



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

10.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZEL DÖRTGENLERİN
HİYERARŞİK İLİŞKİ KURMA SÜRECİNDE
SORGULAMALARININ İNCELENMESİ

ÖZGE ÇOBAN

İzmir
2020

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

10.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZEL DÖRTGENLERİN
HİYERARŞİK İLİŞKİ KURMA SÜRECİNDE
SORGULAMALARININ İNCELENMESİ

ÖZGE ÇOBAN

DANIŞMAN

Doç. Dr. Melike YİĞİT KOYUNKAYA

İzmir

2020

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamalarının incelenmesi” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

06/08/2020

Özge COBAN



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 31/08/2020

Tez Başlığı:

10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sorgulamalarının İncelenmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 254 sayfalık kısmına ilişkin, 31/08/2020 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 7'dir**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz

Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☒

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☐

☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☒ Kaynakça hariç, ☐ Alıntılar dâhil, ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☐ Kaynakça dâhil, ☐ Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☐ EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. ☐	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Özge ÇOBAN
Öğrenci No : 2018950117
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri
Programı : Matematik Öğretmenliği
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

Özge ÇOBAN
31/08/2020

DANIŞMAN

Doç. Dr. Melike YİĞİT KOYUNKAYA
31/08/2020

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu* formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Bu yorucu, zorlu ve stresli yüksek lisans sürecini benimle paylaşan ve bu süreci benim için keyifli hale getiren, üzerimde emeği geçen hayatımdaki güzel insanlara ne kadar teşekkür etsem azdır. Öncelikle hayatım boyunca her kararında yanımda olan, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, varlıklarıyla hayallerimi gerçekleştirmem için bana güç veren, beni bugünlere getiren canım annem Hatice ÇOBAN'a canım babam Mustafa ÇOBAN'a, kıymetlim, anneannem Fatma İNCE'ye çok teşekkür ederim. Her zaman bana inanan, bu inançla beni daha güçlü kılan, sorularımı hiç cevapsız bırakmayan biricik kardeşim Ufuk ÇOBAN'a, bu zorlu süreçte destek olan canım yengem Pelin ÇOBAN'a çok teşekkür ederim.

Lisans eğitimimden bu güne her zaman farkındalığımı arttıran, bakış açımı geliştiren, üretkenliğine her zaman hayranlık duyduğum ve örnek aldığım, bu süreçte bana güvenerek ve destek vererek bir çok konuda deneyim kazanmamı sağlayan, matematiğe, matematik eğitime ve araştırma yapmaya dair bakış açımı derinleştiren, zenginleştiren bilgisiyle arkadaşlığıyla bana destek olan birlikte çok güzel çalışmalar yapma şansı bulduğum değerli öğretmenim canım danışmanım Melike YİĞİT KOYUNKAYA'ya çok teşekkür ederim.

Çalışmamı gerçekleştirmemde bütün içtenlikleriyle bana yardımcı olan canım öğrencilerime ve bu çalışmanın gerçekleşmesinde uygun koşulları ayarlayan sevgili Şirvan TÜMER'e çok teşekkür ederim.

Tüm aksaklıklara rağmen her zaman anlayışlı olan, tez sürecimde benim yanımda yer alan, stresimi, yorgunluğumu atmaya çalışan, her zaman desteğini hissettiğim Emre SAMURLU'ya tüm destekleri için çok teşekkür ederim.

Bu süreçte hem fikirleriyle hem dostluğuyla yanımda olan, en stresli zamanlarımda içimi rahatlatan, her zaman yanımda olan değerli arkadaşım Cansu ÖZTÜRK'e çok teşekkür ederim. Ne zaman yardıma ihtiyacım olsa hemen koşup yanıma gelen arkadaşım, güzel insan Evrim DEMİREL'e desteklerinden dolayı çok teşekkür ederim. Tez hazırlama sürecinde motivasyon ve psikolojik olarak beni hiç

yalnız bırakmayan canım arkadaşım Ceren TUNALI'ya, gerek psikolojik gerekse motivasyon olarak her zaman beni destekleyen çok değerli arkadaşım Vedat UYULGAN'a çok teşekkür ederim.

Birlikte yaşadığımız tez sürecinde dert ortağım kader arkadaşım olan Gizem ARIKAN'a, enerjisiyle, motivasyonu ile modumu hep yükselten ve bana inanan canım arkadaşlarım Emre KESKİN'e ve Tuğçe AKINCI'ya, bütün yüksek lisans sürecinde bana her konuda destek olan canım arkadaşım Dilara EDE'ye çok teşekkür ederim. Bilgisini ve kitaplarını esirgemeyen Ali Özgün ÖZER'e ve önemseydiğimiz şeylerin o kadar da önemli olmadığını gösteren Nurefşan ŞADAN'a teşekkür ederim.

Tez jürimde yer almayı kabul ederek benimle değerli fikirlerini paylaşan ve önerilerde bulunan Prof. Dr. Esra BUKOVA GÜZEL hocama ve Doç. Dr. Burçak BOZ YAMAN hocama çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	xi
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Amaç ve Önem	4
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri.....	7
1.4. Sınırlılıklar	8
1.5. Kısaltmalar.....	8
BÖLÜM II.....	9
KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	9
2.1. Sorgulama Temelli Eğitim.....	9
2.2. Matematiksel Sorgulama Topluluğu.....	12
2.3. Matematiksel Sorgulama Topluluğu Eylemleri.....	16
2.3.1. Diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme.....	16
2.3.2. İşbirlikçi problem çözme.....	17
2.3.3. Hatalarını Gözden Geçirme- Kendi Kendini Düzeltme	18
2.3.4. Risk Alma.....	18
2.3.5. Problem Çözme İçin Alternatif Yaklaşımların Değerlendirilmesi ...	19
2.3.6. Sorgulama Prosedürlerini Sorgulama.....	19
2.3.7. Matematikçiler Gibi Matematik Yapma.....	20
2.4. Dörtgenler ile İlgili Yapılan Çalışmalar	21
2.4.1. Dörtgenlerin tanımlanması	22
2.4.2. Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması.....	27

2.4.3. Yapılan Çalışmalarda Dörtgenler Konusunda Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar	29
BÖLÜM III	31
YÖNTEM.....	31
3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni	31
3.1.1 Durum Çalışması	31
3.2. Çalışma Grubu	33
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	35
3.3.1. Sorgulama Temelli Soruların Tasarlanma Süreci.....	36
3.3.2. Uzman Görüşü.....	37
3.3.3. Pilot Çalışma	38
3.3.4. Veri Grubunu Toplama Süreci	50
3.4. Verilerin Analizi.....	51
3.5. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	59
3.6. Araştırmacının Rolü	59
BÖLÜM IV	61
BULGULAR	61
4.1. Katılımcıların Dörtgenler Konusundaki Ön Bilgileri	61
4.1.1. Öğrencilerin Dörtgenlere Yönelik Tanımları.....	62
4.1.2. Öğrencilerin Dörtgenlere Ait Özelliklerle İlgili Ön Bilgileri	67
4.2. Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkisi Kurma Sürecinde Ortaya Çıkan Eylemler ve Durumlar	70
4.2.1. Diyalog Yoluyla Matematik Anlayışı Geliştirme	71
4.2.1.1. Tanımlama Yapma	77
4.2.1.2. Bilginin Anlaşılması.....	96
4.2.1.3. Karşılaştırma	109

4.2.1.4. Fikir Önerme	116
4.2.1.5. Bilginin Sentezlenmesi	116
4.2.1.6. Örnek Verme	120
4.2.1.7. Bilginin Onaylanması	121
4.2.1.8. Bilginin Yorumlanması	125
4.2.1.9. Soru-Cevap	141
4.2.2. İşbirlikçi Problem Çözme	148
4.2.3. Hatalarını Gözden Geçirme- Kendi Kendini Düzeltme	154
4.2.4. Topluluk Üyelerinin Risk Alması	164
4.2.5. Problem Çözme İçin Alternatif Yaklaşımların Değerlendirilmesi .	180
4.2.6. Sorgulama Prosedürlerini Sorgulama	184
4.2.7. Matematikçiler Gibi Matematik Yapma	184
4.3. Ön Bilgilerin Sorgulama Sürecinde Gözlemlenme Durumları	186
BÖLÜM V	191
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	191
5.1. Sonuçlar	191
5.1.1. Öğrencilerin Özel Dörtgenler Hakkında Var Olan Bilgilerinin Değişimi	191
5.1.2. Sorgulama Sürecinde Ortaya Çıkan Sorgulama Eylemleri	194
5.2. Öneriler	200
KAYNAKÇA	203
EK 1.Odak Grup Görüşme Formu	217
EK 2. Gönüllü Katılımcı Onam Formu	231
Ek 3. Veli Onam Formu	233
Ek 4. Etik İzin	234
Ek 5. Okul İzinleri	235
Ek 6. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi	237

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 <i>Matematiksel sorgulama topluluklarının karakterleri</i>	21
Tablo 2 <i>İlköğretim Matematik Öğretim Programı</i>	36
Tablo 3 <i>1.Oturum yer alan sorgulama temelli sorular</i>	40
Tablo 4 <i>2.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular</i>	43
Tablo 5 <i>3.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular</i>	44
Tablo 6 <i>4.oturumda yer alan sorgulama temelli sorular</i>	45
Tablo 7 <i>Diyagramda yer alan yamuğa ait şekiller</i>	46
Tablo 8 <i>Diyagramda yer alan paralelkenara ait şekiller</i>	47
Tablo 9 <i>Diyagramda yer alan eşkenar dörtgene ait şekiller</i>	47
Tablo 10 <i>Diyagramda yer alan dikdörtgene ait şekiller</i>	47
Tablo 11 <i>Diyagramda yer alan kareye ait şekiller</i>	48
Tablo 12 <i>6.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular</i>	49
Tablo 13 <i>Çalışmadaki oturum süreleri</i>	50
Tablo 14 <i>Video metodolojisi analiz tablosu</i>	54
Tablo 15 <i>Öğrencilerin dörtgenlere yönelik tanımları</i>	62
Tablo 16 <i>Öğrencilerin dörtgenlere ait özelliklerle ilgili ön bilgileri</i>	67
Tablo 17 <i>Öğrencilerin dörtgenlere ait çizdikleri şekiller</i>	69
Tablo 18 <i>Sorgulama eylemlerinin ortaya çıkma durumları</i>	70
Tablo 19 <i>Diyalog eyleminin alt bileşenleri</i>	72
Tablo 20 <i>Sorulara göre ortaya çıkan diyalog eylemin alt bileşenleri</i>	73
Tablo 21 <i>Diyalog eyleminin alt bileşenleri</i>	194

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Çalışmanın yapıldığı ortamın temsili şekli.....	35
Şekil 2. Veri analizi tablosu.....	56
Şekil 3. Veri analizi tablosu devamı.....	57
Şekil 4. Bulgular.....	62
Şekil 5. Hakan'ın özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren küme şekli	65
Şekil 6. Hakan'ın yamuk tanımı.....	79
Şekil 7. Fulya'nın eşkenar dörtgen hakkındaki yorumu.....	82
Şekil 8. Önder'in Eşkenar dörtgen cevap kağıdı	82
Şekil 9. Fulya'nın dikdörtgen nedir sorusuna karşılık cevap kâğıdı	84
Şekil 10. Önder'in yamuk yorumu	86
Şekil 11. Hakan'ın cevap kağıdı.....	88
Şekil 12. Suna'nın eşkenar dörtgen tanımı	89
Şekil 13. Suna'nın cevap kağıdı	89
Şekil 14. Hakan'ın cevap kâğıdı.....	92
Şekil 15. Diyagram	92
Şekil 16. Fulya'nın cevap kağıdı	94
Şekil 17. Diyagram	95
Şekil 18. Suna'nın cevap kağıdı	103
Şekil 19. Fulya'nın cevap kağıdı	105
Şekil 20. Diyagram	106
Şekil 21. Diyagram	107
Şekil 22. Hakan'ın küme şekli.....	151
Şekil 23. Suna'nın başlangıçta çizdiği küme.....	153
Şekil 24. Suna'nın fikir değişikliğinden sonra çizdiği küme	154
Şekil 25. Önder'in paralellik olmasına gerek duymadığı yamuk şekli.....	155
Şekil 26. Suna'nın eşkenar dörtgen görseli	156
Şekil 27. Suna'nın eşkenar dörtgen yorumu.....	157
Şekil 28. Hakan'ın ortaya attığı küme fikri	159
Şekil 29. Suna'nın ortaya attığı küme fikri.....	159
Şekil 30. Hakan'ın dikdörtgenin paralelkenar olduğunu gösteren doğrulaması	162

<i>Şekil 31.</i> Suna'nın 1. küme şekli	163
<i>Şekil 32.</i> Suna'nın 2. Küme şekli	164
<i>Şekil 33.</i> Önder ve Suna'nın yamuk şekli	168
<i>Şekil 34.</i> Hakan'ın küme şekli.....	170
<i>Şekil 35.</i> Suna'nın Hakan'a karşı çıktığı tam tersi çizdiği küme şekli.....	170
<i>Şekil 36.</i> Önder'in dörtgen kümesi.....	177
<i>Şekil 37.</i> Suna'nın küme şekli	178
<i>Şekil 38.</i> Fulya'nın küme şekli	178
<i>Şekil 39.</i> Hakan'ın eşkenar dörtgen nedir sorusunun olduğu bölümde cevap kâğıdına çizdiği şekil	182
<i>Şekil 40.</i> Hakan'ın cevap kâğıdı.....	185

ÖZET

10.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖZEL DÖRTGENLERİN HİYERARŞİK İLİŞKİ KURMA SÜRECİNDE SORGULAMALARININ İNCELENMESİ

Bu çalışmanın amacı 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma sürecinde sorgulama süreçlerinin incelenmesidir. 10.sınıf öğrencilerinin sorgulama süreçlerini incelemek amacıyla matematiksel sorgulama topluluğu yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşımın 7 alt bileşeni vardır: (1) diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme, (2) işbirlikçi problem çözme, (3)kendini gözden geçirme, hataları düzeltme, (4) topluluk üyelerinin risk alması, tartışma ortamı yaratılması, (5) alternatif yaklaşımlar önerilmesi ve geliştirilmesi, (6) sorgulama prosedürlerini sorgulama, (7) matematikçiler gibi matematik yapma. Bu sınıflama çalışmanın kavramsal altyapısı olarak ele alınmıştır. Nitel araştırma paradigması benimsenen bu çalışma, durum çalışması ile desenlenmiştir. Bu bağlamda 10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin tanım ve özellikleri hakkındaki var olan bilgilerinin nasıl olduğunu ve özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurmada hangi sorgulama eylemlerinin kullanıldığı araştırılmıştır. Bununla birlikte öğrencilerin özel dörtgenler konusundaki ön bilgilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurmadaki sorgulama sürecine etkisinin nasıl olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın katılımcıları, dört 10. sınıf öğrencisidir. Çalışmanın katılımcı grubu seçilirken, derinlemesine araştırılması gereken durumlara dair detaylı bilgi verdiğinden dolayı amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada öncelikle dörtgenler konusu kapsamında sorgulama temelli sorular geliştirilmiş ve bu sorular yardımıyla görüşmeler yapılarak öğrencilerin sorgulama süreçleri incelenmiştir. 10.sınıf öğrencilerinin 6 haftalık uygulama sürecinde alınan video kayıtları ve öğrencilere ait cevap kağıtları çalışmanın veri grubunu oluşturmaktadır. Çalışmada uygulama sürecinde kaydedilen videolar, video metodolojisi kullanılarak, öğrencilerin cevap kağıtları doküman analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu çalışmada, sorgulama sürecinde öğrencilerin en fazla diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme eylemini kullandıkları görülmüştür. Diyalog

eyleminden sonra sırasıyla risk alma, iş birliği yapma, hataları gözden geçirip kendi kendini düzeltme, matematikçiler gibi matematik yapma, alternatif fikirler önerme eylemleri ortaya çıkmıştır. Sorgulama prosedürlerinin gözden geçirilmesi eylemi sorgulama süreci boyunca ortaya çıkmamıştır. Bu araştırmanın sonuçları dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin kurulması sürecinde matematiksel sorgulama topluluğunun öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisine dair var olan bilgilerini geliştirmede etkili olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirmeleri kendilerinin kurmasına olanak sağlayan sorgulama topluluklarının oluşturulmasının matematik öğrenmeyi güçlendireceği düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Dörtgenler, matematiksel sorgulama topluluğu, sorgulama temelli eğitim.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF 10TH GRADE STUDENTS' INQUIRY IN THE PROCESS OF BUILDING HIERARCHICAL RELATIONSHIP OF SPECIAL QUADRILETERALS

The main goal of this study is examining the 10th grade students' inquiry process when they construct the hierarchical relationship of special quadrilaterals. Mathematical inquiry community approach was adopted to examine the inquiry process of the students. This approach has 7 sub-components: (1) Developing understanding of mathematics through dialogue, (2) Collaboratively problem solving, (3) Self-reviewing and correcting mistakes (4) Taking risk, creating a working environment, (5) Suggesting alternative approaches, (6) Reviewing the procedures of inquiry (7) Doing mathematics like mathematicians. This classification was adopted as the conceptual foundation of the study. The study was designed considering the case study design, which is one of the qualitative research paradigms. In this context, 10th grade students' existing knowledge regarding the definitions and properties of special quadrilaterals as well as their inquiry process related to hierarchical relationships of special quadrilaterals were examined in the study. Additionally, how their existing knowledge of special rectangles affected their inquiry process were examined as well. Participants of the study were four 10th grade students. While choosing the participant group of the study, purposeful sampling method was used because it gives detailed information about the situations that need to be investigated in depth. In the study, firstly, inquiry-based questions were developed within the scope of quadrilaterals and interviews were conducted considering those questions and students' inquiry processes were examined. The video recordings of 10th grade students taken during the 6-week and the answer of question sheets constituted the data of the study. In the study, the recorded videos were analyzed using the video methodology, and the sheets were analyzed using the document analysis method. In this study, it was observed that students mostly used the act of developing mathematical understanding through dialogue in the inquiry process. After the dialogue action, the actions of taking risk, collaboratively problem solving, self-reviewing and correcting mistakes, doing

mathematics like mathematicians, and suggesting alternative approaches emerged. The act of reviewing the procedures of inquiry did not occur during the process. The results of this study showed that the mathematical inquiry community was effective in establishing or developing the students' existing knowledge about the hierarchical relationship of quadrilaterals. In addition, it is thought that creating inquiry communities that allow students to establish connections between concepts by themselves will strengthen mathematics learning.

Keywords: Quadrilaterals, mathematical inquiry community, inquiry based education.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırma konusu kapsamında problem durumu, amaç ve önem, problem cümlesi, alt problemler, sınırlılıklar ve kısaltmalara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Günümüzde matematik öğretimi sadece öğrenciye sunulan hazır bilginin öğrenci tarafından ele alınıp kullanılması değildir. Matematik yapmak, doğrudan verilen bilginin yansıtılmasından ziyade varsayımları araştırmak, çıkarımlar yapmak ve gerekçeleri sunmayı içeren aktif bir girişimdir (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi-National Council of Teacher of Mathematics (NCTM), 2000). NCTM yayınladığı standartlarda (1989, 1991, 2000) her öğrenci için hedeflenen düzeyde matematik yapmak, yüksek kaliteli matematik öğretimi ve öğreniminin olması gerektiğine vurgu yapmaktadır. Bu standartlarda belirtilen yetkinliğe sahip bireyleri yetiştirebilmek amacıyla kullanılan modellerden biri de sorgulama temelli eğitim yaklaşımıdır.

Sorgulama temelli eğitimin kökenleri, Homer Lane (1875-1925), Dewey (1870-1952) ve Montessori (1870-1952) gibi eğitimcilerin, öğrenimde aktif rol oynayan öğrencilerin önemine vurgu yapan eğitimcilere dayandığı görülmektedir. Bu eğitimcilerin, Rousseau (1712-1778), Pestalozzi (1746-1827) ve Froebel'in (1782-1852) daha önceki fikirlerini temel aldıkları ve bireylerin merak, hayal gücü, etkileşime girme ve bilgi alma dürtüsüne sahip bir eğitim yaklaşımıyla ilgilendikleri görülmektedir.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) 2018 yılında yayınladığı 'Matematik Öğretim Programı' yetkinlikleri incelendiğinde, matematiksel yetkinlik ve bilim/teknolojide temel yetkinler, dijital yetkinlik ve öğrenmeyi öğrenme yetkinliklerinin kazanılması hedeflenmektedir. Matematiksel yetkinlik, 'günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulama' şeklinde MEB tarafından tanımlanmıştır. Aynı zamanda

sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye de vurgu yapılmaktadır (MEB, 2018).

2003 yılında OECD tarafından hazırlanan bir belgede öğrenci becerilerinin özellikle problem çözme becerilerinin ne kadar iyi performans gösterdiğini değerlendirilmiştir. Problem çözmeyi, “öğrencilerin yeni ve müfredatlar arası ortamlarda yer alan problemleri anlama, ilgili bilgileri veya kısıtlamaları belirleme, olası alternatifleri veya çözüm yollarını gösterme, çözüm stratejileri geliştirme ve sorunları çözme ve iletişim kurma” olarak tanımlamışlardır (OECD, 2004, s. 3). OECD tarafından tanımlanan problem çözme kavramları, esasen sorgulama temelli eğitimin temel ilkeleridir.

OECD, “Öğrenciler, okulda yetişkin yaşamında bilmeleri gereken her şeyi öğrenemezler. Kazanmaları gereken, gelecekteki hayatta başarılı olmak için öğrenmenin ön koşullarıdır. Bu önkoşullar hem bilişsel hem de motivasyonel niteliktedir. Öğrenciler, kendi öğrenmelerini organize edebilmeli ve düzenleyebilmeli, bağımsız ve gruplar halinde öğrenebilmeli ve öğrenme sürecindeki zorlukların üstesinden gelebilmelidir. Bu onların kendi düşünme süreçlerinin ve öğrenme stratejilerinin ve yöntemlerinin farkında olmalarını gerektirir.”(OECD, 2000, s. 90). Sorgulama temelli eğitim, OECD’nin belirttiği bu ilkeleri gerçekleştirmek için uygun bir eğitim yaklaşımıdır.

Günümüzün dinamik, bilgi temelli toplumu okuldaki öğrencilerin yeni bilgiye ulaşma, yaratıcı problem çözme ve eleştirel düşünme gibi alanlarda yeterliliklerini geliştirmelerini gerektirmektedir. Sorgulama temelli eğitim bu tür yeterliliklerin gelişimini destekleyebilir. “Sorgulama temelli eğitim” terimi, bir öğretim kültürüne ve öğrencilerin soru sorup sorguladığı, araştırdığı ve değerlendirdiği sınıf uygulamalarına atıfta bulunur (Harlen, 2012). Öğrenme, açık sorular ve çoklu çözüm stratejileri tarafından yönlendirilir. Öğretmenler proaktiftir: Dikkatlice seçilmiş stratejik soruları kullanarak başarılı olanlara meydan okuyan ve mücadele eden öğrencileri desteklerler. Sınıfta, ortak bir sahiplik duygusu vardır. Sorgulama temelli eğitim, öğrencilerin karşılaştıkları belirsizleri yönetmek için hayati önem taşıyan

sorgulayıcı zihin ve tutumları geliştirmeyi amaçlamaktadır (Artigue ve Blomhoej 2013).

Matematik eğitiminde 'sorgulama topluluğu' terimi genellikle öğrenen toplumu iş birliğine dayalı matematik yapmakla meşgul eden bir topluluğa atıfta bulunur (Kennedy, 2011). Matematikte, öğretim alışkanlıklarını değiştiren, disiplinlerarasılığı destekleyen ve öğrencilerin bu disipline karşı eleştirel olmalarına neden olacak, çoğu zaman tarafsız ve nesnel olarak algılanan bir yaklaşım birçok öğrencinin ilgisini çekebilir. Sorgulama topluluğu, daha esnek düşünme ve problem çözmede daha fazla ustalık kazanılmasını teşvik eder, problemlere cevap vermenin farklı olası yollarını aramaya teşvik eder.

Sorgulama topluluğu oluşturan öğrenciler, soru sormaya, öğretmenle belirlenen bir görev ya da öğrencilerden gelen bir soru etrafında matematiksel anlamların oluşturulması, araştırılması ve açıklanmasıyla meşgul olurlar. Görevin mutlaka açık uçlu olması gerekmez, ancak öğrencilere ulaşılabilir bir zorluk ve keşif sunmalı, yaratıcılığı teşvik etmeli ve karar vermeyi desteklemelidir (Willis, 2010). Matematiksel sorgulama, öğrencinin nedenleri araştırmak ve bilginin oluşturulmasında daha fazla sorumluluk almaları için bilinçli anlayışları kullanmasını gerektirir.

Geometri, bireyleri problem çözme, eleştirel düşünme, akıl yürütme ve üst düzey düşünme becerileri gibi becerilerle donatır (NCTM, 2000). Bu nedenle geometrik kavramların öğretilmesi büyük önem taşımaktadır. Geometrik kavramların öğretimi, bireylerin geometrik şekilleri tanıyarak ve niteliklerini keşfederek, bu nitelikleri karşılaştırarak ve belirli şekil sınıflandırmalarını geliştirerek ve niteliklerini bağlayarak tümdengelimsel çıkarımlar yaparak akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. Özellikle, dörtgenler konusu bu beceriler üzerine araştırma yapmak için çok zengin bir kaynaktır (van de Walle ve ark, 2012). Geometri öğretiminde dörtgenler üzerinde yapılan çalışmalar, dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflandırılmasına odaklanmaktadır.

Bir sorgulama topluluğunda öğrenciler, sorgulama hattını ve kullanılacak metodolojiyi yönlendirerek kendi öğrenmelerini oluştururlar. Öğrenciler “çeşitli

cevaplar veya çözümler için açık uçlu bir problem veya senaryo” ile uğraşırlar. Yeni bilgiler, önceden var olan bilgiler ve öğrencinin gerçek yaşam deneyimleri üzerine kuruludur (Kahn ve O'Rourke, 2005, s.2). Peressini ve Knuth (2000) diyalogun, matematiksel fikirleri tüm öğrenciler için açık hale getirmenin bir yolu olduğunu savunmaktadır. Bu çalışmada da dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi oluşturulurken öğrencilerin sorgulamayı nasıl kullandıkları araştırılmıştır. Öğrencilerin bir sorgulama topluluğu oluşturma sürecinde yararlandıkları sorgulama eylemleri belirlenmiş ve bu anlamda matematik eğitiminde az sayıda olan ulusal ve uluslararası alan yazına katkı sağlanması amaçlanmıştır. Aynı zamanda öğrencilerin ön bilgilerinin sorgulama sürecini nasıl etkilediği incelenerek alana katkı yapılacağı düşünülmektedir. Bununla bağlantılı olarak literatürde matematiksel sorgulama topluluğunun sahip olduğu özellikler de belirlenmediğinden literatürde bir boşluk olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma ile birlikte matematiksel sorgulama topluluğunun sahip olabileceği bazı özellikler belirlenmiştir. Belirlenen özellikler ile literatürdeki bu boşluğun giderilmesinde katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

1.2. Amaç ve Önem

Sorgulama temelli eğitim, bilim eğitiminde çok fazla ve detaylı araştırılmasına rağmen, matematik eğitiminde çok fazla araştırmaya rastlanmamakta fakat son yıllarda bu alanda yapılan çalışmalar artmaktadır. Bilim ve matematikte sorgulama yapma arasındaki farklılıklar ve benzerlikler vardır. Bu durum şu şekilde ifade edilmiştir: “Matematikte sorgulama temelli uygulamalar, çeşitli etkinlik biçimlerini içerir: modelleme ve matematikleştirme; keşif ve deneme; tahmin etme; test etme, açıklama, akıl yürütme, tartışma ve kanıtlama; tanımlama ve yapılandırma; bağlantı kurmak, temsil etmek ve iletişim kurmak. Sorgulama temelli matematik eğitimi, öğrencileri bu tür etkinliklerle meşgul eder ve ilişkili becerilerin gelişimini teşvik eder. Sorgulama temelli eğitimin, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmesi beklenir, bu da matematiksel bilgilerinin normal okul görevlerinin ötesinde bir çeşitlilik bağlamında daha sağlam ve işlevsel olmalarını sağlar. Öğrencilere matematiksel ve bilimsel merak ve yaratıcılığın yanı sıra eleştirel düşünme, akıl yürütme ve analiz yapma potansiyellerini geliştirme konusunda yardımcı olacaktır. Aynı zamanda onların bir insan olarak daha doğru bir matematik vizyonu

geliştirmelerine, matematiği kültürel mirasımızın temel bir bileşeni olarak görmelerine ve toplumlarımızın gelişiminde oynadıkları kritik rolü takdir etmelerine yardımcı olacaktır.” (Fibonacci, 2012a, s. 8). Sorgulama temelli eğitim aynı zamanda öğrencileri gerçek hayata hazırlayarak vizyonlarını geliştirmeyi hedeflemektedir.

Sorgulama temelli matematik eğitimi, öğrencilerin giderek artan bir şekilde temel bilimsel gelişimini sağlayan, kendi bilgi ve anlayışlarını araştırmayı ve inşa etmeyi öğrenerek fikirler geliştiren öğrenciler anlamına gelir. Bilim insanları tarafından, soru sorma, veri toplama, halihazırda bilinenler ışığında kanıtları değerlendirmek ve incelemek gibi beceriler kullanırlar. Bu öğrenme sürecinin tümü, pedagojinin sadece öğretme eylemi değil aynı zamanda temel gerekçeleri anlama anlamına geldiği sorgulama temelli bir pedagoji ile de desteklenmektedir (IAP, 2010). Yani, sorgulama yaparak aşamalı olarak temel fikirlerin geliştirilmesi, öğrencilerin matematik etkinlikleri yoluyla 'daha büyük' fikirleri geliştirme yönünde ilerleme kaydetmelerini sağlamanın önemini vurgular (Harlen, 2013). Öğrencilerin kendi bilgilerini ve anlayışlarını inşa etmek, öğrencilerin öğrenmedeki aktif rolünü gösterir. Bazen soruları cevaplamak, bazen “işe yarayan” bir çözüm bulmaya odaklandığı problem çözme ile eşittir. Fikirlerin “alternatif açıklamalara karşı değerlendirilmesini ve kanıtlarla karşılaştırılması” gereklidir. Bu nedenle, yanlış cevabın neden yanlış olduğunu bilmek, doğru cevabın neden doğru olduğu konusunda daha derin ve daha güçlü bir anlayışın güvence altına alınmasına yardımcı olabilir (NRC, 2012, s. 44).

Hedeflenen bireyleri yetiştirmede kullanılabilecek sorgulama temelli pedagoji kavramı yeni değildir ancak son yıllarda teknoloji tabanlı toplumlarda herkesin ihtiyaç duyduğu anlayış, yeterlilik ve tutumlara yol açma potansiyeli nedeniyle fen ve matematik eğitiminde geliştirilen bir kavramdır (Harlen, 2012). Uluslararası ve özellikle son yıllarda ulusal düzeyde bu kavram eğitim alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Örneğin, Avrupa'da birkaç proje, özellikle Pollen, Sinus-Transfer ve Fibonacci, sorgulama temelli pedagojiyi yaymak için tasarlanmıştır (Rocard ve diğerleri, 2007, s.5).

Sorgulama; öğrenci merkezli, işbirlikçi, yapılandırmacı teorilere ve üst düzey akıl yürütmenin geliştirilmesine dayanan çok yönlü bir faaliyet olarak ele alınmaktadır

(Artigue ve Maaß, 2013). Literatürde sorgulama; uygulamalı, probleme dayalı, projeye dayalı, tümdengelimsel ve tümevarımsal yaklaşımlar gibi benzer öğretme ve öğrenme yaklaşımlarını yorumlamak ve tanımlamak için farklı şekillerde ve bağlamlarda kullanılan tartışmalı bir kavram gibi görünmektedir (Engeln, Mikelskis-Seifert ve Euler, 2014). Örneğin, fen eğitiminde sorgulama temelli eğitim, kanıt toplayarak ve fikirleri test ederek anlayış oluşturma süreci olarak görülmektedir. Fen eğitiminde olduğu gibi, matematiksel sorgulama da bir problem ya da soru ile başlar ancak deneyler daha az ön plandadır (Rocard ve ark., 2007). Ancak matematik eğitiminde sorgulama temelli eğitim çalışmaları fazla yoktur. Yine de, matematikte sorgulama hala çeşitli aktivite biçimlerini içerir. Bunlar; soru sorma veya detaylandırma, modelleme, keşfetme, tahmin etme, test etme, açıklama yapma, muhakeme yapma, tartışma ve kanıtlama, tanımlama ve ilişkilendirme, temsil etme ve iletişim kurma şeklinde belirlenmiştir (PRIMAS, 2012).

Newell (2003, s.5), sorgulama temelli eğitimi şöyle bir süreç olarak tanımlamıştır: Sabit bir müfredatı takip etmek yerine öğrencinin ilgisine odaklanan, geniş bir disiplinler arası odaklanma üzerinde duran; metinler, dersler ve ikincil kaynaklar yerine doğrudan, birincil veya orijinal kaynaklar kullanan; öğretmen yerine öğrenciler tarafından geliştirilen veri ve materyalleri vurgular.

Sorgulama yapma, öğrencilerin kendi öz yeterliliklerini keşfetme ve geliştirme anlamında da önemlidir. Öğrenciler kendileri için bir teorem, özellik veya formül keşfetmekten gurur duyduklarında yani bir matematikçi gibi matematik yaptıklarında, matematik yeteneklerinde yeni bir güven düzeyi kazanırlar. Öğrenciler problemleri kendileri çözdüklerinde kavramsal süreçleri içselleştirmektedirler. Öğretmen, sınıf içeriğinden veya öğrencilerin sorularından kaynaklanan bir problem oluşturabilir. Öğrenciler, daha sonra bir cevap bulmak için konuyu araştırırlar. Öğrenciler, bir problemi keşfederken çiftler halinde veya küçük gruplar halinde çalışabilirler. Öğrenciler, öğrenme süreci boyunca birbirlerine yardımcı olurlar, bu da fikirlerini paylaşmalarını ve geliştirmelerini sonrasında çözüme nasıl ulaştıklarını ifade etmelerini sağlar. Öğrenciler, birlikte çalışırken öğretmen tartışmalarını dinleyerek gruptan gruba geçebilir. Öğretmenler, öğrencilerin anlayışlarını ölçmek ve yanlış anlamaları düzeltmek için sorular sorabilirler. Öğrenciler anlamlı bir yaşam

uygulaması olan matematik problemlerini çözer. Sorgulama, matematiksel düşüncüyü yeniden inşa etmek için fırsatlar olarak görülmüştür. Bu sebeple dörtgenler konusunun sorgulama yapmak için uygun olduğunu düşünülmüştür.

Geometri öğretiminde dörtgenler ve dörtgenlerin sınıflandırılması önemli bir yere sahiptir. Dörtgenlerin sınıflandırılması, dörtgenler arasındaki ilişkilerin kurulmasında ve dolayısıyla geometri ile ilgili problemlerin ve kanıt çalışmalarının çözümünde önem kazanmaktadır. Çünkü eğer bir dörtgen, aynı ailede, bu dörtgen için üretilen çözümlerden, kanıtlardan, özelliklerden vs. başka bir dörtgen de sahipse, diğeri için de geçerli olacaktır. De Villiers'e (1994) göre, hiyerarşik sınıflandırma, dörtgenlerin aile ilişkilerini daha anlaşılır kılan bir sınıflandırma türü olarak tanımlanmıştır. Çeşitli araştırmacıların açıkladığı gibi, dörtgenlerin hiyerarşik olarak sınıflandırılması ve bu şekilde kullanılması desteklenmelidir (De Villiers, 1994; De Villiers 1998; Fujita, 2012).

Sorgulama yapmanın önemi ve matematik eğitiminde sorgulama temelinde yapılan çalışmaların sayısının çok az olduğu düşünüldüğünde, geometri öğreniminde sorgulamanın öneminin araştırılması gerektiği düşünülmektedir. Bu anlamda, bu çalışmanın temel amacı 10. Sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde ortaya çıkan sorgulama eylemlerinin incelenmesidir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

10. sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamaları nasıldır?

Alt Problemler

- 1- 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin tanım ve özellikleri hakkındaki var olan bilgileri nedir?
- 2- 10.sınıf öğrencileri özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurmalarındaki sorgulama sürecinde hangi sorgulama eylemlerini kullanmaktadırlar?
- 3- 10. Sınıf öğrencilerinin özel dörtgenler konusundaki ön bilgilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurmalarındaki sorgulama sürecinde gözlemlenme durumları nasıldır?

1.4. Sınırlılıklar

- 1- Araştırma uygulamanın yapıldığı lisede çalışılan 4 öğrenci ile sınırlıdır.
- 2- Araştırma, hazırlanan sorgulama temelli sorular ile sınırlıdır.
- 3- Araştırma, araştırmacının sorgulama sürecini yönetme ve öğretme tecrübeleri ile sınırlıdır.

1.5. Kısaltmalar

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

PRIMAS: Promoting inquiry in mathematics and science

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE / İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Sorgulama sürecinde kullanılan eylemleri belirlemek için bu süreçte hem öğretmen hem de öğrenciler tarafından ortaya çıkan söylemleri, diyalogları ve argümanları incelemenin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda, matematik eğitiminde var olan literatürde, sorgulama sürecini doğrudan “sorgulama temelli eğitim” adı altında inceleyen modeller olmasa da bu süreci felsefi sorgulama topluluğu, matematiksel sorgulama topluluğu ve argümantasyon özelinde incelemeye yol gösteren modeller literatürde mevcuttur. Bu çalışmada, 10.sınıf öğrencilerinin dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma süreçlerinde kullandıkları sorgulama eylemleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda, bu çalışmanın kavramsal altyapısı Siegrist (2005) tarafından sorgulama topluluğu temelinde belirlenen ve raporlaştırılan ‘Matematiksel Sorgulama Topluluğunun Karakterleri (Characteristics of a High School Classroom Community of Mathematical Inquiry)’ modeli kullanılmıştır. Çalışmada belirlenen karakterler bir eylem durumu içerdiğinden, bu çalışma süresince bu karakterler eylem olarak adlandırılacaktır. Matematiksel Sorgulama topluluğunda ortaya çıkabilecek eylemler şu şekildedir: (1) diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme, (2) işbirlikçi problem çözme, (3) hatalarını gözden geçirme- kendi kendini düzeltme, (4) risk alma, (5) problem çözme için alternatif yaklaşımları kabul etme, (6) sorgulama prosedürleriyle ilgili sorgulama ve (7) matematikçiler gibi matematik yapma. Bu bölümde çalışmanın temelini oluşturan sorgulama temelli eğitim ve bu doğrultuda benimsenen kavramsal altyapı ve çalışmanın amacı ile ilgili olan literatür iki ayrı bölümde ele alınmıştır.

2.1. Sorgulama Temelli Eğitim

Sorgulama temelli eğitimin ortaya çıkması genellikle Amerikalı filozof ve eğitimci John Dewey ile ilişkilendirilmektedir. Sorgulama temelli eğitimin temelini oluşturan eğitim felsefesinin kaynakları yani eğitimin herkes için olması, öğrencilerin öğrenmeye yönelik ilgilerini teşvik etmeleri ve özelliklerini geliştirmelerini, toplumların gelişiminde aktif rol oynayabilen insanların oluşumunu amaçlamaktadır.

Dewey'e (1916) göre hiçbir düşünce, hiçbir fikir, muhtemelen bir kişiden diğerine bir fikir olarak aktarılamaz.

İşbirliğine dayalı sorgulama yapmanın veya sorgulama yaklaşımlarının çeşitli çalışmalarda matematik öğretiminin gelişimi için verimli olduğu düşünülmektedir (Krainer, 1999; Lin ve Cooney, 2001). İngiltere'de yayımlanan Cockcroft Raporu, sorgulamanın okullarda öğretmen ve öğrenci ya da öğrencilerin kendi aralarında yaptıkları tartışmayı içeren bir dizi öğretim yaklaşımında problem çözme ve sorgulama yapma uygulamalarının önemini ortaya koymuştur (DES, 1982, s.243). Öğretmenler, öğrencilerin sorgulama yapma süreçlerinde yaşadıkları deneyimleri Mathematics Teaching dergisinde 1975-1976 yıllarında yayınlanan 71,73 ve 75. sayılarda yayınlamışlardır. Bu yazılarda öğretmenler, sınıfta sorgulama eylemlerine katılımın matematiksel sorgulama yapmanın öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine öncülük edeceğini vurgulamışlardır.

Sorgulama üzerine son 30-40 yıllık süreçte farklı ülkelerde farklı çalışmalar yapılmıştır. Matematik derslerinde sorgulama yapma çalışmalarının kökenleri, 1970-1980'lerde matematik öğretiminde problem çözme ortamlarını teşvik eden bir eylem olarak görülür (Polya, 1945; Mason, 1982; Schoenfeld, 1985). ABD'de araştırmacılar sorgulama sınıfları oluşturmak ve bu sınıfları incelemek için öğretim deneyleri geliştirmişlerdir (Davis, Maher ve Noddings, 1990). İngiltere'de matematik öğrenmede ve öğretmede sorgulama yaklaşımları araştırılmış ve kategorize edilmiştir (Jaworski, 1994). Portekiz'de matematiksel sorgulama yaklaşımı ile matematik öğretimini geliştirme araştırmaları arasında bağlantılar kurulmuştur (Ponte, 2001). Böylece uluslararası alanda matematikte sorgulama yaklaşımı ile matematik öğrenme ve öğretimi arasında ortaya çıkan bağlantılar verilmiştir.

Sorgulama kavramının, matematik eğitiminde matematiksel bilginin bilişsel düzeyi ve inşası ile ilgili perspektiflerle ilgili olduğu düşünülmektedir (Jaworski, 2003). Özellikle, matematik öğretimindeki sorgulama yaklaşımlarının, matematiksel düşünceyi teşvik etmek ve matematiksel anlayış üzerine eleştirel bakış açısı sunduğu için yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına uygun olduğu görülmektedir (von Glasersfeld, 1984; Jaworski, 1994). Fiziksel ve sosyal etkileşimler yoluyla, mevcut

zihinsel bağlantılara meydan okuyan ve bunları yeniden yapılandıran öğrencilerin, matematiğin kavramsal, ilişkisel ve ilkeli anlayışlarını geliştirdiği görülmektedir (Skemp, 1976). Diğer bir deyişle, sorgulamaya yoluyla öğrenciler, matematiksel ilişkilerin anlaşılması, geliştirilmesi ve matematiğin merkezinde olan soyut düşünmenin ötesine geçerler (Nardi, 1996).

Fuglestad (2007) tarafından sorgulamanın tanımını şu şekilde yapılmıştır: ‘Sorgulama; soru sormak, araştırma yapmak, bilgi edinmek veya bilgi aramak demektir’. Sorgulama yapma, öğrencilerin aktif olarak kendi bilgilerini geliştirmelerini gerektirir (Piaget, 1973). Piaget (1973, s.1410) bu durumu “Öğretmen, çocuğa hareket etme fırsatı vermek yerine ders anlattığında, çocuğun cevabı yeniden keşfetmesini önler.” şeklinde açıklamıştır. Araştırmacılara göre, öğrencilerin katılımını gerektiren aktif süreçler, öğrenmenin gerçekleşmesi için kritik öneme sahiptir.

Matematiksel sorgulama, matematiksel içerik ve eğilimlerde öğrenmeye faydalı bir durumdur (de Corte, E., Verschaffel, L., Depaepe, F., 2008). Matematiksel sorgulama yaklaşımı iletişimin geliştirilmesi, iş birliği, yaratıcılık, duysal entelektüel risk alma ve matematikte derin düşünme ile bağlantılıdır (Barron, B. ve Darling-Hammond, L., 2010).

Matematik eğitiminde sorgulama temelli uygulamalar, sorgulama süreçlerinde birleştirilen çeşitli etkinlik biçimlerini içerir. Bunlar soru hazırlama, problem çözme, modelleme ve matematikleştirme, kaynak ve fikir arama, keşfetme, tartışma ve kanıtlama, tanımlama, yapılandırma, iletişim kurmadır (M. Artique ve Blomhoj, 2013). Matematikte diğer konularda olduğu gibi, öğrenciler de konuların araştırılması ve problem çözme yoluyla bilgi biriktirebilirler. Bu süreç, genellikle öğrenciler sürece aktif olarak katıldığı ve yeni bilgileri ile mevcut bilgi tabanı arasında bağlantı kurduğu zaman, “keşfederek öğrenme” olarak adlandırılır (Bicknell-Holmes ve Hoffman, 2000). Schoenfeld’in (1992) kanıtladığı gibi problem çözme araştırmaları, özellikle öğrencilerin başarılı problem çözücüler haline gelmelerine imkân sağlayan zihinsel alışkanlıklarının tanımlanması ve geliştirilmesi ile ilgilenmektedir. Rutin olmayan problemlerle karşılaşan öğrenciler kendi stratejilerini ve tekniklerini

geliştirmektedirler. Bunun yanında problem çözme üst bilişsel ve sezgisel olarak ele alınır. Problem çözme yeterlilikleri ve üst bilişsel beceriler, zihnin sorgulama alışkanlıkları açısından değerlendirilebilir. Bu yüzden problem çözme ile sorgulama temelli eğitim arasında kolayca bağlantı kurulmaktadır.

2.2. Matematiksel Sorgulama Topluluğu

Matematiksel sorgulama toplulukları hakkında en ilgili literatür, matematik öğretimi ve öğrenmesine yapılandırmacı yaklaşımların bir parçası olarak sorgulama topluluğunun özelliklerini içermektedir. Bu literatür, matematiksel sorgulama toplulukları üzerine bir çalışma çerçevesi olarak uygundur, çünkü öğretimde sosyo-yapılandırmacı yaklaşımlar, sorgulama topluluğuyla birlikte birçok teorik temeli ve pedagojik yaklaşımları paylaşır:

1) “Öğrenciler sık sık tartışma, eleştiri, açıklama, ve gerektiğinde yorumlarını ve çözümlerini gerekçelendirmelidir. ” (Cobb, Wood, Yackel ve Perlwitz, 1992, s.485).

2) “Matematik öğrenme, öğrencilerin problemli buldukları durumları çözmek için aktivitelerini yeniden organize ettikleri bir süreçtir” (Cobb, Wood, Yackel, Nichols, vd., 1991, s. 4).

3) Öğrenme, öğrenciler akranlarıyla aktif olarak müzakere ederek anlam kazanmaya çalıştıklarında meydana gelir (Cobb, Wood ve Yackel, 1991; Fawcett, 1938; Lampert, 1990; Schoenfeld, 1987, 1996).

4) “Sosyal normlar, uyulması gereken kurallar değildir, bunun yerine sınıf içi etkileşimler sırasında sürekli olarak yeniden yapılandırılır” (Cobb, Wood, Yackel, Nichols, vd., 1991, s. 7).

5) Öğrenciler matematikçi olarak matematik yaratırlar (Cobb, Wood ve Yackel, 1991; Fawcett, 1938; Lampert, 1990; Schoenfeld, 1987, 1996).

Yapılandırmacı yaklaşım, öğrencilerin informal bilgi edinmelerini ve kendiliğinden kavramları öğrenen ve kullanan öğrenme ortamları oluşturulmasını teşvik etmektedir. Ayrıca, öğrencilerin tasarlanan matematiksel etkinlikler üzerinde

akranlarıyla iş birliği içinde çalışmalarını hedefler (Lambert, 2001; Ball, 1995, Boaler, Humphreys, 2005; Schoenfeld, 1992).

Bireysel ya da akran grupları ile birlikte yapılan matematiksel sorgulama, öğrencilerin matematiksel fikirleri ifade etmelerini, varsayımların iş birliği içinde sorgulanmasını desteklemektedir. Matematiksel sorgulama yaklaşımının amacı, öğrencilere matematiksel fikirlerin çeşitli temsillerini inşa etme, geliştirme, ilişkilendirme ve matematiksel kavramları anlamlandırmada daha fazla derinlik sağlamaktır. Bununla birlikte bu eğitim yaklaşımını içeren ve bilginin kavramsallaşmasını amaçlayan çalışma toplulukları vardır. Bunlardan biri matematiksel sorgulama topluluğu diğeri ise felsefi sorgulama topluluğudur.

Matematiksel sorgulama topluluğu, felsefi sorgulama topluluğunu somutlaştırmakla beraber alana özgü farklılıklar içermektedir. Ama her iki sorgulama topluluğunun temel amacı bireylerin birbirlerinin fikirlerini inşa etmesi yani anlamın oluşturulması ve kavramın anlaşılmasıdır. Matematiksel sorgulama topluluğu matematik yapmak ve konuşmak için ideal bir çalışma ortamıdır. Araştırmacılar, sorgulama topluluklarının farklı versiyonlarını kullanmalarına rağmen hepsi matematik problemlerini çözme konusunda iş birliği ve iletişimi değerlendirmiştir (Lambert, 1990; Goos, 2004; Boaler, 2005).

“Sorgulama Toplulukları” terimi Vygotsky' nin çalışmalarından yola çıkılarak Gordon Wells (1999) tarafından “diyalog sorgusu” tartışmasında kullanılmıştır. Wells (1999), sorgulama kavramını; merak etme, soru sorma ve kendilerine cevap verme, başkalarıyla iş birliği yapma, anlamaya çalışma ve eğitimin temel sürekliliğini vurgulama aracı olarak kullanmaktadır. Bir sorgulama topluluğunda, öğretmen adayları Schoenfeld'in (1996) örneğinde belirtildiği gibi gözlem, uygulama, uygulamaların sorgulanması ve uygulamaya yönelik sorgulama süreçleriyle topluluğa çekilir. Wells (1999), uygulamayı geliştirmenin yollarını araştırırken öğretmenler ve araştırmacılar arasındaki iş birliğinin önemini vurgulamaktadır. Sınıf topluluğuna, öğretmene ve öğrencilere, sorgulamaya birlikte katılan herkesi içine alan yapıya bir sorgulama topluluğu denmektedir.

Sorgulama Topluluğu kavramının (sosyal) yapılandırmacılık unsurlarını ve sosyokültürel teorinin unsurlarını bir araya getirdiği görülmektedir. Katılımcılar, eleştirel düşünme yoluyla topluluğun sürekli yeniden oluşturulmasına katkıda bulunurlar. Sorgulama topluluğu, içindeki uygulama normlarından biri olarak geliştirilir ve bireysel kimlik yansıtıcı sorgulama yoluyla gelişir. Yansıtıcı sorgulama, bireyin eğitim-öğretim faaliyetlerinde aldığı kararlar ile deneyimlerinin üzerinde özenli bir şekilde düşünme, sorgulama, değerlendirme, problemlere çözüm yolları arama, düşüncelerini ve davranışlarını yeniden yapılandırma süreci olarak tanımlanır (Tican, 2013).

Matematik öğretimi için bir sorgulama topluluğu oluştuğunda bu topluluğun karakterlerinin belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada matematiksel sorgulama topluluğunu temel alarak, Siegrist (2005) tarafından belirlenen ve çalışmanın kavramsal alt yapısını oluşturan Matematiksel Sorgulama Topluluğunun Karakterleri (Eylemleri) temel alınmıştır. Matematiksel Sorgulama Topluluğunun Karakterleri ortaya çıkarken NCTM'in 1989 yılında yayınladığı ilke ve standartlardan yola çıkılmıştır. NCTM, matematiğin öğrenilmesinin ve öğretiminin nasıl olması gerektiği konusunda genel bir anlayış sunmaktadır. Bu anlayış, matematik eğitiminde aktif rol alan öğrencilerle ilgili temel NCTM hedeflerini ele almaktadır. NCTM'in bu hedefleri aşağıda verilmiştir.

1. Öğrenciler, daha çeşitli ve daha sofistike problem çözme tekniklerini öğrenerek önceki bilgilerini geliştirmelidirler (s. 288)

2. Öğrenciler, iddiaları gerekçelendirme, varsayımlar sağlama ve akıl yürütmeye semboller kullanma konusunda daha fazla yetenek geliştirmelidirler (s. 288)

3. Öğrenciler, önemli içeriklerini problemleri araştırma yoluyla öğrenmek ve çok çeşitli sezgisel stratejileri öğrenmek ve uygulamak için problem çözme yaklaşımını kullanmalıdırlar (s. 341)

4. Öğrenciler sınıfları sorgulama toplulukları haline getirmek için açıklamaları araştırmalı, formüle etmeli ve eleştirmelidirler (s. 346)

5. Öğrenciler, matematiksel düşüncelerini akranlarına, öğretmenlere ve diğerlerine tutarlı ve açık bir şekilde iletmelidir (s. 348).

Siegrist (2005), matematiksel sorgulama topluluğunun özelliklerini belirlerken matematiksel olarak uygulanabilir olmasına dikkat etmiş ve sorgulama topluluğunun oluşup oluşmadığının nasıl belirlenebileceği konusunda literatür taraması yapmıştır. Bu tarama sırasında sorgulama topluluğun çeşitli özellikleri tanımlanmıştır. Kapsamlı bir liste olmamasına rağmen sorgulama topluluğunun temel özelliklerini belirtmiştir. Siegrist (2005), sorgulama topluluğu hakkındaki literatürü tararken bazı özellikler belirlemiştir. Bu özellikler aşağıda verilmiştir.

1. “Diyalog, sorgulama topluluğunun temelidir. Topluluğun bir sorgulama topluluğu olarak ne ölçüde büyüdüğünü belirlemek için, diğer özelliklerden daha fazlası budur.” (Splitter ve Sharp, 1995, s.34)

2. Öğrenciler ve öğretmenleri, problemleri durumlara bir çözüm bulmak için iş birliği içinde çalışırlar. Sorgulama topluluğu üyeleri “öğrencilerin kişisel çözümleri açıklama, bir öğrencinin açıklamasını dinleme ve anlamlandırma, bir cevap hakkında fikir birliği sağlamaya çalışma” şeklinde çalışırlar (Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, Wheatly, Trigatti ve Perlwitz, 1991, s.7).

3. Topluluk üyeleri zayıf fikirleri daha iyi fikirlerle değiştirerek kendi kendini düzelteren düşünmeyi kullanırlar (Peirce, 1958). Makul bir argüman verildiğinde zihinlerini değiştirmekten korkmazlar.

4. Topluluk üyeleri, topluluğun bilgisini genişletmek için düşüncelerini herkese açık hale getirirken risk alırlar.

5. Topluluk üyeleri, anlamı daha zengin ve daha geniş yapmak için araştırılan ve geliştirilen alternatif yaklaşımları kabul ederler (Splitter ve Sharp, 1995). Her öğrencinin fikirlerine saygı duyulur ve takdir edilir (Masingila ve Moelwald, 1993).

6. Topluluk üyeleri, sorgulama prosedürleri ile ilgili sorgulama yürütür. (Splitter ve Sharp, 1995)

7. Öğrenciler ortak bir kültüre sahip bir toplulukta kendi anlamlarını yaratırlar. (Lampert, 1990; Schoenfeld, 1987, 1996)

Siegrist'in 2005 yılında literatür taraması yaparak belirlediği matematiksel sorgulama topluluğunun özellikleri bu çalışmanın kavramsal yapısını oluşturmaktadır. Bu çalışmada matematiksel sorgulama topluluğunun özellikleri eylem olarak ele alınmış olup aynı zamanda veri analizini de yönlendirmiştir.

2.3. Matematiksel Sorgulama Topluluğu Eylemleri

2.3.1. Diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme

Matematiksel sorgulama topluluğunun temel özelliklerinden biri topluluk üyelerinin diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirmesidir. Bazı araştırmacılar öğretime diyalogu dahil etmenin önemini vurgulamışlardır:

Diyalojik süreç yoluyla içeriğin öğrenilmesi, bilginin anlaşılması, saklanması ve uygulanmasını geliştiren bir eylemdir (Balboa ve Marshall, 1994). Ayrıca araştırmacılar diyalogun kendi aramızda kabul edilebilir cevapları, uygulanabilir çözümleri tanımlamak için elimizdeki en iyi araç olduğuna değinmişlerdir (Burbules, 1993).

Anlamalı öğrenmenin gerçekleşmesi diyalog olduğunda daha olası olabilir. Diyalog süresince, öğrenciler ve öğretmen birleriyle doğrudan iletişim kurar ve başkalarının bakış açılarını kendi bakış açlarına dahil ederek kullanabilecekleri güvenilir ve sistematik bir yapı oluşturabilir (Splitter ve Sharp, 1995). Diğer bir deyişle, diyalog, matematiksel sorgulama topluluğundaki öğrencilerin ortak bir şekilde kendi anlamlarını oluşturdukları dinamik bir ortamdır. Burbules (1993) diyalogu, “Dünya, kendimiz ve birbirimiz hakkında daha kapsamlı bilgi edinmek için durduğumuz, sürekli, gelişimsel iletişimsel bir değişim” olarak tarif etmiştir. Diyalog, iki ya da daha fazla katılımcı tarafından açık ve zorunlu olmadığında gerçekleşir. Anlaşmazlıklar ışığında bile bir katılımcı, diğer fikirleri takip ederek herkesi dinler ve saygı gösterir. Tüm katılımlar, katılımcıların katkılarıyla konu hakkındaki keşiflere yönlendirilir. Sürekli bir diyalog, katılımcıların bilgiyi inşa etmesini ve daha sonra

farklı ifade edilen fikirleri sentezleyerek bilginin yeniden yapılanmasını sağlamaktadır.

Bilginin dönüşümü, yeni durumlara ve olasılıklara neden olan fikirleri önerir, savunur, terk eder ya da kabul eder. Diyalogun doğasında, her bir katılımcının sonucu etkileme durumundan dolayı sorumluluk alma ihtiyacı vardır (Burbules, 1993; Fernandez-Balboa ve Marshall, 1994).

2.3.2. İşbirlikçi problem çözme

Matematiksel sorgulama topluluğunun bir diğer özelliği, topluluk üyelerinin matematiksel problemleri çözebilmek için gruplar halinde çalışmalarınıdır. Vygotsky'nin (1986) tanımladığı “yakınsal gelişim alanı”, öğrencilerin yardım aldıkları için iş birliğinin sorgulama topluluklarında kullanılmasını desteklemektedir. İş birliği, öğrencilerin tek başına çözemeyecekleri problem durumlarına dair akıl yürütmelerine ve bu problemleri çözmelerine olanak sağlayabilir (Schoenfeld, 1987). Öğrencilerin küçük gruplar halinde çalışmaları sırasında yakınsal gelişim alanında bulunmaları için verilen probleme odaklanmaları ve her türlü problemin çözümü için oluşturulan seçenekleri ifade etmeleri, dinlemeleri, savunmaları ve değerlendirmelerini sağlayacak ortamların kurulması gerekmektedir (Schoenfeld, 1987).

Bireylerin matematiksel problemleri çözmek için gruplar halinde çalışmaları, çözüm yollarını geliştirmeleri ve daha sonra oluşturdukları çözümleri sorgulama topluluğunda sunarak eleştirel bir biçimde fikirlerini değerlendirmelerine olanak sağlamaktadır (Clarke, 1997; Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, vd., 1991). Öğrenciler problemleri çözdükçe deneyim kazanırlar, deneyim kazandıkça daha çok problem çözme rolü üstlenebilirler. Daha çok problem çözdükçe matematiksel kavramlarla ilgili yanlış anlamlar geliştirmeleri daha az olasıdır. Bu şekilde matematik kültürüne yani matematiksel bilgi birikimine sahip olurlar (Schoenfeld, 1987). Schoenfeld (1987, s. 205), “Matematiği bu şekilde deneyimleyerek öğrencilerin matematiğin ne olduğu ve nasıl yapıldığı hakkında daha doğru bir bakış açısı geliştirmeleri daha olasıdır.” diyerek iş birliğinin önemine vurgu yapmıştır.

2.3.3. Hatalarını Gözden Geçirme- Kendi Kendini Düzeltme

Sorgulama sürecinde, öğrenciler çözümlerini kontrol ettiklerinde hatalarını fark edip bunları düzeltebilmektedirler. Matematiksel bir problem çözüldüğünde, öğrencilerden hangi fikrin daha mantıklı olduğunun belirlenmesi için genellikle diğer öğrencilerin açıklamaları dinlenmemektedir. Öğrenciler topluluk içerisinde matematiksel fikirlerini tartıştıklarında, bir açıklamanın fikirlerini değiştirecek kadar iyi olup olmadığına karar vermeleri gerekmektedir. Fikirler arasındaki bir çatışma diyalog yoluyla çözüldüğünde, kendi kendini düzeltme eylemi gerçekleşmiş olmaktadır. Kendi kendini düzeltme aynı zamanda kendi kendini doğrulamayı da gerektirir: Bir öğrenci, yeni bilgiyi kendine doğrular (Gregory, 2002, s. 400).

2.3.4. Risk Alma

Öğrenciler, sorgulama topluluğu içinde ifade edilen fikirlere eleştirilerde bulunup fikrin yanlış ya da eksik olduğunu ifade edebilmektedirler. Topluluk üyeleri yapılan bu eleştirileri kişisel düzeyde değil sadece fikirlere yapabilirler. Bu noktada öğrencilerin kişisel değerlerini kendi fikrinin kabulüne bağlamamaları için deneyim kazanmaları gerekmektedir (Siegrist, 2005). Robertson (1999), topluluğun tüm üyelerinin “fikirlere yanlış ya da eksik olabileceğini” değerlendirmek zorunda olduklarına dikkat çekmektedir. Topluluk tarafından kişisel değerlendirme yapılmayan öğrencilerin iddialarda bulunurken risk alma olasılıkları daha yüksektir (Siegrist, 2005).

Polya (1954), bir kişinin risk almasıyla ilgili üç ahlaki nitelik olduğunu ileri sürmektedir:

- 1- Entelektüel cesaret: Fikirlerimizden herhangi birini gözden geçirmeye hazır olmalıyız.
- 2- Entelektüel dürüstlük: Bunu değiştirmek için iyi bir neden olduğunda bu fikri değiştirmeliyiz.
- 3- Akıllı kısıtlama: İyi bir sebep olmadan, ciddi bir inceleme yapmadan bir fikri değiştirmemeliyiz. (s. 7-8)

2.3.5. Problem Çözme İçin Alternatif Yaklaşımların Değerlendirilmesi

Matematiksel sorgulama topluluğunun bir diğer özelliği, öğrencilerin bir problemin çözümünde alternatif yaklaşımlarının var olabileceği durumunu dikkate almaları, alternatif yaklaşımlar önermeleri ve bu yaklaşımları geliştirmeleridir. Bir süreç başarılı olduğunda öğrenciler sorgulamanın bittiğine karar vermektedirler (Siegrist, 2005). Oysa, diğer fikirler daha iyi kavrayışlara, ek bilgilere ve başka çalışma alanlarına yol açabilmektedir (Lambert, 1990). Cobb, Wood ve Yackel (1992), “Öğretmen, bir konuda çelişkili yorumları veya çözümleri vurgulayabilir, böylece öğrencileri matematiksel argümanlara katılarak matematiksel anlamları açıkça müzakere etmeye teşvik edebilir.” diyerek öğretmenlere bu süreci nasıl yöneteceklerine dair önerilerde bulunmuşlardır.

Matematiksel sorgulama topluluğunun üyeleri, çözüm sürecinde atılan her adım için gerekçe sunabilmelidir. Bir öğrencinin bir fikri, yaklaşımı kabul etmesi veya reddetmesi için topluluğa nedenler vermesi gerekmektedir. Mason ve arkadaşları (1982) matematiksel argümanları haklı çıkarmak için bir taslak sunmuştur: İlk önce kendinizi ikna edin. Sonra bir arkadaşınızı ikna edin. Sonunda bir düşmanı ikna edin (Mason, Burton ve Stacey, 1982).

Öğrencilerin doğru cevaplara odaklanmaları yerine, sorgulama sürecine, kavramlar arasındaki bağlantılara ve matematiğin yapısına odaklanmaları gerekmektedir (Lakatos, 1976; Peressini ve Knuth, 2000; Tymoczko, 1985). Bir sorgulama topluluğunda, “Bilgi asla tam olarak sunulmaz; daha çok soru ve eleştirilere açıktır” (Harpaz ve Lefstein, 2000). Ayrıca, Schoenfeld (1987) “Matematiği anlamak ve takdir etmek için o kültüre girmenin gerekli olduğunu” savunmaktadır.

2.3.6. Sorgulama Prosedürlerini Sorgulama

Öğrenciler problem çözme sürecinde yaptıklarını gözden geçirdiklerinde aslında, sorgulama prosedürlerini düşünmektedirler (Siegrist, 2009). Öğretmen iş birlikçi bir problem çözme yaklaşımı benimsediğinde, temel amaç karmaşık problemlerin nasıl çözülebileceğini planlamaktır. Bu amaç, öğrencilerin problem çözme yöntemlerini benimsemelerini ve uygulamalarını gerektirmektedir. Bu yöntemin içeriği şu şekildedir: (a) Hemen bir çözüm yolu denemeden problem

durumunu anlama, (b) planlama yapma, (c) seçilen çözüm yolunun nasıl ilerlediğini izleme ve (d) bir problem üzerinde çalışılırken kaynaklara nasıl erişim sağlanacağını belirleme ve neyin ne kadar zamanda yapılacağına karar verme (Schoenfeld, 1987, s.109-110).

Schoenfeld (1987), öğrencilere problem çözme girişimlerinde kendi kendilerini düzeltmeleri için bir yol sağlanamadığında, öğrencilerin bir probleme başlayamadıklarında hayal kırıklığına uğradıklarını ve bir çözüme dönüşmeyen stratejiyle devam ettiklerini belirtmiştir. Bu nedenle öğrencilerin başarılı birer problem çözücü olmaları için, Schoenfeld, (1987) öğrencilere, “Problemleri çözerken ne yaptığınızı ne kadar iyi takip ediyorsunuz ve problem çözme eylemlerinizi yönlendirmek için bu gözlemlerdeki girdileri ne kadar iyi kullanıyorsunuz?” diye sormuştur.

2.3.7. Matematikçiler Gibi Matematik Yapma

Lise matematiğinde bir sorgulama topluluğu geliştirmenin temel bileşenlerinden biri matematikçilerden oluşan bir kültürün oluşturulmasıdır (Clarke, 1997; Cobb ve diğerleri, 1991; Lampert, 1990; Shoenfeld, 1987, 1996). Matematiksel sorgulama topluluğunda, aksiyomlar ve tanımlar topluluk tarafından yeniden incelenmeye açıktır. Bir kanıt oluşturmakla uğraşan topluluk üyeleri bir eksik bulduğunda, kanıtlama ve yeniden düzenleme ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. Son zamanlarda keşfedilen yetersizlikler ışığında topluluk üyelerinin iddialarının gözden geçirilmesi matematiğin ilerlemesine izin vermektedir (Lampert, 1990). Matematiksel sorgulama topluluğuna bir varsayım önerildiğinde, bir karşı örnek bulunana veya varsayım kanıtlanana kadar varsayım incelenmektedir.

Schoenfeld (1987, s. 190) matematikçilerin geliştirmesi gereken üç önemli üst biliş türüne dikkat çekmektedir: a) Bir problem çözücünün kendi düşünce süreci hakkında bilgisi, b) bir problem çözücünün öz düzenlemesi ve c) bir problem çözücünün inançları ve sezgileri. Matematiksel sorgulama topluluğuna katılım, bu niteliklerin her birinin geliştirilmesine izin vermektedir. Öğrenciler, bu nitelikler tanıtıldığında ve uygulamaları yapıldığında daha iyi problem çözücü olmaktadır.

Bu çalışmanın kavramsal alt yapısını oluşturan, bir sorgulama topluluğunda ortaya çıkabilecek 7 eylemi içeren Matematiksel Sorgulama Topluluklarının Karakterleri'nin (Eylemleri'nin) tanımları aşağıdaki Tablo 1'deki gibi özetlenebilir.

Tablo 1

Matematiksel sorgulama topluluklarının karakterleri

Matematiksel Sorgulama Topluluklarının Karakterleri	
Diyalog Yoluyla Matematik Anlayışı Geliştirme	Diyalog, matematiksel sorgulama topluluğundaki öğrencilerin ortak bir şekilde kendi anlamlarını oluşturdukları dinamik bir ortamdır.
İşbirlikçi Problem Çözme	Bireylerin matematiksel problemleri çözmek için gruplar halinde çalışmaları, çözüm yollarını geliştirmeleri ve daha sonra oluşturdukları çözümleri sınıfa sunarak eleştirel bir biçimde fikirlerini değerlendirmelerine olanak sağlamaktadır (Clarke, 1997; Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, vd., 1991).
Hatalarını Gözden Geçirme- Kendi Kendini Düzeltme	Fikirler arasındaki bir çatışma diyalog yoluyla çözüldüğünde, kendi kendini düzeltme eylemi gerçekleşmiş olmaktadır. Kendi kendini düzeltme aynı zamanda kendi kendini doğrulamayı da gerektirir: Bir öğrenci, yeni bilgiyi kendine doğrular (Gregory, 2002, s. 400).
Risk Alma	Öğrenciler, sorgulama topluluğu içinde ifade edilen fikirlere eleştirilerde bulunup fikrin yanlış ya da eksik olduğunu ifade edebilmektedirler.
Alternatif Yaklaşımların Değerlendirilmesi	Öğrencilerin bir problemin çözümünde alternatif yaklaşımlarının var olabileceği durumunun dikkate almaları, alternatif yaklaşımlar önermeleri ve bu yaklaşımları geliştirmeleridir.
Sorgulama Prosedürlerini Sorgulama	Öğrenciler problem çözme sürecinde yaptıklarını gözden geçirdiklerinde aslında, sorgulama prosedürlerini düşünmektedirler (Siegrist, 2005).
Matematikçiler Gibi Matematik Yapma	Matematiksel sorgulama topluluğuna bir varsayım önerildiğinde, bir karşı örnek bulunana veya varsayım kanıtlanana kadar varsayım incelenmektedir.

2.4. Dörtgenler ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) geometri öğrenme; bireylere problem çözme, eleştirel düşünme, akıl yürütme ve üst düzey düşünme gibi beceriler kazandırma da önemli bir yere sahiptir (NCTM, 2000). Aynı zamanda geometri, matematiğin değerli bir parçasıdır çünkü öğrencilerin dünyadaki yaşam deneyimlerinden ortaya çıkan sezgilerini kullanmalarına, matematiksel kavramlarla bağlantı kurmasına olanak tanır. Geometrik kavramların öğretimi; bireylerin geometrik şekilleri tanımlarına, niteliklerini keşfetmelerine, bu nitelikleri karşılaştırmalarına katkı sağlar (Erdoğan ve Dur, 2014). Geometri öğrenmek özellikle öğrencilerin, şekil sınıflandırmalarını

geliştirerek ve tümdengelimse çıkarımlar yaparak, akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Erdoğan ve Dur, 2014). Geometri; öğrencilere kendilerini ve başkalarını ikna etmek için geometrik figürlere dayanan, mantıklı argümanlar oluşturma fırsatı verir. Bu durum, analitik düşüncenin temelini oluşturur. Ayrıca, öğrencilerin geometrik kavramların ağlarını oluşturmalarını ve nihayetinde varsayım ve tümdengelimli akıl yürütme becerilerini geliştirmelerini kolaylaştırabilir (Erdoğan ve Dur, 2014). Geometri, öğrenciler için sadece uzamsal düşünme becerilerini geliştirici bir araç değil, aynı zamanda onların sorgulama, muhakeme ve ispat yeteneklerini geliştirmek için önemli fırsatlar sunan bir öğrenme alanıdır (Battista, 2007).

2.4.1. Dörtgenlerin tanımlanması

NCTM yayınladığı standartlar da (1989, s. 125) matematik eğitiminde hem içerik hem de öğretim yöntemi gözden geçirilerek çeşitli düzenlemeler yapılmıştır. Bu standartlarda özellikle, "ilişkilendirilmemiş kavramların ve formüllerin ezberlenmesinin egemen olduğu bir müfredattan kavramsal anlayışları, çoklu temsiller ve bağlantıları vurgulayan bir müfredata geçişi gerektirir" vurgusu yapılmaktadır.

Matematiksel kavramlar matematiksel düşünmenin gelişmesi için önemlidir (Toptaş, 2015). Matematikte bir kavramın tüm özelliklerini listelemek onun tanımını yapmak anlamına gelmez (De Villiers, 1998). Tanım oluşturabilmek için gerekli ve yeterli özelliklerin seçilmesi gereklidir (Fujita ve Jones, 2007). Aynı matematiksel kavrama yönelik farklı tanımlar kullanılabilir (Leikin ve Winicki-Landman, 2000) ve literatürde dörtgenlerin farklı tanımları mevcuttur (Zazkis ve Leikin, 2008; Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008). Dörtgenlerin birbirleriyle ilişkisi ise nasıl tanımlandıklarına bağlı olarak değişir (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013; Horzum, 2018). Usiskin ve arkadaşları (2008), "Dörtgenlerin Sınıflandırılması: Bir Tanım Çalışması" adlı kitaplarında kapsayıcı ve hariç tutan (dışlayıcı) olmak üzere iki tanımdan bahsetmişlerdir. Kapsayıcı tanım hiyerarşik sınıflamaya olanak sağlayan tanımdır. Hariç tutan tanım ise dörtgenlerin birbirleriyle ilişkisi göz ardı edilerek yapılan tanımdır (Usiskin vd., 2008). Örneğin paralelkenarın kapsayıcı tanımına göre

dikdörtgen aynı zamanda bir paralelkenar olarak alınırken; hariç tutan tanıma göre dikdörtgen, paralelkenar sınıfında yer almaz.

Herhangi iki dörtgenin hiyerarşik bir yapıya bağlı olması, bir dörtgenin diğerinin tüm özelliklerine sahip olduğunu gösterir. Dörtgenler arasındaki bu dahil olma kavramı, ilgili dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerini anlamak için ön koşuldur. Fujita ve Jones (2007)'a göre kapsayıcı tanımların sonucu olarak ortaya çıkan hiyerarşik ilişkiler daha kullanışlıdır. Çünkü bir kavram için doğru olan özellik, o kavramın kapsadığı diğer kavramlar için de doğru olacaktır. Kapsayıcı tanımların öğrenilmesi, hariç tutan tanımların öğrenilmesine göre zihinsel düşünme kalitesini arttırma ve daha üst düzey düşünme becerisi kazandırma gibi avantajlar nedeniyle daha ön plandadır. Hariç tutan tanımların kapsayıcı tanımlara göre dezavantajlarının olduğu da görülmektedir. Hariç tutan tanımlar zihinde tek tip kavram şekillerinin oluşmasına ve bu nedenle kavramlar arasındaki ilişkilerin anlaşılmasına yol açabilmektedir (Kondratieva ve Radu, 2009; Schwarz ve Hershkowitz, 1999). Bu sebeple dörtgen öğretimi yapılırken tanımların kapsayıcı olarak ele alınması önem taşımaktadır. Ülkemizde dörtgenlerin tanımlanması ilköğretim matematik öğretim programında (MEB, 2018) 5. Sınıf ve 7. Sınıfta yer almaktadır. Dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflandırılması ise ortaöğretim matematik müfredatında 10. Sınıfın son konusu olarak yer almaktadır.

Ulusal ve uluslararası literatürde dörtgenlerin tanımlanması ile ilgili birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Örneğin, Zeybek Şimşek (2019) çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri tanıma ve bu kavramlar arasında ilişkilendirme yapabilme düzeylerini incelemiştir. Yapılan literatür taraması sonucunda geliştirilen 10 açık-uçlu sorudan oluşan bir geometri testi kullanmıştır. Öğretmen adaylarının teste verdikleri cevapların ön incelemesi sonucunda farklı düşünme seviyelerine sahip olduğunu düşündüğü beş öğretmen adayı ile bireysel görüşmeler yapmıştır. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun dörtgenlerin arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı tam olarak algılayamadıklarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen adaylarının geometrik cisimler arasında yanlış ilişkilendirmeler kurdukları ortaya çıkmıştır.

Horzum (2018) ise çalışmasında ortaokul matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ile ilgili anlamalarını kavram haritası aracılığıyla belirlemiştir. 26 matematik öğretmeni adayına kavram haritası tekniği ile dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini anlamaya çalışmıştır. Kavram haritalarında öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin tanımları ve çizimleri betimsel olarak analiz etmiştir. Bulgular katılımcıların bir kısmının kavram haritalarını oluşturmak için çizimleri kullandıklarını göstermektedir. Katılımcılar en çok kare, paralelkenar ve dikdörtgen, en az da eşkenar dörtgen ve yamuk çizimlerini ele almışlardır. Son olarak, katılımcıların yamuğu çoğunlukla “yalnız bir çift kenarı paralel olan dörtgen” olarak tanımladıkları ortaya çıkmıştır.

Bir diğer çalışmada, Gürel ve Okur (2018) yamuk kavramının tanımlanmasında, çiziminde ve dikdörtgen, paralelkenar ve çeşitkenar dörtgen ile hiyerarşik sınıflandırılmasında yaşanan problemleri açığa çıkarmışlardır. 60 öğretmen adayı ile bir durum çalışması gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, öğretmen adaylarının çok azının yamuk tanımı yaparken kapsayıcı tanım kullandıkları ortaya çıkmıştır. Yamuğun diğer dörtgenler ile olan sınıflandırmasına ilişkin ise büyük çoğunluğun dikdörtgen ve paralelkenarın yamuk olmadığına dair yanlış bir algıya sahip oldukları belirlenmiştir.

Balgamış ve Ceylan (2019) çalışmalarında dörtgenlerin kapsayıcı ve hariç tutan tanımlarına odaklanarak 7. Sınıf öğrencilerinin dörtgenleri ilişkilendirme becerilerine etkisini incelemişlerdir. Çalışmada zayıf deneysel desenlerden ön-test son-test kontrol gruplu desen kullanmışlardır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından alan yazında kullanılan sorular derlenerek dörtgenler eriş testini kullanmışlardır. Dörtgenler konusunu, deney grubundaki öğrencilere kapsayıcı tanımlarla, kontrol grubunda ise hariç tutan tanımlarla o anlatmışlardır. Bulgulara göre, ön test puanları arasında deney grubu ve kontrol grubu arasında başarı açısından istatistiksel olarak anlamlı bir fark yokken, son test puanları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu saptamışlardır. Sonuç olarak dörtgenlerin kapsayıcı tanımlarına odaklanılarak yapılan öğretim etkinliklerinin öğrenci başarısı üzerinde olumlu etkilerinin olduğunu belirtmişlerdir.

Aktaş ve Aktaş (2012) çalışmalarında öğrencilerin paralelkenar ile ilgili bilgilerini ve anlamalarını belirlemişlerdir. Araştırmayı tarama yöntemi ile yürütmüşlerdir. Araştırmanın katılımcıları Ordu ilinde bir lisede öğrenim görmekte olan öğrenciler olarak belirlenmiştir. Verileri öğrencilerin dörtgenler arasındaki kapsama ilişkilerini anlamak amacıyla Fujita (2012) tarafından kullanılan soru seti yardımıyla toplamışlardır. Araştırmanın verilerini yine bu çalışmada kullanılan değerlendirme ölçütlerinden yararlanılarak analiz etmişlerdir. Araştırmanın sonucunda dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamının çoğu öğrenci için zor olduğunu belirlemişlerdir.

Bütünler ve Filiz (2016) çalışmalarında öğretmen adaylarının dörtgenlerin özel hallerini tespit edebilme ve dörtgenleri hiyerarşik olarak sınıflandırabilme performanslarını tespit etmeye çalışmışlardır. Çalışmayı bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 44 öğretmen adayı üzerinde yürütmüşlerdir. Verileri, iki adet sorudan oluşan yazılı form aracılığıyla toplamışlardır. Birinci sorunun analizinde dörtgenleri puanlamışlardır. İkinci sorunun analizinde ise kavram haritası puanlama yöntemlerinden biri olan benzerlik ölçütüne başvurmuşlardır. Çalışmanın sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının çoğu dörtgenlerin özel hallerini tespit edememişlerdir.

Aydınyer ve Ubuz (2017) çalışmasında öğrencilerin dörtgenler arasındaki ilişkiler ile ilgili kavram imajlarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya kırk 7. sınıf öğrencisi katılmıştır. Verileri üç aşamada toplamıştır. İlk olarak, Van Hiele Geometri testinin ilk 15 sorusu öğrencilerin dörtgenlere yönelik kavram imajlarını belirlemek için uygulamıştır. Van Hiele geometri testinin sonuçları ışığında, öğrencilerin karenin tanımını, kare-dikdörtgen ve kare-eşkenar dörtgen arasındaki benzerlik ve farklılıkları ve dörtgenlerin sınıflandırmasını yazılı olarak ifade etmelerini istemiştir. Son olarak da bir öğrencinin yapmış olduğu dörtgenlerin sınıflamasından yola çıkarak bu konuda sınıf ortamında bir tartışma gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmanın sonucunda dörtgenler arasındaki ilişkilerin özellikle de hiyerarşik ilişkilerin kurulmasında dörtgenlere ait olan formal tanımlar ile öğrencilerin bunlara ait olan kavram imajları arasındaki farklılaşmanın önemli olduğu fark edilmiştir. Kavram imajının oluşumunda şekiller çok büyük rol oynadığı belirlenmiştir.

Türnüklü, Alaylı ve Akkaş (2013) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenleri nasıl tanımladıklarını, sınıfladıklarını ve dörtgenlere ait imgelerinin ne olduğunu araştırmışlardır. Nitel bir çalışma tasarlamışlardır. Çalışmayı 36 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütmüşlerdir. Verileri yarı-yapılandırılmış görüşme ile toplamışlardır. Elde edilen verileri, tümevarımcı içerik analizi ile analiz etmişlerdir. Araştırmada, öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin kişisel tanımlarında bazı yanlış algılar oluşturdukları tespit etmişlerdir. Bazı adaylarda ortaya çıkan eşkenar dörtgene dair imge, eşkenar dörtgen ile karenin farklarını ortaya koymaları açısından problem yarattığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının özellikle eşkenar dörtgen ve yamuk şekilleri için hatalı çizimler yaptıklarını ve ayrıca, öğretmen adaylarının, dörtgenlerin aile ilişkilerini göz önünde bulundurarak sınıflandırma yapamadıklarını, genelde parçalı sınıflamaya yöneldiklerini belirlemişlerdir.

Kazak ve Paksu (2019) çalışmalarında dörtgenleri kâğıt katlama kullanılarak simetri bakış açısından incelemişlerdir. Öğretmen adaylarının dikdörtgen ve eşkenar dörtgen tanımları ve bu tanımlardaki değişimleri incelenmiştir. Öğretmen adayları ile gerçekleştirilen çalışmada tek grup ön test- son test deseni kullanılmıştır. Araştırmanın verileri dörtgenleri belirleme ölçeği ve seçilen 5 katılımcıyla uygulama sonunda yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmıştır. Veriler dörtgen tanımlarının hariç tutan, kapsayıcı ve yeterli ve gerekli koşulu içerme durumlarına göre analiz edilmiştir. Uygulama sonunda öğretmen adaylarının dikdörtgen ve eşkenar dörtgen tanımlarında uygulama öncesine göre kapsayıcı ilişkilerin anlaşılmasına yönelik gelişmeler gözlemlenmiştir.

Karakuş ve Erşen (2016) çalışmalarında sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenleri nasıl tanımladıklarını ve nasıl ilişkilendirdiklerini incelenmiştir. Bu çalışma betimsel desen olup 58 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak 3 bölümden oluşan bir soru seti kullanmışlardır. Elde edilen bulgular daha önce yapılmış çalışmalardan farklı olarak öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun kare, dikdörtgen ve paralelkenar için hiyerarşik düzeyde tanımlama yapabildiklerini göstermiştir.

Tüm çalışmalar detaylı incelendiğinde hem öğretmen adaylarının hem de araştırmalara katılan lise ve ortaokul öğrencilerinin dörtgenlerin tanımlarını yapmakta zorluk yaşadıkları görülmüştür. Aynı zamanda dörtgenlerin ilişkilendirilmesi ve hiyerarşik ilişkinin kurulmasında sıkıntılar ortaya çıkmıştır. Hiyerarşik ilişki çoğu zaman parçalı olarak ele alınmış ve dörtgenlerin ilişkileri tam olarak ortaya çıkarılamamıştır. Yapılan deneysel çalışmada ise deney grubunda kapsayıcı tanımlarla ele alınan dörtgenlerin ilişkilendirilmesinde 7.sınıf öğrencilerinin daha başarılı olduğu görülmüştür. Bu çalışma da ise sorgulama sürecinin dörtgenlerin hiyerarşik ilişkiyi oluşturma sürecine etkisi incelenerek alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Düzlem şekillerinin tanımları, seçilen özelliklere göre sınıflandırmaları için önemlidir ve bunun tersi de geçerlidir. Dörtgenleri sınıflandırmak veya farklı dörtgen kategorileri arasındaki ilişkileri ancak farklı dörtgenlerin tanımlarını bildiğiniz zaman tanımlamak mümkündür. Aynı zamanda, farklı dörtgenlerin özelliklerini iyi bilmenin, bir dörtgenin doğru tanımını oluşturma şansını arttırdığını söylenmektedir (Zilkova, 2015).

Dörtgenlerin öğrenilme aşamalarında çeşitli geometrik şekilleri için kullanılan kapsayıcı ve hariç tutan tanımlar önemlidir, çünkü bu tür kavramsal bilgi ve beceriler alan değişmezliği, uyum ve benzerlik gibi diğer kavramları öğrenmenin ön koşullarıdır. Matematikte, dörtgenlerin tanımları basit değildir (Usiskin, Griffin, Witonsky ve Willmore, 2008) ve öğrencilerin geometrik şekilleri öğrenirken karşılaştıkları zorluklardan biri dörtgenlerin “hiyerarşik olarak” sınıflandırılmasıdır (De Villiers, 1994). De Villiers'e (1994) göre, hiyerarşik sınıflandırma, dörtgenlerin aile ilişkilerini daha anlaşılır kılan bir sınıflandırma türü olarak tanımlanmıştır. Çeşitli araştırmacıların açıkladığı gibi, dörtgenlerin hiyerarşik olarak sınıflandırılması ve bu anlamda öğretimin yapılması desteklenmelidir (De Villiers, 1994; De Villiers 1998; Fujita, 2012).

2.4.2. Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması

Geometrik şekillerin özelliklerine göre hiyerarşik sınıflandırılması üst düzey bir beceri olmasıyla birlikte matematik dersi öğretim programının (MEB, 2018) büyük bir kısmını oluşturmaktadır. Araştırmacılar geometrik şekiller arasındaki hiyerarşik

ilişkilerin anlaşılmasının, sorgulama ve muhakeme yeteneğinin geliştirilmesinde önemli olduğunu vurgulamışlardır (Clements, 2003; Fujita ve Jones, 2007). Örneğin, bir paralelkenar "iki çift paralel kenara sahip bir dörtgen" olarak tanımlanır. Açıkça belirtmese de, bu tanım eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve karenin aynı zamanda (özel bir) paralelkenar olduğu anlamına gelmektedir. Çünkü bu dörtgenler iki çift paralel kenara sahiptir. Matematikçilerin bu tanımları tercih etmelerinin sebebi ekonomik olmasıdır. Yani, paralelkenarlar için bir ifade doğruysa, örneğin 'paralelkenarların köşegenleri orta noktalarında kesişirse', o zaman kareler, dikdörtgenler ve eşkenar dörtgenler için de doğru olacaktır ve bunu, bu tür dörtgenlerin her biri için kanıtlamaya gerek yoktur (Fujita, 2012).

Hiyerarşik bir sınıflandırma özellikle matematiksel tanımlarla ilgilidir. Freudenthal (1971), aşağıdaki gibi, matematiksel tanımların kendilerinden ziyade matematiksel tanımlayıcı faaliyetlerin öğretilmesine dikkat çekmiştir. Çocuğa kendi bulabileceği bir bilgiyi söylemek suçtur (Freudenthal, 1971, s. 424). Bu açıdan, De Villiers (1994) dörtgenlerin hiyerarşik olarak sınıflandırılmasının beş fonksiyonunu aşağıdaki gibi önermiştir:

- 1- İlk olarak hiyerarşik bir sınıflandırma; kavramların ve teoremlerin ifade edilmesinde daha kısa ve anlaşılır tanımlara yol açar. Örneğin, bir yamuk için kapsayıcı bir tanım seçersek, bunun en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgen olduğunu söyleyebiliriz.
- 2- İkincisi, hiyerarşik bir sınıflandırma tümdengelsel yapıyı ve daha özel kavramların özelliklerinin türetilmesini basitleştirir. Örneğin, eşkenar dörtgenleri paralelkenar olarak sınıflandırırsak, paralelkenar için zaten kanıtlanmış olan tüm teoremler, eşkenar dörtgen için hemen uygulanabilir hale getirilir. Öte yandan, öyle değilse, eşkenar dörtgen ile ilgili teoremi tekrar kanıtlamamız gerekir.
- 3- Üçüncüsü, hiyerarşik bir sınıflandırma genellikle problem çözme sırasında yararlı bir kavramsal şema sağlar. Örneğin, bir çift karşılıklı kenarı paralel olan bir karenin eşkenar dörtgen olduğunu kanıtlamak istersek, bunun bir paralelkenar olduğunu kanıtlamak yeterlidir.

- 4- Dördüncü olarak, hiyerarşik bir sınıflandırma bazen alternatif tanımlar ve yeni önermeler önerilir. Örneğin, bir hiyerarşik perspektif kullanarak, ikizkenar yamuk şeklini tüm köşeleri çember üzerinde olan bir yamuk olarak ya da en az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan bir yamuk olarak tanımlayabiliriz.
- 5- Beşinci olarak, hiyerarşik bir sınıflandırma yararlı bir bakış açısı sağlar. Örneğin, eşkenar dörtgenler, kareler ve paralelkenarlar arasındaki bağlantı için, kare ve paralelkenarların köşegen özelliklerinden, eşkenar dörtgenlerin köşegenlerinin birbirini dik olarak ikiye katlaması özelliğini alabiliriz.

Bu işlemlere dayanarak, De Villiers (1998) öğrencilerin etkinlikleri tanımlayarak dörtgenlerin hiyerarşik olarak sınıflandırılmasının avantajlarını anlayabileceklerine dikkat çekmiştir. Bu çalışmalara göre öğrencilerin matematiksel tanımlayıcı faaliyetlerde bulunması kritik önem taşımaktadır.

2.4.3. Yapılan Çalışmalarda Dörtgenler Konusunda Öğrencilerin Yaşadıkları Zorluklar

Araştırmalar, geometrik şekillerin çizimlerinin geometrik şekillerin tanımlarından ve özelliklerinden daha önemli olarak kabul edildiğini göstermiştir (Hershkowitz ve diğerleri, 1990). Dörtgenlerin bu tek tip örnekleri genellikle doğru bir şekilde tanımlanır, ancak farklı çizimlerle karşılaşılnca dörtgenler ilişkilendirilemez (Fujita ve Jones, 2007; Fujita ve Okazaki, 2007; Fujita, 2012; Monaghan, 2000). Kavramların bu tek tip örnekleri bazen bir kavramın tanımı ve diğer kavramlarla arasında yanlış anlamalara yol açabilir. (Fujita ve Jones, 2007; Fujita, 2012; Hershkowitz, 1990; Pratt ve Davison, 2003). Örneğin, paralelkenarın standart tanımı “karşılıklı kenarları paralel olan bir dörtgen” olarak verilmesine rağmen, dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen paralelkenar olarak düşünülmemektedir, çünkü paralelkenarın tek tip görüntüsü iç açılar ve kenar uzunlukları hakkında bilgi vermemektedir (Vinner, 1991). Dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırması ve kavranması, dörtgenler arasında ilişki kurulmasında, problem çözmede, geometrik ispat çalışmalarında ve geometrik akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesinde anahtar rol

oyun (Fujita ve Jones, 2007; Türnükü ve diğeri, 2012; NCTM, 2000; van Hiele, 1999)

Araştırmalar, öğrencilerin zihinlerindeki tek tip görüntülerden etkilendiğini ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri göremediklerini ve bu nedenle hiyerarşik sınıflandırmada zorluk yaşadıklarını göstermiştir (Fujita ve Jones, 2007; Fujita, 2012; Monaghan, 2000). Birçok öğrenci geometrik özellikler arasındaki ilişkiyi tanıyamaz (Fuys ve diğeri, 1988). Örneğin, Okazaki ve Fujita (2007), çoğu öğrenci eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak düşünmesine rağmen, bir karenin, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olduğunu fark etmediklerini belirtmiştir. Fujita ve Jones (2007), dörtgenler arasındaki ilişkiler göz önüne alındığında, dörtgenlerin görüntülerinin özellikleriyle bağlantılı olarak sunulmaları gerektiğini önermektedir. Aktaş ve Aktaş (2012), çalışmalarındaki öğrenciler diyagonal özellikleri kullanarak ve uygun çizimler yaparak özel dörtgenleri tanıyabildikleri halde, dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kendi başlarına tanımlayamadıklarını bulmuşlardır.

Dörtgenleri tanımlamak ve sınıflandırmak matematik müfredatında yer almasına rağmen öğrencilerin sorgulama becerisindeki eksiklikler sebebiyle birçok öğrenci için zor bir konu gibi düşünülmektedir. Yaşanan zorlukların nedenlerinin, farklı dörtgenlerin özelliklerini analiz etmeyi, benzer ve farklılıklarını fark etmede yaşanan zorluklarla ilgili olduğu düşünülmektedir. Öğrencinin öğrenme sürecine aktif katılımının sağlandığı, bilgiyi kendi zihninde yapılandırmaya olanak tanıyan sorgulama sürecinde, kavramlar arasındaki ilişkilerin açığa çıkması daha olasıdır. Kavramlar arası ilişkilerin açığa çıkması öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırır ve aynı zamanda diğer kavramlarla da kolay biçimde ilişkilendirmelerini sağlar.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölüm içerisinde araştırmanın modeli, araştırma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi bölümlerine yer verilmektedir.

3.1. Araştırmanın Modeli / Deseni

Bu çalışmada sorgulama temelli sorular aracılığıyla özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma sürecinde ortaya çıkan eylem durumları incelenmiştir. Yapılan uygulamalarda öğrencilerin özel dörtgenlerle ilgi sahip oldukları ön bilgiler, sorgulama sürecinde ortaya çıkan sorgulama eylemleri ve ön bilgilerin sorgulama sürecine etkisi incelenmiştir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılarak yürütülmüştür.

Nitel araştırmayı, “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” olarak tanımlamak mümkündür (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 39). Nitel araştırma, disiplinler arası bütüncül bir bakış açısını temel alarak, araştırma problemini yorumlayıcı bir yaklaşımla incelemeyi benimseyen bir yöntemdir. Üzerinde araştırma yapılan olgu ve olaylar kendi bağlamında ele alınarak, insanların onlara yükledikleri anlamlar açısından yorumlanır (Altunışık ve Diğerleri, 2010, s. 302).

3.1.1 Durum Çalışması

Durum çalışması, sosyal bilimlerde araştırma yapmanın çeşitli yollarından biridir. Durum çalışmaları gerçekte ortamda neler olduğuna bakma, sistematik bir biçimde verileri toplama, analiz etme ve sonuçları ortaya koyma yoludur. Ortaya çıkan ürün ise, olayın niçin o şekilde olduğunun ve gelecek araştırmalar için daha detaylı olarak nelere odaklanmanın gerektiğinin keskin bir biçimde anlaşılmasıdır (Davey, 1991).

Ele alınan sınırlı olgu hakkında derinlemesine bilgi verebilen durum çalışmaları, eğitim araştırmalarının doğasına da oldukça uygundur. Cohen, Manion ve

Morrison (2011, s. 184), eğitim araştırmalarında durum çalışmalarının tercih edilme nedenlerini şu şekilde sıralamaktadır:

1. Durum alışmaları ile elde edilen veriler gerçeklik bağlamında çok güçlüdür.
2. Durum alışmaları bir olaya ya da bir olaydan bir kategoriye genellemeye olanak tanımaktadır.
3. Durum alışmaları, sosyal gerçekleri en küçük ayrıntılarına kadar işleyerek iyice özümsemeye olanak tanır.
4. Durum alışmaları ile elde edilen bulgular doğrudan yorumlanmaya ve kullanıma hazırdır.

Durum alışması, sınırlı bir sistemin nasıl işlediği ve çalıştığı hakkında sistematik bilgi toplamak için çoklu veri toplama kullanarak o sistemin derinlemesine incelenmesini içeren metodolojik bir yaklaşımdır (Chmiliar, 2010). Creswell (2007)'e göre durum çalışması; araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu çoklu kaynakları içeren veri toplama araçları (gözlemler, görüşmeler, görsel-işitseller, dokümanlar, raporlar) ile derinlemesine incelediği, durumların ve duruma bağlı temaların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımıdır. Durum alışması; tek bir durum ya da olayın derinlemesine incelendiği, verilerin sistematik bir şekilde toplandığı ve gerçek ortamda neler olduğuna bakıldığı bir yöntemdir. Elde edilen sonuçlarla olayın neden o şekilde olduğu ve gelecek çalışmalarda nelere odaklanılması gerektiğini ortaya koyar (Davey, 1991). Yin (1984) ise durum çalışmasını; 1) araştırmada “nasıl” ve “niçin” sorularına odaklanıldığı, 2) araştırmacının olaylar üzerinde çok az ya da hiç kontrolünün olmadığı, 3) olayı ya da olguyu kendi doğal yaşam çerçevesinde çalıştığınızda, 4) olay ve gerçek yaşam arasındaki bağ yeterince açık olmadığı zamanlarda kullanılan bir araştırma yöntemi olarak tanımlamaktadır. Hancock ve Algozzine (2006) kendi doğal şartlarında meydana gelen olayları zaman ve mekn kısıtlaması altında çeşitli veri toplama araçları kullanarak zengin bir şekilde betimlemeye çalışan ve derin temellere oturtulmuş çalışmaları durum çalışması olarak tanımlamaktadır.

Yin (1984), durum çalışmalarında 4 desenden bahseder: 1) tek bir analiz biriminin olduğu, aykırı ve kendine özgü durumların çalışıldığı, çok iyi formüle

edilmiş bir teorinin test edilmesinde kullanılan bütüncül tek durum deseni, 2) tek bir durum için birden fazla alt tabaka ya da birimin bulunduğu iç içe geçmiş tek durum deseni, 3) birden fazla durumun olduğu ve her durumun kendi içinde bütüncül olarak ele alınıp karşılaştırıldığı bütüncül çoklu durum deseni, 4) birden fazla durumun her birinin kendi içinde alt birimlerinin olduğu iç içe geçmiş çoklu durum desenidir.

Bu çalışma bütüncül tek durum çalışması ile desenlenmiştir. Tek bir analiz birimi olan durum çalışmalarında, benzer özellikte olan bir grup birim olarak kabul edilerek benzer durumda meydana gelen benzerlikler ve farklılıklar araştırılarak durumun özellikleri detaylı şekilde açıklanabilir (Yin, 2018). Bu çalışmada 10. Sınıf öğrencileri bir birim olarak kabul edilmiş ve bu öğrencilerin bir sorgulama topluluğunda özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma süreçlerinde ortaya çıkan eylemler detaylı olarak incelenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını İzmir ilinde bir devlet lisesinde 10. Sınıfta öğrenim görmekte olan 4 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma 2019/2020 öğretim yılı birinci döneminde İzmir ili Buca ilçesinde yer alan bir Anadolu Lisesinde gerçekleştirilmiştir (Bknz. Ek 5).

Öğrenciler aynı yaşta, aynı sınıf seviyesinde ve aynı okulun farklı sınıf şubelerinde yer almaktadırlar. Öğrencilerin matematik dersindeki not ortalamaları 80 ve üstüdür. Bu öğrenciler, bulundukları sınıftaki matematik dersi ortalamasına göre başarılı olarak değerlendirilebilir. Öğrenciler stres atmak istediklerinde ya da eğlenmek istediklerinde matematik sorusu çözdüklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin matematiği sevdikleri gözlemlenmiştir. Matematik ile ilgili alanlarda yeni bilgiler öğrenmeye ve deneyimlemeye açıktırlar.

Araştırmanın yapılacağı katılımcı grubu belirlenirken, derinlemesine araştırılması gereken durumlara dair detaylı bilgi verdiğinden dolayı amaçlı örnekleme kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Katılımcıların daha önce dörtgenler konusunu görmüş olmaları ölçüt olarak alınmıştır. Öğrenci seçimi okulda görev yapan

matematik öğretmenleri referansı ile sağlanmıştır. İş birliğine açık, kendini iyi ifade edebilen, grupta çalışabilen 4 öğrenci belirlenmiştir (Bknz. Ek 2 – Ek 3).

Çalışmada yer alan öğrencilere Hakan, Suna, Fulya ve Önder takma isimleri verilmiştir. Bu öğrenciler aynı zamanda okulun olimpiyat takımında beraber rol almaktadır. Öğrenciler eğitim gördükleri okulda farklı sınıflarda öğrenim görmelerine rağmen olimpiyat ders için aynı sınıfta çalışmalardan birbirlerini tanımakta ve dolayısıyla daha önce grup içinde beraber çalışmışlardır.

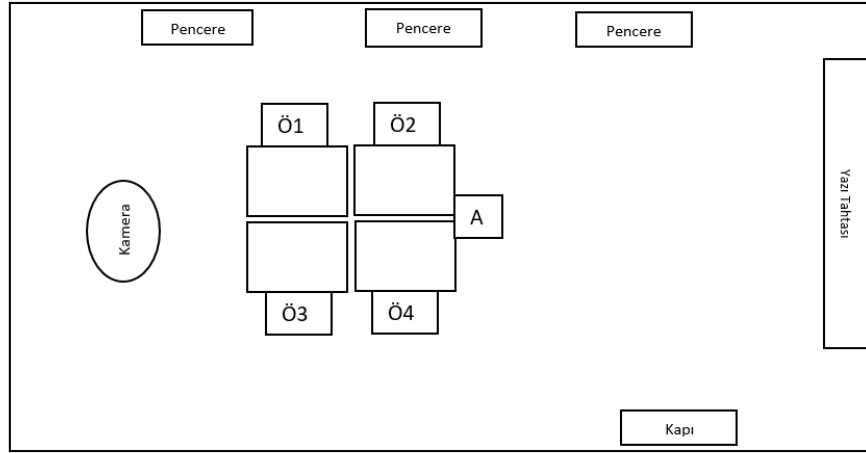
Hakan, akademik başarısı yüksek, matematiğe karşı olumlu tutum içinde ve matematik yapmaktan keyif alan bir öğrencidir. Ortaokulda ders olarak çalışmanın yanında eğlence ve zeka sorusu gibi matematik sorularını çözmeye başladığını ve bu durumdan çok keyfi aldığını belirtmiştir. 9.sınıfta matematik olimpiyatlarına katılınca ve 10. Sınıfta olimpiyat dersleri almaya başlayınca matematiğin kendisi için vazgeçilmez bir yere sahip olduğunu belirtmiştir.

Suna akademik başarısı yüksek ve matematiğe ilgili, kendini iyi ifade edebilen bir öğrencidir. Suna için matematiği kendisi için özel bir şey olduğunu ve en çok ders olarak matematiğe güvendiğini belirtmiştir. Mesela stres atmak istediğinde matematiğe sarıldığını ve matematik sorusu çözünce rahatladığını söylemiştir. Matematiğin kendisini zinde tuttuğunu rahatlattığını ifade etmiştir.

Önder, kendini iyi ifade edebilen ancak bazen çekimser kalabilen bir öğrencidir. Akademik başarısı yüksek olan Önder matematiğe karşı ilgili ve ilerde matematiğin ön planda olduğu işlerde çalışmak istediğini belirtmiştir. Matematik sorularıyla uğraşmaktan keyif aldığını çözemediği sorular üzerinde vakit harcamaktan memnun olduğunu belirtmiştir.

Fulya da akademik başarısı yüksek bir öğrencidir. Matematiğin kendisi için her zaman ayrı bir yeri olduğunu, başka hiçbir derse bu kadar ilgili olmadığını belirtmiştir. Matematik yapmaktan çok keyif alan, matematiğin bir uyum gerektirdiğini belirtip bu uyumun da çok hoşuna gittiğini söylemiştir. Fulya, kendini ifade etmekten, fikirlerini değiştirmekten çekinmeyen bir öğrencidir.

Öğrenciler ile sorgulama temelli soruların uygulamaları kendi okullarında ders saatleri dışında yapılmıştır. Uygulamalar sırasında öğrencilerin düşüncelerini kayıt altında tutma amaçlı video kaydı yapılmıştır. Yapılmış olan video kaydı öğrencilere odaklı olmayıp sadece cevap kağıtlarına odaklanılarak çözüm süreçlerinin takibi yapılmıştır. Tüm süreçte öğrencilerin kimlikleri gizli tutulmuş ve takma isimler kullanılmıştır. Sorgulama topluluğu Şekil 1’de verilen düzende oluşturulmuştur. Öğrenciler Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 ile belirtilen yerlere rastgele oturmuşlardır. Çalışma boyunca, Ö1 ile kodlanan yere Fulya, Ö2 ile kodlanan yere Hakan, Ö3 ile kodlanan yere Önder ve Ö4 ile kodlanan yere ise Suna oturmuştur. Öğrenciler belirtilen yere kendi istekleriyle oturmuşlardır. Araştırmacı oturma düzeninde herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Öğrenciler oturduktan sonra araştırmacı tüm öğrencileri takip edebileceği A ile belirtilen yere oturmuştur. Kamera, araştırmacının tam karşısına öğrencilerin seslerini net kaydedebilecek şekilde yerleştirilmiştir.



Şekil 1. Çalışmanın yapıldığı ortamın temsili şekli

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Verilerin toplanması sorgulama temelli soruların uygulanmasına paralel olarak 6 oturum şeklinde planlanmıştır. Öncelikle öğrencilerin özel dörtgenlere dair sahip olduklarını ön bilgilerin açığa çıkarılması için 1. Oturumda yer alan tanım ve özellik sorularına yer verilmiştir. Diğer oturumlarda öğrencilerin dörtgenlere ait hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamalarının incelenmesine yönelik sorular tasarlanmış ve uygulanmıştır.

3.3.1. Sorgulama Temelli Soruların Tasarlanma Süreci

Sorgulama temelli sorular hazırlanırken 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin tanım ve özellikleri hakkındaki var olan bilgilerini ve öğrencilerin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurmalarındaki sorgulama sürecinde hangi sorgulama eylemlerini kullandıklarını belirlemeye yönelik sorular olması amaçlanmıştır. Bu kapsamda öncelikle ilköğretim matematik ve ortaöğretim matematik öğretim programlarında dörtgenler konusunun nasıl ve hangi sırada ele alındığına dikkat edilmiştir. Dörtgenlerin tanımlanması ilköğretim matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) 5. Sınıf ve 7. Sınıfta yer almaktadır. Dörtgenlerin tanımlanması ve sınıflandırılması ise ortaöğretim matematik dersi öğretim programında 10. Sınıfın son konusu olarak yer almaktadır. Tablo 2’de 5. Sınıf, 7. Sınıf ve 10. Sınıf matematik öğretim programında yer alan özel dörtgenler kazanımlarına yer verilmiştir.

Tablo 2

İlköğretim Matematik Öğretim Programı

5.Sınıf Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar	7.sınıf Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar	10. Sınıf Matematik Öğretim Programında Yer Alan Kazanımlar
M.5.2.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel elemanlarını belirler ve çizer. a) Açı, kenar ve köşegen özellikleri üzerinde durulur. b) Kareli ve izometrik kağıtların yanı sıra dinamik geometri yazılımları ile özel dörtgenlerin dinamik incelemelerine yönelik sınıf içi çalışmalara yer verilebilir. c) Kare, dikdörtgenin özel durumu olarak ele alınır. ç) Yamuk tanıtılırken kenar çiftlerinden en az birinin paralel olduğu vurgulanır. d) Yamuk çeşitlerine girilmez.	M.7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler. a) Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılar da incelenir. b) Kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır. Bunun yanı sıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel halleri olarak ele alınır. Ayrıca, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar da yamuğun özel durumları olarak ele alınır. M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağlantılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer.	M.10.5.3.1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer. a) Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid arasındaki hiyerarşik ilişkilere yer verilir. b) Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır. c) Origami, tangram kullanılarak uygulamalar yapılır. ç) Geleneksel mimaride kullanılan motif örneklerinde yer alan çokgen örneklerine yer verilir. d) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

Öğrenciler, 5. Ve 7. Sınıfta deltoid şeklini öğrenmemişlerdir. Öğrencilerin ön bilgileri önemli olduğundan, hazırlanan sorgulama temelli sorularda deltoide yer verilmemiştir. Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi 10. Sınıfta son konu olarak ele alındığından öğrenciler 10. Sınıf olmalarına rağmen bu konuyu lise seviyesinde öğrenmemişlerdir. Çalışma, eğitim ve öğretim yılının birinci döneminde yapılmıştır. Sorular hazırlanırken aynı zamanda alan yazın taraması yapılmıştır. Alan yazın taraması yapılırken dörtgenler konusunda yapılmış ulusal ve uluslararası çalışmalar incelenmiştir. Bu çalışmaları gruplandırdığımızda dörtgenlerin tanımları ile ilgili yapılan çalışmalar, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi ile ilgili yapılan çalışmalar ve öğrencilerin dörtgenler konusunda yaşadıkları zorluklarla ilgili çalışmalar incelenmiştir. Bu tarama ile Fujita (2012)'den dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırılmasını amaçlayan bir soruda, öğrenciler deltoid kavramını öğrenmediklerinden dolayı deltoid şekli çıkarılarak soru revize edilmiştir. Aynı zamanda Fujita (2012)'nin çalışmasından “Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi?” Sorusu olduğu gibi sorgulama temelli sorulara dahil edilmiştir. Hazırlanan diğer sorular araştırmacı ve danışman öğretim üyesi tarafından yapılandırılmıştır. Araştırmacının daha önceki öğretmenlik tecrübeleri ve danışman öğretim üyesinin öğretmen adayları ile gerçekleştirdiği dersler neticesinde dörtgenler konusunda belirlenen alt başlıklar altında sorular yapılandırılmıştır.

3.3.2. Uzman Görüşü

Sorular tasarlandıktan sonra araştırmacı sorgulama temelli soruları matematik eğitimi alanında görev yapan bir araştırmacı tarafından pilot çalışmadan yaklaşık 3 hafta önce incelemiştir. Uzman görüşü alınmış olup sonrasında 1 soru açık ve anlaşılır olmadığı için çıkarılmıştır. Çıkarılan soru “En az 2 köşesi aynı köşegen üzerinde bulunan dörtgen/dörtgenler nelerdir?” şeklindeydi. Uygulama sürecinde bu soruya yer verilmemiştir. Öğrencilerin sorgulama sürecine daha fazla dâhil olabilmeleri için ara sorular eklenmiştir. Örneğin, 2.oturumda yer alan “Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır.” sorusu öğrencilerin paralellik özelliği ile dörtgenleri nasıl ilişkilendirdiklerini sorgulamak amacıyla hazırlanmıştır. Bu sayede özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisine ulaşırken daha fazla sorgulama yapmalarını sağlamıştır.

3.3.3. Pilot Çalışma

Uzman görüşü alındıktan sonra (araştırmanın başlangıcından yaklaşık 4 ay önce), yapılacak çalışmanın şekillendirilebilmesi amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Farklı okullarda öğrenim gören 9. Sınıf seviyesinde 4 öğrenci ile yapılan çalışma, uygulanacak sorgulama temelli soruların geliştirilmesinde yardımcı olmuştur. Bu öğrencilerin seçilme sebebi dörtgenlere dair ön bilgilere sahip öğrenciler olmalarıdır. Pilot uygulama öğrenciler için uygun zaman belirlenerek gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma 4 saatlik tek oturumda gerçekleştirilmiştir. Bu uygulama sürecinde video kaydı alınmıştır. Bu video kayıtları incelendikten sonra hazırlanan sorgulama temelli sorularda bazı değişikliklere ihtiyaç duyulmuştur. Bu değişiklikler aşağıda belirtilmiştir.

Pilot çalışma sonrası 2. Oturumda yer alması planlanan doğru-yanlış sorularının yer aldığı bölüm yerine önermeler yazılmış, bu önermelerin neden doğru ya da neden yanlış olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Doğru yanlış bölümünün iptal edilmesinin sebebi katılımcı öğrencilerin ifadelerin neden doğru/yanlış olduğundan çok sonucun doğru/yanlış olmasına dikkat etmeleridir. Akıl yürütme için uygun olmadığı düşünülerek bu bölüm soruları değiştirilmiştir.

“En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen/dörtgenler nelerdir? Açıklayınız.” sorusunda bir çift kenarı birbirine paralel olan ifadesi yer almaktadır. Bu durum sadece yamuğu ifade etmiştir. Ama çalışma hiyerarşik ilişkiye yönelik olduğu için en az bir çift koşulu eklenerek kare ile yamuk ilişkisi hakkında sorgulama yapılması amaçlanmıştır.

5. oturumda yer alan 6.soruda bir tane deltoid şekline yer verilmiştir. Deltoid kavramı var olan öğrenmeler içinde olmadığı için bu şekil çıkarılmıştır. Diğer dörtgenler kenar uzunluklarına ve açı ölçülerine dikkat edilerek sıralı bir biçimde çizilmiştir. Bu soruda şekillerin sınıflandırılması istenmiştir. Birden fazla gruba dahil olan şekilleri daha iyi açıklamaları için biçimsel olarak değişiklik yapılmıştır.

6. oturumda ele alınan dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin bir diyagramı istenmiştir. Ancak öğrenci diyagram kavramını bilmediği için kendini ifade etme konusunda güçlük yaşamıştır. Bu sebeple bu soru daha açık ifade edilmiştir. Örnek bir

diyagram çizilerek öğrenciler özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini diyagram yardımıyla nasıl ifade edeceklerini anlayamadıkları durumda gösterilecektir.

Pilot çalışmadaki verilerin analizinden sonra yukarıda anlatılan revizeler yapılarak sorgulama temelli sorular son haline getirilmiştir. Son hali verilen sorgulama temelli sorular aşağıda sırasıyla verilmiştir. Oturumlarda yer alan sorular, bu sorular için beklenen cevaplar, öğrencilerin cevap kağıtlarını yazma süreleri ve sorgulama süreci için ayrılan süreye yer verilmiştir.

1. Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

Sorular 6 oturum şeklinde planlanmıştır. Bu oturumda öğrencilerin özel dörtgenler hakkındaki ön bilgilerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda hazırlanan sorular aşağıda verilmiştir.

1. Dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.
2. Yamuk nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.
3. Paralelkenar nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.
4. Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.
5. Dikdörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.
6. Kare nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

Öğrencilere sorgulama temelli soruların yer aldığı soruları bir kağıtta verilmiş (Bknz EK-1) ve öğrencilerden sırasıyla sorular hakkındaki düşüncelerini yazmaları istenmiştir. Bu soruları cevaplamaları için öğrencilere bir buçuk saat süre verilmiştir. Verilen sürenin yaklaşık 36 dakikası sorgulama temelli soruların cevap kağıtları üzerinde cevaplanmasına, kalan süre de cevaplanan soruların sorgulama süreci için kullanılmıştır. Bu süre içerisinde öğrencilerin birbirlerini etkilememesi için sesli yorum yapmamaları istenmiştir. Cevaplama süreci tamamlandıktan sonra öğrencilere sırasıyla sorular hakkında neler düşündükleri sorulmuştur. Öğrenciler başlangıçta çekimser davranmalarına rağmen fikirlerini ifade ettikçe rahatlamışlardır. Sorgulama süreci bir saat sürmüştür. Sorgulama sürecinde özel dörtgenleri sırasıyla ele alırken, öğrenciler soruları yorumlarken diğer dörtgenlerden de faydalanmışlardır. Bazen

dörtgenlerin sahip oldukları özellikleri karşılaştırarak bazen tanımlarından yararlanarak sorgulama topluluğu oluşturmuşlardır.

Tablo 3

1.Oturum yer alan sorgulama temelli sorular

Sorgulama Temelli Sorular	Beklenen Cevap	Kağıt Cevaplama Süresi	Sorgulama Süreci
Dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	Kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan, 3 köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekle dörtgen denir. Dörtgeni “4 kenarı olan şekil” olarak tanımlarsak kenarların doğrusal olmama durumu vardır. “Kenarları doğru parçası olan 4 kenarlı şekil” dersek şeklin kapalı olmama durumu vardır. “Kenarları doğru parçası olan, 4 kenarlı kapalı şekil” dersek 3 köşenin doğrusal olma durumunu gözden geçiririz. “Kenarları doğru parçası olan ve 3 köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekil” diyebiliriz. Ama bu durumda köşelerden biri farklı bir düzlemde yer alıyor olabilir. Sonuç olarak dörtgeni, “kenarları doğru parçası olan ve tüm köşeleri aynı düzlem üzerinde bulunan, 3 köşesi aynı doğru üzerinde bulunmayan dört kenarlı kapalı şekil” olarak daha açık ve anlaşılır hale getirebiliriz. (Pereira-Mendoza, 1993, karşıt örnekler)	Öğrencilerin diğer dörtgenler hakkındaki fikirlerinin etkilenmemesi için sorgulama ortamı oluşturulmadan öğrenciler bu soruları 36:14 dakikada cevaplamışlardır.	18:16
Yamuk nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	Düzlemde en az bir çift paralel kenarı olan dörtgendir. <i>Tanım:</i> Düzlemde en az bir çift paralel kenarı olan dörtgendir. (MEB’de bu tanım kabul edildiği için bu şekilde ele alınmıştır.) - İkizkenar yamuk köşegenleri eşit uzunlukta olan yamuktur. (Dikdörtgen ve kareyi kapsar.) - İkizkenar yamuk karşılıklı açılarının ölçüleri bütünler olan yamuktur. (Dikdörtgen ve kareyi kapsar.)		9:36
Paralelkenar nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	Düzlemde 2 çift karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir. 2 çift karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan dörtgendir. <i>Tanım:</i> Düzlemde iki çift karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir. - Bir paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel ve uzunlukları birbirine eşittir.		10:09

	- Bir paralelkenarda karşılıklı iç açılar ölçüleri eşittir. - Bir paralelkenarda ardışık iç açılar bütünlerdir. - Bir paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar. - Paralelkenar köşegenleri birbirini ortalar. (Dikdörtgen eşkenar dörtgen ve kareyi kapsar.)	
Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olan özel paralelkenardır. Bütün kenar uzunlukları eşit olan ve dik açısı bulunmayan dörtgendir. Bütün kenar uzunlukları eşit ama köşegen uzunlukları eşit olmayan dörtgendir. <i>Tanım:</i> Bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olan özel paralelkenara denir (Çakıroğlu ve Öztoprakçı, 2013). - Tüm kenarları eşittir. - İç teğet çemberi vardır. - Karşılıklı açıları ortalar. İki simetri ekseni vardır. - Kenar orta noktaları dikdörtgen oluşturur. - Bir paralelkenarda ardışık iki kenarın uzunlukları birbirine eşit ise o paralelkenar eşkenar dörtgendir. - Bir paralelkenarda köşegenler karşılıklı açıları açıortayı ise o paralelkenar bir eşkenar dörtgendir. - Köşegenler birbirini dik keser. - Köşegenler açıortay doğrularıdır. - Bütün kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenardır. (Kareyi kapsar.) - Bütün kenarları eşit uzunlukta olan fakat dik açısı bulunmayan paralelkenardır. (Kareyi kapsamaz.) - Köşegenleri dik kesişen paralelkenardır. (Kareyi kapsar.) - Köşegenleri dik kesişen fakat eşit uzunlukta olmayan paralelkenardır. (Kareyi kapsamaz.) - Eşkenar dörtgen köşegenleri birbirini dik ortalar. (Kareyi kapsar.)	9:06
Dikdörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	Ardışık kenarları birbirini dik kesen dörtgene dikdörtgen denir. Farklı uzunluklara sahip 2 çift kenarı olan dörtgendir. <i>Tanım:</i> Ardışık kenarları birbirini dik kesen dörtgene dikdörtgen denir.	6:13

	- Komşu açılar bütünler olduğundan karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. - Açıları dik olan paralelkenardır. - Köşegenlerin kesişim noktası dikdörtgenin ağırlık merkezidir. - Karşılıklı açılarının toplamı 180 derece olduğundan tüm dikdörtgenler birer kirişler dörtgenidir. - Bir açısının ölçüsü 90 olan paralelkenardır. (Kareyi kapsar.) - Bir açısının ölçüsü 90 olan fakat komşu kenarları eşit uzunlukta olmayan paralelkenardır. (Kareyi kapsamaz.) - Köşegenleri eşit uzunlukta olan paralelkenardır. (Kareyi kapsar.) - Köşegenleri eşit uzunlukta olan fakat dik kesişmeyen paralelkenardır. (Kareyi kapsamaz.) - Dikdörtgen köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini ortaltayan yamuktur. (Kareyi kapsar.)	
Kare nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız.	Kenar uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgene kare denir. Bütün kenar uzunlukları eşit ve bir açısının ölçüsü 90 derece olan dörtgendir.	3:18
	<i>Tanım:</i> Kenar uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgene kare denir. - Tüm kenarları ve tüm açıları eş olan dörtgendir. - Köşegenler açıortaydır. - Köşegenler dik kesişir ve birbirini ortalar. - Karenin karşılıklı iç açı ölçüleri toplamı 180 olduğundan, kare bir kirişler dörtgenidir. Yani çevrel çembere sahiptir. - Karenin karşılıklı kenar uzunlukları toplamı birbirine eşit olduğundan iç teğet çemberi vardır. - Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve dik kesişen paralelkenardır. - Kare 3 ardışık kenarı eşit uzunlukta olan ve 1 açısının ölçüsü 90 olan yamuktur.	

2.Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

Bu oturumda yer alan sorular öğrencilerin dörtgenlerin ikili olarak ele almalarını ve aralarındaki ilişkileri sorgulamaları amacıyla hazırlanmıştır. 2. Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular aşağıda yer alan tabloda verilmiştir.

Tablo 4

2.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular

Sorgulama Temelli Sorular	Beklenen Cevap	Kağıt Cevaplama Süresi	Sorgulama Süreci
Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır.	Bu ifade doğrudur. Bununla birlikte öğrencilerin özellikleri göz önünde bulundurarak kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin de bir paralelkenar olduğunun fark edilmesi beklenmektedir. Bu sayede kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel bir formu olduğu fark edilebilecek ve bu dörtgenlerin paralelkenarın alt kümesi olduğu da görülecektir.	7:16	10:07
Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur.	Verilen özelliklerden yola çıkılarak sözü edilen dörtgenin kare olduğunun belirlenmesi amaçlanmaktadır. Karenin de bir yamuk olduğunun aynı zamanda karenin yamuğun özellikleri düşünüldüğünde bir alt küme belirttiği görülecektir. Dolayısıyla ifade doğrudur.	6:55	20:15
Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir.	Paralelkenarın açılarının dik olabileceğini dolayısıyla kare ve dikdörtgen için bu özelliğin sağlandığının fark edilmesi beklenmiştir. Paralelkenar için sahip olunan standart kavram imajından sıyrılıp dikdörtgen ve karenin de paralelkenarın özel bir hali olabileceği fikrine ulaşmaları beklenmektedir.	6:46	20:41

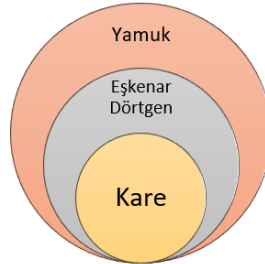
3.Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

Bu oturumda yer alan sorular 2. Oturumda yer alan sorgulama temelli soruların devamıdır. Öğrencilerden dörtgenlerin ilişkilerini sorgulamaları beklenmektedir.

Tablo 5

3.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular

Sorgulama Temelli Sorular	Beklenen Cevap	Kağıt Cevaplama Süresi	Sorgulama Süreci
Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açıya sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır.	Verilen özelliklerden yola çıkılarak eşkenar dörtgenin düşünülmesi beklenmektedir. Eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunun fark edilmesi beklenmektedir. Dolayısıyla sadece paralelkenardır ifadesi yanlıştır.	3:46	7:21
Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir.	Tüm kenarları eşit olan dörtgenlerden biri eşkenar dörtgendir. Bunun yanında eşkenar dörtgenin iç açıları 90 olduğu durumda şekil kare olur ve kare bir eşkenar dörtgendir. Bu yüzden verilen ifade doğrudur.	4:30	24:43
Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır.	Yamuk dışındaki bütün dörtgenlerin bütün komşu açıları bütünlerdir. Burada karşılıklı kenarların paralel olma durumunun fark edilip yamukta en az 1 karşılıklı kenarın paralel olduğu ayrıntısı göz önünde bulundurularak ifadenin doğruluğunun gösterilmesi beklenmektedir.	6:20	25:42
En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve en az bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen/dörtgenler nelerdir? Açıklayınız.	4 kenar uzunluğu birbirine eşit olan kare ve eşkenar dörtgenin belirlenmesi ve 3 kenar uzunluğunun eşit olmasıyla ikizkenar yamuğun fark edilmesi beklenmektedir. İkizkenar yamukta karşılıklı kenarlar paralel olacak şekilde yeniden düzenlendiğinde eşkenar dörtgenin elde edileceği, eşkenar dörtgenin de iç açılarının 90 olmasıyla kare elde edileceğinin keşfedilmesi amaçlanmaktadır. Bu durumda yamuk, eşkenar dörtgen ve karenin hiyerarşik ilişkisi kurulmuş olur. En genel dörtgen yamukken, sonra eşkenar dörtgen ve en özel dörtgenin kare olduğu fark edilir. Eğer bu 3 dörtgenin küme ilişkisi gösterilmek istenirse,	9:08	9:07



şeklinde olduğu görülür.

4.Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

Bu oturumda yer alan ilk soru öğrencilerin dörtgenlerin ilişkilerini fark etmelerine yönelik hazırlanmıştır. İkinci soru ise kare ve dikdörtgenin özel bir paralelkenar olduğunun fark edilmesi ve ilişki kurulması amacıyla hazırlanmıştır.

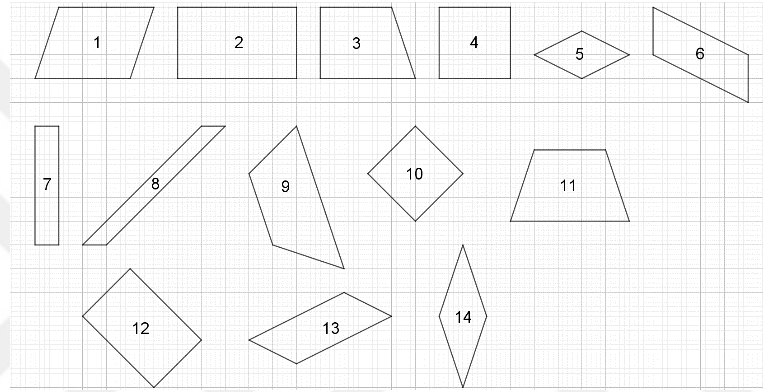
Tablo 6

4.oturumda yer alan sorgulama temelli sorular

Sorgulama Temelli Sorular	Beklenen Cevap	Kağıt Cevaplama Süresi	Sorgulama Süreci
➤ 2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. ➤ En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir. ➤ Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar. ➤ Dik ortalayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. ➤ Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir?	Dörtgen özelliklerinin ele alınması ve bu özelliklerin hepsini sağlayan dörtgenin belirlenmesi amaçlanmıştır. Özelliklerin anlaşılması ve birlikte düşünüldüğünde ortaya çıkacak şeklin belirlenmesi beklenmektedir.	12:22	21:46
Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi? Çizerek açıklayınız.	Bu soruyla birlikte kare ve dikdörtgenin bir çember üzerine yerleştirilebileceğinin fark edilmesi beklenmektedir. Bu iki dörtgenin köşegen uzunlukları eşit olduğu için bütün köşeleri çember üzerinde olacak şekilde çizilebileceğini fark etmeleri ve bu doğrultuda ikizkenar yamuğun da köşegen uzunluklarını eşit olduğu dolayısıyla tüm köşeleri çember üzerinde olacak şekilde bir ikizkenar yamuğun çizilebileceğinin fark edilmesi beklenmektedir.	10:19	9:24

5.Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

5.Oturumda aşağıda belirtilmiş olan farklı formlarda verilmiş şekillerin sınıflandırılması istenmektedir (Fujita, 2007). Bu sorunun çalışmaya dahil edilmesindeki amaç, özel dörtgenlerin sık karşılaşılan görüntülerinin sınıflandırılmasıdır. Bu sayede öğrenciler dörtgen tanımlarını gözden geçirerek bir görüntünün birden fazla dörtgen çeşidine ait olabileceğini sorgulamaları amaçlanmıştır.



Öğrencilerin fikirlerinin etkilenmemesi için sorgulama ortamı oluşturulmadan bütün soruları cevaplamaları istenmiştir. Sonrasında sorgulama yapılmıştır.

Tablo 7

Diyagramda yer alan yamuğa ait şekiller

	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.	Sorgulama Süresi
Yamuk	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14		36:26
	Verilen dörtgenlerin hepsi birer yamuktur. En az 1 karşılıklı kenarın paralel olduğu dörtgen yamuktur. Verilen şekillerin hepsi bu koşulu sağladığı için hepsi birer yamuktur.		

Tablo 8

Diyagramda yer alan paralelkenara ait şekiller

	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.	Sorgulama Süresi
Paralelkenar	1-2-4-5-6-7-8-10-12-13-14	Numaralı dörtgenler birer paralelkenardır. Çünkü paralelkenar, karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen şeklinde tanımlanır. 3-9 ve 11. Şekiller birer yamuktur. Sadece 1 karşılıklı kenarları paralel olduğu için paralelkenar özelliği taşımaz.	3:08

Tablo 9

Diyagramda yer alan eşkenar dörtgene ait şekiller

	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.	Sorgulama Süresi
Eşkenar Dörtgen	4-5-10-14	Numaralı dörtgenler birer eşkenar dörtgendir. Çünkü karşılıklı kenarları paralel ve tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir. Ya da tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan paralelkenar da bir eşkenar dörtgendir.	6:13

Tablo 10

Diyagramda yer alan dikdörtgene ait şekiller

	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.	Sorgulama Süresi
Dikdörtgen	2-4-7-10-12	Numaralı dörtgenler birer dikdörtgendir. Çünkü karşılıklı kenarları birbirine paralel ve iç açılarından biri 90 olan dörtgen dikdörtgendir. Ya da iç açılarından biri 90 olan paralelkenar da dikdörtgendir.	1:54

Tablo 11

Diyagramda yer alan kareye ait şekiller

	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.	Sorgulama Süresi
Kare	4-10	Numaralı dörtgenler birer kare belirtir. Çünkü kare, karşılıklı kenarları birbirine paralel, tüm kenarları eşit uzunlukta olan ve iç açılarından biri 90 olan bir dörtgendir. Ya da tüm kenar uzunlukları eşit olan bir dikdörtgendir. Ya da iç açısı 90 olan bir eşkenar dörtgendir. Bununla birlikte tüm kenar uzunlukları eşit ve iç açısı 90 olan bir paralelkenardır.	2:03

Hiyerarşik sınıflandırma terimi ile burada bir takım kavramların, daha özel kavramların daha genel kavramların alt kümelerini oluşturacak şekilde sınıflandırılması kastedilmektedir. Herhangi bir kavram kümesinin sınıflandırılması, tanımlama sürecinden bağımsız olarak gerçekleşmez (De Villiers, 1994). Hiyerarşik bir sınıflandırma özellikle matematiksel tanımlarla ilgilidir. Freudenthal (1971), matematiksel tanımların kendilerinden ziyade matematiksel tanımlayıcı faaliyetlerin öğretilmesine dikkat çekmiştir. Freudenthal (1971) 'e göre hiyerarşik bir sınıflandırma tümdengelimsel yapıyı ve daha özel kavramların özelliklerinin türetilmesini basitleştirir. Örneğin karenin özel bir dikdörtgen olduğunun fark edilmesi dikdörtgen için geçerli bütün teoremlerin aslında kare için de geçerli olduğunu gösterir. 5.oturumda dörtgenlerin tekrardan tanım ve özellikleri doğrudan ele alındığı için hiyerarşik ilişki kurma sürecine geçilmiş olması amaçlanmaktadır.

Farklı formlarda verilen şekillerde, şekillerden biri deltoide aittir. Ancak 10.sınıf öğrencileri deltoidle ilgili henüz bir kavramsal bilgiye sahip olmadıkları için bu şekil çıkarılmıştır ve yerine şekil eklenmemiştir. Yerine şekil eklenmemesinin sebebi dörtgenlerin birbiriyle ilişkilerinin gösterilebileceği yeterince şekil olmasıdır.

6.Oturumda Yer Alan Sorgulama Temelli Sorular

Bu oturumda yer alan sorularla öğrencilerin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerini fark edip bu bağlantıları kurmaları istenmiştir.

Tablo 12

6.Oturumda yer alan sorgulama temelli sorular

Sorgulama Temelli Sorular	Beklenen Cevap	Cevaplama Süresi	Sorgulama Süresi
Ele aldığımız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz.	<pre> graph TD D[DÖRTGEN] --> Y[YAMUK] Y --> P[PARALELKENAR] P --> D1[DİKDÖRTGEN] P --> E[EŞKENAR DÖRTGEN] D1 --> K[KARE] E --> K </pre>	9:08	9:25
Ele aldığımız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz.		7:03	22:14
Cansu, dikdörtgenin özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Cansu'nun bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	Yamuğun, karşılıklı kenarları paralel ve iç açılarının dik olduğu formu dikdörtgendir. Bu sebeple dikdörtgen yamuğun özel bir halidir. Dolayısıyla önerme yanlıştır.	6:00	6:41
Ufuk, paralelkenarın özel bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Ufuk'un matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız.	Paralelkenarın karşılıklı kenarları paraleldir. Dikdörtgenin ise karşılıklı kenarları paralel ve iç açıları dik açıdır. Paralelkenarda açı ile ilgili bir sınırlama olmadığından dolayı dikdörtgen bir paralelkenardır ancak paralelkenar bir dikdörtgen değildir. Bu yüzden önerme yanlıştır.	3:27	1:47

Nedenleriyle açıklayınız.			
Emre, kare ve dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade ediyor. Emre'nin matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	Bir şeklin paralelkenar olabilmesi için karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olan kapalı bir şekil olmalıdır. Kare ve dikdörtgenin karşılıklı kenarlarını paralel olduğundan dolayı bir paralelkenardır diyebiliriz. Bu yüzden önerme doğrudur.	2:49	5:49
Nil, eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Nil'in matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	Eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin ortak özellikleri vardır ancak eşkenar dörtgenin iç açıları dik açı olmak zorunda değildir. Bu yüzden eşkenar dörtgen bir dikdörtgen değildir. Bu yüzden önerme yanlıştır. Aynı zamanda dikdörtgen de bir eşkenar dörtgen değildir.	1:50	3:35
Evrin, dikdörtgenin özel bir kare olduğunu, karenin de özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Evrin'in bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	Bir şeklin dikdörtgen olabilmesi için karşılıklı kenarları paralel olan ve iç açıları dik açı olan kapalı bir şekil olması gerekir. Kare bu özellikleri sağladığından dolayı bir dikdörtgendir ancak tersi doğru değildir. Yamukta en az bir çift karşılıklı kenarın paralel olması gerekir. Kare bu özelliği sağladığından dolayı bir yamuktur diyebiliriz.	3:27	2:33

3.3.4. Veri Grubunu Toplama Süreci

Bu çalışmanın veri grubunu, 10.sınıf öğrencilerinin 6 haftalık uygulama sürecinde (Oturum-1, Oturum-2, Oturum-3, Oturum-4, Oturum-5, Oturum-6) kaydedilen video kayıtları, bu uygulama sürecinde öğrencilere sorulan sorgulama temelli soruları çözdükleri cevap kağıtları oluşturmaktadır. Her bir oturumun süresinin ne kadar sürdüğü Tablo 13'te verilmektedir. Bu sürelerin toplamı kadar video kayıtları çalışmanın bir veri grubunu oluşturmaktadır.

Tablo 13

Çalışmadaki oturum süreleri

Oturumlar	Oturum-1	Oturum-2	Oturum-3	Oturum-4	Oturum-5	Oturum-6
Süre	1:30:00	1:13:18	1:23:29	1:28:35	1:18:09	1:30:17

3.4. Verilerin Analizi

Çalışmada toplanan veriler farklı yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir. Uygulama sürecinde öğrencilerin cevap kağıtları doküman inceleme (Bowen, 2009) ve kaydedilen videolar video metodolojisi kullanılarak (Powell, 2003) analiz edilmiştir.

Doküman analizi, basılı ve elektronik (bilgisayar tabanlı ve internet üzerinden iletilen) materyalleri incelemek veya değerlendirmek için sistematik bir prosedürdür. Nitel araştırmalardaki diğer analitik yöntemler gibi, belge analizi de anlam çıkarmak, anlayış kazanmak ve ampirik bilgi geliştirmek için verilerin incelenmesini ve yorumlanmasını gerektirir (Corbin ve Strauss, 2008; ayrıca bkz. Rapley, 2007). Dokümanlar, araştırmacının müdahalesi olmadan kaydedilen görüntüleri içerir.

Doküman analizi genellikle diğer nitel araştırma yöntemleriyle birlikte bir üçgenleme aracı olarak kullanılır. Üçgenleme, aynı olgunun incelenmesinde metodolojilerin birleşimi olarak tanımlanır (Denzin, 1970, s. 291). Nitel araştırmacının birden fazla (en az iki) veri kaynağı kullanması beklenir, farklı veri kaynakları ve yöntemleri kullanarak yakınsama ve onaylama arayışı içinde olmaktır. Dokümanların yanı sıra, bu tür kaynaklar arasında röportajlar, katılımcı ya da katılımcı olmayan gözlem ve fiziksel eserler bulunur (Yin, 1994). Bu çalışmada doküman analizi, öğrencilerin cevap kağıtlarında yer alan kritik noktaların belirlemesi için kullanılmıştır. Örneğin, Hakan'ın cevap kağıdında Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız. Sorusunu cevaplarken dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren bir küme çizdiği görülmüştür. Bu durum çalışma için kritik bir noktadır.

Bu çalışmada video verilerini analiz etmek için öğrencilerin matematiksel fikirlerinin geliştirilmesi çalışmasına dayanan Powell'ın video metodolojisi kullanılmıştır. Matematiksel düşüncenin gelişimini incelemek için kullanılan bu model

7 aşamalıdır ((1) Dikkatle video verilerini görüntüleme, (2) Video verilerini açıklama, (3) Kritik olayları tanımlama, (4) transkript etme, (5) kodlama, (6) Hikaye oluşturma, (7) Hikayeleri birleştirme).

1. Video verilerini dikkatlice görüntüleme

Araştırmacı video verilerinin içeriğine aşina olmak için, video kayıtlarını birkaç kez izlemektedir. Bu aşamada, araştırmacılar kendi görüşlerini dahil etmeden izler ve dinlerler. Bu aşamada amaç, sorgulama topluluğuna tam olarak hakim olmaktır. Araştırmacının genel veri toplama ve analitik çerçevesine bağlı olarak, bu aşama, temelli bir teoride olduğu gibi, toplanması gereken başka verileri önerebilir (Charmaz ve Mitchell, 2001; Corbin ve Strauss, 1990). Bu çalışmada, araştırmacı video kayıtlarını 3 kez baştan sona izlemiştir. Bu izlemeler sırasında kendi görüş ve düşüncelerini dahil etmeden sadece öğrenci cevaplarına odaklanmıştır.

2. Video verilerinin tanımlanması

Video verilerinin kullanımı çoğu zaman çok büyük miktarda bilgi ile sonuçlanır. Bu durum yalnızca video kayıt verilerinin içeriğini tanımakla kalmayıp, aynı zamanda onu ayrıntılı olarak tanımanın zorluğunu da ortaya koymaktadır. Önceki aşama, bu zorluğun üstesinden gelmenin bir ön yoludur. Araştırmacılar bir videonun içeriğinin kısa, zaman kodlu açıklamalarını yazarlar. Bunlar 2 ila 3, hatta 5 dakikalık aralıklarla tanımları olabilir. Bu çalışmada sorgulama süreci sorular tamamlanana kadar devam ettiği için bu aralıklar 1 sorunun sorgulama süreci tamamlanacak şekilde belirlenmiştir. Bu aşamada ana fikir, video verilerini haritalamaktır, böylece açıklamaları okuyan bir kişi video kayıtlarının içeriği hakkında nesnel bir fikir edinir.

3. Kritik Olayların Tanımlanması

Video verilerini görüntüleyerek ve tanımlayarak, araştırmacılar videolarının içeriği hakkında oldukça derinlemesine bilgi edindikten sonra kayıtlarını dikkatlice gözden geçirmekten ve önemli anları bir başka ifadeyle kritik olayları belirlemekten oluşan bir sonraki veri analizi aşamasına geçerler (Maher, 2002; Maher ve Martino, 1996a, 1996b, 2000). Bir eylem, önceki bilgiyi destekleyici şekilde ya da yanlışlığını ortaya çıkaracak biçimde bir değişiklik gösterdiğinde kavramsal bir sıçrama

gerçekleşir ve bu durum kritik olay olarak adlandırılır. (Kiczek, 2000; Maher, 2002; Maher ve Martino, 1996a; Maher, Pantozzi, Martino, Steencken ve Deming, 1996). Bu çalışmada sorgulama eylemlerinin ortaya çıktığı kısımlar kritik olaylar olarak tanımlanmıştır.

4. Transkript

Araştırmacı, katılımcıların ifadelerini ve eylemlerini içeren araştırma verilerini analiz ederken alması gereken kararlardan biri de transkript yapıp yapmamaktır. Transkript nedenleri değişkenlik gösterir. Bazı araştırmacılar, öğrencilerin bir araştırma raporundaki iddialarını kanıtlamak için yazarken diğerleri, ağırlıklı olarak transkript verilerine dayanan belirli bir analitik yaklaşımı belirlemek için kullanırlar. Bu çalışmada kritik olay olarak tanımlanan sorgulama eylemlerinin yer aldığı kısımlar transkript edilmiştir.

5. Kodlama

Kodlama, bir araştırmacının verileri yorumlamasına yardımcı olan temaları belirlemeyi amaçlar. Analizin bu aşamasında, fark, araştırmacıların dikkatini kritik olayların içeriğine odaklamalarıdır. Bu nedenle, video kaydı bu aşamada, kritik olayların tanımlanmasında olduğu gibi yardımcı olur. Bu çalışmanın amacına bağlı olarak kodlama, sorgulama eylemleri için kullanılmıştır. Bu eylemlerin daha kolay ayırt edilebilmesi için renkli kodlama yapılmıştır. Sorgulama eylemlerinin her birine farklı renkler atanmış olup, kritik olaylar ve transkript renklendirilmiştir.

6. Hikayeleştirme

Veri analizimizde sıklıkla kodlamayı takip eden bir aşama, bir hikayenin tanımlanması ya da oluşturulmasıdır. Hikaye, belirlenmiş kodlara özellikle dikkat edilerek verileri anlamlandırmanın bir sonucudur. Bu süreç genellikle, bir öğrencinin bilişsel gelişimine ilişkin öngörü sağlamak için önce kodlanmış ve sonra yorumlanmış olaylar topluluğu olan ayırt edici izleri içerir (Maher ve Davis, 1996; Maher ve Speiser, 1997). Bu çalışmada, öğrencilerin sorgulama eylemlerinin nasıl kullandıklarının tanımlandığı bölümdür. Yani, öğrencilerin sordukları sorulara ya da verdikleri cevaplara göre sergiledikleri eylemlerin yorumlandığını kısımır.

7. Hikayelerin Birleştirilmesi

Bu aşamada, araştırmacı kaydedilen materyalin araştırma sorularının ele alındığı veri setini oluşturur. Araştırmacılar, bir bütünü daha küçük bölümlere ayırırlar, bütünün ışığında küçük bölümleri yorumlarlar ve daha sonra bütünü bir hikayenin ışığında yeniden oluştururlar ve verileri kanıt olarak kullanarak bütünün belirli bir yorumunu keşfederler, böylece yazılı bir anlatı oluştururlar (Erickson, 1992). Bu çalışmada bir önceki aşamada tanımlanan hikayeler yorumlanarak birleştirilmiştir.

Tablo 14

Video metodolojisi analiz tablosu

Zaman Aralığı	Neler oldu?	Kritik olaylar	Transkript	Kodlama	Hikayeleştirme	Hikayeleri birleştirme

Araştırmacı veri analizini yaparken önce modelde bulunan ilk 5 bileşeni ele alarak yapmıştır. Bütün video kayıtlarını bu ilk 5 bileşen için tamamladıktan sonra hikayeleştirme ve hikayeleri birleştirme bileşenlerini tamamlamıştır. Şekil 2 ve 3'te çalışmada yapılan bir analize örnek verilmiştir. Bu veri seti 5 sütundan oluşmaktadır. Bu sütunlar sırasıyla zaman aralığı, neler oldu, kritik olaylar, transkript ve kodlamadır. Bu tablo doldurulurken öncelikle tüm çalışmadaki videolar izlenmiştir. Videolar izlendikten sonra zaman aralıklarına bölünüp yeniden izlenmiştir. Zaman aralıkları sorgulama temelli sorulardan bir tanesinin cevaplanması ve sorgulama sürecinin tamamını kapsayacak şekilde belirlenmiştir. Zaman aralıkları belirlendikten sonra bu süreçte gerçekleşen olaylar anlatılmıştır. Anlatılan olaylar süreçte neler olduğunu ifade etmektedir. Videoyu izlemeyen bir kişinin olayları zihninde canlandırabileceği şekilde olaylara yer verilmiştir. Bir sonraki aşamada çalışmanın amacına uygun olarak kritik olaylar belirlenmiştir. Kritik olaylar sorgulama eylemlerinin ortaya çıktığı kısımlardır. Örneğin, öğrencilerin birbirlerine ya da araştırmacıya soru sorduğu kısımlar diyalog eylemi altında incelenmiştir. Örneğin, Suna daha önce reddettiği, her karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu ancak tersinin doğru olmadığını söylemesiyle kendisini

gözden geçirip hatalarını düzeltmesi sorgulama süreci açısından kritik bir olaydır, çünkü fikirlerde kavramsal bir sıçrama yaşanmıştır. Sorgulama eylemleri yani kritik olaylar belirlendikten sonra bu kısımlar transkript edilmiştir. Transkript edilen bölümler kavramsal çerçeveye uygun olacak biçimde kodlanmıştır. Kodlama yapılırken renkli kodlama tercih edilmiştir. Kodlamalar çalışmanın kavramsal çerçevesinde yer alan 7 sorgulama eylemi üzerinden yapılmıştır. Bu eylemlerin hepsi farklı renklerle ifade edilmiştir. Renkli kodlama verilerin hikayeleştirilmesi ve hikayelerin birleştirilmesi aşamalarında kolaylık sağlamıştır. Veri analiz tablosunda diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme sarı renk, iş birlikçi problem çözme deniz mavisi, hatalarını gözden geçirme- kendi kendini düzeltme pembe renk, risk alma yeşil renk, problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi turkuaz renk ve matematikçiler gibi matematik yapma kırmızı renk ile kodlanmıştır. Sorgulama prosedürlerini gözden geçirme eylemi çalışmada ortaya çıkmadığı için kodlama rengi belirlenmemiştir.

Araştırmacı bu ilk 5 aşamayı tüm video kayıtları için yaptıktan sonra hikayeleştirme ve hikayelerin birleştirilmesi aşamalarına geçmiştir. Hikayeleştirme aşamasında öğrencilerin sordukları sorulara ya da verdikleri cevaplara göre sergiledikleri eylemlerin yorumlanması yer almaktadır. Son aşama olan hikayelerin birleştirilmesinde ise araştırmacı daha önce belirlenen hikayeleri kavramsal çerçeveye göre yorumlayarak birleştirmiştir.

44:22-
54:00

Araştırmacı tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizebilir miyiz diye sordu. Onder çizemeyiz dedi. Araştırmacı nedenini sordu. Onder neden çizilemeyeceğini anlattı. Suna, bu fikrin arkasında herne devan etmek istedi. Onder'in fikrine katılıp çizilmez dedi. En fazla üç köşenin çember üzerinde olabileceğini söyledi. Bunun yanında paralelkenar çizemem ama kare, yamuk, eşkenar üçgen çizilebilir dedi. Fulya Suna'ya kendi tanımına göre nasıl çizdin diye sordu. Suna çizdim deyince Fulya logosu değiştir öyle mi dedi. Hakân yamuk çizilebilir diye ekledi. Suna şekil üzerinden gösterdi. Araştırmacı Fulya'ya ne düşündüğünü sordu. Fulya kare, dikdörtgen, eşkenar üçgen bir paralelkenar olduğunu düşündüğünü için bu şekiller çizilebilir dedi. Araştırmacı Hakân'a fikrini sordu. Hakân detaylı bir şekilde açıklamak istediğini söyledi. Kare ve dikdörtgenin nasıl çizilebileceğini ispatladı. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizilebileceğini belirtti. Suna, Hakân'ın böyle bir şey ifade etmediğini biliyordum zaten dedi. Araştırmacı Onder'e katılıp çizemediğini sordu. Onder Hakân'ın fikrine karşı çıkararak katılmadığını belirtti. Araştırmacı nedenini sorunca tüm farklılıkların kaynağını söyledi. Hakân her şeyi paralelkenar diyebilir dedi. Suna, Onder'e hak verdi. Son durumda Onder ve Suna çizilemeyeceğini, Fulya ve Hakân çizilebileceğini belirttiler. Araştırmacı, Fulya ve Hakân'ın kare ve dikdörtgen çizimliklerini aynı zamanda bunu çizerek de gösterdiklerini söyledi. Suna'nın fikrini ve çizimini sordu. Suna paralelkenarı birceset olarak aldığını ama Fulya ve Hakân'ın her şeyi birbirine bağladıklarını söyledi. Araştırmacı Suna'ya sen bazı şekillerin çizilebileceğini söylemişsin, yamukun çizimşin dedi. Hakân karşı çıkararak eşkenar üçgen çizilemez. Çizildiği durumda oval olur dedi.

Araştırmacı tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizebilir miyiz diye sordu. Onder çizemeyiz dedi. Araştırmacı nedenini sordu. Onder neden çizilemeyeceğini anlattı. Suna, bu fikrin arkasında herne devan etmek istedi. Onder'in fikrine katılıp çizilmez dedi. En fazla üç köşenin çember üzerinde olabileceğini söyledi. Bunun yanında paralelkenar çizemem ama kare, yamuk, eşkenar üçgen çizilebilir dedi. Fulya Suna'ya kendi tanımına göre nasıl çizdin diye sordu. Suna çizdim deyince Fulya logosu değiştir öyle mi dedi. Hakân yamuk çizilebilir diye ekledi. Suna şekil üzerinden gösterdi. Araştırmacı Fulya'ya ne düşündüğünü sordu. Fulya kare, dikdörtgen, eşkenar üçgen bir paralelkenar olduğunu düşündüğünü için bu şekiller çizilebilir dedi. Araştırmacı Hakân'a fikrini sordu. Hakân detaylı bir şekilde açıklamak istediğini söyledi. Kare ve dikdörtgenin nasıl çizilebileceğini ispatladı. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizilebileceğini belirtti. Suna, Hakân'ın böyle bir şey ifade etmediğini biliyordum zaten dedi. Araştırmacı Onder'e katılıp çizemediğini sordu. Onder Hakân'ın fikrine karşı çıkararak katılmadığını belirtti. Araştırmacı nedenini sorunca tüm farklılıkların kaynağını söyledi. Hakân her şeyi paralelkenar diyebilir dedi. Suna, Onder'e hak verdi. Son durumda Onder ve Suna çizilemeyeceğini, Fulya ve Hakân çizilebileceğini belirttiler. Araştırmacı, Fulya ve Hakân'ın kare ve dikdörtgen çizimliklerini aynı zamanda bunu çizerek de gösterdiklerini söyledi. Suna'nın fikrini ve çizimini sordu. Suna paralelkenarı birceset olarak aldığını ama Fulya ve Hakân'ın her şeyi birbirine bağladıklarını söyledi. Araştırmacı Suna'ya sen bazı şekillerin çizilebileceğini söylemişsin, yamukun çizimşin dedi. Hakân karşı çıkararak eşkenar üçgen çizilemez. Çizildiği durumda oval olur dedi.

Fulya, Suna'ya kendi tanımına göre nasıl çizdin diye sordu. Suna çizdim deyince Fulya logosu değiştir öyle mi dedi. Hakân yamuk çizilebilir diye ekledi. Suna şekil üzerinden gösterdi. Araştırmacı Fulya'ya ne düşündüğünü sordu. Fulya kare, dikdörtgen, eşkenar üçgen bir paralelkenar olduğunu düşündüğünü için bu şekiller çizilebilir dedi. Araştırmacı Hakân'a fikrini sordu. Hakân detaylı bir şekilde açıklamak istediğini söyledi. Kare ve dikdörtgenin nasıl çizilebileceğini ispatladı. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizilebileceğini belirtti. Suna, Hakân'ın böyle bir şey ifade etmediğini biliyordum zaten dedi. Araştırmacı Onder'e katılıp çizemediğini sordu. Onder Hakân'ın fikrine karşı çıkararak katılmadığını belirtti. Araştırmacı nedenini sorunca tüm farklılıkların kaynağını söyledi. Hakân her şeyi paralelkenar diyebilir dedi. Suna, Onder'e hak verdi. Son durumda Onder ve Suna çizilemeyeceğini, Fulya ve Hakân çizilebileceğini belirttiler. Araştırmacı, Fulya ve Hakân'ın kare ve dikdörtgen çizimliklerini aynı zamanda bunu çizerek de gösterdiklerini söyledi. Suna'nın fikrini ve çizimini sordu. Suna paralelkenarı birceset olarak aldığını ama Fulya ve Hakân'ın her şeyi birbirine bağladıklarını söyledi. Araştırmacı Suna'ya sen bazı şekillerin çizilebileceğini söylemişsin, yamukun çizimşin dedi. Hakân karşı çıkararak eşkenar üçgen çizilemez. Çizildiği durumda oval olur dedi.

Fulya kare, dikdörtgen eşkenar üçgenin bir paralelkenar olduğunu düşündüğünü için bu şekiller çizilebilir dedi. (Diyalog) (Yorumluma) Araştırmacı Hakân'a fikrini sordu. Hakân detaylı bir şekilde açıklamak istediğini söyledi. Kare ve dikdörtgenin nasıl çizilebileceğini ispatladı. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizilebileceğini belirtti. (Diyalog) (Yorumluma) (Soru-bilginin anlaşılması- sentezlemesi- yorumlanması)

Onder, Hakân'ın fikrine karşı çıkararak katılmadığını belirtti. Araştırmacı nedenini sorunca tüm farklılıkların kaynağını söyledi. Hakân her şeyi paralelkenar diyebilir dedi. (Soru-bilginin anlaşılması- sentezlemesi- yorumlanması) Suna, Onder'e hak verdi. Son durumda Onder ve Suna çizilemeyeceğini, Fulya ve Hakân çizilebileceğini belirttiler. (Diyalog) (Yorumluma)

Araştırmacı Suna'nın kare ve dikdörtgeni çizilebiliyor ifadesine karşılık neden bu şekilleri çizilebildiğini sordu. Hakân az önce açıkladığını ifade etti. Suna eşkenar üçgenin mutlaka 1 köşesinin içerde ya da dışarda kaldığını ama kare ve dikdörtgende bu olayın olmadığını belirtti. Araştırmacı Suna'ya eşkenar üçgenin düzülüp düzülmediğini sordu. Suna dahi ettiğini kareyi döndürünce eşkenar üçgen olduğunu belirtti. Araştırmacı bunun üzerine Suna'nın eşkenar üçgen dediği şekli göstererek ben sana böyle bir kare çizemeyecek miyim diye sordu. Suna çizilebileceğini söyleyince araştırmacı kare ve eşkenar üçgenin farkı yok mu diye sordu. Suna, her karemi bir eşkenar üçgen olduğunu ama tersinin doğru olmadığını ifade etti.

Araştırmacı: Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir miyiz?

Onder: Ben çizemeyiz dedim.

Araştırmacı: Neden çizemeyiz dedin?

Onder: Hocam çizdiğim zaman sadece üst üst tarafı düşüncem üst tarafı başlarsak köşeleri berleyiyor ama alt köşeler dışarda kalıyor ya da çemberin içinde kalıyor. Aynı şekilde alt tarafın başlarsak bu sefer üst taraflar köşeleri berleyiyor. Bu yüzden çizemeyiz.

Araştırmacı: Onder çizemeyiz dedi.

Suna: Devam edebilir miyim hemen bu fikrin arkasından. Çizemem dedim çünkü denedim mutlaka en fazla üç köşe çemberin üzerinde olabiliyor ya bir kenarı çemberin içinde kalıyor ya da dışarda kalıyor. Ama ne olursa olsun boşa kalıyor. Kare eşkenar üçgen çizilebiliyor onları da denedim ama paralelkenar çizilemiyor.

Araştırmacı: Paralelkenar çizemem ama kare yamuk eşkenar üçgen çizilebiliyor diyorusun.

Fulya: Kendi tanımına göre nasıl çizdin?

Suna: Çizdim ben.

Fulya: Keselerimin logosu değişiyor öyle mi?

Hakân: Evet ben de. (Soru-bilginin anlaşılması- sentezlemesi- yorumlanması)

Fulya: Soyle yapabiliriz.

Suna: Bak bir (Şekil üzerinden gösteriyor)

Araştırmacı: Fulya sen ne diyorsun?

Fulya: Ben zaten kare dikdörtgen eşkenar üçgenin bir paralelkenar olduğunu düşündüğümü için bu şekiller çizilebilir.

Araştırmacı: Hakân sen ne düşünüyorsun?

Hakân: Ben yendi açıklarak bir şey yapmaktayım. Çünkü siz büyük ihtimalle şey diyeceksiniz diğdörtgen ve kareyi nasıl çizelim diye büyük ihtimalle soracaksınız ben direkt peşin peşin anlatmaya başlayayım. O merkezli bir çemberimiz olsun. Bir çapımız olsun bu çapı alt ve üst tarafta x mesafede olan 2 tane kenar çizelim. (Diyalog) (Yorumluma) (Soru-bilginin anlaşılması- sentezlemesi- yorumlanması)

Kare ve dikdörtgen çizilebiliyor ve kare ve dikdörtgenin nasıl çizilebileceğini ispatladı. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizilebileceğini belirtti. (Diyalog) (Yorumluma) (Soru-bilginin anlaşılması- sentezlemesi- yorumlanması)

Araştırmacı: Dedi Hakân.

Suna: Böyle diyeyim bulduğum zaman.

Araştırmacı: Onder katılıyor musun?

Onder: Hayır.

Araştırmacı: Neden peki?

Hakân: Çünkü tanım farklılığı.

Onder: Çünkü tanımımız farklı. Hakân mesela her şey paralelkenar diyebilir.

Suna: Evet ben de. Hocam söylediği her şekle yamuk diyeceğim.

Araştırmacı: Yanlı bir şey mi söylüyor?

Suna: Bence yanlış.

Araştırmacı: Ben burada doğru yanlış diye bir şey diyemem ben sadece tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi çizilemez mi bunu merak ediyorum.

Suna: Çizilemez.

Araştırmacı: Onder ve Suna çizilemeyeceğini söylüyor. Fulya ve Hakân çizilebilir diyor.

Suna: Ama hocam ya da ne.

Araştırmacı: Ben şunu da merak ediyorum. Fulya ve Hakân diyor ki kare ve dikdörtgen çizilebilir. Bunlar paralelkenar olmalarıyla paralelkenar çizilebilir. Hakân kendince bir şekli çizmiş burada sembolik Fulya da çizmiş. Sen ne diyorsun Suna? Sen de bir çiz mi?

Suna: Çizdim. Ben diyorum ki ben paralelkenarı birceset olarak alıyorum ama onlar her şeyi paralelkenara bağladılar. Onda da benim gibi paralelkenarı yalnız onlar da çizilemez der.

Araştırmacı: Suna merak ediyordum. Dedin ki kare dikdörtgen eşkenar üçgen çizilebilir. Yamuk bir de yamukun çizimşin onu görürüm.

Fulya: Eşkenar üçgen çizilemez çünkü oval olsun.

Suna: Yamuk ve kareyi ben kabul ettim. Kareyi ben direkt kabul ettim.

Araştırmacı: Peki bir şey merak ettim. Neden kare ve dikdörtgeni çizilebiliyorsunuz?

Suna: Çünkü.

Şekil 2 ve Şekil 3'te yer alan analiz tablosuna göre araştırmacının soruyu okuduktan sonra Önder'in cevap vermesi ve araştırmacının neden diye sorarak Önder'e sorgulama yapması için ortam yaratması diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme eylemi olarak kodlanmıştır. Önder açıklamasını yaptıktan sonra Suna, Önder ile fikir birliği yaparak bu durumun nedenlerini açıkladığından dolayı bu kısım iş birliği olarak kodlanmıştır. Suna'nın açıklamasının ardından Fulya, Suna'nın daha önceki dörtgen tanımlarından yola çıkarak soruya verdiği cevabın önceki ifadeleriyle çakışmasından dolayı soru yöneltmiştir. Fulya'nın Suna'nın fikrine karşı çıkarak ona sorular yöneltmesi risk alma eylemi olarak kodlanmıştır. Suna, Fulya'ya kendini ifade ettikten sonra araştırmacı Fulya'nın bu soru hakkında ne düşündüğünü sorması ve Fulya'nın kendi düşüncelerini açıklaması diyalogu yönlendirmiştir. Fulya kendini ifade ettikten sonra araştırmacı Hakan'ın ne düşündüğünü sormuştur. Hakan, kendini açıklarken doğrulama yaptığından dolayı bu kısım matematikçiler gibi matematik yapma eylemi olarak kodlanmıştır. Hakan'ın bu doğrulamasına Suna itiraz ederek Hakan'a karşı çıkmıştır yani risk alma eylemini kullanmıştır. Suna'nın karşı çıkmasının ardından Önder de Suna'nın fikrine destek olarak Hakan'a itiraz etmiştir. Önder'in Suna'nın fikrini desteklemesi iş birliği eylemi olarak kodlanmıştır. Araştırmacı, Suna'ya neden Hakan'ın fikrine karşı çıktığını sorarak diyalogu devam ettirmiştir. Suna kendi fikrini açıklarken Hakan araya girip itiraz ederek risk alma eylemini kullanmıştır. Suna, Hakan'a cevap verdikten sonra araştırmacı ile arasında soru-cevap şeklinde bir diyalog geçmiştir. Suna, araştırmacı ile sorgulama yaparken Hakan, Suna'nın kendi fikrini kabul ettiğini söylemiştir. Bunun üzerine Suna, fikrini değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirme- kendi kendini düzeltme eylemi olarak kodlanmıştır. Araştırmacı soru hakkındaki son düşüncelerini sorduğunda Önder kendi fikrini söyleyerek diyalogu devam ettirmiştir. Önder'in ifadesine karşılık Suna'nın bu ifadeyi matematiksel olarak doğrulamasından dolayı bu kısım matematikçiler gibi matematik yapma eylemi olarak kodlanmıştır. Suna'nın doğrulamasından sonra Önder'in fikir değiştirmesi hatalarını gözden geçirme- kendi kendini düzeltme eylemi olarak kodlanmıştır. Fikir birliği sağlandığından dolayı diyalog bitmiştir. Öğrenciler bir sonraki soru ile devam etmişlerdir.

3.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Çalışmanın geçerliliğini arttırmak amacıyla, çalışmada farklı veri grupları kullanılarak veri çeşitlemesi yapılmıştır (Patton ve diğerleri, 2000). Öğrencilere uygulama sırasında açık uçlu sorulardan oluşan sorgulama temelli sorular verilmiş ve bu soruları yanıtlayıp cevaplarını tartışmaları istenmiştir. Sorular yukarıdaki bölümde detaylı anlatıldığı gibi var olan alan yazını ve araştırmacının deneyimleri üzerine hazırlanmış ve matematik eğitimi alanında bir uzmandan görüş alınarak son hali verilmiştir. Çalışmanın güvenirliliğini sağlamak için de özel dörtgenler konusunda geliştirilen sorgulama temelli sorular için uzman görüşü alınmıştır. Analiz aşamasında, veriler hem araştırmacı hem de danışman öğretim üyesi tarafından incelenmiş, video kayıtları birebir transkript edilerek ve cevap kağıtları incelenerek güvenilirlik sağlanmıştır. Analiz sürecinde, araştırmacı ve danışman öğretim üyesinin farklı görüşleri ve kodlamaları olduğu durumlar tartışılarak fikir birliğine varılmıştır.

3.6. Araştırmacının Rolü

Bu çalışmada sorgulama temelli soruların uygulanması 6 oturum şeklinde 1 ay devam etmiştir ve bu süreçte araştırmacı, öğrencilerin fikirleri için yönlendirme yapmadan ve müdahalede bulunmadan sorgulama topluluğunu yönetmiştir. Uygulamalar başlamadan önce araştırmacı tüm oturumları planlamıştır. Bu planlama aşamasında öğrenci seviyesine uygunluğuna dikkat etmiştir. Daha çok neden ve nasıl fikirlerini ön plana çıkarak şekilde sorular yöneltmiştir. Araştırmacı uygulama sırasında öğrencilerin parmak kaldırarak söz almalarına gerek olmadığını belirtmiştir. Burada amaçlanan sorgulama sürecine müdahale etmeden öğrencilerin rahat bir sorgulama topluluğu yaratmasını sağlamaktır.

Sorgulama topluluğu yönetilirken bazı önemli noktalara dikkat edilmiştir. Dolayısıyla bu çalışmada araştırmacı, öğrencilere müdahalede bulunmamış fakat öğrencileri diyaloga teşvik etmek amacıyla öğrencilerden fikirlerini ifade etmelerini ve diğer öğrencilerle birlikte fikirlerin sorgulama topluluğunda tartışılmasını amacıyla sorgulama topluluğunu yönlendirdiği durumlar olmuştur. Ayrıca araştırmacı yine öğrencilere müdahalede bulunmadan bir matematik kültürü oluşturmak için varsayım-savunma-kabul-reddetme sürecini beslemeyi amaçlamıştır.

Araştırmacı sorgulama sürecinde öğrencilerin bildiklerini etkili bir şekilde kullanmalarına yardımcı olmayı amaçlamıştır. Araştırmacı, öğrencilere uygun zamanlarda sorular sorarak öğrencilerin, savundukları fikrin nedenlerini fark etmelerini ve yeterli argüman sunmalarını, bilgilerini gözden geçirmelerini sağlamıştır.



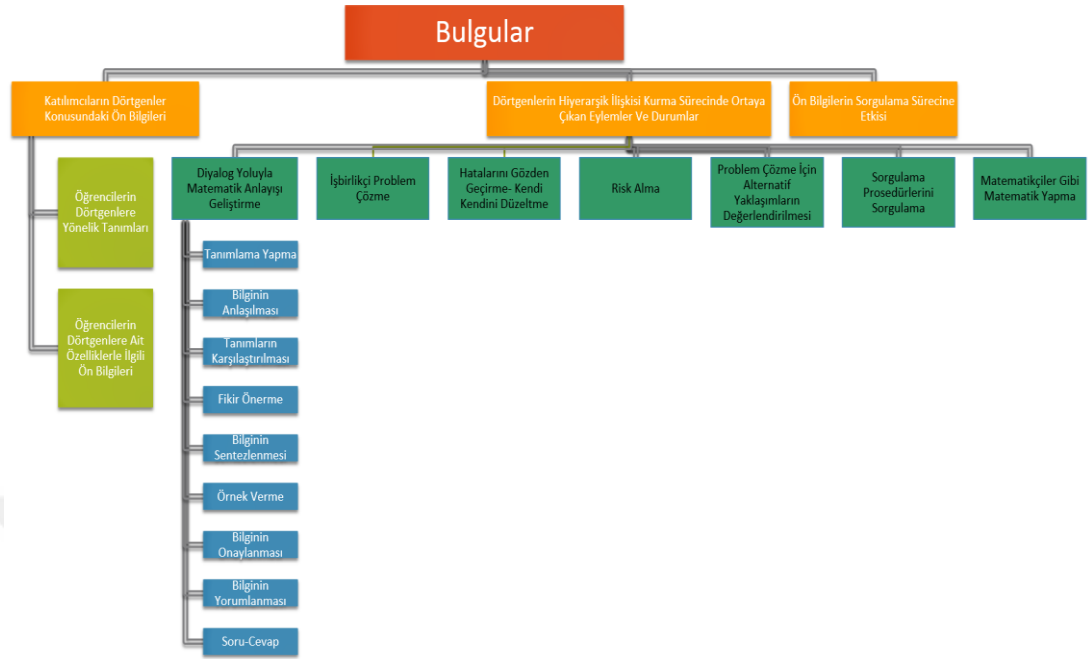
BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. Katılımcıların Dörtgenler Konusundaki Ön Bilgileri

Bu bölümde çalışmanın katılımcılarının dörtgenlerin tanım ve özelliklerine dair var olan bilgilerini ölçmek amaçlı ilk oturumda sorulan sorulara dair elde edilen bulgular aşağıda belirtilen şekle göre paylaşılacaktır (Bknz Şekil 4). Verilen şekilde turuncu dikdörtgen ile araştırmanın 3 alt problemi göz önünde bulundurulmuştur. Bu alt problemlere yönelik ortaya çıkan alt bileşenler, her bir alt problemi temsil eden turuncu dikdörtgenin alt kısmında verilmiştir. Katılımcıların dörtgenler konusundaki ön bilgileri, öğrencilerin dörtgenlere yönelik tanımları ve öğrencilerin dörtgenlere ait özelliklerle ilgili ön bilgileri şeklinde belirlenmiştir. Dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde ortaya çıkan eylem ve durumlar kavramsal çerçevede yer alan 7 eylem olarak ele alınmıştır. Bu kısımda diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme eyleminin alt bileşenleri belirlenmiştir. 3. turuncu dikdörtgende ise ön bilgilerin sorgulama sürecine olan etkisi sunulmaktadır.

Çalışmanın bulguları sunulurken öğrencilerin söylemlerine yer verilmiştir. Bu söylemlerde kalın-italik olarak belirtilen kısımlar sorgulama sürecine ait bahsedilen eylemlere dair kanıt sunmaktadır. Tüm bileşenlerde bu vurgulu yerler ilgili eylemi ifade ederken, vurgu yapılmayan durumlarda öğrenciler/araştırmacı arasında geçen tüm süreç bu eyleme dair kanıt olarak ele alınmıştır.



Şekil 4. Bulgular

4.1.1. Öğrencilerin Dörtgenlere Yönelik Tanımları

Bu bölümde katılımcıların dörtgen çeşitlerini nasıl tanımladıkları incelenmiştir. Tablo 15’ de her bir katılımcının dörtgen, yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare tanımlarına yer verilmiştir.

Tablo 15

Öğrencilerin dörtgenlere yönelik tanımları

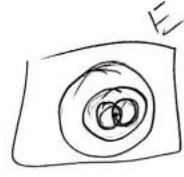
	Fulya	Hakan	Suna	Önder
Dörtgen	4 köşenin bileşiminden oluşan çizgiler bütünüdür.	4 kenarı ve 4 köşesi vardır. İç açılar toplamı 360 derecedir. Mesela 4 tane doğru parçamız olsun. Bunların her biri 4 farklı köşede kesişiyorlar. Ve bunlar kesişerek içeride bir alan oluşturuyorlar. Biz burada oluşan şekle dörtgen diyoruz.	4 kenarı 4 köşesi bulunan ve açıkta kalan tarafı olmayan kapalı şekillerdir.	4 tane doğru parçasının kesişmesinden oluşan şekildir.

Yamuk	Yamuk da dörtgen gibi hayali çizgilerden oluşan bir şekildir. Bu sefer yamukta paralellik sınırlandırması yok 2 çizgide. Yine aynı şekilde 4 köşe bulunmalı. Sadece paralellik kuralını kaldırıyoruz yine çok benziyor.	Sadece taban ve tavadaki kenarlar birbirine paraleldir. En fazla 2 açı kendi arasında eşit olabilir.	Alt ve üst kenarları paralel olan ve dik açı bulundurmamak zorunda olmayan kapalı şekildir.	4 kenarı, 4 köşesi, 2 köşegeni olan her kenarı birbiri ile aynı uzunluğa sahip olmayan biçimsiz şekil.
Paralelkenar	Kareye çok benzeyen geometrik şekildir. 2 paralel çizginin karşı karşıya gelmesi ve onu 2 paralel çizginin kesmesi.	Karşılıklı bulunan her 2 kenar birbirine paralel ve karşılıklı açılar birbirine eşittir.	Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir. Dikdörtgenden tek farkı 90 derece bulundurmamasıdır.	İç açılar toplamı 360 derecedir. 4 kenar, 4 köşesi, 2 köşegeni vardır.
Eşkenar Dörtgen	Birbirine eşit çizgiler kullanmak zorundayız. Açıları 90 derece olmalı.	Bütün kenarları eşit olan paralelkenar olarak da adlandırılabilir. Karşılıklı ikişer açıları eşittir. Paralelkenarın daha da düzene sokulmuş hali olarak adlandırılabilir. Simetriktir.	Baklava dilimi gibidir. Uçurtma gibidir.	İç açılar toplamı 360 derecedir. 4 kenarı, 4 köşesi, 2 köşegeni vardır. Karşılıklı kenarlar paraleldir. Özel bir dörtgendir. Halk arasında baklava denir.
Dikdörtgen	2 uzun 2 kısa çizginin bileşimi gibi gelebilir insanın gözüne. Fakat bu çizgiler uyum içindedir.	Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve bütün açıları 90 derece olan dörtgendir. Bütün kenarları eşit olursa kare olur. Bütün açıları 90 derece olduğu için karşılıklı kenarları paraleldir. Simetriktir.	Tüm açıları 90 derecedir. Karşılıklı kenarları eşit uzunluktadır. Köşegen uzunlukları eşittir ama birbirlerini dik kesmezler.	İç açılar toplamı 360 derecedir. Her bir açı 90 derecedir. 4 kenarı, 4 köşesi, 2 köşegeni vardır. Karşılıklı kenarlar paraleldir. Özel bir dörtgendir. 2 uzun 2 kısa kenarı vardır.
Kare	En kurallı, en emek gerektiren dörtgendir. Hem çizgiler aynı boyda hem açılar hem çizgilerin konumu. Hayatımızın her kısmında vardır.	Bütün kenarları eşit ve her açısı 90 derecedir. En çok kuralla sınırlanan şekildir. Simetriktir.	Tüm kenarları eşittir. Tüm açıları 90 derecedir. Köşegenler açıları 2 eşit parçaya böler. Köşegenler birbirini dik ekser ve eşit böler. Köşegenlerin oluşturduğu bütün üçgenler birbirine	İç açılar toplamı 360 derecedir. 4 kenarı, 4 köşesi, 2 köşegeni vardır. Karşılıklı kenarlar paraleldir. Her açısı 90 derecedir.

eşittir. Alanı bir kenar uzunluğunun karesidir.	Yüksekliği ile açıortay uzunluğu aynıdır. Açıortay uzunluğu köşegenleri ile aynı uzunluktadır.
---	--

Tablo 15 detaylı olarak incelendiğinde, Fulya'nın dörtgen tanımları yaparken hayali şekiller olduğundan söz ettiği görülmektedir. Fulya, dörtgeni tanımlarken 4 köşenin birleştirilmesiyle oluşan şekiller olduğunu, paralellik ve iç açının ölçüsüne bağlı olarak farklı şekillere dönüştüğünü belirtmiştir. Fulya'nın dörtgen tanımlarına verdiği yanıtlar bu şekilde olmasına rağmen oluşturulan sorgulama topluluğunda fikirleri değişmiştir. Sorgulama sürecinde diyalog kurdukça Fulya başlangıçta yanlış veya eksik olan fikirlerini doğru bir şekilde yapılandırmaya başlamıştır. Fulya, özel dörtgenleri başlangıçta birbirinden hariç tutarak ele almıştır. İlerleyen süreçlerde, sorgulama topluluğu sayesinde Hakan'ın dediklerini çok düşündüğünü ve tartışmaların fikrini değiştirdiğini ifade etmiştir. Bu süreçten sonra dörtgenleri birbiriyle ilişkili olarak ele alarak sorgulama topluluğuna katılmıştır.

Hakan'ın dörtgen ve çeşitleri için yaptığı tanımlar doğrudur. Yamuk tanımını yaparken sadece 1 çift karşılıklı kenarın paralel olması koşulunu söylemiş olmasına rağmen sorgulama sürecinde *en az* 1 çift karşılıklı kenarın paralel olması durumunu ele alarak en az koşulunu eklemiş ve sorgulama topluluğuna fikirleriyle katkı sağlamıştır. Hakan eşkenar dörtgen tanımını yaparken, dörtgenlerin iç içe yer aldığını fark etmiştir. Bu durumu fark ettiğinde dörtgen çeşitlerini küme şeklinde ifade etmiştir. (Bkz. Şekil 5) Küme şeklinde ifade ettikten sonra, kalan tüm oturumlarda bu küme üzerinden sorgulama yapmıştır. Hakan, ilk olarak eşkenar dörtgen tanımını yaparken hiyerarşik ilişkinin küme ile ifadesinden bahsetmiştir. Bundan sonraki süreç için yaptığı tanımlar kapsayıcı tanımlardan oluşmuştur. Hakan, çizdiği küme ifadesiyle dörtgen çeşitlerinin genelden özele doğru ilerlediğini, özelliklerin arttığını belirtmiştir.



Şekil 5. Hakan'ın özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren küme şekli

Suna ise dörtgen tanımlarını yaparken açı bileşenini ön planda tutmuştur. Dörtgen tanımını yaparken açı ile ilgili bir bilgi vermemesine rağmen diğer dörtgen çeşitlerinde açı ile ilgili özellikleri kullanarak tanımlar yapmıştır. Yamuk, paralelkenar ve eşkenar dörtgenin dik olmayacağını belirtmiştir. Sorgulama topluluğunda diğer katılımcılarla tartıştıktan sonra eşkenar dörtgenin dik olabileceğini fark ederek tanımını yeniden yapılandırmıştır. Paralelkenar ve dikdörtgenin tek farkının paralelkenarın bir iç açısının ölçüsünün 90 derece olmaması olduğunu yine bu süreçte fark etmiştir. Sorgulama topluluğundaki tartışma süreci boyunca bu fikri değişmemiştir. Suna dörtgen çeşitlerini birbiri ile ilişkilendirmeden ele almıştır. 1. Oturumda gerçekleşen sorgulama sürecinin sonuna doğru dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin küme şeklinde ifadesini kabul ederek fikrini değiştirmiştir. Ancak bu fikri çok benimsememiştir. Sonraki oturumlarda dörtgenlerin küme şeklinde ifadesinin nasıl olacağı sorulduğunda farklı bir küme oluşturmuştur. Sorgulama sürecinde arkadaşları daha önce bu şekli kabul ettiğini hatırlattıktan sonra küme ifadesini tekrardan yapılandırmıştır.

Önder de dörtgen ve çeşitleri için kendi yaptığı dörtgen tanımına çok benzer tanımlar yapmışlar. Tanımdan daha çok dörtgenlerin sahip olduğu özellikleri sıralamıştır. Önder, dörtgenlerin sahip olduğu özelliklerden söz ederken daha çok kenar uzunlukları ile ilgili sınırlandırmalar yapmıştır. Örneğin, yamuğun bütün kenar uzunluklarının birbirinden farklı olması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak sorgulama sürecinde ikizkenar yamuk örneğinden sonra bu fikri değiştirmiştir. Dikdörtgenin iki uzun ve iki kısa kenardan oluşması gerektiğini ifade etmiştir. Önder, dörtgen tanımlarını ilişkilendirmeden yapmıştır.

Sonuç olarak, öğrencilerin tanımları kendi içinde karşılaştırıldığında, dörtgen için Fulya ve Önder köşegen ve kenarların birleşimini kullanarak benzer tanımlar yapmışlardır. Hakan köşe ve kenar bileşenlerinin yanı sıra bunun bir alan olduğuna değinmiş ve Suna da benzer şekilde oluşturulan alan derken kapalı şekil ifadesini kullanmıştır. Yamuk için Suna ve Hakan sadece alt kenar ile üst kenar paralellikinden söz etmişlerdir. Ancak Hakan daha sonra sorgulama sürecine geçildiğinde sadece ifadesini kullanmamış en az 1 çift karşılıklı kenarın paralel olması durumunu ele almıştır. Fulya dörtgende koyduğu paralellik koşulunu, yamuğu tanımlarken kullanmamış; kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar da tekrar paralellik koşulunu getirmiştir. Önder, dörtgen ve yamuk tanımını aynı şekilde yapmıştır. Paralelkenar tanımı için Suna, Hakan ve Fulya karşılıklı kenarların paralel olması gerektiğini belirtmiş ancak Suna özel olarak paralelkenarın açılarının 90° olamayacağını da ifade etmiştir. Önder, paralelkenar tanımı için dörtgen ve yamuk tanımından farklı bir tanım yapmamıştır. Eşkenar dörtgen tanımı için Hakan, bütün kenarları eşit olan paralelkenar ifadesini kullanmıştır. Hakan burada kapsayıcı tanım yaparak aslında hiyerarşik ilişkiden bahsetmiştir.

Suna, eşkenar dörtgeni baklava dilimi ve uçurtma şekli olarak tanımlamıştır. Ancak sorgulama sürecinde Suna, eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarının eşit olmadığı fikrini savunmuştur. Önder, şimdiye kadar yaptığı diğer tanımlardan farklı olarak karşılıklı kenarların paralel olmasını eklemiştir. Fulya da kenar uzunlukları eşit ve karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen diyerek Hakan ile benzer bir tanım yapmıştır. Dikdörtgen tanımı için Hakan, bütün kenar uzunlukları eşit olursa kare oluşacağını belirtmiştir. Hakan burada kapsayıcı tanım yaparak hiyerarşik ilişiyi fark etmiştir. Önder, diğer dörtgenlerden farklı olarak 2 uzun 2 kısa kenarı vardır diyerek hariç tutan tanım yapmıştır. Suna ve Fulya dikdörtgen tanımı için benzer tanımlar yapmış ancak Suna iç açılarının 90 derece olması gerektiğini de eklemiştir. Kare için Suna, Hakan ve Önder en çok özellik taşıyan şekil olduğunu belirtip karenin özelliklerine yer vermişlerdir. Fulya, kare için de matematiksel bir tanım yapmayarak dörtgen ve çeşitleri için matematiksel tanımlar yapmamıştır. Ancak sorgulama süreci boyunca matematiksel tanımlara yer vermiştir. Başlangıçta Suna ve Önder ile benzer

olarak hariç tutan tanımlara yer vermiştir. İlerleyen süreçte fikrini değiştirip kapsayıcı tanımlara yer vererek Hakan ile benzerlik göstermiştir.

4.1.2. Öğrencilerin Dörtgenlere Ait Özelliklerle İlgili Ön Bilgileri

Tablo 16

Öğrencilerin dörtgenlere ait özelliklerle ilgili ön bilgileri

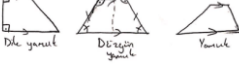
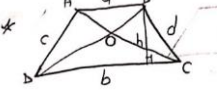
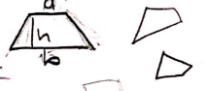
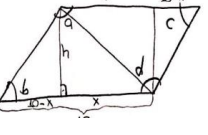
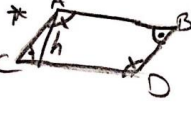
	Fulya	Hakan	Suna	Önder
Dörtgen	4 köşenin ve 4 çizginin olması gereklidir. 2 paralel çizginin 2 paralel çizgi ile kesişmesidir.	4 kenarı ve 4 köşesi vardır. İç açılar toplamı 360 derecedir. En çok dörtgen olarak kare ve dikdörtgeni görürüz. Dörtgenlerin dış açıları toplamı da 360 derecedir. Üçgenlerle yapmaya çalışırsak en az 2 üçgen kullanmamız gerekir. Çizmek için en az kural yamuktur. Sonra paralelkenar gelir. Ardından eşkenar dörtgen ve dikdörtgen en çok sınırlanan ve kuralları olan şekil ise karedir. Çoğunlukla simetrikler.	4 kenarı, 4 köşesi bulunan ve açıkta kalan tarafı bulunmayan şekillerdir. İç açıları toplamı her zaman 360 derecedir. Paralelkenar, kare, dikdörtgen, yamuk dörtgenlere örnek verilebilir. Paralelkenarda u açısı dediğimiz u açısı söz konusudur. Yani aynı tarafta bulunan açıların toplamı 180 derecedir. Dikdörtgen ve kare dik kenarlar bulunur ancak paralelkenar ve yamukta yoktur. Karenin tüm kenarları eşit ve tüm açıları 90 derecedir. Dörtgenleri kullanarak pek çok 3 boyutlu şekil elde edebiliriz. Örnek: küp, dikdörtgenler prizması, piramit... Paralelkenarda karşılıklı kenarlar paralel olsa da dik değildir. Karede köşegen uzunlukları birbirine eşittir. Kesişim bölgelerindeki parçalar eşittir. Dikdörtgende de eşittir. Yamuklarda köşegenlerle oluşan bazı üçgenlerin alanları eşittir.	4 kenara sahiptir. Dikdörtgen için 2 uzun ve 2 kısa kenarı vardır. Dikdörtgen ve kare için iç açıları 90 derecedir. İç açıları toplamı 360 derecedir. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Dikdörtgenin alanı iki kenarın çarpımına eşittir. Paralelkenar, dikdörtgen, baklava şekline benzeyen türleri vardır. Çevrelerinin bulunma yöntemi tüm kenarları toplamak şartı ile bulunur. 2 köşegen vardır. Her dörtgenin kendine ait özellikleri vardır.

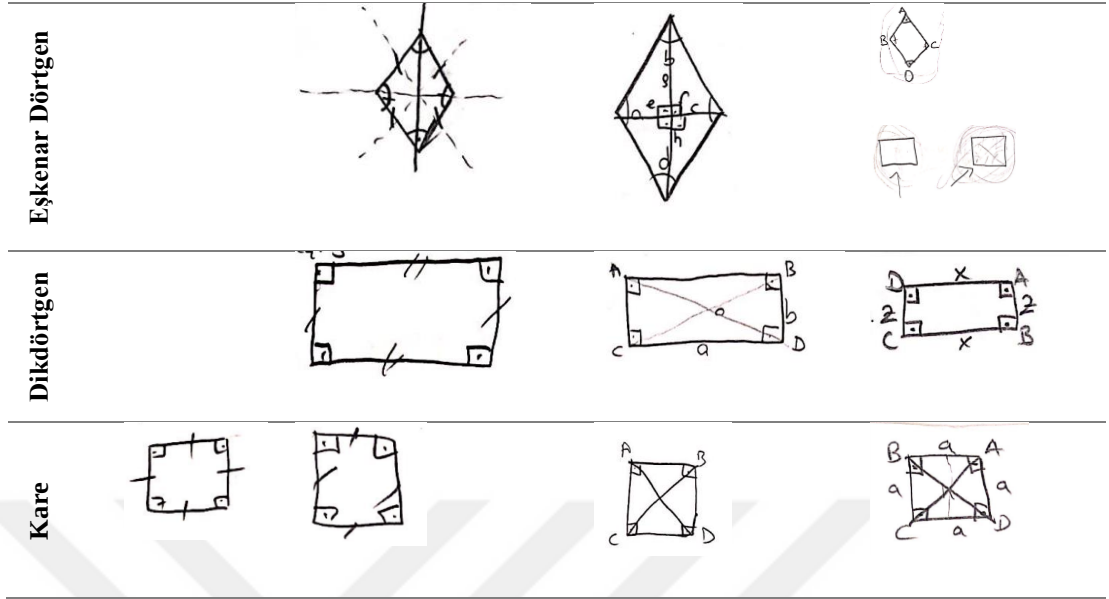
Yamuk	Nokta sürüsünün yan yana gelmesiyle oluşmuştur. Dörtgen gibidir.	Sadece taban ve tavandaki kenarlar birbirine paraleldir. En fazla 2 açı kendi arasında birbirlerine eşit olabilir. Paralel olmayan 2 kenarın uzunlukları eşit olabilir de olmayabilir de, fark etmez. Sadece düzgün yamuk tabana dik bir çizgi çizilirse simetrik.	Alt ve üst kenarları paraleldir. Dik açı bulundurmamak zorunda değildir. Kapalı şekildir.	İç açıları toplamı 360 derecedir. Dik kenar yamuk, yamuk vb. türleri vardır. İç açılarının hepsi aynı değere sahiptir. Özel dörtgenlerden biridir.
Paralelkenar	Kareye çok benzeyen geometrik bir şekildir. 2 paralel çizginin karşı karşıya gelmesi ve onu 2 paralel çizginin kesmesidir. Pencere camı gibi nasıl bakarsan öyle görürsün.	Karşılıklı olan her iki kenar da birbirine paralel, karşılıklı açılar eşittir. Açılar toplamı 360 derecedir. Karşılıklı olmayan kenarların uzunlukları farklıdır. Eğer tüm açıları aynı olsaydı dikdörtgen olurdu. Eğer iki karşılıklı noktayı bağlayan bir çizgi çizilirse iki açıyı da tam ortadan böler ve simetrik bir şekil oluşur.	Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir. Dikdörtgenden tek farkı dik bulundurmamasıdır. Alanı taban çarpı yüksekliktir. Kendi içinde iki tanesinin alanı aynı ve diğerlerinin de kendi içinde iki tane aynı alana sahip 4 tane üçgenden meydana geldiğini söyleyebiliriz. A ve d açıları geniş açı, b ve c açıları dar açıdır.	İç açıları toplamı 360 derecedir. 4 kenarı vardır. 4 köşesi vardır. 2 köşegeni vardır. U kuralı olduğunda a+b toplamı 80 derecedir.
Eşkenar Dörtgen	Kafamızda kurduğumuz hayali çizgilerin uzunluğu da önemli burada. Birbirine eş çizgiler kullanmak zorundayız.	Bütün kenarları eşit olan paralelkenar olarak adlandırabiliriz. Paralelkenarın daha düzene sokulmuş halidir. Simetrik. Eğer iki karşılıklı nokta bir çizgiyle birleşirse oluşan açılar bölünürse eşit olur.	Baklava dilimi gibidir. Kesişim noktası eşit böler. Kesişim noktası dik keser. Uçurtma gibidir.	İç açıları toplamı 360 derecedir. 4 kenarı 4 köşesi vardır. 2 köşegeni vardır. Karşılıklı kenarlar paraleldir. Özel bir dörtgendir. Halk arasında baklava deriz.
Dikdörtgen	Milyonlarca noktadan oluşan çizgileri anlamlandırmak gereklidir. 2 uzun 2 kısa çizginin birleşmesidir.	Bütün kenarları eşit olursa kare olur. Bütün açıları 90 derece olduğunda karşılıklı kenarlar paraleldir. Simetrik. İki karşılıklı açıyı birleştiren bir çizgi çekilirse 45 derece	Tüm açıları 90 derecedir. Karşılıklı kenarları eşit uzunluktadır. Köşegen uzunlukları eşittir ama dik kesmezler. Alanı kısa kenar ile uzun kenarın çarpımıdır.	İç açıları toplamı 360 derecedir. Her bir açı 90 derecedir. Alanı x.y ile bulunur. 4 kenarı 4 köşesi 2 köşegeni vardır. Karşılıklı kenarlar paraleldir. Özel bir dörtgendir.

		olan bir açı meydana gelir.		Çevresinin toplamı $2.(x+y)$ ile bulunur. 2 uzun 2 kısa kenarı vardır.
Kare	En kurallısı en emek gerektirenidir. Hem çizgiler aynı boyda, hem açıları hem çizgilerin konumu.	Satranç kareleri ve tahtası direkt aklıma gelir. En çok kuralla sınırlanan şekildir. Simetriktir. İki karşılıklı açıyı birleştiren bir çizgi çekilirse açılar 45 derecelik dört açıya ayrılır.	Tüm kenarları eşittir. Tüm açıları 90 derecedir. Köşegenler açları tam ikiye böler. Köşegenler birbirini dik keser ve eşit böler. Köşegenlerden oluşan tüm üçgenler birbirine eşittir. Alanı bir kenar uzunluğunun karesidir.	İç açıları toplamı 360 derecedir. 4 kenarı 4 köşesi 2 köşegeni vardır. Özel bir dörtgendir. Karşılıklı kenarları paraleldir. Her açısı 90 derecedir. Alanı $a.a$ ile bulunur. Çevresi $4a$ ile bulunur. Yüksekliği ve kenarortay uzunlukları eşittir. Açıortay uzunluğu köşegenleri ile aynı uzunluktadır.

Tablo 17

Öğrencilerin dörtgenlere ait çizdikleri şekiller

	Fulya	Hakan	Suna	Önder
Dörtgen				
Yamuk				
Paralelkenar				



4.2. Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkisi Kurma Sürecinde Ortaya Çıkan Eylemler ve Durumlar

Bu bölümde, katılımcıların dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma sürecinde sorulan soruların çözüm sürecinde birbirleriyle oluşturdukları sorgulama topluluğunda ortaya çıkan durum ve eylemler benimsenen kavramsal altyapı başlıkları altında tartışılacaktır. Aşağıda verilen Tablo 18’de, tüm süreç boyunca belirlenen eylemler ve hangi oturumda kaç tane bu eylemlerden ortaya çıktığının sayıları verilmiştir. Tablodan da görüldüğü gibi en çok diyalog eylemi görülürken en az matematikçiler gibi matematik yapma eylemi görülmüştür. Sorgulama sürecinde sorgulama prosedürlerinin gözden geçirilmesi eylemine hiç rastlanmamıştır.

Tablo 18

Sorgulama eylemlerinin ortaya çıkma durumları

	Diyalog Yoluyla Matematik Anlayışı Geliştirme	Öğrencilerin Gruplar Halinde Çalışması	Kendini Düzeltilme- Hataları Gözden Geçirme	Topluluk Üyelerinin Risk Alması	Alternatif Yaklaşımlar Önerilmesi Ve Geliştirilmesi	Sorgulama Prosedürleri nin Gözden Geçirilmesi	Matematikçiler Gibi Matematik Yapma
1. Oturum	79	24	9	28	3	-	-
2. Oturum	57	18	5	24	2	-	-
3. Oturum	56	15	9	23	2	-	-
4. Oturum	34	11	7	27	-	-	2
5. Oturum	39	13	8	27	-	-	-
6. Oturum	33	6	5	13	1	-	-
Toplam	298	87	43	143	8	-	2

1. Oturumda dörtgen ve çeşitlerinin tanımı sorulan sorular yer aldığından dolayı diğer oturumlara göre öğrenciler diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirmeyi daha çok kullanmışlardır. Ortak bir tanım elde etmeye çalışmışlar ve bu süreçte risk alma eylemini de diğer oturumlara göre daha çok kullanmışlardır. Öğrencilere dörtgen tanımlarının sorulduğu sorularda sorgulama süreci ilerledikçe 2 gruba ayrılmışlar ve Hakan'a karşı diğer öğrenciler bir grup olmuştur. Ancak bu durum sorgulama süreci ilerledikçe değişmiştir. Sorgulama prosedürlerinin sorgulanması eylemi sorgulama süreci boyunca ortaya çıkmamıştır. Bunun sebebinin hipotez kurmayı gerektirecek bir sorgulama temelli sorunun olmaması olduğu düşünülmektedir. En az görülen eylem matematikçiler gibi matematik yapma eylemidir. Bunun sebebi matematik yapmanın üst bilişsel bir durum olması ve öğrencileri ispat ve doğrulama yapma alışkanlıklarının olmaması olduğunu düşünülmektedir. Alternatif yaklaşımlar önerilmesi ve geliştirilmesi, matematikçiler gibi matematik yapma eyleminden sonra en az ortaya çıkan eylem olmuştur. Bu eylemin az ortaya çıkmasının sebebinin öğrencilerin konuları ve kavramları ilişkilendirme alışkanlıklarının pek olmamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. 4. En az ortaya çıkan eylem öğrencilerin hatalarını gözden geçirip kendilerini düzeltmeleridir. Öğrenciler kendi bilgi ve yorumlarının eksik ya da yanlış olduğunu fark edip fikirlerini değiştirdikleri görülmüştür.

4.2.1. Diyalog Yoluyla Matematik Anlayışı Geliştirme

Yapılan analizler sonucunda 'Diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme' eyleminin altında; tanımlama yapma, bilginin anlaşılması, yorumlama, soru-cevap, onaylama, yeni bir fikir önerme, karşılaştırma ve örnek verme alt bileşenleri elde edilmiştir (Bknz. Tablo 19). Bu alt bileşenlerin hepsi öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlara karşılık, sorgulama yapma sürecinde ortaya çıkan sorgulama eylemleri olarak ele alınmıştır. Bu eylemler görüşme sırasında sorulan sorular çerçevesinde tanıtılmıştır. Süreç içerisinde öğrenciler iletişim halindeyken, birbirlerinin fikir ve argümanlarına katıldığı, geliştirdiği veya karşı çıktığı durumlarda birden fazla alt bileşen belirlenmiştir. Bu durumlar her bir bileşenin alt başlığında ayrı ayrı tartışılacaktır.

Bu çalışmada, veri analizi sürecinde diyalog aracılığıyla matematik oluşturma olarak belirlenen bölümlerde alt bileşenler ortaya çıkmıştır. Bu alt bileşenler (1) tanımlama yapma, (2) bilginin anlaşılması, (3) karşılaştırma, (4) onaylama, (5) bilginin sentezlenmesi, (6) fikir önerme, (7) soru-cevap, (8) örnek verme ve (9) bilginin yorumlanması şeklinde bulunmuştur. Tablo 19’da bu alt bileşenlerin içeriğine göre oluşturulan tanımlar verilmiştir.

Tablo 19

Diyalog eyleminin alt bileşenleri

Tanımlama yapma	Öğrencilerin diyalog sürecinde matematiksel kavramların tanımlarını kullanma durumlarını içermektedir.
Bilginin anlaşılması	Verilen soruda yer alan matematiksel durum ve kavramların anlaşılması ve bunların ifade edilmesi şeklinde belirlenmiştir.
Karşılaştırma	Yapılan tanımların farklı ya da benzer yönlerinin kıyaslanması ile özelliklerin birbiri ile ilişkileri veya kıyaslanması olarak ortaya çıkan durumları içermektedir.
Onaylama	Öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini desteklemeleri şeklinde belirlenmiştir.
Bilginin sentezlenmesi	Yapılan tanımların birleştirilmesi, verilen ya da ifade edilen özelliklerin birleştirilmesi şeklinde tanımlanmıştır.
Fikir önerme	Sorgulama sürecinde ifade edilen konu hakkında yeni bir bilgi, özellik ortaya atılmasını içermektedir.
Soru-cevap	Diyalogun sorular aracılığıyla devam etmesi durumunda ortaya çıkan eylemleri kapsamaktadır.
Örnek verme	Özellikleri ya da kavramlar hakkında örnekler yardımıyla matematiksel anlayışa katkı sağlanan durumları içermektedir.
Bilginin yorumlanması	Ortaya çıkan fikirlerin ilişkisinin kurulması, özelliklerin değerlendirilmesi sürecindeki eylemleri tarif etmektedir.

Öğrencilerin tüm oturumlar süresince, kendi içlerinde oluşturdukları sorgulama topluluğunda her bir soruya verdikleri cevaplarda belirlenen alt bileşenlerin sayısı Tablo 20’de verilmiştir. Tablodan da görüldüğü gibi, öğrencilerin oluşturduğu sorgulama topluluğunda en fazla bilginin yorumlanması alt bileşenine rastlanılmaktadır. En çok bu alt bileşenin ortaya çıkma sebebinin sorgulama temelli soruların yorumlamaya açık olmasından dolayı olduğu düşünülmektedir. Daha sonra

en fazla ortaya çıkan 2. alt bileşen bilginin anlaşılmasıdır. Sorgulama temelli sorularda verilen bilgilerin yorumlanması bilginin anlaşılmasına olanak sağladığı düşünülmektedir. Öğrenciler 3. Olarak en çok soru-cevap şeklinde diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirmeye çalışmışlardır. Bunun sebebinin öğrencilerin birbirlerini tanımamasından dolayı ifade ettikleri bilgilerin doğru anlaşıldığından emin olmak istemeleri olduğu düşünülmüştür. Öğrenciler, soru cevap alt bileşeninden sonra en fazla tanımlama yapma alt bileşeninden yararlanmışlardır. Tanımlama yapma eyleminin bu kadar çok ortaya çıkma sebebi doğrudan tanım sorulan soruların olmasından dolayı ve hazırlanan sorgulama temelli sorularda öğrenciler argümanlarını desteklemek için tanımlardan yararlanmaya ihtiyaç duymalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Tanımların karşılaştırılması doğrudan tanım sorulan sorularda ortaya çıkmasıyla birlikte önerme sorularında da öğrencilerin yoğun olarak yararlandıkları bir alt bileşendir. Öğrenciler en çok önerme sorularında birbirlerinin fikirlerini destekleyerek ortaya çıkan bilgiyi onaylamışlardır. Özellikle yamuk ile ilgili bir önermede en çok ortaya çıkmıştır. Bunun sebebinin öğrencilerin yamuk tanımında ortak bir tanım oluşturmamaları olduğu düşünülmektedir. Bilginin sentezlenmesi, fikir önerme alt bileşeni de en az ortaya çıkan ikinci bileşen olmuştur. Öğrenciler yeni fikirler önermek yerine var olan fikirler üzerinden akıl yürütmeler yapmışlardır. En az ortaya çıkan alt bileşen ise örnek verme olmuştur. Sorgulama topluluğunda, öğrenciler fikirlerini örneklerden yararlanarak ifade etmeyi çok tercih etmemişlerdir.

Tablo 20

Sorulara göre ortaya çıkan diyalog eylemin alt bileşenleri

Sorular	Alt Bileşenler		Tanımlama yapma	Fikir önerme	Bilginin anlaşılması	Bilginin sentezlenmesi	Tanımların karşılaştırılması	Bilginin onaylanması	Örnek verilmesi	Soru cevap	Bilginin yorumlanması
1. Dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız.			3	1	3	2	4	-	-	3	-

2.	Yamuk nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	5	1	5	-	4	1	2	5	2
3.	Paralelkenar nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	4	-	3	-	4	-	-	13	4
4.	Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	5	1	-	-	-	-	-	1	1
5.	Dikdörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız.	4	-	-	-	-	-	-	-	1
6.	Kare nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.	4	-	-	-	-	-	-	-	-
7.	Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır.	-	-	3	1	2	2	-	2	5
8.	Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur.	10	-	6	-	6	-	-	4	2
9.	Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir.	4	-	1	-	2	1	-	5	2
10.	Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açıya sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır.	-	-	3	-	-	4	-	2	1
11.	Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir.	2	-	9	2	1	3	-	5	3
12.	Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır.	3	-	-	1	1	-	-	-	3
13.	En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve en az bir çift kenarı birbirine paralel olan	-	-	2	-	-	-	-	-	6

	dörtgen/dörtgenler nelerdir? Açıklayınız.										
14.	Verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir?	-	-	13	1	-	1	-	7	5	
15.	Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi? Çizerek açıklayınız.	-	-	1	1	-	-	-	2	6	
16.	Diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz. Neden bu şekiller seçtiğinizi açıklayınız.	3	-	5	-	2	-	-	6	7	
17.	Diyagrama göre paralelkenar olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz. Neden bu şekiller seçtiğinizi açıklayınız.	2	-	-	-	-	-	-	2	4	
18.	Diyagrama göre eşkenar dörtgen olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz. Neden bu şekiller seçtiğinizi açıklayınız.	-	2	-	1	-	-	1	-	-	
19.	Diyagrama göre dikdörtgen olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz. Neden bu şekiller seçtiğinizi açıklayınız.	-	-	2	-	1	-	-	-	-	
20.	Diyagrama göre kare olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz. Neden bu şekiller seçtiğinizi açıklayınız.	-	-	-	1	-	-	-	-	2	

21.	Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz.	-	-	1	-	-	1	-	-	3
22.	Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz.	-	-	2	-	-	-	-	-	5
23.	Cansu, dikdörtgenin özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Cansu'nun bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	-	-	-	-	-	-	-	-	2
24.	Ufuk, paralelkenarın özel bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Ufuk'un matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	-	1	-	-	-	1	-	-	3
25.	Emre, kare ve dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade ediyor. Emre'nin matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	-	-	1	1	-	-	-	1	-
26.	Nil, eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Nil'in matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.	1	-	2	-	-	-	-	-	2
27.	Evrin, dikdörtgenin özel bir kare olduğunu, karenin de	-	-	2	-	-	-	-	-	3

özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Evrim'in bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.										
	Toplam	50	6	64	11	27	14	3	59	72

4.2.1.1. Tanımlama Yapma

Bu bileşenin diyalog eyleminin altında alınmasının sebebi diyalogun, matematiksel sorgulama topluluğundaki öğrencilerin ortak bir şekilde kendi anlamlarını oluşturdukları dinamik bir ortam olmasıdır. Bu bileşende, katılımcıların matematiksel kavramların tanımlarının yapılması ve verilen soru ile ilişkilendirilen diğer kavramların tanımlamalarının yapılmasına yer verdiği durumlar ele alınmıştır. Bu alt bileşen, öğrencilere doğrudan kavramlara ait tanımlar sorulduğunda kullanılmış veya öğrenciler argümanını desteklemek amacıyla tanım yaptığında ortaya çıkmıştır. Öğrenciler doğrudan tanım sorulan sorularda tanımlama yaparken, aynı zamanda diğer sorularda da argümanlarını desteklemek, bir fikri çürütmek ya da sorgulama sürecini devam ettirmek için tanım yapma ihtiyacı duymuşlardır.

Tanımlama yapma eyleminin ortaya çıktığı ilk durumda, dörtgen nedir sorusuna karşılık Suna'nın yaptığı tanımdır. Suna aynı zamanda dörtgen çeşitleri olan yamuk, paralelkenar, dikdörtgen ve kareyi çizip özelliklerinden de bahsetmiştir. Sorgulama topluluğundaki öğrencilerden hiçbiri bu aşamada eşkenar dörtgenden bahsetmemiştir. Hakan ve Önder tamamen Suna'nın cevabına benzer bir cevap vermiştir. Bu soruya karşılık Fulya, hayatımızın her köşesinde görebileceğimiz fakat çok dikkatimizi çekmeyen şekiller şeklinde bir giriş yapmıştır. Fulya, tanım sorularında başlarda soyut düşünmesine rağmen sorgulama süreci ilerledikçe daha fazla matematiksel ifadeler kullanmıştır.

Dörtgen nedir sorusuna karşılık sorgulama sürecinde Fulya, Hakan, Suna ve Önder tanımlarını oluşturmak için birbirlerinin argümanlarını destekleyerek ya da karşı çıkarak ortak diyalog süreci oluşturmuşlardır. Bu süreçte Fulya, dörtgen için 4

köşenin bileşimidir diye tanım yaparken Hakan Fulya'nın tanımına paralellik fikrini eklemiştir. Suna, Fulya ve Hakan'ın yaptığı tanımları sentezleyerek yeni bir tanım yapmış ve dörtgenin “4 köşede her biri 2 köşe oluşturacak şekilde bir şeklin kapanması” şeklinde tanımlamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: 4 köşenin bileşiminden oluşan çizgiler bütünüdür.

Hakan: En az iki karşılıklı kenarı paraleldir.

Önder: İç açılarının toplamının 360 olması. İki tane köşegen olması lazım.

Hakan: Her kenar iki tane kenarla bir köşe oluşturuyor. O zaman hepsi birbirine bir şekil oluşturarak bağlanıyorlar. Kapalı bir şekil oluşturuyorlar.

Suna: Aslında Hakan ve Fulya'nın dediğini birleştirirsek 4 köşede her biri 2 köşe oluşturacak şekilde bir şeklin kapanması diyebiliriz. Her bir doğru parçası 2 köşeye gelecek şekilde şekil oluşturmasıdır.

Öğrenciler, yukarıda görüldüğü gibi dörtgen tanımının inşa edilmesi için ortak bir çaba göstermişlerdir. Sonrasında Önder de özellik ilave ederek ortak bir tanım oluşturmaya çalışmışlardır. Öğrenciler bu şekilde fikirlerini sentezleyerek ortak bir biçimde kendi anlamlarını oluşturdukları dinamik bir ortam yaratıkları için bu kısımlar diyalog eylemi olarak ele alınmıştır. Sorgulama sürecinde Suna'nın yorumundan sonra Fulya, yeni bir fikir önererek diyalogu devam ettirmiştir. Araştırmacı Fulya'nın dediklerinden yola çıkarak varsa şekilleri birbirinden ayıran özellikler ya da benzer özelliklerin neler olduğunu sormuştur. Fulya yorum yaptıktan sonra Hakan dörtgen tanımını yaparak diyalogu devam ettirmiştir. Sorgulama süreci aşağıdaki şekilde devam etmiştir:

Hakan: Mesela 4 tane doğru parçamız olsun. Bunların her biri 4 farklı köşede kesişiyorlar. Ve bunlar kesişerek içeride bir alan oluşturuyorlar. Biz burada oluşan şekle dörtgen diyoruz.

...

Suna: Eğer bir kağıda 4 tane nokta koyarsak her noktadan sadece 2 tane doğru parçası geçmek üzere oluşan, Hakan'ın da gösterdiği gibi, arada oluşan kapalı şekle biz dörtgen diyoruz.

Önder: 4 tane doğru parçasının birleşmesi ile oluşan şekil.

Araştırmacı: Suna dedi ki aynı kağıt üzerinde olmak koşuluyla, Önder de dedi ki 4 tane doğru parçasının birleşmesi yeterli. Aynı kağıt üzerinde olması benim için önemli mi?

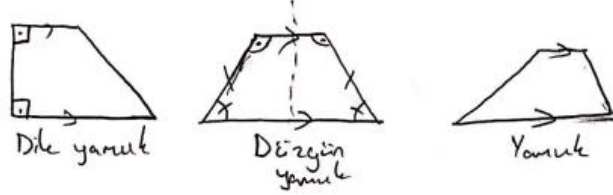
Hakan: Önemli, çünkü o iki boyutlu bir şekildir dörtgenler. Eğer bir kağıt bir düzlem üzerinde olmazsa 3 boyutlu bir şekle dönüşür. Bir düzlem zorunludur.

Suna: Aynen.

Önceki düşüncelerine ek olarak, öğrenciler sırasıyla şeklin kapalı olması ve bir düzlem üzerinde yer alması gerektiğini birbirlerinin fikirlerini sentezleyerek fark etmişlerdir. Suna'nın aynı kağıt üzerinde 4 noktanın birleşimi fikrini paylaşmasından sonra sorgulama topluluğunda tanımda yeni bir düzenleme yapılmıştır. Sürekli bir diyalog, katılımcıların bilgiyi inşa etmesini ve daha sonra farklı ifade edilen fikirleri sentezleyerek bilginin yeniden yapılanmasını sağladığından, tanımda yeni bir düzenlemeye gitme süreçlerinin tamamı bu bileşen altında ele alınmıştır. Bu süreçte öğrenciler sorgulamalar sayesinde tanımlarını yeniden yapılandırarak sorgulama ortamı oluşturarak ortaya çıkan fikirleri değerlendirip yorumlamışlardır.

Yamuğu tanımlama sorusuna karşılık Hakan cevap kağıdında sadece 2 karşılıklı kenarın paralel olması gerektiğini yazmasına rağmen (bkz. Şekil 6) bu soruyu arkadaşlarıyla tartıştığı süre boyunca en az 1 çift karşılıklı kenarın paralel olmasını savunmuş ve en az ifadesini tanımına eklemiştir.

Sadece taban ve tavandaki kenarlar birbirine paraleldir. En fazla iki kenar birbirine eşit olabilir. Paralel olmayan iki kenarın uzunlukları eşit olabilir de olmayabilir de fark etmez. Sadece düzgün yamuk tabana dik bir çizgi çizilirse simetriklik.



Şekil 6. Hakan'ın yamuk tanımı

Yamuk nedir? Sorusunu tartışılmasına önce Fulya tanım yaparak başlamıştır. Fulya, yamuk ile dörtgen tanımlarının benzediklerini, sadece paralellik durumunu yamuğun bir özelliği olarak almadığını ifade ederken Suna, yamuk tanımını doğru yapmamasının yanında düzgün olmayan yamuktan söz etmiştir. Önder, Fulya ve Suna'dan farklı olarak yamuğu tanımlamıştır. Hakan, yamuk ile ilgili doğrudan tanımlama yapmamıştır ancak yapılan diğer tanımları sorgulamışlardır. Hakan, Önder'in kenar uzunlukları farklı olmalı koşuluna karşılık kenarla ilgili bir

sınırlandırma olmadığını belirterek Önder'in fikrini eleştirmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Bu sefer yamukta paralellik sınırlandırması yok 2 çizgide. Yine aynı şekilde 4 köşe bulunmalı. Sadece paralellik kuralını kaldırıyoruz yine çok benziyor.

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Önder tüm kenarları farklı olsun dedi. Olmak zorunda mı?

Suna: Değil.

Hakan: Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili. Mesela dik yamuğun üst kenarı ile yan kenarı birbiri ile eşit uzunlukta olabilir.

...

Araştırmacı: Sonuç olarak ortak bir yamuk tanımımız var mı şu an?

Hakan: Uzunlukları birbirinden farklı birbirine paralel iki doğru parçasının yanlarından iki doğru parçasıyla birleştirilmesidir.

Fulya: Ben de Hakan'a katılıyorum. Çünkü benim aklıma da onun söyledikleri geliyor, kurduğu cümle geliyor. Bize verilen kurallara göre benim de aklıma aynı şey geliyor. Bence herkesin aklına aynı şey geliyordur.

Önder'in fikri üzerinden kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi yorumlamışlardır. Hakan, Önder'in ifade ettiği birbiri ile aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgen tanımından sonra kenarlarla ilgili bir kısıtlamanın olmadığını, dik yamuk örneğini vererek açıklamıştır. Sonrasında, Hakan uzunlukları birbirinden farklı birbirine paralel iki doğru parçasının yanlardan 2 doğru parçasıyla birleştirilmesiyle elde edilen şekil yamuktur diye tanım yaparak akranlarıyla bu tanımda fikir birliğine varmışlardır. Fulya, Hakan'ın yaptığı tanımları destekleyerek doğruladığından dolayı yani sorgulama topluluğundaki diğer kişilerin bakış açılarını kendi bakış açılarıyla birleştirdikleri için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Bu soruda, paralellik durumu için fikir ayrılığı olmamasına rağmen ilerleyen sorularda en az 2 kenarın paralel olma ve sadece 2 kenarın paralel olma durumları arasında fikir ayrılığı yaşanmıştır. Sorgulama süreci sayesinde öğrenciler yamuğun özelliklerinden yola çıkarak bir tanım yapmışlardır. Öğrenciler, sorgulama yapmasalardı bu aşamada ortak bir tanım elde edemezlerdi. Öğrenciler sorgulama sürecinde bir sorgulama topluluğu olarak tanım için eleştirilerde bulunduklarından dolayı ya da bilgiyi anlayıp yorumlamalar yaptıklarından dolayı ortak bir anlam oluşturmuşlardır. Sorgulama

sürecinde diyalog kurmayıp fikirlerini savunma ortamları olmasaydı ortak bir tanım olmamasının yanında öğrenciler yanlış ya da eksik tanım bilgisine sahip olabilecekleri düşünülmektedir.

Eşkenar dörtgenin tanımlanması sorusuna karşılık Suna diğer dörtgen tanımlarında olduğu gibi eşkenar dörtgenin temel özelliklerini sıralayarak kendi eşkenar dörtgen tanımı oluşturmuştur. Kimse Suna'nın tanımına müdahalede bulunmamıştır. Sonrasında Hakan kendi tanımını çok kısa bir şekilde ifade etmiştir. Fulya bu kısımda tanım yapma konusunda bilimsel tanımlar yapmak istemediğini daha çok gözlemle bilgi oluşturduğunu ifade ederek tanım yapmaktan kaçınmıştır (bkz Şekil 6). Ancak araştırmacı ile olan diyalogundan sonra eşkenar dörtgen için bir tanım yapmıştır. Önder ise yine özelliklerden yola çıkarak bir tanım yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Aynı tanım üzerinden gidiyorum. 4 kenarı 4 köşesi olan, iç açıları toplamı 360 derece olan kapalı şekil bu da. Bununla birlikte yine ben bir şekil çizdim burada, baklava dilimi gibi aynı zamanda uçurtma olduğunu söyleyebilirim. Yine u kuralı var.

Hakan: Açıları 90 dereceden farklı olan yine çünkü yoksa kare olur. Ve bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgendir. Karşılıklı açılar eşit oluyor.

Fulya: Aynı şekilde dörtgen grubuna girdiği için 4 çizgiye 4 köşeye sahip olan baklava dilimine benzeyen, kenarları eş olan 4 kenarlı şekil eşkenar dörtgendir.

Önder: Şimdi hocam ben düşündüm paralelkenar karşılıklı kenarları birbirine paralel ve iç açıları toplamı 360 da bence iç açıları 90 derece olabilir.

Araştırmacı: Paralelkenar da olabilir mi diyorsun?

Önder: Evet. Eşkenar dörtgenin de karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.

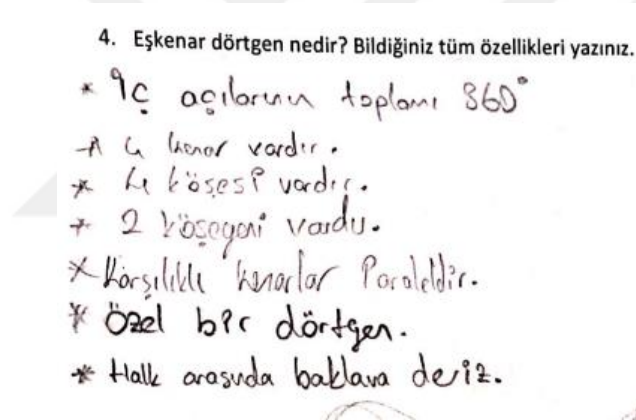
Hakan: Bütün kenarları eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel olan karşılıklı açıları birbirine eşit olan dörtgendir. Bir de 90 derece olmayacak.

4. Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

Kafamda kurduğum hayali çizgilerin
uzunluğu da aynı burada.
Birbirine eş çizgiler kullanmak zorundayız.
Açıları 90° olan çizgiler oluşur.
Bir diğer deyişle kullandığımız çizgiler.
Görmeyi yapabilmek istedik gerektirir.
Bakınla görmeyi ayırt edebilen insan geometriyi
anlayıp çizebilir bence.
Çünkü şekillerin var oluşunun farkındalığı bence
bir bakış da kazandırır insanı.

Şekil 7. Fulya'nın eşkenar dörtgen hakkındaki yorumu

Şekilde görüldüğü gibi Fulya eşkenar dörtgen tanımlı yapmaktan kaçınmış ancak yine de bazı özelliklerine değinmiştir. Önder, cevap kağıdında eşkenar dörtgenin özelliklerine değinmiştir (bkz. Şekil 8). Diyalog sürecinde ise eşkenar dörtgenin de karşılıklı kenarları paralel olduğu için aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Önder'in dörtgenler arasındaki ilişkiye değinmesi bilginin yeniden yapılanmasını sağladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Şekil 7'de görüldüğü gibi Önder, eşkenar dörtgen için tanım yapmamış ancak özelliklerini sıralamıştır. Önder'in sahip olduğu bu bilgilerden sonra, sorgulama sürecinde eşkenar dörtgenin de paralelkenar olabileceğini fark etmesi ve bu bilgiyi gerekçelendirmesi diyalog sayesinde gerçekleşmiştir.



Şekil 8. Önder'in Eşkenar dörtgen cevap kağıdı

Dikdörtgen sorusuna karşılık Fulya, birçok özellikten söz ederek bir tanımlama yapmıştır. Önder, diğer dörtgenlerde yaptığı tanım gibi yine aynı tanım diye başlayarak kenar uzunlukları hakkında bilgi verdikten sonra dikdörtgenin çevre uzunluğu ve alanı hakkında da bilgi vermiştir. Suna, diğer sorularda olduğu gibi bu soruda da tüm özellikleri sayarak bir dikdörtgen tanımlı yapmıştır. Hakan da karşılıklı olmayan kenarların farklı uzunlukta olması gerektiği kriterlerini koyarak dikdörtgen tanımlı yapmıştır. Bütün iç açıları 90 derece olan, karşılıklı kenarları birbirine eşit olan ama karşılıklı olmayan kenarların birbirine eşit olmama zorunluluğu olmayan şekil şeklinde bir tanımlama yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: *Yine söylediğim gibi kareyi en kurallı şekilde alırsak bir tık kuralıdır. O da şöyle bütün kenarlarının eşliğinin olmama durumu var, 2 karşılıklı kenarların eş olma durumu var. 4 kenarı 4 köşesi olan 4 çizginin birbirine dik kesişimi, 2 kenarın ayrı ayrı birbirine paralelliği. Kareye benzememe sebebi de dördünün eşit olmaması, 2 karşılıklı kenarın birbirine eşit olması.*

Önder: *Yine aynı tanım. Farklı olan 2 tane kısa kenar 2 tane uzun kenar olması. Alanı $x \cdot y$ çevresi $x+y$ nin 2 katı. Ama karenin çevresi bir kenarı x 'se çevresi $4x$ olur. Tek farkı bu. 2 tane kenarı diğerlerinden daha uzun.*

Suna: *Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan, karşılıklı kenarları birbirine eşit olan, tüm açıları dik açı olan 2 köşegene sahip kapalı şekil. Ve köşegenlerde oluşanlara bakılırsa köşegen uzunluklarının birbirine eşit olduğunu söyleyebiliriz. Köşegenler birbirine iki eşit parçaya ayırır. Dik kesiştiklerinden emin olamadım. Köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerden alt ve üst üçgenlerin alanları eşit ve yan üçgenlerin alanları birbirine eşit. Onun dışında alanı zaten uzun kenarı çarpı kısa kenarı. Bu kadar.*

Hakan: *Bütün açıları 90 derece olan karşılıklı kenarları birbirine eşit olan ama karşılıklı olmayan kenarların birbirine eşit olmama zorunluluğu olmayan şekil.*

Araştırmacı: *Aynı olabilir mi?*

Hakan: *Olabilir, o zaman kare oluşur. Dikdörtgenin özel durumu olduğunu ben düşünüyorum.*

Şekil 9'da görüldüğü gibi dikdörtgen tanımında Fulya, cevap kağıdında insan gözüne 2 uzun kenar 2 kısa kenardan oluşan bir şekil gibi gelebilir ancak sadece bu kadarı değildir diyerek matematiksel yapıyı anlamaya çalışmıştır. Fulya, kendini ifade ederken ise dikdörtgen tanımını kare ile benzer ve farklı yönlerine değinerek yapmıştır. Sonrasında Hakan, karşılıklı olmayan kenarların birbirine eşit olmaması gerektiğini ifade etmiş, eşitlik olduğunda şeklin kareye dönüşeceğini belirtmiştir. Fulya ve Hakan'ın dörtgenler arasındaki ilişkiye değinmeleri fikirlerin sentezlenip bilginin yeniden yapılanmasını sağladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Fulya, cevap kağıdında bahsetmemesine rağmen sorgulama sürecinde dikdörtgen ile karenin açı-kenar ilişkisini fark etmiştir. Hakan da dikdörtgenin kenarları eşit uzunluğa sahip olursa kare oluşacağını belirterek Fulya'nın fikrini doğrulamıştır.

Dikdörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız.

Dikâyetten çokluk haddatta da matematik de
 geometri de de sıkça kullandığımız bir şekil.
 Çizilerek için iyi bir ressam
 olmalı gerekir.
 Niteylece naktadan oluşan çizimleri
 anlamlandırmamız gerek.
 Çizimlerin biziyle kavuşmalı gerek.
 Zaten Zekâ çizimin birleşimi gelebilir
 her insan gözünde farklı bu çizimler
 uyum içindedir. Çizimi yollarla koruyabilmeli
 engel gibidir.

Şekil 9. Fulya'nın dikdörtgen nedir sorusuna karşılık cevap kâğıdı

Karenin tanımı sorulduğunda Önder, tüm kenarları aynı olan, köşegen uzunlukları aynı olan, her bir açısı 90 derece olan dörtgendir, şeklinde tanımlamıştır. Sonra Suna, bu sefer diğer dörtgenler için yaptığı tanımlarla aynı tanımı yapmak istemediğini söyleyerek tanımını köşegenlerin kesişmesiyle oluşan üçgenlerin birbirine göre durumu ve bu üçgenlerin alanları hakkında bilgi vererek yapmıştır. Hakan, bütün açıları 90 derece olan bütün kenarları birbirine aynı olan dörtgen diye tanım yapmıştır. Fulya arkadaşlarından farklı olarak dörtgenlerin tüm kurallarının birleşimi kareyi oluşturur demiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: *Tüm kenarları aynı olan, köşegen uzunlukları aynı olan, her bir açısı 90 derece olan dörtgendir.*

Suna: Aynı tanımı artık söylemeyeceğim. Başka şeyler söyleyeceğim. Köşegenler açıları iki ye bölüyor 45-45. Köşegenlerin oluşturduğu tüm üçgenler birbirine eşit. Alanı bir kenar uzunluğunun karesidir. Bu kadar.

Hakan: Bütün açıları 90 derece olan bütün kenarları birbirine aynı olan dörtgen. Basit oldu.

Fulya: Dörtgenlerin bütün kurallarının birleşimi diyebiliriz.

Araştırmacı: Hangi kurallar bunlar peki?

Fulya: İşte dedikleri gibi 4 köşe hepsinin eşit uzunlukta olan çizgiler, 2 çizginin birbirine paralel olması ve bir noktada en az 2 tanesinin kesişmesi. Bunların hepsinin birleşimi karedir.

Öğrenciler kare tanımını oluştururken her biri özelliklerine değinerek bilgiyi inşa ettiklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Öğrenciler sorgulama topluluğu sayesinde matematiksel anlamı oluşturabilmek için iş birliği ve

diyalogu sürdürerek ortak bir tanım elde etmişlerdir. Sorgulama sürecinde tanımlarda eksik olduklarını düşündükleri özellikleri ekleyerek diyalogu devam ettirmişlerdir.

Doğrudan tanım sorulmamasına karşılık, öğrencilerin en çok tanımlama yaptıkları durumlar “tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur” önermesinde ortaya çıkmıştır. Suna, Önder’in fikrine karşı çıktığı noktada yamuk tanımı yapma ihtiyacı duymuştur. Araştırmacı, sorgulama süreci çıkmaza girdiği için öğrencilerin anlamakta güçlük çektikleri kare ve yamuk tanımlarını tekrar yapmalarını istemiştir. Suna yamuk hakkında kendini ifade ederken Hakan Suna’ya katılmayarak yamuk tanımını tekrar yapma ihtiyacı duymuştur. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Yanlış çünkü yamuğun kenar uzunlukları farklı olduğundan ve belli bir şekli olmadığından dik ve eşit uzunlukta kesmez.

Suna: Yamuğun iki komşu kenarı birbirine dik veya eşit uzunlukta olabilir. Yani şöyle, ama sadece ikisi. 3. Kenar da eşit olabilir. Ama kesinlikle 4 kenar birbirine eşit olamaz. Ve 4 ü de birbirine dik olamaz. Az önceki durumu da ben neyde kabul ederim. Dik yamukta kabul ederim. Ama asla hepsi birbirine dik veya eşit uzunlukta olamaz. Hepsinin olma durumu yamuk için geçerli değildir.

Araştırmacı: Ne diyorsunuz Suna’nın fikrine?

Fulya: Ben katılıyorum çünkü hani şöyle bir şey var, kümelerin sayı kümelerinin olması ayrı bir konu. Bu geometri. İç içe olan bazı durumlar var evet ama hani burada bence tüm komşu kenarları birbirine dik diyorsa yani tüm kenarları dik diyor. O zaman bu yani eşit uzunluktaysa bu kareyi tanımlıyor. Biz buna kare diyoruz. Yamuk demiyoruz. O yüzden doğru olmadığını düşünüyorum.

Hakan: Onun dediği gibi bu tanım kareye ait. Şimdi kare bence bir yamuktur.

Araştırmacı: Çünkü, yamuğun kuralları neler, 2 karşılıklı kenarın sadece 2 karşılıklı kenarın, yani sadeceye gerek yok. En az 2 karşılıklı kenarın birbirine paralel olması gerekiyor.

Araştırmacı: Yamuk tanımı böyledir diyor. Yamuk tanımı nasıl?

Önder: Onu bilmiyorum da mesela (paralellik olmayan dörtgeni gösteriyor) bu da yamuk. Ama bunların hiçbiri paralel değil. Karşılıklı kenarları paralel değil.

Öğrenciler tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuk belirtir mi bunu sorgularlarken argümanlarını desteklemek amacıyla tanım yapma ihtiyacı duyduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Sorgulama sürecinde Fulya, önermenin kare tanımı belirttiğini fark etmesine rağmen karenin bir yamuk olmadığını söylemiştir. Fulya için bilgi henüz

doğru bir biçimde kavramsallaşmamıştır. Ancak Hakan, Fulya'nın fikrine katılarak önermenin kare tanımı belirttiğini, karenin de bir yamuk olduğunu ifade etmiştir. Sorgulama topluluğu sayesinde bilginin kavramsallaşması sağlanmaktadır. Sorgulama süreci sayesinde Hakan kavramları ilişkilendirmiştir.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur ifadesinin doğru ya da yanlış bir ifade olduğunu ortaya çıkarmak için öğrenciler tanım yapma ihtiyacı duymuşlardır. Önder, yamuğun kenar uzunlukları farklı olduğu ve belli bir şekli olmadığı için dik ve eşit uzunlukta kesmeyeceğini dile getirmiştir (bknz Şekil 9). Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: O zaman şuna dönmek istiyorum. Yamuk tanımı ne kare tanımı ne? Yamuğu nasıl tanımlarım? Kareyi nasıl tanımlarım?

Fulya: Kare tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgendir.

Araştırmacı: Peki yamuğu nasıl tanımlıyorum?

Önder: Belli bir şekli olmayan. Ama dik kenar yamuk hariç. Hiç bir kurala uymuyor yani benim çizdiğim şekil. Sadece 4 kenarı var yani.

Suna: Genel olarak dörtgen tanımına gidiyorum. 4 kenarı 4 köşesi olan iç açıları toplamı 360 olan kapalı şekildir.

Araştırmacı: Kapalı şekildir. Bu dörtgen mi yamuk mu?

Suna: Dörtgen. Ama yamuğun kesin bir tanımı yok yani.

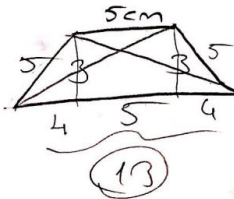
Hakan: 2 karşılıklı, alt taban ve üst tabanı birbirine paralel olan bir dörtgendir.

Fulya: 2 karşılıklı kenarın yani, şöyle iki kenarının paralel olması. İki kenarı paralel olacak ama diğer iki kenarı paralel olmayacak.

Hakan: Benim tanımında en az iki bu arada.

Yanlış Çözüm
Yamuğun kenar uzunlukları farklı olduğundan ve belli bir şekli olmadığından dik ve eşit uzaklıkta kesmez.

$$x^2 - 1 = \text{pozitif dir.}$$



Şekil 10. Önder'in yamuk yorumu

Şekil 10'da görüldüğü gibi Önder, yamuk tanımı ile dörtgen tanımını ayırt edememiştir. Çünkü sadece 4 kenarı olan şekle yamuk demiştir. Suna da yamuğun bir tanımı yok diyerek Önder'in yanlış olan fikrini desteklemiştir. Öğrenciler, tüm komşu kenarları dik ve eşit uzunlukta olan dörtgeni belirlemeye çalışmışlar ve belirlenen bu dörtgenin yamuk olup olmadığını sorgulamışlardır. Bu sorgulama süreci sayesinde öğrenciler yamuk tanımı yaparak kavramı anlamlandırmaya ve önermenin doğruluğunu değerlendirmeye çalışmışlardır. Öğrenciler argümanlarını desteklemek için tanım yapma ihtiyacı duyduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve kenarlar birbirine dik olabilir sorusu sorulduğunda, Hakan; kenarları birbirine paralel ve dik olan dörtgen dikdörtgendir diyerek dikdörtgen tanımı ile soruyu yorumlamaya başlamıştır. Suna ve Hakan farklı düşündükleri için araştırmacı Suna'dan paralelkenarı tekrar tanımlamasını istemiştir. Hakan, Suna'nın kendi tanımında ısrar etmesinden dolayı diğer dörtgen tanımlarının da nasıl yapıldığını açıklamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Şimdi paralelkenarın tanımı bütün karşılıklı kenarlar birbirine paralel. Dikdörtgene baktığımız zaman bütün açılar şey olduğundan dolayı yine onda da bütün kenarlar dik. Öyleyse 1 ve 1 eşittir 1. Yani doğrudur.

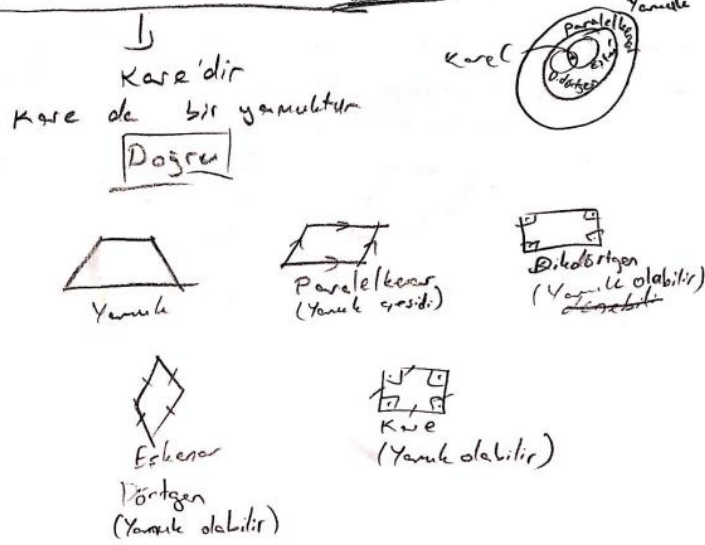
Suna: Ben anlamadım seni.

Hakan: Şimdi dikdörtgenin bütün kenarları birbirine paraleldir. Paralelkenarın da kuralı bütün kenarları birbirine paraleldir. Açıyla ilgili paralelkenarda pek bir sıkıntı yok. Çünkü paralellik şeyi var.

Suna: Dikdörtgen tüm kenarları dik olan ve birbirine paralel olanlar diyoruz. Biz paralelkenara diyoruz ki dikdörtgenin bir değişikliği olsun. Hadi şunu da şöyle yapalım falan. Diyoruz ki bir açısı geniş açı olsun, pardon 2 açısı geniş açı olsun, 2 açısı dar açı olsun. Biz bunu söylüyoruz. Bu bunun özel durumu. Bu tıpkı 6' nın 2x3 veya 5'in 1x5 olması gibi. Bunların hepsinin kendi özel durumu var ve sen bunları bir alt kümeyle yerleştiremezsin. Aynı kümede bulunurlar. Ama kesinlikle burada hiçbirimiz yapamayız. Hepsi aynı kümede bulunurlar. Ancak hiçbirine bir diğerinin alt kümesi diyemezsin. Yani şu evrensel küme bu dörtgenler evrensel kümesiye kare de burada ayrıl kümedir. Dikdörtgen de ayrı kümedir. He ortak özellikleri vardır. Mesela kare ve dikdörtgen, kenarları 90 derece mi, vardır.

Hakan: Şimdi ben şunu demek istiyorum. Burada bizim çatışmamızın temel sebebi bana kalırsa tanımlar. Tanımlarımız örtüşmüyor. Bu sebepten dolayı da farklı sonuçlara varıyoruz. Benim tanımımca böyle 90 dereceden farklı olma zorunluluğu yok. Bu yüzden 90 derece de olabilir hepsi. Öyle olunca da dikdörtgen de paralelkenarın bir alt kümesi haline geliyor. Bu benim tanımımca. Ama sizin tanımınızca paralelkenarların açıları 90 dereceden farklı olacak. Öyle olunca dikdörtgenle sadece bir kesişim noktaları olabiliyor. Yani bu sebepten tartışıyoruz. Burada doğru tanımlar bulmamız gerekiyor.

2. Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur.



Şekil 11. Hakan'ın cevap kağıdı

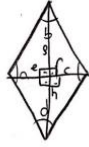
Hakan, Şekil 11'de görüldüğü gibi özel dörtgenleri çizerek önermenin doğruluğu hakkında yorum yapmıştır. Hakan, özel dörtgenleri doğru bir şekilde ilişkilendirmiş ve bu ilişkilendirme üzerinden önermeyi yorumlamıştır. Sorgulama sürecinde diyalog sayesinde öğrenciler fikir birliği sağlanamamasının sebebi olarak tanım farklılıkları olduğunu fark etmişlerdir. Hakan, paralelkenarın açılarının 90 derece olabileceğini açıklamak için tanımlama yapma ihtiyacı duymuştur. Suna da Hakan'ın fikrine karşılık kendi argümanlarını desteklemek amacıyla tanımlama yapmıştır. Öğrenciler, kendi bireysel argümanlarını desteklemek amacıyla tanımlama yapmalarından dolayı bu süreç diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık Suna, paralelkenarın açıları dik olduğunda dikdörtgen ya da kareye dönüşeceğini, o zaman da paralelkenar belirtmeyeceğini ifade ettikten sonra araştırmacı Suna'nın paralelkenar tanımı yapmasını istemiştir. Suna 2 açısı geniş açı 2

açısı dar açı olmak zorunda demiştir. Yamuk, paralelkenar, kare arasındaki ilişkiler tartışılırken Fulya yamuğun tanımını yaparak diğer dörtgenleri kapsadığını belirtmiştir. Şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir demiş. Ben yanlış dedim, kare de olabilir, eşkenar dörtgen de olabilir. Hatta paralelkenar da olabilir bazı durumlarda. Eşkenar dörtgen diyemeyiz. Benim düşünceme göre eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşit olmak zorunda değil. Tabi üstteki 2 tane ve alttaki 2 tane kendi içinde eşit olmak zorunda ama bunlar eşit olmak zorunda değil diye biliyorum. Bunun yanında Hakan diyecek ki kare bir eşkenar dörtgendir.

4. Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.



$$a+b+c+d = 360^\circ$$

$$a+b = d+c = a+d = b+c = 180^\circ$$

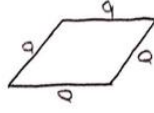
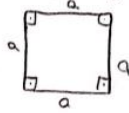
- * Batıya dilimi gibidir.
- * Kesişim noktası eşit böler.
- $e = f$, $g = h$
- * Kesişim noktası dik keser
- * Ucuntra gibi

Şekil 12. Suna'nın eşkenar dörtgen tanımı

5. Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir.

Yanlış. Kare de olabilir. Hatta paralelkenar da olabilir.

O yüzden tüm kenarlarının eşit olma durumunda her zaman eşkenar dörtgendir, diyemeyiz.



Ayrıca şu da var ki her eşkenar dörtgenin kenarları uzunlukları birbirine eşit olmak zorunda değil.

Şekil 13. Suna'nın cevap kağıdı

Şekil 12 ve 13'te görüldüğü gibi Suna, eşkenar dörtgen tanımı sorulduğunda kenar uzunluklarının farklı olduğu durum hakkında yorum yapmamıştır. Ancak tüm

kenarlarını birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir sorusuna karşılık, eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunluklarının eşit olmak zorunda olmadığını belirtmiştir. Suna, bu soruda argümanlarını desteklemek amacıyla tanım yapma ihtiyacı duyduğundan bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Suna sorgulama sürecinde diyalog sayesinde matematik anlayışı oluşturmaya çalışırken doğru bağlantılar kurmasına rağmen şekillerin prototipinden dolayı ilişkilendirmediği düşünülmektedir.

Suna'nın eşkenar dörtgen tanımından sonra öğrenciler kenar uzunluklarının eşit olduğu konusunda Suna'yı ikna etmeye çalışmışlardır. Ancak bu mümkün olmamıştır. Bu tartışma bir sonuca ulaşamadığı için araştırmacı araya girip konuyu tekrar Suna'nın daha önce ifade ettiği dikdörtgen ya da kare paralelkenar değildir söylemini ortaya atmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Ben şu sorunun cevabını hala merak ediyorum. Dikdörtgen ya da kare paralelkenar değildir diyorsun sen.

Suna: Ortak özellikleri var. Ama paralelkenarın açıları dik olunca dikdörtgen ya da kareye dönüşür. O zaman da paralelkenar değildir.

Araştırmacı: Peki, neden olmadığını düşünüyorsun? Hangi koşul paralelkenar olma özelliğini bozuyor da diyemiyorum?

Suna: Paralelkenarın 2 açısı geniş açı 2 açısı dar açı olmalı. Biz bunu tanımlıyoruz.

Araştırmacı: Olmak zorunda mı?

Suna: Evet, bence öyle.

Fulya: Yamuğun karşılıklı kenarlarının paralel olması dışında başka bir kuralı yok. 90 derece olmayacak diye bir şey söylemiyoruz.

...

Fulya: Şimdi hocam bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir, Şimdi biz burada sınırlama koyarsak 90 derece sınırlaması koyarsak kare olur. Kare de olabilir. Her zaman kare olmaz. 90 derece koymazsak kare olmaz.

Bu soruda hem kendi argümanlarını desteklemek hem de Suna'nın fikrinin yanlış olduğunu göstermek amacıyla Fulya, yeniden yamuk tanımı yapmıştır. Fulya, tanımlardan yararlanarak bilginin dönüşümünü amaçladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Sorgulama sürecinde, paralelkenarın iç açıları 90 derece olduğunda kare ya da dikdörtgene dönüşeceğini söylemiştir. Bu bilginin doğru olduğunu fark etmesine rağmen sahip olduğu kavram imajından dolayı dörtgenleri

ilişkilendiremediği düşünülmektedir. Sorgulama topluluğu, Fulya'nın kavramlar arasındaki bağlantıları fark edip matematiksel anlamını derinleştirmesini sağlarken, Suna henüz kendini ikna edememiştir.

Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Fulya, bu cümlelerin doğru olduğunu ama bu ifadeye bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman yamuktur dersek yanlış olacağını ifade etmiştir. Fulya, neden yamuğun kareyi kapsadığını anlatmaya başladığında, yamuğun tek bir tanımı olduğunu onun da en az bir çift karşılıklı kenarların birbirine paralel olma koşulu olduğunu belirtmiştir. Fulya, sırasıyla diğer dörtgenlerin de tanımlarını yapmıştır. Hakan, yamuk ve paralelkenar arasındaki ilişkiyi Suna'ya anlatmak için tanımlarını yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: *Şimdi bu cümle doğrudur. Ama buna bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman yamuktur dersek yanlış olur. Çünkü yamuğun bir tanımı var, o da en az 2 kenarının paralel olması. Paralelkenarda karşılıklı kenarların paralel olma zorunluluğu var. Bütün komşu açıları bütünler derse de tüm kenarları paralel olmak zorunda. Yamuk şimdi iki kenarının birbirine paralel olması diğerlerinin paralel olmaması durumu sen her zamanla gönderiyorsun. Burada bütün komşu açıları bütünler olmaz.*

...

Suna: *Kendi özellikleri var dışında ama karenin de tüm özelliklerini kapsıyor, dikdörtgenin de eşkenar dörtgeninde. Ben böyle anlıyorum.*

Fulya: *Kapsar.*

Suna: *Ben kapsamaz diyorum.*

Fulya: *Kapsar çünkü yamuğun geometride tek bir tanımı var. O da şu en az bir karşılıklı kenarın paralel olması. Başka hiç bir tanım yok. Paralelkenarda tüm kenarların paralel olma durumu, eşkenarda tüm kenarların eşit olma durumu dikdörtgende eşitlik yok ama 90 derece olma durumu karede de hem 90 derece hem de kenarlar eşit olacak. Bu kadar.*

Hakan: *Yamuğun tanımı alt ve üst tabanı birbirine paralel olan dörtgendir.*

Araştırmacı: *Hakan diyor ki yamukta alt taban üst taban paraleldir. Tek aradığım koşul bu diyor. Kare de bunu sağladığı için içine yazabilirim dolayısıyla kare bir yamuktur diyor Hakan. Tanımdan gittiği için sordum. Tanımda ne farklı da bu şekil sana yanlış geliyor?*

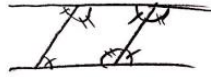
Suna: *Ben diyorum ki alt taban üst taban paralel olacak tek bir paralellik oluşur ve 2 geniş ve 2 dar açı oluşur.*

Fulya: Geniş ve dar açı zorunluluğu yok bence. Ben yamuğun açıyla sınırlandırıldığını düşünmüyorum. Yani bir açı zorunluluğu yok. Tek zorunluluk bir kenarının paralel olması yetiyor.

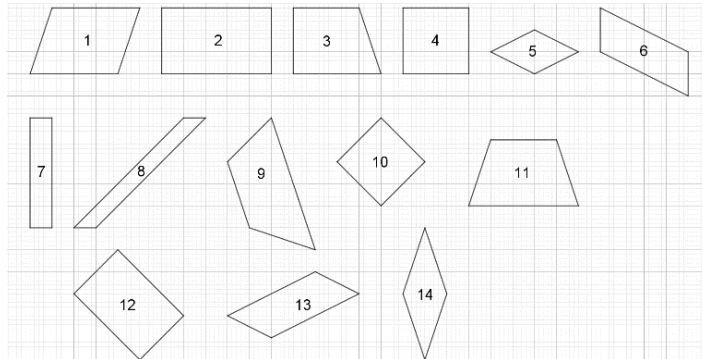
Hakan, bütün kenarların birbirine paralel olması gerekir diye belirtmesine rağmen diyalog sürecinde Fulya'nın bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman yamuktur dersek yanlış olur ifadesine itiraz ederek doğru olduğunu savunmuştur. Hakan'ın bu ifadede kafası karışmıştır. Şekil 14'te görüldüğü gibi Hakan, aslında tüm karşılıklı kenarların paralel olması fikrini bilmektedir. Hakan sorgulama sürecinde yamuğun en kapsayıcı şekil olmasından dolayı bu önermeyi de sağlayacağını düşünmüştür. Hakan'ın fikirlerine karşılık Fulya, ifadenin neden yanlış olacağını gerekçesiyle ifade edip matematiksel anlamı derinleştirmeye çalışmıştır. Hakan ve Fulya diyalog sayesinde, problemlili olan durumu tanımlar yardımıyla çözmeye çalışmışlardır. Öğrenciler kendi argümanlarını desteklemek amacıyla tanım yapma ihtiyacı duyduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

6. Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır.

Doğru. Genler komşu açılara bütünler olabilir.
İçin komşu açılarla ilgili bulundukları kenarlar komşu kenarlar ise bütün kenarların paralel olması gerekir.



Şekil 14. Hakan'ın cevap kâğıdı



Şekil 15. Diyagram

Yukarıda verilen diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirtiniz sorusuna karşılık Suna, Fulya'dan yamuk tanımını yapmasını istemiştir.

Çünkü Fulya, diyagramda verilen tüm şekillerin aynı zamanda birer yamuk olduğunu ifade etmiştir. Hakan ve Fulya'nın kare her zaman bir yamuktur yorumundan sonra Suna'ya bu durumun doğruluğunu göstermek için Hakan, ikizkenar yamuk ve yamuk arasındaki alt küme-üst küme ilişkisini göstererek ifade etmiştir. Bunu ifade etmek isterken ikizkenar yamuk ve yamuk tanımlarından faydalanmıştır. Hakan'ın kare bir yamuktur yorumuna itiraz eden Önder, böyle bir tanım görmediklerini iddia edince kendi yamuk tanımını yapmıştır. En az 2 tane kenarı paralel olan, en az değil de yani sadece 2 kenar paralel olan dörtgen şeklinde Hakan'ın tanımını düzeltmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Şimdi sıradan başlayalım. Önder başlasın.

Önder: 3-9 ve 11.

Araştırmacı: 3. şekil 9. Şekil ve 11.şeklin yamuk olduğunu düşünüyorsun. Neden sence bunlar yamuk?

Önder: Sadece 1 adet karşılıklı kenarları paralel. Yani nasıl diyeyim başka hepsi birbirine eşit değil kenar uzunlukları birbirine eşit değil zaten yamuğun çok özelliği yok ki.

Suna: Ben sadece 3 ve 11 diyorum.

Araştırmacı: Neden 9'u almadın?

Suna: Çünkü 9'un alt ve üst kenarları birbirine paralel değil öyle görünüyor ama değil.

Hakan: Bana ikizkenar yamuğun tanımını yapabilir misin? Ya da ondan önce dur, ikizkenar yamuk yamuğun alt kümesi midir?

Suna: Evet.

Hakan: İkizkenar yamuğun tanımını yapabilir misin?

Suna: Tabi. Yine alt ve üst kenarlar paralel. Şu değil mi ikizkenar yamuk? (Çizdi)

Araştırmacı: Yamuktan farkı ne?

Hakan: İkizkenar yamuk, şu kenarların eşit olması gerekiyor. O zaman sen bu bir alt küme dedin. Bu ikisi birbirine eş o zaman bütün yamukların ikizkenar yamuk olması gerekiyor. Senin söylediğin şey buna çıkıyor.

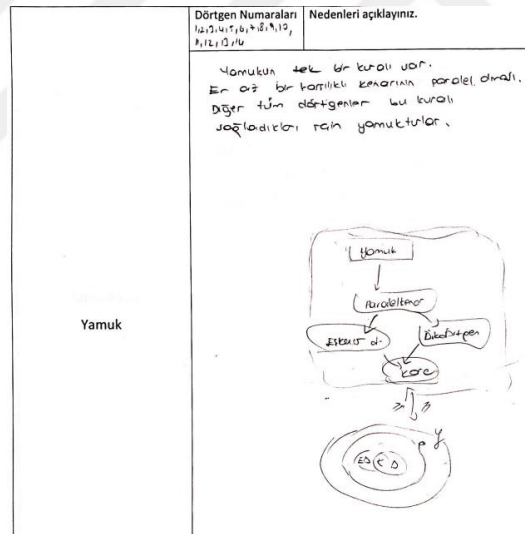
Araştırmacı: Sen yamuğu nasıl tanımlıyorsun?

Önder: En az 2 tane kenarı paralel olan. En az değil de yani sadece 2 kenar paralel olan dörtgen.

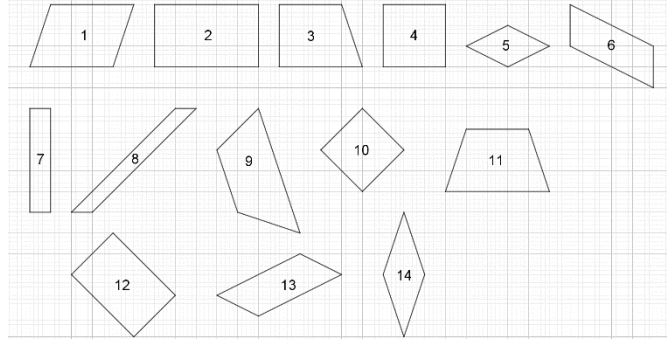
Hakan: Ben diyorum ki en az 1 çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgen. En az 1 derken 2 de olabilir.

Fulya: *Sadece diye bir şey görmedik.*

Fulya, yamuğun tek bir kuralı olduğunu ve bütün özel dörtgenlerin de bir yamuk olduğunu belirtmiş ve sorgulama sürecinde bu düşüncesini savunmuştur. Fulya, aynı zamanda Şekil 15'te görüldüğü gibi cevap kağıdında dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini küme yardımıyla ifade etmiştir. Hakan, sorgulama sürecinde Suna'ya tanımların içe içe olduklarını ve kapsayıcı bir durum olduğunu anlatmak için ikizkenar yamuk ve yamuk tanımlarından örnek vermiştir. Hakan, Suna'nın kendini gözden geçirip hatalarını fark edebilmesi için tanımlardan yararlanmıştır. Bu sorgulama sürecinde Hakan, alt küme – üst küme ilişkisini ele alarak diyalog sayesinde ilişkilendirmenin nasıl ele alınması gerektiğini açıklamaya çalışmıştır. Öğrenciler kendi argümanlarını desteklemek amacıyla tanım yapma ihtiyacı duyduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 16. Fulya'nın cevap kağıdı



Şekil 17. Diyagram

Şekil 17’de verilen diyagrama göre, paralelkenar olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz sorusuna karşılık araştırmacı Suna’ya neden 2.şeklin paralelkenar olmadığını sorduğunda, Suna paralelkenar tanımı yapmıştır. Araştırmacı, bunun üzerine Hakan’a 2. Şeklin neden paralelkenar olduğunu sorduğunda, Hakan paralelkenar tanımını yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Suna neden 2. Şeklin paralelkenar olmadığını açıklasın.

Suna: Ben diyorum ki 2 dar 2 geniş açtıya sahip olan bunların toplamı tamam 360 ama hani paralelkenarların şöyle ki bunların toplamı 180. Dik olmayan 2 geniş 2 dar açtıya sahip olması, paralellikten bunların toplamının 180 derece olması. Dik olmayacak. Bende ki tanım böyle.

Araştırmacı: Neden 2. Şekil paralelkenardır?

Hakan: Çünkü bizim tanımızca bütün karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgendir.

Sorgulama sürecinde, öğrenciler fikirlerini gerekçelendirerek matematiksel anlamlarını derinleştirmeye çalışmışlardır. Öğrenciler 2. şeklin neden paralelkenar olduğunu ya da olmadığını açıklarken tanım yapma ihtiyacı duymuşlardır. Öğrenciler, tanımlar aracılığıyla bilgiyi yapılandırdıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Nil’in, eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ettiği soruya karşılık Suna, ifadeye katılmadığını çünkü eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının eşit uzunlukta olduğunu ancak dikdörtgende sadece karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olması gerektiğini söylemiştir. Tüm kenarlarının eşit olduğu durumu kare olarak tanımlamıştır. Suna, dikdörtgen tanımı için 2 kısa kenar ve 2 uzun kenardan oluşan dörtgen şeklinde bir tanım yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Ben katılmıyorum çünkü biz eşkenar dörtgene tüm kenarları eşit uzunlukta ama dikdörtgene sade karşılıklı kenarları eşit uzunlukta. Bunların kesişim noktası zaten kare oluyor. Eşkenar dörtgenin dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Uyumsuzluk var. O yüzden doğru değil.

Fulya: Senin tanımına göre yanlış oluyor. Eşit olan dediğinde tüm kenarları da eşit alabilirsin.

Suna: 2 uzun 2 kısa kenarı olan diyorum ben. Benim tanımım böyle.

Araştırmacı: Sadece Önder Nil'in ifadesinin doğru olduğunu söyledi. Neden Önder?

Önder: Kurallara uyuyor. İkisi de 90 derece. Şöyle bir şey demişlerdi hatırladığım kadariyle. Her kare bir dikdörtgen ama her dikdörtgen bir kare değil. Kenarları eşit olan bir dikdörtgen olabilir.

Sorgulama sürecinde, Suna ifadeye neden katılmadığını gerekçelendirmiştir. Ancak Fulya, Suna'nın tanımına göre ifadenin yanlış olduğunu ama dikdörtgenin bütün kenarlarının eşit olabileceğini belirtmiştir. Fulya'nın burada dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini bildiği ve şekilleri kapsayıcı şekilde ele aldığı düşünülmektedir. Dörtgenlerin birbirini kapsama durumlarını ele aldığından dolayı önermeleri gerekçelendirirken şekilleri ilişkilendirmektedir. Önder ise sorgulama topluluğunun daha önce tartıştığı, her karenin bir dörtgen olması ancak her dikdörtgenin bir kare olmaması fikrinden yola çıkarak ifadesini gerekçelendirmiştir. Önder, başlangıçta özel dörtgenleri ilişkilendirmemesine rağmen sorgulama topluluğunda oluşan diyalog sayesinde bazı dörtgenlerin ilişkisini fark etmiştir. Öğrenciler, ifadeye katılma ya da katılmama durumlarını nedenleriyle açıklarken tanımlama ihtiyacı duymuşlardır. Öğrenciler, tanımlardan yararlanarak bilgiyi yapılandırdıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Öğrenciler, geriye kalan tüm sorular için tanımlama yapmamışlardır. Tanımlarını ifade ettikten sonra yapılan sorgulamalar sonucu, tanımlarına eklemeler yapmışlardır. Bazı sorularda hiç tanım yapılmazken yamuk ile diğer dörtgenlerin ilişkisi sorulan sorularda daha fazla tanımlama yapıldığı görülmüştür.

4.2.1.2. Bilginin Anlaşılması

Diyalog eyleminin 2. Alt bileşeni olan bilginin anlaşılması, verilen soruda yer alan matematiksel durum ve kavramların anlaşılması ve bunların ifade edilmesi şeklinde belirlenmiştir.

Yamuk nedir sorusuna karşılık Fulya, paralellik özelliğini ele almıştır. Dörtgenlerde paralelliğin hangi şekillerde olduğunu araştırmacı ile karşılıklı diyaloga girerek anlamaya çalışmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Dörtgende paralellik var mıydı?

Fulya: Evet bazılarında.

Suna: Düzgün dörtgenlerde.

Araştırmacı: Ben düzgün olan ya da olmayan ayrımı yapmadan dörtgen şeklinde soruyorum.

Fulya: Dörtgen denilince bazılarında var bazılarında yok. Mesela kare dersem var.

Araştırmacı: Ama kare ayrımı yapmıyorum. Dörtgen diyorum sadece.

Fulya: Paralellik koşulu yok. Yamukta paralellik yok. Zaten yamukta 2 kenarda var 2 kenarda yok.

Araştırmacı: Hep bu şekilde mi olmalı?

Fulya: Zorunda. Yoksa yamuk diyemeyiz.

Araştırmacı Fulya'nın dörtgen hakkındaki var olan bilgisini belirlemek için sorular sormuştur. Fulya, bu sorular sayesinde sorgulama sürecinde diyalog aracılığı ile yamuk tanımını oluşturmuştur. Fulya, yamuk tanımı hakkında düşüncelerini söyledikten sonra Önder, yamuk tanımını yaparken kenar uzunlukları farklı olmalı demiştir ve bu duruma Hakan ve Suna kendi fikirlerini eklemişlerdir. Bu kısımda aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Her kenarı birbiriyle farklı olsun dedi. Olmak zorunda mı?

Suna: Değil.

Hakan: Hayır.

Araştırmacı: Neden? Neden aynı olabilir? Neden farklı olmalı?

Hakan: Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili. Mesela dik yamuğun üst kenarı ile yan kenarı birbiri ile eşit uzunlukta olabilir.

Suna: Ya da yan kenarlar birbiri ile eşit olabilir. Biz alttakine en uzun diyoruz ama tabi bakış açımıza göre değişir ama diğerlerinin eşit olmama gibi bir zorunluluğu yok ki.

Sorgulama sürecinde Suna ve Hakan, Önder'in fikrinin nasıl geçerli olmadığını örnekler vererek ifade etmişlerdir. Sorgulama topluluğu varsayımların iş birliği içinde sorgulanmasını desteklediğinden dolayı bu süreçte Önder, fikrini doğru biçimde

yeniden yapılandırmıştır. Önder'in tanımına karşılık Suna ve Hakan kenar uzunlukları ile ilgili durumu örnekler vererek açıkladıkları için yani ortak bir anlam oluşturmaya çalıştıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık, Fulya paralelkenarın kenar uzunluklarının farklı olamayacağını alt ve üst kenarın aynı, yan kenarların aynı uzunlukta olması gerektiğini yani bütün kenarların aynı uzunlukta olmasının zorunlu olmadığını ancak karşılıklı 2 tane kenarın aynı uzunluğa sahip olması gerektiğini belirtmiştir. Fulya, soruda verilen ifadeyi anlayıp açıkladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Fulya akranlarıyla birlikte yaptığı sorgulama sayesinde kavramı açıklayıp anlamlandırmıştır.

Yine aynı soruda Hakan, eşkenar dörtgen zaten paralelkenarın özel bir durumu şeklinde bir ifade de bulunmuştur. Hakan'ın bu ifadesiyle ilk kez dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisine değinilmiştir. Bu süreçte Suna ile aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: En son paralelkenarın bütün kenarlar birbirine eşit olabilir mi olamaz mı diye tartıştık.

Araştırmacı: Olabilir mi?

Hakan: Bence olmaz.

Suna: Olabilir.

Fulya: Olabilir.

Araştırmacı: Neden olabilir?

Fulya: Açık farklılığı olduktan sonra zaten kareye benzeyemez.

Hakan: Eşkenar dörtgen olabilir mi?

Suna: O zaman hem eşkenar dörtgen hem de paralelkenar diyemez miyiz?

Hakan: Eşkenar dörtgen paralelkenarın zaten özel bir durumudur. Bu yüzden ayırıyorum. Özel bir durum olduğu için. Çünkü paralelkenar da yamuğun özel bir durumudur. Zaten dikkat edersek sorulan şekiller ek olarak birer kural kazanarak devam ediyor.

Hakan, eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel bir durumu olduğunu, paralelkenarın da yamuğun özel bir durumu olduğunu belirtmesinden dolayı yani bilgiyi yeniden yapılandırıp dönüştürdüğü için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Sorgulama sürecinde Hakan, diyalog sayesinde topluluk üyeleri ile

birlikte özel dörtgenleri ilişkilendirmiş ve ilişkilendirirken gerekçelerini de ifade etmiştir. Hakan aynı zamanda sorgulama temelli sorularda sırasıyla yer alan özel dörtgenlerin ek kurallar kazanarak devam ettiğini de fark etmiştir. Yani, dörtgen nedir sorusundan sonra bazı özellikler eklenerek yamuk nedir sorusu sorulmuştur. Yamuk nedir sorusundan sonra ise yine bazı özellikler eklenerek paralelkenar nedir sorusuna yer verilmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Önder, ifadenin yanlış olduğunu nedenleriyle açıklamıştır. Önder, tüm dörtgenlerin karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu ama bazı yamuk çeşitlerinin paralellik özelliğine sahip olmadığı için bu önermenin her zaman doğru olmadığını belirtmiştir. Önder, soruda verilen ifadeleri anlayıp nedenleriyle açıkladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Sorgulama sürecinde Önder, doğruluğu hakkında yorum yaptığı önermeyi yorumlayıp gerekçelendirerek matematiksel anlamını derinleştirmeye çalışmıştır.

Önder, ifade “eğer karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen paralelkenar olabilir demiş olsaydı doğru olurdu” diye belirtmiştir. İfade de *her zaman* denildiği için yanlış olduğunu, duruma göre değişkenlik gösterebileceğini söylemiştir. Önder, ifadeyi değiştirip doğru olacak şekilde düzenleme yaptığı için yani bilgiyi yeniden yapılandığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Matematik öğrenme, öğrencilerin problemleri buldukları kısımları sorgulayarak yeniden yapılandıkları bir süreç olarak ele alınmaktadır. Önder de sorgulama sürecinde diyalog eylemiyle düşüncesini gerekçelendirip yeniden yapılandırmıştır.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesine karşılık, dörtgen ve yamuk arasındaki ilişkiyi Hakan ve Suna açıklamaya çalışmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Eğer böyle dağınık hiçbir kuralı olmayan bir şey olursa 4 çizginin oluşumuyla hiçbir kural oluşturmayan olursa bu yamuk oluyor.

Hakan: O zaman sen bütün dörtgenlere tamamına direkt yamuk diyorsun.

Suna: Hayır. Bak anlatamıyorum

Hakan: Dörtgenle yamuğun farkı ne? Neden yamuk deme ihtiyacı duymuşuz?

Suna: Mesela bu şunun gibi. Bunun adı neden kalemde silgi değil.

Araştırmacı: Yani bence orda kavramın isminin ne olduğundan ziyade hangi özelliklere sahip olduğu için ben bunları ayırmışım. Yani bir şekle yamuk demişim bir şekle dörtgen demişim.

Hakan: Benim söylemeye çalıştığım şey şu, bu bir kalem demi. Ama kalemin bütün özelliklerini taşımak zorunda mı? Mesela burası kurşun da olabilir, başka bir şekilde de olabilir. Mürekkepli de olabilir. Ancak sen diyorsun ki bu kalem bu bir yamuk ve bu yamuğun yazma kısmı hem kurşun olabilir hem mürekkepli olabilir. Her türlü özelliği taşıyabilir. Yani bu yamuk adlı kalem mürekkepli kalemdir.

Hakan'ın dörtgen ve yamuk arasındaki ilişkiyi kalem üzerinden anlatması, yani bilgiyi yeni bir bakış açısıyla yorumlamasından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Sorgulama topluluğu üyeleri, diyalog aracılığıyla önermeyi anlamak için aralarında müzakere ederek anlam kazanmaya çalışmışlardır. Hakan, sorgulama sürecinde kavramları yeni bir yaklaşım önererek ve örnekler vererek anlatmıştır. Hakan, sorgulama topluluğunda yer alan akranlarıyla birlikte ortaya çıkan varsayımları değerlendirip farklı temsil biçimlerinden yararlanarak önermeyi gerekçelendirmiştir.

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir önermesine karşılık Suna, dikdörtgen için bütün açıları dik ve kenarları paralel olan şekil derken paralelkenara da dikdörtgenin bir değişliği olsun demiştir. Bununla birlikte dikdörtgen ve paralelkenarın ortak özelliklerinin de olduğunu belirtmiştir. Suna kendini şu şekilde ifade etmiştir:

Suna: Dikdörtgen tüm kenarları dik olan ve birbirine paralel olanlar diyoruz. Biz paralelkenara diyoruz ki dikdörtgenin bir değişliği olsun. Hadi şunu da şöyle yapalım falan. Diyoruz ki bir açısı geniş açı olsun, pardon 2 açısı geniş açı olsun, 2 açısı dar açı olsun. Biz bunu söylüyoruz. Bu bunun özel durumu. Bu tıpkı 6'nın 2x3 veya 5'in 1x5 olması gibi. Bunların hepsinin kendi özel durumu var ve sen bunları bir alt kümeye yerleştiremezsin. Aynı kümede bulunurlar. Hepsi aynı kümede bulunurlar. Ancak hiçbirine bir diğerinin alt kümesi diyemezsin. Yani şu evrensel küme bu dörtgenler evrensel kümesiye kare de burada ayrık kümedir. Dikdörtgen de ayrık kümedir. Ortak özellikleri vardır. Mesela kare ve dikdörtgen, kenarları 90 derece mi, vardır. Ama ayrık özellikleri de bir sürü vardır. Hiçbirine bir diğerinin alt kümesidir diyemem.

Suna, burada dikdörtgen ve paralelkenarın alt küme olamayacağını nedenleriyle ifade ettiği için yani diğer arkadaşlarını savunduğu durumu terk ettiği için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Matematiksel sorgulama öğrencilerin fikirlerini açıklamalarını desteklemektedir. Suna burada savunduğu fikir yanlış

olmasına rağmen gerekçeler sunarak diyalog aracılığıyla arkadaşlarının fikirlerini değiştirmeye çalışmıştır.

Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açıya sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır önermesine karşılık Fulya, sadece paralelkenar olduğunu düşünmediğini yamuğun da olabileceğini belirtirken, Suna da sadece paralelkenar demenin yanlış olacağını belirtmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Sadece paralelkenar olduğunu düşünmüyorum, yamuk da olabilir.

Suna: Sadece paralelkenar demek yanlış olur. Çünkü bu ifadeyi yanlış yapan sadece kavramdır. Yoksa biz zaten paralelkenarda dedik bunları. Karşılıklı kenarları paralel, 2 dar 2 geniş açısı var dedik. Ama bunun yanında eşkenar dörtgen de olabilir ve eğer sadece 1 karşılıklı kenarları paralel kastediyorsa yamuğu da alabiliriz. Ama tüm karşılıklı kenarları diyorsa yamuğu alamayız. Bu kadar. Bu ifade yanlıştır.

Suna, sorgulama sürecinde daha önce tartışılan bilgiler ile bu önerme hakkında düşündüğü bilgileri sentezleyerek yorum yapmıştır. Diyalog sayesinde, Suna sorgulama topluluğu etkileşimiyle bilgilerini yeniden yapılandırmıştır. Suna, daha önceki bilgileri ile soruyu yorumladığı için yani fikirleri sentezleyip yeniden yapılandığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık, Suna ifadenin yanlış olduğunu başka şekillerinde olabileceğini belirtmiştir. Suna şöyle bir açıklama yapmıştır:

Suna: Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir demiş. Ben yanlış dedim, kare de olabilir, eşkenar dörtgen de olabilir. Hatta paralelkenar da olabilir bazı durumlarda. Eşkenar dörtgen diyemeyiz. Benim düşünceme göre eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşit olmak zorunda değil. Tabi üstteki 2 tane ve alttaki 2 tane kendi içinde eşit olmak zorunda ama bunlar eşit olmak zorunda değil diye biliyorum.

Suna, sorgulama sürecinde diyalog sayesinde bilgilerini ve yorumlarını gerekçelendirmiş kavramsal anlamını oluşturmaya çalışmıştır. Suna, eşkenar dörtgenin tanımından yararlanarak ifadeyi nedenleriyle açıklayarak bilgiyi inşa ettiği için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Suna, tanımını ifade ettikten sonra Hakan'ın karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu iddia etmiştir. Sorgulama sürecinde, Hakan, Suna'nın kurduğu cümleyi kurarak nedenleriyle ifade etmiştir. Ancak Suna,

özel dörtgenlerin kümelerle ifade edildiği bazı durumları yanlış yorumladığından dolayı Hakan, Suna'yı ikna etmeye çalışmış ancak başarılı olamamıştır. Suna ve Hakan, eşkenar dörtgen ile kare arasındaki ilişkinin kümeler yardımıyla nasıl olabileceğini, özellikleri tartışarak bulmaya çalışmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan bütün dörtgenler diyerek kendi tezini çürütüyorsun. Sen burada dedin ya eşkenar dörtgenle dikdörtgenin ortak özelliği karedir. Sen bu eşkenar dörtgen ve dikdörtgeni birbirine bağlamadın. Ayı şeyler olarak aldın.

Hakan: Hayır, ama bak bütün şeyleri birbirine eşit olabilir diyorum. Kare eğer dikdörtgenin bir iç kümesiye dikdörtgende eşit kenar özelliği de bulunabilir.

Suna: Ama az önce Özge hoca bana dedi ki kareyi alıyorsan otomatik olarak 90 dereceyi de almak zorundasın. O zaman sen de bulunur veya bulunmaz diye bahsedemezsin ki.

Araştırmacı: Ayı şey mi acaba? Şimdi sen burada kareyi alıyorsun ya direkt kare alıyorsun kare diyorsun, kare deyince zaten 90 derece yükleniyor içine. Bu kısımda var bu kısımda yok bu özelliği şuraya alayım gibi bir şey yok.

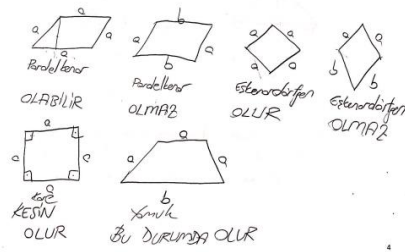
Suna: Ben öyle olabileceğini düşünmüştüm.

Hakan: Ben buraya şöyle diyorum dikdörtgenin hangi özellikleri var, açıları 90 derece olmalı ve karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel. Kare bütün bu özellikler sağlıyor. Bu yüzden bunun bir alt kümesi. Eşkenar dörtgende de kenarların birbirine eşit olma zorunluluğu ve karşılıklı kenarların paralel olma zorunluluğu var. Kare de bu özellikler var. O zaman ikisinin kesişimi kare oluyor.

Sorgulama sürecinde, topluluk üyeleri küme üzerinden özel dörtgenlerin durumlarını yorumlamışlardır. Diyalog sayesinde, öğrenciler aktif olarak tartışmaya katıldıklarından dolayı anlam kazanmaya çalışmışlardır. Bu sayede Suna, kümelerle ilgili bazı yanlış yorumlamalarını fark etmiştir. Hakan dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgenin tanımlarından yararlanarak kümelerle nasıl ifade edileceğini açıklamıştır. Hakan, burada daha önceki bilgileri yardımıyla yeni bir bakış açısı oluşturduğu için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve en az bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen/dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık Suna, Şekil 17'de görüldüğü gibi ikizkenarlar ile üst tabanı birbirine eşit olan yamuğu dahil edebileceğini söylediği için yani bilgiyi inşa ettiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir. Suna, cevap kâğıdında özel dörtgenleri çizip, verilen önerme hangi durumlarda sağlanır hangi durumlarda sağlanmaz yazarak ifade etmiştir. Suna, sorgulama

sürecinde de cevap kâğıdından faydalananarak diyalog sayesinde düşüncesini gerekçelendirerek kavramsal anlamayı gerçekleştirmeye çalışmıştır.



Şekil 18. Suna'nın cevap kağıdı

- 2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır.
- En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir.
- Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar.
- Dik ortalayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır.
- Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir.

Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir? Sorusuna karşılık, öğrenciler hangi dörtgenlerin olabileceğini belirttikten sonra Hakan nedenleriyle açıklamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Bir kere kare kesinlikle var. Eşkenar dörtgenin eşit olma zorunluluğunu hatırlamıyorum. O yüzden dedim ki tüm kenarları eşit olduğunda, karenin 45 derece döndürülmesiyle elde edildiğinden vardır dedim. Ama olmadığı durumda olmaz.

Araştırmacı: Kare ve eşkenar dörtgen, kısmen eşkenar dörtgen diyelim.

Önder: Kare ve eşkenar dörtgendir.

Fulya: Kare ve eşkenar dörtgendir.

Hakan: Kare ve eşkenar dörtgendir.

Araştırmacı: O zaman Hakan'dan başlayalım. Neden karenin olduğunu düşünüyorsun?

Hakan: 2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. Şimdi burada bir kesinlik var ama yamukta böyle bir zorunluluk yok. O yüzden yamuku dışarı aldım. Olabilir olmayabilir olduğu için dışarı aldım. En az bir çift karşılıklı kenarları eşittir. Dikdörtgen eşkenar dörtgen ya da kare olabilir. Bir de paralelkenar da var. Köşegenlerinden biri diğerini dik ortalar diyor. Paralelkenar ve dikdörtgen zaten hepsinde öyle bir şey olma zorunluluğu olmadığı için onlarda gidiyor. Ve kare ve eşkenar dörtgen kalıyor. Bütün

köşegenleri birbirine dik ortalıyor. Açığortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Doğru oluyor bu da.

Önder: Ben hepsini ayrı ayrı düşünmedim. Mesela birinci madde paralelkenar olarak düşünmedim. Hepsinin ortak özelliklerinin kare ve eşkenar dörtgen olduğunu düşündüm. Çünkü karede açığortay olarak kesersek simetrik 2 tane üçgen oluşur. 2 çift kenar uzunluğu da eşit. En az bir çift karşılıklı kenarları da eşit. Karenin tüm kenarları eşit olduğu için bu da doğru. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalıyor. Bu da doğru. Dik ortalayan köşegeni bir çift karşılıklı açının açığortaydır. Bu da karede var hocam. Çizdim ben bunların hepsini. Eşkenar dörtgende Suna demişti, çevirdim biraz eşkenar dörtgen oldu. Karenin tüm özelliklerini kapsadığı için aynısıdır.

Hakan, soruda verilen ifadeleri tek tek açıklayıp, bu ifadelerin belirttiği dörtgenleri belirlemiştir. Önder de soruda verilen ifadeleri bütün olarak düşünüp ortak şekilleri belirlemiştir. Topluluk içi etkileşimler sayesinde bilgi sürekli yapılandırılmış böylece doğru bilgi elde edilmeye çalışılmıştır. Sorgulama topluluğu üyeleri, bu önermede hem fikir olmuşlardır. Hakan ve Önder bilgiyi inşa ettiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

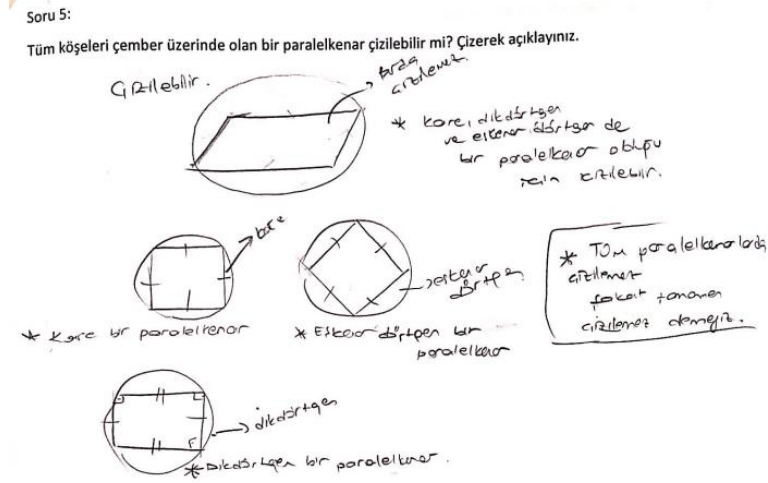
Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık öğrenciler hangi şekillerin çizilebileceğini ya da çizilemeyeceğini nedenleriyle ifade etmişlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Ben çizemeyiz dedim. Çizdiğim zaman sadece üst tarafı düşünelim üst taraftan başlarsak köşeleri birleşiyor ama alt köşeler dışarıda kalıyor ya da çemberin içinde kalıyor. Aynı şekilde alt taraftan başlarsak bu sefer üst taraftakiler birleşmiyor. Bu yüzden çizemeyiz.

Suna: Çizemem dedim çünkü denedim mutlaka en fazla üç köşe çemberin üzerinde olabiliyor ya bir tanesi çemberin içinde kalıyor ya da dışında kalıyor. Ama ne olursa olsun boşta kalıyor. Kare eşkenar dörtgen dikdörtgen yamuk çizilebiliyor onları da denedim ama paralelkenar çizilmiyor.

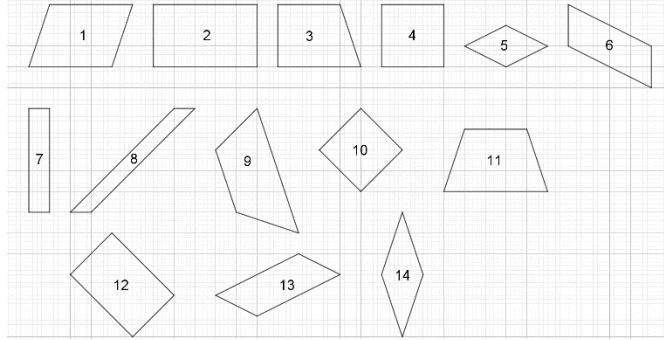
Fulya: Ben zaten kare dikdörtgen eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu düşündüğüm için bu şekiller çizilebilir.

Hakan: Ben şimdi açıklayarak bir şey yapmak istiyorum. Çünkü siz büyük ihtimalle şey diyeceksiniz dikdörtgen ve kareyi nasıl çizebiliriz diye büyük ihtimalle soracaksınız ben direkt anlatmaya başlayayım. O merkezli bir çemberimiz olsun. Bir çapımız olsun bu çapa alt ve üst tarafta x mesafede olan 2 tane kenar çizelim. Bu kenarları sol taraflarından ve sağ taraflarından birleştirdiğimizde başlangıçtaki çizgiler zaten simetriden dolayı eşit olacak. O zaman çizdiğimiz kenarlarda birbirine eşit olacak 90 derece olacak böyle olunca bir dikdörtgen bazen bir kare oluyor ve baktığımız zaman dikdörtgende paralelkenardır. Bu sebepten dolayı paralelkenar çizilebilir.



Şekil 19. Fulya'nın cevap kağıdı

Önder ve Suna bütün noktaları çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilemeyeceğini çünkü bir noktanın mutlaka dışarıda kaldığını belirtmişlerdir. Buna karşılık Hakan ve Fulya ise kare ve dikdörtgeninin de bir paralelkenar olduğunu dolayısıyla paralelkenarın çizilebileceğini belirtmişlerdir. Şekil 19'da görüldüğü gibi Fulya, özel dörtgenleri çember içine yerleştirerek çizerek bu önermeyi sağlayan dörtgenleri bulmuştur. Kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen aynı zamanda bir paralelkenar olduğundan dolayı önermenin doğru olduğunu belirtmiştir. Fulya, burada matematiksel kavramları ilişkilendirmiştir. Önder ve Suna, tanımları hariç tuttuklarından dolayı kare ve dikdörtgenin çizilebileceğini ancak paralelkenarın çizilemeyeceğini belirtmişlerdir. Hakan, sorgulama sürecinde gerekçesiyle birlikte bu şekillerin neden çizilebileceğini açıklamıştır. Topluluk üyeleri diyalog sayesinde matematiksel fikirleri ilişkilendirip derinlik kazanmaya çalışmışlardır. Öğrenciler tüm köşeleri çember üzerinde olan bir şekil çizilemeyeceğini ya da hangi şekillerin çizilebileceğini nedenleriyle açıklamışlardır. Yani bilgiyi inşa ettikleri için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 20. Diyagram

Şekil 20'deki diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz sorusuna karşılık öğrenciler iki farklı fikir sunmuşlardır. 2 öğrenci sadece 3 şekil seçerken diğer 2 öğrenci bütün şekillerin bir yamuk belirttiğini ifade etmişlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Hangi şekillerin yamuk olduğundan başlayalım.

Önder: 3-9 ve 11 şekiller. Sadece 1 adet karşılıklı kenarları paralel. Yani nasıl diyeyim başka hepsi birbirine eşit değil kenar uzunlukları birbirine eşit değil zaten yamuğun çok özelliği yok ki.

Suna: Ben sadece 3 ve 11 diyorum. Çünkü 9'un alt ve üst kenarları birbirine paralel değil öyle görünüyor ama değil. Ben dikkat etmemişim 9'u da ekliyorum. Alt ve üst kenarları birbirine paralel ve üçüncüsü bizim dik yamuk diye adlandırdığımız yamuk. İkisinde de bir dar ve bir geniş açı olması 360 derece olmasını sağlıyor diğer 9 ve 11 şekilde de alt ve üst kenar yine birbirine paralel iki geniş iki dar açı olması yine 360° olmasını sağlıyor ve zaten u açısı var 2 tane.

Hakan: Hepsi. Çünkü hepsinde en az 1 karşılıklı kenar paralelliği var ve zaten yamuğun tanımı en az iki Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen. Hepsinde de paralellik var.

Fulya: Ben de en az bir karşılıklı kenarını paralel olması kuralı hepsinde olduğu için hepsi diyorum.

Sorgulama süreci boyunca öğrenciler, yapılandırdıkları yamuk tanımına göre şekilleri gruplandırmışlardır. Bu süreçte 2 farklı fikir ortaya çıkmıştır. Suna ve Önder şekilleri hariç olarak değerlendirdiklerinden dolayı yani özel dörtgenleri ilişkilendirmeyerek bağımsız olarak ele aldıklarından dolayı sahip oldukları yamuk imajına göre şekilleri seçmişlerdir. Hakan ve Fulya ise şekilleri iç içe değerlendirdiklerinden dolayı soruda yer alan bütün şekilleri yamuk olarak ele almışlardır. Öğrenciler, kendi fikirlerini tanımlar yardımıyla açıklamaya çalışmış olup bilgiyi inşa ettikleri için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

dörtgenleri yeniden düzenlemiştir. Öğrenciler, bilgiyi anlayıp kendi argümanlarını desteklediklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz sorusuna karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Şekilleri ikiye ayırdık şu an. Bir tanesi 1 ya da 2 tane paralellik bulunduranlar. Diğeri de paralellik bulundurmayanlar. Yamuğun içindeki şekillerden de bir kısmını paralelkenar olarak ayırıyoruz. Bir kısmını yamuk olarak ayırıyoruz. Yani yamuktan da paralelkenara geçtik.

Araştırmacı: Burada nasıl bir kısıtlama geldi paralelkenara geçmek için?

Hakan: 2 paralellik var. Şimdi paralelkenarda da 3 farklı durum var. 1. Bütün açıları 90 derece olanları dikdörtgen diye ayırdım. Eşkenar dörtgende de bütün kenarları eşit olanları seçtik ayırdık. Daha sonra bunların dikdörtgenlerde kenarları eşit olanları ayırdığımda veya eşkenar dörtgenlerden açıları 90 derece olanları ayırdığımızda kare çıkıyor.

Matematiksel sorgulama yaklaşımının amaçlarından biri de öğrencilere matematiksel fikirlerin çeşitli temsillerini inşa etme, geliştirme, ilişkilendirme ile matematiksel anlamlarına derinlik kazandırmaktır. Hakan, bu soruda ele aldığı dörtgenlerin diyagram yardımıyla ifadesini yaparken tüm özelliklere hakim olarak diyagramını yapılandırmıştır. Hakan, ele aldığı dörtgenleri sırasıyla özelliklerine göre ayırıp diyagram oluşturmuştur. Yani dörtgen bilgisini diyagrama dönüştürdüğü için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Önder, Hakan'dan 3 kenarı da paralel olan bir yamuk çizmesini istediğinde, Fulya hemen kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen diye cevap vermiştir. Hakan, şeklini çizdikten sonra bu şekle paralelkenar dersiniz diye eklemiştir. Sorgulama sürecinde öğrenciler, fikir ayrılığı yaşadıkları durumlarda sorgulama topluluğunda yer alan diğer öğrencilerle müzakereler yaparak bilgiyi yeniden yapılandırmaya, fikirlerini geliştirmeye ve dönüştürmeye çalışmışlardır. Fulya ve Hakan paralelkenarın bir yamuk olduğu bilgisine sahip olup bu bilgiyi dönüştürdüklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi olarak ele alınmıştır.

Nil eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Katılıyor musunuz neden sorusuna karşılık Suna, katılmadığını çünkü eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşit uzunlukta ama dikdörtgenin sadece karşılıklı kenarlarının eşit uzunlukta olduğunu dolayısıyla bunların kesişim noktasının kare olduğunu belirtmiştir. Sorunun, eşkenar

dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ettiğini bu durumda uyumsuzluk olduğunu yani ifadenin yanlış olduğunu belirtmiştir. Suna'nın eşkenar dörtgen ve dikdörtgen bilgisini dönüştürdüğü için bu kısım diyalog eylemi olarak ele alınmıştır.

Evrin dikdörtgenin özel bir kare olduğunu karenin de özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Nedenleriyle açıklayınız sorusuna karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Dikdörtgenin özel bir kare olduğu kısma katılanlar kimler? Kimse katılmıyor. Peki Karenin özel bir yamuk olduğu kısma katılanlar? Herkes bu kısma katılıyor. Peki Önder ne diyorsun?

Önder: Özel bir kare diye bir şey yok. Kare zaten en özel şekildir. Onu özelleştiremeyiz ki. Yamuğu özelleştirince kural eklersek kare olur hocam. Bu kısım doğru.

Suna: Ben devam edeyim. Kare özel bir dikdörtgendir ama kare dikdörtgenin özelliklerinin hepsini taşımaz o yüzden. Mesela tüm kenarların eşit olmasını taşıyor. Bu yüzden birinciye katılmıyorum ama ikinciye kare özel bir yamuktur zaten.

Araştırmacı: Yani 1 yanlış 2 doğru diyorsun. Hakan senin fikrini de duyalım.

Hakan: Katılmıyorum çünkü kare dikdörtgenin en özel hali ve kare bir yamuktur. Burada bir tanesi doğru bir tanesi yanlış olduğu için düşüncesinin tamamı yanlış oluyor.

Fulya: Ben de ilk ifadenin yanlış olduğunu ama karenin bir özel yamuk olduğunu düşünüyorum. O yüzden ifade yanlıştır.

Sorgulama sürecinde öğrenciler önermeyi değerlendirirken yorumlarını gerekçelendirmişlerdir. Bu sayede matematiksel anlamlarını derinleştirmişlerdir. Sorgulama topluluğundaki etkileşimler sonucunda, öğrenciler bilgilerini sürekli olarak yeniden yapılandırmışlardır. Suna, özel dörtgenleri hariç olarak ele alırken sorgulama süreci ilerledikçe fikirlerini gözden geçirmiştir. Bu gözden geçirmeler sonucu diyalog sayesinde bazı dörtgenlerin iç içe yer aldığını fark etmiştir ve yorumlarını bu bilgiye göre düzenlemiştir. Öğrenciler, bilgiyi anlayıp kendi argümanlarını desteklediklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.3. Karşılaştırma

Öğrenciler, tanımlarını karşılaştırarak birbirlerinin fikirlerinin neden farklılaştığını ya da fikirlerini neden desteklediklerini açıklamışlardır. Özellikle başlangıçta öğrencilere doğrudan tanımları nedir şeklinde yöneltilen sorularda tanım karşılaştırması daha çok yapılmıştır. En fazla tanım karşılaştırılması yapılan soru bir yamuk sorusudur. Tüm kenarları birbirine dik ve eşit olan dörtgen her zaman yamuktur

sorusunda her zaman bu durumun sağlanıp sağlanmadığını göstermek için öğrenciler sık sık karşılaştırmaya başvurmuşlardır. Tanımların karşılaştırılması aynı zamanda dörtgenler arasındaki tanım farklılıklarını da dile getirilerken de kullanılmıştır.

Dörtgen nedir sorusuna karşılık Fulya, dörtgenleri birbirinden ayıran özellikler olduğunu ifade ederek dörtgenlerin tanımlarını karşılaştırmıştır. Hakan'ın dörtgen tanımının ardından Fulya da dörtgen tanımına paralellik özelliğini eklemiştir. Suna, tanımında 4 kenarın 4 köşenin bir kâğıt üzerinde olması gerektiğini, Önder ise sadece 4 kenarın, 4 doğru parçasının birleşmesinin yeterli olduğunu söyleyerek tanımlarını karşılaştırmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Diğer şekillerden ayıran özellikleri var. Onun için sınırılıyor. Dörtgen dediğimizde kafamızda bir şeyler canlanıyor.

Araştırmacı: Peki, sınırlamalar ne mesela, diğer şekillerden ayıran.

Fulya: Aklıma gelen kesinlikle 4 köşesi olmak zorunda. 3 köşesi olamaz, 5 köşesi olamaz öncelikle. Daha sonra çizgilerin düz bir şekilde ilerlemesi geliyor. Noktaların birleşiminden oluşan çizgiler. Yamuk olamaz yani eğim falan olamaz.

...

Hakan: Mesela 4 tane doğru parçamız olsun. Bunların her biri 4 farklı köşede kesişiyorlar. Ve bunlar kesişerek içeride bir alan oluşturuyorlar. Biz burada oluşan şekle dörtgen diyoruz.

Araştırmacı: Ama Fulya'nın paralellik şartı vardı. (Hakan'a dönerek) Sen böyle bir kural koymadın mesela.

Hakan: O düzgün dörtgen için geçerli.

...

Suna: Mesela eğer bir kâğıda 4 tane çizgi çizersek her ay 4 tane nokta koyarsak her noktadan sadece 2 tane doğru parçası geçmek üzere oluşan, Hakan'ın da gösterdiği gibi, arada oluşan kapalı şekle biz dörtgen diyoruz.

Önder: 4 tane doğru parçasının birleşmesi ile oluşan şekil.

Araştırmacı: Suna dedi ki aynı kâğıt üzerinde olmak koşuluyla, Önder de dedi ki 4 tane doğru parçasının birleşmesi yeterli. Aynı kâğıt üzerinde olması benim için önemli mi?

Hakan: Önemli, çünkü o iki boyutlu bir şekildir dörtgenler. Eğer bir kâğıt bir düzlem üzerinde olmazsa 3 boyutlu bir şekle dönüşür.

Sorgulama topluluğu ile yapılan matematiksel sorgulama, öğrencilerin matematiksel fikirleri ifade etmelerini, varsayımların iş birliği içinde sorgulanmasını sağlamaktadır. Öğrenciler, sorgulama sürecinde diyalog sayesinde tanımlarını yeniden yapılandırmışlardır. Bu yapılandırma ortak bir tanım elde etmek için önemlidir.

Sorgulama sürecinde öğrenciler, tanımın farklı özelliklerini ele alarak topluluk olarak iş birliği yapmışlardır. Fulya, dörtgenin diğer şekillerden ayrılan özellikleri olduğunu belirtmiştir. Aynı zamanda Suna ile Önder'in dörtgen tanımlarını yaptıktan sonra tanımlarında yer alan koşullar tartışılmıştır. Yani ortak bir biçimde kendi anlamlarını oluşturduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Yamuk nedir sorusuna karşılık Fulya dörtgen tanımında paralellik olduğunu ancak yamukta paralellik özelliği olmadığını belirtmiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Bu sefer yamukta paralellik sınırlandırması yok 2 çizgide. Yine aynı şekilde 4 köşe bulunmalı. Sadece paralellik kuralını kaldırıyoruz yine çok benziyor.

Araştırmacı: Dörtgende paralellik var mıydı?

Fulya: Evet, vardı.

Sorgulama sürecinde, diyalog sayesinde ele alınan dörtgenler karşılaştırılıp benzer ve farklı yönleri ele alınmıştır. Fulya, bu diyalogda yamuk ve dörtgen arasındaki paralellik durumunu ele almıştır. Fulya'nın yorumu yanlış olmasına rağmen karşılaştırmalar yapması sorgulama süreci için önemlidir. Fulya, burada iki dörtgenin tanımlarının karşılaştırmasını yapmıştır yani bilgiyi inşa ettiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık Fulya, dörtgenlerin en kurallısının kare olduğunu, paralelkenarda aç kuralı olmadığını onun dışında benzer özelliklere sahip olduklarını ifade etmiştir. Hakan paralelkenarın 90 derece olamayacağını, olduğu durumda kare ya da dikdörtgen belirtebileceğini ifade etmiştir. Sonrasında Hakan ve Suna paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasındaki benzerlik ve farklılıkları ele almışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Biz bir kareye 90 derece dik boyutları aynı olan şeyler diyoruz. Kare bence dörtgenlerin en sınırlandırılmış hali. Onun üzerinden ele alırsak da paralelkenar da tüm kurallar aynı şekilde geçerli, sadece aç olarak bir sınırlandırmamız yok.

Hakan: Hiçbirinin açısı 90 derece olmamak koşuluyla yani dik açısı olmaması koşuluyla ve karşılıklı kenarları paralel ve birbirine eşit olan ancak karşılıklı olmayan kenarı ile eşit olmayan bir dörtgendir.

Araştırmacı: 90 derece olmamak koşuluyla dedin. Neden?

Hakan: *Çünkü eğer 90 derece olursa eğer eşkenar dörtgen ya da kare olur. Ya da dikdörtgen olur.*

...

Hakan: *Söylemeye çalıştığım şey şu, yamuk biraz kısıtlanmış paralelkenar oluşmuş, paralelkenar biraz kısıtlanmış dikdörtgen olmuş sonra kare olmuş öyle şeyler var. Şimdi o zaman burada baktığımız zaman yamuğa neden eşit olamaz dedik paralel olan kenarları, çünkü paralelkenar oluşacak o zaman. Bu sebepten dolayı eşkenar dörtgen olmaması için paralelkenarın karşılıklı olmayan kenarları aynı olamaz diye bir şey koyuyoruz.*

Matematiksel sorgulama, öğrencilerin fikirleri ilişkilendirerek matematiksel anlamı derinleştirmeyi amaçlamaktadır. Sorgulama sürecinde Fulya, paralelkenarı kare bilgisi ile yorumlamıştır. Hakan ise şekillerin hangi durumlarda birbirine dönüşeceğini fark etmiş ve tanımlarını yaparken bu şekilde kısıtlamalar yapmıştır. Sorgulama sürecinde, öğrenciler diyalog sayesinde dörtgenlerin ilişkilerini fark etmeye başlamışlardır. Fulya, paralelkenarın ve karenin özelliklerini karşılaştırırken Hakan, dörtgenlerin özelliklerinden bazılarının kısıtlanmasıyla diğer şeklin oluştuğunu açıklamıştır. Bu durumda bilgiyi inşa etmeye çalıştıkları için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Suna, Hakan'ın ortaya attığı, dörtgenlerin küme şeklinde gösteriminde dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare ve paralelkenarı kabul etsek bile yamuk dışarıda kalıyor diyerek yamuk ve diğer dörtgenlerin paralellik özelliklerini karşılaştırmıştır. Önder, yamukta sadece 1 çift karşılıklı kenarın paralel olduğunu ancak diğer dörtgenlerde 2 çift karşılıklı kenarın paralel olduğunu dolayısıyla bu sorunun cevabını her zaman dediği için doğru kabul etmeyeceğini belirtmiştir. Aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: *Şimdi biz bu yamuk kümesi için, yamuk kümesi hepsini kapsıyor ya biz onun için diyoruz ki karşılıklı kenarları paralel olan her şey, hepsi paralelkenardır diyoruz. Tamam dediğine göre eşkenar okey, kare okey. Dikdörtgen tamam. Ama yamuk dışarıda kalıyor. Tamamen senin dediğinden yola çıkıyorum. Ama yamuk dışarıda kalıyor.*

...

Önder: *Hocam karşılıklı, yamukta sadece bir tane karşılıklı kenarı paralel, diğerlerinde hepsi birbirine paraleldir. Ondan yamuk olmaz diyorum.*

Sorgulama sürecinde, öğrenciler önermede yer alan kritik noktaları fark edip yorum yapmışlardır. Önermeleri, kabul ettikleri tanım bilgisine göre ele almışlardır.

Öğrenciler, aynı zamanda diyalog sayesinde dörtgenleri karşılaştırarak matematiksel anlamlarını derinleştirmeye çalışmışlardır. Suna, dörtgenleri paralellik özelliğine göre karşılaştırmıştır. Önder ise yamuk ile diğer dörtgenleri paralellik özelliğine göre karşılaştırmıştır. Suna ve Önder bilgiyi inşa ettiklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi olarak ele alınmıştır.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesine karşılık Hakan soruda verilen ifadenin kare tanımını olduğunu dolayısıyla kare her zaman bir yamuk olduğu için ifadenin doğru olduğunu belirtmiştir. Önder, yamukta paralellik olmak zorunda olmadığını ifade ederek Hakan ile kendi tanımını karşılaştırmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

- Hakan: Onun dediği gibi bu tanım kareye ait. Şimdi kare bence bir yamuktur. Çünkü yamuğun kuralları neler, 2 karşılıklı kenarın sadece 2 karşılıklı kenarın, yani sadeceye gerek yok. En az 2 karşılıklı kenarın birbirine paralel olması gerekiyor.*
- Önder: Mesela (paralellik olmayan dörtgeni gösteriyor) bu da yamuk. Ama bunların hiçbiri paralel değil. Karşılıklı kenarları paralel değil.*
- Araştırmacı: Senin yamuk tanımına göre ama. Hakan'ın yamuk tanımına göre en az bir tane karşılıklı kenarı birbirine paralelse bu yamuktur diyor.*

Sorgulama sürecinde, öğrenciler fikirlerini ifade etmişler ve varsayımları iş birliği içinde değerlendirerek bilgiyi inşa etmeye çalışmışlardır. Önder, Hakan'ın yamuk tanımına karşılık kendi tanımını yaparak tanımları karşılaştırmıştır. Yani bilgiyi inşa ettiklerinden dolayı bu süreç diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Suna, düzgün yamuk ve düzgün olmayan yamuk tanımları yaparak aralarındaki farka değinmiştir. Diklik ve eşitlik olduğu için kurallara sahip olduğunu ancak düzgün olmayan yamuğun kuralları olmadığı için bütün yamuklar sağlamaz diyerek ifadenin yanlış olduğunu belirtmiştir. Sorgulama sürecinde Suna, diyalog aracılığıyla varsayımını gerekçelendirmiş ve karşılaştırma yapmıştır. Bu karşılaştırmalar sayesinde yamuk tanımını gözden geçirerek yeniden yapılandırmaya çalışmıştır. Suna, düzgün yamuk ve düzgün olmayan yamuğu tanımlarını karşılaştırarak bilgiyi yapılandırmaya çalıştığından dolayı bu süreç diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir önermesine karşılık Suna, paralelkenarın 2 dar 2 geniş açıya sahip olması gerektiğini dolayısıyla

dik olamayacağını, olduğu durumda kare ya da dikdörtgene dönüşeceğini belirtmiştir. Fulya, Suna'nın bu ifadelerinden sonra kare ya da dikdörtgene dönüşürse biz bu şekle paralelkenar demezdik bunların farklılaştığı noktalar var diyerek Suna'nın fikrine karşı çıkmıştır. Sorgulama sürecinde, farklı şekillerin tanımlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Bu sayede, bu süreçte bilgi yeniden yapılandırıldığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık Hakan, Suna'nın paralelkenara 90 derece olmama zorunluluğu getirdiğini ama kendinin bu ifadeyi dâhil etmediğini, tanımdan dolayı böyle bir farklılık olduğunu belirtmiştir. Suna, 90 derece olduğu durumda şeklin kare ya da dikdörtgene dönüşeceğini belirtmiştir. Sorgulama sürecinde öğrenciler, diyalog aracılığı ile varsayımlarda bulunmuş ve bu varsayımları eleştirmişlerdir. Bu sayede bilginin yapılanmasını ve derinlik kazanmasını sağlamışlardır. Bu süreçte bilgi yeniden yapılandırıldığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Hakan, bir paralelkenar çizerek bu şekil üzerinde yamuğun bütün özelliklerinin sağlanıp sağlanmadığını sorarak karşılaştırma yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Paralelkenar çizildiği zaman yamuğun bütün özelliklerini kapsıyor mu, kapsıyor.

Suna: Hayır kapsamıyor.

Hakan: Yamuğun tanımı alt ve üst tabanı birbirine paralel olan dörtgendir.

Suna: Yamuğun tüm özelliklerini paralelkenar kapsıyor mu diyorsun demi?

Hakan: Hayır. Paralelkenar yamuğun özelliklerini karşılıyor mu? Bence karşılar. Neden, çünkü alt ve üst tabanı paralel olan şekildir yamuk. Ve başka bir zorunluluğu yoktur. Benim tanımımca. Şimdi o zaman bunlara 2 tane daha paralel çizersem alt ve üst tabanı birbirine paralel olduğu için bir yamuk. Buna da böyle diyebilir. Bu sebepten paralelkenar yamuğun özelliklerini kapsadığından aynı zamanda bir yamuktur.

Sorgulama sürecinde Hakan, yamuk ve paralelkenarını ilişkilendirmiştir. Yamuğun paralelkenarı nasıl kapsadığını bir örnek çizerek ifade etmiştir. Hakan bu süreçte, diyalog sayesinde paralel olan kenarlar arasındaki ilişkiyi ele alarak özel dörtgenlerin sahip olduğu özellikleri ilişkilendirmiştir. Hakan, yamuk ile paralelkenar

tanımlarını karşılaştırarak bilginin inşa edilmesini ve yapılandırılmasını sağladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz sorusuna karşılık öğrenciler ikiye bölünmüştür. Hakan ve Fulya, diyagramda yer alan bütün şekillerin yamuk olduğunu belirtirken Önder ve Suna, sadece 3 şeklin yamuk belirttiğini söylemişlerdir. Hakan, iki grubun yamuk tanımlarını karşılaştırarak sebebin tanım farklılığı olduğunu belirtmiştir. Suna, tanımlarının farklı olduğunu kendi yamuk tanımına göre sadece 1 çift kenarın paralel olması gerektiğini ama Hakan'ların tanımında en az 1 çift kenarın paralel olma koşulu olduğunu belirtmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Şimdi ikiye iki bölündünüz. Bir grup diyor ki 3,9 ve 11 yamuktur diğer grup diyor ki şekillerin hepsi yamuktur. Ne olacak bu durumda?

Hakan: Tanımdan dolayı böyle. Onlar diyor ki sadece bir çift paralellik olacak.

Suna: Tanımlar farklı, farklı şekiller. Bizim kafamızda oluşturduğumuz şekiller sadece onlara yöneliyor. Mesela ben bu 4 numaralı şekli görünce sadece aklıma kare geliyor yamuk olduğu aklıma gelmiyor.

Hakan: Kafamızda sadece kare oluşması onun yamuk olmadığını mı gösteriyor?

Suna: Ama şimdi şöyle bir şey var. Sen diyorsun ya en az iki kenarı birbirine paralel olacak diye bendeki yamuk tanımı sadece alt ve üst kenarın birbirine paralel olması. Siz diyorsunuz ki en az 1 çift kenarı paralel olan ama ben diyorum ki sadece bir karşılıklı kenarları paralel en az değil.

Hakan: Evet, işte fark o.

Sorgulama sürecinde öğrenciler, iki farklı grupta yapmışlardır. Bu farklılığın nedeninin tanım farklılıkları olduğunu fark etmişler ve diyalog sayesinde yeniden tanımlama yapıp tanımların farklı yönlerini ifade etmişlerdir. Şekilleri gruplandırırken ortaya çıkan farklılıklar öğrencilerin tekrardan tanıma dönmelerine sebep olmuştur. Yamuk tanımlarını tekrar karşılaştırma ihtiyacı duymuşlardır. Tanımlarını şekillere aktardıkları için yani bilginin dönüşümü gerçekleştiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Öğrenciler, geriye kalan tüm sorular için tanımları karşılaştırma ihtiyacı duymamışlardır. Öğrenciler özellikle yamuk tanımında farklılıklar yaşadıkları için yamuk sorularında tanım karşılaştırılması yapmışlardır.

4.2.1.4. Fikir Önerme

Fikir önerme, sorgulama sürecinde ifade edilen konu hakkında yeni bir bilgi, özellik ortaya atılması şeklinde tanımlanmıştır.

Dörtgen sorusu sorulduğunda Fulya, 4 köşenin bileşiminden oluşan çizgiler bütünüdür diye tanımlama yaptıktan sonra Hakan, bu tanıma paralellik fikrini eklemiştir. Sorgulama sürecinde Hakan, Fulya'nın tanımına eklemeler yaparak tanımlı yeniden yapılandırmıştır. Bu sayede ortak bir tanım oluşturulmaya çalışılmıştır. Hakan tanımlı yapılandırdığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Araştırmacı yamuk ile ilgili son durumda tanımın ne olduğunu sorarken Hakan, yeni bir koşul getirerek bir fikir önermiştir. Hakan, alt kenar ve üst kenardan birisinin daha uzun olması gerektiğini vurgulamıştır. Hakan, sorgulama süreci başında şekillerin birbiri ile ilişkisini fark edip hariç tutmaya çalışmıştır. Burada getirdiği koşul kenar uzunluklarının aynı olduğu durumlarda başka şekillere dönüşmesine engel olmak içindir. Hakan, diyalog aracılığıyla kenar uzunlukları için yeni fikir ortaya atarak tanımlı yapılandırmıştır. Hakan, tanımını yapılandırdığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Eşkenar dörtgen nedir sorusuna karşılık Hakan, bütün kenarları birbirine eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel olan, karşılıklı açıları birbirine eşit olan dörtgen eşkenar dörtgendir demiştir. Açılar 90 derece olmayacak diye eklemiştir. Sorgulama sürecinde Hakan, şekillerin birbirine dönüşebileceğini fark edip şekilleri ayırmaya çalışmıştır. Eşkenar dörtgenin iç açıları 90 derece olduğunda kareye dönüştüğünü süreçte fark ettiği için bu koşulu getirmiştir. Bununla birlikte sorgulama sürecinde Hakan, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren bir küme çizerek bir fikir önermiştir. Hakan bilgiyi sentezleyip yapılandırdığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.5. Bilginin Sentezlenmesi

Bilginin sentezlenmesi, yapılan tanımların birleştirilmesi, verilen ya da konuşulan özelliklerin birleştirilmesi şeklinde tanımlanmıştır.

Dörtgen nedir sorusuna karşılık Hakan, her 2 kenarın birleşerek bir köşe oluşturduğunu ifade ettikten sonra araştırmacı Hakan'a bu bilgi bizim için neden önemli diye sormuştur. Hakan'dan sonra Suna tanımları birleştirerek yeni bir tanım yapmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: 4 köşenin bileşiminden oluşan çizgiler bütünüdür.

Hakan: Her kenar iki tane kenarla bir köşe oluşturuyor.

Araştırmacı: Bu bilgi bizim için neden önemli peki?

Hakan: O zaman hepsi birbirine bir şekil oluşturarak bağlanıyorlar. Kapalı bir şekil oluşturuyorlar.

Suna: Aslında Hakan ve Fulya'nın dediğini birleştirirsek 4 köşede her biri 2 köşe ayrıştırarak şekilde bir şeklin kapanması diyebiliriz. Her bir doğru parçası 2 köşeye gelecek şekilde şekil oluşturmaktadır.

Sorgulama sürecinde Hakan, diyalog aracılığıyla Fulya'nın tanımına ek olarak şeklin kapalı bir şekil belirtmesi gerektiğini ifade etmiştir. Sorgulama sayesinde öğrenciler, şeklin kapalı bir şekil olduğunu fark etmişlerdir. Hakan'ın kapalı şekil fikrinden sonra Suna tanımları sentezleyerek yeni bir tanım yapmıştır. Öğrenciler kendi matematiksel anlamlarını oluşturmak için birbirlerinin tanımlarını dinledikten sonra yapılandırmışlardır. Bu süreçte Suna, Fulya ve Hakan'ın tanımlarını sentezleyerek yeni bir tanım yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Önder'in ifadesinden sonra Suna, ifadenin yanlış olduğunu belirterek nasıl doğru olacağını ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır, ifadesi hakkında ne düşünüyorsunuz?

Önder: Yanlış, çünkü tüm dörtgenlerin karşılıklı kenarları paralel ama bazı özel şekillerin, yamuğun böyle bazı özel şekilleri var hocam, mesela bunların hiç biri paralel değil birbirine.

Suna: Sadece şöyle diyebiliriz, tüm paralelkenarların karşılıklı kenarları birbirine paralel yani aynı kelimeleri kullanarak kurulan en doğru cümle bu olur.

Araştırmacı: Bir daha söyler misin? Açıklar mısın?

Suna: Tüm paralelkenarların her zaman karşılıklı kenarları paraleldir. Bu doğru ifade olur. Burada verilen ifade kesinlikle yanlıştır Önder'in dediği gibi. Karşılıklı kenarları

paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır. Bu başka bir şey de olabilir. Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ya da dediği gibi yamuk da olabilir.

Sorgulama topluluğunda öğrenciler, fikirlerini gerekçelendirerek kavramsal anlamada derinlik kazanmaya çalışmışlardır. Sorgulama sürecinde Suna, verilen ifadenin yanlış olduğunu söylerken aynı zamanda diyalog aracılığıyla ifadeyi aynı kelimeleri kullanarak nasıl doğru hale getirilebileceğini de açıklamıştır. Suna burada ifadeyi düzenleyip bilgiyi sentezlediğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık Suna, ifadenin yanlış olduğunu başka dörtgenlerin de bu koşulu sağlayabileceğini, sadece kelimesinin ifadeyi yanlış yaptığını belirtmiştir. Bu süreçte araştırmacı ile aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir demiş. Ben yanlış dedim, kare de olabilir, eşkenar dörtgen de olabilir. Hatta paralelkenar da olabilir bazı durumlarda. Eşkenar dörtgen diyemeyiz. Benim düşünceme göre eşkenar dörtgenin tüm kenarları eşit olmak zorunda değil. Tabi üstteki 2 tane ve alttaki 2 tane kendi içinde eşit olmak zorunda ama bunlar eşit olmak zorunda değil diye biliyorum. Bunun yanında Hakan diyecek ki kare bir eşkenar dörtgendir.

Araştırmacı: Peki, sen neden bu düşünceye karşı çıkıyorsun?

Suna: Aslında düşünceye kapalı gibi gözüküyor ama biz hepsine dörtgen diyoruz ve hepsinin ortak özellikleri var ama bunların hepsi ayrık kümeler. Kesişim kümeleri var ama Hakan kesişim kümeleri alt küme olarak alıyor.

Araştırmacı: Sen nasıl alıyorsun?

Suna: Ben kesişim kümesi olarak alıyorum.

...

Hakan: Evrensel küme dörtgenler olmuş oluyor.

Suna: Tamam, tabi ki de canım. Hakan burada diyor ki eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin kesişimi karedir. Ben diyorum ki hepsi birbirine bağlı ama hiç biri birbirinin alt kümesi değildir.

Sorgulama sürecinde Suna, dörtgenleri hariç tutan tanımlara göre fikrini belirtmiştir. Suna, bunun yanında Hakan'ın ifadeyi nasıl yorumlayacağını da söylemiştir. Suna, diyalog aracılığıyla Hakan'ın ve kendinin ortaya attığı dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren kümeleri karşılaştırmıştır. Yapılan sorgulamalar sonucunda Suna, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin kesişmesiyle karenin ortaya çıktığını belirtmiştir. Suna, matematiksel anlamını oluşturmak için daha önce

Hakan'ın ifade ettiği kümeler üzerinden içeriği anlayıp bilgiyi yapılandırmıştır. Burada dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin ortak özelliklerinin kare belirttiğini ifade ederek bilgiyi sentezlediğinden bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Fulya, diyalog aracılığıyla yamuğun köşelerini hareket ettirerek bütün dörtgenleri elde edebileceğini dolayısıyla bu ifadenin doğru olduğunu belirtmiştir. Sorgulama sürecinde Fulya, matematiksel fikirlerini geliştirip yapılandırmıştır. Fulya, yapılan sorgulamalar sonucunda paralelliği bozmadan 4 köşeyi hareket ettirerek dörtgen tanımlarını oluşturduğu yani bilgiyi sentezlediği için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık Hakan, ispat yapıp nedenleriyle açıklamıştır. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: O merkezli bir çemberimiz olsun. Bir çapımız olsun bu çapa alt ve üst tarafta x mesafede olan 2 tane kenar çizelim. Bu kenarları sol taraflarından ve sağ taraflarından birleştirtince başlangıçtaki çizgiler zaten simetriden dolayı eşit olacak. O zaman çizdiğimiz kenarlarda birbirine eşit olacak 90 derece olacak böyle olunca bir dikdörtgen bazen bir kare oluyor ve baktığımız zaman dikdörtgende paralelkenardır. Bu sebepten dolayı paralelkenar çizilebilir.

Sorgulama sürecinde Hakan, bu soruda diyalog aracılığıyla tüm köşeleri çember üzerinde olan dörtgenlerin kare ve dikdörtgen olduğunu, kare ve dikdörtgenin aynı zamanda birer paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Sorgulamalar sayesinde Hakan, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin nasıl olduğunu topluluk üyelerine şekil üzerinde ispat yaparak ifade etmiştir. Hakan, bilgiyi sentezlediğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Sorgulama sürecinde öğrenciler birbirlerinin fikirlerine eleştiriler yöneltmişlerdir. Bu eleştiriler sayesinde var olan bilgi yeniden gözden geçirilerek yapılandırılmıştır. Verilen şekillerden hangilerinin kare olduğu sorulan soruya karşılık Önder 10. Şeklin bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir. Bunun üzerine Suna eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir kare olduğunu ifade ederek bilgiyi sentezlediğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Sorgulama süreci boyunca dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini doğru yorumlayamayan Suna, sorgulamalar sayesinde hiyerarşik ilişkiyi doğru yorumlamaya başlamıştır. Emre, kare ve dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade ediyor sorusuna karşılık Suna, kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için ifadenin doğru olduğunu belirtmiştir. Suna burada tanımları sentezlediğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.6. Örnek Verme

Örnek verme, özellikleri ya da kavramlar hakkında örnekler yardımıyla matematiksel anlayışa katkı sağlama olarak tanımlanmıştır.

Yamuk tanımı nedir sorusuna karşılık Fulya dörtgen ve yamuğun çok benzer olduklarını ifade etmiştir. Bu süreçte araştırmacı ve Fulya arasında şöyle diyalog geçmiştir:

Fulya: Bu sefer yamukta paralellik sınırlandırması yok 2 çizgide. Yine aynı şekilde 4 köşe bulunmalı. Sadece paralellik kuralını kaldırıyoruz yine çok benziyor.

Araştırmacı: Dörtgende paralellik var mıydı?

Fulya: Evet bazılarında.

Suna: Düzgün dörtgenlerde.

Araştırmacı: Ben düzgün dörtgen, düzgün olmayan dörtgen ayrımı yapmıyorum. Dörtgen nedir diye soruyorum.

Fulya: Dörtgen deyince bazılarında var bazılarında yok. Hani mesela kare dersem var ama.

Sorgulama sürecinde araştırmacı ve Fulya arasında geçen diyalog sayesinde Fulya'nın kavramsal bilgisi yapılandırılmaya çalışılmıştır. Fulya yamuk tanımını inşa ederken örnek vererek argümanını desteklediğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Önder, yamuk tanımında her kenar uzunluğunun birbirinden farklı olması gerektiğine değinmiştir. Bunun üzerine Hakan ve Suna örnek vererek böyle bir koşul olmadığını ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Olmak zorunda mı?

Suna: Değil.

Hakan: Hayır.

Araştırmacı: Neden? Neden aynı olabilir? Neden farklı olmalı?

Hakan: Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili. Mesela dik yamuğun üst kenarı ile yan kenarı birbiri ile eşit uzunlukta olabilir.

Suna: Dik olmasa da üst kenar ve yan kenar birbiri ile eşit olabilir. Ya da yan kenarlar birbiri ile eşit olabilir. Biz alttakine en uzun diyoruz ama tabi bakış açımıza göre değişir ama diğerlerinin eşit olmama gibi bir zorunluluğu yok ki.

Sorgulama sürecinde, topluluk ile yapılan sorgulamalar sayesinde öğrencilerin varsayımları değerlendirmelerini sağlamaktadır. Araştırmacının kenar uzunluklarının neden aynı ya da farklı olacağını sorması öğrencilerin fikirlerini gerekçelendirmelerini sağlamıştır. Bu sayede öğrenciler matematiksel anlamlarını derinleştirmişlerdir. Önder'in argümanına karşılık Suna ve Hakan örnek vererek kendi argümanlarını desteklerken Önder'in argümanını çürüttüklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.7. Bilginin Onaylanması

Onaylama, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini desteklemeleri şeklinde tanımlanmıştır.

Sorgulama topluluğunda akran grupları birlikte yapılan matematiksel sorgulama, öğrencilerin fikirlerini değerlendirmelerini ve kimi zaman da ortak fikre sahip olmalarını sağlamaktadır. Öğrenciler, sorgulama sürecinde yamuk tanımı son durumda, uzunlukları birbirinden farklı birbirine paralel iki doğru parçasının yanlarından iki doğru parçasıyla birleştirilmesidir şeklinde ortak bir fikir kabul etmişlerdir. Ortak bir fikri kabul edip birbirlerinin düşüncesine katıldıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açıya sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır önermesine karşılık Fulya, sadece paralelkenar olduğunu düşünmediğini, yamuğun da olabileceğini söyledikten sonra Suna, Fulya'yı onaylayarak kendini ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Sadece paralelkenar olduğunu düşünmüyorum, yamuk da olabilir.

Suna: Sadece paralelkenar demek yanlış olur. Çünkü bu ifadeyi yanlış yapan sadece kavramıdır. Yoksa biz zaten paralelkenarda dedik bunları. Karşılıklı kenarları paralel, 2 dar 2 geniş açısı var dedik. Ama bunun yanında eşkenar dörtgen de olabilir ve eğer sadece 1 karşılıklı kenarları paralel kastediyorsa yamuğu da alabiliriz. Ama tüm karşılıklı kenarları diyorsa yamuğu alamayız. Bu kadar. Bu ifade yanlıştır.

Hakan: Galiba Suna ile ilk defa aynı cevabı veriyoruz. Ama tek fark yamuk kesinlikle olabilir. Eşkenar dörtgen de olabilir yamuk da olabilir paralelkenar da olabilir.

Sorgulama sürecinde, öğrenciler önermede yer alan sadece kelimesinden dolayı önermenin yanlış olduğunu belirtmişlerdir. Suna, önermenin yanlış olduğunu ifade ettikten sonra diyalog aracılığıyla nedenlerini açıklamıştır. Hakan, Suna ile aynı cevabı verdiğini sadece yamuk konusunda Suna'ya katılmadığını belirtmiştir. Hakan sorgulama süreci sayesinde, Suna'nın fikrini değerlendirip düşüncesini yapılandırarak kavramsal bilgisini derinleştirmeye çalışmıştır. Fulya'nın yamuk da olabilir ifadesine karşılık Suna da sadece paralelkenar ifadesinin yanlış olduğunu, yamuk olabileceğini belirtmiştir. Hakan, Suna'nın açıklamalarından bazı noktalarda farklılıklar olmasına rağmen Suna'yı onayladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık öğrenciler kümelerden yararlanıp yorum yapmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Hepsinin kuralının üstüne kural ekleniyor. Bu yüzden çizilebilme şekilleri, olanakları azalıyor.

Suna: Şimdi ben diyorum ki ben yine 90 dereceden gidiyorum. Biz burada diyoruz ki karenin tüm açıları 90 derecedir. Ben yamukta bunu diyemem.

Fulya: Diyebilirsin, yamuğun tek bir tanımı var.

Hakan: Zorunluluk yok burada.

Fulya: Yamuğun karşılıklı kenarlarının paralel olmasıdır. Başka hiçbir kuralı yok. 90 derece olmayacak diye bir şey söylemiyoruz.

Sorgulama sürecinde, öğrenciler akranlarıyla müzakere edip yamuk tanımında yaşadıkları sorunu çözmeye çalışmışlardır. Sorunu çözmeye çalışırken tanımlardan yararlanmışlardır. Yamuk tanımı için Hakan ve Fulya aynı fikri savunurlarken Suna, sorgulama topluluğuna karşı çıkmıştır. Suna, yamukta 90 derecelik açı olamaz dedikten sonra Hakan böyle bir zorunluluğun olmadığını söylemiştir. Fulya da yamuk

tanımı yaparak Hakan'ı onayladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir. Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar. Dik ortalaayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık Hakan, kendini ifade ettikten sonra Fulya neden Hakan ile aynı fikirde olduğunu açıklamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: 2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. Şimdi burada bir kesinlik var ama yamukta böyle bir zorunluluk yok. O yüzden yamuğu dışarı aldım. Olabilir olmayabilir olduğu için dışarı aldım. En az bir çift karşılıklı kenarları eşittir. Dikdörtgen eşkenar dörtgen ya da kare olabilir. Bir de paralelkenar da var. Köşegenlerinden biri diğerini dik ortalar diyor. Paralelkenar ve dikdörtgen zaten hepsinde öyle bir şey olma zorunluluğu olmadığı için onlarda gidiyor. Ve kare ve eşkenar dörtgen kalıyor. Bütün köşegenleri birbirine dik ortalıyor. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Doğru oluyor bu da. Hatta şekilleri de çizdim.

Araştırmacı: Ne diyorsunuz Hakan'ın fikrine?

Fulya: Doğru olduğunu düşünüyorum.

Araştırmacı: Neden doğru olduğunu düşündün Fulya?

Fulya: Çünkü ben de aynı şeyi düşündüm. 2 eşit komşu kenarları vardır ve 2. Maddedeki bir çift karşılıklı kenarları eşittir demek ikisinin birleşimi tüm kenarların eşit olası demek bence. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalar diyor. Bu zaten kare ve eşkenar dörtgenin kurallarından bir tanesidir. Aynı şekilde diğer özellikler de uyuyor. Hepsinin birbirinin sınırlaması, sınırlama sonucunda kare ve eşkenar dörtgen bence.

Sorgulama sürecinde öğrenciler varsayımlarda bulunduklarında, topluluk üyeleri bu varsayımı düşünüp, eleştirip, geliştirmeye çalışmışlardır. Bu sayede öğrenciler, diyalog aracılığı ile matematiksel kavramları anlamlandırmaya çalışmışlardır. Öğrenciler eleştirilerde bulunurken bazen varsayımları destekleyici, onaylayıcı açıklamalar yaparlarken bazen de risk alarak karşı çıkmışlardır. Fulya Hakan'ı onaylayarak fikrini desteklediği için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema çiziniz sorusuna karşılık Fulya, kendi diyagramını açıklarken Suna ve Hakan'ın diyagramını onaylamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Benim diyagramım da Hakan ve Suna'nın şekli ile aynı. Ben de böyle düşünüyorum.

Araştırmacı: Sen neyi temel alarak yaptın? Anlatır mısın?

Fulya: Ben de dörtgenlerden başladım. Sonra yamuğa geçtim. Yamuğun en az 1 karşılıklı kenarı paralel olması kuralına. Daha sonra paralelkenara geçtim. 2 kenarının karşılıklı olması durumuna. Sonra 2 kola ayırdım eşkenar dörtgen ve dikdörtgen. Eşkenar dörtgen tüm kenarların eşit olma zorunluluğunu getirdi. Dikdörtgende ise 90 derece zorunluğu geldi. Buradan da dikdörtgenden 90 derece kuralı geliyor, eşkenar dörtgende de kenarların eşit olması geliyor. Buradan da kare oluşur.

Özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi, topluluk üyelerinin etkileşimleriyle sürekli yeniden yapılanmıştır. Bu yapılanmalar ve sorgulamalar sonucunda öğrenciler aynı fikirleri savunmaya başlamışlardır. Bu fikirleri savunurken nedenlerini açıklayıp, akranlarının fikirlerine destek olmuşlardır. Fulya, Suna ve Hakan'ın hem fikir olduğu diyagramı onayladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ufuk, paralelkenarın özel bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Ufuk'un matematiksel ifadesine katılıyor musunuz sorusuna karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Bence tam tersi olması gerekiyordu. Dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Paralelkenarda 90 derece zorunluluğu yok. O yüzden özel bir dikdörtgen olamaz.

Araştırmacı: Fulya'nın fikrine ne diyorsunuz?

Önder: Katılıyorum. Aynısını yazdım.

Hakan: Şöyle bir şey var. Düşündüğümüz zaman özel hali olmak demek genelden özele gitmek demek. Şimdi burada benim için alt küme olan dikdörtgen, genel olan paralelkenar. O zaman Dikdörtgen paralelkenarın özel bir hali olmalıdır. Tam tersi yapmış olursak genelleştirme yapmış oluruz. O yüzden katılmıyorum.

Suna: Dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Tam tersi çünkü dikdörtgen paralelkenarın özelliklerinin biraz değiştirilerek ele edilen halidir. Dikdörtgen özelliklerinin bir kısmını paralelkenardan alsa da dışta kalan özellikleri vardır. 90 derecelik gibi. Bu yüzden paralelkenarın değiştirilmiş hali dikdörtgen ama dikdörtgenin değiştirilmiş hali paralelkenar değildir.

Sorgulama sürecinde öğrenciler, önermenin yanlış olduğunu düşündükleri durumlarda önermeleri düzelterek diyalog aracılığıyla doğru biçimde ifade etmeye çalışmışlardır. Bu sorgulamalar sayesinde öğrenciler kavramsal bilgilerini derinleştirmişlerdir. Süreçte aynı zamanda öğrenciler eleştirilerde bulunup kimi zaman fikirleri desteklemişler kimi zamansa karşı çıkmışlardır. Fulya, ifadenin tam tersi

olması gerektiğini söyledikten sonra diğer öğrenciler de birbirlerini onaylayıp nedenlerini açıkladıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.8. Bilginin Yorumlanması

Bilginin yorumlanması, ortaya çıkan fikirlerin ilişkisinin kurulması, özelliklerin değerlendirilmesi şeklinde tanımlanmıştır.

Yamuk nedir sorusuna karşılık Önder bir tanım yapmıştır. Önder'in bu tanımını diğer öğrenciler yorumlamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Olmak zorunda mı?

Suna: Değil.

Hakan: Hayır.

Araştırmacı: Neden? Neden aynı olabilir? Neden farklı olmalı?

Hakan: Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili. Mesela dik yamuğun üst kenarı ile yan kenarı birbiri ile eşit uzunlukta olabilir.

Suna: Dik olmasa da üst kenar ve yan kenar birbiri ile eşit olabilir. Ya da yan kenarlar birbiri ile eşit olabilir. Biz alttakine en uzun diyoruz ama tabi bakış açımıza göre değişir ama diğerlerinin eşit olmama gibi bir zorunluluğu yok ki. Hatta şey bile olabilir. Şu yanlardaki kenarlar eşit, üstteki de ona eşit olabilir. Alttaki farklı olabilir. Sadece dördünün de farklı olmadığını savunuyoruz.

Sorgulama sürecinde öğrenciler, eleştirel düşünerek varsayımları değerlendirmişlerdir. Bu eleştirel düşünme sayesinde öğrenciler sorularda yer alan ifadeleri ile önceki bilgilerini yorumlamışlardır. Bu yorumlamalar sayesinde de doğru bilgiye ulaşmaya çalışmışlardır. Önder'in tanımında yer alan her kenar uzunluğu aynı olmayacak ifadesini Hakan ve Suna yorumlayarak hangi şekillerde olabileceğini ifade etmişlerdir. Hakan ve Suna bilgiyi yorumladıklarından dolayı bu kısım diyalog bileşeni altında incelenmiştir.

Yamuk nedir sorusunda araştırmacı, ortak bir tanım ortaya çıkmadığı için öğrencilerden tekrar tanımlarını yapmalarını istemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Benim hala kafam karışık, beni ikna edemediniz şu an. Suna sen ne diyorsun?

Suna: 4 kenarı 4 köşesi olan ve kesinlikle 4 kenarı birbirine eşit olmayan kapalı şekil.

Fulya: Bence Hakan'ın dediği doğru. Çünkü karşılıklı kenarlar birbirine eşit olursa diğeri de dik gider diğeri de dik gider. O zaman onlar da birbirine paralel olur. Böylelikle yamuk olmaz.

Araştırmacı: Ne olur?

Fulya: Yamuk olmaz. Paralelkenar olur.

Araştırmacı: Dik olur dedin.

Fulya: Dikdörtgen olur. Yan kenarların durumuna bağlı.

Sorgulama sürecinde, öğrenciler varsayımları değerlendirip önceki bilgiler ile yorumlamışlardır. Bu süreçte, Fulya, Hakan'ın fikrine katılarak karşılıklı kenarların birbirine eşit olması durumunda yan kenarların da dik olabileceği yorumunu yaparak çıkarımda bulunmuştur. Fulya, Hakan'ın fikrini yorumlayarak ortaya çıkabilecek şekilleri ifade ettiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık araştırmacı Fulya'nın tanımını anlayamadığı için daha ayrıntılı anlatmasını istemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Paraleller dünyası gibi bir şey. Burada da en düzgün şekli kare olarak ele alırsak burada da sadece açı olarak bir sınırlandırma yok.

Araştırmacı: Tam olarak anlayamadım ifadeni. Tekrar söyleyebilir misin?

Fulya: Yani, biz bir kareye 90 derece dik boyutları aynı olan şeyler diyoruz. Kare bence dörtgenlerin en sınırlandırılmış hali. Onun üzerinden ele alırsak da paralelkenar da tüm kurallar aynı şekilde geçerli, sadece açı olarak bir sınırlandırmamız yok.

Araştırmacı: Açı sınırlandırması yok derken ne demek istiyorsun?

Fulya: Dörtgenlerin en kurallısı bence karedir. Onun üzerinden ele alırsak paralelkenar da bütün kurallara uyuyor sadece açıda farklılık var.

Araştırmacı: Hangi kurallara uyuyor?

Fulya: Paralel olmasına uyuyor. 2 kenar birbirine paralel 2 kenar birbirine paralel. Açılarının hepsinin ölçüleri aynı olmak zorunda değil.

Sorgulama sürecinde araştırmacı ile Fulya arasında bir diyalog geçmiştir. Bu diyalogda, araştırmacı Fulya'nın kavramsal bilgisini anlamak için varsayımlarının nedenlerin sorgulatmıştır. Bu sorgulamalar sonucunda, Fulya tanımını yani diyerek açıklamaya başladığını için ifadesini yorumladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusunda kenar uzunluklarının durumu hakkında konuşurken öğrenciler fikir ayrılığına düşmüşlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Son durumda paralelkenar için ne söylüyoruz?

Suna: En son bütün kenarlar birbirine eşit olabilir mi olamaz mı diye tartıştık.

Araştırmacı: Olabilir mi?

Hakan: Bence tüm kenarları olmaz.

Araştırmacı: Fulya ne diyorsun?

Fulya: Olabilir diyorum. Açık farklılığı olduktan sonra zaten kareye benzeyemez.

Hakan: Eşkenar dörtgen olabilir mi?

Suna: O zaman hem eşkenar dörtgen hem de paralelkenar diyemez miyiz?

Hakan: Eşkenar dörtgen zaten paralelkenarın özel bir durumu.

Suna: E o zaman?

Hakan: İşte o yüzden onu oradan ayırıyorum. O özel bir durum olduğu için ayırıyorum paralelkenardan. Çünkü ona bakarsan paralelkenar da yamuğun bir özel durumu.

Sorgulama sürecinde Hakan, bazı noktalarda kafa karışıklığı yaşamıştır. Dörtgenlerin bazı özellikleri sağladığında birbirine dönüşeceğini fark ettikten sonra tanımlarında bazı kısıtlamalar olmuştur. Özel dörtgenleri hariç olarak değerlendirmeye çalışmıştır. Hariç olarak ele alırken özellikler ve şekillerin durumlarını yorumlamıştır. Fulya, tüm kenarların eşit uzunlukta olabileceğini ve açık farklılığından dolayı kare olmaz yorumunu yapmıştır. Fulya'nın yorumundan yola çıkarak Suna, bu durumda eşkenar dörtgen ve paralelkenar diyemez mi diye çıkarım yapmıştır. Hakan paralelkenar yamuğun özel bir durumu diyerek Suna'ya cevap vermiştir. Öğrenciler yorumlama yapıp çıkarımda bulunduklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Eşkenar dörtgen nedir sorusuna karşılık Suna, bütün kenar uzunluklarının birbirine eşit olmak zorunda olmadığını belirtmiştir. Sorgulama sürecinde Suna, eşkenar dörtgenin tanımı ile önceki bilgilerini değerlendirip yorumlamıştır. Bu yorumlamalar sonucunda eşkenar dörtgeni baklava dilimi gibi ele alan Suna, üst 2 kenar ve alt 2 kenarın kendi aralarında eşit olmak zorunda olduğunu ancak alt ve üst kenarların birbirine eşit olmasına gerek olmadığını belirtmiştir. Suna burada eşkenar

dörtgenin kenar uzunlukları hakkında yorumlama yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Dikdörtgen nedir sorusuna karşılık Hakan kendi tanımını yaptıktan sonra kenar uzunluklarının durumu ile ilgili fikir ayrılığı yaşanmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Bütün açıları 90 derece olan karşılıklı kenarları birbirine eşit olan ama karşılıklı olmayan kenarların birbirine eşit olmama zorunluluğu olmayan şekil.

Araştırmacı: Aynı olabilir mi?

Hakan: Olabilir, o zaman kare oluşur. Dikdörtgenin özel durumu olduğunu düşünüyorum.

Fulya: Bence olamaz. Şekillere kuralla isim veriysek dikdörtgenin kuralı da hepsinin birbirine eşit olmaması diyor.

Hakan: Ben eşit olabileceğini düşünüyorum. Kare oluşuyor ama özel bir durum oluyor. O zaman sen neden paralelkenarda bütün kenarların eşit olabileceğini düşündün?

Suna: Hakan'ın dediğinden yola çıkarsak dikdörtgen dik kenarları olan dörtgen. Dediğine bakarsak kare de olabilir.

Fulya: Yani her kare bir dikdörtgen olabilir ama her dikdörtgen bir kare olamaz.

Sorgulama sürecinde Hakan, dikdörtgenin bütün kenarlarının eşit olmaması gerektiğini belirtmiştir. Bu ifadesinden sonra araştırmacı aynı olabilir mi diye sorarak Hakan'ın kavramsal bilgisinin derinlik kazanmasını sağlamıştır. Hakan, dikdörtgenin kenar uzunluklarının eşit olduğu durumda kare elde edileceğini yorumlamış ve karenin dikdörtgenin özel bir şekil olduğu çıkarımında bulunmuştur. Bununla beraber sorgulama sürecinde Fulya'nın *bence* ifadesiyle bilgiyi yorumladığından, *yani* ifadesi ile de çıkarım yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesinde öğrenciler karşılıklı kenarlar ifadesinin neyi kastettiğini anlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Şimdi burada benim anlayamadığım şey bütün karşılıklı kenarlar mı paralel diyor, yoksa sadece ikisi paralel olsa olur mu diyor?

Önder: Hocam bütün dememiş. O zaman bunu belirtirdi.

Hakan: Hepsi mi diyor?

Suna: Evet hepsi.

Sorgulama topluluğunda öğrenciler, soruda yer alan karşılıklı kenarlar ifadesi ile ilgili kafa karışıklığı yaşamışlardır. Hakan bu ifadenin neyi kastettiğini akranlarına sormuştur. Önder de bütün karşılıklı kenarlar denmemiş öyle olsaydı bunu belirtirdi diye çıkarımda bulunmuştur. Öğrenciler soruda yer alan karşılıklı kenarlar ifadesini yorumladıklarından dolayı bu kısım diyalog bileşeni altında incelenmiştir.

Fulya, “Karşılıklı kenarları diyor, karenin de dikdörtgenin de karşılıklı kenarları paralel. O zaman onlara da paralelkenar derdik. Bu durumda ben bu önermenin yanlış olduğunu düşünüyorum.” diyerek soruyu hem yorumlamıştır hem de çıkarımda bulunduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesine karşılık Fulya ifadenin kare tanımı olduğunu söylemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: İç içe olan bazı durumlar var evet ama hani burada bence tüm komşu kenarları birbirine dik diyorsa yani tüm kenarları dik diyor. O zaman bu yani eşit uzunluktaysa bu kareyi tanımlıyor. Biz buna kare diyoruz. Yamuk demiyoruz. O yüzden doğru olmadığını düşünüyorum.

Hakan: Onun dediği gibi bu tanım kareye ait. Şimdi kare bence bir yamuktur.

Araştırmacı: Neden karenin bir yamuk olduğunu düşünüyorsun?

Hakan: Çünkü yamuğun kuralları neler, 2 karşılıklı kenarın sadece 2 karşılıklı kenarın, yani sadeceye gerek yok. En az 2 karşılıklı kenarın birbirine paralel olması gerekiyor.

Sorgulama topluluğunda öğrencilere yöneltilen önermenin aslında kare tanımı olduğunu fark etmişlerdir. Özel dörtgenleri ayrık olarak ele alan öğrenciler bu önermenin yanlış olduğunu belirtmişlerdir. Dörtgenleri kapsayıcı olarak ele alan öğrenciler ise önermenin doğru olduğunu belirtmişler ve diyalog aracılığıyla nedenlerini tanımlardan yararlanarak açıklamışlardır. Fulya’nın ifadenin kare tanımı belirtmesi yorumundan sonra Hakan karenin bir yamuk belirttiğini dolayısıyla ifadenin doğru olduğunu söylemiştir. Fulya’nın kare tanımı yorumu ve Hakan’ın karenin bir yamuk belirtmesi yorumu sonrası çıkarımda bulunmasından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Sorgulama sürecinde araştırmacı, Önder’e önermenin doğruluğu hakkında ne düşündüğünü sorunca Önder, eşkenar dörtgenin de olabileceğini kare biraz

oynatıldığında eşkenar dörtgene dönüştüğünü bu yüzden ifadenin yanlış olduğunu belirtmiştir. Önder, önermeyi yorumlayıp çıkarım yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açığa sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır önermesine karşılık Hakan, karşılıklı kenarlar ifadesini nasıl kabul ettiğini anlatarak önerme hakkında şöyle bir yorum yapmıştır:

Hakan: Bütün karşılıklı olarak aldım ve şöyle düşündüm. Yamuğun tek kuralı alt taban ve üst tabanın birbirine paralel olması ve 2 tane doğru parçasının bunları birleştirmesi. Sonuçta burada alt taban ve üst taban birbirine paralel olan yamuk olabilir.

Sorgulama sürecinde Hakan, önermeyi yamuk tanımı ile değerlendirip yorumlamıştır. Bu yorumlama sayesinde bir çıkarım yaparak diyalog aracılığı ile topluluk üyeleri ile paylaşmıştır. Hakan, yamuk tanımını yorumlayıp önerme hakkında çıkarım yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık öğrenciler kareyi sorgulamışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Şimdi ben diyorum ki ben yine 90 dereceden gidiyorum. Biz burada diyoruz ki karenin tüm açıları 90 derecedir. Ben yamukta bunu diyemem.

Fulya: Diyebilirsin, yamuğun tek bir tanımı var. Yamuğun karşılıklı kenarlarının paralel olmasıdır. Başka hiçbir kuralı yok. 90 derece olmayacak diye bir şey söylemiyoruz.

Hakan: Zorunluluk olmadığı için de 90 derece de olabilir. Yani burada bir alt küme de oluşabilir. Şurada 90 derece olabilir özelliği var.

Fulya: Mesela neden isim olarak farklı isimler vermemizin sebebi şu yamuk bir dikdörtgen olabilir ama dikdörtgen bir yamuk olamaz. O yüzden veriyoruz.

Sorgulama sürecinde kare ile eşkenar dörtgenin ilişkisini kurmaya çalışmışlardır. Suna dörtgenleri kapsayıcı olarak ele almanın yanlış olduğunu ifade ettikten sonra Fulya, Suna'nın fikrine karşı çıkarak bu fikri eleştirerek yorumlamıştır. Fulya, yamuk tanımını yaptıktan sonra dörtgenlere farklı isimler verilmesinin sebebini açıklayarak çıkarımda bulunduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Hakan tanımlardan kaynaklanan farklılıkları ortadan kaldırmak adına dörtgenleri küme şeklinde ifade etmiştir. Bu süreçte şöyle bir yorum yapmıştır:

Hakan: Ben buraya şöyle diyorum dikdörtgenin hangi özellikleri var, açıları 90 derece olmalı ve karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel. Kare bütün bu özellikler sağlıyor. Bu yüzden bunun bir alt kümesi. Eşkenar dörtgende de kenarların birbirine eşit olma zorunluluğu ve karşılıklı kenarların paralel olma zorunluluğu var. Kare de bu özellikler var. O zaman ikisinin kesişimi kare oluyor.

Sorgulama sürecinde Hakan, dörtgenlerin birbirine dönüşmemesi için kısıtlayıcı kurallar koymuştur. Ancak sorgulama süreci devam ettikçe dörtgenlerin birbirine dönüşüp kapsayıcı şekiller olduğunu fark etmiştir. Bunu fark ettikten sonra dörtgenlerin ilişkilerini hiyerarşik olarak ele alıp yorumlamıştır. Hakan, dörtgen tanımlarını yorumlayarak hiyerarşik ilişki kurduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Hakan, akıl yürüterek bütün komşu açılarının bütünler olması için bütün karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerektiğini fark etmiştir. Paralelkenar, bu özelliğe sahip olan en kapsayıcı şekil olduğu için önermenin doğru bir ifade olduğunu söyleyerek önceki bilgileri ile önermeyi yorumlamıştır. Hakan, burada soruda verilen bütün komşu açılarının paralel olması durumunu yorumlayarak çıkarımda bulunduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Fulya, önermenin doğru olduğunu ancak önerme her zaman yamuktur şeklinde olsaydı yanlış olurdu demiştir. Hakan, önermenin yamuk şeklinde belirtmiş olsa da doğru olacağını belirtmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: İfade, doğrudur. Yamuk dese mesela her zaman yamuktur dese bu yanlış olur.

Hakan: Hayır, doğru olurdu. O da doğru olurdu.

Fulya: Hayır, yamuk derse her zaman olmaz. 2 kenarı da paralel olabilir. Tüm kenarları da paralel olabilir yamukta.

Hakan: İşte olabirlikten dolayı doğru olur.

Fulya: Olabilire her zaman diyemeyiz.

Hakan: Ben müdahale etmiyorum çünkü orda cümleyi yanlış değerlendirdiğini düşünüyorum. Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen yamuğun içindedir demek istiyor. O zaman yamuğun alt kümesi oluyor.

Fulya: Her zaman yamuk derse yanlış oluyor. O zaman biz paralelkenarla olan kısmı atmış oluyoruz.

Hakan: Hayır, burada yamuk her zaman öyledir demiyor ki. O her zaman yamuktur diyor.

Fulya: Şimdi bu cümle doğrudur. Ama buna bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman yamuktur dersek yanlış olur. Çünkü yamuğun bir tanımı var, o da en 2 kenarının paralel olması. Paralelkenarda karşılıklı kenarların paralel olma zorunluluğu var. Bütün komşu açıları bütünler derse de tüm kenarları paralel olmak zorunda. Yamuk şimdi iki kenarının birbirine paralel olması diğerlerinin paralel olmaması durumu sen her zamanla gönderiyorsun. Burada bütün komşu açılar bütünler olmaz.

Sorgulama sürecine Hakan ve Fulya arasında yamuk hakkında bir fikir ayrılığı yaşanmıştır. Bu fikir ayrılığının sebebi Hakan'ın önermeyi yanlış yorumlamasıdır. Fulya, tanımlar aracılığıyla Hakan'a her zaman yamuktur ifadesinin yanlış olduğunu fark ettirmeye çalışmıştır. Ancak Hakan'ı ikna edememiştir. Fulya, yamuğun tanımını yaptıktan sonra bütün komşu açılarının bütünler olması için tüm kenarların paralel olması gerektiğini çıkarımını yaptığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve en az bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen/dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık Önder, eşkenar dörtgen olabileceğini çünkü tüm kenarları eşit ve karşılıklı kenarları birbirine paralel olduğu için hepsine uyduğunu ifade etmiştir. Paralelkenarın olmayacağını çünkü 3 tane kenarı eşit olmadığını, sadece 2 kenarın eşit olduğunu söylemiştir. Tüm kenarları birbirine eşit olan bir paralelkenarın çizilemeyeceğini belirtmiştir. Yamuk için değer verdiğini ama o zaman çizilen kenarların birbirine paralel olamayacağını fark edip yamuğu elediğini söylemiştir. Dikdörtgenin de karşılıklı kenarlarının paralel ancak 3 tane kenarı eşit olmadığı için dikdörtgeni de elemiştir. Önder sorgulama sürecinde, soruda verilen ifadeleri yorumlayıp bunu sağlayan dörtgenleri bulmaya çalıştığı için bu kısım diyalog bileşeni altında incelenmiştir.

Fulya, Suna ve Hakan da bu soru hakkında yorum yapmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Paralelkenarın eşit olma durumunu alabiliriz. Paralelkenar olabilir. Kare kesinlikle vardır derim. Onun zaten 4 tane kenarı eşit. Eşkenar dörtgen olabilir dedim. Yamuğun da bu durumu olur dedim. (Yan kenarlar ve üst tabanın eşit olduğu durum.

Hakan: Suna'nın söylediklerini çok şey yapmak istemiyorum. Sonuçta paralelkenarı a-a yaparak benim düşüncemi kabul eder bir duruma geçti. Ben kare ve eşkenar dörtgen diyorum. Çünkü yamukta bunlar zaten hepsinin özel durumu. Ancak bir zorunluluk yok kenarla ilgili, bu yüzden bu dörtgenler olabilir de olmayabilir de.

Araştırmacı: Hangi durumda olabilir hangi durumda olamaz o zaman?

Hakan: *Kare ve eşkenar dörtgende olabilir ancak mesela yamukta olamaz. Hepsinde olmaz. Bütün kenarları aynı olursa kare ya da eşkenar dörtgen olur. Bu durumda olabilir. Ama kenarları farklı olduğu durumda olamaz. Paralellik zaten hepsinde olduğu için şey yapmıyorum. Paralelkenarın a-b şeklinde de bir kenarı olabildiğinden bu olasılık olduğu için bunu katamıyorum. Dikdörtgende de yine en az 3 kenarın eşitliği ile ilgili bir zorunluluk olmadığı için katmıyorum. Sadece kare ve eşkenar dörtgen diyorum.*

Fulya: *Ben de kare ve eşkenar dörtgen diyorum. Dikdörtgeni kesin alamayız. Paralelkenarı alabiliriz de almayacağımız tarafları da var. En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit diyemeyiz. Paralelkenarın 3 kenarının eşit olduğu durumları yani kare ve eşkenar dörtgeni kısımlarını alabiliriz ama dikdörtgen kısmını alamayız. En az 1 çift kenarı deseydi hepsini alabilirdik. En az 3 kenarı dediği için paralelkenarın kare ve eşkenar dörtgen kısmını alabiliriz.*

Sorgulama sürecinde Suna, önermeyi yorumladıktan sonra Hakan Suna'nın fikrine müdahalede bulunmak istemediğini belirtmiştir. Suna, süreç boyunca eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu kabul etmemesine rağmen sorgulamalar sayesinde fikrini değiştirmiştir. Öğrenciler, soruda verilen ifadeleri yorumlayarak hangi dörtgenlerin olabileceğini hangi dörtgenlerin olamayacağını açıklamışlardır. Bu süreçte öğrenciler ifadeleri yorumladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalar. Dik ortalyan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: *Verilen özellikleri sağlayan dörtgen veya dörtgenlerin neler olduğunu soruyor. Ne düşünüyorsunuz?*

Hakan: *2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. Şimdi burada bir kesinlik var ama yamukta böyle bir zorunluluk yok. O yüzden yamuğu dışarı aldım. En az bir çift karşılıklı kenarları eşittir. Dikdörtgen eşkenar dörtgen ya da kare olabilir. Bir de paralelkenar da var. Köşegenlerinden biri diğerini dik ortalar diyor. Paralelkenar ve dikdörtgen zaten hepsinde öyle bir şey olma zorunluluğu olmadığı için onlarda gidiyor. Ve kare ve eşkenar dörtgen kalıyor. Bütün köşegenleri birbirine dik ortalyan. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Doğru oluyor bu da.*

Fulya: *Hakan'ın söylediklerinin doğru olduğunu düşünüyorum.*

Araştırmacı: *Neden doğru olduğunu düşündün?*

Fulya: *Çünkü ben de aynı şeyi düşündüm. 2 eşit komşu kenarları vardır ve 2. Maddedeki bir çift karşılıklı kenarları eşittir demek ikisinin birleşimi tüm kenarların eşit olması demek bence. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalar diyor. Bu zaten kare ve eşkenar*

dörtgenin kurallarından bir tanesidir. Aynı şekilde diğer özellikler de uyuyor. Hepsini birbirinin sınırlaması, sınırlama sonucunda kare ve eşkenar dörtgen bence.

Önder: Ben hepsini ayrı ayrı düşünmedim. Mesela birinci madde paralelkenar olarak düşünmedim. Hepsinin ortak özelliklerinin kare ve eşkenar dörtgen olduğunu düşündüm. Çünkü karede açıortay olarak kesersek simetrik 2 tane üçgen oluşur. 2 çift kenar uzunluğu da eşit. En az bir çift karşılıklı kenarları da eşit. Karenin tüm kenarları eşit olduğu için bu da doğru. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalar. Bu da doğrudur. Dik ortalaayan köşegeni bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Bu da karede var hocam. Çizdim ben bunların hepsini. Eşkenar dörtgende Suna demişti, çevirdim biraz eşkenar dörtgen oldu. Karenin tüm özelliklerini kapsadığı için aynıdır.

Araştırmacı: Kareyi çevirince eşkenar dörtgen mi oluyor? Yoksa kare özelliğini koruyor mu? Suna da aynı şeyi söyledi. Hayal edemediğim için soruyorum.

Suna: Eşittir eşkenar dörtgen oluyor.

Sorgulama sürecinde, Fulya ve Hakan maddeleri ayrı ayrı düşünüp bunları sağlayan dörtgenleri belirleyip sağlamayanları elemişlerdir. Önder ise tek tek düşünmediğini hepsini sağlayan dörtgeni doğrudan düşündüğünü belirlemiştir. Öğrenciler bu dörtgenleri neden seçtiklerini açıklarken soruda verilen ifadeleri yorumladıkları için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık öğrenciler çember üzerinde çizimler yapmışlardır. Bu çizimlerden sonra çizilebilecek şekilleri yorumlamışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir miyiz?

Önder: Ben çizemeyiz dedim.

Araştırmacı: Neden böyle düşündün?

Önder: Hocam çizdiğim zaman sadece üst tarafı düşünelim üst taraftan başlarsak köşeleri birleşiyor ama alt köşeler dışarıda kalıyor ya da çemberin içinde kalıyor. Aynı şekilde alt taraftan başlarsak bu sefer üst taraftakiler birleşmiyor. Bu yüzden çizemeyiz.

Suna: Devam edebilir miyim hemen bu fikrin arkasından. Çizemem dedim çünkü denedim mutlaka en fazla üç köşe çemberin üzerinde olabiliyor ya bir tanesi çemberin içinde kalıyor ya da dışında kalıyor. Ama ne olursa olsun boşta kalıyor. Kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, yamuk çizilebiliyor onları da denedim ama paralelkenar çizilmiyor.

Fulya: Ben zaten kare dikdörtgen eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olduğunu düşündüğüm için bu şekiller çizilebilir.

Sorgulama sürecinde, Önder paralelkenarın çizilemeyeceğini, Suna paralelkenarın çizilemeyeceğini ama kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk çizilebileceğini belirtmiştir. Fulya, Suna'nın bahsettiği şekillerinde bir paralelkenar olduğu çıkarımını yaparak önermenin doğru olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler tüm köşeleri çember üzerinde olacak şekli önce çizerek sonra da yorumlayarak ifade ettiklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz sorusuna karşılık öğrenciler 2 farklı fikir sunmuşlardır. Önder ve Suna sadece 3,9 ve 11. Şekillerin yamuk belirttiğini ifade ederken Fulya ve Hakan bütün şekillerin bir yamuk olduğunu söylemişlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Önder neden 3,9 ve 11. Şekilleri yamuk olarak aldın?

Önder: Sadece 1 adet karşılıklı kenarları paralel. Yani nasıl diyeyim başka hepsi birbirine eşit değil kenar uzunlukları birbirine eşit değil zaten yamuğun çok özelliği yok ki.

Araştırmacı: Neden 3,9 ve 11'i aldın?

Suna: Alt ve üst kenarları birbirine paralel ve üçüncüsü bizim dik yamuk diye adlandırdığımız yamuk. İkisinde de bir dar ve bir geniş açı olması 360 derece olmasını sağlıyor diğer 9 ve 11 şekilde de alt ve üst kenar yine birbirine paralel iki geniş iki dar açı olması yine 360° olmasını sağlıyor ve zaten u açısı var 2 tane.

Araştırmacı: Siz ne düşünüyorsunuz?

Hakan: Hepsi.

Araştırmacı: Neden hepsi olduğunu düşünüyorsun?

Hakan: Çünkü hepsinde en az 1 karşılıklı kenar paralelliği var ve zaten yamuğun tanımı en az iki Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgen. Hepsinde de paralellik var.

Fulya: Ben de en az bir karşılıklı kenarını paralel olması kuralı hepsinde olduğu için hepsi diyorum.

Sorgulama sürecinde yamuk tanımı için ortak tanım bulmakta zorlanan öğrenciler, bu soruda da farklı tanımları ele aldıkları için soruyu farklı şekillerde yorumlamışlardır. Öğrenciler, sorgulama süreci boyunca yapılandıkları tanımlar sayesinde bu soruyu yorumlamışlardır. Hakan ve Fulya'nın bütün şekillerde en az 1 çift karşılıklı kenarın paralel olması durumu var olduğu için tüm şekillerin yamuk olduğunu yorumlamışlar. Bu sebeple bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre paralelkenar olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesine karşılık öğrenciler 2 fikir sunmuşlardır. Bir grup 3,9 ve 11. Şekiller dışındaki şekillerin paralelkenar olduğunu ifade ederken diğer grup 1, 6, 8 ve 13. Şeklin paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Hangi şekiller paralelkenardır?

Suna: 1-6-8-13 paralelkenardır.

Önder: Aynı yaptık.

Hakan: 3-9ve 11 dışındaki tüm şekiller.

Araştırmacı: Yani az önce Suna ve Önder'in yamuk dediği şekiller haricindeki şekiller.

Hakan: Evet.

Fulya: Ben de aynı şekilde düşünüyorum.

Araştırmacı: 2. Şekil paralelkenar mı?

Suna: Hayır.

Araştırmacı: Neden paralelkenar değildir?

Suna: Çünkü dik açısı var.

Önder: Dik açı var.

Suna: Ben diyorum ki 2 dar 2 geniş açiya sahip olan bunların toplamı tamam 360 ama hani paralelkenarların şöyle ki bunların toplamı 180. Dik olmayan 2 geniş 2 dar açiya sahip olması, paralellikten bunların toplamının 180 derece olması. Dik olmayacak. Bende ki tanım böyle.

Hakan: Çünkü bizim tanımızca bütün karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgendir.

Sorgulama süreci boyunca Hakan, dörtgenleri kapsayıcı olarak ele aldığından dolayı bütün karşılıklı kenarları paralel olan şekillerin paralelkenar olduğunu bilgisi ile 2. Şeklin bir kare olduğunu belirtmiştir. Suna ve Önder ise sorgulama sürecinde bazı dörtgenleri kapsayıcı olarak ele almalarına rağmen paralelkenarda dik açı olmayacağı bilgisiyle 2. Şeklin paralelkenar olamayacağını belirtmişlerdir. Öğrenciler tanımlarını yorumlayıp şekilleri tanımlara göre belirlediklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Hangi şekillerin paralelkenar olduğunu belirlemeye çalışan öğrenciler sayı kümelerinden faydalanmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Ben bu şekli özelliklerine göre yaptım.

Araştırmacı: Tamam, anlatsana Önder bize bu şekle nasıl ulaştın?

Önder: Burada baktığımızda en çok kuralı olan reel sayı ve en dışarıdadır. Ondan dolayı kareyi çizdim en dışarı. Sonra altına bir tane eşkenar dörtgen var tamsayı gibi. Sadece tek eksiği içi dik açı olmaz kuralına uyuyor.

Hakan: Bir dakika aklıma bir şey takıldı. Peki bu sayıların bir tanımını yapabilir miyiz? Çünkü sizin yaptığınız şeye göre bu tanımlarda sıkıntı varsa zaten bağdaştırmada sorun olabilir.

Araştırmacı: Neye ulaşmaya çalışıyorsun sayı tanımlarından?

Hakan: Çünkü şöyle bir şey var bütün kuralları kapsayan, kuralları kapsamayan öyle bir şeye girdik şuan dörtgenlerde. İki taraf da sayılar kümesi üzerinden örneklendirme de yapmaya çalışıyor. Aralarında doğru bir ilişkilendirme sağlayabilmek için onların da tanımlarını yapmamız gerektiğini düşünüyorum.

Araştırmacı: Peki senin ilişkilendirme şeklin ne?

Hakan: Ben dıştan içe doğru başlasam olur mu?

Araştırmacı: Olur.

Hakan: Şimdi reel sayılarda biraz kısıtlama yapılmış rasyonel sayılara geçmiştiz. Rasyonelde bir kısıtlama yapmışız bu kesirli şekilde yazdıklarımız a/b ya a/b 'ye tam bölünmek zorunda. Bu şekilde yazılabilecek olanlar tamsayı olmuşlar. Ne yapmışız. Tamsayılarda negatif olmayacak kuralını getirmişiz doğal sayılar çıkmış. Doğal sayılardan 0 olmayacak kuralını getirmişiz. Sayma sayıları çıkmış. Aynı biçimde yamuğa bütün karşılıklı kenarlar paralel olacak kuralını getirmişiz. Buradan paralelkenar çıkmış. Buna bütün açıları 90 derece olacak kuralını getirmişiz. Dikdörtgen olmuş. Paralelkenarın bütün kenarları eşit olacak kuralını getirmiş buradan eşkenar dörtgen çıkmış.

Sorgulama sürecinde öğrenciler, fikirleri değerlendirip örnek üzerinden kendi fikirlerini açıklamaya çalışmışlardır. Bu süreçte kavramsal bilgilerini derinleştirmek için risk alarak karşı çıktıkları durumlar olmuştur. Hakan, dörtgenleri kapsayıcı olarak ele aldığı için sayı kümeleri ile kolayca ilişkilendirmiştir. Bu ilişkilendirme sayesinde dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini yorumlamıştır ve akranlarını ikna etmeye çalışmıştır. Bunu yaparken tanımlardan yararlanmışır. Hakan, sayı kümelerinin oluşma şeklini yorumlayarak bunu dörtgenlere uyarladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre kare olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesine karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Karışık olarak verilmiş şekillerden hangileri karedir?

Hakan: 4 ve 10.

Fulya: 4 diyorum.

Suna: 4 ve 10.

Önder: 4 kesin var da 10 a karar veremedim.

Fulya: Ben de kararsız kaldım.

Suna: 10. Şeklin köşegenleri falan eşit. Baksanıza.

Önder: Eşkenar dörtgen değil mi?

Suna: Ama köşegenleri eşit. Ben eşkenar dörtgene de aldım zaten 10'u ama bence karede de var.

Hakan: 10. Şekil kare çünkü şuradan baktığımız zaman buradaki çizgiler 45-45'den 90 derece zaten. Kenarlar da aynı uzunlukta. O zaman kare olur.

Fulya: Zeminde eşkenar dörtgene benzediği için bir an olmaz gibi geldi. Olur diyorum. İkna oldum.

Sorgulama sürecinde Suna'nın köşegenlerin eşit olması yorumu ve Hakan'ın birim karelerin eşit olmasından ve açıortay yorumundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz ifadesine karşılık öğrenciler kendi diyagramlarını tanıtmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Kim başlamak ister şemasını anlatmaya?

Önder: Kareden 2 tane indim. Eşkenar dörtgen ve dikdörtgen.

Araştırmacı: Önce neden kareden başlamayı tercih ettiğini söyler misin? Bu şemayı neye göre oluşturdu?

Önder: Kuralların azalarak gitmesine göre. Dikdörtgenle eşkenar dörtgene indim. Arasındaki fark kenar uzunluğudur. Dikdörtgende 2 si uzun 2 si kısa olabiliyor. Ama karede hepsinin eşit olması lazım. Eşkenar dörtgende de iç açılarının 90 dereceden farklı olması. Mesela eşkenar dörtgende 60-120 olabilir. Sonra dikdörtgenden paralelkenar indirdim. Oradan da yamuk indirdim. Hepsinde kural azalıyor. Yamukta kenarlar birbirinden farklı olabilir. Paralelkenarda kenarların, karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerekiyor. Başka bir şey yok.

Suna: Çok da farklı değiliz.

Hakan: Onun yaptığıının tam tersini yaptık.

Suna: Ben özelliğin artarak gitmesine göre yaptım. Önder azalmasına göre yapmış. Sadece Önder'in eşkenar dörtgenle dikdörtgen paralelkenar arasında bir karmaşa var. Dağıtmış ama kuralların azalarak gitmesi eşkenar dörtgen dikdörtgen daha az kural diyorsun. Ama burada diklik de var. Önder'in diyagramında eşkenar dörtgenden dikdörtgene gitmesi ve eşkenar dörtgenden yamuğa gitmesi saçma geldi.

Hakan: Şekillerin çizilebilme olasılıklarına göre yaptım. Mesela dörtgenler herhangi bir kural olmadan herhangi bir şekilde çizilebilir. Bunlara bir kısıtlama getiriliyor ve bu kısıtlamalar içinde yani çizilebilme durumuna göre yamuk denen bir şekilde var.

Araştırmacı: Nasıl kısıtlama geliyor dörtgenden yamuğa geçerken? Şunun için soruyorum, geçen oturularda siz dörtgenle yamuğun arasında bir fark olmadığı aslında ikisinin de aynı şey olduğunu söylediniz. Ama Hakan bunları yine ayırıyor. Bu kısıtlama ne?

Hakan: Bu kısıtlama alt taban ve üst tabanın birbirine paralel olması.

Suna: Kural ekliyor. Doğru.

Hakan: Şekilleri ikiye ayırdık şu an. Bir tanesi 1 ya da 2 tane paralellik bulunduranlar. Diğeri de paralellik bulundurmayanlar. Yamuğun içindeki şekillerden de bir kısmını paralelkenar olarak ayırıyoruz. Bir kısmını yamuk olarak ayırıyoruz. Yani yamuktan da paralelkenara geçtik. Şimdi paralelkenarda da 3 farklı durum var. 1. Bütün açıları 90 derece olanları dikdörtgen diye ayırdım. Eşkenar dörtgende de bütün kenarları eşit olanları seçtik ayırdık. Daha sonra bunların dikdörtgenlerde kenarları eşit olanları ayırdığımda veya eşkenar dörtgenlerden açıları 90 derece olanları ayırdığımızda kare çıkıyor.

Suna: Ben basitten özelliklerini arttırarak gittim.

Sorgulama sürecinde, öğrenciler diyagramlarını oluştururken temel aldıkları bilgileri diyalog aracılığıyla açıklamışlardır. Öğrenciler, sorgulama süreci boyunca yapılandırdıkları tanımları temel alarak diyagramlarını oluşturmuşlardır. Diyagram oluşturarak dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini fark etmeleri beklenmiştir. Öğrenciler dörtgenlerin kapsayıcı tanımlarını temel alarak diyagramı oluştururken zorluk çekmemişlerdir. Öğrenciler diyagram olarak aynı şekli oluşturmalarına rağmen nasıl oluşturdıklarını anlatırken farklı şekilde düşündükleri ortaya çıkmıştır. Bunun sebebi tanımların farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Öğrenciler diyagramlarını tanıtırırken daha önce ortaya çıkan fikirlerin ilişkisini kurup, özellikleri değerlendirdiklerinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz ifadesine karşılık öğrenciler kendi kümelerini tanıtmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Diyagramı kümeye aktardım direkt. Diyagramda ne dediysem aynı şeyleri burada da söyleyeceğim. Dörtgenleri evrensel küme olarak aldım. Diyagramda başta almıştım. Yamuk en az 1 karşılıklı kenarların paralel olması durumu var. O yüzden dörtgenden sonra dörtgenin içine yamuğu aldım. Yamuğun içine paralelkenarı aldım. Paralelkenarın içine de eşkenar dörtgeni ve dikdörtgeni iki şekilde aldım. Kesişimler sonucu kareyi oluşturdum. Eşkenar dörtgene paralelkenarın tüm kenarların eşit olma durumunu, dikdörtgene de 90 derece olma durumunu getirdim. Kareye de dikdörtgenden 90 derece olma durumunu eşkenardan da pardon ters söyledim.

Eşkenardan 90 derece olma durumunu dikdörtgenden tüm kenarların eşit olma durumunu getirdim.

Suna: Tamam şimdi ben diyorum ki bir önceki özelliklerin tamamını almıyor. Biraz değiştirerek alıyor. Ben buraya yazdım ama söylemeyi unuttum. Biraz ekleniyor biraz çıkarılıyor biraz değişiyor öyle bunu çizdim ben. Sonra burada dedim ki yamuk paralelkenarın alt kümesi, bunu düşündüm kabul ettim. Çünkü neden, benim tanımında alt ve üst kenarı paralel olan şekil. Paralelkenar ne, karşılıklı kenarları paralel olan ve burada alt ve üstü elemiyoruz sonuçta. Sadece üstüne yan kenarları da alıyoruz.

Hakan: Ben kendi düşüncemi açıklayabilir miyim? Kare ile paralelkenarın hiç mi benzer özellikleri yok?

Suna: Var.

Hakan: O zaman bunları neden keşistirmedin?

Suna: Onları şey yaptım dikdörtgene tekrar geliyor ya.

Önder: Hani Hakan dedi ya hocam kareyle paralelkenarın ortak yönü var diye ben öyle bir küme çizemedim. Kuralların azalmasına göre çizdim.

Öğrenciler sorgulama sürecinde ele aldıkları dörtgenlerin özelliklerini değerlendirmişler ve bu değerlendirmeler sayesinde dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini ifade edebilmek için küme çizmişlerdir. Kümeyi oluşturduktan sonra temel aldıkları durumları açıklayıp özellikleri yorumladıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Cansu, dikdörtgenin özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Cansu'nun bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz sorusuna karşılık Suna, burada dikdörtgen özelleşmiş bir yamuktur ifadesinin belirtilmek istendiğini söylemiştir. Bu ifadeyi dikdörtgen bir yamuktur şeklinde sorsaydı direkt yanlış diyeceğini belirtmiştir. Suna burada Cansu'nun ifadesini yorumladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Ufuk, paralelkenarın özel bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Ufuk'un matematiksel ifadesine katılıyor musunuz sorusuna karşılık Fulya, tam tersi olması gerektiğini, dikdörtgenin özel bir paralelkenar olduğunu söylemiştir. Paralelkenarda 90 derece zorunluluğu olmadığı için özel bir dikdörtgen olamayacağını söyleyerek Ufuk'un ifadesini yorumladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Nil eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Katılıyor musunuz neden sorusuna karşılık Fulya, ifadeye katılmadığını çünkü dikdörtgende tüm kenarların eşit olmadığı durumlar olduğunu ama eşkenar dörtgende tüm kenarların eşit olması gerektiği için yanlış dediğini belirtmiştir. Fulya burada Nil'in ifadesini yorumladığı için bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Evrin dikdörtgenin özel bir kare olduğunu karenin de özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Nedenleriyle açıklayınız ifadesine karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hocam birinci kısım ve ikinci kısım olarak ikiye bölelim.

Araştırmacı: Dikdörtgenin özel bir kare olduğu kısma katılanlar kimler? Kimse katılmıyor. Peki, Karenin özel bir yamuk olduğu kısma katılanlar? Herkes bu kısma katılıyor. Peki, Önder ne diyorsun?

Önder: Özel bir kare diye bir şey yok. Kare zaten en özel şekildir. Onu özelleştiremeyiz ki. Yamuğu özelleştirince kural eklersek kare olur hocam. Bu kısım doğru.

Suna: Ben devam edeyim. Kare özel bir dikdörtgendir ama kare dikdörtgenin özelliklerinin hepsini taşımaz o yüzden. Mesela tüm kenarların eşit olmasını taşıyor. Bu yüzden birinciye katılmıyorum ama ikinciye kare özel bir yamuktur zaten.

Hakan: Katılmıyorum çünkü kare dikdörtgenin en özel hali ve kare bir yamuktur. Burada bir tanesi doğru bir tanesi yanlış olduğu için düşüncesinin tamamı yanlış oluyor.

Fulya: Ben de ilk ifadenin yanlış olduğunu ama karenin bir özel yamuk olduğunu düşünüyorum. O yüzden ifade yanlıştır.

Öğrenciler sorgulama sürecinde Evrin'in ifadesini iki önerme olarak yorumlamışlardır. Öğrenciler birinci ifadenin yanlış olduğunu ikinci ifadenin doğru olduğunu nedenleriyle anlattıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.1.9. Soru-Cevap

Soru- cevap, diyalogun sorular aracılığıyla devam etmesi şeklinde tanımlanmıştır. Matematiksel sorgulamaların devam edip bilginin derinlik kazanması için sorulan sorular çok önemlidir.

Dörtgen nedir sorusuna karşılık Fulya ve Suna arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: 4 köşenin bileşiminden oluşan çizgiler bütünüdür.

Suna: Ama her oluşan şekil dörtgen midir?

Hakan: En az iki karşılıklı kenarı paraleldir.

Önder: Her dörtgen için değildir bence.

Dörtgen tanımı inşa edilirken sorgulama sürecinde Suna'nın Fulya'ya soru yöneltmesi ve her durum için geçerli olup olmadığını sorması bilgiyi derinleştirmek için sorulmuş bir sorudur. Suna, Fulya'nın tanımından sonra, oluşacak her şeklin bir dörtgen olup olmayacağını sorguladığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Yamuk nedir sorusuna karşılık araştırmacı ve Fulya arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Bu sefer yamukta paralellik sınırlandırması yok 2 çizgide. Yine aynı şekilde 4 köşe bulunmalı. Sadece paralellik kuralını kaldırıyoruz yine çok benziyor.

Araştırmacı: Dörtgende paralellik var mıydı?

Fulya: Evet vardı. Dörtgen deyince bazılarında var bazılarında yok. Hani mesela kare dersem var ama.

Araştırmacı: Yamukta peki?

Fulya: Yamukta paralellik kuralı yok. Yamukta zaten 2 köşesinde, 2 çizgide var, 2 çizgide yok.

Araştırmacı: Hep bu şekilde olmak zorunda mı?

Fulya: Zorunda. Yoksa buna yamuk demeyiz. İnsanlar böyle algılamaz bence.

Fulya, dörtgen ve yamuk tanımlarını karşılaştırarak özelliklerini fark edip bilgide derinlik kazanmaya çalışmıştır. Bu süreçte araştırmacı Fulya'ya sorular sorarak tanımlarını yapılandırmasını sağlamıştır. Araştırmacı, Fulya'nın tanımı üzerinden sorular sorarak Fulya'ya yamuğun özellikleri sorgulattığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Önder, yamuk tanımını yaparken bütün kenar uzunluklarının farklı olması gerektiğini söylemiştir. Bu süreçte diğer öğrencilerle aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Her kenarı birbiriyle farklı olsun dedi. Olmak zorunda mı?

Suna: *Değil.*

Hakan: *Hayır.*

Araştırmacı: *Neden? Neden aynı olabilir? Neden farklı olmalı?*

Hakan: *Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili.*

Önder'in ifade ettiği kenar uzunluklarının farklı olması gerektiği ifadesine karşılık araştırmacı, hep bu şekilde olmak zorunda mı diye sorarak öğrencilere sorgulatmıştır. Bu sorgulama sayesinde yamuk tanımları yeniden yapılanmış ve derinlik kazanmıştır. Sonrasında nedenini sorgulamışlar ve Hakan tanımında kenar ile ilgili bir kısıtlama olmadığını belirttiğinden dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık Hakan bir tanım yapmıştır. Bu süreçte araştırmacı ile aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Hiç birinin açısı 90 derece olmamak koşuluyla yani dik açısı olmaması koşuluyla ve karşılıklı kenarları paralel ve birbirine eşit olan ancak karşılıklı olmayan kenarı ile eşit olmayan bir dörtgendir.*

Araştırmacı: *90 derece olmamak koşuluyla dedin. Neden?*

Hakan: *Çünkü eğer 90 derece olursa eğer eşkenar dörtgen ya da kare olur. Ya da dikdörtgen olur.*

Hakan sorgulama sürecinin başlarında dörtgenlerin birbirine dönüşmemesi için tanımlarında kısıtlamalar yapmıştır. Araştırmacı sorular sorarak Hakan'ın sahip olduğu bilgiyi yapılandırmasını amaçlamıştır. Araştırmacı Hakan'a yaptığı tanımla ilgili soru sorarak sorgulattığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır ifadesinde yer alan karşılıklı kenarlar ile ne anlatılmak istendiği konusunda emin olamayan öğrenciler birbirlerine sorular sormuşlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Şimdi burada benim anlayamadığım şey bütün karşılıklı kenarlar mı paralel diyor, yoksa sadece ikisi paralel olsa olur mu diyor?*

Önder: *Hocam bütün dememiş. O zaman bunu belirtirdi.*

Hakan: *Hepsi mi diyor?*

Suna: Evet hepsi. O zaman yamuk dışta kaldığı için yanlış oluyor yine.

Hakan: Yok, ben doğru diyorum.

Hakan sorgulama sürecinde, önermede yer alan ifadenin ne anlattığını anlamak amacıyla sorular sorduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir önermesine karşılık Hakan'ın paralelkenar yorumuna Fulya itiraz etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Şimdi dikdörtgenin bütün kenarları birbirine paraleldir. Paralelkenarın da kuralı bütün kenarları birbirine paraleldir. Açıyla ilgili paralelkenarda pek bir sıkıntı yok. Çünkü paralellik şeyi var.

Fulya: Nasıl yani, 90 olamaz.

Hakan: Bence olabilir. Ben olabileceğini savunuyorum.

Araştırmacı: Neden olamaz?

Fulya: Çünkü yani ben ilk başta ne dediysem onu savunuyorum. Biz buna o zaman paralelkenar demezdik. Sen şimdi diyeceksin ki 5 o zaman doğal sayı. Biz bunlara o zaman neden geometride şekiller diyoruz? O zaman şekil demeyelim. Sen 5 e sayı diyorsan doğal sayı diyorsun biz bunlara şekil diyoruz. Sen sadece 5 e 6 diyemediğin gibi paralelkenara da kare dikdörtgen diyemezsin.

Araştırmacı bilginin yapılanıp derinlik kazanması amacıyla öğrencilerin fikirlerine karşılık bazı sorular sormuştur. Bu sorgulama sürecinde öğrenciler sorular sorarak birbirlerinin fikirlerine karşı çıkmışlar ya da eleştirilerde bulunmuşlardır. Araştırmacı, öğrencilerin düşüncelerine karşılık neden bu şekilde düşündüklerini sorarak kavramsal bilgilerinin yapılanmasını amaçlamıştır. Fulya, paralelkenarın 90 derece olamayacağını belirttikten sonra araştırmacı neden olamayacağını sorgulattığından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenarın özellikleri konusunda öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Paralelkenarın başka hiç özelliği yok. Doğru mu anladım?

Hakan: Evet.

Suna: Peki, biz neden hepsine genel olarak dörtgen değil de o paralel bu değil diye sınıflandırmadık da bunları kare dikdörtgen paralelkenar eşkenar dörtgen diye sınıflandırdık? Bunun bana cevabını verebilir misin?

Hakan: Bizim bunu bulma şeklimiz buna göre. Biz paralelkenara bakıyorken paralellığe bakıyoruz. Kareye bakıyorken dik açıya ve uzunluğa bakıyoruz. Dikdörtgene bakıyorken açılara bakıyoruz. Yamuğa bakıyorken tabanların paralellığıne bakıyoruz. Farklı şekildeki sınıflandırmalara bakıyoruz.

Suna sorgulama sürecinde, Hakan'ın dörtgenleri birbiri içinde ele almasını anlamadığı için Hakan'a sorular sorduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesinde öğrenciler ve araştırmacı arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Suna paralelkenarın 90 derece olamayacağını söyledi. Suna neden 90 derece olamayacağını düşünüyorsun?

Suna: Çünkü eğer 90 derece olursa kare ya da dikdörtgen olur ve bunların tanımları farklı.

Araştırmacı: Peki kare ya da dikdörtgen olması paralelkenar olma koşulunu bozan bir durum mu?

Suna: Evet.

Araştırmacı: Neden?

Suna: Biz genel olarak dörtgen tanımında tamam diyoruz ama bunların hepsini birbirine bağlıyorsak hepsine dörtgen derdik.

Hakan: Zaten diyoruz.

Suna, sorgulama sürecinde dörtgenleri hariç tutarak değerlendirmeler yapmıştır. Paralelkenar için de iç açılarının 90 derece olamayacağını bu durumda farklı bir dörtgene dönüşeceğini belirtmiştir. Araştırmacı 90 derecelik açıya sahip olmasının neden olacağı durumları sorarken Suna'nın sahip olduğu bilginin yeniden yapılanmasını amaçlamıştır. Araştırmacı Suna'nın dörtgenler arasında ilişkiyi sorgulaması için sorular sorduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir. Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar. Dik ortalayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık eşkenar dörtgen ve kare arasında fikir ayrılığı olmuştur. Bu süreçte öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Kareyi çevirince eşkenar dörtgen mi oluyor? Yoksa kare özelliğini koruyor mu? Suna da aynı şeyi söyledi. Hayal edemediğim için soruyorum.

Hakan: Öyle deyince şey oluyor işte kare.

Suna: Eşittir eşkenar dörtgen oluyor.

Hakan: Hayır eşittir olmuyor.

Suna: Bana bunların farkını söyle.

Hakan: Eşkenar dörtgenin bütün açılarının 90 derece olma zorunluluğu yok.

Sorgulama sürecinde öğrenciler arasında eşkenar dörtgen ve kare arasında kurulan bağlantıyı anlamak için araştırmacı öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Bu sorular sayesinde sorgulama sürecinde öğrenciler kare ve eşkenar dörtgenin farkını fark etmeye çalışmışlardır. Araştırmacı kare ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi açığa çıkarmak amacıyla sorular sorduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Suna, eşkenar dörtgende bütün kenar uzunluklarının eşit olup olmadığını merak ettiğini söylemiştir. Bunun üzerine öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Gerçekten merakımdan soruyorum. Alt kenarlar eşit üst kenarlar eşit. Ama bu bir eşkenar dörtgen mi?

Araştırmacı: Bir şey merak ediyorum burada. Dedin ki paralellik kayboluyor. Peki, eşkenar dörtgen ile paralellik arasında nasıl bir ilişki var?

Suna: Ama paralellik kaybolmayabilir.

Araştırmacı: Nasıl kaybolmaz. Ya da hangi durumda kaybolmaz?

Suna: Şunların toplamı 180 derece olursa.

Araştırmacı: Peki, birinci oturumda şöyle bir bilgi geçmişti. Dörtgenin iç açıları toplamı 360 derecedir. O zaman bu durum doğrudan bunu sağlamaz mı?

Hakan: Evet, paralel olur. 180 180 paralellik var.

Fulya: Karşılıklı açıları birbirine eşit olduğu için.

Hakan: Aynen.

Suna: Evet, aslında sağlıyor.

Cobb ve arkadaşları (1991) öğrenme, öğrenciler akranlarıyla aktif olarak müzakere ederek anlam kazanmaya çalıştıklarında meydana gelir demiştir. Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi öğrenciler Suna'nın eşkenar dörtgenin kenar uzunlukları

hakkındaki belirsizliğini sorular sorarak ve müzakere ederek yeniden yapılandırmışlardır. Suna, sorgulama süreci sayesinde eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarının eşit olmadığı durumda paralellik koşulunun bozulduğunu fark etmiştir. Bu farkındalıkla eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini öğrenmiştir. Eşkenar dörtgenin kenarları arasındaki ilişkiyi açığa çıkarabilmek için sorular sorulduğundan dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesinde Suna her dörtgen bir yamuk mudur diye sormuştur. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan her dörtgen bir yamuk mudur?

Hakan: Hayır.

Suna: Hangileri değildir?

Hakan: Paralellik olmayanlar.

Önder: Peki, biz onlara ne diyoruz?

Hakan: Dörtgen, onlara özel bir ad vermedik.

Suna: Peki, neden bunlara özel bir ad verdik de hepsine sadece yamuk diyoruz?

Hakan: Çünkü bunların belli kuralları olduğunu fark ettik. Kurallara göre şekillendiler.

Suna: Ben de kurallar olduğunu düşünüyorum.

Hakan: Benim de koyduğum tek kural bunların paralelliği.

Suna: Ama sen diyorsun ki bir yamuk kare olabilir ama ben buna katılmıyorum. Biz yamuğa dik olamaz diyoruz.

Hakan: Ben öyle bir şey demiyorum.

Suna: Tüm kenarların dik olma durumunu ben yamuğa katmıyorum.

Suna, sorgulama sürecinde her dörtgenin yamuk olup olmadığını sormuştur. Bu süreçte Hakan, dörtgenlerin sahip olduğu özelliklerden dolayı iç içe alınabileceğini belirtmiştir. Ancak Suna, tanımlardaki farklılıktan dolayı Hakan'ın fikrine karşı çıkmıştır. Bu süreçte Suna sorular sorarak hiyerarşik ilişkiyi anlamaya çalışmıştır. Suna, yamuk ve dörtgen arasındaki ilişkiyi anlayabilmek adına sorular sorarak hem kendi hem de arkadaşları sorgulama yaptıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre paralelkenar olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz sorusuna karşılık öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Yamukla kareyi de kesiştirmişsin sen.

Önder: Çok basit olacak ama 4 köşesi 4 kenarı falan. Şu nokta en basit kuralları içeriyor hocam. Paralelkenar ve eşkenar dörtgen arasında paralel olması.

Fulya: Kesişiminden oluşan şekil?

Suna: Kesişiminden oluşan şekil mi?

Fulya: Evet. Kesiştikleri yerde bir şekil oluşturman lazım.

Suna: Ama biz özelliklerine göre bunları kümeye döküyoruz.

Fulya: Bunların ortak şekil olması lazım. Kesişimlerinden.

Dörtgenleri kümeler yardımıyla ifade eden Önder'e kesişim bölgesinde yer alan şekiller sorulmuştur. Öğrenciler dörtgenlerin özelliklerini ve kümenin nasıl oluşabileceğini sorguladıklarından dolayı bu kısım diyalog eylemi altında incelenmiştir.

4.2.2. İşbirlikçi Problem Çözme

Öğrenciler, matematiksel problemleri çözmek için gruplar halinde çalışmışlar, çözüm yollarını geliştirmişler ve daha sonra oluşturdukları çözümleri sunarak eleştirel bir biçimde fikirlerini değerlendirmişlerdir.

Hakan dörtgen tanımını yaptıktan sonra araştırmacı Fulya ile Hakan'ın tanımlarını karşılaştırmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Mesela 4 tane doğru parçamız olsun. Bunların her biri 4 farklı köşede kesişiyorlar. Ve bunlar kesişerek içeride bir alan oluşturuyorlar. Biz burada oluşan şekle dörtgen diyoruz.

Önder: Katılıyorum.

Suna: Ben de katılıyorum.

Araştırmacı: Ama Fulya'nın paralellik şartı vardı. (Hakan'a dönerek) Sen böyle bir kural koymadın mesela.

Hakan: O düzgün dörtgen için geçerli.

Suna: Mesela eğer bir kâğıda 4 tane çizgi çizersek her ay 4 tane nokta koyarsak her noktadan sadece 2 tane doğru parçası geçmek üzere oluşan, Hakan'ın da gösterdiği gibi, arada oluşan kapalı şekle biz dörtgen diyoruz.

Hakan, sorgulama sürecinde dörtgen tanımını yaptıktan sonra Önder'in ve Suna'nın katılıyorum demeleri ve Suna'nın "Hakan'ın da dediği gibi" ifadesi Hakan ile iş birliği yaptıklarını gösterdiğinden dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Dörtgen tanımı yapılırken Fulya, dörtgenleri kâğıda çizerek sınırlandıramayız demiştir. Bu süreçler aralarında şöyle bir konuşma geçmiştir:

Fulya: Sadece kağıtlarda değil ama yer yüzündeki bir çok yerde görebiliriz dörtgenleri. Kağıda çizmekle sınırlandıramayız dörtgeni. Şekillerde de var. Yani sadece görmekle bakmanın arasındaki çizgiyi bulup kavrayarak bulabiliriz her yerde dörtgeni.

Araştırmacı: Doğada da birçok dörtgen çeşidine rastlayabiliriz demek istiyorsun anladığım kadarıyla. Ben şimdi tanım üzerinden gidiyorum ya onun için takıldım. Suna ve Önder çok benzer tanım yaptılar benim anladığım kadarıyla. Suna dedi ki ben bir kağıt üzerinde çalışırsam ben bunu söyleyebilirim. Ama Önder de dedi ki 4 tane doğru parçasının çakışmadan birleşmesi benim için yeterli dörtgen belirtebilmesi için.

Hakan: Bir düzlem zorunludur.

Suna: Aynen. Şimdi Fulya'nın dediğini düşünürsek mesela arkamızdaki kitaplıkta dikkörtgen şekilleri var ve onların arkaya doğru şeyi var ve biz buna sadece görünüşte diyebiliyoruz. Sadece anımsatıyor gibi. Aslında biz mesela bu dörtgenlere bir prizma falan olmadığı için sadece 2 boyutludur diyoruz. Ve çevremizde ne olursa olsun 3 boyut var.

Hakan: O oluşturduğumuz şekiller gerçek hayatta tam olarak böyle bulunamaz. Sadece 2 boyutlu bir düzlem olabilseydi orda yapılabilirdi yani hayali bir şekilde.

Öğrenciler sorgulama sürecinde akranlarıyla aktif olarak müzakereler yapıp bilgilerini yeniden yapılandırırken iş birliği içinde çalışmışlardır. Hakan'ın bir düzlem zorunludur ifadesine karşılık Suna'nın aynen demesi, Hakan'ın da argümanı Suna'ya desteklediğinden dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Fulya, dörtgenin her yerde olduğunu çünkü 3 boyutlu bir şekildir diye belirtmiştir. Bunun üzerine aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Fulya: Ben dörtgenin her yerde olduğunu düşünüyorum. Çünkü 3 boyutlu bir şekilde de dörtgeni kafamızda ya da gözlerimizle. Mesela bir kırmızı kalemim olsun. O kırmızı kalemle dörtgen çizebilirim. O yüzden o şekilde de dörtgen olur.

Hakan: İşte sen onda kafanda şey yapıyorsun.

Suna: Şimdi aslında şöyle bir şey var. Fulya da haklı, biz de kağıt üzerinde çizdiğimizde göremesek de bir yükseklik kazandırmış oluyoruz ve hani ve sadece gösteriyoruz. Yine

olan şey zihnimizde. Aslında dediği gibi burada da birçok şeyi gösterebiliriz ama asıl olan yine burada. Aslında dörtgen diye bir şey yok. Biz onu bir kavram olarak düşünüyoruz.

Suna, Fulya'nın açıklamasına karşılık "Fulya da haklı" diye başlayarak destekleyici ifadelerde bulunduğundan dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık Hakan, açıları 90 derece olmamalı koşulunu eklemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Hiç birinin açısı 90 derece olmamak koşuluyla yani dik açısı olmaması koşuluyla ve karşılıklı kenarları paralel ve birbirine eşit olan ancak karşılıklı olmayan kenarı ile eşit olmayan bir dörtgendir

Araştırmacı: 90 derece olmamak koşuluyla dedin. Neden?

Hakan: Çünkü eğer 90 derece olursa eğer eşkenar dörtgen ya da kare olur. Ya da dikdörtgen olur.

Suna: Kare de olur.

Hakan: Eşkenar dörtgen ya da dikdörtgen olabilir.

Suna: Ama bütün kenarları birbirine eşit de olabilir böyle bir sınırlama yok ki.

Hakan: Eşkenar dörtgen olur o zaman. Olmaz mı?

Suna: (Kağıdı yan çevirip) Böyle tutarsam benziyor. Doğru ama.

*Fulya: **Ben katılıyorum** 90 derece olmasına u kuralı dedi Suna. U kuralına göre uygularsak 90- 90 dersek diğer tarafların da 90 olması gerekir paralel olduğu için hepsi birbirine. Böylelikle paralel kenarlık ortadan kalkar, paralellikten uzaklaşır yani bu paralelkenar olmaz.*

Sorgulama sürecinde öğrenciler, kavramların sahip oldukları özellikleri anlamak için bir sorgulama ortamı oluşturarak iş birliği içinde çalışmışlardır. Fulya, paralelkenarın 90 derece olabileceği fikrine Suna'nın u kuralından dolayı katıldığını ifade ettiği için bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesinde Önder, fikrini belirttikten sonra Suna devam etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Yanlış çünkü Tüm dörtgenlerin karşılıklı kenarları paralel ama bazı özel şekillerin, yamuğun böyle bazı özel şekilleri var hocam, mesela bunların hiç biri paralel değil birbirine.

Suna: *Tüm paralelkenarların her zaman karşılıklı kenarları paraleldir. Bu doğru ifade olur. Burada verilen ifade kesinlikle yanlıştır, Önder'in dediği gibi. Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır. Bu başka bir şey de olabilir. Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ya da dediği gibi yamuk da olabilir.*

Sorgulama sürecinde yapılan sorgulamalar da öğrenciler bazen birbirlerinin fikirlerine karşı çıksalar da bazı durumlar da bu fikirleri desteklemişlerdir. Suna, “Önder’in dediği gibi” diyerek açıklamasını yapmıştır. Suna’nın kullandığı bu ifadeden dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesine karşılık öğrenciler karenin bir yamuk belirtip belirtmediğinden emin olabilmek için küme şeklinde ifade etmişlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Şöyle yaptım ben. Şöyle düşündüm ama mesela bir yamuğu daha farklı daha fazla biçimde çizebilirsin. Ama karenin daha fazla kuralı olduğu için daha az biçimde şey yapabilirsin. Tabi sonsuz miktarda çizilebiliyor ama.*

Suna: *Aynı şeyi düşünüyoruz. O zaman sen şeyden bahsediyorsun bu en özensizlik olursa gerçekleşen durum. (Hakan’ın kümesini gösteriyor.)*

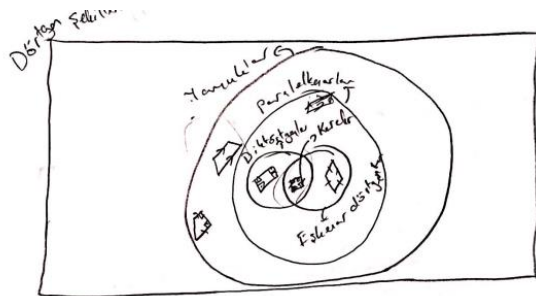
Hakan: **Aynen**, ben çizilebilmedeki özgürlüğüne göre dıştan içe doğru yapıyorum. Sen kurala göre.

Suna: *Ama sen şimdi böyle sıralıyorum diyorsun ama bu düşüncede buna göre düşünüyorsun. Kuraldan bahsediyorsun.*

Fulya: *Az önce kendin söyledin zaten, kare bir yamuk dedin. O zaman kare de hepsine. Senin bu düşüncene göre hepsi yamuk oluyor. Ve hepsine yamuk diyebiliriz gibisinden konuşuyorsun. Dedin ki kare şu kadar kuralı olduğu için belirli sayıda çizebiliriz. Yamuğu istediğimiz yani daha çok çizebiliriz. O zaman kareyi de daha çok çizebilirsin.*

Hakan: *Onun çizdiği şekle göre (Suna’dan bahsediyor) her yamuk bir karedir. Çünkü içine almışsın. Senin söylediğine göre her yamuk bir karedir. Ama değil. Düşün.*

Suna: **Tamam, evet o da doğru.** Ama ben zaten bunları böyle yapmak yanlış dedim. Fulya da aynısını söyledi.



Şekil 22. Hakan’ın küme şekli

Şekil 22’de görüldüğü gibi Hakan, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren kümeyi doğru bir şekilde oluşturmuştur. Suna, kümeyi çizebilmek için temel aldığı durumla Hakan’ın düşündüğü durumun aynı olduğunu belirtmiştir. Hakan, Suna’nın kümesini yorumlayınca her yamuğun bir kare belirttiğini bu durumun yanlış olduğunu ifade etmiştir. Suna Hakan’a hak verip Fulya da aynısını söylemişti dediğinden dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir, önermesine karşılık öğrenciler dörtgenleri küme şeklinde ifade ederek kare ile eşkenar dörtgen ilişkisini kurmuşlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan burada diyor ki eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin kesişimi karedir. Ben diyorum ki hepsi birbirine bağlı ama hiç biri birbirinin alt kümesi değildir.

Araştırmacı: Bu şekle göre konuşuyorum. Kareden başlayarak bu şekli küme bilginle yorumlar mısın?

Suna: Dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin ortak noktalarını almış buna kare demiş.

Fulya: Ben doğru olduğunu düşünüyorum.

Suna: Ben de doğru olduğunu düşünüyorum.

Fulya: Ben Hakan’ın iç içe yaptığını düşünmüştüm. Eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin kesişiminde kare olduğunu yaptıysa bence doğru.

Öğrenciler sorgulama ortamı oluşturarak dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini anlamaya çalışmışlardır. Sorgulama sürecinde, Hakan’ın eşkenar dörtgen ile dikdörtgenin kesişmesiyle kare elde edilir fikrini Suna ve Fulya kabul etmişlerdir. Fulya açıklama olarak Hakan’ın bütün kümeleri iç içe yaptığını sandığını, onun için itiraz ettiğini belirtmiştir. Fulya, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin kesişmesinin kare olduğunu ifade ettiği için Hakan’ın düşüncesini kabul etmiştir. Bu sebeple bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre yamuk olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesine karşılık öğrenciler iki gruba ayrılmıştır. Dörtgenleri küme şeklinde ifade ederek fikirlerini savunmuşlardır. Suna ile Hakan arasında anlaşmazlık yaşanmış olup sonrasında Suna Hakan’a hak vermiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: İkizkenar yamuk, şu kenarların eşit olması gerekiyor. O zaman sen bu bir alt küme dedin. Bu ikisi birbirine eş o zaman bütün yamukların ikizkenar yamuk olması gerekiyor. Senin söylediğin şey buna çıkıyor.

Suna: Ama ben demiyorum ki yamuk ikizkenar yamuğun içinde demiyorum ki. İkizkenar yamuk, yamuğun içindedir.

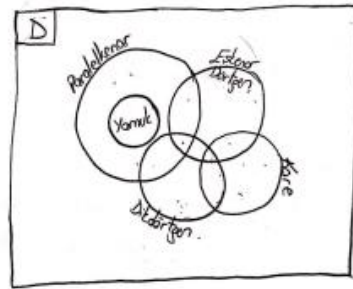
Fulya: **Biz de öyle diyoruz zaten.**

Hakan: **Biz de yamuk karenin içinde diyoruz. Bir de öyle düşün.**

Suna: **Tamam, haklısınız bu doğru değil.** Ben niye böyle saçma bir şey düşündüm bilmiyorum.

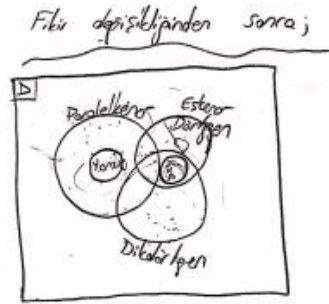
Öğrenciler matematiksel problemleri çözmek için gruplar halinde çalışarak, çözüm yollarını geliştirdiler ve daha sonra oluşturdukları çözümleri sunmuşlardır. Grupla halinde öğrenciler sunulan çözümleri değerlendirdiklerinden dolayı bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbirleriyle olan ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz ifadesine karşılık sorgulama sürecinde Suna, küme şeklinde ifadesinde bazı değişiklikler yapmıştır. Şekil 23 ve 24'te görüldüğü gibi, paralelkenarı yamuğun alt kümesi şeklinde alarak ifadesinde değişikliğe gitmiştir. Hakan, bunun sebebinin kuralları temel alarak küme çizmesi olarak değerlendirdiğinden bu kısım işbirlikçi problem çözme eylemi altında incelenmiştir.



* Ortak özelliklerine, ortak olmayan özelliklerine göre olarak çizilmiştir.

Şekil 23. Suna'nın başlangıçta çizdiği küme



Şekil 24. Suna'nın fikir değişikliğinden sonra çizdiği küme

4.2.3. Hatalarını Gözden Geçirme- Kendi Kendini Düzeltme

Öğrenciler topluluk içerisinde matematiksel fikirlerini tartıştıklarında, bir açıklamanın fikirlerini değiştirecek kadar iyi olup olmadığına karar vermeleri gerekmektedir. Fikirler arasındaki bir çatışma diyalog yoluyla çözüldüğünde, kendi kendini düzeltme eylemi gerçekleşmiş olmaktadır.

Yamuk nedir sorusuna karşılık Suna, Hakan'ın yaptığı açıklamalardan sonra kendi tanımına paralellik fikrini eklemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Uzunlukları birbirinden farklı birbirine paralel iki doğru parçasının yanlarından iki doğru parçasıyla birleştirilmesi.

Suna: 4 kenarı 4 köşesi olan ve kesinlikle 4 kenarı birbirine eşit olmayan kapalı şekil.

Fulya: Bence Hakan'ın dediği doğru. Çünkü karşılıklı kenarlar birbirine eşit olursa diğeri de dik gider diğeri de dik gider. O zaman onlar da birbirine paralel olur. Böylelikle yamuk olmaz.

Önder: Hocam karşılıklı kenarları paralel olmasına gerek yok. Ben şöyle bir şekil çizdim. (Bir dörtgen gösteriyor.)

Araştırmacı: Peki, bu şekle göre bir tanım yapmak istesen yamuk tanımını nasıl yaparsın?

Önder: 4 kenarı 4 köşesi olan 2 köşegeni olan 4 kenarlı bir şekil.

Araştırmacı: Şimdi Suna ve Hakan arasında bir çatışma var. Suna diyor ki 4 kenar uzunluğunun farklı olduğunu daha doğrusu aynı olmadığını ifade ediyor. Ama Hakan da diyor ki kenar uzunlukları aynı olabilir.

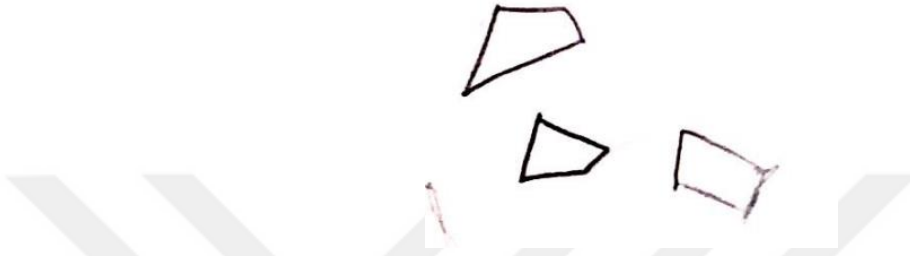
Suna: Aynı şeyi söylüyoruz aslında.

Hakan: Evet, aynı şeyi söylüyoruz.

Suna: Yamukta iç açılar toplamı 360 derece ve u kuralından paralel kenarların açıları toplamı 180 derece olur.

Araştırmacı: Ama sen paralellik şartı getirmiş oldun şimdi. Az önce yok demiştin.

Suna: **Az önce yok dedim ama sonra onlara katıldım.**



Şekil 25. Önder'in paralellik olmasına gerek duymadığı yamuk şekli

Şekil 25'te görüldüğü gibi Önder, yamukta paralelliğin olmak zorunda olmadığını göstermiştir. Suna, yamuk tanımında uzunlukları farklı 4 doğru parçasının oluşturduğu kapalı şekil biçiminde tanımlama yapmasından sonra arkadaşları ile sorgulama süreci devam etmiştir. Bu süreçte Suna, yamuk özelliği olarak u kuralından dolayı paralellik fikrini eklemiştir. Öğrenciler sorgulama ortamı oluşturarak yamuk şeklinin sahip olduğu özellikleri anlamaya çalışmışlardır. Bu sayede matematiksel derinlik kazanmaktadırlar. Suna, daha önce paralellik fikrine değinmediğini ama sorgulama süreci sonrasında arkadaşlarının fikrine katıldığından dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Eşkenar dörtgen nedir sorusuna karşılık Suna, eşkenar dörtgenin özelliklerini belirttiği uzun bir tanımlama yapmıştır. Bu kısım da bazı özelliklerden emin olmadığını söylemiş, sonrasında kendini ikna etmiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: 4 kenarı 4köşesi olan iç açıları toplamı 360 derece olan kapalı şekil bu da. Bununla birlikte yine ben bir şekil çizdim burada, baklava dilimi gibi aynı zamanda uçurtma olduğunu söyleyebilirim. Yine u kuralı var. B ve C 180 derece.

Peki B ve C nin 180 olma kuralı ne?

Araştırmacı: Peki B ve C nin 180 olma kuralı ne?

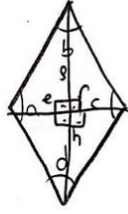
Suna: Paralel olması. Karşılıklı kenarlar birbirine paraleldir. C ve D nin toplamı 180. Bunların iki tane köşegeni var ve köşegenler dik kesiyor birbirlerini. Ve eşit bölüyorlar. Onun dışında diyebilirim ki altta 2 tane eş üstte 2 tane eş üçgenler oluşur. Ama ben alttaki iki tane ile üstteki iki tanenin eşit olduğunu emin olamadım.

Araştırmacı: Suna emin olmamış, siz ne diyorsunuz?

(Kimseden ses çıkmadı.)

Araştırmacı: Suna diyor ki kenarları eşit olduğu için u kuralı vardır diyor. Açıları onun için ikili ikili 180 derecedir diyor.

Suna: Ya da ikna oldum şu an.



$$a+b+c+d=360^\circ$$

$$a+b=d+c=a+d=b+c=180^\circ$$

Şekil 26. Suna'nın eşkenar dörtgen görseli

Şekil 26'da görüldüğü gibi Suna, köşegenlerin kesişmesi ile oluşan üçgenlerin eşitliğinden emin olamadığını belirtmiştir. Bunun üzerine biraz şekil üzerinde düşününce ikna olduğunu ifade etmiştir. Suna, sorgulama sürecini devam ettirip kendini ikna ettiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Eşkenar dörtgen nedir sorusunda sorgulama süreci devam ederken Suna, eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunluklarının eşit olmak zorunda olmadığını belirtmiştir. Bu süreçte öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Ben bir şey söylemek istiyorum. Eşkenar dörtgenin bütün kenarları eşit de olabilir ama olmayabilir de.

Hakan: O zaman paralelkenardan ne farkı oluyor?

Suna: Bak şimdi, ben şöyle diyorum üstü daha kısa olsun, altını kısa yapayım.

Hakan: O zaman bütün kenarlar paralel de olmuyor.

Fulya: Eşkenar dediği için bütün kenarlar eşit olur.

Suna: **Evet, paralellik bozuldu.**

Hakan: **Evet.**

Suna: **Bütün kenarlar birbirine eşittir.**

Öğrenciler akranlarıyla sorgulayarak anlam kazanmaya çalışılar. Bu süreçte de bazen fikirlere karşı çıkabilirler ya da kendi hatalarını fark edip bunları düzeltebilirler. Sorgulama sayesinde sahip oldukları bilgiyi yeniden yapılandırırlar. Suna, sorgulama sürecinde Şekil 26'da görüldüğü gibi kenar uzunluklarını alt kenarlar ve üst kenarlar şeklinde kodlayıp ikili olarak eşit olduklarını ama bu ikililerin birbirinde farklı olabileceğini söylemiştir. Bunun üzerine Hakan, paralellik durumunun bu şekilde bozduğunu söyleyince Suna fikrini değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 27. Suna'nın eşkenar dörtgen yorumu

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesinde öğrenciler her zaman paralelkenar olmadığını kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve yamuk da olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: *Şimdi hocam burada karşılıklı kenarlar dediği için bir tane olsa bile yeter benim için. Ben buradan bunu anlıyorum çünkü. Bütün demediği için. Ben dikdörtgen olur dedim kare olur dedim. Eşkenar dörtgen, paralelkenar bir de yamuk olabilir. Hocam bir de şu şekil olmaz (kenarlarının hiç biri birbirine paralel olmayan dörtgeni gösteriyor.) Böyle dörtgenler olamaz.*

Hakan: *Karşılıklı kenarları paralel olunca aklıma benim ilk gelen şey mesela (2 çift karşılıklı kenarı göstererek) şu ikisi ve bu ikisi paralel olacak. Gibi bir şey benim aklıma geliyor. Ben bu sebepten dolayı bunun doğru olduğunu savunuyorum.*

Suna: *Şimdi biz bu yamuk kümesi için, yamuk kümesi hepsini kapsıyor ya biz onun için diyoruz ki karşılıklı kenarları paralel olan her şey, hepsi paralelkenardır diyoruz. Tamam dediğine göre eşkenar okey, kare okey. Dikdörtgen tamam. Ama yamuk dışarıda kalıyor. Tamamen senin dediğinden yola çıkıyorum. Ama yamuk dışarıda kalıyor.*

Hakan: *Bak sen şey gibi düşünüyorsun, sadece 2 tane karşılıklı kenarı birbirine paralel olsa yeter gibi algılıyorsun.*

Suna: *Zaten öyle diyor.*

Hakan: *Bense şöyle algılıyorum buradaki şeyi, hepsi yani (yan kenarlar ve alt üst kenarların paralellliğini gösteriyor) şuradakiler ve şuradakiler birbirine paralel olacak şekilde algılıyorum.*

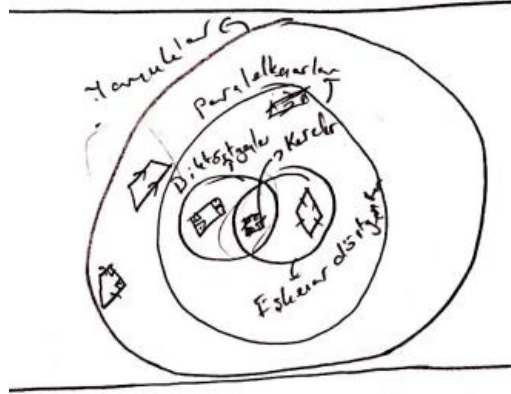
Önder: *Olmaz.*

Araştırmacı: ***Yamuk olmaz diye bir fikir değişikliğine gitti Önder şu anda. Neden Önder?***

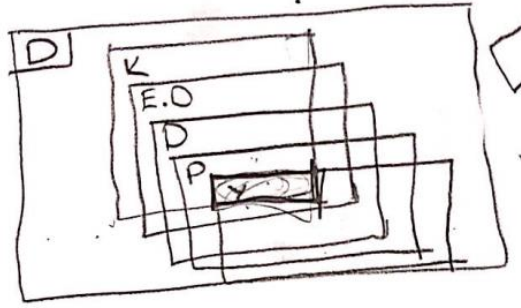
Önder: ***Şimdi hocam karşılıklı, yamukta sadece bir tane karşılıklı kenarı paralel, diğerlerinde hepsi birbirine paralel. Ondan yamuk olmaz diyorum.***

Sorgulama sürecinde, karşılıklı kenarlar ifadesinin hangi kenarlar için olduğunu anlamak için öğrenciler bu ifadeyi sorgulamışlardır. Bu süreçte Hakan, karşılıklı kenarlar ifadesinin 2 çift karşılıklı kenarın birbirine paralel olması olduğunu savunarak yamuğu da dahil etmiştir. Önder, başlangıçta yamuğu dahil etmesine rağmen Suna ve Hakan'ın açıklamalarından sonra fikir değişikliğine giderek sorgulama sayesinde yamuğu dahil etmemiştir. Önder, yamuk tanımının sadece 1 karşılıklı kenarın paralel olma durumu olduğunu belirtip fikir değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesinde, öğrenciler dörtgenleri küme şeklinde ifade etmişlerdir. Şekil 28 ve Şekil 29'da görüldüğü gibi çizdikleri kümeler üzerinden önermeyi sorgulamışlardır. Suna Hakan'ın kümesinin tam tersi olması gerektiğini ifade etmiştir. Bunun üzerine Hakan, dikdörtgen de 90 derece olma zorunluluğu olduğunu, eşkenar dörtgende böyle bir zorunluluk olmadığı için yanlış olduğunu ifade edince Suna bu şekillerin yer değiştireceğini söylemiştir. Suna, sorgulama sayesinde doğru bilgiye ulaşmış fikir değişikliğine gittiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 28. Hakan'ın ortaya attığı küme fikri



Şekil 29. Suna'nın ortaya attığı küme fikri

3.Oturum başladığında Fulya, fikir değiştirdiğini söylemiştir. Daha önce savunduğu fikrin tam tersini açıklamıştır:

Fulya: Hocam ben Hakan'ın dediklerini biraz düşündüm. Aslında biraz Hakan'a hak verdim ama şöyle bir kısmını hak verdim ama bir kısmına hak veremedim. Şimdi şöyle hepsinin iç içe girmesi olayı bence biraz yanlış, çünkü ben baştan beri dediğim gibi kare en sınırlandırılmış biçimde birbirlerine ya kuralları eksiltilerek dörtgenler oluşturuluyor. Ama eksiltirken de bazılarını bazılarına dönüştüremiyoruz.

Sorgulama süreci sayesinde en net görülen fikir değiştirme Fulya'nın fikri olmuştur. Bu süreçte Fulya tanımları hariç olarak ele alırken sorgulama sayesinde tanımları kapsayıcı olarak ele almaya başlamıştır. Fulya, Hakan'ın ifadelerini düşünüp sorguladığı ve sonrasında fikir değişikliğine gittiği için bu hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesinde öğrenciler yine küme üzerinden sorgulama yapmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan bir şey sorabilir miyim? Bütün dörtgenler diyorsun sen kendi tezini çürütüyorsun. Sen burada dedin ya eşkenar dörtgenle dikdörtgenin ortak özelliği karedir. Sen bu eşkenar dörtgen ve dikdörtgeni birbirine bağlamadın. Aynı şeyler olarak aldın.

Hakan: Hayır, ama bak bütün şeyleri birbirine eşit olabilir diyorum. Kare eğer dikdörtgenin bir iç kümesiye dikdörtgende eşit kenar özelliği de bulunabilir.

Suna: Ama az önce Özge hoca bana dedi ki kareyi alıyorsan otomatik olarak 90 dereceyi de almak zorundasın. O zaman sen de bulunur veya bulunmaz diye bahsedemezsin ki.

Araştırmacı: Aynı şey mi acaba? Şimdi sen burada kareyi alıyorsun ya direkt kare alıyorsun kare diyorsun, kare deyince zaten 90 derece yükleniyor içine. Bu kısımda var bu kısımda yok bu özelliği şuraya alayım gibi bir şey yok.

Suna: Ben öyle olabileceğini düşünmüştüm.

Sorgulama sürecinde öğrenciler farklı fikirlere sahip olduklarında bu durumu sorgulayarak yeniden yapılandırmaktadırlar. Özel dörtgenlerin hiyerarşik olarak ele alınmasında kümelerden yararlanmışlardır. Küme yorumunda, Hakan ile fikir ayrılığı yaşayan Suna, araştırmacı ve Hakan'ın ifadelerinden sonra fikir değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir ifadesini Hakan başlangıçta yanlış düşündüğünü, bazı yerleri gözden kaçırdığını ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Dikdörtgenin hangi özellikleri var, açıları 90 derece olmalı ve karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel. Kare bütün bu özellikler sağlıyor. Bu yüzden bunun bir alt kümesi. Eşkenar dörtgende de kenarların birbirine eşit olma zorunluluğu ve karşılıklı kenarların paralel olma zorunluluğu var. Kare de bu özellikler var. O zaman ikisinin kesişimi kare oluyor.

Önder: Ben yalnız kare ve eşkenar dörtgen dedim. Yamuk olmaz çünkü yamuğun maksimum 3 tane kenarı eşit olabilir.

Fulya: Şimdi hocam bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir, Şimdi biz burada sınırlama koyarsak 90 derece sınırlaması koyarsak kare olur. Kare de olabilir. Her zaman kare olmaz. 90 derece koymazsak kare olmaz. O yüzden yok.

Hakan: *Benim burada dikkat etmediğim bir nokta varmış. Burada sadece eşkenar dörtgendir demiyor, bu sebepten bu ifade doğru. Ben bunu yanlış değerlendirmişim.*

Araştırmacı: *Ne olduğunu düşünüyorsun şu an?*

Hakan: *Doğru. Çünkü bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgen dediğinde eşkenar dörtgenin zaten şeyi bu, bütün kenarları eşit olacak karşılıklı kenarları paralel olacak. Zaten tüm kenarlar birbirine eşit olursa paralellik kendiliğinden geliyor. Bu sebepten her zaman eşkenar dörtgen oluyorlar. Aynı zaman da kare de olabilir, dikdörtgen de olabilir.*

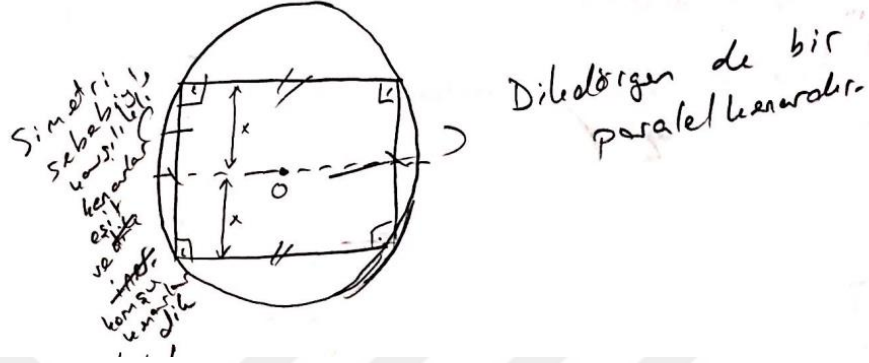
Sorgulama sürecinde Hakan, ifadeyi başlangıçta yanlış değerlendirdiğini ve soruda eşkenar dörtgen tanımı verildiğini ifade etmiştir. Hakan, süreçte soruda ne anlatılmak istendiğini fark ederek soruyu tekrar ele almıştır. Hakan, fikir değiştirerek önermenin doğru olduğunu çünkü bütün kenarları birbirine eşit olan dörtgen dediğinde zaten karşılıklı kenarların da paralel olacağını belirtmiştir. Hakan, sorgulama süreci sonrasında fikir değişikliğine gittiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık Önder, karenin çizilebileceğinden emin olamamıştır. Bunun üzerine Hakan, Şekil 30'da görüldüğü gibi sorgulama sürecinde çember üzerinde çapa paralel olacak şekilde x mesafede 2 giriş çizmiştir. Girişlerin çemberle kesişim noktalarını birleştirtince kenar uzunluklarına göre kare ya da dikdörtgen çizilebileceğini doğrulamıştır. Bu doğrulama sayesinde Önder, kare ve dikdörtgenin çizilebileceğini fark ettiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Soru 5:

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi? Çizerek açıklayınız.

Evet



Şekil 30. Hakan'ın dikdörtgenin paralelkenar olduğunu gösteren doğrulaması

Diyagrama göre paralelkenar olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesinde Suna, daha önce kabul ettiği kare bir eşkenar dörtgendir ifadesinin yanlış olduğunu ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan'a göre dikdörtgen paralelkenarın alt kümesi. Ama Hakan diyor ki paralelkenar dikdörtgenin tüm özelliklerini kapsamak zorunda değil, olabilir olmayabilir. Doğru mu?

Fulya: Eleman gibi düşünürsen evet.

Hakan: Zaten bizim burada çizdiğimiz dikdörtgen kümesi şöyle bu paralelkenar ya şurada bir paralelkenarım var bu paralelkenar. Bu tek bir dikdörtgen değil.

Suna: Sen aslında kendinle çatışyorsun. Şimdi sen sınırlandırmalarına göre kümeledim diyorsun. Yamuk en rahat olan. Ama sonra sen aynı kümeyi alıyorsun diyorsun ki ben bunu aldım sonra bunu da aldım bunların hepsine yamuk dedim. Bunların hepsi olabilir olmayabilir. Sen aynı kümede önce bununla yapıyorsun, sonra hop buna göre uyarlayayım diyorsun. Ama olmuyor. Zihninde bunu uyarlamaya çalışıyorsun ama olmuyor.

Fulya: Peki, sen dikdörtgenle eşkenar dörtgenin kesişmesinden kare olduğunu nasıl kabul ettin?

Suna: Bir dakika. **Evet aslında bunu da kabul edemeyiz.**

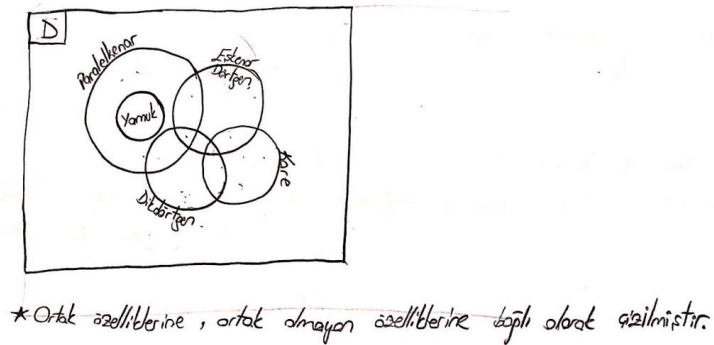
Hakan: O zaman sen kare bir eşkenar dörtgen değildir diyorsun sen.

Öğrenciler sorgulama sürecinde yeni fikirlerle karşılaştıkça kendi fikirlerini yeniden yapılandırırlar. Suna, daha önce kabul ettiği kare bir eşkenar dörtgendir ifadesini sorgulama süreci devam ederken bu ifadenin kabul edilemeyeceğini söyleyerek fikir değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

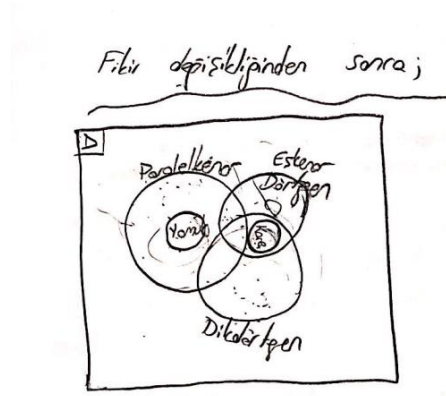
Diyagrama göre dikdörtgen olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesinde Suna, 4. Ve 7. Şekli dikdörtgen olarak ele almamıştır. Sorgulama sürecinde Fulya, Suna'ya az önce bunun doğru olduğunu söylediğini hatırlatmıştır. Suna, kare dikdörtgendir ama her dikdörtgen kare değildir diyerek 7. Şekli de dikdörtgen olarak kabul etmiştir. Suna fikrini değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Diyagrama göre kare olduğunu düşündüğünüz şekilleri belirleyiniz ifadesine karşılık Fulya, arkadaşlarından farklı olarak 4. Şekli ele almıştır. Önder de Fulya gibi 4. Şeklin kare olduğunu belirtip 10. Şekilde kararsız kaldığını söylemiştir. Sorgulama sürecinde Suna, şekil üzerinde köşegen uzunluklarının eşit olduğunu gösterince Fulya ve Önder 10. Şekli de kare olarak ele almışlardır. Fulya ve Önder sorgulamalar sayesinde fikir değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çizin ifadesine karşılık Suna, dörtgenleri küme yardımıyla ifade etmiştir. Bu küme şeklinde kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen ile kesişmiştir (Bknz. Şekil 31). Suna, sorgulama sürecinde kareyi dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin kesişim bölgesinde olması gerektiğini, daha önce bunu bu şekilde kabul ettiğini ifade etmiştir (Bknz. Şekil 32). Suna fikir değiştirdikten sonraki küme şeklini de çizmiştir. Suna fikir değiştirdiğinden dolayı bu kısım hatalarını gözden geçirip kendi kendini düzetme eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 31. Suna'nın 1. küme şekli



Şekil 32. Suna'nın 2. Küme şekli

4.2.4. Topluluk Üyelerinin Risk Alması

Öğrenciler, sorgulama topluluğu içinde ifade edilen fikirlere eleştirilerde bulunup fikrin yanlış ya da eksik olduğunu ifade edebilmektedirler. Bu çalışmada risk alma eylemi, fikirleri eleştirmek ya da öğrencilerin diğer fikirleri reddetmesi şeklinde ortaya çıkmıştır. Diyalogdan sonra en çok kullanılan eylemdir.

Yamuk tanımı nedir sorusunda Önder, tanımını 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir şeklinde yapmıştır. Kenar uzunluklarının farklı olması koşulunu getirmiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: 4 kenarı olan 4 köşesi olan 2 köşegeni olan her kenarı birbiriyle aynı uzunluğa sahip olmayan dörtgendir.

Araştırmacı: Farklı bir şey geldi. Her kenarı birbiriyle farklı olsun dedi. Olmak zorunda mı?

Suna: Değil.

Hakan: Hayır.

Araştırmacı: Neden? Neden aynı olabilir? Neden farklı olmalı?

Hakan: Çünkü kenarla ilgili bir kısıtlama yok. Kenar uzunluğu ile ilgili.

Önder: **Bence aynı olamaz yani.** Şimdi hocam üst kenarı kısa, alt kenarı da uzun oluyor. Buna göre ayarlarsak.

Hakan: Mesela dik yamuğun üst kenarı ile yan kenarı birbiri ile eşit uzunlukta olabilir.

Suna: **Dik olmasa da üst kenar ve yan kenar birbiri ile eşit olabilir.** Ya da yan kenarlar birbiri ile eşit olabilir. Biz alttakine en uzun diyoruz ama tabi bakış açımıza göre değişir ama diğerlerinin eşit olmama gibi bir zorunluluğu yok ki.

Sorgulama sürecinde Önder'in kenar uzunlukları farklı olma koşuluna karşılık Suna ve Hakan bu koşula karşı çıkmışlardır. Hakan, kenarlar ile ilgili bir sınırlandırma olmadığını belirtmiştir. Önder, aynı uzunluğa sahip kenarlar olamayacağını söyleyince Hakan, dik yamuğun üst ve yan kenarlarının eşit olabileceğini belirtmiştir. Suna, yamuğun dik yamuk olmak zorunda olmadığını yan kenarların eşit olabileceğini ya da yan kenarlar ve üst kenarın da birbirine eşit olabileceğini belirterek Önder'in fikrine karşı çıkmıştır. Öğrenciler sorgulama ortamı oluşturarak fikirlerini tartışmışlardır. Hakan ve Suna diyalog aracılığıyla nedenlerini açıklayarak Önder'in ifadesine karşı çıktıklarından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Paralelkenar nedir sorusuna karşılık Hakan tanımında 90 derece olmama koşuluna değinmiştir. Araştırmacı neden 90 derece olmayacağını sormuştur. Bunun üzerine şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Hiç birinin açısı 90 derece olmamak koşuluyla yani dik açısı olmaması koşuluyla ve karşılıklı kenarları paralel ve birbirine eşit olan ancak karşılıklı olmayan kenarı ile eşit olmayan bir dörtgendir.

Araştırmacı: 90 derece olmamak koşuluyla dedin. Neden?

Hakan: Çünkü eğer 90 derece olursa eğer eşkenar dörtgen ya da kare olur. Ya da dikdörtgen olur.

Suna: Kare de olur.

Hakan: Kare olmaz çünkü bütün kenarları eşit olmamalı.

Suna: Ama bütün kenarları birbirine eşit de olabilir böyle bir sınırlama yok ki.

Hakan: Eşkenar dörtgen olur o zaman. Olmaz mı? Ben olmamalı diye düşünüyorum.

Hakan'ın paralelkenar tanımı için 90 derece olmama koşulu için araştırmacı neden olamayacağını sorduğunda Hakan, olduğu durumda eşkenar dörtgen kare ya da dikdörtgen olacağını bu sebeple 90 derece olmaması gerektiğini dile getirmiştir. Sorgulama sürecinde Suna, karenin olabileceğini söyledikten sonra Hakan bu fikre karşı çıkarak karenin olamayacağını, kenar uzunluklarının farklı olması gerektiğini belirtmiştir. Suna, Hakan'ın bu fikrine karşı çıkarak kenar zorunluluğu bulunmadığını ifade etmiştir. Hakan ve Suna diyalog aracılığıyla karşılıklı ifade edilen fikirlere eleştirilerde bulunup fikrin yanlış ya da eksik olduğunu ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma olarak ele alınmıştır.

Eşkenar dörtgen nedir sorusuna karşılık Suna eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarının aynı olmak zorunda olmadığını ifade etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: *Eşkenar dörtgenle ilgili bir şey söylemek istiyorum. Tamam, bunun bütün kenarları eşit de olabilir ama olmayabilir de.*

Hakan: ***O zaman paralelkenardan ne farkı oluyor?***

Suna: ***Bak şimdi, ben şöyle diyorum üstü daha kısa olsun, altını kısa yapayım.***

Hakan: ***O zaman bütün kenarlar paralel de olmuyor.***

Fulya: *Eşkenar dediği için bütün kenarlar eşit olur.*

Suna: *Evet, paralellik bozuldu.*

Sorgulama sürecinde Suna'nın alt kenarlar ve üst kenarlar birbirinden farklı olsun önermesi üzerine Hakan itiraz ederek paralelliğin bozulduğunu belirtmiştir. Sonrasında Fulya, Eşkenar dendiğinden dolayı bütün kenar uzunluklarının eşit olması gerektiğini ifade etmiştir. Hakan ve Fulya Suna'nın fikrine diyalog aracılığıyla eleştirilerde bulunduklarından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir. Hakan'ın paralellik bozulur demesinden sonra sorgulama sayesinde Suna fikrini değiştirmiştir.

Dikdörtgen nedir sorusuna karşılık Hakan, kenar uzunluklarının aynı olmaması gerektiğini belirtmiştir. Bunun üzerine aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Bütün açıları 90 derece olan karşılıklı kenarları birbirine eşit olan ama karşılıklı olmayan kenarların birbirine eşit olmama zorunluluğu olmayan şekil.*

Araştırmacı: *Aynı olabilir mi?*

Hakan: *Olabilir, o zaman kare oluşur. Dikdörtgenin özel durumu olduğunu ben düşünüyorum.*

Fulya: ***Bence olamaz.** Şekillere kuralla isim veriysek dikdörtgenin kuralı da hepsinin birbirine eşit olmaması diyorum.*

Hakan: *Kare oluşuyor ama özel bir durum oluyor.*

Sorgulama sürecinde Hakan kenar uzunlukları aynı olduğunda kare oluşacağını bunun özel bir durum olduğunu belirtmiştir. Fulya Hakan'ın fikrine karşı çıkararak şekillere kuralla isim verildiyse dikdörtgenin kuralı da hepsinin birbirine eşit olmaması gerekir demiştir. Fulya dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi ile ilgili bilgilerini

derinleştirmek için Hakan soru yöneltmiştir. Fulya, Hakan'ın fikrine karşı çıkararak eleştirilerde bulunduğundan dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Suna, tüm paralelkenarların her zaman karşılıklı kenarları paraleldir. Bu doğru ifade olur. Burada verilen ifade kesinlikle yanlıştır demiştir. Bu ifadeye Hakan sayılardan örnek vererek karşı çıkmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Tüm paralelkenarların her zaman karşılıklı kenarları paraleldir. Bu doğru ifade olur. Burada verilen ifade kesinlikle yanlıştır, Önder'in dediği gibi. Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır. Bu başka bir şey de olabilir. Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ya da dediği gibi yamuk da olabilir.

Hakan: Bir sayının tamsayı olması onun reel sayı olduğunu nasıl değiştirmiyorsa bana kalırsa bir dikdörtgenin de bir dikdörtgen olması paralelkenar olduğunu değiştirmiyor. Çünkü sonuçta bütün kenarları birbirine paraleldir. Yani eğer bütün karşılıklı kenarları paralel diyorsa bence doğrudur. Ama 2 karşılıklı kenarı diyorsa o zaman yanlış.

Suna: Ama bir şey söyleyeceğim. Bütün karşılıklı kenarları diyorsa yamuğu nasıl alıyorsun?

Hakan: İşte yamuğu almıyorum.

Suna: Ama alabilirim diyorsun. Burada tüm dörtgenlerden bahsediyor. Yamuğu almıyorum diye bir şey söyleyemezsin ki.

Sorgulama sürecinde Suna, karşılıklı kenarları paralel olan dörtgenlerin sadece paralelkenar ile sınırlı olmadığı kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de olabileceğini belirtmiştir. Hakan, Suna'nın bu fikrine sayılarla örnek vererek karşı çıkmıştır. Hakan örnek vererek fikrini daha anlaşılır hale getirmeyi amaçlamıştır. Süreçte, Hakan dikdörtgenin de bir paralelkenar olduğunu dolayısıyla ifadenin doğru olduğunu söyleyince Suna yamuğu nasıl dahil ettiğini sorarak karşı çıkmıştır. Suna burada sorular sorarak bilgisini yapılandırıp derinleştirmeye çalışmıştır. Hakan yamuğu dahil etmediğini belirtmiştir. Öğrenciler ifade edilen fikirlere eleştirilerde bulunup fikrin yanlış olduğunu ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgen her zaman yamuktur önermesinin Önder, yanlış olduğunu ifade etmiştir. Hakan, Önder'e önermenin ifade ettiği bilgiyi açıklamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzunlukta olan dörtgen her zaman yamuktur.

Önder: Yanlış çünkü yamuğun kenar uzunlukları farklı olduğundan ve belli bir şekli olmadığından dik ve eşit uzunlukta kesmez.

Hakan: Yamuk her zaman böyledir demiyor, yamuk bu özellikleri taşıyabilir ve bu özelliğe sahip olan dörtgen her zaman yamuktur, diyor.

Önder: Tamam, yamuk diyor işte.

Suna: Her zaman yamuk olmaz işte. Önder onu söylüyor.

Sorgulama sürecinde Önder'in ifadeyi yorumlama şekline Hakan karşı çıkmıştır. Önder'in önermeyi yanlış yorumladığını ve önermenin aslında neyi ifade ettiğini açıklamıştır. Öğrenciler bilgilerini yapılandırmak ve derinlik kazandırmaya çalışmışlardır. Suna da her zaman yamuk olamaz diyerek Önder'in fikrini desteklerken Hakan'a karşı çıkmıştır. Öğrencilerin ortaya çıkan diğer fikirlere karşı çıkıp reddetmelerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Öğrenciler bu önermede yamuk tanımını tekrar ele almışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

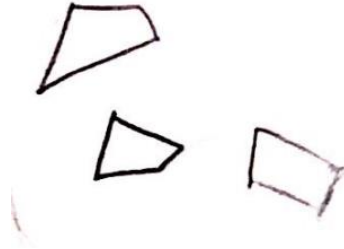
Suna: Eğer böyle dağınık hiçbir kuralı olamayan çok şey bir şey olursa 4 çizginin oluşumuyla hiç bir kural oluşturmayan olursa bu yamuk yamuk oluyor.

Hakan: O zaman sen bütün dörtgenlere tamamına direkt yamuk diyorsun.

Suna: Hayır. Bak anlatamıyorum.

Hakan: Dörtgenle yamuğun farkı ne? Neden yamuk deme ihtiyacı duymuşuz?

Suna: Mesela bu şunun gibi. Bunun adı neden kalemde silgi değil. Sorgulama.



Şekil 33. Önder ve Suna'nın yamuk şekli

Sorgulama sürecinde Hakan, şekilde de görüldüğü gibi Suna'nın dörtgen ve yamuk ayrımı yapmadığını yamuğa da dörtgen dediğini ifade ederek eleştirmiştir. Suna, Hakan'ın anlamadığını söyleyince Hakan, yamuk ve dörtgen farkını sormuştur.

Hakan burada Suna'nın yamuk ile dörtgenin hiyerarşik ilişkisini fark etmesi için soru sormuştur. Suna sorgulama cevabını vererek tartışmayı sonlandırmıştır. Öğrenciler birbirinin fikirlerini eleştirdiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Suna, Hakan'ın ortaya attığı küme fikrinin tam tersi olduğunu iddia etmiştir. Yeni oluşacak kümeyi çizip açıklamıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: *Yeni bir teori öne atıyorum. Şu an bir böyle çok düşündüm. Ve bu kümenin tam tersi olduğuna karar verdim.*

Araştırmacı: *Açıklar mısın bize. Çünkü tam tersi olduğunu iddia ediyor.*

Suna: *Şimdi yamuk en özel olmayan böyle yamuğu atmışlar bir kenara. Paralelkenarı biraz daha özelleştirdik. Şimdi buradan eşkenar dörtgen burada dikdörtgen burada olsun. Bunların yerleri de değişebilir. Şu an emin değilim. En dışta da kare var.*

Fulya: ***Sen eğer kareyi böyle çizersen tanıma doğru demiş olursun.***

Suna: ***Tanıma doğru demiyorum. Tanımı yanlışlıyorum. Asıl Hakan'ın dediğine göre bu tanım doğru oluyor. Hakan'ın dediği bak burada bak şuraya bak biz kare olarak tanımlıyoruz ya bu tanımı (önermeden bahsediyor) Hakan'ın dediği bir küçük olan. Hakan'ın dediğinde yamuk doğrudur oluyor.***

Hakan: *Eşkenar dörtgende açılarla ilgili sınırlama yokken dikdörtgende 90 derece olma zorunluluğu var.*

Suna: *Tamam o zaman yer değiştirecek.*

Hakan: *Yer değiştirirlerse eğer o zaman da dikdörtgenin.*

Suna: *Benim şurada, şu an bu kümeyi senin gibi ortaya alıp da çizebilirim. Yamuk, paralelkenar, dikdörtgenle eşkenar dörtgen gelecek. Hepsini alır kare derim. Ben şu an bunun nasıl olduğunu savunmuyorum. Ben şu an bunun tam tersi olduğunu savunuyorum (Hakan'ın küme şekli). Yani sen diyebilir misin ki yamuk karenin tüm özelliklerini taşır. Hani tüm kenarların eşit olması kesinlikle hepsinin. Hani alanının bir tanesinin karesi olması. Ama şimdi kareyi en dışa alırsan eğer yamuğun özellikleriyle birlikte yani yamuğun paralel kenar olmasıyla birlikte buradaki 90'lık kuralını da alır. Ya da işte dikdörtgendekini falan alır. Hepsine kare deriz biz.*

Hakan: *Şöyle yaptım ben de şimdi. Şöyle düşündüm ama mesela bir yamuğu daha farklı daha fazla biçimde çizebilirsin. Ama karenin daha fazla kuralı olduğu için daha az biçimde şey yapabilirsin. Tabi sonsuz miktarda çizilebiliyor ama.*

Suna: *Aynı şeyi düşünüyoruz. O zaman sen şeyden bahsediyorsun bu en özensizlik olursa.*

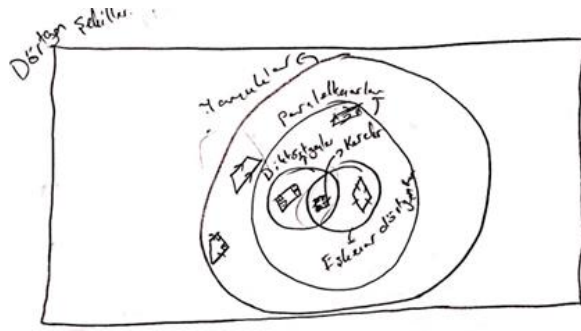
Hakan: ***Aynen, ben çizilebilmedeki özgürlüğüne göre dıştan içe doğru yapıyorum. Sen kurala göre.***

Suna: ***Ama sen şimdi böyle sıralıyorum diyorsun ama bu düşüncede buna göre düşünüyorsun. Kuraldan bahsediyorsun.***

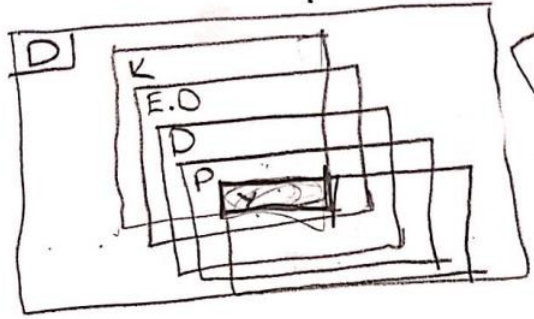
Fulya: *Az önce kendin söyledin zaten, kare bir yamuk dedin. O zaman kare de hepsine. Senin bu düşüncene göre hepsi yamuk oluyor. Ve hepsine yamuk diyebiliriz gibisinden konuşuyorsun. Dedin ki kare şu kadar kuralı olduğu için belirli sayıda çizebiliriz. Yamuğu istediğimiz yani daha çok çizebiliriz. O zaman kareyi de daha çok çizebilirsin.*

Hakan: **Hayır bak, şimdi şöyle.** Yamuğu daha fazla çizebiliyoruz dedin ya gittikçe azalıyor kareyi ortaya koyuyoruz.

Fulya: **Ama şöyle bir şey var sen diyorsun ki her kare bir yamuktur.** O zaman kare de yamuk gibi çok fazla çizilebilir.



Şekil 34. Hakan'ın küme şekli



Şekil 35. Suna'nın Hakan'a karşı çıktığı tam tersi çizdiği küme şekli

Sorgulama sürecinde Şekil 34 ve Şekil 35'te görüldüğü gibi Hakan ve Suna dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren kümeleri farklı şekillerde ele almışlardır. Suna, dörtgenlerin ortak özellikleri olduğunu ama bunları alt küme şeklinde alınamayacağı söyleyerek Hakan'a karşı çıkmıştır. Hakan ise dörtgenleri kapsayıcı olarak ele aldığından Suna'nın fikrini kabul etmemiştir. Öğrenciler bir sorgulama ortamı oluşturarak dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini anlamaya çalışmışlardır. Bu süreçte dörtgenlerin tanımlarından yararlanmışlardır. Ortak bir küme şekli belirlemek

için öğrenciler birbirlerine karşı çıkararak risk almışlardır. Bu sayede matematiksel olarak derinlik kazanmaya çalışmaktadırlar.

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir önermesine karşılık Hakan, paralelkenar tanımından yola çıkarak önermeyi yorumlamıştır. Suna açıklamayı anlamadığını ifade edince Hakan tekrar açıklamıştır. Bu açıklamasına Fulya itiraz etmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Şimdi paralelkenarın tanımı bütün karşılıklı kenarlar birbirine paralel. Dikdörtgene baktığımız zaman bütün açılar şey olduğundan dolayı yine onda da bütün kenarlar dik. Öyleyse 1 ve 1 eşittir 1. Yani doğrudur.*

Suna: **Ben anlamadım seni.**

Hakan: *Şimdi dikdörtgenin bütün kenarları birbirine paraleldir. Paralelkenarın da kuralı bütün kenarları birbirine paraleldir. Açıyla ilgili paralelkenarda pek bir sıkıntı yok. Çünkü paralellik şeyi var.*

Fulya: **Nasıl yani, 90 olamaz.**

Hakan: **Bence olabilir. Ben olabileceğini savunuyorum.**

Araştırmacı: *Neden olamaz?*

Fulya: *Çünkü yani ben ilk başta ne dediysem onu savunuyorum. Biz buna o zaman paralelkenar demezdik. Sen şimdi diyeceksin ki 5 o zaman doğal sayı. Biz bunlara o zaman neden geometride şekiller diyoruz? O zaman şekil demeyelim. Sen 5 e sayı diyorsan doğal sayı diyorsun biz bunlara şekil diyoruz. Sen sadece 5 e 6 diyemediğin gibi paralelkenara da kare dikdörtgen diyemezsin.*

Suna: *Şimdi sen diyorsun ki 5 deyince aklımıza doğal sayılar tamsayılar falan filan geliyor. Biz zaten bu şekillere diyoruz ki hepsi dikdörtgenler. Pardon dörtgenler. Hepsi bir dörtgendir demi. Bunun gibi hepsi doğal sayıdır olarak düşün. Sen şimdi diyorsun ki 5 deyince aklıma 5 değil de 5 in bir fazlası geliyor.*

Hakan: **Hayır.**

Suna: **Sen bunu söylüyorsun. Benim anladığım bu. Şimdi düşününce 5 de bir doğal sayı, 5 in bir fazlası 6 da bir doğal sayı.**

Sorgulama sürecinde Hakan, dikdörtgenin paralelkenar olduğunu, paralelkenarın tek kuralının karşılıklı kenarların paralel olması olduğunu ifade etmiştir. Fulya bu fikre karşı çıkararak paralelkenarın 90 derece olamayacağını ifade etmiştir. Hakan olabileceğini söyleyince araştırmacı Fulya'ya neden 90 derece olamayacağını sormuştur. Fulya açıkladıktan sonra Suna sayılarla kümeleri ilişkilendirerek Hakan'ın fikrini eleştirip karşı çıkmıştır. Akran grupları birbirlerine karşı çıkararak bilginin yeniden yapılanmasını sağlamaktadırlar. Bu sayede doğru

bilgiye ulaşmaya çalışırlar. Öğrenciler ortaya çıkan fikirleri eleştirdiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Dikdörtgen ve paralelkenarın ilişkisi konusunda ikna olmayan Fulya ve Suna sorular sorarak Hakan'a karşı çıkmışlardır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: *Paralelkenarın tanımı bütün karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgendir. Burada açıda bir koşul yok.*

Fulya: *Hocam dörtgenlerin hiçbirinin şeyi yok mu o zaman. Sen şey diyorsun dörtgenlerin hiçbirinin açılarda sıkıntısı yok o zaman.*

Hakan: **Hayır, ben sadece paralelkenar tanımladım.**

Suna: **Geçen gün de yamuk için aynı şeyi söyledin.**

Hakan: *Evet, yamuk için dedim. Ama karenin hepsinin 90 derece olacağını biliyoruz, dikdörtgenin 90 derece olacağını biliyoruz. Bu tür tanımlarımız var.*

Fulya: *Kareyle şeylerin benzer özellikleri var. Hakan diyor ki bu paralelkenar kare veya dikdörtgen de olabilir diyor. Ama ben baştan beri olamayacağını düşünüyorum. Çünkü eğer paralelkenar bir kare veya dikdörtgen olmuş olsaydı buna paralelkenar denmezdi.*

Sorgulama sürecinde Fulya ve Suna Hakan'ın paralelkenar tanımına karşı çıkmışlardır. Hakan sadece karşılıklı kenarların paralel olmasının yeterli olduğunu ifade etmiş ancak buna itiraz etmişlerdir. İtiraz ettikten Fulya diyalog aracılığıyla neden bu tanımın doğru olmadığını açıklamıştır. Bu sorgulama sayesinde fikirler eleştirilerek kavramsal bilgiye ulaşmaya çalışılmıştır. Bu süreçte öğrenciler ortaya çıkan fikirleri eleştirip eksik yönlerini dile getirdiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir önermesine karşılık Hakan'ın daha önce çizdiği dörtgenler kümesinden yola çıkarak yorum yapmışlardır. Suna, Hakan'ın şekline karşı çıkmıştır. Kare ve dikdörtgenin iç açılarının 90 derece olduğunu ancak paralelkenarın 90 derece olamayacağını ifade etmiştir. Hakan, paralelkenarın tanımını hatırlatarak açı ile ilgili bir kısıtlama olmadığını belirtmiştir. Hakan ve Suna fikirlerini eleştirip eksik yönlerini ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesine karşılık Önder, yanlış olduğunu kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de olabileceğini belirtmiştir. Hakan bu fikre karşı çıkararak önermenin doğru olduğunu ifade etmiştir. Hakan aynı zamanda Önder'in saydığı şekillerin bir paralelkenar olduğunu söylemiştir. Suna, Hakan'ın diğer şekillerinde bir paralelkenar olduğu fikrine itiraz etmiştir. Bunun üzerine Hakan, önermeyi ele alarak açıklama yapmıştır. Hakan, bütün komşu açıların bütünler olması için bütün karşılıklı kenarların birbirine paralel olması gerekir ve paralelkenar bu özelliğe sahip olan en kapsayıcı şekil olduğundan dolayı önerme doğrudur demiştir. Suna Hakan'ın açıklamasından sonra yorum yapmamıştır. Öğrenciler ortaya çıkan fikirlere yönelik eleştiriler yapıp eksikleri ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesinde Fulya, önerme her zaman yamuktur şeklinde olsaydı yanlış olacağını belirtmiştir. Buna karşılık Hakan Fulya'ya itiraz ederek yamuk olsaydı da doğru olurdu demiştir. Fulya, her zaman yamuktur ifadesinin doğru olmayacağını, yamuğun sadece 2 karşılıklı kenarının da paralel olabileceğini bu sebeple her zaman denilemeyeceğini açıklamıştır. Hakan ikna olmadığını söyleyerek Fulya'nın ifadeyi yanlış yorumladığını belirtmiştir. Fulya ve Hakan, matematiksel anlamlarını oluşturmaya varsayımlar üzerinden devam ederken eleştirilerde bulunduklarından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır. En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir. Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar. Dik ortalayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir. Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir sorusuna karşılık Önder, eşkenar dörtgeni Suna'nın dediği gibi kareyi biraz çevirerek elde ettim demiştir. Araştırmacı bu ifadeye karşılık kareyi çevirince eşkenar dörtgen mi oluyor diye sormuştur. Hakan eşkenar dörtgen ve karenin aynı olmadığını söyleyerek karşı çıkmıştır. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Ben hepsini ayrı ayrı düşünmedim. Mesela birinci madde paralelkenar olarak düşünmedim. Hepsinin ortak özelliklerinin kare ve eşkenar dörtgen olduğunu düşündüm. Çünkü karede açıortay olarak kesersek simetrik 2 tane üçgen oluşur. 2 çift kenar uzunluğu da eşit. En az bir çift karşılıklı kenarları da eşit. Karenin tüm

kenarları eşit olduğu için bu da doğru. Köşegenlerden biri diğerini dik ortalar. Bu da doğru. Dik ortalayan köşegeni bir çift karşılıklı açının açıortayıdır. Bu da karede var hocam. Çizdim ben bunların hepsini. Eşkenar dörtgende Suna demişti, çevirdim biraz eşkenar dörtgen oldu. Karenin tüm özelliklerini kapsadığı için aynısıdır.

Araştırmacı: Kareyi çevirince eşkenar dörtgen mi oluyor? Yoksa kare özelliğini koruyor mu? Suna da aynı şeyi söyledi. Hayal edemediğim için soruyorum.

Suna: Eşittir eşkenar dörtgen oluyor.

Hakan: Hayır eşittir olmuyor.

Suna: Bana bunların farkını söyle.

Hakan: Eşkenar dörtgenin bütün açılarının 90 derece olma zorunluluğu yok.

Suna: Ama sen dedin ki siz diyorsunuz ki tüm kenarlar birbirine paralel eşkenar dörtgende. Diyorsun ki hepsinin uzunlukları eşit. E bu hepsinin 90 derece olması dışında hiç bir şey kapsamıyor ki.

Hakan: Yoo kapsar.

Suna: Mesela?

Hakan: Şöyle düşün. Karşılıklı kenarlar eşit olursa eğer böyle bir şekil olur. Paralelkenarı alıyorsun sıkıştırdın eşit olduğunu düşün.

Suna: Orada da kareye gidiyorsun ama.

Hakan: Hayır.

Sorgulama sürecine karenin döndürülmüş hali eşkenar dörtgen midir diye Suna ve Hakan arasındaki bir diyalog geçmiştir. Hakan, eşkenar dörtgenin iç açılarının her zaman 90 derece olmak zorunda olmadığını kareden bu yönüyle ayrıştığını ifade ederek Suna'ya karşı çıkmıştır. Hakan, Suna ve Önder'in karenin eşkenar dörtgenle aynı olduğunu fikrini eleştirmesinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Suna, karenin döndürülmesiyle eşkenar dörtgen elde edildiğini belirtmiştir. Bununla birlikte eşkenar dörtgenin tüm kenar uzunluklarının aynı olmak zorunda olmadığını belirtmiştir. Suna'nın bu önermelerine Fulya karşı çıkmıştır. Fulya, kare de bir eşkenar dörtgen ama eşkenar dörtgenin tamamı kare değildir ve eşkenar dörtgenin kareden farkı 90 derece olma zorunluluğu yoktur. Tüm kenarları eşit olmak zorunda ama 90 derece olmak zorunda değildir ve kareden tek farkı budur diyerek açıklamıştır. Fulya, Suna'ya karşı çıkarak Suna'nın fikrini eleştirmesi ve nedenlerini açıklamasından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Verilen şekillerden hangilerinin yamuk olduğunun belirlenmesi istenen soruda Fulya ve Hakan tüm şekillerin bir yamuk belirttiğini söylemişlerdir. Suna, kareye bakıldığında zihnimizde yamuk canlanmıyor diyerek Hakan'a karşı çıkmıştır. Hakan da sayılar üzerinden örnek vererek Suna'nın ifadenin yanlış olduğunu ifade etmiştir. İkisi de diyalog aracılığıyla tanımları farklı olduğundan dolayı seçtikleri dörtgenlerin farklı olduğunu belirtmişler. Öğrenciler sorgulama ortamı oluşturarak eksik bilgileri fark edip bunları tamamlamaya çalışmışlardır. Sorgulama sürecinde ortaya çıkan fikirleri eleştirip eksikleri ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Suna, Hakan'ın başlangıçta ifade ettiği dörtgenler kümesine karşı çıkarak kümenin yanlış olduğunu ifade etmiştir. Sadece kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen durumunu kabul ettiğini söylemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: *Mesela ben diyorum ki ben 90 derece kare dikdörtgen ve eşkenar dörtgen de geçerli.*

Hakan: *Karede 90 derece kuralı var.*

Suna: ***Ama sen diyorsun ki yamukta 90 derece kuralını kullanabilirim.***

Hakan: ***Hayır.***

Suna: ***Ama burada öyle diyorsun.***

Hakan: ***Ben zorunluluk olmadığı için bütün açıları alabilirim.***

Suna: ***Yamukta da kullanabilirsin ben buna katılmıyorum.***

Hakan: *Ben bu kuralı şöyle aldım, her açısı toplamı 360 eden ve sıfırdan farklı olan 4 tane açı olabilir diyorum. Yani bunun içine 90 derecede giriyor, kare sadece 90 dereceye alıyor.*

Suna: ***Ama olabilirlik alamazsın içine.*** *Eğer küme diyorsan A kümesi yamuk, kareye alt kümesi diyorsan sen bunu söylüyorsun. Doğru mu? Eğer bunu söylüyorsan yamuk karenin tüm özelliklerini taşımak zorunda, kendine özgü özellikleri olabilir ama karenin de tüm özelliklerini taşımak zorunda.*

Fulya: ***Zaten taşıyor.*** *Sen diyorsun ki kare yamuğun içindeyse o zaman bizim tanımımıza göre yamuk kesinlikle bir kare. O zaman bu şekil ne? O zaman karenin içinde olsaydı yamuk olur muydu?*

Suna: *Ben onu şu an tamamen salladım. Benim tanımına göre alt ve üst kenarları paralel olmak zorunda.*

Fulya: ***Karenin içinde yamuk olsaydı yamuk karenin tüm özelliklerini kapsardı. Ama yamuğun içinde.***

Suna: ***Yamuğun içinde değil işte.*** *Sen diyorsun ki, siz yuvarlıyorsunuz sürekli. Anlamadığınız şey benim tanımına göre değil. Siz direkt yuvarlıyorsunuz. Tüm kareler yamuktur. Böyle değil. Çünkü mesela alt kümesini çizdiniz ya tekrardan anlatıyorum. Alt kümede*

tüm açılarının 90 derece olma özelliği var. Ama siz diyorsunuz ki yamuğu da dışarı aldım, diyorsunuz ki yamuğun başka özellikleri de var ama o veya o diyemeyiz biz buna. 90 derece olma özelliğini katıyorsunuz. Üstüne birkaç özellik daha geliyor ve biz buna yamuk diyoruz.

Sorgulama sürecinde Suna, küme ve alt küme ilişkisi konusunda ikna olmayarak Fulya ve Hakan'ın ifadelerine karşı çıkmıştır. Fulya ve Hakan, Suna'nın ifadelerine karşılık nedenleriyle açıklama yaparak itiraz etmişlerdir. Öğrenciler eleştirilerde bulunarak doğru bilgiye ulaşmaya çalışmışlardır. Bu sayede sahip oldukları bilgileri yeniden yapılandırır. Sorgulama süreci boyunca ortaya çıkan fikirler değerlendirip eleştirildiğinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Önder, dörtgenlerin küme şeklinde ifade edilmesinin saçma olduğunu söylemiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: *Bunu şey olarak söylüyor. Gerçekten alt küme olayı tamamen saçma bir şey. Koca bir evrensel kümede bunların ortak özellikleri var kareyle eşkenar dörtgenin ar kareyle dikdörtgenin var. Şu an bunları dağınık dağınık çiziyorum. Tabi ki de hani yamukla karenin de özelliği var sonuçta. Bir kenarının paralel olması. Ama sonuçta var. Kesinlikle alt üst küme olayı saçma. İlle de kümelere döneceksem kesişim noktaları var diyebilirsin. Önder katılıyor musun?*

Önder: *Benim şeklim zaten bu şekilde.*

Fulya: *Kesişmesinden oluşan şekil?*

Suna: *Kesişmesinden oluşan şekil mi?*

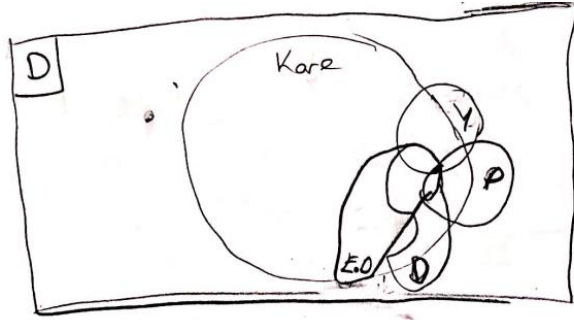
Fulya: *Evet. Kesiştikleri yerde bir şekil oluşturman lazım.*

Suna: ***Ama biz özelliklerine göre bunları kümeye döküyoruz.***

Fulya: *Biz de özelliklere göre döküyoruz. Bunların ortak şekil olması lazım. Kesişmesinden.*

Suna: ***Biz ortak bir şekil demiyoruz ama. Biz ortak bir özellik var.***

Hakan: ***İşte o ortak özellikten dolayı bir şekil oluşması lazım.***



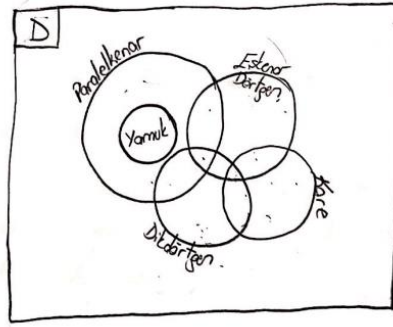
Şekil 36. Önder'in dörtgen kümesi

Şekil 36'dan da görüldüğü gibi Önder'in ele aldığı küme şekli anlaşılması zordur. Öğrencilerin bu kümeyi eleştirdikleri ana nokta dörtgenlerin kesişim bölgelerinde yeni dörtgenlerin oluşması gerektiğidir. Önder'in şekline eleştirilerde bulunup yeniden yapılandırmasını sağlamışlardır. Öğrenciler sorgulama sayesinde kavramsal bilgilerini derinleştirmişlerdir. Suna, dörtgen kümelerinin kesişim bölgelerinde de dörtgen yer alması fikrine itiraz etmiştir. Fulya ve Hakan kesişim bölgelerinde neden dörtgenler olması gerektiğini açıklamıştır. Ortaya çıkan fikirleri değerlendirip eleştirilerde bulunduklarından dolayı bu kısım risk alam eylemi altında incelenmiştir.

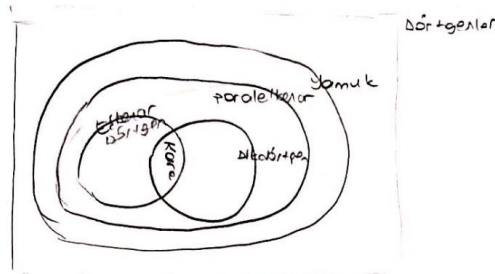
Verilen şekillerden dikdörtgen sınıflandırılması yapılırken Suna, daha önce kabul ettiği kare bir dikdörtgendir fikrini reddederek Fulya'ya karşı çıkmıştır. Dikdörtgenin tanımının 2 uzun kenar ve 2 kısa kenardan oluştuğunu ifade etmiştir. Sorgulama sürecinde Fulya Suna'nın bu tanımına karşı çıkarak dikdörtgenin böyle bir koşula sahip olmadığını belirtmiştir. Öğrenciler sorgulama ortamında fikirlere eleştirilerde bulunarak doğru bilgiye ulaşmaya çalışmışlardır. Öğrencileri fikirlerine yönelik eleştirilerde bulunduklarından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Dörtgenlerin bir küme yardımıyla ifadesini isteyen soruya karşılık Fulya, Suna'nın diyagramına itiraz etmiştir. Dörtgenleri aynı şekilde kümeyle ifade eden Suna, diyagramı farklı şekilde ifade edince Fulya bu duruma karşı çıkmıştır. Şekilde de görüldüğü gibi Suna, kare ve dikdörtgen arasında bağlantı kurmadığı için Hakan bu şekillerin ortak özellikleri yok mu diyerek karşı çıkmıştır. Suna'nın karşılık ifadesine

karşılık Fulya, anlaşılır olması açısından bu kadar karışık bir şekil olmayacağını ifade etmiştir. Suna, her paralelkenar eğer bir yamuksa biz neden ayrı isimlendirmeler yapıyoruz diyerek Fulya'nın diyagramına karşı çıkmıştır. Sorgulama süreci boyunca ortaya çıkan fikirler değerlendirip eleştirilerde bulunulduğundan dolayı bu süreç risk alma eylemi altında incelenmiştir.



Şekil 37. Suna'nın küme şekli



Şekil 38. Fulya'nın küme şekli

Cansu dikdörtgenin özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Cansu'nun bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz sorusuna karşılık Suna ifadenin doğru olduğunu belirtmiştir. Buna karşılık Hakan, dikdörtgen özel bir yamuksa alt kümesi olmalıdır diyerek karşı çıkmıştır. Suna, yamuğun özelliklerini arttırarak yamuk elde ettiğini söyleyince bu ifadeye Fulya itiraz etmiştir. Fulya, Suna'nın yamuk tanımında sadece 1 çift karşılıklı kenarın paralel olma koşulu olduğunu ama dikdörtgende 2 karşılıklı kenarın da paralel olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler sorgulama sürecinde

ortaya çıkan fikirlere yönelik eleştirilerde bulunduklarından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Emre kare ve dikdörtgenin paralelkenar olduğunu iddia ediyor. Nedenleriyle açıklayınız sorusuna karşılık Suna, karenin özelleşmiş bir küme olduğunu, kare ve dikdörtgende 90 derece olma durumunu ifade etmiştir. Paralelkenarda biraz değiştirilmiş hali olsa da tüm paralelkenarlar kare ve dikdörtgen değildir. Bunun üzerine Hakan karşı çıkarak, eğer özelleşmiş hali ise her kare ve dikdörtgen bir paralelkenar olmalıdır. O zaman Suna'nın kümesinde her kare ve dikdörtgen bir paralelkenar olamıyorsa bu düşünce yanlıştır şeklinde açıklama yapmıştır. Suna'nın ifadesine Hakan eleştirilerde bulunup açıklama yaptığından dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

Nil eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Katılıyor musunuz ifadesine karşılık Suna ifadede uyumsuzluk olduğunu dolayısıyla yanlış olduğunu belirtmiştir. Fulya sorular sorarak sorgulama sürecini devam ettirmiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Ben başlayayım. Ben katılmıyorum çünkü biz eşkenar dörtgene tüm kenarları eşit uzunlukta ama dikdörtgene sade karşılıklı kenarları eşit uzunlukta. Bunların kesişim noktası zaten kare oluyor. Eşkenar dörtgenin dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Uyumsuzluk var. O yüzden doğru değil.

Fulya: Bir şey söyleyebilir miyim? Sen tüm kenarları eşit diyorsun ya karşılıklı kenarları eşit olanlar tüm kenarları eşit olamaz mı?

Suna: Bence değil. Tüm kenarları eşit olan kare oluyor.

Fulya: Senin tanımına göre yanlış oluyor. Eşit olan dediğinde tüm kenarları da eşit alabilirsin.

Suna: 2 uzun 2 kısa kenarı olan diyorum ben. Benim tanımım böyle.

Suna, eşkenar dörtgenin tüm kenarlarının, dikdörtgenin ise karşılıklı kenarlarının eşit uzunlukta olduğunu belirtmiştir. Fulya, bu ifadeye karşı çıkarak karşılıklı kenarları eşit olan dörtgenlerde tüm kenar uzunlukları eşit olmaz mı diye sormuştur. Suna, Fulya'nın ifadesinin doğru olmadığını belirtmiştir. Fulya ve Suna ortaya çıkan fikirleri değerlendirip eksikleri ifade ettiklerinden dolayı bu kısım risk alma eylemi altında incelenmiştir.

4.2.5. Problem Çözme İçin Alternatif Yaklaşımların Değerlendirilmesi

Matematiksel sorgulama topluluğunun bir diğer özelliği, öğrencilerin problem çözme için alternatif yaklaşımların dikkate almaları, alternatif yaklaşımlar önermeleri ve bu yaklaşımları geliştirmeleridir. Bir süreç başarılı olduğunda öğrenciler sorgulamanın bittiğine karar vermektedirler. Oysa diğer fikirler daha iyi kavrayışlara, ek bilgilere ve başka çalışma alanlarına yol açabilmektedir.

Matematiksel sorgulama topluluğunun üyeleri, çözüm sürecinde atılan her adım için gerekçe sunabilmelidir. Bir öğrencinin bir fikri, yaklaşımı kabul etmesi veya reddetmesi için topluluğa nedenler vermesi gerekmektedir. Bu çalışmada öğrenciler alternatif yaklaşımlar sunarken daha çok benzer durumlarla ilişkilendirebilecekleri kavramları seçmişlerdir.

Dörtgen nedir sorusuna karşılık öğrenciler tanımlar yaparken Fulya yeni bir yaklaşım önermiştir. Aslında bu şekillerin zihnimizde kurguladığımız hayali şeyler olduğunu söylemiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Suna: Hakan ve Fulya'nın dediğini birleştiresek 4 köşede her biri 2 köşe ayrıştırarak şekilde bir şeklin kapanması diyebiliriz. Her bir doğru parçası 2 köşeye gelecek şekilde şekil oluşturmaktır.

Fulya: Aslında böyle bir şey yok. Aklımızda hayalimizde oluşturduğumuz çizgilerle, kurallar koyduğumuz şekiller yani. Çok kafamızdan geçenleri sözcüğe aktaramıyoruz ama herkesin aklında illa bir şekil canlanıyor. Kurallardan oluşan bir geometri.

Araştırmacı: Tamam. Ben de o geometrinin şekillerinden özel olarak dörtgeni ele almak istiyorum. Dörtgen diye bir geometrik şekil var. Evet, biz bunu hayal edebiliyoruz ama senin de dediğin gibi o dörtgeni sağlayan bazı şartlar var. Onun için bize dörtgen dendiğinde hepimizin aynı şeyi anlayabiliyor olması lazım. Çünkü belli kuralları sağlıyor.

Fulya: Diğer şekillerden ayıran özellikleri var. Onun için sınırlıyor. Dörtgen dediğimizde kafamızda bir şeyler canlanıyor.

Fulya, sorgulama sürecinde matematiğin yapısını anlamaya çalışarak yeni bir yaklaşım önermiştir. Suna, Hakan'ın ve Fulya'nın tanımlarının birleştirerek tanım yapmasından sonra Fulya, aslında bu şekillerin zihnin bir ürünü olduğunu belirtmiştir. Fulya'nın doğru cevaplara odaklanmak yerine, sorgulama sürecine, kavramlar arasındaki bağlantılara ve matematiğin yapısına odaklandığından dolayı bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.

Öğrenciler dörtgen tanımı üzerinde sorgulama yaparlarken aynı kâğıt üzerinde alınan noktalar olması gerektiğini vurgulamışlardır. Burada Fulya şekillerin kâğıtla sınırlı kalamayacağını belirterek yeni bir yaklaşım önermiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Suna dedi ki aynı kâğıt üzerinde olmak koşuluyla, Önder de dedi ki 4 tane doğru parçasının birleşmesi yeterli. Aynı kâğıt üzerinde olması benim için önemli mi?

Hakan: Önemli, çünkü o iki boyutlu bir şekildir dörtgenler. Eğer bir kâğıt bir düzlem üzerinde olmazsa 3 boyutlu bir şekle dönüşür.

Fulya: Sadece kâğıtlarda değil ama yeryüzündeki birçok yerde görebiliriz dörtgenleri. Kâğıda çizmekle sınırlandıramayız dörtgeni. Şekillerde de var. Yani sadece görmekle bakmanın arasındaki çizgiyi bulup kavrayarak bulabiliriz her yerde dörtgeni.

Öğrenciler sorgulama sürecinde, 2 boyutlu olacak şekilde yani aynı düzlem üzerinde çizilebileceğini belirtmişlerdir. Bunun üzerine Fulya, dörtgeni kâğıda çizerek sınırlandırma yapılamayacağını yeryüzünde birçok yerde görülebileceğini belirterek yeni bir yaklaşım önermiştir. Fulya'nın doğru cevaplara odaklanmak yerine, sorgulama sürecine, kavramlar arasındaki bağlantılara ve matematiğin yapısına odaklandığından dolayı bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.

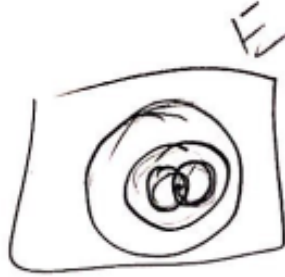
Öğrenciler eşkenar dörtgen tanımını sorgularken Hakan bir şey fark ettiğini belirtmiştir. Paralelkenarın aslında bir yamuk olduğunu, eşkenar dörtgenin de paralelkenarın özel bir durumu olduğunu ifade etmiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Hakan dedi ki 4 kenarı var ve bunlar birbirine eşit açılar 90 derece olmayacak.

Hakan: Akluma şimdi şöyle bir şey geldi. Şimdi fark ettiğim bir şey aslında bütün paralelkenarlar bir yamuk bana kalırsa eşkenar dörtgen paralelkenarın özel bir durumu yani aslında 90 derece de olabilir paralelkenarın çünkü kare de paralelkenarın özel bir durumu olabilir. Yani bunların hepsi birbirilerini kapsıyorlar. Kümeler şeklinde oluşturursak yamuk en başta daha sonra paralelkenar bunun bir alt kümesi, eşkenar dörtgen de paralelkenar kümesinin bir alt kümesi bütün özelliklerini barındırmadığı. Ama bazı özellikleri barındırdığı için.

Hakan sorgulama sürecinde, dörtgenleri kümeler yardımıyla ifade ederek yeni bir yaklaşım önermiştir. Şekil 38'de görüldüğü gibi eşkenar dörtgen nedir sorusunu cevaplarken Hakan, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini fark ederek bir küme çizmiştir. Tanımını yaptıktan sonra sorgulamaya devam eden Hakan dörtgenleri kümelerle ifade

ettiğinden dolayı bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.



Şekil 39. Hakan'ın eşkenar dörtgen nedir sorusunun olduğu bölümde cevap kâğıdına çizdiği şekil

Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir sorusu için sorgulama süreci devam ederken Suna, paralelkenarın 90 derece olamayacağını ifade etmiştir. Bunun üzerine Hakan Suna'ya yeni bir yaklaşım önermiştir. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Sen neden 90 derece olamayacağını düşünüyorsun?

Suna: Çünkü eğer 90 derece olursa kare ya da dikdörtgen olur ve bunların tanımları farklı.

Araştırmacı: Peki, kare ya da dikdörtgen olması paralelkenar olma koşulunu bozan bir durum mu?

Suna: Evet.

Hakan: Bunun atomlardan oluşuyor olması bunun kâğıt olmayacağı anlamına mı geliyor?

Hakan'ın daha önce kümeler yardımıyla ifade ettiği kare ve dikdörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğu fikrine Suna itiraz etmiştir. Bunun üzerine Hakan kâğıdın atomlardan oluşuyor olması kâğıt olmadığını mı gösterir diyerek kare ve dikdörtgeni kâğıdın yapıtaşı ile ilişkilendirmiştir. Matematiksel sorgulama topluluğunun üyeleri, çözüm sürecinde atılan her adım için gerekçe sunabilmelidir. Bir öğrencinin bir fikri, yaklaşımı kabul etmesi veya reddetmesi için topluluğa nedenler vermesi gerekmektedir. Hakan burada Suna'nın argümanına karşılık iyi bir neden sunduğundan dolayı bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.

Bütün komşu açıları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır önermesi için sorgulama süreci devam ederken Önder ifadenin yanlış olduğunu belirtip yeni bir yaklaşım önermiştir. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Önder: Ben bu ifadeye tamamen yanlıştır dedim. Ben şöyle bir şey düşündüm. **Sayma sayısı, doğal sayı tamsayı sonra rasyonel sayı, rasyonel olmayanlar ve evrensel küme. Karenin içinde 90 derece var tüm kenarları eşit var ama yamukta böyle bir şey yok. Yani bunu biz ayrı değerlendirmeliyiz.**

Fulya: Yamuğun bir sınırlandırması var.

Önder: 90 derece olamaz bir yamuk.

Hakan: Olabilir 90 derece olabilir.

Önder: Biz o zaman özel bir ad vermezdik.

Hakan: **O zaman biz doğal sayıya neden reel sayı diyoruz, özel bir isim vermemize gerek yok.**

Önder dörtgenleri sayı kümeleri ile ilişkilendirerek yeni bir yaklaşım önermiştir. Hakan ve Fulya Önder'in yaklaşımının doğru olmadığını belirtmişlerdir. Hakan bunun üzerine doğal sayılar ve reel sayılar üzerinden kare ve yamuk ilişkisini sorgulattığından dolayı bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz ifadesi için sorgulama süreci devam ederken yamuk tanımındaki farklılıktan dolayı alt küme ilişkisi kurmada öğrenciler arasında fikir ayrılığı olmuştur. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Hakan ve Fulya en az 1 diyor yani 1 ya da 2 paralellik olabilir demiş oluyor. Suna ve Önder sadece 1 paralellik var diyorsunuz. Doğru mu anlıyorum?

Suna: Evet.

Önder: Hakan 2 kenarı da paralel olan bir yamuk çizsene bana.

Fulya: Kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen.

Hakan: Sen buna zaten bir paralelkenar diyeceksin. Ben buna yamuğun bir alt kümesi olduğunu düşünüyorum.

Suna: Biz böyle düşünmüyoruz. Madem her paralelkenar bir yamuk neden onlara ayrı bir isim verelim ki?

Hakan: **Neden insanları siyah beyaz kızıl dereli diye ayırıyoruz ki?**

Suna: İşte bu senin tezini çürütüyor.

Hakan: Böyle düşün işte. Onları ayırmıyoruz muyuz siyah beyaz diye.

Fulya: Hepsi insan.

Hakan ve Fulya, Suna ile Önder'i ikna edebilmek için insanlar üzerinden yeni bir yaklaşım önermişlerdir. İnsanlar ırklarına göre sınıflandırılmış olsalar bile hepsi birer insandır diyen Hakan, kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin birer paralelkenar olduğu argümanını doğrulamaya çalışmıştır. Matematiksel sorgulama topluluğunun üyeleri, çözüm sürecinde atılan her adım için gerekçe sunabilmelidir. Bir öğrencinin bir fikri, yaklaşımı kabul etmesi veya reddetmesi için topluluğa nedenler vermesi gerekmektedir. Bu sebeple bu kısım problem çözme için alternatif yaklaşımların değerlendirilmesi altında incelenmiştir.

4.2.6. Sorgulama Prosedürlerini Sorgulama

Bu çalışmada sorgulama prosedürlerini sorgulama eylemine rastlanmamıştır. Çünkü sorgulama prosedürleri hipotez kurup, bu hipotezin doğruluğunun denenmesidir. Bu çalışmada hipotez kurmak için uygun problem olmadığından bu eyleme rastlanmadığı düşünülmektedir. Aynı zamanda sorgulama prosedürlerinin uygulanması ve sorgulanması üst bilişsel bir beceri olduğundan dolayı bu eylemin ortaya çıkmadığı düşünülmektedir.

4.2.7. Matematikçiler Gibi Matematik Yapma

Matematiksel sorgulama topluluğuna bir varsayım önerildiğinde, bir karşı örnek bulunana veya varsayım kanıtlanana kadar varsayım incelenmektedir. Schoenfeld (1987) matematikçilerin geliştirmesi gereken üç önemli üst biliş türüne dikkat çekmektedir: a) Bir problem çözücünün kendi düşünce süreci hakkında bilgisi, b) bir problem çözücünün öz düzenlemesi ve c) bir problem çözücünün inançları ve sezgileri (s. 190). Matematiksel sorgulama topluluğuna katılım, bu niteliklerin her birinin geliştirilmesine izin vermektedir. Öğrenciler, bu nitelikler tanıtıldığında ve uygulamaları yapıldığında daha iyi genel problem çözücü olmaktadır.

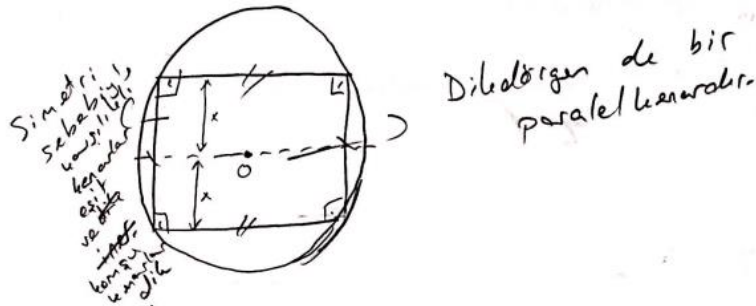
Bu çalışmada matematikçiler gibi matematik yapma eylemi sadece ispat alt bileşeni için iki yerde ortaya çıkmıştır. İspat alt bileşeni bir bilgiyi doğrulamak olarak tanımlanmıştır.

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık Hakan, kare ve dikdörtgenin birer paralelkenar olduğunu doğrulamıştır. Bu süreçte şöyle bir diyalog geçmiştir:

Hakan: Ben şimdi açıklayarak bir şey yapmak istiyorum. Çünkü siz büyük ihtimalle şey diyeceksiniz dikdörtgen ve kareyi nasıl çizebiliriz diye büyük ihtimalle soracaksınız ben direkt peşin peşin anlatmaya başlayayım. O merkezli bir çemberimiz olsun. Bir çapımız olsun. Bu çapa alt ve üst tarafta x mesafede olan 2 tane kenar çizelim. Bu kenarları sol taraflarından ve sağ taraflarından birleştirtince başlangıçtaki çizgiler zaten simetriden dolayı eşit olacak. O zaman çizdiğimiz kenarlarda birbirine eşit olacak 90 derece olacak böyle olunca bir dikdörtgen bazen bir kare oluyor ve baktığımız zaman dikdörtgende paralelkenardır. Bu sebepten dolayı paralelkenar çizilebilir.

Hakan burada 4 köşesi çember üzerinde olacak şekilleri aşamalı olarak anlatmıştır. Şekil 39'da görüldüğü gibi O merkezli bir çember çizip çapı oluşturmuştur. Çapa paralel olacak biçimde alt ve üst tarafta x mesafede doğru parçaları çizmiştir. Köşeler çember üzerinde olacak şekilde bu doğru parçalarının başlangıç ve bitiş noktalarını birleştirmiştir. Yan kenarların simetriden dolayı eşit olacağını söyledikten sonra kenar uzunluklarına göre kare ya da dikdörtgen oluşabileceğini belirtmiştir. Kare ve dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için bu şekillerin dolayısıyla paralelkenarın çizilebileceğini ifade etmiştir.

Hakan, bir problem çözücü olarak kendi düşünce süreci hakkında bilgisi yardımıyla kare ve dikdörtgen çizilebileceğini dolayısıyla da paralelkenar çizilebileceğini göstermiştir. Sorgulama sürecinde Hakan'ın bir önermeyi doğru bir biçimde doğrulaması, sorgulamanın matematiksel derinlik kazandırdığını göstermektedir.



Şekil 40. Hakan'ın cevap kâğıdı

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi sorusuna karşılık Hakan ve Fulya kare ve dikdörtgenin çizilebileceğini dolayısıyla paralelkenarın çizilebileceğini ifade etmişlerdir. Suna ve Önder ise paralelkenar çizilemeyeceğini belirtmişlerdir. Bunun üzerine araştırmacı hangi şekillerin çizilebileceğini sormuştur. Bu süreçte aralarında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: Peki, hangi şekiller çizilebilir?

Önder: Dikdörtgen çizilir de hocam şimdi karede şöyle bir şey var. Tam eşit oluyor mu onu bilmiyorum tam. Cetvel lazım bana.

Fulya: Kareyi çizemez misin?

Önder: Bilmiyorum benim çember biraz büyük olduğu için.

Fulya: Büyüklüğü çok önemli değil ama.

Suna: Şimdi biz kareyi çizdiğimizde şunların uzunlukları birbirine eşit diyoruz. Bunun etrafına bir daire çizdiğimizde karenin bir köşegeni dairenin çapı diyoruz. Buradan da dairenin alanını bulabiliriz. Bunu nasıl buluruz? Pisagora gideriz.

Araştırmacı: Alan neden hesaplıyoruz?

Suna: O kenar uzunluklarının eşit olup olamayacağına kararsız ya ben onu doğrulamaya çalışıyorum. Köşegen zaten çapı olacağı için.

Önder: Tamam, çizilebilir o zaman.

Matematiksel sorgulama topluluğuna bir varsayım önerildiğinde, bir karşı örnek bulunana veya varsayım kanıtlanana kadar varsayım incelenmektedir. Suna burada karenin köşelerinden geçen bir çember çizerek köşegen uzunluklarının eşitliğini göstermiştir. Yaptığı bu doğrulama sonrası Önder karenin de çizilebileceğini fark etmiştir.

Matematiksel sorgulama topluluğunda, aksiyomlar ve tanımlar topluluk tarafından yeniden incelenmeye açıktır. Ancak geriye kalan sorularda matematikçiler gibi matematik yapma eylemi ortaya çıkmamıştır. Bunun sebebi öğrencilerin varsayımları değerlendirme ve doğrulamaya sık başvurmamaları olabilir.

4.3. Ön Bilgilerin Sorgulama Sürecinde Gözlemlenme Durumları

Çalışmanın amacı kapsamında, katılımcıların dörtgenler konusunda sahip oldukları bilgilerin sorgulama sürecine etkisi de incelenmiştir. Bu noktada, sorgulama eylemlerini geliştirmede bu konuda sahip oldukları bilgilerin etkili olduğu

belirlenmiştir. Literatür incelendiğinde birçok araştırmada (De Villiers, 1998; Tall ve Vinner, 1981; Vighi, 2003) olduğu gibi bu araştırmada dörtgenleri tanımlarken katılımcılar formal tanımlardan çok kişisel tanımlarını kullanmış veya ortaya çıkmış tanım yapmamışlardır. Bu araştırmada, bireylerin oluşturduğu dörtgenlere dair kişisel tanımlar, bireylerin sorgulama sürecinde kullandıkları eylemlere dair ipuçları sağlamıştır.

Öğrencilerin dörtgenler ile ilgili ön bilgilerini belirlemek amacıyla ilk oturumda dörtgenlerin tanımları ve özelliklerine yönelik sorulara yer verilmiştir. Öğrencilerin dörtgen tanımından ziyade özellikleri sıraladıkları sonrasında bu özellikleri birleştirerek bir tanım yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler ele aldıkları dörtgen tanımlarını, diğer dörtgenlerle ilişkilendirmeden hariç tutan tanımlar şeklinde ifade etmişlerdir. Bu durum tanım soruları ilerledikçe oluşturdukları sorgulama topluluğunda, öğrencilerin daha çok diyalog kurmalarına ve risk almalarına sebep olmuştur. Çünkü öğrencilerden bir tanesi tanımlar hakkında konuşurken cevap kağıdında hariç tutan tanımlara yer vermesine rağmen aslında bu dörtgenlerin birbiri ile ilişkili olduğunu fark ederek kendini fikirlerini gözden geçirmiştir. Bu gözden geçirme sonrasında diğer öğrencilerin fikirlerine karşı çıkarak risk alma eylemini kullanmıştır. Bu risk alma eylemi öğrencilerin kendi fikirlerini gözden geçirmelerine sonrasında ise hatalarını düzeltmelerine sebep olmuştur. Öğrencilerin sahip olduğu yanlış bilgiler sorgulama sürecinde genellikle öğrencilerin iş birliği yapmasıyla çözülmüştür. Bir fikrin doğruluğunu göstermek için 2 yerde kanıt kullanılmıştır. Bu durum çalışma için çok önemlidir. Çünkü öğrenciler hiçbir müdahale olmadan kendileri bir önermeyi doğrulamak amacıyla matematikçiler gibi matematik yapma eylemini kullanmışlardır. Öğrencilerin bu eylemi çok fazla kullanmamalarının bazı sebepleri olabilir. Bunlar; kanıt yapma, doğrulama üst bilişsel becerilere yönelik olduğu için öğrencilerin kullanamaması, öğrencilerin doğrulamadan ziyade soruların doğru cevaplarıyla ilgilenmeleri ve sahip oldukları ön bilgilerin yanlış olması sonucu doğrulama yapamamaları olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin kapsayıcı tanımlara yer vermeleri de özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma sürecinde doğru yapıyı kurmalarını sağlamıştır.

Katılımcıların her birinin dörtgenler konusundaki bilgilerinin değişimini süreçte ele alacak olursak; Fulya'nın başlangıçta dörtgenlere ait sahip olduğu tanım ve özellik bilgileri düşünüldüğünde, oluşturulan sorgulama topluluğunda kazandığı deneyimler ile çalışmanın sonunda dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurabildiği görülmüştür. Bunun nedeninin Fulya, başlangıçta matematiksel tanımlar yapmaktan kaçınmasına rağmen sorgulama sürecinde hariç tutan tanımlar yapmaya başlamış olması olduğu düşünülmektedir. Sorgulama süreci ilerledikçe, daha fazla diyalog kurmuş ve bu süreçte hatalarını gözden geçirerek kendini düzeltmiştir. Fikirleri değiştikçe kapsayıcı tanımlara yer vermiştir. Kapsayıcı tanımlara yer verdikçe dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisi ile ilgili daha doğru yorumlar yapmıştır. Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini küme ve diyagram yardımıyla doğru bir şekilde ifade etmiştir. Sorgulama sürecinde Fulya, yanlış bilgilerden yola çıkarak kurduğu diyaloglar aracılığıyla doğru bilgiye ulaşmıştır. Fulya'nın sahip olduğu ön bilgiler sorgulama sürecinde yararlandığı eylem durumlarını da etkilemiştir. Fulya, süreç boyunca sıklıkla risk alma eyleminden faydalanmıştır. Sorgulama sürecinin başlarında tanım yapmadığı ya da yanlış tanım bilgisine sahip olduğu için sorgulama topluluğu üyeleri ile fikir ayrılıkları yaşamıştır. Sonrasında sorgulama topluluğu sayesinde doğru tanımları fark edip doğru ilişkilendirmeler yaptıkça bu sefer de yanlış ifadelerde bulunan diğer öğrencilere karşı risk alarak kendini ifade etmiştir. Başlangıçta tanım yapmaktan kaçınması, sorgulama süreci ilerledikçe tanımlar yapması, argümanlarını tanımlar aracılığıyla desteklemesi ve en sonunda doğru tanımlar yaparak doğru ilişkiler kurması sorgulama topluluğunun amacına ulaştığını göstermektedir.

Hakan, sorgulama sürecinin tamamında doğru tanımlar kullanıp, dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini çok önce kurmuş ve soruları bu yapı üzerinden yorumlamıştır. Bazı önermelerde yanlış ifadeler kullansa da sorgulama sürecinde risk alarak, diyalog kurarak hatalarını gözden geçirmiştir. Hakan'ın ön bilgilerinin doğru olması başlangıçta onu yalnız bırakmış ve diyalog yoluyla sık sık kendini açıklamıştır. Sık sık risk alarak diğer öğrencilere doğru tanım ve özellikleri anlatmak durumunda kalmıştır. Fulya'nın doğru tanım bilgisine ulaşmasından sonra Hakan sıklıkla Fulya ile iş birliği yapmıştır. Hakan aynı zamanda doğru kavramsal bilgiye sahip olduğu için hiyerarşik ilişkiyi de kolayca kurmuştur. Bununla birlikte argümanlarını desteklerken ara ara

matematiksel ispatlardan yararlanarak matematikçiler gibi matematik yapma eylemini kullanmıştır.

Suna, hariç tutan tanımlar yaparak sorgulama sürecine katılmıştır. Süreçte diyaloglar kurup, riskler alarak bazı özelliklerde ve dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurmada kendini gözden geçirdiği noktalar olmuştur. Yamuk tanımı için sadece 1 çift karşılıklı kenarın paralel olması fikrinden vazgeçmemiştir. Bu tanımdan kaynaklı olarak sorgulama sürecinde ortaya attığı fikirler dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurmada zorluk yaşamasına sebep olmuştur. Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini gösteren diyagramı doğru oluşturmaya rağmen kümeyi farklı oluşturmuştur. Genel olarak baktığımız zaman Suna, sorgulama süreci boyunca bazı yanlış fikirlerinden vazgeçmiştir. Suna'nın dörtgenlere dair ön bilgileri düşünüldüğünde Suna sorgulama sürecinde sıklıkla hatalarını gözden geçirip kendini düzeltme eylemini kullanmıştır. Suna'nın sahip olduğu hariç tutan tanımlar, dörtgenleri ilişkilendirmede yetersiz kalmış ve bu yüzden sıklıkla risk alma eylemini kullanmıştır. Risk aldığı durumlarda diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme eylemini kullanarak kendini ifade etmiştir. Suna sorgulama sürecinde tanımlar hakkında fikir değişiklikleri yapmış olsa da hiyerarşik ilişki kurmada zorluk yaşamıştır.

Önder'in dörtgenler konusunda sahip olduğu ön bilgiler düşünüldüğünde sorgulama süreci boyunca genellikle çekimser davranmıştır. Dörtgen tanımları için özellik sıralaması yapmıştır. Dörtgen ve yamuk farkının olmadığını düşünmüştür. Aynı şekiller olarak ele almıştır. Hariç tutan tanımlara daha yatkındır. Sorgulama süreci boyunca fikirlerinde çok değişiklik gözlenmemiştir. Süreçte ortaya atılan iddiaları düşünüp sonrasında eksikliklerini dile getirmiştir. Önder ara ara diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirmeye çalışmış bazen risk almış çoğu zaman da Suna ile iş birliği yapmıştır. Suna ile benzer ön bilgilere sahip olmaları onların iş birliği yapmasını kolaylaştırmıştır.

Öğrencilerin dörtgenleri konusunda sahip oldukları ön bilgiler incelendiğinde ön bilgilerin kullandıkları eylem durumları üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Örneğin, Suna ve Önder'in hariç tutan tanımları ele almaları sıklıkla iş birliği

yapmalarını sağlamıştır. Aynı zamanda kapsayıcı tanımları ele alan Hakan ile sık sık fikir ayrılığı yaşayarak risk alma eylemini kullanmışlardır.

Sorgulama süreci öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmada etkili olduğu gibi eksik ya da yanlış bilgilerin fark edilip düzeltilmesinde de etkili olduğu görülmüştür. Ön bilgiler sorgulama sürecini yönlendirirken aynı zamanda sorgulama süreci de öğrencilerin sahip oldukları bilgileri yeniden yapılandırmıştır. Öğrencilerin doğru olduğunu düşündükleri bilgiler ile soruları değerlendirmeye başladıklarında sorgulama süreci ilerledikçe hatalarını gözden geçirip kendi kendilerini düzeltmişlerdir. Bu durum sorgulama süreci açısından çok önemlidir. Çünkü öğrencilerin sahip oldukları ön bilgiler açığa çıkarılırken aynı zamanda doğru bir biçimde ilişkilendirilmesi de desteklenmektedir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde öncelikle bulgulardan elde edilen sonuçlar sunulmuş ve ardından çalışmanın sonuçları doğrultusundaki önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar

5.1.1. Öğrencilerin Özel Dörtgenler Hakkında Var Olan Bilgilerinin Değişimi

Bu çalışma kapsamında 10. Sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisini kurma sürecinde ortaya çıkan sorgulama eylemleri incelenmiştir. Ayrıca, 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin tanım ve özellikleri hakkındaki var olan bilgileri belirlenerek, sorgulama sürecine var olan bilgilerinin etkisi de belirlenmiştir.

Araştırma kapsamında, öğrencilere öncelikle özel dörtgen tanımları ve sahip oldukları özellikler sorulmuştur. Öğrenciler dörtgen nedir şeklinde soru sorulduğunda genel dörtgen tanımından ziyade özel dörtgenlerin tanımlarını ve sahip oldukları özelliklere değinmişlerdir. Öğrencilerin dörtgeni tanımlarken dörtgen çeşitlerinin sahip olduğu özellikleri kullandığı görülmüştür. Sonrasında yer alan yamuk nedir sorusunda öğrenciler tüm sorgulama süreci boyunca ortak bir tanım oluşturamamışlardır. Sorgulama sürecinde sorgulama topluluğu sayesinde özel dörtgenlerin tanımlamalarında değişiklikler olmasına rağmen yamuk tanımında öğrencilerin fikirleri çok değişmemiştir. Yamuk tanımında yer alan ‘en az bir karşılıklı kenarın paralel olması’ ve ‘sadece 1 çift kenarın paralel olması’ durumunda fikir birliğine varılmadığı için çalışma boyunca öğrenciler bu konuda fikir ayrılıkları yaşamışlardır. Öğrencilerin yamuk tanımı için yaşadıkları bu fikir ayrılığı sorgulama süreci boyunca farklı eylemleri kullanmalarına sebep olmuştur. Aynı tanımı savunan öğrenciler iş birliği yaparak argümanlarını savunurlarken, farklı tanımları savunan öğrenciler arasında çoğunlukla risk alma eylemi ortaya çıkmıştır.

Paralelkenar tanımında öğrenciler başlangıçta ortak bir tanıma sahip ve sahip olduğu özellikler konusunda da diğer dörtgenlere göre daha çok fikir birliğine vardıkları görülmüştür. Eşkenar dörtgen nedir sorusunda öğrenciler iki farklı fikir sunmuşlardır. Öğrencilerden bazıları eşkenar dörtgenin karenin 45 derece

döndürülmüş hali olduğunu dolayısıyla karenin aynısı olduğunu belirtmişlerdir. Benzer olarak, Tüknüklü, Alaylı ve Akkaş'da (2013) çalışmasında öğretmen adaylarının eşkenar dörtgen ile karenin farklarını ortaya koyma açısından sorun yaşadıklarını belirlemişler. Bazı öğrenciler ise eşkenar dörtgenin sahip olduğu özelliklerden bahsettikten sonra karenin de bir eşkenar dörtgen olduğu fikrini belirtmişlerdir. Bu çalışmada, sorgulama topluluğunda katılımcılar ilk kez kapsayıcı tanımı eşkenar dörtgen ile karenin ilişkisinde ortaya koymuşlardır. Eşkenar dörtgen için sorgulama süreci devam ederken öğrencilerden biri ele alınan dörtgenlerin hepsini ilişkilendirmiştir. Bu ilişkilendirmeyi küme şeklinde ve doğru biçimde yaparak aslında öğrencinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Sorgulama topluluğunda, hiyerarşik bilgiye sahip olan öğrenci, diğer öğrencilere karşı risk alarak hatalarını gözden geçirmelerini sağlamıştır. Sorgulama topluluğu sayesinde öğrenciler bilgi paylaşımında bulundukça birbirlerine karşı risk alarak doğru bilgiyi ayırt etmeye çalışmışlardır. Sorgulama topluluğunda yer alan öğrenciler ele aldıkları fikirleri sorgulayarak doğru bilgiye ulaşip doğru ilişkilendirmeler yapmaya çalışmışlardır. Bu sorgulama sürecinde öğrencilerin hatalarını fark ederek düzeltmeleri öğrencilerin kavramsal bilgiyi edinmeleri ve kavramlar arası ilişkilendirmeler yapmaları için çok önemli olduğu görülmüştür.

Sorgulama topluluğunda, dikdörtgen tanımına geçildiğinde de öğrenciler dikdörtgeni kare ile ilişkilendirilerek özelliklerinden söz etmişlerdir. Kare için de özel dörtgenler içinde en fazla kurala sahip olan dörtgen tanımını kullanarak özelliklerinden bahsetmişlerdir. Öğrenciler, kare ve dikdörtgen için aralarındaki ilişkiyi fark edip hiyerarşik olarak ele almışlardır. Bu duruma paralel olarak Karakuş ve Erşen (2016), sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenleri nasıl tanımladıklarını belirlemeye çalıştığı çalışmanın sonucunda da kare, dikdörtgen ve paralelkenar için hiyerarşik düzeyde tanımlama yapabildiklerini belirlemiştir. Öğrencilerin kare, dikdörtgen ve paralelkenar özelliklerine daha aşina olmaları dolayısıyla bu dörtgenlerin sahip oldukları özellikler yönünden ele alındığında ortak fikre sahip olmaları ve aynı zamanda sorgulama süreci sayesinde hiyerarşik ilişkinin daha iyi ortaya çıktığı düşünülmektedir.

Şimşek (2019) öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı tam olarak algılayamadıklarını ve yanlış ilişkilendirmeler kurduklarını ortaya çıkarmıştır. Yapılan araştırmada bu duruma paralel olarak, iki öğrenci sorgulama süreci boyunca özel dörtgenleri ilişkilendirmeden bütün şekilleri bağımsız olarak ele almışlardır. Öğrencilerin sahip oldukları bu tanımlar ve özellikler sorgulama sürecini doğrudan etkilenmiştir. Öğrencilerin sahip oldukları ön bilgiler sorgulama sürecini yönlendirmiştir. Kapsayıcı tanıma sahip olan ve ilişkilendirme yapabilen öğrencilerin özel dörtgenlerin hiyerarşik olarak ifade edilmesi istenen sorularda zorluk yaşamadıkları ve nedenleri ile küme ve diyagramlarını ifade ettikleri görülmüştür. Ancak özel dörtgenleri ilişkilendirmeyerek ayrı ayrı olarak ele alan öğrencilerin hiyerarşik ilişkiyi kurmakta güçlük yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu öğrenciler hiyerarşik ilişkiyi küme şeklinde doğru çizmelerine rağmen nedenlerini açıklamakta güçlük çekmişlerdir. Nedenlerini açıklarlarken diğer öğrencilerin risk almasıyla bazen kendilerini gözden geçirip hatalarını düzelttikleri görülmüştür. Sorgulama süreci ön bilgilerin ışığında ilerlerken aynı zamanda bu bilgiler süreçte şekillenmiştir.

Usiskin ve arkadaşları (2008), “Dörtgenlerin Sınıflandırılması: Bir Tanım Çalışması” adlı kitaplarında kapsayıcı ve hariç tutan (dışlayıcı) olmak üzere iki tanımdan bahsetmişlerdir. Kapsayıcı tanım hiyerarşik sınıflamaya olanak sağlayan tanım olduğunu belirtmiştir. Yapılan bu çalışmada da kapsayıcı tanım kullanmayan öğrencilerin hiyerarşik ilişki kurmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ancak oluşturulan sorgulama topluluğu sayesinde öğrencilerin tanımları süreçte değişiklik göstermiştir. Sorgulama topluluğu sayesinde öğrenciler yeni ilişkiler fark edip özellikleri keşfetmişlerdir.

Öğrencilerin sahip oldukları ön bilgiler incelendiğinde özel dörtgenlerin tanımları ve özellikleri düşünüldüğünde öğrencilerin tanım yapma ya da tanımın ifade ettiği durumu anlama konusunda zorluk yaşadıkları fark edilmiştir. Bunun yanında öğrenciler dörtgenleri ilişkilendirmeden birbirinden hariç olarak ele almaya daha yatkın oldukları görülmüştür. Sürecin başından beri yalnızca bir öğrenci şekilleri kapsayıcı olarak ele almıştır. Öğrencilerden bir tanesi başlangıçta tanımları hariç olarak ele almasına rağmen sorgulama süreci ilerledikçe, sorgulama topluluğu

sayesinde fikirlerini değiştirip özel dörtgenleri birbiriyle ilişkilendirmiştir. Sorgulama sürecinde kurduğu diyaloglar, risk alması öğrencinin kendini gözden geçirip hatalarını düzeltmesini sağlamış ve hatalarını düzelten öğrenci doğru bilgiye ulaşmıştır.

5.1.2. Sorgulama Sürecinde Ortaya Çıkan Sorgulama Eylemleri

Bu çalışmada öğrencilerin en çok kullandıkları eylem iletişim ortamı sağladığından dolayı diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme olduğu görülmektedir. Burbules (1993), diyalogun kendi aramızda kabul edilebilir cevapları, uygulanabilir çözümleri tanımlamak için elimizdeki en iyi araç olduğuna değinmiştir. Öğrencilerin iletişim kurması ve ortak bir anlam oluşturma çabası diyalog eylemi sayesinde gerçekleşmiştir. Öğrenciler düşüncelerinin güvenilirliğini belirlemeye yardımcı olmak için diğer öğrencilerle fikirleri hakkında diyalog kurmuşlardır. Diyalog yoluyla, öğrenciler fikirlerinin diğer öğrencilere anlamlı gelip gelmediğini, anlam ifade eden başka açıklamalar olabileceğini veya yanlış anlamalar neticesinde düzeltmeler olabileceğini fark etmişlerdir.

Öğrencilerin fikirleri, matematiğe nasıl çalıştıklarına dair topluluğa sundukları ifadeler diyalogu harekete geçirmiştir ve buna karşılık diyaloglar öğrencileri kendi anlamlarını yaratmaya teşvik etmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini topluluğa açık bir şekilde ifade etme riskini almaları sorgulama topluluğu için gereklidir çünkü fikirler diyalogu canlandırmıştır, farklı fikirler topluluğun fikir birliğine ihtiyaç duyduğunu göstermiştir ve topluluğun sorgulama sürecini ilerletmiştir.

Siegrist'in kavramsal modeline ek olarak sorgulama sürecinde eylemleri değerlendirmede kullanılabilecek model detaylandırılmıştır. Kavramsal modele ek olarak bu çalışmada diyalog eyleminin alt bileşenleri belirlenmiştir. Bu alt bileşenlere Tablo 21'de yer verilmiştir.

Tablo 21

Diyalog eyleminin alt bileşenleri

Tanımlama yapma	Öğrencilerin diyalog sürecinde matematiksel kavramların tanımlarını kullanma durumlarını içermektedir.
-----------------	--

Bilginin anlaşılması	Verilen soruda yer alan matematiksel durum ve kavramların anlaşılması ve bunların ifade edilmesi şeklinde belirlenmiştir.
Karşılaştırma	Yapılan tanımların farklı ya da benzer yönlerinin kıyaslanması ile özelliklerin birbiri ile ilişkileri veya kıyaslanması olarak ortaya çıkan durumları içermektedir.
Onaylama	Öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini desteklemeleri şeklinde belirlenmiştir.
Bilginin sentezlenmesi	Yapılan tanımların birleştirilmesi, verilen ya da ifade edilen özelliklerin birleştirilmesi şeklinde tanımlanmıştır.
Fikir önerme	Sorgulama sürecinde ifade edilen konu hakkında yeni bir bilgi, özellik ortaya atılmasını içermektedir.
Soru-cevap	Diyalogun sorular aracılığıyla devam etmesi durumunda ortaya çıkan eylemleri kapsamaktadır.
Örnek verme	Özellikleri ya da kavramlar hakkında örnekler yardımıyla matematiksel anlayışa katkı sağlanan durumları içermektedir.
Bilginin yorumlanması	Ortaya çıkan fikirlerin ilişkisinin kurulması, özelliklerin değerlendirilmesi sürecindeki eylemleri tarif etmektedir.

Bu çalışmaya göre öğrenciler diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirirken bilgiyi yorumlayarak ortaya çıkan fikirleri ilişkilendirmişlerdir. Öğrencilere yöneltilen sorgulama temelli soruların yoruma açık olması bu alt bileşenin en çok kullanıldığını göstermektedir. Öğrenciler daha sonra bilginin anlaşılması alt bileşeninden soruda yer alan matematiksel durum ve kavramların anlaşılması amacıyla yararlanmışlardır. Sorgulama temelli sorularda verilen bilgilerin yorumlanması, bilginin anlaşılmasına olanak sağladığı görülmüştür. Bilginin anlaşılmasından sonra en çok ortaya çıkan alt bileşen soru-cevap olmuştur. Bunun sebebinin öğrencilerin birbirilerini yeterince tanınamasından dolayı ifade ettikleri bilgilerin doğru anlaşıldığından emin olmak istemeleri olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler, diyalog yoluyla matematik anlayışı oluşturlarken sorular ve bunlara verilen yanıtlar üzerinden sorgulama sürecini ilerletmişlerdir.

Soru-cevap bileşeninden sonra en çok ortaya çıkan alt bileşen tanımlama yapma alt bileşeni olmuştur. Öğrenciler diyalog yoluyla matematik anlayışı oluştururken kavramların tanımlarından yararlanmışlardır. Aynı zamanda fikirlerini desteklemek amacıyla ya da akranlarının fikirlerini eleştirmek amacıyla da tanımlama yapma alt bileşenini kullanmışlardır. Tanımlama yapma alt bileşeninin bu kadar çok

ortaya çıkma sebebi doğrudan tanım sorulan soruların olmasından dolayı ve hazırlanan sorgulama temelli sorularda öğrenciler argümanlarını desteklemek için tanımlardan yararlanmaya ihtiyaç duymalarından kaynaklandığı ortaya çıkmıştır. Tanımlama yapmadan sonra karşılaştırılma alt bileşeni, yapılan tanımların ya da ele alınan özelliklerin benzer ya da farklı yönlerini ortaya çıkarmak amacıyla öğrencilerin kullandıkları bir bileşendir. Öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini desteklemek amacıyla bilgiyi onaylayarak matematiksel anlayışlarını oluşturmaya devam etmişlerdir. Sorgulama sürecinde öğrenciler, yapılan tanımların birleştirilmesi, verilen ya da ifade edilen özelliklerin ilişkilendirilmesi sürecinde bilgiyi sentezlemişlerdir. Bilginin sentezlenmesi alt bileşeninin az ortaya çıkmasının sebebinin öğrencilerin kavramlar arası bağ kurmada zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Sorgulama sürecinde en az ortaya çıkan 2. Alt bileşen fikir önermedir.

Öğrenciler sorgulama sürecinde konu ile ilgili yeni bir özellik ya da bilgi paylaşıırken fikir önerme alt bileşeni kullanmışlardır. Öğrenciler genel olarak yeni fikirler önermek yerine var olan fikirler üzerinden akıl yürütmeler yapmışlardır. Diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirirken öğrencilerin en az yararlandığı alt bileşen örnek verme olmuştur. Öğrencilerin örnek verme alt bileşeninin çok fazla kullanılmalarının sebebinin dörtgenlerin formal tanım ve özelliklerine odaklanmış olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Sorgulama topluluğu oluşturularak yapılan başka çalışmalarda, bu çalışmada kullanılan model geliştirilebilir. Bu çalışmaya benzer olarak, gelecek çalışmalar farklı matematik konuları üzerinde çalışarak var olan bileşenleri detaylandırabilir veya ortaya çıkan eylemler genişletebilir.

Öğrenciler kendi fikirlerinin ve argümanlarının doğruluğunu göstermek için ikinci olarak en çok risk alma eylemini kullanmışlardır. Öğrencilerin kişisel değerlerini kendi fikirlerinin kabulüne bağlamamaları için deneyim kazanmaları gerektiğini (Siegrist, 2005) ve fikirlerinin eksik ya da yanlış olabileceğini değerlendirmek zorunda oldukları için (Robertson, 1999) risk alma eyleminin önemli bir sorgulama eylemi olduğu görülmüştür.

Beghetto (2009), risk alma eylemini doğruluğundan emin olunmayan fikirleri paylaşma, soru sorma, yeni ve alternatif çözüm yolları deneme konusunda istekli olma şeklinde ifade etmektedir. Bu çalışmada risk alma eylemi daha çok fikirler arasında anlaşmazlıklar yaşandığında ortaya çıkmıştır. Öğrenciler, sorgulamayı ilerletmek için fikirlerini açıkça ifade etme riskini göze almışlardır. Herkese açık olarak ifade edilen tüm fikirler diyalogu teşvik etmiştir ve diyalog aracılığıyla öğrencilerin sorgulamaları gelişmiştir. Sorgulama topluluğundaki öğrenciler, varsayım ve iddialarda bulunmayı, diğer öğrencilerin fikirlerini eleştirmeyi ve fikirlerini savunmayı riske atmışlardır. Risk derecesi öğrencilerin kişiliğine, matematiksel uzmanlıklarına ve fikirlerini topluluğa açıkladıkları durumun türüne bağlı olduğu görülmüştür. Bu çalışmada risk alma eylemi, fikirleri eleştirmek ya da öğrencilerin diğer fikirleri reddetmesi şeklinde ortaya çıkmıştır.

Risk almadan sonra en çok ortaya çıkan eylem iş birlikçi problem çözme eylemi olmuştur. İş birlikçi problem çözme eylemi öğrencilerin açıklamalarda bulunmalarını sağlayarak kendi anlamlarını yaratmalarını desteklemiştir. Öğrenciler, problemi çözmek için, bir problemi anlamaya çalışmak ve bir çözüme doğru ilerleme sağlayıp sağlamadıklarını belirlemek de dahil olmak üzere eylemlerini birçok şekilde sorgulamak zorunda kalmışlardır. İşbirlikçi problem çözme ile uğraşan öğrenciler, problemleri başlangıçta diyalog yoluyla araştırmak ve çözüm yollarındaki ilerlemelerinin makul olup olmadığı konusunda topluluk üyeleriyle sorgulayarak doğru bilgiye ve doğru ilişkilendirmeye ulaşmaya çalışmışlardır. Öğrenciler, sadece sorgulama temelli soruları cevaplayıp, sorgulamalarının yanında bir cevapla ilgili bir anlaşmazlık olduğunda diyalog yoluyla fikir birliğine varmışlardır. Schoenfeld'in (1987), bu nitelikteki işbirlikçi problem çözmenin öğrencileri matematik kültürüne yönlendirdiğini belirtmiştir.

Bireylerin matematiksel problemleri çözmek için gruplar halinde çalışmaları, iş birliği yapmaları, çözüm yollarını geliştirmeleri ve daha sonra oluşturdıkları çözümleri topluluğa sunarak eleştirel bir biçimde fikirlerini değerlendirmelerine olanak sağlamaktadır (Clarke, 1997; Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, vd., 1991). Bu

çalışmada da iş birliği, öğrencilerin bir fikri güçlendirmek ya da bir fikrin yanlışlığını ortaya çıkarmak için en çok kullandıkları 3. eylem olmuştur.

Olarak en çok ortaya çıkan eylem öğrencilerin hatalarını gözden geçirip kendilerini düzeltmeleridir. Fikirler arasındaki bir çatışma diyalog yoluyla çözüldüğünde, kendi kendini düzeltme eylemi gerçekleşmiş olmaktadır. Gregory (2002), kendi kendini düzeltmenin aynı zamanda öğrencinin bir bilginin doğruluğunu kendine göstermesi olduğunu belirtir. Öğrenciler kendi bilgi ve yorumlarının eksik ya da yanlış olduğunu fark edip fikirlerini değiştirdikleri görülmüştür. Bu durum iki şekilde ortaya çıkmıştır. Bunlardan biri öğrencilerin sahip oldukları fikirleri kendi kendilerine değiştirmeleridir. Diğer ise akranlarının yönlendirmeleriyle fikir değiştirmeleridir. Öğrenciler, sorgulama topluluğunda ifade ettikleri düşünceleri kabul ettiremediklerinde ya da düşüncenin yanlış ya da eksik olduğu diğer öğrenciler tarafından açıklandığında kendilerini gözden geçirip hatalarını düzeltmişlerdir. Öğrencilerin kendilerini gözden geçirip hatalarını düzeltmeleri tüm oturumda benzer sıklıkta ortaya çıkmıştır. Öğrenciler, sorgulama sürecinde savundukları fikrin yanlış olma ihtimalini göze almışlardır. Öğrenciler yeterince derin düşünmediklerinde ya da bir konu hakkındaki bilgileri yetersiz kaldığında risk alma eylemi daha çok ortaya çıkmıştır. Soruları cevaplayan veya matematikle ilgili iddialarda bulunan öğrenciler, katkılarının topluluk tarafından reddedilme olasılığı ile her zaman karşılaşmışlardır.

Öğrencilerin dörtgenler için ön bilgileri olmasına rağmen sorgulama süreci sayesinde kendi anlamlarını yarattıklarında farklı kavramsal bakış açıları oluşturmuşlardır. Bu yüzden sorgulama sürecinde 5. En çok kullandıkları eylem alternatif yaklaşımların önerilmesi, geliştirilmesi eylemi olmuştur. Öğrencilerin alternatif yaklaşımlarla fikirlerini desteklemeleri sorgulama topluluğu deneyimini her birey için daha zengin hale getirdiği düşünülmektedir (Siegrist, 2005). Sorgulama topluluğunda, öğrencilere kendi matematiksel anlamlarını oluşturmada fırsat verildikçe öğrencilerin sahip oldukları bilgileri keşfettikleri ve bu bilgileri ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Bu nedenle, kendi anlamlarını ya da matematiksel

bilgilerini yaratma özgürlüğüne sahip öğrenciler, fikir alışverişi yapabilecek bir kitle yani sorgulama topluluğu oluşturmanın gerekli olduğunu göstermiştir.

Alternatif yaklaşımlar önerilmesi ve geliştirilmesi, öğrencilerin hatalarını gözden geçirip kendilerini düzeltmelerinden sonra en az ortaya çıkan eylem olmuştur. Öğrencilerin doğru cevaplara odaklanmaları yerine, sorgulama sürecine, kavramlar arasındaki bağlantılara ve matematiğin yapısına odaklanmaları gerekmektedir (Lakatos, 1976; Peressini ve Knuth, 2000; Tymoczko, 1985). Bu eylemin az ortaya çıkmasının sebebinin öğrencilerin konuları ve kavramları ilişkilendirme alışkanlıklarının pek olmamasından kaynaklandığı görülmektedir.

Öğrenciler alternatif çözümler sunduklarında, topluluk üyeleri sorgulanan konuyu anlama fırsatlarını genişletmişlerdir. Alternatif yaklaşımlar öğrencilerin matematiği kendi anlamalarına getirmeye çalışmasından kaynaklandığı görülmüştür. Öğrenciler oturumlarda benzer sıklıkta kendini gözden geçirme- hatalarını düzeltme eylemini kullanmışlardır ve bu durum çoğunlukla zayıf fikirlerin daha güçlü fikirlerle değiştirmişlerdir. Öğrenciler sorgulama temelli soruları yanlış yorumladıklarında ya da yanlış/eksik bilgilerde kendilerini düzeltme eylemini kullanmışlardır. Öğrenciler sorgulama topluluğunda yer alan diğer öğrencilerin eleştirilerini dinleyip kendilerini gözden geçirmişlerdir. Bu gözden geçirme sonrasında fikirlerinin yanlış olduğunu fark edip doğru fikirle değiştirmişler ya da kendi argümanlarına kanıt oluşturarak ya da örnekler sunarak fikirlerini savunmuşlardır. Öğrenciler genellikle sorgulama topluluğunda yer alan diğer öğrencilerin fikirlerini dinledikten sonra kendi fikirlerini gözden geçirmişlerdir. Bu sorgulama süreci sayesinde kendi kendini düzelten öğrenciler daha dikkatli bir şekilde argümanlarını savunmuşlardır. Çözümlerini, fikirlerini kontrol ettikten sonra topluluk üyeleri fikrin doğru olduğuna karar verdiyse öğrenciler fikir birliğine vararak devam etmişlerdir. Bu çalışmada öğrenciler alternatif yaklaşımlar sunarken daha çok benzer durumlarla ilişkilendirebilecekleri kavramları seçmişlerdir.

En az ortaya çıkan eylem ise matematikçiler gibi matematik yapma eylemidir. Bunun sebebi matematik yapmanın üst bilişsel bir durum olması ve öğrencileri ispat ve doğrulama yapma alışkanlıklarının olmaması olduğunu düşünülmektedir. Bu

çalışmada matematikçiler gibi matematik yapma eylemi sadece ispat yapma olarak iki yerde ortaya çıkmıştır. İspat yapma bir bilgiyi doğrulamak olarak tanımlanmıştır.

Bu çalışmada sorgulama prosedürlerini sorgulama eylemine rastlanmamıştır. Çünkü sorgulama prosedürleri hipotez kurup, bu hipotezin doğruluğunun denenmesidir. Bu çalışmada hipotez kurmak için uygun problem olmadığından bu eyleme rastlanmadığı düşünülmektedir. Aynı zamanda sorgulama prosedürlerinin uygulanması ve sorgulanması üst bilişsel bir beceri olduğundan dolayı bu eylemin ortaya çıkmadığı düşünülmektedir.

Bu çalışmada öğrenciler müfredatta yer alan bir konu ile uygulama yapmış olsalar da sorgulama topluluğu sayesinde ortak bir matematik kültürü paylaşarak matematiğin zenginliğini fark etmişlerdir. Aynı zamanda öğrenciler matematiği kendi terimleriyle görme ve ifade etme şansı yakalamışlardır. Bu durum sorgulama topluluğun öğrencilere kendi matematik kültürlerini oluşturmak için fırsat sunduğunu göstermektedir.

Sorgulama sürecinde tek tek eylemler araştırılırken aynı zamanda bu eylemlerin birbiri ile ilişkileri göz önünde bulundurulmuştur. Sorgulama eylemlerinin birbirine etkisine bakıldığında diyalog yoluyla matematik anlayışı geliştirme eylemi öğrenciler arasında iletişim sağladığı için diğer eylem durumları için bir araç olmuştur. Risk alma eylemi kullanıldıktan sonra öğrenciler ya hatalarını gözden geçirip kendilerini düzeltmişlerdir ya da risk alarak sorgulama sürecini devam ettirmişlerdir. Risk alma eylemi aynı zamanda iş birliği için de ortam hazırlamıştır. Öğrenciler kendi fikirlerine yakın buldukları fikirleri destekleyerek aynı zamanda farklı fikirlere karşı da risk almışlardır. Bu durumlar bu çalışmanın temel amacı değildir fakat gelecek çalışmalarda sorgulama sürecinde kullanılan eylemlerin birbiri ile ilişkisi, eylemlerin birbirini nasıl etkilediği araştırılarak bu çalışmanın devamı olarak alana katkı sağlanabilir.

5.2. Öneriler

Bu araştırmanın sonuçları dörtgenlerin hiyerarşik ilişkisinin kurulması sürecinde matematiksel sorgulama topluluğunun etkili olduğunu göstermiştir. Bu

bağlamda öğrencilerin kavramlar arası ilişkilendirmeleri kendilerinin kurmasına olanak sağlayan sorgulama ortamları hazırlanmasının matematik öğrenmeyi güçlendireceği düşünülmektedir. Bu kısımda kastedilen sorgulama ortamı aslında öğrencilerin kendilerini rahat ifade edebilecekleri bir sorgulama topluluğunun oluşturulmasıdır. Bu bağlamda, gelecek çalışmalarda farklı matematik konularında ve farklı seviyelerde öğrenciler için sorgulama topluluğu oluşturularak yapılacak çalışmaların alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yapılan çalışma kapsamında, öğrencilerin kendi fikirlerini anlatıp sorgulayabileceği matematiksel sorgulama topluluklarında bireylerin sahip oldukları bilgileri farkında olma ve doğru/yanlış bilgiyi ayırt etme farkındalıklarının arttığı gözlemlenmiştir. Öğrencilere diyalog aracılığıyla matematiksel anlayışlarını geliştirebilecekleri sorgulama toplulukların var olan bilgilerini düzeltme ve geliştirmede etkili olacağı düşünülmektedir.

Sorgulama topluluğu sayesinde öğrencilerin herhangi bir konu ve seviyede sahip oldukları ön bilgiler belirlenebilir. Ön bilgilerin belirlenmesi öğrencilerin yeni konu ve kavramlarla karşılaştıklarının daha kolay adapte olup ilişkilendirmeler yapmaları açısından önemlidir. Ortaya çıkan ön bilgiler eksik ya da yanlış olduğu durumlarda sorgulama temelli sorular yardımıyla bu eksikler veya hatalar giderilebilir. Bu çalışmada özel dörtgenler için öğrencilerin sahip oldukları eksik yanlış ön bilgilerin çoğunun giderildiği gözlemlenmiştir. Yapılacak olan yeni çalışmalarda farklı bir konu için sorgulama topluluğu oluşturularak öğrencilerin hatalı ön bilgileri araştırılarak söz konusu durum geliştirilebilir.

Öğrenciler sorgulama süreci sayesinde kendileri de sahip oldukları fikirleri fark etme şansı bulmuşlardır. Daha önce üzerinde düşünmedikleri ya da ilişkilendirmedikleri kavramları ilişkilendirerek kavramsal anlamalarını geliştirmişlerdir. Bir konuda hazırlanacak sorgulama temelli soruların öğrencilerin ilişkilendirme becerilerini geliştireceği gözlemlenmiştir. Bu sebeple gelecek çalışmalar için kavramlar arası ilişkilerin kurulması gereken konular başta olmak üzere diğer konular için de sorgulama topluluklarının oluşturulup öğrencilerin sorgulama temelli sorularla meşgul edilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Yapılan bu çalışmada öğrencilere herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Öğrenciler sorgulama süreçlerini kendileri yönetmişlerdir. Bu çalışmanın devamı olarak öğretim deneyi gibi yöntemler kullanılarak araştırmacı kontrolünde etkili çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, bu çalışmada hazırlanan sorgulama temelli sorular çeşitlendirilebilir. Örneğin bu sorulara eklenecek olan bir modelleme sorusu ya da aşamalı çözüm gerektiren bir problem bir başka deyişle kapsamlı sorularla yeni bir matematiksel sorgulama topluluğu oluşturularak öğrencilerin sorgulama süreçlerinin incelenebileceği düşünülmektedir.

Bu çalışma seçilen dört öğrenci ile ders dışı bir ortamda yürütülmüştür. Bu durum çalışmanın sınırlılığı olarak görülebilir. Dolayısıyla, bu çalışmanın devamı olarak benzer bir uygulama sınıf ortamına taşınarak daha kalabalık gruplarda sorgulama süreci incelenebilir.

KAYNAKÇA

- Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. ve Yıldırım, E. (2010). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri spss uygulamalı (6. Baskı)*. Sakarya: Sakarya Yayıncılık.
- Aktaş, M. C., ve Aktaş, D. Y. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretim programı, ders ve öğrenci çalışma kitaplarında dörtgenler arasındaki ilişkilerin anlatımının incelenmesi. *Education Sciences*, 7(2), 848-858.
- Artigue, M. ve Blomhøj, M. (2013). Conceptualising inquiry based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797-810.
- Artigue, M. ve Maaß, K. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: A synthesis. *ZDM*, 45(6), 779-795.
- Aydıner, Y. Ve Ubuz, B., (2017). Measuring striving for understanding and learning value of geometry: a validity study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 1072-1086.
- Balgalmış, E. ve Işık-Ceyhan, E. (2019). Dörtgenlerin ilişkilendirme becerisinin gelişimine yönelik öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin erişim düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10 (1), 130-156 .
- Ball, D. ve Lampert, M. (1995). *Mathematics, teaching and multimedia: Investigations of real practice*. New York: Teachers College Press.
- Barron, B. ve Darling-Hammond, L. (2010). Prospects and challenges for inquiry-based approaches to learning. D. Hanna et al. (Ed.), *The nature of learning: Using research to inspire practice* (s. 199–225). Paris: OECD.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, Vol. 2, (s. 843–908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

- Beghetto, R.A. (2009). Correlates of intellectual risk taking in elementary school science. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(2), 210-223.
- Bicknell-Holmes, T. ve Hoffman, P. S. (2000). Elicit, engage, experience, explore: Discovery learning in library instruction. *Reference Services Review*, 28(4), 313-322.
- Boaler, J. ve Humphries, C. (2005). *Classroom connections: Cases of mathematics inquiry in a middle school classroom*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Bowen, Glenn A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40.
- Burbules, N. (1993). *Dialogue in teaching*. New York: Teachers College Press
- Bütüner, S. Ö., ve Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 43-56.
- Charmaz, K. ve Mitchell, R. G. (2001). Grounded theory in ethnography. P. Atkinson, A. Coffey ve S. Delamont (Ed.), *Handbook of ethnography* (s. 160–174). London: Sage.
- Chmiliar, I. (2010). Multiple-case designs. A. J. Mills, G. Eurepas ve E. Wiebe (Ed.), *Encyclopedia of case study research* (s. 582-583) içinde. USA: SAGE Publications.
- Clarke, D. (1997). The changing role of the mathematics teacher. *Journal of Research in Mathematics Education*, 28(3), 278-305.
- Clements, D. H. (2003). *Learning and Teaching Measurement (2003 Yearbook)*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: NCTM.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. ve Perlwitz, M. (1992). A follow-up assessment of a second-grade problem-centered mathematics project. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 483-504.

- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatly, G., Trigatti, B. ve Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second grade mathematical project. *Journal for Research in Mathematics Eduaction*, 22, 3-29.
- Cobb, P., Yackel, E. ve Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 2-23.
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. Baskı). London and Newyork: Routledge Publishing.
- Corbin, J. ve Strauss, A. (1990). Grounded theory research: procedures, canons, and evaluative criteria. *Qualitative Sociology*, 13(1), 3–21.
- Cooney, T. J. ve Lin, F. L., (2011). *Making sense of mathematics teacher education*. Springer Science & Business Media.
- Corbin, J. ve Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (3. Baskı). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (2. Baskı). USA: SAGE Publications.
- Çakmak Gürel, Z. ve Okur, M. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerileri: Yamuk örneği. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 5 (4) , 140-161.
- Da Ponte, J. P. (2001). Investigating mathematics and learning to teach mathematics. In *Making sense of mathematics teacher education* (s. 53-72). Springer, Dordrecht.
- Davey, L. (1991). The application of case study evaluations. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 2(9).

- Davis, R. B., Maher, C. A., ve Noddings, N. (1990). Suggestions for the improvement of mathematics education. *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*, 187-191.
- Davison, I. ve Pratt, D., (2003). Interactive Whiteboards and the Construction of Definitions for the Kite. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 31-38.
- De Corte, E., Verschaffel, L. ve Depaepe, F. (2008). Unraveling the relationship between students' mathematics-related beliefs and the classroom culture. *European Psychologist*, 13(1), 24–36.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A.Oliver & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Volume 2, s. 248-255). University of Stellenbosch: Stellenbosch.
- Denzin, N. K. (1970). *The research act: A theoretical introduction to sociological methods*. New York: Aldine.
- DES (1982) *Mathematics Counts*. Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools under the chairmanship of W. H. Cockcroft. London: HMSO.
- Dewey, J. (1916). Nationalizing education. *Journal of Education*, 84(16), 425-428.
- Erickson, F. (1992). The interface between ethnography and microanalysis. M. D. LeCompte, W. L. Millroy ve J. Preissle (Ed.), *The handbook of qualitative research in education* (s. 201–225) içinde. San Diego, CA: Academic Press.
- Engeln, K., Mikelskis-Seifert, S., ve Euler, M. (2014). Inquiry-based mathematics and science education across Europe: A synopsis of various approaches and their

potentials. In *Topics and trends in current science education* (pp. 229-242). Springer, Dordrecht.

Erşen, Z. B ve Karakuş, F., (2016). Sınıf öğretmeni adaylarının bazı dörtgenlere yönelik tanımlama ve sınıflamalarının incelenmesi. *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1).

Fawcett, H. (1938). *The nature of proof [1938 yearbook of the national council of teachers of mathematics]*. New York: Columbia University Teachers College Bureau of Publications.

Fernandez-Balboa, J. ve Marshall, J. (1994). Dialogical pedagogy in teacher education: Toward an education for democracy. *Journal of Teacher Education*, 45(3), 172-182.

Freudenthal, H. (1971) Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3 (3/4), 413-435.

Fuglestad, A. B. (2007). Teaching and teachers' competence within ICT (Information and Communication Technology) in mathematics in a community of inquiry. *International Group for the Psychology of Mathematics Education Proceedings. Seoul, Korea*.

Fuys, D., Geddes, D., ve Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 3, i-196.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.

Fujita, T. ve Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.

- Fujita, T. ve Okazaki, M. (2007, July). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 41-48).
- Fibonacci (2012a). *Learning through inquiry*, (<http://fibonacci.uni-bayreuth.de/resources/resourcesfor-implementing-inquiry.html>).
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 258–291.
- Gregory, M. (2002). Constructivism, standards, and the classroom community of inquiry. *Educational Theory*, 52(4), 397 - 408.
- Harlen, W. (2012). Inquiry in science education. Resources for implementing inquiry in science and mathematics at school. <http://fibonacci.uni-bayreuth.de/resources/resources-for-implementing-inquiry.html> adresinden alınmıştır.
- Harlen, W. (2013). *Assessment & Inquiry-Based Science Education: Issues in Policy and Practice*, Published by the Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP).
- Hancock, R.D. ve Algozzine, B. (2006). *Doing case study research*. New York: Teachers College Press.
- Harpaz, Y. ve Lefstein, A. (2000). Communities of thinking. *Educational Leadership*, 58(3), 54-57.
- Hershkowitz, R., Ben-Chaim, D., Hoyles, C., Lappan, G., Mitchelmore, M., ve Vinner, S. (1990). Mathematics and cognition: *A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95).
- Horzum, T. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(1), 1- 30.

- Jaworski B. (2003). Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: Towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. *Educational Studies in Mathematics* 54, 249 – 282.
- Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. London: Falmer Press.
- IAP (2010). Taking Inquiry-Based Science Education into Secondary Education. Report of a global conference, (<http://www.sazu.si/files/file-147.pdf>).
- Kahn, P., ve O'Rourke, K. (2005). Understanding enquiry-based learning. *Handbook of Enquiry & Problem Based Learning*, 1-12.
- Kiczek, R. D. (2000). *Tracing the development of probabilistic thinking: Profiles from a longitudinal study*. (Unpublished doctoral dissertation) Rutgers University, New Brunswick.
- Kondratieva, M. F. ve Radu, O. G. (2009). Fostering connections between the verbal, algebraic, and geometric representations of basic planar curves for student's success in the study of mathematics. *The Mathematics Enthusiast*, 6(1&2), 213-238.
- Krainer, K., ve Goffree, F. (1999). European Research in Mathematics Education: Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education: *On Research in Mathematics Teacher Education*.
- Kazak, S., ve Paksu, A. D. (2019). Dörtgenleri simetri perspektifinden inceleyen öğretmen adaylarının geometrik düşüncelerindeki değişim: Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen tanımı örnekleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(3), 1421-1451.
- Kennedy, N., ve Kennedy, D. (2011). Community of philosophical inquiry as a discursive structure, and its role in school curriculum design. *Journal of Philosophy of Education*, 45(2), 265-283.

- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-63.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven: Yale University Press.
- Lakatos, I. (1976). Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery. New York: *Cambridge University Press*.
- Leikin, R. ve Winicki-Landman, G. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. *For the learning of Mathematics*, 20(1), 17-21.
- Leikin, R. ve Zazkis, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.
- Lin, F-L. ve Cooney, T. J. (2001). *Making sense of mathematics teacher education*. The Netherlands: Kluwer.
- Maher, C. A. (2002). How students structure their own investigations and educate us: what we've learned from a fourteen year study. In: A. D. Cockburn, & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the Twenty-Sixth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 31-46). Norwich, UK: School of Education and Professional Development, University of East Anglia.
- Maher, C. A., ve Martino, A. M. (2000). From patterns to theories: conditions for conceptual change. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(2), 247-271.
- Maher, C. A. ve Martino, A. M. (1996a). The development of the idea of mathematical proof: a 5-year case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 194-214.
- Maher, C. A., Martino, A. M., ve Davis, R. B. (1996b). Young children's development of mathematical proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 81-112.

- Maher, C. A. ve Speiser, R. (1997). How far can you go with block tower? Stephanie's intellectual development. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(2), 125–132.
- Maher, C. A., Pantozzi, R. S., Martino, A. M., Steencken, E. P. ve Deming, L. S. (1996). Analyzing students' personal histories: Foundations of mathematical ideas. *Paper presented at the American Educational Research Association*, New York, NY.
- Masingila, J. ve Moellwald, F. (1993). Using Polya to foster a classroom environment for real-world problem solving. *School Science and Mathematics*, 93(5), 245–249.
- Mason, J., Burton, L. ve Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. New York: Adison-Wesley.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179–196.
- Nardi, E. (1996). *The novice mathematician's encounter with mathematical abstraction: tensions in concept-image construction and formalisation*. (Unpublished doctoral dissertation). Oxford: University of Oxford.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

- National Research Council (NRC). (2012). *Inquiry and the National Science Education Standards: A Guide for Teaching and Learning* Washington, D.C: National Academy Press.
- Newell, R. J. (2003). Passion for learning. How project-based learning meets the needs of 21st Century students. *The Scarecrow Press*: Lanham, Maryland, and Oxford.
- OECD (2000). Measuring Student Knowledge and Skills: A new Framework for Assessment (Paris: OECD).
- OECD (2004) Problem Solving for Tomorrow's World – First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003 [Electronic version]
- Özdemir Erdoğan, E. ve Dur, Z. (2014). Matematik öğretmenlerinin kişisel figür kavramları ve dörtgenler hakkında sınıflamaları. *Avustralya Öğretmen Eğitimi Dergisi*, 39 (6), 8.
- Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (s. 249-272). Ankara: Pegem Akademi.
- Patton, W., Milton, Berne, L. A., J., Hunt, L. Y., Wright, S., Peppard, J., ve Dodd, J. (2000). A qualitative assessment of Australian parents' perceptions of sexuality education and communication. *Journal of Sex Education and Therapy*, 25(2-3), 161-168.
- Peirce, C. S. (1958). *Collected Papers: Science and philosophy and Reviews, correspondence, and bibliography* (Vol. 7). Belknap Press of Harvard University Press.
- Pereira-Mendoza, L. (1993). What is a quadrilateral? *Mathematics Teacher*, 86, 774–776.
- Peressini, D. ve Knuth, E. (2000). The role of tasks in developing communities of mathematical inquiry. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 391-396

- Piaget, J. (1973). *The child and reality: Problems of genetic psychology*. (Trans. Arnold Rosin). Grossman.
- Polya, G. (1945) *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Polya, G. (1954). *Induction and analogy in mathematics*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Powell, A. B. (2003). “*So let’s prove it!*”: *Emergent and elaborated mathematical ideas and reasoning in the discourse and inscriptions of learners engaged in a combinatorial task*. (Unpublished doctoral dissertation) The State University of New Jersey, Rutgers.
- PRIMAS. (2012). *Promoting inquiry in mathematics and science across Europe*. Erişim adresi: <http://www.primas-project.eu>
- Rapley, T. (2007). *Doing conversation, discourse and document analysis*. London: Sage.
- Robertson, E. (1999). The value of reason: Why not a sardine can opener? *Philosophy of Education Archive*, 1-14.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H. ve Hemmo, V. (2007). *Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe* (EU 22845). Brussels: Office for Official Publications of the European Communities.
- Schoenfeld, A. H. (1985) *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What’s all the fuss about metacognition? A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (s. 189-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370.

- Schoenfeld, A. H. (1996). In fostering communities of inquiry, must it matter that the teacher knows “the answer”? *For the Learning of Mathematics* 16(3), 11-16.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.
- Schwarz, B. B. ve Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 362-389.
- Siegrist, R. (2005). *A community of mathematical inquiry in a high school setting* (Unpublished Doctoral Dissertation). Montclair State University, Upper Montclair, NJ.
- Splitter, L. ve Sharp, A. (1995). *Teaching for better thinking: The classroom community of inquiry*. Melbourne: Australian Council for Educational Research.
- T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, (2018). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı. Erişim adresi: <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Tall, D., ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Tican, C. (2013). *Yansıtıcı düşünmeye dayalı etkinliklerin öğretmen adaylarının yansıtıcı düşünme becerilerine, eleştirel düşünme becerilerine, demokratik tutumlarına ve akademik başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 4(1), 18-22.

- Türnüklü, E., Akkaş, E. N., ve Alaylı, F. G. (2013). Mathematics teachers' perceptions of quadrilaterals and understanding the inclusion relations. In *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (s. 705-714). Antalya, TURKEY.
- Türnüklü, E., Akkaş, E. N., ve Gündoğdu-Alaylı, F. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgen algılarına yönelik bir çalışma. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Kitapçığı*, (s.27-30). Niğde, TÜRKİYE.
- Tymoczko, T. (1985). *New directions in the philosophy of mathematics*. Boston: Birkhauser.
- Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D. ve Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Von Glasersfeld, (1984). *The invented reality*. New York: Norton.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim (Çev. S. Durmuş). *Ankara: Nobel Yayıncılık*.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*. A. Kozulin (Çev. ve Ed.) Chambridge, MA: MIT Press.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65–79). *Kluwer Academic Publications*.
- Wells, G. (1999). The zone of proximal development and its implications for learning and teaching. *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*, 313-334.
- Willis, J. (2010). *Learning to love math: Teaching strategies that change student attitudes and get results*. Alexandria, Virginia: ASCD.

- Van Hiele, P. M. (1999). Begin with play. *Teaching children mathematics*, 6, 310-316.
- Vighi, P. (2003). The triangle as a mathematical object. *European Research in Mathematics Education III Congress Proceedings, Bellaria, Italy, 28 February-3 March, 1-10.*
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (6. Baskı)*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. (3. Baskı). California: Sage Publications.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2. Baskı). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications. Design and methods*, (6. Baskı). Sage, Thousand Oaks, CA.
- Zeybek Şimşek, Z. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler ve geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflandırma düzeylerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10 (3) , 680-710
- Zilkova, K. (2015). Misconceptions in pre-service primary education teachers about quadrilaterals. *Journal of Education, Psychology and Social Sciences*, 1, 2015.

EKLER

EK 1.Odak Grup Görüşme Formu

Soru 1:

1. Dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

2. Yamuk nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

3. Paralelkenar nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

4. Eşkenar dörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

5. Dikdörtgen nedir? Bildiğiniz tüm özelliklerini yazınız.

6. Kare nedir? Bildiğiniz tüm özellikleri yazınız.

Soru 2: Aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olma durumlarını göz önüne alarak nedenleriyle açıklayınız.

1. Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen her zaman paralelkenardır.

2. Tüm komşu kenarları birbirine dik ve eşit uzaklıkta olan dörtgen her zaman yamuktur.

3. Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paralel ve dik olabilir.

4. Karşılıklı kenarları paralel olan ve 2 tane dar, 2 tane geniş açıya sahip olan dörtgen sadece paralelkenardır.

5. Tüm kenarları birbirine eşit olan dörtgen her zaman eşkenar dörtgendir.

6. Bütün komşu açıları bütünler olan dörtgen her zaman paralelkenardır.

Soru 3:

En az 3 kenar uzunluğu birbirine eşit olan ve en az bir çift kenarı birbirine paralel olan dörtgen/dörtgenler nelerdir? Açıklayınız.

Soru 4:

- 2 çift eşit uzunluklu komşu kenarı vardır.
- En az 1 çift karşılıklı kenarları eşittir.
- Köşegenlerden biri diğerin dik ortalar.
- Dik ortalayan köşegeni, bir çift karşılıklı açının açıortayıdır.
- Açıortay olan köşegen kendisinin simetri eksenidir.

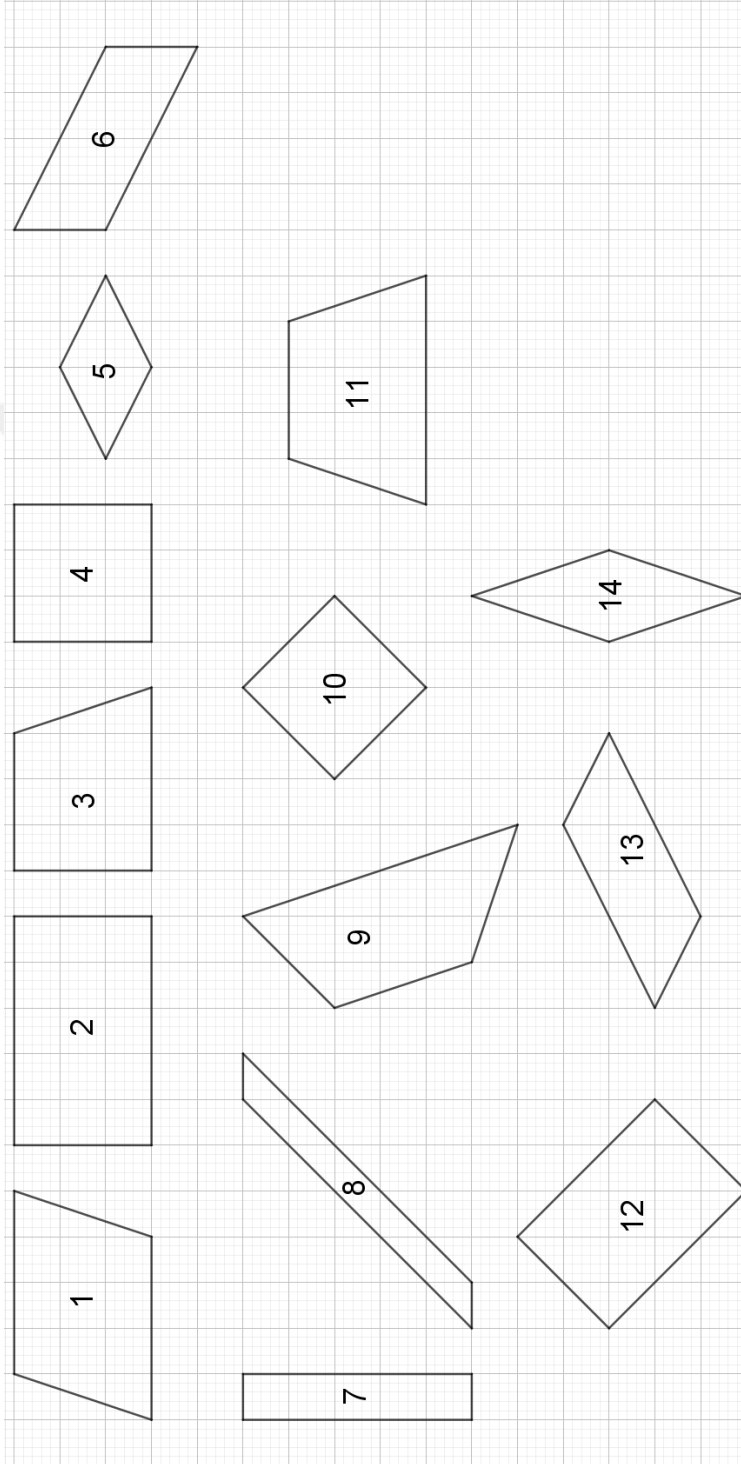
Yukarıda verilen özelliklerin hepsini sağlayan dörtgen veya dörtgenler nelerdir?

Soru 5:

Tüm köşeleri çember üzerinde olan bir paralelkenar çizilebilir mi? Çizerek açıklayınız.



Soru 6:



Yamuk	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.

Paralelkenar	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.

Eşkenar Dörtgen	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.

Dikdörtgen	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.

Kare	Dörtgen Numaraları	Nedenleri açıklayınız.

Soru 7:

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz.

Soru 8:

Ele aldığınız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir küme çiziniz.

Soru 8:

1) Cansu, dikdörtgenin özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Cansu'nun bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.

2) Ufuk, paralelkenarın özel bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Ufuk'un matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.

3) Emre, kare ve dikdörtgenin bir paralelkenar olduğunu ifade ediyor. Emre'nin matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.

- 4) Nil, eşkenar dörtgenin bir dikdörtgen olduğunu ifade ediyor. Nil'in matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.

- 5) Evrim, dikdörtgenin özel bir kare olduğunu, karenin de özel bir yamuk olduğunu ifade ediyor. Evrim'in bu matematiksel ifadesine katılıyor musunuz? Tartışınız. Nedenleriyle açıklayınız.

Soru 9:

Ele aldığımız dörtgenleri düşünerek birbiri ile ilişkilerini açıklayan bir şema (diyagram) çiziniz.

EK 2. Gönüllü Katılımcı Onam Formu

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURULU

BİLGİLENDİRİLMİŞ ONAM FORMU

Bu formun amacı katılmanız rica edilen araştırma ile ilgili olarak sizi bilgilendirmek ve katılmanız ile ilgili izin almaktır.

Bu kapsamda “10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamalarının incelenmesi” tarafından **gönüllü katılımcılarla** yürütülmektedir. Araştırma sırasında sizden alınacak bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçlı kullanılacaktır. Araştırma sürecinde konu ile ilgili her türlü soru ve görüşleriniz için aşağıda iletişim bilgisi bulunan araştırmacıyla görüşebilirsiniz. Bu araştırmaya **katılmama** hakkınız bulunmaktadır. Aynı zamanda çalışmaya katıldıktan sonra çalışmadan **çıkabilirsiniz**. Bu formu onaylamanız, **araştırmaya katılım için onam verdiğiniz** anlamına gelecektir.

Araştırmayla İlgili Bilgiler:

Araştırmanın Amacı: 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamalarının incelenmesidir.

Araştırmanın Nedeni: Amaç doğrultusunda matematik eğitim alanındaki literatüre katkı sağlamak, öğrencilerin sorgulama süreçlerinde yaralandıkları bileşenleri nedenleriyle belirleyebilmek için tasarlanmıştır.

Süresi: Kasım ve Aralık 2019 (4 haftalık uygulama sürecinde her hafta 2 saat olmak üzere toplamda 8 saat uygulama yapılması planlanmaktadır)

Araştırmanın Yürütüleceği Yer: Buca Fatma Saygın Anadolu Lisesi

Uygulama Süreci: Öğrenciler ile odak grup görüşmelerinin kendi okullarında ders saatleri dışında yapılması planlanmaktadır. Görüşmeler sırasında öğrencilerin yanıt ve düşüncelerini kayıt altında almak amaçlı video kaydı yapılacaktır. Yapılacak olan video kaydı öğrencilere odaklı olmayıp sadece cevap kağıtlarına odaklanacak ve çözüm süreçlerinin takibi sağlanacaktır. Diğer bir deyişle, öğrencilerin yüzleri video kaydında yer almayacaktır. Tüm süreçte öğrencilerin kimlikleri gizli tutulacak ve gerektiği durumlarda takma isimler kullanılacaktır.

Çalışmaya Katılım Onayı:

Katılmam beklenen çalışmanın amacını, nedenini, katılmam gereken süreyi ve yeri ile ilgili bilgileri okudum ve gönüllü olarak çalışma süresince üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma ile ilgili ayrıntılı açıklamalar sözlü olarak araştırmacı tarafından yapıldı. Bu çalışma ile ilgili faydalar ve riskler ile ilgili bilgilendirildim.

Bu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının (Islak imzası ile)

Adı-Soyadı:

İmzası:

Araştırmacının

Adı-Soyadı: Özge ÇOBAN

e-posta: ozgecoban@outlook.com

İmzası:

Ek 3. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “Odak Grup Görüşme Formu” adıyla, Kasım ve Aralık 2019 ayları boyunca 4 haftalık uygulama sürecinde her hafta 2 saat olmak üzere toplamda 8 saat uygulama yapılması planlanmaktadır.

Araştırmanın Hedefi: 10.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenlerin hiyerarşik ilişki kurma sürecinde sorgulamalarının incelenmesi hedeflenmektedir.

Araştırma Uygulaması: Odak grup görüşmesi şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Öğrenciler ile odak grup görüşmelerinin kendi okullarında ders saatleri dışında yapılması planlanmaktadır. Görüşmeler sırasında öğrencilerin yanıt ve düşüncelerini kayıt altında almak amaçlı video kaydı yapılacaktır. Yapılacak olan video kaydı öğrencilere odaklı olmayıp sadece cevap kağıtlarına odaklanacak ve çözüm süreçlerinin takibi sağlanacaktır. Diğer bir deyişle, öğrencilerin yüzleri video kaydında yer almayacaktır. Tüm süreçte öğrencilerin kimlikleri gizli tutulacak ve gerektiği durumlarda takma isimler kullanılacaktır.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hisse derse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Çalışmaya katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Özge ÇOBAN

İletişim bilgileri : ozgecoban@outlook.com/05064361074

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.... / /

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası:

Ek 4. Etik İzin



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.22500859
Konu : Araştırma İzni

14.11.2019

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b) 31/10/2019 tarihli ve 2733 sayılı yazınız.
c) 13/11/2019 tarihli ve 22404260 sayılı Valilik Onayı.

Üniversiteniz Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı 2018950117 numaralı öğrencisi Özge ÇOBAN'ın; "10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sorgulamalarının İncelenmesi" konulu tez çalışması için kullanacağı ölçekleri, Müdürlüğümüz Buca İlçesine bağlı Buca Anadolu Lisesi, Buca Fen Lisesi, Buca Sosyal Bilimler Lisesi 10. Sınıf Öğrencilerine uygulama isteği ilgi (c) Valilik Onayı ile uygun görülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç iki hafta içinde Araştırmanın Teslimine İlişkin Taahhütname Tutanağı doldurulup, araştırmanın CD'ye aktarılması sağlanarak Müdürlüğümüze gönderilmesi gerekmektedir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

İlker ERARSLAN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Bir nüshasını elden teslim aldım.

Özge Çoban 21.11.2019 JLM

Ek:

- 1- Valilik Onayı (1 sayfa)
- 2- Araştırma Değerlendirme Formu
- 3- Anket Formları
- 4- Taahhüt Formu

Aslı ile aynıdır.
5070 sayılı yasa ile
elektronik ortamla onaylanmıştır.
...../...../20.....

Adres: Fevziye Paşa mht. 452 sk. no:15 konak/ İZMİR
Elektronik Ağ:
e-posta: strateji35_1@meh.gov.tr

Bilgi için: Dudu ALP Bilgisayar İşletmeni
Tel: 0 (232) 280 36 31
Faks: 0 ()

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksozgu.meh.gov.tr> adresinden 4993-8c72-3b74-b06d-730f kodu ile teyit edilebilir.

Ek 5. Okul İzinleri



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.02-E.22404260
Konu : Araştırma İzni

13/11/2019

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 355862610.06-E.12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b)Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 31/10/2019 tarihli ve 2733 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı 2018950117 numaralı öğrencisi Özge ÇOBAN'ın ; " 10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sorgulamalarının İncelenmesi " konulu tez çalışmasını Müdürlüğümüz Buca ilçesine bağlı Buca Anadolu Lisesi, Buca Fen Lisesi, Buca Sosyal Bilimler Lisesi 10. Sınıf Öğrencilerine uygulama isteği ilgi (b) yazı ile belirtilmektedir.

Söz konusu ölçeklerin uygulanmasının, yukarıda adı geçen okullarda 2019-2020 Eğitim öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumu yöneticilerinin uygun gördüğü şekilde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Dr. Ömer YAHŞİ
Millî Eğitim Müdürü

Ek:
Araştırma Değerlendirme Formu,
Anket Formları

OLUR
13/11/2019

Erhan GÜNAY
Vali a.
Vali Yardımcısı

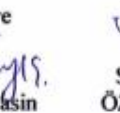
T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Özge ÇOBAN
Kurumu / Üniversitesi	Dokuz Eylül Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bölümü
Araştırma yapılacak iller	İzmir
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Buca Anadolu Lisesi, Buca Fen Lisesi, Buca Sosyal Bilimler Lisesi 10. Sınıf Öğrencileri
Araştırmanın konusu	10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sargulamalarının İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	----
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sargulamalarının İncelenmesi (YÜKSEK LİSANS TEZİ)
Veri toplama araçları	Kişisel Bilgi Formu, Açık uçlu sorular formu
Görüş istenilecek Birim/Birimler	----
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
İlgi: Milli Eğitim Bakanlığı'nın 22/08/2017 tarihli ve 3558626-10.06-e.12607291 sayılı Araştırma, yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Konulu, 2017/25 Sayılı Genelgesi.	
Genelge gereğince; araştırma başvurusu olması gereken nitelikler açısından incelenmiş olup, araştırmanın 2019-2020 öğretim yılında eğitim öğretimi aksatmayacak ve eğitim kurumları yöneticilerinin uygun gördüğü şekli ile yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir	
Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhallif üyenin Adı ve Soyadı: ----	Gerekçesi; -----

KOMİSYON

07/11/2019

(Başkan)	Üye	Üye	Üye	Üye
				
Beyhan GÖKDEMİR Şube Müdürü (Başkan)	Nurdan MARAL Öğretmen Üye	Selahattin ANIK Öğretmen Üye	Dr. Yasin KAYIŞ Öğretmen Üye	Sezgi ÖZCAN IŞIK Öğretmen Üye

Ek 6. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Özge ÇOBAN		
E-postası/Web Sayfası	ozgecoban@outlook.com		
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı			
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	Matematik Öğretmenliği	2012-2017
Tez Başlığı	10. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişki Kurma Sürecinde Sorgulamalarının İncelenmesi		
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Melike YİĞİT KOYUNKAYA		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.) Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

