



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM FAKÜLTESİ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**11. SINIF YABANCI UYRUKLU ÖĞRENCİLERİN AKIL
YÜRÜTME VE İSPAT BECERİLERİNDE MATEMATİKSEL
DİLİN ETKİLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tuğçe KESİCİ

Danışman: Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK

TOKAT- 2024

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK danışmanlığında hazırlamış olduğum “11. Sınıf Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerinde Matematiksel Dilin Etkilerinin İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans/ Doktora tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

.../.../...

Tuğçe KESİCİ

İmza

JÜRİ KABUL VE ONAY

Tuğçe Kesici tarafından hazırlanan “11. Sınıf Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerinde Matematiksel Dilin Etkilerinin İncelenmesi” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 31/10/2024 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen Jüri tarafından Oy Birliği ile Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı Soyadı)

İmzası

Üye (Başkan) : Doç. Dr. Elif Kılıçoğlu

.....

Üye : Doç. Dr. Seher Sultan Yeşilkaya

.....

Üye : Doç. Dr. Zülfiye Zeybek Şimşek

.....

ONAY

...../...../.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖNSÖZ

Yüksek lisans sürecimde derslerine katılmaktan büyük keyif duyduğum, akademisyenliğini ve rehberliğini kendime örnek aldığım, araştırmanın her aşamasında bana yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Zülfiye Zeybek Şimşek'e teşekkür, sevgi ve saygılarımı sunarım. Tez sürecimde bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan Doç. Dr. Seher Sultan Yeşilkaya ve Doç. Dr. Elif Kılıçoğlu'na teşekkür ederim.

Hayatım boyunca her zaman en büyük destekçim olan eğitimim için büyük emekler veren canım babam Aslan Kesici'ye ve canım annem Hatice Kesici'ye en içten teşekkürlerimi sunarım. Canımın içi kardeşlerim İsmail Kesici ve Begüm Kesici'ye bu kadar güzel kardeş oldukları ve hep yanımda oldukları için teşekkür ederim. Tez sürecimin her aşamasında yanımda olan desteğini hissettiğim değerli yol arkadaşım Öğr. Gör. Bilal İnan'a teşekkürü borç bilirim.

Araştırmamı destekleyen Gaziantep Şahinbey ilçe milli eğitim müdürlüğüne, bana her türlü imkânı sağlayan okuluma ve araştırmaya gönüllü katılan öğrencilerime teşekkür ederim.

Son olarak vazgeçmeyip büyük emekler verdiğim tezimi tamamladığım için kendime teşekkür ederim.

Tuğçe Kesici
Tokat, 2024

ÖZET

11. SINIF YABANCI UYRUKLU ÖĞRENCİLERİN AKIL YÜRÜTME VE İSPAT SÜRECİNDE MATEMATİKSEL DİLİN ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Kesici, Tuğçe

Yüksek Lisans, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK

Ağustos, 2024, X + 91 sayfa

Matematik eğitiminde öğrencilere kazandırılmak istenen önemli becerilerden biri muhakeme becerisidir. Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde muhakeme becerisi ve buna bağlı olarak ispat yapabilme becerisinin tüm sınıf seviyelerinde üzerinde durulduğu görülmektedir. Öğrencilerin muhakeme becerisini geliştiren kavramlardan olan matematiksel ispatlar, matematik eğitiminde öğrenmeyi kalıcı hale getiren ve geliştiren bir araç görevi üstlenmektedir. Matematiksel dil kullanımı öğrencilerin ispat yapma becerilerini etkileyen faktörler arasında yer almaktadır. Matematik eğitiminde akıl yürütme ve ispat becerisine verilen önem, öğrencilerin akıl yürütme ve ispat yapma süreçlerini inceleyen araştırmaların sayısının artmasına yol açmıştır. Çalışmada yabancı uyruklu ortaöğretim öğrencilerinin muhakeme becerilerini incelemek, akıl yürütme ve ispat becerilerini ortaya koymak, bu becerilere matematiksel dilin etkisini belirlemek ve bu konuda öneriler geliştirmek amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan durum çalışması esas alınmıştır. Çalışma 20 Suriyeli erkek öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma sonucunda öğrencilerin çoğunlukla dışsal otoriteye dayalı ve deneysel düzeyde argümanlar oluşturdukları ve bu argümanları ikna edici buldukları görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel dilin ağırlıklı olduğu ankette sembolik ispat şeması özelliklerini gösterirken, günlük dilin yoğun olarak kullanıldığı ankette saf deneysellik ispat şeması özelliklerini gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin günlük dilin yoğun olarak kullanıldığı ifadelerle karşı daha olumlu tutum sergilediği görülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Akıl Yürütme, İspat, Matematiksel Dil, Matematik Eğitimi, Yabancı Uyruklu Öğrenciler

ABSTRACT

INVESTIGATING THE EFFECTS OF MATHEMATICS LANGUAGE FACTOR ON 11TH GRADE FOREIGN STUDENTS' REASONING AND PROVING SKILLS

Kesici, Tuğçe

Master's Degree, Department of Mathematics and Science Education

Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK

August, 2024, X + 91 sayfa

One of the important skills that students are expected to acquire in mathematics education is reasoning skill. When the Mathematics Curriculum is examined, it is seen that reasoning skills and the ability to make proofs are emphasized at all grade levels. Mathematical proofs, which are among the concepts that develop students' reasoning skills, serve as a tool that makes learning permanent and improves it in mathematics education. The use of mathematical language is among the factors affecting students' proof skills. The importance given to reasoning and proof skills in mathematics education has led to an increase in the number of studies examining students' reasoning and proof processes. In this study, it was aimed to examine the reasoning skills of foreign secondary school students, to reveal their reasoning and proof skills, to determine the effect of mathematical language on these skills and to develop suggestions on this issue. The study was based on a case study, which is one of the qualitative research approaches. The study was conducted with 20 Syrian male students. As a result of the study, it was observed that students mostly formed arguments based on external authority and at the experimental level and found these arguments convincing. It was found that the students showed the characteristics of symbolic proof schema in the questionnaire in which mathematical language was predominant, while they showed the characteristics of pure empiricism proof schema in the questionnaire in which everyday language was used intensively.

Keywords: Foreign Students, Justifications, Mathematical Language, Proof, Reasoning Skills

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ETİK SÖZLEŞME.....	ii
JÜRİ KABUL VE ONAY	iii
ÖNSÖZ	iv
ÖZET	v
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
Tablolar Listesi	x
Şekiller Listesi	xi
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Araştırmanın Amacı	3
Araştırmanın Önemi.....	3
Sayıtlar	4
Sınırlılıklar	5
BÖLÜM II	6
LİTERATÜR TARAMASI	6
İspat Yapma Becerileri ve İspat Şemaları	6
Matematiksel Dil.....	14
Yabancı Uyruklu Öğrenciler	17
BÖLÜM III.....	24
YÖNTEM	24
Öğrenenlerin İspat Yapma Davranışları.....	24
Araştırma Modeli	27
Çalışma Grubu	27
Veri Toplama Araçları ve Süreci	28
Verilerin Analizi.....	29
Geçerlik ve Güvenirlik	32
BÖLÜM IV.....	34
BULGULAR.....	34
Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerine İlişkin Bulgular	34
Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e İlişkin Bulgular.....	34

Birinci Soruya Ait Bulgular.....	35
İkinci Soruya Ait Bulgular	37
Üçüncü Soruya Ait Bulgular	38
Dördüncü Soruya Ait Bulgular.....	40
Beşinci Soruya Ait Bulgular.....	41
Altıncı Soruya Ait Bulgular.....	43
Yedinci Soruya Ait Bulgular	44
Sekizinci Soruya Ait Bulgular	45
Dokuzuncu Soruya Ait Bulgular	46
Onuncu Soruya Ait Bulgular Tablosu	47
Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye İlişkin Bulgular.....	49
Birinci Soruya Ait Bulgular.....	49
İkinci Soruya Ait Bulgular	50
Üçüncü Soruya Ait Bulgular	51
Dördüncü Soruya Ait Bulgular.....	53
Beşinci Soruya Ait Bulgular.....	54
Altıncı Soruya Ait Bulgular.....	55
Yedinci Soruya Ait Bulgular	56
Sekizinci Soruya Ait Bulgular	56
Dokuzuncu Soruya Ait Bulgular	57
Onuncu Soruya Ait Bulgular	58
Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerisinde Matematiksel Dilin Etkilerine Yönelik Bulgular	59
Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e Ait Bulgular Tablosu	59
Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye Ait Bulgular	60
BÖLÜM V	63
TARTIŞMA ve SONUÇ.....	63
Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerileri İle İlgili Sonuç ve Tartışma.....	63
Matematiksel Dilin Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerine Etkisi ile İlgili Sonuç ve Tartışmalar	65
ÖNERİLER	69
Matematik Öğretmenlerine Yönelik Öneriler	69
Araştırmacılara Yönelik Öneriler	70
KAYNAKÇA.....	71
EKLER.....	77

Ek 1. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1	77
Ek 2. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2	82
Ek 3. Araştırma izin Formu	89
Ek 4. Veli Onam Formu	90



Tablolar Listesi

Tablo 1. İspat Şemaları	26
Tablo 2. Çalışma Grubuna ilişkin bilgiler	28
Tablo 3. Birinci soruya ait bulgular tablosu.	35
Tablo 4. İkinci soruya ait bulgular tablosu.	37
Tablo 5. Üçüncü soruya ait bulgular tablosu.	38
Tablo 6. Dördüncü soruya ait bulgular tablosu.....	40
Tablo 7. Beşinci soruya ait bulgular tablosu.....	41
Tablo 8. Altıncı soruya ait bulgular tablosu.	43
Tablo 9. Yedinci soruya ait bulgular tablosu.	44
Tablo 10. Sekizinci soruya ait bulgular tablosu.....	45
Tablo 11. Dokuzuncu soruya ait bulgular tablosu.	46
Tablo 12. Onuncu soruya ait bulgular tablosu.....	47
Tablo 13. Birinci soruya ait bulgular tablosu.	49
Tablo 14. İkinci soruya ait bulgular tablosu.	50
Tablo 15. Üçüncü soruya ait bulgular tablosu.	51
Tablo 16. Dördüncü soruya ait bulgular tablosu.....	53
Tablo 17. Beşinci soruya ait bulgular tablosu.....	54
Tablo 18. Altıncı soruya ait bulgular tablosu.	55
Tablo 19. Yedinci soruya ait bulgular tablosu.	56
Tablo 20. Sekizinci soruya ait bulgular tablosu.....	56
Tablo 21. Dokuzuncu soruya ait bulgular tablosu.	57
Tablo 22. Onuncu soruya ait bulgular tablosu.....	58
Tablo 23. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e ait bulgular tablosu.	59
Tablo 24. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye ait bulgular tablosu.	60

Şekiller Listesi

Şekil 1. Ritüel ispat şeması örneği.....	30
Şekil 2. Otoriter ispat şeması örneği.....	30
Şekil 3. Sembolik ispat şeması örneği	31
Şekil 4. Saf deneysellik ispat şeması örneği	31
Şekil 5. Kritik deney ispat şeması örneği	32
Şekil 6. Ö14'ün yanıtı.....	35
Şekil 7. Ö1'in yanıtı.....	36
Şekil 8. Ö2'nin yanıtı.....	36
Şekil 9. Ö11'in yanıtı.....	37
Şekil 10. Ö20'nin yanıtı.....	38
Şekil 11. Ö5'in yanıtı.....	39
Şekil 12. Ö13'ün yanıtı.....	39
Şekil 13. Ö14'ün yanıtı.....	40
Şekil 14. Ö4'ün yanıtı.....	41
Şekil 15. Ö10'un yanıtı.....	41
Şekil 16. Ö4'ün yanıtı.....	42
Şekil 17. Ö8'in yanıtı.....	42
Şekil 18. Ö4'ün yanıtı.....	43
Şekil 19. Ö14'ün yanıtı.....	44
Şekil 20. Ö1'in yanıtı.....	45
Şekil 21. Ö8'in yanıtı.....	46
Şekil 22. Ö14'ün yanıtı.....	47
Şekil 23. Ö18'in yanıtı.....	47
Şekil 24. Ö8'in yanıtı.....	47
Şekil 25. Ö13'ün yanıtı.....	48
Şekil 26. Ö19'un yanıtı.....	48
Şekil 27. Ö1'in yanıtı.....	50
Şekil 28. Ö8'in yanıtı.....	50
Şekil 29. Ö11'in yanıtı.....	51
Şekil 30. Ö3'ün yanıtı.....	52
Şekil 31. Ö4'ün yanıtı.....	52
Şekil 32. Ö17'nin yanıtı.....	53
Şekil 33. Ö4'ün yanıtı.....	54
Şekil 34. Ö9'un yanıtı.....	55
Şekil 35. Ö11'in yanıtı.....	58
Şekil 36. Ö11'in yanıtı.....	58

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik, insanlık tarihinde uzun yıllardır varlığını sürdüren kendine özgü sayı, sembol ve şekillerden oluşan evrensel bir dildir. Dil, bir iletişim aracı olmakla beraber aynı zamanda insanların zihnini şekillendiren bir yapıdır (Açıl ve Zeybek, 2017). Hayatın her alanında insanın kendisini dil ile ifade etmesi gibi matematik eğitiminde öğrenciler matematiksel sayı ve sembolleri matematiksel dil ile anlamlandırmaktadırlar. Matematiksel düşünmenin gelişmesinde dili etkin olarak kullanabilmek önemli yer tutmaktadır (Yakar ve Yılmaz, 2017). Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018) ilköğretim matematik dersi öğretim programı özel amaçları içerisinde matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilme, kavramları matematiksel olarak ifade edebilme; matematiksel dili kullanarak disiplinler arası ilişkiler kurabilme ve anlamlandırabilmeye yer vermiştir (MEB, 2018; s. 9). MEB (2024) ortaöğretim öğretim programlarında matematiksel dil önemi üzerinde durulmuş ve matematiksel dil kullanımını destekleyecek şekilde çalışılmıştır. Matematiksel dil kullanımının öğrencilerin ispat ve akıl yürütme becerilerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematik eğitiminde öğrencilere kazandırılmak istenen becerilerden bir diğeri de öğrencilerin kavramlar hakkında sorulan niçin ve neden sorularına cevap verebilecek muhakeme becerisine sahip olmalarıdır. Muhakeme becerisi, öğrencilerin, önceki ve sonraki öğrenmeleri arasında bir basamak oluşturmaktadır (Güler ve Ekmekci, 2016; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012; Köğce, 2013; Vatandaş, 2022). Muhakeme becerisini geliştirmek için öğrencilere kavram öğretimi öncesinde ispatları yapma, matematiksel doğrular arası ilişki kurma, tahmin etme, varsayım ve genelleme yapma gibi ezber yapmaktan başka yollar da sunmak gerekmektedir (Güler vd., 2012; Gökkurt, Deniz, Akgün, Soylu, 2014). İspat kendi içinde ilişki kurma, genelleme, deneme yanılma, varsayım, tahmin, ikna, çok yönlü düşünme gibi birçok kavramı barındırmaktadır (Köğce, 2013). Bu nedenle de ispatsız matematik öğretimi oldukça yüzeysel kalmaktadır (Turğut, Yenilmez ve Uygan, 2013). İspat, matematik eğitiminde matematiksel anlamaya katkı sağlar (Ören, 2007). İspat öğrencilere ezberi değil anlamlı ve kavramsal öğrenmeye yöneltir (Güler ve Ekmekci, 2016). İspat yoluyla öğrenciler karşılaştıkları problemlere karşı çözüm önerilerini matematiksel dil ile ifade edebilmektedir. Çünkü ispat matematiksel öğrenmeyi kalıcı hale getiren bir araç olarak kullanılabilir (Dinamit,

2020). Okul matematiğindeki temel unsurlardan biri olan ispatın matematik eğitimindeki yeri geliştirilmelidir (Ören, 2007). MEB (2024) ortaokul ve ortaöğretim öğretim programının özel amaçları içerisinde öğrencilerin matematiksel muhakeme becerisini kullanması yer almaktadır. Matematiksel muhakeme becerisinin ana becerilerinden olan ispat süreç içerisinde muhakeme becerisi geliştiren bir etken olarak belirtilmiştir.

İspat yapma, bir ifadenin doğru ya da yanlış olduğunu söylerken yeterli kanıt kullanma becerisidir (Güler vd., 2012). Matematiksel ifadelerin neden ve nasıl doğru olduğunun açıklanmasına yarayan ispat, matematiğin anlaşılmasında etkili bir araç görevi üstlenmektedir (Gökkurt vd., 2014, Turğut vd., 2013). Bu nedenlerden dolayı ispat, tüm sınıf seviyeleri için matematik eğitiminde öğrenmeyi kalıcı hale getiren bir araç olarak kullanılmalıdır (Güler ve Ekmekci, 2016). Öğretim programları da bu yaklaşımı destekler niteliktedir ([MEB], 2024; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; [MEB], 2018; Güler ve Ekmekci, 2016; Zeybek Şimşek, 2019). Yapılan çalışmalarda bu beceriyi öğrencilerin okul öncesi dönemden itibaren kullanabildikleri görülmektedir (Zeybek Şimşek ve Üstün, 2019). İspat becerisini küçük yaşlardan itibaren kullanabilmelerine rağmen çoğu öğrenci bir ispata nasıl başlayacağını, hangi matematiksel ifadelere yer vereceğini, hangi tanımları kullanacağını bilmemektedir (Dinamit, 2020; Uğurel, 2010).

Öğrencilerin ispat yapma becerileri ve ispata yönelik algılarının inşa edilmesinde matematiksel dilin kullanılması oldukça önemlidir (Uğurel, 2010). Kelimelerin günlük hayatta ve formal eğitim ortamlarında kullanıma şekillerinin birbirinden farklı olabilmesi anlamsal kirlilik (semantic contamination) olarak adlandırılır. Shinno vd. (2018), doğal dilde ispatın taşıdığı anlamların öğrencilerin öğrenmesinde etkili olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin doğal dilde karşılaştıkları kelimelerin anlamları ve matematiksel anlamları arasındaki farklılık anlamsal kirliliğe sebep olmakta ve bu durum öğrencilerin ispat sürecinde matematiksel ifadelerin yanlış yorumlamasına yol açmaktadır (Meija-ramos ve Inglis, 2011; Okumuş ve Şimşek, 2021). Öğrencilerin matematik eğitimi sürecinde matematiksel dili kullanmaları durumunda öğrenmeleri daha hızlı olmakta ve daha kalıcı hale gelmektedir (Aramış vd., 2023). Öğretmenler ise matematiksel dili hâkim dil olarak kullandıklarında öğrenciler verilen bilgileri daha ikna edici bulmaktadırlar (Yılmaz ve Güzel, 2020). Matematiksel dil kullanımının önemini belirlemeye yönelik bu çalışmada

Suriyeli öğrenciler çalışma grubu olarak seçilmiş ve öğrencilerin ispat ve muhakeme becerilerinin incelenmesinin alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı yabancı uyruklu ortaöğretim öğrencilerinin muhakeme becerilerini incelemek, ispat ve akıl yürütme becerilerini ortaya koymak ve bu becerilere matematiksel dilin etkisini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda araştırma soruları aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

- 1- Yabancı uyruklu ortaöğretim öğrencilerinin akıl yürütme ve ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?
- 2- Matematiksel dil kullanımı yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat yapma süreçlerini nasıl etkilemektedir?

Araştırmanın Önemi

MEB (2024) matematik öğretim programında muhakeme etme becerisi öğretim programı temel yaklaşım ve özel amaçlarında öğrencilerin kullanması gereken bir beceri olarak belirtilmiştir (MEB, 2024; s. 4). Bunun yanında matematiksel muhakeme, geliştirilmesi amaçlanan bir alan becerisi olarak içerik tasarımında yer almıştır. İspat yapma ise matematiksel muhakeme becerisinin beş ana becerisinden biri olarak belirtilmiştir. (MEB, 2024; s. 16). Öğretim programında temalara ait öğrenme çıktılarında çoğunlukla akıl yürütme ve muhakeme etme becerileri ifadesine yer verilmiştir. Öğrenme çıktıları öğrencinin ulaşması beklenen öğretimsel amaç olarak tanımlanmıştır (MEB, 2024; s. 6). Bu nedenle, akıl yürütme ve ispat bu çalışmanın konu alanı olarak kararlaştırılmıştır. Akıl yürütme ve ispat becerileri ile ilgili çalışmalar (Aylar, 2014; Dede ve Karakuş, 2014; Dinamit, 2020; Kurttekin ve Akıncı, 2023; Pala ve Narlı, 2018) her sınıf düzeyinde ispata önem verilmesi ve ispat becerilerini geliştirecek etkinlik ortamları oluşturulması gerektiğini belirtmiştir.

MEB (2024) öğretim programında matematiksel dil kullanımının önemi üzerinde durulmuş ve matematiksel dil kullanımını destekleyecek şekilde çalışılmıştır. Matematiksel dil kullanımının öğrencilerin akıl yürütme ve ispat yapma becerilerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir (MEB, 2024; s. 18). Öğrenme-öğretme uygulamalarında ve

öğrenme çıktılarında öğrencilerin matematiksel dil kullanmaları teşvik edilmektedir (MEB, 2024; s. 26). Çalışmalar (Mejia-Ramos ve Inglis, 2011; Okumuş ve Şimşek, 2021; Uğurel, 2010; Yopp, 2015) öğrencilerin matematiksel dil kullanımının akıl yürütme ve ispatlar için bir iletişim kanalı olduğunu göstermektedir. Bunun yanında matematiğin kendine özgü sembol ve ifadelerinden ayrı, günlük dil ile ifade edilmesi matematiğin anlaşılmasına olumsuz etki ettiği belirtilmiştir.

Literatürde ispat süreçlerini inceleyen çalışmaların genellikle öğretmen adaylarıyla yapıldığı görülmektedir (Barak, 2018; Çontay, 2017; Çontay ve Paksu, 2019; Güler ve Ekmekci, 2016; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012; Köğce, 2013; Moralı vd., 2006; Öztürk, Akkan ve Kaplan, 2019; Pala ve Narlı, 2018; Turgut, Yenilmez ve Urgan, 2013). Akıl yürütme ve ispat bağlamında yapılan çalışmalar incelendiğinde, ortaöğretim öğrencileriyle yapılan çalışmaların sınırlı olduğu görülmüştür. Bu nedenle, 11. Sınıf öğrencileri çalışma grubu olarak seçilmiştir. Aynı zamanda çalışma grubu 23 Eylül 2014 tarihinde 2014/21 sayılı Yabancılar Yönelik Eğitim Öğretim Hizmetleri başlıklı genelge ile Türk Eğitim Sistemine entegre edilen Suriyeli öğrencilerden oluşmaktadır. Matematiksel dilin ispat ve muhakeme becerilerini nasıl etkilediği incelenirken öğrencilerin yabancı uyruklu olması katkı sunacaktır.

Sayıtlar

Bu araştırmanın sayıtları alt maddeler halinde sunulmuştur.

- Görüşmelerde sorulan soruların öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerini ölçmek için yeterli olduğu varsayılmıştır.
- Kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinin matematiksel dil faktörünün etkisini incelemek için yeterli olduğu varsayılmıştır.
- Çalışmaya katılan öğrencilerin çalışma sürecindeki soruları içtenlikle cevapladıkları ve gerçek görüşlerini yansıtacak biçimde cevap verdikleri varsayılmıştır.
- Türkçe gerçekleştirilen görüşmelerde öğrencilerin sorulan soruları anladıkları varsayılmıştır.
- Öğrencilerin görüşmelerde Türkçe olarak kendilerini iyi ifade ettikleri varsayılmıştır.

Sınırlılıklar

Bu araştırmanın sınırlılıkları alt maddeler halinde sunulmuştur.

- Çalışma grubu 11. Sınıfta öğrenim gören 20 Suriyeli öğrencilerle sınırlıdır.
- Çalışma muhakeme yapabilme, ispat ve akıl yürütme becerilerinin belirlenmesinde kullanılan veri toplama aracındaki sorular ile sınırlıdır.
- Araştırma Örneklemi, Gaziantep İli Şahinbey İlçesinde Bulunan Milli Eğitim Bakanlığına bağlı resmi bir ortaöğretim kurumuyla sınırlıdır.
- Çalışma başarı düzeyi il geneline göre daha düşük seviyedeki bir ortaöğretim kurumu ile sınırlıdır.
- 2023-2024 eğitim öğretim yılı içerisindeki bulgularla sınırlıdır.

BÖLÜM II

LİTERATÜR TARAMASI

Bu çalışmanın amacı yabancı uyruklu ortaöğretim öğrencilerinin muhakeme becerilerini incelemek, ispat ve akıl yürütme becerilerini ortaya koymak ve bu becerilere matematiksel dilin etkisini belirlemektir. Çalışmanın amacına yönelik olarak literatür taraması bölümü üç başlık şeklinde sunulacaktır. Öğrencilerin ispat yapma becerileri üzerinde duran ve muhakeme ve akıl yürütme becerilerini belirlemeye yönelik çalışmalar (1) İspat Yapma Becerileri ve İspat Şemaları başlığı altında incelenmiştir. Matematiksel dilin etkisini inceleyen çalışmalar (2) Matematiksel Dil başlığı altında incelenmiştir. Yabancı uyruklu öğrencilerin eğitim süreçlerini inceleyen çalışmalar (3) Yabancı Uyruklu Öğrenciler başlığı altında incelenmiştir.

İspat Yapma Becerileri ve İspat Şemaları

Kurttekin ve Akıncı (2023), ilköğretim matematik öğretmenlerinin ispat yapma davranışlarını incelemiştir. Öğretmen adaylarına yapılan bu çalışmada adayların ispat şemaları incelendiğinde en çok karşılaşılan şema analitik ispat şeması olmuştur. En az karşılaşılan şema ise dışsal ispat şemasıdır. Çalışma geneline bakıldığında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının sahip oldukları ispat becerileri geliştirilebilir düzeydedir. Adaylar herhangi bir ispatlamaya başlamadan önce matematiksel bilgilerinin tam olması gerekmektedir. Çalışmada bazı adayların ispata karşı olumlu bakış açısı geliştiremediği için ispat yapamadığı görülmüştür. Bu nedenle adayların üniversite eğitim boyunca ispat destekli dersler almaları önerilmektedir.

Köğce (2013), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ispatın matematik öğrenmeye katkısı ile ilgili görüşleri ve ispat düzeylerini araştırmıştır. Çalışma betimsel yöntemlerden özel durum çalışması yöntemiyle yapılmıştır. Açık uçlu üç soru kullanılmıştır. Araştırmada ispat düzeyleri Miyazaki (2000)' nin ispat sınıflandırmasına göre belirlenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunun tümdengelimsel muhakeme içeren ispat A türüne uygun ispata tercih ettikleri görülmüş ve azınlıkta olan öğrenciler hariç ispata yönelik tutumlarının olumlu yönde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çontay (2017), yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının ispat şemalarını incelemiştir. Çalışmada Harel ve Sowder'ın (1998) sınıflandırmasını kullanmıştır.

Çalışma grubu üç öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışmada ispat süreçlerinin incelenebilmesi için klinik mülakat kullanılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının çoğunlukla dışsal ispat şemasına ait yanıtlar verdikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının analitik dönüşümsel ispat şemasının özelliklerine benzer yanıtları olsa da sonucunda çoğunlukla dışsal şemaya yönelmişlerdir. Bu çalışmada adayların en az deneysel ispat şeması özelliklerini gösterdiği sonucuna da ulaşılmıştır. Bu sonuç adayların deneysel öğelerle ikna olmadığını göstermektedir. Adayların dışsal özellikler göstermesinden kaynaklı olarak ispat fikrini tam olarak anlamlandıramadıkları ve dışsal kaynaklı fikirlerle ispat bilgilerini kazandıkları düşünülmektedir.

Çontay ve Paksu (2018), çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ispat şemalarını ve buna yönelik ifadelerini klinik yöntem ile incelemiştir. Öğretmen adaylarının en çok dışsal ispat şemasına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının daha önceden sahip olduğu düşüncelerinin ispat yapılandırma oldukça etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının henüz ispatla ilgili bir görüşe tam olarak sahip olmadığı görülmüştür. İspatın doğasının gerektirdiği becerilerde zorluk yaşadıkları ve bu nedenle de ispat yapmaktan kaçındıkları görülmüştür.

Pala ve Narlı (2018), çalışmalarında öğretmen adaylarının sayılabilirlikle ilgili ispat şemalarının incelemiştir. Öğretmen adaylarının çoğunun deneysel ve dışsal ispat şemasına sahip olduğu görülmüştür. Sezgisel ispat şemasına sahip adayların sonsuzluk kavramı ile ilgili çıkarımları daha iyi yapabildikleri ifade edilmiştir. Adaylardan dönüşümsel ispat şemasına sahip olanlar cebirsel işlemleri kullanmakta diğerlerinden daha istekli davranmıştır. Bununla birlikte geçerli ispat oluşturabilen adayların sayısı oldukça azdır. Adayların ispat becerileri göz önüne alındığında meslek hayatlarında verebilecekleri ispat eğitiminin yeterli olmayacağı düşünülmektedir. Üniversitelerde ispat öğretimi derslerine bu bağlamda yön verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Öztürk, Akkan ve Kaplan (2019), sınıf öğretmeni adaylarının temel matematik alanında ispat şemalarını incelemiş ve çalışma sonucunda formal ifade etme, fikir ortaya atma, argüman sunma gibi yöntemler kullandıkları görülmüştür. İlkokul düzeyindeki öğrencilerin matematik derslerinde problem çözme ve ispat yapma yeteneklerini kazanmaları oldukça önemli görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek ne kavramları anlamak için ispat önemli bir araç olarak kullanılmaktadır. Çalışma sonucunda adayların daha çok somutlaştırarak argüman

oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. Çoğu aday ispata yönelik bir fikre sahipken bu fikirler daha çok dışsal otoriteye vurgu yapan fikirlerdir. Adayların ispatların doğruluğunu test edebilecek matematiksel bilgiye sahip olmadığı görülmüştür.

Doruk ve Kaplan (2017), çalışmasında öğretmen adaylarının analiz alanında yapılan ispatların özelliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin başarı düzeyi açısından matematik öğretiminde ispat destekli dersler alan öğrenci başarısına olumlu katkı sağladığı görülmektedir. Çalışmada ispatın problem çözmede öğrencilere analitik düşünme, anlama, işlemler yapma, muhakeme yapma becerisi ve matematiği başka bir yönden tanıma fırsatı sunduğu belirtilmiştir. Öğrenciler kolaylıkla önermelerin doğruluğunu belirleyebilirken doğru ispat yapma konusunda sıkıntı yaşamaktadırlar. Adayların çoğu matematiksel kavramları yeterince içselleştirmede için ispat kuramamışlardır. Akademik başarısı yüksek olan adaylar bildiklerini uygulamaya geçirebilmiş ve dedüktif ispat özellikleri göstermiştir.

Güler, Özdemir ve Dikici (2012), yaptıkları çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının tümevarım yoluyla ispat becerilerini ve matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini araştırmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının tümü ispat yöntemini matematiksel işlem becerileri tam olarak yeterli olmadığı için uygulamakta zorlandıkları görülmektedir. Adayların ispata yönelik görüşleri ispat yapmanın matematik öğretimi açısından değerini tam olarak kavrayamadıkları için olumsuz olduğu sonucunu ulaşılmıştır. Adayların eğitim süreçlerinde ispat yapma temelli eğitim ortamlarına dahil olmaları ve ispatı içselleştirmeleri oldukça önemlidir.

Turğut, Yenilmez, Uygan (2013), çalışmalarında ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerini araştırmıştır. Çalışmada ispatın önemi üzerinde durulmuş ve öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşleri eğitim sisteminin geleceği için önemli olduğu belirtilmiştir. Yapılan çalışma sonucu ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının ispatın önemine yönelik görüşleri, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına göre daha olumlu olduğu görülmüştür. Aynı zamanda kadın matematik öğretmeni adaylarının erkeklere nazaran daha olumlu görüşlere sahip olduğu gözlenmiştir. Çalışmada eğitim fakültesi ve fen-edebiyat fakültesi alan derslerinde ispatın üzerinde durulması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Moralı, Uğurel, Törnüklü, Yeşildere (2006), çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşlerini araştırmıştır. Çalışma Amerika ulusal matematik öğretmenleri konseyi'nin (NCTM) ispata verdiği önemi belirtmiş ve Türkiye'deki Öğretim programlarında da özellikle geometri alanında ispata verilen önemin arttığını belirtmiştir. Öğretmenlerin matematik öğretimi sürecinde ispatı önemsemeleri ve öğrencilerin ispat süreçlerine desteklemelerini önemi vurgulanmaktadır. Çalışma sonucunda ulaşılan sonuç öğretmen adaylarının ispata yönelik görüş oluşturamadığı ya da bilgisizliğinden kaynaklı yeterli yorum yapamadığı görülmüştür.

Güler ve Ekmekci (2016), çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının ispat değerlendirme becerilerini ardışık tek sayılar örneği üzerinden incelemiştir. Matematik eğitiminin temel hedeflerinden biri, öğrencilerin öğrenilen kavramlarla ilgili neden ve niçin sorularına mantıklı cevaplar verebilme yeteneklerini geliştirmektir. Bu çerçevede, matematiksel ispatlar, bir sonucun doğruluğunu farklı gerekçelerle göstermek, diğerleri üzerinde bilgi vermek ve ikna etmek, elde edilen sonucu bir sistem içinde yerleştirmek amacıyla önemli bir rol oynadığı araştırmacı tarafından ifade edilmiştir. Matematiksel ispat, ezberci öğrenme yerine kavramsal ve anlamlı öğrenmeyi desteklediği için matematik eğitiminde kilit bir unsur olduğu belirtilmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin ispatların doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında karar verebildikleri fakat yeterli argüman sunamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Güler ve Dikici (2011), çalışmalarında lise matematik öğretmenlerinin matematiksel ispat hakkındaki görüşlerini incelemiştir. Matematiksel ispatın özellikle ilköğretim, ortaöğretim, üniversite öğrencileri ve matematik öğretmeni adayları için zorlayıcı bir kavram olduğu düşünülmektedir. (NCTM) tarafından yapılan bir rapora göre, matematiksel ispat yapma yeteneğinin ve muhakeme etme becerisinin tüm öğretim seviyelerinde geliştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır. Türkiye'de Milli Eğitim Bakanlığı'nın belirlediği öğretim programlarında da bu yönde hedefler bulunduğu belirtilmektedir. Katılımcılara yöneltilen sorulara verilen yanıtlar temelinde, öğretmen adaylarının matematiksel ispatı genellikle doğruluk, güvenilir bilgi, kalıcılık, ikna etme gibi olumlu anlamlarla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Bununla birlikte, bazı öğretmen adayları için matematiksel ispatın anlamsız ve ezber gerektiren bir süreç olduğu düşüncesi ortaya çıkmıştır. Matematiksel ispatın amacıyla ilgili sorulan soruya verilen

yanıtlara göre, öğretmen adayları genellikle matematiksel ifadelerin doğrulanması ve güvenilir bilgi elde etme amacını vurgulamışlardır. İspatın tatmin sağlama rolü gibi yanıtlar da bu bağlamda önemli bulunmuştur. Öğretmen adaylarının matematikte ispat yapmanın önemine yönelik görüşleri farklılık göstermektedir. Çoğunluk, ispatın doğru bilgilere ulaştırma rolüne vurgu yaparken, bazı katılımcılar için ispatın önemsiz olduğu düşüncesi ortaya çıkmıştır. Özellikle ispatın zor olması, ezber gerektirmesi ve tekrardan ispatlamanın önemsiz olması gibi faktörler öne çıkmıştır. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının genel olarak matematiksel ispatı olumlu bir şekilde değerlendirdikleri ancak bu konudaki görüşlerinin farklılık gösterdiği görülmektedir.

Barak (2018), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon ve sayılar konusu özelinde ispat süreçlerini incelemiştir. Sınıf düzeyi arttıkça katılımcıların ispat yapmaları için gerekli olan kavramsal bilgiye sahip oldukları, ayrıca bu bilgileri kullanma becerilerinin geliştiği gözlenmiştir. Ayrıca, katılımcıların programa yeni başladıklarında matematik dilini kullanamadıkları, ancak sınıf düzeyi arttıkça matematik dilini daha etkili bir şekilde kullanmaya başladıkları belirlenmiştir. Adayların matematiksel bilgi eksikliği ve ispata daha önce yeterince maruz kalmamış olmalarından kaynaklı ispatlama becerilerinin beklenen düzeyin altında olduğu görülmektedir. Adayların çoğunun ispatın ortaokulda her sınıf düzeyinde uygulanamayacağı fikrinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Özdemir ve Kaplan (2014), öğretmen adaylarının Kolb öğrenme stillerine göre ispata yönelik görüşlerini incelemiştir. Öğrenmenin bireysel olduğunu ve kalıcı öğrenme için adayların öğrenme stillerine göre öğretim yapılması gerektiğini savunmaktadır. Araştırma sonuçlarına göre, farklı öğrenme stillerine sahip öğretmen adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşlerinin farklılaştığı görülmektedir. Bu farklılıkların, öğrenme stillerinin öğretmen adaylarının matematiksel ispat algılarına etki ettiği ortaya konulmaktadır. Araştırmada, öğrenme stillerine göre problem çözme algısının da farklılık gösterdiği görülmektedir. Öğrenme stillerinin problem çözme ve ispat konusundaki farklılıkları dikkate almanın, öğretim yöntemlerini çeşitlendirmek ve bireysel farklılıkları gözetmek açısından önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmalar, (Çontay ve Paksu, 2018; Güler ve Dikici, 2011; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012; Kurttekin ve Akıncı, 2023; Moralı, Uğurel, Türnüklü, Yeşildere, 2006; Turğut, Yenilmez, Uygan, 2013) öğretmen adaylarının ispata yönelik olumlu tutumlar

geliştirmekte zorlandığını ve ispatın matematiksel düşünme becerilerini geliştirmek için kritik bir araç olduğuna dair farkındalıklarının düşük olduğunu göstermektedir. Özellikle ispat öğretiminin ve ispata dayalı derslerin üniversite düzeyinde daha fazla yer alması gerektiği, çünkü adayların ispatı ancak bu tür derslerle içselleştirebileceği önerilmektedir. Öğretmen adaylarının ispat becerilerinin yeterli seviyeye gelmediğini ve bunun eğitim süreçlerinde daha fazla vurgulanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, ispatın öğretim programlarında daha fazla yer alması gerektiği ve öğretmen adaylarının bu konuda daha fazla desteklenmesi gerektiği önerilmektedir.

Karakaya (2021), 8. Sınıf öğrencilerinin denklemlerde eşitlik kavramı üzerine çalışmış ve bunun sonucunda öğrencilerin çoğunda matematiksel bilgi yetersizliği sebebiyle ispata yönelik otoriter şemaya ait görüş geliştirdikleri görülmüştür. Çalışmada öğrencilerin ispat yapmaya yönelik görüşlerinin olumlu olduğu fakat öğrenme ortamlarında ispata fazla karşılaşmadıkları için ispatlama sürecine girerken çekindikleri ve argüman oluşturamadıkları görülmüştür. Çalışma, ders sırasında öğrencilerin kavramsal bilgilerinin belirlenmesi ve gereken müdahalelerin yapılması ve bununla birlikte ispat odaklı eğitim ortamlarının düzenlenmesi gerektiğini göstermektedir.

Dede ve Karakuş (2014), Matematiksel ispat alanında kuramsal bir çalışma yapmıştır. Çalışmada matematiksel ispatın rolü ve önemi üzerinde durulmuştur. İspat, öğrenciler tarafından zorlanılan bir kavramdır bu da öğrenciye, öğretmene, konuya, ispatın türüne bağlı nedenlerden kaynaklı olmaktadır. Öğrencilerin neden ispat yaptığını bilmeleri önemlidir bu nedenle öğrencilere ispatın matematik eğitimindeki yeri öğrencilere hissettirilmelidir. Çalışma sonucunda, ispat ve önemi hakkında daha çok çalışma yapılması gerektiği önerilmiştir.

Aylar (2014), araştırmasında 7. Sınıf öğrencilerinin belli bir öğretim sürecinden sonra ispata yönelik algılarını incelemiştir. İspat, matematik öğretiminde doğru ve yanlış kesin olarak belirttiği için oldukça önemli görülmektedir. Çalışmada Türkiye'deki öğretim programlarında ispata yeterince önem verilmediğinin üzerinde durulmuştur. İspat yalnızca lise ve üniversite düzeylerinde ele alınmaktadır. Çalışma sonucunda ispatın ileri düzey matematik gerektiren bir konu olmaktan çıkıp her yaş grubuna hitap eden matematik eğitimini daha verimli hale getiren bir araç olarak görülmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin çoğunlukla ispat becerilerinin eksik olduğu

görülmüştür. Öğrencilerin bu eksikliklerinin sebebi anlama, uygulama ispat konusundaki farkındalıklar düşük olması olarak belirlenmiştir.

Gökkurt, Deniz, Akgün, Soylu (2014), çalışmalarında matematik alanında ispat yapma süreçleri üzerine yapılmış bazı çalışmaları derlemişlerdir. Matematik öğretiminde problem çözme becerileri ve düşünme süreçleri oldukça vurgulanmaktadır. İspat, matematiksel düşünme sürecinde oldukça fazla rol aldığı için matematik öğretiminde temel bir amaç olarak görülmektedir. Öğrencilerin matematiksel anlamalarını derinleştirdiği, problem çözme için farklı yollar gösterdiği ve muhakeme becerilerini geliştirdiği için oldukça önemlidir. Öğrencilerin birçoğunun ispat yazma becerilerinin eksik olduğu ve düşündüklerini sözlü ve yazılı olarak ifade edemedikleri görülmüştür. Matematik bilgilerinin yeterli olmadığı durumlarda öğrencilerin ispat geliştirme süreçlerinde zorlandıkları belirtilmiştir. Öğrencilerin ispata yönelik algıları ispat süreçlerini etkilemektedir. Eğitim öğretim ortamlarının ispat odaklı oluşturulmamasından kaynaklı öğrencilerin ispata yönelik olumlu algılar oluşturamadıkları görülmektedir. Öğretmenlerin derslerinde zaman kaybindan dolayı ispatı kullanmaktan çekindikleri bu nedenle öğretim programlarına ispatın daha çok yer vermesi gerektiğini düşünülmektedir. Araştırma sonucunda çalışmaların hemen hemen hepsinde ispat yapma davranışından çok ispat yapma sürecine odaklanıldığı görülmüştür.

Dinamit (2020), üstün yetenekli öğrencilerin ispat yapma süreçlerinin incelendiği bir çalışma yapmıştır. Çalışmada ispatın matematiğin temel bir bileşeni olduğu ve her sınıf düzeyinde yer alması gerektiği ifade edilmektedir. Çalışmada öğrencilerin genel olarak ispat hakkında eksik ya da yanlış düşüncelerinin olduğu, strateji geliştirmekte zorlandıkları, ispatı anladıkları fakat yanlış yaklaşımlarda bulundukları sonuçlarına ulaşılmıştır. Öğrencilerin genellikle teoremi ifade edemedikleri, hipotez ve hüküm arasındaki farkı anlayamadıkları için ispatları tamamlayamadıkları belirlenmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin genellikle işlemlere odaklanarak teoremi açıklama konusunda zorlanmaları, lise seviyesinde teoremlerle çalışma becerisi kazanmaları gerektiği halde bu beceriyi geliştirememelerine bağlanmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin, verilen teoremlerde hipotez ve hüküm ifadelerini belirlemeden işlemlere odaklandıkları, bu nedenle de ispatı tamamlayamadıkları gözlemlenmiştir. İspat sürecinde doğrudan ispat yapma veya dolaylı ispat yöntemlerini kullanma becerilerini geliştiremedikleri belirlenmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin ispat yapma süreçlerinde, farklı bir bakış açısı

kazanma ve kullanılan formüllerin temelini sorgulama eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin matematikte ispat yapma süreçlerinde ortaya çıkan sonuçlar, genel olarak ispat konusunda eksikliklerinin olduğunu ve öğretim programlarında bu konunun daha fazla vurgulanması, farklılaştırılmış öğretim yaklaşımlarının kullanılması, öğrencilere uygun ortamların sağlanması gerektiği sonucuna yönelik önerilerle tamamlanmıştır.

Vatandaş (2022), üstün yetenekli 8. Sınıf öğrencilerinin ispat süreçlerini derinlemesine incelemiş ve öğrencilerin ispat için argüman geliştirebildikleri fakat ispatı tamamlayamadıkları sonucuna ulaşmıştır. Çalışma, öğrencilerin genel olarak argüman geliştirme ve strateji oluşturma yeteneklerine sahip olduklarını, aynı zamanda matematik derslerinde ispatın gerekliliği konusunda hemfikir olduklarını göstermektedir. Çalışmada, bilgilerin sadece ezberlenip uygulamaya geçirilmesi yerine, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ifade edebilecekleri, varsayımlar oluşturabilecekleri ve bu varsayımları ispatlama yeteneklerini geliştirebilecekleri bir öğrenme ortamının önemini vurgulanmaktadır. NCTM (2000) tarafından belirtilen prensipler doğrultusunda, öğrencilerin ispat ve muhakeme yeteneklerinin ilköğretimden itibaren geliştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır. Çalışma aynı zamanda öğrencilerin matematiksel dil konusunda eksikliklerinin olduğunu ve öğrencilere matematik dilinin öneminin vurgulanması gerektiğini belirtmiştir.

İspat, akıl yürütme ve muhakeme yapabilme becerilerini inceleyen çalışmalar öğrencilerin ispata yönelik argüman oluşturmakta zorlandıkları veya argüman oluşturdıkları fakat ispatı tamamlayamadıkları sonucuna ulaşmıştır (Dinamit, 2020; Karakaya, 2021; Vatandaş, 2022). Öğrencilerin çoğunlukla dışsal ve deneysel ispat şemasının özelliklerini gösterdiği ve bunun sonucunda ispat yapma becerilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Öğrencilerin ispata yönelik görüşlerini inceleyen çalışmalarda (Aylar, 2014; Karakaya, 2021) ise genellikle ispata karşı olumlu tutum geliştirdikleri belirtilmiştir. Çalışmalar matematik eğitiminde ispatın önemi üzerinde durulmasını ve öğretim sürecinde öğrencilerin ispat ve muhakeme becerilerini geliştiren etkinliklere yer verilmesi gerektiğini savunmuşlardır. Çalışmalarda genellikle öğretmen adaylarıyla çalışıldığı görülmektedir. Ortaöğretim düzeyinde yapılan çalışmaların sınırlı olması sebebiyle çalışma grubunun 11. Sınıf öğrencilerinden seçilmesinin literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Matematiksel Dil

Yopp (2015), çalışmasında öğretmen adaylarının yanlış genelleme veya örneklerle ilgili ne tür iddialarda bulunduğunu araştırmıştır. Öğretmen adaylarının iddialarını ifade etme şeklinin argümantasyon bilgisinden etkilendiği sonucuna ulaşmıştır. Yanlış ifadelerin daha çok araştırılması gerektiğini savunmuştur. İfadelerin doğal dilde kullanımları ile matematik dilinde kullanımları farklı anlamlara gelebileceğini ve bu da raporlama sürecinde araştırmacıyı yanıltabileceğini söylemiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel dili doğru kullanma becerisine göre araştırmacının çalışmasının yön değiştirebileceğini belirtmiştir. Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde bağlaçlar, ‘her’ gibi ifadeler yeterince dikkat edilmediği görülmüştür. Dilin matematiksel akıl yürütme, matematiksel fikirler, açıklanan iddialar ve ispatlar için bir iletişim kanalı olduğunu ve matematiksel dilin matematik yapılan ortam olduğunu belirtmiştir.

Mejia-Ramos ve Inglis (2011), çalışmalarında kelimelerin doğal dilde kullanımlarının öğrencilerin öğrenmeleri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Bu etkiye anlamsal kirlilik (semantic contamination) denmektedir. Literatürde geçmişte anlamsal kirlenmenin çeşitli örnekleri araştırılmıştır. Resmi ve resmi olmayan kayıtlardaki fiil ve isim göndergelerinin ispata geçişteki etkilerini araştırmayı amaçlamıştır. İspat kelimesinin günlük dil ve matematikte birden çok anlamı olduğunu ve bu anlamların öğrencilerinin ispat yapma süreçlerindeki ilerlemelerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Okumuş ve Şimşek (2021), çalışmalarında ortaokul matematik öğretmen adaylarının bir kesenle kesilen iki doğrunun oluşturduğu açıların matematiksel anlamını yorumlamak için kullandıkları Türkçeye özgü dilsel belirteçleri kullanma yollarını ele almıştır. Öğretmen adaylarının ifadeleri hem dilsel, hem sembolik hem de görsel temsil yönünden incelenmiştir. Adayların kullanılan kelimeleri farklı ifade ediş şekilleri ele alınmıştır. Matematiksel dile özgü terminolojiyi günlük dil ile beraber yanlış yorumlayabilecekleri ve dilin matematiksel ilişkiler hakkındaki düşüncelerini daraltabileceği veya genişletebileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Uğurel (2010), çalışmasında öğrencilerin söylemlerinin ispata yönelik algılarını nasıl etkilediğini incelemiştir. Çalışmanın amacını öğrencilerin söylemlerinden yola çıkarak matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin belirlenmesi oluşturmaktadır. Öğrencileri sınıf ortamında gözlemlemiş ve ispata yönelik kavramların, yapıların ve

uygulamaların bilgi ve ifade eksikliğinden dolayı sınırlı olduğu bilgisine ulaşılmıştır. Öğrencilerin bu ifade eksikliğinin geleneksel eğitimin bir etkisi olduğu düşünülmektedir. Öğretmenin matematiksel dili kullanma oranının düşüklüğü öğrencileri olumsuz etkilemektedir. Öğretmenler bunun önüne geçmek için alternatif ders işleme ve değerlendirme yöntemlerini kullanmaları gerekmektedir. Sınıf içi etkileşimin az olduğu sınıflarda öğrencilerin matematiksel dili kullanmakta etkileşimin yüksek olduğu sınıfa göre daha çekingen davranmaktadır. Matematiksel dil kullanılmayan ortamlarda uygun matematik eğitimi ortamı oluşmadığı için öğrencilerin ispata yönelik süreçleri tamamlanamamaktadır.

Shinno vd. (2018), Japonya’da ispatın öğretilmesine ilişkin kültürel ve dilsel konuları ile ispatın ne olduğuna dair epistemolojik bir bakış açısı araştırmıştır. İspatın bir topluluk tarafından kabul edilmesi gerektiğini savunmuştur. Kanıt alanında doğal dilin etkisinin ele alınması gerektiğini söylemiş ve kanıt kelimesini hem isim hem de fiil olarak incelemiştir. Ülkenin müfredatında neyin ispat teşkil edeceğinin anlaşılmasına olanak sağlayacak bir bakış açısı geliştirmeye çalışmıştır. Japon müfredatında ifadeleri dilsel formülasyonu sınıflar arası ispatın öğretilmesini ve öğrenilmesini etkileyebileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Açıl ve Zeybek (2017), öğrencilerin düşüncelerini yansıtırken matematiksel dili nasıl kullandıklarını ve öğretmenlerin öğrencilerin yeteneklerini ne derecede fark edebildiklerini araştırmıştır. Matematğin sahip olduğu sistematik yapının her yönüyle kullanıldığı bir dilin uluslararası bir dil olarak kabul edildiğini ve bu dilin kullanımı sonucunda nitelikli matematik eğitim öğretimi yapılabileceğini savunmuştur. Öğretmen farkındalığı, öğrencilerin eğitim ortamındaki düşüncelerini ve davranışlarını anlamlandırabilme ve ders ortamını buna göre şekillendirebilme yeteneğidir. Öğretmenin öğrencilerin matematiksel dili kullanma becerileri hakkındaki farkındalığının önemi üzerinde durulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel dili kullanmada bazı sorunlar yaşadığı ortaya çıkmıştır. Bunun yanında öğretmenin farkındalık seviyesinin sadece akademik başarı odaklı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Zeybek ve Açıl (2018), öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini incelemiştir. Çalışma için öğrencilerin 7 hafta boyunca tuttıkları günlükler tanım yapabilme, kavram kullanabilme ve matematiksel dili kullanabilme açısından incelenmiştir. Matematiksel dilin kullanımı konusunda üzerinde durulan sınıf içi iletişim,

matematiksel kavramları anlamlandırmak ve öğrenci öğrenmelerinin ölçülmesi için bir araç başlıkları olmuştur. Çalışmada matematiksel dilin kullanımı öğrencilerin çoğunda sınırlı düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin bazıları matematiksel dili kullanmaktan kaçınmıştır. Yazısal iletişimin, öğrencilerin gösterimlerde özensiz davranmaları ve sonucunda da kavram yanlışları oluşabileceğinden matematik derslerinde daha çok kullanılmasının gerekliliği görülmüştür.

Yılmaz ve Güzel (2020), çalışmasında öğrencilerin matematiksel dil kullanımını ve buna ilişkin görüşlerini incelemiştir. Öğrenciler matematiksel işlemler yaparken düşüncelerini doğru bir şekilde ifade etmek için matematiksel dile ihtiyaç duymaktadırlar. Matematiksel dil kullanımında eksiği olan öğrenciler kendilerine ifade etmekte geri durmaktadırlar. Öğrenciler, matematiksel dil kullanmayı öğretmenlerinden öğrenmektedirler. Öğretmenlerin matematiksel dili kullanmada öğrencileri teşvik etmeleri gerektiği belirtilmiştir. Sınıf içinde matematiksel dil kullanıldığında öğrencilerin ve öğretmenlerin problem kurmada ve çözmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Çalışma sonucunda öğrencilerin kareköklü ifadeler matematiksel bilgi eksikliğine sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin çoğunluğunun matematiksel dili doğru bir şekilde kullanamadığı, kullanmaktan kaçındığı, anlamakta zorlandığı ve yanlış genellemeler yaptıkları görülmüştür. Bunun yanında öğrenciler, öğretmenlerinin matematiksel kullandığında daha ikna edici olduğunu söylemişlerdir.

Aramış vd. (2023), matematik alan dili ile ilgili yapılmış çalışmaları incelemiştir. Ortaokul matematik öğretim programında öğrencilerin matematik dersindeki görüşlerini sözlü ve yazılı olarak matematik diliyle ifade etmelerinin önemi üzerinde durmuştur. Matematiksel kullanması öğrencilerin matematik dilini kullanmasını teşvik etmektedir. Dersin işlenişinde matematiksel dili hâkim dil olarak belirlemek gerekmektedir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde matematik dili ile ilgili çalışma yapmanın alana önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Yakar ve Yılmaz (2017), öğrencilerin matematiksel dil becerilerini incelemiştir. Matematiksel düşünmeyi geliştirmenin en etkili yollarından biri düşüncelerini yazılı ve sözlü olarak matematiksel dil ile ifade etmektir. Bu sebeple öğrencilerin bu dili kullanmalarının gerekliliğini fark etmeleri gerekmektedir. Ders sürecinde matematiksel dil ile birlikte sözlü, yazılı şekil, grafik, materyaller kullanılması öğrencinin bu dili kullanmasını teşvik eder. Öğrencilerin çoğunun matematiksel dili kullanmada

zorlandıkları belirlenmiştir. Öğrenciler matematiksel bir ifade oluştururken kelimelerini doğru seçmekte zorlandıkları ve kendilerini günlük dil ile ifade ettikleri görülmüştür. Çalışmada yazma becerilerinin matematiksel ile herhangi bir etkisi olduğu sonucuna ulaşılmamıştır. Matematiksel dili yeterince iyi kullanamayan çocukların problem çözme sürecinde matematiksel ifadeleri oluşturmakta ve çözümü planlamakta zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmalar, (Yakar ve Yılmaz, 2017; Yılmaz ve Güzel, 2020; Zeybek ve Açıl, 2019) öğrencilerin matematiksel dil kullanımında zorlandıklarını göstermektedir. Matematiksel bilgi eksikliği, öğrencilerin matematiksel dil kullanımında zorlanmalarına ve matematiksel dil kullanımından kaçınmalarına sebep olmaktadır. Matematiksel dil kullanımının öğrencilerin matematiksel öğrenme süreçlerine olumlu etkisinin olduğu görülmektedir. Öğretmenler öğretim sürecinde genelde günlük dil kullanmaktadır. Matematiksel dilin sınıf ortamında bir iletişim aracı olarak kullanılması gerekmektedir. Öğrenciler matematiksel dil kullanımını öğretmenlerinden öğrenmektedir. Matematiksel dil kullanımına maruz kalan öğrenciler matematiksel dil kullanımına karşı olumlu tutum sergilemektedir. Matematiksel dil, öğrenciler için bir iletişim aracı olarak kullanıldığında öğrenmeleri etkili ve kalıcı hale getirdiği, matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Matematiksel dil kullanımının öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri üzerindeki etkisini inceleyen çalışmaların yeterli olmadığı düşünülmektedir. Literatürde vurgulanan bu boşluk, mevcut çalışmanın özgünlüğünü vurgulamakta ve matematik eğitiminde ispat becerisinin etkisine ve matematiksel dil kullanımına ilişkin daha fazla araştırma yapılması gerekliliğine işaret etmektedir.

Yabancı Uyruklu Öğrenciler

Karlı Çalamak vd. (2021), yaptıkları çalışmada Türkiye eğitim öğretim kurumlarında mülteci yaşantısı geçirmiş 700 bin civarı öğrenci olduğunu belirtmiştir. Aileleri de düşünüldüğünde bu sayı toplumun dil ve kültür yapısını değiştirmektedir. Matematik öğretmenlerinin ders esnasında akademik dil yerine günlük bir dil kullandıkları aynı zamanda yavaş, vurgulu ve çokça tekrarlı konuştukları görülmüştür. Sınıf içinde öğrenci ve öğretmenler iletişim kurarken çokça beden dili kullanıldığı da fark edilmiştir. Çalışma sonucunda mülteci öğrencileri olan öğretmenlerin çoklu temsil kullanmada gayretli olduğu belirtilmiştir. Ders işlenişine kültürel öğeler eklenmesinde öğretmenlerin geri durduğu, tarihi deneyimler üzerinde durmaktan kaçındıkları

görülmüştür. Ev ve okulda konuşulan dil farklı olduğu için ve velilerin çoğu Türkçe bilmedikleri için öğrencilerin okuma, yazma ve anlama etkinliklerinde desteğe ihtiyaç duydukları da ulaşılan sonuçlar arasındadır.

Başar, Akan ve Çiftçi (2018), mülteci öğrencilerin olduğu sınıflarda karşılaşılan sorunları incelemişlerdir. Mülteci öğrenciler iletişim sorunları sebebiyle başarı, sınıfa uyum ve iletişim yönünden sorun yaşamaktadır. Aynı zamanda çoğu mülteci öğrenci savaş, terör, ölüm vb. olayları yaşadığı için travmaları olan öğrencilerdir ve bu yaşantılar sınıf ortamına yansımaktadır. Aynı zamanda bu öğrencilerle alakalı bir yönetmelik olmadığı için devamsızlık açısından kontrol edilmekte zorlanılmaktadır ve bu da sınıf yönetimini olumsuz etkilemektedir. Velilerin Türkçeyi ya hiç ya da az bilmelerinden dolayı işbirliği yapılamamaktadır. Öğretmenlerin mülteci öğrencileri kabullenmekte zorluk yaşadıkları sonucuna da ulaşılmıştır. Öğretmeni tarafından kabul edilmeyen çocukların eğitim ortamından kendilerini daha fazla soyutladıkları ve öğretmenlerin de onlarla ilgili tutumlarının oldukça etkili olduğu düşünülmektedir. Öğretmen olumlu tutum sergilediğinde somutlaştırma, beden dili kullanımı ve daha fazla zaman ile öğrencilerin dezavantajlı durumunu ortadan kaldırmaya çalıştıkları görülmüştür. Mülteci öğrencilere ve ailelere Türkçe kursları verilmesi, yasal mevzuat oluşturulması ve dışlama vb. durumlar için kamu spotları yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Yurdakul ve Tok (2018), öğretmen gözüyle mülteci öğrencileri incelemiştir. Mülteci öğrenciler eğitime entegre edilmeye çalışılmaktadır. Öğretmenlere göre bu öğrencilerin eğitime uyum sağlayamamalarının en önemli sebebinin dil problemi olduğu belirtilmiştir. Öğrenciler geçirdikleri göç süreci sonucunda travma sebebiyle yabancılaşma eğilimindedir ve dışlanma bunu destekleyici olmaktadır. Öğrenciler kendilerini ait hissetmedikleri ve farklı oldukları düşündükleri için dil öğrenmeye ve kaynaşmaya karşı istekli değildirler. Sonuç olarak öğrencilerin dil, sosyal ve duygusal problemleri kaynaklı sorunlar yaşadıklarına ulaşılmıştır. Bunun yanında öğretmenler, bu öğrencilere takviye Türkçe kursları verilmesi, öğretmenlerin bilinçlendirilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Karaağaç ve Güvenç (2019), Suriyeli mülteci öğrencilerin eğitim sorunlarını araştırmıştır. 2011 yılında ülkelerini savaş nedeniyle terk eden Suriyelilerin yaklaşık yarısı çocuklardan oluşmaktadır. Evlerinden, okullarından, çevresinden ve ailelerinden ayrılan çocukların bilişsel, duyuşsal, fiziksel gelişimleri olumsuz etkilenmektedir.

Suriyeli öğrenciler Türk eğitim sistemine entegre edilmeye çalışılmaktadır. Suriyeli öğrencilerin sınıfa uyumlarının sağlanması okuma yazma ve Türkçe eğitimlerine Türk çocuklarla aynı sınıfta başlamaktadırlar. Dilsel dezavantajları sonucu bu öğrenciler kendilerini ortamdaki soyutlama eğiliminde olmaktadır. Öğretmenler de Suriyeli öğrencilerin en önemli probleminin dil olduğunu belirtmişlerdir. Aile ve okul farklı diller konuştuğu için çocuk evde dil becerilerini geliştirememektedir. Öğretmenler bunu geliştirmek için derslerde görsel araçlar, modeller ve farklı teknikler kullandıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenlerin bir kısmı öğrencilerin hazır bulunuşluklarını iletişim eksikliği nedeniyle tespit edemediklerini ve bu nedenle eğitim ihtiyaçlarını da belirleyemediklerini ifade etmişlerdir.

Cavkaytar vd., (2021), Suriyeli öğrencilerin eğitim yaşantılarını incelemiştir. Türkiye'ye iç savaş sebebiyle gelen öğrencilerin çoğu Türkiye'de eğitim öğretime devam etmektedir. Suriyeli öğrencilerin davranış özellikleri incelendiğinde saldırgan, tepkisel, girişken ve aktif olarak sınıflandırılmışlardır. Sosyal açıdan incelendiğinde ise mülteci çocukların kendi aralarında etkileşim kurmaya yatkın oldukları görülmüştür. Akademik özellikleri ise oldukça çeşitli olmakla birlikte, birinci sınıfa Türkiye'de başlayan öğrencilerin akademik başarılarının daha iyi olduğu görülmüştür. Velisi öğretmenlerle işbirliği içinde olan ailelerin çocuklarının akademik ve sosyal açıdan daha olumlu davranışlar sergilediği belirtilmiştir. Öğrencilerle görüşüldüğünde Öğrencilerin öğretmenleriyle ilgili olumsuz duygular beslemedikleri fakat onlarla iletişim kurmada zorlandıkları görülmüştür. Çalışma sonucunda tüm okul personelinin iş birliği içinde organize bir şekilde uyum sorunlarını ortadan kaldıracabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Özdoğan vd. (2021), Suriyeli öğrencilere karşı öğretmen tutumlarını incelemiştir. 2011 yılında Suriye'de yaşanan iç savaş nedeniyle birçok insan göç etmek durumunda kalmıştır. Türkiye'ye göç eden mültecilerin yaklaşık 700 bini eğitim öğretime devam etmektedir. Dezavantajlı durumdaki bu öğrencilerin ayrımcılığa maruz kalmadan eğitim hakkından faydalanmaları gerekmektedir. Öğretmen tutumları sınıf düzeyine, yerleşim yerine ve mesleki deneyime göre farklılık göstermiştir. Öğretmenler küçük yaş gruplarındaki mülteci öğrencilere karşı daha olumlu tutum sergilemişlerdir. Büyükşehirde eğitim veren öğretmenler köyde eğitim veren öğretmenlere göre mülteci öğrencilere daha ılımlı yaklaşmaktadır. Mesleki deneyim ile bu öğrencilere karşı tutumun arasında pozitif korelasyon görülmektedir. Öğretmenlere çokkültürlü okul ortamında

kapsayıcı bakış açısı geliştirebilmeleri için gerekli eğitimler verilerek mevcut eğitim sisteminin daha ileriye taşınması gerekmektedir.

Bahadır (2021), göçmen öğrencilerin matematik eğitiminde etnomatematik yaklaşım kullanarak bir araştırma yapmıştır. Türkiye, komşusu Suriye’de çıkan iç savaş sebebiyle oldukça büyük bir Suriyeli göçmen grubuna ev sahipliği yapmaktadır. Bu grubun büyük bir kısmı çocuklardan oluşmaktadır. Bu nedenle yıllar geçtikçe Türk eğitim sistemine katılan yabancı uyruklu öğrenci sayısı artmaktadır. Çok kültürlü matematik müfredatı ayırtırmadan uzak matematiksel modellemeler ve materyaller içerir. Öğrencilerin iş birliği içinde kazanımlara ulaşmalarını hedefler. Etnomatematik program, matematiği kültürel olarak ele alarak bundan üst düzeyde faydalanmayı esas alır. Çalışma sonucunda matematiğin kültürel özelliklerinin programlarda daha çok yer alması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Geleneksel matematik kültürel öğelerden uzaktır. Özellikle yabancı uyruklu öğrenciler için oluşturulan sınıflarda etnomatematik yaklaşım kullanılmasının öğrencilerde aidiyet oluşturulacağı düşünülmektedir.

Öner ve Dur (2022), yabancı uyruklu öğrencilerin okul ile ilişkilerini yönetici ve öğretmen görüşleri olarak incelemiştir. Türkiye, 2011 yılının mart ayından itibaren Suriye’de çıkan iç savaş sebebiyle kitlesel göçler almaktadır. Birleşmiş Milletler Mülteciler Yüksek Komiserliği (BMMYK)’nce verilen bilgilere göre Türkiye’de 2021 yılında yaklaşık beş milyon mülteci vardır. Bu mülteci topluluğunun çoğunluğunu çocuklar oluşturmaktadır. Bu çocukların eğitim öğretime katılmasıyla beraber ortaya bazı sorunlar çıkmaktadır. Bu sorunlar yönetici ve öğretmenler açısından Türkçeyi iyi bilmemeleri, derslerden ve sınıftan kopukluk, Türk öğrencilerle kutuplaşma ve maddi yetersizlik olarak belirlenmiştir. Bu sorunları çözmeye veya daha iyi hale getirmeye yönelik öğrencilere ve ailelerine Türkçe eğitimleri düzenlenmesi, öğretmenler için hizmet içi eğitimler, yabancı uyruklu öğrencilerin uyum süreci için gerekli oryantasyon çalışmaları yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Salı ve Şeker (2023), mülteci olarak Türkiye’ye gelen öğrencilerin eğitim sorunları üzerinde durmuştur. Mültecilerin Türkiye’ye göçme sebepleri arasında savaş ve maddi imkansızlıklar olduğu ifade edilmiştir. Mültecilerin eğitim öğretime katılması Türkiye açısından desteklenmiştir. Çünkü okul yalnızca bir eğitim ortamı değil aynı zamanda bir öğretim ortamıdır. Okul öğrencilerin sorunlarını çözmeleri için ortam oluşturur ve destekler. Her ne kadar okul öğrenciler için olumlu bir ortam geliştirmeye

çalışsa da bu süreç beraberinde sorunlar da getirmiştir. Öğrencilerin dil yetersizlikleri, aile içi ilişkileri, çatışmalar, mülteci öğrencilerin kendini soyutlamaları gibi çözülmesi gereken sorunlar görülmüştür. Bu sorunların çözümü için ailenin de katılımı oldukça önemlidir. Türkçe eğitimi yalnızca çocuğa değil aileye de verilmesi gerektiği düşünülmektedir. Ailelere maddi yardım, öğrencilere ve ailelere şehir bazlı ve okul bazlı oryantasyon, her mülteci öğrenciye psikolojik eğitim verilmesi gibi çözüm önerileri geliştirilmiştir.

Çelik (2018), Türkiye’deki Suriye uyruklu çocuklara yönelik politikaları incelemiştir. Milli eğitim bakanlığı göçmen öğrencilerin eğitime katılmaları için çeşitli politikalar izlemiştir. Öğrencilerin eğitime katılmaları için resmi ve özel okullara kayıtları kolaylaştırılmıştır. Bu öğrenciler mevcut eğitim düzenine entegre edilmiş ve akranlarıyla birlikte eğitim görme fırsatı elde etmiştir. Bununla beraber öğrencilerin dil eğitimlerini desteklemek için halk eğitim merkezlerinde kurslar düzenlenmektedir. Aynı zamanda bu öğrencilere ders verecek matematik öğretmenleri için GÖÇ-MAT isimli bir TUBİTAK projesi ile öğretmenlere mülteci çocuklarla ilgili eğitimler verilmiştir. Bunun dışında Suriyeli öğrencilerin mesleki eğitimleri desteklenmiştir. Milli eğitim bakanlığı her ne kadar göçmen öğrencileri eğitime entegre etmek için çalışmalar yürütse de halen eğitim öğretime erişimi olamayan Suriyeli öğrenciler mevcuttur. Bu nedenle göçmen öğrencileri de kapsayan daha geniş sınırlı bir eğitim sistemi oluşturulması gerekmektedir. Türkiye halihazırda çok kültürlü olan yapısı aldığı göçlerle sürdürülmektedir. Buna rağmen Türk eğitim sistemindeki çok kültürlülüğten uzak bir eğitim vardır. Dezavantajlı durumda bulunan göçmen öğrenciler eğitim sistemi düzenlenerek kapsayıcı bir program altında eğitime entegre edilmelidir.

Yıldız (2019), Türkiye’de eğitim gören Suriyeli öğrencilerin eğitim öğretimde yaşadığı sorunları ve bunlara geliştirilen çözümlerini araştırmıştır. Suriyeli öğrencilerin eğitime katılmaları ya da katıldıkları eğitimden uzaklaşmalarının sebepleri başında dil problemi gelmektedir. Kültür çatışması, iletişimsizlik, öğretmenlerini anlamadıkları için derslerden geri kalma ve bunun getirdiği akademik yönden başarısızlık dil probleminin beraberinde getirdiği sorunlardır. Öğrencilerin dil problemlerini aşabilmek için zorunlu dil eğitimi verilmelidir. Göçmen öğrencilerin çoğu göç sürecinde eğitime ara vermiş öğrencilerdir. Eğitime verilen bu ara öğrencilere olumsuz yönden etkilemektedir. Alışık olmadıkları bir düzene ve verdikleri ara sonucu uzak kaldıkları eğitim öğretime dönmeleri

kolay olmamaktadır. Bunun önüne geçmek için öğrencilere psikolojik olarak destek sağlanmalıdır. Bununla beraber birçok öğrenci maddi imkânsızlıklardan dolayı ailesine destek olmak zorunda kalmaktadır. Bir işte çalışan öğrencilerin eğitim öğretime ayırabildiği zaman kısıtlıdır. Öğrencilerin okula devamının sağlanabilmesi için öğrencilere maddi yardımda bulunulması gerekmektedir. Türkiye’deki eğitim sistemi çok kültürlü eğitime uygun görülmemektedir. Son yıllarda yaşanan yoğun göç göz önüne alınarak eğitim sistemi çok kültürlü bir sisteme uyarlanmalıdır.

Gökmen (2020), çalışmasında Suriyeli öğrencilerin eğitim öğretime katılırken yaşanan sorunları tespit etmeye amaçlamıştır. Türkiye göç eden Suriyeli ailelerin ikamet ettikleri yerlerden ne zaman dönecekler bilinmemektedir. Bu sebeple okul çağındaki çocukların eğitim öğretime entegre olması gerekmektedir. Bu çocukların büyük bir çoğunluğu savaş ve hepsi göç yaşamıştır. Bu çocukların ülkemizin geleceğine katkı sağlayacağı düşünülerek eğitim öğretim programlarına alınması desteklenmektedir. Eğitim öğretim toplumla bütünleşmeyi, iyi ilişkiler kurmayı, göçün olumsuz etkilerinden uzaklaşmayı, psikolojik olarak daha iyi bir hale gelmeyi sağlamaktadır. Fakat bu öğrenciler eğitim sürecine katılırken birçok sorunla karşılaşmaktadır. Bu sorunlar Türkçe dil becerisi, öğrencilerin göç ettikleri yerlerde memnun olmamaları, geleceğe dair umutlarının olmaması, maddi yetersizlikler, okul başarısı, okul arkadaşları ve öğretmenleriyle uyumsuzluk gibi sorunlardan oluşmaktadır. Türkçeyi konuşma becerileri arkadaşlarına göre daha iyi seviyede olan öğrencilerin bu sorunların birçoğunu aşabildikleri görülmüştür. Maddi yetersizlik dolayısıyla başka işlerde çalışan öğrencilerin eğitim kapsamında maddi desteğe ihtiyacı oldukları belirlenmiştir. Maddi açıdan güvende hisseden öğrenciler okulla olumlu ilişkiler geliştirmektedir. Suriyeli öğrencilerin fırsat eşitliğine göre eğitim alabilmeleri için hazırlık sınıfı uygulaması, yaz tatil döneminde isteğe bağlı Türkçe kursları, farklı kültürlerin çatışmasını önlemek için önleyici rehberlik hizmetleri, geleceğe yönelik Olumlu duygular geliştirmeleri için eğitimler planlanması gerektiği düşünülmektedir.

Çalışmalar, (Çelik, 2018; Gökmen 2020; Karşı Çalamak vd., 2021; Öner ve Dur, 2019; Özdoğru vd., 2021; Yıldız, 2019) Türkiye’de bir milyona yakın mülteci öğrenci olduğunu göstermektedir. Bu nedenle birçok sınıf çokkültürlü sınıf konumundadır. Öğrencilerin yaşadığı olumsuz durumlar sebebiyle eğitim öğretim sürecine entegre olmaları zorlaşmaktadır. Ana dilleri olmayan bir dilde eğitim aldıkları için süreç onlar

için daha zor bir hal almaktadır. Yabancı öğrencilerin karşılaştığı eğitim zorlukları üzerine mevcut araştırmalar Türkçe dilindeki zorluklar, kültürel uyum, aileyle ilgili eğitim eksiklikleri ve eğitimi etkileyen ekonomik faktörler gibi konuları ele alırken, matematik eğitiminde ispat becerilerinin geliştirilmesine özel olarak odaklanan çalışmalarda dikkate değer bir boşluk bulunmaktadır. Bunun yanında öğretmenlerin çokkültürlü sınıf ortamlarında çoğunlukla doğal dil ve beden dili kullandıkları çalışmalarda belirtilmiştir (Başar, Akan ve Çiftçi, 2018; Karaağaç ve Güvenç, 2019; Karslı Çalamak vd., 2019).Yabancı uyruklu öğrencilerin matematiksel öğrenme süreçlerini inceleyen çalışmaların yeterli olmadığı düşünülmektedir. Literatürde vurgulanan bu boşluk, mevcut çalışmanın özgünlüğünü göstermekte ve matematik eğitiminde yabancı uyruklu öğrencilerle yapılan çalışmalara daha çok yer verilmesi gerektiğini göstermektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan yöntemler ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları ve verilerin analizine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

Öğrenenlerin İspat Yapma Davranışları

Harel ve Sowder'a (1998) göre ispat şemaları öğrencilerin bilişsel basamaklarını, matematiksel gelişimini, zihinsel yeteneklerini açığa çıkarmaktadır. Harel ve Sowder (1998), ispatı toplumsal formlardan etkilenen bir yapı olarak değerlendirmiş ve öğrencilerin düşünce süreçlerini incelemeye önem vermiştir. Harel ve Sowder (1998), ispat şemalarını üç kısma ayırmıştır; dışsal ispat şeması, deneysel ispat şeması ve analitik ispat şeması. Dışsal ispat şemasına sahip öğrenciler düşüncenin doğruluğu için kendi fikirlerinden çok ezber ve yönlendirmelere ihtiyaç duymaktadır (Çontay ve Paksu, 2019; Harel ve Sowder, 1998). Bu şemaya sahip öğrenciler amaçsız ve bilinçsizce kabul eğilimindedir (Barak, 2018). Harel ve Sowder'a (1998) göre dışsal ispat şeması kendi içinde üç alt başlığa ayrılmaktadır. Ritüel ispat şeması, ispatın biçim özelliklerine dikkat ederek doğruluğa ya da yanlışlığa karar verilen şemadır. Bu şemaya sahip öğrenciler ispatın geçerli olup olmamasından çok ispat gibi görünüp görünmediğine önem vermektedirler (Barak, 2018). Otoriter ispat şeması bir ispatın doğruluğuna karar verirken kişinin otoriteleri dikkate aldığı şemadır. Bu şemaya sahip öğrenciler genellikle kitap ve öğretmen ifadelerine göre karar vermektedirler (Barak, 2018; Dede ve Karakuş, 2014). Sembolik ispat şeması ise bireyin matematiksel sembolleri anlamları dışında kullanıldığı ispat şemasıdır. Bu şemaya sahip öğrenciler işlem, tanım ve sembolleri gelişigüzel kullanmaktadır (Çontay, 2017; Dede, Karakuş, 2014; Sarı Uzun, 2020; Zeybek Şimşek, 2020). Analitik ispat şeması Harel ve Sowder'a (1998) göre iki başlık altında incelenmektedir. Dönüşümsel ispat şeması bireyin çözüm için akıl yürütmesi sonucu gerekçelendirme ve amaçlı işlemler yapabildiği şemadır. Öğrenci genel yapıyı fark etmede belirli zihinsel stratejilerin kullanmaktadır. Aksiyomatik ispat şeması ise öğrencinin aksiyomlar ve tanımsız terimler içeren sistemde rahat bir şekilde çalışabilme becerisine sahip olduğu şemadır (Sarı Uzun, 2020; Dede, Karakuş, 2014; Zeybek Şimşek, 2020; Çontay, 2017).

Balacheff'e (1998) göre ise deneysel ispat şeması saf deneyselcilik, kritik deney ve genelleyici örnek olarak üç başlıkta ele alınmaktadır. Saf deneyselcilik, ifadenin doğruluğunun birkaç özel durum üzerinden doğruluğuna ya da yanlışlığına karar verildiği şemadır. Kritik deney, öğrencinin stratejik örnekler seçerek önermenin doğruluğuna ya da yanlışlığına karar verdiği şemadır. Öğrenci özel bir durum için örnek seçmektedir. Genellenebilir örnek ise diğer deneysel şemalara nazaran dedüktif muhakemenin daha baskın olduğu, durumun bir örnek ile genellendiği ve doğruluğunun gösterildiği şemadır. Öğrencinin örneği özel bir durum için değil ispatın geneli içindir (Barak, 2018; Çontay ve Paksu, 2019; Uğurel, 2020). Çalışmada öğrencilerin ispat yapma davranışları Harel ve Sowder'ın (1998) ispat şemaları sınıflandırmasına göre dışsal, deneysel ve analitik ispat şeması olmak üzere üç başlıkta incelenmiştir. Dışsal ispat şeması Harel ve Sowder'ın (1998) alt başlıklarına göre ritüel, otoriter ve sembolik ispat şeması olmak üzere üç başlıkta kodlanmıştır. Deneysel ispat şeması ise Balacheff'e (1998) göre saf deneyselcilik, kritik deney ve genellenebilir örnek ispat şeması olmak üzere üç başlıkta incelenmiştir. Çalışmada öğrencilerin ispat yapma davranışlarının sınıflandırılması için kullanılan kategorilere Tablo 1'de yer verilmiştir.

Tablo 1. İspat Şemaları

İSPAT ŞEMALARI	Alt şemalar	İspat Şemalarının Özellikleri
DIŞSAL İSPAT ŞEMASI	RİTÜEL İSPAT ŞEMASI	Öğrencilerin bir matematiksel ifadenin görünüşünden etkilendikleri ispat şemasıdır. İspatın geçerli olup olmadığından çok ispat gibi görünüp görünmediği önemlidir.
	OTORİTER İSPAT ŞEMASI	Öğrencilerin ispata ikna olmaları için bir otoriteye ihtiyaç duydukları ispat şemasıdır. Öğrenci için öğretmenin söylediği veya kitapta gördüğü ifadelerin doğruluğunun incelenmesine gerek yoktur.
	SEMBOLİK İSPAT ŞEMASI	Öğrencilerin problem çözümü için plan yapmadan sadece çözüme odaklandığı, gelişigüzel formül kullandığı, işlemler yaptığı ispat şemasıdır. Öğrenciler sembol, tanım ve işlemleri anlamsız ve hatalı olarak kullanırlar.
DENEYSEL İSPAT ŞEMASI	SAF DENEYSELÇİLİK	Öğrencinin birkaç özel durum üzerinden önermenin doğruluğuna ya da yanlışlığına karar verdiği ispat şemasıdır. Öğrenci örnekler üzerinden ispatını kurar.
	KRİTİK DENEY	Öğrencinin belirli örnekler seçerek önermenin doğruluğuna ya da yanlışlığına karar verdiği şemadır. Öğrenci özel bir durum için örnek seçer.
	GENELLENEBİLİR ÖRNEK	Öğrencinin tüm durumları temsil edebilecek örnekler seçtiği şemadır. Öğrencinin seçtiği örnekler özel bir durum için değil ispatın geneli içindir.
ANALİTİK İSPAT ŞEMASI		Öğrencilerin çözümleri için akıl yürütme sonucu gerekçelendirme ve amaçlı işlemler yapabildiği ispat şemasıdır. Öğrencinin mantıksal çıkarım sonucu savunma oluşturabildiği ve formal ispat ortaya koyabildiği ispat şemasıdır. Öğrenciler ispat yaparken tanım, teorem ve tanımsız terimler kullanır.

Tablo 1. İspat Şemaları

Araştırma Modeli

Araştırmanın konusu Türkiye’de öğrenim gören yabancı uyruklu öğrencilerin ispat, akıl yürütme ve muhakeme becerilerinin incelenmesi ve bu becerilerde matematiksel dilin etkisinin belirlenmesidir. Çalışmada bu amaç doğrultusunda nitel araştırma yöntemi esas alınmıştır. Nitel araştırmalar, gözlem ve görüşme gibi nitel veri toplama araçlarının kullanıldığı bütüncül çalışmalardır (Creswell, 2013). Nitel araştırmalarda bir olay derinlemesine incelenebilmekte ve süreç üzerinde daha çok durulabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Nitel araştırmalarda genellikle çalışmanın yapıldığı sosyal çevre ile ilgili, çalışma boyunca geçirilen süreç ile ilgili veya çalışma grubunun düşünme süreçleri ile ilgili veriler toplanır (Büyüköztürk vd., 2015). Küçük gruplar tercih edilerek verilere her yönüyle yoğunlaşılabilmektedir (Baltacı, 2019).

Bu çalışmada 11. Sınıfta okuyan 20 Suriyeli öğrencinin belirli bir zaman ve alanda akıl yürütme ve ispat sürecinde matematiksel dilin etkisi incelendiği için nitel araştırma yaklaşımlardan olan durum çalışması kullanılmıştır. Durum, belirli zaman aralığında gerçekleşen gözlemlenebilir olgudur (Aytaçlı, 2012). Durum çalışmasında bir zamanda sınırları belli durum veya durumların birden fazla kaynak ile veri toplanıp derinlemesine incelenebilmektedir. Sistemik şekilde toplanan veriler ışığında olayın nedeni ve nasılı ortaya çıkarılmaktadır. Gelecek çalışmalar için de nelere odaklanılması gerektiği ortaya konmaktadır (Subaşı ve Okumuş, 2017). Bu çalışmada durum olarak, 11. Sınıfa devam eden 20 Suriyeli öğrencinin akıl yürütme ve ispat yapabilme becerileri ve bu becerilere matematiksel dilin etkisinin incelenmesi olarak belirlenmiştir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu nitel araştırmalarda oldukça fazla yer verilen amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örneklemelerde araştırmacı, örnekleme çalışmanın amacına uygun ve yeterli olarak seçmektedir (Başkale, 2016; Yağar ve Dökme, 2018). Çalışma grubu Suriyeli öğrencilerin çoğunlukta olduğu bir devlet lisesinde öğrenim görmekte olan 11. sınıf düzeyinde farklı şubelerden 20 Suriyeli erkek öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcılar Türkçe dilinde kendini ifade edebilme yetenekleri göz önünde bulundurularak üç matematik öğretmeni tarafından belirlenmiştir. Kendini ifade edebilme yeteneği yüksek olan öğrencilerden çalışmaya katılmaya gönüllülük gösteren öğrenciler seçilmiştir. Öğrencilerin 10. Sınıf genel not ortalaması 63,75’tir. Bu öğrencilerin

ortalamaları 32,25 ile 97,75 notları arasında değişmektedir. Çalışma grubu başarı yönünden üç grupta sınıflandırılmıştır. Çalışma grubuna ilişkin bilgiler Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Çalışma Grubuna ilişkin bilgiler

Ortalama aralığı	Öğrenci
Düşük	Ö6, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö17, Ö19
Orta	Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10, Ö15, Ö18
Yüksek	Ö2, Ö3, Ö8, Ö11, Ö20
ort	63,75

*ort=ortalama

Veri Toplama Araçları ve Süreci

Durum çalışması olarak yürütülen bu çalışmada öğrencilerin ispat yapma davranışlarının ortaya çıkarılabilmesi için önce Akıl Yürütme ve İspat Anketi ardından da bireysel görüşmeler yapılmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketi öğrencilerin bilgilerini herhangi bir kısıtlama olmadan kâğıda dökrebilmelerini sağlar. Ancak, öğrencilerin bilgilerini kâğıda dökrebilmeleri öğrencilerin yazarak kendilerini ifade edebilme becerilerine bağlıdır (Karataş ve Güven, 2003). Dolayısıyla Akıl Yürütme ve İspat Anketleri uygulandıktan sonra öğrenciler ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bireysel görüşmeler nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan veri toplama araçlarıdır. Bireysel görüşmelerle matematik eğitiminde öğrencilerin düşünme, akıl yürütme ve problem çözme süreçlerinin incelenbilmesine olanak sağladığı için daha derinlemesine bilgi elde edilebilmektedir (Çontay ve Paksu, 2019; Karataş ve Güven, 2003).

Çalışmanın amacına uygun olarak öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerini incelemek için araştırmacı tarafından ilgili literatür incelenerek seçilen 10 matematiksel ifadenin yer aldığı ve matematiksel dil kullanımının yoğun olduğu Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 (bkz. Ek1) uygulanmıştır. Sonrasında Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de yer alan ifadeler ile oluşturulan sözel dil kullanımının yoğun olduğu ve Akıl Yürütme ve İspat

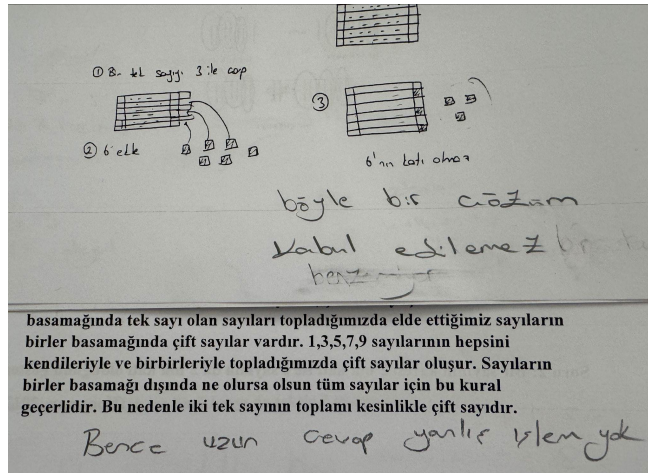
Anketi 2 (bkz. Ek2) kullanılmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketinde yer alan sorular için uzman görüşü alınmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 için öğrencilere 50 dakika süre verilmiştir. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 uygulandıktan bir hafta sonra Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 uygulanmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 için 50 dakika süre verilmiştir. Akıl Yürütme ve İspat Anketi incelendikten sonra araştırmacı tarafından seçilen 5 öğrenci ile bireysel görüşme yapılmıştır. Bireysel görüşme için farklı ispat yapma davranışları gösteren öğrenciler tercih edilmiştir. Bireysel görüşmeler verilerin daha sonra çözümlenmesi ve analizi için video ile kayıt altına alınmıştır. Her bir görüşme yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Bireysel görüşmeler araştırmacı ve katılımcının bulunduğu uygun bir sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir.

Verilerin Analizi

Çalışmada elde edilen bulguların analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz yönteminde ulaşılan bulgular aslına uygun olarak yorumlanıp doğrudan alıntılar yapılarak ortaya konmaktadır (Kümbetoğlu, 2005).

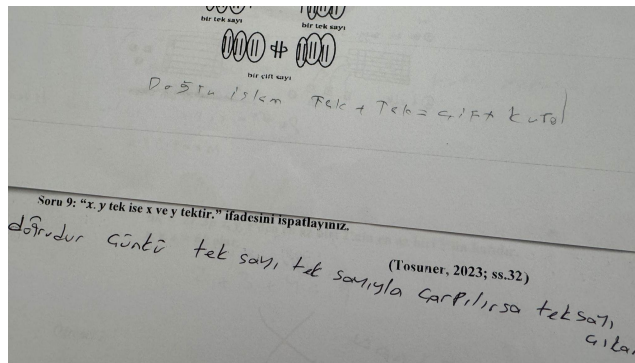
Çalışmada öncelikle video kayıtları incelenerek yazıya dökülmüştür. Daha sonra öğrencilerin verdiği cevaplar Harel ve Sowder'ın (1998) ispat şemalarına göre dışsal ispat şeması, deneysel ispat şeması ve analitik ispat şeması başlıkları altında incelenmiştir. Dışsal ispat şeması Harel ve Sowder'ın (1998) alt başlıklarına göre; deneysel ispat şeması ise Balacheff'in (1998) ispat şemasına göre incelenmiştir (bkz. Tablo 1). Veriler çözümlendikten sonra tablolaştırılarak bulgular başlığı altında incelenmiştir.

Dışsal ispat şeması özelliklerini gösteren öğrenciler kendi düşüncelerinden çok ezber ve yönlendirmelere ihtiyaç duymaktadır. Ritüel ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler ispatın şekilsel özelliklerine önem vermektedir. Öğrenci için ispatın doğru olmasından çok ispat gibi görünüp görünmediği önemli olmaktadır. Şekil 1'de öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin alışageldikleri şekilde olmayan çözümleri ispat olarak kabul etmedikleri görülmektedir. Öğrenciler sözel anlatım veya şekil ile kurulan ispatları geçersiz görmektedir. Verdikleri *“böyle bir çözüm kabul edilemez benzemiyor”* ve *“bence uzun çözüm cevap yanlış işlem yok”* cevapları öğrencilerin sahip olduğu ispat anlayışına uygun olmayan ve matematiksel işlem içermeyen cevapları kabul etmediklerini göstermektedir. Benzer cevaplar veren öğrenciler ritüel ispat şeması düzeyinde kodlanmaktadır.



Şekil 1. Ritüel ispat şeması örneği

Otoriter ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler ispatın doğruluğuna karar verirken öğretmen, kitap gibi otoritelere ihtiyaç duymaktadırlar. Bu düzeyde bir öğrenci için bir formülün veya kitaptaki bir ifadenin doğruluğunun incelenmesine gerek yoktur. Şekil 2’deki “doğru işlem $tek + tek = çift$ kural” ve “doğrudur çünkü tek sayı tek sayıyla çarpılırsa tek sayı çıkar” cevapları öğrencilerin kural olarak gördüğü ifadelerin doğruluğunu incelemeye gerek duymadıklarını göstermektedir. Benzer cevaplar veren öğrenciler otoriter ispat şeması düzeyinde kodlanmaktadır.



Şekil 2. Otoriter ispat şeması örneği

Sembolik ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler düşünme süreci geçirmeden sonuca odaklanmaktadır ve gelişigüzel bir şekilde çözüm yapmaktadır. Plan kurmadan formül, tanım, işlem ve soru kökündeki ifadeleri kullanmaktadır. Şekil 3’te ilk öğrencinin çözümü incelendiğinde çözüm alanına işlemleri herhangi bir düzen olmadan yerleştirdiği görülmektedir. İkinci öğrenci ise soruyla alakalı olmayan bir bilgiyi sorunun

çözümü için yazmıştır. Benzer cevaplar veren öğrencilerin sembolik ispat şeması düzeyinde kodlanmaktadır.

(Aylar, 2014)

(Teke, 2021)

Giftler basamağında olan sayıları topladığımızda elde ettiğimiz sayılar basamağında çift sayılar vardır (0, 2, 4, 6, 8, ...). Doğru basamağı ile

Şekil 3. Sembolik ispat şeması örneği

Deneysel ispat şeması özelliklerini gösteren öğrenciler çözüm için örnek geliştirebilmektedir. Saf deneysencilik ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler rastgele, ardışık, ilk akla gelen birkaç örnek ile ispatı doğrulamaktadırlar. Şekil 4'te öğrencinin ilk akla gelen sayılarla çözüm yaptığı görülmektedir. Benzer şekilde peş peşe veya amaçsız seçilen sayılarla çözüm yapan öğrenciler saf deneysencilik ispat şeması düzeyinde kodlanmaktadır.

Örnek:
b'ye herhangi bir tek sayı değeri verelim.
 $b=9 \Rightarrow 81-8=80 \rightarrow 8k$
 $b=1 \Rightarrow 1-1=0 \rightarrow 0k$
 $b=3 \Rightarrow 9-1=8 \rightarrow 8k$

Şekil 4. Saf deneysencilik ispat şeması örneği

Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrencilerin ispatı rastgele olmayan örnekler ile doğruladıktan sonra kabul etmektedir. Şekil 5'te öğrencinin örnekleri özel bir durum için seçtiği görülmektedir. Benzer özellik gösteren öğrenciler kritik deney ispat şeması düzeyinde kodlanmıştır.

$b = 2 \cdot 1 + 1$ $b = 3$ $b^2 - 1 = 8$ $9 - 1 = 8$	$b = 2 \cdot 2 + 1$ $b = 5$ $b^2 - 1 = 8$ $25 - 1 = 24$	tek ve sıf sayı yaptımı 2de 8 kntı sıhtan Göre doğru /
--	--	---

Şekil 5. Kritik deney ispat şeması örneği

Genellenebilir örnek ispat şeması matematiksel yapıların kullanıldığı ve çıkarım yapılarak tüm durumları temsil edebilecek örneklerin seçildiği şemadır. Bu şemaya ait özellik gösteren öğrenciler tümevarımsal düşünebilmektedir. Benzer özellik gösteren öğrenciler genellenebilir örnek ispat şemasının özelliklerini gösterdiği söylenebilir. Bu çalışmada genellenebilir örnek ispat şeması düzeyinde kodlanan öğrenci bulunmamaktadır.

Analitik ispat şemasına ait özellik gösteren öğrenciler otorite ve deneyle ikna olmamaktadır. Öğrenciler mevcut öğrenmelerini, akıl yürütme ve matematiksel muhakeme becerilerini kullanarak çözüm geliştirirler. Öğrencilerin matematiksel işlem becerilerinin iyi olduğu ve cebirsel işlem yapmaktan kaçınmadıkları görülmektedir. Analitik ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler ispatında tanım, teorem, aksiyom, tanımsız terim gibi ifadeler kullanmaktadır. Benzer özellik gösteren öğrencilerin analitik ispat şeması düzeyinde kodlanmaktadır.

Geçerlik ve Güvenirlik

Güvenirlik, araştırma bulgularının tekrarlanabilirliği ve kullanılan yöntemlerin tutarlılığıyla ilgilidir (Miles ve Huberman, 1994). Güvenirlik, değişkenleri ölçmek için kullanılan maddelerin birbirleri ile tutarlılığını ve kullanılan ölçeğin ilgilenilen sorunu ne derece yansıttığını ifade etmektedir (Kalaycı, 2009). Nitel olarak analiz edilen verilerin güvenilirliğinde dikkate alınan güvenilirlik ölçütlerinde birisi araştırmacı veya kodlayıcılar arası uyum olarak belirtilmiştir (Miles ve Huberman, 1994).

Geçerlik, bir ölçüm aracının, testin veya araştırmanın asıl hedeflediği kavramı ne kadar doğru ve tam olarak ölçebildiğini ifade etmektedir (Ercan ve Kan, 2004). Geçerlik bir ölçümün ya da araştırmanın amacına uygun ve doğru sonuçlar üretme derecesi olarak ifade edilmektedir (Başkale, 2016). Geçerli bir ölçüm, ölçmek istediği değişkeni eksiksiz

bir şekilde ele alır ve elde edilen sonuçlar, gerçekte var olan durumu yansıtmaktadır (Yağar ve Dökme, 2018). Nitel araştırmalarda görülen ve duyulanların yanlış veya eksik tanımlanması, verilerin doğruluğunu etkileyebilmektedir. Bu durum, görüşme ve gözlemlerin ses ve video kaydına alınarak deşifre edilmesiyle önlenebilir. Araştırma bulgularının geçerliliği, bu betimlemelerin doğruluğuna dayanmaktadır (Ercan ve Kan, 2004). Bu nedenle görüşmelerin her zaman kaydedilip deşifre edilmesi önemlidir. Bu çalışmada, tüm görüşmeler hem ses hem de video kaydıyla alınmış ve araştırmacı tarafından deşifre edilmiştir.

Çalışmada veri toplama araçları hazırlanırken literatür incelenerek öğrencilerin bulunduğu sınıf seviyesine uygun olarak birisi tez danışmanı olmak üzere 2 alan uzmanı öğretim üyesinin katılımı ile birlikte geliştirilmiştir. Veri analiz aşamasında uzman görüşünden yararlanılmıştır. İkinci bir kodlayıcının katkısı ile analizlerin tutarlılığı sağlanmıştır. Bu yöntemler, hem geçerliği hem de güvenirliği desteklemek için uygulanmıştır. Bu çalışmada geçerliği ve güvenirliği kanıtlanmış ve 1998 senesinden bu dünyada yaygın olarak kullanılan Harel ve Sowder'ın (1998) ispat şeması sınıflandırması kullanılmıştır.

Bu araştırma yazılı hale getirilirken toplanan verilerin nasıl toplandığına dair bilgiler, toplanma aşamaları, analizler ve görüşmelerden doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Toplanan verilerin ayrıntılı olarak sunulması ve sonuçlara nasıl ulaşıldığının rapor edilmesi geçerliğin önemli ölçütleri arasında yer almaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu çalışmada, Türkiye’de eğitim gören yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerinde matematiksel dilin etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç üzerine iki araştırma sorusu belirlenmiştir. Çalışmanın ilk sorusu yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerinin ne düzeyde olduğuyla ilgilidir. İkinci soru ise matematiksel dilin yabancı uyruklu öğrencilerin ispat süreçlerini nasıl etkilediği yönündedir.

Çalışmanın bu bölümünde yöntem bölümünde de açıklandığı üzere, öğrencilere iki Akıl Yürütme ve İspat Anketi uygulanmıştır. Bu uygulamalardan sonra beş öğrenciyle bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Anket ve görüşmelerden elde edilen bulgular tablo ve açıklamalarla sunulmuştur. Bulgular başlığı iki alt başlıktan oluşacaktır: (1) Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerine İlişkin Bulgular, (2) Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerisinde Matematiksel Dilin Etkilerine Yönelik Bulgular

Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerine İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci araştırma problemi; “Yabancı uyruklu ortaöğretim öğrencilerinin akıl yürütme ve ispat yapabilme becerileri ne düzeydedir?” şeklinde ifade edilmiştir. Öğrencilerin bu araştırma sorusuna cevap sayılabilecek Akıl Yürütme ve İspat Anketi ve bireysel görüşmelerden elde edilen veriler sunulmuştur.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’e İlişkin Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde matematiksel dilin ağırlıklı kullanılarak öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerinin incelendiği Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’e verdiği cevaplar ve görüşmelerden elde edilen verilere ilişkin bulgu ve açıklamalara yer verilmiştir.

Birinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki birinci soruya ait bulgular Tablo 3'te incelenmiştir.

Tablo 3. Birinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	10	50
Deneysel	Saf Deneycilik	6	30
	Kritik Deney	1	5
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		3	15
Toplam		20	100

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin farklı ispat şemalarının özelliklerini gösterdiği görülmüştür. Çalışmaya katılan öğrencilerin yarısının sembolik ispat düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu sırayı saf deneycilik ve kritik deney ispat şeması takip etmektedir.

Şekil 6. Ö14'ün yanıtı

Sembolik ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler, çözüm için plan yapmadan gelişigüzel, amaçsız işlemler yapma eğilimindedir. Öğrenci soru cümlesinde gördüğü bilgileri çözüm için plansızca kullanmaktadır. Şekil 6 incelendiğinde öğrencinin soru kökünde gördüğü ifadeleri çözüm için ayrılan alana gelişigüzel yerleştirdiği ve anlamsız olarak değerlendirilebilecek sonuca ulaştırmayan işlemler yaptığı nedeniyle sembolik ispat şeması düzeyinde kodlanmıştır.

$b = 2 \cdot 1 + 1$ $b = 3$ $b^2 - 1 = 8$ $9 - 1 = 8$	$b = 2 \cdot 2 + 1$ $b = 5$ $b^2 - 1 = 8$ $25 - 1 = 24$	tek ve sıf sayı yaptım, 2'de 8 kütü sıktım, göre doğru!
--	--	--

Şekil 7. Ö1'in yanıtı

Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenciler belirli örnekler seçerek önermenin doğruluğuna ya da yanlışlığına karar vermektedir. Öğrenciler genelde bir örnekle çözüm yapmaktadır. Şekil 7 incelendiğinde öğrenci $n=3$ için problemi çözüp ifadenin doğruluğuna karar verdiği için kritik deney ispat şeması düzeyinde kodlanmıştır.

* Sağın son 5i b'samajın 0'e b'samajı uzerim.

$$(2n+1)^2 - 1$$

$$4n^2 + 4n + 1 - 1$$

$$4n^2 + 4n = 4n(n+1)$$

4.25 + 4.5 = 25

n'e bir tek bir çift sayı verilirse ifade doğru

Şekil 8. Ö2'nin yanıtı

Analitik ispat şemasına sahip öğrenciler çözüm için formal bir ispat geliştirebilir. Çözüme başlamadan plan kurar ve genelleme, tanım ve teorem kullanarak sürece odaklanır. Ortaöğretim düzeyinde bir öğrenciden beklenen genelleme ve tanım, teorem kullanımı lisans düzeyinde bir öğrenci kadar gelişmiş olmamaktadır bu nedenle şekil4teki öğrenci kendi düzeyinde bir ispat geliştirebildiği için analitik ispat şeması düzeyinde kodlanmıştır

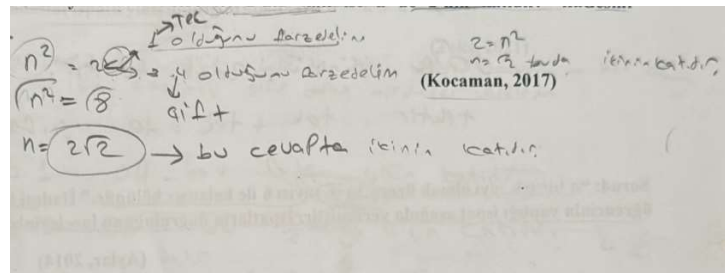
İkinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki ikinci soruya ait bulgular Tablo 4'te incelenmiştir.

Tablo 4. İkinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%
Dışsal	Ritüel	0
	Otoriter	0
	Sembolik	30
Deneysel	Saf Deneycilik	40
	Kritik Deney	20
	Genellenebilir Örnek	0
Analitik		10
Toplam	20	100

Tablo 4 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin 8'i saf deneysellik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Sembolik ispat şemasının özelliklerini gösteren 6 öğrenci olduğu görülmüştür. 2 öğrenci analitik ve 4 öğrenci kritik deney ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter ve genellenebilir ispat şemalarına ait çalışma grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.



Şekil 9. Ö11'in yanıtı

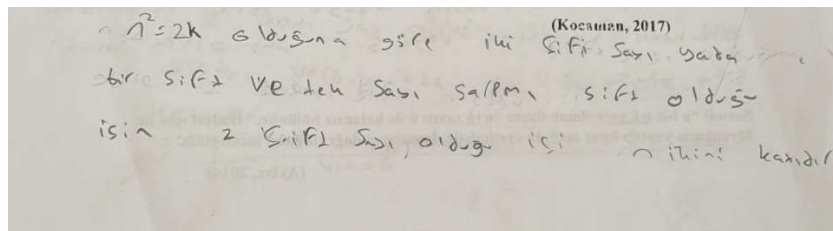
Araştırmacı: yaptığın ispattan bahseder misin?

Ö11: hocam ben 1 ve 4 seçtim.

Araştırmacı: neden 1 ve 4 özel bir sebebi var mı?

Ö11: aslında hocam bir tek bir çift olsun diye

Şekil 9 ve görüşme verileri incelendiğinde öğrencinin 2. soruya verdiği yanıtlarda örneklerini rastgele seçmediği görülmektedir. Öğrenci özel bir durum için örneklerini seçtiğini belirtmiştir. Öğrencinin tek ve çift sayıları temsil edebilecek örnekler seçtiği ve ispatı gerçekleştirdiği görülmektedir.



Sekil 10. Ö20'nin yanıtı

Araştırmacı: İspatını açıklar mısın?

Ö20: hocam biraz nasıl açıklayacağım bilmiyorum çünkü evet ben yaptım ama mantıklı da geldi düşünüyorum n kare iki k demiş yani ikinin katı. Bir sayı çiftse ya iki sayı çarpılacak ya da bir tek bir çift. N karede iki tane aynı sayı var o zaman çift çift çarpıldı. Çift çift o zaman n 'de 2 var o da çift.

Şekil 10 ve görüşme verileri incelendiğinde öğrencinin matematiksel düşünme becerilerine sahip olduğu görülmektedir. Bunun yanında öğrencinin matematiksel dil kullanma becerisinin zayıf olduğu bu nedenle yaptığı ispatı yeterli bir şekilde açıklayamadığı görülmüştür. Öğrenci n^2 ifadesini $n \cdot n$ olarak yazmıştır. Tek ve çift sayılar üzerinden n sayısının ya tek ya da çift olacağını belirtmiştir. $n^2 = 2k$ olması için n sayısının çift olması gerektiğini söylemiş ve ispatını tamamlamıştır.

Üçüncü Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki birinci üçüncü ait bulgular Tablo 5'te incelenmiştir.

Tablo 5. Üçüncü soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	4	20

	Saf Deneycilik	5	25
Deneysel	Kritik Deney	3	15
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		8	40
	Toplam	20	100

Tablo 5’te öğrencilerin üçüncü araştırma sorusuna verdiği yanıtlar incelendiğinde araştırmaya katılan öğrencilerin 8’i analitik, 5’i saf deneysencilik ispat şeması özelliklerini gösterdiği görülmüştür. Diğer öğrencilerin ise sırayla sembolik ve kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Ayrıca otoriter, genellenebilir örnek, aksiyomatik ispat aşamalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunmadığı da ortaya konulmuştur.

$$n=1$$

$$k=2 \text{ ise, } y=5 \text{ olur}$$

$$x+y=3+5=8 \text{ dir.}$$

Şekil 11. Ö5’in yanıtı

Şekil 11 incelendiğinde öğrencinin bir örnekle ispatı yaptığı görülmektedir. Öğrenci ilk akla gelen 1 ve 2 sayılarını kullanarak sonuca ulaşmıştır. Bu nedenle öğrencinin saf deneysencilik ispat şemasının özelliklerini gösterdiği söylenebilmektedir.

$$\text{n iz. } x=2n+1, n \in \mathbb{Z} \quad y=2k+1$$

$$x=2n+1 \quad y=2k+1$$

$$x+y=2n+2k+2 = 4\text{ift}$$

Şekil 12. Ö13’ün yanıtı

Şekil 12. incelendiğinde öğrencinin soru kökündeki ifadeleri kullanarak anlamsız olarak isimlendirilebilecek çözüme ulaştırmayan, hatalı veya gelişigüzel işlemler yaptığı görülmektedir. Bu nedenle öğrenci sembolik ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir.

$$X = 2n + 1 \quad n \in \mathbb{Z} \quad \vee \quad Y = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

(Aylar, 2014)

$$2n + 1 \quad Y = 2k + 1$$

$$2n \quad 2k + 2$$

$$\boxed{= 4}$$

Şekil 13. Ö14'ün yanıtı

Şekil 13 incelendiğinde öğrencinin ispatında cebirsel işlemleri hatalı bir şekilde yaptığı görülmektedir. İspat sürecini matematiksel bilgi eksikliğinden kaynaklı devam edemediği görülmektedir. Öğrencinin ispat süreci incelendiğinde analitik ispat şemasının özelliklerini gösterdiği söylenebilir fakat ispatı tamamlamada başarısız olmuştur.

Dördüncü Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki dördüncü soruya ait bulgular Tablo 6'da incelenmiştir.

Tablo 6. Dördüncü soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	6	30
Deneyssel	Saf Deneycilik	11	55
	Kritik Deney	3	15
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		0	0
	Toplam	20	100

Tablo 6 incelendiğinde öğrencilerin dördüncü soruya verdiği yanıtlara bakılarak araştırma grubundaki öğrencilerin 11'i saf deneyselcilik ispat şeması özelliklerini gösterdiği ortaya konulmuştur. Bu ispat şemasını sırasıyla sembolik ve kritik deney ispat şemaları takip etmektedir. Ritüel, otoriter ve analitik ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Şekil 14. Ö4'ün yanıtı

Ö4 soru kökünde yer alan ifadelere dikkat etmediği için ispatı yanlış bir şekilde tamamlamıştır.

Şekil 15. Ö10'un yanıtı

Şekil 14 ve şekil 15 incelendiğinde öğrencilerin saf deneyselcilik ispat şemasının özelliklerini gösterdiği söylenebilir fakat soru kökünde belirtilen “ n bir tek sayı olmak üzere” ifadesine dikkat etmedikleri görülmektedir.

Beşinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki beşinci soruya ait bulgular Tablo 7'de incelenmiştir.

Tablo 7. Beşinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%
Dışsal	Ritüel	0
	Otoriter	0
	Sembolik	7
Deneysel	Saf Deneyselcilik	5
	Kritik Deney	7

	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		1	5
	Toplam	20	100

Tablo 7 incelendiğinde öğrencilerin beşinci soruya verdiği yanıtlara göre öğrencilerin çoğunun sembolik ispat şeması özelliklerini gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Bu ispat şemasını saf deneycilik, analitik ve kritik deney ispat şeması takip etmektedir. Ritüel, otoriter ve genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Şekil 16. Ö4'ün yanıtı

Şekil 16 incelendiğinde öğrencinin soru kökünde verilen “ $x=4k$ olması için x 'in son iki basamağı 4'ün katı veya sıfırdır” ifadesini doğrulamak için özellikle seçilmiştir. Öğrenci özel bir durum için örnek seçtiği için kritik deney ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir.

Şekil 17. Ö8'in yanıtı

Şekil 17 incelendiğinde öğrencinin analitik bir ispat fikrine sahip olduğu görülmektedir. Öğrencinin genel yapıyı fark edip argüman geliştirmesi dolayısıyla analitik ispat şeması özelliklerini gösterdiği söylenebilmektedir.

Altıncı Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki altıncı soruya ait bulgular Tablo 8'de incelenmiştir.

Tablo 8. Altıncı soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	8	40
Deneysel	Saf Deneycilik	8	40
	Kritik Deney	4	20
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		0	0
Toplam		20	100

Tablo 8 incelendiğinde araştırmaya katılan öğrencilerin altıncı soruya verdiği yanıtlara göre öğrencilerin çoğunluğu sembolik ve saf deneysellik ispat şeması özelliklerini göstermektedir. Analitik, ritüel, otoriter, genellenebilir örnek ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunmadığı çalışma sonucunda ortaya konulmuştur.

$$x=0 \quad y=1 \quad z=2$$

$$x+y+z=3$$

Şekil 18. Ö4'ün yanıtı

Şekil 18 incelendiğinde öğrencinin çözüm için ilk akla gelen 0,1,2 üçlüsünü kullandığı görülmektedir. Öğrenci bir deneme ile ispat yapmıştır. Bu nedenle öğrencinin saf deneysellik ispat şeması düzeyinde özellik gösterdiği söylenebilmektedir.

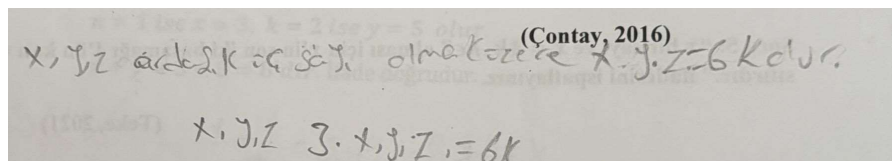
Yedinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki yedinci soruya ait bulgular Tablo 9'da incelenmiştir.

Tablo 9. Yedinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%	
Dışsal	Ritüel	1	5
	Otoriter	0	0
	Sembolik	9	45
Deneysel	Saf Deneycilik	6	30
	Kritik Deney	4	20
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		0	0
	Toplam	20	100

Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin yedinci araştırma sorusuna verdiği yanıtlara göre araştırmaya katılan öğrencilerin 9'unun sembolik ispat şeması özelliklerini gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Bu ispat şemasını sırasıyla saf deneysellik, kritik deney ve ritüel ispat şeması takip etmektedir. Otoriter, genellenebilir örnek, analitik ispat şemasına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.



Şekil 19. Ö14'ün yanıtı

Şekil 19 öğrencinin soruda gördüğü ifadeleri çözüm için ayrılan alana yazdığı ve bunun yanında anlamsız işlemler yaptığı görülmektedir. Öğrenci bu nedenle sembolik ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir.

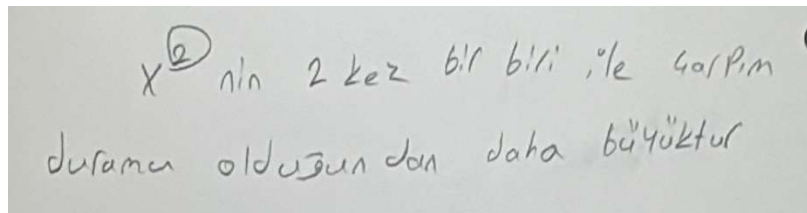
Sekizinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki sekizinci soruya ait bulgular Tablo 10'da incelenmiştir.

Tablo 10. Sekizinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%
Dışsal	Ritüel	0
	Otoriter	0
	Sembolik	7
Deneysel	Saf Deneycilik	3
	Kritik Deney	8
	Genellenebilir Örnek	0
Analitik		2
	Toplam	20
		100

Tablo 10 incelendiğinde araştırmaya katılan öğrencilerin sekizinci araştırma sorusuna verdiği cevaplara göre öğrencilerin 8'inin kritik deney, 7'sinin sembolik ispat şemasına ait özellik gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Bu ispat şemasını saf deneyselcilik, analitik ispat şemaları takip etmektedir. Ritüel, otoriter, genellenebilir örnek ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunmadığı ortaya konulmuştur.



Şekil 20. Ö1'in yanıtı

Şekil 20 incelendiğinde Ö1'in analitik ispat özelliği gösterdiği söylenebilir. İspatını yaparken soruda verilen x'in bir reel sayı olduğu ifadesini görmezden gelmiştir. Bu nedenle ispatı hatalı olmuştur.

(Uğurel, 2020; ss.230)

$$0 < x^2 - x$$

$$0 < (x-1)x$$

$$\frac{0}{x-1} < x$$

İfade $R/[0,1]$
için doğru

Şekil 21. Ö8'in yanıtı

Ö8'in yanıtı incelendiğinde öğrenci muhakeme yaptığı ve verilen sayı kümesini de dikkate aldığı doğru bir ispat yapmıştır. Öğrenci bu özelliklerle analitik ispat şeması düzeyinde ispat yaptığı söylenebilmektedir.

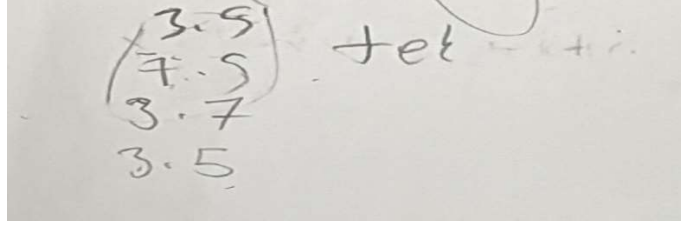
Dokuzuncu Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki dokuzuncu soruya ait bulgular Tablo 11'de incelenmiştir.

Tablo 11. Dokuzuncu soruya ait bulgular tablosu.

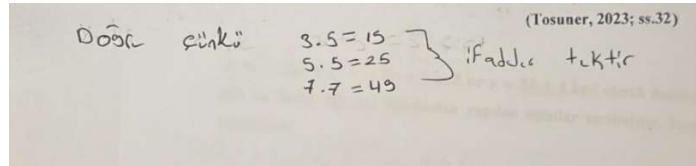
İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	2	10
	Sembolik	5	25
Deneyssel	Saf Deneycilik	4	20
	Kritik Deney	6	30
	Genellenebilir Örnek	0	10
Analitik		3	15
	Toplam	20	100

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin dokuzuncu araştırma sorusuna verdiği cevaplara göre araştırmaya katılan öğrencilerin 6'sı kritik deney, 5'i sembolik, 4'ü saf deneyselelilik, 3'ü analitik ve 2'si otoriter ispat şemasının özelliklerini gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Ritüel, genellenebilir örnek şemalarına ait veri grubunda öğrenci bulunamadığı araştırma sonucunda ortaya konulmuştur.



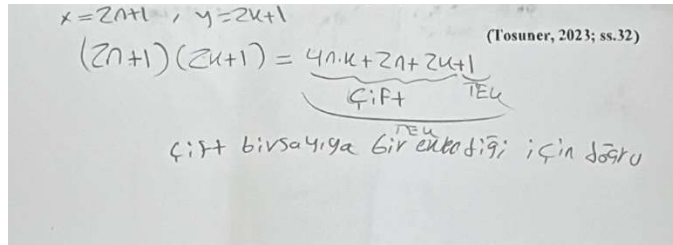
Şekil 22. Ö14'ün yanıtı

Şekil 22 ve şekil 23 incelendiğinde öğrencilerin aynı örnekleri verdikleri görülmektedir.



Şekil 23. Ö18'in yanıtı

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 bulgularında diğer öğrencilerden de bu örnekleri veren öğrenciler olduğu görülmüştür (Ö10, Ö15). Öğrenciler için ilk akla gelen tek sayıların 3-5-7 olduğu görülmektedir. Bu nedenle öğrencilerin saf deneysellik ispat şeması özelliklerini gösterdiği söylenebilmektedir.



Şekil 24. Ö8'in yanıtı

Şekil 24 incelendiğinde öğrencinin çözüm için akıl yürütme sonucu amaçlı işlemler yapabildiği için analitik ispat şeması özelliklerini gösterdiği görülmektedir.

Onuncu Soruya Ait Bulgular Tablosu

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'deki onuncu soruya ait bulgular Tablo 12'de incelenmiştir.

Tablo 12. Onuncu soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0

	Otoriter	0	0
	Sembolik	8	40
	Saf Deneycilik	4	20
Deneysel	Kritik Deney	8	40
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		0	0
	Toplam	20	100

Tablo 12 incelendiğinde öğrencilerin onuncu soruya verdiği cevaplara bakıldığında, araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunluğu 8'inin sembolik ispat, 8'inin kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösterdiği bulgularla ortaya konulmuştur. Bu şemaları 4 kişiyle saf deneycilik ispat şeması takip etmektedir. Ritüel, otoriter, genellenebilir örnek, analitik ispat şemalarına ait çalışma grubunda öğrenci bulunmadığı araştırma bulgularıyla ortaya konulmuştur.

$$\begin{aligned}
 x + y &= z \quad \text{den } (1) \\
 x^2 + y^2 &= z^2 \\
 z^2 &= 2z
 \end{aligned}$$

Şekil 25. Ö13'ün yanıtı

Şekil 25 incelendiğinde öğrencilerin amaçsız ve plansız işlemler yaptığı görülmektedir. Öğrenci çözüme ulaştırmayan işlemler yaparak sembolik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir.

$$\begin{aligned}
 x \text{ ve } y \text{ birer say} \\
 x^2 + y^2 &= z^2 \\
 z^2 &= 2z
 \end{aligned}$$

Şekil 26. Ö19'un yanıtı

Araştırmacı: İspatını açıkla mısın?

Ö19: hocam biliyorum yanlış.

Araştırmacı: yanlış ya da doğru olduğunu söylemedim. Sadece açıklamamı istedim.

Ö19: hocam yanlış olduğu için açıklattırıyorsun. Boş kalmasın diye yaptım. Öylesine işlemler işte..

Şekil 26 incelendiğinde öğrencilerin amaçsız ve plansız işlemler yaptığı görülmektedir. Bireysel görüşme verileri incelendiğinde öğrencinin “sayfa boş kalmasın diye yaptım” ifadesi öğrencinin sembolik ispat şeması özelliklerini gösterdiğini doğrulamaktadır.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’ye İlişkin Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde sözel dilin ağırlıklı kullanılarak öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerinin incelendiği Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’ye verilen cevaplar ve görüşmelerden elde edilen verilere ilişkin bulgu ve açıklamalara yer verilmiştir.

Birinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’deki birinci soruya ait bulgular Tablo 13’te incelenmiştir.

Tablo 13. Birinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%
Dışsal	Ritüel	0
	Otoriter	0
	Sembolik	1
Deneyssel	Saf Deneycilik	7
	Kritik Deney	11
	Genellenebilir Örnek	0
Analitik		1
Toplam	20	100

Tablo 13 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısı kritik deney ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini gösteren

7 öğrenci olduğu görülmüştür. 1 öğrenci analitik ve 1 öğrenci sembolik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

$$B=5 \quad 5^2=25-1=24 \div 8=3$$

Doğrudur

Şekil 27. Ö1'in yanıtı

Şekil 27 incelendiğinde öğrencinin tek bir örnekle doğrulama yaptığı görülmektedir. Bu nedenle öğrencinin saf deneysellik ispat şemasına ait özellik gösterdiği söylenebilmektedir.

$$(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 - 1 = 4n^2 + 4n = 4n(n+1) \Rightarrow \text{Çift}$$

en az 4.2 ve her zaman doğru

Şekil 28. Ö8'in yanıtı

Şekil 28 incelendiğinde öğrencinin akıl yürütme ve muhakeme sonucu ispata başladığı görülmektedir. Öğrencinin çözümü incelendiğinde amaçlı işlemler sonucu ispatı tamamladığı görülmektedir. Bu nedenle öğrencinin analitik ispat şemasına ait özellik gösterdiği söylenebilmektedir.

İkinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki ikinci soruya ait bulgular Tablo 14'te incelenmiştir.

Tablo 14. İkinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%
Dışsal	Ritüel	0
	Otoriter	0
	Sembolik	1
Deneysel	Saf Deneycilik	13
		65

	Kritik Deney	4	20
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		3	15
	Toplam	20	100

Tablo 14 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısından fazlası saf deneyselcilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren 4 öğrenci olduğu görülmüştür. 3 öğrenci analitik ve 1 öğrenci sembolik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

$$m=8 \Rightarrow 8^2=64 \rightarrow 2\text{'nin kat}$$

$$n=0 \Rightarrow 0^2=0$$

$$\therefore \sqrt{64}=8$$

Şekil 29. Ö11'in yanıtı

Şekil 29 incelendiğinde öğrencinin çözümdeki özel durum için örnek seçtiği görülmektedir. Öğrenci seçtiği örneklerle ispatı tamamlamıştır. Bu nedenle öğrencinin kritik deney ispat şemasına ait özellik gösterdiği söylenebilmektedir.

Üçüncü Soruya Ait Bulgular

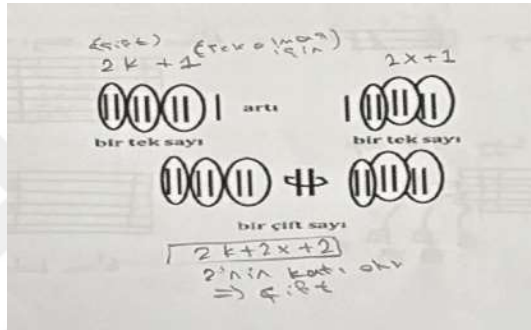
Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki üçüncü soruya ait bulgular Tablo 15'te incelenmiştir.

Tablo 15. Üçüncü soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
	Ritüel	4	20
Dışsal	Otoriter	0	0
	Sembolik	1	5
	Saf Deneycilik	7	35
Deneysel	Kritik Deney	6	30
	Genellenebilir Örnek	0	0

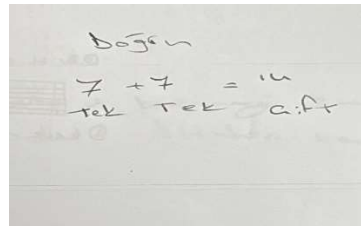
Analitik	2	10
Toplam	20	100

Tablo 15 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin büyük çoğunluğu kritik deney ve saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ritüel ispat şemasının özelliklerini gösteren 4 öğrenci olduğu görülmüştür. 2 öğrenci analitik ve 1 öğrenci sembolik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca otoriter, genellenebilir örnek ve analitik ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunmadığı ortaya konulmuştur



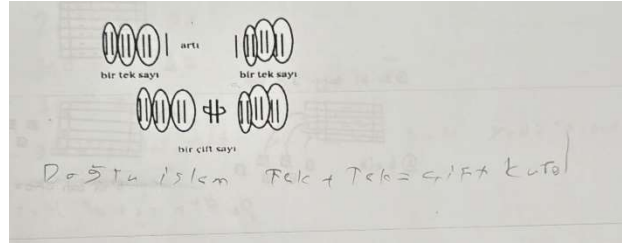
Şekil 30. Ö3'ün yanıtı

Şekil 30 incelendiğinde öğrencinin şekil olarak tamamlanmış bir ispatı ispat olarak kabul ettiği ve kendi açısından da doğruladığı görülmektedir. Öğrencinin yaptığı doğrulama sonucu analitik ispat şemasına ait özellik gösterdiği görülmektedir.



Şekil 31. Ö4'ün yanıtı

Şekil 31. incelendiğinde öğrencinin bir kural üzerinden tek örnekle çözüm yaptığı görülmektedir. Ö4 çözümünde otoriter ispat düşüncesinin yanında deneysel ispat şeması özelliklerini taşımaktadır.



Şekil 32. Ö17'nin yanıtı

Şekil 32 incelendiğinde öğrencilerin “tek + tek = çift” olarak belirttikleri kurala göre doğrulama yaptığı görülmüştür. Ö17'nin kuralı yazıp bunu doğrulamaya gerek duymaması otoriter ispat şeması özelliklerini taşıdığını göstermektedir.

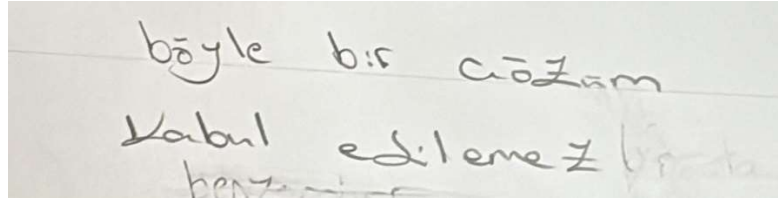
Dördüncü Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki dördüncü soruya ait bulgular Tablo 16'da incelenmiştir.

Tablo 16. Dördüncü soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması	n	%	
Dışsal	Ritüel	1	5
	Otoriter	1	5
	Sembolik	2	10
Deneyssel	Saf Deneycilik	14	70
	Kritik Deney	0	0
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik	2	10	
	Toplam	20	100

Tablo 16 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısından fazlası saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Sembolik ve analitik ispat şemasının özelliklerini gösteren 2 öğrenci olduğu görülmüştür. 1 öğrenci ritüel ve 1 öğrenci otoriter ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca kritik deney, genellenebilir örnek ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.



Şekil 33. Ö4'ün yanıtı

Şekil 33 incelendiğinde Ö4 şekil olarak ifade edilen bir ispatı benzemiyor gerekçesi ile ispat olarak kabul etmemiştir. Öğrencinin bu düşüncesi onun ritüel ispat şemasına ait özellik taşıdığını göstermektedir. Çünkü öğrenci aklındaki ispat fikrini sayılar ve işlemlerle ifade edilen bir yapıdan farklı görmemektedir.

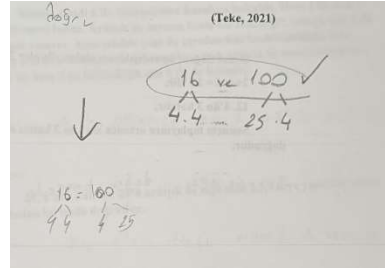
Beşinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki beşinci soruya ait bulgular Tablo 17'de incelenmiştir.

Tablo 17. Beşinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	2	10
Deneyssel	Saf Deneycilik	10	50
	Kritik Deney	7	35
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		1	5
Toplam		20	100

Tablo 17 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısı saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren 7 öğrenci olduğu görülmüştür. 2 öğrenci sembolik ve 1 öğrenci analitik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.



Şekil 34. Ö9'un yanıtı

Şekil 34 incelendiğinde öğrencinin sorunun çözümüne yönelik amaçlı örnekler seçtiği görülmektedir. Öğrenci bu örneklerle çözümünü doğrulamıştır. Bu nedenle öğrencinin kritik deney ispat şeması özelliklerini gösterdiği söylenebilmektedir.

Altıncı Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki altıncı soruya ait bulgular Tablo 18'de incelenmiştir.

Tablo 18. Altıncı soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	1	5
	Otoriter	0	0
	Sembolik	2	10
Deneyssel	Saf Deneycilik	12	60
	Kritik Deney	4	20
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		1	5
Toplam		20	100

Tablo 18 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısından çoğu saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren 4 öğrenci olduğu görülmüştür. 2 öğrenci sembolik 1 öğrenci analitik ve 1 öğrenci ritüel ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Yedinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki yedinci soruya ait bulgular Tablo 19'da incelenmiştir.

Tablo 19. Yedinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	2	10
Deneysel	Saf Deneycilik	10	50
	Kritik Deney	4	20
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		2	10
	Toplam	20	100

Tablo 19 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin yarısı saf deneycilik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Kritik deney ispat şemasının özelliklerini gösteren 4 öğrenci olduğu görülmüştür. 2 öğrenci sembolik ve 2 öğrenci analitik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Sekizinci Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki sekizinci soruya ait bulgular Tablo 20'de incelenmiştir.

Tablo 20. Sekizinci soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	5	25
Deneysel	Saf Deneycilik	2	10
	Kritik Deney	9	45
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		4	20

	Toplam	20
		100

Tablo 20 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin neredeyse yarısı kritik deney ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Sembolik ispat şemasının özelliklerini gösteren 5 öğrenci olduğu görülmüştür. 4 öğrenci analitik, 2 öğrenci saf deneysellik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Dokuzuncu Soruya Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki dokuzuncu soruya ait bulgular Tablo 21'de incelenmiştir.

Tablo 21. Dokuzuncu soruya ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	0	0
	Otoriter	0	0
	Sembolik	1	5
Deneysel	Saf Deneysellik	9	45
	Kritik Deney	8	40
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		2	10
	Toplam	20	100

Tablo 21 incelendiğinde araştırma grubu öğrencilerinin çoğunluğu kritik deney ve saf deneysellik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Analitik ispat şemasının özelliklerini gösteren 2 öğrenci olduğu görülmüştür. 1 öğrenci sembolik ispat şemasının özelliklerini göstermiştir. Ayrıca ritüel, otoriter, genellenebilir ispat şemalarına ait örneklem grubunda öğrenci bulunamadığı ortaya konulmuştur.

Şekil 36 incelendiğinde öğrencinin kurallar verdiği ve bu kuralları doğrulamadığı görülmüştür. Öğrenci bu şekliyle çözümünü sonlandırmıştır. Öğrencinin bu nedenle otoriter ispat şemasına ait özellik gösterdiği görülmektedir.

Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerisinde Matematiksel Dilin Etkilerine Yönelik Bulgular

Araştırmanın ikinci araştırma problemi; “Matematiksel dil kullanımı yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat yapma süreçlerini nasıl etkilemektedir?” şeklinde ifade edilmiştir. Öğrencilerin bu araştırma sorusuna cevap sayılabilecek Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinden ve bireysel görüşmelerden elde edilen veriler bu bölümde sunulmuştur. Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinden elde edilen bulgular ilgili başlıklar altında tablolar ve öğrenci cevapları ile sunulmuştur. Çalışmada belirlenen amaçlar doğrultusunda öğrencilerin ispat ve muhakeme yapabilme becerileri incelenmiş ve öğrencilerin özelliklerini gösterdiği ispat şemaları belirtilmiştir. Bu kısımda Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinden ve bireysel görüşmelerden elde edilen bulgular matematiksel dilin akıl yürütme ve ispat becerilerine etkileri yönünden incelenmiştir.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’e Ait Bulgular Tablosu

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’deki tüm sorulardan elde edilen bulgular Tablo 23’te incelenmiştir.

Tablo 23. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’e ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	1	0.5
	Otoriter	2	1
	Sembolik	70	35
Deneysel	Saf Deneycilik	60	30
	Kritik Deney	48	24
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		19	9.5
	Toplam	200	100

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e ilişkin bulgular incelendiğinde öğrencilerin 70'inin sembolik ispat şeması düzeyinde, 60'ının saf deneysellik ispat şeması düzeyinde özellik gösterdiği görülmüştür. Kritik deney ispat şeması özelliklerini gösteren 19, otoriter ispat şeması özelliklerini gösteren 2 ve ritüel ispat şemasının özelliklerini gösteren 1 öğrenci olduğu görülmüştür.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'deki tüm sorulardan elde edilen bulgular Tablo 24'te incelenmiştir.

Tablo 24. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye ait bulgular tablosu.

İspat Şeması		n	%
Dışsal	Ritüel	6	3
	Otoriter	2	1
	Sembolik	21	10.5
Deneysel	Saf Deneysellik	91	45.5
	Kritik Deney	60	30
	Genellenebilir Örnek	0	0
Analitik		19	9.5
Toplam		200	100

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye ait bulgular incelendiğinde öğrencilerin yaklaşık yarısının saf deneysellik ispat şemasının özelliklerini gösterdiği görülmektedir. Kritik deney ispat şeması özelliklerini gösteren 60, Sembolik ispat şeması özelliklerini gösteren 21, analitik ispat şeması özelliklerini gösteren 19, ritüel ispat şemasının özelliklerini gösteren 6 ve otoriter ispat şemasının özelliklerini gösteren 2 öğrenci olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerinin anlaşılması amacıyla hazırlanan Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 matematiksel dilin yoğun olarak kullanıldığı ve matematiksel ifadelere yer verildiği ankettir. Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e verdiği cevaplar genel olarak incelendiğinde çoğu cevabın (bkz. Tablo 23) sembolik ispat şeması özelliklerini gösterdiği görülmektedir.

Sembolik ispat şeması düzeyindeki cevapları saf deneysencilik ispat şeması izlemektedir. Saf deneysencilik ispat şeması düzeyindeki öğrenciler çözüm için tek bir örnek veya rastgele 2-3 örnek geliştirdikleri görülmektedir. Öğrenciler örnekleri genellikle 1-2-3 gibi ardışık ve ilk akla gelen sayılardan seçmiştir. Sorularda verilen ve bilinmeyenlerin sayı kümelerini belirleyen ifadelerle dikkat etmeyen bazı öğrenciler eksik veya yanlış örnekler seçebilmektedir.

Kritik deney ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin anlamlı örnekler seçtiği görülmektedir. Öğrenciler özel durumlar için seçtikleri örneklerle ispatı kurmaktadır. Başarı yönünden ortalamanın üzerinde olan öğrenciler Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de kritik deney ispat şemasının özelliklerini göstermiştir.

Matematiksel başarı yönünden iyi olan öğrenciler sorularda verilen matematiksel ifadeleri anlayabildikleri ve matematiksel işlem becerileri daha iyi olduğu için analitik ispat şeması düzeyinde özellik gösterebilmişlerdir.

Analitik, Ritüel ve Otoriter ispat şemasının özelliklerini gösteren öğrenci sayısının diğer şemalara göre daha az olduğu görülmüştür.. Ritüel ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin ispat olarak sadece alışageldikleri sıralı işlemler dizisini kabul etmeleri, sözel ya da sembolik ispatları kabul etmedikleri görülmektedir. Otoriter ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin formül ve yapıların doğruluğunu incelemeye gerek duymadıkları ve ispat olarak kabul ettikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 sözel dil kullanımının yoğun olduğu ve matematiksel ifadelerin daha az kullanıldığı ankettir. Öğrenciler bu ankette çoğunlukla saf deneysencilik ispat şeması özelliklerini gösteren cevaplar vermiştir. Saf deneysencilik ispat şemasını kritik deney ispat şeması takip etmektedir. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’deki sembolik ispat şeması düzeyindeki çoğu öğrencinin (Ö19, Ö14, Ö5, Ö1 vb.) Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’de kritik deney düzeyinde özellik gösterdiği görülmektedir. Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’ye verdiği cevaplar incelendiğinde sembolik ispat şeması özelliklerini gösteren daha az öğrenci olduğu görülmüştür.

Ö11’in Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 ve Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 için görüşmelerde verdiği cevaplar incelendiğinde matematiksel dil ağırlıklı anket için yaptığı işlemleri örnekte de görüldüğü üzere yetersiz görmekte ve ispat olarak adlandırmakta

güçlük çektiği görülmektedir. Öğrenci ispat ifadesini lise öğrencisi için üst düzey bir beceri olarak görmektedir. Sözel dil ağırlıklı ankete verdiği cevaplar incelendiğinde öğrenci, yaptığı işlemlerden emin bir şekilde kendisini ifade etmektedir.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 Soru 8 için;

Ö11: yani hocam reel sayılar dediği için rasyonel sayıları da verebiliriz o zaman sağlamaz ama matematiksel ispat yaptım mı bilmiyorum ama mantığıma uyduğu için doğru diyorum. Beni aşıyor. İspat da derim aslında ama derinlemesine değil. Lise öğrencisi için yeterli bence.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi Soru 8 için;

Ö11: hocam şimdi burada karesi kendisinden büyüktür demiş. Ben bir bölü dört verdiğimde karesi bir bölü on altı çıkar. Yanlış olduğunu gösterdim.

Görüşmeler incelendiğinde öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e verdikleri yanıtları matematiksel ifade kullanarak açıklamaya çalıştıkları veya açıklamaktan kaçındıkları görülürken fakat Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'ye sözel ve daha rahat cevaplar verdikleri gözlemlenmiştir. Örneğin Ö11'in aynı soruya farklı Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinde verdiği cevaplara ilişkin görüşme kayıtları incelendiğinde öğrencinin matematiksel dilin yoğun olarak kullanıldığı Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'de çekingen cevaplar verdiği ve örnek vermediği görülürken sözel dilin yoğun olduğu Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2'de daha rahat ve örnek vererek çözümünü tamamladığı görülmektedir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada yabancı uyruklu 11. Sınıf akıl yürütme ve ispat becerisine matematiksel dilin etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 ve Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 uygulanmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketleri uygulandıktan sonra derinlemesine inceleme yapabilmek için bireysel görüşmeler yapılmıştır. Anketlerden elde edilen veriler matematiksel dilin akıl yürütme ve ispat becerisine etkisi yönünden incelenmiş ve bulgular elde edilmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda sonuç ve tartışma bölümü iki başlık altında verilmesi uygun görülmüştür. Birinci başlıkta yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerileri; ikinci başlıkta matematiksel dilin yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerine etkisi sunulmuştur.

Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerileri İle İlgili Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmanın birinci amacı yabancı uyruklu 11. Sınıf öğrencilerinin akıl yürütme ve ispat becerilerinin incelenmesidir. Akıl yürütme ve ispat becerileri incelenirken ispat şemalarından yararlanılmıştır. İspat şemalarının belirlenmesine yönelik çalışmalar (Güner, 2012; İskenderoğlu ve diğerleri, 2010; Şengül ve Güner, 2013; Ören, 2007; Şen ve Güler, 2015; Sarı ve diğerleri, 2007; Haverhals, 2011; Harel, 2001; Zeybek Şimşek ve Üstün, 2019) incelendiğinde Harel ve Sowder'in (1998) ispat şemasının kullanıldığı görülmüştür. Bu çalışmada çalışma grubu için daha uygun olması nedeniyle Harel ve Sowder'in (1998) ispat şeması sınıflandırılması kullanılmıştır.

Çalışmanın bulgularına göre öğrenciler farklı sorularda farklı ispat şemalarının özelliklerini göstermiştir. Bu da Harel ve Sowder'in (1998) belirttiği gibi “bir kişi birden fazla ispat şeması özellikleri gösterebilir” cümlesiyle tutarlıdır. Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1'e verdikleri yanıtlar incelendiğinde, çoğu öğrencinin sembolik ve saf deneyselcilik ispat şeması özelliklerini gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 matematiksel dilin yoğun olarak kullanıldığı ve matematiksel ifade ve sembollerin bulunduğu ankettir. Öğrenciler, matematiksel bilgi eksikliği ve matematiksel ifadeleri anlamlandırmakta zorlanmalarından dolayı sembolik ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir. Öğrencilerin akıl yürütme ve muhakeme süreçlerini geçirmeden gelişigüzel işlemler yaptıkları görülmüştür. Saf deneyselcilik ispat şeması

özelliklerini gösteren öğrenciler tek bir örnek ya da ilk akla gelen rastgele örnekler ile ispat yapmıştır. Otoriter ispat şeması özelliklerini gösteren 3 öğrenci yanıtına ulaşmıştır. Öğrenciler kural ve formüllerin doğruluğunun araştırılmasına gerek olmadığını düşünmektedir. Bazı öğrencilerin ise otoriter düşünme özellikleri olsa da örneğin “tek+tek=çifttir.” yanıtını verip çözüm için bu ifadenin yeterli gelmemesinden dolayı çözümlerine devam edip deneysel ya da dönüşümsel özellikler gösterdikleri görülmüştür. Ritüel ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin zihninde kalıplaşmış bir ispat biçimi olduğu ve farklı ispatları kabul etmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde dönüşümsel ispat şeması özelliklerini gösteren öğrenci olsa da aksiyomatik ispat şeması özelliklerini gösteren öğrenci bulunmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 ise sözel dil kullanımının yoğun olduğu matematiksel ifade ve sembolleri daha az kullanıldığı ankettir. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’ye verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin çoğunun saf deneyscilik ve kritik deney ispat şemasına ait özellik gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin çoğu Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de sembolik ispat düzeyinde özellik gösterirken sözel dil kullanımının yoğun olduğu Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’de deneysel ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir. Bulgular incelendiğinde yabancı uyruklu öğrencilerin en fazla dışsal ve deneysel ispat şeması özelliklerini gösterdikleri sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuç literatürdeki (Karakaya,2021; Çontay, 2017; Çontay ve Paksu, 2018; Pala ve Narlı, 2018; Öztürk, Akkan ve Kaplan, 2019; Aydoğdu İskenderoğlu, 2003; Ören,2007; Şen ve Güler, 2015; Aylar, 2014; Cooper ve diğerleri, 2011; Çalışkan, 2012; Harel ve Sowder, 1998; Özer ve Arıkan, 2002) çalışmalarla tutarlılık göstermektedir.

Öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerileri incelendiğinde ispat yapma süreçlerine örnek vererek başlamaları, ispat hakkında yeterince bilgi sahibi olmadıkları veya başka bir yöntem bilmemelerinden kaynaklandığı söylenilebilir. Öğrencilerin kendi çözümlerini ve anketlerde verilen bazı öğrenci yanıt örneklerini ispat olarak kabul etmemelerinin nedeni öğretim programlarında ve sınıf ortamında ispatın yeteri kadar yer edinmemesi olabilir. Örnek vererek çözüm yapan fakat çözümünü ispat olarak adlandırmayan öğrencilerin cevapları incelendiğinde bu öğrencilerin cebirsel ifadeleri kullanmaktan kaçınmaları ya da matematiksel bilgi yetersizliğinden dolayı örnek vererek çözüm yaptığı söylenebilir.

Çalışma bulgularında öğrencilerin ispat yapmakta zorlandıkları görülmektedir. Bu da (Balacheff, 1991; Dede ve Karakuş, 2014; Uğurel ve Morali, 2010) çalışma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Öğretim sürecinde öğrencilerin ispat ile daha çok karşılaşmalarının matematiksel başarıyı artıracakı söylenmektedir (Çontay, 2017).

Matematiksel Dilin Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Becerilerine Etkisi ile İlgili Sonuç ve Tartışmalar

Bu çalışmanın ikinci amacı matematiksel dilin yabancı uyruklu öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerilerini nasıl etkilediğinin incelenmesidir. Çalışmada matematiksel dilin ve sözel dilin yoğun olarak kullanıldığı iki Akıl Yürütme ve İspat Anketi uygulanmıştır. Akıl Yürütme ve İspat Anketlerinde aynı sorular matematiksel ve sözel olarak ifade edilerek sunulmuştur. Bu nedenle de öğrencilerin akıl yürütme ve ispat süreçlerine matematiksel dilin etkisi incelenebilmiş ve bulgular elde edilmiştir.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1 incelendiğinde öğrencilerin çoğunun sembolik ispat şemasının özelliklerini gösterdiği görülmektedir. Sembolik ispat şeması özellikleri gösteren cevapların bu kadar fazla olmasının nedenlerinden biri matematiksel dil içeren sorulardaki “ispatlayınız” ifadesinin öğrenciler için üst düzey bir beceri olarak görülmesi ve bu nedenle öğrencilerin çözüm için plan geliştirememesinden kaynaklandığı söylenebilir. Bunun yanında matematiksel bilgi eksikliği olan öğrenciler sembolik ispat şeması özelliklerini gösterme eğiliminde olabilir. Öğrenciler matematiksel ifadeleri ($n \in R$, $x = 4k$ vb.) anlamlandırmakta zorlandıklarından dolayı sembolik ispat şeması düzeyinde kalmış olabilir. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de saf deneysencilik ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin genellikle 1-2-3 gibi ardışık ve kolay ulaşılabilir örnekler seçmeleri, ispat sürecindeki temel eksikliklerden biri olarak dikkat çekmektedir. Saf deneysencilik ispat şeması düzeyinde olan öğrencilerin çözüm süreçlerinde genellikle basit ve rastgele örnekler geliştirdiği, bu durumun ise ispat sürecinde anlamlı bir ilerlemeyi engellediği görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel ifadeleri anlamakta ve yorumlamakta zorlandığını ve dolayısıyla analitik ispat şeması gibi daha üst düzey ispat şemalarına ulaşamadığını göstermektedir. Matematiksel başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerde kritik deney ve analitik ispat şeması özellikleri ön plana çıkmıştır. Kritik deney ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerde ise daha anlamlı

örnekler seçme ve bu örnekler üzerinden ispat kurma eğilimi gözlemlenmiştir. Bu, öğrencilerin matematiksel düşünce süreçlerinin bireysel başarı ve kavrayış düzeyine göre nasıl farklılaştığını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, matematiksel ifade ve işlemleri anlama düzeyi yüksek olan öğrencilerin ispat sürecinde daha anlamlı ve tutarlı örnekler seçebildiklerini göstermektedir. Ancak ritüel ve otoriter ispat şeması düzeyinde bulunan öğrenci sayısının azlığı, öğrencilerin büyük çoğunluğunun ispat süreçlerinde anlamlı bir bilişsel çaba gösterdiğini ve yalnızca ezbere dayalı bir yaklaşımı tercih etmediklerini ortaya koymaktadır. Ritüel ispat şeması özelliklerini gösteren öğrencilerin sadece sıralı işlem dizilerini kabul etmesi ve otoriter ispat şeması düzeyindeki öğrencilerin sorgulamadan bazı yapı ve formülleri doğru kabul etmesi, öğrencilerin eleştirel düşünme ve matematiksel argüman oluşturma süreçlerinde eksiklikler yaşadığını göstermektedir. Öğrencilerin sadece birkaçı analitik ispat şeması özelliklerini gösterebilmiştir. Bu bulgu, matematiksel düşüncenin soyutlama gerektiren ileri düzey bir beceri olduğu ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu aşamaya ulaşmakta zorlandığını göstermektedir.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2 incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla saf deneysencilik ispat şeması özelliklerini gösterdiği görülmüştür. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de sembolik ispat düzeyinde özellik gösteren öğrenciler Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’de saf deneysencilik ve kritik deney ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir. Bu bulgu matematiksel dil kullanımının öğrencilerin akıl yürütme ve ispat süreçlerini etkilediğini göstermektedir. Sözel dilin yoğun olduğu Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’de, öğrencilerin daha rahat ve özgüvenli bir şekilde cevap verdiklerini göstermiştir. Sözel dil kullanımının yoğun olduğu bu ankette, öğrencilerin büyük bir kısmı saf deneysencilik ve kritik deney ispat şeması düzeyinde özellik göstermiştir. Bunun nedeninin öğrencilerin matematiksel dil ile karşılaştığında zorlanmaları ve sözel dil kullanımına daha yatkın olduğu ve eğitim öğretim sürecinde sözel dil kullanımına daha çok maruz kaldığı söylenebilir. Çünkü öğrenci “ispatlayınız” ifadesi yerine kullanılan “gösteriniz, açıklayınız vb” ifadelere karşı daha olumlu bir tutum sergilemekte ve problem çözümü için gelişigüzel işlem yapmaktan kaçınmaktadır. Bunun yanında soru kökünde yer alan “ n^2 ” ifadesi yerine “bir sayının karesi” ifadesi veya “ $x = 2k + 1$ ” ifadesi yerine “x tek bir sayıdır” ifadesi yer aldığıda özellikle başarı seviyesi düşük öğrenciler için daha anlamlı hale gelmektedir. Yapılan araştırmalar (Akarsu, 2013; Akarsu ve Yılmaz, 2015; Dur, 2010; Ünal, 2013; Woods, 2009; Yeşildere, 2007; Yüzerler ve Doğan, 2012; Yüzerler, 2013) çalışmanın bu sonucunu desteklemektedir.

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’de genellenebilir örnek ve dönüşümsel ispat şeması düzeyinde özellik gösteren ve matematik başarısı diğer öğrencilerden daha iyi olan öğrencilerin (Ö3, Ö11, Ö20) Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2’de genellikle saf deneysencilik ispat şeması özellikleri gösterdiği görülmüştür. Buna matematiksel dilin etki ettiği söylenebilir. Çünkü öğrenciler “gösteriniz” ifadesi için örnek vermeyi yeterli görürken “ispatlayınız” ifadesi için matematiksel muhakemenin baskın olduğu bir yapı tercih etmektedir.

Matematiksel dil kullanımı literatürdeki çoğu çalışma (Çalıkoglu-Bali, 2002; Gray, 2004; Kabael ve Ata-Baran, 2016; Toptaş, 2015; Aydın ve Yeşilyurt 2007) için önemlidir. Yapılan araştırmalar (Akarsu, 2013; Akarsu ve Yılmaz, 2015; Dur, 2010; Ünal, 2013; Woods, 2009; Yeşildere, 2007; Yüzerler ve Doğan, 2012; Yüzerler, 2013) öğrencilerin matematiksel dil ile karşılaştıklarında zorlandıklarını belirtmiştir. Öğrenciler, ispat sürecini lise düzeyinde üst düzey bir beceri olarak algılayarak kendilerini sınırlamakta ve matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde kullanmaktan kaçınmaktadır. Bu da çalışmanın sonuçları ile örtüşmektedir. Yakar ve Yılmaz (2017) matematiksel dil kullanımında iyi olmayan öğrencilerin soruları çözmekte zorlandıklarını ifade etmiştir. Bu ifade öğrencilerin Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1’e verdikleri yanıtlarının çoğunun sembolik ispat şeması düzeyinde olmasını desteklemektedir.

Matematiksel dilin yoğun olduğu ankette öğrencilerin kendisini yetersiz hissettiğini ancak sözel dilin kullanıldığı anketlerde daha emin ve özgüvenli olduğunu ortaya koymaktadır. Öğrencilerin matematiksel dilin ağırlıkta olduğu ankette zorlandıkları ve öğrencilerin düşüncelerini genellikle sözel olarak ifade etme eğiliminde oldukları görülmüştür. Yapılan araştırmalar (Akarsu, 2013; Akarsu ve Yılmaz, 2015; Dur, 2010; Ünal, 2013; Woods, 2009; Yeşildere, 2007; Yüzerler ve Doğan, 2012; Yüzerler, 2013) çalışmanın bu bulgusunu desteklemektedir.

Çalışma grubunda başarı seviyesi orta ve yüksek olarak sınıflandırılan öğrencilerin sembolik ispattan kaçındıkları görülmüştür. Öğrencilerin matematik başarıları arttıkça matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme düzeylerinin arttığı söylenebilir. Bu durum çalışmalar (Açıl ve Zeybek, 2019; Ünal, 2013; Yılmaz ve Türkmen, 2019; Yüzerler, 2013) ile benzer sonuç göstermektedir.

Çalışma matematiksel dilin öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerileri üzerinde önemli bir etkisi olduğunu göstermiştir. Özellikle matematiksel dilin yoğun olduğu

ifadelerle karşılaşan öğrencilerin daha çekingen ve sınırlı cevaplar verdiği, buna karşın sözel dilin ağırlıklı olduğu ifadelerle karşılaşan öğrencilerin daha rahat ve yaratıcı çözümler üretebildiği görülmüştür. Bu durum, matematiksel dili anlamlandırma ve kullanma sürecinde yaşanan zorlukların, öğrencilerin ispat becerilerini nasıl şekillendirdiğini göstermektedir.



ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümü araştırma kapsamında elde edilen sonuçlar dikkate alınarak matematik öğretmenlerine yönelik öneriler ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

Matematik Öğretmenlerine Yönelik Öneriler

1. Öğrenciler ispata başlama, ispatı sürdürme, ispatı sonuca ulaştırma konusunda zorluk yaşamaktadırlar. Matematik öğretim programlarında ispat konusunun ön plana çıkarılmasına yönelik çalışmalar önerilmektedir. Matematik öğretmenlerinin bu konuda öğrenci becerilerini artırması açısından zenginleştirilmiş fırsatlar sunması ve öğretim sürecinde ispat etkinlikleri sunması önerilmektedir.
2. Çalışma sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin çoğunluğunun informal ispat yapma eğiliminde olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin informal ispat yöntemlerinin yanında seviyelerine uygun olacak uyumlu formal ispat yöntemlerinin kullanımı desteklenmesi, bu yönde sınıf içi muhakeme becerilerinin artırmaya yönelik fırsatlar sunulması ispat becerilerinin pozitif yönlü gelişiminde önemli bir adım olduğu düşünülmektedir. Bu sebepten dolayı sınıf ortamında öğrencilerin akıl yürütme, matematiksel muhakeme ve ispat becerilerini destekleyecek uygulamalar gerçekleştirilmesi önerilmektedir.
3. Öğrencilerin ispat yapabilme becerilerinin gelişimi için en temelde sınıf ortamlarının hazırlanması için öğretmenlerin ispat becerilerinin istenilen düzeyde olması gerekmektedir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin çokkültürlü sınıf ortamlarına, yabancı uyruklu öğrencilerin dezavantajlı durumlarına yönelik bilgi sahibi olması, matematiksel ispat öğretim yöntem ve teknikleri ve öğretim materyalleri hakkında bilgi sahibi olmaları önemlidir. Ayrıca öğretmenlerin, sınıf ortamlarında matematiksel dil kullanıma önem vermeleri önerilmektedir.
4. Özellikle matematiksel dil kullanımı, yabancı uyruklu öğrencilerin bir matematiksel önermenin doğru veya yanlış olmasını nedenleriyle birlikte öğrenmesi, onların muhakeme becerilerini artırmanın yanında anlamlı öğrenmenin de sağlanması açısından önemlidir. Bu sebeplerden dolayı, ispat öğretiminde matematiksel dil kullanımına önem verilmesi önerilmektedir.

5. Matematikte öğrenilen bilgilerin mantıksal temellere oturması açısından tüm öğrenme alanlarında ispata yer verilmesi gerekliliği önerilmektedir.

Araştırmacılara Yönelik Öneriler

1. Bu araştırma, bir devlet okulunda yabancı uyruklu yirmi 11. Sınıf öğrencisi ile sınırlıdır. Gelecek yıllardaki çalışmalarda, daha fazla öğrenci ile çalışmalar yapılması önerilmektedir.
2. Çalışma daha geniş bir alana yayılarak akademik başarısı daha yüksek seviyedeki yabancı uyruklu öğrencilerde sürece dahil edilebilir. Böylece, daha genellenebilir sonuçlar elde edilebilir.
3. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, öğrencilerin matematiksel muhakeme ve ispat becerileri ve matematiksel dil arasında bir ilişkinin olduğunu ortaya koymaktadır. Bu ilişki daha detaylı ve derinlemesine araştırılabilir. Lise öğrencilerinin farklı konu alanlarına yönelik yeterlikleriyle ispat becerileri ilişkisi başka çalışmaya konu olabilir.
4. Yabancı öğrencilerin ispat yapabilme becerileri ortaokul gibi farklı kademelerde araştırılabilir.
5. Yabancı öğrencilere yönelik yapılan liseden üniversiteye geçiş sınavlarında (Yabancı öğrenci sınavı - YÖS) akıl yürütme ve ispat yapabilme becerilerine ne ölçüde test edebildiği araştırma konusu olabilir.
6. Yabancı öğrencilerin ispat yapabilme becerileri düşünüldüğünde, matematik öğretmenlerinin yabancı öğrencilere verdiği matematik eğitimi sürecindeki ispat öğretimine yönelik tutumların incelenmesi yeni araştırmalara konu olabilir.

KAYNAKÇA

- Açıl, E. ve Zeybek, Z. (2017). Öğrencilerin matematiksel dili kullanma ve anlama becerisi ile öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel dili nasıl kullandıklarını fark edebilme yeteneği. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(42), 87-107.
- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Aramış, Z. F., Ecemiş, Ü. Ö. ve Faydaoğlu, Ş. (2023). Türkiye’de matematik alan dili ile ilgili yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi. *Trakya eğitim dergisi*, 13(2), 1382-1401.
- Aylar, E. (2014). 7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Bahadır, E. (2021). Göçmen Öğrencilerin Matematik Eğitiminde Etnomatematik Yaklaşımının Kullanılması. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(1), 577-594.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers, and children* (pp.216-238). London: Hodder & Stoughton.
- Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır?. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Barak, B. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapma Süreçlerinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Başar, M., Akan, D. ve Çiftçi, M. (2018). Mülteci öğrencilerin bulunduğu sınıflarda öğrenme sürecinde karşılaşılan sorunlar. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(5), 1571-1578.

- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23-28.
- Büyüköztürk, Ş. (1997). Araştırmaya yönelik kaygı ölçeğinin geliştirilmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 12(12), 453-464.
- Cavkaytar, A., Bal, A., Artar, T. M. ve Uluyol, M. (2021). Suriyeli Mülteci Öğrencilerin Eğitim Yaşantılarının İncelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(1), 195-219.
- Creswell, J. W. (2013). Nitel araştırma yöntemleri. *Qualitative research methods*. M. Bütün & SB Demir, Trans.(Eds.). İstanbul: Siyasal Kitapevi.
- Çelik, Y. (2018). Türkiye’de Suriyeli çocuklara yönelik uygulanan eğitim politikalarının incelenmesi: Tespitler, sorunlar ve öneriler. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Çontay, E.G. (2017). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının ispat şemaları. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 44, 467-498.
- Dede, Y. ve Karakuş, F. (2014). Matematiksel İspat Kavramına Pedagojik Bir Bakış: Kuramsal Bir Çalışma. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences*, 4 (2), 47-71.
- Dinamit, D. (2020). Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel İspat Yapma Süreçlerinin İncelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.
- Doruk, M. ve Kaplan, A. (2017). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Analiz Alanında Yaptıkları İspatların Özellikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (44), 467-498.
- Ercan, İ. ve Kan, İ. (2004). Ölçeklerde güvenirlik ve geçerlik. *Uludağ Üniversitesi Tıp Fakültesi Dergisi*, 30(3), 211-216.
- Gani, B. N. ve Kuruoğlu, G. (2023). Suriyeli Çocukların Konuşma Becerilerindeki Söz Dizimsel Hataların Dil Bilimsel Çözümlemesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (55), 46-59.

- Gökkurt, B., Deniz, D., Akgün, L. ve Soylu, Y. (2017). Matematik Alanında İspat Yapma Süreci Üzerine Yapılmış Bazı Araştırmalardan Bir Derleme. *Başkent University Journal of Education*, 1(1), 55-63.
- Gökmen, H. (2020). Suriyeli göçmen öğrencilerin Türk eğitim sistemine entegrasyon sorunu (Bursa Yıldırım ilçesi örneği).
- Güler, G. ve Dikici, R. (2012). Ortaöğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel İspat Hakkındaki Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 571-590.
- Güler, G. ve Ekmekci, S. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının ispat değerlendirme becerilerinin incelenmesi: Ardışık tek sayıların toplamı örneği. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 59-83.
- Güler, G., Özdemir, E. ve Dikici, R. (2012). Öğretmen Adaylarının Matematiksel Tümevarım Yoluyla İspat Becerileri ve Matematiksel İspat Hakkındaki Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(1), 219-236.
- Güzel, S. ve Yılmaz, S. (2020). 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadeler Konusundaki Matematiksel Dil Kullanım Düzeyleri ve Dile İlişkin Görüşleri. *International Journal of Active Learning*, 5(1), 33-56.
- Harel, G., ve Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. *American Mathematical Society*, 7, 234-283.
- Kalaycı, N. (2009). Yüksek öğretim kurumlarında akademisyenlerin öğretim performansını değerlendirme sürecinde kullanılan yöntemler. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 60(60), 625-656.
- Karaağaç, F. C. ve Güvenç, H. (2019). Resmi ilkokullara devam eden Suriyeli mülteci öğrencilerin eğitim sorunları. *OPUS International Journal of Society Researches*, 11(18), 530-568.
- Karakaya, B. (2021). 8. Sınıf Öğrencilerinin Denklemlerde Eşitlik Kavramına İlişkin Sahip Oldukları Kanıt Şemalarının Matematiksel Bilgi Türleri Açısından İncelenmesi Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı, Konya.

- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, 2(2).
- Karlı Çalamak, E., Olkun, S., ve Sözen Özdoğan, S. (2022). Çokkültürlü sınıflarda matematik eğitimi: Öğretmen uygulamaları üzerine bir inceleme. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 12(1), 123-155.
- Köğce, D. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İspatın Matematik Öğrenmeye Katkısı İle İlgili Görüşleri ve İspat Düzeyleri. *Electronic Turkish Studies*, 8(12), 765-776.
- Kurttekin, F. ve Akıncı, M. (2023). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Kanıt Şemalarının İncelenmesi. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi*, 13(2), 245-262.
- Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma*. İstanbul: Bağlam Yayıncılık.
- Mejía-Ramos, J. P., ve Inglis, M. (2011). Semantic contamination and mathematical proof: Can a non-proof prove?. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(1), 19-29.
- Miles, M. B. (1994). *Qualitative data analysis*. An expanded sourcebook. Thousand Oaks.
- Moralı, S., Uğurel, İ., Türnüklü, E. ve Yeşildere, S. (2006). Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 147-160.
- Okumus, S. ve Simsek, Z. Z. (2021). Prospective mathematics teachers' use of linguistic signifiers in the context of angles formed by two lines cut by a transversal. *The Journal of Mathematical Behavior*, 63, 100890.
- Öner, G. ve Dur, H. (2023). Yabancı Uyruklu Öğrencilerin Okula Uyum Süreçlerine İlişkin Yönetici ve Öğretmen Görüşleri. *Anadolu University Journal of Education Faculty*, 7(1), 285-307.
- Özdemir, F. ve Kaplan, A. (2014). Öğretmen adaylarının öğrenme stillerine göre matematiksel ispat hakkındaki görüşlerinin incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 410-429.

- Özdoğru, A. A., Dolu, F. N., Akan, A., ve Aldemir, S. (2021). Öğretmenlerin çokkültürlü eğitime ve mülteci öğrencilere yönelik tutumları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(40), 111-122.
- Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2019). Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Temel Matematik İspatlarını Yapma Sürecindeki Bilişsel Yapılar ve Argümanları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(2), 429-452.
- Pala, O. ve Narlı, S. Matematik Öğretmen Adaylarının Sayılabilirlik Kavramına Yönelik İspat Şemalarının İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 136-166.
- Pektaş, O. ve Bilgici, G. (2019). Matematik Öğretmen Adaylarının Trigonometri Konusunda Kullandıkları Kanıt Şemalarının Öğrenme Stillerine Göre İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(3), 1347-1358.
- Polat, İ. ve Kılıç, E. (2013). Türkiye’de çokkültürlü eğitim ve çokkültürlü eğitimde öğretmen yeterlilikleri. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 352-372.
- Salı, G. ve Şeker, S. (2023). Mülteci öğrencilerin eğitim sorunlarının incelenmesi: Yozgat ili örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 977-1004.
- Shinno, Y., Miyakawa, T., Iwasaki, H., Kunimune, S., Mizoguchi, T., Ishii, T., ve Abe, Y. (2018). Challenges in curriculum development for mathematical proof in secondary school: cultural dimensions to be considered. *For the Learning of Mathematics*, 38(1), 26-30.
- Subaşı, M. ve Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Turgut, M. Yenilmez, K. ve Uygan, C. (2013). Ortaokul Ve Lise Matematik Öğretmeni Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (13), 227-252.
- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl*

düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Vatandaş, B. (2022). *Üstün yetenekli 8. sınıf öğrencilerinin ispat yapma süreçlerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aydın.

Yağar, F. ve Dökme, S. (2018). Niteliksel araştırmaların planlanması: Araştırma soruları, örneklem seçimi, geçerlik ve güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi*, 3(3), 1-9.

Yakar, E. A. ve Yılmaz, S. (2017). 7. sınıf öğrencilerinin cebire yönelik gerçek yaşam durumlarını matematiksel ifadelere dönüştürme sürecindeki matematiksel dil becerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 292-310.

Yıldız, S. E. (2019). Suriyeli çocukların eğitimi konusunda nitel bir araştırma: Sorunlar ve çözüm önerileri. *Middle East Journal of Refugee Studies*, 4(2), 5-32.

Yopp, D. A. (2015). Prospective elementary teachers' claiming in responses to false generalizations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 39, 79-99.

Yurdakul, A. ve Tok, T. N. (2018). Öğretmen gözüyle göçmen/mülteci öğrenci. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 9(2), 46-58.

Zeybek, Z. ve Açıl, E. (2018). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel İfade Becerilerinin İncelenmesinde Yazma Aktiviteleri: Öğrenci Günlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(3), 476-512.

Zeybek-Şimşek, Z. ve Üstün, A. (2019). 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki ispat seviyelerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 196-216.

EKLER

Ek 1. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 1

Soru1: “ $b = 2n + 1$ ve $b \in N$ olmak üzere $b^2 - 1$ ’in 8 ile kalansız bölündüğünü ispatlayınız.

(Çontay, 2016)

Soru2: “ n bir sayı olmak üzere n^2 2’nin katı ise n de 2’nin katıdır.” ifadesini ispatlayınız.

(Kocaman, 2017)

Soru3: Aşağıda “ $x = 2n + 1$ $n \in Z$ ve $y = 2k + 1$ $k \in Z$ olmak üzere $x + y$ çifttir.” ifadesi için üç farklı öğrenci tarafından yapılan ispatlar verilmiştir. İspatların doğruluğunu inceleyiniz.

(Aylar, 2014)

Öğrenci 1:

$$x + y = 2n + 1 + 2k + 1$$

$$x + y = 2n + 2k + 2$$

$2(n + k + 1)$ olduğundan $x + y$ çifttir.

Öğrenci 2:

$$(2n + 1) + (2k + 1) = 4nk + 2n + 2k + 1$$

$= 2(2nk + n + k) + 1$ olduğundan $x + y$ çift değildir.

Öğrenci 3:

$n = 1$ ise $x = 3$; $k = 2$ ise $y = 5$ olur.

$x + y = 3 + 5 = 8$ 'dir. İfade doğrudur.

Soru4: “ n bir tek sayı olmak üzere $3n+6$ sayısı 6 ile kalansız bölünür.” İfadesi için üç öğrencinin yaptığı ispat aşağıda verilmiştir. İspatların doğruluğunu inceleyiniz.

(Aylar, 2014)

Öğrenci 1:

$n = 2k + 1$ olsun. $3 \cdot (2k + 1) + 6 = 6k + 9$ olur.

$6k + 9$ 'un 6 ile bölümünden kalan 3'tür. İfade yanlıştır.

Öğrenci 2:

$$\begin{aligned}
 n = 2k + 1 \text{ olsun. } 3 \cdot (2n + 1) + 6 &= 6n + 6 + 6 \\
 &= 6n + 12 \\
 &= 6(n + 2) \text{ İfade}
 \end{aligned}$$

doğrudur.

Öğrenci 3:

$$\begin{aligned}
 n &= 17 \text{ olsun.} \\
 3n + 6 &= (3 \cdot 17) + 6 = 57 \text{ olur.} \\
 57, 6'nın katı değildir. \text{ İfade yanlıştır.}
 \end{aligned}$$

Soru 5: “ x bir sayı ve $x = 4k$, $k \in \mathbb{Z}$ olması için x 'in son iki basamağı 4'ün katı veya sıfırdır.” ifadesini ispatlayınız.

(Teke, 2021)

Soru 6: “ x , y ve z ardışık üç sayı olmak üzere $x + y + z = 3 \cdot y$ ’dir.” ifadesi için yapılan ispatlar aşağıda verilmiştir. Hangisi ya da hangileri ispattır?

(Köğce, 2013)

Öğrenci 1:

$$x + z = 2y \text{ ‘dir.}$$

$2y + y = 3y$ olur. İfade doğrudur.

Öğrenci 2:

$x = n, y = n + 1, z = n + 2$ olsun.

$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$ 'dir. İfade doğrudur.

Öğrenci 3:

x, y, z sırasıyla $n - 3, n - 2$ ve $n - 1$ olsun.

$(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) = 3n - 6$ 'dır.

$3(n - 2) = 3n - 6$ 'dır. İfade yanlıştır.

Soru 7: “ x, y, z ardışık üç sayı olmak üzere $x \cdot y \cdot z = 6k$ olur.” İfadesinin ispatı için yapılan çözümleri inceleyiniz.

(Çontay, 2016)

Öğrenci 1:

$6k = 2t \cdot 3p$ x, y, z 'den en az biri 2'nin en az biri 3'ün katıdır.
 $x \cdot y \cdot z = 6k$ olur.

Öğrenci 2:

$n, (n + 1), (n + 2)$ ardışık üç sayıdır.

$n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) = n^3 + 3n^2 + 2n$ olur.

Bu da 6'nın katıdır. İfade doğrudur.

Öğrenci 3:

$n, (n + 1), (n + 2)$ ardışık üç sayıdır.

$$n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) = 3n + 3$$

$3n + 3, 6$ 'nın katıdır. İfade doğrudur.

Soru 8: $\forall x \in R$ için $x < x^2$ ifadesini ispatlayınız.

(Uğurel, 2020; ss.230)



Soru 9: “ x, y tek ise x ve y tektir.” ifadesini ispatlayınız.

(Tosuner, 2023; ss.32)

Soru 10: x ve y birer sayı olmak üzere $x^2 + y^2 = 2k, k \in Z$ ifadesini ispatlayınız.

(Aylar, 2014)

Ek 2. Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2

Akıl Yürütme ve İspat Anketi 2.

Soru 1: “ b tek bir sayı olmak üzere $b^2 - 1$ ’in 8 ile tam bölündüğünü gösteriniz.”

(Çontay, 2016)

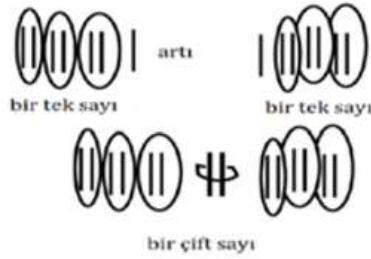
Soru 2: Bir sayının karesi 2’nin katı ise o sayının da 2’nin katı olduğunu gösteriniz.

(Kocaman, 2017)

Soru 3: “İki tek sayının toplamı çift sayıdır” ifadesinin doğru ya da yanlış olduğunu gösteriniz.

(Aylar, 2014)

Aleyna:



Sümeyye:

$$1+3=4$$

$$3+5=8$$

$$5+7=12$$
 Bunları denedim çift çıktı o zaman hepsi çift olur.

İfade doğrudur.

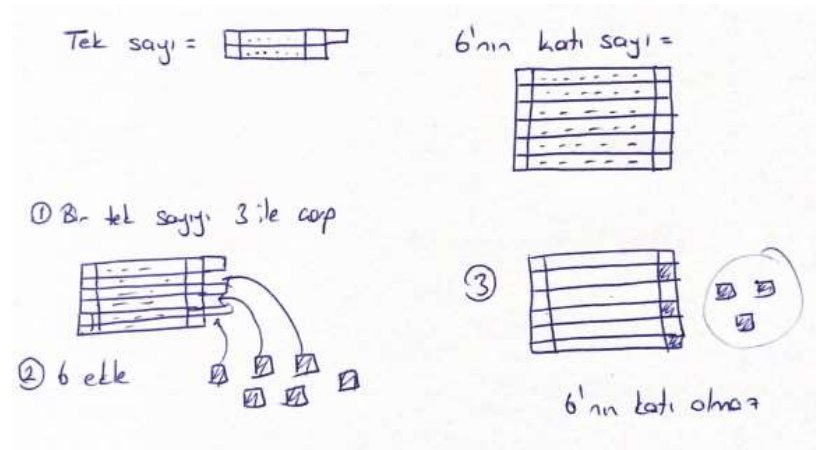
Yağız:

Bir sayının çift veya tek olduğunu anlamak için birler basamağına bakarız. Birler basamağı tek ise sayı tek, çift ise sayı çifttir. Birler basamağında tek sayı olan sayıları topladığımızda elde ettiğimiz sayıların birler basamağında çift sayılar vardır. 1,3,5,7,9 sayılarının hepsini kendileriyle ve birbirleriyle topladığımızda çift sayılar oluşur. Sayıların birler basamağı dışında ne olursa olsun tüm sayılar için bu kural geçerlidir. Bu nedenle iki tek sayının toplamı kesinlikle çift sayıdır.

Soru 4: Bir öğretmen yazılı kağıtlarını incelerken “Bir tek sayının 3 katının 6 fazlası 6 ile tam bölünür ifadesinin doğruluğunu kanıtlayınız” sorusuna verilen cevapları inceliyor. Sizce hangi öğrenciye en yüksek puanı vermiştir?

(Aylar, 2014)

Ayşenur:



Sena:

Tek sayı 5 olsun.

$$3.5 + 6 = 3.30 = 90 \text{ olur.}$$

90 , 6'nın katıdır. İfade doğrudur.

Bilal:

Bu ifade yanlıştır. Çünkü

$$3.1 + 6 = 9$$

$$3.7 + 6 = 27$$

$$3.11 + 6 = 39$$

Üçü de 6'nın katı değil ifade yanlış.

Soru 5: “Dört ile tam bölünebilen sayıların son iki basamağı 4’ün katı veya sıfırdır.” ifadesini kanıtlayınız.

(Teke, 2021)

Soru 6: Ardışık 3 sayının toplamı, ortadaki sayının 3 katına eşittir” ifadesi için dört öğrencinin verdiği yanıtlar aşağıda verilmiştir. Sizi hangi öğrencilerin çözümleri ikna etti?

(Köğce, 2013)

Begüm:

Bence doğru; ben 1,2 ve 3 sayılarını aldım.

$$1+2+3=6$$

6, ortadaki sayının 3 katı o yüzden ifade doğrudur.

İsmail:

Bence yanlış;

25,26 ve 27 sayılarını aldım.

$$25+26+27=77$$

77, 26’nın üç katı değil. O yüzden ifade yanlıştı

Aslan:

Bence doğru; üç ardışık sayı alalım. Bunlar 2,4 ve 6 olsun.

$$2+4+6 = 12 \text{ 'dir.}$$

12, 4'ün 3 katıdır.

Sonuçta toplayınca ortanca sayının 3 katını elde ettim. Bu yüzden doğrudur.

Hatice:

Bence doğru; önce 3,4 ve 5 sayılarını denedim. Sonra da 32,33 ve 34 sayılarını denedim.

$$3+4+5=12 ; 12, 4'ün 3 katıdır.$$

$$32+33+34= 99 ; 99, 33'ün 3 katıdır.$$

Ortadaki sayının 3 katına iki seferde de ulaştım. Kaç deneme yaparsam yapayım doğru çıkacaktır. Bu nedenle doğrudur.

Soru 7: Ardışık üç pozitif sayının çarpımının her zaman 6'nın katı olduğunu göstermek için yapılan üç çözüm verilmiştir. Çözümleri yorumlayınız.

(Çontay, 2016)

Yavuz Selim :

Geçen ders aynı örneği çözdük defterimde bile yazıyor. Doğru olmasa öğretmenim yazdırmazdı.

Ayaz:

Mesela şimdi 6 ile bölünebilme kuralına bakalım. Hem 2 ile hem 3 ile bölünmesi lazım. Ardışık üç sayının kesin bir tanesi çift olduğu için 2 ile bölünme tamam. Aynı şekilde yine üç sayıdan biri kesinlikle üçün katı olduğu için 3 ile bölünme de tamam. O zaman ardışık üç sayının çarpımı hem 2 ile hem 3 ile bölündüğü için 6 ile de bölünür.

Akasya:

24, 6'nın katıdır. 24'ü ardışık üç sayı olan 2.3.4 diye yazabiliyorum. O yüzden bu ifade doğrudur.

Soru 8: “Her reel sayı için bir sayının karesi kendisinden büyüktür.” ifadesini kanıtlayınız.

(Uğurel, 2020; ss.230)

Soru 9: “İki sayının çarpımı tek ise bu iki sayı da tektir.” ifadesinin doğruluğunu gösteriniz.

(Tosuner, 2023; ss.32)

Soru 10: “İki sayının kareleri toplamı çifttir.” İfadesinin doğru ya da yanlış olduğunu arkadaşına anlatmak istesen nasıl anlattırırın?

(Aylar, 2014)



Ek 3. Araştırma izin Formu

Tarih ve Sayı: 01.03.2024-407074



T.C.
GAZİANTEP VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-34659092-605.01-97865577
Konu : Araştırma İzin Talebi
(Tuğçe KESİCİ)

29.02.2024

DAĞITIM YERLERİNE

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Tuğçe KESİCİ'nin yürüttüğü "11. Sınıf Yabancı Uyrıklı Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Yapabilme Becerilerinde Dil Faktörünün Etkisi" konulu anket uygulama isteği kapsamında, İlimiz Şahinbey İlçesine bağlı bulunan Ömer Özmimar Anadolu İmam Hatip Lisesi 11. Sınıf öğrencilerine yönelik anket uygulama isteği, ekli yazıda belirtilmektedir.

Bu kapsamda bahsi geçen tez çalışma isteğiyle ilgili Valilik Makamının 28.02.2024 tarihli ve 97706418 sayılı oluru yazımız ekinde gönderilmiş olup konunun ilçenizde bulunan ilgili okul müdürlüklerine duyurulması ve veli onama formunun imzalı bir nüshasının okul müdürlüklerinde muhafaza edilmesi hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Yasin TEPE
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

EK:
Yazı ve ekleri
DAĞITIM:
Gereği:
Şahinbey İlçe MEM

Bilgi:
Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğüne

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır

Belge Doğrulama Adres:

Bilgi için: A. KOÇAK, Müd.Yrd.M.Ali TİRYAKIOĞLU,Şef.E.YILDIRIM

Ek 4. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “11. Sınıf Yabancı Uyruklu Öğrencilerin İspat ve Muhakeme Yapabilme Becerilerinde Dil Faktörünün Etkisi” adıyla, 05.02.2024-12.05.2024 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Öğrencilerin ispat ve muhakeme yapabilme becerilerine dil faktörünün etkilerinin incelenmesidir.

Araştırma Uygulaması: bireysel görüşme formu ve görüşme şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacı tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Tuğçe Kesici

İletişim bilgileri :

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../...

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :