



**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**

**6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇARPAN VE KAT
KAVRAMLARINI GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ
ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ**

Yüksek Lisans Tezi

Nehir KEYİK

Danışman
Doç. Dr. Rezan YILMAZ

SAMSUN
2023

**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI**



**6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇARPAN VE KAT
KAVRAMLARINI GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ
ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ**

Yüksek Lisans Tezi

Nehir KEYİK

Danışman

Doç. Dr. Rezan YILMAZ

SAMSUN
2023

TEZ KABUL VE ONAYI

Nehir KEYİK tarafından, Doç. Dr. Rezan Yılmaz danışmanlığında hazırlanan “6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇARPAN VE KAT KAVRAMLARINI GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 20.2.2023 tarihinde yapılan sınav sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

	Unvanı Adı Soyadı Üniversitesi Ana Bilim/Ana Sanat Dalı	Sonuç
Başkan	Prof. Dr. Abdulkadir TUNA Kastamonu Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye (Danışman)	Doç. Dr. Rezan YILMAZ Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret
Üye	Doç. Dr. Esen ERSOY Ondokuz Mayıs Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı	☒ Kabul ☐ Ret

Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen ve yukarıda adları yazılı jüri üyeleri tarafından uygun görülmüştür.

Prof. Dr. Ahmet TABAK
Enstitü Müdürü

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

Etik Kurul Gerekli mi?

Evet: X

Hayır:

13 / 03 / 2023
Nehir KEYİK

TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

Tez Başlığı : 6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇARPAN VE KAT KAVRAMLARINI GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından 06.01.2023 tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 21

Tek kaynak oranı : % 4 çıkmıştır.

13 / 03 / 2023
Doç. Dr. Rezan YILMAZ

ÖZET

6. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇARPAN VE KAT KAVRAMLARINI GERÇEKÇİ MATEMATİK EĞİTİMİ ORTAMINDA OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

Nehir KEYİK

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Yüksek Lisans, Şubat/2023

Danışman: Doç. Dr. Rezan YILMAZ

Bu araştırmanın amacı 6. sınıf öğrencilerinin asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını yapılandırma süreçlerini Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) yaklaşımına göre tasarlanan öğretim ortamında incelemektir. Araştırma Karadeniz bölgesindeki bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 15 kişilik bir 6. sınıfta gerçekleştirilmiş ve nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile desenlenmiştir. Öğrencilere, çarpanlar ve katlar konusuna temel teşkil eden konularla ilgili önbilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanan hazırbulunuşluk testi uygulanmış ve öğrenciler bu testin sonuçları, araştırmacı gözlemleri ve diğer ders öğretmenlerinin görüşlerine göre heterojen gruplara ayrılmıştır. Öğrencilerden GME ortamında hazırlanan üç adet bağlamsal problemi grup içinde çözmeleri istenerek öğretim süreci boyunca öğrencilerin bireysel fikir yürütmeleri grup içi ve gruplar arası tartışmalarla desteklenmiştir. Gruplardan amaçlı örnekleme yöntemi ile hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi, iyi ve orta seviyede olduğu belirlenen üç katılımcı seçilmiş ve her biri ile dörder kez bireysel görüşme yapılmıştır. Öğretim sürecinin, grup tartışmalarının ve yapılan görüşmelerin kamera ve ses kayıtlarının transkriptinden, bireysel ve grup çalışma kâğıtlarından ve gözlemlerden elde edilen veriler, APOS teorik çerçevesinde içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Araştırmanın sonucunda üç katılımcı da asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarını nesne düzeyinde kavramsallaştırmış, hatta en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat kavramlarını da nesne olarak oluşturmuşlardır. Ayrıca, hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan katılımcının ileriki sınıf kazanımlarında yer alan asal sayı ile en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat ilişkilendirmelerini yaparak nesneleştirdiği; hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan katılımcının da süreç aşamasını tamamladığı ve nesne olarak oluşturmaya başladığı görülmüştür. Asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının oluşumunda çarpan/bölen, kat, tek-çift sayı, çarpan ağacı, bölünebilme kuralları, algoritma süreçleri ile koordinasyonların çok önem taşıdığı ortaya çıkmıştır. Araştırma kapsamında ulaşılan bulgulara göre, bahsi geçen kavramların öğretiminde ileride gerçekleştirilebilecek araştırmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Asal Sayı, Asal Çarpan, Ortak Kat, Ortak Çarpan/Bölen, En Büyük Ortak Bölen, En Küçük Ortak Kat, Gerçekçi Matematik Eğitimi, Soyutlama, Kavram Oluşumu, APOS, Hazırbulunuşluk Düzeyi

ABSTRACT

THE CONSTRUCTION PROCESSES OF FACTOR AND MULTIPLE CONCEPTS OF 6th GRADE STUDENTS IN REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION BASED LEARNING ENVIRONMENT

Nehir KEYİK

Ondokuz Mayıs University

Institute of Graduate Studies

Department of Mathematics and Science Education

Mathematics Education Programme

Master, February/2023

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Rezan YILMAZ

This research aims to examine constructing the concepts of prime number, prime factor, common factor/divisor, and common multiple of 6th-grade students in a teaching environment designed according to the Realistic Mathematics Education (RME) approach. The research was carried out in a 6th class of 15 students studying in a state secondary school in the Black Sea region and was designed with a case study as a qualitative research method. A readiness test was prepared to reveal the pre-knowledge of the concepts that formed the basis of factor/divisor and multiple and was applied to the students. The students were divided into heterogeneous groups according to the results of this test, the researcher's observations, and other course teachers' opinions. Students were asked to solve three posed contextual problems in the RME environment, and individual ideas were supported by in-group and inter-group discussions throughout the teaching process. Three participants, whose readiness level was advanced, upper-intermediate, and intermediate, were determined by the purposeful sampling method from the groups. Four individual interviews were conducted with each of them. The data obtained from the transcripts of the camera and audio recordings of the teaching process, group discussions and interviews, individual and group worksheets, and observations were evaluated with content analysis within the framework of APOS theory. The results demonstrate that all three participants constructed the concepts of prime number, prime factor, common multiple and common divisor/factor at the object stage and even constructed the concepts of the greatest common divisor and least common multiple as objects. In addition, the participant with upper-intermediate readiness level constructed as an object by associating the prime number with the greatest common divisor and the least common multiple, which is in the following class achievements. Also, the participant with advanced readiness level completed the process stage and started to form an object. It has been revealed that coordination with factor/divisor, multiple, odd-even number, factor tree, divisibility rules and algorithm processes are significant in constructing of prime numbers, prime factor, common factor/divisor, and common multiple concepts. According to the results, suggestions for future research in teaching the concepts above are presented.

Keywords: Prime Number, Prime Factor, Common Factor/Divisor, Common Multiple, Greatest Common Divisor, Least Common Multiple, Realistic Mathematics Education, Abstraction, Concept Formation, APOS, Readiness Level

ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Günlük yaşam problemlerinden yola çıkarak matematik öğretim programındaki en temel kavramlara ulaşmayı sağlayan bu tezi yazmış olmaktan büyük onur ve gurur duymaktayım.

Bilim dünyasında çıktığım bu yolculuk boyunca karanlık sokaklarımı aydınlatan, yağmur yağdığında şemsiye tutan, çaresiz kaldığımda derman bulan, çok kıymetli danışmanım Doç. Dr. Rezan Yılmaz'a; yolumu kaybettiğimde pusulam olan, umutsuzluğa düştüğümde çorak toprağa düşen yağmur misali yüreğimi uyandıran, biricik ilham kaynağım Doç. Dr. Esen Ersoy'a ve değerli önerileriyle tezime katkı sağlayan jüri başkanım sayın Prof. Dr. Abdulkadir TUNA'ya çok teşekkür ederim.

İnişli ve çıkışlı yollardan ibaret olan yaşam girdabında her konuda bana destek olan, sevgisiyle ve ilgisiyle kalbimi her daim ısıtan, biricik annem Ayşe KEYİK'e, verdiğim mücadelede beni her daim yüreklendiren, kol kanat geren, aldığım her kararda arkamda duran, canım babam İsa KEYİK'e, nerede olursa olsun sevgisini hep hissettiren, canım ablam Yeliz KEYİK YALÇIN'a ve evlerimizi şenlendiren, biricik sevimli yeğenim Denizhan YALÇIN'a sonsuz sevgi ve şükranlarımı sunarım.

Tez süreci boyunca destek olan ismini sayamadığım değerli öğretmen arkadaşlarıma, anlayış ve kolaylık sağlayan okul idarecilerime, tezimin katılımcıları olan sevgili öğrencilerime çok teşekkür ederim.

Nehir KEYİK

İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAYI	i
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI	ii
TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı	3
1.2. Araştırmanın Problemi.....	3
1.3. Araştırmanın Önemi	3
1.4. Araştırmanın Varsayımları.....	8
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	8
1.6. Araştırmadaki Tanımlar	8
2. KURAMSAL TEMELLER.....	11
2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)	11
2.1.1. Eğitsel Tasarı İlkeleri.....	14
2.1.2. GME'nin Öğrenme ve Öğretme İlkeleri	16
2.1.3. GME'nde Öğretim Süreci	17
2.1.4. Gerçekçi Matematik Eğitimi Ders Tasarımı.....	19
2.2. Kavram Oluşumu	21
2.2.1. Matematiksel Kavram Oluşumu, Soyutlama ve Genelleme.....	21
2.2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı	23
2.3. APOS Teorisi	26
2.3.1. Bilişsel Yapılar	27
2.3.2. Bilişsel Mekanizmalar.....	28
2.3.3. Genetik Çözümleme	29
2.4. Asal Sayı - Asal Çarpan - Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Kat Kavramları.....	30
3. YÖNTEM	37
3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni	37
3.2. Araştırma Tasarımı ve Yürütülmesi	37
3.3. Pilot Çalışma	38
3.4. Katılımcılar	39
3.5. Verilerin Toplanması.....	43
3.5.1. Veri Toplama Araçları	43
3.6. Öğretim Süreci	48
3.7. Verilerin Analizi.....	52
3.8. Çalışmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	56

4. BULGULAR.....	58
4.1. Asal Sayıyı Kavramsallaştırma Süreci	58
4.1.1. ÖM'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci	59
4.1.2. ÖM'nin 1. Görüşme Süreci	63
4.1.3. ÖR'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci	65
4.1.4. ÖR'nin 1. Görüşme Süreci	68
4.1.5. ÖŞ'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci	69
4.1.6. ÖŞ'nin 1. Görüşme Süreci	72
4.2. Asal Çarpanı Kavramsallaştırılma Süreci	74
4.2.1. ÖM'nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci.....	75
4.2.2. ÖM'nin 2. Görüşme Süreci	78
4.2.3. ÖR'nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci	80
4.2.4. ÖR'nin 2. Görüşme Süreci	82
4.2.5. ÖŞ'nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci	83
4.2.6. ÖŞ'nin Bireysel Görüşme Süreci.....	86
4.3. Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Kavramsallaştırılma Süreci	87
4.3.1. ÖM'nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci ..	89
4.3.2. ÖM'nin 3. Görüşme Süreci	93
4.3.3. ÖR'nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci ..	94
4.3.4. ÖR'nin 3. Görüşme Süreci	96
4.3.5. ÖŞ'nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci ..	98
4.3.6. ÖŞ'nin 3. Görüşme Süreci	101
4.4. Asal Sayı, Asal Çarpan, Ortak Kat ve Ortak Çarpan/Bölen Kavramlarını Dikey Matematikleştirme Süreci.....	102
4.4.1. ÖM'nin Dikey Matematikleştirme Süreci	102
4.4.2. ÖR'nin Dikey Matematikleştirme Süreci.....	103
4.4.3. ÖŞ'nin Dikey Matematikleştirme Süreci	103
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	104
5.1. Sonuç ve Tartışma	104
5.1.1. Asal Sayı Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar	105
5.1.2. Asal Çarpan Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar	107
5.1.3. Ortak Çarpan/Bölen ve EBOB Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar ...	109
5.1.4. Ortak Kat ve EKOK Kavramlarını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar.....	110
5.1.5. Dikey Matematikleştirme Sürecine Ait Sonuçlar	111
5.1.6. Üst Düzey İlişkilendirme Sürecine Ait Sonuçlar	112
5.2. Öneriler	114
KAYNAKLAR.....	116
EKLER.....	128
ÖZ GEÇMİŞ	149

SİMGELER VE KISALTMALAR

APOS : Action-Process-Object-Schema

GME : Gerçekçi Matematik Eğitimi

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

OECD : Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (Organization of Economic Cooperation and Development)

PISA : Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

TIMSS :Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

WEF : World Economic Forum (Dünya Ekonomik Forumu)

EBOB : En Büyük Ortak Bölen

EKOK : En Küçük Ortak Kat

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2. 1. Yatay ve dikey matematikleştirme (Drjivers, 2003'ten uyarlanmıştır.)	14
Şekil 2. 2. Yeniden buluş süreci (Gravemeijer, 1994, akt. Fauzan, 2002)	15
Şekil 2. 3. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki çift yönlü etkileşim	24
Şekil 2. 4. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü etkileşim	25
Şekil 2. 5. Bilişsel yapılar ve mekanizmalar (Arnon ve diğerleri, 2014'ten uyarlanmıştır). ..	27
Şekil 2. 6. Çarpan ağacı	35
Şekil 3. 1. Asal sayı ve asal çarpan kavramlarıyla ilgili genetik çözümleme	53
Şekil 3. 2. Ortak çarpan/bölen kavramıyla ilgili genetik çözümleme	54
Şekil 3. 3. Ortak kat kavramıyla ilgili genetik çözümleme	55
Şekil 4. 1. ÖM'nin oluşturduğu dikdörtgenler	60
Şekil 4. 2. ÖM'nin oluşturduğu dikdörtgenler	60
Şekil 4. 3. ÖM'nin yaptığı modelleme	61
Şekil 4. 4. ÖM'nin modellemesi	61
Şekil 4. 5. ÖM'nin çözüm kağıdı 1	63
Şekil 4. 6. ÖM'nin çözüm kağıdı 2	63
Şekil 4. 7. ÖM'nin çözüm kağıdı 3	64
Şekil 4. 8. ÖM'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar	65
Şekil 4. 9. ÖR ve grup arkadaşları	65
Şekil 4. 10. ÖR'nin oluşturduğu dikdörtgenler	67
Şekil 4. 11. ÖR'nin çözüm kağıdı	68
Şekil 4. 12. ÖR'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar	69
Şekil 4. 13. ÖŞ ve grup arkadaşları	69
Şekil 4. 14. ÖŞ'nin oluşturduğu dikdörtgenler	71
Şekil 4. 15. ÖŞ'nin çözüm kağıdı	72
Şekil 4. 16. ÖŞ'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar	73
Şekil 4. 17. Bağlamsal problem 2'nin tahtaya yansıtılması	74
Şekil 4. 18. ÖM'nin çözümü 1	76
Şekil 4. 19. ÖM'nin çözümü 2	78
Şekil 4. 20. ÖM'nin 2. görüşmedeki çözüm kağıdı	80
Şekil 4. 21. ÖR'nin grup içindeki çözümü	81
Şekil 4. 22. ÖR'nin çözümü 1	82
Şekil 4. 23. ÖR'nin çözümü 2	83
Şekil 4. 24. ÖŞ'nin çözümü 1	84
Şekil 4. 25. ÖŞ'nin çözümü 2	87
Şekil 4. 26. Masalara bırakılan kaplar	90
Şekil 4. 27. ÖM'nin çözümü 1	91
Şekil 4. 28. ÖM'nin çözümü 2	92
Şekil 4. 29. ÖM'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı	94
Şekil 4. 30. ÖR'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı	98
Şekil 4. 32. ÖŞ'nin çözümü 3	100
Şekil 4. 33. ÖŞ'nin çözümü 4	100
Şekil 4. 34. ÖŞ'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı	102

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 3. 1. Çalışma takvimi.....	38
Tablo 3. 2. Asıl uygulama planı.....	38
Tablo 3. 3. Katılımcılar ve bulundukları gruplar	40
Tablo 3. 4. Bireysel görüşmeler için seçilen katılımcılar ve hazırbulunuşluk test sonuçları..	41
Tablo 3. 5. Bireysel görüşmeler için seçilen katılımcıların hazırbulunuşluk test sonuçları ...	43
Tablo 3. 6. Gruplara Dağıtılan Kağıt ve Öğrenci Kalem Renkleri.....	45
Tablo 3. 7. Katılımcılarla Yapılan Bireysel Görüşme Süreleri.....	47
Tablo 4. 1. Asal Sayı Temasına Ait Kod Tablosu.....	59
Tablo 4. 2. Asal Çarpan Temasına Ait Kod Tablosu	75
Tablo 4. 3. Ortak Çarpan/Bölen ve EBOB Temasına Ait Kod Tablosu.....	88
Tablo 4. 4. Ortak Kat ve EKOK Temasına Ait Kod Tablosu	89



1. GİRİŞ

Matematik dersi öğretim programının genel amaçlarından bazıları matematik okuryazarlık becerileri gelişmiş ve bunu etkin bir şekilde kullanabilen, matematik kavramlarını anlayarak günlük hayatla ilişkilendirebilen, problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilen, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilen bireyler yetiştirmektir (MEB, 2018). Bu sebeple günümüzde öğrencilerden öğrenme süreci boyunca gerçekleştirilen faaliyetlerde aktif olarak kendi bilişsel becerilerini düzenleyebilme yeterliliğine sahip olmaları beklenmektedir.

Toplumun her alanında matematik bilen, matematiksel düşünen ve problem çözebilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır (NCTM, 2000). Bunun için matematik dersleri günlük yaşamla ilişkili ve hayatlarının her aşamasında kullanabilecekleri güncel ve sade bir içerikle gerçekleştirilmelidir (Ünlü, 2021). Bu şekilde olduğunda matematik dersi matematik öğrenen için anlamlı ve işlevsel bir hal alacaktır.

Matematiğin günlük yaşamdaki konumunu yordama yeteneği ‘matematiksel okuryazarlık’ olarak isimlendirilmektedir. Matematiksel okuryazarlık; düşünen, üreten, eleştiren bir vatandaş olarak bugün ve gelecekte karşılaşılabilecek sorunların çözümünde matematiksel düşünme ve karar verme süreçlerini kullanarak çevresinde, matematiğin rolünü anlama ve tanıma kapasitesi olarak tanımlanmaktadır (OECD, 2006). Bu kavram uluslararası yapılan araştırmalardan sonra ulusal çerçevede de önem kazanmıştır. Yapılan son Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırmaları (Trends in International Study of Science and Mathematics-TIMSS 2018) ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment-PISA 2019) araştırmalarının sonuçlarına bakıldığında, ülkemizin matematik okuryazarlığı alanındaki iyileşmesinin istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Matematik okuryazarlık seviyelerinin çeşitli değişkenlerle ilişkilendirilmesine yönelik yapılan matematiksel araştırmalar (örneğin; Akyüz ve Pala, 2010; Güneş ve Gökçek, 2013; Özgen ve Bindak, 2011; Uysal ve Yenilmez, 2011) matematik öğrenme ve matematiksel okuryazarlık arasında anlamlı bir ilişki olduğunu göstermektedir (akt.; Arık Karamık, 2021).

Matematik öğrenmek; temel matematiksel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir ihtiyaç olduğunu fark edebilmeyi gerektirmektedir (MEB, 2009).

Matematik ve matematiksel bilgi gerçek bağlamlarında, gerçek hayatta karşılaşılabilecek problemlerle anlamlı hale getirilerek öğrenilmelidir (Freudental, 1978). Çünkü matematiksel içerik gerçek yaşamla ilişkilendirildiğinde öğrenciler matematiği daha kolay bir şekilde öğrenebilmektedir (Carpenter ve Lehrer, 1999). Günlük yaşamda kullanılan matematik, aslında insanın doğayı matematikleştirme çabaları sonucunda meydana çıkmıştır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2014). Bu nedenle matematiğin anlamlandırılmasında günlük hayatla ilişki kurma son derece önemlidir.

Gerçekçi (Realistik) matematik eğitimi (GME/RME) kuramında önemli bir yere sahip olan bağlamsal problemler, matematiğin öğrenilmesini günlük hayatla ilişkilendirerek keşfetmeyi içermektedir. Diğer bir deyişle öğrenmenin, öğretmenin rehberliğiyle gerçek yaşam durumlarından başlayıp, kavramın matematikleştirilmesi ve yeniden buluş yapılmasıyla sağlanacağı ifade edilmektedir (Freudenthal, 1968).

21. yüzyılda etkili bir öğretimin gerçekleşmesi için öğrencilerin belirli bir kavrama ilişkin anlayışlarının araştırılarak değerlendirilmesi oldukça önemli görülmektedir. Etkili bir öğretim gerçekleştirmek amacıyla birçok kuram geliştirilmiştir. Bu kuramlar genel olarak öğrencilerin bilgiyi öğrenme süreçlerinin, bireyin öğrenirken sergilediği bilişsel girişimlerin önemini göstermiş ve önemli olanın matematiksel bilgidен ziyade bilginin nasıl edinildiği, yani bilginin zihinde yapılanma süreci olduğunu ifade etmişlerdir.

Bilginin zihinde oluşturulma süreciyle bilginin soyutlanması birbirleriyle yakından ilişkilidir. Öğrencinin bilgiyi soyutlama sürecini nasıl gerçekleştirdiğini açıklayan birçok teori bulunmaktadır. Dubinsky tarafından geliştirilen APOS teorisi de bu teorilerden biridir. APOS teorisi, hipotezde bahsi geçen bilişsel yapılar (Action-Process-Object-Schema) ile ilişkilendirilerek bu bilişsel yapıların baş harfleriyle isimlendirilmiştir. Bu zihinsel yapılar genetik çözümleme ile açıklanmaya çalışılarak öğrencinin kavramları oluşturma sürecinin analiz edilmesini sağlamaktadır. Böylece öğretim ortamının nasıl tasarlanacağı ile ilgili yapılacak planlamalara yön vermektedir. (Asiala ve diğerleri, 1997; Dubinsky, 2001; Dubinsky ve Mc Donald, 2001).

Matematik, yapısı gereği ilişkilerden oluşmuştur. Öğrenilecek olan bir konu önceki öğrenmelerle ilişkilendirilerek oluşturulur ve bu öğrenilenler sonraki öğrenmelere zemin oluşturur. Asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramları da bu şekilde birçok matematik konusuna temel teşkil edecek olan en önemli kavramlardandır. Bu kavramların sağlam yapılandırılması ile olası kavram

yanılgıları veya eksik öğrenmeler engellenmiş olur.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın genel amacı, öğrencilerin GME yaklaşımına göre planlanmış bir öğrenme ortamında asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarını APOS teorik çerçevesiyle nasıl oluşturduklarının incelenmesidir. Bahsedilen kavramların birçok konuya temel teşkil etmesi ve meydana gelebilecek kavram yanılgılarını engelleme açısından sağlam ve doğru yapılandırılmaları oldukça önemlidir. Bu sebeple yapılan araştırmada kavram olarak 6. sınıf müfredatından asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramları seçilmiştir. Bu kavramların zihinlerde nasıl oluşturulduğu ve diğer kavramlarla nasıl ilişkilendirildiği incelenerek doğru öğretim ortamları tasarlanabilir. Öğrencilerin bu kavramları anlamlı öğrenebilmeleri için onlara günlük hayatta karşısına çıkabilecek problem durumları sunularak bu kavramlara ulaşmaları hedeflenmiştir. Böylece öğrenciler informal ve formal bilgilerini ilişkilendirerek kavramlar arasında bağ kurabileceklerdir.

Bu çalışmanın amacı, 6.sınıf öğrencilerinin GME yaklaşımına uygun olarak hazırlanmış öğrenme ortamında bağlamsal problem etkinlikleriyle asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarını oluştururken gerçekleştirdikleri bilişsel süreçleri APOS teorisi ışığında irdelemektir.

1.2. Araştırmanın Problemi

Bu tezin araştırma problemi “6.sınıf öğrencilerinin GME yaklaşımına uygun olarak tasarlanmış öğrenme ortamında asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarını oluşturma süreçleri nasıldır?” şeklindedir. Çalışmanın alt problemleri ise şöyledir:

1. 6.sınıf öğrencileri asal sayı kavramını nasıl oluştururlar?
2. 6. sınıf öğrencileri asal çarpan kavramını nasıl oluştururlar?
3. 6.sınıf öğrencileri ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramını nasıl oluştururlar?
4. 6.sınıf öğrencilerinin asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarını oluştururken gerçekleştirdikleri dikey matematikleştirme süreçleri nasıldır?

1.3. Araştırmanın Önemi

Günümüzde bilgiyi depolayan bireylerden ziyade, yeni bilgi üretebilen

bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Etkili bir matematik öğretimi için bireylere salt bilgi verilmesinden daha çok, bireylerin sürece dâhil olup matematik yaparak matematik öğrenmesi ve böylece matematiksel düşünme becerilerinin de gelişmesi beklenmektedir. Bu nedenle matematik eğitiminin en genel amacı bireylerin sahip oldukları bilgileri günlük hayata uygulayabilmeleri, sorgulayabilmeleri irdeleyebilmeleri ve iyi bir problem çözme becerisine sahip olarak yetişmeleridir (Sarpkaya Aktaş, 2021).

Matematik dersi soyut kavramlardan oluştuğu için genellikle öğrenenler ve öğretenler matematiğin günlük hayatla ilişkisini kurabilmekte oldukça zorluk yaşamaktadır. Matematiği günlük hayatta nerelerde kullanacağını bilmeyen ve matematiğin günlük hayatta nerelerde karşısına çıktığını fark edemeyen öğrenci, bir süre sonra bu dersi kendisi için anlamsız ve gereksiz görecektir. Hatta “Matematik günlük hayatta ne işimize yarayacak?” sorusu matematik öğretmenlerinin öğrencilerden en çok duyduğu cümlelerden biridir. Bu sorun maalesef etkili matematik öğretiminin önündeki en büyük engellerden biridir. Bu engeli aşabilmek için günlük hayatta karşılaşılan problemlerdeki matematiği fark edebilmek yani günlük hayatla matematik arasındaki bağı kurabilmek oldukça elzemdir.

Öğrencilerin okullarda edindikleri bilgileri günlük yaşama ne derece aktarabildiklerini, bu bilgilerden ne derece yararlanabildiklerini görebilmek için uluslararası kuruluşlar PISA ve TIMSS sınavlarını gerçekleştirmektedir. OECD’nin yönettiği PISA, 2000 yılından itibaren 3 yılda bir düzenlenen, çeşitli ülkelerin 15 yaş ve üzeri öğrencilerinin temel bilgi ve becerilere ne seviyede sahip olduklarını ve kullanabildiklerini ölçen bir uygulamadır (OECD, 2019). 2015 yılında altıncısı gerçekleştirilen PISA sonuçlarına göre Türkiye, matematik okuryazarlığı alanında ortalamanın altında kalmıştır. Bununla birlikte, 2018 PISA sonuçlarına göre Türkiye’nin katılımı iki katına çıksa da, 2003-2018 yılları arasında elde edilen başarının beklenenin altında kaldığı belirtilmiştir (OECD, 2019).

TIMSS projesi ise 1995 yılından itibaren Uluslararası Eğitim Başarılarını Değerlendirme Kuruluşu (International Association for the Evaluation of Educational Assessment-IEA) tarafından yürütülen ve 4 yılda bir gerçekleştirilen bir projedir. Örneklemi katılımcı ülkelerin farklı bölgelerinden rastgele seçilen okullardaki 4. ve 8. sınıf seviyesindeki öğrencilerin oluşturduğu bu proje, matematik ve fen alanlarındaki başarıları tespit ederek bu başarıyı etkileyebilecek değişkenleri belirlemektedir (Robitaille ve Robeck, 1996). 2019 yılında gerçekleştirilen TIMSS

projesinde Türkiye 4. sınıflar düzeyinde ortalamayı geçmiş, 8. sınıf düzeyinde ortalamanın altında kalmıştır. Matematik performansı önceki yıllara göre iyileşme gösterse de bu iyileşme beklenenin altındadır (MEB, 2020).

PISA ve TIMMS gibi projelerde başarı elde eden ülkelerin izledikleri eğitim ve öğretim yaklaşımları incelenip birbirleriyle karşılaştırılarak hangi yaklaşımların daha etkili olduğu hakkında çalışmalar yapılmaktadır. Böylece ülkeler de kendi eğitim sistemlerindeki eksiklikleri görerek bunları kapatma ve daha da geliştirme imkânı yakalamaktadır. Ülkemizde yapılan ulusal merkezi sınavlara (örneğin; LGS, İOKBS, TYT, vb.) veya uluslararası sınav sonuçları incelendiğinde, ülkemizde matematik eğitimi ve öğretimi konusunda bazı eksikliklerin bulunduğu; yetersizliklerin olduğu kanısına ulaşılmaktadır (İnan ve Bekler, 2014).

Matematik alanında yaşanan bu sorunlar, matematik eğitimcilerini ve öğretmenlerini, derslerinde yeni yaklaşımlar aramaya ve kullanmaya sevk etmiştir. Bu arayışla alakalı olarak Fauzan ve arkadaşları (2002) yaptıkları çalışma sonucunda Hollanda, Amerika Birleşik Devletleri (ABD), İngiltere, Malezya ve Brezilya gibi pek çok ülkede GME yaklaşımına dayalı eğitim sisteminin uygulandığını belirtmiştir. İlaveten uluslararası sınavlarda oldukça başarılı ülkelerden biri olan Çin, matematik eğitimi ve öğretiminde GME yaklaşımını yakından izleyerek GME'ye dair bilgilerin güncellenmesi için forumlar düzenlemektedir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2016). Bu sebeple bu çalışmada da GME yaklaşımına uygun bir öğretim ortamı düzenlenmiştir.

GME, matematiğin günlük hayatla ilişkili ve öğrenciyi keşfetmeye ve araştırma yapmaya yönlendirebilecek gerçek hayattan problemlerle anlamlandırılarak öğrenilmesini savunmaktadır (Freudenthal,1978). Çünkü matematiksel içerik gerçek hayatla ilişkilendirilerek öğrencinin hayatıyla bağ kurulduğunda öğrenciler matematiği daha kolay öğrenebilmektedir (Carpenter ve Lehrer,1999).

Alan yazına bakıldığında GME yaklaşımıyla ilgili yapılan çalışmaların genel olarak nicel desenlendiği görülmektedir. Yapılan çalışmalarda GME yaklaşıma uygun olarak tasarlanan öğretim ortamında gerçekleştirilen derslerin matematik başarısını artırdığı sonucuna varılmıştır (örneğin; Akkaya, 2010; Akyüz, 2010; Ayvalı, 2013; Bal, 2021; Bildircin, 2012; ; Can, 2012; Cansız, 2016; Cihan, 2017; Çakır, 2011; Çilingir, 2015; Demirdöğen, 2007; Ersoy, 2013; Gelibolu, 2008; Gözkaya, 2015; Kütküt, 2017; Özkaya, 2016; Sevim, 2019; Taş, 2018; Üzel, 2007).

İlaveten GME yaklaşımına uygun olarak gerçekleşen derslerde öğrencilerin

matematiği yapabildiklerini görmeleri sebebiyle derse yönelik motivasyonlarının arttığı, olumlu tutum ve davranış geliştirdikleri ve gerçekleşen öğrenmenin kalıcılığının yüksek olduğu bulguları elde edilmiştir (Bal, 2021; Çilingir, 2015; Demir, 2017; Gözkaya, 2015; Özkaya, 2016; Taş, 2018). GME yaklaşımına uygun olarak gerçekleşen nitel desenli çalışmalar az sayıdadır. Nitel olarak desenlenen bu çalışmalarda ise öğrencilerin kavramları anlamlı bir şekilde yapılandığı ve bu derslerden oldukça keyif aldığı ifade edilmiştir (Atasoy, 2017; Deniz, 2014; Dünder, 2019; Ocakbaşı, 2019; Uça, 2014; Ülker, 2018; Yazgan, 2007). GME yaklaşımının matematik öğretiminde oldukça etkili olduğu düşünülmekte ve öğretim yöntemi olarak derslerde kullanılması için öğretmenleri teşvik etmektedir (Dickinson ve Hough, 2012). Sonuç olarak, GME yaklaşımına uygun olarak tasarlanmış derslerde başarının arttığı ve bu yaklaşımın kavramın yapılandırılmasında oldukça etkili olduğu görülmüştür.

Matematik öğretiminin etkili bir şekilde gerçekleşmesi için, hedeflenen konulara yönelik kavramların öğrenciler tarafından tam olarak yapılandırılması gerekmektedir (Küçük ve Demir, 2009). Öğrencilerin yeni bir kavramı doğru bir şekilde öğrenebilmesi için bu kavramla ilişkili kavramları bilimsel biçimine uygun olarak bilmesi ve yeni kavramı buna göre yapılandırması gerekmektedir (Köğce, Yıldız ve Aydın, 2019). Kavram oluşumunun önemli olduğu kadar, kavramın oluşum süreci boyunca hangi aşamaların gerçekleştiği ve bu aşamalarda ne gibi zorluklar yaşandığı ve yeni oluşacak kavramın öğrenenin zihninde daha önceden mevcut olan hangi kavramlarla ilişkilendiği de önemlidir. İşte APOS' un tam olarak bu durumları ortaya koyan bir teori olduğu az sayıda da olsa yapılan araştırmalar sonucu ortaya çıkmıştır (Açan, 2015; Açıl, 2015; Ağaçdiken, 2021; Çetin, 2009; Deniz, 2014; Dünder, 2019; Ercire, 2014; Gürbüz Koçyiğit, 2018; Ocakbaşı, 2019; Öksüz, 2018).

Matematik, yapısı gereği ilişkilerden oluştuğu için öğrencilerin kavramlar ve konular arasındaki ilişkileri bilmeleri, farklı ilkeler arasında ilişki kurmaları oldukça önem arz etmektedir (Danışman, 2019). Bu sebeple öğrencilerin ilk kez altıncı sınıfta tanıştığı çarpanlar ve katlar konusu (MEB, 2018) matematik konularının birbiriyle bağlantılı olması sebebiyle (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijers, 2005) daha sonraki sınıf düzeylerinde işlenen matematik konularına zemin oluşturmaktadır. Tam sayılarla işlemler, rasyonel sayılar, rasyonel sayılarla işlemler, üslü ifadeler, kareköklü ifadeler, doğrusal denklemler, özdeşlikler, üçgenler, dönüşüm geometrisi, çember ve daire, çokgenler, eşlik ve benzerlik gibi birçok matematik konusu

Çarpanlar ve katlar konusuyla yakından ilişkilidir (MEB, 2018).

Çarpanlar, katlar, asal ve bileşik sayılar, asal çarpanlara ayırma kavramları olmadan temel sayılar teorisinde önemli bir yeri olan bölünebilirliği tartışmak mümkün değildir (Zazkis, 2008). Bunun yanında bu kavramların bazıları taban aritmetiğinin temellerini oluşturur (Zembat, 2015). Çarpanlar ve katlar konusunda edinilen bilgiler farklı konuların öğretiminde kullanılabilir. Bir sayının asal çarpanlarına ayrıştırılması kesirleri sadeleştirmek, en büyük ortak böleni (EBOB) bulmak, en küçük ortak katı (EKOK) bulmak ve köklü sayıları kök içinden kurtarmak, cebirsel ifadelerin ana kavramlarını öğretmek ve cebirsel ifadelerin en büyük ortak çarpanını bulmak gibi yerlerde kullanılabilir (Kurz ve Garcia, 2012).

Matematik öğretimi programındaki 6.sınıf konularına bakıldığında “arpanlar ve Katlar” konusuna (% 8 oranında) yer verildiği görölmektedir. Ayrıca TIMSS verilerine göre; 4. sınıflardaki matematik sorularının %50’sinin ve 8. sınıflardaki matematik sorularının ise % 30’unun sayılar alt öğrenme alanından oluştuğu belirlenmiştir. Öğrencilerin yapılan ulusal ve uluslararası sınavlarda oldukça öneme sahip olan sayılar alt öğrenme alanının içerdii kazanımlara ilişkin (özellikle çarpanlar ve katlar, asal sayılar ve asal çarpan) ciddi öğrenme güçlükleri yaşadıkları görölmektedir (Akkan, Baki ve akıroğlu, 2012; Baysal Kocakaya, 2010; Durmuş, 2004; Dede ve Argün, 2004; Tatar, Okur ve Tuna, 2008).

Karadeniz, Kıdıl ve Erol (2019) yaptığı çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin EBOB ve EKOK konusunu algılayışlarını araştırmış, öğrencilerin 6.sınıfta öğrenmesi gereken çarpanlar ve katlar konusunda eksiklikler olması öğrencinin hazırbulunuşluğunun yetersiz olmasına sebep olmuş ve 8. sınıfa geldiğinde, EBOB ve EKOK konusunun öğrencilere karmaşık geldiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda bir kavramın tam öğrenilememesi bir sonraki aşamada öğrenilmesi gereken kavramın öğrenilmesini zorlaştıracadından, matematiksel kavramların ardışık ve aşamalı bir sıra ile öğrenilmesi gerekmektedir (Dede ve Argün, 2004).

Bayraktar (2020), yaptığı çalışmada ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusuna dair bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C modeli ile incelemiştir. Yaptığı araştırma sonucunda matematik öğretiminde birçok konuya temel teşkil eden çarpanlar ve katlar konusunun öğretimine daha çok önem verilmesini ve öğrencilerin bu konuda sahip olabileceği kavram yanılgılarının sonraki sınıflarda işlenecek birçok konunun anlaşılmasını engelleyeceğini, bu konunun günlük yaşam problemleriyle ilişkilendirilerek öğrencinin sürece aktif katılımıyla gerçekleşen bir öğretim

ortamında kazandırılmasının oldukça etkili olacağını ifade etmiştir.

Alan yazın incelendiğinde asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının oluşum süreçlerini inceleyen nitel bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu sebeple 6. Sınıf öğrencilerinin kavram oluşturma süreçlerini APOS teorisi kapsamında açıklamaya çalışan bu araştırmanın, alana oldukça katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca, bu araştırma ile asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının zihinde nasıl inşa edileceği inceleneceğinden, bu kavramların oluşum süreci boyunca yaşanan güçlüklerin neler olduğu ve bu güçlüklerin sebeplerinin neler olduğu ortaya koyulacaktır. Bu durumun da kavramın öğrenilmesi esnasında yaşanabilecek aksaklıkların engellenmesine fayda sağlayacağı da düşünülmektedir. Öğretim ortamının GME'ne dayalı olması ise, kavramın gerçek hayatla nasıl ilişkilendirilebileceği, ortamın beklenen sonucu olan modelleme, problem çözme ve ilişkilendirme gibi becerilere nasıl hizmet edebileceği üzerine fikirler verecektir. Böylece, asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramları sağlam temeller üzerine atılarak ve bahsedilen becerilerin beraberinde öğrenildiğinde, bu kavramlarla ilişkili olan diğer kavramların daha anlamlı bir şekilde yapılandırılabilmesi düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

Hazırlanan hazırbulunuşluk testinin öğrencilerin ön bilgilerini ortaya çıkarmada yeterli olduğu, öğrencilerin etkinlikleri uygularken gayret gösterdikleri ve samimi oldukları, hazırlanan bağlamsal problemlerin öğrencilerin bilişsel süreçlerini ortaya koyabildiği varsayılmaktadır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

1- Bu araştırma bir devlet ortaokulunun 2020-2021 eğitim öğretim yılındaki 15 kişilik 6. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.

2- Yapılan çalışmada oluşturulması hedeflenen kavramlar 6. sınıf matematik öğretim programındaki sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait çarpanlar ve katlar konusunda belirlenen üç kazanım ile sınırlıdır.

3- Araştırma; hazırlanan öğrenme ortamı, uygulanan etkinlikler ve çözülen problemler ile sınırlıdır.

1.6. Araştırmadaki Tanımlar

Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME): 1970'li yılların başında Hollandalı matematikçi Hans Freudenthal ve meslektaşları tarafından ortaya atılan, matematiğin

bir insan etkinliği olduğu ve öğrencinin formal matematik bilgisini bir öğretmenin rehberliğinde yeniden icat ederek informal bilgilerini kullanıp elde etmesi fikrine dayanan bir matematik öğretim ve öğrenim kuramıdır (Freudenthal, 1973; Treffers, 1991; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). GME’nde gerçek yaşamdaki informal bilgi soyutlandıktan sonra formal bilgiye dönüştürölür ve matematiksel uygulamalar sonucunda yeniden gerçek hayatla ilişkilendirilir (De Lange, 1996). Dönüşümün öğrenciler için deneyimsel olarak gerçek olan bağlamsal problemlerle başarıldığına inanılmaktadır (Gravemeijer, 1999).

Gerçek Hayat Problemi (Bağlamsal Problem): Çocukların aşına oldukları gerçek yaşam durumlarının geniş bir yelpazede ifade edildiği matematiksel problemlerdir. Diğer bir deyişle bağlamsal problemler çocukların hayal dünyasından alınmış hikâyelerin uyarlaması ile elde edilen problemlerdir. Bağlam problemleri öğrencilere sözel bir problem, bir oyun, bir resim, bir gazete yazısı, bir grafik ya da bunların birleşimi şeklinde sunulabilir. Bu şekillerdeki anlamlı bağlam problemleri öğrenciye somut yeni bir kavramın ya da becerinin kazanılmasında yönelme sağlar (Gravemeijer, 1999).

Soyutlama: Nesnelerin sahip olduğu ortak bir özelliği ya da özellikleri nesnelerden ayırıp bu özelliğe ya da özelliklere isim verme sürecidir. Bir kavramın kendine özgü niteliğinden izolasyonu olarak ortaya çıkar ve sürecin yönü bir bağlam grubundan bir kavrama doğrudur (Sierpinska, 1994; Skemp, 1986; Tall, 1988).

APOS Teorisi: Çocuklardaki bilişsel düşünmenin gelişimini tanımlamak için ifade edilen yansımali (reflektif) soyutlama mekanizmasını açıklama amacıyla Piaget’ nin düşüncelerinin temelinde ortaya atılan bir teoridir (Dubinsky, 1991). Matematiksel bilginin oluşumu, zihinsel Eylemler (Actions), Süreçler (Processes), Nesneler (Objects) ve Şemaların (Schemas) beraberinde içselleştirme (interiorization), koordinasyon (koordination), geri dönme (reversal), kapsülleme (encapsulation) ve temalaştırma (thematization) şeklinde adlandırılan zihinsel mekanizmalarla açıklanır (Arnon ve diğerleri, 2014; Dubinsky ve McDonald, 2001).

Asal Sayı: $p \geq 2$ bir tamsayı olsun. Eğer, p ’nin bölenleri sadece ∓ 1 ve $\mp p$ ise o zaman p ’ye bir asal sayı denir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu; 2014).

Asal Çarpan: Bir sayının çarpanlarından asal sayı olanlara o sayının asal çarpanları denir (Baykul, 2021).

Ortak Çarpan/Bölen: En az iki doğal sayının çarpanlarından/bölenlerinden ortak olanlara ortak çarpan/bölen denir (Altun, 2016).

Ortak Kat: En az iki doğal sayının katlarından ortak olan katlara ortak kat denir (Altun, 2016).



2. KURAMSAL TEMELLER

Bu bölümde GME, soyutlama, kavram oluşumu, APOS teorisi, asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramları hakkında teorik bilgiler verilmiştir.

2.1. Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)

Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME), matematik öğretme ve öğrenmede ihtiyacı hissedilen reformu gerçekleştirmek amacıyla 1970'li yılların başında Hollanda'daki Freudenthal Enstitüsü'nün ortaya attığı bir yaklaşımdır (Van den Heuvel-Panhuizen, 1998). Bu yaklaşımın öncüleri, Hollandalı bir matematik eğitimcisi olan Hans Freudenthal ve onun meslektaşları olmasına rağmen, genel olarak GME'nin teorik çerçevesini ortaya çıkaran kişi Hans Freudenthal' dir (Heuvel-Panhuizen, 2000). GME'nin temelde yapılandırmacı öğrenme kuramına benzeyen yönleri bulunmaktadır ancak tek bir disipline odaklanması, bir öğretme yaklaşımı olması ve kavramın oluşturulmasında farklı yollar izlenmesi sebepleri onu yapılandırmacılıktan ayırmaktadır.

GME'ne göre matematik öğretimi gerçekçi (realistik) problemler ile başlar (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Bağlamsal problemler öğrencinin hayatından ya da hayal dünyasından alınan problemlerdir. Bu problemler gerçek hayatta var olmak zorunda değildir ancak özünde gerçeklik olmalıdır (Altun, 2006). Gerçekçi kelimesi ile bağlamin, öğrenenin günlük yaşamında karşılaştığı ya da zihninde hayal edebildiği bir yapıda olabileceği ifade edilmek istenmektedir (Van den Heuvel-Panhuizen ve Drijvers, 2014). Bu durum öğrenene, kendi zihninde anlamlandırdığı öğeler hakkında düşünme fırsatı sunarken, formal bilgiye erişme yolunda ilk adımı atmasına da destek vermiş olur. GME yaklaşım İngiltere, Almanya, Danimarka, İspanya, Portekiz, Güney Afrika, Brezilya, ABD ve Japonya gibi birçok ülke tarafından benimsenerek uygulamaya konulmuştur (De Lange, 1996). GME'ni uygulayan ülkelerde yapılan çalışmalar incelendiğinde GME'nin olumlu sonuçları dikkat çekmektedir. Örneğin ABD'de 5-8. sınıf ders kitaplarının GME'ne göre tasarlanmasına karar verilmiştir. Yapılan bir ön araştırma sonucunda GME'ne uygun olarak tasarlanan bu kitapların, farklı eyaletlerden bazı okullarda kullanılmasıyla bu öğrencilerin ulusal sınavdaki başarısının oldukça arttığı belirlenmiştir (Romberg ve De Lange, 1998). GME'nin ilk olarak ortaya çıktığı ülke olan Hollanda'da, GME'nin matematik öğretimi reformunda ortaya çıkardığı başarıya kanıt olabilecek olumlu

sonuçlar mevcuttur. Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Çalışması (TIMSS) sonuçları da Hollanda'nın matematik dersindeki başarısının oldukça iyi olduğunu göstermektedir (Mullis, Martin, Beaton, Gonzalez, Kelly ve Smith, 1997).

Freudenthal'a (1971) göre, matematik öğrenilmesi gereken kapalı bir sistem değil, öğrenenin aktif olarak katıldığı bir insan aktivitesidir. Ayrıca gerçek yaşamla bağlantılı olmalıdır. Freudenthal matematiği aktararak değil, matematik yapma şeklinde öğretimlerin olmasını savunmuştur. Böylece, öğrenenler tek bir algoritmayı takip ederek sonuca ulaşmaktan ziyade, öğrendikleri bilgiyi özümseyerek başka durumlara genelleme yapabilecek duruma gelebilirler (Ünal ve İpek, 2010). Matematik öğrenme sürecinde öğrenen, adeta bir bilim insanıdır ve mevcut olan matematik bilgilerini sanki ilk defa buluş yapıyormuş (reinvention) gibi bir vazife üstlenmiştir (Treffers, 1987). GME'nde öğrenciler matematiği kendileri için anlamlı olan günlük yaşam problem durumlarında matematiksel kavram ve araçlar geliştirip, bunları kullanarak öğrenmelidirler. Böylece öğrenenler farklı çözüm stratejileri geliştirecek aynı zamanda matematikleştirme yapmaya uygun bağlam problemleri ile yeniden buluş süreçleri için imkân sağlanacaktır (Gravemeijer, 1994).

Freudenthal'e göre matematikleştirme GME'nde gerçekçi durum ya da gösterimlerin kullanılmasıyla başlayarak matematiksel kavramların oluşturulması sürecidir (Altun, 2016). Freudenthal'a (1968) göre, matematik gerçek yaşam problemleri ile başlamış ve gerçek yaşamın matematikleştirilmesiyle formal matematiğe ulaşılmıştır. Buradan da anlaşılabileceği üzere GME'nde matematikleştirme kilit süreçtir ve bunun iki temel sebebi bulunmaktadır: Bu sebeplerden ilki matematiğin yalnızca matematikçilerin görevi değil tüm insanlığın görevi olmasıdır. Yani tüm insanlar matematik yapabilir, çünkü matematik bir insan aktivitesidir ve insanlığın uğraşları sonucu meydana gelmiştir. Matematikleştirmenin kilit süreç olarak adlandırılmasının bir diğer sebebi ise, yeniden buluş fikri ile ilgili olmasıdır. GME'ne göre matematikte son basamak formal bilgiye erişmektir (Treffers, 1987). Formal bilgiye erişilen bu son basamak, asla matematiğin başlangıç aşaması olmamalıdır. Bu süreçte öğrenene yeni denemeler yapabileceği, kendince çalışabileceği bir ortam hazırlanması gerekmektedir. Ve bu öğrenme sürecinde öğrenilecek konu bir bilim insanı olan matematikçi tarafından buluş şeklinde oluşturulmalıdır. Mevcut olan matematiksel bilginin öğrenen tarafından üzerinde çalışılarak ilk defa bulunuyormuşçasına elde edilmesi süreci matematikleştirme olarak açıklanmaktadır. Bu sürecin deneyimlenmesi öğrenenlerin günlük hayattaki

durumları matematiksel yaklaşımla ele almalarını sağlar (Altun, 2016). Yani matematikleştirme yaparak öğrenen günlük hayattaki matematiği fark ederek dünyaya farklı bir gözle bakar.

Keijzer, Van Galen, ve Oosterwaal (2004), matematikleştirmenin modelleme, sembolleştirme, genelleme, formelleştirme ve soyutlama şeklinde beş bileşeninin olduğu savunmaktadır. Nelissen (1999), matematikleştirme sürecinin yapılandırma, derinlemesine düşünme ve etkileşim şeklinde üç temel prensibinden bahsetmektedir (akt. Yazgan, 2007). Matematikleştirme olarak isimlendirilen bu süreç aslında buluş sürecidir ve öğrenenin bu buluşu kendi çabaları ile yapmaları ve kendi çabaları sonucunda bilgiye ulaşmaları beklenir (Yonucuoğlu, 2018).

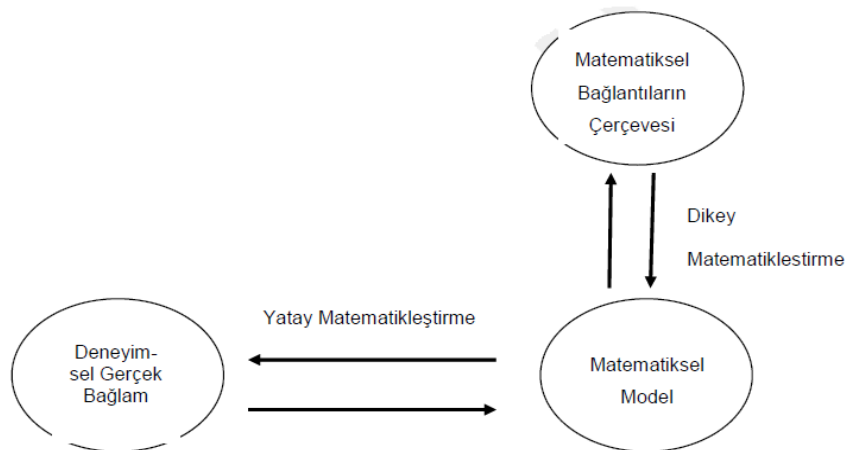
Freudenthal'ın benimsediği matematikleştirme fikri, Treffers (1978) tarafından daha da geliştirilmiştir. Treffers (1978), matematikleştirmeyi yatay ve dikey matematikleştirme süreci olarak iki alt başlıkta incelemiştir. Bu ayrım 1976 yılında içlerinde bulunan farklılıkları daha iyi gözler önüne serebilmek için yapılmıştır (Menon, 2013).

Yatay matematikleştirme gerçek hayatta karşılaşılan problemleri organize etme, problem durumlarını matematik sembolleri ile ifade edebilme yani kısaca gerçekliği matematikleştirme işlemidir (Özdemir ve Üzel, 2012). Bir problemi farklı şekillerde şemalaştırmak, formülle ifade etmek, problemdeki ilişkileri keşfederek ifade etmek, örüntüyü bulmak, gerçek dünyadaki bir problemi matematik problemi olarak düzenlemek yatay matematikleştirme sürecine örnek olarak verilebilir (Zulkardi, 1999). Matematik öğretiminde öğrenenin yatay matematikleştirme etkinlikleri ile önceden edindiği informal bilgileri yeni öğrenme sürecine dâhil ederek problemi zihninde anlamlandırması ve yeni bilgiye aktif bir şekilde kendisinin ulaşması oldukça önemlidir. Yatay matematikleştirme, öğrenenlerin matematik dersine karşı edinmiş olduğu “Matematik bizim günlük hayatta ne işimize yarayacak?” algısını ortadan kaldırmaktadır.

Dikey matematikleştirme ise yatay matematikleştirme süreci sonunda meydana gelen matematiksel sistemin öğrencinin kendi içinde yeniden yapılandığı süreçtir (Bıldırcın, 2012). Yatay matematikleştirme günlük yaşam problemini matematikleştirirken, dikey matematikleşmede bir problem için farklı modeller kullanılır, bu modelleri birleştirilir ve genelleştirilir (Zulkardi, 1999). Dikey matematikselleştirme, matematiğin iç dünyasında işlemler yapabilme, çıkarımlar yapabilme ve bağlantılar kurabilmedir. Dikey matematikselleştirmenin

gerçekleşebilmesi için yatay matematikselleştirmenin gerçekleşmesi ön koşuldur. Buna kademeli ilerleyen matematikselleştirme denilmektedir (Freudenthal, 1991).

Öğrenenin önceden karşılaştığı, tanıdık olduğu bir matematiksel problemi çözmesi yatay matematikleştirme, bu problem öncekilerden daha farklı ve zorlayıcı bir seviyede ise dikey matematikleştirme olarak ifade edilebilir. Freudenthal, yatay ve dikey matematikleştirmenin birbirinden kesin ve net çizgilerle ayıramadığını vurgulamıştır (Üzel, 2007). Öğrenenin matematiksel etkinliğinin belirli bir yönünün “dikey” mi yoksa “yatay” olarak mı adlandırılacağı, etkinliğin o öğrenenin matematiksel gerçekliğinin bir uzantısını içerip içermediği sorusuna bağlıdır. Mesela bir sembolleştirme etkinliği, bir öğrenci için rutin bir etkinlik olabilir. Bu, yatay matematikleştirmeyi örneklerken, aynı sembolleştirme işlemi biçimi başka bir öğrenci için yeni bir buluşsa, bu dikey matematikleştirmeyi içerir. Dikey matematikleştirme, öğrenenin kendi çözüm yöntemini daha yüksek bir seviyeye taşımasıdır. Bu, bir çözüm yöntemine geçiş ya da daha karmaşık, daha iyi organize edilmiş veya daha matematiksel (daha önce ortaya koyduğumuz özelliklere uygun olarak) bir tanımlama yolu olabilir (Gravemeijer ve Terwel, 2000). GME’nde yatay ve dikey matematikleştirme süreçleri birbirinden bağımsız değildir. De Lange’ye (1987) göre, yatay matematikleştirme sürecinin dikey matematikleştirme sürecinin önünde olması gerekli değildir. Bu iki süreç birbirini tamamlayıcı olmalıdır. Yatay ve dikey matematikleştirme arasındaki ilişkiyi gösteren şema Şekil 2. 1’de verilmiştir.



Şekil 2. 1. Yatay ve dikey matematikleştirme (Drjivers, 2003’ten uyarlanmıştır.)

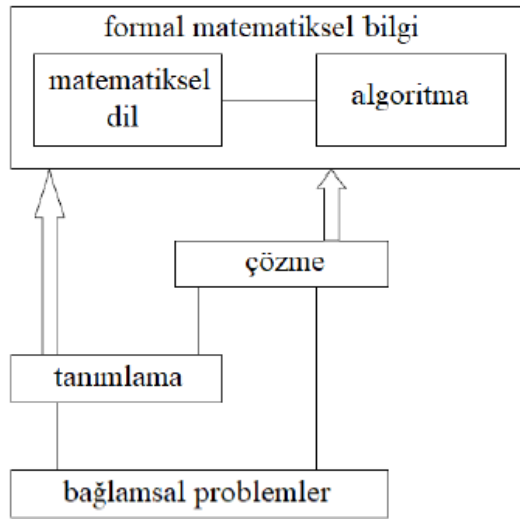
2.1.1. Eğitsel Tasarı İlkeleri

Treffers (1991) matematikleştirmeyi yatay ve dikey olarak ifade ederken üç

eğitsel tasarı ilkesini belirtmiştir. Bu ilkeler;

Yönlendirilmiş Yeniden Buluş: Matematiğin kurallarını öğrencilere belirli imkânları sağlayıp rehberlik ve yönlendirme yaparak kendilerinin ulaşmalarını sağlamaktır. Bunun için öğretmenin öğrenene yönlendirici ve hedefe ulaştırıcı sorular sorması çok önemlidir. Burada amaç öğrenenin kendi başına bir kuralı bulması değil, istenilen buluşun yönlendirilmiş bir buluş etkinliği olmasıdır. Bu ilkenin etkili olarak uygulanabilmesi için öğrencilere gerçek yaşam problemleri verilerek bunlara informal çözüm yolları bulacakları durumlar tasarlanmalıdır. Öğrenci informal çözüm yollarından başlayarak süreç içerisinde formal çözümlere ulaşabilmelidir. Yani öğrenci informal çözümleri, formal çözüme ulaşmak için araç olarak kullanabilmelidir.

Gravemeijer (1994) bu süreci Şekil 2. 2'deki gibi şematize etmektedir.



Şekil 2. 2. Yeniden buluş süreci (Gravemeijer, 1994, akt. Fauzan, 2002)

Şekil 2.2'de yeniden buluş süreci tek yönlü bir ok kullanılarak gösterilmiştir, ancak gerçekte bu tekrarlanan bir süreçtir. Yani formal matematiksel bilgiyi yeniden bulmadan önce, öğrenenler benzer işlemsel çözümlere sahip bağlamsal problemleri tanımlar ve bu problemleri çözme süreçlerini deneyimler. Bu süreçlerde öğrenenler informal stratejilerini matematiksel dil veya algoritmaya dönüştürürler (Fauzan, 2002).

Didaktik Fenomonoloji: Bir matematik kavramı ile olgusu arasındaki ilişkiyi inceleyerek bu bağın nasıl kurulduğunu anlamlandırmaya çalışır. Didaktik

fenomonoloji matematik öğretimine öğrenci için anlamlı olan bilgiden yani öğrencinin zihninde daha önceden mevcut olan kavramdan başlanması gerektiğini ifade etmektedir. Öğretime bu şekilde başlanması süreci oldukça kolaylaştıracaktır (Kan, 2019). Freudenthal, öğrenciye ilk olarak formal matematik bilginin verilmesi sonrasında ise bu bilgiyi uygulamaya yönelik etkinliklerin yapılması şeklindeki öğretimin anti didaktik olduğunu belirtmiştir. Didaktik fenomenolojide öğretmenin öğrencilere onlar için anlamlı olabilecek olaylardan hareket ederek gerçek hayat problemleri ile başlama zorunluluğu vardır (Kan, 2019). Bu ilkeye göre öğretmene düşen görev, yatay matematikleştirmeye yönelik problemler bulmak ve öğrencileri dikey matematikleştirmeye yönlendirecek öğrenme ortamları sağlamaktır (Arseven, 2019).

Kendi Kendine Gelişen Modeller: Bu ilke GME'nde öğretim tasarımı için üçüncü anahtar ilkedir (Gravemeijer, 1994). Kendi kendine gelişen modeller ilkesi, informal bilgi ve formal bilgi arasındaki boşluğu doldurmada önemli bir yere sahiptir. Bu ilkede modeller bağlamsal problemler ile ilişkilidir ve öğrenciler problemi çözerek aşamalı olarak formal matematiğe doğru ilerler. Bu formal bilgi de gerçeklik sınırından uzaklaşmadan bir model tasarlar. Peşi sıra gelen bu modelleme sürecinin sonunda ise öğrenciler aktif ve farklı bir problem durumunda da kullanabilecekleri modeller geliştirirler. Matematik kurallarını göstermek için kullanılan hikâyeler, durumsal modellere örnek olarak verilebilir (Gravemeijer, 1994). Matematiksel modellerin daha da genişletilip formülize edilmesiyle matematiksel bilgiye ulaşılır. Modellemenin matematik öğretiminde amaç değil ancak bir araç olduğu unutulmamalıdır (Kan, 2019).

2.1.2. GME'nin Öğrenme ve Öğretme İlkeleri

Treffers (1991), GME'ne göre uygulama sırasında öğretimin nasıl gerçekleşeceğini açıklayan beş ilkeden bahsetmiştir. Bu ilkeler aşağıda açıklanmıştır.

Oluşturma ve Somutlaştırma: GME'nin başlangıç ilkesidir. Bu aşamada matematik öğrenme bir etkinlik olarak kabul edilerek ve somut bir yönlendirme ile başlar. Öğrenme sürecinde öğrencilere öğrenecekleri konu ile ilgili araçları kendilerinin bulması için rehberlik edilir. Öğretmenler, öğrencilerini motive ederek buldukları araçları kullanmalarını sağlamalıdır.

Düzeyler ve Modeller: Bu aşamada öğrencilerin bir takım soyutlama seviyeleri arasında geçiş yaptıkları görülür. Gravemeijer (1994), bu seviyeler arasındaki geçişin

kolay bir şekilde gerçekleşebilmesi için öğrencilerin model ve şemalar kullanması gerektiğini söylemiştir.

Derinlemesine Düşünme ve Özel Ödevler: Öğrenci kendisinin gerçekleştirdiği matematiksel süreci veya arkadaşının gerçekleştirdiği bilimsel süreci bilinçli bir şekilde düşündükçe daha yüksek seviyede zihinsel yapılar oluşturur. Bu sebeple öğrencileri orijinal ürünler ortaya çıkarabilmeleri için desteklemek gerekir. Bu destek, özel ödevler vererek ve öğrenciyi düşünmeye yöneltecek problemler sunma şeklinde olmalıdır (Karataş, 2019). Çatışma problemleri buna örnek oluşturabilir (Fauzan, 2002).

Sosyal Bağlam ve Etkileşim: Bu ilke öğrenmenin öğrencilerin bulundukları sosyal ortam ile yakından alakalı olduğunu ifade eder. Treffers (1991)'e göre öğrenme toplum içinde gerçekleşir ve sosyokültürel miraslar ile yönlendirilir. Ayrıca, öğrenme eylemi toplumun içinden çıkmıştır. Bir sınıfta öğrenciler fikirlerini birbirleri ile paylaştığında birbirlerinden etkilenerek farklı görüşler geliştirebilir. Böylece öğrenciler tartışma ve iş birliği gibi üst düzey beceriler geliştirebilir. Bu sebeple bu ilke oldukça önemli ve yararlıdır (Dündar, 2019).

Yapılandırma ve Birlikte İşleme: Bu ilke oluşturma ve somutlaştırma ilkesi ile yakından ilişkilidir. Treffers (1991), öğrenmenin birbirinden alakasız bilgi ve beceri topluluğunu olduğu gibi alma şeklinde değil, bilgi ve becerileri zihninde yapılandırıp sentezleyerek yeni bir nesneye dönüştürmek gerektiğini belirtmiştir. Etkili bir öğretimin gerçekleştirilebilmesi için öğrencilerin öğrenilecek olan kavramı, bu kavramla alakalı olan ön bilgilerle bir sarmal biçimde öğrenmesi gerekmektedir. Bu takdirde müfredat, öğrenciler için anlam kazanır ve öğrencinin zihnindeki konuların birbirinden alakasız olduğu algısını yıkmasını sağlar (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

2.1.3. GME'nde Öğretim Süreci

GME'nin ilkelerinden ilk kez 1991'de Treffers tarafından bahsedilmiştir. Sonrasında ise Van den Heuvel, Panhuizen ve Wijers 2005 yılında Treffers'in bahsettiği ilkeleri 6 başlık altında ifade etmişlerdir.

Bu ilkeler, öğrencilerin etkin bir şekilde sürece dahil olarak informal matematikten formal matematiğe geçişine destek olmak amacıyla gerçeğe uygun olan modellerin sürece dahil edilmesini, öğrenci merkezde olduğu bir yaklaşımın önemini, sınıf etkileşimini, çeşitli matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurmayı

ve öğrenme ortamında öğretmenin rehber rolünü üstlenmesi gerektiğini belirtir. Bu ilkeler aşağıda açıklanmıştır (Revina ve Leung, 2018):

Aktivite İlkesi: Aktivite ilkesi, öğrencilerin formal olmayan günlük hayat problemleri ile karşı karşıya kalması gerektiğini ve buldukları kendi çözümlerinin matematik eğitimi için oldukça önemli olduğunu söyler. Bu ilke, Freudenthal'ın “matematik bir insan aktivitesidir” sözü ile bağdaşmaktadır. Bu görüşe göre, öğrenciler matematiği en iyi şekilde öğrenmek için kendileri sürece aktif olarak katılarak kavramları kendileri inşa etmelidir. Freudenthal (1973)'e göre öğrenciler, hazır matematik alıcıları olmaktan ziyade, her türlü matematiksel araç ve bilgiyi kendi başlarına oluşturdıkları eğitim sürecinde aktif katılımcılar olarak değerlendirilirler.

Gerçeklik İlkesi: Matematiğin gerçek hayatta işe yaradığını ve kullanıldığını göstermek için, bu ilkenin öğrenme ortamında uygulanması oldukça önemlidir. GME'nin ilk yıllarında, eğer öğrenciler matematiği deneyimlerinden uzak bir biçimde soyut olarak öğrenirlerse, öğrendikleri çabucak unutulacak ve öğrenciler bu bilgileri uygulayamaya dönüştüremeyeceklerdir. Ancak matematik gerçek dünyanın matematikleştirilmesi ile oluştuğundan dolayı matematiği öğrenme zorunluluğu gerçek hayatın matematikleştirilmesi sebebiyle doğmuştur (Freudenthal,1973). Matematik öğretimi, öğrencilere formal bilgiler verilerek değil, zihinlerinde canlandırabilecekleri problem başlamalıdır (Van den Heuvel-Panhuizen ve Wijer 2005). Matematik öğretiminde öğrencilerin günlük yaşamlarından bağımsız olarak seçilerek sunulan bir problem durumları, öğrenciler tarafından çabuk unutularak öğrendiklerini başka problemlere genellemelerini engelleyebilir.

Seviye İlkesi: Seviye ilkesi, matematik eğitiminin basitten karmaşığa, somuttan soyuta, kolaydan karmaşığa olması gerektiğini belirtmektedir (Doluzengin, 2019). Burada dikkat edilmesi gereken husus ise öğrencilere sunulan problemlerin öğrencilerin gelişmelerinde etkili olabilmesi için düzeyler arasındaki geçişlerin öğretmenler tarafından tutarlı bir şekilde verilmesidir. Seviye ilkesi, matematiksel anlayışı geliştirmesi ve tutarlı bir öğretim programının geliştirmesini sağlaması açısından oldukça önemlidir.

Birbiriyle İlişki İlkesi: Bu ilke ile matematikteki konuların birbirlerinden ayrılamayacağı ve tüm konuların birbirleriyle ilişkili olduğu vurgulanmıştır. Daha da ilerisi zengin içeriğe sahip problemleri çözebilmek için, geniş bir matematik anlayışına sahip olunması gerekir. Örnek verecek olursak, bir istatistik problemini

çözebilmek için geometri ve cebir bilgisine sahip olmak gerekebilir (Sezer, 2019). Bu ilkenin matematik öğretimine katkısı, müfredatı tutarlı hale getirmesidir.

Etkileşim İş birliği İlkesi: GME’nde, matematik öğrenimi sosyal bir aktivite olarak kabul olmuştur. Bu aktivite, öğrencilere stratejilerini ve buluşlarını arkadaşlarıyla paylaşma ve daha da geliştirme fırsatı sunmalıdır. Öğrenciler, diğer arkadaşlarının keşfettiklerini dinleyip, bu sonuçları tartışarak zengin bir öğretim ortamına sahip olabilirler. Böylece, daha farklı fikirler edinerek öğrenme stratejilerini geliştirebilirler. Ayrıca bu etkileşim, öğrencilerin daha yüksek bir anlayış düzeyine ulaşmalarını sağlayabilir (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000). Öğrencilerin birbirleri ile sosyal paylaşım içinde olmaları bütün sınıfın aynı hızda ve çözüm yolunda ilerlemesi demek değildir. Her öğrenci kendi geliştirdiği çözüm yolu ile ilerler.

Rehberlik İlkesi: GME’nin temel ilkelerinden bir tanesi de rehberlik ilkesidir. Rehberlik ilkesiyle öğrencilere rehberlik ederek, onların matematiği yeniden icat etmeleri amaçlanır. Öğretmenler öğrenme sürecini yönlendirebilmeli, özgür düşünmeyi engelleyecek durumlardan kaçınmalıdır. Öğretmenler öğrencilerin kavramları yapılandırmalarını sağlayabilecekleri, kendi anlamlandırmalarını ve öğrenme ürünlerini oluşturabilecekleri öğrenme ortamlarını hazırlayarak öğrencilere sunmalıdır. Öğretmenler öğrencilerin nerede ve nasıl tepkilerde bulunacağını önceden düşünerek, öğrenme ortamını buna göre düzenlemelidir. Bu süreçte, öğrencilerin zihinsel yeteneklerinin geliştirilmesine yardımcı olmak, ‘çıkamaz sokakları’ terk etmek ve NCTM standartlarına göre bir eğitim ortamı oluşturmak amacıyla öğretmenin rehberliğine ihtiyaç duyulmaktadır (Drijvers ve diğerleri, 2013).

2.1.4. Gerçekçi Matematik Eğitimi Ders Tasarımı

Streefland (1991), GME’ne uygun hazırlanan bir dersin sınıf düzeyi, ders düzeyi ve kuramsal düzey olmak üzere üç aşamadan oluştuğunu ifade etmektedir.

Sınıf düzeyi: GME’nin ders içindeki uygulama süreci yatay matematikleştirme ile başlar. İlk olarak, öğretmen öğrencilere kazanılması hedeflenen davranışa uygun ve önceki öğrenmelerini harekete geçirecek bir materyal sunar. Öğrenciler de sınıf arkadaşları ile iş birliği yapıp, birbirleri ile tartışarak sürece aktif katılım gösterir. Sonrasında, öğrencilere ev ödevi verilerek süreç devam ettirilebilir.

Ders düzeyi: Bu aşamada derste oluşturulan ve öğrenme sürecine sınırlı katkı sağlayan bir materyalin bilgisel özüne göre genel düzeyde kullanımına devam

edilmesi gerektiği ifade edilir (Zulkardi, 1999).

Teorik düzey: Bu düzeyin kaynağı, önceki düzeylerde oluşturulan yapılarıdır. Bu düzeyde geliştirme araştırması yöntemi kullanılarak yerel teori düzenlenir ve devam eden diğer gelişmeler de tekrar test edilir (Zulkardi, 1999). Yani, bu düzeyde artık dikey matematikleştirme sürecine geçilmiş olunur. Öğrenciler önceki düzeylerde geliştirdiği materyalleri geliştirip arkadaşları ile değişik denemeler yapar.

GME ile alan yazın taraması yapıldığında nicel olarak desenlenen birçok çalışmada GME'nin öğrencilerin başarı, motivasyon veya tutum üzerindeki etkisinin araştırıldığı sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak, GME'nin 8. sınıf yüzey ölçüleri ve hacimler konusunda (Özdemir ve Üzel, 2011), 8. sınıf (Cihan, 2017) ve 7. sınıf olasılık ve istatistik kavramlarının öğretiminde (Ersoy, 2013), 7. sınıf dörtgenlerde alan konusunda (Yoncuoğlu, 2018), 7. sınıf cebirsel ifadeler konusunda (Dönmez, 2018), 7. sınıf oran-orantı kavramının öğretiminde (Altaylı, 2012; Gözkaya, 2015), 7. sınıf dörtgenlerin alanlarını bulma konusunda (Kaylak, 2014), 7. sınıf tam sayılarda çarpma konusunda (Ünal ve İpek, 2010), 7. sınıf bir bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler konusunda (Üzel, 2007), 6. sınıf kesir kavramının öğretiminde (Demirdöğen ve Kaçar, 2010), 6.sınıf çarpanlar ve katlar konusunda (Bal, 2021), 6.sınıf öğrencilerinin hacim konusunda (Alan, 2021), 6.sınıf çarpanlar ve katlar konusunda (Sevim, 2019), 6. sınıf tamsayılar konusunda (Aksarı, 2019), 6. sınıf cebir konusunda (Özkan, 2019), 6. sınıf alan ölçme konusunda (Karadöl, 2019), 6. sınıf tamsayılar konusunda (Çetin, 2018), 6. sınıf hacim ölçme ve sıvıları ölçme birimleri konusunda (Taş, 2018), 6. sınıf kesirlerde çarpma ve bölme konusunda (Uygur, 2012), 6. sınıf cebir ve alan konularında (Çakır, 2011), 5.sınıf ondalık gösterimler konusunda (Karataş, 2019), 5. sınıf uzunluk ve hacim konusunda (Bıldırcın, 2012), 4.sınıf dört işlem problemleri konusunda (Uskun, 2020), 4. sınıf kesirler konusunda (Kan, 2019), 4. sınıf geometrik şekiller ünitesinin öğretiminde (Çilingir ve Dinç Artut, 2016), 3. sınıf kesirler konusunda (Aydın, 2014), 3. sınıf sayılar ve işlemler konusunda (Akış, 2022) öğrencilerin başarılarını artırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, GME'nin öğrencilerin problem kurup çözme becerisini ve öğrenmenin kalıcılığını artırdığı (Sancu, 2022), gerçek yaşamla ilişkilendirme ve tahmin becerilerini artırdığı (Kösece, 2020), problem çözme ve kurma başarısını anlamlı bir şekilde artırdığı (Uskun, 2020), istatistiksel düşünme sürecini ve bilginin kalıcılığını artırdığı (Doluzengin, 2019), görsel matematik okuryazarlığı, özyeterlilik algılarını ve problem çözmeye yönelik tutumlarını olumlu

etkilediği (Çilingir ve Dinç Artut, 2016), kesirlerle yapılan işlemlerde hesaplamaya dönük tahmin başarısını artırarak ve strateji kullanımını geliştirdiği (Ayvalı, 2013), orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirdiği (Altaylı, 2012) ve kesirler konusunda daha güçlü ve ilişkisel kavrayışlara sebep olduğu (Yazgan, 2007) sonucuna varılmıştır.

Yine GME ile ilgili yapılan bazı çalışmalar ise nitel olarak desenlenerek, öğrencilerin GME ile kavramsallaştırma ve anlamlandırma süreçleri incelenmiştir. Bu çalışmalarda 6. sınıf öğrencilerinin prizmanın hacmini oluşturma süreçleri (Dündar, 2019), 8. sınıf öğrencilerinin karekök kavramını oluşturma süreçleri (Ocakbaşı, 2019), 4. sınıf öğrencilerinin ondalık kesirlerle ilgili anlamlandırma süreçleri (Uça, 2014) incelenmiş, koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarının GME ve yapılandırmacı kurama göre bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C ile analizi yapılmış (Memnun Sezgin, 2011), 3. sınıf açısı kavramının öğretiminin GME ve yapılandırmacı yaklaşımla öğretim sürecinin TKO+P (Tanıma, Kullanma, Oluşturma+Pekiştirme) modeli ile karşılaştırmalı analizi (Tunalı, 2010), olasılık ve istatistik kavramları (Akkaya, 2010) incelenmiştir. Yapılan çalışmalarda genel olarak kavram ve bilgi edinme sürecinde öğrencilerin nelerden yararlandığı ifade edilerek, GME ve yapılandırmacı yaklaşımın bilgi oluşturma sürecine katkılarının nasıl gerçekleştiği incelenmiştir. Sonuç olarak, öğretim etkinliklerinin öğrencilerin buluş ve icatlarına odaklanmasının gerekliliği, gerçek ve oyun tarzındaki problemlerin kullanılmasının nitelikli matematiksel bilgi oluşumunda önemli rol oynadığı, GME'nin bağlamsal yapısının bilgi oluşturmada oldukça etkili olduğu saptanmıştır (Akkaya, 2010; Dündar, 2019; Memnun Sezgin, 2011; Ocakbaşı, 2019; Uca, 2014; Sezgin, 2011; Tunalı, 2010).

2.2. Kavram Oluşumu

2.2.1. Matematiksel Kavram Oluşumu, Soyutlama ve Genelleme

Matematiğin soyut bir bilim dalı olması ve matematiksel bilginin soyutlamalar sonucunda elde edilmesi sebebiyle, soyutlama kavramı matematik öğretiminde oldukça önemlidir. Soyutlama, bilinen matematiksel bilgilerin yeni bir yapı olarak yeniden düzenlenmesi ve yapılandırılması sürecinde yeni anlamların oluşturulmasına yol açan kültürel bir aktivite olarak tanımlanmaktadır (Bikner-Ahsbabs, 2004).

Tüm yaşantımızda olduğu gibi eğitim alanında da kavramların yeri oldukça büyüktür. Kavramlar, küçük yaşlardan itibaren bireylerin karşısına çıkan ve tecrübe

ile gelişen oluşumlardır. MEB (2013) tarafından yayınlanan matematik dersi öğretim programında da, matematiğin kavramları arasında anlamlı ilişkiler bulunan, kendine has sembolleri ve terminolojisi olan evrensel bir dil olduğu vurgulanmaktadır. Bu sebeple kavram öğrenimi oldukça önemlidir. Kavram, soyutlama sonucunda kişinin yeni deneyimlerle karşılaşarak oluşturduğu ürün olarak tanımlanmıştır (Skemp, 1986). Kavram, kısaca nesnel gerçekliğin insan beynindeki yansıması (Hançerlioğlu, 1967) veya insan zihninde anamlanan, farklı nesne ve olguların değişebilen ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi şeklinde tanımlanabilir (Ülgen, 2004). Kavramları zihnimizde canlandırırken gerçekte olan durumları da zihnimizde yorumlamamız önemlidir. Bu durumları yorumlama işi her insanın kendi yaşantısıyla ilişkilendirilebilir. Tepki olarak gösterdiğimiz soyutlamalar kavram olarak bilinmektedir. Örneğin, kaşık sözcüğüyle sadece nesnenin fiziksel niteliğine tepkide bulunulmaz, aynı zamanda nesneler sınıfına özelliğini veren soyut niteliklerine de tepkide bulunulur. Kaşık kelimesiyle simgelenen kavram oldukça basittir. Çünkü bu örnekle somut nesneler sınıfında yer alan kavram örneği oluşturulmaktadır. Buna karşılık, soyut nitelikler ve olgular arasında ilişkileri belirleyen kavramlar daha da karmaşıktır (Özyürek, 1983).

Matematik, halkalardan oluşan uzun bir kolye zincirine benzer. Zinciri oluşturan her halka kendinden bir önceki ve sonraki halkaya geçmiş durumda birbiriyle ilişkili ve bağlantılıdır. Bu sebeple öğrencilerin yeni kavramları doğru şekilde öğrenebilmesi ve yorumlayabilmesi önceden edindiği kavramları doğru bir şekilde yapılandırılmasına bağlıdır. Bunun dışında her halkanın kendine özel kuralı ve gizemi bulunmaktadır. Bu kuralları ve gizemi çözümleyebilmek için soyutlama ve genellemeden yararlanmak gerekmektedir. Bu sebeple soyutlamanın matematik eğitimindeki yeri oldukça büyüktür. Öğrenenin kavramı soyutlayabilmesi, durumu anlamış olduğunu ifade etmektedir.

Soyutlama kendi içinde bilişsel soyutlama ve sosyo-kültürel soyutlama olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Piaget, soyutlamayı bireyin öğrenmesinin ona verilen örneklerdeki ortak özelliklerden meydana geldiğini ifade etmektedir. Soyutlamayı bilişsel bakış açısı ile ele alan Piaget (1977), soyutlamayı iki kategoriye ayırmıştır. Bunlardan ilki olan deneysel (empirik) soyutlama, öğrencilerin etrafındaki nesneleri direkt soyutlanmasını ifade etmektedir. Bu soyutlama türünü öğrenciler anlama ve fark etmede zorluk yaşamazlar ancak diğer soyutlama türü olan yansımali (reflektif) soyutlama, bireylerin kendi *eylem* ve *koordinasyonları* sonucunda oluşan bir ya da

birkaç özelliğin soyutlanmasını içerdiği için zorlayıcıdır.

Matematik, yapısı itibarıyla soyut kavramları kapsadığından genelleme ve soyutlamanın birlikte gerçekleşmesi gereklidir (Dienes ve Golding, 1971). En geniş anlamıyla genelleme, bir durumda verilen tepkinin, benzer durumlarda da verilmesidir (Radford, 2003; Senemoğlu, 2009). Genellemeyi özel olarak ise incelersek birçok nesne ya da durumun bütünü için geçerli olan matematiksel iddialardır (Carraher ve diğerleri, 2008). Başka bir deyişle matematiksel genelleme yapmak, bir problemin çözüm yolunun benzer durumlarda da kullanılabileceğinin anlaşılması ile gerçekleşir (Olkun ve diğerleri, 2009). Polya'ya (1957) göre ise genelleme, bir nesneyi içeren düşünceden aynı nesneyi içeren düşünceler dizisine geçiş yapmak ya da bir dizi düşünceden, daha karmaşık düşünceler dizisine geçiş yapmaktır. Soyutlama ve genelleme süreçleri arasında net sınırlar bulunmamakta, bu sebeple birbirine geçmiş gibi görünmekte ve oldukça karıştırılmaktadır. Ancak, soyutlama ve genellemenin farklı yönleri mevcuttur. Örneğin; iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümü, üç bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözümüne bir genelleme sürecidir fakat soyutlama değildir. Soyutlama, kavramın spesifik özelliklerinden arındırılmasıdır (Piaget, 2001; Yılmaz, 2011).

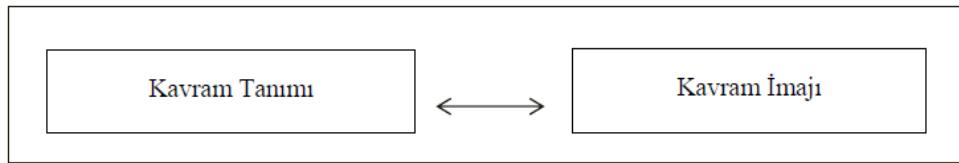
2.2.2. Kavram Tanımı ve Kavram İmajı

Matematik, kavramların oldukça önemli olduğu bir bilim dalıdır. Bireyler birçok matematik kavramını formal tanımıyla öğrenmeden önce informal olarak bu tanımlarla karşılaşmaktadır. Böylece bireylerin zihninde bu kavramlarla alakalı bazı bilişsel yapılar ve çeşitli kişisel imgeler oluşmaktadır. Tall ve Vinner (1981), geliştirmiş oldukları teorik çerçevede kavrama ait oluşan bu imgelere kavram imajı adını vererek kavram imajını öğrencinin kavramla ilişkilendirdiği bilişsel bütün olarak ifade etmişlerdir. Kavram imajı, zihnimizde kavram adıyla ilişkilendirilen sözsüz bir yapıdır. Kavram imajı kişiden kişiye farklılık gösterebilir. Örneğin asal sayı kavramını aynı derste, aynı öğretmenden ve aynı kitaptan öğrenen iki öğrenci için kavram imajları farklılık gösterebilir. Görsel temsiller, zihinsel resimler, izlenimler ve kavram adıyla ilgili deneyimler birer kavram imajıdır. Bu sözsüz yapılar ve imajlar, istendiğinde sözel tanımlara çevrilebilirler. Kavram oluşturma süreçlerinin gelişiminde görselleştirme oldukça etkilidir ve öğrencilerin kavram imajlarını oldukça güçlendirir (Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 2002; Vinner ve Dreyfus, 1989; Yılmaz, 2011). Burada dikkat edilecek husus, bir kavramla ilk

karşılaştığında zihnimize oluşan yapının sözel tanımının olmadığıdır. Birey kavramla karşılaştığı anda, zihninde o kavramın kavram imajı belirlemektedir (Vinner, 1991). Bu sebeple, matematik öğretiminde kavramların tanımı yapılırken kavram imajlarının da dikkate alınması önemlidir (Vinner, 1983). Matematik öğretmenlerinin önemli görevlerinden biri, öğrencilerinin öğrendikleri kavramlarla ilgili zihinsel resimleri zenginleştirmelerine yardımcı olmaktır (Nurwahyu, 2014). Öğretmen öğrencileri kavrama ait ne kadar çok örnekle karşılaştırırsa, öğrencilerin zihinlerinde oluşan kavram imajları o kadar zenginleşecek, gelişecek ve güçlenecektir.

Vinner (1983), her kavram için bilişsel sistemde iki farklı hücrenin olduğunu varsaymakta ve hücrelerden birinin kavram tanımı ya da tanımlarını temsil ederken diğerinin kavram imajını temsil ettiğini belirtmektedir. Vinner (1983), kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında oluşabilecek bu etkileşimleri iki durumda inceleyerek diyagramlar aracılığıyla açıklamaktadır.

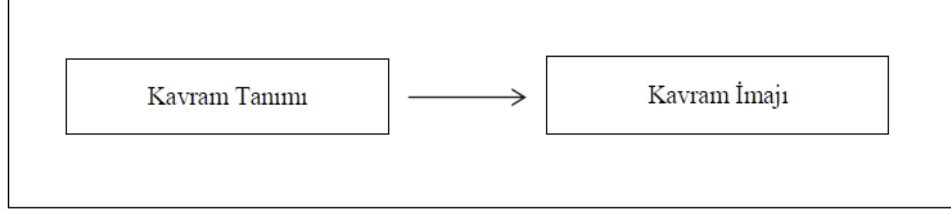
1.Durum: Başlangıçta bireyin zihninde yeni öğreneceği kavramla ilgili herhangi bir kavram imajı bulunmamaktadır ve birey bu kavramla ilk olarak formal bir tanım olarak karşılaşmaktadır. Böyle bir durumda bireyin kavram imajı hücresi boştur ve bireye kavramla alakalı birkaç tane örnek verilip açıklama yapıldıktan sonra bu hücre yavaş yavaş doldurulmaya başlanmaktadır. Örneğin, prizma konusu işlenirken başlangıçta öğrencilerin bu kavrama dair herhangi bir imajı olmayabilir. Ancak süreç içerisinde prizma kavramının matematiksel tanımı verilip gerekli açıklamalar yapıldıkça ve örnekler verildikçe öğrencinin zihninde kavram imajları oluşmaya başlayacak ve bu hücre yavaş yavaş dolacaktır. Fakat oluşan kavram imajının, kavram tanımının tüm yönlerini yansıtmaması gerekmektedir. Bu aşamadan sonra Şekil 2.3’de gösterildiği gibi kavram tanımı ve kavram imajı hücreleri arasında çift yönlü bir etkileşim başlamış olur.



Şekil 2. 3. Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki çift yönlü etkileşim

Vinner (1983), bu diyagramın uzun bir süreçle gerçekleşen kavram oluşumunu temsil ettiğini belirterek, bazı durumlarda kavram oluşumu sürecinin tek yönlü olarak gerçekleşebileceğini ifade etmiştir. Yani etkileşimin tek yönlü olduğu durumda

kavram imajı kavram tanımı aracılığıyla oluşmaktadır. Ancak, kavram tanımları her zaman tam anlamıyla kavram imajlarını belirleyememektedir ve bu şekilde ilerleyen bir süreç Şekil 2.4'deki sürece göre daha karmaşıktır (Bingölbali, 2016).



Şekil 2. 4. Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü etkileşim

2.Durum: Yeni öğrenilecek kavrama ilişkin kavram imajı bireyin zihninde daha önceden oluşmuştur. Yani 1. durumdakinin tersine başlangıçta kavram imajı hücrei doludur. Vinner'a (1983) göre öğrencilerde kavram imajı hücrei dolu iken kavram öğretimi yapıldığında ortaya üç farklı senaryo ortaya çıkmaktadır:

1. senaryoda, öğrencide önceden var olan kavram imajı, öğretmen tarafından kavram öğretimi yapıldıktan sonra kavramın tanımını da içerisine alacak şekilde yeniden yapılandırılmaktadır.

2. senaryo da, önceden var olan kavram imajı hücrei, kavram tanımı öğretildikten sonra bile değişmemektedir. Kavram öğretimi yapıldıktan sonra kavram tanımı hücrei dolmaktadır. Daha sonra ise kavram tanımı unutulup, kullanılamaz hale gelmektedir. Bu durumda, öğrenci başlangıçta sahip olduğu kavram imajı hücreini kullanmaya devam ederek bir problem durumu esnasında yalnızca kavrama ait imajı kullanmaktadır.

3. senaryo da ise, başlangıçta var olan kavram imajı hücrei ve daha sonra öğrenilen kavram tanımı hücrei başlangıçtaki gibi kalmaktadır. Öğrenciye kavram tanımı ile ilgili bir soru sorulduğunda öğrenci kavram tanımı hücreini kullanır fakat diğer durumlarda kavram yine başlangıçta sahip olduğu kavram imajı hücreini kullanarak çözüme ulaşmaktadır (Bingölbali, 2016).

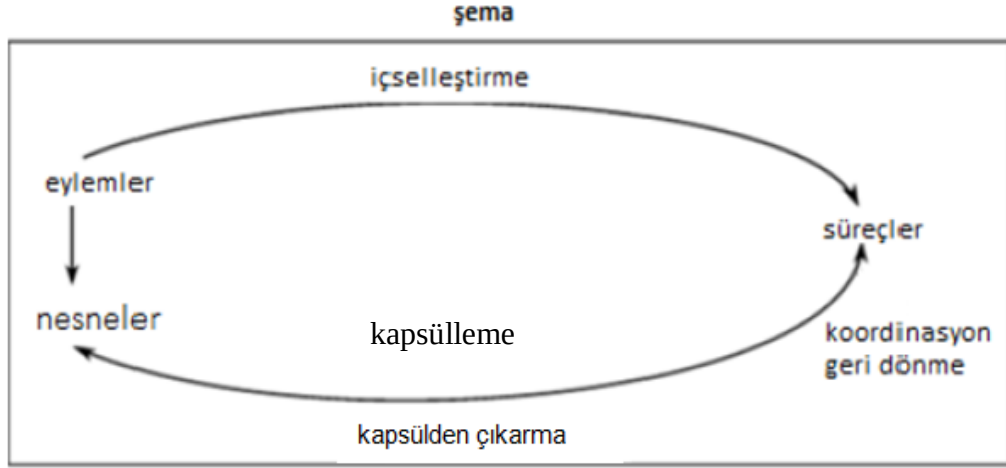
Kavram tanımı ve imajı ifadeleri kavram oluşumu hakkında genel fikri veren teorik bir çerçevedir. Anlaşılması ve kullanılması son derece kolay olup sadedir (Bingölbali, 2016). Bu çerçevenin gücü sadeliğinde saklıdır.

Dubinsky (2000), Piaget'in yansımali soyutlama hakkında yaptığı çalışmalar ile soyutlamayı APOS teorisi çerçevesinde şekillendirmiş ve yansımali soyutlamayı

eylem, süreç, nesne ve şema yapılarında, içselleştirme, koordinasyon, kapsülleme, genelleme ve geri dönme mekanizmalarında incelemiştir. Kavram öğreniminde öğrenci imajlarının etkisini göstermeye yarayan bu çerçeve APOS Teorisiyle desteklendiğinde kavram oluşumunun nasıl kademelendirildiği ile ilgili daha derin bir bakış açısı sunulabilir.

2.3. APOS Teorisi

Piaget, bireylerin zihnindeki bilişsel yapıların, onların yaşamlarındaki bilişsel öğrenmelerle etkileşim kurarak oluşturduğunu savunmuştur. Bireylerin oluşturduğu bu bilişsel yapıları, sonradan karşılaştığı bilişsel öğrenmelerle yeniden etkileşime girerek gelişimsel olarak bu bilişsel yapıların tekrardan yapılandırıldığını ortaya atarak bu süreci yansıtıcı soyutlama olarak adlandırmıştır (Dubinsky ve Lewin, 1986). APOS (Action, Process, Object, Schema) teorisi de, Piaget'nin yansıtıcı soyutlama ile ilgili fikirlerini idrak edebilmek ve bu fikirleri üniversite seviyesindeki matematik bağlamında yeniden yapılandırabilmek için geliştirilmiştir (Asiala ve diğerleri, 1997; Dubinsky, 1991). APOS teorisi bir kavramın öğrenilme sürecinde bireyin zihninde oluşan bilişsel yapıları ortaya koyan bir teorik çerçevedir (Asiala ve diğerleri, 1997; Dubinsky, 1991). Teori ismini bu zihinsel yapıların İngilizcedeki ilk harflerinden alır. Farklı bir deyişle APOS, matematiksel bilgi ve bu bilginin edinilmesi ile alakalı genel bir teoridir. Bu teori, bireylerin matematiği nasıl anladığını açıklamaya çalışır. (Arnon ve diğerleri, 2014; Asiala ve diğerleri, 1997). Ayrıca, APOS teorisi bireylerin zihinlerindeki kavram oluşturma süreçlerine ve düzeylerini inceleme fırsatı sunarak, öğretmen ve araştırmacıların öğretim, uygulama ve değerlendirme süreçlerini planlamalarında yardımcı olabilir (Asiala ve diğerleri, 1997). Şekil 2.5'te kavramın oluşumu için soyutlamada kullanılan bilişsel yapı ve mekanizmalar verilmiştir.



Şekil 2. 5. Bilişsel yapılar ve mekanizmalar (Arnon ve diğerleri, 2014'ten uyarlanmıştır).

2.3.1. Bilişsel Yapılar

Daha önce de belirtildiği gibi, APOS teorisi matematiksel kavramların nasıl öğrenildiğini açıklamaya çalışan bir çerçeve modelidir. Matematiksel kavramlar öğrenilirken, öğrenenler yansıtıcı soyutlamalar yaparak bazı zihinsel yapılar oluşturur. Bu yapılar *Eylem (Action)*, *Süreç (Process)*, *Nesne (Object)* ve *Şema (Schema)* olarak isimlendirilir.

Eylem: APOS teorisine göre bir kavramın yapılandırılmasının ilk adımı eylemdir. Bu aşamada öğrenen, zihninde daha önceden inşa edilen nesneleri dönüştürür (Asiala ve diğerleri, 1997). Dönüştürmeler dışsal uyaranlar yardımıyla gerçekleştirilirken, henüz hayalde canlandırma yapılamaz. Bireye yapacağı algoritmalar verilir ve takip ederek gerçekleştirmesi beklenir. Eylem aşamasında kavramların üzerinde herhangi bir işlem yapılamaz ve statiktir (Arnon ve diğerleri, 2014).

Süreç: Öğrenen, eylem üzerinde yoğunlaşarak onu sürekli tekrar ettiğinde, artık dışsal uyaran olmaksızın aynı dönüştürmeleri gerçekleştirmeye başlar. Yani, artık bu dönüştürmeler üzerinde içsel bir kontrol mekanizması geliştirir. Eylemlerin içselleştirilmesiyle oluşan bu yapıya süreç ismi verilmiştir (Asiala ve diğerleri, 1997). Birey dönüştürmeler yaparken algoritmanın bütün adımlarını takip etmek zorunda değildir ve hayalinde canlandırabilir (Oktaç ve Çetin, 2016). Süreçler, sadece eylemlerin içselleştirilmesiyle oluşmaz, aynı zamanda iki sürecin koordinasyonu ya da bir sürecin tersine çevrilmesiyle de yeni bir süreç oluşabilir (Dubinsky, 1991; Dubinsky ve Moses, 2011). Bu dönüştürmeler eylem aşamasındakinin aksine dinamiktir. Matematikte yeni yapıların oluşabilmesi için

kavramın en az süreç düzeyinde olması gerekmektedir.

Nesne: Eylemin içselleştirilerek sürece dönüştürülme işlemi öğrenenin yaptığı bir işlem olmaktan çıkıp bütün olarak algılanabilirse ve bunun üzerine başka eylem ve süreçlerin de uygulanabileceği fark edilirse süreç nesne olarak kapsüllenebilir (Oktaç ve Çetin, 2016). Bu aşamanın gerçekleşmesi diğer aşamalara göre daha zordur (Trigueros ve Martinez-Planell, 2010; akt. ; Oktaç ve Çetin, 2016). Kavram nesne olarak kapsüllendiğinde değişmez nitelikler kazandığı düşünülür ve bireyden nesneyi, yeni kavram oluşumlarında geri getirip, üzerine eylemler gerçekleştirilebilmesi beklenir (Tziritas, 2011).

Şema: Bireyin zihninde herhangi bir matematiksel kavramla ilgili bir problemin çözümü için kullanılan eylemler, süreçler, nesneler ve diğer şemaların uyumlu bir topluluğudur (Clark ve diğerleri, 1997). Bireyin zihninde yapılandırılan bu çerçeve tutarlı olmalıdır. Bir yapının şema olarak adlandırılması için bütüncül seviyeye ulaşması gerekir (Oktaç ve Çetin, 2016). Dubinsky, şemanın durağan bir yapı olmadığını ileri savunarak, dinamik olduğunu, sürekli gelişim ve değişim içinde bulunduğunu vurgulamaktadır (Meel, 2003).

Bütünlük: APOS teorisine göre eylem aşamasından süreç aşamasına geçişte ya da süreç aşamasından nesne aşamasına geçişte güçlükler yaşanabilir. Bu konuyla ilgili yapılan çalışma sonuçlarına göre süreç aşamasından nesne aşamasına geçiş ayrıca zorluk yaşanmaktadır (Dubinsky ve diğerleri, 2005a; Weller ve diğerleri, 2004). Hatta bazen süreç aşamasından daha fazla bilgiye sahip olunduğu ancak nesne aşamasına da ulaşılamadığı görülmüştür (Dubinsky, Arnon ve Weller, 2013). Bunun üzerine süreç ve nesne aşamaları arasında bütünlük (totality) olarak isimlendirilen yeni bir aşamanın da olabileceği düşünülmektedir. Bu aşamanın rolünün belirlenmesi için daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Arnon ve diğerleri, 2014).

2.3.2. Bilişsel Mekanizmalar

Yeni bir matematik kavramı öğrenilirken inşa edilen zihinsel yapılar yansıtıcı soyutlama sonucunda gerçekleşir. APOS teorisinde beş farklı yansıtıcı soyutlama tanımlanmaktadır. Bunlar; içselleştirme (interiorization), kapsülleme (encapsulation), tersine çevirme (reversal), koordine etme (coordination) ve temalaştırma (thematization)dır (Oktaç ve Çetin, 2016).

İçselleştirme: Bireyin algıladığı bir olguyu anlamlandırma amacıyla içsel süreçler oluşturmasını ifade eder. Başka bir deyişle içselleştirme, maddesel

eylemlerin içsel işlemlere çevrilmesi olarak da tanımlanabilir (Dubinsky, 1991). Örneğin; öğrenen toplama işlemi yaparken toplananların yerlerini değiştirdiğinde sonucun değişmediğinin görür ve bu eylemleri içselleştirir, tüm eylemlerin aynı sonucu verdiğinin farkına varır. Bu durum içselleştirme ile gerçekleşir.

Koordinasyon: Bireyin yeni bir kavramı ya da yapıyı inşa edebilmesi için en az iki kavramı ya da yapıyı koordine etmesi yani ikisini ortak bir sürece sokması ile meydana gelen bir mekanizmadır (Dubinsky ve Lewin, 1986). Tam sayı kavramı ile rasyonel sayı kavramının koordine edilmesiyle oluşan negatif rasyonel sayı kavramı bu mekanizmaya örnek olarak verilebilir.

Kapsülleme: Bireylerin zihninde oluşan dinamik bir yapı olan sürecin statik bir yapı olan nesneye dönüştürülmesidir. Nesne kendi içerisinde bir bütün olup, nesne üzerine başka eylemler ve süreçler organize edilebilir, var olan nesneler üzerinde yeni kapsüllemeler yapılarak yeni nesneler oluşturulabilir (Arnon ve diğerleri, 2014).

Geri Çevirme: İçselleştirilen bir sürecin tersini düşünerek yeni bir sürecin oluşturulması anlamına gelir. Geri çevirme, orijinal süreci kapsayan dönüşümler dizisinin ayrıştırılarak, bireyin onu yeni bir süreç olarak algılamasına olanak sağlar ve sürecin kapsüllenmesine hizmet eder (Dubinsky, 1991; Meel, 2003).

Temalaştırma: Birey zihninde mevcut olan şemasını daha geniş bir topluluğa uyguladığı zaman bireyin şeması temalaşmış olur. Kişi bu adımda şemanın daha geniş uygulamalarının farkındadır (Dubinsky, 2002).

2.3.3. Genetik Çözümleme

Dubinsky (2001), genetik çözümlemeyi bireyin bir kavramı öğrenebilmesi için zihninde oluşturduğu özel bilişsel yapılar olarak tanımlamaktadır. Genetik çözümleme; bilişsel yapılar (eylem-süreç-nesne-şema) ve mekanizmaları (içselleştirme-kapsülleme-genelleme-geri dönme-koordinasyon) içerir. Kavramın genetik çözümlemesi sayesinde, kavramın edinilmesindeki farklılıklar ve öğrenme öğretme sürecinde yaşanan zorluklar ortaya çıkabilir (Arnon ve diğerleri., 2014; Parraguez ve Oktaç, 2010).

İlk genetik çözümleme, bireylerin kavramı nasıl algıladıklarını ortaya koymak için öğretim süreci başlamadan yapılır. Kavramla ilgili öğretim süreci başladığında ise süreçte oluşan yapılar ilk genetik çözümlemeye düşünülen yapılarla karşılaştırılır ve bireylerin kavramla ilgili algıları, kavram oluşumları ve süreçte yaşanan

güçlükler açıklanmaya çalışılır. Eğer açıklamadan zorlanılan ya da ilk genetik çözümlemeyle uyuşmayan durumlar varsa ilk genetik çözümleme üzerinde düzeltme ve değişiklikler yapılır.

Alan yazın araştırmalarında, 8. sınıf öğrencileriyle dönüşüm geometrisi (Açan, 2015), 8. sınıf öğrencileriyle denklem (Açıl, 2015), 5. sınıf öğrencileriyle dikdörtgenin alanı (Ağaçdiken, 2021), düzgün bir çokgenin simetrisi (Asiala ve diğerleri, 1997), 5. sınıf öğrencileriyle yüzdeler (Bayraktar, 2020), lise ve üniversite öğrencileriyle limit (Çetin, 2009), 8. sınıf öğrencileriyle eğim (Deniz, 2014), 6. sınıf öğrencileri ile hacim (Dündar, 2019), dönüşüm fonksiyon anlayışı (Hollebrands, 2003), 7. sınıf öğrencileriyle oran-orantı (Gülbüz, 2018), eğim (Nagle ve diğerleri, 2019), 8. sınıf öğrencileriyle karekök (Ocakbaşı, 2019); vektör ve lineer dönüşüm (Roa-Fuentes ve Okaç, 2010); iki değişkenli fonksiyon (Şefik, 2017); üç boyutlu uzay ve iki değişkenli fonksiyonların grafikleri (Trigueros ve Martínez-Planell, 2010); eşlik ve dönüşüm (Yılmaz, 2011); açı ve ölçümü (Yiğit, 2014) kavramlarının oluşumu APOS Teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Yapılan çalışmaların az sayıda olmasına rağmen, öğrencilerin araştırılan kavramı yapılandırırken gerçekleştirdikleri modelleme süreçleri, zorlandıkları kısımlar ve bilişsel yapıların aşamalarında hangi oluşumları gerçekleştirdikleri ortaya çıkarılmıştır.

Sonuç olarak, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin temel alınması ile tasarlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerekli olduğu ve öğrencilerin kavrayışlarını geliştirdiği, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının, üst düzey düşünme becerilerinin geliştiği, ilgi ve motivasyonlarının arttığı gözlemlenmiştir (Açan, 2015; Açıl, 2015; Ağaçdiken, 2021; Bayraktar, 2020; Deniz ve Kabael, 2017a; Deniz ve Kabael, 2017b; Dündar, 2019; Gülbüz, 2018; Ocakbaşı, 2019; Öksüz, 2018).

2.4. Asal Sayı - Asal Çarpan - Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Kat Kavramları

Araştırmanın odağı olan APOS teorik çerçevesiyle incelenecek olan çarpanlar ve katlar konusunun ilköğretim matematik öğretim programındaki yeri ve kazanımları çalışmanın seyrine yön vermesi amacıyla incelenmiştir. Böylece, çalışmada kullanılan veri toplama araçları çarpanlar ve katlar konusunun belirlenen kazanımları dikkate alınarak hazırlanmıştır.

Çarpan ve kat konusunun temelini çarpma ve bölme işlemleri oluşturmaktadır. Bir sayının çarpanlarını/bölenlerini bulabilmek için de bölünebilme kurallarının bilinmesi oldukça kolaylık sağlayacaktır. Çarpan ve kat kavramlarının oluşmasını

sağlayan temel işlemler çarpma ve bölme işlemleri olduğu için ilköğretim matematik öğretim programı bu açıdan incelendiğinde;

Çarpma ve bölme işlemi ile ilk kez 2.sınıfta karşılaşmaktadır. 2.sınıf kademesinde öğrencilere çarpma işleminin ne anlama geldiği, sembolü ve bazı özellikleri tanıtılır. Tek işlem yaparak sonuca ulaşmayı gerektiren problemler üzerinde çalışılır. Bölme işleminin anlamı, sembolü ve özellikleri tanıtılır. Bölme işleminin elemanları (bölünen, bölen, bölüm ve kalan) kavramları üzerinde durulur. Kat kavramı ise ilk kez 3. sınıf kademesinde yer almaktadır. 3. sınıfa gelindiğinde iki işlem yapmayı gerektiren çarpma ve bölme işlemleri üzerinde çalışılır. 4. sınıfta ise çarpma işlemi olarak en fazla üç işlem yapmayı gerektiren problemler verilirken, bölme işlemi olarak en fazla iki işlem yapmayı gerektiren problemler kazanımlarda yer almaktadır. 5.sınıf kazanımları incelendiğinde ise çarpma ve bölme işlemlerinin sonuçlarını tahmin etme kazanımı doğal sayılarla işlemler başlığı altında verilmiştir. Kalanlı bölme işlemlerinde kalanın yorumlanmasını içeren kazanım yine bu başlığın altında yer almaktadır. Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlama da bu başlık altında incelenmektedir.

Çarpanlar ve katlar konusu ilk kez 6. sınıf müfredatında yer almaktadır. Doğal sayıların ayrı ayrı çarpanlarını ve katlarını bulma ile iki doğal sayının ortak çarpan ve ortak katlarını bulma kazanımları da yine bu başlık altında yer almaktadır. Bu başlık altında aynı zamanda bölünebilme kuralları, asal sayı, asal çarpan kazanımları da bulunmaktadır. 7. sınıf müfredatında ise yine ilk kez karşılaşılan rasyonel sayılar kümesinde çarpma ve bölme işlemi kazanımları yer almaktadır. Yapılan incelemeler sonucunda ilköğretim matematik öğretim programında çarpanlar ve katlar alt öğrenme alanı adı altında kazanımlar 6. ve 8. sınıfta olduğu sonucuna varılmıştır. Bu kazanımları aşağıdaki şekilde sıralayabiliriz (MEB, 2018).

Ortaokul 6. sınıf çarpanlar ve katlar kavram ve kazanımları;

“M.6.1. 2. Çarpanlar ve Katlar

Terimler veya kavramlar: çarpan, kat, bölen, asal sayı, ortak bölen, ortak kat

M.6.1.2.1. Doğal sayıların çarpanlarını ve katlarını belirler.

M.6.1.2.2. 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10’a kalansız bölünebilme kurallarını açıklar ve kullanır.

a) 6’ya kalansız bölünebilme kuralının 2 ve 3’e kalansız bölünebilme kuralından yararlanılarak geliştirilebileceği dikkate alınır.

b) Kuralların kullanımında harfli ifadeler yer verilmez.

M.6.1.2.3. Asal sayıları özellikleriyle belirler.

Eratosthenes (Eratosten) kalburu yardımıyla 100'e kadar olan asal sayılar bulunur.

M.6.1.2.4. Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler.

M.6.1.2.5. İki doğal sayının ortak bölenleri ile ortak katlarını belirler, ilgili problemleri çözer.

İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) bulmaya yönelik problemlere bu sınıf düzeyinde girilmez.

Ortaokul 8. sınıf çarpanlar ve katlar kavram ve kazanımları;

“M.8.1.1. Çarpanlar ve Katlar

Terimler veya kavramlar: en büyük ortak bölen (EBOB), en küçük ortak kat (EKOK)

M.8.1.1.1. Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulur, pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar. (Bir pozitif tam sayının asal çarpanlarını bulmaya yönelik çalışmalara da yer verilir.)

M.8.1.1.2. İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar, ilgili problemleri çözer. (Alan ve hacim hesaplamayı gerektiren problemlere girilmez.)

M.8.1.1.3. Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.”

Yapılan bu araştırmada oluşumu incelenen kavramlara ilişkin kazanımlar aşağıda belirtilmiştir;

M.6.1.2.3. Asal sayıları özellikleriyle belirler. Eratosthenes (Eratosten) kalburu yardımıyla 100'e kadar olan asal sayılar bulunur.

M.6.1.2.4. Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler.

M.6.1.2.5. İki doğal sayının ortak bölenleri ile ortak katlarını belirler, ilgili problemleri çözer. (İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) bulmaya yönelik problemlere bu sınıf düzeyinde girilmez.)

Araştırmada bu kazanımlarda geçen asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının oluşum süreçleri incelenmiştir. Bu kavramlar aşağıda açıklanmıştır.

Asal Sayı: p bir tamsayı ve $p > 1$ olsun. Eğer, $1|p$ ve $p|p$ ise, yani p sayısının 1 ve p den başka bir çarpanı/böleni yok ise, p sayısına asal sayı denir (Aşar vd.. 2009). Yani asal sayıların 1 ve kendisinden başka çarpanı/böleni yoktur (Baykul, 2021).

Bölünebilme kavramının ne kadar önemli olduğu bu tanımdan da anlaşılmaktadır. Asal sayı kavramını anlamlandırabilmek için bölünebilme kavramının tam olarak bilinmesi gerekmektedir. Yukarıdaki tanımda 1'den ve kendisinden başka çarpanı/böleni olmayan sayıların asal sayıları belirttiği ifade edilmekte ve bu tanımla birlikte asal sayı örnekleri verilerek, bu sayıların çarpanının/böleninin bulunmadığı öğretim sırasında ifade edilmelidir. Brown, Thomas ve Toliaş (2002), sınıf öğretmeni adaylarının çarpımsal yapılar ile ilgili sahip oldukları algıların bölünebilme ile ilgili algılarını etkilediğini söylemişlerdir. Bu nedenle bölme işleminin çarpma işlemi ile ilişkilendirilerek öğretilmesinin pedagojik olarak daha nitelikli bir öğrenim sağlayacağı belirtilmiştir (Can-Şenay ve Özdemir, 2014).

Asal sayılar ve özellikleri ile ilgili ilk kapsamlı çalışmalar antik Yunanlı matematikçiler tarafından yapılmıştır. En yaygın ve bilinen asal sayılarla ilgili çalışma, Öklid'in yaklaşık M.Ö.300'lü yıllardaki çalışması olup, bu aynı zamanda aritmetiğin temelini oluşturmaktadır (O'Connor ve Robertson 2019; akt. Koca, 2020). 1 ile 100 arasındaki asal sayılar Yunan matematikçilerin keşfettiği Eratosthenes Kalburu yardımıyla belirlenmektedir. Eratosthenes kalburu büyük asal sayıların belirlenmesi için, maliyet ve zaman açısından pek kullanışlı değildir (Özgü, 2002). Asal sayılarla ilgili bir sonraki çalışma 17. yüzyılda Fermat ve Euler adlı matematikçiler tarafından yapılmıştır. Asal sayılar ile ilgili bazı bilgiler şöyledir:

En küçük asal sayı olan 2, çift olan tek bir asal sayıdır.

5'ten büyük hiç bir asal sayı 5 ile bitmez.

0 ve 1 asal sayı olarak kabul edilmez.

0 ve 1 dışındaki herhangi bir sayı, ya bileşik sayıdır ya da asal sayıdır.

En büyük asal sayı 14 Kasım 2001 tarihinde Michael Cameron, George Woltman, Scott Kurowski ve arkadaşları tarafından bulunan 4053946 basamaklı $2^{13466917}-1$ dir. (Lucile ve Gallot, 2002).

Asal sayılar matematiğin temel taşlarından biridir ve yüzyıllardır matematikçilerin ilgisini çeken bir konu olmuştur. Asal sayıları özel kılan durum daha küçük çarpanların ayrılamamasıdır. Örneğin; 17 bir asal sayıdır ve 17 ile 1'in çarpımıdır. 17'yi başka bir şekilde ifade edemezsiniz. Ancak 24 asal sayı değildir ve birkaç şekilde ifade edilebilir: 2×12 , 8×3 veya 6×4 gibi. Asal olmayan sayılara da bileşik sayılar denir. Bir sayının asal çarpanlara ayrılmış hali kullanılarak veya asal sayıların çarpımı biçimde yazılıp çarpma işleminin özellikleriyle yeni bileşik sayılar elde edilerek yapılan eğitimin daha etkili olacağı düşünülmektedir (Brown, Thomas

ve Tolias, 2002).

Asal sayılara genelde özel bilgilerin korunabilmesi için şifreleme teknolojilerinde, bankalar kredi kartlarında, fizikçiler kuantum kaos teorisinde, internet şifrelerinde ve haberleşme sistemleri gibi birçok alanda ihtiyaç duyulmaktadır (Curtis ve Tularam, 2011).

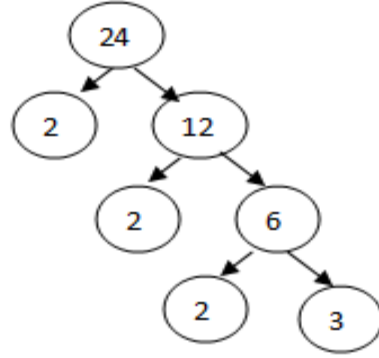
Günümüzde de Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) projesi kapsamında en büyük asal sayıyı bulmak için çalışmalar yapılmaktadır. Euclid, asal sayıların sonsuz sayıda olduğunu ispatlamıştır, ancak bu asal sayıları bulmak için henüz net bir formüle ulaşamamıştır.

Asal Çarpan: Bir sayıyı kalansız olarak bölenlerden asal sayı olanlara asal çarpan denir (Baykul, 2021). Asal çarpanlara ayırma, bir sayıyı en küçük sayıdan başlayarak asal bölenleri şeklinde ifade etmektir. Sayıları asal çarpanlarına ayırmak için bilinen iki yöntem vardır. Birincisi algoritma yöntemi, yani sayının sağ tarafına bir çizgi çekilerek en küçük asal sayıdan itibaren bölmeye başlanmasıdır.

Aşağıda klasik yöntem için bir örnek verilmiştir (Güneş ve diğerleri, 2005).

24		2
12		2
6		2
3		3
1		

Bir sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için kullanılan ikinci yöntem ise çarpan ağacını kullanmaktır. Bu yöntemde ise yine birinci yöntemde olduğu gibi en küçük asal sayıdan başlanır. Ancak farklı olarak çarpan ve bölüm üstteki sayının altına dallanma biçiminde gösterilir. Şekil 2. 6'da çarpan ağacında 24 sayısı asal çarpanlarına ayrılmıştır. Yani 24 sayısını oluşturan asal sayılar 2 ve 3 sayılarıdır.



Şekil 2. 6. Çarpan ağacı

Ortak Çarpan/Bölen: b ve c iki tamsayı olsun. Eğer, $a \neq 0$ tamsayısı için $a|b$ ve $a|c$ koşulları sağlanıyor ise, a ya, b ve c tamsayılarının bir ortak çarpanı/böleni denir. Bunların en büyüğüne, en büyük ortak bölen denir ve (b,c) ile gösterilir (Yelkenkaya, 2014). Yani en az 2 tamsayının çarpanlarından/bölenlerinden ortak olanlara ortak çarpan/bölen, bunların en büyüğüne ise en büyük ortak bölen (EBOB) denir.

Ortak Kat: b ve c iki tamsayı olsun. Eğer, $a \neq 0$ tamsayı, $b|a$ ve $c|a$ koşullarını sağlıyor ise, a sayısına b ve c tamsayılarının bir ortak katı denir. Ortak katların en küçüğüne, en küçük ortak katı denir ve $[b,c]$ ile gösterilir (Yelkenkaya, 2014). Ayrıca; $[b, c](b, c) = a.b$ olduğu da bilinir. Yani en az 2 doğal sayının katlarından ortak olanlara ortak kat, bu ortak katlardan en küçük olana ise en küçük ortak kat (EKOK) denir.

Çarpanlar ve katlar alt öğrenme alanı ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde Başün (2016), oyunla öğretimin çarpanlar ve katlar alt öğrenme alanında başarı ve kalıcılığa etkisini araştırmıştır. Araştırma sonucunda oyunla öğretimin başarıyı ve kalıcılığı artırdığı, öğrencilerin derse yönelik olumlu tutum kazandığı, derse hem etkin katılarak hem de dersten keyif alarak öğrendikleri sonucuna ulaşmıştır. Çetinkaya (2015), 7E öğrenme modelinin çarpanlar ve katlar konusunun öğretiminde akademik başarıya ve öğrenmenin kalıcılığına etkisini araştırarak, bu modelin akademik başarı ve öğrenmenin kalıcılığı açısından anlamlı bir farklılık sağlamadığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca 7E öğrenme modelinin bu konuda matematiğe yönelik işlevsel ve kullanışlı bir model olmadığını belirtmiştir. Sevim (2019), GME yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamlarının 6. sınıf öğrencilerinin başarısına etkisini araştırmış ve öğrencilerin derse karşı olan ilgilerinin arttığı, GME yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamlarına yönelik görüşlerinin

olumlu yönde değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Gökçen (2009), ortak bölenler ve katlar konusunun oyun ile öğretiminin başarıya etkisini araştırmış ve oyun ile öğretim yönteminin akademik başarı ve elde edilen kazanımların kalıcılığı üzerinde olumlu bir etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır. Doğrucan (2019), ilköğretim öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusundaki öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarını incelemiş ve öğrencilerin dolaylı sorulan soruları anlamakta güçlük çektiğini, 6. sınıfların 8. sınıflardan daha başarılı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bayraktar (2020), 6. sınıf öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin çarpan-kat kavramlarına dair bilgi düzeylerinin başlangıca göre arttığı, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum kazandıkları ve özgüvenlerinin arttığı sonucuna ulaşılarak akademik başarısı diğer öğrencilere göre düşük olan öğrencilerin çarpan veya kat bulma konusunda kavram yanlışlarının bulunduğu tespit edilmiştir. Bolte (1999), çalışmasında katılımcılardan; asal çarpan, bölen, bölünebilme gibi sayılar teorisi ile ilgili 20 terimi kavram haritaları kullanarak ilişkilendirmelerini istemiş ancak sadece bir katılımcının ilişkileri içeren kavram haritasını oluşturabildiğini belirtmiştir. Akkaya ve diğerlerinin (2018) yaptığı çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin EBOB ve EKOK konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C modeli ile inceleyerek bu konuların iyi anlaşılabilmesi için asal çarpanlara ayırma, sayıların katları ile bölenlerini tanıma ve kullanma eylemlerinin gerektiğini belirtmiştir. Toğrul (2014), lise öğrencilerinin EBOB - EKOK problemlerindeki çözüm süreçlerini kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelemiştir. Öğrencilerin kavramsal bilgiden ziyade işlemsel bilgiye önem verdiklerini ve bu durumun üst düzey problem çözmede yetersiz kaldığını, EBOB - EKOK kullanımına karar vermede zorluk yaşadığı sonucuna varmıştır. Rutin olmayan problemlerin çözümü için kavramsal bilginin önemine değinmiştir. Karadeniz, Kıdıl ve Erol (2019), 8. sınıf öğrencilerinin EBOB - EKOK konusuna ilişkin algılayışlarının belirlenmesi içerikli çalışmasında öğrencilerin kavramsal bilgilerinde eksiklikler bulunduğu sonucuna ulaşarak, kuralların öğrencilere ezberlettirilmesi yerine keşfettirilmesinin günlük hayatla ilişkilendirilerek kavram öğretimine önem verilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Yapılan bu araştırmada GME'ne dayalı öğrenme ortamında asal sayı, asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramlarının bilişsel oluşum süreci ve bu süreçte yaşanan zorluklar analiz edilerek bu sebeplerinin belirlenip giderilmesi hedeflenmiş ve bu durumun alan yazına oldukça katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın türü, deseni ve pilot çalışma hakkında bilgi verilmiş; katılımcıların nasıl seçildiği, veri toplama araçlarının nasıl hazırlandığı açıklanmıştır. Ayrıca uygulama ve veri analiz süreci alan yazınla desteklenerek ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

3.1. Araştırmanın Türü ve Deseni

Bu araştırma 6. sınıf öğrencilerinin GME'ne dayalı öğrenme ortamında asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını oluşturma süreçlerini APOS teorik çerçevesinde incelemeyi amaçlamaktadır. Bu kavramların oluşum süreçlerinin dinamik ve karmaşık yapısının analiz edilebilmesi ve derinlemesine incelenmesi için araştırma nitel olarak desenlenmiştir. Nitel araştırmada süreç detaylı olarak izlendiği için bu durum, süreci sonuçtan daha önemli hale getirmektedir. Etkili bir nitel araştırma için araştırmacı süreç boyunca katılımcılarla etkileşim halinde olmalı ve detaylı veri toplayabilmesi için çok dikkatli bir gözlemci olmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinde biri olan durum çalışması ile desenlenmiştir. Durum çalışması araştırmacının gerçek yaşamdaki bir ya da birden fazla durum hakkında çoklu veri toplama araçları ile detaylı ve derinlemesine bilgi topladığı nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2013). Dolayısı ile durum çalışmasının tercih edilmesinin sebebi durumla ilgili bileşenlerin bütüncül bir bakış açısıyla incelenmesi ve ilgili durumu nasıl etkilediklerinin, durumdan nasıl etkilendiklerinin üzerine odaklanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmada ele alınan durumlar; asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarıdır ve bu kavramları altıncı sınıf öğrencilerinin GME'ne göre planlanan öğrenim ortamında oluşturdıkları süreçleri kapsamaktadır.

3.2. Araştırma Tasarımı ve Yürütülmesi

Bu araştırmada ilk olarak çalışmanın yapılacağı sınıf düzeyi belirlenmiştir. Sonrasında ise GME'nin temel ilke ve prensipleri esas alınarak bağlamsal problemler ve etkinlikler oluşturulmuştur. Katılımcıların bahsedilen kavramları öğrenebilmeleri için sahip olmaları gereken ön bilgilerini belirleyebilmek için hazırbulunuşluk testi geliştirilmiştir. Öğretim süreci tasarlandıktan sonra pilot bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın ışığında asıl uygulama süreci planlanmıştır. Çalışma takvimi (Tablo 3.1.) ve asıl uygulama planı (Tablo 3.2.) aşağıda verilmiştir.

Tablo 3. 1. Çalışma takvimi

Tarih	Yapılan çalışmalar	Katılımcı sayısı
2021-2022 Güz Dönemi Eylül 3. ve 4. hafta	Öğretim ortamlarının tasarlanması	-
2021-2022 Güz Dönemi Ekim 1.2.3. ve 4. hafta	Pilot çalışma	16
Aralık 1.2.3. ve 4.hafta	Asıl uygulama	15

Tablo 3. 2. Asıl uygulama planı

Uygulama İçeriği	Süre	Uygulama Tarihi	Katılımcı Sayısı
Hazırlanışluk testi	40 dk	22.10.2021	15
Ders 1 (Bağlam Problemi 1)	40+40 dk	02.11.2021	15
Bireysel Görüşme 1	46 dk	02-03.11.2021	3
Ders 2 (Bağlam Problemi 2)	40+40 dk	09.11.2021	14
Bireysel Görüşme 2	48 dk	09-10.11.2021	3
Ders 3 (Bağlam Problemi 3)	40+40 dk	16.11.2021	15
Bireysel Görüşme 3	37 dk	16-17.11.2021	3
Ders 4	40 dk	20.11.2021	15
Bireysel Görüşme 4	35 dk	20.11.2021	3

Asıl uygulama planında, 3 katılımcı ile yapılan görüşmelerin ortalama süresi verilmiştir.

3.3. Pilot Çalışma

Asıl çalışmaya başlamadan önce araştırmacının veri toplama becerisini geliştirmesi ve meydana gelebilecek olası aksiliklerin önüne geçebilmek, ayrıca çalışmanın geçerlik ve güvenilirliğini artırmak amacıyla pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca yapılan bu pilot çalışma sonucunda elde edilen verilerin analizinde APOS teorisinin ne kadar etkili olacağı, teorisinin artılarının ve eksilerinin neler olduğu ortaya konulacak ve varsa bu eksikliklerin giderilmesine katkı sağlanabileceği düşünülmüştür.

Pilot çalışma, asıl çalışmanın yapılacağı okulun farklı bir 6. sınıf şubesinde gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışmaya başlanmadan önce 16 kişiden oluşan bu sınıftaki öğrencilerin velilerinden gerekli izinler alınmıştır. Katılımcıların asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını oluşturabilmeleri için sahip olmaları gereken ön bilgilerini anlayabilmek amacıyla Ek 2’de son hali verilen ve veri toplama araçlarında bahsedilen hazırbulunuşluk testi uygulanmıştır. Böylece öncelikle bu testteki eksiklikler düzenlenerek testin son hali oluşturulmuştur. Hazırbulunuşluk testinin sonuçları ve bu sınıfta derse giren diğer öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda öğrenciler üç heterojen gruba ayrılmıştır. Her gruptan kendini iyi ifade ettiği düşünülen ve hazırbulunuşlukları farklı birer öğrenci seçilerek toplamda üç öğrenci ile bireysel görüşmeler yapılmıştır. Dolayısı ile görüşmeye seçilen katılımcılar amaçlı örnekleme yönteminden maksimum çeşitliğe göre belirlenmiştir. Böylece çeşitlilik için düşünülen durumlar öğrencilerin sahip oldukları farklı düzeylerdir.

Pilot çalışmanın sonuçları göz önünde bulundurulduğunda, asıl çalışmanın yapılacağı ortamın öğrencilerin tartışmalarını ve kavramsallaştırma sürecini destekler nitelikte olmasının önemi görülmüştür. Pilot çalışma sürecinde öğrencilerin kavramsallaştırmalarına katkı sağlayacağı düşünülen materyaller belirlenerek, asıl çalışmada kullanılması gerektiği belirlenmiştir. Asıl çalışmada mezuraya ve öğrencilerin asal sayı kavramını oluşturmalarına katkı sağlayacağı düşünülen cebir karoları temin edilerek masalara bırakılması planlanmıştır. Ayrıca, araştırmacı pilot çalışma sayesinde, sınıf içi uygulamalar ve bireysel görüşmeler sırasında öğrencilerle nasıl etkili iletişim kurabileceği ve kavram oluşum süreçlerini nasıl açığa çıkarabileceği hakkında tecrübe kazanmıştır. Özellikle pilot çalışmada yanlış zamanlarda müdahale edildiği fark edilen yerler belirlenerek asıl çalışmanın öğrencilerin düşünme süreçlerini anlayabilmek için daha farklı sorularla desteklenmesi gerektiği belirlenmiş ve görüşme soruları tekrar düzenlenmiştir. Bağlamsal problemlerin amaca uygunluğu ise pilot çalışmada test edilerek görülmüş ve asıl uygulama için kullanılmıştır.

3.4. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları Karadeniz bölgesindeki büyük bir ilin büyük bir ilçesine bağlı devlet ortaokulunun 2021/2022 eğitim-öğretim yılındaki 15 kişilik sınıf

mevcudundan oluşan 6. sınıf öğrencileridir. Bu okul aynı zamanda araştırmacının da matematik öğretmeni olarak görev yaptığı okuldur. Bu okulun seçilme sebebi araştırmacının öğrencilerin matematik öğretmeni olmasından dolayı onlar hakkında daha fazla bilgiye sahip olması, ortamı iyi bilmesinden dolayı daha nitelikli veri toplayabileceğinin düşünülmesi, öğrencilerle daha fazla etkileşimde bulunma fırsatının olması ve önceki yıllarda da derslerine girdiği için onları kişisel ve akademik olarak oldukça iyi tanınmasıdır. Bu sebeplerden dolayı okul seçimi amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemeyle gerçekleştirilmiştir. Üç adet 6. sınıfın bulunduğu bu okuldaki bir sınıf seçme işlemi GME'ne uygun öğretimi gerçekleştirmek amacıyla amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile yapılmıştır. Belirlenen ölçütlerden bazıları sınıf içi etkileşimin yüksek olması, iyi iletişim becerisine sahip öğrencilerin olması ve araştırmacının matematik dersi öğretmenleri olmasıdır.

Heterojen gruplar oluşturulabilmesi için asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kazanımlarına temel teşkil eden konular belirlenerek belirtke tablosu oluşturulmuş ve hazırbulunuşluk testi hazırlanarak uygulanmıştır. Bu testin sonuçları ve diğer ders öğretmenlerinin de görüşleri doğrultusunda 15 kişilik sınıf yüksek etkileşimi olabilecek 5'er kişilik üç heterojen gruba ayrılmıştır. Matematiksel becerilerinin farklı seviyelerde olduğu düşünülerek oluşturulan bu gruplar ve katılımcılar kod adları ile Tablo 3. 3'de verilmiştir.

Tablo 3. 3. Katılımcılar ve bulundukları gruplar

Grup adı	Gruptaki öğrenciler
1. Grup	ÖM, ÖX, ÖY, ÖZ, ÖQ
2. Grup	ÖR, ÖA, ÖB, ÖC, ÖÇ
3. Grup	ÖŞ, ÖD, ÖE, ÖF, ÖG

Grup içi etkinliklerin ardından her gruptan birer öğrenci katılımcı olarak seçilerek toplam üç öğrenci ile bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler de amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme ile belirlenmiştir. Bu örnekleme yöntemindeki amaç, çeşitliliği sağlamak yoluyla evrene genelleme yapmak değil, tam tersine çeşitlilik gösteren durumlar arasında ne tür ortaklıkların veya paylaşılan olguların olup olmadığını bulmak ve bu çeşitliliğe göre problemin farklı boyutlarını ortaya çıkarmaktır. Böylece ulaşılan sonuç ve bulguların

herhangi bir yöntemle yapılan araştırmaya göre oldukça zengin olması muhtemeldir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bireysel görüşmeler bire bir gerçekleştirildiği için öğrencilerin diğer ders öğretmenlerinin görüşleri ve araştırmacının da gözlemleri ile her gruptan güçlü iletişim becerisine sahip, fakat hazırbulunuşluk düzeyleri farklı olan ÖM, ÖR, ÖŞ kod adlı birer katılımcı seçilmiştir. Öğrencilerin hazırbulunuşluk testinden aldıkları puanların yanı sıra, açık uçlu sorularda farklı ve/veya dikkat çekici açıklamalarda bulunan öğrenciler seçilmeye çalışılmıştır. Görüşme yapılan katılımcıların hazırbulunuşluk testinden aldıkları sonuçlar Tablo 3.4’ de görülmektedir.

Tablo 3. 4. Bireysel görüşmeler için seçilen katılımcılar ve hazırbulunuşluk test sonuçları

Katılımcılar	Cinsiyet	Doğru (Tam) / Yanlış-Eksik cevap sayısı	Düzy
ÖM	Erkek	20 / 1	Çok iyi
ÖŞ	Erkek	20 / 4	İyi
ÖR	Erkek	20 / 7	Orta

ÖM: ÖM, hazırbulunuşluk testinin 20 sorusunun neredeyse tamamını doğru olarak çözümlenmiştir. 11. soruda da alanları verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını doğru bir şekilde belirlemiştir. Ancak soruda “sırayla” kelimesine dikkat etmeyerek kenar uzunlukları arasında rastgele seçim yapmış ve hataya düşmüştür. ÖM; kendini iyi ifade edebilen, derslerde değişik sorular sormayı seven, sınıf içinde ve görüşmelerde düşündüklerini rahatlıkla aktarabilen, ödevlerini aksatmadan yapan ve derslere düzenli olarak gelen bir öğrencidir.

ÖR: ÖR, yapılan hazırbulunuşluk testinde paydaları farklı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri yapmayı gerektiren soruları (6. ve 7.soru) yanlış çözümlenmiştir. Soruda verilen kesirlerin paydalarını eşitlemeden payları kendi arasında, paydaları da kendi arasında toplayıp işlem yapmıştır. Ondalık gösterim ve yüzdelik gösterim arasında doğru sıralama yapmayı gerektiren soruda (8. soru) hata yapmıştır. Verilen ifadeleri birbiri cinsinden ifade edemediği için karşılaştırma yapamamıştır. Kesirlerin ondalık gösterimlerini bularak okunuşlarını yazmasını gerektiren soruda (9. soru) ise ondalık gösterimi yazmak yerine önce paydanın sonra payın okunuşunu yazmıştır. ÖR, bu kesirlerin okunuşunu da payda bölü pay şeklinde yazarak hata yapmıştır. 11. soruda ÖR de alanı verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını doğru olarak belirlemiş ancak “sırayla” kelimesine dikkat etmeyerek

doğru cevabı bulamamıştır. 12. soruda alanı verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarının 7 cm ve 10 cm olacağını bulmuştur. Ancak dikdörtgenin çevresini hesaplamamıştır. 19. soruda 3'e bölünebilme kuralını bildiği ancak toplama hatası yaparak yanlış sonuca ulaştığı görülmüştür. ÖR' nin yanlışlarından bir kısmının dikkatsizlikten kaynaklandığı düşünülmektedir. Derslerde de çok düşünmeden cevap veren ÖR, arkadaşları tarafından fazla ve gereksiz konuştuğundan şikâyet edilen, konuşmayı ve soru sormayı seven bir öğrencidir.

ÖŞ: ÖŞ, kesirlerin ondalık gösterimlerini bularak okunuşunu yazmasının istendiği soruda (9. soru) ondalık gösterimlerini yanlış hesaplamıştır. 11. soruda verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını doğru olarak bulmuş ancak "sırayla" kelimesine dikkat etmeyerek yanlış sonuca ulaşmıştır. 18. soruda verilen sayıların bölenlerini doğru olarak bulmuştur ancak 125 sayısının bölenlerini hesaplamadığı görülmüştür. 19. soruda bilmesi beklenen 3 ile bölünebilme kuralı için ÖŞ, bulunması istenen sayılardan 0 ve 3'ü doğru olarak bulmuş ancak 9 sayısını yazmamıştır. Bu sebeple 19. sorudan tam puan alamamıştır. ÖŞ, derslere genel olarak katılan, sorular soran, soru sorulduğunda cevaplamaya çalışan, kendini iyi ifade eden, düşünerek ve gerektiğinde konuşan, sessiz bir öğrencidir. Katılımcıların hazırbulunuşluk testinden aldıkları sonuçlar, Tablo 3. 5.'de gösterilmiştir.

Tablo 3. 5. Bireysel görüşmeler için seçilen katılımcıların hazırbulunuşluk test sonuçları

Soru No	ÖM	ÖŞ	ÖR
1	45	45	45
2	A) 8 B) 9 C) 125 D) 16	A) 8 B) 9 C) 125 D) 16	A) 8 B) 9 C) 125 D) 16
3	31	31	31
4	D-Y-D	D-Y-D	D-Y-D
5	$\frac{16}{36}$	$\frac{16}{36}$	22
6	A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{8}$ D) $\frac{1}{5}$	A) 1 B) 2 C) $1\frac{1}{8}$ D) $\frac{2}{10}$	A) $\frac{25}{27}$ B) $\frac{10}{20}$ C) $\frac{2}{6}$ D) $\frac{2}{8}$
7	$\frac{10}{15}$	$\frac{10}{15}$	12
8	A) < B) > C) > D) =	A) < B) > C) > D) =	A) < B) = C) < D) <
9	A) 0,15 B) 0,80 C) 0,14 D) 0,3 E) 0,03 F) 0,625	A) 0,30 B) 0,40 C) 0,70 D) 0,12 E) 0,09 F) 0,50	A) 20 bölü 3 B) 5 bölü 4 C) 50 bölü 7 D) 40 bölü 12 E) 300 bölü 9 F) 8 bölü 5
10	C	C	C
11	987	987	987
12	34	34	70
13	C	C	C
14	125	125	125
15	8	8	8
16	22	22	22
17	8	8	8
18	C) -100	D) ---	C) -300
19	0, 3, 6, 9	0, 3	6, 7
20	1	1	1

3.5. Verilerin Toplanması

Bu bölümde çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının neler olduğu, nasıl hazırlandığı ve nasıl uygulandığı hakkında detaylı bilgi verilmiştir.

3.5.1. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları; hazırbulunuşluk testi, gözlem, katılımcıların öğrenme ortamında kullandıkları grup çalışma kâğıtları ve etkinlik kâğıtları, bire bir görüşmelerde kullandıkları bireysel çalışma kâğıtları ile bireysel görüşmelerden oluşmaktadır.

Hazırbulunuşluk Testi: Bu test öğrencilerin asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını oluşturabilmeleri gerekli olan önbilgilere sahip olma durumlarını belirleyebilmek amacıyla öğretim sürecine başlamadan önce

hazırlanmıştır. Hazırlanan bu test, 19 adet açık uçlu sorudan ve 1 adet çoktan seçmeli sorudan oluşmaktadır (Ek 2). Bu test başlıca çarpan-bölen-bölümü bulma, kesirleri sadeleştirme-genişletme, paydaları farklı kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi, alanı verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulma, çarpan ve kat hesaplama ve bölünebilme kuralları kazanımlarından oluşmaktadır ve belirtke tablosu (Ek 1). Sınavın kapsam geçerliliğini sağlamak için 6 matematik eğitimi uzmanının, 10 yıllık deneyime sahip bir ortaokul öğretmenin ve 9 yıllık deneyime sahip bir Türkçe öğretmenin görüşlerinden yararlanılmıştır. Uzmanlardan gelen dönütlere göre testin daha anlaşılır olması açısından sorularda bazı değişiklik ve düzenlemelere gidilmiştir. Revize edilen sorulardan sonra hazırbulunuşluk testi, pilot çalışmada uygulanmıştır. Hazırbulunuşluk testinin pilot çalışmada uygulanmasıyla testin bazı sorularında fark edilen eksiklikler tamamlanarak öğrencilerin daha iyi anlayabileceği bir hale ulaşması sağlanmış ve hazırbulunuşluk testinin nihai hali ortaya konmuştur.

Gözlem: Üzerinde araştırma yapılan durumun objektif biçimde gözlenip kaydedilmesi araştırmanın güvenilirliği açısından önemlidir. Ayrıca durum çalışmalarında araştırmacının kendisi de çoğunlukla sürece dahil olmaktadır. Bu çalışmada da yapılandırılmamış gözlemler aracılığı ile araştırmacı katılımcı gözlemci rolü üstlenmiş ve araştırdığı konunun içine girmeye ve bir parçası olmaya çalışmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Böylece araştırmacı, bireysel görüşmeler öncesinde öğretim süresince sınıf içerisinde gruplar arasında gezinerek öğrencilerin ne düşündükleri ile ilgili gözlemler yapmıştır. Öğretim sürecinde öğrencilerin bağlamsal problemlerle karşılaştıklarında ne düşündükleri ve neler yaptıkları, arkadaşları ile neler konuşup tartıştıkları grup masalarına konulan ses kayıt cihazları ve sınıf genelini kayda alan video kameralar aracılığı ile de belirlenmeye çalışılmıştır. Dolayısı ile yapılan gözlemler, sınıf içerisindeki tüm sürecin video ve ses kayıtları ile beraber değerlendirilmiştir. Ayrıca gerek katılımcıların seçiminde ve gerekse seçilen katılımcıların görüşmeler öncesindeki düşünme süreçlerinin detaylandırılması ve sentezlenmesinde bu durum oldukça katkı sağlamıştır. .

Grup Çalışma Kâğıtları ve Etkinlik Kâğıtları: Çalışma boyunca öğrencilerin kendi gruplarındaki fikir alışverişleri ve fikir yürütme süreçleri araştırmacı tarafından desteklenerek masalara bırakılan ortak çalışma kâğıdına bireysel düşünceleri ve grup olarak vardıkları sonuçları yazabilecekleri söylenmiştir. Gruplarda gerçekleştirilen fikir alışverişlerinde hangi öğrencinin ne düşündüğünü belirleyebilmek için her

katılımcıya farklı renkteki kalemler verilmiş ve çalışma boyunca bu kalemlerin karıştırılmadan kullanılması gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca her gruba farklı renklerde kâğıtlar dağıtılmıştır. Öğrencilere silgi kullanmamaları gerektiği de söylenmiştir. Katılımcıların gruplarında birbirleriyle ve kendi kendilerine gerçekleştirdikleri matematiksel süreçlerin detaylı incelenebilmesi ve zengin veri sahibi olmak amacıyla her grubun masasına bir adet ses kayıt cihazı bırakılarak matematikleştirme süreçleri kayıt altına alınmıştır. Sınıfa iki adet kamera yerleştirilerek veri kaybı olmamasına özen gösterilmiştir. Grup içi çalışmalarda çözülen bağlamsal probleme ilişkin kâğıtlar çalışma sonlarında toplanarak dosya ile muhafaza edilmiştir. Öğrencilerin yatay matematikleştirme sürecini başlatan bağlamsal problemlerin çözülerek formal bilgiye ulaşımın sağlanması sonrasında dikey matematikleştirmenin sağlanması için etkinlik kâğıtları ve ev ödevi soruları (Ek 6, Ek 10, Ek 14) hazırlanarak her dersin sonunda öğrencilere dağıtılarak öğrencilerin çözmesi sağlanmış sonrasında da geri toplanmıştır. Gruplara verilen çalışma kâğıtları ve öğrencilere verilen kalem renkleri Tablo 3. 6’da ifade edilmiştir.

Tablo 3. 6. Gruplara Dağıtılan Kağıt ve Öğrenci Kalem Renkleri

	Grup 1	Grup 2	Grup 3
Kâğıt Rengi	Mavi	Sarı	Pembe
Öğrenciler ve kalem renkleri	ÖM Siyah (mürekkepli)	ÖR Mor (mürekkepli)	ÖŞ Açık yeşil (mürekkepli)
	ÖX Kırmızı (kuru)	ÖA Mor (kuru)	ÖD Siyah (kuru)
	ÖY Koyu yeşil (kuru)	ÖB Açık mavi (kuru)	ÖE Turuncu (kuru)
	ÖZ Açık yeşil (kuru)	ÖC Turuncu (kuru)	ÖF Kahverengi (kuru)
	ÖK Pembe (kuru)	ÖÇ Siyah (kuru)	ÖG Sarı (kuru)

Bireysel Görüşme: Araştırılan konu hakkında birçok farklı boyutu içeren, görüşme sürecinde görüşülen kişiye daha çok açık uçlu soruların yönlendirildiği ve cevapların detaylandırılmasına olanak veren, kişiler ile birebir görüşülerek veri toplama imkânı sunan bir tekniktir. Karasar’a (2013) göre görüşme; sözlü iletişim yöntemleri ile veri toplama yöntemidir. Görüşülen kişinin duygu, beceri, tecrübe ve bilgilerine görüşme yolu ile ulaşılır (Tekin, 2006) . Görüşmenin başka bir tanımı ise

belirlenen bir amaca yönelik karşıdaki kişiye soru sorup cevap alma şeklinde ilerleyen karşılıklı etkileşim süreci şeklindedir. Tanımda belirtilmekte olan süreç, karşılıklı yapılmakta olan iletişimin durağan olmadığını ve dinamik olduğunu ifade etmektedir. Belirtilen bu dinamik yapı; görüşmeci ve kişi arasındaki karşılıklı etkileşime dayalı bir bağ kurma ihtiyacına sebebiyet vermektedir. Görüşme ve sohbet her ne kadar birbirine benziyor gibi görünse de birbirinden farklıdır. Görüşme sürecinin daha önceden belirlenen bir plan çerçevesinde gelişmesi ve ulaşılması hedeflenen belirli bir amacının olması görüşme tekniğini sohbetten ayıran en temel farklılıktır. Görüşme sürecinde kullanılan soru ve cevap yöntemleri veri toplama sürecinde bir ilişkiyi kurma ve veriye ulaşma yolu olarak ifade edilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Görüşme, belirlenen kuralların katılığına göre yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşme olmak üzere üç alt başlıkta ele alınmaktadır. Bu çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme türü kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniğinde, görüşmeyi yapan kişi amacına ulaşmak için hazırladığı soruları içeren bir görüşme protokolü hazırlar, görüşmenin akışına göre ek sorularla görüşmeyi destekleyebilir. Görüşmenin gidişatına göre daha detaylı bilgi toplamak için alt sorular sorabilir. Görüşülen kişinin yanıtlarını daha da açmasını ve ayrıntılandırmasını isteyebilir. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği; sahip olduğu belirli düzeyde standartlık ve aynı zamanda esneklik nedeniyle araştırmalarda kolaylık sağlamaktadır (Türnüklü, 2000). Ayrıca görüşmede görüşülen bireyin bütün davranışları kayıt altına alındığı için sözel olmayan ifadelerde zengin bir veri kaynağı oluşturulmasını sağlar. Bu sebeple görüşme yöntemi nitel araştırmalarda sıklıkla yararlanılan bir veri toplama yöntemidir.

Benzer konular kapsamında farklı kişilerden aynı tür bilgi edinme görüşme formu sayesinde gerçekleşir. Görüşme formunun hazırlanmasında dikkat edilmesi gereken bazı ilkeler vardır. Bunlar; okunan tarafından anlaşılması kolay olan sorular hazırlama, spesifik soru yazma ve açık uçlu sorular yazma ile görüşüleni yönlendirmemeye dikkat etme şeklindedir. Ayrıca soruların mantıklı bir şekilde geliştirilebilir ve düzenlenebilir olması, seçenek sorular ve sondalar (probes) hazırlamalıdır (Patton, 1987).

Çalışmada gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerde ayrıntılı bilgi toplamak amacıyla amaca uygun bir şekilde görüşme formları hazırlanmıştır. Bu formların amaca hizmet etme durumu ile ne kadar etkili olduğunu anlamak ve

onaylamak için beş matematik öğretmenin görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve pilot çalışmanın neticesinde son halleri ortaya çıkmıştır (Ek 4, Ek 8, Ek 12, Ek 15).

Zengin veri toplayabilmek kavram oluşum süreçlerini daha doğru ve detaylı bir şekilde incelemeye olanak sağlayacağı için seçilen öğrencinin kendini en iyi şekilde ifade etme durumuna önem verilmiştir. Seçilen üç katılımcı ile her bağlamsal problemin grup içinde çözümünün ardından diğer derse geçmeden önce bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bireysel görüşmeler hafta içinde öğle arası vaktinde veli görüşme odasında yapılmıştır.

Bireysel görüşmeler her katılımcıyla 4'er olmak üzere toplamda 12 kez yapılmıştır. Sınıf içindeki etkinlikler ve bireysel görüşmeler yapılmadan önce ilgili kurumdan ve ailelerden (veli onay formu) gerekli izinler alınmıştır (Ek 17, Ek 19). Yapılan bireysel görüşmelerde geçen süreler aşağıda Tablo 3.7.'de gösterilmiştir.

Tablo 3. 7. Katılımcılarla Yapılan Bireysel Görüşme Süreleri

Katılımcılar	Bireysel Görüşme-1	Bireysel Görüşme-2	Bireysel Görüşme-3	Bireysel Görüşme-4
ÖM	18dk	17dk	16dk	13dk
ÖR	15dk	18dk	13dk	11dk
ÖŞ	16dk	15dk	12dk	12dk

Katılımcılara rahatça düşünebilecekleri bir ortam hazırlanarak acele etmemeleri gerektiği, düşündüklerini çekinmeden ifade etmeleri söylenmiştir. Öğrencilerle öğle arasında ve covid-19 salgını dolayısıyla okulda bulunmayan öğretmenlerin dersinde sınıftan alınarak görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

İlk bireysel görüşmede katılımcıların asal sayı kavram oluşumları ve ilişkili olan “Asal sayıları özellikleriyle belirler” kazanımında neler gerçekleştirdikleri incelenmiştir. Öğrencilerden bu kazanım doğrultusunda hazırlanan bağlamsal problemi (Ek 3) gördüklerinde yaşadığı matematiksel süreci anlatmaları istenerek hangi ön bilgileriyle bağ kurduğu anlaşılmaya çalışılmıştır.

Katılımcılarla gerçekleştirilen ikinci bireysel görüşmede katılımcıların asal çarpan kavram oluşumları ve ilişkili olan “Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler” kazanımına dair gerçekleştirdikleri matematiksel süreç incelenmiştir. Katılımcıların bu bağlamsal problemin (Ek 7) çözümünde önceki bağlamsal problemde edindiği bilgileri nasıl kullandığı ve süreç içerisinde neler yaptığı anlaşılmaya çalışılmıştır.

Üçüncü görüşmede katılımcıların ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavram oluşumları ve ilişkisi olan “İki doğal sayının ortak bölenleri ile ortak katlarını belirler” kazanımına dair gerçekleştirdikleri matematikleştirme süreci araştırılmıştır. Ayrıca “iki doğal sayının en büyük ortak bölen ile en küçük ortak katını belirleme” durumları da detaylıca incelenmiştir. Katılımcıların, bu kazanıma uygun hazırlanmış olan bağlamsal problemle (Ek 11) karşılaştığında neler düşündüklerini, çözüm için nasıl bir yol izlediklerini, çözerken hangi ön bilgilerden yararlandıklarını ve bu bilgileri nasıl kullandıklarını anlatmaları istenmiştir.

Dördüncü bireysel görüşmede ise katılımcıların “EKOK ve EBOB” kavramlarını matematikleştirme süreçleri anlaşılmaya çalışılmıştır. Katılımcıların üst sınıf kazanımlarında yer alan bu kavramların devamı niteliğinde olan ilişkileri nasıl kuracağı araştırılmıştır. Böylece katılımcıların daha üst sınıf kazanımlarında yer alan genellemelere ulaşma durumları incelenmiştir.

Bireysel görüşmelerde katılımcıların öğretim sürecinde sınıfta grup içi etkinliklerde kullandıkları mezura, cebir karoları, büyük sıvı dolu bidonlar, küçük boş sıvı kapları gibi araç gereçler de bulundurulmuştur.

Bireysel görüşmeler gerçekleştirilmeden önce katılımcılar, elde edilen verilerin gizli kalacağı ve bunun karne notunu etkileyen bir sınav olmadığı konusunda bilgilendirilmiş kendilerini rahat ifade etmelerini sağlamak amacıyla onlara güven verici konuşmalar yapılmıştır. Öğrencilere önemli olanın doğru yanıt vermelerinden ziyade düşündüklerini ifade etmeleri olduğu açıklanarak akıllarına gelen her şeyi söyleyebilecekleri bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır. Katılımcıların kendilerini rahatça ifade edebilecekleri samimi ortam oluşturulduktan sonra veri kaybını önlemek için gerçekleştirilen süreçler hem kamera yardımıyla hem de ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır. Görüşme sırasında öğrencilere sorulan soruları yazılı olarak da ifade etmeleri için kâğıtlar verilmiş görüşme sonrasında ise toplanmıştır. Ayrıca katılımcıların matematikleştirme süreçlerini daha detaylı inceleyebilmek amacıyla yapılan bireysel görüşmelerde, hazırlanan bireysel çalışma kâğıtları da zengin veriye ulaşmayı hedeflemiştir.

3.6. Öğretim Süreci

Bu çalışmanın öğretim süreci GME’ne uygun olarak planlanmış ve uygulanmıştır. Öğrencilere hazırbulunuşluk testi uygulanarak elde edilen sonuçlara göre, hazırbulunuşluk düzeyleri farklı olan grupların oluşturulması GME’nin sosyal

bağlam ve etkileşim prensibi doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebilecekleri, uygulamalar ve modellemeler yapabilecekleri, gerçek bir bilim insanı gibi çalışarak keşif yapabilecekleri bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada araştırmacının rolü ise katılımcıların bireysel düşünme süreçlerinde onları desteklemek ve onlara rehberlik yapmak olarak belirlenmiştir.

GME'ne göre matematik öğrenme, öğrenciye anlamlı gelebilecek ve onun dünyasından alınmış gerçek veya gerçekleşmesi mümkün olan bir problemle başladığı için belirlenen kavramlara ulaştırması hedeflenen üç adet bağlamsal problem hazırlanmıştır. Bu bağlamsal problemlerin hazırlanmasında çalışmanın yapıldığı eğitim öğretim yılında tüm dünyanın mücadele ettiği en büyük sorun olan pandemi konusu seçilmiştir. Maske, kolonya ve dezenfektan kullanımının hayati önem taşıdığı bu dönemde araştırmacı tarafından hazırlanan bağlaman öğrenciler için oldukça anlamlı olduğu düşünülmektedir. Ayrıca çalışmanın yapıldığı eğitim-öğretim yılında öğrencilerin okuluna Çanakkale Zaferi ile ilgili ilçe programı düzenleme görevi de verildiği için asal sayı ve asal çarpan kazanımına yönelik seçilen bağlam da öğrenciler için oldukça gerçekçidir. Bağlamsal problemler, öğrencilerin asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla GME'ne göre oluşturulmuştur. Bağlamsal problemlerin grup içinde tartışılmasının ardından grup kâğıtları toplanarak muhafaza edilmiştir. Sonrasında ise problemle karşılaştıklarında neler düşündükleri sorulmuş ve her grup tahtaya çıkarak neler yaptığını anlatmışlardır. Burada da araştırmacı gruplar arası fikir alışverişlerini destekleyerek daha geniş bir bakış elde etmelerini sağlamaya çalışmıştır. Bu süreç hazırlanan üç bağlamsal problemin çözümünde de aynı şekilde tekrar etmiştir. Yatay matematikleştirme sürecinin ardından öğrencilerin ulaştıkları formal tanımlar üzerinden yola çıkarak işlemler yapabilmeleri böylece dikey matematikleştirme sürecini gerçekleştirmeleri amacıyla hazırlanan etkinlik kâğıtları öğrencilere dağıtılarak çözmeleri istenmiştir. Öğrencilere dağıtılan bu kâğıtlar ders sonunda toplanarak incelenmiş sorular sınıf içinde tartışılarak farklı çözüm yolları ortaya konulmuş ve sonrasında araştırmacı tarafından tahtada çözülmüştür. Böylece kavramla ilgili meydana gelebilecek olası eksik ya da yanlış öğrenmelerin giderilmesi amaçlanmıştır (Ek 5, Ek 9, Ek 13, Ek 15). Sınıfta bağlamsal problemin çözülmesiyle gerçekleşen yatay matematikleştirme ve etkinlik kâğıdındaki sorularla gerçekleştirilen dikey matematikleştirme süreçlerinin daha da

pekiştirilmesi amacıyla öğrencilere evde çözmeleri için hazırlanan ev ödevi kâğıtları verilmiştir (Ek 6, Ek 10, Ek 14). Öğrencilerin bu ödevleri yaparak bir sonraki derse getirmeleri belirtilmiştir. Ödevini yaparak getiren öğrenciler, sonrasında bu sorular hakkında sınıfta fikir alışverişi yaparak farklı çözümler ortaya koymuşlardır.

Asal sayı kavramının oluşumu için “Asal sayıları özellikleriyle belirler” kazanımı temele alınarak Bağlamsal Problem 1 (Ek 3) hazırlanmıştır. Öğrencilerin bu bağlamsal problemi en fazla iki ders süresince çözerek istenen kavramı oluşturabileceği düşünülerek iki ders saati kadar süre ayrılmıştır. Öğrenme süreci öğrencilerle sohbet havasında başlamıştır. Öğrencilere 18 Mart Çanakkale Zaferi’nin yaklaştığı, anma programını öğrencilerin kendi okulunun düzenleyeceği, bu şanlı gün için ne gibi etkinliklerin yapılabileceği konuları konuşulmuştur. Öğrenciler aynı şekilde de okullarında da bu havanın oluşması için şiirler yazmak, resimler yapmak istediklerini belirtmişlerdir. Araştırmacı yapılan bu eserlerin hangi koridorda ve nasıl sergilenebileceği konusunda öğrencilerden fikirler istemiştir. Öğrencilerin, eserlerin tek bir panoda sergilenmesinin daha etkili olacağını belirtmesiyle araştırmacı bu ilk bağlamsal problemi akıllı tahtada açmış ve gruplara birer adet bağlamsal problemi içeren kâğıt ve grup içerisinde kullanmaları için kâğıtlar ve kalemleri dağıtmıştır.

Bu problemde sipariş edilecek panonun alanının hangi doğal sayılar olabileceği tartışılmış ve araştırmacı ortamlarına (öğrenci sıralarına ihtiyaç duyduklarında kullanabilmeleri için) mezura, metre ve cebir karoları bırakmıştır. Burada öğrencilerden beklenen davranış sipariş edilen panonun kenar uzunluklarının farklı gelmemesi için tek bir dikdörtgenin alanını belirten doğal sayıları belirleyebilmeleridir. Çözüm sürecinde öğrencilerin tek bir dikdörtgenin alanını belirten doğal sayıların asal sayılar olduğunu matematikleştirmeleri beklenmiştir.

Asal çarpan kavramının oluşması için ise “Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler” kazanımı doğrultusunda Bağlamsal Problem 2 (Ek 7) hazırlanmıştır. Bu problemin çözülerek sınıf içinde tartışılması için de 2 ders saati kadar süre ayrılmıştır. Bu problem de Bağlamsal Problem 1’in devamı niteliğindedir. Okul müdürümüzün öğrencilerin fikirlerine ihtiyaç duyduğu belirtilerek problem tahtada görüntülenmiştir. Aynı zamanda problemi içeren kâğıtlar öğrenci masalarına bırakılmıştır.

Bu problemde öğrencilerin iki basamaklı doğal sayıların çarpanlarını bularak bunlardan asal sayı olanları belirlemeleri beklenmiştir. Çözüm sürecinde öğrencilerin asal olan çarpanların o doğal sayının asal çarpanları olduğunu matematikleştirmeleri

amaçlanmıştır. Öğrencilerin basamak sayısı fazla olan bir şifreyi çözebilecek olan sayının, herhangi bir doğal sayının asal çarpanlarını hesaplama olduğunu anlayarak genelleştirmesi beklenmiştir.

Ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının oluşturulması ve hatta bu bölenlerden en büyüğünü; katlardan ise en küçüğünü belirlenebilmeleri için “İki doğal sayının ortak bölenleri ile ortak katlarını belirler” kazanımı temel alınarak Bağlamsal Problem 3 (Ek 11) oluşturulmuştur. Bu bağlamsal problem için de iki ders saati kadar süre ayrılmıştır. Problemin çözüm sürecine de yine sohbet havasında başlanmıştır. Öğrencilerle pandemiden korunmak için ne gibi önemler alınabileceği ve nelere dikkat edilmesi gerektiği sorularak sınıf içinde beyin fırtınası yapılmıştır. Gelen cevapların ardından Bağlamsal Problem 3 akıllı tahtada açılarak problem kâğıtları öğrencilere dağıtılmıştır.

Bu problemin a şıkında öğrencilerin dezenfektan ve kolonya bidonları için belirledikleri hacimleri eşit hacimlere paylaştırabilmeleri istenmiştir. Çözüm sürecinde öğrencinin iki sayının çarpan/bölenlerini ayrı ayrı bularak ortak olanları belirlemesi bu sayıların iki doğal sayının ortak çarpanı/böleni olduğunu matematikleştirmesi beklenmiştir. İlaveten bu bölenlerin en büyüğünün de bu iki doğal sayının en büyük ortak böleni olacağını kavramsallaştırması hedeflenmiştir. Problemin b şıkında ise öğrencilerin koli büyüklüğünü belirleyebilmesi için kolonya ve dezenfektan bidonlarının katlarını bularak ortak olan katı bulmaları böylece iki doğal sayının ortak katını matematikleştirmesi amaçlanmıştır. Buldukları ortak katların en küçüğünü belirleyerek en küçük ortak kata ulaşmaları da ulaşılması beklenen hedefler arasındadır.

Sınıf içerisinde yapılan son etkinlikte ise ilk üç bağlamsal problemle hedeflenen kazanımlara ulaşan öğrencilerin daha üst sınıflarda öğrenecekleri genellemelere ulaşabilmeleri için Ek 15’de verilen sorular hazırlanarak uygulanmıştır. Kâğıtlar öğrencilere dağıtılmadan önce soruları çözerken dikkat ederek her soru için ortak bir sonuca ulaşmaları gerektiği öğrencilere söylenmiştir.

Bu sorularla ulaşılması beklenen sonuçlar aşağıdaki gibidir.

1. *Soruda Ulaşılması Beklenen Sonuç:* Biri diğerinin tam katı olan iki pozitif tam sayının EBOB’u küçük sayıya, EKOK’u büyük sayıya eşittir.

2. *Soruda Ulaşılması Beklenen Sonuç:* Ardışık iki tam sayının EBOB’u 1’dir.

3. ve 4. *Soruda Ulaşılması Beklenen Sonuç:* Aralarında asal iki pozitif tam sayının EBOB’u 1’e, EKOK’u ise bu sayıların çarpımına eşittir.

Bu etkinlik için 1 ders saati süre ayrılmıştır. Hazırlanan sorular öğrencilere uygulandıktan sonra istenen genellemelere ulaşan öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Problemlerle ilgili ders süreci bitiminde diğer derse geçilmeden tüm bireysel görüşmelerin bitirilmesi planlanmıştır.

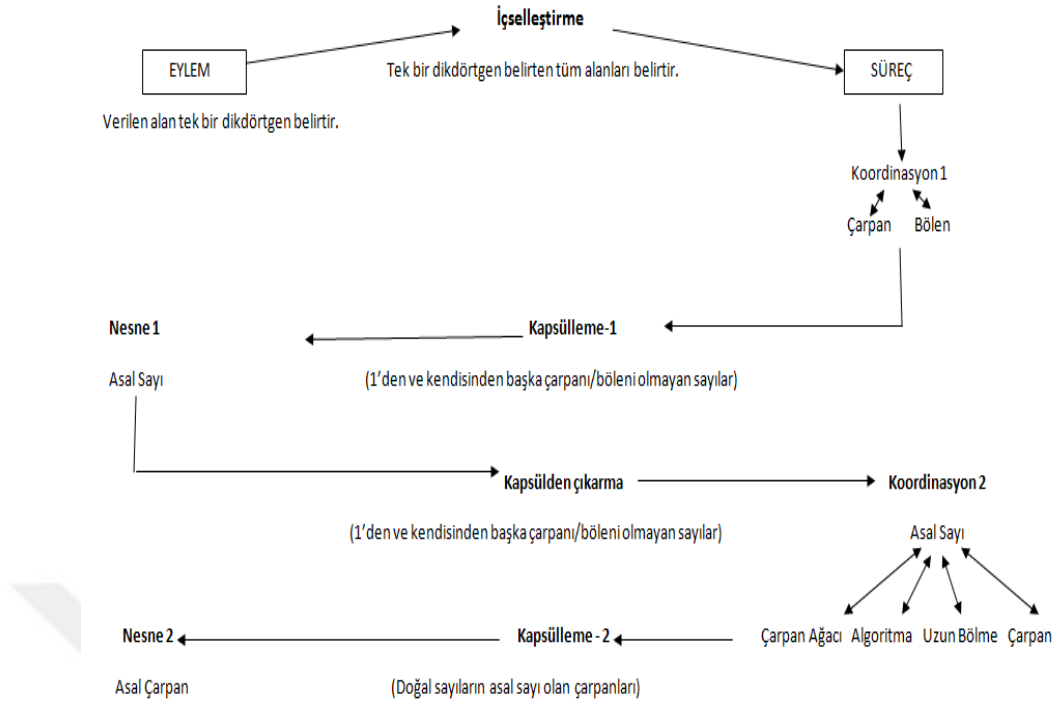
3.7. Verilerin Analizi

Bu çalışmada elde edilen verilerin analizi içerik analiz yöntemi ile yapılmıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (2018) göre içerik analizinde temel yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar etrafında bir araya getirerek okuyucunun daha iyi anlayabilmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda içerik analizinin yapılışında izlenmesi gereken bazı aşamalar vardır. Bu aşamalar aşağıda belirtilmiştir.

- Verilerin kodlanması
- Temaların bulunması
- Verilerin kodlara ve temalara göre düzenlenmesi ve tanımlanması
- Bulguların yorumlanması

Verilerin analizine başlanmadan önce asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarına ait genetik çözümleme oluşturulmuş, veriler oluşan bu çerçeveye göre kodlanmıştır. GME'ne uygun olarak tasarlanan süreç sonrası elde edilen görüntü ve ses kayıtları araştırmacı tarafından transkript edilmiştir. Her bir kazanıma yönelik elde edilen veriler defalarca incelenerek APOS teorisi çerçevesinde kod-kategori ve temalar oluşturularak kolay anlaşılması için tablolaştırılmıştır (Ek 17, Ek 18, Ek 19, Ek 20). Elde edilen temaların bütüncül bir bakış ifade edip etmediğini anlamak için alan uzmanı ile veriler incelenmiş ve beraber mutabakata varılmıştır. Böylece durum olarak ele alınan asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarının APOS teorisine göre irdelenmesi hedeflenmiştir. Elde edilen bilgilerin birbirini tamamlayarak bir bütün oluşturması ve bulguların doğrudan okuyana sergilenmesine dikkat edilmiştir.

Uygulama sürecinden önce hazırlanan genetik çözümleme, araştırmacıya öğrencilerin asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını nasıl kavramsallaştırabilecekleri ile ilgili bilgi vermiştir. Verilerin analizinde eklenen ve değiştirilen yeni kodlara göre genetik çözümlemelere nihai şekli verilmiştir. Çalışmada asal sayı-asal çarpan ve ortak çarpan/bölen-ortak kat ile ilgili iki ayrı genetik çözümleme Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'deki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 3. 1. Asal sayı ve asal çarpan kavramlarıyla ilgili genetik çözümleme

Eylem: Bu aşamadaki öğrenci bağlamda verilen panonun alanı için düşüneceği sayının tek bir dikdörtgen belirtmesi gerektiğini anlar. Dışsal uyarı yardımıyla düşündüğü alanı oluşturacak dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirler.

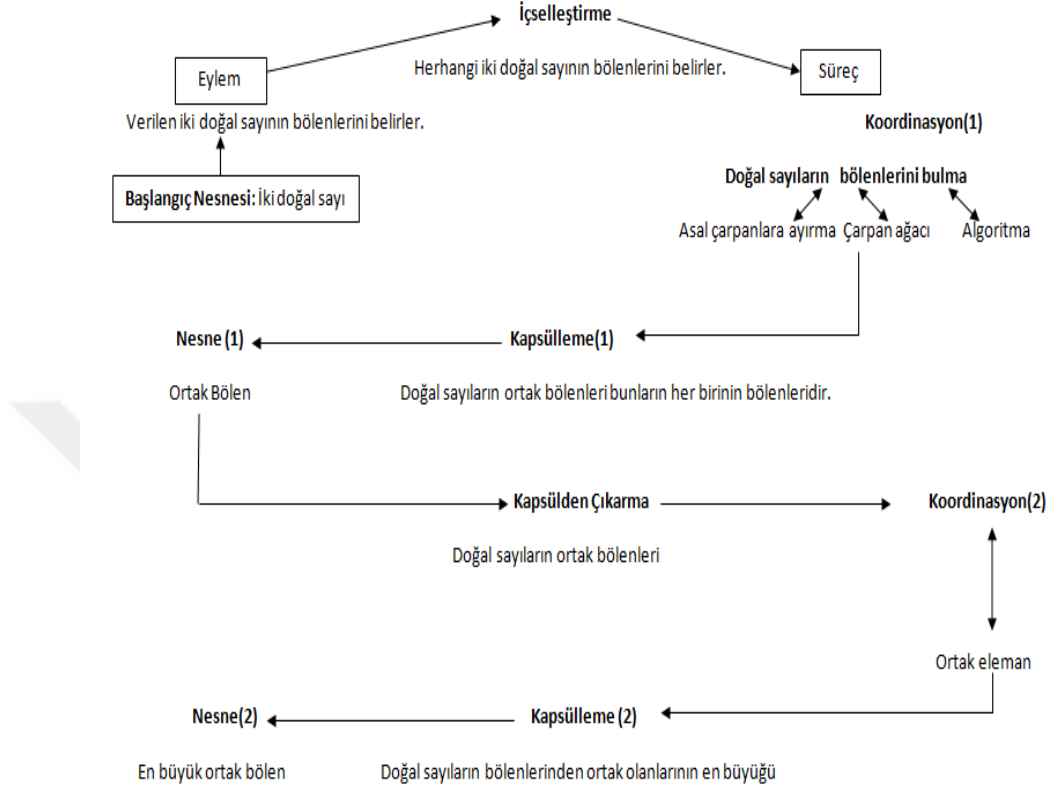
Süreç (1): Öğrenci düşündüğü alanı veren dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulma eylemini tekrarlayarak içselleştirir. Bunu dışsal uyarana ihtiyaç olmadan tek bir dikdörtgen belirten tüm alanlar için düşünür. Bu aşamada öğrenci düşündüğü alanı veren kenar uzunluklarını bulmak için çarpan kavramıyla koordinasyon kurarak alanı veren sayının çarpanların sayısını bularak tek bir dikdörtgen belirtip belirtmediğini belirler. Ya da alan olarak düşündüğü sayıya bölme işlemi uygulayarak tek bir dikdörtgen belirtip belirtmediğini belirler. Yani bölme ve çarpan kavramlarıyla koordinasyon kurar. Gerekli olan tüm ilişkilendirilme ve koordinasyonlar bu aşamada tamamlanır.

Nesne (1): Bu aşamada öğrenciden tek bir dikdörtgenin alanı olarak düşündüğü sayıları “1’den ve kendisinden başka bölme olmayan” sayılar olarak kapsülleyip asal sayı nesnesini oluşturur..

Süreç (2) : Öğrenci asal çarpan kavramını oluşturmak için nesneleştirdiği asal sayı kavramını kapsülde çıkarır ve üzerine yeni eylem uygular. Süreç aşamasında çarpan ağacı, algoritma, uzun bölme ve çarpan kavramlarıyla koordinasyon kurarak bağlamda verilen şifre olarak düşündüğü sayının çarpanlarını bulur ve bunlardan asal

sayı olanları seçer.

Nesne (2): Bu aşamada öğrenci doğal sayıların asal sayı olan çarpanlarının o sayının asal çarpanları olduğunu kapsülleyerek asal çarpan nesnesini oluşturur.



Şekil 3. 2. Ortak çarpan/bölen kavramıyla ilgili genetik çözümleme

Eylem: Bu aşamada öğrenci bağlamda verilen kolonya ve dezenfektan bidonunun ağırlığı için iki sayı düşünür ve bu sayıların bölenlerini dışsal uyaran yardımıyla bulur.

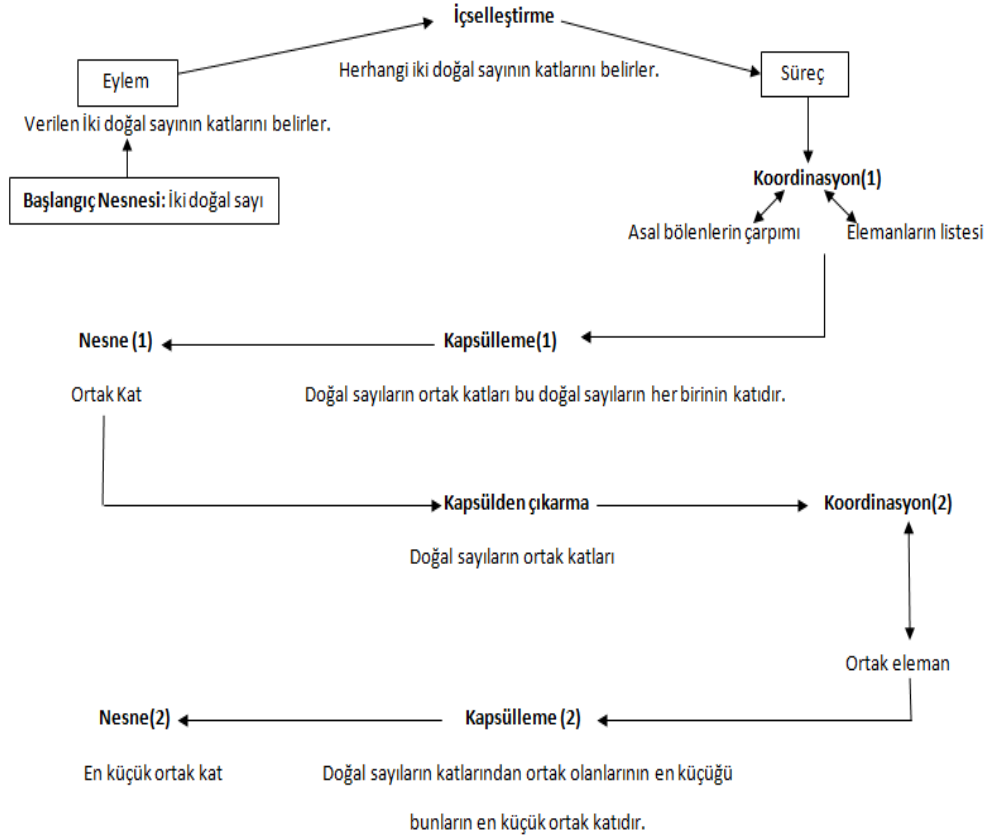
Süreç (1): Düşündüğü iki doğal sayının çarpan/bölenlerini bulma eylemini tekrarlayarak içselleştirir. Böylece herhangi iki doğal sayı için çarpan/bölenleri bulur. Bu aşamada öğrencinin düşündüğü sayıların bölenlerini bulmak için asal çarpan, çarpan ağacı, algoritma kavramlarıyla koordinasyon kurar.

Nesne (1): Öğrenci bulduğu bölenlerden ortak olanları seçerek kapsüller ve ortak çarpan/bölen kavramını nesneleştirir.

Süreç (2): Bu aşamada öğrenci nesneleştirdiği ortak çarpan/bölen kavramını kapsülünden çıkarır ve ortak çarpan/bölenlerden en büyüğünü seçer.

Nesne (2): Öğrenci doğal sayıların en büyük ortak böleninin bu sayıların ortak

bölenlerinden en büyüğü olduğunu kapsülleyerek en büyük ortak bölen kavramını nesneleştirir.



Şekil 3. 3. Ortak kat kavramıyla ilgili genetik çözümleme

Eylem: Bu aşamada öğrenci bağlamda verilen kolonya ve dezenfektan bidonlarının ağırlıkları için iki sayı düşünür ve bu sayıların katlarını dışsal uyaran yardımıyla bulur.

Süreç (1): Düşündüğü iki doğal sayının katlarını bulma eylemini tekrarlayarak içselleştirir. Böylece herhangi iki doğal sayı için katlarını bulur. Bu aşamada öğrencinin düşündüğü sayıların katlarını bulurken bu sayıların asal bölenlerini çarpabilir ya da katlarını bularak listeleyebilir. Yani asal bölenlerin çarpımı ve elemanları listeleme ile koordinasyon kurar.

Nesne (1): Öğrenci bulduğu katlardan ortak olanları seçerek kapsüller ve ortak kat kavramını nesneleştirir.

Süreç (2): Bu aşamada öğrenci nesneleştirdiği ortak kat kavramını kapsülünden çıkarır ve ortak katlardan en küçüğünü seçer.

Nesne (2): Öğrenci doğal sayıların en küçük ortak katının bu sayıların ortak

katlarından en küçüğü olduğunu kapsülleyerek en küçük ortak kat kavramını nesneleştirir.

3.8. Çalışmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik, inandırıcılık ve aktarılabilirlik olarak belirtilmekte ve araştırmacının araştırdığı olguyu, objektif bir biçimde gözlemleyerek kendi yorumunu katmadan sunmasını ifade etmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel araştırmalarda araştırmacının esnek davranması yani gerektiğinde araştırma sorularına müdahale edebilmesi ya da çalışmasına farklı veri toplama yöntemleri eklemesi, araştırma alanına olan yakınlığı; yüz yüze ve derinlemesine bilgi toplarken bulguları teyit edebilme açısından alana geri dönebilme imkânının olması geçerliği artıran ilkelerdendir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmanın inandırıcılığını sağlayabilmek için izlenmesi gereken bazı stratejilerden bahsetmektedir. Bunlar; uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmacı çalışmasını görev yaptığı okulda yaptığı için olayları doğal ortamında ve uzun süreli olarak etkileşimle gözlemlemiştir. Katılımcıların ve araştırmacının daha önceki yıllardan bu yana birbirlerini tanıyor olması verilen cevaplara olan itimadı artırmıştır. Görüşmeler samimi bir ortamda yapıldığı için katılımcılar kendilerini rahatça ifade etme olanağına sahip olmuştur.

Araştırmacı çalışmasını görev yaptığı okulda yapmasından dolayı çalışma ortamında uzun süre kalmış sürekli görüşmeler yaparak bulgularını bütüncül bir bakışla incelemiş, birbiriyle karşılaştırarak tutarlı sonuç elde etmeye çalışmıştır. Böylece derin odaklı olarak veriler toplanmıştır. Ayrıca bulgular alanında bir uzman tarafından objektif olarak teyit edilmiş sonuçların kuramsal çerçeve ile uyum durumu tartışılarak sonuca varılmıştır. Böylece uzman incelemesi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada bulguların birbirini teyit etmesi açısından görüşme, gözlem ve çalışma kâğıtlarının analizi yapılarak veri kaynaklarının çeşitlemesi sağlanmıştır. Katılımcıların bireysel ve grup çalışma kâğıtları ile etkinliklerde kullanılan dokümanlar birebir betimlenmiş, beraberinde öğretim süreci ve görüşme diyaloglarından direkt alıntılarla desteklenmiştir. Böylece çalışmanın geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Başka araştırmacıların aynı verilerle aynı sonuçlara ulaşabilmesi adına gerek araştırmanın yapılacağı mekânın belirlenmesinde gerekse görüşmeye katılacak katılımcıların belirlenmesinde çalışma grubunun amaçlı

örnekleme ile seçilmesi elde edilecek sonuçların okuyucular ve araştırmacılar tarafından farklı durumlara transfer edebilecek hale gelmesine katkı sunacağı düşüncesi ile amaçlı örneklemeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulguları ve sonuçları inceleyen diğer araştırmacıların da o verilerden anlam çıkarabilmesi, tutarlı ve güvenilir bulmasını sağlamak adına çalışma desenini, veri toplama yöntemi ve araçlarını belirlenen kuramsal çerçeve doğrultusunda alanında uzman araştırmacılar incelemiştir. Böylece dışarıdan bir gözle süreç değerlendirilmiş, elde edilen verilerin analizi ve yorumlanması aşamasında araştırmacıya yön vererek gerekli tutarlık incelemesi yapılmıştır. Çalışmada elde edilen verilerin ve ulaşılan sonuçların araştırmacı ve farklı uzmanlar tarafından karşılaştırılarak ortak bir sonuca erdirmeye amacıyla ham veriler, yapılan her incelemede uzman görüşü dönütleri doğrultusunda analiz edilmiş ve her aşamada elde edilen veriler düzenli olarak kaydedilmiştir. Böylece çalışmanın tutarlığın beraberinde teyit edilebilirlik de sağlanarak çalışmanın güvenilirliği artırılmıştır.

4. BULGULAR

Bulgular bölümünde GME'ne göre planlanan asal sayı, asal çarpan, ortak kat, ortak çarpan/bölen kavramlarının öğretimi sürecinde elde edilen grup çalışmalarına ve bireysel görüşmelere dair ses ve video kayıtları, grup çalışma ve bireysel çalışma kâğıtları, sınıf içi etkinlik kâğıtları ve ödev kâğıtlarının analizinden oluşan bulgular yer almaktadır. ÖM, ÖR ve ÖŞ kodlu öğrencilerin hedef kavramları yapılandırma sürecine yönelik bulgular araştırma soruları kapsamında incelenmiştir. İlk olarak öğrencilerin GME yaklaşımına dayalı olarak yatay matematikleştirme süreçleri ele alınarak asal sayı kavramını nasıl oluşturdukları, sonrasında ise bunu asal çarpan, ortak kat ve ortak çarpan/bölen kavramları ile nasıl yapılandırdıkları, en son ise dikey matematikleştirme süreçleri incelenmiştir.

4.1. Asal Sayıyı Kavramsallaştırma Süreci

Öğretim sürecinde araştırmanın ilk alt probleminde, öğrencilerin “Çarpanlar ve Katlar” ünitesinin üçüncü kazanımı olan “M.6.1.2.3. Asal sayıları özellikleriyle belirler” kazanımı üzerinden asal sayıları ve özelliklerini oluşturmaları hedeflenmiştir. Bu amacı gerçekleştirmek için GME ortamında hazırlanan bağlamsal problem akıllı tahtada açılmadan önce öğrencilerle 18 Mart'ın tarihimizdeki önemi hakkında kısaca sohbet edilmiştir. Öğrencilere 18 Mart'ın neden önemli olduğu sorulmuş, bütün öğrencilerin bu konuda fikir sahibi olduğu anlaşılmıştır. Bu sene, 18 Mart Çanakkale Zaferi ve Şehitleri Anma Günü ilçe programının okulumuz tarafından hazırlanacağı bilgisi öğrencilere aktarılmıştır. Öğrencilere, bu günü tam anlamıyla okulumuzda da yaşatabilmek için neler yapılabileceği sorulmuştur. Öğrencilerden bugünle alakalı resim, şiir ve kompozisyonlar yazılabileceği fikirleri gelmiştir. Araştırmacı getirilen bu eserlerin toplu olarak nasıl sergilenebileceğini öğrencilere sormuş ve problem tahtaya yansıtılmıştır. Öğrenciler problemi okumaya çalışırken araştırmacı gruplara problem kâğıdını dağıtmıştır. Öğrenciler problem kâğıdını alır almaz problemi içlerinden tekrar okumayı tercih etmişlerdir. Araştırmacı bu esnada öğrencilere tekrar hatırlatmalarda bulunmuş, düşüncelerini çekinmeden dile getirebileceklerini, her şeyi kâğıda yazmaları gerektiğini, kameranın ve ses kayıt cihazının veri kaybını önlemek amacıyla çalışır durumda olduğunu, yanlış yazdıkları şeyleri karalamamaları gerektiği gibi durumlar yeniden açıklamıştır. Araştırmacı öğrencilerin modelleyerek anlamalarına fırsat verebilmek için bütün masalara cebir karoları dağıtmıştır. Aşağıda her bir katılımcının grup içi çalışma ve

bireysel görüşme süreçlerine ait bulgular kod, kategori ve temalara ayrılarak (Tablo 4. 1) verilmiştir.

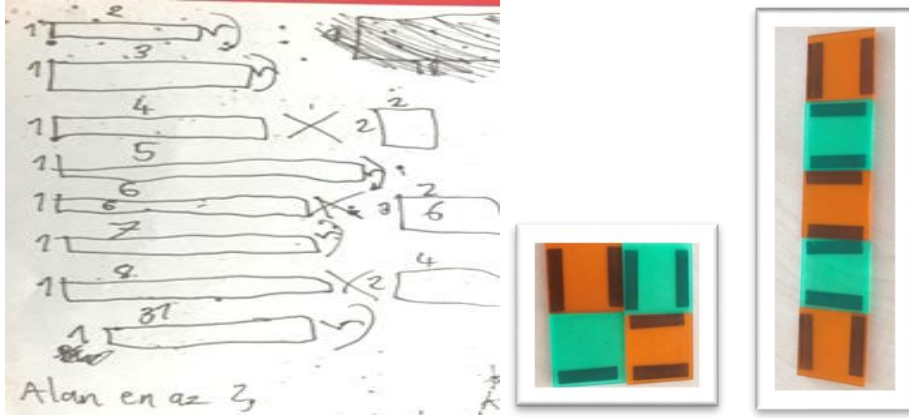
Tablo 4. 1. Asal Sayı Temasına Ait Kod Tablosu

KOD	KATEGORİ	TEMA
-Bir tane dikdörtgen olması lazım (ÖM) -Tek bişey istiyi (ÖR) - Sadece bir dikdörtgen belirtmesi lazım (ÖY)	EYLEM	ASAL SAYI
-Sadece 1'e ve kendisine bölünebiliyorsa o sayısı kullanabiliriz (ÖM) -Çarpanlarını ve katlarını bulcaz (ÖR) -Tek bişey istediğine göre kendine bölünebilir. Bi de 1'e bölünebilir (ÖR) -Tekli sayılar olabiliyor (ÖX) - Çift sayılar çünkü 2 ye bölünebiliyo o yüzden tek sayı olcak (ÖY) -51'in çarpanı var mı ona bakın.5'le 1'i topla 6 yapıyo. 3'ün katı olduğu için bölünür (ÖY) - Bide çarpan ağacıyla bakalım (ÖY) - Sadece 1'e ve kendisine bölünmesi lazım (ÖŞ) - Çift sayı olmicak. Hepsi 2'ye bölünür çünkü (ÖŞ) -Tek olmak zorunda (ÖŞ) -39 da bölünmüyo hiçbirinin katı değil (ÖZ) - Çift sayıları zaten elediğimiz için tek sayılardan gittik (ÖŞ) - Katlarına baktık (ÖŞ) - Son rakamı 0 ve 5 olmadığı için 5'e de bölünemez (ÖŞ)	SÜREÇ	
-1'den ve kendisinden başka böleni olmayan sayılar asal sayılardır (ÖM) -Asal sayılar kendisine ve 1'e bölünen sayılardır (ÖR) - Sadece 1 ve kendine bölünen sayılar hesapladık (ÖŞ)	NESNE	

Her öğrenciyle gerçekleştirilen grup içi kavramsallaştırma süreçleri ve bireyler görüşmeler alt başlıklar halinde aşağıda açıklanmıştır.

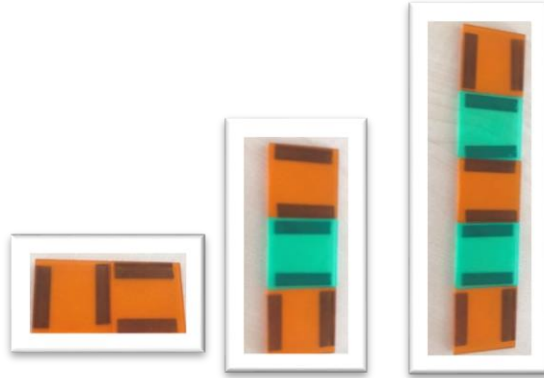
4.1.1. ÖM'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖM ve grubundaki arkadaşları öncelikle soruyu defalarca okuyarak anlamaya çalışmışlardır. Problemde hiç sayı bulunmaması kafalarını oldukça karıştırmıştır. ÖM, araştırmacının sıralara bıraktığı cebir karolarıyla dikdörtgenler oluşturmaya karar vermiştir. İlk olarak kısa kenar uzunluğu 1 br, uzun kenar uzunluğu ise sırasıyla 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, br şeklinde devam eden dikdörtgenler oluşturmuştur. Yani burada ÖM, oluşturacağı dikdörtgenin alanı ne olursa olsun kenar uzunluklarından birinin mutlaka 1 br olması gerektiğini fark etmiştir. ÖM, cebir karolarıyla oluşturduğu dikdörtgenleri kâğıdına da çizmiştir. ÖM'nin kâğıdı ve cebir karoları ile oluşturduğu dikdörtgenler aşağıda Şekil 4. 1'de gösterilmiştir.



Şekil 4. 1. ÖM'nin oluşturduğu dikdörtgenler

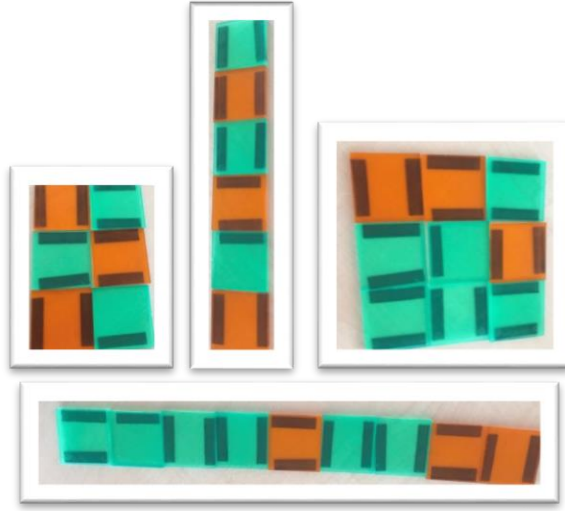
ÖM eylem aşamasında, kısa kenara 1 br, uzun kenara ise herhangi bir sayı verdiğinde elde ettiği alanı sağlayan farklı dikdörtgenler olup olmadığını hem cebir karolarıyla oluşturarak hem de çizim yaparak araştırmıştır. ÖM, araştırmacıyı yanına çağırarak “Kenar uzunlukları 1br’e 2br olduğunda bir tane dikdörtgen çıkıyor, o zaman alanı $2 br^2$ olabilir. 1 br’e 3 br de olabilir. Bunda da bir tane dikdörtgen çıkıyor. Ama alanı $4 br^2$ olamaz. Çünkü $4 br^2$ olursa kenarları 4’e 1 olabilir. 2’ye 2 olabilir, o yüzden 4 olamaz ben böyle buldum.” demiştir. ÖM'nin oluşturduğu bu özel dikdörtgenlerden bazıları aşağıda Şekil 4. 2’de gösterilmiştir.



Şekil 4. 2. ÖM'nin oluşturduğu dikdörtgenler

Grup üyelerinden ÖX ise alanın $6 br^2$ olup olamayacağını ÖM’e sorar. ÖM, cebir karolarıyla alanı $6 br^2$ olan bir dikdörtgen modelleyerek ÖX’e “6 derse de aynı şekilde kenarları 3’e 2 de olur. 6’ya 1 de olur. Ama burada iki tane dikdörtgen olur. Ama bir tane dikdörtgen olması lazım.” diyerek verilen alanın tek bir dikdörtgen belirtmesi gerektiğini içselleştirdiğini belli etmiştir. ÖM'nin modellemeleri aşağıda

Şekil 4. 3’de sunulmuştur.



Şekil 4. 3. ÖM’nin yaptığı modelleme

ÖM’nin yaptığı açıklamayla ÖX de sorunun mantığını anlamıştır. ÖM, tek bir dikdörtgenin alanını belirten sayıların hangileri olabileceğini sırayla deneyerek bulmaya çalışmıştır. ÖM sayıları denerken “1” sayısına geldiğinde küçük bir şaşkınlık yaşamıştır. Alanı 1 br^2 olan sadece bir adet dikdörtgen olabileceğini düşünmüş, yaşadığı şaşkınlığı araştırmacı ile paylaşmıştır. Şekil 18’deki gibi modelleyerek “Öğretmenim! 1?... Yok 1 olunca kare oluyo.” demiştir. 1 sayısının kare belirttiğini ancak kendisinden dikdörtgenin alanı olabilecek sayının sorulduğunu düşünüp 1 sayısını dâhil etmemiştir. ÖM’nin yaptığı modelleme Şekil 4. 4’de gösterilmiştir.

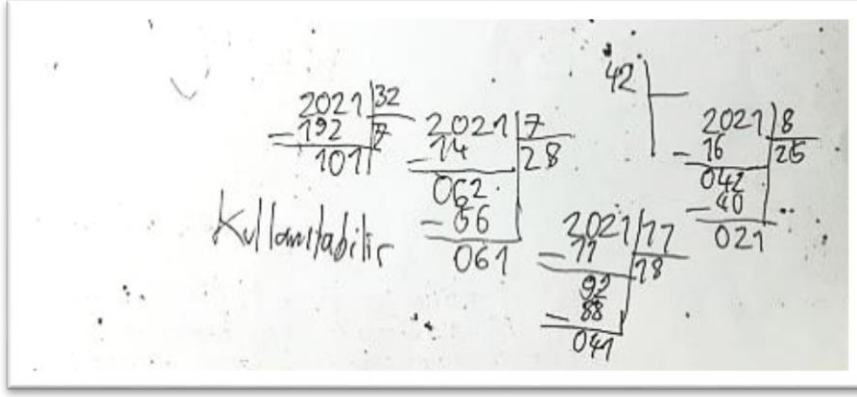


Şekil 4. 4. ÖM’nin modellemesi

Grup üyelerinden ÖX ise aranan sayının tek sayı olması gerektiğini fark etmiş ancak bütün tek sayıların tek bir dikdörtgenin alanını belirttiğini düşünerek hatalı bir genelleme yapmıştır. ÖY tek sayı ve çift sayı kavramlarını bilmediğini belirtmiştir. Bunun üzerine ÖX, ÖY’ye çift sayı ve tek sayı kavramlarını “Dur sana anlatayım mesela 8. Arkadaşı var mı bunların? Var o zaman çift sayı. Ama tek sayıların arkadaşı yok.” diyerek açıklamaya çalışmıştır. ÖM, 1’den 100’e kadar olan bütün

sayıları sırayla uzun bölme işlemi yaparak sayıların bölenlerini bulmaya çalışmıştır. Burada bölme işlemi ve bölen kavramları ile koordine etmiştir. ÖM, uğraşları sonucunda “*Öğretmenim ben buldum! En küçük alan 2 olur. Çünkü alan 1 olursa bu bir kare olur. Bulacağımız sayı sadece 1’e ve kendisine bölünebiliyorsa o sayıyı kullanabiliriz. Yoksa kullanamayız. Mesela 3... 3’e bölünüyor mu? Evet... 1’e bölünüyor mu? Evet. Bütün sayılar 1’e ve kendisine bölünebilir. Ama başka sayıya bölünmemesi lazım .*” demiştir. ÖM, bulması gereken sayıların “1’den ve kendisinden başka böleni olmayan” yani sadece iki sayıya bölünebilen sayılar olması gerektiğini düşünmüştür. Diğer arkadaşlarına da sorunun mantığını açıklamaya çalışmış, grup içi öğrenme etkileşimi gerçekleşmiştir. Grup üyelerinden ÖY, tek bir dikdörtgenin alanını belirten sayılar arasındaki ilişkiye bakarken bir örüntü bulmaya çalışmıştır. ÖY düşüncelerini “*ÖM, bak şöyle gitmiyo mu? 2... bir parmak atlamış, 3... 2 parmak atlamış, 5... 2 parmak atlamış ??*” şeklinde ifade etmiştir. ÖM ise 7’den sonra 4 atlayarak 11’e, 11’den sonra ise 2 atlayarak 13’e geçildiğini belirterek bu örüntünün yanlış olduğunu belirtmiştir. ÖX ise “*Tek sayılar oluyor, çift sayılar olmuyor*” şeklindeki düşüncesini savunmaya devam etmiştir. ÖM 1’den 100’e kadar olan asal sayıları bulurken “*19, 29, 59, çok fazla dokuz var*” diyerek sayılar arasında bir örüntü bulmaya çalışmıştır. ÖM, ÖX’e “*Senle anlaşma yapalım. Sen 100’den geriye bul. Ben de 37’den sonrasını bulayım. Bu işsizlik ya... Sen 100’den geriye bul... Ben de 0’dan yukarsını bulayım*” diyerek sıkıldığını belli etmiştir. Öğrenciler işbirliği içerisinde bütün asal sayıları kâğıda yazmışlardır. Araştırmacı, öğrencilere “*Mesela alanı 101 olan bir pano sipariş versem kaç farklı dikdörtgen gelir? Buna nasıl karar veririz?*” şeklinde soru yöneltmiştir. ÖM ise 101 sayısından değil 8 sayısından giderek şöyle bir cevap vermiştir: “*Mesela 8’i 8’e bölebiliyoruz. 1’e de bölebiliyoruz. Başka sayıya böleliyorsa olabilir. Onu sipariş edebiliriz. Ama bölebiliyorsak o zaman karışır.*”

Araştırmacı “*Panonun alanı 2021 olabilir mi düşünün bakalım..*” diyerek öğrencilerin biraz daha düşünmelerini sağlamak istemiştir. ÖM’den ise “*İmkânsız öğretmenim yok artık*” şeklinde tepki gelmiştir. Şekil 4.5.’deki gibi 2021 sayısını farklı sayılara bölmeyi denemiştir. ÖX ise, 2021’in tek sayı olduğu için asal sayı olduğu yanlıgısına düşmüştür.

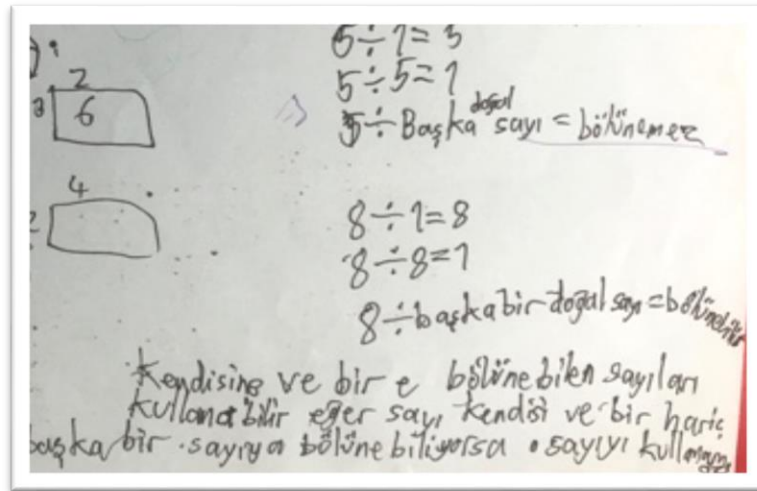


Şekil 4. 5. ÖM'nin çözüm kağıdı 1

Öğrenciler 2021 sayısını evlerinde araştırmaya devam edeceklerini belirtmişlerdir.

4.1.2. ÖM'nin 1. Görüşme Süreci

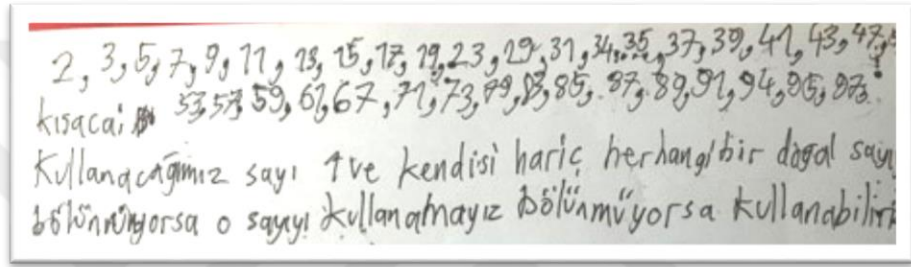
ÖM'den problemde ne anladığı, çözüm için neyi nasıl düşündüğü ve ders sürecinde kullandığı kâğıtlar gerekli zamanlarda da gösterilerek burada gerçekleştirmiş olduğu düşünceleri, araştırmacı kendisine anlatmasını istemiştir. ÖM, "1'den 100'e kadar olan bütün sayıları yazdım, mantığını anladım sonra olup olmayacağına baktım" yanıtını vermiştir. ÖM'nin grup içinde kullandığı kâğıt incelendiğinde, Şekil 4. 6'daki gibi sayıları yazıp 1'den ve kendisinden başka bölünene baktığı görülmüştür.



Şekil 4. 6. ÖM'nin çözüm kağıdı 2

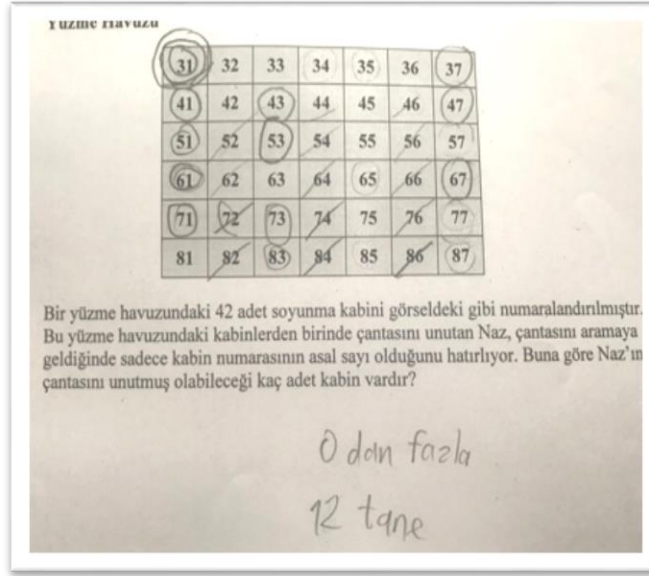
Araştırmacı, ÖM'ye panonun alanının neyi ifade ettiğini sormuştur. ÖM ise sadece bir adet dikdörtgenin alanını belirten sayılar olabileceğini söylemiştir. Burada ÖM, eylem aşamasındayken başlangıç nesnesi olarak seçtiği alan ölçüsünden

birbirinden farklı kaç adet dikdörtgen oluşacağını araştırmıştır. Bulacağı alan ölçülerinin tek bir dikdörtgeni belirtmesi gerektiğini söyleyerek bu sayının sadece 1'e ve kendisine bölünmesi gerektirdiğini içselleştirerek süreç aşamasına geçmiştir. Süreç aşamasında seçtiği sayılara bölme işlemi uygulayarak bölen kavramıyla koordinasyon sağlamıştır. Araştırmacı ÖM'ye alan ölçüsü değiştiğinde ne gibi bir değişiklik olduğunu sorduğunda ÖM, “*Enin boya oranı değişiyor*” yanıtını vermiştir. Burada ÖM, kendisine sorulan soruyu anlayamamıştır. Araştırmacı panonun alan ölçüsü için hangi sayıları düşündüğünü sormuştur. ÖM Şekil 4. 7'deki gibi göstererek “*Tek bir dikdörtgenin alanını belirten sayılardır*” yanıtını vermiştir.



Şekil 4. 7. ÖM'nin çözüm kağıdı 3

Bulduğu sayıları nasıl tanımladığı sorulduğunda dersteki isimlendirmeyi hatırlayarak “*asal sayılar*” yanıtını vermiştir. ÖM, tek bir dikdörtgenin alanı ölçüsü olabilecek sayıları “*1'den ve kendisinden başka bölüneni olmayan sayılar asal sayıdır*” şeklinde kapsüllemiş ve asal sayı nesnesini oluşturduğu düşünülmüştür. Dikey matematikleştirme sürecini inceleyerek nesne aşamasına geçildiğinden emin olmak için araştırmacı yüzme havuzu problemini ÖM'ye sormuştur. Verilen 42 adet sayıdan hangilerinin asal sayı olduğunu belirlemesi gerekmektedir. ÖM, bu sayıları doğru bir şekilde belirlemiştir (Şekil 4. 8). Ancak 51 sayısını da asal sayı olarak kabul ederek hata yapmıştır. Kendisinden bu durumu tekrar açıklaması istendiğinde de gözden kaçırdığını ifade ederek asal sayıları doğru şekilde belirleyip nesne aşamasına geçtiği göstermiştir.



Şekil 4. 8. ÖM'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar

4.1.3. ÖR'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖR ve grup arkadaşları problemi içlerinden okuyarak anlamaya çalışmışlardır (Şekil 4.9.). Problemden hiç sayı bulunmaması oldukça ilginç gelmiştir.



Şekil 4. 9. ÖR ve grup arkadaşları

İlk olarak panonun yapılacağı koridora çıkarak buranın alanını tahmin etmeye çalışmışlardır. Bu koridora hangi büyüklükte panonun sığabileceğini düşünmüşlerdir. Sonrasında cebir karolarıyla dikdörtgenler oluşturarak yapılacak panoyu modellemişlerdir. Panonun kısa kenarının 1 br olması gerektiğini düşünerek uzun

kenarının 3 ya da 4 br olacağını düşünmüşlerdir. ÖZ, uzun kenarın 4 br olduğunda çok geniş olacağını belirtmesi üzerine ÖR “o zaman 3’lük yapalım” demiştir. ÖA ise uzun kenarın 2 br olmasını istemiştir. ÖZ “Ama o zaman küçük olur” demiştir. Grup üyelerinden ilk olarak ÖA, gerçek panonun alanını bulmanın önemli olmadığını, alan yerine hangi sayıların gelebileceğini bulmaları gerektiğini anlamıştır. ÖA, “Küçük olması önemli değil. Yani bunun büyük modelini buraya yapmışız gibi düşüncez anladın mı?” demiştir. Ancak sonrasında yine panonun yapılacağı duvara bakarak nasıl bir panonun oluşabileceğini düşünmeye başlamıştır. ÖR arkadaşlarının düşündüklerinin hatalı olduğunu fark etmiştir ve “Biz matematik işlemi yapıcaz inşaatçı değiliz biz.” diyerek arkadaşlarını uyarmıştır. Alanı tahmin edebilmek için ne yapmaları gerektiğini arkadaşlarına sormuştur. ÖA ”ölçebiliriz” demiştir. Ancak ÖR, mezura ile duvarı ölçerek panonun alanını tahmin etme fikrine sıcak bakmamıştır. Araştırmacı grubun soruyu tam anlayamadıklarını fark etmiş ve problemi anlamalarını sağlamak için onlara bazı sorular sormuştur. ÖR ile araştırmacı (A) arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

A: Çocuklar.. Ne diyor soru.. Ben bir pano sipariş edicem. Dikdörtgenin alanı nasıl bulunur?

ÖR: Uzun kenar ile kısa kenar çarpılarak.

A: Evet ama ben oraya uzun kenarını ve kısa kenarını ayrı ayrı yazamıyorum. Sadece alanını yazıcam.

ÖR: Evet.

A: O zaman alanı kaç olabilir?

ÖR: Alanı 120 olabilir mi?

A: Ben alanına 120 (br²) diye girsem kenar uzunlukları hangi uzunluklarda gelebilir?

ÖR: O zaman 2 ile 60 olur. Yani o zaman çarpanlarını ve katlarını bulcaz o zaman demi? Ben bir doğal sayı yapcam ve çarpanlar ve katlarını yapıcam. Yani biz bunları boşuna hesaplıyoruz. İşte dediğim gibi...120 olacak..

A: Alana 120 (br²) dediğimizde kenar uzunlukları başka bi dikdörtgen gelebilir mi?

ÖR: Evet gelebilir.

A: Ama ben başka bir dikdörtgen gelmesini istemiyorum. Karışıklık yaşanmasını istemiyorum. O zaman alan ne olabilir?

ÖR: Hım... Anladımınım... Kendinden ve 1’de başkasıyla çarpılmaz. Kendinden ve 1’den başkasıyla çarpılmazsa o sayı oluyo...Tek bişey istiyo. Tek bişey istediğine göre kendine bölünebilir. Bide 1’e bölünebilir.

ÖR problemin mantığını anlamıştır ancak ”bölünmez” ifadesi yerine “çarpılmaz” diyerek kavramları hatalı kullanmıştır. Eylem aşamasında, başlangıç nesnesi olarak seçeceği doğal sayının tek bir dikdörtgenin alanını belirtmesi gerektiğini anlamıştır. Bu sayıların sadece 1’e ve kendisine yani, sadece bu iki sayıya

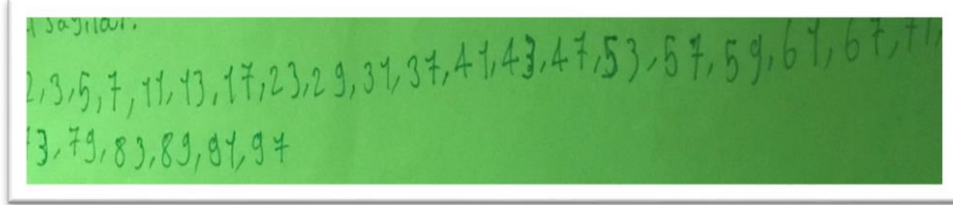
A collection of hand-drawn rectangles on a green background. The rectangles are arranged in a grid-like fashion. The dimensions are labeled as follows:

- Row 1: A rectangle with height 1cm and width 5cm; a rectangle with height 1cm and width 17cm; a large rectangle with height 1cm and width 97cm.
- Row 2: A rectangle with height 1cm and width 17cm; a rectangle with height 1cm and width 23cm.
- Row 3: A rectangle with height 1cm and width 13cm; a rectangle with height 1cm and width 37cm; a large rectangle with height 1cm and width 73cm.
- Row 4: A rectangle with height 1cm and width 37cm; a rectangle with height 1cm and width 23cm.
- Row 5: A rectangle with height 1cm and width 47cm; a rectangle with height 1cm and width 47cm.

ÖA, 51'in olup olamayacağını sormuştur. ÖR “51’ in çarpanı var mı ona bakın. Hayır, bölünüyo... 3’e bölünüyo. 5’le 1’i topla 6 yapıyo. 3’ün katı olduğu için bölünür.” demiştir. ÖR süreç aşamasındayken doğal sayıları kat, bölen, tek-çift sayı, çarpan ağacı ve bölünebilme kurallarıyla koordine ederek asal sayıları bulmuşlardır.

67

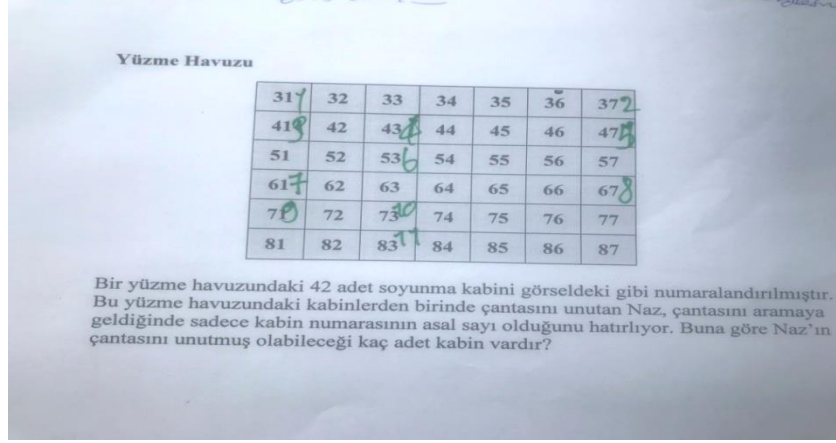
bölünen sayılardır. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 57, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 sayılarıdır. Not yazalım...2 hariç çift sayılar olmaz. Öğretmenim biz bitirdik.” demiş ve Şekil 4.11’de göstermiştir.



Şekil 4. 11. ÖR’nin çözüm kağıdı

4.1.4. ÖR’nin 1. Görüşme Süreci

Araştırmacı, ÖR’ye bağlamsal problemi ve ÖR’nin grup içi çalışma kâğıdı göstererek süreci hatırlamasını sağlamıştır. Araştırmacı ÖR’ye problemi çözme süreci boyunca neler yaptığını, nasıl düşündüğünü açıklamasını istemiştir. ÖR, “Öyle bir sayı bulmalıyım ki sadece kendisi ve 1’e bölünmeli. Mesela 26 dersem kenarları 13 br’e 2 br olur. 26 br’e 1 br olur. O zaman bu olmaz” demiştir. ÖR, grup içi çalışmasında da anlaşıldığı gibi eylem aşamasında alan olarak belirleyebileceği sayının tek bir dikdörtgenin alanını belirtmesi gerektiğini anlamıştır. Bu sayıların sadece 1’e ve kendisine bölünmesi gerektiğini içselleştirmiştir. Araştırmacı ÖR’ye panonun alanı olarak hangi sayıları düşündüğünü ve nedenini sormuştur. ÖR, “2,3,5,7,11,13,17,19,23,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,91,97” demiştir. ÖR çift sayıların hepsinin 2’ye de bölündüğü bu yüzden 2’den başka çift sayının tek bir dikdörtgen belirtmediğini söylemiştir. Tek sayılarda da bölünebilme kuralı ve çarpan ağacından yararlandığını söylemiştir. Süreç aşamasında ise çarpan, kat, bölen, bölünebilme kuralları, çift sayı, tek sayı ve çarpan ağacı kavramlarıyla koordinasyon kurarak asal sayıları belirlemiştir. Araştırmacı bu sayıların özel bir adının olduğunu ve bunlara “asal sayılar” denildiğini söylemiştir. Böylece ÖR, 1’den ve kendisinden başka böleni olmayan sayıları asal sayılar olarak kapsüllemiştir. Araştırmacı ÖR’nin asal sayı kavramını nesneleştirdiğinden emin olmak için ona üzerinde işlemler yapmasını sağlayacak “yüzme havuzu” problemini sormuştur. ÖR asal sayıları doğru olarak Şekil 4.12’deki gibi belirlemiştir. ÖR, problemde bu sayılardan asal sayı olanları belirlemesi gerektiğini anlamış ve verilen sayılardan asal sayı olanları doğru olarak ifade etmiş ve asal sayı kavramını nesneleştirmiştir.



Şekil 4. 12. ÖR'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar

4.1.5. ÖŞ'nin Asal Sayıyı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖŞ ve grup arkadaşları soruyu Şekil 4.13'deki gibi birkaç kez okumuştur.



Şekil 4. 13. ÖŞ ve grup arkadaşları

İlk olarak ÖŞ, cebir karolarıyla dikdörtgenler oluşturmaya çalışmıştır. Dikdörtgenin bir kenarını 3 br diğerini 4 br yapmış ve alanının 12 br^2 olduğunu söylemiştir. Sonra dikdörtgenin bir kenarını 5 br diğer kenarını 4 br yaparak alanının 20 br^2 olduğunu söylemiştir. Ancak bir sonuca ulaşamamış ve “Alanı 20 ama karenin kenar uzunluklarını bilmiyorum ki. Öğretmenim ben soruyu anlamadım.” demiştir. ÖŞ de burada diğer arkadaşlarının yaptığı hatayı yapmış ve dikdörtgen yerine kare kavramını kullanmıştır. Kavramları yanlış şekilde ifade etmiştir. Araştırmacı gruba yaklaşmış ve problemi anlamaları için onlara aşağıdaki gibi bazı sorular sormuştur:

A: Dikdörtgen şeklinde pano sipariş edicez. Ama panonun uzun kenar ve kısa kenar uzunluğunu ayrı ayrı yazarak sipariş veremiyorum. Panonun alan ölçüsünü girmem lazım. Dikdörtgenin alanı nasıl bulunur?

ÖŞ: Uzun kenar çarpı kısa kenar ile.

A: Evet çizin panoyu oraya. O dikdörtgenin alanı öyle bi sayı olmalı ki karışıklık yaşanmasın. Düşünün bakalım. Alanı ne olabilir?

ÖŞ: 35 olabilir.

A: O zaman kenarları ne olur?

ÖŞ: 5 ve 7 olur.

A: Başka?

ÖŞ: 35 ve 1 olabilir.

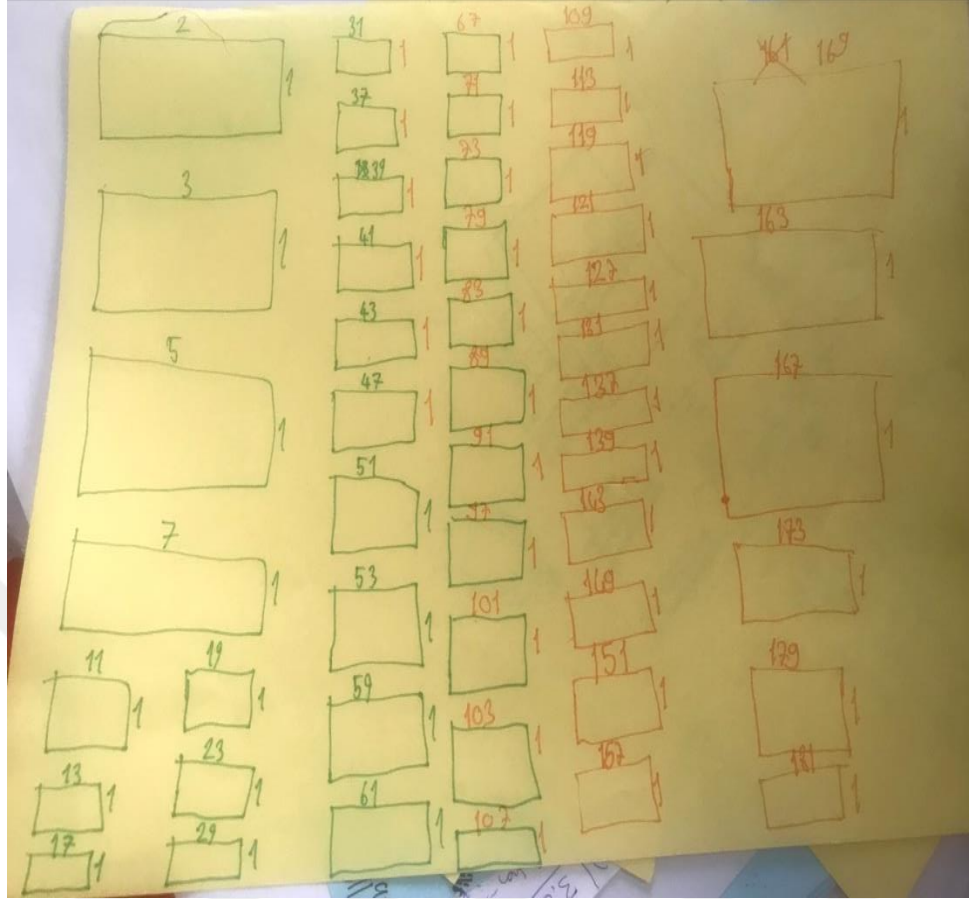
A: Evet o zaman 2 farklı pano gelebilir, karışıklık yaşanabilir. Ama ben karışıklık yaşanmasını istemiyorum.

ÖŞ: Tamam anladım ben öğretmenim. Sadece bir dikdörtgen belirtmesi lazım.

ÖŞ: Anladım ben. Sadece 1'e ve kendisine bölünmesi lazım. Sadece kendisine. Zaten her şey 1'e ve kendisine bölünür.

Böylece ÖŞ eylem aşamasında bulacakları sayının sadece bir adet dikdörtgenin alanını belirtmesi gerektiğini anlamıştır. Bulacağı sayıların yalnızca “1'e ve kendisine bölünmesi” gerektiğini içselleştirmiştir. ÖŞ, bu sayıları bulmaya çalışmış ve süreç aşamasına geçmiştir. ÖŞ ve ÖD hangi sayıların bu şarta uyduğunu araştırmaya başlamıştır. Akıllarına gelen sayıların hangi sayılara bölünüp bölünmediğini düşünmüşlerdir. ÖŞ çift sayıların tamamının 2'ye tam bölündüğünü fark etmiş ve “*O zaman çift sayı olmicak. Hepsi 2'ye bölünür çünkü. Tek sayı. Tek olmak zorunda.*” diyerek çift sayıları elemiştir. Sayıların bölenlerini araştırırken ÖŞ, 31'in sadece 1'e ve kendisine bölündüğünü ifade ederek panonun alanının 31 br^2 olabileceğini söylemiştir. Araştırmacının “*Var mı böyle başka sayı? En küçük sayıdan başlayın 100 kadar gidin bence.*” diyerek öğrencilerin 1'den 100'e kadar olan bütün asal sayıları bulmalarını beklemiştir.

ÖŞ ve ÖD, 2'nin de tek bir dikdörtgenin alanını belirttiğini söylemişlerdir. Sırayla düşünmüşler ve 3'ü de listelerine dâhil etmişlerdir. 4'e geldiklerinde “*4 olmaz. Çift sayı olmicak*” diyerek listeye almamışlardır. ÖŞ, “*5 dersek. Tek sayı. Tek sayılardan...Aa... evet 5 bi tek kendine bölünüyo.*” demiştir. Sonrasında sadece tek sayılar üzerinden ilerleyerek listelerindeki sayıları artırmışlardır. Son olarak 97 sayısını da listelerine Şekil 4.14.'deki gibi eklemişler ve araştırmacıya seslenmişlerdir:



Şekil 4. 14. ÖŞ'nin oluşturduğu dikdörtgenler

ÖŞ: Öğretmenim hesapladık. Sadece 1 ve kendine bölünen sayılar hesapladık.

A: Neden 1'e ve kendine bölünen sayıları hesapladınız?

ÖŞ: Öğretmenim çünkü bütün sayılar 1'e ve kendisine bölündüğü için... Şimdi başka bi sayıya bölünürse 2 olur öğretmenim... 2 kere bölünür. O yüzden pano yanlış gelebilir. O yüzden sadece 1'e ve kendine bölünenleri yazdık. Çünkü bütün sayılar 1'e ve kendine bölünür. Çift sayılar 2'ye bölünür o yüzden 2'ye bölünenleri hemen eledik. Tek sayılardan seçtik.

A: Ama 2'yi yazmışsınız?

ÖŞ: Çünkü 2 sadece 1'e ve kendisine bölünür öğretmenim. Başka çift sayı olsa bile ondan daha küçük sayı olmadığı için. Bi tek 2 çift sayı öğretmenim diğerleri hep tek sayı.

A: Peki belirlediğiniz alana sahip dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını hangi yöntemle belirlediniz?

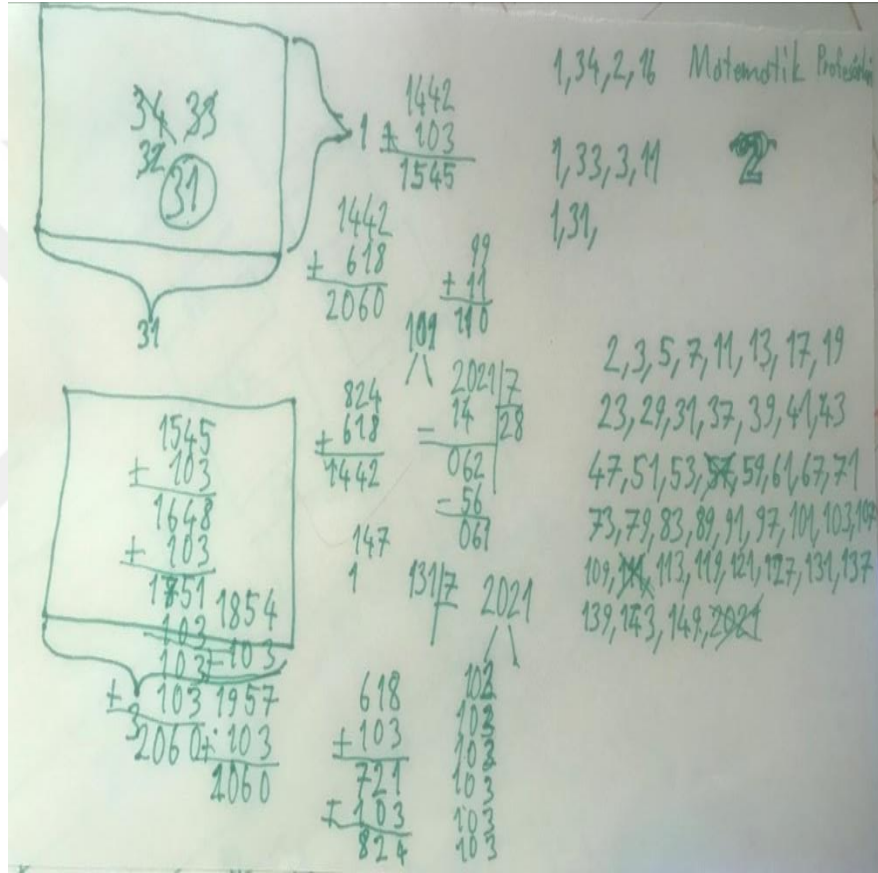
ÖŞ: Öğretmenim biz çift sayıları zaten elediğimiz için tek sayılardan gittik. Düşündük 13 sadece kendine bölünüyo, başka sayıya bölünmüyor... öyle öyle gittik. Katlarına baktık.

Araştırmacı, grubun nesne aşamasına geçtiklerini düşünmüş ve bunun için kavramı nesne olarak oluşturup oluşturmadıklarını dikey matematikleştirme süreci ile anlamaya çalışmıştır. Araştırmacı ile ÖŞ arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir:

A: 101 sayısı hakkında ne düşündünüz?

ÖŞ: Öğretmenim 101 sayısının kendinden başka böleni yok. Öğretmenim 2'ye bölünebilir mi? Bölünemez. Çünkü çift sayı değil. 3'e bölünebilir mi? Bölünemez. Çünkü 1, 0 ve 1'i toplarsak 2 eder. 3'ün katı değil 3'e bölünemez. 9'unda katı değil. 9'a da bölünemez. 2 ve 3'e bölünemediği için 6'ya da bölünemez. Son rakamı 0 ve 5 olmadığı için 5'e de bölünemez. Zaten çift sayı olması lazım 4'e bölünebilmesi için. 4'e de bölünemez. 7 ile 8'e de bölünmüyo öğretmenim. Yani alanı 101 olan bi pano sipariş edebiliriz rahatlıkla. Bölünebilme kurallarından yararlandık.

Diğer verilen sayılar için de Şekil 4.15'deki gibi düşünmüşlerdir.



Şekil 4. 15. ÖŞ'nin çözüm kağıdı

ÖŞ, tek bir dikkörtgenin alanını belirtebilecek sayıları bulurken bu sayıları, tek sayı, çift sayı, bölme, kat ve bölünebilme kurallarıyla koordine ederek 1'den ve kendisinden başka böleni olmayan sayıları kapsüllemiştir.

4.1.6. ÖŞ'nin 1. Görüşme Süreci

Araştırmacı ÖŞ'ye grup içi çalışma kâğıdı ve bağlamsal problemi göstererek hatırlatmıştır. Araştırmacı ve ÖŞ arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

A: Problemi çözerken ne düşündün, neler yaptın?

ÖŞ: Bi karışıklık olmaması için panonun alanının sadece 1'e ve kendisine bölünmesi gerekir. Bütün sayılar bunlara bölünür. Başka sayıya bölünmemeli. Sırayla düşündüm. Çift sayı sadece 2 olur. Sonraki çift sayılar, 2'ye bölünür. Çiftleri eledim. 5'e bölünenler sonu 0 ve 5 olanlar, onları da eledim. 3'e bölünenler rakamları toplamı 3 ya da 3'ün katı olanlar onları da eledim. 2'ye ve 3'e bölünenler de 6'ya bölünür. Onları da eledim.

ÖŞ, eylem aşamasında problemi okuduğunda tek bir dikdörtgen belirtmesi gereken sayıları bulması gerektiğini anlamıştır. Bu durumu içselleştirerek süreç aşamasına geçtiğinde de bölünebilme kuralları, çift sayı ve tek sayı ile koordinasyon kurduğunu belirtmiştir. Araştırmacı ÖŞ'ye panonun alanının hangi sayılar olabileceğini ve nedenini sormuştur. ÖŞ “Kısa kenara 1 yazdım. Uzun kenar hangisi olur diye baktım. 1'e ve kendisine bölünen sayılardır. 2,3,5,7,11,13,17,19,23,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,91,97” demiştir. Araştırmacı bu sayıların özel bir adı olduğunu ve bunlara “asal sayılar” denildiğini söylemiştir. Böylece ÖŞ' nin, 1'den ve kendisinden başka böleni olmayan sayıları asal sayılar olarak kapsüllediği düşünülmüştür. Araştırmacı ÖŞ' nin asal sayıyı nesne olarak oluşturup oluşturamadığını anlayabilmek için dikey matematikleştirme sürecini incelemiş ve “yüzme havuzu” problemini çözmesini istemiştir. ÖŞ, verilen sayılardan asal sayı olanları doğru şekilde belirlemiştir. ÖŞ'nin cevabı Şekil 4.16'daki gibidir. ÖŞ, problemde bu sayılardan asal sayı olanları belirlemesi gerektiğini anlamış ve verilen sayılardan asal sayı olanları doğru olarak ifade etmiş ve asal sayı kavramını nesneleştirmiştir.

Yüzme Havuzu

31	32	33	34	35	36	37
41	42	43	44	45	46	47
51	52	53	54	55	56	57
61	62	63	64	65	66	67
71	72	73	74	75	76	77
81	82	83	84	85	86	87

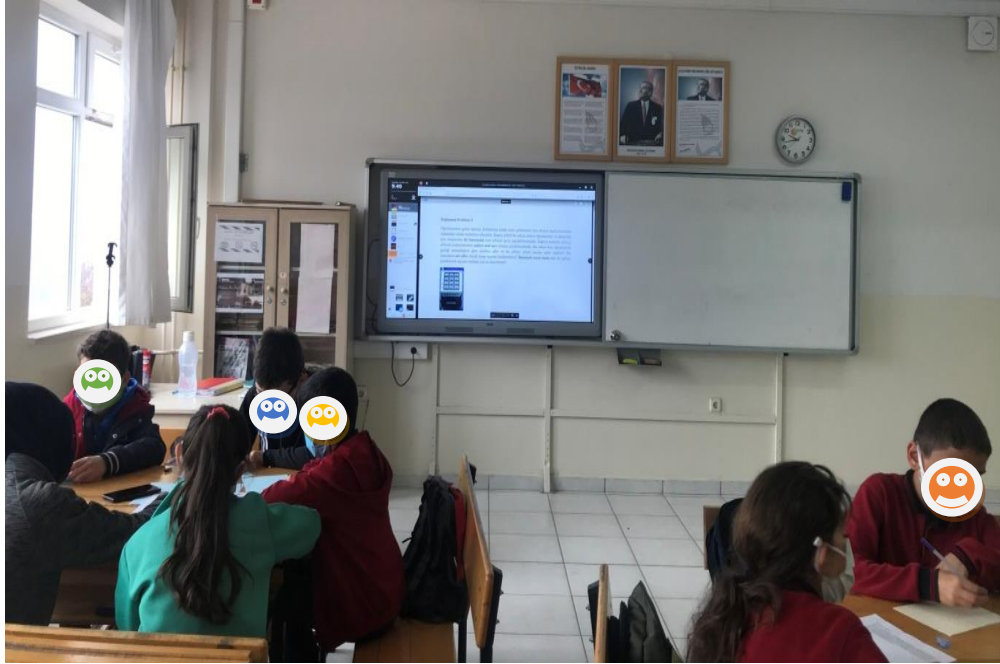
Bir yüzme havuzundaki 42 adet soyunma kabini görseldeki gibi numaralandırılmıştır. Bu yüzme havuzundaki kabinlerden birinde çantasını unutan Naz, çantasını aramaya geldiğinde sadece kabin numarasının asal sayı olduğunu hatırlıyor. Buna göre Naz'ın çantasını unutmuş olabileceği kaç adet kabin vardır?

31,37,41,43,47,51,53,61,67,71,73,83, 12

Şekil 4. 16. ÖŞ'nin asal sayı olarak belirlediği sayılar

4.2. Asal Çarpanı Kavramsallaştırılma Süreci

Öğretim sürecinde “Çarpanlar ve Katlar” ünitesinde bulunan “M.6.1.2.4. Doğal sayıların asal çarpanlarını belirler” kazanımı doğrultusunda öğrencilerin sahip oldukları formal olmayan bilgilerini ortaya çıkarmalarını gerektirecek bir bağlamsal problem hazırlanmıştır (Ek 7). Bu bağlamsal problemin hikâyesi, önceki derste ele alınan problemin devamını oluşturmaktadır. Araştırmacı, öğrencilere önceki derste tartışılan panonun sipariş edilerek okula getirtildiğini ancak okul müdürünün Mart ayına kadar öğrencilerin panoyu görmesini istemediğini açıklamıştır. Panoyu Mart ayına kadar saklayabilmek için ne gibi önlemler alınabileceği sınıf ortamında tartışılmıştır. Öğrencilerden sadece öğretmenlerin girebileceği kapısı şifreli bir oda yapılması fikri geldiğinde araştırmacı problemi Şekil 4.17’deki gibi akıllı tahtada açmıştır.



Şekil 4. 17. Bağlamsal problem 2’nin tahtaya yansıtılması

Problemi gören öğrenciler problemde sayı olmamasını önceki dersteği gibi yadırgamamışlardır. Soruyu defalarca okuyarak anlamaya çalışmışlardır. Her grup kendi içerisinde organize olarak soruyu çözmeye çalışmıştır. Aşağıda her bir katılımcının asal çarpan kavramına dair grup içi çalışma ve bireysel görüşme süreçlerine ait bulgular kod, kategori ve temalara ayrılarak tablo halinde verilmiştir.

Tablo 4. 2. Asal Çarpan Temasına Ait Kod Tablosu

KOD	KATEGORİ	TEMA
-Çok büyük iki asal sayıyı çarpcaz (ÖM) - İki asal sayının çarpımıyla oluşan iki basamaklı sayıyı bulcaz (ÖR) - Çarpanları asal sayı olcakmış (ÖŞ)	EYLEM	ASAL ÇARPAN
- Öğretmenim şifre herhangi bir sayının herhangi bir asal çarpanı mı? (ÖM) -.2,3,5,7,9,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47..50 ye kadar olan asal sayılar işte. Bunların hepsini birbiriyle çarpcaz (ÖM) -.100'e kadar olan asal sayılar var ya bunların katlarını bulcaksınız.11,13,17,...(ÖM) - 17'ye 17 ekle 17'nin katını bul.(ÖM). - Mesela 60. Bunun çarpanlarını bulduktan sonra bunlardan asal sayı olanları mı seçcez? (ÖM) - Çarpan ağacı (ÖM) -90'ı bölen 3 asal sayı (ÖM) - 2 ile çarpımları yazalım (ÖR) -2 ile 50 arasındaki asal sayılara bakcaz (ÖR) - Böyle giderse algoritma yöntemini kullancaz. Bölme yapcam (ÖR) -İster algoritma , ister çarpan ağacı ister çarpanlar ve katlarını yapcak (ÖR) -10'un çarpanları sadece asal sayı 2 ve 5 (ÖŞ) -21,7 ve 3 ün çarpımı (ÖŞ) -3'e bölünür. Asal değil (ÖŞ) - O zaman çarpan ağacını yapmamız gerekiyo (ÖŞ) - Yani şifre 2'nin çarpanıysa son sayısı çift olacak. 3 olursa rakamlarının toplamı 3'ün katı olması lazım. Sonra 4'ün katı olabilmesi için ii şey son iki rakamının 4'ün katı olması lazım. 5 olması için son rakamının 0 ya da 5 olması lazım. 6'ya bölünmesi için 2 ve 3'e bölünmesi lazım (ÖY)	SÜREÇ	
-90 sayısı şifreyse bu şifreyi çözen sayılar 2,3,5 (ÖM) -46 şifre olursa 2 ve 23 kırar. Sayı 70 olsa bunu 2, 5, 7, bozabilir (ÖR) - Birde 15'i örnek verdim.3 ve 5 (ÖŞ)	NESNE	

4.2.1. ÖM'nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖM soruyu içinden okuyarak anlamaya çalışırken grup arkadaşı ÖY şifrenin 97 olup olamayacağını sormuştur. ÖM “Ben şu anda soruyu anlamaya çalışıyorum. Bilmiyorum. Sen kendin baksana.” demiştir. ÖM asal sayıları yazmaya başlamıştır. Arkadaşları ÖM' ye ne yaptığını sorduğunda ÖM, aşağıdaki yanıtı vermiştir.

ÖM:Bunların hepsini birbiriyle çarpcaz. Bak mesela 2'yi bunların hepsiyle çarpcaz. 3'ü çarpcaz. 5'i çarpcaz. Bak mesela şöyle bi şey var. 23 ile 29'u çarptığında 3 ya da 4 basamaklı bi şey çıkıyo. O zaman bunları çarpmana gerek yok. Sonuç 2 basamaklı çıkıyorsa çarp ama büyük çıkıyorsa gerek yok. 2,3,5,7,9,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47...50'ye kadar olan asal sayılar işte... Boşuna yazmadım bunları. Ben 2'den başlıyorum. Çarpcam... Sırayla gidiyorum... Çok büyük iki asal sayıyı çarpcaz.

Handwritten mathematical work for the solution of problem 18. The work is on a piece of paper with a grid. On the left side, there is a small drawing of a face and some handwritten notes. The main part of the work is a table with two columns: $f(x)$ and $f'(x)$. The rows are labeled with x values from 2 to 10. The values for $f(x)$ are: 4, 6, 10, 14, 22, 34, 58, 94. The values for $f'(x)$ are: 2, 3, 5, 7, 11, 17, 29, 47.

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	4	2
3	6	3
4	10	5
5	14	7
6	22	11
7	34	17
8	58	29
9	94	47

etmek için arkadaşları ara

76

basamaklı herhangi bir sayı olabileceği kararına varmışlardır. ÖM ve ÖX şifrenin asal sayı olması gerekmediğini kendi aralarındaki konuşmalarla netleştirmişlerdir. ÖX problemi tekrar tekrar okuyarak daha iyi anlamaya çalışmıştır. ÖM iki basamaklı en küçük asal sayı olan 11'in katları olan 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 ve 99 sayıları şifre olduğunda bu sayıları açabileceğini ifade etmiştir. ÖX ise *“diyo ki şifrenin asal sayı çarpanları diyo. Yani biz asal sayıları bulcaz. Herhangi bi sayının asal sayı çarpanlarını bulmamız gerekir”* diyerek herhangi iki basamaklı sayının asal çarpanlarını bulmaları gerektiğini anladığını ifade etmiştir. ÖM'nin grup arkadaşları problemi biran önce çözmeleri konusunda ısrarcı olmuştur. Bunun üzerine ÖM grup arkadaşlarına iki basamaklı asal sayıların iki basamaklı katlarını hesaplamaları gerektiğini belirtmiştir. ÖM, ilk olarak şifre yerine aklından herhangi bir sayı düşünerek bunun asal sayı olan çarpanlarını bulmak yerine iki basamaklı asal sayıların iki basamaklı katlarını bulmayı yani parçadan bütüne gitmeyi tercih etmiştir. ÖM grup arkadaşlarına;

Şimdi 11'in kıldığı şifreler 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 bak yani 11 olabilir. 11 bu şifreleri kırar. 13 bu sayıları kırabilir. Yani bu bi kaç sayıyı denersek şifreleri kırabiliriz. Bi sayı açıkta kalacak. Bu da bizim sayı olacak. 100'e kadar olan asal sayılar var ya bunların katlarını bulcaksınız. 11,13,17,...

diyerek iki basamaklı asal sayıları paylaştırmıştır. Her grup üyesi seçtiği iki basamaklı asal sayının iki basamaklı en büyük katına kadar bu sayının katlarını hesaplayarak yazmıştır. Araştırmacı bunun üzerine öğrencilere *“şifre 60 olsaydı bu şifreyi kıran sayılar neler olabilir?”* demiştir. Grup üyelerinin kafası karışmıştır. Grup üyelerinden ilk olarak ÖX problemin herhangi iki basamaklı sayının asal sayı olan çarpanlarını bulmalarını istediğini anlamış ve arkadaşlarına açıklamıştır. ÖM, birden soruyu anladığını ifade ederek 60 sayısının asal sayı olan çarpanlarının 2, 3 ve 5 olduğunu ve bu asal sayı olan çarpanları çarpan ağacıyla bulduğunu belirtmiştir. Grup üyeleri arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

ÖX: Durun yeni baştan başlayalım. Ben şöyle anladım. Bi sayı seçcez... mesela 60. Bunun çarpanlarını bulduktan sonra bunlardan asal sayı olanları mı seçcez?

ÖM: Bunun çarpanlarını mı bulcaz? E... çok kolay ben bulurum.

ÖX: Diyo ki bi şifre var, bunun çarpanları asal sayı olacak. Bi tane şifre olacak. Bu şeylerin çarpanları asal sayı olanları bulcaz. Mesela bu bizim dediğimiz asal sayı değil.

ÖM: Aydınlandım...Öğretmenimmm..

ÖY: Öğretmenim biz bulduk galiba bişeyler..

ÖM: Öğretmenim biz bulduk. 60'ın çarpanlarını bulduk. Mesela 2 asal, 3 asal.. Şey öğretmenim 2 basamaklı değil ya..

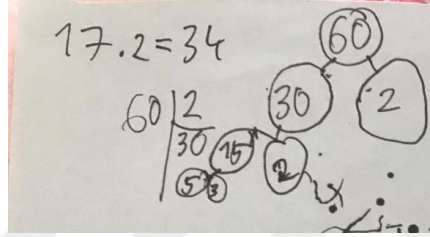
A: Şifrenin çarpanları 2 basamaklı olacak diye bir şey yazmıyor soruda. Şifre 2 basamaklı diyor.

ÖM: Yaa öğretmenim öyle desenize ya..

A: E soruda yazıyor. Sadece şifre iki basamaklı. Bu şifreyi çözen sayıları hangi yöntemle buldun?

ÖM: Çarpan ağacı.

ÖM, çarpan ağacı ve bölme işleminden yararlanarak 60 sayısının asal çarpanlarını 2, 3 ve 5 olarak Şekil 4.19'daki gibi bulmuştur.



Şekil 4. 19. ÖM'nin çözümü 2

Grup üyeleri problemi anladıklarında aslında problemin kolay olduğunu fark etmişler ve “2 saattir uğraştığımız şey bu muydu?” demişlerdir. Araştırmacı öğrencilerin 90 sayısı şifre olduğunda hangi sayıların bu şifreyi açabileceğini de bulmalarını istemiştir. Öğrenciler kâğıtlarına işlemler yapmıştır. ÖM 90 sayısı şifre olduğunda bu şifreyi 2 sayısının kırabileceğini çarpan ağacından yararlanarak bulmuştur. Araştırmacı öğrencilere şifrenin zor kırılması için hangi sayının şifre olması gerektiğini bulmalarını söylemiştir. ÖM zor kırılan iki basamaklı şifre için “97..1 yazsak zaten 1 asal sayı olmadığı için şifreyi kırmaz, yazamayız. 97 de zaten şifrenin kendisi olduğu için yazılamaz. Yazarsak şifreyi yazmış oluruz. 97 zor şifre olur” demiştir.

4.2.2. ÖM'nin 2. Görüşme Süreci

Araştırmacı ÖM'ye grup içinde gerçekleştirdiği süreci hatırlaması için bağlamsal problemi ve kullandığı kâğıtları göstermiş, problemi gördüğü andan itibaren ne düşündüğünü ve neler yaptığını anlatmasını istemiştir. ÖM “50'ye kadar olan bütün asal sayıları böyle yaptım. Mesela 13 bu sayıların hepsini kırıyor. Eninde sonunda bunlar bitecekti. Ondan sonra birkaç tane şifre hariç hepsini yapçaktım o sayıları girdiğimde şifre kırılacaktı. Kalan sayılar da yeni şifre olucaktı.” demiştir. Yani ÖM ilk bulduğu fikri savunmuştur. Bütünden parçaya değil parçadan bütüne ulaşmayı seçmiştir. ÖM 2 asal sayısının 2 basamaklı en büyük katına kadar bularak 2

sayısının bu şifreleri kıracağı sonucuna ulaşmıştır. Diğer asal sayılar için de aynı yolu izlemiştir. ÖM bu şekilde kırılacak olan şifreleri bulacağını, geriye kalan sayıların da şifre olabileceğini söylemiştir. Araştırmacı kapının şifresini kırmak için hangi sayıyı girersen dediğinde ise asal sayıları sırayla gireceğini belirtmiştir. Araştırmacı ile ÖM arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.

A: Peki kapının şifresini çözen bu sayılar hakkında ne söyleyebilirsin?

ÖM: Asal sayılar.

A: Kapı şifresinin zor çözülmesi için hangi şifreyi önerirsin?

ÖM: 97 sadece asal sayı olduğu için zor.

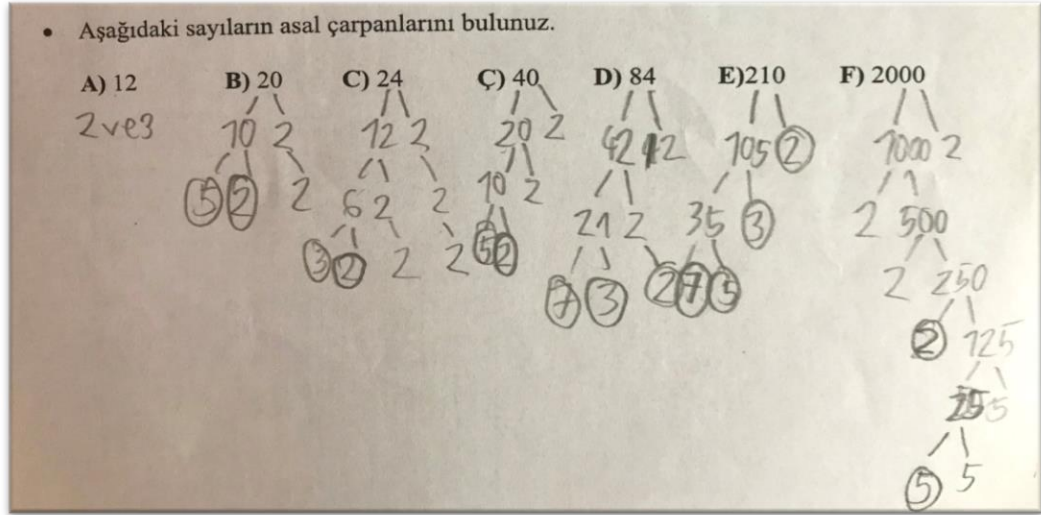
A: 11 de asal?

ÖM: Ama 11 küçük bi sayı.

A: Bizden büyük sayı mı istemişler? Peki, şifre fazla basamaklı bi sayı ise o zaman bunu çözen sayıları nasıl bulursun?

ÖM: 3,5,7'yi falan denerim.

ÖM, asal sayı olan çarpanların kapıyı açacağını anlamıştır. Eylem aşamasında önceki problemde oluşturduğu asal sayı nesnesini kapsülden çıkararak bu bağlamsal problemde başlangıç nesnesi olarak kullanmıştır. Şifreyi kıracak sayının asal sayı olan bir çarpan olduğunu içselleştirmiştir. ÖM'nin buraya kadar düşünmelerinde asal sayı kavramı ile kat kavramını koordine ettiği görülmüştür. Araştırmacı ÖM'nin asal çarpan kavramını oluşturup oluşturmadığını görebilmek ve dikey matematikleştirme sürecini inceleyebilmek için bazı doğal sayılar vererek bunların asal sayı olan çarpanlarını belirlemesini istemiştir. ÖM burada sayıların asal çarpanlarını, çarpan ağacı yöntemiyle bulmuştur. Yani kapsülden çıkardığı asal sayı kavramını kat ve çarpan ağacı kavramları ile koordine etmiştir. ÖM süreç aşamasında önceki bağlamsal problemde kapsüllediği asal sayı kavramını kapsülden çıkararak çarpan ağacı yöntemiyle üzerinde eylemler uygulamış asal çarpan kavramını kapsüllemiştir. ÖM'nin verilen sayıların asal çarpanlarını çarpan ağacıyla nasıl bulduğu aşağıda Şekil 4.20'de gösterilmiştir.



Şekil 4. 20. ÖM'nin 2. görüşmedeki çözüm kağıdı

4.2.3. ÖR'nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖR ve grup arkadaşları soruyu okuyarak anlamaya çalışmıştır. ÖR soruyu okuduğunda şifrenin iki asal sayının çarpımı olan iki basamaklı bir sayı olacağı sonucunu çıkarmıştır. Grup arkadaşı ÖB ise şifrenin kendisinin de asal sayı olup olmadığı noktasında şüpheye düşmüştür. ÖR, ÖB' ye “şifrenin asal sayı olup olmamasının önemli olmadığını” söylemiş arkadaşlarına bazı örnekler vermiştir.

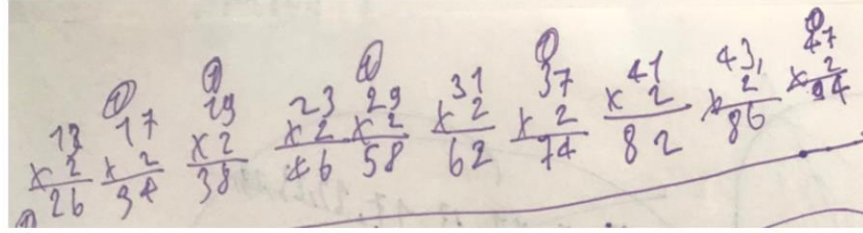
ÖR: İki asal sayının çarpımı İki basamaklı olacak. Yani 2 ve 3'ün çarpımı 6 ya... Tek basamaklı, yani rakam. O yüzden olmuyo. 5 ve 7 mesela bunun çarpımı olabilir mi?

ÖA: 35 ediyö.

ÖR: Bu olabilir. 7 ile 3'ün çarpımı 21, bu da olabilir.

ÖA: Evet anladım.

ÖR'nin grup arkadaşlarının problemi anladıklarını belirtmeleri üzerine ÖR, bütün grup üyelerinin bir asal sayıyı seçerek diğer asal sayılarla çarpmalarını, buldukları iki basamaklı çarpımları oluşturdukları ortak küme içerisine yazmalarını söylemiştir. ÖR ilk olarak en küçük asal sayı olan 2'den başlayarak “2 ile çarpımları yazalım. 2 kere 3, olmuyo. 2 kere 5, oluyo. 2 kere 7, oluyo. 2 kere 11, başka 2 kere 13... Tüm asal sayılar oluyo. Sadece 2 ile 3'ün çarpımı olmuyo.” demiş ve Şekil 4.21'deki gibi 2'yi sırayla diğer asal sayılarla çarparak iki basamaklı çarpımları şifre olarak kabul etmiştir.



Şekil 4. 21. ÖR'nin grup içindeki çözümü

ÖB' nin 2 ile 97'nin çarpımının iki basamaklı olup olmadığını sorması üzerine ÖR, "2 ile 50 arasındaki asal sayılara bakcaz o zaman" demiştir. Diğer grup üyeleri de soruyu anladıklarını söylemiştir. Tüm öğrenciler kâğıdına işlemler yapmıştır. ÖR'nin grup arkadaşı olan ÖE' nin çaba göstermemesi grup üyelerini sınırlendirmiş ve arkadaşları ona "Bizim burada canımız çıkıyo. Sen burada keyif yapıyon. Herkesin kafası karıştı. Kimse bişey sormasin." gibi çıkışlarda bulunmuşlardır.

Araştırmacı öğrencilerin şifreyi sadece asal sayıları çarpımı olarak algıladıklarını fark etmiş, onlara "Soruda şifre asal sayı olacak diye bir şey yazmıyor. İki asal sayının çarpımı olacak yazıyor" demiştir. ÖR, problemi yanlış anladıklarını düşünerek "Dükkân battı arkadaşlar." demiştir. Sonra düşündüğünde, kendilerinin parçadan bütüne giderek şifreyi oluşturduklarını, ancak bütünden parçaya gidilerek de şifreyi ve çarpanları bulabileceklerini anlamış ve arkadaşlarına "Biz bu yoldan devam edebiliriz. Neden bak açıklamasını dinleyin. Ben napmışım. 2 ve 31'i çarpmışım. Bu ikisi de asal sayı. Doğru yapıyoruz biz. İkisi de doğru yol. Soldan gidilecek. Biz sağdan gittik. Biraz dikenli bi yol." demiştir. Araştırmacı ile öğrenciler arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

A: Ne anladınız?

ÖR: Öğretmenim biz başka yoldan gittik ama. Biz çarpıp şifreleri bulduk.

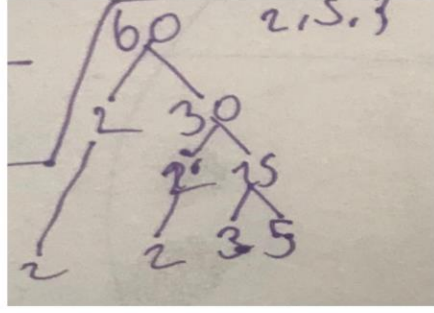
A: Siz şifrenin çarpanlarını sadece asal sayıdan oluşur diye anlamışsınız. Ama soruda ne diyor? Şifrenin başka çarpanları da olabilir. Ama kapıyı sadece asal sayı olan çarpanlar açmaktadır diyor. Mesela 60 sayısı bizim şifremiz olsa. Bu şifreyi hangi sayılar çözer? Bunlar hangileridir?

ÖA: 2,3.

ÖR: 2, 3, 5 (Şekil 4.22.).

A: Evet. O zaman şifreyi kıran sayılar bunlardır.

ÖR: O zaman böyle giderse algoritma yöntemini kullancaz. Bölme yapcam. Bölme yapcam... Tamam tamam anladım. Dediğim gibi. Herkes bi sayı bulcak. İster algoritma, ister çarpan ağacı ister çarpanlar ve katlarını yapcak.



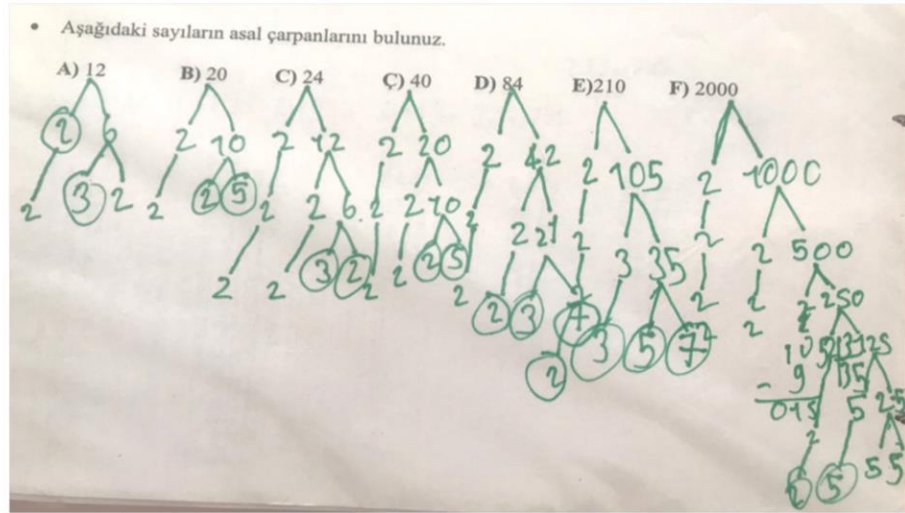
Şekil 4. 22. ÖR'nin çözümü 1

ÖR, iki basamaklı şifrenin, asal sayı olmasının zorunlu olmadığını ve çarpanlarından asal sayı olanları bulması gerektiğini içselleştirmiştir. Önceki derslerde kapsüllediği asal sayı, çarpan, kat, algoritma, bölme, çarpan ağacı kavramlarını koordine ederek şifre olarak düşüneceği sayıların asal sayı olan çarpanlarını bulmuştur. ÖR, “Öğretmenim ben 23 buldum. 46 şifre olursa 2 ve 23 kırar. Sayı 70 olsa bunu 2, 5, 7, bozabilir. 38 olabilir. Bozanlar 19 ve 2” şeklinde örnekler vermiştir. ÖR, diğer grup arkadaşlarına da örnekler vererek problemin mantığını açıklamaya devam etmiştir. Sürenin azaldığını gördüklerinde problemin devamındaki zor bir şifre üzerine düşünmeye başlamışlardır. ÖR “17 gibi sayılar zor şifre olabilir. Çünkü bunların asal sayısı yok. Bunlar kendisi asal.” diyerek asal sayının zaten kendisinin asal sayı olduğu için asal sayı çarpanlarının olamayacağını düşünmüştür. Zor şifre için grup üyeleri 97 sayısını düşünmüşlerdir.

4.2.4. ÖR'nin 2. Görüşme Süreci

Araştırmacı, grup içindeki düşüncelerini hatırlaması için ÖR'ye problemi ve kâğıdını vermiş ve neler yaptığını sormuştur. ÖR öncelikle soruyu yanlış anladığını ama sonradan doğru anlayarak çözümlediğini belirtmiştir. “Mesela 46 sayısının çarpanlarını buldum, 2 ve 23... öğretmenim bunlar asal sayılar yani. Sonra 38'i yaptım, 19 ve 2 çıktı. 36'yi yaptım 2, 2 gitti. 62'yi yaptım 2 ve 31 çıktı.” diyerek örnekler vermiştir. Araştırmacı ÖR'nin düşüncelerini anlayabilmek için “Peki kapının şifresini çözen sayıları bulmak için nasıl bir yok izledin?” demiştir. ÖR, birçok sayının çarpanlarını çarpan ağacı yöntemiyle bularak şifreyi kıran sayıları bulabileceğini söylemiştir. Araştırmacı ÖR'ye, kapının şifresini kıran sayılar için ne söyleyebileceğini sormuştur. ÖR, şifre olan iki basamaklı doğal sayının asal sayı olan çarpanlarının şifreyi kırabileceğini söylemiştir. Araştırmacı ÖR'ye zor şifre için ne düşündüğünü sorduğunda, ÖR asal sayı koyabileceğini söylemiştir. Çünkü ÖR, “17,

19, 23 zaten kendisi asal sayı olduğu için asal çarpanı olması imkânsız” diyerek asal sayıların asal çarpanını bulduğunda zaten şifreyi bulmuş olunacağından zor şifre olarak asal sayı olması gerektiğini düşünmüştür. Basamak sayısı fazla olan bir şifrenin de çarpan ağacı, algoritma ve bölünebilme kuralları ile asal sayı olan çarpanlarının bulunabileceğini söylemiştir. Kapıyı açan sayılar için şifrenin asal çarpanlarını bulması gerektiğini düşünmüştür. Böylece asal sayı, çarpan ve çarpan ağacı süreçleri ile koordine ederek asal çarpan nesnesine ulaştığı düşünülmüştür. Araştırmacı ÖR’ ye bazı sayılar vererek asal çarpanlara ayırmasını istemiştir. ÖR ise bu sayıların asal çarpanlarını kendisine daha kolay geldiği için çarpan ağacı yöntemiyle bulmuş ve ulaştığı asal çarpan kavramını matematiksel işlemlerle desteklemiştir. ÖR’ nin asal çarpanları bulma yöntemi aşağıda Şekil 4.23’deki gibidir. ÖR, çarpan ağacıyla sayıların bütün çarpanlarını bulmuş bunlardan asal sayı olanları yuvarlak içine alarak asal çarpanlarını bulmuştur.



Şekil 4. 23. ÖR’nin çözümü 2

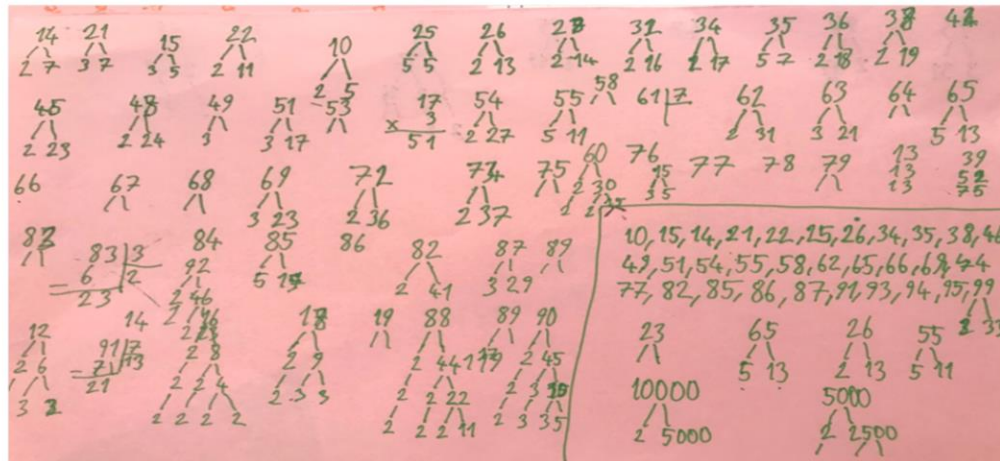
4.2.5. ÖŞ’nin Asal Çarpanı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖŞ de ÖR ve ÖM gibi problemi okuduğunda şifrenin iki asal sayının çarpımından oluşan iki basamaklı bir doğal sayı olduğunu düşünmüştür. ÖŞ:

Yani kapının şifresini asal sayılar çözebilmektedir. Çarpanları asal sayı olcakmış... Ama çarpanları sadece asal sayı olcakmış. 10’dan başlayalım. 10’un çarpanları sadece asal sayı mı? Çarpanları 2, 5... bunlar asal sayı evet o kadar. 10 olabilir. 12 olmaz, çünkü 6’yı 2 ile çarparsak 12 olur. 6 asal sayı değil. 13 olmaz, çünkü 13 zaten asal sayı

diyerek arkadaşlarına açıklamıştır. Arkadaşları da problemi ÖŞ gibi anlamıştır. Ve hep beraber sayıları sırayla düşünmeye başlamışlardır. ÖF ve ÖE, 15’in şifre olup

olamayacağını sormuştur. ÖŞ, “Evet 15 olur. Bi bakalım. 3, 5... evet olur 15” diyerek onları onaylamıştır. ÖŞ arkadaşlarını sayıları sırayla düşünmeleri için uyararak 14’ün de çarpanlarının 2 ve 7 olduğu için şifre olabileceğini söylemiştir. 16’nın 2 ve 8’in çarpımı olduğundan dolayı şifre olarak kabul etmemişlerdir. ÖD, 17’nin zaten kendisinin asal sayı olmasından dolayı şifre olarak kabul etmemiştir. ÖŞ, 18’in çarpanlarının 2 ve 9 olduğunu söylemiş ve 9’un asal sayı olamamasından dolayı şifre olamayacağını belirtmiştir. 19 da asal sayı olduğu için elemiştir. 20 sayısı 4 ve 5’in çarpımı olmasından dolayı 20’yi de şifre olarak kabul etmemişlerdir. ÖD’ nin 21 sayısının 3 ve 7’nin çarpımı olduğunu söylemesinden dolayı 21’i de şifre olarak kabul etmişlerdir. 22 sayısının çarpanlarının 2 ve 11 olduğunu söyleyerek 22’nin de şifre olabileceğini ifade etmişlerdir. ÖŞ “23 asal sayı olmaz. 24... 12 ve 2’nin çarpımı 24. 12 asal sayı değil olmaz. 25... 5’le 5’in çarpımı olur. 26’yı 2’ye bölersek 13... 13 asal sayı... 27 asal sayı...olmaz. 28...4 ile 7’nin çarpımı olmaz. 29??? 29 asal sayı değil miydi ya...” demiştir. ÖD’de ÖŞ’yi onaylayarak 29’un asal sayı olduğundan dolayı şifre olamayacağını söylemiştir. 30’u da 6 ve 5’in çarpımı olmasından dolayı şifre olarak yazabileceklerini düşünmüşlerdir. Bu mantıkla sırayla 99’a kadar olan bütün sayıların çarpanlarını sırayla araştırmışlardır. Sayılar 50’yi geçtikten sonra çarpanlarını bulmak için bölünebilme kurallarından yararlanmışlardır. Bütün sayıları sırayla düşünmek öğrencilere çok zor gelmiştir. Son sayılara doğru “Of kafam... Kafam çok karıştı...” gibi serzenişte bulunmuşlardır. ÖŞ’nin grup içinde yaptığı işlemler aşağıda Şekil 4.24’de verilmiştir.



Şekil 4. 24. ÖŞ’nin çözümü 1

Öğrenciler ile araştırmacı arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

A: Mesela şifre 60 olsa. Bu şifreyi hangi sayılar çözer?

ÖŞ: Ama öğretmenim çarpanları sadece asal sayı olanlar çözüyormuş şifreyi. 60, şifre olmaz.

A: Çocuklar soruda şifre sadece asal sayıların çarpımından oluşuyor diye bişey yazmıyor. Yani diyor ki 12 şifre ise bunun çarpanlarından asal sayı olanlar şifreyi açar diyor.

ÖŞ: O zaman biz.... O zaman çarpan ağacını yapmamız gerekiyo.

ÖŞ önce yanlış yaptıklarını düşünmüş sonrasında ise “*Biz zaten doğru gidiyomuşuz.*” diyerek aynı mantıkla sayıların çarpanlarını bulmaya devam etmiştir. 90’ın şifre olamayacağını, 91’in 7 ile 13 çarpımı olduğu için şifre olabileceğini söylemiştir. ÖŞ şifrenin sadece iki asal sayının çarpımından oluştuğunu düşünmeye devam etmiştir. Araştırmacı öğrencilerin yanlarına gelerek “*98 şifre olsaydı hangi sayılar bu kapıyı açardı?*” demiştir. ÖŞ, 2 ve 49 sayılarının kapıyı açabileceğini söylemiştir. Araştırmacı problemin mantığını anlayabilmeleri için sorular sormaya devam etmiştir.

A: 49 asal sayı mı?

ÖŞ: 49 asal sayı değil. O yüzden 49 olmaz öğretmenim. 7 öğretmenim. 7 ve 2.

A: Tamam işte mantığını bulmuşsun. Bu yöntemin adı ne?

ÖF: Çarpan ağacı.

ÖD: Haa... yani asal sayılar mı kırıyor yani anladım...

ÖŞ: Hıı... anladım. 98 olabilir şifre. Şunlardan seçelim. 98, çarpan ağacını yapalım. 7 ile 2. Başka, 96 da var mı? 58 yaz. 58’in çarpan ağacı nerdeymiş? 29 ile 2. 15 yaz. 3 ile 5 in çarpımı. Bu kadar yeter.

Öğrenciler şifrenin çarpanlarının sadece asal sayı olması gerektiğini anlamış ve akıllarına gelen sayıların asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemiyle bulmuşlardır.

Zor şifreyi düşünürken ise bu şifrenin asal çarpanının az olması gerektiği mantığını kurmuşlardır. ÖŞ “*Şimdi zor şifreyi oluşturalım. Asal çarpanı az olması gerekir. 65 olabilir. 65’in çarpan ağacını yapalım. Sadece 13 ile 5’in çarpımı. 3 tane de zor şifre yazalım. Az çarpanı olacak. 26, 2 ile 13’ün çarpımı. Bi tane de 26 yaz.*”

ÖD, 26’nın kolay bir şifre olduğunu söylemesi üzerine ÖŞ, asal olan büyük bir sayının zor bir şifre olabileceğini söylemiştir. Araştırmacı “*Peki basamak sayısı fazla olan bi şifreyi nasıl çözersiniz? Mesela şifre 100 ile bunu çözen sayıları nasıl bulursunuz?*” demiştir. ÖŞ, “*Yani basamak sayısı fazla olan şifreyi sormuyo? Bunu çözmek için gereken taktiği soruyo. Alın taktik var işte.*” diyerek süreç boyunca yaptıklarından önemli olanın şifreyi bulmaları gerektiği değil bir genellemeye

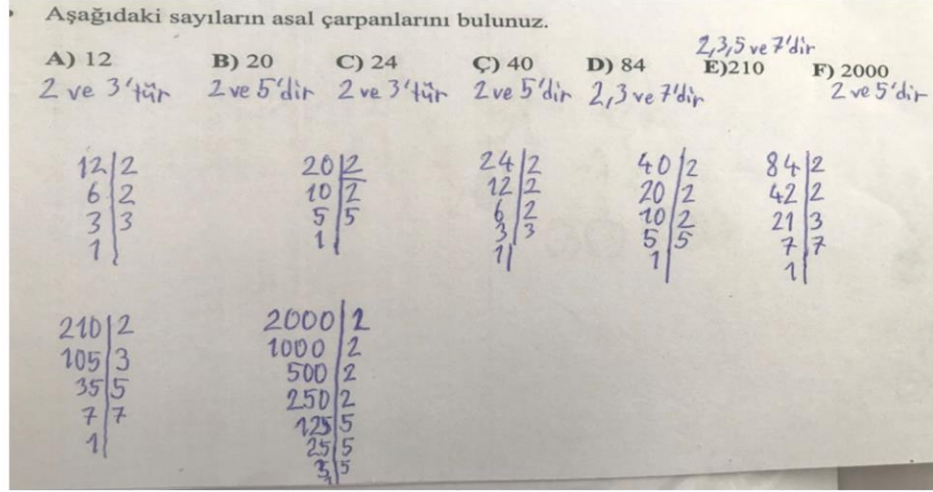
ulaşmaları gerektiğini anlamıştır. Öş:

Yani şifre 2'nin katıysa son sayısı çift olcak. 3 olursa rakamlarının toplamı 3'ün katı olması lazım. Ondan sonra 4'ün katı olabilmesi için ... şey son iki rakamının 4'ün katı olması lazım. Al işte taktikler bunlar. 5 olması için son rakamının 0 ya da 5 olması lazım. 6'ya bölünmesi için 2 ve 3'e bölünmesi lazım. 7 ve 8'in taktiği yok. 9'a bölünmesi için rakamları toplamı 9'un katı olmalı. İşte yazalım bunları..

diyerek bölünebilme kurallarını arkadaşlarına açıklamış ve bölünebilme kuralları ile süreç içinde koordine etmiştir.

4.2.6. Öş'nin Bireysel Görüşme Süreci

Araştırmacı, Öş'ye sınıfta çözdükleri bağlamsal problemi ve Öş'nin grup içinde kullandığı kâğıtları göstererek düşünmelerini hatırlamasını sağlamıştır. Araştırmacı, Öş'ye neler yaptığını sormuştur ve Öş “Örnekler verdim. Mesela 98 sayısı şifre olsa dedim, bu şifreyi 7 açar, 2 açar diye düşündüm. Mesela 15 şifre olsa bu şifreyi kıran sayılar 3 ve 5 tir” demiştir. Araştırmacı Öş'ye kapının şifresini çözen sayıları nasıl bulduğunu sorduğunda ise Öş “Şifrenin çarpanlarından asal sayı olanlara baktım. Bütün sayılarda en az bir tane var asal sayı. Asal sayılar dışında” demiştir. Kapının şifresini çözen sayıların asal sayı olması gerektiğini belirtmiştir. Yani Öş, şifreyi çözen sayıların şifrenin asal sayı olan çarpanları olması gerektiğini düşünmüştür. Bunu içselleştirerek zihninden verdiği şifre örneklerinin asal çarpanlarını bulmuştur. Araştırmacı Öş'ye “Kapı şifresinin zor çözülmesi için düşündüğün sayılar için ne söyleyebilirsin?” demiştir. Öş ise, “Çarpanlarının az olmasına baktım. Az olursa şifrenin bulunması zorlaşır” demiştir. Yani asal çarpan sayısı az olan sayıların daha zor bir şifre olacağını düşünmüştür. Araştırmacı Öş'ye basamak sayısı fazla olan bir şifreyi çözebilecek sayıları bulmak için ne düşündüğünü sorduğunda ise Öş, “Çarpanlarına baktım. Çarpan ağacı kullandım. Ortasından çizgi geçen bir şey görmüştüm onu da aklımdan kullandım” demiştir. Basamak sayısı fazla olan şifreyi çözen sayıları bulmak için sayının asal çarpanlarını bulurken asal sayı, çarpan, çarpan ağacı ve algoritma ile koordine etmiştir. Araştırmacı Öş'nin asal çarpan nesnesi üzerinde işlemler yapabilme becerisini görmek için ona bazı sayılar vererek asal çarpanlarını bulmasını istemiştir. Öş, algoritma yöntemiyle bu sayıların çarpanlarını bulmuş ve bunlardan asal sayı olanlarını seçmiştir. Öş'nin çözümü Şekil 4.25'de gösterilmiştir.



Şekil 4. 25. ÖŞ'nin çözümü 2

4.3. Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Kavramsallaştırılma Süreci

Öğretim sürecinde öğrencilerin çarpanlar ve katlar ünitesinin 5. kazanımı olan “M.6.1.2.5. İki doğal sayının ortak kat ve bölenlerini hesaplar, ilgili problemleri çözer” kazanımı doğrultusunda öğrencilerin sahip olduğu informal bilgileri ortaya çıkarmayı sağlayacak bir problem oluşturulmuştur (Ek 11).

Problem, günlük hayatı oldukça olumsuz etkileyen covid-19 salgını ile ilgilidir. Araştırmacı öncelikle sınıfa corona virüsten korunmak için ne gibi önlemler alınabileceğini sormuş, öğrencilerle beyin fırtınası yapmıştır. Öğrenciler maske, mesafe ve hijyen kurallarına uymanın ne kadar önemli olduğundan bahsetmiştir. Bunun üzerine araştırmacı akıllı tahtada problemi açmış, okulda bu salgının önlenmesi için okul müdürünün farklı ebatlardaki bidonlarda kolonya ve dezenfektan aldığını söylemiş ve sınıfa getirdiği bidonları masanın üzerine koymuştur. Araştırmacı, bu bidonlardaki ürünlerin birbirine karıştırılmadan ve şişelerde hiç sıvı madde kalmayacak şekilde eşit hacimli kaplara paylaştırılarak öğrencilere dağıtılacağını belirtmiş ve bu kapların hacimlerinin nasıl belirlenmesi gerektiğini sormuştur. Araştırmacı öğrencilere örnek teşkil etmesi açısından bazı eşit hacimli kaplar da getirerek masaya bırakmıştır. Öğrencilere problemi içeren çalışma kâğıtlarını ve grup içinde kullanacakları özel kalemli ve kâğıtları da vererek sesli düşüncelerini söylemiştir.

Öğrenciler kendilerine verilen kâğıtları okuyarak anlamaya çalışmış bidonları ve kapları incelemişlerdir. Aşağıda her öğrenci ile yapılan grup içi kavramsallaştırma ve bireysel görüşme sonucu elde edilen bulgular kod, kategori ve temalara ayrılarak

incelenmiş sonrasında ise her bir süreç alt başlıklarla açıklanmıştır.

Tablo 4. 3. Ortak Çarpan/Bölen ve EBOB Temasına Ait Kod Tablosu

KOD	KATEGORİ	TEMA
- Kalanı olmuyor. Bu sayının böleni olması zorunlu (ÖR) - Yani eşit hacimli olacak (ÖZ) - Bunları küçük kaplara paylaştıracaz (ÖM)	EYLEM	ORTAK ÇARPAN/BÖLEN EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN
-5 lt'yi aldım her biri 1 lt olduğu için bunlara doldurdum. 20 lt lik şişeyi aldım 1 lt'liklerden 20 taneye paylaştırdım (ÖB) - 100, hem 300'ün hem 900'ün böleni.50 de öyle..25,..12,5 bunlar da olur (ÖM) - Bölünebilme kurallarına göre..5 olabilir öğretmenim..İkisi de 5'e bölünüyo (ÖM) - Bulduğumuz sayılardan en yükseğini seçiyoruz (ÖM-Ebob) - Ortak bişeyi olmak zorunda (ÖŞ) - 10'un katlarında 70 ve 80 var.Yani 80 ve 70'in çarpanlarından biri 10 (ÖŞ) - Kap sayısını azaltmak için ii kapların hacmini yükseltmemiz gerekir (ÖŞ-EBOB) - İki sayının da böleni olması anlamına geliyor (ÖM) - Kapların daha büyük hacimli olması demek (ÖM-EBOB) - Bunu bulmak için ikisinin de aynı şeye bölünebilmesi gerekiyo dimi? (ÖB) - Bununla bunun böleni (ÖM) - En az kap kullanacaksak kabı büyültmeliyiz (ÖR-EBOB)	SÜREÇ	
-10 000 dedik kolonyayı 5000 ml yaptık. Küçük kaplar 250 ve 500 oldu (ÖR) - En az sayıda olması için hacimlerinin büyük olması lazım (ÖR-EBOB) - Herhangi ortak çarpan olabilir (ÖŞ) -Ortak bölendir (ÖŞ) - O zaman en büyük kap 10 olur (ÖŞ-EBOB) - Bu ikisinin de eşit miktarda kaplara dolması için bu ikisinin ortak çarpanları olması lazım öğretmenim (ÖŞ) - İkisi de 10 a bölünüyo (ÖM)	NESNE	

Tablo 4. 4. Ortak Kat ve EKOK Temasına Ait Kod Tablosu

KOD	KATEGORİ	TEMA
-3 tane kolonyayla 1 tane dezenfektan aynı yer kaplıyo (ÖM) - İlk önce dezenfektanın yani 80 im katlarına baktım kağıdıma yazdım sonra kolonyanın katlarını yazdım (ÖŞ) -70 in katlarına bakalım (ÖŞ)	EYLEM	ORTAK KAT EN KÜÇÜK ORTAK KAT
- İkisinin ortak olan katını buldum (ÖŞ) -7’şer 7’şer saydım. 7 kere 8 56. 8 kere 7 de 56 (ÖŞ) -3 kolonya 1 dezenfektana eşit (ÖM) - Kolonya 500, dezenfektan 1500 ise kullanılabilecek en küçük kolide 3 kolonya 1 dezenfektan olabilir (ÖM-EKOK) - Büyük küçüğün 2 katı olduğu için büyükten 1 tane koyarsak küçükten 2 tane koymalıyız (ÖR)	SÜREÇ	
- Ortak katlarını bulcaz (ÖŞ) - İkisi de eşit ağırlıkta oluyor (ÖR) - İkisinin ortak katlarının en düşüğü (ÖŞ-EKOK) - En az sayı bu oluyo (ÖM-EKOK)	NESNE	

4.3.1. ÖM’nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖM ve arkadaşları soruyu birkaç kez okuyarak anlamaya çalışmışlardır. Bu, sınıfta çözülen 3. bağlamsal problem olmasına rağmen ÖX “*Bu soruda bize sayı vermemiş. Nası yapıcaz. Hihihih..*” diyerek problemde sayı verilmemesini tuhaf bulmuştur. ÖM “*yaparız*” diyerek işlemlere başlamıştır. ÖX problemi anlamaya çalışırken ÖM araştırmacıyı yanına çağırarak bir şeyler bulunduğunu ifade etmiştir. Araştırmacı ÖM’ye “*Acele etmeyin... İyi düşünün... Soruyu iyice anlayın*” diyerek anlamadan işe başlamamaları gerektiğini anlatmaya çalışmıştır. Öğrenciler kendilerine dağıtılan kaplarla bir süre Şekil 4.26’daki gibi oynamışlardır.



Şekil 4. 26. Masalara bırakılan kaplar

Grup üyelerinden ÖC araştırmacıya seslenerek *“Ben bu küçüklerini 1 lt saydım. Büyükleri de 5 lt saydım. 5 lt’yi aldım, her biri 1 lt olduğu için bunlara doldurdum. 5 tane de bunlardan getirdim doldurdum elimizde dolu 5 şişe oldu. 20 lt’lik şişeyi aldım bunlardan 1 lt’liklerden 20 tane getirdim. Onlara doldurdum elimizde toplam 25 şişe oldu.”* demiştir. ÖC, önce küçük kapların hacmine sayı değeri vermiş ve oradan da büyük bidonların hacmine ulaşmıştır. Ancak problemde büyük kapların hacminden küçük kapların hacimlerine ulaşılması amaçlanmıştır.

Araştırmacı öğrencilerin problemi daha iyi kavramaları için *“Peki dezenfektan ve kolonyanın bulunduğu bu büyük kapların hacimleri nedir? Önce bunu belirleyip sonra kullanılacak kapları bulursanız daha iyi olur.”* demiştir. Bu açıklama sonrası ÖM *“6 tane öğrenciye 50’lik şişeler dağıtıcaz. Burda da 6 tane öğrenciye 50’liklerden 3’er tane dağıtıcaz. Büyük olandan.”* demiştir. Araştırmacı ÖM’nin söylediğini daha anlaşılır hale getirmek için *“Yani dezenfektan 300 lt, kolonya 900 lt’lik kaplardaysa 50 lt’lik şişelere paylaştırılır diyorsun öyle mi?”* demiştir. ÖM araştırmacıyı *“evet öğretmenim”* diyerek onaylamıştır. ÖM problemin mantığını anlamıştır. Araştırmacı *“Güzel, biraz daha düşünün geliştirin bakalım... Başka neler olabilir?”* diyerek biraz daha düşüncelerini istemiştir. ÖM *“Öğretmenim 100 de olabilir”* demiştir. Araştırmacı nedenini sorduğunda ise *“Öğretmenim, çünkü hem 300’ün hem 900’ün katı. 50 de öyle...25,...12,5.”* yanıtını vermiştir. ÖM, bölme kavramı yerine kat kavramını kullanmıştır. Eşit hacimli kapların hacimlerinin

“Bişey söylicem... bunu bulmak için ikisinin de aynı şeye bölünebilme dimi?” diyerek problemi anladığını belli etmiştir. Grup üyeleri deze kolonya bidonunun hacminin ortak bölenlerinin bulunması içselleştirmişlerdir. Araştırmacı ÖM’nin grubuna yaklaşıp ne b sormuştur. ÖM, bidonlardan biri 300 ml diğeri 900 ml olduğunda ikisi de bölündüğü için paylaştırılacak kabın hacminin 100 ml olabileceğini s Araştırmacı gruptan bu şekildeki örnekleri artırmalarını istemiştir. ÖM “B kurallarına göre 5 olabilir öğretmenim. İkisi de 5’e bölünüyo. 10 da olab 10’a bölünüyo. Sonra öğretmenim 25’i de aklımdan hesapladım. 25 de ol de aklımdan hesapladım öğretmenim. O da olabiliyo. 100’ü de 250’yi a hesapladım. Onlar da olabiliyo.” diyerek kolonyanın 500 ml ve dezenfektan ml olduğunda paylaştırılacak kapların hacimlerinin 5, 10, 25, 50, 100 olabileceğini düşünmüş ve Şekil 4.27’deki gibi göstermiştir.

$18 \times 50 = 900$

Kolonya 300 dezenfektan 900 ise her bir kpg 50 olabilir

~~Kola~~ 100, 25, 12, 150, 10, 5

$\begin{array}{r} 300 \overline{) 25} \\ \underline{300} \\ 00 \end{array}$ olabilir

$\begin{array}{r} 300 \overline{) 25} \\ \underline{300} \\ 00 \end{array}$

Kolonya 500 dezenfektan 7500

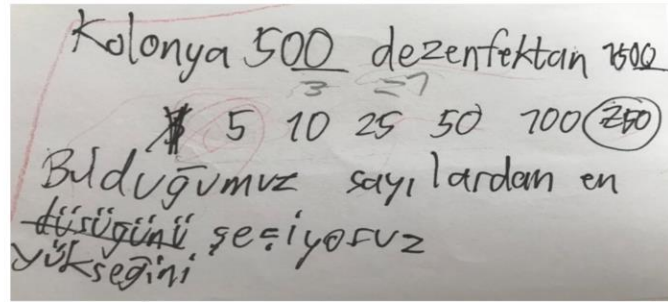
5 10 25 50 100 (250)

Budüğümüz sayılardan en

Şekil 4. 27. ÖM'nin çözümü 1

İki sayının bölenlerini bölünebilme kurallarıyla ayrı ayrı bulduktan sonra ortak olan bölenleri seçmiştir. Araştırmacı yanıtı yeterli bularak “Güzel... Şimdi a şıkkına bakın bakalım” demiştir. ÖM aceleci davranarak “Öğretmenim bulduğumuz sayılardan en düşüğünü seçiyoruz. 5’i seçtiğimizde çok kap oluyo” demiştir. Ancak problemde çok kap değil en az sayıda kap olması istenmektedir. Araştırmacının “Öyle mi?” demesi üzerine ÖM problemi daha dikkatli okumuş ve “Aa... Öğretmenim o zaman bulduğumuz sayılardan en yüksekini seçiyoruz. O zaman öğretmenim 250 oluyo” demiştir. ÖM problemi tekrar okuduğunda en az sayıda kap olması için iki sayının ortak bölenlerinden en büyüğünü (EBOB) bulması gerektiğini içselleştirmiştir. 500 ve 1500’ün en büyük ortak bölenini 250 olarak düşünmüştür. Çünkü ÖM’nin mantığına göre 500 ml’lik kaplara sıvılar paylaştırılırsa, 500 ml’lik kolonya bidonu aynı kaptaki kalmış olurdu.

Problemin diğer parçasında ise kolonya ve dezenfektan bidonlarının hacimlerinin eşit ağırlıkta olması için kaç tane kullanılması gerektiğinin bulunması istenmektedir. ÖM problemi birkaç kez okumuştur. İlk olarak her maddenin kendi cinsleriyle aynı kolilere konulacağı kısmına dikkat etmemiştir. Araştırmacının uyarısı üzerine tekrar düşünmüştür. ÖM “Hu... o zaman öğretmenim... Her bir kolide 3 tane kolonya bir tane dezenfektan oluyo. Kolonya 1500, dezenfektan 500... O yüzden 3 tane kolonyayla 1 tane dezenfektan aynı yer kaplıyo.” diyerek 500 ml olan kolonya bidonundan 3 tanesinin hacminin 1500 ml olan dezenfektan bidonunun hacmine eşit olacağını, yani 1500 ve 500’ün ortak katının 1500 olabileceğini düşünmüştür. Araştırmacı kullanılabilecek en az ağırlık için kolilerin ağırlıklarının ne olması gerektiğini sorduğunda ÖM 1500 ml olacağını söylemiştir. ÖM’nin çözümü Şekil 4.28’deki gibidir.



Kolonya 500 dezenfektan 500
5 10 25 50 100 (250)
Bulduğumuz sayılardan en
düşüğünü seçiyoruz
yüksekini

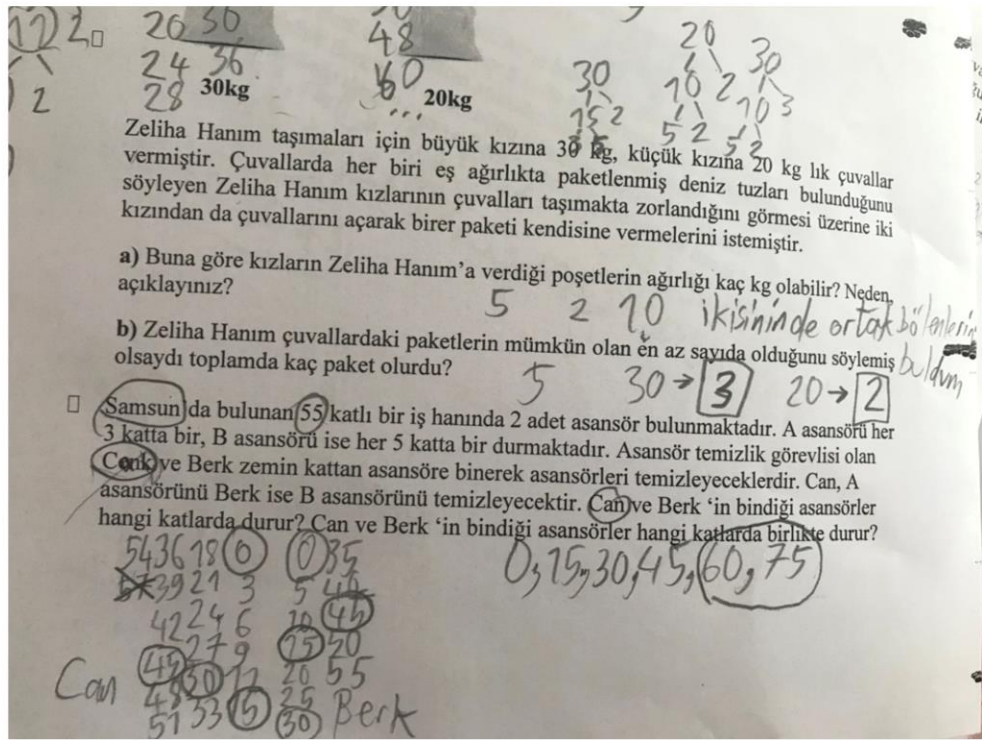
Şekil 4. 28. ÖM’nin çözümü 2

Araştırmacı koli ağırlığının en fazla ne olabileceğini sorduğunda ise ÖM “*Bi dünya kolonya koyarız. Bi dünya da kolonya koyarız.*” diyerek iki sayının en büyük ortak katının sonunun olmadığını ifade etmiştir.

4.3.2. ÖM’nin 3. Görüşme Süreci

Araştırmacı problem kâğıdını ÖM’ye göstererek sınıfta düşündüklerini hatırlamasını sağlamıştır. Araştırmacı ÖM’nin matematikleştirme sürecini çözümleyebilmek için ona “*Bu soruda ne düşündün, neler yaptın? Kolonya ve dezenfektanın hiç artmayacak ve birbirine karışmayacak şekilde eşit hacimli kaplara paylaştırılması ifadesi ne anlama geliyor?*” demiştir. ÖM “*İki sayının da böleni olması anlamına geliyor.*” demiştir. Araştırmacı ÖM’nin cevabını daha da açmak için ona “*Kullanılacak eşit hacimli kaplarda neye dikkat ettin?*” demiş ve ÖM ise iki kabın hacminin de böleni olan hacimli bir kap kullanılması gerektiğini belirtmiştir. ÖM’nin eylem aşamasında iki sayının da bölenlerini bulması gerektiğinin farkına vardığı düşünülmüştür. ÖM, süreç aşamasında bidonların hacimleri için düşündüğü sayıların bölenlerini bölünebilme kuralları ile koordinasyon kurarak bulmuştur. İki sayının bölenlerinden ortak olanları bulması gerektiğini içselleştirerek bölenlerinden ortak olanları seçmiş ve ortak bölen kavramını kapsüllemiştir. Araştırmacı ÖM’ye “*Peki kullanılacak kapların en az sayıda olması ne demek?*” dediğinde ÖM “*Kapların daha büyük hacimli olması demek.*” demiştir. ÖM kullanılacak kap sayısını azaltmak için iki sayının ortak bölenlerinden en büyüğünü seçmesi gerektiğini düşünerek kapsüllediği ortak bölen kavramını kapsülden çıkarmıştır. Ortak bölenlerden en büyüğünü seçmiş yani ortak bölen kavramı üzerine tekrar eylem uygulayarak en büyük ortak bölen kavramını da kapsüllemiştir. Araştırmacı problemin devamını da çözümlemek için ÖM’ye “*Peki kolilerin büyüklüklerinin eşit olması demek ne demek? Bu nasıl sağlanır?*” demiş ve ÖM “*3 kolonya 1 dezenfektana eşit olduğu için bu şekilde eşitledim. 3 kolonya 1 dezenfektana eşit.*” yanıtını vermiştir. Yani ÖM daha önce kapsüllediği kat kavramını kapsülden çıkararak üzerine ortak olan katı belirleme eylemini uygulamış ve ortak kat kavramını kavramsallaştırarak bu şekilde tekrar kapsüllemiştir. Araştırmacı “*Peki kullanılabilecek en küçük koliyi nasıl belirleriz?*” dediğinde ÖM, “*Her kolide 3 kolonya 1 dezenfektan olmalı*” yanıtını vermiştir. Burada ÖM, 3 bidon kolonyanın hacminin ($3 \times 500 = 1500$), 1 bidon dezenfektanın hacmine (1500) eşit olacağını düşünmüştür. Yani kapsüllediği ortak kat kavramını tekrar kapsülden çıkararak

üzerine en küçük katı belirleme eylemini uygulamış ve en küçük ortak kat kavramını kapsüllemiştir. Araştırmacı ÖM'nin nesne aşamasına geçtiğini anlamak ve dikey matematikleştirme sürecini incelemek için ona bazı problemler vermiş ve çözümlemesini istemiştir. ÖM'nin bireysel görüşmede çözüğü problemler Şekil 4.29'daki gibidir. ÖM sayıların bölenlerini çarpan ağacı ile bulmuş ve uzun bölme işleminden de yararlanmıştır. Sayıların katlarını bulurken ise çarpma işlemi yapmıştır. ÖM'nin bireysel görüşmede çözdüğü problemlerde de iki doğal sayının ortak bölenini, ortak katını, en büyük ortak bölenini ve en küçük ortak katını bulması gerektiğini anlayarak çarpan ağacı, kat ve bölen kavramlarıyla kurmuş ve doğru sonuçlara ulaşmıştır.



Şekil 4. 29. ÖM'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı

4.3.3. ÖR'nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖR ve grup arkadaşları problemi okuyarak anlamaya çalışmışlardır. ÖR, problemi okuduğunda "5 lt'lik suyla 3 lt'lik suyu eşitlemek için bi yöntem vardı ya işte onun aynısı" diyerek ortak kat kullanması gerektiğini düşünmüştür. Arkadaşları probleme farklı yorumlar getirmiş ve ÖR onlara açıklamalar yaparak kendisi de daha anlamlı öğrenme gerçekleştirmiştir.

ÖR'nin arkadaşları kendilerine dağıtılan kapların hacimlerini hesaplamaları gerektiğini düşünmüşlerdir. ÖR ise *“Geçen soruda da aynı şeyi yaptınız. Duvarı hesaplamaya çalıştınız. Duvardan bize ne? Burada da hacmini hesaplamamız imkânsız.”* diyerek genel bir kurala ulaşmaları gerektiğini düşünmüştür. ÖR biraz düşünerek arkadaşlarına *“Bu 250 ml taşır diyelim. Bu 500 ml taşır diyelim. Bunu tamamen doldurursam 250 ml oldu diyelim. Bu 500'den 250 ml doldurdum yani kalan toplam 500. Bak böyle olabilir.”* demiştir. ÖR, araştırmacıyı yanına çağırarak bulduğu sonucu paylaşmıştır. Büyük bidonun hacminin 500 ml olduğunda küçük kapların hacimlerinin 250 ml olabileceğini ifade etmiştir. Sonrasında ise hacim 500 ml olduğunda eşit hacimli kapların hacimlerinin 10 ml olabileceğini söylemiştir. ÖR'nin grup arkadaşı ÖA *“Bunlar kat kat artcak”* diyerek 500'ün 10 ve katlarına tam bölünebileceğini ifade etmiştir. ÖA eşit hacimli kapların hacimlerinin 10 ml ve katları şeklinde ilerleyebileceğini düşünmüştür.

Araştırmacı gruba yaklaşıp neler yaptıklarını sormuştur. ÖR *“Mesela bi şişeyi 10000 ml yaptık öbür şişeyi 5000 ml yaptık. Şöyle şişeleri şu 250 ml şu 500 ml olcak.”* demiştir. Erhan bidonlardan birinin hacminin 10000 ml, diğerinin hacminin 5000 ml olduğunda eşit hacimli kapların hacimlerinin 250 ml ve 500 ml olabileceğini düşünmüştür. Araştırmacı *“Neden bu 500 ml? Nasıl belirlediniz? Neye göre karar verdiniz?”* diyerek ÖR'nin açıklama yapmasını istemiştir. ÖR *“Evet çünkü tam oturuyor. Kalanı olmuyor. Bu sayının bölene olması zorunlu. Kalırsa artmış olur çünkü”* diyerek bulacağı eşit hacimli kapların hacimlerinin kolonya ve dezenfektan bidonunun hacmini tam olarak bölen bir sayı olması gerektiğini ifade etmiştir. Problemin devamında eşit hacimli kapların en az sayıda kullanılması gerektiği şartı vardır. ÖR burada ise *“Önce 250 ml i küçültcez.”* demiştir. Kap sayısını azaltmak için kapların hacimlerini küçültmesi gerektiğini düşünmüştür. ÖA, *“250'yi 300 ml yapsak bu sefer şişe sayısı düşcek. Şişe sayısı az da olsa düşüyo.”* diyerek kap sayısını azaltmak için kapların hacimlerinin artırılması gerektiğini belirtmiştir.

ÖR eylem aşamasında *“Aa... doğru... şişelerin hacmini artırmamız gerekiyoo”* demiştir. Elindeki kaplarla arkadaşlarına örnekler göstererek eylemi içselleştirmiş ve *“Kaplar büyüdükçe tek bi kaba dolmaya başlıyo. ...(ÖA)'nın dediği gibi büyültcez. Küçültürsek daha çok kap çıkar. Ml'yi çoğaltcaz. Yani kabı azaltcaz.”* demiştir. Arkadaşlarıyla biraz daha tartıştıktan sonra araştırmacıya seslenerek *“Öğretmenim biz şöyle bişey yaptık. Kapların hacimleri dezenfektana 10 000 dedik kolonyayı 5000 ml yaptık. Küçük kaplar 250 ve 500 oldu.”* demiştir. Buradan katılımcı ortak bölen

kavramına ulaşmıştır. Araştırmacı ve ÖR arasında ise aşağıdaki konuşmalar geçmiştir:

A: Peki en az sayıda kap kullanmak için kullanılacak kabın hacmi ne oldu?

ÖR: En az sayıda olması için hacimlerinin büyük olması lazım. Virüs gibi yani... Bunlar 8 taneyse bunları toplarsam tek bi bidona doldururuz. En büyük 500 ml bulduk.

A: 500 ml'yi nasıl belirlediniz?

ÖR: Kafadan attık. Hiçbi belirleme yok mu?

A: 600 olmuyor mu?

ÖR: Denedik olmuyor?

A: Nasıl denediniz? Ne yaptınız?

ÖR: 50'şer 50'şer artırarak bölerek ilerledik. 550, 600, 650 öyle gittik. Sonuç bunlar.

A: Peki, kolileri nasıl belirlersiniz?

ÖR: Ortak olacak.

A: Ortak ne olacak?

ÖR: Yani bundan 1 tane bundan 2 tane. Bu 5000 ml bu 10000 ml. Bu, bunun 2 katı olduğuna göre. Yani... 2 tane kolonya koyabilirsek 1 tane dezenfektan koymamız gerekiyor.

ÖR, 5000 ml ve 10000 ml'nin ortak olan ilk katlarının 5000 ml olduğunu düşündüğünü ifade etmiştir.

4.3.4. ÖR'nin 3. Görüşme Süreci

Araştırmacı ÖR'nin grup içerisindeki çalışmasını hatırlatmak için problem ve çözüm kâğıdını vermiş, problemi okuduğunda ne düşündüğünü, neler yaptığını ifade etmesini istemiştir. ÖR *"Küçük olan 500 ml büyük olan 10000 ml dedik. 10000'i 500'e böldük, 20 kutu çıktı."* demiştir. ÖR, küçük kabın hacmi 500 ml, büyük kabın hacmi 1000 ml olduğu takdirde eşit hacimli kapların 500 ml hacimli olabileceğini düşünmüştür. Araştırmacı eşit hacimli kapların hacimlerinin başka hangi hacimlerde olabileceğini sorduğunda *"250 ml, 500 ml ve 1000 ml"* olabileceğini belirtmiştir.

ÖR eylem aşamasında kolonya ve dezenfektan bidonlarının hacimlerinin bölenlerini bulması gerektiğini anlamıştır. Hacimlere 500 ml ve 1000 ml sayılarını vererek ortak bölenin hangi sayı olabileceğini araştırmış içselleştirmeye süreç aşamasına geçmiştir. Bölme işlemi yaparak sayının bölenlerini bulmuştur. 500'ü ve 1000'i tam bölen sayıların katlarının da bu sayıları tam bölmesi gerektiğini düşünerek bölenlerin de katlarını bulmuştur. ÖR, süreç aşamasında bölen-kat kavramlarını koordine etmiştir. Bu sayıların ortak bölenlerinin bu sayıları bölen

sayılar olduğunu kapsülleyerek ortak bölen kavramını kapsüllemiştir. “*Ama en az kap kullanacaksak kabı büyültmeliyiz*” diyerek kullanılacak kap sayısını azaltmak için ortak bölenlerden en büyüğünü seçmesi gerektiğini belirtmiş, kapsüllediği ortak bölen kavramını tekrar kapsülden çıkararak bunların en büyüğünü belirlemiş yani ortak bölen nesnesi üzerine eylem uygulamıştır. Böylece “*en büyük ortak bölen*” kavramı için nesne aşamasına geçtiği düşünülmüştür. Araştırmacı ÖR’ ye “*Kolilerin büyüklüklerinin eşit olması nasıl sağlanır?*” diye sorduğunda “*Bunu 5000 ml bunu 10000 ml yaptığımız için büyük küçüğün 2 katı olduğu için büyükten 1 tane koyarsak küçükten 2 tane koymalıyız.*” demiştir. Araştırmacı nedenini sorduğunda ise “*5000 artı 5000, 10000 ml ediyor. İkisi de eşit ağırlıkta oluyor.*” demiştir.

ÖR, eylem aşamasında kolilerin hacimlerinin eşit olması için kolonya ve dezenfektan kaplarının hacimlerinin katlarını bulması gerektiğini düşünmüştür.

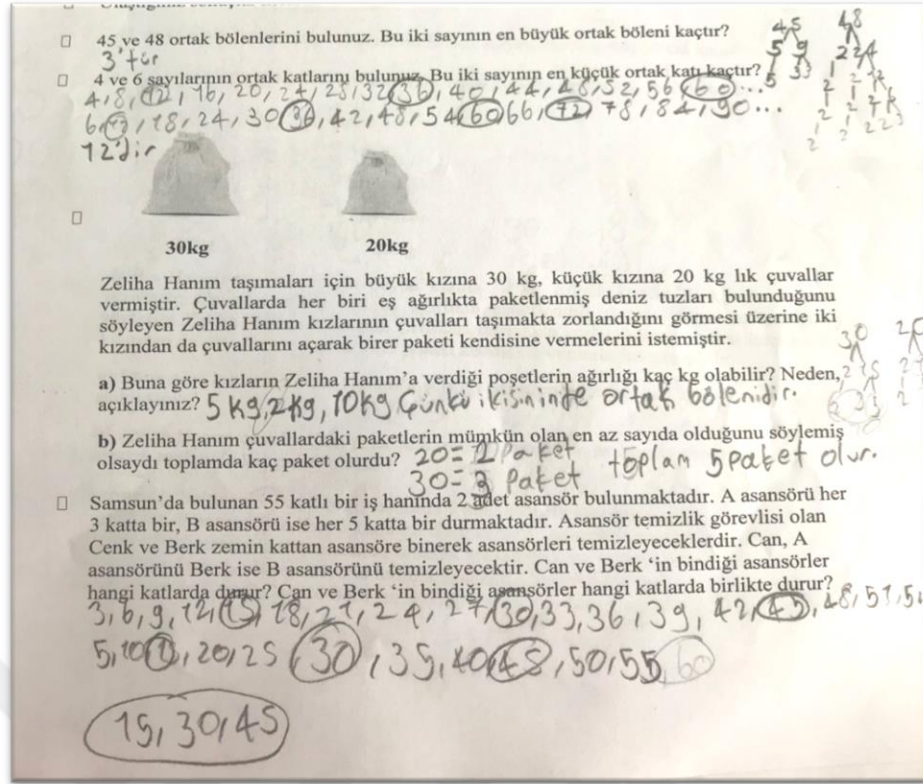
Sayıların katlarını bulurken üzerine ekleme ve çarpma işlemlerinin koordinasyonundan yararlanmıştır. Böylece bu sayıların katlarından ortak olanı seçmesi gerektiğini kapsülleyerek “*ortak kat*” kavramını nesneleştirmeye geçmiştir.

Araştırmacı “*Kolay taşınabilecek en küçük koliyi nasıl belirlersin?*” dediğinde “*10000 ml’yi 250’lik kaplara da koysam 125 ml’lik kaplara da koysam ikisi de aynı kalcak, aynı ağırlıkta olcak. Sadece tek bir kabın kilosu azalcak*” yanıtını vermiştir.

ÖR grup içerisinde en hafif kolinin iki kabın hacminin ortak katlarından en küçüğü olduğunu belirtmesine rağmen bireysel görüşmede bunu ifade etmemiştir.

Araştırmacı ulaştığı sonuçların neler olduğunu sorduğunda “*40 tane çıkabiliyor. 10000 ml’yi koyarsak 40 tane 250 ml’lik çıkıyor.*” demiştir. . Araştırmacı ÖR’ nin nesne aşamasına geçtiğinden emin olmak amacıyla dikey matematikleştirme sürecini görebilmek için ona bazı problemler vermiş ve çözümlemesini istemiştir. ÖR’ nin

bireysel görüşmede çözüğü problemler Şekil 4.30’daki gibidir. ÖR, sayıların bölenlerini çarpan ağacı ile bulmuş ve uzun bölme işleminden de yararlanmıştır. Sayıların katlarını bulurken ise çarpma işlemi yapmıştır. ÖR’ nin bireysel görüşmede çözdüğü problemlerde de iki doğal sayının ortak bölenini, ortak katını, en büyük ortak bölenini ve en küçük ortak katını bulması gerektiğini anlayarak çarpan ağacı, kat ve bölen kavramlarıyla kurmuş ve doğru sonuçlara ulaşmıştır.



Şekil 4. 30. ÖR'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı

4.3.5. ÖŞ'nin Ortak Çarpan/Bölen ve Ortak Katı Grup içi Kavramsallaştırma Süreci

ÖŞ ve grup arkadaşları problemi okuyarak anlamaya çalışmışlardır. ÖD ve ÖŞ, problemde öğrenci sayısının ve kapların hacimlerinin verilmemesinden dolayı serzenişte bulunmuştur. Öğretmen de onlara daha önce sınıfta çözülen problemlerde de sayısal veri olmadığını, bu problemin de içermediğini belirtmiştir. Bunun üzerine ÖŞ, kaplardan birini 100 ml diğerini ise 200 ml hacimlerinde düşünmek istemiştir. ÖD ise 100 ml yerine 300 ml'nin daha uygun olacağını söylemiştir. ÖŞ hacim olarak düşünecekleri sayının önemli olmadığını, önemli olanın düşündükleri bu iki sayının "ortak birşeyi" ni bulmaları gerektiğini söylemiştir. ÖŞ "Hiç artmayacak, o zaman asal sayı vermesi lazım. Bu ikisinin ortak asal çarpanı olmalı" demiştir. Problemdeki "hiç artmayacak" ifadesi ÖŞ'ye iki sayının ortak asal çarpanını bulması gerektirdiğini düşündürmüştür. Bunun üzerine ÖŞ kaplardan birinin hacmini 75 ml diğerini 80 ml olarak düşünmüş ve bu iki sayının asal çarpanını bulmuştur. ÖŞ araştırmacıyı yanına çağırarak sıvıların paylaştırılacağı kapların hacimlerin 5 ml olması gerektiğini söylemiştir. Araştırmacı ÖŞ'ye, büyük kapların hacimleri ile küçük kabın hacim ölçüsü arasında nasıl bir ilişki olduğunu sorduğunda "ortak asal

çarpan” yanıtını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı ile ÖŞ arasında aşağıdaki konuşmalar gerçekleşmiştir.

A: Asal çarpan olmazsa olmaz mı?

ÖŞ: Hiç artmayacak şekilde dediği için asal sayı olmalı öğretmenim.

A: Asal sayı mı olması lazım? Nasıl anladınız?

ÖŞ: Birbirine karışmayacak ve artmayacak şekilde dediği için öğretmenim..

A: Bu kaba 75 bu kaba 80 lt dediğiniz de sadece 5’er lt’lik kaplara mı paylaştırabiliyorsunuz? Başka yok mu?

ÖŞ: 5 olabilir öğretmenim. Çünkü ortak asal çarpanlarına baktık. Sadece 5.

A: Biraz da büyük kaplara farklı hacimler verin. Mesela 70’e 80 olsa?

ÖŞ: O zaman 2’de olur öğretmenim. 2 ve 5 olabilir öğretmenim.

A: İlla asal çarpan mı olacak başka olmaz mı?

ÖŞ: Hımm... öğretmenim 10 da olabilir. Asal çarpan olmasına gerek yok. Herhangi ortak çarpan olabilir.

A: Neden?

ÖŞ: Öğretmenim çünkü 10’un katlarına baktığımızda 10’un katlarında 70 ve 80 var. Yani 80’in çarpanlarından biri 10. 80’ in de çarpanlarından biri 10. 5 olabilir, 2 olabilir, 10 olabilir.

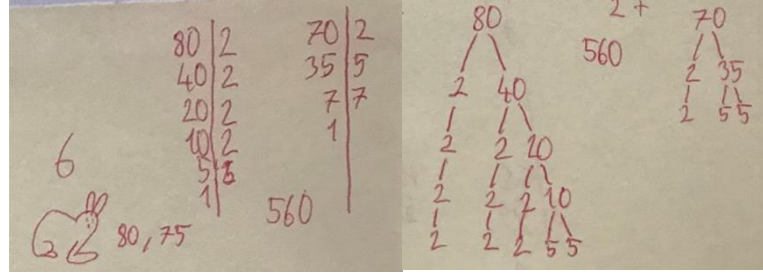
A: Yani kullanılacak kapların hacimlerini nasıl belirliyoruz o zaman?

ÖŞ: Ortak çarpanlarına bakarak öğretmenim.

A: Çarpanın öbür adı neydi? Bir sayının çarpanları aynı zamanda o sayının neleriydi?

ÖŞ: Bölendi. Ortak bölendir.

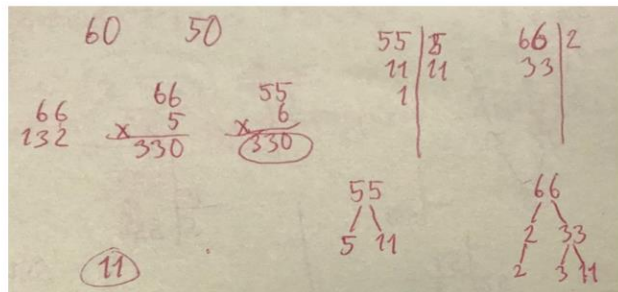
Araştırmacının sorularıyla ÖŞ, sıvıların paylaştırılacağı kapların hacimlerinin asal sayı olması gerekmediğini, iki sayının herhangi bir ortak çarpanı olduğunu fark etmiştir. ÖŞ, problemin devamında ise kullanılacak kap sayısını azaltmak için kullanılan kapların hacimlerinin artırılması gerektiğini düşünmüştür. Araştırmacıyı yanına çağırarak sonucu bulduğunu söylemiştir. Araştırmacı problemi nasıl çözdüklerini sorduğunda *“En az kap sayısına ulaşmak için öğretmenim kapların hacimlerini yükseltmemiz gerekir öğretmenim. 70 ve 80’in en büyük ortak çarpanı 10. Her bir kabın hacmini 10 varsayarsak 15 tane kap oluyo öğretmenim.”* yanıtını vermiştir. ÖŞ, 70 ml ve 80 ml hacminde düşündüğü sıvıların bu iki sayının ortak bölenlerinden en büyüğü olan 10 ml’lik kaplara konulması gerektiğini düşünmüştür. Araştırmacı *“En az sayıda kap olması için ne olması gerekiyor yani?”* dediğinde ise *“En büyük ortak çarpanı bulmak gerekiyor”* demiştir. ÖŞ’ nin çözümü Şekil 4.30’ da verilmiştir.



Şekil 4. 31. ÖŞ'nin çözümü 3

ÖŞ ve arkadaşları problemin devamını okuyarak önce en az sayıda kaç koli kullanılabileceğini düşünmüşlerdir. ÖŞ en az iki kolinin gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacı ise ÖŞ ve grubuna bu problemi yanıtlayabilmek için öncelikle kullanılacak kolinin hacmini düşünmelerini önermiştir. Bunun üzerine ÖŞ ve grubu tekrar düşünmeye başlamıştır. ÖŞ “Hu... tamam öğretmenim. O zaman 70’in katlarına bakalım. 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56. Hu... tamam. Bu bidonların katlarını yani öğretmenim ortak katını bulmamız gerekiyordu. 7’şer 7’şer saydım, 7 kere 8, 56. 8 kere 7 de 56” demiştir. 70 ml olarak belirlediği kolonya kapları ile 80 ml olarak belirlediği dezenfektan kaplarının katlarını belirlemiş ve kolilerin iki sayının da ortak katı olan 560 ml sıvı taşıyacak büyüklükte olması gerektiğini düşünmüştür.

Araştırmacı ÖŞ ve grubundan farklı hacimli kaplar için de aynı şeyi düşünmelerini istemiştir. ÖŞ biraz düşündükten sonra Şekil 4.31’deki gibi “55 ile 66 olsun. Ortak çarpanları 11. 55’in katlarına bakalım. 55, 110, 165,... 6 ile de 5’i çarparsak 30. Hım. 55 ile 6’yı çarparsak, ..330 oluyo... 55 dezenfektan 66 da kolonya olursa o zaman bir koliye 6 dezenfektan 5 de kolonya oluyo. Bunların en küçük hacimli koli de 330. İlkini yapınca diğerleri kolay oluyo. Önemli olan ilk soru.” demiştir. ÖŞ farklı sayılar için de aynı yolu izlemiştir.



Şekil 4. 32. ÖŞ'nin çözümü 4

4.3.6. ÖŞ'nin 3. Görüşme Süreci

Araştırmacı ÖŞ'nin grup içerisindeki çalışmasını hatırlatmak için problem ve çözüm kağıdını vererek süreci hatırlamasını hedeflemiştir. Araştırmacı *“Kolonya ve dezenfektanın birbirine karışmayacak ve artmayacak şekilde eşit hacimli kaplara paylaştırılması ne anlama gelmektedir?”* dediğinde ÖŞ *“ortak çarpan olmalı”* yanıtını vermiştir. Yani ÖŞ, eylem aşamasında sıvıların doldurulacağı kabın hacminin bu sıvıların bulunduğu kapların hacimlerinin ortak çarpanı olan hacimde bir kap olması gerektiğini fark etmiştir. Daha önceki problemde kapsüllediği ortak çarpan kavramını kapsülden çıkarmıştır. Araştırmacı ÖŞ'ye kullanılması gereken kap sayısının en az sayıda olmasının ne anlama geldiğini sorduğundaysa *“Kap sayısını azaltmak için kullanılacak kapların hacimlerini artırmak gerekir. Bu yüzden ortak çarpanların en büyüğünü seçtim”* yanıtını vermiştir. Böylece, kap sayısını azaltmak için yani bölümü azaltmak için kapların en büyük hacimde olması gerektiğini, bölenin en büyük sayı olması gerektiğini düşünmüştür. ÖŞ süreç aşamasında kapsülden çıkardığı ortak bölen kavramını aralarından en büyüğünü belirleme işlemiyle koordine etmiştir. Böylece en büyük ortak bölen kavramını kapsüllemeye geçmiştir. Araştırmacı ÖŞ'ye kolay taşınabilecek koliyi nasıl bulabileceğini sorduğunda *“Ortak katların en düşüğünü buldum”* demiştir. 70 ve 80 sayılarının en küçük ortak katlarını 560 olarak belirlemiştir. Daha önceki problemde oluşturduğu ortak kat kavramını kapsülden çıkararak en küçüğünü seçme işlemi ile koordine etmiş ve en küçük ortak kat kavramını tekrar kapsüllemiştir. Araştırmacı ÖŞ'nin kavramı nesneleştirme durumunu anlamak ve dikey matematikleştirmesini inceleyebilmek için ona bazı problemler sormuştur. Öncelikle kendisine iki doğal sayı vererek ortak bölenlerini ve ortak katlarını bulmasını istemiştir. ÖŞ, asal çarpan algoritması ve çarpan ağacı yöntemleriyle bu sayıların bölenlerini bulmuştur. Diğer problemlere de doğru yanıtları vermiştir. ÖŞ'nin bireysel görüşmede kullandığı kağıt Şekil 4.34'de gösterilmiştir. ÖŞ'nin bireysel görüşmede çözdüğü problemlerde de iki doğal sayının ortak bölenini, ortak katını, en büyük ortak bölenini ve en küçük ortak katını bulması gerektiğini anlayarak çarpan ağacı, algoritma yöntemi, kat ve bölen kavramlarıyla kurmuş ve doğru sonuçlara ulaşmıştır.

45 ve 48 ortak bölenlerini bulunuz. Bu iki sayının en büyük ortak böleni kaçtır?
 45: 3, 5, 9 48: 2, 6, 3, 12, 24, Ortak: 1, 3

4 ve 6 sayılarının ortak katlarını bulunuz. Bu iki sayının en küçük ortak katı kaçtır?
 24 - 24 6'nın 4. katı 12
 4'ün 6. katı

30kg 20kg

Zeliha Hanım taşımaları için büyük kızına 30 kg, küçük kızına 20 kg lık çuvalar vermiştir. Çuvalarda her biri eş ağırlıkta paketlenmiş deniz tuzları bulunduğunu söyleyen Zeliha Hanım kızlarının çuvaları taşımakta zorlandığını görmesi üzerine iki kızından da çuvalarını açarak birer paketi kendisine vermelerini istemiştir.

a) Buna göre kızların Zeliha Hanım'a verdiği poşetlerin ağırlığı kaç kg olabilir? Neden, açıklayınız? 2, 5, 10, 1

b) Zeliha Hanım çuvalardaki paketlerin mümkün olan en az sayıda olduğunu söylemiş olsaydı toplamda kaç paket olurdu? 10 kg 5 paket olur 3 tane paket 1. çuvalda 2 tane paket 2. çuvalda olur

55 katlı bir iş hanında 2 adet asansör bulunmaktadır. A asansörü her 3 katta bir, B asansörü ise her 5 katta bir durmaktadır. Asansör temizlik görevlisi olan Can, A asansörünü Berk ise B asansörünü temizleyecektir. Can ve Berk 'in bindiği asansörler hangi katlarda durur? Can ve Berk 'in bindiği asansörler hangi katlarda birlikte durur?

A asansörü: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54
 B asansörü: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55

Şekil 4. 33. ÖŞ'nin 3. görüşmedeki çözüm kağıdı

4.4. Asal Sayı, Asal Çarpan, Ortak Kat ve Ortak Çarpan/Bölen Kavramlarını Dikey Matematikleştirme Süreci

Öğrencilerin sınıfta çözülen 3 adet bağlamsal problemle kapsüllenen kat, bölen, ortak kat, ortak bölen ve asal sayı kavramlarının kapsüllerinden çıkarılarak farklı kavramlarla koordinasyon kurup 8. sınıf kazanımlarında yer alan bazı özellikleri keşfedebilmeleri amaçlanmıştır. Bu amaçla araştırmacı tarafından bazı sorular hazırlanmıştır (Ek 15). Öğrencilerden bu soruları çözmeleri istenerek dikey matematikleştirme süreçleri ayrıntılı olarak incelenmiştir.

4.4.1. ÖM'nin Dikey Matematikleştirme Süreci

ÖM, 1. soruda verilen sayıların EBOB ve EKOK'larını doğru şekilde bulmuştur. Verilen sayılardan birinin diğerinin katı olduğunu fark ederek EBOB'unun küçük sayıya, EKOK'unun ise büyük sayıya eşit olacağını ifade etmiştir. Sorunun devamında ise elde ettiği bu sonucu kullanarak doğru cevabı bulmuştur. 2. soruda sayıların ardışık sayılar olduğunu fark ederek "1 hariç hiçbir iki ardışık

sayının ortak böleni yoktur” ifadesini kullanmıştır. İfadesinde ardışık iki sayının EBOB’ unun 1 olacağını belirtmiştir. Bu sorunun tamamını doğru şekilde yanıtlamıştır. 3. ve 4. soruda verilen sayıların EKOK’ unun bu sayıların çarpımına eşit olduğunu fark etmiştir. Ancak verilen bu sayı çiftlerinin ortak özelliğini (aralarında asal sayılar olduğu) anlayamamıştır. Bu sorunun devamını da doğru olarak yanıtlayabilmiştir.

4.4.2. ÖR’nin Dikey Matematikleştirme Süreci

ÖR, 1. soruda verilen sayılardan birinin diğerinin katı olduğunu fark etmiştir. *“Küçük sayı, büyük sayının çarpanı, ortak katlarının en küçüğü büyük sayının kendisi”* diyerek iki sayıdan biri diğerinin çarpanıysa EKOK’ un büyük sayıya eşit olacağını düşündüğünü ifade etmiştir. ÖR, 1. sorunun devamını da doğru olarak yanıtlamıştır.

2. soruda verilen sayı çiftlerinin ardışık sayılar olmasını fark edememiş, sayılarından birinin asal sayı olduğunu fark etmiştir. *“Sayının biri asal sayıysa en büyük ortak böleni 1’ dir”* ifadesini kullanmıştır. Bu sorunun devamını da doğru cevaplamıştır.

ÖR 3. ve 4. soruda istenen sonuçlara ise ulaşamamıştır.

4.4.3. ÖŞ’nin Dikey Matematikleştirme Süreci

ÖŞ 1.sorudaki sayıların EBOB ve EKOK’larını doğru bir şekilde hesaplamıştır. *“Eğer iki sayı birbirinin katıysa en küçük ortak katları büyük sayıya, en büyük ortak bölenleri küçük sayıya eşittir”* diyerek istenen genellemeye ulaşmıştır. Bu sorunun devamını da doğru yanıtlamıştır.

2. soruda verilen sayıların ardışık sayı olduğunu fark etmiş ve hepsinin de EBOB’ unun 1 olduğunu hesaplamıştır. *“Hepsi ardışık sayılardır ve ortak bölenleri 1’ dir”* ifadesini kullanmış ve sorunun devamını da doğru olarak yanıtlamıştır.

3. ve 4. soruda verilen sayıların EBOB’larının 1 olduğunu fark etmiştir. EKOK’ larının ise bu iki sayının çarpımına eşit olduğunu düşünmüştür. *“Eğer ortak bölenleri sadece 1 ise o zaman iki sayının çarpımı en küçük ortak katıdır”* demiştir. Bu sonuçla alakalı olan bu sorunun devamını da doğru olarak çözmüştür.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde elde edilen sonuçlar, çalışma öncesinde hazırlanan ön genetik çözümleme ile ilişkilendirilip araştırma sonuçları, ilgili alan yazınıla tartışılarak sunulmuştur.

Çalışma sonucunda, uygulama öncesinde oluşturulan genetik çözümleme ile uygulama sonrası ortaya çıkan zihinsel şemalarının birbirleriyle tutarlı olduğu belirlenmiştir. Kavramların gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilip bu bağlam çerçevesindeki problem durumları ile oluşturulan öğretim ortamının, kavram oluşumunu genel olarak desteklediği görülmüştür. Öğrenme ortamının GME'ne göre düzenlenmesi öğrencilerin bu kavramları günlük yaşamda karşılaşılabilecekleri bir problemde de fark edebilmelerini ve böylece anlamlı öğrenmeler edinmeyi sağlamaktadır.

Katılımcıların bu kavramları oluştururken yaşadığı zorluğun temel sebebi, bu kavramlarla formal ve informal olarak ilk kez karşılaşmaları ve GME temelli öğretim ortamında ilk kez böyle bir çalışma yapmış olmalarıdır. Ancak, genel olarak öğrencilerin bu kavramları oluşturdukları görülmüştür. Bu da yapılan çalışmanın etkililiği hakkında bilgi vermektedir. Dolayısı ile yapılan bu çalışmanın sonuçlarının GME yaklaşımının kavram oluşumundaki önemini savunan çalışmaları (Aksarı, 2019; Dönmez, 2018; Özkaya, 2016; Sevim, 2019; Uça, 2014; Yoncuoğlu, 2018) destekler nitelikte olduğu söylenebilir. GME yaklaşımıyla işlenen derslerde başarı elde etme sebebi olarak, düzenlenen etkinliklerde öğrenmenin bağlamsal problemler etrafında, işbirlikli, tartışmaya ve araştırmaya açık olarak, sorgulayıcı ve öğrencinin matematiksel bilgileri kendisinin yeniden keşfetmesine imkân vermesi gösterilebilir. Alan yazında bu sonuçlara paralel araştırma sonuçları bulunmaktadır (Örneğin: Akyüz, 2010; Aydın, 2014; Çakır, 2013; Ersoy, 2013; Kaylak, 2014; Sevim, 2019; Uygur, 2012).

Çalışmada öğrencilerin ortak çarpan/bölen ve ortak kat kavramlarını oluşturmada zorluk yaşadıklarını ancak etkinlik sonlarında yapılandırdıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin bu kavramları yapılandırma süreçlerini inceleyen Bayraktar (2020)'ın çalışması ile benzer sonuçlar göstermektedir. Çalışmada öğrencilerin kavramsallaştırmayı önemsemeyip işlem yapmaya çalışması dikkat çekmiştir. Bu sonuç da standart olmayan gerçek yaşam problemlerini

çözebilmek için kavram oluşumuna daha fazla önem verilmesi gerektiğini belirten çalışmaları (Toğrul, 2014) destekler niteliktedir.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar altı alt başlık altında incelenmiştir. Bu başlıklar; asal çarpana ait sonuçlar, ortak çarpan/bölen-EBOB'a ait sonuçlar, ortak kat-EKOK'a ait sonuçlar, dikey matematikleştirme süreçlerine ait sonuçlar ve katılımcıların son bireysel görüşmede gerçekleştirdikleri üst düzey ilişkilendirme süreçlerine ilişkin sonuçlar şeklindedir.

5.1.1. Asal Sayı Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar

Asal sayı kavramını oluşturma sürecinde hazırbulunuşluk düzeyleri çok iyi, iyi ve orta olan üç katılımcı da eylem aşamasındayken problemde herhangi bir sayısal veri bulunmaması ve problemin oldukça uzun olmasından dolayı rahatsızlık duymuşlardır. Katılımcıların üçü de uzun olduklarını düşündükleri problemi anlayabilmek için defalarca okumuş ve anlamak için oldukça çaba göstermiştir.

Hazırbulunuşluk durumu çok iyi olan katılımcı, problemi anladığına karar verdikten sonra cebir karolarıyla problem bağlamında sunulan panoyu modellemeye çalışmış ve alan ölçüsü olabilecek sayıları sırayla deneyerek bulmuştur. Katılımcı, bulacağı alan ölçüsünün sadece 1'e ve kendisine bölünmesi gerektiğini içselleştirmiştir. Bu katılımcı, alanı 1 br^2 olan kaç adet dikdörtgen oluşacağı konusunda oldukça tereddüde düşerek, alanı 1 br^2 olan şeklin dikdörtgen değil kare olacağını düşünerek bu tereddütten kurtulmuştur. Burada hazırbulunuşluk durumu çok iyi olan katılımcının 5. sınıfta karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğu bilgisini edinmemiş olması bir anlamda kavramsallaştırmasında olumlu etkide bulunmuştur. Öğretim programı ve alan yazın bahsedilen geometri öğrenme düzeyleri dikkate alındığında, karenin özel bir dikdörtgen olduğu ilişkilendirmesi 5. sınıf düzeyinde hazırbulunuşluk olarak kazanılmış olması beklenen bir durum değildir. Bu katılımcının bu ilişkiyi bilmemesi 1 sayısının asal olmadığı düşüncesini desteklemiş olmasına rağmen, öğretim programında küme kavramının bu kavramlardan daha önce verilmesinin asal sayıyı kavramsallaştırmasında daha doğru olacağı sonucunu ortaya koymaktadır. Hazır bulunuşluk düzeyi çok iyi olan bu katılımcı, süreç aşamasında 1'den 100'e kadar olan asal sayıları bulmaya çalışırken 1 ile 100 arasındaki bütün sayıların tek tek bölenlerini araştırmıştır. Bölen kavramıyla koordinasyon kurarak asal sayı kavramını kapsüllemiştir. Bu katılımcı, adım adım bütün sayıların bölenlerini sırayla araştırdığı için süreç aşamasından nesne aşamasına

geçerken oldukça sıkılmış ve zorlanmışır.

Hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan öğrenci de kavramlar arasında kargaşa yaşamış, “kare” ve “dikdörtgen” kavramlarının neyi ifade ettiğini bildiği düşünülmese de bu kavramları dikkatsizce birbiri yerine kullanmıştır. Bu da matematik öğretiminde kavram öğretimine daha fazla önem verilmesi gerektiğini belirten çalışmaları (Toğrul, 2014) destekler bir sonuç göstermektedir. Hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan bu katılımcı eylem aşamasında problemi tam olarak anlayamadan modelleme yapmaya çalışmıştır. Modelleme çalışmalarından sonra problemi tekrar okuyarak ve araştırmacının rehberlik amaçlı sorduğu sorular yardımıyla istenenin ne olduğunu anlamıştır. Bu katılımcı ilk olarak, bulması gereken alan ölçüsünün tek sayı olması gerektiğinin farkına varmıştır. 2’nin asal olan tek bir çift sayı olduğu sonucuna da ulaşmıştır. Bu katılımcı, 1’in asal sayı olup olmamasıyla ilgili ikileme düşmemiştir. Süreç aşamasında ise tek sayı, çift sayı, bölen, kat ve bölünebilme kurallarıyla koordinasyon kurarak asal sayı kavramını kapsüllemiştir.

Hazır bulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı, eylem aşamasında problemin görselinde bahsedilen okul koridoruna çıkarak, oraya uygun olan pano alanını hesaplayabilmek için koridorda mezura ve adımları yardımıyla ölçümler yapmıştır. Sonrasında genel bir sonuca ulaşması gerektiğini fark ederek cebir kurallarıyla modelleme yapmaya çalışmış ve birkaç denemeden sonra nasıl modelleme yapması gerektiğini anlamıştır. Bu durum da öğrencilerin bu tarz problemlere aşina olmadıkları için modelleme yapmaya da yabancı olduğunu düşündürmektedir. Bu katılımcının da çarpan ve bölen kavramları arasında çatışma yaşadığı, bu kavramları birbiri yerine kullandığı görülmüştür. Katılımcı, bulacağı alan ölçüsünün sadece 1’e ve kendisine bölünebilen sayılar olması gerektirdiğini içselleştirerek süreç aşamasına geçmiş, bu aşamada da kat, bölen, tek sayı, çift sayı, çarpan ağacı ve bölünebilme kurallarıyla koordinasyon kurarak nesne aşamasına geçtiği düşünülmüştür. Bu katılımcının da 1’in asal sayı olup olmaması konusunda tereddüt yaşadığı ve karenin bir dikdörtgen olamayacağı şeklindeki düşüncesi ile bu ikilemden çıktığı fark edilmiştir.

Hazırbulunuşluk düzeyleri çok iyi, iyi ve orta olan katılımcıların süreç aşamasında gerçekleştirdiği koordinasyonlar incelendiğinde, hazırbulunuşluk düzeyi azaldıkça koordinasyon kurduğu kavram sayının fazla olduğu görülmüştür. Bunun sebebi olarak hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan katılımcının tereddüde düşmeden

bildiği en iyi yöntemle tek işlemde sonucu bulması, ancak hazırbulunuşluk düzeyi azaldıkça öğrencinin zihninde daha fazla yöntemle emin olmaya çalışma düşüncesi olabilir şeklinde düşünülmektedir.

Sonuç olarak, katılımcıların üçünün de asal sayı kavramını nesneleştirdiği görülmüştür. Katılımcılar, 1 ile 100 arasındaki asal sayıları belirlerken zorluk yaşamışlardır. Bu sonuç Yünkül'un (2006) öğrencilerin 1 ile 100 arasındaki asal sayıları göstermekte zorluk çektikleri sonucuyla birebir örtüşmektedir. 1 ve 100 arasındaki asal sayıların belirlenmesinde yaşanan en büyük zorluk ise 1'in asal sayı olmama durumudur.

Öğrencilerin 6. sınıf kazanımlarının bu aşamasındayken 1'in asal sayı olmamasını anlamamalarının beklenen bir durum olduğu düşünülmektedir. Çünkü bu durumun en doğru şekilde açıklanabilmesi için öğrencilere asal sayıların bölenlerinin iki elemanlı bir kümeden oluştuğu bilgisinin verilmesinin gerekli olduğu düşünülmektedir. Ancak, öğretim programında kümeler konusunun çarpanlar ve katlar konusundan daha sonraki sırada yer almasının buna engel olduğu görülmektedir.

Katılımcılarla gerçekleştirilen bireysel görüşmeler sonucunda üç katılımcının da asal sayı kavramını nesne düzeyinde oluşturdukları; kavramsallaştırırken bölen, çarpan, tek-çift sayı, çarpan ağacı, bölünebilme kuralları ile koordinasyonların oldukça önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

5.1.2. Asal Çarpan Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar

Hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi, iyi ve orta olan üç katılımcı da eylem aşamasında problem bağlamında verilen şifre için düşünülmesi gereken sayının sadece asal iki sayının çarpımından oluşan iki basamaklı bir doğal sayı olacağını düşünmüştür. Bunun da aceleci davranmaları, problemi iyice okuyup anlamadan hızlıca işlem yapmaya çalışmalarından dolayı olduğu düşünülmektedir.

Hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan katılımcı, eylem aşamasında en küçük asal sayıdan başlayarak asal sayıların iki basamaklı katlarını bulmuş ve bulduğu bu sayıların problem bağlamında kırılabilen şifreler olacağını ifade etmiştir. Katılımcı, iki basamaklı doğal sayıların tamamından herhangi bir asal sayının katı olan doğal sayıları çıkardığında geriye kalacak sayıların kırılmayan şifre olabileceğini düşünmüştür. Problemden katılımcının şifre olarak bir doğal sayı düşünmesi ve bu doğal sayının asal çarpanlarını bulması istenmektedir. Ancak katılımcı, problemin

çözümünü ters şekilde düşünerek asal çarpanlardan sayılara ulaşmaya çalışmıştır. Bu katılımcı, eylem aşamasından süreç aşamasına geçmekte çok zorluk yaşamış ve herhangi bir doğal sayının asal çarpanlarını bulması gerektiğini problemi defalarca okuyarak içselleştirebilmiştir. Araştırmacının sorduğu sorularla problemde geçen şifrenin sadece iki asal sayının çarpımı olması gerektiğini anlamıştır.

Hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan katılımcı, şifre için düşündüğü sayıların ilk etapta iki basamaklı asal çarpanlarını bulmaya çalışmış, sonrasında problemi tekrar okuyarak asal çarpanların iki basamaklı doğal sayılar olması gerektiğini anlamıştır. Süreç aşamasında çarpan ağacı ile koordinasyon kurarak doğal sayıların asal çarpanlarını belirlemiştir. Bu katılımcı da eylem aşamasında şifrenin iki asal sayının çarpımından oluştuğunu düşündüğü için iki basamaklı en küçük sayıdan başlayarak iki asal sayının çarpımından oluşup oluşmadığını incelemiştir. Araştırmacının sorduğu sorularla şifrenin sadece iki asal sayının çarpımından oluşmadığını anlamıştır. Herhangi bir doğal sayının asal çarpanlarını bulmasını gerektiğini içselleştirerek süreç aşamasına geçmiştir. Bu aşamada katılımcı, bölünebilme kuralları ve çarpan ağacı kavramlarıyla koordinasyon kurarak asal çarpan nesnesine ulaşmıştır. Öğrencinin en zorlandığı aşama eylemden sürece geçme aşaması olmuştur.

Hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı da eylem aşamasında şifreyi iki asal sayının çarpımı olan iki basamaklı bir doğal sayı olarak düşündüğü için hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan öğrenci gibi sırayla asal sayıların çarpımlarından iki basamaklı doğal sayı olanların şifre olabileceğini belirlemiştir. Araştırmacının sorularıyla şifrenin sadece asal sayıların çarpımından oluşması gerektiğinin farkına vararak doğal sayıların asal çarpanlarını bulması gerektiğini içselleştirmiştir. Süreç aşamasında asal sayı kavramını algoritma, bölme, çarpan ağacı, çarpan ve kat kavramlarıyla koordine ederek asal çarpan nesnesini oluşturmuştur.

Hazır bulunuşluk düzeyi çok iyi, iyi ve orta olan üç katılımcı da bu problemde eylem aşamasından süreç aşamasına geçerken zorlanmış, süreç aşamasına geçtikten sonra asal sayı kavramıyla çarpan, kat, bölme, bölünebilme kuralları, algoritma ve çarpan ağacı kavramları arasında koordinasyon kurarak nesne aşamasına geçmişlerdir.

Asal sayı kavramını oluşturma sürecinde olduğu gibi asal çarpan kavramını oluşturma sürecinde de hazırbulunuşluk düzeyi en iyi olan katılımcı, asal sayı kavramıyla sadece çarpan ağacı kavramını koordine etmiş, hazırbulunuşluk düzeyi

iyi olan katılımcı asal sayı kavramıyla çarpan ağacı ve bölünebilme kuralları kavramlarını koordine etmiştir. Hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı ise asal sayı kavramıyla çarpan ağacı, bölünebilme kuralları, bölme, çarpan, kat ve algoritma kavramlarını koordine etmiştir. Dolayısı ile bu kavramın oluşumunda da öğrencinin hazırbulunuşluk düzeyi azaldıkça süreç aşamasından nesne aşamasına geçişte koordine ettiği kavram sayısının fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu çalışmada öğrencilerin asal çarpan kavramına ulaşabilmeleri için ilk olarak problemi anlamalı ardından ise yaptığı eylemleri içselleştirebilmeleri için bölünebilme kuralları, çarpan ağacı, asal sayı, algoritma, tek-çift sayı kavramları ile ilgili şemalarının olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin buldukları çözüm yollarının farkında olmaları ve bu yollar arasında ilişki kurabilmeleri de çok önemlidir.

Katılımcılarla gerçekleştirilen bireysel görüşmeler sonucunda üç katılımcının da asal çarpan üç katılımcının da nesne düzeyinde kavramsallaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonucunda kavram oluşumunda, içselleştirme ve kapsülleme yapmanın kritik bir role sahip olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç alan yazında bulunan bazı araştırmaların sonucunu destekler niteliktedir (Arnon ve diğerleri, 2013; Dubinsky ve diğerleri, 2005). Ek olarak bu süreçlerin doğru olarak kapsüllenebilmesi için öğrencilerin güçlü koordinasyonlara sahip olmaları gerektiği görülmektedir.

5.1.3. Ortak Çarpan/Bölen ve EBOB Kavramını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar

Eylem aşamasında hazırbulunuşluk düzeyleri farklı olan üç katılımcı da iki doğal sayının bölenlerinden ortak olanlarını bulmalarını gerektiğini kolayca içselleştirerek süreç aşamasına geçmişlerdir. Bu bağlamsal problem sınıfa sunulan üçüncü rutin olmayan problem türü olduğu için öğrenciler artık problem çözme sürecine alışmış, problemin görseline ve materyallere bağlı kalmadan genellemeye varmaları gerektiğini anlamışlardır.

Hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan katılımcı diğer problemlerde de yaptığı gibi yine probleme farklı yoldan yaklaşmıştır. Önce bölen olarak bir doğal sayı düşünmüş ve bu sayının katlarını bularak problem bağlamında verilen bidonların hacimlerini tahmin etmeye çalışmıştır. Araştırmacının sorularıyla bütünden parçaya giden çözüm yolunu izlemeye başlamış ve doğal sayıların bölünebilme kurallarıyla bölenlerini bularak ortak olanını seçmesi gerektiğini içselleştirmiştir.

Hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan katılımcı da problemde sayısal verilerin

gerekli olmadığını, önemli olanın herhangi iki doğal sayının “ortak bişeyini” bulması gerektiğini içselleştirmiştir. Ancak problemde geçen “hiç artmayacak” ifadesi, bu katılımcıda kalansız bölünebilme değil, ortak asal çarpan bulması gerektiği fikrini oluşturmuştur. Araştırmacının rehberliği ile bu katılımcı, iki doğal sayının ortak bölenini bulması gerektiğini içselleştirerek süreç aşamasına geçmiştir. Katılımcının bu aşamaya geçerken zorlanmasındaki sebebin okuduğunu iyi anlayamaması olduğu düşünülmektedir.

Hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı da iki doğal sayının bölenlerinden ortak olanı bulması gerektiğini içselleştirmiş, bölen olarak düşündüğü sayının katlarını alarak onların bölen olup olamayacağını araştırmıştır.

Süreç aşamasında ise hazırbulunuşluk düzeyleri farklı olan üç katılımcı da bulduğu bölenlerden ortak olanı seçerek ortak çarpan/bölen nesnesine ulaşmışlardır. Katılımcıların üçü de ortak bölen nesnesini tekrar kapsülde çıkararak en büyüğünü seçmiş ve EBOB nesnesine ulaşmıştır. Dubinsky’nin (1991) açıkladığı gibi, katılımcılar ortak bölenlerden en büyüğünü seçerek mevcut olan şemalarını daha da yüksek bir aşamaya taşımıştır.

Katılımcılarla gerçekleştirilen bireysel görüşmeler sonucunda üç katılımcının da ortak çarpan/bölen ve EBOB kavramlarını *nesne düzeyinde* kavramsallaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Katılımcıların ortak çarpan/bölen ve EBOB kavramlarını kolayca içselleştirerek gerekli koordinasyonları yapıp nesneleştirme sebebi olarak çalışmanın daha önceki kısmında asal çarpan nesnesini kavramsallaştırmaları söylenebilir. Çünkü katılımcılar, kendilerine verilen sayıları sistematik bir şekilde asal çarpanlarına ayırarak bunlardan ortak olanları ve en büyük olanı belirleyerek bu kavramları inşa etmişlerdir. Bu durum, Yılmaz ve Dündar’ın (2021) açıkladığı gibi ortak çarpan/böleni bulurken asal çarpanlara ayırma kavramının yapılandırılmış olmasının oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Çalışma sonucunda katılımcıların ortak çarpan/bölen kavramı için “ortak bişey” ve “ortak olan” gibi didaktik fenomenlere sahip olduğu görülmüştür.

5.1.4. Ortak Kat ve EKOK Kavramlarını Oluşturma Sürecine Ait Sonuçlar

Hazırbulunuşluk düzeyi farklı olan üç katılımcı da eylem aşamasında bağlamsal problemde iki doğal sayının katlarından ortak olanları seçmeleri gerektiğini içselleştirerek süreç aşamasına geçmişlerdir. Bu aşamada daha önceki kısımda oluşturdukları kat kavramı sürecini tersine çevirerek, buldukları katlardan

ortak olanları belirlemişler ve böylece ortak kat nesnesine ulaşmışlardır. Hazırbulunuşluk düzeyleri çok iyi ve iyi olan katılımcılar, nesneleştirdikleri ortak kat kavramını tekrar kapsülünden çıkarmış ve en küçüğünü seçerek EKOK nesnesine ulaşmışlardır. Hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı ise, grup içinde EKOK nesnesine ulaşmasına rağmen bireysel görüşmede bunu ifade edememiştir.

Ortak kat ve EKOK kavramlarının oluşum süreci incelendiğinde katılımcıların süreç ve nesne aşamasına geçişlerde zorluk yaşanmadığı dikkat çekmiştir. Katılımcılar bu kavramları oluşturmak için daha önceden kapsüllediği kavramları kapsülünden çıkararak üzerine eylemde bulunarak yeni bir nesne oluşturmuşlardır. Yapılan çalışmada katılımcıların önceden kapsülledikleri nesneyi kapsülünden çıkarıp üzerine eylemde bulunarak yeni nesne oluşturmayı başlangıç nesnesinden yola çıkarak yapılan koordinasyonlar sonucu yeni bir nesne etmeye göre daha kolay gerçekleştirdiği görülmüştür.

Çalışma sonucunda üç katılımcının da, ulaştıkları sonuçları bir araya getirerek kapsülledikleri ve genelledikleri bu bilgileri farklı problem durumlarında kullanmak üzere nesne haline getirdikleri görülmüştür. Katılımcıların nesne düzeyinde kavramsallaştırmaya sahip olabilmesi için ulaşılan nesnenin başka kavramların oluşumunda kullanılması gerekmektedir (Arnon ve diğerleri, 2014; Oktaç ve Çetin, 2016). Katılımcılar nesneleştirdiği ortak kat kavramına, en küçüğünü belirleme eylemi uygulayarak EKOK kavramlarını oluşturmuşlardır. Bunun da onların nesne aşamasını tamamladıklarının göstergesi olduğu düşünülmektedir.

5.1.5. Dikey Matematikleştirme Sürecine Ait Sonuçlar

Katılımcıların asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen, ortak kat, EBOB ve EKOK kavramları problemlerde nasıl uygulayabildiklerini anlama amacıyla dikey matematikleştirme süreçleri incelenmiştir. Elde edilen veriler sonucunda katılımcıların asal sayı kavramı ile ilgili dikey matematikleştirme sürecinde 1 ile 100 arasındaki asal sayıları belirleyebildikleri ancak hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi ve iyi olan katılımcıların 51 sayısını da asal sayı olarak düşündüğü görülmüştür. Bu yanlış değerlendirmenin sebebinin, sayının tek olması ve öğrencilerin sık karşılaştığı bir sayı olmaması olarak düşünülmektedir.

Katılımcıların asal çarpan kavramı ile ilgili dikey matematikleştirme süreci incelendiğinde, hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi ve orta olan katılımcıların sayıların asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemiyle, hazırbulunuşluk düzeyi iyi olan

katılımcının ise algoritma yöntemiyle doğru olarak bulduğu görülmüştür.

Katılımcıların ortak çarpan/bölen, ortak katEBOB ve EKOK ile ilgili dikey matematikleştirme süreçleri incelendiğinde, üç katılımcının da karşılaştıkları problemlerde doğru çözümlmeleri yaptığı görülmüştür. Ancak, hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcının problemi okuduğunda EBOB ve EKOK'dan hangisini bulmasını gerektiğini anlamakta zorluk çektiği tespit edilmiştir. Bu sonuç Bayraktar'ın (2020), öğrencilerin özellikle problem durumlarında istenenin ortak kat mı yoksa ortak bölen mi olduğu konusunda zorluk çektiği sonucuya örtüşmektedir.

Yapılan çalışmanın sonuçları incelendiğinde üç katılımcının da asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen-EBOB ve ortak kat-EKOK kavramlarını nesneleştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum tasarlanan öğretim ortamının, bu kavramların oluşumuna katkı sağladığını düşündürmektedir.

5.1.6. Üst Düzey İlişkilendirme Sürecine Ait Sonuçlar

Katılımcıların belirlenen kavramlara ilişkin yatay ve dikey matematikleştirme süreçlerinin irdelenmesinin ardından öğrencilerin ne kadar yukarı seviyeye çıkabileceğini görmek için analizi için EBOB ve EKOK ile ilgili sorular çözülmüştür. Böylece, oluşturdukları kavramlarla ilgili formül ve genellemelere ulaşmalarını ve bu genellemeleri nasıl kullandıklarını incelemek amaçlanmıştır.

Kavram oluşum sürecinin APOS çerçevesinde irdelenmesiyle katılımcıların bulunduğu seviyelerin belirlenmesi için yenilik ifade eden matematiksel eylemler oldukça önemlidir (Oktaç ve Çetin, 2016). Ayrıca, eylemlerin daha üst düzeyde uygulamalarda gerçekleştirilmesinin önemi vurgulanmıştır (Zembat, 2015). Bunun için katılımcılara ileriki sınıf kazanımlarında yer alan genellemeleri oluşturup bu genellemeleri kullanmalarını gerektiren bazı sorular hazırlanarak sorulmuştur.

İlk soruda öğrencilerden, verilen iki sayıdan birinin diğerinin katı olması durumunda EBOB'larının küçük, EKOK'larının ise büyük sayıya eşit olduğu genellemesine ulaşmaları beklenmiştir. Katılımcıların üçü de, soruda verilen ikişerli sayı gruplarının EBOB ve EKOK'larını belirleyerek bu genellemeye ulaşmışlardır.

İkinci soruda ardışık sayılardan oluşan ikişerli sayı grupları verilerek EBOB'ları ile ilgili bir genellemeye ulaşmaları amaçlanmıştır. Burada ulaşılması beklenen genelleme, ardışık sayıların EBOB'larının 1 olduğudur. Katılımcılardan hazırbulunuşluk durumu çok iyi ve iyi olanlar, sadece ardışık sayıların EBOB'unun 1 olduğu sonucuna ulaşırken, hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcı bu ilişkiyi

kuramamıştır. Hazırbulunuşluk durumu iyi olan katılımcının ardışık sayılar için 1 artan sayılar şeklinde bir fenomene sahip olduğu görülmüştür. Bu katılımcı, sayılardan birinin asal olduğu durumunda EBOB'larının 1 olacağını düşünmüştür. Ancak soruda, katılımcının bulduğu genellemeyi bozan sayı ikilisi de bulunmaktadır. Katılımcı, kavramlar arasında koordinasyonu zayıf kurarak istenen sonuca ulaşamamıştır.

Üçüncü ve dördüncü soruda öğrencilerden aralarında asal sayıların EBOB'larının 1, EKOK'larının ise bu iki sayının çarpımına eşit olduğu sonucuna ulaşmaları beklenmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, aralarında asal kavramını sadece hazırbulunuşluk durumu çok iyi olan katılımcının kullandığı, diğer katılımcıların sayıların özelliği ile ilgili herhangi bir tanımlama yapmadığı görülmüştür. Hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi ve iyi olan katılımcılar istenen genellemeyi yapabilirken, hazırbulunuşluk durumu orta olan katılımcı sadece EKOK'larının bu iki sayının çarpımı olduğu genellemesine ulaşmıştır. Katılımcı, EBOB'larını hesaplamamış, sadece EKOK'larını bulmuştur. Katılımcının sayıların EBOB'larından bazılarını 1 yazarak doğru bulmuş, bazılarında ise yanlış sonuçlar bulmuştur. Hazırbulunuşluk düzeyi orta olan katılımcının EBOB kavramını tam olarak nesneleştiremediği düşünülmektedir.

Katılımcıların ulaştığı genellemelerin üzerine eylem yapmalarını gerektiren bir problem sorulmuştur. Hazırbulunuşluk düzeyi çok iyi olan katılımcının genellemeye ulaşmasına rağmen problemi çözemediği görülmüştür. Katılımcı, problemle ilgili genellemeyi ifade etmiş ancak üzerine eylemde bulunamamıştır. Katılımcı en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat kavramlarının oluşumunda süreç aşamasını tamamlamıştır. Bu katılımcının da EBOB ve EKOK nesnesine ulaştığı düşünülmüş olsa da, nesne ile süreç arasında bir aşama olmadığı varsayılarak bu sonuca varılmıştır. Yapılan çalışmalar (Ağaçdiken, 2021; Arnon vd., 2014; Dubinsky vd., 2013; Oktaç ve Çetin, 2016), öğrencilerin süreç aşamasından nesne aşamasına geçerken zorlandığını ve araştırmacıların bunu tanımlamakta zorlandıklarını ifade etmekte, bu durumu süreç ile nesne arasında “bütünlük (totality)” isminde yeni bir zihinsel aşama olabileceğinden bahsetmektedir. Hazırbulunuşluk durumu çok iyi olan katılımcının durumu ele alındığında araştırmacıların fikrinin örtüştüğü görülmektedir. Yani yapılan çalışmada bu öğrencinin durumunun APOS Teorik çerçevesinde önerilen bütünlük aşamasını destekler nitelikte olduğunu düşündürmektedir. Hazırbulunuşluk durumu iyi olan katılımcı ise problemi

içselleştirmiş EBOB ve EKOK ile kapsüllediği genellemeleri tekrar sürece dâhil edip, üzerine eylemler gerçekleştirerek bu genellemeleri tam olarak nesneleştirmiştir. Hazırbulunluluk durumu orta olan katılımcının ise bu genellemeleri içselleştiremediği, ancak dışarıdan uyarın olursa bu eylemleri gerçekleştirebildiği sonucuna ulaşılmıştır.

5.2. Öneriler

Matematik konuları birbiri üzerine eklenerek ardışık ve kademeli bir yapıdan oluştuğu için her öğrenme kendinden önceki konuların iyi öğrenilmesine bağlıdır ve kendinden sonraki öğrenmeler için de temel teşkil eder. Bu sebeple ön öğrenmeler çok önemlidir. Eğer daha önce öğrenilen konularda kavram yanlışları ya da eksiklikler mevcutsa, bu durum daha sonra öğrenilecek konuların da eksik ve hatalı öğrenilmesine sebep olur.

Bu çalışmada da bahsi geçen kavramlara temel teşkil edecek olan kavramların, öğrencilerin yeni kavramları oluşturmalarını oldukça etkilediği görülmüştür. Asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen-EBOB ve ortak kat-EKOK kavramlarının öğretimine başlanmadan önce öğrencilerin zihninde çarpan, kat ve bölünebilme kurallarının bilinmesi gerekmektedir. Bu sebeple kavram oluşum sürecinde veya öncesinde önbilgilerdeki hatalı veya eksik öğrenmelerin giderilmesi oldukça önemlidir.

Öğrencilerin kavramlarla ilgili sahip olduğu eksik ya da yanlış öğrenmelerin engellenmesi amacıyla onlara gerçek yaşamda karşılaşılabilecekleri ve öğrenciye anlamlı gelebilecek durumlar sunularak problemi hissetmeleri sağlanabilir. Problemi çözme sürecinde ise öğrencilerin bilişsel çatışma yaşayıp sahip oldukları yanlışları giderebilmeleri için rehber olunabilir. Ek olarak, öğrencilerin grup içerisindeki tartışmalarda birbirlerinin hatalarını düzelttikleri ve etkileşimli olarak birlikte öğrendikleri belirlendiğinden, öğrenme ortamındaki grup çalışmalarının kavram oluşumunu desteklemede yararlı olabileceği söylenebilir ve öğretmenlere derslerinde böyle çalışmalara yer vermeleri önerilebilir.

GME yaklaşımına uygun olarak gerçekleştirilen bu çalışmada öğrencilerin bu tarz problemlere alışkın olmadıkları, modelleme becerilerini yeterince sergileyemedikleri ve bildiklerini ifade etmekte güçlük yaşadıkları görülmüştür. Öğretilcek bilgilerin günlük hayatla ilişkilendirilerek öğrencilerin hayalinde canlandırabilecekleri, onlara hitap edecek bir bağlam içinde sunulması ve

öğrencilerin bu durumları ilişkilendirmesine imkân veren ortamın hazırlanması ve öğrenme sorumluluğunun öğrenciye ait olduğu bir desen seçilmesinin uygun olacağı söylenebilir.

Bu çalışmada asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen-EBOB ve ortak kat-EKOK kavramları için genetik bir çözümleme oluşturulup öğretim sürecinin derinlemesine incelenerek öğretim sırasında hangi aşamalara dikkat edilmesi gerektiği tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu çalışma sonuçlarına göre, süreç ve nesne arasındaki tanımlanamayan boşluğun bütünlük aşaması ile doldurulabileceği söylenebilir ve bu boşluğun bütünlük aşaması ile doldurulabilme durumunu araştıran farklı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, bu genetik çözümlemelerin farklı teorik çerçevelere göre incelenmesi ve farklılıkların tespit edilerek bahsi geçen kavramların öğretiminin alana önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Bugüne kadar birçok kavramın oluşum sürecinin açığa kavuşması için APOS teorisinden faydalanılmıştır. Bu teori kavramların zihinde oluşum aşamalarını anlamayı sağladığı için öğrencilerin matematik kavramlarını bu teori kapsamında incelemek alana oldukça katkı sağlayacaktır. Yapılan bu çalışmada asal sayı, asal çarpan, ortak çarpan/bölen-EBOB ve ortak kat-EKOK kavramlarının oluşum süreçleri detaylı olarak analiz edilmiştir. Bu kavramların 6.sınıf düzeyinde veya daha üst sınıf düzeyindeki yapılandırılma sürecinin incelenmesi amacıyla başka teorik çerçeveler kullanılarak da çalışmalar yapılabilir.

Bu çalışma sonucunda öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyinin arttıkça yeni bir kavramı nesneleştirmede daha az sayıda kavramla koordinasyon kurulduğu sonucuna ulaşılmıştır. Hazırbulunuşluk düzeyi ile koordinasyon kurulan kavram sayısı arasında anlamlı bir ilişkinin olup olmadığı da farklı araştırmalara konu olabilir. Bu tür çalışmaların alana büyük katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin anlamakta en çok zorlandığı durum 1'in asal sayı olmamasıdır. Öğrencilerin bu durumu anlamlandırabilmesi için kümeler konusu çarpanlar ve katlar konusunun önüne alınabilir. Böylece öğrencilere asal sayının bölenlerinin iki elemanlı bir kümeden oluştuğu bilgisi kavratılarak 1'in asal sayı olmaması açıklanabilir.

Ortak bölen ve ortak kat kavramlarını yapılandıran öğrencilerin kolayca EBOB ve EKOK kavramlarını oluşturabildikleri için EBOB-EKOK kat konusu 8.sınıf müfredatından 6.sınıf müfredatına alınabilir. Bununla alakalı daha farklı çalışmalar yapılması diğer araştırmacılara önerilebilir.

KAYNAKLAR

- Açan, H. (2015). *8.sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3.sınıf öğrencilerinin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Ağaçdiken, F. (2021). *5. Sınıf Öğrencilerinin Alan Kavramını Dinamik Matematik Yazılımı Destekli Öğretim Ortamında Oluşturma Süreçleri: Dikdörtgen Durumu*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Akış, A.(2022). *Üstbilişsel stratejilerle desteklenen gerçekçi matematik eğitiminin üçüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarıları, matematik tutumları ve üstbilişsel becerilerine etkisinin incelenmesi*. Doktora Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin Problem Çözme Bağlamında İncelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 01-13.
- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapısalcılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Akkaya R., Adıgüzel,T., Çubukluöz Ö., & Gökkurt Özdemir,B. (2018). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin En Büyük Ortak Bölen Ve En Küçük Ortak Kat Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin RBC+C Modeli İle İncelenmesi. *Journal of Computer and Education Reserch*, 6(12), 285-319.
- Aksarı, H. (2019). *Gerçekçi matematik eğitime dayalı öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Akdeniz Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Antalya.
- Akyüz, G. & Pala, N. M. (2010). PISA 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözme becerilerine etkisi. *İlköğretim Online*, 9(2), 668-678.
- Akyüz,M. (2010). *Gerçekçi matematik eğitimi (RME) yönteminin ortaöğretim 12. sınıf matematik integral ünitesi öğretiminde öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Alan, K. (2021). *6. sınıf öğrencilerinin Geogebra yazılımı ile hacim konusunu öğrenmelerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı çerçevesinde incelenmesi*. Yüksek lisans Tezi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238.
- Altun, M.(2016). *Matematik Öğretimi (5-6-7-8. Sınıflarda)*. Bursa: Alfa Akademi Basım Yayın Dağıtım.
- Argün, Z., Arıkan, A, Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*, Gazi Kitabevi, Ankara

- Arık Karamık, G. (2021). "Matematiksel Düşünmenin, Öğrenme ve Öğretimin Doğası". Ünlü, M.(ed.), *Matematik Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar*. Pegem Akademi, Ankara
- Arseven, A. (2010). *Gerçekçi Matematik Öğretiminin Bilişsel Ve Duyuşsal Öğrenme Ürünlerine Etkisi*, Yayınlanmış Doktora Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Arseven, A. (2019). *Matematik Öğretim Yöntemleri*. Pegem Akademi, Ankara
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2013). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York, NY: Springer Science & Business Media.
- Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S., & Oktac, A. (1997). Development of Students' Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(3), 241-309.
- Aşar, O., Arıkan, A., & Arıkan, A.. (2009). *Cebir*, Eflatun Yayın Evi: Ankara,
- Atasoy, M. (2017). *Türkiye ve Singapur ortaokul son sınıf matematik ders kitaplarının analizi: Gerçekçi matematik eğitimi perspektifi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Aydın, H. (2014). *Matematik öğretmen adaylarının gerçek hayat durumlarından matematiksel problem yazma ve çözme becerilerinin incelenmesi* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ayvalı, İ. (2013). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımıyla yapılan öğretimin hesapsal tahmin başarısına ve strateji kullanımına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Bal, R. (2021). *Gerçekçi matematik eğitiminin çarpanlar ve katlar konusundaki öğrenci başarısına ve matematiğe karşı tutumuna etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Başün, A. (2016). *Oyunla Öğretimin Çarpanlar ve Katlar Alt Öğrenme Alanında Başarı ve Kalıcılığa Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Baykul, Y. (2021). *Ortaokulda Matematik Öğretimi*, Ankara: Pegem Akademi.
- Bayraktar, F. (2020). *Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Baysal Kocakaya, F. (2010). *İlköğretim Öğrencilerinin (4-8. Sınıf) Cebir Öğrenme Alanında Oluşturdukları Kavram Yanılgıları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Bıldırcın, V. (2012). *Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) Yaklaşımının İlköğretim Beşinci Sınıflarda Uzunluk Alan ve Hacim Kavramlarının Öğretimine Etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırşehir.
- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2:119-126.
- Bingölbali, E. (2016). *Kavram tanımı ve kavram imajı*. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 101-114). Ankara: Pegem Akademi.
- Bolte, L. (1999). Enhancing and assessing preservice teachers' integration and expression of mathematical knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 167-185.

- Brown, A., Thomas, K., & Tolias, G. (2002). Conceptions of divisibility: Success and understanding. In S. Campbell & R. Zazkis (Eds.), *Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction* (pp. 41-82). Westport, CT: Ablex
- Can-Şenay, Ş. & Özdemir, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının lineer kongrüanslara ilişkin soyutlamayı indirgeme eğilimleri. *Eğitim ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori ve Uygulama*, 5(10), 59-72.
- Can, M. (2012). *İlköğretim 3. sınıflarda ölçme konusunda gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Cansız, Ş. (2016). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrencilerin matematik başarısına ve yaratıcı düşünme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Carpenter, T.P. & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.19-32). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early Algebra and Mathematical Generalization. *ZDM Mathematics Education*, 40, 3-22.
- Cihan, E. (2017). *Gerçekçi matematik eğitiminin olasılık ve istatistik öğrenme alanına ilişkin akademik başarı, motivasyon ve kalıcılık üzerine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Clark, J. M., Cordero, F., Cottrill, J., Czarnocha, B., DeVries, D. J., St John, D. & Vidakovic, D. (1997). Constructing a schema: The case of the chain rule?. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 345-364.
- Curtis M. & Tularam G. A. (2011). The importance of numbers and the need to study primes: The prime questions. *Journal of Mathematics and Statistics*, 7, 262-269.
- Çakır, Z. (2011). *Gerçekçi matematik eğitimi yönteminin ilköğretim 6. sınıf düzeyinde cebir ve alan konularında öğrenci başarısı ve tutumuna etkisi*. Yüksek lisans Tezi, Karaelmas Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Zonguldak.
- Çakır, P. (2013). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ilköğretim 4. Sınıf öğrencilerinin erişilerine ve motivasyonlarına etkisi*. Yüksek lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Çetin, R. (2018). *Ortaokul Altıncı Sınıf Tam Sayılar Konusunda Uygulanan Gerçekçi Matematik Eğitiminin Öğrencilerin Motivasyonlarına Etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kahramanmaraş.
- Çetin, İ. (2009). *Students' understanding of limit concept: An APOS perspective*. Yayınlanmamış doktora tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çetinkaya, S. (2015). *7e öğrenme halkası modelinin çarpanlar ve katlar konusunun öğretiminde akademik başarıya ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (M. Bütün ve S. B. Demir (çev.)), Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.
- Çilingir, E. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ilköğretim öğrencilerinin görsel matematik okuryazarlığı düzeyine ve problem çözme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

- Çilingir, E. & Artut, P. D. (2016). Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ilkököl öğrencilerinin başarılarına, görsel matematik okuryazarlığı özyeterlik algılarına ve problem çözme tutumlarına etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(3), 578-600.
- Danişman, Ş. (2019). “Matematik Öğretimi Ve Öğretim Yöntemleri”. Hacıömeroğlu, G.ve Tarım, K.(ed.). *Matematik Öğretiminin Temelleri-Ortaokul*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar. *Educational Administration in Theory & Practice*, 39, 338-355.
- De Lange, J. (1987). Mathematics, insight and meaning: *Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences*. Utrecht: Ow & Oc.
- De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. In Bishop, A. et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education V,1*, (pp. 49-97). Dordrecht: Kluwer Acad. Pub.
- Demirdöğen, N.(2007). *Gerçekçi matematik eğitimi yönteminin ilköğretim 6. sınıflarda kesir kavramının öğretimine etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Demirdöğen, N. & Kaçar, A. (2010). İlköğretim 6. sınıfta kesir kavramının öğretiminde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına etkisi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 56-74.
- Deniz, Ö. (2014). *8.sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğitim kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Deniz, Ö. & Kabael, T. (2017a). Eğitim Kavramının Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımı Altında Matematikleştirilme Süreci. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 123-142.
- Deniz, Ö. ve Kabael, T. (2017b). 8. Sınıf Öğrencilerinin Eğitim Kavramını Oluşturma Süreçleri. *Eğitim ve Bilim*, 42(192), 139-172.
- Dickinson, P., & Hough, S. (2012). *Using realistic mathematics education in UK classrooms*.
- Dienes, Z. P. & Golding E. W. (1971). *Approach to modern mathematics*. New York, NY: Herder and Herder.
- Doğrucan, H. (2019). *İlköğretim öğrencilerinin çarpanlar ve katlar konusundaki öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarının incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Kayseri.
- Doluzengin, B. (2019). *Gerçekçi matematik eğitiminin altıncı sınıf öğrencilerinin istatistiksel düşünme becerilerine, başarı güdülerine ve bilgilerinin kalıcılığına etkisi* Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Dönmez, P. (2018). *Gerçekçi matematik eğitimini 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelerdeki matematik başarısına ve öğrencileri matematiğe dair tutumlarına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi. Yeditepe Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü. İstanbul.
- Drijvers, P. H. M. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment: Design research on the understanding of the concept of parameter*. 10 Aralık 2022 tarihinde <https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/886/full.pdf> adresinden erişilmiştir.

- Drijvers, P., Boon, P., Doorman, M., Bokhove, C., Tacoma, S., 2013. Digital design: RME principles for designing online tasks. *ICMI Study 22: Task Design in Mathematics Education*. 21 - 25 Jul 2013.
- Dubinsky, E., & Lewin, P. (1986). Reflective abstraction and mathematics education: The genetic decomposition of induction and compactness. *The Journal of Mathematical Behavior*, 5(1), 55-92.
- Dubinsky, E. D. (1991). Constructive aspect of reflective abstractions in advanced mathematics. *Epistemological Foundations of Mathematics Experience*, (pp. 160-187). New York: Springer-Verlag.
- Dubinsky, E. D. & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICME study* (pp. 275-282). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E. (2001). Using a theory of learning in college mathematics courses. *MSOR Connections*, 1(2), 10-15.
- Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (eds.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-126). Springer, Dordrecht.
- Dubinsky, E., & Moses, R. P. (2011). Philosophy, math research, math ed research, K-16 education and the civil rights movement: A synthesis. *Notices of the American Mathematical Society*, 58(3), 1-11.
- Dubinsky, E., Arnon, I., & Weller, K. (2013). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: The case of 0,9 and 1. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 13(3), 232-258.
- Durmuş, S. (2004). Matematikte Öğrenme Güçlüklerinin Saptanması Üzerine Bir Çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 125.
- Dündar, M. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin prizmanın hacmi kavramını oluşturma süreçleri*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Ercire, Y. (2014). İrrasyonel sayı kavramına ilişkin yaşanan güçlüklerin incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Ersoy, E. (2013). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli eğitimin 7. sınıf olasılık ve istatistik kazanımlarının öğretiminde öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Sakarya Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Fauzan, A. (2002). *Applying realistic mathematics education (rme) in teaching geometry in indonesian primary schools*. Yayınlanmamış Doktora tezi, Universiteit Twente, Indonesia.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. In *The teaching of geometry at the pre-college level* (pp. 137-159). Springer, Dordrecht.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. The Netherlands, Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1978). Weeding and sowing. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lecturers*. Dordrecht: Kluwer

- Gelibolu, M. F. (2008). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımıyla geliştirilen bilgisayar destekli mantık öğretimi materyallerinin 9. sınıf matematik dersinde uygulanmasının değerlendirilmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ege Üniversitesi, İzmir.
- Gökçen, E.(2009). *Ortak bölenler ve katlar konusunun oyun ile öğretiminin başarıya etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Onsekiz Mart Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. Çanakkale.
- Gözkaya, Ş. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 7. Sınıf oran orantı konularının öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- Gravemeijer K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute, Utrecht.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155-177.
- Gravemeijer, K. & Terwel, J.(2000). Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777-796.
- Güneş S., Taskiran B., Karabıyık I. & Sekerci A. (2005). *İlköğretim Matematik Ders Kitabı* 6, (55-67), Ankara: Üner Yay.
- Güneş, G., & Gökçek, T. (2013). Öğretmen adaylarının matematik okuryazarlık düzeylerinin belirlenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 70-79.
- Gürbüz Koçyiğit, M. (2018). *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımı Altında Oran-Orantı Kavramlarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi: Apos Teorisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Hançerlioğlu, O. (1967). *Felsefe Sözlüğü*, Varlık Yayınları. İstanbul.
- Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 55-72.
- İnan, C., & Bekler, E. (2014). Pisa Sınavlarında Türkiye'nin Performansı Ve Öğretmen Eğitiminde Çözüm Önerileri. *Electronic Turkish Studies*, 9(5), 1097-1118.
- Kan, A. (2019). *İlkokul 4. sınıf kesirler alt öğrenme alanı için gerçekçi matematik eğitimi yönteminin öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi. Ege Üniversitesi. Sosyal Bilimler Enstitüsü. İzmir.
- Karadeniz, M., Kızıllı, M. & Erol, B. (2019). Sekizinci sınıf öğrencilerinin ebob-ekok konusuna ilişkin algılayışlarının belirlenmesi. *Uluslararası 19 Mayıs Multidisipliner Çalışmalar Kongresi*. Giresun Üniversitesi, Giresun.
- Karadöl, D. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 6. sınıf alan ölçme konusunun öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına etkisi*. Yüksek lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Karasar, N. (2013). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Karataş, K., (2019). *Ondalık Gösterimler Konusunun Ortaokul 5. Sınıf Öğrencilerinde Gerçekçi Matematik Eğitimiyle Öğretiminin Başarıya Etkisi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kaylak, S. (2014). *Gerçekçi matematik eğitimine dayalı ders etkinliklerinin öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Keijzer, R., Van Galen, en F., & Oosterwaal, L. (2004). Reinvention revisited; learning and teaching decimals as example. *Paper presented at ICME10*, Copenhagen, Denmark.
- Koca, N. (2020). *Asal sayıların tespiti için farklı metod ve uygulamaları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Denizli.
- Köğçe, D., Yıldız, C., & Aydın, M. (2019). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel kavram yanlışlarını belirleme ve gidermeye ve kavram öğretimine ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(2), 53-478.
- Kösece, P. (2020). *Gerçekçi Matematik Eğitimi Yoluyla Matematiği Gerçek Yaşamla İlişkilendirme ve Tahmin Becerisini Geliştirmeye Yönelik Bir Eylem Araştırması*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Kurz, T. L. & Garcia, J. (2012). The Complexities of teaching prime decomposition and multiplicative structure with tools to preservice elementary teachers. *Journal of Research in Education*, 22(2), 169-192
- Küçük, A. & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. Sınıflarda Matematik Öğretiminde Karşılaşılan Bazı Kavram Yanlışları Üzerine Bir Çalışma, *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Kütük, H. (2017). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ortaokul matematik derslerinde kullanımının incelenmesi ve öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. Adana.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Establishing trustworthiness. In *Naturalistic Inquiry*, 289–331. Newbury Park, CA: Sage.
- Lucile and Gallot, Yves (2001), The Chronology of Prime Number Record's. <http://yves.gallot.pagesperso-orange.fr/primes/chrrcds.html>, Erişim Tarihi :17.12.2022
- MEB-Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (1-8. Sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> Erişim Tarihi: 05.04.2022
- MEB-Milli Eğitim Bakanlığı (2020). *PISA 2019 Türkiye ön raporu*. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi, No:15.
- Meel, D. (2003). Models and theories of mathematical understanding: Comparing Pirie and Kieren's model of the growth of mathematical understanding and APOS theory. In A. Selden, E. Dubinsky, G. Harel & F. Hitt (Eds.) *Research in collegiate mathematics education. V. Issues in mathematics education*, Vol. 12. Providence, RI: American mathematical society, 132-181.
- Memnun, Sezgin, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçlerinin araştırılması*. Yayınlanmamış Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Menon, U. (2013). Mathematisation – Vertical and Horizontal. *epiSTEME 5 International Conference to Review Research on Science, Technology and Mathematics Education*, January, India.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Beaton, A.E., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L. & Smith, T.A. (1997). *Mathematics Achievement in the Primary School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)*. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Nagle, C., Martínez-Planell, R., & Moore-Russo, D. (2019). Using APOS theory as a framework for considering slope understanding. *The Journal of Mathematical Behavior*, 54, 100684.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National.
- Nurwahyu, B. (2014). Concept Image and Concept Definition of Student's Concept Understanding. Proc Semin. Math. Educ. Graph Theory. *Department of Mathematics Education Faculty of Teacher Training Education Islamic University of Malang*, 17-26
- Ocakbaşı, E. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında 8.sınıf öğrencilerinin karekök kavramını oluşturma süreçleri*. Yüksek lisans tezi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- O'Connor, J.J. & Robertson, E.F. "Prime Numbers", http://www-history.mcs.standrews.ac.uk/HistTopics/Prime_numbers.html, 02.09.2022 tarihinde erişildi.
- Olkun, S & Toluk-Uçar Z. (2014) *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Maya Akademi
- Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F. T., & Gülbağcı, H. (2009). Modelleme Yoluyla Problem Çözme ve Genelleme: İlköğretim Öğrencileriyle Bir Çalışma. *Eğitim ve Bilim*, 34(151), 65-73.
- Okaç, A. & Çetin, İ. (2016). "APOS teorisi ve matematiksel kavramların öğrenimi". E. Bingölbalı, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler*, (s.163-181). Ankara: Pegem Akademi.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (2019a). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. Paris: OECD Publishing.
- Öksüz, R. (2018). *5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Özdemir, E. & Üzel, D. (2012). Gerçekçi matematik eğitime dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: temel ilkeler açısından. *e-Journal of New World Sciences Academy* 8(1), 115-132.
- Özgen, K. & Bindak, R. (2011). Lise öğrencilerinin matematik okuryazarlığına yönelik özyeterlilik inançlarının belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri* 11(2), 1073-1089.
- Özgü, C. (2002). *Asal Sayı Örüntüleri ve Goldbach Sanısı Üzerine Bir Çalışma*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Özkaya, A. (2016). *5. Sınıf matematik dersinde gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretimin öğrenci başarısına, tutumuna ve öz bildirimine etkisi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Özkan, M. (2019). *İlköğretim 6. sınıflarda cebir konusunun öğretiminde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrenci başarısına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Özyürek, M. (1983). Kavram Öğrenme ve Öğretme, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2, 347-366.
- Parraguez, M. & Okaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of APOS theory. *Linear Algebra and its Applications*, 432(8), 2112-2124.

- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. London: Sage.
- Piaget, J. (1977). Recherches sur l'absfraction: I. L'abstraction des relations logico-aritmetiques (Research on Reflective abstraction: I. Abstraction of logico-arithmetical relations). Paris: Presses Universitaires de France.
- Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction*. R. L. Campbell (Ed.). Psychology Press.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday & Company
- Radford, L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Revina, S., & Leung, F. K. S. (2018). Educational borrowing and mathematics curriculum: Realistic Mathematics Education in Dutch and Indonesian curriculum. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2(1), 1-16.
- Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Construcción de una descomposición genética: Análisis teórico del concepto transformación lineal. *Revista Latinoamericana De Investigación en Matemática Educativa*, 13(1), 89-112.
- Robitaille, D. F. & Robeck, E. D. (1996). The character and the context of TIMSS. In D.F. Robitaille and R.A. Garden (Eds.), *Research questions and study design*. TIMSS monograph N. 2. Vancouver, Canada: Pasific Educational Press.
- Romberg, A. & Lange J. D. (1998). *Mathematics in Context: Teacher Resource and Implementation Guide*. Britannica Mathematics system, USA.
- Sancu, A. (2022). *Gerçekçi matematik eğitimi (GME) destekli öğretimin ilkököl ikinci sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma başarılarına, öğrenmenin kalıcılığına ve öz yeterlilik algılarına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi. Medeniyet Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- Sarpkaya Aktaş, G.(2021).Etkili Matematik Öğretimi ile Oluşturulan Beceriler. Ünlü, M.(ed.), *Matematik Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar*.(67-85), Pegem Akademi: Ankara
- Senemoğlu, N. (2009). *Gelişim Öğrenme ve Öğretim* (Vol. 14). Ankara: Pegem Akademi.
- Sevim, H. (2019). *Gerçekçi Matematik Eğitimi Yaklaşımına Göre Tasarlanan Öğrenme Ortamlarının 6. Sınıf Öğrencilerinin Başarısına Etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans Tezi. Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Sezer, E. N. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde tasarlanan etkinliklerin uygulama sürecinin klasik ve elektronik portfolyo ile değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London:Fatmer.
- Skemp, R. (1986). *The psychology of learning mathematics*. Penguin: Harmondsworth.
- Streefland, L. (Ed.). (1991). *Fractions In Realistic Mathematics Education, A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. doi:10.1007/978-94-011-3168-1
- Şefik, Ö. (2017). *Öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını anlamalarının APOS teorisi ile analizi*. Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tall, D. (1988). *The nature of advanced mathematical thinking*. The Working Group for Advanced Mathematical Thinking for The Conference of the Psychology of Mathematics Education, Veszprem, Hungary.

- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Taş, E.T. (2018). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına ve tutumlarına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Tatar, E., Okur, M., & Tuna, A. (2008). *Ortaöğretim Matematiğinde Öğrenme Güçlüklerinin Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma*, 16 (2), 507–516.
- Tekin, H. H., (2006). Nitel araştırma yönteminin bir veri toplama tekniği olarak derinlemesine görüşme. *İstanbul Üniversitesi Sosyoloji Dergisi*, 3(13), 101-116.
- Toğrul, A. (2014). *Lise öğrencilerinin ebob-ekok problemlerinin çözüm süreçlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht [Wiskobas goal-directed]*. Utrecht: IOWO.
- Treffers, A. (1987). Three Dimensions: A Model Of Goal and Theory , *Educational Studies in Mathematics*. 19(3), 411-417.
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for Primary Education. In L. Streefland (Eds.), *Realistic Mathematics Education in Primary Schools* (pp. 21-57). Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Trigueros, M., & Martínez-Planell, R. (2010). Geometrical representations in the learning of two-variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 3-19.
- Tunalı, Ö. K. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitim bilim araştırmalarında etkin olarak kullanılacak nitel araştırma tekniği: görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*. 24, 543-559.
- Tziritas, M. (2011). *APOS theory as a framework to study the conceptual stages of related rates problems*. Analysis. Concordia University.
- Uça, S. (2014). *Öğrencilerin ondalık kesirleri anlamlandırmasında gerçekçi matematik eğitimi kullanımı: Bir tasarı araştırması*. Yayımlanmamış Doktora tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Uskun, K. (2020). *İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerinde gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının problem çözme ve problem kurma başarılarına etkisinin araştırılması*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırşehir.
- Uygur, S. (2012). *6. sınıf kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde gerçekçi matematik eğitiminin öğrenci başarısına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Uysal, E. & Yenilmez, K. (2011). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığı Düzeyi, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(2), 1-15.
- Ülgen, G. (2004). *Kavram Gelistirme: Kuramlar ve Uygulamalar (3. Baskı)*, PegemA Yayıncılık: Ankara.
- Ülker, E. (2018). *Ortaokulda ispata giriş: Gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde sözsüz ispatların kullanımı*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

- Ünal, Z. & İpek, A. (2010). *Gerçekçi Matematik Eğitiminin İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılarla Çarpma Konusundaki Başarılarına Etkisi. Eğitim ve Bilim*, 34 (152).
- Ünlü, M. (2021). Matematiği Öğrenme ve Öğretme, Ünlü, M. (ed.), *Matematik Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar*. (21-43), Pegem Akademi: Ankara.
- Üzel, D. (2007). *Gerçekçi matematik eğitimi (RME) destekli eğitimin ilköğretim 7. sınıf matematik öğretiminde öğrenci başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1998). Gender Differences in Mathematics Achievements in Dutch Primary Schools-On The Search for Features of Mathematics Education that are Important for Girls. In C. Keitel (Ed.), *Social Justice and Mathematics Education* (pp. 135-149). Berlin: Freie Universito/Berlin.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M.. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.
- Van den Heuvel-Panhuizen.M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a lpngitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Wijers, M. (2005). *Mathematics standarts and cirruculum in The Netherlands*. *ZDM*, 37(4).
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic mathematics education, In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525), Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2016). International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics: Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education. *ICME-13 Monographs*, Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1> adresinden erişildi.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293–305.
- Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In *Advanced Mathematical Thinking*, 65-81. Erişim adresi: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/0-306-47203-1_5.pdf
- Vinner, S. (2002). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In Tall D. (eds.), *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library, vol 11. Springer, Dordrecht.
- Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356–366.
- Yazgan, Y. (2007). *10-11 Yas Grubundaki Öğrencilerin Kesirleri Kavramaları Üzerine Deneysel Bir Çalışma*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Yelkenkaya, N. (2014). *Sayılar Teorisi Ders Notu*, İstanbul Kültür Üniversitesi Fen-Eğitim Fakültesi Matematik Bilgisayar Bölümü, İstanbul.
- Yerlikaya, T. & Kara, O. (2017). Kriptolojide Kullanılan Asal Sayı Test Algoritmaları, *Trakya University Journal of Engineering Sciences*, 18(1), ss.85-94.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* . Ankara: Seçkin Yayıncılık

- Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel soyutlama ve genelleme süreçlerinde görselleştirme ve rolü*. Yayınlanmamış Doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yılmaz, R., & Dündar, M. (2021). Formation Process of Common Divisor Concept: A Study of Realistic Mathematics Education. *Acta Didactica Napocensia*, 14(2), 30-43.
- Yiğit, M. (2014). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının açılı kavramlarının incelenmesi. *Matematik Meraklısı*, 11(3), 707-736.
- Yonucuoğlu, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki matematiksel başarılarına ve motivasyonlarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.
- Yünkül, E. (2006). *İlköğretim 6.sınıf matematik dersi OBEB ve OKEK konusunda bilgisayar destekli öğretim yazılım tasarımı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Zazkis, R. (2008). Divisibility and transparency of number representations. In M. P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the Connection: Research and practice in undergraduate mathematics* (pp. 81-92)
- Zembat, İ. Ö. (2015). Sayıların farklı algılanması-Sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi, yoksa öğretmenlerde mi?. M.F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri içinde* (s. 41-57). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Zulkardi. (1999). *How to design mathematics lessons based on the realistic approach?* Literature study. University of Twente.
- Weller, K., Brown, Dubinsky, E., McDonald, M. & Stenger, C. (2004). Intimations of infinity. *Notices of the American Mathematical Society*. 51(7), 741-750.

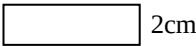
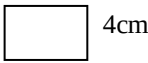
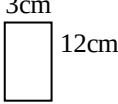
EKLER

Ek 1. Hazırbulunuşluk Testine Ait Belirtke Tablosu

Kazanım	BİLGİ	KAVRAMA	UYGULAMA	ANALİZ	SENTEZ	Toplam
M.5.1.2.9. Çarpma ve bölme işlemleri arasındaki ilişkiyi anlayarak işlemlerde verilmeyen öğeleri (çarpan, bölüm veya bölünen) bulur.			1			1
M.5.1.2.12. Dört işlem içeren problemleri çözer.				1		1
M.5.1.3.4. Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.		1				1
M.5.1.4.1. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan iki kesrin toplama ve çıkarma işlemini yapar ve anlamlandırır.			2			2
M.5.1.4.2. Paydaları eşit veya birinin paydası diğerinin paydasının katı olan kesirlerle toplama ve çıkarma işlemleri gerektiren problemleri çözer ve kurar.		1				1
M.5.1.5.4. Paydası 10, 100, veya 1000 olacak şekilde genişletilebilen veya sadeleştirilebilen kesirlerin ondalık gösterimini yazar ve okur.			1			1
M.5.1.6.3. Kesir, ondalık ve yüzdeler gösterimlerle belirtilen çoklukları karşılaştırır			1			1
M.5.2.4.1. Dikdörtgenin alanını hesaplar,			1			1
M.5.2.4.3. Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.					2	2
M.6.1.1.1. Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü ifade olarak yazar ve değerini hesaplar.	1					1
M.6.1.1.3. Doğal sayılarda ortak çarpan parantezine alma ve dağılma özelliğini uygulamaya yönelik işlemler yapar.			1			1
M.6.1.2.1. Doğal sayıların çarpanlarını ve katlarını belirler.	1	1	1	1	1	5
M.6.1.2.2. 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10'a kalansız bölünebilme kurallarını açıklar ve kullanır.				1	1	2
Toplam	2	3	8	3	4	20

Ek 2. Hazırbulunuşluk Testi

1.	$\begin{array}{r} 1035 \\ 23 \overline{) } \end{array}$ Yukarıdaki bölme işleminde kalan “0” ise bölen kaç olmalıdır? Açıklayınız.
2.	Aşağıda verilenleri üslü ifade olarak göstererek değerini hesaplayınız. a) İkinin küpü= b) Üçün karesi= c) Beşin küpü= d) Dördün karesi=
3.	6/A sınıfında 13 sıra vardır. Sıraların bazılarında üçer, bazılarında ikişer kişi oturmaktadır. Üçer kişi oturanların sayısı 15 olduğuna göre 6/A sınıfının mevcudu kaçtır? Neden?
4.	Aşağıda kesirler ve bu kesirlerin en sade gösterimleri verilmiştir. Buna göre bu gösterimlerden hangileri doğrudur? Gösteriniz. A) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ B) $\frac{30}{32} = \frac{15}{17}$ C) $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$ D) $\frac{28}{42} = \frac{2}{3}$
5.	Aşağıdaki işlemin sonucu kaçtır? Hesaplayınız. $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{18}\right) - \left(\frac{1}{36} + \frac{5}{12}\right) = ?$
6.	Aşağıdaki işlemleri yapınız. A) $\frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{?}{?}$ B) $\frac{7}{5} + \frac{9}{15} = \frac{?}{?}$ C) $\frac{3}{2} - \frac{3}{8} = \frac{?}{?}$ D) $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} = \frac{?}{?}$
7.	Ayşe bir pizzanın önce $\frac{2}{5}$'ini sonra $\frac{4}{15}$'ini yemiştir. Buna göre Ayşe pizzanın kaçta kaçını yemiştir? Geriye kalan pizza yediği pizzadan fazla mıdır? Açıklayınız.
8.	Aşağıdaki boşlukları “<”, “>” veya “=” ifadelerinden uygun olanlar ile doldurunuz . A) 0,3%32 B) 0,25 %0,4 C) 0,55 %5,5 D) 0,62..... %62
9.	Aşağıda verilen kesirlerin ondalık gösterimlerini bularak okunuşlarını karşılırlarına yazınız. A) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{7}{50}$ B) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{12}{40}$ E) $\frac{9}{300}$ F) $\frac{5}{8}$

10.	Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgenlerden hangisinin alanı diğerlerinden farklıdır? Gösteriniz. (MEB-KKT-2018/2019) A)  18cm 2cm B)  9cm 4cm C)  7cm 5cm D)  3cm 12cm
11.	Merve bilgisayar için 3 haneli şifre oluşturmak istemektedir. Bu şifreyi alanları $35cm^2$, $48cm^2$, $72cm^2$ olan dikdörtgenlerin cm cinsinden doğal sayı olan kenar uzunluklarından birer tanesini <u>sırasıyla</u> seçerek oluşturacaktır. Merve bilgisayar şifresi olarak belirleyebileceği en büyük şifre kaçtır? Açıklayınız.
12.	Kenar uzunlukları cm cinsinden doğal sayı olan bir dikdörtgenin alanı $70cm^2$ dir. Bu şartı sağlayan dikdörtgenleri oluşturunuz. Oluşacak dikdörtgenin çevre uzunluğu en az kaç cm olabilir?
13.	Aşağıdakilerden hangisi 12 sayısının hem katı hem de bölenidir? Sonucu açıklayınız. A) 1 B) 6 C) 12 D) 18
14.	Her katında 5 daire bulunan 5 katlı apartmanlardan 5 blok olduğuna göre toplam daire sayısını üslü ifade olarak göstererek hesaplayınız.
15.	$12.(a+b)=12.5+12.3$ ise “a+b” ‘nin değerini bulunuz.
16.	<u>3, 4, 5, 6, 7, 8, 9</u> Yukarıdaki sayılardan 36’nın çarpanı olan sayıların toplamı kaçtır?
17.	12 sayısının 100’den küçük kaç tane doğal sayı katı vardır? Gösteriniz.
18.	Aşağıdaki doğal sayılardan hangisinin bölen sayısı en fazladır? Açıklayınız. Bölen sayısı aşağıdaki doğal sayıların bölen sayısından fazla olan bir doğal sayı belirleyiniz. A) 8 B) 27 C) 20 D) 125
19.	Cenk Bey eve aldığı derin dondurucunun ücretinin tamamını 9 eşit taksit ile ödemiştir. Cenk Bey’in derin dondurucu için ödediği toplam tutar dört basamaklı $5a10$ doğal sayısına eşittir. Buna göre “a” yerine hangi sayılar gelebilir? Açıklayınız.
20.	Aynur telefonunun dört basamaklı şifresinin bazı rakamlarını unutmuştur. $2a6b$ şeklindeki şifresinin 2, 5 ve 9 ile bölünebildiğini hatırladığına göre a+b kaçtır? Açıklayınız.

SORULAR BİTTİ. CEVAPLARINI KONTROL EDEBİLİRSİN.



Ek 3. Asal Sayı Kavramına Götüren Bağlamsal Problem

Bağlamsal Problem 1

18 Mart Şehitleri Anma Günü ve Çanakkale Deniz Zaferi, her yıl 18 Mart günü tüm Türkiye’de kutlanılan milli bir gündür. Bu sene de okul idaresi anma günü için okulun bir koridorunu günün anlam ve önemini belirten görseller ve özlü sözlerle donatmayı planlamaktadır. Öğrencilerin hazırlayacağı içerikler baskı yapılarak yapışkanlı panoya koridor duvarı boyunca yerleştirilecektir. Öğretmenimiz yaptığı araştırma sonucunda internetteki en uygun fiyatlı alışveriş sitesinden sipariş verecektir. Bu sitede siparişler en ve boy uzunlukları ile değil, alan ölçüsü ile alınmaktadır. Öğretmenimiz pano alanının yaklaşık değerini bulabilmek için panonun ebatlarını birer doğal sayı olarak seçecektir. Sipariş edilecek panonun farklı ebatlarda gelerek karışıklık yaşanmaması için öğretmenimiz pano alanı olarak hangi sayıları tercih etmelidir?



Ek 4. (Bağlamsal Problem 1'den Sonraki) 1. Görüşme Soruları

1. Görüşme Soruları

• Sınıfta çözdüğünüz Problem-1'i hatırlayınız, bu problemi çözerken neler yapmıştınız, ne düşünmüştünüz? Ne bulmuştunuz? Nasıl bulmuştunuz? Neden öyle olduğunu düşünmüştünüz? *(Gerekirse kendi çözüm kâğıdı gösterilerek süreç hatırlatılacak).*

- Buradaki panonun alanı ne ifade etmektedir?
- Alan ölçüsü değiştiğinde ne gibi değişiklikler oldu?
- Panonun alan ölçüsü için hangi sayıları düşünmüştünüz? Neden?
- Bulduğunuz bu sayılar değişmesine rağmen farkına vardığınız bir şey var mı? Ne söyleyebiliriz?
- Bulduğunuz bu sayıları nasıl tanımlarsınız?

Yüzme Havuzu

31	32	33	34	35	36	37
41	42	43	44	45	46	47
51	52	53	54	55	56	57
61	62	63	64	65	66	67
71	72	73	74	75	76	77
81	82	83	84	85	86	87

Bir yüzme havuzundaki 42 adet soyunma kabini görseldeki gibi numaralandırılmıştır. Bu yüzme havuzundaki kabinlerden birinde çantasını unutan Naz, çantasını aramaya geldiğinde sadece kabin numarasının asal sayı olduğunu hatırlıyor. Buna göre Naz'ın çantasını unutmuş olabileceği kaç adet kabin vardır?

Etkinlik Kâğıdı 1

1) Aşağıdaki ifadelerden doğru olanlara **D**, yanlış olanlara **Y** yazınız.

- () En küçük asal sayı 2'dir.
- () 2 den başka çift asal sayı yoktur.
- () 57 sayısı asal sayıdır.
- () Tek sayılar asaldır.
- () 1 en küçük asal sayıdır.
- () Asal sayılar sonsuz tanedir.

2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Sınıfta A ve B adlı iki grup arasında yarışma yapılacaktır. İki gruptan seçilen birer temsilci, ellerindeki sarı ve kırmızı yapışkanlı kâğıtları, yukarıdaki gibi bir yüzlük tablosuna aşağıdaki kurallara göre yapıştıracaktır. İlk ve doğru tamamlayan grup yarışmayı kazanacaktır. Kurallar;

- En küçük sayıya sarı
- En küçük asal sayıya kırmızı ve bu sayının tüm katlarına sarı
- En küçük asal sayıdan sonraki ilk asal sayıya kırmızı ve bu sayının tüm katlarına sarı
- Kırmızı yapıştırılan ikinci asal sayıdan sonraki ilk asal sayıya kırmızı ve bu sayının tüm katlarına sarı
- Kırmızı yapıştırılan son asal sayıdan sonraki ilk asal sayıya kırmızı ve bu sayının tüm katlarına sarı
- Tabloda kâğıt yapıştırılmayan tüm sayılara kırmızı renkli kâğıt yapıştırılacaktır.

Yarışmayı A grubu erken tamamlamasına rağmen B grubu kazanmıştır. Sizce B grubu hangi sayılara kırmızı renk yapıştırmıştır? Bu sayılar için ne söyleyebilirsiniz?

3) 1'den 100'e kadar olan asal sayılardan kaç tanesi çifttir? Açıklayınız.

4) 20 ile 30 arasındaki asal sayıların toplamını bulunuz.

5) En küçük dört asal sayının çarpımını hesaplayınız.

6) “9A” iki basamaklı bir doğal sayı olduğuna göre bu sayının asal sayı olabilmesi için “A” yerine hangi rakamlar yazılabilir?

Ek 6. Bağlamsal Problem 1'den Sonra Verilen Ev Ödevi

Ev Ödevi 1

- 1) 1 ile 100 arasındaki asal sayıları yazınız.
- 2) En küçük beş asal sayının toplamı kaçtır?
- 3) 55 sayısına en az kaç eklenirse sonuç asal sayı olur?
- 4) 2 basamaklı en büyük asal sayının rakamları çarpımı kaçtır?
- 5) “A7” iki basamaklı doğal sayısının asal sayı olması için A yerine hangi rakamlar gelebilir?
- 6) a ve b farklı asal sayılardır. $a + 3b < 40$ ise $a + b$ en çok kaçtır?
- 7) Beril tamamı asal sayılardan oluşan kredi kartı şifresini oluştururken:
 - Şifresinin dört haneli olmasına ve çift bir asal sayı ile başlamasına,
 - Baştan 3. rakamının asal iki rakamın toplamı olmasına,
 - Şifrenin 5 ile bölünebilen bir sayı olmasına dikkat ediyor.Beril kredi kartının şifresini verilen bilgilere göre oluşturduğuna göre bu şifre aşağıdakilerden hangisidir?
A) 2357 B) 3275 C) 2735 D) 2375

Ek 7. Asal Çarpan Kavramına Götüren Bağlamsal Problem

Bağlamsal Problem 2

18 Mart Şehitleri Anma Günü ve Çanakkale Deniz Zaferi konulu eserlerin sergilenmesi amacıyla okula sipariş edilen pano, kullanılana kadar zarar görmemesi için okulun malzemelerinin saklandığı odada muhafaza edecektir. Kapısı şifreli bu odaya sadece öğretmenler ve idareciler için oluşturulan **iki basamaklı** özel şifreyle giriş yapılabilmektedir. Kapıya konulan şifreyi, şifrenin çarpanlarından **sadece asal sayı** olanlar çözebilmektedir. Bu odaya bazı öğrencilerin girdiği anlaşıldığına göre çözülen şifre ve bu şifreyi çözen sayılar neler olabilir? Siz olsaydınız **zor şifre** olarak hangi sayıları kullanırdınız? **Basamak sayısı fazla** olan bir şifreyi çözebilecek sayıları bulmak için ne önerirsiniz?



Ek 8. (Bağlamsal Problem 2'den Sonra Yapılan) 2. Görüşme Soruları

2. Görüşme Soruları

- Sınıfta çözdüğünüz Problem-2'yi hatırlayınız, bu problemi çözerken neler yapmıştınız, ne düşünmüştünüz?

- Ne bulmuştunuz?

- Nasıl bulmuştunuz?

- Neden öyle olduğunu düşünmüştünüz? (*Gerekirse kendi çözüm kâğıdı gösterilerek süreç hatırlatılacak*).

- Kapı şifresini çözen sayıları bulmak için nasıl bir yol izlediniz? Neden?

- Kapı şifresini çözen sayılar hakkında ne söyleyebiliriz? Neden?

- Kapı şifresinin zor çözülmesi için düşündüğünüz sayılar için ne söyleyebilirsiniz?

- **Basamak sayısı fazla** olan bir şifreyi çözebilecek sayıları bulmak için ne düşünmüştünüz? Neden ?

- Aşağıdaki sayıların asal çarpanlarını bulunuz.

A) 12 B) 20 C) 24 Ç) 40 D) 84 E)210 F) 2000

Etkinlik Kağıdı 2

- 1) Aşağıdakilerden hangisi 90 sayısının asal çarpanlarından biri **değildir**?
(2017 Bursluluk Sınavı)

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7

- 2) 150 sayısının farklı asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

- 3) 330 sayısının asal çarpanlarının toplamı kaçtır? (2020 Bursluluk Sınavı)

A) 27 B) 23 C) 21 D) 17

4)



Şekildeki çarkların üzerinde yazan sayılar, çarkların 1 dakikada kaçar defa döndüğünü göstermektedir. Buna göre hangisi bu çarkların 1 dakikalık süredeki dönüş sayılarının ortak asal çarpanıdır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7

- 5) Mert 1, 2, 3 ve 4 rakamlarını kullanarak birbirinden farklı iki basamaklı doğal sayılar oluşturacaktır. Buna göre Mert'in oluşturacağı sayıların kaç tanesi asal sayı değildir?

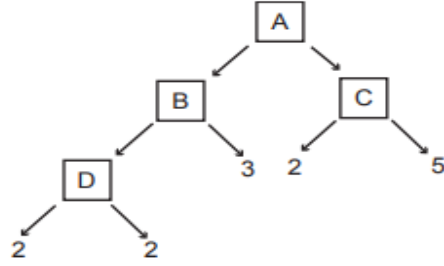
Ek 10. Bağlamsal Problem 2'den Sonra Verilen Ev Ödevi

Ev Ödevi 2

1) Aşağıdaki doğal sayıların asal çarpanlarını bulunuz.

15, 18, 20, 28, 30, 100, 108, 144, 120, 9, 10, 17, 22, 24, 27, 36

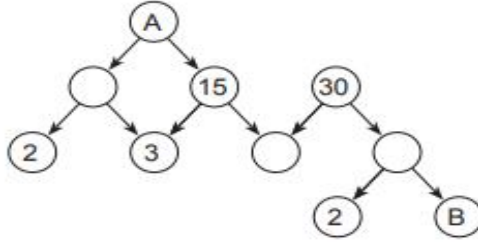
2) (2018-2019 MEB KKT)



Yukarıdaki çarpan ağacına göre $A + B + C + D$ kaçtır?

- A) 32 B) 120 C) 142 D) 146

3) (2018-2019 MEB KKT)



Yukarıdaki çarpan ağacına göre A ve B sayıları hangi seçenekte doğru olarak verilmiştir?

A	B
A) 90	2
B) 90	3
C) 75	2
D) 75	3

4) Aşağıdaki sayılardan hangisinin asal çarpan sayısı diğerlerinden fazladır?
(2018-2019 MEB KKT)

- A) 20 B) 35 C) 70 D) 80

Bağlamsal Problem 3

Solunum yolu enfeksiyonuna sebep olan koronavirüs salgını tüm dünyayı etkisi altına almıştır. Bu salgından en önemli korunma yolları ise maske, mesafe ve hijyen kurallarına dikkatli bir şekilde uyulmasıdır. Okul idaresi toplu olarak getirilen **farklı hacimli** kaplardaki dezenfektan ve kolonyaları öğrencilere dağıtmayı düşünmektedir. Öğretmenler, bunları birbirine karışmayacak ve hiç artmayacak şekilde eşit hacimli kaplara tamamen doldurarak öğrencilere dağıtacaktır. Kullanılacak kapların hacimleri nasıl belirlenmelidir?



a) Öğrencilerin çoğunun yanında hijyen malzemesi taşıdığı bilindiğine göre sıvıları **en az sayıda** kaba paylaştırmak için nasıl bir yol izlenmelidir?

b) Okula düzenli olarak hijyen malzemesi getirecek olan firma, kolonya ve dezenfektanları çeşitlerine göre kolileyecektir. Hazırlanan kolilerin büyüklüklerinin eşit olması istendiğine göre bunu nasıl sağlarsınız? Bu kolilerin küçük olması kolay taşınabilmesini sağlayacaktır. Bunun için kullanılması gereken **en küçük** koliyi nasıl belirlersiniz?



3. Görüşme Soruları

- Sınıfta çözdüğünüz Problem-3'ü hatırlayınız, bu problemi çözerken neler yapmıştınız, ne düşünmüştünüz? Ne bulmuştunuz? Nasıl bulmuştunuz? Neden öyle olduğunu düşünmüştünüz? (*Gerekirse kendi çözüm kâğıdı gösterilerek süreç hatırlatılacak*). Kolonya ve dezenfektanın birbirine karışmayacak ve artmayacak şekilde eşit hacimli kaplara paylaştırılması ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.
- Kullanılacak olan eşit hacimli kapları belirlerken nelere dikkat ettiniz? Neden?
- Kullanılması gereken kapların en az sayıda olması ne anlama gelmektedir?
- Kolilerin büyüklüklerinin eşit olması nasıl sağlanabilir? Bu ne anlama gelir?
- Kolay taşınabilecek en küçük koliyi nasıl belirleyebiliriz? Neden?
- Ulaştığınız sonuçlar nelerdir?
- 45 ve 48 ortak bölenlerini bulunuz. Bu iki sayının en büyük ortak böleni kaçtır?
- 4 ve 6 sayılarının ortak katlarını bulunuz. Bu iki sayının en küçük ortak katı kaçtır?



30kg



20kg

- Zeliha Hanım taşımaları için büyük kızına 30 kg, küçük kızına 20 kg lık çuvalar vermiştir. Çuvalarda her biri eş ağırlıkta paketlenmiş deniz tuzları bulunduğunu söyleyen Zeliha Hanım kızlarının çuvaları taşımakta zorlandığını görmesi üzerine iki kızından da çuvalarını açarak birer paketi kendisine vermelerini istemiştir.
a) Buna göre kızların Zeliha Hanım'a verdiği poşetlerin ağırlığı kaç kg olabilir? Neden, açıklayınız?
b) Zeliha Hanım çuvalardaki paketlerin mümkün olan en az sayıda olduğunu söylemiş olsaydı toplamda kaç paket olurdu?
- Samsun'da bulunan 55 katlı bir iş hanında 2 adet asansör bulunmaktadır. A asansörü her 3 katta bir, B asansörü ise her 5 katta bir durmaktadır. Asansör temizlik görevlisi olan Cenk ve Berk zemin kattan asansöre binerek asansörleri temizleyeceklerdir. Can, A asansörünü Berk ise B asansörünü temizleyecektir. Can ve Berk 'in bindiği asansörler hangi katlarda durur? Can ve Berk 'in bindiği asansörler hangi katlarda birlikte durur?

Etkinlik Kâğıdı 3

- 1) a) 2 ve 3 sayılarının 3 adet ortak katını yazarak en küçük ortak katlarını bulunuz.

b) 20 ve 30 sayılarının ortak bölenlerini bularak en büyük ortak bölenlerini hesaplayınız.
- 2) Bijuteri sahibi olan Meliha Hanım 150 cm uzunluğundaki kırmızı kurdeleyi ve 180 cm uzunluğundaki sarı kurdeleyi eşit uzunluklarda parçalara ayırarak süs eşyası yapmaya karar veriyor. Toplam parça sayısı en az kaç olabilir? Açıklayınız.
- 3) Bir gazete haberini okuyan güzel sanatlar faköltesi öğrencisi Berk, rubik (zekâ) küplerle annesinin portesini yaparak ona hediye etmeye karar verir. Dikdörtgen çeklindeki çerçevenin uzun kenar uzunluğu 320 cm, kısa kenar uzunluğu ise 250 cm ise kullanacağı rubik küplerin ayrıt uzunlukları kaç cm olabilir?
- 4) 45 kg'lık arpa ve 60 kg'lık buğday çuvalı hiç artmayacak ve birbirine karıştırılmayacak şekilde eşit hacimli kavanozlara konulacaktır. Kavanoz fiyatı 5 TL'dir. Cebinde 36 TL'si bulunan Suna çuvallarındaki pirinçleri kaç kg'lık kavanozlara koymalıdır? Neden?
- 5) Hemşire olan iki arkadaştan Esra 4 günde bir, Zeynep ise 5 günde bir nöbet tutmaktadır. Birlikte 3 Mayıs Salı günü nöbet tuttuktan sonra bu ay sonuna kadar Esra'nın ve Zeynep'in hangi günlerde nöbet tutacaklarını ve birlikte hangi gün nöbet tutacaklarını bulunuz.

Ek 14. Bağlamsal Problem 3'den Sonra Verilen Ev Ödevi

Ev Ödevi 3

- 1) Uzun kenarı 50 m, kısa kenarı 30 m olan dikdörtgen şeklindeki bahçenin çevresi eşit aralıklarla ağaçlandırılacaktır. Ağaçlar kaçar m ara ile dikilmelidir? Mümkün olan en az sayıda ağaç dikilmek istenirse aralıklar kaçar m olmalıdır?
- 2) Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur? (2018-2019 MEB KKT)
 - A) En küçük asal sayı 1' dir.
 - B) İki tane asal sayının toplamı her zaman çift sayıdır.
 - C) İki basamaklı en küçük asal sayı 13 'tür.
 - D) Her asal sayının 2 doğal sayı böleni vardır.
- 3) Ayşe Hemşire 6 günde bir Fatma Hemşire 8 günde bir nöbet tutmaktadır. İkisi birlikte nöbet tuttuktan **en az** kaç gün sonra tekrar birlikte nöbet tutarlar? (2018-2019 MEB KKT)
 - A) 48
 - B) 24
 - C) 16
 - D) 12
- 4) İki basamaklı 3a sayısı ile A sayısının en büyük ortak böleni 10 'dur. Buna göre A yerine aşağıdaki sayılardan hangisi **yazılamaz?** (2018-2019 MEB KKT)
 - A) 20
 - B) 40
 - C) 50
 - D) 60
- 5) Aşağıdaki doğal sayıların ortak bölenlerini bulunuz. En büyük ortak bölenleri kaçtır?
 - A) (24,30)
 - B) (18,40)
 - C) (12,24)
 - D) (9,18)
- 6) Aşağıdaki doğal sayıların üçer tane ortak katını hesaplayınız. En küçük ortak katları kaçtır?
 - A) (3,4)
 - B) (2,5)
 - C) (3,6)
 - D) (10,15)
- 7) Ayşe uzunluğu 8 cm olan yeşil kalem ve 12 cm olan kırmızı kalemlerini aynı hizadan başlayarak yan yana sıralıyor. Bu kalemlerin uçları ilk kez aynı hizaya geldiğinde, Ayşe iki kalemde toplamda kaç adet kullanmış olur?
- 8) Çiçekçi Gülseren Hanım'ın vazosundaki güllerin ve karanfillerin sayısı 115 ile 125 arasındadır. Gülseren Hanım çiçeklerini onarlı ve on ikişerli olarak buketler yaptığında vazoda hiç çiçek kalmamaktadır. Buna göre vazodaki çiçek sayısını nasıl hesaplayabilirsiniz?
- 9) Ali hiç artmayacak biçimde, 3 arkadaşına eşit şekilde paylaştırabileceği "57A" tane şekeri, 4 arkadaşına hiç artmadan eşit şekilde paylaştırmıştır. Buna göre A yerine yazılabilecek rakam kaçtır? (2019 Bursluluk Sınavı)
 - A) 0
 - B) 2
 - C) 4
 - D) 6

10) Ece'nin dikdörtgen şeklindeki yapboz tahtasının kenar uzunlukları 45 cm ve 72 cm 'dir. Yapbozu oluşturan parçalar birbirine eş ve kare şeklinde olduğuna göre, bu parçaların sayısı **en az** kaçtır? (2011 Bursluluk Sınavı)

A) 9

B) 15

C) 22

D) 40

11) 180 cm ve 216 cm uzunluğundaki iki çubuk, hiç artmayacak şekilde eşit uzunlukta parçalara ayrılacaktır. Buna göre oluşacak parça sayısı **en az** kaçtır? (2019 Bursluluk Sınavı)

A) 9

B) 11

C) 24

D) 36

12) Bir kümesteki tavuklarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- ✓ Kümesteki tavuklar 5'erli ve 8'erli gruplandığında hiç tavuk artmamaktadır.
- ✓ Kümesteki tavuk sayısı 75 ve 110 arasındadır.

Buna göre bu kümesteki tavuk sayısı kaçtır? Tavuk sayısının hangi aralıkta olduğu bilinmeseydi ne olurdu? Neden?

13) Dünyanın en güzel köşelerinden biri olan Faralya Vadisinde 24 dakikada bir yağmur yağmakta, 15 dakikada bir de güneş doğmaktadır. Güneş ışığının yağmur damlalarında kırılıp yansımasıyla ortaya gökkuşağı çıkmaktadır. Faralya Vadisinde 12.00'da gökkuşağı görüldüğüne göre bu saatten sonra ilk gökkuşağı saat kaçta görülür?

Etkinlik Kâğıdı 4

1) Aşağıdaki sayıların en büyük ortak bölenlerini ve en küçük ortak katlarını bulunuz. Dikkatinizi çeken bir şey oldu mu? Açıklayınız.

- A) 5 ve 15 B) 6 ve 12 C) 8 ve 24 D) 10 ve 50

2) Aşağıdaki sayıların en büyük ortak bölenlerini bulunuz. Ne fark ettiniz? Açıklayınız.

- A) 4 ve 5 B) 6 ve 7 C) 8 ve 9 D) 10 ve 11

3) Aşağıdaki doğal sayıların en büyük ortak bölenlerini bulunuz. Ne fark ettiniz?

- A) 4 ve 15 B) 5 ve 12 C) 10 ve 17 D) 16 ve 39

4) Aşağıdaki doğal sayıların en büyük ortak bölenlerini ve en küçük ortak katlarını bulunuz. Bu sayıların çarpımlarını bulunuz. Dikkatinizi çeken bir şey oldu mu açıklayınız.

- A) 3 ve 7 B) 2 ve 29 C) 8 ve 25 D) 15 ve 19

5) A ve B doğal sayılarının en büyük ortak böleni 1'dir. Bu iki sayının en küçük ortak katı 72 ise bu sayıların toplamı en az kaç olur?

6) Aşağıdaki ifadelerin başındaki kutucuklara doğruysa **D**, yanlışsa **Y** yazınız.

- () İki doğal sayıdan biri diğerinin katıysa en küçük ortak katları büyük sayıya eşittir.
() İki doğal sayıdan biri diğerinin katıysa en büyük ortak bölenleri büyük sayıya eşittir.
() İki doğal sayının en büyük ortak bölen 1 ise bu sayıların ikisi de asal sayı olmak zorundadır.
() İki doğal sayının en büyük ortak böleni 1 ise en küçük ortak katları bu sayılardan büyük olana eşittir.
() Ardışık doğal sayıların en büyük ortak böleni "0" dır.

4. GÖRÜŞME SORULARI

1) 1.Soruda ulaştığınız sonuçlar nelerdir? Açıklayınız.

a) A ve B birbirinden farklı iki doğal sayıdır. Bu sayıların en küçük ortak katı 15, en büyük ortak böleni 3 ise bu sayılar neler olabilir?

2) 2.Soruda ulaştığınız sonuç nedir, açıklayınız.

a) İki doğal sayının toplamı 11, en büyük ortak böleni 1 ise bu sayılar ne olabilir?

b) c ve d doğal sayılarının en büyük ortak böleni 1'dir. $c+d=12$ ise $c.d$ 'nin kaç farklı değeri vardır?

c) a ve b doğal sayılarının en büyük ortak bölenleri 1'dir. $\frac{a}{b} = \frac{4}{6}$ ise $a+b$ kaçtır?

3) 5. soruda ulaştığınız sonuç nedir?

b) İki doğal sayının en büyük ortak böleni 1'dir. Bu sayıların çarpımı 20 ise en küçük ortak katı kaçtır?

c) İki doğal sayının en büyük ortak böleni 1, en küçük ortak katı ise 72 ise bu sayıların çarpımı kaçtır?

d) x ve y 'nin en büyük ortak böleni 1 dir. $x.y=30$ ise bu sayıların en küçük ortak katı kaçtır?

Ek 17. Veli Onay Formu



T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI
ETİK KURULU

VELİ / VASİ ONAY FORMU

Tarih: .../.../20..

Bu çalışma, Ondokuzmayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, yüksek lisans öğrencisi *Nehir Keyik* tarafından yürütülen bir çalışmadır. Bu çalışmanın amacı matematiksel kavramların zihinsel oluşumlarını incelemektir. Bu amaçla velisi / vasisi olduğunuz kişinin bazı soruları cevaplandırmasına ve anketleri doldurmasına ihtiyaç duymaktayız. Uygulama tahminen 3 hafta sürecektir.

Velisi / vasisi olduğunuz kişinin çalışmaya katılımının onun fiziksel, zihinsel ve psikolojik gelişimine hiçbir olumsuz etkisi olmayacağından emin olabilirsiniz. Çalışmaya katılım tamamen gönüllülük esasına dayanmaktadır. Çalışma öncesinde velisi / vasisi olduğunuz kişinin de sözel olarak rızası alınacaktır. Velisi / vasisi olduğunuz kişinin vereceği cevaplar kesinlikle gizli tutulacak ve sadece bilimsel araştırma amacıyla kullanılacaktır. Bu formu imzaladıktan sonra da dilediğiniz zaman velisi / vasisi olduğunuz kişinin çalışmadan ayrılma hakkı bulunmaktadır. Çalışma hakkında daha fazla bilgi almak ve sorularınız için *Nehir Keyik*, 0543 309 4994, *nehirkeyik@gmail.com* ile iletişim kurabilirsiniz.

Destüğünüz için teşekkür ederiz.

İmzası Araştırmacının
Nehir Keyik
3208.Sokak-29/1
Yenimahalle/Atakum/Samsun
0543 309 4994

Yukarıda açıklamasını okuduğum çalışmaya hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın velisi / vasisi olduğum kişinin katılımını kabul ediyorum.

Veli ya da Vasinin
İmzası
Adı-Soyadı

Ek 18. Etik Kurul Kararı



ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI ETİK KURUL KARARLARI

KARAR TARİHİ	TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI
09.07.2021	07	2021/599

KARAR NO: 2021-599
Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü öğrencisi Nehir KEYİK' in Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında " 6. Sınıf Öğrencilerinin Çarpan ve Bölme Kavramlarını Gerçekçi Matematik Eğitimi Temelli Öğrenme Ortamında Oluşturma Süreçleri" isimli yüksek lisans tezine ilişkin test, mülakat, gözlem, video/film/görüntü kaydı ve ses kaydı analizi çalışmalarını içeren 20079 sayılı dilekçesi okunarak görüşüldü.

Üniversitemiz Lisansüstü Eğitim Enstitüsü öğrencisi Nehir KEYİK' in Doç. Dr. Rezan YILMAZ danışmanlığında " 6. Sınıf Öğrencilerinin Çarpan ve Bölme Kavramlarını Gerçekçi Matematik Eğitimi Temelli Öğrenme Ortamında Oluşturma Süreçleri" isimli yüksek lisans tezine ilişkin test, mülakat, gözlem, video/film/görüntü kaydı ve ses kaydı analizi çalışmalarının kabulüne oy birliği ile karar verildi.

Ek 19. MEB Uygulama İzni



**T.C.
SAMSUN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : E-27485554-605.01-34596240
Konu : Nehir KEYİK' in
Araştırma Uygulama İzni

13.10.2021

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün
21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.01-E. 1563890- 2020/2 sayılı Genelgesi,
b) Ondokuz Mayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 20/09/ 2021 tarihli ve
116194 sayılı yazısı.

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana
Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Nehir KEYİK' in ; İlimiz Bafra ilçesi Mustafa Erdin
Ortaokulu 6.sınıf öğrencilerine yönelik " 6.sınıf öğrencilerinin Çarpan ve Bölme Kavramlarını Gerçekçi
Matematik Eğitimi Temelli Öğrenme Ortamında Öğrenme Süreçleri " başlıklı tez çalışması yapmak
istediğine ilişkin ilgi (b) yazı ve ekleri, ilgi (a) genelgeye göre incelenmiş ve komisyon tarafından uygun
görülmüştür.

Söz konusu çalışmanın komisyon kararı doğrultusunda, uygulama sorularını çalışmayı yapan kişi
tarafından raporlanarak, Müdürlüğümüz Ar-Ge Birimine gönderilmesine dikkat edilerek, yüz yüze eğitim
öğretime ara verilmesi gözönüne alınarak online, örgün eğitimin tam olarak başlamasıyla birlikte
denetimi ilçe millî eğitim müdürlükleri/okul idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan,
göndüllülük esasına göre yapılmasının sağlanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Murat YILGIT
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Ekler :
1- İlgi (b) yazı ve ekleri
2- 30/09/2021 tarihli komisyon kararı

DAĞITIM:
Gereği:
Bafra İlçe Kaymakamlığına
(İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü)

Bilgi:
Ondokuz Mayıs Üniversitesi Rektörlüğü

Adres : Atatürk Bulvarı Hükümet Konağı İl Millî Eğitim
Müdürlüğü/SAMSUN
Telefon No : 0 (362) 435 80 63
E-Posta: samsunmem@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: L.SÖYLEYİCİ

Unvan : Şef

İnternet Adresi: <http://samsun.meb.gov.tr>

Faks 3624324854

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden f0b8-a594-33f1-8e0d-ad7c kodu ile teyit edilebilir.



ÖZ GEÇMİŞ

Nehir Keyik, Mustafa Hüsni Gemici Anadolu Öğretmen Lisesi'ni bitirdikten sonra Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünden 01.07.2013 yılında mezun oldu. 2019 yılında OMÜ Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programına girdi. Mezuniyetinden bu yana matematik öğretmeni olarak görev yapan Nehir Keyik, orta derecede İngilizce bilmektedir.

İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0000-0002-9251-6383

Yayınlar:

1. Keyik, N. & Yılmaz, R. (2022). 6th Grade Students' Construction Processes of Prime Number Concept in Realistic Mathematics Education Based Environment. *International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME)*. September 22-24, Pamukkale/Denizli, Turkey.
2. Keyik, N. & Ersoy, E. (2021). The Abilities Creative Problem Solution of 7. And 8. Class Students at Secondary School. *5th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education (Turkbilmat)*. October 28-30, Alanya/Antalya, Turkey.