



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ
ÖĞRETİM SÜRECİNDEKİ ZİHNİN GEOMETRİK
ALİŞKANLIKLARININ İNCELENMESİ

Arife TOLGA

İzmir
2023

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ
ÖĞRETİM SÜRECİNDEKİ ZİHNİN GEOMETRİK
ALİŞKANLIKLARININ İNCELENMESİ

Arife TOLGA

DANIŞMAN
Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN

İzmir
2023

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Doktora tezi olarak sunduğum “7. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

17/11/2023

Arife TOLGA



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 21/11/2023

Tez Başlığı:

7. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 207 sayfalık kısmına ilişkin, 21/11/2023 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (**Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı**) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 9 dur**.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz

Programı Kullanım Kılavuzunu okudum X

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) X

☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, ☐ Kaynakça hariç, ☐ Alıntılar dâhil, ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	X Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, X Kaynakça dâhil, X Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. X EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde. X	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmasının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Arife TOLGA

Öğrenci No : 086700009

Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği

Statüsü : Yüksek Lisans ☐ Doktora ☒

ÖĞRENCİ

DANIŞMAN

Arife TOLGA
21/11/2023

Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN
21/11/2023

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması lisans döneminde hayalini kurduğum ve büyük emekler sonucu karşılığını aldığım en yorucu ama en güzel çalışmamdır. Yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca bana kıymetli zamanını ayıran, her sorunumda çekinmeden fikir danışabildiğim, güler yüzünü ve samimiyetini benden hiç esirgemeyip çalışmalarına aydınlatıcı katkılar sağlayan sevgili danışmanım Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN'A çok teşekkür ederim.

Tez izleme toplantılarıma katılan ve eleştirel bakış açılarını sunarak çalışmama katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Ersen YAZICI'ya ve Prof. Dr. Süha YILMAZ'a minnettarım. Akademik gelişimime destek sağlayan Dokuz Eylül üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümü hocalarıma şükranlarımı sunmaktan büyük mutluluk duyuyorum...

Akademik hayat maceramda başından sonuna her sınav, sunum öncesi iyi dileklerini sunan, hayatımın her evresinde bana destek olan can dostum Hatice ACAR'a; yine bu süreçte pratik fikirleriyle yanımda olan, motivasyonumu arttıran arkadaşım Eylem YILMAZ'a; bu çalışmanın yazımında hissettiğim zorluklar sürecinde benimle birlikte duygularıma ortak olan, Aşkabat sayesinde tanışmış olduğum kıymetli arkadaşım Rahime KEÇECİ'ye çok teşekkür ederim. İyi ki varsınız...

Son olarak beni ben olap yetiştirip, bu duyguları yaşamama vesile olan, haklarını asla ödeyemeyeceğim annem Nuriye TOLGA ve babam Murat TOLGA'ya ve varlığından güç aldığım ablam Tülay TOLGA'ya çok teşekkür ederim. İyi ki benim ailemsiniz...

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	xiii
ABSTRACT.....	xv
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.1.1. Geometri Öğretimi	1
1.1.2. Öğretim Araçları.....	2
1.2. Amaç ve Önem	3
1.3. Problem Cümlesi.....	4
1.3.1. Alt Problemler.....	4
1.4. Sınırlılıklar.....	5
1.5. Varsayımlar	5
1.6. Tanımlar.....	5
1.7. Kısaltmalar.....	6
BÖLÜM II.....	7
KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	7
2.1. Kavramsal Çerçeve	7
2.1.1. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları	7
2.1.2. Çoklu Temsiller.....	13
2.1.2.1. Matematik Eğitiminde Temsil	13
2.2. İlgili Araştırmalar.....	15
2.2.1. Zihnin Geometrik Alışkanlıklarıyla İlgili Araştırmalar	15
2.2.2. Çoklu Temsillerle İlgili Araştırmalar.....	21
BÖLÜM III	26
YÖNTEM.....	26

3.1. Araştırmanın Modeli	26
3.2. Çalışma Grubu	28
3.2.1. Pilot Uygulama	29
3.2.2. Asıl Uygulama	30
3.3. Veri Toplama Araçları	33
3.4. Veri Toplama ve Uygulama Süreci.....	37
3.5. Veri Analizi.....	39
3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	400
3.7. Araştırmacının Rolü.....	422
BÖLÜM IV	433
BULGULAR.....	433
4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular	433
4.1.1. Öğretim Deneyi 1'e Ait Bulgular.....	433
4.1.2. Öğretim Deneyi 2' ye Ait Bulgular.....	52
4.1.3. Öğretim Deneyi 3' e Ait Bulgular.....	58
4.1.4. Öğretim Deneyi 4'e Ait Bulgular.....	65
4.1.5. Öğretim Deneyi 5'e Ait Bulgular.....	70
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular	755
4.2.1. ZGA Ön Teste Ait Bulgular	755
4.2.2. ZGA 1'e Ait Bulgular	90
4.2.3. ZGA 2' ye Ait Bulgular	99
4.2.4. ZGA 3'e Ait Bulgular	115
4.2.5. ZGA 4'e Ait Bulgular	131
4.2.6. ZGA Son Teste Ait Bulgular	143
4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular	159

BÖLÜM V	1622
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	1622
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	1622
5.1.1. Etkinlik 1 ve ZGA 1'e İlişkin Tartışma ve Sonuç.....	1622
5.1.2. Etkinlik 2 ve ZGA 2'ye İlişkin Tartışma ve Sonuç.....	163
5.1.3. Etkinlik 3 ve ZGA 3'e İlişkin Tartışma ve Sonuç.....	167
5.1.4. Etkinlik 4 ve ZGA 4'e İlişkin Tartışma ve Sonuç.....	169
5.1.5. Etkinlik 5 ve ZGA Son Test'e İlişkin Tartışma ve Sonuç	170
5.2. Öneriler	173
KAYNAKÇA.....	177
EK 1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi.....	191
EK 2. Uygulama İzinleri	192
EK 3. Etik İzin.....	193
EK 4. Öğretim Deneyi Etkinlikleri	194
EK 5. ZGA Soruları	201
EK 6. Gönüllü Katılımcı Onam Formu.....	216
EK 7. Veli İzin Formu.....	217

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 <i>İlişkilendirme alışkanlığına ait bileşenler</i>	8
Tablo 2 <i>Genelleme alışkanlığına ait bileşenler</i>	9
Tablo 3 <i>Değişmezleri araştırma alışkanlığına ait bileşenler</i>	11
Tablo 4 <i>Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait bileşenler</i>	12
Tablo 5 <i>Çalışma takvimi</i>	31
Tablo 6 <i>Öğretim deneylerinde beklenen temsiller ve geliştirilmesi planlanan alışkanlıklar</i>	34
Tablo 7 <i>Zihnin geometrik alışkanlıkları oturumlarına ait öğrenme alanları ve kazanımları</i>	36
Tablo 8 <i>Öğrencilerle yapılan görüşme süreleri</i>	38
Tablo 9 <i>Çalışmada yapılan geçerlik-güvenirlik durumları</i>	41
Tablo 10 <i>Etkinlik 1'e ait gösterimler</i>	51
Tablo 11 <i>Etkinlik 2'ye ait gösterimler</i>	57
Tablo 12 <i>Etkinlik 3'e ait gösterimler</i>	64
Tablo 13 <i>Etkinlik 4'e ait gösterimler</i>	70
Tablo 14 <i>Etkinlik 5'e ait gösterimler</i>	74
Tablo 15 <i>ZGA ön test oturumundaki alışkanlık durumları</i>	89
Tablo 16 <i>ZGA 1 oturumundaki alışkanlık durumları</i>	99
Tablo 17 <i>ZGA 2 oturumundaki alışkanlık durumları</i>	114
Tablo 18 <i>ZGA 3 oturumundaki alışkanlık durumları</i>	130
Tablo 19 <i>ZGA 4 oturumundaki alışkanlık durumları</i>	142
Tablo 20 <i>ZGA 5 oturumundaki alışkanlık durumları</i>	158

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1 Zihnin geometrik alışkanlıkları (Driscoll, 2007’den uyarlanmıştır)	7
Şekil 2. İç ve dış temsiller arasındaki ilişki (Goldin ve Kaput, 1996).....	15
Şekil 3. Öğretim deneyi süreci	28
Şekil 4. Geogebra program tanıtımı	30
Şekil 5. Araştırmada katılımcıların belirlenme süreci	31
Şekil 6. Araştırma süreci	32
Şekil 7. Görüşme süreci.....	39
Şekil 8. Analiz süreci.....	40
Şekil 9. Efe ve Zuhal’ in birbirlerine paralel 2 doğru çizimleri	43
Şekil 10. Araştırmacının örnek kesen çizimi.....	44
Şekil 11. Kesen doğru sonucu ortaya çıkan 8 açı	44
Şekil 12. İstenen açı değeri.....	45
Şekil 13. Kesiştir aracına tıklandıktan sonra ortaya çıkan açı	46
Şekil 14. H açısının değeri.....	46
Şekil 15. Ela’nın saatin tersi yönünde ilerlemesi	47
Şekil 16. İki doğruyu kullanarak açı değerini bulma.....	47
Şekil 17. Tülay’ın istenen açıyı bulma gösterimi	48
Şekil 18. Efe’nin istenen açıyı bulma gösterimi.....	48
Şekil 19. Araştırmacının saat yönünde ilerleyerek istenilen açıları bulma gösterimi	49
Şekil 20. Dört öğrencinin 8 açı değerini göstermeleri.....	50
Şekil 21. Ela ve Tülay’ ın istenilen açılar arası ilişkilendirmeleri.....	51
Şekil 22. Yamuk oluşturma aşamaları.....	52
Şekil 23. Öğrencilerin özel dörtgen çizimleri.....	53
Şekil 24. Araştırmacının eşkenar dörtgen çizimi.....	53
Şekil 25. Öğrencilerle birlikte en kapsayıcı dörtgen belirlenmesi.....	54
Şekil 26. Araştırmacının yamuğu ilk haline getirmesi	55
Şekil 27. Yamuktan elde edilen paralelkenar	55
Şekil 28. Tülay ve Efe’nin eşkenar dörtgen çizimi	56
Şekil 29. Öğrencilerin dörtgen sıralaması	56
Şekil 30. Araştırmacının dörtgen ilişkilendirmesi.....	57

Şekil 31. AB Doğru parçası.....	58
Şekil 32. Öğrencilerin düzgün altıgen aracını kullanarak düzgün altıgen çizimleri ..	59
Şekil 33. GH Doğru parçası.....	59
Şekil 34. Düzgün altıgenin bir kenarı	59
Şekil 35. Araştırmacının açılar ilerlemesi.....	60
Şekil 36. Araştırmacının örnek 60°'lik açı çizimi	61
Şekil 37. Verilen ölçüde aracı kullanılarak düzgün altıgen çizim aşamaları.....	61
Şekil 38. Verilen ölçüde açı kullanılarak oluşturulan düzgün altıgen	62
Şekil 39. Çemberler yoluyla altıgen oluşturma	63
Şekil 40. Noktaları değiştirerek eşit uzunlukta kenara sahip farklı tip altıgenler oluşturma.....	63
Şekil 41. Çemberler yoluyla oluşturulan düzgün olmayan altıgen.....	64
Şekil 42. Yarıçap uzunluğu a sürgüsü olan çember.....	65
Şekil 43. Metin aracı yardımıyla çember çevresi değerini gözlemleme aşamaları	66
Şekil 44. Sürgüye bağlı çevre değişimleri	67
Şekil 45. Merkez ve noktadan geçen bir çember çizimi.....	67
Şekil 46. Geogebra giriş alanında formül gösterimi.....	68
Şekil 47. Eşit çap uzunluğuna sahip yarım çemberler.....	69
Şekil 48. Yarım dairelerin alanları	69
Şekil 49. Dört farklı sürgü oluşturma	71
Şekil 50. Sürgülere bağlı farklı çemberler oluşturma.....	71
Şekil 51. Dört sürgüye bağlı dörtgen çizimi.....	72
Şekil 52. Noktaların oynatılmasıyla oluşturulan farklı dörtgenler	73
Şekil 53. Sürgülere bağlı farklı eşkenar dörtgenler oluşturma	73
Şekil 54. Tülay'ın ön test 1. soruya ait çözümü	75
Şekil 55. Efe'nin ön test 1. soruya ait çözümü	76
Şekil 56. Ela'nın ön test 1. soruya ait çözümü	76
Şekil 57. Zuhal'ın ön test 1. soruya ait çözümü	77
Şekil 58. Tülay'ın ön test 2. soruya ait çözümleri.....	78
Şekil 59. Efe'nin ön test 2. soru 1. şekli parçalaması.....	79
Şekil 60. Efe'nin ön test 2. soru 2. şekil için sonuca ulaştıramadığı çizimler	79
Şekil 61. Efe'nin ön test 2. soru 2. şekil için tamamlama yoluna gitmesi.....	80

<i>Şekil 62.</i> Ela' nın ön test 2. soru 1. şekli parçalaması	80
<i>Şekil 63.</i> Ela' nın ön test 2. soru 2. şekil için parçalama girişimleri	81
<i>Şekil 64.</i> Zuhall' in ön test 2. soru 1. şeklin alanı için bütüne tamamlaması	81
<i>Şekil 65.</i> Zuhall' in ön test 2. soru 2. şekil için çizimi	82
<i>Şekil 66.</i> Efe' nin ön test 3. soru için çözümü	83
<i>Şekil 67.</i> Zuhall' in ön test 3. soru çözümü	83
<i>Şekil 68.</i> Tülay'ın ön test 4. soru için çözümü	84
<i>Şekil 69.</i> Efe'nin ön test 4. soru için çözümü	85
<i>Şekil 70.</i> Ela'nın ön test 4. soru için çözümü	86
<i>Şekil 71.</i> Tülay' ın ön test 5. soru için çözümü	87
<i>Şekil 72.</i> Efe' nin ön test 5. soru için çözümü	87
<i>Şekil 73.</i> Ela' nın ön test 5. soru için çözümü	88
<i>Şekil 74.</i> Zuhall' in ön test 5. soru için çözümü	88
<i>Şekil 75.</i> Tülay'ın ZGA 1 soru 1 için çözümü	90
<i>Şekil 76.</i> Ela' nın ZGA 1 soru 1 için çözümü	91
<i>Şekil 77.</i> Efe' nin ZGA 1 soru 1 için çözümü	91
<i>Şekil 78.</i> Zuhall' in ZGA 1 soru 1 için çözümü	92
<i>Şekil 79.</i> Tülay'ın ZGA 1 soru 2 için çözümü	93
<i>Şekil 80.</i> Efe' nin ZGA 1 soru 2 için çözümü	94
<i>Şekil 81.</i> Ela'nın ZGA 1 soru 2 için çözümü	95
<i>Şekil 82.</i> Zuhall' in ZGA 1 soru 2 için çözümü	95
<i>Şekil 83.</i> Tülay' ın ZGA 1 soru 3 için çözümü	96
<i>Şekil 84.</i> Efe' nin ZGA 1 soru 3 için çözümü	97
<i>Şekil 85.</i> Ela' nın ZGA 1 soru 3 için çözümü	98
<i>Şekil 86.</i> Zuhall' in ZGA 1 soru 3 için çözümü	98
<i>Şekil 87.</i> Tülay' ın ZGA 2 soru 1 için çözümü	100
<i>Şekil 88.</i> Efe' nin ZGA 2 soru 1 için çözümü	101
<i>Şekil 89.</i> Ela' nın ZGA 2 soru 1 için çözümü	101
<i>Şekil 90.</i> Tülay' ın katlamaları sonucu oluşturduğu şekiller	103
<i>Şekil 91.</i> Efe' nin katlaması sonucu oluşturduğu şekil.....	104
<i>Şekil 92.</i> Ela' nın katlaması sonucu oluşturduğu şekiller.....	105
<i>Şekil 93.</i> Zuhall' in katlaması sonucu oluşturduğu şekiller.....	105

<i>Şekil 94.</i> Tülay'ın ZGA 2 soru 3 için çizimi	107
<i>Şekil 95.</i> Efe' nin ZGA 2 soru 3 için çizimi	108
<i>Şekil 96.</i> Ela' nın ZGA 2 soru 3 için çizimi	108
<i>Şekil 97.</i> Zuhall' in ZGA 2 soru 3 için çizimi	109
<i>Şekil 98.</i> Tülay' ın ZGA 2 soru 4 için çözümü	110
<i>Şekil 99.</i> Efe' nin ZGA 2 soru 4 için çözümü	110
<i>Şekil 100.</i> Ela' nın ZGA 2 soru 4 için çözümü	111
<i>Şekil 101.</i> Zuhall' in ZGA 2 soru 4 için çözümü	111
<i>Şekil 102.</i> Tülay' ın ZGA 2 soru 5 için çözümü	112
<i>Şekil 103.</i> Efe' nin ZGA 2 soru 5 için çözümü	113
<i>Şekil 104.</i> Ela' nın ZGA 2 soru 5 için çözümü	113
<i>Şekil 105.</i> Zuhall' in ZGA 2 soru 5 için çözümü	114
<i>Şekil 106.</i> Tülay' ın ZGA 3 soru 1 için çözümü	116
<i>Şekil 107.</i> Efe' nin ZGA 3 soru 1 için çözümü	117
<i>Şekil 108.</i> Ela' nın ZGA 3 soru 1 için çözümü	117
<i>Şekil 109.</i> Zuhall' in ZGA 3 soru 1 için çözümü	118
<i>Şekil 110.</i> Tülay' ın ZGA 3 soru 2 için çözümü	119
<i>Şekil 111.</i> Efe' nin yanlış katlamasının sonucu oluşturduğu şekiller.....	119
<i>Şekil 112.</i> Efe' nin ZGA 3 soru 2 için çözümü	120
<i>Şekil 113.</i> Ela' nın ZGA 3 soru 2 için çözümü	121
<i>Şekil 114.</i> Zuhall' in ZGA 3 soru 2 için çözümü	121
<i>Şekil 115.</i> Tülay' ın ZGA 3 soru 3 için çözümü	122
<i>Şekil 116.</i> Efe' nin ZGA 3 soru 3 için çözümü	123
<i>Şekil 117.</i> Ela' nın ZGA 3 soru 3 için çözümü	123
<i>Şekil 118.</i> Zuhall' in ZGA 3 soru 3 için çözümü	124
<i>Şekil 119.</i> Tülay' ın ZGA 3 soru 4 için çözümü	125
<i>Şekil 120.</i> Efe' nin ZGA 3 soru 4 için çözümü	125
<i>Şekil 121.</i> Ela' nın ZGA 3 soru 4 için çözümü	126
<i>Şekil 122.</i> Zuhall' in ZGA 3 soru 4 için çözümü	126
<i>Şekil 123.</i> Tülay' ın ZGA 3 soru 5 için çözümü	127
<i>Şekil 124.</i> Efe' nin ZGA 3 soru 5 için çözümü	128
<i>Şekil 125.</i> Ela' nın ZGA 3 soru 5 için çözümü	129

<i>Şekil 126.</i> Zuhâl' in ZGA 3 soru 5 için çözümü	129
<i>Şekil 127.</i> Tülay' ın ZGA 4 soru 1 için sıralaması	132
<i>Şekil 128.</i> Efe' nin ZGA 4 soru 1 için çözümü	132
<i>Şekil 129.</i> Ela' nın ZGA 4 soru 1 için çözümü	133
<i>Şekil 130.</i> Zuhâl' in ZGA 4 soru 1 için çözümü	133
<i>Şekil 131.</i> Efe' nin ZGA 4 soru 2 için çözümü	134
<i>Şekil 132.</i> Ela' nın ZGA 4 soru 2 için çözümü	135
<i>Şekil 133.</i> Zuhâl' in ZGA 4 soru 2 için çözümü	135
<i>Şekil 134.</i> Efe' nin ZGA 4 soru 3 için çözümü	137
<i>Şekil 135.</i> Ela' nın ZGA 4 soru 2 için çözümü	138
<i>Şekil 136.</i> Tülay' ın ZGA 4 soru 4 için ilk çizimi.....	139
<i>Şekil 137.</i> Tülay' ın ZGA 4 soru 4 için çözümü	140
<i>Şekil 138.</i> Efe' nin ZGA 4 soru 4 için yanlış çizim denemeleri.....	140
<i>Şekil 139.</i> Efe' nin ZGA 4 soru 4 için çözümü	141
<i>Şekil 140.</i> Ela' nın ZGA 4 soru 4 için çözümü	141
<i>Şekil 141.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 1 için çözümü	144
<i>Şekil 142.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 1 için çözümü	144
<i>Şekil 143.</i> Tülay' ın ZGA 5 soru 2 için çözümü	145
<i>Şekil 144.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 2 için çözümü	146
<i>Şekil 145.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 2 için çözümü	146
<i>Şekil 146.</i> Zuhâl' in ZGA 5 soru 2 için çözümü	147
<i>Şekil 147.</i> Tülay' ın ZGA 5 soru 3 için köpüklerin yarıçapını belirtmesi.....	147
<i>Şekil 148.</i> Tülay' ın ZGA 5 soru 3 için çözümü	148
<i>Şekil 149.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 3 için çözümü	148
<i>Şekil 150.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 3 için çözümü	149
<i>Şekil 151.</i> Zuhâl' in ZGA 5 soru 3 için çözümü	150
<i>Şekil 152.</i> Tülay' ın ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi.....	151
<i>Şekil 153.</i> Tülay' ın ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması	151
<i>Şekil 154.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi.....	152
<i>Şekil 155.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması	153
<i>Şekil 156.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi.....	153
<i>Şekil 157.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması	154

<i>Şekil 158.</i> Zuhâl' in ZGA 5 soru 4 için bulduğu meraların çevre ve alanları	155
<i>Şekil 159.</i> Tülay' in ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm	156
<i>Şekil 160.</i> Efe' nin ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm	156
<i>Şekil 161.</i> Ela' nın ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm	157
<i>Şekil 162.</i> Zuhâl' in ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm	157
<i>Şekil 163.</i> Öğretim Deneylerine Bağlı Gelişen Alışkanlıklar	160
<i>Şekil 164.</i> 7. sınıf matematik ders kitabı dörtgen ilişkileri (MEB, 2021)	165



ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TEMELLİ ÖĞRETİM SÜRECİNDEKİ ZİHNİN GEOMETRİK ALIŞKANLIKLARININ İNCELENMESİ

Geometri matematiğin önemli dallarından biridir. Diğer disiplinlerle ilişkilendirmelerin kurulduğu geometri öğrenme alanının, günlük hayat problemlerinde kullanılması ile bireylerin geometrik düşünceleri gelişir. Geometri düşünme gelişimlerini sağlayan diğer bir kavram da geometrik alışkanlıklardır. Zihnin geometrik alışkanlıkları, bireylerin geometrik düşünme becerilerini destekleyen üretici düşünme yollarından biridir (Driscoll, 2007). Bu düşünme yolları ile öğrencilerin geometrik düşüncelerinin nasıl geliştirileceği alışkanlık bileşenlerine göre açıklanmıştır. Zihnin geometrik alışkanlıkları teorik çerçevesine göre öğrencilerin geometrik problemleri çözerken uygun düşünme yollarını seçip, kullanmaları desteklenir. Farklı düşünme yollarının öğrenilmesinde etkili olan diğer bir durum matematiksel kavramların anlamlandırılmasında çoklu temsillerin kullanılmasıdır. Dinamik ortamda geometrik şekillere ait özellikleri gözlemleme fırsatı sunan dinamik yazılımlar ile öğrencilerin çoklu temsilleri kullanıp, temsiller arasındaki ilişkileri görebileceği ve bu durumun onların geometrik kavramları anlamlandırmasında etkili olacağı düşünülmektedir. Bu yüzden bu çalışmada öğrencilerin çoklu temsil temelli öğretim süreçlerindeki zihnin geometrik alışkanlıkları incelenmiştir. Bu süreçlerde kullanılan Geogebra etkinliklerinde öğrencilerin rahat ve samimi ortamda tartışmalarına izin verilerek temsil kullanımları desteklenmiştir. Araştırma 2020-2021 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde öğrenim görmekte olan dört adet 7. sınıf öğrencisiyle birlikte yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak Geogebra destekli etkinlikler ve öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemek amacıyla geometrik sorular kullanılmıştır.

Geogebra destekli etkinlikler ve problemler içeren bu çalışma uzaktan öğretim yoluyla çevrimiçi olarak nitel yöntemlerden öğretim deneyi ile yürütülmüştür. Bu öğretim deneylerinde kullanılan geometrik etkinlikler yoluyla öğrencilerin tartışmaları sağlanarak çoklu temsilleri kullanmalarına, fikirlerini dinamik ortamda gözlemlmelerine fırsat verilmiştir. Bu etkinliklerden sonra her bir öğrenciyle bireysel olarak görüşmeler yapılarak öğrencilerin geometrik alışkanlıkları incelenmiştir. Öğrencilerden toplanan veriler içerik analizi ile yorumlanmıştır.

Araştırmanın sonucunda Geogebra programının kullanıldığı çoklu temsil temelli öğretim süreçlerinin ilerleyen aşamalarında öğrencilerin matematiksel dillerinin, tartışmalarının geliştiği, fikirlerini rahatça uygulayabildikleri, ilgili öğrenme alanlarına yönelik geometrik alışkanlıklarında ilerlemeler yaşadıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Zihnin geometrik alışkanlıkları, çoklu temsiller, öğretim deneyi, geometrik düşünme, Geogebra.



ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE 7TH GRADE SCHOOL STUDENTS' GEOMETRICS HABITS OF MIND IN THE MULTIPLE REPRESENTATIONS-BASED INSTRUCTION PROCESS

Geometry is one of the important branches of mathematics. Individuals' geometric thinking develops with the use of the geometry learning area in which the associations with other disciplines are established in daily life problems. Another concept that enables the development of geometry thinking is geometric habits. Geometric habits of the mind are one of the productive ways of thinking that support individuals' geometric thinking skills (Driscoll, 2007). How to develop students' geometric thinking through these ways of thinking is explained according to habit components. According to the theoretical framework of geometric habits of mind, students are supported to choose and use appropriate ways of thinking while solving geometric problems. Another situation that is effective in learning different ways of thinking is the use of multiple representations in making sense of mathematical concepts. It is thought that with dynamic software that offers the opportunity to observe the properties of geometric shapes in a dynamic environment, students can use multiple representations and see the relationships between representations, and this will be effective in making sense of geometric concepts. Therefore, in this study, students' geometric habits of mind in multiple representation-based teaching processes were examined. In the Geogebra activities used in these processes, students' use of representation was supported by allowing them to discuss in a comfortable and friendly environment. The research was carried out by four 7th-grade students studying in the second semester of the 2020-2021 academic year. GeoGebra-supported activities and geometric questions were used as data collection tools to examine the geometric habits of the students' minds.

This study, which includes Geogebra-supported activities and problems, was conducted with an online teaching experiment using qualitative methods through distance education. Through the geometric activities used in these teaching experiments, students were given the opportunity to discuss, use multiple representations, and observe their ideas in a dynamic environment. After these activities, individual interviews were conducted with each student, and their geometric habits were examined. The data collected from the students were interpreted with content analysis.

As a result of the research, in the later stages of the multiple representation-based teaching processes in which the GeoGebra program was used, it was observed that the students' mathematical languages and discussions improved when they could easily apply their ideas and experienced improvements in their geometric habits towards relevant learning areas.

Keywords: Geometric habits of mind, multiple representations, teaching experiment, geometric thinking, Geogebra.



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Bilim ve teknolojide yaşanan hızlı değişimlerle bilgiyi üreten, günlük hayata transfer edebilen, problem çözebilen, eleştirelci düşünme yeteğine sahip, kararlı, empati kurabilen bireyler ön plana çıkmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Dünyada yaşanan gelişimler dikkate alındığında kişilerin matematiği günlük yaşamlarında hayata geçirme ihtiyaçları doğmakta ve bu ihtiyaçları nedeniyle matematikle uğraşan bireylerin gelecekleri konusunda seçenek şansları daha fazla olmaktadır (Altun, 2012). Matematiğin öğrenme alanlarından biri olan geometrinin önemi geçmişten günümüze devam etmektedir. Geometri geometriyi içine alan dünyamızı betimlemek için kullanılan sistemli bir yoldur (Günhan, 2006). Günlük hayatta, mühendislik uygulamalarında, diğer disiplinlerde, matematiksel yapı oluşturma süreçlerinde geometri aktif olarak kullanılır (Aksu, 2005). Geometri alanında başarılı olmak için gerçeklere dair çıkarımlarda bulunmak, akıl yürütme yeteneğine sahip olmak gerekir (French, 2004). Aynı zamanda geometri, öğrencilerin cebirsel, aritmetik ve matematiksel yapıları görselleştirerek anlamlandırmasında yardımcı olur (Napitulupu, 2001). Bireylerin çevrelerini gözlemlemesinin yanı sıra matematik, fen ve ilgili diğer disiplinlerle ilişkisinde geometri bir araç olarak düşünülebilir (Clements ve Battista, 1992).

Geometriye olan ihtiyaç arttıkça, 20.yy'ın başlarından günümüze kadar olan süreçte geometri öğrenme-öğretmeye dair birçok çalışma yapılmıştır (Güven ve Karpuz, 2016). Ancak uygulanan matematik öğretim programlarında uygulanan Öklid geometrisi öğrencilerin günlük hayatla ilişki kurmalarında gerekli desteği sağlamamaktadır (Baki, 2001). Bu yüzden öğrencilerin geometrik yapılandırmalarıyla ilgili çalışmaları incelemek gerekmektedir.

1.1.1. Geometri Öğretimi

Günlük yaşamda bireyler çerçeve oluşturma, duvar kağıdı kaplama, boya kullanma, depo yapma gibi problemlerin çoğunda geometriyi kullanır (Altun, 2012). Günlük yaşamla bu tarz bir ilişkisi olan geometri öğrenme alanı ilkokuldan ortaöğretim son sınıfa kadar her sınıf düzeyinde yer almaktadır (MEB, 2018). Geometri öğretimi matematik eğitiminin temel göstergelerinden biridir. Geometri öğretimini etkili bir şekilde gerçekleştirmek için

öğrencilerin geometrik düşünceleri geliştirilmelidir. Geometrik düşünme, kişilerin geometrik şekiller, kavramlar arasında ilişkilendirmeler kurarak geometrik problemleri çözmesini sağlayan bir düşünme sistemidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2007). Geometrik düşünmenin gelişimi için birçok çalışma yapılmıştır (Duval, 1998; Fischbein, 1993; Van Hiele, 1984; Driscoll, DiMatteo, Nikula ve Egan, 2007).

Geometrik düşünmenin gelişimini sağlamak için dikkat edilecek bir nokta da uygun öğrenme ortamlarının sağlanmasıdır. Bu durum da uygun öğretim araçlarıyla sağlanabilir. Geometri öğretiminde materyallerin kullanımı geometrik ve uzamsal düşünmenin gelişimi, mantık çıkarımları yapılması, günlük hayatta kullanılması, yapıları görselleştirme imkanı sunduğu için önemlidir (Hacısalıhoğlu vd., 2004).

1.1.2. Öğretim Araçları

Etkili bir geometri öğretiminin temel yollarından biri derslerde kullanılan araçlardır. Dinamik geometri yazılımları birçok geometrik öğelerin sanal ortamda oluşturulmasına fırsat vererek, bu yapılar arasında ilişkilendirme kurulmasına, bu ilişkilendirmeler ile geometrik bir iskele kurulmasına ve bu iskeleyi değiştirebilme imkanı sağlayan ortamlardır (Bintaş ve Akıllı 2008). Dinamik geometri yazılımları bir geometri laboratuvarı olarak düşünülebilir, bu ortam bireylere birtakım deneyler yapma şansı tanıyıp bilgiyi keşfetmelerine destek olur ve bu bilgiyi yeniden yapılandırma olanağı tanır (Köse, Uygan ve Özen, 2012). Geometri öğretiminde kullanılan dinamik yazılımlara Logo, Cabri Geometry, Geometer's Skatchpad ve Geogebra programları örnek olarak verilebilir (Şimşek ve Yücekaya, 2014).

Geogebra yazılımı analiz, cebir, geometri, aritmetik işlemlerin kullanıldığı, geometri ve cebir alanlarını tek bir ara yüzü kullanarak taşıyan Java tabanlı, kullanıcılarına ücretsiz yararlanma imkanı tanıyan bir programdır (Dikovich, 2009). Geogebra programı ücretsiz olmasının yanı sıra çeşitli dillere çevrilerek de matematik ve geometri öğretiminde etkin olarak kullanılır (Baltacı, Yıldız & Kösa, 2015; Kutluca ve Zengin, 2011). Bu sebeple, bu öğretim materyalinin geometri öğretim ortamlarında bir rehber eşliğinde ve planlar dahilinde yürütülmesi gerekir (SpearSwerling, 2006).

Dinamik geometri yazılım programlarında dinamik olarak etkileşimi kurulan temsiller, öğrencilere kendi yaptığı oluşumları somutlaştırma konusunda özgürlük sunmakta, onların bilişsel sorumluluklarını azaltarak dönüşüm hareketlerinin kendisinin yapmasına olanak sağlar (Ainsworth, 2008). Buna paralel olarak dinamik geometri programları temsiller

için birçok manipüle etme olanakları tanıyarak, program kullanan kişilere de görsel olarak geri dönütler sağlar (Leung, 2008; Leung, 2015).

1.2. Amaç ve Önem

Zaman geçtikçe değişen birey ve toplum ihtiyaçları, eğitim yaklaşımlarındaki gelişmeler bireylerden istenen rollere tesir etmiştir (MEB, 2018). Şu an yürütülmekte olan eğitim sistemindeki amaç öğrencileri ezberci sisteme yönlendirmekten çok, bilgilerini anlamlandırabilen, bunu gerçek hayatta kullanabilen öğrenciler yetiştirmeyi hedefler. Matematik öğretimi bireylerin öğrenme süreçlerinin başlarında somut öğelerle başlamasına rağmen ilerleyen zamanda bireylerin zihinlerinde soyut bir sistemi oluşturmaları gerekir (Umay, 1996). O halde matematiksel öğrenmeyi gerçekleştirmek için temsiller arasında ilişkilendirme yapabilme, kavramlara uygun temsiller kullanabilme, bir problemi çözerken nasıl çözebileceğine dair düşünme alışkanlıkları geliştirebilme olgusuna ulaşmak gerekir (Orbeyi, 2007; Costa ve Kallick, 2000).

Birçok disiplin için önem arz eden matematik bilimi birden fazla alt dallara sahiptir. Bunlardan biri olan geometri, şekil ve uzaya dair algıların araştırıldığı, bu algıların temel olarak yer edindiği matematiğin bir dalıdır (Gökbulut ve Ubuz, 2013). Geometri öğretiminin temel amacı bireyin problem çözme sürecinde geometriyi kullanması, yine bireyin kendi çevresini yorumlamasında kullanmasıdır (Baki, 2001). Türkiye’de yapılan araştırmalarda da geometri başarısının düşük olduğu ifade edilmiştir (Fidan ve Türnüklü, 2010). Nitekim Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması [TIMSS] 2011’e göre ülkemiz “geometrik biçim ve ölçü” bölümünde en düşük sonuçlar elde etmiştir (Oral ve McGivney, 2013). Bu durumun sonucu olarak da matematik öğretim programlarında teknoloji destekli çalışmalar yapıldığı ve bu çalışmaların matematik öğretiminin geliştirilmesine katkı sunulacağı açıklanmıştır (MEB, 2013). Baki (2014) de bilgisayarla etkileşimli programların matematiksel kavramların somutlaştırılmasında ve geleneksel sınıf ortamındaki kağıt kalemle gerçekleştirilen birçok uygulamanın matematik öğretmenlerinin işini kolaylaştırdığını savunmuştur. Bu çalışmada da teknoloji desteği olarak dinamik yazılım kullanılarak temsil temelli öğretim süreci gerçekleştirilmiştir.

Matematiksel kavramlara ait anlamlandırma süreçlerini etkin kılmanın yollarından bir tanesi öğretimlerde çoklu temsillerin kullanılmasıdır (Şeker ve Erdoğan, 2017). Çoklu temsillerle ilgili çalışmalarda bilgisayarla yapılan etkinlikler öğrencilere temsilleri aynı anda

kullanma, temsiller arasında ilişkilendirme fırsatları sunmaktadır (Akkoç, 2006). Teknolojinin matematik dünyasında gelişimler sağladığı dinamik geometri yazılımları ise öğrencilerin temsiller arasında muhakemeler yapabilmesini (Hıdıroğlu ve Aktaş, 2021), yine bu programlarda kullanılan çoklu temsiller yoluyla matematiksel öğeleri inceleyebilmesini ve bu öğeler arasındaki ilişkilendirmeler kurabilmesini sağlamaktadır (Baki, 2002; Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2014). Ülkemizde geometri öğretimi alanında yapılmış temsille ilgili çalışmalar incelendiğinde bu çalışmalar en fazla cebir öğrenme alanında olup, en az geometri ve ölçme öğrenme alanında (Ayyıldız ve Aktaş, 2021). Geometri alanında yapılan çoklu temsil çalışmalarına bakıldığında Bayık (2010) 11. sınıf öğrencilerinin oluşturdukları dış temsiller iç temsiller arasındaki ilişkileri, Karakuzu (2017) ilk ve ortaokul ders kitaplarındaki geometrik etkinlikleri, Ataş (2019) sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme bağlamında, geometrik çalışmalarında semboller, cebirsel ilişkileri, örüntüleri, genellemeleri, çoklu temsilleri, Eroğlu ve Akkuş (2021) 9. sınıf matematik ders kitabı üçgen problemlerindeki çoklu temsilleri incelemiştir. Geogebra'nın geometri ve cebir pencereleri arasında yapılan adımlar aynı anda görülebilir, bir pencerede yapılanlar diğer pencereye de aktarıldığı için temsiller arası ilişkilendirmeler kurulur (Hohenwarter, Jarvis ve Lavicza, 2009) ve kurulan bu ilişkiler öğrencilerin geometrik düşünme yollarından biri olan geometrik alışkanlıklarını da geliştirebilir. Alanyazında geometri öğrenme alanında çoklu temsil çalışmaları az olup, bu çalışma yoluyla 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim süreçlerindeki zihnin geometrik alışkanlıkları incelenerek literatüre katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

1.3. Problem Cümlesi

7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinde gösterdikleri temsil biçimleri, zihnin geometrik alışkanlıkları nasıldır ve hangi geometrik alışkanlıkları geliştirmektedir?

1.3.1. Alt Problemler

- 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinde gösterdikleri temsil biçimleri nelerdir?
- 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim süreçleri sonrasında hangi geometrik alışkanlıkları çıkmaktadır?

- 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sonrasında hangi geometrik alışkanlıkları geliştirmektedir?

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- 2020-2021 eğitim öğretim yılında İzmir iline bağlı bir ortaokulda öğrenim görmekte olan 4 öğrenci,
- 7. sınıf düzeyine ait “Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler”, “Çember ve Daire” alt öğrenme alanları,
- Uzaktan öğretim yoluyla çevrimiçi bir ortamda yürütülmesi,
- Öğretim deneylerinde kullanılan etkinlikler,
- Geometrik alışkanlıkların incelendiği geometrik problemler ile sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

- Katılımcıların geometrik etkinlikleri uygularken işlem adımlarını içtenlikle yaptıkları,
- Katılımcıların geometrik problemleri çözerken doğru olduğunu düşündükleri cevapları verdikleri,
- İlgili çalışma için alınan uzman görüşmelerinin objektif olduğu varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Geometrik Düşünme: Bireylerin geometrik yapılar arasında ilişkilendirmeler kurarak geometrik problemleri çözmesini destekleyen düşünme sistemidir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2007).

Temsil: Bir amaçla başka bir şeyi temsil eden yapılandırmalardır (Goldin ve Kaput, 1996).

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları: Geometrik düşünmenin geliştirilmesi amacıyla ortaya atılan “İlişkilendirme”, “Geometrik Fikirleri Genelleme”, “Değişmezleri Araştırma” ve “Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme” bileşenlerine sahip olan kuramsal bir çerçevedir (Driscoll, 2007).

Dinamik Geometri Yazılımları: Çizimlerin doğru, esnek ve hızlı bir şekilde yapılmasına imkan tanıyarak geometri öğretiminde etkili öğretim sağlayan araçlardır (Nagy-Kondor, 2008).

Öğretim Deneyi: Bireylerin matematiksel öğrenme süreçlerinin nasıl değişim ve gelişim gösterdiğini inceleyen öğretim temelli bir araştırma yöntemidir (Czarnocha, & Maj, 2008).

1.7. Kısaltmalar

AÖPA: Amaçları ön plana alma

BŞİ: Bağımsız şekilleri ilişkilendirme

DD: Dinamik düşünmeyi kullanma

E: Ela

Ef: Efe

EKK: Etkilerin kanıtlarını kontrol etme

KÖPA: Keşfi ön plana alma

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

ÖMBK: Özel muhakeme becerileri

T: Tülay

TÇK: Tam bir çözüm veya genel kural arama

TDK: Tanıdık durumlar veya bilinen sonuçlardan yararlanma

TŞPAİ: Tek bir şeklin parçaları arasında ilişkilendirme

VSDK: Varsayılan sadeleştirme durumlarından yararlanma

Z: Zuhul

ZGA: Zihnin geometrik alışkanlıkları

BÖLÜM II

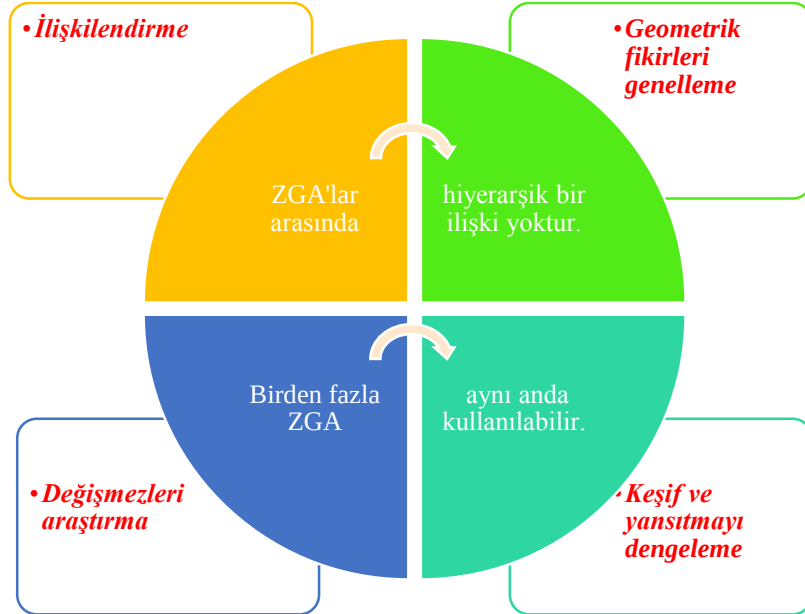
KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmanın ilgili olduğu alana dair kavramsal çerçeve ele alınmıştır. Ayrıca literatür taraması yapılarak yapılan çalışmalar zihnin geometrik alışkanlıkları ve çoklu temsiller başlığı altında incelenmiştir.

2.1. Kavramsal Çerçeve

2.1.1. Zihnin Geometrik Alışkanlıkları

Driscoll ve arkadaşları (2007) geometrik düşünmenin gelişimini destekleyen üretici düşünme yollarının ortaya atıldığı bir sistemi açıklamışlardır. Bu sistemi “*Fostering Geometric Thinking: A Guide for Teachers, Grades 5-10*” adlı proje çalışmalarında tanımlayarak Zihnin Geometrik Alışkanlıkları (ZGA) teorik çatısını oluşturmuşlardır. Kişilerin geometrik düşünme becerisine sahip olmak için bu alışkanlıklara sahip olması gerekmektedir (Driscoll vd., 2007; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016). Driscoll ve arkadaşları (2008) oluşturdukları kavram çerçevesine göre Zihnin Geometrik Alışkanlıklarını 4 başlık altında incelemiştir: İlişkilendirme, Geometrik Fikirleri Genelleme, Değişmezleri Araştırma, Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme. Bu bileşenler arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 1 Zihnin geometrik alışkanlıkları (Driscoll, 2007’den uyarlanmıştır)

İlişkilendirme (Reasoning with relationships) sürecinde bireyler geometrik öğelerin arasındaki ilişkiyi araştırmaya çalışır. Bu ilişkilendirmelerin yapılması bireylerin geometrik problemleri daha iyi anlamasına, farklı çözüm yolları bulmasında yardımcı olur (Driscoll vd., 2007). Kişi bu süreçte aşağıda verilen cümlelerin gerçekleştirilme durumlarını araştırır:

- Şekillerin benzer ve farklı yönlerini bulmalıyım,
- Şekillerin benzer yönleri için farklı tip yolları bulmalıyım,
- Bu tanımın diğer şekiller için de geçerli olup olmadığını araştırmalıyım,
- Şekiller arası dönüşümler yapsam diğer şekilleri de elde edebilmeliyim (Driscoll vd., 2007; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016).

İlişkilendirme alışkanlığına ait alt bileşenler göstergeleriyle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 1

İlişkilendirme alışkanlığına ait bileşenler

İlişkilendirme	Örnek
<i>Bağımsız şekillere odaklandıklarında</i>	• İki ya da daha fazla geometrik şeklin bazı ortak özelliklerini sayarak karşılaştırır, • İki geometrik şeklin ortak olan özelliklerini nedenleriyle birlikte sayarak karşılaştırır, • İki geometrik şekli ortak olmayan özelliklerine göre karşılaştırır, • Geometrik şekillerin kendisine ait tek boyutlu, iki boyutlu ya da üç boyutlu bileşenlerini dikkate alarak karşılaştırır,
<i>Tek bir şekildeki parçalar arasındaki ilişkilere odaklandıklarında</i>	• Pisagor bağıntısıyla 2 dik üçgeni ilişkilendirir, • Eş üçgenlerdeki kenar ve açılardan yararlanır, • Pisagor Bağıntısının dik üçgene özgü olduğunu tanır, • Benzer üçgenlerin kenar uzunluklarını ve alanlarını ilişkilendirir,
	• Geometrik şeklin içinde bulunan alt şekillerin farkına varır ve bunları ilişkilendirir, • Geometrik şeklin içindeki alt şekilleri oluşturur, • İki geometrik şekli tek bir geometrik şeklin parçaları olarak ilişkilendirir,
	• Geometrik bir yapboza bakar ve bu yapboza ait parçalardan bir dikdörtgen oluştuğunu görür, • Bir çokgenin köşelerini birleştirerek onu birçok üçgenlere böler, • “Örneğin bu iki doğru parçasını uzatırsam dikdörtgenin iki kenarı haline gelir.”

<i>İlişkilere odaklanmak için özel muhakeme becerilerini kullandıklarında</i>	- İki ya da daha fazla geometrik şekil arasında orantısal muhakeme yapar, - Geometrik şekilleri ilişkilendirmek için simetriyi kullanır.	“Eğer bir üçgenin kenarları diğer üçgenin kenarlarının 1,5 katı ise bu iki üçgenin alanları ilişkilendirme yapabilirim.” “Bir ikizkenar üçgenin yüksekliği üçgeni ayna simetrisi gerçekleştiren iki üçgene böler.”
--	---	---

Kaynak: Driscoll vd., 2008

Geometrik fikirleri genelleme (Generalizing geometric ideas) sürecinde bireyler bir geometrik yapıdaki durumun diğer yapılarda da olup olmadığını aktif olarak araştırır. Bu sayede bireyler geometrik yapılardaki tüm özellikleri araştırır ve bu süreçte bu durumun ters örnekleri de var mı diye kontrol etmiş olur (Driscoll vd., 2007). Genelleme sürecinde bireyler özel durumlardan yararlanarak genel bir kural/örüntü oluşturmaya çalışırlar (Costa ve Kallick, 2000; Goldenberg, 1996). Bu yüzden genelleme süreçleri geometrik düşünme için önemli bir yere sahiptir. Birey genelleme alışkanlığını kullanırken aşağıda verilen cümlelerin gerçekleştirilme durumlarını araştırır:

- Bu durumun her zaman gerçekleştiğini bulmalıyım,
- Bu durumun gerçekleşmediği ögeleri bulmalıyım,
- Diğer boyutlarda da geçerli olan durumları araştırmalıyım,
- Bu tanıma uyan başka şekilleri de bulmalıyım (Driscoll vd., 2007; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016).

Genelleme alışkanlığına ait alt bileşenler göstergeleriyle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 2

Genelleme alışkanlığına ait bileşenler

Geometrik Fikirleri Genelleme	Örnek
<i>Tanıdık durumlar ya da bilinen sonuçlardan çözümler aradıklarında</i>	- Konuyla ilişkili özel durumları dikkate alır, - Duruma uygun bazı örnekler için özel durumların ilerisini görür,
	- Dik üçgenler, eşkenar üçgenler, kenar uzunluklarının tam sayı olma durumu, - Tamsayı olmayan bir kenar uzunluğunu deneme,

	• Değişen özelliklerle birlikte yeni durumlar üretir, • Nasıl yapacağını bilmediği halde başka çözüm ihtimallerinin olduğunu sezer,	• Yansıma, öteleme yapma, • “Bu durumu doğrulayan başka noktalar da olmalı ancak bu noktaların koordinatları tam sayılar olmamalı.”
Varsayılan sadeleştirme durumlarını kullanarak çeşitli çözümler aradıklarında	• Sınırlandırılmış bir küme dikkate alındığında verilen koşulların sonsuz bir kümede geçerli olduğunu fark eder, • Sonsuz ve sürekli olarak çeşitlenen kümeyi kısıtlandıran kümeleri görür, • Küme hakkında yanlış bir çıkarımda bulunur,	• Sadece tam sayı koordinatları olan bir grafik üzerindeki noktaları kullanma, • Düzlemdeki sınırlı bir aralığa bakma, • Yanlış geometrik cisimle kümeyi temsil etme,
Tam bir çözüm kümesi ya da genel kural aradıklarında	• Çözüm kümesinin tamamını görür ve neden başka ihtimaller olmayacağını açıklar, • Bir geometrik şekil sınıfı için evrensel bir kural açıklar, • Geniş bağlamda problemleri ya da kuralları açıklar.	• “Herhangi bir çokgenin tüm kenarlarını iki katına çıkarırsanız, alanını dört katına çıkarırsınız.” • “Aynı şeyin olacağını düşünüyorum. Eğer bir çokyüzlünün kenarlarını iki katına çıkarırsanız bu çokyüzlünün hacmini sekiz katına çıkarmış olursunuz.”

Kaynak: Driscoll vd., 2008

Değişmezleri araştırma (Investigating invariants) süreci geometrik yapıya ait bazı özellikler değişse de değişmeyen özelliklerin araştırıldığı bir süreçtir. Bu aşamada şekil ötelenme, yansıma, dönme gibi dönüşümlere uğrayabilir (Driscoll vd., 2007). Birey değişmezleri araştırma alışkanlığını kullanırken aşağıda verilen cümlelerin gerçekleştirilme durumlarını araştırır:

- Şeklin görüntüsünü elde etmek için bir takım dönüşümler uygulamalıyım,
- Şekli dönüşüme uğratarak başka bir şekil elde etmeliyim,
- Şekil dönüşüme uğrayınca değişen ve değişmeyen özellikleri araştırmalıyım (Driscoll vd., 2007; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016).

Değişmezleri araştırma alışkanlığına ait alt bileşenler göstergeleriyle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 3

Değişmezleri araştırma alışkanlığına ait bileşenler

Değişmezleri Araştırma	Örnek
<i>Dinamik düşünmeyi kullandıklarında</i> • Statik bir durum hakkında dinamik olarak düşünür, • Bir dönüşüm uygulandığında nelerin değişip nelerin aynı kaldığını merak eder, • Bir dizi dönüşüm oluşturur ve bu dönüşümler arasında ortak noktalar arar, • Bir noktayı veya şekli sürekli hareket ettirmenin yapacağı etkileri düşünür ve gerçekleşen değişiklikleri tahmin eder, • Dönüşüm altındaki sınırlı ve uç durumları dikkate alır,	• “Örneğin bu şekli kesip parçalara ayırsam ve bu parçaları hareket ettirsem alanı bulmam daha kolay olur mu?” • “Örneğin bir doğru parçasını bu nokta etrafında döndürürsem orta noktaya ne olur, ortada kalır, değil mi?” • “Bir üçgeni 2 katı, 3 katı ve 0,5 katında olacak şekilde genişlettik ve neyin değişip değişmediğini gözlemledik.” • “Örneğin burada çevresi 12 ve alanı 6 olan bir üçgen ve çevresi 12 ve alanı 4 olan başka bir üçgen var. Bu iki üçgen arasında çevresi 12 ve alanı 5 olan bir üçgen daha vardır.” • “Örneğin bu şekil bir doğru parçası üzerinde küçültülürse köşegenlerin kesişim noktasına ne olur?”
<i>Etkilerin kanıtlarını kontrol etmede</i> • Bir dönüşüm uygulandığında her şeyin değişmediğine dair sezgiler geliştirir, • Belirli bir dönüşüm türü her uygulandığında aynı etkinin ortaya çıktığını fark eder ve bunu söyler, • Bir dönüşüm uygulandığında değişmezleri fark eder ve neden değişmez olduğunu açıklar.	• “Üçgenlerden birini ne zaman büyütsek en baştaki üçgenin daha büyüdüğünü elde ederiz?” • Ne zaman bu üçgenlerden birini büyüttüğümüzde, açıları aynı kalır?” • “Bir üçgeni bir doğru boyunca yansıttığımızda eş bir üçgen elde ederiz. Bunun nedeni bir şeklin yansımaları alarak kağıt katlama yoluyla şekilleri

*hareket ettirdiğimizde
şekilleri ve şekillerin
büyüklüğünü
değiştirmezsiniz.”*

Kaynak: Driscoll vd., 2008

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme (Balancing exploration and reflection) sürecinde birey geometrik problemi çözerken sürekli geldiği yere kadar olan geçmiş aşamalarını kontrol eder, kendi işlemlerinin farkında olur. Birey bu aşamada soruyu çözerken farklı çözüm yolları bulup, bunları deneyebilir (Driscoll vd., 2007). Birey keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını kullanırken aşağıda verilen cümlelerin gerçekleştirilme durumlarını araştırır:

- Bir takım işlemler yapıp, bunları tersten takip etmeliyim,
- Yaptığım işlemlerle bir şeyler ortaya çıkarmalıyım,
- Önceki deneyimlerimle bu problemin çözümüne katkı sağlamalıyım,
- Problemi çözerken kullandığım ara adımlar bana yardımcı olmalıdır (Driscoll vd., 2007; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016).

Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait alt bileşenler göstergeleriyle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4

Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait bileşenler

Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	Örnek
Keşfi ön plana aldıklarında	• Sezgileri ya da tahmin yoluyla çizim yapar, oynar ve/veya keşfeder, • Düzenli durum değerlendirmeleri yaparak çizer, oynar ve/veya keşfeder, • Önceki benzer durumları göz önünde bulundurur, • Bir durum, koşul ya da geometrik şeklin bazı özelliklerini değiştirir veya değiştirmeyi düşünür,
	• “Örneğin bu işe yaramıyor. Haydi farklı bir şey deneyelim.” • “Bu hareketin bir faydası oldu mu?” • “Daha önce neyi denedim?” • “Örneğin bu iki nokta yerine diğer iki noktayı bağlarsam ne olur?”

<i>Amaçları ön plana aldıklarında</i>	• İlerlemenin bir kaldırım taşı gibi periyodik olarak büyük resme döner, • Hedefe ulaşmayı yardımcı olabilecek ara adımları belirler, • Son durumun nasıl görüneceğini açıklar • Çözümler hakkında mantıklı varsayımlar yapar, varsayımları test etmek için yollar yaratır.	• “Örneğin şimdi bu durum bulmamız gereken şeyle nasıl bağlantılıdır?” • “Örneğin bu paralelkenardan nasıl bir dikdörtgen oluşturulur biliyoruz, bu şekilden bir paralelkenar elde edebiliyorsak, dikdörtgen de oluşturabiliriz.” • “Örneğin bir dikdörtgen olup olmadığını görmek için geriye doğru bir mantık yürütebiliriz.” • “Örneğin istenen koşulu sağlayan bütün noktalar y eksenine göre simetrik olacaktır. Bu bir daire olabilir. Bunu test etmek için, bu çemberin merkezinin nerede olabileceğine belirlemek ve devamında çemberi çizmek ve üzerindeki noktaların işe yarayıp yaramadığını belirtmemiz gerekir.”
---------------------------------------	--	--

Kaynak: Driscoll vd., 2008

2.1.2. Çoklu Temsiller

2.1.2.1. Matematik Eğitiminde Temsil

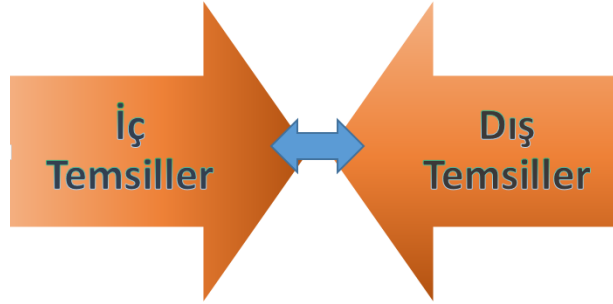
Temsil kavramının tanımı için birden fazla araştırmacı farklı tanımlar ortaya atmıştır. Temsil; Kaput (1987)’ ye göre farklı dillerin ve gösterimlerin hepsi, Janvier (1987)’ye göre insan zihninde oluşturulmuş matematiksel öğelerin kağıt üzerindeki halleri, Boulton-Lewis (1998)’e göre rakamların somut halleri, rakamlara ve işlemlere dair semboller, sayı cümleleri, algoritmalarındaki son kombinasyonlar, Goldin (2004)’e göre başka bir şeyin yerini tutabilen, işaretler, karakterler, nesnelerin gösterimi olarak tanımlanmıştır.

Temsiller, matematiğin kendine has bir dilinin oluşumunda etkilidir. Bu dil her toplumu ortak bir noktada bağlayan grafikler, semboller, işlemler, matematiksel karakterler olabilir. Böylelikle toplumlar aynı dili konuşmasa da matematik dili sayesinde bazı noktalarda kesişip, var olan matematiksel yapılarında yeniden bir yapılandırma yoluna gidebilirler.

Matematiğin kendi doğası gereği, matematiğe ait soyut olan yapılara temsiller yoluyla ulaşılabilir (Duval, 2006).

Öğrencilerin matematiksel yapıları anlamlandırmasında en verimli yöntemlerden biri çoklu temsillerin öğretimde uygulanmasıdır (Sevimli, 2009). Kaput (1987)'ye göre çoklu temsiller matematiksel yapıların anlamlandırılmasında kullanılan farklı dil ve gösterimlerin hepsidir. Çoklu temsiller farklı düşünme yollarının öğrenilmesinde, matematiksel öğelerin daha iyi anlaşılmasında, konuların daha etkili öğrenilmesinde faydalı araçlardır (Ainsworth vd.,1997). Glasersfeld (1996), bilgiyi yapılandırırken her bireyin kendi anlamlandırma yolları farklı olduğu için tek bir temsil türünün bu matematiksel yapılandırma için yeterli olmayacağını savunmuştur. Dolayısıyla birden fazla temsilin ilişkilendirilerek kullanılması ile daha verimli bir öğrenme durumu gerçekleşir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Etkili bir öğrenmenin sağlanabilmesi için de bireyler temsil yapılarını iyi tanıyıp, temsiller arası ilişkilendirmelerini iyi kullanmalıdır (Ainsworth vd.,1997). Farklı temsil türlerini kullanan ve temsiller arası ilişkilendirmelerini yapabilen öğrencilerin daha anlamlı bir öğrenmeye sahip olduğu görülmüştür (Delice ve Sevimli, 2010).

Alanyazın incelendiğinde temsillerin iç temsiller ve dış temsiller olmak üzere iki ayrı grupta incelendiği görülmüştür. İç temsiller bireyin kendi çevresinde gördüklerini zihninde yapılandırarak oluşturduğu şekil, şema veya imgelerdir (Goldin ve Kaput,1996). Goldin (1998)'e göre iç temsiller direkt gözlemlenemezler. Dış temsiller ise matematiksel yapıların anlamlandırılmasını sağlayan gözlemlenebilir araçlardır (Goldin, 1998). Dış temsiller karşımıza kelime, grafik, resim, denklem veya sanal nesneler olarak gelmektedir (Goldin ve Kaput,1996; Akt., Bozkurt ve Koç, 2016). İç ve dış temsiller arasındaki ilişkiler aşağıdaki şekildeki gibidir.



Şekil 2. İç ve dış temsiller arasındaki ilişki (Goldin ve Kaput, 1996)

Bu araştırmada Goldin ve Kaput'un (1996) dış temsil öğeleri dikkate alınarak çalışılmıştır.

2.2. İlgili Araştırmalar

2.2.1. Zihnin Geometrik Alışkanlıklarıyla İlgili Araştırmalar

Köse ve Tanışlı (2014) çalışmasında bir devlet üniversitesi Sınıf Öğretmenliği Programı 3. sınıfta okuyan sınıf öğretmeni adaylarının zihnin geometrik alışkanlığını belirlemeyi amaçladığı bir çalışma yapmıştır. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma 57 öğretmen adayı ile birlikte yürütülmüştür. Veri toplama araçlarını 4 adet açık uçlu geometrik problem oluşturup, veriler betimsel analiz yöntemiyle yorumlanmıştır. Çalışmanın sonucunda adayların geometrik problemleri çözerken farklı düşünemedikleri, alışkanlık seviyelerinin istenen düzeyde olmadığı tespit edilmiştir.

Özen (2015) çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik düşünmedeki gelişimlerini nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan ders imecesi modeliyle incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmayı 2013-2014 yılı Aydın il merkezi farklı ortaokullarda görev yapan beş matematik öğretmeni ile yürütmüştür. Araştırmacı öğretmenlerle birlikte Zihnin Geometrik Alışkanlıkları kuramsal çerçevesi, uygulamaları ve ders imecesi modelinin açıklandığı bir seminer süreci gerçekleştirmiştir. Öğretmenlerle 3 ay ders imecesi çalışması yürüttükten sonra, onların kendi derslerindeki bireysel dersleri 2 hafta boyunca gözlemleyerek geometrik alışkanlıklarını incelemiştir. Verilerini video kayıtları, öğretmen gözlem notları, araştırmacı alan notlarından toplamıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmenlerin ders imeceleri yoluyla geometrik düşünmelerinde ilerlemeler olduğu, kendi dersleri planlarken ve

uygularken geometrik alışkanlıkları dikkate alarak geometrik etkinlik ve problemler kullandıkları tespit edilmiştir.

Uygan (2016) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımında zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Yöntem olarak nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan öğretim deneyi ile çalışmasını yürütmüştür. Çalışma grubunu Eskişehir ilinde bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 21 öğrenci oluşturmuştur. Bu öğrencilerden 6 tanesi odak katılımcı olarak belirlenmiştir. Katılımcıların geometrik alışkanlıklarını geliştiren orkestrasyon tipleri kullanılmıştır. Öğrencilerin süreç esnasında dinamik geometrik yazılımında zorluklar yaşadığı, bu zorlukların önlenmesi adına ilerleyen aşamalarda önlemler alındığı ve öğrencilerin dinamik geometik yazılımı yoluyla geometrik alışkanlıklarında ilerlemeler kat ettiği saptanmıştır.

Bülbül (2016) çalışmasında geometrik etkinlik ve problemlerin tasarlandığı bir öğrenme ortamının geometrik alışkanlıklara nasıl katkı sağladığını incelediği bir araştırma yapmıştır. Çalışmayı İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı 1. sınıfta eğitim gören 32 öğretmen adayı ile yürütmüştür. Çalışma sürecinde ilk dört hafta boyunca geometrik alışkanlıkları ayrı ayrı vermiş, diğer altı hafta boyunca alışkanlıkları bütüncül yaklaşıma dayalı vermiştir. Böylelikle adayların ilk yaklaşımla yalnız bir alışkanlığı öğrenmesi, diğer yaklaşımla ise birden fazla düşünme alışkanlıkları ortaya çıkmaktadır. Çalışma nitel ve nicel yöntemlerin birlikte kullanıldığı bir çalışma olup, veri toplama araçları ön test- son test problemleri, geometrik alışkanlıklara yönelik inanç ölçeği, ödev problemleri ile klinik mülakatlar olmuştur. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirdiği, geometrik problemleri çözerken farklı düşünme yollarına yönelik yaklaşımlar ortaya çıkardığı görülmüştür.

Tolga (2017) çalışmasında ortaokul öğretmenleri ve derslerine girdiği öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma grubunu İzmir ili Bergama ve Kınık ilçesi bir devlet ortaokulunda görev yapan 3 matematik öğretmeni ve onların toplamda 25 öğrencisi oluşturmaktadır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının benimsendiği çalışmada veriler klinik mülakatlarla toplanmıştır. Veri toplama araçları öğretmen ve öğrencilere sorulan 8'er adet açık uçlu geometri soruları olmuştur. Veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin işlem yapmayı gerektiren durumlarda ilgili oldukları ancak genelleme ve keşfetme alışkanlığını gösterirken zorlandıkları görülmüştür.

Boz-Yaman ve Duatepe-Paksu' nun (2017) araştırmasının amacı Fen Bilgisi öğretmen adaylarının geometrik alışkanlıklarını gözlemlemek için etkinlikler tasarlamak ve origami etkinlikleri yoluyla adayların geometrik alışkanlıklarını incelemektir. Araştırmada adayların Kağıt Katlama ve Geometri seçmeli derslerinde her hafta olacak şekilde platonik cisimlerle alakalı geometrik alışkanlıkları incelenmiştir. Araştırma sonucunda adaylarda kağıt katlama etkinlikleri ve alışkanlıkları ortaya çıkaran sorular sayesinde zorlandıkları kavramlarda gelişmeler gözlemlendiği ve origami derslerinin geometrik alışkanlıkları geliştirmede etkili oldukları sonuçlarına ulaşmışlardır.

Erşen (2018) araştırmasında geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmek amacıyla tasarlanan bir öğretim ortamının öğrencilerin alışkanlıklarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın çalışma grubu 31'i deney, 31'i kontrol olmak üzere 62 öğrenci olup, veriler ön test, son test ve kalıcılık testleri ve görüşmeler ile elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği görülmüştür.

Bülbül ve Güven (2019) çalışmasında matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Çalışma bir devlet üniversitesi matematik öğretmenliği 30 adet dördüncü sınıf öğrencileriyle birlikte yürütülmüştür. İlişkisel desen yönteminin kullanıldığı çalışmada öğrencilerin geometrik düşünme alışkanlıkları başarı testinden aldığı puanlar ile dördüncü sınıfa kadar olan matematik başarı ders ortalamalarından alınan puanlar arasındaki ilişki belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin Geometri, Analitik Geometri 2, Matematiksel Yazılımlar dersleri ile geometrik düşünme alışkanlıkları arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki saptanmıştır.

Sezer (2019) araştırmasında 6. sınıftan başlayarak üç yıl boyunca öğrencilerin geometrik düşüncelerini boylamsal incelemeyi, araştırma sürecinde hazırlanan ders planlarının öğrencilerin alışkanlıklarına etkisini, cebirsel ve geometrik alışkanlık gelişimleri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacı tasarım araştırması modeliyle boylamsal bir çalışma yürütmüştür. Çalışma grubunu 2016-2018 yıllarında İstanbul ili bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan pilot ve esas çalışma grubundaki toplam 58 öğrenci oluşturmuştur. Çalışma öncesi öğrencilerin zihnin cebirsel ve geometrik alışkanlıklarını ölçen testler yapılmıştır. Bu testlere göre öğrencilerde var olan ve geliştirilmesi istenen alışkanlıklar belirlenerek öğrenme ortamları hazırlanmış ve ders planları

geliştirilmiştir. Pilot çalışma grubundan 4, çalışma grubundan 6 öğrenci seçilerek odak grup görüşme soruları ile ikişerli odak grup görüşmeleri yapılarak, bu görüşmeler videolarla kayıt altına alınmıştır. Kayıtlar zihnin cebirsel ve geometrik alışkanlıkları tematik çerçevesine göre yorumlanmıştır. Çalışmada kullanılan zihnin cebirsel ve geometrik alışkanlıklarına göre yapılan nicel analiz testlerinde anlamlı farklılıklar ortaya çıkmıştır. Çalışma sonucunda zihnin cebirsel alışkanlıklarında başlangıçta sahip olduğu alışkanlıklara göre iyileşme, yapma-tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma, soyutlama becerisinde gelişme gözlenirken; zihnin geometrik alışkanlıklarında ilişkilerle muhakeme, keşif ve yansıtmayı dengeleme ve değişmezleri araştırma becerilerinin daha çok geliştiği, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığına dair özel durumlardan yola çıkarak genelleme bileşeninde istenen düzeyde gelişme olmadığı tespit edilmiştir.

Govender ve Govender'in (2020) çalışması bir Güney Afrika üniversitesindeki on matematik öğrencisi ile birlikte yürütülmüştür. Araştırma çalışma sayfaları, görüşmeler, anketler ve gözlemlerin kullanıldığı bir karma yöntemler yaklaşımıdır. Öğrencilerle birlikte çalışılan alan daire öğretimidir. Çalışmada odaklanılan konulardan biri katılımcıların geometrik alışkanlıklarının geliştirilmesidir. Ayrıca çalışmada teknolojik araçların kullanımı, öğrencilerin problem çözme becerilerini ve dinamik düşünme becerilerinin geliştirdiği görülmüştür.

Taş ve Yavuz (2020) çalışmalarında 7. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıkları ile uzamsal ilişkiler arasında ilişkiyi araştırmayı amaçlamıştır. Bu kapsamda araştırmacılar çalışmalarını bir devlet ortaokulundan rastgele seçilen 98 tane 7. sınıf öğrencileriyle birlikte yürütmüştür. İlişkisel modelde tasarlanan çalışmasında veri toplama aracı olarak Uzamsal İlişkiler Testi ve Geometrik Düşünmeyi Teşvik Etme Testi' ni kullanmıştır. Verilerin analizinde SPSS 20.00 istatistik programı kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda zihnin geometrik alışkanlıkları ile uzamsal ilişkiler arasında pozitif yönlü düşük düzeyde bir ilişki tespit edilmiştir. Uzamsal ilişkiler ve zihnin geometrik alışkanlıkları ile matematik başarıları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu, uzamsal ilişkilerin geometrik alışkanlıkları belli bir seviye için yordadığını ortaya çıkarmıştır.

Özüm-Bülbül ve Güler (2021) çalışmalarında etkinliklerle zenginleştirilmiş çevrimiçi bilgisayar ortamının öğrencilerin geometrik başarıları ve zihnin geometrik alışkanlıkları üzerine etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacılar bütün katılımcı öğretmen adaylarının geometrik alışkanlıklarını öğrenmek için bir test uygulamışlardır. Ayrıca öğretmen

adayaarının çevrimiçi öğrenme ortamlarının incelenmesine ilişkin klinik görüşmeler yapılmıştır. Sonuçlara göre öğrencilerin hem geometri başarıları hem de geometrik alışkanlıklarına olumlu etki etmiştir. Ancak sonuçlar bazı geometrik alışkanlık bileşenleri için sınırlı çıkmıştır.

Taş ve Yavuz (2021) yaptığı çalışmalarında 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarının ve geometrik alışkanlıklarının arasındaki ilişkiyi incelemeyi, geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarının zihnin geometrik alışkanlıklarını yordayıp yordamadığını araştırmayı amaçlamıştır. Bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 115 öğrenciyle ilişkisel modelde tasarlanan bu çalışma yürütülmüştür. Veriler Cantürk - Günhan ve Başer (2007) tarafından geliştirilen Geometri Öz-Yeterlik Ölçeği ve araştırmacılar tarafından geliştirilen Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Testi yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizinde Pearson korelasyon analizi ve regresyon analizi kullanılmış olup, bulgular öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlikleri ve zihnin geometrik alışkanlıkları ölçeklerinden aldıkları ortalama puanlarının orta seviyede olduğunu ortaya çıkarmıştır. Zihnin geometrik alışkanlıkları ile Geometri Öz-Yeterlik ölçeği arasında pozitif yönlü düşük bir ilişki saptanmıştır. Yine geometriye yönelik öz-yeterlik inancının zihnin geometrik alışkanlıklarını belirli bir seviye için yordadığı tespit edilmiştir.

Turan vd. (2022) çalışmalarında lise matematik öğretmenlerinin geometrik alışkanlıklarını ve bu alışkanlıkları öğretmenlerin geometri geçmişleri bağlamında incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları 15 tane matematik öğretmenidir. Veri toplama aracı olarak geometrik alışkanlıkları belirlemeye yönelik 8 adet açık uçlu soru ve geometrik geçmişle alakalı bir görüşme formu kullanılmıştır. Veriler betimsel ve içerik analizi kullanılarak analiz edilmiştir. Zihnin geometrik alışkanlıklarının kullanımıyla ilgili ortak sonuçları olan öğretmenlerin geometri geçmişlerinde de benzerlikler gösterdiği gözlenmiştir. Çözümlerinde geometrik zihin alışkanlıklarını kullanabilen öğretmenler ile kullanamayanlar arasında sonuçlar, onları kullanabilenlerin lehineydi.

Zunlu (2022)'nin yaptığı çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenleri ve öğrencilerinin problem çözme sürecindeki geometrik alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma nicel ve nitel yaklaşımlar birlikte kullanılarak desenlenmiştir. Nicel yaklaşımda ön test- son test kontrol grubu, nitel yaklaşımda açıklayıcı araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 29'u deney ve 29'u kontrol grubu olmak üzere 58 öğrenci oluşturmaktadır. Deney grubunda öğrencilerin var olan zihnin geometrik alışkanlıklarını

iyileştirmek için probleme dayalı bir ortam meydana getirilirken, kontrol grubunda ise Milli Eğitim Bakanlığına bağlı 7. sınıf matematik ders kitabındaki yöntemler ile dersler yürütülmüştür. Çalışmaya dair veriler zihnin geometrik alışkanlıkları testi, yarı yapılandırılmış görüşmeler, alan notları olmuştur. Görüşmelerden elde edilen bulgular betimsel analizle, nicel veriler ise istatistik programıyla analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda probleme dayalı ortamın ortaokul matematik öğretmenlerinin ve 7. sınıf öğrencilerinin geometrik alışkanlıklarını geliştirdiğine ulaşılmıştır. Geometrik alışkanlıkların geliştirilmesinde probleme dayalı öğrenme ortamlarının deney grubu lehine anlamlı bir düzeyde farklılaşma oluşturduğu tespit edilmiştir.

Altıkardeş ve Koyunkaya (2022) , lise matematik öğretmeni adaylarının birim çember ve trigonometrik oranlar konusunda sahip oldukları zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma nitel bir çalışma olup, durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 12 tane lise matematik öğretmenliği programında okuyan öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Veriler adaylara yazılı olarak verilen birim çember ve trigonometrik oranlara dair sorulardan toplanmıştır. Betimsel analiz yöntemi verilerin analizinde kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda katılımcıların en çok kullandığı geometrik alışkanlıklar ilişki kurarak muhakeme etme, değişmeyenlerin incelenmesi olurken en az ise keşfetme yansıma alışkanlığı olmuştur.

Özdemir, Çekirdekci (2022) 2017-2018 bahar döneminde eğitim alan sınıf öğretmenleriyle yaptıkları çalışmada veri toplama aracı olarak öğrencilere 3 adet çalışma yaprağı kullanmıştır. Yaptıkları araştırma genel olarak incelendiğinde öğretmen adaylarının dörtgenler arası ilişkiyi bulmada, stratejiler kullanarak ilişkileri genellemede, özel dörtgenlerle gerçek hayat bağlantısı kurmada yetersiz oldukları görülmüştür.

Şahintepe (2022) çalışmasında 8. sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel görevleri Zihnin Geometrik Alışkanlıkları bağlamında araştırmayı amaçlamıştır. Bu bağlamda Eğitim Bilişim Ağı (EBA)'ndan temin edilen iki adet Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı ders kitabındaki üçgenler, eşlik benzerlik, dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler alt öğrenme alanlarına ait matematiksel öğelerin Zihnin Geometrik Alışkanlıkları'ndan hangi bileşenleri geliştirdiğini incelemiştir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan doküman incelemesi ile yürütülmüştür. Alışkanlıklar betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda her iki kitaptaki matematiksel öğelerin keşif ve yansıma alışkanlığını destekler nitelikte olmadığı, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıma alışkanlıklarını destekleyen

öğelerin eklenmesi gerektiği önerilmiştir. Üçgenler, eşlik benzerlik, dönüşüm geometrisi, geometrik cisimler alt öğrenme alanındaki matematiksel öğelerin artışı Zihnin Geometrik Alışkanlıkları' nı geliştireceği düşünülmektedir.

Nopriana vd.'nin (2023) çalışmasının amacı matematik öğretmenlerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini ve alışkanlıklarını incelemektir. Çalışma grubu 31 kadın, 17 erkek öğretmendir. Veri toplama aracı olarak Usiskin' in (1982) van Hiele geometrik düzey testi ve zihin alışkanlık anketi kullanılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre matematik öğretmenlerinin geometrik düşünce düzeyleri analiz ve basit çıkarım düzeyine ilerlemiştir. Erkek matematik öğretmeni adayları yüksek düzeyde geometrik düşünceye ulaşmışlardır. Ayrıca erkek matematik öğretmenlerinin zihinsel alışkanlıklarının kadın öğretmenlere göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.2.2. Çoklu Temsillerle İlgili Araştırmalar

Gülkılık (2013) doktora tezinde 10. sınıf öğrencilerinin düzlem dönüşümleriyle alakalı matematiksel anlamalarını ve manipülatiflerin bu anlamadaki rolünü tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Veri toplama araçları olarak öteleme, dönme, yansıma ve homoteti dönüşümlerine dair ön-son-kalıcılık testleri, yarı yapılandırılmış formlar ve bu dönüşümlerin tartışıldığı derslerde kayda geçirilen katılımcı gözlem notları kullanılmıştır. Öğrencilerle dönüşümlere dair bir ön test çalışması yapılmıştır. Dört öğrenci ile ön test sorularının kullanıldığı görüşmeler yapılmıştır. İlerleyen süreçte öteleme, dönme, yansıma ve homoteti dönüşümlerine yönelik tasarlanan dersler yapılmıştır. Derslerin dönüşümlere dair sözel, grafiksel ve cebirsel temsillere ilave olarak sanal ve fiziksel manipülatiflerle içeriği arttırılmıştır. Dersler sonrası öğrencilerle dönüşümlere dair görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin düzlem dönüşümleriyle alakalı matematiksel anlamalarında farklı seviyede çalıştıkları, geriye katlama hareketleriyle anlamalarını biçimlendirdikleri, müdahaleleriyle anlamalarına yön kazandırdıkları ortaya çıkarılmıştır.

İzgiol (2014) çalışmasını nitel ve nicel olmak üzere iki aşamada yürütmüştür. Nicel boyutta teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir öğrenimine ve matematiğe yönelik tutumları ölçülmüştür. Bu etkilerini araştırmak için ön test-son test kontrol gruplu model kullanılmıştır. Nitel boyutta ise öğrencilerin teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime yönelik görüşlerini incelemek için yarı yapılandırılmış görüşme formu

kullanılmıştır. Araştırma grubunu Dokuz Eylül Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim görmekten olan 170 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma sonucunda deney grubu öğrencilerinin lineer cebir testi ortalamalarının kontrol grubundaki öğrencilere nazaran anlamlı derecede daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Deney ve kontrol grubunun matematik tutum ölçeği puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucu deney grubu öğrencilerinin, teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı lineer cebir öğretimi, diğer matematik alanlarında ve kademelerinde kullanımlarına ilişkin görüşlerinin olumlu yönde olduğu görülmüştür. Uzaktan eğitimle gerçekleştirilen teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretime dayalı bölümde, öğrencilerin anlamadıkları yerleri hemen soramaları ve internetle ilgili yaşanan aksaklıklardan dolayı negatif yönde olmuştur.

Can (2014) çoklu temsilleri kullanarak fonksiyon öğretiminin öğrenci başarısına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmacı çalışmayı 2013-2014 eğitim öğretim yılında Batı Marmara Bölgesi'nde lisede öğrenim gören 55 adet 9. sınıf öğrencisiyle yürütmüştür. Veriler Fonksiyonlar Başarı Testi'nden toplanmıştır. Toplanan veriler nitel ve nicel olarak analiz edilmiştir. Nicel analiz olarak öğrencilerin son testten aldıkları puanlar, nitel analiz olarak öğrencilerin cevap kağıtlarının doküman analizi kullanılmıştır. Nicel analiz sonucunda deney ve kontrol grubuna göre deney grubu lehine sonuçlar çıktığı, doküman analizi sonrası deney grubundaki öğrencilerin fonksiyonu farklı temsil türleriyle kullanma becerilerinin kontrol grubu öğrencilerine nazaran daha iyi olduğu ortaya çıkmıştır.

Önmez (2015) çalışmasında öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmada bazı lineer denklem çözümlerindeki geometrik temsilleri inceleyip, bu durumla ilgili kavram imajlarını ortaya çıkartmayı, bazı lineer denklemlerdeki katsayı ve sabit değişimlerinin grafik temsildeki karşılığını bulmayı amaçlamıştır. Yapılan çalışmada ortaya çıkarılan kavram imajları çoklu temsiller bağlamında incelenmiştir. Çalışma 211 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile 2014-2015 eğitim-öğretim yılında yürütülmüş olup bu adaylardan 54 kişi 1. sınıfta, 59 kişi 2. sınıfta, 55 kişi 3. sınıfta ve 43'ü 4. sınıfta eğitim gören öğrencilerdir. Nitel bir araştırma olan bu çalışmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu sorular içeren 4 adet testten ibarettir. Betimsel analiz ile bulgular incelenmiştir. Çalışmanın sonunda adayların lineer denklem problemlerinin farklı uzaylardaki temsillerinin gösteriminde, katsayı ve sabit değişimlerinin grafik temsili üzerindeki açıklamalarında ve bu denklemlerin çoklu temsillerinde zorluklar yaşadığı ortaya çıkarılmıştır.

Deniz (2016)'nın çalışmasının amacı 7. sınıflarda doğrusal denklemlerin öğretiminde kullanılan geometri sketchpad programını çoklu temsil ve enstrümantal yaklaşım bağlamında incelemektir. 7. sınıf kazanımlarına uygun geometri sketchpad programı ile beş grup etkinliği oluşturulmuştur. Bu çalışmada nitel araştırma yöntem olarak belirlenmiştir. Araştırmanın katılımcıları Bursa'nın İnegöl ilçesi bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan 6 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama araçları olarak bilgisayar ekran kayıt programı, video kamera, ses kayıt cihazı, öğretmen günlükleri ve öğrenci etkinlik kağıtları kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin cebirsel temsil gösterimindeki yaşamış olduğu güçlüklerin geometri sketchpad programını grafik temsilde kullanarak üstesinden geldikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin bu programı kullanarak farklı enstrümantal yaklaşımlar sergiledikleri görülmüştür.

Düşünsel (2019) araştırmasında sınıf öğretmenlerinin matematik derslerinde kullanmış oldukları çoklu temsilleri incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma nitel araştırma ile yürütülmüştür. Kırıkkale ilinde 2017-2018 yıllarında görev yapmakta olan 10 sınıf öğretmeni çalışmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Veri toplama araçları araştırmacı tarafından hazırlanan yarı-yapılandırılmış görüşme formlarıdır. Çalışmadan ortaya çıkarılan bulgular içerik analiz yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin temsillerin matematiksel bilginin gelişimi için gerekli olduğu, öğrenciler için ezberci bilgi yerine kalıcı bilgiye ulaşmalarında, kavramsal öğrenme için faydalı olduğunu buldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Ataş (2019) çalışmasında ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme boyutunda geometrik çalışmalardaki semboller ve cebirsel ilişkilendirmeleri, örüntüler ve genellemeleri, çoklu temsil öğelerini nasıl kullandıklarını incelemek ve meydana gelen güçlüklerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırmanın kullanıldığı bu çalışmanın katılımcıları 2017-2018 eğitim öğretim yılında Bartın ilindeki bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 8. sınıf öğrencileridir. Öğrencileri seçerken Van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi ve araştırmacı tarafından hazırlanan Cebirsel Düşünme Düzey Belirleme Testi kullanılmıştır. 6 öğrenci ile klinik görüşmeler yürütülmüştür. Çalışmanın sonucunda geometrik problemlerin çözümünde cebirsel düşünme seviyeleri arttıkça geometri-cebir ilişkilendirmesini kurdukları, temsilleri farklı tiplerde kullanabildikleri, temsiller arası geçiş yapıp yorumladıkları; harfli ifadeler, doğrusal ilişki ve doğrusallık kavramlarıyla alakalı güçlükler yaşadıkları görülmüştür.

İnce (2020), öğrenci zorlukları ve kavram yanılgıları boyutunu kullanarak, bir modül tasarlayıp, tasarlanan modülün öğretmen adaylarının TPAB' a etkisini incelediği bir çalışma yapmıştır. Çalışma fonksiyon kavramı üzerinden gerçekleştirilmiş olup, çoklu temsil öğeleri de kullanılmıştır. Öğretmen adaylarıyla yürütülen araştırma nitel bir araştırma olup, durum çalışması örneğidir. Katılımcılar İstanbul'da bir devlet üniversitesi ortaöğretim matematik öğretmenliği son sınıfta öğrenim görmekte olan 3 öğretmen adaydır. Veri toplama araçları öğrencilerin modül öncesi ve sonrasında hazırladığı ders planları, ayrıntılı ders dokümanları, ders hazırlık süreci formları ve yarı yapılandırılmış görüşmelerdir. Araştırma sonucunda modül sonrası öğrencilerin fonksiyonlarda dinamik geçişler ve dönüştürmeler yaptıkları, öğrenci zorlukları ve kavram yanılgılarına dair çözümler ürettikleri görülmüştür.

Eroğlu ve Akkuş (2021)'in yaptığı çalışmanın amacı 9. sınıf matematik ders kitabında üçgen problemlerindeki çoklu temsil türlerini incelemektir. Araştırmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmacılar 2020-2021 eğitim öğretim yılında fen liselerinde kullanılan "Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 9.sınıf Ders Kitabı" nı materyal olarak incelemiştir. Bu ders kitabındaki üçgen problemleri çoklu temsiller boyutunda içerik analizi kullanılarak araştırılmıştır. Bulgulara bağlı girdi temsillerinde en çok şekil, geometrik temsile; sözel, cebirsel, sembolik ve günlük hayat bağlamında temsillere çok az yer verildiği vurgulanmıştır. Çıktı temsillerinde en fazla geometrik sembolik ve cebirsel sembolik kullanıldığı, şekil temsiline az olduğu gözlemlenmiştir.

Desai vd' nin (2021) çalışması geometrinin öğretilmesi ve öğrenilmesini araştıran literatürün bir sentezini ve matematiksel temsillerin öğrencilerin geometri deneyimlerini zenginleştirmede oynayabileceği rolü sunmaktadır. Bu makale Amerika Birleşik Devletleri'nde geometri öğretimde rehberlik eden teoremler, geometrinin öğrenildiği ve öğretildiği programlar ve geometride kullanılan matematiksel temsillere göre düzenlenmiştir. Öğrenciler geometrinin güzelliğini, merakını, tutarlı ve mantıklı bir şekilde deneyimlemek için, çoklu temsilleri birbirine dönüştürürken, geometri ile diğer matematik alanları ve geometri ile dünya arasında ilişkilendirme kurarken geometri öğrenme deneyimlerine ihtiyaç duyarlar.

Abbad ve Al-Ramahi (2022) çalışmalarında Filistin ve İngiliz Cambridge 6. ve 8. sınıflar arası ders kitaplarındaki geometri konularında kullanılan Lesh Modeli çoklu temsilleri karşılaştırmayı amaçlamıştır. Çalışmada nitel analiz kullanılmıştır. Çalışmanın sonucuna göre Filistin ve İngiliz Cambridge ders kitapları Lesh modeline uygun değildir bunun sebebi

içeriklerin belirli temsillere odaklanması olarak görülmüştür. Öte yandan, daha güçlü sözel ve sembolik temsiller, imgeler ve şekiller, daha zayıf gerçek yaşam temsilleri, yetersiz 3 boyutlu modelleri ve çoklu temsiller arasında zayıf temsillerin olduğu görülmüştür.

Çağlar (2022) çalışmasında sınıf öğretmenlerinin çoklu temsilleri nasıl algıladığına dair görüşlerini ve örnek uygulamalarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışmanın katılımcıları 2019-2020 yılında Elazığ ilinde görev yapan 22 sınıf öğretmeni olmuştur. Nitel araştırma yöntemi kullanılan çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılarak öğretmenlerle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Veriler içerik analizi yöntemi ile yorumlanmıştır. Öğretmenlerin farklı derslerde farklı temsil türlerini kullandıkları gözlenmiştir. Soyut içeriklerin daha iyi anlaşılmasında resim, şekil, grafik ve sesli materyallerin etkili olduğu ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca öğretmenler çoklu temsilleri derslerinde kullanırken temsillerin dersi keyifli hale getirdiği, zamanı iyi kullanmada etkili olduğu, öğrencilerin konuyu daha iyi anladıklarını savundukları görülmüştür.

Özbaş (2023), çalışmasında ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözerken nedenleriyle birlikte kullandıkları temsil kullanma becerilerini, bu temsil becerileri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlamıştır. Çalışma 2021-2022 bahar döneminde İstanbul ilinin Bahçelievler ilçesinde bulunan üç okuldaki 98 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama araçları olarak Temsil Tercih Envanteri, Çoklu Temsillerde Transfer Testi ve matematik okuryazarlığı testi kullanılmıştır. Testler sonrası katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Nicel verilerin analizinde SPSS 20.0 programı, nitel verilerin yorumlanmasında betimsel analiz kullanılmıştır. Bulgular sonucunda öğrencilerin temsiller arası ilişkilendirme durumlarının iyi olmadığı ve bu ilişkilendirme durumlarının matematik okuryazarlığı ile pozitif yönde anlamlı bir ilişkisi olduğu belirtilmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu çalışmada öğrencilerin çoklu temsil temelli öğretim süreçlerindeki zihnin geometrik alışkanlıklarını derinlemesine incelemek amaçlandığından nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma birey ilişkilerinin niteliğini keşfetmeye veya araştırılmasına olanak sağlar (Fraenkel, Wallen ve Hyun 2015). Bu kapsamda Cleland (2017)'ye göre bir nitel araştırma nasıl ve neden araştırma sorularını temel alarak bağlamı, olguları ve deneyimleri anlamak için araştırmacıya fırsatlar sunar. Bu araştırmayı ne zaman benimsemek gerektiğini açıklamak gerekirse herhangi bir akademik kısıtlama olmaksızın hikayeleri, olayları, şiirleri veya tiyatroyu ana hatlarıyla özetleyen edebi ve esnek tarzda birşeyler yazmanız gerektiğinde nitel araştırmayı kullanabilirsiniz (Creswell ve Poth, 2018).

Eğitimin sosyal bir olgu olduğu düşünülürse, bilimsel çalışmalarda katılımcıların algılarını incelemeyi ve bu doğrultuda çıkarımlara ulaşmayı hedeflemeye nitel araştırma yöntemi kullanılabilir (Merriam, 2009). Bu tür çalışmalarda en çok kullanılan veri toplama araçları: görüşme, gözlem ve doküman analizidir. Ayrıca nitel araştırma yönteminde görüşme, gözlem ve doküman incelemelerinde kullanılan sorular, belirlenen odak noktaları ve kurulan ilişkiler araştırmanın kuramsal çerçevesine bağlı olarak gerçekleştirilmektedir (Merriam, 2009).

Bu çalışmada nitel yaklaşımlar bağlamında öğrencilerin Geogebra ortamında çoklu temsilleri kullanarak geometrik düşünme biçimlerini destekleyici geometrik alışkanlıkların incelenmesi ve gelişimini sağlayacak yeni durumların oluşumunu destekleyen öğretim deneyi kullanılmıştır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Öğretim deneyi öğrencilerin matematiksel bilgilerini süreç içerisinde gözlemleme fırsatı tanıyarak, onların bu bilgilerinde nasıl değişimler olduğunu açıklayan öğretim destekli bir yaklaşım türüdür (Czarnocha ve Maj, 2008). Öğrenme ortamlarına göre öğretim deneyleri farklı biçimlerde tasarlanabilir. Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer ve Schauble (2003)'e göre öğretim deneyleri öğrencilerle birebir yürütülebileceği gibi tüm öğrencilerle birlikte sınıf çalışması olarak da yürütülebilir.

Öğretim deneyleri klasik klinik görüşmelerden farklı olarak kapsamlı bir içerik sunmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000). Klinik görüşmelerle öğrencilerin öğrenme sürecindeki sahip olduğu bilgilerin keşfedilmesinin yanında onların gelişimleri de ölçülebilir (Dunphy, 2010). Bu sebeple klinik görüşmeler sorgulama, dinleme, cevaplama gibi birtakım eylemlerin uygulanmasında önemli bir yaklaşımdır (Crespo ve Nicol, 2003). Ayrıca bu yaklaşımla öğretmenler öğrencilerle tartışma ortamına girerek onların var olan matematiksel yapılarını yeniden şekillendirmesinde etkili bir görev alır (Ambrose ve diğerleri, 2004). Bu cümlelerden de anlaşılacağı üzere klinik görüşmeler zihindeki var olan bilgilere odaklanıp, bu bilgilerin değiştirilmeden anlamlandırılmasında etkilidir. Öğretim deneyleri ise öğrenme süreçlerinde bilgilerin değiştirilip geliştirilmesine olanak tanır. O halde bir öğretim deneyinin amacı öğretim ortamlarının bireylerin bilgilerine ve düşüncelerine nasıl etkelediğini araştırmaktır (Cobb 2000; Lesh ve Kelly 2000; Steffe ve Thompson 2000). Bu yüzden öğretim deneyleri öğrencilerin matematiksel durumları ortaya çıkarma sürecindeki davranışlarının belirlenmesinde etkili yöntemlerden biridir (Steffe 1991; Lesh ve Kelly, 2000; Steffe ve Thompson 2000).

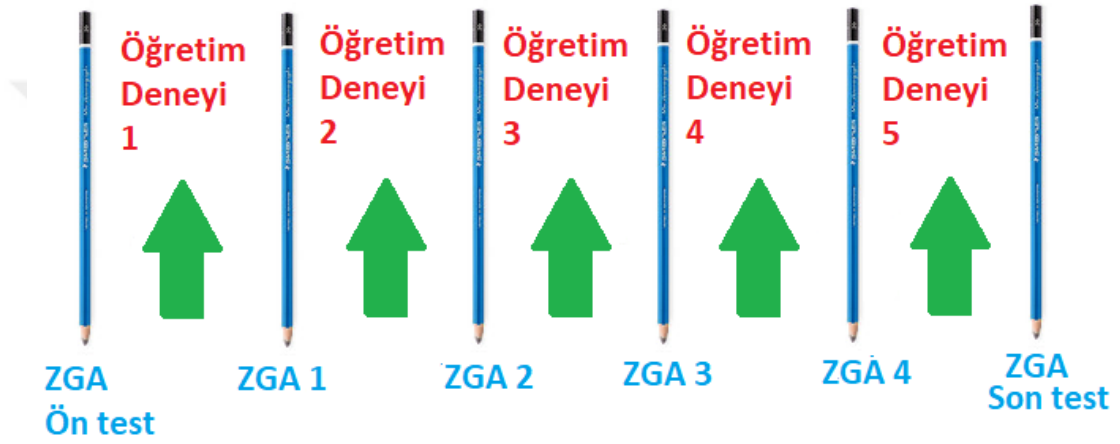
Bir öğretim deneyi art arda gelen öğretim dönemlerinden meydana gelmektedir. Öğretim dönemlerinden önce çalışmayı uygulayacak kişi kuramsal çerçeveyi temel alarak kazanımlarını planlamalıdır (Steffe ve Thompson 2000). Kazanımlar uygulanmadan önce öğretim ortamları öğrencilerin bilgi donanımları dikkate alınarak hazırlanmalı, çalışmanın pilot bir uygulaması yapılmalıdır. Buna göre süreç içinde düzeltmeler yapılır (Steffe ve Thompson 2000).

Öğretim deneyinin bir diğer önemli unsuru öğretim deneyini yürütecek kişidir. Öğretim deneyinde araştırmacılar öğretmen rolünde olmalıdır (Steffe, 1991). Bu yüzden öğretmen rolündeki araştırmacı öğrencilerle sürekli iletişim halinde olup, onların davranışlarını ve öğrenmelerini iyi takip etmelidir (Cobb vd. 2003; Cobb ve Steffe 2011). Araştırmacı öğretim dönemlerinde öğrencilerin matematiksel anlamlandırmaları hakkında varsayımlar ortaya koyup, bu varsayımları öğrenme dönemlerinde test edip öğrencilerin matematiksel durumlarının değişimi hakkında yorumlar yapabilmelidir (Simon, 1995).

Öte yandan öğretim deneylerinde etkileşimli öğretim süreçlerini kayıt eden cihazlar önemlidir. Bu aşamada araştırmacı notları, video kayıtları, öğrenci çıkarımları süreç esnasında araştırmacının gereken durumda değişiklikler yapabilmesine imkan tanır. Bu araştırmada

öğretim deneyleri yürütülürken çoklu temsiller içeren Geogebra programının kullanıldığı geometrik etkinlikler uygulanmış olup, öğrenci-öğretmen etkileşimleri çevrimiçi ortamda kayıt altına alınmıştır. Bu esnada öğrencilerin etkinlik kağıtları üzerinde almış olduğu notlardan da faydalanılmıştır.

Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin geometrik alışkanlıklarını incelemek amacıyla çoklu temsil temelli öğretim süreçleri içeren 5 öğretim deneyi uygulanmıştır. Araştırmanın sürecini betimleyen şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. Öğretim deneyi süreci

3.2. Çalışma Grubu

Nitel araştırmalarda çoğunlukla amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmaktadır. Amaçlı örnekleme, olasılık temelli olmayan bir örnekleme yaklaşımıdır. Amaçlı örnekleme yoluyla araştırmacı bir takım durumlar bağlamında çevre ve insan ilişkilerini anlamlandırmak ve açıklamak için uğraşmaktadır (Büyüköztürk vd., 2012). Dolayısıyla bu örnekleme yönteminin amacı araştırmada kullanılan alan ve çalışma grubu hakkında zengin veriler toplanarak çalışmanın hedefe ulaşmasıdır (Maxwell, 1996).

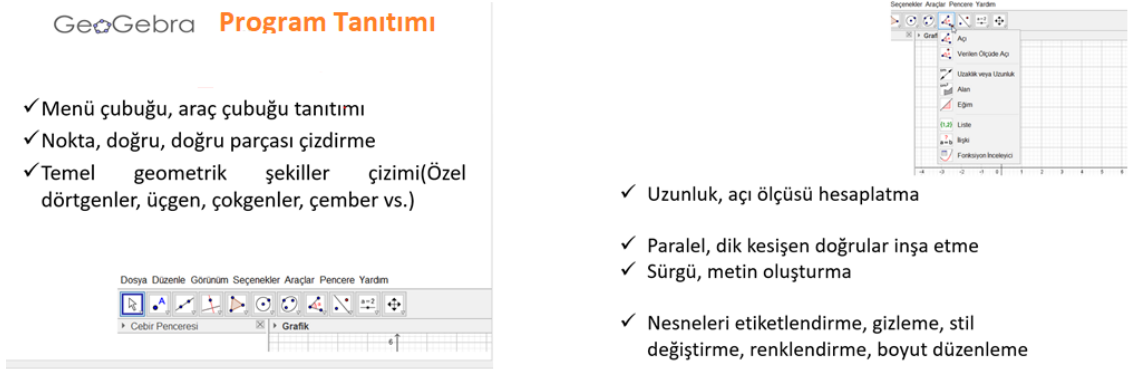
Bu araştırmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme çalışmanın hedefine uygun olarak en iyi sonuçlara ulaşmasında birtakım ölçütleri taşıyan tüm bağlamların sürece dahil edilmesidir (Patton, 2014). Bu örnekleme yoluyla bir araştırma hakkında derinlemesine çalışılan ve bir takım ölçütler doğrultusunda bir veya daha fazla olan durumlarda kullanılan bir yöntemdir (Başaran, K. Y.,

2017). Bahsedilen ölçütleri araştırmacı yapmış olabilir veya araştırmacı önceden belirlenen ölçüt çizelgesini kullanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışma için ölçütler seçilirken gönüllülük esasına dayalı evinde bilgisayarı olan, temel düzeyde bilgisayar programlarını bilen, matematik başarı seviyesi orta ve üstü öğrenciler seçilmiştir. Az sayıda seçilen örneklemeler üzerinden derinlemesine bir çalışma süreci sağladığından genelde nitel araştırmalarda az sayıda birey ile çalışılır (Patton, 2014). Dolayısıyla bu çalışma 2020-2021 eğitim öğretim yılı İzmir İli Bergama İlçesi bir devlet ortaokulu 7. sınıf seviyesinde olan 4 öğrenci ile yürütülmüştür.

3.2.1. Pilot Uygulama

Araştırmanın uygulama süreci pilot çalışma ve asıl çalışma olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmanın pilot katılımcıları bir devlet ortaokulunda 2020-2021 eğitim öğretim yılında okuyan 3 tane yedinci sınıf öğrencisidir. Öğrencilerden biri erkek, diğer ikisi kızdır. Öğrenciler matematik öğretmenin görüşleri dikkate alınarak matematik başarı seviyesi orta ve üst düzeyde olan öğrencilerden seçilmiştir. Öğrenciler aynı sınıftan seçilmiş olup, sosyo-ekonomik düzeyleri birbirine yakın olan öğrencilerdir. Bilgisayar derslerine girmiş öğretmeninden de dönüt olarak temel bilgisayar kullanma seviyesine sahip öğrenciler seçilmiştir. Öğrencilerin etkinlikler ve geometrik problem oturumlarındaki kazanımları işlemiş olmalarına dikkat edilerek çalışmalara başlanmıştır.

Uygulanacak olan geometrik etkinlikler Geogebra programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Uygulamalara geçilmeden önce bilgisayar ve öğretim teknolojileri öğretmeninden etkinliklerin uzaktan eğitime uygun olup olmadığı hakkında uzman görüşü alınmıştır. Etkinlikler öncesi çocuklara bu programa dair aşağıdaki şekilde verilen uygulamalar 2 ayrı derste tanıtılmıştır.



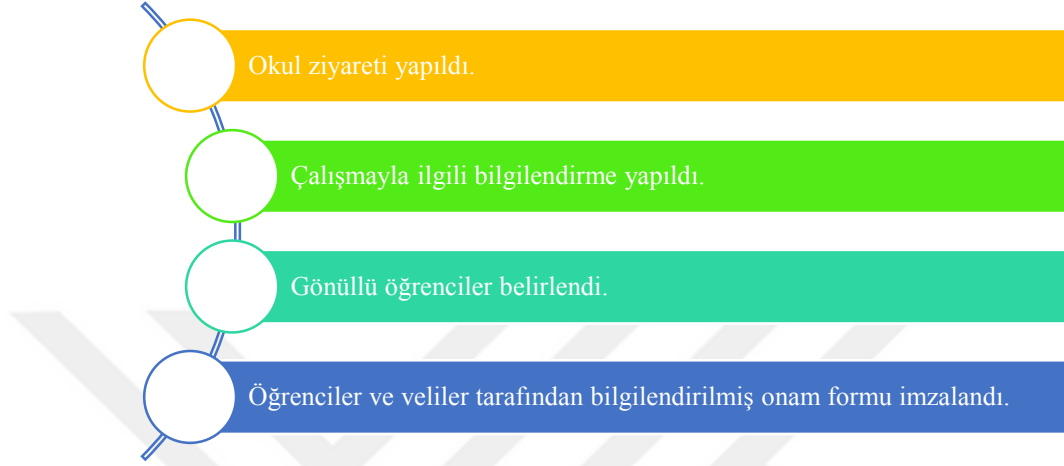
Şekil 4. Geogebra program tanıtımı

Öğrencilere program tanıtımı yapıldıktan sonra etkinliklere başlanmıştır. Öğrencilerin etkinliklerde rahatça tartışmalarına izin verilerek anlaşılmakta zorlanan yerler düzenlenmiştir. Bu etkinliklerden sonuncusunda, 2. etkinlikte olan eşkenar dörtgenin çizilmesinde öğrencilerin zorlanması sebebiyle bu kazanıma tekrar yer verilerek eşkenar dörtgeni vurgulama amaçlı ve yine dörtgen ilişkilerinin incelendiği bir etkinlik daha (5. etkinlik) uygulanmıştır. Dörtgen ilişkileri matematik dersi öğretim programında 5. sınıftan beri kazanımlarda verildiği için bu etkinlikte de dörtgen ilişkileri tekrar vurgulanmıştır. Öğretim deneyleri ve geometrik oturumlar çevrimiçi ortamda gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler yaklaşık olarak 1 yılı aşkın süredir uzaktan eğitimle derslerini işledikleri için, etkinliklerin ve geometrik oturumların yine aynı program yoluyla çevrimiçi yolla gerçekleştirilmesi uygulamanın işleyişi açısından herhangi bir dezavantaj yaratmamıştır. Gerçekleştirilen uygulamanın sonunda bir öğretmenden uzman görüşü alınarak öğretim deneylerinin ve geometrik problemlerin son hali asıl uygulamada uygulanmıştır.

3.2.2. Asıl Uygulama

Pilot çalışma gerçekleştirildikten sonra asıl çalışma 3 kız 1 erkek olmak üzere toplam 4 öğrenciyle birlikte gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin dersine aynı matematik öğretmeni girmekte olup, bu öğretmen 10 yıllık mesleki deneyimi olan biridir. Geometrik oturumlarda açık uçlu sorular yer aldığı için ve bu oturumlardan zengin veriler elde edebilmek için fikirlerini iyi ifade edebilen öğrenciler olması önem taşımıştır. Bu yüzden öğrenciler matematik öğretmenin görüşleri dikkate alınarak, gönüllüğe bağlı matematik dersi başarı ortalaması orta ve yüksek öğrencilerden seçilmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin evinde

bilgisayarı olmasına ve belli başlı bilgisayar programlarını (word, excel vs.) kullanma becerisine sahip olmalarına dikkat edilmiştir. Katılımcıların belirlenme durumuna ait süreçler aşağıdaki şekilde belirtildiği gibi olmuştur.



Şekil 5. Araştırmada katılımcıların belirlenme süreci

Katılımcılar belirlendikten sonra Geogebra programının tanıtımı 2 derste yapılmıştır. Bu kapsamda öğrencilere kullanılacak araçların tanıtımı yapılmıştır (bkz. Şekil 3). Program tanıtımından sonra Geogebra programının kullanıldığı çoklu temsil temelli etkinlikler çevrimiçi ortamda öğrencilerle birlikte yürütülmüştür. Uygulama esnasında toplamda 5 etkinlik yapılmıştır. Her bir etkinlikten sonra açık uçlu geometri sorularının yer aldığı ZGA oturumları her bir öğrenciyle bireysel olarak yine çevrimiçi ortamda gerçekleştirilmiştir. Asıl çalışmanın gerçekleştirilme süreci takvimi aşağıdaki şekildeki gibi olmuştur.

Tablo 5

Çalışma takvimi

<i>Tarih</i>	<i>Uygulanan program</i>
18 Nisan-19 Nisan	Geogebra programı tanıtımı
20 Nisan- 21 Nisan	ZGA ön test uygulaması
26 Nisan- 2 Mayıs	Etkinlik 1 ve ZGA 1
3 Mayıs- 9 Mayıs	Etkinlik 2 ve ZGA 2
10 Mayıs- 16 Mayıs	Bayram tatili arası
17 Mayıs- 23 Mayıs	Etkinlik 3 ve ZGA 3

24 Mayıs- 30 Mayıs	Etkinlik 4 ve ZGA 4
31 Mayıs- 5 Haziran	Etkinlik 5 ve ZGA son test

Bu çalışmaya dair araştırma süreci aşağıda verilen şekildeki gibi ilerlemiştir.



Şekil 6. Araştırma süreci

3.3. Veri Toplama Araçları

Nitel çalışmalarda en çok gözlem, görüşme, odak grup görüşmesi ve doküman incelemesi kullanılmaktadır. Çalışmanın geçerliliği ve güvenilirliği için araştırmacılar birden farklı araştırma yöntemini kullanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmanın çoklu temsillere dayalı öğretim sürecinde 4 öğrenciyle birlikte odak grup görüşmesi, geometrik problemleri kullanarak öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını incelemek için ise her bir öğrenciyle bireysel görüşmeler yapılmıştır.

Odak grup görüşmesi araştırmacının çalıştığı alana dair yönlendiricisinin kendisinin olduğu 4 ile 12 kişilik gruplar arasında yürütülen grup tartışmasıdır (Marshall, 1999). Kreuger (1994)'e göre bu görüşmenin amacı bir genellemeye ulaşmak değil, çalışılan konulardaki farklılığı ortaya çıkarma ve bu farklılığa dair katılımcıların algısını açıklamaktır. Katılımcıların kimler olduğuna karar verebilmek odak grup görüşmesinin etkililiği için önemlidir (Morgan, 1997). Gruptaki kişiler birbiriyle önceden karşılaşmamış veya karşılaşmış olabilirler ancak bu kişilerin bilgi durumlarının benzer seviyede olması önemlidir (Şahin vd, 2009). Bu araştırmadaki öğrenciler aynı matematik öğretmeninin öğrencileri olup, iki öğrenci aynı şubede, diğer ikisi farklı şubelerde eğitim almıştır. Öğrencilere Tülay, Ela, Efe ve Zuhale gibi takma isimler verilerek bulgular bölümünde veriler yorumlanmıştır. Odak grup görüşmesi yoluyla grup üyelerinin birlikte olan dinamiğiyle, farklı yorumlar ortaya atılabilir, bu da yapılan çalışmanın niteliği için güzel sonuçlar verir (Kitzinger, 1994, 1995). Bu yüzden öğretim deneylerinde öğrenciler konuşmaları için cesaretlendirilerek, fikirlerine dayalı söylemleri Geogebra ortamında uygulanıp sonuçları gözlenmiştir. Öğrenciler bu yöntemle diğer yöntemlere göre daha az gerginlik, baskı hissettiği için konuşmalarını özgür bir ortamda, rahatça ifade edebilmiştir.

Araştırma kapsamında öğrencilerle görüşmeler de yapılmıştır. Görüşme, nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama yöntemlerinden biridir (Punch, 2005). Bu teknikte amaç kişilerin kendi dünyalarındaki yaklaşımlarını keşfetmektir (Patton, 2014). Öğretim deneylerinin her bir etkinliğinden sonra öğrencilerle birebir görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler sohbet niteliğinde (Berg ve Lune, 2015) gerçekleştirilmiş olup, onların geometrik problemleri çözerken duygu ve düşüncelerine (Karataş, 2017) dikkat edilerek alışkanlıkları ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır.

Çalışmada çoklu temsil temelli geometrik etkinlikler Geogebra programı kullanılarak odak grup görüşmesiyle uygulanmıştır. Aynı zamanda öğrenciler geometri problemlerini çözerken onlarla bireysel görüşmeler yapılmıştır. İlgili araştırmada odak grup görüşmesi ve bireysel görüşmelere dair veriler çevrimiçi kayıtlar kullanılarak toplanmıştır. Ayrıca katılımcıların etkinlikleri uygularken ve problemleri çözerken tuttuğu yazılı notlar ve araştırmacının tutmuş olduğu yazılı notlardan ve ekran görüntülerinden de yararlanılmıştır.

Geometri öğretimlerinde bilgisayar destekli ortamların kullanılması ile öğrenciler geometrik kavramlar arasında ilişkilendirmeler kurarken sınıf ortamları sanal laboratuvarlar olarak düşünülebilir (Güven, 2002). Bu ortamların en önemli araçları geometrik öğelerin dinamik olarak hareket ettirilmesini sağlayan dinamik geometri yazılımlarıdır (Gomes ve Vergnaud, 2004). Bu araştırmada bahsedilen yazılımlardan biri olan Geogebra'nın kullanıldığı öğretim deneylerindeki geometrik etkinliklerin ait olduğu kazanımlar ve görev aşamaları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 6

Öğretim deneylerinde beklenen temsiller ve geliştirilmesi planlanan alışkanlıklar

Etkinlikler	Etkinlik Adı	Beklenen Temsiller	Geliştirilmesi ZGA'lar	Planlanan	Görev Aşamaları
Etkinlik 1	Kesen Doğru	Sözel, sanal, resim, sembolik temsil	İlişkilendirme, keşif ve dengeleme	genelleme, yansıtmayı	Bir doğruya paralel bir doğru çizme Bu doğruları kesen bir doğru çizme Doğrular arasında oluşan açı ilişkilerine karar verme
Etkinlik 2	Dörtgen İlişkileri	Sözel, sanal, resim,	İlişkilendirme, değişmezleri keşif ve dengeleme	genelleme, araştırma, yansıtmayı	Bir doğruya paralel bir doğru çizme Paralel doğrular yoluyla yamuk oluşturma Yamuğu kullanarak dikdörtgen, kare, paralelkenar, eşkenar dörtgen oluşturma Paralelkenar oluşturma

					Paralelkenarı kullanarak dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen oluşturma Dörtgenler arası ilişkilendirme yapma Dörtgenler arası hiyerarşik sıralama yapma
Etkinlik 3	Çokgenim Düzgün mü, Değil mi?	Sözel, sanal temsil	İlişkilendirme, değişmezleri keşif ve dengeleme	genelleme, araştırma, yansıtmayı	Farklı düzgün altıgen çizim yollarını uygulama Düzgün altıgenin açılarını ve kenar uzunluklarını belirleme Merkezi ve yarıçapı belli çemberler çizme Çemberler yoluyla altıgen çizme Çizilen çokgenleri karşılaştırma Düzgün ve düzgün olmayan çokgen ayırımına varma
Etkinlik 4	Çember ve Daire	Sözel, sanal temsil	İlişkilendirme, değişmezleri keşif ve dengeleme	genelleme, araştırma, yansıtmayı	Sürgü yardımıyla çember oluşturma Çember ve yarım çember çevresini hesaplama π sayısının değişmezliğini gözlemlleme Daire ve yarım daire alanını hesaplama
Etkinlik 5	Dört Kenarı Verilen Dörtgen Çizimi	Sözel, sanal temsil	İlişkilendirme, değişmezleri keşif ve dengeleme	genelleme, araştırma, yansıtmayı	Dört sürgü oluşturma Sürgü uzunlukları yoluyla çemberler oluşturma Çember üzerindeki noktalardan yararlanarak dörtgen oluşturma Dörtgeni eşkenar dörtgene çevirme

Geometrik alışkanlıklar öğrencilerin geometrik düşüncelerini geliştirir (Driscoll, 2007). Öğretim deneylerinden sonra öğrencilerin geometrik alışkanlıklarını incelemek için

onlarla açık uçlu geometri sorularının çözüldüğü bireysel oturumlar gerçekleştirilmiştir. Bu oturumlardaki geometrik problemlere ait öğrenme alanları ve ilgili olduğu kazanımlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 7

Zihnin geometrik alışkanlıkları oturumlarına ait öğrenme alanları ve kazanımları

Zihnin Geometrik Alışkanlıkları Oturumları	Öğrenme Alanları	Kazanımlar
ZGA Ön test	Doğrular ve Açılar Çokgenler Çember ve Daire	İki paralel doğruyla bir kesenin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer. (Soru 1) Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer. (Soru 2) Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler. (Soru 3) Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. (Soru 4) Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. (Soru 4) Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar. (Soru 5)
ZGA 1	Doğrular ve Açılar	İki paralel doğruyla bir kesenin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer. (Soru 1, Soru 2, Soru 3)
ZGA 2	Çokgenler	Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler. (Soru 1, Soru 2) Alan ile ilgili problemleri çözer. (Soru 3) Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. (Soru 4) Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler. (Soru 5)
ZGA 3	Çokgenler	Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler;

		iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar. (Soru 1, Soru 2, Soru 3) Alan ile ilgili problemleri çözer. (Soru 4, Soru 5)
ZGA 4	Çember ve Daire Çokgenler	Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar. (Soru 1) Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar. (Soru 2, Soru 3, Soru 4) Alan ile ilgili problemleri çözer. (Soru 4)
ZGA 5	Çokgenler Çember ve Daire	Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler. (Soru 1, Soru 2) Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar. (Soru 3, Soru 4) Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar. (Soru 4) Alan ile ilgili problemleri çözer. (Soru 5)

3.4. Veri Toplama ve Uygulama Süreci

7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim süreçlerindeki zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesinin istendiği bu çalışma için İzmir İli Bergama ilçesine ait bir devlet ortaokulu seçilerek 4 öğrenci ile bu çalışma yürütülmüştür. Araştırmaya katılmak isteyen gönüllü öğrenciler seçilerek bu öğrencilere ait tüm veriler pandemi nedeniyle Zoom çevrimiçi platformundan yararlanılarak toplanmıştır.

Öğrencilere ve velilere sürecin işleyişi hakkında yüz yüze bilgilendirme yapıp, gerekli izinler alındıktan sonra araştırmaya başlanmıştır. Bu kapsamda öncelikle öğrencilerin Geogebra programını bilgisayarlarına kurması sağlandıktan sonra Geogebra programı 2 derste tanıtılmıştır. Öğrencilerin geometrik etkinlikler ve problemlerin ait olduğu kazanımları görmüş oldukları teyit edildikten sonra çalışma yürütülmüştür. Öğrencilerle yapılan odak grup ve bireysel görüşmelerin süreleri aşağıdaki tabloda verildiği gibi olmuştur.

Tablo 8

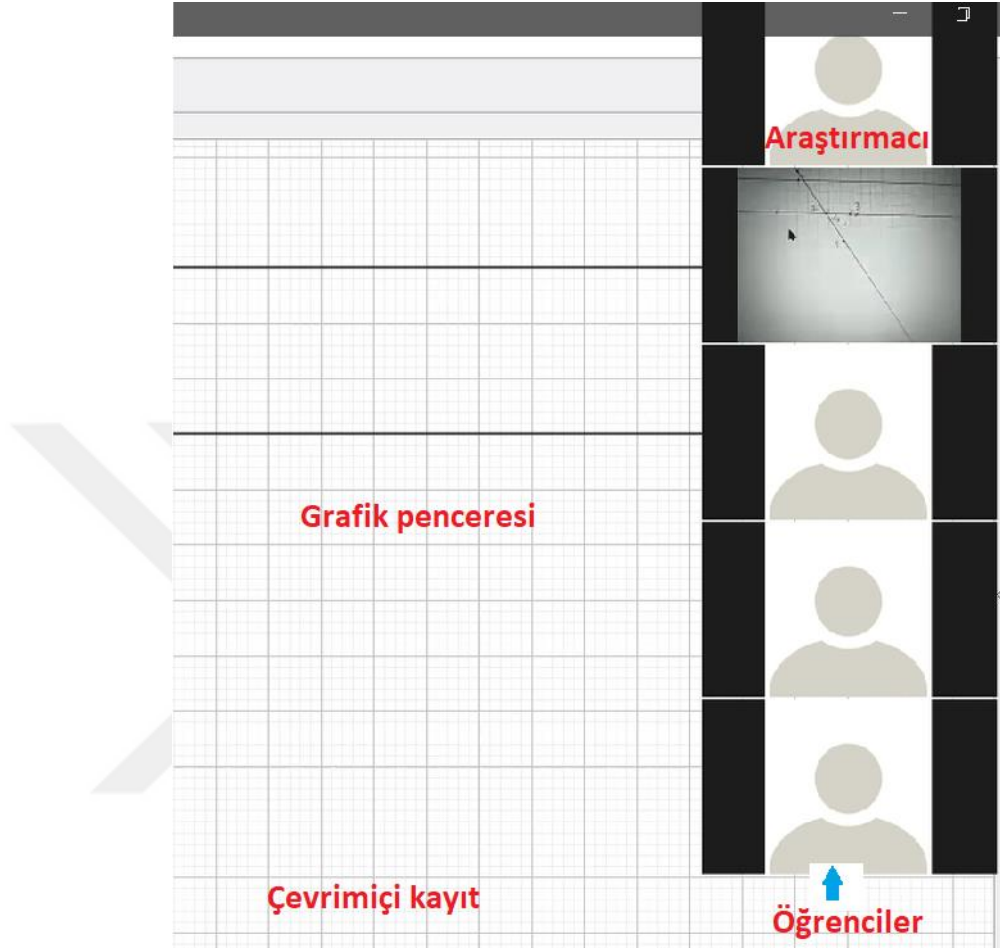
Öğrencilerle yapılan görüşme süreleri

Öğrenci İsimleri (ZGA oturumları)	Görüşme Süreleri	Etkinlikler(Ortak)	Görüşme Süreleri
Tülay	161 dk	Etkinlik 1	45 dk
Ela	195 dk	Etkinlik 2	38 dk
Efe	170 dk	Etkinlik 3	27 dk
Zuhal	163 dk	Etkinlik 4	36 dk
		Etkinlik 5	20 dk

Öğretim deneylerinde çoğunlukla öğrenciler sanal temsili (Geogebra programı) kullanmış olup, sözel temsiller bağlamında tartışmalar yapmışlardır. Pandemi şartları sebebiyle resim olarak kullandıkları temsilleri çoğu öğrenci ekran üzerinde veya tuttuğu notları araştırmacıya özelden göndererek belirtmiştir. Etkinliklerde ve geometrik oturumlarda kullanılan öğrenme alanları Doğrular ve Açılar, Çokgenler, Çember ve Daire olarak belirlenmiştir. 1. etkinlikte iki paralel ve bir kesen doğruların oluşturduğu açı ilişkileri, 2. etkinlikte dörtgen ilişkileri, 3. etkinlikte düzgün-düzgün olmayan altıgen ayrımı, 4. etkinlikte çember- çember parçası uzunlukları, daire-daire dilimleri alanı, 5. etkinlikte dört kenarı verilen dörtgen çizimi hakkında uygulamalar yapılmıştır.

Her bir öğretim deneyinden sonra öğrencilerle ZGA oturumları gerçekleştirilmiştir. Fakat burada öğretim deneylerine geçmeden önce öğrencilerin alışkanlıklarını belirlemek amacıyla uygulanacak tüm kazanımlara ait ZGA ön test çalışması uygulanmıştır. Devamında etkinliklere başlanarak ZGA oturumları gerçekleştirilmiştir. 1. ZGA’da Doğrular ve Açılar öğrenme alanına ait 3 açık uçlu soru, 2. ZGA’da Çokgenler öğrenme alanına ait 5 açık uçlu soru, 3. ZGA’da Çokgenler öğrenme alanına ait 5 açık uçlu soru, 4. ve 5. ZGA’da Çokgenler, Çember ve Daire öğrenme alanına ait sırasıyla 4 ve 5 adet açık uçlu soru sorulmuştur.

Öğrencilerle olan uygulama süreci aşağıdaki şekilde olmuştur.



Şekil 7. Görüşme süreci

3.5. Veri Analizi

Bu araştırmada verileri analiz etmek için nitel veri analiz yaklaşımlarından biri olan içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizi, çalışmalardan elde edilen çıkarımların birçok işleminden geçirildiği bir araştırma tekniğidir. Bu çıkarımlar mesajı ileten, mesajın kendisi ve mesajı alan kişi hakkındadır (Weber: 1989). İçerik analizinde amaç benzer verileri belli kavramlar ve temaların içine dahil ederek bireylerin rahat bir şekilde anlamlandırmasını sağlayacak şekilde düzenlemek ve yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Veriler gözlem, görüşme veya dokümanlar kullanılarak dört şekilde analiz edilir: Verileri kodlama, uygun temalar bulma, kod ve temaları düzenleme, bulguları yorumlama, analiz etme (Yıldırım ve

Şimşek, 2013). Bu yüzden çalışmada veriler kavramsal çerçevede dahilinde birbiriyle ilişkilendirilen belirli temalara ayrılarak analiz edilmiştir. Çevrimiçi kayıt altına alınan etkinlikler ve ZGA oturumları araştırmacı tarafında elle yazılı forma getirilmiştir. Bu yazılı formlardan yararlanılarak elde edilen veriler sistematik olarak temalara ayrılıp, analiz edilmiştir. Analiz süreci aşağıdaki şekilde verildiği gibi olmuştur.



Şekil 8. Analiz süreci

3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik güvenirlik nicel araştırmalardan farklı olarak incelenir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırmalarda geçerlik güvenirlik yerine inanılabilirlik ifadesinden bahsedilir (Krefting, 1991). Guba ve Lincoln' e (1982) göre nitel araştırmalarda geçerlik-güvenirlik yerine inandırıcılık ön plandadır. Bir çalışma ne kadar inandırıcı olursa o kadar geçerliliği ve güvenirliği sağlamış olur (Başkale, 2016). Guba ve Lincoln' e (1982) göre nicel çalışmalarda geçerliğin karşılığı nitel çalışmalarda inandırıcılık ve aktarılabilirlik iken güvenirliğin karşılığı ise güvenilebilirlik ve onaylanabilirlik olarak ele alınmıştır. Nitel bir çalışmadaki güvenirliği arttırmanın yollarından biri kodlayıcılar arası uyum yüzdesini

hesaplamaktır (Miles ve Huberman, 1994). Bu araştırmada veri toplama süreci ve analizlerinde uzman görüşleri alınarak kodlayıcılar arası uyum yüzdesi %83 olarak hesaplanmıştır.

Aşağıdaki tabloda bu çalışma sürecine ait inandırıcılık, aktarılabilirlik, güvenilirlik, onaylanabilirlik durumları Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan'dan (2018) çalışmasından ölçütler uyarlanarak sunulmuştur.

Tablo 9

Çalışmada yapılan geçerlik-güvenirlik durumları

<i>Geçerlik-Güvenirlik</i>	<i>Araştırmada Yapılanlar</i>
➤ <u>İnandırıcılık</u> <i>Uzun süreli etkileşim</i> <i>Çeşitleme</i> <i>Katılımcı dürüstlüğü</i>	Çalışmadaki öğrenciler gönüllülük esasına bağlı belirlenmiştir. Bu belirlemeden sonra katılımcılar gönüllü katılımcı onam formunu uygun bir şekilde doldurmuşlardır. Araştırmacı çalışma öncesi Geogebra programını tanıtırken öğrencileri tanıma sürecine girmiştir. Görüşmeler uzun bir zaman dilimi içinde uzaktan yürütüldüğü için araştırmacı nesnel bir şekilde öğrencilerin cevaplarını yorumlamıştır. Rahat ve samimi bir ortamda öğrenciler açıklamalarını yapmıştır.
➤ <u>Aktarılabilirlik</u> <i>Amaçlı örneklem</i> <i>Katılımcıların tanıtımı</i> <i>Ortamın ayrıntılı tanıtımı</i>	Araştırmanın pilot uygulama süreci 3 adet 7. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Bu süreç sonrası etkinlikler ve problemlerdeki düzenlemeler yapılarak asıl çalışma grubuyla son hali gerçekleştirilmiştir. Tüm görüşmeler çevrimiçi ortamda yürütülmüştür. Katılımcılar seçilirken amaçlı örnekleme yönteminden ölçüt örnekleme seçilmiştir. Katılımcılarla ilgili detaylı bilgiler çalışma grubu bölümünde sunulmuştur.
➤ <u>Güvenilebilirlik</u> <i>Denetleme yolu</i> <i>Araştırma yöntemi</i>	Araştırmaya ait verilerin toplanması, analiz edilmesi, yorumlanması sürecinde uzman görüşleri alınarak süreç yürütülmüştür. Araştırmada

➤ <u>Onaylanabilirlik</u> <i>Araştırmacının ön yargılarını azaltması</i>	kullanılan yöntem nitel araştırma yöntemi olup detaylı bilgi yöntem kısmında anlatılmıştır. Bu çalışmada bulgular ve sonuçlar kısmında veriler yorumlanırken alanında uzman kişilerden görüşleri alınarak araştırmacı ön yargısı en az olacak şekilde ayarlanmıştır.
--	--

3.7. Araştırmacının Rolü

Nitel çalışmalarda araştırmacı ortamda öğretmen olarak bulunarak katılımcıların öğrenme süreçlerini yorumlamak için onlarla uzun süreli etkileşimlerde bulunmalıdır (Cobb ve diğerleri, 2003; Cobb ve Steffe 2011). Nitekim nitel çalışmalarda araştırmacılar katılımcılarla irtibat halinde olarak aynı çalışma ortamında bulunan, eğitimsel tecrübelerini verilerin analizinde kullanan kişilerdir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmacının da bu konuda tecrübesi olup, çalışmasını yürütürken bu tecrübelerinden faydalanmıştır.

Araştırmacı çalışmasını yürütürken tüm adımlarda aktif bir şekilde rol almıştır. Çalışmasına başlamadan önce ön test sorularını, geometrik etkinliklerini, geometri problemlerini hazırlamıştır. Çalışmanın yapılacağı devlet okulunu belirledikten sonra ilgili kurum ve kuruluşlardan gerekli izinler alınmıştır. İzinler sonrası mesleki deneyimi olan matematik öğretmenin görüşlerini dikkate alarak katılımcı öğrencilere karar vermiştir. Öğrencilerin kendisini ve ailelerini yapılacak çalışmayla ilgili bilgilendirmiştir. Çalışma esnasında öğrencilerin kendilerini rahat hissetmelerini sağlayarak, onların geometrik düşüncelerini destekleyecek sorular sormuştur. Öğrencilerle çalışmalar çevrimiçi ortamda kayıt altına alınmıştır. Bu çalışmalar öğrencilerle genelde ders saatleri sonrası akşamüstü yapılmıştır.

Araştırmacı, araştırma sürecinde çalışmasının tüm adımlarında nesnel bir yaklaşım sergilemeye çalışarak, ön yargılı davranmamaya dikkat ederek öğrencilerle görüşmelerini yürütmüştür.

BÖLÜM IV

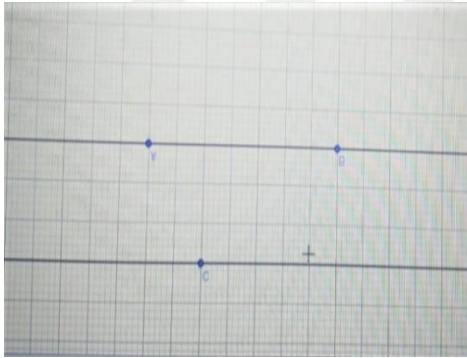
BULGULAR

4.1. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

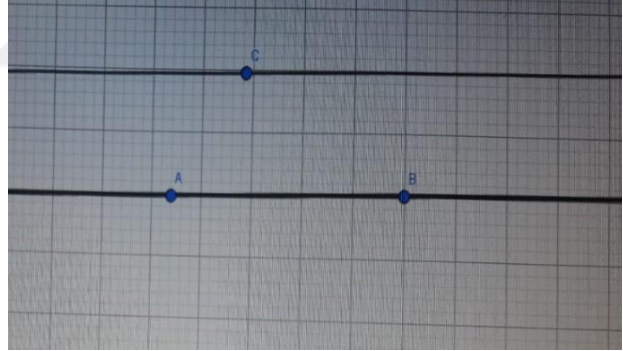
Tez çalışmasının birinci alt problemi “7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinde gösterdikleri temsil biçimleri nelerdir?” olarak belirlenmiştir. Bu bulgular her bir öğretim deneyine göre sunulmuştur.

4.1.1. Öğretim Deneyi 1’e Ait Bulgular

Öğrencilerden Geogebra yazılım programı aracılığıyla doğru aracına tıklayarak bir doğru çizdirilip, dışına bir nokta koydurulmuştur. Bu noktadan geçen, çizilen doğruya paralel bir doğru çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler paralel doğru sekmesini kullanarak, dıştaki nokta ve çizilen doğruya tıklayarak paralel bir doğru çizmişlerdir. Çizen katılımcıların araştırmacıya özelden resim göndermeleri istenmiştir. Öğrencilerin çizimleri benzer oldukları için 2 öğrencinin çizimi aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Efe



Zuhal

Şekil 9. Efe ve Zuhal’ in birbirlerine paralel 2 doğru çizimleri

Katılımcılardan bu iki doğruyu kesen başka bir doğru daha çizmeleri istenmiştir. Nasıl çizileceği hatırlatılmak istenmiştir öğrencilere.

Efe: Ortasından geçen bir doğru çizebiliriz.

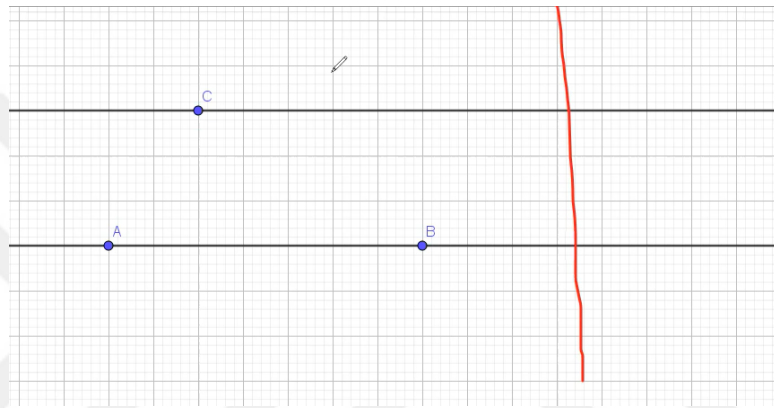
Tülay: Üstünden geçer.

Öğrencilerden ekranda kesen doğruya örnek vermeleri istenmiştir. Tülay grafik penceresinde hemen bir tane çizmiştir. Çizdiklerini özelden de atmaları istenmiştir.

Tülay: Hocam dik olmak zorunda değil değil mi?

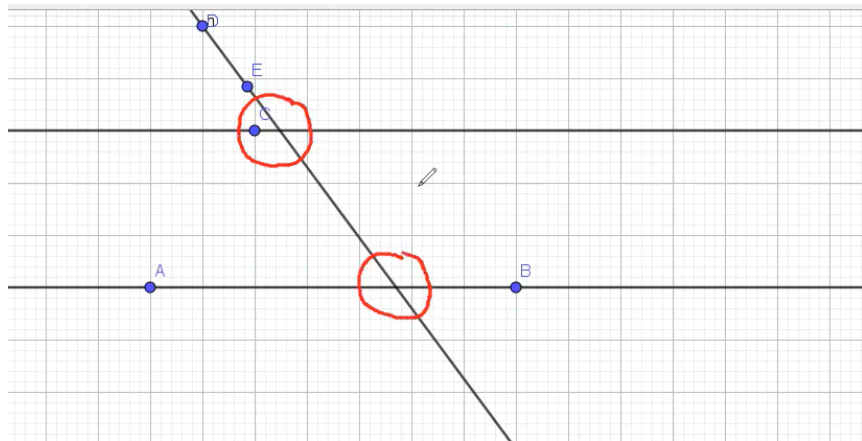
Araştırmacı: Herhangi bir şartı yok.

Özelden öğrenciler çizdiklerini gönderdiler. Örnek olarak bir tane kesen doğruyu araştırmacı grafik penceresine aşağıdaki şekilde çizmiştir.



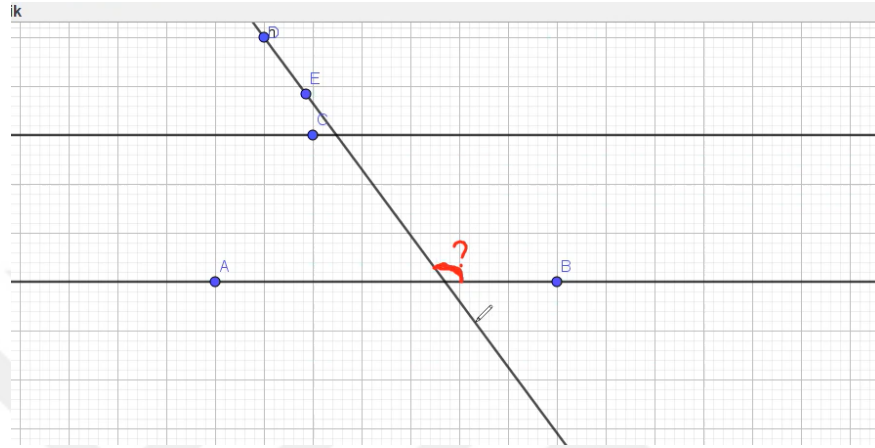
Şekil 10. Araştırmacının örnek kesen çizimi

Bütün öğrenciler çizimini yaptıktan sonra, onlardan aşağıdaki şekilde gibi grafik penceresi üzerinde ortaya çıkan 8 tane açının değerlerini bulmaları istenmiştir.



Şekil 11. Kesen doğru sonucu ortaya çıkan 8 açı

Öğrencilerin açı değerlerini bulmaları için Geogebra üzerinde açı aracına tıkladıktan sonra saat yönünde 3 nokta belirlemeleri veya 2 doğru seçmeleri istenmiştir. Katılımcılara sayfa üzerinde soru işaretli bölgedeki açı değerini aşağıda verilen şekildeki gibi 3 noktayı kullanarak bulmaları belirtilmiştir.



Şekil 12. İstenen açı değeri

Burada geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

Efe: Yukarıdaki noktaları kullanabiliriz.

Araştırmacı: Hangi noktalar onlar söyler misin?

Efe: A, E, B noktaları olabilir. Yok yanlış söyledim.

Araştırmacı: Tekrar bir düşün. İstenen açıyı veriyor mu bu noktalar?

Tülay: Hocam orada ortaya koyabiliriz noktayı. Öğrenmiştik bu noktanın nasıl konulacağını.

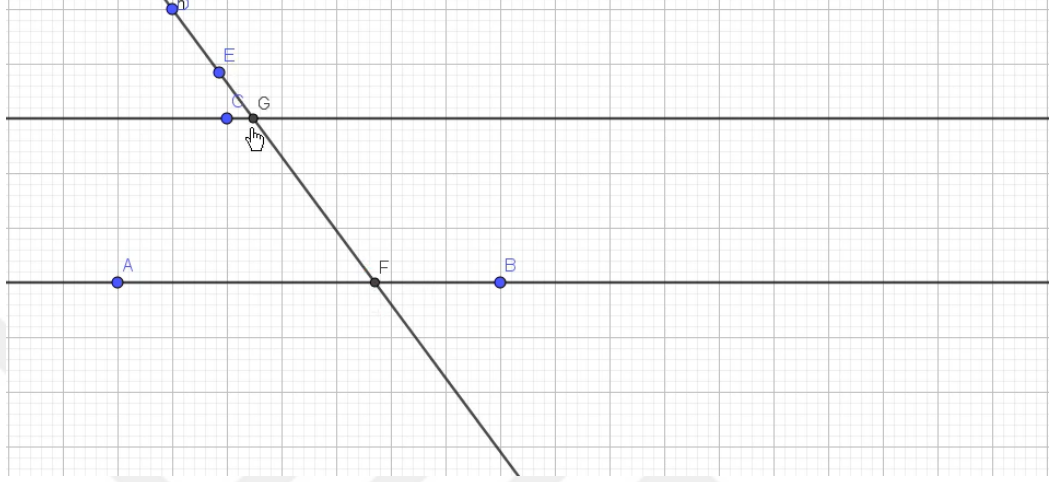
Araştırmacı: Hatırlayalım o zaman.

Tülay: Orta dikme olabilir mi? Yok, yok.

Efe: Kesiştir olabilir mi?

Araştırmacı: Deneyelim o halde.

Kesiştir aracına tıklandıktan sonra kesen doğru ve AB doğrusu tıklanarak F noktası oluşturulmuştur. Devamında kesen doğru ve üstteki doğru tıklanarak G noktası aşağıdaki şekilde verildiği gibi oluşturulmuştur.

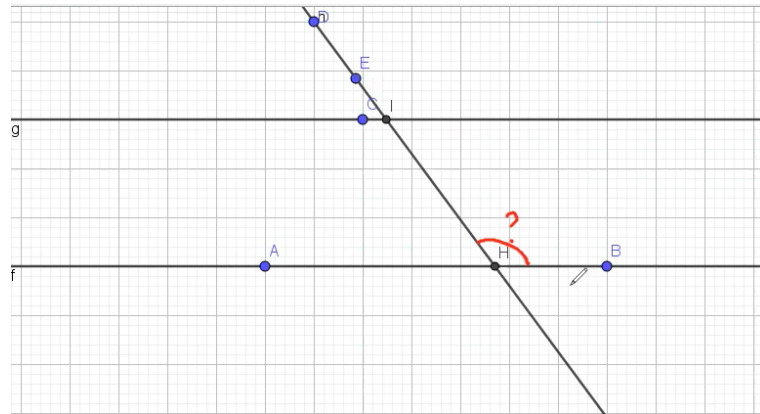


Şekil 13. Kesiştir aracına tıklandıktan sonra ortaya çıkan açı

Araştırmacı: İstenilen açıyı bulmamız için hangi yöne gitmemiz gerekir şimdi?

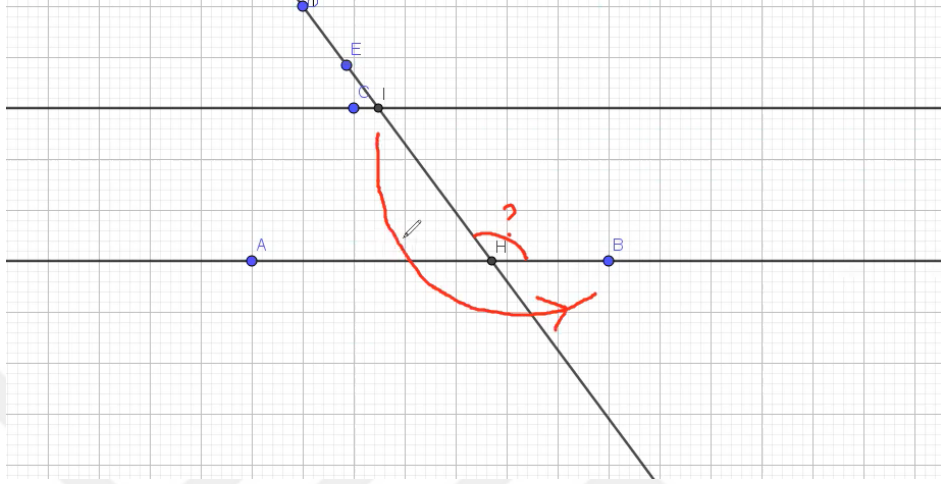
Efe: Saat yönünde gitmemiz gerekmiyor mu?

Öğrencilerden saat yönünde giderek, 8 tane açı değerlerini bulmaları istenmiştir. Aşağıdaki şekilde verilen grafik penceresi üzerindeki H açısının değerini nasıl bir sıralamayla bulabilecekleri sorulmuştur öğrencilere.



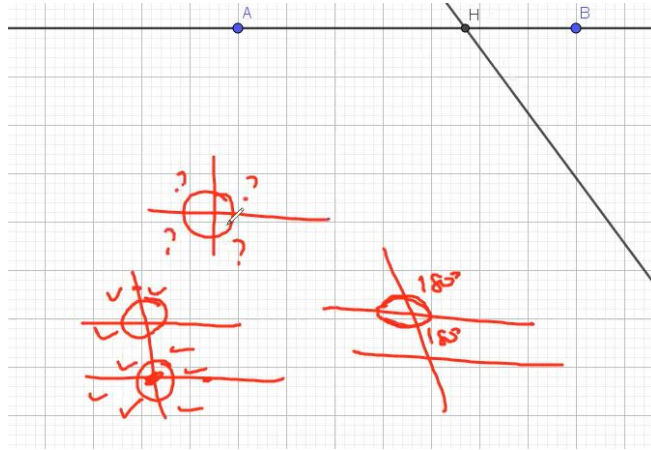
Şekil 14. H açısının değeri

Ela istenen açı değerini bulmak için saatin tersi yönünde ilerlemek gerektiğini iddia etmiştir. Bunun için Ela IHB yönünde gidilebileceğini söylemiştir. Onun dediği şekilde aşağıdaki şekildeki gibi grafik penceresinde çizim yapılmıştır.



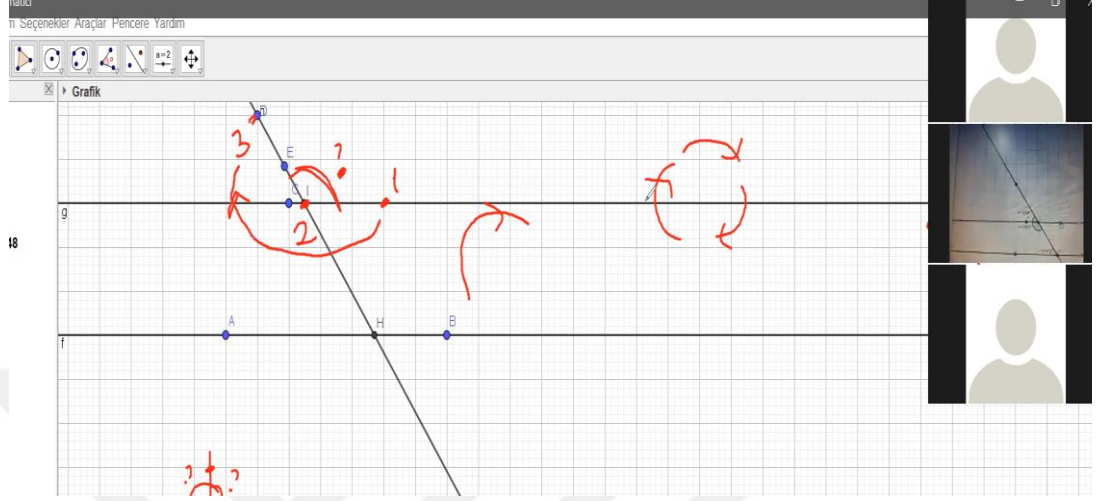
Şekil 15. Ela'nın saatin tersi yönünde ilerlemesi

Ela'nın dediği şekilde ilerlemesine fırsat verilmiştir. Bu durumda istenen açının ters açısının bulunduğu görülmüştür. Ela hatasını fark edince doğrusu için BHI yönünde gitmek gerektiğini belirtmiştir. Devamında Ela, yine eksik yaparak 2 doğruyu kullanarak 2 açı değerini şekildeki gibi bulmuştur. Ama istenilenin 8 açı olduğu tekrar vurgulanmıştır.



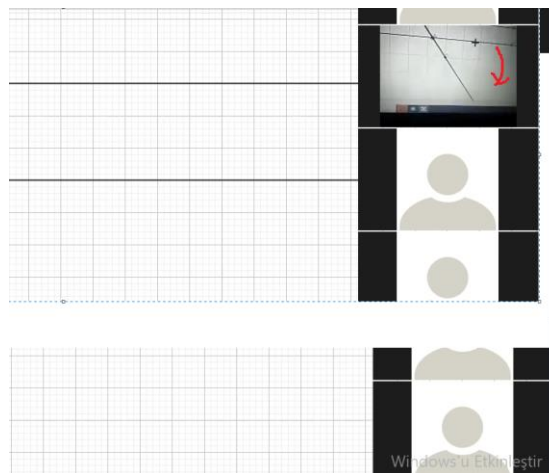
Şekil 16. İki doğruyu kullanarak açı değerini bulma

Tülay da istediği açıları bulamadığını belirtmiştir. Ekran izni verilerek açıları nasıl bulacağı tartışılmıştır.

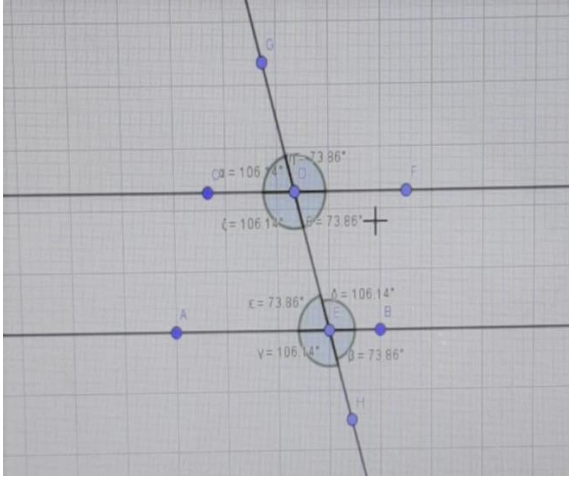


Şekil 17. Tülay'ın istenen açıyı bulma gösterimi

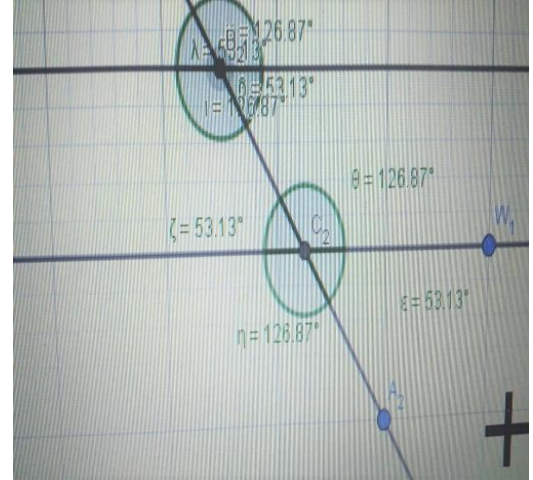
Şekilde verilen soru işaretli açıyı bulması için nasıl sıralama yapacağı sorulmuştur. Tülay soru işaretli açıyı değil, bu açının tersini bulabildiğini belirtmiştir. Aynı yanlışı Efe de yaptığını söylemiştir. Yukarıdaki şekilde de soru işaretli yer için 1,2,3 yönünde gidildiğinde saat yönünde olacağı ve istenen açının bulunabileceği gösterilmiştir. Efe hala daha karıştırdığını ifade etmiştir. Ona da ekran izni verilerek nasıl bir yanlışı yaptığı görülmek istenmiştir. Yanlışı yaptığı yer aşağıdaki şekilde belirtilmiştir.



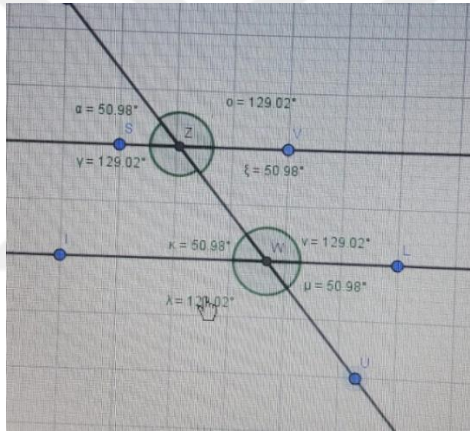
Şekil 18. Efe'nin istenen açıyı bulma gösterimi



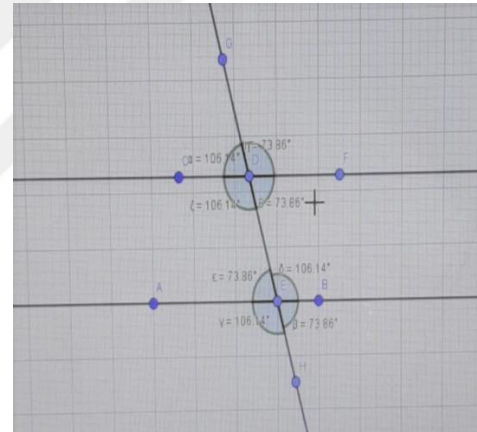
Ela



Efe



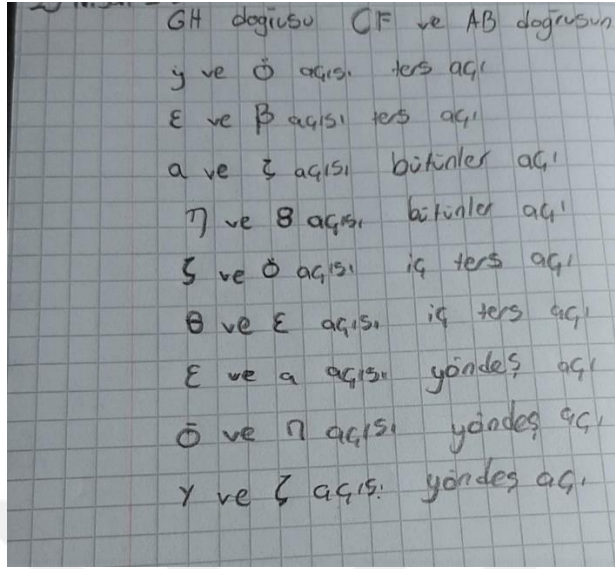
Tülay



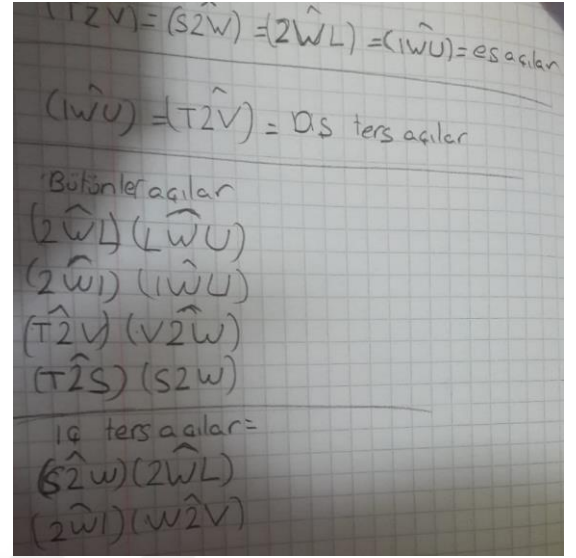
Zuhale

Şekil 20. Dört öğrencinin 8 açı değerini göstermeleri

Açılar arasındaki ilişkilerden Ela'nın ve Tülay'ın özelden gönderimi aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Ela



Tülay

Şekil 21. Ela ve Tülay'ın istenilen açılar arası ilişkilendirmeleri

Aşağıdaki tabloda etkinlik 1' de kullanılan temsillere yer verilmiştir.

Tablo 10

Etkinlik 1'e ait gösterimler

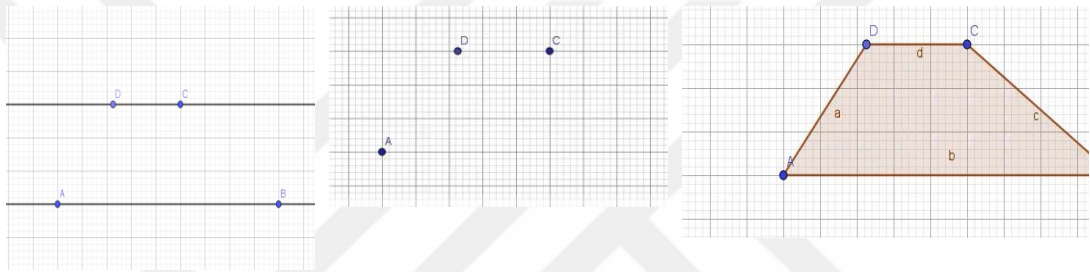
Kullanılan Temsiller Göstergeleri

Sanal Temsil	✓ Bir doğruya paralel başka bir doğru çizme ✓ İki paralel doğruyu kesen bir doğru çizme ✓ Açı değerlerini gösterme ✓ Gözlenen şekiller
Sembolik Temsil	✓ Açıların değerinin sembolle gösterimi ✓ 8 açının birbirine göre durumlarını belirtme (ters, iç-dış ter aç, bütünler-tümmler)
Resim Temsili	✓ Kesen doğru çizimi ✓ Açıları gösterme ✓ Açı yönüne karar verme
Sözel Temsil	✓ Paralel doğru çizme ✓ Kesen doğru belirleme

- ✓ Kesen doğru ve paralel doğruların kesim noktasını belirleme
- ✓ Açı değerini hesaplamak için açı yönüne karar verme

4.1.2. Öğretim Deneyi 2' ye Ait Bulgular

Grafik penceresinde iki noktadan yararlanarak bir doğru çizilip, bu doğru parçasına paralel başka bir doğru çizilmiştir. Doğrular gizlenince grafik penceresinde dört tane noktanın kaldığı görülmüştür. Çokgen aracından yararlanarak bu dört noktadan geçen bir dörtgen oluşturulmuştur. Öğrencilerden aynı yere kadar çizimlerini oluşturmaları istenmiştir. Çizimler aşağıdaki şekilde verildiği gibi olmuştur.



Şekil 22. Yamuk oluşturma aşamaları

Oluşan bu çokgenin adının ne olduğu sorulmuştur. Dört öğrenci de hemen yamuk olduğunu belirtmiştir. Sebebi sorulunca:

Ela: CB kenarı ile DA kenarı paralel değil.

Araştırmacı: Evet değil. Peki bu yamuk olma durumunu bozuyor mu? Yamuğun tanımı için ne dersiniz?

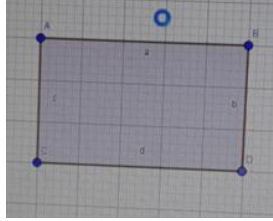
Tülay: En az 2 kenarı paralel olmalı.

Zuhal: 2 kenarı paralel olmalı.

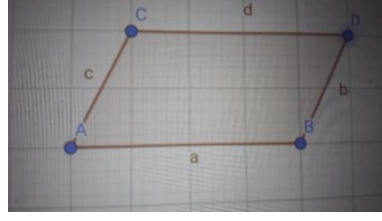
Efe: 2 kenarı paralel olmalı.

Öğrenciler CD kenarı ile BA kenarının paralel olduğunu onayladılar. Bu da yamuk olma şartı için yeterli olmuştur. Öğrenciler çizdikleri yamukları özelden araştırmacıya atmışlardır. Araştırmacı noktaları oynatarak bazı dörtgenleri grafik penceresi üzerinde göstermiştir. Katılımcılardan çizdikleri yamukları kullanarak özel dörtgenleri göstermeleri

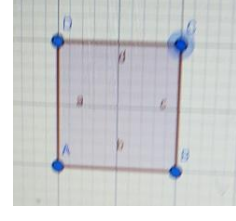
istenmiştir. Görev dağılımı yapılarak Efe'den eşkenar dörtgen, Tülay'dan paralelkenar, Ela'dan dikdörtgen, Zuhal' den kare yapıp araştırmacıya göndermeleri için süre verilmiştir. Öğrencilerin dörtgenlere ait çizimlerine aşağıdaki şekilde yer verilmiştir.



Dikdörtgen



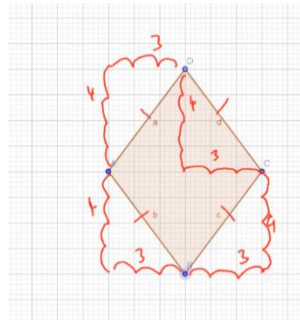
Paralelkenar



Kare

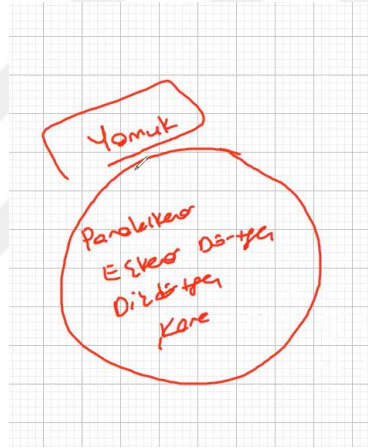
Şekil 23. Öğrencilerin özel dörtgen çizimleri

Bitirenlerin diğer dörtgenleri de yapıp gönderebileceği belirtilmiştir. O süreçte Efe'nin çizimini beklerken bitirenlerin diğer dörtgenleri oluşturabileceklerini ve bunları göndermeleri istenmiştir. Öğrenciler eşkenar dörtgen hariç diğer şekilleri doğru bir şekilde göndermişlerdir. Tülay, Zuhal ve Ela'nın eşkenar dörtgen olarak gönderdiği şekil incelenince bu şeklin kare olduğu görülmüştür. Kare değil eşkenar dörtgen istendiği tekrar söylenmiştir. Tülay kareden faydalanarak eşkenar dörtgeni yapmak istediğini ama çizemediğini belirtmiştir. Hiçbir öğrenciden doğru çizim gelmeyince araştırmacı grafik penceresi üzerine yamuğu kullanarak eşkenar dörtgeni çizmeye başlamıştır. Eşkenar dörtgen çizimi için kenarların eşit uzunlukta olması yeterlidir. Öğrenciler Pisagor bağıntısını henüz görmedikleri için kenarların birbirine eş olduğunu göstermek için araştırmacı, bir kenara ait yatay ve dikey uzunluklardan faydalanmıştır. Bu uzunlukları aşağıdaki şekilde verildiği gibi Geogebra grafik penceresinde göstermiştir.



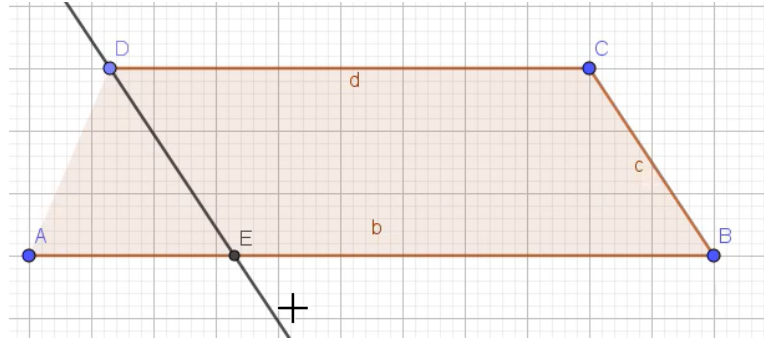
Şekil 24. Araştırmacının eşkenar dörtgen çizimi

Araştırmacı çiziminden sonra şekli geri getirerek yamuk haline döndürmüştür. Öğrencilere yamuğu kullanarak kare, eşkenar dörtgen, paralelkenar, dikdörtgen çizdirimlerinden sonra bu yapılan işlemleri düşününce en kapsayıcı dörtgen çeşidinin hangisi olduğu sorulmuştur. Bu esnada biraz anlam karmaşası olmuştur öğrencilerde. Tülay ile Ela tam anlayamadığını hangi dörtgenleri koyacağını bilememişlerdir. Araştırmacı tarafından öğrencilerin çizdikleri beş dörtgenden en büyük hangi dörtgen olacağı tekrar sorulmuştur. Örnek olarak bir Venn şeması örneği gösterilmiştir. Bu kümeye bir dörtgen adı vermeleri, içine diğer dörtgenlerin isimlerini yazmaları istenmiştir. Hangi dörtgenden diğer dörtgenleri elde ettikleri hatırlatılmıştır. Öğrencilerin hepsi en büyük kümenin yamuk olduğunu söylemişlerdir. Diğer dörtgenleri de bu kümenin içine dahil etmişlerdir. Öğrencilerin dörtgenler hiyerarşisine ait sıralama aşağıdaki şekilde verildiği gibi olmuştur.



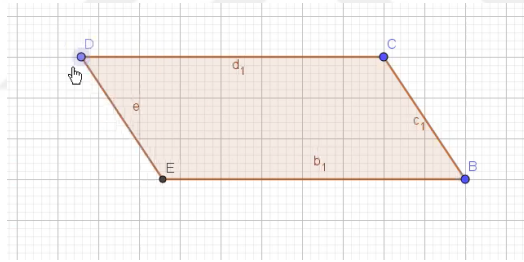
Şekil 25. Öğrencilerle birlikte en kapsayıcı dörtgen belirlenmesi

Öğrencilerle birlikte yamuk ilk çizildiği haline (ABCD) geri getirilmiştir. Nesneyi göster aracından yararlanılarak AD kenarı silinmiştir. Paralel doğru aracı tıklanarak önce BC kenarı tıklanıp sonra D noktasından geçen BC kenarına paralel bir doğru çizilmiştir. Kesiştir aracından faydalanarak yeni çizilen doğru ile AB kenarı tıklanarak ortak noktaları (E) bulunmuştur. Aynı işlemleri bu sefer öğrencilerden yapmaları istenmiştir.



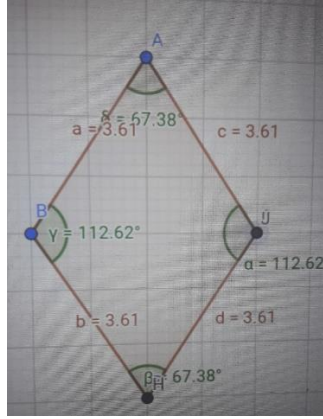
Şekil 26. Araştırmacının yamuğu ilk haline getirmesi

Öğrencilerin bu aşamaya kadar olan aşamaları doğru bir şekilde yaptıkları görülmüştür. Sonrasında nesneyi göster aracından yararlanılarak yeni çizilen paralel doğru, A noktası ve çokgen gizlenmiştir. Geriye sadece B, C, D, E noktaları kalmıştır. Çokgen aracına tıklanarak bu dört nokta seçilerek bir çokgen oluşturulmuştur. Çizilen dörtgenin hangi dörtgen olduğu sorulmuştur. Hepsi paralelkenar olduğunu söylemiştir. Oluşan paralelkenar çizimi aşağıda verilmiştir.

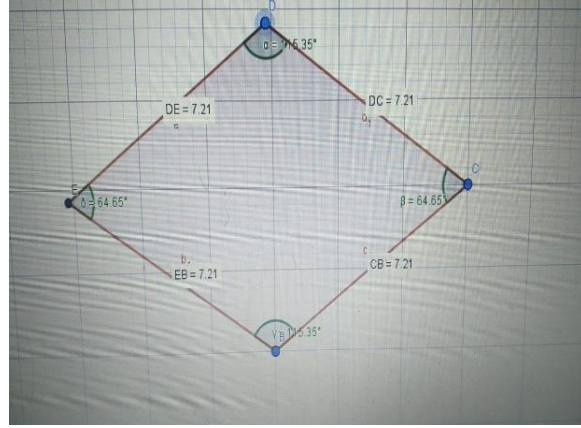


Şekil 27. Yamuktan elde edilen paralelkenar

Noktalar oynatılarak karşılıklı kenarların paralelliğinin bozulmadığı görülmüştür. Açı aracını kullanarak çizilen paralelkenarın açı değerleri bulunmuştur. Uzaklık veya uzunluk aracından yararlanılarak dörtkenar uzunluğu da gösterilmiştir. Yine dört köşe noktalar oynatılarak karşılıklı açı, karşılıklı kenar uzunluklarının eşliğinin bozulmadığı görülmüştür. Bu yapılan yere kadar öğrencilerden de aynı işlemleri yapıp göndermeleri beklenmiştir. Noktaları oynatarak bu elde ettikleri şekilden bir eşkenar dörtgen oluşturmaları için süre verilmiştir. Efe ve Tülay hemen çizip araştırmacıya özelden göndermişlerdir. Eşkenar dörtgen çizimlerinden sonra dikdörtgen ve kare çizip göndermeleri istenmiştir. Aşağıdaki şekilde Efe ve Tülay'ın eşkenar dörtgen çizimlerine yer verilmiştir.



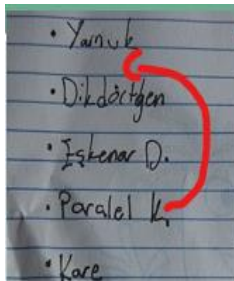
Tülay



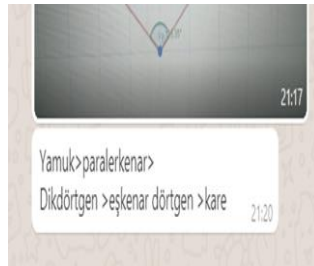
Efe

Şekil 28. Tülay ve Efe'nin eşkenar dörtgen çizimi

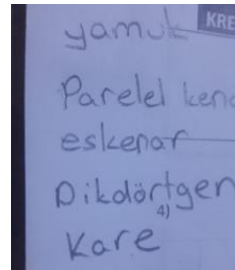
Yamuğun 2 kenarı paralel yapılarak paralelkenar çizimi oluşturulmuştur. Paralelkenar çizimini kullanarak eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare oluşturulmuştur. Öğrenciler istenen şekilleri grafik penceresi üzerinde çizip araştırmacıya özelden göndermişlerdir. Bu çizimlerden eşkenar dörtgen çiziminde Efe eşkenar dörtgen çizimi yerine paralelkenar çizimini göndermiştir. Kenarların eş olmadığı söylenince şeklin kenarlarını eş hale getirerek eşkenar dörtgen çizimini yapmıştır. Bu yapılanları düşünerek öğrencilere yine bir sıralama yapılırsa yeni çizilecek dörtgen kümesinin nasıl olduğu sorulmuştur. Ela haricinde diğerleri doğruya yakın bir sıralama yapmıştır. Sonrasında öğrencilere hatırlatma yapılarak en büyük yamuk dörtgenini kullandıklarını, yamuğun paralel olmayan iki kenarının paralel yapılarak bir paralelkenar oluşturulduğu, paralelkenar çiziminden faydalanarak dikdörtgen ve eşkenar dörtgen çizimi son olarak da kare çizimi oluşturulduğu vurgulanmıştır. Öğrencilerin bu çizimlere ait sıralamalarına aşağıda yer verilmiştir.



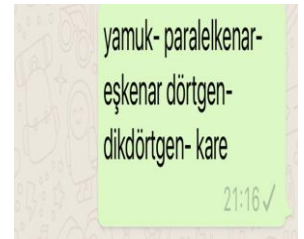
Ela



Efe



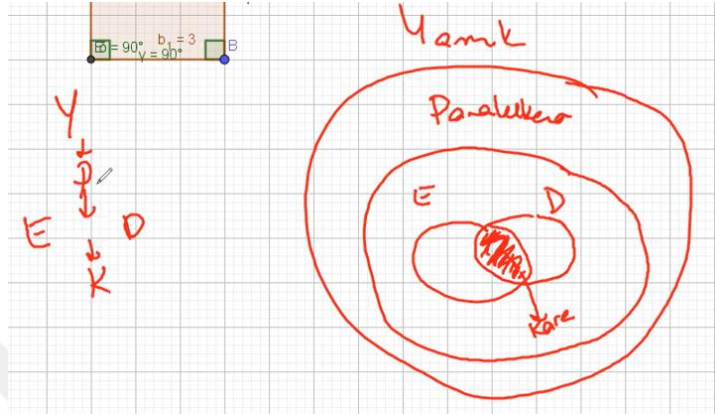
Tülay



Zuhal

Şekil 29. Öğrencilerin dörtgen sıralaması

Öğrenciler sıralamalarını yaparken eşkenar dörtgen ve dikdörtgen arasında bir sıralamaya girmişlerdir. Araştırmacı tarafından bu iki dörtgen arasında herhangi bir sıralama yapılamayacağını, iki dörtgenin kesişiminden de kare oluştuğu şekildeki gibi hiyerarşik bir sıralama yapılarak vurgulanmıştır.



Şekil 30. Araştırmacının dörtgen ilişkilendirmesi

Öğrencilere bu şekilde dörtgen sıralaması yaptırıldıktan sonra dörtgen ilişkilerini daha da iyi özümseyebilmeleri için hangi dörtgenin hangisini kapsadığına dair doğru yanlış oyunu oynanmıştır. Aşağıdaki tabloda etkinlik 2'ye ait kullanılan temsil gösterimleri verilmiştir.

Tablo 11

Etkinlik 2'ye ait gösterimler

Kullanılan Temsiller Göstergeleri

Sanal Temsil	✓ Birbirine paralel 2 doğru çizimi ✓ Yamuk oluşturma ✓ Özel dörtgenler çizimi ✓ Paralelkenarın açı değerlerini, kenar uzunluklarını hesaplama ✓ Paralelkenarı kullanarak eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare oluşturma ✓ Çizilen dörtgenlerin temel elemanlarını bulma
Resim Temsili	✓ Venn şemasında dörtgen ilişkileri
Diyagram Temsili	✓ Dörtgenlerin hiyerarşik sıralanması

Sözel Temsil

- ✓ Yamuğun tanımı
- ✓ Yamuğun en kapsayıcı dörtgen olması

4.1.3. Öğretim Deneyi 3' e Ait Bulgular

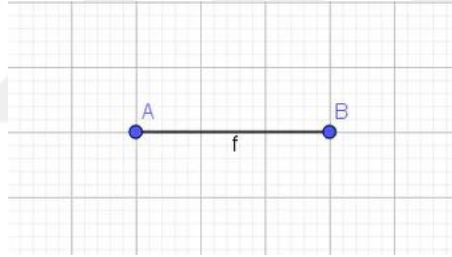
Bu bölümdeki etkinlikte öğrencilere ilk olarak düzgün altıgeni Geogebra grafik penceresi üzerinde nasıl çizebiliriz diye sorulmuştur. Geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

Efe: Doğru parçalarından yararlanabiliriz.

Tülay: Düzgün çokgen aracını kullanabiliriz hocam.

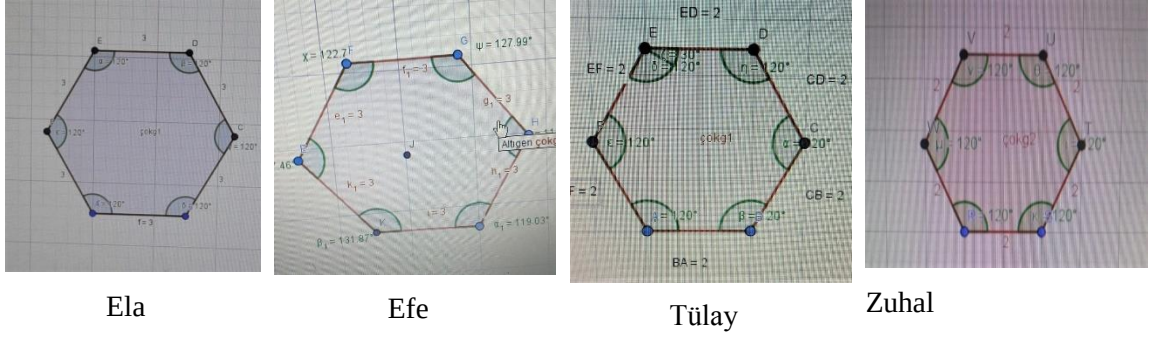
Araştırmacı: Düzgün çokgen aracını kullanarak bir çokgen oluşturalım o halde. Efe seninkini de birazdan deneyelim.

Grafik penceresi üzerine aşağıdaki şekildeki gibi herhangi bir AB doğru parçası çizilmiştir.



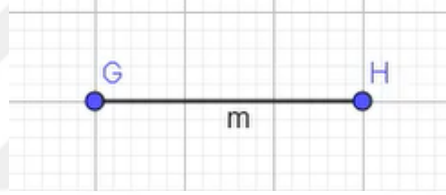
Şekil 31. AB Doğru parçası

Öğrencilerden de yukarıdaki şekildeki gibi bir doğru parçasını grafik pencerelerine çizmeleri için beklenmiştir. Tüm öğrenciler yaptıktan sonra düzgün çokgen aracına tıklanıp, AB doğru parçası seçildikten sonra nokta sayısı 6 olacak şekilde bir düzgün altıgen elde edilmiştir. Buraya kadar çizimlerini yapanların özelden araştırmacıya ulaştırmaları istenmiştir. Açı aracından yararlanarak grafik penceresinde çokgenin açıları, uzaklık veya uzunluk aracından faydalanarak çokgenin kenar uzunlukları gösterilmiştir. Aynı şekilde öğrencilerden de aynı işlemleri yapması için süre verilmiştir. Öğrencilerin çizimleri aşağıdaki şekilde verildiği gibi olmuştur:



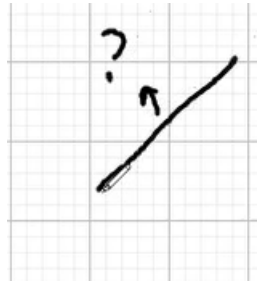
Şekil 32. Öğrencilerin düzgün altıgen aracını kullanarak düzgün altıgen çizimleri

Çizilen çokgeni silmeden ekran kaydırılarak başka bir yere bu sefer düzgün altıgen aracını kullanmadan nasıl bir altıgen çizilebileceği sorulmuştur öğrencilere. Efe'nin ilk başta doğru parçalarından faydalanınız ifadesi tekrar hatırlatıldı öğrencilere. Grafik penceresi üzerinde bir tane doğru parçası (GH) çizilmiştir.



Şekil 33. GH Doğru parçası

Bu doğru parçasından bir altıgen elde etmek için bu kenarların devamına şekil 32'deki kenarların nasıl eklenebileceği sorulmuştur.



Şekil 34. Düzgün altıgenin bir kenarı

Biraz öğrenciler düşünmüştür bu süreçte. Tülay ile araştırmacı arasından geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

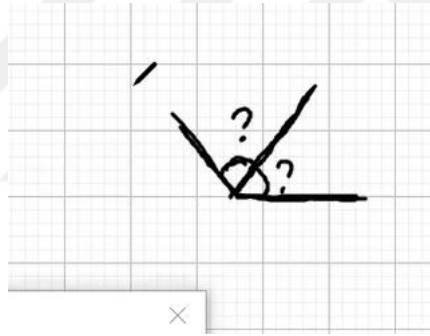
Tülay: Hocam noktalı açılı bi araç vardı. Ondan faydalanabiliriz.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Tülay: Noktaları koyarak açığı kullanabiliriz. Nokta ve açılar kullanarak yani. Demek istediğim noktalar arasındaki açığı kullanabiliriz.

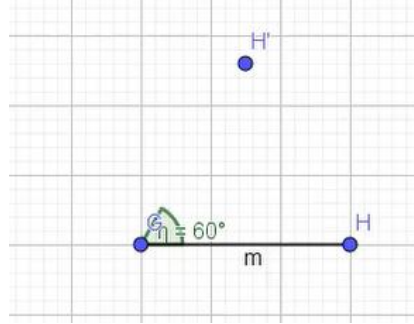
Araştırmacı: Bi deneyelim o halde.

Verilen ölçüde açı aracını kullanarak grafik penceresi üzerinde H noktasına tıklanmıştır. Ekranda saat yönü veya tersinde kaç derecelik açı çizilmesi gerektiği ortaya çıkmıştır. Bu esnada araştırmacı örneğin saat yönünün tersinden ilerlense kaçar derecelik açı oluşturulabileceğini sormuştur. Ekran üzerinde de daha iyi anlaşılması için aşağıdaki şekildeki gibi saatin tersi yönünde açılar çizmiştir. Bu açıların kaç derece olması gerektiğini tekrar sormuştur.



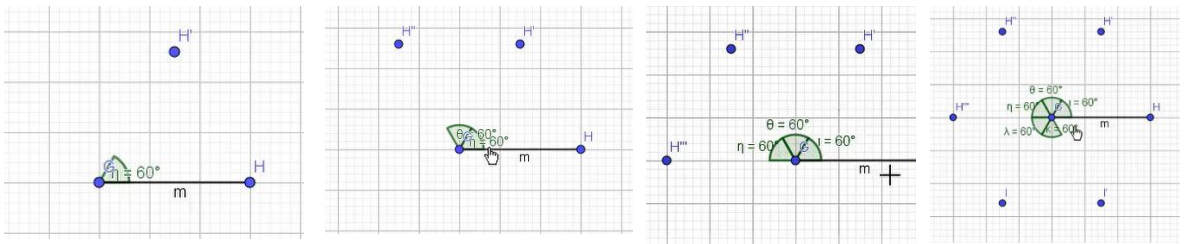
Şekil 35. Araştırmacının açı ilerlemesi

Bu şekilde gösterilince öğrenciler hemen 60° cevabını vermiştir. Kaç tane 60° 'ye ihtiyaç olduğu sorulmuştur. Öğrencilerden cevap gelmeyince araştırmacı bir tane 60° 'lik açı çizimini örnek olarak göstermiştir. Sonrasında yapılan yere kadar öğrencilerin çizip, göndermeleri için beklenmiştir.



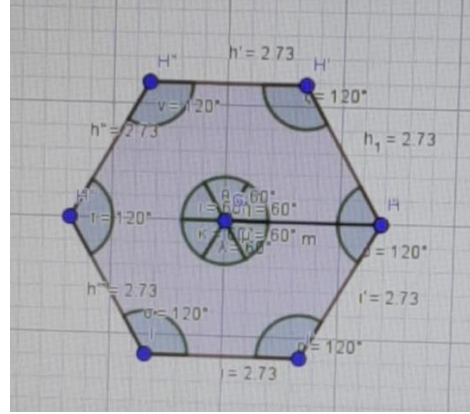
Şekil 36. Araştırmacının örnek 60° 'lik açı çizimi

Yukarıdaki şekilde araştırmacı örnek olarak açı çizimini yaptıktan sonra öğrencilerin çizimini bekleyip, bu şekilde yine kaç tane 60° 'ar derecelik açıların çizilmesi gerektiğini sormuştur. Ela ve Tülay 2 tane olacağını belirtmiştir. Onların dediği gibi ekrana 2 tane 60° 'ar derecelik açı oluşturulmuştur. Şeklin altıgene tamamlanmadığı görülmüştür. Üçüncü 60° 'lik açı çizilmiştir. Tekrar kaç tane 60° 'ye ihtiyaç olduğu sorulmuştur öğrencilere. Ortada oluşan açının (G) merkez açı olduğu hatırlatılmıştır. Efe 3 tane daha aynı açıdan yapılırsa 360° 'lik açıya tamamlandığını söylemiştir. Yine verilen ölçüde aracıdan faydalanarak 3 kez daha aynı işlem yapılmıştır. Bütün öğrencilerin aynı şekilde çizimlerini gerçekleştirmeleri beklenmiştir. Efe ve Tülay çizimlerini yapıp göndermişlerdir araştırmacıya. Zuhul ve Ela çizimde zorlandığı için ekran paylaşımı yapılarak eksiklikleri görülmüş olup onların da yapması sağlanmıştır. Aşağıdaki şekilde düzgün altıgen çizim aşamalarından birine örnek verilmiştir.



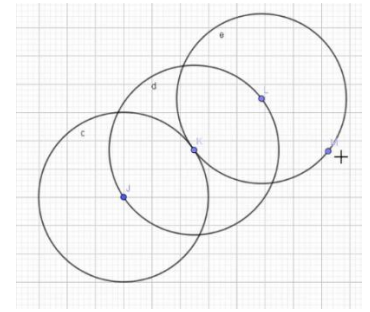
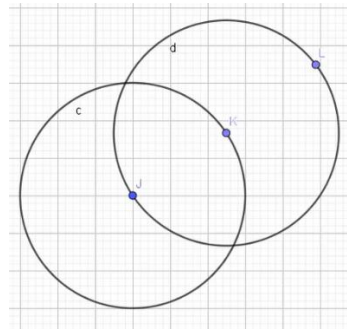
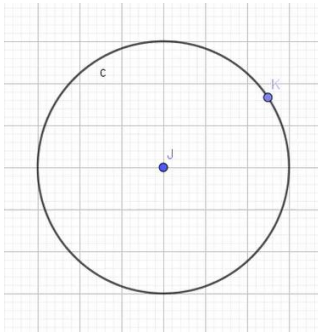
Şekil 37. Verilen ölçüde aracı kullanılarak düzgün altıgen çizim aşamaları

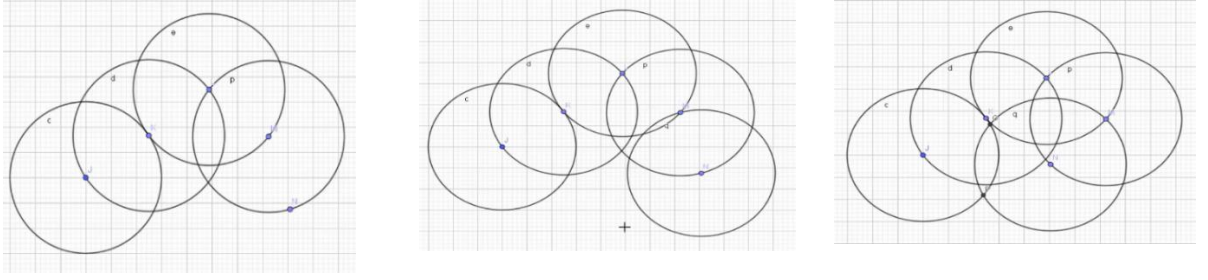
Çokgen aracı tıklanarak, noktalara gelinir ve her bir nokta seçilerek altıgen çizilmiştir. Açı aracı ve uzaklık veya uzunluk aracı kullanılarak çokgen seçilir ve çokgenin düzgün altıgen olduğu gözlenmiştir katılımcılarla birlikte. Uygulanan adımların son hali aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 38. Verilen ölçüde açı kullanılarak oluşturulan düzgün altıgen

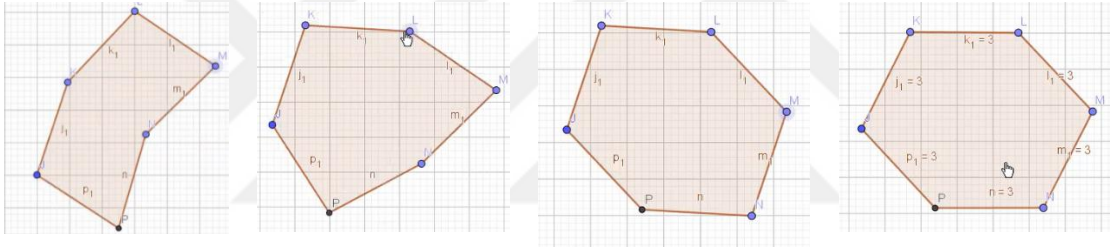
Öğrencilerin dedikleri uygulandıktan sonra diğer yolu denemek için sayfada olan altıgenler silinmeden ekran yine kaydırılmıştır. Diğer yol için araştırmacı, öğrencilere çemberlerden faydalanarak bir altıgen çiziminden bahsetmeye başlamıştır. Merkez ve yarıçapı belli çember aracından faydalanılarak grafik penceresine yarıçapı 3 br olan bir çember çizilmiştir. Öğrencilerin de aynı şekilde yapmaları için beklenmiştir. Çember üzerine herhangi bir nokta (K) konulmuştur. Aynı araçla bu sefer merkezi bu nokta (K) olan, yarıçapı 3 br olan başka bir çember çizildi. Bu şekilde devam ettirilerek 5 köşe belirlenmiştir. Son çember ile ilk çemberi kesiştir aracı kullanılarak 6. köşe oluşturulmuştur. Gereksiz noktalar silinmiştir. Bu şekilde toplamda 6 nokta meydana gelmiştir. Çokgen aracına tıklanarak noktalar kullanılıp çizilen şekil çokgene tamamlanmıştır ve devamında çemberler aşağıdaki şekilde olduğu gibi gizlenmiştir.





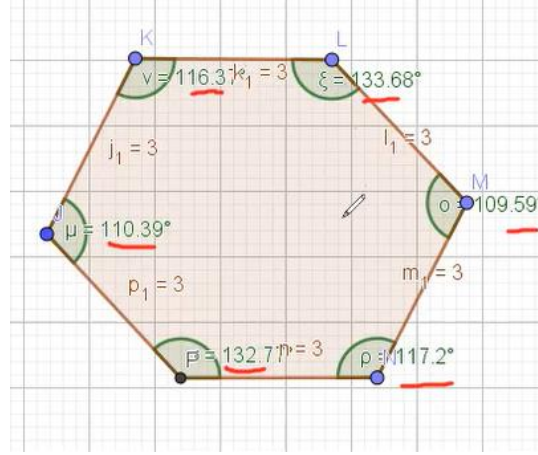
Şekil 39. Çemberler yoluyla altıgen oluşturma

Öğrencilere oluşturulan çokgenin kenar uzunluklarının kaç br olduğu sorulmuştur. Efe eşit olduğunu ve devamında Efe ve Ela aynı anda 3 br olduğunu söylemiştir. Uzaklık veya uzunluk aracını kullanarak çokgenin bütün kenarlarının 3 br olduğu gösterilmiştir. Öğrencilerden çizilen yerlere kadar yapmalarını göndermeleri istenmiştir. Oluşturulan altıgenlere örnek olarak çizimler aşağıda verilmiştir.



Şekil 40. Noktaları değiştirerek eşit uzunlukta kenara sahip farklı tip altıgenler oluşturma

Bu çokgenin nasıl bir çokgen olduğu sorulmuştur öğrencilere. Öğrencilerin hepsi düzgün altıgen olduğunu söylemişlerdir. Araştırmacı açı aracını kullanarak çokgenin tüm açılarının ölçülerini göstermiştir. Açılarının ortaya çıkmasıyla öğrenciler hemen açılarının eşit olmadığını söyleyerek düzgün altıgen olmadığını söylemiştir. Dolayısıyla bu yolla sadece kenarlarının eşit olması durumunun düzgün altıgen olma şartını sağlamadığı vurgulanmıştır. Bu çizime de örnek olarak aşağıdaki şekil verilmiştir.



Şekil 41. Çemberler yoluyla oluşturulan düzgün olmayan altıgen

Öğrencilerin etkinlik 3 adımlarını yaptıktan sonra kullanmış oldukları temsiller aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 12

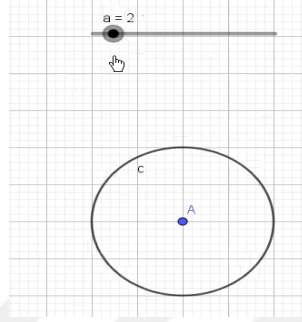
Etkinlik 3'e ait gösterimler

Kullanılan Temsiller Göstergeleri

Sanal Temsil	✓ Düzgün altıgen aracını kullanarak düzgün altıgen çizimi ✓ Verilen ölçüde açı aracını kullanarak altıgen çizme ✓ 60°lik açı çizerek yönüne karar verme ✓ Düzgün altıgenin temel elemanlarının gösterimi ✓ Çemberleri kullanarak altıgen çizimi ✓ Çemberleri kullanarak oluşan altıgende temel elemanların gösterimi
Sözel Temsil	✓ Düzgün altıgen çizme yolları ✓ Verilen ölçüde açı aracını kullanarak altıgen oluşturma yolunda kaç tane 60°lik açının çizileceğine karar verme ✓ Çemberleri kullanarak oluşturulan altıgenin düzgün olup olmadığını belirleme

4.1.4. Öğretim Deneyi 4'e Ait Bulgular

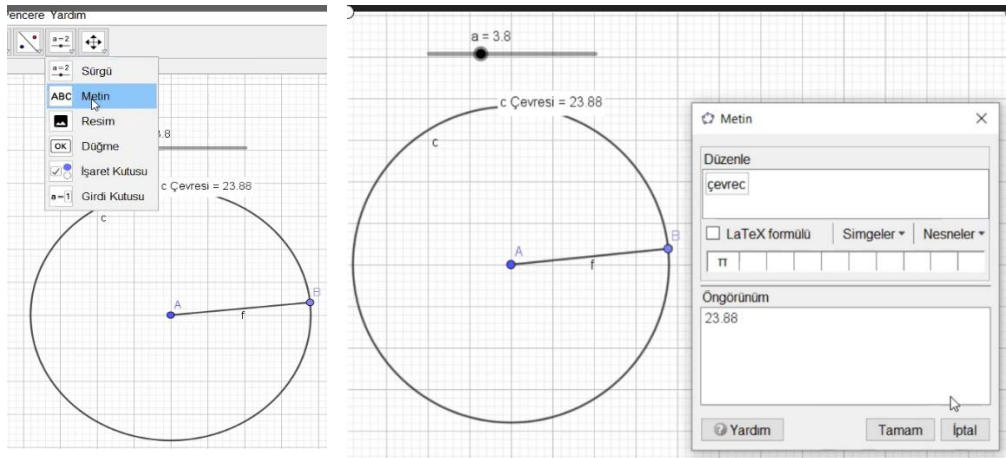
Geogebra grafik penceresine 1 ile 10 br aralığında uzunluğu değiştirilebilen bir sürgü (a) oluşturulmuştur. Çember aracı yardımıyla yarıçapı a sürgüsü uzunluğunda olan bir çember çizilmiştir. a sürgüsü kaydırılarak çemberin büyüüp, küçüldüğü görülmüştür.

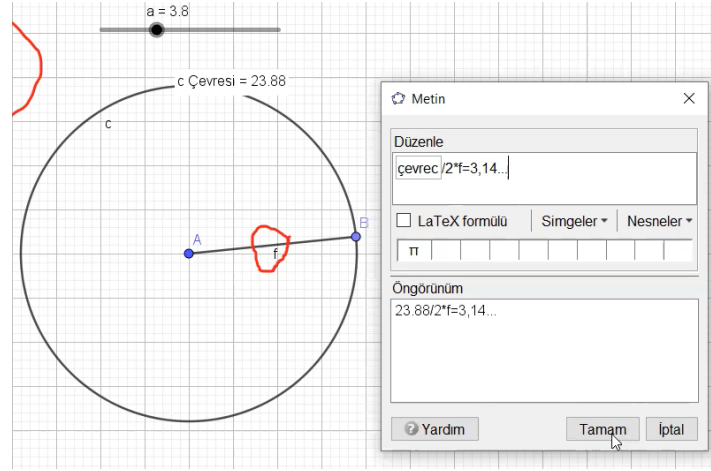


Şekil 42. Yarıçap uzunluğu a sürgüsü olan çember

Uzaklık veya uzunluk aracını kullanarak çemberin üzerine gelindiğinde çemberin çevresi ortaya çıkarılmıştır. Sürgünün uzunluğu değişince buna bağlı çemberin çevre uzunluğunun da değiştiği gözlenmiştir. Öğrencilerin de aynı şekilde buraya kadar çizimlerini yapması sağlandıktan sonra doğru parçası aracı kullanılarak bir ucu çember merkezi, diğer ucu çember üzerinde bir nokta alınarak doğru parçası çizilmiştir.

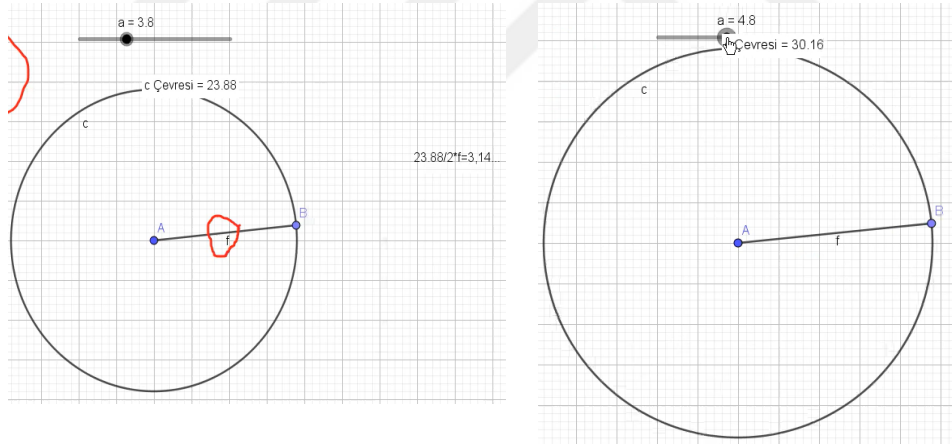
Metin aracına gelerek nesneler bölümünden çevrec sekmesi seçilmiştir. Öğrencilere $\text{çevrec}/2 \cdot f$ yapıldığında (* sembolü Geogebra'da çarpma anlamında) hangi öğeye ulaştığı sorulmuştur.

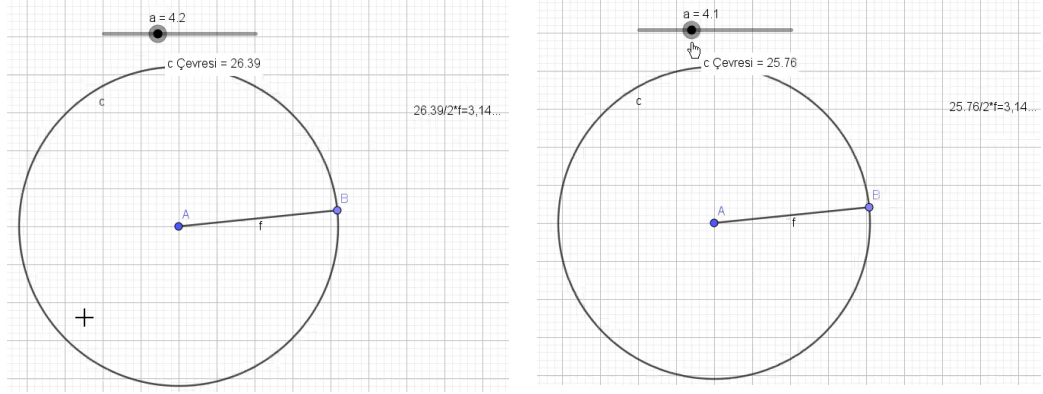




Şekil 43. Metin aracı yardımıyla çember çevresi değerini gözlemleme aşamaları

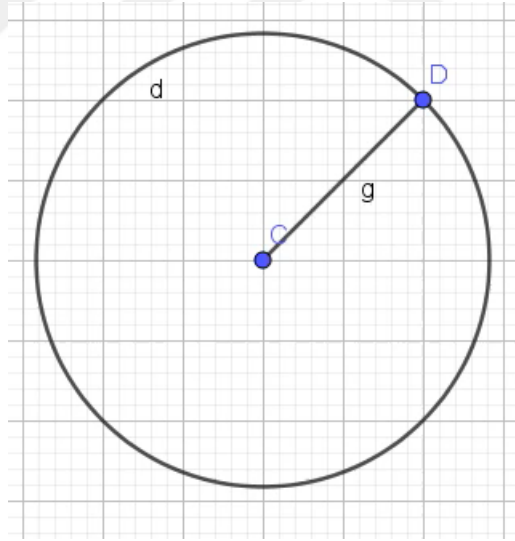
Öğrenciler metin kutusunda yukarıdaki şekildeki gibi yapılan işlem sonucu π değerine ulaşacaklarını söylemişlerdir. Doğrusu olarak π değerinin çıkacağı belirtilerek metin aracına bağlı işlem tamamlanmıştır.





Şekil 44. Sürgüye bağlı çevre değişimleri

Öğrencilerden de gelinen yere kadar olan aşamaları kendi grafik pencereleri üzerinde gösterip araştırmacıya özelden atmaları istenmiştir. Ekran kaydırılarak çember aracı yardımıyla merkez ve nokta sekmesine tıklayarak çember çizimi yapılmıştır. Öğrencilerden de çizimleri beklenmiştir. Doğru parçası aracıyla çember merkezi ile çember üzerindeki noktadan geçen bir doğru parçası aşağıda verildiği gibi çizilmiştir.

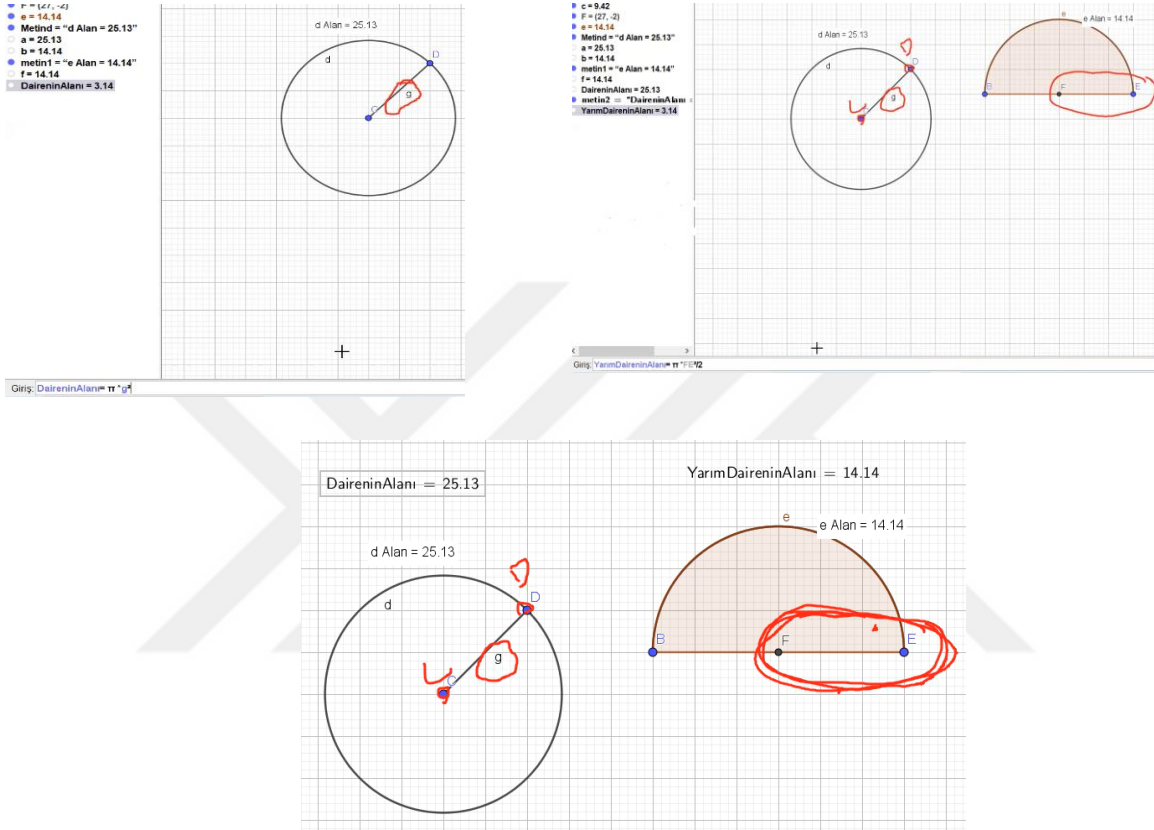


Şekil 45. Merkez ve noktadan geçen bir çember çizimi

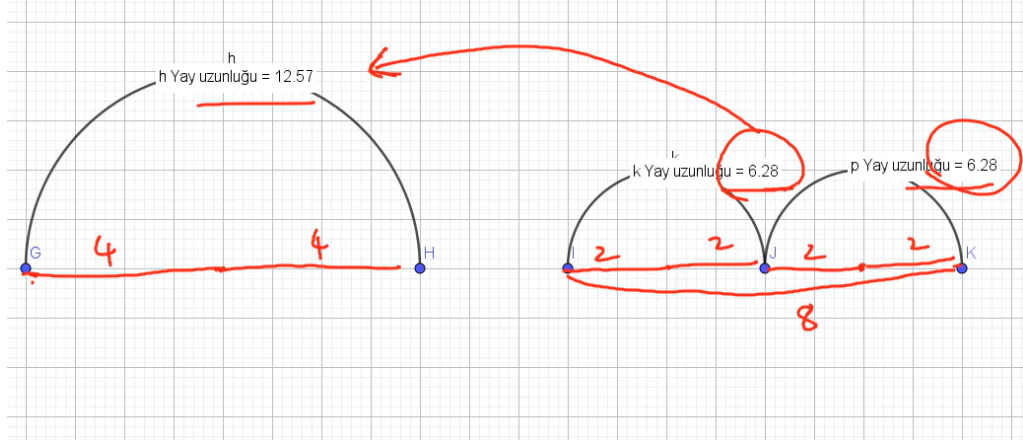
Yarı çember aracına tıklayarak bir yarı çember oluşturulmuştur. Orta nokta veya merkez aracına tıklayarak yarı çemberin kollarındaki noktaları kullanarak (B,E), yarı çemberin merkezi (F) gösterilmiştir. Daire dilimi aracıyla bir merkez nokta bir çember kolundaki nokta kullanılarak daire dilimi oluşturulmuştur. Alan aracı yardımıyla önce çember,

sonra yarım daire tıklanarak ayrı ayrı alanları gösterilmiştir. Devamında grafik penceresinin sol alt köşesinde bulunan giriş bölümüne Geogebra'ya ait terimler kullanılarak dairenin alanı ve yarım dairenin alanı aracı olarak grafik penceresine aşağıda gösterildiği gibi aktarılmıştır.

Şekil 46. Geogebra giriş alanında formül gösterimi

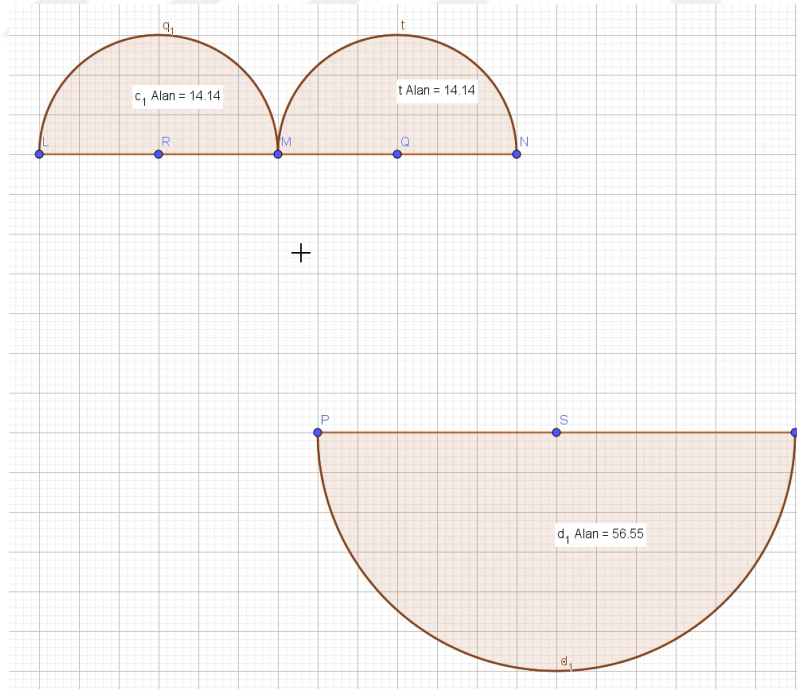


Araştırmacı sayfayı kaydırarak, grafik penceresinde yarı çember aracını kullanarak yarıçapı 4 br olan bir yarım çember çizmiştir. Öğrencilerin de yapması beklenmiştir. Yarıçapı 2 br olan 2 tane bitişik şekilde duran çemberler çizilmiştir. Uzaklık veya uzunluk aracı kullanılarak ilk yarım çemberin ve bitişik 2 tane yarım çemberin yay uzunlukları bulunmuştur. Ortaya çıkan uzunluklar için öğrencilere uzunluklar arasında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Ela ve Efe iki yarım çemberin yay uzunluğunun toplamı, büyük yarım çemberin yay uzunluğuna eşit olduğunu belirtmişlerdir. Burada öğrencilere büyük ve küçük yarım çemberlerin aynı çap uzunluğuna (br) sahip oldukları, dolayısıyla ayrı ayrı uzunlukların birbirine eşit olduğu gösterilmiştir.



Şekil 47. Eşit çap uzunluğuna sahip yarım çemberler

Öğrenciler yukarıdaki şekildeki gibi eşit çap uzunluğuna sahip yarım çemberleri çizdikten sonra grafik penceresi üzerinde sayfa kaydırılarak yarıçapı 3 br olan 2 bitişik yarım çember ve yarıçapı 6 br olan bir yarım çember çizilmiştir. Daire dilimi aracıyla bu çemberlere ait daire dilimleri oluşturulmuş olup öğrencilerin de yapması için beklenmiştir. Alan aracına tıklanarak yarım dairelere ait alan değerleri gösterilmiştir.



Şekil 48. Yarım dairelerin alanları

Yukarıdaki çizimde yarım çemberlerin yay uzunluğundan farklı bir durum ortaya çıkarılmıştır. Yarım çemberler aynı çapa sahip olmasına rağmen alan değerleri birbirinden farklı çıkmıştır. İki küçük yarım dairenin alanı, büyük yarım dairenin alanının yarısına eşit çıkmıştır. Alan ile uzunluk değerinin birbirlerinden farklı olduğu bu örnekler yoluyla öğrencilere gösterilmiştir. Öğrencilerin bu etkinlikte kullanmış oldukları temsiller aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 13

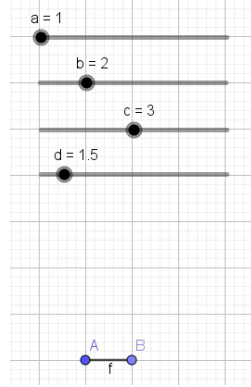
Etkinlik 4'e ait gösterimler

Kullanılan Temsiller Göstergeleri

Sanal Temsil	✓ Uzunluğu 1-10 br aralığında olan sürgü oluşturma ✓ Yarıçap uzunluğu sürgü uzunluğuna sahip çember oluşturma ✓ Metin aracında π değerine ulaşma ✓ Sürgüyü kaydırarak çevre değişimlerini gözlemleme ✓ Yarım çemberler oluşturma ve çevresini hesaplama ✓ Yarım dairenin alanını hesaplama ✓ Gözlenen şekiller
Sözel Temsil	✓ Sürgüler oluşturma ✓ Çember çevresini bulma ✓ Sürgüye bağlı çember çevresinin değişimini gözlemleme

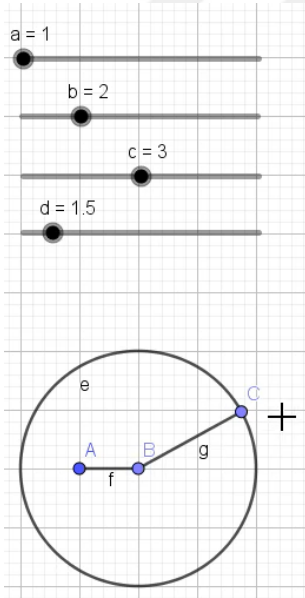
4.1.5. Öğretim Deneyi 5'e Ait Bulgular

Geogebra grafik penceresi üzerinde uzunluğu 1 ile 5 br arasında değiştirilebilen 4 sürgü (a, b, c, d) oluşturulmuştur. Sürgüler farklı uzunluklara getirilerek, öğrencilerden de aynı çizimleri oluşturmaları istenmiştir. Verilen uzunlukta doğru parçası aracından yararlanarak a sürgüsü uzunluğuna sahip bir AB doğru parçası (bkz. Şekil 47) oluşturulmuştur.

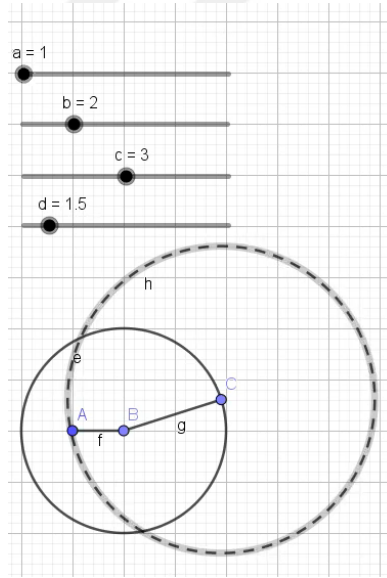


Şekil 49. Dört farklı sürgü oluşturma

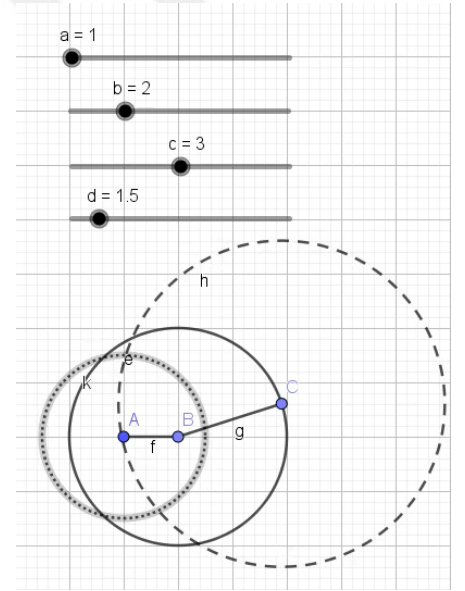
Çember aracından yararlanarak B noktası merkezli, b sürgüsü yarıçapına sahip bir çember çizilmiştir. Çember üzerine bir nokta (C) konulmuştur. Doğru parçası aracından yararlanarak bir BC doğru parçası oluşturulmuştur. Çember aracı yardımıyla merkezi C noktası olan, c sürgüsü uzunluğunda yarıçapı olan bir çember çizilmiştir. Devamında yine çember aracı yardımıyla merkezi A olan, d sürgüsü uzunluğunda yarıçapa sahip olan bir çember çizilmiştir.



b sürgüsü yarıçapında çember



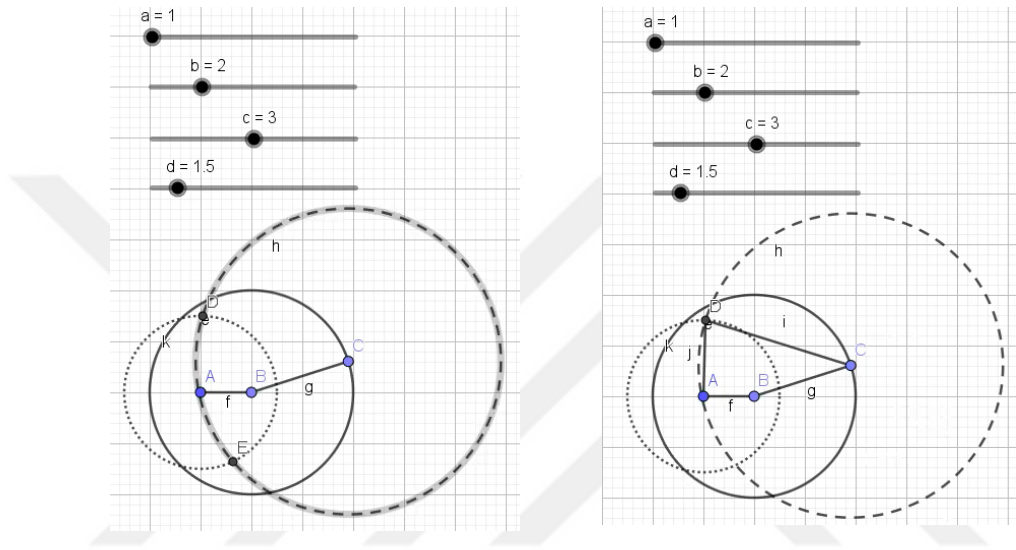
c sürgüsü yarıçapında ikinci çember



d sürgüsü yarıçapında üçüncü çember

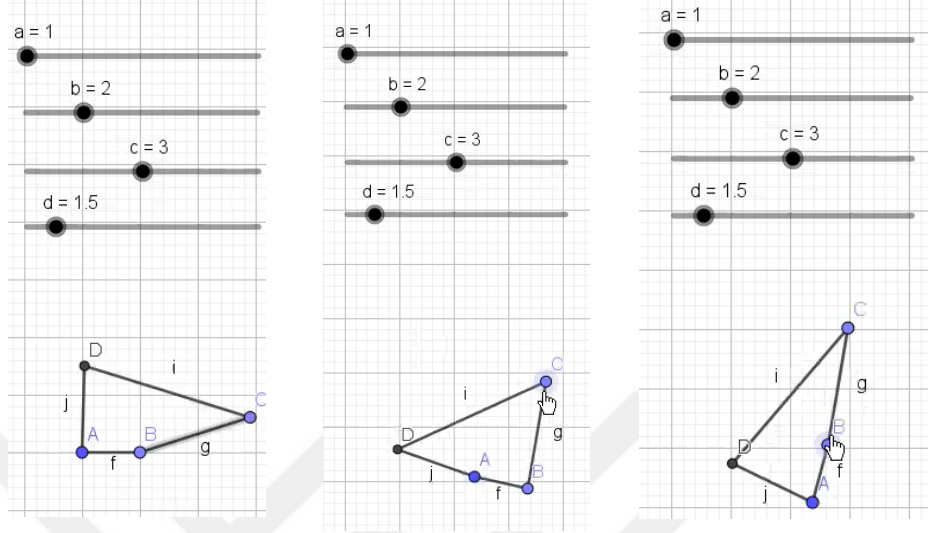
Şekil 50. Sürgülere bağlı farklı çemberler oluşturma

Kesiştir aracından yararlanılarak son iki çemberin kesiştiği noktalar (D, E) belirlenmiştir. Öğrencilerden de buraya kadar olan yeri yapıp göndermeleri istenmiştir. Bu iki noktadan bir tanesi (E) seçilerek nesne aracı yoluyla gizlenmiştir. Doğru parçası aracını kullanarak D ve C noktası bir de A ile D noktası birleştirilmiştir. Nesneyi göster aracını kullanarak bütün çemberler gizlenmiştir. Bir dörtgen olduğu görülmüştür. Bütün katılımcılardan gelinen yere kadar çizimlerini yapmaları istenmiştir.



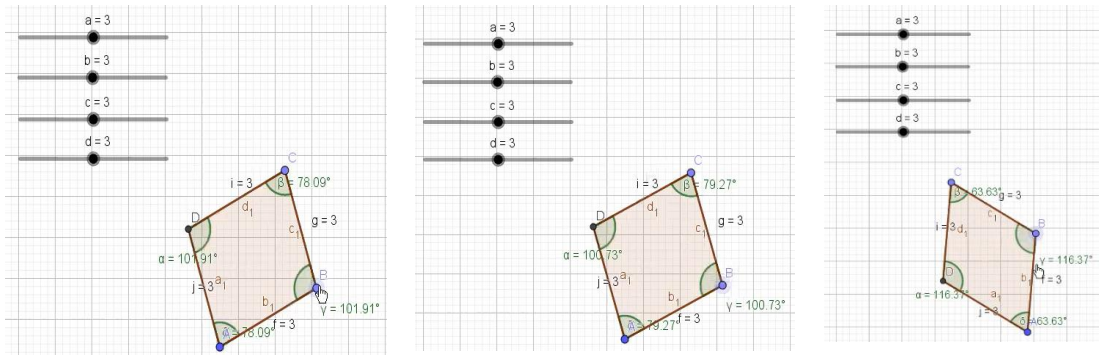
Şekil 51. Dört sürgüye bağlı dörtgen çizimi

Noktaları oynatarak sürgülere bağlı farklı dörtgenler oluşturulmuştur. Buna bağlı oluşturulan çizimler aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 52. Noktaların oynatılmasıyla oluşturulan farklı dörtgenler

Bütün sürgü uzunlukları eşitlenerek bir dörtgen oluşturuldu ve öğrencilere bu dörtgenin hangi dörtgen olduğu sorulmuştur. Öğrencilerden eşkenar dörtgen, paralelkenar diye cevaplar gelmiştir. Uzaklık veya uzunluk aracı kullanılarak dörtgenin uzunlukları, açı aracı kullanılarak bütün açı değerleri gösterilmiştir. Bütün bu değerler gösterilince öğrencilerin hepsi eşkenar dörtgen oluştuğunu belirtmiştir. Noktaları oynatılarak farklı tipte eşkenar dörtgenler aşağıdaki verilen şekillerdeki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 53. Sürgülere bağlı farklı eşkenar dörtgenler oluşturma

Devamında eşkenar dörtgenin tanımını yapmaları istenmiştir öğrencilerden. Burada şöyle bir konuşma olmuştur:

Tülay: Karşılıklı açıları birbirine eşit olan dörtgendir.

Araştırmacı: Yaptıklarımızdan yola çıkarak düşünelim. Önce açı aracı kullanmadık burada.

Ela: Karşılıklı kenarları paraleldir.

Araştırmacı: Sadece bu durum yeterli mi peki?

Tülay: Hui. O zaman şöyle söyleyeyim. Kenar uzunlukları birbirine eşittir.

Ela: Evet bence de.

Araştırmacı: Evet kenar uzunlukları eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir. Eşkenar dörtgene ait diğer özellikler (Paralellik, açı) bu eşlik durumu sağlandıktan sonra ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin etkinlik 5'te kullanmış oldukları temsiller aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 14

Etkinlik 5'e ait gösterimler

Kullanılan Temsiller Göstergeleri

Sanal Temsil	✓ Uzunluğu 1-5 br aralığında değişebilen 4 sürgü ✓ Sürgü uzunluğunda yarıçaplara sahip çemberler oluşturma ✓ Çemberler yoluyla farklı dörtgenler oluşturma ✓ Farklı eşkenar dörtgenler oluşturma ✓ Gözlenen şekiller
Sözel Temsil	✓ Sürgülerin kontrolü ✓ Geometrik şekil çizimleri ✓ Eşkenar dörtgen tanımı için konuşma

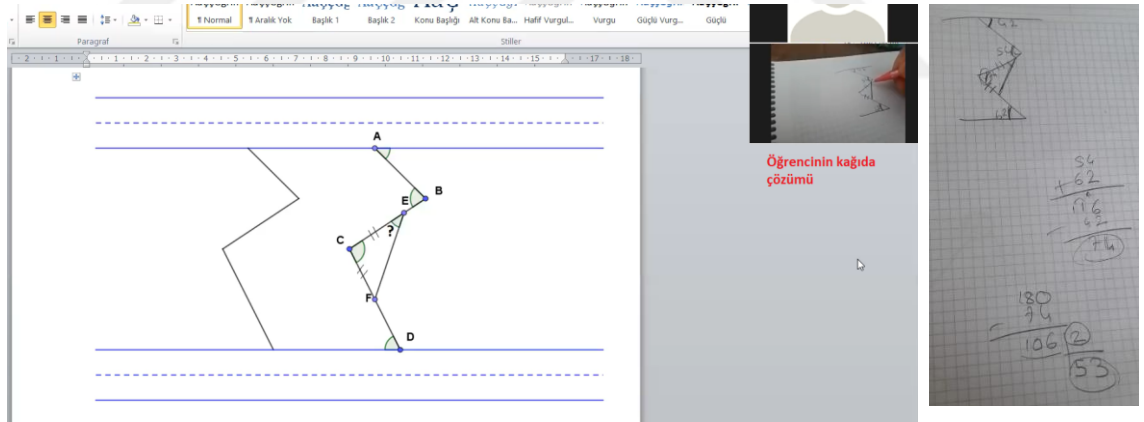
4.2. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Tez çalışmasının ikinci alt problemi “7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim süreçleri sonrasında hangi geometrik alışkanlıkları çıkmaktadır?” olarak belirlenmiştir. Bu bulgular her bir öğretim deneyi sonrasında gösterdikleri ZGA alışkanlıkları şekline göre sunulmuştur.

4.2.1. ZGA Ön Teste Ait Bulgular

Soru 1’e Ait Bulgular:

Tülay 1. soruda sol taraftaki açılar toplamının sağ taraftaki açılar toplamına eşit olacağını belirtmiştir. Sol taraftaki açılar 54° ve 62° ’nin toplamı sağ taraftaki 42° ve C açısının toplamına eşit olduğunu söylemiştir. C açısının ölçüsünü 74° olarak bulup, soru işaretli açının olduğu yerde ikizkenar üçgen olduğunu belirterek 180° ’den 74° ’yi çıkararak 106° ’ye ulaşmıştır. 106° ’yi ikiye bölerek 53° olarak istenen C açısını bulmuştur.

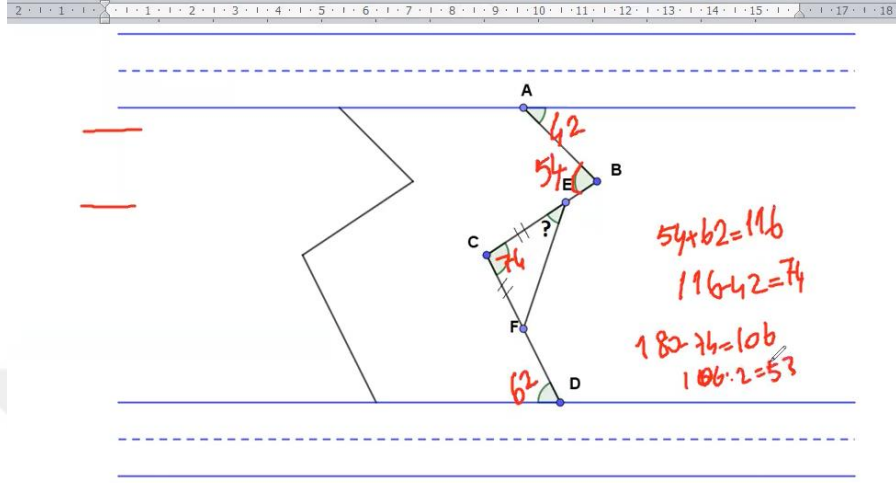


Şekil 54. Tülay’ın ön test 1. soruya ait çözümü

Tülay ekranını paylaşarak çözümünü (bkz. Şekil 52) göstermiştir. Ayrıca çözümlerini özelden de araştırmacıya atmıştır.

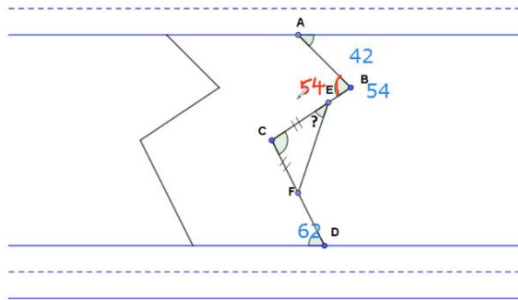
Efe öncelikle açılar yerleştirmiştir soru üzerinde. Sağ taraftaki açılar toplamını sol taraftaki açılar toplamına eşitlemiştir. Yani $54^\circ + 62^\circ = 116^\circ$ olduğunu söyleyip 116° ’den 42° ’yi çıkartarak C açısını 74° olarak bulmuştur. Soruda verilen üçgenin ikizkenar olduğunu belirtip 180° ’den 74° ’yi çıkartarak 106° iki alt taban açısının toplamı olduğunu belirtmiştir.

Sonrasında 106° 'nin yarısını alarak 53° olarak istenen E açısının ölçüsünü aşağıdaki şekildeki gibi bulmuştur.

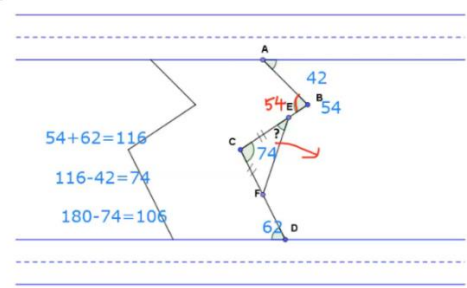


Şekil 55. Efe'nin ön test 1. soruya ait çözümü

Ela açılarının ölçülerini ekran üzerinde göstermiştir. O da Tülay ve Efe gibi 54° ile 62° 'nin toplamından 42° 'yi çıkaracağını söylemiştir. Bunun sebebi sorulduğunda sol taraftaki açılarının toplamının sağdaki açılara eşit olacağını belirtmiştir. 180° 'den 74° 'yi çıkarınca ikizkenar üçgenin eşit olan açılarının toplamını bulacağını ifade etmiştir. En son 106° 'yi ikiye bölüp 53° olarak istenen açının çıktığını göstermiştir.



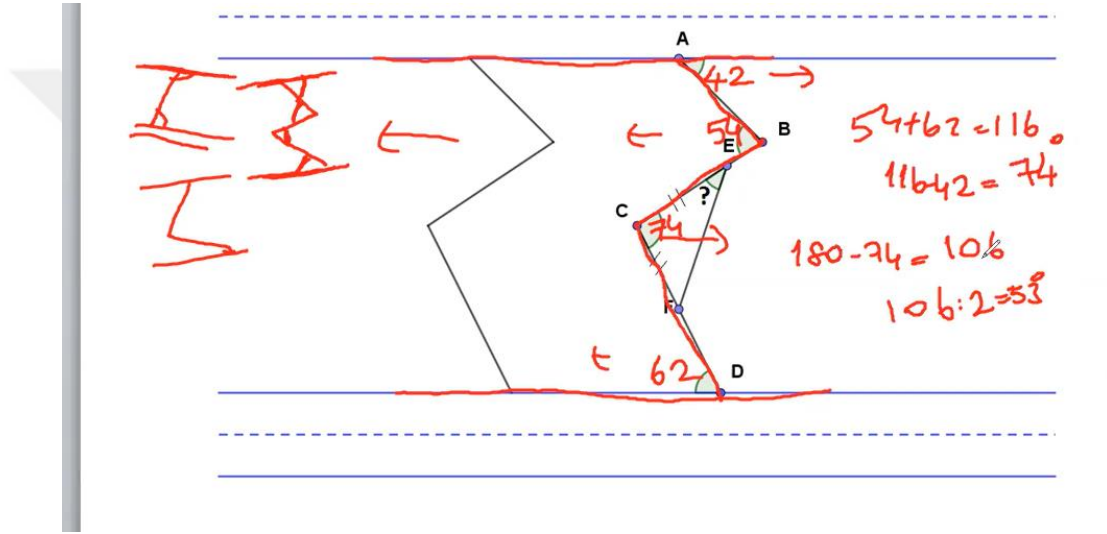
Açıların şekil üzerinde gösterimi



İşlemleri

Şekil 56. Ela'nın ön test 1. soruya ait çözümü

Zuhal de diğer öğrenciler gibi şekil üzerine açılarını yerleştirmiştir. A açısının diğer yönündeki açıyı 138° ile 62° 'nin toplamının 54° ile istenen açının toplamına eşit olduğunu ifade edince araştırmacı uyguladığı kuraldan emin olup olmadığını sormuştur. Zuhal hatasını hemen fark edip sola bakan açılarının toplamının sağa bakan açılarının toplamına eşit olduğunu belirtmiştir. Buradan 54° ile 62° 'yi toplayıp 116° bulmuştur. 116° 'den 42° 'yi çıkartarak 74° olarak C açısının ölçüsünü bulmuştur. Sonrasında araştırmacı Zuhal' e içeride nasıl bir üçgen gördüğünü sormuştur. İkizkenar üçgen olduğu cevabını vererek 180° 'den 74° 'yi çıkartarak 106° 'ye ulaşmıştır. Buradan 106° 'nin yarısını alarak E açısının değerini bulmuştur.



Şekil 57. Zuhal' in ön test 1. soruya ait çözümü

Soru 1 için tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında iki paralel doğru ve 1 kesen sonucu oluşan açılarla geometrik kuralları (iç-ters, ters) ilişkilendirerek istenen açıyı doğru olarak bulmuşlardır.

Soru 2'ye Ait Bulgular:

Tülay ikinci sorunun birinci şekli için parçalama yoluna gitmiştir. Bu parçalama sonucu 2 dikdörtgen ve 1 üçgen elde etmiştir. Dikdörtgenlerin alanlarını 6 ve 10 br^2 , üçgenin alanını 2 br^2 olarak bularak toplam alanın 18 br^2 olduğunu ifade etmiştir. 2. şekilde bir yarım daire olduğunu ama şeklin solundaki parçası için üçgenler olabileceğini belirtmiştir. Biraz çizimler yapmıştır. Geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

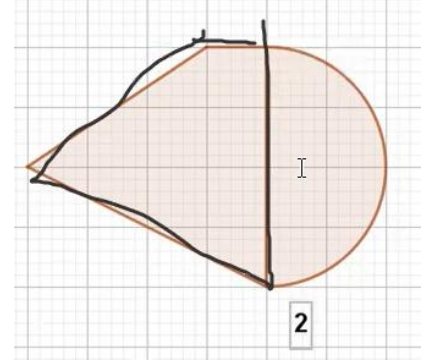
Tülay: Yamuk var burada. Bir çizeyim.

Araştırmacı: Çizince peki şu an yamuk elde ettin mi? Yamuk olması için ne gerekli?

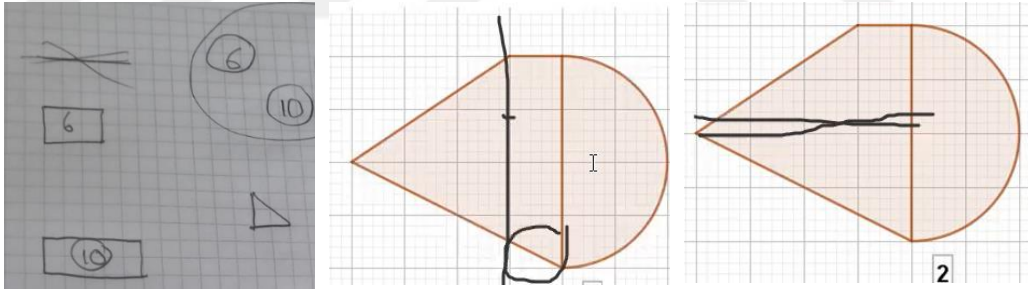
Tülay: En az 2 kenarının paralel olması gerekir.

Araştırmacı: Paralellik durumu var mı sence burada?

Tülay: Hımm...Evet paralellik yok burada. Başka ne yapabilirim? Sol tarafı üçgen yapsam alt tarafıne kalıyor. Uzunluğu bilmiyorum tam.

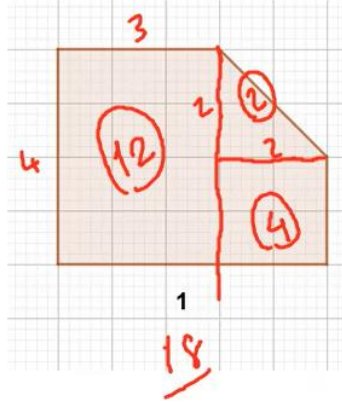


Tülay burada zorlanınca önce yarım dairenin alanını hesaplamaya geçmiştir. Dairenin alanını 6 br^2 olarak hesaplamıştır. Sol taraftaki bölgeye geçip, tekrar düşünmüştür. Çizimlerini denemiştir. Üstte bir yamuk, altta üçgen oluşturunca hesaplanabileceğini düşünmüştür. Devamında yamuğun alanını formül yoluyla 5 br^2 , üçgenin alanını 4 br^2 bularak toplam alanı 15 br^2 olarak bulmuştur.



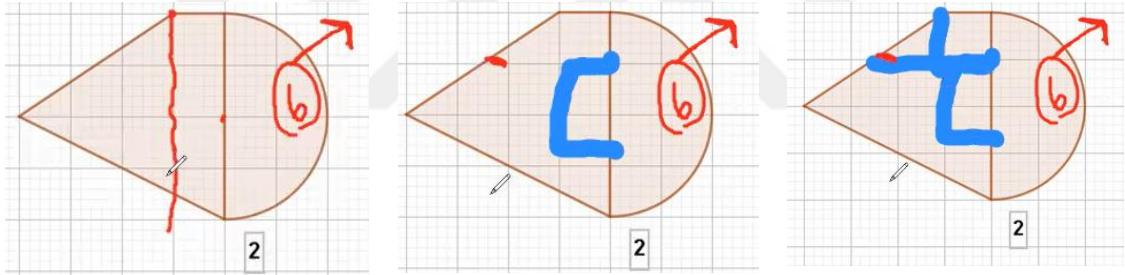
Şekil 58. Tülay'ın ön test 2. soruya ait çözümleri

Efe şekil 1'in yamuğu andırdığını belirtmiştir. Alt-üst taban uzunluklarını belirtmiştir hemen. Bu şeklin yamuk olup olmadığı sorulmuştur. Şekli bölmeye karar verip, bir dikdörtgen, bir kare, bir dik üçgen olacak şekilde parçalamıştır. Her bir şeklin alanını sırasıyla 12 , 4 , 2 br^2 olarak bulup, toplam alan için 18 br^2 cevabını vermiştir.



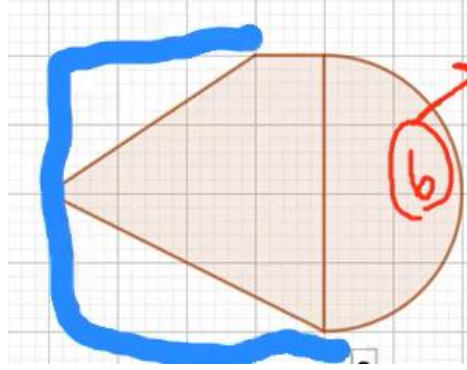
Şekil 59. Efe'nin ön test 2. soru 1. şekli parçalaması

Efe 2. şekle baktığında önce yarım dairenin alanını hesaplamak istemiştir. Dairenin alanını, alan formülünden 12 br^2 bulunduğunu ancak bu şeklin yarım daire olduğunu ifade edip 6 br^2 olarak cevabını söylemiştir. Yarım dairenin sol tarafındaki bölge için üçgenden faydalanılabileceğini belirtmiştir.



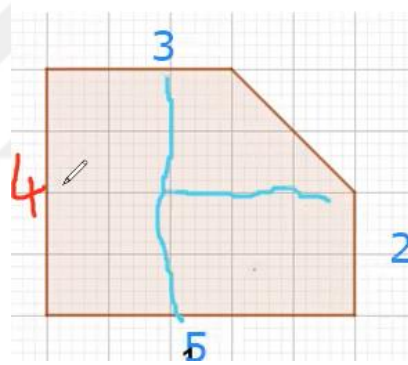
Şekil 60. Efe'nin ön test 2. soru 2. şekil için sonuca ulaştıramadığı çizimler

Ama üçgen çizince alt kenarının uzunluğunu bulamayınca şekli bütüne tamamlama yoluna gitmeyi düşünmüştür. Bu durumda büyük şekilden ne elde ettiği sorulmuştur. Efe kare olduğunu ifade etmiştir. Taralı alanı bulmak için karenin alanından alt ve üstte oluşan üçgenlerin alanını çıkartmak gerektiğini söylemiştir. Karenin alanı 16 br^2 den üçgenlerin alanı 3 ve 4 br^2 yi çıkartarak 9 br^2 olarak sol taraftaki bölgenin alanını bulmuştur. Bu alanın üzerine yarım daire alanını ekleyince 15 br^2 olarak toplam alanı bulmuştur. Efe'nin 2. şekil için tamamlama yoluna giderek çizdiği şekil aşağıda verilmiştir:



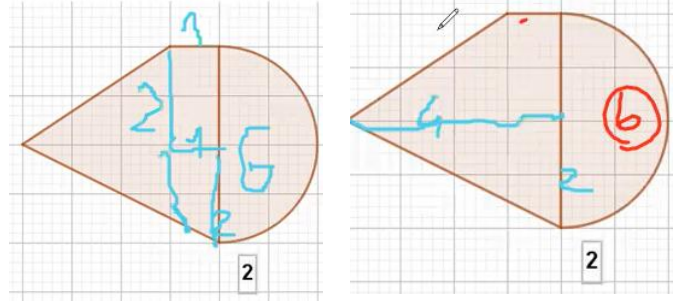
Şekil 61. Efe'nin ön test 2. soru 2. şekil için tamamlama yoluna gitmesi

Ela 1. şeklin alanını parçalayarak bulabileceğini ifade etmiştir. Şeklin kenar uzunluklarını gösterip, şekli 2 dikdörtgen ve 1 yamuk olarak parçalamıştır. Sol taraftaki dikdörtgenin alanını $8 br^2$, üstte oluşan yamuğun alanını $4 br^2$ ve alttaki dikdörtgenin alanını $6 br^2$ bularak toplam alanı $18 br^2$ bulmuştur.



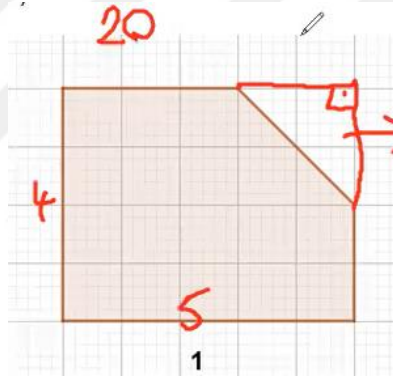
Şekil 62. Ela' nın ön test 2. soru 1. şekli parçalaması

Ela verilen soruda 2. şekil için 1 tane yarım daire gördüğünü söylemiştir. Yarım dairenin solundaki bölgeyi bir şeye benzetemediğini ifade edip parçalama yoluna gitmiştir. İlk parçalamasında oluşturduğu yamuğun bir kenar uzunluğunu bulamayınca tekrar parçalama denemesi yapmıştır. Bu sefer Ela, 1 dik üçgen ve 1 yamuğa çevirmiştir parçalamasını. Dik üçgenin alanını 4, yamuğun alanını $5 br^2$ bularak üzerine yarım daire alanını ekleyince toplam alanı $15 br^2$ bulmuştur.



Şekil 63. Ela' nın ön test 2. soru 2. şekil için parçalama girişimleri

Zuhal 1. şekil için bütüne tamamlama yoluna gitmiştir. Bütün şekil için kenarları 4 ve 5 br olan bir dikdörtgen elde etmiştir. Sağ üst köşede bir dik üçgen olduğunu söyleyip dikdörtgenin alanından dik üçgenin alanını çıkarmıştır. 20 br^2 den 2 br^2 yi çıkararak 1. şeklin alanını 18 br^2 olarak bulmuştur.



Şekil 64. Zuhal' in ön test 2. soru 1. şeklin alanı için bütüne tamamlaması

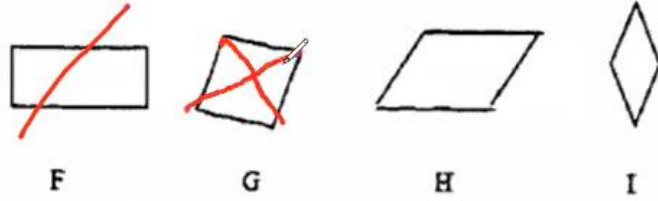
Zuhal 2. şeklin alanı için yarım daire alan formülünden başlamıştır işlemlerine. Alan formülünden yarım dairenin alanını 6 br^2 bulmuştur. Şekli bildiği şekillere tamamlayabileceğini ifade etmiştir. Burada bütün şekil olarak yarım dairenin solunda bir kare oluşturmuştur. Kenarları 4 br olduğundan bu karenin alanını 16 br^2 olarak bulmuştur. Bu karenin içinden beyaz bölge olan 2 dik üçgenin alanını ($3 \text{ ve } 4 \text{ br}^2$) çıkartınca taralı yerin alanı 9 br^2 olmuştur. Buradan toplam alan için 15 br^2 cevabına ulaşmıştır.

Şekil 66. Efe' nin ön test 3. soru için çözümü

Efe I için eşkenar dörtgen demiştir. Açılarının 90° olmadığını, dar ve geniş açılarının yine burada bulunduğunu göstermiştir. Bu yüzden sadece G'nin kare olduğunu belirtmiştir.

Ela F için dikdörtgen, H için paralelkenar, I için eşkenar dörtgen olduğunu söylemiştir. G'nin kare olduğunu, şeklini kareye benzettiği için ifade etmiştir.

Zuhal karenin kenarlarının eşit ve açılarının 90° olması gerektiğini belirtmiştir. F şeklinin kare tanımı için uygun olmadığını vurgulamıştır. G'nin kenarlarının eşit görüldüğünü, iki köşegen çizildiğinde köşegenlerin birbirini dik ortalayacağını söylemiştir. Bu durumu da kare üzerinde çizerek göstermiştir. Açılarının da 90° olduğunu ek olarak belirtmiştir. H'nin paralelkenar olduğunu, kare ile birebir aynı özellikleri olmadığını ve I için de eşkenar dörtgen olduğunu ifade etmiştir.



Şekil 67. Zuhul' in ön test 3. soru çözümü

3. soruda ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında Ela hariç diğer öğrenciler dörtgenler ve açılarını-kenarlarını ilişkilendirmişlerdir. Öğrencilerin şekillerin özelliklerinden bahsederken şekilleri tek başlarına tanımlayarak hariç tutan tanımlamalar yaptıkları, dörtgenlerin birbiriyle olan ilişkilerine girmedikleri görülmüştür.

Soru 4'e Ait Bulgular:

6 tane düzgün altıgenin bir araya getirilerek oluşturduğu şeklin özelliklerinin sorulduğu 4. soruda öğrencilere çokgen, düzgün çokgen kavramı hakkında ne bildikleri sorulmuştur. Devamında soru çözümüne geçilmiştir.

Tülay, soruya ait 1. madde için doğru yanıtını vermiştir. Oluşan şeklin kenar uzunluklarının aynı, bunun sebebini bu şeklin düzgün altıgenlerden oluştuğunu belirtmiştir. 2.

madde için bir dış açı olan 360° , 18'e bölünürse çokgenin her bir dış açısının 20° olacağını belirtmiştir. Bu sebeple 2. maddenin yanlış olduğunu belirtip, çokgenin bir iç açısının 160° olacağını belirtmiştir. 3. madde için şekil düzgün altıgenlerden oluştuğu için kenar uzunluklarının eşit olacağını ifade etmiştir. Tülay 1. madde ve 2. madde için yanlış bir şekilde düşünmüş olup, sadece madde 3 için dedikleri doğrudur.

Handwritten calculations on grid paper:

$$\begin{array}{r} 360 \overline{) 18} \\ 20 \end{array}$$

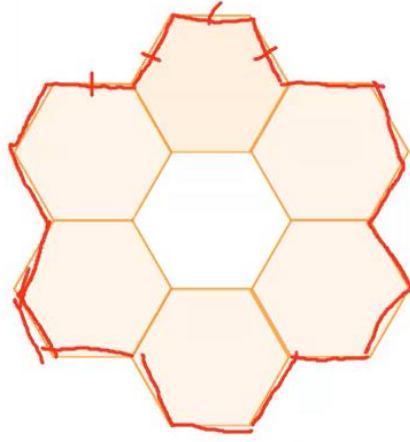
$$\begin{array}{r} 180 \\ - 20 \\ \hline 160 = 160^\circ \end{array}$$

$$6 \times 3 = 18$$

Şekil 68. Tülay'ın ön test 4. soru için çözümü

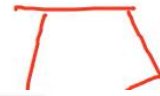
Efe her bir altıgenin üç kenarının dışarıda, 6 tane de çokgen yan yana olduğu için bu çokgenin onsekizgen olduğunu ifade etmiştir. Bir altıgenin iç açıları toplamının formülünden altıgenin iç açıları toplamını 720° olarak bulduğunu, bu değer de 6'ya bölünürse 120° olarak altıgenin bir iç açısının ölçüsünün bulunabileceğini belirtmiştir. Bu şekil düzgün altıgenlerin yan yana gelmesiyle oluştuğu için 1. madde için doğru cevabını, bütün iç açılarının 120° olacağını ve kenarlarının da eş olduğunu belirterek 2. ve 3. maddeler için de doğru cevabını vermiştir. Efe'nin 1. ve 2. madde için verdiği cevaplar yanlış olup, sadece 3. madde için verdiği cevap doğru olmuştur.

Altıgenlerin kenar uzunlukları eşit, iç açıları da eşit olduğundan, bu altıgenler düzgün altıgenlerdir.



Yanda arıların düzgün altıgenleri birleştirerek yaptığı petek modeline bir örnek verilmiştir. Bu şekille ilgili olarak hangisi ya da hangileri doğrudur?

- I. Düzgün onsekizgendir.
- II. Bir iç açısı 120° dir.
- III. Kenarları birbirine eşittir.



Şekil 69. Efe'nin ön test 4. soru için çözümü

Ela çokgenin kenarlarını teker teker sayarak, bu çokgenin onsekizgen olduğunu belirtmiştir. Düzgün çokgen için kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşit olması gerektiğini vurgulamıştır. Arada geçen konuşma şu şekilde ilerlemiştir:

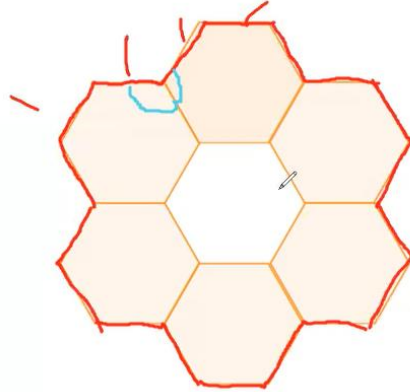
Ela: Çokgenin bir iç açısı 120° 'dir. Çünkü düzgün altıgenler kullanılmıştır. Ama bir açı var şurada. Şimdi fark ettim. Burası 120° olamaz. Her açısı 120° değilmiş.

Araştırmacı: O zaman düzgün çokgen midir?

Ela: Hayır düzgün olamaz bu durumda. Düzgün değilse kenarları da eşit değildir bu şeklin.

Araştırmacı: Peki bir şekil düzgün çokgen değilse kenar uzunlukları eşit olamaz mı?

Ela bu sefer kenarları çizmiştir. Altıgenlerin kenarları eşit olduğu için tüm şeklin kenar uzunluklarının da eşit olacağını görmüştür. Sadece 3. madde için doğru cevabını vererek soruyu çözmüştür. Ela'nın bu soruya ait tüm maddeler için verdiği cevaplar doğrudur.



Şekil 70. Ela'nın ön test 4. soru için çözümü

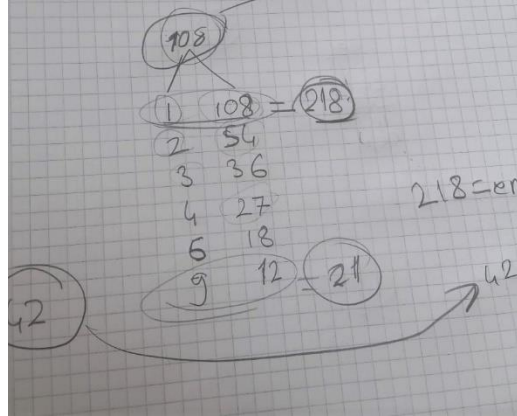
Zuhal 1. madde için çokgenin kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olduğu için düzgün onsekizgen oluşacağını belirtmiştir. Dolayısıyla bu madde için doğru cevabını vermiştir. 2. maddeyi çokgenlerin iç açıları toplamı formülünü kullanıp, bu sonucun 6' ya bölünürse her bir iç açının 120° olacağını söylemiştir ve yine doğru cevabını vermiştir. 3. madde için düzgün altıgenler kullanıldığı için zaten kenarların da eşit çıkacağını belirtmiştir. Zuhal 1. ve 2. madde için yanlış şekilde cevap verip, sadece 3. madde için verdiği cevap doğrudur.

Bu soruda tüm öğrenciler düzgün altıgen, kenarları ve açıları arasında TŞPAİ bağlamında ilişkilendirme kurmuşlardır. Bu soruda sadece Ela şeklin düzgün çokgen olamayacağını belirtmiştir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme AÖPA bağlamında sonuca ulaşmasını sağlayacak çokgen için adımlarını belirlemiş ve son durumun ne olduğunu gözlemleyebilmiştir. Diğer öğrenciler tek bir şekle odaklandıkları için bütün şeklin özelliklerini görememişlerdir.

Soru 5'e Ait Bulgular:

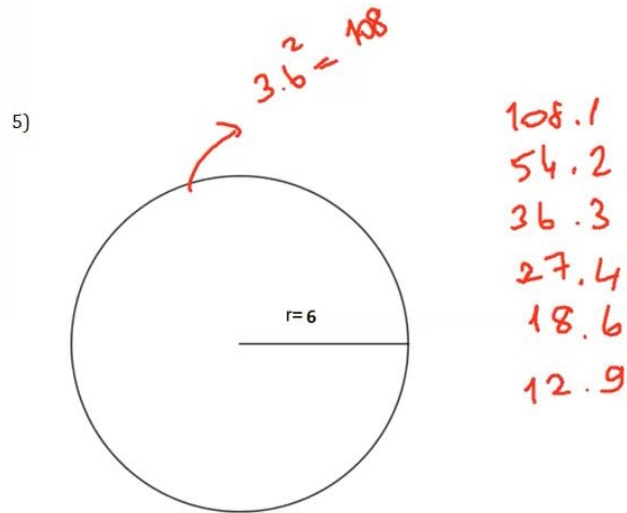
Oyun hamurunun alanını bularak en büyük ve en küçük çevreli dikdörtgen elde etmesi istenilen 5. soru için öğrencilerin cevapları genel olarak birbirine benzer şekilde olmuştur.

Tülay oyun hamurunun alanını 108 br^2 olarak bulmuştur. Alanı 108 br^2 olacak şekilde oluşturacağı bütün dikdörtgen kenarlarını yazmıştır. Aslında burada 108 ' in bölenlerini buluyoruz demiştir. En büyük ve en küçük çevre değeri için teker teker bütün çevreleri hesaplayarak en büyük (218 br) ve en küçük (42 br) değerine ulaşmıştır.



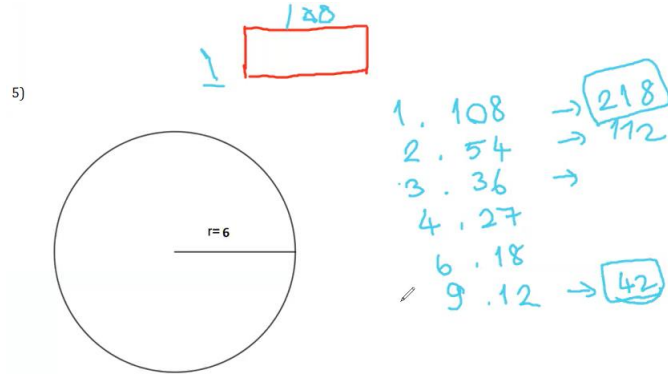
Şekil 71. Tülay' ın ön test 5. soru için çözümü

Efe dairenin alan formülünden yararlanarak hamurun kapladığı alanı 108 br^2 olarak bulmuştur. Dikdörtgenin alanının da 108 br^2 olacağını belirterek çarpımları 108 olacak şekilde ikili sayı grupları oluşturmuştur. Bu değerleri kullanarak teker teker tüm çevreleri hesaplamıştır. İçlerinden en büyük ve en küçük çevreyi bulmuştur.



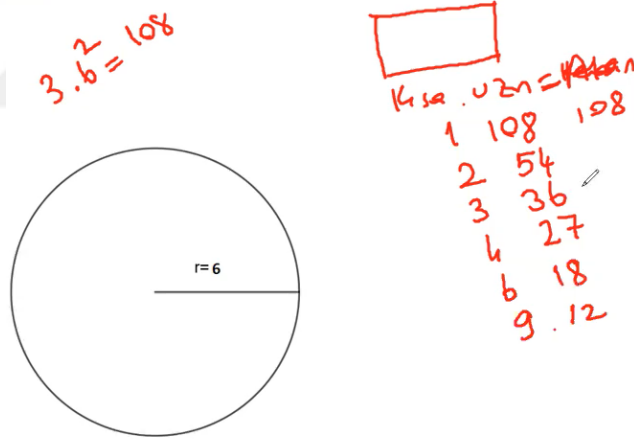
Şekil 72. Efe' nin ön test 5. soru için çözümü

Ela da beşinci soru için dairenin alanını bulduktan sonra 108'in bütün bölenlerini bulmuştur. Ancak çevre değeri için bütün sayı çiftleriyle tek tek hesaplamaya gerek olmadığını belirtmiştir. Bunun sebebi olarak yazdığı işlemlerde aşağı doğru gittikçe çevrenin küçüldüğünü söylemiştir. Buradan en büyük ve en küçük çevreye ulaşmıştır.



Şekil 73. Ela' nın ön test 5. soru için çözümü

Zuhal de diğer öğrenciler gibi dairenin alanını 108 br^2 olarak bulmuştur. Kısa ve uzun kenar uzunluklarının çarpımının dikdörtgenin alanını vereceğini belirtip 108'i çarpanlarına ayırmıştır. Bütün sayı çiftleri için hesaba katarak en büyük ve en küçük çevre değerini bulmuştur.



Şekil 74. Zuhal' in ön test 5. soru için çözümü

5. soruda öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında dairenin alanıyla yarıçapı ilişkilendirmişlerdir. Dikdörtgenin alanı için kenar çiftlerinin uzunluklarını birbirleriyle ilişkilendirmişlerdir. Sadece değişmezleri araştırma DD bağlamında Ela kenar çiftlerinin değişimine bağlı en büyük çevre ve en küçük çevreyi düşünerek tek tek tüm

kenarları yazmamıştır. Aşağıda verilen tabloda ZGA ön testte öğrencilerin kullanmış olduğu alışkanlıklar verilmiştir.

Tablo 15

ZGA ön test oturumundaki alışkanlık durumları

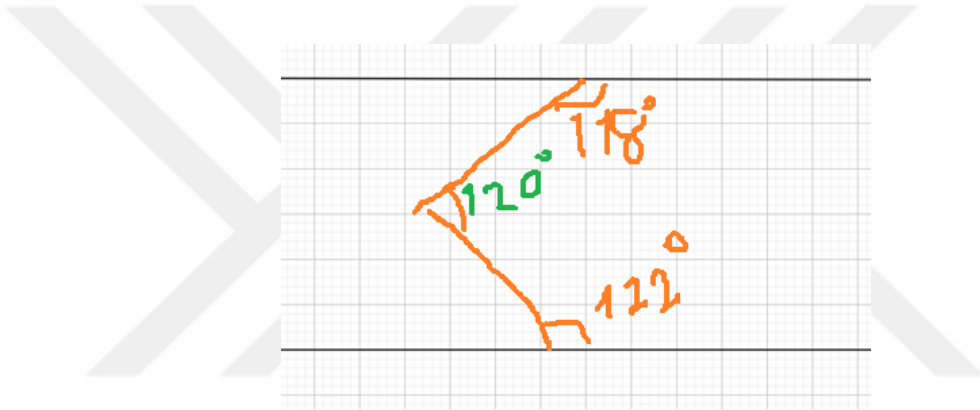
Alışkanlık	Alışkanlık Bileşenleri	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5
İlişkilendirme	TŞPAİ	Açılarla geometrik kuralları ilişkilendirme(T,Ef,Z,E)	Parça şekillerin alanı arasında ilişkilendirme(T,Ef,E,Z) Bütün-parça şekiller arasında ilişkilendirme(Ef,Z)	Dörtgenlerin açıları ve kenarları arasında ilişkilendirme(T,Ef,Z)	Düzensiz altıgen ve kenarları, açıları arasında ilişkilendirme(T,Ef,Z,E)	Dairenin alanıyla yarıçapı ilişkilendirme(T,Ef,E,Z) Dikdörtgenin alanını kenar çiftlerinin uzunluklarıyla ilişkilendirme(T,Ef,E,Z)
Değişmezleri	DD					Kenar çiftlerinin değişimine bağlı en büyük ve en küçük çevre değişimini görme(E)
Araştırma						
Keşif ve Yansıtma Dengeleme	AÖPA				Sonuca ulaşmasını sağlayacak çokgen adımlarını belirleme ve son durumuna olduğunu gözlemleyebilme	

4.2.2. ZGA 1'e Ait Bulgular

Soru 1'e Ait Bulgular:

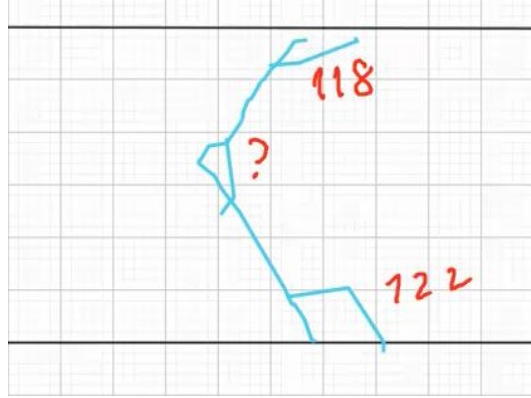
Bu soruda öğrencilere elindeki bebekleri belirli yönde ilerleten iki çocuğun bebeklerinin karşılaştığı açı sorulmuştur.

Tülay bebeklerin gideceği yolları yönlerine dikkat ederek doğru bir şekilde çizebilmiştir. Karşılaştığı yerdeki açıyı ve bebeklerin çıkış açılarını doğru belirlemiştir. Güneybatı yönündeki açı 118° , kuzeybatı yönündeki açı 122° diye belirterek karşılaşma açısını da içine katan üç açının toplamının 360° olacağını söylemiştir. Buradan karşılaşma açısını 120° olarak ifade etmiştir.



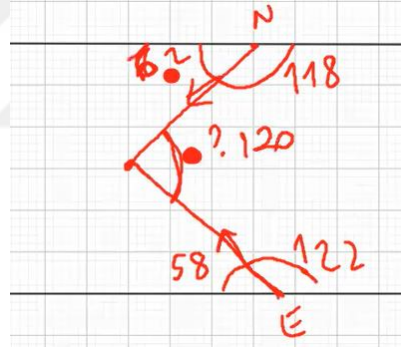
Şekil 75. Tülay'ın ZGA 1 soru 1 için çözümü

Ela, yön bulma konusunda zorlanmamıştır. Oyuncak bebeklerin istenen yönlerde doğru bir şekilde ilerlemesini yapıp, karşılaşma açılarının yerini doğru belirleyebilmiştir. Oluşturduğu şekilde yazmış olduğu üç açının toplamının 360° olması gerektiğini söylemiştir. Bebeklerin zeminle yapmış olduğu güneybatı yönündeki 118° ve kuzeybatı yönündeki 122° olan iki açıyı toplayıp 360° den çıkartarak 120° olarak karşılaşma açısını bulmuştur.



Şekil 76. Ela' nın ZGA 1 soru 1 için çözümü

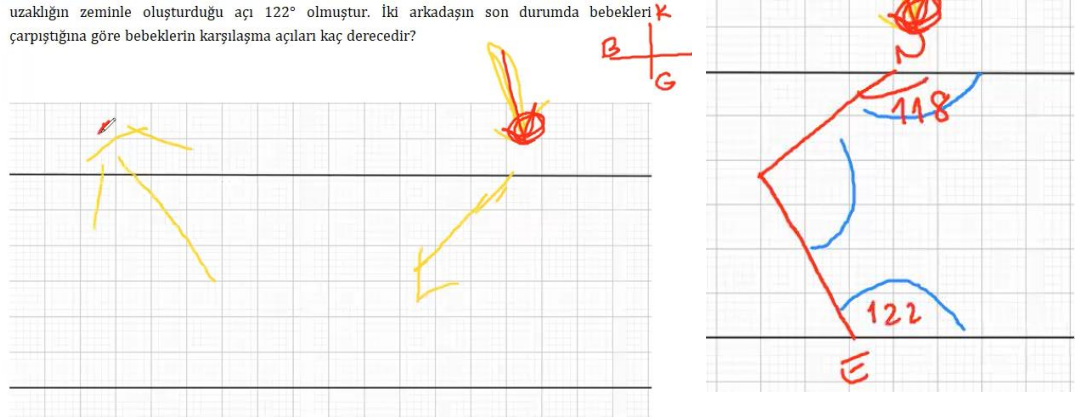
Efe soruya başlarken yönleri bulmada epey bir zorlanmış. Bebekleri doğrusal olarak ilerletirken karşılaşma yolunu bayağı uzatmıştır. Birtakım düzeltmeler yaparak karşılaşma açısını doğru bir şekilde çizebilmiştir. Üç açının toplamının 360° olduğunu belirterek, diğer iki açının toplamını bu açıdan çıkartarak 120° olarak cevaba ulaşmıştır.



Şekil 77. Efe' nin ZGA 1 soru 1 için çözümü

Zuhal soruda verilen doğru parçalarının üst tarafında, doğru yönleri karar verebilmek için çizimler yapmıştır. Sonra bu çizimleri netleştirerek şekil üzerinde gösterebilmiştir. O da diğer katılımcılar gibi aynı işlemleri takip ederek 360° den verilen karşılaşma açılarını çıkartarak 120° olarak cevabına ulaşmıştır.

uzaklığın zeminle oluşturduğu açı 122° olmuştur. İki arkadaşın son durumda bebekleri çarpıştığına göre bebeklerin karşılaşma açıları kaç derecedir?



Yön belirlemesi

Şekil 78. Zuhâl' in ZGA 1 soru 1 için çözümü

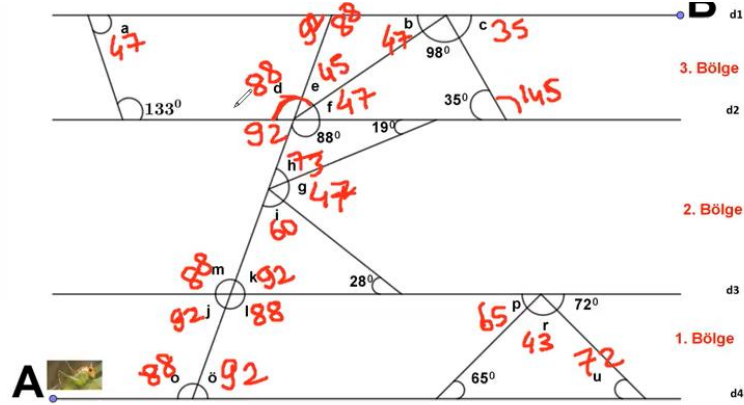
Soru 1'e ait bulgulara ilişkilendirme alışkanlığında tüm öğrencilerin TŞPAİ sürecinde açıların yönlerine, geometrik kuralları açılarla ilişkilendirerek doğru uyguladıkları görülmüştür.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme KÖPA sürecinde öğrenciler yönlerle bağlı çizimlerini deneyerek karşılaşma açılarının oluşup oluşmadığını incelemişlerdir. Devamında işlemlerini devam ettirerek çözümlerine ulaşmışlardır.

Soru 2'ye Ait Bulgular:

Tülay istenen açıları bulmaya üçgenlerden başlayacağını belirtmiştir. İlk olarak 3. bölgedeki üçgenden f açısının değerini bulmuştur. 2. bölgedeki üçgen için verilen açıları 180° 'ye tamamlama yoluna giderek h açısını bulmuştur. c açısını iç ters açılardan 35° , b açısı ile 98° yi 145° ye tamamlayarak 47° bulmuştur. 180° 'ye tamamlayarak a'yı 47° bulmuştur. Tülay burada bir yamuk da gördüğünü söyleyip buradan da cevaba ulaşabileceğini belirtmiştir. d ile e'nin toplamını 133° olarak bulup tek tek açıları ilk etapta bulamamıştır.

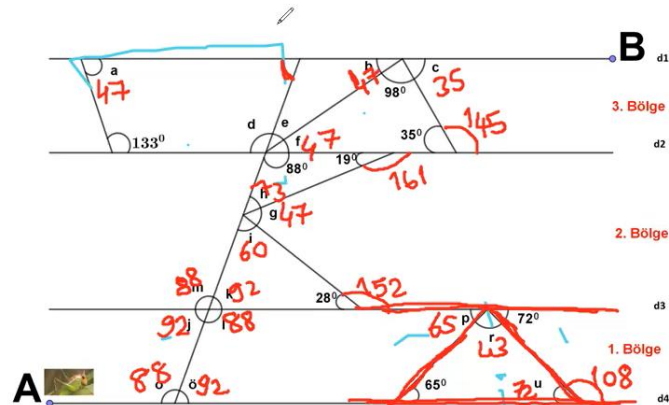
Tülay çözümünün devamında 3. bölgeden 2. bölgeye inerek $28^\circ + 19^\circ = 47^\circ$ olarak g açısının değerini bulmuştur. 73° ile 47° 'yi 180° 'ye tamamlama yoluna giderek i açısının değerini bulmuştur. Yine ters açıdan j açısını, o ve ö açılarını 180° 'ye tamamlama, u'yu iç ters açılar kuralından 72° olarak bulmuştur. 1. bölgedeki üçgenin içindeki açıları 180° ye tamamlayarak r açısını 43° olarak göstermiştir. p, r, 72° açılarını 180° ye tamamlayarak p



Şekil 80. Efe' nin ZGA 1 soru 2 için çözümü

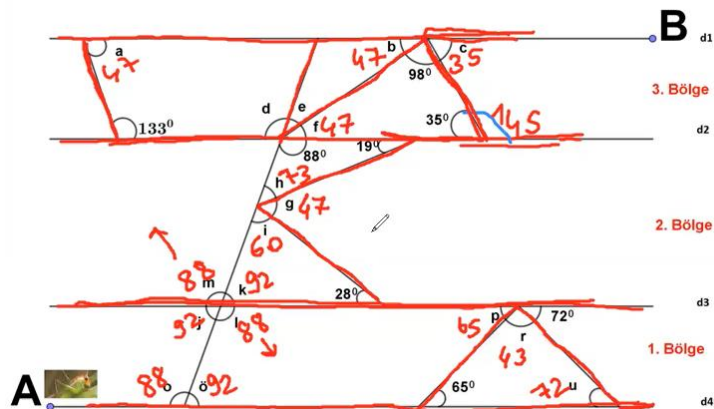
Efe, şeklin alt kısmındaki boşlukları doğru bir şekilde doldurabilmiştir. Sorunun devamında olan r açısının tümler açılarını, $ö$ açısının yöndeş açılarını doğru olarak gösterebilmiştir.

Ela 3. bölgedeki üçgenden f açısının değerini bulmuştur. 19° ve 28° nin bütünler açılarını bularak, g açısını da içine katarak bu üç açının toplamını 360° ye tamamlamıştır. h açısını üçgenin iç açıları toplamından bulmuştur. i açısını doğrusal açı üzerindeki üç açıdan (h, g, i) yararlanarak bulmuştur. Yine üçgenlerin iç açıları toplamından r, k açılarının değerini bulmuştur. 180° ye tamamlayarak 72° nin bütünlerini kullanarak u açısını, yine bu yaklaşım yoluyla $ö, c, a$ açılarını bulmuştur. Üçgenin iç açıları toplamını 180° ye tamamlayarak r açısının değerini bulmuştur. Doğrusal açı üzerindeki açılar toplamını 180° ye tamamlayarak p, b açılarını bulmuştur. Ela bu soruda sadece d ve e açılarının değerini bulamamıştır. Sorunun devamında yer alan r açısının tümler açılarını, $ö$ açısının yöndeş açılarını bulmuştur. Yine alt kısımdaki açıların birbiriyle ilişkisinin sorulduğu cümleleri doğru bir şekilde söyleyebilmiştir.



Şekil 81. Ela'nın ZGA 1 soru 2 için çözümü

Zuhal a açısının değerini 180° ye tamamlayarak bulmuştur. Ancak burada bir paralelkenar olduğunu belirtip 133° nin karşısı da 133° olur diyerek bir hata yapmıştır. Paralelkenarın özellikleri hatırlatılınca iddiasını geri almıştır. Üç bölgede olan üçgenlerin iç açıları toplamından f, h, k, u açılarının, 180° 'ye tamamlayarak a, c açılarının, doğrusal açıdan b, i, m, r açılarının, ters açılardan l, j, iç-ters açılardan o, ö, p, g açısının değerlerini bulmuştur. d ve e açılarının değerini şekle bütüncül olarak bakmadığı için bulamamıştır. Yine açılarının birbiriyle olan ilişkilerini cümlelerin içinde doğru olarak gösterebilmiştir.



Şekil 82. Zuhal' in ZGA 1 soru 2 için çözümü

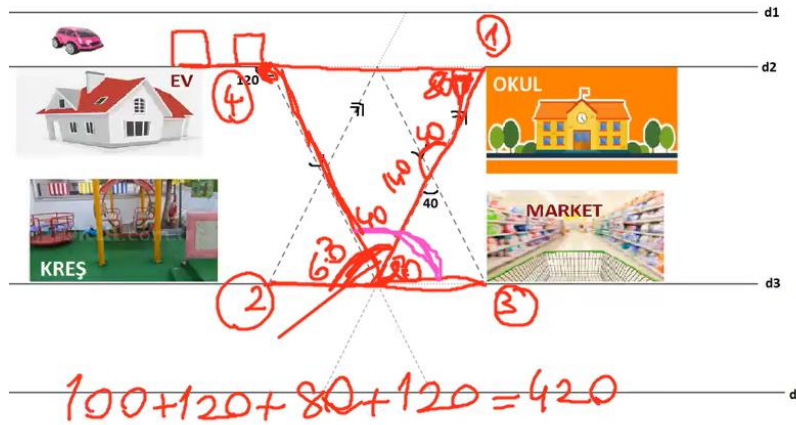
2. soruya ait ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecinde tüm öğrenciler iki paralel doğru ve 1 kesenin oluşturduğu açı ilişkilerini görebilmişlerdir. Yine aynı süreçte öğrencilerin hepsinin bölgeler arası tümler-bütünler, ters açılar ilişkisine karar verdikleri görülmüştür.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme KÖPA sürecinde Tülay ve Efe şekle bütüncül bakarak 1. ve 3. bölgedeki açı ilişkilerini görmüşlerdir.

Soru 3'e Ait Bulgular:

Birçok yolların verildiği, paralellik durumu temel alınarak açı ilişkilerinin göz önüne alınması gerektiği 3. soruda öğrencilere dönüş açıları toplamı sorulmuştur.

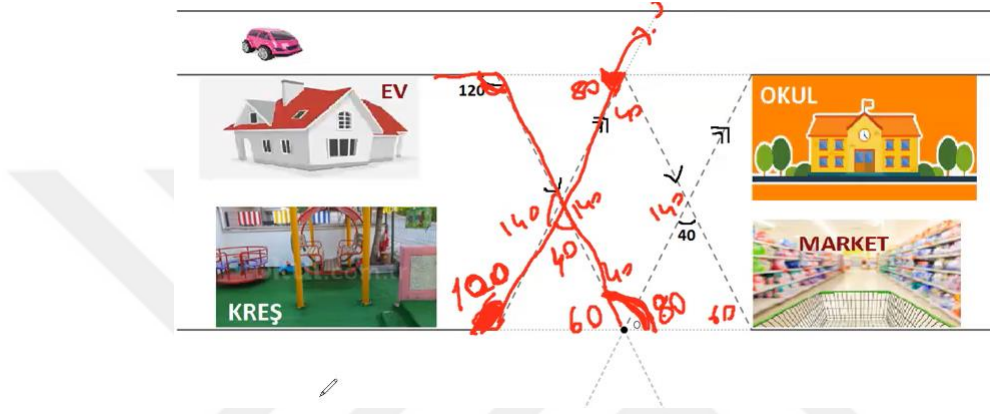
Tülay soruyu çözerken ilk başta aracın gideceği yolları denemiştir. En kısa sürede gidebileceği yolları belirlemiştir. Paralellik durumunu kullanarak verilen 40° lik açının ters açısını bulmuştur. Ortada oluşan dörtgen için paralelkenar demiştir. Sebebi sorulunca karşılıklı kenarların paralel olduğunu söylemiştir. 120° yi 180° ye tamamlayarak diğer açısını 60° olarak bulmuştur. Alt yolda oluşan 60° , 40° ve verilmeyen açıyı doğrusal açıyı kullanarak 180° ye tamamlamış ve bu açının 80° olduğunu belirtmiştir. 180° ye tamamlayarak 80° nin diğer açısını bulmuştur. Tülay dönme açılarını okuldan kreş yoluna $80^\circ + 60^\circ + 40^\circ$, marketten eve $80^\circ + 40^\circ$, eve dönme açısını 120° olarak toplamda 420° olacağını belirtmiştir.



Şekil 83. Tülay' ın ZGA 1 soru 3 için çözümü

Efe arabanın gideceği yolları ilk çizimde belirlemiştir. Efe soruda verilen 120° nin bütünler açısını, 40° nin ters açısını, yine 120° ve 60° nin iç ters açısını bulmuştur. İçeride

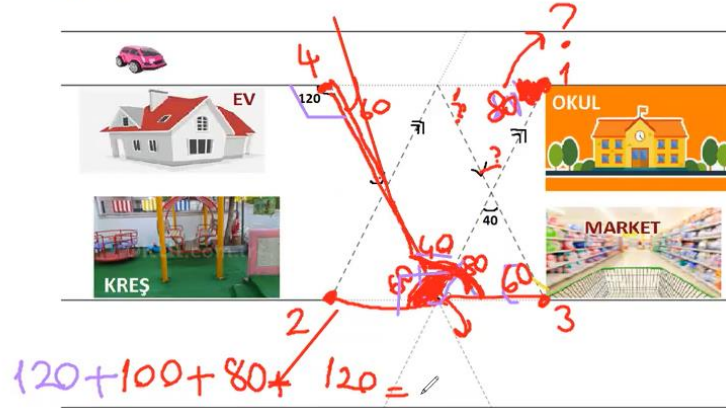
oluşan dörtgenin paralellik durumu olduğunu belirtip 140° nin karşısındaki açığı da 140° olarak bulmuştur. Bu açının ters açısını da bulmuştur. Ev ile kreş arasındaki üç açının toplamının 360° olduğunu vurgulamıştır. Buradan kreşe dönüş yolunu 100° olarak göstermiştir. Okuldan kreşe dönme açısını ise 180° ye tamamlayarak 80° olarak bulmuştur. Yani Efe sonuç olarak dönme açılarını okuldan kreş yoluna $80^\circ+100^\circ$, marketten eve 120° , eve dönme açısını 120° olarak toplamda 420° olacağını belirtmiştir.



Şekil 84. Efe' nin ZGA 1 soru 3 için çözümü

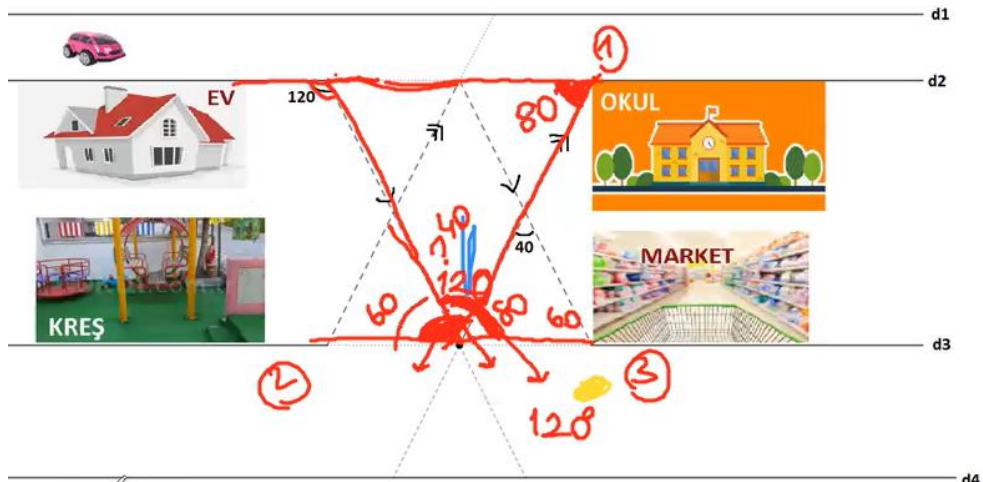
Ela çizim için birtakım yollar denemiştir. Bunlardan en uygun olanını çizimleri sonrası belirlemiştir. Evden okula giderken herhangi bir dönme açısı olmadığını düz bir şekilde gidileceğini belirtmiştir. Yollardaki dönme açılarını çizmiştir. 60° nin bütünler açısını göstermiştir soru üzerinde. Ve paralelliği kullanarak 60° nin karşı açısının da aynı değere sahip olacağını ifade etmiştir. Üçgenlerin iç açıları toplamının 180° olduğunu belirterek 3 numaralı bölgeye yakın olan üçgenin bir iç açısını 80° olarak bulmuştur. Yine şeklin altında oluşan doğrusal açıdan verilmeyen açığı 40° olarak bulmuştur. Ela sorunun devamında marketten eve dönme açısını $120^\circ+120^\circ$, okuldan kreşe dönme açısını $100^\circ+80^\circ$ bularak toplamda 420° 'ye ulaşmıştır.

çizgiler üzerinde en kısa sürede yol alacak şekilde toplam kaç derecelik bir dönmüşür?



Şekil 85. Ela' nın ZGA 1 soru 3 için çözümü

Zuhal çizimlerini deneyerek en uygun yolu çizmiştir. İç ters açılardan 120° 'nin iç ters açısını bulmuştur. 120° 'yi 180° 'ye tamamlayarak bütünler açısının değerini göstermiştir. Üçgenin iç açıları toplamından verilmeyen diğer açıyı 80° olarak bulmuştur. $120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$ olarak verilen 40° lik açının iç ters açısını şekil üzerinde belirlemiştir. Doğrusal açıdan yararlanarak üç açının toplamı 180° dir diyerek verilmeyen açıyı 60° olarak belirlemiştir. 1 numaradaki dönme 80° bulmuştur. Zuhal işlemleri sonucu okuldan kreşe dönme açısını $80^\circ + 100^\circ$, marketten eve 120° , en son yine eve dönme açısını 120° olarak toplamda 420° ye ulaşmıştır.



Şekil 86. Zuhal' in ZGA 1 soru 3 için çözümü

Soru 3'e ait ilişkilendirme bağlamında TŞPAİ sürecinde tüm öğrenciler aracın en kısa sürede gidebileceği yolları belirlemişlerdir. Yine aynı süreçte tüm öğrencilerin açılar arasında ve dönüş açıları arasında ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür.

Genelleme alışkanlığı TDK sürecinde Tülay ve Efe yollar arasında kalan bölgenin bir paralelkenar olduğu genellemesine vardıkları gözlenmiştir. Aşağıdaki tabloda ZGA 1'e ait oturumdaki sorularda öğrencilerde gözlenen alışkanlıklara yer verilmiştir.

Tablo 16

ZGA 1 oturumundaki alışkanlık durumları

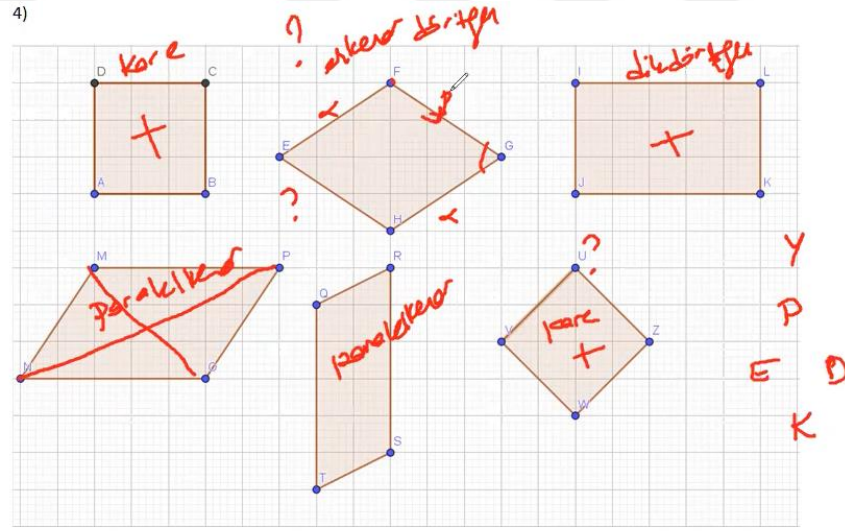
Alışkanlık	Alışkanlık	Soru 1	Soru 2	Soru 3
	Bileşenleri			
İlişkilendirme	TŞPAİ	Açıların yönlerine doğru karar verme (T, Ef, Z, E)	İki paralel doğru ve 1 kesenin oluşturduğu açı ilişkilerini görme(T,Ef,Z,E)	Aracın en kısa sürede gidebileceği yolları belirleme(T,Ef,Z,E)
		Geometrik kuralları açılarla ilişkilendirme(T Ef,Z,E)	Bölgeler arası tümler-bütünler, ters açılar ilişkisine karar verme (T,Ef,Z,E)	Açılar arasında ilişkilendirme(T,Ef,Z,E) Dönüş açılarını doğru çizibilme(T,Ef,Z,E)
Genelleme	TDK			Ortada oluşan dörtgenin paralelkenar olduğunu genellemesi(T,Ef)
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	AÖPA	Şekil üzerinde karşılaşma açısını çizibilme(T,Ef,Z,E)	Soruya bütüncül olarak bakarak 1. ve 3. bölgedeki açı ilişkilerini görme(T,Ef)	

4.2.3. ZGA 2' ye Ait Bulgular

Soru 1'e Ait Bulgular:

Verilen dörtgenlerden hangilerinin paralelkenar olduğunu sorulduğu bu soruda öğrencilerin dörtgen ilişkileri hakkındaki bilgileri ortaya çıkartılmaya çalışılmıştır.

Tülay üstteki şekillerin soldan sağa doğru sırasıyla kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, alttaki şekillerde yine sırasıyla iki şeklin paralelkenar, son şeklin kare olduğunu doğru olarak ifade etmiştir. Bu esnada paralelkenarın nasıl bir dörtgen olduğu sorulmuştur. Öğrenci, karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir diye cevaplamıştır. Burada verilen şekillerin hepsinin karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu dolayısıyla hepsinin paralelkenar olduğunu ifade etmiştir. Soru üzerinde dörtgen ilişkilerine ait bir diyagramı göstermiştir. Buradan yola çıkarak verilen dörtgenlerin hepsinin paralelkenar olduğunu söylemiştir.

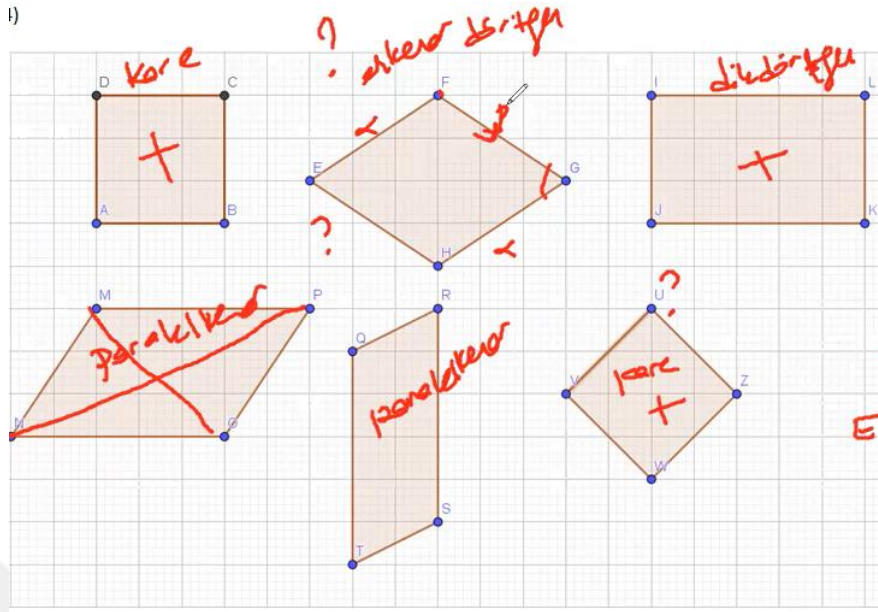


Yukarıda verilen geometrik şekillerden hangisi veya hangileri paralelkenardır?

Şekil 87. Tülay' ın ZGA 2 soru 1 için çözümü

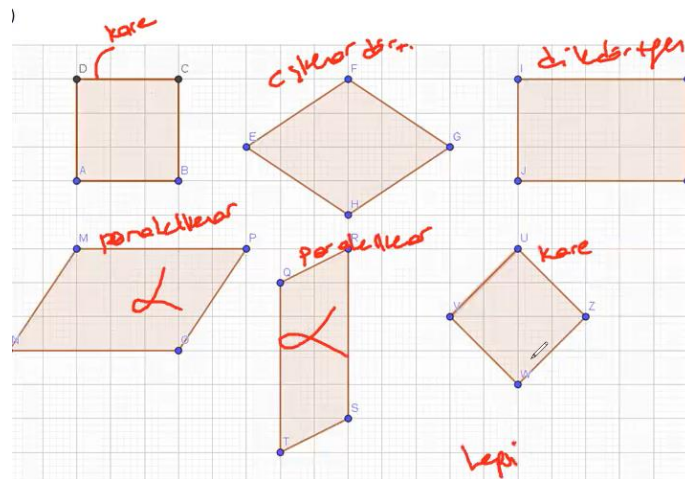
Efe üstteki şekillerin sırasıyla kare, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve alttaki şekillerin ise paralelkenar, kare olduğunu belirtmiştir. Dörtgenler ilişkisine ait en büyük kümenin yamuk, sonra paralelkenar, eşkenar dörtgen- dikdörtgen ve en son kare olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla verilen dörtgenlerin hepsinin paralelkenar kümesine gireceğini söylemiştir.

h)



Şekil 88. Efe' nin ZGA 2 soru 1 için çözümü

Ela verilen dörtgenlerin adlarını doğru bir şekilde söyleyebilmiştir. Hangisinin paralelkenar olduğu sorulunca önce sol alttaki 2 şeklin paralelkenar olduğunu belirtmiştir. Tekrar paralelkenar özelliklerini düşünmesi istenmiştir. Özel dörtgenlerin kendi arasındaki ilişkilerini düşününce yine diğer öğrenciler gibi en büyük dörtgen kümesinin yamuk, sonra paralelkenar, dikdörtgen-eşkenar dörtgen, kare diye sıralamasını yapmıştır. Bu sıralamayı temel alarak hepsinin bir paralelkenar olduğunu ifade etmiştir.



Şekil 89. Ela' nın ZGA 2 soru 1 için çözümü

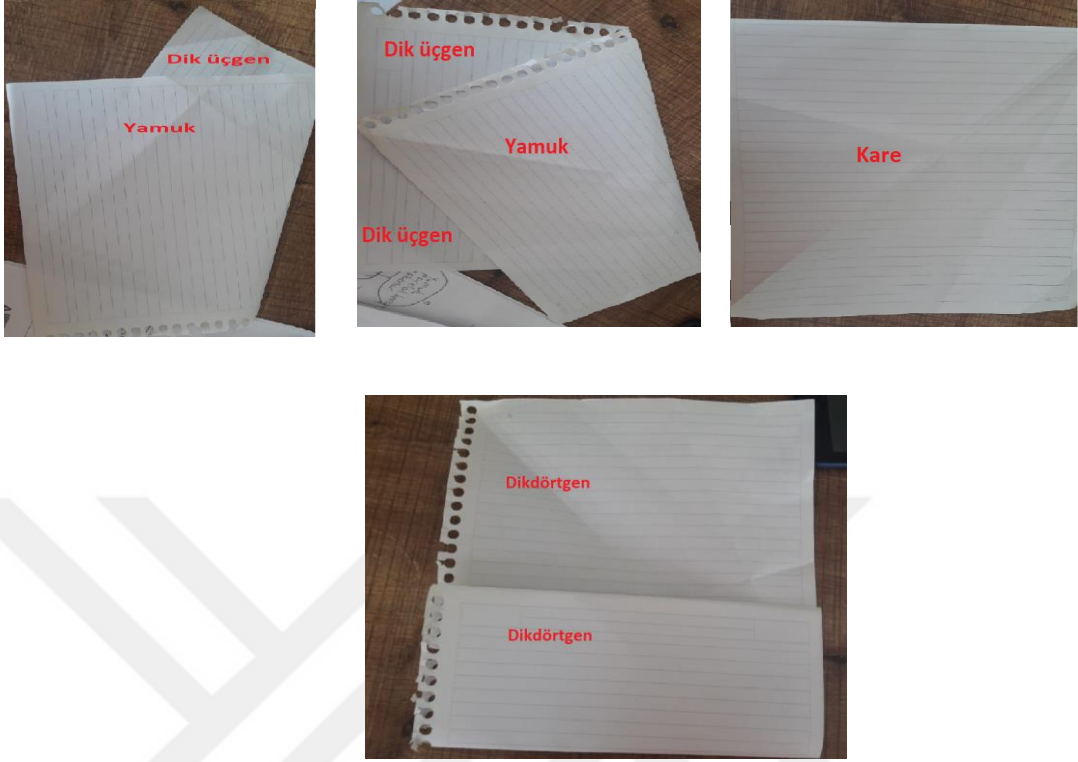
Zuhal dörtgenlerin adlarını yazmadan doğru bir şekilde söyleyebilmiştir. Sadece burada karenin paralelkenarlığını sorgulamıştır. Paralelkenarının ve karenin özelliklerini sayması istenmiştir öğrenciden. Kareye ait özelliklerin paralelkenarda olduğunu görünce, hatta diğer şekiller için de bu durumun geçerli olduğunu belirtmiştir. Buradan yola çıkarak verilen tüm şekillerin paralelkenar olduğunu söylemiştir.

Öğrencilerden Tülay, Efe ve Ela bu soruda ilişkilendirme alışkanlığına ait BŞİ sürecinde özel dörtgenler arası hiyerarşik bir sıralama yapmıştır. Bu sıralamaya göre paralelkenarın verilen şekillerin hepsini kapsayacağını belirtmiştir. Zuhal ise bu ilişkiye girmeden hepsinin paralelkenar olduğunu ifade etmiştir.

Genelleme alışkanlığına ait TDK bileşeninde sadece Tülay “*Burada verilen şekillerin hepsinin karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu dolayısıyla hepsi paralelkenardır*” diye belirterek bir genellemeye ulaşmıştır. Diğer öğrenciler bu soru için herhangi bir genelleme yapamamıştır.

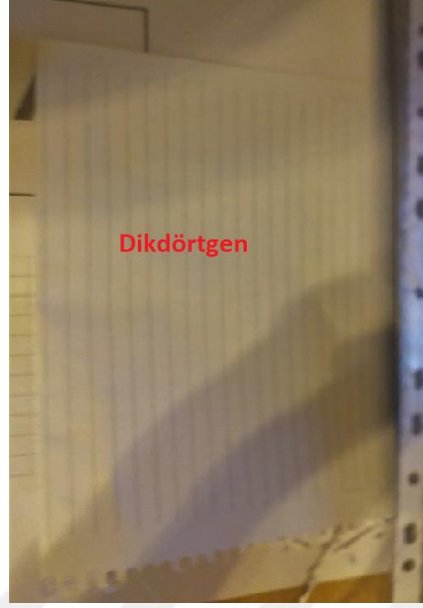
Soru 2'ye Ait Bulgular:

Bir katlama sorusu olan diğer soruda ölçüleri verilen kağıdın birkez katlandıktan sonra hangi geometrik şekilleri oluşturduğu sorulmuştur. Tülay soruyu okuduktan sonra anlamak için biraz düşünmüştür. Kağıdın sadece 1 kez mi katlanıp katlanamayacağını sormuştur. Tülay'dan eline herhangi bir dikdörtgen kağıt alması istenmiştir. Sadece bir katlamada hangi şekilleri elde ettiğini, araştırmacıya resmini atarak söylemesi istenmiştir. Tülay bir defter sayfası kopararak katlamalarına başlamıştır. İlk katlamasında bir dik üçgen-yamuk şekli elde etmiştir. Kağıdı eski haline getirip tekrar katlamalar yapması istenmiştir. Tülay katlamalarında 2 dik üçgen-yamuk, yamuk-üçgen, 2 dikdörtgen, kare elde etmiştir.



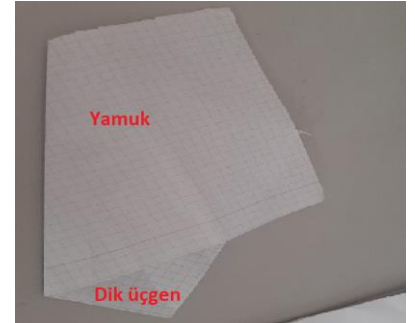
Şekil 90. Tülay' ın katlamaları sonucu oluşturduğu şekiller

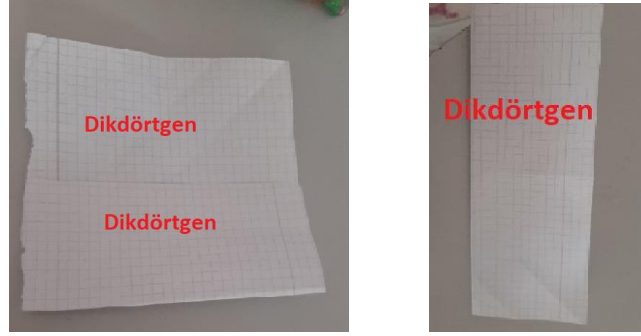
Efe soruyu okuduktan sonra bir kağıt almıştır eline. Sadece dikdörtgen elde etmiştir. Başka şekil çıkmayacağını belirtmiştir. Başka yerlerden de katlama yapılabileceği belirtilmiştir. Bu kağıttan dikdörtgen haricinde kare elde edebileceğini belirtmiştir ancak kareyi oluşturamamıştır. Efe sadece belli bir kenar üzerinden katlamaya odaklandığı için başka şekiller oluşturamamıştır.



Şekil 91. Efe' nin katlaması sonucu oluşturduğu şekil

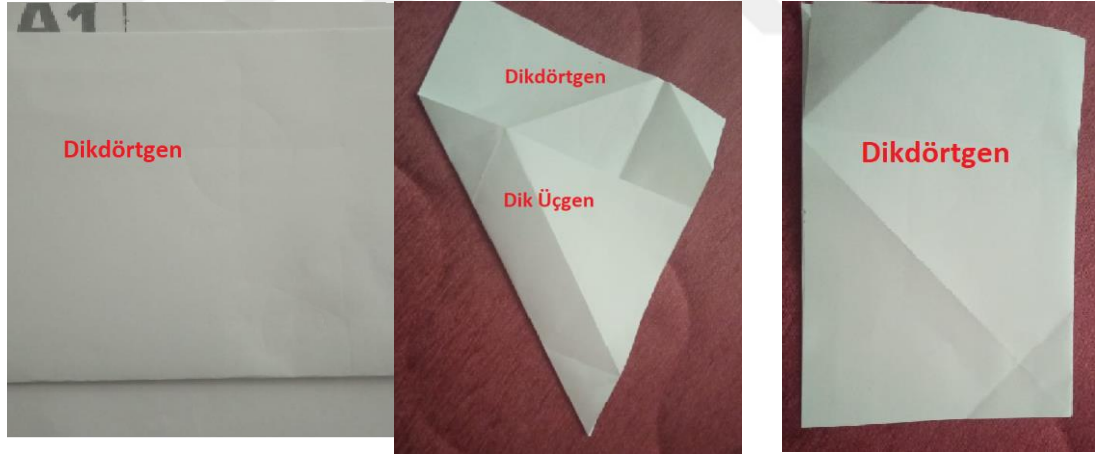
Ela eline dikdörtgen kağıt alarak birtakım şekiller oluşturmuştur. Öncelikle kağıdı tam ortasından katlayınca bir dikdörtgen şekil elde etmiştir. Elde ettiği şekiller çoğunlukla dikdörtgen olmuştur. Yine devamında dikdörtgen-dik üçgen, yamuk-dik üçgen şekillerini de oluşturabilmiştir.





Şekil 92. Ela' nın katlaması sonucu oluşturduğu şekiller

Zuhal' e soruda ölçüleri verilmiş kağıdın hangi geometrik şekle ait olduğu sorulduğunda dikdörtgen cevabını vermiştir. Elinde olan herhangi bir dikdörtgeni istediği gibi katlayarak her bir katlamasında oluşturduğu şekilleri söylemesi ve göstermesi istenmiştir. Zuhal kağıdı tam ortadan uzun ve kısa kenarlar üzerinden katlayınca iki dikdörtgen elde etmiştir. Diğer katlamasında dikdörtgen-dik üçgen elde etmiştir. Zuhal katlamasında başka denemeler yapamayacağını söyleyip diğer geometrik şekilleri elde edememiştir.



Şekil 93. Zuhal' in katlaması sonucu oluşturduğu şekiller

Soru 2' ye ait çözümlerde ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde Tülay, Ela ve Zuhal dikdörtgen ve kenarı, köşesi arasında bir ilişkilendirme yapmışlardır. BŞİ sürecinde yine

aynı öğrenciler dörtgen üçgen arasında ilişkilendirme, Tülay ve Ela dörtgen-dörtgen arasında ilişkilendirme sürecini gerçekleştirmişlerdir.

Değişmezleri araştırma alışkanlığı EKK bağlamında Tülay, Ela ve Zuhale katlamalar sonrası oluşabilecek şekillerin hangi geometrik şekillere ait olduğunu ifade etmişlerdir. Burada Efe sadece dikdörtgenin bir kenarına odaklanarak bir şekil elde etmiştir. Köşe veya diğer kenarları da dikkate almadığı için daha fazla şekil oluşturamamıştır. Dolayısıyla bu alışkanlığı çözümünde yansıtamamıştır.

Soru 3'e Ait Bulgular:

Alanı verilen paralelkenarın diğer iki köşesinin nerede olduğunu sorulduğu soruda öğrencilerin yanıtları aşağıdaki gibi olmuştur.

Tülay paralelkenarın alanı 12 br^2 ise yüksekliğinin 3 br olması gerektiğini belirtmiştir. Bu şekilde çok paralelkenarlar çizilir demiştir. Tülay farklı renklerde ekrana paralelkenarlar çizmiştir. Araştırmacı ile Tülay arasında geçen konuşma şu şekilde olmuştur:

Araştırmacı: Bu çizdiklerin haricinde başka çizemez misin peki?

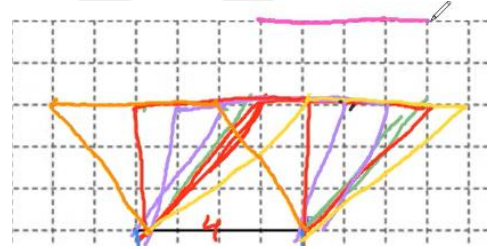
Tülay: Hocam hımm dikdörtgen de bir paralelkenar olduğu için çizebiliriz. Onu da alt tarafa çizeyim karışmasın.

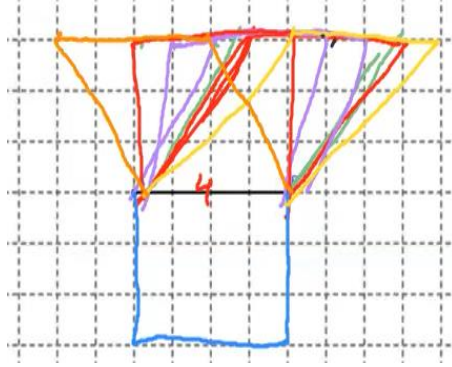
Araştırmacı: Peki. Mesela bu çizdiğim pembe kenar paralelkenarın diğer kenarı olmaz mı sence?

Tülay: Yok çizilemez. Yükseklik 3 br olmaz bu durumda.

Araştırmacı: O halde ne diyebilirsin?

Tülay: Yüksekliği 3 br olacak birçok paralelkenarlar çizilebilir.

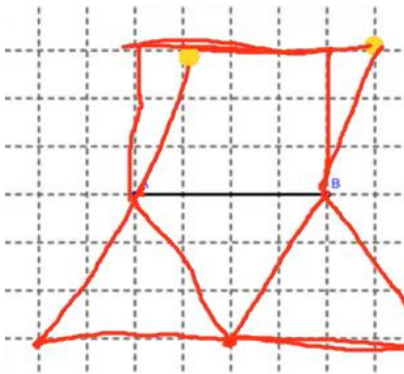




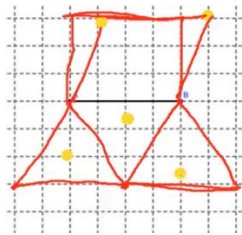
Şekil 94. Tülay'ın ZGA 2 soru 3 için çizimi

Sorunun diğer maddesi için Tülay bu şeklin içinde birçok üçgen, yamuk, dikdörtgen, paralelkenar olduğunu söylemiştir.

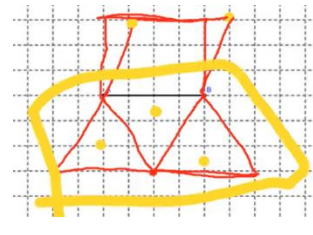
Efe paralelkenarın alanı için taban uzunluğu ile yükseklik çarpımına eşittir demiştir. Bu yüzden paralelkenarın yüksekliğinin 3 br olacağını belirtmiştir. Öncelikle soruda verilen paralelkenarın alt tarafına çizimlerini yapmıştır, yine aynı şekilde yukarısında da çizimler yapılabileceğini söylemiştir. Bu şekilde çizimlerin arttırılabileceğini yani yüksekliği 3 br olacak şekilde birçok paralelkenarlar çizilebileceğini vurgulamıştır. Aşağıdaki şekilde sol tarafta Efe'nin çizdiği çizim sağ tarafta ise bu şeklin içinde gördüğü geometrik şekiller verilmiştir.



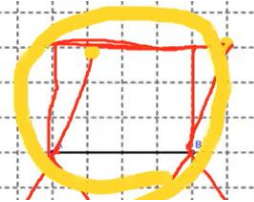
Çizdiği çizim



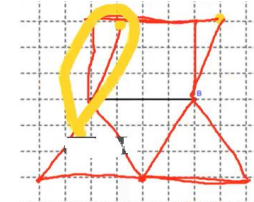
Üçgen



Yamuk



Dikdörtgen

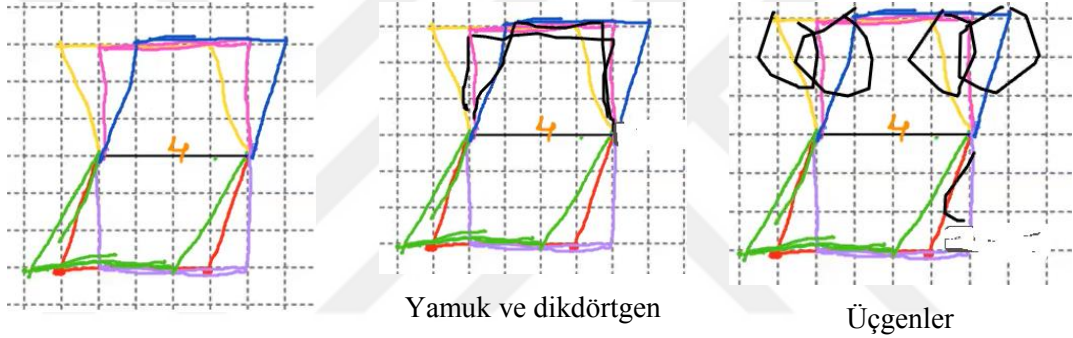


Dik üçgen

Şekil 95. Efe' nin ZGA 2 soru 3 için çizimi

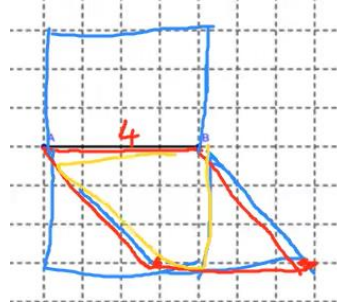
Efe diğer madde için bu şeklin içinde birçok paralelkenar, yamuk, üçgen gördüğünü ifade etmiştir.

Ela, alanı 12 br^2 olduğu için paralelkenar yüksekliğinin 3 br olması gerektiğini belirtmiştir. Şekilde verilen sabit kenarın 3 br aşağısı ve yukarısında 4 br uzunluğunda kenarlar çizilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla farklı renklerde birden fazla paralelkenar elde etmiştir. Bu çizimleri sonrası yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, üçgen gördüğünü ifade etmiştir.



Şekil 96. Ela' nın ZGA 2 soru 3 için çizimi

Zuhal yükseklik ve taban uzunluğunun çarpımının paralelkenarın alanını vereceğini bu yüzden paralelkenarın yüksekliğinin 3 br olması gerektiğini söylemiştir. Verilen kenarın alt tarafında bir paralelkenar oluşturabilmiştir. İkinci ve üçüncü şekillerini kendini zorlayarak çizmiştir. Zuhal başka çizimler yapamayacağını belirtmiştir. Sorunun 2. maddesi için yamuk, üçgen, dikdörtgen şekillerini elde ettiğini ifade etmiştir.



Şekil 97. Zuhâl' in ZGA 2 soru 3 için çizimi

İlişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ bileşeni için Tülay, Efe, Ela paralelkenarın alanını ve yüksekliğini ilişkilendirdikleri, Efe ve Zuhâl' in üçgenin alanını yükseklik ve taban uzunluğuyla ilişkilendirdikleri görülmüştür. BŞİ sürecinde tüm öğrencilerin farklı geometrik şekiller arasında ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür.

Genelleme alışkanlığı bağlamında TÇK süreci için Tülay, Efe ve Ela bu paralelkenar için aynı yüksekliğe sahip birden fazla paralelkenar çizilebileceğinin genellemesine varmışlardır. Verilen kenarın alt ve üstünden birçok paralelkenar çizimlerini yapmışlardır. Zuhâl diğer öğrencilere nazaran daha az çizim yapıp, aklına başka çizimler gelmediğini belirterek bir genellemeye ulaşamamıştır.

Değişmezleri araştırma alışkanlığı DD bileşenine ait süreçte tüm öğrenciler yüksekliği sabit bırakarak farklı geometrik şekiller oluşturabilmişlerdir. Bu oluşumların içinde paralelkenar hariç yamuk, üçgen, dikdörtgen oluştuğunu da açıklamışlardır. Yine aynı süreçte yeni şekillerin kenar, açı değişimlerini gözlemleyebilmişlerdir.

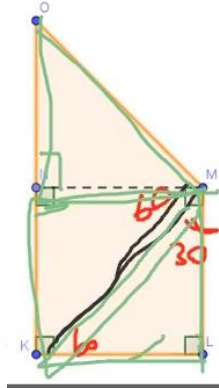
Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait AÖPA sürecinde Tülay, Ela ve Efe final durumunu hesaba katarak çok sayıda paralelkenar çizilebileceğini, bunun için de ara adım olarak paralelkenar çizimlerini göstermişlerdir.

Soru 4'e Ait Bulgular:

Katlama sonrası oluşan şekil için özelliklerin sorulduğu soruda öğrencilerin yanıtları aşağıdaki gibi olmuştur.

Tülay katlama sonrası alttaki şekil üzerine gelen MO doğru parçasının adını doğru bir şekilde yazabilmiştir. Bu doğru parçasıyla birlikte meydana gelen açıların ölçülerini doğru

belirleyebilmiştir. Tülay sorunun devamında sorulan yeni dik üçgenlerin sayısını belirleyebilmiştir.



Şekildeki KLMO yamuğu üzerinde, MN doğru parçası üzerinden katlama yapılırsa, O noktası K noktasının üzerine geliyor. Buna göre boşlukları doldurunuz.

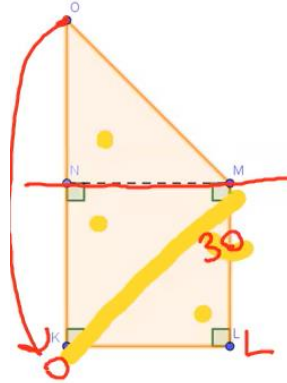
i) MO doğru parçası oluşan KLMN dikdörtgeninin 3 ... olur.

ii) Katlama sonrası oluşan şekilde $s(OML)=30^\circ$ ise $s(MOL)=60$ 'dir.

iii) OM doğru parçasını belirginleştiriniz. Katlama yapıldıktan sonra eski haline getirilen KLMO geometrik şekli üzerinde katlama çizgileri belirginleştirilince 3 adet dik üçgen vardır.

Şekil 98. Tülay' ın ZGA 2 soru 4 için çözümü

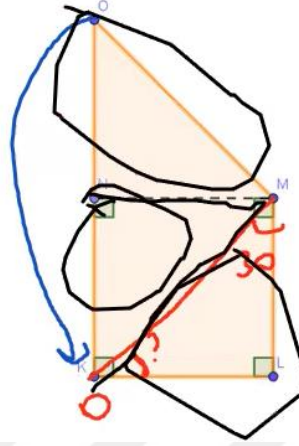
Efe O noktası içe doğru olacak şekilde bir katlama işlemi yapılırsa bütün şeklin kare içinde üçgen oluşacağını belirtmiştir. Boşluk doldurma şeklinde sorulmuş dikdörtgene ait elemanın adını doğru söylemiştir. İçeride oluşan dik üçgendeki iki açığı 90° ye tamamlayarak istenen açının değerini bulmuştur. Son olarak katlama açıldıktan sonra çizgiler belirginleştirilince 3 adet dik üçgen oluşacağını ifade etmiştir.



Şekil 99. Efe' nin ZGA 2 soru 4 için çözümü

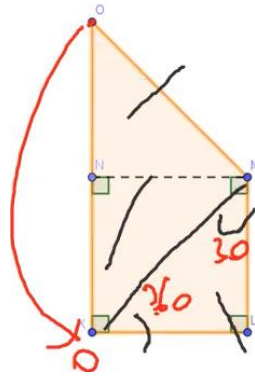
Ela istenen katlamayı şekil üzerinde doğru bir şekilde yapabilmıştır. Boşluk doldurma cümlesini doğru bir şekilde yapabilmıştır. İçeride oluşan MOL üçgeninde verilmeyen açığı iki

açının toplamını 90° ye tamamlayarak bulmuştur. Sorunun devamında katlamalarını belirginleştirerek şekli ilk haline döndürdüğünde 3 adet dik üçgen oluşacağını ifade etmiştir.



Şekil 100. Ela' nın ZGA 2 soru 4 için çözümü

Zuhal katlamayı doğru bir şekilde yapmıştır. İlk dikdörtgene ait elemanın adını doğru söyleyememiştir. Soruda verilen açığı doğru açığa yerleştirip, istenen açığı dik açığı kullanarak bulmuştur. Devamında 3 tane dik üçgen oluşacağını belirtmiştir.



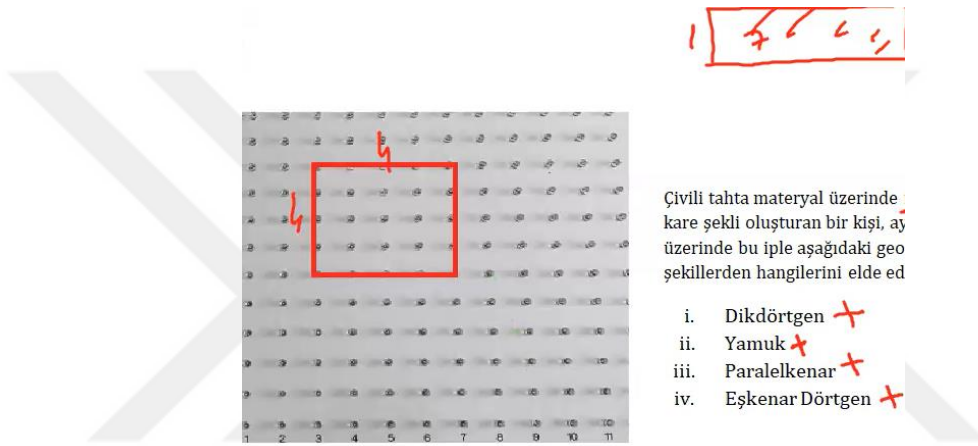
Şekil 101. Zuhal' in ZGA 2 soru 4 için çözümü

Soru 4 için bulgular incelendiğinde ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde Tülay, Efe, Ela dikdörtgen ve köşegenlerini ilişkilendirirken, aynı süreçte tüm katılımcılar dikdörtgen ve açıları arasında ilişkilendirme yapmışlardır. BŞİ sürecinde tüm öğrenciler yamuk ve dikdörtgen arasında bir ilişkilendirmeye girmiştir.

Değişmezleri araştırma EKK sürecinde tüm öğrenciler katlama sonrası ve katlama ilk hale getirildikten sonra yeni oluşan geometrik şekilleri tam olarak göstermişlerdir.

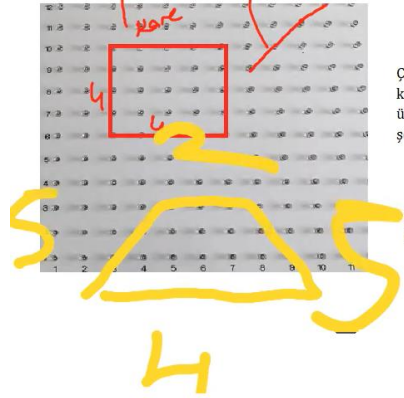
Soru 5'e Ait Bulgular:

Tülay verilen karenin çevresini hesaplayarak 16 br bulmuştur. Bu çevreden kenar çiftleri 1-7, 2-6, 3-5 br olan dikdörtgenler çizilebileceğini ifade etmiştir. Verilen maddedeki şekillerin kareyi kapsadığını 16 br uzunluğunda belki bir yamuk çizemeyeceğini ama yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenarı da bu şekli kullanarak elde edebileceğini söylemiştir.



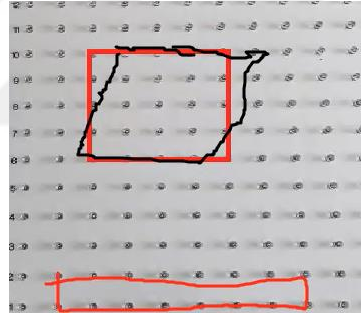
Şekil 102. Tülay'ın ZGA 2 soru 5 için çözümü

Efe verilen karenin çevresinin 16 br olduğunu ifade etmiştir. Dolayısıyla oluşan şekillerin çevresinin 16 br olması gerektiğini söylemiştir. Örnek olarak kısa kenarı 2 br, uzun kenarı 6 br olan bir dikdörtgen çizilebileceğini göstermiştir. Yine kenarları 5-5-4-2 br olan bir yamuk, tüm kenarları 4 br olan bir eşkenar dörtgen de çizilebileceğini belirtmiştir. Aynı zamanda paralelkenar da çizilebileceğini eklemiştir.



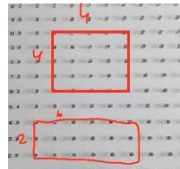
Şekil 103. Efe' nin ZGA 2 soru 5 için çözümü

Ela çevresi 16 br olacak şekilde dörtgenler olması gerekir diye belirtmiştir. Örneğin kenar uzunlukları 1-7 br olan bir dikdörtgen çizilebileceğinden bahsetmiştir. Ekrana herhangi bir uzunluk değeri vermeden yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen çizip bunların da çizilebileceğini söylemiştir.



Şekil 104. Ela' nın ZGA 2 soru 5 için çözümü

Zuhal herhangi bir dörtgen ilişkilerine odaklanmadan sadece uzunluk değerlerini temel alarak verilen maddelerdeki bütün dörtgenlerin oluşabileceğini belirtmiştir. Örnek olarak sadece kenar uzunlukları 2-6 br dolan dikdörtgene örnek vererek diğer şekil uzunluklarının da ayarlanarak çizilebileceğini belirtmiştir.



Şekil 105. Zuhal' in ZGA 2 soru 5 için çözümü

İlişkilendirme alışkanlığına ait 5. soruda TŞPAİ sürecinde tüm öğrenciler dörtgen ve kenar uzunluğu arasında ilişkilendirme yapmışlardır. BŞİ sürecinde sadece Tülay dörtgenler arasında bir ilişkilendirme sürecine girmiştir.

Değişmezleri araştırma DD bileşenine ait süreçte tüm öğrenciler verilen soruda ipin uzunluğunu değiştirerek yeni geometrik şekiller elde edip, göstermişlerdir.

Tablo 17

ZGA 2 oturumundaki alışkanlık durumları

Alışkanlık	Alışkanlık Bileşenleri	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5
İlişkilendirme	TŞPAİ		Dikdörtgen ve kenarı, köşesi arasında ilişkilendirme(T, E, Z)	Paralelkenarın alan ve yüksekliğini ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Üçgenin alanını yükseklik ve taban uzunluğuyla ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Dikdörtgen ve köşegenini ilişkilendirme(T, Ef, E) Dikdörtgen ve açılarını ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Dörtgen ve kenar uzunluğu arasında ilişkilendirm e(T, Ef, Z, E)
	BŞİ	Özel dörtgenler arası hiyerarşik sıralama(T, Ef, E)	Dörtgen-üçgen arası ilişkilendirme(T, E, Z) Dörtgen-dörtgen arasında ilişkilendirme(T, E)	Farklı geometrik şekiller arası ilişkilendirme(T, Ef, E)	Yamuk dikdörtgen arası ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Dörtgenler arası ilişkilendirm e(T)
Genelleme	TDK	Kenar özelliklerini kullanarak paralelkenar tanımını genelleylebilme (T)				
	TÇK				Aynı yüksekliğe sahip birden fazla paralelkenar çizilebileceğini	

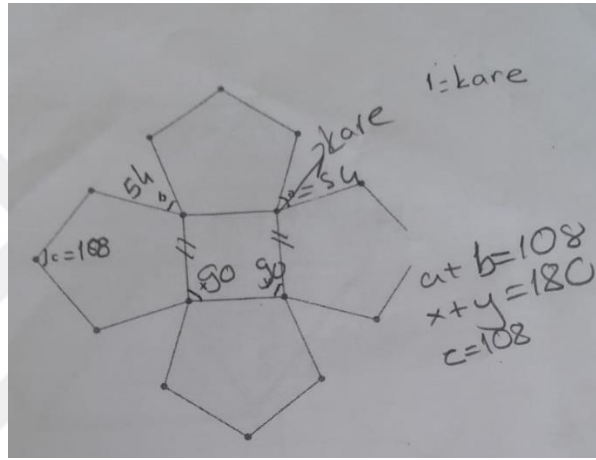
		genelleme(T, Ef, E)	
Değişmezleri	EKK	Katlama sonrası şekillerde oluşan değişimleri inceleme(T, E, Z)	Katlama sonrası yeni temel eleman oluşumunu gözlemleme(T, Ef, Z, E) Katlama ilk haline getirildikten sonra oluşan geometrik şekilleri gözlemleme(T, Ef, Z, E)
Araştırma			
DD		Yüksekliği sabit bırakarak farklı geometrik şekiller oluşturma(T, Ef, Z, E) Yüksekliği sabit bırakarak geometrik şekillerin kenar, açı değişimlerini gözlemleme(T, Ef, E)	İpin uzunluğunu değiştirerek yeni şekiller elde etme(T, Ef, Z, E)
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	AÖPA	Farklı paralelkenarlar oluşturma(T, Ef, E)	

4.2.4. ZGA 3'e Ait Bulgular

Soru 1'e Ait Bulgular:

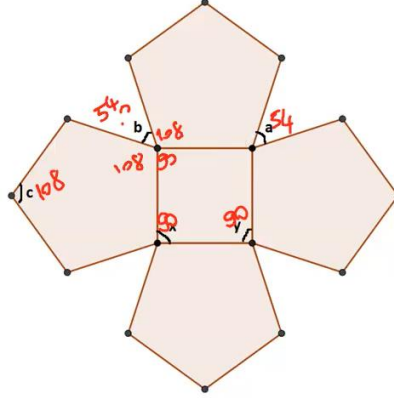
Dört düzgün beşgenin birer kenarlarının birleşmesiyle oluşan dörtgenin ve düzgün beşgene ait özelliklerin sorulduğu soruya dair cevaplar aşağıda yorumlanmıştır.

Tülay içerideki dörtgenin kenarlarının eş olduğunu söylemiştir. Sebebi olarak bu kenarların her birinin düzgün beşgene ait olması ve düzgün beşgenlerin kenarlarının eşit uzunlukta olmasını vurgulamıştır. Devamında bu şeklin bir kare olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla iç açılarının da 90° olacağını vurgulamıştır. Düzgün beşgenin bir iç açısının 108° olduğunu bu sebeple c açısı için 108° olacağını belirtmiştir. b değeri için 2 tane düzgün beşgen açısı ve 90° yi toplayarak 306° bulmuştur. Bu açıyı merkez açıya tamamlamak için $360^\circ - 306^\circ = 54^\circ$ diyerek b değerini bulmuştur. Tülay, x ve y değerleri karenin içinde olduğu için bu açıların 90° olduğunu belirterek istenen tüm açıların değerlerini bulmuştur.



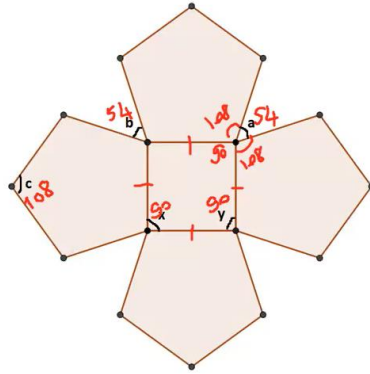
Şekil 106. Tülay' ın ZGA 3 soru 1 için çözümü

Efe şekil düzgün beşgenlerle çevrili olduğu için içeride bir kare olduğunu belirtmiştir. Bu sebeple x ile y değerinin 90° olduğunu vurgulamıştır. Devamında düzgün beşgenin iç açıları toplamının 540° ve 540° yi 5'e böldüğünde 108° olarak düzgün beşgenin bir iç açısının (c) olduğunu söylemiştir. Düzgün beşgenlerin iki iç açısı ve 90° yi alarak 360° ye tamamlamak için b nin değerinin 54° olması gerektiğini ifade etmiştir. a değeri de b değerine eşit olduğu için bütün açıların değerlerini bulmuştur.



Şekil 107. Efe' nin ZGA 3 soru 1 için çözümü

Ela da diğer öğrenciler gibi içerideki dörtgenin bir kare olduğunu söylemiştir. Bunun sebebini düzgün beşgenlerin kenarlarının aynı uzunlukta olduğu için içeride bir kare oluşturması diye açıklamıştır. a değerini 108° ve 90° 'yi 360° 'ye tamamlayarak 54° diye ifade etmiştir. x ve y karenin içinde olduğu için değerinin 90° olduğunu ifade ederek bütün istenen açıların değerlerini bulmuşlardır.



Yanda birbirine eş 4 adet düzgün beşgen bir araya getirilerek verilen şekil oluşturulmuştur.

i) İçeride oluşan dörtgen hakkında ne diyebilirsiniz? *Yok*

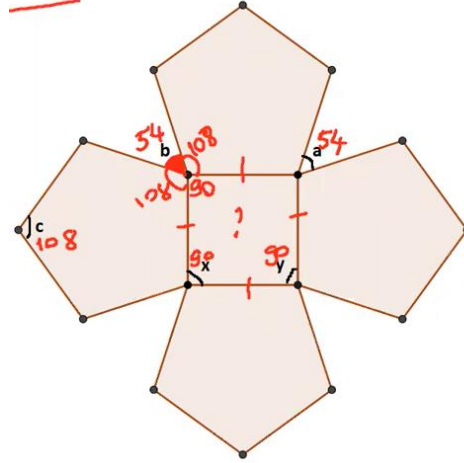
ii) İstenilen açıları bulunuz:

$$\begin{aligned} \checkmark a+b &= ? \quad 108 \\ \checkmark x+y &= ? \quad 180 \\ \checkmark c &= ? \quad 108 \end{aligned}$$

Şekil 108. Ela' nın ZGA 3 soru 1 için çözümü

Zuhal düzgün beşgenin bir iç açısının 108° olduğunu ifade etmiştir. Tüm kenarların ve açı ölçülerinin eş olmasından sebepli içeride bir kare oluşacağını açıklamıştır. Karenin bir iç açısının değerinin 90° olduğunu belirterek b açısının değerini bulmak için 360° 'ye tamamlama yoluna gitmiştir. b nin değerini 54° diye hesaplamıştır, düzgün beşgenlerin dış

açıların da eş olduğunu belirterek a değerinin de 54° olduğunu ifade ederek bütün açıların ölçülerini göstermiştir.



Şekil 109. Zuhâl' in ZGA 3 soru 1 için çözümü

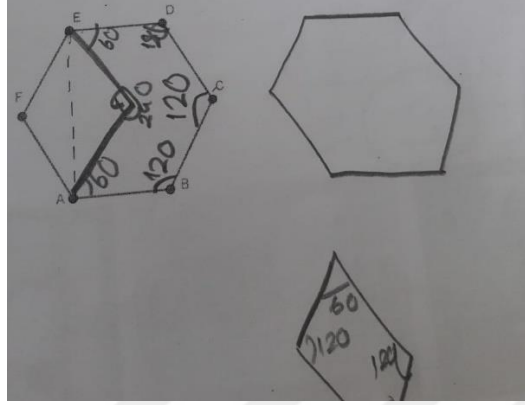
Soru 1'e ait bulgularda ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ bileşeninde tüm öğrencilerin düzgün beşgen ve temel elemanları arasında, kare ve açıları arasında bir ilişkilendirmeye gittikleri görülmüştür.

Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı KÖPA bileşenine ait süreçte öğrencilerin sezgi yeteneğini kullanarak düzgün beşgen içinde oluşan şeklin kare olacağını belirtmişlerdir. Buna göre de işlemlerine devam ettikleri gözlenmiştir.

Soru 2'ye Ait Bulgular:

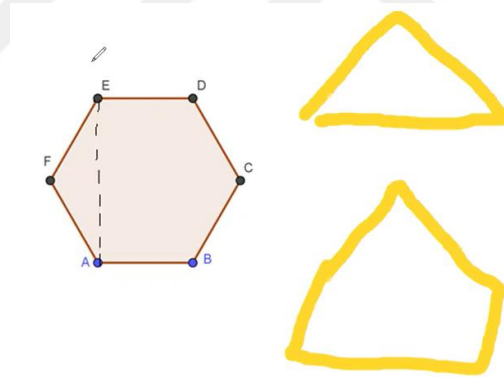
Tülay katlamasını ilk yaptığı zaman kağıdı eski haline getirmeden açıları göstermeye başlamıştır. Burada ona kağıdı katlamadan önceki haline getirip açıları bulması istenmiştir. Sonrasında şekli ilk haline getirerek kağıdın kesimini yapmıştır. Şeklin düzgün altıgen olduğunu belirtip bir iç açısının 120° olması gerektiğini söylemiştir. Buradan D, C, B açı ölçülerinin değişmediğini ve 120° olması gerektiğini ifade etmiştir. F açısının da katlamadan önceki açı ölçüsünün 120° olduğunu, içeri doğru katladıktan sonra oluşan 2. şekilde yerini alan F açısının iç kısmındaki açı ölçüsünün 120° olduğunu ve diğer kısma kalan açıyı $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ olarak bulmuştur. Tülay iki şekil oluşturmuştur: Paralelkenar ve altıgen. Paralelkenar olduğu için A ve E açısının paralelkenar içindeki açı değerinin 60° olduğunu,

dolayısıyla $120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ işleminden A ve E açılarının altıgen içindeki açı ölçülerini 60° olarak hesaplamışlardır.



Şekil 110. Tülay'ın ZGA 3 soru 2 için çözümü

Efe bu şekli katlandıktan sonra bir üçgen ve bir beşgen oluşturmuştur. Katlandıktan sonra katlama yerlerinden kesileceği belirtilince çizimini değiştirmiştir.



Şekil 111. Efe'nin yanlış katlamasının sonucu oluşturduğu şekiller

Efe ile yapılan konuşma şu şekilde olmuştur:

Efe: Burada oluşan dörtgen kare gibi olmuştur. O yüzden iç açıları 90° gibi geldi ama kare de olmaz bu şekilden şimdi.

Araştırmacı: Ne düşündün peki?

Efe: En iyisi önce altıgenden başlayayım. Altıgen iç açıları toplamı 720° ve buradan her bir iç açı 120° olur. Yani F açısı 120° 'dir. Ve kesilince karşısındaki açı da 120° olur.

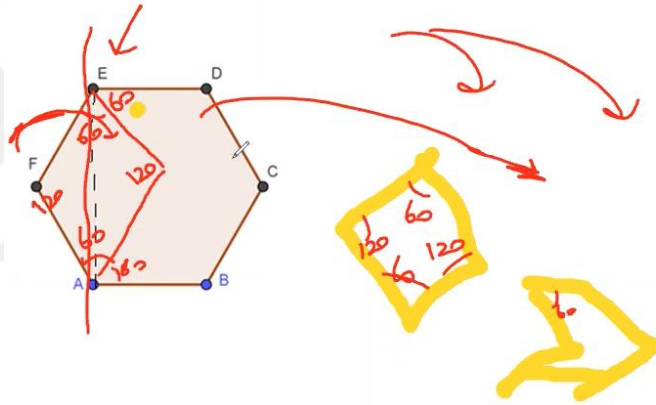
Araştırmacı: Tamam, devam edebilirsin.

Efe: E ve A açılarının 1. şekilde kalan açıları 60° 'dir.

Araştırmacı: Nereden buldun bu açığı?

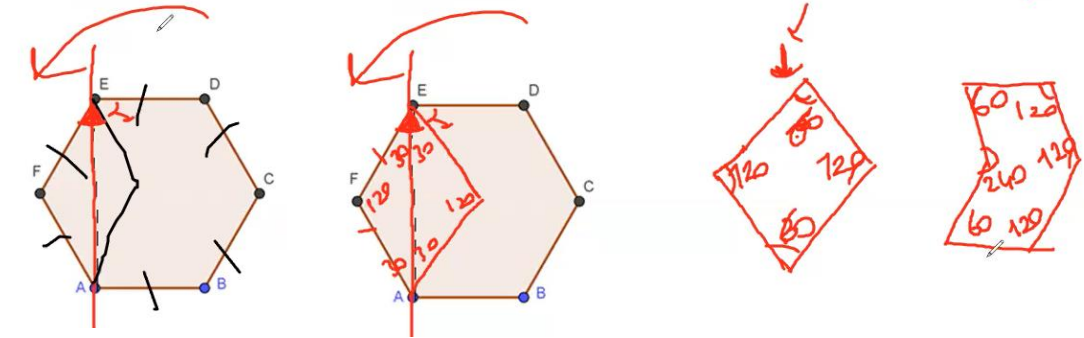
Efe: Düzgün altıgenden elde ettik bu şekli yani tüm kenarları eşit uzunluktadır. Dolayısıyla 4 açının toplamı 360° , iki açısı 120° ise diğerleri 60° 'yi eşit olarak paylaşır.

Efe çözümünün devamında yanda oluşturduğu altıgendeki D, B, C açı ölçülerinin altıgenin bir açısına ait olduğu için 120° olması gerektiğini ifade etmiştir. Yine bu altıgen içindeki F açısının yeni oluşan şekildeki değerini şekil üzerinde $360^\circ - 120^\circ$ işleminden 240° olarak göstermiştir.



Şekil 112. Efe' nin ZGA 3 soru 2 için çözümü

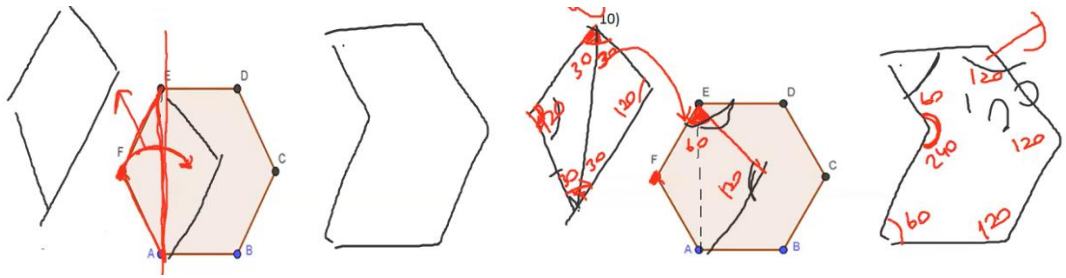
Ela katlanan şeklin kesildikten sonra bir eşkenar dörtgen ve altıgen oluşturacağını söylemiştir. Düzgün altıgenin bir iç açısı 120° olduğundan, B, C ve D açılarının da ölçülerinin 120° olduğunu ifade etmiştir. F açısının değeri 120° olduğu için açılan şekil için de F' nin karşı açısının ölçüsünün 120° olacağını belirtmiştir. Soru üzerinde düzgün altıgenin kenar uzunluklarının eşit uzunlukta olduğunu, katlama yapılan AE çizgisinin sağ ve sol bölümü üzerinde ikizkenar üçgenler oluştuğunu, buradan E açısının üçgen içinde kalan açıların 30° , iki tane eş ikizkenar üçgen olduğu için E ve A açılarının eşkenar dörtgen içinde olan açıların 60° olduğunu ifade etmiştir. Buradan altıgen içinde kalan E ve A açıların ölçülerini 120° 'den çıkararak yine 60° olarak göstermiştir. F açısının altıgen içinde kalan açı ölçüsü için 360° 'ye tamamlama yoluna giderek 240° olarak göstermiştir.



İkizkenar üçgen gösterimi

Şekil 113. Ela' nın ZGA 3 soru 2 için çözümü

Zuhal katlama yapıldıktan sonra oluşan şekilleri doğru çizerek, oluşturduğu dörtgende iki tane ikizkenar üçgenin bitişik olduğunu belirtmiştir. Düzgün altıgenin bir iç açısı 120° olduğu için F açısının ölçüsünün de 120° ve yine katlama yapıldıktan sonra F'nin karşı açısının da 120° olduğunu belirtmiştir. Dörtgen içinde oluşan ikizkenar üçgenlerin E ve A açılarının ölçülerinin 30° 'ar dereceden 60° olması gerektiğini söylemiştir. Dolayısıyla E ve A açılarının katlama sonrası oluşturduğu altıgen içindeki açı ölçülerini de yine 60° olarak göstermiştir. D, C, B açıları katlama yapılmadan önce de düzgün altıgen için de olduğu için ölçülerinin 120° olacağını ifade etmiştir. Yine altıgenin içinde olan F açısı için 360° ye tamamlama yoluna giderek 240° 'ye ulaşmıştır.



Şekil 114. Zuhal' in ZGA 3 soru 2 için çözümü

İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde öğrencilerin hepsinin düzgün altıgen ve açıları arasında bir ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Düzgün altıgenin iç açılarının eşitliğini kullanarak, katlama sonrası yeni oluşan altıgenin içindeki üç açının değerinin de aynı olacağını vurgulamışlardır. BŞİ bağlamında Tülay, Efe ve Ela'nın eşkenar dörtgen ve altıgen

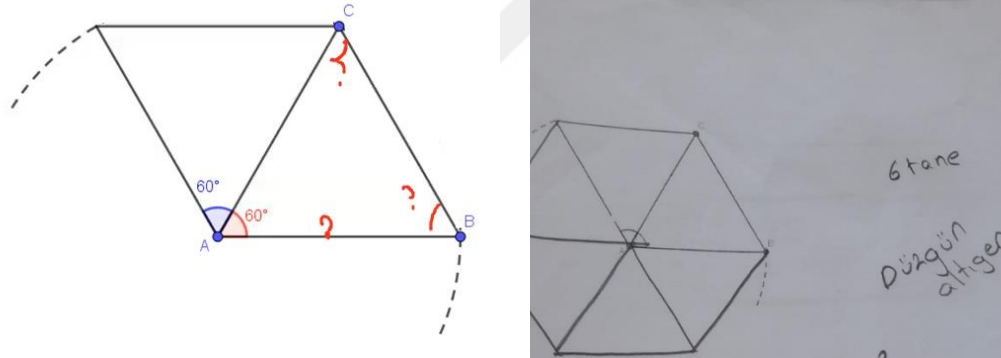
arasında, Ela ve Zuhal' in ikizkenar üçgen ve altıgen arası bir ilişkilendirmeye gittikleri görülmüştür.

Değişmezleri araştırma EKK sürecinde tüm öğrenciler katlama sonrası açı ölçülerinin değişmediğini belirtmişlerdir.

Soru 3'e Ait Bulgular:

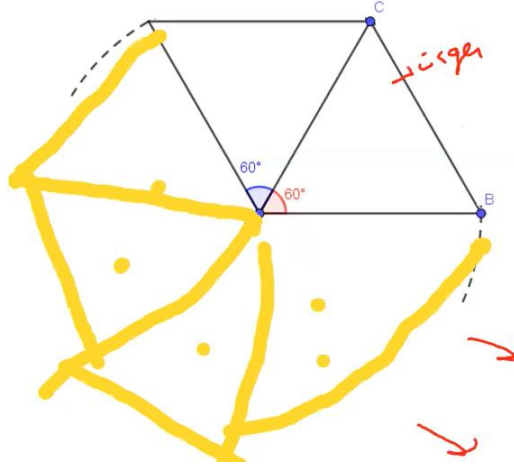
Bu problemde eşkenar üçgenlerin biraraya getirilerek oluşturduğu geometrik şeklin özellikleri sorulmuştur.

Tülay soruda verilen 1. madde için 6 tane üçgen oluşacağını hemen söylemiştir. Bunun sebebini A merkez açısını zihninde 360° ye tamamladığını dolayısıyla 6 üçgen elde ettiğini belirtmiştir. Bu üçgenleri birleştirerek düzgün altıgen elde ettiğini söylemiştir. Bu durumun nedeni olarak birleşen 60° lik açılarının 120° lik açı oluşturacağını 120° lik açı ölçüsüne sahip olan çokgenin de altıgenden başka olmayacağını ifade etmiştir.



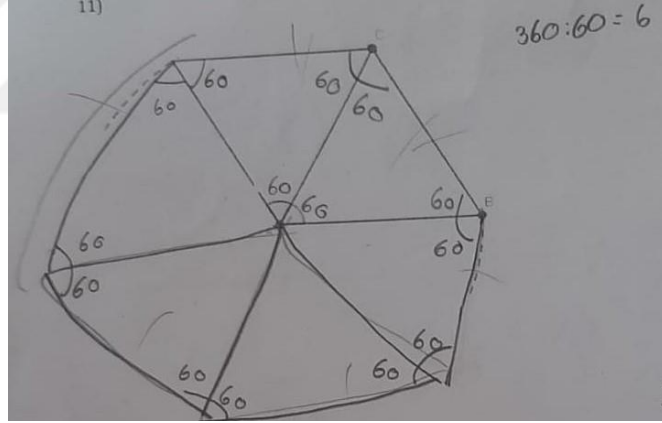
Şekil 115. Tülay' ın ZGA 3 soru 3 için çözümü

Efe 60° nin, 360° nin altıda biri olduğunu ifade etmiştir. A açısını 360° ye tamamlamak için bu eş üçgenlerden 6 tane olması gerektiğini söylemiştir. Dolayısıyla bütün şeklin de bir düzgün altıgen olması gerektiğini belirtmiştir.



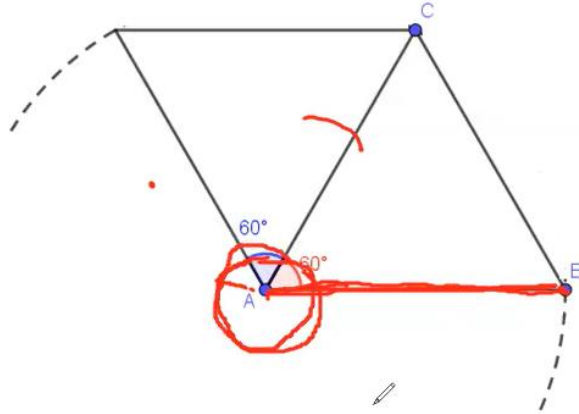
Şekil 116. Efe' nin ZGA 3 soru 3 için çözümü

Ela 360° yi altıya bölerek 60° lik açılar elde ettiğini bunun da eş üçgenlerin bir iç açısı olduğunu söylemiştir. Buradan 6 tane eş üçgen kullanılacağını ifade etmiştir. Bu eş üçgenlerin birleşimiyle de bir düzgün altıgen oluşacağını belirtmiştir.



Şekil 117. Ela' nın ZGA 3 soru 3 için çözümü

Zuhal burada 4 tane daha eş üçgenin eklenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Merkez açığı 360° ye tamamlamak için toplamda 6 adet üçgenin kullanılacağını söylemiştir. Bu eş üçgenlerin birleşimiyle de düzgün altıgen oluşacağını göstermiştir.



Şekil 118. Zuhâl' in ZGA 3 soru 3 için çözümü

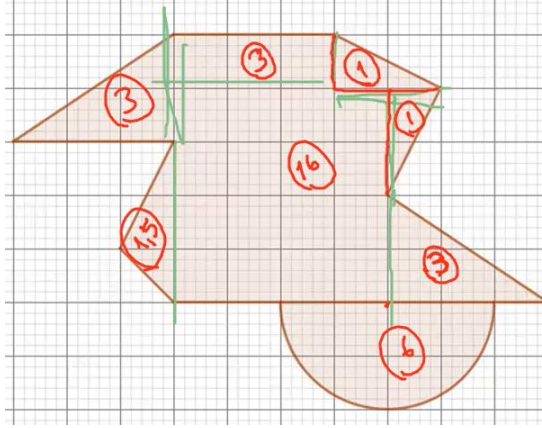
Soru 3 için ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ süreci için tüm öğrenciler üçgen ve düzgün altıgen arasında ilişkilendirme yapmışlardır. ÖMBK sürecinde açılar arasında 6° da bir oran ilişkisi kurarak bir altıgene tamamlama yoluna gitmişlerdir.

Genelleme alışkanlığı TDK bağlamında sadece Tülay, kenar ve açıları eş olan eşkenar üçgenlerin birleşimiyle oluşan 2 açı değerinin bir çokgen içinde 120° lik açı oluşturuyorsa bu çokgenin altıgenden başka olamayacağı genellemesine ulaşmıştır. Diğer öğrenciler bu soru için herhangi bir genellemeye ulaşmamışlardır.

Soru 4'e Ait Bulgular:

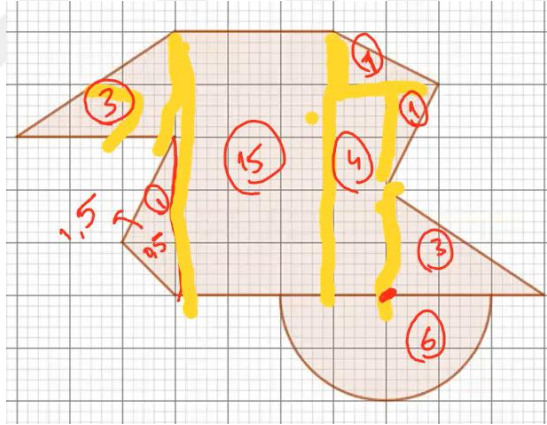
Çoklu şekillerin bir araya getirilerek sorulduğu 4. soru için öğrencilerin verdiği yanıtlar aşağıdaki gibi olmuştur.

Tülay verilen şekli parçalara ayırarak 4' ü dik üçgen olmak üzere 5 üçgen, 1 dikdörtgen, 1 kare elde etmiştir. Üçgenlerin toplam alanını alan formülünden yararlanarak $9,5 br^2$ olarak hesaplamıştır. Dikdörtgenin alanını $3 br^2$ ve karenin alanını $16 br^2$ olarak bulmuştur. Yarım dairenin alanını da dairenin alan formülünden yararlanarak $6 br^2$ bularak toplam alan değeri için $34,5 br^2$ ye ulaşmıştır.



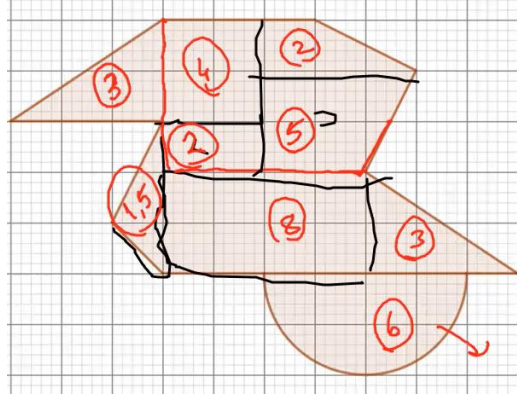
Şekil 119. Tülay'ın ZGA 3 soru 4 için çözümü

Efe verilen şeklin alanını bulmak için şekli parçalara ayırarak 6 dik üçgen, 2 dikdörtgen ve 1 yarım daire elde etmiştir. Dik üçgenlerin alanlarını 0,5, 1, 1, 1, 3, 3 br^2 , dikdörtgenlerin alanlarını 4 ve 15 br^2 , yarım dairenin alanını da 6 br^2 bularak 34,5 br^2 'lik bir alan değerine ulaşmıştır.



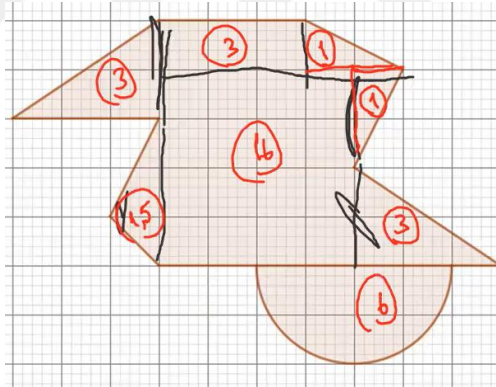
Şekil 120. Efe'nin ZGA 3 soru 4 için çözümü

Ela bütün şekli 2' si dik üçgen olmak üzere 3 üçgen, 1 kare, 2 dikdörtgen, 2 yamuk ve 1 yarım daire şeklinde parçalamıştır. Üçgenlerin toplam alan değerini 7,5 br^2 , yamuk 7 br^2 , dikdörtgen 10 br^2 , kare 4 br^2 ve yarım daire için 6 br^2 'lik bularak toplamda 34,5 br^2 'lik bir sonuca ulaşmıştır.



Şekil 121. Ela' nın ZGA 3 soru 4 için çözümü

Zuhal verilen bütün şekli ilk parçalamasında bir üçgenin taban kenarı tam kareler üzerinde olmadığı için hesaplayamayacağını bu yüzden bu üçgeni 2 dik üçgene benzetecek şekilde parçalamıştır. Buna göre 4' ü dik olmak üzere 5 üçgen, 1 dikdörtgen, 1 kare ve 1 yarım daire elde etmiştir. Üçgenlerin alanını $9,5 \text{ br}^2$, karenin alanını 16 br^2 , dikdörtgenin alanını 3 br^2 ve yarım dairenin alanını 16 br^2 olarak toplamda $34,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır.



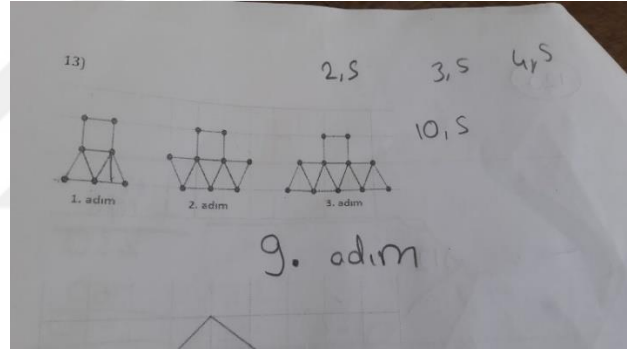
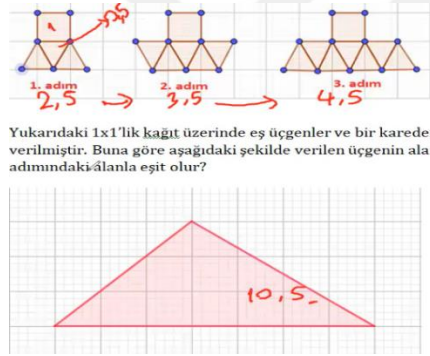
Şekil 122. Zuhal' in ZGA 3 soru 4 için çözümü

Tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecinde üçgenin alanı ve yüksekliğini kullanarak yine bütün-parça şekiller arasında bir ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. BŞİ bağlamında öğrencilerin hepsinin parça şekiller arasında ilişkilendirme kurdukları, yarıçap ve dairenin alanı arasında bir ilişkilendirme sürecine girdikleri görülmüştür.

Soru 5'e Ait Bulgular:

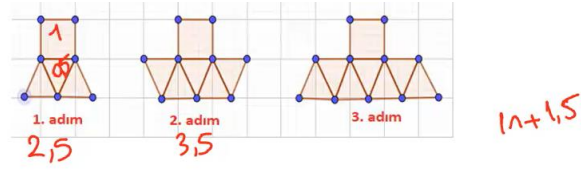
Eş üçgenler ve kareden meydana gelen örüntüdeki alan değerlerinin sorulduğu soruda öğrencilerin yanıtları aşağıdaki gibi yorumlanmıştır.

Tülay soruyu çözmek için alan hesabının örüntüsünü kurmak gerektiğini ifade etmiştir. Verilen şekillerdeki 1., 2. ve 3. adımlardaki alanı bularak kural bulmak istediğini belirtmiştir. 1. adımdaki şekillerin alanından başlayarak 1 üçgenin alanını $0,5 \text{ br}^2$ bularak bu değerden 3 tane almış olup $1,5 \text{ br}^2$ ve 1 karenin alanını 1 br^2 bularak toplam alanı $2,5 \text{ br}^2$ olan alan değerine ulaşmıştır. 2. adım için 1. adıma 2 üçgen (1 br^2) eklenerek alanın $3,5 \text{ br}^2$ yine 3. adım için $4,5 \text{ br}^2$ olan alan değerini hesaplamıştır. Sorunun altında verilen büyük üçgenin alan değerini üçgenin alan formülünü kullanarak $10,5 \text{ br}^2$ olarak elde etmiştir. Tülay hemen devamında 10. adımda bu alan değerine ulaşabileceğini ifade etmiştir. Bunun sebebi sorulduğunda her bir adımda adım sayısı ile alan arasında $1,5 \text{ br}^2$ lik bir fazlalık olduğunu belirterek 9. adımda da $10,5 \text{ br}^2$ lik bir alana ulaşacağını belirtmiştir.

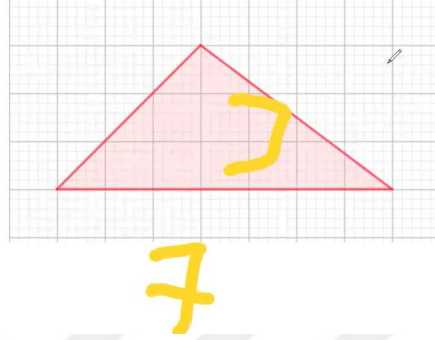


Şekil 123. Tülay' ın ZGA 3 soru 5 için çözümü

Efe 1. adımdaki şeklin alan değerini bularak başlamıştır işlemlerine. 1 karenin alanını 1 br^2 , 1 üçgenin alanını $0,5 \text{ br}^2$ diyerek $2,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır. 2. adımda 5 üçgen ($2,5 \text{ br}^2$) ve 1 kareden (1 br^2) $3,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır. Efe alanlar arasındaki artış miktarının 1 olduğunu ifade etmiştir. Buradan $1n+1,5$ luk kurala sahip bir örüntünün olduğunu ifade etmiştir. Alttaki büyük üçgenin alan değerinin $10,5 \text{ br}^2$ olduğunu söyleyip, n yerine 9 koyulursa bu değere ulaşılacağını vurgulamıştır.

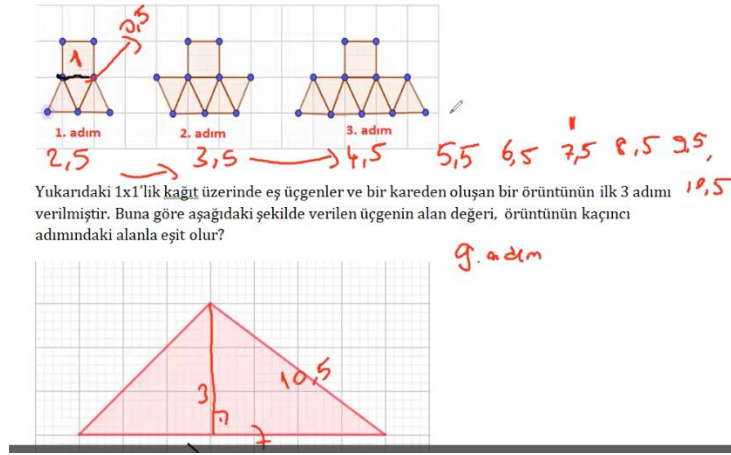


Yukarıdaki 1x1'lik kâğıt üzerinde eş üçgenler ve bir kareden oluşan bir örüntü verilmiştir. Buna göre aşağıdaki şekilde verilen üçgenin alan değeri, örüntü adımındaki alanla eşit olur?



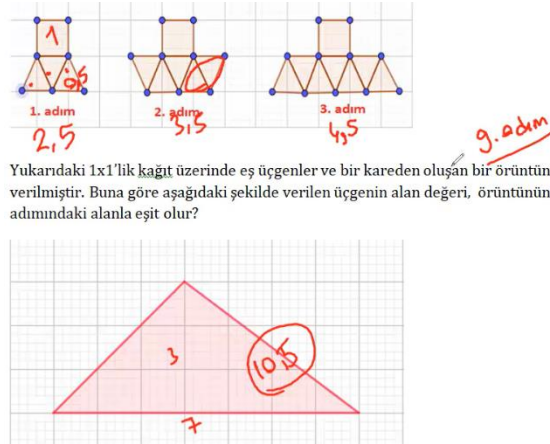
Şekil 124. Efe' nin ZGA 3 soru 5 için çözümü

Ela soruya öncelikle sorunun altında verilen büyük üçgenin alan değerini hesaplayarak başlamıştır. Üçgenin alan formülünden üçgenin yüksekliğini 3 br, taban uzunluğunu 7 br alarak $10,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır. Devamında üst taraftaki adımların alan değerlerini hesaplamaya başlamıştır. 1. adımda 1 kare (1 br^2) ve 3 üçgenin ($1,5 \text{ br}^2$) alan değerini kullanarak $2,5 \text{ br}^2$ lik bir alana ulaşmıştır. 2. adımda 1. adıma 2 üçgenin alanı (1 br^2) eklendiği için $3,5 \text{ br}^2$ lik alana ulaşarak adımlar arasında hep 1 brlik artış olacağını ifade etmiştir. Dolayısıyla her 1 br^2 lik alan artışını $10,5 \text{ br}^2$ lik alan değerine ulaşana kadar tek tek yazarak getirmiş olup 10. adımda istenilen alan değerine ulaşılacağını belirtmiştir.



Şekil 125. Ela' nın ZGA 3 soru 5 için çözümü

Zuhal de soruya büyük üçgenin alan değerini hesaplayarak başlamıştır. Taban uzunluğu ve yüksekliği kullanarak $10,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır. Buradan üstteki adımlara geçerek 1. adımda 1 kare ve 3 üçgenin toplam alanını $2,5 \text{ br}^2$ olarak hesaplamıştır. 2. adımın, 1. adıma 2 üçgen eklenerek elde edildiğini belirtmiştir. Bu yüzden 2. adımda $3,5 \text{ br}^2$ lik bir alan değerine ulaşmıştır. Her bir adım sayısıyla alan değeri arasında 1 br' lik bir fark olduğunu söyleyip 9. adımda $10,5 \text{ br}^2$ lik bir alana ulaşılacağını belirtmiştir.



Şekil 126. Zuhal' in ZGA 3 soru 5 için çözümü

Bu soruya ait bulgular için ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecinde Tülay ve Efe'nin alan ve örüntü kuralını ilişkilendirdikleri görülmüştür. BŞİ sürecinde tüm öğrenciler üçgen ve karenin alanı arasında bir ilişkilendirme kurmuşlardır.

Genelleme alışkanlığına ait VSDK bileşeninde sadece Tülay ve Efe, sadece verilen değerler üzerinden bu alana ait alandaki değişime bağlı örüntü kuralını oluşturmaya genelleyebilmişlerdir.

Tablo 18

ZGA 3 oturumundaki alışkanlık durumları

Alışkanlık	Alışkanlık Bileşenleri	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5
İlişkilendirme	TŞPAİ	Düzgün beşgen ve temel elemanları arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Kare ve açıları arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Düzgün altıgen ve açıları arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)		Üçgenin alanını ve yüksekliğini ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Bütün ve parça şekil arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Alan ve örüntü kuralını ilişkilendirme(T, Ef)
	BŞİ	Kare ve beşgen arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Eşkenar dörtgen ve altıgen arasında ilişkilendirme(T, Ef, E) Eşkenar üçgen ve altıgen arası ilişkilendirme(E, Z)	Üçgen ve düzgün altıgen arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Parça şekiller arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Yarıçap ve dairenin alanını ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Üçgen ve karenin alanını ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)
	ÖMBK			Açıları arası oran ilişkisi kurma(T, Ef, Z, E)		
	TDK			Oluşan şeklin düzgün altıgen olduğunu genelleme(T)		
Genelleme	VSDK					Sadece verilen değerler üzerinden alandaki değişime

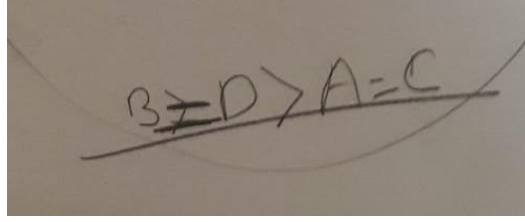
			bağlı örüntü kuralı oluşturma(T, Ef)
Değişmezleri Araştırma	EKK	Katlama sonrası açı ölçülerinin değişmediğini gözlemele(T,Ef,Z,E)	
		Yeni oluşan açı ölçülerini belirleme(T,Ef,Z,E)	
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	KÖPA	Düzgün beşgenlerin bir araya gelerek kare oluşturmaları (T,Ef,Z,E)	

4.2.5. ZGA 4'e Ait Bulgular

Soru 1'e Ait Bulgular:

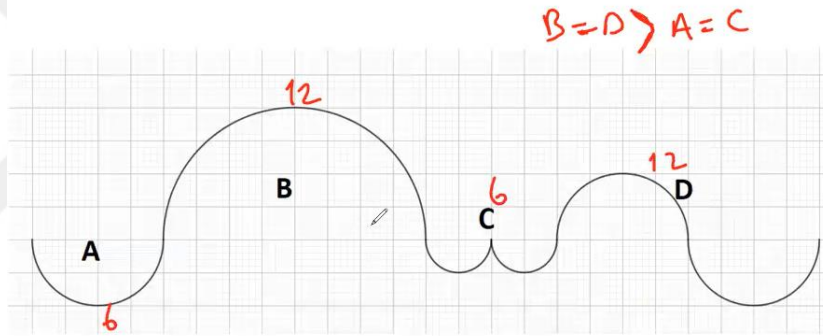
Yarım çember şeklindeki yolların verildiği soruda öğrencilerden bu yolların uzunluklarını kıyaslaması istenmiştir.

Tülay burada A yolunun çapının B'nin yarısı, yine C yolunun çapı D'nin yarısı, B ile D ve A ile C yollarının çaplarının eşit olmasından kaynaklı bu yolların kendi içinde eşit uzunlukta olduğunu söylemiştir. Bunun sonucu olarak yollar arasında doğru bir sıralama yapabilmektedir. Verilen yolların uzunluklarını bulmak için çember çevresi formülünü kullanmıştır. C ve D yollarındaki 2 yol birleştirilirse her bir yol için birer tane tam çember oluşacağını belirtmiştir. Çember çevresi formülünden A ve C yolunun uzunluğunu 6 br, B ve D yolunun uzunluğunu 12 br olarak hesaplamıştır.



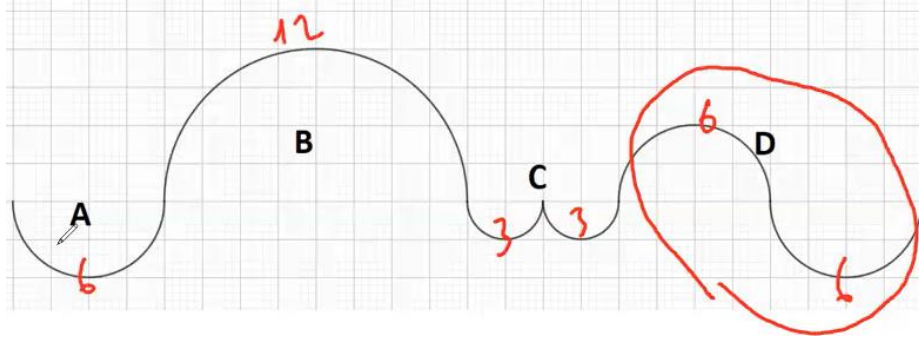
Şekil 127. Tülay' ın ZGA 4 soru 1 için sıralaması

Efe A'nın ve C'nin çapı eşit ve 4 br yine B'nin ve D'nin çapı eşit ve 8 br olduğunu söyleyip buna bağlı sıralamanın $B=D > A=C$ şeklinde olacağını belirtmiştir. C ve D yolunu şekil olarak tamamlarsa tam bir çember oluşacağını belirtmiştir. Çember çevresi formülünden D yolunun uzunluğunu 12 br, C yolunun uzunluğunu 6 br bulmuştur. A ve B yollarının yarım bir çember olduğunu ve uzunluklarının sırasıyla 6 br ve 12 br olduğunu ifade etmiştir.



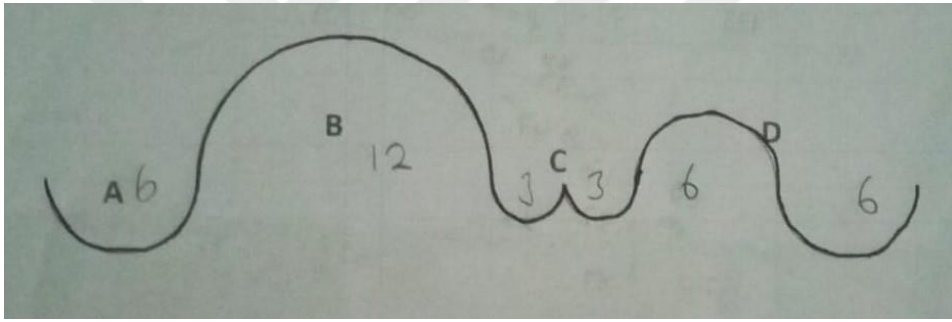
Şekil 128. Efe' nin ZGA 4 soru 1 için çözümü

Ela A' nın çapı 4 br, C' nin çapı da 4 br yine B'nin çapı 8 br, D'nin de çapının 8 br olduğunu ifade ederek $A=C < B=D$ şeklinde sıralama yapmıştır. Yol uzunluklarını bulmak için çember çevresi formülünü kullanarak A ve C yollarının uzunluğunu 6 br, B ve D yollarının uzunluğunu 12 br olarak bulmuştur. Buradan da sıralamanın aynı olduğunu ifade etmiştir.



Şekil 129. Ela' nın ZGA 4 soru 1 için çözümü

Zuhal sadece çember çevresi formülünü kullanarak bir sıralama yapacağını belirtip A ve C yolunun uzunluğunu 6 br, B ve D yolunun uzunluğunu 12 br olarak bulmuştur. Buradan da diğer öğrenciler gibi $A=C < B=D$ sıralamasını yapmıştır.



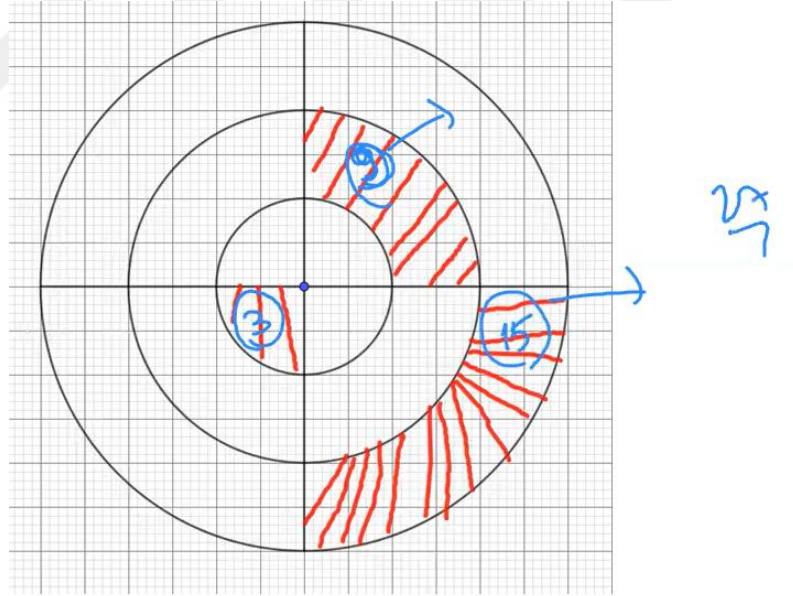
Şekil 130. Zuhal' in ZGA 4 soru 1 için çözümü

Soru 1' e ait bulgularda öğrencilerin hepsi TŞPAİ sürecinde çember çevresi için yarıçapla bir ilişkilendirmeye gitmişlerdir, yine BŞİ sürecinde Tülay, Efe ve Ela şekillerin birbirleri arasında olan yarıçapları arasında ilişkilendirme yapmışlardır. Genelleme alışkanlığı bileşeni olan TDK bağlamında öğrencilerden Tülay, Efe ve Ela aynı çap uzunluğuna sahip olan yolların eşit olacağı genellemesine vararak bir işlem yapmamışlardır. Yine TDK sürecinde Tülay ve Efe'nin eşit çap uzunluğuna sahip yarım çemberlerden tam çember oluşum genellemesine vardıkları söylediklerinden anlaşılmıştır. Zuhal'in bu soru için herhangi bir genellemeye varamadığı ortaya çıkmıştır.

Soru 2'ye Ait Bulgular:

Tülay buradaki daire dilimlerinin alanlarını tek tek hesaplamak istemediğini belirterek 3 dilimi bir araya getirince zihninde bir çeyrek daire dilimin oluştuğunu söylemiştir. Bütün dairenin alanını alan formülünden 108 br^2 bularak dörde böldüğünde çeyrek daire diliminin alanının 27 br^2 olacağını belirtmiştir.

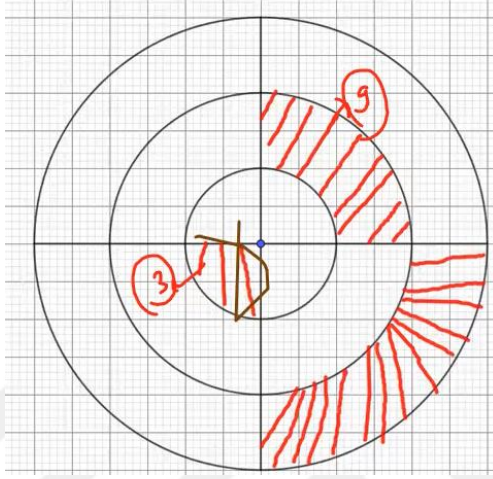
Efe bu soruda tek tek daire dilimlerinin alanlarını hesaplamıştır. Taralı alana ait en küçük dairenin alanını 12 br^2 olarak bulmuştur ancak burada çeyrek bir dilim olduğu için 3 br^2 lik bir taralı alan olduğunu belirtmiştir. Yine diğer taralı dilimin ait olduğu dairenin alanını 48 br^2 olarak hesaplamıştır fakat bu alandan küçük dilime ait toplam alan değerini çıkarmak gerektiğini söylemiştir. Bu sebeple $48 - 12 = 36 \text{ br}^2$ diyerek bu değeri dörde bölünce 9 br^2 olarak ikinci büyüklükteki taralı alanı hesaplamıştır. Yine aynı mantıkla en büyük dairenin alanından (108 br^2) orta büyüklükteki (48 br^2) dairenin alanını çıkararak 60 br^2 bulmuştur, bu değeri de dörde bölünce 15 br^2 olarak en büyük daire diliminin alanını hesaplamıştır.



Şekil 131. Efe' nin ZGA 4 soru 2 için çözümü

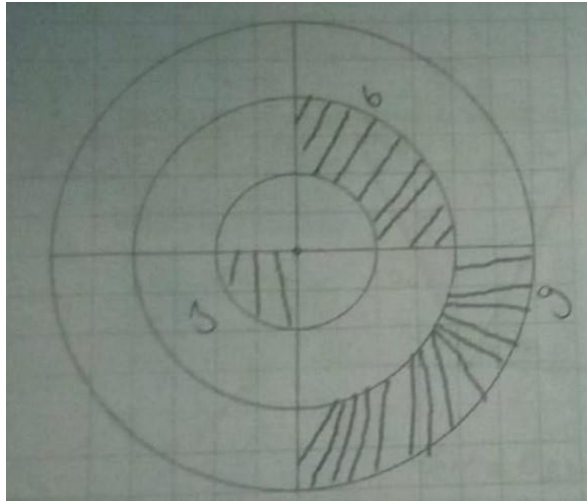
Ela daire dilimlerinin alanı için tek tek hesaplama yöntemine gitmiştir. En küçük dairenin yarıçapı 2 br uzunlukta, buradan alanı 12 br^2 bulmuştur. Çeyrek dilim olduğu için bu alanın 3 br^2 olacağını ifade etmiştir. İkinci büyüklükteki dairenin yarıçapı 4 br uzunlukta

olduğu için alanının 48 br^2 olacağını buradan da yine çeyrek dilimin alanının 12 br^2 olacağını söylemiştir. $12-3=9 \text{ br}^2$ diyerek orta büyüklükteki taralı bölgenin alanına ulaşmıştır. En büyük daire alanının çeyreğini 27 br^2 alarak, $27-12$ işleminden 15 br^2 olan en büyük taralı bölgenin alanını bulmuştur. En son bu alanları toplayarak 27 br^2 cevabına ulaşmıştır.



Şekil 132. Ela' nın ZGA 4 soru 2 için çözümü

Zuhal de taralı bölgelerin alanlarını tek tek bulmak istediğini belirtip çeyrek daire alanlarından taralı bölgelerin alanlarını bulmaya başlamıştır. Sadece orta büyüklükteki taralı bölge için işlem hatası yaparak yaptığı işleme dair çözümleri aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 133. Zuhal' in ZGA 4 soru 2 için çözümü

İlişkilendirme alışkanlığına ait bulgularda TŞPAİ’ de tüm öğrencilerin yarıçap-dairenin alanını ve taralı alanları birbirleriyle ilişkilendirdikleri görülmüştür. Değişmezleri araştırma alışkanlığına ait DD bağlamında öğrencilerden sadece Tülay, “*Eğer bu taralı alanları birleştirirsem alanı hesaplamam daha kolay olur*” diyerek şekilleri kaydırarak bir çeyrek daire dilimi oluşturmuştur. Diğer öğrenciler teker teker daire dilimlerinin alanından faydalanarak taralı bölgelerin alanlarını hesaplamışlardır.

Soru 3’e Ait Bulgular:

Daire dilimlerinin alanlarının oranlatıldığı 3. soruda Tülay pencereler açılıp kapanınca pencerenin kısa kenarının bir yarıçap oluşturacağını söylemiştir. Hangi şeklin oluştuğu sorulmuştur. Önce yarım daire oluşacağını sonra daire dilimine çevirmiştir cevabını. Bütün oluşacak daire dilimlerinin alanları için her bir pencereye ait yarıçap uzunluklarının karesini alıp, 3 ile çarpıp bulduğu değeri merkez açı 360° ile oranlayacağını belirtmiştir. Devamında ise Tülay dediği işlemleri yapmadan oluşturduğu daire dilimlerinin açılarını 360° ile oranlayarak sonuca ulaşmıştır. İşlemleri sonrası 1. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 2. pencereninkine oranını $3/4$, yine 2. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 3. pencereninkine oranını $2/3$ olarak hesaplamıştır.

Efe pencerelerin oluşturacağı yarıçapların eşit olduğunu söylemiştir. Pencerelerin açma kapama hareketi yaptıktan sonra oluşturacağı daire dilimlerinin alanlarının oranı için açıları incelemiştir. Örneğin 1. pencerede oluşan daire dilimi açısının 90° , 2. pencerede 120° ve 3. pencerede 180° ’ lik açıya sahip dilimler oluşacağını belirtmiştir. Açılarının 360° ’ye oranlarını sırasıyla $1/4$, $1/3$ ve $1/2$ olarak belirleyip en son bu bulduklarını istenilen madde için oranladığında 1. maddeyi $3/4$ ve 2. maddeyi $2/3$ olarak bulmuştur.

107

Birbirleriyle sohbet eden aynı sokakta yaşayan 3 komşu Ayşe, Selma, Pelin teyzeler pencereden pencereye konuşurlarken birbirlerine hayallerinden bahsetmişlerdir. Ayşe Teyze evinin penceresini yeşillik olan bir bahçeye, Selma teyze gemiler ve günbatımı olan bir manzaraya, Pelin Teyze ise mutfağındaki masasından bakılabilecek bir pencere hayali kurmuştur. Bu üç teyzenin enleri eşit olan pencerelerinin kanatlarını açabilecekleri maksimum açılar sırasıyla şekilde verilmiştir. Bu pencere kanatları maksimum açıldığında:

- i) 1. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 2. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz.
ii) 2. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 3. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz.



Şekil 134. Efe' nin ZGA 4 soru 3 için çözümü

Ela pencereler açılınca ilk olarak üçgen oluşacağını ama kapı kollarının birleşmeyeceğini belirterek daire dilimi oluşacağını söylemiştir. 1. pencerede $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ lik çeyrek daire dilimi, 2. pencerede $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ lik dilim, 3. pencerede $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ lik dilim oluşacağını söylemiştir. Yarıçaplarına x deyip, $3x^2$ olarak bir bütün dairenin alanını düşünmüştür. Daha sonra x li ifade için işlem yapmakta zorlanacağını belirtip alan değerini hepsi için 50 almak istediğini sonrasında oranlamak istediğini belirtmiştir. Bu yüzden her bir pencere için daire dilimlerinin alanını sırasıyla $50/4$, $50/3$ ve $50/2$ bularak her bir madde için oranlamıştır. Bunun neticesinde 1. maddenin cevabını $3/4$ ve 2. maddenin cevabını $2/3$ olarak hesaplamıştır.

16)

Birbirleriyle sohbet eden aynı sokakta yaşayan 3 komşu Ayşe, Selma, Pelin teyzeler pencereden pencereye konuşurlarken birbirlerine hayallerinden bahsetmişlerdir. Ayşe Teyze evinin penceresini yeşillik olan bir bahçeye, Selma teyze gemiler ve günbatımı olan bir manzaraya, Pelin Teyze ise mutfağındaki masasından bakılabilecek bir pencere hayali kurmuştur. Bu üç teyzenin enleri eşit olan pencerelerinin kanatlarını açabilecekleri maksimum açılar sırasıyla şekilde verilmiştir. Bu pencere kanatları maksimum açıldığında:

i) 1. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 2. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz.
 ii) 2. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 3. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz.

Handwritten notes: 50 , 3×2 , $1 \rightarrow \frac{1}{4}$, $50 \rightarrow \frac{1}{4}$, $\frac{50}{4}$, $\frac{50}{3}$, $\frac{50}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$.

Şekil 135. Ela' nın ZGA 4 soru 2 için çözümü

Zuhal bu soru için herhangi bir işlem yapmadan sadece açılar için oranlama yapmak istediğini belirtmiştir. Her bir pencereye ait toplam daire dilimlerinin açı ölçülerini 360° ile oranlayarak $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{2}$ bularak bu değerleri istenen maddeler için oranlamıştır. O da diğer öğrenciler gibi istenen maddelerin cevabını $\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{3}$ olarak hesaplamıştır.

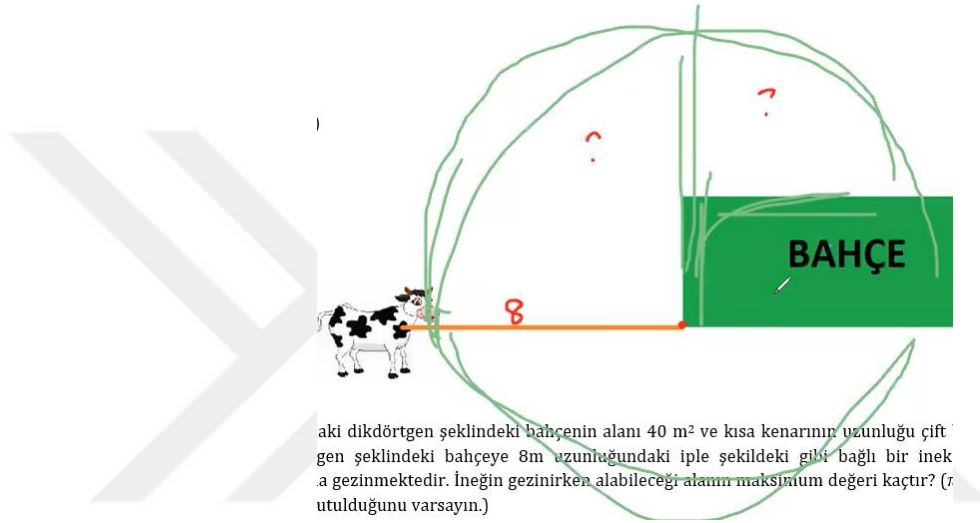
Öğrencilerin hepsi bu soruda pencere kanatlarını zihninde oynatarak pencere kenarı ve yarıçap arasında TŞPAİ sürecine ait bir gösterge sunmuşlardır. Yine aynı bağlamda yarıçap ve daire dilimlerinin alanı hakkında bir ilişkilendirme yapmışlardır. İlişkilendirme alışkanlığına ait ÖMBK sürecinde pencere kanatlarına ait daire dilimlerinin açılarını merkez açıyla oranlayarak aynı oranın daire dilimlerinin oranında da oluşacağını belirtip çözümlerini yapmışlardır.

Değişmezleri araştırma DD sürecinde tüm öğrenciler pencere kenarlarını oynatarak daire dilimlerinde toplam kaçar derecelik açılar olduğunu her bir pencere için ayrı ayrı belirtmişlerdir.

Soru 4'e Ait Bulgular:

Dikdörtgen şeklindeki bir bahçe etrafında dolanan ineğin alabileceği en fazla maksimum alanın sorulduğu soruya dair öğrencilerin yanıtları aşağıda verilmiştir.

Tülay alanı 40 br^2 ve kısa kenar uzunluğu çift olan kenar çiftlerini ayarlamaya çalışmıştır. Böyle çiftleri 2 br-20 br ve 4 br-10 br şeklinde bulmuştur. İneği bahçenin etrafında dolandırarak taranan alanı çizmeye çalışmıştır. Önce kısa kenarı 4 br almak gerektiğini söyleyerek çizimine başlamıştır.



Şekil 136. Tülay'ın ZGA 4 soru 4 için ilk çizimi

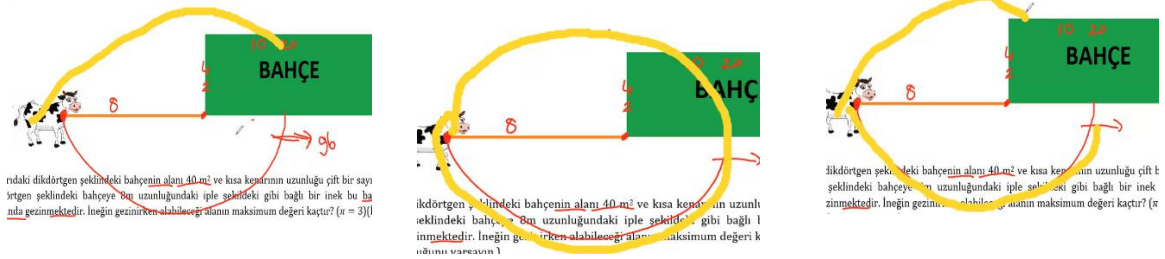
Tülay elde ettiği çizimde üstte 2 çeyrek ve alt tarafta 1 yarım daire oluşturmuştur. Bu sefer kısa kenar uzunluğunu 2 br alacağını belirtmiştir. Bunun sebebini sağ üstte oluşan çeyrek dairenin yarıçapı 6 br olunca daha büyük alan değerine ulaşması olarak belirtmesidir. Kısa kenar uzunluğunu 2 br alınca, sağ üstte oluşan çeyrek dairenin yarıçapı 6 br olmuştur. Buradan dairenin alan formülünden sağ üst çeyrek dairenin alanını 27 br^2 olarak hesaplamıştır. Soldaki çeyrek dairenin yarıçapı için ipin dolanacağı uzunluğa eşit olduğunu belirtip yarıçapı 8 br olan dairenin alanını 192 br^2 olarak hesaplamıştır. Aynı yarıçapa sahip alt ve sol üstte toplam 3 çeyrek daire olduğunu belirtip $192:4=48 \text{ br}^2$ işlemini kullanarak 1 çeyrek dairenin alanını hesaplamıştır. Bu sayıyı 3 ile çarparak 144 br^2 olarak alanı hesaplamıştır. Toplam alan için tüm alan değerlerini topladığında 171 br^2 olarak ineğin maksimum gezinebileceği alanı bulmuştur.



Şekil 137. Tülay'ın ZGA 4 soru 4 için çözümü

Efe bu soru için kısa kenarın çift olmasından sebebi kenar çiftlerinin 4 br-10 br ve 2 br-20 br olması gerektiğini belirtmiştir. Diğer kenar çiftlerinde kısa kenarların tek olacağını vurgulamıştır. Devamında ineğin gezinme alanlarını çizmeye çalışmıştır. Bahçenin alt tarafında ineğin gezinme alanını doğru bulurken, bahçenin üst tarafında ineğin gezinme alanı için zorlanmıştır.

171

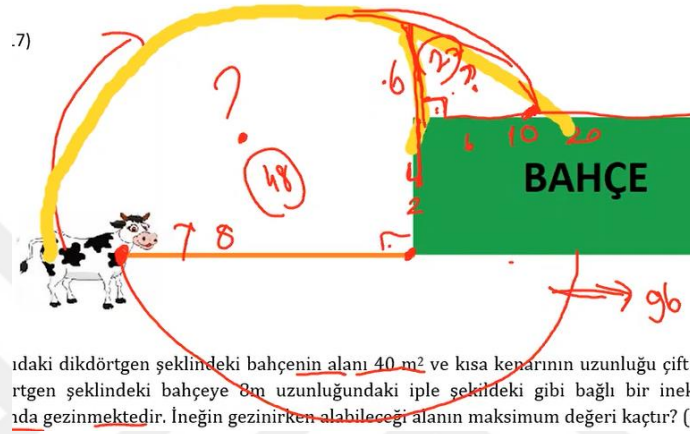


Şekil 138. Efe'nin ZGA 4 soru 4 için yanlış çizim denemeleri

Efe çizimini doğru yaptıktan sonra üstte 2 çeyrek daire, altta bir yarım daire oluştuğunu söylemiştir. Altta yarım dairenin alanını formülünden 96 br^2 olarak bulmuştur. Sol üstteki çeyrek dairenin alanını $192:4=48 \text{ br}^2$ olarak hesaplamıştır. Sağ üst tarafta oluşacak çeyrek dairenin yarıçapı dikdörtgenin kısa kenarına bağlı değişmektedir. Kısa kenarı 2 br alırsa yarıçap 6 br, kısa kenarı 4 br alırsa yarıçapın 4 br olduğunu söyleyip alanın fazla çıkması için kısa kenarın 2 br olması gerektiğini ifade etmiştir. Bu durumda sağ üstteki çeyrek dairenin

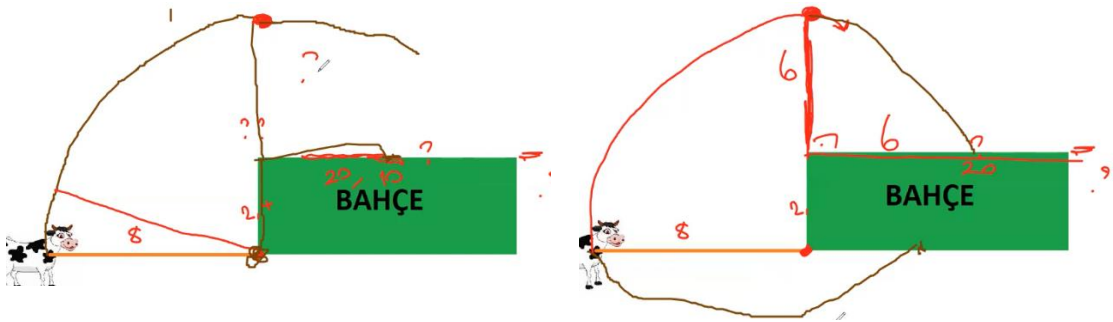
alanının $108:4=27 \text{ br}^2$ şeklinde bulunabileceğini söylemiştir. İneğin maksimum gezinme alanı için tüm alanları topladığında 171 br^2 olarak cevaba ulaşmıştır.

R	POSTALAR	GÖZDEN GEÇİR	GÖRÜNÜM										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



Şekil 139. Efe' nin ZGA 4 soru 4 için çözümü

Ela kısa kenarın çift olduğunu belirterek kenar çiftlerinin diğer öğrenciler gibi 2 br-20 br ve 4 br-10 br olması gerektiğini ifade etmiştir. İneğin gezinme bölgesini bulmak için öncelikle ipi germeden gezinmeler yapmıştır ve bu çizimler sonucu yanlış çizimleri olmuştur. İpi germesi gerektiği hatırlatılmıştır.



Şekil 140. Ela' nın ZGA 4 soru 4 için çözümü

Ela ipi gererek çizince doğru bölgeyi çizebilmiştir. Kısa kenarı 2 br aldığında yarıçapı 6 br olan bir çeyrek daire, kısa kenarı 4 br aldığında yarıçapı 4 br olan bir çeyrek daire

oluşturmuştur. Hangisinde daha büyük alan elde edilebileceği sorulduğunda kısa kenarın 2 br olması gerektiğini söylemiştir. Çizimleri sonrası 2 çeyrek daire, alt tarafı da çizdiğinde bir yarım daire oluşturabilmiştir. Buradan alanları üstteki çeyrek daireler için 27 br^2 ve 48 br^2 , alttaki çeyrek daire için 96 br^2 bularak toplam alanın 171 br^2 olması gerektiğini söylemiştir.

Zuhal kenar çiftlerini 2 br-20 br aldığında sağ üstte oluşan çeyrek dairenin yarıçapının daha büyük uzunlukta olacağını belirtmiştir. Yarıçap uzunluğu 6 br olacağı için sağ üst çeyrek dairenin alanını 27 br^2 , sol üst çeyrek dairenin yarıçapını 48 br^2 ve alttaki yarım dairenin alanını 96 br^2 bularak toplam alanın 171 br^2 olduğunu belirtmiştir.

4. soruya ait bulgulara ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bileşeninde öğrencilerin hepsi yarıçap ve dairelerin alanları arasında bir ilişkilendirme yapmışlardır. BŞİ bağlamında öğrencilerin hepsinin dikdörtgen şeklindeki bahçenin olası kenar çiftlerine bağlı alanı ilişkilendirdikleri ve dairelerin alanları arasında bir ilişkilendirmeye girdikleri görülmüştür.

Değişmezleri araştırma alışkanlığı DD bileşenine ait tüm öğrenciler olası iki kısa kenar uzunluğu ihtimalini düşünerek bu kenar değişimlerinin alan üzerinde nasıl bir değişim yapacağını açıklamışlardır. Örneğin dikdörtgen şeklindeki bahçenin kısa kenarını daha az değerde alırsa, sağ üstte oluşturacakları daire diliminin alanının daha fazla olacağını belirtmişlerdir.

Keşif ve yansıtmayı dengelemeye ait AÖPA sürecinde tüm öğrencilerin ara işlem adımlarını uygulayarak yarıçapa bağlı maksimum alan değerine ulaştıkları görülmüştür.

Tablo 19

ZGA 4 oturumundaki alışkanlık durumları

Alışkanlık	Alışkanlık Bileşenleri	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4
İlişkilendirme	TŞPAİ	Yarıçap ve çember çevresini ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Şekillerin yarıçapları arasında	Yarıçap ve dairenin alanını ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Taralı alanlar arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Pencere kanadının kenarı ve yarıçap arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E) Yarıçap ve daire diliminin alanını ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)	Yarıçap ve dairelerin alanları arasında ilişkilendirme(T, Ef, Z, E)

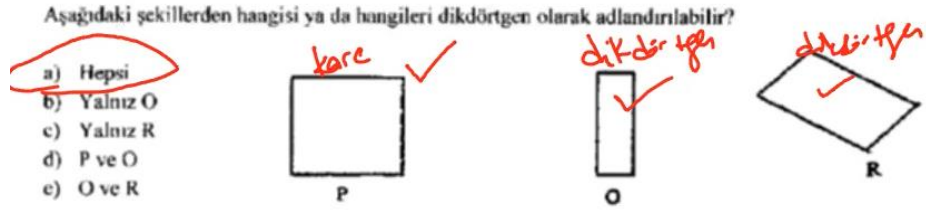
		ilişkilendirme(T,Ef,E)	
	BŞİ		Dikdörtgen kenar uzunluklarına bağlı oluşan daire alanları arasında ilişkilendirme(T,Ef, Z,E)
	ÖMBK		Merkez aç oranlarına bağlı daire dilimleri alanı arasında ilişkilendirme(T,Ef,Z,E)
Genelleme	TDK	Çapa bağlı yol uzunluğu değişimini genelleme(T,E f,E)	Oluşan şeklin düzgün altıgen olduğunu genelleme(T)
Değişmezleri Araştırma	DD	Daire dilimlerini kaydırarak alan oluşumunu gözlemleme(T)	Pencere kanatlarının açılımına bağlı daire diliminin oluşumunu gözlemleme(T, Ef,Z,E)
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	AÖPA		Kenar çiftlerinin değişimine bağlı alanın nasıl değişeceğini hesaplama(T,Ef,Z, E)

4.2.6. ZGA Son Teste Ait Bulgular

Soru 1'e Ait Bulgular:

Dörtgen ilişkilerinin incelendiği 1. soruda Tülay P şeklinin kare, O şeklinin dikdörtgen ve R şeklinin paralelkenar olduğunu belirtmiştir. R'nin neden paralelkenar olduğu sorulmuştur. Karşılıklı kenarlarının paralel, kenarlarının aynı olmadığını açıları da dik değildir demiştir. Bu yüzden sadece O ve P'nin dikdörtgen olduğunu belirtmiştir.

Efe P şekli için kare, O şekli için dikdörtgen, R şekli için emin olamamıştır ilk. R için karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu, bir A4 kağıdı gibi düşünüp o zaman açılarının da 90° olduğunu belirtince bu şeklin dikdörtgen olduğunu ifade etmiştir. Buradan bütün şekillerin dikdörtgen olduğunu belirtmiştir.



Şekil 141. Efe' nin ZGA 5 soru 1 için çözümü

Ela P'nin kare, O'nun dikdörtgen olduğunu söylemiştir. R için paralelkenar da olabilir, dikdörtgen de olabilir diye düşünmüştür başta. Hangi özelliklerine bakabilirsin diye sorulmuştur. Açılarına bakabiliriz diyerek açılarının dik açı olduğunu görünce R şekli için de bir dikdörtgendir demiştir. Hiyerarşik ilişkiyi temel alarak bütün verilen şekillerin dikdörtgen olduğunu söylemiştir.



Şekil 142. Ela' nın ZGA 5 soru 1 için çözümü

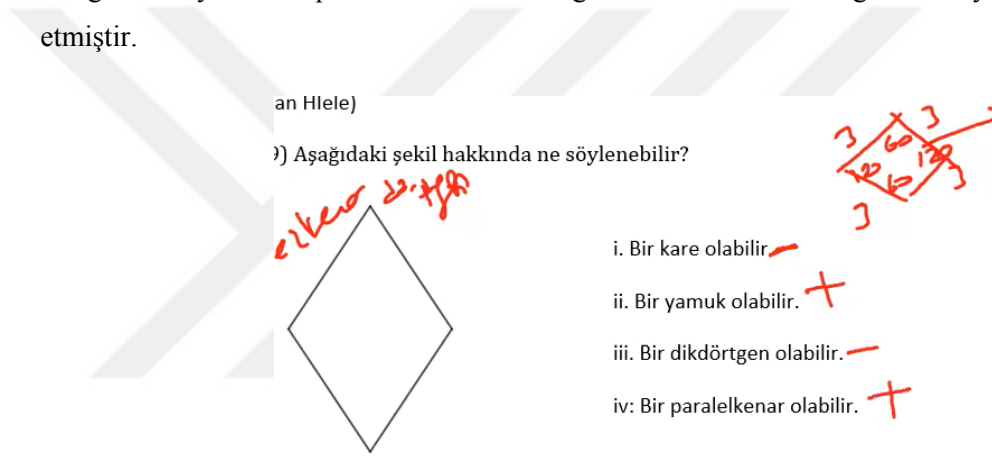
Zuhal P şeklinin kare, O şeklinin dikdörtgen ve R şeklinin paralelkenar olduğunu ifade etmiştir. Ama daha sonra R şekli için açılarının 90° gibi gözüktüğünü söyleyerek R' nin dikdörtgen olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla bütün verilen şekillerin bir dikdörtgen olacağını söylemiştir.

Birinci probleme ilişkin bulgular incelendiğinde 1. soruda ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ bağlamında Ela haricindeki diğer öğrenciler şekillerin adlarını direkt söylerken; Ela şekiller için kenar ve açı özelliklerini açıklayarak şekil adlarına karar vermiştir: "Açıları dik,

kenarları da eşit o halde kare olmalı, açıları dik sadece karşılıklı kenarları eşit o zaman bu dikdörtgen gibi” ifadesini kullanmıştır. BŞİ sürecinde tüm öğrencilerin dörtgenler arasında ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Çözüm sürecinde hiyerarşik sıralama ilişkisine girenlerin Tülay ve Ela olduğu görülmüştür. Ayrıca Efe ve Ela’nın günlük hayattan bir örnekle (A4 kağıdı) dikdörtgen arasında ilişkilendirme yaptığı görülmüştür.

Soru 2’ye Ait Bulgular:

Dörtgen ilişkilerinin incelendiği 2. soruda Tülay verilen şeklin bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir. Dörtgen ilişkilerine ait hiyerarşik bir sıralama yaparak eşkenar dörtgenin bir yamuk ve paralelkenar olabileceğini ama kare ve dikdörtgen olamayacağını ifade etmiştir.



Şekil 143. Tülay’ ın ZGA 5 soru 2 için çözümü

Efe şeklin eşkenar dörtgen olduğunu belirttikten sonra hiyerarşik sıralamayı çizmiştir. Buradan verilen şeklin hem yamuk hem de paralelkenar olabileceğini söylemiştir.

ıakkında ne söylenebilir?



i. Bir kare olabilir.

ii. Bir yamuk olabilir. +

iii. Bir dikdörtgen olabilir.

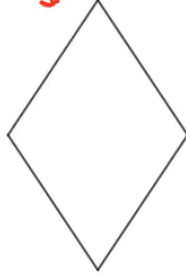
iv: Bir paralelkenar olabilir. +

II ve IV

Şekil 144. Efe' nin ZGA 5 soru 2 için çözümü

Ela da diğer öğrenciler gibi dörtgenler hiyerarşisini oluşturmuştur. Soruda verilen şeklin eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir. Hiyerarşiye göre kare eşkenar dörtgenin altında yani buradan kare olamayacağını aynı şekilde dikdörtgen de olamayacağını ifade etmiştir.

↓ eşkenar dörtgen



i. Bir kare olabilir. —

ii. Bir yamuk olabilir. +

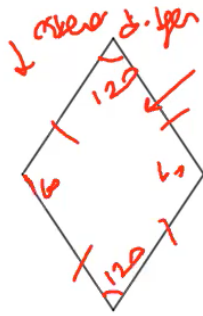
iii. Bir dikdörtgen olabilir. —

iv: Bir paralelkenar olabilir. +

Şekil 145. Ela' nın ZGA 5 soru 2 için çözümü

Zuhal şeklin eşkenar dörtgen olduğunu belirttikten sonra dörtgen ilişkisine bakarak bu dörtgenin sadece paralelkenar ve yamuk olabileceğini belirtmiştir. Örnek olarak şekle açı atfederek hangi dörtgen özelliklerine ait olabileceğini buradan da incelemiştir.

7) Aşağıdaki şekli hakkında ne söyleyebiliriz :



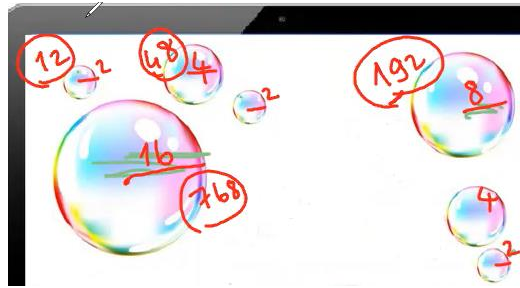
- E.
- i. Bir kare olabilir. —
 - ii. Bir yamuk olabilir. +
 - iii. Bir dikdörtgen olabilir. —
 - iv. Bir paralelkenar olabilir. +

Şekil 146. Zuhâl' in ZGA 5 soru 2 için çözümü

Katılımcılardan Tülay, Efe ve Ela'nın ilişkilendirme alışkanlığına ait BŞİ sürecinde dörtgenler arasında ilişki kurdukları ve tüm katılımcıların özel dörtgenler arası hiyerarşik sıralama ilişkisine girerek çözüme ulaştıkları görülmüştür.

Soru 3'e Ait Bulgular:

Köpüklerin alanına dair sorulan diğer bir soruda Tülay şekil üzerinde verilen daire şeklindeki köpüklerin yarıçap uzunluklarını doğru bir şekilde yerleştirmiştir. Dairenin alan formülünden en küçük köpüğün alanını 12 cm^2 , 2. büyüklükteki köpüğün alanını 48 cm^2 , 3. büyüklükteki köpüğün alanını 192 cm^2 ve en büyük köpüğün alanını 768 cm^2 olarak hesaplamıştır. Daha kısa yoldan yapma şansı olur mu diye sorulmuştur. Tülay her bir dairenin yarıçapı 2 kat şeklinde artmış, alan formülünde yarıçapın karesi yer aldığı için alanları arasındaki ilişkinin 4 kat şeklinde olduğunu belirtmiştir.



Şekil 147. Tülay' ın ZGA 5 soru 3 için köpüklerin yarıçapını belirtmesi

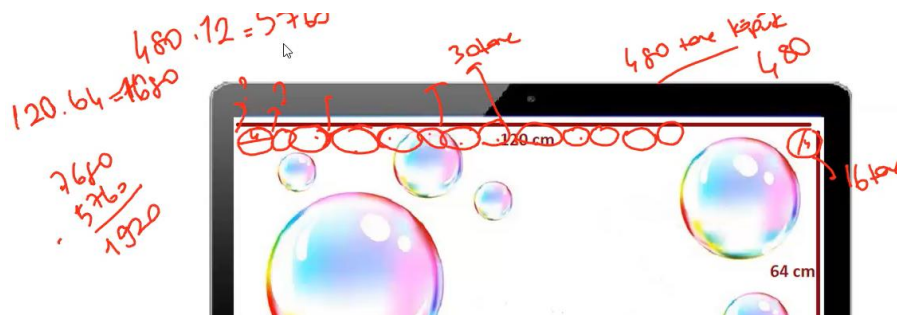
Soruda verilen 3. maddenin çözümü için dikey uzunluğun 64 cm ve en küçük köpüğün çapı 4 cm olduğu için buraya $64:4=16$ tane köpük yerleşeceğini yine yatay uzunluğun 120 cm

olmasından sebebi 120:4=30 tane köpük tablete yerleştirilmiştir. Bu köpüklerden toplam $16 \times 30 = 480$ adet tablete yerleşeceğini belirtmiştir. 480 adet köpüğün alanı her bir köpüğün alanı 12 cm^2 olduğu için 5760 cm^2 çıkmıştır. Tablet alanından (7680) köpüklerin kapladığı alanı çıkararak 1920 cm^2 olarak cevabı bulmuştur.



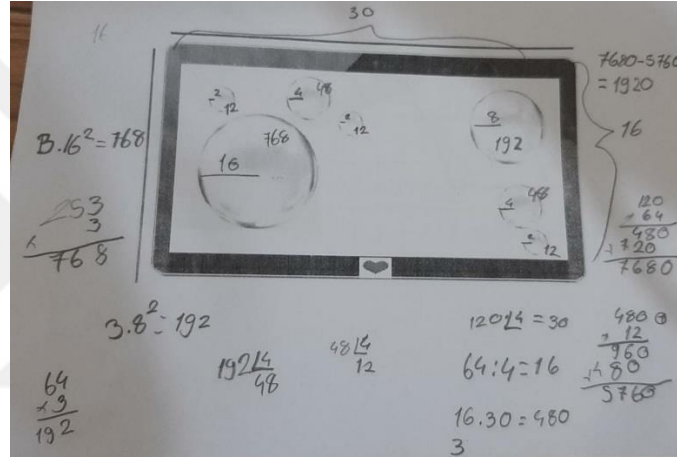
Şekil 148. Tülay' ın ZGA 5 soru 3 için çözümü

Efe köpüklerin yarıçap uzunluklarını doğru belirleyerek soruyu çözmeye başlamıştır. En büyük köpüğün alanını 768 cm^2 , bu alanı ikiye bölerek bir küçük köpüğün alanını bulacağını söylemiştir. Ancak burada ona alanın yarıya nasıl düştüğü sorulmuştur. Efe, küçük köpüklerin alanını karşılaştırarak en küçük köpüğün alanını 12 cm^2 , bir büyük köpüğün alanını 48 cm^2 olarak bulunca alanlar arasında 4 kat ilişki olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla bir sonraki köpüğün alanını 192 cm^2 olarak bulmuştur. Köpükleri yatay ekrana yerleştirdiğinde 16 tane köpüğün yatay ekrana sığıldığını, 30 tane köpüğün dikey ekrana sığıldığını ifade etmiştir. Toplamda da $16 \times 30 = 480$ adet köpüğün tablet üzerine yerleşebileceğini söylemiştir. Köpüklerin 5760 cm^2 'lik alan kapladığını ifade edip, toplam alan 7680 cm^2 'den bu değeri çıkardığında 1920 cm^2 olarak cevaba ulaşmıştır.



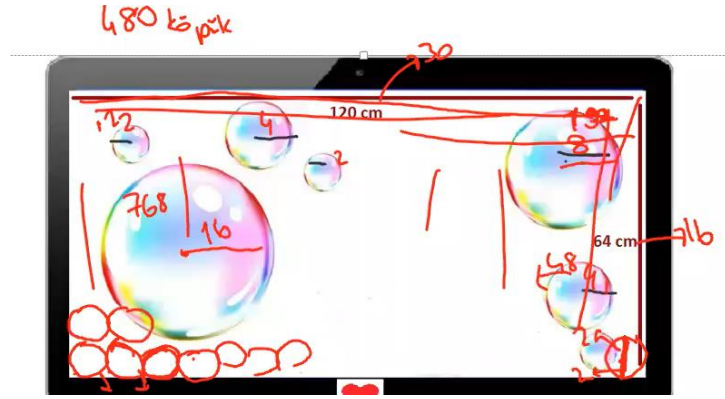
Şekil 149. Efe' nin ZGA 5 soru 3 için çözümü

Ela tablete köpüklerin yarıçaplarını doğru bir şekilde yerleştirebilmiştir. En büyük köpüğün alanını 768 cm^2 bularak bu değeri ikiye böldüğünde bir küçük köpüğün alanını bulabileceğini belirtmiştir. Burada alan değerleri için böyle bir ilerleme yapıp yapılamayacağı sorulunca bir küçük köpüğün alanının 192 cm^2 olarak hesaplamıştır. O zaman alan değerinin çeyreğe düştüğünü belirtmiştir. Diğer alanları da çeyreğe düşürerek 48 cm^2 ve 12 cm^2 olarak köpüklerin alan hesaplamalarını yapmıştır. Tabletın yatay kenarına $120:4=30$ tane, yine dikey kenara $64:4=16$ tane köpük yerleştirerek toplamda 480 adet köpüğün tablet üzerine yerleşebileceğini ifade etmiştir. Köpüklerin toplam alanını hesaplayıp toplam alandan çıkarınca 1920 cm^2 'lik bir değere ulaşmıştır.



Şekil 150. Ela' nın ZGA 5 soru 3 için çözümü

Zuhal köpüklerin yarıçaplarını doğru bir şekilde yerleştirmiştir. En büyük köpüğün alanını 768 cm^2 , diğerlerini sırayla 192 cm^2 , 48 cm^2 ve 12 cm^2 olarak bulmuştur. Alanlar arasında bir kıyaslama yapamamıştır. O yüzden tek tek alanları hesaplamıştır. Soruya ait 3. maddenin cevabı için önce tabletin alanını bulması gerektiğini ifade etmiştir. Buradan tabletin alanını yatay ve dikey kenar uzunluklarını çarparak 7680 cm^2 olarak hesaplamıştır. Kaç tane köpük sığabileceğini bulmak için yatay kenara 30 köpük, dikey kenara 16 köpük sığacağını belirterek toplamda 480 adet küçük köpüğün tablet üzerine yerleşebileceğini söylemiştir. Tabletın alanından köpüklerin alanını çıkarınca 5760 cm^2 cevabına ulaşmıştır.



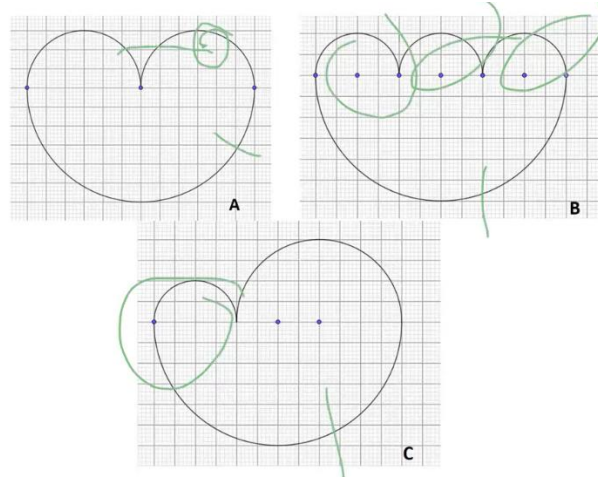
Şekil 151. Zuhâl' in ZGA 5 soru 3 için çözümü

Dairenin alanlarıyla ilgili sorulan 3. soruda öğrenciler köpüklerin yarıçaplarını doğru bir şekilde bulabilmiştir. Tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde yarıçap ile daire alanlarını, BŞİ sürecinde köpüklerin alanı ve dikdörtgenin alanını ilişkilendirmiştir. Aynı alışkanlığa ait ÖMBK sürecinde 3 öğrenci Tülay, Ela ve Efe yarıçap oranları ile köpüklerin alanı arasında bir ilişkilendirme kurmuşlardır. Örneğin; her bir dairenin yarıçapları arasında 2 kat ilişkisi dolayısıyla alanlar arasında 4 katlık bir ilişki olduğunu ifade etmişlerdir. Zuhâl alanlar arasında böyle bir ilişkilendirme sürecine girmeden tek tek tüm köpüklerin alanını hesaplamışlardır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme AÖPA sürecinde en küçük köpüklerin dikdörtgenin kısa ve uzun kenarına kaç tane sığabileceğini bularak tüm öğrenciler boşluk alanın değerini bulmuşlardır.

Soru 4'e Ait Bulgular:

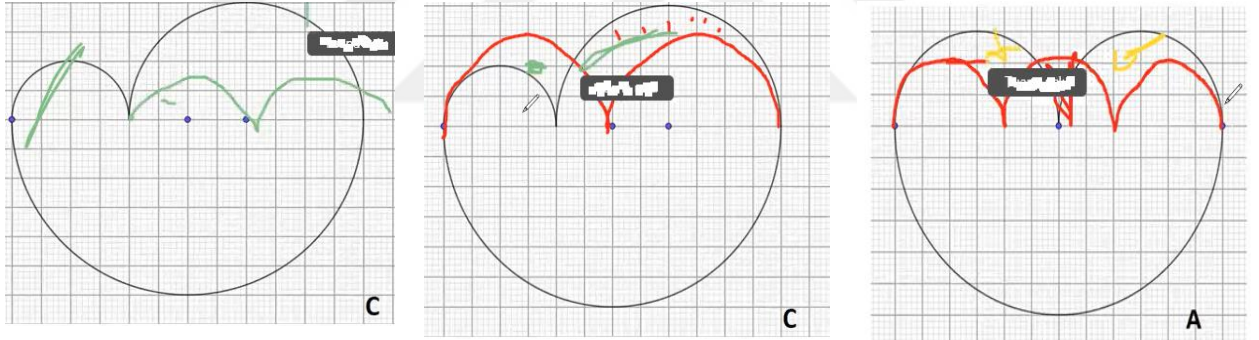
4. soruda daire şeklindeki meraların çevrelerinin ve alanları incelenmesine dair bulgular aşağıda verilmiştir.

Tülay soru için herhangi bir işlem yapmamıştır. İlk madde için çember şeklindeki meraların alt yol uzunluklarının hepsinde aynı olduğunu belirtmiştir. Üst çemberlerin oluşturduğu yolların da yine eşit uzunlukta olduğunu belirtmiştir. Çünkü üst çemberlerin aynı çap uzunluğu üzerinde dağıldığını yani eşit uzunlukta olduğunu söylemiştir. Dolayısıyla A, B, C meralarına ait çevre uzunluklarının birbirine eşit olduğunu vurgulamıştır.



Şekil 152. Tülay'ın ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi

Tülay diğer maddede verilen alan karşılaştırması için öncelikle C merasının alanı ile B merasının alanını karşılaştırmıştır. B merasını C merasının içine yerleştirmiştir. C'nin kapladığı alanın B'den büyük olduğunu göstermiştir.



C ile B merasını karşılaştırma

C ile A merasını karşılaştırma

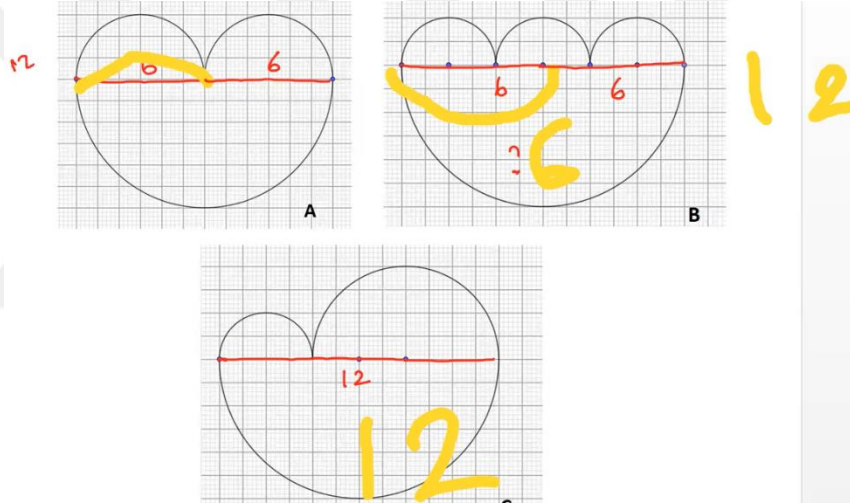
A ile B merasını karşılaştırma

Şekil 153. Tülay'ın ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması

Sırada C merası ile A merasının alanını karşılaştırmıştır. A merasını C'nin içine atmıştır. C'nin alanının A'dan büyük olduğunu ifade etmiştir. Bunu da C merasının içine gelen kırmızı renkle gösterilen A merasının sağ üstündeki boşluğun, sol taraftaki boşluktan daha büyük olduğunu o yüzden C'nin A'dan daha büyük bir alana sahip olduğunu gösterir bir çizim olduğunu açıklamıştır.

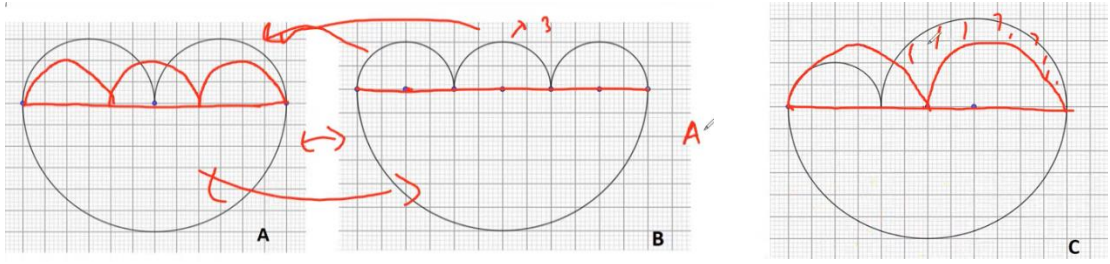
Diğer bir karşılaştırmayı B ile A meralarının alanları arasında yapmıştır. B merasını A merasının içine atmıştır. A'nın B'den büyük olduğunu söylemiştir. Bunun sebebini A merasının B'nin üstünde fark alanı olan sarı bölgenin, B'nin A'dan farkı olan kırmızılı bölgeden daha büyük olduğunu dolayısıyla A merasının alanının B merasının alanından daha büyük olacağını ifade etmiştir. Nihai olarak meraların alanları arasında $C > A > B$ sıralaması yapmıştır.

Efe meraların çevreleri için yarıçapları inceleyebiliriz demiştir. Bütün meralarda alttaki çemberlerin hepsinin çapının 12 br olduğunu söyleyip, hepsi bu çap üzerinde yolları paylaştığı için üç meranın çevrelerinin eşit olduğunu açıklamıştır. Ek olarak çevre formülünde π değerinin, yarıçap değerinin hepsi için aynı olacağını da belirtmiştir.



Şekil 154. Efe' nin ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi

Efe'nin 2. madde için alan kıyaslamasına bakıldığında B şeklini A'nın içine atmıştır. A'nın alanının daha büyük olduğunu söylemiştir. Bunun sebebi olarak A'nın içinde B'ninkinden daha fazla boşluk olduğunu vurgulamıştır. Devamında yine A'yı C'nin içine atmıştır. C'de oluşan boşluğun A'ya göre daha fazla olduğunu yönünde açıklaması olmuştur. Buradan sebeple tüm meraların alanlarının kıyaslamasının ortaya çıktığını söylemiştir. $C > A > B$ şeklinde bir sıralama yapmıştır. Bu yollar haricinde meraların alanlarını kıyaslamak için her bir meranın alanını dairenin alan formülünden hesaplayarak bir sıralama yapılabileceğini eklemiştir.

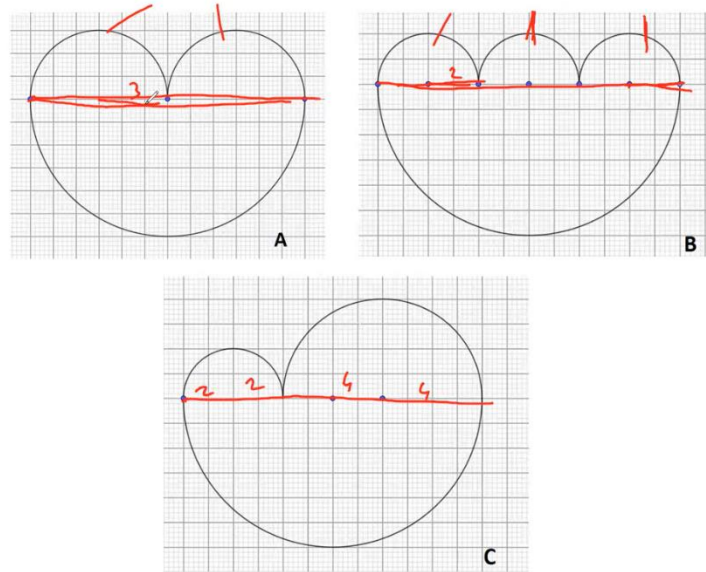


A ile B merasını karşılaştırma

A ile C merasını karşılaştırma

Şekil 155. Efe' nin ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması

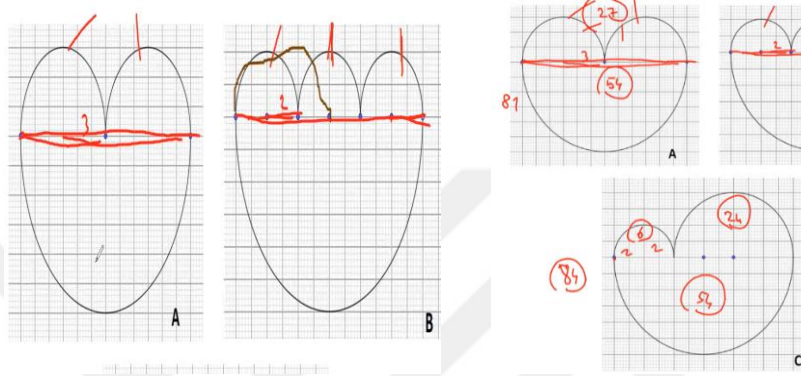
Ela A merasında 2 tane yarım çember olduğunu belirtip ve çevrelerini bularak başlamayı düşünmüştür soruya. Soruda karşılaştırma yapılması istendiği belirtilerek işlem yapma gerekliliğinin olup olmadığı sorulmuştur. Ela A ile B merasındaki büyük çap uzunluğunu sayarak 12 br bulmuştur, C için de aynı uzunluğu göstermiştir. Buradan yola çıkarak tüm meraların çevrelerin eşit olduğunu belirtmiştir.



Şekil 156. Ela' nın ZGA 5 soru 4 için çember çevresi incelemesi

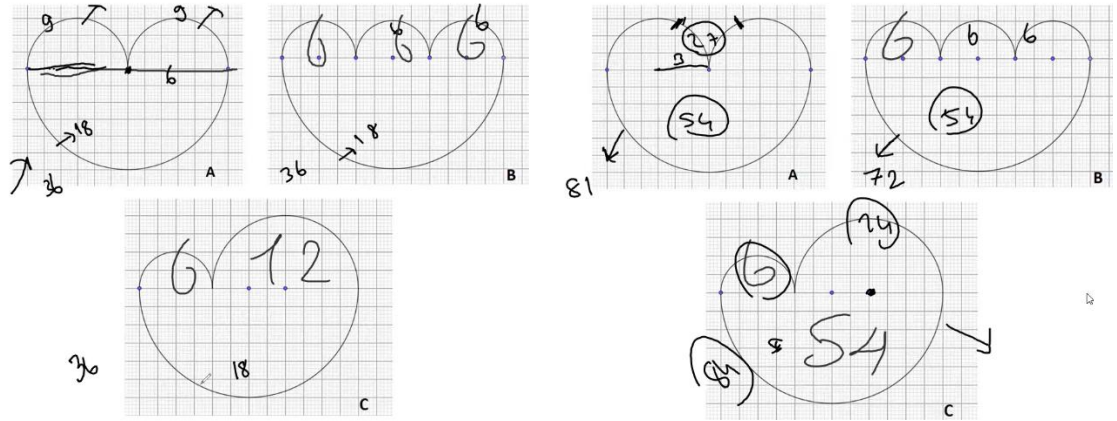
Meraların alan kıyaslamasına gelince A'da üstteki çemberlerin yarıçapının B'den daha büyük olduğunu dolayısıyla A merasının alanının B'ninkinden büyük olduğunu söylemiştir. Fakat burada A'daki çemberlerin sayısının B'den daha az olduğu vurgulanmıştır. Bu sefer A'daki çemberlerin kapladığı alana odaklanarak A'nın B'den daha fazla yer kapladığını

söylemiştir. Dolayısıyla $A > B$ şeklinde iki mera arasında bir sıralama yapmıştır. Devamında A ile C meralarının alanlarını karşılaştırmak istemiştir. Ancak A'daki çemberleri C merasının üzerine yerleştirtince şekil üzerinde bir kıyaslama yapamamıştır. Bu yüzden alan formülünden yapmak istediğini belirtmiştir. Dairenin alan formülünü kullanarak A'nın alanını 81 br^2 , C'nin alanını 84 br^2 olarak hesaplamıştır. Dolayısıyla bütün meralar arasında $B < A < C$ şeklinde bir sıralama yapabilmıştır.



Şekil 157. Ela'nın ZGA 5 soru 4 için meraların alanlarını karşılaştırması

Zuhal meraların çevre kıyaslamasının sorulduğu ilk madde için meraların ortasındaki çap uzunluğunu belirginleştirse de işlem yapmak istemiştir. Diğer türlü bulamayacağını belirtmiştir. Çember çevresi formülünden A, B, C meralarının çevresini 36 br bularak eşit çıktığını söylemiştir. Alan için de yine meraların alan formülünü kullanarak bir kıyaslama yapabileceğini açıklamıştır. Buradan A merasının alanını 81 br^2 , B merasının alanını 72 br^2 , C merasının alanını 84 br^2 olarak hesaplamıştır. Dolayısıyla üç meranın alan değerleri hakkında $C > A > B$ sıralamasını yapmıştır.



Şekil 158. Zuhal' in ZGA 5 soru 4 için bulduğu meraların çevre ve alanları

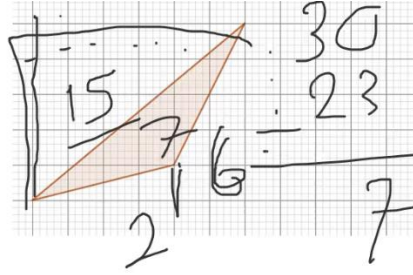
Soru 4'e dair öğrenci çözümlmeleri incelendiğinde ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecinde Zuhal haricindeki tüm öğrencilerin çap ile çember çevresi ilişkisine girdikleri görülmüştür. Zeynep çap ile çember ilişkilendirmesini yapmayarak her meranın uzunluğu için ayrı ayrı işlem yapacağını ifade etmiştir. Meraların alanı için Tülay ve Efe'nin işlem yapmayarak meraların alanlarını birbirinin içine yerleştirerek ikişer ikişer kıyaslayarak BŞİ sürecine odaklandıkları görülmüştür. Ela ise iki meranın alanını birbirine göre işlem yapmadan kıyaslarken, diğer kıyaslamayı yapamayıp işlem yapacağını belirterek eksik bir ilişkilendirme yapmıştır. Zuhal ise bu soruya dair herhangi bir ilişkilendirme sürecine girmemiştir.

Zuhal dışında tüm öğrenciler bu soru için TDK sürecinde meraların uzunluklarını karşılaştırırken aynı çap üzerinde meraların olduğunu belirterek, çevrelerin eşit olacağı genellemesine varmışlardır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait KÖPA bağlamında Tülay, Efe, Ela önceden karşılaştığı durumlarda çapa bağlı çember denemesi yaptıklarını, bu durumda aynı çap uzunluğuna sahip çember şeklindeki yolların uzunluklarının eşit olacağını belirtmişlerdir. AÖPA sürecinde Tülay ve Efe ilk başta B merasının alanının A merasının alanından küçük olacağını varsayıp, B bölgesini A bölgesinin içine yerleştirmiştir. Boşluk alan değerinin fazlalığına göre varsayımını desteklediği görülmüştür.

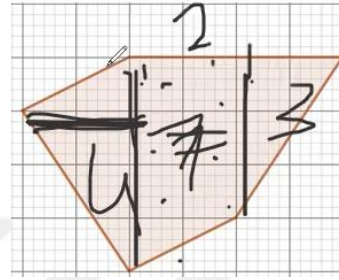
Soru 5'e Ait Bulgular:

Tülay alanları sorulan şekillerden birinci şeklin alanını bulmak için şeklin alanını bütüne tamamlamıştır. Bu durumda 2 dik üçgen ve 1 yamuk elde etmiştir. Bütün şekil kenar

uzunlukları 5 ve 6 br olan bir dikdörtgendir. Dikdörtgenin alanı $30br^2$ den $15br^2$ ve $2br^2$ olan üçgenlerin alanlarını ve $6br^2$ olan yamuğun alanını çıkardığında $7br^2$ cevabına ulaşmıştır. 2. şekli parçalayarak alanı bulacağını belirtmiştir. Parçalama işlemi sonrası 2 üçgen ve 1 yamuk elde etmiştir. Üçgenlerin alanlarını $4br^2$ ve $3br^2$, yamuğun alanını $7br^2$ olarak toplam $14br^2$ bir alan değerine ulaşmıştır.



Şekil 1



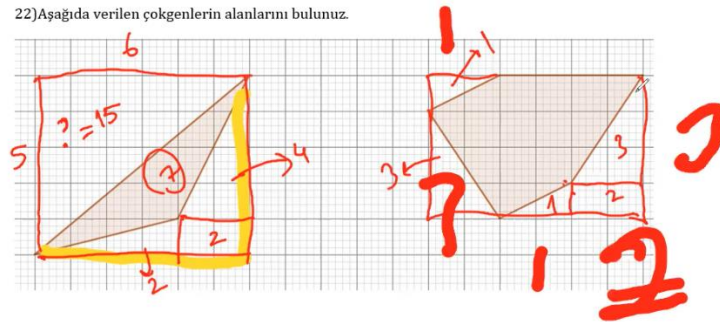
Şekil 2

Şekil 159. Tülay' ın ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm

Efe 1. şeklin alanını bütün şekle tamamlayarak bulacağını belirtmiştir. Bütün şeklin dikdörtgen ve alanının $30br^2$ olduğunu belirtmiştir. Efe şekli parçaladıktan sonra 3 dik üçgen ve 1 dikdörtgen elde etmiştir. Dik üçgenlerin alanları $2br^2$, $4br^2$ ve $15br^2$ bularak bütün şeklin alanından çıkardığında $7br^2$ cevabına ulaşmıştır. 2. şekil için de bütüne tamamlama yöntemini kullanarak şekli 4 dik üçgen ve 1 dikdörtgen olmak üzere 5 parçaya ayırmıştır. Dik üçgenlerin alanlarını $1br^2$, $1br^2$, $3br^2$, $3br^2$, dikdörtgenin alanını $2br^2$ olarak hesaplamıştır. Bütün şeklin alanı $24br^2$ den parçalanan alanları çıkararak çözümünü bitirmiştir.

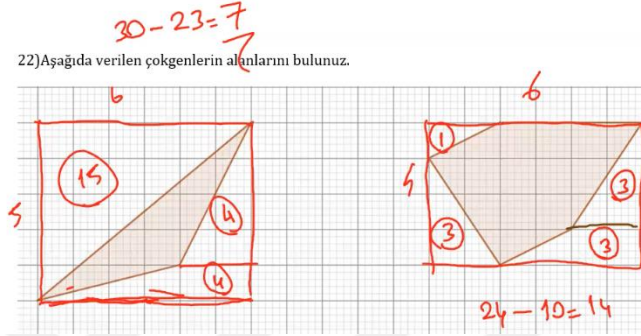
$$30 - 23 = 7$$

22) Aşağıda verilen çokgenlerin alanlarını bulunuz.



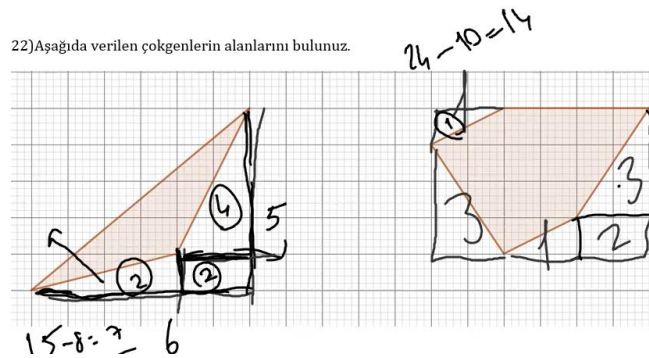
Şekil 160. Efe' nin ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm

Ela iki şeklin alanını bütüne tamamlayarak bulmuştur. Bütüne tamamlama sonrası 1. şekilde 2 dik üçgen, 1 yamuk, 2. şekilde 3 dik üçgen ve 1 yamuk elde etmiştir. 1. şeklin alanını bütün alan 30 br^2 den 23 br^2 olan parçalanmış alanları çıkarınca 7 br^2 cevabına ulaşmıştır. 2. şeklin alanını bütün şeklin alanı 24 br^2 den parçalanmış bölgelerin alanlarını çıkararak 14 br^2 olarak hesaplamıştır.



Şekil 161. Ela' nın ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm

Zuhal 1. şekli bütün olarak bir dik üçgene tamamlamıştır. Bütün şekil içinde 2 dik üçgen ve 1 dikdörtgen elde etmiştir. Dik üçgenlerin alanlarını 2 br^2 ve 4 br^2 , dikdörtgenin alanını 2 br^2 olarak hesaplamıştır. Bütün şekil olan dik üçgenin alanı 15 br^2 den bulduğu şekillerin alanını çıkarınca 7 br^2 cevabına ulaşmıştır. Zuhal 2. şekil için de bütüne tamamlama yoluna gitmiştir. Bütüne tamamlama sonrası 4 dik üçgen ve 1 dikdörtgen elde etmiştir. Bütün şekil kenar uzunlukları 4 br ve 6 br olan bir dikdörtgen olup alanı 24 br^2 dir. İstenen şeklin alanı için büyük şeklin alanı 24 br^2 den parçalanmış alanları çıkarınca 14 br^2 olarak hesaplamıştır.



Şekil 162. Zuhal' in ZGA 5 soru 5 için yaptığı çözüm

Bu soru için ilişkilendirme bağlamında tüm öğrencilerin TŞPAİ sürecinde bütün parça ile şekil arasında ilişkilendirme yaptıkları, BŞİ sürecinde parça şekiller arasında ilişkilendirmeye gittikleri görülmüştür. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait KÖPA durumunda tüm öğrenciler daha önce bu tarz çoklu şekillerin alanını parçalayarak bulduğunu ama artık daha kolayının olduğunu söyleyerek şekli bütüne tamamlaması gerektiğini belirtmiştir.

Tablo 20

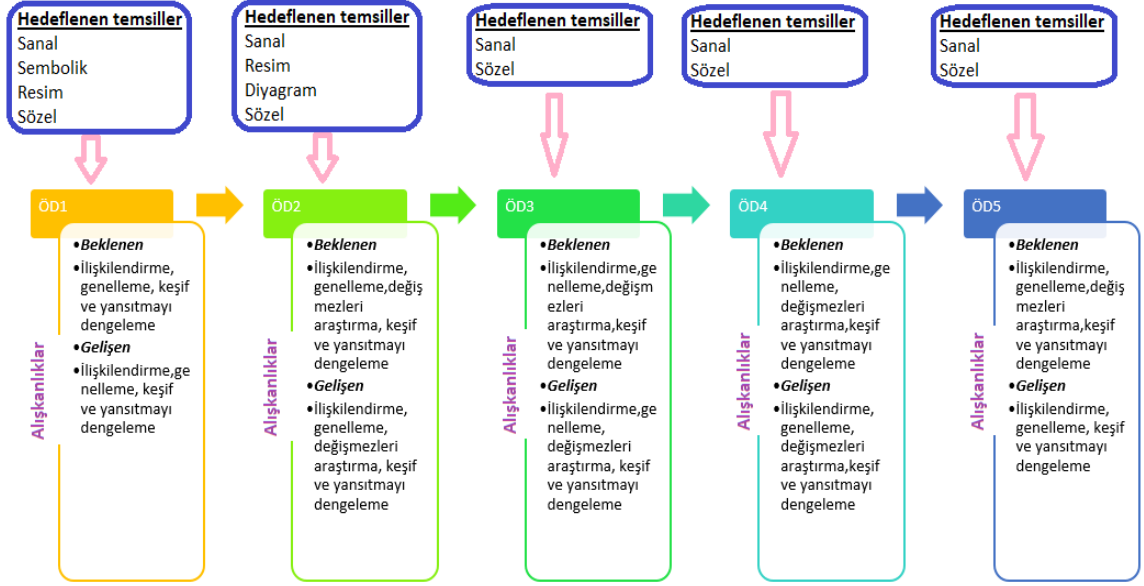
ZGA 5 oturumundaki alışkanlık durumları

Alışkanlık	Alışkanlık Bileşenleri	Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5
İlişkilendirme	TŞPAİ	Şeklin adını kenar ve açı özelliklerine göre karar verme(E)		Yarıçap ile dairenin alanını ilişkilendirme(T,Ef,Z,E)	Çap ile çember çevresini ilişkilendirme(T,Ef,E) Yarıçap ile yolların alanı arasında ilişkilendirme(E,Z)	Bütün parça şekil arasında ilişkilendirme(T,Ef,E,Z)
	BŞİ	Dörtgenler arasında ilişkilendirme(T,Ef,Z,E) Özel dörtgenler arası hiyerarşik sıralama(T,E) Günlük hayattan bir örnekle dikdörtgeni ilişkilendirme(Ef,E)	Dörtgenler arasında ilişkilendirme(T,Ef,E) Özel dörtgenler arası hiyerarşik sıralama(T,Ef,Z,E)	Köpeklerin ve dikdörtgenin alanını ilişkilendirme(T,Ef,Z,E)	Yolların alanını işlem yapmadan birbirine göre kıyaslama(T,Ef)	Parça şekiller arasında ilişkilendirme(T,Ef,E,Z)
	ÖMBK			Yarıçapların değerini yarı oranında küçülterek		

		belirleme(T,Ef,E)	
		Yarıçap oranı ile köpüklerin alanı arasında ilişkilendirme(T,Ef,E)	
Genelleme	TDK	Çapa bağlı çember çevresinin uzunluğunun eşit olacağını genellemesi(T,Ef,E)	
	TÇK	Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgenin paralelkenar olduğunu genellemesi(T)	
Keşif ve Yansıtmayı Dengeleme	KÖPA	Mera uzunluklarının eşit olacağına ulaşma(T,Ef,E)	Şekilleri bütüne tamamlayarak alanını bulma(T,Ef,Z,E)
	AÖPA	En küçük köpükleri kullanarak boşluk alanın bölgesine ulaşma(T,Ef,Z,E)	Meraların alanlarını ikişer olarak kıyaslama(T,Ef)

4.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi olarak “7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sonrasında hangi geometrik alışkanlıkları geliştirmektedir?” belirlenmiştir. Aşağıdaki şekilde tüm bulgular sonucu öğretim deneyleri sonrası geliştirilmesi beklenen ve geliştirilen zihnin geometrik alışkanlıkları verilmiştir.



Şekil 163. Öğretim Deneilerine Bağlı Gelişen Aışkanlıklar

Şekil 163'e göre öğrenciler 1. öğretim deneyinde 2 paralel doğru ve 1 kesen doğru sonrası oluşan açılı ilişkileriyle alakalı temsil temelli bir öğretim süreci geçirmiştir. Bu öğretim sürecinden sonra öğrencilerin Geogebra ortamında birbiriyle yaptıkları sözel tartışmalardan, açılı ilişkilerinin kurulmasındaki sembolik temsillerden etkilendikleri görülmüştür. Öğretim deneyi sonrası öğrencilerin ilişkilendirme, genelleme, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı bağlamında gelişimler göstermeleri beklenmiştir. Bunun sonucunda ZGA 1 oturumunda öğrenciler geometrik kurallarla açılı ilişkiler kurup, açılara bağlı genelleme alışkanlığını kurmuşlardır. Aynı zamanda keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında geometrik probleme bütüncül bakarak farklı bölgelerde olan açılı ilişkilerini kurdukları görülmüştür.

Dörtgen ilişkilerinin incelendiği 2. öğretim deneyi süreci sonrası gerçekleştirilen geometrik oturumlarda öğrenciler özel dörtgenler ve elemanları arası ilişkilendirme kurarlarken geometrik etkinliklerde kullandıkları temsillerden faydalandıkları görülmüştür. Bu öğretim deneyi sonrası öğrencilerden ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıkları bağlamında gelişimler göstermeleri beklenmiştir.

Öğrencilerin inceledikleri dörtgen özellikleri ve birbirleriyle ilişkilerinden faydalanarak paralelkenarlara ait genellemeye ulaştıkları görülmüştür. Değişmezleri araştırma bağlamında geometrik şekillerde değişen özelliklerinin yanında değişmeyen özellikleri belirtmişlerdir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme ise bağlamında geometrik şekil çizimleri yaparak bu alışkanlığı yansıttıkları ortaya çıkarılmıştır.

3. öğretim deneyinde düzgün - düzgün olmayan çokgen ayırımına yönelik verilen etkinlikte çokgen özelliklerine dair temsiller kullanılmıştır. Öğrencilerle geçirilen bu öğretim deneyinde ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıklarında gelişimler beklenmiştir. Bu kapsamda öğrencilerin düzgün-düzgün olmayan çokgen ve elemanlarına dair ilişkilendirmeler kurdukları, düzgün altıgende genellemeye ulaştıkları ve değişmezleri araştırma bağlamında katlama sonrası değişen açı ve eleman ilişkilerini görmüşlerdir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrencilerin sezgilerini kullanarak düzgün çokgen özelliklerini kullandıkları görülmüştür.

4. öğretim deneyinde öğrenciler çember ve daire üzerine bir öğretim sürecinden geçmişlerdir. Bu süreç sonrası öğrencilerin ilişkilendirme, genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlıklarını geliştirmeleri beklenmiştir. Geometrik oturumlarda öğrenciler çember çevresi, dairenin alanı ve yarıçapları arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Yine çember çapı ile çevresi arasında uzunluk kıyaslamasına bakarak genelleme alışkanlığını yansıttıkları, değişmezleri araştırma bağlamında hareket ettirdiği bölgeye bağlı alan değişimlerini gözlemledikleri, keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrencilerin uygulanan ara adımlar sonrası en büyük alan değerine ulaştıkları görülmüştür.

5. öğretim deneyi süreci sonrasında öğrencilerin ilişkilendirme, genelleme, keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına dair gelişimler göstermesi beklenmiştir. Öğrencilerin kurduğu ilişkilendirme cümlelerinin başlangıca göre daha iyi nitelikte olduğu, işlem ilişkisine girmeden muhakemeler sergiledikleri açığa çıkmıştır. Genelleme bağlamında işlem yapmadan genelleme cümlesi kurabildikleri, keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında bir problemdeki final durumunu görerek çizimlere bağlı keşifler yaptıkları, ara uygulama adımları sonrası çözümlere ulaştıkları görülmüştür. Öğrenciler değişmezleri araştırma alışkanlığı yerine ek çizimler ve keşifler yaparak keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığını sergiledikleri görülmüştür.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecinden geçerek geometrik problemler yoluyla geometrik alışkanlıkları incelenmiştir. Öğrencilerin göstermiş olduğu alışkanlıklar Driscoll (2008) kuramsal çerçevesi dikkate alınarak yorumlanmıştır. Dinamik yazılım programlarından biri olan Geogebra'nın geometri öğretiminde kullanılması geometrik düşünmenin gelişimini destekler (Driscoll, 2008). Bu çalışmadaki bahsedilen yazılım programının kullanıldığı etkinlikler ve geometrik problemlerin konu dağılımları benzerdir. Bu konu dağılımları aşağıdaki gibi olmuştur:

- Doğrular ve Açılar
- Çokgenler
- Çember ve Daire

5.1. Tartışma ve Sonuç

5.1.1. Etkinlik 1 ve ZGA 1'e İlişkin Tartışma ve Sonuç

1. etkinlik iki paralel doğruyu kesen bir doğrunun çizildiği yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirlemeye yönelik bir etkinliktir. Öğrencilerle birlikte çizim adımları yapılmıştır. Geogebra grafik penceresinde iki paralel doğruyu kesen çizimin nasıl olabileceği sorulunca öğrencilerin bu doğrunun ortadan veya dik geçebileceği düşüncesine sahip oldukları görülmüştür. Herhangi bir kesen şartı olmadığı belirtilince öğrenciler çizimlerini sanal temsiller bağlamında yapmışlardır. Öğrencilerden bu kesenin ve paralel doğruların kesişimiyle oluşan 8 tane açının değerlerini bulmaları istenmiştir. Öğrencilere burada saat yönünde 3 noktayı seçmeleri belirtilmesine rağmen 3 öğrencinin (Tülay, Ela, Efe) saat yönünde gittiklerini iddia etmelerine rağmen doğru yönde gitmedikleri görülmüştür. Hiçbir öğrenci açı değerini doğru belirleyemeyince araştırmacı grafik penceresi üzerinde örnek açı değerlerinin nasıl bulunacağını göstermiştir. Öğrencilerden bu açılardan yöndeş, iç-ters, dış-ters açıları bulmaları istenmiştir. Sembolik temsil bağlamında öğrenciler açıların değerini sembolle gösterip, bu açıların bütünler, tümler, iç-dış ters olma durumlarını belirtmişlerdir. Resim temsili bağlamında öğrenciler örnek kesen doğru çizimlerini, açı çizimlerini özelden araştırmacıya göndermişlerdir. Öğrencilerle sözel temsiller bağlamında paralel doğru, kesen doğru çizimleri hakkında konuşulmuştur.

Öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarını ölçmek amacıyla ilk oturumda 3 tane soru sorulmuştur. Bu sorular iki paralel doğrunun 1 kesenle oluşturduğu açılar hakkında olmuştur. 1. ve 2. sorunun bulguları benzer olduğu için birlikte tartışılmıştır. İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında tüm öğrenciler açılı ilişkilerini (ters, bütünler, tümler, iç-ters, dış-ters açısı) doğru bir şekilde belirtmişlerdir. Öğrencilerin açıklamalarında 1. etkinlikte uygulanan etkinlik adımlarının faydası olduğu düşünülmektedir. Buna benzer soru ifadesini Zunlu (2022) de 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı karma yöntemle ait çalışmasında az sayıda öğrencinin karşı durumlar toplamının 180° olduğunu nedeniyle açıklayabilmiştir. Bunun nedeni olarak Geogebra programının kullanıldığı derslerde etkili bir öğretim sağlanmasından dolayı öğrenci başarılarında etkisi olabilir (Erbaş ve Yenmez, 2011). 1. soruda tüm öğrenciler keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığına ait KÖPA bağlamında bebeklerin hareket yönlerini doğru bir şekilde kullanarak ek çizimler yapıp, karşılaşma açılarını çizebilmişlerdir. 2. soruda AÖPA bağlamında Tülay ve Efe şekle bütüncül olarak bakarak 1. ve 3. bölgedeki açı ilişkilerini görebilmişlerdir. Burada sadece Efe ve Zeynep karşılaşma açılarının yeri için birkaç deneme yaparak açının yerine doğru karar verebilmiştir.

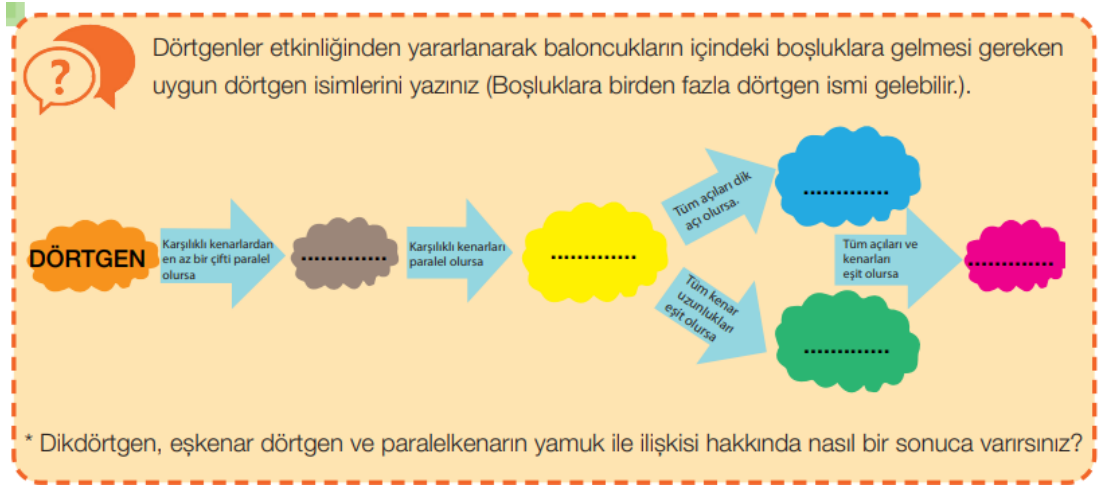
3. soruda öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde aracın gidebileceği en kısa yolları çizme denemeleri yapmışlardır. Yine aynı süreç için tüm öğrenciler açılar arasında bütünler, iç-ters, dış-ters açısı gibi ilişkilendirmelerine girerek açı değerlerini bulmuşlardır. genelleme alışkanlığı TDK bağlamında Tülay ve Efe'nin çizilen yolların ortasında oluşan dörtgen için “*Karşılıklı kenarları paralelse, bu şekil paralelkenardır.*” diye söylemde bulunarak bir genellemeye ulaştığı görülmüştür. Yapılan dörtgen ilişkilerine bağlı etkinliklerde paralellik durumunun temsillerle incelenmesi öğrencilerin bu cümleye ulaşmasında etkili olduğu düşünülmesiyle birlikte matematiksel durumlarda genelleme yapabilmek sembolik temsilleri içselleştirip, bu temsillerin aritmetik alanındaki ön bilgilerle ilişkilendirmeler kurmasını (Lannin, 2005) gerektirir. Bu sebeple üst düzey bir beceri olan genelleme ifadesine ulaşmak öğrenciler açısından kolay değildir. Nitekim Ela ve Zuhale bu soru için herhangi bir genelleme durumunu ifade etmeden sadece ilişkilendirmeler yaparak soruyu çözmüşlerdir.

5.1.2. Etkinlik 2 ve ZGA 2'ye İlişkin Tartışma ve Sonuç

Dörtgen ilişkilerinin incelendiği 1. etkinlikte, grafik penceresinde iki paralel doğru üzerinde dört noktanın oluşturduğu dörtgenin ne olduğu sorulmuştur öğrencilere. Öğrencilerin

hepsi yamuk olduğunu belirtmiştir. Bu dörtgenin tanımı için sözel temsil bağlamında Tülay'ın "En az 2 kenarı paralel" ifadesi tam bir tanım, Zuhal ve Efe'nin ise "2 kenarı paralel" ifadesi eksik bir tanım olmuştur. Ela ise paralel olmayan kenarlardan bahsedip ilerisi için cümle oluşturamamıştır. Bu tanım Türnüklü, Alaylı-Gündoğdu, Akkaş'ın (2013) çalışmasının tersine öğrencilerin zorlandığı bir tanım olmamıştır. Bu durum öğrencilerin matematik öğretmenlerinin etkili bir şekilde bu konuyu işlemesinden kaynaklı olabilir. Doğrusu belirtilerek, bu yamuk üzerindeki noktaların oynatılmasıyla öğrencilerden eşkenar dörtgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler bu şekillerden sadece eşkenar dörtgeni oluştururken zorlanmışlardır, iki öğrencinin de (Zuhal, Ela) eşkenar dörtgen deyip kare şekli oluşturdukları görülmüştür. Bu şekilde yapılan karenin döndürülmüş halinin eşkenar dörtgen olarak algılanması Türnüklü, Alaylı-Gündoğdu, Akkaş'ın (2016) ilköğretim matematik adaylarıyla yaptığı çalışmada karşılaştığı en çok hata türlerinden biridir. Öğrenciler resim temsili bağlamında çizdikleri dörtgen ilişkilerini Venn şemasında göstermişlerdir. Ek olarak diyagram temsili kullanarak dörtgenler arasında hiyerarşik sıralama da yapmışlardır. Burada dörtgen ilişkilerinde hiyerarşik sıralamanın öneminden bahsedilmesi gerekirse hiyerarşik sıralama tercih edilen bir sıralama olup, öğrencilerin geometrik akıl yürütme, problem çözme becerilerini geliştirir (De Villiers, 1994, 1998). Ayrıca dörtgenler, tanımlar ve hiyerarşik sınıflandırmalarda zengin bir geometrik çevre sunar (Furinghetti ve Paola, 2022). Dolayısıyla bu sınıflandırmanın Geogebra ortamında temsillerle kullanılması öğrencilerin dörtgen ilişkilerine dair anlamlandırma becerilerini arttırıp, dörtgen ilişkileriyle alakalı sorulan geometrik problemlerde geometrik alışkanlıklarını geliştirdiği görülmüştür. Diğer adımda birlikte paralelkenar çizilerek bu paralelkenarın kullanılmasıyla eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare oluşturulmuştur. Bu dörtgenler arasında bir sıralama yaptıklarında Ela hariç diğerlerinin resim temsili kullanarak doğru bir sıralama yaptıkları görülmüştür. Öğrenciler burada eşkenar dörtgen ve dikdörtgen arasında sıralamaya girmeye çalışmıştır. Bu iki dörtgen arasında herhangi bir sıralama yapılamayacağı (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013) belirtilerek en son doğru bir sıralamaya ulaşılmıştır.

Aşağıda 2020-2021 yıllarında 7. sınıf ortaokul matematik ders kitaplarında dörtgen ilişkilerine dair boşluk doldurulmalı bir etkinlik verilmiştir.



Şekil 164. 7. sınıf matematik ders kitabı dörtgen ilişkileri (MEB, 2021)

ZGA 2. oturum ilk soru dörtgen ilişkilerine dairdir. Bu soruda öğrencilerin 2. etkinlikte dörtgen ilişkilerine dair temsillerden faydalandığı görülmüştür. Soruda verilen şekillerden hangisinin paralelkenar olduğu sorulmuş olup Tülay, Efe ve Ela dörtgenler hiyerarşisini kullanarak çözüm yapmışlardır. Bu öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ bağlamında dörtgenleri birbiriyle ilişkilendirebilmiştir. Öğrencilerden sadece Tülay, genelleme alışkanlığı TDK bağlamında paralelkenar tanımını genelleyebilmiştir. Buna benzer geometrik alışkanlıklarla yapılan diğer araştırmalarda öğrencilerin çoğunluğunun geometrik problemleri çözerken genelleme yapabilme durumlarının düşük olduğunu belirtmişlerdir (Özen, 2015; Uygan, 2016; Bülbül, 2016; Tolga, 2017; Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse 2018; Zunlu, 2022).

Kağıt katlama yöntemi öğrencilerin anlamlı öğrenmelerini destekleyerek, onların derse karşı olan ilgilerini de arttırır (Robichaux ve Rodrigue, 2003). Ayrıca bu yöntemle bireyler öğrenme sürecine fiziksel ve zihinsel olarak katıldığı için matematik öğrenmeleri kolaylaşır (Brady, 2008). Çalışmanın ikinci sorusu da bir katlama sorusudur. İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde Tülay, Ela ve Zuhale dikdörtgen ve elemanları arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Yine aynı alışkanlık BŞİ sürecinde bu 3 öğrenci ilişkilendirme yapabilmıştır. Efe bu soru için katlama sonrası dikdörtgenin bir kenarına odaklanarak ancak 1 şekil oluşturabilmiştir dolayısıyla alışkanlık kullanmamıştır. Efe katlama sorusunda araştırmacının yönlendirici sorularına maruz kalsa da dinamik düşünemediği için burada çözüme yönelik eğilim gösterme çabasında pek bulunmamıştır. Zuhale ise diğer öğrencilere nazaran katlama sonrası daha az şekil oluşturmuştur. Değişmezleri araştırma EKK süreci için

Tülay, Ela ve Zuhal katlama sonrası oluşturdıkları şekillerdeki değişimleri (kenar, açı) gözlemleyebilmiştir.

Alanı verilen paralelkenarın diğer iki köşesinin sorulduğu 3. soru için tüm öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ bileşeni için paralelkenarın alanını ve yüksekliğini, üçgenin alanını bulmak için yükseklik ve taban uzunluğunu ilişkilendirdiği görülmüştür. Yine aynı alışkanlık BŞİ sürecinde Zuhal hariç diğer öğrencilerin farklı geometrik şekiller arasında ilişkilendirme yaptıkları görülmüştür. Zuhal burada verilen kenarın alt ve üstünde sadece belirli üç şekle (paralelkenar ve dikdörtgen) odaklanıp başka geometrik şekillere ulaşamayacağını ifade etmiştir. Genelleme alışkanlığı TÇK bileşeni için Tülay, Efe ve Ela bu soruda aynı yüksekliğe sahip kenarın alt ve üstünde çok paralelkenarlar çizilebileceğini belirtmiştir. Zuhal ise belirli şekillere odaklanarak genel durumu görememiş ve soruya dair bir genelleme ifadesine ulaşamamıştır. Aynı durum Tolga (2017)' nın zihninin geometrik alışkanlıklarıyla yaptığı çalışmasında 25 öğrenciden 3'ünün paralelkenarın sadece bir tarafına odaklanarak genelleme alışkanlığını kullanamadığı durum için geçerlidir. Yine aynı duruma paralel olarak Köse ve Tanışlı (2014) çalışmasında sınıf öğretmeni adaylarının geometrik problemleri çözerken aklına ilk gelen çözüm yoluna odaklanarak adımlarını bütüne tamamlayamadığını belirterek genelleme bağlamında zayıf kaldıklarını belirtmiştir. Değişmezleri araştırma DD sürecinde tüm öğrenciler yüksekliği sabit bırakarak farklı geometrik şekil değişimlerini gözlemleyebilmiştir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme AÖPA süreci bağlamında Tülay, Efe ve Ela şekillerin final durumunu görerek verilen kenarın alt ve üst tarafında hepsini çizemese de birçok paralelkenarlar çizilebileceğini ifade etmişlerdir.

Diğer bir katlama sorusu olan 4. soruda ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde Tülay, Efe ve Ela dikdörtgen ve köşegeni arasında ilişkilendirme kurabilmiştir. Yine tüm öğrencilerin aynı bağlamda dikdörtgen ve açıları ilişkilendirdikleri görülmüştür, Aynı alışkanlık BŞİ sürecinde tüm öğrenciler yamuk ve dikdörtgen arasında ilişkilendirmeler kurarak açı değerlerini bulmuşlardır. Değişmezleri araştırma EKK süreci bağlamında tüm öğrenciler katlama sonrası yeni geometrik şekillere ait eleman oluşumlarını gözlemleyebilmişlerdir. Paksu-Duatepe (2016) sekizinci sınıf öğrencileriyle kağıt katlama yoluyla dörtgen ilişkilerini incelediği çalışmasında da kağıt katlamanın görsel nitelik taşıması açısından öğrencilerin anlamlı öğrenmeler gerçekleştireceğini savunmuştur. Bu çalışma için de geometrik oturumlardaki kağıt katlama sorularının onların süreç esnasında birçok denemelerde bulunarak geometrik düşüncelerini geliştirdiği söylenebilir.

Geometrik şekil oluşturma, şekilleri parçalara ayırma geometrik düşüncelerin geliştirilmesinde önemlidir (Clements vd.,1997). Bu oturuma ait son soruda da bir ip yardımıyla dörtgen ilişkilerinin sorulduğu soruda ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ sürecinde sadece Tülay dörtgenler arasında bir ilişkilendirmeye gitmiştir. Diğer öğrenciler sadece kenar uzunluklarına odaklanarak diğer dörtgenlerin de elde edilebileceğini belirtmiştir. Değişmezleri araştırma DD süreci için tüm öğrenciler ipin uzunluğunu gererek yeni şekiller elde edip kenar ve açılardaki değişimleri görebilmişlerdir.

5.1.3. Etkinlik 3 ve ZGA 3'e İlişkin Tartışma ve Sonuç

Çokgenler dünyası farklı stratejiler kullanılarak düşünmeyi, parça ve şekiller arasında ilişkilendirmeyi gerektirir (Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse, 2018). Alanyazında çokgenlerin öğretiminde dinamik yazılımların kullanılarak etkili öğretimin sağlandığı çalışmalar mevcuttur (Gülbağcı, 2009; Okumuş, 2011; Konyalıhatipoğlu, 2016; Aslaner ve İlhan, 2018; Önel, 2021). Bu etkinlikte de düzgün ve düzgün olmayan altıgen çizimi Geogebra üzerinde incelenmiştir. Düzgün altıgen ve verilen ölçüde aracı kullanılarak 2 yolla düzgün altıgen oluşturulmuştur. Sanal temsilleri kullanarak tüm öğrenciler düzgün altıgen çizilebilme yollarını deneyip, oluşturduğu altıgenlerin açı ve uzunluklarını göstermişlerdir. Sözel temsiller bağlamında öğrencilerle düzgün altıgen çizim yollarında tartışmalar gerçekleşmiştir. Tülay düzgün altıgen çizmek için düzgün çokgen aracını ve verilen ölçüde aracı kullanma fikrini vermiştir. Yine aynı bağlamda Ela ve Tülay verilen ölçüde açı aracını kullanarak 60'ar derecelik açılar için yorum yapmışlardır. Zuhale ve Ela çizimde zorlandığı için ekran paylaşımı yapılarak bahsedilen öğrencilerin çizimleri kontrol edilmiştir. Diğer uygulama adımında çemberlerden yararlanılarak bir altıgen oluşturulmuştur. Bütün öğrenciler de çizimlerini yaptıktan sonra araştırmacıyla paylaşmışlardır yaptıklarını. Sözel temsiller bağlamında bu çokgenin türü üzerinde konuşulduğunda öğrencilerin hepsi düzgün altıgen yanlısamasına varmışlardır. Ancak burada araştırmacı açı aracını kullanarak açı değerlerini gösterdiğinde, açılarının eşit olmadığı ortaya çıkmıştır. Bu durumda çizilen çokgenin sadece kenar uzunluklarının eşit olduğu görülmüştür. Öğrenciler bu etkinlik sonucu kenarları eşit uzunlukta olan her çokgenin düzgün çokgen olmadığı ayrımına varmışlardır.

Çokgen ilişkilerinin araştırılması, çokgen sınıflandırmalarının oluşturulması geometrik problemlerin çözümünde önemlidir (Türnüklü, Alaylı-Gündoğdu ve Akkaş, 2013). Dört düzgün beşgenin bir araya gelerek oluşturduğu dörtgen ve beşgen eleman özelliklerinin sorulduğu 1. soruda ilişkilendirme bağlamı TŞPAİ sürecinde tüm öğrenciler düzgün beşgen

ve açıları, kenarları arasında yine kare ve açıları arasında ilişkilendirme yapmışlardır. Aynı alışkanlık BŞİ sürecinde öğrenciler beşgenin açılarından faydalanarak kare ve beşgen arasında ilişki kurabilmişlerdir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı KÖPA sürecinde tüm öğrenciler sezgilerini kullanarak içeride oluşan dörtgenin kare olduğunu ifade etmişlerdir.

Düzgün altıgene ait bir katlama sorusu olan 2. soru için öğrencilere katlama ve kesme sonrası oluşan iki şeklin açı değerleri sorulmuştur. İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ süreci için tüm öğrenciler düzgün altıgen ve açıları arasında, BŞİ süreci için Tülay, Ela ve Efe katlama sonrası oluşan eşkenar dörtgen ve altıgen arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Zuhale ise diğerlerinden farklı olarak eşkenar dörtgeni ikizkenar üçgenlere ayırarak altıgen ve ikizkenar üçgenler arasında bir bağlantı yoluna gitmiştir. Değişmezleri araştırma bağlamı EKK sürecinde tüm öğrenciler katlama süreci sonrası oluşturdukları şekilde açı ölçülerinin değişmediğini, yeni oluşan açı değerlerini görebilmişlerdir. Burada öğrenciler bu şekilde dönüşümler uygulandığında yaptıkları kontrollerle dinamik düşünebildikleri görülmüştür. Bu durum Tolga ve Cantürk-Günhan (2019), Altıkardeş ve Yiğit-Koyunkaya'nın (2022) çalışmasıyla örtüşmüştür.

3. soruda ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ sürecinde tüm öğrenciler eşkenar üçgenleri bir araya getirerek düzgün altıgeni oluşturmuştur. Aynı alışkanlık ÖMBK sürecinde öğrenciler eşkenar üçgenlerin bir iç açısıyla oluşturulacak şeklin açıları arasında 6 kat oranında ilişki kurmuşlardır. Genelleme alışkanlığı TDK sürecinde sadece Tülay, kenarları eşit 120° lik açıların oluşturduğu çokgenin altıgenden başkası olamayacağına dair bir genellemeye varmıştır. Diğerlerinde bir genelleme durumu gözlenmemiştir. Nitekim bu durumun benzeri Yavuzsoy-Köse, Tanışlı (2014) ve Altıkardeş ve Yiğit-Koyunkaya'nın (2022) çalışmasıyla örtüşmektedir.

Çoklu şekillerin bir araya getirilerek alanının sorulduğu 4. soruda tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde üçgenin alanı ve yüksekliği, bütün-parça şekiller arasında, yine BŞİ sürecinde parça şekiller arasında, dairenin alanını bulurken alanla yarıçapı ilişkilendirmişlerdir. Bu soruda tüm öğrencilerin şekli bildiği şekillere (dikdörtgen, üçgen, kare, daire) parçaladıkları görülmüştür.

Son soru eş üçgenler ve kareden oluşturulan bir örüntü sorusudur. Bu soruda sadece Tülay ve Efe'nin ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde alan ve örüntü kuralını ilişkilendirdiği görülmüştür. Yine aynı alışkanlığa bağlı BŞİ sürecinde tüm öğrenciler örüntüdeki üçgenler ve kareler arasında bir ilişkilendirme yapmışlardır. Öğrencilerden sadece

Tülay ve Efe, genelleme alışkanlığına bağlı VSDK sürecinde sadece kısıtlı verilen değerler üzerinden alandaki değişime bağlı örüntü kuralını hesaplamışlardır. Ela ve Zuhal ise tek tek alan hesaplayarak istenen değeri bulmuşlardır.

5.1.4. Etkinlik 4 ve ZGA 4'e İlişkin Tartışma ve Sonuç

4. etkinlik çember ve dairenin alanıyla ilgilidir. Bu kapsamda öğrenciler sürgüye bağlı çember çevresinin değişimi, π değerinin değişmezliği, aynı çap uzunluğuna bağlı çember ve yarım çember çevresinin değişimi, yarım daire alanlarının değişimiyle ilgili çalışmayı sanal temsiller bağlamında yapmışlardır. Öğrenciler bu etkinlikle 2 yarım çembere ait toplam çap uzunluğu ile bu toplam çap uzunluğuna sahip bir yarım çember çevresinin eşit olduğunu görmüşlerdir. Aynı süreçte öğrenciler sürgü oluştururken, çember çevresini hesaplarken, çevre değerindeki değişimleri gözlemlerken sözel temsilleri kullanmışlardır.

4. ZGA oturumuna ait 1. soruda yarım çember şeklinde verilmiş yol uzunluklarının kıyaslaması sorulmuştur. Öğrencilerden Tülay, Ela ve Efe işlem yaparak çevresini hesapladıkları gibi bu hesaplama girmeden de yol uzunluklarının kıyaslamasını yapabilmüşlerdir. Bunu yaparken 4. etkinlikte gördükleri yarım çemberler ilişkisinden faydalandıkları görülmüştür. Burada öğrenciler aynı çap uzunluklarına bağlı yarım çember şeklindeki yol uzunluklarının eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Zuhal ise sadece çember çevresi formülünden yolların kıyaslamasını yapacağını belirtip şekillerin yarıçapları arasında bir ilişkilendirme sürecine girmemiştir. İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bileşeni için tüm öğrenciler çember çevrelerini bulurken yarıçap ile çevreyi ilişkilendirmişlerdir. Genelleme alışkanlığı TDK boyutunda 3 öğrenci (Tülay, Ela, Efe) çapa bağlı yol uzunluklarına dair genellemeye ulaşırken Zuhal'ın bu alışkanlığa dair bir söylemi olmamıştır. Zuhal daha çok formüle bağlı muhakemelerde bulunarak genelleme alışkanlığını diğer öğrencilere nazaran az kullanmıştır. Nitekim genelleme de Tall (1991)'e göre geniş kapsamlı akıl yürütme gerektirir.

Taralı bölgelerin alanının sorulduğu 2. soruda tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecinde yarıçap ve dairenin alanı ve taralı alanlar arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Burada Ela, Efe ve Zuhal tek tek daire dilimlerinin alanlarını hesaplayarak formüle dayalı muhakemelerde bulunmuşlardır. Tülay ise bu soru için daire dilimlerini kaydırarak bir çeyrek daire dilimi elde etmiştir. Tülay bu hareketiyle değişmezleri araştırma DD sürecinde dilimler arasında taşıma hareketi yaparak çözüme ulaşmıştır. Tülay alanları kaydırarak Zunlu'nun (2022) çalışmasında da belirttiği gibi yeni oluşan alan bölgesi için değişen özellikleri görebilmiştir. Diğer öğrencilerin bu durumu görememesinin sebebi

olarak öğrencilerin daha önceden dinamik düşünmeyi gerektirecek geometrik problemlerle karşılaşmaması görülebilir.

3.soru için tüm öğrenciler pencere kanadının kenarı ve yarıçap arasında, yine yarıçap ve daire alanları arasında ilişkilendirme alışkanlığına ait TŞPAİ sürecini yansıtmışlardır. Öğrenciler aynı alışkanlık ÖMBK sürecine ait daire diliminin oluşturduğu açının merkez açıyla oranına bağlı daire dilimleri alanı arasında bir ilişkilendirme sürecine girmişlerdir. Değişmezleri araştırma DD sürecinde pencere kanatlarının sürekli açılıp kapanma hareketini çizerek daire diliminin oluştuğunu belirttiler.

Dikdörtgen şeklindeki bir bahçe etrafında ineğin gezinirken alabileceği maksimum alanın sorulduğu soruda, öğrenciler kısa kenarı çift olacak şekilde 2 tane kenar çifti ayarlamışlardır. Daha sonra kısa kenarın 2 br olduğunda mı yoksa 4 br olduğunda mı sağ üst çeyrek daire diliminin alanının en büyük olabileceğini çizerek bulmuşlardır. Daha sonra 2 çeyrek daire ve 1 yarım daire oluşturarak alanı hesaplamışlardır. Bu soru için tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ sürecinde yarıçap ve daire alanları, aynı alışkanlık BŞİ sürecinde dikdörtgenin kenar uzunluklarına bağlı oluşan daire alanları arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı AÖPA sürecinde tüm öğrenciler kısa kenar uzunluğunun 2 br olduğunda veya 4 br olduğunda alanın nasıl değişebileceğini belirtmişlerdir. Burada öğrenciler ek çizimler yaparak alanın en büyük değerine ulaşmaya çalışmışlardır. Buna paralel Zunlu (2022)'de bireylerin keşif ve yansıma alışkanlığını göstermesinin en temel özelliği olarak ek çizimler yapması gerektiğini çalışmasında belirtmiştir.

5.1.5. Etkinlik 5 ve ZGA Son Test'e İlişkin Tartışma ve Sonuç

5. etkinlikte Geogebra grafik penceresi üzerinde uzunluğu değiştirilebilir olan 4 sürgü yoluyla dört kenarı verilen bir dörtgen çizimi yapılmıştır. Çember yarıçapları bu sürgü uzunlukları olan birbirinden farklı üç çember çizilerek, son iki çember kesiştir aracından kesiştirilerek 4 nokta meydana getirilmiştir. Bu dört noktadan bir dörtgen oluşturulmuştur. Sürgü uzunlukları eşitlenince farklı tiplerde dörtgenler elde edilmiştir. Öğrenciler sanal temsiller bağlamında farklı tiplerde dörtgenler elde etmişlerdir. Sürgülerin eşit uzunlukta olması sağlanarak öğrenciler bir eşkenar dörtgen oluştuğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilere bu dörtgen için bir tanımlama yapsalar neler diyebilecekleri sorulmuştur. Sözel temsiller

bağlamında öğrenciler yaptıkları çizim aşamalarında sürgü değişimlerini sağlayarak kontrolleri sağlama, eşkenar dörtgen tanımları için ise söylemlerde bulunmuşlardır.

Dörtgen ilişkilerine ait sorulan 1. soruda ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında Ela şekillerin kenar ve açılarına göre adlarına karar vermiştir. BŞİ sürecinde tüm öğrenciler dörtgenler arasında ilişkilendirme, Tülay ve Ela özel dörtgenler arası hiyerarşik sıralama, Efe ve Ela günlük hayattan bir örnekle dikdörtgene örnek vermiştir. Genelleme alışkanlığı TÇK sürecinde Tülay, *“Karşılıklı kenarları paralelse bu dörtgen paralelkenardır.”* cümlesi tam tanımı içeren bir genelleme cümlesi olmuştur. Hiyerarşik ilişkiye göre yapılan dörtgen tanımları bu dörtgenin özel durumlarına da aktarılır. Dolayısıyla öğrencilerin bu şekilde kapsayıcı tanımlar yapmaları onların dörtgen ilişkilerine dair anlamlandırmalarına yardımcı olacaktır (Usiskin ve Griffin, 2008). Yine dörtgen ilişkilerine ait sorulan diğer bir soru bir şekil verilerek bu şekle ait özelliklerin sorulduğu sorudur. Tüm öğrenciler ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ sürecinde dörtgenler arası hiyerarşik ilişkiyi kurarak soruyu cevaplandırmışlardır.

Soru 3’e dair öğrencilerin çözümleri incelendiğinde tüm katılımcılar TŞPAİ sürecine dair yarıçap ve dairenin alanını, BŞİ sürecinde köpüklerin ve dikdörtgenin alanını ilişkilendirmişlerdir. ÖMBK süreç bağlamında 3 öğrenci (Tülay, Efe, Ela) en büyük köpüğün yarıçapını bulup, yarısı oranında küçülterek sırasıyla diğer köpüklerin yarıçapını belirlemiştir. Buradan Tülay ve Efe köpüklerin alanı için *“yarıçap 2 katına çıkarsa dairenin alan formülünden köpüklerin alanı 4 katına çıkar”* diye özel muhakeme becerilerini kullanarak, her köpüğün alanı için ayrı ayrı alan işlem yapmamıştır. Ela ise başta alanın 2 kata çıkacağını düşünse de ilk iki köpüğün alanından 4 kat ilişkisini yakalamıştır. Burada 3 öğrenci de iki veya daha fazla geometrik şekil arasında (Driscoll, 2008) orantısal muhakeme yaparak ÖMBK bileşenin ait olduğu geometrik alışkanlığı Özen (2015)’in çalışmasında da bahsettiği gibi kullandıkları görülmüştür. Zuhale ise köpüklerin alanı için herhangi bir ilişkilendirmeye girmeden formüle dayalı her bir alan için ayrı ayrı işlem yapmıştır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme AÖPA bileşenine dair tüm öğrenciler en küçük köpükleri kullanarak boş bölgenin alanının keşfine nasıl ulaşacaklarını düşünmüşlerdir. Boşluk alanı hedef belirleyerek köpüklerin dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarına çap uzunluğunu kullanarak kaç tane köpük yerleşeceğini keşfetmişlerdir.

Şekli verilen meraların alan ve çevresinin kıyaslatıldığı 4. soruda Tülay, Ela ve Efe meranın üstünde bulunan bölge için aynı çapı paylaşan mera çevrelerinin eşit uzunlukta olduğunu, meranın alt bölgesinin tüm şekillerde aynı ve dolayısıyla eşit çevreye sahip

olduğunu belirterek herhangi bir işlem yapmadan soruyu çözmüştür. Zuhale ise her meranın çevresini ancak işlemle bulabileceğini ifade ederek uzunlukları bulmuştur. Dolayısıyla öğrenciler (Tülay, Ela, Efe) ilişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında çap ile çember çevresini ilişkilendirme, Ela ve Zuhale yarıçap ile yolların alanı arasında bir ilişkilendirme sürecine girmişlerdir. Verilen meraların alanları için Tülay ve Efe işlem yapmadan ikişer ikişer meraların alanlarını birbirleriyle ilişkilendirerek kıyaslamışlardır. Örneğin A merasını C merasının içine yerleştirerek boşlukta oluşan bölgenin fazlalığına göre C'nin A'dan daha büyük bir alana sahip olduğunu söylemiştir. Aynı durumu Efe ve Tülay, diğer mera alanları için de hesaba katarak düşünmüşlerdir. Bu yüzden iki öğrenci ilişkilendirme alışkanlığı BŞİ sürecinde bu şekilde mera alanlarının karşılaştırmasını yapmışlardır. Ela ise aynı durumu kısmen ilişkilendirmiştir. Ela sadece A ile B merasını kıyaslayarak sıralama yapmıştır. Diğer bölgeler için bir kıyaslama yapamayacağını belirtip dairenin alan formülünden yararlanarak bir sıralama yapabileceğini belirtmiştir. Köse ve Tanışlı (2014) benzer soruyu sınıf öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirdiğinde adayların bazılarının yapılar içindeki parçalar arasında muhakemeler yaptıklarını ifade etmişlerdir. Zuhale ise sadece formüle dayalı yarıçap ile dairenin alanını ilişkilendirmiştir. İşlem yaparak tüm meraların alanlarını ayrı ayrı hesaplamıştır. Bu yüzden Zuhale, meraların alanları arasında bir ilişkilendirme sürecine girmemiştir. Tülay, Ela ve Efe bu soru için genelleme alışkanlığı TDK sürecinde meraların çap uzunluklarına bakarak meraların çevrelerinin uzunluklarının eşit olması durumuyla alakalı bir genellemeye ulaşmışlardır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme alışkanlığı KÖPA bağlamında Tülay, Efe ve Ela önceden karşılaştığı durumlarda çap uzunluklarına göre çember çevresini bulduklarını bu yüzden çember şeklindeki mera uzunluklarının eşit olacağını ifade etmişlerdir. Aynı alışkanlık AÖPA bağlamında Tülay ve Efe önden “*B merasının alanı A merasının alanından küçüktür*” şeklinde bir varsayımda bulunarak B bölgesini A'nın içine taşımıştır. Boşluk alanların fazlalığına göre varsayımlarını test etmişlerdir. Bu öğrenciler dediklerini şekiller üzerinde ek çizimler yaparak test etmişlerdir.

Bu oturuma ait son soru olan çoklu şekillerin verildiği alan sorusunda öğrencilerin çoğu bütüne tamamlayarak alan değerlerine ulaşmışlardır. Sadece Tülay bir şekil için şekli parçalama yoluna gitmiştir. Tolga ve Cantürk-Günhan (2020)' in çalışmasında bu durumun tam tersi ortaya çıkmıştır. 6. sınıf alan ölçme sorularında ilişkilendirme süreçlerinin araştırıldığı çalışmada öğrencilerden 1 kişi hariç diğerleri bütün şekli parçalayarak bildiği şekillere parçalayarak alan değerine ulaşmıştır. Yine aynı çalışmada sadece 1 öğrenci şekli

bütüne tamamlama yoluna giderek istenen alan değerine ulaşmıştır. İlişkilendirme alışkanlığı TŞPAİ bağlamında tüm öğrenciler bütün-parça şekiller arasında ilişkilendirme, BŞİ sürecinde oluşturdukları üçgen, yamuk, dikdörtgen alanları arasında ilişkilendirme kurmuşlardır. Keşif ve yansıtmayı dengeleme KÖPA sürecinde tüm öğrenciler daha önce bu tarz çoklu şekillerin alanı için bütüne tamamlama yolunun durumu daha kolaylaştıracağını belirterek şekli bütüne tamamlayarak çözüme ulaşmışlardır.

Geogebra programının kullanıldığı 5 etkinlikte öğrencilerin uygulamaları istekli ve rahat bir şekilde yaptıkları belirlenmiştir. Etkinlik ortamında ilgili konularda kullanılan temsillerin öğrencilerin dinamik düşünme becerilerini geliştirdiği, geometrik öğeler arasındaki bildikleri ilişkileri dinamik ortamda uygulayarak geometrik düşünmelerinin geliştiği söylenebilir. Bu durum da etkinliklerden sonra uygulanan ZGA oturumlarındaki alışkanlık süreçlerini geliştirdiği söylenebilir. Bütün öğrencilerin tüm ZGA oturumlarının sonunda ilişkilendirme becerilerini arttırdıkları görülmüştür. İlişkilendirmelerini kurarken matematiksel dillerini daha iyi kullandıkları ortaya çıkarılmıştır. Tülay ve Efe' nin geometrik problemleri çözerken genelleme yapan en iyi öğrenciler olduğu, Ela'nın ise çalışmanın ilerleyen aşamalarında bu alışkanlığını geliştirdiği söylenebilir. Zuhallise bu alışkanlık bağlamında zayıf kalmıştır. Değişmezleri araştırma bağlamında öğrencilerin benzer yaklaşımları kullanarak dinamik düşündükleri gözlenmiştir. Bunda da Geogebra kullanımının etkili olduğu düşünülmektedir. Keşif ve yansıtmayı dengeleme bağlamında öğrencilerin gittikçe bu alışkanlığı daha iyi yansıttıkları; 3 öğrencinin (Tülay, Ela, Efe) benzer çözümleri olup, Zuhallise'nin performansının çalışma boyunca ilerlediği görülmüştür.

5.2. Öneriler

Araştırma sonuçlarına dayalı öneriler aşağıda verilmiştir:

➤ Araştırmanın sonuçlarına göre verilen çoklu temsil temelli etkinliklerin öğrencilerin zihnin geometrik alışkanlıklarından ilişkilendirme, geometrik fikirleri genelleme, değişmezleri araştırma, keşif ve yansıtmayı dengeleme bileşenlerine katkı sunduğu görülmüştür. Zihnin geometrik alışkanlık bileşenlerinden öğrencilerin çoğunun genelleme alışkanlığını kullanmada zorlandıkları görülmüştür. Genelleme alışkanlığını kullanmak diğer alışkanlıklara göre daha üst bir beceri (Köse, 2014) olduğundan bu yüzden yapılacak başka çalışmalarda genelleme alışkanlığını geliştirmeye yönelik dinamik yazılım destekli başka çalışmalar yapılabilir.

➤ Bu çalışmada öğrencilerin bazen dinamik düşünmede zorlandıkları görülmüştür. Bunun sebebi olarak öğretmenlerin dinamik yazılımları derslerinde kullanamamaları olabilir. Bu yüzden öğrencilerin bir geometrik yapıdaki değişen değişmeyen durumları kavrayabilmesinde etkili olan değişmezleri araştırma alışkanlıklarını geliştirmeleri için öğretmenlere dinamik yazılım programlarını destekleyen hizmetiçi eğitimler verilebilir.

➤ Geometrik alışkanlıklar bireylerin geometrik düşünmelerini geliştirir. Üniversitelerde alınan eğitimler adayların ilerleyen yıllarda mesleklerini icra etmesinde büyük önem sağlar. Bu yüzden üniversitelerde geometrik alışkanlıklarla ilgili seçmeli derslerin verilmesi adayların alışkanlığa dair bilgilerini geliştirebilir. Dolayısıyla adaylar geometrik alışkanlıklara dair edindiği bu bilgilerle öğrencilerinin geometrik düşünmelerini destekleyici dersler tasarlayıp, geometrik düşünmenin gelişimine destek verebilir.

➤ Çalışmada gerçekleştirilen öğretim deneyi 7. sınıf “Doğrular ve Açılar”, “Çokgenler” ve “Çember ve Daire” alt öğrenme alanlarına yönelik etkinliklerle sınırlı kalmıştır. Bu süreçte geometri öğrenme alanlarından “Cisimlerin Farklı Yönlerden Görünümleri” alt öğrenme alanına yönelik çoklu temsil temelli bir etkinlik hazırlanmamıştır. Gelecek çalışmalarda bahsi geçen alt öğrenme alanını da kapsayan öğretim deneylerinin yapılabilir.

➤ Matematiksel kavramların anlamlandırılması ve birbirleriyle ilişkilendirilmelerinde temsiller matematik eğitiminde önemli bir yer tutmaktadır. Ülkemizde geometri öğrenme alanında yapılan çoklu temsillerle ilgili çalışmalar oldukça azdır. Bu çalışmada 7. sınıf öğrencileri doğrular ve açılar, çokgenler, çember ve daire konularında çoklu temsil temelli öğretim süreçlerinden geçmişlerdir. Yapılacak diğer çalışmalar için diğer sınıf seviyelerinin de katıldığı ve geometri alanlarına dair kazanımların artırıldığı boylamsal olarak gerçekleştirilecek olan çoklu temsil çalışmaları yapılabilir.

➤ Yapılan bu araştırmada öğrencilerin sözel temsilleri kullanırken bazen matematiksel öğelerin adlarını açıklamada ya da bu öğeleri birbirleriyle ilişkilendirmede zaman zaman doğru cümleler kuramadıkları, matematiksel ifadelerinde eksiklikler görülmüştür. Bunun sebebi olarak katılımcı öğrencilerin yaklaşık olarak bir buçuk yıl uzaktan eğitimle matematik dersleri yapmaları, yine ders anlatırken öğretmenlerinin uzaktan ders ortamında aktif olup sınıftaki öğrencilere yeterince söz hakkı vermemesinden kaynaklı olabilir. Uzaktan eğitimin kalktığı bu dönemde de birçok öğrencinin eksiklikler yaşadığı bu durumun devam edeceği düşünülmektedir. Bu yüzden sınıf ortamında matematik

öğretmenlerinin derslerinde öğrencilerini konuşturmaya, tartışmaya fırsat vermelerinin onların matematiksel kavramları daha iyi anlamlandırmalarını sağlayacağı düşünülmektedir.

➤ İlgili çalışmada öğrencilerin çoklu temsil temelli etkinlikleri Geogebra programı üzerinden kullanmaları desteklenmiştir. Yapılacak başka çalışmalarda diğer dinamik yazılım programlarını da içeren temsil çalışmaları yaptırılabilir.

➤ Bu çalışmada 4 öğrenciyle sınıf ortamı olmadan çalışılmıştır. Geometriyle ilgili yapılması planlanan diğer temsil çalışmalarında öğrencilerin sayısı artırılıp etkinliklerin sınıf ortamında uygulanması tercih edilebilir. Bu durumda farklı temsil türleri de ortaya çıkabilir.

➤ Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [PISA] ve Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMMS) sınavları ülkeler arasında eğitim sistemlerinin karşılaştırılmasına imkan veren geniş ölçekli sınavlardır. Bu sınavlar sonrası çıkan raporlar ülkelerin eğitim politikalarını etkilemektedir. Ülkemizde PISA ve TIMMS sınavlarına yönelik birçok çalışma yapılmıştır. Ancak sınav sorularında geometri öğrenme alanında kullanılan geometrik alışkanlıklara dair hiçbir çalışma yoktur. Bu yüzden gelecek çalışmalar için ilgili sınavlarda kullanılan zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi ile literatüre katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

➤ Farklı süreçlerden meydana gelen ve birçok etkinlikleri içinde barındıran modelleme gerçek hayat durumlarını ele almakta ve bu durumların matematiksel gösterimle sunulmasına fırsat vermektedir (Erbaş vd., 2016). Dolayısıyla modelleme matematik dersini günlük hayatla ilişkilendirerek anlamlı bir öğrenme süreci sağlamaktadır. Bu durum ayrıca bireylerin matematiksel düşünme becerilerini de geliştirir. Ülkemizde de öğretmenler ve öğretmen adaylarıyla yapılmış birçok matematiksel modelleme çalışmaları mevcuttur. Ancak modelleme ile geometrik alışkanlıkların birlikte incelendiği bir çalışma henüz mevcut değildir. Bu yüzden modelleme sürecindeki basamaklarda kullanılan geometrik alışkanlıkların incelenmesi hakkında yapılacak bir çalışma ile alanyazına katkı sağlanabilir.

➤ Günümüze kadar ülkemizde değişen öğretim programlarıyla birlikte sınav sistemleri de değişmektedir. Liselere girmek için en son 2018' den beri uygulanmakta olan Liselere Giriş Sınavı [LGS] giriş sınavı yapılmaktadır. LGS matematik soruları önceden uygulanan sınav sistemindeki sorulara göre daha üst düzey becerileri ölçmektedir. Bu yüzden toplumumuzda sınava giren öğrencilerin aileleri, bu sınavlara gün geçtikçe çok önem vermektedir. Bu kapsamda sınavda çıkan geometrik problemlerde kullanılan geometrik

alışkanlıklarla alakalı çalışmalar yapılması öğrencilerin geometrik düşünmelerini geliştirip, onların sınav başarı düzeylerini olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir.

➤ Fen, Teknoloji, Mühendislik ve Matematik [STEM] eğitiminde günlük hayatın getirdiği karmaşık durumları çözmek için fen, matematik, teknoloji bilgileri kullanılır (Gülhan & Şahin, 2016). Bu eğitimde teknolojik araçların kullanımı eğitimin etkililiği için önem arz etmektedir. Dinamik bir matematik/geometri yazılım programı olan Geogebra, bireylere geometrik nesnelerdeki dinamik değişimleri gözlemlene fırsatı sunmaktadır. Bu sebeple bu programın STEM içerikli uygulamalarda süreci geliştireceği düşünülmektedir.



KAYNAKÇA

- Abbad, A. (2022). The Extent to which Geometry Content in Palestinian Mathematics Textbooks and British Cambridge Textbooks Satisfy Multiple Representations as Suggested the Lesh Mode: An Analytic Study. *International Journal for Research in Education*, 46(5), 247-275.
- Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. In *Visualization: Theory and practice in science education* (pp. 191-208). Springer Netherlands.
- Ainsworth, S.E., Bibby, P.A. ve Wood, D.J. (1997). Information technology and multiple representations: new opportunities – New Problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105, DOI: 10.1080/14759399700200006.
- Akkoç, H., (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *H.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi (H.U. Journal of Education)*. 30. 1-10.
- Aksu, H, H. (2005). *İlköğretimde aktif öğrenme modeli ile geometri öğretiminin başarıya, kalıcılığa, tutuma ve geometrik düşünme düzeyine etkisi*. (Yayınlanmamış doktora tezi), Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Altıkardeş, E., ve Koyunkaya-Yiğit M. (2022). Matematik öğretmenliği lisans öğrencilerinin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi: trigonometri örneği. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 514-540.
- Altun, M. (2012). *İlköğretim 2. kademedede (6,7,8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Ambrose, R., Nicol, C., Crespo, S., Jacobs, V., Moyer, P., ve Haydar, H. (2004). Exploring the use of clinical interviews in teacher development. In D. E. McDougall & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the Twenty-Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 89-91). Toronto, Ontario, Canada.

- Arastaman, G., Öztürk Fidan, İ. ve Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: kuramsal bir inceleme. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 37-75.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme problemlerini çözme süreçlerindeki cebirsel düşünme becerileri*. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Aslaner, R., ve İlhan, A. (2018). Kare için ifade edilen Pisagor bağıntısının diğer düzgün çokgenlere ve daireye uygulanması. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (45), 55-67.
- Ayyıldız, H., ve Aktas, M. C. (2022). Türkiye’deki matematik eğitimi alanındaki temsil araştırmalarının eğilimleri: tematik içerik analizi çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 11(1), 127-144.
- Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26–31.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik*. İstanbul: BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim.
- Baltacı, S., Yıldız, A., ve Kösa, T. (2015). The potential of GeoGebra dynamic mathematics software in teaching analytic geometry: The opinion of pre-service mathematics teachers. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 483–505.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi, *DEUHFED*, 9(1), 23-28.
- Bayık, F. (2010). *11. Sınıf öğrencilerinin geometrik problemlerle ilgili oluşturdukları dış temsillerle iç temsiller arasındaki etkileşimler*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Berg, B. L., ve Lune, H. (2015). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (Çev. Aydın H.). Konya: Eğitim Yayınevi.
- Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 219- 237.
- Boz-Yaman, B. ve Duatepe-Paksu, A. (2017, 11-12 Kasım). Origamiyle yapılan sorgulamaların zihnin geometrik alışkanlıkları süreçlerini tetiklemesi. Eğitimde Gelecek Kongresi [Poster sunumu]. MEF Üniversitesi, İstanbul.
- Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2016). Zihnin geometrik alışkanlıkları. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 278-290). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Brady, K. (2008). *Using paper-folding in the primary years to promote student engagement in mathematical learning proceedings of the 31st annual conference of the mathematics education research group of australasia m. goos, R. Brown, ve K. Makar (Eds.)*, 77-83.
- Bülbül, B. Ö. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bülbül, B. Ö. ve Güven, B. (2019). Geometrik düşünme alışkanlıkları ile akademik başarı arasındaki ilişkinin incelenmesi: Matematik öğretmeni adayları örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(3), 711-731.
- Bülbül, B. Ö. ve Güler, M. (2021). Can geometry achievement and geometric habits of mind be improved online? Reflections from a computer-aided intervention. *Journal of Educational Technology Systems*, 49(3), 376-398.
- Büyüköztürk, Ş. vd. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (11. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cleland, J. A. (2017). The qualitative orientation in medical education research. *Korean Journal of Medical Education*, 29(2), 61.

- Clements, D. H., Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.420-464) New York: Macmillan.
- Clements, D.H., Battista, M.T., Sarama, J. and Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal*: 98(2), 171-186.
- Cobb, P., & Steffe, L. (2011). *A journey in mathematics education research*. Netherlands: Springer
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. and Schauble, L. (2003). *Design experiments in educational research*. *educational researcher*, 32 (1), 9–13.
- Costa, A. L. ve Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind*. Alexandria, VA: Association for Supervision ve Curriculum Development.
- Crespo, S., ve Nicol, C. (2003). Learning to investigate students' mathematical thinking: The role of student interviews. In N. A. Pateman, B. Dougherty, and J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th International Group for the Psychology of Mathematics Education Conference* (Vol. 2, pp. 261–268). Honolulu, HI: University of Hawai'i.
- Creswell J. W., Poth C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Sage.
- Czarnocha, B. ve Maj, B. (2008). *A teaching experiment: Handbook of mathematics teaching research -A tool for teachers- researchers*, Ed.: Czarnocha B., University of Reszów, Poland, 47–58.
- Czarnocha, B. ve Prabhu, V. (2004). Teaching-Research and Design Experiment—two methodologies of integrating research and classroom practice. E-proceedings of *epiSTEME-1, International Conference to Review Research on Science, Technology and Mathematics Education*, (pp. 78-80). Goa, India.

- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen Adaylarının Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin Problem Çözme Başarıları Yönüyle İncelenmesi: Belirli İntegral Örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/Educational Sciences: Theory & Practice*. 10(1), 111-149.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2016). Matematik eğitiminde çoklu temsiller. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (s. 526). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- De Villiers, M. (1998, July). To teach definitions in geometry or teach to define? In *PME conference* (Vol. 2, No. 8).
- Dikovich L. J. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191–203.
- Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J. ve Egan, M. (2007). *Fostering geometric thinking: A guide for teachers grades 5-10*. Portsmouth, NH: Heineman.
- Driscoll, M., Wing DiMatteo, R., Nikula, J., Egan, M., Mark, J. ve Kelemanik, G. (2008). *The fostering geometric thinking toolkit*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Duatepe, A. (2000). *An investigation on the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elementary school teachers* (Master's thesis, Middle East Technical University).
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Kâğıt katlama yöntemiyle dörtgenlerin incelenmesi. *Journal of Inquiry Based Activities*, 6(2), 80-88.
- Dunphy, E. (2010). Exploring young children's (mathematical) thinking: preservice teachers reflect on the use of the one-to-one interview. *International Journal of Early Years Education*, 18(4), 331-347.

- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana and V.Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study* içinde (s. 37–52). Dordrecht: Kluwer.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Erbaş, A. K. ve Yenmez, A. A. (2011). The effect of inquiry-based explorations in a dynamic geometry environment on sixth grade students' achievements in polygons. *Computers & Education*, 57(4), 2462–2475.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S. ve Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- Erşen, Z.B., (2018) *Onuncu sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik öğretim ortamının tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi*. Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Fidan, Y. ve Tümnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185-197.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 139–162.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2015). *How to design and evaluate research in education*. 9th ed, Singapore, Mc Graw Hill.
- Furinghetti, F. ve Paola, D. (2002). Defining within a dynamic geometry environment: Notes from the classroom. *Proceedings of the 26th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Norwich, UK., 2, 392-399.
- Goldenberg, E. P. (1996). “Habits of Mind” as an organizer for the curriculum. *Journal of Education*, 178(1), 13–34.

- Goldin, G. A. (2004). *Representations in school mathematics: a unifying research perspectives*. In J. Kilpatrick, W. G. Martin ve D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.
- Goldin, G. A., ve Kaput, J. J., (1996), *A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics*. In Steffe L. ve Nesher, P. (Eds), *Theories of Mathematical Learning* (p.397–431). New Jersey, LEA: Mahwah.
- Gomes, A. S., & Vergnaud, G. (2004). On the learning of geometric concepts using dynamic geometry software. *Renote*, 2(1).
- Govender, R. G., ve Govender, D. W. (2020). Learning geometry online: A creative individual learning experience. *International Journal of eBusiness and eGovernment Studies*, 12(2), 151-165.
- Gökbulut, Y. ve Ubuz, B. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının prizma bilgileri: tanım ve örnekler oluşturma. *İlköğretim Online*, 12(2), 401-412.
- Guba, E. G. ve Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Educational Communication and Technology Journal*, 30 (4), 233-252.
- Gülbağcı, S. (2009). *İlköğretim 7. sınıf dörtgenler konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gülhan, F. ve Şahin, F. (2016). Fen-teknoloji-mühendislik-matematik entegrasyonunun (STEM) 5. sınıf öğrencilerinin bu alanlarla ilgili algı ve tutumlarına etkisi. *International Journal of Human Sciences*, 13(1), 602-620.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Güven, B. ve Karpuz, Y. (2016). Geometrik muhakeme: bilişsel perspektifler. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde toeriler içinde* (s. 245–264). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

- Hacısalıhoğlu, H. H., Mirasyedioğlu, Ş., ve Akpınar, A. (2004). *İlköğretim 6-8 matematik öğretimi*. Asil Yayın Dağıtım, Ankara.
- Hıdıroğlu, Ç. N., ve Aktaş, S. E. (2021). GeoGebra destekli matematiksel modelleme sürecinin merdiven problemi çözümü çerçevesinde yapılandırılması. *Başkent University Journal of Education*, 8(2), 292-314.
- Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova-Güzel, E. (2014). Matematiksel modellemede GeoGebra kullanımı: Boy-Ayak uzunluğu problemi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36(2), 29-44.
- Hiebert, J. ve Carpenter, T. (1992). *Learning and teaching with understanding*. In D. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-100). Reston, VA.
- Hohenwarter, M., Jarvis, D. ve Lavicza, Z. (2009). Linking geometry, algebra, and mathematics teachers: GeoGebra software and the establishment of the international GeoGebra institute. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(2), 83-86.
- Janvier, C. (1987a). *Conceptions and representations: The circle as an example*. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics* (pp. 147-159). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. J. (1987). *Representation systems and mathematics*. (Edited by: Claude Janvier). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. London: Lawrence Erlbaum Associates, 27-32.
- Karakuş, M. (2015). *Deneyisel çalışma prosedürleri*. A. Aypay (Ed.), *Araştırma yöntemleri desen ve analiz* (s. 310-311) içinde. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Karakuzu, B. (2017). *İlkokul ve Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Geometri Görelerinin Tür, Bağlam, Temsil Biçimi ve Bilişsel İstem Düzeyleri Açısından İncelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

- Karataş, Z. (2017). Sosyal bilim araştırmalarında paradigma değişimi: nitel yaklaşımın yükselişi. *Türkiye Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 68-86. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/tushad/issue/31792/350444>.
- Kitzinger, J. (1994). "The methodology of focus groups: the importance of interaction between research participants", *Sociology of health and illness*, 16 (1), 103–121. Kitzinger, J. (1995). "Qualitative research: introducing focus groups", *British Medical Journal*, 311, 299–302.
- Konyalıhatipoğlu, M. E. (2016). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin analitik ve bütüncül düşünme stillerinin solo taksonomisi ile incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Krefting, L. (1991). Rigor in qualitative research: The assessment of trustworthiness. *The American journal of occupational therapy*, 45(3), 214-222.
- Krueger, R.A. (1994). *Focus groups: A practical guide for applied research*. London: SAGE.
- t, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lesh, R., ve Kelly, A., (2000) Multitiered teaching experiments. In A. Kelly, R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education*. (pp. 197-230). Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.
- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 135– 157.
- Leung, A. (2015). Discernment and reasoning in dynamic geometry environments. In *Selected regular lectures from the 12th international congress on mathematical education* (pp. 451-469). Springer International Publishing.
- Marshall, Gordon, *Sosyoloji Sözlüğü*, Bilim ve Sanat Yayınları, Ankara, 1999.
- Maxwell, J. A. (1996). *Qualitative research design*. California: Sage Publication.

- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation: Revised and expanded from qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *An expanded source book: Qualitative data analysis* (2nd ed.). SAGE Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu
- Milli Eğitim Bakanlığı (2021). Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7 ders kitabı (Ed. B. Boz Yaman) Ankara: Devlet Kitapları.
- Morgan, D.L. (1997). *Focus groups as qualitative research*. California: SAGE.
- Nagy-Kondor, R. (2008). *Using dynamic geometry software at a technical college*. Mathematics & Computer Education, 42(3).
- Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele's of thinking on geometric constructions* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Canada: Simon Fraser University.
- Nopriana, et. al., (2023). prospective mathematics teachers' van hiele's geometry thinking and habits of mind: a description of hard skill and soft skill by gender. *International Journal of Mathematics and Mathematics Education (IJMME)*, 1(1), 51-60
<https://doi.org/10.56855/ijmme.v1i1.231>
- Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Oral, I. ve McGivney, E. (2013). *Türkiye’de Matematik ve Fen Bilimleri Alanlarında Öğrenci Performansı ve Başarının Belirleyicileri*. TIMSS 2011 Analizi. Eğitim Reformu Girişimi. <https://www.egitimreformugirisimi.org/wp-content/uploads/2017/03/ERG-TIMSS-2011-Analiz-Raporu.pdf>
- Orbeyi, S. (2007). *İlköğretim matematik dersi öğretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi* (Unpublished master’s thesis). Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Çanakkale.
- Önel, F. (2021). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme becerilerinin dinamik geometri ortamında incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Mersin.
- Özdemir, A., ve Çekirdekci, S. (2022). Geometric habits of mind: the meaning of quadrilaterals for elementary school student teachers. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 9(1), 49-66.
- Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s. 249-272). Pegem Akademi.
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (Çev. Ed.: Bütün, M. ve Demir, S. B). Ankara: Pegem Akademi.
- Punch, K. F. (2005). *Sosyal araştırmalara giriş*, (Çev.) Bayrak D., Arslan H. B. ve Z. Akyüz, Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Robichaux, R. ve Rodrigue, P. (2003). Using origami to promote geometric communication. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(4), 222-229.
- Sevimli, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114–145.
- Spear-Swerling, L. (2006). The use of manipulatives in mathematics instruction. Retrieved June 21, 2006 from www.ldonline.org.
- Steffe, L. P. ve Thompson, P. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.267 – 306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steffe, L. P. (1991). *The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications*. In E. Von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 177-194). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Şeker, H. B. ve Erdoğan, A. (2017). GeoGebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliliğine etkisi. *OPUS International Journal of Society Researches*, 7(12), 82-97.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. USA: Kluwer Academic Publishers.
- Taş, S. ve Yavuz, A. (2020). The Relationship Between 7th Grade Students' Spatial Abilities and The Geometric Habits of Mind. *OPUS International Journal of Society Researches*, 15(25), 3120-3137.
- Taş, S. ve Yavuz, A. (2021). The effect of the 7 th grade students' geometry oriented self-efficacy on the geometric habits of the mind. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 10(3), 906-926. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.732645>.
- Tolga, A. (2017). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi Ve Derslerine Yansıması*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tolga, A. ve Cantürk-Günhan, B. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 10(1), 37-56.

- Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2020). 6. Sınıf öğrencilerinin alan hesaplamada ilişkilendirme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1042-1066.
- Turan, Ö., Arslan, Ç., Broutin, M. S. T., ve Ezentaş, R. (2022). Geometric habits of mind of mathematics teachers in the context of their geometry backgrounds. *International Journal of Research in Education Humanities and Commerce*. Volume 03, Issue 04 "July - August 2022" ISSN 2583-0333.
- Tuzcu, D. (2011). *Fen bilgisi öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir (Tez No: 290112).
- Türnüklü, E., Alaylı-Gündoğdu, F., Akkaş E.N., (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13 (2).
- Usiskin, Z. ve Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Information Age Publishing, Inc.
- Şahin, Ş., Bir, A.A., Suher, H.K., (2009). Odak Grup Yönetimi: Uygulamacılar Açısından Bir Değerlendirme, *Galatasaray Üniversitesi İletişim Dergisi*, 11(11), ss51-74.
- Umay, A. (1996). Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 145-149.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, D. ve Yavuzsoy-Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (1), 605-633.
- Van de Walle, J.A., Karp, K.S. ve Bay-Williams, J.M. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Ed.). New York, NY: Pearson Education.

Van Hiele, P. M. (1984). A child's thought and geometry. In D. Fuys, D. Geddes and R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. Van Hiele* (An Investigation of the Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents). Research in Science Education (RISE) Program of the National Science Foundation (Original work published in 1959).

Von Glasersfeld (1996). *Radikaler Konstruktivismus, Ideen, Ergebnisse, Probleme*, Frankfurt am Main.

Weber R P (1989) *Basic Content Analysis*, Sage, London.

Zunlu, M. (2022). *Ortaokul matematik öğretmeni ve 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerinin zihnin geometrik alışkanlıkları bakımından incelenmesi* ,Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

EKLER

EK 1. Öğrencinin Akademik Özgeçmişi

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Arife TOLGA		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Zihnin Geometrik Alışkanlıkları, Geometrik Düşünme		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm/ ABD	Yıl
Lisans	Balıkesir Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği/İlköğretim Matematik Eğitimi	2009-2013
Yüksek Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Eğitimi/Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı	2015-2017
YL Tez Başlığı	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının Belirlenmesi ve Derslerine Yansımaları		
YL Tez Danışmanı	Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜNHAN		
Akademik Eserler			
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.)			
Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.			
*Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının belirlenmesi. <i>Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi</i>, 10(1), 37-56. *Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2020). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin zihnin geometrik alışkanlıklarının incelenmesi. <i>Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi</i>, (49), 1-23. Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2020). 6. Sınıf öğrencilerinin alan hesaplamada ilişkilendirme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi. <i>Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi</i>, 17(1), 1042-1066. *Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2022). Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsillerinin ve Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi. 3. <i>Uluslararası Bilim Eğitim Sanat ve Teknoloji Sempozyumu (UBEST 2019)</i> 23-25 Eylül 2022 (s. 175-183). İzmir. *Tolga, A. ve Günhan, B. C. (2023). 7. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi. <i>Fen Matematik Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Dergisi</i>, 6(3), 172-187.			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			

EK 2. Uygulama İzinleri

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü
ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı :	Arife TOLGA
Kurumu / Üniversitesi	D.E.Ü Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı
Araştırma yapılacak iller	İzmir
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Bergama Mualla Ersezgin Ortaokulu
Araştırmanın konusu	Ortaokul Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	----
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Ortaokul Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi
Veri toplama araçları	Gönüllü Katılımcı Onam Formu Kişisel bilgi formu MEB Uygulama İzin Formu Veli İzin Formu Öğretim Deneyi Öncesi Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi formu Öğretim Deneyi Sonrası Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi formu Öğretim Deneyi Süreci Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi formu
Görüş istenilecek Birim/Birimler	-----
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
İlgi: Milli Eğitim Bakanlığı'nın 21/01/2020 tarihli ve 1563890 sayılı Araştırma, yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Konulu, 2020/2 Sayılı Genelgesi. Genelge gereğince; araştırma başvurusu olması gereken nitelikler açısından incelenmiş olup, araştırmanın 2020-2021 öğretim yılında eğitim öğretimin başlamasıyla eğitim kurumları yöneticilerinin uygun gördüğü şekli ile yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir	
Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhallif İfadenin Adı ve Soyadı: ----	Gereğesi; -----

KOMİSYON

27/08/2020

(Başkan) /	Uye	Uye	Uye	Uye
Salih GÜVEN Şube Müdürü	Nurcan MARAL Öğretmen	Selahattin ANIK Öğretmen	Dr.Yasin KAYIŞ Öğretmen	Cihan KARABULUT Öğretmen

EK 3. Etik İzin



T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 12018877-604.01.01-E.11720463
Konu : Arife TOLGA'nın
Araştırma İzni

31/08/2020

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 22/08/2017 tarihli ve 355862610.06-E.12607291 sayılı yazısı (Genelge 2017/25)
b) Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğü Hukuk Müşavirliğinin 30/07/2020 tarihli ve 87347630/42104268-3276 sayılı yazısı.

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Programı öğrencisi Arife TOLGA'nın; "Ortaokul Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi" konulu tez çalışması kapsamında İlimiz Bergama İlçesi Mualla Ersezgin Ortaokulunda güvenilirlik çalışması yapma isteği ilgi (b) yazı eki dilekçesinde belirtilmektedir.

Söz konusu tez uygulamasının, 2020-2021 Eğitim Öğretim yılında İlimiz Bergama İlçesi Mualla Ersezgin Ortaokulunda eğitim öğretimin başlamasıyla eğitim kurumları yöneticilerinin uygun gördüğü şekli ile yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Dr. Ömer YAHŞİ
Millî Eğitim Müdürü

Ek: Araştırma Değerlendirme Formu

OLUR
31/08/2020

Erhan GÜNAY
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Fevzi Paşa Mah.452 Sok. No:15 Konak-İZMİR.
Elektronik Ad: izmir.meb.gov.tr
e-posta : v.tr

Bilgi için: F.KARAÖNLÜ(Şef)
Tel: 1
Faks: 0

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır: <https://ekolodis.meb.gov.tr/adresinden> c029-6750-3a5d-9126-1486 kodu ile teyit edilebilir.

EK 4. Öğretim Deneyi Etkinlikleri

Etkinlik 1

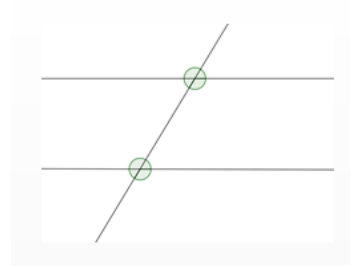
Etkinlik Adı: Kesen Doğru

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Doğrular ve Açılar

Kazanım: İki paralel doğruyla bir kesenin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler; oluşan açılardan eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer.

- Doğru aracını kullanarak bir doğru çizip, dışına bir nokta koyunuz. Bu noktadan geçen ve çizilen doğruya paralel bir doğru gösteriniz.
- Bu doğruları kesen bir başka doğru çiziniz.
- Bu durumda oluşan açıları bulunuz. Hangileri eştir?
- Açılar arasında nasıl bir ilişki var bulunuz.
- Hangi açılardan yöndeş, ters, iç-ter, dış-ter olduğunu belirtiniz.



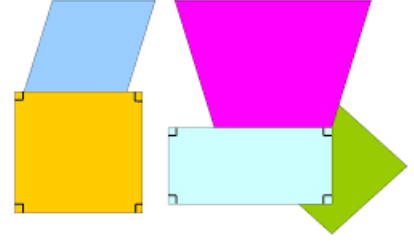
Etkinlik 2

Etkinlik Adı: Dörtgen İlişkileri

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Kazanım: Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler.



- Doğru aracından yararlanarak bir doğru çiziniz.
- Doğrunun dışına bir nokta koyup, bu noktadan çizdiğiniz doğruya paralel doğru çiziniz.
- Çizilen paralel doğru üzerine bir nokta koyunuz. Ve bu doğruları seçerek gizleyiniz.
- Çokgen aracını seçip, bu noktalardan geçen dörtgeni inşa ediniz.
- Noktaları oynatarak dikdörtgen, kare, paralelkenar, eşkenar dörtgen elde edebilir misiniz?
- Yamuğun tanımını söyleyebilir misiniz?
- Oluşturduğunuz dörtgenler arasında nasıl bir ilişki vardır sizce?
- Belirlediğiniz ilişkiye dayanarak bu dörtgenler arasında hiyerarşik bir sınıflama yapabilir misiniz?

EK



ÇİZİM

- Çizmiş olduğunuz dörtgenin paralel olmayan diğer iki kenarını da paralel yapıp dinamik değerlere sahip bir paralelkenar çiziniz.
- Bu dörtgen yardımıyla diğer dörtgenleri de çizebilir misiniz?

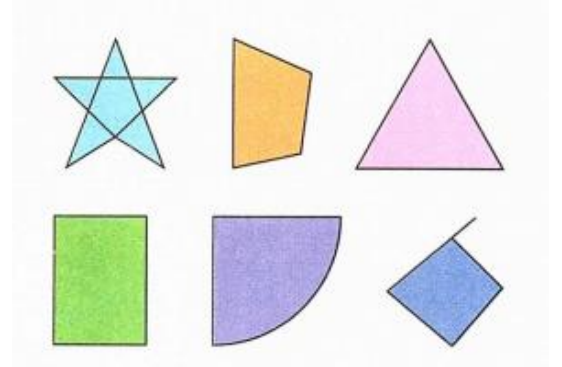
Etkinlik 3

Etkinlik Adı: Çokgenim Düzgün mü, Değil mi?

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Kazanım: Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. Çokgenlerin iç açılarını belirler.



- Doğru parçası aracını kullanarak bir doğru parçası çizersiniz.
- Düzgün çokgen aracını seçerek çizilen doğru parçasına tıklayıp, istenilen nokta sayısını belirtiniz.
- Düzgün çokgen çizildikten sonra uzaklık veya uzunluk komutundan, her bir çokgen kenarının üzerine gelerek uzunluklarını bulunuz.



EK ÇİZİM

- Bir doğru parçası çizersiniz. Bu doğru parçasının uç noktalarından yararlanarak, verilen ölçüde açı çizersiniz.
- Aynı işlemi, çokgeninizi kaç kenarlı yapmayı planlıyorsanız o kadar ilerletiniz.
- Uzaklık veya uzunluk aracından yararlanarak tüm kenar uzunluklarını ölçünüz.



EK ÇİZİM

- Çember aracına tıklayarak merkezi ve yarıçapı belli bir çember çizersiniz.
- Çember üzerinde bir nokta alıp, merkezi bu nokta olan başka bir çember çizersiniz.
- İstedığınız çokgenin kenar sayısı kadar aynı işleme devam ediniz.
- İlk çemberle son çemberin kesiştiği yere nokta koyunuz.
- Çokgen aracından yararlanarak ve noktaları kullanarak çokgeni oluşturunuz.
- Çokgenin kenar uzunluklarını karşılaştırınız. Oluşturduğunuz çokgen nasıl bir çokgendir?
- Açı komutundan yararlanarak bütün açı değerlerini ölçünüz.

Etkinlik 4

Etkinlik Adı: Çember ve Daire

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Doğrular ve Açılar

Kazanım: Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar. Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar.

- Sürgü aracından bir sürgü (a) oluşturunuz (Sayısal değeri aralığını 1 ile 10 arası yapabilirsiniz).
- Çember aracından yararlanarak yarıçapı a bir olan bir çember çizin.
- Uzaklık-uzunluk komutundan çemberin çevresini belirtiniz.
- Çemberin merkezinden çember üzerinde olacak şekilde bir doğru parçası çizin.
- Metin aracını kullanarak çevre uzunluğunu çemberin çap uzunluğuna bölerek pi sayısını gözlemleyiniz.



- Merkez ve bir noktadan geçen çember çizin.
- Merkez ve üzerindeki noktayı doğru parçası aracından yararlanarak birleştiriniz.
- Grafik penceresinin diğer alanında iki noktadan geçen yarım çember çizin.
- Orta noktadan yararlanarak bu yarım çemberin orta noktasını bulun.
- Dairesel dilim aracından yararlanarak yarım çemberin alanını hesaplayınız.
- Alan aracından yararlanarak 1 daire ve yarım dairenin alanını bulun.
- Giriş alanına gelerek dairenin alanı ve yarım dairenin alanı diye bir metin oluşturarak çizdiğiniz geometrik şekillerin üzerine metin ekleyiniz.
- Taşı aracından yararlanarak daire ve yarım dairenin alanlarında belirlenen değişiklikleri gözlemleyiniz.

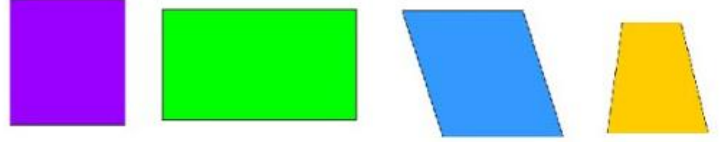


- Yarı çember aracını kullanarak yarıçapı 4 br olan yarım çember çiziniz.
- Yarı çember aracını kullanarak yarıçapı 2 br olan 2 tane bitişik olacak şekilde yarım çember çiziniz.
- Çizmiş olduğunuz bu iki çemberin uzunlukların kıyaslayınız.
- Yarı çember aracını kullanarak yarıçapı 3 br olan 2 tane bitişik yarım çember çiziniz.
- Yarıçapı 6 br olacak şekilde bir yarım çember çiziniz.
- Çizmiş olduğunuz son iki çemberi daire dilimi olarak tamamlayarak alanlarını karşılaştırınız.



Etkinlik 5

Etkinlik Adı: Dört Kenarı Verilen
Dörtgen Çizimi



Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Kazanım: Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler.

- Dört kenar uzunluğunu temsil edecek biçimde sürgüler oluşturunuz (kenar uzunluklarını a,b,c,d diye belirtiniz).
- Verilen uzunlukta doğru parçası aracından yararlanarak, uzunluğunu a olarak belirttiğiniz a sürgüsüyle kontrol edilebilen bir doğru parçası çiziniz.
- a sürgüsü uzunluğunda bir AB doğru parçası oluşturunuz.
- B noktasından b sürgüsü uzunluğu kadar yarıçapa sahip çember çiziniz. Çember üzerinde bir C noktası belirleyiniz.
- B ve C noktasını birleştiren doğru parçası çiziniz.
- C'yi merkez kabul eden, c sürgüsü uzunluğunu yarıçap kabul eden bir çember çiziniz.
- Son kenar için A köşesinden d sürgüsü uzunluğunu yarıçap kabul eden bir çember çiziniz.
- Son iki çemberin kesiştiği noktayı D diye belirtiniz.
- C ve D noktalarından geçen bir doğru parçası çiziniz. Aynı şekilde A ve D noktalarından geçen bir doğru parçası çiziniz. Oluşturduğunuz çemberleri gizleyiniz.
- Elde ettiğiniz dörtgeni dinamik olarak oynatarak oluşan dörtgenler hakkında ne diyebilirsiniz?



EK ÇİZİM

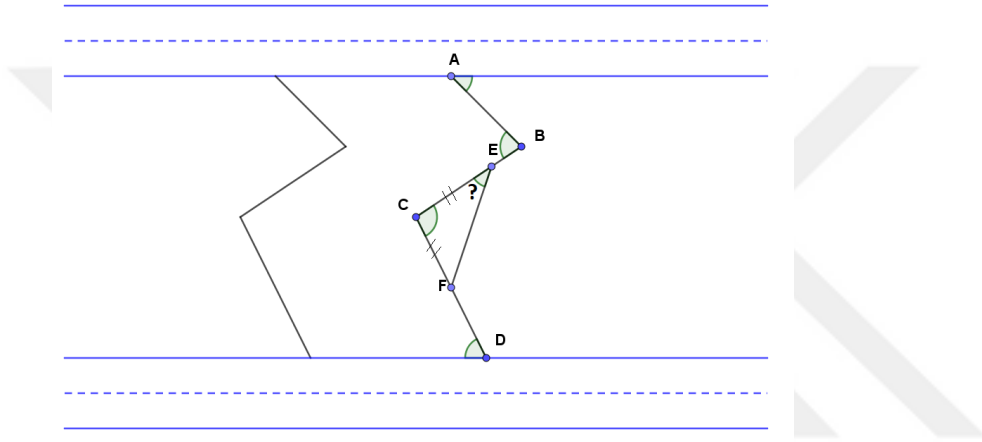
- Çizdiğiniz dörtgenin bütün kenar uzunluklarını grid yardımıyla eşit yapınız. Bu durumda bütün kenarları eşit olan dörtgen elde etmiş olmalısınız. Bu durumda dörtgenlerin özelliklerini düşünerek bu dörtgen için neler söyleyebilirsiniz?



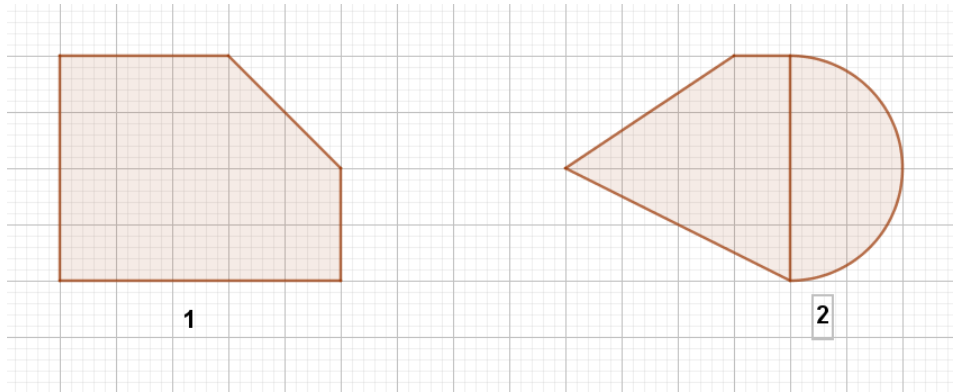
EK 5. ZGA Soruları

ZGA Ön Test Soruları

1) İzmir'in Bergama ilçesinde, paralel olan 2 yol arasında öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla, sahibi matematik öğretmeni olan bir üçgen kafe tasarımı yapılıyor. Bu yolun A noktasının yol ile yaptığı açı (sağ yönlü) 42° , yolun B köşesi ile yaptığı açı 54° ve D noktasının yol ile yaptığı açı(sol yönlü) 62° 'dir. Köşeleri C, E, F noktaları olan üçgen kafenin E köşesine ait açısı kaç derece olmalıdır?



2)

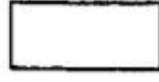


Yukarıdaki 1 ve 2 numaralı şekillerin alanlarını bulunuz.

3)

Aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri karedir?

- a) Hiçbiri kare değildir.
- b) Yalnız G
- c) F ve G
- d) G ve I
- e) Hepsı karedir.



F



G



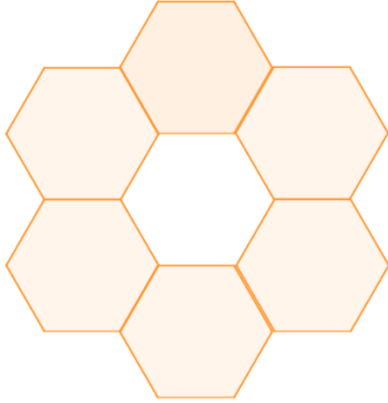
H



I

(Van Hiele Geometri Testi; akt Duatepe, 2000)

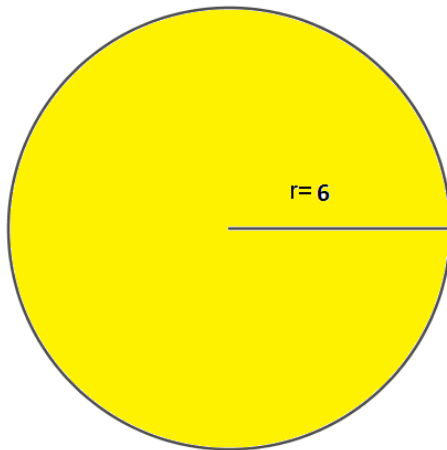
4) Arılar peteklerini altıgen şeklinde yapmaktadırlar. Bunun sebebi bir yeri en az malzeme ve en çok dolduracak şekilde kullanmanın yolu altıgen yapmaktan geçmektedir.



Yanda arıların düzgün altıgenleri birleştirerek yaptığı petek modeline bir örnek verilmiştir. Bu şekille ilgili olarak:

- I. Düzgün onsekizgendir.
- II. Bir iç açısı 120° dir.
- III. Kenarları birbirine eşittir.

5)

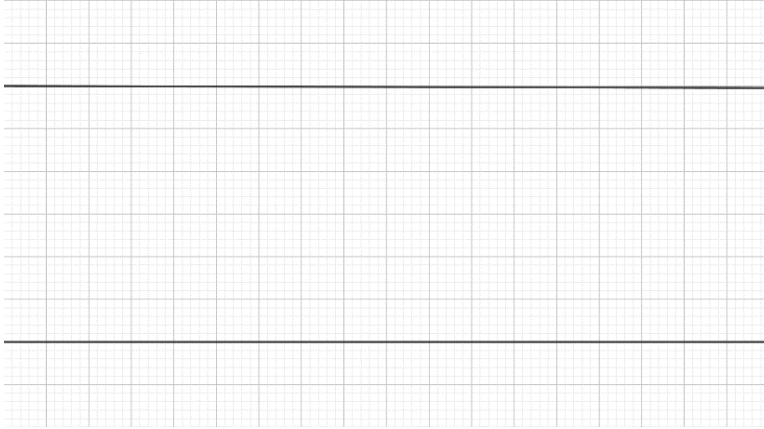


Elif yukarıda yarıçapı 3 br olarak verilen daire şeklindeki oyun hamurunu değiştirerek farklı geometrik şekiller elde etmektedir. Matematik öğretmeni Elif'ten alanı değişmeyecek şekilde kenarları pozitif tam sayı olan bir dikdörtgensel bölge elde etmesini istemektedir. Buna göre Elif'in oluşturduğu farklı dikdörtgensel bölgelerin çevrelerinin en büyük ve en küçük değerleri nedir? ($\pi = 3$)

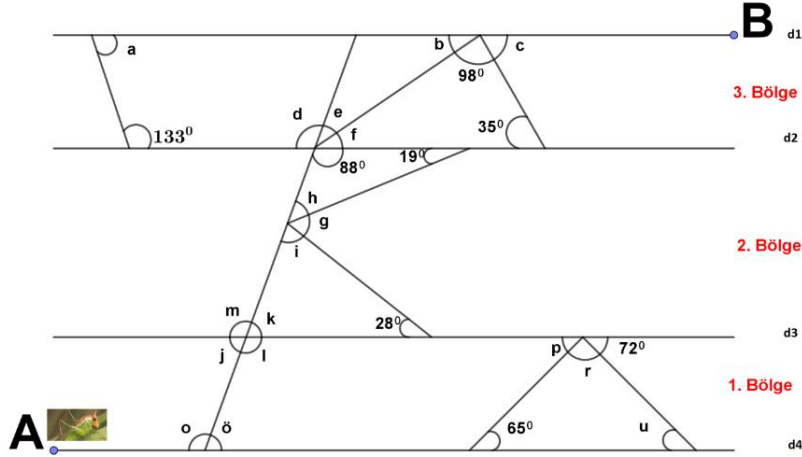
ZGA 1'e Ait Sorular

1)

Oyuncak bebekleriyle oynayan Naz ve Elif elindeki bebekleri doğrusal olarak ilerletmektedir. Naz elindeki bebeği güneybatı yönünde 50 cm hareket ettirince bebeğin vardığı son durumla ilk durumu arasındaki uzaklığın zeminle oluşturduğu açı 118° olmuştur. Elif ise elindeki bebeği kuzeybatı yönünde 60 cm hareket ettirince bebeğin son durumla ilk durumu arasındaki uzaklığın zeminle oluşturduğu açı 122° olmuştur. İki arkadaşın son durumda bebekleri çarpıştığına göre bebeklerin karşılaşma açıları kaç derecedir?



2)



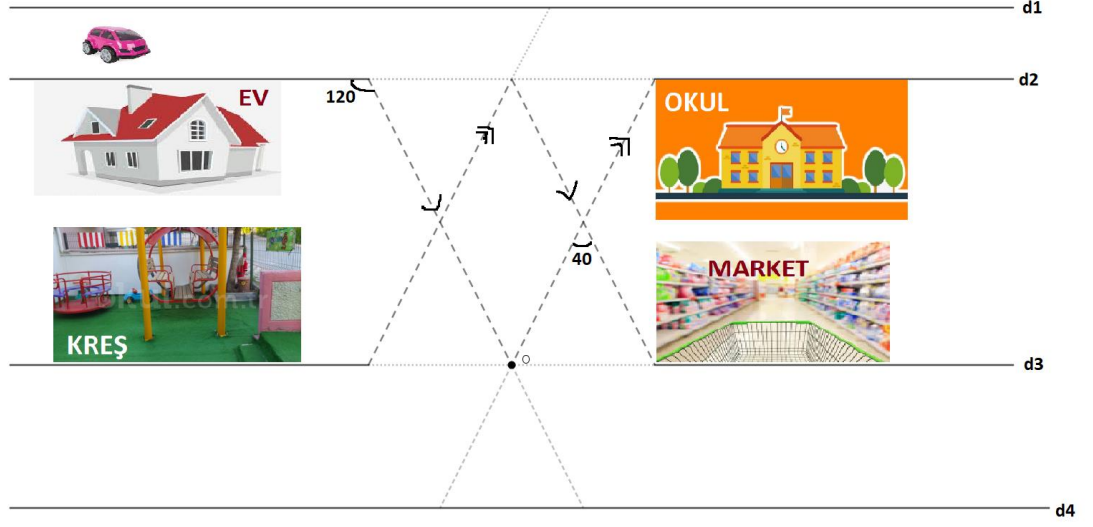
Bir çekirge bir tarladaki minik çitlerle ayrılmış 3 bölgedeki bütün açılara zıplamaktadır. Hedefine A noktasından başlayıp, B noktasında sonlandıracaktır. Buna göre aşağıda verilenlere uygun cevaplandırmalarda bulununuz. (d1//d2//d3//d4)

Verilen harflere ait açı değerlerini bulunuz.

- i) l ile o açıları.....açılardır.
- ii) o ile ö açısı.....açılardır.
- iii) m ile l açısı.....açılardır.
- iv) k ile ö açısı.....açılardır.
- v) r açısının tümler açıları ile ö açısının yöndeş açıları bulunuz.

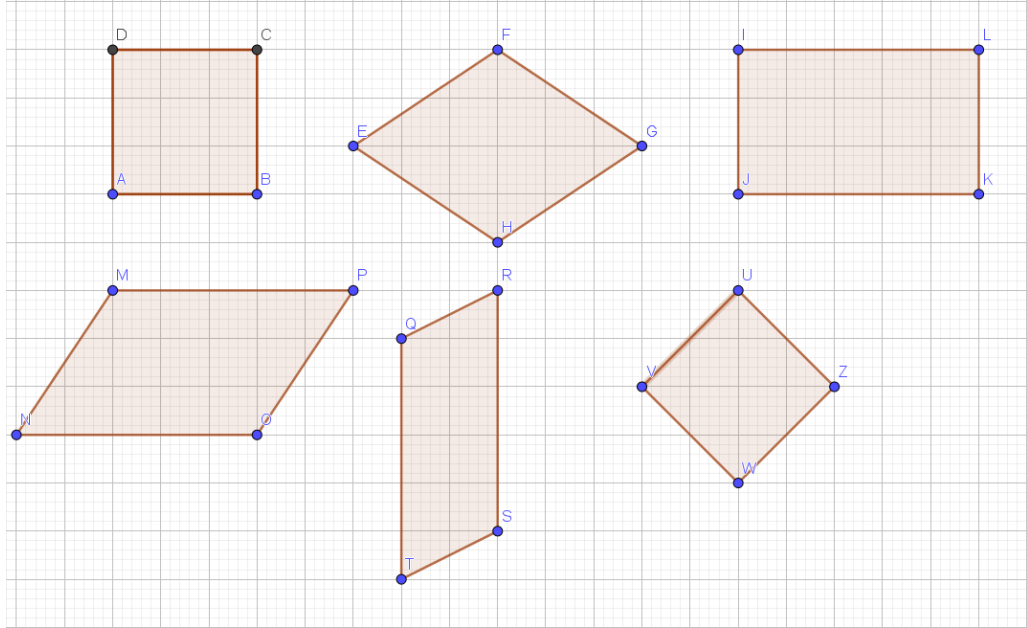
3)

Tatil günü evden arabasıyla yola çıkan baba, önce büyük kızını okula götürüp, sonra küçük kızını kreşe bırakarak son olarak markete de uğrayıp, evinin yolunu almıştır. Baba arabasıyla çizgiler üzerinde en kısa sürede yol alacak şekilde toplam kaç derecelik bir dönüş açısı yapmıştır?



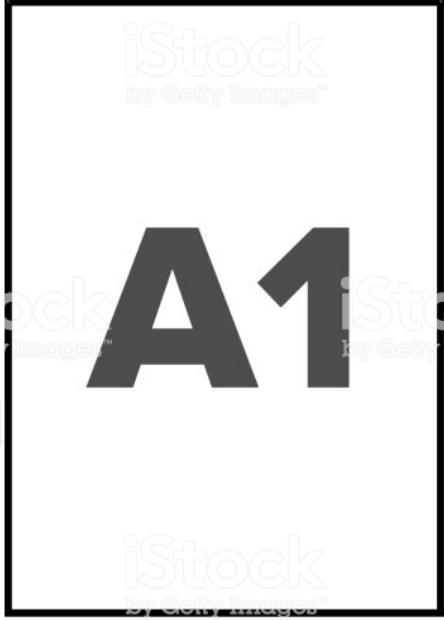
ZGA 2'ye Ait Sorular

1)



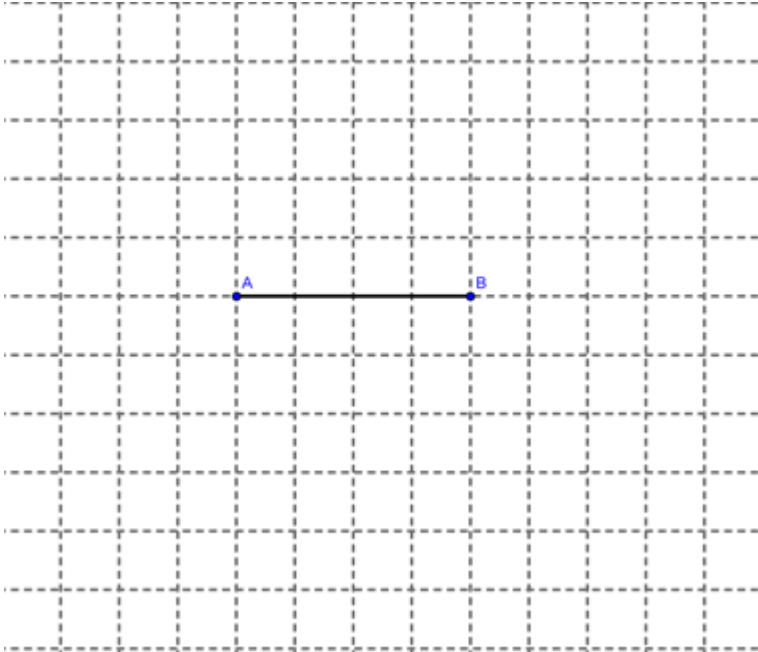
Yukarıda verilen geometrik şekillerden hangisi veya hangileri paralelkenardır?

2)



Boyutları 840 mm x 594 mm olan A1 kağıdı, herhangi bir yerinden bir kez katlanıyor. Kağıt katlandıktan sonra hangi geometrik şekiller oluşabilir?

3)

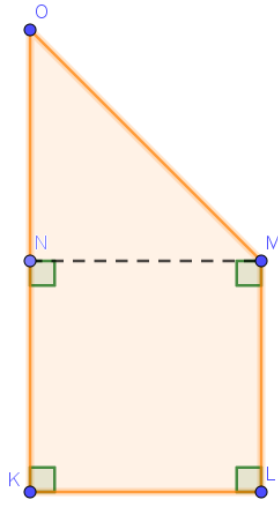


Yukarıdaki kareli kağıtta alanı $12 br^2$, iki köşe noktası A ve B olarak verilen paralelkenarın bir kenarı verilmiştir.

a) Bu paralelkenarın diğer iki köşesi nerede olabilir?

b) Oluşturduğunuz paralelkenarlarla başka geometrik şekiller elde ettiniz mi? (Tolga, 2017)

4)



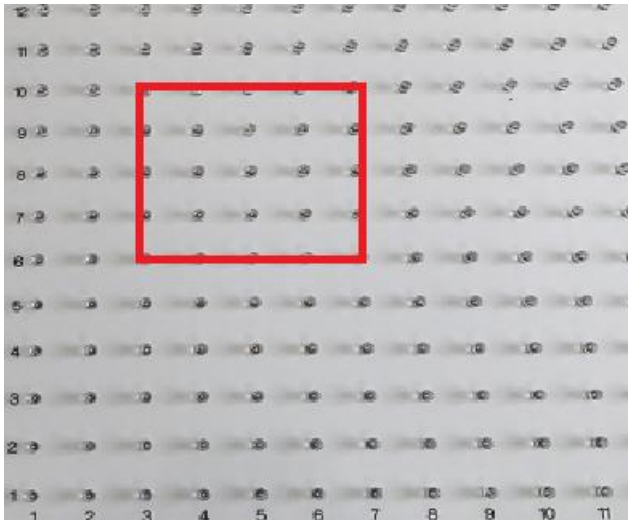
Şekildeki KLMO yamuğu üzerinde, MN doğru parçası üzerinden katlama yapılırsa, O noktası K noktasının üzerine geliyor. Buna göre boşlukları doldurunuz.

i) MO doğru parçası oluşan KLMN dikdörtgeninin olur.

ii) Katlama sonrası oluşan şekilde OML açısının değeri 30° ise MOL açısının değeri'dir.

iii) OM doğru parçasını belirginleştiriniz. Katlama yapıldıktan sonra eski haline getirilen KLMO geometrik şekli üzerinde katlama çizgileri belirginleştirilince adet dik üçgen vardır.

5)

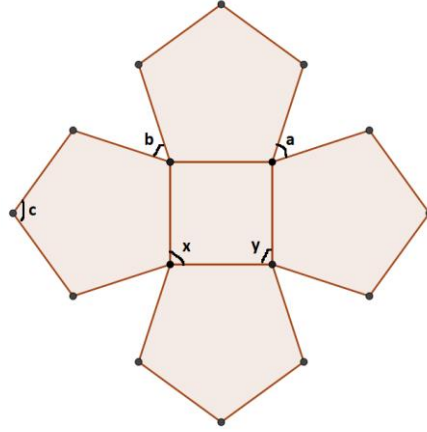


Çivili tahta materyal üzerinde ip yardımıyla kare şekli oluşturan bir kişi, aynı materyal üzerinde bu ip ile aşağıdaki geometrik şekillerden hangilerini elde edebilir?

- i. Dikdörtgen
- ii. Yamuk
- iii. Paralelkenar
- iv. Eşkenar Dörtgen

ZGA 3'e Ait Sorular

1)



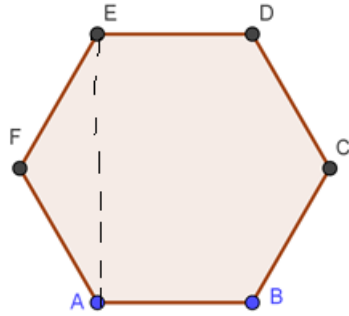
Yanda birbirine eş 4 adet düzgün beşgen bir araya getirilerek verilen şekil oluşturulmuştur.

i) İçeride oluşan dörtgen hakkında ne diyebilirsiniz?

ii) İstenilen açıları bulunuz:

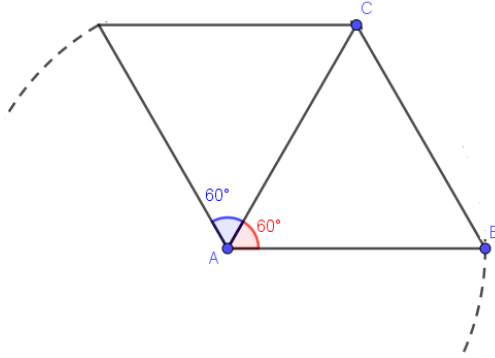
$$a+b=?$$

2)



Şekilde verilmiş olan düzgün altıgeni AE köşegeninden içe doğru katlayın. Katlamanın yapıldığı yerleri belirginleştirin ve buradan şekli eski haline getirin. Belirginleşen yerden kesme şekli yaptığınızda oluşan 2 şekli çiziniz. Oluşturduğunuz iki şeklin tüm iç açılarının kaç derece olduğunu bulunuz.

3)

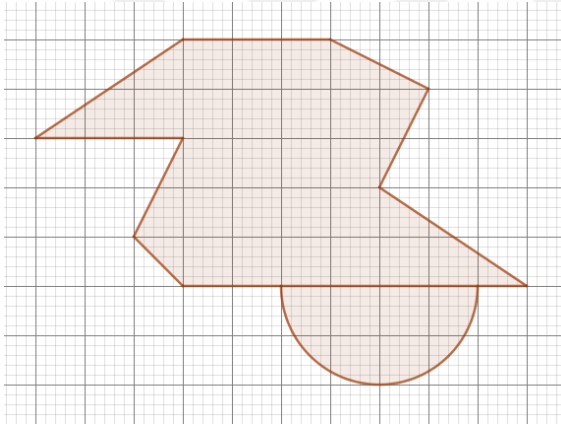


Yandaki ABC eşkenar üçgeninin eşleri birçok kez yan yana getirilmiştir. En son tüm eşkenar üçgenler yeni bir geometrik şekil oluşturunca kadar uygulandığında:

i)Kaç tane üçgen kullanılmış olur?

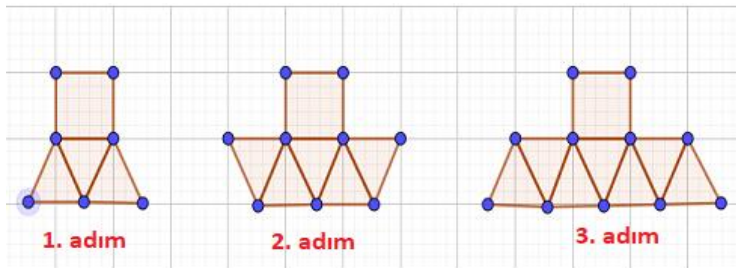
ii)Bu üçgenlerin birleşimiyle hangi geometrik şekil elde edilir?

4)

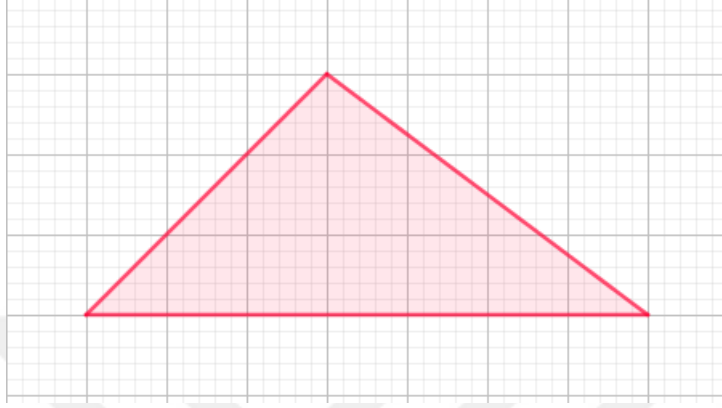


Yandaki şeklin alanını bulunuz. ($\pi=3$)

5)

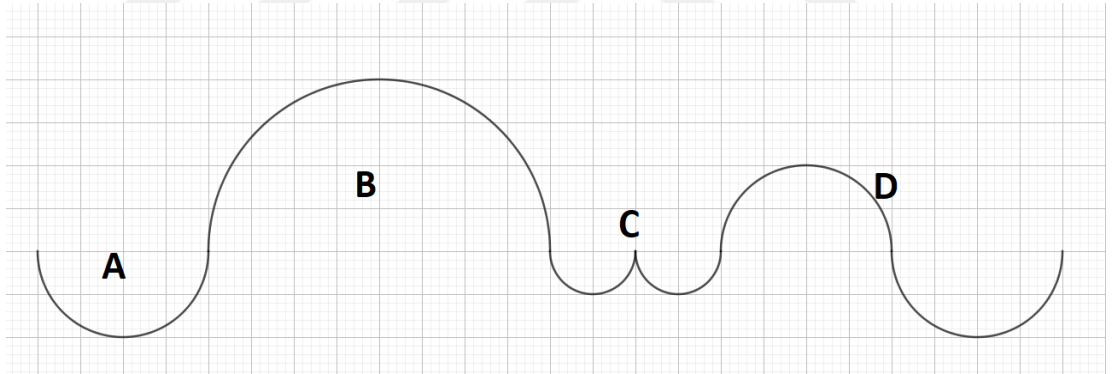


Yukarıdaki 1x1'lik kağıt üzerinde eş üçgenler ve bir kareden oluşan bir örüntünün ilk 3 adımı verilmiştir. Buna göre aşağıdaki şekilde verilen üçgenin alan değeri, örüntünün kaçınıcı adımındaki alanla eşit olur?



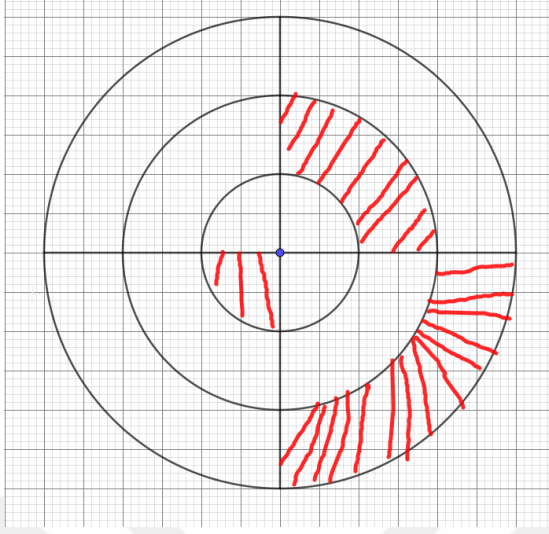
ZGA 4'e Ait Sorular

1)



Deniz kenarı bir kasabada ölümcül virajları olan art arda dört bölge vardır. A ve B yolu bir yarım çember, C yolu iki yarım çember, D yolu yukarı ve aşağı yönlü iki yarım çember şeklindedir. Aracıyla bu kasabaya seyahate gelen bir kişi bu dört yoldan geçecektir. Buna göre A, B, C, D bölgelerini geçerken aldığı yolları birbiriyle kıyaslayınız. Bu bölgelerden geçerken aldığı yol uzunlukları kaç birimdir? ($\pi=3$)

2) Aşağıda verilen şekildeki taralı alanlar toplamı kaç br^2 dir? ($\pi=3$)



3) Birbirleriyle sohbet eden aynı sokakta yaşayan 3 komşu Ayşe, Selma, Pelin teyzeler pencereden pencereye konuşurlarken birbirlerine hayallerinden bahsetmişlerdir. Ayşe Teyze evinin penceresini yeşillik olan bir bahçeye, Selma teyze gemiler ve günbatımı olan bir manzaraya, Pelin Teyze ise mutfağındaki masasından bakılabilecek bir pencere hayali kurmuştur. Bu üç teyzenin enleri eşit olan pencerelerinin kanatlarını açabilecekleri maksimum açılar sırasıyla şekilde verilmiştir. Bu pencere kanatları maksimum açıldığında:

- i) 1. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 2. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz.
- ii) 2. pencerenin taradığı daire diliminin alanının 3. pencerenin taradığı alana oranını bulunuz. ($\pi = 3$)



4)



BAHÇE

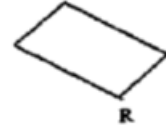
Yukarıdaki dikdörtgen şeklindeki bahçenin alanı 40 m^2 ve kısa kenarının uzunluğu çift bir sayıdır. Dikdörtgen şeklindeki bahçeye 8m uzunluğundaki ipe şeklindeki gibi bağlı bir inek bu bahçe etrafında gezinmektedir. İneğin gezinirken alabileceği alanın maksimum değeri kaçtır? ($\pi = 3$)(İpin gergin tutulduğunu varsayın.)

ZGA 5'e Ait Sorular

1)

Aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen olarak adlandırılabilir?

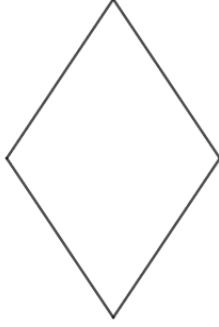
- a) Hepsi
- b) Yalnız O
- c) Yalnız R
- d) P ve O
- e) O ve R



(Van Hiele Geometri Testi; akt Duatepe, 2000)

2)

Aşağıdaki şekil hakkında ne söylenebilir?



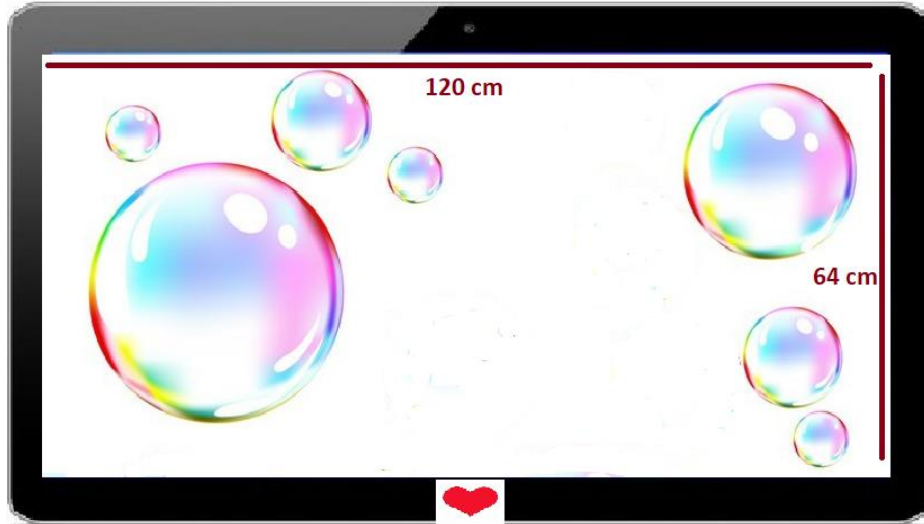
- i. Bir kare olabilir.
- ii. Bir yamuk olabilir.
- iii. Bir dikdörtgen olabilir.
- iv. Bir paralelkenar olabilir.

3) Şekildeki gibi verilen tabletiyle oyun oynayan 7. sınıf öğrencisi İldeniz, babası ona bir şey sorduğu esnada oyununu durdurmuştur. Babasının sorusuna cevap verdikten sonra izlediği oyun sitesinde bir sabun markasının sabun köpükleriyle alakalı reklamı oyununu bölmüştür. Reklamdaki her bir köpüğün yarıçapı kendisinden bir boy büyük olan köpüğün yarıçapının $1/2$ 'si kadardır. (En büyük köpüğün yarıçapı 16 cm'dir ve $\pi = 3$ alınız.)

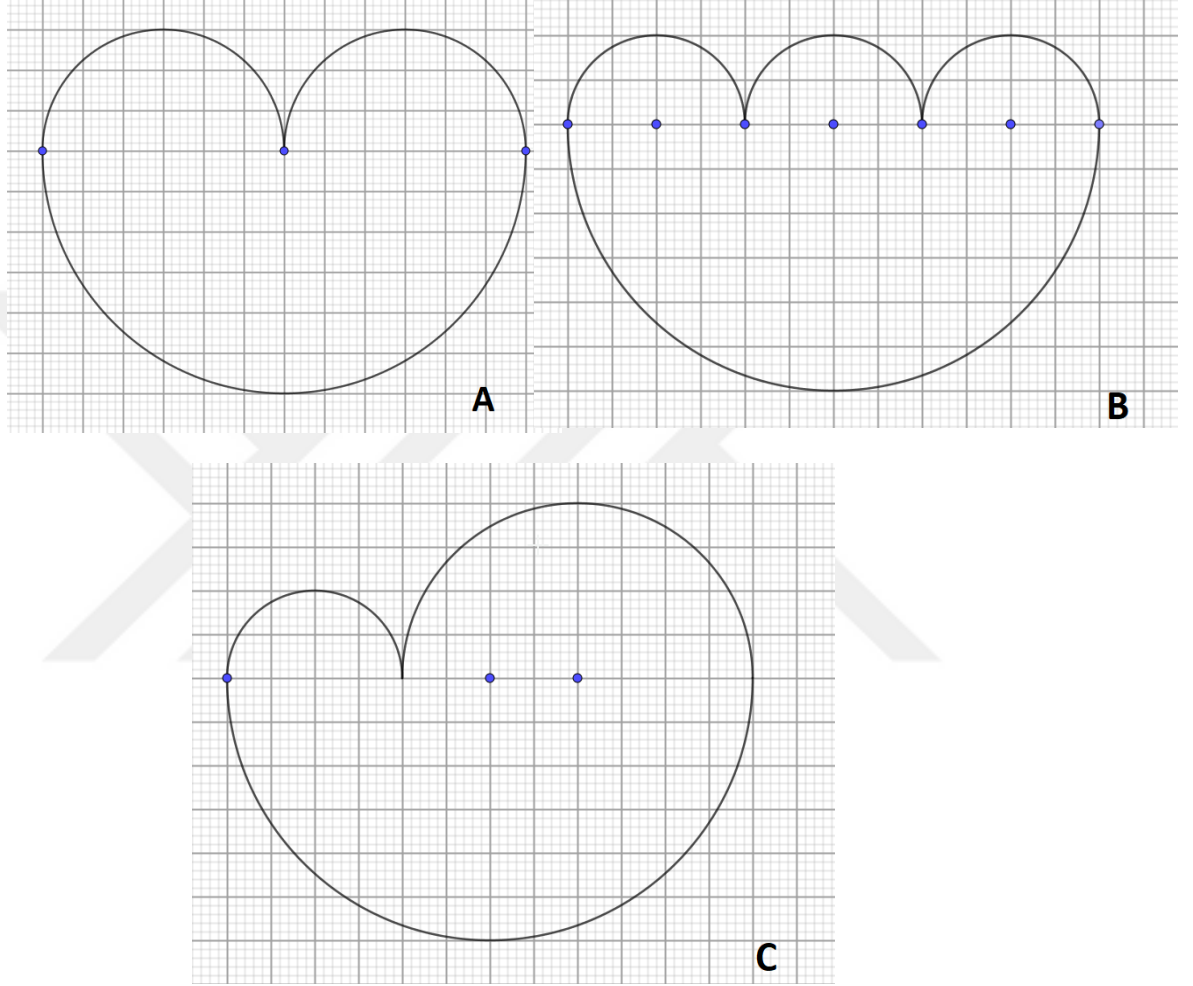
i) Köpüklerin yarıçapları kaç cm'dir?

ii) Köpüklerin alanı kaç cm^2 dir?

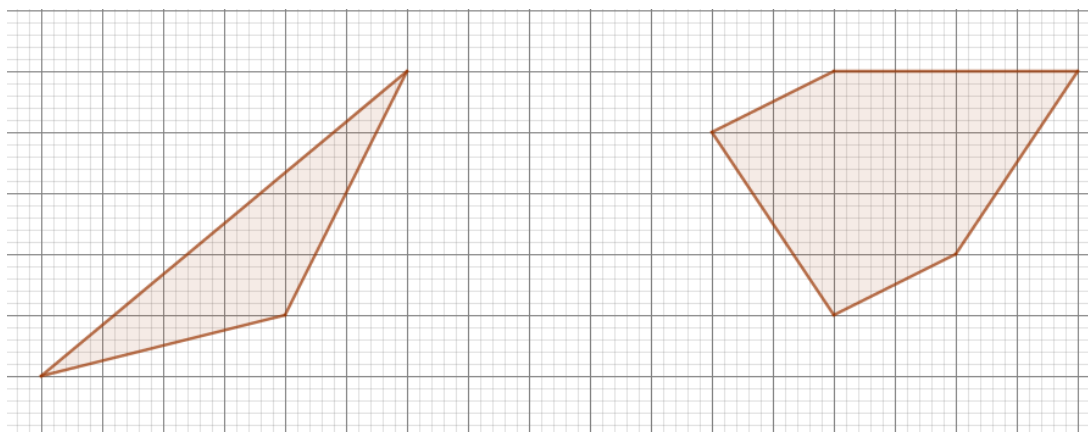
iii) Eğer tablet ekranı en küçük köpüklerle tamamen dolarsa, ekranda boş kalacak bölgenin alanı nedir?



4) Aşağıda hayvanların otlaması için dairelerden oluşan üç farklı mera vardır. Meraların sahibi üç merayı çitlerle çevrelemek istemektedir.



- a) Meraların çevrelerini birbiriyle karşılaştırınız. Aralarında nasıl bir ilişki vardır?
- b) Bu üç meradan hangisi en fazla alana sahiptir? En küçük alana sahip alan hangisidir bulunuz. Bulduğunuz yol hariç başka yollarla bulmak mümkün müdür? (Driscoll, 2007; Yavuzsoy-Köse ve Tanışlı 2014'ten uyarlanmıştır)
- 5) Aşağıda verilen çokgenlerin alanlarını bulunuz.



EK 6. Gönüllü Katılımcı Onam Formu

GÖNÜLLÜ KATILIMCI ONAM FORMU

Sayın Katılımcı,

Bu formun amacı katılmanız rica edilen araştırma ile ilgili olarak sizi bilgilendirmek ve katılmanız ile ilgili izln almaktır.

Bu kapsamda "Ortaokul Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi" başlıklı araştırma "Arife Tolga" tarafından **gönüllü katılımcılarla** birlikte yürütülmektedir. Araştırma sırasında sizden alınacak bilgiler gizli tutulacak ve sadece araştırma amaçlı kullanılacaktır. Araştırma sırasında konu ile ilgili her türlü soru ve görüşleriniz için aşağıda iletişim bilgisi bulunan araştırmacıyla görüşebilirsiniz. Bu araştırmaya **katılmama** hakkınız bulunmaktadır. Aynı zamanda çalışmaya katıldıktan sonra çalışmadan **çıkabilirsiniz**. Bu formu onaylamanız, **araştırmaya katılım için onam verdiğiniz** anlamına gelecektir.

Araştırmayla İlgili Bilgiler:

Araştırmanın amacı ortaokul öğrencilerinin çoklu temsil temelli öğretim sürecindeki zihnin geometrik alışkanlıklarını incelemektir.

Araştırmanın Nedeni: Doktora tez çalışması için

Süresi:40 dakika

Araştırmanın Yürütüleceği Yer: İzmir'in Bergama ilçesinde bulunan resmi bir ortaokul

Çalışmaya Katılım Onayı:

Katılmam beklenen çalışmanın amacını, nedenini, katılmam gereken süreyi ve yeri ile ilgili bilgileri okudum ve gönüllü olarak çalışma sürecince üzerime düşen sorumlulukları anladım. Çalışma ile ilgili ayrıntılı açıklamalar sözlü olarak araştırmacı tarafından yapıldı. Bu çalışma ile ilgili faydalar ve riskler ile ilgili bilgilendirildim.

Bu araştırmaya kendi isteğimle, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Katılımcının(İslak imzası ile)

Adı-Soyadı:

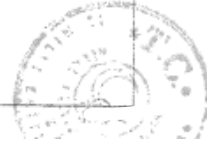
İmzası:

Araştırmacının

Adı-Soyadı: Arife Tolga

e-posta:

İmzası:



EK 7. Veli İzin Formu

Veli İzin Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, "Ortaokul Öğrencilerinin Çoklu Temsil Temelli Öğretim Sürecindeki Zihnin Geometrik Alışkanlıklarının İncelenmesi" adıyla, 4.05.2020 ve 12.06.2020 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır. Araştırmanın Hedefi: Öğrencilerin çoklu temsil temelli öğretim süreci geçirmelerini sağlayarak, zihnin geometrik alışkanlıklarını geliştirmek ve incelemektir.

Araştırma Uygulaması: Görüşme şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı tamamen sizin isteğinize bağlıdır, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir. Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Arife Tolga
İletişim bilgileri
Telefon:

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin
veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :
Telefon Numarası :



