



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RBC+C MODELİ BAĞLAMINDA
ORAN VE ORANTI KONUSUNDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA
SÜREÇLERİ

ZEYNEP FİLİZ ARAMIŞ

İzmir
2021

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RBC+C MODELİ BAĞLAMINDA
ORAN VE ORANTI KONUSUNDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA
SÜREÇLERİ

ZEYNEP FİLİZ ARAMIŞ

DANIŞMAN
Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER

İzmir
2021

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri” adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

28/07/2021

Zeynep Filiz ARAMIŞ



DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU



Tarih: 30/07/2021

Tez Başlığı:

7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 178 sayfalık kısmına ilişkin, 30/07/2021 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (Turnitin-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 19** dur.

- <http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/> adresindeki Tez İntihal Analiz

Programı Kullanım Kılavuzunu okudum ☒

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) ☐

Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30) ☒

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☐ Kaynakça hariç,
- ☐ Alıntılar dâhil,
- ☐ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

- ☐ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
- ☒ Kaynakça dâhil,
- ☒ Alıntılar dâhil.

EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. ☒

EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd içinde. ☒

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Zeynep Filiz ARAMIŞ
Öğrenci No : 2019950100
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
Statüsü : Yüksek Lisans ☒ Doktora ☐

ÖĞRENCİ

DANIŞMAN

Zeynep Filiz ARAMIŞ
30/07/2021

Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER
30/07/2021

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (☐) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince her konuda bana yol gösteren, değerli bilgilerini benimle paylaşan, ilgi, sabır ve içtenlikle desteğini hiçbir zaman benden esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER'e,

Lisans eğitimi dönemimde ve ders aşamasında akademik gelişimime katkı sağlayan, bilgi ve tecrübelerini en iyi şekilde aktaran değerli hocalarıma ve tez jürimde bulunarak tezime katkı sunan Dr. Öğr. Üyesi Aysun Nüket ELÇİ ve Dr. Öğr. Üyesi Zekiye ÖZGÜR'e

Bu yorucu süreçte bana destek olan, moral ve motivasyon sağlayan, görüş ve önerilerini benimle paylaşan arkadaşlarıma,

Son olarak beni bugünlere getiren, hayatımın her anında her koşulda bana güvenip yanımda olan, sevgisini ve desteğini daima hissettiren ve beni sürekli motive ederek yüreklendiren sevgili aileme tüm kalbimle sonsuz teşekkür ediyorum.

Zeynep Filiz ARAMIŞ

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	ix
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	5
1.3. Araştırmanın Önemi	5
1.4. Problem Cümlesi ve Alt Problem Cümleleri.....	6
1.5. Sınırlılıklar	7
1.6. Varsayımlar	7
1.7. Tanımlar	7
BÖLÜM II.....	9
KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	9
2.1. Soyutlama.....	9
2.2. Bağlamda Soyutlama Teorisi (Abstraction in Context).....	12
2.3. RBC Soyutlama Modeli	15
2.4. RBC+C Soyutlama Modeli	19
2.5. Oran ve Orantı.....	20
2.6. RBC+C Soyutlama Modeli İle İlgili Araştırmalar	23
2.7. Oran ve Orantı İle İlgili Araştırmalar.....	32
BÖLÜM III	36
YÖNTEM.....	36
3.1. Araştırmanın Modeli	36

3.2. Çalışma Grubu	36
3.3. Veri Toplama Süreci	38
3.4. Veri Toplama Araçları	40
3.4.1. Ön Hazırlık Formu	41
3.4.2. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu..	42
3.4.3. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu	44
3.5. Uygulama Süreci.....	47
3.6. Verilerin Analizi.....	48
3.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	49
3.8. Araştırmacının Rolü	51
BÖLÜM IV	52
BULGULAR VE YORUMLAR.....	52
4.1. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreçleri	52
4.1.1. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Tanıma Eylemlerine İlişkin Bulgular	52
4.1.2. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Kullanma Eylemlerine İlişkin Bulgular	56
4.1.3. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Oluşturma Eylemlerine İlişkin Bulgular	65
4.1.4. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Pekiştirme Eylemlerine İlişkin Bulgular	82
4.2. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreçleri	92
4.2.1. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Tanıma Eylemlerine İlişkin Bulgular	92
4.2.2. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Kullanma Eylemlerine İlişkin Bulgular	96

4.2.3. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Oluşturma Eylemlerine İlişkin Bulgular	99
4.2.4. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Pekiştirme Eylemlerine İlişkin Bulgular	118
BÖLÜM V	126
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	126
KAYNAKÇA.....	134
EK 1. Akademik Özgeçmiş.....	143
EK 2. Etik Kurul İzni	144
EK 3. Araştırma İzni	145
EK 4. Katılımcı Onam Formu.....	146
EK 5. Veli Onam Formu	147
EK 6. Okul Müdürü Onam Formu	148
EK 7. Ön Hazırlık Formu.....	149
EK 8. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu....	152
EK 9. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu.....	158

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Araştırmaya katılan öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler.....	37
Tablo 2. Altıncı ve yedinci sınıf oran ve orantı konusu kazanımları	40
Tablo 3. Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin tanıma eylemlerine yönelik bulgular.....	52
Tablo 4. Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin kullanma eylemlerine yönelik bulgular.....	57
Tablo 5. Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin oluşturma eylemlerine yönelik bulgular.....	65
Tablo 6. Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin pekiştirme eylemlerine yönelik bulgular.....	82
Tablo 7. Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin tanıma eylemlerine yönelik bulgular.....	92
Tablo 8. Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin kullanma eylemlerine yönelik bulgular.....	96
Tablo 9. Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin oluşturma eylemlerine yönelik bulgular.....	99
Tablo 10. Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin pekiştirme eylemlerine yönelik bulgular.....	118

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. RBC modelinin ortaya çıkışı (Dreyfus, 2007)	17
Şekil 2. Soyutlamanın oluşumu (Özmantar, 2005)	20
Şekil 3. Hangi elma daha kırmızı problemi	42
Şekil 4. Balmumu heykel müzesi problemi	43
Şekil 5. Balmumu heykel müzesi probleminde kullanılan tablo.....	43
Şekil 6. Balmumu heykel müzesi probleminde kullanılan Shrek heykeli	44
Şekil 7. Mamamatik problemi.....	45
Şekil 8. Mamamatik probleminde kullanılan tablo	45
Şekil 9. Deniz yıldızı spor kulübü problemi	46
Şekil 10. Deniz yıldızı spor kulübü probleminde kullanılan tablo	46

ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RBC+C MODELİ BAĞLAMINDA ORAN VE ORANTI KONUSUNDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli bağlamında incelenmesi amaçlanmaktadır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması olarak yürütülmüştür. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik yönteminin kullanıldığı bu çalışma, matematik başarı seviyeleri yüksek (2), orta (2) ve düşük (2) olmak üzere toplam 6 gönüllü 7. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Böylece her seviyeden öğrencinin bilgi oluşturma süreçleri incelenerek elde edilen verilerin çeşitlenmesi sağlanmıştır. Çalışmada veri toplama araçları olarak çevrimiçi platformda gerçekleştirilen klinik görüşmeler, görüşme sırasında kaydedilen video ve ses kayıtları, ekran görüntüleri ve öğrencilerin çözümlerinin bulunduğu yazılı dokümanlar kullanılmıştır. Uygulama süreci, öğrencilerin süreç içerisinde birbirleriyle etkileşim içinde olmaları ve problemlere ilişkin düşüncelerini sesli olarak ifade edebilmelerini sağlamak amacıyla ikiye bölünmüş gruplar halinde gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen görüşmelerde öğrencilere öncelikle Ön Hazırlık Formu uygulanmış, sonrasında ise öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkaracak problemlerden oluşan Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu uygulanmıştır. Veri analiz sürecinde görüşme sırasında kaydedilen video ve ses kayıtları yazılı metinlere dönüştürülmüş, öğrencilerin çözüm kağıtları ve ekran görüntüleri incelenmiştir. Elde edilen veriler RBC+C modeli bağlamında yorumlanarak betimsel olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda; başarı seviyeleri yüksek ve orta olan öğrencilerin, başarı seviyeleri düşük olan öğrencilere göre tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini daha kolay gerçekleştirdikleri görülmüştür. Öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini daha kolay bir şekilde gerçekleştirmesinde zihinlerinde önceden var olan bilgilerini doğru bir şekilde oluşturmuş olmasının etkili olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra başarı seviyeleri düşük olan öğrencilerin oluşturdukları bilgileri, karşılaştıkları farklı problem durumlarında tanıyıp kullanmada zorlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin ters orantı kavramını oluşturmada ve anlamlandırmada daha fazla zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelebilmek için grup arkadaşları ile fikir alışverişinde bulundukları gözlemlenmiştir. Bilgi oluşturma süreçlerinde öğretmen tarafından verilen ipuçlarının ve ekran etkileşimlerinin öğrencinin yeni kavramlara ulaşmasında etkili

olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Okullardaki öğrenme ortamlarının farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerden meydana geldiği göz önüne alındığında ileride yapılacak olan çalışmalar farklı başarı düzeylerindeki öğrenciler ile farklı konularda gerçekleştirilebilir.

Anahtar Kelimeler: Bilgi oluşturma, soyutlama, RBC+C, oran, orantı.



ABSTRACT

7th GRADE STUDENTS' KNOWLEDGE CONSTRUCTION PROCESSES OF RATIO AND PROPORTION CONCEPTS THROUGH RBC+C MODEL

In this study, it is aimed to examine the knowledge construction processes of seventh grade students on the concepts of "ratio and proportion" through the RBC+C model. The study was conducted as a case study, which is one of the qualitative research methods. This study, in which the maximum diversity method, one of the purposive sampling methods, was used, was carried out with a total of 6 volunteer 7th grade students, whose mathematics achievement levels were 2 high, 2 medium and 2 low. Thus, the knowledge construction processes of students from all levels were examined and the data obtained were diversified. In the study, semi-structured interviews conducted through an online platform, video and audio recordings were recorded during the interview, and screenshots and written documents containing the solutions of the students were used as data collection tools. The application process was carried out in pairs in order to enable the students to interact with each other during the process and to express their thoughts about the problems aloud. In the interviews, the "Preliminary Preparation Form" was administered to the students first, and then the "Examination Form for the Construction of the Knowledge of Proportion and Direct Proportion" and "The Form of Examining the Process of Constructing the Knowledge of Inverse Proportion", which consisted of problems that would reveal the knowledge formation processes of the students. During the data analysis process, the video and audio recordings recorded during the interview were converted into written texts, and the solution papers and screenshots of the students were examined. The data obtained were interpreted by means of the RBC+C model and analyzed descriptively. As a result of the study; it has been observed that students with high and medium achievement levels perform the actions of recognizing, building-with, constructing and consolidation more easily than students with low achievement levels. It is seen that the fact that students have formed their pre-existing knowledge correctly in their minds is effective in performing recognizing and building-with actions more easily. In addition, it has been determined that students with moderate success levels have difficulty in recognizing and using the information they have created in different problem situations they encounter. In addition, it is observed that students have more difficulty in forming and making sense of the concept of inverse proportion. It was observed that the students exchanged ideas with their teammates in order to overcome the difficulties they encountered. It has been concluded that the tips given

by the teacher and peer interactions in the knowledge creation processes are effective in helping the student construct new concepts. Considering that the learning environments in schools consist of students with different academic achievement levels, future studies can be carried out on different subjects with students at different academic achievement levels.

Keywords: Knowledge construction, abstraction, RBC+C, ratio, proportion.



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

İçinde yaşadığımız dünya sürekli olarak değişmekte ve gelişmektedir. Bu değişim ve gelişim yaşamımızın her alanında etkisini gösterdiği gibi eğitim alanında da kendisini göstermektedir. Çünkü toplumların bu sürekli değişime ayak uydurabilmesi için bilgiyi üretebilen, var olan bilgilerini günlük yaşamlarında işlevsel olarak kullanabilen, kavramlar arasında ilişki kurabilen, problem çözebilen, eleştirel düşünebilen ve akıl yürütebilen bireylere ihtiyaçları vardır. Bireylere tüm bu davranışların kazandırılması ve bu becerilere sahip bireylerin yetiştirilmesi ise eğitim ile mümkündür. Bu doğrultuda eğitim alanında gerçekleşen yenilik ve gelişmeler öğrencilere kazandırılması hedeflenen davranışları doğrudan etkilemiştir. Ayrıca günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlere çözüm getirebilen bireyler yetiştirilmesi için matematiğe ihtiyaç duyulmaktadır (Katrancı, 2010). Bu da matematik öğretiminin önemini gözler önüne sermektedir.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) bireyin ve toplumun değişen ihtiyaçlarını göz önünde bulundurarak hazırladığı Matematik Dersi Öğretim Programının (2018) ulaşmaya çalıştığı amaçlara bakıldığında öğrencilere kazandırılması hedeflenen nitelikler; matematiksel kavramları anlama ve bu kavramları günlük hayatlarında etkin olarak kullanma, problem çözme ve bu süreçlerde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade etme, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerini değerlendirme, matematiksel dili etkin olarak kullanma ve kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırabilme, bilgi üretme ve kullanma olarak karşımıza çıkmaktadır. Bunun yanı sıra Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) öğrencilerin öğrenme süreçlerinde matematiksel kavramlar arasında ilişki kurmalarının ve bu kavramları kullanarak iletişim kurmalarının, problem çözmelerinin ve akıl yürütmelerinin gerekliliğine vurgu yapmıştır. Hedeflenen bu davranışların kazandırılması için öncelikle öğrencilerin matematiksel kavramları zihinlerinde anlamlı bir şekilde oluşturmaları gerekmektedir. Matematiksel kavramları zihinlerinde anlamlı bir şekilde oluşturlarsa karşılaştıkları problem durumlarında oluşturdıkları bu kavramları ilişkilendirerek akıl yürütebilecek ve çözüme ulaşabileceklerdir. Bu durum öğrencilerin problem çözme ve matematiksel kavramları anlamlandırma süreçlerine odaklanılmasını gerekli kılmaktadır.

Tüm bunlar göz önünde bulundurulduğunda öğrenmenin nasıl gerçekleştiği yani bireyin nasıl öğrendiği sorusu oldukça önem taşımaktadır. Bireyin nasıl öğrendiği sorusu ise

bireylerin matematiksel kavramları zihinlerinde nasıl oluşturduğu, oluştururken ne gibi zihinsel süreçlerden geçtiği, bu süreçlerde nelerin etkili olduğu, ne tür koşulların bu sürece katkı sağladığı gibi soruları beraberinde getirmektedir (Altun ve Yılmaz, 2008; Sezgin-Memnun, 2011). Tüm bu soruların yanıt bulması için öğrencilerin yeni matematiksel bilgileri oluşturduğu bilgi oluşturma süreçlerine odaklanılması gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilerin bu süreçleri incelenerek nasıl düşündüklerinin ortaya çıkarılmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Bireylerin matematiksel bilgileri zihinlerinde oluşturma süreci, soyutlama kavramı ile ilişkilidir. Matematik bir soyutlama bilimi olduğu için çoğunlukla soyut kavramlardan oluşmakta ve bu kavramlar soyutlama sonucunda elde edilmektedir (Altun, 2008). Matematiğin zor olarak nitelendirilmesi de soyut yapıda olmasından kaynaklanmaktadır (Işık ve Konyalıoğlu, 2005). Dubinsky (2000), öğrencilerden beklenen bilgi veya beceri düzeyi ne olursa olsun matematik eğitimi sürecinin soyutlama kavramını içermesi gerektiğini ve soyutlamanın bu sürecin en önemli bileşeni olması gerektiğini vurgulamıştır. Yani matematiksel kavramların ve bilgilerin öğrenciler tarafından oluşturulması, anlamlandırabilmesi öğrencilerin soyutlama yapmalarını gerektirmektedir.

Yapılandırmacı yaklaşıma göre de matematiği anlamlandırmak ancak bireyin matematiksel bilgiyi kendi zihninde oluşturmaları ile mümkündür ve bireyin yeni bir matematiksel bilgi oluşturmaları da ancak o bilgiyi soyutlamaları ile mümkün olacaktır (Kılıçoğlu, 2020). Öğrenciler ancak soyutlama yaptıklarında matematiği anlamlandırabilecek ve böylece yeni kavramlar oluşturabileceklerdir. Soyutlamalar bilgi oluşturma süreçlerinin yapı taşlarını oluşturmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmasını, zihinlerinde yeni kavramlar oluşturabilmesini sağlayan soyutlama, yani bilgi oluşturma süreçleri, matematik eğitiminde oldukça önemli bir yer tutmaktadır. Öğrencilerde geliştirilmesi gereken, asıl önemli görülen şey de matematiksel bilgiyi oluşturma yani soyutlama süreçleridir. Bu nedenle öğrencilerin yeni matematiksel soyutlamalara ulaştığı bu süreçlerin derinlemesine incelenmesi gerekmektedir. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri derinlemesine incelenerek yeni matematiksel soyutlamalara nasıl ulaştıkları, hangi adımlarda zorlandıkları belirlenebilir ve bu sayede öğrencilerin karşılaştıkları bu zorlukların üstesinden gelmelerine yardımcı olunabilir. Böylece bilgi oluşturma yani soyutlama süreçlerinin daha anlamlı ve etkili bir şekilde gerçekleşmesine katkı sağlanabilir. Bu doğrultuda matematik eğitimi alanında yapılan birçok çalışmada “bilgi oluşturma”, “soyutlama” gibi kavramlar araştırmacılar ve eğitimciler tarafından yoğun ilgi görmüş ve bu kavramlar matematik eğitiminde giderek daha da önem kazanmıştır (Sezgin-Memnun, 2011).

Soyutlama araştırmacılar tarafından iki farklı yaklaşımla ele alınmıştır (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Bunlardan ilki bilişsel yaklaşımdır. Bilişsel yaklaşıma göre soyutlama; belirli durumlar arasındaki ortak özelliklerin tanınmasından kaynaklanan, somuttan soyuta doğru yükselen, bağlamdan arındırılmış bir süreçtir (Özmantar ve Monaghan, 2007). Zamanla bağlamsal ve sosyal faktörlerin soyutlama için çok önemli olduğu düşüncesi soyutlamada sosyokültürel yaklaşımın oluşmasını sağlamıştır. Sosyokültürel yaklaşıma göre soyutlama; önceden oluşturulmuş matematiksel yapıyı yeni bir matematiksel yapıya dikey olarak yeniden düzenleme etkinliğidir ve soyutlama süreci; öğrencilerin kişisel geçmişine, zihinlerinde önceden var olan matematiksel yapılara ve soyutlamanın gerçekleştiği bağlama bağlıdır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Soyutlamaya sosyokültürel perspektiften bakan araştırmacılar, öğrenmenin çevreden, araç kullanımından, sosyal etkileşimden ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleştiremeyeceği düşüncesine sahiptirler (Yeşildere, Türnüklü, 2008). Bu yaklaşıma göre soyutlama süreci öğrenci-öğrenci, öğretmen-öğrenci gibi bireyler arasındaki sosyal etkileşimleri de içermektedir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Sonuç olarak sosyokültürel yaklaşım soyutlama sürecinin meydana geldiği bağlamı, sürecin ayrılmaz bir bileşeni olarak görmektedir.

Soyutlamanın belirli bir bağlamda gerçekleştiği ve soyutlama sürecinin sosyal bir süreç olduğu göz önüne alındığında yapılan araştırma için Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz tarafından 2001 yılında ortaya koyulan ve sosyokültürel yaklaşımı benimseyen “Bağlamda Soyutlama” (AiC: Abstraction in context) teorisi için uygun görülmüştür. Bağlamda Soyutlama, öğrencilerin kişisel geçmişlerinin yanı sıra öğrenmenin gerçekleştiği ortamı içeren bir bağlamda ortaya çıkan soyut matematiksel bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek için ortaya konulmuş kuramsal bir çerçevedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2015). Bu doğrultuda “Bağlamda Soyutlama Teorisi” araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturmaktadır.

Yapılan araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin analiz etmek için “RBC+C (Recognising, Building-with, Constructing and Consolidation) Soyutlama Modeli” analitik araç olarak seçilmiştir. RBC+C soyutlama modeli, soyutlama yani bilgi oluşturma süreçlerini tanıma (recognising), kullanma (building-with) ve oluşturma (constructing) adı verilen gözlemlenebilir üç epistemik eylem aracılığıyla açıklayabilmemize olanak sağlamaktadır. Ayrıca bu model öğrencilerin oluşturdıkları bilgiyi pekiştirme (consolidation) eylemlerini incelememize de olanak sağlamaktadır. Bu nedenle yapılan araştırmada bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi için soyutlamayı sosyokültürel bakış açısı ile ele alan RBC+C soyutlama modelinin kullanılmasının uygun olacağı düşünülmektedir. Bu modelin

geçerlilik ve güvenilirliği birçok çalışmada ortaya konulmuştur (Dooley, 2006; Hershkowitz, Hadas ve Dreyfus, 2006; Özmantar, 2005). Ayrıca bu modelin öğrencilerin soyutlama süreçlerinin problemler üzerinden incelenmesine olanak sağlaması (Tsamir ve Dreyfus, 2002) açısından da yapılan araştırmaya uygun olduğu düşünülmektedir. Ek olarak, yapılan araştırmalar, bu modelin matematikte birçok farklı konuya uygulanabileceğini göstermiştir (Bills, Dreyfus, Mason, Tsamir, Watson ve Zaslavsky, 2006).

Matematiğin önemli görülen konuları arasında oran ve orantı konusu gelmektedir. Oran ve orantı konusu matematikteki birçok kavrama temel oluşturmakta; yüzdelere, kesirler, eşlik ve benzerlik, doğrusal denklemler, eğim, alan ölçümü, karışım problemleri, hız problemleri gibi önemli matematik konularının anlaşılmasında anahtar görevi görmektedir (Altaylı, 2012; Koçyiğit-Gülbüz, 2018). Ayrıca oran ve orantı, günlük hayatımızda da çokça kullandığımız kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu nedenle karşılaştığımız problemlere etkili çözümler bulmamız açısından da ayrıca önem arz etmektedir.

Oran ve orantı konusu ile ilgili yapılan çalışmalar, oran ve orantı kavramlarının anlaşılmasının zor olduğunu ve öğrencilerin bu kavramlara yönelik çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermektedir (Çelik ve Özdemir, 2011; Doğan ve Çetin, 2009). Bu durum, öğrencilerin sahip oldukları bu yanılgıların giderilmesi ve karşılaşılan zorlukların üstesinden gelinebilmesi için bu kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesi ve öğrenmenin gerçekleştiği bu süreçlerin incelenmesinin önemini ve gerekliliğini ortaya koymaktadır. Ayrıca bu süreçlerinin incelenmesi zorlukların ve yanılgıların neden kaynaklandığı hakkında fikir vereceğinden uygun öğrenme ortamları, etkili öğrenme etkinlikleri tasarlama açısından da yararlı olacaktır.

Oran ve orantı konusu ile ilgili alanyazın incelendiğinde yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin bu kavramlara ilişkin yanılgıları, orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ve oran orantı problemlerinde kullandıkları stratejiler ile ilgili olduğu görülmektedir (Altaylı, 2012; Avcu, 2010; Duatepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005; Kaplan, İşleyen ve Öztürk, 2011). Bu doğrultuda, yapılan araştırmada matematik öğretiminde önemli yer tutan, öğrenilmesi ve öğretimi en zor kavramlardan biri kabul edilen oran ve orantı konusunda (Lamon, 2007) öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Matematik Öğretim Programının “Sayılar ve İşlemler” öğrenme alanında yer alan “oran ve orantı” konusu yedinci sınıf düzeyinde yer aldığından, öğrencilerin konuya ilişkin hazırbulunuşluluk düzeyleri de göz önünde bulundurulduğunda çalışmanın 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmesi uygun görülmüştür. Öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına ilişkin bilgi

oluşturma süreçleri inceleneceği için çalışmaya katılan öğrencilerin oran orantı konusunu okulda işlememiş olmalarına özen gösterilmiştir. Öğrencilerden önceden zihinlerinde var olan bilgilerini tanıyıp bu bilgileri kullanarak yeni bilgi yapıları oluşturmaları beklenmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini derinlemesine incelemeye, bu süreçleri gözlemlenebilir epistemik eylemler aracılığıyla açığa çıkarmaya olanak sağladığından, bu çalışmada Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından geliştirilen RBC+C soyutlama modeli kullanılmıştır. Ayrıca yapılan çalışmada farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenerek; bilgiyi nasıl oluşturdıklarını karşılaştırmak, hangi adımlarda zorlandıklarını belirlemek, bilgi oluşturma süreçleri hakkında fikir edinmek amaçlanmıştır. Bu doğrultuda araştırmanın amacı, farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma ve oluşturdıkları bilgileri pekiştirme süreçlerini RBC+C modeli bağlamında incelemektir.

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiksel bilgilerin ve matematiksel kavramların oluşturulduğu bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmak oldukça önemlidir. Bu doğrultuda yapılan araştırma, yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli bağlamında açığa çıkarması açısından önemli görülmektedir.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin açığa çıkarılması, öğrencilerin bilgiyi oluştururken hangi adımlarda zorlandıklarının anlaşılmasını sağlayarak öğrencilerin yaşadığı bu zorlukların üstesinden gelinmesinde eğitimcilere yardımcı olacaktır. Bunun yanında öğrencilerin hangi adımda zorlandıklarının bilinmesi sadece o adıma odaklanılıp yaşanan zorluğun üstesinden gelinmesini sağlayarak sürecin ilerleyişini kolaylaştıracaktır. Böylece bilgi oluşturma süreci daha anlamlı ve etkili bir şekilde gerçekleşecektir.

Öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinde zorlandıkları adımların belirlenmesi, bu kavramlara dair yanlışların önlenmesi açısından önemli görülmektedir. Böylece öğrencilerin bilgiyi daha anlamlı bir şekilde oluşturmaları ve dolayısıyla da kavramların ya da konuların daha etkili bir şekilde öğrenilmesini sağlayacaktır. Bu doğrultuda çalışmanın öğrencilerin matematiksel kavramları oluşturduğu bilgi oluşturma süreçlerine de dolaylı yoldan katkı sağladığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin bilgiyi oluşturma yani soyutlama süreçleri soyutlamanın gerçekleştiği bağlamdan önemli ölçüde etkilenmektedir. Bağlam; öğrencilere sunulan problemleri, kullanılan araç ve gereçleri, sürece aracılık eden öğretmen ya da sürece katılım sağlayan

öğrenciler arasındaki etkileşimleri içermektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Bu nedenle bilginin oluşturulma süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçlerde öğrencilerin hangi adımlarda zorlandıklarının belirlenmesi; oran ve orantı öğretiminin planlanması ve öğretimin gerçekleştiği ortamların düzenlenmesinde eğitimcilere yol gösterecektir. Böylelikle öğretmenler öğrencilerde kazandırılması hedeflenen kavramlara yönelik bilgi oluşturmalarını sağlayan öğrenme ortamlarını hazırlayarak ve öğrencilerin hangi adımlarda nasıl zorluk çekebileceklerini önceden görerek öğrenme sürecini yönlendirebileceklerdir.

Bu çalışma farklı matematik başarı düzeylerindeki öğrencilerin oran ve orantı konusunda bilgiyi nasıl oluşturduklarının karşılaştırılmasına imkân verecektir. Okullardaki öğrenme ortamlarının farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerden meydana geldiği göz önüne alındığında bu çalışmanın farklı başarı düzeylerindeki öğrenciler ile gerçekleştirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca Kalaycı ve Akkaya (2019) altıncı sınıf öğrencilerinin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerini inceledikleri çalışmada farklı başarı düzeylerinde bulunan öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesini önermiştir. Böylece farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdukları, bilgiyi oluştururken hangi adımlarda zorluk çektikleri ve bu süreçlerde ne gibi benzerlik ve farklılıkların olduğu belirlenecektir. Bu nedenle öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenerek nasıl düşündükleri ortaya çıkarılmalıdır. Son olarak yapılan çalışmanın oran ve orantı konusunun temelini oluşturduğu birçok konuda yapılacak olan araştırmalara ve alanyazına katkı sağlaması beklenmektedir.

1.4. Problem Cümlesi ve Alt Problem Cümleleri

Araştırmanın amacı doğrultusunda, 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturmalarını içeren soyutlama sürecini derinlemesine incelemek, bu süreçte farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturduklarını gözlemlemek ve süreç hakkında fikir edinmek araştırmanın problem durumunu oluşturmaktadır. Bu doğrultuda araştırmanın problem cümlesi ve alt problemler aşağıdaki gibidir.

Araştırmanın problem cümlesi:

Farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma ve oluşturdukları bilgileri pekiştirme süreçleri RBC+C modeli bağlamında nasıldır?

Alt problemler:

1. Farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri RBC+C modelinin tanıma eylemi açısından nasıl gerçekleşmektedir?

2. Farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri RBC+C modelinin kullanma eylemi açısından nasıl gerçekleşmektedir?

3. Farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri RBC+C modelinin oluşturma eylemi açısından nasıl gerçekleşmektedir?

4. Farklı matematik başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri RBC+C modelinin pekiştirme eylemi açısından nasıl gerçekleşmektedir?

1.5. Sınırlılıklar

1. Araştırma, Matematik Dersi Öğretim Programı'nın "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanında yer alan oran ve orantı konusuyla sınırlıdır.

2. Araştırma 2020-2021 eğitim-öğretim yılında, İstanbul ilinde bulunan bir devlet ortaokulunun yedinci sınıfına devam etmekte olan altı öğrenciden elde edilen veriler ile sınırlıdır.

3. Araştırma öğrencilerin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmak amacı ile geliştirilen problemler ile sınırlıdır.

1.6. Varsayımlar

1. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkardığı varsayılmıştır.

2. Araştırmada kullanılan problemler için alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu varsayılmıştır.

3. Araştırmaya katılan öğrencilerin uygulama sırasında problemlere yönelik düşüncelerini açıkça ve samimi bir şekilde ifade ettikleri varsayılmıştır.

4. Araştırmada veriler çevrimiçi platformda yapılan görüşmeler ile elde edildiğinden bağlantıdan kaynaklanan sorunlar açısından araştırmanın olumsuz etkilenmediği varsayılmıştır.

1.7. Tanımlar

Matematiksel Yapı: Matematiksel soyutlama sürecinin bir ürünü olarak ortaya çıkan zihinsel çıktıdır (Yeşildere, 2006).

Epistemik Eylem: Bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili eylemdir (Yeşildere, 2006).

Bilgi Oluşturma (Soyutlama): Önceden oluşturulmuş matematiksel yapıların dikey olarak yeniden düzenlenmesi ile yeni bir matematiksel yapı oluşturulması etkinliğidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

RBC+C Soyutlama Modeli: Soyutlama süreçlerini derinlemesine inceleyerek analiz etmek amacıyla Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus tarafından 2001 yılında geliştirilen; tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerine dayalı olan bir araçtır (Dreyfus vd., 2006). Pekiştirme (Consolidation) eyleminin de sonradan eklenmesiyle RBC+C Soyutlama Modeli olarak isimlendirilmiştir.

Tanıma (Recognising): Daha önceden bilinen, tanıdık bir matematiksel yapının var olan problem durumunda kullanılması gerektiğinin fark edilmesidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Kullanma (Building with): Daha önceden oluşturulmuş matematiksel yapıların işe koşularak amaca ulaşılmasıdır (Tsamir ve Dreyfus, 2002).

Oluşturma (Constructing): Yeni bilginin zihinde oluşturulması için var olan bilgiyi yeniden düzenleme ve yeniden yapılandırma sürecidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Pekiştirme (Consolidation): Daha önceden oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelmesi ve yeni yapının bilinçli olarak yeniden kullanılması durumudur (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmada önemli bir yer tutan “soyutlama” kavramına, kuramsal çerçeveyi oluşturan “Bağlamda Soyutlama Teorisi”ne ve soyutlama süreçlerini tanımlamada analitik araç olarak kullanılan “RBC+C Soyutlama Modeli”ne yer verilmektedir. Ayrıca RBC+C modeli ve oran-orantı konusu ile ilgili yapılan araştırmalardan bahsedilmektedir.

2.1. Soyutlama

Soyutlama uzun yıllar boyunca birçok araştırmacı tarafından ele alınmış ve matematik eğitimi de dahil olmak üzere birçok alanda yoğun ilgi görmüştür. Felsefe alanında araştırmalar yapan Aristoteles’in çalışmalarında soyutlama (aphairesis); alıp götürme (carry off), götürüp uzaklaştırma (take away) anlamlarında karşımıza çıkmaktadır (Van Oers, 2001). Platon’a göre ise soyutlama "ebedi gerçeklere" ulaşmanın bir yoludur (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Russell gibi modern filozoflar da soyutlamayı insan zekasının en üst düzey kazanımlarından biri olarak görmektedirler (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Aristoteles ve Platon’dan beri süregelen çalışmalar, soyutlama ile ilgili klasik bir yaklaşımın oluşmasına zemin hazırlamış ve İngiliz filozof Locke tarafından ortaya konulan klasik soyutlama yaklaşımı 21. yüzyıla kadar taşınmıştır (Yeşildere, 2006). Klasik yaklaşıma göre soyutlama görüşü aşağıdaki varsayımları içermektedir (Van Oers, 2001):

- Soyutlamalar, nesnelerin kategorik temsillerini oluşturmaktadır.
- Soyutlamalar, gerçekleştiği ortamın koşullarını içeren bağlamdan arındırılmış temsillerdir.
- Önceki varsayımların bir sonucu olarak soyut düşünme, düşünce gelişimindeki daha ileri aşamaların ayırt edici bir özelliğidir.

Klasik yaklaşımın ardından soyutlama, bilişselciler tarafından bilişsel yaklaşıma göre ele alınmıştır. Bilişsel yaklaşıma göre soyutlama, somuttan soyuta geçiş süreci olarak görülmektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Tanımdaki somut ifadesi deneyime dayalı bilgiler; soyut ifadesi ise mantıksal ve zihinsel yapılar ile ilişkilidir (Van Oers, 2001). Bu yaklaşıma göre soyutlama süreci, farklı durumlar arasındaki ortak özelliklerin tanınmasından doğan genellemeleri içermektedir (Ozmantar ve Monaghan, 2004). Yani soyutlama, bir dizi somut durumdaki ortak özelliklerin sınıflandırılmasıyla oluşan ve genellemeleri içeren ortaklıklar kümesine geçiştir.

Bilişsel araştırmacılara göre soyutlama, bir dizi matematiksel nesneden oluşmaktadır. Soyutlama süreci de matematiksel nesnelerin kendisinden çok bu nesneler arasındaki

ilişkilere, nesnelerin ortak özelliklerine odaklanmayı içermektedir. Bu nedenle soyutlama süreci aslında nesnelerin kendisini görmezden gelme, bağlamından arındırma sürecidir. Bu süreç doğrusaldır ve süreçteki sıralı eylemler sonucunda başlangıçtaki nesnelerden daha yüksek düzeyde bir matematiksel nesneye ulaşılmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Ayrıca soyutlamayı bilişsel yaklaşıma göre elen alan araştırmacılar, soyutlamanın öğretim sırasında örneklerin incelenmesi ve örneklerdeki ortak özelliklerin yakalanması ile gerçekleştiğini belirtmektedirler (Özmantar, 2004; Yeşildere ve Tüknüklü, 2008).

Soyutlamayı bilişsel yaklaşıma göre ele alan önemli isimlerden Piaget'e göre (2001) soyutlama; deneysel soyutlama, yarı deneysel soyutlama ve yansıtıcı (derin) soyutlama olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Deneysel soyutlama, nesnelerin rengi ya da biçimi gibi duyularımızla algılayabildiğimiz özellikleriyle, yarı deneysel soyutlama ise nesneleri saymak veya gruplamak gibi nesneler üzerindeki eylemlerimizle ilgilidir (Özmantar ve Monaghan, 2007). Deneysel soyutlama ve yarı deneysel soyutlama nesnelerin ortak özelliklerini dikkate almaktadır. Ayrıca yarı deneysel soyutlama eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurmaktadır (Katrancı, 2010). Yansıtıcı (derin) soyutlama ise nesneleri sayarak artış veya azalışını keşfetmek gibi nesneler üzerindeki eylemlerimiz arasında kurduğumuz ilişkilerle ilgilenmektedir (Özmantar ve Monaghan, 2007). Piaget'in (1970) yansıtıcı soyutlama fikri, zihinsel işlemlerin sınıflandırılmasına ve dolayısıyla soyutlanmasına olanak sağlamasından dolayı klasik bilişsel yaklaşıma dikkate değer bir boyut kazandırmıştır. Yansıtıcı soyutlama sonucu oluşan şemalar bilginin yapı taşlarıdır. Yansıtıcı soyutlama, mantıksal açıdan tutarlı olan teorik modellerin oluşturulmasını sağlamaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Soyutlamayı bilişsel yaklaşıma göre ele alan araştırmacılardan Skemp (1986: 21), soyutlamayı “önceden deneyimlediğimiz durumlar arasındaki benzerlikleri fark ederek yeni deneyimler edinmemizi sağlayan sürekli bir değişim” olarak tanımlamaktadır. Dienes (1963) ise soyutlamayı “farklı durumlardaki ortak özelliklerin çıkarılması süreci” (s. 281) olarak ifade etmektedir. Sonuç olarak bilişsel yaklaşıma göre soyutlamada üç özellik öne çıkmaktadır (Özmantar ve Monaghan, 2007, sf. 90):

1. Soyutlama, belirli durumlar arasındaki ortak özelliklerin tanınmasından kaynaklanır.
2. Soyutlama, bağlamdan arındırma sürecidir.
3. Soyutlama, somuttan soyuta doğru bir yükseliştir.

Soyutlama süreçlerinin doğrusal ve bağlamdan bağımsız olduğunu savunan bu görüş zamanla Noss ve Hoyle (1996), Ohlsson ve Lehtinen (1997), Dreyfus, Hershkowitz ve

Schwarz (2001) gibi araştırmacılar tarafından eleştirilmiştir. Aşağıda her bir özelliğin eleştirilme nedenlerine kısaca değinilmektedir.

Bilişsel soyutlamanın birinci özelliğine yönelik; Ohlsson ve Lehtinen (1997) kişinin belirli durumlar arasındaki ortak özellikleri tanıyarak soyutlama yapabilmesi için kişinin zaten bu durumlar için belirli soyutlamalara sahip olması gerekir, eleştirisini getirmektedirler. Yani kişi soyutlamanın ilkel bir haline sahip olmadığı sürece karşılaştığı durumlardaki ortaklıkları tanıyamaz ve bu nedenle soyutlama gerçekleşemez (Ozmantar ve Monaghan, 2007). Örneğin kişinin bir eşkenar üçgeni eşkenar üçgen olarak soyutlaması için önce eşkenar üçgen fikrine sahip olması gerekmektedir (Ohlsson ve Lehtinen, 1997). Ayrıca Ohlsson ve Lehtinen (1997) soyutlama sürecinin genellemelere ulaşma işlevi gördüğü fikrini eleştirerek soyutlamanın asıl işlevinin genel bir uygulanabilirlik ve transfer sağlamak değil, mevcut bilgi yapılarının daha karmaşık bilgi yapılarında birleştirilmesini sağlamak olduğunu belirtmektedirler. Onlara göre soyutlamanın bilişsel işlevi, insanların somut benzerliklerin önerdiğinden farklı bir dünya sınıflandırmasına ulaşmalarını sağlamaktır.

Bilişsel soyutlama görüşüne göre genelleme, yani soyutlama, öğrenmenin bir ürünüdür. Ohlsson ve Lehtinen'e (1997) göre ise soyutlama öğrenmenin bir ön koşuludur. Çünkü fikirlerin daha karmaşık yapılarda birleştirilmesi için soyut olması gerekmektedir. Somut fikirlerin birleştirilmesi veya oluşturulması bileşenlerinin belirli özellikleri birbiriyle çatışacağından dolayı zordur. Soyut fikirler ise bu tür bir çatışma içermediğinden daha kolay bir şekilde birleştirilebilmektedir (Ohlsson ve Lehtinen, 1997).

Bilişsel soyutlamanın ikinci özelliğine yönelik; Noss ve Hoyles (1996) soyutlamayı gerçekleştirdiği bağlamdan arındırma süreci olarak görmeyi anlamsız olduğunu ve soyutlamanın asıl zorluğunun bağlamdan arındırılmasından kaynaklandığını öne sürmektedirler.

Bilişsel soyutlamanın üçüncü özelliğine yönelik de Noss ve Hoyles (1996) soyutlamanın somuttan soyuta doğru bir yükseliş süreci değil, önceden var olan ilişkisiz bilgi yapılarının ilişkilendirilerek birbirleri ile iç içe geçme süreci olduğunu belirtmektedirler. Ohlsson ve Lehtinen'e (1997) göre de soyutlama, mevcut bilgi yapılarının daha karmaşık bilgi yapılarında birleştirilmesi sürecidir. Bu nedenle başlangıçta var olan birbiri ile ilişkisiz somut bilgi yapıları ile soyutlama sonucu oluşan soyut, karmaşık bilgi yapıları birbirinden bağımsız düşünülemeyeceğinden dolayı soyutlama, bu yapıların birbirleri ile iç içe geçmesini içermektedir.

Yukarıda bahsi geçen eleştiriler temelde bağlamsal ve sosyal faktörlerin soyutlama için çok önemli olduğu düşüncesinden kaynaklanmaktadır. Bu düşünce soyutlamada

sosyokültürel yaklaşımın oluşmasına zemin hazırlamıştır. Soyutlamayı bir tür bağlamdan arındırma olarak gören birçok araştırmacının aksine Noss ve Hoyles (1996), Ohlsson ve Lehtinen (1997) gibi Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) da soyutlamayı sosyokültürel bir yaklaşım ile yorumlamaktadırlar. Bu yaklaşıma göre soyutlama bireyin kişisel geçmişinden, önceki öğrenmelerinden ve öğrenmenin gerçekleştiği ortamdan etkilenebilmektedir. Bu nedenle soyutlama süreci; bireylerin düşüncelerini, kavramlarını, önceki öğrenmelerinin sonuçlarını içermektedir. Ayrıca bu süreç bireylerin üzerinde çalıştığı problemlerden, kullandıkları kâğıt, kalem veya bilgisayar gibi araçlardan etkilenebilmektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bunun yanında soyutlama süreci belirli bir sosyal ortamda gerçekleşir ve bu nedenle öğrenci-öğrenci ve öğretmen-öğrenci arasındaki sosyal ilişkileri de içermektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Tüm bunlar soyutlama sürecini etkileyebilecek bağlamsal faktörlerdir ve soyutlama sürecinin meydana geldiği bu çok yönlü bağlam, sürecin ayrılmaz bir bileşeni olarak soyutlamada büyük önem taşımaktadır.

Sonuç olarak; soyutlamanın birçok araştırmacı tarafından farklı yaklaşımlarla ele alındığı görülmektedir. Tüm bu yaklaşımlara baktığımızda soyutlamanın bir süreç içerisinde meydana geldiği görüşü ortak görüş olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu süreci inceleyen araştırmacılardan Sfard (1991) ortaya koyduğu teorisinde soyutlama sürecinin içselleştirme (interiorization), yoğunlaştırma (condensation) ve somutlaştırma (reification) adımlarından oluştuğunu belirtmektedir. Dubinsky (1991) ise ortaya koyduğu APOS teorisinde soyutlama sürecinin içselleştirme (interiorization), muhafaza etme (encapsulation), genelleme yapma (generalization) ve tersten gitme (reversal) adımlarından oluştuğunu ifade etmektedir. APOS teorisine göre matematiksel kavramlar soyutlamaların gerçekleştiği süreç içerisinde içselleştirilmekte, daha sonra bu süreç bir nesne olarak muhafaza edilmekte ve muhafaza edilen süreçlerin koordine edilmesi ile şemalar oluşmaktadır. Bu doğrultuda soyutlamanın bir süreç içerisinde gerçekleştiği görüşü ortak görüş olarak karşımıza çıksa da soyutlamaya ilişkin yaklaşımlar soyutlamanın bağlamdan ayrı olarak ele alınıp alınamayacağı konusunda ayrılmaktadır.

2.2. Bağlamda Soyutlama Teorisi (Abstraction in Context)

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001 yılında yaptıkları çalışmada Leont'ev'in Aktivite Teorisi'ne (1981) dayanan ve Davydov'un soyut ve somut arasındaki diyalektik bağlantıya işaret ettiği diyalektik yaklaşımını (1990) benimseyen “Bağlamda Soyutlama” teorisini ortaya koymuşlardır. “Bağlamda Soyutlama”, öğrencilerin kişisel geçmişlerinin yanı sıra öğrenmenin gerçekleştiği ortamı içeren bir bağlamda ortaya çıkan soyut matematiksel

bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemek için ortaya konulmuş teorik bir çerçevedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2015).

Teorinin dayandığı Leont'ev'in Aktivite Teorisi'ne (1981) göre aktiviteler, bir içerik ile alakalı bireysel olarak ya da grupla iş birliği içerisinde yürütülen eylemler zinciridir. Aktiviteler sırasında mevcut yapılar düzenlenebilir, dönüştürülebilir ya da yeni yapılar oluşturulabilir. Bir aktivite sonucunda oluşturulan bir yapı, daha sonraki aktivitelerde tekrar kullanılabilir bir yapı olabilir (Bødker, 1997). Bu tür yapılar; fikirler, stratejiler veya kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Aktiviteler; içeriğin anlamlandırılması, yeni bilgi yapıları oluşturulması, oluşturulan yeni bilgi yapılarının kalıcılığının sağlanması ve soyutlamanın gerçekleşmesi için çevresel düzenlemenin yani bağlamın temelini oluşturmaktadır (Katrancı, 2010). Bu teoriye göre bağlam, insan davranışlarının yapısını ve anlamını çerçeveleyen, birbiriyle bağlantılı faktörlerin toplamı olarak tanımlanabilir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Aktiviteler; insan davranışlarını içermesinin yanı sıra, bu davranışları anlamamızı sağlayan bir analiz birimidir çünkü aktiviteler bize anlamlı bir bağlam sunar (Kuutti, 1996). Bu nedenle bağlam oluşturulurken aktivitelerin önemi göz ardı edilmemelidir.

Aktivitelerin gerçekleştiği ortam ve çevre koşullarını içeren bağlam, soyutlamanın oluşumu için oldukça önemlidir. Öğrenciler için uygun ortam ve koşullar sağlanarak bağlamın buna göre oluşturulması öğrencilerin soyutlamalarını, yani bilgi oluşturmalarını da olumlu yönde etkileyecektir. Ayrıca bir aktivitenin bağlamı, sadece aktivitenin gerçekleştiği çevrenin fiziksel koşullarını içermemektedir. Bunun yanında bağlam; aktiviteye katılan katılımcının kişisel geçmişi, öğrenme geçmişi ve sosyal ilişkileri gibi öznel bileşenleri de içermektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Sonuç olarak bağlam, aktivitenin vazgeçilmez bir bileşenidir. Çünkü katılımcılar, aktivitelerin gerçekleştiği bağlamda, bağlam ile ilişkili davranışları gerçekleştirirler (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu doğrultuda “Bağlamda Soyutlama” teorisi Aktivite Teorisi'nden etkilenmiş ve soyutlama süreçlerinde bağlamın önemini göz önünde bulundurmuştur.

“Bağlamda Soyutlama” teorisinin benimsediği diyalektik yaklaşımı ortaya koyan Davydov'a (1990) göre düşünme; deneysel düşünme seviyesi ve teorik düşünme seviyesi olmak üzere iki seviyede oluşmaktadır. Deneysel düşünmede kişinin amacı nesneler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları gözlemleyerek gerçekliğin özelliklerini birbiri ile ilişkilendirmek iken; teorik düşünmede amaç gerçekliği yeniden üretmektir.

Davydov'a göre günlük kavramlara deneysel düşünme yoluyla ulaşılabilir. Buna karşılık, bilimsel kavramlara ancak teorik düşünme yoluyla ulaşılabilir. Okulda öğrenilen

bilgilerin çoğu deneysel düşünme ile doğrudan elde edilmesi mümkün olmayan bilimsel kavramlar ile ilgilidir (Altun ve Yılmaz, 2008; Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001). Bu nedenle bilişsel yaklaşım deneysel düşünceye dayalı bilgilerin oluşturulmasında uygun bir yaklaşım olarak görünse de teorik düşünceye dayalı soyut bilimsel bilgilerin oluşturulmasında yetersiz kalmaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008). Bilimsel kavramlara ilişkin soyut bilginin oluşması için diyalektik bir mantığa ihtiyaç vardır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu nedenle bilimsel kavramların soyutlanması süreci lineer bir süreç yerine diyalektik bir süreçtir, dolayısıyla bu kavramların soyutlanmasında diyalektik bir mantık gereklidir (Özmantar, 2004; Yeşildere ve Türnüklü, 2008).

Bağlamda Soyutlama teorisi özünde beş temel ilkeye dayanmaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001):

1. Soyutlama, Aktivite Teorisi (Leont'ev, 1981) anlamında bir etkinliktir. Yani soyutlama bir birey veya bir grup tarafından belirli bir amaca ulaşmak için gerçekleştirilen eylemler zinciridir.
2. Soyutlamanın gerçekleştiği bağlam önemlidir. Bağlam, öğrencinin kişisel geçmişini ve sosyal etkileşimini içeren kişisel ve sosyal bir yapıdır.
3. Soyutlama; Davydov bağlamında teorik düşünceyi gerektirir, ancak bunun yanında deneysel düşüncenin unsurlarını da içerebilir.
4. Soyutlama süreci, başlangıçta var olan soyut yapılardan, yeni bir yapıya doğru ilerlemektedir.
5. Yeni yapı; başlangıçta var olan ilk yapıların yeniden düzenlenmesi ve bunlar arasında yeni bağların kurulması yoluyla ortaya çıkmaktadır.

Bu temel ilkelerin ışığında Dreyfus vd. (2001) soyutlamayı, önceden oluşturulmuş matematiksel yapıların dikey olarak yeniden düzenlenmesi ile yeni bir matematiksel yapı oluşturulması etkinliği olarak tanımlamışlardır. Tanımdaki *etkinlik* ifadesi, soyutlamada bağlamın dikkate alınması gerektiğini savunan Aktivite Teorisine (Leont'ev, 1981) işaret etmektedir. *Önceden oluşturulmuş matematiksel yapı* ifadesi; önceki soyutlama etkinliklerinin sonuçlarının mevcut soyutlama etkinliği sırasında kullanılabileceğini ifade etmektedir. Bu ifade soyutlamanın doğasının tekrarlı olduğuna işaret etmektedir. *Yeniden düzenleme ifadesi*; matematiksel ilişkiler kurarak yeni bir hipotez kurma, bir strateji oluşturma, matematiksel genellemeye veya ispata ulaşma gibi matematiksel eylemleri içermektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). *Dikey* ifadesi ise dikey matematikleştirmeyi "önceden var olan matematiksel yapıların orijinalerinden daha soyut bir formda yeni matematiksel yapılar olarak bir araya getirildiği, yapılandırıldığı, düzenlendiği, geliştirildiği bir süreç" olarak tanımlayan

Hollandalı matematikçi Freudenthal'ın (1983) ortaya koyduğu Gerçekçi Matematik Eğitimi'nden gelmekte ve soyutlama süreçleri sırasında yeni bağlantıların kurulmasıyla ortaya çıkan bütünleşmeyi ifade etmektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Son olarak tanımdaki *yeni matematiksel yapı ifadesi*; soyutlama sürecinin bir ürünü olarak, daha önceden oluşturulmamış yapılara işaret etmektedir. Yeni oluşturulan yapılar; yöntemler, stratejiler ve kavramlar olarak karşımıza çıkmaktadır (Dreyfus ve Tsamir, 2005). Tanımdan da anlaşılacağı üzere soyutlama; herkes için aynı olan, nesnel ya da evrensel bir süreç değildir. Tam tersine soyutlama sürecine katılan katılımcıların kişisel geçmişine, zihinlerinde önceden var olan matematiksel yapılara ve soyutlamanın gerçekleştiği bağlama bağlıdır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001).

2.3. RBC Soyutlama Modeli

Soyutlama, özünde doğrudan gözlemlenemeyen zihinsel bir aktivitedir. (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Bu nedenle soyutlama süreçlerini gözlemlenebilir kılmak için bu süreçleri açıkça görmemizi sağlayacak teorik gözlükler kullanmamız gerekir. Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) soyutlamanın epistemik eylemler sonucunda oluştuğunu, bu eylemlerin ise gözlemlenebilir olduğunu söylemişlerdir. Örneğin, bir problemi çözmek amacıyla bir stratejiye başvurmak veya mevcut bilgileri kullanarak bir sonuca ulaşmak epistemik eylemlerdir. Epistemik eylemler küçük grup veya bütün bir sınıf gibi sosyal bağlamlar, katılımcıların sözlü ifadeleri ve davranışları sonucu oluşur ve böylece eylemler gözlemlenebilir hale gelebilir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001 yılında yaptıkları çalışmada epistemik eylemleri gözlemleyerek soyutlama süreçlerini tanımlamaya olanak sağlayan, bağlamda dinamik olarak iç içe geçmiş epistemik eylemler modelini, yani kısaca RBC adını verdikleri soyutlama modelini ortaya koymuşlardır. Ortaya koydukları bu model tanıma (recognizing), kullanma (building-with) ve oluşturma (constructing) adı verilen bağlam içerisinde dinamik olarak birbiri ile iç içe geçmiş, gözlemlenebilir üç epistemik eylemden meydana gelmektedir. Soyutlamayı incelemek, soyutlama etkinliğine katılan öğrencilerin bu epistemik eylemlerini belirlemektir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). RBC modeli, bağlam içerisinde öğrencilerin epistemik eylemlerini belirleyebildiğimiz, böylece soyutlama süreçlerini gözlemleyebildiğimiz ve bu süreçleri analiz edebildiğimiz teorik ve analitik bir mercektir.

Tanıma

Tanıma; daha öncedeki durumlardan bilinen, tanıdık matematiksel yapıların mevcut duruma uyarlanarak kullanılabileceğinin fark edilmesidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus,

2001). Öğrenci karşılaştığı matematiksel problemin, önceden zihninde var olan bilgi yapıları ile ilişkili olduğunu anladığında tanıma gerçekleşmiş olur (Kidron ve Dreyfus, 2008).

Tanıma en az iki durumda gerçekleşmektedir:

- 1) Karşılaşılan yeni durumun daha önceden bilinen benzer yapıya sahip bir durum ile benzediğini fark ederek analogi yoluyla,
- 2) Karşılaşılan yeni durumun daha önceden bilinen ve özdeş yapıda olan bir duruma uyduğunu fark ederek özelleştirme yoluyla.

Buna göre tanıma süreci, daha önce gerçekleştirilen bir eylemin sonucuna başvurmayı ve daha sonra karşılaşılan yeni duruma benzer olduğunu (benzetme yoluyla) veya özdeş olduğunu (özelleştirme yoluyla) belirlemeyi içermektedir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001).

Tanıma, kişinin kişisel geçmişiyle yakından ilgilidir. Çünkü kişinin karşılaştığı yeni durumdaki matematiksel yapıları fark etmesi, geçmişte karşılaştığı durumlardan bildiği tanıdığı zihninde zaten var olan yapılara bağlıdır. Bu nedenle tanıma süreci kişiden kişiye değişiklik gösterebilmektedir. Bu süreç bireysel yani öznel bir süreçtir.

Kullanma

Kullanma; bir hedefe ulaşmak için önceden oluşturulmuş, zihinde var olan yapıların kullanılması eylemidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Kullanma eylemi; öğrenciler matematiksel bir durumu anlama, bu durumu açıklama, bir problemi çözme ya da bir süreç üzerinde düşünme gibi bir hedefe ulaşmakla meşgul olduklarında gerçekleşir. Hedefe ulaşmak için, öğrenciler daha önceki aktivitelerden tanıdıkları, zihinlerinde önceden var olan mevcut yapıları kullanırlar. Bu süreçte öğrenciler stratejilere, kurallara veya teoremlere başvurabilirler. Böylece var olan yapıları kullanarak üzerinde çalıştığı probleme uygulanabilir bir çözüm oluşturabilirler. Bunun yanı sıra kullanma, öğretmen tarafından öğrencilerin bir durumu fark etmesi için onlara bir bilgi hatırlatıldığında veya ipucu verildiğinde de gerçekleşebilir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

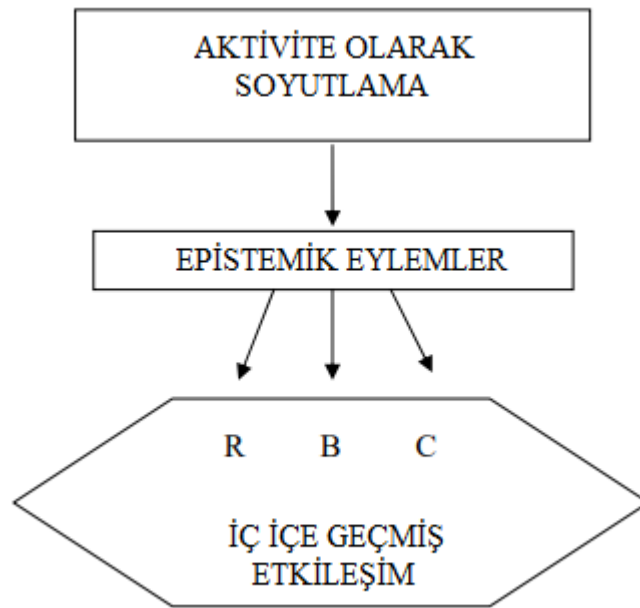
Oluşturma

Modeli oluşturan üç epistemik eylemin en önemlisi oluşturma olarak karşımıza çıkmaktadır. Oluşturma, yeni bir yapı oluşturmak için bilgi yapılarının dikey olarak yeniden düzenlenerek bir araya getirilmesi anlamına gelmektedir (Dreyfus vd., 2004). Diğer bir deyişle, önceden var olan bilgi yapılarının kısmi değişikliğe uğratarak yeniden düzenlenmesi sonucunda yeni bilgi yapılarının inşa edilmesi “oluşturma” olarak ifade edilmektedir (Bikner-

Ahsbabs, 2004). Ohlsson ve Lehtinen'e (1997) göre, teorik düşünce gerektiren ve bilginin dikey olarak yeniden düzenlenmesini ifade eden oluşturma süreci, soyutlamanın merkezi adımıdır.

Oluşturma eylemiyle kullanma eylemi arasındaki fark; oluşturmada bir problemi çözmeye ya da çözümü gerekçelendirme gibi bir amaca ulaşmak için yeni bir matematiksel yapı oluşturulması gerekirken, kullanmada kişi zihninde var olan mevcut yapıları birleştirerek amaca ulaşabilir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Kişinin bir problem çözerken önceden bildiği stratejileri kullanarak çözüme ulaşmasında gözlemlenen epistemik eylemler tanıma ve kullanmadır. Eğer kişi problemi çözerken yeni bir yöntem veya strateji geliştirirse ancak o zaman oluşturmada bahsedilebilir.

Soyutlama sürecinde, ilk olarak daha önceden oluşturulmuş olan matematiksel yapılar tanınır. Bu tanıdık yapılar mevcut durumda hedefe ulaşmak amacıyla kullanılıp yeniden düzenlenerek yeni bir yapı oluşturulur. Bu süreçte oluşturma eylemi yalnızca tanıma ve kullanma eylemlerini takip etmekle kalmaz, aynı zamanda daha önceden oluşturulmuş matematiksel yapıların tanınmasını ve kullanılmasını gerektirir. Yani epistemik eylemler düz bir zincir olarak değil; iç içe geçmiş bir şekilde tanıma, kullanma ve oluşturmaya içerir. Bu mekanizmaya, epistemik eylemlerin dinamik olarak iç içe geçmesi denilmektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).



Şekil 1. RBC modelinin ortaya çıkışı (Dreyfus, 2007)

Dinamik olarak iç içe geçmiş bu model aynı zamanda bağlamsal bir yapıya sahiptir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bağlamanın ilk bileşeni öğrencilerin daha önceden sahip olduğu mevcut yapılar, yani kişisel öğrenme geçmişleridir. Öğrencilerin kişisel öğrenme geçmişleri soyutlama süreçlerini önemli ölçüde etkilemektedir. Çünkü oluşturulacak yeni yapı, öğrencinin halihazırda oluşturmuş olduğu diğer yapılar aracılığıyla gelişir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu nedenle soyutlama sürecindeki epistemik eylemler kişisel geçmişe bağlıdır ve öznedir. Örneğin iki çokluk arasındaki ilişkiyi “oran” olarak ifade etmek “oran” kavramı ile yeni tanışan bir öğrenci için oluşturma eylemidir. Ancak bu kavramı daha önce oluşturmuş olan başka bir öğrenci için kullanma eylemi olabilir. Aynı şekilde bir öğrenci tarafından tanınacak bir yapının, başka bir öğrenci tarafından yeni bir yapı olarak oluşturulması gerekebilir. Sonuç olarak öğrencinin kişisel geçmişi, hangi yapıların tanınacağını, hangi yapıların kullanılacağını ve yeni bir yapı oluşturulup oluşturulmayacağını belirlediğinden soyutlamada önemli bir yer tutmaktadır (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

Bağlamanın bir diğer bileşeni de sosyal etkileşimdir. Yeni bir yapı oluşturma sürecinde; öğrenci ile öğrenciye aracılık eden araştırmacı, öğretmen ya da sürece dahil olan diğer öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal etkileşimin rolü büyüktür. Sürece katılan araştırmacı, öğretmen ya da öğrenciler bu süreçte farklı epistemik eylemler üstlenebilirler ve böylece soyutlama süreçlerinde yer alan epistemik eylemler katılımcılar arasında paylaşılabılır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Yani sosyal etkileşim bu süreçte bir yapının bir katılımcı tarafından tanınmasını, ardından başka bir katılımcı tarafından kullanılmasını ve diğer katılımcılar tarafından yeni bir yapının kolektif olarak oluşturulmasını sağlayabilir. Bu nedenle öğrencilerin düşüncelerini birbirleri ile paylaşımları, tartışmaları, yani birbirleri ile etkileşim içinde olmaları bu süreçlerde oluşturulacak yeni yapıları anlamlandırabilmeleri açısından önemli görülmektedir. Aynı zamanda soyutlama sürecinde araştırmacı ya da öğretmenin katılımcılara yönelttiği sorular, katılımcılara verilen ipuçları da soyutlama sürecine aracılık etmekte ve bu süreçlere katkı sağlamaktadır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Soyutlamanın gerçekleşmesi için yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması zorunludur. (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Yeni bir yapıya duyulan bu ihtiyaç, geçmişte oluşturulan yapılar ile yeni oluşturulacak yapı arasındaki bağlantıya izin verir (Kidron ve Monaghan, 2009). Bu ihtiyaç; öğrencilerin karşılaştıkları mevcut durumdaki çelişki, belirsizlik gibi engellerin üstesinden gelebilmek amacıyla çözüme ulaşma istekleri sonucunda ortaya çıkabilir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu isteğin öğrencide ortaya çıkması için eğitimciler uygun problem dizileri tasarlayarak kasıtlı olarak bu tür engeller

koyabilirler. Böylece öğrencilerin çözüme ulaşma istekleri, yeni bir yapıya ihtiyaç duymalarını sağlayarak onları yeni yapı oluşturmaya teşvik edebilecektir.

Bu nedenle öğrencilere sunulan problemler öğrencilerin yeni bir yapı oluşturup oluşturmayacaklarını güçlü bir şekilde etkilemektedir. Öğrenciler bu süreçte standart bir problem çözerlerse, yüksek ihtimalle önceden edinilmiş yapıları tanıyıp bunları kullanarak çözüme ulaşabilirler. Ancak standart olmayan bir problemi çözerlerse, daha önceden karşılaşmadığı bir durumla karşı karşıya kalıp problemin üstesinden gelebilmek için var olan bilgilerini dikey olarak yeniden düzenleyebilir ve sonucunda yeni bir yapı oluşturabilirler (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001).

2.4. RBC+C Soyutlama Modeli

Tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri sonucunda öğrencinin yeni bir yapı oluşturmaya, oluşturulan bu yeni yapıya her zaman özgürce ve esnek bir şekilde erişilebileceği anlamına gelmemektedir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2015). Çünkü öğrenci oluşturduğu yeni yapının tam olarak farkında bile olmayabilir ya da oluşturduğu yeni yapı yalnızca belirli bir bağlamda, belirli koşullar altında, belirli temsillerde ve belirli türden problemlerle uğraşırken öğrencinin tanımasına yol açabilir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Ayrıca yeni oluşturulan yapılar oldukça kırılgandır. Bu nedenle yeni oluşturulmuş bilgileri sağlamlaştırmak için soyutlama sürecinin daha ileri aşamalarına ihtiyaç vardır (Dreyfus ve Tsamir, 2004).

Bu ihtiyacı gidermek amacıyla Dreyfus vd. 2004 yılında yaptıkları çalışmada modele “pekiştirme” eylemini de ekleyerek modeli RBC+C modeli olarak geliştirmişlerdir. Böylece model tanıma (recognizing), kullanma (building-with), oluşturma (constructing) eylemlerinin yanında pekiştirme (consolidation) eylemini de içeren bir model haline gelmiştir.

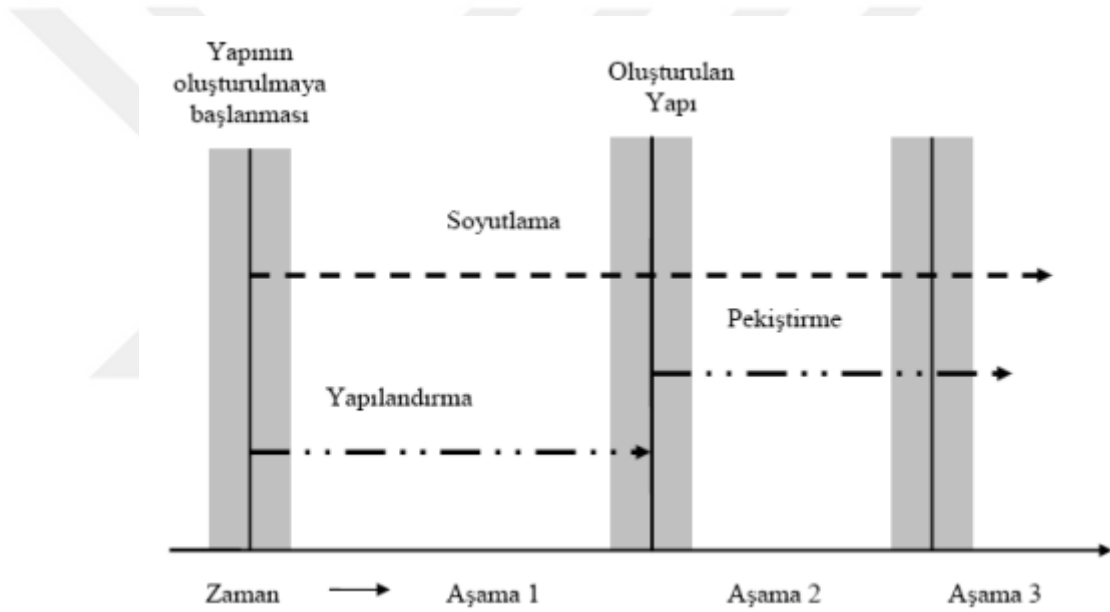
Pekiştirme, öğrencinin kendi oluşturduğu yapısının farkına vardığı ve yapıyı kullanmadaki güveninin arttığı; yapının ise giderek daha az kırılgan ve daha fazla kullanılabilir hale geldiği sürekli devam eden bir süreçtir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Öğrenciler yeni oluşturdukları yapıları ne kadar çok pekiştirirlerse, yeni yapılar o kadar anlamlı ve erişilebilir hale gelir ve öğrenciler karşılaştıkları zorluklara karşı daha özgüvenli ve dirençli olurlar (Ozmantar ve Monaghan, 2004).

Pekiştirme yani yeni oluşturulan yapının sağlamlaştırılması; öğrencilerin oluşturdukları yeni yapıyı, daha sonra ihtiyaç duyduğu durumlarda tanımasına ve kullanmasına olanak sağlar. Oluşturulan yeni yapı daha sonradan karşılaşılan bir problemde tanındığında ve kullanıldığında giderek daha sağlam bir hale gelir. Bu nedenle pekiştirme;

tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinden bağımsız değil, aksine bu eylemler ile iç içe geçmiş haldedir (Dresyfus , Hershkowitz, Schwarz ve Hadas, 2006).

Tüm bunlardan yola çıkarak Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001) ortaya koydukları RBC+C soyutlama modelinin işleyişini yani soyutlamanın oluşumunu üç aşamada özetlemişlerdir:

1. Yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması,
2. Var olan yapıların tanınması ve kullanılması sonucu yeni bir soyut yapının oluşturulması,
3. Yeni oluşan soyut yapının sağlamlaştırılması, kişinin bu yapıyı giderek artan bir kolaylıkla tanınması ve daha sonra karşılaştığı durumlarda kullanması.



Şekil 2. Soyutlamanın oluşumu (Özmantar, 2005)

2.5. Oran ve Orantı

Oran kavramı, araştırmacılar tarafından çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Thompson’a göre (1994) oran; farklı ölçme uzaylarına ait iki çokluğun çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen bir ölçümdür. Vergnaud (1988) ise oranı ”aynı ölçme uzayına ait çoklukların çarpımsal olarak karşılaştırılması sonucu elde edilen ölçüm” şeklinde tanımlamıştır. Bu tanımlara bakıldığında Vergnaud; oranı aynı birim ile ifade edilen iki büyüklüğü karşılaştırma yani birimsiz oran anlamında ifade ederken, Thompson’ın farklı birimlerle ifade edilen iki büyüklüğü karşılaştırma yani birimli oran anlamında ifade ettiği görülmektedir (Avcu, 2010). Cai ve Sun’a göre (2002) de oran; iki varlık arasındaki çarpımsal bir ilişkidir. Baykul (2002) oranı; “doğal sayılarla veya ölçme sonuçlarıyla yapılan bir sıralı

ikilidir; diğer bir deyişle bir kesir sayısıdır.” şeklinde ifade etmiştir. Lamon’a göre (2005) ise oran; herhangi iki miktarın karşılaştırılmasıdır. Ayrıca Türk Dil Kurumu sözlüğünde oran “iki büyüklük, nicelik arasındaki bağıntı” olarak tanımlanmıştır. Oran kavramı; orantı kavramı ve orantısal akıl yürütme becerisi için bir temel oluşturduğu için oldukça önemlidir. (Lobato, Ellis ve Charles, 2010).

Orantı kavramı, Lamon (2005) tarafından “aynı ilişkiyi gösteren iki oranın eşitliği” olarak tanımlanmaktadır. Baykul (2002) ise, eşdeğer iki oranın belirttiği ifadeyi orantı olarak tanımlamış ve bu tanımdan yola çıkarak orantıyı iki oran arasındaki ilişki şeklinde ifade etmiştir. Freudenthal’a göre (1978) orantı; iki denk kesirden oluşmaktadır ve bir çoklukla diğer çokluk arasındaki oranın korunduğu doğrusal bir dönüşümdür. Ayrıca Freudenthal, basit veya bileşik orantıların olabileceği gibi doğru veya ters orantıların da olabileceğini belirtmiştir. Türk Dil Kurumu sözlüğünde doğru orantı; “birbirine bağlı olan ve biri arttığında öteki de artan iki büyüklük arasındaki bağıntı” şeklinde tanımlanmıştır.

Oran ve orantı kavramları matematik eğitiminde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu kavramlar diğer birçok matematiksel kavramın anlaşılmasında gerekli olduğu gibi; yüzdeler, kesirler, eşlik ve benzerlik, doğrusal denklemler, eğim, alan ölçümü, karışım problemleri, hız problemleri gibi önemli matematik konularının da temelini oluşturmaktadır. Matematiğin yanı sıra birçok farklı disiplinlerde karşımıza çıkan oran ve orantı kavramları; coğrafyada harita ve ölçek konusunda, kimyada karışımlar ve yoğunluk konusunda, görsel sanatlarda perspektif çizim ve desen çizim gibi konuların anlaşılmasında da önemli bir role sahiptir (Altaylı, 2012). Ayrıca günlük yaşamımızda karşılaştığımız örneğin; bir işçinin performansını ya da bir makinenin verimliliğini hesaplama veya bir portakal suyunun yoğunluğunu belirleme gibi birçok durumda da oran ve orantı kavramlarından yararlanılmaktadır. Oran ve orantı kavramlarının anlaşılması bu yönüyle de oldukça önemli görülmektedir.

Tüm bunların yanı sıra, oran ve orantı kavramları matematiksel düşüncenin gelişmesinde büyük rol oynayan orantısal akıl yürütme becerisinin de temelini oluşturmaktadır. Orantısal akıl yürütme becerisi; orantı yoluyla matematiksel olarak şekillendirilen bir durumu tanıyabilme, bu durumu sembolik olarak ifade edebilme, orantılı durumlardaki çarpımsal ilişkileri fark edebilme, orantılı olan ve olmayan durumları birbirinden ayırt edebilme ve orantı problemlerini çözebilme becerisi olarak tanımlanmaktadır (Cramer, Post ve Currier, 1993). Baykul (2009) orantısal akıl yürütme becerisini, oranların karşılaştırılabilme ve bunun sonucunda eşdeğer oranların elde edilebilme becerisi olarak tanımlamıştır. Matematik eğitimi alanında uluslararası düzeyde kabul gören NCTM’e (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) göre orantısal akıl yürütme; orantı içeren durumlar için iki

eşit oran yazma ve bilinmeyeni bulmanın yanı sıra, orantılı durumlardaki ilişkileri farketme, bu ilişkiler hakkında düşünme, eşitlikler kullanma, grafik ve tablo oluşturmayı da içermektedir (NCTM, 1989). Orantısal akıl yürütme; öğrencilerin ilköğretim düzeyindeki matematik bilgilerinin pekiştirilmesini sağlamak ve lise düzeyindeki matematik bilgilerinin oluşturulmasına zemin hazırlamaktadır. Ayrıca oran ve orantı kavramları, ileri düzey matematiksel bilgi ve cebirsel akıl yürütme için bir köprü görevi görmektedir (Langrall ve Swafford, 2000; Lesh, Post ve Behr, 1988). Orantısal akıl yürütme becerisi geliştirilemeyenler öğrencilerin daha ileri düzeydeki matematiği anlamlandırmada zorluk yaşayabilecekleri ön görülmektedir (Langrall ve Swafford, 2000). Bu nedenle orantısal akıl yürütmenin gelişmesi için de oran ve orantı kavramlarının anlamlı bir şekilde öğrenilmesi gerekmektedir (Battista ve Borrow, 1995).

Oran ve orantı konusu öğrenilmesi ve öğretilmesi zor ve karmaşık bir konu olarak kabul edilmektedir. Yapılan birçok çalışmada da öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını anlamlandırmada ve bu kavramlara ilişkin problemleri çözmede zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Oran ve orantı konusu ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde; öğrencilerin oran ve orantı kavramına ilişkin bilgilerinin eksik olduğu, oran ile kesir kavramını ve bölme işlemini karıştırdıkları, iki çokluk arasında oran kurmada zorlandıkları ve çarpımsal akıl yürütme yerine toplamsal akıl yürütme yaptıkları görülmektedir (Doğan ve Çetin, 2009; Kaplan, İşleyen ve Öztürk, 2011). Ayrıca öğrencilerin orantı kavramına ilişkin yanlışlara sahip oldukları, orantı içeren problemlerde orantı çeşitlerini belirleyemedikleri görülmektedir (Çelik ve Özdemir, 2011; Doğan ve Çetin, 2009).

Lamon (2007), matematik öğretim programında yer alan bütün konular arasında kesir, oran ve orantı kavramlarının tartışmasız bilişsel açıdan en karmaşık ve öğretilmesi en zor olan kavramlar olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca bu kavramların iyi anlaşılmasının özellikle fen ve matematik başarısı için çok önemli olduğunu belirtmiştir (Koçyiğit-Gürbüz, 2018). Bu doğrultuda oran ve orantı konusu, Matematik Dersi Öğretim Programı'nda öğretilmesi hedeflenen konular arasında en önemli olan konuların başında gelmektedir.

Oran ve orantı konusu Matematik Dersi Öğretim Programı'nın altıncı ve yedinci sınıf düzeyinde yer almaktadır. Öğrenciler oran kavramı ile ilk kez altıncı sınıfta karşılaşmakta ve altıncı sınıf kazanımlarında öğrencilerin oran kavramını anlamlandırmaları beklenmektedir. Öğrenciler orantı kavramı ile yedinci sınıfta karşılaşmaktadır. Yedinci sınıf kazanımlarında; öğrencilerin oranları verilen çoklukları belirlemeleri, gerçek hayat durumlarını inceleyerek orantısal durumları tespit etmeleri, doğru ve ters orantılı çoklukları anlayarak ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir (MEB, 2018).

2.6. RBC+C Soyutlama Modeli İle İlgili Araştırmalar

İlgili literatür incelendiğinde; soyutlamaların meydana geldiği süreçleri araştıran, matematiksel kavram ve bilgi oluşturma süreçlerini RBC soyutlama modeli bağlamında epistemik eylemler aracılığıyla inceleyen, modelin geliştirilerek pekiştirme eyleminin eklenmesiyle yeni oluşturulan bilgilerin pekiştirilmesini gözlemleyen ve RBC+C soyutlama modelinin uygulamalarını ortaya koyan çalışmalar olduğu görülmektedir.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001 yılında yaptıkları çalışmada matematiksel soyutlamaların meydana geldiği süreçleri anlamayı ve soyutlamayı deneysel olarak araştırmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla bir dokuzuncu sınıf öğrencisinin fonksiyonlarla ilgili bir problemi çözerken bilgiyi nasıl oluşturduğunu incelemişlerdir. Öğrencinin yeni bilgiyi oluşturmak için önceki bilgilerinden yararlanmasını sağlayacak bir dizi problem tasarlayıp görüşmeler gerçekleştirmişler ve tanıma, kullanma, oluşturma epistemik eylemlerini tanımlayarak bu eylemlerin nasıl ortaya çıktığını açıklamışlardır. Çalışmanın sonucunda soyutlama sürecini; tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerini dinamik olarak iç içe geçmiş bir şekilde bütünleştiren RBC soyutlama modelini ortaya koymuşlardır. Modelin ilk kez sunulduğu bu çalışmada ayrıca soyutlama sürecinin meydana geldiği bağlama dikkat çekmişler ve RBC modelinin soyutlama süreçlerinin deneysel olarak incelenmesinde araç olarak kullanılabileceğini, modelin bu açıdan işlevsel olduğunu ortaya koymuşlardır.

Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz 2001 yılında yaptıkları diğer bir çalışmada ise soyutlama süreçlerini akran etkileşimi bağlamında incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla, iki yedinci sınıf öğrencisinin cebirsel bir problemi çözerken iş birliği içerisinde yaptıkları çalışmaları, akranlar arasındaki etkileşimleri ve gerçekleştirdikleri epistemik eylemleri RBC modeli bağlamında ayrıntılı olarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda; soyutlama süreçlerinde akranlar arasında gerçekleşen sosyal etkileşimlerin, birden fazla perspektifi değerlendirme açısından öğrencilere fırsat sunduğunu öne sürmüşlerdir. Ayrıca öğrencilerin bir perspektif üzerinde düşünmek, kendi düşüncelerini aktarmak ve yeni bir kavramı oluşturmak için yaptıkları açıklamalar öğrencilerin çözmeye uğraştıkları durumun derin yapısını ortaya çıkarmada etkili olmuştur.

Dreyfus ve Tsamir (2004) yaptıkları çalışmada yeni oluşturulan bilgi yapılarının nasıl pekiştirildiğini inceleyerek bu süreçleri teorik olarak karakterize etmeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla bir 11. sınıf öğrencisi ile sonsuz kümelerin karşılaştırılmasına ilişkin görüşme yapmışlar ve öğrencinin daha önceki görüşmelerde oluşturmuş olduğu matematiksel yapılardan nasıl yararlandığı gözlemleyerek oluşturduğu bilgiyi pekiştirme sürecini analiz etmişlerdir. Çalışmanın sonucunda bilgi oluşturma süreçlerinin yanı sıra oluşturulan yeni

bilgilerinin pekiştirilmesinin soyutlamaların tam olarak gerçekleştirilmesinde önemli ve gerekli olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu çalışmanın yanı sıra, Ozmantar ve Monaghan (2004) yaptıkları çalışmada yeni oluşturulan bilgi yapılarının pekiştirilme sürecini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla bir öğrencinin yakın bir zamanda oluşturmuş olduğu $f(|x|)$ kavramını pekiştirme sürecini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda pekiştirmenin özelliklerini; soyutlamaların yeniden yapılandırılması, zorluklara karşı artan direnç, soyutlamalar için bir dil geliştirme ve daha fazla esneklik olarak ortaya koymuşlardır.

Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin sınıf ortamlarında öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine nasıl rehberlik ettiklerini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla sekizinci sınıf öğrencileri ile sınıf ortamında gerçekleştirdikleri olasılık dersini gözlemlemişlerdir. Çalışmanın sonucunda; bilgi oluşturma süreçlerinde, öğretmenlerin öğrenciler ile gerçekleştirdikleri diyalogların etkili olduğu sonucuna ulaşmışlar ve bilginin inşası için diyalog türlerinden eleştirel diyalog kullanılmasının önemli olduğunu söylemişlerdir.

Ozmantar ve Roper (2004) yaptıkları çalışmada bilgi oluşturma süreçlerinde öğrencinin amacına ulaşabilmesi için sağlanan her türlü desteği ve rehberliği içeren yapı iskelesinin rolünü incelemeyi amaçlamışlardır. Yaptıkları çalışmada iki kız öğrenci ile $|f(|x|)|$ grafiğinin çizilmesine ilişkin görüşme yapmışlar ve öğrencilerin yeni bilgiyi oluşturmalarına yardımcı olan yapı iskelesinin destekleyici rolünü gözlemlemişlerdir. Çalışmanın sonucunda; yeni bir bilgi oluşturma, yani soyutlamanın, bazı durumlarda öğrencilerin kendi çabalarının ötesinde olduğu, bu nedenle de doğru zamanda ve doğru yerde sağlanan yapı iskelesinin, öğrencilerin eylemlerini ve dikkatlerini yönlendirerek çalışmalarını düzenlemelerini sağlayıp öğrencileri hedeflenen soyutlamalara doğru ilerlemeye teşvik ettiği sonucuna ulaşmışlardır.

Ron, Dreyfus ve Hershkowitz (2017) yaptıkları çalışmada, olasılık konusunda birbiriyle benzer problemleri bir sekizinci sınıf öğrencisine farklı zamanlarda sunmuşlar ve öğrencinin bu problemleri çözme sürecini RBC modelinin epistemik eylemleri aracılığıyla incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda; öğrencinin cevaplarının veya eylemlerinin birbirleriyle tutarsız ve yanıltıcı olduğu durumları, öğrenme bağlamının altında yatan matematiksel yapılarla kısmen eşleşen yapılarını açıklamak için “kısmen doğru yapı” (PaCC: Partially Correct Constructs) kavramını ortaya koymuşlardır. Bu doğrultuda öğrencilerin problem çözme süreçlerinde önceden oluşturmuş oldukları matematiksel yapıları kullanmakta zorlandıkları ve bu zorlukların önceden oluşturdukları yapıların kısmen soyutlanmış olmasından dolayı yaşandığını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrenciler tarafından yeni oluşturulan

bilgi yapılarının pekiştirme süreçlerinin başında kısmen doğru yapılar olabileceğini öne sürmüşlerdir.

İlgili literatür incelendiğinde; bu çalışmaların yanı sıra ülkemizde de öğrencilerin matematiksel bilgi ve kavramları oluşturma ve pekiştirme süreçlerini RBC+C soyutlama modeli bağlamında inceleyen farklı çalışmalar olduğu görülmektedir.

Ülkemizde RBC+C soyutlama modeli bağlamında yapılan çalışmalara bakıldığında çoğunlukla ortaokul öğrencileri ile gerçekleştirildiği görülmektedir. Yapılan çalışmalarda; ortaokul öğrencilerinin olasılığın temel kuralları bilgisini oluşturma süreçleri (Katrancı, 2010), olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramları oluşturma süreçleri (Akkaya, 2010), birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisini oluşturma süreçleri (Ayanoğlu, 2012), özdeşlik kavramını oluşturma süreçleri (Ulaş, 2015), üçgende alan bilgisini oluşturma süreçleri (Bulut, 2018), çokgenler konusundaki soyutlama süreçleri (Altaylı-Özgül, 2018), kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçleri (Dinç, 2018), değişken kavramını soyutlama süreçleri (Eldekci, 2019), eğitim bilgisini oluşturma süreçleri (Aydın-Çınar, 2019), açı konusunda bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçleri (Temiz, 2019), eşitsizlik kavramına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri (Süzen, 2019), tam sayılar konusundaki bilgiyi oluşturma süreçleri (Hasar, 2019), koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturma süreçleri (Sezgin-Memnun, 2011), kesirlerle bölme algoritması oluşturma süreçleri (Yıldırım, 2019) incelenmiştir.

Lise düzeyindeki öğrencilerle yapılan çalışmalardan; İlhan (2019) yaptığı tez çalışmasında, dokuzuncu sınıf öğrencilerinin farklı temsiller bağlamında fonksiyon kavramını oluşturma süreçlerini incelemiştir. Altı dokuzuncu sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen veriler RBC soyutlama modeli bağlamında analiz edilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda; öğrencilerin problemlerin çözümüne yönelik önbilgilerini ne kadar tanıdıklarının ve bunları sürecin diğer basamaklarına ne kadar aktarabildiklerinin bilgi oluşturma süreçlerinde etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra bilgi oluşturma süreçlerinde öğrenciler arasındaki iletişimin de etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Altun ve Yılmaz (2008) yaptıkları çalışmada, lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreçlerini yapılandırmacı öğrenme kuramı çerçevesinde incelemişlerdir. İki lise öğrencisiyle gerçekleştirdikleri görüşmelerde, yapılandırmacı öğrenme kuramının ilkelerine ve soyutlama eylemlerinin gözlenebilmesine uygun olarak tasarlanmış üç problem veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin ilk problemde oluşturdıkları bilgiyi, sonraki problemlerde kullandıkları, “parçalı fonksiyon” ve “tam değer fonksiyonu” bilgilerini belirli bir seviyede doğru olarak oluşturabildikleri görülmüştür. Ayrıca

yapılan çalışmada, fonksiyonların öğretiminde çevresel olay ve problemlerin kullanılmasının soyutlamaya katkı sağladığı ortaya konulmuştur.

Kobak-Demir ve Gür (2019) yaptıkları çalışmada; lise öğrencilerinin parabol bilgisini oluşturma süreçlerinde öğretmen etkisini incelemişlerdir. Çalışma iki matematik öğretmeni ve onuncu sınıf öğrencilerinden oluşan geleneksel öğrenen ve yapılandırmacı öğrenen iki grup ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri RBC+C modeli bağlamında incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda; bilgi oluşturma süreçlerinin bireye özgü olduğu, bireylerin ön bilgilerinin bu süreçlerde önemli olduğu ve fırsat verildiğinde ön bilgileri doğrultusunda öğretmenin ipuçlarını ve yönlendirmelerini kullanarak kendi bilgilerini oluşturabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca sınıf içerisindeki öğrenci etkileşimlerinin, tartışma ortamlarının, bilgiyi keşfetmelerine ve kendilerini ifade etmelerine imkân tanınmasının, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini olumlu yönde etkilediği; ancak öğretmen merkezli öğrenme ortamlarının öğrencilerin bilgi oluşturmalarını olumsuz etkilediği ortaya konulmuştur.

Yeşildere (2006) yaptığı çalışmasında yüksek ve düşük matematiksel güce sahip ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla öğrencilerin matematiksel güçlerini belirlemek amacıyla toplam 798 öğrenciye matematiksel güç ölçeği uygulanmış ve öğrencilerin matematiksel güçleri nicel olarak araştırılmıştır. Ayrıca öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin incelemek amacıyla da nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay çalışması yapılmış ve açık uçlu problemler veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasından elde edilen bulgular RBC soyutlama modeli bağlamında analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğu belirlenmiş ve bu durumun nedenleri öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleri olarak açıklanmıştır. Ayrıca matematiksel güçleri farklı olan öğrencilerin bilgi oluşturmalarında da farklılıklar görülmüş, düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri, yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin ise önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Katrancı (2010) yaptığı örnek olay çalışmasında; öğrencilerin olasılık konusundaki temel kavram ve kuralları oluşturma süreçlerini yapılandırmacılık kuramı çerçevesinde incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla; ön bilgileri değerlendirme testinden başarılı olan, not ortalamaları ve seviye belirleme sınavı notlarına göre seçilen dördü düşük, dördü yüksek

başarılı olmak üzere sekiz yedinci sınıf öğrencisiyle görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama yöntemi olarak görüşmelerin yanı sıra gözlem ve doküman incelemesi kullanılmıştır. Öğrencilerin çalışma kağıtlarından, görüşmeler sırasında kaydedilen ses ve video kayıtlarından elde edilen bulgular TKO+P (RBC+C) modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri çerçevesinde analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda hem matematiksel başarısı düşük hem de matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin olasılık konusunda temel kavram ve kuralları kısmen de olsa soyutlayabildikleri görülmüştür.

Akkaya (2010) yaptığı çalışmada, yapılandırmacılık ve gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımlarına uygun öğrenme ortamları tasarlayarak, öğrencilerin olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramları oluşturma süreçlerini incelemiştir. Çalışma; öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek için uygulanan testlerin sonucu, öğretmenlerinin görüşleri ve öğrencilerin çalışmaya katılma konusundaki istekliliği dikkate alınarak seçilen on yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışmada veri toplama yöntemi olarak görüşme, gözlem ve doküman analizi kullanılmıştır. Öğrenciler ile gerçekleştirilen görüşmelerden elde edilen görüşme kayıtları ve dokümanlar RBC+C soyutlama modeli bağlamında analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, gerçek yaşam problemlerinin öğretim süreçlerinde kullanılması ile matematiksel bilginin daha nitelikli bir şekilde oluşturulabildiği ortaya konulmuştur.

Ayanoğlu (2012) yaptığı örnek olay çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla, seçilen 9 öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiş ve görüşmelerden elde edilen verilere göre; öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde birbirinden farklı hızlarda yol aldıkları, başarılı öğrencilerin soyutlama basamağına ulaşmada zorlanmadıkları, ancak bazı öğrencilerin kısmen doğru bilgi yapıları oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca grup etkileşimlerinin yüksek olduğu gruptaki öğrencilerin diğer gruplara göre daha hızlı bir şekilde soyutlamalara ulaştıkları görülmüştür.

Sezgin-Memnun ve Altun (2012) yaptıkları çalışmada matematik başarısı yüksek ve düşük olan iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlama sürecini incelemiştir. RBC+C modeline uygun olarak hazırladıkları iki farklı problemi öğrencilerle yapılan görüşmelerde uygulamışlar ve görüşmeler sırasında elde edilen çalışma kâğıtları ile kaydedilen video kayıtlarını analiz etmişlerdir. Yapılan analizler sonucunda; öğrencilerin koordinat sistemini oluşturmaları için gerekli olan ön bilgilerin bir kısmını tanıyıp kullanabildikleri ancak yatay ve dikey eksen bilgisini oluşturmakla birlikte tanıyıp kullanmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca yapılan çalışmada matematik başarısı düşük olan öğrencinin koordinat sistemini oluşturabilmesi için gerekli ön bilgilerin tamamını oluşturduğu,

bu durumun yüksek başarılı olan öğrenci ile birlikte çalışmış olmasından kaynaklanabileceği söylenmiştir. Farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerin birlikte çalışmalarının düşük başarılı öğrencilerin düşüncelerini geliştirebilmesi için avantaj sağlayabileceği ve bilgi oluşturma sürecindeki başarılarını olumlu biçimde etkileyebileceği sonucuna ulaşılmıştır. Sezgin-Memnun ve Altun (2012) yaptıkları bir diğer çalışmada ise matematikte başarılı olan iki altıncı sınıf öğrencisinin $y=kx$ biçimindeki doğru denklemini oluşturma sürecini ve bu süreçte gerekli olan ön bilgileri tanıyıp kullanabilme durumlarını incelemişlerdir. RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme bilişsel eylemlerine uygun olarak hazırlanan problemleri iki öğrencinin oluşturduğu gruba uygulamışlar ve öğrencilerin bu problemler üzerinde birlikte çalışmalarını sağlamışlardır. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin hem cebirde harflerin kullanımını algılamada hem de cebirsel ifadelerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin $y=kx$ biçimindeki doğru denklemini oluşturmaları için gerekli ön bilgileri tanıyıp kullanabildikleri ve iki bilinmeyenli doğru denklemi bilgisini oluşturdıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Türnüklü ve Özcan (2014) yaptıkları çalışmada farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Bu amaçla yapılan çalışma örnek olay çalışması olarak yürütülmüş, geometrik düşünme düzeyleri yüksek ve düşük olan iki yedinci sınıf öğrencisi ile görüşmeler gerçekleştirilmiş ve bu görüşmelerde öğrencilerin düşünsel süreçlerini açığa çıkaracak açık uçlu problemler veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri RBC soyutlama modeli bağlamında incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda; farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde de farklılıkların olduğu; düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrenci bilgi oluşturmada yavaş ve tahmine dayalı bir yol izlerken, yüksek geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin yanıtlarını gerekçelendirmeye çalıştığı görülmüştür. Ayrıca düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin matematiksel dili tam ve doğru olarak kullanamadığı; bu açıdan da öğrencilerin kullandıkları matematiksel dilin, oluşturdıkları hipotezlerin ve gerekçelendirme şekillerinin de birbirinden farklı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Altaylı-Özgül (2018) yaptığı çalışmada; RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan çokgenler konusundaki öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkilerini ve öğrencilerin soyutlama süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla; deney ve kontrol grupları oluşturulmuş, deney grubuna RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretim, kontrol grubuna ise matematik dersi öğretim programına göre hazırlanan öğretim gerçekleştirilmiştir. Her iki gruba da öğretim öncesinde ön bilgilerini

belirmek için Çokgenler I testi ve öğretimin sonrasında da Çokgenler II testi uygulanmıştır. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin grup halinde çalışmaları sağlanmış ve uygulama sonrasında seçilen üç öğrenci ile görüşmeler yapılarak soyutlama süreçleri RBC+C modeli bağlamında incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, RBC+C modelinin epistemik eylemlerine göre hazırlanan öğretimi gerçekleştiren öğrencilerin daha başarılı oldukları, çokgenler konusundaki yeni bilgi yapılarını oluşturdukları ve oluşturdukları yapıları sonraki etkinliklerde kullanarak pekiştirdikleri görülmüştür. Ayrıca düşük matematik başarı düzeyine sahip öğrencilerin grup halinde çalışmaktan mutlu oldukları, bilişsel ve duyuşsal olarak kendilerini geliştirdikleri görülmüştür.

Eldekci (2019) yaptığı örnek olay çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama süreçlerini RBC modeli bağlamında ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu amaçla 10 yedinci sınıf öğrenci ile gerçekleştirdiği görüşmelerde öğrencilerin değişken kavramını nasıl soyutladıklarını ortaya çıkarmayı sağlayan ve öğrencilerin değişken kavramının özelliklerini tanımlarını, kullanmalarını ve değişken kavramını kullanarak farklı bir yapı oluşturmalarını gerektiren problemlerin yer aldığı etkinlikler kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde değişken kavramını farklı düzeylerde soyutladıkları görülmüştür. Çalışmaya katılan öğrenciler değişken kavramını problem çözme süreçlerinde kullanmakta ve değişkeni kullanarak yeni yapıları oluşturmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin değişken kavramını kullanma süreçlerini sınırlı ifadelerle açıklamaları kavramsal düzeydeki soyutlamalarının eksikliklerini ortaya koymuştur. Bu nedenle öğrencilerin bu süreçlerde karşılaştıkları zorlukları gidermek amacıyla bilgiyi oluşturma süreçlerini RBC eylemleri doğrultusunda adım adım takip etmenin etkili olabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında yapılan etkinliklerin ikili gruplar şeklinde uygulanmasının öğrencilerin aralarında düşüncelerini paylaşarak bu sürece yönelik detayların kolaylıkla incelendiğini vurgulanmıştır.

Aydın-Çınar (2019) yaptığı durum çalışmasında farklı akademik başarıya sahip sekizinci sınıf öğrencilerinin eğitim bilgisini oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli bağlamında incelemiştir. Çalışmanın katılımcıları maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olarak seçilen matematik dersi akademik başarıları düşük, orta ve yüksek düzeyde olan altı 8. sınıf öğrencisidir. Çalışmada veri toplama aracı olarak RBC+C modelinde yer alan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme bilişsel eylemlerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayan 11 açık uçlu problem kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun eğimin bağlı olduğu değişkenleri fark ettikleri ancak yalnızca yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerine ulaştıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Temiz (2019) yaptığı çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin “tümleler açısı”, “bütünler açısı” ve “ters açısı” yapılarına yönelik modelleme etkinliklerine dayalı bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini RBC+C teorisi çerçevesinde incelemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı çalışma matematik başarı düzeyleri yüksek, orta ve düşük olan dört altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin “tümleler açısı”, “bütünler açısı” ve “ters açısı” yapılarını oluşturma süreçlerinin incelenmesine olanak sağlayan üç farklı modelleme etkinliği ve bu etkinliklere dayalı uygulama soruları kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda matematik başarı düzeyi yüksek ve orta seviyede olan öğrenciler oluşturdıkları yeni yapıları hem bilgi düzeyinde hem de farklı şekillerde kullanarak pekiştirmelerine karşın, matematik başarı düzeyi düşük seviyede olan öğrencilerin oluşturduğu yeni yapıları sadece bilgi düzeyinde kullanabildiği, farklı şekillerde kullanmada zorlandıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra yalnızca matematik başarı düzeyi yüksek seviyede olan öğrencinin oluşturduğu yeni yapıları farklı bir konu ile ilişkilendirme yaparak kullanabildiği görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin modelleme etkinliklerine dayalı açı konusuna yönelik bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin ve şekillerinin matematik başarı düzeylerine göre farklılık gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Süzen (2019) yaptığı tez çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik kavramına ilişkin bilgiyi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli bağlamında incelemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının kullanıldığı çalışma matematik başarı seviyeleri farklı beş sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin eşitsizlik kavramına ilişkin düşünme süreçlerini ortaya çıkaran 4 problem kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda matematik başarısı yüksek ve orta seviyede olan öğrencilerin bilgiyi oluşturabildiği, ancak matematik başarı düzeyi düşük seviyede olan öğrencinin ön bilgi eksikliklerinin bilgiyi oluşturmalarını engellediği ve bilgiyi oluşturmada zorlandığı görülmüştür. Bunun yanı sıra bilgi oluşturma süreçlerinde öğretmenler tarafından öğrencilere yönlendirilen soruların, öğrencilerin tanıma eylemlerini gerçekleştirmesini sağladığı ve bilgi oluşturmaya kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Hasar (2019) yaptığı tez çalışmada başarı ve matematiksel motivasyon düzeyleri farklı altıncı sınıf öğrencilerinin, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada nitel ve nicel araştırma yöntemleri bir arada kullanılmıştır. Araştırmanın nicel kısmında 153 öğrenciye Matematik Dersine Yönelik Motivasyon Ölçeği ve Matematik Başarı Testi uygulanmıştır. Uygulanan ölçek ve testlerin sonuçlarına göre matematiksel başarı düzeyi yüksek-orta-düşük ve matematiksel motivasyon düzeyi yüksek-

orta olacak şekilde altı öğrenci seçilmiştir. Seçilen bu öğrencilere yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun olarak oluşturulmuş Örnek Olay Etkinliği ve Pekiştirme Etkinliği uygulanmış ve elde edilen veriler RBC+C teorisi bağlamında betimsel olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda yapılandırmacı öğrenme kuramına uygun olarak hazırlanmış öğrenme ortamlarında öğrencilerin güçlükle yaşadığı durumlarda araştırmacı tarafından yönlendirme soruları yardımıyla rehberlik sağlanmasıyla tam sayılar bilgisini oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin başarı düzeyi yüksek olan öğrencilere göre bilgiyi oluşturma aşamalarında daha çok zorlandıkları tespit edilmiştir. Motivasyon düzeyi daha yüksek olan öğrencilerin pekiştirme süreçlerini daha başarılı bir şekilde gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca oluşturulan bilginin ilk oluşumunda ve yakın zaman aralığında yapılan pekiştirmede başarı düzeyi etkiliyken; belirli bir zaman geçtikten sonra yapılan pekiştirmede motivasyon düzeyinin daha etkili olduğu yani motivasyon düzeyinin bilgiyi oluşturma ve pekiştirme sürecinde bilginin kalıcılığını etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Kalaycı ve Akkaya (2019) yaptıkları çalışmada, matematik başarıları yüksek iki altıncı sınıf öğrencisinin doğru ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeline göre incelemişlerdir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi yöntemi kullanılmış ve öğrenciler ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri dikkate alınarak hazırlanan iki adet etkinlik öğrencilere sunularak grup halinde çalışmalarını sağlamıştır. Görüşmelerden elde edilen veriler RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri çerçevesinde betimsel olarak analiz edilmiştir. Elde edilen verilerden; öğrencilerin problem çözme süreçlerinde RBC+C modelinin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerinin sıralı olarak gerçekleşmediği gözlemlenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin orantılı nicelikler arasındaki kat ilişkisini tanıyıp kullandıkları, doğru orantılı iki nicelikten birinin artarken diğerinin de artacağı ya da birinin azalırken diğerinin de azalacağı ve ters orantılı iki nicelikten biri artarken diğerinin azalacağı ya da birinin azalırken diğerinin artacağı bilgilerini oluşturdıkları; bu doğrultuda öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinde tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirdikleri ortaya konulmuştur. Ayrıca öğrencilerin orantı sabiti bilgisini oluşturup kullandıkları, karşılaştıkları problemlerin çözümlerinde bu bilgiye yer vererek oluşturdıkları bilgileri pekiştirdikleri görülmüştür. İleride yapılacak olan diğer çalışmalarda ise farklı başarı düzeylerine sahip öğrenci gruplarının soyutlama süreçlerinin incelenmesi önerilmiştir.

Bu çalışma dışında ülkemizde öğrencilerin oran ve orantı konularına yönelik bilgi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeline göre inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle yapılacak olan çalışmada bu araştırmadan farklı olarak, başarı düzeyleri farklı olan yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Böylece her seviyeden öğrencinin bilgi oluşturma süreçleri incelenerek araştırma sonuçlarının çeşitlenmesi sağlanmıştır. Ayrıca bu şekilde örneklem seçilmesi katılımcıların başarı seviyelerine göre soyutlama süreçlerinin karşılaştırılmasına da imkân sağlamıştır. Yapılan çalışmanın bu yönüyle literatüre katkı getirebileceği düşünülmektedir.

2.7. Oran ve Orantı İle İlgili Araştırmalar

Oran ve orantı konusu ile ilgili literatür incelendiğinde; yapılan çalışmaların çoğunlukla ortaokul öğrencilerinin kavram yanılgıları, orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ve oran orantı problemlerinde kullandıkları stratejiler ile ilgili olduğu görülmektedir.

Cramer ve Post (1993) Rasyonel Sayı Projesi (The Rational Number Project-RNP) kapsamında yaptıkları çalışmada; yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini gerektiren bilinmeyen değeri bulma, karşılaştırma yapma, niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma problemlerinde kullandıkları çözüm stratejilerini incelemişlerdir. Öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinin incelenmesi sonucunda; problem çözümlerinde birim oran, değişim çarpanı, denk kesir ve içler dışlar çarpım algoritması olmak üzere dört farklı çözüm stratejisi kullandıkları belirlenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin niteliksel karşılaştırma içeren problemleri çözmede diğer problemlere göre daha fazla zorlandıkları belirlenmiştir. Bunun yanında bilinmeyen değeri bulma ve sayısal karşılaştırma problemlerinde de öğrencilerin başarı oranlarının düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Attia (2003) yaptığı çalışmada, altıncı sınıf öğrencilerinden öğle yemeklerinin besin değerlerine ilişkin tablo oluşturmalarını ve analizler yapmalarını istemiştir. Öğrencilerin hesap tablosunu (çalışma kâğıdı) kullanmaları, oran ve yüzde hesaplamaları yapmaları, çizelge tablosundaki ortalama fonksiyonu kullanmaları ve daire grafiği oluşturmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye başvurmaları sağlanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin oranları karşılaştırırken daire grafiği kullanmalarının öğrencilere görsel bir şekil sunduğu ve denk oran kavramını anlamalarında etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca tüketilmesi önerilen besinler ile öğrencilerin tükettikleri besinler arasındaki ilişkileri analiz etmek için öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını iyi anlamlandırması gerektiği ortaya konulmuştur.

Dooren, Bock ve Verschaffel (2010) yaptıkları çalışmada orantısal ilişki içeren problemlerde toplamsal ilişki kullanılması ve toplamsal ilişki içeren problemlerde orantısal

ilişki kullanılması durumlarını incelemişlerdir. Farklı sınıf seviyelerinden (2., 3., 4., 5., ve 6.) 325 öğrenci ile yürütülen çalışmanın verileri altı tane toplamsal ve altı tane çarpımsal ilişki içeren problemlerden oluşan bir test aracılığıyla toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin verilen problemlerdeki niceliklerin oranı tam sayı olduğunda çarpımsal ilişkiye tam sayı olmadığında ise toplamsal ilişkiye yöneldikleri görülmüştür. Küçük sınıf seviyelerinde toplama yöntemlerinin “herhangi bir yerde” uygulanmasından, daha sonraki yıllarda orantılı yöntemlerin “her yerde” uygulanmasına doğru bir değişim görülmüştür.

Duatepe, Çıkla ve Kayhan (2005) yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeyi gerektiren oran-orantı problemlerinde kullandıkları çözüm stratejilerini ve bu stratejilerin soru türlerine göre nasıl değiştiğini incelemişlerdir. Çalışmada veri toplama aracı olarak toplam 295 ortaokul öğrencisine “Orantısal Akıl Yürütme Testi” uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinde sıklıkla içler-dışlar çarpımı stratejisini; niceliksel karşılaştırma problemlerinde birim oran stratejisini; niteliksel karşılaştırma problemlerinde belirli bir strateji kullanmaksızın yalnızca orantısal akıl yürütebildiğine ilişkin ipuçları verdikleri, orantısal olmayan karşılaştırma problemlerinde toplamsal karşılaştırma stratejisini ve ters orantı problemlerinde ise ters orantı algoritması stratejisini kullandıkları görülmüştür.

Çelik ve Özdemir (2011) yaptıkları çalışmada yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Çalışmada veri toplama aracı olarak “Oran-Orantı Problemlerini Kurma Testi” ve “Orantısal Akıl Yürütme Testi” kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda; orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu görülmüştür. Orantısal akıl yürütme becerisi düşük olan öğrencilerin çoğunun oran-orantı problemi kuramadıkları, orantısal akıl yürütme becerisi yüksek olan öğrencilerin oran-orantı problemi kurmada daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca orantısal akıl yürütme becerisi çok düşük olan öğrencilerin verilmeyen değeri bulma problemlerinde orantısal ilişkileri fark edemedikleri ve çarpımsal ilişkilere dayalı karşılaştırmalar yapmak yerine toplamsal ilişkiye dayalı karşılaştırmalar yaptıkları gözlenmiştir. Orantısal akıl yürütme becerisi yüksek olan öğrencilerin ise doğru orantılı ve ters orantılı ilişkileri fark edip doğru sonuçlara ulaştıkları, niceliksel ve niteliksel karşılaştırma içeren durumları fark ederek elde ettikleri sonuçları kendi cümleleriyle ifade edebildikleri görülmüştür.

Kaplan, İşleyen ve Öztürk (2011) yaptıkları çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışlarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla on sorudan oluşan bir kavram yanlışları teşhis testi oluşturulmuş ve 42 öğrenciye uygulanmıştır.

Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin oranı bir karşılaştırma ya da kesir anlamı olarak kavrayamadıkları, gerçek miktar gibi düşünüp buna göre işlem yaptıkları görülmüştür. Ayrıca oran ve orantı konusunun öğretiminde, basitten zora doğru rutin problemlerin yanı sıra sezgi, akıl yürütme ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren rutin olmayan problemlere de yer verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Dinç-Artut ve Pelen (2015) yaptıkları çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerindeki başarılarını ve başarılarının farklı problem türlerine göre değişip değişmediğini araştırmışlardır. Çalışmada veri toplama aracı olarak doğru orantı, ters orantı ve orantılı olmayan durumları içeren problemler kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda; problem türlerinin öğrencilerin problem çözme performanslarını etkilediği ve öğrencilerin farklı problem türlerini çözmede farklı başarıya sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin doğru orantılı, ters orantılı ve orantısız (toplamalı) problemleri ayırt etmekte zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Karadeniz ve Kaşlıköse (2019) yaptıkları çalışmada; sekizinci sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki algılayışlarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla 62 sekizinci sınıf öğrencisine oran ve orantı konusundaki kazanımlara ilişkin sorular yöneltilmiş ve öğrencilerin sorulara vermiş oldukları hatalı çözümler incelenerek bu hatalar anlam hatası, kavram hatası, yöntem hatası ve işlem hatası olarak düzenlenmiştir. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin çokluklar arasındaki artmanın ya da azalmanın aynı oranda olması gerektiğini düşünmeyerek kavram hatası yaptıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin oran ve orantının tanımı ile ilgili yanlışlarının olduğu, orantının özelliklerine ilişkin zorluklar yaşadıkları, orantı problemlerinde orantı çeşitlerini belirleyemedikleri, oran ve orantı problemlerini yorumlayamadıkları, doğru ve ters orantı problemlerinin çözümünde zorlandıkları gözlemlenmiştir.

Şermetoğlu ve Baki (2019) yaptıkları çalışmada bir ortaokul matematik öğretmenin oran ve orantı konusunda kendi öğretim sürecini analiz etmesinin, matematiği öğretme bilgisine ve mesleki gelişimine olan katkısını incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla bir ortaokul matematik öğretmeni ve 17 yedinci sınıf öğrencisi ile yürüttükleri eylem araştırmasında, öğretmenin uyguladığı dersler video kayıt altına alınarak ders sırasında gözden kaçırdığı noktaları yakalayıp öğretimini buna göre düzenlemesi sağlanmıştır. Ayrıca öğrencilerin oran ve orantı konusuna ait güçlükleri belirlenmiştir. Yapılan araştırmanın sonucunda; öğrencilerin çarpımsal düşünmeye geçişte zorlandıkları ve toplamsal düşünmeye eğilimli oldukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun iki çokluk arasındaki aynı miktarda artımı, aynı oranda artım gibi düşünüp yanılgıya düştükleri görülmüştür.

Bu doğrultuda, öğrencilerin oran ve orantı konusunda bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesinin önemli olacağı ve yapılan araştırmanın literatüre bu yönüyle de katkı sağlayacağı düşünülmektedir.



BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama süreci, veri toplama araçları ve elde edilen verilerin analizine ilişkin açıklamalara yer verilmektedir. Ayrıca araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği ile araştırmacının rolü açıklanmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma farklı başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma ve oluşturdıkları bilgileri pekiştirme süreçlerinin RBC+C modeli bağlamında incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmanın amacı doğrultusunda yapılacak incelemelerde hedef genellemelere ulaşmak yerine bütüncül bir resim elde etmek (Yıldırım ve Şimşek, 2018) olduğundan nitel araştırma yönteminin çalışmanın doğasına daha uygun olacağı belirlenmiştir. Nitel araştırma yöntemi ile konunun derinlemesine ve tüm olası ayrıntıları ile incelenmesi amaçlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Tez çalışması kapsamında öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinin RBC+C modeli bağlamında derinlemesine araştırılması ve sonuçların ortaya konması amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışmasından (case study) yararlanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini derinlemesine inceleyerek; bilgiyi nasıl oluşturdıklarını karşılaştırmak, hangi adımlarda zorlandıklarını belirlemek, bilgi oluşturma süreçleri hakkında fikir edinmek ve bu etkenleri bütüncül bir yaklaşımla (Yıldırım ve Şimşek, 2018) ele almak istendiğinden araştırmanın durum çalışması olarak yürütülmesi uygun görülmüştür.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu İstanbul ili, Pendik ilçesinde yer alan bir devlet okulunda öğrenim gören altı yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubu oluşturulurken araştırma problemine en kapsamlı ve zengin bilgiyi sunacak katılımcıların belirlenebilmesi için amaçlı örnekleme yöntemlerinden yararlanılmıştır. Patton'a (1987) göre amaçlı örnekleme; zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Bu yüzden; amaçlı örnekleme yöntemleri pek çok durumda, olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Tez çalışmasının amacına uygun olacak şekilde çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitlilik yöntemi kullanılmıştır.

Maksimum çeşitlilik yönteminin amacı; çeşitlilik gösteren durumlar arasında herhangi ortak ya da paylaşılan olguların olup olmadığını bulmak ve bu çeşitliliğe göre problemin farklı boyutlarını ortaya koymaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Maksimum çeşitlilik gösteren bir çalışma grubu, örnekleme dahil her durumun kendine özgü boyutlarını ayrıntılı bir biçimde tanımlamaya ve farklılık gösteren durumları belirlemeye (Patton, 1987) olanak sağlayacağından tez çalışması için zengin veri sunabilmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin kendini ifade etme ve iletişim becerilerinin iyi olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin oran ve orantı konusuna ilişkin oluşturulması istenen bilgileri, daha önceden oluşturmamış olmasına da özen gösterilmiştir. Bu hususta Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiş ve oran ve orantı konusunun 7. sınıf düzeyinde yer aldığı görülmüştür. Bu nedenle araştırmanın oran ve orantı konusunu henüz öğrenmemiş 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Ayrıca öğrenciler “oran” konusunu 6. sınıftan tanıdıkları için konuya ilişkin ön bilgilerinin de yeterli olacağı düşünülmektedir.

Çalışma grubu oluşturulurken öğrencilerin birbirleri ile iletişim açısından sorun yaşamamaları için sınıf arkadaşı olmalarına dikkat edilmiştir. Sınıfın matematik öğretmeninden destek istenerek farklı başarı seviyelerinde ve iletişime açık öğrenciler ile çalışmanın yürütülmesinin önemli olduğu belirtilmiştir. Çalışma grubunun başarı seviyeleri farklı öğrencilerden oluşturulmasına dikkat edilerek, her seviyeden öğrencinin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve böylelikle araştırma sonuçlarının çeşitlenmesi hedeflenmiştir. Ayrıca bu şekilde örneklem seçilmesi katılımcıların başarı seviyelerine göre bilgi oluşturma süreçlerinin karşılaştırılmasına da imkân vermiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin ikili gruplar halinde oluşturulmasında cinsiyet faktörü gözetenilmemiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler ve öğrencilerin önceki yıllardaki matematik dersi akademik başarı (karne notu) düzeylerine göre oluşturulan gruplara ilişkin bilgiler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1

Araştırmaya katılan öğrenci gruplarına ilişkin bilgiler

Gruplar	Katılımcılar	Matematik Başarı Düzeyleri	Cinsiyet
Grup 1	Ece	Yüksek	Kız
	Alya	Yüksek	Kız
Grup 2	Alper	Orta	Erkek
	İlker	Orta	Erkek
Grup 3	Kübra	Düşük	Kız
	Tugay	Düşük	Erkek

Önceki yıllardaki matematik dersi akademik başarıları (karne notu) ve matematik öğretmenlerinin görüşleri de dikkate alınarak matematik başarı seviyesi 2 yüksek, 2 orta ve 2

düşük seviyeli olmak üzere çalışmaya katılma konusunda gönüllü 6 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmanın Etik Kurul İzni (bkz. EK 2) ve Araştırma İzni (bkz. EK 3) gereği öğrencilerin gerçek isimleri gizli tutulmuştur. Bununla birlikte Katılımcı Onam Formu (bkz. EK 4) ile gönüllü öğrencilerden, Veli Onam Formu (bkz. EK 5) ile bu öğrencilerimizin velilerinden ve Okul Müdürü Onam Formu (bkz. EK 6) ile de çalışmanın gerçekleştirileceği okulun müdüründen onayları alınmıştır.

Uygulama sürecinde katılımcılar ikişerli gruplarda çalışmışlardır (bkz. Tablo 1). Öğrencilerin süreç içerisinde birbirleriyle etkileşim içinde olmaları ve problemlere ilişkin düşüncelerini sesli olarak ifade edebilmelerini sağlamak amacıyla uygulama ikişerli gruplar halinde gerçekleştirilmiştir. Böylece çok yönlü iletişimin meydana getirdiği sosyokültürel ortam, öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerine yönelik gerçekleştirdikleri eylemlerin gözlemlenmesine olanak sağlamıştır. Öğrenci grupları matematik başarı seviyeleri yüksek-yüksek, orta-orta ve düşük-düşük olacak şekilde oluşturulmuştur. Bu durum farklı başarı seviyelerinde yer alan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin ortaya koyulmasına da olanak sağlamıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci

Bu araştırmada; klinik görüşme, gözlem ve doküman incelemesi olmak üzere üç farklı veri toplama tekniği kullanılmıştır. Nitel araştırmalarda elde edilen verilerin geçerliği ve ulaşılan sonuçların doğruluğu hassas bir konu olduğu için, yapılan araştırmada birden fazla veri toplama tekniğinin bir arada kullanılarak bir veri toplama tekniğinin sınırlılığı diğer bir veri toplama tekniği ile aşmaya çalışılmıştır. Böylece "veri çeşitlemesi" (data triangulation) sağlanarak elde edilen bulguların geçerlik ve güvenilirliği arttırılmaya çalışılmıştır.

Klinik görüşme; özellikle nitel araştırmalarda oldukça sık kullanılan bir veri toplama tekniği olarak karşımıza çıkmaktadır. Goldin'e (1998) göre klinik görüşme tekniği; problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemlemek ve gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamaları, bilgi yapıları, bilişsel süreçleri, bu süreçteki duyuşsal değişiklikleri hakkında sonuçlar çıkarmak amacıyla kullanılmaktadır (akt, Karataş ve Güven, 2004). Matematik eğitiminde ise klinik görüşmelerin amacı; öğrencilerin stratejilerini, bilgi yapılarını veya becerilerini karakterize etmek, süreci daha iyi anlamak veya öğrencilerin problem çözme davranışlarını araştırmaktır (Karataş ve Güven, 2004).

Klinik görüşme; öğrencilerin matematiksel kavramları zihinlerinde nasıl oluşturduklarını, bu süreçte neler yaşadıklarını ve hangi adımlarda zorlandıklarını belirlemeyi ve bu süreçlerin derinlemesine incelenmesini mümkün kılmaktadır. Bu nedenle yapılan

araştırmada öğrencilerin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini incelemek ve nasıl düşündüklerini ortaya koymak için klinik görüşme tekniğinden yararlanılmıştır.

Araştırmada başarı düzeylerine göre oluşturulan ikili gruplar ile klinik görüşmeler gerçekleştirilerek görüşme verileri elde edilmiştir. Klinik görüşmeler; oluşturulan gruplarla her biri yaklaşık 40 dakika süren 3 farklı oturum şeklinde birer gün ara ile gerçekleştirilerek toplamda 9 oturumda tamamlanmıştır. Öğrencilere problemleri okumaları, anlamaları ve çözümlerini açıklamaları için yeterli zaman verilmiş ve böylece öğrencilerin problemleri adım adım ele alması sağlanmıştır. Klinik görüşmelerde; araştırmacı tarafından hazırlanan, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmayı amaçlayan problemlerden oluşan Ön Hazırlık Formu, Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Koronavirüs (Covid-19) salgını nedeniyle okulların kapalı olması ve eğitimin uzaktan devam etmesi nedeniyle görüşmeler çevrimiçi platformda, Zoom uygulaması aracılığıyla gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin görüşmelere kendilerini rahat hissettikleri, sessiz bir ortamda katılmasına özen gösterilmiştir. Gerçekleştirilen görüşmeler katılımcıların izni alınarak ses ve video kaydına alınmış, gerektiği durumlarda da ekran görüntüsü alınmıştır.

Gözlem tekniği; elde edilen verileri daha ayrıntılı hale getirmeyi, gözlenen ortamda oluşan davranışları daha derinlemesine inceleyebilmeyi sağlamaktadır. Nitel araştırmaların çoğunda da görüşme ve gözlem birlikte kullanılmakta ve bu şekilde elde edilen veriler birden fazla yöntemle teyit edilebilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2017). Yapılan çalışmada; öğrencilerin görüşmeler sırasında problemlere ilişkin düşüncelerini ifade ederken birbirleriyle olan etkileşimlerini doğal ortam içerisinde takip etme fırsatı sunduğu için gözlem tekniğinden yararlanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin problemlere ilişkin düşüncelerinin ve gerçekleştirdikleri davranışların gözlemlenmesi, bilgi oluşturma süreçlerinin anlamlandırılmasına kolaylık sağlamıştır. Bu sayede görüşmelerden elde edilen veriler desteklenmiştir. Gözlem aşaması aynı zamanda video kaydına alınarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine ilişkin veri kaybının önüne geçmek amaçlanmıştır. Böylelikle video kayıtları tekrar tekrar izlenerek görüşme sürecinde gerçekleşen davranışlar daha derinlemesine incelenmiş ve verilere aşinalık sağlanmıştır.

Yapılan araştırmada; klinik görüşme ve gözlemin yanı sıra, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümlerinin bulunduğu yazılı dokümanlar ve görüşmeler sırasında alınan ekran fotoğrafları da incelenerek verilerin toplanmasına katkı sağlamıştır.

3.4. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda en yaygın kullanılan veri toplama yöntemleri görüşme, gözlem ve yazılı dokümanların incelenmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Çalışmanın geçerliğinin artırılması ve çalışma üzerinde araştırmacının olası önyargılarının azaltılması (Denzin, 1970, akt., Thurmond, 2001) için durum çalışmalarında birden fazla veri toplama yönteminin kullanılması (Hartley, 1995) önerilmektedir. Bu doğrultuda tez çalışması kapsamında çevrimiçi platformda gerçekleştirilen klinik görüşmeler, görüşme sırasında kaydedilen video ve ses kayıtları, ekran görüntüleri ve öğrencilerin çözümlerinin bulunduğu yazılı dokümanlar veri toplama araçları olarak kullanılmıştır.

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmak için problemlerden oluşan Ön Hazırlık Formu (bkz. EK 7), Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu (bkz. EK 8) ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu (bkz. EK 9) kullanılmıştır. Söz konusu formlar çevrimiçi platformda uygulanırken, öğrencilerin soyutlama süreçlerini belirleyebilmek için video ve ses kaydı alınmıştır. Ayrıca ekran görüntüleri ve öğrenci çözümleri de uygulama sürecinde ve sonunda alınarak verilerin analizi süreci için toplanmıştır.

Problemlerden oluşan veri toplama araçları hazırlanırken öncelikle Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiş ve hazırlanan formlar programda yer alan oran ve orantı konusuna ilişkin kazanımlara uygun bir şekilde oluşturulmuştur. Ön Hazırlık Formu altıncı sınıf oran konusunun kazanımları, Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu yedinci sınıf oran ve orantı konusunun kazanımları (bkz. Tablo 2) doğrultusunda oluşturulmuştur.

Tablo 2

Altıncı ve yedinci sınıf oran ve orantı konusu kazanımları

Sınıf	Kazanımlar
6. Sınıf	Çoklukları karşılaştırmada oran kullanır. Bir bütünün iki parçaya ayrıldığı durumlarda iki parçanın birbirine veya her bir parçanın bütüne oranını belirler, problem durumlarında oranlardan biri verildiğinde diğerini bulur. Aynı veya farklı birimlerdeki iki çokluğun birbirine oranını belirler.
7. Sınıf	Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler. Birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulur.

Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun orantılı olup olmadığına karar verir.

Doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi ifade eder.

Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.

Gerçek hayat durumlarını inceleyerek iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verir.

Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.

Problemlerin hazırlanmasında ilgili alanyazından yararlanılmış ve problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma ve düşünme süreçlerini açığa çıkaracak olmasına özen gösterilmiştir. Hazırlanan problemler RBC+C soyutlama modelindeki tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri çerçevesinde düzenlenmiştir. Ek olarak, matematiksel kavramların öğrencilerin zihninde başarılı bir şekilde oluşabilmesi için sunulan bağlamın öğrenciler için anlamlı olması gerekmektedir. Bu nedenle oluşturulan problemlerin ilgi çekici olmasına, öğrencilerde merak uyandırmasına ve gerçek yaşam bağlamında olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca problemlerin hazırlanması sürecinde iki matematik öğretmeni ve bilgi oluşturma ve soyutlama konusunda çalışmış bir uzmanın görüşleri alınarak problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığı hakkında fikir edinilmiş, gerekli düzenlemeler yapılarak problemlere son hali verilmiştir. Aşağıda her bir forma ve içerdiği problemlere ilişkin bilgiler sunulmaktadır.

3.4.1. Ön Hazırlık Formu

Ön Hazırlık Formu (bkz. EK 7) öğrencilerin bir önceki eğitim-öğretim döneminde gördükleri “Oran” konusunun altıncı sınıf kazanımları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bu form asıl çalışmaya geçmeden önce öğrencilerin oran ve orantı konusuna ilişkin ön bilgilerini incelemek, çalışmaya odaklanmalarını ve motive olmalarını sağlamak amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencilerin daha önceden zihinlerinde var olan “oran” kavramına ilişkin ön bilgilerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bu formda “Kiviçilek”, “Petunya”, “Diploma” ve “2010 Dünya Basketbol Şampiyonası” şeklinde 4 problem bulunmaktadır. Problemlerde öğrencilerden verilen çoklukları karşılaştırmaları ve oranlarını belirlemeleri istenmiştir.

3.4.2. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu

Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu (bkz. EK 8) öğrencilerin henüz öğrenmedikleri oran ve orantı alt öğrenme alanının yedinci sınıf kazanımları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Hazırlanan problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma ve düşünme süreçlerini açığa çıkaracak olmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca problemlerin ilgi çekici olmasına, öğrencilerde merak uyandırmasına ve gerçek yaşam bağlamında olmasına dikkat edilmiştir. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu, “Hangi Elma Daha Kırmızı?” ve “Balmumu Heykel Müzesi” problemlerinden ve “Kitap Siparişi”, “Tortilla” isimli iki adet pekiştirme probleminden oluşmaktadır.

Hangi Elma Daha Kırmızı? problemi, öğrencilerin daha önceden oluşturmuş oldukları “oran” kavramına ilişkin bilgilerini hatırlamaları amacıyla giriş niteliğinde hazırlanan bir sayısal karşılaştırma problemidir. Ayrıca bu problem öğrencilerin iki çokluğu karşılaştırırken toplamsal mı yoksa çarpımsal mı düşündüklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu problemde öğrencilerden beklenen; oran ve orantı konusunun temelini oluşturan karşılaştırma yapmaları, verilen iki çokluğun karşılaştırılmasında “oran” kullanıldığı bilgisini hatırlamalarıdır. Öğrencilerden farklı miktarlarda kırmızı ve beyaz oyun hamurları karıştırılarak yapılan iki elmanın renklerinin aynı olup olmadığına karar vermeleri istenmektedir.



Şekil 3. Hangi elma daha kırmızı problemi

Balmumu Heykel Müzesi problemi; öğrencilerin daha önceden zihinlerinde var olan yapıları kullanarak, bu yapıların yardımıyla “orantı”, “orantı sabiti” ve “doğru orantı” kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesini amaçlayan bir problemidir. Bu problemde öncelikle dünyanın pek çok yerinde bulunan balmumu heykel müzelerinde ünlü kişilerin ya da çizgi film karakterlerinin gerçeğe çok yakın heykellerinin sergilendiği bilgisi sunulmuştur. Ardından da hem büyüleyici hem de inanılmaz ölçüde gerçekçi olan bu heykellerin nasıl yapıldığına ilişkin merak uyandırılmak istenmiştir.



Şekil 4. Balmumu heykel müzesi problemi

Problemde öğrencilerden tablo ve grafik yorumlama bilgilerini kullanarak iki çokluk arasındaki ilişkiyi açıklamaları, iki çokluk arasındaki ilişkiyi “oran” kullanarak ifade etmeleri, kesirlere ilişkin bilgilerini kullanarak oranların birbirine eşit olup olmadıklarını belirlemeleri beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin oldukça ilgisini çeken Shrek konu edinilmiştir.

Film Afişleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki					

Şekil 5. Balmumu heykel müzesi probleminde kullanılan tablo

Tabloda verilen Shrek’in farklı film afişlerindeki baş uzunluğu ve kol uzunluğu, iki çokluk arasındaki ilişkinin belirlenmesi için hesaplamaları oldukça basit olacak şekilde seçilmiştir. Ayrıca tablo kullanılması, öğrencilerin heykelin baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki çarpımsal ilişkiyi görmelerine yardımcı olacaktır. Probleminin devamında öğrencilerin oranların eşitliğini kullanarak orantı kavramını oluşturmaları, iki çokluk arasındaki ilişkiyi kullanarak çoklukların orantılı olup olmadığını belirlemeleri, kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturmaları, bir orantıda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri bulmaları, tablo ve grafikler yardımıyla iki çokluk arasındaki ilişkiyi yani doğru orantıyı keşfetmeleri beklenmektedir. Böylece öğrencilerin bu bilgileri tanıma, kullanma, oluşturma süreçleri gözlemlenecektir.



Şekil 6. Balmumu heykel müzesi probleminde kullanılan Shrek heykeli

Kitap Siparişi ve Tortilla problemleri öğrencilerin önceki problemlerde oluşturdukları matematiksel yapıları pekiştirmelerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır (bkz. EK 8).

3.4.3. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu

Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu (bkz. EK 9) öğrencilerin henüz öğrenmedikleri oran ve orantı alt öğrenme alanının yedinci sınıf kazanımları göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Hazırlanan problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma ve düşünme süreçlerini açığa çıkaracak olmasına özen gösterilmiştir. Ayrıca problemlerin ilgi çekici olmasına, öğrencilerde merak uyandırmasına ve gerçek yaşam bağlamında olmasına dikkat edilmiştir. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu, “MamaMatik”, “Deniz Yıldızı Spor Kulübü” problemlerinden ve “Wonka Çikolata Fabrikası”, “Gösteriye Hazırlık” isimli iki pekiştirme probleminden oluşmaktadır.

MamaMatik problemi öğrencilerin daha önceden zihinlerinde var olan bilgileri tanımları ve bu bilgileri kullanarak, bu bilgilerin yardımıyla “ters orantı” kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Ayrıca bu problem ters orantılı ilişkilerin öğrenciler tarafından fark edilmesini ve bu ilişkileri oluştururken nasıl düşündüklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır.



Şekil 7. Mamamatik problemi

Problemin birinci sorusunda öğrencilerden bir saatte beslenecek kedi sayısına göre MamaMatikteki mamanın ne kadar sürede tükeneceğini hesaplamaları ve buldukları sonuçları tabloya işlemeleri istenmiştir. Bu problemde öğrencilerin bir saatte beslenen kedi sayısı ile mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi fark etmeleri beklenmektedir. Problemin ikinci sorusunda öğrencilerden tablo yorumlama bilgilerini kullanarak bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasında bir ilişki olup olmadığı, varsa nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Problemin üçüncü sorusunda öğrencilerden tabloyu inceleyerek bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri ve tablodaki her bir satır için değişmeyen sabit kalan değeri bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir değer olduğunu yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Problemin devamında öğrencilerden ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bularak sonuca ulaşmaları istenmiştir.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki İlişki
1		
2		

Şekil 8. Mamamatik probleminde kullanılan tablo

Deniz Yıldızı Spor Kulübü problemi, öğrencilerin ters orantı kavramını oluşturma sürecini incelemek amacıyla hazırlanan bir diğer problemidir. Problemin ilk sorusunda öğrencilerden verilen tabloyu incelemeleri ve kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama

süresi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerin ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini, yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmaları beklenmektedir.



Şekil 9. Deniz yıldızı spor kulübü problemi

Problemin devamında ise öğrencilerden verilen gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri ve oluşturdıkları orantı sabitini kullanarak ters orantılı çokluklar arasında ilişki kurmaları ve istenileni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Son olarak öğrencilerden tablodaki verileri tempo ve parkuru tamamlama sürelerini gösteren çizgi grafiğine işlemeleri ve oluşturdıkları grafiği yorumlayıp iki çokluk arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çokluklarda biri artarken diğerinin azaldığını ve biri azalırken diğerinin arttığını grafikte tanıyarak ve ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi oluşturmaları beklenmektedir.

Hafta	Tempo (Dakikada Çektiği Kürek Sayısı)	Tamamladığı Süre	Aralarındaki İlişki
1.	10	24 dk	
2.	20	12 dk	
3.	30	8 dk	
4.	40	6 dk	

Şekil 10. Deniz yıldızı spor kulübü probleminde kullanılan tablo

Wonka Çikolata Fabrikası ve Gösteriye Hazırlık problemleri öğrencilerin önceki problemlerde oluşturdıkları matematiksel yapıları pekiştirmelerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır (bkz. EK 9).

3.5. Uygulama Süreci

Yapılan çalışmada, asıl uygulamadan önce hazırlanan formlardaki problemlerin öğrencilerin oran ve orantı bilgisini oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığını belirlemek amacıyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma matematik başarı düzeyleri orta olarak belirlenen, çalışmaya katılmaya gönüllü bir kız ve bir erkek yedinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir.

Pilot çalışmada yapılan görüşmeler çevrimiçi platformda, Zoom uygulaması aracılığıyla gerçekleştirilmiş ve çalışmanın uygulanabilirliği incelenmiştir. Yapılan klinik görüşmeler katılımcıların izni alınarak ses ve video kaydına alınmış, sonrasında bu kayıtlar incelenerek problemlerde yeterince açık ve anlaşılır olmayan yerler düzenlenerek problemlere son hali verilmiştir. Pilot uygulama hem öğrencilerin problem çözme süreçlerinde takıldıkları noktaları belirleme hem de araştırmacı için bir deneyim olma konusunda katkı sağlamıştır. Böylelikle asıl uygulamada ortaya çıkacak olan sorunlar önceden belirlenerek gerekli önlemlerin alınması sağlanmıştır.

Pilot çalışma sonrasında gerekli görülen yerlerde düzenlemeler yapıldıktan sonra matematik başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olacak şekilde ikili gruplar oluşturulmuş ve öğrencilerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrencileri ikiye bölerek gruplar halinde sürece dahil etmek, problemlerin çözümlerini birbirleriyle tartışmalarını sağlama açısından önemlidir. Böylece öğrencilerin süreç sırasında oluşturdıkları fikirleri, soruları ve çözümleri tartışmalarına, birlikte bir çözüm yolu bulmalarına imkân sağlanmıştır.

Çalışmaya katılan öğrenciler Zoom uygulaması üzerinden etkileşimli bir şekilde çalışmışlardır. Öğrencilerden görüşmeler süresince problemlere ilişkin çözümlerini, yaptıkları işlemleri ekrana yazarak düşüncelerini açıklamaları, verilen tabloları doldurmaları istenmiştir. Öğrencilere bu süreçte önce problemler üzerinde düşünmeleri için süre verilmiş, daha sonra nasıl düşündükleri sorulmuştur. Ayrıca öğrenciler yaptıkları problem çözümlerini boş bir kağıda yazarak da çözmeye çalışmışlardır. Daha sonra bu çözüm kağıtlarını araştırmacıya iletmislerdir. Çalışmaya katılan öğrenciler, matematik dersleri dönem başından beri uzaktan gerçekleştirdiği için Zoom uygulamasını kullanmaya aşinadırlar. Bu nedenle ekrana yazma seçeceğini kullanmayı daha önceden bildikleri için bu anlamda zorluk yaşamamışlardır. Bu aşamada yaşanan zorluğun zaman zaman öğrencilerin yazımlarının düzgün olmamasından dolayı tam olarak anlaşılmaması nedeniyle gerçekleştiği söylenilebilir. Öğrencilerden yazdıkları çözümleri açıklamaları istenerek bu zorluk aşılmıştır.

Yapılan görüşmelerde öncelikle öğrencilerin oran ve orantı konusuna ilişkin ön bilgilerini incelemek, çalışmaya odaklanmalarını ve motive olmaları sağlamak amacıyla

hazırlanan Ön Hazırlık Formu uygulanmıştır. Sonrasında, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmayı amaçlayan problemlerden oluşan Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu ve Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu uygulanmıştır. Öğrencilerin formlarda yer alan problemleri dikkatle okumaları ve doğru yorumlamaları için yeterli süre verilmesine özen gösterilmiştir. Bunun sağlanması için yapılan görüşmeler oluşturulan gruplarla her biri yaklaşık 40 dakika süren 3 farklı oturum şeklinde birer gün ara ile gerçekleştirilmiştir. Böylece problem çözme sürecinde öğrencilere problemleri okumaları, anlamaları ve çözümlerini açıklamaları için yeterli zaman verilerek öğrencilerin problemleri adım adım ele alması sağlanmıştır. Gerekli yerlerde araştırmacı tarafından öğrencilere sorular sorularak ve zorlandıklarında ipucu verilerek öğrencilerin düşünme biçimi anlaşılmasına çalışılmıştır. Öğrencilere yönlendirilen sorular yardımıyla öğrencilerin bilgi oluşturma sürecine rehberlik etmesi sağlanmıştır. Bu anlamda ilgili literatürün incelenmesi, uygulama sürecinde araştırmacıya katkı sağlamıştır. Gerçekleştirilen görüşmeler katılımcıların izni alınarak ses ve video kaydına alınarak öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi sağlanmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Yapılan araştırmadan elde edilen verilerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde temelde yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmanın temelini oluşturan bir kuram ya da kavramsal çerçevenin olduğu durumlarda, veriler toplanmadan önce bir kod listesi çıkarmak mümkündür. Bu kod listesi hem temalar hem de temalar altında yer alabilecek kavramlar düzeyinde olabilir. (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmanın teorik çerçevesini “Bağlamda Soyutlama Teorisi” oluşturmaktadır. Bu doğrultuda farklı başarı düzeylerine sahip öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler transkript edilerek yazılı metinlere dönüştürülmüş, elde edilen bulgular raporlaştırılarak RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme başlıkları altında sunulmuştur. Öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini analiz etmek için “RBC+C Soyutlama Modeli” analitik araç olarak kullanılmıştır. Elde edilen bulgular tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme temaları çerçevesinde, epistemik eylemler çerçevesinde düzenlenerek analiz edilmiştir. Yapılan araştırmada öğrencilerin görüşmeler sırasında problemlere ilişkin düşünceleri, çözümleri, davranışları incelenerek tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirmeye işaret eden eylemler belirlenmiştir. Bu eylemlerin gözlemlendiği yanıt, çözüm ve diyaloglar yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak sunulmuştur.

Oran ve orantı konusuna ilişkin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri açısından ortaya koyabilmek için araştırmacı tarafından bu eylemlere işaret eden tanılar oluşturulmuştur. Veriler, her bir epistemik eylem için ortaya konulan tanılar bağlamında analiz edilerek elde edilen bulgular tablolara aktarılmıştır. RBC+C modelindeki eylemler birbirleri ile iç içe geçtiğinden dolayı tablolarda epistemik eylemler ile ilgili olan problemlere yer verilmiştir. Örneğin, farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçleri tanıma eylemleri açısından ele alınırken Tablo 7’de MamaMatik ve Deniz Yıldızı Spor Kulübü problemlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Ancak bulgular MamaMatik problemine ilişkin veriler üzerinden sunulmuştur. Öğrencilerin kullanma eylemlerine ilişkin bulgular sunulurken de söz konusu iki probleme ilişkin kullanma eylemleri incelenmiş ancak Deniz Yıldızı Spor Kulübü problemine ilişkin veriler üzerinden bulgular yansıtılmıştır.

3.7. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmaların yapısı ve doğası gereği geçerlik ve güvenilirlik kavramları; nicel araştırmalara göre daha farklı ele alınmaktadır. Lincoln ve Guba (1985), nitel araştırmaların niteliğini arttırmak için “iç geçerlik” yerine “inandırıcılık,” “dış geçerlik” (ya da “genelleme”) yerine “aktarılabirlik,” “iç güvenirlilik” yerine “tutarlık” ve “dış güvenirlilik” (ya da “tekrar edilebilirlik”) yerine “teyit edilebilirlik” kavramlarını ortaya koymuşlardır.

İnandırıcılık; “katılımcının yapıyı algılama şekli ile araştırmacının kendi bakış açısını betimleme şekli arasındaki uyum” anlamına gelmektedir (Guba ve Lincoln, 1989). Lincoln ve Guba (1985) inandırıcılığın sağlanabilmesi için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi gibi stratejilerin kullanılabileceğini ifade etmişlerdir (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada çeşitleme ve uzman incelemesi stratejileri kullanılarak inandırıcılığın artırılması sağlanmıştır.

Çeşitleme (triangulation); farklı veri kaynakları, farklı veri toplama ve analiz yöntemleri kullanarak araştırma sonuçlarının inandırıcılığını arttırmaya yönelik çabaların bütünüdür. Daha çok veri toplama yöntemleri ile ilişkilendirilen çeşitleme kavramı, aynı zamanda örneklem çeşitlemesi, analiz çeşitlemesi gibi farklı boyutlarda da kullanılabilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada birden fazla veri toplama tekniği bir arada kullanılarak yöntem çeşitlemesi yapılmış, bir veri toplama tekniğinin sınırlılığı diğer bir veri toplama tekniği ile aşılmaya çalışılmıştır. Klinik görüşmeler yoluyla elde edilen veriler; gözlem ve doküman inceleme yoluyla elde edilen veriler ile desteklenmiştir. Böylece zengin ve birbirini teyit edebilecek veriler elde edilerek “veri

çeşitlemesi” (data triangulation) sağlanmış, yapılan çalışmanın geçerlik ve güvenirliği arttırılmaya çalışılmıştır.

Uzman incelemesi; araştırma konusu hakkında genel bilgiye sahip ve nitel araştırma yöntemleri konusunda uzmanlaşmış kişilerden, yapılan araştırmayı çeşitli boyutlarıyla incelemesinin istenmesi anlamına gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Uzman görüşünün alınmasındaki amaç; araştırmacının yaklaşımının geçerliğini değerlendirmek, bir başka bakış açısı ile geri bildirimde bulunmak ve araştırma deseni, veri toplama ve analiz, sonuçlara ulaşma ve yorum aşamalarının geçerli ve tutarlı olmasına katkıda bulunmaktır. (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada veri toplama araçlarının hazırlanması sürecinde iki matematik öğretmeni ve bilgi oluşturma ve soyutlama konusunda çalışmış bir uzmanın görüşleri alınarak problemlerin öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığı hakkında fikir edinilmiştir. Böylece yapılan geri bildirimler ve öneriler göz önünde bulundurularak gerekli düzenlemeler yapılmış ve araştırmanın niteliğinin artırılması sağlanmıştır.

Aktarılabirlik; nicel araştırmalarda kullanılan "genelleme" kavramının nitel araştırmadaki karşılığı olarak görülmektedir. Erlandson ve diğerleri (1993) araştırma sonuçlarının aktarılabirliğinin sağlanması için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerini önermektedir. Hem tipik olarak karşımıza çıkan olay ve olguları hem de bunların değişkenlik gösteren özelliklerini ortaya koyma amacı taşıyan amaçlı örneklem yöntemleri; okuyucunun kendi uygulamalarında var olabilecek değişkenliği ve çeşitliliği anlaması ve araştırma sonuçları ile karşılaştırması açısından araştırmaya önemli bir katkı sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan çalışmada aktarılabirliği arttırmak amacıyla amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik yöntemi kullanılmıştır.

Ayrıntılı betimleme; ham verinin ortaya çıkan kavram ve temalara göre yeniden düzenlenmiş bir biçimde okuyucuya yorum katmadan ve verinin doğasına mümkün olduğu ölçüde sadık kalınarak aktarılması anlamına gelmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmada elde edilen bulgular nesnel bir şekilde detaylı olarak sunulmuştur. Sonuçların anlam kazanabilmesi için bulgular aktarılırken doğrudan alıntılardan yararlanılmış ve ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Böylece okuyucuya bilgi oluşturma süreçlerini daha kolay anlamlandırma, kendi sonuçlarına ulaşma ve yorumda bulunma olanağı sunulmuştur.

Tutarlılık, araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılarak araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma sürecinde tutarlı davranıp davranmadığının ortaya konulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada matematik başarı düzeyleri farklı olan üç grupta yapılan klinik görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır. Böylelikle öğrencilerin bilgi

oluşturma süreçlerine ilişkin veri kaybının önüne geçilmiş ve kayıtlar tekrar tekrar izlenerek verilere aşinalık sağlanmıştır. Daha sonra görüşme kayıtları yazılı metinlere dönüştürülmüş, elde edilen bulgular teorik çerçeveye uygun bir şekilde düzenlenerek analiz edilmiştir.

Teyit edilebilirlik; araştırmacının ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli olarak teyit etmesi ve bu sonuçlara ilişkin mantıklı açıklamalar sunabilmesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu doğrultuda yapılan araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri analiz edilerek tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri belirlenmiş; bu eylemlerin gözlemlendiği görüşme verileri ve dokümanlar delil olarak kullanılmıştır. Ayrıca ulaşılan sonuçlar elde edilen ham verilerle karşılaştırılarak teyit edilmiştir.

3.8. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda, araştırmacı uzaktan ve ikinci elden bilgi toplayan bir kişiden çok, araştırma konusuyla ilgili alanda zaman harcayan, alanı yakından tanıyan, alanda olup biten olayları yaşayan ve araştırmaya dahil olan bireylerle yakın bir iletişim kuran kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yani araştırmacı; bu sürecin bir parçası olarak katılımcılarla etkileşim içerisinde olan, düşüncelerini daha iyi ifade etmelerine olanak sağlayan, süreci daha derinlemesine analiz edebilmek amacıyla sorular yönelten, gerektiği yerlerde istenilen kavram ve yapılara ulaşılmasına yardımcı olmak için ipuçları vererek sürecin devamını sağlayan bir kişi konumundadır. Bu doğrultuda yapılan araştırmada araştırmacı, katılımcı gözlemci rolünü üstlenmiştir. Katılımcı gözlemde, gözlemci gözlenenlerle birlikte olup, davranışların nedenlerini daha derinliğine ve daha geçerli bir şekilde öğrenilebilmektedir (Karasar, 2005).

Gerçekleştirilen görüşmelerde araştırmacı öğrencilerin problem çözme sırasında sergiledikleri davranışları gözlemlemenin yanı sıra; öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde nasıl düşündüklerini anlamak, hangi adımlarda zorlandıklarını belirlemek, bilgi oluşturma süreçleri hakkında fikir edinmek amacıyla öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerine olanak sağlayan “Problem hakkında ne düşünüyorsun?”, “Çözüme nasıl ulaştığını açıklayabilir misin?”, “Yaptığın işlemlerin ne anlama geldiğini söyleyebilir misin?”, “Neden böyle düşünüyorsun?” şeklinde sorular yönelterek sürece dahil olmuştur. Bu şekilde sürecin daha detaylı bir şekilde incelenmesini sağlamıştır. Araştırmacı, gerekli gördüğü yerlerde öğrencilerin kavram ve yapılara ulaşmasında yardımcı olmak amacıyla ipuçları vererek sürecin devamını sağlamıştır. Ayrıca araştırmacı görüşmeler sırasında iyi bir dinleyici olmaya ve tarafsız bir rol oynamaya özen göstermiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde farklı başarı düzeylerine sahip öğrenciler ile gerçekleştirilen klinik görüşmelere ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme başlıkları altında sunulmuş, farklı başarı düzeylerine göre oluşturulmuş gruplardaki öğrencilerin orantı, doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreçleri bu epistemik eylemler aracılığıyla açıklanmıştır.

4.1. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreçleri

Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu'ndan elde edilen bulgular; RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri açısından yorumlanmıştır. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu'nda yer alan problemlere ilişkin açıklamalara yer verilmiş, öğrencilerin görüşmeler sırasında problemlere ilişkin düşünceleri, çözümleri, davranışları incelenerek; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirmeyi işaret eden eylemler ortaya konulmuştur. Bu eylemlerin gözlemlendiği yanıt, çözüm ve diyaloglar yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak sunulmuştur. Ayrıca farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri her bir eylem açısından ayrı ayrı ele alınarak tablolara yansıtılmıştır.

4.1.1. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Tanıma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin tanıma eylemlerini incelemede yararlanılan Hangi Elma Daha Kırmızı? problemi öğrencilerin daha önceden oluşturmuş oldukları oran kavramına ilişkin bilgilerini hatırlamalarını amaçlayan bir problemdir. Ayrıca bu problem öğrencilerin iki çokluğu karşılaştırırken toplamsal mı yoksa çarpımsal mı düşündüklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri tanıma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3

Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin tanıma eylemlerine yönelik bulgular

Tanıma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
iki çokluğu karşılaştırmada “oran” kullanıldığı bilgisini hatırlama	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etme	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgisini hatırlama	+	+	+	+	-	-	-	+	-	-	-	+
orandaki çoklukların sıfırdan farklı bir sayıyla çarpıldığında ya da bölündüğünde oranın değişmediğini hatırlama	+	+	+	+	-	-	-	+	-	-	-	+

P₁: Hangi Elma Daha Kırmızı? Problemi; P₂: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 3 incelendiğinde ilk problem olan Hangi Elma Daha Kırmızı? probleminde; yüksek başarılı öğrenciler birinci elma ile ikinci elmanın renklerini karşılaştırmak için orandan yararlanabileceğini hatırlayarak tanıma eylemini gerçekleştirmişlerdir. Ancak orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrenciler ise çarpımsal ilişkiyi fark edememiş, sayıların arasındaki farkına odaklanarak toplamsal bir karşılaştırma yapmışlardır.

Orta ve yüksek matematik başarı düzeyindeki öğrenciler oran ön bilgisini hatırlamada sorun yaşamazken, düşük grupta yer alan öğrencilerin zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler farklı miktarlarda kırmızı ve beyaz oyun hamurları karıştırılarak yapılan iki elmanın renklerinin aynı olup olmadığına karar vermede ve her iki elmada kullanılan kırmızı ve beyaz renkteki oyun hamurlarının miktarlarını çarpımsal olarak karşılaştırıp renkleri hakkında yorum yapmada da sorun yaşamamışlardır. Yüksek matematik başarısına sahip olan Ece ve Alya'nın tanıma eylemlerini tam olarak yerine getirebildiği gözlemlenmiştir. Bu öğrencilerimizle birinci problemin çözümünde gerçekleştirilen klinik görüşmeye ilişkin bir kesit aşağıda yer almaktadır.

A: Ece okur musun? (Ece problemi okur.)

A: Evet, biraz düşünün bakalım.

Ece: Hocam bence değil.

A: Neden?

Ece: Hocam çünkü... Kırmızı renkler aynı mıdır... Kırmızı renkleri beyaz renklere oranladığımızda 6/2 oluyor.

A: Evet.

Ece: İkinci elma ağacında ise oranladığımızda 5/1 oluyor. Yani bunların ikisi birbirine eşit değil.

(Alya ekrana oranları yazar.)

Buna göre İrmak'ın yaptığı iki farklı ağaçtaki elma renkleri aynı mıdır? Sebebinin açıklayınız.

$$\frac{6}{2} = \frac{5}{1}$$

A: Alya sen ne düşünüyorsun?

Alya: Hocam oranlara bakarsak yani bence de aynı değil.

Alya ve Ece ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Ece, birinci elma ile ikinci elmanın renklerini karşılaştırmak için orandan yararlanabileceğini fark etmiş ve kırmızı renk oyun hamurunun beyaz renk oyun hamuruna oranını 6/2 bulmuştur. Aynı şekilde ikinci elma için de kırmızı renk oyun hamurunun beyaz renk oyun hamuruna oranını 5/1 bulmuştur. Alya ise iki farklı elma renklerinin oranlarına baktığımızda oranlarının eşit olmadığı bu nedenle renklerinin aynı olamayacağını ifade etmiştir. Burada öğrencilerin iki elmanın renklerini aynı olup olmadığını kırmızı ve beyaz renkteki oyun hamurlarının oranlarını belirleyerek bulabileceklerini fark ettikleri yani iki çokluğu karşılaştırmada oran kullanılacağı bilgisini tanıdıkları görülmektedir. Böylece kırmızı ve beyaz renk oyun hamurlarının arasında çarpımsal bir ilişki olduğunu fark etmişlerdir. Ayrıca kırmızı renk oyun hamurunu beyaz renk oyun hamuruna oranlayarak karşılaştırma yapmaları kullanma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir.

Orta matematik başarı düzeyindeki İlker ve Alper'in Hangisi Elma Daha Kırmızı? probleminde tanıma eylemlerini tam olarak gerçekleştirilemediği belirlenmiştir (bkz. Tablo3). Öğrencilerin problem çözümü sürecindeki konuşmalarına ilişkin ilgili kesit aşağıda verilmektedir:

(Hangi Elma Daha Kırmızı problemini Alper okur.)

A: Ne düşünüyorsunuz?

İlker: Hocam bence aynı değildir.

A: Neden aynı değildir?

İlker: Hocam çünkü orada 6 kırmızı 2 beyaz demiş. Bu daha büyük o yüzden daha koyu olur bence. 5 kutu kırmızıya 1 kutu beyaz hamuru koymuş. Bu da koyu olur ama ondan daha da açık olur bence.

A: Büyüklük olarak dediğin yani karıştırdığı hamur miktarları mı demek istedin?

İlker: Hıhı renk olarak. Hocam 6 kutu demiş, 6 kutu kırmızı onları birleştirence daha koyu olur.

A: Alper sen ne düşünüyorsun?

Alper: Hocam bence ilk yaptığı yani elma için yaptığı daha açık olur ama elma ağacı için yaptığı da daha koyu olur. Yani nasıl desem...

A: Yani birincisi daha açık, ikincisi daha koyu olur mu diyorsun?

Alper: Evet hocam.

A: Nedenini de açıklar mısın?

Alper: Hocam şimdi oranlarsak 6/5 olur hocam kırmızılar. 2/1 de beyazlar olur hocam. Şimdi 6ya 2 tane eklersek hocam yine de o açık olur ama 5e 1 eklersek hocam yine de koyu olur hocam yani fazla etki etmez beyaz.

İlker: Hocam eşit de olabilir mi?

A: Neden öyle düşündün?

İlker: Hocam ben biraz saçma olabilir ama şu mantıkla gittim hocam burada 6 kutu kırmızı renk demiş bir de 2 kutu beyaz renk demiş. 6'dan 2 çıkarırsak 4 kalır, 5 kutu kırmızı oyun hamuru ile 1 kutu beyaz oyun hamuru 5'ten 1 çıkarırsak da 4 olur, bunlar eşitlenir o zaman renkleri belki eşit olmuş olur o zaman.

İlker ve Alper ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, İlker birinci elmada 6 kutu, ikinci elmada 5 kutu kırmızı oyun hamuru kullanıldığı için birinci elmanın ikinci elmadan daha koyu renkte olacağını düşünmüştür. Burada İlker'in iki elma için kullanılan kırmızı oyun hamurlarının farkına odaklanarak karşılaştırma yaptığı görülmektedir. Karıştırılan beyaz oyun hamurlarını dikkate almamıştır. Daha sonra ise İlker elmaların renklerinin aynı olabileceğini “6 kutu kırmızı renk demiş bir de 2 kutu beyaz renk demiş. 6'dan 2 çıkarırsak 4 kalır, 5 kutu kırmızı oyun hamuru ile 1 kutu beyaz oyun hamuru 5'ten 1 çıkarırsak da 4 olur” cümlesiyle ifade etmiştir. İlker, her iki elma için kırmızı renkli oyun hamuru miktarından beyaz renkli oyun hamurlarının miktarını çıkararak bu farkın eşit olmasından dolayı her iki elmanın renklerinin aynı olacağını düşünmüştür. Bu düşüncesinden de İlker'in kırmızı ve beyaz renk oyun hamurlarının farkına odaklanarak toplamsal bir karşılaştırma yaptığı görülmektedir. İlker tanıma eylemini gerçekleştirememiştir. Alper ise oran kullanabileceğini fark etmiş ve kırmızı oyun hamurlarını oranlayıp 6/5, beyaz oyun hamurlarının oranını ise 2/1 bulmuştur. Ancak bulduğu oranlardaki çarpımsal ilişkiyi fark edememiş, orandaki sayıların arasındaki farka odaklanmıştır.

Tablo 3 incelendiğinde matematik başarıları düşük düzeyde olan Tugay ve Kübra'nın tanıma eylemlerinde gerektiği kadar başarılı olamadıkları görülmektedir. Aşağıda verilen

görüşme kesitinden de görülebileceği gibi çarpımsal karşılaştırma yerine toplamsal karşılaştırma yapmışlardır.

Tugay: Hocam bence aynıdır. Çünkü 2 kutu beyaz renk oluyor ya bir kutuda yani mesela hocam onlar galiba bitmemiş daha o zaman ondan biraz daha eklemiş. Bence aynı olur.

A: Kübra sen ne düşünüyorsun?

Kübra: Hocam ben bulamadım.

A: Peki incelersek birincide 6 kutu kırmızı ikincide 5 kutu kırmızı kullanmış. Burada birincide 2 kutu beyaz kullanmış, ikincide 1 kutu beyaz kullanmış.

Nasıl sizce renkleri?

Kübra: Hocam bence aynıdır. Çünkü 6 kutuya 2 koyduysa 5 kutuya da 1 koymuş bence aynıdır.

Tugay: Hocam diyor ya 5 kutu kırmızı oyun hamuru. Hocam bu daha az olduğu için bence biraz daha açık olur sanki.

A: Kırmızı daha az olduğu için mi?

Tugay: Evet.

Kübra ve Tugay ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, Tugay başta iki elmanın renklerinin aynı olacağını düşünmüş, daha sonra ise fikrini değiştirerek ikinci elmada 5 kutu, birinci elmada 6 kutu kırmızı oyun hamuru kullanıldığını söylemiş ve ikinci elmada kullanılan kırmızı oyun hamurunun birinci elmadan daha az olduğunu için de ikinci elmanın birinci elmadan daha açık renkte olacağını ifade etmiştir. Burada Tugay'ın iki elma için kullanılan kırmızı oyun hamurlarının farkına odaklanarak toplamsal karşılaştırma yaptığı görülmektedir. Sadece kırmızı oyun hamurlarını dikkate almış ve karıştırılan beyaz oyun hamurlarını dikkate almamıştır. Kübra ise soruyu anlamlandıramamış ve düşüncesini tam olarak açıklayamamıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin probleme ilişkin tanıma eylemini gerçekleştiremedikleri görülmektedir.

4.1.2. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Kullanma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin kullanma eylemlerini incelerken ele alınan Balmumu Heykel Müzesi problemi; öğrencilerin daha önceden zihinlerinde var olan yapıları kullanarak, bu yapıların yardımıyla “orantı”, “orantı sabiti” ve “doğru orantı” kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesini amaçlayan bir problemdir. Bu problemde öğrencilerden tablo ve grafik yorumlama bilgilerini kullanarak iki çokluk arasındaki ilişkiyi açıklamaları, iki çokluk

arasındaki ilişkiyi “oran” kullanarak ifade etmeleri, kesirlere ilişkin bilgilerini kullanarak oranların birbirine eşit olup olmadıklarını belirlemeleri beklenmektedir. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri kullanma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 4’te verilmektedir.

Tablo 4

Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin kullanma eylemlerine yönelik bulgular

Kullanma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
iki çokluğu karşılaştırmada oran kullanma	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
çokluklar arasındaki oranı belirleme	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+
bulduğu oranları karşılaştırma	+	+	+	+	-	+	-	+	-	+	-	+

P₁: Hangi Elma Daha Kırmızı? Problemi; P₂: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 4 incelendiğinde; öğrenciler ikinci problem olan Balmumu Heykel Müzesi probleminde çokluklar arasındaki oranları bulup, kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgilerini kullanarak oranların birbirine eşit olup olmadığını açıklamışlardır. Burada orta ve düşük başarılı öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini ikinci problemde daha kolay gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeninin iki veri grubunu tablo ve grafik aracılığıyla daha rahat karşılaştırmaları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tablo ve grafik aracılığıyla daha kolay fark edip açıklayabilmeleri olduğu söylenebilir.

Problemin birinci sorusunda tabloda verilen çizgi film karakterinin baş uzunluğu ile kol uzunluğu arasında bir ilişki olup olmadığı, varsa nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Yüksek başarı düzeyine sahip Alya ve Ece’nin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet, tabloyu inceleyelim öncelikle.

Alya: Hımm... Hangisine bakalım Shrek 1’e bakayım ben. 10 cm, 20 cm...

Hocam hepsinde gördüğüm kadarıyla 2 katına çıkıyor. Buradaki ilişki bence 2 katına çıkması.

A: Ece sence?

Ece: Bence de hocam 2 katına çıkmış hepsinde, ilişkisi çarpı 2.

Problemin ikinci sorusunda bu ilişkiyi nasıl ifade edebilecekleri, hangi kavramı kullanabilecekleri sorusu yöneltmiş ve sonrasında tabloda boş olan satırı doldurmaları istenmiştir. Problemin devamında öğrencilerden buldukları oranları birbirleriyle karşılaştırarak oranların değişip değişmediği sorulmuştur. Öğrencilerin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

(Ece 2. Soruyu okur.)

Ece: Hımm hocam... Yani hangi kavram.. Hocam bu yani bu iki çokluğu karşılaştırırken birbirine oranlarım. Böyle karşılaştırırım.

A: Yani oran kavramını mı kullanırsın?

Ece: Aynen öyle hocam.

A: Alya sen ne düşünüyorsun?

Alya: Ben de oran kavramını kullanırım hocam.

A: Tamam o zaman diğer soruyu okuyalım.

(Alya diğer soruyu okur.)

Alya: Hocam oran olarak mesela baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı 10 / 20 Shrek 1de. (Tabloya 10/20 yazar.) Shrek 2 de 20/40 olur. Shrek 3te 30/60 olur. Shrek 4te 40/80 olur.

Film Afişleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Hekeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	$\frac{10}{20}$	$\frac{20}{40}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{80}$	

1. Elde ettiğimiz ilişkileri oran olarak nasıl yazabiliriz? Açıklayınız. Buna göre tabloda boş olan satırı doldurunuz.

A: Evet, diğer soruyu da Ece okusun. (Ece soruyu okur.)

Ece: Bence hepsi eşittir hocam buradaki oranların hepsi eşittir.

A: Neden?

Ece: Çünkü hocam mesela 10/20 ile 20/40 a...yani oranlarsak birbirlerine eşit oluyorlar.

A: Alya sen ne düşünüyorsun?

Alya: Hocam zaten yöntemleri var katsayı olarak bakarsak da eşit oluyor veya yani sadeleştirirsek veya genişletirsek zaten eşit oluyor.

Alya ve Ece ile ikinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Alya tablo okuma ve yorumlama bilgisini kullanarak tüm afişlerde kol uzunluğunun baş uzunluğunun 2 katı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin ikisi de çizgi film karakterinin baş uzunluğu ile

kol uzunluğu arasında çarpımsal bir ilişki olduğunu fark ederek bu ilişkiyi “2 katına çıkması” ve “çarpı 2” şeklinde ifade etmişlerdir. Buradan öğrencilerin tablo okuma ve yorumlama bilgilerini kullanarak iki çokluk arasındaki ilişkiyi belirleyebildikleri görülmektedir.

Problemin ikinci sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; Alya ve Ece bu soruya “...bu iki çokluğu karşılaştırırken birbirine oranlarım. Böyle karşılaştırırım.” ve “...oran kavramını kullanırım” şeklinde cevap vermiştir. Buradan öğrencilerin iki çokluk arasındaki ilişkinin “oran” olarak ifade edilebileceği bilgisini hatırlamaları; tanıma eylemini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Görüşmenin devamında öğrenciler çoklukları karşılaştırırken oran kavramını kullanmışlar ve iki çokluk arasındaki ilişkiyi “baş uzunluğu/kol uzunluğu” oranı olarak belirlemişlerdir. Tablodaki her bir sütun için baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranını yazarak tabloda boş olan satırı doldurmaları öğrencilerin kullanma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Problemin dördüncü sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; Ece ve Alya tabloya yazdıkları oranların birbirine eşit olduğunu söylemiştir. Alya’nın oranların birbirine eşit olduğu sonucuna kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgisini kullanarak ulaştığı görülmektedir.

Orta başarı düzeyinde yer alan İlker ve Alper’in ikinci problemde kullanma eylemlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Aşağıda tabloda Shrek’in farklı film atışlarındaki baş uzunlukları ve kol uzunlukları verilmiş. Buna göre tabloyu inceleyiniz diyor. İnceleyelim bakalım.

İlker: Hocam hep 2 katı olarak artmış.

A: Nasıl yani?

İlker: Hocam baş uzunluğu ve kol uzunluğu, Shrek 1, Shrek 2, Shrek 3, Shrek 4te 2 kat 2 kat artmış.

Alper: Bence de aynı hocam. 2 kat 2 kat artmış hep.

A: Baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki ilişkiye ne diyebiliriz o zaman?

İlker: 2 kat olarak artmıştır hocam hep.

A: Yani kol uzunluğu baş uzunluğunun 2 katıdır diyebilir miyiz?

İlker: Evet hocam.

Alper: Diyebiliriz hocam.

Problemin ikinci sorusunda bu ilişkiyi nasıl ifade edebilecekleri, hangi kavramı kullanabilecekleri sorusu yöneltilmiş ve sonrasında tabloda boş olan satırı doldurmaları

istenmiştir. Problemin devamında öğrencilerden buldukları oranları birbirleriyle karşılaştırarak oranların değişip değişmediği sorulmuştur. Öğrencilerin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi bu soruya bakalım baş uzunluğu ve kol uzunluğunu karşılaştırırken hangi kavramı kullanabiliriz sizce?

İlker: Bölüm, oran. Yani baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı ya da bölümü hocam.

Alper: Hocam baş ve kol oranı.

A: Peki bu ilişkiyi oran olarak nasıl yazabiliriz, buna göre tabloyu dolduralım.

(İlker 1 ve 2 yi, Alper 3 ve 4 ü doldurur.)

Film Afisleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	$\frac{10\text{cm}}{20\text{cm}}$	$\frac{20\text{cm}}{40\text{cm}}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{80}$	

A: Şimdi bulduğumuz bu oranlar her afiş için değişiyor mu yoksa birbirine eşit mi?

İlker: Değişiyor.

Alper: Hocam iki katı olarak artması aynı... Yani aynı.

A: Eşit mi bu oranlar birbirine?

Alper: Evet hocam eşit. Çünkü hepsi birbirine 2 katı olarak gidiyor.

İlker: Hocam ama mesela 20 / 40 ile 30 / 60 a eşit diyemeyiz ki.

Alper: Genişletebiliriz ama.

A: Nasıl genişletebiliriz?

Alper: Hocam önce üst tarafı genişletelim pay kısmını. 20 ile 30'un ortak katını bulmamız lazım. 20 ile 30 da 120 de eşitleniyor o yüzden 20yi 6 ile çarpmamız lazım 30'u da 4 ile çarpmamız lazım. 120 oluyor. 40 ile 60 ı eşitlemek için de... 40la 60 kaçta eşitlenir..

İlker: İkisi de aynı yine 6, 4.

$$\begin{array}{r} 206 \\ \underline{406} \end{array} \quad \begin{array}{r} 306 \\ \underline{604} \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ \underline{240} = \end{array}$$

A: Yani bu oranlar birbirine eşit miymiş o zaman?

İlker: Evet.

Alper: Evet hocam.

A: Peki sadeleştirme yaparsak nasıl bulabiliriz?

İlker: Hocam ondalıklı çıkar.

A: Sadeleştirelim bakalım.

Alper: Hocam 10u 10a bölersek 1, 20yi de 10a bölersek hocam orası da 2 oluyor yani $\frac{1}{2}$ hocam.

A: Peki diğer oranları sadeleştirelim.

Alper: Hocam buraya yine 1 buraya da yine 2 olur.

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \quad \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

A: O zaman bu bulduğumuz oranlar eşit miymiş?

Alper: Evet hocam eşit hepsi $\frac{1}{2}$ ye.

İlker ve Alper ile ikinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler tablo okuma ve yorumlama bilgisini kullanarak tüm afişlerde kol uzunluğunun, baş uzunluğunun 2 katı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Kol uzunluğu ile baş uzunluğu arasında çarpımsal bir ilişki olduğunu fark ederek bu ilişkiyi “...baş uzunluğu ve kol uzunluğu, Shrek 1, Shrek 2, Shrek 3, Shrek 4te 2 kat 2 kat artmış.” şeklinde ifade etmişlerdir. Buradan öğrencilerin tablo okuma ve yorumlama bilgilerini kullanarak iki çokluk arasındaki ilişkiyi belirleyebildikleri görülmektedir.

Problemin ikinci sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; İlker iki çokluğu karşılaştırırken “Bölüm, oran. Yani baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı ya da bölümü” şeklinde ifade edilebileceğini söylemiştir. Alper ise “baş ve kol oranı” cevabını vermiştir. Bu ifadelerden öğrencilerin iki çokluk arasındaki ilişkinin “oran” olarak ifade edilebileceği bilgisini hatırladıkları ve baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı şeklinde ifade ederek tanıma eylemini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Görüşmenin devamında öğrenciler çoklukları karşılaştırırken oran kavramını kullanmışlar ve iki çokluk arasındaki ilişkiyi “baş uzunluğu/kol uzunluğu” oranı olarak belirlemişlerdir. Tablodaki her bir sütun için baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranını yazarak tabloda boş olan satırı doldurmaları öğrencilerin kullanma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir.

Problemin dördüncü sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; İlker buldukları oranların her bir afiş için değiştiğini bu oranların eşit olmadığını söylemiştir. Bunun üzerine Alper, oranların her bir afiş için eşit olduğunu “Çünkü hepsi birbirinin 2 katı olarak gidiyor.”

diyerek açıklamıştır. Burada Alper'in önceki problemde ulaştığı kol uzunluğu, baş uzunluğunun 2 katı olduğu bilgisini kullandığı görülmektedir. Görüşmenin devamında İlker oranların eşit olamayacağı fikrini savunmuş ve bunun üzerine Alper kesirlerde genişletme bilgisini kullanarak iki oranın da $120/240$ 'a eşit olduğunu açıklamıştır. Burada öğrencilerin birbiri ile etkileşim içine girerek, cevaplarını tartışarak sonucu ulaşımları dikkat çekmiştir. Ayrıca Alper'in görüşmenin devamında kesirlerde sadeleştirme bilgisini de kullanarak tüm oranların $1/2$ 'ye eşit olduğu sonucuna ulaşması, kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir.

Düşük başarı düzeyinde yer alan Tugay ve Kübra'nın ikinci problemde iki çokluğu karşılaştırırken oran kullanabileceği bilgisini hatırlayarak oranı kullandıkları görülmektedir. Ancak her iki öğrencinin de tabloda verilen kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasında çarpımsal bir ilişki kuramadıkları, bu ilişkiyi fark edemedikleri görülmektedir. Öğrencilerin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tamam bakalım diğer probleme geçelim. Problemi okuyup tabloyu inceleyelim...

A: Tabloya baktığımızda Shrek'in baş uzunlukları ile kol uzunlukları arasında sizce bir ilişki var mıdır?

Tugay: Hocam bence vardır.

A: Nasıl bir ilişki vardır?

Tugay: Hocam Shrek 1de baş uzunluğu 10muş kol uzunluğu 20ymiş. Yani 10 artmış hocam. Shrek 2de 20 santimmiş baş uzunluğu, kol uzunluğu da 40 santimmiş. Yani hocam bunda da 20 artmış. Hocam baş uzunluğu Shrek 3de 30muş burda 30 artmış...Hocam hepsinde kol uzunluğu 20şer artmış, baş uzunluğu 10ar artmış.

Kübra: Hocam bence Shrek 1'den 4'e kadar 10-20-30-40 diye artmış giderek. Yani hocam şöyle diyorum...Mesela ilkinde 10 artmış. İkincisinde 20. Üçüncüsünde 30. Dördüncüsünde 40.

Problemin ikinci sorusunda bu ilişkiyi nasıl ifade edebilecekleri, hangi kavramı kullanabilecekleri sorusu yöneltilmiş ve sonrasında tabloda boş olan satırı doldurmaları istenmiştir. Problemin devamında öğrencilerden buldukları oranları birbirleriyle karşılaştırarak oranların değişip değişmediği sorulmuştur. Öğrencilerin kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Peki iki çokluğu karşılaştırırken yani burada kol uzunluğu ve boy uzunluğunu karşılaştırırken hangi kavramı kullanabiliriz?

Tugay: Hocam ondalık ifade olabilir mi, ondalık gösterim.

A: Nasıl karşılaştırırız ondalık gösterimle?

Tugay: Himm...

A: Mesela oran olarak gösterebilir miyiz, baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı olarak? Tugay: Evet hocam oran. Hocam doğru oran. Oran diyecektim ondalık gösterim dedim.

A: Evet, Kübra sen ne düşünüyorsun?

Kübra: Evet olabilir hocam oran.

A: O zaman bu ilişkileri oran olarak yazalım bakalım.

Film Afisleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	$\frac{10}{20}$	$\frac{20}{40}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{80}$	

A: Evet 10/20, 20/40, 30/60, 40/80. Şimdi bu oranları birbiriyle karşılaştırsak sizce bu oranlar aynı mıdır birbirine eşit midir? Yani 10/20 20/40a eşit midir mesela.

Tugay: Evet hocam bence eşittir.

A: Neden?

Tugay: Hocam çünkü arasında bir örüntü vardır. Mesela hocam bir tarafı azalırken bir tarafı çoğalmıyor yani, ikisi de eşit gidiyor o yüzden. Hocam mesela bir tarafı 10ar artmış bir tarafı 20şer artmış hocam.

A: Kübra sence bu oranlar birbirine eşit mi?

Kübra: Bence de hocam eşit. Tugay'ın dediği gibi 10ar artmış bir tarafı, diğer tarafı da 20şer artmış.

A: Peki oranlar eşit dediniz. Peki bu oranlar eşitse kaçta eşit olur hepsi? Nasıl bulabiliriz?

Tugay: Hocam 40/80i yapmıştım ben...

Film Afisleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	$\frac{10}{20}$	$\frac{20}{40}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{80}$	

1. Elde ettiğimiz ilişkileri oran olarak nasıl yazabiliriz? Açıklayınız. Buna göre tabloda boş olan satırı doldurunuz.

2. Bulduğunuz oranları birbiriyle karşılaştırınız. Sizce Shrek'in baş uzunluğunun boy uzunluğuna oranı değişiyor mu? Yoksa her sütun için bulduğunuz oranlar eşit midir?

4E

Tugay: 4e böldüm hocam.

A: Kaç buldun yani?

Tugay: Hocam üstünü 1 buldum altını da 2 buldum 1/2 yaptım.

A: Yani 40/80i sadeleştirdin ½ mi buldun?

Tugay: Evet hocam.

Kübra: Hocam hepsinde 1/2yi bulabiliriz aslında. İlkini 10la ikincisini 20yle üçüncüsünü 30la diğerini de 40la sadeleştirirsek buluruz zaten hepsinde 1/2yi.

A: Hepsi 1/2ye mi eşit oluyor?

Kübra: Evet.

Kübra ve Tugay ile ikinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Tugay öğrenciler tablo okuma ve yorumlama bilgisini kullanarak baş uzunlukları ile kol uzunlukları arasında bir ilişki olduğunu söylemiştir. Bu ilişkiyi “*Hocam hepsinde kol uzunluğu 20’şer artmış, baş uzunluğu 10ar artmış.*” şeklinde ifade etmiştir. Ancak burada Tugay’ın düşüncesi tablodaki dördüncü sütuna kadar geçerli olsa da son sütunda geçerliliğini kaybetmektedir. Öğrenci bu durumu gözden kaçırmıştır. Kübra bu durumu fark ederek kol uzunlukları ile baş uzunlukları arasında bir ilişki kurmuş ve “*...ilkinde 10 artmış. İkincisinde 20. Üçüncüsünde 30. Dördüncüsünde 40.*” şeklinde ifade etmiştir. Buradan her iki öğrencinin de tabloda verilen kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasında çarpımsal bir ilişki kuramadıkları, bu ilişkiyi fark edemedikleri görülmektedir.

Problemin ikinci sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; Tugay iki çokluğu karşılaştırırken “*ondalık ifade, ondalık gösterim*” şeklinde ifade edilebileceğini söylemiştir. Ancak bu düşüncesini açıklayamamıştır. Daha sonra öğretmenin verdiği ipucu sayesinde öğrenciler iki çokluk arasındaki ilişkinin “oran” olarak ifade edilebileceği bilgisini hatırlamışlar, her bir afiş için baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranını belirleyip tabloyu doldurarak kullanma eylemini gerçekleştirmişlerdir.

Problemin dördüncü sorusuna ilişkin görüşme verileri incelendiğinde; Tugay ve Kübra buldukları oranların birbirine eşit olduğunu söylemişlerdir. Tugay verilen oranların arasında bir örüntü olduğunu, payların 10’ar 10’ar artarken paydaların da 20’şer 20’şer arttığını ifade etmiştir. Görüşmenin devamında oranların hepsinin kaçta eşit olduğu sorusuna Tugay, kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak dördüncü afişteki baş uzunluğu/kol uzunluğunun 1/2ye eşit olduğu göstermiştir. Bunun üzerine Kübra, “*İlkini 10la ikincisini 20yle üçüncüsünü 30la diğerini de 40la sadeleştirirsek buluruz zaten hepsinde 1/2yi.*” şeklinde

açıklayarak diğer oranların da $1/2$ 'ye eşit olduğu sonucuna ulaşmıştır. Burada öğrencilerin kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak tüm oranların $1/2$ 'ye eşit olduğu sonucuna ulaşması, kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir.

4.1.3. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Oluşturma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin oluşturma eylemleri Balmumu Heykel Müzesi probleminin devamındaki sorular yardımı ile incelenmektedir. Bu problemin devamında öğrencilere yöneltilen sorular öğrencilerin “orantı”, “orantı sabiti” ve “doğru orantı” kavramlarını oluşturma eylemlerini açığa çıkarmayı amaçlamaktadır. Öğrencilerin oranların eşitliğini kullanarak orantı kavramını oluşturmaları, iki çokluk arasındaki ilişkiyi kullanarak çoklukların orantılı olup olmadığını belirlemeleri, kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturmaları, doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini oluşturmaları, bir orantıda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri bulmaları, tablo ve grafikler yardımıyla iki çokluk arasındaki ilişkiyi yani doğru orantıyı keşfetmeleri beklenmektedir. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri oluşturma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 5’te verilmektedir.

Tablo 5

Öğrencilerin orantı ve doğru orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin oluşturma eylemlerine yönelik bulgular

Oluşturma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup		Orta Başarılı Grup		Düşük Başarılı Grup	
	Ece P ₂	Alya P ₂	İlker P ₂	Alper P ₂	Tugay P ₂	Kübra P ₂
oranların eşitliğini kullanarak orantı kavramını oluşturma	+	+	+	+	+	+
iki veya daha çok oranın eşitliğinin orantı olarak adlandırıldığı bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+
iki çokluğun orantılı olup olmadığını belirleme	+	+	+	+	+	+
doğru orantı sabitini oluşturma	+	+	+	+	+	+
doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+
“doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+

“doğru orantı” kavramını oluşturma	+	+	+	+	+	+
---------------------------------------	---	---	---	---	---	---

P₂: Balmumu Heykel Müzesi Problemi

Tablo 5 incelendiğinde öğrenciler oranların eşitliğini kullanarak iki veya daha çok oranın eşitliğinin orantı olarak adlandırıldığı bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca kesirlerde sadeleştirme bilgilerini kullanarak orantı sabitini belirlemiş, doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabitini oluşturmuşlardır. Ancak öğrencilerin doğru orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade ederken zorlandıkları görülmüştür. Bu zorluğun aşılması için öğretmen desteğiyle verilen eşitlikteki boş bırakılan yere hangi sayının yazılabileceği öğrencilere düşündürülmüş, böylece öğrencilerin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmuşlardır. Öğrenciler “doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca matematik başarısı yüksek olan öğrenciler bu artış ve azalışın aynı oranda olduğunu ifade etmişlerdir. Matematik başarısı düşük öğrencilerin ise artış miktarına yani aralarındaki farka odaklandığı görülmektedir.

Balmumu Heykel Müzesi probleminin beşinci sorusunda öğrencilere çizgi film karakterinin baş uzunluğu ile kol uzunluğunun birbiriyle orantılı olup olmadığı sorusu yöneltilmiştir. Devamında öğrencilerden tabloyu tekrar incelemeleri, verilen baş ve kol uzunlukları için değişmeden sabit kalan değer ne olduğunu bulmaları istenmiştir.

Yüksek başarı düzeyine sahip Ece ve Alya’nın orantı ve orantı sabiti kavramlarını oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tamam şimdi beşinci soruya bakalım. Alya sen okur musun? (Alya soruyu okur.)

Alya: Hocam şimdi burada... Shrek 1 de zaten baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı neyse Shrek 2 de baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı eşittir. Orantılıdır yani.

A: Ece sence, sen ne düşünüyorsun?

Ece: Bence de hepsi orantılıdır hocam.

A: Neden?

Ece: Çünkü hocam... yani hepsi birbirine eşit hepsi birbiriyle orantılıdır.

A: Tamam şimdi diğer soruyu okuyalım...Tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan bir değer varmış, bu değer nedir diye sormuş?

Ece: Hocam birbirlerine eşit yani hepsi birbirinin 2 katı.

Alya: Evet hepsi zaten sadeleştirince $\frac{1}{2}$ oluyor.

A: Yazabilir misin Alya?

Film Afisleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki	$\frac{10}{20}$	$\frac{20}{40}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{80}$	

1. Elde ettiğimiz ilişkileri oran olarak nasıl yazabiliriz? Açıklayınız. Buna göre tabloda boş olan satırı doldurunuz.

A: $1/2$ yi nasıl buldun?

Alya: $10/20$ mesela $5'e$ böldüm. Yok. $10'a$ böldüm. Mesela yani kendilerine göre en sade hallerini bulunca zaten hepsinin $1/2$ çıkıyor.

A: O zaman değişmeden sabit kalan değer ne oluyor?

Alya: $1/2$ mi?

Ece: Bence de $1/2$ hocam çünkü hepsini sadeleştirince zaten aynı çıkıyor.

A: Peki bu sabit sayıya ne diyebiliriz?

Alya: Tüm heykellerin sabiti?

A: Çokluklarımız birbiriyle orantılı demiştik. Orantı sabiti diyebilir miyiz?

Alya: Evet hocam.

Alya ve Ece ile problemin beşinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Alya ve Ece tablo okuma ve yorumlama bilgisini kullanarak tüm afişlerde kol uzunluğunun baş uzunluğuna oranının eşit olduğunu söylemişlerdir. Bu çoklukların birbiri ile orantılı olduğunu “Shrek 1 de zaten baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı neyse Shrek 2 de baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı eşittir. Orantılıdır yani.” ve “hepsi birbirine eşit hepsi birbiriyle orantılıdır” şeklinde ifade etmişlerdir. Burada öğrenciler oranların birbirine eşit olduğu bilgisinden yola çıkarak kol uzunluğu ve baş uzunluklarının birbiri ile orantılı olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Görüşmenin devamında tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan değer ne olduğu sorusu yöneltilmiştir. Ece “...birbirlerine eşit yani hepsi birbirinin 2 katı” ifadesiyle tüm sütunlarda kol uzunluğunun baş uzunluğunun iki katı olduğunu ve oranların değişmediğini fark etmiştir. Alya da kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak tüm oranların $1/2$ ye eşit olduğunu bulmuştur. Burada Alya’nın kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturduğu görülmektedir.

Problemin yedinci sorusunda öğrencilerden baş uzunluğu verilen heykelin kol uzunluğunu bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

(Alya 5. soruyu okur.)

A: Evet ne düşünüyorsunuz?

Alya: Hocam zaten $1/2$ 'si olduğu için baş uzunluğu 54'ün 2 katı olur 54'ün 2 katı da 108 eder.

A: Neden 2 katı olur dedin?

Alya: Hocam hani $1/2$ ydi ya yani 54 ile karşılık geliyorsa alttaki sayı da 2ye karşılık gelecek yani 108e denk gelecek yani 108 yazıcaz.

5. Bulduğumuz sabit değeri kullanarak müzede sergilenen Shrek heykelin baş uzunluğundan yararlanarak heykelin kol uzunluğunu bulabilir miyiz? Nasıl? Heykelin baş uzunluğu 54 cm olduğuna göre kol uzunluğu ne kadardır? Açıklayınız.

$$\frac{\text{Baş uzunluğu}}{\text{Kol uzunluğu}} = \frac{54}{108} = \frac{1}{2}$$

A: Ece sence?

Ece: Hocam bence de Alya'un dediği gibi. Çünkü yani 2 lin 2 katı o yüzden 54'ün de 2 katı olmak zorunda. O yüzden 54'ü 2 ile çarpıyoruz.

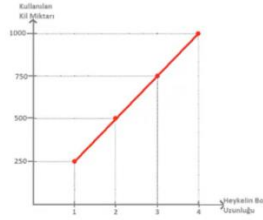
Alya ve Ece ile problemin yedinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Alya önceki problemde oluşturduğu orantı sabitini yani baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranını kullanarak heykelin kol uzunluğunu bulmuştur. Alya'nın "Hocam hani $1/2$ ydi ya yani 54 ile karşılık geliyorsa alttaki sayı da 2ye karşılık gelecek yani 108e denk gelecek yani 108 yazıcaz." ifadesinden öğrencinin iki oranın eşitliğini kullanarak baş uzunluğu kaç katına çıktıysa kol uzunluğunun da aynı şekilde çıkacağı sonucuna ulaştıkları, orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirleyebildikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin önceki problemlerde oluşturdukları bilgileri bu problemde kullanmaları aynı zamanda pekiştirme eylemini gerçekleştirdikleri söylenebilir.

Problemin dokuzuncu sorusunda öğrencilerden verilen grafiği inceleyip grafikteki verileri tabloya işlemeleri istenmiştir. Daha sonra grafik ve tabloyu inceleyerek heykelin boy uzunluğu arttıkça veya azaldıkça kullanılan kil miktarının nasıl değiştiği sorusu yöneltilmiş, buna göre heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi diğer soruya bakalım. Grafiği inceleyelim.

Ece: Hocam burada heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil de artıyor. Yani heykelin boy uzunluğu 1 metreyken kullanılan kil miktarı 250 oluyor. 2 metreyken 500 oluyor. 3 metreyken 750 oluyor. 4 metreyken de 1000 oluyor. (Bu sırada tabloyu doldurur.)

7. Boyu 2 metre olan Shrek heykelinin yapımında yarım ton (500 kg) kil kullanılmıştır. Aşağıdaki grafikte heykelin boy uzunluğuna göre kullanılan kil miktarları belirtilmiştir. Buna göre grafiği inceleyiniz. Grafikteki değerleri tabloya işleyiniz.



Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı
1	250
2	500
3	750
4	1000

Alya: Hocam ben de aynısını düşünüyorum zaten grafikte de öyle yazıyor.

A: Tamam. Sonraki soruya bakalım.

Alya: Hocam gördüğümüz gibi zaten heykelin boyu arttıkça kullanılan kil miktarı da artıyor. Aynı oranda tabiki de 1 bölü 250'nin oranıyla 4 bölü 1000'in oranı eşit.

A: Peki heykelin boy uzunluğu azaldıkça ne oluyor? Ece?

Ece: Hocam heykelin boy uzunluğu azaldıkça kullanılan kil miktarı da azalıyor. Yani 2 kat aşağı iniyor.

A: Evet, şimdi diğer soruya bakalım.

Alya: Tabloyu incelediğimizde boy uzunluğu arttıkça zaten kullanılan kil miktarı da artıyor. Yani hepsi 1/250'nin zaten genişletilmiş hali. Yani her seferinde oranları aynı. Aynı miktarda artırıyorlar.

Ece: Bence de hocam Alya'nın dediği gibi zaten hepsi aynı oranda.

A: Nasıl bir oran var peki bunların arasında?

Ece: İki katına çıkmış hocam (birinci ve ikinci satırı göstererek) bunda da yine 250'yi 2 ile çarpmış 500. 500'ü 2 ile çarpmış 1000 gibi.

A: Yani boy uzunluğu 2 katına çıktıkça kullanılan kil miktarı da 2 katına çıkmış diyorsun.

Ece: Evet.

Alya ve Ece ile problemin dokuzuncu sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Ece grafik yorumlama bilgisini kullanarak grafikte verilen verileri tabloya işlemiş ve heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarının da arttığını söylemiştir. Alya da aynı şekilde heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarının arttığını ve bu artış oranının her bir satır için aynı olduğunu “*Yani hepsi 1/250nin zaten genişletilmiş hali. Yani her seferinde oranları aynı.*” şeklinde ifade etmiştir. Ece da boy uzunlukları kaç katına çıktıysa kullanılan kil miktarının da aynı şekilde çıkacağına ifade etmiştir. Burada öğrencilerin orantılı çokluklar arasında çarpmaya dayalı bir ilişki olduğu sonucuna vardıkları, “doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturdıkları ve doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini oluşturdıkları görülmektedir.

Problemin devamında ise öğrencilerden heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Peki heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişkiden bahsedebiliriz? Bu ilişkiyi denklem ile nasıl ifade ederiz?

(sessizlik)

A: Peki şöyle yapalım, öncelikle aşağıdaki eşitlikte boş olan yere gelmesi gereken değeri bulalım. Kullanılan kil miktarı eşittir heykelin boy uzunluğu çarpı? Ne gelmeli sizce?

Ece: Bence 2.

A: Kullanacak kil miktarı eşittir heykelin boy uzunluğu çarpı 2 diyorsun. Peki neden 2 sence?

Ece: Hocam çünkü kullanılan kil miktarı mesela 250, heykelin boy uzunluğu da 1. Yani diğerine eşit olması için yani 500 ya bence 2.

Alya: Bence de 2.

A: Peki kullanılan kil miktarı 250, heykelin boy uzunluğu 1 dedin değil mi?

Ece: Evet.

A: Peki bunları çarptığımızda eşitlik sağlanıyor mu?

Ece: Hayır hocam sağlanmıyor. O zaman oraya da 250 olur 2 değil. (Bu sırada Alya ekrana 250 yazar.)

12.Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğun yerine gelmesi gereken değeri bulunuz.

$$\text{Kullanılacak Kil Miktarı} = \text{Heykelin Boy Uzunluğu} \cdot \dots \text{250}$$

250 1

A: Alya sen ne düşünüyorsun peki, sen de 250 yazmışsın? Neden 250?

Alya: Evet, ben de 250 düşünüyorum. Kullanılacak kil miktarı çünkü heykelin boy uzunluğu çarpı 250 ye eşit oluyor yani. Zaten kullanılacak kil miktarı 250 olduğu için heykelin boy uzunluğuna da 1 dediğimiz için 250 olursa eşit olur yani.

A: Peki heykelin bütün ölçüleri için bu eşitlik sağlanır mı?

Ece: Sağlanmaz.

Alya: Hocam bence sağlanır. Çünkü mesela şuraya 2 dediğimizde heykelin boy uzunluğuna da 2 deriz... Mesela hocam kullanılacak kil miktarına 500 dersek heykelin boy uzunluğuna 2 dersek cevap yine 250 çıkar. Veya kullanılacak kil miktarına 1000 dersek heykelin boy uzunluğuna 4 deriz yine 250 çıkar. Değişmez bence.

12.Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğun yerine gelmesi gereken değeri bulunuz.

$$\text{Kullanılacak Kil Miktarı} = \text{Heykelin Boy Uzunluğu} \cdot \dots \text{250}$$

250 1
500 2
1000 4

A: Ece sence?

Ece: Hocam şimdi Alya deyince bana da mantıklı geldi. Ben tam tersini çevirip yapmıştım. O yüzden kafam karıştı. Bence de 250 hepsi için eşittir... Hocam zaten hepsinin oranı 250 çıkmıyor mu?

A: Evet bakalım, yazalım o zaman oranlarını.

Ece: Hocam 250 bölü 1 yani 250/1 de 250 olur. 500 bölü 2, 500ü 2ye bölersek yine 250 olur. Sonra 750 bölü 3. 750yi 3e bölersek yine 250 olur. En sona da 1000 bölü 4, 1000i 4e bölersek yine 250 olur.

A: O zaman ne yazabilirim?

Alya: 250.

Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı
1	250
2	500
3	750
4	1000

$$\begin{aligned} &\rightarrow \frac{250}{1} \\ &\rightarrow \frac{500}{2} = 250 \\ &\rightarrow \frac{750}{3} = 250 \\ &\rightarrow \frac{1000}{4} \end{aligned}$$

13. Heykelin boy uzunluğu ile kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyiniz.

Bu oranlar birbirlerine eşit midir? Buna göre doğru orantı sabiti bulunuz.

$$\frac{\text{Kullanılacak Kil Miktarı}}{\text{Heykelin Boy Uzunluğu}} = 250$$

Alya ve Ece ile heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade etmelerine ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler başta soruyu anlamlandıramamış ve cevap verememişlerdir. Burada öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanıyamadıkları anlaşılmaktadır. Daha sonra öğretmenin yardımıyla verilen eşitlikteki boş bırakılan yere hangi sayının yazılabileceği öğrencilere düşündürülmüştür. Öğrenciler başta yanlış cevap verseler de buldukları değer ile eşitliğin sağlanmadığını fark etmişler ve heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi kullanarak boşluğa gelmesi gereken sayıyı bulmuşlardır. Problemin devamında Ece boşluğa gelmesi gereken sayının, tüm satırlar için aynı olan kullanılan kil miktarı/ heykelin boy uzunluğu oranına eşit olduğunu fark etmiştir. Burada öğrencinin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturduğu görülmektedir.

Orta başarı düzeyine sahip Alper ve İlker'in orantı ve orantı sabiti kavramlarını oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

Alper: Hocam 10u 10a bölersek 1, 20yi de 10a bölersek hocam orası da 2 oluyor yani $\frac{1}{2}$ hocam.

A: Peki diğer oranları sadeleştirelim.

Alper: Hocam buraya yine 1 buraya da yine 2 olur.

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2} \quad \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \quad \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

A: O zaman bu bulduğumuz oranlar eşit miymiş?

Alper: Evet hocam eşit hepsi $\frac{1}{2}$ ye.

A: Peki oranların birbirine eşit olması iki çokluğun birbirine orantılı olduğunu gösteriyorsa sizce baş uzunluğu ile kol uzunluğu birbirine orantılı mı?

İlker: Evet hocam hepsi birbirine eşit yani orantılı.

A: Peki tabloyu incelediğimizde tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan değer neye eşit olabilir?

İlker: $\frac{1}{2}$ olabilir mi hocam?

A: Nasıl bulmuştuk?

İlker: Hocam böldük, sadeleştirdik. hepsinin $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu bulduk.

A:Orantılı çokluklarda bu bulduğumuz sabit olan değere ne diyebiliriz peki?

İlker: Sabit orantılı... Orantı sabiti.

Alper ve İlker ile problemin beşinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Alper ve İlker tablo okuma ve yorumlama ve kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak tüm afişlerdeki kol uzunluğunun baş uzunluğuna oranının $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu söylemişlerdir. Bu çoklukların birbiri ile orantılı olduğunu İlker “*hepsi birbirine eşit yani orantılı*” şeklinde ifade etmiştir. Burada İlker’in oranların birbirine eşit olduğu bilgisinden yola çıkarak kol uzunluğu ve baş uzunluklarının birbiri ile orantılı olduğu sonucuna ulaştığı görülmektedir.

Görüşmenin devamında tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan değer ne olduğu sorusu yöneltilmiştir. İlker bu değer $\frac{1}{2}$ ye eşit olabileceğini “*Hocam böldük, sadeleştirdik. hepsinin $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu bulduk.*” şeklinde ifade etmiştir. Burada İlker’in kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturduğu görülmektedir.

Problemin yedinci sorusunda öğrencilerden baş uzunluğu verilen heykelin kol uzunluğunu bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Nasıl bulabilirsiniz?

Alper: Hocam benim tahminim...

İlker: Hocam ben buldum. 108.

A: Nasıl buldun?

İlker: Hocam burada hep 2 katı 2 katı artmış dedik burada da 2 katı olarak artar dedim ve 108 buldum 54le 2yi çarparak.

A:Alper sence?

Alper: Hocam ben de 104 bulmuştum hocam. 10 arttığı için hocam burası da 4 fazla olduğu için hocam ben de buradan fazla olarak yaptım 4 oradan da 104 yaptım.

Alper ve İlker ile problemin yedinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; İlker baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki ilişkiyi kullanarak heykelin kol uzunluğunu bulmuştur. İlker'in "*Hocam burada hep 2 katı 2 katı artmış dedik burada da 2 katı olarak artar dedim ve 108 buldum 54le 2yi çarparak.*" ifadesinden öğrencinin baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki ilişkiyi kullanarak sonuca ulaştığı görülmektedir. Alper ise tabloda verilen kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasında çarpımsal bir ilişki kuramamış, aksine baş uzunlukları arasındaki toplamsal farka odaklanarak kol uzunluklarının da bu şekilde artacağını düşünmüş ve doğru sonuca ulaşamamıştır.

Problemin dokuzuncu sorusunda öğrencilerden verilen grafiği inceleyip grafikteki verileri tabloya işlemeleri istenmiştir. Daha sonra grafik ve tabloyu inceleyerek heykelin boy uzunluğu arttıkça veya azaldıkça kullanılan kil miktarının nasıl değiştiği sorusu yöneltilmiş, buna göre heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Grafikte heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarları verilmiş. İnceleyelim grafiği.

İlker: Hocam heykelin boy uzunluğu 1 iken 250, 2 iken 500, 3 iken 750, 4 iken 1000. 1000 kilo kil kullanılmış galiba.

(Alper bu sırada tabloyu işler.)

A: Evet, bu şekilde tabloyu doldurdunuz. Şimdi grafiği ve tabloyu inceleyelim. Heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

Alper: Hocam 2 katı 2 katı olarak ilerliyor.

A: Heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı mı?

Alper: Evet hocam.

İlker: Hocam 2 katı olarak artmaktadır.

A: Peki o zaman heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı artmak da mıdır azalmakta mıdır?

İlker: Artmaktadır.

A: Peki heykelin boy uzunluğu azaldıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

Alper: Hocam kil miktarı da azalır.

İlker: Azalır hocam.

Alper ve İlker ile problemin dokuzuncu sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler grafik yorumlama bilgisini kullanarak grafikte verilen verileri tabloya işlemiş ve heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarının da arttığını, heykelin boy uzunluğunun azaldıkça kullanılan kil miktarının da azaldığını söylemişlerdir. Ancak Alper ve İlker heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi ifade ederken heykelin boy uzunluğunun artarken kullanılan kil miktarının da “2 katı olarak artmaktadır.” olduğunu ifade etmişlerdir. Burada öğrencilerin yalnızca ilk iki satıra bakarak yorum yaptıkları ve diğer satırlardaki verileri göz önünde bulundurmadıkları anlaşılmaktadır. Burada öğrencilerin doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturdukları ancak doğru orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi tam olarak ifade edemedikleri görülmektedir.

Problemin devamında ise öğrencilerden heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Peki bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade edersek aşağıda verilen eşitlikteki boşluğa ne yazabiliriz? (sessizlik)

A: Heykelin boy uzunluğu çarpı ne yazabiliriz?

İlker: Hocam dağıldı.

A: Bir inceleyin bakalım. Tablodaki verilere göre bakarsak. Alper sen ne düşünüyorsun?

(Alper ekrana yazar)

Alper: Hocam 250 iken... Hocam yani 250 olur.

12. Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğun yerine gelmesi gereken değeri bulunuz.

Kullanılacak Kil Miktarı = Heykelin Boy Uzunluğu $\cdot$ ALI UTKU E.

256 1

A: Diğerleri için de bak bakalım.

Alper: Hocam 500 ile 2 yi... 1000 ediyor hocam.

İlker: Hocam olmuyor. Hocam kullanılacak kil miktarı 2 de 500. 2 nin 250 katı. 250 ile 2nin çarpımı 500.

A: Yani boşluğa yine 250 mi yazarız?

İlker: Evet.

A: Üçüncüye bakarsak?

İlker: 750... eşittir 3...çarpı 250.

12. Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğun yerine gelmesi

gereken değeri bulunuz.

$$\begin{array}{lcl} 500 & = & 2 \cdot 250 \\ \text{Kullanılacak Kil Miktarı} & = & \text{Heykelin Boy Uzunluğu} \cdot 250 \\ 750 & = & 3 \cdot 250 \end{array}$$

A: O zaman mesela kullanılacak kil miktarına k dersek, heykelin boy uzunluğuna b dersek, boşluğa ne yazacağız?

Alper: 250.

$$k = b \cdot 250$$

A: Peki bu tüm değerleri sağlar mı tüm boy uzunlukları ve kil miktarları için?

Alper: Evet hocam sağlar. Kil miktarına boy uzunluğunun 250 katı.

A: Şimdi, heykelin boy uzunluğu ve kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyelim..

Alper ekrana yazar:

Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı
1	250
2	500
3	750
4	1000

13. Heykelin boy uzunluğu ile kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyiniz.

Bu oranlar birbirlerine eşit midir? Buna göre doğru orantı sabitini bulunuz.

$$\frac{\text{Kullanılacak Kil Miktarı}}{\text{Heykelin Boy Uzunluğu}} =$$

A: Nasıl buldun 250yi?

Ali Uyku: Hocam bölerek. 500ü ikiye bölerek, üçüncüde 750yi 3e bölerek diğerinde 4 e bölerek.

A: Yani 250/1 500/2 750/3 1000/4 şeklinde oranladığımızda hepsi eşit mi?

Alper: Evet hocam 250...

A: O zaman kullanılacak kil miktarı heykelin boy uzunluğu oranını yazalım.

Alper ekrana yazar:

13. Heykelin boy uzunluğu ile kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyiniz.

Bu oranlar birbirlerine eşit midir? Buna göre doğru orantı sabitini bulunuz.

$$\frac{\text{Kullanılacak Kil Miktarı}}{\text{Heykelin Boy Uzunluğu}} =$$



Alper ve İlker ile heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade etmelerine ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler başta soruyu anlamlandıramamış, cevap verememiş ve İlker dikkatinin dağıldığını söylemiştir. Burada öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanımakta zorluk yaşadıkları anlaşılmaktadır. Daha sonra öğretmenin yardımıyla verilen eşitlikteki boş bırakılan yere hangi sayının yazılabileceği tablodan yola çıkarak öğrencilere düşündürülmüştür. Alper ve İlker tabloda verilen heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarlarını sırasıyla eşitlikte yerlerine yazarak boşluğa gelmesi gereken sayıyı bulmuşlardır. Burada İlker'in Alper'in yanlısını fark edip düzelttiği gözlemlenmiştir. Böylece öğrenciler eşitlikte boşluğa gelmesi gereken değeri bulmuşlar, denklem ile ifade etmişler ve “*Kil miktarı boy uzunluğunun 250 katı.*” sonucuna ulaşmışlardır. Burada öğrencilerin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturduğu görülmektedir.

Düşük başarı düzeyine sahip Tugay ve Kübra'nın orantı ve orantı sabiti kavramlarını oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

Kübra: Hocam hepsinde 1/2yi bulabiliriz aslında. İlkin 10la ikincisini 20yle üçüncüsünü 30la diğerini de 40la sadeleştirirsek buluruz zaten hepsinde 1/2yi.

A: Hepsi 1/2ye mi eşit oluyor?

Kübra: Evet.

A: Peki oranların birbirine eşit olması bunların birbiri ile orantılı olduğunu gösteriyorsa o zaman baş uzunluğu ve kol uzunluğu birbiri ile orantılı diyebilir miyiz?

Tugay: Evet bence olur.

Kübra: Diyebiliriz.

A: Tamam, şimdi tekrar tabloya bakalım, tabloda her film afişi için değişmeden sabit kalan bir değer vardır sizce bu değer nedir diye soruyor. Bu değer nedir sizce kaçta eşittir?

Tugay: 1/2 olur hepsi hocam. (Tabloya yazar.)

Kübra: 1/2 ye eşittir.

Film Afisleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki ilişki	$\frac{10 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$	$\frac{20 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$	$\frac{30 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$	$\frac{40 \text{ cm}}{80 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$	

Tabloyu tekrar inceleyiniz. Shrek'in baş ve kol uzunluğu değiştiği halde tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan bir değer vardır. Bu değer nedir? Bu sabit değer hangi kavrama karşılık gelmektedir?

A: $1/2$. Peki bu sabit değer hangi kavrama karşılık gelir sizce? Ne sabiti diyebiliriz buna?

Tugay: Oranlı sabit olabilir mi hocam oran sabiti.

Kübra: Orantı sabiti.

A: Evet, orantı sabiti diyebiliriz.

Kübra ve Tugay ile problemin beşinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Kübra ve Tugay tablo okuma ve yorumlama ve kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak tüm afişlerdeki kol uzunluğunun baş uzunluğuna oranının $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu söylemişlerdir. Daha sonra öğrenciler oranların birbirine eşit olduğu bilgisinden yola çıkarak kol uzunluğu ve baş uzunluklarının birbiri ile orantılı olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Görüşmenin devamında tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan değer ne olduğu sorusu yöneltilmiştir. Kübra ve Tugay bu değer $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu söylemişler ve Tugay tabloda tüm oranların $\frac{1}{2}$ ye eşit olduğunu yazarak göstermiştir. Burada öğrencilerin kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini oluşturduğu söylenebilir.

Problemin yedinci sorusunda öğrencilerden baş uzunluğu verilen heykelin kol uzunluğunu bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi diğer soruya bakalım. Müzede sergilenecek olan heykelin kol uzunluğunu bulabilir miyiz? Sizce nasıl buluruz?

Kübra: Hocam ben söyleyebilirim.

Tugay: Kol uzunluğunu hocam ben buldum.

A: Evet önce Kübra sen açıkla.

Kübra: Hocam ben 74 buldum.

A: Nasıl buldun?

Kübra: Hocam diğerlerinde 20'şer arttığına göre bunda da artması gerekiyor.

O yüzden 20şer arttırdım 74 buldum.

A: Peki Shrek 1de 20'şer mi artıyor?

Kübra: Aa evet.

A: Biraz daha düşün bakalım. Tugay sen ne diyorsun?

Tugay: Hocam ben 114 diyorum.

A: Nasıl buldun?

Tugay: Hocam bu kol uzunluğunda 20şer artmış ya hocam...

A: Evet.

Tugay: Hocam ben cevabımı değiştirsem olur mu?...160 buldum hocam. 80i 2 ile çarptım.

A: Neden öyle düşündün?

Tugay: Hocam olmadı...Tam bulamadım da ben biraz daha uğraşayım.

Kübra: Hocam ben buldum söyleyebilir miyim?

A: Evet söyle bakalım.

Kübra: Hocam hepsinde 10ar arttığı için 50şer arttırdım ve 104 buldum ben. Hocam mesela Shrek 1 de 10 artmış, Shrek 2 de 20şer, 3te 30ar Shrek 4 de 40 arttığına göre o zaman Shrek 5te de 50 artması gerekiyor. O yüzden 104 buldum.

A: Ama 10ar 10ar artarken burası 50 olmuyor, 54 oluyor. Yine de diyebilir miyiz öyle?

Tugay: Hocam ben de 100 buldum.

A: Nasıl buldun?

Tugay: Hocam kol uzunluğu 20şer 20şer artıyor ya hocam. 80de 20şer arttığına göre hocam 100 oluyor. 54/100 derim hocam.

Kübra: Hocam ama kol uzunluğu eşit ama baş uzunlukları eşit değil.

A: Yani?

Kübra: Mesela kol uzunlukları 20'şer artıyor ama baş uzunluklarında 40'a kadar sonra 54. 14 artıyor.

Tugay: Ama 10ar 10ar o 20şer 20şer aralarında fark.

A: Yani o zaman kaç olur sence Kübra?

Kübra: Hocam ben bulamadım. Benim yaptığım ilk başta doğru sanıyordum ama 54 eşit olmadığı için onar onar artmıyor 14 oluyor.

Kübra ve Tugay ile problemin yedinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; Kübra ilk başta tabloda verilen kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasında çarpımsal bir ilişki kuramamış, sadece ikinci afişteki baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki

farka odaklanmış ve daha sonra diğer afişlerde bu farkın sağlanmadığını fark etmiştir. Sonraki cevabında ise kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasındaki artış miktarına yani aralarındaki farka odaklanmış ve sonra yeniden bunun doğru olmadığını fark etmiştir ancak yine de doğru cevaba ulaşamamıştır. Tugay ise tabloda verilen kol uzunlukları ve baş uzunlukları arasında çarpımsal bir ilişki kuramamış, aksine baş uzunlukları arasındaki artış miktarına yani aralarındaki farka odaklanarak yine aynı miktarda artacağını düşünmüştür. Buradan öğrencilerin tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştiremediği ve sonuca ulaşamadıkları görülmektedir.

Problemin dokuzuncu sorusunda öğrencilerden verilen grafiği inceleyip grafikteki verileri tabloya işlemeleri istenmiştir. Daha sonra grafik ve tabloyu inceleyerek heykelin boy uzunluğu arttıkça veya azaldıkça kullanılan kil miktarının nasıl değiştiği sorusu yöneltilmiş, buna göre heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi grafikteki verileri tabloya işlememizi istiyor. İşleyelim bakalım.

A: Tablo ve grafiği incelersek heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

Kübra: Hocam 1 er 1 er artmış heykelin boy uzunluğu. 1 metre 1 metre artarken kil miktarı da 250 şer 250 şer artmış. İkisi de eşit miktarda artmış.

A: Yani boy uzunluğu arttıkça kil miktarı ne olmuş?

Kübra: Yani o da kil miktarı da 250 artmış.

A: Peki heykelin boy uzunluğu azaldıkça kil miktarı ne olmuş?

Kübra: Azalmış hocam.

A: Tugay sence?

Tugay: Bence de hocam azalır.

Kübra ve Tugay ile problemin dokuzuncu sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler grafik yorumlama bilgisini kullanarak grafikte verilen verileri tabloya işlemiş ve heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarının da arttığını, heykelin boy uzunluğunun azaldıkça kullanılan kil miktarının da azaldığını söylemişlerdir. Kübra heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi ifade ederken “Hocam 1 er 1 er artmış heykelin boy uzunluğu 1 metre 1 metre artarken kil miktarı da 250 şer 250 şer artmış. İkisi de eşit miktarda artmış.” şeklinde ifade etmiştir. Burada Kübra’nın önceki sorulardaki gibi heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarındaki artış miktarına

yani aralarındaki farka odaklandığı görülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturdıkları görülmektedir.

Problemin devamında ise öğrencilerden heykelin boy uzunluğu ve kullanılan kil miktarı arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Peki tabloya tekrar bakalım. Heykelin boy uzunluğu ile kil miktarını için ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmek istersek nasıl yapabiliriz?

(sessizlik)

A: Verilen eşitlikte ne yazmamız gerekir?...Tablodaki verilenleri eşitlikte yazarsak tek tek mesela ilki için yazar mısın Kübra?

Kübra: Hocam ilkinde kullanılacak kil miktarı diyor... 250 yazarız ve 1 oluyormuş.

A: Boşluğa ne gelir o zaman?

Kübra: Hocam 250 yazarız.

A: İkincisi için Tugay?

Tugay: Hocam 1000. 1000 olur.

A: İkincisinde kullanılan kil miktarı 500, boyu 2. Eşitlikte yerine yazarsak 2 ile neyi çarparsak 500 olur?

Tugay: 250yi hocam.

A: Üçüncü ve dördüncü için yazarsak?

Kübra: Hocam onlarda da 250 olur.

A: O zaman kullanılacak kil miktarı eşittir heykelin boy uzunluğu çarpı 250 diyebilir miyiz?

Tugay: Deriz hocam.

Kübra: Evet.

A:Şimdi diğer soruya bakalım. Heykelin boy uzunluğu ve kil miktarı oranları birbirine eşit midir diyor. Önce bu oranları bulalım.

Kübra yazar.

A: Oranları bulduk. Şimdi bakalım bu oranlar birbirine eşit midir sizce?

Tugay: Eşittir hocam.

A: Nasıl buldun?

doğru orantılı çokluklarda
bilinmeyen değeri bularak doğru orantı bilgisini pekiştirme

P₃: Kitap Siparişi Problemi; P₄: Tortilla Problemi

Tablo 6 incelendiğinde öğrenciler denk kesirleri kullanarak, çokluklar arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak doğru orantılı çokluklarda bilinmeyen değeri bulup bu bilgilerini pekiştirmişlerdir. Matematik başarıları düşük olan öğrenciler ise çokluklar arasındaki artış miktarına yani aralarındaki farka odaklanarak artışın ya da azalışın aynı miktarda olacağını düşünmüşler ancak sonrasında çokluklar arasındaki kat ilişkisini fark edip bilinmeyen değeri bularak doğru orantı bilgisini pekiştirmişlerdir.

Yüksek başarı düzeyine sahip Ece ve Alya'nın pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Ne düşünüyorsunuz bu problem hakkında?

Alya: Bence bunlar orantılıdır hocam.

A: Neden?

Alya: Hocam 1 saniye... Mesela birinci kitapta yani 4 kitap alırsak 100 lira ödeyeceğimiz için 6 kitap alınca da 150 lira öderiz yani...

Ece: Bence de orantılıdır hocam, ben burada toplam fiyatı yani mesela 100ü 4e böldüm 25 çıktı. 150yi 6ya böldüm 25 çıktı. 200ü 8e böldüm 25 çıktı. O yüzden bence de orantılıdır.

A: Peki bunlar arasında nasıl bir ilişki vardır, ikinci soruya bakarsak ne diyebiliriz?

Ece: Hocam... Bence kitap sayılarıyla ödenecek toplam fiyatlar orantılı yine. Yani hocam bunda da ben böldüm şimdi yine 25 çıkıyor. Toplam fiyat 450 TL. Kitap sayısı da 18 tane kitap var. 450'yi 18'e böldüğümde de yine 25 çıktı. Yani bu da yine doğru orantı oluyor.

Alya: Hocam bence de biri artınca öbürü de artıyor. Yani ikisi de artıyor. Doğru orantı.

A: Evet, biri artarken diğeri de artıyor. Peki, kampanyaya göre Ayşe 24 kitap aldığına göre kaç TL ödemiştir diye soruyor. Nasıl bulabiliriz?

Alya: Hocam ben 600 buldum. Zaten Ece de demişti hani bir kitaba karşılık gelen 25 lira diye. 24 kitap aldığı için her yani her bir kitap için de 25 lira ödeyeceği için 24 ile 25 i çarptım ve 600 buldum.

Ece: Hocam ben de 600 buldum ama biraz zorlaştırmışım sanırım. 450 bölü 18 dedim. Sonra orayı boş bıraktım bölü 24 dedim.

Alya: Şöyle de olur hocam... (Ekrana yazar.) 6 ile çarparsız burayı da 6 ile çarparsız. 600 buluruz.

c) Kampanyaya göre Ayşe 24 kitap satın aldığına göre kaç TL ücret ödemiştir?

$$\frac{4}{100} = \frac{24}{?}$$

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde; Alya ve Ece satın alınan kitap sayısı ile ödenecek miktar arasındaki çarpımsal ilişkiyi tanıyarak verilen çoklukların doğru orantılı olduğunu ifade etmişlerdir. Ece, daha önceki problemlerde oluşturduğu “orantı sabiti” bilgisini kullanarak oranların eşitliğinden verilen çoklukların orantılı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Alya ise birinin artarken diğerinin de arttığını ifade ederek bu ilişkinin doğru orantılı olduğunu söylemiştir. Öğrencilerin verilen problemin çözümünde “orantı sabiti” ve “doğru orantı” bilgilerini kullanarak pekiştirdikleri görülmektedir.

Problemin devamındaki bilinmeyen değeri bulma sorusunda Alya 24 kitap için kaç lira ödeyeceğini bulurken çözümünü “...24 kitap aldığı için her yani her bir kitap için de 25 lira ödeyeceği için 24 ile 25 i çarptım ve 600 buldum.” şeklinde açıklamıştır. Alya’nın çözümünde bir kitabın fiyatından yola çıkarak, bu birim fiyat ile satın alacağı kitap sayısını çarpıp sonuca ulaştığı görülmektedir. Ece ise toplam satılan kitap sayısı ile ödenen toplam fiyatı oranlamış ve bu oranı kullanarak kitap sayısı 24 olduğunda ödenecek miktarın kaç olacağını denk kesir bilgisinden yararlanarak bulmaya çalışmıştır. Alya, Ece’nin bu cevabından sonra satılan kitap sayısı yani 4 ile ödenen toplam fiyatı yani 100’ü oranlamış, bu oranı ve denk kesir bilgisini kullanarak, orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Öğrencilerin verilen problemin çözümünde oran ve orantı kavramlarına ilişkin bilgilerini kullandıkları ve pekiştirdikleri görülmektedir. Tortilla Problemi ’ne ilişkin görüşme aşağıda verilmiştir.

Ece: Hocam 3 patates 4 yumurta demiş 3/4 dedim. 6 patates dedim altını boş bıraktım. 8 buldum.

A: Alya sen nasıl yaptın?

Alya: Ben başka bir yöntemle buldum hocam. Hocam ben 3/4 yazdım. Eşittir dedim, 6 patates. 3 tane patates 4 tane yumurta. Patatesi yine patatesin karşısına yazdım. Bize burayı soruyor (kutucuğu çizer). Ben şöyle direkt şu 2 ile çarpılmış. Bunu da 2 ile çarptım. 8 buldum.

a) Dört kişilik tortilla tarifinde 3 patates, 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek hazırladığı tortillasında 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır?

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$$

b) Melek on iki kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse, kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

A: Evet, şimdi b ye bakalım.

Ece: Hocam ben şöyle düşündüm. 4 kişiden 3 bölü 4 derse o zaman yani 4ün katlarıyla çıkmaya çalıştım. O zaman 8 kişi de 6 bölü 8 olur. Sonra yani 4den 12ye atlayacağı için sonra 3 ile çarpım 12 bölü 9 olur. Yani 12 patates 9 da yumurta kullanılır.

Alya: Hocam ben de 12 patates 9 yumurta buldum ama. Hocam ben şey yaptım. 4 kişilik 3 patates 4 yumurtaysa... 2ye bölmeye çalıştım bölemedim 3ü. O yüzden yapamadım şu an...

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde; Ece çözümünde kullanılan patates ve yumurta sayılarını birbirine oranlamış ve oranların eşitliğini kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Ece de kullanılan patates ve yumurta sayılarını birbirine oranlamış ve kullanılan patates sayıları arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak yumurta sayılarının da aynı kat artacağını belirterek doğru sonuca ulaşmıştır.

Problemin devamında 12 kişilik tarif için kaç patates ve kaç yumurta kullanılacağı sorulduğunda Ece; dört kişilik tarif için kullanılan patates ve yumurta sayılarını birbirine oranlamış, daha sonra patates ve yumurta sayılarının sekiz kişilikte 2 katına ve on iki kişilikte 3 katına çıkacağını bularak çözümünü açıklamıştır. Alya ise 2 kişi için kullanılacak patates ve yumurta miktarını bulmaya çalışmış ancak 3'ü 2'ye bölemediği için sonuca ulaşamadığını ifade etmiştir.

Orta başarı düzeyine sahip Alper ve İlker'in pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet, şimdi bu soruya bakalım. Buna göre satın alınan kitap sayısı ile ödenecek toplam fiyat orantılı mıdır sizce?

İlker: Hocam bir dakika...Bence değil hocam.

A: Neden değil?

Alper: Hocam...25 ile çarpımında hocam...Evet orantılı hepsinde eşit.

İlker: Hocam...He evet hocam. Eşit hepsi.

A: Nasıl eşit yani?

Alper: Hocam şöyle... yani çarptım 25 ile 100 ediyor hocam. Bunu da çarptım 25 ile 150 oluyor. Bunu da çarptım 25 ile 200 oluyor hocam.

Pekiştirme Problemi 1:

Satın Alınan Kitap Sayısı	Toplam Fiyat
4	100 TL
6	150 TL
8	200 TL

a) Ayşe yaklaşan yarıyıl tatilinde okumak için l

A: Peki satın alınan kitap sayısını ödenecek fiyata oranlarsak?

İlker: Yani o zaman hocam...(Ekrana yazar.)

ap sayıları ile ödenecek toplam f
ilir?

$$\frac{18}{450}$$

Alper: Evet hocam. Toplamları öyle yapıyor ama ben teker teker yaptım.(Ekrana yazar.)

Pekiştirme Problemi 1:

Satın Alınan Kitap Sayısı	Toplam Fiyat
4	100 TL
6	150 TL
8	200 TL

a) Ayşe yaklaşan yarıyıl tatilinde okumak için kendisine kitap sipariş etmeyi düşünmektedir.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 100 \\ 6 \\ 150 \\ 8 \\ 200 \end{array}$$

A: Peki bu bulduğunuz oranlar birbirine eşit midir?

Alper: Evet hocam.

İlker: Evet eşittir. Hocam ilk başta zaten belirli bir oran vardı aralarında 25 ile çarptığımızda.

A: Tamam, şimdi diğer problemimize bakalım.

İlker ekrana yazar:

c) Kampanyaya göre Ayşe 24 kitap satın aldığına g

$$\begin{array}{r} 25 \times 24 = 600 \\ 100 \text{ TL ise} \\ \times 600 \text{ TL} \end{array}$$

İlker: Hocam ben şimdi 4 üzerinden buldum dört kitaptan yola çıktım. 4 kitabı 100 tl ödüyorsak 100ü önce 4e böldüm 25 çıktı. Ondan sonra 25le de 24'ü buldum bir kitabın parası 25 TL ise 24 kitabın parasını bulmak için 25le 24ü çarparız 600 TL çıkar.

A: Evet, Alper sence?

Alper: Bence de hocam. Ben kağıdıma yazdım 600 çıkıyor hocam. Şimdi 24 kitap aldığına göre hocam yine 25 katı olacağı için hocam 24 ile 25'i çarptım ben de.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 25 \\ \hline 120 \\ 480 \\ \hline 600 \end{array}$$

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde; İlker önce satın alınan kitap sayısı ile ödenecek miktar arasındaki ilişkiyi tanımamış ve verilen çoklukların orantılı olmadığını ifade etmişlerdir. Alper ise ödenecek miktarın her durum için satın alınan kitabın 25 katı olduğunu ifade etmiş bu nedenle iki çokluğun orantılı olduğunu söylemiştir. Devamında ise satın alınan kitap sayıları ile ödenecek fiyatları birbirine oranlayarak daha önceki problemlerde oluşturduğu “oranlı sabiti” kavramını kullanarak oranların eşitliğinden çoklukların orantılı olduğunu ifade etmiştir. İlker da çokluklar arasındaki ilişkiyi “*Evet eşittir. Hocam ilk başta zaten belirli bir oran vardı aralarında 25 ile çarptığımızda.*” şeklinde ifade ederek orantılı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğrencilerin verilen problemin çözümünde “oranlı sabiti” bilgisini ve orantılı çokluklara ilişkin bilgilerini pekiştirdikleri görülmektedir. Problemin devamındaki bilinmeyen değeri bulma sorusunda İlker 24 kitap için kaç lira ödeyeceğini bulurken çözümünü “*Hocam ben şimdi 4 üzerinden buldum dört kitaptan yola çıktım. 4 kitabı 100 tl ödiyorsak 100ü önce 4e böldüm 25 çıktı. Ondan sonra 25le de 24’ü buldum bir kitabın parası 25 TL ise 24 kitabın parasını bulmak için 25le 24ü çarparız 600 TL çıkar.*” şeklinde açıklamıştır. İlker’in çözümünde bir kitabın fiyatından yola çıkarak, bu birim fiyat ile satın alacağı kitap sayısını çarpıp sonucu ulaştığı görülmektedir. İlker, satın alınan kitabın birim fiyatından yararlanmış ve çözümünde birim oran bilgisini kullanmıştır. Alper ise çözümünü “*Şimdi 24 kitap aldığına göre hocam yine 25 katı olacağı için hocam 24 ile 25i çarptım ben de.*” şeklinde açıklayarak doğru sonuca ulaşmıştır. Alper’in satılan kitap sayıları ile ödenecek fiyatlar arasındaki kat ilişkisinden yani 25 katı olacağı bilgisinden yararlanarak doğru cevaba ulaştığı görülmektedir. Öğrencilerin verilen problemin çözümünde orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak orantılı çokluklara ilişkin bilgilerini pekiştirdikleri görülmektedir. Tortilla Problemi ’ne ilişkin görüşme aşağıda verilmiştir.

A: 4 kişilik tortilla tarifinde 3 patates 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır? Ne düşünüyorsunuz?

Alper: Hocam 8.

A: Nasıl yaptın?

Alper: Hocam şimdi patates 2 katı olduğu için hocam patatesi 3 ile yani 3 ile 2yi çarptığımda 6 patates olduğuna göre hocam 4le de 2yi çarpınca 8 yumurta oluyor hocam.

A: İlker sence?

İlker: Hocam ben 6yı 3e böldüm 2. 4 ile de 2yi çarptım 8. Yazayım mı hocam?

A: Evet.

a) Dört kişilik tortilla tarifinde 3 patates, 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek hazırladığı tortillasında 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır?

$$\begin{array}{r} 3P \\ 6P \\ \hline 4Y \\ \times 2 \\ \hline 8 \text{ Patates} \end{array}$$

A: Peki Melek 12 kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

İlker: Hocam yazayım mı?

A: Yazabilirsin.

b) Melek on iki kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse, kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

$$\begin{array}{r} 4KŞ \\ 12KŞ \\ \hline 3P \\ 4Y \end{array}$$

İlker: Hocam bu bunun 3 katı o zaman bunun da 3 katı 9 olur. 9 patates olur.

Şimdi burayı yapacağız. Dört kişilik de 3 patatesmiş 12 kişilikte 9 patates...

Bunun 3 katı 4ün de 3 katını alacağız 12 yumurta.

Alper: Ben de aynısını düşünüyorum hocam. İlker'in yaptığı doğru.

b) Melek on iki kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse, kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

$$\begin{array}{r} 4KŞ \\ \downarrow \\ 12KŞ \\ \hline 3P \\ \times 3 \\ \hline 9P \\ \hline 4Y \\ \downarrow \\ 12Y \end{array}$$

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde; İlker ve Alper kullanılan patates sayıları arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak yumurta sayılarının da aynı kat artacağını veya azalacağını belirterek doğru sonuca ulaşmışlardır. Problemin devamında 12 kişilik tarif için kaç patates ve kaç yumurta kullanılacağı sorulduğunda İlker; dört kişilik tarif için kullanılan patates ve yumurta sayılarını yazarak, 12 kişilik tarifte kullanılacak olan patates ve yumurta sayılarının 3 katına çıkacağını bularak çözümünü “Hocam bu bunun 3 katı o zaman bunun da 3 katı 9 olur. 9 patates olur. Şimdi burayı yapacağız. Dört kişilik de 3 patatesmiş 12 kişilikte 9 patates... Bunun 3 katı 4ün de 3 katını alacağız 12 yumurta.” şeklinde açıklamıştır.

Öğrencilerin verilen problemin çözümünde orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak doğru orantılı çokluklara ilişkin bilgilerini pekiştirdikleri görülmektedir.

Düşük başarı düzeyine sahip Tugay ve Kübra'nın pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet, ilk problemimizi okuyalım. (Kübra okur.)

Kübra: Hımm...Satın alınan kitap 4...Bunlar orantılıdır hocam.

A: Neden?

Kübra: Çünkü satın alınan kitap sayısında 2şer artıyor. Toplam fiyatta da hepsi 50şer artıyor.

A: Peki bunları oranlarsak bu oranlar birbirine eşit midir?

Kübra: Bir saniye...(Ekrana yazar.)

Pekiştirme Problemi 1:

Satın Alınan Kitap Sayısı	Toplam Fiyat
4	100 TL
6	150 TL
8	200 TL

$$\frac{4}{100} \quad \frac{6}{150} \quad \frac{8}{200}$$

a) Ayşe yaklaşan yarıyıl tatilinde okumak için kendisine kitap sipariş etmeyi düşünmekte. Kitap sipariş edeceği kitabevi okurları için yanda verilen kampanyayı düzenlemiştir. Bu

A: Evet, birincisini 4/100 buldun. İkincisini 6/150. Üçüncüsünü 8/200 buldun.

Bu oranlar birbirine eşit mi peki?

Kübra: Eşit hocam. Orantılıdır.

Tugay: Evet hocam. Doğru orantı var.

A: Evet, peki kampanyaya göre Ayşe 24 kitap aldığında kaç lira ödemiştir diyor. Nasıl yaparız sizce?

Tugay: Hocam ikişer ikişer artıyor ya, ilk başında 10 olur. 200'dü ya 250 olur. İkincisinde 11 olur...Hocam ben böyle buldum.

Kübra: Hocam ben 600 buldum.

A: Nasıl buldun?

Kübra: Hocam 50'şer 50'şer artırdım. Hocam şurada bir şey yaptım böyle göstereyim size.

10	250
12	300
14	350
16	400
18	450
20	500
22	550
24	600

A:Tugay sen de bu şekilde mi buldun?

Tugay: Evet hocam ben de böyle buldum.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde; öğrenciler satın alınan kitap sayıları ve ödenecek miktarlar arasındaki artışın eşit olduğunu söylemişler, bu nedenle iki çokluğun orantılı olduğunu ifade etmişlerdir. Problemin devamında öğrencilerin tablodaki veriler arasında bir örüntü yakaladıkları ve çözüme ulaşmak için her birimi arttırarak liste oluşturup yukarıdaki resimdeki gibi bir yol izledikleri görülmektedir. Öğrenciler tablodaki verilerden yararlanarak satın alınan kitap sayısına yani 24'e ulaşana kadar tekrarlı toplama yaparak sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilerin bu çözümü verilen çokluklar arasında toplamsal ilişkiye odaklandıklarını, çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri düşünülmektedir. Tortilla Problemi'ne ilişkin görüşme aşağıda verilmiştir.

A: Melek hazırladığı tortilla için 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır? Ne düşünüyorsunuz?

Kübra: 6 tane patates kullandıysa 7 tane de yumurta kullanması lazım.

A: Neden?

Kübra: Hocam çünkü 4 kişilik tortilla tarifinde 3 patates 4 yumurta kullanıyor. Yumurta patatesten 1 fazla. Burada da aynı şey olması gerekiyor o yüzden 6 patates 7 yumurta olursa yumurta patatesten 1 fazla olur yine.

A: Tugay sence?

Tugay: Bence de 7 yumurta hocam.

a) Dört kişilik tortilla tarifinde 3 patates, 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek hazırladığı tortillasında 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır?

b) Melek on iki kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse, kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

3 arttı o da 7

A: O zaman Melek 12 kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

Tugay: Hocam şimdi 3 patates kullanmış 4 kişilikte 3 patates 4 yumurta kullanmış. Ona bir 4 kişilik daha ekledim hocam yani hepsine 3 patates 6 patates oldu, 4 yumurta da 8 yumurta oldu. Şimdi 6 patates 8 yumurta olduğuna göre hocam geriye kalan 2 kişi kaldı. İki kişilik daha ekleyeceğiz yani yarısını hocam. İki tane yumurta daha ekleyeceğiz.

A: Ama 12 kişilik diyor 10 kişilik değil.

Tugay: O zaman 4 daha eklememiz lazım hocam. 6 tane patatesimiz vardı buna 4 kişilik daha yapmamız gerekiyor hocam o yüzden 3 patates daha ekleyeceğiz. 9 tane patatesimiz oldu...

Kübra: 12 tane de yumurta oldu.

Tugay: Evet hocam ben böyle yaptım.

A: Kübra sen ne düşünüyorsun?

Kübra: Ben de aynısını yaptım hocam. Bu arada a'da ben 7 tane demiştim ama sonradan fark ettim 8 olur 8 tane yumurta koyarız. 12 kişilik yapmak istiyorsa 4 kişilik tarifte 3 patates 4 yumurta diyor, 3 katı yani 9 patates 12 tane de yumurta hocam 12 kişilik yapmak istersek.

A: İlk cevabını neden değiştirdin?

Kübra: Hocam ben 7 bulmuştum bir fazla bir yumurtanın bir tane fazla olmalı demiştim aslında sonradan fark ettim hocam 6 tane patates kullanıyorsa 8 kişilik yapacak o zaman o yüzden 8 olarak değiştirdim yumurtayı ben.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde; Kübra'nın "Hocam çünkü 4 kişilik tortilla tarifinde 3 patates 4 yumurta kullanıyor. Yumurta patatesten 1 fazla. Burada da aynı şey olması gerekiyor o yüzden 6 patates 7 yumurta olursa yumurta patatesten 1 fazla olur yine." cevabından öğrencinin patates ile yumurta arasındaki farka odaklanıp çarpımsal karşılaştırma yapmak yerine toplamsal karşılaştırma yaptığı görülmektedir. Öğrenciler bu nedenle doğru cevaba ulaşamamışlardır. Problemin devamında Tugay; on kişilik tortilla tarifi için kaç patates ve kaç yumurta kullanacağı "Hocam şimdi 3 patates kullanmış 4 kişilikte, 3 patates 4 yumurta kullanmış. Ona bir 4 kişilik daha ekledim hocam yani hepsine 3 patates 6 patates oldu, 4 yumurta da 8 yumurta oldu. Şimdi 6 patates 8 yumurta olduğuna göre hocam geriye kalan 2 kişi kaldı. İki kişilik daha ekleyeceğiz yani yarısını hocam. İki tane yumurta daha ekleyeceğiz." şeklinde açıklamıştır. Ancak soruda 12 kişilik tarif için ne kadar yumurta ve patates kullanılacağını sorduğundan çözümünü "O zaman 4 daha eklememiz lazım hocam. 6 tane patatesimiz vardı buna 4 kişilik daha yapmamız gerekiyor hocam o yüzden 3 patates daha ekleyeceğiz. 9 tane patatesimiz oldu..." şeklinde tamamlamıştır. Öğrencinin burada 12 kişilik tarif için kullanılacak patates ve yumurta sayısını bulmak için 4 kişilik tarifte kullanılan patates ve yumurta sayılarını arttırıp üzerine ekleyerek yani tekrarlı toplama yaparak sonuca ulaştığı görülmektedir. Kübra ise çözümünü "12 kişilik yapmak istiyorsa 4 kişilik tarifte 3 patates 4 yumurta diyor, 3 katı yani 9 patates 12 tane de yumurta hocam 12 kişilik yapmak istersek." şeklinde açıklamıştır. Buradan Kübra'nın dört kişilik tarif için kullanılan patates ve yumurta sayısından yararlanarak 12 kişilik tarifte kullanılacak olan patates ve yumurta sayılarının 3 katına çıkacağını bularak kat ilişkisinden yararlandığı görülmektedir. Ayrıca Kübra, Tugay'ın bu çözümünden sonra ilk soruda hata yaptığını fark etmiş ve cevabını düzeltmiştir.

4.2. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma ve Pekiştirme Süreçleri

Ters Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu’ndan elde edilen bulgular; RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri açısından yorumlanmıştır. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu’nda yer alan problemlere ilişkin açıklamalara yer verilmiş, öğrencilerin görüşmeler sırasında problemlere ilişkin düşünceleri, çözümleri, davranışları incelenerek; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirmeyi işaret eden eylemler ortaya konulmuştur. Bu eylemlerin gözlemlendiği yanıt, çözüm ve diyaloglar yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak sunulmuştur. Ayrıca farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri her bir eylem açısından ayrı ayrı ele alınarak tablolara yansıtılmıştır.

4.2.1. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Tanıma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin tanıma eylemlerini incelerken ele alınacak olan MamaMatik Problemi öğrencilerin daha önceden zihinlerinde var olan bilgileri tanımaları ve bu bilgileri kullanarak, bu bilgilerin yardımıyla “ters orantı” kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesini amaçlayan bir problemidir. Ayrıca bu problem ters orantılı ilişkilerin öğrenciler tarafından fark edilmesini ve bu ilişkileri oluştururken nasıl düşündüklerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri tanıma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 7’de verilmektedir.

Tablo 7

Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin tanıma eylemlerine yönelik bulgular

Tanıma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
ters orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etme	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	+
doğru orantı bilgisini hatırlama	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

P₁: MamaMatik Problemi; P₂: Deniz Yıldızı Spor Kulübü Problemi

Tablo 7 incelendiğinde; ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinde orta ve düşük başarı grubundaki öğrenciler ilk problemde ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi fark etmede zorlanmışlardır. Ancak devamında karşılaştıkları ikinci problemde iki çokluğun

orantılı olduğu durumları hatırlamışlar, oranları belirlemişler ve oranlar eşit olmadığından verilen iki çokluğun doğru orantılı olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin burada “doğru orantı” bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları görülmektedir.

Problemin birinci sorusunda öğrencilerden bir saatte beslenecek kedi sayısına göre MamaMatikteki mamanın ne kadar sürede tükeneceğini hesaplamaları istenmiştir. Sonrasında öğrencilerden buldukları sonuçları tabloya işlemeleri istenmiştir. Bu problemde öğrencilerin bir saatte beslenen kedi sayısı ile mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi fark etmeleri beklenmektedir.

Yüksek başarı düzeyine sahip Alya ve Ece’nin tanıma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Mama deposunda toplamda 48 kutu mama bulunduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayalım. İlk soruyu okur musun Alya? (Alya soruyu okur.)

Alya: Bir saatte bir kedi beslenirse 48 kutu olduğu için 48 saatte tükenir. Hocam ben 1×48 den buldum.

Bir saatte 1 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir?

$$1 \times 48 = 48$$

A: Peki ikincisi?

Ece: 48’i 2’ye böldüm 24 çıktı yani 24 saatte tükenir.

Bir saatte 2 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir?

$$48 \div 2 = 24$$

A: Evet, şimdi bulduğumuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyelim. Alya doldurur musun?

Alya: Hocam 1 saatte beslenen kedi sayısı 1 ise mamanın tükenme süresi 48 saat olur. İkinci 24 olur hocam.

Bulduğunuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyiniz.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	
2	24	

Alya ve Ece ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, Alya ve Ece bir saatte 1 ve 2 kedi beslendiğinde mamanın kaç saatte tükeneceğine ilişkin soruları doğru cevaplamışlardır. Tablo işleme ve yorumlama bilgilerini hatırlayarak buldukları sonuçları tabloya doğru bir şekilde işlemişlerdir. Burada öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini bir arada gerçekleştirdiği görülmektedir.

Orta başarı düzeyine sahip Alper ve İlker'in tanıma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Mamamatikteki mama deposunda toplamda 48 kutu mama bulunduğuna göre; aşağıdaki soruları cevaplayalım. İlk sorumuza bakalım o zaman. Ne düşünüyorsunuz?

Alper: Hocam cevaplayabilirim.

A:Evet?

Alper: Hocam 48 saatte.

A:Neden peki?

Alper: Hocam çünkü 48 kutu mama var ve her bir saatte bir kedi beslenirse hocam 48 saatte tükenir.

A: Peki, İlker ikinciye de sen cevap ver o zaman.

İlker: Hocam 24 buldum. 48i 2ye böldüm. Çünkü bir saatte iki kedi besleniyor. O yüzden tükendiğini bulmak için ikiye böleceğiz.

A: Tamam şimdi de bulduğumuz sonuçları tabloya işleyelim. (İlker tabloya işler.)

Bir saatte 1 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir? 48

Bir saatte 2 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir? 24

Bulduğunuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyiniz.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	
2	24	

İlker ve Alper ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, İlker ve Alper bir saatte 1 ve 2 kedi beslendiğinde mamanın kaç saatte tükeneceğine ilişkin soruları doğru cevaplamış, tablo işleme ve yorumlama bilgilerini hatırlayarak buldukları cevapları tabloya doğru bir şekilde aktarmışlardır. Burada öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini bir arada gerçekleştirdiği görülmektedir.

Düşük başarı düzeyine sahip Tugay ve Kübra'nın tanıma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi ilk sorumuza bakalım. Bir saatte 1 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir diye soruyor. Ne düşünüyorsunuz?

Tugay: 59 hocam.

A: Neden 59?

Tugay: Hocam çünkü 1 saat 59 dakikaya eşit hocam.

A: Bir saat 60 dakika değil mi?

Tugay: Hocam, aa aynen hocam 60 dakika.

A: Bir saatte 1 kedi besleniyormuş yani 1 kutu mama dökülüyor. O zaman 48 kutu mama kaç saatte tükenir?

Kübra: 48 saatte hocam.

A: Nasıl buldun?

Kübra: Hocam bir saatte 1 kedi besleniyorsa 48 kutu mama var 48 kutu mama olduğuna göre 48 kedi 48 saatte beslenebilir.

A: Tugay sence?

Tugay: Bence de hocam 48.

A: Evet, o zaman ikinci sorumuza bakalım. Bir saatte 2 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir diyor. Bu sefer bir saatte 2 kedi beslenecek. O zaman 48 kutu mama kaç saatte tükenir?

Tugay: Hocam söyleyebilir miyim?

A: Söyle bakalım.

Tugay: Hocam 24 diyorum ben.

A: Nasıl buldun?

Tugay: Hocam 48i 2ye böldüm.

A: Kübra sence?

Kübra: Bence de hocam 24.

A: Tamam, şimdi bulduğumuz sonuçları tabloya işleyelim.

Tugay: Hocam 1 saatte beslenen kedi sayısı hocam 1 saatte 48. (Ekranaya yazar.)

Bir saatte 1 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir? 48 saat

Bir saatte 2 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir? 24 saat

Bulduğunuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyiniz.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	
2	24	

Tugay ve Kübra ile birinci probleme ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, Tugay başta soruyu anlamlandıramamış, sonrasında öğretmenin de yardımıyla soruyu anlamlandırmıştır. Kübra ilk soruyla ilişkin cevabını “Bir saatte 1 kedi besleniyorsa 48 kutu mama var, 48 kutu mama olduğuna göre 48 kedi 48 saatte beslenebilir.” şeklinde ifade etmiştir. Kübra ve Tugay bir saatte 1 ve 2 kedi beslendiğinde mamanın kaç saatte tükeneceğine

ilişkin soruları doğru cevaplamış, tablo işleme ve yorumlama bilgilerini hatırlayarak buldukları cevapları tabloya doğru bir şekilde aktarmışlardır. Burada öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini bir arada gerçekleştirdiği görülmektedir.

4.2.2. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Kullanma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin kullanma eylemlerini incelerken ele alınacak olan birinci problemin ikinci sorusunda öğrencilerden tablo yorumlama bilgilerini kullanarak bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasında bir ilişki olup olmadığı, varsa nasıl bir ilişki olduğunu açıklamaları istenmiştir. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri kullanma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 8’de verilmektedir.

Tablo 8

Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin kullanma eylemlerine yönelik bulgular

Kullanma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
doğru orantı bilgisini kullanma	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
çokluklar arasındaki oranı belirleme	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
bulduğu oranları karşılaştırma	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ters orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi kullanma	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	+

P₁: MamaMatik Problemi; P₂: Deniz Yıldızı Spor Kulübü Problemi

Tablo 8 incelendiğinde ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinde öğrenciler iki çokluğun orantılı olduğu durumları tanıyıp kullanmışlar, çokluklar arasındaki oranları belirlemişler ve oranları karşılaştırıp oranlar eşit olmadığından verilen iki çokluğun doğru orantılı olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin burada “doğru orantı” bilgisini tanıdıkları ve kullandıkları görülmektedir. Ancak düşük başarılı gruptaki öğrenciler çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin tam olarak anlamlandıramamışlardır.

Yüksek başarı düzeyine sahip Ece ve Alya’nın kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tabloyu incelediğimizde bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresi arasında nasıl bir ilişki vardır sizce, biraz düşünün.

Alya: Hocam birinde 2 katına çıkarken öbüründe yarıya iniyor yani ikiye bölünüyor.

A: Hangisi iki katına çıkarken hangisi yarıya iniyor?

Alya: Beslenen kedi sayısı 2 katına çıkıyor, mamanın tükenme süresi yarıya iniyor.

A: Ece sence nasıl bir ilişki var?

Ece: Hocam ben açıkçası bir ilişki bulamadım bunların arasında yani bence bunlar yani orantıyı şey yaparsak bence orantılı olmaz bunlar... Yani ben aralarındaki ilişkiyi böyle buldum.

A: Yani doğru orantılı değil diyebiliriz diyorsun.

Ece: Aynen öyle doğru orantılı değil. Doğru orantılı olsaydı o da 2 katına çıkardı 48 olurdu ama 48 yarısına inmiş.

Alya: Yani ikiye bölünüyor.

Alya ve Ece ile problemin ikinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, Alya tablodaki verileri inceleyip bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresini karşılaştırarak ikisinin arasındaki ilişkiyi “*Beslenen kedi sayısı 2 katına çıkıyor, mamanın tükenme süresi yarıya iniyor.*” olarak ifade etmiştir. Ece ise bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkinin doğru orantılı olmadığını fark etmiş ve “*Doğru orantılı olsaydı o da 2 katına çıkardı 48 olurdu ama 48 yarısına inmiş.*” şeklinde açıklamıştır. Ece’nin iki çokluğun orantılı olduğu durumları hatırlayarak iki çokluğun doğru orantılı olmadığını ifade etmesi önceki bilgilerini tanıyıp kullandığını göstermektedir. Öğrencilerin ikisinin de bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi, birinin artarken diğersinin azaldığını fark ettikleri ve ikisi arasındaki ilişkiyi açıklayabildikleri görülmektedir.

Orta başarı düzeyine sahip Alper ve İlker’in kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tabloyu incelersek bir günde beslenen kedi sayısı ile mamanın tükenme süresi arasında nasıl bir ilişki vardır sizce?

İlker: Hocam ben söyleyebilir miyim?

A: Söyleyebilirsin.

İlker: 2/1.

A: Nasıl buldun?

İlker: Hocam 48 bölü 24 bunları bölerim 24’e 2 bölü 1 çıkar.

A: Peki, ama bize şu ikisi arasındaki, beslenen kedi sayısı ile mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi soruyor.

İlker: Hu, hocam öyle.

A: Nasıl bir ilişki vardır?

İlker: Hocam 1/48 mi?

A: Birinci satır için 1/48 diyorsun, ikinci satır peki?

Alper: 1 bölü.. 2 bölü 24 hocam.

A: Peki bu bulduğunuz oranlar birbirine eşit olur mu?

Alper: Hayır.

İlker: Olmaz.

A: Bir saatte beslenen kedi sayısı arttıkça mamanın tükenme süresi ne olmuş?

İlker: Azalmış.

A: O zaman bunların arasında nasıl bir ilişki vardır?

Alper: Yani bir taraf artarken bir taraf azalmış.

İlker: Beslenen kedi sayısı arttıkça mamanın bitme süresi azalmış.

İlker ve Alper ile problemin ikinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, İlker başlangıçta iki çokluğun doğru orantılı olduğunu düşünmüş, doğru orantı bilgisini kullanarak aralarındaki ilişkiyi oranların eşitliğinden bulabileceğini ifade etmiştir. Ancak birinci ve ikinci satır için bulduğu oranların birbirine eşit olmadığını anlamıştır. Sonrasında İlker ve Alper, tablodaki verileri inceleyip bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresini karşılaştırarak ikisinin arasındaki ilişkiyi “Yani bir taraf artarken bir taraf azalmış” ve “Beslenen kedi sayısı arttıkça mamanın bitme süresi azalmış.” şeklinde açıklamışlardır. Buradan öğrencilerin bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi, birinin artarken diğ erinin azaldığını fark ettikleri görülmektedir.

Düşük başarı düzeyine sahip Tugay ve Kübra’nın kullanma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi tabloya baktığımızda bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasında nasıl bir ilişki vardır sizce?

(sessizlik)

A: Beslenen kedi sayısı 1 iken 2 olmuş yani ne olmuş?

Kübra: Artmış hocam.

A: Beslenen kedi sayısı artarken mamanın tükenme süresi?

Tugay: Hocam azalmış.

Kübra: Azalmış.

A: O zaman aralarındaki ilişkiye ne diyebiliriz?

Tugay: Biri artarken biri azalıyor.

Tugay ve Kübra ile problemin ikinci sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler başlangıçta ikisi arasında bir ilişki bulamamışlar, soruyu cevaplandıramamışlardır. Sonrasında öğretmenin de yardımıyla tablodaki verileri inceleyip bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresini karşılaştırarak ikisinin arasındaki ilişkiyi “*Biri artarken biri azalıyor.*” şeklinde ifade etmişlerdir. Ancak öğrencilerin burada bir günde beslenen kedi sayısı ile matematikteki mamanın tükenme süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri, ikisi arasında ilişkiyi artış azalış yönünden ele aldıkları ve bu şekilde açıkladıkları görülmektedir.

4.2.3. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Oluşturma Eylemlerine İlişkin Bulgular

Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin incelendiği problemin üçüncü sorusunda öğrencilerden tabloyu inceleyerek bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri ve tablodaki her bir satır için değişmeyen sabit kalan değeri bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir değer olduğunu yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri oluşturma eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 9’de verilmektedir.

Tablo 9

Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin oluşturma eylemlerine yönelik bulgular

Oluşturma Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir sayıya eşit olduğu oluşturma	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+
ters orantı sabitini oluşturma	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+

“ters orantılı çokluklardan biri artarken diğeri aynı oranda azalır.” bilgisini oluşturma	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ters orantı kavramını oluşturma	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	+	+

P₁: MamaMatik Problemi; P₂: Deniz Yıldızı Spor Kulübü Problemi

Tablo 9 incelendiğinde; öğrenciler başlangıçta ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi görmekte zorluk yaşasalar da öğretmenin verdiği ipucuyla ters orantılı çoklukların çarpımlarının eşit ve sabit olduğu bilgisini yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmışlardır. Burada yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin “ters orantı” kavramını diğer gruplara göre daha kolay oluşturdıkları gözlemlenmiştir.

Yüksek başarı düzeyindeki Ece ve Alya’nın oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet, ikinci soruya bakalım bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi göz önüne alındığında ikisi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Var mı fikriniz? Her bir satır için değişmeyen, sabit bir sayı bulabilir miyiz?

(sessizlik)

A: Mesela bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresini çarptığımızda...

Alya: 48 olabilir mi?

Ece: 48.

A: Peki tüm durumlar için 48e eşit midir?

Alya: Evet.

A: O zaman aralarındaki ilişkiyi nasıl yazabiliriz?

Ece: Hocam bunun (eşitliğin) altına yazarız, yani hocam beslenen kedi sayısı 1 iken mamanın tükenme süresi de 48 saat oluyor. Yani bir saatte beslenen kedi sayısı 2 iken mamanın tükenmesi süresi de 24 saat oluyor. Yani bunların hepsi de 48e eşit oluyor ne olursa olsun.

A: O zaman değişmeden sabit kalan değerimiz nedir?

Ece: 48.

Bulduğunuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyiniz.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	
2	24	

2. Bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi göz önüne alındığında ikisi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Tablodaki her bir satır için değişmeyen, sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?

Bir saatte beslenen kedi sayısı • Mamanın tükenme süresi =

$$\begin{array}{cc} 1 & \cdot & 48 \\ 2 & \cdot & 24 \end{array}$$

48

Alya ve Ece ile problemin üçüncü sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler başta soruya cevap verememişler ve her bir satır için sabit kalan bir değer bulamamışlardır. Daha sonra öğretmenin verdiği ipucuyla öğrenciler bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresinin çarpımının 48'e eşit olduğunu bulmuşlar ve bu değer için tüm durumlar için sabit olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Problemin devamında öğrencilerden ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi sıradaki soruya bakalım. Bir saatte 1 kedi beslenirse 48 saatte tükenir demiştik. Eğer bir saatte 8 kedi beslenirse MamaMatikteki mamanın kaç saatte tükeneceğini soruyor. Ne düşünüyorsunuz?

Alya: Hocam zaten 48 kutu vardı diye hatırlıyorum. Toplam 48 kutu mama var yani. 48'i ben 8'e bölerim, bir saniye. 48'i 8'e bölünce ben 6 buldum. 6 dedim.

Eğer bir saatte 8 kedi beslenirse Mama bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

$$48 : 8 = 6$$

A: Ece sen ne düşünüyorsun?

Ece: Bence de hocam 6 saatte mamalar tükenir... Hocam bir kedi için... 1'den 8'e gitmek için 8'e bölüyoruz 48 de o zaman 8'e böleriz. 6 buluruz.

A: 1 den 8'e giderken 8 ile çarpıyoruz... 48'i de 8'e böleriz 6 buluruz mu demek istedin?

Ece: Ayy evet hocam. Burada da öyle yapmıştım zaten.

$$48 : 8 = 6$$

$$48 \times \left(\frac{1}{8} = \frac{48}{?} \right) \div 8$$

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, Alya ve Ece da ters orantılı çokluklarda istenileni bularak doğru sonuca ulaşmışlardır. Alya MamaMatikte toplam 48 kutu olduğu bilgisinden yararlanarak sonuca ulaşırken, Ece bir saatte beslenen kedi sayısıyla MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiden yararlanarak kedi sayısı 1'den 8'e çıkarken, mamanın tükenme süresinin azalacağını düşünerek sonuca ulaşmıştır. Burada Ece'nin ters orantılı çokluklarda birinin artarken, diğerinin azalacağı bilgisini oluşturduğu görülmektedir.

İkinci problem öğrencilerin ters orantı kavramını oluşturma sürecinin incelenmesini amaçlayan bir diğer problemdir. Problemin ilk sorusunda öğrencilerden verilen tabloyu incelemeleri ve kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerden bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri ve ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani "ters orantı sabiti" kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Problemin devamında ise öğrencilerden verilen gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu probleme ilişkin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet sıradaki problemimize geçelim. İnceleyelim tabloyu, temposu ile parkuru tamamladığı süre arasında nasıl bir ilişki vardır sizce?

Ece: Hocam burada yani dakikada çektiği kürek sayısı fazlalaşıyorken tamamladığı süre sayısı azalıyor.

A: Alya sence?

Alya: Evet hocam 10dan 20ye çıkmış, 24'ten 12ye inmiş. Yani 2 kat artmış 2 kat inmiş.

A: 1. ve 3. haftayı karşılaştırdığımızda peki?

Alya: 3 kat fazlalaşmış, 3 kat inmiş.

A: O zaman Kerem'in temposu ve parkuru tamamlama süresi göz önüne alındığında aralarındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz?

Tablodaki her bir satır için değişmeyen sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?

Alya: Hocam ben 240 buldum.

A: Nasıl buldun?

Alya: Hocam zaten her birinin çarpımı 240 ediyor. Yani şöyle yazabiliriz.

(Alya tabloyu doldurur.)

1. Deniz Yıldızı Spor Kulübü genç erkekler kürek takımında kürek çekme yarışmalarına hazırlanan Kerem 4 hafta boyunca haftada bir gün olmak üzere antrenmanlarına devam etmiştir. Kerem'in dört haftalık antrenman verileri (tempo ve parkuru tamamlama süresi) aşağıdaki tabloda verilmiştir. Tabloya göre Kerem'in temposu ile parkuru tamamladığı süre arasında nasıl bir ilişki vardır?

Hafta	Tempo (Dakikada Çektiği Kürek Sayısı)	Tamamladığı Süre	Aralarındaki İlişki
1.	10	24 dk	$10 \times 24 = 240$
2.	20	12 dk	$20 \times 12 = 240$
3.	30	8 dk	$30 \times 8 = 240$
4.	40	6 dk	$40 \times 6 = 240$

2. Kerem'in temposu ve parkuru tamamlama süresi göz önüne alındığında aralarındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Tablodaki her bir satır için değişmeyen, sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?

A: Evet, peki bunu matematiksel olarak ifade etmek istersek?

Alya: Dakikada çektiğimiz kürekle, tamamladığımız süre...

A: Nasıl yazabiliriz o zaman?

Ece: 10 çarpı... Yani dakikada çektiği kürek sayısı x tamamladığı süre eşittir aralarındaki ilişki.

A: Yani neye eşit oluyor?

Ece: Yani 240'a.

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, Ece tablo yorumlama bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi "...dakikada çektiği kürek sayısı fazlalaşıyorken tamamladığı süre sayısı azalıyor." şeklinde açıklamıştır. Alya ise bunu onaylamış ve tablodaki verileri birbiri ile karşılaştırarak "10'dan 20'ye çıkmış, 24'ten 12'ye inmiş. Yani 2 kat artmış 2 kat inmiş." şeklinde belirtmiştir. Burada öğrencilerin "ters orantılı çokluklarda biri artarken diğeri azalır, biri azalırken diğeri artar." bilgisini oluşturdukları görülmektedir. Görüşmenin devamında Alya, tabloda verilen tempo ile parkuru tamamlama sürelerinin çarpmış ve her bir satır için değişmeyen sabit kalan değer 240'a eşit olduğunu bulmuştur. Daha sonra Ece, bunu "Yani dakikada çektiği kürek sayısı x tamamladığı süre eşittir aralarındaki ilişki." şeklinde ifade etmiştir. Burada öğrencilerin verilen gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade ettikleri ve ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani "ters orantı sabiti" kavramını oluşturdukları görülmektedir.

Problemin devamında öğrencilerden tablodaki verileri ve önceki problemde oluşturdukları orantı sabitini kullanarak ters orantılı çokluklar arasında ilişki kurmaları ve istenileni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

A: Kerem temposunu 60 ve 80 olarak yükseltirse parkuru kaç dakikada tamamlar yani dakikada çektiği kürek sayısı 60 ve 80 olduğunda parkuru kaç dakikada tamamlar, ne düşünüyorsunuz bu soru hakkında?

Alya: Hocam 60 ile bir şeyi çarpacağız yine 240 etmesi lazım. 60la...4'ü çarparsak.

3. Tablodaki verilere göre Kerem temposunu 60 ve tamamlar?

$$60 \cdot 4 = 240$$

A:Ece sen ne düşünüyorsun, sence 80 olarak yükselttiğinde kaç dakikada tamamlar?

Ece: Hocam 80 olarak yükselttiğinde 3 dakikada tamamlar.

A: Nasıl yaptın?

Ece: 240ı 80e böldüm. 3.

Alya: Şöyle de yapabiliriz aslında... Hocam yazabilir miyim?

A: Evet, yazabilirsin.

Alya: Hocam burada 8'e bölünmüş... Yok 8 ile çarpılmış. Bunu da 8'e böleceğiz. Yani 3 bulucuz.

olarak yükseltirse parkuru kaç dakikada

$$80 \cdot \left(\frac{10}{80} \right) = \frac{24}{3} \cdot 8$$

$$x_6 \left(\frac{10}{60} \right) = \frac{24}{4} \cdot 6 \quad x_8 \left(\frac{10}{80} \right) = \frac{24}{3} \cdot 8$$

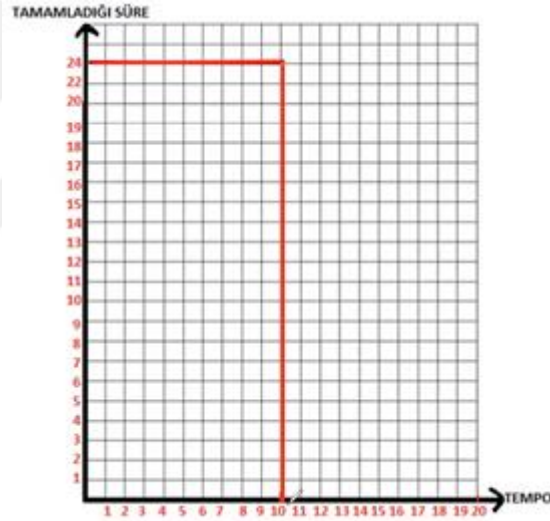
Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, Alya ve Ece'nin ters orantı sabitini kullanarak verilmeyeni buldukları ve istenilen sonuca ulaştıkları görülmektedir. Görüşmenin devamında Alya tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi fark etmiş ve temposu 8 katına çıkarken, parkuru tamamlama süresinin 8 kat azalacağı için buradan da doğru sonuca

ulaşabileceğini ifade etmiştir. Buradan da ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiden yararlanarak ters orantılı çokluklarda istenilen sonuca ulaştığı görülmektedir.

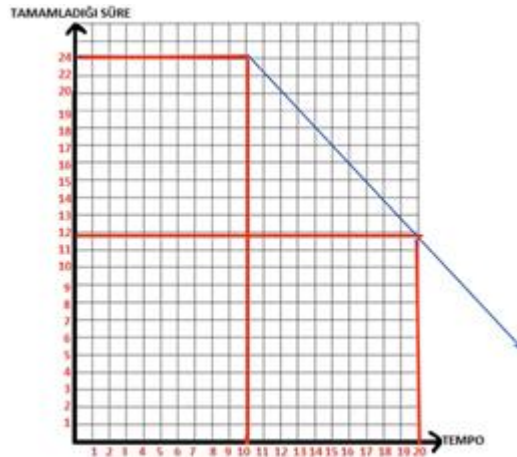
Son olarak öğrencilerden tablodaki verileri tempo ve parkuru tamamlama sürelerini gösteren çizgi grafiğine işlemeleri ve oluşturdukları grafiği yorumlayıp iki çokluk arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çokluklarda biri artarken diğerinin azaldığını ve biri azalırken diğerinin arttığını grafikte tanıyarak ve ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi oluşturmaları beklenmektedir.

A: Şimdi diğer soruya geçelim. Tabloya inceleyin bakalım, buna göre grafiğimizi çizelim.

Kübra: Hocam 10'daki değer 24mü. O yüzden buradan yani düz bir çizgi çekip aşağı indireceğiz.



Ece: Hocam 20de temposu 20 olduğunda da 12 oluyor o yüzden oradan da 20yi çizicez. Böyle.



A: Peki, tabloya ve grafiğe bakarsak tamamladığı süre ile tempo arasında nasıl bir ilişki var?

Ece: Yani tamamladığı süre ile temposu ters oluyor birbirine.

A: Evet yani biri artarken?

Alya: Diğeri azalıyor. Dakikada çektiği kürek sayısı artarken tamamladığı süre azalıyor.

A: Yani doğru orantılı mı bunlar peki?

Ece: Hayır, ters orantı.

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencilerin tablo yorumlama ve grafik işleme bilgisini kullanarak tablodaki değerleri verilen çizgi grafiğine doğru bir şekilde işledikleri ve sonrasında grafiği yorumlayarak “Dakikada çektiği kürek sayısı artarken tamamladığı süre azalıyor.” sonucuna ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca Ece’nin tamamladığı süre ile temposunun arasında *ters bir ilişki* olduğunu ifade etmesi “ters orantı” kavramını oluşturdıklarını göstermektedir.

Orta başarı düzeyindeki Alper ve İlker’in oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet. Şimdi ikinci soruya bakalım. Bir saatte beslenen kedi sayısı ile mamanın tükenme süresini göz önüne aldığımızda ikisi arasındaki ilişkiyi nasıl gösterebiliriz? Ne düşünüyorsunuz?

(Sessizlik)

A: Beslenen kedi sayısı arttıkça mamanın bitme süresi azalır demiştiniz önceki soruda bunları birbirine oranladığımızda ise oranlar birbirlerine eşit çıkmamıştı.

Alper: Hocam çarptığımızda ikisi de eşit oluyor.

A: Gösterebilir misin?

Alper: 48i 1 ile çarptığımda yine 48 oluyor hocam. 24le de 2yi çarptığımda 48 oluyor. (Ekranı yazar.)

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	48
2	24	48

A: O zaman ikisi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl yazabiliriz, bu ilişkiyi denklem olarak yazsak?

İlker: Hımm.. Beslenen kedi.. Saatte beslenen kedi sayısının.. Mamanın tükenme süresine çarpımı 48 dir.

A: Yani şöyle diyebiliriz o zaman bir saatte beslenen kedi sayısı çarpı mamanın tükenme süresi...

İlker: Eşittir 48.

Alper: 48e eşit.

alındığında ikisi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Tablodaki her bir satır için değişmeyen, sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?

Bir saatte beslenen kedi sayısı • Mamanın tükenme süresi = 48

İlker ve Alper ile problemin üçüncü sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, Alper bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresinin çarpımlarının eşit ve 48'e eşit olduğunu ifade etmiştir. Görüşmenin devamında ise öğrenciler buldukları bu sabit değeri kullanarak bir saatte beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak göstermişler ve bu değer için tüm durumlar için sabit olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Problemin devamında öğrencilerden ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Şimdi üçüncü soruya bakalım. 1 kedi beslediğimizde 48 saatte tükeniyordu. 2 kedi beslediğimizde 24 saatte. Şimdi de 3 kedi beslediğimizde kaç saatte tükenir diye sormuş.

Alper: Hocam söyleyebilir miyim?

A:Evet.

Alper: 6.

A: Nasıl buldun?

Alper: Hocam şimdi 1 saatte eğer 48, yani bir kediyle eğer saat başı 1 tane harcadığı için 48 tane de olduğu için hocam 48i 8e böldüm 6 buldum.

$$\begin{array}{r} 48 \\ 8 \overline{) 48} \\ \underline{48} \\ 0 \end{array}$$

A: Neden 8e böldün?

Alper: Hocam çünkü 8 kedi.

A: İlker sen ne düşünüyorsun?

İlker: Hocam ben anlamadım. 1 kedi 24 tamam... 8 kedi 16 mı olur hocam?

A: Nasıl buldun 16yı?

İlker: 8 ile 2 yi çarptım.

A:Neden?

İlker: Hocam.. 2 ile 12yi çarpınca 24 ama 48e baktığımda 12 ile 1i çarpınca 48... O mantıkla gitmeye çalıştım ama olmadı.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, Alper MamaMatikte toplam 48 kutu olduğu bilgisinden yararlanarak sonuca ulaşmıştır. İlker ise kedi sayısı ile mamanın tükenme süresi arasındaki ilişkiyi fark edememiş, bu ikisinin doğru orantılı olarak düşündüğünden sonuca ulaşamamıştır.

İkinci problem öğrencilerin ters orantı kavramını oluşturma sürecinin incelenmesini amaçlayan bir diğer problemidir. Problemin ilk sorusunda öğrencilerden verilen tabloyu incelemeleri ve kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerden bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri ve ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Problemin devamında ise öğrencilerden verilen gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu probleme ilişkin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: İkinci problemimize bakalım. Tabloyu inceleyin bakalım. Kerem'in temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki vardır diye soruyor, ne diyebiliriz?

İlker: Hocam bir artmış bir azalmış.

A: Temposu mu?

İlker: Hayır hocam, temposu sürekli artmış, süre de sürekli azalmış.

Alper: Hocam temposu artmış, tamamladığı süre azalmış.

A: Evet, temposu artarken tamamladığı süre de giderek azalmış. Peki tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl ifade edebiliriz?

(sessizlik)

A: Tabloyu inceleyelim bakalım. Tabloda verilen tempo ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki kurabiliriz?

Alper: Hocam çarparsak yine birinci ile yanındakini mesela... Sonra ikincisi de eşit çıkıyor. Üçüncüsünde de. Hepsi eşittir yani.

A: Yani hepsi kaç eşit oluyor.

Alper: 240 hocam hepsi.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler tablo yorumlama bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi “...tempo sürekli artmış, süre de sürekli azalmış.” şeklinde açıklamışlardır. Burada öğrencilerin “ters orantılı çokluklarda biri artarken diğeri azalır, biri azalırken diğeri artar.” bilgisini oluşturdukları görülmektedir. Görüşmenin devamında Alper, tabloda verilen tempo ile parkuru tamamlama sürelerinin çarpmış ve her bir satır için değişmeyen sabit kalan değer 240’a eşit olduğunu bulmuştur. Burada öğrencilerin ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturdukları görülmektedir.

Problemin devamında öğrencilerden tablodaki verileri ve önceki problemde oluşturdukları orantı sabitini kullanarak ters orantılı çokluklar arasında ilişki kurmaları ve istenileni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

A: Tablodaki verilere göre Kerem temposunu 60 ve 80 olarak yükseltirse parkuru kaç dakikada tamamlar diye soruyor. Ne düşünüyorsunuz?

A: Alper sence 60 olduğunda kaç dakikada tamamlar?

Alper: 4.

A: Nasıl düşündün?

Alper: Hocam 2 olarak azalmış yani 8den 6ya 2 dakika olarak azalmış hocam.

Ben onu 2 dakika kullanarak buldum hocam. 4 dakika buldum.

A: Ama 12den 8e de 4 azalmış mesela. Diğerinde de 12 azalmış.

Alper: Hocam 1 dakika...

Alper: Hocam 4 doğruymuş.

A: Nasıl buldun?

Alper: Hocam 24ü 6ya bölerek 4 buldum.

A: Neden 6 ya böldün peki?

Alper: Hocam çünkü orada 60a 6 katı olduğu için hocam diğeri de 6 olacağı için hocam 24 ile 6 yı böldüm ve 4 buldum.

A: O zaman tempo 80 olduğunda kaç olur?

İlker: Hocam 3.

A: Nasıl?

İlker: Hocam şimdi 10 dan 8 e 8 kat olduğu için hocam, 24 ile 8 i bölünce hocam 3 çıkıyor.

A: Alper sence?

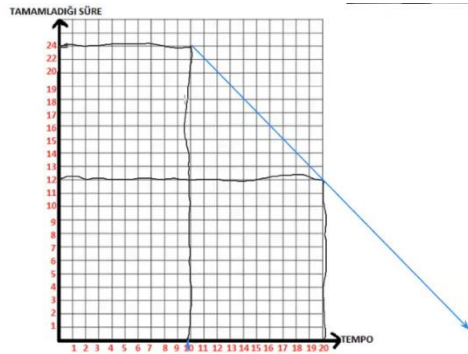
Alper: Bence de hocam.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, Alper başlangıçta kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edememiştir. Tempo ve tamamladığı süre arasındaki ilişkiyi artış ve azalış şeklinde ifade etmesi toplamsal farka odaklandığını göstermektedir. Görüşmenin devamında Alper, tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmiş ve temposu 6 katına çıkarken, parkuru tamamlama süresinin 6 kat azalacağı için buradan da doğru sonuca ulaşabileceğini ifade etmiştir. Buradan da öğrencilerin ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiden yararlanarak ters orantılı çokluklarda istenilen sonuca ulaştıkları görülmektedir.

Son olarak öğrencilerden tablodaki verileri tempo ve parkuru tamamlama sürelerini gösteren çizgi grafiğine işlemeleri ve oluşturdukları grafiği yorumlayıp iki çokluk arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çokluklarda biri artarken diğerrinin azaldığını ve biri azalırken diğerrinin arttığını grafikte tanıyarak ve ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi oluşturmaları beklenmektedir.

A: Tabloyu inceleyelim. Tablodaki verileri çizgi grafiğine işleyelim bakalım.

İlker: Parkuru tamamladığı süre 10a 24. Hocam şöyle mi yapacağız bir dakika...



A: Evet, şimdi bu grafiğe göre bakarsak tempo ile tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki var?

İlker: Nasıl yani?

A: Yani tempo artarken süre nasıl değişmiş mesela?

İlker: Tempo azalırken artmış..

Alper: Hocam tempo azken süre çok ama tempo çokken hocam süre az. Yani tempo artarken süre azalıyor. Tempo azalırken de süre yukarı çıkıyor.

A: Evet biri artarken diğeri azalıyor, biri azalırken diğeri artıyor. O zaman biz bu ilişkiden yararlanarak grafiği adlandıırırsak ne ad verebiliriz aralarındaki ilişkiye?

Alper: Ters.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencilerin tablo yorumlama ve grafik işleme bilgisini kullanarak tablodaki değerleri verilen çizgi grafiğine doğru bir şekilde işledikleri ve sonrasında grafiği yorumlayarak “*Tempo artarken süre azalıyor. Tempo azalırken de süre artıyor.*” sonucuna ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca Alper’in tamamladığı süre ile temposunun arasında *ters bir ilişki* olduğunu ifade etmesi “ters orantı” kavramını oluşturduklarını göstermektedir.

Düşük başarı düzeyindeki Tugay ve Kübra’nın oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Bir günde beslenen kedi sayısıyla MamaMatikteki mamanın tükenme süresini göz önüne aldığımızda bunlar arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz?

A: Mesela beslenen kedi sayısı 1 iken kaç olmuş?

Tugay: Hocam 2.

A: Mamanın tükenme süresi kaç olmuş?

Kübra: 48 iken 24 olmuş.

A: Bunlar arasında bir ilişki görebiliyor musunuz?

Tugay: Evet hocam.

A: Nasıl?

Tugay: 1 bölü 48 hocam 2 bölü 24.

A: Peki 1 bölü 48 ile 2 bölü 24 eşit midir?

Tugay: Evet hocam.

A: Bakalım eşit mi...

Tugay: Yok hocam eşit değil aslında.

Kübra: Eşit değil hocam bu ikisi. Biri artarken biri azalıyor.

A: Peki o zaman bunlar arasında nasıl bir ilişki var sizce? Bölümleri eşit değil.

Kübra: Çarpımları eşit.

A: Nasıl?

Kübra: Hocam 48 ile 1'in çarpımı 48. 24 ile 2'nin çarpımı 48.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki ilişki
1	48	$1 \times 48 = 48$
2	24	$2 \times 24 = 48$

A: O zaman bu ilişkiyi matematiksel olarak denklemlerle göstermek istesek, nasıl gösterebiliriz? Yani şöyle desek, beslenen kedi sayısı çarpı mamanın tükenme süresi desek?

Tugay: Hocam.. 1 saatte beslenen kedi sayısı hocam 1 bölü 48 olur.

A: Nasıl buldun 1 bölü 48i?

Tugay: Hocam çünkü diyor ki 1 saatte beslenen kedi sayısı 1 olduğu için hocam...Çarpı mamanın tükenme süresi diyor mamanın tükenme süresi de 48 olduğu için hocam...

A: Evet kaç olur 1 ile 48i çarparsak?

Tugay: 48 olur hocam.

Kübra: Hocam 48, $1/48$ değil.

A: Beslenen kedi sayısı 2 olduğunda mamanın tükenme süresi kaçmış?

Tugay: 24.

Kübra: O zaman yine 48 olur hocam.

Tugay ve Kübra ile problemin üçüncü sorusuna ilişkin yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler başta soruya cevap verememişler ve aralarında ilişkiyi açıklayamamışlardır. Daha sonra Tugay iki çokluğun doğru orantılı olduğunu düşünmüş, doğru orantı bilgisini kullanarak birinci ve ikinci satır için bulduğu oranların birbirine eşit olduğunu ifade etmiştir. Ancak sonrasında bunların eşit olmadığını anlamıştır. Tugay'ın burada doğru orantı bilgisini tanıdığı görülmektedir. Görüşmenin devamında Kübra, öğretmenin verdiği ipucuyla tablodaki verileri inceleyerek bir saatte beslenen kedi sayısı ile Mamanın tükenme süresinin çarpımlarının eşit olduğunu bulmuş ve bu değer tüm durumlar için sabit olduğu sonucuna ulaşmıştır. Buradan öğrencinin ters orantılı çoklukların çarpımının sabit bir değer olduğunu yani "ters orantı sabiti" kavramını oluşturduğu görülmektedir.

Problemin devamında öğrencilerden ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet, şimdi bu soruya bakalım. Ne düşünüyorsunuz?

Tugay: 51 hocam.

A: Nasıl buldun?

Tugay: 48i 8'e böldüm 51 çıktı.

A: Neden 8e böldün?

Tugay: Çünkü 8 kedi beslenirse diyor hocam. Zaten mamanın tamamının sayısı 48 biz de mamanın kaç saatte tükeneceğini buluyoruz hocam. 8 kedi beslenirse eğer 51 olur. Öyle buldum ben.

A: Tekrar incele bakalım Kübra sen ne düşünüyorsun?

Kübra: Hocam ben bir saniye daha alacağım bölme işlemi yapıyorum da.

A: Peki, beslenen kedi sayısı arttıkça mamanın tükenme süresi ne olur?

Kübra: Mama sayısı azalır hocam toplam süresinin de azalması lazım ben 6 buldum hocam 48i 8e bölerek.

A: Neden 8e böldün peki?

Kübra: Neden 8e böldüm...Hocam Tugay 51 dedi ya 51 olmaması gerekiyor çünkü sürenin azalması gerekmiyor mu burada?

A: Evet.

Kübra: Sürenin azalması gerekiyor o yüzden 48i 8e böldüm.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde, Tugay MamaMatikte toplam 48 kutu olduğu bilgisinden yararlanarak sonuca ulaşmaya çalışmış ancak bölme işlemindeki işlem hatasından dolayı yanlış sonuca ulaşmıştır. Tugay'ın burada bölme işlemi bilgisini tanıma ve kullanma eylemini gerçekleştiremediği görülmektedir. Kübra de bu durumu fark ederek beslenen kedi sayısı arttığında mamanın tükenme süresinin azalması gerektiğini ifade etmiş ve MamaMatikte toplam 48 kutu olduğu bilgisinden yararlanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Burada Kübra'nın ters orantılı çokluklarda birinin artarken, diğerinin azalacağı bilgisini oluşturduğu görülmektedir.

İkinci problem öğrencilerin ters orantı kavramını oluşturma sürecinin incelenmesini amaçlayan bir diğer problemdir. Problemin ilk sorusunda öğrencilerden verilen tabloyu incelemeleri ve kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki olduğunu ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerden bu ilişkiyi matematiksel olarak ifade

etmeleri ve ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Problemin devamında ise öğrencilerden verilen gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu probleme ilişkin oluşturma eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tabloya göre Kerem'in temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki vardır, tabloyu inceleyelim bakalım.

Kübra: Hocam temposu arttıkça tamamladığı süre azalıyor.

A: Tugay sence?

Tugay: Hocam bence tempo arttıkça tamamlama süresi de azalıyor.

A: Evet yani sen de aynı düşünüyorsun. O zaman aralarındaki ilişkiye ne yazabiliriz?

Tugay: 10/24 olabilir mi hocam?

Kübra: Hepsinde eşit olmaz o zaman.

A: Mesela temposu 10'dan 20'ye çıkarken 2 katına çıkmış değil mi?

Tugay: Evet hocam.

A: Temposu iki katına çıkarken burada ne olmuş?

Tugay: Hocam 12 azalmış galiba.

A: Yani buraya çarpı 2 dersem, buraya ne derim?

Kübra: Buraya da...bölü 2.

A: Peki, aralarındaki ilişkiye baktığımız zaman tempo ile parkuru tamamlama sürelerinin çarpımı aynı mıdır sizce?

Tugay: Bence değildir.

A: Neden?

Tugay: Hocam çünkü tempoda mesela 40 hocam tamamladığı süre 6 dakika olduğu için hocam...

A: Evet, çarpımlarını kaç buluruz?

Tugay: 240.

A: Evet, diğerleri için bakalım.

Tugay: 24 olur hocam. Yok hocam aynı 240 olur hocam aynı olur.

Hafta	Tempo (Dakikada Çektiği Kürek Sayısı)	Tamamladığı Süre	Aralarındaki İlişki
1.	10	24 dk	→
2.	20	12 dk	→
3.	30	8 dk	→ 240
4.	40	6 dk	→ 240

A: Yani tabloda her satır için değişmeyen, sabit kalan değer nedir?

Tugay: 240.

Kübra: 240 olur.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde, Kübra ve Tugay tablo yorumlama bilgisini kullanarak tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki ilişkiyi “...tempo arttıkça tamamladığı süre azalıyor.” şeklinde açıklamışlardır. Öğrencilerin b ifadesinden “ters orantılı çokluklarda birinin artarken, diğerinin azalacağı” bilgisini oluşturdukları görülmektedir. Daha sonra Tugay iki çokluğun birbirine bölümlerinin eşit olacağını düşünmüş ancak Kübra bu değer her satır için sağlanmadığını belirtmiştir. Görüşmenin devamında Tugay, öğretmenin verdiği ipucuyla tablodaki verileri inceleyerek tempo ile parkuru tamamlama sürelerini çarpmış ve çarpımlarının eşit olduğunu bulmuş, her bir satır için değişmeyen sabit kalan değer 240’a eşit olduğunu bulmuştur. Tugay’ın burada işlem hatası nedeniyle yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edemedikleri, tempo iki katına çıkmışken tamamladığı süreyi artış ve azalış şeklinde ifade etmeleri toplamsal farka odaklandıklarını göstermektedir.

Problemin devamında öğrencilerden tablodaki verileri ve önceki problemde oluşturdukları orantı sabitini kullanarak ters orantılı çokluklar arasında ilişki kurmaları ve istenileni bularak sonuca ulaşmaları beklenmektedir.

A: Kerem’in temposu 60 ve 80 olduğunda parkuru kaç dakikada tamamlar, ne düşünüyorsunuz?

Tugay: Hocam 60ı söyleyebilir miyim?

A: Söyle bakalım.

Tugay: 4 olur hocam. 60 tempoda hocam tamamladığı süre 4 dakika.

A: Neden?

Tugay: Hocam çünkü 10 20 olmuş, yani 20şer artmış hocam. 40 da 60 a 20 artar hocam. 8 den 6ya da hocam 2 azaldı. 6 dan da 2 azaldığı için hocam 4 olur.

Kübra: Aslında hocam 60 la bir şeyi çarpıcaz 240 bulmamız gerekiyor. Ben o yüzden 4 buldum o şekilde buldum. Yani 60 la bir şeyi çarptığımızda 240 olması lazım.

A: Bir de 80e bakın bakalım. 80 olduğunda kaç dakikada tamamlar?

Tugay: 2.

A: Nasıl buldun?

Tugay: Hocam yine 2 dakika azalttım. 20 de 80e yükselttim hocam.

Kübra: Hayır hocam 3. 2 ile yaparsak 160 çıkar hocam eşit olmaz. 3 olur 3 ile çarparsak 80'i 240 buluruz.

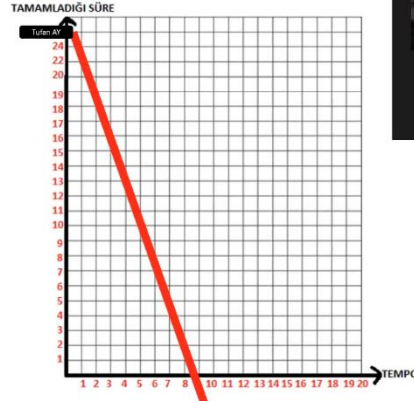
A: Yazabilir misin?

Kübra: Hocam 80'i bir sayıyla çarpacağız 240 bulmamız gerekiyor eğer 2 ile çarparsak 160 buluruz ama 3le çarparsak 240 buluruz. 240a eşit olması gerekiyor o yüzden ben 3 buldum.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde, Tugay kürekçinin temposu ile parkuru tamamlama süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edememiştir. Tempo iki katına çıktığında tamamladığı süreyi artış ve azalış şeklinde ifade etmesi toplamsal farka odaklandığını göstermektedir. Kübra ise tempo ile parkuru tamamlama süresi arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark etmiş, ters orantı sabitini kullanarak verilmeyeni bulmuş ve istenilen sonuca ulaşmıştır. Buradan Kübra'nın "ters orantı sabiti" kavramını oluşturduğu görülmektedir.

Son olarak öğrencilerden tablodaki verileri tempo ve parkuru tamamlama sürelerini gösteren çizgi grafiğine işlemeleri ve oluşturdukları grafiği yorumlayıp iki çokluk arasındaki ilişkiden yararlanarak grafiğe bir isim vermeleri istenmiştir. Öğrencilerden ters orantılı çokluklarda biri artarken diğərinin azaldığını ve biri azalırken diğərinin arttığını grafikte tanıyarak ve ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi oluşturmaları beklenmektedir.

A: Şimdi tabloyu inceleyelim. Tablodaki verileri çizgi grafiğine işlememizi istiyor. (Tugay çizer.)

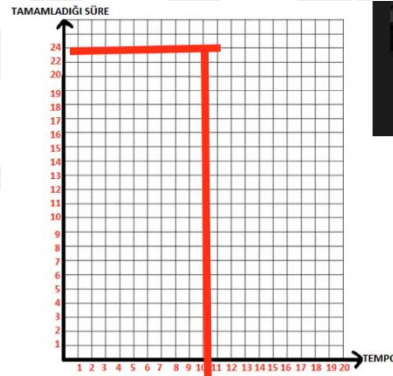


Tugay: Hocam tam 10a getiremedim de. Ama düz çizgi olacak hocam düz olacak.

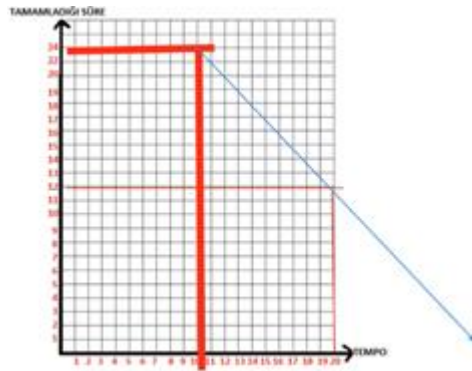
Kübra: Hocam iki çizgi olarak yapmayacak mıyız bunu?

A: Evet, Kübra sen çiz bakalım. (Tugay düzeltir.)

Kübra: Şimdi oldu.



A: Evet, Kübra sen devam et.



A: Evet, o zaman grafiğe ve tabloya bakarsak tempo ile tamamladığı süre arasında nasıl bir ilişki var?

Tugay: Hocam birisi artarken birisi azalmış.

A: Hangisi artarken hangisi azalmış?

Tugay: Hocam tempo artarken tamamladığı süre azalmış.

A: Kübra sence?

Kübra: Evet hocam bence de.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde, Tugay başlangıçta grafiği oluşturmada hata yapsa da Kübra'nın fark etmesiyle grafiği düzeltmiştir. Sonrasında öğrencilerin tablo yorumlama ve grafik işleme bilgisini kullanarak tablodaki değerleri verilen çizgi grafiğine doğru bir şekilde işledikleri ve sonrasında grafiği yorumlayarak "...tempo artarken tamamladığı süre azalmış." sonucuna ulaştıkları görülmektedir.

4.2.4. Farklı Matematik Başarı Düzeyine Sahip Öğrencilerin Pekiştirme Eylemlerine İlişkin Bulgular

Wonka Çikolata Fabrikası ve Gösteriye Hazırlık problemleri öğrencilerin önceki problemlerde oluşturdukları matematiksel yapıları pekiştirmelerinin incelenmesini amaçlayan problemlerdir. Farklı matematik başarı düzeylerine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri pekiştirme eylemleri açısından ele alınarak yapılan analizlerden elde edilen bulgular Tablo 10'de verilmektedir.

Tablo 10

Öğrencilerin ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerine ilişkin pekiştirme eylemlerine yönelik bulgular

Pekiştirme Eylemlerine İlişkin Tanılar	Yüksek Başarılı Grup				Orta Başarılı Grup				Düşük Başarılı Grup			
	Ece		Alya		İlker		Alper		Tugay		Kübra	
	P ₃	P ₄	P ₃	P ₄	P ₃	P ₄	P ₃	P ₄	P ₃	P ₄	P ₃	P ₄
iki çokluğun ters orantılı olup olmadığına karar verme	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
doğru orantılı çokluklarda ters orantılı çokluklarda bilinmeyen değeri bularak ters orantı bilgisini pekiştirme	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	+

P₃: Wonka Çikolata Fabrikası Problemi; P₄: Gösteriye Hazırlık Problemi

Tablo 10 incelendiğinde; matematik başarısı yüksek ve orta olan öğrenciler, ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bulmak için ters orantı sabitini ve ters orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisini kullanarak bilgilerini pekiştirmişlerdir. Matematik başarısı düşük öğrenciler ise ikisi arasında toplamsal farka odaklanarak ilişkiyi yalnızca artış azalış olarak ele almışlardır. Bu doğrultuda öğrencilerin ters orantı kavramını tam olarak anlamlandıramadıkları ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştiremedikleri söylenebilir.

Yüksek başarı düzeyindeki Ece ve Alya'nın pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Evet şimdi ilk problemi okuyalım. (Alya okur.)

A: Nasıl bir ilişki var sizce?

Ece: Hocam bence burada ters orantılı olmuş.

A: Nasıl?

Ece: Yani ürettiği paket sayısı azalırken, paketteki çikolata miktarı artıyor.

Alya: Evet hocam ben de öyle diyorum.

A: Sence nasıl bir ilişki var peki?

Ece: Yarıya iniyor... Hayır yarıya inmiyor.

Alya: Yarıya inmiyor. İlk başta iniyor ama ondan sonra inmiyor... Hocam yarısı kadar azalıyor ilkinde.

A: Mesela ürettiği paket sayısı burada yarıya inmiş değil mi?

A: Burada ne olmuş? (2. Sütünü göstererek)

Alya: İki katına çıkmış. Hocam... hani 120den 60a giderken 2'ye bölünüyor ya 60dan 40a giderken 2ye bölünmüyor hani yarısı kadar azalıyor öbüründe de yarısı kadar çoğalıyor.

A: Peki 120'den 40a giderken ne oluyor?

Ece: 3 katı. O zaman da 3 katı azalıyor.

Alya: 3e bölünüyor.

1. Çikolata fabrikasında günde 12 kg (12000 gr) çikolata üretilmektedir. Aşağıdaki tabloda Wonka'nın 3 gün ürettiği paket sayıları ve bir pakette bulunan çikolata miktarı verilmiştir. Tabloyu inceleyiniz. Tabloya göre bir paketteki çikolata miktarı ile üretilen paket sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?

	Ürettiği Paket Sayısı	Bir Paketteki Çikolata Miktarı
1.Gün	120 paket	100 gr
2.Gün	60 paket	200 gr
3.Gün	40 paket	300 gr

A: Evet. Diğer soruya bakalım o zaman.

Alya: Hocam ben bunu.. Hocam 4 katına çıkmış 100den 400e giderken, 4 katına azalacağı için 30 diyorum.

r.

$$100 \div 4 = 25$$

$$x6\left(\frac{100}{400}, \frac{120}{30}\right):6$$

A: Evet, Ece sen nasıl buldun?

Ece: Hocam ben de diğerini 360 buldum.

A: Nasıl buldun?

Ece: Yok hocam ben 20 buldum... Hocam 100 gramdan 600 grama giderken 6 ile çarpılıyor, 120'den de 600 grama gidildikçe yani 6 ile çarpacağım... o zaman 6'ya böleceğim çünkü bunlar ters orantılı 120yi de 6'ya böldüğümde 20 çıkıyor yani cevap 20.

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler “...ürettiği paket sayısı azalırken, paketteki çikolata miktarı artıyor.” sonucuna ulaşmışlardır. Buradan öğrencilerin üretilen paket sayısı ile paketteki çikolata miktarları arasındaki ilişkiyi anlamlandırdıkları ve *ters orantı*’yı tanıyıp bu bilgilerini pekiştirdiklerini görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin ürettiği paket sayısı azalırken, paketteki çikolata miktarı arasındaki çarpımsal ilişkiyi ifade ederken aynı oranda azalışı ve aynı oranda artışı ifade etmeleri “ters orantılı çokluklardan biri artarken diğeri aynı oranda azalır.” bilgisini oluşturdukları ve pekiştirdikleri görülmektedir. Öğrenciler 400 gramlık ve 600 gramlık çikolata paketlerinden kaç tane üretileceğini bulmak için yine aralarındaki oransal ilişkiden yararlanarak; “Hocam 4 katına çıkmış 100den 400e giderken, 4 katına azalacağı için 30 diyorum.” ve “Hocam 100 gramdan 600 grama giderken 6 ile çarpılıyor, 120'den de 600 grama gidildikçe yani 6 ile çarpacağım... o zaman 6'ya böleceğim çünkü bunlar ters orantılı 120yi de 6'ya böldüğümde 20 çıkıyor yani cevap 20.” şeklinde ifade ederek doğru sonuca ulaşmışlardır. Gösteriye Hazırlık problemine ilişkin görüşme verileri aşağıda verilmiştir.

A: İkinci problemimizi inceleyelim bakalım.

Alya: Buldum hocam.

Ece: Ben de buldum hocam.

A: Alya nasıl buldun?

Alya: 36 saatte bir terzi... hocam bunlar ters orantılı zaten...3 yani. (Ekranı yazar.)

Gösteriden sorumlu öğretmen, bir terzinin tüm kostümleri **36 saatte** dikebileceğini tahmin etmektedir. Ancak kostümlerin gösteriye yetişmesi için **12 saatte** dikilmesi gerekmektedir. Buna göre kostümlerin **12 saatte** dikilebilmesi için kaç terziye ihtiyaç olacağını bulunuz.

$$\begin{array}{r} 36 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 3 \end{array}$$

A: Ters orantılı olduğunu nasıl anladın?

Alya: Hocam çünkü saat arttıkça terzi sayısı düşüyor.

$$\begin{array}{r} 36 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 3 \end{array}$$

A: Ece sen nasıl yaptın?

Ece: Hocam ben de 3 buldum ama ben farklı bir yönden yaptım. Bir terzi 36 saatte dikebiliyorsa 2 terzi de 24 saatte diker. O zaman da 3 terzi de 12 saatte diker. O yüzden 3 buldum.

$$\begin{array}{l} 1 = 36 \\ 2 = 24 \\ 3 = 12 \end{array}$$

Alya ve Ece ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler terzi sayısı ve bitirme süresi arasındaki ters orantıyı fark etmişler ve “saat arttıkça terzi sayısı düşüyor.” şeklinde ifade etmişlerdir. Sonrasında Alya, aralarındaki çarpımsal ilişkiden yararlanarak bitirme süresi 36’dan 12’ye yani 3 ile bölündüğü için, terzi sayısının da 1’den 3’e 3 katına çıkacağını düşünüp doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencilerin verilen problemde ters orantı bilgisini kullandıkları ve pekiştirdikleri görülmektedir.

Orta başarı düzeyindeki Alper ve İlker’in pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Tabloyu inceleyelim... Bir paketdeki çikolata miktarı ile üretilen paket sayısı arasında nasıl bir ilişki var sizce?

Alper: Hocam...Şimdi ürettiği paket sayısı azalırken hocam bir paketteki çikolata miktarı da çoğalıyor. Yani ters orantı.

A: İlker sence?

İlker: Bence de hocam ters.

A: Evet, ikinci sorumuza bakalım, bir pakette 400 ve 600 gram çikolata olacak şekilde paketler hazırlanmak istenirse bunun için kaç pakete ihtiyacımız olur diyor.

A: İlker ne düşünüyorsun?

İlker: Hımm... 400 gram mı?

A: Evet, 400 gramlık çikolata paketlerinden kaç paket yapabilir?

İlker: Hocam 100 gramdan 120 paket çıkarıyorsa...(Ekrana yazar.) 100 gram 120 ise, 400 gram x dir...Yani hocam...

A: Peki tabloya baktığında bunlar doğru orantılı mı sence?

İlker: Hayır hocam ters orantılı. O zaman ters orantılı olacak şekilde çarpmam lazım. O zaman $400x = 100 \times 12$ mi? Yok 120. Bir dakika hocam... $400x = 1000$. 1000'i de 400'e böleceğiz.

1.G	2.G	3.G
	Eğer	Bir
	İster	100
		400
		600

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 100 \\ 120 \overline{) 1000} \\ \underline{120} \\ 800 \\ \underline{840} \\ 60 \end{array}$$

$$400x = 100 \cdot 120$$

$$400x = 12000$$

$$x = \frac{12000}{400} = 30$$

A: Bölünüyor mu?

İlker: Bölünmüyor hocam.

A: Tekrar işlemlerini kontrol et bakalım. Alper sen ne düşünüyorsun?

Alper: Hocam aslında İlker'in ilk önce yaptığı doğruydum hocam. Sadece 100 ile 120'yi çarpınca 1000 yazdı hocam o 1200'dü aslında.

A: Peki devam edersek buradan? 100 iken 400 olmuş, o zaman diğer taraf 120 yani burası ne olur o zaman?

İlker: Hocam aslında burada 4'e böleriz yani pardon 4 ile çarpılmış 4 katına çıkmış 400 olmuş bu da yani 100 iken 400 olmuş, bir dakika hocam...12000 bölü 400 cevap 30.

Alper: Hocam Aslında 30 vardı aklımda ama söylemedim belki yanlışdır diye söylemedim hocam öyleymiş.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencilerin “...ürettiği paket sayısı azalırken hocam bir paketteki çikolata miktarı da çoğalıyor.” sonucuna ulaştıkları görülmektedir. Buradan öğrencilerin üretilen paket sayısı ile paketteki çikolata miktarları arasındaki *ters orantı*’yı tanıdıkları ve ters orantı kavramını pekiştirdikleri görülmektedir. Problemin devamında 400 gramlık çikolata paketlerinden kaç tane üretileceğini bulmak için İlker, üretilen paket sayısı ile paketteki çikolata miktarları arasındaki ters orantıdan yararlanarak; “100 gram 120 ise, 400 gram x dir.” şeklinde orantı kurarak, ters orantılı çoklukların çarpımlarının birbirlerine eşit olduğu bilgisinden yani ters orantı sabitinden yararlanarak çarpımlarını birbirine eşitlemiştir. Buradan öğrencinin “ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu” bilgisini pekiştirdikleri görülmektedir. Ancak İlker burada çarpma işleminde hata yaptığı için doğru sonuca ulaşamamıştır. Alper bu hatayı fark ederek hatasını düzeltmiş, İlker da iki çokluk arasındaki oransal ilişkiyi fark etmiş işlemini tamamlamış ve böylece doğru sonuca ulaşmışlardır. Gösteriye Hazırlık problemine ilişkin görüşme verileri aşağıda verilmiştir.

A: Diğer problemimizi inceleyelim. Ne düşünüyorsunuz?

İlker: Hocam gösteriye 12 saat kalmış yani 12 saatlik bir zamanımız varmış bizim. Bir terzi 36 saatte yapıyormuş hepsini. Bir terzi 36 saatte yapıyorsa 12'nin 36'ya olan katını bulucuz. 12 ile 3ü çarparız hocam 36 eder. Yani buradan da x demiştik terziye ben x demiştim içimden. x 'e 3 terzi diyoruz.

$$\begin{array}{l} 12 \text{ sn} \\ 36 \text{ sa} \\ x = 3 \text{ or } 21 \end{array}$$

Alper: Evet hocam.

A: Alper sen ne düşünüyorsun?

Alper: Ben de öyle yaptım hocam. 36yı 12ye böldüm 3 buldum, 3 terzi yerleştirirse 12 saatte tamamlanır. Şimdi gösteriye yetişmesi için 12 saat olduğu için kostümlerde 36 saatte olacağı için orada bölmek lazım hocam o yüzden böldüm ve 3 buldum.

İlker ve Alper ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrenciler terzi sayısı ve bitirme süresi arasındaki ilişkiden yararlanarak bir terzi 36 saatte bitirdiği için 12 ile 36 arasındaki kat ilişkisinden, 36'yı 12'ye bölerek doğru sonuca ulaşmışlardır.

Düşük başarı düzeyindeki Tugay ve Kübra'nın pekiştirme eylemlerinin gözlemlendiği görüşme verisi aşağıda verilmiştir.

A: Aşağıdaki tabloda Wonka'nın üç günde ürettiği paket sayıları ve bir pakette bulunan çikolata miktarları verilmiş, tabloyu inceleyelim... Buna göre çikolata miktarıyla üretilen paket sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır sizce?

Tugay: Hocam ürettiği paket sayısında 20 azalmış, 100 de çoğalmış hocam 100 gram da çoğalmış.

Kübra: Hocam 20 azalmıyor ki ama ilk başta 60 azalıyor sonra 20 azalıyor.

A: Evet, peki o zaman sence nasıl bir ilişki var?

Kübra: Hocam...

Tugay: Ters orantı olabilir mi hocam?

A: Nasıl?

Kübra: Hocam ürettiği paket sayısı azalırken bir paketteki çikolata miktarı çoğalıyor.

A: Evet, peki bir paketteki çikolata miktarı 400 gram olduğunda kaç paket çikolata üretilir, 600 gram olduğunda kaç paket üretebilir, nasıl bulabiliriz?

Tugay: 20 olabilir mi hocam?

A: Nasıl?

Tugay: Hocam şimdi bir örüntü var ürettiği paket sayısında 120 paketten 60 pakete azalınca 60 paket azalıyor. İlk başta hocam... bizde 60 paket azaltıcaz hocam. 40 dan 60 çıkarınca 20 buldum hocam ben.

Kübra: Hocam ben bulamadım.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde öğrencilerin "...ürettiği paket sayısı azalırken bir paketteki çikolata miktarı çoğalıyor." sonucuna ulaştıkları görülmektedir. Öğrenciler üretilen paket sayısı ile paketteki çikolata miktarları arasındaki ilişkiyi anlamlandırmış ve *ters orantı*'yı tanımışlardır. Ancak öğrenciler ürettiği paket sayısındaki azalış ve paketteki çikolata miktarındaki artışı *ters orantı* olarak ifade etmelerine rağmen bunlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edememişlerdir. Bu nedenle öğrencilerin *ters orantının* aynı oranda azalış ve aynı oranda artışı ifade ettiği bilgisine sahip olmadıkları

düşünülmektedir. Öğrencilerden Tugay'ın "...ürettiği paket sayısında 20 azalmış, 100 de çoğalmış hocam 100 gram da çoğalmış." İfadesinde öğrencinin çokluklar arasındaki toplamsal farka odaklandığı görülmektedir. Kübra bunun yanlış olduğunu anlamış ancak yine de aralarındaki ilişkiyi açıklayamamıştır. Buradan öğrencilerin üretilen paket sayısı ile paketteki çikolata miktarları arasındaki *ters orantı* 'yı tanımaları, ancak ters orantılı çokluklar arasındaki oransal ilişkiyi tanımamaları ters orantı kavramını tam olarak pekiştiremediklerini göstermektedir. Problemin devamında 400 gramlık çikolata paketlerinden kaç tane üretileceğini bulmak için Tugay üretilen paket sayıları arasında bir örüntü olduğunu söylemiş ve yine aralarındaki toplamsal ilişkiyi ifade ederek; "...120 paketten 60 pakete azalınca 60 paket azalıyor...bizde 60 paket azaltıcaz hocam. 40 dan 60 çıkarınca 20 buldum hocam ben." şeklinde çözümünü açıklamıştır. Öğrencinin burada çıkarma işleminde de hata yaptığı ve doğru sonuca ulaşamadığı görülmektedir. Gösteriye Hazırlık problemine ilişkin görüşme verileri aşağıda verilmiştir.

A: Kostümlerin 12 saatte dikilebilmesi için kaç terziye ihtiyaç olacağını bulunuz, diyor.

Kübra: 3.

A: Nasıl düşündün?

Kübra: Hocam bir terzi 36 saatte dikeyorsa, 3 terzi verirlerse 12 saatte üçü de dikebilir.

Tugay: Ben de 3 buldum hocam.

A: Sen nasıl düşündün peki?

Tugay: Hocam ben biraz daha düşünüyem.

Kübra: 12 ile 3'ü çarparsak 36 yapıyor hocam yani... Nasıl anlatacağımı bilmiyorum... 36'yı 12'ye böldüğümüz zaman 3 çıkıyor... Ben 3 buldum hocam bir terzi 36 saatte yapabiliyormuş 3 terzi olunca 3 terzi 36 saatlik işi 12 saatte yapabilir. 36'yı 12'ye böldüm o yüzden.

Tugay: Ben bulamadım hocam.

Tugay ve Kübra ile yapılan görüşme incelendiğinde Kübra çözümünü "...bir terzi 36 saatte yapabiliyormuş, 3 terzi olunca 3 terzi 36 saatlik işi 12 saatte yapabilir. 36'yı 12'ye böldüm." şeklinde açıklamıştır. Buradan öğrencinin aralarındaki çarpımsal ilişkiden yararlanarak bir terzi 36 saatte bitiriyorsa, 12 saatte bitirebilmek için bitirme süresi 36'dan 12'ye yani 3 ile bölündüğü için, terzi sayısının da 1'den 3'e 3 katına çıkacağını düşünüp doğru sonuca ulaşmıştır. Tugay ise çözümünü açıklayamamıştır.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan araştırmada farklı başarı düzeylerindeki yedinci sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma ve oluşturdıkları bilgileri pekiştirme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda matematik başarı düzeyleri düşük, orta ve yüksek olarak belirlenen gruplardaki öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdıkları, oluştururken hangi adımlarda zorlandıkları incelenmiş ve bu süreçlerde ne gibi benzerlik ve farklılıkların olduğu belirlenerek öğrencilerin düşünüş biçimleri hakkında derinlemesine fikir edinilmiştir.

Yapılan araştırmada bilgi oluşturma yani soyutlama süreçlerinin belirli bir bağlamda gerçekleştiği ve bu sürecin sosyal bir süreç olduğu göz önünde bulundurularak Dreyfus, Hershkowitz, Schwarz tarafından ortaya koyulan “Bağlamda Soyutlama” teorisi kuramsal çerçeve olarak seçilmiş ve öğrencilerin bilgi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini analiz etmek için “RBC+C Soyutlama Modeli” analitik araç olarak kullanılmıştır. Bu doğrultuda çalışmada elde edilen bulgular, RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme adı verilen epistemik eylemler çerçevesinde düzenlenerek analiz edilmiştir.

Çalışmanın sonucunda matematik başarı düzeyleri farklı olan gruplardaki öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve oluşturdıkları bilgileri pekiştirme eylemlerinde benzerlik ve farklılıklar olduğu görülmüştür.

Öğrenciler “oran” kavramına ilişkin önceden zihinlerinde var olan bilgilerini hatırlayıp bu bilgileri kullanarak tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmişlerdir. İki çokluğu karşılaştırmada “oran” kullanıldığı bilgisini hatırlayarak tanıma eylemini gerçekleştirmişler, çokluklar arasındaki oranları bulup kesirlerde sadeleştirme ve genişletme bilgilerini kullanarak oranların birbirine eşit olup olmadığını belirlemişlerdir. Orta ve düşük başarılı öğrencilerin tanıma ve kullanma eylemlerini tablo ve grafikler aracılığıyla daha kolay gerçekleştirdikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeninin iki veri grubunu tablo ve grafik aracılığıyla daha rahat karşılaştırmaları ve çokluklar arasındaki ilişkileri tablo ve grafik aracılığıyla daha kolay fark edip açıklayabilmeleri olduğu söylenebilir. Bu doğrultuda farklı temsiller kullanılmasının öğrencilerin yeni kavramları oluşturmada etkili olduğu düşünülmektedir.

Öğrenciler oranların eşitliğini kullanarak iki veya daha çok oranın eşitliğinin orantı olarak adlandırıldığı bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca öğrenciler kesirlerde sadeleştirme bilgisini kullanarak orantı sabitini belirlemiş, doğru orantılı çoklukların bölümlerinin sabit bir sayıya eşit olduğu bilgisini yani doğru orantı sabiti kavramını oluşturmuşlardır.

Öğrenciler “doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğeri de artar, biri azalırken diğeri de azalır.” bilgisini oluşturmuşlardır. Ayrıca matematik başarıları yüksek olan öğrenciler bu artış ve azalışın aynı oranda olduğunu ifade etmişlerdir. Matematik başarıları düşük olan öğrencilerin ise karşılaştıkları problemlerde bu artış ve azalışın aynı oranda olması gerektiğini göz ardı ettikleri görülmektedir. Ayrıca orantılı çokluklar arasındaki artış miktarına odaklanarak toplamsal karşılaştırma yapıp çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi oluşturmakta zorluk yaşamışlardır. Matematik başarıları yüksek olan öğrenciler doğru orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin daha kolay farkına varmışlar ve diğer gruplara göre bu ilişkileri daha kolay açıklamışlardır.

Başarı düzeyleri yüksek olan öğrencilerin yeni oluşturdukları kavramları, görüşmeler süresince karşılaştıkları benzer problem durumlarında kolaylıkla kullandıkları görülmektedir. Burada öğrencilerin yeni oluşturdukları kavramları pekiştirerek sağlamlaştırdığı söylenebilir. Başarı düzeyleri düşük olan öğrenciler ise yeni oluşturdukları kavramları kullanmak yerine, öncelikle zihinlerinde var olan bilgilerine başvurarak mevcut problem durumunda kullanmaya çalışmışlar, daha eskiden oluşturdukları kavramlar ile problemin üstesinden gelmeye çalışmışlardır.

Öğrencilerin doğru orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade ederken zorlandıkları görülmüştür. Buradan öğrencilerin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanıyamadıkları ve ön bilgilerinin yeterli olmadığı anlaşılmaktadır. Öğrencilerin yeni bir kavramı oluştururken hangi adımlarda zorlandıklarının belirlenmesi öğrencilerin yaşadığı bu zorlukların üstesinden gelmesine yardımcı olması açısından önemlidir. Bunun yanında öğrencilerin hangi adımda zorlandıklarının bilinmesi sadece o adıma odaklanılıp yaşanan zorluğun üstesinden gelmesini sağlayarak sürecin ilerleyişini kolaylaştıracaktır. Böylece bilgi oluşturma süreci daha anlamlı ve etkili bir şekilde gerçekleşecektir. Ayrıca öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinde zorlandıkları adımların belirlenmesi, bu kavramlara dair yanlışların önlenmesi açısından da önemlidir.

Öğrencilerin süreçte yaşadıkları zorlukların aşılmasında öğretmenin verdiği ipuçlarının etkili olduğu görülmüştür. Öğrencilerin zorlandıkları yerlerde öğretmen, yönlendirdiği sorular ile öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine rehberlik ederek bu süreçleri daha kolay bir şekilde geçirmelerini sağlamıştır. Öğrencilerin problem üzerinde düşünmesi problemleri anlamlandırması ve çözüme odaklanması konusunda destek olmuştur. Ayrıca öğrencilere daha önceden farkına vardıkları yapılar hatırlatılarak ipucu verilmiştir. İpuçları sayesinde öğrenciler var olan bilgilerini hatırlamışlar ve problemde kullanabileceğini fark

etmişlerdir. Özellikle ipuçlarının ve öğretmen desteğinin düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin oluşturma süreçlerine katkı sağladığı söylenebilir.

Matematik başarısı yüksek ve orta öğrenciler çokluklar arasında orantı kurarak, denk kesirleri kullanarak, orantılı iki çokluk arasındaki kat ilişkisinden yararlanarak, ya da önceki problemde oluşturduğu “orantı sabitini” kullanarak doğru orantılı çokluklarda bilinmeyen değeri bulup bu bilgilerini pekiştirmişlerdir. Matematik başarısı düşük olan öğrenciler ise çokluklar arasındaki artış miktarına, yani aralarındaki farka, odaklanarak artışın ya da azalışın aynı miktarda olacağını düşünmüşler ancak sonrasında çokluklar arasındaki kat ilişkisini fark edip bilinmeyen değeri bularak doğru orantı bilgisini pekiştirmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin örüntü kavramına ilişkin bilgilerini kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Şermetoğlu ve Baki (2019) yaptıkları çalışmada öğrencilerin çarpımsal düşünmeye geçişte zorlandıklarını ve toplamsal düşünmeye eğilimli olduklarını ortaya koymuştur. Ayrıca öğrencilerin orantıyı örüntü gibi düşündükleri, düzenli olarak artıp azalarak örüntü oluşturan durumları orantı gibi kabul ettikleri ve tablodaki veriler düzenli bir şekilde artış veya azalış göstermiyorsa çoklukların orantılı olmadığı yanlışlığına düştüklerini ifade etmişlerdir. Çalışmada elde edilen bulgular bu sonucu desteklemektedir.

Öğrenciler; ters orantı bilgisini oluşturma süreçlerinde, iki çokluğun orantılı olduğu durumları hatırlayarak oranlarını belirlemiş ve oranlar eşit olmadığı için verilen iki çokluğun doğru orantılı olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Öğrencilerin burada “doğru orantı” bilgisini kullanarak pekiştirdikleri görülmektedir.

Öğrencilerin tümü başlangıçta ters orantılı çokluklar arasındaki ilişkiyi görmekte zorluk yaşamışlar ve öğretmen desteğine ihtiyaç duymuşlardır. Ancak sonrasında öğretmenin verdiği ipucuyla ters orantılı çoklukların çarpımlarının eşit ve tüm durumlar için sabit olduğu bilgisini yani “ters orantı sabiti” kavramını oluşturmuşlardır. Ayrıca yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler daha sonra karşılaştıkları benzer durumlarda bu bilgileri kullanmışlardır. Yeşildere ve Türnüklü (2008) de yaptıkları çalışmada öğrencilerin karşılaştıkları problemlerin sonradan karşılaştıkları problemler için ipucu oluşturduğunu, düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin ipuçlarını diğer öğrencilere göre daha zor yakaladıklarını ve bu durumun da daha önceden oluşturdukları bilgileri yanlış oluşturmalarından ya da gerekli ön bilgi yapısına sahip olmadıklarından kaynaklandığını belirtmişlerdir. Elde edilen sonuçlar bu çalışma ile benzerlik göstermektedir.

Yüksek ve orta başarı grubundaki öğrenciler “ters orantı sabiti” ni kullanarak gerçek hayat durumuna uygun denklem kurma bilgisini de kullandıkları denklem oluşturmuşlardır.

Burada yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin “ters orantı” kavramını diğer gruplara göre daha kolay oluşturdıkları gözlemlenmiştir.

Öğrenciler tablo yorumlama ve grafik çizme bilgisini kullanarak tablodaki değerleri verilen çizgi grafiğine işlemişler ve sonrasında grafiği yorumlayarak ters orantılı çokluklarda biri azalırken diğerinin arttığını; birinin artarken, diğerinin azalacağı bilgisini oluşturmuşlardır. Öğrencilerin bu ilişkileri grafikte daha kolay gördükleri söylenebilir. Ayrıca matematik başarıları yüksek olan öğrenciler ters orantılı çokluklar arasındaki artış ve azalışın aynı oranda olduğunu ifade etmişlerdir. Matematik başarıları düşük öğrenciler ise ters orantılı durumları tanımalarına rağmen bunlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi fark edememişler, ikisi arasında toplamsal farka odaklanarak ilişkiyi yalnızca artış, azalış olarak ele almışlardır. Bu nedenle ters orantının aynı oranda azalış ve aynı oranda artış ifade ettiği bilgisine sahip olmadıkları ve ters orantı kavramını tam olarak oluşturamadıkları görülmektedir.

Matematik başarıları yüksek ve orta olan öğrenciler, ters orantılı çokluklarda verilmeyeni bulmak için ters orantılı çoklukların çarpımlarının birbirlerine eşit olduğu bilgisinden yani “ters orantı sabiti” ni kullanarak, ters orantılı çokluklar arasındaki kat ilişkisinden oransal ilişkiden yararlanarak bilgilerini pekiştirmişlerdir. Buradan öğrencinin “ters orantılı çoklukların çarpımlarının sabit bir sayıya eşit olduğu” bilgisini pekiştirdikleri görülmektedir. Ayrıca matematik başarıları düşük öğrencilerden Kübra da ters orantılı çokluklarda iki çokluk arasındaki çarpımsal ilişkiden yararlanarak verilmeyeni bularak “ters orantı sabiti” kavramını pekiştirmiştir.

Yapılan araştırmada öğrencilerin “orantı”, “doğru orantı” ve “ters orantı” kavramlarını oluşturmak için gerekli olan kavramları tanıma zorluk yaşamaları ön bilgilerinin eksikliğinden ve hazırbulunuşluluk düzeylerinden kaynaklandığı söylenebilir. Özellikle matematik başarıları düşük öğrencilerde bu durum daha da göze çarpmaktadır. Bir kavramın iyi öğrenilmesi diğer kavramların da iyi öğrenilmesini kolaylaştırırken, bir kavramın hatalı öğrenilmesi diğer kavramların öğrenilmesini zorlaştırabilmektedir (Sezgin-Memnun, 2008). Bu nedenle yeni bir kavramın öğretiminden önce öğrencilerin ön bilgileri ve hazırbulunuşluluk düzeyleri belirlenmeli ve eksiklikler giderilmelidir. Örneğin orantı kavramının anlamlı bir şekilde oluşturulması için öğrencilere öncesinde oran bilgileri, kesirlerde sadeleştirme ve genişletme işlemleri hatırlatılabilir. Aynı şekilde ters orantı kavramının anlamlı bir şekilde oluşturulması için de “orantı” ve “doğru orantı” bilgileri hatırlatılabilir ve var olan eksik veya yanlış öğrenmeler düzeltilebilir.

Yapılan araştırmada matematik başarıları orta ve düşük öğrenciler ters orantılı çokluklarda biri artarken diğerinin azalacağı, doğru orantılı çokluklarda biri artarken diğerinin

de artacağı bilgisini oluşturmuşlar ancak bu artış ve azalışın aynı oranda olacağını göz ardı etmişlerdir. Bu nedenle öğrencilerin ters orantı ve doğru orantı kavramlarını tam olarak anlamlandıramadıkları söylenebilir.

Yapılan araştırmada öğrencilerin doğru orantı içeren problemleri, ters orantı içeren problemlere göre daha kolay bir şekilde anlamlandırdıkları ve çözüme daha rahat ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin ters orantı bilgisini oluştururken doğru orantı bilgisinden yararlandığı görülmektedir. Bu nedenle doğru orantı ve orantı kavramlarının yanlış oluşturulması ters orantı kavramının da yanlış oluşturulmasına yol açacaktır. Nitekim matematik başarısı düşük olan öğrencilerin doğru orantılı çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiyi tam olarak oluşturamadıkları için ters orantılı çokluklarda da zorlandıkları görülmektedir. Öğrenciler oluşturdukları yeni kavramları, daha önceki bilgilerinin üzerine inşa etmektedirler. Önceden sahip oldukları bu ön birikimler bazen yeni kavramların yanlış veya eksik oluşturulmasına neden olabilmektedir. Öğrencinin böyle bir durumda bir problemin çözümü veya bir işlemi gerçekleştirmesi daha önceki bilgi birikimlerine uygun düşebilir ve yaptığıının yanlış olduğunu öngöremeyebilir (Bozkurt, 2010).

Yapılan çalışmanın sonucunda yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin diğer gruplara göre düşüncelerini daha iyi açıkladıkları, mantıklı nedenlere dayandırdıkları görülmüştür. Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler düşüncelerini gerekçelendirme ve kanıtlama, gösterme eğilimindedirler. Düşük gruptaki öğrencilerin işlem yapmak yerine daha çok sözel olarak ifade etme eğiliminde oldukları görülmüştür. Ayrıca düşük başarılı gruptaki öğrenciler diğer gruplardaki öğrencilere göre daha yüzeysel açıklamalarda bulunmuş, çoğu zaman düşüncelerini ve çözümlerini açıklayamamıştır. Bu durumun öğrencilerin matematiksel dili kullanmada zorluk yaşamalarından, kavramları tam olarak anlamlandıramadıklarından ve ezber bilgiyi kullanmaya yönelmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Yapılan çalışmada hazırlanan problemler RBC+C modelinin epistemik eylemlerine uygun olarak hazırlanmış ve öğrencilerin bu eylemlerini açığa çıkarmasına olanak sunacak şekilde düzenlenmiştir. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinde RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler RBC+C modeli sayesinde problemlere ilişkin düşüncelerini daha kolaylıkla ifade etmişler, düşüncelerini ifade ederken kendi akıl yürütme ve bilgi oluşturma süreçlerinin farkına varmışlardır. RBC+C modelinin bu anlamda öğrencilere katkı sağladığı söylenebilir. Orta ve düşük başarı düzeylerine sahip öğrencilerin ise RBC+C modeli eylemleri doğrultusunda bilgi oluşturma süreçlerini daha anlamlı bir

şekilde gerçekleştirdiği, zihinlerinde önceden var olan yapıları tanıyıp kullanarak yeni yapıları oluşturmaya çabaladıkları söylenebilir.

Düşük ve orta gruptaki öğrencilerin dört işlemde hata yaptığı için doğru sonuca ulaşamadıkları, gruptaki diğer arkadaşlarının ise bu hataları fark ederek düzelttikleri görülmektedir. Buradan öğrencilerdeki dört işlem bilgisi eksikliğinin çözüm yolunun doğru olmasına rağmen yanlış sonuca götürdükleri görülmektedir. Şermetoğlu ve Baki (2019) çalışmasında da bu bulguya rastlanmıştır.

Öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı içeren durumları fark ettikleri görülmektedir. Ancak matematik başarısı orta ve düşük olan öğrencilerin problemlere ilişkin cevaplarının nedenini ve çözüm yöntemlerini tam olarak açıklayamadıkları, orantılı durumları fark etmelerine rağmen bu durumları işlemsel olarak göstermekte zorluk yaşadıkları görülmektedir. Yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin çarpımsal düşüncelerini gerektiren durumlarda toplamsal düşünmeye daha yatkın oldukları söylenebilir. Öğrenciler çokluklar arasındaki artışın ya da azalışın aynı oranda olması gerektiğini düşünmemişlerdir. Yapılan araştırmanın sonucunda matematik başarısı düşük olan öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına ilişkin problemleri çözerken çarpımsal düşünmek yerine toplamsal düşündükleri görülmektedir. Çelik ve Özdemir (2011) yaptıkları çalışmada öğrencilerin verilmeyen değeri bulma ile ilgili problemlerde orantısal ilişkileri fark edemedikleri ve çarpımsal ilişkilere dayalı karşılaştırmalar yerine toplamsal ilişkiye dayalı karşılaştırmalar yaptıklarını gözlemlemiştir. Yapılan birçok çalışmada da öğrencilerin oran ve orantı problemlerini çözerken en sık yaptıkları hatanın toplamsal düşünceleri olduğu ve çarpımsal karşılaştırma yapmalarını gerektiren durumlarda sıklıkla toplamsal karşılaştırmayı kullandıkları ortaya konmuştur.

Karadeniz ve Kaşlıköse (2019) yaptıkları çalışmada öğrencilerin genellikle “iki çokluktan biri artarken diğeri de artıyorsa doğru orantılıdır” ya da “iki çokluktan biri azalırken diğeri artıyorsa ters orantılıdır” bilgisine odaklandıkları ve “iki çokluktan biri artarken diğerin artmasının ya da biri artarken diğerin azalmasının sabit bir oranla olduğu” bilgisine dikkat etmediklerini söylemiştir. Yapılan çalışmada da bu bulguya rastlanmıştır. Bu nedenle oran orantı konusunun öğretiminde “çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkiler”e dikkat çekilmelidir.

Yapılan çalışmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerindeki tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin birbiri ile iç içe geçtiği ve bu eylemlerin çoğu zaman sıralı bir şekilde gerçekleşmediği, bir eylemin diğerin tamamlayıcısı şeklinde ya da aynı anda gerçekleşen paralel eylemler şeklinde gerçekleştiği görülmektedir. Bu bulguya birçok çalışmada da (Akkaya, 2010; Altun ve Yılmaz, 2008; Ayanoğlu, 2012; Dreyfus, 2007;

Dreyfus, Hadas, Hershkowitz ve Schwarz, 2006; Özmantar, 2004; Yeşildere ve Türnüklü, 2008) rastlanmıştır.

Yapılan araştırmanın sonucunda öğrencilerin bilgiyi oluşturma yani soyutlama süreçlerinin soyutlamanın gerçekleştiği bağlamdan önemli ölçüde etkilendiği görülmüştür. Bağlam; öğrencilere sunulan problemleri, kullanılan araç ve gereçleri, sürece aracılık eden öğretmen ya da sürece katılım sağlayan öğrenciler arasındaki etkileşimleri içermektedir (Dreyfus, Tsamir, 2004). İkili gruplar halinde gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin problemlere yönelik düşüncelerini tartıştıkları, aynı fikirde olduklarında birbirlerini onayladıkları ve birbirlerinin düşüncelerini destekleyip geliştirerek problemi çözüme ulaştırma isteği ve çabası içerisinde oldukları, ayrıca birbirlerinin hatalarını düzelttikleri görülmüştür. Bu doğrultuda ikili gruplar halinde çalışması öğrencilerin birbirlerinin düşünsel süreçlerine tanık olmaları açısından oldukça önemlidir. Ayrıca öğrencilerin yeni kavramlarla ilk kez karşılaştığı öğrenme süreçlerinde öğrencilerin etkileşim içinde oldukları ve kavramların öğrenciler tarafından birlikte oluşturulduğu bir öğretim ortamının sağlanması önemli olacaktır. Kaplan, İşleyen ve Öztürk (2011) de öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına ilişkin kavram yanlışlarının önlenmesi için öğrencilerin birbirleriyle etkileşimlerini temel alan probleme dayalı bir öğretimin kullanılabileceğini belirtmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin birbirlerinin hatalarını kolayca görebildikleri ve düzelttebildiği, akran etkileşimin yüksek olduğu işbirlikçi bir öğretimin de kullanılabileceğini söylemiştir.

Oran ve orantı konusunun öğretiminde öğrencilere rutin problemlerin yanında onları düşünmeye ve akıl yürütmeye sevk edecek, aynı zamanda merak uyandıracak problemlere yer verilmelidir. Böylece öğrenciler çözüme ulaşabilmek için yeni matematiksel yapıların oluşturmaya ihtiyaç duyacaklardır.

Dinç-Artut ve Pelen (2015) yaptıkları çalışmada öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı kavramlarına ilişkin daha iyi bir kavramsal anlayış geliştirmeleri ve bu kavramları içeren problemlerin çözümünde daha başarılı olmaları için problemlerin altında yatan matematiksel yapıların fark ettirilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Ayrıca öğrencilerinin bu konulardaki başarılarının neden farklılaştığının derinlemesine anlaşılması için öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmasını önermiştir. Öğrencilerin yeni kavramlar oluşturma süreçlerinde nasıl düşündükleri üzerinde durulmalı, sonuca değil sürece odaklanılmalıdır.

Öğretmenler öğrencilerde kazandırılması hedeflenen kavramlara yönelik bilgi oluşturmaları sağlayan öğrenme ortamlarını hazırlayarak ve öğrencilerin hangi adımlarda nasıl zorluk çekebileceklerini önceden görerek öğrenme sürecini yönlendirebilir. Böylece oran ve

orantı öğretiminin planlanması ve öğretimin gerçekleştiği ortamlar düzenlenerek, etkili öğrenme etkinlikleri tasarlanarak bu süreçlerin daha etkili gerçekleştirilmesi sağlanabilir.

Yapılan araştırma, Koronavirüs (Covid-19) salgını nedeniyle okulların kapalı olmasından dolayı çevrimiçi platformda, zoom uygulaması aracılığıyla yapılan görüşmeler aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerin çevrimiçi gerçekleştirilmesinde zaman zaman konuşmaların anlaşılabilmesi ve ekrana yazı yazmakta zorlanması gibi dezavantajların görülmesine rağmen öğrencilere daha kolay ulaşılabilir olması, zaman açısından kısıtlama olmaması ve görüşmelerin daha kolay kayıt altına alınabilmesi açısından avantaj sağladığı düşünülmektedir. Bu doğrultuda az katılımcı gruplar ile yapılacak olan çalışmalar iyi bir şekilde planlanarak çevrimiçi ortamlarda gerçekleştirilebilir.

Oran ve orantı konusu ile ilgili alanyazın incelendiğinde Ülkemizde yapılan çalışmaların genellikle öğrencilerin bu kavramlara ilişkin yanılgıları ve orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ve oran orantı problemlerinde kullandıkları stratejiler ile ilgili olduğu görülmektedir. Yapılan çalışmada, bu çalışmalardan farklı olarak matematik başarı düzeyleri birbirinden farklı olan öğrencilerin oran ve orantı konusunda bilgiyi nasıl oluşturdıkları, bilgiyi oluştururken hangi adımlarda zorluk çektikleri ve bu süreçlerde ne gibi benzerlik ve farklılıkların olduğu belirlenmiştir. Ayrıca yapılan araştırmanın sonucunda başarı düzeyleri birbirlerine yakın olan öğrencilerin iş birliği içerisinde birlikte çalışmalarının bilgi oluşturma süreçlerini olumlu yönde etkilediği, birbirlerinin hatalarını düzelterek, fikirlerini geliştirerek çözümlerini daha kolay gerçekleştirdikleri görülmektedir. Okullardaki öğrenme ortamlarının çeşitli başarı düzeylerine sahip öğrencilerden meydana geldiği göz önüne alındığında ileride yapılacak olan çalışmalarda farklı başarı düzeylerindeki öğrenciler ile farklı matematik konularında daha kalabalık gruplarda, sınıf ortamında veya küçük gruplar oluşturularak tasarlanmış tartışma ortamlarında, farklı etkinlikler üzerinde çalışarak bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi önerilebilir.

KAYNAKÇA

- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Altaylı-Özgül, D. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli*, (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Altun, M. (2008). *İlköğretim ikinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Ankara: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). High school students' process of construction of the knowledge of the greatest integer function. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 41(2), 237-271. doi: 10.1501/Egifak_0000001125
- Avçu, R. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Attia, T. L. (2003). Using school lunches to study proportion. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(1), 17-21.
- Ayanoğlu, P. (2012). *7. sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Kastamonu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Aydın-Çınar, B. (2019). *8. sınıf öğrencilerinin eğitim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Battista, M. T., & Borrow, C. V. (1995). A proposed constructive itinerary from iterating composite units to ratio and proportion concepts. *The Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Columbus: 17th PME-NA.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi: (6-8. Sınıflar)*. Pegem Akademi, Ankara.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (6-8. Sınıflar)*. Pegem Akademi, Ankara.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards The Emergence of Constructing Mathematical Meanings. In M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th*

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).
- Bills, L., Dreyfus, T., Mason, J. Tsamir, P. Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). Example generating in mathematics education. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 126-154. Prague: Czech Republic.
- Bødker, S. (1997). Computers in mediated human activity. *Mind, Culture, and Activity*, 4(3), 149–158.
- Bozkurt, A. (2010). İşçi ve havuz problemleri ile ilgili karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 173-185.
- Bulut, S. (2018). *Ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Cai, J. & Sun, W. (2002). Developing Students' Proportional Reasoning: A Chinese Perspective. In B. Litwiler & G. Bright (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions: 2002 Yearbook* (chpt. 21). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Cramer, K. & Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *Mathematics Teacher*, 86(5), 404- 407.
- Cramer, K., Post, T., ve Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: research implications. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* (ss. 159-178). NY: Macmillan Publishing Company.
- Çelik, A., Özdemir, E. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-11.
- Davydov, V. V. (1990). Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. *Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (J. Kilpatrick, Ed., & J. Teller, Trans.). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. (Original work published 1972).
- Dienes, Z. P. (1963). An experimental study of mathematics learning. London: Hutchinson.

- Dinç, Y. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Doğan, A. ve Çetin, İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanlışları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(2), 118-128.
- Dooley, T. (2006). 'It's infinity': Mathematical insights in a primary classroom, In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:1, Prague.
- Dooren, W. V., Bock, D. D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), 360-381.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. <http://medicina.iztacala.unam.mx/medicina/dreyfus.pdf> adresinden, 03.01.2021 tarihinde alınmıştır.
- Dreyfus, T. & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Dreyfus, T., Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2006). Mechanisms for Consolidating Knowledge Constructs. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 465-472). Prague, Czech Republic: PME.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context II: the case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). The construction of abstract knowledge in interaction. In M. Van Den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education: 2*, 377-384. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B.B. (2015). The nested epistemic actions model for Abstraction in Context: Theory as methodological tool and methodological tool as theory. In A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 185– 217). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Duatepe, A., Çıkla, O., Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.

- Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking, In Tall, Advanced Mathematical Thinking, Dordrecht: Kluwer.
- Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, 100(6), 289-297.
- Eldekci S. (2019). *7. sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama sürecinin rbc modeli ile ortaya çıkarılması* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Erlandson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L. & Allen, S. T. (1993). *Doing naturalistic inquiry: a guide to methods*. Sage: Beverly Hills, CA.
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing: Preface to a science of mathematical education*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H., (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Guba, E. G. and Y. S. Lincoln (1989). *Fourth Generation Evaluation*. Newbury Park, CA: SAGE.
- Hasar, B. (2019). *Farklı matematiksel motivasyon düzeylerine sahip 6. Sınıf öğrencilerinin tam sayılar alt öğrenme alanındaki bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Hassan, I. & Mitchelmore, M. (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285)*. Adelaide, the United States of America: MERGA.
- Hershkowitz, R., Hadas, N. ve Dreyfus, T. (2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:2, 297-304, Prague.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B. ve Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- Işık, A. ve Konyalıoğlu, A. C. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 462-471.
- İlhan A. (2019). *9. Sınıf öğrencilerinin farklı temsiller bağlamında fonksiyon kavramı bilgisi oluşturma süreçleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

- Kalaycı, Ö., Akkaya, R. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerin doğru orantı ve ters orantı bilgisini oluşturma sürecinin rbc+c modeline göre incelenmesi: bir öğretim deneyi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(4) , 1775-1790. doi: 10.17240/aibuefd.2019..-598172
- Kaplan, A., İşleyen, T., Öztürk, M. (2011). 6. Sınıf oran orantı konusundaki kavram yanlışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 953-968.
- Karadeniz M. H., Kaşlıköse B. (2019). “Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Oran Ve Orantı Konusunu Anlama Durumları”. *Uluslararası 19 Mayıs Multidisipliner Çalışmalar Kongresi*. 17-19 Mayıs 2019, Giresun, 1058-1073.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler Teknikler*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım
- Karataş, G. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim-Online* 2(2).
- Katrançı, Y. (2010). *Olasılığın temel kuralları bilgisinin yapılandırmacı kurama göre oluşturulması sürecinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Kılıçoğlu, E. (2020). Ortaokul matematik ders kitabı etkinliklerinde soyutlama becerisinin incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(3), 628-650. doi: 10.17860/mersinefd.736764
- Kidron, I. & Dreyfus, T. (2008). *Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment*. 28 June-1 July 2008, Brisbane-The University of Queensland, St Lucia, 303 p.
- Kidron, I. & Monaghan, J. (2009). Commentary on the chapters on the construction of knowledge. In B. B. Schwarz, T. Dreyfus & R. Hershkowitz (Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction* (pp. 81–90). London, UK: Routledge.
- Kobak-Demir, M., Gür, H. (2019). Lise öğrencilerinin parabol bilgisini oluşturma süreçlerinde öğretmen etkisi. *Journal of Theoretical Educational Science*, 12(1), 151-184. doi:10.30831/akukeg.408347
- Koçyiğit-Gürbüz, M. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kuutti, K. (1996). Activity theory as a potential framework for human-computer interaction research. In B. Nardi (Ed.), *Context and consciousness: activity theory and human-computer interaction* (pp. 17-44). Cambridge, MA: MIT Press.

- Lamon, S. J. (2005). *More! in-depth discussion of the reasoning activities in "Teaching fractions and ratios for understanding"*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–668). NC: Information Age Publishing.
- Langrall, C. W. & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars; Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), (pp. 254-261).
- Leont'ev, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. In J. V. Wertsch (Ed. and Trans.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 37-71). Armonk, NY: Sharpe.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (93–118). Hillsdale, NJ: Erlbaum; Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lincoln, S. Y., & Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquiry. Thousand Oaks, CA: Sage, InElo, S., Kääriäinen, M., Kanste, O., Pölkki, T., Utriainen, K. ve Kyngäs, H. (2014). *Qualitative content analysis: a focus on trustworthiness*, SAGE Open, 1-10.
- Lobato, J., Ellis, A. B., & Charles, R.I. (2010). Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Memnun, D. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememesi nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89-101.
- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). Matematiksel başarı düzeyleri farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine bir örnek olay çalışması. *Electronic Journal of Social Sciences*, 11(41).
- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17-37.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2008). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim program ve kılavuzu*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. ve 8. sınıflar)*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

- Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ohlsson, S., & Lehtinen, E. (1997). Abstraction and the acquisition of complex ideas. *International Journal of Educational Research*, 27, 37-48.
- Ozmantar, M. & Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. *PME* 28(3), 481-488.
- Ozmantar, M. F. & Monaghan, J. (2005). Voices in scaffolding mathematical constructions. *In Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Ozmantar, M. F. & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Ozmantar, M. F. (2004). Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals. In O. McNamara (Eds.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 24(2).
- Patton, Q. M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Sage Publications.
- Pelen, M., Dinç-Artut, P. (2015). 7th grade students' problem solving success rates on proportional reasoning problems. *The Eurasia Proceedings of Educational and Social Sciences*, 2, 96-100.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York: W.W. Norton.
- Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction* (R. L. Campbell, Ed. & Trans.). Philadelphia, PA: Psychology Press.
- Ron G., Dreyfus T., Hershkowitz R. (2017). Looking back to the roots of partially correct constructs: the case of the area model in probability. *J Math Behav* 45, 15–34.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

- Sezgin-Memnun, D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitime göre oluşturma süreçlerinin araştırılması*. (Yayınlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Skemp, R. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. Penguin: Harmondsworth.
- Süzen, C. (2019). *Eşitsizlik kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Şermetoğlu, H., Baki, M. (2019). Oran ve orantı konusu öğretim sürecinin bir matematik öğretmenin fark etme becerisi bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 394-425. DOI: 10.16949/turkbilmat.461124
- Temiz, D. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin açı konusu öğreniminde modelleme etkinliklerine dayalı bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçleri* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Thompson, P.W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 181–236). New York, NY: State University of New York Press.
- Tourniaire, F., ve Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: a review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 181-204.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – a process of abstraction: the case of ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 1-23.
- Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge? Ben's comparisons of infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 15–38.
- Türnüklü, E., Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride rbc teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: Örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 11(27), 295-316.

- Ulaş, T. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi), Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279-305.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B., (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1).
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2017). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldırım, B. (2019). *6. sınıf öğrencilerinin kesirlerle bölme algoritması oluşturma sürecinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

EKLER

EK 1. Akademik Özgeçmiş

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

Kişisel Bilgiler			
Adı ve Soyadı	Zeynep Filiz ARAMIŞ		
E-postası/Web Sayfası			
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce		
Uzmanlık Alanı	Matematik Eğitimi		
Öğrenim Bilgileri			
	Üniversite	Bölüm	Yıl
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2015
Tez Başlığı	7. Sınıf Öğrencilerinin Rbc+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri		
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER		
Akademik Eserler			
Aramış, Z. F., Kula Ünver, S., (2021, Mayıs). 7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri. I. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir. Erişim adresi: https://ubest2021.com/wp-content/uploads/2021/05/UBEST-2021-Bildiriler-Ozet-Kitapcigi_compressed.pdf			
Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler			
-			
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller			
-			

EK 2. Etik Kurul İzni

Çok İvedi



T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği

Sayı : E-87347630-640.99-36362
Konu : Etik Kurul İzni Hk.

30/03/2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 05.02.2021 tarih ve E-67493393-302.08.01-17106 sayılı yazınız.

İlgide kayıtlı yazınıza istinaden Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 15.03.2021 tarihli toplantısında alınan 40 sayılı karar ile Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Zeynep Filiz ARAMIŞ'ın "7.Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri" adlı tez çalışmasında uygulayacağı ankette ad-soyad bilgilerinin istenildiği kısımların çıkarılması gerektiğine; ilgili maddelerin çıkarılması halinde anketin etik açıdan uygun olduğuna karar verilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Nükhet HOTAR
Rektör

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrağınızı <http://dogrulama.deu.edu.tr> linkinden D6511317X6 kodu ile doğrulayabilirsiniz.

Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğü
Adres: Cumhuriyet Bulvarı No:144 35210 Alsancak / İZMİR
Tel: 0(232) 412 1212 Elektronik Ağ: www.deu.edu.tr
Kep Adresi: dokuzeyuluniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için İrtibat:
Merve ÇÜRÜK
Dahili:
E-Posta: merve.curuk@deu.edu.tr



EK 3. Araştırma İzni

KEP 28.04.2021

T.C.
İSTANBUL VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

GENEL MÜDÜR
27.04.2021

Sayı : E-59090411-44-24700062
Konu : Anket ve Araştırma İzinleri (Zeynep Filiz ARAMIŞ)

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.02.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.
b) Valilik Makamının 27.04.2021 tarihli ve 24667318 sayılı oluru.

Valilik Makamının Anket ve Araştırma İzinleri konulu ilgi (b) oluru, anket izni uygun görülenlerin listesi, kullanılması uygun görülen ölçme araçlarının Müdürlüğümüzce mühürlenmiş örnekleri ekte gönderilmiştir.

Olur gereğince işlem yapılması, araştırma sonuç raporunun, araştırma bittikten sonra 2 (iki) hafta içerisinde Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine gönderilmesi hususlarında gereğini arz ederim.

İrfan BALI
İl Millî Eğitim Müdürü a.
Şube Müdürü

Ek:
1- Valilik Oluru (1 Sayfa)
2- Ölçekler

TARİH: 28.04.2021
EVRAK NO: 23708841-44.99-43599

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Evrağınza <http://dogrulama.deu.edu.tr> linkinden 987C00EFX0 kodu ile doğrulayabilirsiniz.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sguu.meb.gov.tr> adresinden 888d-8e01-3958-8d97-1861 kodu ile teyid edilebilir.

Adres : Binbirdere Mah. İmran Oktay Cad. No: 1 Sultanahmet Fatih İstanbul	Belge Doğrulama : https://www.turkiye.gov.tr/meb-phys
Telefon : 0212 384 36 30	Bilgi İçin : Aykut ÇELİK
E-posta : strategigelistirme34@meb.gov.tr	Uzman : Büro Hizmetleri
Kep Adresi : meb@is01.kep.tr	İnternet Adresi : http://istanbul.meb.gov.tr

EK 4. Katılımcı Onam Formu

Sayın Katılımcımız

Katılacağınız bu çalışma, “7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri” adıyla, Zeynep Filiz ARAMIŞ tarafından 2020-2021 öğretim yılı ikinci döneminde, .. tarihleri arasında yapılacak olan bir yüksek lisans tez uygulamasıdır.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. “Oran ve Orantı” konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinizi incelemek amacıyla çekilen video kayıtları ve problem çözümlerinizi içeren formlar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecek, üçüncü kişilerle paylaşılmayacak ve sadece bilimsel çalışmalarda (tez çalışması, bildiri, makale, poster, ...) kullanılacaktır. Bu çalışmaların hiçbirinde okul, sınıf, öğretmen ve öğrencinin adı, sesi, görseli vb. kullanılmayacaktır.

Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımla,

Araştırmacı Zeynep Filiz ARAMIŞ

İletişim Bilgileri: 05349228805-filiz.aramis@hotmail.com

Yukarıda bilgileri bulunan araştırmaya katılmayı kabul ediyorum.

Mİ:

2/2021
Katılımcı Adı Soyadı

E
İmza

EK 5. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri” adıyla, 2020-2021 öğretim yılı ikinci döneminde .1. [Redacted] tarihleri arasında yapılacak olan yüksek lisans tez uygulamasıdır.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta ya da istediğinde yarıda bırakmakta tamamen özgürdür. Çalışmada kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Öğrencimizin “Oran ve Orantı” konusundaki bilgi oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla çekilen video kayıtları ve problem çözümlerini içeren formlar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecek, üçüncü kişilerle paylaşılmayacak ve sadece bilimsel çalışmalarda (tez çalışması, bildiri, makale, poster, ...) kullanılacaktır. Bu çalışmaların hiçbirinde okul, sınıf, öğretmen ve öğrencinin adı, sesi, görseli vb. kullanılmayacaktır. Alınan video kayıtları ile sadece öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenecek olup, öğrencilerin değerlendirilmesi gibi bir durum söz konusu değildir.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımla,

Araştırmacı Zeynep Filiz ARAMIŞ

İletişim Bilgileri: 05349228805-filiz.aramis@hotmail.com

Velisi [Redacted] bulduğum [Redacted] sınıfı [Redacted] numaralı öğrencisi’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

İMZA:

./2021

Veli Adı Soyadı

İmza

EK 6. Okul Müdürü Onam Formu

St. [redacted] nit Han Ortaokulu yedinci sınıf öğrencilerinden
 [redacted]
 [redacted]
 isimli öğrencilerin Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen
 Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı
 2019950100 numaralı yüksek lisans öğrencisi Zeynep Filiz ARAMIŞ'ın Doç. Dr. Semiha
 KULA ÜNVER danışmanlığında yürütülen "7. Sınıf Öğrencilerinin RBC+C Modeli
 Bağlamında Oran ve Orantı Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçleri" konulu yüksek lisans tez
 çalışmasının verilerini oluşturmak amacıyla, uygulama sürecinin video ve ses kaydının
 alınmasında bir sakınca bulmamaktayım.

[redacted] / 2021
 Okul Müdürü
 [redacted] P

Değerli okul müdürü, tez çalışması kapsamında alınan video kayıtları sadece bilimsel
 çalışmalarda (tez çalışması, bildiri, makale, poster, ...) kullanılacaktır. Bu çalışmaların
 hiçbirinde okul, sınıf, öğretmen ve öğrencinin adı, sesi, görseli vb. kullanılmayacaktır. Alınan
 video kayıtları ile sadece öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri incelenecek olup, öğrencilerin
 değerlendirilmesi gibi bir durum söz konusu değildir.

MAK

Zeynep Filiz ARAMIŞ

Araştırmacı

[redacted]

Doç. Dr. Semiha KULA ÜNVER

Danışman

[redacted]

EK 7. Ön Hazırlık Formu

Problem 1: Kiviçilek



Aslı, sıcak yaz günlerinde evine davet ettiği misafirlerine hem ferahlatması hem de bolca vitamin depolaması için meyve kokteyli hazırlamaya karar verir. Bunun için önce seçtiği meyveleri meyve sıkacağından geçirip daha sonra elde ettiği meyve sularını karıştırması gerekmektedir. Aslı karışımını hazırlarken 2 bardak kivi suyu ve 6 bardak

çilek suyunu karıştırmış ve 8 bardaklık karışım elde etmiştir.

1. Aslı'nın karışımındaki kivi suyu ve çilek suyu miktarlarını karşılaştıralım.

$$\frac{\text{Kivi suyu miktarı}}{\text{Çilek suyu miktarı}} =$$

2. Aslı'nın elde ettiği karışım miktarı ile çilek suyu miktarını karşılaştıralım.

$$\frac{\text{Karışım miktarı}}{\text{Çilek suyu miktarı}} =$$

3. Aslı'nın elde ettiği karışım miktarı ile kivi suyu miktarlarını karşılaştıralım.

$$\frac{\text{Karışım miktarı}}{\text{Kivi suyu miktarı}} =$$

4. Elde ettiği kokteyllerin misafirlerine yetmeyeceğini düşünen Aslı aynı karışımdan daha fazla hazırlamaya karar verir. Aslı yeni hazırladığı kivi ve çilek karışımından 16 bardak kokteyl elde etmiştir, karışımında 6 bardak çilek suyu kullandığına göre kaç bardak kivi suyu kullanmıştır?

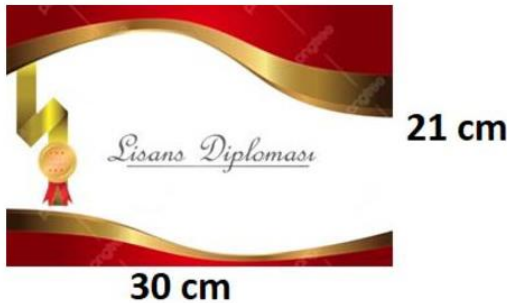
Problem 2: Petunya



Aslı evini renklendirmek için çiçekçiden bir paket petunya tohumu satın almaya karar verir. Bir pakette 13 pembe, 7 mor, 5 beyaz petunya tohumu bulunmaktadır. Aslı bir paket petunya tohumu satın aldığına göre aşağıdaki soruları buna göre cevaplayınız.

1. Pembe petunya tohumlarının sayısının mor petunya tohumlarının sayısına oranı kaçtır?
2. Mor petunya tohumlarının sayısının beyaz petunya tohumlarının sayısına oranı kaçtır?
3. Beyaz petunya tohumlarının sayısının tüm tohumların sayısına oranı kaçtır?
4. Aslı 5 paket petunya tohumu satın alsaydı kaç beyaz, kaç pembe, kaç mor petunya tohumuna sahip olurdu?

Problem 3: Diploma



Sena bu yıl okuduğu üniversiteyi başarıyla tamamlayıp mezuniyet diplomasını almaya hak kazanmıştır. Mezuniyet diplomasını odasının duvarına asmayı düşünen Sena, çerçeveciden bir çerçeve beğenip diplomasını çerçeveletmeyi düşünmektedir. Diplomasının beğendiği çerçeveye uygun olması için diplomasının kısa

ve uzun kenarını ölçen Sena, fotoğrafçıya gittiğinde çerçevenin hangi oranda olmasını söylemelidir?

Problem 4: 2010 Dünya Basketbol Şampiyonası



Ülkemizde gerçekleşen 2010 Dünya Basketbol Şampiyonasında finalde İstanbul'da ABD basketbol milli takımı ile karşılaşan Türkiye basketbol milli takımımız heyecanlı bir müsabakaya imza attı. Son saniyelerine kadar yüreğimiz ağzımızda izlediğimiz mücadelenin sonucunda Türkiye milli takımımızın attığı sayının, ABD takımının attığı sayıya oranı 64/81 olduğuna göre milli takımımızın attığı sayının, maçta toplam atılan sayıya oranı kaçtır?

$$\frac{\text{Türkiye takımının attığı sayı}}{\text{Maçta toplam atılan sayı}} =$$

EK 8. Orantı ve Doğru Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu

Problem 1: Hangi Elma Daha Kırmızı?



Oyun hamurlarından elma ağacı yapmak isteyen Irmak, istediği elma rengini oluşturmak için kırmızı oyun hamuru ile beyaz oyun hamurunu karıştırmayı planlar. Irmak 6 kutu kırmızı renk hamur ile 2 kutu beyaz renk oyun hamurunu karıştırır ve elde ettiği oyun hamuruyla elmalarını yapmaya başlar. Ancak yapacağı diğer elma ağacı için oyun hamurlarının yeterli olmadığını fark eder. Bu kez elinde kalan 5 kutu kırmızı oyun hamuru ile 1 kutu beyaz oyun hamurunu karıştırarak elde ettiği oyun hamuruyla elma ağacını yapar.

Buna göre Irmak'ın yaptığı iki farklı ağaçtaki elma renkleri aynı mıdır? Sebebinin açıklayınız.

Problem 2: Balmumu Heykel Müzesi



Dünyanın pek çok yerinde bulunan balmumu heykel müzelerinde ünlü kişilerin ya da çizgi film karakterlerinin gerçeğe çok yakın heykelleri sergilenmekte ve çok büyük ilgi görmektedir. Hem büyüleyici hem de inanılmaz ölçüde gerçekçi olan bu heykellerin nasıl yapıldığını merak ediyor musunuz?

Balmumu heykelleri yapmak için ilk adım heykeli yapılacak kişi ya da karakterin vücut ölçülerinin belirlenmesidir. Bu ölçüler belirlenirken uzmanlar pek çok kaynaktan (fotoğraf, video, afiş vb.) topladıkları verilerle baş uzunluğu, kol ve bacak uzunluğu, boy uzunluğu gibi bilgileri belirler. Vücut ölçüleri belirlendikten sonra ise iskelet ve kas sistemi oluşturulur. Daha sonra heykel kil ile kaplanır, erimiş balmumu istenilen şekli alması için kalıplara dökülür ve katılaşması beklenir. Son olarak da heykelin daha gerçekçi görünmesini sağlamak için eller ve yüz üzerinde hassas bir şekilde çalışılır. İşlemin son kısmında heykel yağ bazlı boyalarla istenilen renklere boyanarak tamamlanır.



Adını balmumu heykel ustası Maria Tussaud'dan alan Madame Tussauds müzesi, İstanbul'da tüm çocukları sevimli masal kahramanı Shrek'i ziyaret etmeye çağırıyor. Tüm üretim süreci 3 ay süren ve yüksekliği 2 metreyi aşan Shrek heykelinin yapımında yarım ton kil kullanıldı. Shrek'in kendine has saç, göz, cilt rengi ve kıyafetlerini doğru yaratabilmek adına da ayrıntılı bilgi alındı. Sonuç ise, görenleri hayran bırakan Yeşil Dev Shrek!

Aşağıdaki tabloda Shrek'in farklı film afişlerindeki baş uzunluğu ve kol uzunluğu verilmiştir. Tabloyu inceleyiniz.

Film Afişleri	Shrek 1	Shrek 2	Shrek 3	Shrek 4	Balmumu Heykeli
Baş Uzunluğu	10 cm	20 cm	30 cm	40 cm	54 cm
Kol Uzunluğu	20 cm	40 cm	60 cm	80 cm	
Arasındaki İlişki					

1. Bu tabloya göre farklı boyutlardaki Shrek'in baş uzunluğu ve kol uzunluğu arasındaki bir ilişki var mıdır? Varsa nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
2. Bu ilişkiyi hangi kavram ile ifade edersiniz? İki çokluğu karşılaştırırken hangi kavramı kullanırsınız? Açıklayınız.
3. Elde ettiğimiz ilişkileri oran olarak nasıl yazabiliriz? Açıklayınız. Buna göre tabloda boş olan satırı doldurunuz.

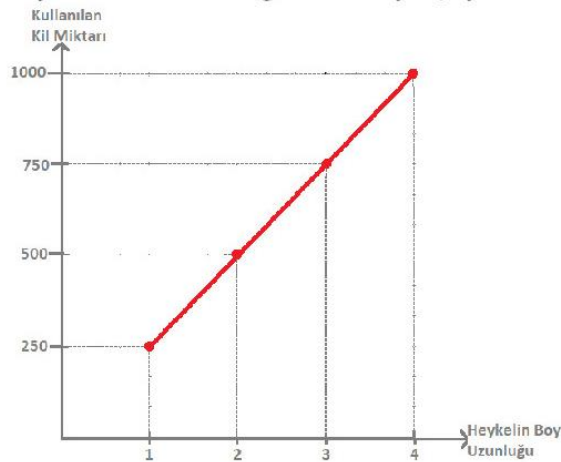
4. Bulduğunuz oranları birbirleriyle karşılaştırınız. Sizce Shrek'in baş uzunluğunun kol uzunluğuna oranı değişiyor mu? Yoksa her sütun için bulduğunuz oranlar eşit midir?
5. Oranların birbirine eşit olması iki çokluğun birbiriyle orantılı olduğunu gösteriyorsa Shrek'in baş uzunluğu ile kol uzunluğu birbiriyle orantılı mıdır?
6. Tabloyu tekrar inceleyiniz. Shrek'in baş ve kol uzunluğu değiştiği halde tüm sütunlarda değişmeden sabit kalan bir değer vardır. Bu değer nedir? Bu sabit değer hangi kavrama karşılık gelmektedir?
7. Bulduğumuz sabit değeri kullanarak müzede sergilenecek olan Shrek heykelin baş uzunluğundan yararlanarak heykelin kol uzunluğunu bulabilir miyiz? Nasıl? Heykelin baş uzunluğu 54 cm olduğuna göre kol uzunluğu ne kadardır? Açıklayınız.

$$\frac{\text{Baş uzunluğu}}{\text{Kol uzunluğu}} =$$

8. Öğrencileri ile müzeyi ziyaret etmek için sınıf gezisi planlayan Ayşe öğretmen 30 kişilik sınıfı için 30 adet giriş bileti almış ve 450 TL ödemiştir. Kendisine bilet almayı unutan Ayşe öğretmen kendisine alacağı 1 bilet için kaç TL ödeyecektir? Cevabınızı açıklayınız.

$$\frac{\text{Alınan Bilet}}{\text{Ödenecek Miktar}} =$$

9. Boyu 2 metre olan Shrek heykelinin yapımında yarım ton (500 kg) kil kullanılmıştır. Aşağıdaki grafikte heykelin boy uzunluğuna göre kullanılan kil miktarları belirtilmiştir. Buna göre grafiği inceleyiniz. Grafikteki değerleri tabloya işleyiniz.



Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılan Kil Miktarı

10. Grafiği ve tabloyu inceleyiniz. Heykelin boy uzunluğu arttıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

11. Heykelin boy uzunluğu azaldıkça kullanılan kil miktarı nasıl değişmektedir?

Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılacak Kil Miktarı
4 m	1000 kg
3 m	750 kg
2 m	500 kg
1 m	250 kg

12. Grafiği ve tabloyu incelediğimizde heykelin boy uzunluğu ile kullanılan kil miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Heykelin Boy Uzunluğu	Kullanılacak Kil Miktarı
-----------------------	--------------------------

13. Bu ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Aşağıda boşluğuın yerine gelmesi gereken değerini bulunuz.

$$Kullanılacak Kil Miktarı = Heykelin Boy Uzunluğu \bullet \dots\dots\dots$$

14. Heykelin boy uzunluğu ile kullanılacak kil miktarı oranlarını inceleyiniz. Bu oranlar birbirlerine eşit midir? Buna göre doğru orantı sabitini bulunuz.

$$\frac{Kullanılacak Kil Miktarı}{Heykelin Boy Uzunluğu} =$$

15. Boyu 5 ve 6 metre olacak şekilde heykel oluşturmak istersek ne kadar kil kullanırız? Çözümünüzü açıklayınız.

Problem 3: Kitap Siparişi

Satın Alınan Kitap Sayısı	Toplam Fiyat
4	100 TL
6	150 TL
8	200 TL

1. Ayşe yaklaşan yarıyıl tatilinde okumak için kendisine kitap sipariş etmeyi düşünmektedir. Kitap sipariş edeceği kitabevi okurları için yanda verilen kampanyayı düzenlemiştir. Bu kampanyaya göre satın alınan kitap sayıları ve ödenecek toplam fiyat yanda verilmiştir. Buna göre satın alınan kitap sayıları ile ödenecek toplam fiyatlar orantılı mıdır? Açıklayınız.
2. Satın alınan kitap sayıları ile ödenecek toplam fiyatlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu orantıya ne ad verilir?
3. Kampanyaya göre Ayşe 24 kitap satın aldığına göre kaç TL ücret ödemiştir?

Problem 4: Tortilla



Bir İspanyol omleti olan Tortilla yumurta, patates ve tercihe göre bazı sebzelerin birleşmesiyle oluşan lezzetli bir yemektir. Yeni kültürler tanımak için gittiği İspanya gezisinden dönen Melek, İspanya'da tattığı ve çok beğendiği bu lezzetli yemeği ailesine de tanıtmak istemektedir.

- a) Dört kişilik tortilla tarifinde 3 patates, 4 yumurta kullanıldığını bilen Melek hazırladığı tortillasında 6 patates kullandığına göre kaç yumurta kullanmıştır?
- b) Melek on iki kişilik tortilla tarifi hazırlamak isterse, kaç patates kaç yumurta kullanmalıdır?

EK 9. Ters Orantı Bilgisini Oluşturma Sürecini İnceleme Formu

Problem 1: MamaMatik



Sokakta yiyecek bulmakta zorlanan kediler için geliştirilen MamaMatik sokaktaki can dostlarımızın beslenmesine yardımcı oluyor. Herkesin her an bu canları besleyebilmesine imkân sağlamak amacıyla üretilen mama otomatı MamaMatik, 1 TL gibi küçük bir para ile çalışıyor. MamaMatiklerin alt kısmında kedilerin beslenebilmesi için bir mama kabı bulunuyor ve otomata atılan para karşılığında, otomatın mama deposundan mama kabına bir kutu mama dökülüyor.

MamaMatikteki mama deposunda toplamda 48 kutu mama bulunduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Bir saatte 1 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir?

Bir saatte 2 kedi beslenirse MamaMatikteki mama kaç saatte tükenir?

Bulduğunuz sonuçları aşağıdaki tabloya işleyiniz.

Bir saatte beslenen kedi sayısı	Mamanın tükenme süresi (saat)	Aralarındaki İlişki
1		
2		

1. Tabloya göre bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi arasında nasıl bir ilişki vardır?

Bir saatte beslenen kedi sayısı • Mamanın tükenme süresi =

2. Bir günde beslenen kedi sayısı ile MamaMatikteki mamanın tükenme süresi göz önüne alındığında ikisi arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Tablodaki her bir satır için değişmeyen, sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?
3. Eğer bir saatte 8 kedi beslenirse MamaMatikteki mamanın kaç saatte tükeneceğini bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Problem 2: Deniz Yıldızı Spor Kulübü



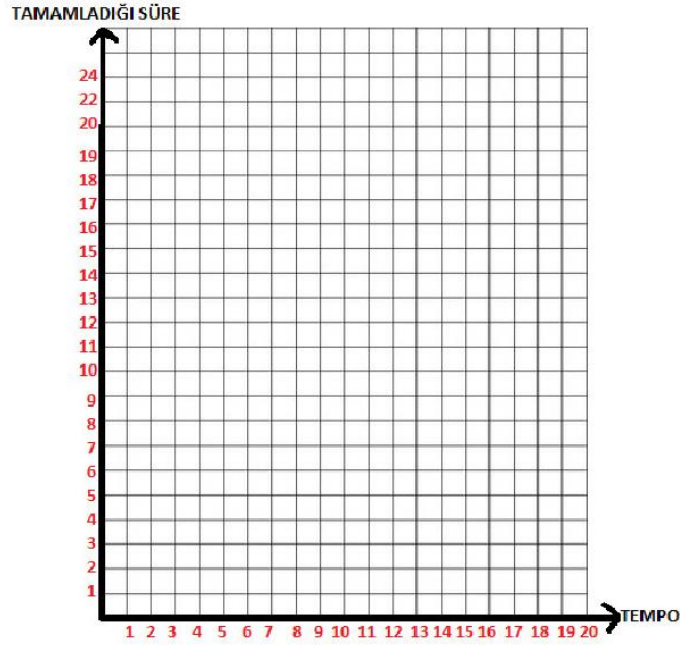
Kürek sporu, bir kürek yardımı ile tekneyi hareket ettirme prensibine dayanan su sporları arasında en hızlı ve izlemesi de oldukça zevkli olan bir spordur. Hız sporu olduğu için sporculara bir parkur verilir ve bu parkuru en kısa sürede tamamlamaları istenir. Tempo, kürek sporunda kullanılan ve bir dakikada çekilen kürek sayısını ifade eden bir terimdir. Aynı süre içinde daha fazla sayıda kürek çekmek suya daha fazla enerji aktarmamızı sağlar. Böylece dakikada çekilen kürek sayısı yani tempo arttırıldığında teknenin hızında artış meydana gelir ve parkur daha kısa sürede tamamlanmış olur.

- Deniz Yıldızı Spor Kulübü genç erkekler kürek takımında kürek çekme yarışmalarına hazırlanan Kerem 4 hafta boyunca haftada bir gün olmak üzere antrenmanlarına devam etmiştir. Kerem'in dört haftalık antrenman verileri (temposu ve parkuru tamamlama süresi) aşağıdaki tabloda verilmiştir. Tabloya göre Kerem'in temposu ile parkuru tamamladığı süre arasında nasıl bir ilişki vardır?

Hafta	Tempo (Dakikada Çektiği Kürek Sayısı)	Tamamladığı Süre	Aralarındaki İlişki
1.	10	24 dk	
2.	20	12 dk	
3.	30	8 dk	
4.	40	6 dk	

- Kerem'in temposu ve parkuru tamamlama süresi göz önüne alındığında aralarındaki ilişkiyi matematiksel olarak nasıl gösterebiliriz? Tablodaki her bir satır için değişmeyen, sabit kalan bir değer bulabilir miyiz?

3. Tablodaki verilere göre Kerem temposunu 60 ve 80 olarak yükseltirse parkuru kaç dakikada tamamlar?
4. Kerem'in tempolarını ve parkuru tamamlama sürelerini tablodan yararlanarak aşağıdaki çizgi grafiğe işleyiniz. Bu grafiğe göre Kerem'in temposu ile parkuru tamamlama süresi arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiden yararlanarak grafiği adlandırınız.



Problem 3: Wonka Çikolata Fabrikası



Dünyanın en popüler ve en çok satış yapan çikolata fabrikasının sahibi Willy Wonka, fabrikayı devredecek bir varis bulmak için ürettiği 3 farklı paketinin içine üç altın bilet yerleştirip tüm dünyadaki çocuklara dağıtacaktır. Bileti bulan bu üç şanslı çocuk, fabrikayı gezme şansı yakalayacak ve aralarında gerçekleşecek olan yarışmayı kazanan kişi, fabrikanın yeni varisi olacaktır.

1. Çikolata fabrikasında günde 12 kg (12000 gr) çikolata üretilmektedir. Aşağıdaki tabloda Wonka'nın 3 gün ürettiği paket sayıları ve bir pakette bulunan çikolata miktarı verilmiştir. Tabloyu inceleyiniz. Tabloya göre bir paketteki çikolata miktarı ile üretilen paket sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?

Gün	Ürettiği Paket Sayısı	Bir Paketteki Çikolata Miktarı
1.Gün	120 paket	100 gr
2.Gün	60 paket	200 gr
3.Gün	40 paket	300 gr

2. Eğer Wonka bir pakette 400 gr ve 600 gr lık çikolata olacak şekilde paketler hazırlamak isterse bunun için kaç pakete ihtiyacı olacağını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Bir Paketteki Çikolata Miktarı	Ürettiği Paket Sayısı
100 gr	120
400 gr	
600 gr	

400 gr lık çikolata paketlerinden paket yapabilir.

600 gr lık çikolata paketlerinden paket yapabilir.

Problem 4: Gösteriye Hazırlık!

Atatürk Ortaokulu'nda hafta sonu düzenlenecek olan dönem sonu gösterisi için gösteriye katılacak olan öğrencilere kostüm dikilmesi gerekmektedir.

Gösteriden sorumlu öğretmen, bir terzinin tüm kostümleri 36 saatte dikebileceğini tahmin etmektedir. Ancak kostümlerin gösteriye yetişmesi için 12 saatte dikilmesi gerekmektedir.

Buna göre kostümlerin 12 saatte dikilebilmesi için kaç terziye ihtiyaç olacağını bulunuz.

