



**T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ**

**7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ŞEKİL ÖRÜNTÜSÜ
PROBLEMLERİNDE GÖRSEL STRATEJİLERİ KULLANMA
DURUMLARININ İNCELENMESİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Ayşen TEMİZEL

**Danışman
Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR**

**RİZE
2024**

KABUL VE ONAY

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında, Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR danışmanlığında, Ayşen TEMİZEL tarafından hazırlanan *7. Sınıf Öğrencilerinin Şekil Örüntüsü Problemlerinde Görsel Stratejileri Kullanma Durumlarının İncelenmesi* adlı bu tez çalışması, 27/08/2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliğiyle/oy çokluğuyla başarılı bulunarak jürimiz tarafından **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvanı, Adı SOYADI

İmza

Başkan

:

Prof. Dr. Gürsel GÜLER

Üye

:

Doç. Dr. Ercan ATASOY

Üye

:

Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR

ETİK BEYAN

İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programından mezun olmak üzere teslim ettiğim “7. Sınıf Öğrencilerinin Şekil Örüntüsü Problemlerinde Görsel Stratejileri Kullanma Durumlarının İncelenmesi” adlı tezim, bilim ve araştırma etiği prensiplerine riayet edilerek tarafımdan yazılmıştır.

Tez çalışmamda, başka kaynaklardan aktarılan bütün bilgi ve alıntılar, Enstitünüz Tez Yazım Kılavuzuna uygun olarak açıkça gösterilmiştir. Kaynağı gösterilenler dışında kalan bütün bilgiler uygun araştırma yöntemi kullanılarak tarafımdan edinilmiş ve esere bu şekilde yansıtılmıştır. Şahsıma ait olmayan hiçbir bilgi, kasıt veya kusurlar, şahsıma aitmiş gibi gösterilmemiştir. İnternet kaynakları dâhil, sahibine/kaynağına atıf yapılmaksızın hiçbir bilgi kullanılmamıştır. Aksinin ortaya çıkması halinde doğacak bütün hukuki, idari, akademik ve etik sorumluluk tarafıma ait olacaktır. Eserin tesliminden sonra herhangi bir zamanda, bilim etiğine aykırılık tespit edilmesi ve / veya eserimle ilgili intihal veya intihal şeklinde anlaşılacak bir durumun ortaya çıkması halinde; Üniversiteniz ve eğitim kadronuzun hiçbir şekilde sorumlu tutulmayacağını hür irademle kabul, beyan ve taahhüt ederim.

27/08/2024

Ayşen TEMİZEL

ÖN SÖZ

Matematik eğitiminde özel bir yere sahip olan genelleme becerisinin kazandırılmasında önemli bir rolü bulunan örüntüler, hayatımızın her alanında karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin örüntüleri genellerken farklı stratejileri kullanmaları ve şekilsel ipuçlarını dikkate alarak görsel stratejilerden faydalanmaları, fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır. Bu nedenle öğrencilerin şekil örüntülerinde görsel stratejileri kullanma durumlarının incelendiği bu çalışmanın, öğrencilerin mevcut durumları hakkında önemli bilgiler sunacağı düşünülmektedir. Bu ise gerek öğretmenlere gerek öğretmen adaylarına öğrencilerin şekil örüntülerini genellemede görsel stratejileri kullanma durumları hakkında fikir sahibi olmalarını sağlayacaktır.

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve deneyimleriyle yoluma ışık tutan, çalışmamın tüm aşamalarında desteğini yanımda hissettiğim ve kendime her zaman örnek aldığım çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim hayatım boyunca değerli bilgilerini benimle paylaşarak üzerimde emeği olan, beni mesleki olarak geliştiren Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında bulunan bütün hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Yoğun çalışmalarının arasında zamanlarını ayırarak çalışmama değerli görüş ve önerilerini sunan saygıdeğer jüri üyeleri Prof. Dr. Gürsel GÜLER ve Doç. Dr. Ercan ATASOY hocalarıma çok teşekkür ederim.

Lisans eğitimimden bu yana her zaman yanımda olarak bana güç veren değerli dostum Habibe BOZBEŞPARMAK'a çok teşekkür ederim.

Bu süreçte yanımda olarak bana desteklerini sunan değerli arkadaşım Sinem KAYA'ya çok teşekkür ederim.

Beni bu günlere kadar getiren, hayatımın her anında yanımda olarak sevgi, ilgi ve desteklerini her zaman hissettiğim canım aileme sonsuz teşekkür ederim.

Ayşen TEMİZEL

RİZE/2024

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	I
ETİK BEYAN.....	II
ÖN SÖZ	III
İÇİNDEKİLER	IV
ÖZET	VII
ABSTRACT.....	VIII
KISALTMALAR.....	IX
TABLolar LİSTESİ.....	X
ŞEKİLLER LİSTESİ	XI
GİRİŞ	1
1. GENEL BİLGİLER	4
1.1 Araştırmanın Amacı.....	4
1.2. Araştırmanın Önemi.....	4
1.3. Sınırlılıklar	6
1.4. Varsayımlar	6
1.5. Tanımlar	7
2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	8
2.1. Örüntüleri Genelleme.....	8
2.2. Örüntü Çeşitleri.....	11
2.2.1. Tekrarlayan Örüntüler.....	11
2.2.2. Değişen (Artan veya Azalan) Örüntüler	12
2.3. Sunum Biçimlerine Göre Örüntüler	12
2.4. Örüntüleri Genellemek İçin Kullanılan Stratejiler	17
2.5. Literatür Taraması	20
3. YÖNTEM.....	36

3.1. Araştırmanın Deseni.....	36
3.2. Çalışma Grubu	37
3.3. Veri Toplama Araçları	38
3.4. Veri Toplama Süreci	42
3.5. Verilerin Analizi.....	43
3.6. Pilot Çalışma	48
3.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği.....	48
4. BULGULAR.....	51
4.1. Öğrencilerin Şekil Örüntülerini Devam Ettirmede Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular	51
4.2. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Yakın Uzaklıktaki Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular	61
4.3. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Uzak Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular.....	74
4.4. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Kurallarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular	81
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	91
5.1. Öğrencilerin Şekil Örüntülerini Devam Ettirmede Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç	91
5.2. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Yakın Uzaklıktaki Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç	92
5.3. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Uzak Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç.....	95
5.4. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Kurallarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç	98
5.5. Öneriler	101
KAYNAKÇA.....	104
EKLER.....	113

ETİK KURUL KARARI	120
-------------------------	-----



Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Tez Türü : Yüksek Lisans Tezi

Danışman : Doç. Dr. Ercan ÖZDEMİR

Hazırlayan : Ayşen TEMİZEL

Yıl : 2024

Sayfa Sayısı : 120

ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ŞEKİL ÖRÜNTÜSÜ PROBLEMLERİNDE GÖRSEL STRATEJİLERİ KULLANMA DURUMLARININ İNCELENMESİ

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin şekil örüntüsü problemlerinde görsel stratejileri kullanma durumlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışma, 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Rize ilinde bulunan bir ortaokulda yedinci sınıfta öğrenim gören 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada 6 tane şekil örüntüsü problemini içeren veri toplama aracı kullanılmıştır. Çalışmanın verilerinin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmanın bulgularına göre öğrencilerin ilk üç adımı verilen şekil örüntülerinde dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulmak için çoğunlukla sayısal yinelemeli, şekli oluşturmak için ise yapıcı stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntülerin yakın ve uzak adımları ile kurallarını bulurken en çok sayısal belirgin stratejiyi kullandıkları tespit edilmiştir. Çalışmada görsel stratejilerin oldukça az kullanıldığı görülmüştür. Öğrenciler şekil örüntüsü problemlerinde ağırlıklı olarak şeklin yapısını dikkate almamışlar ve şekillerdeki sayısal değerlere odaklanarak problemleri çözmeye çalışmışlardır. Öğrencilerin örüntü problemlerinin çözümünde çoğunlukla doğru cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Ayrıca çalışmada sözel bir duruma karşılık gelen cebirsel ifadeyi oluşturma ve değişken kullanımı ile ilgili öğrencilerin bazı eksikliklerinin olduğu da tespit edilmiştir. Çalışmada ulaşılan sonuçlar doğrultusunda öğrencilere ve öğretmenlere yönelik şekil örüntüsü problemlerinde görsel stratejilerin kullanımı ile ilgili çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel Düşünme, Örüntü Genelleme, Şekil Örüntüsü, Görsel Strateji

Recep Tayyip Erdogan University Institute of Graduate Studies

Department : Mathematics and Science Education
Thesis Type : Master's Thesis
Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Ercan ÖZDEMİR
Author : Ayşen TEMİZEL
Year : 2024
Pages : 120

ABSTRACT

INVESTIGATION OF 7TH GRADE STUDENTS' USE OF VISUAL STRATEGIES IN VISUAL PATTERN PROBLEMS

This study aims to examine the use of visual strategies by 7th grade students in shape pattern problems. A case study design, one of the qualitative research methods, was used in the study. The study was conducted with 12 students studying in the seventh grade at a middle school in Rize province in the 2022-2023 academic year. A data collection tool containing 6 shape pattern problems was used in the study. Descriptive analysis method was used in the analysis of the study data.

According to the findings of the study, it was seen that the students mostly used the numerical iterative strategy to find the value corresponding to the fourth step in the shape patterns given the first three steps, and the constructive strategy to create the shape. It was determined that the students used the numerical explicit strategy the most when finding the near and far steps and rules of the patterns. It was seen that visual strategies were used very little in the study. The students did not take into account the structure of the shape in shape pattern problems and tried to solve the problems by focusing on the numerical values in the shapes. It was seen that the students mostly reached the correct answers in solving the pattern problems. In addition, it was determined that students had some deficiencies in creating an algebraic expression corresponding to a verbal situation and using variables. In line with the results obtained in the study, various suggestions were made for students and teachers regarding the use of visual strategies in shape pattern problems.

Keywords: Algebraic Thinking, Pattern Generalization, Shape Pattern, Visual Strategy

KISALTMALAR

A	:	Araştırmacı
D	:	Doğru
bkz.	:	Bakınız
ÇYB	:	Çözümü Yarıda Bırakma
MEB	:	Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	:	National Council of Teachers of Mathematics
OME	:	Ontario Ministry of Education
Ö	:	Öğrenci
s.	:	Sayfa
Y	:	Yanlış

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Tablo şeklinde sunulan örüntü örneği.....	16
Tablo 2. Gruplardaki öğrencilerin başarı düzeyleri.....	38
Tablo 3. Örüntüleri genelleme stratejilerini sınıflandırmak için kullanılan kuramsal çerçeve.....	46
Tablo 4. Öğrencilerin şekil örüntülerini devam ettirmede kullandıkları stratejiler.....	52
Tablo 5. Öğrencilerin şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada kullandıkları stratejiler	62
Tablo 6. Öğrencilerin şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada kullandıkları stratejiler	75
Tablo 7. Öğrencilerin şekil örüntülerinin kuralını bulmada kullandıkları stratejiler.....	82

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Cebirsel örüntü genellemesinin oluşumu (Radford, 2008, s. 85)	9
Şekil 2. Örüntü çeşitleri	11
Şekil 3. Tekrarlayan şekil örüntüsü	12
Şekil 4. Sunum biçimlerine göre örüntü çeşitleri	13
Şekil 5. Şekil örüntüsü örneği (Rivera ve Becker, 2008)	14
Şekil 6. Şeffaf (transparent) örüntü örneği (Sasman ve ark., 1999)	15
Şekil 7. Şeffaf olmayan (non-transparent) örüntü örneği (Sasman ve ark., 1999)	15
Şekil 8. Sözel problem biçiminde sunulan örüntü örneği (Bektaş, Kahraman ve Temel, 2021).	16
Şekil 9. Uzman görüşü sonucunda düzenlenen şekil örüntüsü	39
Şekil 10. Kuralı $6n - 2$ olan şekil örüntüsü	41
Şekil 11. Araştırma sürecine ait akış şeması.....	43
Şekil 12. Veri toplama sürecinin aşamalı gösterimi	43
Şekil 13. Şekil örüntüsü örneği.....	45
Şekil 14. Grup 1'in üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıcı strateji.....	54
Şekil 15. Grup 2'nin üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli strateji ve şeklin yapısını dikkate almamaları.....	56
Şekil 16. Grup 2'nin üyelerinin örüntünün dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları görsel yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıyı çözücü strateji	57
Şekil 17. Grup 4'ün üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken şeklin yapısını dikkate almamaları	58
Şekil 18. Grup 2'nin üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken kullandıkları sayısal yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıcı strateji	59

Şekil 19. Beşinci problemin sınıf tartışmasında adım sırasına karşılık gelen değeri bulurken ortaya çıkan yapıcı strateji	60
Şekil 20. Grup 4'ün üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli strateji.....	63
Şekil 21. Grup 3'ün üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	64
Şekil 22. Grup 2'nin üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	65
Şekil 23. Grup 2'nin üyelerinin yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	65
Şekil 24. Grup 2'nin üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları sayısal bütüne genişletme ve sayısal belirgin stratejileri....	66
Şekil 25. Grup 1'in üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları dönüşüme dayalı yapıcı strateji	67
Şekil 26. Grup 1'in üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları yapıcı strateji.....	69
Şekil 27. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan birinci yapıcı strateji.....	71
Şekil 28. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan ikinci yapıcı strateji.....	72
Şekil 29. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan tamamlamaya dayalı yapıcı strateji	73
Şekil 30. Grup 4'ün üyelerinin örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	76
Şekil 31. Grup 3'ün üyelerinin örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	77
Şekil 32. Grup 3'ün üyelerinin altıncı problemde örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	78
Şekil 33. Üçüncü problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan yapıcı strateji..	80
Şekil 34. Grup 2'nin üyelerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji	83

Şekil 35. Grup 4'ün üyelerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları yapıcı strateji	84
Şekil 36. Grup 1'in üyelerinin üçüncü problemde örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları dönüşüme dayalı yapıcı strateji	85
Şekil 37. Grup 1'in üyelerinin birinci problemde örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları tamamlamaya dayalı yapıcı strateji	87
Şekil 38. İkinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan dönüşüme dayalı yapıcı strateji	90



GİRİŞ

Örüntülerin ve düzenin bilimi olan matematik, problemlerin çözümü için yeni yöntemler keşfetme, bu yöntemleri uygulayabilme ve yapılan çözümleri analiz edebilme anlamını taşımaktadır (Van De Walle ve ark., 2016). Matematik eğitimi bireylere günlük hayatın içinde olan matematiksel bilgi ve beceriler, olayların arasında bağlantı kurma, problem çözme, analiz ve sentez yapma, tahminde bulunma, genellemeler yapma ve akıl yürütme gibi düşünme becerileri kazandırmaktadır (Umay, 2003). Matematik eğitimi kişileri, bir konu hakkında araştırmalar yapmaya, bilgiye ulaşmak, üretmek için emek harcamaya ve kişilerle nesneler arasında kurulan ilişkileri anlamlı kılmaya yönlendirmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s. 9). Dolayısıyla günlük yaşamda, matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmaktadır.

Matematiğin önemli alanlarından biri de cebirdir. Literatürde cebir ile ilgili farklı tanımlar yapılmaktadır. Cebir, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini ifade eden, denklem çözümleri gibi pek çok konuyu sembolleştiren, değişkenlerle nicelikleri temsil eden ve aynı zamanda değişkenlerle hesaplama yapabilen matematiğin bir alanıdır (Kieran, 1992). Cebir, nicelikler arasındaki ilişkileri göstermek için hem harfleri hem de sayıları kullanan bir matematik branşıdır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematiğin önemli bir dalı olan cebir, cebirsel düşünmeyi gerektirir (Kaya, 2015). Bu sebeple cebirsel düşünme tüm sınıf seviyeleri için önemli ve gereklidir (NCTM, 2000). Cebirle ilişkili olmakla birlikte daha geniş bir anlama sahip olan cebirsel düşünme ile ilgili de farklı tanımlar ve sınıflandırmalar yapılmaktadır. Cebirsel düşünme, nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarabilme düzeyidir (Driscoll, 1999). Van de Walle ve arkadaşlarına (2016) göre cebirsel düşünme, sayılar ve işlemlerle genellemeler yapmayı, bu düşünceleri anlamlı sembol sistemleri kullanarak formülize etmeyi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını içermektedir. Cebirsel düşünme; fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirmektedir (NCTM, 2000). Cebirsel düşünmenin

bileşenlerine yönelik de farklı sınıflandırmaların olduğu görülmektedir. Kaput (1999) cebirsel düşünmeyi; aritmetiği ve örüntüleri genelleme, sembolleri anlamlı kullanma, sayı sistemindeki yapıların çalışılması, fonksiyonlarla ve örüntülerle çalışma, matematiksel modelleme olmak üzere beşe ayırmıştır. Ontario Eğitim Bakanlığı (Ontario Ministry of Education [OME], 2013) cebirsel düşünmeyi genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme olmak üzere ikiye ayırmaktadır. Genelleştirilmiş aritmetik kendi içerisinde ilişkileri ve özellikleri keşfetme, nicelikler arasındaki ilişki olarak eşitliği keşfetme ve değişken olarak sembolleri kullanma şeklinde üçe ayırmıştır. Fonksiyonel düşünmeyi ise örüntüleri genelleme ve ters işlemleri kullanma olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (OME, 2013). Cebirsel düşünme ile ilgili farklı tanımlar ve sınıflandırmaları incelediğimizde karşımıza çıkan önemli kavramlardan biri örüntüdür. NCTM'e (2000) göre, öğrencilerin cebirsel düşünmelerinde örüntüleri analiz etmeleri önemlidir. Öğrenciler örüntüleri nasıl devam ettireceklerini ve örüntüleri genellemeyi nasıl yapacaklarını anladıkları zaman cebirsel düşünme becerilerini göstermiş olurlar (Smith, 2003). Ayrıca öğrencilerin cebirsel olarak düşünebilmeleri için örüntüleri tanımlayabilmeleri, devam ettirebilmeleri ve genelleyeabilmeleri gereklidir. Bu bakımdan örüntüler ve örüntüleri genelleme cebirsel düşünmenin gelişimi için önemlidir. Hatta Zaskis ve Liljedahl (2002) özellikle cebirde birçok şey örüntülerin bir genellemesi olduğundan, örüntülerin matematiğin kalbi olduğunu belirtmişlerdir.

Nesne ya da şekillerin düzenli bir biçimde dizilmesi (Olkun ve Toluk Uçar, 2007) olarak tanımlanabilen örüntüler sayı, şekil, tablo veya sözel problem (Ley, 2005) şeklinde sunulabilmektedir. Bu çalışmada şekil örüntüsü problemleri kullanılmıştır. Walkowiak (2014) şekil örüntülerinin ilkökul ve ortaokulda cebirsel düşünmeyi teşvik etmek için değerli araçlar olduklarını belirtmiştir. Öğrenciler genellemeleri şekil örüntüleri içinde ifade ettiklerinde, matematiksel nesneler arasındaki ilişkileri tanımlayabileceklerdir. Bu durumda da sadece şekildeki nesneleri sayıya dönüştürmekten ziyade formüllerin anlamlarını çıkarabilirler. Becker ve Rivera (2005) şekil örüntülerinin farklı açılardan görme ve genelleme yapma stratejilerini teşvik ederek fonksiyonel düşünme için önem arz ettiğini belirtmişlerdir. Şekil örüntülerinin genellenmesi ile ilgili problemler birden fazla genelleme stratejisinin ortaya çıkmasını teşvik ederek daha esnek bir akıl yürütmenin gelişimini desteklemektedir (Lannin ve

ark., 2006a; Rivera ve Becker, 2008; Sasman ve ark., 1999). Şekil örüntülerini genelleme problemlerinde şekil örüntünün sayı örüntüsüne dönüştürüldüğü sayısal stratejiler veya şekillerin yapısının dikkate alındığı görsel stratejiler kullanılabilir. Sadece sayısal değerlere değil şeklin yapısına da odaklanan öğrenciler daha fazla çözüm yoluna ulaşabilmekte ve fonksiyonel ilişki daha iyi keşfedilmektedir (Barbosa ve ark., 2012; Becker ve Rivera, 2006; Lannin ve ark., 2006a; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011). NCTM (2000) öğrencilerin okuldaki deneyimlerinde görsel stratejileri kullanmalarını tavsiye etmektedir. Literatürde özellikle şekil örüntüsü problemlerinde şeklin yapısını analiz etmeye dayanan görsel stratejilerin kullanılması tavsiye edilmektedir. Yukarıda belirtilen şekil örüntülerinin genellemesinde görsel stratejilerin kullanılmasının öneminden dolayı, bu çalışmada öğrencilerin şekil örüntüsü problemlerinin çözümü için görsel stratejileri kullanma durumları araştırılmıştır.

1. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, sınırlılıklar, varsayımlar ve tanımlar verilmiştir.

1.1. Araştırmanın Amacı

Çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin şekil örüntülerini genellemede görsel stratejileri kullanma durumlarını incelemek amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda “7. sınıf öğrencilerinin şekil örüntüsü problemlerinde görsel stratejileri kullanma durumları nedir?” sorusuna cevap aranmaktadır. Çalışmaya yön veren alt problemler aşağıdaki gibidir:

1. 7.sınıf öğrencileri şekil örüntülerini devam ettirmede ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?
2. 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?
3. 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?
4. 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin kurallarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?

1.2. Araştırmanın Önemi

Günlük hayatta da örnekleri ile sıkça karşılaştığımız örüntüler, öğretim programlarında önemli bir yer teşkil etmektedir. NCTM (2000), okul öncesinden 12. sınıfa kadar matematik konularını sayılar, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve olasılık olmak üzere beş öğrenme alanına ayırmıştır. Her bir öğrenme alanı için çeşitli standartlar belirlemiştir. Ayrıca NCTM (2000) bu standartlara göre, öğrencilerin sınıf seviyelerine göre kazanması veya ulaşması gereken beklentileri de açıklamıştır. Cebir öğrenme alanındaki standartlardan biri de “örüntüleri, ilişkileri ve işlevlerini anlayabilme” şeklindedir. Örüntülerle doğrudan ilişkili bu standarda dayalı olarak okul öncesinden sekizinci sınıfa kadar olan beklentilerden bazıları aşağıdaki gibidir.

- 1) Tekrarlayan ve genişleyen örüntülerin nasıl oluştuğunu analiz etmesi; sayısal ve geometrik örüntüleri genişletmesi, açıklaması ve genellemesi beklenmektedir. (Okul öncesinden-2. sınıflar)
- 2) Geometrik ve sayısal örüntülerle ilgili genellemeler yapmalı, onları açıklamalı ve genişletmelidir. (3-5. sınıflar)
- 3) Grafikleri, tabloları ve kelimeleri kullanarak örüntüler ve fonksiyonları analiz etmelidir. (3-5. sınıflar)
- 4) Tablo, grafik, kelime ve mümkünse sembolik kuralları içeren örüntüleri temsil etmeli, analiz etmeli ve genellemelidir. (6-8. Sınıflar)

Millî Eğitim Bakanlığı, 2005 yılında müfredat değişikliği ile matematik konularını, NCTM'in (2000) yaptığı gibi öğrenme alanlarına ayrılmıştır. Bu değişiklikle birlikte ilkökul ve ortaokulda farklı sınıf seviyelerine örüntüler konusu ile ilgili kazanımlar dahil edilmiştir (MEB 2005a ve 2005b). MEB (2018) programında da örüntülerle ilgili ilkökuldaki kazanımlara sayılar ve işlemler ile geometri öğrenme alanlarında, ortaokulda ise cebir öğrenme alanında yer verilmiştir. Örüntüler konusuna farklı sınıf seviyelerinde yer verilmesi, matematik için önemli bir konu olduğunun göstergesi kabul edilebilir.

Örüntüler, öğrencilerin aritmetikten cebire geçişini kolaylaştırmaktadır (Zaskis ve Liljedahl, 2002). Örüntüleri genelleme öğrencilerin cebirsel düşünme, değişken ve fonksiyon kavramlarının gelişiminde önemli bir öğedir (Lesley ve Freiman, 2004). Örüntüler sayı, şekil, tablo ve sözel problem şeklinde sunulabilmektedir. Şekil örüntüleri öğrencilere örüntülerin somut temsillerini analiz etme, bu örüntülerden genelleme yapma, ilişkilerin çoklu temsillerini araştırma ve farklı fonksiyonel ilişki türlerini keşfetme fırsatları sağlamaktadır. Şekil örüntüleri, fonksiyonel düşünmenin gelişimi için uygun özellikler içermektedir (Markworth, 2010; Şen ve Güler, 2022). Öğrencilerin görsel düzenlemeleri görmeleri ve onların altında yatan temel yapılarını tespit etmeleri fonksiyonel muhakemedeki performanslarının gelişmesine yardımcı olmaktadır (Şen ve Güler, 2022; Tavares ve Cabrita, 2015). Görsel yaklaşımların, farklı görme ve genelleme stratejilerini teşvik eden, fonksiyonel akıl yürütmeyi kolaylaştırıcı bir etken olarak kabul edilebileceği düşünülmektedir (Becker ve Rivera, 2005; El Mouhayar ve Jurdak, 2013; Lannin ve ark., 2006a; Rivera, 2010). Şekil örüntülerinde görsel stratejilere dayalı yapılan

çözümler, öğrencilerin yalnızca matematiksel becerilerine değil aynı zamanda yaratıcılıklarının gelişimine de katkı sağlamaktadır (Vale ve Pimentel, 2011). Öğrencilerin matematiksel deneyimlerinde görsel yaklaşımların kullanımı önerilmektedir (NCTM, 2000). Dolayısıyla şekil örüntülerinin genellemesinde görsel stratejilerin kullanılması oldukça önemlidir. Literatür incelendiğinde yurt dışında ortaokul öğrencilerinin şekil örüntülerini genellemeleri ile ilgili birçok çalışmaya rastlamak mümkündür. Ancak ülkemizde ortaokul öğrencilerinin doğrudan şekil örüntülerini genellemelerine yönelik çalışmaların sınırlı olduğu görülmüştür (Çilingir ve Yelken, 2016; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Yakut Çayır ve Akyüz, 2015; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Bu sebeple alandaki boşluğu doldurabilmek için, mevcut çalışmanın katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Ayrıca çalışmanın öğretmen adayları ve öğretmenler için de öğrencilerin şekil örüntülerini genellemeleri hakkında bilgi sahibi olmaları için önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3. Sınırlılıklar

1. Çalışmanın katılımcıları 2022-2023 eğitim-öğretim yılının güz yarıyılında, Rize ilinde bulunan bir ortaokulda öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinden 12 kişi ile sınırlandırılmıştır.
2. Bu çalışma, 7. sınıf düzeyindeki “Cebir” öğrenme alanı “Cebirsel İfadeler” alt öğrenme alanında yer alan örüntüler konusu ile sınırlandırılmıştır.
3. Veri toplama aracı, 6 adet şekil örüntüsü problemi ile sınırlandırılmıştır.

1.4. Varsayımlar

1. Öğrencilerin, örüntü problemlerini çözerken herhangi bir endişe yaşamadan görüşlerini ifade edebildikleri varsayılmıştır.
2. Çalışmaya katılan öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken gerçek performanslarını, bilgi ve düşüncelerini ortaya çıkardıkları varsayılmıştır.
3. Öğrencilerin uygulama sürecini olumsuz etkileyebilecek dışsal etkenlerden etkilenmediği varsayılmıştır.

1.5. Tanımlar

Cebirsel düşünme: Fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektiren süreçtir (NCTM, 2000).

Örüntü: Geometrik şekillerin, seslerin, sembollerin ya da eylemlerin sistematik bir birleşimidir (Souviney, 1994).

Genelleme: Bazı özellik ve tekniklerin, matematiksel kavramların veya durumların genişletilmiş kümesi için de geçerli olmasıdır (Carragher, Martinez ve Schliemann, 2008).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışma ile ilgili kuramsal çerçeveye ve örüntü konusu ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

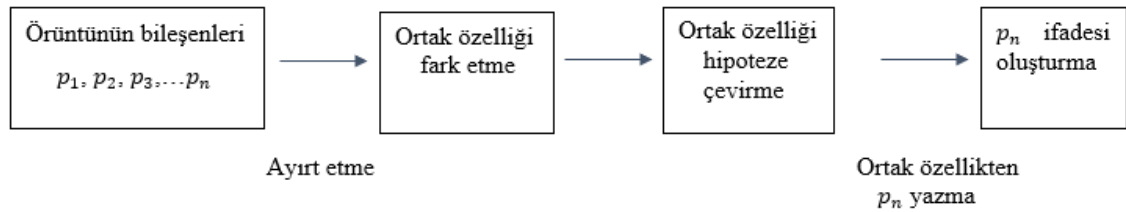
2.1. Örüntüleri Genelleme

Genelleme, matematiksel etkinliklerin merkezi ve aynı zamanda matematik eğitiminin en önemli amaçlarından biridir (NCTM, 2000; Polya, 1957). Mason (1996), genellemeyi matematiğin kalbi olarak ifade etmiştir. Genelleme, cebirsel kavramları anlamlandırmada önemli bir yere sahiptir. Kaput (1999) genellemeyi örnek durumlar üzerinde bir muhakeme kurarak bu durumlar arasındaki ortak ifadelerin ortaya çıkarılması şeklinde tanımlamaktadır. Matematiksel düşünme ve ilişki kurmada etkili olan genelleme cebirin temelini oluşturmakta ve öğrencilerin kullanılan temsilleri anlamalarına katkı sağlamaktadır (Lannin, 2005). İlkokuldan itibaren öğrencilere kazandırılmaya çalışılan becerilerden biri cebirin temelini oluşturan genellemedir. Günlük hayatımızda iç içe olduğumuz örüntüler ise genelleme becerisini kazandırmak için kullanılmaktadır. Tanışlı ve Özdaş'a (2009) göre örüntüler genellenen, genelleme ise cebirin yapı taşlarından birisi olarak görülebilir. Örüntüler konusunda genel kurala ulaşma veya sonraki adımları düşünerek örüntüyü devam ettirebilme genelleme becerisine örnek oluşturmaktadır.

Örüntülerle ilgili farklı tanımlar yer almaktadır. Olkun ve Toluk Uçar (2009) örüntüyü düzenli, sistematik bir şekilde dizilmiş, tekrar eden nesne veya şekillerin oluşturduğu manzume; Papic ve Mulligan (2005) sayısal ya da uzaysal düzenlilik; Souviney (1994) ise “Geometrik şekillerin, seslerin, sembollerin ya da eylemlerin sistematik bir birleşimi.” şeklinde tanımlamıştır.

Örüntüleri genelleme süreçlerine yönelik farklı sınıflandırmalar vardır (Radford, 2008; Rivera, 2010). Becker ve Rivera (2007) anlamlı örüntüleri genelleme sürecinin birbiri ile koordineli iki eylem gerektirdiğini belirtmektedir. Bunlardan birincisi geri çıkarım-tümevarım (abduction-induction) eylemleridir. Bu eylem cebirsel olarak örüntünün kuralını bulmak için faydalı olacak şekilde örüntüdeki nesneleri veya parçaları saymanın ve yapılandırmanın farklı yollarını içerir. İkincisi ise sembolik eylemdir. Sembolik eylem, birinci eylemin cebirsel genellenen bir

biçimine dönüştürmeyi içerir. Radford (2008) örüntü genelleme sürecinin, örüntünün adımları arasında ortak bir nokta belirleme, belirlenen ortak noktayı örüntünün tüm adımlarına genelleme ve örüntünün herhangi bir adımını doğrudan bulmayı sağlayan bir kural oluşturma şeklinde üç aşamadan oluştuğunu ifade etmiştir. Örüntü genellemeleri aritmetik genelleme, cebirsel genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım olarak üçe ayrılmaktadır (Radford, 2008). Aritmetik genellemede örüntünün adımları arasındaki ortak özellik fark edilmesine rağmen bu ortak özellik kullanılarak tüm adımlar için geçerli olan bir ifade yazılamamaktadır. Cebirsel genellemede ise örüntünün tüm adımları için ortak olan bir özellik fark edildikten sonra bu özellik hipoteze çevrilmektedir. Oluşturulan hipotez örüntünün tüm adımları için kontrol edildikten sonra tüm adımlar için geçerli olan bir kural oluşturulmaktadır. Şekil 1’de Radford’un (2008) cebirsel genelleme süreci aşamalı olarak gösterilmiştir.



Şekil 1. Cebirsel örüntü genellemesinin oluşumu (Radford, 2008, s. 85)

Radford (2008), örüntülerin bileşenlerinin belirlendikten sonra ortak özelliği fark etme ve ortak özelliği hipoteze çevirme basamaklarının atlanarak doğrudan p_n ifadesinin oluşturulmasını olgunlaşmamış tümevarım olarak adlandırmıştır.

Literatür incelendiğinde öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları farklı yaklaşımların ve stratejilerin olduğu tespit edilmiştir (Becker ve Rivera, 2005; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin ve ark., 2006a). Becker ve Rivera (2005), öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejileri; sayısal, görsel ve pragmatik (hem sayısal hem görsel) olmak üzere üç yaklaşım altında toplamışlardır. Healy ve Hoyles (1999), öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejileri, sembolik yaklaşım ve görsel yaklaşım olmak üzere iki başlık altında toplamışlardır. Lannin ve ark. (2006a) ise, Healy ve Hoyles’in (1999) ortaya koydukları yaklaşımları sayısal yaklaşım ve görsel yaklaşım olarak isimlendirmişlerdir. Örüntüleri genellemek için kullanılan yinelemeli, bütüne genişletme, yığılmalı ve belirgin stratejiler bu

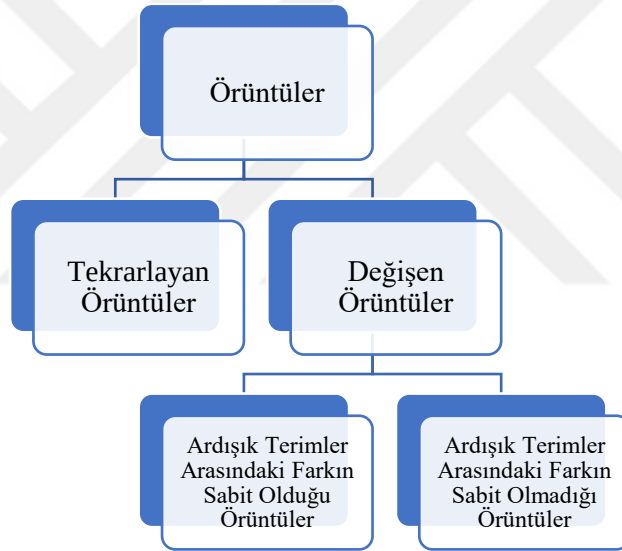
yaklaşımlar altında ele alınmıştır (Sayısal belirgin, görsel belirgin, ... gibi). Rivera ve Becker (2008) öğrencilerin şekil örüntülerini genellemek için yapıcı (constructive) ve yapıyı çözücü (deconstructive) stratejileri kullandıklarını belirtmişlerdir. Chua ve Hoyles (2010), bu iki görsel stratejiye yeniden yapıcı (reconstructive) şeklinde yeni bir görsel strateji eklemişlerdir. Rivera (2010) yeniden yapıcı (reconstructive) stratejiyi, dönüşüme dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (transformation based constructive/deconstructive) strateji olarak isimlendirmiştir. Rivera (2010) yapıcı, yapıyı çözücü, dönüşüme dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (transformation based constructive/deconstructive) ve tamamlamaya dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (auxiliary constructive/deconstructive) olmak üzere dört temel görsel strateji tanımlamıştır. Bu stratejileri de toplamsal veya çarpımsal ile standart olan veya standart olmayan şeklinde detaylandırmıştır (Örneğin çarpımsal yapıcı standart, toplamsal yapıcı standart olmayan, ... gibi). Bu çalışmada öğrencilerin örüntü problemlerini çözmek için kullandıkları stratejiler Lannin ve arkadaşları (2006a), Rivera (2010), El Mouhayar ve Jurdak (2013), Rivera ve Becker (2008) çalışmalarındaki stratejilere göre analiz edilmiştir.

Chua ve Hoyles (2010) tipik bir örüntü genelleme probleminin yakına ve uzağa genellemek için genişletme ve sembol kullanarak örüntünün kuralının bulunması gibi özellikleri içermesi gerektiğini belirtmişlerdir. Literatürde ilk üç terimi verilen bir örüntünün kaçınıcı terimine kadar yakın uzaklıktaki terim veya kaçınıcı terimden sonrakilerin uzak terim olarak alınabileceğine yönelik fikir birliği bulunmamaktadır. Yakın uzaklıktaki terimi bulma veya yakına genelleme problemlerinde ilk üç terimi verilen bir örüntünün, dördüncü teriminden yirminci terimine kadar (Akkan, 2008; El Mouhayar ve Jurdak, 2013; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Stacey, 1989; Tanışlı, 2008) sorulduğu görülmektedir. Uzak terimi bulma veya uzağa genelleme problemlerinde ise kırk birinci terimden yüzüncü terime kadar (Akkan, 2008; El Mouhayar ve Jurdak, 2013; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Ley, 2005; Stacey, 1989; Tanışlı 2008) sorulabilmektedir. Jurdak ve El Mouhayar (2014) ilk dört terimi verilen bir örüntü probleminde dokuzuncu terimi, yakın uzaklıktaki terim olarak ele alırken; beşinci terimi, hemen ardında gelen (immediate) terim olarak isimlendirmişlerdir. Diğer çalışmalar “hemen ardında gelen” kavramını kullanmayıp, bunu yakın uzaklıktaki terim olarak ele almışlardır. Bu çalışmada her bir örüntü problemi dört alt soruyu

içermektedir. Birinci alt soruda ilk üç adımı verilen örüntünün dördüncü adımına karşılık gelen şeklin oluşturulması ve bu adımdaki nesnelerin sayısı sorulmuştur. Yani bu problemde “hemen ardında gelen” adım sorulmuştur. İkinci alt soruda örüntülerin 6, 7 veya 8 gibi yakın uzaklıktaki adımlarına karşılık gelen değerler sorulmuştur. Üçüncü alt soruda örüntülerin 90, 91 veya 92 gibi uzak adımlarına karşılık gelen değerler sorulmuştur. Dördüncü alt soruda ise örüntülerin kurallarının bulunması istenmiştir.

2.2. Örüntü Çeşitleri

Örüntüler tekrarlayan ve değişen (artan veya azalan) olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2007). Bu durum Şekil 2’de belirtilmiştir.



Şekil 2. Örüntü çeşitleri

2.2.1. Tekrarlayan Örüntüler

Temel bir birimin tekrar etmesiyle oluşan örüntülere tekrarlayan örüntüler denir (Olkun ve Toluk Uçar, 2007; Papic, 2007; Threlfall, 1999). Bir örüntüde kendini devamlı olarak yineleyen gruplara “tekrar birimi” denir. Örneğin 2, 0, 2, 2, 2, 0, 2, 2, 2, 0, 2, 2, ...olarak verilen sayı örüntüsünde tekrar birimi 2022; K, L, M, K, L, M, K, L, M, ...olarak verilen harf örüntüsünde ise tekrar birimi KLM’dir. Tekrarlayan örüntülerin adımları şekil, sayı ve harf olarak verilebilmektedir. Şekil 3’te üçgen ve

daire elemanlarının oluşturduğu ve tekrar birimi iki olan şekil örüntüsü örneği verilmiştir.



Şekil 3. Tekrarlayan şekil örüntüsü

2.2.2. Değişen (Artan veya Azalan) Örüntüler

Değişen örüntüler, adımlar arası ilişkilerin genişleyen ya da daralan bir seyir izlediği örüntülerdir (Olkun ve Yeşildere, 2007). Değişen örüntüler genişleyen örüntüler olarak da bilinmektedir. Değişen örüntüler genel olarak ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olduğu ve ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olmadığı örüntüler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olduğu örüntülere “1, 4, 7, ...” ve “4, 8, 12, ...” şeklindeki örüntüler örnek olarak gösterilebilir. Ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olmadığı örüntülere ise “1, 3, 6, ...” örnek verilebilir. Literatürde değişen örüntü çeşitleri ile ilgili farklı sınıflandırmalar yer almaktadır. Olkun ve Yeşildere (2007) değişen örüntüleri doğrusal (lineer), ikinci dereceden-karesel (kuadratik) ve diğer örüntüler olmak üzere üçe ayırmışlardır. Literatürde çok az yer almış olsa da üstel örüntüleri de değişen örüntüler başlığı altında ele almışlardır. MEB (2018) matematik dersi öğretim programına göre 7. sınıf düzeyinde ardışık terimler arasındaki farkın sabit olduğu örüntülere yer verilmektedir. Bu sebeple çalışmanın veri toplama aracında yer alan altı problemde de ardışık terimler arasındaki farkın sabit olduğu örüntüler kullanılmıştır.

2.3. Sunum Biçimlerine Göre Örüntüler

Örüntüler sunum biçimlerine göre çeşitli başlıklara ayrılmaktadır. Örüntüler sayı, şekil (görsel), sözel problem ve tablo olmak üzere dört farklı şekilde sunulabilir (Ley, 2005). Şekil 4’te sunum biçimlerine göre örüntü çeşitleri verilmiştir.

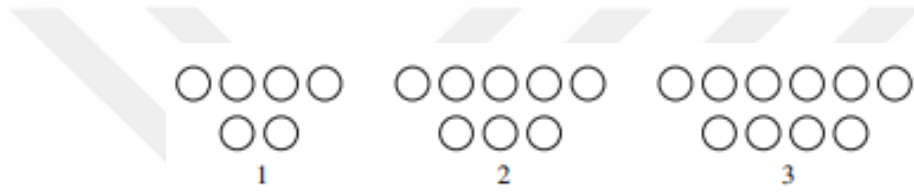


Şekil 4. Sunum biçimlerine göre örüntü çeşitleri

Sayı olarak sunulan örüntüler ritmik sayma veya atlayarak sayma olarak da adlandırılmaktadır (Ley, 2005). Bu sunum biçiminde örüntülerin adımları sayılardan oluşmaktadır. Örneğin “8, 11, 14, ...” şeklinde devam eden örüntü, bir sayı örüntüsüdür.

Şekil (görsel) olarak sunulan örüntülerde adımlar; bir kurala bağlı olarak artan noktalardan, kibrit çöpü ya da kürdanlardan, birimkarelerden oluşturulan şekillerden, bloklardan veya karolardan oluşturulabilir (Ley, 2005). Örüntülerin şekil olarak sunulma amacı, öğrencilerin görsel yaklaşımlarla düşünmelerini sağlamak ve bu yaklaşımdan yola çıkarak adım sırasıyla adımlar arası ilişkiyi bulabilmelerini sağlamaktır (Yaman ve Umay, 2013). Duval (2006) görmenin farklı yolları olduğunu belirtmiştir. Rivera ve arkadaşları (2007) ve Rivera ve Becker (2008) şekil örüntülerinin “görmenin” farklı yollarına imkân tanıdığını belirtmişlerdir. Çünkü şekil örüntülerindeki şekillerin yapısı analiz edilerek farklı yollarla genellemelere ulaşılabilir. Barbosa ve arkadaşları (2012) genellemeye ulaşmanın şekillerin özelliklerine dikkat edilerek matematiksel olarak ifade daha kolay ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Rivera ve arkadaşları (2007) şekil örüntülerinin öğrencilerin eş değerklik kavramına yönelik anlayışını geliştirebileceğini savunmaktadırlar. Çünkü farklı görsel stratejiler kullanılarak aynı örüntünün kuralı için, birbirine eş değer farklı cebirsel ifadeler oluşturulabilir. Örneğin bir strateji ile kuralı “ $3n + 1$ ” şeklinde oluşturulan örüntü, farklı bir strateji ile kuralı “ $4n - (n - 1)$ ” şeklinde de oluşturulabilir. Dolayısıyla aynı örüntünün kuralı için oluşturulan birbirine eş değer bu iki cebirsel ifade, öğrencilerin eş değerklik anlayışını geliştirmede etkili olabilir. Rivera ve arkadaşları (2007) şekil örüntülerinin matematiksel kavramların veya nesnelerin altında yatan anlayışı da geliştirmelerini sağlayabileceğini belirtmişlerdir. Kuralı

$mx + b$ olan bir örüntüde m 'nin ne anlama geldiği şekil örüntüsündeki şekillerin yapısından kolaylıkla çıkarılabilir. Buna şekil örüntüsünün dinamik yapısı imkân tanımaktadır. Benzer düşünceyi Barbosa ve Vale (2016), şekil örüntülerinin sembollere ve ifadelere daha kolay bir şekilde anlam yüklemeyi sağlayacağını belirtmişlerdir. Markworth'a (2010) göre şekil örüntüleri öğrencilere örüntülerin somut temsillerini analiz etme, bu örüntülerden genelleme yapma, ilişkilerin çoklu temsillerini araştırma ve farklı fonksiyonel ilişki türlerini keşfetme fırsatları sağlamaktadır. Şekil örüntüleri, fonksiyonel düşünmenin gelişimi için uygun özellikler içermektedir (Markworth, 2010). Şekil biçiminde sunulan örüntü örneği Şekil 5'te verilmiştir.

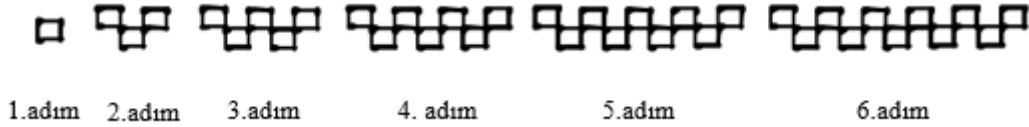


Şekil 5. Şekil örüntüsü örneği (Rivera ve Becker, 2008)

Sasman ve arkadaşları (1999) şeffaf (transparent) ve şeffaf olmayan (non-transparent) şekil örüntülerinden bahsetmektedir. Şeffaf şekil örüntülerinde, şeklin yapısına bağlı olarak örüntünün kuralı kolayca bulunabilmektedir. Şekil 6'da verilen örüntü problemine bakıldığında örüntünün adım sıralarına karşılık gelen şekiller yatay olarak iki sıraya ayrılabilir. Örüntünün ikinci adımında üst sırada 8, alt sırada 4; üçüncü adımında üst sırada 12, alt sırada 8; dördüncü adımında üst sırada 16, alt sırada 12 ... bulunur. Sonra örüntünün her bir adım sırası ile bu adım sırasına karşılık gelen kibrit çöpü sayıları kolayca ilişkilendirilebilir. Örneğin ikinci adımda üst sırada 8, üçüncü adımda üst sırada 12 ve dördüncü adımda üst sırada 16 tane kibrit çöpü bulunur. Dolayısıyla üst sıradaki kibrit çöplerinin sayısı adım sırasının 4 katı (cebirsal olarak " $4n$ ") olur. Örüntünün ikinci adımında alt sırada 4, üçüncü adımında alt sırada 8 ve dördüncü adımında alt sırada 12 kibrit çöpü bulunur. Dolayısıyla alt sıradaki kibrit çöplerinin sayısı adım sırasının 1 eksiğinin 4 katı (cebirsal olarak " $(n - 1).4$ ") olur. Alt ve üst sıralardaki toplam kibrit çöpü sayısı, adım sırasının 8 katının 4 eksiği (cebirsal olarak " $8n - 4$ ") olur. Bu problem kibrit çöplerinin oluşturduğu kareler dikkate alınarak da çözülebilir. Örneğin örüntünün ikinci adımında üst sırada 2, alt

sırada 1; üçüncü adımında üst sırada 3, alt sırada 2; dördüncü adımında üst sırada 4, alt sırada 3 ... tane kare bulunur. Üst sıralardaki karelerin sayısı adım sıraları (cebirselsel olarak “ n ”) kadar, alt sıralardaki kare sayıları ise adım sıralarının bir eksiği (cebirselsel olarak “ $n - 1$ ”) kadardır. Dolayısıyla adım sıralarına karşılık gelen kare sayısı, adım sırasının 2 katının 1 eksiğidir (cebirselsel olarak “ $2n - 1$ ”). Her bir kare 4 kibrit çöpünden oluştuğu için bu sayılar 4 ile çarpılmalıdır. Dolayısıyla örüntünün adım sıralarına karşılık gelen kibrit çöpü sayısı, adım sırasının 8 katının 4 eksiği (cebirselsel olarak “ $8n - 4$ ”) kadardır. Bu problemi benzer düşüncelerle daha farklı yollardan da çözmek mümkündür.

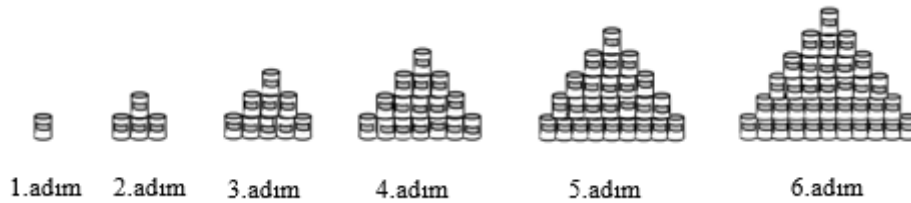
Aşağıdaki şekilleri oluşturmak için kibrit çöpleri kullanılmıştır. 1. adım için 4, 2. adım için 12, 3. adım için 20, 4. adım için 28, 5. adım için 36 ve 6. adım için 44 tane kibrit çöpü gerekmektedir.



Şekil 6. Şeffaf (transparent) örüntü örneği (Sasman ve ark., 1999)

Şeffaf olmayan şekil örüntülerinde, şeklin yapısını kolayca inceleyerek örüntünün kuralı bulunamamaktadır. Şeffaf örüntüler kadar fazla çözüm yollarına imkân vermemektedir. Şekil 7’de şeffaf olmayan örüntü örneği verilmiştir.

Aşağıdaki şekilleri oluşturmak için bloklar kullanılmıştır. 1. adım için 1 blok, 2. adım için 4 blok, 3. adım için 9 blok, 4. adım için 16 blok, 5. adım için 25 blok ve 6. adım için 36 blok gerekmektedir.



Şekil 7. Şeffaf olmayan (non-transparent) örüntü örneği (Sasman ve ark., 1999)

Bu çalışmada şekillerin yapısına bağlı olarak daha kolay kural oluşturabilmeyi ve alternatif çözüm yolları kullanabilmeyi sağlayan şeffaf (transparent) şekil örüntüsü problemleri kullanılmıştır.

Örüntülerin sunum biçimlerinden biri de sözel problemlerdir (Ley, 2005). Sözel problem olarak verilen örüntüler gerçek hayat örneği veya bir öykü şeklinde sunulabilmektedir. Şekil 8’de sözel problem örneği verilmiştir.

Bir taksideki taksimetrenin açılış ücreti 3 liradır. Her bir kilometre için 1 lira ücret alınmaktadır. Bu taksi ile yapılacak 8 km ve 17 km yolculuk için ödenmesi gereken para miktarını bulunuz. Ayrıca bu taksi ile yapılacak yolculuk mesafesine bağlı olarak ödenmesi gereken para miktarını veren bir kural bulunuz.

Şekil 8. Sözel problem biçiminde sunulan örüntü örneği (Bektaş, Kahraman ve Temel, 2021).

Örüntülerin sunum biçimlerinden biri de tablodur. Tablonun bir sütununda girdi değerleri, diğer sütununda ise çıktı değerleri yer almaktadır (Ley, 2005). Girdi değerleri bağımsız değişkene ait değerler, çıktı değerleri ise bağımlı değişkene ait değerlerdir. Öğrencilerden girdi değerlerine ait sütundaki numaraları çıktı değerlerine ait sütun numaralarına dönüştürmek için kullanılan matematik kuralını, yani fonksiyonu belirlemeleri beklenmektedir (Ley, 2005). Stacey ve Macgregor’a (2001) göre, tablo biçiminde sunulan örüntüler yinelemeli stratejilerden ziyade belirgin stratejileri kullanmayı teşvik etmektedir. Tablo olarak sunulan bir örüntü örneği Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Tablo şeklinde sunulan örüntü örneği

Adım Sırası	Karşılık Gelen Değer
1	7
2	12
3	17
.....	
10	?

2.4. Örüntüleri Genellemek İçin Kullanılan Stratejiler

Literatürde öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejileri belirlemeye yönelik çeşitli çalışmalara rastlamak mümkündür. Bunlar arasında belirgin (explicit), bütüne genişletme (whole-object), yinelemeli (recursive), yığılmalı veya gruplamalı (chunking) (Lannin, 2003 ve 2005; Lannin ve ark., 2006a ve 2006b; Ley, 2005; Stacey, 1989), yapıcı (constructive), yapıyı çözücü (deconstructive), tamamlamaya dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (auxiliary constructive/deconstructive), dönüşüme dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (transformation based constructive/deconstructive) (Chua ve Hoyles, 2010; El Mouhayar ve Jurdak, 2013; Rivera ve Becker, 2008; Rivera, 2010) stratejilerini yaygın olarak kullanıldığı görülmektedir. Bu stratejilerin açıklamaları aşağıda verilmiştir.

Yinelemeli Strateji (Recursive):

Örüntünün herhangi bir adımına karşılık gelen değeri bulmak için, bir önceki adıma karşılık gelen değerden faydalanılmaktadır (Lannin ve ark., 2006a ve 2006b; Ley, 2005). Yinelemeli strateji ile örüntünün kuralını bulmak kolaydır ancak kullanışlı değildir (Lannin ve ark., 2006a). Çünkü bu strateji iki veri setine (örüntünün adım sıraları, adım sıralarına karşılık gelen değerler) odaklanmak yerine bir veri setine (örüntünün adım sırasına karşılık gelen değerler) odaklanmaktadır (Ley, 2005). Bu strateji hem sayısal hem de görsel stratejiler arasında yer almaktadır (Lannin ve ark., 2006a). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Belirgin Strateji (Explicit):

Herhangi bir değerın hesaplanması için iki değişken arasındaki ilişkinin genelleştirilmesini içerir (Ley, 2005). Belirgin strateji, belirli bir girdi değeri için herhangi bir çıktı değerinin hemen hesaplanmasını sağlar (Lannin ve ark., 2006a ve 2006b). Belirgin stratejide iki değişken arasındaki ilişkinin genellenmesi gerekmektedir. Bu strateji fonksiyonları formül ve denklem kullanarak ifade etmek için gerekli olan ilk adımdır (Ley, 2005). Lannin ve arkadaşları (2006a) bu strateji ile örüntünün kuralını bulmanın, yinelemeli strateji ile örüntünün kuralını bulmaya göre daha zor olduğunu belirtmiştir. Belirgin strateji ile örüntünün kuralının bulunması zor olmakla birlikte oldukça kullanışlıdır (Lannin ve ark., 2006a). Bu strateji hem sayısal hem de görsel stratejiler arasında yer almaktadır (Lannin ve ark., 2006a). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Bütüne Genişletme (Orantısal Akıl yürütme) Stratejisi (Whole-Object):

Orantısal muhakemenin kullanıldığı bu strateji, girdiler arasındaki oranın çıktılar arasında da kullanılması temeline dayanmaktadır (Lannin, 2003 ve 2005; Lannin ve ark., 2006b; Ley, 2005). Lannin'e (2003) göre bu strateji birimlerin katlarını kullanarak daha geniş bir birim yapılandırmak için bir birim olarak bir parçayı kullanmadır. Bu strateji de hem sayısal hem de görsel stratejiler arasında yer almaktadır (Lannin ve ark., 2006a). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Yığılmalı (veya Gruplamalı) Strateji (Chunking):

Bu stratejinin temelinde yinelemeli ilişki yer almaktadır. Bu stratejide yinelemeli ilişkinin kullanılmasıyla bağımlı değişkenin bilinen değerleri üzerinde bir birim belirlenerek bilinmeyen değerler bulunmaktadır (Özdemir, 2013). Örneğin ardışık iki adımı arasındaki farkın 4 olduğu bir örüntüde, örüntünün 10. adımında 42 nesne olduğu varsayılın. Bu durumda örüntünün 15. adımındaki nesne sayısının $42+5.4$ şeklinde hesaplanmasında yığılmalı strateji kullanılmış olmaktadır (Lannin ve ark., 2006a). Bu strateji de hem sayısal hem de görsel stratejiler arasında yer almaktadır (Lannin ve ark., 2006a). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Yapıcı Strateji (Constructive):

Örüntüde yer alan şekilleri birbiri ile örtüşmeyen bileşenlere ayırmaya ve bu bileşenleri örüntünün adım sıraları ile ilişkilendirerek kuralın bulunması temeline dayanmaktadır (Rivera ve Becker, 2008; Rivera, 2010). Bu strateji yapıyı çözücü, dönüşüme dayalı yapıcı/yapıyı çözücü ve tamamlamaya dayalı yapıcı/yapıyı çözücü stratejilere göre daha kolay ve daha fazla kullanılmaktadır (Rivera, 2010). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Yapıyı Çözücü Strateji (Deconstructive):

Örüntüde yer alan şekilleri birbiri ile örtüşen bileşenlere ayırmaya ve bu bileşenleri örüntünün adım sıraları ile ilişkilendirerek kuralın bulunması temeline dayanmaktadır. Adım sıraları ile şeklin örtüşen bileşenleri ilişkilendirilirken birden fazla sayılan nesnelerin çıkarılması gerekir. Bu strateji öğrenciler tarafından yapıcı stratejiye göre daha az tercih edilmektedir (Rivera ve Becker, 2008; Rivera, 2010). Bu stratejinin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Dönüştürme Dayalı Yapıcı/Yapıyı Çözücü Strateji (Transformative Constructive/Deconstructive):

Verilen bir şekil örüntüsünün adım sıralarına karşılık gelen şekilleri daha aşına olunan bir duruma dönüştürmek için, şekilleri oluşturan nesnelerin yerlerini değiştirmek suretiyle örüntünün yeniden düzenlenmesidir (Rivera, 2010). Örüntünün adım sıralarına karşılık gelen şekiller yeniden düzenlendikten sonra yapıcı veya yapıyı çözücü stratejiler kullanılarak örüntünün kuralı bulunmaktadır. Şekil yeniden düzenlendiği zaman örüntünün yapısı açıklığa kavuşmakta ve kuralının bulunması kolaylaşmaktadır. Bu stratejilerin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

Tamamlamaya Dayalı Yapıcı/Yapıyı Çözücü Strateji (Auxiliary Constructive/Deconstructive):

Bir şekil örüntüsünün adım sıralarına karşılık gelen şekilleri aşına olunan veya daha basit bir yapıya sahip daha büyük bir şeklin parçaları olarak görülmesi temeline dayanmaktadır (Rivera, 2010). Verilen şekli daha büyük bir şekil haline getirmek için gerekli düzenlemeler yapılırken yardımcı parçalar veya nesneler eklenmektedir. Rivera (2010), şekle yardımcı parçaların eklenerek oluşturulan büyük yapının öğrenciler tarafından daha kolay algılandığını belirtmiştir. Örüntünün her adımına gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra yapıcı veya yapıyı çözücü stratejiler kullanılarak örüntünün kuralı bulunmaktadır. Dönüştürmeye dayalı stratejide şekli oluşturan nesnelerin yerleri değiştirilirken tamamlamaya dayalı stratejide şekle yardımcı parçalar veya nesneler eklenmektedir. Bu stratejilerin uygulanmasına yönelik bir örnek Tablo 3'te verilmiştir.

2.5. Literatür Taraması

Literatürde örüntüler konusuna yönelik çeşitli çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalar üstün yetenekli öğrencilerin örüntüler konusundaki başarısının tespit edilmesi (Dayan, 2017), öğrencilerin, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin örüntüleri genelleme stratejilerinin belirlenmesi (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Ay, 2022; Barbosa ve ark., 2007; Barbosa ve Vale, 2015; Barbosa ve Vale, 2016; Becker ve Rivera, 2005; Becker ve Rivera, 2006; Chua ve Hoyles, 2010; Dikkartın Övez ve İnce, 2023, El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Garcia Cruz ve Martinon, 1998; Healy ve Hoyles, 1999; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Lannin, 2003 ve 2005; Lannin ve ark., 2006a ve 2006b; Ley, 2005; Markworth, 2010; Orton ve ark., 1999; Özdemir, 2013; Rivera ve Becker, 2003; Rivera ve Becker, 2008; Sasman ve ark., 1999; Stacey, 1989; Stacey ve MacGregor, 2001; Sucuoğlu, 2015; Tanışlı, 2008; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2013; Tanışlı ve ark., 2017; Türkoğlu ve Yalın, 2020; Yakut Çayır ve Akyüz, 2015; Yaman, 2010; Yeşildere ve Akkoç, 2011; Yeşildere İmre ve ark., 2017), çeşitli yöntemlerin örüntüler konusundaki öğrenci başarısına etkisi (Bursalıoğlu, 2010; İnce, 2023; Karaz, 2021), öğrencilerin örüntüler konusu ile ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenmesi (Aslan, 2011; Kocamaz, 2020), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin tespit edilmesi (Çilingir ve Yelken, 2016), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının örüntülerle ilgili fark etme becerilerinin incelenmesi (El Mouhayar ve Jurdak, 2013; LaRochelle ve ark., 2019; Magiera ve Zambak, 2021; Özel, 2019; Yıldız, 2022) ve örüntüler konusuna yönelik ders kitabı analizi (Elbir ve Özmen, 2023) olarak sınıflandırılabilir.

Stacey (1989), öğrencilerin örüntüleri yakın ve uzak adımları genelleme stratejilerini araştırmıştır. Araştırmaya 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinden oluşan 371 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin yakın ve uzak adımları bulurken sayma, fark, bütüne genişletme ve doğrusal stratejileri kullandıkları belirlenmiştir. Araştırmada 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme performansları ile 4. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme performansları arasında anlamlı fark bulunmuştur. Öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça başarılarının da arttığı tespit edilmiştir.

Healy ve Hoyles (1999), öğrencilerin sayı örüntülerini genellemek için kullandıkları görsel ve sayısal stratejileri incelemişlerdir. Öğrenciler sembolik ve görsel yaklaşımlar olmak üzere iki çeşit yaklaşımı benimsemişlerdir. Çalışmada her bir yaklaşım ise kendi içinde dörde ayrılmıştır. Sembolik yaklaşımlar sayma, terimlerle işlem yapma, terimler arası farkla işlem yapma ve bir değişkenle işlem yapma; görsel yaklaşımlar sezgi, diyagramları birleştirme, terimler arasında yığma veya gruptama, terimler arasında parçalama veya gruptama olarak dörde ayrılmıştır. Çalışmada öğrencilerin genelleme süreçlerine katkı sağlamak için, sembolik ve görsel yaklaşım arasındaki ilişkileri anlayabilecekleri etkinliklerin uygulanması önerilmiştir.

Sasman ve arkadaşları (1999), 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemedeki düşünme süreçlerini incelemişlerdir. Araştırma 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracında dördü şekil örüntüsü olmak üzere, 8 tane örüntü problemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda ise öğrencilerinin çoğunun örüntüleri yakın uzaklıktaki adıma devam ettirmede zorluk yaşamadıklarını ve örüntünün kuralını belirlerken hata yapmadıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca bazı öğrencilerin ise yakın uzaklıktaki adımı bulurken yalnızca örüntünün sayısal değerine dikkate aldıklarını belirtmişlerdir.

Rivera ve Becker (2003), örüntüleri genelleme sürecinde sayısal ve şekilsel ipuçlarının etkisini incelemişlerdir. Çalışma 42 ilköğretim matematik öğretmen adayını yürütülmüştür. Çalışmada iki tane lineer şekil örüntüsü kullanılmıştır. Öğretmen adaylarından ilk üç terimi verilen örüntülerin dördüncü ve beşinci terimleri ile kurallarını bulmaları istenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının çoğunun sayısal değerler ile şekiller arasındaki ilişkiye çok az önem vererek daha çok cebirsel genelleme yaptıkları görülmüştür. Öğretmen adayları örüntülerin kurallarını doğru bir şekilde bularak ortak fark, tahminde bulunma ve deneme-yanılma stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Örüntüleri genellemede sayısal stratejileri kullanan öğretmen adaylarının formül ile şekiller arasındaki ilişkiyi açıklayamadıkları görülmüştür. Şekilsel stratejileri kullanarak genelleme yapan öğretmen adaylarının ise şekillerdeki sabit ve değişen parçaları dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Şekilsel stratejileri kullanan adayların formül ile şekiller arasındaki ilişkiyi açıklayabildikleri görülmüştür.

Lannin (2005), ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejileri ve genellemeleri gerekçelendirmelerini incelemiştir. Çalışma 25 öğrenci ile gerçekleştirmiştir. Araştırma sonucunda ise öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde bütüne genişletme, tahmin-kontrol, oran ayarlama, sayma ve yinelemeli stratejilerini kullandıklarını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin deneysel ve genel örnekler verme olmak üzere iki gerekçelendirme yöntemini kullandıkları tespit edilmiştir.

Ley (2005), 2, 3, 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin lineer örüntüleri genellemede kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma toplam 97 öğrenci ile yürütülmüştür. Beş lineer örüntü problemi; şekil, sayı, fonksiyon tablosu ve sözel örüntü problemleri şeklinde öğrencilere sunulmuştur. Örüntü problemlerinde öğrencilerden örüntülerin 5., 9. ve 41. adımları ile kurallarını bulmaları istenmiştir. Araştırmanın sonucunda örüntülerin sunum biçiminin öğrencilerin örüntüleri genellemede kullandıkları strateji seçimlerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin örüntüleri yakın uzaklıktaki bir adıma devam ettirirken tek veri setine odaklanan stratejileri daha çok, iki veri setine odaklanan stratejileri ise daha az kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntüleri sonlu bir adıma devam ettirirken daha çok yinelemeli stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin şekil örüntülerini sonlu bir adıma devam ettirirken iki veri setine odaklanan stratejileri daha sık kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin etkisiz stratejileri kullanımlarının azaldığı, iki veri setine odaklanan stratejileri kullanımlarının arttığı görülmüştür.

Becker ve Rivera (2005), 9. sınıf öğrencilerinin doğrusal örüntüleri genelleme yeteneklerini ve fonksiyonel genellemede başarılı oldukları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Ayrıca genelleme yapabilmek için sayısal ve şekilsel ipuçlarını nasıl kullandıklarının da belirlenmesi hedeflenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin kullanmış oldukları toplam yirmi üç strateji şekilsel, sayısal ve pragmatik olmak üzere üç başlık altında sunulmuştur. Öğrencilerin bu stratejiler arasından en fazla sayısal stratejiyi kullandıkları belirtilmiştir. Sayısal stratejilerle örüntüleri genellemeyi başaramayan öğrencilerin ise başka yaklaşımları tercih etmedikleri sonucu ile karşılaşılmıştır. Ayrıca pragmatik genellemeyi kullanan öğrencilerin hem

şekilsel hem de sayısal stratejileri bir arada etkin bir şekilde kullandıkları ifade edilmiştir.

Becker ve Rivera (2006), altıncı sınıf öğrencilerinin sayı ve şekil örüntüsü problemlerini genelleme stratejilerini incelemişlerdir. Araştırma 29 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada öğrencilere sekiz haftalık bir öğretim uygulanmıştır. Öğretim öncesi ve sonrasında öğrencilerle görüşme yapılmıştır. Ön görüşme sonuçlarında, öğrencilerin şekil örüntüsü problemlerinde görsel ve cebirsel yaklaşımları kullandıkları tespit edilmiştir. Cebirsel yaklaşımı kullanan bazı öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki adımını bulurken farklılığı arama stratejisini tercih ettikleri, bazı öğrencilerin ise görsel yaklaşımı kullandıkları görülmüştür. Ayrıca bazı öğrencilerin örüntüyü yakın uzaklıktaki bir adıma genellerken cebirsel yaklaşım olarak farklılığı arama stratejisini kullanırken bazı öğrenciler görsel yaklaşım olarak şeklin yapısal özelliklerini dikkate alarak örüntünün genel kuralını elde ettikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin örüntüleri yakın ve sonlu adıma genellemeden önce örüntülerin kuralını elde ettikleri görülmüştür. Son görüşme sonuçlarında ise bazı öğrencilerin sabit değişen örüntülerde sayısal veya görsel yaklaşımları kullanarak örüntülerin genel kuralına ulaşabildikleri, örüntüleri yakın ve sonlu bir adıma genellerken örüntünün kuralından yararlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmanın başında bazı öğrencilerin görsel yaklaşımı kullandıkları görülürken araştırmanın sonunda sayısal yaklaşımı tercih ettikleri görülmüştür.

Lannin ve arkadaşları (2006a), 6. öğrencilerinin örüntüleri genellemede belirgin ve yinelemeli stratejileri kullanma durumlarını araştırmışlardır. Çalışmanın verileri 10 öğretim etkinliği ile elde edilmiştir. Araştırma bulgularına göre bazı öğrencilerin belirgin ilişkiyi oluşturmak için genel muhakeme yapmayı tercih etmedikleri ve yinelemeli stratejileri belirgin stratejilere dönüştürmede zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca uygulanan öğretim etkinlikleri ile öğrencilerin yinelemeli stratejiden belirgin stratejiye doğru bir düşünce içine girdikleri tespit edilmiştir.

Lannin ve arkadaşları (2006b) 5. sınıf öğrencilerinin cebirsel genelleme stratejilerini ve bu strateji seçimlerini etkileyen faktörleri araştırmışlardır. Çalışmada öğrencilere 18 haftalık bir öğretim deneyi uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin belirgin, bütüne genişletme, yinelemeli, parçalama veya grupta

stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Bu stratejilerin kullanılmasını etkileyen faktörler ise sorunun matematiksel yapısı, problem durumlarının görsel imajı, önceki stratejiler, öğretmen ve diğer öğrenciler arasındaki sosyal etkileşim ve soruda verilen girdi değerleri olarak belirlenmiştir.

Barbosa ve arkadaşları (2007), altıncı sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme etkinliklerini çözerken kullandıkları stratejileri, yaşadıkları zorlukları ve muhakemelerinde görsel yaklaşımın etkisini incelemişlerdir. Çalışma 54 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak öğrencilere şekil ve sayı örüntüsü problemlerinden oluşan test uygulanmıştır. Bu örüntü problemlerinde öğrencilere yakın ve uzak genellemeyi içeren sorular sorulmuştur. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin daha çok sayısal yaklaşımı görsel yaklaşıma tercih ettikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin sayısal örüntüler içeren problemlerde görsel örüntüler içeren problemlere göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Tanışlı (2008), beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerini belirlemeyi hedeflemiştir. Çalışma 12 beşinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak klinik görüşme tekniği, kişisel bilgi formu, öğrenci günlükleri ve araştırmacı günlüğü kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda tekrarlanan örüntülerde tekrar biriminin belirlenmesinin örüntünün sonlu bir adıma devam ettirilebilmesinde, tekrar biriminde yer alan şekiller arası sayısal ilişkinin bulunmasında ve tekrarlanan örüntü oluşturulmasında etkili olduğu tespit edilmiştir. Çalışmaya göre öğrencilerin sayı örüntülerinde bir adımı bir önceki adımla ilişkilendirdiği, örüntü fonksiyon tablosu olarak verildiğinde ise adım ve adım sırası ilişkisini kurmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin şekil örüntülerinde görsel ve cebirsel yaklaşımları benimsedikleri ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin örüntüyü devam ettirmek ve örüntünün kuralını bulmak için cebirsel ve görsel yaklaşımlardan faydalandıkları görülmüştür. Tüm etkinliklerde kullanılan örüntü çeşitlerinde en çok sembol, matematiksel cümle ve sözlü ifade biçimlerinin kullanıldığı tespit edilmiştir. Örüntülerde yapılan tüm etkinliklerde örüntülerin sunuluş biçiminin (sayı, fonksiyon tablosu, şekil) etkili olduğu, öğrenci başarı düzeylerinin ise etkili olmadığı belirlenmiştir.

Chua ve Hoyles (2010), ortaokul matematik öğretmenleri ve ortaokul birinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme stratejilerini incelemişlerdir. Çalışma 16 öğretmen ve 47 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak doğum günü partisi dekorasyon probleminden oluşan çalışma yaprağı ve anket kullanılmıştır. Öğretmenlere çalışma yaprağı dağıtılmış ve sınıflarında problemin çözümünü hangi stratejiyi kullanarak çözmeyi tercih edecekleri sorulmuştur. Daha sonra problemin olası dört farklı öğrenci çözümünü içeren anket öğretmenlere sunulmuştur. Aynı şekilde öğrencilere de çalışma yaprağı ve anket dağıtılmıştır. Sonuç olarak en iyi genelleme stratejisine ilişkin öğretmen ve öğrencilerin düşüncelerinde farklılıklar olduğu görülmüştür. Öğretmenler örüntünün kuralını bulmada sayısal stratejilerin öğrencilere daha fazla yardımcı olabileceğini belirtirken, öğrenciler görsel stratejilerin kuralı daha kolay bulmalarını sağladığını ifade etmişlerdir.

Markworth (2010), geometrik genişleyen örüntülerle öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerinin geliştirilmesini incelemiştir. Çalışma, iki farklı okul ve her bir okuldan ikişer sınıf seçilerek dört sınıf ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya 4 öğretmen ve 54 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Çalışmaya katılan her bir sınıfa görsel muhakemenin ağırlıkta olduğu 6 ders anlatılmıştır. Örüntüleri yakın ve uzak adımlara genellerken üç sütunlu tablo kullanılmıştır. Tablonun birinci sütununda adım sıraları, ikinci sütunda öğrencilerin düşünceleri ve üçüncü sütunda da şekillerdeki toplam nesne sayıları belirtilmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin örüntüleri yakın ve uzak adımlara genellerken, şekilsel belirgin, şekilsel bütüne genişletme, şekilsel yığılma, şekilsel yinelemeli, sayısal belirgin, sayısal bütüne genişletme, sayısal yığılma, sayısal yinelemeli ve tanımlanmamış muhakeme stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Ayrıca üç sütunlu tablonun fonksiyonel düşünmenin gelişimini olumlu yönde etkilediği tespit edilmiştir.

Yaman (2010), 3, 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlemeyi amaçlamıştır. İki ilköğretim okulundaki 317 öğrenci ile yapılan çalışmada betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından 12 sorudan oluşan Matematiksel Örüntü Başarı Testi kullanılmıştır. Araştırma sonucuna göre öğrencilerin sınıf seviyesinin artmasına bağlı olarak başarılarının arttığı, örüntülerin sunum biçimi (tablo, şekil, sayı ve sözel problem), örüntü çeşidi (tekrarlayan, karesel genişleyen ve doğrusal genişleyen) ve

soru çeşidi (sayısal, sözel ve sembolik ifadeler) ile öğrencilerin matematik örüntü performanslarının ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin en çok tablo sunum şeklindeki örüntü soruları ve tekrarlayan örüntü sorularında başarılı oldukları görülmüştür. Öğrencilerin sayısal olarak verilen örüntülerde örüntüleri sonlu adıma kadar devam ettirmede oldukça başarılı oldukları ortaya çıkmıştır. Ayrıca öğrencilerin örüntülerin kuralını sözel olarak ifade edebildikleri fakat kuralı sembolik olarak ifade etmede zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Aslan (2011), örüntü kavramına ilişkin literatürde yer alan öğrenci güçlüklerini belirleyerek bu güçlükleri giderebilecek bir ders tasarımı hazırlamayı amaçlamıştır. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma 13 yedinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırmada, öğrencilerin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin ön öğrenmelerini tespit etmek amacıyla hazırlanan açık uçlu problemler, öğrenci güçlüklerini giderme amacıyla hazırlanan etkinlikler ve öğrenci uygulama sonrasında öğrenci güçlüklerindeki değişimi ortaya çıkarmayı amaçlayan açık uçlu problemler olmak üzere üç adet veri toplama aracı kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin cebirsel genelleme sürecinde; aritmetiksel genellemeden cebirsel genellemeye geçememe, örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmalarına rağmen uzak adımını bulurken zorlanma, örüntünün bir sonraki adımı bulmaya çalışma, örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak ifade edebilmelerine rağmen cebirsel olarak yazamama ve örüntüye uygun model oluşturmama zorluklarını yaşadıkları tespit edilmiştir. Araştırmada görsel ağırlıklı etkinlikler sonucunda; öğrencilerin strateji kullanımında, cebirsel genelleme yapabilme, notasyon kullanımı ve modelleri bir kural bulma bulmak için etkili kullanabilme yönünden gelişim gösterdikleri tespit edilmiştir.

Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011), sınıf öğretmeni adaylarının lineer şekil örüntülerini genelleme stratejilerini araştırmışlardır. Çalışma 16 öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarından bazılarının lineer şekil örüntülerini yakın/uzak bir adıma genellerken ve örüntünün genel kuralını bulurken görsel ve sayısal yaklaşımlarını kullandıkları tespit edilmiştir. Sayısal yaklaşım altında örüntünün adımları arasındaki ilişkinin araştırıldığı yinelemeli strateji, görsel yaklaşım altında ise yinelemeli stratejinin yanında değişkenler arasındaki ilişkinin belirlendiği fonksiyonel stratejinin kullanıldığı görülmüştür.

Yeşildere ve Akkoç (2011), matematik öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini incelemeyi ve bu süreçte model kullanımında tercih ettikleri görsel kalıpları belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada, 145 ilköğretim matematik öğretmeni adayına lineer olan ve lineer olmayan şekil örüntülerini genellemeye yönelik dört tane açık uçlu problem yöneltilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının genelleme sürecinde lineer şekil örüntülerinden lineer olmayanlara göre daha çok yararlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının şekil örüntüsünü sayısal olarak belirterek genelleme yapmaya yatkın oldukları görülmüştür. Ayrıca verilen örüntülerde ortak özelliği belirlemede genelleme yapmaya fayda sağlayacak seçimlerde bulunmadıkları, sadece örüntülerin bir sonraki adımını bulmayı sağlayacak biçimde ortak bir özellik aradıkları tespit edilmiştir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012), 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleme stratejilerini belirlemeyi ve karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma 6, 7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 18 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda, şekil örüntülerini sayı örüntülerine dönüştürerek genelleme yaptıkları görülmüştür. Ayrıca doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerin tümünde, 6-8. sınıf öğrencilerinin öğrenim seviyesi arttıkça örüntüleri genelleme stratejilerindeki çeşitliliğin ve doğru genellemeye ulaşma yeterliliklerinin arttığı belirlenmiştir. Aynı zamanda öğrencilerin genel olarak yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullandığı, fonksiyonel stratejiyi kullanan öğrencilerin sayısının oldukça az olduğu tespit edilmiştir.

El Mouhayar ve Jurdak (2013), ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin örüntüleri genellemede öğrencilerin stratejilerini belirleme ve açıklama durumlarını incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma 83 öğretmen ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak öğrencilerin çözüm stratejilerini belirleme ve açıklamaya yönelik iki anket kullanılmıştır. Öğretmenlere iki şekil örüntüsü problemine öğrencilerin verdiği cevaplar gösterilerek anketleri doldurmaları istenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin öğrencilerin örüntüleri yakın uzaklıktaki adıma ve uzak adıma genelleme görevlerinde kullandıkları çözüm yollarını açıklamada yetersiz kaldığı görülmüştür.

Özdemir (2013), 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleyeabilme süreçlerini incelemiştir. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma 27 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu öğrencilerden 9 tanesi 6. sınıf, 9 tanesi 7. sınıf ve 9 tanesi de 8. sınıf öğrencisidir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen her bir sınıf düzeyi için ayrı ayrı oluşturulan örüntü ve mülakat testleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin en yüksek başarıyı tekrarlı, en düşük başarıyı ise artarak genişleyen örüntü sorularında gösterdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada yinelemeli ilişki stratejisinden, belirgin stratejiye geçiş yaparken başarılı oldukları fakat artarak genişleyen örüntü sorularında aynı başarıyı gösteremedikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki adımları ile kurallarını ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki ve belirgin stratejileri kullanarak buldukları, tahmin-kontrol ve bütüne genişletme stratejilerini çok az kullandıkları saptanmıştır. Aynı zamanda 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki adımları ile kurallarını bulmada ağırlıklı olarak sayısal, nadiren de görsel stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir.

Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2013), sınıf öğretmeni adaylarının örüntüleri genellemedeki bilişsel yapılarını ve bu süreçte kullandıkları genelleme tiplerini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Nitel araştırma yaklaşımının benimsendiği çalışma 16 sınıf öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile ön ve son görüşmeler yapılmış, elde edilen bulgular adayların genelleme şemaları ve cebirsel genelleme tipleri olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir. Araştırmada yapılan ön görüşmelerde aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım yapan adayların son görüşmelerde cebirsel genellemeye ulaştıkları, görüşmelerde adayların ağırlıklı olarak görsel yaklaşıma doğru bir eğilim gösterdikleri belirlenmiştir. Araştırma sonucunda adayların bu yaklaşımlar altında kullandıkları genelleme stratejilerinin çeşitliliğinin arttığı, temsil kullanımlarının geliştiği ve değişkenin bilinmeyen anlamından daha çok bağımlı-bağımsız anlamını keşfettikleri tespit edilmiştir.

Barbosa ve Vale (2015), sınıf öğretmeni adaylarının şekil örüntüsü problemlerini çözme basamaklarını, bu basamaklarda kullandıkları stratejileri, örüntü problemlerinin çözümünde karşılaştıkları zorlukları ve genelleme yapmalarını etkileyen faktörleri incelemişlerdir. Nitel yaklaşımın kullanıldığı araştırma, 80 sınıf öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmada sayma ve yinelemeli, uzak adımı bulmada farklar arasındaki oran, bütüne genişletme, tahmin ve hem görsel hem de sayısal belirgin stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının örüntülerin uzak adımı bulmada zorluk yaşadıkları görülmüştür.

Özdemir ve arkadaşları (2015), yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini incelemişlerdir. Çalışma 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmada veri toplama aracı olarak 10 sorudan oluşan örüntü testi ve 5 sorudan oluşan mülakat testi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için genellikle yinelemeli, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kuraldan yapma ve örüntülerin kurallarını bulmak için belirgin strateji kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntünün kuralını bulmak için görsel stratejileri hiç kullanmadıkları ve şekillerin yapısını dikkate almayarak sayısal ilişkileri kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin örüntülerin kurallarını bulurken tahmin-kontrol, bütüne genişletme stratejilerini çok az kullandıkları görülmüştür. Örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarıya tekrarlı, en düşük başarıya ise artarak genişleyen örüntü sorularında ulaşıldığı tespit edilmiştir.

Sucuoğlu (2015), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişen örüntülere ilişkin genelleme stratejilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Tarama modelinin benimsendiği çalışmada araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen örüntü testi ve klinik görüşme tekniği ile toplanmıştır. Örüntü testi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören 50 son sınıf öğrencisine uygulanmış ve bu öğrencilerden 6 tanesi ile klinik görüşme yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genellerken sayısal ve görsel olmak üzere iki temel yaklaşım benimsedikleri tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının görsel yaklaşımı kullanırken şekle dayalı genellemeler yaptığı ve değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği stratejiler kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının sayısal yaklaşımı kullanırken ise şekilleri sayısallaştırdıkları ve genellemede çoğunlukla

ardışık adımlar arasındaki farkı kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca strateji seçiminde şeklin yapısal özelliğinin etkili olduğu görülmüştür. Bunların yanı sıra bazı öğretmen adaylarının sabit değişen sayı örüntüsüne uygun bir model oluşturmada ve artarak değişen örüntüleri genellemede zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Yakut Çayır ve Akyüz (2015), temel eğitimini tamamlamış olan 9. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma, farklı okullarda öğrenim gören 425 9. sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak lineer şekil örüntülerini genellemeye yönelik iki açık uçlu problem kullanılmıştır. Araştırmanın bulgularında öğrencilerin yakın ve uzak adımları ya art arda sayıları yazarak ya da adımlar arasındaki farkı bulup bir önceki adıma ekleyerek elde etmeye çalıştıkları görülmüştür. Bu sebeple öğrencilerin yakın uzaklıktaki adımı bulmada uzak adımı bulmaya göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrenciler uzak adımları bulma ve örüntü genellemesine ilişkin bağıntıyı bulmada düşük başarı gösterdikleri belirtilmiştir.

Barbosa ve Vale (2016), öğretmen adaylarının şekil örüntülerinin genelleştirilmesini içeren problemleri nasıl çözdüklerini ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda 80 öğretmen adayının kullanmış oldukları stratejileri, yaşadıkları zorlukları ve kullandıkları muhakemede görselleştirmenin rolünü incelemişlerdir. Veri toplama aracı olarak doğrusal, doğrusal olmayan, şeffaf ve şeffaf olmayan yapıda bulunan 9 şekil örüntüsü problemi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının sayma, görsel yinelemeli, sayısal yinelemeli ve sayısal belirgin ve görsel belirgin gibi farklı stratejileri kullandıkları görülmüştür. Ayrıca örüntüyü uzak adıma genellerken düzeltmeli fark oranı, tahmin-kontrol, bütüne genişletme, görsel belirgin ve sayısal belirgin stratejinin kullanıldığı tespit edilmiştir.

El Mouhayar ve Jurdak (2016), farklı örüntü genelleme çeşitleri ve sınıf düzeylerinde öğrencilerin sayısal ve şekilsel akıl yürütme yaklaşımlarının çeşitliliğini araştırmışlardır. Çalışma, beş okuldaki 4. sınıf düzeyinden 11. sınıf düzeyine kadar 1232 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak dört şekil örüntüsü problemi kullanılmıştır. Problemlerin her birinde örüntünün ilk dört adımı verilmiştir ve öğrencilerden örüntüleri bir sonraki adıma, yakın uzaklıktaki bir adıma ve uzak bir adıma genellemeleri istenmiştir. Sonuç olarak, örüntüleri yakın ve uzak bir

adına genellerken öğrencilerin sayısal stratejileri görsel stratejilere göre daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Örüntü bir sonraki adımını bulurken ise öğrenciler genellikle görsel stratejileri kullanmışlardır. Ayrıca genellenmesi istenen adım sırası uzaklaştıkça öğrencilerin görsel stratejileri kullanma oranının azaldığı görülmüştür. Bunların yanında öğrencilerin sınıf düzeyi arttıkça görsel strateji kullanma durumlarının arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Çilingir ve Yelken (2016), örüntü konusunu derslerinde işleyecek olan sınıf öğretmenleri adayları ile derslerinde işleyen sınıf öğretmenlerinin şekil örüntüleri konusundaki alan bilgilerini belirleyerek karşılaştırma yapmayı amaçlamıştır. Çalışma 30 sınıf öğretmeni ve 30 sınıf öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak Şekil Örüntüleri Alan Bilgisi Testi ve yarı yapılandırılmış anket kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda örüntü alan bilgisinde sınıf öğretmenlerinin sınıf öğretmeni adaylarına göre daha başarılı olduğu, üç boyutlu şekillerin kullanıldığı test maddelerinde ise her iki grubun da zorlandığı tespit edilmiştir.

Dayan (2017), 4, 5, 6 ve 7. sınıfa devam eden üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri devam ettirmelerinin, ifade etmelerinin ve sembolize etmelerinin matematiksel örüntülerin hangi özelliklerine göre nasıl değiştiğini ve üstün yetenekli olmayan öğrencilerle nasıl bir farklılık gösterdiğini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma 120 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen Matematiksel Örüntü Başarı Testi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda üstün yetenekli öğrencilerin genel örüntü başarılarının üstün yetenekli olmayan öğrencilerin genel örüntü başarılarından anlamlı şekilde farklılaştığı görülmüştür. Üstün yetenekli öğrencilerin sınıf seviyelerine göre örüntü başarılarının değiştiği tespit edilmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin örüntü sunum biçimlerine göre matematiksel örüntülerle ilgili başarılarının farklılık gösterdiği, öğrencilerin en yüksek başarıyı sayı dizisi biçiminde sunulan örüntülerde ardında şekil ve tablo biçiminde sunulan örüntülerde gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca üstün yetenekli öğrencilerin örüntü çeşitleri ile matematiksel örüntülerle ilgili başarılı arasında anlamlı farklılık bulunmuştur. Üstün yetenekli öğrenciler tekrarlayan örüntü çeşidindeki sorularda diğer örüntü çeşidindeki sorulara göre oldukça yüksek başarı göstermişlerdir. En düşük başarı karesel genişleyen örüntü çeşidindeki sorularda ortaya çıkmıştır ve bu başarının doğrusal genişleyen örüntü çeşidindeki

sorulardaki başarıya oldukça yakın olduğu görülmüştür. Araştırma bulgularına göre, üstün yetenekli öğrencilerin örüntü soru tiplerine ile matematiksel örüntülerdeki başarıları arasında anlamlı farklılık olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sayısal ifade soru tipini çok kolay yaparken, sözel ifade soru tipinde oldukça zorluk yaşadıkları, sembolik ifade soru tipinde ise ortalama bir başarı sergiledikleri belirlenmiştir.

Tanışlı ve arkadaşları (2017), ortaokul matematik öğretmeni adaylarının örüntüler bağlamında genellemelerini incelemeyi, genellemeler için ortaya koydukları doğrulamalarını keşfetmeyi ve yapılan genelleme ile doğrulama arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma sekiz öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak doğrusal ilişki içeren ve içermeyen örüntü görevleri kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme sürecinde belirgin ve belirgin olmayan muhakemeleri kullandıkları ve doğrulama sürecinde ise tümdengelim ile tümevarım yöntemlerini benimsedikleri tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarından belirgin muhakemeyi kullananların doğrulama sürecinde genel olarak tümdengelim ve tümevarım yöntemlerini kullandıkları, belirgin olmayan muhakemeyi kullananların ise sadece tümevarım yöntemini kullandıkları, bazı adayların ise doğrulamalarının deneysel deliller ve dış otoriteden destek alma düzeyinde kaldığı görülmüştür. Ayrıca şekil olarak verilen örüntü görevlerinin genelleme ile doğrulama süreçlerini desteklediği ve doğrulama yapmanın genelleme yapmaya katkı sağladığı tespit edilmiştir.

Yeşildere İmre ve arkadaşları (2017), farklı temsil şekilleriyle sunulan örüntüleri genellemede öğrencilerin düşünme biçimlerini ve genelleme yapma stratejilerini incelemişlerdir. Araştırma 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören 92 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın bulgularına göre öğrencilerin cebirsel genelleme yapmak yerine aritmetiksel genelleme yapma eğiliminde oldukları ve şekil örüntülerinde cebirsel genelleme yapmada zorluk çektikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin şekil örüntülerini sayı örüntülerine dönüştürerek şekil örüntülerinden faydalanamadıkları görülmüştür.

Kocamaz (2020), yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda yaşadıkları zorlukları tespit etmeyi ve bu zorlukların giderilmesi için önerilerde bulunmayı amaçlamıştır. Nitel araştırmanın benimsendiği araştırmanın çalışma grubunu 50 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmada, öğrencilerin örüntüler konusunda yaşadığı zorlukları incelemek için araştırmacı tarafından hazırlanan örüntü ölçüm testi uygulanmış, sonrasında öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin en çok, verilen bir örüntünün, herhangi bir elemanın kaçınıcı adımda yer aldığını belirlemede zorlandıkları, örüntünün modellemesini yapmakta ise en başarılı oldukları tespit edilmiştir. Örüntülerin sunum şeklinin öğrenci başarısını etkilediği sonucuna ulaşılan çalışmada problem ve tablo şeklinde verilen örüntülerde öğrenci başarısının düşük, şekil ve sayı olarak sunulan örüntülerde başarının yüksek olduğu görülmüştür. Bu zorlukların giderilmesi için örüntü konusunu işlenmeden önce öğrencilere problem çözme ve denklem kurma gibi konuların kısa bir tekrarının yapılması, öğrencilere tablo ve grafiklerle ilgili etkinlikler sunulması önerilmiştir.

Türkoğlu ve Yalın (2020), sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan örüntüleri genelleme ve bu örüntüleri yakın, orta ve uzak adımlara devam ettirmede kullandıkları stratejileri araştırmışlardır. Araştırma 40 sınıf öğretmeni adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama aracında lineer, karesel ve üslü olmak üzere 3 örüntü problemine yer verilmiştir. Araştırma sonucunda, sınıf öğretmeni adaylarının çoğunlukla belirgin stratejiyi kullandıkları ve lineer olmayan örüntü problemlerinin kuralını bulmada zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adayları örüntülerin kuralını bulurken lineer örüntü problemlerinde kısmen ve lineer olmayan örüntü problemlerinde ise çoğunlukla zorlanmışlardır. Örüntülerin kuralını bulurken genellikle belirgin stratejiyi kullanmışlardır. Örüntü problemlerinde yakın uzaklıktaki adımları bulmak için çoğunlukla yinelemeli stratejiyi, orta ve uzak adımları bulmak için ise örüntünün kuralını kullandıkları tespit edilmiştir.

Karaz (2021), 6. sınıf öğrencilerinin öğretim deneyi sürecinde yarı bağımsız ve bağımsız örüntüleri genelleme bağlamında oluşturdukları partonomik yapıları ve bu yapıların fonksiyon tabanlı genelleme sürecine etkisini incelemiştir. Bu çalışmada nitel araştırma benimsenmiştir. Araştırma üç düşük, üç orta ve üç yüksek düzeydeki dokuz öğrenci ile dokuz haftalık sınıf uygulamaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veriler öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşme videoları, sınıf öğretim dersleri videoları ve öğrenci dokümanları ile toplanmıştır. Araştırma sonucunda sınıf uygulamalarından önce öğrencilerin çoğunlukla sayı örüntüsüne dayalı şekil örüntüsü oluştururken uygulamalardan sonra öğrencilerin çoğunluğunun partonomik ilişkilere dayalı örüntü oluşturdukları, oluşturdukları örüntüleri standart ya da standart olmayan fonksiyon tabanlı genelledikleri, öğrencilerin çoğunluğunun, tablo temsili, sözel temsil, yarı sembolik ve sembolik temsilleri kullandığı ve temsiller arası geçiş yapabildikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin temsilleri kendi içinde anlamlı kullandıkları tespit edilmiştir.

Ay (2022), 7. sınıf öğrencilerinin örüntü problemlerini genelleme sürecinde kullandıkları stratejileri ve ortaya koydukları bilişsel düzeyleri keşfetmeyi amaçlamıştır. Çalışma 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak Kişisel bilgi formu, Örüntü Testi ile şekil, sayı ve tablo sunum biçimlerinden oluşan 3 tane sabit artan örüntü problemi içeren Örüntü Görüşme Formu kullanılmıştır. Çalışmada toplanan verilere göre öğrenciler örüntü problemlerinin yakın uzaklıktaki adımlarına yinelemeli, içeriksel ve dikey-yatay gruplama stratejilerini kullanarak ulaşmışlardır. Örüntülerin genel kuralını, orta ve uzak adımlarını bulmak için en çok içeriksel strateji kullanılmıştır. Tersine çevirme problemlerinde en çok denklem ifade edilmesi ve çözümü ile işlem sırasının doğru ters çevrilmesi stratejileri kullanılmıştır. Öğrenciler örüntünün genel kuralını, yakın, orta ve uzak adımlarını bulurken bağlantısız ve bağlantılı işlemler düzeyinde bilişsel istem göstermişlerdir.

Elbir ve Özmen (2023), ortaokul matematik ders kitaplarındaki örüntüler konusunu aritmetikten cebirse geçiş bağlamında incelemişlerdir. Çalışmada ortaokul 5. ve 7. sınıf düzeylerinde kullanılan MEB tarafından önerilen matematik ders kitapları incelenerek analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda ders kitaplarında örüntüleri genellemede genellikle tek bir çözüm yönteminin kullanıldığı tespit edilmiştir. Ders kitaplarının örüntülerin kuralını bulmada öğrencilere farklı stratejiler kullanma fırsatı

sağlamadığı ve azalan örüntülere yönelik örneklerin oldukça az bulunduğu görülmüştür. Ayrıca ders kitaplarında şekil örüntülerinin kuralını bulmada şekil örüntülerini sayı örüntülerine dönüştürerek genelleme yapmayı içeren örneklerin bulunduğu tespit edilmiştir.

Dikkartın Övez ve İnce (2024), yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini ve örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejileri incelemiştir. Çalışma 152 öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından oluşturulan Örüntü Testi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda çoğu öğrencinin aritmetik genelleme ve olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde kalarak cebirsel genelleme yapamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmak için en çok yinelemeli ile modelleme, orta adımını bulmak için en çok yinelemeli ile fark ile çarpma ve uzak adımını bulmak için en çok fark ile çarpma ile fonksiyonel stratejileri kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde örüntülerin bileşenlerini belirlemede başarılı oldukları fakat ortak özelliği az sayıda öğrencinin tanıdığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin çoğunlukla aynı örüntü sorusunda tek bir stratejiye bağlı kalmayarak farklı stratejiler kullandıkları tespit edilmiştir.

Literatür incelendiğinde örüntülerle ilgili yurt dışında ve yurt içinde yapılan birçok çalışmanın olduğu görülmektedir. Bu çalışmalar sınıflandırıldığında öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin örüntüleri genelleme stratejilerini belirlemeye yönelik yapılan çalışmaların olduğu görülmüştür. Ülkemizde öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerini belirlemeye yönelik yapılan çalışmalarda genellikle farklı örüntü çeşitlerinin, sunum biçimlerinin ve strateji türlerinin beraber incelendiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin doğrudan şekil örüntülerini genellemeye ve görsel stratejileri kullanma durumlarını belirlemeye yönelik çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Bu sebeple mevcut araştırmanın yapılmasının literatürdeki boşluğu doldurabileceği düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde çalışmada benimsenen desen, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizi, pilot çalışma ve çalışmanın geçerlilik ve güvenirliliğine ilişkin bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Deseni

Bilimsel çalışmalarda nitel, nicel ve karma olmak üzere üç farklı yaklaşım kullanılmaktadır. Nicel araştırma yönteminde değişkenler arasındaki ilişki nesnel kuramlarla test edilmekte ve bu değişkenler ölçme araçları ile sayısal olarak ifade edilebilmektedir (Creswell, 2017, s. 4). Nicel çalışmalarda araştırmacının olayın dışında kalarak tarafsız ve nesnel olması gerekirken nitel araştırmalarda olayın içinde olarak deneyimlerini ve öznel bakış açısını çalışmaya aktarması gerekmektedir. Nitel araştırma yönteminde ise amaç sayılar yolu ile sonuca ulaşmak değil araştırma sonucunda okuyucuya betimsel ve gerçekçi bir resim sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 44). Nitel araştırma, küçük araştırma gruplarından elde edilen bilgilerin özgünlüğüne ve derinliğine önem veren bir araştırma türüdür (Baltacı, 2019). Nitel çalışmalar katılımcılardan toplanan bilgilerin derinlemesine anlaşılmasını sağlarken nicel çalışmalar bu bilgilerin ölçülerek nesnel bir sonuca varılmasına sağlamaktadır (Karataş, 2015). Karma araştırma yöntemi nitel ve nicel verilerin toplanarak bir arada kullanılması yaklaşımına dayanmaktadır.

Nitel araştırma, bütüncül bir yaklaşıma dayanarak ilgili problemi yorumlayıcı bir şekilde incelemeyi benimsemektedir (Karataş, 2015). Nitel araştırmada bir problem veya konunun keşfedilmesi gerekmektedir (Creswell, 2013, s. 47). Nitel araştırmanın keşfedici özelliğe sahip olması, üzerinde az çalışılmış olan konulara açıklık getirmede yararlı olmaktadır. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışmalarda ele alınan konunun derin bir şekilde kavranması amaçlanmaktadır. Araştırma sırasındaki keşfetme süreci nitel çalışmalarda üzerinde inceleme yapılan olay ve olguların detaylandırılması için önem taşımaktadır (Baltacı, 2019).

Nitel araştırma desenleri kültür analizi, olgubilim, kuram oluşturma, eylem araştırması ve durum çalışması olmak üzere farklı çeşitlere ayrılmaktadır. Durum çalışmaları nitel araştırmanın hem ürünü hem de nesnesi olabilecek bir çeşiddir (Creswell, 2013, s. 97). Durum çalışmasının amacı, belirli bir konuyu veya problemi en etkili şekilde açıklamaktır (Creswell, 2013, s. 98). Bu nedenle araştırma sürecinde birden fazla veri kaynağının kullanılması önem taşımaktadır. Durum çalışmalarında bir duruma ilişkin ortam, olaylar, kişiler, süreçler gibi etkenler bütüncül olarak araştırılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s.70). Yıldırım ve Şimşek (2016), durum çalışmalarının en etkili ve belirgin özelliğinin bir veya birden fazla durumun derinlemesine incelenmesi olduğunu belirtmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin şekil örüntülerini genellemede hangi stratejileri kullandıklarını belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrenci stratejilerini detaylı olarak incelemek ve değerlendirmek için nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin şekil örüntüsü problemlerinde görsel stratejileri kullanma durumları derinlemesine ve bütüncül olarak incelendiği için durum çalışması tercih edilmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Durum çalışmasında amaç bir durumu derinlemesine incelemek olduğu için çalışma grubunda kişi sayısının az olması tercih edilmiş ve amaçlı örnekleme yöntemi benimsenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Amaçlı örnekleme yöntemi olgu ve olayların derinlemesine araştırılmasında, keşfedilmesinde ve ifade edilmesinde fayda sağlamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 116). Amaçlı örnekleme kendi içinde farklı örnekleme yöntemlerine ayrılmaktadır. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri ölçüt örnekleme yöntemidir. Ölçüt örnekleme, önceden belirlenen ölçütleri karşılayan bütün durumların çalışmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 120). Çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemi kapsamında katılımcıların sınıf düzeyi ve akademik başarıları ölçüt olarak belirlenmiştir. Örüntüler konusu MEB (2018) programına göre 5. ve 7. sınıf düzeylerinde yer almaktadır. Örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade etme konusu 7. sınıf düzeyinde yer aldığı için katılımcıların ortaokul 7. sınıf düzeyinde

olmaları tercih edilmiştir. Öğrenci grupları oluşturulurken gruplarda farklı başarı düzeylerinde öğrencilerin olması için, öğrencilerin matematik dersinde gösterdikleri başarıları ve sınıf öğretmenlerinin öğrencilerle ilgili görüşleri dikkate alınmıştır. Öğrencilerin başarı düzeyleri matematik dersinin sınavından aldıkları puanlara ve ders içindeki performanslarına göre belirlenmiştir. Matematik sınav notları 70-100 arasında olan öğrenciler yüksek, 50-69 arasında olan öğrenciler orta ve 0-49 arasında olan öğrenciler düşük başarı düzeyinde kabul edilmiştir. Sınıf öğretmenin görüşünde öğrencilerin iletişime açık olma ve kendi fikirlerini savunabilme durumlarına dikkat edilmiştir. Çalışma, 2022-2023 eğitim öğretim yılında Rize ilinde bulunan bir ortaokulda 7. sınıfta öğrenim gören 4'ü erkek, 8'i kız olmak üzere toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan 12 öğrencinin 4'ü yüksek, 4'ü orta, 4'ü düşük başarıya sahiptir. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler Ö1, Ö4, Ö7, Ö10; başarı düzeyi orta olan öğrenciler Ö2, Ö5, Ö8, Ö11; başarı düzeyi düşük olan öğrenciler Ö3, Ö6, Ö9, Ö12 olarak kodlanmıştır. 12 öğrenci, her bir grupta bir yüksek, bir orta ve bir düşük başarıya sahip olacak şekilde 3 öğrenciden oluşan gruplara ayrılmıştır. Ayrıca her bir grupta 1 erkek, 2 kız öğrenci bulunmaktadır. Grup 1'de Ö1, Ö2, Ö3; Grup 2'de Ö4, Ö5, Ö6; Grup 3'te Ö7, Ö8, Ö9 ve Grup 4'te Ö10, Ö11, Ö12 kodlamasına sahip öğrenciler bulunmaktadır. Tablo 2'de gruplardaki öğrencilerin başarı düzeylerine göre kodlaması verilmiştir.

Tablo 2. Gruplardaki öğrencilerin başarı düzeyleri

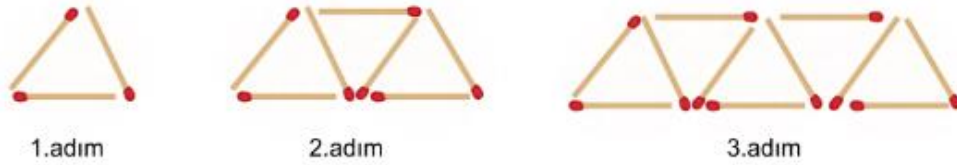
Gruplar	Yüksek Başarı Düzeyi	Orta Başarı Düzeyi	Düşük Başarı Düzeyi
Grup 1	Ö1	Ö2	Ö3
Grup 2	Ö4	Ö5	Ö6
Grup 3	Ö7	Ö8	Ö9
Grup 4	Ö10	Ö11	Ö12

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın amacı, problemi ve bu probleme yön veren alt problemler belirlendikten sonra veri toplama aracı geliştirilmesi sürecine geçilmiştir. Veri toplama aracı oluşturulurken matematik öğretim programı, ortaokul matematik ders kitapları ve literatürde yer alan çalışmalar titiz bir şekilde incelenerek veri toplama aracının ilk

hali oluşturulmuştur. Veri toplama aracının ilk halinde, kuralı “ an ” olan 3, kuralı “ $an + b$ ” olan 4 ve kuralı “ $an - b$ ” olan 4 örüntü problemi bulunmaktadır. Hazırlanan veri toplama aracı, uzman görüşü için alanında uzman 3 öğretim elemanına gönderilmiştir. Uzmanlardan gelen görüşler doğrultusunda veri toplama aracında gerekli değişiklikler yapılmıştır. Bu değişiklikler aşağıda belirtilmiştir.

- Uzman görüşlerinin doğrultusunda, 11 örüntü problemi arasında 6 problemin kullanılmasına karar verilmiştir.
- Tüm örüntü problemlerinde “terim” kelimesi yerine “adım” kelimesi kullanılmıştır.
- Tüm örüntü problemlerinde “Genel terimi bulunuz.” ifadesi “Örüntünün kuralını bulunuz.” olarak değiştirilmiştir.
- Beşinci problemde üçgenlerden oluşan şekil örüntüsü Şekil 13’te olduğu gibi kibrit çöpleri ile oluşturulmuştur.



Şekil 9. Uzman görüşü sonucunda düzenlenen şekil örüntüsü

- İkinci problemin b maddesinde 5. adımdaki nesne sayısı yerine 8. adımdaki nesne sayısının bulunması istenmiştir.
- İkinci problemin c maddesinde 50. adımdaki nesne sayısı yerine 92. adımdaki nesne sayısının bulunması istenmiştir.
- Üçüncü problemin c maddesinde 90. adımdaki nesne sayısı yerine 95. adımdaki nesne sayısının bulunması istenmiştir.
- Dördüncü problemin c maddesinde 75. adımdaki nesne sayısı yerine 92. adımdaki nesne sayısının bulunması istenmiştir.
- Beşinci problemin c maddesinde 91. adımdaki nesne sayısı yerine 90. adımdaki nesne sayısının bulunması istenmiştir.
- Problemlerdeki şekil örüntülerinin daha anlaşılır olması için şekillerin çiziminde düzenlemeler yapılmıştır.

Uzman görüşleri doğrultusunda veri toplama aracının son hali 6 şekil örüntüsünü ve her şekil örüntüsü de 4 alt soruyu içerecek şekilde düzenlenmiştir. Hazırlanan veri toplama aracı ile asıl çalışmanın yapılacağı okulda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri ile pilot çalışma (pilot çalışma ile ilgili 3.6. başlığında detaylı bilgi verilmiştir.) gerçekleştirilmiştir. Uzman görüşleri ve pilot çalışma sonrasında veri toplama aracının son haline karar verilmiştir.

Bu çalışmanın veri toplama aracı 6 şekil örüntüsü probleminden oluşmaktadır. Örüntü problemlerinin 2 tanesi genel kuralı “ an ”, 2 tanesi genel kuralı “ $an + b$ ” ve kalan 2 tanesi genel kuralı “ $an - b$ ” formatında olan şekil örüntülerinden oluşmaktadır.

Veri toplama aracında yer alan birinci problem kuralı “ $4n$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem El Mouhayar ve Jurdak (2016) çalışmasından uyarlanmıştır. Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller birimkarelerden oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Veri toplama aracında yer alan ikinci problem kuralı “ $3n$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem Rivera (2010) çalışmasından uyarlanmıştır. Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller birbirine eş dikdörtgenlerden oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Veri toplama aracında yer alan üçüncü problem kuralı “ $3n + 2$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem Aslan (2011) çalışmasından uyarlanmıştır. Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller çemberlerden oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Veri toplama aracında yer alan dördüncü problem kuralı “ $4n + 1$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem Becker ve Rivera (2007) çalışmasından alınmıştır. Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller noktalardan oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Veri toplama aracında yer alan beşinci problem kuralı “ $4n - 1$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem Sasman ve arkadaşları (1999) çalışmasından uyarlanmıştır. Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller kibrit çöplerinden oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Veri toplama aracında yer alan altıncı problem kuralı “ $6n - 2$ ” olan şekil örüntüsüdür. Bu problem Becker ve Rivera (2006) çalışmasından uyarlanmıştır.

Problemde örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller dairelerden oluşmaktadır (bkz. Ek-2).

Çalışmada kullanılan ve genel kuralı “ $6n - 2$ ” olan şekil örüntüsü problemi Şekil 9’da verilmiştir.



Şekil 10. Kuralı $6n - 2$ olan şekil örüntüsü

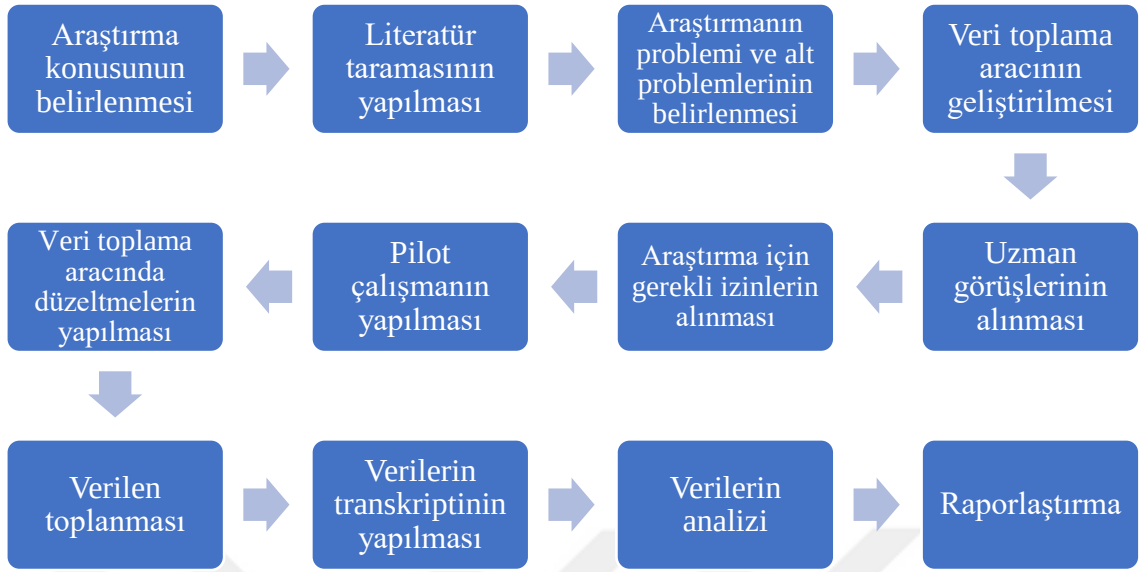
Yukarıda yer alan dairelerden oluşan şekil örüntüsünün birinci adımında dört daire, ikinci adımında on daire ve üçüncü adımında ise on altı daire bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

- Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çizin ve kaç tane daire olması gerektiğini bulunuz.
- Örüntünün 7. adımında yer alan daire sayısını bulunuz
- Örüntünün 90. adımında yer alan daire sayısını bulunuz.
- Örüntünün kuralını bulunuz.

Veri toplama araçındaki her bir örüntü problemi dört alt soruyu içermektedir. Örüntü problemlerinin a maddesindeki alt soru çalışmanın “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerini devam ettirmede ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindeki birinci alt problemine, b maddesindeki alt soru çalışmanın “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindeki ikinci alt problemine, c maddesindeki alt soru çalışmanın “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindeki üçüncü alt problemine ve d maddesindeki alt soru ise çalışmanın “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin kurallarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindeki dördüncü alt problemine yönelik hazırlanmıştır.

3.4. Veri Toplama Süreci

Uygulama 2022-2023 eğitim-öğretim yılı güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecine başlanmadan önce Milli Eğitim Müdürlüğünden ve öğrenci velilerinden gerekli izinler alınmıştır (bkz. Ek-3 ve Ek-4). Şekil örüntüsü problemlerinden önce ders akışı içerisinde öğrencilere örüntüler konusu anlatılmış fakat şekil örüntüsü problemlerini çözme stratejilerine giriş yapılmamıştır. Bu aşamadan sonra asıl çalışmaya başlanmıştır. Öncelikle öğrencilere veri toplama aracındaki örüntü problemleri sırası ile verilmiştir. Öğrenciler grup çalışması ile örüntü problemini çözdükten sonra sınıf tartışması yapılmıştır. Bu süreç her bir örüntü problemi için tekrarlanmıştır. Uygulama bu şekilde 6 gün yapılmıştır. Her bir uygulama için yaklaşık 2 ders saati ayrılmıştır. Dolayısıyla uygulama süreci yaklaşık 12 ders saati sürmüştür. Öncelikle her bir gruba aynı örüntü problemi verilmiştir. Grup üyelerinin problemleri kendi aralarında çözmeleri için 20 dakika süre verilmiştir. Daha sonra öğrencilerin problemlerin çözümünü yaptıkları dokümanlar alınmıştır. Bu dokümanlar ve grup üyelerinin fikirleri alınarak farklı çözüm stratejileri tahtaya yazılmıştır. Bu işlem yaklaşık 15 dakika sürmüştür. İkinci ders saatinde ise yaklaşık 30 dakika süren sınıf tartışması gerçekleştirilmiştir. Sınıf tartışması esnasında grupların her birinde öğrenciler tarafından yapılan doğru veya yanlış çözüm stratejileri tartışılmıştır. Sınıf tartışmasının son aşamasında ise öğrencilerden gelen farklı fikirlere göre ortaya çıkan yeni stratejiler tartışılmıştır. Grup çalışmaları video kaydına alınmıştır. Her bir grup için bir kamera olmak üzere toplam 4 tane kamera kullanılmıştır. Kamera öğrencilerin problem çözümü yaptıkları dokümanları görecektir. Şekilde yerleştirilmiştir. Sınıf tartışmalarında ise sınıf tahtasını görecektir. Şekilde bir kamera kullanılarak video kaydı alınmıştır. Veri kaybını önlemek amacıyla çekim esnasında kameraların durumu araştırmacı tarafından kontrol edilmiştir. Şekil 10'da verilen şemada bu çalışmada takip edilen süreç belirtilmiştir.



Şekil 11. Araştırma sürecine ait akış şeması

Çalışmada veri toplama süreci 6 gün boyunca devam etmiştir. 1. ve 2. günlerde kuralı “ an ”, 3. ve 4. günlerde kuralı “ $an + b$ ”, 5. ve 6. günlerde ise kuralı “ $an - b$ ” olan örüntüler kullanılmıştır. Çalışmanın veri toplama süreci Şekil 11’de aşamalı olarak gösterilmiştir.



Şekil 12. Veri toplama sürecinin aşamalı gösterimi

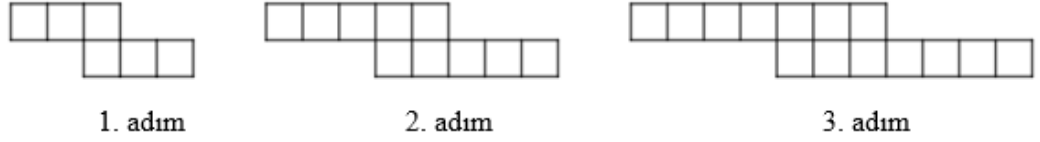
3.5. Verilerin Analizi

Bu çalışmanın verilerinin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizin amacı, görüşme ve gözlem sonucunda elde edilen verilerin

düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde okuyucuya sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016; Baltacı, 2019). Betimsel analizde veriler önceden belirlenen temalara göre sınıflandırılır ve sınıflandırılan veriler özetlenerek yorumlanır (Karataş, 2015). Betimsel analizde kullanılacak kod ve temaların seçimi için ilgili literatürün taranması gerekmektedir. Bu nedenle betimsel analiz daha çok tümdengelimci bir yaklaşıma dayanmaktadır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada analiz için bir çerçeve oluşturulur, ikinci aşamada tematik çerçeveye göre veriler işlenir, üçüncü aşamada bulgular tanımlanır ve dördüncü aşamada bulgular yorumlanır (Baltacı, 2019). Betimsel analizde, ulaşılan bulgular arasında sebep-sonuç ilişkisi belirlenerek bu durumlar arasında karşılaştırmalar yapılabilir. Betimsel analizde çalışmanın katılımcılarının görüşlerini okuyucuya detaylı bir şekilde aktarabilmek için doğrudan alıntılara yer verilmektedir.

Veri analiz sürecine grup çalışmaları ve sınıf tartışmalarına ait video kayıtlarının transkript edilmesiyle başlanmıştır. Verilerin analizi yapılırken öğrencilerin örüntü problemlerine vermiş oldukları cevaplar, video kayıtları ve sınıf tartışmasının video kayıtları eş zamanlı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin grup çalışmalarında örüntü problemlerine vermiş oldukları cevaplar öncelikle doğru (D), yanlış (Y) ve çözümü yarıda bırakma (ÇYB) olarak kodlanmıştır. Bu aşamadan sonra öğrencilerin grup çalışmaları ve video kayıtları her problem için incelenerek kullandıkları stratejiler belirlenmiştir. Öğrencilerin örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejiler; Chua ve Hoyles (2010), El Mouhayar ve Jurdak (2013), Lannin (2003 ve 2005), Lannin ve arkadaşları (2006a ve 2006b), Rivera ve Becker (2008), Rivera (2010), Stacey (1989) çalışmalarında ulaşılan stratejilere göre belirlenerek analiz edilmiştir. Verilerin analizinde sayısal veya görsel belirgin, sayısal veya görsel yinelemeli (recursive), sayısal veya görsel bütüne genişletme (whole-object), sayısal veya görsel yığılmalı (chunking), yapıcı (constructive), yapıyı çözücü (deconstructive), dönüşüme dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (transformative constructive/deconstructive) ve tamamlamaya dayalı yapıcı/yapıyı çözücü (auxiliary constructive/deconstructive) stratejileri kullanılmıştır. Şekil 12’de verilen örüntü probleminde örüntüyü genellemek için kullanılan stratejilere ilişkin örnek çözümler Tablo 3’te verilmiştir.

Aşağıdaki şekil örüntüsü birimkarelerden oluşmaktadır. Örüntünün birinci adımında 6, ikinci adımında 10, üçüncü adımında 14 birimkare bulunmaktadır. Buna göre örüntünün sekizinci adımında kaç tane birimkare bulunmalıdır?



Şekil 13. Şekil örüntüsü örneği

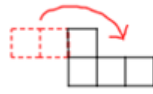
Yukarıda verilen şekil örüntüsü sorusu Jurdak ve El Mouhayar (2014) çalışmasından alınmıştır.

Tablo 3. Örüntüleri genelleme stratejilerini sınıflandırmak için kullanılan kuramsal çerçeve

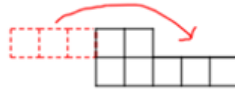
Stratejiler	Örnek Çözümler
Yinelemeli	6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34.... 8. adımda 34 birimkare vardır
Belirgin	1. adım 6 2. adım $6 + 4 \cdot (2-1)$ 3. adım $6 + 4 \cdot (3-1)$... 8. adımdaki birimkare sayısı $6 + 4 \cdot (8-1) = 34$
Bütüne Genişletme	2. adımda 10 birimkare 8. adımda $4 \cdot 10 = 40$ birimkare (Sabit adım ihmal edildiği için yanlış cevap verilmiştir.)
Yığılmalı	3. adımdaki birimkare sayısı 14 8. adımdaki birimkare sayısı $14 + 4 \cdot 5 = 34$ birimkare
Yapıcı	3+3 5+5 7+7 8. adımda $17+17=34$ birimkare
Yapıyı Çözücü	3+2+3-2 5+4+5-4 7+6+7-6 8. adımda $17+16+17-16=34$ birimkare
Dönüşüme Dayalı Yapıcı	1. adım 2. adım 3. adım 2.3 2.5 2.7 8. adımda $2 \cdot 17 = 34$ birimkare

Tablo 3 (Devam). Örüntüleri genelleme stratejilerini sınıflandırmak için kullanılan kuramsal çerçeve

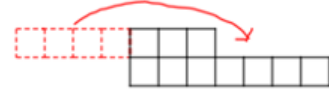
Dönüşüme
Dayalı
Yapıyı Çözücü



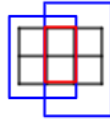
1. adım



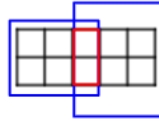
2. adım



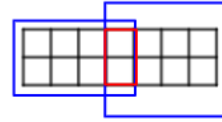
3. adım



4+4-2



6+6-2



8+8-2

8. adımda $18+18-2=34$ birimkare

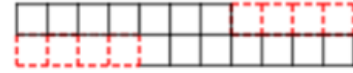
Tamamlamaya
Dayalı
Yapıcı



1. adım



2. adım



3. adım



(2.5)-(2.2)



(2.8)-(2.3)



(2.11)-(2.4)

8. adımda $(2.26)-(2.9)=34$ birimkare

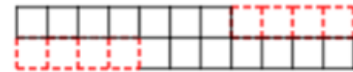
Tamamlamaya
Dayalı
Yapıyı Çözücü



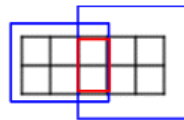
1. adım



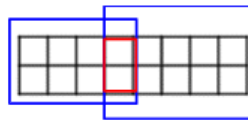
2. adım



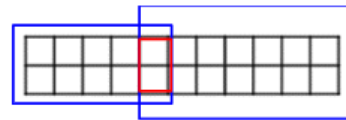
3. adım



(6+6-2)-2.2



(8+10-2)-2.3



(10+14-2)-2.4

8. adımda $(20+34-2)-2.9=34$ birimkare

3.6. Pilot Çalışma

Çalışmada kullanılan veri toplama aracındaki problemlerin anlaşılabilirliği, grup çalışmalarına ayrılan süre, sınıf tartışmasına ayrılan süre ve süreçte karşılaşılabilecek durumları tespit etmek amacıyla çalışmanın katılımcılarına benzer bir grup oluşturularak pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma 2022-2023 eğitim öğretim yılında Rize ilinde bir ortaokulda bulunan düşük, orta ve yüksek akademik başarıya sahip üç 8. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracındaki 6 problem öğrencilere iki ayrı günde uygulanmıştır. Öğrencilere problem kâğıdı ve çözümlerin yapılabilmesi için yeterli sayıda boş kâğıt verilmiştir. Öğrenciler problemlerin çözümünü kendi aralarında tartışarak yapmışlardır. Öğrencilerin problemleri çözme süreçleri ve sonrasında yapılan sınıf tartışması video kaydına alınmıştır. Öğrencilerin problemleri grup içinde tartışarak çözme süresinin yaklaşık 20 dakika ve sınıf tartışmasının yaklaşık 30 dakika sürdüğü tespit edilmiştir. Pilot çalışma sırasında öğrencilerin problemleri çözme sürelerine ve sınıf tartışması için ayrılan zamana dikkat edilerek asıl çalışma için plan yapılmıştır. Pilot çalışma sonucunda asıl çalışmada öğrencilerin dikkatinin dağılmaması için kameranın öğrencilerin kendilerini görmeyecekleri şekilde yerleştirilmesine karar verilmiştir. Kamera açısı çözüm kağıtlarını görüntüleyecek şekilde ayarlanmıştır. Asıl çalışmada da öğrencilerin yüzleri görünmeyecek ama soru çözümü için kullandıkları cevap kağıtlarını görüntüleyecek şekilde kamera yerleştirilmiştir. Örüntü problemlerinin çözümünde kullanılan stratejilerin daha iyi anlaşılması amacıyla çözüm sırasında öğrencilere kendi aralarında konuşarak fikirlerini birbirleri ile paylaşmaları gerektiği vurgulanmıştır. Örüntü problemlerinin anlaşılabilirliğinde herhangi bir sıkıntı yaşanmadığı için problem cümlelerinde herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir.

3.7. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Bilimsel çalışmalarda geçerlik ve güvenirlilik, araştırmanın inandırıcılığını belirleyen ve en sık kullanılan iki ölçüt olarak kabul edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 281). Kirk ve Miller (1986) nitel araştırmalarda geçerliği, araştırmacı tarafından araştırılan olgunun, olduğu şekilde ve mümkün olduğunca tarafsız gözlenmesi anlamına geldiğini ifade etmiştir. Nitel araştırmalarda geçerlik, araştırmacının elde ettiği bulguların doğruluğunu ifade etmektedir. Nitel

araştırmalarda güvenilirlik, çalışmanın benzer gruplara farklı araştırmacılar tarafından tekrar uygulandığında tutarlı sonuçların ortaya çıkması anlamına gelmektedir (Creswell, 2017, s. 201). Lincoln ve Guba (1985), nitel çalışmaların niteliğini artırmak için iç geçerlik (inandırıcılık), dış geçerlik (aktarılabilirlik), iç güvenilirlik (tutarlık) ve dış güvenilirlik (teyit edilebilirlik) kavramlarını ele almaktadır.

İç geçerliği (inandırıcılık) artırmak için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme ve uzman incelemesi gibi çeşitli yöntemler kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 290). Bu bağlamda çalışmanın katılımcılarını araştırmacının kendi öğrencileri oluşturduğu için katılımcılarla uzun süreli etkileşimde bulunulmuştur. Çalışmada derinlik odaklı veriler elde edebilmek için öğrencilerin problem çözümleri doküman olarak toplanmış ve problemleri çözme süreçleri video kaydı altına alınmıştır. Asıl çalışma uygulanmadan önce çalışma sırasında yaşanabilecek sorunları önlemek amacıyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan veri toplama aracı alanında uzman olan kişilerin görüşleri ve pilot çalışma doğrultusunda yeniden düzenlenerek son halini almıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda yapılan düzenlemeler “3.4. Veri Toplama Süreci”, pilot çalışma ile ilgili bilgiler ise “3.6. Pilot Çalışma” başlığı altında detaylı açıklanmıştır.

Dış geçerliği (aktarılabilirlik) artırmak için detaylı betimleme ve amaçlı örnekleme yönteminin kullanılması önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Detaylı betimleme kapsamında öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken kendi aralarında geçen diyaloglar doğrudan yazılı hale getirilmiş ve problemlerin çözümleri görsel olarak çalışmaya eklenmiştir. Çalışmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak katılımcıların hangi ölçütlere göre belirlendiği ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

İç güvenilirlik (tutarlık), çalışmaya araştırmacının dışında farklı bir gözle bakılarak elde edilen bulguların tekrar edilebilirliğini ifade etmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 295). Çalışmanın iç güvenilirliğini sağlamak amacıyla elde edilen veriler araştırmacı tarafından yorumlanmadan doğrudan aktarılmıştır. Öğrencilerin problem çözümleri ve problemlerin çözüm sürecinde alınan video kayıtları eş zamanlı olarak incelenerek veri toplama araçları arasında tutarlık sağlanmaya çalışılmıştır. Çalışmada veri toplama aracının oluşturulması ve toplanan verilerin analiz

edilmesinde uzman görüşü alınarak çalışmanın dışarıdan farklı bir göz ile incelenmesi sağlanmıştır.

Dış güvenirliğin (teyit edilebilirlik) sağlanması için araştırmacının öznel yargılardan uzak olması ve elde ettiği verileri devamlı olarak teyit etmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021, s. 295). Bu bağlamda veri toplama araçları, veri toplama süreci, verilerin analizi detaylı olarak açıklanarak pilot ve asıl çalışmada alanında uzman kişilerin görüşleri alınmıştır.



4. BULGULAR

Bu bölümde çalışmada elde edilen bulgular çalışmanın alt problemlerine göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.1. Öğrencilerin Şekil Örüntülerini Devam Ettirmede Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular

Bu çalışmanın birinci alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerini devam ettirmede ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt probleme yönelik bulgular, bu bölümde verilmiştir.

Çalışmanın birinci alt problemi doğrultusunda öğrencilerden, veri toplama aracında yer alan problemlerde örüntünün dördüncü adımına gelmesi gereken şekilleri çizmeleri ve bu adımdaki nesne sayılarını bulmaları istenmiştir. Çalışmanın birinci alt problemine yönelik bulgular “adım sırasına karşılık gelen değeri bulma” ve “adım sırasına karşılık gelen şekli oluşturma” olarak incelenip tablo haline getirilmiştir. Öğrencilerin şekil örüntülerini devam ettirmede kullandıkları stratejiler ile bu stratejileri kullanarak ulaştıkları sonuçların doğruluğu Tablo 4’te belirtilmiştir. Tablolarda doğru cevaplar (D), yanlış cevaplar (Y) ve çözümü yarıda bırakılan cevaplar (ÇYB) olarak ifade edilmiştir.

Tablo 4. Öğrencilerin şekil örüntülerini devam ettirmede kullandıkları stratejiler

Öğrenciler		1.problem	2.problem	3.problem	4.problem	5.problem	6.problem
Ö1	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö2	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Görsel Yinelemeli (ÇYB) Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö3	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö4	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Görsel Yinelemeli (Y)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıyı Çözücü (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)
Ö5	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Görsel Yinelemeli (Y)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıyı Çözücü (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)
Ö6	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Görsel Yinelemeli (Y)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıyı Çözücü (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (Y)

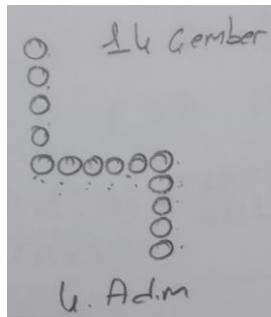
Tablo 4 (Devam). Öğrencilerin şekil örüntülerini devam ettirmede kullandıkları stratejiler

Ö7	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö8	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö9	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö10	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö11	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)
Ö12	Adım Sırasına Karşılık Gelen Değeri Bulma	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Yinelemeli (D)
	Adım Sırasına Karşılık Gelen Şekli Oluşturma	Şeklin Yapısını Dikkate Almama (Y)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Yapıcı (D)

Tablo 4'te öğrencilerin örüntüleri devam ettirirken adım sırasına karşılık gelen değerleri bulmak için sayısal yinelemeli, görsel yinelemeli ve sayısal belirgin olmak üzere üç farklı stratejiyi; şekilleri oluşturmak için ise yapıcı ve yapıyı çözücü stratejileri kullandıkları ya da şeklin yapısını dikkate almadıkları görülmüştür. Öğrenciler adım sırasına karşılık gelen değerleri bulmak için en çok sayısal yinelemeli stratejiyi, şekilleri oluşturmak için ise yapıcı stratejiyi kullanmışlardır. Tablo 4'ten adım sırasına karşılık gelen değerleri bulma sorularında öğrencilerin oldukça başarılı oldukları ve sadece Grup 2'nin üyelerinin üçüncü problemde yanlış cevaba ulaştıkları görülmektedir.

Tablo 4'ten öğrencilerin örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekilleri çizmek için en çok yapıcı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Grup 3'ün üyelerinin tüm problemlerde örüntünün dördüncü adımına karşılık gelen şekli bu strateji ile doğru çizdikleri de yukarıdaki tablodan anlaşılmaktadır. Yukarıdaki tablodan Grup 2'nin üyelerinin üçüncü problemde şekli çizmek için yapıyı çözücü stratejiyi kullanarak hatalı cevaba ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca yapıcı stratejiyi kullanarak dördüncü adıma karşılık gelen şekli Grup 1'in üyelerinin dördüncü problemde ve Grup 2'nin üyelerinin altıncı problemde yanlış çizdikleri de tablodaki dikkat çeken verilerdendir. Yapıcı stratejinin kullanıldığı diğer tüm problemlerde doğru cevaplara ulaşıldığı da yukarıdaki tabloda görülmektedir.

Üçüncü problemde dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken sayısal yinelemeli, şekli oluştururken yapıcı stratejiyi kullanan ve doğru cevaba ulaşan Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 14'te verilmiştir.



Şekil 14. Grup 1'in üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıcı strateji

Ö1: Birinci adımda 5 tane çember var.

Ö2: İkinci adımda 8 tane çember var.

Ö1: 3'er artıyor yani. Evet, üçüncü adımda 11 tane çember var. Yani dördüncü adımda 14 tane çember olur.

Ö2: Buralar (yatay ve dikey sıraları gösteriyor) 1 artarak gidiyor değil mi? Evet, her yerden 1 artıyor.

Ö1: Alttan ve üstten 1 artıyor.

Ö2: O zaman sonraki adımda yatay ve dikey sıralarda 6 tane çember olacak.

Ö1: Zaten ikinci adıma bakarsak birinci adımın bir fazlası dikey sırada var.

Ö2: Birinci adımda yatay sırada 3 tane var, ikinci adımda 1 fazlası yani 4 tane var. Dikey kısımda 1 tane var sonraki adımda 1 fazlası gelmiş.

Ö1: Galiba bir şey buldum. Birinci adımda 1 tane altta ve üstte var, şu kısımda (yatay sırayı gösteriyor) ise 3 tane var yani adım sırasının 2 fazlası. Bak ikinci adımda burada 4 tane var, üçüncü adımda 5 tane var.

Ö2: Evet. Ama 5 olmuyor ki 3 ile 2'yi çarparsak 6 olur.

Ö1: Çarpmayacağız ki ekleyeceğiz. Adım sırasının 2 fazlası oluyor yani.

Ö2: Tamam kafam karıştı bir anda. Dördüncü adımda yatay sıra 6 diğer taraflar 5 tane olacak o zaman.

Ö1: Dördüncü adımda yatay sırada 6 tane olacak.

Ö2: Diğer taraflarda da 5 tane olacak.

Ö1: Evet.

Ö2: Toplam kaç tane çember buldun? Ben 14 tane buldum.

Ö1: Bir yerde yanlış yaptım sanırım (Çemberleri saydı).

Ö2: Üst kısımda 4 tane var, 1 artması lazım yani 5 tane olacak. Alt kısımda da 5 tane olacak.

Ö1: Evet, ben en alttaki ortak çemberi saymadım.

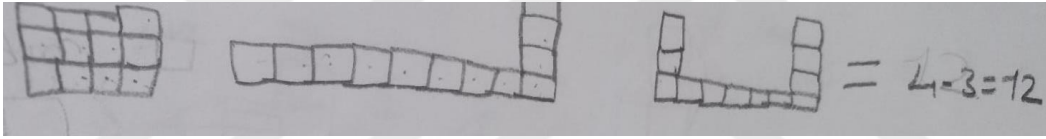
Ö2: Evet, sende 6 tane olmuş.

Ö1: Evet, şimdi oldu.

Ö1 ve Ö2 arasında geçen diyalogdan, bu öğrencilerin öncelikle sayısal yinelemeli stratejiyi kullandıkları anlaşılmaktadır. Çünkü “birinci adımda 5, ikinci adımda 8, ... dördüncü adımda 14 tane çember olur” ifadeleri sayısal yinelemeli stratejinin kullanıldığını göstermektedir. Daha sonra Ö2 isimli öğrencinin “Birinci

adımında yatay sırada 3 tane var, ikinci adımda 1 fazlası yani 4 tane var. Dikey kısımda 1 tane var sonraki adımda 1 fazlası gelmiş” ifadesi görsel yinelemeli stratejiye karşılık gelmektedir. Ancak Ö2 isimli öğrenci veya diğer grup üyeleri bu düşüncüyü devam ettirmemişlerdir. Ö2’nin bu konuşmasından sonra, Ö1 isimli öğrencinin “Galiba bir şey buldum. Birinci adımda 1 tane altta ve üstte var, şu kısımda ise 3 tane ...” ifadesinden itibaren, grup üyelerinin yapıcı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Bu gruptaki öğrenciler dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken yapıcı stratejiden faydalanmışlardır.

İkinci problemde dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken sayısal yinelemeli stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan fakat adım sırasına karşılık gelen şekli oluştururken şeklin yapısını dikkate almayarak hatalı cevaba ulaşan Grup 2’nin üyelerinden Ö4 ve Ö5 arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 15’te verilmiştir.



Şekil 15. Grup 2’nin üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli strateji ve şeklin yapısını dikkate almamaları

Ö4: Şekiller 3’er arttığı için kural $3n$ olur. O zaman dördüncü adımı bulmak için n yerine 4 yazalım. 12 tane olur.

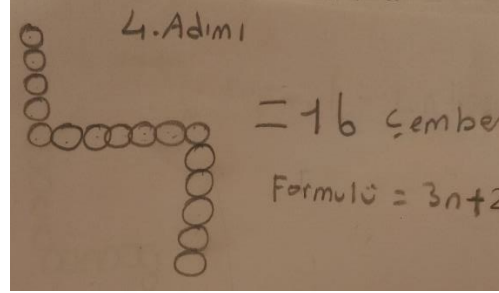
Ö5: Ben farklı şekillerde çizdim.

Ö4: Neden öyle çizdin ki?

Ö5: Bilmiyorum. Bence “U” şeklinde de yapabiliriz.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin ardışık adımlar arasındaki farka odaklandıkları yani sayısal yinelemeli stratejiyi kullanarak örüntünün kuralını doğru buldukları anlaşılmaktadır. Örüntünün kuralını kullanarak da istenen adımdaki kare sayısını doğru buldukları görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin örüntünün dördüncü adımı için çizdikleri şekillerden ve aralarında geçen konuşmalardan şeklin yapısını dikkate almadıkları anlaşılmaktadır.

Üçüncü problemde dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken görsel yinelemeli stratejiyi ve dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluşturmak için yapıyı çözücü stratejiyi kullanarak yanlış çözümler yapan Grup 2'nin üyelerinden Ö4 ve Ö5 arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 16'da verilmiştir.



Şekil 16. Grup 2'nin üyelerinin örüntünün dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmak için kullandıkları görsel yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıyı çözücü strateji

Ö5: ... Aslında şöyle de bulabiliriz. Yatay sıra 3, 4, 5 olarak ilerlemiş. Dikey sıralar 2, 3, 4 olarak ilerliyor. 1'er 1'er artmış yani. Dördüncü adımda yatay sırada 6, dikey sıralarda 5'er tane çember var. Buna göre şu şekilde çizdim (Yukardaki şekli gösteriyor). Çemberleri sayacak olursak, 16 tane çember oluyor.

Ö4: Ben de öyle yaptım.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin örüntünün ilk üç adımındaki şekilleri yatay ve dikey olacak şekilde ayırdıkları görülmektedir. Daha sonra ayırdıkları yatay ve dikey sıralardaki çember sayılarını dikkate alarak dördüncü adımdaki çember sayısını hesaplamışlardır. Öğrenciler şeklin yapısını dikkate alıp ardışık adımlar arasındaki farkı kullanmışlardır. Bu sebeple görsel yinelemeli stratejiden faydalanmışlardır. Öğrenciler dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken yapıyı çözücü stratejiyi kullanmışlardır. Çünkü şekli ortak elemanı olacak şekilde yatay ve dikey parçalara ayırmışlardır. Ancak dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken bu ortak elemanları iki sefer çizmişlerdir. Bu sebeple dördüncü adıma karşılık gelen şekli yanlış oluşturmuşlardır.

Birinci problemde dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken şeklin yapısını dikkate almayarak hatalı çizimler yapan Grup 4'ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 17'de verilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 17. Grup 4'ün üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken şeklin yapısını dikkate almamaları

Ö10: Önce kareleri sayalım.

Ö11: Üçüncü adımda 12 tane var.

Ö10: Bir sonraki adımda kaç olacak yani?

Ö12: 4 eksiği olmayacak mı?

Ö10: Hayır 4 fazlası olmalı. 12'ye 4 eklersek 16 olur. O zaman bir sonraki adımda 16 kare olacak. Birinci adımda 4 tane, ikinci adımda 8 tane, üçüncü adımda 12 tane birimkare var. Her adımda 4 artıyor.

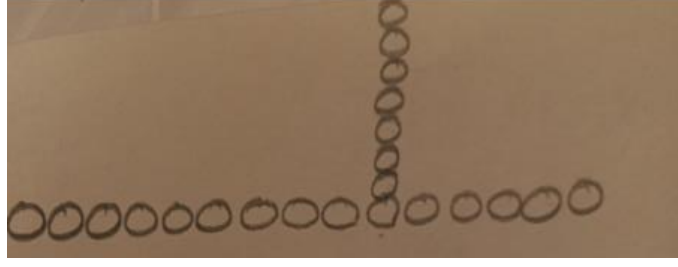
Ö11: Evet, o zaman dördüncü adımda 16 tane olur.

Ö12: Şekil ise şöyle mi olur? (Şekil 17a'yı gösteriyor).

Ö11: 16 tane olduğu için doğrudur. Hatta şöyle de çizilebilir (Şekil 17b'yi gösteriyor).

Yukarıdaki diyaloga göre öğrencilerin örüntünün dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulurken sayısal yinelemeli stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaştıkları görülmektedir. Ö12 dördüncü adımdaki nesne sayısının bir önceki adımdaki nesne sayısından 4 eksik olacağını belirtmiş ve bu hatası Ö10 tarafından düzeltilmiştir. Öğrenciler örüntünün adımlarındaki şekillerin yapısını dikkate almadıkları için, dördüncü adıma karşılık gelen şekille ilgili hatalı çizimler yapmışlardır.

Altıncı problemde dördüncü adımdaki çember sayısını bulmak için sayısal yinelemeli, dördüncü adıma karşılık gelen şekli oluştururken yapıcı stratejiyi kullanan Grup 2'nin üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 18'de verilmiştir.



Şekil 18. Grup 2'nin üyelerinin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken kullandıkları sayısal yinelemeli, şekli oluşturmada kullandıkları yapıcı strateji

Ö5: 4, 10, 16 ... altışar altışar artıyor. O zaman üçüncü adımda 16 tane varsa, sonraki adımda 22 tane daire olması gerekiyor.

Ö4: Evet, ama çizerken kesiştikleri dairelere dikkat etmeliyiz.

Ö5: Birinci adımda yatay sırada 3 tane, ikinci adımda 7 tane, üçüncü adımda 11 tane var. Dikey sıralar ise...

Ö4: Birinci adımda 3 tane yatay sırada ve 1 tane dikey sırada var. İkinci adımda 7 tane yatay sırada 3 tane dikey sırada var.

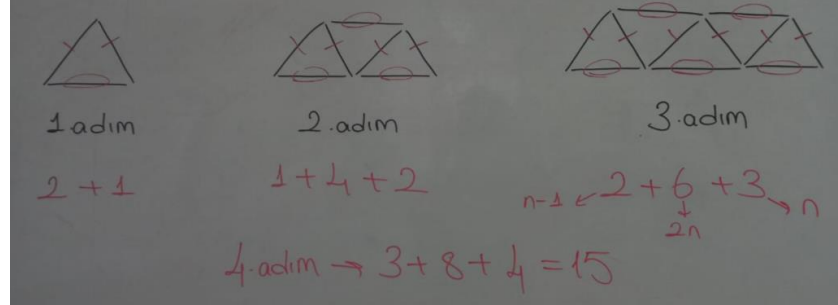
Ö5: Tamam, önce çizelim. Sonraki adımda alt sırada 15 tane olacak. Dikey sırada da 7 tane olacak. Buna göre şekil, bu (Yukarıdaki şekli gösteriyor) olur.

Ö6: Olur.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrencilerin dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken sayısal yinelemeli stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaştıkları görülmektedir. Öğrenciler dördüncü adıma karşılık gelen şekli çizmek için yapıcı stratejiden faydalanmışlardır. Örüntünün adımlarındaki şekli ortak elemanı olmayacak şekilde yatay ve dikey olmak üzere iki parçaya ayırmışlardır. Ancak dördüncü adıma karşılık gelen şekli çizerken, yatay ve dikey parçaların kesişim noktasını doğru belirleyememişlerdir. Bu sebeple yapıcı stratejiyi kullanarak yanlış cevaba ulaşmışlardır.

Tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasında problemler araştırmacı tarafından tahtaya yazılmıştır. Öğrenciler, grup çalışmasında yaptıkları çözümleri açıklamışlardır. 1, 2, 3, 4 ve 6 numaralı problemlere ait sınıf tartışmalarında, grup çalışmalarında ortaya çıkan stratejilerden farklı bir strateji ile karşılaşılmamıştır. Ancak beşinci probleme yönelik yapılan sınıf tartışmasında, grup çalışmalarında ortaya çıkan stratejilerden farklı bir strateji ile karşılaşılmıştır. Beşinci problemin sınıf

tartışmasında yapıcı strateji ortaya çıkmıştır. Araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 19’da verilmiştir.



Şekil 19. Beşinci problemin sınıf tartışmasında adım sırasına karşılık gelen değeri bulurken ortaya çıkan yapıcı strateji

Ö10: Üçüncü adımda üst tarafta 2 tane kibriit çöpü var. O zaman dördüncü adımda 3 tane olur. Birinci adımda hiç yok, ikinci adımda 1 tane var. Yani $n - 1$ tane üst tarafta kibriit çöpü oluyor. Adım sırasının bir eksiği kadar.

A: Diğer kibriit çöplerinin sayısı için ne söyleyebilirsiniz?

Ö10: Birinci adımda alt tarafta 1 tane, orta tarafta 2 tane kibriit çöpü var. Yani $2 + 1$ olarak yazabiliriz. İkinci adımda üst tarafta 1 tane, alt tarafta 2 tane, ortada ise 4 tane de yana yatık kibriit çöpü var. Yani kibriit çöpü sayısını $1 + 4 + 2$ olarak yazabiliriz. Üçüncü adımda üst tarafta 2 tane, alt tarafta 3 tane, 6 tane de yana yatık kibriit çöpü var. Burada toplam kibriit çöpü sayısını $2 + 6 + 3$ olarak yazabiliriz.

A: Bu düşünce ile dördüncü adımdaki kibriit çöpü sayısı için ne söyleyebilirsiniz?

Ö10: Üst taraftaki kibriit çöpü sayısı adım sırasının bir eksiği kadar, alt taraftaki kibriit çöpü sayısı adım sırası kadar ve yana yatık kibriit çöpü sayısı adım sırasının iki katı kadar olmalıdır. O zaman dördüncü adımda üste tarafta 3, alt tarafta 4 ve yana yatık 8 tane kibriit çöpü olması gerekir. Yani, $3 + 8 + 4$ işleminin sonucundan 15 tane kibriit çöpü olması gerekir.

Yukarıdaki diyaloga göre, Ö10 örüntünün adımlarını ortak elemanı olmayacak şekilde üç parçaya ayırmıştır. Bu parçaları alt, orta ve üst taraf olarak isimlendirmiştir. Sonra her bir parçadaki kibriit çöpleri sayısını belirtmiştir. Daha sonra her bir parçadaki kibriit çöplerinin sayısını örüntünün adım sıraları ile ilişkilendirmiştir. Bu ilişkilendirme ile örüntünün kuralını sözel olarak açıklamıştır. Son olarak sözel olarak

ifade ettiği örüntünün kuralını kullanarak, dördüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını doğru bulmuştur. Burada kullanılan yapıcı stratejidir. Çünkü örüntünün adımlarına karşılık gelen şekiller ortak elemanı olmayacak şekilde parçalara ayrılmış ve daha sonra adım sırası ile her bir parçadaki nesne sayısı ilişkilendirilmiştir.

4.2. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Yakın Uzaklıktaki Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular

Çalışmanın ikinci alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt probleme yönelik bulgular, bu bölümde verilmiştir.

Öğrencilerin şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmak için kullandıkları stratejiler ve bu stratejileri kullanarak ulaştıkları cevapların doğruluğu Tablo 5’ te belirtilmiştir.

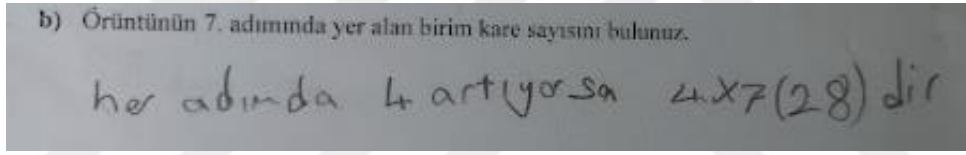
Tablo 5. Öğrencilerin şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada kullandıkları stratejiler

Öğrenciler	1.problem	2.problem	3.problem	4.problem	5.problem	6.problem
Ö1	Sayısal Belirgin (D)	Yapıcı (D)	Dönüşüme Dayalı Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö2	Sayısal Belirgin (D)	Yapıcı (D)	Dönüşüme Dayalı Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö3	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö4	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D) Sayısal Bütüne Genişletme (D)	Sayısal Belirgin (Y)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö5	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (Y)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö6	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (Y)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö7	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö8	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö9	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö10	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö11	Sayısal Yinelemeli (D) Sayısal Bütüne Genişletme (ÇYB)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö12	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Yinelemeli (D)	Sayısal Belirgin (D)

Tablo 5’te öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmak için sayısal belirgin, sayısal yinelemeli, sayısal bütüne genişletme, yapıcı ve dönüşüme dayalı yapıcı olmak üzere beş farklı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler

şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmak için en çok sayısal belirgin stratejiyi, en az ise sayısal bütüne genişletme ve dönüşüme dayalı yapıcı stratejilerini kullanmışlardır. Sayısal belirgin stratejiyi kullanan grupların neredeyse tüm problemlerde doğru cevaplara ulaştıkları görülmektedir. Sadece Grup 2'nin üyeleri üçüncü problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak yanlış cevaba ulaşmışlardır. Yukarıdaki tablodan görsel stratejilerin sadece Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 tarafından üç farklı problemde kullanıldığı ve bu stratejilerle doğru cevaplara ulaşıldığı görülmektedir. Ayrıca yukarıdaki tablodan sayısal bütüne genişletme stratejisinin Grup 2'nin üyelerinden Ö4 tarafından ikinci, Grup 4'ün üyelerinden Ö11 tarafından birinci problemde kullanıldığı görülmektedir. Ö4 bu strateji ile doğru cevaba ulaşırken, Ö11 bu strateji ile çözümü yarıda bırakmıştır.

Birinci problemde sayısal yinelemeli stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 4'ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 20'de verilmiştir.



Şekil 20. Grup 4'ün üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal yinelemeli strateji

Ö10: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. O zaman yedinci adımda 28 kare olur.

Ö12: Evet, haklısın.

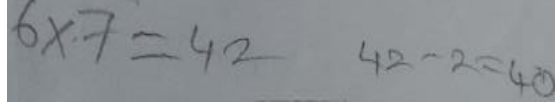
Ö11: 8, 8 daha 16 olur.

Ö12: Örüntü dörder dörder arttığı için yedinci adıma kadar öyle sayman lazım.

Ö11: Bu şekilde devam ettirildiğinde ben de 28 cevabına ulaştım. “Üçüncü adımda 12 tane varsa yedinci adımda kaç tane vardır?” diye düşünebiliriz...

Yukarıdaki diyalogdan Grup 4'ün üyelerinden Ö10 isimli öğrencinin şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürdüğü görülmektedir. Ö10 ve Ö12 isimli öğrenciler örüntüyü 4, 8, 12, ... şeklinde devam ettirerek 28 cevabına ulaşmışlardır. Öğrencilerin burada sayısal yinelemeli stratejiyi kullandıkları anlaşılmaktadır. Ö11 isimli öğrenci sayısal bütüne genişletme stratejisi ile dördüncü adımdaki kare sayısını bulmuştur. Daha sonra yine sayısal bütüne genişletme stratejisini yedinci adımdaki kare sayısını bulmak için kullanabileceklerini belirtmiştir. Ancak işlemi yapmamıştır.

Altıncı problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 3'ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 21'de verilmiştir.


$$6 \times 7 = 42 \quad 42 - 2 = 40$$

Şekil 21. Grup 3'ün üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö7: Örüntü altışar artmış. Bu sebeple örüntünün kuralında $6n$ olmalıdır. n yerine 1 yazdığımız zaman 4, n yerine 2 yazdığımızda 10 olmalı. Bu sebeple örüntünün kuralı $6n - 2$ olur. $6 \cdot 7 = 42$ olur. $42 - 2 = 40$ olur.

Ö8: Nasıl 40 buldun? $6 \cdot 7 = 42$ olur.

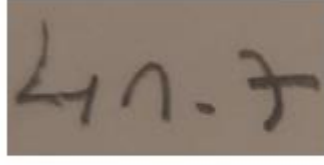
Ö7: Tamam, sonra 2 çıkarınca 40 olur.

Ö8: Evet, doğru.

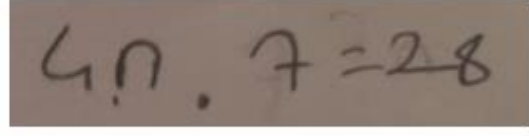
Ö9: Ben de öyle yaptım.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin örüntünün verilen adımlarında kaç tane şekil olduğunu buldukları ve örüntüyü 4, 10, 16... olarak ilerleyen bir sayı örüntüsüne dönüştürdükleri anlaşılmaktadır. Ardışık adımlar arasındaki sabit fark 6 olduğu için öğrenciler örüntünün kuralındaki n 'nin katsayısının 6 olduğunu belirledikten sonra, adım sayılarını n yerine yazarak sabit terimin -2 olduğunu bulmuşlardır. Öğrenciler örüntünün genel kuralını " $6n - 2$ " olarak belirledikten sonra yedinci adımdaki şekil sayısını bulmak için n yerine 7 yazarak 40 bulmuşlardır. Ö8'in 40 cevabının nasıl ulaşıldığını başlangıçta kavrayamadığı görülmektedir. Ö8'in " $6 \cdot 7 = 42$ " işlemini yaptığı ama çözümün devamını getiremediği yukarıdaki diyalogdan anlaşılmaktadır. İşlemin devamının Ö7 tarafından Ö8'e açıklandığı da yukarıdaki diyalogdan görülmektedir.

Birinci problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanan Grup 2'nin üyeleri arasında geçen diyalog ile yapılan işlemler Şekil 22a ve Şekil 22b'de verilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 22. Grup 2'nin üyelerinin yakın uzaklıktaki adımı bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö5: Örüntü 4, 8, 12 şeklinde ilerlemiş. Yani dörder artıyor ve yedinci adımı soruyor.

Ö6: Yani yedinci adıma kadar 4'er gideceğiz. Örüntünün kuralı $4n$ olur. Adım sayılarını n yerine yazdığımızda doğru oluyor.

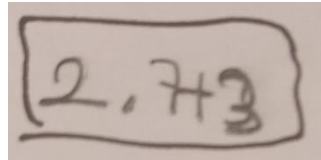
Ö4: Adım sırası 7 olduğu için 4.7 yapmalıyız. Yani 28 olur. 7. adımda 28 tane kare olmalı.

Ö5: n yerine adım sayılarını yazınca doğru çıkıyor

Ö4: $4.1 = 4$, $4.2 = 8$, $4.3 = 12$, $4.4 = 16$, $4.5 = 20$, $4.6 = 24$, $4.7 = 28$ olur. Evet doğru yaptık.

Grup 2'nin üyeleri arasında geçen diyaloga bakıldığında ilk olarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürdükleri görülmektedir. Daha sonra ardışık adımlar arasındaki farkı kullanarak $4n$ ifadesine ulaşmışlardır. $4n$ ifadesinde n yerine 1, 2, ... değerlerini vererek kuralın doğruluğunu tespit ettikleri anlaşılmaktadır. Öğrenciler burada yinelemeli stratejiden belirgin stratejiye başarılı şekilde geçiş yapmışlardır. 28 cevabını doğru bulmalarına rağmen cevap kağıtlarına " $4n.7$ ve $4n.7 = 28$ " şeklinde hatalı yazmışlardır. Bu durumun değişken ile işlem yapmadaki eksiklikten veya dikkatsizlikten kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir.

Üçüncü problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak hatalı cevaba ulaşan Grup 2'nin üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlem Şekil 23'te verilmiştir.



Şekil 23. Grup 2'nin üyelerinin yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö4: Örüntünün adımları 5,8,11,... şeklinde ilerlemektedir. 3'er artıyor. Adım sırasına karşılık gelen sayılar 3'ün katlarının 2 fazlasıdır. Bu durumda örüntünün kuralı $2n + 3$ olur. Yedinci adımı $2 \cdot 7 + 3$ şeklinde bulabiliriz.

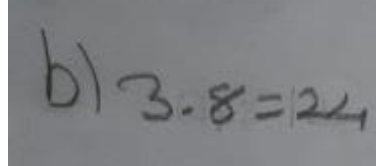
Ö5: Buradan cevap ne çıkar?

Ö4: 2 kere 7, 14 olur. 14'e 3 eklersek 17 olur.

Ö6: Evet.

Yukarıdaki diyaloga göre Ö4 isimli öğrenci sayısal belirgin stratejiyi kullanarak örüntünün kuralını sözel olarak doğru ifade etmiştir. Ancak kuralın sözel ifadesine karşılık gelen cebirsel ifadeyi hatalı oluşturmuştur. Kuralın cebirsel ifadesi " $3n + 2$ " olması gerekirken, Ö4 isimli öğrenci " $2n + 3$ " şeklinde belirleyerek işlem yapmıştır. Dolayısıyla doğru cevaba ulaşamamıştır. Grup üyeleri arasında herhangi bir tartışma ortamının oluşmamış olması, öğrencilerin buldukları değerlerin veya ileri sürdükleri düşüncelerin doğruluğunun tespit edilmesini engellemiş olabilir.

Sayısal bütüne genişletme stratejisi ikinci problemde Grup 2'nin üyelerinden Ö4 ve birinci problemde Grup 4'ün üyelerinden Ö11 tarafından kullanılmıştır. Sayısal bütüne genişletme ve sayısal belirgin stratejilerini kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 2'nin üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlem Şekil 24'te verilmiştir.



Şekil 24. Grup 2'nin üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları sayısal bütüne genişletme ve sayısal belirgin stratejileri

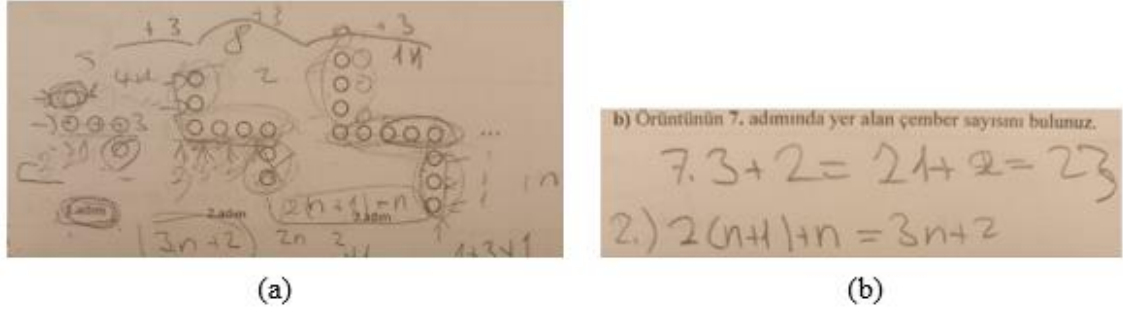
Ö5: Kural $3n$ 'dir. Örüntünün adımları 3,6,9,... şeklinde devam etmektedir. Dolayısıyla $3n$ olur. n 'in yerine 1,2 ve 3 koyarsak formülü sağladığı için bir şey ekleyip çıkarmamıza gerek yok zaten. n yerine 8 koyarız. $3 \cdot 8 = 24$ olur.

Ö6: Ben de öyle yaptım.

Ö4: Bu şekilde doğru olur. Şöyle de yapabiliriz: Dördüncü adımda 12 tane var. Bizden sekizinci adımdaki isteniyor. 2 katını alırsak.... o zaman sekizinci adımda 24 tane olur.

Yukarıdaki diyalogda Ö4 şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürerek, sayısal bütüne genişletme stratejisini kullanmıştır. Örüntünün dördüncü adımında 12 tane dikdörtgen olduğunu belirleyen Ö4 sekizinci adımındaki dikdörtgen sayısını bulurken “8, 4’ün iki katı olduğu için, sekizinci adımındaki dikdörtgen sayısı dördüncü adımındaki dikdörtgen sayısının iki katı olur” düşüncesinden hareket etmiştir. Ö5 isimli öğrenci ise şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirmiştir. Daha sonra belirgin strateji ile örüntünün kuralını bulmuştur. Örüntünün kuralından hareketle sekizinci adımındaki kare sayısını tespit etmiştir. Ö4 isimli öğrenci cevap kağıdına sayısal bütüne genişletme stratejisine ait bilgileri yazmamıştır, Şekil 24’te görüldüğü gibi sadece sayısal belirgin strateji ile buldukları kuraldaki n yerine 8 yazdıkları kısmı yazmıştır. Ayrıca yukarıdaki diyalogdan grup üyeleri arasında iki farklı stratejinin doğruluğuna dair herhangi bir konuşmanın yapılmadığı görülmektedir. Grup üyeleri bireysel çalışmış gibi gözükmemektedir.

Dönüşüme dayalı yapıcı strateji üçüncü problemde Grup 1’in üyelerinden Ö1 ve Ö2 tarafından kullanılmıştır. Dönüşüme dayalı yapıcı stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 1’in bu üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 25a ve 25b’de verilmiştir.



Şekil 25. Grup 1’in üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları dönüşüme dayalı yapıcı strateji

Ö1: Ben bir şey buldum sanırım ama nasıl yazacağımı bilmiyorum. Mesela birinci adımda şu alttaki çemberi şu üste taşısak.

Ö2: Yani 4 tane ve yanında da 1 tane çember oluyor. İkinci adımda da 6 tane ve yanında 2 tane çember kalır.

Ö1: Evet, bir sonraki adımda da dışarıda 3 tane kalır. +3 olur yani.

Ö1: Çözümü bulduk aslında.

Ö2: Evet, ama birinci adımda burada 4 tane oldu mesela. Neden öyle olduğunu bulamadık.

Ö1: Bir sonraki adımda da aynısını yaparsak 8 tane ve dışarıda 3 tane kalır. +3 olur yani. Bunu nasıl yazacağımı bulamadım. Hocaya soralım.

Yukarıda yer alan diyalog incelendiğinde öğrencilerin, şekilde verilen parçaların yerini değiştirerek şekli daha bilindik bir şekil haline getirmek istedikleri, yani dönüşüme dayalı bir stratejiyi kullanmaya çalıştıkları görülmektedir. Bu stratejinin devamını getiremeyen grup üyeleri araştırmacıya çözümlerini anlatmışlardır. Araştırmacı ile öğrenciler arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö1: Hocam bir şey bulduk ama nasıl yazacağımızı bilmiyoruz. Mesela birinci adımda burada bunu yukarıya taşıdık 4 tane oldu bir tane de burada kaldı. 4 tane olduğuna göre demek ki adım sırasının 3 fazlası ve bir de adım sırasını ekledik.

A: Birinci adım için bulduğunuz kuralın tüm adımlar için aynı olması gerekir. Adım sırasının 3 fazlası ve adım sırasını eklemek tüm adımlar için geçerli olur mu?

Ö1: Hayır, diğer adımlarda doğru olmuyor.

A: Taşıdığınız bu çemberden sonra oluşan yeni şekildeki çember sayısını nasıl ifade edersiniz?

Ö1: Şöyle yandan sıraları sayabiliriz. 2 sıra ve her sırada 2 çember var.

A: Evet.

Ö1: Evet, yandan saydık yani 4 tane var.

A: O halde 2 tane sıra ve her sırada 2 tane olduğuna göre, çember sayısı için ne söyleyebiliriz?

Ö1: 2.2 diyebiliriz. Bir de şurada bir çember kalıyor. Sonra da 1 ekleriz. Adım sırasını ekledik yani.

A: Bulduğunuz bu ifade diğer adımlar için sağlanıyor mu?

Ö2: İkinci adıma bakalım. 3 sıra ve her sırada 2 tane çember var. 2.3 olur yani.

A: Peki, gruptamanın dışında çember kaldı mı?

Ö2: 2 tane kaldı. 2.3 + 2 oldu yani.

Ö1: Evet, her zaman adım sırasını ekliyoruz aslında.

A: Buna göre problemi çözmeye çalışınız.

Ö1: 2 çarpanı her zaman var.

A: Evet, devamı nasıl olur peki?

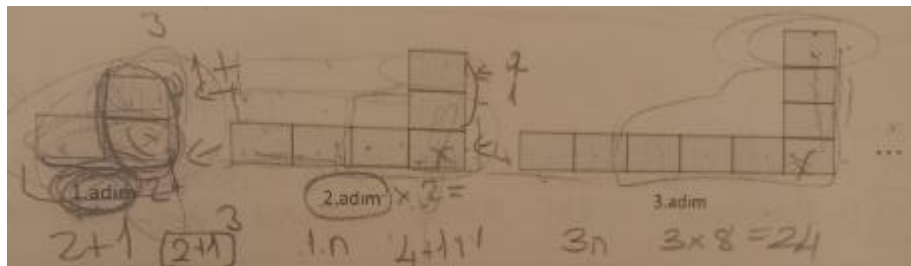
Ö1: Adım sırasının 1 fazlası.

Ö1: O zaman $2 \cdot (n + 1) + n$ olur. Kural yine $3n + 2$ oldu.

Ö2: O zaman yedinci adımda $2 \cdot (7 + 1) + 7$ tane, yani 23 tane çember olur.

Çözümün başında öğrenciler problemin sadece birinci adımını dikkate alarak genelleme yapmaya çalışmışlardır. Araştırmacı ile konuşmaları sonrasında buldukları kuralı örüntünün diğer adımları için de uygulamaya çalışmışlardır. Öğrenciler örüntünün her bir adımının yatay sırasının altında kalan çemberleri, yatay sıranın üstüne taşımışlardır. Bu sayede örüntünün her bir adımındaki çember sayısını adım sırası ile daha kolay ilişkilendirebilecekleri yeni bir şekil ede etmişlerdir. Önce iki sütun halindeki çember sayılarını, sonrasında bu sütunların dışında kalan çember sayılarını dikkate almışlardır. Bu sayede yapıcı stratejiyi kullanarak örüntünün birinci adımında $2 \cdot 2 + 1$, ikinci adımında $2 \cdot 3 + 2$ ve üçüncü adımında $2 \cdot 4 + 3$ tane çember olduğunu bulmuşlardır. Öğrenciler bu düşüncelerini genelleyerek örüntünün kuralını $2 \cdot (n + 1) + n$ şeklinde oluşturmuşlardır. Daha sonra n yerine 7 yazarak, yedinci adımdaki çember sayısını $2 \cdot (7 + 1) + 7$ işleminin sonucunda 23 bulmuşlardır.

Yapıcı strateji, ikinci ve dördüncü problemlerde Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 tarafından kullanılmıştır. İkinci problemde yapıcı stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 1'in bu üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 26'da verilmiştir.



Şekil 26. Grup 1'in üyelerinin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmak için kullandıkları yapıcı strateji

Ö1: Şöyle yapabiliriz. Birinci adımda yatay sırada 2, dikey sırada 1 dikdörtgen, ikinci adımda yatay sırada 4, dikey sırada 2 dikdörtgen ve üçüncü adımda yatay sırada 6, dikey sırada 3 dikdörtgen var. Bu durumda birinci adımdaki dikdörtgen sayısı $2 + 1$, ikinci adımdaki dikdörtgen sayısı $4 + 2$, üçüncü adımdaki dikdörtgen sayısı $6 + 3$ olur.

Ö2: Bununla soruyu nasıl çözeceğiz?

Ö1: Kuralı bulacağız. Birinci toplanan sayılar adım sırasının 2 katı, ikinci toplananlar ise adım sırası kadar. Yani kural $2n + n = 3n$ olur.

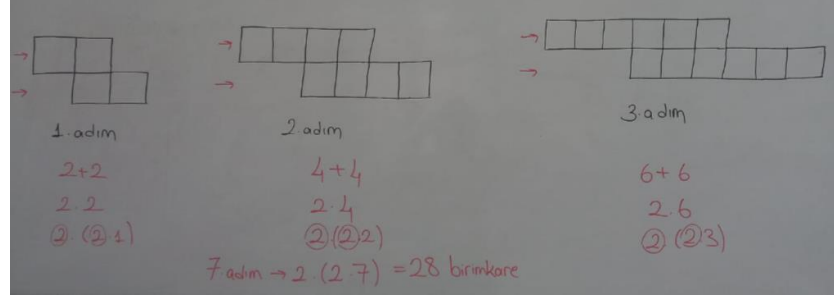
Ö2: Evet n yerine 1 yazarsak yatay sırada 2, dikey sırada 1 dikdörtgen olur.

Ö1: Evet, sekizinci adım için n yerine 8 yazarsak yatay sırada 16 dikdörtgen olur.

Ö2: Evet, öyle olacak. Kuraldaki n yerine 8 yazarsak da 24 cevabına ulaşırız.

Yukarıdaki diyaloga göre Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 yapıcı stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşmışlardır. Öğrenciler örüntüyü ortak elemanı olmayacak şekilde yatay ve dikey sıralar olmak üzere iki parçaya ayırmışlardır. Sonra örüntünün her bir adımındaki dikdörtgen sayısını yatay ve dikey sıralardaki dikdörtgen sayılarının toplamı olarak ifade etmişlerdir. Son olarak örüntünün ilk üç adımındaki dikdörtgen sayısını veren toplama işlemlerindeki her bir terimi örüntünün adım sırası ile ilişkilendirerek kurala ulaşmışlardır. Ö1'in $2n + n$ ve Ö2'nin $3n$ ifadelerini kullanarak doğru cevaplara ulaştıkları görülmektedir.

Tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasında problemler araştırmacı tarafından tahtaya yazılmıştır. Öğrenciler, grup çalışmasında yaptıkları çözümleri açıklamışlardır. Sınıf tartışmasında öğrencilerin grup içinde yaptıkları çözümler dışında farklı stratejiler ortaya çıkmıştır. Bu stratejiler iki farklı yapıcı ve tamamlamaya dayalı yapıcı stratejileridir. Bu stratejilerin hepsi veri toplama aracının birinci probleminde ortaya çıkmıştır. Yapıcı stratejilerden birincisine ait diyalog ve yapılan işlemler Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan birinci yapıcı strateji

Ö1: Yedinci adımdaki birimkare sayısını bulmak için şeklin üst ve alt sırasındaki kareleri ayrı ayrı sayarak yapabiliriz. Birinci adımda üst sırada 2 kare alt sırada 2 kare var. Yani $2 + 2$ tane kare var.

A: Peki, ikinci adım için ne söyleyebilirsiniz?

Ö1: Üst sırada 4, alt sırada 4 tane kare var. Yani $4 + 4$ tane kare olur.

A: Üçüncü adımda nasıl olur?

Ö2: $6 + 6$ olur.

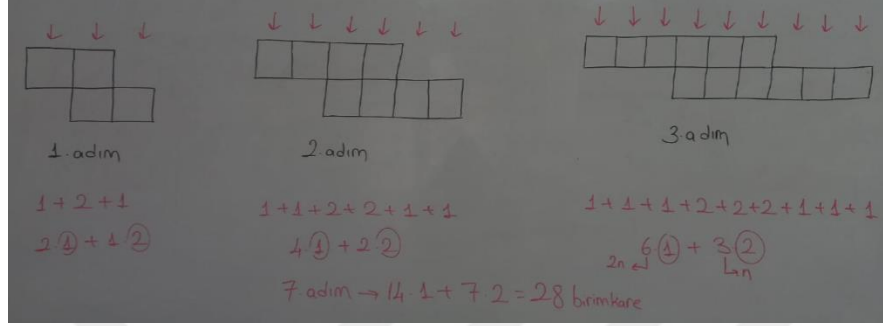
Ö1: İkişer ikişer artıyor.

A: Peki, yedinci adıma geldiğimizde nasıl yazabiliriz bu şekilde?

Ö2: Birinci adımda 2.2, ikinci adımda 2.4 işlemlerini yaptık aslında. Yedinci adımda 2.14 olur. Adım sırasının 2 katı ile 2'yi çarptık. 28 tane birimkare olur.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrencilerin şekilleri yatay sıralar halinde iki parçaya ayırarak genelleme yaptıkları görülmektedir. Şekli oluşturan birimkareleri üst üste gelmeyecek şekilde ayırdıkları için yapıcı strateji kullanmışlardır. Öğrenciler birinci adımda üst sırada 2, alt sırada 2 olmak üzere $2 + 2$ tane birimkare, ikinci sırada üst sırada 4, alt sırada 4 olmak üzere $4 + 4$ tane birimkare ve üçüncü adımda üst sırada 6, alt sırada 6 olmak üzere $6 + 6$ tane birimkare olduğunu belirlemişlerdir. Bu durumda birinci adımdaki birimkare sayısı 2.2, ikinci adımdaki birimkare sayısı 2.4 ve üçüncü adımdaki birimkare sayısını 2.6 şeklinde ifade etmişlerdir. Bu düşünce ile yedinci adımdaki birimkare sayısının 2.14 olacağını belirtmişlerdir. Daha sonra örüntünün kuralını sözel olarak “adım sırasının 2 katı ile 2 sayısının çarpılması” şeklinde ifade etmişlerdir.

Öğrenciler şekli yatay sıralar halinde parçalayarak çözüm yaptıktan sonra dikey sıralar halinde de parçalayarak çözüm yapabileceklerini fark etmişlerdir. Bu stratejiye ait araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 28’de verilmiştir.



Şekil 28. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan ikinci yapıcı strateji

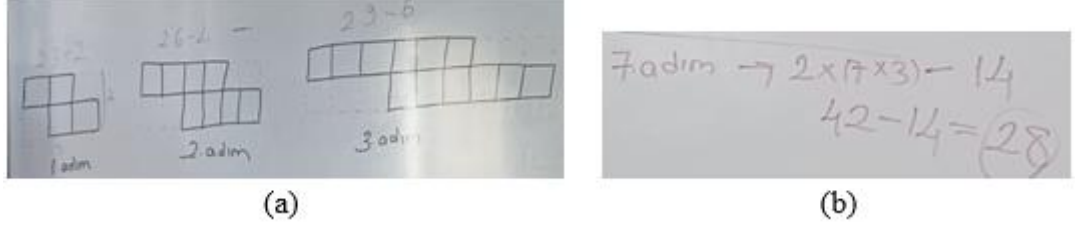
Ö1: Yukarıdan aşağıya doğru sayarak da yapabiliriz. Yani dikey olarak sayacak olursak birinci adımda ilk sırada 1 birimkare, ikinci sırada 2 birimkare ve üçüncü sırada 1 birimkare var. İkinci adımda ilk sırada 1 birimkare, ikinci sırada 1 birimkare, üçüncü sırada 2 birimkare, dördüncü sırada 2 birimkare, beşinci sırada 1 birimkare ve altıncı sırada 1 birimkare olur. Yani birinci adımda 2 tane 1 ile 1 tane 2'yi topladık, ikinci adımda 4 tane 1 ile 2 tane 2'yi topladık. Sonraki adımda 6 tane 1 ile 3 tane 2'yi toplarız. Birinci adımda $2 \cdot 1 + 1 \cdot 2$, ikinci adımda $4 \cdot 1 + 2 \cdot 2$ ve üçüncü adımda $6 \cdot 1 + 3 \cdot 2$ işlemlerini yapabiliriz.

A: O halde yedinci adım için ne söyleyebilirsiniz?

Ö1: Adım sırasının iki katı kadar 1 ile adım sayısı kadar 2'yi toplarız. Yani 14 tane 1 ile 7 tane 2'yi toplarız. $14 \cdot 1 + 7 \cdot 2 = 28$ olur.

Yukarıdaki diyalogda öğrencilerin şekli dikey sıralar halinde parçalara ayırarak yapıcı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler öncelikle dikey sıralardaki birimkare sayılarını ifade etmişlerdir. Sonra birimkare sayılarını çarpma ve toplama işlemleri ile göstermişlerdir. Daha sonra bu sayıları adım sayısı ile ilişkilendirerek doğru cevaba ulaşmışlardır.

Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan stratejilerden sonuncusu da tamamlamaya dayalı yapıcı stratejidir. Bu stratejinin kullanılmasına yönelik araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 29a ve Şekil 29b’de verilmiştir.



Şekil 29. Birinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan tamamlamaya dayalı yapıcı strateji

A: Bu problemi farklı bir strateji ile yapmak mümkün mü?

Ö10: Ben yapmamıştım ama şöyle de yapabiliriz. Boş olan yerlerde kare varmış gibi düşünerek sayabiliriz. Sonra fazla saydığımız kareleri çıkarırız.

Ö10: Birinci adımda boş olan yerlere (şeklin sağ üst kısmı ve sol alt kısmı) 2 kare ekleriz ve toplam 6 kare olur. Ama 2 tanesini biz eklediğimiz için bunları sonrasında çıkarırız.

A: Peki, bu düşünceyi nasıl devam ettirebiliriz?

Ö10: Birimkarelerin sayısını bulmak için, dikdörtgenin alanını buluyormuş gibi düşünebiliriz. Birinci adımda kare sayısını bulmak için $2.3 - 2$ yaparız. İki sıra ve her sırada üç tane kare olduğu için 2.3 işlemi ile kare sayısını buluruz. Ama 2 tane kareyi sonradan eklediğimiz için çıkarmamız gerekir.

A: Peki, ikinci adım için ne söyleyebilirsiniz?

Ö10: İkinci şeklin boş olan yerlerine (şeklin sağ üst kısmı ve sol alt kısmı) kare ekleriz. Bu durumda... $2.6 - 4$ olur.

A: Bu ifadeye nasıl ulaştın?

Ö10: Çünkü dikdörtgenin alanı 2.6 'dır. 4 ise sonradan eklediğimiz karelerdir. Çıkardığımız sayı ikişer ikişer artıyor. Üçüncü adımda da 6 kare çıkarırız. Adım sırasının 2 katını ekleyip sonradan çıkarıyoruz.

A: Buna göre üçüncü adımda olan kare sayısını veren işlem nasıl olur?

Ö10: 2.9 yaparız hocam, sonra 6 çıkarırız.

A: Peki, buna göre yedinci adımda kaç tane kare olduğunu bu yöntem ile nasıl yapabilirsiniz?

Ö10: Üçüncü adımda 6 çıkardığımıza göre dördüncü adımda 8 çıkaracağız. Beşinci adımda 10, altıncı adımda 12, yedinci adımda 14 çıkaracağız. Yani adım sırasının iki katını çıkarmamız gerekiyor.

A: Yedinci adımdaki çıkarılacak kare sayısını bulmuş oldunuz. Bu adımdaki toplam kare sayısını nasıl bulursunuz?

Ö10: Birinci adımda 2.3, ikinci adımda 2.6 ve üçüncü adımda 2.9 şeklinde yazdık. Hocam burada da 3, 6, 9 şeklinde artarak gidiyor çarpanlar.

A: O zaman yedinci adımdaki kare sayısını bulmak için ne yapmanız gerekiyor?

Ö4: 2 çarpanı her adımda ortak, diğer çarpan 3 artıyor hocam.

Ö10: Yedinci adımda 21 olur hocam. Üçer üçer 7 ye kadar sayarız. Yani adım sırasının 3 katı.

Ö4: O zaman yedinci adımda $2 \cdot (7 \cdot 3) = 2 \cdot 21 = 42$ işleminin sonucu kadar kare olduğunu söyleyebiliriz. Buradan da $42 - 14 = 28$ olur.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde öğrencilerin birimkarelerden oluşan şekil örüntüsünün tüm adımlarındaki şekillere birimkareler ekleyerek şekilleri dikdörtgene tamamladıkları görülmektedir. Burada tamamlamaya dayalı stratejiyi kullandıkları anlaşılmaktadır. Daha sonra öğrenciler, dikdörtgenlerde kaç tane birimkare olduğunu şekli oluşturan birimkareleri üst üste gelmeyecek şekilde parçalar halinde düşünmüşlerdir. Bu düşünme biçimi ile tamamlamaya dayalı yapıcı stratejiyi kullanmışlardır.

4.3. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Uzak Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular

Bu çalışmanın üçüncü alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu probleme yönelik bulgular bu bölümde verilmiştir.

Öğrencilerin şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmak için kullandıkları stratejiler ve bu stratejileri kullanarak ulaştıkları cevapların doğruluğu Tablo 6’da belirtilmiştir.

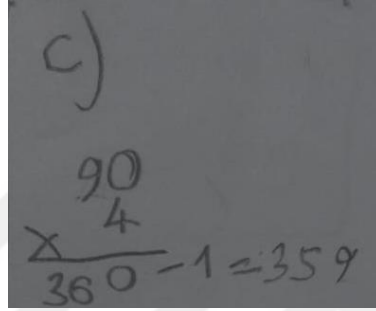
Tablo 6. Öğrencilerin şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada kullandıkları stratejiler

Öğrenciler	1.problem	2.problem	3.problem	4.problem	5.problem	6.problem
Ö1	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D) Yapıcı (ÇYB) Tamamlamaya Dayalı (ÇYB)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö2	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö3	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö4	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö5	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö6	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö7	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö8	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (Y)
Ö9	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (Y)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (Y)
Ö10	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö11	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö12	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)

Tablo 6’da öğrenciler örüntülerin uzak adımlarını bulmak için sayısal belirgin, tamamlamaya dayalı ve yapıcı olmak üzere üç farklı stratejiyi kullanmışlardır. Öğrenciler şekil örüntülerinde uzak adımı bulmak için en çok sayısal belirgin stratejiden, en az ise tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejilerden faydalanmışlardır. Tablo 6’dan tüm öğrencilerin birinci, dördüncü ve beşinci problemlerde sadece sayısal belirgin stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaştıkları görülmektedir. Ayrıca yukarıdaki tablodan öğrencilerin en fazla strateji çeşidini ikinci problemde

kullandıkları anlaşılmaktadır. Bu problemde Ö1 isimli öğrencinin sayısal belirgin stratejisinin yanı sıra tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejileri de kullanmaya çalıştığı görülmektedir. Ancak bu öğrencinin tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejiler ile çözümü yarıda bıraktığı da anlaşılmaktadır.

Sayısal belirgin strateji problemlerde tüm öğrenciler tarafından kullanılmıştır. Beşinci problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaşan Grup 4'ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 30'da verilmiştir.


$$\begin{array}{r} c) \\ 90 \\ \times 4 \\ \hline 360 \end{array} - 1 = 359$$

Şekil 30. Grup 4'ün üyelerinin örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö10: Birinci adımda 3 kibrit, ikinci adımda 7 kibrit var. Yani 4 artmış. Üçüncü adımda 11 tane var. 4'er artıyor. O zaman sonraki adımda 15 tane olması gerekiyor.

Ö11: 14 olmaz mı?

Ö10: Hayır bak 15 tane olacak. Örüntü 4 artıyor. $4.1 = 4$ olur. 3 olması için 1 çıkarırız. Oluyor mu diye tekrar deneyelim. $4.2 = 8, 8 - 1 = 7$ olur. Evet formül $4n - 1$ olur...

....

Ö11: Burada 4 ile 90'ı çarparız.

Ö10: Evet, ama sonra 1 çıkarmalıyız. Örüntünün genel kuralı $4n-1$ 'dir.

Ö11: 360 olur.

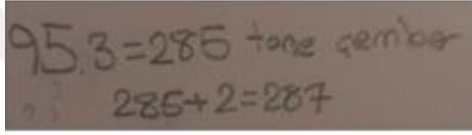
Ö10: 1 çıkarmalıyız.

Ö11: Tamam, yani doksanıncı adımda 359 tane olur.

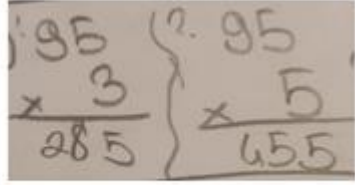
Ö12: Ben de öyle yaptım.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrenciler, örüntünün doksanuncu adımındaki nesne sayısını bulmak için örüntünün kuralından faydalanmışlardır. Örüntünün kuralını ise sayısal belirgin strateji ile bulmuşlardır. Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulurken kurala ulaştıkları anlaşılmaktadır. Daha sonra kuralı doksanuncu adım için de uygulamışlardır. Başlangıçta Ö11'in örüntünün kuralındaki sabit terimi göz ardı etmiştir. Ö10'un hatırlatması ile doğru cevaba ulaşmışlardır.

Üçüncü problemde sayısal belirgin stratejiyi hatalı kullanan Grup 3'ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 31a ve 31b'de verilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 31. Grup 3'ün üyelerinin örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö8: Birinci adımda 5 tane, ikinci adımda 8 tane var.

Ö7: Üçüncü adımda 11 tane var. 3'er artıyor. Birinci adımda 5 tane olduğu için kural $3n + 2$ olur.

.....

Ö9: Doksan beşinci adımı bulmak için 95 ile 5'i çarpacağız.

Ö8: 95 ile 3'ü çarpacağız.

Ö9: 3 ile çarparsak 285 olur. Şimdi de 5 ile çarpacağım. 455 oldu.

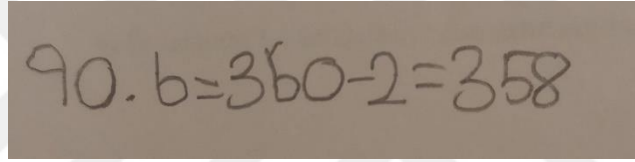
Ö7: Örüntü üçer üçer artıyor ama sonra 2 ekleyeceğiz. 95 ile 3'ü çarpacağız. $95 \cdot 3 = 285$ olur. 2 eklersek 287 olur cevap.

Ö8: Evet, doğru.

Yukarıdaki diyalogda öğrencilerin örüntünün doksan beşinci adımındaki nesne sayısını bulmak için örüntünün kuralından yararlanmaya çalıştıkları görülmektedir. Ö7 ve Ö8 isimli öğrencilerin karşılıklı konuşmalarından sayısal belirgin stratejiyi kullanarak örüntünün kuralını buldukları anlaşılmaktadır. Şekil 31a'dan bu kuralı kullanarak doğru cevaba ulaştıkları görülmektedir. Yukarıdaki diyalogda ve Şekil

31b’de Ö9 isimli öğrencinin öncelikle 95 ile 3’ü çarptığı, daha sonra da 95 ile 5’i çarptığı görülmektedir. Ö9’un 95 ile 3’ü çarpmasının, kuraldaki n ’in katsayısından kaynaklandığı düşünülmektedir. 95 ile 5’i çarpmasının ise, $3n + 2$ ifadesinde benzer olmayan terimler arasında toplama işlemi yaparak $5n$ ifadesine ulaşmış olmasından kaynaklanabileceği düşünülebilir. Burada dikkat çeken bir durum Ö9’un düşüncesinin ve yaptığı işlemlerin diğer grup üyeleri tarafından sorgulanmamasıdır. Benzer durum Ö9 isimli öğrencinin de Ö7 ile Ö8 isimli öğrenciler arasında geçen diyaloga katılmamış olmasıdır. Bu soru özelinde grup üyelerinin birlikte çalışmayıp, Ö9’un bireysel çalıştığı düşünülebilir.

Altıncı problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak hatalı cevaba ulaşan Grup 3’ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 32’de verilmiştir.


$$90 \cdot 6 = 360 - 2 = 358$$

Şekil 32. Grup 3’ün üyelerinin altıncı problemde örüntünün uzak adımını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö7: Örüntü altışar altışar artıyor.

Ö8: 4, 10, 16 Evet altışar artıyor.

Ö7: O zaman 4. adımda $16 + 6 = 22$ daire olur. Bu durumda örüntü altışar arttığı için kural da $6n$ olmalı. Birinci adım 4 olduğu için, n yerine 1 yazdığımızda 4’ü vermeli. O zaman formül $6n-2$ olur.

....

Ö8: Örüntünün kuralı $6n - 2$ ’dir. 6 ile 90’ı çarparsak 360 olur. 2 çıkarınca cevap 358 olur.

Ö9: Evet ben de öyle yaptım.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin sayısal belirgin stratejiyi kullanarak örüntünün kuralını buldukları görülmektedir. Daha sonra n yerine 90 yazarak soruyu çözmeye çalışmışlar. Ancak çarpma işleminde hata yaptıkları için doğru cevaba ulaşamamışlardır.

İkinci problemde Grup 1'in üyelerinden Ö1 tarafından yapıcı ve tamamlamaya dayalı stratejiler kullanılmaya çalışılmış fakat çözümün devamı getirilmeyerek çözüm yarıda bırakılmıştır. Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Ö1: Şekli alttan ve üstten sayarak bulabiliriz. Birinci adımda altta 2, üstte 1 tane var. İkinci adımda altta 4, üstte 2 tane var.

Ö2: Ama doksan ikinci adıma kadar böyle ilerlemek çok zor olur.

Ö1: Aslında şekli tamamlayarak da yapabiliriz (Boş olan yerlerde dikdörtgen varmış gibi saymaktan söz ediyor).

Ö2: Ama bence o kadar uğraşmamıza gerek yok.

Ö1: Sayarak yapılırsa; birinci adım için $2 + 1$ diyebiliriz. O zaman adım sayının bir fazlasına adım sırasını eklemiş oluyoruz (2 sayısını yazarken birinci adımdaki alt sırayı göstermektedir, 1 sayısını yazarken birinci adımdaki üst sırayı göstermektedir). İkinci adım için $4 + 2$ yazarız (4 sayısını yazarken ikinci adımdaki alt sırayı göstermektedir, 2 sayısını yazarken ikinci adımdaki üst sıraları göstermektedir).

Ö2: Ama adım sayının 2 fazlası oluyor. 3 dikdörtgen var.

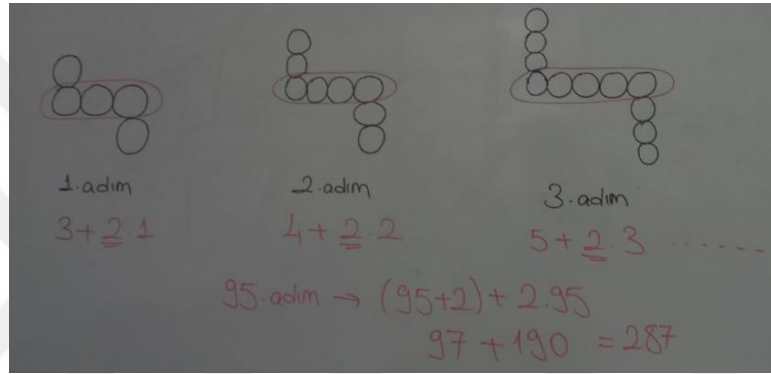
Ö1: Evet ama alttan ve üstten sayarak düşündüm.

....

Yukarıdaki diyalogdan Grup 1'in üyelerinden Ö1'in tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejileri kullanmaya çalıştığı görülmektedir. Ö1 isimli öğrencinin ikinci konuşmasında tamamlamaya dayalı strateji kullanılmaya çalışılmıştır. Çünkü Ö1 ikinci konuşmasında boş kısımların tamamlanmasına değinmektedir. Ancak Ö2 grup arkadaşını bu düşünceden vazgeçirmektedir. Ö1 üçüncü konuşmasından itibaren örüntünün ilk iki adımını ortak elemanı olmayacak şekilde iki kısma ayırmaktadır. Bu ifadeler yapıcı stratejiye karşılık gelmektedir. Ancak bu düşüncesini devam ettirmediği için çözüm yarıda kalmıştır. Öğrenciler bu düşünceler ile problemi çözemeyince, sayısal belirgin stratejiden faydalanarak problemi doğru çözmüşlerdir. Burada dikkat çekici durumlardan biri de Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2'nin bu örüntü probleminin yakın uzaklıktaki adımını yapıcı stratejiden hareketle doğru

bulmalarıdır. Ancak aynı düşünce ile uzak adımı bulamamışlardır. Uzak adımı ise sayısal belirgin strateji ile doğru bulmuşlardır.

Tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasında problemler araştırmacı tarafından tahtaya yazılmıştır. Öğrenciler, grup çalışmasında yaptıkları çözümleri açıklamışlardır. Sınıf tartışmasında öğrencilerin grup içinde yaptıkları çözümler dışında bir tane farklı stratejiye rastlanmıştır. Bu strateji üçüncü problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan yapıcı stratejidir. Bu stratejiye yönelik araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 33'te verilmiştir.



Şekil 33. Üçüncü problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan yapıcı strateji

A: Doksan beşinci adımdaki çember sayısını bulmak için ne yaptınız?

Ö1: Yandan sayarak yapabiliriz. Birinci adımda ortada 3 tane çember var.

A: Tamam, diğer sıralarda kaç tane çember kaldı?

Ö2: 2 tane var. $3 + 2$ diyebiliriz. İkinci adımda orta sırada 4 tane var. Bir sırada 2 diğer sırada da 2 tane çember var. Yani 2 tane 2'li grup kaldı. $4 + 2.2$ yazabiliriz.

A: Üçüncü adım için ne söyleyebilirsiniz?

Ö2: Üçüncü adımda orta sırada 5 tane var. 3 tane bir sırada 3 tane diğer sırada çember var. 2 tane 3'lü grup kaldı diyebiliriz. O halde $5 + 2.3$ yazalım.

Ö4: Her zaman 2 ile çarpıyoruz.

Ö1: Evet, 2 çarpanı sabit. Diğer çarpanda adım sırası oluyor. $2.n$ diyebiliriz.

A: Peki, eklediğiniz sayılar nasıl değişiyor?

Ö2: Birinci adımda 3, ikinci adımda 4, üçüncü adımda 5 çember var. Adım sırasının 2 fazlası oluyor.

A: O zaman doksan beşinci adımda kaç tane çember olur?

Ö1: İlk başta 2 fazlası yani “ $95 + 2 = 97$ ” tane çember olacak. $97 + 2.95$ olacak. 2 çarpanı sabit ve adım sırası ile çarptık. Buradan da 287 çember olduğunu görebiliriz.

Yukarıdaki diyalogda öğrenciler örüntünün adımlarındaki şekillerin ortasında bulunan yatay sıradaki çemberler ile bu yatay sıranın yukarısı ve aşağısında yer alan çemberleri üst üste gelmeyecek şekilde ayırarak yapıcı stratejiyi kullanmışlardır. Öğrenciler her bir adımdaki çember sayısını bu ayırmaya göre önce sözel olarak ifade etmişler, daha sonra işlemle göstermişlerdir. Tespit ettikleri bu ilişkiyi örüntünün doksan beşinci adımına uyarlayarak doğru cevaba ulaşmışlardır.

4.4. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Kurallarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere İlişkin Bulgular

Çalışmanın dördüncü alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin kurallarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt probleme yönelik bulgular, bu bölümde verilmiştir.

Öğrencilerin şekil örüntülerinin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler ve bu stratejileri kullanarak ulaştıkları cevapların doğruluğu Tablo 7’de belirtilmiştir.

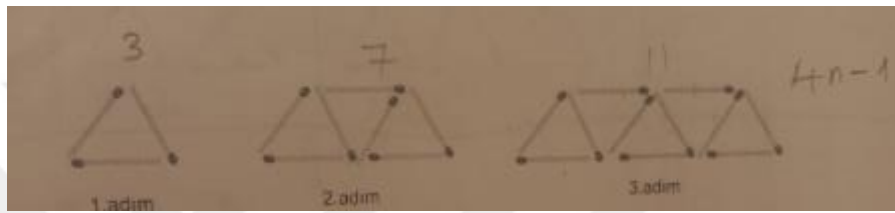
Tablo 7. Öğrencilerin şekil örüntülerinin kuralını bulmada kullandıkları stratejiler

Öğrenciler	1.problem	2.problem	3.problem	4.problem	5.problem	6.problem
Ö1	Tamamlamaya Dayalı Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Dönüşüme Dayalı Yapıcı (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
	Yapıcı (D)		Yapıcı (D)			
Ö2	Tamamlamaya Dayalı Yapıcı (D)	Yapıcı (D)	Dönüşüme Dayalı Yapıcı (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
	Yapıcı (D)		Yapıcı (D)			
Ö3	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö4	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö5	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö6	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö7	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Yapıyı Çözücü (ÇYB)
						Sayısal Belirgin (D)
Ö8	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Tamamlamaya Dayalı (ÇYB)
						Sayısal Belirgin (D)
Ö9	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö10	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Yapıcı (D) Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö11	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Yapıcı (D) Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)
Ö12	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)	Yapıcı (D)	Sayısal Belirgin (D)	Sayısal Belirgin (D)

Tablo 7’de öğrencilerin örüntülerin kuralını bulmak için sayısal belirgin, yapıcı, tamamlamaya dayalı yapıcı, dönüşüme dayalı yapıcı ve yapıyı çözücü olmak üzere beş farklı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler örüntülerin kuralını bulmak için en çok sayısal belirgin stratejiyi, en az ise yapıyı çözücü stratejiyi kullanmışlardır. Yukarıdaki tabloda Ö7 ve Ö8 isimli öğrencilerin kullandıkları görsel stratejilerle çözümü yarıda bıraktıkları ama sayısal belirgin strateji ile doğru cevaba

ulaştıkları görülmektedir. Beşinci problemde öğrencilerin sadece sayısal belirgin stratejiyi kullanarak doğru cevaba ulaştıkları anlaşılmaktadır. Bu problemlerin çözümlerinde üç farklı strateji ortaya çıkmıştır. Ayrıca en fazla strateji çeşidinin birinci, üçüncü ve altıncı problemlerde kullanıldığı da görülmektedir. Tablo 7’de dikkat çeken bulgulardan biri de Ö7 isimli öğrencinin altıncı problemde yapıyı çözücü stratejiyi kullanmış olması ve bu strateji ile çözümü yarıda bırakmasıdır.

Beşinci problemde sayısal belirgin stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaşan Grup 2’nin üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 34’te verilmiştir.



Şekil 34. Grup 2’nin üyelerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları sayısal belirgin strateji

Ö5: Örüntünün birinci adımında 3, ikinci adımında 7, üçüncü adımında 11 tane kibrit çöpü var. Örüntü dörder dörder artıyor.

Ö4: Evet, önce $4n$ yazacağız. “ n ” yerine 1 yazarsak $4.1 = 4$ olur. Ama birinci adımda 3 tane var. O zaman 1 çıkarırız.

Ö5: Tamam, $4n - 1$ olur yani.

Ö6: Evet.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrenciler örüntünün verilen adımlarında kaç tane kibrit çöpü olduğunu bularak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürdükleri görülmektedir. Öğrenciler örüntünün ardışık adımları arasındaki fark 4 olduğu için n ’nin katsayısının 4 olduğunu belirlemişlerdir. Daha sonra n yerine 1 yazarak, örüntünün kuralını $4n - 1$ bulmuşlardır.

Dördüncü problemde yapıcı stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaşan Grup 4’ün üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 35’te verilmiştir.



Şekil 35. Grup 4'ün üyelerinin örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları yapıcı strateji

Ö10: Yandan sayarak yapabiliriz. Birinci adımda yatay sıralara baktığımızda $3 + 2$ tane nokta olur. Tüm adımlarda ilk sırada 3 tane nokta var.

Ö11: En alt sırada her zaman 2 tane nokta var.

Ö10: En üst sıradaki 3 nokta her zaman sabit kalır.

Ö12: 2 de her zaman sabit olur.

Ö10: Evet, $3 + 2$ her zaman var.

Ö11: İkinci adımda ortadaki kısımda 4 tane nokta var.

Ö12: Üçüncü adımda arada 2 sıra ve her sırada 4 nokta var.

Ö11: Evet, bir tane daha 4 var. Yani $4 + 4 = 8$ olur. Adım sırası ile ilgili bir kural bulmalıyız.

Ö10: 4 ekleniyor. Ama eklenen 4'lerin sayısı değişmiş. İkinci adımda 4 ekledik. Üçüncü adımda 2.4 ekledik. O zaman dördüncü adımda 3.4 eklenmesi gerekir. Birinci adımdan sonra hep 4 ekleniyor. Ama buradan nasıl bir kural oluşturabiliriz ki?

Yukarıdaki diyaloga göre, öğrenciler örüntünün ilk üç adımındaki şekilleri ortak elemanı olmayacak şekilde yatay sıralara ayırdıkları görülmektedir. Daha sonra yatay sıralardaki nokta sayılarını göz önüne alarak kuralı oluşturmaya çalışmışlardır. En üstteki ve en alttaki yatay sıralardaki nokta sayılarının örüntünün tüm adımları için sabit olduğunu belirlemişler. Aradaki yatay sıralar için de nokta sayısının 4 olduğunu belirlemişlerdir. Ancak bu düşünceyi örüntünün n . adımı için ya da kuralını oluşturmak için genelleylememişlerdir. Yapıcı stratejiyi bu kısma kadar doğru kullanan öğrenciler, stratejinin devamını getirememişlerdir. Bu aşamadan sonra araştırmacı ve Grup 4'ün üyeleri arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Ö10: Hocam biz böyle düşündük ama devamını getiremedik.

A: Nasıl düşündünüz?

Ö10: Örüntünün her adımında 3 ve 2 sayıları var. Üstteki ve alttaki sıralardan dolayı. Ortalardaki sıralardan dolayı da 4 sayıları var.

A: Tamam, hadi bulduğun kısımları bir yaz bakalım.

Ö10: $3 + 2$, $3 + 4 + 2$, $3 + 4 + 4 + 2$. Birinci adım hariç eklenen 4'lerin sayısı hep artıyor. 2 ve 3 hep var zaten.

A: Peki, bu ifadeleri genelleyebilir misiniz?

Ö10: 3 ve 2'ler sabit, 4'ler ise adım sırasının bir eksiği kadar eklenmiş.

Ö11: Evet, üçüncü adımda bir eksiği kadar, yani 2 tane 4 eklememiz gerekir. Birinci adımda adım sırasının bir eksiği kadar 4 eklersek 0 tane 4, yani hiç eklememiş oluruz.

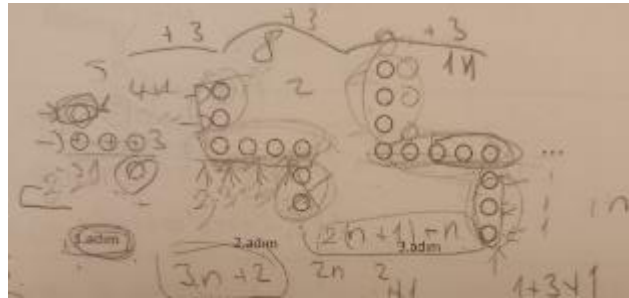
Ö10: $(n - 1)$ tane 4 ekleniyor.

A: Evet, 3 ve 2'yi sabit bulmuştunuz. 4'lerin sayısını da $(n - 1)$ olarak buldunuz. Bu düşünce örüntünün kuralı için ne söyleyebilirsiniz?

Ö10: O zaman $3 + (n - 1).4 + 2$ olur.

Araştırmacı ve Grup 4'ün üyeleri arasında geçen yukarıdaki diyalogdan, öğrencilerin yapıcı stratejiyi kullanarak örüntünün kuralını doğru buldukları görülmektedir.

Dönüşüme dayalı yapıcı strateji üçüncü problemde Grup 1'in üyelerinden Ö1 ve Ö2 tarafından kullanılarak doğru sonuca ulaşılmıştır. Grup 1'in bu üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 36'da verilmiştir.



Şekil 36. Grup 1'in üyelerinin üçüncü problemde örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları dönüşüme dayalı yapıcı strateji

Ö1: Ben bir şey buldum sanırım. Ama nasıl yazacağımı bilmiyorum. Mesela birinci adımda şu alttaki çemberi, üste taşısak.

Ö2: Yani 4 tane ve yanında da bir tane çember oluyor. İkinci adımda da alttaki çemberleri üste taşırsak 6 tane ve yanında 2 tane çember kalır.

Ö1: Evet, bir sonraki adımda da aynısını yaparsak 8 tane ve dışarıda 3 tane kalır. +3 olur yani. Bunu nasıl yazacağımı bulamadım. Hocaya soralım.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin, şekillerin sağ alt kısımdaki çemberleri sol üst tarafa taşıdıkları görülmektedir. Bu işlem dönüşüme dayalı stratejiye karşılık gelmektedir. Çünkü verilen şekilleri örüntünün kuralını ya da istenen adımını daha kolay bulabilecekleri bir duruma getirmişlerdir. Daha sonra yeni oluşturdukları örüntü adımlarındaki çember sayıları ile örüntünün adımlarını ilişkilendirmeye çalışmışlar ancak başarılı olamamışlardır. Bu aşamadan sonra araştırmacı ile öğrenciler arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

Ö1: Hocam bir şey bulduk ama nasıl yazacağımızı bilmiyoruz. Mesela burada aşağıdaki çemberi yukarıya taşıdık, 4 tane oldu ve bir tane de burada kaldı. 4 tane olduğuna göre demek ki adım sırasının 3 fazlası ve bir de adım sırasını ekledik. Diğer adımlarda ise ... (Konuşmayı devam ettirmedi).

A: Şekle baktığımızda buradaki 4 tane çemberi farklı bir yoldan sayabilir misiniz?

Ö1: Şöyle yandan sıraları sayabiliriz. 2 tane sıra var ve her sırada 2 tane çember var. Çember sayısına " $2 \cdot 2 = 4$ " diyebiliriz. Ama sonra da 1 eklememiz gerekiyor. Adım sırasını ekledik yani.

A: Peki diğer adımlar nasıl hesaplama yaparsınız?

Ö2: 3 sıra ve her sırada 2 tane çember var. $2 \cdot 3$ olur yani.

A: Peki, bunların dışında kaç tane kaldı?

Ö2: 2 tane kaldı. O zaman bir de 2 ekleriz. Yani $2 \cdot 3 + 2$ oldu.

Ö1: Evet, her zaman n ekliyoruz aslında. 2 çarpanı her zaman var.

A: Diğer çarpan için ne söylersiniz?

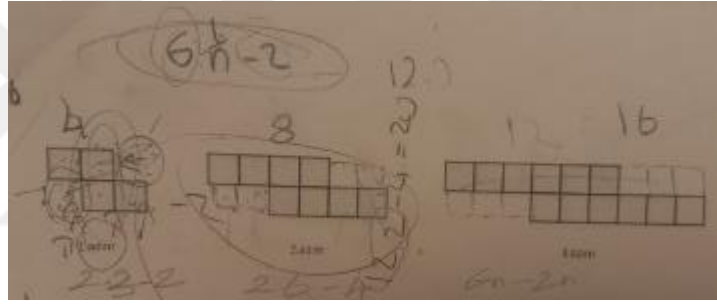
Ö1: Adım sırasının 1 fazlası.

A: Bu durumda kural ne olur?

Ö1: O zaman $2 \cdot (n + 1) + n$ olur.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin her bir adımındaki çember sayısını bulmak için yapıcı stratejiyi kullandıkları anlaşılmaktadır. Çünkü örüntünün adım sıralarına karşılık gelen şekilleri ortak elemanları olmayacak biçimde parçalara ayırmışlardır. Daha sonra ayırdıkları parçalardaki çember sayılarını örüntünün adım sırası ile ilişkilendirmişlerdir. Son olarak örüntünün kuralını cebirsel olarak “ $2 \cdot (n + 1) + n$ ” bulmuşlardır. Öğrenciler bu problemde dönüşüme dayalı yapıcı stratejiyi kullanmışlardır. Öncelikle örüntünün adımlarını oluşturan şekilleri kuralı daha kolay bulabilecekleri yeni bir şekle dönüştürmüşlerdir. Sonra ise oluşan bu yeni şekli ortak elemanı olmayacak şekilde parçalara ayırmışlardır.

Tamamlamaya dayalı yapıcı strateji birinci problemde Grup 1’in üyelerinden Ö1 ve Ö2 tarafından kullanılarak doğru sonuca ulaşılmıştır. Grup 1’in bu üyeleri arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 37’de verilmiştir.



Şekil 37. Grup 1’in üyelerinin birinci problemde örüntünün kuralını bulmak için kullandıkları tamamlamaya dayalı yapıcı strateji

Ö1: Şekli tamamlayarak yapabilir miyiz?

Ö2: Evet, yapabiliriz.

Ö1: Birinci adımda 2 tane kare eklememiz gerekir. Eklediğimiz kısımları çıkarırsak birinci adımda 2 tane çıkarmamız gerekir. Yani formül $6n - 2$ olur (Öğrenciler örüntünün diğer adımlarına bakmadan sadece birinci adıma göre kural oluşturdu).

Ö2: Ama ikinci adımda 4 tane çıkarmamız lazım.

Ö1: Yanlış yaptık, böyle olmuyor o zaman.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrenciler örüntünün verilen adımlarındaki şekillere birimkare ekleyerek şekilleri dikdörtgene tamamlamışlardır. Ö1’in birinci adımdaki şekli tamamladıktan sonra kural oluşturduğu fakat bu kuralı örüntünün diğer adımları için test etmediği görülmektedir. Ö1’in bu hatası Ö2 tarafından düzeltilmiştir.

Öğrenciler oluşturdukları bu yeni şekillere dayalı olarak örüntünün kuralını oluşturamamışlar ve araştırmacıdan yardım istemişlerdir. Araştırmacı ile öğrenciler arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

A: *Bu düşündüğünüz stratejiye göre birinci, ikinci ve üçüncü adımlarda kaç tane birimkare çıkarmanız gerekir?*

Ö2: *Birinci adımda 2 tane, ikinci adımda 4 tane, üçüncü adımda 6 tane çıkarmamız gerekir.*

A: *Bu durumu kurala nasıl taşırsınız?*

Ö2: *Hocam ben her zaman aynı sayıyı çıkarmamız gerektiğini düşünmüştüm.*

A: *Bu durumda çıkaracağımız sayı için ne söyleyebilirsiniz?*

Ö2: *O zaman her adımın 2 katı kadar kare çıkarmış oluyoruz.*

Ö1: *Birinci adımda $2.3 - 2$, ikinci adımda $2.6 - 4$ yaptık.*

Ö2: *Evet, yani her adımın 2 katını çıkarmış olduk. O zaman $2.3.n - 2.n$ olur. Bu ise $(6n - 2n)$ 'e eşittir.*

Araştırmacı ile Ö1 ve Ö2 arasında geçen yukarıdaki diyalogda, öğrencilerin yapıcı strateji ile oluşturdukları yeni örüntünün kuralını bulmuşlardır. Kuralı bulurken 2.3 ve 2.4 gibi ifadelerle oluşturdukları yeni şekli iki parçaya ayırdıkları anlaşılmaktadır. Daha sonra ise $2.3 - 2$ ve $2.4 - 4$ gibi ifadelerle ilave ettikleri kareleri çıkarmışlardır. Bu sayede örüntünün kuralını " $6n - 2n$ " bulmuşlardır. Öğrencilerin kullandıkları strateji tamamlamaya dayalı yapıcı olarak isimlendirilmiştir. Çünkü öncelikle öğrenciler verilen şekli kuralını daha kolay bulabilecekleri yeni bir şekle tamamlamışlardır. Daha sonra oluşan bu yeni şekillerdeki birimkare sayılarını, örüntünün adım sıralarına karşılık gelen şekilleri ortak elemanı olmayacak şekilde parçalara ayırmışlardır. Bu sebeple bu stratejinin kullanıldığına karar verilmiştir.

Altıncı problemde Grup 3'ün üyelerinden Ö7 ve Ö8 tarafından yapıyı çözücü ve tamamlamaya dayalı stratejiler kullanılmaya çalışılmış fakat bu stratejiler ile çözüm yarıda bırakılmıştır. Grup 3'ün bu üyeleri arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

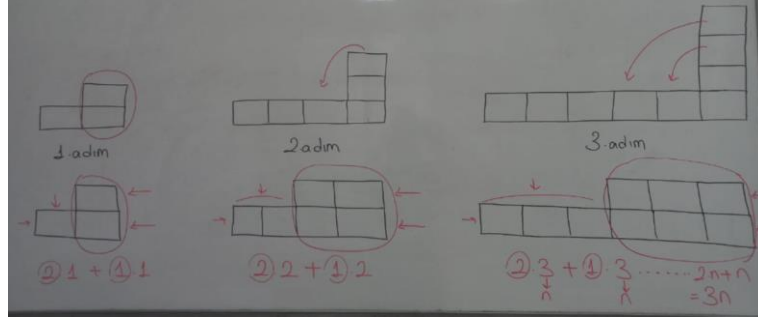
Ö7: Şekilleri bir dikey bir de yatay olarak sayabiliriz. Mesela birinci adım yatayda 3, dikeyde 2 tane. İkinci adım yatayda 7, dikeyde 4 tane. Bir tane daireyi iki kere saymış olduk. Sonradan onu çıkarmamız gerekir. Devamı nasıl gelir bilemiyorum.

Ö8: Şekillere daire ekleyerek de yapabiliriz. Birinci adımda boş olan yerlere daire eklersek toplam 6 daire olur. Yani $4 + 2$ olur. İkinci adımda 18 daire eklememiz gerekiyor. İkinci adımda ilk başta 10 daire vardı sonra 18 tane daha eklemiş olduk. Yani toplam 28 tane oldu. Üçüncü adımda boş olan yerlere daire eklersek 50 tane eklemiş oluruz. 16 tane vardı 50 tane daha eklediğimizde 66 tane oldu. Ama bu şekilde düşününce bir kural oluşmuyor.

Yukarıdaki diyaloga göre Ö7 örüntünün adım sıralarına karşılık gelen şekilleri ortak elemanı olacak şekilde parçalara ayırmıştır. Bu düşünce biçimi yapıyı çözücü stratejiye karşılık gelmektedir. Ancak Ö7 bu strateji ile çözümü nasıl devam ettireceğini tespit edememiştir. Diğer grup üyeleri de herhangi bir fikir ileri sürmeyince çözüm yarıda kalmıştır. Ö8'in ise önce örüntünün her bir adımına karşılık gelen şekli tamamladığı görülmektedir. Daha sonra oluşan yeni şekildeki çember sayısından sonradan ilave ettiği çember sayısını çıkarmıştır. Bu işlemi örüntünün ilk üç adımı için yapmış ama diğer adımları için yapmamıştır. Bu düşünce ile kuralı oluşturamayacağını düşünerek çözümü yarıda bırakmıştır.

Tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmasında problemler araştırmacı tarafından tahtaya yazılmıştır. Öğrenciler, grup çalışmasında yaptıkları çözümleri açıklamışlardır. Sınıf tartışmasında öğrencilerin grup içinde kullandıkları stratejiler dışında sadece bir strateji ile karşılaşmıştır. Bu strateji ise dönüşüme dayalı yapıcı stratejidir. Bu strateji ile ikinci problemin sınıf tartışmasında karşılaşmıştır

İkinci problemin sınıf tartışmasında grup çalışmalarında kullanılan stratejilerden farklı olarak dönüşüme dayalı yapıcı strateji kullanılmıştır. Dönüşüme dayalı yapıcı stratejiye ait araştırmacı ve öğrenciler arasında geçen diyalog ve yapılan işlemler Şekil 38'de verilmiştir.



Şekil 38. İkinci problemin sınıf tartışmasında ortaya çıkan dönüşüme dayalı yapıcı strateji

Ö4: Şekillerin yerlerini değiştirerek kuralı bulabiliriz. Birinci adımdaki şekil sayısı $2.1 + 1$ olur. İkinci adımda yukarıdaki bir dikdörtgeni aşağıya aldığımızda toplam dikdörtgen sayısı $2.2 + 2$ olur. Üçüncü adımda yukarıdaki iki dikdörtgeni aşağıya alırsak şekil sayımız $2.3 + 3$ olur.

Ö5: İlk çarpan, yani 2 her adımda var. İkinci çarpan ise 1'er artıyor. Aslında ikinci çarpan adım sırası olur.

A: Bu düşünce ile kuralı nasıl bulabiliriz?

Ö5: Adım sırası ile 2'yi çarpmalıyız.

A: Peki, bunun dışında kalan dikdörtgen sayısı için ne söyleyebilirsiniz?

Ö5: Birinci adımda 1 tane, ikinci adımda 2 tane ve üçüncü adımda 3 tane dikdörtgen dışarıda kaldı. Yani adım sayılarını eklemeliyiz. Yani kuralımız $2n + n = 3n$ olur.

Yukarıdaki diyalogdan öğrencilerin şeklin ikinci ve üçüncü adımındaki dikdörtgenlerin yerlerini değiştirerek dönüşüme dayalı stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Şekil 38'de görüleceği gibi öğrenciler, örüntünün ikinci adımına karşılık gelen şeklin dikey sırasındaki bir dikdörtgenin, üçüncü adımına karşılık gelen şekildeki dikey sırada bulunan iki dikdörtgenin yerlerini değiştirmişlerdir. Sonrasında ise şekilleri oluşturan dikdörtgenleri ortak elemanları olmayacak şekilde parçalara ayırmışlardır. Daha sonra bu parçalardaki dikdörtgen sayılarını adım sırası ile ilişkilendirerek örüntünün kuralını doğru bulmuşlardır. Bu strateji dönüşüme dayalı yapıcı stratejidir. Çünkü önce örüntünün adımlarına karşılık gelen şekilleri, örüntünü kuralını daha kolay bulabilecekleri yeni şekillere dönüştürmüşlerdir. Daha sonra oluşan bu yeni şekilleri ortak elemanı olmayacak şekilde parçalara ayırmışlardır.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, çalışmada elde edilen bulgular çalışmanın alt problemlerine göre ayrı başlıklar altında tartışılmış ve sonuçlar ile öneriler verilmiştir.

5.1. Öğrencilerin Şekil Örüntülerini Devam Ettirmede Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç

Çalışmanın birinci alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerini devam ettirmede ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerden veri toplama aracında yer alan örüntü problemlerinin a maddesinde, ilk üç adımı verilen örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmaları ve şekli çizimleri istenmiştir. Öğrencilerin örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmak için sayısal yinelemeli, görsel yinelemeli ve sayısal belirgin stratejileri ve bu stratejiler arasından da çoğunlukla sayısal yinelemeli stratejiyi kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin ilk üç adımı verilen örüntüde bir sonraki adımı bulmak için ağırlıklı olarak sayısal yinelemeli stratejiyi kullanmaları sonucu, literatürdeki benzer çalışmaların (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Dikkartın Övez ve İnce, 2024; El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Özdemir ve ark., 2015) sonuçları ile paralellik göstermektedir. Bu durum ilk üç adımı verilen örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmak için sayısal yinelemeli strateji kullanımının diğer stratejilere göre daha kullanışlı olması ile açıklanabilir.

Öğrenciler ilk üç adımı verilen örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmak için sayısal yinelemeli, sayısal belirgin ve görsel yinelemeli stratejileri kullanmışlardır. Görsel yinelemeli stratejiyi kullanan öğrenciler yanlış cevaplara ulaşırken diğer stratejileri kullanan öğrenciler doğru cevaplara ulaşmışlardır. Öğrenciler örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekli oluştururken yapıcı ve yapıyı çözücü stratejileri kullanmışlardır. Yapıyı çözücü stratejiyi kullanan öğrencilerin yanlış cevaplara ulaştıkları görülmüştür. Yapıcı stratejiyi kullanan öğrencilerin ise çoğunlukla (56 doğru, 6 yanlış) doğru cevaba ulaştıkları tespit edilmiştir (bkz. Tablo 4). Öğrenciler örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekli oluşturmaya çalışırken, 7 defa şeklin yapısını dikkate almayarak hatalı çizimler yapmışlardır. Öğrencilerin örüntülerin bir sonraki adımına karşılık gelen değeri bulma

ve şekli oluşturmada çoğunlukla doğru çözüm yapmaları sonucu Yaman (2010) çalışmasının sonucu ile benzerlik göstermektedir. MEB (2018) matematik öğretim programına göre iki, üç, dört ve beşinci sınıfta sayılar ve işlemler öğrenme alanının doğal sayılar alt öğrenme alanında; bir, iki ve üçüncü sınıfta geometri öğrenme alanının geometrik örüntüler alt öğrenme alanında örüntülerle ilgili çeşitli kazanımlar yer almaktadır. Bu kazanımlarda öğrencilerden örüntüleri genişletmeleri, eksik öğeleri bulmaları, örüntü oluşturmaları, istenen adımı bulmaları ve örüntülerin kurallarını bulmaları beklenmektedir. Burada öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulma ile ilgili aşinalıklarının olduğu anlaşılmaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri bulmada ve şekli çizmede oldukça başarılı olmaları öğrencilerin bu problem türlerine olan aşinalıkları ile açıklanabilir.

Öğrenciler örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekli çizmek için yapıcı ve yapıyı çözücü stratejileri kullandıkları ya da şeklin yapısını dikkate almadıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekli oluştururken çoğunlukla yapıcı stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntünün bir sonraki adımına karşılık gelen şekli çizmek için görsel stratejileri ağırlıklı olarak kullanmaları sonucu, El Mouhayar ve Jurdak (2016) çalışmasının sonucu ile benzerlik göstermektedir. El Mouhayar ve Jurdak (2016), öğrencilerden örüntünün bir sonraki adımını çizmeleri istendiği için öğrencilerin şeklin yapısını dikkate almak zorunda kaldıklarını ve bu sebeple görsel stratejileri kullandıklarını belirtmişlerdir.

5.2. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Yakın Uzaklıktaki Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç

Çalışmanın ikinci alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerden veri toplama aracında yer alan örüntü problemlerinin b maddesinde, örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulmaları istenmiştir. Öğrenciler, örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulurken sayısal ve görsel strateji çeşitlerini kullanmışlardır. Literatürdeki çalışmalar da benzer sonuçlar elde ederek bu durumu desteklemektedir (Ay, 2022; Becker ve Rivera, 2006;

El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Sucuoğlu, 2015; Tanışlı, 2008; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Bu durumun olası sebepleri arasında öğrencilerin öğrenme ortamlarında bu strateji türlerini kullanmış olmaları gösterilebilir.

Öğrenciler örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulmada görsel stratejilerden ziyade sayısal stratejileri kullanmışlardır. Bu sonuç, öğrenci ve öğretmen adaylarının örüntüleri yakın uzaklıktaki bir adıma genellemede görsel stratejilerden ziyade sayısal stratejileri kullandıkları sonuçlarına ulaşan literatürdeki çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Barbosa ve ark., 2007; Chua ve Hoyles, 2010; El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Özdemir ve ark., 2015; Rivera ve Becker, 2003; Rivera ve Becker, 2008; Sucuoğlu, 2015). Bu durumun olası sebeplerinden birisi öğretmenlerin gerek şekil örüntüleri gerek sayı örüntüleri ile ilgili problemlerin çözümünde sayısal stratejileri kullanmaları olabilir. Çünkü Chua ve Hoyles (2010), araştırmalarında öğretmenlerin örüntünün kuralını bulmada sayısal stratejileri görsel stratejilere göre daha yararlı bulduklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca sayısal yöntemin tercih edilmesinin sebebinin sınıf ortamında şekil çizmeye gerek kalmadan daha kolay olduğunu düşünmektedirler. Bu ve benzer sebeplerle öğretmenlerin sınıf ortamlarında sayısal stratejilere ağırlık vermeleri öğrencilerin de görsel stratejilerden ziyade sayısal stratejileri kullanmalarına neden olabilir. Öğrencilerin görsel stratejilerden ziyade sayısal stratejileri daha çok kullanmalarının sebeplerinden biri de şekil örüntülerini genelleme ile ilgili bu çalışma yapılmadan önce sayı örüntülerini genelleme ile ilgili problemler çözülmüş olmasıdır. Bu sebeple öğrenciler sayı örüntülerini genellemede kullandıkları stratejileri şekil örüntülerini genelleme için de kullanmış olabilirler. Öğrencilerin görsel stratejilerden ziyade sayısal stratejileri daha çok kullanmalarının başka bir sebebi olarak sayısal stratejilerin görsel stratejilere kıyasla daha az zaman alıcı olması gösterilebilir.

Öğrenciler sayısal belirgin, sayısal yinelemeli, sayısal bütüne genişletme, yapıcı ve dönüşüme dayalı yapıcı olmak üzere beş farklı stratejiyi kullanmışlardır. Sayısal belirgin en fazla kullanılan strateji olurken sayısal bütüne genişletme ve dönüşüme dayalı yapıcı en az kullanılan stratejiler olmuştur. Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları ile farklılık göstermektedir. Literatürdeki diğer çalışmalar incelendiğinde örüntülerin yakın uzaklıktaki adımını bulmak için sayısal yinelemeli stratejinin daha fazla tercih edildiği görülmektedir (Akkan ve Çakıroğlu,

2012; Barbosa ve Vale, 2015; Dikkartin Övez ve İnce, 2024; El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Özdemir ve ark., 2015; Türkoğlu ve Yalın, 2020). Bu farklılığın olası sebepleri arasında, çalışmaya katılan öğrencilerin çalışma öncesinde sayı örüntülerini genelleme ile ilgili problemleri çözmüş olmaları gösterilebilir. Bununla örüntünün kuralının kullanılabilirliğini tespit etmiş olabilirler. Bu sebeple de yakın veya uzak adımın sorulmasını dikkate almadan örüntünün kuralını bulmaya odaklanmış olabilirler.

Çalışmada öğrenciler tarafından sayısal bütüne genişletme stratejisi sadece iki kez kullanılmıştır. Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmaların (Barbosa ve Vale, 2015; Lannin ve ark., 2006a; Sasman ve ark., 1999; Stacey, 1989) sonuçları ile paralellik göstermektedir. Bu strateji kuralı “ $an + b$ ” veya “ $an - b$ ” olan örüntü problemlerinde, sabit terimin göz ardı edilmesi halinde yanlış cevaplara sebep olmaktadır. Ancak kuralı “ an ” olan örüntülerde bütüne genişletme stratejisi ile işlem hatası yapılmadığı sürece daima doğru cevaba ulaşılabilecektir.

Öğrenciler örüntülerin yakın uzaklıktaki adımlarını bulurken kullandıkları stratejilerle oldukça başarılı olmuşlardır (bkz. Tablo 5). Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Aslan, 2011; Barbosa ve Vale, 2015; Becker ve Rivera, 2005; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Ley, 2005; Stacey, 1989; Yakut Çayır ve Akyüz, 2015). Bu durum örüntünün yakın uzaklıktaki adımını bulma problemlerinin, örüntünün uzak adımını veya kuralını bulma problemlerine göre daha kolay olmasıyla açıklanabilir.

Çalışmada dikkat çeken sonuçlardan biri de öğrencilerin değişken kullanımı ile ilgilidir. Kuralı $4n$ olan örüntüde, n yerine 7 yazılması “ $4n.7 = 28$ ” ve “ $4n.7$ ” şeklinde gösterilmiştir. Bu işlemi yapan öğrenciler problemin çözümünü sözel olarak doğru ifade etmişlerdir. Ancak cevap kağıtlarına yukarıdaki gibi yanlış cevaplar yazmışlardır. Bu tür bir gösterim ile sadece bir kez karşılaşılmıştır. Değişken kullanımı ile ilgili bir başka bulgu da sözel ifadeye karşılık gelen cebirsel ifadenin yanlış yazılmasıdır. Bu hata ile çalışmada sadece bir kez karşılaşılmıştır. Öğrenciler üçüncü problemdeki örüntünün kuralını sözel olarak “adım sırasının 3 katının 2 fazlası” şeklinde doğru ifade ederken, cebirsel olarak “ $2n + 3$ ” şeklinde yanlış yazmışlardır. Öğrencilerin bir örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak yazarken cebirsel olarak ifade edememesi genellemeye dayalı güçlüklerdendir (MacGregor ve Stacey, 1993; Sasman ve ark., 1999; Yaman, 2010). Bu zorluğun sebebi, öğrencilerin değişken kullanımında

ve değişkenle işlem yapmada zorluklar yaşaması (Kieran 1992; Küchemann, 1978) ile açıklanabilir. Ancak bu hatalar ile sadece birer kez karşılaşılması, öğrencilerin olası dikkat eksikliği yaşayabileceklerinden kaynaklanabileceğini de akla getirmektedir.

5.3. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Uzak Adımlarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç

Çalışmanın üçüncü alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin uzak adımlarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerden veri toplama aracında yer alan örüntü problemlerinin c maddesinde, örüntülerin uzak adımlarını bulmaları istenmiştir. Öğrenciler, örüntülerin uzak adımlarını bulurken çoğunlukla şekillerin yapısını dikkate almadan şekil örüntülerini sayı örüntülerine dönüştürerek sayısal stratejileri benimsemişlerdir. Bu sonuç literatürde öğrenciler, öğretmen adayları ve öğretmenlerle yapılan ilgili çalışmaların sonuçları ile benzerlik göstermektedir (Barbosa ve ark., 2007; Barbosa ve Vale, 2016; Becker ve Rivera, 2005; El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Orton ve ark., 1999; Rivera ve Becker, 2008; Stacey ve MacGregor, 2001; Yeşildere İmre ve ark., 2017). Orton ve arkadaşları (1999) ile Stacey ve MacGregor (2001) öğrencilerin örüntü probleminde sadece sayısal ilişkilere odaklandıklarını belirtmişlerdir. Bu durumun olası sebebini El Mouhayar ve Jurdak (2016), sabit artan şekil örüntüsü problemlerinde öğrencilerin ardışık adımlar arasında sabit bir fark bularak sayısal stratejileri kullanmalarının öğrenciler için daha kolay olması ile açıklamışlardır.

Çalışmada dikkat çeken sonuçlardan biri de öğrencilerin örüntülerin uzak adımlarını bulmada sadece sayısal stratejiler ile doğru cevaplara ulaşmalarıdır. Öğrenciler örüntülerin uzak adımlarını bulmada çok az da olsa görsel stratejileri kullanmaya çalışmışlar ancak doğru cevaba ulaşamamışlardır (bkz. Tablo 6). Öğrenciler örüntünün yakın uzaklıktaki adımlarını bulma problemlerinde de ağırlıklı olarak sayısal stratejileri, az da olsa görsel stratejileri kullanmışlardır. Yakın uzaklıktaki adımları bulma problemlerinde kullandıkları görsel stratejilerle doğru cevaplara ulaşmayı başarmışlardır (bkz. Tablo 5). Öğrencilerin uzak adımları bulma problemlerinde sadece sayısal stratejilerle doğru cevaplara ulaşmaları, Özdemir ve

arkadaşları (2015) çalışmasının sonuçları ile benzerlik göstermektedir. El Mouhayar ve Jurdak (2016), örüntülerde yakın genellemeden uzak genellemeye doğru gidildikçe görsel stratejilerin kullanımının azaldığını, sayısal stratejinin kullanımının ise arttığını belirtmişlerdir. Bu durumun olası sebepleri arasında öğrencilerin şeklin yapısını, örüntünün uzak adımını veya kuralını bulmada nasıl kullanacaklarını tam olarak kavrayamamaları gösterilebilir. Bir başka sebep olarak da problemlerdeki sayısal ilişkilere odaklanarak geliştirdikleri sayısal stratejilerle doğru cevaplara ulaşmaları gösterilebilir. Çünkü doğru cevaba ulaşan öğrenciler farklı stratejileri kullanmak istemeyebilir.

Örüntünün uzak adımını bulmada sayısal belirgin stratejiyi kullanan öğrencilerin sadece iki problemde hata yaptıkları görülmüştür. Bu hatalardan birisi, çarpma işlemi sırasında yapılan aritmetiksel hatadır (bkz. Şekil 32). Bu hatanın dikkat eksikliğinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Bu işlem hatası ile sadece iki kez karşılaşılmış olup ikisi de aynı grupta bulunan öğrenciler tarafından yapılmıştır. Bu öğrencilerin diğer örüntü problemlerinde benzer bir hata yapmamış olmamaları, öğrencilerin aritmetiksel işlemlerde sadece dikkat eksikliğinden kaynaklı hata yaptıklarını düşündürmektedir. Diğer hata ile kuralı " $3n + 2$ " olan ve doksan beşinci adımı sorulan örüntü probleminde karşılaşılmıştır. Bu problemde öğrenciler örüntünün kuralını " $3n + 2$ " olarak doğru tespit etmişlerdir. Grup üyelerinden ikisi bu kuralı kullanarak doğru cevaba ulaşmışlardır. Ancak grup üyelerinden bir öğrenci önce n yerine 95 yazmış ve 95 ile 3'ü çarparak 285 sayısına ulaşmıştır. Bu öğrenci daha sonra 5 ile 95'i çarpmıştır. 5 ile 95'i çarpmasının, benzer olmayan terimler arasında toplama işlemi yapılmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Küchemann (1978), çalışmasında da bu hata ile sıkça karşılaşmıştır. Bu hatanın sebebi olarak da öğrencilerin " $an + b$ " şeklindeki ifadeleri bir sonuç olarak değil de tamamlanması gereken bir süreç olarak görmelerinden kaynaklanabileceği belirtilmektedir. Kieran (1992) ise çalışmasında " $39x - 4 = 35x$ " şeklinde yapılan işlemlerin öğrencilerin aritmetikte kullandıkları işlemleri yanlış bir şekilde cebire genelleştirmelerinden kaynaklanabileceğini ifade etmektedir.

Bu çalışmada öğrencilerin örüntülerin yakın ve uzak adımlarını bulurken oldukça başarılı oldukları görülmüştür. Bu sonuç literatürdeki öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki adımını bulmada başarılı olmalarına rağmen uzak adımını bulmada

zorluk yaşadıkları (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Aslan, 2011; Becker ve Rivera, 2005; Dikkartın Övez ve İnce, 2024; Jurdak ve El Mouhayar, 2014; Ley, 2005; Stacey, 1989; Yakut Çayır ve Akyüz, 2015) sonucuna ulaşan çalışmalarla farklılık göstermektedir. Bu farklılığın sebebi olarak öğrencilerin örüntülerin gerek yakın uzaklıktaki adımlarını gerekse de uzak adımlarını bulurken belirgin strateji ile örüntünün kuralından faydalanmaları gösterilebilir. Bu farklılığın başka bir sebebi olarak da bu çalışmadaki verilerin grup çalışmaları ile toplanması gösterilebilir. Çünkü grup çalışmalarında herhangi bir grup üyesinin ileri sürdüğü yanlış bir fikir veya yaptığı hatalı bir işlem genellikle grubun diğer üyeleri tarafından düzeltilmiştir.

Çalışmada dikkat çekici bulgulardan birisi de Grup 1'in üyelerinden Ö1'in ikinci problemde tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejileri kullanarak örüntünün uzak adımını bulmaya çalışmasıdır. Örüntülerin uzak adımını bulmada görsel stratejilerle sadece bir problemde karşılaşmıştır. Bu da Grup 1'in üyelerinden Ö1 tarafından ikinci problemde kullanılmıştır. Ö1 bu stratejiler ile adım sıraları ile adım sıralarına karşılık gelen nesne sayıları arasında bir ilişki kuramadığı için çözümlerini yarıda bırakmıştır. Daha sonra sayısal belirgin strateji ile örüntünün uzak adımını doğru bulmuştur. Ö1'in görsel stratejilerle çözümü yarıda bırakmasının şeklin yapısını doğru bir şekilde analiz edememesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Örüntülerin uzak adımlarını bulma problemlerinde grup çalışmalarının çeşitli sınırlılıkları ile karşılaşmıştır. Örneğin Grup 1'in üyelerinden Ö1 tamamlamaya dayalı ve yapıcı stratejileri kullanmaya çalışmıştır. Örüntünün ilk iki adım için şekli doğru analiz etmiştir. Ancak grup arkadaşı bu stratejilerin uzun olacağı gerekçesiyle, öğrenciyi bu stratejileri kullanmaktan vazgeçirmiştir. Bu durum grup çalışmalarının bir sınırlılığı olarak değerlendirilebilir. Gruptaki bir kişi diğer kişinin düşüncesini tamamlamasına izin vermemiştir. Uzak adımı bulmada karşılaşılan grup çalışmaları ile ilgili bir diğer sınırlılık da bazı grupların nadiren de olsa bireysel çalışmalarıdır. Bu durum Grup 3'ün üyeleri arasında üçüncü problemde yaşanmıştır. Grup üyelerinden birisi yaptığı işlemlerle hatalı bir cevaba ulaşırken, diğer grup üyeleri işlemlerin doğruluğu hakkında herhangi bir fikir ileri sürmemişlerdir. Diğer iki grup üyesi kendi aralarında problemi doğru çözmüşlerdir. Ortaya çıkan iki farklı cevap için aralarında herhangi bir konuşma geçmemiştir.

5.4. Öğrencilerin Şekil Örüntülerinin Kurallarını Bulmada Kullandıkları Stratejilere Yönelik Tartışma ve Sonuç

Çalışmanın dördüncü alt problemi “7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin kurallarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindedir. Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerden veri toplama aracında yer alan örüntü problemlerinin d maddesinde, örüntülerin kurallarını bulmaları istenmiştir. Öğrenciler, örüntülerin kuralını bulurken sayısal ve görsel stratejileri kullanmışlardır. Belirtilen bu iki strateji çeşidi karşılaştırıldığında ise öğrencilerin çoğunlukla sayısal stratejileri kullandıkları görülmüştür. Bu sonuç literatürde yapılan diğer çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Becker ve Rivera, 2007; Orton ve ark., 1999; Özdemir ve ark., 2015; Samsan ve ark., 1999; Stacey, 1989; Stacey ve MacGregor, 2001; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Öğrencilerin sayısal stratejilere yönelmelerinin sebeplerinden biri olarak sayısal stratejilere daha aşina olmaları gösterilebilir. Bir diğer sebep olarak da örüntüleri genellerken şekiller arasındaki ortaklığı görmek için şekillerin yapısından nasıl faydalanacaklarını bilmemelerinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Halbuki örüntülerde şekillerin yapısındaki ortaklık genelleme yapmak için kullanıldığında cebirsel düşünmenin gelişimine hizmet etmektedir (Yeşildere İmre ve ark., 2017).

Öğrenciler örüntünün kuralını bulurken örüntülerin adımlarındaki şekillerin sayısal özelliklerine odaklanarak, şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürmüşlerdir. Daha sonra sayısal belirgin strateji ile kuralı bulmuşlardır. Bu sonuç literatürde yer alan çalışmalarla benzerlik göstermektedir (El Mouhayar ve Jurdak, 2016; Markworth, 2010; Özdemir ve ark., 2015; Yeşildere İmre ve ark., 2017). Bu durumun olası sebepleri arasında öğrencilerin şeklin yapısını örüntülerin kuralını bulmak için nasıl kullanacaklarını bilmemeleri ve şeklin yapısından ziyade şekildeki sayısal değerleri kullanmaya eğilimli olmaları ile açıklanabilir. Bu durumun diğer bir sebebi olarak öğrencilerin ders içinde kullandıkları kitaplarda yer alan örneklerin örüntülerin sayısal özelliklerine odaklanarak farklı çözümlerin kullanımına olanak sağlamamaları gösterilebilir. Bu duruma benzer olarak Elbir ve Özmen (2023), MEB tarafından önerilen matematik ders kitaplarının örüntülerin kuralını bulmada öğrencilere farklı stratejiler kullanma fırsatı sağlamadığını ve ders kitaplarında şekil örüntülerini sayı

örüntülerine dönüştürerek genelleme yapmayı içeren örneklerin yer aldığını ortaya koymuşlardır.

Öğrenciler örüntülerin kuralını sayısal belirgin strateji ile bulurken başlangıçta ardışık adımlar arasındaki farkı bularak yinelemeli stratejiyi kullanma eğilimi göstermişlerdir. Daha sonra yinelemeli stratejiden belirgin stratejiye başarılı bir geçiş yaparak örüntünün kuralını doğru tespit etmişlerdir. Bu sonuç Lannin ve arkadaşları (2006a) ile Özdemir ve arkadaşları (2015) çalışmalarının sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Özdemir ve arkadaşları (2015) çalışmalarında öğrenciler kuralı “ an , $an + b$ ve $an - b$ ” olan örüntü problemlerinde ardışık adımlar arasındaki farkın sabit olduğunu tespit etmişlerdir. Daha sonra bu sabit farkın “ a ” katsayısı olduğunu bulmuşlardır. Yani öğrenciler yinelemeli stratejiyi kullanarak “ a ” sayısını bulmuşlardır. Son olarak n yerine adım sıralarını yazmışlar ve adım sıralarına karşılık gelen değerlere göre “ $+b$ ” veya “ $-b$ ” değerini bulduklarını belirtmişlerdir.

Öğrenciler örüntülerin kurallarını bulurken görsel stratejilerden yapıcı, tamamlamaya dayalı yapıcı, dönüşüme dayalı yapıcı ve yapıyı çözücü stratejileri kullanmışlardır. Bu stratejilerden yapıcı stratejinin diğer stratejilere göre daha fazla kullanıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler kullandıkları bu stratejilerden yapıcı, dönüşüme dayalı yapıcı ve tamamlamaya dayalı yapıcı stratejiler ile doğru cevaplara ulaşmayı başarırlarken, yapıyı çözücü strateji ile doğru cevaba ulaşmayı başaramamışlardır. Tanışlı ve Yavuzsoy Köse’ye (2013) göre yapıcı stratejinin kapalı formülü $y = mx + b$ lineer formunda olan, kolayca elde edilebilen, verilen şekillerin kenarlarında ya da köşelerinde örtüşenleri göz önüne almaksızın direkt olarak şekilsel ipuçlarından çıkarılmasıdır. Yapıcı stratejinin daha fazla kullanılmasının sebebi olarak, bu stratejinin diğer görsel stratejilere göre daha kolay olması gösterilebilir. Tanışlı ve Yavuzsoy Köse’ye (2013) göre yapıyı çözücü strateji, yapıcı strateji göre daha karmaşıktır ve geçerliliğini belirlemek için şekilsel ipuçları içerisinde kenarlarda ya da köşelerde örtüşenleri tanımayı gerektirir. Becker ve Rivera (2007), yapıyı çözücü stratejinin öğrenciler için zor olduğunu ve gruplanan nesnelerde örtüşen parçaları görmenin hemen gerçekleşmeyeceğini belirtmişlerdir. Ayrıca Becker ve Rivera (2007), çalışmalarına katılan hiçbir öğrencinin yapıyı çözücü stratejiyi kendi başlarına geliştiremedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu çalışmada örüntünün kuralını bulmada yapıyı çözücü stratejinin sadece bir kez kullanılması ve bu strateji ile çözümün yarıda

bırakılmasının sebebi olarak, yapıyı çözücü stratejinin zorluğu ve karmaşıklığı gösterilebilir. Öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmada dönüşüme dayalı yapıcı ve tamamlamaya dayalı yapıcı stratejilerle birer kez doğru cevaba ulaşmayı başarmışlardır. Bu stratejiler şeklin yapısının değiştirilmesi temeline dayanmaktadır. Becker ve Rivera (2007) şekil örüntüsünde kolayca kuralın bulunamadığı durumlarda, şekilleri daha basit ve daha kolay tanınabilir biçimlere dönüştürülmesini tavsiye etmektedirler. Öğrenciler sadece birer kez de olsa ilgili dönüşümleri yaparak bu stratejileri kullanmada başarılı olmuşlardır.

Örüntülerin kuralını bulma problemlerinde grup çalışmalarının çeşitli sınırlılıkları ile karşılaşılmıştır. Örneğin Grup 3'ün üyelerinden birisi tamamlamaya dayalı strateji ile örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Örüntünün ilk iki adımı için stratejiyi doğru oluşturmuş ancak örüntünün diğer adımları için stratejiyi devam ettirememiştir. Diğer grup üyeleri bu düşüncenin doğruluğuna veya diğer adımlara nasıl uygulanabileceğine yönelik herhangi bir fikir yürütmemişlerdir. Yine bu grupta aynı problemin çözümünde bir başka öğrenci yapıyı çözücü stratejiyi kullanmaya çalışmıştır. Örüntünün ilk üç adımı için bu stratejiyi doğru bir şekilde uygulamış ama diğer adımlar için stratejiyi devam ettirememiştir. Diğer grup üyelerinin bu düşünceye dair herhangi bir fikir yürütmemeleri, bu strateji ile çözümün yarıda kalmasına sebep olmuştur. Bu stratejilerle çözümlerin yarıda kalmasının sebebi olarak grup içerisinde gerekli fikir alışverişlerinin yapılmaması gösterilebilir. Bir başka sebep olarak da bu stratejilerin karmaşıklığından dolayı diğer grup üyelerinin herhangi bir fikir ileri sürememeleri olabilir.

Örüntülerin kurallarını bulma problemlerinde grup çalışmalarının güçlü yönleri de ortaya çıkmıştır. Birçok problemde herhangi bir grup üyesinin yaptığı işlemsel bir hata veya bulduğu yanlış bir kural diğer grup üyeleri tarafından düzeltilmiştir. Örneğin Grup 1'in üyeleri birinci problemde tamamlamaya dayalı yapıcı strateji ile örüntünün kuralını bulmaya çalışırken, bir öğrencinin kuralı sadece birinci adımı dikkate alarak oluşturduğu fakat bu hatasının grup arkadaşları tarafından düzeltildiği görülmüştür. Bu durum, grup tartışmaları öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilemesi (Sarigöz, 2013) ile açıklanabilir.

Bu çalışmada tüm öğrencilerin katıldığı sınıf tartışmalarında, sınıf tartışmalarının farklı stratejileri ortaya çıkarmada etkili olduğu görülmüştür. Bu sonuç Lannin ve arkadaşlarının (2006a) çalışmalarının sonucu ile uyumludur. Sınıf tartışmalarında örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen değeri, yakın uzaklıktaki adımını, uzak adımını ve kuralını bulmada grup çalışmalarında tespit edilen stratejilerden farklı en az bir tane strateji ortaya çıkmıştır. Sınıf tartışmalarında dördüncü adıma karşılık gelen değeri bulurken bir tane yapıcı; yakın uzaklıktaki adımı bulurken iki farklı yapıcı ve bir tane tamamlamaya dayalı yapıcı; uzak adımı bulurken bir tane yapıcı ve kuralı bulurken bir tane dönüşüme dayalı yapıcı strateji ortaya çıkmıştır. Bu durum sınıf tartışmalarının problemlerin çözümünde farklı stratejilerin ortaya çıkmasına uygun bir ortam sağlaması ve öğrencilerin düşünme becerilerinin gelişimine olumlu etkisi ile açıklanabilir. Ayrıca sınıf tartışmalarında farklı stratejilerin ortaya çıkması öğrenci öğretmen etkileşiminden kaynaklanması (Lannin ve ark., 2006a) ile de açıklanabilir. Tartışma yaklaşımlarının öğrencilerin düşünme becerileri, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirme gibi daha yüksek düzeyde öğrenmelerinin gelişimine katkı sağladığı (Bloom ve ark., 1956); öğrencilerde konuları kavrama, çözümleme, yorumlama kabiliyetlerini attırarak öğrencilere bilgilerini ortaya çıkarma imkânı sunduğu (Binbaşoğlu, 1994) ve öğrencilerin dinleme, sorgulama, fikir yürütme, eleştirme, sentezleme ve değerlendirme gibi becerilerini geliştirdiği (Sarıgöz, 2013) bilinmektedir.

5.5. Öneriler

Bu bölümde çalışmada ulaşılan sonuçlara göre eğitim öğretim ortamında yapılabilecek uygulamalara ve gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

Eğitim öğretim ortamında yapılabilecek uygulamalar:

- Bu çalışmada öğrencilerin şekil örüntülerinin yakın ve uzak adım adımları ile kurallarını bulmada ağırlıklı olarak sayısal belirgin stratejiyi kullandıkları, şeklin yapısını kullanmayı gerektiren görsel stratejileri ise çok az kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin şekil örüntülerindeki sayısal değerlerin yanı sıra şeklin yapısına da odaklanmaları sağlanmalıdır. Öğrencileri görsel stratejileri kullanmaya

teşvik etmek için bu stratejilerin güçlü yönleri ön plana çıkarılabilir. Aynı zamanda öğrencilerin kullandıkları ders kitaplarında örüntülerin sayısal özelliklerinin yanında farklı çözümlerin kullanımına olanak sağlayan örnekler kullanılabilir.

- Bu çalışmada öğrenciler ilk üç adımı verilen örüntülerin dördüncü adımına karşılık gelen şekilleri çizmede çoğunlukla şeklin yapısına odaklanmışlardır. Ancak örüntülerin yakın ve uzak adımları ile kurallarını bulmada şekillerin yapısına çok az odaklanmışlardır. Öğrencilerin şekil örüntülerinde görsel stratejileri kullanmaları için, şekil örüntüsünün birkaç adımı çizdirilerek şeklin yapısı keşfettirilebilir. Daha sonra öğrencilerin şeklin yapısını kullanarak örüntünün kuralını ve herhangi bir adımına karşılık gelen değeri bulmaları sağlanabilir.
- Bu çalışmada grup çalışmalarının çeşitli güçlü yönleri ve zayıf yönleri ile karşılaşılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları hataları fark etmelerinde, kullandıkları çözüm yolunun doğruluğunu tespit etmede grup çalışmalarının olumlu etkileri olmuştur. Nadiren de olsa öğrencilerin grup çalışma sırasında, bireysel çalışarak aralarında tartışma ortamı oluşturmamaları yapılan hataların tespit edilmesini veya geliştirilmeye çalışılan farklı çözüm yollarının yarıda kalmasına sebep olmuştur. Dolayısıyla eğitim öğretim ortamlarında grup çalışmalarının yapılması ve grup çalışmalarında tartışma ortamı oluşturmaları sağlanarak öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgileri geliştirilebilir.
- Bu çalışmada çok az da olsa öğrencilerin değişken kullanımı ve sözel ifadeye karşılık gelen cebirsel ifadeyi oluşturmada sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin değişken kullanımı ve sözel ifadeye karşılık gelen cebirsel ifadeyi oluşturmadaki eksiklikleri giderilerek gerek bu kavramlardaki gerekse de bu kavramların kullanıldığı konulardaki başarıları arttırılabilir.
- Bu çalışmada yapılan sınıf tartışmalarının örüntülerin yakın ve uzak adımları ile kurallarının bulunmasında öğrencilerin grup çalışmaları dışında özellikle görsel stratejileri oluşturmalarında etkili olduğu

görülmüştür. Bu sebeple eğitim öğretim ortamlarında sınıf tartışmaları yaptırılarak, öğrencilerin farklı çözüm yolları geliştirmesi sağlanabilir.

Gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik öneriler:

- Öğretmenlerin örüntüler konusundaki görsel stratejileri kullanma durumları ve bu stratejilerin güçlü ve zayıf yönlerine yönelik farkındalıkları araştırılabilir.
- Farklı ülkelerin öğretim programları ve ders kitaplarının örüntüler konusunu nasıl ele aldıkları ve örüntülerle ilgili problem çözümlerinde hangi stratejilere yer verdikleri araştırılabilir.
- Bu çalışmada araştırmacı, gruplar arasında geçen tüm konuşmalara anında şahit olamamış ve gerekli yerlerde grup çalışmasını derinleştirici sorular soramamıştır. Dolayısıyla grup sayılarının daha az tutulacağı ve araştırmacının tüm konuşmaları takip ederek gerekli müdahaleleri yapabileceği benzer çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. Sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması, *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120.
- Aslan, R. (2011). *Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı*. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Ay, S. (2022). *Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri: stratejiler ve bilişsel istem*. Yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elâzığ.
- Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır? *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Barbosa, A. (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Tese de Doutoramento em Estudos da Criança: Universidade do Minho.
- Barbosa, A., Vale, I. ve Palhares, P. (2012). Pattern tasks: thinking processes used by 6th grade students. *Relime*, 15(3), 273-293.
- Barbosa, A. ve Vale, I. (2015). Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, 10, 57-70.
- Barbosa, A. ve Vale, I. (2016). Visual patterns: a creative path to generalization. *13th International Congress on Mathematical Education*, Hamburg, 24-31.
- Barbosa, A., Palhares, P. ve Vale, I. (2007). Patterns and generalization: the influence of visual strategies. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 844- 851. Larnaca, Cyprus.
- Becker, J. R., ve Rivera, F. (2005). Generalization an strategies of beginning high school algebra students. In Chick, H.L. ve Vincent, J.L.(Eds). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 121-128.
- Becker, J. R. ve Rivera, F. (2006). Sixth graders' figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A. (Eds). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico.

- Becker, J. R. ve Rivera, F. (2007). Factors affecting seventh graders' cognitive perceptions of patterns involving constructive and deconstructive generalizations. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 129-136). Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Bektaş, M., Kahraman, S. ve Temel, Y. (2021). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı*. 6. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, Ankara.
- Binbaşıoğlu, C. (1994). *Genel Öğretim Bilgisi*. Ankara: Kadioğlu Matbaası.
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H. ve Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives: Handbook I, the cognitive domain. New York: David McKay.
- Bursalıoğlu, F. (2010). *Örüntü ve süsleme etkinliklerinin analizle öğretim yöntemiyle öğretiminin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutumları ve akademik başarıları üzerine etkisi*. Yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V. ve Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization, *ZDM Mathematics Education*, 40: 3–22.
- Chua, B. L. ve Hoyles, C. (2010). Teacher and student choices of generalising strategies: A Tale Of Two Views? *5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, Tokyo.
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (4. Baskı). (M. Bütün ve S. B. Demir, Çev. Ed.). Ankara: Siyasal Kitapevi, ISBN: 978-605-4627-45-5, 343s.
- Creswell, J. W. (2017). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (3. Baskı). (S. B. Demir, Çev. Ed.). Ankara: Eğiten Kitap, ISBN: 978-605-4757-28-2, 267s.
- Çilingir, E. ve Yelken, T. Y. (2016). Sınıf öğretmenleri adayları ile sınıf öğretmenlerinin şekil örüntüleri konusundaki alan bilgilerinin karşılaştırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 3(4), 1-16.
- Dede, Y. (2017). Nitel yöntemler. Demir, S. B. (Ed.), *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (183-213). Ankara: Eğiten Kitap.
- Dayan, Ş. (2017). *Üstün yetenekli ve normal öğrencilerin matematiksel örüntü başarılarının incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Dikkartın Övez, F. T. ve İnce, İ. (2024). Examination of seven grade students'; Pattern generalization processes and preferred, *International Journal of Education Technology and Scientific Researches*, 9(26), 84-129.

- Driscoll, M. J. (1999). The Fostering Algebraic Thinking Toolkit: Asking questions of students.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Elbir, D. ve Özmen, Z. M. (2023). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Örüntüler Konusunun Aritmetikten Cebire Geçiş Bağlamında İncelenmesi. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1-26.
- El Mouhayar, R. ve Jurdak, M. (2013). Teachers' ability to identify and explain students' actions in near and far figural pattern generalization tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 379-396.
- El Mouhayar, R. ve Jurdak, M. (2016). Variation of student numerical and figural reasoning approaches by pattern generalization type, strategy use and grade level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(2), 197-215.
- Garcia Cruz, J. A. ve Martinon, A. (1998). Level of generalization linear patterns. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 329–336. Stellenbosch.
- Healy, L. ve Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: Making connections with computers?, *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 59-84.
- İnce, İ. (2023). 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri, tercih ettikleri stratejiler ve kavram yanlışlarının belirlenmesi ile kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının yanlışların giderilmesine etkisi. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Jurdak, M. ve El Mouhayar, R. (2014). Trends in the development of student level of reasoning in pattern generalization tasks across grade level. *Educational Studies in Mathematics*, 85, 75-92.
- Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema ve T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. (pp. 135-155), Manwah, NJ: Erlbaum.
- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62-80.
- Karaz, S. (2021). Ortaokul öğrencilerinin bağımsız ve yarı bağımsız genelleme görevlerindeki örüntü oluşturma süreçleri. Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

- Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme*. Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- Kirk, J. ve Miller, M. L. (1986). Reliability and validity in qualitative research. Beverly Hills, CA: Sage.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. Handbook of research on mathematics teaching and learning. *National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, New York*.
- Kocamaz, B. (2020). *7. sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda yaşadıkları zorlukların araştırılması*. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school*, 7(4), 23-26.
- Lannin, J. K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities, *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lannin, J. K., Barker, D. ve Townsend, B. (2006a). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior*, 25(4), 299-317.
- Lannin, J. K., Barker, D. ve Townsend, B. (2006b). Algebraic generalization strategies: factors influencing student strategy selection, *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28.
- LaRochelle, R., Nickerson, S. D., Lamb, L. C., Hawthorne, C., Philipp, R. A. ve Ross, D. L. (2019). Secondary Practising Teachers' Professional Noticing of Students' Thinking about Pattern Generalisation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 21(1), 4-27.
- Lesley, L. ve Freiman, V. (2004). Tracking primary students' understanding of patterns. In M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 415–422. Bergen, Norway.
- Ley, F. A. (2005). *A Cross-Sectional Investigation of Elementary School Students' Ability to Work with Linear Generalizing Patterns: The Impact of Format and Age on Accuracy and Astrategy Shoice*. Master dissertatio, Toronto University, Canada.
- Lincoln, Y. S. ve Guba, E. G. (1985). Naturalistic inquiry. Newberry Park.

- Magiera, M. T. ve Zambak, V. S. (2021). Prospective K-8 teachers' noticing of student justifications and generalizations in the context of analyzing written artifacts and video-records. *International Journal of STEM Education*, 8, 1-21.
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1993). Cognitive models underlying students' formulation of simple linear equations. *Journal for research in mathematics education*, 24(3), 217-232.
- Markworth, A. K. (2010). *Growing and Growing: Promoting Functional Thinking with Geometric Growing Pattern*, Doctor of Philosophy, University of North Carolina at Chapel Hill.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, ve L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (Pp. 65-86). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Millî Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005a). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*, Devlet Kitapları Müdürlüğü, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005b). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu 6-8. Sınıflar*, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Sınıflar)*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*, (Genişletilmiş 3. Baskı), Ankara: Maya Akademi Yayıncılık.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. 6. Baskı, Ankara: Eğiten Kitap, ISBN: 978-605-5472-77-1, 277s.
- Olkun, S. ve Yeşildere, S. (2007). *Sınıf öğretmenleri adayları için temel matematik* 1. Ankara: Maya Akademi.
- Ontario Ministry of Education (OME). (2013). Paying Attention to Algebraic Reasoning K-12: Support Document for Paying Attention to Mathematics Education.
- Orton, J., Orton, A. ve Roper, T. (1999). Pictorial and Practical Context and the Presentation of Pattern. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. s. 121-136. London: Cassel.
- Özdemir, E. (2013). *İlköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntüleri kavrayabilme ve genelleme süreçleri*. Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin Örüntüleri Genelleme Süreçleri: 7. Sınıf Örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 523-548.
- Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8 – 13.
- Papic, M. ve Mulligan, J. (2005). Preschoolers' mathematical patterning. P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce et al. (Eds.), *Building connections: research, theory and practice- MERGA28* (Mathematics Education Research Group of Australasia Conference Proceedings 28).
- Polya G. (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton, NJ: Princeton University Press (Orijinal olarak 1945 de yayınlanmıştır).
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 83–96.
- Rivera, F. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 297-328.
- Rivera, F. ve Becker, J. R. (2003). The Effects of Numerical and Figural Cues on the Induction Processes of Preservice Elementary Teachers. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 63-70.
- Rivera, F. ve Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalisations involving linear figural patterns. *ZDM: International Journal in Mathematics Education*, 40, 65- 82.
- Rivera, F., Konott, L. ve Evitts, T. A. (2007). Visualizing as a Mathematical Way of Knowing: Understanding Figural Generalization. *The Mathematics Teacher*, 101(1), 69-75.
- Sarıgöz, O. (2013). Sınıfla ve grupla tartışma yöntemlerinin meslek yüksekokulu öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Ejovoc (Electronic Journal of Vocational Colleges)*, 3(3), 100-106.
- Sasman, M., Olivier, A. ve Linchevski, L. (1999). Factors influencing students' generalization thinking processes. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23th International Conference for Psychology of Mathematics Education*, 4, pp 161-168, Haifa, Israel: PME.
- Smith, E. (2003). Stasis and change: integrating patterns, functions, and algebra throughout the K-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin ve Schifter, D. (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 136 -150). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Souviney, R. J. (1994). Learning to teach mathematics. New York: Merrill.

- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems, *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (2001). Curriculum reform and approaches to algebra. In R. Lins (Ed.), *Perspectives on school algebra* (pp. 141–153). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Sucuoğlu, D. (2015). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişen örüntülere ilişkin genelleme stratejileri*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şen, C. ve Güler, G. (2022). *Cebir Uygulamaları ile İlkokul ve Ortaokulda Cebir Öğretimi*, Vizetek Yayıncılık (1. Baskı), Ankara.
- Tanişlı, D. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama Biçimlerinin belirlenmesi*. Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Tanişlı, D. ve Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler*. Ankara: Maya Akademi.
- Tanişlı, D. ve Özdaş, A. (2009). The Strategies of Using the Generalizing Patterns of the Primary School 5th Grade Students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(3), 1485-1497.
- Tanişlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198.
- Tanişlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının genelleme sürecindeki bilişsel yapıları: bir öğretim deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(44), 255-283.f
- Tanişlı, D., Yavuzsoy Köse, N. ve Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi- Journal of Qualitative Research in Education*, 5(3), 195-222.
- Tavares, D. ve Cabrita, I. (2015). Visual patterns and the development of creativity and functional reasoning6. In *The Proceedings of the 23th Annual Conference of the European Teacher Education Network* (p. 52).
- Threlfall, J. (1999) Repeating patterns in the primary years', in A. Orton (ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, Cassell, London, pp. 18–30.
- Türkoğlu, H. (2020). *Öğretimin temel ilkeleri kuramına dayalı dönüştürülmüş sınıf modelinin öğrencilerin örüntü konusundaki başarısına etkisi*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Türkoğlu, H. ve Yalın, H. İ. (2020). Sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan örüntüleri genelleme stratejileri. *Başkent University Journal of Education*, 7(1), 110-128.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234- 243.
- Walkowiak, A. T. (2014). Elementary and middle school students' analyses of pictorial growth patterns, *Journal of Mathematical Behavior*, 33, 56-71.
- Vale, I. ve Pimentel, T. (2011). Mathematical challenging tasks in elementary grades. In M. Pytlak, T. Rowland ve E. Swoboda, *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1154-1164).
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yakut Çayır, M. (2013). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarının ve kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Yakut Çayır, M. ve Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(2).
- Yaman, H (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir inceleme*. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yaman, H. ve Umay, A. (2013). İlköğretim öğrencilerinin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntüleri algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(1), 405-416.
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 141- 153.
- Yeşildere İmre, S., Akkoç, H. ve Baştürk Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık, 12. Baskı, ISBN: 978-975-02-6982-0, 446s.

Yıldız, S. (2022). *Matematik öğretmenlerinin sayı örüntülerini genellemeye ilişkin farkındalıkları*. Yüksek lisans tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.

Zaskis, R. ve Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379, 402.



EKLER

Ek-1. Uzman Görüşü Formu

Sayın Hocam,

Yüksek lisans tez çalışmamda kullanmayı düşündüğüm veri toplama aracının uygunluğuna dair uzman görüşüne ihtiyaç duymaktayım. Yoğun çalışmalarınız arasında, değerli görüşlerinizi benimle paylaşırsanız çok memnun olurum. Bu çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin şekil örüntülerini genellemede görsel stratejileri kullanma durumlarının belirlenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmaya yön veren alt problemler şunlardır:

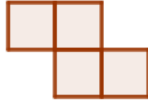
- 1) 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerini devam ettirmede ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadır?
- 2) 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin yakın uzaklıktaki terimlerini bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadır?
- 3) 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin uzak terimlerini bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadır?
- 4) 7. sınıf öğrencileri şekil örüntülerinin kurallarını bulmada ne tür görsel stratejilerden faydalanmaktadır?

Veri toplama aracı olarak kullanmayı düşündüğüm sorular aşağıda yer almaktadır. Sizinle paylaştığım veri toplama aracında 11 tane şekil örüntüsü sorusu yer almaktadır. Uzman görüşleri doğrultusunda bu sorulardan 6 veya 7 tanesini kullanmayı düşünüyorum. Her bir örüntü sorusunun dört alt sorusu bulunmaktadır. Bu dört alt sorunun her biri araştırmanın bir alt probleme yönelik hazırlanmıştır. Aşağıda yer alan sorulardan hangilerinin kullanılması gerektiği ve mevcut halinde herhangi bir değişiklik yapıp-yapılmamasına dair görüşlerinizi benimle paylaşırsanız çok memnun olurum. Saygılarımla

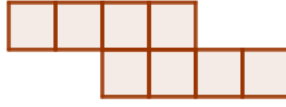
Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi ABD Yüksek Lisans Öğrencisi

Ayşen TEMİZEL

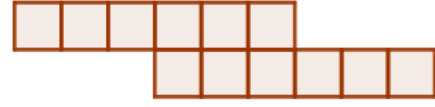
Ek-2. Örüntü Problemleri



1.adım

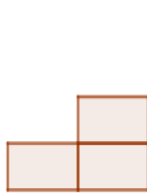


2.adım

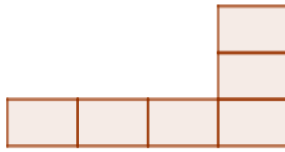


3.adım

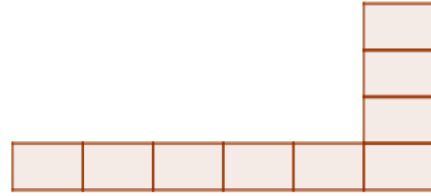
1. Yukarıda yer alan birimkarelerden oluşan şekil örüntünün birinci adımında dört birimkare, ikinci adımında sekiz birimkare ve üçüncü adımında ise on iki birimkare bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız
 - a) Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane birimkare olması gerektiğini bulunuz.
 - b) Örüntünün 7. adımında yer alan birimkare sayısını bulunuz.
 - c) Örüntünün 91. adımında yer alan birimkare sayısını bulunuz.
 - d) Örüntünün kuralını bulunuz



1.adım



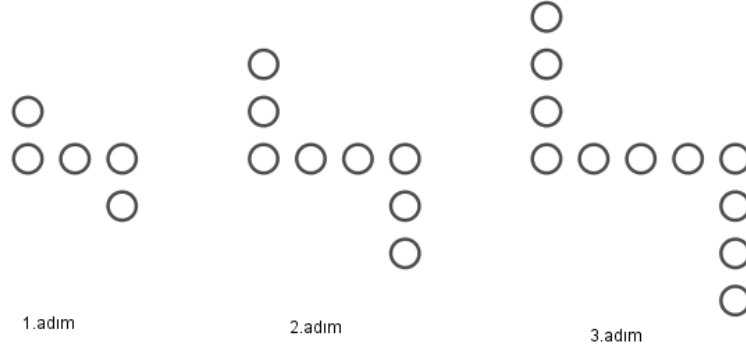
2.adım



3.adım

2. Yukarıda yer alan eş dikdörtgenlerden oluşan şekil örüntüsünün birinci adımında üç dikdörtgen, ikinci adımında altı dikdörtgen ve üçüncü adımında ise dokuz dikdörtgen bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.
 - a) Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane dikdörtgen olması gerektiğini bulunuz.
 - b) Örüntünün 8. adımında yer alan dikdörtgen sayısını bulunuz.
 - c) Örüntünün 92. adımında yer alan dikdörtgen sayısını bulunuz.
 - d) Örüntünün kuralını bulunuz.

Ek-2 (Devam). Örüntü Problemleri

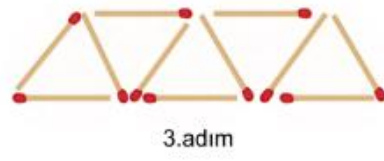
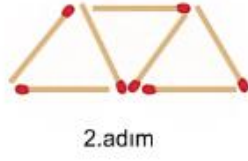
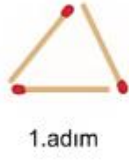


3. Yukarıda yer alan çemberlerden oluşan şekil örüntünün birinci adımında beş çember, ikinci adımında sekiz çember ve üçüncü adımında ise on bir çember bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.
- a) Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane çember olması gerektiğini bulunuz.
 - b) Örüntünün 7. adımında yer alan çember sayısını bulunuz.
 - c) Örüntünün 95. adımında yer alan çember sayısını bulunuz.
 - d) Örüntünün kuralını bulunuz.



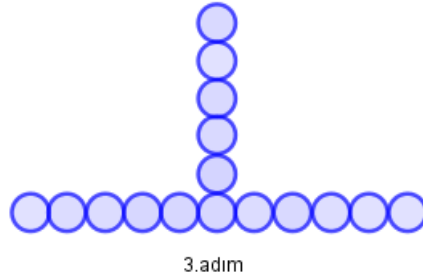
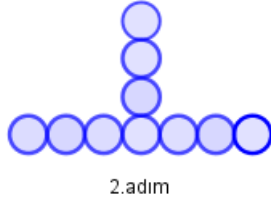
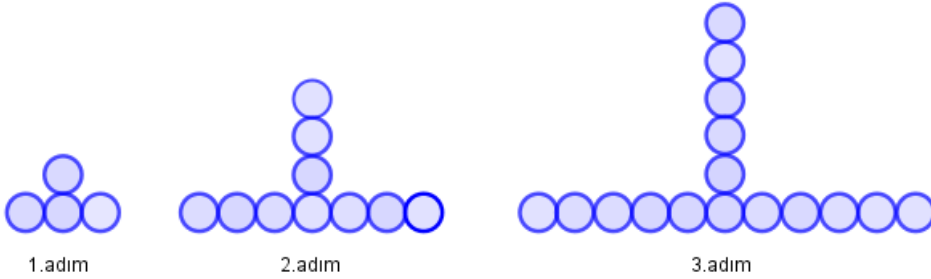
4. Yukarıda yer alan noktalardan oluşan şekil örüntüsünün birinci adımında beş nokta, ikinci adımında dokuz nokta ve üçüncü adımında ise on üç nokta bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.
- a) Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane nokta olması gerektiğini bulunuz.
 - b) Örüntünün 8. adımında yer alan nokta sayısını bulunuz.
 - c) Örüntünün 92. adımında yer alan nokta sayısını bulunuz.
 - d) Örüntünün kuralını bulunuz.

Ek-2 (Devam). Örüntü Problemleri



5. Yukarıda yer alan kibrit çöplerinden oluşan şekil örüntüsünün birinci adımında üç kibrit çöpü, ikinci adımında yedi kibrit çöpü ve üçüncü adımında ise on bir kibrit çöpü bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

- Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane kibrit çöpü olduğunu bulunuz.
- Örüntünün 6. adımında yer alan kibrit çöpü sayısını bulunuz.
- Örüntünün 90. adımında yer alan kibrit çöpü sayısını bulunuz.
- Örüntünün kuralını bulunuz.



6. Yukarıda yer alan dairelerden oluşan şekil örüntüsünün birinci adımında dört daire, ikinci adımında on daire ve üçüncü adımında ise on altı daire bulunmaktadır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.
- Örüntünün bir sonraki adımına gelmesi gereken şekli çiziniz ve kaç tane daire olması gerektiğini bulunuz.
 - Örüntünün 7. adımında yer alan daire sayısını bulunuz.
 - Örüntünün 90. adımında yer alan daire sayısını bulunuz.
 - Örüntünün kuralını bulunuz.

Ek-3. Veli İzin Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “7.Sınıf Öğrencilerinin Şekil Örüntüsü Problemlerinde Görsel Stratejileri Kullanma Durumlarının İncelenmesi” adıyla, 20.12.2022-20.03.2023 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Öğrencilerin şekil örüntülerini genellemede görsel stratejileri kullanma durumlarını incelemek

Araştırma Uygulaması: Mülakat soruları / Video kayıtları/ Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Millî Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Ek-3 (Devam). Veli İzin Formu

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Ayşen TEMİZEL

İletişim bilgileri :

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../.....

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

Ek-4. İl Milli Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Yazısı

**T.C.
RİZE VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü
ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU**

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Ayşen TEMİZEL
Kurumu / Üniversitesi	Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Araştırma yapılacak iller	Rize
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	Rize ili Merkez ilçede bulunan Veliköy Uzun Mustafa Kopuz Ortaokulunda öğrenim gören 7. sınıf öğrencileri
Araştırmanın konusu	7.Sınıf Öğrencilerinin Şekil Örüntüsü Problemlerinde Görsel Stratejileri Kullanma Durumlarının İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	Var
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Tez önerisi
Veri toplama araçları	Mülakat
Görüş istenilecek Birim/Birimler	-
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Sunulan mülakat soruları kullanılarak ortaokul öğrencilerinden araştırma kapsamında veri toplanmasında bir sakınca görülmemektedir.	
Komisyon kararı	Oybirliği / Oyçokluğu ile alınmıştır.
Muhalef üyenin Adı ve Soyadı:	Gerekçesi:

Komisyon Başkanı
Ahmet GURBUZ

KOMİSYON

Üye
Onur KASAP

Üye
Özge BEYAZ

ETİK KURUL KARARI



**T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU**

DEĞERLENDİRME RAPORU

Toplantı Tarihi : 25/11/2022

Toplantı K. Sayısı : 2022/267

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitimi Enstitüsü Öğrencisi Ayşen TEMİZEL'in "7.Sınıf Öğrencilerinin Şekil Örüntüsü Problemlerinde Görsel Stratejileri Kullanma Durumlarının İncelenmesi" isimli projesi kapsamında yürütülecek çalışmalar için izin talebi kurulumuzca değerlendirilmiş olup;

- ☒ Etik açıdan uygun bulunmuştur.
- ☐ Etik açıdan uygun bulunmamıştır.
- ☐ Etik açıdan önerilen değişikliklerin yapılmasıyla uygun bulunmuştur.



Prof. Dr. Nebi GÜMÜŞ

Başkan