



T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ZİHNİN CEBİRSEL
ALİŞKANLIKLARININ BELİRLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Fatih KARYAĞDI

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

TOKAT

Mart, 2023

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU danışmanlığında hazırlamış olduğum “7. Sınıf Öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Belirlenmesi” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

03/02/2023

İmza

Fatih KARYAĞDI

JÜRİ KABUL VE ONAY



TEŞEKKÜR

Araştırma sürecim boyunca beni cesaretlendiren, bana yol gösteren, değerli katkı ve önerileriyle çalışmamı başarı ile tamamlamama destek sağlayan tez danışmanım ve değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU'na ve tez savunma jürime katılarak önerileri ile çalışmama katkı sunan hocalarım Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK'e ve Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU'na teşekkürlerimi sunarım.

Lisansüstü eğitimime başladığım günden itibaren bana her zaman görüş ve tecrübeleriyle büyük katkı sağlayan, sabırla yol gösteren, üzerimde emekleri olan sayın hocalarım Doç. Dr. Eyüp SEVİMLİ'ye ve Doç. Dr. Zülfiye ZEYBEK ŞİMŞEK'e çok teşekkür ederim.

Araştırmamı yürüteceğim okullarda çalışmama izin veren Sivas İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne, bu okulların müdürlerine, bu okullarda görev yapan zümrelerime, araştırmama ilgili ve merak içinde dâhil olan öğrencilere, bu süreç boyunca manevi desteklerini esirgemeyen arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Hayatım boyunca dualarını benden hiç eksik etmeyen, maddi ve manevi destekleriyle hep yanımda olan değerli annem, babam ve kardeşlerime çok teşekkür ederim. Son olarak tez çalışmamın her aşamasında yanımda olan, tezi bitirmem için bana en çok destek veren ve fedakârlık gösteren değerli eşime sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Fatih KARYAĞDI

ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ZİHNİN CEBİRSEL ALIŞKANLARININ BELİRLENMESİ

Karyağdı, Fatih

Yüksek Lisans, Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Adem EROĞLU

Mart 2023, xiii + 88 sayfa

Öğrencilerin matematik başarılarında cebirsel düşünme becerilerini geliştirmenin önemli hale gelmesiyle birlikte, cebirsel düşünme sürecinde ortaya koydukları düşünme yollarının kalıcı birer alışkanlık haline dönüşmesi gerektiği fikri ön plana çıkmıştır. Bu bağlamda öğrencilere cebirsel düşünmenin birçok yönünü bir araya getiren zihnin cebirsel alışkanlıklarının (ZCA) kazandırılması için öncelikle ZCA'nın önemine inanmak ve neler olduğunu belirlemek gerekmektedir. Bu nedenle bu araştırmada, 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yer alan problemlerin çözümünde kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Araştırmada, betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, 2021-2022 eğitim öğretim yılında Sivas il merkezinde öğrenim gören toplam 106 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri, alt maddeleriyle birlikte toplam 13 sorudan oluşan açık uçlu “Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Belirleme Testi” ile toplanmıştır. Araştırma sürecinde elde edilen veriler soru soru analiz edilmiş, her soru ZCA bileşenlerinin göstergelerine göre incelendikten sonra her bir cebirsel zihin alışkanlığı; alışkanlık kullanılmadı (AY), eksik çözümlü alışkanlık kullanımı (EÇAK) ve tam çözümlü alışkanlık kullanımı (TÇAK) şeklinde kategorize edilmiştir. Bu şekilde bütün sorular analiz edilerek hem frekans tablosundan yararlanılarak her bir soru için hata oranı tespit edilmiş hem de öğrencilerde belirlenen zihnin cebirsel alışkanlıkları için örnekler verilmiştir. Araştırma verileri Driscoll (1999) ZCA çatısı altındaki yapma- tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama alışkanlıklarına göre betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin cebir problemlerini çözerken, zihnin cebirsel alışkanlıklarının birçok özelliğini

kullanabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin en fazla yapma alışkanlığını kullandıkları, bu alışkanlığın tüm soruların çözümünde kullanıldığı sadece göstergelerinde değişiklikler meydana geldiği ve bir problemin doğru çözümüne ulaşmada ve diğer alışkanlık göstergelerini sergilemede problemi ve içerisindeki bağlamı anlama (Y1, Y2) becerilerinin ön şart olduğu sonucuna varılmıştır. Araştırmada az sayıda öğrencinin tersini yapma alışkanlığını kullandığı ve yanlış çözüm yapan öğrencilerin yaptıkları çözümü kontrol etmek (TY3) gibi alışkanlıkları olmadığı için hatalarını giderip, doğru cevaba ulaşamadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının örüntü arama (FKO3), temsiller kullanma (FKO5) ve kuralı tanımlama (FKO6) gibi becerilerini temel düzeyde kullandıkları, işlemlerden soyutlama alışkanlığını ise sadece kısa yollar geliştirme (İS1) ve kısa yolları doğrulama (İS2) becerileri düzeyinde sergiledikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin sahip oldukları bu ZCA'ların literatürde yer alan ZCA'larla örtüştüğü görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel Düşünme, Zihinsel Alışkanlık, Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları, 7. Sınıf Öğrencileri

ABSTRACT

DETERMINATION OF ALGEBRAIC HABITS OF MIND 7TH GRADE STUDENTS

Karyağdı, Fatih

Master's Thesis, Division of Mathematics Education

Thesis Advisor: Assist. Prof. Dr. Adem EROĞLU

March 2023, xiii + 88 pages

With the development of algebraic thinking skills becoming important for students' mathematical achievements, the idea that the ways of thinking they put forward in the algebraic thinking process should turn into a permanent habit has come to the fore. In this context, in order to provide students with algebraic habits of mind (AHM), which combine many aspects of algebraic thinking, it is necessary to believe in the importance of AHM and to determine many aspects of AHM. Therefore, in this research, to determine what are the algebraic habits of the mind that 7th grade students use in solving problems in the field of algebra learning was aimed. In the research, descriptive screening model was used. The study group of the research consists of a total of 106 students studying in Sivas city center in the 2021-2022 academic year. The data of the research were collected with the open-ended "Algebraic Habits of Mind (AHM) Determination Test" consisting of a total of 13 questions with sub-items. The data obtained during the research process were analyzed question by question, and after each question was examined according to the indicators of the components of the ZCA, each algebraic habit of mind was categorized as habit not used (HNU), incomplete solution habit use (ISHU) and full solution habit use (FSHU). In this way, all the questions were analyzed and the error rate was determined for each question by using the frequency table and examples were given for the algebraic habits of the mind determined in the students. The research data were analyzed descriptively according to the habits of doing the opposite, creating functional rules and abstracting from transactions under the roof of Driscoll (1999) AHM. As a result of the research, it was seen that the students were able to use many features of the algebraic habits of the mind while solving algebra problems. It was concluded that the students used the habit of doing the most, that this habit was used in solving all the questions, only the indicators changed, and the skills of

understanding the problem and the context (D1, D2) were the prerequisite for reaching the correct solution of a problem and displaying other habit indicators. In the research, it was found that a small number of students used the habit of doing the opposite, and students who made the wrong solution did not have habits such as checking the solution they made (UD3), so they could not correct their mistakes and reach the correct answer. In addition, it was found that students' functional rule-making habit uses skills such as pattern search (BRRF3), using representations (BRRF5) and deciphering the rule at the basic level (BRRF6), while the habit of abstracting from operations is exhibited only at the level of developing short paths (AC1) and verifying short paths (AC2). It has been seen that these AHM that students have overlap with the AHM's included in the literature.

Keywords: Algebraic Thinking, Mental Habit, Algebraic Habits of Mind, 7th Grade Students

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK SÖZLEŞME.....	i
JÜRİ KABUL VE ONAY	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLO LİSTESİ.....	x
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
KISALTMALAR.....	xiii
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
Problem	1
Amaç.	6
Önem	7
Sayıtlılar	8
Sınırlılıklar	8
Tanımlar	8
BÖLÜM II	10
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	10
Zihinsel Alışkanlıklar	10
Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları.....	12
Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları	13
Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Bileşenleri	16
Yapma-Tersini Yapma Alışkanlığı.....	16
Fonksiyonel Kural Oluşturma Alışkanlığı.....	18
İşlemlerden Soyutlama Alışkanlığı	20
Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarıyla İlgili Araştırmalar	21
BÖLÜM III	26
YÖNTEM	26
Araştırma Modeli	26
Katılımcı Grup.....	27
Veri Toplama Araçları	27

Veri Toplama Süreci	31
Verilerin Analizi.....	32
BÖLÜM IV	35
BULGULAR.....	35
Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi'ne Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulgular	35
ZCA Belirleme Testi Birinci Sorudan Elde Edilen Bulgular	35
ZCA Belirleme Testi İkinci Sorudan Elde Edilen Bulgular	44
ZCA Belirleme Testi Üçüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular	46
ZCA Belirleme Testi Dördüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular	56
ZCA Belirleme Testi Beşinci Sorudan Elde Edilen Bulgular.....	62
BÖLÜM V	69
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	69
Sonuç ve Tartışma.....	69
Öneriler.....	72
KAYNAKÇA.....	74
EKLER.....	82
Ek 1. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları Belirleme Testi.....	82
Ek 2. Araştırma Etik Kurul Onay Formu	86
Ek 3. Araştırma Uygulama İzin Formu.....	87
Ek 4. Yazarın Özgeçmişi.....	88

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1. Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Kuramsal Çatısı	15
Tablo 2. Dolap Probleminin Çözümünde Kullanılabilecek Örnek Tablo	18
Tablo 3. Öğrencilerin Cinsiyetlerine Göre Dağılımı	27
Tablo 4. 7. Sınıf “Cebirsel İfadeler” ve “Eşitlik ve Denklem” Alt Öğrenme Alanları ile İlgili Kazanımlar ve Kazanımlara Ayrılan Ders Saatleri	28
Tablo 5. ZCA Belirleme Testi Soruları	29
Tablo 6. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları Bileşenlerinin Göstergeleri	32
Tablo 7. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 1. Sorusuna Ait Verileri	34
Tablo 8. 1. Soru’da Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları	35
Tablo 9. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 2. Sorusuna Ait Verileri	43
Tablo 10. 2. Soru’da Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları	43
Tablo 11. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 3. Sorusuna Ait Verileri	45
Tablo 12. 3. Soru’da Yapma, Tersini Yapma, Fonksiyonel Kural Oluşturma ve İşlemlerden Soyutlama Alışkanlıkları Göstergelerinin Görülme Sıklıkları	46
Tablo 13. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 4. Sorusuna Ait Verileri	55
Tablo 14. 4. Soru’da Yapma, Tersini Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları	56
Tablo 15. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 5. Sorusuna Ait Verileri	61
Tablo 16. 5. Soru’da Yapma, Tersini Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları.....	62

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1. Ö6'nın Soru 1a İçin Cevabı	35
Şekil 2. Ö15'in Soru 1a İçin Cevabı.....	36
Şekil 3. Ö38'in Soru 1a İçin Cevabı	36
Şekil 4. Ö41'in Soru 1a İçin Cevabı	37
Şekil 5. Ö8'in Soru 1a İçin Cevabı.....	37
Şekil 6. Ö51'in Soru 1a İçin Cevabı	38
Şekil 7. Ö23'ün Soru 1b İçin Cevabı.....	38
Şekil 8. Ö26'nın Soru 1b İçin Cevabı	39
Şekil 9. Ö8'in Soru 1b İçin Cevabı.....	39
Şekil 10. Ö15'in Soru 1b İçin Cevabı	40
Şekil 11. Ö29'un Soru 1c İçin Cevabı	40
Şekil12. Ö62'nın Soru 1c İçin Cevabı.....	41
Şekil 13. Ö100'ün Soru 1c İçin Cevabı	41
Şekil 14. Ö51'in Soru 1c İçin Cevabı.....	42
Şekil 15. Ö12'nın Soru 1c İçin Cevabı.....	42
Şekil 16. Ö5'in Soru 2 İçin Cevabı	43
Şekil 17. Ö45'in Soru 2 İçin Cevabı	44
Şekil 18. Ö76'nın Soru 2 İçin Cevabı.....	44
Şekil 19. Ö53'ün Soru 2 İçin Cevabı.....	45
Şekil 20. Ö106'nın Soru 3a İçin Cevabı.....	47
Şekil 21. Ö106'nın Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı.....	48
Şekil 22. Ö106'nın Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı	48
Şekil 23. Ö74'ün Soru 3a İçin Cevabı	49
Şekil 24. Ö74'ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı	50
Şekil 25. Ö74'ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı	50
Şekil 26. Ö14'ün Soru 3a İçin Cevabı	51
Şekil 27. Ö14'ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı.....	52
Şekil 28. Ö14'ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı.....	52
Şekil 29. Ö34'ün Soru 3a İçin Cevabı	53
Şekil 30. Ö34'ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı.....	54
Şekil 31. Ö34'ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı.....	54

Şekil 32. Ö63'ün Soru 4 İçin Cevabı.....	56
Şekil 33. Ö26'nın Soru 4 İçin Cevabı	57
Şekil 34. Ö6'nın Soru 4 İçin Cevabı	57
Şekil 35. Ö20'nin Soru 4 İçin Cevabı.....	58
Şekil 36. Ö95'in Soru 4 İçin Cevabı.....	58
Şekil 37. Ö68'in Soru 4 İçin Cevabı.....	59
Şekil 38. Ö45'in Soru 4 İçin Cevabı.....	60
Şekil 39. Ö14'ün Soru 4 İçin Cevabı.....	60
Şekil 40. Ö11'in Soru 5a İçin Cevabı	62
Şekil 41. Ö12'nin Soru 5a İçin Cevabı	63
Şekil 42. Ö5'in Soru 5b İçin Cevabı	63
Şekil 43. Ö18'in Soru 5b İçin Cevabı	64
Şekil 44. Ö62'nin Soru 5c İçin Cevabı.....	65
Şekil 45. Ö82'nin Soru 5c İçin Cevabı.....	65
Şekil 46. Ö70'in Soru 5a İçin Cevabı.....	66
Şekil 47. Ö102'nin Soru 5b İçin Cevabı.....	66
Şekil 48. Ö63'ün Soru 5c İçin Cevabı	67
Şekil 49. Ö70'in Soru 5c İçin Cevabı.....	68

KISALTMALAR

LGS: Liselere Geçiş Sistemi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM (National Council of Teachers of Mathematics): Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

Ö: Öğrenci

ZCA: Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları

Y: Yapma Alışkanlığı

TY: Tersini Yapma Alışkanlığı

FKO: Fonksiyonel Kural Oluşturma Alışkanlığı

İS: İşlemlerden Soyutlama Alışkanlığı

AY: Alışkanlık Kullanılmadı

EÇAK: Eksik Çözümlü Alışkanlık Kullanımı

TÇAK: Tam Çözümlü Alışkanlık Kullanımı

AHM: Algebraic Habits of Mind

D: Habit Of Doing

UD: Habit Of Undoing

BRRF: Building Rules to Represent Functions

AC: Abstraction from Computation

HNU: Habit Not Used

ISHU: Incomplete Solution Habit Use

FSHU: Full Habit Use

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde; araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, sayıtları (varsayımlar), sınırlılıkları ve araştırmada kullanılan terimlere ilişkin tanımlara yer verilmiştir.

Problem

İnsanoğlu doğduğu andan itibaren olayları anlamaya çalışan, olaylar arasındaki ilişkileri bulmaya gayret eden, yani bir nevi düşünen bir varlıktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Düşünebilme; insanı diğer canlılardan ayıran en temel özelliği olup, olayları yorumlayarak koşulları kendi lehine göre düzenleyebilme yeteneğidir (Umay, 2003). Yaşamımız boyunca doğru kararlar alabilmek ve başarılı olabilmek için düşünme becerileri son derece önemlidir (Rule, 2007). Düşünmenin gelişiminde en önemli araçlardan biri de matematiktir (Tural, 2005).

Matematik, Umay'a (2003) göre temel eğitimin en önemli yapı taşlarından birisidir. Yakın çevremizi ve dünyamızı anlamamızda iyi bir yardımcı olan matematik, mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistemdir (Öz, 2017). Günlük yaşamında, matematiği bilen ve uygun durumlarda etkili olarak kullanabilen bireylere duyulan ihtiyaç artmakta (Mumcu Yavuz ve Baki, 2017) ve matematiğin bireylere kazandırdığı becerilere daha çok gereksinim duyulmaktadır (Albayrak, Gündoğdu, Ozan ve Çelik, 2012). Çünkü matematik, günlük yaşantıda gereksinim duyulan işlem becerilerini kazandırmanın ötesinde; düşünme, olaylar arasında ilişki kurma, muhakeme, tahmin etme ve problem çözme gibi üst düzey becerilere sahip olmada büyük katkılar sağlamaktadır (Umay, 2003). Matematik, Altun'a (2015) göre günlük yaşam ile ilişkili olarak oluşan matematiksel becerilerin kazandırıldığı, problem çözmenin öğretildiği ve olayların problemi çözme yöntemlerine göre değerlendirildiği düşünme şeklidir (akt. Tuncel, 2019, s.3). Matematik, insanlara günlük hayatlarında karşılaşılabilecekleri problemlerle başa çıkabilmek için, mantıklı hareket etmeyi, akılcı davranmayı, analitik düşünmeyi ve objektif değerlendirmelerde bulunmayı sağlayan vazgeçilmez bir dosttur (İşleyen ve Altun, 2017).

Günümüzde “eğitim-öğretim” ifadesiyle, düşünme ve araştırmayı bilmek, bunu genç nesillere öğretmek kastedilmektedir (Gözen, 2001). Öğrencilere; demokratik,

bilimsel, çok boyutlu, yaratıcı, eleştirel ve matematiksel düşünme gibi üst düzey becerileri kazandırmayı hedefleyen öğretim programlarının uygulanmasıyla istenilen özelliklere sahip bireyler yetiştirilebilir (Ersoy ve Başer, 2013). Bu bağlamda bilim ve teknolojinin ilerlemesi, bireyin ve toplumun ihtiyaçlarındaki değişim, öğrenme öğretme yaklaşımlarındaki yenilikler sonucu bireylerden beklenen roller değişmiş ve ortaokul matematik dersi öğretim programında birtakım güncellemelere gidilmiştir. Söz konusu programda benimsenen yaklaşım ile öğrencilerden bilgiyi üretmesi, bilgiyi günlük hayatta fonksiyonel olarak kullanabilmesi, problem çözebilmesi, eleştirel düşünmesi, girişken ve iletişim becerilerine sahip olması, empati kurabilmesi, topluma ve kültüre katkı sağlaması beklenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bununla birlikte matematiği öğrenmek; temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra matematikle ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu fark etmeyi de içerir. O halde, öğrencilerin matematiği “*hissedilir, yararlı, uğraşmaya değer*” görmelerine ve “*özenle ve sebat ederek*” çalışmalarına yardım edecek öğrenme ortamları oluşturmak önemlidir (MEB, 2013).

Matematik yalnızca okullarda öğretilen ve soyut hesaplamalar yapılan bir ders değildir. O, hayatımızın her aşamasında farkında olarak ya da olmayarak kullandığımız bir düşünce biçimidir (Ataş, 2019). “*Matematiksel Düşünme*” olarak adlandırılan bu düşünme biçimini, Henderson (2002), problemlerin çözümünde matematiksel kavramların, tekniklerin ve süreçlerin açık veya örtük olarak uygulanması şeklinde tanımlamaktadır. Matematiksel düşünme sanılanın aksine günlük ve bilimsel düşünmeden farklı olmayıp bilim dallarının tümünde yararlanılan sağduyuya dayalı bir düşünme süreci (Tuncay, 2015) ve verileri, durumları, nesneleri matematiksel mantıkla yargılayabilme becerisidir (Taşdemir ve Salman, 2016). Matematiksel düşünmenin diğer düşülmelerden farklı olarak genelleme, tahminde bulunma, hipotez kurarak test etme, soyutlama, akıl yürütme ve ispatlama gibi özellikleri vardır (Alkan ve Bukova Güzel, 2005).

Matematiğin öğretimi veya öğrenilmesi zorlu bir süreçtir. Bu sürecin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi ise matematiksel düşünmeye bağlıdır (Kaya ve Keşan, 2014). O halde okulların hedefi öğrencinin; temel kavramları, matematiksel bilgi birikimini, matematiksel bilgiyi kazanma yollarını ve matematiksel düşünme becerisini geliştirmek olmalıdır (Baki, 2006; akt. Çoban, 2010, s.2). Çünkü matematik, çok sayıda soru

çözmek veya öğretmenin gösterdiği yöntemleri taklit etmekten daha öte bir şeydir (Bay-Williams, Karp ve Van de Walle, 2012; akt. Öz, 2017, s.3). Bu yüzden öğrencilerin zihninde matematik, hatırlamaya ve ezberlemeye dayalı yöntemler ve zor anlaşılan formüller olarak bırakılmamalı; matematikte amacın matematiksel düşünmeyi ve matematiği kullanma becerisini kazandırmak olduğundan hareketle; matematiğin düşünmeye, akıl yürütmeye ve sezgiye dayalı olduğunun üzerinde durulmalıdır (Öz, 2017).

MEB (2018) Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözmek için matematiksel düşünme biçimini geliştirmeye ve uygulamaya odaklanılmaktadır. Matematiksel düşünme; matematiğin aritmetik, cebir, geometri, olasılık gibi çeşitli dallarında kullanılan matematiksel problemlerin doğasına bağlı olarak farklı biçimler alır (Dindyal, 2003). Bu biçimlerden biri olan cebir, matematiksel düşünmenin önemli bir alt boyutudur (MEB, 2018). Matematik soyutlama yapılan bir bilim olduğundan soyutlama yapmayı gerektiren cebir ile tam anlamına kavuşur (Altun, 2005).

Cebir bir dil, bir problem çözme aracı, bir düşünme aracı ve bir okul dersidir (Dede ve Argün, 2003). Matematiğin önemli bir dalı olan cebirin literatürde farklı tanımlarına rastlamak mümkündür. Cebir, sembol ve sayılar kullanarak eldeki incelenen ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştürmeyi sağlayan bir matematik dalıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006). Cebir, sayılar arasındaki genel ilişkileri açıklayan matematiksel bir dil ve öğrencilerin denklem çözebilme ve sembolleri anlayabilme çabasıdır (Akarsu, 2013). Lacampagne'a (1995) göre matematiğin dili cebirdir ve cebirin öğrenilmesi ilerideki matematik konuları için temel oluşturacakken, öğrenilmemesi halinde üniversite ve teknoloji temelli kariyer planları yapılamayacaktır. (Lacampagne, 1995; akt. Dede ve Argün, 2003, s.180). Altun (2015) cebiri bir soyutlama bilimi olarak tanımlarken Sfard (1995) bir hesaplama bilimi olarak tanımlar. Vance'a (1998) göre ise matematiksel düşünmenin bir yoludur. Vance'ın bu tanımına göre, cebiri de içine alan daha geniş kapsamlı cebirsel düşünme kavramı ortaya çıkmıştır.

Herbert ve Brown'a (1997) göre cebirsel düşünme; farklı durumları ifade etmek için matematiksel sembol ve araçların kullanılması, matematiksel bilgiyi kelime, diyagram, tablo, grafik ve denklemlerle temsil etme ve bilinmeyeni bulma, varsayımları

test etme ve fonksiyonel ilişkileri tanımlama gibi matematiksel bulguların yorumlanmasıdır. Cebirsel düşünme, çeşitli temsilleri kullanarak nicel durumları ilişkisel bir şekilde analiz etme (Kieran, 1996), miktarı bilinen de olduğu gibi bilinmeyen üzerinde düşünebilme (Scafford ve Langrall, 2000) ve nicel durumlara göre değişkenleri kullanarak bu değişkenler arasında bulunan ilişkileri açığa çıkarma (Driscoll, 1999) şeklinde tanımlanabilmektedir.

Cebirsel düşünme, matematiksel fonksiyonların ve cebirsel ifadelerin manipülasyonlarını içeren işlemsel yeteneklerden (Trybulski, 2007) ve muhakeme etme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, gösterimler arasında geçiş yapma, sembolik gösterimlerin anlamını ifade etme ve matematiksel düşüncelerin gelişiminde modellerden yararlanma gibi becerilerden oluşur (Kaf, 2007). NCTM'ye (2000) göre ise cebirsel düşünme; cebirsel semboller yardımıyla matematiksel yapıları ve durumları farklı biçimlerde temsil ve analiz etmeyi, fonksiyonları anlamayı, nicel ilişkileri temsil etme ve anlamada matematiksel modelleri kullanmayı, günlük hayatta karşılaşılan farklı durumlardaki değişimleri analiz etmeyi gerektirir.

Cebirsel düşünme Cuoco, Mark ve Goldenberg (1996) tarafından “*zihinsel alışkanlıklar*” olarak ifade edilen çeşitli düşünme ve anlama yollarına sahiptir. Zihinsel alışkanlıklar, bireyin herhangi bir problemle karşılaştığında kararlılık, akıl yürütme ve yaratıcılık gibi üst düzey bilişsel özelliklerinden uygun olanlarını seçme eğilimi ve uygulama yeteneğidir (Leikin, 2007). Matematikte önemli olan sonuçlardan ziyade sonuçları ortaya koyarken kullanılan zihinsel alışkanlıklardır (Goldenberg, 1996). Zihinsel alışkanlıklar, genel zihinsel alışkanlıklar ve matematiğe özgü zihinsel alışkanlıklar olmak üzere iki biçimde ele alınır (Cuoco ve diğerleri, 1996).

Genel zihinsel alışkanlıklar; düşünme, araştırma yapma, keşfetme, varsayımda bulunma, tanımlamalar yapabilme ve görselleştirme gibi temel becerilerdir (Korkmaz, 2015). Zihnin matematiksel alışkanlıkları ise; rutin olmayan durumlarla karşılaşıldığında düşünce deneyleri gerçekleştirerek, matematik ile uğraşanların kullandıkları yöntemleri uygulayarak ve onlar gibi soyutlamalar yaparak sürekli bir muhakeme etme becerisine sahip olmak şeklinde tanımlanmaktadır (Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Cuoco ve diğerleri (1996) matematik öğretim programlarının zihinsel alışkanlıklar çerçevesinde düzenlenmesinin, matematikçiler ve matematiği öğrenenler arasındaki boşluğu kapatabileceğini ifade etmişlerdir.

Driscoll (1999) cebirsel düşünmeyi, değişkenler arasındaki ilişkileri açık hale getirmeyi sağlayan nicel durumlar hakkında düşünme becerisi olarak ifade etmiştir. Cebirsel düşünme, fonksiyonlar ve onların nasıl çalıştıkları hakkında düşünebilme ve bir cebirsel sistemin yapısının hesaplamalar üzerindeki etkisi hakkında düşünebilme becerisidir (Driscoll, 1999). Buna göre Driscoll, cebirsel düşünmenin bu iki yönünü zihnin alışkanlıkları olarak kavramsallaştırarak öğrencilerin cebir problemlerinde kullandıkları üretken düşünme yollarını *Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA)* kuramsal çatısı altında açıklamış ve ZCA'yı; “*Yapma-Tersini Yapma*”, “*Fonksiyonel Kural Oluşturma*” ve “*İşlemlerden Soyutlama*” olarak sınıflandırılan, birbiriyle ilişkili olan zihnin üç cebirsel alışkanlığı olarak tanımlamıştır.

Literatür incelendiğinde; öğretmenlerin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarına yönelik araştırmalar (Driscoll, 1999; 2001; Eroğlu ve Tanışlı, 2015; 2017; Doganlar, 2018; Magiera, Kieboom ve Moyer, 2010; 2013; 2017; Poindexter, 2011; Sezer, 2019; Ünveren Bilgiç ve Argün, 2018) bulunmasına karşın bu araştırmaların sınırlı sayıda olduğu ve daha çok öğretmen adaylarıyla yürütüldüğü görülmektedir. Ulusal literatürde, ortaokul öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını tüm bileşenleri ile ele alarak belirleyen ve sonrasında gelişimini bir süreç içerisinde araştıran Sezer (2019) dışında herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır.

Zihnin cebirsel alışkanlıklarının matematiksel kavramların öğrenilmesini başarılı bir şekilde desteklediği çeşitli araştırmalarda gösterilmiştir (Driscoll, 1999; Eroğlu ve Tanışlı, 2017; Goldenberg, Mark ve Cuoco, 2010; Poindexter, 2011; Papadopoulos, 2019). Ayrıca ilgili literatür, öğrencilerin düşünme süreçlerinde kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesini ve bu alışkanlıkların geliştirilmesine yönelik araştırmaların yapılması gerektiğini vurgulamaktadır (Driscoll, 1999; Doganlar, 2018; Eroğlu ve Tanışlı, 2015; 2017; Magiera ve diğerleri, 2013; Poindexter, 2011; Sezer, 2019; Ünveren-Bilgiç ve Argün, 2018). Bu nedenle öğrencilerde var olan zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi hem öğrencilerin matematik başarıları açısından hem de öğretmenlerin öğrencilerinden haberdar olması ve buna göre sınıf içi öğretim ortamının düzenlemesi açısından önemli görülmektedir. Bu doğrultuda, 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına ait problemlerin çözümünde sergiledikleri zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunun incelenmesinin uygun bir konu olduğuna karar verilmiştir.

Amaç

MEB (2018) Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, öğrencilerin; problem çözmede düşüncelerini ve akıl yürütmelerini rahat bir şekilde ifade etmeleri, matematiksel akıl yürütmelerdeki eksiklikleri fark etmeleri, matematiksel düşüncelerini mantık çerçevesinde açıklamak için matematiksel dili ve terminolojiyi doğru kullanmaları, tahminde bulunma ve zihinsel işlemler yapma yeteneklerini etkili bir şekilde kullanmaları amaçlanmaktadır. Bununla birlikte düşünme (uzamsal ve mantıksal düşünme) ve sunmanın (tablolar, modeller, formüller, kurgular ve grafikler) matematiksel modlarını farklı düzeylerde kullanabilme isteğini ve yeteneğini içerdiği ifade edilmektedir (MEB, 2018). O halde programda ifade edilenler düşünüldüğünde, matematik öğretiminde öğrencilere matematiksel düşünmenin önemli bir alt boyutu olan cebirsel düşünmenin ve dolayısıyla zihnin cebirsel alışkanlıklarının kazandırılmasının da amaçlandığını söyleyebiliriz. Bu bağlamda bu çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin, cebir öğrenme alanında yer alan problemlerin çözümünde kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirleyebilmek amaçlanmaktadır. Bu çalışmanın, cebirsel düşünme süreçlerinde öğrencilerin kullandıkları alışkanlıkların belirlenmesine ve bu alışkanlıkların geliştirilmesine yönelik yapılacak çalışmalara katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu amaç doğrultusunda çalışma sorusu aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

“7. sınıf öğrencilerinin cebirsel problemlerin çözümünde kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?”

Bu çalışma sorusu kapsamında çalışmada aşağıdaki alt sorulara da cevap aranmıştır.

“ZCA Belirleme Testi'ne verilen cevaplar doğrultusunda, öğrencilerin kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?”

- a) 1. soruda kullanılan zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?
- b) 2. soruda kullanılan zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?

- c) 3. soruda kullanılan zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?
- d) 4. soruda kullanılan zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?
- e) 5. soruda kullanılan zihnin cebirsel alışkanlıkları hangi düzeydedir ve bu alışkanlıklar nelerdir?

Önem

Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yayımlanmış olan Türkiye Yeterlilikler Çerçevesinde (TYÇ) belirlenen *matematiksel yetkinlik* ile öğrencilerin günlük hayatlarında karşılaştıkları problemleri çözmeleri için matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi gerektiğine vurgu yapılmaktadır (MEB, 2018). Matematiksel düşünmenin gelişimi, zihnin matematiksel alışkanlıklarının olgunlaşmasına bağlıdır (Doganlar, 2018). Zihnin matematiksel alışkanlıkları, öğrencilerin karşılaştıkları problemleri farklı şekillerde çözebilmelerini sağlar (Poindexter, 2011). Dolayısıyla öğrencilere zihnin matematiksel alışkanlıklarının özel bir biçimi olan zihnin cebirsel alışkanlıklarının kazandırılması, öğrencilerde matematiksel düşünmenin önemli bir alt boyutu olan cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önem arz etmektedir. Son yıllarda öğrencilerin matematik başarılarında cebirsel düşünme becerilerini geliştirmenin önemli hale gelmesiyle birlikte, cebirsel düşünme sürecinde ortaya koydukları düşünme yollarının kalıcı birer alışkanlık haline dönüşmesi gerektiği fikri ön plana çıkmıştır. Bu bağlamda öğrencilere cebirsel düşünmenin birçok yönünü bir araya getiren zihnin cebirsel alışkanlıklarının (ZCA) kazandırılması için öncelikle ZCA'nın önemine inanmak ve neler olduğunu belirlemek gerekmektedir. Bu yüzden 7. sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunun belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Ulusal ve uluslararası literatür incelendiğinde, yapılan araştırmaların çoğunun zihnin cebirsel alışkanlıklarının sınırlı bileşenlerine yoğunlaştığı (Driscoll, 1999; 2001; Doganlar, 2018; Eroğlu ve Tanışlı, 2015; 2017; Magiera ve diğerleri, 2013) ve sadece birkaç araştırmada zihnin cebirsel alışkanlıklarının tüm bileşenlerine odaklanıldığı dikkat çekmektedir (Magiera ve diğerleri, 2017; Sezer, 2019). Zihnin cebirsel alışkanlıklarını gerek tüm bileşenleri ile gerekse 7. sınıf düzeyinde ele alan araştırmaların sayısının az olmasından dolayı bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin

zihnin cebirsel alışkanlıklarının tüm bileşenleri ile ele alınarak incelenmesi uygun görülmüştür. Bu bağlamda yapılacak bu araştırmanın ilgili literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili bilgi sahibi olmaları, zihnin cebirsel alışkanlıklarının kazandırılması ve geliştirilmesi açısından derslerinde sunacakları fırsatları etkileyeceğinden, öğrencilerin sahip olduğu zihnin cebirsel alışkanlıklarının belirlenmesi öğretmenlere yol gösterebilir. Bu yüzden araştırmanın odağı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirlemek olmuştur.

Sayıtlar

Bu araştırma aşağıda verilen sayıtlara bağlı olarak gerçekleştirilmiştir:

1. Öğrenciler, Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarını (ZCA) Belirleme Testi'ndeki sorulara, samimiyetle ve gerçek düşüncelerini tam anlamıyla yansıtacak biçimde cevap vermişlerdir.
2. Araştırmada kullanılan ZCA Belirleme Testi için alınan uzman görüşleri yerinde ve yeterlidir.
3. ZCA Belirleme Testi ile elde edilen veriler, objektif ve var olan durumu yansıtmaktadır.

Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1. 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Sivas ilinin Merkez ilçesinde bulunan dört devlet ortaokulunun 7. sınıflarında öğrenim görmekte olan 106 öğrenciden elde edilen veriler ile,
2. Öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının tespitinde, ZCA Belirleme Testi'nde yer alan cebir öğrenme alanına ait sorulara verdikleri cevapların analizi ile,
3. Verilerin analizi sürecinde temel alınan zihnin cebirsel alışkanlıkları, kavramsal çerçevede verilen kaynaklar ile sınırlıdır.

Tanımlar

Matematiksel Düşünme: Problemlerin çözümünde matematiksel kavramların, tekniklerin ve süreçlerin açık veya örtük olarak uygulanmasıdır (Henderson, 2002).

Cebirsel Düşünme: Farklı durumları ifade etmek için matematiksel sembol ve araçların kullanılması, matematiksel bilgiyi kelime, diyagram, tablo, grafik ve denklemlerle temsil etme ve bilinmeyeni bulma, varsayımları test etme ve fonksiyonel ilişkileri tanımlama gibi matematiksel bulguların yorumlanmasıdır (Herbert ve Brown, 1997).

Zihinsel Alışkanlıklar: Bir problem durumunda bireyin akıl yürütme, azim, yaratıcılık, ustalık gibi entelektüel davranma becerisine sahip olmasıdır (Leikin, 2007; akt. Köse ve Tanışlı, 2014).

Zihnin Matematiksel Alışkanlıkları: Rutin olmayan durumlarla karşılaşıldığında düşünce deneyleri gerçekleştirerek, matematik ile uğraşanların kullandıkları yöntemleri uygulayarak ve onlar gibi soyutlamalar yaparak sürekli bir muhakeme etme becerisine sahip olmaktır (Goldenberg, Mark, Cuoco ve Sword, 2010).

Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları: Bireylerin problemleri anlarken, çözerken ve çözümü açıklarken sergilediği davranışlar olup yapma-tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama gibi üç temel bileşenden oluşan kavramsal bir çerçevedir (Driscoll, 1999).

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde; zihinsel alışkanlıklar, zihnin matematiksel alışkanlıkları, zihnin cebirsel alışkanlıkları ile zihnin cebirsel alışkanlıklarının bileşenleri başlıkları altında araştırmanın kuramsal çerçevesi ele alınmış ve zihnin cebirsel alışkanlıklarıyla ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Zihinsel Alışkanlıklar

Düşünme, bir sonuca ulaşmada var olan ilke ve kavramların ilişkilendirildiği, birtakım zihinsel alışkanlıklarla işleyen ve gelişen zihinsel bir süreçtir (Köse ve Tanışlı, 2014). Zihinsel alışkanlık ise herhangi bir problem durumuyla karşılaşıldığında, farklı çözüm yolları aramayı sağlayan mental beceri ve alışkanlıklar (Sezer, 2019) ve problemi çözme şeklini etkileyen bir düşünce yönelimidir (Costa ve Kallick, 2000). Zihinsel alışkanlıklar, genel düşünme alışkanlıkları ve bir disipline özgü düşünme alışkanlıkları olmak üzere iki biçimde ele alınır (Lim ve Selden, 2009). Genel düşünme alışkanlıkları bir problemle karşılaşıldığında bireyin çözüme yönelik yaklaşımlarını içerir. Disipline özgü düşünme alışkanlıkları ise sözel, cebirsel ve matematiksel gibi konu alanına yönelik alışkanlıklardır. O halde araştırma kapsamında incelenen zihnin cebirsel alışkanlıklarının açıklanabilmesi için ilk olarak zihinsel alışkanlıkların ve matematiksel zihin alışkanlıklarının irdelenmesi uygun olacaktır.

Zihinsel alışkanlıklar, bir problem durumuyla karşılaşıldığında ve çözümün açık olarak görülemediği durumlarda ortaya çıkan özelliklerdir (Costa ve Kallick, 2009; akt. Gürbüz, 2021). Leikin (2007) ise zihinsel alışkanlıkların; bir problem durumunda bireyin akıl yürütme, yaratıcılık, azim ve ustalık gibi entelektüel davranma becerisine sahip olması olduğunu ve zihinsel alışkanlıkların işleyişinin entelektüel davranışların etkili olan modellerini tercih etme eğilimi ve becerisi anlamına geldiğini ifade etmiştir (akt. Köse ve Tanışlı, 2014). Düşünme yöntemlerinin özümsemesini zihnin alışkanlığı olarak ifade eden Harel (2007), bir zihin alışkanlığının açıklanmasında bireylerin düşünme yöntemlerinin oldukça önemli olduğunu belirtmiştir. Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996), zihin alışkanlıklarının genellikle öğrencilerin farklı durumlarda karşılaştıkları problemlere uygulanabilecek genel sezgisel dağarcıklarının ve yaklaşımlarının gelişmesini sağlayan bilişsel alışkanlıklar olduğunu ifade etmişlerdir.

Başka bir ifadeyle zihnin alışkanlıkları, bireyin bir problem durumuyla uğraşırken tercih ettiği stratejiler ve bunların uygulamalarında gösterdikleri eğilimlerdir (Ünveren-Bilgiç ve Argün, 2018).

Literatürde zihinsel alışkanlıklar ile ilgili birçok araştırma gerçekleştirilmiş ve bu araştırmaların sonucunda zihin alışkanlıklarına ait farklı bileşenler ortaya koyulmuştur (Cuoco ve diğerleri, 1996; Costa ve Kallick, 2000; Leikin, 2007; Marzano, 1992; Marzano, Pickering ve McTighe, 1993). Literatürde yapılan araştırmalar incelendiğinde zihinsel alışkanlıkların; Costa'nın (1982) tartışmalarıyla ortaya çıktığı, Marzano'nun (1992) araştırmaları ile geliştirildiği ve Costa ve Kallick'in (2000) araştırması ile literatürde kendisinden söz ettiren araştırmalar arasına girdiği görülmektedir (Campbell, 2006; akt. Sezer, 2019, s. 34).

Zihinsel alışkanlıklara yönelik çalışma yapan Marzano (1992), zihinsel alışkanlıkları yaratıcı düşünme, kendini düzenleme ve eleştirel düşünme şeklinde üç temel bileşen ile tanımlamıştır. Marzano ve diğerleri (1993) düşünme alışkanlıklarını on beş maddeyle tanımlayarak bunların genellikle bireyin herhangi bir problemle karşılaştığında sahip olduğu bilginin farkına varması, farkına vardığı bilgileri karşılaşılan problemlerde kullanabilmesi ve bilgileri yeni durumlara uyarlayabilmesi gibi zihinsel boyutlar olarak açıklamışlardır. Bireyin kendisine karşı olan güvenini ve bu güveni sayesinde problemlere karşı farklı bakış açısı geliştirebilmesini ise alışkanlıkların duyuşsal boyutu olarak açıklamışlardır (Bülbül, 2016).

Costa ve Kallick'e (2009) göre zihinsel alışkanlıklar; bilinçli davranışların, bilişsel süreçlerin ve düşünme yeteneklerinin toplamıdır. Zihinsel alışkanlıklar birçok yetenek, davranış, eğilim ve geçmiş deneyimlerin birlikte kullanılmasını içerir. Alışkanlıkların kazanılabilmesi bir olaya karşı davranış sergilenmesine ve bu davranışın sonucunda alınan dönüte bağlıdır. Costa ve Kallick (2000) daha önceki araştırmalarda ortaya çıkan sonuçlardan yola çıkarak bir bireyde bulunabilecek on altı zihinsel alışkanlığın listesini çıkarmışlar, bu listenin yapılacak araştırmalarla sürekli geliştirilebilir ve değiştirilebilir olduğunu ve listede yer alan alışkanlıklara sahip bireylerin iyi birer problem çözücü olabileceklerini ve düşünme yönlerini çok iyi kullanabileceklerini ifade etmişlerdir.

Cuoco ve diğerleri (1996) tarafından tanımlanan zihinsel alışkanlıklar ise deney yapma, ilişkilerin farkına varma, tanımlama yapma, buluş yapma, resmetme, iyi

düşünme, varsayımda bulunma ve tahmin etme şeklindedir. Sonuç olarak zihinsel alışkanlıklar, bireyin karşılaştığı bir problem karşısında etkili olan çözüm stratejisini seçerek bu stratejiyi uygulaması ve bireyin sadece doğru cevabını bildiği problemlerde değil, nasıl çözeceğini bilemediği ve çözümünde ilerleyemediği problemlerde de problemin nasıl çözüleceğine karar vermesidir (Bülbül, 2016).

Zihnın Matematiksel Alışkanlıkları

Goldenberg (1996), bireylerin matematiksel sonuçları bulmasından daha önemli olan şeyin, bu süreçte kullandıkları zihnın alışkanlıkları olduğunu belirtmiştir. Matematiksel zihin alışkanlıkları, bir matematikçi gibi düşünmeyi ve onun çalışmalarında izledikleri yolları dikkate almayı içermektedir (Lim ve Selden, 2009). Cuoco ve diğerleri'ne (1996) göre zihnın matematiksel alışkanlıkları, matematikçilerin çalışmalarında kullandıkları soyutlamalar ve muhakeme süreçlerinde gerçekleştirdikleri düşünce deneyleri yapabilme becerisidir (Gürbüz, 2021). Bass (2008) zihnın matematiksel alışkanlıklarını matematikçilerin yaptığı uygulamalar olarak kabul etmiştir. Bu tür uygulamalar arasında "doğal" sorular sormak, örüntü veya yapı aramak, literatüre ve uzmanlara danışmak, bağlantılar kurmak, matematiksel dili dikkatli ve hassas bir şekilde kullanmak, kanıtları aramak ve analiz etmek, genelleştirmek, estetik duyarlılık ve beğeni kullanmak yer alır (Lim ve Selden, 2009). Matematiksel zihnın alışkanlığı, sıra dışı matematik problemlerini çözmek için geliştirilen düşünme tutumu olup (Goldenberg, 1996; Jacobbe ve Millman, 2009) bu problemleri çözebilmek için geliştirilen stratejileri de içerir (Erşen, Ezentaş ve Altun, 2018).

Literatürde zihnın matematiksel alışkanlıkları araştırmacılar tarafından farklı şekillerde listelenmiştir. Bu kapsamda Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) zihnın matematiksel alışkanlıklarını; genel düşünceyi örneklerle destekleme, genelleme yapma, fonksiyonları kullanma, çoklu bakış açısı kullanma, deneyim ve tümdengelim karıştırma, dili yürütme, entelektüel tekrarları kullanma, cebirsel yaklaşımlar ve geometrik yaklaşımlar olarak belirlemiştir (Körükçü, 2015). Goldenberg, Shteingold ve Feurzeig (2003) ise zihnın matematiksel alışkanlıklarını ilköğretim öğrencilerine göre geometrik cisimler arasında sınıflandırma yapma, tahminleri kontrol etme, mantıksal çıkarımlar yapma, problem ve kullanılan stratejileri analiz etme, araştırma ve problemleri çözerken sezgileri doğru kullanma biçiminde sınıflandırmıştır (Bülbül, 2016).

Matematiksel zihin alışkanlıklarına sahip olma, matematiğin cebir ve geometri gibi alanlarında daha ön plana çıkmakta, zihnin cebirsel veya geometrik alışkanlıkları olarak ifade edilmektedir (Driscoll, 1999; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2009; akt. Köse ve Tanışlı, 2014). Araştırmamızda öğrencilerin cebirsel zihin alışkanlıkları inceleneceğinden bir sonraki başlıkta Driscoll (1999) tarafından ortaya konulan zihnin cebirsel alışkanlıklarının temel ilkeleri açıklanacaktır.

Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları

Cebir; sayıları, sembolleri, bilinmeyenleri ve değişkenleri anlamlandıran, somuttan soyut kavramlara geçişte düşünce aracı olarak görev yapan ve matematiksel dili denklemlere dönüştüren matematiğin en önemli konu alanlarından biridir (Kaya, 2015). Cebir bir okul dersidir ve bir dil, bir problem çözme aracı ve bir düşünme aracı gibi birçok işlevi üstlenmektedir (Dede ve Argün, 2003). Okul matematiğinin özünde cebir vardır (Otte, Mendonça, Gonzaga ve de-Barros, 2015). Öğrencilerin matematiksel gelişimlerinde oldukça önemli bir yere sahip olan cebir, öğrenciler için soyut düşünmenin ve akıl yürütmenin kapılarını açmaktadır (MacGregor ve Stacey, 1995).

Cebirsel gösterimler bildiğimiz şeyleri açıklamak ve bilmediğimiz şeyleri oluşturmak için iki farklı biçimde kullanılmaktadır. Cebir, bir hesaplamanın yapısını, gözlemlediğimiz sayısal bir örüntüyü, değişen miktarlar arasındaki bir ilişkiyi açıklayan bir dildir ve küçük çocuklar olağanüstü dil öğrenenlerdir (Mark, Goldenberg ve Cuoco, 2010). Bu yüzden erken yaşlarda öğrencilere cebir derslerine başlanmalı ve öğrencilerin cebirsel düşüncelerini geliştirmek için aritmetik ile ilişkilendirme yapmak önemlidir (Girit ve Akyüz, 2016).

Aritmetikten cebire geçiş, pek çok öğrenci için zor bir çabadır çünkü belirli hesaplama becerilerinde ustalaşmanın ötesine geçerek yeni bir özel düşünme biçimi geliştirmeye geçmeleri gerekir. Bu düşünce, nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme, yapıyı fark etme, genelleme yapma, sorunları çözme, gerekçelendirme, tahminde bulunma becerisini içerir (Papadopoulos, 2019). Erken yaşlarda matematiksel zihin alışkanlıklarını geliştirmek aritmetikten cebire geçişte çok önemli olan bir gerekliliktir (Cuoco ve diğerleri, 1996, akt. Sezer, 2019). Zihnin cebirsel alışkanlıkları ile öğrencilerin cebirsel düşünceleri geliştirilebilir ve karşılaştıkları farklı problemleri nasıl çözebilecekleri öğretilir (Poindexter, 2011). Aritmetikten cebire başarılı bir geçiş için önemli olan ve “zihnin cebirsel alışkanlıkları” olarak adlandırılacak

alışkanlıklar vardır (Papadopoulos, 2019). Bu zihin alışkanlıkları cebir öğrenmemizi sağlamaktadır (Driscoll, 1999). Driscoll (1999), öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarını kullanarak, cebir problemlerinde daha derin anlamlara ulaşabileceğini ve kavramları daha üst düzeyde değerlendirebileceğini ifade etmiştir.

Zihnin cebirsel alışkanlıkları, bireyin cebirsel bir durumla karşılaştığında tercih ettiği adımlardır (Ünveren Bilgiç ve Argün, 2018). Cebir, nesneleri sembollerle temsil etmenin ötesindedir ve sembolleri dönüştürürken kullanılan yolların merkezinde zihnin cebirsel alışkanlıkları vardır (Cuoco ve diğerleri, 1996). Literatürde birçok araştırmacı zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirlemeye çalışmıştır (Bass, 2008; Cuoco ve diğerleri, 1996; Driscoll, 1999; Goldenberg ve diğerleri, 2010; Gordon, 2011; Jacobbe ve Millman, 2009; Lim ve Selden, 2009; Matsuura, Sword, Piecham, Stevens ve Cuoco, 2013; Rolle, 2008). Bu araştırmacılar zihnin cebirsel alışkanlıklarını, matematik yapma sürecinde gerçekleştirilen davranışlar olarak belirlemiştir.

Zihnin cebirsel alışkanlıklarını detaylı bir araştırma ile ortaya koyan Driscoll (1999), bireylerin problemleri anlarken, çözerken ve çözümü açıklarken sergilediği davranışların zihnin cebirsel alışkanlıkları olduğunu, bu alışkanlıkların öğrencilerde altıncı sınıftan itibaren daha üst düzey sınıflara doğru gelişeceğini ve erken yaşlarda kazandırılan alışkanlıkların gelecek yıllarda öğrenmeye önemli düzeyde fayda sağlayacağını belirtmiştir. Ayrıca Driscoll (1999) araştırmasında, cebirsel düşüncenin gelişiminde öğrencilere katkı sağlayacak zihnin alışkanlıklarının neler olabileceğine ve öğretmenlerin bu zihin alışkanlıklarını nasıl geliştirebileceğine ilişkin öneriler de sunmuştur (Gürbüz, 2021).

Driscoll (1999) araştırmaları sonucunda zihnin cebirsel alışkanlıklarının çatısını ortaya koyarak üç temel bileşene sahip olduğunu belirlemiştir:

- Yapma-Tersini Yapma
- Fonksiyonel Kural Oluşturma
- İşlemlerden Soyutlama

Bu üç temel bileşene göre, bir problem durumuyla karşılaşıldığında problemin okunması, anlamaya çalışılması ve çözüm için stratejiler geliştirilmesi, nicelikler arası ilişkilerin belirlenmesi yapma alışkanlığının; örüntü aranması, örüntünün kuralının bulunması, genelleme yapmaya çalışılması fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının;

işlemsel kısa yolların bulunması, işlemlerin ötesinde bir genellemeye ulaşılmaya çalışılması işlemlerden soyutlama alışkanlığının; sonuçtan çözüme ulaşılmaması, işlem sonucunun sağlamasının yapılması da tersini yapma alışkanlığının kullanıldığının birer göstergeleridir. Ayrıca bu bileşenler birbirleriyle iç içe geçmiş süreçler olup aralarında tam olarak aşamalı bir sıra gözlenemez ve yapma-tersini yapma alışkanlığı problemin çözüm sürecinin hemen hemen her yerinde vardır (Gürbüz, 2021). Eroğlu ve Tanışlı (2017) tarafından temelde Driscoll'un (1999) araştırması ve literatürdeki diğer araştırmalardan uyarlanan ve Türkçe karşılıkları Sezer (2019) tarafından yapılan zihnin cebirsel alışkanlıkları ve bileşenleri aşağıda Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Kuramsal Çatısı

YAPMA	
YAPMA-TERSİNİ YAPMA	<u>Problemi Anlama Becerisi</u> • Problemi okuma, yorumlama ve problemin içindeki bağlamı anlama • Nicelikleri ve nicelikler arası ilişkileri tanımlama • Temsilleri oluşturma
	FONKSİYONEL KURAL OLUŞTURMA
	<u>Örüntü Arama Becerisi</u> • Örüntü durumunu ortaya çıkarma
	<u>Örüntü Tanıma Becerisi</u> • Örüntünün nasıl çalıştığını ortaya koyan tekrarlayan bilgi yığınına arama • Çoklu temsil kullanımı • Örüntüyü tahmin etme • Değişimin analizi
İŞLEMLERDEN SOYUTLAMA	<u>Yapı üzerinde çalışma becerisi</u> • İşlemsel kısa yolları bulma • Olası yararlı özelliği ortaya çıkarmak için ifadeleri tekrar yazma
	İŞLEMLER HAKKINDA GENELLEME BECERİSİ
	<u>İşlemler hakkında genelleme becerisi</u> • Sonucun farklı durumlarda çalışıp çalışmadığını deneme • Sayı sistemlerinin nasıl çalıştığını anlamaya yarayacak kısa yol hesaplamaları kullanma • Kullanılan sayılardan bağımsız olarak işlemleri düşünme • Örneklerin ötesini genelleme • İşlemlerle ilgili genellemeleri matematiksel dili kullanarak açıklama • Kısa yolları doğrulama
	<u>Genelleme Becerisi</u> • Kuralı tanımlama • Kuralı Doğrulama
TERSİNİ YAPMA	
<u>Tersini yapma becerisi</u> • Çıktıdan girdiye ulaşma becerisi • Geriye doğru çalışma becerisi	

ZCA Driscoll (1999) tarafından en kapsamlı bir şekilde çalışarak açıklandığı için bu araştırmada kuramsal çatı olarak Driscoll'un (1999) araştırması kullanılmıştır. Araştırmada, Sezer'in (2019) araştırmasında kullandığı ZCA bileşenlerinin tanımlamaları kullanılmıştır.

Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Bileşenleri

Zihnin cebirsel alışkanlıkları yapma-tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama olmak üzere üç temel bileşeni içermektedir. Bu bileşenler izleyen alt başlıklarda detaylı olarak açıklanmaya çalışılmıştır.

Yapma – Tersini Yapma Alışkanlığı

Etkili cebirsel düşünme, matematiksel süreçleri yapmayı ve bazen bu süreçleri tersine çevirebilmeyi içerir. Diğer bir ifadeyle, bir süreci başlangıç noktasından sonuca doğru götürmek veya sonuçtan geriye doğru çalışarak işlemleri tersine çevirebilmektir. Yapma-tersini yapma alışkanlığı, matematiksel bir görevin ileriye ve geriye doğru analizini doğal bir süreç olarak kabul ederek denklemlerin çözümünü bulma, ters fonksiyon, türevler, ters-türevler ve çarpanlara ayırma gibi çeşitli matematiksel uygulamaların temelini oluşturur (Huinker ve Cai ve Moyer, 2004). Yapma-tersini yapma alışkanlığı, sadece bir amaca ulaşmak için matematiksel işlemleri yapabilme becerisi değil, aynı zamanda sonuçtan geriye doğru çalışacak kadar süreci iyi anlama kapasitesidir. Yani, örneğin cebirsel düşünenler kendilerini sadece $9x^2-16=0$ biçimindeki bir denklemin çözümünü bulmakla sınırlamazlar; kökleri $4/3$ ve $-4/3$ olan denklemin ne olduğunu da incelerler (Driscoll, 1999).

Yapma tersini yapma alışkanlığı, diğer cebirsel zihin alışkanlıkları için bir çatı bileşen olarak ifade edilmektedir (Gürbüz, 2021). Bu alışkanlık; öğrencilerin problemi çözüm sürecindeyken sürekli var olmakta, yalnızca göstergelerinde farklılıklar meydana gelmektedir. Yapma alışkanlığı, problemi anlama becerisiyle açıklanmakta ve bu beceriye ait alt göstergeler bulunmaktadır. Benzer şekilde tersini yapma alışkanlığı da diğer alışkanlıkları kapsayıcı bir yapıya sahiptir ve onların içerisinde her problemi çözüm sürecinde ortaya çıkabilmektedir. Zihnin cebirsel alışkanlıklarının diğer bileşenlerinden fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama alışkanlıkları, yapma tersini yapma alışkanlığının çatısı altındadır (Magiera, van den Kieboom ve Moyer, 2013). Yapma tersini yapma alışkanlığı; öğrenciler bir problem durumuyla karşılaştığında sergilenmekte, problemi anlama ve çözmeye çalışma gibi eylemlerle başlamakta ve öğrencilerin problemi çözüm sürecinde sergiledikleri diğer iki cebirsel zihin alışkanlığının içerisinde de ortaya çıkabilmektedir (Schoenfeld, 2014; akt. Gürbüz, 2021, s.77).

Yapma-tersini yapma alışkanlığının, eşitliklerin çözümünü bulmaya ihtiyacı yoktur ve ilkokuldan ortaokula kadar bu alışkanlığı geliştirecek birçok konu bulunmaktadır. Öğrenci bu alışkanlıkta kendisine “Sondan başlarsam ne olur?”, “Burada yaptığım işlemin tersi nasıl olur?”, “Bu sayı ile bir önceki sayı arasında bir bağlantı var mıdır, varsa nasıldır?” şeklinde içsel sorular sorar. Örneğin öğrencilerin kalanlı bir bölme işlemi yapmaları, kalandan geriye doğru çalışmaları, onların bölme işlemini yaparken kullandıkları algoritmaları düşünüp geliştirmelerini sağlar veya öğrencilerin bir girdiyle diğerleri arasında ilişki kurmaya çalışmaları, örneğin Pascal üçgeninde 100. adımda kaç sayının çift olduğunu bulmak için 99. adımdaki dizinin sonuçlarından yola çıkmaları, yapma tersini yapma alışkanlığını kullandıklarının göstergeleridir (Driscoll, 1999; akt. Sezer, 2019).

Zihnin cebirsel alışkanlıkları, öğrencileri yönlendiren etkili öğretmen soruları ile geliştirilebilir ve bir öğretmen yapma-tersini yapma alışkanlığını öğrencilerinde geliştirebilmek için: “Bu işlem tersine nasıl çalışır?”, “Sıralanan bu sayı ile kendisinden önce gelen sayı arasındaki ilişki nasıldır?”, “Eğer sondan başlasaydım ne olurdu?”, “Kullandığım işlemlerden hangisi tersti?” “Bu sayıları ya da ifadeleri yardımcı bileşenlerle ayrıştırabilir miyim?” şeklinde sorular kullanabilir (Driscoll, 1999; akt. Gürbüz, 2021, s.78).

Eroğlu ve Tanışlı’nın (2017), Driscoll (1999) tarafından yazılan bir problemi yapma tersini yapma alışkanlığına göre incelemeleri aşağıda verilmiştir:

Dolap Problemi: Bir okulun koridorunda 20 dolap vardır. Her bir dolap 1’den 20’ye kadar numaralandırılmıştır ve kapıları kapalı durumdadır. 20 öğrenci tatil dönüşü bir oyun oynamaya karar verirler. Oyunun kuralına göre ilk öğrenci 1 numaralı dolaptan başlayarak 20 numaralı dolaba doğru koşarken her kapalı kapıyı açacaktır. İkinci öğrenci 2 numaralı kapıdan başlayarak her 2. kapıyı kapatacaktır. Üçüncü öğrenci ise 3 numaralı kapıdan koşmaya başlayacak ve her 3. kapının durumunu değiştirecektir. 20 öğrencinin hepsi kapılardan geçene kadar aynı işlem tekrarlanacaktır. 20. öğrenci koşmayı bitirdikten sonra hangi kapılar açık kalacaktır? Hangi kapıların durumu en çok değişmiştir? 200 kapılı bir okulda 200. öğrenci koştuktan sonra hangi kapılar açık kalacaktır? Hangi kapıların durumu en çok değişecektir? (Sezer, 2019, s. 47).

Problemi anlamak yapma tersini yapma alışkanlığının ilk aşaması olarak ele alınır. Bu alışkanlık öğrencinin, kendisi için problemin ne anlama geldiğini açıklamasıdır. Burada problemi anlamak öğrencinin problemi okuma, yorumlama ve içindeki bağlamı anlama becerilerini gerektirir. Dolap probleminde anlama, problem içinde verilen bir veya daha çok terimin tanımlanması, örneğin kapının durumunun değişmesinin açıklanması olarak ifade edilebilir. Problemi anlamanın diğer bir bileşeni

de nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlamaktır. Dolap probleminde 1. öğrencinin tüm kapıları açması, 2. öğrencinin ikinin katı olan kapıları kapatması ve 3. öğrencinin üçün katı olan kapıların durumunu değiştirmesi nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama olarak ifade edilebilir. Son olarak temsilleri oluşturma, tanımlanan niceliklerin veya terimlerin ve bunların aralarındaki ilişkilerin sembol, kelime, tablo, resim ve cebirsel ifade gibi temsillerle ifade edilmesidir. Örneğin, dolap problemindeki veriler bir temsil kullanılarak Tablo 2'de görüldüğü gibi düzenlenebilir.

Tablo 2. Dolap Probleminin Çözümünde Kullanılabilecek Örnek Tablo

Öğrenci/Kapı	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	
2		K		K		K		K		K	
3			K			A			K		
...											

(A: Açık, K: Kapalı)

Tersini yapma, çıktıdan girdiye ulaşma ve sonuçtan geriye doğru çalışma bileşenleri ile birlikte ele alınır. Örneğin dolap probleminde 20. öğrencinin örüntüyü takip etmesiyle kapıların ne durumda olduğunun belirlenmesi ya da üç çarpanlı ve altı çarpanlı sayıların neler olduğunun bulunması tersini yapma olarak düşünülebilir (Eroğlu ve Tanışlı, 2017).

Fonksiyonel Kural Oluşturma Alışkanlığı

Driscoll (1999), fonksiyonel kural oluşturmaya zihnin cebirsel alışkanlıklarının önemli bir bileşeni olarak ifade etmiştir. Bu alışkanlık; ilişkileri belirlemeyi, örüntülerin farkına varmayı, verileri organize etmeyi, bir durumla ilgili olarak girdi ve çıktı bilgilerini temsil edebilmeyi, iyi tanımlanan fonksiyonel kurallara ait bilgileri organize etmeyi içeren kritik becerilerdir. Örneğin, “Bir sayının 4 katının 3 eksiğini bulunuz.” şeklindeki işlem temelli fonksiyonel kural, $f(x)=4x-3$ fonksiyonu biçiminde yazılabilir. Bu alışkanlık, yapma tersini yapma alışkanlığının doğal bir tamamlayıcısı olup en genel anlamda, fonksiyonel kuralların nasıl çalıştığını anlamayı, tersine çevirebilmeyi ve genelleme yaparak daha ulaşılabilir ve kullanışlı bir şekilde yapabilmeyi içerir (Driscoll, 1999; akt. Sezer, 2019, s. 48).

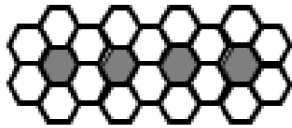
Driscoll’a (1999) göre NCTM standartları sürekli olarak öğrencilerin örüntüler, fonksiyonlar ve ilişkilerle yaşadıkları tecrübelerin öneminden bahsetmekte ve bu tecrübelerin alışkanlıkları koruyan birer içerik olabileceğini belirtmektedir. Öğrenci bu

alışkanlıkta problemi çözerken sıralı denemeler yaparak ilişkiyi fark edebilir, tablo yaparak durumu betimlemeye çalışabilir. Bu alışkanlıkta öğrenci kendisine “Burada bir kural var mı?”, “Aynı adımlar tekrar edecek mi?”, “Bir sonraki adım ne olacak?”, “Tahminde bulunsak?”, “Aynı şeyleri başka sayılarla yaptığımızda neler değişiyor? Neler değişiyor?” şeklinde içsel sorular sorabilir. Örneğin “Bir kâğıt n kez katlandığında kaç katlama izi oluşur?” sorusuna cevap veren bir öğrencinin, 1. adımdan yola çıkıp deneme yanılmalarla kuralı belirlemesi ve sorunun çözümüne yönelik genel bir kural belirlemeye çalışması bu alışkanlığı sergilediğinin göstergeleridir (Driscoll, 1999; akt. Gürbüz, 2021, s. 81).

Bir öğretmen öğrencilerinde fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını şu soruları kullanarak geliştirebilir: “Burada bir kural ya da ilişki var mı?”, “Bulduğun kural nasıl çalışır ve nasıl yardım eder?”, “Kural niçin bu şekilde çalışır?”, “Değişen şeyler nasıldır?”, “Neler olacağını tahmin etmene yarayan bilgiler var mı?”, “Kuralın her durumda çalışır mı?”, “Defalarca yaptığın adımlar nedir?”, “Bu işin başlangıcını ve tamamını yapacak mekanik bir kural yazabilir misin?”, “Özel girdiler kullanmadan adımları nasıl tanımlayabilirsin?”, “Farklı sayılarla aynı şeyi yaptığında hala doğru mu?”, “Ne değişti?”, “Bir eşitliğe sahip olduğunda eşitlikle ilgili olan sayıların problemin bağlamıyla ilgisi nasıldır?” (Driscoll, 1999; akt. Sezer, 2019, s. 49).

Magiera, Kieboom ve Moyer’in (2017) araştırmalarında kullandığı problem ve bu problemin fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığına göre incelenmesi aşağıda verilmiştir:

Çiçek Yatakları



Belediye meclisi, yukarıda gösterilen desene göre 100 çiçeklik oluşturmak ve bunları 6-gen kaldırım taşlarıyla çevrelemek istiyor. (Yukarıda verilen desende dört çiçek, on sekiz kaldırım taşı ile çevrelenmiştir)

- Belediye meclisinin kaç kaldırım taşına ihtiyacı olacaktır?
- Belediye meclisinin herhangi bir sayıda çiçeklik için gereken taş sayısına karar vermek için kullanabileceği bir formül bulun.

Bu problem, öğrencilerin farklı temsilleri düşünebilmesine teşvik edicidir. Çünkü çiçekliklerin etrafına dizilecek olan taş sayısının belirlenebilmesi için, örüntü arama becerilerine geçilmeden önce, verilen bilgilerin organize edilip farklı temsillerin kullanılmasıyla (örneğin sembolik, sayısal, sözel) soru içinde değişen ve değişmeyen durumlar takip edilerek süreç somutlaştırılmaya çalışılır. Her bir çiçek için kaç tane kaldırım taşının gerekli olduğu, bir sonraki adıma geçerken diğer adımla bitişik kenarların olduğu fark edilecek ve örüntünün kuralı bu durumlara göre belirlenmeye çalışılacaktır. Tekrarlayan veri yığınları kullanılarak örüntünün kuralının bulunmasına yönelik çalışmalar yapılacaktır. Ardından belirlenmiş olunan kuralın doğrulama çalışmaları yapılacak ve kuralda çalışan veya çalışmayan durumlar test edilerek süreç değerlendirilecektir. Yapılacak tüm bu çalışmalar fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını ortaya çıkaracak süreçlerdir (Gürbüz, 2021).

İşlemlerden Soyutlama Alışkanlığı

Soyutlama, cebirin önemli karakteristik özelliklerinden biridir. Soyutlama cebirsel düşünmeyi içeren bir durum olarak açıklanabilir. Öğrencinin süreçte kullandığı sayılardan bağımsız bir şekilde düşünebilme kapasitesi işlemlerden soyutlama alışkanlığıdır. Örneğin bu zihin alışkanlığını “ $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = ?$ işleminin sonucunu hesaplayın” sorusunda kullanan öğrenciler, ardışık şekilde gruplandırılmadan verilen sayıları toplamaları 101 edecek şekilde ($100+1, 99+2, 98+3, \dots$) gruplayarak işlemlerin nasıl çalıştığına yönelik kısa yolları kullanarak çözüme kolay bir şekilde ulaşmaya çalışırlar. Bu sorunun çözüm aşamasında tersini yapma alışkanlığı da devreye girebilir (Driscoll, 1999; akt. Sezer, 2019, s. 51).

İşlemlerden soyutlama alışkanlığının kullanılmasında cebir öğretimine başlanmadan önce öğrenciler için oldukça fazla fırsatlar vardır. İşlemlerden soyutlama alışkanlığına sahip öğrenciler; çarpma, bölme, toplama ve çıkarma işlemleri arasındaki bağlantıları kullanarak kısa yollar geliştirmek amacıyla bilgilerini kullanma, ihtiyacına bağlı olarak basitleştirme veya karmaşılaştırma yoluyla eş değer ifadeleri kullanma, genelleme yapma, sembollerin ne anlama geldiğini bilerek kolaylıkla kullanma, farklı sistemler üzerinde işlem yapma becerilerini sergilemektedirler. Yani öğrenci bu alışkanlıkta yer alan işlemleri sayılardan bağımsız bir şekilde düşünür (Driscoll, 1999; akt. Gürbüz, 2021, s. 83).

Yapı üzerinde çalışan öğrenciler, $11-50/3x-2=6$ şeklinde belirtilen bir denklemi kolayca okuyabilirler [50'nin bir sayıya $(3x-2)$ bölümü 5 ederse, o halde $3x-2=10$ 'dur]. Böyle bir çıkarımı yapabilen öğrenciler, işlemin nasıl çalıştığını anlamalarına bağlı olarak işlemsel kısa yolları araştırır, ilişkisel düşünme becerilerini de kullanarak çözümü doğru ve hızlı bir şekilde bulabilirler (Eroğlu ve Tanışlı, 2017).

Bir öğretmen öğrencilerinde işlemlerden soyutlama alışkanlığını şu soruları kullanarak geliştirebilir: “Bu işlem durumu başka bir işleme benziyor mu ya da nasıl benziyor?”, “İşlem yapmadan ne olacağını nasıl tahmin edebilirsin?”, “Buraya kadar yaptığın işlemler nelerdir?”, “Aynı şeyleri farklı sayılar ile yapsan neler değişmez?”, “Değişenler nedir?”, “Gizli anlamları ortaya çıkaracak diğer yönler nelerdir?”, “İşlemlerin önemli kurallarını nasıl yazabilirim?” (Driscoll, 1999; akt. Sezer, 2019, s. 51).

Driscoll'un (1999) araştırmasında kullandığı soru ve bu sorunun işlemlerden soyutlama alışkanlığına göre incelenmesi aşağıda verilmiştir:

“Hangi sayılar beş ardışık sayının toplamı şeklinde yazılabilir?”

Öğrenciler bu soruyu önceki öğrenmelerinden yararlanarak çözebilirler. Örneği basitleştirerek ilk olarak ardışık üç sayının toplamı olarak yazmayı deneyebilirler. Buradan yola çıkıp soruyu genişleterek ardışık beş sayının toplamı olarak yazılabilecek olan sayının beş ile tam bölünmesi gerektiğini belirleyebilirler. Ortanca sayıyı bularak diğer sayıların yerlerini de kolaylıkla bulabilirler. “Beş ardışık sayının toplamı ise n ise n , 5'e tam bölünebilir” kuralını açıklayabilirler. Öğrencilerin burada dört işlemden soyutlamalar yaparak ilişkileri genellemeleri ve kısa yolları bulmaya çalışmaları, işlemlerden soyutlama alışkanlığına sahip olduklarını göstermektedir. (Driscoll, 1999; akt. Gürbüz, 2021, s. 84).

Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarıyla İlgili Araştırmalar

Literatür incelendiğinde zihnin cebirsel alışkanlıklarıyla ilgili yapılan araştırma sayısının az olduğu ve bu araştırmaların daha çok son yıllarda yapıldığı görülmektedir.

Driscoll (1999) zihnin cebirsel alışkanlıklarının çatısını tanımladığı araştırmasında, öğrencilere cebir öğretimine erken başlamanın (6-10.sınıflar) ileriki öğrenmeler için çok önemli olduğunu vurgulamış ve cebirsel zihin alışkanlıklarını;

yapma-tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama olmak üzere üç temel bileşenle tanımlamıştır. Bu alışkanlıkların cebirin başarılı bir şekilde öğrenilmesini kolaylaştırdığını ve geliştirilmesinde sınıf içi öğrenme sorularının önemli olduğunu ifade etmiştir. Zihnin cebirsel alışkanlıklarının birbirleri ile iç içe geçmiş süreçler olduğunu, yapma-tersini yapma alışkanlığının diğer alışkanlıklar süreçleri içerisinde gömülü olduğunu belirterek öğretmenlerin bu zihin alışkanlıklarını geliştirmek için kullanabilecekleri problemler ve öğrencilerin gelişimini değerlendirmek için yönergeler sunmuştur.

Magiera, Kieboom ve Moyer (2010) araştırmalarında 18 ortaokul öğretmeni adayının problem çözerken cebirsel düşünmeyi kullanma becerileri ile ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerini tanıma ve yorumlama becerileri arasındaki ilişkiyi, öğretmen adaylarının öğrencilerin açık uçlu cebir temelli görevlerdeki yazılı çözümlerine göre ve öğrencilerle görüşmelerini planlama, yürütme ve analiz etme becerilerine göre incelemişlerdir. Zihnin cebirsel alışkanlıklarını öğretmen adaylarının problem çözerken sergiledikleri cebirsel düşünmeyi belirlemede bir çerçeve olarak kullanmışlar ve adaylardan ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşüncelerini de bunlara göre analiz etmelerini istemişlerdir. Elde edilen verilerle, öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin cebirsel düşünmenin farklı özelliklerine göre değiştiğini ve özellikle kuralı doğrulama becerilerinin en zayıf olduğunu belirlemişlerdir.

Magiera, Kieboom ve Moyer (2013) araştırmalarında 18 ortaokul öğretmeni adayının fonksiyonel kural oluşturma cebirsel zihin alışkanlığının özelliklerini kullanarak ortaokul öğrencilerinde aynı zihin alışkanlığının özelliklerini tanıma ve yorumlama becerilerini incelemişlerdir. Bu bağlamda öğretmen adaylarına cebir temelli görevler verilmiş, onlardan öğrencilerin yazılı çözümlerini zihnin cebirsel alışkanlıkları çerçevesinde yorumlamaları ve öğrencilerle gerçekleştirdikleri görüşmeleri kayıt altına alarak analiz etmeleri istenmiştir. Elde edilen veriler, öğretmen adaylarının cebir temelli görevlerde öğrencilerin fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının özelliklerini ortaya çıkarma potansiyelinin sınırlı olduğunu ortaya koymuştur.

Eroğlu ve Tanışlı (2015) yaptıkları araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin sahip olduğu zihnin cebirsel alışkanlıklarını ve öğrencilerin cebirde yaşadığı zorlukları incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma kapsamında 6. sınıf öğrencileriyle yapılan mülakatlardan elde edilen veriler, Driscoll (1999)'un cebirsel zihin alışkanlıkları

kuramsal çatısı kullanılarak analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda zihnin cebirsel alışkanlıklarının göstergelerinin öğrenciler arasında farklılık gösterdiği, öğrencilerden hiçbirinin girdi kullanmadan bir kuralın adımlarını açıklayamadığı ve bir kuralın neden herhangi bir sayı için çalıştığını gerekçelendiremediği ve böylece öğrencilerin farklı düşünme biçimlerini sergileyemedikleri belirlenmiştir.

Eroğlu ve Tanışlı (2017) yaptıkları araştırmada cebirsel zihin alışkanlıklarının bileşenlerini sınıf içinde bir öğretim uygulamasına yansıtarak bir etkinliği uygulamayı ve değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Araştırma, üç haftalık bir süreçte cebirsel düşüncenin gelişimine yönelik ders ortamı oluşturmada 6 yıl tecrübesi olan 1 öğretmen ve 31 yedinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. “Ardışık sayıların toplamı” başlıklı etkinlik öğrencilere uygulanırken dersler video kamera ile kayıt altına alınmış ve bu videolardan elde edilen veriler, cebirsel zihin alışkanlıkları kuramsal çatısı bağlamında betimsel yöntemle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda başlangıçta daha kısır bir düşünmeye sahip öğrencilerin; süreçte farklı cebirsel düşünme yollarını fark ettikleri, elde ettikleri sonuçları farklı durumlara transfer edebildikleri, çoklu temsil kullandıkları, çözümlerini genelleylebildikleri ve işlemleri soyutlayabildikleri belirtilmiştir. Araştırmacılar öğrencilerde cebirsel alışkanlıkların geliştirilmesinde zengin öğretim-öğrenme ortamlarının etkili olduğunu fakat daha uzun süreli araştırmaların yapılmasına gereksinim olduğunu ifade etmişlerdir.

Magiera, Kieboom ve Moyer (2017) araştırmalarında 1-8. sınıf öğretmen adaylarının fonksiyonel kurallar, örüntüler ve ilişkiler hakkında düşünme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığı çerçevesinde tanımladıkları; bilgileri organize etme, bilgileri yansıtma, farklı temsiller kullanma, örüntüleri tahmin etme, kuralı tanımlama, kuralı gerekçelendirme ve değişimi tanımlama bileşenleri ile öğretmen adaylarının zihnin cebirsel alışkanlıklarını kullanıp kullanmadıklarını ve ne kadar iyi kullandıklarını belirlemişlerdir. Araştırma sonucunda tanımlanan bileşenlerin kullanımı arasında önemli farklılıklar olduğu, bilgiyi yansıtma ve örüntüleri tahmin edebilme becerileri ile ilişkili olan kuralı gerekçelendirme becerisinin kullanılan en zayıf beceri olduğu ve belirlenen bileşenler arasında karmaşık ilişkiler olduğu ifade edilmiştir.

Doganlar (2018) yüksek lisans tezinde, ortaokul matematik öğretmenlerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını ve derslerine yansımalarını, 7. sınıf öğrencilerinin

alışkanlıklarını inceleyerek belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma, toplam sekiz öğrenci ve bu öğrencilerin iki matematik öğretmeniyle gerçekleştirilmiş ve bilgilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemi tercih edilmiştir. Öğretmen ve öğrencilere ZCA'nın fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının alt bileşenlerini içeren açık uçlu dört problem sorulmuş, elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle soru soru analiz edilmiş ve tüm sorular fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının bileşenlerine göre incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin cebir problemlerini çözerken, zihnin cebirsel alışkanlıklarının özelliklerini yetkin bir şekilde sergileyebildikleri ve genellikle bu alışkanlıkları öğrencilerine yansıtabildikleri belirlenmiştir.

Ünveren Bilgiç ve Argün (2018) yaptıkları araştırmada pedagojik alan içerisinde yer alan otuz matematik öğretmen adayının problem çözme bağlamında cebirsel zihin alışkanlıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Verilerin toplanmasında, görüşme formları ve zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirleme çalışma kâğıdı kullanılmıştır. Veriler Driscoll (1999) tarafından tanımlanan zihnin cebirsel alışkanlıklarının bileşenlerine göre betimsel yöntemle analiz edildiğinde ilk iki sorunun çözümünde tüm öğretmen adaylarının genelleme yapabildiği, son iki soruda ise gerek birinci gerekse dördüncü sınıf öğretmen adaylarının çoğunluğunun genelleme yapamadığı sadece birkaç dördüncü sınıf öğretmen adayının bu sorularda genelleme yapabildikleri görülmüştür. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının benzer problem durumlarında benzer cebirsel zihin alışkanlıklarını sergiledikleri, genellikle üst düzey alışkanlıkları sergileyemedikleri, dördüncü sınıf öğretmen adaylarının farklı çözüm yolları bulma ve çözümlerini doğrulamada daha başarılı oldukları ifade edilmiştir.

Sezer (2019) doktora tezinde, altıncı sınıftan itibaren 3 yıllık bir süreçte (6, 7 ve 8. sınıfta) öğrencilerinin cebirsel ve geometrik zihin alışkanlıklarını incelemeyi, hazırladığı ders planlarının bu zihin alışkanlıklarının gelişimine etkisini ve cebirsel zihin alışkanlıklarının gelişimleri ile geometrik zihin alışkanlıklarının gelişimleri arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemeyi amaçlamıştır. Bu araştırma 2016-2018 yılları arasında pilot ve çalışma grupları olarak belirlenen ve 29'ar öğrenciden oluşan iki grupta toplam elli sekiz öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırma öncesinde geliştirilmiş ZGA ve ZCA Belirleme Testleri öğrencilere uygulanarak öğrencilerin sahip olduğu cebirsel ve geometrik zihin alışkanlıkları belirlenmiştir. Öğrencilerde var olan ve geliştirilmesi amaçlanan alışkanlıklar listelenerek hazırlanan ders planları tasarlanan

uygun öğrenme ortamlarında öğrencilere uygulanmıştır. Uygulanan ders planları sonrasında, öğrencilerin zihnin cebirsel ve geometrik alışkanlıklarındaki gelişmeyi incelemek için ZCA ve ZGA belirleme testlerinin ikincisi uygulanmıştır. Testlerin sonuçları arasında nicel analiz yapıldığında anlamlı farklılaşmanın ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin sahip olduğu zihinsel alışkanlıkların gelişimini daha ayrıntılı inceleyebilmek için 6 öğrenci seçilmiş ve ikiye bölünmüş gruplar halinde videolarla kayıt altına alınan odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Odak grup görüşmelerinin kayıtları analiz edildiğinde, başlangıçta öğrencilerde var olan ZCA ve ZGA'ların uygulama sonrasında gelişme gösterdiği görülmüştür. Üç yıl süren araştırma sonucunda cebirsel zihin alışkanlıklarından “*yapma tersini yapma*” ve “*fonksiyonel kural oluşturma*” alışkanlıklarında ileri düzeyde, işlemlerden soyutlama alışkanlığı göstergelerinden “*kısa yollar geliştirme*” ve “*kısa yollar doğrulama*” alışkanlıklarında gelişme olduğu ifade edilmiştir. Geometrik zihin alışkanlıklarından “*ilişkilerle muhakeme, keşif ve yansıtmayı dengeleme*” ve “*değişmezleri araştırma*” alışkanlıklarında ileri düzeyde gelişim olduğu, geometrik fikirleri genelleme alışkanlığı göstergelerinden “*özel durumlardan yola çıkarak genelleme*” alışkanlığında ise sınırlı kaldığı ifade edilmiştir. Ayrıca tasarlanan uygun öğrenme ortamının öğrencilerin cebirsel ve geometrik zihin alışkanlıklarını geliştirdiği sonucuna varıldığı ifade edilmiştir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, katılımcı grup, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmacının rolü, veri toplama süreci ve veri analiz sürecine ait bilgilere yer verilmiştir.

Araştırma Modeli

Araştırma modeli, araştırmanın amacına uygun olan verilerin toplanması ve çözümlenmesi için gerekli olan şartların düzenlenmesidir (Karasar, 2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir çalışmalarında kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıklarının neler olduğunu belirlemeyi amaçlayan bu araştırmada, var olan alışkanlıkların olduğu gibi belirlenmesi istendiğinden betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli, araştırma problemiyle ilgili var olan durumu ortaya koymayı, tasvir etmeyi ve problemi anlamayı hedefleyen, nicel veya nitel araştırmalarda tercih edilen bir modeldir (Arıkan, 2011). Bu araştırmalar verilenler ışığında bir durumu açıklamak ve olaylar arasında ilişki kurmak için yapılır. Bu araştırma modelinin en önemli özelliği var olan bir durumu olabildiğince tam ve dikkatli bir şekilde tanımlamasıdır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2020).

Tarama modeli, bir konu veya olaya ilişkin araştırma grubunun görüşlerini veya beceri, tutum ve ilgi gibi özelliklerini belirlemek için veri toplamayı amaçlayan araştırmalardır (Büyüköztürk vd., 2020). Tarama modelleri; geçmişte ya da günümüzde var olan durumu var olduğu haliyle betimlemeyi hedefleyen, araştırmaya konu olan birey, nesne veya olayı kendi koşulları içerisinde olduğu gibi tanımlamaya çalışan ve onları herhangi bir şekilde değiştirme ya da etkileme çabası göstermeyen araştırma yaklaşımıdır (Karasar, 2012). Tarama araştırmalarının genel amacı araştırmaya konu olan durumun fotoğrafını çekerek bir betimleme yapmaktır (Büyüköztürk vd., 2020).

Bu araştırmada da öğrencileri kendi koşulları içerisinde, olduğu gibi ve onları değiştirme çabası olmaksızın cebir öğrenme alanındaki problemlere verdikleri cevaplar incelenmiş, öğrencilerin var olan cebirsel zihin alışkanlıklarının neler olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

Katılımcı Grup

Araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılında Sivas ili Merkez ilçesinde bulunan dört devlet ortaokulunda, 7. sınıflarda öğrenim görmekte olan 106 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma grubu olarak yedinci sınıf öğrencilerinin seçilmesinde, bu sınıf düzeyindeki öğrencilerin LGS sınavı kaygılarının olmaması ve cebir öğrenme alanının bu sınıf düzeyinde önemli bir yere sahip olması etkili olmuştur. Araştırma grubunda yer alacak öğrenciler, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme tekniği ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemleri, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak tanırken; ölçüt örnekleme tekniği, önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılmasını sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu nedenle araştırmanın katılımcıları, yedinci sınıf öğrencileri içerisinde; 7. sınıf cebir öğrenme alanı kazanımlarını almış olması ölçütlerine göre belirlenmiştir. Belirtilen ölçütlere göre araştırmaya katılan öğrencilerin düşüncelerini etkili bir biçimde ifade edebilmesine, kolay ulaşılabilir olmalarına ve araştırmaya katılmada gönüllü olma durumlarına dikkat edilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin isimleri için sırasıyla Ö1, Ö2, Ö3, ..., Ö106 şeklinde isimlendirme yapılmıştır. Öğrencilerin cinsiyetlerine ilişkin bilgiler ise Tablo 3'te belirtilmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin Cinsiyetlerine Göre Dağılımı

Katılımcılar	Frekans (f)	Yüzde (%)
Kız	66	62,26
Erkek	40	37,74
Toplam	106	100

Tablo 3'te görüldüğü gibi araştırmaya katılan toplam 106 yedinci sınıf öğrencisinin %62,26'sını kızlar, %37,74'ünü erkekler oluşturmaktadır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak, cebirsel zihin alışkanlıklarının ortaya çıkarılmasını amaçlayan alt maddeleriyle birlikte toplam 13 sorudan oluşan açık uçlu “*Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Belirleme Testi*” (Ek 1) kullanılmıştır. Bu testte yer alan soruların hazırlanmasında Sezer'in (2019) “Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreç ve becerilerinin boylamsal incelenmesi” adlı doktora tezi çalışmasında kullandığı problemlerden yararlanılmıştır. Seçilen sorular öğrencilerin bir

ya da daha fazla zihinsel alışkanlığı kullanabileceği rutin olmayan problemlerden oluşmaktadır. Testin kapsam geçerliğini sağlamak için “uzman görüş formu” hazırlanmış ve iki matematik eğitim uzmanının görüşü alınmıştır. Uzmanlar, testte yer alan maddelerin kazanımlara ve öğrenci seviyesine uygunluğunu uzman görüş formundaki “Madde uygun”, “Madde uygun ama gözden geçirilmeli” ve “Madde uygun değil” seçeneklerinden biri ile belirtmişler ve alınan görüşler doğrultusunda herhangi bir değişiklik yapılmadan ZCA Belirleme Testi’nin son hali elde edilmiştir.

ZCA Belirleme Testi, MEB (2018) ortaokul matematik dersi öğretim programında 7. sınıf cebir öğrenme alanında yer alan “*Cebirsel İfadeler*” ve “*Eşitlik ve Denklem*” alt öğrenme alanları ile ilgili kazanımları içermektedir. Testteki soruların ilgili olduğu öğrenme alanı kazanımları ve bu kazanımlara öğretim programında ayrılan ders saati süreleri ile verilerin analizinde kullanılacak olan kazanım kodlamaları Tablo 4’te belirtilmiştir.

Tablo 4. 7. Sınıf “Cebirsel İfadeler” ve “Eşitlik ve Denklem” Alt Öğrenme Alanları ile İlgili Kazanımlar ve Kazanımlara Ayrılan Ders Saatleri

Kazanım Kodu	Kazanımlar	Alt Öğrenme Alanı	Ders Saati	Yüzde
7C1	Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.	Cebirsel İfadeler	10	6
7C2	Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.			
7C3	Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.			
7C4	Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	Eşitlik ve Denklem	20	11
7C5	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.			
7C6	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.			
7C7	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.			

Tablo 4'te belirtilen cebir öğrenme alanına ait 7 kazanıma uygun olarak hazırlanan soruların hangi kazanımla ilgili olduğu ve hangi alışkanlığın ortaya çıkarılmasını amaçladığı ise Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. ZCA Belirleme Testi Soruları

Soru Numarası	Kazanım Kodu	Cebirsel Alışkanlıklar
1-a, 1-b, 1-c	7C1	Y
2	7C2	Y
3-a, 3-b	7C3	Y + FKO
3-c	7C3	Y + FKO + İS + TY
3-d, 3-e	7C3	Y + FKO + İS + TY
4, 5	7C4, 7C5, 7C6, 7C7	Y + TY

Araştırmada kullanılan ZCA Belirleme Testi soruları ve her bir soruda zihnin cebirsel alışkanlıklarına göre beklenen davranışlar aşağıda verilmiştir.

ZCA Belirleme Testi Soru 1

3 maddeden oluşan sorunun a, b ve c maddelerinde cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar kazanımı becerilerini ölçmek amaçlanmıştır. Öğrencide yapma alışkanlığının göstergelerinden soruyu okuma ve soru içindeki bağlamı anlama, temsilleri oluşturmaya başlama ve temsiller yardımıyla işlemler yapma göstergeleri beklenmektedir.

ZCA Belirleme Testi Soru 2

Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpma kazanımı becerilerini ölçmek amacıyla hazırlanan bu soruda öğrenciden yapma alışkanlığının göstergelerinden soru içindeki bağlamı anlayarak istenileni belirlemesi ve buna ilişkin çarpma işlemini yapması beklenmektedir. Bu soruda temel cebirsel işlem becerisini ölçmek amaçladığından ileri düzeyde bir ZCA sergilenmesi beklenmemektedir.

ZCA Belirleme Testi Soru 3

5 maddeden oluşan ve sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade etme, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulma kazanımı için hazırlanan sorunun a ve b maddelerinde öğrenciden örüntüyü devam ettirebilmesi, örüntünün kuralını sözel olarak açıklayabilmesi ve istenilen terimleri bulabilmesi amaçlanmaktadır. Öğrencide yapma alışkanlığının göstergelerinden soru içerisindeki bağlamı anlama ve çözüm için gerekli

becerileri kullanma göstergeleri; fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının göstergelerinden ise ilişkileri belirleyerek örüntü arama, örüntüdeki artış miktarını ve nasıl çalıştığını belirleme, kuralı tanımlama göstergeleri beklenmektedir.

Sorunun c maddesinde verilen örüntünün genel kuralının belirlenmesi istenmektedir. Bu maddede a ve b maddelerinde örüntünün kuralını sözel olarak ifade eden öğrenciden fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının göstergelerinden örüntünün genel kuralıyla ilgili temsil kullanma, bulduğu bu kuralı doğrulama göstergeleri; işlemlerden soyutlama göstergelerinden ise örnekler ötesinde genellemelere varma, sayılardan bağımsız olarak düşünerek kuralı ortaya koyma ve bulduğu kısa yolları kullanma göstergeleri beklenmektedir.

Sorunun d maddesinde istenilen terimi bulurken bulduğu genel kuralı kullanması amaçlanmıştır. Bu maddede öğrenci soruyu okuyup anladıktan sonra sorunun çözümünde aritmetik işlemlerle ilerliyorsa, kuralı kullanmak yerine istenilen terime kadar örüntüyü devam ettiriyorsa yapma alışkanlığı göstergelerine; daha önce bulmuş olduğu kuralı kullanarak temsiller yardımıyla istenilen terimi kısa yoldan bulmaya çalışıyor ise fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığı ile işlemlerden soyutlama alışkanlığı göstergelerine sahiptir. Sorunun e maddesinde ise öğrenciden tersini yapma alışkanlığı göstergelerinden sonuçtan girdiyi bulmaya çalışma, geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma göstergelerini sergilemesi beklenmektedir.

ZCA Belirleme Testi Soru 4

Denklem kurma ve denklem yardımıyla problemi çözme kazanımı becerilerini ölçmek amacıyla hazırlanan soruda öğrenciden yapma alışkanlığının göstergelerinden verilen bağlam içinde problemi anlama, problemde verilenlerin ve istenilenlerin ne olduğunu belirleme, çözüm sürecinde denklem kurma, temsiller kullanma ve denklemin çözümünde bilgilerini düzenleme göstergelerini sergilemesi beklenmektedir. Ayrıca öğrenciden verilen çevre uzunluğundan yola çıkarak kenar uzunluklarını bulmaya çalışma, kurduğu denklemin doğruluğunu kontrol etme, sonuçtan başlangıca doğru ilerleme göstergelerini yani tersini yapma alışkanlığı göstergelerini de sergilemesi beklenmektedir.

ZCA Belirleme Testi Soru 5

3 maddeden oluşan sorunun a ve b maddelerinde öğrenciden sergilenmesi beklenen alışkanlık göstergeleri 4. soruda beklenen alışkanlıklar ile aynı olduğu için

tekrara düşmemek adına burada yeniden yazılmamıştır. Farklı olarak sorunun c maddesinde öğrencinin problem kurma becerisinin ne düzeyde olduğunu belirlemek adına benzer bir problem yazmaları beklenmektedir.

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri 2021-2022 eğitim öğretim yılının ikinci döneminin başında öğrencilerin kendi sınıflarında toplanmıştır. Zamanlama olarak ikinci dönem başının seçilmesinin nedeni araştırmanın amacı doğrultusunda belirlenen kazanımların tamamının öğrenilmiş olunmasının istenmesidir. Araştırmanın belirlenen devlet okullarında yapılabilmesi için Sivas İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alınmıştır (Ek 3). Araştırmanın verileri zamansal olarak bir karşılaştırma içermediğinden tek seferde toplanmıştır. Uygulamaya geçilmeden önce öğrencilere araştırma hakkında bilgi verilerek sorulara verecekleri cevapların kesinlikle notla değerlendirilmeyeceği belirtilmiş ve kendilerinden soruları çözerken düşünme şekillerini ortaya koymalarının, nasıl çözdüklerini ayrıntılı olarak açıklamalarının beklendiği söylenmiştir. Veriler toplanırken öğrencilerin başlarında gözetmen olarak öğretmenleri bulunmuş, yazılı form olarak dağıtılan ve açık uçlu sorulardan oluşan veri toplama aracı, öğrenciler tarafından yaklaşık 40-45 dakikalık bir sürede tamamlanmıştır.

Verilerin Analizi

Bu araştırmada elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz süreci, elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenip yorumlanması ve düzenlenerek okuyucuya sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarının araştırıldığı bu araştırmada, veri analizi için betimsel analiz yaklaşımı çatısı altında Driscoll (1999) tarafından literatüre kazandırılan kuramsal çerçeve kullanılmıştır.

Bu araştırmada, betimsel analiz sürecine başlamadan önce veri toplama aracındaki sorular üzerinden elde edilen veriler taranarak bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplar soru soru analiz edilmiştir. Her öğrencinin testteki sorulara verdiği cevaplar aşağıda Tablo 6'da açıklanan ZCA bileşenlerinin göstergeleri kapsamında incelenmiştir. Bu işlem yapılırken öğrencilerin verdiği cevaplara göre her bir cebirsel zihin alışkanlığı;

AY : : Hiçbir alışkanlık kullanılmadı.

EÇAK (Eksik çözümlü alışkanlık kullanımı): Alışkanlık kullanıldı fakat doğru çözüme ulaşamadı.

TÇAK (Tam çözümlü alışkanlık kullanımı) : Alışkanlık kullanıldı ve problemin çözümüne ulaşılabildi.

şeklinde kategorize edilmiştir. Bu şekilde bütün sorular analiz edilerek hem frekans tablosundan faydalanılarak her bir sorudaki hata oranı belirlenmiş hem de öğrencilerde belirlenen zihnin cebirsel alışkanlıkları için örnekler verilmiştir. Araştırma sürecinde elde edilen verilerin ve bu verilere bağlı olarak ulaşılan sonuçların katılımcı ile teyit edilmesinde fayda vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu bağlamda sonuçların güvenilirliği sağlamak amacıyla yapılan analizlerin ve ulaşılan sonuçların, kullanılan analiz sürecine hâkim başka bir uzman tarafından kontrol edilmesi istenmiş ve uyum yüzdesinin %92 olduğu görülmüştür. Veri analizinde araştırmacıların birlikte çalıştığı bu tür durumlarda, %70 ve üzerinde bir güvenilirlik yüzdesine ulaşılması gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Sezer (2019) tarafından zihnin cebirsel alışkanlıklarının bileşenlerine ait literatürde yapılan araştırmalardan derlenen göstergeler Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları Bileşenlerinin Göstergeleri

ZCA'nın Adı	ZCA'nın Göstergeleri	ZCA Kodu
Yapma-Tersini Yapma	Problemi okuması, anlaması	Y1
	Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması	Y2
	Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama	Y3
	Temsilleri oluşturma	Y4
	Temsilleri kullanarak işlemler yapma	Y5
Fonksiyonel Kural Oluşturma	Sonuçtan girdiye ulaşmaya çalışma	TY1
	Soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma	TY2
	Bulunan sonucun sağlamasını yapma	TY3
	İlişkileri belirleme	FKO1
	Bilgileri organize etme (düzenleme)	FKO2
	Örüntü arama	FKO3

Tablo 6'nın Devamı

Fonksiyonel Kural Oluşturma	Örüntünün nasıl çalıştığını belirleme	FKO4
	Temsiller kullanma	FKO5
	Kuralı tanımlama	FKO6
	Bulduğu kuralı doğrulama	FKO7
İşlemlerden Soyutlama	Kısa yollar geliştirme	İS1
	Kısa yolları doğrulama	İS2
	Sonucu farkı durumlarda test etme	İS3
	Örnekler ötesinde genellemelere varma	İS4
	Sayılardan bağımsız olarak işlemleri düşünerek genelleme	İS5

Tablo 6'da görüldüğü gibi her bir zihnin cebirsel alışkanlığının farklı göstergeleri bulunmaktadır. Araştırmanın analiz kısmında öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıkları bu göstergelerden yararlanılarak incelenmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde, yedinci sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıklarını belirlemek amacıyla toplanan verilerin analizleri sonucu elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Araştırmanın modeli gereği gerekli görülen öğrenci cevapları taranmış ve değiştirilmeden sunulmuştur. *Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Belirleme Testi*'nden elde edilen bulgular, tablolar ve açıklamalarla birlikte verilecektir. Bu bağlamda öğrencilerin verdikleri cevaplara ilişkin bulgular aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi'ne Verdikleri Cevaplara İlişkin Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin, yedinci sınıf cebir öğrenme alanı kazanımlarına ait çözdükleri problemlerde kullandıkları zihin alışkanlıklarının neler olduğunu belirlemek için, ZCA Belirleme Testi'nde yer alan sorulara verdikleri cevaplara ilişkin bulgu ve açıklamalara yer verilmiştir. Yedinci sınıf cebir öğrenme alanında MEB (2018) öğretim programında 7 kazanım bulunmaktadır. İzleyen başlıklarda öğrencilerin bu kazanımlar ile ilgili sorulara verdikleri cevapların analizi yapılmıştır.

ZCA Belirleme Testi Birinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

ZCA Belirleme Testi'nin 1. sorusunun a, b, c maddeleri “7C1: Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.” kazanımı ile ilgilidir. Öğrencilerin sorunun a maddesinde toplama işlemi, b ve c maddelerinde ise çıkarma işlemleri yapmaları beklenmiştir. 1. sorunun a, b, c maddelerine öğrencilerin verdikleri cevaplar ve bu cevapların düzeylerine dair bilgi ve açıklamalar Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 1. Sorusuna Ait Verileri

Soru No	ZCA Bileşeni	TÇAK*** Frekans (f)	EÇAK** Frekans(f)	AY* Frekans(f)
1a	Yapma	61 (%57,5)	17 (%16)	28 (%26,4)
		78		28
1b	Yapma	34 (%32)	43 (%40,6)	29 (%27,4)
		77		29
1c	Yapma	23 (%21,7)	47 (%44,3)	36 (%34)
		70		36
	Toplam (f)	118	107	93

AY* : Hiçbir alışkanlık kullanılmadı.

EÇAK** (Eksik çözümlü alışkanlık kullanımı) : Alışkanlık kullanıldı fakat doğru çözüme ulaşılamadı.

TÇAK*** (Tam çözümlü alışkanlık kullanımı) : Alışkanlık kullanıldı ve problemin çözümüne ulaşılabildi.

Tablo 7 incelendiğinde öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama işlemini yapmada (Soru 1a) çıkarma işlemine göre (Soru 1b, Soru 1c) daha başarılı oldukları görülmektedir. Bununla birlikte çalışmaya katılan öğrencilerin 1. sorunun a maddesine verdikleri cevaplarda toplam 78'inin alışkanlık kullandığı, 28'inin hiçbir alışkanlığı kullanmadığı; b maddesine verdikleri cevaplarda toplam 77'sinin alışkanlık kullandığı, 29'unun hiçbir alışkanlığı kullanmadığı ve c maddesine verdikleri cevaplarda toplam 70'inin alışkanlık kullandığı, 36'sının ise hiçbir alışkanlığı kullanmadığı görülmektedir. Diğer yandan 1. sorunun a maddesinde alışkanlık kullanan 78 öğrenciden 61'i TÇAK düzeyinde, 17'si EÇAK düzeyinde; b maddesinde alışkanlık kullanan 77 öğrenciden 34'ü TÇAK düzeyinde, 43'ü EÇAK düzeyinde ve c maddesinde alışkanlık kullanan 70 öğrenciden 23'ü TÇAK düzeyinde, 47'si EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanmışlardır. Yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerin sahip oldukları göstergeler ise Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8. 1. Soru'da Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları (f)

Soru No	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
1a	61	61	77	78	47
1b	57	57	74	77	45
1c	36	36	69	69	47

Tablo 8 incelendiğinde 1. sorunun a ve b maddelerinde yapma alışkanlığı göstergelerinden Y1, Y2, Y3 ve Y4 göstergelerini öğrencilerin çoğunlukla, Y5 göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri görülmektedir. 1. sorunun c maddesinde ise öğrencilerin çoğunluğu Y3 ve Y4 göstergelerini sergilerken daha az sıklıkla Y1, Y2 ve Y5 göstergelerini sergiledikleri görülmektedir.

Birinci sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 1'de verilmiştir.

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

Bir sepetle: yumurta sayısı: $x \rightarrow$ Üç sepetle = $3x$

Toplam = $3x + 4$ $(3x + 4) + 2x = (5x + 4)$ olur.

Şekil 1. Ö6'nın Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 1’de görüldüğü üzere Ö6 kodlu öğrenci, 1. sorunun a maddesini hiçbir hata yapmadan doğru bir şekilde çözmüştür. Bu durum öğrencinin cebirsel ifadelerle toplama işlemini yapabilme bilgisinin kavramsal olarak yeterli olduğunu göstermektedir. Ö6’nın problemi çözüm süreci incelendiğinde “Y1: Problemi okuması, anlaması”, “Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması”, “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama”, “Y4: Temsilleri oluşturma” ve “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” göstergelerini sergilediği yani yapma alışkanlığına sahip olduğu belirlenmiştir.

Birinci sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 2’de verilmiştir.

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

$5x + 4$

Beş tane sepet olduğu için $5x$, 4 tanede yumurta arttığı için $+4$ yazdım. Çünkü diğer sepetlerde de aynı sayıda yumurta olduğu için yine 4 tane yumurta artıyordu.

Şekil 2. Ö15’in Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 2’de görüldüğü üzere Ö15 kodlu öğrencinin, 1. sorunun a maddesinde istenilenleri anladığı ve soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Öğrenci Ö15’in hem süreci anlaması hem de verilen ifadelerin matematiksel formlarını doğru yazarak sonuca ulaşması Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine yani yapma alışkanlığı becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

Birinci sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 3’te verilmiştir.

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

$(x) + (x) + (x+4) + (x) + (x) = 5x + 4$

Sayıları bilmediğimiz için tüm sepetler x olur 4 yumurtayı da ekleriz iki sepet 2 tane x demek buyuzden 2 tane daha x ekliyoruz $5x + 4$ olur

Şekil 3. Ö38’in Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 3'te görüldüğü üzere Ö38 kodlu öğrenci, 1. sorunun a maddesinde soruda istenilenleri anlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Yani öğrenci Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerini sergilediği için yapma alışkanlığına sahiptir.

Birinci sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 4'te verilmiştir.

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

Yumurta sayısı "x" olsun.
 Bir sepette "(x-4)" adet var.
 2 adet daha "x" gelirse
 2x olur ancak 2 adet daha "x" olduğuna göre
 4x olur birde "(x-4)" vardı yani cevap $\rightarrow 5x-4$

Şekil 4. Ö41'in Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 4'te görüldüğü üzere Ö41 kodlu öğrenci, 1. sorunun a maddesinde hata yapmış ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Bu durum öğrencinin problemi ve içindeki bağlamı yanlış anlamasından kaynaklanmaktadır. Yani öğrenci "Y1: Problemi okuması, anlaması" ve "Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması" göstergelerini sergileyememiştir. Ancak Ö41'in problemi çözüm süreci incelendiğinde nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlayabilmesi, temsilleri oluşturabilmesi, oluşturduğu temsilleri kullanarak işlemler yapabilmesi onun Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Birinci sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 5'te verilmiştir.

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

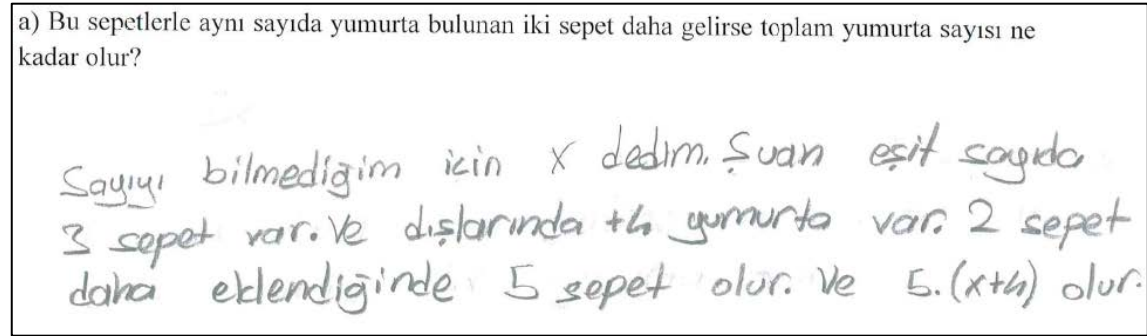
$3x + 12 + 2x + 8 = 5x + 20 \rightarrow$ toplam yumurta sayısı

Şekil 5. Ö8'in Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 5'te görüldüğü üzere Ö8 kodlu öğrenci, 1. sorunun a maddesinde her sepette $x+4$ yumurta olduğunu düşünerek hata yapmış ve yanlış sonuca ulaşmıştır.

Öğrencinin hata yapması, soruda verilen durumu anlamamış olmasından veya dikkat eksikliğinden kaynaklanıyor olabilir. Yani öğrenci $Y1$ ve $Y2$ becerilerini sergileyememiştir. Diğer yandan öğrenci Ö8'in sorunun çözümünde işlemsel kısa yollar kullanması, dağılma özelliğini zihinden yapabilmesi ve toplama işleminde hata yapmaması onun $Y3$, $Y4$ ve $Y5$ becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

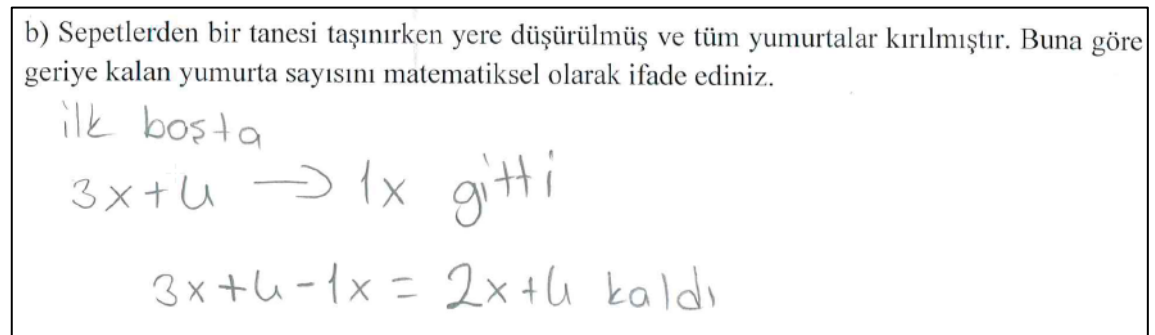
Birinci sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Ö51'in Soru 1a İçin Cevabı

Şekil 6'da görüldüğü üzere Ö51 kodlu öğrenci de 1. sorunun a maddesinde her sepette $x+4$ yumurta olduğunu düşünerek soruyu yanlış anlamış ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Yani $Y1$ ve $Y2$ göstergelerini sergileyememiştir. Ancak Ö51'in cevabı incelendiğinde nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlayarak temsilleri oluşturabilmesi onun $Y3$ ve $Y4$ göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Birinci sorunun b maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 7'de verilmiştir.



Şekil 7. Ö23'ün Soru 1b İçin Cevabı

Şekil 7'de görüldüğü üzere Ö23 kodlu öğrenci, 1. sorunun b maddesini hata yapmadan doğru bir şekilde çözmüştür. Bu durumda öğrencinin cebirsel ifadelerle

çıkarma işlemini yapabilmede kavramsal olarak bir eksiğinin olmadığı söylenebilir. Öğrenci Ö23'ün cevabı incelendiğinde “Y1: Problemi okuması, anlaması”, “Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması”, “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama”, “Y4: Temsilleri oluşturma” ve “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” göstergelerini sergilediği yani yapma alışkanlığına sahip olduğu belirlenmiştir.

Birinci sorunun b maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 8’de verilmiştir.

b) Sepetlerden bir tanesi taşınırken yere düşürülmüş ve tüm yumurtalar kırılmıştır. Buna göre geriye kalan yumurta sayısını matematiksel olarak ifade ediniz.

$$+4 + 3x - x = 2x + 4$$

3 sepet 1'i düşmüş geriye 2 sepet kalır
2'aten 4 yumurta da sepetlerde yok

Şekil 8. Ö26'nın Soru 1b İçin Cevabı

Şekil 8’de görüldüğü üzere Ö26 kodlu öğrenci, 1. sorunun b maddesinde istenenleri anlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Diğer yandan öğrencinin kalan yumurta sayısını veren matematiksel ifadeyi yazarken benzer terimleri yan yana yazması $(4+3x-x)$ işlem yaparken kısa yollar tercih ettiğini göstermektedir. O halde öğrenci Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerini sergilediği için yapma alışkanlığı becerilerine sahiptir.

Birinci sorunun b maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı şekil 9’da verilmiştir.

b) Sepetlerden bir tanesi taşınırken yere düşürülmüş ve tüm yumurtalar kırılmıştır. Buna göre geriye kalan yumurta sayısını matematiksel olarak ifade ediniz.

$$x + 4$$

$$3x + 12 - (x + 4) =$$

$$3x + 12 - x - 4 = \underline{2x + 8} \text{ yumurta}$$

Şekil 9. Ö8'in Soru 1b İçin Cevabı

Şekil 9’da görüldüğü üzere Ö8 kodlu öğrenci, 1. sorunun b maddesinde hata yaptığından doğru çözüme ulaşamamıştır. Bu durum öğrencinin problemi ve içindeki bağlamı yanlış anlamasından kaynaklanmaktadır. Öğrenci sepetlerin birinde olan $x+4$ yumurtayı tüm sepetlerde aynıymış gibi düşünerek çözüm yapmıştır. Yani Y1 ve Y2 göstergelerini sergileyememiştir. Fakat öğrenci Ö8’in üç sepette bulunan toplam yumurta sayısını çarpma işleminin dağılma özelliği yardımıyla zihinden yapması, çıkarma işleminde hata yapmamak için çıkan sayıyı parantez içine alması ve yazdığı çıkarma işlemini doğru yapması onun Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Birinci sorunun b maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 10’da verilmiştir.

b) Sepetlerden bir tanesi taşınırken yere düşürülmüş ve tüm yumurtalar kırılmıştır. Buna göre geriye kalan yumurta sayısını matematiksel olarak ifade ediniz.

$$3a+4-1a$$

3a 3 tane sepet anlamına geliyor.
+4 4 tane yumurta arttığı için
-1a'da 1 sepet düşürüldüğü için

Şekil 10. Ö15’in Soru 1b İçin Cevabı

Şekil 10’da görüldüğü üzere Ö15 kodlu öğrenci, 1. sorunun b maddesinde hata yapmasa da doğru çözüme tam anlamıyla ulaşamamıştır. Öğrencinin problemi ve içindeki bağlamı anladığı, nicelikler arasındaki ilişkileri tanımladığı, temsilleri oluşturduğu fakat oluşturduğu temsilleri kullanarak işlem yapmadığı görülmektedir. Yani öğrenci Y5 becerisini sergileyememiştir. Bu durumda öğrencinin Y1, Y2, Y3 ve Y4 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Birinci sorunun c maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı şekil 11’de verilmiştir.

0 halde bir sepet = $x-5$ bundan 3 tane olduğu için çarpıyoruz

$$(x-5).3 = 3x-15 \quad (3x-15)+4 = 3x-11$$

Şekil 11. Ö29’un Soru 1c İçin Cevabı

Şekil 11’de görüldüğü üzere Ö29 kodlu öğrencinin, 1. sorunun c maddesinde soruda onlardan istenileni anladığı, işlemsel kısa yollar yapmaya çalıştığı ve hata yapmadan doğru bir şekilde çözüme ulaştığı yani “Y1: Problemi okuması, anlaması”, “Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması”, “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama”, “Y4: Temsilleri oluşturma” ve “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” göstergelerini sergileyebildiği görülmüştür.

Birinci sorunun c maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 12’de verilmiştir.

c) Her sepetten 5 tane yumurta satılmıştır. Geriye kalan toplam yumurta sayısını veren matematiksel ifadeyi yazınız.

$$x-5 \quad x-5 \quad (x-1) \rightarrow \begin{matrix} x+4 \\ x-1 \end{matrix} \quad 4-5=-1$$

$$x-5 + x-5 + x-1 = 3x-11$$

Şekil 12. Ö62’nin Soru 1c İçin Cevabı

Şekil 12’de görüldüğü üzere Ö62 kodlu öğrenci, 1. sorunun c maddesinde soruda istenileni anlamış ve herhangi bir toplama çıkarma işlemi hatası yapmadan doğru sonuca ulaşmıştır. Yani öğrenci Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerini sergilediğinden yapma alışkanlığına sahiptir.

Birinci sorunun c maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı şekil 13’te verilmiştir.

$$(3x+4)-15$$

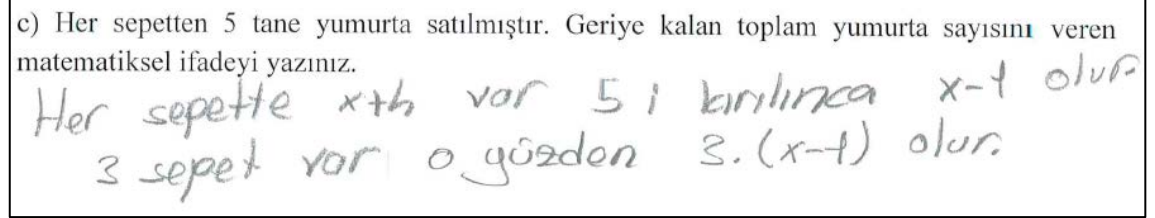
3 sepetten 5 yumurta = 15

Şekil 13. Ö100’ün Soru 1c İçin Cevabı

Şekil 13’te görüldüğü üzere Ö100 kodlu öğrencinin, 1. sorunun c maddesini çözebilmek için gerekli olan kavramsal bilgiye sahip olduğu fakat sorunun cevabını veren $(3x+4)-15$ işlemini yapmadığı için soruyu eksik cevapladığı görülmektedir. Yani

öğrenci, “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” göstergesini sergilememiştir. Dolayısıyla öğrencinin Y1, Y2, Y3 ve Y4 göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir.

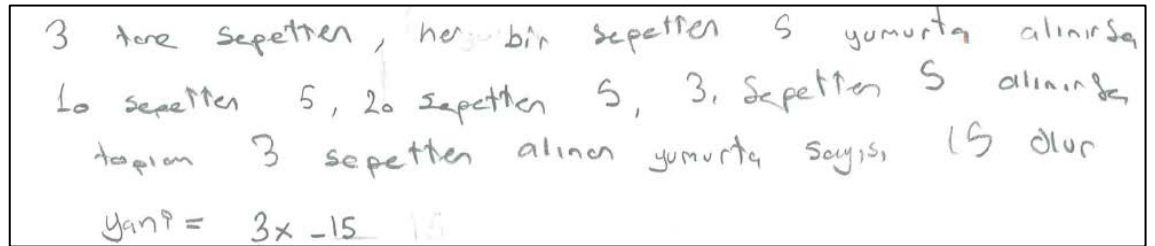
Birinci sorunun c maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 14’te verilmiştir.



Şekil 14. Ö51’in Soru 1c İçin Cevabı

Şekil 14’te görüldüğü üzere Ö51 kodlu öğrenci, 1. sorunun c maddesinde soruda verilen bağlamı tam anlayamadığı için hatalı çözüm yapmıştır. Ayrıca öğrencinin satılan yumurtaları kırılmış gibi algılaması da soruda verilen bağlamı yanlış anladığını göstermektedir. Buna karşın öğrenci Ö51’in cevabı incelendiğinde her sepette $x+4$ yumurta olduğunu düşünerek kalan yumurta sayısını matematiksel olarak ifade edebildiği görülmektedir. Yani öğrencinin Y3 ve Y4 göstergelerine sahip olmasına rağmen Y1 ve Y2 göstergelerini sergileyememesi sorunun doğru cevabına ulaşmasını engellemiştir.

Birinci sorunun c maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 15’te verilmiştir.



Şekil 15. Ö12’nin Soru 1c İçin Cevabı

Şekil 15’te görüldüğü üzere Ö12 kodlu öğrenci, 1. sorunun c maddesinde problemi ve içindeki bağlamı eksik anladığından doğru çözüme ulaşamamıştır. Öğrenci çözüm yaparken sepetlerin dışında bulunan 4 yumurtayı gözden kaçırmıştır. Bu durumda öğrencinin Y1 ve Y2 becerilerini sergileyemediği soruya verdiği cevabı incelendiğinde ise Y3, Y4 ve Y5 becerilerine sahip olduğu görülmektedir.

ZCA Belirleme Testi İkinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

ZCA Belirleme Testi'nin 2. sorusu "7C2: Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar." kazanımıyla ilgilidir. Öğrencilerden Soru 2'de, öğrenci sayısı ile her bir öğrencinin projeksiyon makinesi için verdiği ücreti çarparak projeksiyon makinesinin fiyatını veren cebirsel ifadeyi yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin 2. soruya verdikleri cevaplar ve bu cevapların düzeylerine dair bilgi ve açıklamalar Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 2. Sorusuna Ait Verileri

Soru No	ZCA Bileşeni	TÇAK Frekans (f)	EÇAK Frekans(f)	AY Frekans(f)
2	Yapma	81 (%76,4)	20 (%18,9)	5 (%4,7)
		101		5
	Toplam (f)	81	20	5

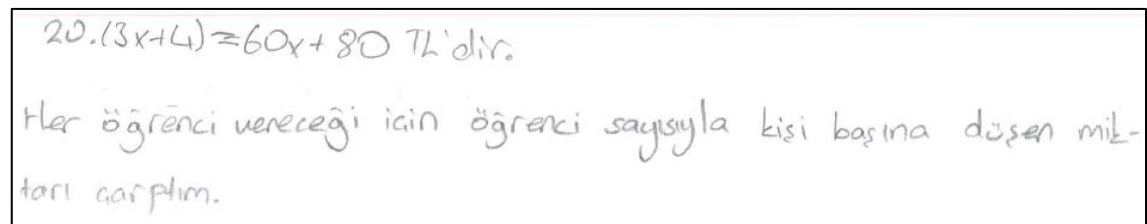
Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin bir cebirsel ifadeyle bir doğal sayıyı çarpma işlemi yapmada oldukça başarılı oldukları görülmektedir. Bununla birlikte çalışmaya katılan öğrencilerin 2. soruya verdikleri cevaplarda toplam 101'inin alışkanlık kullandığı, 5'inin ise hiçbir alışkanlığı kullanmadığı görülmektedir. Diğer yandan 2. soruda alışkanlık kullanan 101 öğrenciden 81'i TÇAK düzeyinde, 20'si EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanmışlardır. Yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerin sahip oldukları göstergeler ise Tablo 10'da sunulmuştur.

Tablo 10. 2. Soru'da Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları (f)

Soru No	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
2	100	100	100	86	85

Tablo 10 incelendiğinde 2. soruda yapma alışkanlığı göstergelerinden Y1, Y2 ve Y3 göstergelerini öğrencilerin büyük çoğunlukla, Y4 ve Y5 göstergelerini ise daha az sıklıkla sergiledikleri görülmektedir.

İkinci soruda TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 16'da verilmiştir.



Şekil 16. Ö5'in Soru 2 İçin Cevabı

Şekil 16’da görüldüğü üzere Ö5 kodlu öğrenci, 2. soruyu hiçbir hata yapmadan doğru bir şekilde çözmüştür. Bu durum öğrencinin bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadenin çarpılmasında gerekli olan becerileri kazandığını göstermektedir. Ö5’in soruyu çözüm süreci incelendiğinde Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerini sergilediği yani yapma alışkanlığına sahip olduğu belirlenmiştir.

İkinci soruda TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 17’de verilmiştir.

Şekil 17. Ö45’in Soru 2 İçin Cevabı

Şekil 17’de görüldüğü üzere Ö45 kodlu öğrencinin, 2. soruda istenilenleri anladığı ve soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Öğrenci Ö45’in gerek süreci anlaması gerekse $20 \cdot (3x+4)$ işleminin matematiksel formunu tam olarak doğru yazabilmesi Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine yani yapma alışkanlığı becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

İkinci soruda EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 18’de verilmiştir.

Şekil 18. Ö76’nın Soru 2 İçin Cevabı

Şekil 18’de görüldüğü üzere Ö76 kodlu öğrenci, 2. soruda problemi ve içindeki bağlamı anlamasına rağmen $20 \cdot (3x+4)$ işlemini yaparken yalnızca 20 ile $3x$ ’i çarpmış bulduğu sonuca da $+4$ ’ü ekleyerek yanlış sonuca ulaşmıştır. Yani öğrencinin çarpma işleminin dağılma özelliği becerisini sergileyemediği, “Y5: *Temsilleri kullanarak işlemler yapma*” göstergesine sahip olmadığı görülmektedir. Bu durumda öğrencinin Y1, Y2, Y3 ve Y4 göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir.

İkinci soruda EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 19’da verilmiştir.

Handwritten student work for problem 2. The expression $(3x+4).20$ is written. Below it, the text "Öğrenci Sayısı X alınan miktar = fiyat" is written.

Şekil 19. Ö53’ün Soru 2 İçin Cevabı

Şekil 19’da görüldüğü üzere Ö53 kodlu öğrenci, 2. soruda istenileni anlamış, nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlamış olmasına rağmen $(3x+4).20$ işlemini yapmadığı için soruyu eksik cevapladığı görülmektedir. Yani öğrenci, “Y4: Temsilleri oluşturma” ve “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” becerilerini sergilememiştir. Dolayısıyla öğrencinin Y1, Y2 ve Y3 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi Üçüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

ZCA Belirleme Testi’nin 3. sorusu “7C3: Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.” kazanımıyla ilgilidir ve 5 alt madde içermektedir. Bu soruda öğrencilerde ZCA’dan yapma-tersini yapma, fonksiyonel kural oluşturma ve işlemlerden soyutlama alışkanlıklarının kullanılması beklenmektedir. Öğrencilerin 3. sorunun bütün maddelerine verdikleri cevaplar ve bu cevapların düzeylerine dair bilgi ve açıklamalar Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 3. Sorusuna Ait Verileri

Soru No	ZCA Bileşeni	TÇAK Frekans (f)	EÇAK Frekans(f)	AY Frekans(f)
3a	Yapma	64 (%60,4)	29 (%27,4)	13 (%12,3)
		93		13
3b	Tersini Yapma	61 (%57,5)	28 (%26,4)	17 (%16)
		89		17
3c	Fonksiyonel Kural	49 (%46,2)	36 (%34)	21 (%19,8)
		85		21
3d	Oluşturma	49 (%46,2)	30 (%28,3)	27 (%25,5)
		79		27
3e	İşlemlerden Soyutlama	43 (%40,6)	21 (%19,8)	42 (%39,6)
		64		42
	Toplam (f)	266	144	120

Tablo 11 incelendiğinde öğrencilerin örüntüyü devam ettirmede ve istenilen terimleri bulmada (Soru 3a ve Soru 3b) örüntünün kuralını belirlemeye ve istenilen terimleri belirlenen kural ile bulmaya (Soru 3c ve Soru 3d) göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Sonuçtan geriye doğru çalışarak soruyu çözmede (Soru 3e) ise öğrencilerin zorlandıkları ve hiçbir alışkanlık kullanılmayan cevapların fazlalığı dikkat çekmektedir. Bununla birlikte çalışmaya katılan öğrencilerin 3. sorunun a maddesine verdikleri cevaplarda toplam 93'ünün alışkanlık kullandığı, 13'ünün hiçbir alışkanlığı kullanmadığı; b maddesine verdikleri cevaplarda toplam 89'unun alışkanlık kullandığı, 17'sinin hiçbir alışkanlığı kullanmadığı; c maddesine verdikleri cevaplarda toplam 85'inin alışkanlık kullandığı, 21'inin hiçbir alışkanlığı kullanmadığı; d maddesine verdikleri cevaplarda toplam 79'unun alışkanlık kullandığı, 27'sinin hiçbir alışkanlığı kullanmadığı ve e maddesine verdikleri cevaplarda toplam 64'ünün alışkanlık kullandığı, 42'sinin ise hiçbir alışkanlığı kullanmadığı görülmektedir. Diğer yandan 3. sorunun a maddesinde alışkanlık kullanan 93 öğrenciden 64'ü TÇAK düzeyinde, 29'u EÇAK düzeyinde; b maddesinde alışkanlık kullanan 89 öğrenciden 61'i TÇAK düzeyinde, 28'i EÇAK düzeyinde; c maddesinde alışkanlık kullanan 85 öğrenciden 49'u TÇAK düzeyinde, 36'sı EÇAK düzeyinde; d maddesinde alışkanlık kullanan 79 öğrenciden 49'u TÇAK düzeyinde, 30'u EÇAK düzeyinde ve e maddesinde alışkanlık kullanan 64 öğrenciden 43'ü TÇAK düzeyinde, 21'i EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanmışlardır. Cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrencilerin sahip oldukları göstergeler ise Tablo 12'de sunulmuştur.

Tablo 12. 3. Soru'da Yapma-Tersini Yapma, Fonksiyonel Kural Oluşturma ve İşlemlerden Soyutlama Alışkanlıkları Göstergelerinin Görülme Sıklıkları (f)

Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları Göstergeleri															
Soru No	Y1	Y2	Y3	Y4	TY1	TY2	FKO1	FKO2	FKO3	FKO4	FKO5	FKO6	FKO7	İS1	İS2
3	96	96	65	87	49	49	66	66	96	66	88	88	47	85	47

Tablo 12 incelendiğinde öğrencilerin 3. soruda yapma alışkanlığı göstergelerinden Y1, Y2 ve Y4 göstergelerini büyük çoğunlukla, Y3 göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri; tersini yapma alışkanlığı göstergelerinden TY1 ve TY2 göstergelerini düşük frekansta sergiledikleri; fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığı göstergelerinden FKO3, FKO5 ve FKO6 göstergelerini büyük çoğunlukla, FKO1,

FKO2 ve FKO4 göstergelerini daha az sıklıkla, FKO7 göstergesini düşük frekansta sergiledikleri; işlemlerden soyutlama alışkanlığı göstergelerinden İS1 göstergesini büyük çoğunlukla, İS2 göstergesini ise düşük frekansta sergiledikleri görülmektedir.

Üçüncü sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 20’de verilmiştir.

1.Adım 6 gr 2.Adım 11 gr 3.Adım 16 gr 4.Adım

Her bir petek yapılırken peteğin bir kenarı için 1 gr bal mumu harcanıyor. Buna göre,

a) 4.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$6 - 5 = 1$

$5 \cdot n + 1$ $5 \cdot 4 = 20 + 1 = 21 \text{ gr}$

Şekil 20. Ö106'nın Soru 3a İçin Cevabı

Şekil 20’de görüldüğü üzere Ö106 kodlu öğrencinin, 3. sorunun a maddesinde istenilenleri anladığı ve soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Öğrencinin problemi ve içindeki bağlamı anlayarak hesaplamalar yapmaya başlaması “Y1: Problemi okuması, anlaması” ve “Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması” göstergelerine, adımlar arasındaki artış miktarını hesaplaması “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama” göstergesine, örüntünün kuralını temsil oluşturarak ifade etmesi “Y4: Temsilleri oluşturma” göstergesine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencinin istenilen adımdaki petek için kaç gr bal mumu harcanacağını hesaplayabilmesi ile “FKO1: İlişkileri belirlemesi”, “FKO2: Bilgileri organize etmesi”, “FKO3: Örüntü araması” ve “FKO4: Örüntünün nasıl çalıştığını belirlemesi” göstergelerine de sahip olduğu belirlenmiştir. Yine öğrencinin 4. adımda harcanacak bal mumu miktarını örüntüyü devam ettirerek değil de örüntünün genel kuralını belirleyerek hesaplaması “FKO5: Temsiller kullanma” ve “FKO6: Kuralı tanımlama” göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir. Örüntünün genel kuralının ne olduğu sonraki maddelerde sorulacak olmasına rağmen öğrencinin örüntünün genel kuralını belirlemiş olması fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını aktif bir şekilde kullandığını göstermektedir.

Üçüncü sorunun b ve c maddelerinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö106 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 21’de verilmiştir.

b) 7.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$$5 \cdot n + 1$$

$$5 \cdot 7 + 1$$

$$35 + 1 = 36 \text{ gr}$$

c) Petek sayısını n ile gösterelim. Buna göre kenar sayısını veren kuralın harfli ifadesini yazınız.

$$5 \cdot n + 1$$

Şekil 21. Ö106’nın Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı

Şekil 21’de görüldüğü üzere Ö106 kodlu öğrencinin, 3. sorunun b maddesinde 7. adımda oluşacak petek için kaç gr bal mumu harcanacağını örüntüyü devam ettirerek değil de genel kural yardımıyla hesaplaması “FKO7: Buldukları kuralı doğrulama”, “İS1: Kısa yollar geliştirme” ve “İS2: Kısa yolları doğrulama” göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir. Sorunun c maddesinde ise öğrencinin daha önce bulduğu genel kuralı yazdığı görülmektedir.

Üçüncü sorunun d ve e maddelerinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö106 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 22’de verilmiştir.

d) Bulduğunuz kurala göre 20 petek oluşturmak için kaç gr bal mumu gerekir?

$$5 \cdot 20 + 1$$

$$100 + 1 = 101 \text{ gr.}$$

e) 41 gr bal mumu ile kaç adet petek yapılabilir?

$$5 \cdot n + 1 = 41$$

$$41 - 1 = 40$$

$$\frac{40}{5} = \underline{\underline{8}} \text{ gr}$$

$$5 \cdot 8 = 40 + 1 = 41$$

Şekil 22. Ö106’nın Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı

Şekil 22’de görüldüğü üzere Ö106 kodlu öğrencinin, 3. sorunun d maddesinde 20. adımda oluşacak petek için kaç gr bal mumu harcanacağını genel kural yardımıyla hesaplaması *FKO7*, *İS1* ve *İS2* göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir. Öğrencinin 3. sorunun e maddesindeki cevabı ise “*TY1: Sonuçtan girdiye ulaşma*” ve “*TY2: Soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma*” göstergelerine yani tersini yapma alışkanlığı becerilerine sahip olduğunu göstermektedir. Özetle Ö106 kodlu öğrencinin, üçüncü soruda onlardan sergilenmesi beklenen yapma-tersini yapma (Y-TY), fonksiyonel kural oluşturma (*FKO*) ve işlemlerden soyutlama (*İS*) alışkanlıklarının göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Üçüncü sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 23’te verilmiştir.

6
1.Adım

12
2.Adım

18
3.Adım

4.Adım
24

6.1 = 6gr → 1 petek için

Her bir petek yapılırken peteğin bir kenarı için 1 gr bal mumu harcanıyor. Buna göre,

a) 4.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

24 gr bal mumu

Şekil 23. Ö74’ün Soru 3a İçin Cevabı

Şekil 23’te görüldüğü üzere Ö74 kodlu öğrencinin, 3. sorunun a maddesinde verilen şekil örüntüsünü yanlış anlamasından dolayı doğru cevaba ulaşamadığı görülmektedir. Öğrencinin örüntüyü devam ettirerek 4. adımda harcanacak bal mumu miktarının 24 gr olduğunu belirtmesi “*FKO3: Örüntü araması*” becerisine sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü sorunun b ve c maddelerinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö74 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 24’te verilmiştir.

b) 7.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$6n \rightarrow \text{kuralı}$

$6 \cdot 7 = 42_{\text{gr}}$

c) Petek sayısını n ile gösterelim. Buna göre kenar sayısını veren kuralın harfli ifadesini yazınız.

$6n$

Şekil 24. Ö74'ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı

Şekil 24'te görüldüğü üzere Ö74 kodlu öğrenci, 3. sorunun b maddesinde 4. adımda harcanacak bal mumu miktarını doğru belirlediğini düşünerek 7. adım için doğrudan örüntünün kuralını belirlemiştir. Yani öğrenci “FKO3: Örüntü araması” becerisine sahip olmasına rağmen “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama”, “FKO1: İlişkileri belirlemesi”, “FKO2: Bilgileri organize etmesi” ve “FKO4: Örüntünün nasıl çalıştığını belirlemesi” becerilerini sergileyememiştir. Diğer yandan öğrencinin sorunun c maddesinde genel kuralı hatalı olarak yazmasına rağmen bu kuralın öğrencinin daha önce nicelikler arasında tanımlamış olduğu ilişkiye göre doğru olmasından dolayı onun “Y4: Temsilleri oluşturma”, “FKO5: Temsiller kullanma” ve “FKO6: Kuralı tanımlama” becerilerine sahip olduğu söylenebilir.

Üçüncü sorunun d ve e maddelerinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö74 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 25'te verilmiştir.

d) Bulduğunuz kurala göre 20 petek oluşturmak için kaç gr bal mumu gerekir?

$6 \cdot 20 = 120$

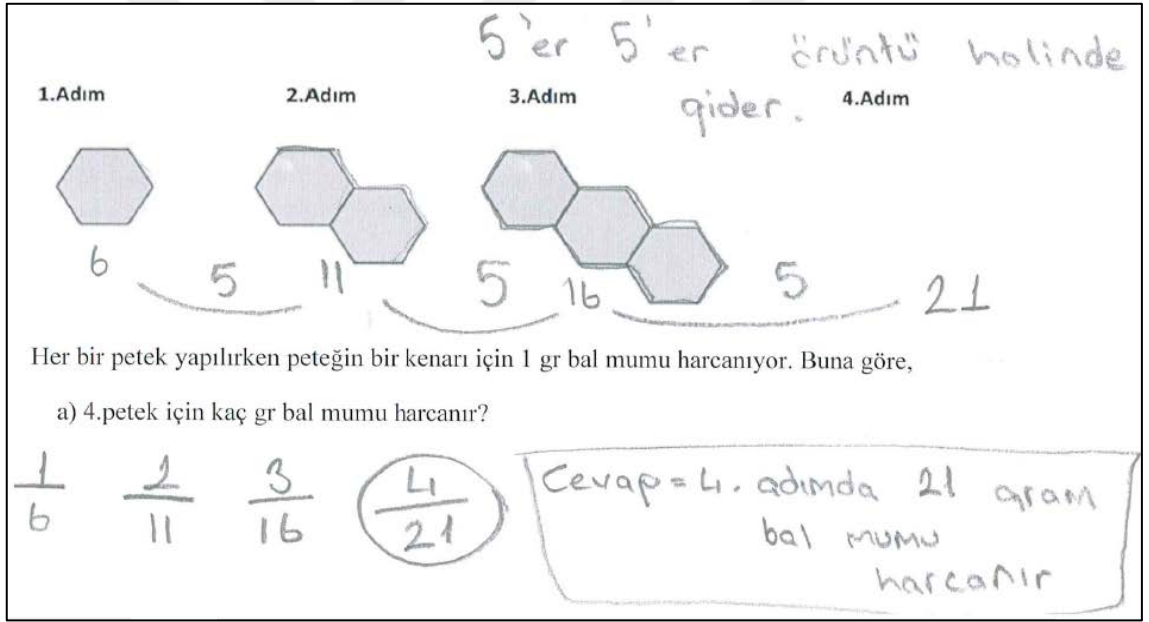
e) 41 gr bal mumu ile kaç adet petek yapılabilir?

$41 \div 6 = 6,8\bar{3} \rightarrow 6 \text{ petek yapılabilir}$

Şekil 25. Ö74'ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı

Şekil 25'te görüldüğü üzere Ö74 kodlu öğrenci, 3. sorunun d ve e maddelerinde doğru cevaba ulaşamamış olsa da sorunun d maddesinde 20. adımda oluşacak petek için kaç gr bal mumu harcanacağını e maddesinde ise 41 gr bal mumu ile ne kadar petek yapılacağını daha önce doğru belirlediğini düşündüğü genel kural yardımıyla hesaplayabilmesi onun “İS1: Kısa yollar geliştirme”, “TY1: Sonuçtan girdiye ulaşma” ve “TY2: Soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma” becerilerine sahip olduğunu göstermektedir. Özetle Ö74 kodlu öğrencinin, üçüncü soruda onlardan sergilenmesi beklenen yapma-tersini yapma (Y-TY), fonksiyonel kural oluşturma (FKO) ve işlemlerden soyutlama (İS) alışkanlıklarının göstergelerinden Y1, Y2, Y4, TY1, TY2, FKO3, FKO5, FKO6 ve İS1 göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Üçüncü sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrenci temsili Şekil 26'da verilmiştir.



Şekil 26. Ö14'ün Soru 3a İçin Cevabı

Şekil 26'da görüldüğü üzere Ö14 kodlu öğrenci, 3. sorunun a maddesinde istenilenleri anlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin soruyu çözerken her adımda bulunan şekil için kenarları sayarak hesaplamalar yapması, adımlar arasındaki artış miktarını ve istenilen adımdaki petek için kaç gr bal mumu harcanacağını hesaplaması Y1, Y2, Y3 ve FKO1, FKO2, FKO3, FKO4 göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü sorunun b ve c maddelerinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö14 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 27’de verilmiştir.

b) 7.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{6}{31}$	$\frac{7}{36}$
$\underbrace{\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_5 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_5$						

c) Petek sayısını n ile gösterelim. Buna göre kenar sayısını veren kuralın harfli ifadesini yazınız.

örüntü kuralı

$n \cdot 5 + 1$

Terim sayısı

5'den başlamayıp 6'dan başladığı için

Şekil 27. Ö14’ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı

Şekil 27’de görüldüğü üzere Ö14 kodlu öğrencinin 3. sorunun b ve c maddelerinde istenilenleri anladığı ve soruları doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Öğrencinin 3. sorunun b maddesinde 7. adımda oluşacak petek için kaç gr bal mumu harcanacağını örüntüyü devam ettirerek hesaplaması, c maddesinde ise örüntünün genel kuralını temsil oluşturarak ifade etmesi FKO1, FKO2, FKO3, FKO4 ve Y4, FKO5, FKO6 göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü sorunun d ve e maddelerinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö14 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 28’de verilmiştir.

d) Bulduğunuz kurala göre 20 petek oluşturmak için kaç gr bal mumu gerekir?

$n \cdot 5 + 1 = 20 \cdot 5 + 1 = 100 + 1 = 101 = \text{cevap}$

20 petek oluşturmak için 101 gr bal mumu gerekir

e) 41 gr bal mumu ile kaç adet petek yapılabilir?

$41 - 1 = 40 \div 5 = 8 \text{ adet petek}$

41 gr bal mumu ile 8 adet petek yapılabilir

Şekil 28. Ö14’ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı

Şekil 28’de görüldüğü üzere Ö14 kodlu öğrenci, 3. sorunun d ve e maddelerinde istenilenleri anlamış ve doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin 3. sorunun d maddesinde 20. adımda oluşacak petek için kaç gr bal mumu harcanacağını örüntünün genel kuralı yardımıyla hesaplaması, e maddesinde ise soruyu geriye doğru çalışarak çözmesi sonucu *FKO7*, *İS1*, *İS2* ve *TY1*, *TY2* göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir. Özetle, Ö14 kodlu öğrencinin 7C3 kazanımıyla ilgili gerekli becerilere sahip olduğu ve üçüncü soruda kendilerinden sergilenmesi beklenen *Y-TY*, *FKO* ve *İS* becerilerini sergileyebildiği belirlenmiştir.

Üçüncü sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 29’da verilmiştir.

1.Adım 6gr 6 $4n + 2$

2.Adım 10gr 10 $4n + 2$

3.Adım 14

4.Adım

Her bir petek yapılırken peteğin bir kenarı için 1 gr bal mumu harcanıyor. Buna göre,

a) 4.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$4 \cdot 4 + 2$
 $16 + 2 = 18$
 4.adım = 18 kenar

$18 \cdot 1 = 18 \text{ gr bal mumu harcanır}$

Şekil 29. Ö34’ün Soru 3a İçin Cevabı

Şekil 29’da görüldüğü üzere Ö34 kodlu öğrenci, 3. sorunun a maddesinde verilen şekil örüntüsünü yanlış anlamış ve doğru cevaba ulaşamamıştır. Dolayısıyla öğrencinin *Y1*, *Y2* becerilerine sahip olduğu ancak nicelikler arasındaki ilişkileri yanlış belirlediği yani *Y3* becerisinde hata yaptığı için *FKO1*, *FKO2* ve *FKO4* becerilerini de sergileyemediği görülmektedir. Buna rağmen öğrencinin soruyu çözerken 4. adımda harcanacak bal mumu miktarını örüntüyü devam ettirerek 18 gr olarak belirtmesi *FKO3* becerisine, soruda istenilmeden örüntünün genel kuralını bulma arayışına gitmesi *Y4*, *FKO5*, *FKO6* becerilerine ve 4. adımda harcanacak bal mumu miktarını yanlışta olsa bulduğu genel kural yardımıyla kısa yoldan hesaplamaya çalışması *İS1* becerisine sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü sorunun b ve c maddelerinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö34 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 30'da verilmiştir.

b) 7.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

$$4n + 2$$

$$\downarrow$$

$$28 + 2 = 30$$

$$30 \cdot 1gr = 30gr$$

c) Petek sayısını n ile gösterelim. Buna göre kenar sayısını veren kuralın harfli ifadesini yazınız.

$$4n + 2$$

Şekil 30. Ö34'ün Soru 3b ve Soru 3c İçin Cevabı

Şekil 30'da görüldüğü üzere Ö34 kodlu öğrencinin, 3. sorunun b maddesinde 7. adımda harcanacak bal mumu miktarını daha önce doğru belirlediğini düşündüğü genel kural yardımıyla kısa yoldan hesaplaması *İSİ* becerisine, sorunun c maddesinde ise genel kuralı hatalı olarak yazmasına rağmen bu kuralın öğrencinin daha önce nicelikler arasında tanımlamış olduğu ilişkiye göre doğru olması Y4, FKO5 ve FKO6 becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü sorunun d ve e maddelerinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan Ö34 kodlu öğrencinin cevabı Şekil 31'de verilmiştir.

d) Bulduğunuz kurala göre 20 petek oluşturmak için kaç gr bal mumu gerekir?

$$4n + 2$$

$$\downarrow$$

$$20$$

$$80 + 2 = 82$$

$$82 \cdot 1gr = 82gr$$

e) 41 gr bal mumu ile kaç adet petek yapılabilir?

$$4n + 2 = 41$$

$$-2 \quad -2$$

$$4n = 39$$

$$n = \frac{39}{4}$$

$$n = 9,75$$

$$\begin{array}{r} 39 \overline{) 4} \\ 36 \overline{) 9,75} \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{20} \end{array}$$

Şekil 31. Ö34'ün Soru 3d ve Soru 3e İçin Cevabı

Şekil 31’de görüldüğü üzere Ö34 kodlu öğrencinin, 3. sorunun d maddesinde 20. adımda harcanacak bal mumu miktarını hesaplamada daha önce doğru belirlediğini düşündüğü genel terimden yararlanması *İS* becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Diğer yandan 3. sorunun e maddesinde ise öğrencinin *TY1* ve *TY2* becerilerine sahip olmasına rağmen örüntünün kuralını yanlış belirlediği için sorunun çözümünde de hata yaptığı görülmektedir. Özetle Ö34 kodlu öğrencinin, üçüncü soruda kendilerinden sergilenmesi beklenen *Y-TY*, *FKO* ve *İS* alışkanlıklarının göstergelerinden *Y1*, *Y2*, *Y4*, *TY1*, *TY2*, *FKO3*, *FKO5*, *FKO6* ve *İS* göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi Dördüncü Sorudan Elde Edilen Bulgular

ZCA Belirleme Testi’nin 4. sorusu “7C4: *Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.*”, “7C5: *Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.*”, “7C6: *Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.*”, “7C7: *Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.*” kazanımları ile ilgilidir. Bu soruda öğrencilerin ZCA’dan yapma, tersini yapma alışkanlıklarını sergilemeleri beklenmiştir. Öğrencilerin 4. soruya verdikleri cevaplar ve bu cevapların düzeylerine dair bilgi ve açıklamalar Tablo 13’te verilmiştir.

Tablo 13. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 4. Sorusuna Ait Verileri

Soru No	ZCA Bileşeni	TÇAK Frekans (f)	EÇAK Frekans(f)	AY Frekans(f)
4	Yapma	36 (%34)	54 (%51)	16 (%15)
		90		16
	Tersini Yapma	5 (%4,7)	3 (%2,8)	98 (%92,5)
		8		98
	Toplam (f)	41	57	114

Tablo 13 incelendiğinde çalışmaya katılan öğrencilerin 4. soruya verdikleri cevaplarda yapma alışkanlığını toplam 90’ının kullandığı, 16’sının kullanmadığı; tersini yapma alışkanlığını ise toplam 8’inin kullandığı, 98’inin kullanmadığı görülmektedir. Diğer taraftan yapma alışkanlığını kullanan 90 öğrenciden 36’sı TÇAK düzeyinde, 54’ü EÇAK düzeyinde; tersini yapma alışkanlığını kullanan 8 öğrenciden 5’i TÇAK düzeyinde, 3’ü EÇAK düzeyinde alışkanlık kullanmışlardır. Bu durumda öğrencilerin yapma alışkanlığını sergilemede tersini yapma alışkanlığına göre oldukça başarılı oldukları söylenebilir. Buna rağmen yapma alışkanlığını EÇAK düzeyinde kullanan öğrenci sayısının TÇAK düzeyinde kullanana göre fazla olması öğrencilerin 7C4, 7C5,

7C6 ve 7C7 kazanımlarına ait becerileri sergilerken zorlandıklarını göstermektedir. Diğer taraftan soruyu çözmede tersini yapma alışkanlığını kullanan öğrenci sayısının çok az ve hiçbir alışkanlık kullanılmayan cevapların oldukça fazla olması sonucu öğrencilerin 4. soruda tersini yapma alışkanlığını tercih etmedikleri ya da bu alışkanlığı sergilerken oldukça zorlandıkları söylenebilir. Yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan öğrencilerin sahip oldukları göstergeler ise Tablo 14'te sunulmuştur.

Tablo 14. 4. Soru'da Yapma, Tersini Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları (f)

Soru No	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	TY1	TY2	TY3
4	52	60	89	90	71	3	2	3

Tablo 14 incelendiğinde öğrencilerin 4. soruda yapma alışkanlığı göstergelerinden Y3 ve Y4 göstergelerini büyük çoğunlukla; Y2 ve Y5 göstergelerini çoğunlukla ve Y1 göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri; tersine yapma alışkanlığı göstergelerinden TY1, TY2 ve TY3 göstergelerini ise çok düşük frekansta sergiledikleri görülmektedir.

Dördüncü soruda TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 32'de verilmiştir.

$3x+12$
 x
 $3x+12$
 x
 $8x+24$
 $A=144$
 $8x+24=144-24$
 $8x=120$
 $x=15$
 $\text{Uzun Kenar} = 3 \cdot 15 + 12$
 57 cm
 $\text{Kısa Kenar} = x = 15$
 15 cm

Şekil 32. Ö63'ün Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 32'de görüldüğü üzere Ö63 kodlu öğrencinin, 4. soruda istenilenleri anladığı, verilen bağlamı yorumladığı (Y1 ve Y2), nicelikler arasında olan ilişkileri belirlediği (Y3), denklem kurarak temsilleri oluşturduğu (Y4) ve denklemini doğru bir şekilde çözerek temsiller arası işlemleri yapabildiği (Y5) yani yapma alışkanlığı göstergelerini sergilediği görülmektedir. Öğrenci soruyu geriye doğru çalışarak çözmediğinden ve yaptığı işlemin sağlamasını yapmadığından bu soruda tersini yapma alışkanlığı göstergelerine ise sahip olmadığı belirlenmiştir.

Dördüncü soruda TÇAK düzeyinde yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan öğrenci temsili Şekil 33'te verilmiştir.

Handwritten student work for Şekil 33. The work includes the following elements:

- A fraction $\frac{k}{x}$ and an equation $x \cdot 3 + 12$.
- A calculation $15 \cdot 3 = 45 + 12 = 57$.
- A subtraction $144 - 24 = 120$ followed by a division $\frac{120}{8} = 15$.
- A boxed area containing the number 144 and the expression $x \cdot 3 + 12$.
- An equation $x = 8x + 24$.
- A final calculation $15 \cdot 3 = 45 + 12 = 57$.

Şekil 33. Ö26'nın Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 33'te görüldüğü üzere Ö26 kodlu öğrencinin, 4. soruda istenenleri anlayarak temsilleri oluşturabildiği ve temsiller yardımıyla işlemler yaparak soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Yani öğrencinin yapma alışkanlığı becerilerine (Y1, Y2, Y3, Y4, Y5) sahip olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrencinin, soruyu geriye doğru çalışarak çözmesi tersini yapma alışkanlığı becerilerine (TY1, TY2) de sahip olduğunu göstermektedir.

Dördüncü soruda TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 34'te verilmiştir.

Handwritten student work for Şekil 34. The work includes the following elements:

- A diagram of a rectangle with sides labeled "uzun kenar = $3x + 12 = 57$ " and "kısa kenar = $x = 15$ ".
- Calculations: $15 \cdot 3 = 45$, $45 + 12 = 57$, $\frac{144}{72} = 2$, and $3x + 12 + x = 72$ leading to $4x = 60$ and $x = 15$.

Şekil 34. Ö6'nın Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 34'te görüldüğü üzere Ö6 kodlu öğrencinin, 4. soruda istenilenleri anladığı ve denklem kurarak soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Bu yüzden öğrencinin yapma alışkanlığı becerilerine yani Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte öğrencinin dikdörtgenin çevresi olan 144 m'yi ikiye bölerek uzun kenar ile kısa kenar toplamını 72 m olarak bulması sonuçtan

girdiye ulaşmaya çalıştığını yani *TY1* becerisine ve dikdörtgenin birer kenar uzunlukları toplamına eşit olan daha sade bir denklem üzerinden çözüme girişmesi işlemsel kısa yollar kullandığını yani *İS1* becerisine sahip olduğunu göstermektedir.

Dördüncü soruda TÇAK düzeyinde yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 35'te verilmiştir.

Handwritten solution for Şekil 35:

Uzun kenar $\Rightarrow 57$
Kısa kenar $\Rightarrow 15$

$3x+12$

x

$2 \cdot (3x+12) = 6x+24$
 $2 \cdot x = 2x$

$6x+24+2x=144$
 $8x+24=144$
 $8x=120$
 $x=15$

Kontrol

$3 \cdot 15 + 12 = 45 + 12 = 57$

57
 15
 114
 30
 144

Şekil 35. Ö20'nin Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 35'te görüldüğü üzere Ö20 kodlu öğrencinin, 4. soruda verilen bağlamı anladığı ve onlardan istenilenleri bularak sorunun çözüm sürecini doğru bir şekilde gerçekleştirdiği görülmektedir. Yani öğrencinin *Y1*, *Y2*, *Y3*, *Y4* ve *Y5* göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu süreçte öğrenci soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye de bulmuş olduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmesi tersini yapma alışkanlığının *TY3* göstergesine sahip olduğunu göstermektedir.

Dördüncü soruda EÇAK düzeyinde yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 36'da verilmiştir.

Handwritten solution for Şekil 36:

$3x+12$

x

$2 \cdot (3x+12) = 6x+24$
 $2 \cdot x = 2x$

$6x+24+2x=144$
 $8x+24=144$
 $8x=120$
 $x=15$

Uzun kenar: 67
Kısa kenar: 15

$3 \cdot 15 + 12 = 45 + 12 = 57$

57
 15
 114
 30
 144

Şekil 36. Ö95'in Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 36'da görüldüğü üzere Ö95 kodlu öğrenci, 4. soruda uzun kenar uzunluğunu belirlerken hata yapmış ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Öğrenci bu hatayı dikkatsiz davrandığı için yapmış olabilir. Fakat öğrenci Ö95, her ne kadar uzun kenar uzunluğunu yanlış belirlemiş olsa da soruda istenilenleri anlaması, nicelikler arasındaki ilişkileri belirleyerek denklemi kurması ve kurduğu bu denklemin çözümünü doğru bir şekilde yapması onun $Y1$, $Y2$, $Y3$, $Y4$ ve $Y5$ göstergelerine yani yapma alışkanlığı becerilerine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrenci, yanlış bulmuş olduğu kenar uzunlukları ile de olsa sonucun sağlamasını yaptığından tersini yapma alışkanlığı göstergelerinden $TY3$ göstergesine sahip olduğu belirlenmiştir.

Dördüncü soruda EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 37'de verilmiştir.

Uzun kenar = $3 \cdot 33 + 12 = 99 + 12$
 Kısa kenar = 33

$$\frac{\text{Uzun}}{3x+12} + \frac{\text{Kısa}}{x} = 144$$

$$4x + 12 = 144 - 12$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{132}{4}$$

$$x = 33$$

132 | 4
 - 12 | 33

 12

111
 + 33

 144

Şekil 37. Ö68'in Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 37'de görüldüğü üzere Ö68 kodlu öğrenci, 4. soruda hata yapmış ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Öğrencinin bir uzun kenar ile bir kısa kenarın toplamının dikdörtgenin çevresine eşit olduğunu düşünmesi soruda verilen bağlamı eksik ve yanlış anladığını göstermektedir. Yani öğrenci $Y1$ ve $Y2$ becerilerini sergileyememiştir. Fakat öğrenci Ö68'in kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyerek denklem kurabilmesi ve kurduğu bu denklemi çözebilmesi $Y3$, $Y4$ ve $Y5$ becerilerine sahip olduğunu göstermektedir.

Dördüncü soruda EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 38'de verilmiştir.

Kısa kenara x desem uzun kenara $3x+12$ derim. Çevresini bulmam için iki kenarı 2 ile çarpıyorum. Denklem: $2 \cdot x + 2 \cdot (3x+12)$
 Tarlının çevresi $2x + 6x + 24$ ise $8x + 24 = 144$ eşitmiş. Yani
 $8x = 120$ ise $x = 15$
 kısa k. $\rightarrow 12,5$ m
 uzun k. $\rightarrow 49,5$ m

Şekil 38. Ö45'in Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 38'de görüldüğü üzere Ö45 kodlu öğrenci, 4. soruda hata yaptığından doğru çözüme ulaşamamıştır. Öğrencinin cevabı incelendiğinde soruyu ve içindeki bağlamı anladığı, kenar uzunlukları arasındaki ilişkileri belirlediği, denklem kurarak temsilleri oluşturduğu fakat kurduğu denklemi doğru bir şekilde çözemediğinden temsiller arası işlemleri yapamadığı görülmektedir. Yani öğrenci “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” becerisini sergilememiştir. Bu durumda öğrencinin Y1, Y2, Y3 ve Y4 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Dördüncü soruda EÇAK düzeyinde yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 39'da verilmiştir.

144 - 12 = 132
 132 : 3 = 44
 44 * 2 = 88
 88 + a = 144
 144 - 88 = 56 = a
 Kısa kenar = 28
 Uzun kenar = 44
 2 uzun kenar
 56 : 2 = 28 (Kısa kenar)

Şekil 39. Ö14'ün Soru 4 İçin Cevabı

Şekil 39'da görüldüğü üzere Ö14 kodlu öğrenci, 4. soruda temsil kullanmadan soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışmış olsa da verilen bağlamı tam anlayamadığı ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyemediği için hata yapmış ve doğru çözüme ulaşamamıştır. Yani öğrenci TY1 ve TY2 becerilerini sergilemiş olsa da Y1, Y2 ve Y3 becerilerini sergileyememiştir. Buna karşın öğrencinin uzun kenar

uzunluğunu doğru bulduğunu düşünerek temsilleri oluşturabilmesi ve oluşturduğu temsilleri kullanarak işlemler yapabilmesi sonucu Y4 ve Y5 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi Beşinci Sorudan Elde Edilen Bulgular

ZCA Belirleme Testi'nin 5. sorusu "7C4: Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.", "7C5: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.", "7C6: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.", "7C7: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer." kazanımları ile ilgilidir ve 3 alt madde içermektedir. Bu soruda öğrencilerin ZCA'dan yapma-tersini yapma alışkanlıklarını kullanmaları beklenmektedir. Öğrencilerin 5. soruya verdikleri cevaplar ve bu cevapların düzeylerine dair bilgi ve açıklamalar Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. Öğrencilerin ZCA Belirleme Testi 5. Sorusuna Ait Verileri

Soru No	ZCA Bileşeni	TÇAK Frekans (f)	EÇAK Frekans(f)	AY Frekans(f)
5a	Yapma	29 (%27,4)	38 (%35,8)	39 (%36,8)
		67		39
5b	Tersini Yapma	27 (%25,5)	8 (%7,5)	71 (%67)
		35		71
5c		26 (%24,5)	18 (%17)	62 (%58,5)
		44		62
Toplam (f)		82	64	172

Tablo 15 incelendiğinde 5. sorunun tüm maddelerinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun zorlandığı ve AY düzeyindeki cevap sayılarının TÇAK ve EÇAK düzeyindeki cevap sayılarından fazla olduğu görülmektedir. Özellikle 5. sorunun b ve c maddelerinde AY düzeyindeki cevapların fazlalığının dikkat çekmesi, öğrencilerin denklem çözmeyi ve denklem kurmayı gerektiren problemleri çözmeyi tam olarak kavrayamadığını göstermektedir. Bununla birlikte çalışmaya katılan öğrencilerin 5. sorunun a maddesine verdikleri cevaplarda toplam 67'sinin alışkanlık kullandığı, 39'unun hiçbir alışkanlığı kullanmadığı; b maddesine verdikleri cevaplarda toplam 35'inin alışkanlık kullandığı, 71'inin hiçbir alışkanlığı kullanmadığı ve c maddesine verdikleri cevaplarda toplam 44'ünün alışkanlık kullandığı, 62'sinin ise hiçbir alışkanlığı kullanmadığı görülmektedir. Diğer yandan 3. sorunun a maddesinde alışkanlık kullanan 67 öğrenciden 29'u TÇAK düzeyinde, 38'i EÇAK düzeyinde; b

maddesinde alışkanlık kullanan 35 öğrenciden 27'si TÇAK düzeyinde, 8'i EÇAK düzeyinde ve c maddesinde alışkanlık kullanan 44 öğrenciden 26'sı TÇAK düzeyinde, 18'i EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanmışlardır. Yapma, tersini yapma alışkanlıklarını kullanan öğrencilerin sahip oldukları göstergeler ise Tablo 16'da sunulmuştur.

Tablo 16. 5. Soru'da Yapma, Tersini Yapma Alışkanlığı Göstergelerinin Görülme Sıklıkları (f)

Soru No	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	TY1	TY2	TY3
5a	33	60	67	52	45			
5b	30	30	32	20	20	15	15	
5c	28	28	44	14	13			5

Tablo 16 incelendiğinde öğrencilerin 5. sorunun a maddesinde yapma alışkanlığı göstergelerinden Y2 ve Y3 göstergelerini çoğunlukla, Y4 ve Y5 göstergelerini daha az sıklıkla ve Y1 göstergesini ise düşük frekansta sergiledikleri; b ve c maddelerinde ise yapma-tersini yapma alışkanlığı göstergelerinden Y1, Y2 ve Y3 göstergelerini düşük frekansta, Y4, Y5, TY1, TY2 ve TY3 göstergelerini ise çok düşük frekansta sergiledikleri görülmektedir.

Beşinci sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 40'da verilmiştir.

$$x + 2x + 4x = 7x = 14$$

$$x = 2$$

248'dir

Bir önceki sayının 2 katı olduğu için.

Şekil 40. Ö11'in Soru 5a İçin Cevabı

Şekil 40'da görüldüğü üzere Ö11 kodlu öğrencinin, 5. sorunun a maddesinde istenilenleri anladığı ve soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir. Öğrencinin problemi ve içindeki bağlamı anlayarak hesaplamalar yapmaya başlaması “Y1: Problemi okuması, anlaması” ve “Y2: Problem içinde verilen bağlamı anlaması, yorumlaması” göstergelerine, sayının basamakları arasındaki ilişkiyi belirlemesi “Y3: Nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama” göstergesine, verilenleri de kullanarak belirlediği ilişkiye göre denklemi kurması “Y4: Temsilleri oluşturma”

göstergesine, denklemi doğru bir şekilde çözmesi “Y5: Temsilleri kullanarak işlemler yapma” göstergesine sahip olduğunu göstermektedir.

Beşinci sorunun a maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden bir diğerrinin cevabı Şekil 41’de verilmiştir.

Toplamları 14 olacağı için yüzler basamağına, 2. Onlar basamağına, yüzler basamağının iki katı olduğu için 4, birler basamağına dörtün 2 katı olan 8 konulur. yani 3 basamaklı, sayımı 2 = 248

Şekil 41. Ö12’nin Soru 5a İçin Cevabı

Şekil 41’de görüldüğü üzere Ö12 kodlu öğrencinin, 5. sorunun a maddesinde soruda verilen bağlamı anladığı, yüzler basamağından itibaren sırayla basamaklara biri diğerrinin iki katı olacak şekilde değerler vererek doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Bu durum öğrencinin Y1, Y2 ve Y3 becerilerine sahip olduğunu göstermektedir. Öğrenci herhangi bir denklem kurarak çözme yoluna gitmediği için ise Y4 ve Y5 becerilerini sergilememiştir. Diğer taraftan öğrencinin, rakamlar toplamının 14 olacağını belirterek basamaklara doğru değerleri vermesi, verdiği değerlerin sağlamasını yaptığını yani “TY3: Bulunan sonucun sağlamasını yapma” becerisine de sahip olduğunu gösterebilir.

Beşinci sorunun b maddesinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrenci temsili Şekil 42’de verilmiştir.

$4x + 2x + x = 32$ denklemini kurduğumuzda
 $7x = 32$ denklemin kökü rasyonel bir sayı çıkar ve plakalarda rasyonel sayı kullanılamaz.
Bu yüzden olmaz.

Şekil 42. Ö5’in Soru 5b İçin Cevabı

Şekil 42’de görüldüğü üzere Ö5 kodlu öğrencinin, 5. sorunun b maddesinde soruda onlardan istenileni anladığı ve denklemi kurarak doğru çözüme ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin soruda geriye doğru çalışma stratejisiyle plakadaki sayının

rakamları toplamının 32 olup olamayacağını belirlemesi “TY1: Sonuçtan girdiye ulaşma” ve “TY2: Soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma” göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrenci Ö5’in soruda verilenlerden hareketle değerler vererek veya toplamların katını alarak uzun yoldan çözümü bulmayla uğraşmak yerine doğrudan denklemi kullanması sonucunda onun “İS1: Kısa yollar geliştirme” göstergesine de sahip olduğu söylenebilir.

Beşinci sorunun b maddesinde TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 43’te verilmiştir.

248 → 4, 8, 16 → 8 16 32
1 2 4
↑
Olamaz. Nedeni yukarıda.

Şekil 43. Ö18’in Soru 5b İçin Cevabı

Şekil 43’te görüldüğü üzere Ö18 kodlu öğrencinin, 5. sorunun b maddesinde soruda verilen bağlamı anladığı ve doğrudan değerler vererek sonuca ulaşmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrenci Ö18 çözümünde, basamaklara verdiği değerlerle hem rakamlar toplamının 32 olamayacağını hem de yüzler basamağına 4 ve 8 değerlerini verdiği diğer basamaklara yazılacak olan rakamların iki basamaklı birer sayıya dönüştüğünü göstermiştir. Bu durumda öğrencinin Y1, Y2 ve Y3 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencinin rastgele değerler vererek çözümü daha da uzatmak yerine bir önceki maddede bulduğu 248 sayısının rakamlarından hareket ederek değerler vermesi işlemsel kısa yollar geliştirdiğini yani İS1 becerisine de sahip olduğunu göstermektedir. Diğer taraftan öğrenci denklem kurarak çözüme ulaşmadığı için Y4 ve Y5 becerilerini, geriye doğru çalışma stratejisini kullanmadığı için ise TY1 ve TY2 becerileri sergilememiştir.

Beşinci sorunun c maddesinde TÇAK düzeyinde yapma, tersini yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 44’te verilmiştir.

Bir şehrin plakasının başında iki basamaklı bir sayı yazmakta. Bu plaka numarasındaki rakamların sayı değerleri sırasıyla onlar basamağından itibaren biri diğerinden 3 eksiktir. Ve rakamların toplamı 13'tür. Bu sayı kaçtır?

Gözüm = $x \quad x+3$

$2x+3=13 \quad -3=10:2=5$

$x=5$

$\begin{array}{r} 5 \quad 5+3 \\ \hline \end{array}$

(58)

Şekil 44. Ö62'nin Soru 5c İçin Cevabı

Şekil 44'te görüldüğü üzere Ö62 kodlu öğrencinin, 5. sorunun c maddesinde soruda onlardan istenildiği tarzda bir problem yazdığı, probleme uygun denklemi kurduğu ve çözdüğü görülmektedir. Yani öğrencinin Y1, Y2, Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrencinin, bulmuş olduğu sonucun sağlamasını yaparak iki basamaklı bir plaka bulması "TY3: Bulunan sonucun sağlamasını yapma" göstergesine de sahip olduğunu göstermektedir.

Beşinci sorunun c maddesinde TÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 45'te verilmiştir.

Selin babası ile yolculuğa çıkmıştır. Mola verdiklerinde ise arabalarının plakası ile ilgili bir rey fark etmiştir. Arabalarının plakasının birler basamağı onlar basamağının 2 katının bir fazlasıdır. Arabalarının plakasındaki rakamların toplamı on olduğuna göre arabalarının plakası kaçtır?

Şekil 45. Ö82'nin Soru 5c İçin Cevabı

Şekil 45'te görüldüğü üzere Ö82 kodlu öğrencinin, 5. sorunun c maddesinde soruda onlardan istenildiği tarzda bir problem yazdığı fakat sadece soruyu yazarak bıraktığı, yazdığı problemin çözümünün iki basamaklı olup olmadığını kontrol etmediği

görülmektedir. Buna rağmen öğrenci çözümü doğru olan bir soru yazdığından Y1, Y2 ve Y3 becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Beşinci sorunun a maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrencilerden birisinin cevabı Şekil 46'da verilmiştir.

$$\begin{array}{c|c|c} \text{yüzler} & \text{onlar} & \text{birler} \\ \hline 6x & 2x & x \end{array} = 14$$

$$8x = 14$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{14}{8}$$

$$x = \frac{7}{4}$$

842

Şekil 46. Ö70'in Soru 5a İçin Cevabı

Şekil 46'da görüldüğü üzere Ö70 kodlu öğrenci, 5. sorunun a maddesinde problemi ve içindeki bağlamı yanlış anladığı için plakanın sonunda bulunan sayıyı 248 bulmak yerine 842 olarak bulmuştur. Yani öğrenci Y1 ve Y2 göstergelerini sergileyememiştir. Ancak Ö70'in plakada bulunan sayının rakamları arasındaki ilişkileri belirlemesi, denklem kurarak temsilleri oluşturabilmesi ve denklemini doğru bir şekilde çözerek temsiller arası işlemleri yapabilmesi Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğunu göstermektedir.

Beşinci sorunun b maddesinde EÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlıkları kullanan öğrenci temsili Şekil 47'de verilmiştir.

$$\begin{array}{c|c|c} \text{B} & \text{O} & \text{Y} \\ \hline x+4 & x+2 & x \end{array} + = 32$$

$$3x+6 = 32$$

$$3x = 32-6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{26}{3} = 8,6$$

Olamaz. Çünkü 26,3'e tam bölünmez.

Şekil 47. Ö102'nin Soru 5b İçin Cevabı

Şekil 47’de görüldüğü üzere Ö102 kodlu öğrenci, 5. sorunun b maddesinde soruda verilen bağlamı tam anlayamadığı için nicelikler arasındaki ilişkiyi belirlerken de hata yapmış ve plakada bulunan sayının rakamları arasındaki ilişkiyi biri diğerinin iki fazlası olarak yanlış belirlemiştir. Yani öğrenci $Y1$, $Y2$ ve $Y3$ becerilerini sergileyememiştir. Fakat Ö102’nin, sayının rakamları arasındaki belirlemiş olduğu ilişkiye göre denklem kurarak temsilleri oluşturabilmesi ve denklemi doğru bir şekilde çözerek temsiller arası işlemleri yapabilmesi $Y4$ ve $Y5$ becerilerine sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencinin çözümünde, 26’nın 3’e tam bölünemeyeceğini belirtmesi ve bunu da direkt denklemi kullanarak yapması hem soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalıştığını yani $TY1$ ve $TY2$ becerilerini sergilediğini hem de işlemsel kısa yollar tercih ettiğini yani ISI becerisini sergilediğini göstermektedir.

Beşinci sorunun c maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan öğrenci temsili Şekil 48’de verilmiştir.

Bir plakadaki sayıların toplamı 63'tür. Bu Plaka iki basamaklı bir sayıdır. Bu Plakanın onlar basamağındaki sayı birler basamağındaki sayının 2 katıdır. Buna göre bu plakanın onlar basamağındaki sayı ile birler basamağındaki sayının farkı kaçtır?

$$\begin{array}{r} \text{---} \quad \text{---} \\ 2x \quad x \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \cdot 21 \quad 21 \\ 42 \quad 21 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x = 63 \\ x = 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ - 21 \\ \hline 21 \end{array}$$

Şekil 48. Ö63’ün Soru 5c İçin Cevabı

Şekil 48’de görüldüğü üzere Ö63 kodlu öğrencinin, 5. sorunun c maddesinde soruda onlardan istenildiği tarzda bir problem yazdığı fakat yazdığı problemin çözümünün iki basamaklı olmadığı görülmektedir. Öğrencinin burada hata yapması, soruda verilen durumu gözden kaçırmışından kaynaklanıyor olabilir. Yani öğrenci $Y1$ ve $Y2$ becerilerini sergileyememiştir. Ancak Ö63’ün yazdığı probleme uygun denklemi kurarak doğru bir şekilde çözebilmesi sonucunda $Y3$, $Y4$ ve $Y5$ becerilerine sahip olduğu belirlenmiştir.

Beşinci sorunun c maddesinde EÇAK düzeyinde yapma alışkanlığını kullanan bir diğer öğrenci temsili Şekil 49’da verilmiştir.

Bir aracın plakasının sonunda üç basamaklı bir sayı yazmaktadır. Bu plaka numarasında bulunan rakamların sıra değeri sırasıyla yüzler basamağından sağa doğru 3'er 3'er azalmaktadır ve de bu rakamların toplamı 18'dir. Buna göre bu sayı kaçtır?

yüzler	onlar	birler
x	$x-3$	$x-6$

$$3x - 9 = 18$$

$$3x = 18 + 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3} \quad x = 9$$

$$\frac{y}{9} \quad \frac{0}{6} \quad \frac{b}{3}$$

$$\boxed{963}$$

Şekil 49. Ö70'in Soru 5c İçin Cevabı

Şekil 49'da görüldüğü üzere Ö70 kodlu öğrencinin, 5. sorunun c maddesinde soruda onlardan istenildiği gibi plaka kodu iki basamaklı olan bir problem yazmak yerine plaka kodu üç basamaklı olan bir problem yazdığı görülmektedir. Yani öğrenci Y1 ve Y2 göstergelerini sergileyememiştir. Fakat Ö70'in, yazdığı problemdeki plaka kodunun rakamları arasındaki ilişkiyi belirleyebilmesi, belirlemiş olduğu ilişkiye göre denklemini kurabilmesi ve denklemini doğru bir şekilde çözebilmesi sonucunda Y3, Y4 ve Y5 göstergelerine sahip olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte öğrencinin, bulmuş olduğu sonucun sağlamasını yaparak üç basamaklı bir plaka bulması "TY3: Bulunan sonucun sağlamasını yapma" göstergesine de sahip olduğunu göstermektedir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde öğrencilerin ZCA Belirleme Testi'nde yer alan soruları çözerken yaptığı açıklamalar ve işlemler ile belirlenen alışkanlık türü ya da türlerinden ortaya çıkan sonuç, tartışma ve önerilere sırasıyla yer verilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıkları “Cebirsel İfadeler” ve “Eşitlik ve Denklem” konuları kapsamında incelenmiştir. Öğrencilerin “Cebirsel İfadeler” konusu ile ilgili alt maddeleriyle birlikte toplam dokuz soru ve “Eşitlik ve Denklem” konusu ile ilgili alt maddeleriyle birlikte toplam dört soruda sergiledikleri zihnin cebirsel alışkanlıkları belirlenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar doğrultusunda belirlenen zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

ZCA Belirleme Testi 1. soruya verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun bu soruda yapma alışkanlığını kullandığı ve kullanılan bu alışkanlıkların sorunun a maddesinde daha çok tam çözümlü alışkanlık (TÇAK) düzeyinde, b ve c maddelerinde ise eksik çözümlü alışkanlık (EÇAK) düzeyinde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin 1. sorunun a ve b maddelerinde yapma alışkanlığının problemi okuma ve anlama (Y1), problem içinde verilen bağlamı anlama (Y2), nicelikleri ve nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlama (Y3) ve temsilleri oluşturma (Y4) göstergelerini çoğunlukla, temsilleri kullanarak işlemler yapma (Y5) göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri belirlenmiştir. 1. sorunun c maddesinde ise öğrencilerin çoğunlukla Y3 ve Y4 göstergelerini, daha az sıklıkla Y1, Y2 ve Y5 göstergelerini sergiledikleri belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi 2. soruya verilen cevaplar incelendiğinde, bu soruda öğrencilerin büyük çoğunluğunun yapma alışkanlığını kullandığı ve kullanılan bu alışkanlıkların daha çok TÇAK düzeyinde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin 2. soruda yapma alışkanlığının Y1, Y2 ve Y3 göstergelerini büyük çoğunlukla, Y4 ve Y5 göstergelerini daha az sıklıkla sergiledikleri belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi 3. soruya verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun bu soruda zihnin cebirsel alışkanlıklarını kullandığı ve TÇAK düzeyinde cebirsel alışkanlık kullanımının en fazla sorunun a ve b maddelerinde, en az ise sorunun e maddesinde olduğu ve sorunun e maddesinde hiçbir alışkanlık kullanılmayan (AY) cevapların fazla olduğu görülmüştür. Öğrencilerin 3. soruda yapma alışkanlığının Y1, Y2 ve Y4 göstergelerini büyük çoğunlukla, Y3 göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri; tersini yapma alışkanlığının sonuçtan girdiye ulaşmaya çalışma (TY1) ve soruyu geriye doğru çalışarak çözmeye çalışma (TY2) göstergelerini düşük frekansta sergiledikleri; fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığının örüntü arama (FKO3), temsiller kullanma (FKO5) ve kuralı tanımlama (FKO6) göstergelerini büyük çoğunlukla, ilişkileri belirleme (FKO1), bilgileri düzenleme (FKO2) ve örüntünün nasıl çalıştığını belirleme (FKO4) göstergelerini daha az sıklıkla, bulduğu kuralı doğrulama (FKO7) göstergesini düşük frekansta sergiledikleri; işlemlerden soyutlama alışkanlığının kısa yollar geliştirme (İS1) göstergesini büyük çoğunlukla, kısa yolları doğrulama (İS2) göstergesini ise düşük frekansta sergiledikleri belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi 4. soruya verilen cevaplar incelendiğinde, bu soruda öğrencilerin büyük çoğunluğunun yapma alışkanlığını, çok az sayıda öğrencinin de tersini yapma alışkanlığını kullandığı ve kullanılan yapma alışkanlıklarının daha çok EÇAK düzeyinde olduğu görülmüştür. Öğrencilerin 4. soruda yapma alışkanlığının Y3, Y4 göstergelerini büyük çoğunlukla; Y2, Y5 göstergelerini çoğunlukla ve Y1 göstergesini daha az sıklıkla sergiledikleri; tersini yapma alışkanlığının TY1, TY2 ve bulunan sonucun sağlamasını yapma (TY3) göstergelerini ise çok düşük frekansta sergiledikleri belirlenmiştir.

ZCA Belirleme Testi 5. soruya verilen cevaplar incelendiğinde, öğrencilerin çoğunluğunun bu sorunun a maddesinde yapma alışkanlıklarını kullandığı ve kullanılan bu alışkanlıkların daha çok EÇAK düzeyinde olduğu görülmüştür. Sorunun b ve c maddelerinde ise öğrencilerin çoğunluğunun hiçbir alışkanlığı kullanmayarak AY düzeyinde cevaplar verdiği ve az sayıda öğrencinin yapma-tersini yapma alışkanlıklarını kullandığı görülmüştür. Öğrencilerin 5. sorunun a maddesinde yapma alışkanlığının Y2 ve Y3 göstergelerini çoğunlukla, Y4 ve Y5 göstergelerini daha az sıklıkla ve Y1 göstergesini düşük frekansta sergiledikleri; b ve c maddelerinde ise yapma-tersini yapma alışkanlığının Y1, Y2, Y3 göstergelerini düşük frekansta, Y4, Y5, TY1, TY2 ve TY3 göstergelerini ise çok düşük frekansta sergiledikleri belirlenmiştir.

Özet olarak; araştırmaya katılan öğrencilerin cebir öğrenme alanına ait verilen soruları çözerken kullandıkları zihnin cebirsel alışkanlıkları incelendiğinde, en fazla yapma alışkanlığını kullandıkları görülmüştür. Bu alışkanlığın, ZCA Belirleme Testi'nde yer alan bütün soruların çözümünde kullanıldığı yalnızca göstergelerinde değişiklikler meydana geldiği belirlenmiştir. Öğrencilerin bir problemin doğru çözümüne ulaşabilmesi ve diğer alışkanlık göstergelerini sergileyebilmesi için yapma alışkanlığı göstergelerinden problemi ve içerisindeki bağlamı anlama (Y1, Y2) becerilerinin ön koşul olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çünkü öğrenci problemi doğru bir şekilde anlamadığında, temsilleri oluşturma (Y4) ve temsilleri kullanarak işlemler yapma (Y5) becerilerine sahip olmasına rağmen hatalı sonuçlara ulaşmaktadır. Bu durum çeşitli araştırmalarda karşımıza çıkmaktadır (Gürbüz, 2021; Sezer, 2019). Ayrıca araştırmada az sayıda öğrencinin tersini yapma alışkanlığını kullanarak soruyu geriye doğru çözmeye çalıştığı ve çözümü yanlış yapan öğrencilerin buldukları sonucun sağlamasını yapma (TY3) gibi alışkanlıkları olmadığı için hatalarını gidererek doğru cevaba ulaşamadıkları tespit edilmiştir. Aynı kazanım becerilerine yönelik olan 4 ve 5. sorularda öğrencilerin çoğunluğunun zorlandığı ve benzer zihnin cebirsel alışkanlıklarını kullandıkları belirlenmiştir. Bu sonuç Ünveren Bilgiç ve Argün (2018) araştırmasıyla uyum içerisindedir.

Öğrencilerin fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığıyla ilgili sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde; bu alışkanlığın örüntü arama (FKO3), temsiller kullanma (FKO5) ve kuralı tanımlama (FKO6) gibi becerilerini temel düzeyde kullandıkları belirlenmiştir. Benzer sonuçlar Magiera ve diğerleri (2017), Doganlar (2018), Sezer (2019) ve Gürbüz (2021) araştırmalarında görülmektedir. Kuralı tanımlama becerisini kullanan öğrencilerin çoğunluğunun, örüntünün genel kuralının ne olduğu sonraki maddelerde yöneltilecek olmasına rağmen örüntü arama yoluna gitmeleri ve temsilleri kullanarak örüntünün genel kuralını belirlemeleri fonksiyonel kural oluşturma alışkanlığını içselleştirdiklerini göstermektedir. Genel olarak öğrenciler 3. sorudaki şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek örüntünün genel kuralını tanımlamışlardır. Bu sonuç literatürde bulunan araştırma sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir (Chua ve Hoyles, 2010a; Doganlar, 2018; Sucuoğlu 2015; Tanışlı ve Köse 2013). Örüntünün genel kuralını tanımlarken ardışık terimler arasındaki sabit farkı, n temsilci sayısının katsayısı olarak alma yöntemini kullanmışlardır. Bu durum Tanışlı ve Yavuzsoy Köse (2011) ve Doganlar (2018) çalışmalarında da görülmektedir. Araştırmalar kuralı

tanımlama sürecinde öğrencilerin doğal eğilimlerinin örüntünün ardışık terimleri arasındaki sabit farkı kullanmaya yönelik olduğunu göstermektedir (Doganlar, 2018; Eroğlu, 2021; Lannin 2004). Dolayısıyla bu tez araştırmasında da öğrenciler bu eğilimi göstermiştir.

Öğrencilerin işlemlerden soyutlama alışkanlığı ile ilgili sorulara verdikleri cevaplar incelendiğinde; bu alışkanlığın sadece kısa yollar geliştirme (İS1) ve kısa yolları doğrulama (İS2) becerileri düzeyinde sergilendiği görülmüştür. Araştırma yapılan sınıf düzeyi dikkate alındığında bu sonucun normal olduğu düşünülmekte ve cebir öğrenme alanının temel konularını öğrenen öğrencilerin bu alışkanlığın diğer becerilerini (İS3, İS4, İS5) sergilemeleri zaten beklenmemektedir.

Zihnin cebirsel alışkanlıkları üzerine yapılan araştırmaların çoğu, yapma-tersini yapma ve fonksiyonel kural oluşturma alışkanlıklarını incelemiştir (Driscoll, 1999; Driscoll, 2001; Eroğlu ve Tanışlı, 2017; Doganlar, 2018; Magiera ve diğerleri, 2013; Magiera ve diğerleri, 2017). Az sayıda araştırmada işlemlerden soyutlama alışkanlıkları da incelenmiştir (Magiera ve diğerleri, 2017; Sezer, 2019). Yapılan bu tez araştırmasında belirlenen alışkanlıklar, literatürde yapılan yukarıdaki araştırmaların sonuçlarını desteklemektedir.

Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili yapılabilecek benzer araştırmalara yönelik aşağıda bazı öneriler verilmiştir.

- ❖ Bu araştırma ortaokul 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. İleriki araştırmalarda farklı öğretim kademelerinden öğrenciler ile tekrarlanabilir ve kademeler arasındaki benzerlik ve farklılıklar ortaya konulabilir.
- ❖ Bu araştırmada öğrencilerin doğru çözüme ulaşmada ve ZCA'nın diğer göstergelerini sergilemede problemi ve içerisindeki bağlamı anlama (Y1, Y2) becerilerinin ön şart olduğu, yanlış çözüm yapan öğrencilerin bulunan sonucun sağlamasını yapma (TY3) becerisine sahip olmadığı için hatalarını gideremediği ve doğru cevaba ulaşamadığı belirlenmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerin sınıflarında bu becerilerin gelişmelerini sağlayacak çalışmalar yapmaları önerilmektedir.

- ❖ Kuralı tanımlama (FKO6) becerisini kullanan öğrencilerin çoğunluğunun şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek örüntünün kuralını tanımladığı görülmüştür. Bu durumda öğrencilerin şekil örüntüsü üzerinde de bu alışkanlığı sergileyebilmeleri için sınıf içinde öğrencilere çok yönlü etkinlikler uygulanabilir.
- ❖ Öğrencilerin işlemlerden soyutlama alışkanlığının sadece kısa yollar geliştirme (İS1) ve kısa yolları doğrulama (İS2) becerilerini sergilediği tespit edilmiştir. Yapılacak olan araştırmalarda bu alışkanlığın diğer becerilerinin de (İS3, İS4, İS5) sergilenmesini sağlayacak problemlerin kullanılması önerilmektedir.
- ❖ Bu araştırmada 7. sınıf öğrencilerinin zihnin cebirsel alışkanlıkları ile ilgili mevcut durum ortaya konulmuştur. Bu yüzden, araştırma sonucunda ortaya konulan sonuçların nedenlerini belirlemeye yönelik konu ile ilgili daha detaylı araştırmalar yapılabilir.
- ❖ İlköğretim ve ortaöğretimin tüm kademelerinde matematik ders kitaplarındaki cebir öğrenme alanı konularında yer alan problemlerin hangi cebirsel zihin alışkanlıkları ile çözülebileceğine dair araştırmalar yapılabilir.
- ❖ Öğrencilerin zihnin cebirsel alışkanlıklarının farkında olması, ne olduğunu bilmesi ve önemini anlaması için bu alışkanlıklar onlara tanıtılabilir.
- ❖ Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programına zihnin cebirsel alışkanlıklarının kullanıldığı etkinlikleri içeren örnek ders planları eklenebilir.
- ❖ Zihnin cebirsel alışkanlıkları üzerine araştırmaların artırılarak daha kapsamlı kesitsel ya da boylamsal araştırmaların yapılması eğitim öğretim faaliyetlerinde öğretmen ve öğrencilere katkı sağlayabilir.

KAYNAKÇA

- Akarsu, E. (2013). *7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1-12.
- Alkan, H. ve Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci Kademe Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8.sınıflarda) matematik öğretimi* (10.Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Arıkan, R. (2011). *Araştırma yöntem ve teknikleri* (Geliştirilmiş İkinci Baskı). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme problemlerini çözme süreçlerindeki cebirsel düşünme becerileri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Bass, H. (2008). *Mathematical practices*. Paper presented at a Project NexT Session on Helping Students Develop Mathematical Habits of Mind, Joint Mathematics Meetings, San Diego, CA.
- Bülbül, B. Ö. (2016). *Matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, K., E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

- Chua, B. L. ve Hoyles, C. (2010a). Generalisation and perceptual agility: How did teachers fare in a quadratic generalising problem? *Research in Mathematics Education*, 12(1), 71- 72.
- Costa, A. L. ve Kallick, B. (2000). *Discovering and exploring habits of mind*. Alexandria, VA: Association for Supervision & Curriculum Development.
- Costa, A., ve Kallick, B. (2009). *Learning and leading with Habits of Mind: 16 Essential Characteristics for Success*. Association for Supervision and Curriculum Development, (ASCD) Alexandria, Virginia USA.
- Cuoco, A., Goldenberg, P. ve Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4), 375-402.
- Çoban, H. (2010). *Öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerileri ile bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180–185.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level*. Yayınlanmamış doktora tezi, Illinois State University.
- Doganlar, H. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin cebirsel zihin alışkanlıklarının belirlenmesi ve derslerine yansımaları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking. A guide for teachers in grades 6 through 10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Driscoll, M. (2001). The fostering of algebraic thinking toolkit: A guide for staff development (Introduction and analyzing written student work module). Portsmouth, NH: Heinemann.
- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015, Şubat). *Windows on students' algebra: Describing their habits of mind*. CERME 9'da sunuldu, Prag, Çek Cumhuriyeti.

- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2017). Integration of Algebraic Habits of Mind into the Classroom Practice. *Elementary Education Online*, 16(2), 566-583.
- Eroğlu, D. (2021). Yedinci sınıf ders kitaplarındaki örüntüler konusunun “Zihinsel alışkanlıklar” perspektifinden incelenmesi. *Ulusal Eğitim Akademisi Dergisi (UEAD)*, 5(1), 62-78.
- Ersoy, E. ve Güner, P. (2014). Matematik Öğretimi ve Matematiksel Düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 102-112.
- Erşen, Z. B., Ezentaş, R., ve Altun, M. (2018). Evaluation of the teaching environment for improve the geometric habits of mind of tenth grade students. *European Journal of Education Studies*.
- Girit, D., ve Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: Örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243-272.
- Goldenberg, E. P. (1996). “Habits of Mind” as an organizer for the curriculum. *Journal of Education*, 178(1), 13-34.
- Goldenberg, E. P., Mark, J., ve Cuoco, A. (2010). Contemporary curriculum issues: An algebraic habits of mind perspective on elementary school. *Teaching Children Mathematics*, 16(9), 548-556.
- Gordon, M. (2011). Mathematical habits of mind: promoting students' thoughtful considerations. *Journal of Curriculum Studies*, 43(4), 457-469.
- Gözen, Ş. (2001). *Matematik ve öğretimi*. İstanbul: Evrim Yayınevi.
- Gündoğdu, K., Albayrak, M., Ozan, C. ve Çelik, N. (2012). Müfettişlerin ilköğretim matematik öğretim programı hakkındaki görüşleri. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(2), 21-37.
- Gürbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış doktora tezi. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

- Harel, G. (2007). The DNR system as a conceptual framework for curriculum development an instruction. In R. Lesh, J. Kaput and E. Hamilton (Ed.), *Foundations for the future in mathematics education* (s. 263-280). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Henderson, P. (2002). Materials development in support of mathematical thinking <https://www.researchgate.net/profile/John-Hamaer-2/publication/220613206> adresinde 07.12.2021 tarihinde erişilmiştir.
- Herbert, K. ve Brown, R. (1997). Patterns as Tools for Algebraic Reasoning, *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.
- İşleyen, Ş. ve Altun, Y. (2017). Sosyal bilimlerde okutulan matematik dersine ait öğrenci görüşleri. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(2), 177-193.
- Jacobbe, T. ve Millman, R. S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers. *School Science and Mathematics*, 109(5), 298-302.
- Kaf Y. (2007). *Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Karasar, N. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Nobel Yayın.
- Karasar, N. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemi* (33. Baskı). Nobel
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2).
- Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme*. Yayımlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İzmir.
- Kieran, C. (1996). *The changing face of school algebra*. In C. Alsina, J. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde, & A. Pérez (Ed.), 8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures (s. 271-290). Sevilla, Spain: S. A. E. M. Thales.

- Korkmaz, S. (2015). *Problem çözmede matematiksel zihin alışkanlıklarının matematik öğretmenleri ve sekizinci sınıf öğrencileri bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Körükçü, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Köse, N.Y. ve Tanışlı, D. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrideki zihinsel alışkanlıkları. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14 (3), 1203-1230.
- Lannin, J. K. (2004). Developing mathematical power by using explicit and recursive reasoning. *The Mathematics Teacher*, 98(4), 216-223.
- Lim, K. H., ve Selden, A. (2009). *Mathematical habits of mind*. In S. L. Swars, D. W. Stinson and S. Lemons-Smith (Ed.). Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Atlanta, GA: Georgia State University.
- MacGregor, M., ve Stacey, K. (1995). The Effect of Different Approaches to Algebra on Students' Perceptions of Functional Relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 7(1), 69-85.
- Magiera, M. T., van den Kieboom, L. ve Moyer, C. (2010). Pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Mathematics, Statistics and Computer Science Faculty Research and Publications*. 421.
- Magiera, M. T., van den Kieboom, L. ve Moyer, C. (2013). An exploratory study of preservice middle school teachers knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematic*, 84, 93- 113.
- Magiera, M. T., van den Kieboom, L. ve Moyer, C. (2017). K-8 pre-service teachers' algebraic thinking: Exploring the habit of mind "building rules to represent functions". *Mathematics Teacher Education and Development*, 19 (2), 25-50.
- Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E.P., ve Sword, S. (2010). Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15 (9), 505-509.

- Marzano, R. (1992). *A different Kind of Classroom: Teaching with Dimensions of Learning*. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria Virginia USA.
- Marzano. R. J., Pickering, D. ve McTighe, J. (1993). *Assessing student outcomes: Performance assessment using the dimensions of learning model*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Matsuura, R., Sword, S., Piecham, M. B., Stevens, G. ve Cuoco, A. (2013). Mathematical Habits of Mind for Teaching: Using Language in Algebra Classrooms. *The Mathematics Enthusiast*, 10, 735-776.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı. [MEB]. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi 1-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mumcu, H. Y. ve Baki, A. (2017). Matematiği kullanma aktivitelerinde matematiksel modellemenin yorumlanması. *On dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36(1), 7-33.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Roston, VA: NCTM.
- Leikin, R. (2007). *Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks*. In the Proceedings of the Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (s. 2330-2339). Larnaca, Cyprus.
- Papadopoulos, I. (2019). Using mobile puzzles to exhibit certain algebraic habits of mind and demonstrate symbol-sense in primary school students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 210-227.
- Poindexter, C. (2011). Teaching "habits of mind": Impact on students' mathematical thinking and problem solving self-efficacy. In L. Mc Coy (Ed.), *Studies in Teaching 2011 Research Digest* (s. 97-102). Winston-Salem, NC: Wake Forest University.

- Rolle, Y. A. (2008). *Habits of practice: A qualitative case study of a middle-school mathematics teacher*. Unpublished doctoral dissertation. The University of Nebraska, Lincoln.
- Rule, A. C. (2007). Mystery boxes: Helping children improve their reasoning. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 13-18.
- Sezer, N. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme süreç ve becerilerinin boylamsal incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra : Historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Swafford, J. O., ve Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 81-112.
- Tanışlı, D., ve Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198.
- Taşdemir, A. ve Salman, S. (2016). İlköğretim fen bilimleri dersi problemlerinde öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin incelenmesi. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 17(3).
- Trybulski, D. J. (2007). *Algebraic Reasoning in Middle School Classrooms: A Case Study of Standards-Based Reform and Teacher Inquiry in Mathematics*. Unpublished PhD Dissertation, University of Pennsylvania.
- Tuncay, H. A. (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.
- Tuncel, C. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematikle baş etme ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile matematiksel akıl yürütmeleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.

- Tural, H. (2005). *İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişimi ve tutuma etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Otte, M. F., Mendonça, T. M., Gonzaga, L., ve de Barros, L. (2015). Generalizing is necessary or even unavoidable. *PNA*, 9(3), 143-164.
- Öz, T. (2017). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Ünveren Bilgiç, E.N., ve Argün, Z. (2018). Examining middle school mathematics teacher candidates' algebraic habits of mind in the context of problem solving. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*, 2 (4), 64-80.
- Vance, J. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

Ek 1. Zihnin Cebirsel Alışkanlıkları (ZCA) Belirleme Testi

CİNSİYETİNİZ: () Kız () Erkek

OKULU:

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıdaki açık uçlu sorular bilimsel bir araştırmada kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu sorulara vereceğiniz cevaplar, notla değerlendirilmeyecek olup sadece araştırma kapsamında kullanılacaktır. Sizden soruları çözerken düşünme şeklinizi ortaya koyarak soruyu nasıl çözdüğünüzü ayrıntılarıyla açıklamanız beklenmektedir.

Araştırmaya katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

1) Bir masada üç sepet yumurta ayrıca da 4 yumurta vardır. Sepetlerde bulunan yumurta sayıları aynıdır. Fakat bir sepette kaç tane yumurta olduğu bilinmemektedir.



Buna göre;

a) Bu sepetlerle aynı sayıda yumurta bulunan iki sepet daha gelirse toplam yumurta sayısı ne kadar olur?

b) Sepetlerden bir tanesi taşınırken yere düşürülmüş ve tüm yumurtalar kırılmıştır. Buna göre geriye kalan yumurta sayısını matematiksel olarak ifade ediniz.

c) Her sepetten 5 tane yumurta satılmıştır. Geriye kalan yumurta sayısını veren matematiksel ifadeyi yazınız.

2) Bir sınıfta $3x + 4$ tane öğrenci bulunmaktadır. Bu öğrencilerin her biri 20 TL vererek sınıfa projeksiyon makinesi almışlardır. Buna göre projeksiyon makinesinin fiyatını veren cebirsel ifadeyi yazınız.

3)

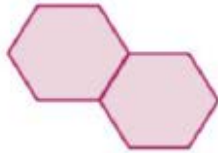


Arılar, bal peteklerini bal mumu denilen bir madde ile, daha çok bal alsın diye altıgen şeklinde yaparlar. Yandaki resimde görüldüğü gibi bal petekleri yan yana bitleştirilerek inşa edilmiştir. Aşağıdaki şekilde bu peteğin bir modeli inşa edilmiştir.

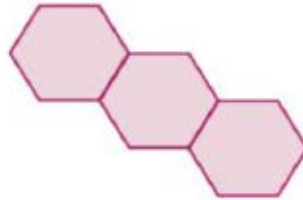
1.Adım



2.Adım



3.Adım



4.Adım

Her bir petek yapılırken peteğin bir kenarı için 1 gr bal mumu harcanıyor. Buna göre,

a) 4.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

b) 7.petek için kaç gr bal mumu harcanır?

c) Petek sayısını n ile gösterelim. Buna göre kenar sayısını veren kuralın harfli ifadesini yazınız.

d) Bulduğunuz kurala göre 20 petek oluşturmak için kaç gr bal mumu gerekir?

e) 41 gr bal mumu ile kaç adet petek yapılabilir?

4) Mehmet Amca tarlasının etrafına eşit aralıklarla ağaç dikmek istemektedir. Ancak tarlasının kenar uzunluklarını hatırlamamaktadır. Tarlasını soran arkadaşına “ Tarlam uzun kenarı kısa kenarının 3 katından 12 m fazla olan ve çevresi 144 m olan bir dikdörtgen şeklindedir.” demiştir.

Kendinizin Mehmet Amca’nın torunu olduğunuzu düşünün ve tarlanın kenar uzunluklarını bulunuz.

5) Bir aracın plakasının sonunda üç basamaklı bir sayı yazmaktadır. Bu plaka numarasında bulunan rakamların sayı değerleri sırasıyla yüzler basamağından itibaren, biri diğerinin iki katıdır ve bu rakamların toplamı 14'tür.

a) Bu plakanın sonunda bulunan 3 basamaklı sayı kaçtır?

b) Bu plakadaki sayının rakamları toplamı 32 olabilir mi? Nedenini açıklayınız.

c) Ülkemizde il plaka kodlarının iki basamaklı bir sayı olduğunu biliyorsunuz. İllerin plaka numaraları ile ilgili buna benzer bir problem yazabilir misin?

Ek 2. Araştırma Etik Kurul Onay Formu

T.C.
TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ARAŞTIRMALARI
ETİK KURULU KARARLARI

KARAR TARİHİ	OTURUM NO	KARAR SAYISI
28.01.2022	02	01-22

Üniversitemiz Sosyal ve Beşerî Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu Başkan Vekili Doç. Dr. Mehmet KARGÜN Başkanlığında toplandı.

KARAR 02.01- Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 10.01.2022 tarih ve 118665 sayılı yazısı görüşüldü.

Aşağıda bilgileri yer alan araştırmacıların yapmak istediği uygulamaların ve kullanacağı veri toplama araçlarının etik açıdan uygunluğuna oy birliği ile karar verildi.

ÇALIŞMANIN TÜRÜ	Yüksek Lisans Tezi
BAŞLIK	7. Sınıf Öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Belirlenmesi
TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ/ YAZARI	Fatih KARYAĞDI (Matematik ve Fen Bilimler Eğitimi Anabilim Dalı)
RAPORTÖR GÖRÜŞÜ	OLUMLU

Prof. Dr. Eren YÜRÜDÜR
Etik Kurul Başkanı
(İzinli)

Doç. Dr. Mehmet KARGÜN
Başkan Vekili
(İmza)

Doç. Dr. Mehmet KARGÜN
Başkan Yardımcısı
(İmza)

Doç. Dr. Emine ÖĞÜK
Üye
(İmza)

Prof. Dr. Mehmet Serkan UMUZDAŞ
Üye
(İmza)

Doç. Dr. Fatih YAZICI
Üye
(İmza)

Doç. Dr. Yücel EROL
Üye
(İmza)

Dr. Öğr. Üyesi Şevki BABACAN
Üye
(İmza)

Ek 3. Araştırma Uygulama İzin Formu



T.C.
SİVAS VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-92255297-605.01-43600713
Konu : Araştırma İzni (Fatih KARYAĞDI)

15.02.2022

DAĞITIM YERLERİNE

- İlgi : a) Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 01/02/2022 tarihli ve E-56314351-044-127293 sayılı yazısı.
b) Valilik Makamının 14/02/2022 tarihli ve E-92255297-605.01-43475808 sayılı onayı.
c) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 21/01/2020 tarihli ve 81576613-10.06.02-E.1563890 sayılı 2020/2 no'luk genelgesi.

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Fatih KARYAĞDI'nın, "7. Sınıf Öğrencilerinin Zihnin Cebirsel Alışkanlıklarının Belirlenmesi" konulu çalışması kapsamında, onaylı bir örneği müdürlüğümüzde muhafaza edilen veri toplama araçlarının, gönüllülük esas olmak kaydıyla ilimiz merkezinde bulunan ekte isimleri belirtilen okullarda uygulanması valilik makamının ilgi (b) onayı ile uygun görülmüş olup onay örneği yazımız ekinde gönderilmiştir.

Söz konusu araştırma çalışmasının bitiminde, araştırma yapan kişi tarafından sonuç raporunun bir örneğinin CD ortamında müdürlüğümüze gönderilmesi hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz ve rica ederim.

Ergüven ASLAN
Millî Eğitim Müdürü

Ek:
1-İlgi (b) Onay Örneği (1 Sayfa)
2-Veri Toplama Araçları

Dağıtım:
Gereği:
-Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Rektörlüğü
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

Bilgi:
-Ekte İsimleri Bulunan Okul Müd.

Adres : Muharrem Yavaşın Şişli Bulvarı No 17 SİVAŞ

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Bu belge Doğrulama Adresi: <http://www.turkiye.gov.tr/meb-bys>

Telefon No : 0 (344) 280 58 00

E-Posta: ayg@meb.gov.tr ; tekt@meb.gov.tr

Kayıt Adresi : meb.gov.tr

İnternet Adresi: <http://www.meb.gov.tr>

Bilgi için: L. DEMİR

Unvan : Şef

Kayıt No: 3442805948

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. Bu belgeyi doğrulamak için <http://www.turkiye.gov.tr/meb-bys> adresinden 4953-BC18-309E-BE35-A5AB kodunu kullanabilirsiniz.

Ek 4. Yazarın ÖzgeçmiŖi