



T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ

ANA BİLİM DALI

YÜKSEK
LİSANS
TEZİ

8. SINIF MATEMATİK EĞİTİMİNDE
RUTİN OLMAYAN PROBLEMLERİN
ÇÖZÜMÜNDE KARŞILAŞILAN
ZORLUKLARIN NEDENLERİ

Erhan GEZER

İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

Antalya, 2023

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ve FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

8. SINIF MATEMATİK EĞİTİMİNDE RUTİN OLMAYAN PROBLEMLERİN
ÇÖZÜMÜNDE KARŞILAŞILAN ZORLUKLARIN NEDENLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Erhan GEZER

Danışman: Prof. Dr. Gabil ADILOV

Antalya, 2023

DOĞRULUK BEYANI

Yüksek lisans olarak sunduğum bu çalışmayı, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yol ve yardıma başvurmaksızın yazdığımı, yararlandığım eserlerin kaynakçalardan gösterilenlerden oluştuğunu ve bu eserleri her kullanışında alıntı yaparak yararlandığımı belirtir; bunu onurumla doğrularım. Enstitü tarafından belli bir zamana bağlı olmaksızın, tezimle ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara katlanacağımı bildiririm.

28 / 08 / 2023

Erhan GEZER

İmzası

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Erhan GEZER' in bu çalışması 28/08/2023 tarihinde jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi (Tezli Yüksek Lisans Programında Yüksek Lisans Tezi) olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

İmza

Başkan (Danışman) : Prof. Dr. Gabil ADİLOV
(Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü)

.....

Üye : Doç. Dr. Üyesi Zeynep EKEN
(Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü)

.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Şerife YILMAZ
(Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü)

.....

YÜKSEK LİSANS ADI: 8.SINIF MATEMATİK EĞİTİMİNDE RUTİN OLMAYAN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE KARŞILAŞILAN ZORLUKLARIN NEDENLERİ

ONAY: Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunun tarihli ve sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Güçlü ŞEKERCİOĞLU
Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimi boyunca bilgisini, tecrübesini benimle paylaşan, rehberliğini, desteğini ve hoşgörüsünü her zaman hissettiren ilk günden beri yolumu aydınlatan, tez öğrencisi olmakla onur duyduğum kıymetli hocam Prof. Dr. Gabil ADİLOV’a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Yüksek lisans serüvenimi başlatan, her zaman desteğini hissettiğim, bana farklı bakış açıları sunan, abim Korkut DEMİREL’e çok teşekkür ediyorum.

Bilgisi, arkadaşlığı, yardımseverliği ile her zaman desteğini hissettiğim değerli arkadaşlarım Öğr. Gör. Hasan ŞAHİN ve Öğr. Gör. Fatih Mehmet AKINCI’ya çok teşekkür ediyorum.

Hayatımın her anında desteklerini, ilgilerini, sevgilerini esirgemeyen, her durumda yanımda olan, güvenen, varlıklarıyla hayatımı güzelleştiren sevgili aileme çok teşekkür ediyorum.

Ve beni bu süreçte destekleyen arkadaşlarıma, öğrencilerime çok teşekkür ediyorum.

Erhan GEZER

Antalya 2023

ÖZET

8. SINIF MATEMATİK EĞİTİMİNDE RUTİN OLMAYAN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE KARŞILAŞILAN ZORLUKLARIN NEDENLERİ

GEZER, Erhan

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Gabil ADİLOV

Ağustos 2023, 124 Sayfa

Bu araştırmada, 8. sınıf matematik eğitiminde, rutin olmayan problemlerin çözümündeki zorlukların nedenlerinin araştırılması amaçlanmıştır.

Çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması kapsamında, Antalya ili, Serik Yukarıkocayatak Ortaokulu'na devam eden 8. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Araştırma grubuna, 10 rutin olmayan matematik problemi yöneltmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreci yarı yapılandırılmış görüşmeler eşliğinde tespit edilmiştir. Problem çözme aşamaları; problemi anlama aşaması, plan yapma aşaması, planı uygulama aşaması, sonucun kontrolü aşaması çerçevesinde incelenmiş ve öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların nedenleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışılacak stratejiler; akıl yürütme, sistematik liste yapma, diyagram oluşturma, geriye doğru çalışma, matematik cümlesi yazma, tahmin kontrol ve tablo yapma olarak belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular nitel olarak çözümlenmiştir. Öğrencilerin problem çözümleri ve görüşme kayıtları, araştırmanın amacı doğrultusunda doküman incelemesi ile içerik analizine tabi tutulmuştur.

Çalışmadaki bulgulara göre, öğrencilerin problem çözme adımlarından anlama aşamasında; problemi anlamlı okuma, problemi anlamlandırmadaki çeşitlilikler, problemi yanlış okuma, dikkat eksikliği, problemi özetleyememeden dolayı çözümde zorlandıkları tespit edilmiştir. Planlama aşamasında; farklı soru kalıbı görme eksikliği, veriler arasında ilişki kuramama, işlem yapma sürecine odaklanmadan dolayı çözümde zorlandıkları tespit edilmiştir. Planı uygulama aşamasında; işlem hataları, planın eksik kurulması, plansız uygulama çalışmasından dolayı çözümde zorlandıkları tespit edilmiştir. Sonucun kontrolü aşamasında ise; planın değerlendirilmemesi ve işlemsel değerlendirmeye ağırlık verilmesinden dolayı çözümde zorlandıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitimi, Problem Çözme, Problem Çözme Stratejileri, Rutin Olmayan Problemler



ABSTRACT

8TH GRADE MATHEMATICS EDUCATION CAUSES OF DIFFICULTIES ENCOUNTERED IN SOLVING NON-ROUTINE PROBLEMS

GEZER, Erhan

Master Thesis, Department of Math Education

Thesis advisor: Prof. Dr. Gabil ADİLOV

August 2023, 124 Page

In this study, it was aimed to investigate the reasons for the difficulties in solving non-routine problems in 8th grade mathematics education.

The study was conducted with 8th grade students attending Yukarıkocayatak Secondary School in Serik, Antalya province within the scope of a case study from qualitative research methods. The research group was asked 10 non-routine mathematics problems. The problem solving process of the students was determined through semi-structured interviews. The stages of problem solving were examined within the framework of understanding the problem, making a plan, implementing the plan, and controlling the result, and the reasons for the difficulties encountered by the students were tried to be determined. The strategies to be studied were determined as reasoning, systematic list making, diagramming, working backwards, writing math sentences, estimation control and tabulation.

The findings obtained were analyzed qualitatively. Students' problem solutions and interview records were subjected to content analysis through document analysis in line with the purpose of the study.

According to the findings of the study, it was determined that students had difficulties in solving problems at the comprehension stage due to reading the problem meaningfully, variations in making sense of the problem, misreading the problem, lack of attention, and inability to summarize the problem. At the planning stage, it was determined that they had difficulty in solving the problem due to lack of seeing different question patterns, inability to establish a relationship between data, and not focusing on the process of making operations. At the plan implementation stage, it was determined that they had difficulties in solving the problem due to process errors, incomplete establishment of the plan, and unplanned implementation. At the stage of controlling the result; it was determined that they had difficulty in the solution due to not evaluating the plan and focusing on procedural evaluation.

Keywords: Mathematics Education, Problem Solving, Problem Solving Strategies, Non-Routine Problems



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iv
İÇİNDEKİLER	vi
TABLOLAR LİSTESİ	viii
KISALTMALAR LİSTESİ	ix

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu	2
1.1.1. Alt Problemler	2
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırmanın Önemi	3
1.4. Araştırmanın Varsayımları	4
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	5

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Problem Nedir?.....	6
2.2. Problem Çözme Nedir?	7
2.3. Problem Türleri	8
2.3.1. Rutin Problemler	8
2.3.2. Rutin Olmayan Problemler	9
2.4. Problem Çözme Adımları	11
2.4.1. Problemi Anlama	12
2.4.2. Plan Yapma	13
2.4.3. Planı Uygulama	14
2.4.4. Sonucun Kontrolü	15
2.5. Problem Çözme Stratejileri	16
2.5.1. Sistematik Liste Yapma	16
2.5.2. Şekil Şema Yapma	17
2.5.3. Tablo Yapma	17
2.5.4. Matematik Cümlesi Yazma	18
2.5.5. Akıl Yürütme	18

2.5.6. Geriye Doğru Çalışma	19
2.5.7. Tahmin Kontrol	19
2.6. İlgili Alanda Yapılan Çalışmalar	20

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli	27
3.2. Çalışma Grubu	27
3.3. Veri Toplama Araçları	28
3.4. Veri Toplama Süreci ve Analizi	29

BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. Problem Durumuna Ait Bulgular	30
4.1.1. Alt Probleme Ait Bulgular	30
4.1.2. Alt Probleme Ait Bulgular	52
4.1.3. Alt Probleme Ait Bulgular	75
4.1.4. Alt Probleme Ait Bulgular	89
4.1.5. Alt Probleme Ait Bulgular	93

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma	99
5.2. Öneriler	101
KAYNAKÇA	103
EKLER	114
EK 1: Görüşme Formu	114
EK 2: Rutin Olmayan Sorular Testi	115
EK3: Araştırma İzni.....	120
EK4: Etik Kurulu Karar Belgesi	121
ÖZGEÇMİŞ	122
İNTİHAL RAPORU	123
BİLDİRİM	124

TABLolar LİSTESİ

Tablo-4.1 : Problem Çözme Sürecinde Anlama Aşamasında Karşılaşılan Anlama Güçlüklerinin Nedenleri	30
Tablo-4.2 : Problem Çözme Sürecinde Plan Yapma Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerinin Nedenleri	50
Tablo-4.3 : Problem Çözme Sürecinde Planı Uygulama Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerinin Nedenleri	73
Tablo-4.4 : Problem Çözme Sürecinde Sonucun Kontrolü Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerinin Nedenleri	86
Tablo-4.5 : Öğrencilerin Uyguladıkları Stratejiler ve Başarılı Oldukları Stratejilerin Dağılımı	91



KISALTMALAR LİSTESİ

LGS	: Liselere Giriş Sınavı
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
ODSGM	: Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü
OECD	: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü
PISA	: Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
TIMMS	: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması



BÖLÜM I

1.GİRİŞ

Matematiğe, gerçek dünya hakkında düşünmek ve anlamak açısından bakıldığında, öğrencilerin matematiği kullanma ve uygulama yöntemlerinden biri de matematiği günlük yaşam problemlerine ve matematik derslerindeki problemlere uygulamak olduğunu söyleyebiliriz (Tertemiz ve Çakmak, 2003).

İlköğretimin temeli; bireyi, yaşama ve yüksek öğrenime hazır hale getirmektir. Bunları başarmak için gerekli olan zihinsel becerileri; etkili muhakeme, eleştirel düşünebilme ve problem çözebilmeyi sağlamaktır (Özsoy, 2005).

Baykul (2001) araştırmasında, "Matematik, günlük hayatımızda ve bilimde problem çözmek için kullandığımız önemli materyallerdendir." diyerek, matematiksel problem çözmenin önemine dikkat çekmektedir. Altun (1998), matematik öğretiminin amaçlarını insanların günlük hayatta gereksinim duydukları matematiksel bilgileri ve becerileri kazanmalarını sağlamak, problemleri çözmeyi öğretmek ve problem çözme sürecinde olaylarla baş etmeye yönelik bir düşünme şekli kazandırmak olarak ifade etmiştir. Polya'ya göre ise matematik; hazır olan bilgi değil, çocukların keşfetmesi için bir problem çözme aktivitesidir (Akt: Özsoy, 2005).

Günümüz eğitim sistemlerinde, öğrencilerin bilgiye ulaşan, soru sorabilen, durumlar arasında nedensellik ilişkisi kurabilen, gerçek hayattaki sorunları anlayabilip çözen bireyler olarak yetiştirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin edindikleri bilgileri günlük hayatlarında uygulayabilmeleri için eğitim etkinliklerinde edindikleri bilgilerin hafızadan ayrı, gerçek hayatla ilgili ve kalıcılığının olması gerekir (Kıyıcı, 2008). Buna rağmen bu konu ile ilgili yapılan araştırmalar, müfredatın günlük hayatla yeterince ilgili olmadığını ve öğrencilerin derste istenilen düzeye ulaşamadıklarını göstermiştir (Akgün vd., 2015; Buyruk ve Korkmaz, 2016; Doğan vd., 2004; Emrahoğlu ve Mengi, 2012; Er vd., 2013; Hürcan ve Önder, 2012; Karataş ve Güven, 2010; Yiğit vd., 2002).

Türkiye, 2015 yılında uygulanmış olan Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırmasına (TIMSS-Trends in International Mathematics and Science Study) göre, matematikte 4. sınıf öğrencileri arasında 49 ülke arasından 36., 8. sınıf öğrencileri arasında 39 ülke arasından 24. sırada yer almaktadır. Türkiye, 2015 yılında uygulanmış olan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA-Programme for International Student

Assessment) kapsamında, matematik okuryazarlığı ortalama değerinde, Ekonomik Kalkınma ve İş Birliği Örgütü (OECD-Organisation for Economic Co-operation and Development) ortalamasından ve diğer ülkelerin ortalamasından düşük olduğu görölmüştür (MEB, 2016). Uluslararası bu sınavlarda başarılı sayılan ülkelerin programları incelendiğinde, bu programların tamamının problem çözme odaklı olduğu tespit edilmiştir (Kaur; Cai'den akt. Altun, Sezgin-Memnun, & Yazgan, 2007).

Ülkemizde 2018 yılı itibariyle uygulanmaya başlayan LGS'de, günlük yaşam problemleri içeren sorular ile, öğrencilerin çeşitli nitelikteki liselere yerleştirilmeleri sağlanmaktadır. PISA, TIMSS gibi değerlendirmeler kapsamında elde edilen sonuçlarla paralel olarak, LGS'nin de benzer sonuçları gösterdiği görölmektedir. Matematik ortalamalarını incelediğimizde 20 soru için, 2018'de 4,95 olduğu, 2019'da 5,09 olduğu, 2020'de 4,89 olduğu, 2021'de 4,20 olduğu, 2022'de 4,74 olduğu karşımıza çıkmaktadır.

Tüm bunlara bağlı olarak bu çalışmadan elde edilecek bulgular, rutin olmayan problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerinin ortaya konmasına ve farklı bakış açıları geliştirilmesine olanak sağlayacaktır.

1.1. Problem Durumu

Rutin olmayan problemler, öğrencilerin günlük yaşamda karşılaşılabilecekleri, öğrencilerin üst düzey bilişsel düşünme yeteneklerini geliştiren ve daha önce aşına olma ihtimallerinin düşük olduğu problem çeşitleridir (Polya, 2014; Van de Walle, Karp ve Williams, 2013). Uluslararası platformlarda ve ülkemizde yapılan merkezi sınavlar doğrultusunda rutin olmayan sorular kullanılmaya ağırlık verilmiştir. Birçok dersten sınava giren öğrencilerin en fazla sıkıntı yaşadığı ders matematiktir. Merkezi sınavlarda rutin olmayan problemlerin LGS kapsamında 8. sınıflarda başlaması ve başarının istenilen düzeyin altında olması önemli bir sorundur. Bu sorunun çözümüne yönelik bir adım olarak 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözmede karşılaştıkları zorlukların nedenlerinin neler olduğunun belirlenmesi fayda sağlayacaktır. Rutin olmayan problemlerin çözümünde neden zorlanılmaktadır? Bu amaç doğrultusunda araştırmanın alt problemleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

1.1.1. Alt Problemler

1. Problemi anlama aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenleri nelerdir?
2. Plan yapma aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenleri nelerdir?
3. Planı uygulama aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenleri nelerdir?

4. Sonucun kontrolü aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenleri nelerdir?
5. Öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme sürecinde kullandıkları stratejiler nelerdir?

1.2. Araştırmanın Amacı

Uluslararası ve ulusal alanyazında, matematik eğitiminde rutin olmayan problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerinin araştırılmasına yönelik farklı sınıf seviyelerinde az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. 8. sınıf düzeyinde yapılan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Son yıllarda ülkemizde sıklıkla rutin olmayan problemlerin merkezi sınavlarda kullanımına ağırlık verilmesi ve bu sürecin LGS ile başlıyor olması, 8. sınıflarda rutin olmayan problemleri çözmede karşılaşılan zorlukların nedenlerinin belirlenmesinin önemini arttırmıştır.

Bu araştırmanın amacı, 8. sınıf matematik eğitiminde, öğrencilerin rutin olmayan matematik problemlerinin çözümünde gösterdikleri bilişsel aktiviteyi incelemek, problem çözüm sürecinin ayrı ayrı her aşamasında karşılaştıkları zorlukların nedenlerini belirlemek, en sık hangi stratejileri kullandıklarını tespit etmek ve problemlerin çözilememe nedenlerini ortaya koymaktır.

1.3. Araştırmanın Önemi

İnsanlar, hayatın her alanında çeşitli sorunlarla karşılaşmaktadır. Günümüzde problem çözebilen bireyler başarılı kabul edilmektedir. Modern eğitim programları, başarılı öğrencilerin araştırma yapmasına, soru sormasına, iletişim kurmasına, mantıklı düşünmesine, akıl yürütmesini teşvik eder. Bu özelliklerinin yanı sıra, kazanması gereken bir beceri olarak, problem çözme yeteneğinin geliştirilmesi gerektiği de vurgulanmıştır. (Biber ve Kutluca, 2013).

Ulusal ve uluslararası araştırmalar, öğrencilerin edindikleri bilgiler ile gerçek hayatları arasında bağ kurabilmelerinin önemini göstermiştir. Öğrencilerin, öğrendikleri bilgileri günlük hayatlarıyla ilişkilendirmesine, muhakeme gücünün gelişmesine, birçok stratejiyi kullanmasına olanak sağlayan etken, rutin olmayan problemlerdir. Rutin problemlerin tek ve kesin çözümü olması, kavramları ve bilgileri öğrenmek için yararlıdır. Ancak tek başına kullanıldığında, öğrencilerin bağımsız düşünme ve harekete geçme becerilerinin gelişimini sınırlar (Gega, 1991: 60).

Problem çözme, tüm derslerin amaçlarından biridir ve yaşadığımız döneme damgasını vurmaktadır. Yaşadığımız çağın öğretim yöntemlerinin, problem çözmeye yönelik olduğu

görülmektedir. Bu sebeple birçok eğitimci ve psikolog, problem çözmede başarı oranını artırmanın önemini vurgulamış ve üzerinde birçok çalışma yapılmıştır (Kılıç ve Samancı, 2005).

Sınavlarda çıkan bazı soru türlerinin ders kitabında hiç yer almadığı, ders kitabında yer almayan soru türlerinde ise öğrencilerin başarı oranlarının oldukça düşük olduğu ifade edilmektedir (Olkun ve Toluk, 2002). Sınıfta farklı problem çözümlerini ve farklı problemlere yaklaşım yollarını derse dahil etmek, öğrencilerin çözümler üretmesini ve kendi yöntemlerini geliştirmelerini sağlar (Yackel VD., 1999). Bundan dolayı öğrenciler, farklı problemlerde problem çözme konusunda deneyim kazanırlar (İskenderoğlu vd., 2004).

Ayrıca, öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadıkları güçlükleri ve bu güçlüklerin nedenlerini belirlemek ve anlamak, problem çözme öğretimi ile matematik eğitimi için de oldukça önemlidir. Bu nedenle problem çözme sürecini analiz etmek ve tanımlamak çok önemlidir (Baki vd., 2002).

Rutin olmayan problemlere yönelimin artmasıyla birlikte, öğrencilerin problem çözmede zorlandıkları ve bu zorlanmanın nedenlerini ortaya koyacak çalışmaların yetersiz olduğu görülmektedir. Bu nedenle, 8. sınıf matematik eğitiminde, rutin olmayan matematik problemlerinin çözümündeki zorlukların nedenlerinin araştırılması önem kazanmaktadır.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

- Araştırma için kullanılan Rutin Olmayan Problemler Testinin hazırlanma sürecinde alınan uzman görüşleri yeterlidir.
- Yarı yapılandırılmış görüşmeler için hazırlanan Görüşme Formunun sorularının hazırlanma sürecinde alınan uzman görüşleri yeterlidir.
- Uygulama sürecinde kullanılan Rutin Olmayan Problemler Testi ve Görüşme Formu soruları, yapılan araştırmaya uygundur.
- Öğrenciler, Rutin Olmayan Problemler Testini dikkatli, itinalı ve ciddi bir şekilde yanıtlamışlardır.
- Öğrenciler, yarı yapılandırılmış görüşmelerde, samimi bir şekilde düşüncelerini ortaya koymuşlardır.
- Her öğrenci uygulama süresince, ortam şartlarından eşit oranda etkilenmiştir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırma, 2022–2023 eğitim–öğretim yılında, Antalya’nın Serik ilçesinde, bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan on tane 8. sınıf öğrencisiyle sınırlıdır.

Araştırma, yazılı bir şekilde yöneltilen 10 adet rutin olmayan matematik problemi, yarı yapılandırılmış görüşme formunda bulunan 6 adet açık uçlu soru ve öğrencilerin uygulama sorularına verdikleri cevapların değerlendirilmesiyle elde edilen veriler ile sınırlıdır.

Araştırmada kullanılan rutin olmayan problemler, 8. sınıf matematik öğretim programında yer alan çarpanlar ve katlar, üslü ifadeler, köklü ifadeler ve veri analizi konuları ile sınırlıdır.



BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Problem Nedir?

Problem tanımı, Türk Dil Kurumu tarafından "teoremler ve kurallar yoluyla çözmek istenen bir şüphe, mesele veya sorun" olarak tanımlanan Fransızca "problème" kelimesinden gelmektedir. Alanyazında farklı problem tanımları bulunmaktadır.

John Dewey, problemi "insan aklını karıştırmaya sebep olan, ona karşı duran ve onu gizleyen şeyler" olarak ifade eder (Akt:Baykul, 2003).

Piaget'in ifade ettiği gibi, bireyin bilişsel durumu, ancak var olan bilgilerle karşı karşıya kaldığı yeni durum ve nesneleri anlayamadığında bozulur. Bireylerde ortaya çıkan bu psikolojik duruma "bilişsel ikilem" denilebilir. Çoğu zaman, yeni durum kişinin var olan bilgisiyle örtüşmezse, denge bozulur veya kişi doğal olarak ikilemi çözmek zorunda kalır (Baki ve Bell, 1997). Bingham (1998) ise problemi, "Ulaşılmak istenilen amaç için kişinin bir araya topladığı mevcut güçlerin önünde bir engeldir." şeklinde ifade etmektedir.

Bir durumun problem niteliği taşıyabilmesi için daha önce çözümü verilmeyen, ilk kez karşılaşılan, problemde istenilen amaca kolayca ulaşılamayan, çözüm sürecinin gizlendiği ve insanın zihninde yarattığı farklı zihinsel aktivitelerle problemi çözmeye zorlayan bir durum olması lazımdır. Dede ve Yaman'ın (2006) ifade ettiğine göre, problem çözme temelde ne yapacağını bilmeden yapılan bir aktivitedir. Ne yapılacağı açıksa, karşılaşılan durumun bir olarak değil, bir alıştırmaya olduğu ifade edilmiştir. Bir matematik dersinde, öğretim sürecinde, öğretmenin çözümü yapılmış soruyu öğrenciden aynı şekilde çözmesini isteyerek çözüm yaptırdığı söylenemez. Çünkü verilen problem, öğrenci için yeni bir durum değildir (Baykul, 2003).

Toluk ve Olkun'un (2004) ifadesine göre problem, çözme isteğini aktif hale getiren ve çözüm programı hazırda bulunmayan, ancak bireyin bilgi ve tecrübesini problemin çözümü için kullanabileceği bir durumdur.

NCTM Standartları (2000), iyi bir sorunun öğrencinin çevresinden doğduğunu, öğrenciyi bir strateji oluşturmaya ve uygulamaya zorladığını ve öğrencinin yeni kavramları tanıtmaya için bir ortam hazırladığını belirtir (Yazgan ve Bintaş, 2005).

Tetik ve Açıkgoz (2013) problem tanımını, "bireylerin amaçlarına ulaşmada karşılaştıkları güçlükler" olarak yapmaktadır. Bağ vd. (2006: 264) problemi, zorluk düzeyi

yüksek veya sonucu net olmayan bir soru olarak tanımlamışlardır. Sorunu çözmek, konuyla ilgili çalışma ve tartışmayı gerektirir.

Diğer bir ifadeyle problem; bireyin onu çözme arzusunun olduğu ve çözme sürecinin net olmadığı, ancak bireyin kendi bilgi ve deneyimlerini çözmek için kullanabileceği bir durumdur.

2.2. Problem Çözme Nedir?

Problem çözme, problemin tanımına bağlı olarak “bir problemin nasıl ortadan kaldırılacağını bilmek” olarak ifade edilebilir (Altun, 2000).

Diğer bir ifadeyle, bir sorunla karşılaşan bireyin, sorunu aşmak için gösterdiği çabaya "problem çözme süreci" denir. Problem çözme, temelde ne yapacağını bilmeden yapılan bir aktivitedir. Kişi ne yapacağını biliyorsa, iş problem çözmek değil, uygulamadır (Dede ve Yaman, 2006).

Bağ vd. (2006: 264) problemi çözme durumunu, "problemlere farklı çözümler bulma, edinilen yeni kuralları oluşturma veya uygulama" olarak ifade etmektedir.

Bir sorunla karşılaşıldığında onu anlamak önemlidir. Bir insan yaşadığı bir sorunu anlayamıyorsa, o soruna çözüm üretemez, herhangi bir yöntem belirleyemez ve bu yöntemi uygulayamaz.

Bu yorumlardan hareketle, problemi çözme süreci, açıkça tasarlanmış ancak anında elde edilemeyen sonuçlara ulaşmak için tasarlanmış denetimli bir çalışma şeklinde yorumlanabilir (Altun, 2000).

Problemi çözme, buluş ve mantık çerçevesinde düşünebilme becerilerini geliştirir. Ayrıca matematik dili kullanımını ve toplumsal becerilerin gelişimini kolaylaştırır (Akman, 2002).

Problem çözebilmenin önemini inceleyen bir araştırmada, problem çözebilmenin; görevinin farklı olay veya durumlarda mevcut olan bağları ifade edebilmek, yenilerini kurmak ve izlenen amaçlara göre belirli sonuçlara ulaşmak olduğu belirtilmektedir (Pesen, 2003).

İfade edilen tanımdan hareketle, problem çözme, zorlukların üstesinden gelme sürecinde mevcut bilgileri kullanan ve bir çözüme ulaşmak için özgünlük, yaratıcılık veya hayal gücü ekleyen, üst düzey bilişsel bir süreçtir. Hedeflere ulaşırken karşılaşılan problemlerde, problem çözmenin öğrenilebilmesi, kazanılması istenen bir beceridir. Baykul’a (2003) göre bu durumda öğretmene düşen iş, bir yönlü değil, çok yönlü problem çözme yöntemleri için daha etkili tecrübe edinmenin yollarını aramak olmalıdır.

2.3. Problem Türleri

Jonassen (1997) problemleri üç kategoride incelemiştir. Bunlar; bulmaca tipi sorular, yapılandırılmış sorular ve yapılandırılmamış sorulardır. Bağ vd. (2006) problemlerin, rutin problemler ve özgün problemler olarak iki geniş kategoride incelendiğini ifade etmiştir. Özgün problem; açık ifade edilmemiş, çözüm için ele alınacak kesin ve eksiksiz bilgiye sahip olmayan problem türüdür. Rutin problemler ise detaylı bilgi sağlar. İpuçları ve çözüm süreçleri çözümlerine yol gösterir (Bağ vd, 2006: 264).

Pesen (2003) çalışmasında, problemi dört işlem içeren problemler ve günlük yaşam problemleri olarak iki kategoriye ayırmıştır. Matematik dersinde dört işlem problemlerine ek olarak gerçek yaşam problemlerine dikkat edilmesi ve matematiksel düşünmenin kazanılması gerektiğini ifade etmiştir. Gerçek hayattaki problemlerin çözüm aşamasının, matematiksel problemlerin çözümü ile bağ kurulması gerektiğini, öğrencilere farklı çözümleri hesaplanmasını ve uygulanmasını öğretmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Altun'un (2000) ifade ettiğine göre problemler farklı şekillerde sınıflandırılabilir. Öğretim amacına göre sorular iki kategoriye ayrılabilir. Bunlar, rutin problemler ve rutin olmayan problemlerdir.

Literatüre bakıldığında problemlerin iki kategoriye ayrılabilceği görülmüştür. Bu iki farklı yapıdaki problem için benzer tanımlamalar yapılsa da farklı terminoloji ile karşılaşılmaktadır. Tek doğru cevabı bilinen problemler için “rutin, kapalı uçlu, yapılandırılmış” gibi tanımlamalar kullanılırken; üst düzey bilişsel düşünme gerektiren problemler içinde açık uçlu, özgün, rutin olmayan, yapılandırılmamış gibi tanımlamalar yapılmaktadır. Çoğunlukla kullanılan ifadeler "rutin ve rutin olmayan" şeklindedir.

2.3.1. Rutin Problemler

Karşılaşıldığında bilişsel karmaşaya neden olmayan, dört işlemin kullanılmasını gerektiren, genel kurallar ve yöntemlerle çözülebilen problem türüdür (Altun, 2010; Bayazit, 2013; Gök ve Sılay, 2009; Yazgan, 2007). Çözüm yapılırken bir veya birden fazla işlem kullanılabilir (Altun, 2010; Uçar, 2010).

Bu problemler yoluyla edinilen bilgi ve yetenekler, gerçek yaşamda karşı karşıya kalınan problem çözümlerinde de kullanılabilir (Altun, 2010; Ildırı, 2009; Verschaffel, De Corte & Vierstraete, 1999).

Problem cümlesi, matematik denklemi oluşturmaya, sayıları görsellerle açıklamaya ve problemi çözebilme becerisi kazanmaya yardımcı olur (Altun, 2018; Kayapınar, 2015). Yeni edinilen bilgi ve yöntemleri pekiştirir (Çömlekoğlu, 2001; Tertemiz, Çelik ve Doğan, 2014).

Ancak farklı bilginin geliştirilmesine ve matematiği öğrenmeye katkısı çok az görünmektedir (Aladağ, 2009; Çömlekoğlu, 2001; Gür, 2005).

Bu problemleri çözerken, öğrenciler öğrendikleri bazı kavram, kural ve ilkeleri belirli problem durumlarını çözmek için kullanırlar. Bu soruların tek bir doğru çözümü vardır. İncelemede belirlenenler dışındaki problem çözümleri hatalı kabul edilmektedir. Bu tür problemlerin özelliklerini ifade edersek (Altun, 2000; Serin, 2016: 264):

- Problemin bütün unsurları verilmiştir.
- Problem cümlesinde, muhtemel çözümleri türetmek için probleme ait değişkenler verilir.
- Açıkça ifade edilmiş ve sınırlı değişkenlerle tahmin edilebilecek yalnızca belirli sayıda kural ve ilke kullanılabilir.
- Belirli bir konu alanının organize ve yapılandırılmış kavramlarını içermektedir.
- Doğru ve bilinen bir çözüm içerir.

Rutin problemlerin yanıtlarını bulmak, öğretilenlerin kullanımına bağlıdır ve öğrenci istenilen yanıtları vermelidir. Rutin problemler, akıl yürütme performansını sınırlama yönelimindedir. Rutin problemlere “kapalı uçlu” sorular da denilebilir (Esler, 1977).

Okulda çoğunlukla kullanılan bu tür problemlerin, öğrencilerin gerçek yaşamlarında karşı karşıya kaldıkları problemleri durumlarla yeterince bağ kurmalarına ve bilgiyi günlük yaşama aktarma becerilerini geliştirmelerine katkısı azdır (Jonassen, 1997).

2.3.2. Rutin Olmayan Problemler

Rutin olmayan problemler; sadece işlemsel becerileri değil, verileri düzenleme, kategorize etme, bağları görüntüleme ve bazı aktiviteleri sırayla gerçekleştirme gibi becerileri de gerektirmektedir (Altun, 1997).

Rutin olmayan problemler, net ve sadece bir çözüm barındırmayan kompleks durumlar içermektedir. Problem yapısı belirsiz ve problemin birçok çözümü olabileceğinden, problem çözümü sürecinde ihtiyaç duyulan bilgilerle ilgili çeşitli sorular sorulur. Ayrıca, problemlerin çözümünde birçok konu hakkında bilgi ve becerinin kullanılması gerekebilir. Bu tür problemlerle gerçek hayatta çoğunlukla karşılaşmaktadır. Bu tarz problemler, çözülmesi oldukça zor olmakla birlikte, yaşamda çoğunlukla karşılaşıldığından dolayı, birey için daha ilgi çekici ve anlamlıdır.

Lave, dört işlem içeren problemlerini, günlük yaşam deneyimiyle sezgisel bağlantısı olmayan okul etkinlikleri olarak tanımlamaktadır. Kuralları bilmek, öğrencilerin işlem becerisinin gelişmesini sağlar ve öğrenciler işlem içeren problemde uygulayabilir. Ama bu becerileri kullanacakları zamanı ve yeri bilmeyen öğrenciler, gerçek yaşam problemleriyle karşılaştıklarında çözüm üretme aşamasında sıkıntı yaşarlar (Kılıç, 2003).

Umay (2003) "Toplama ve çarpma yeteneğine sahip olup, toplama ve çarpmanın nerede yapılacağını bilemeyen veya gerektiğinde kullanmayı düşünmeyen kişi için bu, matematikte yetersiz olduğunun işareti sayılır." ifadesiyle bu durumu desteklemektedir. Bir öğrenci, bir sorunu kendi sorunu olarak gördüğünde, durumu kavrar ve öğretmenin yönlendirmesi olmadan sorunu çözmek için çözüm yolları geliştirir. Bu, sorunu başkasının sorunu olarak görmekten daha yararlıdır (Kılıç, 2003).

Umay (2003), günümüzde matematik eğitiminin, işlemsel becerileri edindirmekten daha önemli bir işleve sahip olduğunu savunmaktadır. Matematik eğitimi, gerçek hayatın içinde olan sayıları öğretmek, işlem yeteneği edindirmekten öte bir fonksiyona sahiptir. Matematik eğitimi, düşünme, olayları ilişkilendirme, akıl yürütme, tahminde bulunma, problem çözme ve günlük yaşama adaptasyonu sağlar.

Rutin olmayan problemlerin özelliklerini şu şekilde sıralayabiliriz (Jonassen, 1997; Serin, 2016: 264; Şencan, 2013):

- Problemin bir veya birçok unsuru bilinmemelidir.
- Formülasyonu belirsizdir. Amacı ve sınırlamaları belirsizdir.
- Tek bir çözüm değil, birçok çözümü olabilir.
- Çözümlerin sınanabilmesi için birçok kriter vardır.
- Birden fazla durum içerirler.
- Çözüm için gerekli kavramlar, kurallar ve ilkeler belirsizdir. Problem durumuna göre farklı ilişkiler kurulabilir.
- Birçok problemi açıklamak için hiçbir genellenebilir kural ve ilke sağlanmamıştır.
- Gerekli strateji bulma yolu belirsizdir.
- Öğrenciler konuyla ilgili kişisel düşünce ve inançlarını paylaşmalıdır. Bu sebeple, bireyler arası faaliyetleri barındırır.
- Öğrencilerin problem üzerinde karar vermesi ve onu açıklayabilmesi gerekir.
- Başlangıçta tanımlanan problem durumu, problem çözme sırasında yeni bilgiler elde edildikçe değişebilir.

Rutin olmayan problemler belirli strateji veya formüllerle çözülemez. Rutin olmayan problemleri çözmek için öğrencilerin mevcut bilgileri özenle irdelemesi ve birçok yöntem kullanması gerekir (Artut ve Tarım, 2009). Bu soruların cevapları bireyin yapısına, yetiştirilme tarzına, düşünce biçimine göre değişiklik gösterebilir. Okullar, kişileri yaşama hazırlamakla görevli ve problemlerle başa çıkma kapasitesi edindirmeyi hedefleyen bir yapı olduğundan, eğitim sürecinde rutin olmayan problemleri de sürece katmalıdır (Altun, 2000).

2.4. Problem Çözme Adımları

Alanyazın incelendiğinde, çoğu çalışmada kökende aynı, adım sayısı yönünden değişiklik içeren problem çözme basamakları tanımlamaktadırlar.

Bingham (1998) problem çözme sürecinin adımlarını aşağıdaki gibi belirlemiştir:

- Problemi tanıma ve problemle başa çıkma ihtiyacı hissedilmesi.
- Problemi açıklamaya, doğasını ve kapsamını tanımaya ve problemle ilgili alt konuları kavramaya çalışır.
- Problem ile ilgili veri toplama.
- Problemin doğasına uygun gerekli verileri seçmek ve sınıflandırmak.
- Problem hakkında toplanan veri ve bilgilere dayalı olarak çeşitli olası çözümleri belirlemek.
- Çözüm yollarını değerlendirip, duruma en uygun olanı seçmek.
- Kararlaştırılan çözümleri uygulamak.
- Kullanılan problem çözme yaklaşımını değerlendirmek.

Stevens'a (1998) göre problem çözme sürecinin adımları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

- Problemi anlamak
- Uygun verileri toplamak
- Problem yapısına inmek
- Uygun stratejilerin belirlenmesi
- En uygun çözümün belirlenmesi
- Problemin çözümlenmesi

D'Zurilla ve Goldfried (1971), problemi çözmeye adımlarını tanımlanabilir basamaklarla ifade etmiştir. Bunlar:

- Genel Yaklaşım
- Problem tanımı
- Seçeneklerin oluşturulması
- Karar vermek
- Değerlendirmek

Polya'nın (1997), bu temelde dört aşama önerdiğini ve Bu aşamaların alandaki tüm araştırmalarda temel kabul edildiğini belirtmekte fayda var. Polya'nın aşamalandırdığı problem çözme süreci, bu araştırmanın konusu olan rutin olmayan problemler için uygulanabilir olduğundan bu çalışmada da temel alınmıştır.

Polya (1997), Nasıl Çözmeli (How to Solve It?) isimli eserinde problem çözme sürecini dört aşamada tanımlar. Bunlar:

- Problemi Anlama
- Plan Yapma
- Planı Uygulama
- Sonucun Kontrolü

Sorunu çözmek için önerilen bu adımlar birbirinden ayrı değildir. Bunların yürütülmesi, sürekli standart bir düzende olmayabilir. Bireylere anlama ve bilişsel düzeylerine göre farklı yöntemler kullanarak, bir problem durumuna farklı çözüm yolları önerebilirler (Olkun ve Toluk, 2004).

Öğretmenler, her öğrencinin problem çözme adımlarını, öğrenci seviyesinden bağımsız olarak sırayla uygulamasını beklemek yerine, çocukların problem çözme süreçlerini dikkatle gözlemlemeli ve öğrencilerin problem çözme eğilimlerini ve etkisini olumlu yönde etkileyen davranışlar sergilemelidir.

Polya'nın önerdiği problem çözme aşamaları ayrıntılı olarak aşağıda incelenmektedir.

2.4.1. Problemi Anlama

Problemi anlamamanın ve çözmenin ilk adımı, problemin amacını belirlemek ve bu amaca ulaşmada eldeki imkânları ortaya çıkarmaktır. Problem çözme sürecine kişi, verilen bilgiyi değerlendirip, problemi analiz ederek başlar.

Polya (1997), bu adımda sorulacak soruları şöyle ifade etmiştir.

- Problem verileri nelerdir?
- Problemde istenenler nelerdir?

Tıraş (2003) bir problemi anlama sürecinin ilk aşamasının doyurulmak istenen isteğin tam olarak ne olduğunu, hangi güçlüklerin var olduğunu veya bulunabileceğini ve nelerin çözüm sunabileceğini belirlemekten oluşacağı şeklinde tanımlamıştır. İşe başlamadan önce yapılması gerekenler ifade edilmelidir. Böylece süreçte zaman kaybı önlenir. Bu nedenle problemi anlamak yapılması gereken ilk iştir.

Altun (2000), problemi anlamak için farklı belirtilerin de olduğuna dikkat çekmiştir.

Bunlar:

- Öğrencinin problemi okuması odak düzeyinde mi?
- Problem eksik ya da gereksiz veri içeriyor mu?
- Elde edilebilecek veriler nelerdir?
- Problemdeki olay ve ilişkilere göre şekiller çizebilir mi?
- Problem birkaç parçaya (alt problemlere) bölünebilir mi?

Problemi anlamak yani problemi çözmenin ilk aşaması, problemin neyi ifade ettiğini, ne verildiğini ve ne istendiğini anlamaktır. Bir problemi anlamak için bazen grafikler, resimler, çizelgeler ve tablolar kullanılabilir. Problemi anlamayan öğrencilerin problemi çözmesi olası değildir.

2.4.2. Plan Yapma

Bu aşamada problemi anlayıp çözüm hakkında düşünme, çözüm yolu ve çözüm yöntemi aranmaktadır. Bir sonraki adım, çözüme en uygun yöntemi kullanmak olacaktır. Bu adımda problemin çözümü için uygun planlar belirlenir.

Problem çözmede kullanılan değişkenler arasındaki ilişki belirlendikten sonra, bu aşamada problemi tanımlayan matematiksel denklemler kurulur (Karataş, 2002).

Polya (1997) bu aşamada yöneltilebilecek soruları şu şekilde sıralamıştır:

- Bu problemle ilk defa mı karşılaştınız?
- Karşınızdaki durum ile alakalı başka problemler söyleyebilir misiniz?
- Bilgiler ile istenilene ait ilişkiyi söyleyin.
- Bitiminde, bir çözüm planı oluşturmalsınız.

Altun (2000) bu sorulara ek olarak aşağıdaki sorularında yöneltilebileceğini ifade etmiştir.

- Soruda bulunmak istenen nedir?
- Verilenler nelerdir? Neleri bildiğini anımsa.
- Problemle aynı tarz farklı bir problemler çözdünüz mü? Çözerken yaptıklarını anımsa.
- Soruyu çözümleyemiyorsan, aynı tarz kolay bir soru tanımlayıp çözer misin?
- Planladığın çözümlemede tüm verileri kullanabilir misin?

Tıraş (2003) problemin planlama aşamasını şu şekilde ifade etmektedir: Plan yapmak ve uygun eylemler fikrini kavramak, problemi çözmek için temel adımlardır. Problemi çözmek için farklı araçlar ve farklı yaklaşımlar denenmelidir. Planımızın başarısız olma olasılığı durumunda, başka bir planımızın olmasını göz önünde bulundurmak zorundayız. Bu aşama, bireyin problemi çözmesine rehberlik eden en önemli aşamadır. Bu aşama, sorunun anlaşılmasına dayanmaktadır. Problemi anlamayan bu adımı gerçekleştiremez ancak problemi anlamak bu adımı gerçekleştirmek için yeterli değildir. Problemde verilenler ve istenenler ile ilgili matematiksel kavramların bilinmesi, problemle ilgili matematiksel kavramların seçilmesi ve seçilen veriler yardımıyla verilen ile istenilenler arasında matematiksel bir bağ kurulması gerekmektedir.

Umay (1996), problem çözme aşamalarının en zorunun planlama aşaması olduğunu belirtmiştir. Çözümün algılandığı sürecin oluşumunu birçok kişi tamamıyla bilemez. Birçok araştırmacının problem çözme sürecinin adım sayısı farklılık gösterse de, ilk aşamanın "verileri tanımlama ve sembolize etme", sonraki aşamanın "çözüm yolunu tahmin etme" ve son aşama "çözümleyerek sonuçlara ulaşma" şeklindedir. Problemin çözümünü en çok zorlaştıran ikinci aşamadır.

2.4.3. Planı Uygulama

Bu aşama, bir sonuca ulaşmak için problemi çözme etkinliklerinin yapıldığı aşamasıdır. Uygun planların çözümlerin kullanıldığı ve problemin cevabının elde edildiği aşamadır.

Planın uygulanması, seçilen yöntemin önemli bir parçasıdır ve dikkatli olmak gerekir. Tecrübeli uygulayıcılar programlarını kendilerine özgü yollarla uygularlar. Çözüm konusunda zorluklarla karşılaşıldığında önceki adımlara, hatta başa dönmek bile gerekebilir (Altun, 1995).

Bir problemi çözerken, verilen ile istenilen arasındaki matematiksel bağ oluşturulduğunda ve dört işlem probleminde uygulanacak işlem belirlendiğinde yapılacak

olan, planı uygulamak ve dört işlem problemini doğru şekilde gerçekleştirmektir (Baykul, 2002).

Polya (1997) planı uygulama adımında yöneltilebilecek soruları şöyle sıralamıştır:

- Yaptığınız planını uygulayın.
- Planınızın uygulamadaki aşamaları tek tek kontrol edin.
- Adımın doğruluğunun farkında mısınız?
- Planın doğru olduğu ispatlayabilir misiniz?

Altun'a (2000) göre, plan yapma aşamasında belirlenen yöntem ile, problemin çözümü yapılır. Problem çözümü yapılamıyorsa, anlamadaki eksik veya yanlışlar için problemin birinci veya ikinci adımı kontrol edilir. Hala çözülememesi durumunda farklı strateji kullanılır.

2.4.4. Sonucun Kontrolü

Bu aşama, cevaplanan problemlerin cevaplarının incelendiği aşamadır. Bu aşamada cevabın doğruluğu, cevabın farklı çözümlerle elde edilip edilemeyeceği, kullanılan çözümün başka problemler için kullanılabilirliği gibi kontroller yapılır. (Altun, 2010; Baykul, 2005; Kayapınar, 2015; Polya, 1973). Bir probleme sayısal olarak verilen cevabın doğruluğu, öğrencinin problemi anladığını ve çözme becerisine sahip olduğunu ifade etmeyebilir (Karataş, 2002).

Baykul (2003) bu aşamayı, problemi çözmek için kullanılan prosedürün doğrulanması ve sonuçların tahminlerle karşılaştırılması olarak gösterir.

Tıraş (2003) bu aşamanın kilit noktalarına dikkat çekmekte ve şöyle ifade etmektedir: Kontrol aşaması çoğu kişinin birçok durumda en az yararlandığı aşama diyebiliriz. Bununla birlikte, problemlerin nasıl çözüleceğini öğretmek iki ana amaca hizmet eder. Birincisi var olan belirsizliği ortadan kaldırmak, ikincisi ise problem çözmede elde edilen kazanımları diğer problemleri çözmek için kullanmaktır.

Polya (1997) kontrol aşamasında bireyin kendine yöneltmesi gereken sorular şu şekildedir:

- Sonucun kontrolünü yapabilir misin? Elde ettiğiniz çözümleri kontrol edin.
- Farklı bir sonuca varabilir misin?
- Bu sonucu veya yöntemi başka bir sorunu çözmek için uygulayabilir misiniz?

2.5. Problem Çözme Stratejileri

Strateji, amaçlara ulaşma yolu olarak tanımlanmaktadır (Açıkgöz, 2003). Problem çözme stratejisinin, problemi çözerken beklenen amaca ulaşmak için benimsenen yöntemler olduğu ifade edilebilir.

NCTM Standartlarına (2000) göre iyi bir soru, öğrencilerin strateji geliştirmesine ve uygulamasına olanak sağlamalıdır. Farklı problemleri çözmek için farklı stratejiler kullanmanın yanı sıra, aynı problemi çözmek için farklı stratejiler de kullanılabilir.

Problem çözerken bir veya birden fazla stratejinin aynı anda kullanılabileceği de tespit edilmiştir (Akay, 2006).

Strateji, Polya'nın düşüncesinin ana unsurudur. Problemi anlama, çözüm planlama, problemi çözme, sonuçları inceleme, problem çözme adımlarıdır. Problem çözerken, probleme ait durumu çözümleme, grafikleri çözme, problemlerle ilişkilendirme, problemi basitleştirme gibi özel stratejilere ihtiyaç vardır (Sulak, 2005) .

Bingham (1998), problem çözmenin iyi anlaşıldığı birçok durumda, bir problemi çözmenin birden fazla yolu olduğunu ifade ederek, problem çözme yöntemlerinin değerini ortaya koymuştur. Polya (1997), problemi çözme yöntemlerini anlamanın yanında, yöntemlerin ne zaman ve nerede kullanılacağını biliyor olmaya da vurgu yapmıştır.

Ulusal ve uluslararası literatürde problem çözme yöntemlerinden söz edilmektedir (Baykul, 2001; Altun, 2000; Tertemiz ve Çakmak, 2001; Sulak, 2005; Kılıç, 2003; Basserear, 1997).

Bu inceleme sonucunda kaynaklar arasında en yaygın yedi problem çözme stratejisi şu şekilde sıralanabilir:

- Sistematik liste yapma
- Şekil- şema yapma
- Tablo yapma
- Matematik cümlesi yazma
- Akıl yürütme
- Geriye doğru çalışma
- Tahmin- kontrol

2.5.1. Sistematik Liste Yapma

Problemlerin ilgili tüm olasılıkların planlı ve tutarlı bir listesidir. Liste, gerekirse tablo şeklinde sunulabilir.

Bazı problemleri çözmek, ilgili tüm olası durumların bilgisini gerektirir. Bu durumda listeyi özenle seçilmiş bir sırada yapmak çözümü kolaylaştırabilir. Bu strateji genellikle model gözden geçirme yöntemi ile beraber kullanılmaktadır (Altun, 2002).

Problem çözümlerinde, problem ile alakalı tüm durumların biliniyor olması önemlidir. Bu gibi durumlarda, sistematik bir liste yapma stratejisi, yani problem için tüm olasılıkların sistematik bir sınıflandırması kullanılabilir. Strateji, bir durumun tüm olası sonuçlarını sistematik olarak saymayı veya olası durumları kaç olasılığın içerdiğini belirlemeyi içerir (Wella, 2004).

2.5.2. Şekil- Şema Yapma

Genel olarak, geometrik ve sayısal problemlerdeki veriler arasındaki bağı daha iyi görmek için, şekiller ve diyagramlar çizerek problem çözmeyi kolaylaştıran bir stratejidir.

Grafikleme stratejileri, problemlerin çözümünde tek başlarına kullanılabildikleri gibi diğer stratejilerle birlikte de kullanılabilirler. Aynı zamanda, bir grafik çizmek, çözümün başka hangi stratejiyi kullanması gerektiğini ifade edebilir.

Altun (2002) şekil-şema çizimini şu şekilde ifade etmektedir: Bir resmin, kelimelere karşılık olduğu uzun zamandır söylenmiştir. Geometri problemlerinde ilgili şekillendirme, çözümün görülmesini basitleştirir. Geometri içermeyen problem türlerinde grafikler, aynı faydaları sağlamaktadır. Verilerdeki bağı anlamak için bu grafikler çizilir. Bu yöntem kimi zaman yalnız veya birçok yöntem ile beraber kullanılabilir.

Bir problemi çözerken diyagram veya grafik oluşturmanın iki faydası vardır. Birincisi, öğrencilerin problem çözmedeki başarı oranını artırır. Diğeri, öğretmenlere ve araştırmacılara öğrencilerin bilişsel süreçlerini inceleme ve irdeleme fırsatı sağlar (Karataş, 2002).

Grafiğin ya da diyagramın bir probleme uydurulması ve açıklanması da problem çözmede önemli bir adımdır. Çünkü bu davranış, verilenle istenen arasındaki bağı görmeyi kolaylaştırır. Bu nedenle önemli bir aşamadır. Öğrenciler bir çözüm stratejisi geliştirirler. Bu yöntemde günlük olay, nesne, kişi ve durumlar kolay grafikler, sembol, nokta vb. ile tanımlanabilir (Baykul, 2001).

2.5.3. Tablo Yapma

Verilen bilgiler ile problemdeki bilgiler arasındaki bağı görmek ve çözümü kolaylaştırmak için tablolar oluşturulur. Bu şekilde sorunu çözecek yol bulunmuş olur.

Bazen sayıların sırası, problemin verileri sıralanırken bir tür kuralı gösterir. Bu sayılar tablo haline getirildiğinde, kuralların görülmesi kolaylaşır (Tertemiz ve Çakmak, 2003).

Bu stratejide dikkate alınması gereken, tablonun satır ve sütun başlıklarına dahil edilecek doğru başlıkları bulmaktır. Tablo kullanımı, verilen bir tabloyu okuma veya doldurma, tabloyu sorularla açıklama, bilgi toplama ve tabloda düzenleme olarak da kullanılabilir (Sulak, 2005).

Örneğin, "Sınıfımızda kızların ve erkeklerin sevdiği meyveleri bulun. Kızların en sevdiği meyve hangisidir? Erkeklerin en sevmediği meyve hangisidir? Sorularına cevap arayın." (Reys, Suydam, Lindquist ve Smith, 1999) .

2.5.4. Matematik Cümlesi Yazma

Matematiksel cümle yazabilme, verilen ile istenilen arasında bağ kurarak, işlemsel problemlerin çözüm sürecinde kullanılan bir yöntemdir. Öğrenciler verilmeyen sayılar yerine semboller, şekiller ve işaretler kullanarak denklemler yazarlar ve ardından hangi işlemlerin uygulanacağına karar verirler. Alt sınıflar tahmin ve kontrol adımlarını kullanırken, üst sınıflar matematik cümleleri oluşturmak için cebirsel işlemleri kullanır ve çözümleyebilir. Matematik cümleleri yazmak, üst sınıflarda kullanılan denklem oluşturmaya benzer. Matematik cümleleri yazmak, ilkökul öğrencilerini denklem oluşturmaya hazırladığı söylenebilir (Sulak, 2005).

Problem, bazen de denklemler veya eşitsizliklerle belirtilebilir. Bilinmeyenin çeşitli sembollerle değiştirilmesine olanak sağlamak olarak ifade edilir. Bu sembollerin tanımı yoktur. Bu yaklaşım, temel düzeyde problem çözme ve problem cümleleri yazma için önemlidir. Problem cümlesi yazmak, problemin bir modelidir ve çözüme yönelik önemli bir adımdır (Tertemiz ve Çakmak, 2003).

2.5.5. Akıl Yürütme

Problem çözmeye yönelik tüm stratejiler akıl yürütmeyi içerir. Bazı problemler sadece muhakeme stratejileri ile çözülebilir. Strateji, p doğru önermesinden başlamak, q önermesine varmak ve q önermesinin doğruluğunu incelemektir. Bir doğrudan, diğer doğrulara ulaşmadır. Bu strateji cebirsel teoremlerin ispatında kullanılır.

Akıl yürütme problem çözme yöntemlerinin hepsinde faydalanan bir yöntemdir (Kılıç, 2003). Muhakemenin kendisinin problemi çözme olduğu söylenebilir. Birçok yöntemin seçim ve uygulama aşamaları aslında muhakemeye dayanmaktadır. Burada akıl yürütme yani muhakeme kelimesi "eğer şöyle ise böyle olur" veya "eldekine göre sonuç şu olur" şeklinde ifade edilir. Grafikler, diyagramlar veya tablolar, muhakeme uygulamalarında yardımcı olarak kullanılabilir (Baykul, 2001).

2.5.6. Geriye Doğru Çalışma

Problem türlerinin bazılarında, girişte değerler verilerek sonucun değeri istenebilir. Oysa problem türlerinin bazılarında, sonucunun değeri verilerek giriş bilgileri istenilebilir. Bu tip problemlerde işlemleri tersine çevirerek, sondan başa doğru gidilmesiyle istenilen değere ulaşılması gerekir.

Bazı problemlerde başlangıç bilgileri değil de sonuç bilgileri biliniyorsa, bu tarz problem durumlarında, başlangıç bilgileri buldurulmak isteniyordur (Altun, 2002).

Geriye doğru çalışma yöntemi, ülkemizde ilköğretim kademesinde çoğunlukla kullanılan, ters işlem adı verilen yöntemdir. Fakat bu yöntem, öğrencilere ne yapması gerektiğinin, anahtar kelimelerle ezberletildiği ezberci bir strateji olmamalıdır. Öğrencilerin bu kuralları kendilerinin bulmaları gerekir (Sulak, 2005).

Geriye doğru çalışma stratejisi, bir dizi olaydan sonraki sonuç bilindiğinde veya bir başlangıç durumunun elde edilmesi gerektiğinde kullanılır. Bazı durumlarda, tüm olaylar bilinmemekle birlikte, sonuçlar bölümü daha açıktır ve son adımdan başlayıp sırasıyla bir önceki adımlara geçilerek çözüm elde edilir (Wella, 1994).

2.5.7. Tahmin ve Kontrol

Verilen problemin sonucu tahmin edilerek araştırması yapılır. Tahmin doğruysa, problem çözümlenmiş olur. Yanlışsa, önceki tahminlere dayanarak uygun bir tahminde bulunulur ve doğru cevabı bulana kadar devam edilir. Günlük hayatımızda fark etmediğimiz deneme yanılma yöntemlerindendir. Bu nedenle, bu strateji aynı zamanda bir deneme yanılma stratejisi olarak da adlandırılabilir.

Tahmin ve kontrol stratejileri, problemdeki verilerin cevabının tam olarak ortaya çıkmadığı durumlarda, en sık kullanılan stratejilerdir. Problemin yanıtı tahmin edildikten sonra, tahminin doğruluğuna bakılmaktadır. Tahmin doğru ise sorun çözülür, değilse ikinci bir tahmin yapılarak, yanıt bulunana kadar süreç devam eder. Bu süreçte önemli olan, her adımda yapılan emeğin boşa gitmemesi için, birinci tahmin kullanılarak sonraki tahminlerin daha doğru yapılmasıdır (Altun, 2002).

Tahmin ve kontrol stratejileri rastgele tahmin içermez. Dolan ve Williamson (1983), tahmin stratejisinin yapısını şu şekilde ifade etmektedir: Uygun bir tahminde bulunun. Problemdeki duruma göre verilen tahmini kontrol edin. Daha iyi bir tahmin yapmak için, kontrolden elde edilen bilgileri kullanın. Sonucu bulana kadar aynı şekilde devam ederek, çözüme ulaşın. Tertemiz ve Çakmak'a (2003) göre, içgüdüsel çözüm barındıran sorularda en kritik şey, en güçlü tahmini yapmaktır.

2.6. İlgili Alanyazında Yapılan Çalışmalar

Karaca (2012), 5. sınıf düzeyinde matematik derslerinde yer alan işlem tabanlı rutin olmayan problemler için, öğrencilerin çözüm süreçlerini araştırmayı amaçladığı çalışmada bilgi toplamak için, altı tane açık uçlu rutin olmayan probleme yer vermiştir. Veri analizinden, nitel verileri nicel verilere dönüştürerek araştırma sonuçlarını elde etmiştir. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin, birçok doğru çözümü olan problemlerde çoğunlukla bir doğru çözüm bulabildikleri, birden fazla doğru çözüm bulmada ise sıkıntı yaşadıkları sonucuna varmıştır.

Kılıç (2009) dördüncü sınıf öğrencilerinin, günlük yaşam problemlerinin çözümünde yaşadıkları güçlükleri araştırmak için uyguladığı çalışmada, öğrenciler için yedi adet günlük yaşam tabanlı matematik problemleri sunmuştur. Araştırma bitiminde nitel veriler ve nicel verilere ulaşmıştır. Elde edilen verilerin analizlerine göre, öğrencilerin günlük yaşam problemlerini çözmekte güçlük çektikleri tespit etmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, öğrencilerin problem çözmede tek tür strateji kullandıkları gözlenmiştir. Öğrencilere farklı stratejiler kullanma ve farklı düşünme biçimlerinin öğretilmesi için rutin olmayan problemler seçmeye özen gösterilmesi gerektiğini önermiştir.

Elia vd (2009) yaptıkları araştırmada dördüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin günlük yaşam problemlerini çözme yöntemleri ile problem bazlı veya problem içinde stratejilerin değişimini incelemiştir. Çalışmada, 152 dördüncü sınıf öğrencisine rutin olmayan 3 problem yöneltilmiştir. Elde edilen sonuçlar, öğrencilerin problemleri çözme sürecinde kısmen kendi çözümlerini buldukları şeklindedir. Öğrencilerin matematik bilgilerinin yeterli olmasına rağmen, problem çözmek için kullandıkları yöntemlerin yetersiz olduğu belirlemiştir.

Artut ve Tarım (2006), ilköğretim öğrencilerinin yapılandırılmamış problemler çözme düzeyi, çözme stratejileri ve hata çeşitleri ile ilgili bir araştırma yapmışlardır. Çalışmada ilköğretim ikinci kademe sınıflarından toplamda 607 öğrenciden, 26 okuma problemini cevaplamalarını istemiştir. Problemler üç tür problem olarak sınıflandırmıştır. I. tür problemler rutin problemler, II. tür ve III. tür problemler rutin olmayan problemlerdir. Çalışma bitiminde edinilen bulgularda kişilerin birinci tür sorularda başarılilik oranlarının daha yüksek olduğu görülmüştür. İkinci ve üçüncü tür sorularda başarı oranının düşük olmasının nedeninin, müfredatta rutin olmayan soruların yer almaması olduğunu öngörmektedir. Öğrenciye göre I. tür problemlere kıyasla II. tür ve III. tür problem çözümlerinde yanlış cevaplar vermesinin başka bir sebebi, bu tarz problemlere I. türdeki gibi düşünerek ayrıntısız muhakeme yapmak olabileceğini ifade etmiştir. Diğer bir sonuç ise, sekizinci sınıf öğrencilerinin küçük sayıları içeren problemlerde başarılı olduklarıdır. Bunun

sebebinin, daha fazla tecrübeye sahip olmaları ve günlük yaşamlarında bu tür problemlerle karşılaştıkları durumların sayısı ile açıklanabileceğidir.

Çelik ve Güler (2013), altıncı sınıf düzeyinde, rutin olmayan problemleri çözme becerileri üzerine bir araştırma yürütmüştür. Araştırma altıncı sınıf düzeyinden 80 kişi ile yapılmıştır. Bilgi edinmek için, Verschaffel, De Corte ve Lasure (1994)'in geliştirdiği on tane rutin problem, on tane rutin olmayan problemten oluşan bir çalışma yapılmıştır. Araştırma bitiminde kişilerin rutin sorulara cevapların doğruluk oranı ile rutin olmayan soruların cevaplarının doğruluk oranları arasında anlamlı bir fark vardır. Öğrencilerin çoğunluğunun, rutin olmayan problemleri durumlarından bağımsız olarak rutin problemler gibi çözdüklerini görmüştür. Bu araştırma, altıncı sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözme becerilerindeki eksiklikleri göstermiştir. Alanyazında belirtildiği ve bu araştırma bulgularına göre bunun ana nedenlerinden biri, öğrencilerin rutin problemleri çözmek için kullandıkları yöntemleri kullanarak bu problemleri çözmeleridir.

Karataş ve Güven (2010), 9. ve 11. sınıf öğrencileri ile yapılan araştırmalarında rutin olmayan problemleri çözme becerilerini üzerine çalışmayı hedeflemişlerdir. 75 öğrenci ile yapılan araştırmada öğrencilere 3 tane rutin olmayan problemi çözdürülerek çözümleri incelenmiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin büyük çoğunluğunun rutin olmayan problemleri çözmede zayıf kaldığını göstermektedir.

Yazgan ve Bintaş (2005), sınıf düzeyleri dört ve beş olan öğrencilere ait problem çözme yöntemlerini öğrenme ve kullanma durumlarını incelemek amacıyla yaptıkları deneysel çalışmada, dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinden deney grubu ve kontrol grubu belirlemişlerdir. Araştırmada tahmin etme ve kontrol etme, ilişkileri bulma, diyagram çizme, geriye doğru çalışma, problemleri sadeleştirme ve listeleme stratejilerinden her biri öğretilerek, bu stratejilerle ilgili problemlerin çözümlemeleri yaptırmışlardır. Çevre etkilerini görmek için ön testler, son testler ve süreklilik testleri kullanılmışlardır. Çalışma sürecinde kontrol grubu derslere normal bir şekilde devam etmiştir. Araştırma probleminde; dördüncü sınıf düzeyi ve beşinci sınıf düzeyindeki öğrenciler bu duruma ait hiçbir eğitim almamalarına rağmen birçok problem çözme yöntemlerini kullanabilmişlerdir. Dördüncü sınıf düzeyi ve beşinci sınıf düzeyi öğrenciler, problem çözme yöntemlerini öğrenebilmiş ve verilen stratejilerin, eğitimin sonunda olumlu etkisini her iki sınıf düzeyinde de görmüşlerdir.

Yazgan (2002), dördüncü ve beşinci sınıf düzeyinde, problem çözebilme yöntemlerini öğrenme durumlarını, yöntemlerin problem çözebilme sürecinde kullanılabilirliğini ve yöntemlerin problemi çözebilme başarısı üzerindeki etkilerini vurgulamayı amaçlamıştır. Deney grubu ile kontrol grubu olarak ayrılan deney grubundaki öğrencileri, problem

özebilme stratejilerini kazandırmayı hedefleyen, on hafta boyunca rutin olmayan problemler konusunda eğitime almıştır. Kontrol grubu öğrencileri ise eğitime alınmamış ve iki gruptaki öğrencileri değerlendirmiştir. Problem çözmedeki başarılarına ilişkin problem çözme tutumlarını, ön test sonuçları ve son test sonuçları ile karşılaştırmıştır. Eğitim öncesi deney grubundaki öğrencilerin tahmin kontrol ve sistematik liste yapma stratejilerini belirlemiştir. Deney grubu ile kontrol grubu arasında son test ile elde edilen veriler (t) testi ile karşılaştırıldığında, sınıf düzeyleri arasında da anlamlı farklılıklar olduğu görmüştür. Dördüncü sınıflar tahmine dayalı kontrol stratejileri hariç hemen hemen tüm stratejilerde artış göstermiştir. Öte yandan, tahmin kontrol stratejisi, beşinci sınıf öğrencilerinde diğer stratejiler kadar anlamlı bir şekilde artmamıştır. Beşinci sınıfta, şekil şema stratejisinde diğer stratejilere oranla daha fazla artışı görmüştür. Araştırmanın bulguları, problem çözme stratejilerinin öğrenilebilir olduğu ve problem çözme başarısı üzerinde olumlu etkisi olduğunu ifade etmektedir.

Dönmez (2002), sınıf düzeyleri iki ve üç olan öğrencilerin, problem çözme yöntemlerini öğrenme seviyelerini incelemiştir. Sekiz hafta süren deneysel bir çalışma yapmıştır. Çalışmada ön test sonuçları ve son test sonuçları kullanılmış ve testler karşılaştırılarak farkların analizini yapmıştır. Elde edilen bulgularda, ikinci sınıftaki öğrenciler eğitimini almamış olmalarına rağmen ilişkisel arama ve tahmine dayalı kontrol stratejilerini %23 oranında başarı ile kullanırken, üçüncü sınıflar %7 geriye doğru çalışma, %15 ilişkisel arama, %12 oranında tahmin kontrol stratejilerini kullanabilmişlerdir. Her iki sınıfın da diğer stratejileri büyük ölçüde kullanmadığını belirlemiştir. Son testten elde edilen bulgulara göre strateji kullanan ikinci sınıf öğrencilerinin oranı geriye doğru çalışma için %63, şekil diyagramı çizmek için %41, sistematik listelemek için %50, ilişki arama için %41 ve tahmin kontrol için %63'tür. 3. sınıf öğrencileri için Öğrenciler, geriye doğru çalışma oranı %41, diyagram oluşturma oranı %25, sistematik listeleme oranı %38, veriler arasında bağ kurabilme oranı %32, tahmin ve kontrol oranı %50'dir.

Lee çalışmasında, sınıf düzeyi dört olan öğrencilerin günlük yaşam problemleri çözmeye çalışırken, yöntemlerin etkililik ve uygulanabilirliğini incelemiştir. Bunun için 16 kişi seçilmiş ve her biriyle iki soru sorulan görüşmeler gerçekleştirmiştir. Öğrencilerden 8 tanesi ile 20 ders süresince devam eden ve öğrencilerin 20 tane rutin olmayan problem çözümledikleri bir araştırma yürütmüştür. Önce, 5 bölümünde stratejileri (şekil-grafik çizme, farklı durumları düşünme ve ilişki arama, tablo yapma, koşullar hakkında düşünme ve bunu diğer bir koşul ile birleştirme, çözülmüş benzer problemler hakkında düşünme) anlatmıştır. Soruları çözmeye yardımcı olmak için stratejilerin nasıl kullanılabileceği ile ilgili çalışma

yapmıştır. Sonraki oturumlarda, sınırlı araştırmacı müdahalesiyle, her öğrenci, stratejileri kullanarak problem çözme sürecine etkin olarak katılmıştır. Sonrasında araştırmacı, eğitilmiş ve eğitimsiz bütün öğrencilerle 6 sorudan oluşan görüşmeler yapmış ve eğitilmiş öğrenciler için 4 hafta sonra 2 soruluk görüşmeler gerçekleştirmiştir. Görüşme sırasında, araştırmacı ve öğrenciler arasındaki görüşmeleri videoya kaydetmiştir. Kaydedilmiş görüşmeler, yazılı yanıtlar ve araştırmacının notları dâhil olmak üzere, veriler üzerinde nitel ve nicel analizler yapmıştır. Eğitimi alan öğrencilerle, eğitimin bitiminde ve eğitimden dört hafta sonra yapılan görüşmelerde, gerekli yöntemi seçip anlamlı bir şekilde kullanılabildiği ve kursiyerlerin çoğunun "bir koşul üzerinde düşünüp diğer koşul ile birleştirdiği" görmüştür. Ayrıca özel durumlar hakkında düşünmek ve ilişki aramak stratejisinde yetersiz olduklarını tespit etmiştir (Yazgan & Bintaş, 2005).

Sulak (2005), sınıf düzeyi iki olan öğrencilerin, problem çözme yöntemlerindeki başarılarını ve yöntemlerdeki başarılilik oranının, problem çözebilme başarıları üzerindeki durumları incelemiştir. Öğrencilerin katıldığı 14 haftalık çalışmanın verileri, uygulama sırasında ve bitiminde kullanılan problem çözme yöntemlerini, işlemsel sorulardan oluşan kısa yanıtlı sorgulama tarzı testi, öğrencilerle nitel görüşmeleri ve yapılan gözlemleri içermektedir. Araştırma bulgularında; problemi çözme stratejilerinin başarılilik oranı ile problemin çözebilme durumu arasında güçlü artı yönlü bir ilişkinin görüldüğü ve problemi çözme yöntemlerinin problemi çözebilme başarı oranını arttırdığını elde etmiştir.

Wilborn (1994), üçüncü sınıf öğrencileri üzerinden problem çözme stratejileri ile problem çözme becerilerinin geliştirilmesine yönelik çalışma yürütmüştür. Çalışma, öğrencilerin problemi nasıl anlayacağını ve stratejileri nasıl kullanacaklarını bilmeleri durumunda, rutin olmayan problemleri başarıyla çözebilecekleri ve çözüm sürecinde keyif alabilecekleri ifade edilmiştir.

Verschaffel, De Corte ve diğerleri (1999), sınıf düzeyi beş olan öğrencilere, uygulamaya yönelik matematik problemlerini çözmeyi öğretmek amacıyla tasarlanmış sorularla, öğrenme ortamının aktifliğini araştırmışlardır. Araştırmacılar, 7. sınıf düzeyini kontrol grubu olarak, 4. sınıf düzeyini deney grubu olmak üzere belirlemiş ve deney grubunu normal matematik dersi saatinde toplam 20 saat çalıştırmışlardır. Kontrol grubuna ise normal prosedürler uygulamışlardır. Öğrencileri daha etkili, stratejik ve motivasyonu yüksek, matematiksel problem çözen bireyler haline dönüştürmeyi amaçlayan bu eğitim, beş aşama ve sekiz stratejiden oluşan bir programdan oluşmuştur. Kullanılan stratejiler, şekiller çizmek, kontrol listeleri, planlar veya tablolar hazırlamak, alakalı ve alakasız verileri ayırmak, akış şemaları çizmek, günlük hayat bilgilerinden faydalanmak ve verileri basitleştirmek olarak

belirlemişlerdir. Stratejilerin hangi adımda kullanılması gerektiği ifade etmişlerdir. Çalışmada her gruba rutin başarı testleri, ön testler, tutumu ölçen testler, son testler ve süreklilik testleri uygulaması yapmışlardır. Bulgular, öğrenme ortamının, bireylerin problemi çözebilme yeteneklerinin gelişimine, pozitif yönlü bir etki sağladığını ortaya koymuştur. Süreklilik testleri, pozitif yönlü durumun, çalışma bitiminde devamlılığını sürdürdüğünü göstermektedir. Oluşturulan ortamla öğrenmenin, öğrencilerin tutum, inanç ve istikrarı bakımından yararlı gelişmeler ürettiğini gözlemlemişlerdir.

Follmer (2000), şartlara uygun okuma ile problemi çözme eğitiminin, kişilerin rutin olmayan matematik problemlerini çözüm sürecinde, karşılaştıkları düşünce süreçlerini geliştirme üzerindeki etkisini incelemek için bir araştırma yapmayı amaçlamıştır. Bunu yapmak için 48 tane dördüncü sınıf öğrencisi ile çalışma yapmıştır. Bu çalışma için ön test çalışması, son test çalışması ve farklı yaş topluluklarından oluşan bir araştırma modeli hazırlamıştır. Çalışmada bağımsız olan değişken, rutin olmayan problemleri çözümlmek için gerekli olan anlamlı okuyabilme ve muhakeme yöntemlerinin kazandırıldığı, 20 gün süren bir uygulama düzenlemiştir. Bağımlı değişken olarak, çözüm sürecinin doğruluğunun değerlendirilmesi, belirtilen stratejilerin kullanımı, deney grubu ile kontrol grubunun eğitimden önce ve bitiminde belirlenen güven seviyeleri kullanmıştır. Çalışmadaki bulguları nicel olarak ve nitel olarak analiz etmiştir. Bulgularda, kişilere anlamlı okuyabilme ve problemi çözme yöntemlerini kullanma durumu ve uygulanması konusunda eğitim vermenin, problem çözme becerilerinin farkındalığını ve özgüven düzeylerini geliştirdiği gözlemlemiştir.

Higgins (1997), ortaokul düzeyinde problem çözme konusundaki davranışları ve inançları ile problemi çözme becerileri açısından durumlarını araştırmak için, bir yılı kapsayan eğitimi inceleyen bir araştırma yürütmüştür. Araştırma, ikisi altıncı sınıf ve dördü yedinci sınıf öğretmenleri ve öğrencilerinden oluşmaktadır. Eğitimde tahmin kontrol etme, ilişki bulma, sistematik liste yapma, grafik oluşturma veya modelleme, olasılıkları sadeleştirme stratejilerini anlatmıştır. Araştırmada bulguları, yarı yapılandırılmış görüşmelerle ve 39 tane likert tipi soru içeren anket aracılığıyla elde etmiştir. Görüşmelerde eğitim grubundan dokuz ve diğer gruptan dokuz olmak üzere toplam on sekiz öğrenci bulunmaktadır. Öğrenci gruplarına matematik, problem çözme ve rutin olmayan dört problem hakkında ne düşündüklerini sormuştur. Eğitimdeki öğrenciler, matematik problemi çözmenin, akıl yürütmek ve farklı bakış açısı geliştirmek için bir avantaj olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin olumlu bir tutum kazandığını ifade etmiştir.

Peterson ve diğerleri 1986-1987 yıllarını kapsayan araştırmada, deney gurubu öğretmenlerini, deney gurubundaki öğrencilerin nasıl akıl yürüttükleri ve çözme stratejileri geliştirdikleri konusunda bilgilendirmişlerdir. Kendilerine söylenmemesine rağmen, bu grup öğretmenlerinin, öğrencilerden problem çözerlerken, tek bir strateji yerine farklı çözümlemeler beklediklerini tespit etmişlerdir. Bu grup öğretmenlerinin problemleri hikâyeleştirdiklerini görmüşlerdir. Bilgilendirme yapılmayan kontrol grubundaki öğretmenlerin, sınıfta çarpım tablosu ve hesaplamaları öğretmeye daha fazla zaman ayırdıkları görmüşlerdir. Bu nedenle, öğrencilerin performansında her açıdan önemli farklılıklar görülmektedir. Nitekim deney grubu öğretmenin sınıfındaki öğrencilerine çarpım tablosunun ezberlenmesini şart koşmamasına rağmen, bu konuda kontrol grubu öğrencilerinden daha iyi olduklarını görmüşlerdir (aktaran Umay, 1996).

Yazgan'ın (2007) ifadesinde Asman ve Markowitz, okullarda kazandırılan matematik ile günlük yaşamdaki matematiğin durumunu, öğretmenlere ve öğrencilere ait doğruları, teori ve uygulanabilirlik durumlarının farklılıklarını araştıran bir çalışma yürüttüler. Çalışmada değişik mesleki deneyimlerde ve bilgi düzeylerinde 30 öğretmen ile, 265 tane altıncı sınıfa devam eden öğrenci, uygulamaya katılmıştır. Yürütülen görüşmelerde öğretmenlere bireysel bilgiler verilerek, konuya ilişkin genel inançları ile algıları hakkında sorular yöneltilmiştir. Ardından her bir öğretmene tek tek 11 adet rutin olmayan soru yöneltilmiş ve cevapları kayıt altına alınmıştır. Öğrenciler sınıfta bu 11 soruyu araştırmışlardır. 6. sınıf öğrencilerinden ikisinin ve öğretmenlerinin dördünün çözümleri kontrol edilmiştir. Test sonucunda, okul ortamı ile okul dışı ortamda, matematik hakkında, öğrencilerin ve öğretmenlerin doğrularının ve kuramsal-pratik arasındaki farklılıkların, oransal olarak büyük olduğu görülmüştür. Öğretmenler, ders kitabındaki soruların, rutin, gerçekçi olmayan ve sıkıcı sorular olduklarını ifade etmişlerdir.

Çalikoğlu (2002), yaptığı araştırmada, öğretim sürecinde matematik dilinin kullanılma şeklini incelemiştir. Matematik öğretmeni olacak bireylerin, ilköğretim düzeyindeki matematiksel dil algılarını değerlendirmek için, matematik öğretiminde dil ölçeğinin etken yapısını kurmaya çalışmıştır. Ölçekte dört önemli kapsam belirlemiş olup, bunlardan birini “problem kurma” olarak tanımlamıştır. Araştırmacılar bunu "matematik öğretim sürecinde sınıfta problemi çözme etkinlikleri" ile bağdaştırmıştır. Bu kapsama dair düşüncelerini “problemi çözme basamaklarını, gerek yazılı olarak ve gerek sözlü olarak ifade edebilmeli ve gerçek yaşam problemlerini matematik cümlelerine çevirebilmelidir” olarak belirtmiştir. Çalışmasında, öğrencilerin günlük yaşamlarındaki örneklerden oluşan soruların matematiksel ifadesinin, metin anlatımının açık ve anlaşılır olması gerektiği vurgulamıştır. Öğrencilere

günlük yaşam durumlarını, matematik cümleleri kurarak anlamlandırmaları için fırsat sunulması gerektiğini belirtmiştir. Yaptığı çalışmada, matematiğin yaşamdan uzak bir alan olmadığı gösterilmelidir sonucuna varmıştır.

Soylu ve Tatar (2006), okuduğunu anlama başarısının matematiksel performans üzerindeki durumunu belirlemek için yürüttükleri araştırmada, bir problemi doğru anlamak amacıyla, kişinin okuduğunu anlama problemi yaşamaması gerektiğini ve matematik problemlerini çözme sürecinde, problemi anlama aşamasına daha fazla dikkat etmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Problem çözmenin aşamalarından biri olan problemi anlama aşamasında sorun yaşanmaması için, Matematik ve Türkçe derslerinde koordineli olunmalıdır şeklinde ifade edilmiştir.

Özsoy (2005), matematiksel performans ile problemi çözme yeteneği değişkenlerinde, pozitif yönde bir ilişki bulmuştur. Matematik performansı için geçerli olduğu düşünülen problem çözme adımlarından elde edilen azami korelasyon katsayısı, planı uygulamada görmüştür. Matematik başarı oranı az olanların problemi çözme tutumları incelediğinde, problem çözme süreci içinde, problemi anlamadaki başarı oranlarının daha fazla olduğu fakat planı uygulama aşamasında sıkıntı yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır.

Kılıç (2003), sekizinci sınıf düzeyinde, problem çözme strateji ve yeteneklerini araştırmış ve bu konudaki tutumlarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, bireylerin problem çözme yaklaşımlarına göre, Polya'nın ifade ettiği problem çözme adımlarının tamamının, gruba ve düzeye bağlı olarak yazılı olarak aktarılmadığını görmüştür. Ayrıca problem çözme yeteneklerini daha iyi hale getirmek için, öğrencilere rutin alıştırmalar yerine rutin olmayan problemlere ağırlık verilmesi gerektiği sonucuna varmıştır.

Alanyazına bakıldığında, problem çözme ve problem çözme stratejileri arasındaki ilişki ve önemini vurgulayan çalışmaların ağırlıkta olduğu görülmektedir. Rutin olmayan problemlerle ilgili çok az da olsa araştırma olmasına rağmen, rutin olmayan problemlerin çözümünde karşılaşılan zorluklarının nedenleri ile ilgili yeterince çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle rutin olmayan matematik problemlerinin çözümündeki zorlukların nedenlerinin araştırılması ile ilgili yapılacak çalışmalar anlam ve önem içermektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi, deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi hakkında bilgiler sunulmuştur.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Nitel araştırma, herhangi bir olayı, olguyu, durumu mevcut koşullar altında incelemek ve değerlendirmek olarak tanımlanan bir yöntemdir (Yıldırım, 2010). Nitel araştırmalarda izlenen yol, genel teoriler veya açıklamalar yapmadan mevcut durumları ortaya çıkarmak ve betimlemektir (Büyüköztürk vd., 2014). Durum çalışması, araştırmacıya grupları, olayları veya ilişkileri belirli bir bağlamda derinlemesine inceleme ve açıklama imkânı sunan, elde edilen verilerle benzer durumlara gerçekçi tahminler yerine çözümsel genellemeler yapma olanağı sağlayan, felsefesi açıklayıcı modele dayanan, nitel araştırma yöntemlerindendir (Cohen, Manion ve Morrison, 2000). Robson (2001), özel durum çalışmasını gerçek hayat içerisinde incelenecek bir durumun, birçok veri kaynakları kullanılarak gerçek yaşam bağlamında incelenmesini içeren bir araştırma stratejisi olarak ifade etmektedir.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışma, durum çalışması olduğundan, araştırmaya katılanların sayısı, birçok nitel araştırmalardaki gibi, nicel araştırmalara kıyasla düşük tutulmuştur. Çünkü durum çalışması detaylı ve derinlemesine incelemelerin yapıldığı bir araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Katılımcı sayısının fazla olduğu durumlarda yapılan araştırmalardaki veri yoğunluğu, detaylı ve derinlemesine araştırma yapmayı engelleyebilmekte ve araştırma tutarlılığını kaybedebilmektedir.

Araştırma, Antalya ili Serik ilçesi Yukarıkocayatak Ortaokulu 8. sınıf öğrencilerinden 5 kız 5 erkek öğrenci olmak üzere 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılarak belirlenmiştir. Amaçlı örneklemede belli durumları karşılayan veya belli özelliklere sahip olan katılımcıların belirlenmesi esas alındığı (Patton, 2018; Büyüköztürk vd., 2014) için araştırma için tercih edilmiştir. Ölçüt

örneklem yöntemi ise, sınırlandırılmış kriterlere göre örneklemin seçildiği yöntemdir (Marshall ve Rossman, 2014; Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Katılımcılar yönetime uygun olarak matematik başarısı yüksek, okuma-anlama ve muhakeme becerisinin yüksek olduğu düşünülen, öğretmen görüşü alınarak seçilmiştir. Araştırmada katılımcı isimlerinin yerine; Ö1, Ö2, Ö3, ..., Ö10 şeklinde kodlar kullanılmıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmadan önce, matematik ders ve yardımcı kitaplarında, MEB yayınlarında, ODGSM tarafından hazırlanan dokümanlarda ve araştırma konusu rutin olmayan problemler ile ilgili olan akademik makaleler ve tezlerde verilen rutin olmayan problem örnekleri incelenmiştir. Bu inceleme sonrasında uzman görüşü alınarak 10 rutin olmayan problem seçilmiş ve öğrencilere uygulanmak üzere Rutin Olmayan Problemler Testi olarak düzenlenmiştir (Ek-2).

Araştırmada verilerin toplanmasında görüşme tekniği de kullanılmıştır. Görüşme, önceden belirlenmiş ve bir hedefe yönelik yapılan, karşıdakine soru sorup yanıtlar alarak sağlanan etkileşime dayalı bir iletişim sürecidir. Bu süreçte oluşturulan karşılıklı iletişimin, sürekli ve dinamik bir yapıda olması beklenmelidir. Bu dinamik yapı, karşılıklı bir etkileşime dayalı bir bağ kurmayı gerektirir. Görüşme sürecinin planlı ve amaçlı olması özelliği ise görüşme tekniğini, bir sohbet olmaktan farklı kılar ve onu hedeflere yönelik planlanmış bir veri toplama çabasını içeren bir süreç haline getirir. Görüşmede kullanılan soru ve cevap yöntemi de veri toplarken bir ilişkiyi kurma ve veriye ulaşma yolu olarak nitelendirilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Görüşmelerde kullanılmak üzere, her bir problem çözme aşaması için, Polya'nın belirlediği problem çözme süreci aşamalarında öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların nedenlerini ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmış 5 açık uçlu sorunun oluşturduğu yarı yapılandırılmış görüşme formu hazırlanmıştır (Ek-1). Görüşme soruları hazırlanırken, evet-hayır sorularından kaçınılmış ve araştırmanın amacına uygun ayrıntılı veri elde etmeyi sağlayacak şekilde sorular hazırlanmıştır. Bu sorular, araştırmanın alt problemlerine uygun şekilde geliştirilmiştir. Son olarak hazırlanan sorularla ilgili uzman görüşü alınarak forma son şekli verilmiştir.

3.4. Veri Toplama Süreci ve Analizi

Veri toplama sürecine başlamadan önce, Rutin Olmayan Problemler Testinin ve Görüşme Formunun okullarda uygulanabilmesi için, Antalya İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alınmıştır. İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izin aldıktan sonra, seçilen okulda testi uygulamak için okul müdüründen izin alınmıştır.

Veriler, 2022-2023 eğitim-öğretim yılı ikinci yarıyılı sonunda toplanmıştır ve üç hafta sürmüştür. Testin uygulanması ve görüşmeler, haftada üç gün, öğrencilerin ders saatlerinin dışında kütüphanede yapılmıştır. Her katılımcı öğrenci için belirlenen gün ve saatte, katılımcı öğrenciden Rutin Olmayan Problemler Testini çözmesi istenmiştir. Problemlerin çözme süreci sonrasında, öğrencilerle çözümleri ile ilgili görüşmeler yapılmış ve Görüşme Formu uygulanarak, problemleri nasıl çözdükleri, çözme sürecinde karşılaştıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Verilerin analizi için; öğrencilere verilen Rutin Olmayan Problemler Testinden elde edilen dokümanların içerik analizi yapılmıştır. İçerik analizi, elde edilen verilerin sınıflandırılabilmesini ve yorumlanabilmesini sağlar (Bingöl, 2017). Öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve sonrasında bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Ardından veriler araştırmacı tarafından içerik analizine tabi tutulmuş, sayısallaştırılmış, frekans ve yüzde değerleri hesaplanmış, tablolaştırılmış ve sonuçlar doğrudan alıntılarla desteklenerek betimsel bir anlatım ile sunulmuştur.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bulgular bölümünde, araştırma sonuçları açıklanmakta ve araştırma sonuçlarına ilişkin yorumlar yapılmaktadır.

Araştırma problemi ve alt problemlerin detayları, öğrenci görüşmeleri ile desteklenerek incelenmiştir.

4.1. 1. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Tablo 4.1’de Öğrencilerin problem çözme sürecinde, problemi anlama aşamasında karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerine ilişkin frekans ve yüzde dağılımları verilmektedir.

Tablo 4.1. *Problem Çözme Sürecinde Problemi Anlama Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerin Nedenleri*

Sıra	Nedenler	f	%	Öğrenciler
1	Anlamli Okumama	22	61	Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10
2	Problemi Anlamadaki Çeşitlilik	4	11	Ö1, Ö4, Ö6, Ö10
3	Problemi Yanlış Okuma	6	16	Ö1, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9
4	Dikkat Eksikliği	2	6	Ö2, Ö3
5	Problemi Özetleyememe	2	6	Ö1, Ö7
Toplam		36	100	

Tablo 4.1’de görüldüğü gibi rutin olmayan matematik problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerine ilişkin verilerin analizinde, problem çözme aşamalarından anlama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin % 61 oranında anlamli okumama nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek bazı problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-1

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelere birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

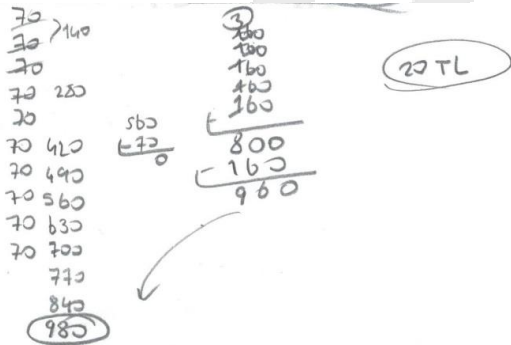
Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö5 : Her birinden gübre alacağız. 1000TL'yi geçmeyecek. Hangisine daha az para veririz?

Öğretmen: Soruda azot miktarı ile ilgili verilen bilgileri dikkate almamız gerekiyor mu?

Ö5 : Dikkate almamız gerekiyor mu ki?



(Ö5'in Problem-1'e verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Eşit miktarda gübre alacağız. 70 ve 160'ın katı olacak.

Öğretmen: Soruda azot miktarı ile ilgili verilen bilgileri dikkate almamız gerekiyor mu?

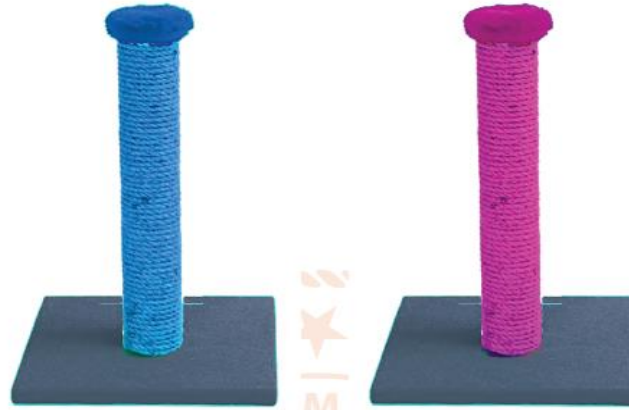
Ö8 : Çuval sayısı için gerekmez diye düşünüyorum.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö10 : İşte hangi gübre daha ucuz olur.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö5 : Eşit uzunlukta ip kullanılacak. Ödenecek para 1400TL ile 1700TL arasında olacak.

Öğretmen: Tahta sayısını nasıl bulmamız gerekiyor sence?

Ö5 : Ödenecek parayı bulmaya çalışmıştım aslında.

Handwritten calculations showing the process of finding the number of cat scratching posts:

Initial calculations for blue and pink ropes:

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ \times 150 \\ \hline 2250 \\ \hline 2250 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 144 \\ \times 120 \\ \hline 1440 \\ \hline 1440 \end{array}$$

Summing up the costs:

$$\begin{array}{r} 2250 \\ + 1440 \\ \hline 3690 \end{array}$$

Dividing the total cost by the cost of one post (3690 / 15 = 246) to find the number of posts.

(Ö5'in Problem-2'ye verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö6 : İpler aynı uzunlukta olmalıymış. Ödenecek para 1400 ile 1700 arasından seçeceğiz.

Öğretmen: Tahta sayısını nasıl bulmamız gerekiyor sence?

Ö6 : Tahta sayısını bulmam gerektiğini anlamamıştım.

Handwritten calculations for finding the number of threads (Tahta sayısı) for a given length. The calculations show various divisions and multiplications, with 1500 being a key result.

(Ö6'nın Problem-2'e verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö7 : Eşit ip olacak. 1500TL ödenebilir.

Öğretmen: Tahta sayısını nasıl bulmamız gerekiyor sence?

Ö7 : Onu anlayamadım.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Ekok alacağız. Sonra katlarını bulacağız.

Problem-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

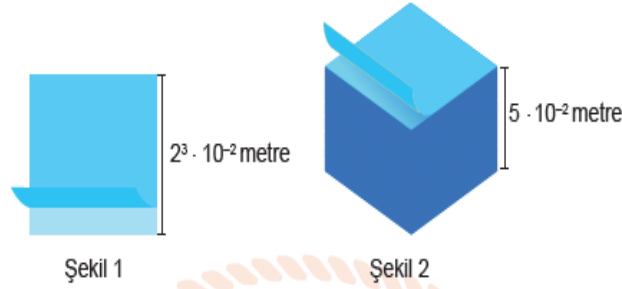
Ö8 : Yüzdelelerini vermiş. Tamamını bulursak bilgisayar fiyatını buluruz.

Öğretmen: Peşinat ve taksitli ödenecek tutarla ilgili bilgi verilmiş. Bununla ilgili ne düşündün?

Ö8 : Taksitlerin yüzdesini aldım.

Problem-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.



Şekil 1’de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2’deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknot oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknotun kütlesi kaç gramdır?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö6 : Bir tane kâğıt 80gram. $5 \cdot 10^{-2}$ kâğıt kaç gramdır?

Öğretmen: 1.şekilde kâğıdın bir kenar uzunluğu neden verilmiş olabilir sence?

Ö6 : Neden verildiğini anlayamadım. Çünkü kâğıt 80gram verilmiş zaten.

$$80 - 5 \cdot 10^{-2}$$
$$400 - 10^{-2} \text{ gr}$$

(Ö6’nın Problem-5’e verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

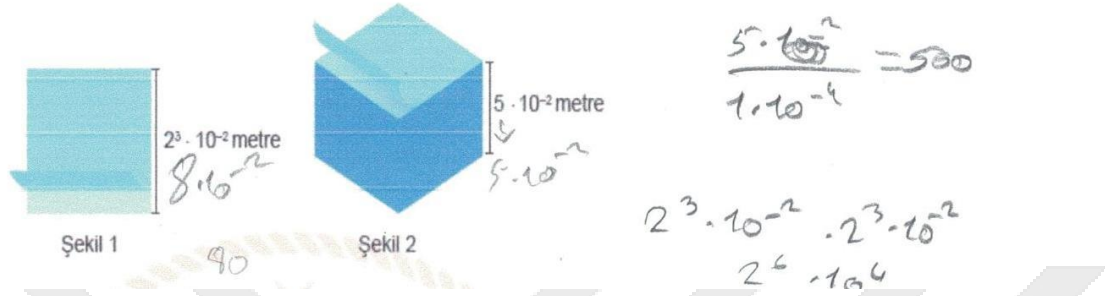
Ö9 : Bir tane kâğıdın uzunluğunu vermiş. Bir tomar kâğıdın bir şeylerini istemiş.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö10 : Bir kağıdın kalınlığını vermiş. 2. şekide kaç kağıt var onu bulmamız gerekiyor. Sonrada alanını bulmamızı istiyor.

Öğretmen: Soruda 2. şekildeki kâğıtların alanını mı istiyor kütlelerini mi sence?

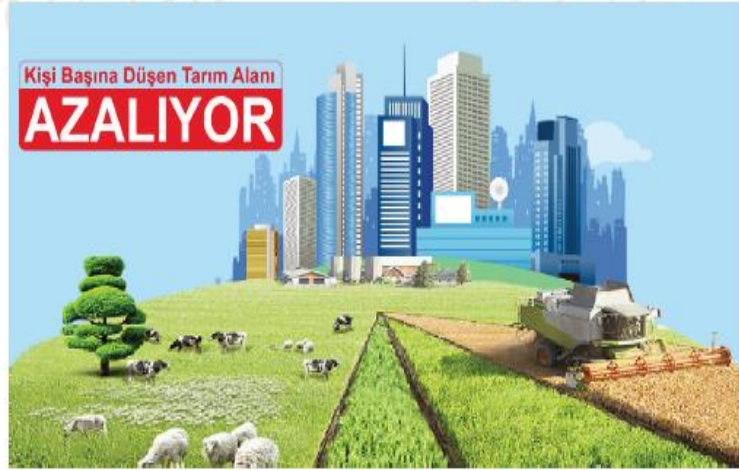
Ö10 : Soruyu okurken o kısma çok dikkat etmemiştim. Uzunluktan başlayınca soru alana takıldım. Kütleliyi fark etmedim. Kütleliyi istiyormuş ama nasıl yapacağımı da anlayamadım şuan.



(Ö10'un Problem-5'e verdiği yanıt)

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö7 : Tarım alanını soruyor. Anlamadım.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Nüfus her 25 yılda azaldığından 100 yılda 4 kere 25 var. O yüzden önce 4'e bölerim. Sonra alan her 50 yılda azaldığından 100 yılda 2 kere 50 var. Ondan 2'ye de bölerim. Bizden bunu istemiş.

Problem-8

a, b, c, d birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ ve $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b \cdot d}$ dir.

Aşağıda bir işyerindeki çalışanlara verilen dikdörtgen şeklindeki personel giriş kartının görseli verilmiştir.



Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer doğal sayı olan bu kart üzerinde resim yapıştırılan kare şeklindeki bölgenin alanı, kartın alanının % 40'ına eşittir.

Resim yapıştırılan karenin bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{5}$ cm olduğuna göre kartın çevresi kaç santimetredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö6 : Kare fotoğrafın bir kenarını vermiş. Alanını bulup %40'ını almamızı istiyor.

Handwritten calculations for the problem:

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{5} \text{ cm} \\ & \text{Alan} = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}^2 \\ & \text{Kartın Alanı} = \frac{20}{0.4} = 50 \text{ cm}^2 \\ & \text{Kartın Çevresi} = 2 \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{50}) = 2 \cdot (2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \end{aligned}$$

(Ö6'nın Problem-8'e verdiği yanıt)

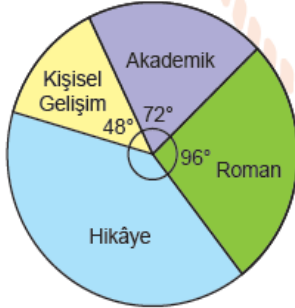
Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Fotoğrafın alanını soruyor. Sonrada toplanacak sanırım.

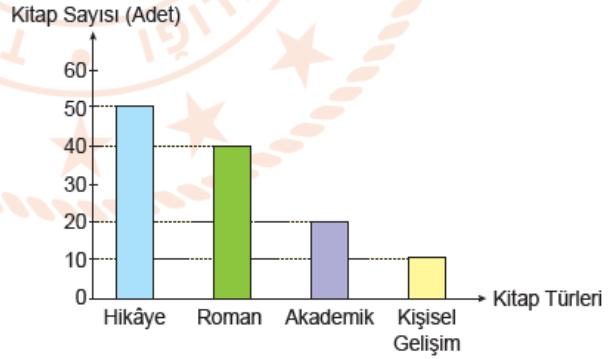
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

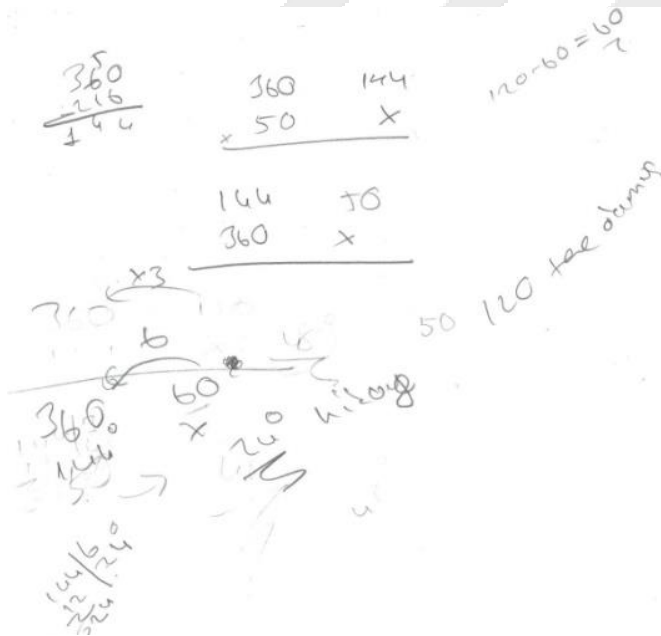
Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö6 : Hikaye kitaplarının açısını soruyor?

Öğretmen : Hangi hikaye kitaplarının açısını soruyor? Yani okuduğu mu? Okumadığı mı?

Ö6 : Hikaye...



(Ö6'nın Problem-9'a verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö7 : Kitap sayıları verilmiş. Açısını soruyor.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

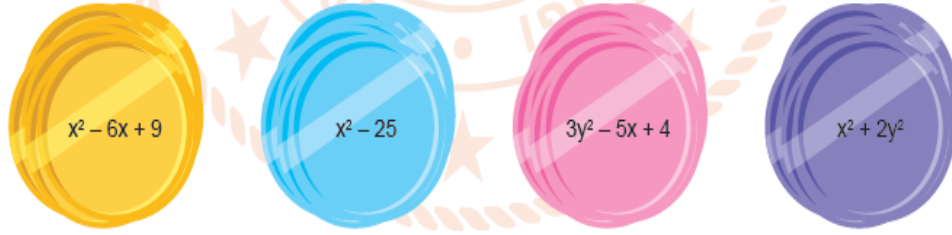
Ö10 : Kitapların açıları verilmiş. Bazılarının sayıları da verilmiş. Hikâye kitabının açısını istiyor.

Öğretmen : Hangi hikaye kitaplarının açısını soruyor?

Ö10 : Hepsini sanırım.

Problem-10

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö10 : Paraların değerlerini soruyor. Hangisinin daha az değerli olduğunu bulmamızı istiyor bence.

Araştırmalar, okuyucuların etkili ve iyi olanlarının, okuduğunu anlamının etkinliğini geliştirmek ve sürdürmek için, okuma sürecinde farklı bilişsel aktiviteler kullandığını göstermektedir. Araştırmacılara göre, okumaya başlamadan önce kullanılabilecek en etkili okuduğunu anlama stratejilerinden biri, metnin okunma amacını belirlemektir (Güngör, 2005).

Okuma ve anlama birbirinden ayrı gibi görünebilir, ancak nedensel olarak ilişkilidir. Okumak ve anlamak bir bütünün parçalarıdır. İyi okumak, anlayarak okumanın ilk adımı, okunan metni anlamak ise ikinci adımdır.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin anlamlı okumadığı için yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Anlama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %16 oranında yanlış okuma nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö6 : Dikdörtgen on eşit parçaya bölünmüş. Alanı verilmiş çevreyi istiyor.

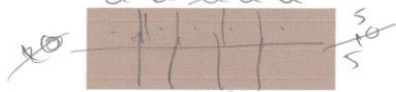
Öğretmen : Her bir parçanın alanını 20 bulmuşsun. Peki, kenar uzunluklarını neden 4cm ve 5cm olarak aldın?

Ö6 : Çünkü çevreyi en az istiyor. O yüzden kısa kenarı 2 parça uzun kenarı da 5 parça olarak aldım.

Öğretmen : Her bir parçanın şekli hakkında bilgi var mı soruda ?

Ö6 : Kare diyordum. Siz söyleyince fark ettim. O kısmı okumadan geçmişim.

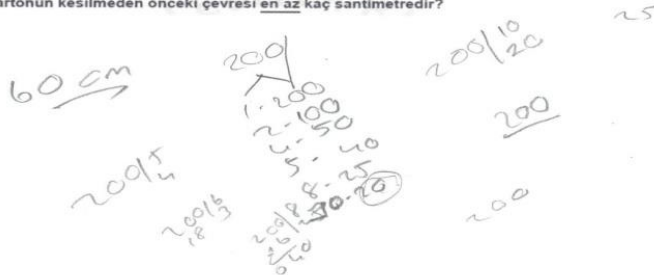
a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?



(Ö6'nın Problem-7'ye verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Şekli eşit parçalara ayırmış. Alanını 200 olarak vermiş çevresi en az kaçtır diye soruyor.

Öğretmen : Her bir parçanın alanını 20 bulmuşsun. Peki kenar uzunluklarını neden 4cm ve 5cm olarak aldın?

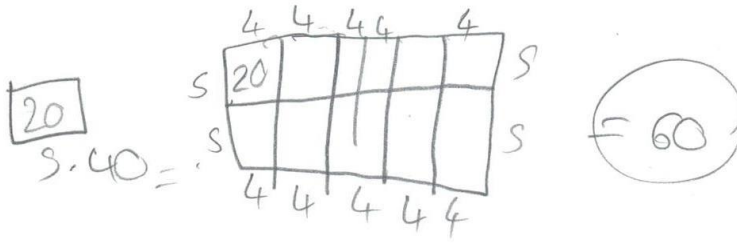
Ö8 : Birbirine en yakın çarpan olduğu için aldım. Dikdörtgeni de 2'ye 5 olarak çevre en az olsun diye parçaladım.

Öğretmen : Parçaları neden dikdörtgen olarak aldın ? Bununla ilgili bilgi verilmiş mi?

Ö8 : Bir şey verilmediğinden birbirine en yakın olan uzunlukları aldım.

Öğretmen : Soruyu tekrar okur musun?

Ö8 : Hocam kare yazdığını okumamışım....



(Ö8'in Problem-7'ye verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö9 : Dikdörtgen parçalara ayrılmış. Eşit olduğu için bir tanesini bulabiliriz. Dikdörtgenin çevresi en az kaç olur diyor.

Öğretmen : Dikdörtgeni neden bu şekilde birleştirdin?

Ö9 : Çevresi böyle en az olur çünkü.

Öğretmen : Kenar uzunluklarını 10cm ve 20cm almışsın. Parçalardan birinin alanını neden buldun peki?

Ö9 : Gerek yokmuş aslında.

Öğretmen : Peki parçaların şekli hakkında bilgi verilmiş mi? Soruyu tekrar okur musun?

Ö9 : Kare olduğunu görmemiştim. O zaman yanlış yapmışım soruyu...

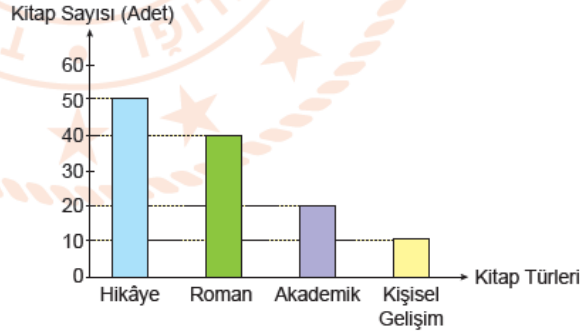
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö1 : Hikayenin açısını soruyor.

Öğretmen : Peki soruda verilen istenen başka şeyler var mı?

Ö1 : Soruyu okumaya ben hep sondan, siyah kısımdan başlıyorum. Hikayenin açısını istediğini görünce diğer kısımları okudum.

Öğretmen : Peki sorunun tamamını okur musun ?

Ö1 : Hocam soruda birçok şey varmış. Ben hikaye deyince açığı buldum sadece.

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 72 \\ + 48 \\ \hline 216 \end{array} \quad (1) \quad \begin{array}{r} 360 \\ - 216 \\ \hline 144 \end{array}$$

(Ö1'in Problem-9'a verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö5 : Grafikler vermiş. Bilinmeyen hikâyenin açısı. Onu soruyor.

Öğretmen : Nasıl bir çözüm yapmayı düşündün?

Ö5 : Önce toplam kitap sayısını buldum. Sonra okumadığı 60 kitap varmış. Onu kullandım.

Sütun grafiğine çok dikkat etmemişim. Şimdi fark ettim.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö8 : Hikaye kitabının merkez açısını soruyor.

Öğretmen : Çözümüne bakarsak sütun grafiğini kullanmışsın sadece.

Ö8 : Onu soruyor diye düşündüm.

Öğretmen : Soruyu tekrar okur musun? Ama daha dikkatli. Hiçbir kısmı atlamadan.

Ö8 : Tabi Hocam.

Ö8 : Hocam daire grafiğini boşuna vermemiş. Benim bulduğum okuduğu kitaplar için olan grafikteki hikayenin merkez açısı. Okumadığı kitap sayısını vermiş o kısmı okumadım ben.

Ö8 : Hatamı anladım hocam.

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 120 \quad 50 \\ 30 \quad \times \\ \hline 36 \\ \times 5 \\ \hline 30 \\ + 15 \\ \hline 18000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 18000 \quad 120 \\ 120 \quad \overline{) 18000} \\ \underline{600} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 50 \\ 40 \\ 20 \\ 10 \\ + 10 \\ \hline 120 \end{array}$$

(Ö8'in Problem-9'a verdiği yanıt)

Yanlış okumadan kaynaklanan anlama güçlükleri, ortaya çıkabilen yaygın sorunlardandır. Bu tür sorunlar, okuyucunun metnini doğru bir şekilde anlamasını zorlaştırabilir ve okuma deneyimini olumsuz etkileyebilir. Eksik veya fazla okuma, her şeyi anlamadan eksik bir bilgi tabanına karşı yorum yapmamıza veya anlamayı zorlaştıracak şekilde önemli ayrıntıları gözden kaçırmamıza neden olabilir. Bu durum bizi bilgi eksikliğine ya da problemi tam olarak kavramamızı engelleyen yanlış yorumlamalara götürebilir.

Yürütülen araştırmada, yanlış okumadan kaynaklı, yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Anlama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %11 oranında problemi anlamadaki çeşitlilik nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö10 : Tahtaların toplam maliyeti 1400TL ile 1700TL arasında olacakmış.

Öğretmen : Çözüm yaparken nasıl bir yol izledin?

Ö10 : Tahtaların maliyetini buldum. İkisi de 60TL çıktı. Sonra 1400 ile 1700 arasında dediği için tahta sayılarını bulmaya çalıştım. Ama ikisi de tam bölünmedi. Bende büyük olanı aldım.

Öğretmen : Soruda iki ipten de eşit uzunlukta kullanılmış diyor. Sence kullanılması gereken bir bilgi mi?

Ö10 : Tahta fiyatları eşit çıkınca onu hiç düşünmedim.

(Ö10'un Problem-2'ye verdiği yanıt)

Problem-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö1 : Taksitlerin yüzdelerini vermiş. Bilgisayarların fiyatlarını istiyor.

Öğretmen : Soruda toplam taksit tutarlarının eşit olduğunu söylüyor. Bu ne anlama geliyor sence?

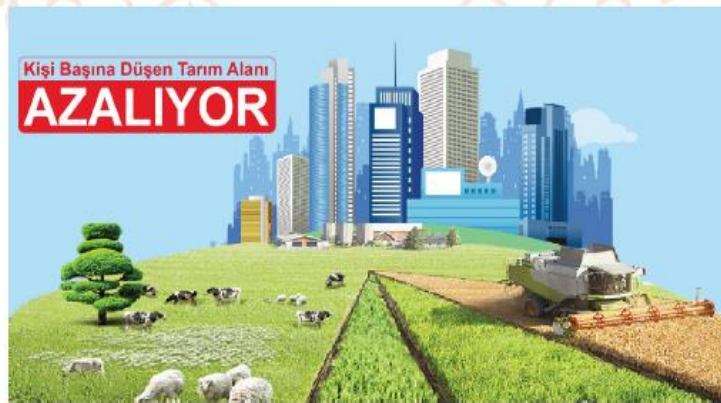
Ö1 : Toplamları vermemiş zaten. Yüzdeleri kullanmamız gerekiyor bence.

Öğretmen : Peki verilen yüzde taksite mi ait sence?

Ö1 : Peşinat diyormuş...

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö4 : 100 yıl önce kişi başı düşen alan verilmiş. Şimdiki isteniyor. Birde her 25 yılda bir 2 katına çıkıyormuş.

Öğretmen : Çözümünde kişi başı düşen tarım alanı miktarını 4 ile neden çarptın?

Ö4 : 100'ün içinde 25 4 kere var. 100'ü 25'e böldüm. O yüzden 4 ile çarptım.

Öğretmen : Sence 4 defa 2 katına çıkması demek 4 ile çarpmak demek mi?

Ö4 : Değil mi?

Öğretmen : 2.2.2.2 olması gerekmez mi?

Ö4 : Evet. Yanlış düşünmüşüm çözerken.

Öğretmen : Peki nüfus artarsa kişi başına düşen alan artar mı? Azalır mı?

Ö4 : Azalırdı....

100 yıl önce $\rightarrow 2098.10^7$
 2098.10^9
75
20980000 100 yıl önce
25
78192000
8192000 0
25 50 75 100
(Ö4'ün Problem-6'ya verdiği yanıt)

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö6 : 100 yıl öncesini vermiş, şimdiki alanı soruyor.

Öğretmen : Çözümünde 4 kere ve 2 kere bulduğun işlemler yapmışsın. Ne için yaptın bu işlemleri?

Ö6 : 100'ün içinde 25, 4 kere var. 50'de 2 kere var.

Öğretmen : Şimdi kişi başına düşen tarım alanını bulmak için hangi işlemden devam etmeyi düşündün?

Ö6 : Onu bulamadım...

Birçok çalışma, okuduğunu anlamamanın, şimdiki eğitim sistemlerinde kritik bir yetenek olduğunu ortaya koymuştur. Fakat birçok öğrenci bu anlamda başarılı olamamaktadır.

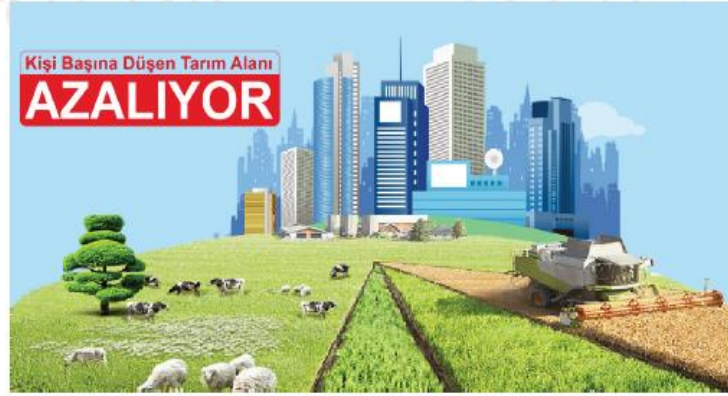
Bireyler, kilit kelime ve okuduklarını anlamlandıramama, cümleler arasındaki ilişkiyi bulamama, bilgileri anlamlı halde düzenleyememe, ilgi ve dikkatini devamlı hale getirememe gibi birçok sebepten ötürü okuduğunu anlamakta güçlük çekerler (Tok ve Kaya 2007).

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin kilit kelime ve cümleleri anlayamamadan kaynaklı yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Anlama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %6 oranında dikkat eksikliği nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö2 : 100 yıl öncesinde her bir kişiye düşen tarım alanı miktarı verilmiş. Bugün her bir kişiye ne kadar düşer diye soruyor. Birde nüfus her 25 yılda 2 katına çıkmış.

Öğretmen : Başka bir bilgi vermiş mi?

Ö2 : Başka bilgi yok sanırım.

Öğretmen : Soruyu daha dikkatli okur musun?

Ö2 : Okurum hocam.

Ö2 : Tarım alanı da her 50 yılda yarıya düşüyormuş. Buna dikkat etmemiştim.

Öğretmen : Nasıl bir çözüm düşünmüştün?

Ö2 : 100 yılda 25 4 defa olduğundan 4 defa 2 ile çarptım. Ama, tarım alanına dikkat etmemişim.

Öğretmen : Peki sence nüfus artarsa kişi başı düşen tarım alanı miktarı artar mı? Azalır mı?

Ö2 : Azalır hocam.

Öğretmen : O zaman ne yapmamız gerekiyordu sence?

Ö2 : Bölmemiz...

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığınızı söyler misin?

Ö3 : 100 yıl önceki bir kişiye düşen tarım alanı verilmiş. Şimdi ne kadar düşer onu soruyor. Ama her 25 yılda bir nüfus 2 katına çıkıyor. Tarım alanı her 50 yılda bir yarıya iniyor.

Öğretmen : Peki 100 yılda nüfus ve tarım alanı nasıl değişiyor?

Ö3 : Nüfus 16 katına çıkıyor. Alan 4'te 1'ine düşüyor.

Öğretmen : Nasıl bir çözüm düşündün?

Ö3 : Önce nüfusu da üslü ifadeye dönüştürdüm. Sonra 2^4 ve 2^{-2} ile çarptım.

Öğretmen : Nüfus 16 katına çıktığında kişi başı düşen alan nasıl değişir sence?

Ö3 : Kişi sayısı arttığı için alan azalır.

Ö3 : Bölmem gereken yerde çarpma yaptım. Dikkatsizliğime geldi hocam. Bile bile yanlış yapmışım.

100 yıl önce $\rightarrow 2^{11} \cdot 10^4$

Şimdi $\rightarrow 2^{15} \cdot 10^4$

$$2^{15} \cdot 10^4 \cdot 2^{-2} = 2^{13} \cdot 10^4$$

50 yılda 1 yarıya $\rightarrow 2^{-2}$

(Ö3'ün Problem-6'ya verdiği yanıt)

Dikkat eksikliği, öğrencilerin okuma, dinleme veya derse odaklanma sürecindeki zorlukları yaşamasına neden olabilir. Bu zorluklar, anlama güçlüklerine yol açabilir.

Dikkatin içeriğinde, bir zihinsel uyarılma durumu ve bir seçim süreci vardır. Zihin, çevreden gelen uyarınlara almaya hazırdır. Uyarınlara fark eder ve karşılaştığı birçok uyarı arasında amacına uygun olanı seçer (Öztürk, 1999).

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin dikkat eksikliğinden kaynaklı yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Anlama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %6 oranında problemi özetleyememe nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö1 : Dikdörtgeni karelere parçalamış. Çevresinin kaç cm olduğunu soruyor.

Öğretmen : Karelere parçalaması ne işimize yarayacak sence?

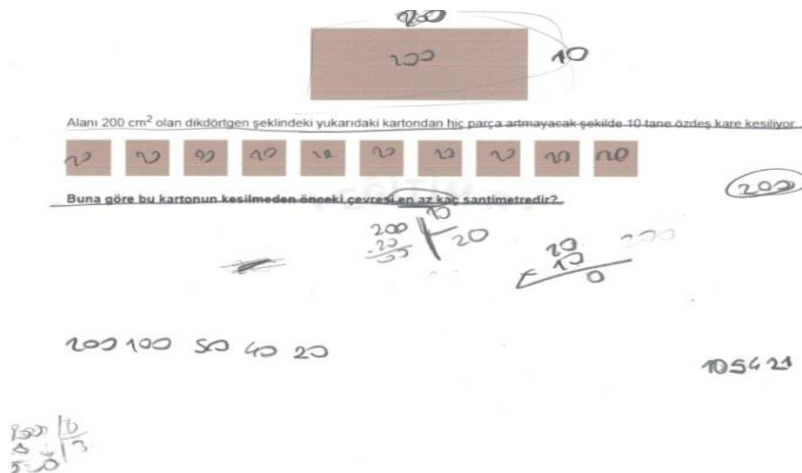
Ö1 : Onu bilmiyorum. Ama ben alanını ve kenarını buldum.

Öğretmen: Soruyu okuyup, ne anladığını söyler misin?

Ö7 : 10 parçaya ayrılmış. Çevre kaçtır diye soruyor.

Öğretmen : Karenin alanını bulmuşsun. Ama çevreyi bulurken kullanmamışsın.

Ö7 : Dikdörtgenin alanını vermiş zaten. Çevreyi en az olsun diye uzunlukları 10cm ve 20cm olarak aldım. Kare olması fark etmez diye düşündüm.



(Ö7'nin Problem-7'ye verdiği yanıt)

Özetleme, öğrencilere birçok açıdan destek verir. Özetlemeyi; anlamlı okuma, önemli fikirleri belirleme, kendi cümlelerinle içerik oluşturma şeklinde sıralayabiliriz. Öğrenenler bu ölçütler doğrultusunda, bilgileri tekrar düzenler ve anlamlandırır (Tok ve Kaya, 2007).

Özetleme, bir metin veya konuşmanın ana işlevlerini, önemli noktalarını ve ayrıntılarını kısaca ifade etme kullanımıdır.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin problemi özetleyemeden kaynaklı yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

4.1. 2. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Problem çözümünde plan yapma aşaması, problemin çözümlenmesine yönelik bir strateji oluşturmayı içerir. Bu aşama, problemin doğru çözüm yolunu belirlemek, zaman yönetimi yapmak ve karmaşıklığını çözmek için oldukça önemlidir. İyi bir plan, problemi daha anlaşılır hale getirir, zamanın verimli kullanımını sağlar ve çözüm yolunu daha büyük ölçüde etkili hale getirir. Bu aşamada öğrencilerden istenilen; mevcut verilerle bilinmeyen şeyler arasında ilişki bulma ve problem çözümüne dair planlama yapabilme davranışlarıdır. Araştırma sürecinin bu aşamasında yöneltilecek sorular: Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı? Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin? Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun? çerçevesinde şekillenmiştir.

Tablo 4.2’de Öğrencilerin problem çözme sürecinde, plan yapma aşamasında karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerine ilişkin frekans ve yüzde dağılımları verilmektedir.

Tablo 4.2. *Problem Çözme Sürecinde Plan Yapma Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerin Nedenleri*

Sıra	Nedenler	f	%	Öğrenciler
1	Farklı Soru Kalıbı Görme Eksikliği	20	63	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10
2	Veriler Arasındaki İlişkiyi Kuramama	7	21	Ö1, Ö6, Ö8, Ö10
3	İşlem Yapma Sürecine Odaklanma	5	16	Ö5, Ö6
Toplam		32	100	

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi rutin olmayan matematik problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerine ilişkin verilerin analizinde, problem çözme aşamalarından plan yapma aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %63 oranında farklı soru kalıbı görme eksikliği nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek bazı problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-1

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL’den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Pek karşılaşmadım aslında.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : Gübre fiyatlarını vermiş. 1000TL’den az olsun diyor fiyatı. Hangisinden alırsak daha ucuz olur diyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

Ö5 : 70’in ve 160’ın katlarını alacağım. 1000’den az olacak.

Öğretmen : Hangi işlemi yapacağını değil de nasıl bir yol izleyeceksin onu soruyorum.

Ö5 : Yani katlarını alacağım. Aklıma başka bir şey gelmedi.

[illegible]

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö8 : Gördüm sanırım bir iki kere. Ama anlamamıştım çok.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö8 : Hangi gübreyeye daha az para veriyoruz diye soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

Ö8 : 1000'den az, 70'in ve 160'ın Ekok'unu alacağım. Çuval soruları öyle çözülüyor.

Öğretmen : Nasıl bir yol izleyeceksin. Yapacağın işlemleri değil de planını soruyorum aslında.

Ö8 : Ekok alınınca cevap çıkacak diye düşünüyorum.

Ö8 : Aslında nasıl çözeceğimi bilemiyorum. Çuval olunca soruda ondan ekok dedim.

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Karşılaşmadım hiç.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : Bir kg gübrenin fiyatını vermiş. 1000TL'yi geçmeden alacağımız çuvallarda ucuz olanda ne kadar az demiş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

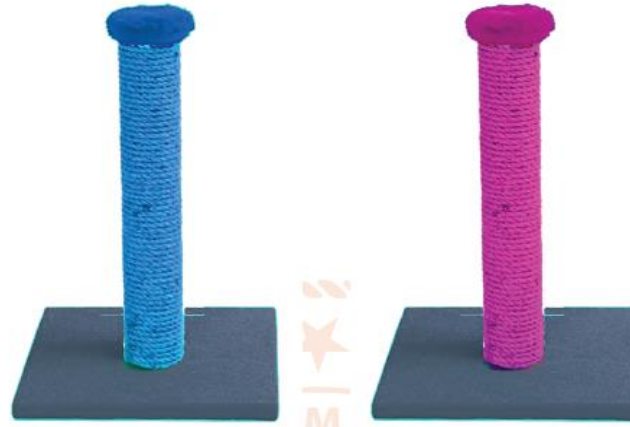
Ö10 : Önce 50 ile 70'i çarparım. Sonra 50 ile 160'ı çarparım. Sonrada yüzdelerini bulup çıkarırım.

Öğretmen : İşlemlerin tamam. Ama neden bu işlemleri yapıyorsun.

Ö10 : Verilenlerin hepsini kullanıyorum.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : Tahtalar için ne kadar ip gerektiği verilmiş. Fiyatları da verilmiş. Kaç tahta yapılacağını soruyor. Bir de 1400 ile 1700 arasında olacakmış.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

Ö5 : 15 ile 12'nin ekokunu alırım. Sonra 1400 ile 1700 arasındaki katını bulurum. 60'a bölüp sayısını bulurum.

Öğretmen : Bu işlemleri yaparken nasıl bir yol izledin. Yani bu işlemleri neden yaptın?

Ö5 : ...

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö7 : Hayır.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö7 : Soruyu anlayamadım ben.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö7 : Aklıma bir şey gelmiyor hocam.

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Evet. Ama bu soru biraz farklı sanki.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : İp fiyatlarını, tahta için gereken ip miktarını vermiş. 1400 ile 1700 arasında bir fiyatı varmış. Kaç tahta yapabiliriz diye soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : 12 ile 15'in ortak katını alırım. 1400'e bölerim. Sonrada 1700'e bölerim. Oradan cevabı bulurum.

Öğretmen : Çözüm planının nedir peki? İşlem olarak sormuyorum. Hangi işlemi neden yapacaksın?

Ö10 : Bir şey diyemedim...

(Ö10'un Problem-2'e verdiği yanıt)

Problem-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö3 : Karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö3 : Söyleyemem hocam.

Öğretmen : Neden peki?

Ö3 : Anlamadım soruyu.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö3 : ...

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Hayır hocam.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : Bilgisayarların taksit tutarlarını vermiş. Fiyatlarının toplamını istiyor. 5000TL'den az olsun diyor birde.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö5 : 400'ün katlarını alırım. Sonra 900'ün katlarını alırım. Toplarım. Ama toplamı 5000'den az olacak tabi.

(9000) TL

	Pesinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Handwritten calculations for the problem:

For Ahmet: 2400 (initial price) - 400 (monthly installment) = 2000 (remaining balance). Then 2000 - 400 = 1600, 1600 - 400 = 1200, 1200 - 400 = 800, 800 - 400 = 400. Total installments: 400 + 400 + 400 + 400 + 400 = 2000. Total price: 2400 + 2000 = 4400.

For Beyza: 2100 (initial price) - 900 (monthly installment) = 1200 (remaining balance). Then 1200 - 900 = 300, 300 - 900 = -600. Total installments: 900 + 900 = 1800. Total price: 2100 + 1800 = 3900.

Total price: 4400 + 3900 = 8300. Since 8300 > 5000, the solution is not valid.

(Ö5'in Problem-3'e verdiği yanıt)

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö7 : Yok.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö7 : Taksit tutarlarını vermiş. Bilgisayar fiyatlarının toplamını istemiş. Taksitlerin toplamının eşit olduğunu da söylemiş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö7 : 400'ü 9 ile 900'ü ise 4 ile çarpınca eşit oldu. Aslında bundan sonrasında biraz karıştırdım sanırım. Aklıma başka bir şey gelmedi.

Öğretmen : Soruda peşinat yüzdesini de vermiş. Ne için vermiş olabilir sence?

Ö7 : Onu neden verdiğini anlayamadım

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö8 : Yok. Karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö8 : Yüzdeler vermiş. Taksit tutarı. Birde bilgisayar fiyatını istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö8 : %20'si birde %10'u peşinmiş. Alında çokta anlamadım hocam.

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Hatırlamıyorum hocam. Karşılaşmadım sanırım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : Taksitleri ve yüzdelerini vermişler. Bilgisayarın parasını soruyorlar.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : 400 ve 900'ün ekokunu bulurum. Yüzdesini bulurum. Bilgisayar fiyatını da.

Öğretmen: Neden ekok aldın peki? Nasıl bir yol izlemeliyiz sence?

Ö10 : Bu sorular ekok diye biliyorum. Ondan ekok aldım.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Handwritten calculations showing the student's work for finding the least common multiple (ekok) of 400 and 900, and then using it to find the monthly installment.

For Ahmet (20% down, 400 TL installment):

$$400 \times 2 = 800$$
$$800 \times 2 = 1600$$
$$1600 \times 2 = 3200$$
$$3200 \times 2 = 6400$$

For Beyza (10% down, 900 TL installment):

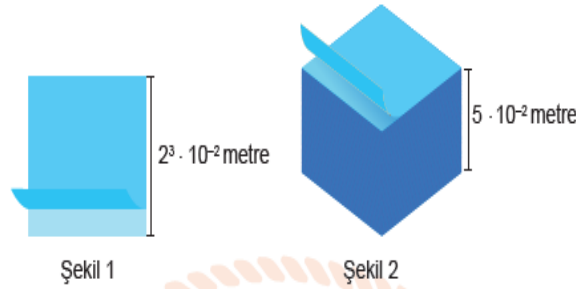
$$900 \times 2 = 1800$$
$$1800 \times 2 = 3600$$

The student concludes that the least common multiple (ekok) is 3600.

(Ö10'un Problem-3'e verdiği yanıt)

Problem-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.



Şekil 1'de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2'deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknót oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknótun kütlesi kaç gramdır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö1 : Karşılaşmadım hocam.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö1 : Hocam arada bir bağlantı kuramadım.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö1 : Hiçbir fikrim yok hocam. Anlayamadım ben.

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö2 : Hayır.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö2 : Soruyu anlamadım hocam. Bence çok zor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö2 : ...

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : Kağıdın ağırlığını vermiş. Sayısını da vermiş. Toplam ağırlığı soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö6 : Bir kağıt 80'miş. $5 \cdot 10^{-2}$ tane olduğuna göre çarparım. Cevabı bulurum.

$$80 - 5 - 10^{-2}$$

$$400 - 10^{-2} \text{ gr}$$

(Ö6'nın Problem-5'e verdiği yanıt)

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö9 : Bu tarz soru görmedim hocam.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö9 : Söyleyemem hocam. Anlayamadım soruyu.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö9 : Yapamam ki hocam.

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Hayır.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : 100 yıl önce kişi başına düşen alanı vermiş. Şimdikini istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö5 : 2'ye bölerim.

Öğretmen : Neden 2'ye böldün.

Ö5 : Yarıya düşüyormuş çünkü.

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö7 : Yok hocam.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö7 : Pek değil Hocam.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö7 : Fikrim yok hocam.

Öğretmen : Neden böyle bir işlem yaptın?

Ö7 : Düşünmeden yaptım hocam.

Problem-8

a, b, c, d birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ ve $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b \cdot d}$ dir.

Aşağıda bir işyerindeki çalışanlara verilen dikdörtgen şeklindeki personel giriş kartının görseli verilmiştir.



Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer doğal sayı olan bu kart üzerinde resim yapıştırılan kare şeklindeki bölgenin alanı, kartın alanının % 40'ına eşittir.

Resim yapıştırılan karenin bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{5}$ cm olduğuna göre kartın çevresi kaç santimetredir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö8 : Hayır.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö8 : Karenin bir kenarını vermiş. Dikdörtgeninkini istemiş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö8 : Karenin alanını bulurum. Ama dikdörtgeni nasıl bulacağımı bilmiyorum. Burada kaldım.

Öğretmen : Bu işlemi neden yaptığını söyler misin?

Ö8 : Niye yaptığımı bilmiyorum hocam. Belki cevabı bulurum diye...

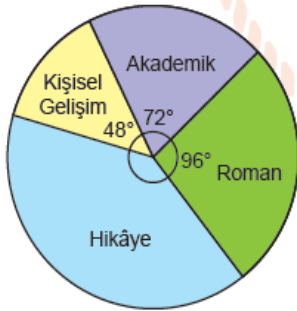
$$\begin{array}{r}
 25 \\
 4 \overline{) 25} \\
 4 \overline{) 25} \\
 2 \overline{) 25} \\
 + \\
 10 \overline{) 25}
 \end{array}$$

(Ö8'in Problem-8'e verdiği yanıt)

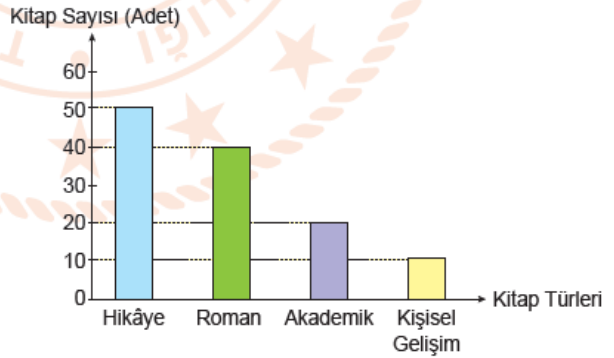
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Evet. Denemelerde görüyorum.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : Diğer kitapların açısı verilmiş. Hikayenin açısını istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö5 : Diğerlerini toplan. Sayılarını da toplan. Orantı kurarım. Cevap çıkar.

Öğretmen : Orantıyı nasıl kurdun peki?

Ö5 : Bulduklarım ile kurdum. Daire 360^0 olduğu için onu da kullandım.

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 60 \\
 \hline
 180 \\
 180 \times 2 = 360 \\
 360 - 180 = 180 \\
 180 \div 3 = 60
 \end{array}$$

(Ö5'in Problem-9'a verdiği yanıt)

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö7 : Hayır karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

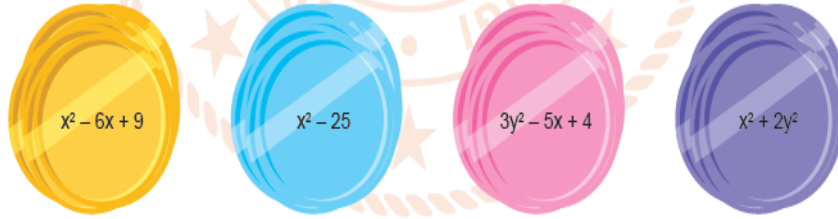
Ö7 : Açılar var. Hikayeyi vermemiş onu istiyor soruda anladığım kadarıyla.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö7 : Kitapların açısını topladım. 360^0 'den çıkardım.

Problem-10

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö8 : Karşılaşmadım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö8 : Değişik paralar verilmiş. Ama hangisinin ne olduğu belirsiz. 914TL için kaç tane lazım diye sormuş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö8 : Bilmiyorum. Ben çözemem.

Öğretmen : Neden çöremezsın?

Ö8 : Soru karışık geldi. Ne yapacağımı bulamadım.

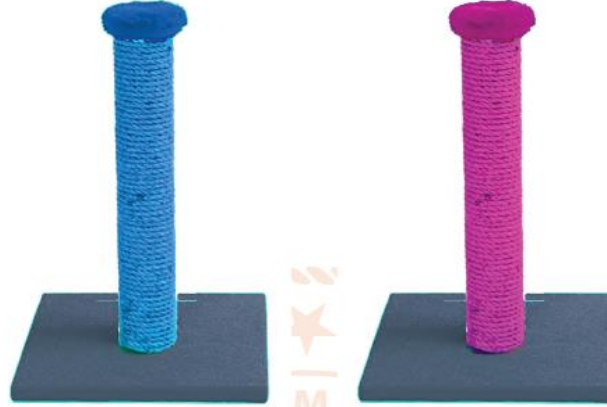
Problem çözme etkinliğinde, konuyu bilmek kadar uygulamada önemlidir. Farklı soru kalıpları görmek, konunun farklı bakış açılarıyla görülmesini de sağlar.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin farklı soru kalıbı görme eksikliğinden kaynaklı plan yapma aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Plan yapma aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %21 oranında veriler arasında ilişki kuramama nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö8 : Test kitaplarında görüyorum. Ama çözmedim.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin? Yani ne verilmiş, ne isteniyor sence?

Ö8 : Tırmanma tahtası ile ilgili bilgiler vermiş. Kaç tane yapabiliriz diyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö8 : 15'le 12'nin ekokunu bulurum. Ekok sorusudur kesin.

Öğretmen : Peki isteneni nasıl bulursun?

Ö8 : Yani onu bilemedim.

(Ö8'in Problem-2'ye verdiği yanıt)

Problem-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö1 : Evet. Denemelerde gördüm.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö1 : Taksit miktarı verilmiş. Bilgisayarın parasını soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö1 : Yüzde 20'sini 400TL vermiş. Tamamını bulurum. Yüzde 10'unu vermiş tamamını bulurum. Toplarım.

$$\begin{array}{r} 20 \\ 100 \times \\ \hline 20 \\ 400 \cdot 10\% \\ \hline 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 400 \text{ k} \\ \times \\ \hline 2000 \text{ k} \end{array}$$

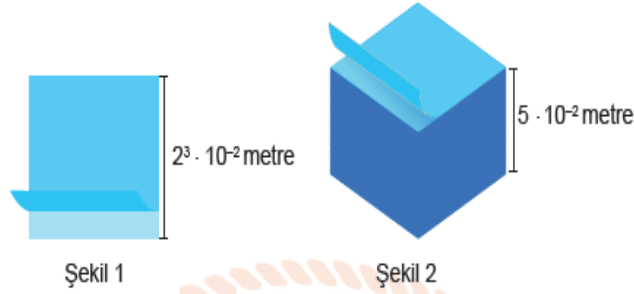
$$\begin{array}{r} 10 \\ 100 \times \\ \hline 900 \text{ k} \\ \hline 9000 \text{ k} \end{array} \quad \begin{array}{r} 9000 \text{ k} = 2000 \text{ k} \\ 5000 \text{ k} = 2000 \text{ k} \end{array}$$

5 2 / 2. (18) 7

(Ö1'in Problem-3'e verdiği yanıt)

Problem-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.



Şekil 1’de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2’deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknot oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknotun kütlesi kaç gramdır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Evet. Test kitaplarında karşılaşıyorum. Bu biraz zor gibiydi.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : Bir kâğıdın kalınlığını vermiş. Bir tomar kâğıdın toplam kalınlığını da vermiş. Bir de kâğıdın bir kenarını vermiş. Kare kâğıt. Ağırlık isteniyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : $5 \cdot 10^{-2}$ ’yi $1 \cdot 10^{-4}$ ’e böldüm 500 buldum. Sonra $2^3 \cdot 10^{-2}$ ’nin karesini aldım.

Öğretmen : Bundan sonra ne yapmamız gerekiyor sence?

Ö10 : Orda takıldım hocam.

Öğretmen : Bu aşamaya kadar yaptığın işlemleri neden yaptığını biliyor musun?

Ö10 : Biraz

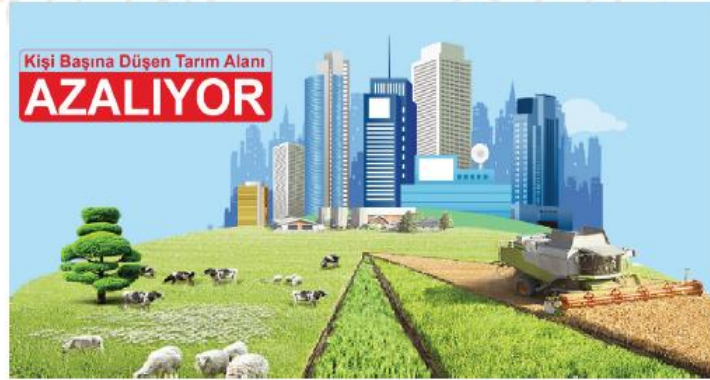
$$\frac{5 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-4}} = 500$$

$$\begin{aligned} 2^3 \cdot 10^{-2} \cdot 2^3 \cdot 10^{-2} \\ 2^6 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

(Ö10’un Problem-5’e verdiği yanıt)

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Testlerde gördüm sanki.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : 100 yıl önce bir kişiye ne kadar alan düştüğünü vermiş, şimdikini sormuş. Birde nüfus 25 yılda bir 2 katına çıkıyormuş alan da yarıya düşüyormuş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö6 : $2,048 \cdot 10^7$ 'ye işlemler yaparız.

Öğretmen : Hangi işlemleri yaparız?

Ö6 : Yani ordan sonra ne yapacağımı bilemedim.

Öğretmen : Soruda seni en çok hangi aşamada zorlandın? Anlama, plan, uygulama gibi.

Ö6 : Anlamada zorlandım hocam. Ama sanırım plan beni daha çok zorladı.

Handwritten calculations showing the solution:

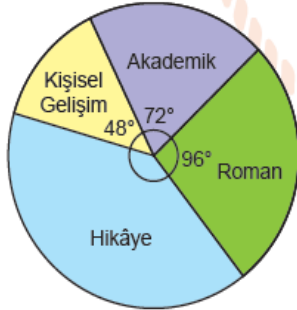
$$\begin{aligned} & 2,048 \cdot 10^7 \div 2 = 1,024 \cdot 10^7 \\ & 1,024 \cdot 10^7 \div 2 = 512 \cdot 10^7 \\ & 512 \cdot 10^7 \div 2 = 256 \cdot 10^7 \\ & 256 \cdot 10^7 \div 2 = 128 \cdot 10^7 \\ & 128 \cdot 10^7 \div 2 = 64 \cdot 10^7 \\ & 64 \cdot 10^7 \div 2 = 32 \cdot 10^7 \\ & 32 \cdot 10^7 \div 2 = 16 \cdot 10^7 \\ & 16 \cdot 10^7 \div 2 = 8 \cdot 10^7 \\ & 8 \cdot 10^7 \div 2 = 4 \cdot 10^7 \\ & 4 \cdot 10^7 \div 2 = 2 \cdot 10^7 \\ & 2 \cdot 10^7 \div 2 = 1 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

(Ö6'nın Problem-6'ya verdiği yanıt)

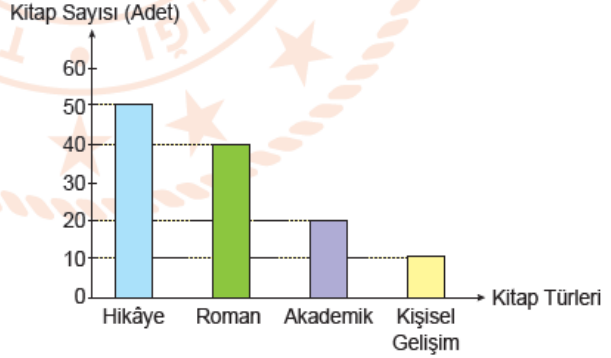
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö1 : Evet.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö1 : Diğer kitapların açılarını vermiş. Hikayenin açısını istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö1 : Diğer kitapların açılarını toplarım. Daire 360^0 olduğundan 360^0 'den çıkartırım. Cevabı bulurum.

Öğretmen : Diğer grafik neden verilmiş sence ?

Ö1 : Açısını istiyor. Neden verildiğini anlamadım.

$$\begin{array}{r} 96 \\ + 72 \\ + 48 \\ \hline 216 \end{array} \quad (1) \quad \begin{array}{r} 360 \\ - 216 \\ \hline 144 \end{array}$$

(Ö1'in Problem-9'a verdiği yanıt)

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Çok değil. Grafik sorusu görüyorum bu biraz değişik.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : Daire grafiği verilmiş. Hikâyenin açısı verilmemiş. Onu soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : Verilen açılar toplanır. 360^0 'den çıkarıp hikayeyi bulurum. Birde sütun grafiğinde hikayeyi 50 vermiş. Onu da kullanıp orantı yaparım.

Öğretmen : Orantıyı nasıl kurdun ?

Ö10 : 216^0 'de 50 ise 360^0 'de kaçtır dedim. Ama işlem büyüktü devamını getiremedim.

$$\begin{array}{r} 360 \\ 216 \\ \hline 144 \\ 1 \\ 96 \\ + 2 \\ \hline + 48 \\ \hline 216 \end{array}$$

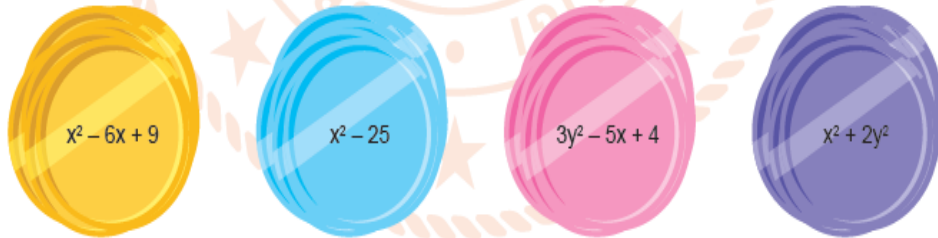
$$\begin{array}{r} 216 \\ \times 50 \\ \hline 10800 \\ + 2160 \\ \hline 10800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 50 \\ \hline 18000 \\ + 2160 \\ \hline 18000 \end{array}$$

(Ö10'un Problem-9'a verdiği yanıt)

Problem-10

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö10 : Evet. Ama bu diğerlerinden farklı.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö10 : Para birimleri vermiş. Özdeşlik vermiş. Ama hangisi hangisine ait belli değil. Onu istiyor sanırım.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : Değer mi versem bilemedim. Aklıma bir şey gelmiyor.

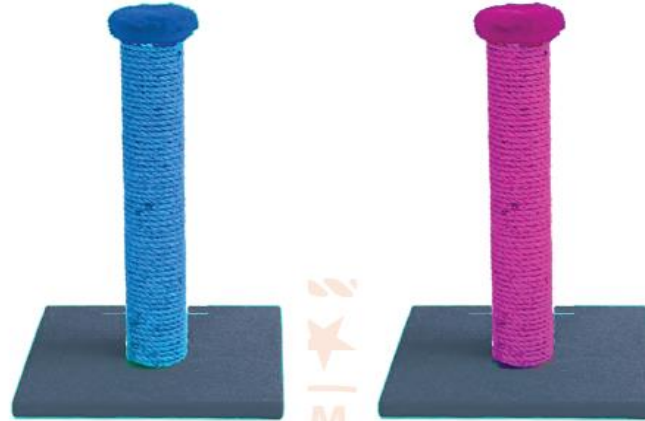
Problem çözüm sürecinde plan yapma aşamasında veriler arasındaki ilişkinin kurulması çözümün planlanmasında kritik bir durumdur.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin veriler arasında ilişki kuramamasından kaynaklı plan yapma aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Plan yapma aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %16 oranında işlem yapma sürecine odaklanma nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Deneme sınavlarında bazen çıkıyor.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : Her tahta kaç m ip lazım onu vermiş. İplerin fiyatlarını da vermiş. 1400 ile 1700 arasında para ödenecekmiş. Kaç tahta yapılacaktır diye soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

Ö6 : Önce 12 ile 15'in Ekokunu bulurum. 1400'ü ve 1700'ü de ip fiyatına bölerim. Arasında olacak diyor çünkü.

Problem-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Evet. Kitaplarda gördüm sanırım.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : Bilgisayarların taksit tutarlarını vermiş. Bunlar eşitmiş. Taksitin yüzdesini vermiş. Bilgisayarın fiyatını sormuş.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö6 : 400 ile 900'ün ortak katını aldım. 3600 buldum. Sonra %20'si 3600 oluyor. Birde %10'u 3600 oluyor. Bilgisayarın parasını bulmaya çalıştım. Biraz karıştırdım ama.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Handwritten calculations for the problem:

For Ahmet: $5000 \text{ TL} \times 0.20 = 1000$, $5000 - 1000 = 4000$, $4000 / 10 = 400$

For Beyza: $3600 / 0.10 = 36000$, $36000 / 40 = 900$

(Ö6'nın Problem-3'e verdiği yanıt)

Problem-8

a, b, c, d birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ ve $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b \cdot d}$ dir.

Aşağıda bir işyerindeki çalışanlara verilen dikdörtgen şeklindeki personel giriş kartının görseli verilmiştir.



Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer doğal sayı olan bu kart üzerinde resim yapıştırılan kare şeklindeki bölgenin alanı, kartın alanının % 40'ına eşittir.

Resim yapıştırılan karenin bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{5}$ cm olduğuna göre kartın çevresi kaç santimetredir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö5 : Soru bankalarında gördüm.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö5 : Fotoğrafın bir kenarını vermiş. Kareymiş. Kartın alanının %40'ıymış. Kartın alanını soruyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö5 : Karenin alanını bulurum. Sonra yüzde 40'ını bulmuş oluyoruz. Tamamını buluruz.

Öğretmen : Soruda alanı istediğinden emin misin?

Ö5 : Çevreymiş hocam sonunu okumamışım.

Öğretmen : Peki çevreyi nasıl buluruz sence?

Ö5 : Onu bilemiyorum hocam. Çünkü birkaç sonuç çıkabilir sanırım.

Handwritten calculations for Ö5's answer. It shows several attempts at finding the area of a square. One attempt is $25 \cdot 25 = 625$. Another is $4 \cdot 25 = 100$. A third is $10 \cdot 25 = 250$. There are also some crossed-out calculations like $4 \cdot 25 = 100$ and $10 \cdot 25 = 250$.

(Ö5'in Problem-8'e verdiği yanıt)

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Bir iki kere belki. Zor bir soru bence.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : Fotoğrafın dikdörtgenin %40'ı olduğunu söylemiş. Fotoğrafın bir kenarını da vermiş. Dikdörtgeni istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö6 : Karenin alanını bulurum. 20 yapar. Sonrada %40'ını alırım dikdörtgeni bulurum.

Öğretmen : Buldun mu peki?

Ö6 : İşlemlerde biraz karıştırdım sanki.

Öğretmen : Dikdörtgenin alanını mı istiyor ?

Ö6 : Bakayım hocam. Çevreymiş hocam.

Ö6 : Ama çevreyi nasıl bulurum anlayamadım.

Handwritten calculations for Ö6's answer. It shows a calculation for the area of a square. One attempt is $25 \cdot 25 = 625$. Another is $4 \cdot 25 = 100$. A third is $10 \cdot 25 = 250$. There are also some crossed-out calculations like $4 \cdot 25 = 100$ and $10 \cdot 25 = 250$.

(Ö6'nın Problem-8'e verdiği yanıt)

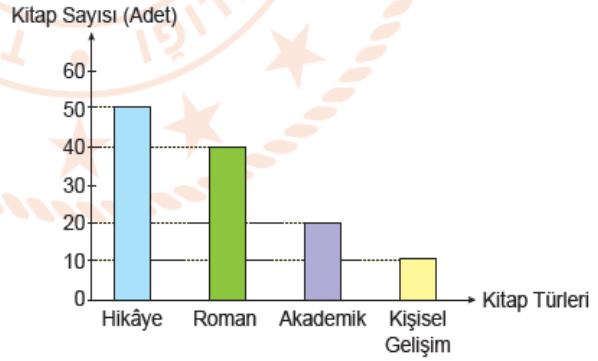
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen : Bu tarz bir problemle daha önce karşılaştın mı?

Ö6 : Karşılaştım. Grafik soruları çok karışık oluyor ama.

Öğretmen : Verilen ve istenen arasındaki ilişkiyi söyleyebilir misin?

Ö6 : Açıları vermiş. Hikâyeninkini istiyor.

Öğretmen : Bu problemi nasıl çözebiliriz sence?

Ö6 : Diğerlerini toplayıp 360^0 'den çıkardım. Hikayenin açısını buldum. Sonra okumadığı kitap sayısı 60 olduğundan orantı ile isteneni buldum.

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 360 \\ - 216 \\ \hline 144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 50 \\ \hline 144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 50 \\ \hline 7200 \end{array}$$

120-60=60

50 120 ise tamam

360-60=300

300/3=100

100/2=50

50 120 ise tamam

(Ö6'nın Problem-9'a verdiği yanıt)

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin işlem yapma sürecine odaklanmadan kaynaklı plan yapma aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

4.1. 3. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Probleminin uygulama aşaması, hazırlanan planın uygulanmasını, her aşamanın kontrolünü ve işlemsel sonuçların tahmin edilmesini içerir. Bu süreçte öğrencilerden problemin nasıl çözüldüğünü ve işlemin neden ve nasıl yapıldığını açıklamaları istenir. Polya, planı uygulama aşamasında yöneltilecek soruları ve yönergeleri şöyle ifade etmiştir:

Planı tamamlayın. Planınızı uygulama sürecinde her aşamayı kontrol edin. Adımların doğruluğunu görebiliyor musun? Doğru olduğunu kanıtlayabilir misin? (Polya, 1997).

Plan uygulama aşaması için sorulacak sorular: Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi? Öngördüğün planı uygulayabilir misin? Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin? çerçevesinde şekillenmiştir.

Tablo 4.3'te Öğrencilerin problem çözme sürecinde, planı uygulama aşamasında karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerine ilişkin frekans ve yüzde dağılımları verilmektedir.

Tablo 4.3. *Problem Çözme Sürecinde Planı Uygulama Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerin Nedenleri*

Sıra	Nedenler	f	%	Öğrenciler
1	İşlem Hataları	4	28.5	Ö1, Ö3, Ö7, Ö8
2	Planın Eksik Kurulması	6	43	Ö4, Ö6, Ö8, Ö9
3	Plansız Uygulama Çalışması	4	28.5	Ö1, Ö2, Ö8
Toplam		14	100	

Tablo 4.3'te görüldüğü gibi rutin olmayan matematik problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerine ilişkin verilerin analizinde, problem çözme aşamalarından planı uygulama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %43 oranında planın eksik kurulması nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek bazı problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö9 : Biraz.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö9 : Aklımda bir plan vardı ama sonunu tam getiremedim.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

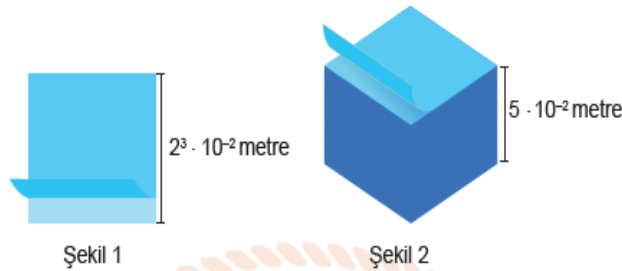
Ö9 : Pek değilim. Ne yapacağımı karıştırdım.

Öğretmen : Tahta sayısını nasıl bulmamız gerekiyor sence.

Ö9 : Aklıma gelmedi.

Problem-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.



Şekil 1’de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2’deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknot oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknotun kütlesi kaç gramdır?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö8 : Ettim.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö8 : Uyguladım aslında. Ama bilemedim.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö8 : Tam değil aslında.

Öğretmen : Şekil-2’de kaç kağıt olduğunu bulmuşsun. Bir kağıdın alanını da bulmuşsun. Kağıdın bir m²’sinin kütlesini de 80 gram vermiş soruda. Şekil-2’deki kâğıtların kütlesini istiyor. Başka işlem yapmamız gerekiyor mu sence?

Ö8 : Aslında soruyu tam anlayamadığımı fark ettim hocam. Ama şimdi anladım.

Ö8 : Soruyu anlayamadığım için ne yapacağımı tam düşünmemişim. İşlemlere de o yüzden devam etmedim.

$$\begin{array}{l} 2^3 \cdot 10^{-2} \cdot 2^3 \cdot 10^2 \\ 2^6 \cdot 10^{-4} \end{array} \quad \frac{5 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-4}} = 500$$

(4)

(Ö8’in Problem-5’e verdiği yanıt)

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö4 : Tam değil.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö4 : Uyguladım. 100'ün içinde 25 4 defa var. O yüzden 4 ile çarptım. Sonucu buldum.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö4 : Tekrar kontrol etmedim. Doğrudur sanırım.

Öğretmen : Tarım alanı her 50 yılda bir yarıya düşüyormuş. Onu kullanmamışsın.

Ö4 : Aaaa. Evet.

Öğretmen : Peki 4 defa 2 katına çıkması demek 4 ile çarpmak mı demek?

Ö4 : Evet. Öyle değil mi ki?

Problem-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö4 : Kontrol ettim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö4 : Uyguladım. Önce bir karenin alanını buldum. Sonra bir kenarını buldum. Dikdörtgenin çevresini buldum.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö4 : Eminim hocam.

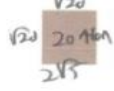
Öğretmen : Dikdörtgenin kenarlarını nasıl buldun?

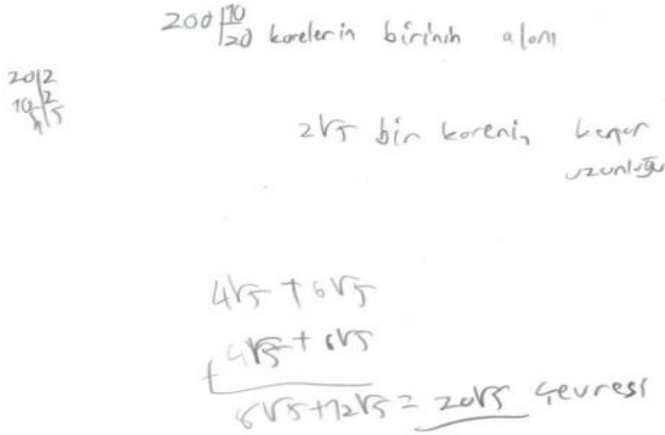
Ö4 : ...

Öğretmen : Alan için kenarları çarpınca 200cm^2 değil de 120cm^2 çıkıyor işleminde. Dikkat ettin mi?

Ö4 : Doğru. Hocam hiç dikkat etmemiştim.

Ö4 : Çevreyi bulurken tılandım aslında.


$$\begin{array}{r} 200 \\ 20 \overline{) 200} \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$



200/20 karelerin birinin alanı

20 bir karenin kenar uzunluğu

40 + 20

20 + 20

60 + 20 = 80 Çevresi

(Ö4'ün Problem-7'ye verdiği yanıt)

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö6 : Evet.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

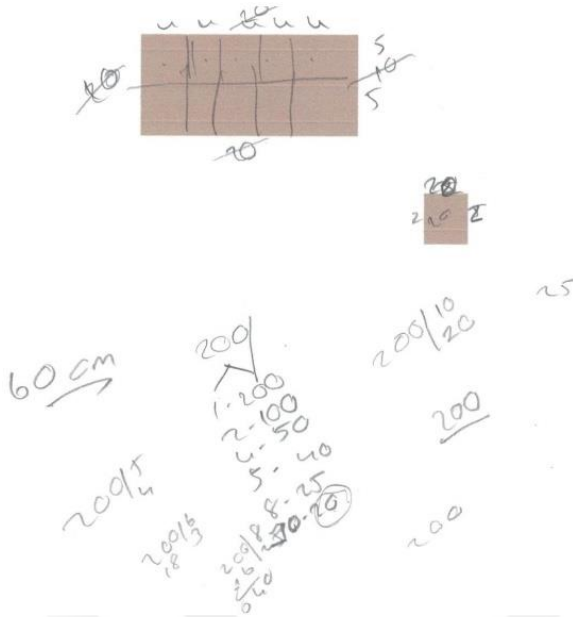
Ö6 : Uyguladım bence. Bir karenin alanını buldum. Dikdörtgenin alanı 200'dü zaten 10'a bölüp kareyi 20 buldum. Çevresini en az istiyordu. Bende çarpınca 200 olan sayıları yazdım. Birbirine en yakın sayıları buldum. Çevre en az olması için öyle olması gerekiyordu. Kenarları 10cm ve 20 cm aldım. Çevre de 60cm çıktı.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö6 : Eminim hocam.

Öğretmen : Peki karenin alanını neden buldun?

Ö6 : Onu bilmiyorum aslında...



(Ö6'nın Problem-7'ye verdiği yanıt)

Öğretmen : Çözüm sürecinin her adımını kontrol ettin mi?

Ö9 : Etmedim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö9 : Tam değil. 200'ü 10'a böldüm. Bir tanesini 20 buldum. Dikdörtgeni de 2'ye 5 kare olarak yerleştirdim.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö9 : Yok.

Öğretmen : Dikdörtgenin kenar uzunluklarını neden 10cm ve 20cm olarak aldın?

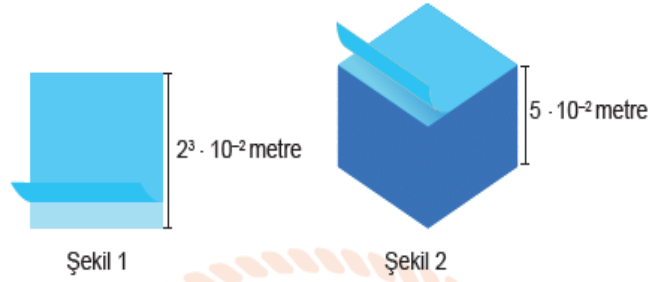
Ö9 : Çarpınca 200 yapıyor diye. Aklıma bir tek o geldi.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin planın eksik kurulmasından kaynaklı planı uygulama aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Planı uygulama aşamasında, karşılaşılan güçlüklerin %28.5 oranında işlem hataları nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.



Şekil 1’de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2’deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknot oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknotun kütlesi kaç gramdır?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö7 : Ettim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö7 : Uyguladım aslında.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö7 : Değilim hocam.

Öğretmen : Bir m^2 ’si 80 gram olduğu verilmiş. Neden verilmiş sence?

Ö7 : Kütleyi istiyor. Kullanmamız gerekiyordu sanırım.

Öğretmen : Peki nasıl kullanmalıyız?

Ö7 : Orantı kullanmalıydım. Anladım hocam...

Öğretmen : Peki işleme bakarsak. $2^3 \cdot 10^{-2}$ ’nin karesini aldığında üsse 4 yazmışsın.

Ö7 : İşlem hatası yapmışım hocam. Şimdi fark ettim -4 olacaktı.

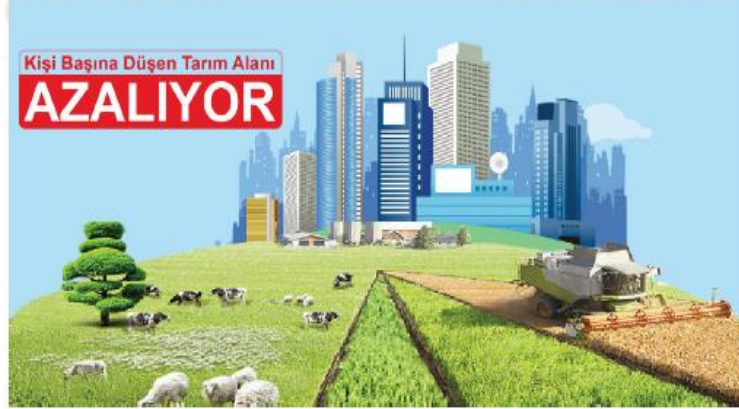
Handwritten calculations:

$$\begin{aligned} & 0,08 \quad 0,0001 \\ & 0,08 \quad 0,0008 \\ & 0,00008 \\ & 5 \cdot 10^{-2} \\ & \frac{5 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-4}} \\ & 5 \cdot 10^2 = 500 \\ & 2^3 \cdot 10^{-2} \\ & 2^3 \cdot 10^{-2} \\ & 2^6 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^2 \\ & 2^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6 \end{aligned}$$

(Ö7’nin Problem-5’e verdiği yanıt)

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö1 : Ettim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö1 : Uyguladım hocam. Nüfus iki katına çıktığı için 2'ye böldüm. Alan yarıya düştüğü için tekrar 2'ye böldüm.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö1 : Bölme işlemlerini doğru yaptığımdan eminim.

Öğretmen : Soruda nüfus her 25 yılda bir 2 katına çıkıyor ve tarım alanı her 50 yılda bir yarıya düşüyor diyor. 100 yıllık süreç için 2'ye bölmek yeterli mi sence?

Ö1 : Kaç defa olduğunu bulmamız gerekiyordu hocam. Ona dikkat etmemişim.

Ö1 : Anladım ama...

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö3 : Evet. Ettim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö3 : Uyguladım. Ama sonuç çok büyük çıktı. Değerini bulmadım o yüzden. Üslü olarak bıraktım.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö3 : Yani. Eminim hocam. İşlemler zor değildi zaten.

Öğretmen : Peki nüfus arttığında kişi başı düşen tarım arazisi artar mı? Azalır mı?

Ö3 : Azalır hocam.

Öğretmen : Peki hangi işlemi yapmamız gerekir sence?

Ö3 : Bölmemiz gerekir hocam.

Öğretmen : İşlemlerini tekrar kontrol eder misin?

Ö3 : Tabi hocam.

Ö3 : Böleceğime çarpmışım hocam. Anladım.

100 yıl önce $\rightarrow 2^{11} \cdot 10^4$

Şimdi $\rightarrow 2^{15} \cdot 10^4$

$$2^{15} \cdot 10^4 \cdot 2^{-2} = 2^{13} \cdot 10^4$$

50 yılda 1 yarıya $\rightarrow 2^{-2}$

(Ö3'ün Problem-6'ya verdiği yanıt)

Problem-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

Öğretmen : Çözüm sürecini her adımı kontrol ettin mi?

Ö8 : Ettim.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö8 : Uyguladım.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö8 : Bence doğru. Aslında etmeme gerek yok. Kolaydı.

Öğretmen : Küçük parçanın alanını bulmuşsun.

Ö8 : 200'ü 10 böldüm. Çıktı.

Öğretmen : Küçük parçalar kare olarak verilmiş. Dikkat ettin mi?

Ö8 : Dikkat etmemiştim aslında.

Öğretmen: Karenin kenarlarına 4cm ve 5cm demişsin. Karenin özelliğinde farklı kenarlar var mıydı?

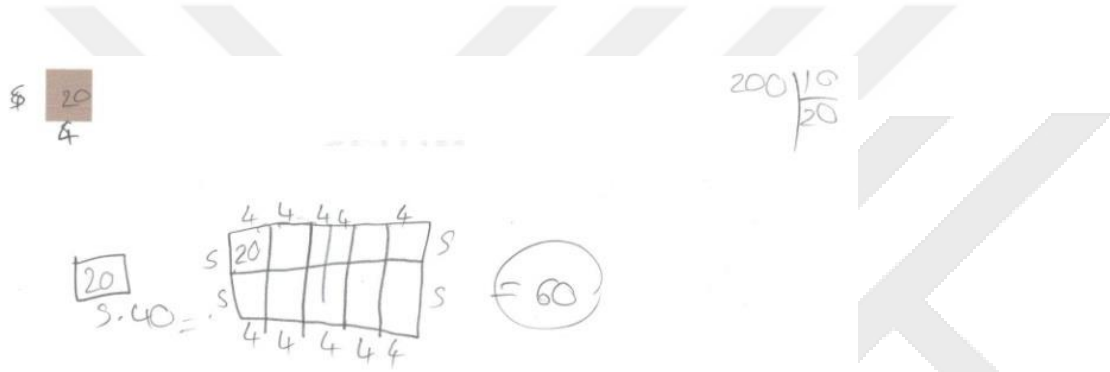
Ö8 : Hadiiii. Aynı olacaktı. Hocam ben ona hiç dikkat etmemişim.

Öğretmen : Alanı madem 20 buldun. Bir kenarını nasıl buluruz?

Ö8 : 4'e bölerim.

Öğretmen : Emin misin?

Ö8 : ...



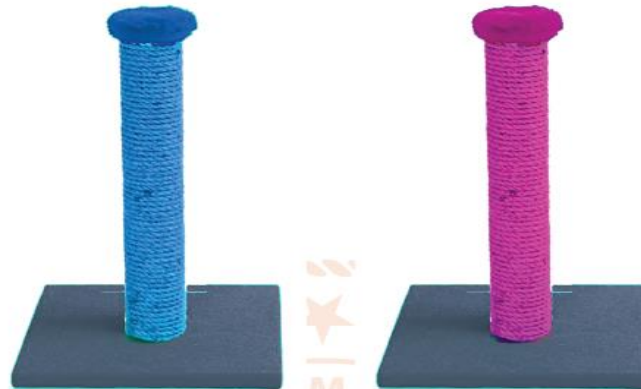
(Ö8'in Problem-7'ye verdiği yanıt)

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin işlem hatalarından kaynaklı planı uygulama aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Planı uygulama aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %28.5 oranında plansız uygulama çalışması nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tirmalama tahtası yapılmıştır?

Öğretmen : Çözüm sürecinin her adımını kontrol ettin mi?

Ö1 : Hepsini kontrol edemedim aslında.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö1 : Planım yoktu aslında. Başladım ama devamını getiremedim.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

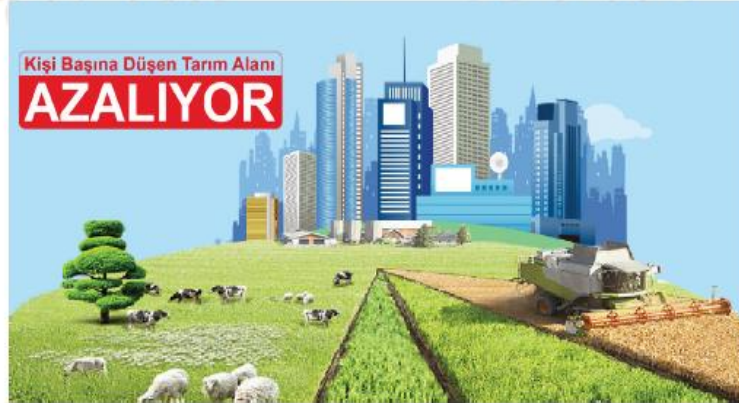
Ö1 : Değilim.

[illegible]

(Ö1'in Problem-2'ye verdiği yanıt)

Problem-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaredir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaredir?

Öğretmen : Çözüm sürecinin her adımını kontrol ettin mi?

Ö2 : Çok değil hocam. İşlemleri yaptım sadece.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö2 : Plan yapmadım.

Öğretmen : Yani hangi işlemleri neden yapacağına karar vermeden neden işlem yaptın?

Ö2 : Çok anlamadım soruyu aslında. 100'ün içinde 25 ve 50'nin kaç kere olduğuna göre bulmaya çalıştım aslında. Sonrada çarptım.

Öğretmen : Çözüm sürecindeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö2 : Yani. Kontrol etmedim.

Handwritten calculations showing the solution:

$$\begin{array}{r} 2048 \\ \times 2 \\ \hline 4096 \end{array}$$

8192

$$\begin{array}{r} 4096 \\ \times 2 \\ \hline 8192 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 8192 \\ \times 2 \\ \hline 16384 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 16384 \\ \times 2 \\ \hline 32768 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 32768 \\ \times 2 \\ \hline 65536 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 65536 \\ \times 2 \\ \hline 131072 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 131072 \\ \times 2 \\ \hline 262144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 262144 \\ \times 2 \\ \hline 524288 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 524288 \\ \times 2 \\ \hline 1048576 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1048576 \\ \times 2 \\ \hline 2097152 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2097152 \\ \times 2 \\ \hline 4194304 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4194304 \\ \times 2 \\ \hline 8388608 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 8388608 \\ \times 2 \\ \hline 16777216 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 16777216 \\ \times 2 \\ \hline 33554432 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 33554432 \\ \times 2 \\ \hline 67108864 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 67108864 \\ \times 2 \\ \hline 134217728 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 134217728 \\ \times 2 \\ \hline 268435456 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 268435456 \\ \times 2 \\ \hline 536870912 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 536870912 \\ \times 2 \\ \hline 1073741824 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1073741824 \\ \times 2 \\ \hline 2147483648 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2147483648 \\ \times 2 \\ \hline 4294967296 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4294967296 \\ \times 2 \\ \hline 8589934592 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 8589934592 \\ \times 2 \\ \hline 17179869184 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 17179869184 \\ \times 2 \\ \hline 34359738368 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 34359738368 \\ \times 2 \\ \hline 68719476736 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 68719476736 \\ \times 2 \\ \hline 137438953472 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 137438953472 \\ \times 2 \\ \hline 274877906944 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 274877906944 \\ \times 2 \\ \hline 549755813888 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 549755813888 \\ \times 2 \\ \hline 1099511627776 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1099511627776 \\ \times 2 \\ \hline 2199023255552 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2199023255552 \\ \times 2 \\ \hline 4398046511104 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4398046511104 \\ \times 2 \\ \hline 8796093022208 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 8796093022208 \\ \times 2 \\ \hline 17592186044416 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 17592186044416 \\ \times 2 \\ \hline 35184372088832 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 35184372088832 \\ \times 2 \\ \hline 70368744177664 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 70368744177664 \\ \times 2 \\ \hline 140737488355328 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 140737488355328 \\ \times 2 \\ \hline 281474976710656 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 281474976710656 \\ \times 2 \\ \hline 562949953421312 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 562949953421312 \\ \times 2 \\ \hline 1125899906842624 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1125899906842624 \\ \times 2 \\ \hline 2251799813685248 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2251799813685248 \\ \times 2 \\ \hline 4503599627370496 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4503599627370496 \\ \times 2 \\ \hline 9007199254740992 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9007199254740992 \\ \times 2 \\ \hline 18014398509481984 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 18014398509481984 \\ \times 2 \\ \hline 36028797018963968 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 36028797018963968 \\ \times 2 \\ \hline 72057594037927936 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 72057594037927936 \\ \times 2 \\ \hline 144115188075855872 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 144115188075855872 \\ \times 2 \\ \hline 288230376151711744 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 288230376151711744 \\ \times 2 \\ \hline 576460752303423488 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 576460752303423488 \\ \times 2 \\ \hline 1152921504606846976 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1152921504606846976 \\ \times 2 \\ \hline 2305843009213693952 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2305843009213693952 \\ \times 2 \\ \hline 4611686018427387904 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4611686018427387904 \\ \times 2 \\ \hline 9223372036854775808 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9223372036854775808 \\ \times 2 \\ \hline 18446744073709551616 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 18446744073709551616 \\ \times 2 \\ \hline 36893488147419103232 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 36893488147419103232 \\ \times 2 \\ \hline 73786976294838206464 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 73786976294838206464 \\ \times 2 \\ \hline 147573952589676412928 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 147573952589676412928 \\ \times 2 \\ \hline 295147905179352825856 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 295147905179352825856 \\ \times 2 \\ \hline 590295810358705651712 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 590295810358705651712 \\ \times 2 \\ \hline 1180591620717411303424 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1180591620717411303424 \\ \times 2 \\ \hline 2361183241434822606848 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2361183241434822606848 \\ \times 2 \\ \hline 4722366482869645213696 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4722366482869645213696 \\ \times 2 \\ \hline 9444732965739290427392 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9444732965739290427392 \\ \times 2 \\ \hline 18889465931478580854784 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 18889465931478580854784 \\ \times 2 \\ \hline 37778931862957161709568 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 37778931862957161709568 \\ \times 2 \\ \hline 75557863725914323419136 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 75557863725914323419136 \\ \times 2 \\ \hline 151115727451828646838272 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 151115727451828646838272 \\ \times 2 \\ \hline 302231454903657293676544 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 302231454903657293676544 \\ \times 2 \\ \hline 604462909807314587353088 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 604462909807314587353088 \\ \times 2 \\ \hline 1208925819614629174706176 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1208925819614629174706176 \\ \times 2 \\ \hline 2417851639229258349412352 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2417851639229258349412352 \\ \times 2 \\ \hline 4835703278458516698824704 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4835703278458516698824704 \\ \times 2 \\ \hline 9671406556917033397649408 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9671406556917033397649408 \\ \times 2 \\ \hline 19342813113834066795298816 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 19342813113834066795298816 \\ \times 2 \\ \hline 38685626227668133590597632 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 38685626227668133590597632 \\ \times 2 \\ \hline 77371252455336267181195264 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 77371252455336267181195264 \\ \times 2 \\ \hline 154742504910672534362390528 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 154742504910672534362390528 \\ \times 2 \\ \hline 309485009821345068724781056 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 309485009821345068724781056 \\ \times 2 \\ \hline 618970019642690137449562112 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 618970019642690137449562112 \\ \times 2 \\ \hline 1237940039285380274899124224 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1237940039285380274899124224 \\ \times 2 \\ \hline 2475880078570760549798248448 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2475880078570760549798248448 \\ \times 2 \\ \hline 4951760157141521099596496896 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4951760157141521099596496896 \\ \times 2 \\ \hline 9903520314283042199192993792 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9903520314283042199192993792 \\ \times 2 \\ \hline 19807040628566084398385987584 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 19807040628566084398385987584 \\ \times 2 \\ \hline 39614081257132168796771975168 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 39614081257132168796771975168 \\ \times 2 \\ \hline 79228162514264337593543950336 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 79228162514264337593543950336 \\ \times 2 \\ \hline 158456325028528675187087900672 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 158456325028528675187087900672 \\ \times 2 \\ \hline 316912650057057350374175801344 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 316912650057057350374175801344 \\ \times 2 \\ \hline 633825300114114700748351602688 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 633825300114114700748351602688 \\ \times 2 \\ \hline 1267650600228229401496703205376 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1267650600228229401496703205376 \\ \times 2 \\ \hline 2535301200456458802993406410752 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2535301200456458802993406410752 \\ \times 2 \\ \hline 5070602400912917605986812821504 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5070602400912917605986812821504 \\ \times 2 \\ \hline 10141204801825835211973625643008 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10141204801825835211973625643008 \\ \times 2 \\ \hline 20282409603651670423947251286016 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20282409603651670423947251286016 \\ \times 2 \\ \hline 40564819207303340847894502572032 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 40564819207303340847894502572032 \\ \times 2 \\ \hline 81129638414606681695789005144064 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 81129638414606681695789005144064 \\ \times 2 \\ \hline 162259276829213363391578010288128 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 162259276829213363391578010288128 \\ \times 2 \\ \hline 324518553658426726783156020576256 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 324518553658426726783156020576256 \\ \times 2 \\ \hline 649037107316853453566312041152512 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 649037107316853453566312041152512 \\ \times 2 \\ \hline 1298074214633706907132624082305024 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1298074214633706907132624082305024 \\ \times 2 \\ \hline 2596148429267413814265248164610048 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2596148429267413814265248164610048 \\ \times 2 \\ \hline 5192296858534827628530496329220096 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5192296858534827628530496329220096 \\ \times 2 \\ \hline 10384593717069655257060992658440192 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10384593717069655257060992658440192 \\ \times 2 \\ \hline 20769187434139310514121985316880384 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20769187434139310514121985316880384 \\ \times 2 \\ \hline 41538374868278621028243970633760768 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 41538374868278621028243970633760768 \\ \times 2 \\ \hline 83076749736557242056487941267521536 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 83076749736557242056487941267521536 \\ \times 2 \\ \hline 166153499473114484112975882535043072 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 166153499473114484112975882535043072 \\ \times 2 \\ \hline 332306998946228968225951765070086144 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 332306998946228968225951765070086144 \\ \times 2 \\ \hline 664613997892457936451903530140172288 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 664613997892457936451903530140172288 \\ \times 2 \\ \hline 1329227995784915872903807060280344576 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1329227995784915872903807060280344576 \\ \times 2 \\ \hline 2658455991569831745807614120560689152 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2658455991569831745807614120560689152 \\ \times 2 \\ \hline 5316911983139663491615228241121378304 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5316911983139663491615228241121378304 \\ \times 2 \\ \hline 10633823966279326983230456482242756608 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10633823966279326983230456482242756608 \\ \times 2 \\ \hline 21267647932558653966460912964485513216 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 21267647932558653966460912964485513216 \\ \times 2 \\ \hline 42535295865117307932921825928971026432 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 42535295865117307932921825928971026432 \\ \times 2 \\ \hline 85070591730234615865843651857942052864 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 85070591730234615865843651857942052864 \\ \times 2 \\ \hline 170141183460469231731687303715884105728 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 170141183460469231731687303715884105728 \\ \times 2 \\ \hline 340282366920938463463374607431768211456 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 340282366920938463463374607431768211456 \\ \times 2 \\ \hline 680564733841876926926749214863536422912 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 680564733841876926926749214863536422912 \\ \times 2 \\ \hline 1361129467683753853853498429727072845824 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1361129467683753853853498429727072845824 \\ \times 2 \\ \hline 2722258935367507707706996859454145691648 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2722258935367507707706996859454145691648 \\ \times 2 \\ \hline 5444517870735015415413993718908291383296 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5444517870735015415413993718908291383296 \\ \times 2 \\ \hline 10889035741470030830827987437816582766592 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10889035741470030830827987437816582766592 \\ \times 2 \\ \hline 21778071482940061661655974875633165533184 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 21778071482940061661655974875633165533184 \\ \times 2 \\ \hline 43556142965880123323311949751266331066368 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 43556142965880123323311949751266331066368 \\ \times 2 \\ \hline 87112285931760246646623899502532662132736 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 87112285931760246646623899502532662132736 \\ \times 2 \\ \hline 174224571863520493293247799005065324265472 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 174224571863520493293247799005065324265472 \\ \times 2 \\ \hline 348449143727040986586495598010130648530944 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 348449143727040986586495598010130648530944 \\ \times 2 \\ \hline 696898287454081973172991196020261297061888 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 696898287454081973172991196020261297061888 \\ \times 2 \\ \hline 1393796574908163946345982392040522594123776 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1393796574908163946345982392040522594123776 \\ \times 2 \\ \hline 2787593149816327892691964784081045188247552 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2787593149816327892691964784081045188247552 \\ \times 2 \\ \hline 5575186299632655785383929568162090376495104 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5575186299632655785383929568162090376495104 \\ \times 2 \\ \hline 11150372599265311570767859136324180752990208 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 11150372599265311570767859136324180752990208 \\ \times 2 \\ \hline 22300745198530623141535718272648361505980416 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 22300745198530623141535718272648361505980416 \\ \times 2 \\ \hline 44601490397061246283071436545296723011960832 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 44601490397061246283071436545296723011960832 \\ \times 2 \\ \hline 89202980794122492566142873090593446023921664 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 89202980794122492566142873090593446023921664 \\ \times 2 \\ \hline 178405961588244985132285746181186892047843328 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 178405961588244985132285746181186892047843328 \\ \times 2 \\ \hline 356811923176489970264571492362373784095686656 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 356811923176489970264571492362373784095686656 \\ \times 2 \\ \hline 713623846352979940529142984724747568191373312 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 713623846352979940529142984724747568191373312 \\ \times 2 \\ \hline 1427247692705959881058285969449495136382746624 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1427247692705959881058285969449495136382746624 \\ \times 2 \\ \hline 2854495385411919762116571938898990272765493248 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 2854495385411919762116571938898990272765493248 \\ \times 2 \\ \hline 5708990770823839524233143877797980545530986496 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5708990770823839524233143877797980545530986496 \\ \times 2 \\ \hline 11417981541647679048466287755595961091061972992 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 11417981541647679048466287755595961091061972992 \\ \times 2 \\ \hline 22835963083295358096932575511191922182123945984 \end{array}$$

Öğretmen : Çözüm sürecinin her adımını kontrol ettin mi?

Ö8 : Etmedim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö8 : Açıkçası plan yapmadım.

Öğretmen: Neden plan yapmadın?

Ö8 : Soruyu anlayamadım aslında. Bence çok zor soru.

Öğretmen : Yaptığın işlemlerdeki adımların doğruluğundan emin misin?

Ö8 : Değilim...

Problem-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

Öğretmen : Çözüm sürecinin her adımını kontrol ettin mi?

Ö1 : Edemedim hocam.

Öğretmen : Öngördüğün planı uygulayabildin mi?

Ö1 : Planım yoktu hocam. İşlem yapamadım.

Öğretmen : Peki yaptığın işlemleri nasıl yaptın.

Ö1 : Şansımı denedim aslında. Belki bulurum diye.

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin plansız uygulama çalışmasından kaynaklı planı uygulama aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

4.1. 4. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Problem çözme basamaklarının son aşaması, sonucun kontrolüdür. Bu aşama, belirlenen çözümün gerçekten işe yarayıp yaramadığının tespit edilmesi ve sonuçları kontrol etmek için kullanılır. Bu aşama, çözümden beklenen sonuca ulaşıldığından emin olmak için kullanılır ve aynı zamanda, benzer problemler için derslerin çıkarılmasına yardımcı olur.

Bu aşamada, bulunan cevapların doğruluğu araştırılır. Çoğu öğrenci problemi işlemsel çözebilir, ancak cevaplarının ne anlama geldiğini kavrayamayabilir. Sonuç aşamasındaki kontrol, problem çözmede önemlidir. Çünkü öğrenciye, bulduğu sonuçları ve kullandığı yöntemlerin doğruluğunu değerlendirme olanağı sunar. Sonuç kontrol sürecinde görülmek istenen en önemli iki durum, işlemlerin doğruluğunun görülmesi ve problem çözümünde bağların doğru kurulup kurulmadığıdır.

Sonucun kontrolü aşaması için yöneltilen sorular, Cevabı kontrol edebilir misiniz? Uyguladığınız çözüm yönteminizi farklı problemlerde uygulanabilir mi? Tahmin ve sonucun arasındaki farkı söyler misin? çerçevesinde şekillenmiştir.

Tablo 4.4'te Öğrencilerin problem çözme sürecinde, sonucun kontrolü aşamasında karşılaştıkları güçlüklerin nedenlerine ilişkin frekans ve yüzde dağılımları verilmektedir.

Tablo 4.4. *Problem Çözme Sürecinde Sonucun Kontrolü Aşamasında Karşılaşılan Güçlüklerin Nedenleri*

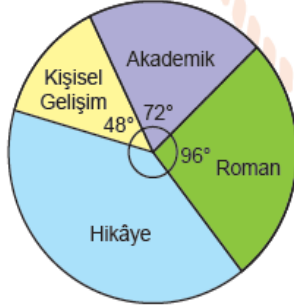
Sıra	Nedenler	f	%	Öğrenciler
1	Planın Değerlendirilmemesi	3	75	Ö3, Ö8, Ö10
2	İşlemsel Değerlendirmeye Ağırlık Verilmesi	1	25	Ö1, Ö4, Ö6, Ö10
Toplam		4	100	

Tablo 4.4'te görüldüğü gibi rutin olmayan matematik problemlerin çözümünde karşılaşılan zorlukların nedenlerine ilişkin verilerin analizinde, problem çözme aşamalarından sonucun kontrolü aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %75 oranında planın değerlendirilmemesi nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek bazı problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

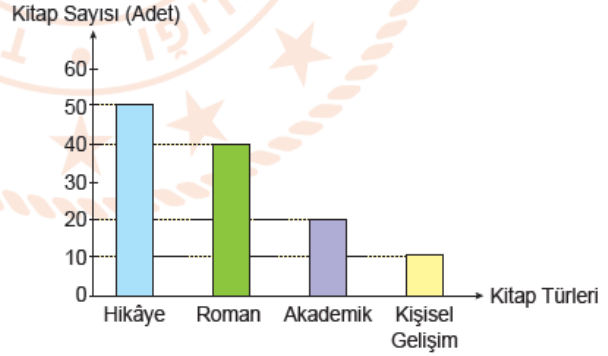
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen : Cevabı kontrol ettin mi?

Ö3 : Ettim hocam.

Öğretmen : Cevabından emin misin?

Ö3 : Evet.

Öğretmen : Nasıl kontrol ettiğini söyler misin?

Ö3 : İşlemlerimi yaparken yanlış yapmadığımdan eminim.

Öğretmen : Senden neyi istiyor soruda?

Ö3 : Hikayeyi istiyor hocam.

Öğretmen : Hikayenin neyini istiyor?

Ö3 : Açısını istiyor.

Öğretmen : Peki senin bulduğun açı mı? Kontrol eder misin?

Ö3 : Hocam benim bulduğum Hikayenin sayısını.

Öğretmen : Okunmayan kitaplara ait daire grafiğindeki Hikayenin merkez açısını nasıl bulacağız sence?

Ö3 : 72 tane hikaye kitabı var. Zaten 50 tanesi okunmuştu. Okunmayan 60 tane var. O zaman 12 tane okunmayan hikâye kitabı var. Orantı ile de açığı bulabilirim.

Ö3 : Hocam kontrol etmedim. Aslında yapabilirdim bu soruyu.

$$\begin{aligned}
\text{Hikaye} &\rightarrow 12k & 12k - 50 + 8k - 40 + 6k - 20 + 4k - 10 &= 60 \\
\text{Roman} &\rightarrow 8k & 30k - 120 &= 60 \\
\text{Atkaderik} &\rightarrow 6k & 30k &= 180 \\
\text{Kizilael} &\rightarrow 4k & k &= 6
\end{aligned}$$

$$12k = 12 \cdot 6 = 72$$

(Ö3'ün Problem-9'a verdiği yanıt)

Öğretmen : Cevabı kontrol ettin mi?

Ö8 : Yok.

Öğretmen : Cevabından emin misin?

Ö8 : Yani. Emin gibiyim. Çok kısa oldu.

Öğretmen : Orantı kurmuşsun. Nasıl kurdun anlatır mısın?

Ö8 : Önce toplam kitap sayısını 120 buldum. 50 tanesi hikâye zaten. 360'ı de kaçtır dedim.

Öğretmen : Soruda senden neyi bulmanı istiyor?

Ö8 : Hikaye kitaplarının açısını.

Öğretmen : Okunmuş olanları mı? Okunmamış olanları mı? Soruda bir ayrım var sanki. Tekrar bakar mısın?

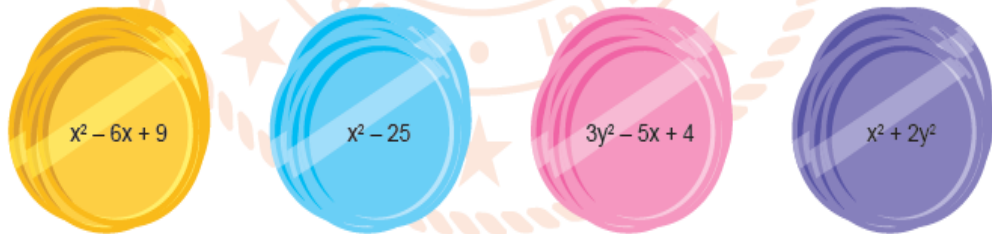
Ö8 : Evet. Hocam ben okunmuş olanları bulmuşum.

Ö8 : O zaman benim okunmayan hikaye kitap sayısını bulmam gerekiyordu.

Ö8 : Çözerken düşünemedim hocam. Biraz karışıkmiş aslında.

Problem-10

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

Öğretmen : Cevabı kontrol ettin mi?

Ö10 : Hayır.

Öğretmen : Cevabından emin misin?

Ö10 : Aslında emin değilim. Sonunu getiremedim. Aklıma gelmedi.

Öğretmen : Nasıl çözebiliriz sence?

Ö10 : Bilemedim hocam.

Öğretmen : En çok nerede zorlandın?

Ö10 : Anladım aslında soruyu. Ama ne yapacağımı bulamadım.

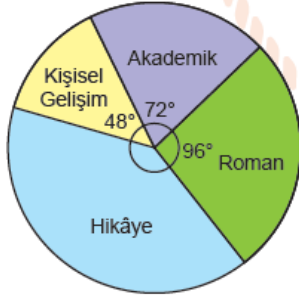
Yürütülen araştırmada, öğrencilerin planın değerlendirilmemesinden kaynaklı sonucun kontrolü aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

Sonucun Kontrolü aşamasında karşılaşılan güçlüklerin %25 oranında işlemel değerlendirmeye ağırlık verilmesi nedeninden kaynaklandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

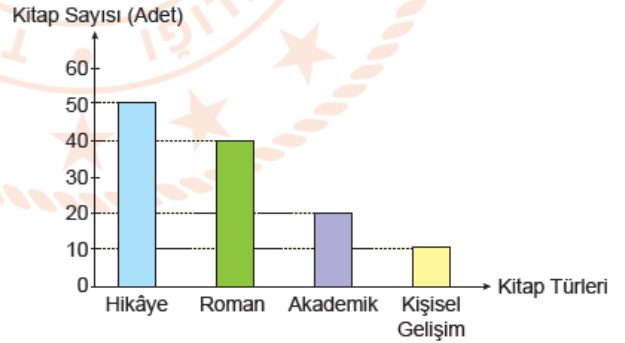
Problem-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları



Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

Öğretmen : Cevabı kontrol ettin mi?

Ö9 : Etmedim. Gerek yoktu bence.

Öğretmen : Cevabından emin misin?

Ö9 : Eminim hocam.

Öğretmen : Şimdi kontrol eder misin?

Ö9 : Bakayım hocam.

Ö9 : Bence doğru.

Öğretmen : Merkez açığı bulurken 180^0 'yi neden kullandığını söyler misin?

Ö9 : Daire 360^0 . Hadiiii.

Ö9 : Hocam böyle hata mı olur? Anladım...

Handwritten student work showing calculations for a geometry problem. The work includes:

- $50+40+20+10=120$
- A subtraction of 60 from 180 to get 120.
- A division of 120 by 2 to get 60.
- A final calculation of $72-50=12$.
- A diagram of a circle with a central angle of 60° and an arc length of 12, with the calculation $x=36^\circ$.

(Ö9'un Problem-9'a verdiği yanıt)

Yürütülen araştırmada, öğrencilerin işlemsel değerlendirmeye ağırlık verilmesinden kaynaklı sonucun kontrolü aşamasında zorlandıkları ve yanlış çözümler yaptıkları görülmüştür.

4.1. 5. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin uyguladıkları stratejilere örnekler verilmiştir. Uygulanan stratejilerin temelinde, akıl yürütmenin ağırlıkta olduğu tespit edilmiştir. Akıl yürütme stratejisi ile birlikte diğer birçok stratejinin de kullanıldığı tespit edilmiştir.

Yürütülen çalışmada, problem çözümleri incelenmiş çözüm aşamasında hangi stratejiyi kullandıkları belirlenmiştir. Tablo 4.5'te Öğrencilerin problem çözme sürecinde, uyguladıkları stratejiler ve başarı oranlarına ilişkin frekans ve yüzde dağılımları verilmektedir.

Tablo 4.5: Öğrencilerin Uyguladıkları Stratejiler ve Başarılı Oldukları Stratejilerin Dağılımı

STRATEJİLER	UYGULANAN STRATEJİLER f	BAŞARILI UYGULANAN STRATEJİLER f	UYGULANAN STRATEJİLER %
Akıl Yürütme	47	17	54
Sistematik Liste Yapma	14	5	16
Şekil-Şema Yapma	5	3	6
Geriye Doğru Çalışma	4	3	4
Tahmin Kontrol	5	1	6
Tablo Yapma	12	7	14
Toplam	87	36	100

Tablo 4.5'te görüldüğü gibi rutin olmayan matematik problemlerin çözümünde öğrencilerin uyguladıkları stratejiler ve başarı oranlarına ilişkin verilerin analizinde, uygulanan stratejilerden %54 oranında akıl yürütme stratejisi kullanıldığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek bazı problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem çözme aşamasında Ö3, aşağıdaki problemi akıl yürütme stratejisi kullanarak çözümlenmiştir.

Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö3: Önce çuvallardaki azot miktarlarını buldum. Eşit miktarda olmasını söylediği için ekokunu aldım. Sonra en az miktarda eşitlediğim azotların fiyatlarını buldum. 1000'den az olacağı içinde katlarını alamadım. Farkını istiyordu sonucu buldum.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö3: Soruyu okudum önce. Soruyu anlayınca ne yapacağımı düşündüm. Sırayla uyguladım.

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelerinden birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

$$A \rightarrow \frac{50 \cdot 20}{100} = 10 \text{ kg}$$

$$B \rightarrow \frac{50 \cdot 44}{100} = 22 \text{ kg}$$

$$\begin{array}{r} 10 \ 22 \ 2 \\ 5 \ 11 \ 55 \\ \hline \text{ekle}(10, 22) = 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 110 : 10 = 11 \quad 70 \cdot 11 = 770 \\ 110 : 22 = 5 \quad 160 \cdot 5 = 800 \\ 800 - 770 = 30 \end{array}$$

(Ö3'ün Problem-1'e verdiği yanıt)

Problem çözme aşamasında Ö3, aşağıdaki problemi akıl yürütme stratejisi kullanarak çözümlenmiştir.

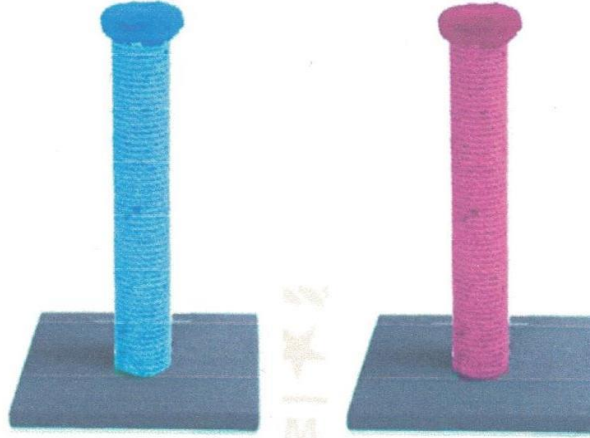
Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö3: Tahtalar için eşit miktarda ip kullanılacağından ekokunu aldım. Sonra kaçar tane tahta yapılabileceğini ve fiyatlarını buldum. Toplam fiyatını buldum. 1400 ile 1700 arasındaki değeri için katlarını aldım. Sonra orantıyla toplam tahta sayısını buldum.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö3: Nasıl yapacağımı düşündüm önce. İşlemleri yaptım sonra.

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

$$\begin{array}{r}
 15 \ 12 \ 2 \\
 15 \ 6 \ 2 \\
 5 \ 3 \ 15
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{ekok} = 60 \\
 60 : 15 = 4 \text{ tane} \\
 60 : 12 = 5 \text{ tane}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 60 \cdot 4 = 240 \\
 60 \cdot 5 = 300 \\
 \hline
 540 \text{ TL}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 540 \cdot 3 = 1620 \text{ TL} \\
 3 \text{ kat} \\
 9 \cdot 3 = 27
 \end{array}$$

9 tane 540 TL
x tane 1620 TL $\frac{1}{3}$

(Ö3'ün Problem-2'ye verdiği yanıt)

Problem çözme sürecinde, uygulanan stratejilerden %16 oranında sistematik liste yapma stratejisinin uygulandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem çözme aşamasında Ö7, aşağıdaki problemi sistematik liste yapma stratejisi kullanarak çözümlenmiştir.

Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö7: Paraların değerlerini buldum. En az olması için en büyüklerden en çok kullanarak sırayla yazdım. Kaç tane para kullandığımı saydım sonra.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö7: Sırayla toplayarak yazdım. Tabi önce paraların değerlerini bulmak gerekiyor.

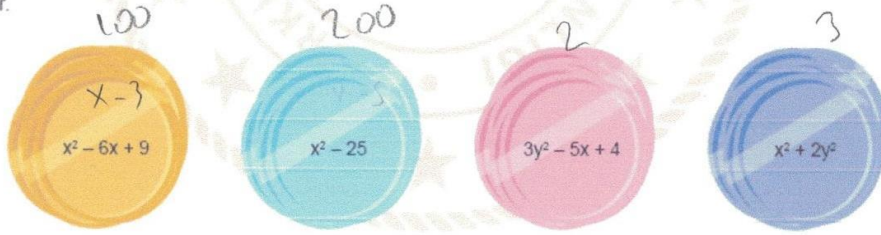
Öğretmen: Bu yöntemle cevabı nasıl tek sıralamada buldun?

Ö7: Aslında tek seferde bulmadım. Birkaç deneme yaptım. O sonuçlar daha büyük çıktı.

Öğretmen: O işlemleri göremedim.

Ö7: Onları sildim hocam.

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

10

200
400
600
800
900
903
906
909
912
914

(Ö7'nin Problem-10'a verdiği yanıt)

Problem çözme sürecinde, uygulanan stratejilerden %6 oranında şekil şema yapma stratejisinin uygulandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem çözme aşamasında Ö3, aşağıdaki problemi şekil şema yapma stratejisi kullanarak çözümlemiştir.

Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö3: Tüm alanı 200 vermiş. 10 parçaya ayırdığından bir parçayı 20 buldum. Kare olduğu için karekökünü alıp bir kenarını buldum. Çevreyi en az istediğinden parçalanmış şekli çevreyi az bulmak için 2'ye 5 olarak tekrar çizdim. Sonra çevreyi buldum.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö3: Soruda tekrar birleştirmem gerektiği için şekli çevreyi en az olacak şekilde tekrar çizdim.

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a+c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

$$\frac{200}{10} = 20 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ tane}$$

$$\sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} 5 \cdot 2\sqrt{5} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\ 2 \cdot 2\sqrt{5} \end{array} \\ &= (10\sqrt{5} + 4\sqrt{5}) \cdot 2 \\ &= 14\sqrt{5} \cdot 2 \\ &= 28\sqrt{5} \end{aligned}$$

(Ö3'ün Problem-7'ye verdiği yanıt)

Problem çözme aşamasında Ö4 aşağıdaki problemi geriye doğru çalışma stratejisi kullanarak çözümlemiştir.

Ö4: Taksit tutarları eşit dediğinden ekokunu aldım 3600 buldum. Yüzdelerini verdiğinden peşinatları bulup taksit toplamıyla birleştirdim. Bulduğum cevaplar 5000'den azdı zaten. İkisini topladım sonra.

Ö4: Ekok kullandım önce. Yüzdelerden dolayı tersten gittim. Orantı kullandım bir de.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20 <i>300</i>	400
Beyza	10 <i>400</i>	900

8500 TL öderken

400	500	2
200	450	2
100	225	2
50	225	2
25	225	25
1	9	9

16 400
9
3600

3600
900
4500

4500
4000
500

3600
400
4000

80 3600
20
7200
80
900

3600 40 % 90
400 X 10 % 10

3600 90
3 40

7

96

Problem çözme sürecinde, uygulanan stratejilerden %6 oranında tahmin kontrol stratejisinin uygulandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem çözme aşamasında Ö4 aşağıdaki tahmin kontrol stratejisi kullanarak çözümlenmiştir.

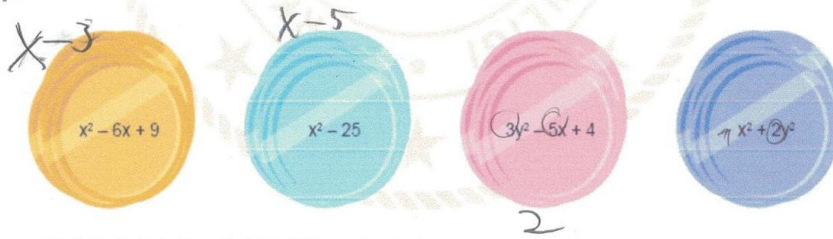
Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö4: Önce çuvallardaki azot miktarlarını buldum. Eşit miktarda olmasını söylediği için ekokunu aldım. Sonra en az miktarda eşitlediğim azotların fiyatlarını buldum. 1000'den az olacağı içinde katlarını alamadım. Farkını istiyordu sonucu buldum.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö4: Soruyu okudum önce. Soruyu anlayınca ne yapacağımı düşündüm. Sırayla uyguladım.

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

Handwritten solution:

Sarı	Mavi	Pembe	mor
$x-3$	$x-5$		
100	200	2	3
1500	900	1 pembe	4 tane mor
700		12	12
			10 tane ile olabilir
900			
+ 14			
914			

(Ö4'ün Problem-10'a verdiği yanıt)

Problem çözme sürecinde, uygulanan stratejilerden %14 oranında tablo yapma stratejisinin uygulandığı görülmektedir. Buna örnek verilebilecek problem çözümleri ve öğrenci ifadeleri aşağıda verilmiştir.

Problem çözme aşamasında Ö7, aşağıdaki problemi tablo yapma stratejisi kullanarak çözümlenmiştir.

Öğretmen: Problemi nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ö7: Kare fotoğrafın bir kenarı verilmiş alanını 20 buldum. Kartın %40 20 olduğundan tamamını 50 buldum. Alanı 50 ve kenar uzunlukları doğal sayı dediğinden çarpımları 50 olan sayıları buldum. Kenar uzunluklarını 5 ve 10 buldum. Sonra çevreyi buldum.

Öğretmen: Kenar uzunluklarını neden 5 ve 10cm olarak aldın.

Ö7: Fotoğrafın kenar uzunluğundan fazla olmalıydı.

Öğretmen: Problemi çözerken nasıl bir yöntem kullandın?

Ö7: Soruyu anladıktan sonra ne yapacağımı düşündüm. Kenar uzunlukları için tablo çizdim.

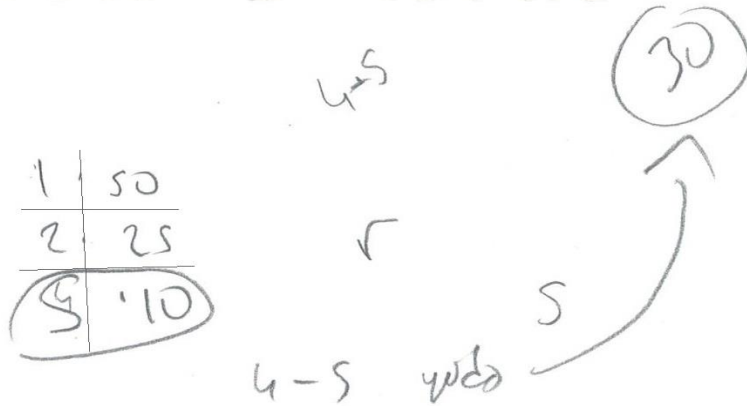
a, b, c, d birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ ve $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b \cdot d}$ dir.

Aşağıda bir işyerindeki çalışanlara verilen dikdörtgen şeklindeki personel giriş kartının görseli verilmiştir.



Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer doğal sayı olan bu kart üzerinde resim yapıştırılan kare şeklindeki bölgenin alanı, kartın alanının % 40'ına eşittir.

Resim yapıştırılan karenin bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{5}$ cm olduğuna göre kartın çevresi kaç santimetredir?



(Ö7'nin Problem-8'e verdiği yanıt)

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

5.1. Sonuç ve Tartışma

Araştırmada, 8. sınıf matematik eğitiminde, rutin olmayan problemlerinin çözümündeki zorlukların nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Problem çözme aşamalarından anlama aşamasında, öğrencilerin karşılaştığı zorlukların nedenlerini sıralarsak; problemi anlamlı okumama, problemi anlamlandırmadaki çeşitlilikler, problemi yanlış okuma, dikkat eksikliği ve problemi özetleme becerisinin eksikliği olarak ifade edebiliriz.

Problem çözme başarısı, başka bir ifadeyle bir problemin doğru çözümü, problemin doğru anlaşılmasıyla ilişkilidir. Öğrencilerin problemleri çözmelerinin önündeki en önemli engel, problemin sözlü anlatımını anlayamamalarıdır (Tatar ve Soylu, 2006).

Araştırma bulgularına göre problem çözümünde en çok anlama aşamasında zorlanılmaktadır. Anlama aşamasında karşılaşılan zorluklardan dolayı çözülemeyen soruların oranının yüksek olduğu görülmektedir. Problem çözmede karşılaşılan önemli zorluklardan biri, problemi doğru okumamak ve anlayamamaktır (Tatar ve Soylu, 2006).

Türkçe ve matematik derslerine bakıldığında, kavramları anlama, kavramları kullanma, problemleri okuma, problemleri anlama veya istenilen çözüm süreci içerisinde sonuç elde etme açısından birbirini tamamlamaktadır (Albayrak ve Erkal, 2003).

Öztürk (1999) öğrenme-öğretme sürecini aktif hale getirmenin ilk adımı, dikkat sürecini aktif kullanmak olarak ifade etmiştir. Yürütülen çalışmadaki bulgular, literatürdeki araştırmalarla örtüşmektedir. Problem çözme sürecinin en kritik aşamasının, anlama aşaması olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğrencilerin problemleri kendi cümleleriyle ifade etmekte zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin problemleri okuduklarını ancak anlamlandıramadıklarını göstermektedir.

Soylu ve Tatar (2006) okuduğunu anlama başarısının matematiksel performans üzerindeki durumunu incelemek için yürüttükleri araştırmada bir problemi anlamak amacıyla, kişinin okuduğunu anlama problemi yaşamaması gerektiğini ve matematik problemleri çözme sürecinde, problemi anlama aşamasına daha fazla dikkat etmesi gerektiğini belirtmiştir. Follmer (2000) yaptığı çalışmada kişilere anlamlı okuyabilme ve problem çözme yöntemlerinin kullanma durumu ve uygulanması konusunda eğitim vermenin, problem çözme

becerilerinin farkındalığını ve özgüven düzeylerini geliştiğini gözlemlemiştir. Bu sonuçlar birbiri ile örtüşmektedir.

Problem çözme sürecinin bir sonraki aşaması olan plan yapma aşamasında ise, öğrencilerin izlenecek yolu düşünmek yerine, işlem yapmaya yöneldikleri görülmüştür. Bu durumun temel nedenin, problemi anlayamama olduğu tespit edilmiştir. Plan yapma aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenlerini, farklı soru kalıbı görme eksikliği, veriler arasında ilişki kuramama, işlem yapma sürecine odaklanma olarak sıralayabiliriz.

Mayer'e göre matematik problemlerinin çözümünde karşılaşılan zorluklar, çözüm sürecindeki hatalardan ziyade, problemin yeterince ifade edilememesinden dolayıdır (Akt. Karataş, 2002).

Plan yapma aşamasında, öğrencilerin bilgi eksikliği olmasa bile, eldeki veriler arasında ilişki kuramaması ve verileri organize ederek bir algoritma oluşturamaması, problem çözme sürecinin durmasına veya sürecin yanlış sonuçlanmasına neden olmaktadır.

Planın uygulaması aşamasında ise, problem çözümünde karşılaşılan zorlukların temel nedenlerinin, öncelikle çözüm yolu bulmak yerine, ezberletilen çözümleri uygulamaya çalışmak olduğu söylenebilir. Öğrenci akıl yürütmek yerine anahtar kelimeleri kullanmaya yönelerek, kendisine daha önce öğretilen problem çözümlerine takılı kalmaktadır. Örneğin, 1. soruda birçok öğrencinin soruyu anlamak ve çözüm yolu üretmek yerine “soruda çuval geçiyor. O zaman ekok sorusudur” demesi bu durumu açıklamaktadır. Anahtar kelime vermedeki amaç, öğrencilerin bilgileri ezberlemesini sağlayarak anlamlandırması değil, daha pratik çözümler yapmalarına yardımcı olmaktır. Ancak önemli olan, öğrencilerin problem çözme hızlarının artırılmasından önce, problemi anlamlandırmaları ve probleme uygun plan yaparak, kendi belirleyecekleri uygun stratejiyi uygulayabilmeleridir.

Özsoy (2005) yürüttüğü çalışmada matematik başarı oranı az olan öğrencilerin problemi çözme tutumları incelendiğinde, problem çözme süreci içinde, problemi anlama oranının daha fazla olduğu fakat planı uygulama aşamasında sıkıntı yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuçlar birbiri ile örtüşmektedir.

Sonucun kontrolü aşamasında karşılaşılan zorlukların nedenlerinin, planın değerlendirilmemesi ve işlemsel değerlendirmeye ağırlık verilmesinden kaynaklandığı görülmüştür. Problem çözme aşamalarının son adımını oluşturan sonucun kontrolü aşamasında, öğrencilerin planı uygulayıp uygulayamadığını kontrol etmemesi, işlemlerin doğruluğuyla yetinmesi, çözümün doğruluğunu kanıtlamaya yeterli olmayacaktır. Çalışmada, öğrencilerin süreç değil sonuç odaklı oldukları gözlemlenmiştir.

Yürütülen çalışma sonunda elde edilen bulgular, öğrencilerin problem çözme aşamasında en fazla kullandıkları stratejinin, akıl yürütme olduğunu göstermektedir. Sonrasında sırasıyla; sistematik liste yapma, tablo yapma, şekil-şema yapma, tahmin kontrol ve geriye doğru çalışma gelmektedir. Problem çözümünde birçok strateji kullanılmış olsa da öğrencilerin kendilerine ezberletilen stratejilere ağırlık verdikleri görülmektedir. Yapılan araştırma sonucunda, kullanılan stratejilerin anlamlandırılmadığı, ezberletilerek yaptırılan işlemler olduğunu söylemek mümkündür.

Karaca (2012) yürüttüğü çalışmasında birçok çözümü olan problemlerde çoğunlukla bir doğru çözüm bulabildikleri, birden fazla doğru çözüm bulmada ise sıkıntı yaşadıkları sonucuna varmıştır. Kılıç (2009) çalışmasında öğrencilerin günlük yaşam problemlerini çözmede güçlük çektiklerini tespit etmiş, farklı tür strateji kullandıklarını gözlemlemiştir. Bu sonuçlar birbiri ile örtüşmektedir.

İncebacak ve Ersoy (2016), genellikle öğrencilerin okulda ve ders kitaplarında, sadece işlemsel yeteneklerini geliştirebilecek problemlerle karşılaştıklarından, öğrencilerin düşünme stratejileri veya problemi anlamak yerine, sadece dört işlem becerisini kullanarak problem çözdüklerini belirtmişlerdir.

Umay ve Kaf (2005), öğrencilerin farklı problemlerle karşı karşıya kalmadıklarını, dolayısıyla muhakeme becerilerini geliştirmede veya çeşitlendirmede oldukça yetersiz olduklarına dikkat çekmektedir.

5.2. Öneriler

Araştırma sonucundaki bulgular doğrultusunda aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

- Araştırmada, öğrencilerin rutin olmayan problemlere, rutin problem çözümü yaptığı görülmüştür. Öğrencilerin derslerde rutin olmayan problemlerle daha fazla karşılaştırılmaları için olanak sağlanmalıdır.
- Öğretmenler, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesini desteklemek için, problem çözme yollarını ezberletmek yerine öğrencilerin kendi çözüm yollarını oluşturmaları için olanak sağlamalıdır.
- Araştırmada ulaşılan en önemli sonuçlardan biri, problem çözme aşamalarından anlama aşamasında, öğrencinin okuduğunu anlamlandıramaması olmuştur. Bu sorunun giderilmesi için, öğrencinin düzenli ve anlayarak kitap okuması sağlanmalıdır.

- Matematik dersi, günlük hayatla ilişkilendirilmelidir. Matematiğin günlük yaşamdaki yerinin anlaşılması, matematiğe olan olumsuz tutum ve düşüncelerin giderilmesini sağlayarak, matematiğe olan ilginin ve başarının artmasına katkı sağlayacaktır.
- Öğrencilerin problem çözme sürecinde ezberletilen strateji kullandıkları ve hatta bu durumun, stratejiden çok işlemsel basamakların ezberletilmesine dayalı olduğu görülmüştür. Bu nedenle öğrencilere farklı stratejiler kullanmalarını sağlayacak düşünme yöntemi ve ortamı sağlanmalıdır.
- Öğretmenlerin derslerde rutin problemlere ağırlık verip, rutin olmayan problemlere gerektiği kadar yönelmemesi, öğrencinin işlem içeren problem çözme düzeyinde kalarak, mantık ve muhakeme gerektiren problemleri çözmemesine neden olmaktadır. Rutin olmayan problemlere alt sınıflardan başlanarak, öğrencinin farklı bakış açısı geliştirmesi ve hazırbulunuşluluk seviyesinin yükseltilmesi sağlanmalıdır.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. (2003). *Etkili öğrenme ve öğretme*. Eğitim Dünyası Yayınları.

Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi* (Doktora tezi/Gazi Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=XohQ0H2mJnBfxLPsY8dG4707DbC53DJHJGQecGhkEhjJuUuwCaZcMXHZ0IvM4o8F>

Akgün, A., Çinici, A., Yıldırım, N., Köprübaşı, M. (2015). Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin fen ve teknoloji dersi kavramlarını günlük hayata transfer düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 11(4), 1356-1368.

Akman, B.(2002). Okul Öncesi Dönemde Matematik. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt 23, 244–248.

Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi/Çukurova Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=CwVIqqBuz1VkysVpueogAQzeq7eP7AoP7OKhAZ5k80_aqwQJhCQmmwItboLYIbIy

Albayrak, M.ve Erkal, M. (2003). Başarıya Giden Yolda İfade ve Beceri Derslerinin (Türkçe, Matematik) Birlikteliği, Milli Eğitim Dergisi, sayı:158

Altun, M. (1998). Matematik Öğretimi. Erkan Matbaacılık.

Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, (147), 27-33.

Altun, M. (2002). Matematik Öğretimi. Alfa Yayıncılık.

Altun, M. (2010). *Matematik öğretimi: 6 - 7 - 8. sınıflar*. Alfa Aktüel.

Altun, M. (2018). *İlkokullarda matematik öğretimi*. Aktüel Yayınları.

Altun, M., Sezgin-Memnun, D., & Yazgan, Y. (2007). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerileri ve bu konudaki düşünceleri. *İlköğretim Online*, 6 (1), 127-143. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/91033>

Altun, M. (1997). *Matematik Öğretimi*. Alfa Yayıncılık.

Artut, P., Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin, çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2), 39-50.

Artut, P., Tarım, K. (2009). Öğretmen adaylarının rutin olmayan sözel problemleri çözme süreçlerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 53-70.

Aziz, A. (2011). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri Ve Teknikleri*. Nobel Yayınları

Bağ, H., Uşak, M., Caner, F. (2006). Üst biliş (Metacognition). M. Bahar (Ed.). *Fen ve Teknoloji Öğretimi* (253-276). Pegem A Yayıncılık.

Baki, A. ve Bell, A. (1997). *Orta Öğretim Matematik Öğretimi*. Cilt I. (2. Basım). YÖK.

Baki, A., Karataş, İ. ve Güven, B. (2002). Klinik Mülakat Yöntemi İle Problem Çözme Becerilerinin Değerlendirilmesi. Web: [www.fedu.metu.edu.tr /UFBMEK-5](http://www.fedu.metu.edu.tr/UFBMEK-5) adresinden 27 Mayıs 2007’de alınmıştır.

Bassarear, T. (1997). *Mathematics For Elementary School Teachers*. Houghton Mifflin Company.

Bayazit, İ. (2013). An investigation of problem solving approaches, strategies, and models used by the 7th and 8th grade students when solving real-world problems. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(3), 1920-1927.

Baykul, Y. (2001) İlköğretimde Matematik Öğretimi, Pegem Yayıncılık.

Baykul, Y. (2003). İlköğretimde Matematik Öğretimi, Pegem Yayıncılık.

Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde matematik öğretimi 1- 5 sınıflar*. Pegem.

Biber, A. Ç., Kutluca, A. Y. (2013). Farklı öğretim kademelerindeki öğrencilerin problem çözme becerisi algılarının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 276-288.

Bingham, A.(1998).Çocuklarda Problem Çözme Yeteneklerinin Geliştirilmesi (Çev. Oğuzkan Ferhan). M.E.B Yayınları.

Bingöl, U. (2017). *Türkiye'de 2005-2015 dönemi sosyal politika temel konularını esas alan akademik yayınların ve hükümet programlarının nitel analizi* (Doktora tezi/Sakarya Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=7lOJX8w_8PRQU1mSHU6-jjcgVL5wC9Y948bd5AKBk_GUnKHn-5PNQXIXTWr-Raif

Buyruk, B., Korkmaz, Ö. (2016). Öğrencilerin fen bilimleri dersine dönük kavramları günlük hayatla ilişkilendirme durumları. *On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 35(1), 159-172.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (4. baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., Demirel, F. (2016). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Pegem A Yayıncılık.

Cohen, L., Manion, L. and Morrison, K. (2000). *Research Methods in Education*, 5th edition.

Çalikoğlu, G.(2002). Matematik Öğretiminde Dil Ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Cilt 23,57–61.

Çelik, D., Güler, M. (2013). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin gerçek yaşam problemlerini çözme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 180-195.

Çepni, S.(2001). Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş. Erol Ofset.

Çınar, İ. (2013). *Matematik dersinde problem çözme stratejilerinin alan bağımlı – alan bağımsız öğrenciler üzerindeki etkisinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi/Afyon Kocatepe Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

<https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=1zw6GvYMe-q3Hf6HR-3US12a92QegRK6mgo7EOeYehNHT-A2aaR4Bf-imPRCqouX>

Çömlekoğlu, G. (2001). *Öğretmen adaylarının problem çözme becerilerine hesap makinesinin etkisi* (Yüksek lisans tezi/Balıkesir Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=7VkJg65xt2nwp1k6o1EsA6gRbJ6IUYL-uS04pXzBc3aDNNVs050iIzB_Vy86Fqxw

D’Zur,lla, T. and Goldfried, M.(1971). “Problem Solving Behavior Modification” *Journal of Abnormal Psychology*, vol : 18, (ss. 45-47).

Dede, Y. ve Yaman, S.(2006). Fen ve Matematik Eğitiminde Problem Çözme Kuramsal Bir Çalışma. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt:2, sayı:32. Web:<http://egitim.cu.edu.tr/efdergi/download/62.pdf> adresinden 22.Nisan 2009’da alınmıştır.

Doğan, S., Kırvak, E., Baran, Ş. (2004). Lise öğrencilerinin biyoloji derslerinde edindikleri bilgileri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyleri. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 57-63.

Dolan, D. and Willamson, J.(1983). *Teaching Problem Solving Strategies*, USA. Adisyon-Wesley Publishing Company

Dönmez, N.(2002). İlköğretim 2. ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme Düzeyleri Üzerine Bir Çalışma. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, 41(5), 605.

Emrahoğlu, N., Mengi, F. (2012). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin fen ve teknoloji konularını günlük hayat problemlerinin çözümüne transfer düzeylerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(1), 213-228.

Er, T.D., Şen, Ö. F., Sarı, U. , Çelik, H. (2013). İlköğretim öğrencilerinin fen ve teknoloji dersi bilgilerini günlük hayatla ilişkilendirme düzeyleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 209-216.

Esler, W. K. (1977). *Teaching Elementary Science*.(Second ed.) Wadsworth Publishing Company.

Follmer, R. (2000). Reading, mathematics and problem solving: the effects of direct instruction in the development of fourth grade students' strategic reading and problem solving approaches to textbased, nonroutine mathematics problems, Widener University, Chester, Pennsylvania, Unpublished Ph.D. Thesis.

Gega, P. C. (1991). *How To Teach Elementary School Science*. Macmillan Publishing Company.

Gök, T., & Sılay, İ. (2009). İşbirlikli problem çözme stratejileri öğretiminin öğrencilerin başarısı ve başarı güdüsü üzerindeki etkileri. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 13-27.

Güngör, A.(2005). Altıncı, Yedinci ve Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Okuduğunu Anlama Stratejilerini Kullanma Düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Cilt 28,101–108

Gür, H. (2005). *Matematik öğretimi* (1. baskı). Lisans Yayıncılık.

Higgins, K. M. (1997). The effect of long instruction in mathematical problem solving on middle school students' attitudes, beliefs and abilities. *Journal of Experimental Education*, 66(1), 5-28.

Hürcan, N., Önder, İ. (2012). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin fen ve teknoloji dersinde öğrendikleri fen kavramlarını günlük yaşamla ilişkilendirme durumlarının belirlenmesi. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Kongresi, Niğde*

Ildırı, A. (2009). *İlköğretim beşinci sınıf matematik ders kitabında ve öğrenci çalışma kitabında yer alan problemlerin incelenmesi ve bu problemlere ilişkin öğretmen görüşlerinin belirlenmesi* (Yüksek lisans tezi/Çukurova Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=CwVIqqBuz1VkysVpueogAfdhfjQRaK3sfgKlHlq8TFCxpO_q7RIW-fwzwjOpslEx

İncebacak, B. ve Ersoy, E. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin tıms's'e göre analizi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9, 46.

İskenderoğlu, T., Altun Akbaba, S., Olkun, S. (2004). İlköğretim 3., 4., ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Standart Sözel Problemlerde İşlem Seçimleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. Cilt 27, 126–134

Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and ill structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), 65-94.

Karaca, E. T. (2012). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan açık uçlu problem çözümlerinin incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Karasar, N. (1999). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Nobel Yayın Dağıtım.

Karasar, N. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Nobel Yayın Akademisi.

Karataş, İ. (2002). 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Süresinde Kullanılan Bilgi Türlerini Kullanma Düzeyleri. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Karataş, İ., Güven, B. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin günlük yaşam problemlerini çözebilme becerilerinin belirlenmesi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 201-217.

Kayapınar, A. (2015). *Matematiksel problem çözme stratejileri öğretiminin ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarına ve öz düzenleyici öğrenmelerine etkisi* (Doktora tezi/Uludağ Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=sY7m19PfcL6F1NUwcr80K_Uf3fjOtqjC8yokV0h8W9XRJxdWxOZZMpFpTtXKFoG

Kılıç, A. (2009). İlköğretim 4.sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözümlerinde karşılaştıkları zorluklarının incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi*. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kılıç, D. ve Samancı, O. (2005). İlköğretim Okullarında Okutulan Sosyal Bilgiler Dersinde Problem Çözme Yönteminin Kullanılışı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*. Sayı 11, 100–112.

Kılıç, S. D. (2003). İlköğretim İkinci Kademe Son Sınıf Öğrencilerinin Matematik Derslerinde Gösterdiği Problem Çözme Yaklaşım ve Becerilerinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Malaş, H. (2011). *Bilgisayar destekli matematik dersinde STAR stratejisinin ilköğretim 2. sınıf öğrencilerinin matematik dersi başarıları ve problem çözme becerileri üzerindeki etkisi* (Yüksek lisans tezi/Ege Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=zqI_ZOq-b18GC2rT9c2JGuFJjaJSUHLNwJmj8rrTeBg8JiTf1UmNOEzVvdGiY3MC

Marshall, C., & Rossman, G. B. (2014). *Designing qualitative research*.

Merriam, S. B. (2015). *Nitel Araştırma Yöntemleri: Tasarım ve Uygulama İçin Bir Rehber*. (Çev. Ed. S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Akademi. (Eserin orijinali 2009'da yayımlandı).

Olkun, S.ve Toluk Z.(2004). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Anı yayıncılık.

Özsoy, G.(2005). Problem Çözme Becerisiyle Matematik Başarısı Arasındaki İlişki. Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt 25, 179–190.

Öztürk, B.(1999). Öğrenme ve Öğretmede Dikkat. Milli Eğitim Bakanlığı Dergisi. Sayı 144. Web:<http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/144/ozturk.htm>, adresinden 17 ocak2007'de alınmıştır.

Pesen, C.(2003). Matematik Öğretimi. Nobel Yayınları.

Peterson, F, Fennema, E and T, Carpenter.(1989). Using Knowledge of How Students Think About Mathematics, Educational Leadership.December 1988

Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Polya, G. (1997). Nasıl Çözmeli, Matematikte Yeni Bir Boyut (çev. Feryal Halatçı) Sistem yayıncılık.

Polya, G. (2014). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton university press.

Reys,R.,Suydam,M.,Lindquist,M. and Smith,N..(1999).”Helping Children Learning Mathematics”,Allyn and Bacon.

Robson, C. (2001). Real World Research. Oxford UK & Cambridge USA: Balackwell.

Serin, G. (2016). Probleme dayalı öğrenme. Ş. S.Anagün ve N. Duban (Ed). *Fen Bilimleri Öğretimi* (255-276). Anı Yayıncılık.

Stevens, M. (1998). Sorun Çözümleme. (Çev. Ali Çimen). Timaş Yayınları.

Sulak, S. (2005). İlköğretim Matematik Dersinde Problem Çözme Stratejilerinin Problem Çözme Başarısına Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Şencan, D. (2013). Günlük yaşam problemlerinin 7.sınıf öğrencilerinde bilimsel süreç becerileri, akademik başarı ve bilim okuryazarlığı üzerine etkisi: Kuvvet ve hareket. *Yüksek Lisans Tezi*. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tatar, E. Ve Soylu, Y. (2006).Okuma-Anlamadaki Başarının Matematik Başarısına Etkisinin Belirlenmesi Üzerine Bir Çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. Cilt 14(2),503–508.

Tertemiz, N. ve Çakmak, M.(2003). Problem Çözme: İlköğretim I. Kademe Matematik Dersi Örnekleriyle, Gündüz Eğitim ve Yayıncılık

Tertemiz, N. ve Çakmak, M.(7-8 Haziran 2001). İlköğretim I. Kademe Matematik Dersinde Problem Çözme Yöntemine İlişkin Öğretmen Görüşleri. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Araştırma- Bildiri X. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresinde sunuldu. Bolu.

Tertemiz, N., Çelik, Ö., & Doğan, S. (2014). Sınıf öğretmeni adaylarının öğrenme stillerine göre kullandıkları problem çözme stratejileri. *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 9-23.

Tetik, S., Açıkgöz, A. (2013). Duygusal zeka düzeyinin problem çözme becerisi üzerindeki etkisi: Meslek yüksekokulu öğrencileri üzerine bir uygulama. *Electronic Journal of Vocational Colleges*, 3(4), 87-97.

Tıraş, S. (2003). Problemi Tanımlama ve İş Hayatında Problem Çözme. Web:<http://www.vghd.org.tr/bilgibankasi/sproblem-tanimlama.htm> adresinden 19 Mayıs 2009'da alınmıştır.

Tok, Ş .ve Kaya, F.(2007). İlköğretim Dördüncü sınıf Türkçe Dersinde Bazı Öğrenme Stratejilerinin Tutum ve Okuduğunu Anlamaya Etkisi. Milli Eğitim Bakanlığı Dergisi, Sayı 176.Web: <http://yayim.meb.gov.tr/dergiler/index-arsiv2.htm> adresinden 21.Eylül 2007 'de alınmıştır.

Toluk,Z.ve Olkun, S.(2002). Türkiye’de Matematik Eğitiminde Problem Çözme: İlköğretim 1.-5. Sınıflar Matematik Ders Kitapları. Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, cilt:2, sayı:2, s.567–581.

Uçar, C. (2010). *Okuduğunu anlama becerisi ile gerçek hayat ve standart sözel problemleri çözme başarısı arasındaki ilişki* (Yüksek lisans tezi/Abant İzzet Baysal Üniversitesi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/TezGoster?key=ZeTyprYuef2HkaF3xt4wYgpyA1Oc_u6uWVDRRqs7akkKx8nIqjBs5Yf5jk1Ld7P3

Umay, A.(1996). Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt 12, 145–149.

Umay, A.(2003). Matematiksel Muhakeme Yeteneği. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt 24, 234–243.

Umay, A., Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.

Van De Walle, J. A. (1994). *Elementary school mathematics*. Virginia Commonwealth University, Longman.

Van de Walle,. J.,A., Karp, K. S., Bay-Williams, J.M. (2013). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği, Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim. (Çev. Edit. Soner Durmuş), 7. Baskıdan Çeviri. Nobel Yayınları.*

Van De Wella, J.A. (2004). Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Vierstraete, H. (1999). Upper Elementary School Pupils' Difficulties In Modeling And Solving Nonstandard Additive Word Problems Involving Ordinal Numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(3), 265-285.

Willborn, L. Grace, (1994). "Improving Problem Solving Abilities of Third Grade Students Through The Use of Problem Solving Strategies, Nova Aouttheastern Universtya

Yackel, E., Cobb, P., and Wood, T. (1999). The Interactive Constitution of Mathematical Meaning in One Second Grade Classroom an Illustrative Example. *Journal of Mathematical Behavior*,

Yazgan, Y. (2002). İlköğretim 4. Ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme Düzeyleri Üzerine Çalışma, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi ,Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejileriyle ilgili gözlemler. *İlköğretim Online*, 6(2), 249-263.

Yazgan, Y. ve Bintaş, J. (2005). İlköğretim 4. Ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme Düzeyleri. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi. Cilt 28, 210-218.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. 13. Baskı, Seçkin.

Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. *İlköğretim Online*, 9(1), 79 92.

Yiğit, N., Devcioğlu, Y., Ayvaci, H. Ş. (2002). İlköğretim fen bilgisi öğrencilerinin fen kavramlarını günlük yaşamdaki olgu ve olaylarla ilişkilendirme düzeyleri. *V.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, s.94.

EKLER

EK 1: Görüşme Formu

Soru-1: Problemleri okuduğunda, Bilinmeyen Nedir? Neler verilmiş? Neler istenmektedir? Anladın mı? (Anlama Aşaması)

Soru-2: Verilenler ile bilinmeyen arasındaki bağlantıyı bulabildin mi? Problemin sonucunu tahmin edebildin mi? (Plan Yapma Aşaması)

Soru-3: Yaptığın planı uygulayabildin mi? İzlemiş olduğun adımların doğruluğunu açıkça görebildin mi?(Plan Uygulama Aşaması)

Soru-4: Çözümünü, sonucunu ya da yöntemini başka bir problem için kullanabilir misin? Çıkan sonucu tahmin ettiğin sonuçla karşılaştırdın mı? (Sonucun Kontrolü Aşaması)

Soru-5: Rutin olmayan problemlerin çözümünde hangi stratejileri kullandın? Nasıl çözdün?

EK 2 : Rutin Olmayan Problemler Testi

PROBLEM-1

Bir çiftçi yaptırdığı toprak analizi sonucunda tarlasının ihtiyacı olan azot miktarını belirliyor. Bu ihtiyacı karşılamak için torbalar halinde satılan A ve B marka gübrelere birini tercih edecektir.



Çiftçi hangi markayı tercih ederse etsin aldığı gübrenin tamamını kullandığında toprağın ihtiyacı olan azot miktarının tam karşılandığını görüyor. Daha az ödeme yapacak şekilde bir tercihte bulunan çiftçi aldığı gübre için 1000 TL'den az ödüyor.

Buna göre çiftçi diğer markayı tercih etseydi kaç TL daha fazla ödeme yapardı?

PROBLEM-2

Aşağıda bir ortaokuldaki öğrencilerin farklı kalınlıktaki mavi ve pembe renkli iplerden birini kullanarak yapmış oldukları kedi tırmalama tahtaları görülmektedir.



Bu kedi tırmalama tahtalarının her biri için kaç metre ip kullanıldığı ve bu iplerin 1 metresinin fiyatı aşağıda verilmiştir.

İpin Rengi	Bir Tahta İçin Kullanılan İpin Uzunluğu (m)	İpin 1 Metresinin Fiyatı (TL)
Mavi	15	4
Pembe	12	5

Öğrencilerin yaptığı kedi tırmalama tahtalarının tümü için iki renk ipten de eşit uzunlukta kullanılmış ve kullanılan iplerin toplam maliyeti 1400 ile 1700 TL arasında olmuştur.

Buna göre toplam kaç tane kedi tırmalama tahtası yapılmıştır?

PROBLEM-3

Ahmet ve Beyza'nın bir teknoloji mağazasından aldıkları bilgisayarlar için yaptıkları ödemeler aşağıda verilmiştir.

	Peşinat Yüzdesi (%)	Aylık Taksit Tutarı (TL)
Ahmet	20	400
Beyza	10	900

Her ikisinin de yaptıkları peşin ödemelerden sonra taksitle ödeyeceği toplam tutar eşittir.

Her bir bilgisayarın fiyatı 5000 TL'den az olduğuna göre Ahmet ile Beyza aldıkları bilgisayarlar için toplam kaç TL ödeme yapacaklardır?

PROBLEM-4

Bir ondalık gösterimin basamak değerleri toplamı şeklinde yazılmasına **ondalık gösterimin çözülmesi** denir.

Ondalık gösterim çözümlemelerinde, 10'un tam sayı kuvvetleri soldan sağa doğru azalarak devam etmektedir.

Bülent Öğretmen bir sınıfa eşit sayıda bitter çikolatalı ve beyaz çikolatalı gofret getirip tahtaya bu gofretlerin birer tanesinde bulunan gram cinsinden yağ miktarlarını yazmıştır.

Bitter Çikolatalı Gofrette Bulunan Yağ Miktarı (gram)	Beyaz Çikolatalı Gofrette Bulunan Yağ Miktarı (gram)
2,043	2,702

Bülent Öğretmen öğrencilerine;

"Hangi gofretten almak istiyorsanız o gofrette bulunan gram cinsinden yağ miktarını çözümleyerek bir kâğıda yazıp bana verin. Herkese, çözümlemesini doğru olarak yazdıkları gofretlerden 1'er tane vereceğim." der.

Aşağıda öğrencilerin verdiği cevaplar ile ilgili bilgiler verilmiştir.

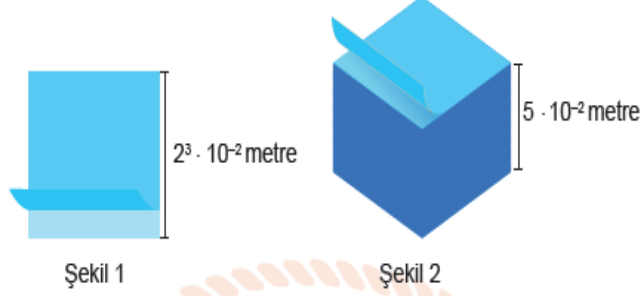
- 9 öğrenci: $2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$
- 8 öğrenci: $2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$
- 6 öğrenci: $2 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$
- 7 öğrenci: $2 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-3}$

Bu cevaplara göre gofretleri dağıtan Bülent Öğretmen'de 13 tane bitter çikolatalı gofret kalmıştır.

Buna göre Bülent Öğretmen'de kaç tane beyaz çikolatalı gofret kalmıştır?

PROBLEM-5

$a \neq 0$ ve m, n birer tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ dir.

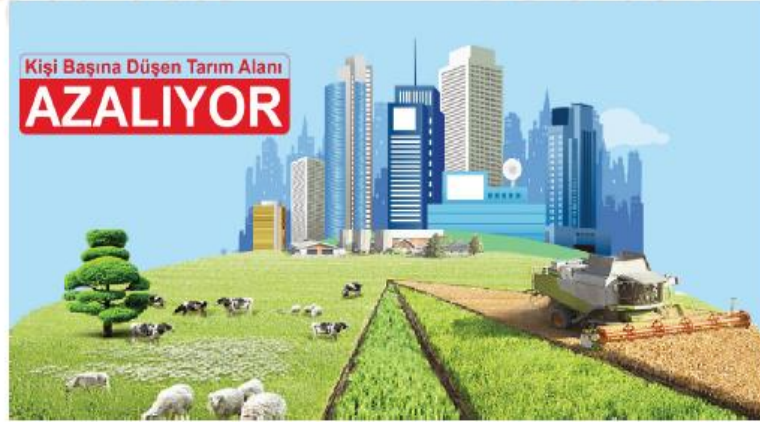


Şekil 1'de verilen bir kenar uzunluğu $2^3 \cdot 10^{-2}$ metre ve kalınlığı $1 \cdot 10^{-4}$ metre olan kare biçimindeki özdeş kâğıtlardan Şekil 2'deki $5 \cdot 10^{-2}$ metre yükseklikteki bloknot oluşturulmuştur.

Kullanılan kâğıdın bir metrekaresinin kütlesi 80 gram olduğuna göre oluşan bloknotun kütlesi kaç gramdır?

PROBLEM-6

$a \neq 0$ ve m, n tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ ve $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.



Aşağıda bir ülkede kişi başına düşen tarım alanlarının değişimi ile ilgili bir araştırmanın bazı sonuçları verilmiştir.

- 100 yıl önce kişi başına düşen tarım alanı miktarı $2,048 \cdot 10^7$ metrekaresidir.
- 100 yıllık süre içerisinde, ülkenin nüfusu her 25 yılda bir 2 katına çıkarken ülkedeki tarım alanlarının miktarı her 50 yılda bir yarıya düşmüştür.

Buna göre araştırmanın yapıldığı yıl ülkede kişi başına düşen tarım alanı miktarı kaç metrekaresidir?

PROBLEM-7

a, b, c birer doğal sayı olmak üzere $\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$ ve $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$ dir.



Alanı 200 cm^2 olan dikdörtgen şeklindeki yukarıdaki kartondan hiç parça artmayacak şekilde 10 tane özdeş kare kesiliyor.



Buna göre bu kartonun kesilmeden önceki çevresi en az kaç santimetredir?

PROBLEM-8

a, b, c, d birer doğal sayı olmak üzere $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$ ve $a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = a \cdot c\sqrt{b \cdot d}$ dir.

Aşağıda bir işyerindeki çalışanlara verilen dikdörtgen şeklindeki personel giriş kartının görseli verilmiştir.



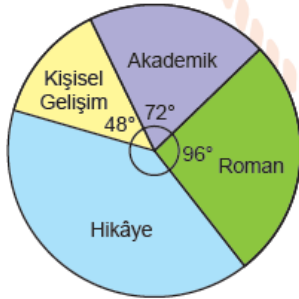
Kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer doğal sayı olan bu kart üzerinde resim yapıştırılan kare şeklindeki bölgenin alanı, kartın alanının % 40'ına eşittir.

Resim yapıştırılan karenin bir kenarının uzunluğu $2\sqrt{5} \text{ cm}$ olduğuna göre kartın çevresi kaç santimetredir?

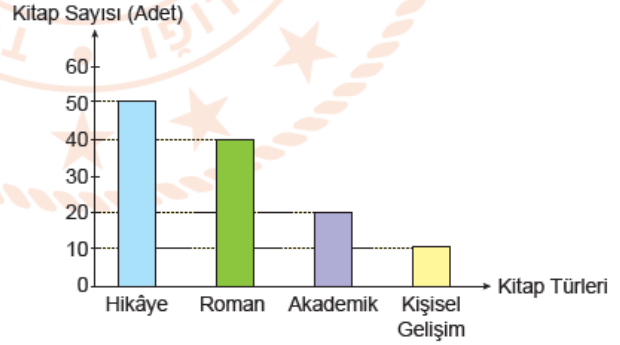
PROBLEM-9

Mustafa'nın kitaplığında bulunan kitapların sayılarının türlerine göre dağılımı daire grafiğinde, okuduğu kitap türlerinin sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik: Kitap Sayılarının Türlerine Göre Dağılımı



Grafik: Okuduğu Kitap Türlerinin Sayıları

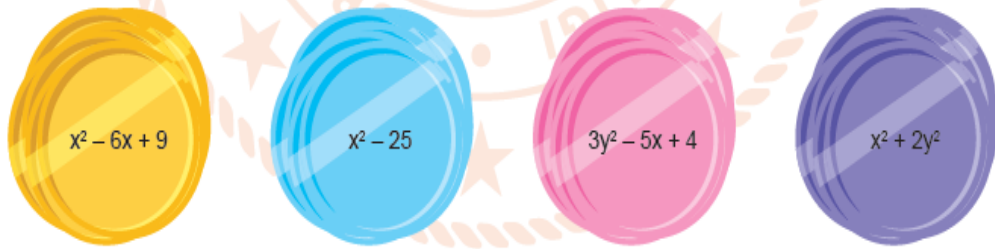


Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların sayısı 60'tır.

Buna göre Mustafa'nın kitaplığındaki okumadığı kitapların türlerine göre dağılımı daire grafiği ile gösterildiğinde hikâye kitaplarını gösteren daire dilimine ait merkez açının ölçüsü kaç derecedir?

PROBLEM-10

Bir bilgisayar oyununda para birimi olarak "mat" kullanılmaktadır. Bu oyundaki mat para birimine ait para çeşitleri aşağıda verilmiştir.



Bu para çeşitlerinin değerleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tam kare özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 100 mat, iki kare farkı özdeşliği belirten cebirsel ifadeler 200 mat, diğer cebirsel ifadeler ise katsayılar toplamı kadar mat değerine sahiptir.

Buna göre bu bilgisayar oyununda 914 mat değerinde bir ürün almak isteyen kişi bu paralardan en az kaç tanesi ile bu ürünü hiç para üstü almadan satın alabilir?

EK 3: Araştırma İzni



T.C.
ANTALYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-98057890-20-75713064
Konu : Araştırma Uygulama İzni
Erhan GEZER

05.05.2023

İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 21/01/2020 tarih ve 1563890 sayılı Millî Eğitim Bakanlığına Bağlı Okul ve Kurumlarda Yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinlerine Yönelik İzin ve Uygulama Genelgesi.

Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans öğrencisi Erhan GEZER'in, Prof. Dr. Gabil ADILOV danışmanlığında yürüttüğü **"8.Sınıf Matematik Eğitiminde Rutin Olmayan Problemlerin Çözümündeki Zorlukların Nedenlerinin Araştırılması"** isimli araştırmasını, İlimiz Serik ilçesinde bulunan Yukarıkocayatak Ortaokulu 8.Sınıf öğrencilerine yönelik uygulama isteği ile ilgili Akdeniz Üniversitesinin 26/04/2023 tarih ve 628648 sayılı yazısı Müdürlüğümüz Ar-Ge Birimi Değerlendirme ve İnceleme Komisyonunca incelenmiş olup;

Adı geçenin ilgi Genelge kapsamında 2022-2023 Eğitim Öğretim Yılı içerisinde olmak üzere, İlimiz Serik ilçesinde bulunan Yukarıkocayatak Ortaokulu 8.Sınıf öğrencilerine yönelik araştırmasını, Okul Müdürlüklerinin sorumluluğunda Eğitim Öğretim faaliyetlerini aksatmaksızın yürütülmesi.

Söz konusu araştırmanın bitimine müteakip; sonuç raporunun bir örneğinin CD ortamında Müdürlüğümüz Ar-Ge bürosuna gönderilmesi kaydıyla uygulanması, Komisyonca uygun görülmüştür.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, Valilik Makamının 25/08/2020 tarih ve 24911 sayılı yetki devrine göre olurlarınıza arz ederim.

Fatma Zeynep ŞERAN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

OLUR
Dr. Emre ÇALIŞKAN
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Soğuksu Mah. Hamidiye Cad. No 59 07030 Muratpaşa / Antalya
Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Telefon No : 0 (242) 238 60 00
E-Posta : projeler07@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Bilgi için: Galip SUSAM
Unvan : Teknisyen
Faks: 2422386001
İnternet Adresi: antalyaarge.meb.gov.tr
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden b985-017b-329e-9a98-413e kodu ile teyit edilebilir.



EK 4: Etik Kurulu Karar Belgesi

Evrak Tarih ve Sayısı: 04.04.2023-615977



T.C
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu
KURUL KARARI



TOPLANTI TARİHİ : 03.04.2023
TOPLANTI SAYISI : 08
KARAR SAYISI : 170

Üniversitemiz Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü öğretim üyesi Prof. Dr. Gabil ADILOV'un danışmanlığını, Erhan GEZER'in araştırmacılığını üstlendiği, "8.Sınıf Matematik Eğitiminde Rutin Olmayan Problemlerin Çözümündeki Zorlukların Nedenlerinin Araştırılması" konulu çalışmanın, fikri hukuki ve telif hakları bakımından metot ve ölçeğine ilişkin sorumluluğun başvurucaya ait olmak üzere, proje süresince uygulanmasının etik olarak uygun olduğuna oy birliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Hilmi DEMİRKAYA
Kurul Başkanı

Başkan
Prof. Dr.
Hilmi DEMİRKAYA

Başkan Yrd.
Prof. Dr.
Sibel MEHTER AYKIN

Üye
Prof. Dr.
Ebru İÇİGEN

Üye
Prof. Dr.
Nurşen ADAK

Üye
Prof. Dr.
Sibel PAŞAOĞLU YÖNDEM

Üye
Prof. Dr.
Taner KORKUT

Üye
Prof. Dr.
Gökhan AKYÜZ

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Erhan GEZER

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi : Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği

Yüksek Lisans Öğrenimi : Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi

Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

İş Deneyimi

Stajlar : MEB

Projeler : Bu Benim Eserim Projesi (Danışmanlık- 2011,2012,2013)
TÜBİTAK2204-B (Danışmanlık-2017,2018,2019)
TÜBİTAK 4006 (Danışmanlık-2022,2023)

Çalıştığı Kurumlar : Mardin Mazıdağı Sakızlı İlköğretim Okulu (2006-2007)
Adıyaman Kahta Alıdam İlköğretim Okulu (2007-2012)
Antalya Muratpaşa Ermenek Ortaokulu (2012-2013)
Antalya Döşemealtı Güngör Gencer Ortaokulu (2013-2015)
Adana Seyhan Barbaros Ortaokulu (2015-2018)
Adana Çukurova İbni Sina Ortaokulu (2018-2020)
Antalya Serik Yukarıkocayatak Ortaokulu (2020- 2023)
Antalya Muratpaşa Vali Hüsnü Tuğlu Ortaokulu (2023-...)

İletişim

E-Posta Adresi :

Tarih : Ağustos - 2023

İNTİHAL RAPORU

Yüksek Lisans Tezi

ORJİNALLIK RAPORU

% 18	% 18	% 10	% 13
BENZERLİK ENDEKSİ	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

BİRİNCİL KAYNAKLAR

1	acikbilim.yok.gov.tr İnternet Kaynağı	% 5
2	dspace.gazi.edu.tr İnternet Kaynağı	% 4
3	dergipark.org.tr İnternet Kaynağı	% 1
4	acikerisim.akdeniz.edu.tr İnternet Kaynağı	% 1
5	Submitted to Akdeniz University Öğrenci Ödevi	% 1
6	dspace.akdeniz.edu.tr İnternet Kaynağı	% 1
7	Submitted to Ataturk Universitesi Öğrenci Ödevi	% 1
8	i-rep.emu.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	<% 1
9	Submitted to Gaziantep Aniversitesi Öğrenci Ödevi	<% 1

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kâğıt ve elektronik kopyalarının Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

☐ Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐ Tezim/Raporum sadece Akdeniz Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir. Tezimin/Raporumun yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

28/08/2023

Erhan GEZER