

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLERİN BENZERLİĞİNİ
BELİRLEME STRATEJİLERİNİN İNCELENMESİ**

Aysun ŞALCIOĞLU

TEZ DANIŞMANI

Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ

JÜRİ ÜYELERİ

Doç. Dr. Gül KALELİ YILMAZ

Dr. Öğr. Üyesi Ercan ATASOY

RİZE-2021

Her Hakkı Saklıdır

T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLERİN BENZERLİĞİNİ BELİRLEME
STRATEJİLERİNİN İNCELENMESİ

Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ danışmanlığında, Aysun ŞALCIOĞLU tarafından hazırlanan bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulu kararı ile oluşturulan jüri tarafından 12/01/2021 tarihinde İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	Unvanı, Adı Soyadı	İmza
Başkan	: Doç. Dr. Gül KALELİ YILMAZ	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Ercan ATASOY	
Üye	: Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ	

Prof. Dr. Murat TOMAKİN
ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

ÖNSÖZ

Benzerlik, tarihi geometri kadar eski olan ve geometrinin keşfinden beri kullanılagelen bir kavramdır. Tarihi geçmişi ve günlük hayattaki birçok alanda kullanılması nedeniyle ilkokuldan itibaren matematik öğretim programında önemli bir yere sahip olduğu söylenilebilir. Geometrik şekillerin karşılaştırılarak benzerlik durumlarının ifade edilmesi geometri öğretiminin temel hedeflerindendir. Bu çalışma ile 8. sınıf öğrencilerinin çokgenlerin benzerliğini tespit etmede kullandıkları stratejileri gözlemek ve derinlemesine incelemek amaçlanmıştır.

Bu araştırmanın ortaya çıkmasında bana her zaman destek veren, günün hangi zaman diliminde olursa olsun yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen, takıldığım her noktada kıymetli zamanını bana ayırıp sabırla ve büyük bir ilgiyle faydalı olabilmek için elinden gelenin fazlasını yapan, kendisinden çok şey öğrendiğim ve birlikte çalışmaktan son derece keyif aldığım çok değerli hocam ve tez danışmanım sayın Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ'a en samimi duygularıyla sonsuz şükranlarımı sunarım.

Yüksek lisans eğitimime başladığımdan bu yana verdikleri derslerle bakış açımı geliştiren, beni donanımlı bir öğretmen olma yolunda ileriye taşıyan hocalarımdan Dr. Öğr. Üyesi Ercan ATASAOY'a, Dr. Öğr. Üyesi Nimet PIRASA'ya, Dr. Öğr. Üyesi Demet BARAN BULUT'a, Dr. Öğr. Üyesi Ercan ÖZDEMİR'e ve Doç. Dr. Tuğrul KAR'a teşekkürlerimi borç bilirim.

Araştırmanın yapıldığı uygulama boyunca bana her türlü kolaylığı sağlayan okul müdürü sayın Selahattin DEMİR ve yönetimine, yardım ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen uygulama okulu öğretmenlerine ve çalışmaya katılan öğrencilere çok teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde yanımda olan, aldığım kararlara daima saygı gösteren, bu süreç boyunca bana her konuda destek olan, sevgi ve ilgilerini üzerimden eksik etmeyen başta sevgili anne ve babam olmak üzere aileme sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

"Bir öğretmen, öğrenmeyi kesince öğretmeyi de keser.

Böylece sabitleşir, yol gösteremeyen bir işaret levhası olur.

Öğretmen, öğretmen olabilmek için öğrenci kalmalıdır."

Hep öğrenci kalabilmek dileğiyle...

Aysun ŞALCIOĞLU

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Tarafımdan hazırlanan “8. Sınıf Öğrencilerinin Çokgenlerin Benzerliğini Belirleme Stratejilerinin İncelenmesi” başlıklı bu tezi, Yükseköğretim Kurulu Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesindeki hususlara uygun olarak hazırladığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal işlemi kabul ettiğimi beyan ederim. 12/01/2021

Uyarı: Bu tezde kullanılan özgün ve/veya başka kaynaklardan sunulan içeriğin kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLERİN BENZERLİĞİNİ BELİRLEME STRATEJİLERİNİN İNCELENMESİ

Aysun ŞALCIOĞLU

Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi
Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Samet OKUMUŞ

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin çokgenlerin benzerliğini tespit etmede kullandıkları stratejileri belirlemek ve derinlemesine incelemek amaçlanmıştır. Bu amaca uygun nitel araştırma yöntemlerinden içsel durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen yedi farklı etkinlik kullanılmıştır. Veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlikleri yapılan pilot çalışma ile tespit edilmiştir. Etkinlikler boyunca öğrencilere her bir etkinlik için birbirlerine benzer olan ve olmayan çeşitli çokgenler verilmiştir. Etkinlikler, üç gruba ayrılmış toplam 8 öğrenciye uygulanmış ve uygulama süreci video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Uygulama toplamda 6 ders saati sürmüştür.

Araştırma bulgularına göre öğrenciler en fazla stratejiyi kare ve eşkenar dörtgenin benzerliğinin incelendiği etkinlikte kullanmışlardır. Üçgenlerin benzerliğinin incelendiği etkinlikte ise diğer çokgenlere göre daha az strateji kullanıldığı görülmüştür. Toplamsal strateji, açıya dayalı strateji ve benzerlik oranı stratejisi en belirgin şekilde kullanılan stratejiler olmuştur. Ayrıca öğrencilerin, verilen çokgene benzer çokgen oluşturmaları istenilen etkinliklerde, benzer olan ve olmayan çokgenlerin belirlenmesi etkinliklerine göre daha çok zorlandıkları görülmüştür. Çalışmanın sonunda ise sonuçlardan yola çıkılarak araştırmacılara önerilerde bulunulmuştur.

2021, 163 sayfa

Anahtar Kelimeler: Benzerlik, Çokgenler, Stratejiler, Ortaokul Öğrencileri

ABSTRACT

EXAMINING 8TH GRADE STUDENTS' STRATEGIES FOR IDENTIFYING THE SIMILARITY OF POLYGONS

Aysun ŞALCIOĞLU

**Recep Tayyip Erdogan University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Elementary Mathematics Education
Master Thesis
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Samet OKUMUŞ**

In this study, it is aimed to determine eighth grade students' strategies for identifying the similarity of polygons and to examine them in depth. An intrinsic case study design, which is one of the qualitative research methods, was used in accordance with this aim. Seven different activities which were developed by the researcher were used as data collection tools. Validity and reliability of the data collection tools were identified in a pilot study. Throughout the instruction, students were given various similar or non-similar polygons for each activity. The activities were implemented to eight students divided into three groups and the teaching process was recorded with video cameras for each group. All activities took six hours in total.

According to the research results, the students used the most number of strategies in the activity that the similarity of square and rhombus were examined whereas they used the fewest number of strategies in the activity that the similarity of triangles were examined. The additive strategy, the angle type strategy and the similarity ratio strategy have been the most prominently used strategies. In addition to this, it was observed that students have more difficulty in the activities that they were asked to construct similar polygons compared to the activities of identifying similar or non-similar polygons. At the end of the study, the suggestions were given to researchers by taking the consequence of this study into account.

2021, 163 pages

Keywords: Similarity, Polygons, Strategies, Middle School Students

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	I
TEZ ETİK BEYANNAMESİ	II
ÖZET	III
ABSTRACT	IV
İÇİNDEKİLER	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	IX
TABLolar DİZİNİ	XIII
SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ	XIV
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş	1
1.2. Araştırmanın Problemi ve Soruları	4
1.3. Araştırmanın Amacı	6
1.4. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi	6
1.5. Araştırmanın Varsayımları	9
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları	10
1.7. Alanyazın İncelemesi	10
1.7.1. Öğrencilerin Geometrik Benzerlik Algıları	10
1.7.2. Öğrencilerin Benzerlik Problemlerine İlişkin Kullandıkları Stratejiler	12
1.7.2.1. Ayırt Etme Stratejileri (Differentiation Strategies)	12
1.7.2.1.1. Görünüme Dayalı Stratejiler (Appearance Type Strategies)	13
1.7.2.1.2. Açıya Dayalı Stratejiler (The Angle Type Strategy)	14
1.7.2.1.3. Uzunluğa Dayalı Stratejiler (Length Type Strategies)	15
1.7.2.1.4. İlişkiye Dayalı Stratejiler (Relationship Type Strategies)	16
1.7.2.1.5. Dönüşüm Stratejileri (Transformative Strategies)	18
1.7.2.2. İnşa Etme Stratejileri (Construction Strategies)	19
1.7.2.2.1. Görsel Stratejiler (Visual Strategies)	19
1.7.2.2.2. Toplamsal Stratejiler (Additive Strategies)	20
1.7.2.2.3. Arasındaki Sayı Stratejisi (The Betweening Strategy)	21
1.7.2.2.4. Örüntü Oluşturma Stratejisi (Pattern-Building Strategies)	22
1.7.2.2.5. Birimselleştirme Stratejisi (Unitizing)	23
1.7.2.2.6. Fonksiyonel Ölçeklendirme Stratejisi (Functional Scaling)	24

1.7.3.	İlgili Araştırmalar	25
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR	35
2.1.	Yöntem	35
2.2.	Araştırmanın Deseni	35
2.2.1.	İçsel (intrinsic) Durum Çalışması	35
2.3.	Çalışma Grubu	35
2.4.	Veri Toplama Süreci.....	36
2.5.	Veri Toplama Araçları.....	39
2.5.1.	Video Kayıtları.....	39
2.5.2.	Çalışma Yaprakları.....	40
2.6.	Pilot Çalışma	48
2.7.	Verilerin Analizi.....	49
2.8.	Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği	50
3.	BULGULAR.....	52
3.1.	Birinci Aşama Etkinliklere Ait Bulgular	52
3.1.1.	Dikdörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler	52
3.1.1.1.	Toplamsal Strateji	52
3.1.1.2.	Döşeme Stratejisi.....	55
3.1.1.3.	Göreceli Konumlama Stratejisi	56
3.1.1.4.	Benzerlik Oranı Stratejisi	57
3.1.1.5.	Köşegenleri Birleştirme Stratejisi	59
3.1.1.6.	Dikdörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması	61
3.1.2.	Yamukların Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler	64
3.1.2.1.	Açıya Dayalı Strateji	64
3.1.2.2.	Görsel Strateji	65
3.1.2.3.	Sabit Oran Stratejisi.....	66
3.1.2.4.	Birimselleştirme Stratejisi.....	68
3.1.2.5.	Benzerlik Oranı Stratejisi	69
3.1.2.6.	Yamukların Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması	70
3.2.	İkinci Aşama Etkinliklere Ait Bulgular	72
3.2.1.	Karelerin ve Eşkenar Dörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler.....	72

3.2.1.1.	Açıya Dayalı Strateji	72
3.2.1.2.	Şekil Türü Stratejisi.....	73
3.2.1.3.	Döşeme Stratejisi.....	75
3.2.1.4.	Toplamsal Strateji	76
3.2.1.5.	Köşegenleri Birleştirme Stratejisi	77
3.2.1.6.	Benzerlik Oranı Stratejisi	78
3.2.1.7.	Oransal Olarak Toplamsal Strateji	80
3.2.1.8.	Karelerin ve Eşkenar Dörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması.....	81
3.2.2.	Düzgün Altıgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler.....	86
3.2.2.1.	Açıya Dayalı Strateji	86
3.2.2.2.	Şekil Türü Stratejisi.....	88
3.2.2.3.	Görsel Strateji	89
3.2.2.4.	Köşegenleri Birleştirme Stratejisi	91
3.2.2.5.	Toplamsal Strateji	92
3.2.2.6.	Düzgün Altıgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması.....	93
3.3.	Üçüncü Aşama Etkinliklere Ait Bulgular.....	95
3.3.1.	Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler	95
3.3.1.1.	Açıya Dayalı Strateji	95
3.3.1.2.	Benzerlik Oranı Stratejisi	99
3.3.1.3.	Oransal Olarak Toplamsal Strateji	101
3.3.1.4.	Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması.....	103
3.4.	Genelleme Etkinliğine Ait Bulgular.....	106
3.4.1.	Birinci Soruya Ait Bulgular	107
3.4.2.	İkinci Soruya Ait Bulgular.....	108
3.4.3.	Üçüncü Soruya Ait Bulgular.....	110
3.5.	Kapanış Etkinliğine Ait Bulgular	111
3.5.1.	Sarı Dik Üçgenin Benzerini Oluşturma Süreci.....	112
3.5.2.	Mavi Dik Üçgenin Benzerini Oluşturma Süreci	113
3.5.3.	Kırmızı Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci.....	114
3.5.4.	Yeşil Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci.....	115

3.5.5.	Pembe Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci	117
3.5.6.	Turuncu Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci.....	117
3.5.7.	Paralelkenarın Benzerini Oluşturma Süreci.....	118
3.5.8.	Karenin Benzerini Oluşturma Süreci	119
4.	TARTIŞMA ve SONUÇLAR.....	123
4.1.	Tartışma	123
4.1.1.	Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Kenar Uzunluklarının Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması	123
4.1.2.	Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Açık Ölçülerinin Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması.....	127
4.1.3.	Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Açık Ölçüleri ve Kenar Uzunluklarının Birlikte Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması	130
4.1.4.	Çokgenlerde Benzerlik Kuralının İfade Edilmesine ve Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması.....	133
4.2.	Sonuçlar	136
4.2.1.	Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Kenar Uzunluklarının Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar	136
4.2.2.	Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Açık Ölçülerinin Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar	137
4.2.3.	Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Açık Ölçüleri ve Kenar Uzunluklarının Birlikte Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar	138
4.2.4.	Çokgenlerde Benzerlik Kuralının İfade Edilmesi ve Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar	139
5.	ÖNERİLER.....	140
5.1.	Araştırma Sonuçlarına Yönelik Yapılan Öneriler	140
5.2.	Benzer Araştırmalara Yönelik Yapılan Öneriler.....	141
	KAYNAKLAR	143
	EKLER	147
	ÖZGEÇMİŞ	163

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	Benzer şekil grupları (Aichele ve Wolfe, 2008)	8
Şekil 2.	Geometrik dönüşüm uygulanmış görseller (Anton ve Rorres, 2008)	8
Şekil 3.	Üzerindeki matris operatörlerin geometrisi (Anton ve Rorres, 2008).....	8
Şekil 4.	Dikdörtgenlerin köşegenlerinin tek bir doğru ile birleştirilmesi (Lehrer vd., 2002).....	12
Şekil 5.	U harfi, basit dış bükey I harfi ve paralelkenar içinde yıldız şekli (Cox, 2008)	13
Şekil 6.	Paralelkenarların içerlerine yerleştiren kız figürü (Cox, 2008)	14
Şekil 7.	Uzunluk çeşitlerinin gösterimi (Cox, 2008)	15
Şekil 8.	İçerisine yıldız şekli yerleştirilmiş benzer iki paralelkenar (Cox, 2008).....	16
Şekil 9.	Birbirine karşılık gelen açıları farklı, kenar uzunlukları ise orantılı olan paralelkenarlara örnek	17
Şekil 10.	Birden fazla karşılıklı kenarlar arasındaki oranın incelenmesini gerektiren dikdörtgenlerden oluşan U harfi (Cox, 2008)	17
Şekil 11.	Genişletme-büzüştürme stratejisini kullanan öğrencinin küçük paralelkenara benzer bir paralelkenarı genişleterek oluşturması (Cox, 2008)	18
Şekil 12.	Birbirine benzer kalp çizimi (Cox, 2008).....	20
Şekil 13.	Eş merkezli fakat birbirlerine benzer olmayan kalp çizimleri (Cox, 2008) ...	20
Şekil 14.	Toplamsal strateji kullanılarak çizilen benzer dikdörtgenler (Cox, 2008)	21
Şekil 15.	Altı ayrı kenarı olan L harfi biçimindeki şeklin küçültülmesi (Cox, 2008) ...	22
Şekil 16.	Açı eşleştirme stratejisinin kullanıldığı kalp şekli (Cox, 2008).....	23
Şekil 17.	Kalbin bir kenarını ölçü birimi olarak alıp şekli büyütme (Cox, 2008)	24
Şekil 18.	İçerisine bir kare yerleştirilmiş dikdörtgenin fonksiyonel ölçeklendirme stratejisine göre büyütülmesi (Cox, 2008).....	25
Şekil 19.	İç içe yerleştirilmiş birbirlerine benzer dikdörtgen ve ikizkenar yamuklar (Arıcan vd., 2018)	25
Şekil 20.	Öğrencilerden büyütülüp küçültülmesi istenilen şekiller (Cox, 2013).....	26
Şekil 21.	Çerçeveleme tekniğinin düzgün çokgenlerde uygulanışı (Edwards ve Cox, 2011)	27
Şekil 22.	Sekizgen çerçeveli dinamik logo alıştırması (Edwards ve Cox, 2011).....	28
Şekil 23.	Dinamik benzer dikdörtgenler alıştırması (Edwards ve Cox, 2011).....	28
Şekil 24.	Tekrar eden çerçeveleme işlemi ve aynı şeklin ara çerçeveleri gizlenmiş hali (Edwards ve Cox, 2011).....	29

Şekil 25. Benzer şekillerde verilmeyen kenarın uzunluğunu bulma (Son, 2013)	33
Şekil 26. Araştırma kapsamında yapılan çalışmaların akış şeması	37
Şekil 27. En ve boy oranı sabit tutulmadan üzerinde değişiklik yapılan görsel	38
Şekil 28. Uygulamanın yapıldığı sınıfın yerleşim düzeni	40
Şekil 29. Karşılıklı açı ölçüleri eşit fakat karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olmayan yamuklar	42
Şekil 30. Karşılıklı kenar uzunlukları orantılı, karşılıklı açı ölçüleri ise eşit olmayan kare ve eşkenar dörtgen	43
Şekil 31. Karşılıklı kenar uzunlukları orantılı, karşılıklı açı ölçüleri ise eşit olmayan altıgenler	43
Şekil 32. Çokgenlerle oluşturulmuş tişört modeli	45
Şekil 33. Yapboz problemi (Brousseau, 2002)	45
Şekil 34. Dikdörtgenlerin içine yerleştirilmiş resimler	47
Şekil 35. Kare ve eşkenar dörtgenin içine yerleştirilmiş resimler	47
Şekil 36. Düşünce kutusu şeklindeki örnek ifade	48
Şekil 37. Verilerden kategori elde etme (Merriam, 2018)	49
Şekil 38. Toplamsal stratejinin verilen dikdörtgenlerin üst üste konularak kullanılması	53
Şekil 39. Grup 1’deki öğrencilerin dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer dikdörtgen çizimleri (b)	55
Şekil 40. Turuncu dikdörtgenin benzer olup olmadığı bulurken döşeme stratejinin kullanılması	56
Şekil 41. Eren isimli öğrencinin verilen dikdörtgenlerin içerisindeki şeklin alacağı konumu hayal ederek yaptığı çizimler	57
Şekil 42. Yasemin ve Eren’in dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer dikdörtgen çizimleri (b)	59
Şekil 43. Ömer (sol) ve Eren’in (sağ) dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olduğunu bulması	60
Şekil 44. Selin’in benzer dikdörtgenleri üst üste getirmesi	61
Şekil 45. Dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü	63
Şekil 46. Dikdörtgenin içerisine yerleştirilen resimde sadece boyuna ya da sadece enine bir uzama olduğunun gösterilmesi	63
Şekil 47. Yeşil ve pembe yamukların açı ölçülerinin eş olmadığını gösterilmesi	65
Şekil 48. Kırmızı yamuğun açı ölçülerinin eş olmasından dolayı mavi yamuğa benzer olduğunun gösterilmesi	65

Şekil 49. Yeşil yamuğun benzer olmadığına görsel olarak şekline bakılarak karar verilmesi	66
Şekil 50. Sarı yamuğun kenarlarının bir birim olarak kullanılıp mavi yamuğun kenarlarının ölçülmesi	68
Şekil 51. Yasemin ve Eren'in etkinlik kâğıdına sarı yamuk için yazdıkları ifade	70
Şekil 52. Yamukların içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü	70
Şekil 53. Eşkenar dörtgen ile verilen mavi karenin açılarının eş olmadıklarının incelenmesi	73
Şekil 54. Kare ile eşkenar dörtgenin aynı şekilde olmadıklarının gösterilmesi	74
Şekil 55. Döşeme stratejisi kullanılarak sarı kare ile mavi karenin benzerliğinin bulunması	76
Şekil 56. Toplamsal stratejisi kullanılarak karelerin benzerliğinin incelenmesi	77
Şekil 57. Benzer karelerin köşegenlerin aynı doğrultuda olduğunun bulunması	78
Şekil 58. Yasemin ve Eren'in kare ve eşkenar dörtgenin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer eşkenar dörtgen çizimleri (b).....	79
Şekil 59. Orantısal olarak toplamsal stratejiyi kullanan öğrencilerin etkinlik kâğıdındaki açıklamaları.....	81
Şekil 60. Kare ve eşkenar dörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü.....	83
Şekil 61. Ömer'in dikdörtgeni (a) ve paralelkenarı (b), Şeyda'nın da paralelkenarı (c) jestlerini kullanarak göstermesi	85
Şekil 62. Mavi ve kırmızı altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi	87
Şekil 63. Mavi ve yeşil altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi	88
Şekil 64. Mavi ve pembe altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi	88
Şekil 65. Can'ın pembe altıgenin şeklindeki değişimi incelemesi	90
Şekil 66. Can (a) ve Ömer (b)'in benzer altıgenleri üst üste yerleştirip köşegenlerinin aynı doğrultuda olup olmadıklarını incelemesi	91
Şekil 67. Verilen çokgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü	93
Şekil 68. Verilen üçgenlerin üst üste yerleştirilerek açılarının eş olup olmadığına bakılması	96
Şekil 69. Selin'in açıölçer yardımıyla verilen üçgenlerin bir köşelerindeki açıların ölçülerini ölçmesi	98
Şekil 70. Öğrencilerin kenar uzunluklarının eşit olduğunu düşündüğü turuncu ve sarı üçgenler	99
Şekil 71. Eren'in üçgenlerin açılarını açıölçer ile ölçmesi ve kenar uzunluklarının oranını belirlemesi	100
Şekil 72. Eren'in benzer üçgenler arasındaki dik uzaklıkları ölçmesi	101

Şekil 73. Erol'un üçgenleri üst üste yerleştirerek kenar uzunlukları arasındaki artış miktarlarını ölçmesi	102
Şekil 74. Ömer'in benzerlik oranı stratejisini uyguladığı üçgenleri üst üste yerleştirmesi	103
Şekil 75. Ömer'in üçgenlerin kenarlarındaki paralellliği göstermek için jestlerini kullanması	104
Şekil 76. Öğrencilerin benzer üçgenlerde buldukları paralel doğru parçaları	105
Şekil 77. Eren (a)'ın ve Erol (b)'un birinci soru için yazdıkları açıklamalar	107
Şekil 78. Ömer'in birinci soru için yazdığı açıklama	108
Şekil 79. Şeyda'nın birinci soru için yazdığı açıklama	108
Şekil 80. Can (a)'ın ve Eren (b)'in ikinci soru için yazdıkları açıklamalar	109
Şekil 81. Selin'in ikinci soru için yazdığı açıklama	110
Şekil 82. Ömer (a)'ın ve Yasemin (b)'in üçüncü soru için yazdıkları açıklamalar	110
Şekil 83. Mehmet'in üçüncü soru için yazdığı açıklama	111
Şekil 84. Çokgenlerle oluşturulmuş tişört modeli	111
Şekil 85. Erol'un sarı dik üçgene benzer dik üçgen çizimi	112
Şekil 86. Selin'in ilk çizdiği mavi dik üçgende açılar eş olup olmadıklarını kontrol etmesi	113
Şekil 87. Ömer'in oluşturduğu yamuğun açılarının verilen yamuk ile eş olup olmadığını incelemesi	115
Şekil 88. Selin'in, Şeyda'nın çizdiği yamuğun neden benzer olmadığı göstermesi	116
Şekil 89. Şeyda'nın çizdiği ikinci yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi	117
Şekil 90. Mehmet'in çizdiği yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi	117
Şekil 91. Can'ın çizdiği yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi	118
Şekil 92. Eren'in açıölçer yardımıyla verilen paralelkenara benzer paralelkenar çizmesi	119
Şekil 93. Yasemin'in açıölçer yardımıyla verilen kareye benzer kare çizimi	120
Şekil 94. Selin (mavi dik üçgen), Şeyda (yeşil dik yamuk) ve Yasemin (beyaz kare)'in ilk çizdiği çokgenleri diğer çokgenler ile birleştirmesi	121
Şekil 95. Tişört modelindeki çokgenlerin istenilen ölçüde büyütülerek birleştirilmesi	122

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Çalışmada kullanılan etkinlikler ve özellikleri.....	41
Tablo 2. Etkinliklerde kullanılan stratejilerin çokgenlere göre dağılımı	106



SEMBOLLER ve KISALTMALAR DİZİNİ

MEB

Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM

National Council of Teachers of Mathematics



1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 1989)'ne göre geometri, çocuğun yaşadığı, nefes aldığı ve hareket ettiği mekânı idrak etmesidir. Bu mekânın, çocuğun öğrenmeyi, keşfetmeyi ve başarmayı bilmesi gereken bir alan olduğuna vurgu yapılmıştır. Bu bağlamda geometri öğretimi okullarda önemli bir yere sahiptir. Okul geometrisi, mekânsal nesneler, ilişkiler ve dönüşümler ile bunları temsil etmek için oluşturulmuş aksiyomatik matematiksel sistemlerin araştırılmasıdır.

Geometri öğretiminin amaçları konusunda genel bir uzlaşma vardır. Bu uzlaşmaya göre geometri, öğrencilerin mantıksal düşünme yeteneklerini, gerçek dünyayla ilgili uzamsal sezgilerini, daha fazla matematik çalışmak için gerekli bilgilerini ve matematiksel argümanları okunma ve yorumlanma becerilerini geliştirmeyi öğretir (Suydam, 1985). NCTM (2000)'ye göre öğrenciler, geometrik şekiller ve yapılar ile bunların özelliklerini ve ilişkilerini nasıl analiz edebileceklerini okul geometri programı ile öğrenmektedirler.

Öğretim programının ilkökul matematik dersi bölümünde (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) geometri ve ölçme ayrı öğrenme alanları olarak yer almış ve geometri öğrenme alanında geometrik şekil ve cisimlerin görsel özelliklerine göre tanıtılması ve isimlendirilmesi ön plandadır. Bu görsel özelliklere göre geometrik nesneler arasındaki farklılıkların ortaya çıkarılması ve ortak özelliklere sahip olan şekillerin gruplandırılması hedef alınmıştır. Ölçme öğrenme alanında ise önce sezgiye dayalı karşılaştırma ve sıralama yapma, sonrasında standart olmayan ve olan birimler kullanarak ölçme yapılması hedeflenmiştir. Geometri ve ölçme alanlarını birlikte kapsayan kazanımlara ise 3. ve 4. sınıflarda yer verilmiştir (MEB, 2018).

Öğretim programının ortaokul matematik dersi bölümünde (MEB, 2018) ise geometri konuları ölçme konularıyla birleştirilerek geometri ve ölçme öğrenme alanı haline gelmiştir. Öğrencilerin çevrelerinde yer alan şekilleri incelemeleri, oluşturmaları vb. doğrultusunda söz konusu geometrik kavram ve özellikleri fark etmeleri ve keşfetmeleri beklenerek bu özellikler arasındaki ilişkileri geliştirebilmeleri amaç edinilmiştir (MEB, 2018).

Matematik öğretim programında yer alan geometri konularının yapıtaşlarından birisi de eşlik ve benzerliktir (Güven, 2016). Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu (2014)'nın vurguladığı gibi “benzerlik bir taraftan nesneler ve nesnelerin nitelikleri arasındaki ilişkileri belirlemede ve incelemede ve diğer taraftan da orantısal düşünme becerisinin gelişiminde kullanılan vazgeçilmez araçlardan biridir” (s.220).

Eşlik ve benzerlik konusu matematik alanında önemli bir yere sahip olmasının yanında günlük hayatta, fotoğraf makinelerinde, haritacılıkta, mimarlıkta, mühendislikte ve daha pek çok alanda da kullanılmaktadır. Örneğin mühendislik tasarımlarında ağırlıktan kaynaklanan basıncın eşit bir şekilde dağıtılabilmesi için yerleştirilen destek elemanları eş üçgenler şeklinde tasarlanmaktadır (Güven, 2016). Ayrıca herhangi bir şeklin belli bir oranda büyütülmüş ve küçültülmüş modelleri benzerlik ile oluşturulmaktadır. Bunun en güzel örneği ise büyük ülkenin küçük bir modeli olarak tanımlanan ve İstanbul’da bulunan Miniatürk’tür. Bu bağlamda; okul geometri öğretiminde eşlik ve benzerlik kavramlarının öğretimi büyük öneme sahiptir.

Tarihi geçmişi ve günlük hayattaki kullanışı nedeniyle eşlik ve benzerlik konusuna ilkokuldan itibaren okul matematik programlarında yer verildiği görülmektedir. Ortaokul matematik dersi öğretim programında eşlik ve benzerlik kavramları ve uygulamaları 8. sınıfta aynı adlı alt öğrenme alanının içeriğini oluşturmuştur ve iki kazanıma yer verilmiştir: “Eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkilerini belirler; benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirler, bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturur” (MEB, 2018, s.75).

Argün vd. (2014) eşlik ve benzerlik kavramlarının birer geometrik dönüşüm olduğunu ifade etmişler ve bu kavramların formel tanımını geometrik dönüşüm ile ilişkilendirmişlerdir. Bu bağlamda, benzerlik kavramının matematiksel tanımı şu şekilde yapılabilir (Argün vd., 2014, s.216):

(X, d_x) ve (Y, d_y) iki metrik uzay ve $T: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon ve k da bir reel sayı olsun. Her $x, y \in X$ için $d_y(T(x), T(y)) = k d_x(x, y)$ oluyorsa T fonksiyonuna oranı k olan bir **benzerlik dönüşümü**, k sayısına da **benzerlik oranı** veya **benzerlik katsayısı** denir.

Matematiksel (formel) tanımından anlaşılabileceği gibi, benzerlik kavramı soyut kavramlardan biridir. Özellikle lisans öncesi öğrencileri için, benzerlik kavramı metaforik düşünce ile temellendirilmektedir (bkz. Lehrer, Strom ve Confrey, 2002). Bir başka deyişle benzerlik bir şeklin belirli bir oranda büyütülüp küçültülmesi olarak

düşündürülmekte ve günlük hayattaki örnekleriyle ilişkilendirilmektedir (fotokopi makineleri gibi). Bu anlamda, metaforik düşünce ile temellendirilmiş benzer çokgen tanımı şu şekilde yapılabilir: “En genel anlamıyla şekilleri aynı fakat büyüklükleri farklı olan çokgenlere benzer çokgenler denir. Benzer çokgenlerin karşılıklı kenarlarının uzunlukları arasında belli bir oran olmakla birlikte aynı şekle sahip olduklarından karşılıklı açıları eştir” (Güven, 2016, s.398). Bununla birlikte eşliğin de “aynı şekil ve büyüklüğe sahip çokgenlere eş çokgenler denir ve iki çokgen eş ise karşılıklı olarak tüm açıları ve kenarları eştir” (Güven, 2016, s.394) şeklinde tanımı yapılabilir. Bu tanımların yanında eşlik ve benzerlik için yapılmış farklı tanımlar da vardır.

Kiselev (2006) “Düzlem Geometrisi” kitabında eş şekilleri tanımlarken hareket özelliğini kullanmıştır. Kiselev (2006)’e göre, uzayda belirli bir şekilde konumlandırılan bir dizi nokta, çizgi, yüzey veya katı cisimler genellikle geometrik şekil olarak adlandırılır ve bu geometrik şekiller uzayda değişmeden hareket edebilirler. Bu düşünceden yola çıkarak Kiselev (2006) eş geometrik şekilleri şu şekilde ifade etmiştir: “İki geometrik şekilden birisi uzayda hareket ettirilerek diğer şekille bütün bölümleri üst üste gelecek şekilde yerleştirilebiliyorsa bu şekillere birbirine eş şekiller denir” (s.1). Diğer bir ifadeyle, eş şekiller hareket ettirilerek birbiri üstüne çakışabilen şekillerdir ve hareket sonucunda değişmeyen özellikler bu eş şekillerin ortak geometrik özellikleridir (Yaglom, 1975). Kiselev (2006), benzerlik kavramını tanımlarken günlük hayatta karşılaştığımız görünüş olarak aynı fakat boyut olarak farklı şekilleri kullanmıştır. Aynı fotoğrafın farklı boyutlarda basılmış hâli, bir binanın kâğıt üzerindeki çizimi ve bir şehrin haritası birbirine benzer şekillerdir. Bir geometrik şeklin biçimi değiştirilmeden ebatlarında meydana gelen bu değişiklikleri ise benzerlik dönüşümleri olarak tanımlamıştır. Geometride hareketi kullanma düşüncesini dile getiren bir diğer matematikçi olan Yaglom (1975) “Geometrik Dönüşümler 1” isimli kitabında geometrinin tanımını “Geometri geometrik şekillerin, hareket ettirilmeleri sonucu değişmeyen özelliklerini inceleyen bir bilim dalıdır (s. 10)” şeklinde yapmıştır.

Argün vd. (2014)’ne göre “benzerlik kavramı anlaşılmadan geometrinin daha ileri kavram ve konularının çalışılmasında gerekli olan alt yapıya sahip olmaları zordur” (s.220). Benzerlik kavramının anlaşılmasını kolaylaştırmak için matematik öğretim programında bu kavramla ilgili “somut modellerle, kareli kâğıtla veya kâğıtları katlayarak yapılacak çalışmalara yer verilir ve gerektiğinde uygun bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır” (MEB, 2018, s.75) şeklinde açıklamalara yer almaktadır. Bu bağlamda,

benzerlik kavramının öğretiminde somut veya teknolojik araçların kullanımı önem kazanmaktadır. Öğrencilere benzerlik kavramının öğretiminde somut deneyimler kazandıracak etkinliklerden bazıları kâğıt kesip yapıştırma, kesilmiş kâğıtları benzerlik açısından karşılaştırma olarak karşımıza çıkmaktadır (Argün vd., 2014; Lehrer vd., 2002). Alanyazında matematik öğretiminde somut materyallerin kullanılmasının gerekliliğinin vurgulandığı görülmektedir. Bunun nedeni olarak, bu materyallerin bazı kavramların, teoremlerin ve işlemlerin somut olarak ifade edilmesini sağlayarak, matematiğin öğrenciler için anlamlı hale gelmesine yardımcı olmaları; öğrencilerin, öğrendiklerini hissetmelerini sağlayacak ortamın oluşturulmasına katkıda bulunmaları ve öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum kazanmalarını sağlamaları gösterilebilir (Güngör, 2005). Somutlaştırma yapılırken, matematik öğretimi için tasarlanmış özel materyaller kullanılabileceği gibi günlük hayatta yer alan eşyalardan, araç-gereçlerden, gözlemlerden ve oyunlardan da yararlanılabilir.

Öğrencilerin yeni bilgiler öğrenmeleri ya da soyut bir konuyu kavramaları gerektiğinde farklı benzetmelerden faydalanmak öğrenmeyi kolaylaştırıcı olabilir. Kimi görsel ve somutlaştırıcı metaforlar (bir şeklin fotokopi makinasında büyütülmesi veya küçültülmesi gibi), öğrencilerin zihinsel anlamalarının kolaylaşması ve motivasyon potansiyellerinin artırılması açısından ideal araçlar olarak anılmaktadırlar (Riejös, Mansilla ve Castillejos, 2001). Fotokopi makinesinde büyütüp küçültme gibi benzetmelerin somutlaştırıcı olarak kullanılması öğrencilerin hem konuyu anlamasını kolaylaştırmaya hem de derse yönelik motivasyonlarını artırmaya yardımcı olur. Böylece öğrencilerin derse yönelik başarıları da artacaktır.

1.2. Araştırmanın Problemi ve Soruları

Geometrinin aksiyomatik yapısının kurulduğu dönemden günümüze kadar geometrinin en temel kavramının üçgen olduğu görüşü kabul görmektedir. En az sayıda kenara sahip olması sebebiyle üçgenler, diğer çokgenlerin inşası için temel oluşturur. Üçgenlerin iyi bir şekilde anlaşılması, diğer çokgenlerin özelliklerinin incelenmesinde büyük bir öneme sahiptir. Bu sebeple üçgenlerin sahip olduğu özelliklerin incelenmesi Euclid geometrisinin öğretimi için en kritik aşamalardan biridir. Üçgenlerin sahip olduğu özelliklerin önemli bir kısmının ispatında doğrudan benzerlik kavramı yer alır. Bu

bağlamda dörtgen, kare, yamuk, paralelkenar gibi özel dörtgenlerin de özelliklerinin keşfedilmesinde eşik ve benzerlikten faydalanılır (Güven, 2016).

Hem matematiğin kendi içinde hem de diğer disiplinler için önemli bir yere sahip olan eşlik ve benzerlik kavramlarının tarihi oldukça eskilere dayanmaktadır. Matematik tarihine baktığımızda nesnelere ait özelliklerin doğrudan ölçülemediği durumlarda eşlik ve benzerlikten yararlanıldığını görülmektedir. Örneğin Thales'in büyük piramidin boyunu gölgeler aracılığıyla oluşturduğu benzer üçgenlerle ve bir geminin kıyıya olan uzaklığını ise eş üçgenler oluşturarak bulduğu rivayet edilmektedir (Burton, 2018). Ayrıca yüksek bir ağacın boyu ya da bir nehrin genişliği gibi niceliklerin de benzer üçgenler yardımıyla bulunması mümkündür. Benzerlik konusu matematik alanında önemli bir yere sahip olmasının yanında günlük hayatta mimarlık ve mühendislik gibi birçok alanda da kullanılmaktadır. Bu bağlamda okul geometrisinde benzerlik kavramının öğretiminin nasıl yapıldığı büyük bir öneme sahiptir.

Benzerlik alt sınıf düzeylerinde ortak özelliklere sahip nesnelerin sınıflandırılması olarak karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, öğrenciler çokgenleri kenar sayılarına göre üçgenler, dörtgenler olarak benzer gruplara ayırabilmektedir (Confrey, 1992). 8. sınıf düzeyinde ise çokgenlerin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları arasındaki oranın referans alınması ve karşılaştırılan çokgenlerin benzer olup olmadıklarının belirlenmesi amaçlanmaktadır. Öğrencilere benzerlik kurallarının veya özelliklerinin doğrudan verilmesi istenmediği bir öğretim tasarımı, özellikle benzerlik kavramına girişte, öğrencilerin benzer çokgenleri nasıl belirlendiğine yönelik çalışma gereksinimi duyulmaktadır. Birçok ders kitaplarında benzerlik kavramına girişte birbirine benzer olan görseller kullanılmaktadır (farklı ebatlarda Türkiye haritası görselleri gibi). Bu bağlamda, fotokopi makinalarında büyütme veya küçültme yapma gibi günlük hayat durumlarında öğrencilerin benzer çokgenlerin belirlenmesinde açı ölçülerini veya kenar uzunluklarını nasıl kullandıklarını anlamak önem teşkil etmektedir. Bu nedenle; çalışmanın problem durumu sekizinci sınıf öğrencilerinin çokgenlerin benzerliğini incelerken kullandıkları stratejilerin belirlenmesi olarak seçilmiştir. Bu araştırma problemini cevaplayabilmek için aşağıdaki araştırma soruları belirlenmiştir:

- 1) 8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin kenar uzunluklarını kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?

- 2) 8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin açı ölçülerini kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?
- 3) 8. sınıf öğrencileri üçgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
- 4) 8. sınıf öğrencileri çokgenlerde benzerlik kuralını nasıl ifade etmekte ve benzer çokgenler oluştururken hangi stratejilerden yararlanmaktadırlar?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin çokgenlerin benzerliğini tespit etmede ya da birbirine benzer çokgenler oluşturmada kullandıkları stratejileri belirlemektir. Bu kapsamda öğrencilerin kullandıkları stratejileri gözlemlemek ve bu stratejileri kullanırken çokgenlerin açı ölçüleri ve kenar uzunluklarını ne şekilde ilişkilendirdiklerine ait süreçlerin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.4. Araştırmanın Gerekçesi ve Önemi

Benzerlik, oran-orantı çalışmalarında kullanılabilecek tek geometrik kaynak olması bakımından önemlidir. Benzerlik, öğrencilerin uzamsal ve sayısal akıl yürütme yöntemleri arasında ilişki kurmalarını sağlar ve izdüşümsel geometri, eğim ve trigonometrik oranlar gibi ileri matematiksel konular için temel oluşturur. Benzerlik harita ve model yapımı gibi ölçme konularını da içerir (Cox, 2008). Küçük yaştaki öğrenciler dahi minyatür oyuncaklarla oynama, ölçekli modeller inşa etme, resimleri büyütme veya küçültme (Lehrer, vd. 2002), bilgisayarda yazı tiplerini yeniden boyutlandırma (Cox, Lo ve Mingus, 2007) ve gündelik nesnelerin çizimleri ya da posterleri ile karşılaşmak (Van den Brink ve Streefland, 1979) gibi benzerlikle ilgili günlük yaşamdan edindikleri geniş deneyimlere sahiptirler.

Bu zengin deneyimler, ders esnasında benzerlikle ilgilenen öğrencileri destekleyen sezgilere ve görüntülere dönüşür. Yapılan çalışmalarda 8 yaşından küçük çocukların dahi benzerlik problemlerini çözmek için görsel algı ve orantısal stratejileri kullanabilecekleri görülmüştür (Lehrer, vd. 2002; Swoboda ve Tocki, 2002; Van den Brink ve Streefland, 1979). Örneğin, Van den Brink ve Streefland (1979) çocukların, çeşitli nesnelerle ilgili

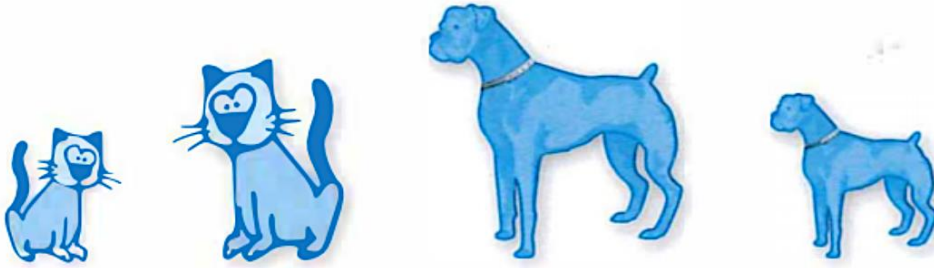
önceden gözlemledikleri çizimler veya fotoğraflara dayanarak bu nesnelerin gerçek görünüşleri hakkında tahminler yapabildiklerini tespit etmişlerdir. Lamon (1993), oran-orantı konusunda herhangi bir eğitim almayan 6. sınıf öğrencileriyle yaptığı bir çalışmada, öğrencilerin benzerlik ile ilgili problemlerde doğru bir şekilde akıl yürütmelerine rağmen ağırlıklı olarak daha basit olan görsel veya toplamsal stratejileri kullandıklarını belirtmiştir. Bu araştırma, görsel stratejilerin kullanımı ile ilgili bulguları desteklerken, toplamsal stratejilerin kullanılması ve orantısal akıl yürütmenin olmayışı bu durumun aşılmasının ve bu bağlamda soyut olan orantısal akıl yürütmeye geçilmenin çok zor olduğunu göstermektedir.

Diğer araştırmalar, benzerliğin orantısal akıl yürütme için en zorlu bağamlardan biri olduğunu tekrar göstermiştir (bkz. Kaput ve West, 1994). Sadece öğrenciler ile yapılan çalışmalarda değil öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda da öğretmen adaylarının benzerliği anlamlandırmada zorlandıkları görülmüştür (Arıcan, Koklu, Olmez ve Baltacı, 2018; Post, Cramer, Harel, Kieren ve Lesh, 1998; Seago, Jacobs, Heck, Nelson ve Malzahn, 2014; Son, 2013). İlkokul öğrencileri ile yapılan çalışmaların yanında ortaöğretim öğrencileriyle yapılan çalışmalarda da bu öğrencilerin benzer çokgenlerde eksik olan kenar uzunluklarını bulmada zorlandıkları ve çoğunlukla toplamsal stratejileri kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür (Hart, 1988). Toplamsal stratejide öğrenci bir geometrik şeklin tüm kenar uzunluklarına aynı uzunluk biriminden bir sayı ekleyerek verilen şekle benzer bir şekil oluştuğunu varsayar.

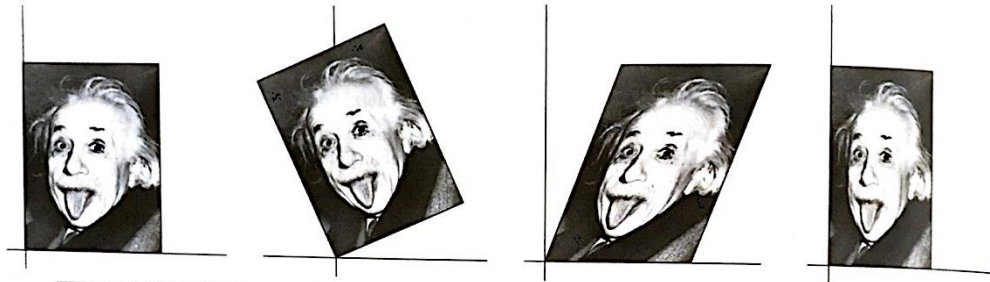
Öğrencilerin benzerlik ile ilgili problemlerde karşılaştıkları bu zorlukların niteliğini karakterize etmek için çalışmalar yapılmıştır (Chazan, 1987). Ancak ortaokul öğrencilerinin kullandıkları görsel stratejileri belirleme ve bu konudaki eksikliklerini inceleyen çalışmalara rastlanılmaması alanyazında bu konuda bir boşluk olduğunu göstermektedir. Ayrıca yapılan çalışmalarda çoğunlukla toplamsal stratejilere odaklanılması ve diğer strateji türlerini inceleyen çalışmaların yetersiz olması da bu çalışmayı önemli kılmaktadır.

Benzerliğin temelinde şekillerin belli oranlarda büyütülmesi ya da küçültülmesi vardır. Bu yüzden benzerlik kavramının öğrenilmesinde oran-orantı kavramı yeterince anlaşılmış olmalıdır. Bunun yanında orantısal düşünebilme yeteneğinin de belirli bir düzeyde kazanılmış olması özellikle benzerlik kavramının anlaşılmasında önemlidir. Bu nedenle benzerlik kavramı öğretiminde benzerliğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve belli oranda büyütülüp küçültülmüş görsellerden dersin başlangıç aşamasında

yararlanılması önerilmektedir (Altun, 2018; Yazıcı ve Ulusan, 2020; Yazıcı, 2020). Bu bağlamda ortaokul ders kitaplarında ve etkinlik kitaplarında benzerlikle ilgili olarak farklı resimlerin büyütülüp küçültüldüğü örneklere yer verilmiştir (Şekil 1). Ders kitaplarının yanında üst düzey matematik kitaplarında da benzer şekillerin olduğu görülmüştür. Örneğin; lineer cebirdeki matris dönüşümleri resimlerin büyütüp küçültülmesine göre açıklanmıştır (Şekil 2 ve Şekil 3).



Şekil 1. Benzer şekil grupları (Aichele ve Wolfe, 2008)



Şekil 2. Geometrik dönüşüm uygulanmış görseller (Anton ve Rorres, 2008)

Operatör	Standart Matris	Birim Kare Üzerindeki Etki
y-eksenine göre yansıma	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
x-eksenine göre yansıma	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	

Şekil 3. Üzerindeki matris operatörlerin geometrisi (Anton ve Rorres, 2008)

Benzerliğin temelindeki bu büyütüp küçültme mantığı, benzerliğin metaforik olarak ele alınıp fotokopi makineleri ile ilişkilendirilmesine dayanmaktadır. Yapılan çalışmalarda bu ilişkilendirmeden bahsedilmesine rağmen, bu konuyla ilgili hiçbir araştırmaya rastlanmaması bu çalışmayı önemli kılmakta ve alanyazına yeni bir katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Birçok kaynakta benzer çokgenlerden bahsedilirken “benzer çokgenlerin karşılıklı kenarlarının uzunlukları arasında belli bir oran olmakla birlikte aynı şekle sahip olduklarından karşılıklı açıları eşittir” (Güven, 2016, s.398) şeklindeki ifadelere yer verilmiştir. Aynı şekilde ortaokul 8. sınıf ders kitabında da benzerlik “iki çokgenin karşılıklı açılarının ölçüleri eşit ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları birbiriyle orantılı ise bu iki çokgen benzerdir” şeklinde tanımlanmaktadır (MEB, 2019, s.173). Bu tanımlamalardan da anlaşılacağı üzere benzerlik, birçok kaynakta çokgenlerin karşılıklı açı ölçülerinin eşitliği ve kenar uzunluklarının oranı birlikte verilerek ifade edilmiştir. Benzerlik üzerine yapılan çalışmalarda da benzer çokgenlerde açılarının eşliği ve kenar uzunluklarının orantısız olma özellikleri sadece bütüncül olarak incelenmiştir. Bu bağlamda, bu çalışmada tanımındaki bu iki önemli bileşen birbirinden ayrı düşünülerek çokgenlerin benzerliğinin incelenmesinin ve öğrencilerin kendi benzerlik tanımlarını oluşturmalarının amaçlanması çalışmanın bir diğer önemli boyutudur.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada:

- 1) Araştırma sürecinde öğrencilerin öğrenme güdülerinin eşit düzeyde olduğu,
- 2) Yapılan etkinlikler sırasında öğrencilerin düşüncelerini herhangi bir kaygı yaşamaksızın ifade edebildikleri,
- 3) Etkinliklerde kullanılan çalışma yaprakları için alınan uzman görüşlerinin yeterli düzeyde olduğu,
- 4) Öğrencilerin, çalışma yapraklarındaki benzerlikle ilgili sorulara doğru ve samimi olarak cevap verdikleri varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

- 1) Araştırma 2018-2019 eğitim öğretim yılının bahar yarıyılında, Rize ilinde yer alan bir ortaokulda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri ile sınırlandırılmıştır.
- 2) Araştırma içerik bakımından, 8.sınıf seviyesinde çokgenlerde benzerlik konusu ile sınırlandırılmıştır.

1.7. Alanyazın İncelemesi

1.7.1. Öğrencilerin Geometrik Benzerlik Algıları

Küçük çocuklar benzerlik ile ilgili hayatları boyunca birçok deneyimlere sahiptirler. Örneğin, model uçaklar, arabalar ve evler ile oynayarak nesnelerin aynı olup olmadığının farkına varırlar. Telefon ve bilgisayarlarla çalışabilecek kadar büyük olan çocuklar ise, aynı internet sayfasının farklı teknolojik cihazların ekranlarına sığacak şekilde yeniden boyutlandırılmış durumları ile karşılaşır. Daha yüksek teknoloji ortamlarda, çocukların ayrıca, yerel kütüphanelerde, müzelerde ve tasarım alanlarında üç boyutlu baskı ve bilgisayar destekli tasarım ve animasyon yazılımlarını kullanarak çeşitli nesnelerin ölçek temelli modellerini oluşturdukları görülmektedir (Shah, 2018).

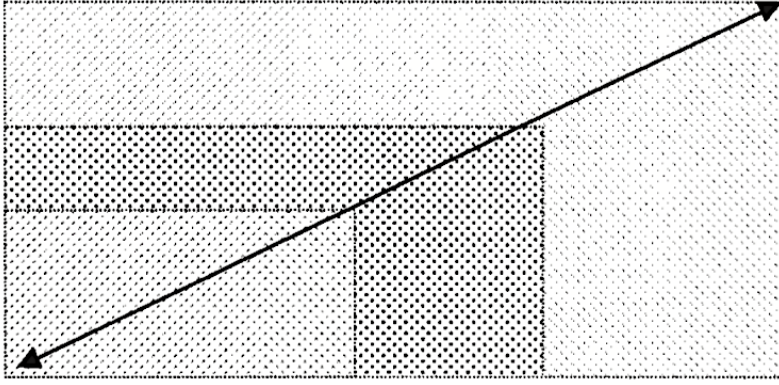
Öğretmenlerin, benzerlik kavramlarının öğretim sırasında öğrencilerin günlük yaşamdaki benzerlik algılarından yararlanabileceğini bilmeleri önemlidir, ancak öğrenciler aynı zamanda bu benzerlik algılarından kaynaklanan yanlış anlamlandırmalara da sahip olabilirler. Örneğin, öğrenciler aynı olarak sınıflandırılan iki nesnenin yönlerinin de aynı olması gerektiği düşüncesine sahip olabilirler (Lehrer, Jenkins ve Osana, 1998). Araştırmacılar, bu yanlış anlaşılmayı öğrencilerin geometrik nesneler üzerinde matematiksel olarak çalışmadan önce bu nesnelerin bir örneği ile düzenli olarak karşılaşıp karşılaşmamaları ile ilişkilendirmekte ve ortaokul öğrencilerinin bile günlük hayatta bir örneğini görmedikleri şekilleri tanımlamakta zorlandıklarını belirtmektedirler (Shah, 2018).

Öğrencilerin günlük hayattaki benzerlik algılarından sınıf ortamlarındaki geometrik benzerlikte de yararlanabilmek için öğretmenlerin, öğrencilerin dikkatlerini şekillerin ve bu şekillerin özelliklerine çekmelerini gerekir. Örneğin, Confrey (1992) tarafından ilkokul öğrencilerine yönelik yürütülen bir çalışmada, öğrenciler kesilerek

biçimlendirilmiş benzer şekilleri sınıflandırırken (farklı büyüklükteki daireler, kareler, üçgenler ve dikdörtgenler) bir dizi yaygın mantık yürütme yaklaşımları sergilemektedirler. Confrey (1992) öğrencilerin verilen şekillerden benzer olan ve olmayanları ayırt etmek için üç yöntem kullandığını belirtmektedir: a) paralel olan kenarları bulmak için şekilleri ortalayıp üst üste koyma, b) eş açıları bulmak için şekilleri açıları eşleştirecek şekilde üst üste koyma ve c) verilen şekilleri, ilk oluşturulan prototip şeklin genişlemiş hali olup olmamalarına göre eşleştirmeye çalışmak. Birinci sınıf öğrencilerinin daire ve karelerdeki benzerliği en kolay şekilde tanımlayabildiğini, ardından da üçgenlerin benzerliğini (eşkenar, ikizkenar olmayan dik açılı ve dik açılı olmayan ikizkenar üçgen) belirleyebildiklerini tespit etmiştir. Dikdörtgenlerin hepsinin açılarının aynı, dik açı olmasına rağmen kenarlarının hepsinin orantılı olmamasından dolayı öğrenciler için dikdörtgenlerin benzerliği fark etmek diğer geometrik şekillere göre daha zor olmuştur.

Confrey (1992) tarafından tanımlanan şekillerin açılarının eşliğini kontrol etmeyi içeren görsel stratejilerin belirli sınırlamaları vardır. Öğretmenlerin, şekillerin fiziksel özelliklerini karşılaştırmayı içeren örnekler üzerinde çalışırken bu sınırlamaların farkında olmaları önemlidir. Örneğin, öğrenciler üçgenlerin benzerliğinde uygun bir ölçüt olarak gördükleri açıların eşliği durumunu, dikdörtgenler gibi diğer şekillerin benzerliğinde de yanlış bir şekilde genelleleyebilirler.

Benzer şekilde, Chazan (1988) öğrencilerin iki dikdörtgenin benzer olduğu konusunda kimi zaman kavram yanılgılarına sahip olabileceğine dikkat çekmektedir. Çünkü dikdörtgenlerin köşe noktalarındaki açıların hepsi dik açıdır. Buna rağmen, öğrencilerin iki veya daha fazla dikdörtgenin benzer olup olmadığını görsel olarak denetlemek için kullanabilecekleri stratejiler de vardır. Lehrer vd. (2002) yaptıkları çalışmada, öğrenciler dikdörtgenlerin köşegenlerini karşılaştırabilmelerini sağlayan bir koordinat düzleminde (bir eksen boyunca uzun kenarlar ve diğer eksen boyunca kısa kenarlar) birkaç dikdörtgen çizilebileceğini bulmuşlar ve daha sonra iki dikdörtgenin, köşegenleri boyunca düz bir çizgi çizilebiliyorsa benzer olduklarını belirlemişlerdir (Şekil 4).



Şekil 4. Dikdörtgenlerin köşegenlerinin tek bir doğru ile birleştirilmesi (Lehrer vd., 2002)

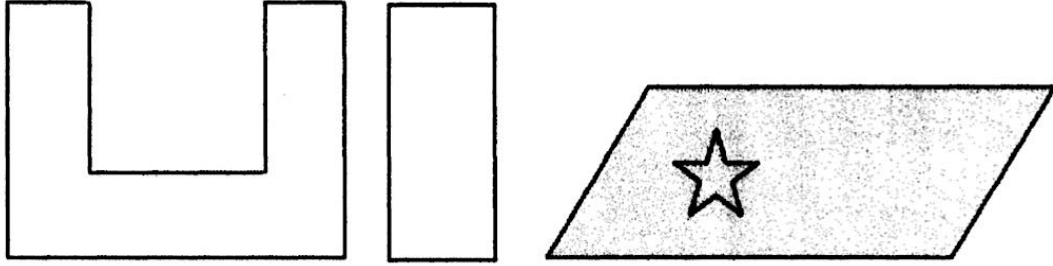
1.7.2. Öğrencilerin Benzerlik Problemlerine İlişkin Kullandıkları Stratejiler

Bu bölümde öğrencilerin benzerlik problemlerini çözerken kullandıkları stratejilerden bahsedilmiştir. Alanyazın incelendiğinde benzerlik üzerine yapılan çalışmaların daha çok toplamsal ve çarpımsal strateji ile sınırlı kalmasından dolayı alanyazında strateji bakımından zenginlik gösteren Cox (2008)'ın doktora çalışmasında geçen strateji türlerine öncelik verilmiştir. Cox (2008) yaptığı çalışmasında kullandığı etkinliklere göre stratejileri ayırt etme stratejileri (Differentiation Strategies) ve inşa etme stratejileri (Construction Strategies) olmak üzere iki temel kısma ayırmıştır. İlk etkinliklerde öğrencilerden herhangi bir çizim yapmadan verilen şekillerden benzer olan ve olmayanları ayırt etmeleri istenildiği için bu etkinliklerde ortaya çıkan stratejiler ayırt etme stratejileri başlığı altında, ikinci etkinlikler de ise öğrencilerden verilen şekle benzer şekiller çizmeleri istenildiğinden bu etkinlikler sonucunda ortaya çıkan stratejiler inşa etme stratejileri başlığı altında incelenmiştir.

1.7.2.1. Ayırt Etme Stratejileri (Differentiation Strategies)

Cox (2008) yaptığı çalışmasında öğrencilerden, şekil 5'te verilen dikdörtgenlerden oluşan U harfini, basit bir dış bükey olarak dikdörtgen şeklindeki I harfini ve karmaşık şekil olarak da paralel kenarın içine çizilen yıldız şekli ile birlikte paralelkenarın büyümüş ve küçülmüş biçimlerinden birbirine benzer olan ve olmayanları bulmalarını istemiştir. Bu üç tür etkinlik sonucunda öğrencilerin ortaya koydukları stratejileri ayırt etme stratejileri başlığı altında incelemiştir. Bu stratejiler; görünüme dayalı stratejiler (appearance type strategies), açıya dayalı stratejiler (the angle type strategy), uzunluğa

dayalı stratejiler (length type strategies), ilişkiye dayalı stratejiler (relationship type strategies) ve dönüşüm stratejileri (transformative strategies) olmak üzere beş başlık altında toplanmıştır.



Şekil 5. U harfi, basit dış bükey I harfi ve paralelkenar içinde yıldız şekli (Cox, 2008)

1.7.2.1.1. Görünüme Dayalı Stratejiler (Appearance Type Strategies)

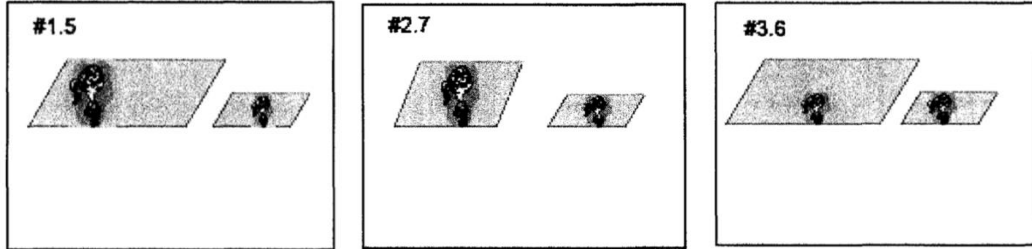
Öğrencilerin şekillerin dış görünüşüne bakarak ortaya çıkardıkları bu stratejiler görünüş stratejisi (Cosmetic Strategy), şekil türü stratejisi (The Shape Type Strategy) ve göreceli konumlama stratejisi (The Relative Positioning Strategy) olmak üzere üç kısma ayrılmıştır.

İki şeklin benzer olup olmadığına görünüş olarak birbirinin aynısı veya birbirinden farklı olmasına bakılarak karar verilen strateji görünüş stratejisidir. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler iki şeklin renkleri farklı olsa bile benzer olabileceklerinin farkında değildirler. Şekillerin renklerindeki açıklık ve koyuluk gibi estetiksel unsurların benzerlik için birer ölçüt olabileceğini ileri sürmektedirler. Bunun ise benzerlik terimi için yaygın olarak kullanılan “aynı şeklin farklı boyutları” ifadesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Örneğin; Cox (2008)’un çalışmasındaki öğrencilerden biri, aynı şekil demek şeklin aynısının kopyalanması anlamına geldiğini ifade etmekteydi. Ancak bu öğrenci verilen şekli bilgisayar ortamında büyüttüğü zaman başlangıçtaki şekil ile aynı şekil olduğunu ifade etmesine rağmen şekil büyüdükçe görüntü bulanıklaşmaya başladığı için benzer olmadıklarını dile getirmiştir.

Şekil türü stratejisi iki şekil aynı şeklin farklı boyutlarında ise benzerdir, farklı şeklin farklı boyutlarında ise benzer değildir şeklinde ifade edilen stratejidir. Bu stratejide öğrenciler şeklin türünü bir benzerlik kanıtı olarak kullanmaktadırlar. Örneğin bu stratejiyi kullanan bir öğrenci birbirine benzemeyen iki dikdörtgenin benzerliklerini ifade ederken ikisinin de dikdörtgen olduğundan benzer olduklarını ileri sürmektedir. Şekillerin

türü sadece benzerlik için değil benzer olmayan şekilleri bulmak için de kullanılabilir. Öğrenciler kendilerine verilen farklı boyutlardaki dikdörtgenlerin benzer olmadıklarını birisinin daha büyük ve geniş olduğundan kaynaklandığı şeklinde açıklamışlardır. Ayrıca bu stratejiyi kullanan öğrenciler şekillerin türlerini somutlaştırarak da benzer olup olmadıklarına karar verirler. Örneğin küçük dikdörtgenin bir defter sayfasına benzediğini büyük dikdörtgenin ise masa yapılmak için kullanılan çok büyük bir odun parçasına benzediğini ve bu yüzden de benzer olmadıklarını ifade ederler.

Göreceli konumlama stratejisi iki şeklin benzerliğinin içerilerine yerleştirilen şekillerin konumlarına bağlı olduğu strateji türüdür. Bu stratejiye göre içerisindeki şekillerin konumları değişmiyorsa bu şekiller benzer, değişiyorsa benzer değildirler. Cox (2008) yaptığı çalışmada bu strateji için tasarlanan etkinlikte paralelkenarın içerisine kız figürü yerleştirmiş ve öğrencilerin şeklin boyutundan ziyade konumuna odaklandıkları görülmüştür (Şekil 6). Örneğin şekil 6'daki üçüncü görselde (#3.6) kız figürü paralel kenarın ortasından aşağıya doğru hareket ettiğinden bu paralelkenarların benzer olmadıkları ifade edilmiştir.



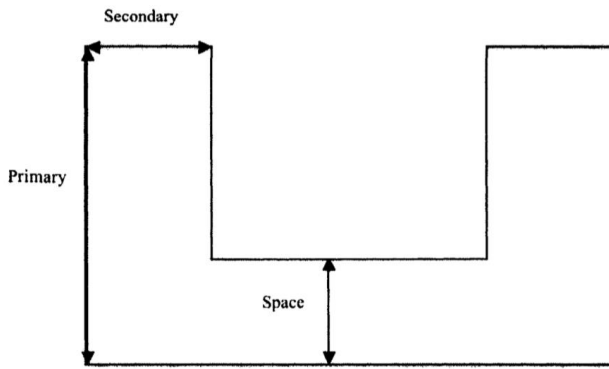
Şekil 6. Paralelkenarların içerilerine yerleştiren kız figürü (Cox, 2008)

1.7.2.1.2. Açıya Dayalı Stratejiler (The Angle Type Strategy)

Bu stratejide öğrenciler karşılıklı gelen açıları eş olan şekillerin benzer, açıları eş olmayan şekillerin ise benzer olmadığını ifade eder. Bu strateji dikdörtgen gibi bütün açıları eş olan geometrik şekillerden ziyade paralelkenar gibi açı farklılıkları önemli olan şekillerde ortaya çıkmaktadır. Örneğin benzer olmayan iki paralelkenar için öğrenciler paralelkenarlardan birisinin diğerinden daha büyük açılı olduğu ve bu yüzden de benzer olamayacakları şeklinde açıklamalar yapmışlardır.

1.7.2.1.3. Uzunluğa Dayalı Stratejiler (Length Type Strategies)

Bu stratejide öğrenciler şekillerin benzer olup olmadıklarını bulurken birincil uzunluk (primary length), ikincil uzunluk (secondary length) ve boşluk uzunluğu (space length) olmak üzere üç farklı uzunluk ölçüsü kullanırlar. Birincil uzunluk şeklin genişliğini ve yüksekliğini tanımlayan uzunluktur. Birinci uzunluk dışında kalan diğer kenarlar ikincil uzunluktur. Boşluk uzunluğu ise herhangi bir çizgi ile belirlenmemiş olan şekildeki bir aralığın uzunluğudur (şekil 7).



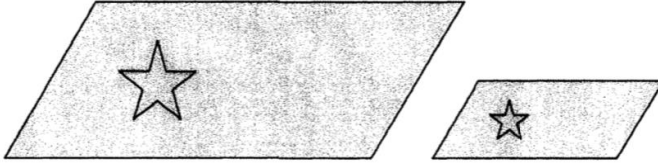
Şekil 7. Uzunluk çeşitlerinin gösterimi (Cox, 2008)

Öğrencilerin bu uzunluk çeşitlerini karşılaştırıp kullanmasıyla birbirlerine karşılık gelen uzunlukları karşılaştırma (Corresponding Length Comparison) ve sabit boşluk stratejisi (The Constant Gap Strategy) olmak üzere iki ayrı strateji ortaya çıkmıştır.

Birbirlerine karşılık gelen kenar uzunluklarını karşılaştırma stratejisinde bir uzunluk ona karşılık gelen uzunluk ile aynıysa benzer, aynı değilse benzer değildir şeklinde tanımlanır ve bu stratejide öğrenciler sadece iki kenar uzunluğu arasındaki karşılaştırmaya dayanarak benzerlik konusunda karar verirler. Bu stratejide şekillerin benzerliğine dair “iki şekil de aynı boylarda oldukları için benzerdirler” veya “biri diğerinden daha uzun olduğu için benzer değildirler” gibi yorumlar yapıldığı bulunmuştur.

Sabit boşluk stratejisinde şekillerin benzerliği şekiller arasındaki boşluklar aynı uzunlukta ise benzer, farklı uzunlukta ise benzer değildirler şeklindeki tanımlanır. Bu strateji şeklin boyunun uzamasına karşın şeklindeki boşlukların sabit kalması düşüncesine dayanır. Örneğin şekil 8’de verilen içerisine yıldız şekli yerleştirilmiş ve içerisindeki yıldızın da paralelkenarla birlikte aynı ölçüde ölçeklendirildiği benzer iki paralelkenarın

benzer olmadıklarını iddia eden öğrencinin yıldızın sol tarafındaki boşluğun ikinci şekilde daha az olmasından kaynaklandığını dile getirmiştir. Burada öğrenciler birincil ve ikincil uzunlukların değişmesine rağmen boşluğun uzunluğunun sabit kalması gerektiğini düşünmektedirler.



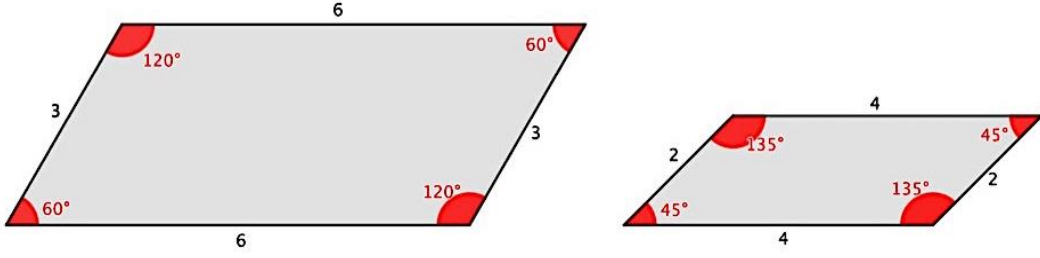
Şekil 8. İçerisine yıldız şekli yerleştirilmiş benzer iki paralelkenar (Cox, 2008)

1.7.2.1.4. İlişkiye Dayalı Stratejiler (Relationship Type Strategies)

İkisi sayısal biri nitel ilişkilere dayanan stratejiler olmak üzere ilişkiye dayalı üç farklı strateji vardır. Sabit fark stratejisi (The Constant Difference Strategy) ve sabit oran stratejisi (The Constant Ratio Strategy) sayısal ilişkilere, niteliksel ilişki stratejisi (The Qualitative Relationship Strategy) ise niteliksel ilişkilere dayalı stratejilerdir.

İki şeklin birbirine karşılıklı gelen kenar uzunlukları arasında sabit bir fark var ise bu şekiller benzer, yok ise benzer değildir şeklinde tanımlanan sabit fark stratejisi diğer çalışmalarda (Lamon, 1993) toplamsal stratejisi ile ilişkili olarak da ele alınır. Bu stratejinin sayısal olarak uygulanışında öğrenciler iki şeklin karşılıklı gelen kenar uzunlukları arasındaki farka bakarak benzer olup olmadıklarına karar verirler.

Sabit oran stratejisinde iki şeklin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları arasında sabit bir oran varsa bu şekiller benzer, sabit bir oran yoksa bu şekiller benzer değildir. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler açılardan ziyade kenarlar arasındaki sabit orana odaklandıkları için şekil 9’da verilen örnekteki gibi açılarının da önemli olduğu paralelkenar gibi şekillerde yanlış sonuca ulaşırlar ya da birden fazla karşılıklı kenarlar arasındaki sabit oranın incelenmesini gerektiren şekil 10’daki gibi çokgenden oluşan U harfi şeklindeki şekillerde de doğru sonuca ulaşmak zorlaşacaktır.



Şekil 9. Birbirine karşılık gelen açıları farklı, kenar uzunlukları ise orantılı olan paralelkenarlara örnek



Şekil 10. Birden fazla karşılıklı kenarlar arasındaki oranın incelenmesini gerektiren dikkörtgenlerden oluşan U harfi (Cox, 2008)

İlişkiye dayalı stratejilerin sonuncusu olan niteliksel ilişki stratejisi ise iki şeklin bileşenleri arasında sürekli bir ilişki varsa bu şekiller benzer, sürekli bir ilişki yok ise benzer değildir şeklinde ifade edilir. Bu stratejide iki şekil arasındaki benzerlik ilişkisi tanımlanırken “fark” ve “oran” gibi belirli bir sayısal yapıya işaret eden terimler yerine göreceli olan “daha büyük”, “daha küçük” veya “aynı” şeklindeki nitel terimler kullanılır. Şekil 6’da verilen üçüncü görselde içerisinde kız figürü olan paralelkenar üzerinden bu stratejiye yönelik üç farklı yaklaşım incelenecek olursa dışsal ilişkinin kullanıldığı ilk yaklaşımda paralelkenar büyümesine rağmen içindeki kız figürü aynı boyda kaldığı için benzer değildirler. İçsel ilişkinin kullanıldığı ikinci yaklaşımda ise kız figürü ile paralelkenarın yükseklikleri arasındaki ilişkiye bakılarak ilk paralelkenarda kız figürünün paralelkenarın içini tamamen dolduramamasına rağmen ikinci paralelkenarda kız figürü paralelkenarın içini tamamen doldurduğu için benzer değildirler. İçsel ve dışsal ilişkinin birlikte kullanıldığı son yaklaşımda ise paralelkenarın küçülmesine rağmen içindeki kız figürünün küçülmeyip aynı boyda kalması ve ilk paralelkenarda kız figürü paralelkenarın ortasında iken ikinci paralelkenarda kız figürü paralelkenarın içini tam doldurduğu için benzer değildirler.

1.7.2.1.5. Dönüşüm Stratejileri (Transformative Strategies)

Dönüşüm stratejileri kullanan öğrenciler, iki şekilden birinin diğerine dönüştürülüp dönüştürülmeyeceğine dayanarak benzer olup olmadıklarına karar verirler. Genişletme-büzüştürme stratejisi (Dilation Strategy) ve döşeme stratejisi (Tiling Strategy) olmak üzere iki çeşit dönüşüm stratejisi vardır.

Genişletme-büzüştürme stratejisi iki şekilden biri diğerine genişletilerek ya da büzüştürülerek dönüştürebiliyorsa bu şekiller benzerdir şeklinde ifade edilir. Örneğin şekil 11’de verilen paralelkenarlardan biri diğerinin bir köşesinden çekilip genişletilmesiyle oluştuğu için bu paralelkenarlar birbirlerine benzerdirler.



Şekil 11. Genişletme-büzüştürme stratejisini kullanan öğrencinin küçük paralelkenara benzer bir paralelkenarı genişleterek oluşturması (Cox, 2008)

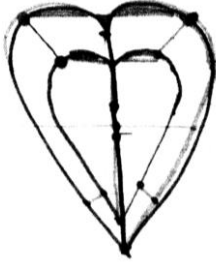
Döşeme stratejisinde iki şekilden küçük olan şeklin birkaç parçası bir araya getirilerek büyük şekli oluşturuyorsa bu şekiller benzerdir. Örneğin bir paralelkenarın içerisine hiç boşluk kalmayacak şekilde aynı yüksekliği sahip dört tane paralelkenar sığdırılabiliyorsa büyük paralelkenar içerisine döşenen küçük paralelkenar ile benzerdir. Fakat bu stratejiyi kullanmak her zaman bu kadar kolay değildir. Örneğin içerisine başka bir şekil yerleştirilmiş çokgenlerde bu stratejiyi kullanmak zorlaşacaktır. Çünkü çokgen büyültüp küçültülürken içerisindeki şeklin boyutu bu stratejide önemsizdir. Ayrıca birbirinin tam katı olmayan şekillerde de küçük şekil ile büyük şeklin içi tam olarak döşenemeyeceğinden bu stratejiyi kullanmak uygun olmayacaktır.

1.7.2.2. İnşa Etme Stratejileri (Construction Strategies)

Cox (2008) yaptığı çalışmasında öğrencilerin, geometrik şekilleri soruda istenilen ölçüde büyütüp küçülterek çizim yapmalarını gerektiren stratejileri inşa etme stratejileri başlığı altında incelemiştir. Bu bölümde öğrencilerin her biri ile birebir mülakat yapılmış ve öğrencilerden çizim yaparken sesli düşünceleri istenilmiştir. Ayrıca öğrencilere önceki etkinliklerdeki performans seviyelerine göre farklı sorular sorulmuş ve bazı sorular öğrencileri üst düzey düşünmeye sevk etmek için biraz daha zorlaştırılmıştır. Bu durum öğrencilerin çok çeşitli stratejiler geliştirebilmesi için yapılmıştır. İnşa etme stratejileri başlığı altında öğrencilerde, görsel stratejiler (visual strategies), toplamsal strateji (additive strategies), arasındaki sayı stratejisi (the betweening strategy), model oluşturma stratejisi (pattern-building strategies), birimselleştirme stratejisi (unitizing) ve fonksiyonel ölçeklendirme stratejisi (functional scaling strategy) olmak üzere altı strateji gözlemlenmiştir.

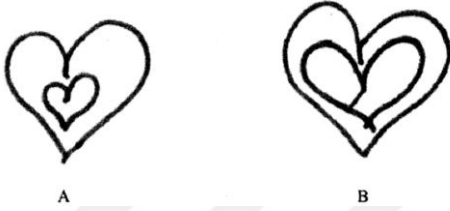
1.7.2.2.1. Görsel Stratejiler (Visual Strategies)

Lamon (1993) çalışmasında görsel stratejileri, çarpımsal stratejilerin kullanılmadığı ve şekillerin sadece görsel olarak yorumlanıp benzer olup olmadığı konusunda tahminde bulunma stratejileri olarak tanımlamıştır. Burada bahsedilen tahminler bilinçsizce yapılan tahminlerden ziyade belli bir mantık çerçevesinde görsel olarak yapılan bilinçli tahminlerdir. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler herhangi bir şeklin daha büyük ölçülerde benzerini oluştururken verilen şekli görsel olarak inceler ve şeklin benzerini çizmeye çalışır. Örneğin Cox (2008) yaptığı çalışmasında bir kalp şeklini öğrencilerden büyültmesini istemiştir. Öğrencilerden birinin örnek çizimi şekil 12’de gösterildiği şekildedir. Öğrenci burada çizimini yaparken verilen şekle bakıp benzerini çizdiğini ve her iki şeklin de merkez noktaları aynı olduğu için benzer olduklarını ifade etmiştir. Öğrencinin yaptığı bu çizim gelişigüzel rastgele yapılmış bir çizim değildir. Daha önceki geometrik oran ve genişletme bilgilerine dayanarak görsel olarak şekli büyültmüştür.



Şekil 12. Birbirine benzer kalp çizimi (Cox, 2008)

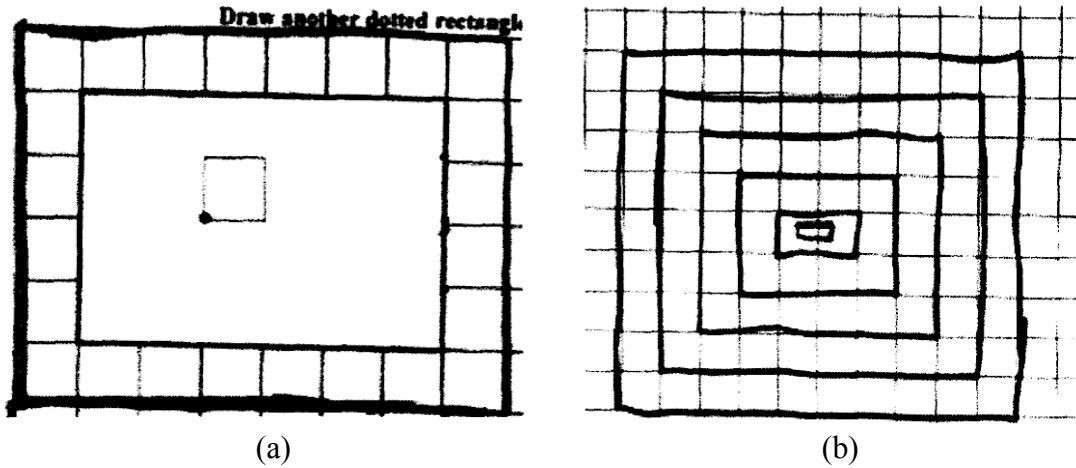
Aynı öğrenciden eş merkezli olduğu halde birbirine benzer olmayan kalpler çizmesi istendiğinde ise öğrenci şekil 13’te verilen kalpleri çizmiştir. Öğrenci, “görsel olarak kalplere baktığımızda gözümüze hoş görünmediğinden ve birinde sağ taraf diğerinde ise sol taraf daha büyük olduğu için bu kalpler benzer değildir” şeklinde bir açıklama yapmıştır.



Şekil 13. Eş merkezli fakat birbirlerine benzer olmayan kalp çizimleri (Cox, 2008)

1.7.2.2.2. Toplamsal Stratejiler (Additive Strategies)

Cox’a (2008) göre en bilinen anlamıyla toplamsal strateji, verilen iki değer arasındaki farkın verilmeyen değeri bulurken verilen üçüncü değere toplamsal olarak eklenmesi stratejisidir. Örneğin kenar uzunlukları 4 ve 6 birim olan bir dikdörtgene benzer dikdörtgen çizmesi istenen öğrencinin her iki kenara da 1 birim ekleyerek 5 ve 7 birim uzunluğunda bir dikdörtgen çizdiği görülmüştür. Daha sonra bu öğrenciye şekil 15a’da gösterilen dikdörtgenlerin iç içe geçmiş dikdörtgenlerin birbirlerine benzer olup olmadıkları sorulduğunda ise öğrenci şekillerin benzer olduklarını dile getirmiştir. Aynı öğrencinin toplamsal strateji ile birbirine benzer dikdörtgenler oluşturabileceği yönündeki düşüncelerinden emin olmak için şekil 14a’da verilen en küçük dikdörtgene benzer dikdörtgenler oluşturması istenmiştir. Öğrencinin yaptığı çizimler şekil 14b’de görüldüğü gibi dikdörtgenden kareye doğru yaklaşmış olmasına rağmen bu öğrencinin toplamsal strateji hakkındaki düşünceleri değişmemiştir.

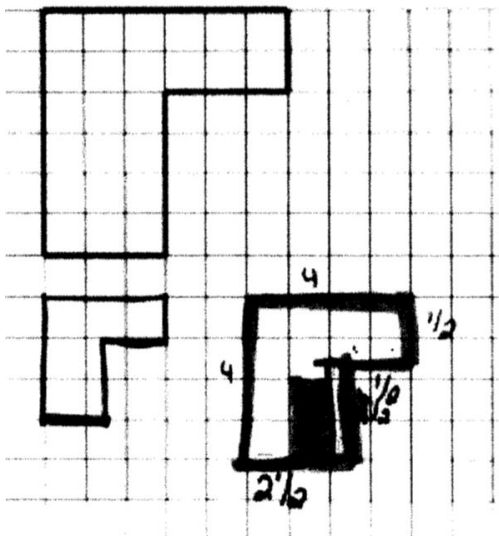


Şekil 14. Toplamsal strateji kullanılarak çizilen benzer dikdörtgenler (Cox, 2008)

Cox sonraki çalışmalarında bu stratejiye çerçeveleme ismini vermiş ve bu stratejiyi özel bir toplamsal strateji olarak ele almıştır. Düzgün çokgenlerde bu strateji doğru sonuca götürmesine rağmen, düzgün olmayan çokgenlerde ise yanlış sonuca götüren bir strateji olduğunu ifade etmiştir. Çerçeveleme stratejisinin daha ayrıntılı açıklamasına ilgili araştırmalar kısmında yer verilmiştir.

1.7.2.2.3. Arasındaki Sayı Stratejisi (The Betweening Strategy)

Toplamsal strateji ile çizilen şekillerde bazı durumlarda orijinal şekle kıyasla daha biçimsiz bir şekil ortaya çıkabilir ve şekillerin birbirlerine benzer olmadıkları net bir biçimde görülebilir. Bu durumda öğrenciler çizdikleri şekillerin beklentileri ölçüsünde benzer olması için bazı değişikliğe gidebilir. Örneğin şekil 15'te gösterildiği üzere altı kenarı olan L harfi biçimindeki bir şeklin orijinal boyutunun yarısına indirilmesi istenildiğinde öğrenciler bütün kenarlar uzunluklarını ikiye bölerek benzer şekli çizmişlerdir. Daha sonra ise 6 birim olan kenarın 4 birim olacak şekilde küçültülmesi istenildiğinde 4 birim, 6 birim ile bunun yarısı olan 3 birim arasında bir değer olduğundan diğer kenarlarda da aynı şekilde kenar uzunluğu ile uzunluğu yarısı arasında olan bir değer alınarak verilen şekil küçültülmüştür.



Şekil 15. Altı ayrı kenarı olan L harfi biçimindeki şeklin küçültülmesi (Cox, 2008)

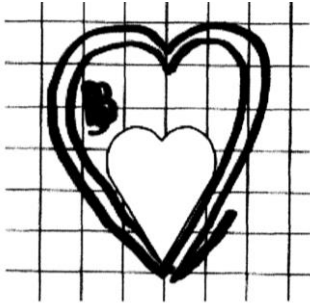
1.7.2.2.4. Örüntü Oluşturma Stratejisi (Pattern-Building Strategies)

Sözlü veya yazılı örüntüler arasındaki sayısal ilişkileri anlamadan bu örüntülerin kullanılmasına dayanan stratejiler örüntü oluşturma stratejileri olarak tanımlanır. Bu stratejiler döşeme (tiling), ortanca terimi bulma (median finding) ve açı eşleştirme (angle matching) olmak üzere üç özel strateji altında açıklanabilir. Döşeme stratejisi önceki etkinliklerde de kullanıldığı için dönüşüm stratejileri başlığı altında açıklanmış olup bu bölümde tekrar ele alınmamıştır.

Ortanca terimi bulma, özellikle çoklu uygulama gerektiren durumlara uygun bir stratejidir. Verilen bir dikdörtgene benzer dikdörtgen oluşturan öğrencilerden, verilen dikdörtgen ile oluşturulan dikdörtgen arasında olan başka bir benzer dikdörtgen çizmeleri istenildiğinde bu stratejiyi kullanmışlardır. Örneğin kenar uzunlukları 4 ve 6 birim olan bir dikdörtgene benzer bir dikdörtgen çizmesi istenilen öğrenci, ilk olarak bu dikdörtgenin iki katını alarak kenar uzunlukları 8 ve 12 birim olan bir dikdörtgen çizmiştir. Burada öğrenciden farklı benzer dikdörtgenler çizmeleri istenilseydi öğrenci yine kenar uzunluklarının tam sayı katını alarak benzer dikdörtgenler oluşturabilme becerisi gösterebilirdi. Fakat bunun yerine öğrenciden çizdiği dikdörtgen daha küçük ama aynı zamanda da ilk verilen dikdörtgenden daha büyük olan başka bir benzer dikdörtgen çizmesi istenilmiştir. Öğrenci iki dikdörtgenin arasında olan benzer dikdörtgenin kenar uzunluklarının 6 ve 9 birim olması gerektiği söylemiştir. Bu durumu ise, “4 ve 8

sayılarının ortasındaki sayı 6'dır, aynı şekilde 6 ve 12 sayılarının ortasındaki sayı da 9'dur" (Cox, 2008 s.118) şeklinde açıklamıştır.

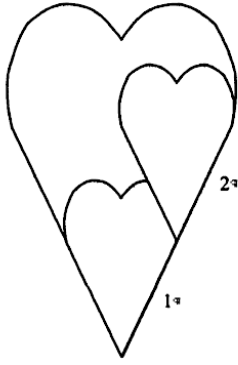
Açı eşleştirme stratejisi özellikle dik açılı olmayan şekillerin benzerliği incelenirken tercih edilen bir stratejidir. Kalp şeklinin büyütülmesi istenilen alıştırma öğrencilerin bu stratejiyi kullandıkları gözlenmiştir. Örneğin şekil 16'da kalp şeklini açı eşleştirme stratejisini kullanan bir öğrencinin çizimi verilmiştir. Çizimden görüldüğü üzere bu öğrenci, çizimine kalp şeklinin alt kısmındaki sivri ucunun açısına eş bir açı çizerek başlamış ve diğer kısımları da bu ölçeklendirmeye göre hafifçe genişleterek şekli tamamlamıştır.



Şekil 16. Açı eşleştirme stratejisinin kullanıldığı kalp şekli (Cox, 2008)

1.7.2.2.5. Birimselleştirme Stratejisi (Unitizing)

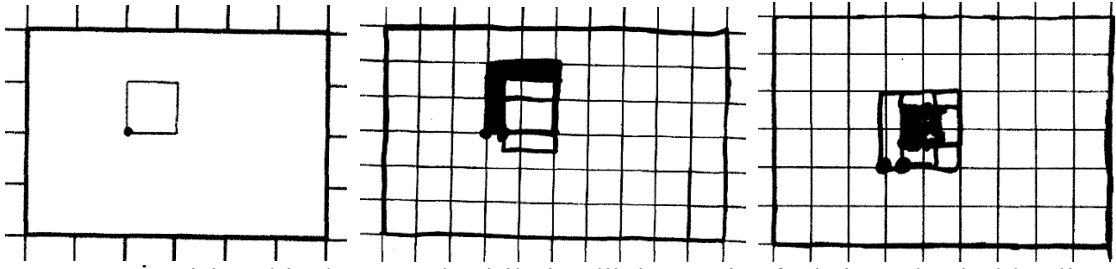
Birimselleştirme, belirli bir miktarı yönetilebilir parçalara ayırma veya yeniden düzenleme eylemidir (Lamon, 1993). Bu stratejide orijinal bir uzunluk birim olarak kullanılır. Benzerlik oranı, benzerliği karşılaştırılan şekillerin kenar uzunluklarındaki birim sayısını gösterir. En karmaşık stratejilerden biri olan birimselleştirme stratejisi döşeme (tiling) stratejisi ile yakından ilgilidir. Ancak birimselleştirmede öğrenciler uzunlukları tam bir sayı olmanın yanında birimler olarak görürler. Cox (2008), yaptığı çalışmada, öğrenciler kalp şeklini büyütürken bu stratejiyi kullanmışlardır. Şekil 17'de gösterildiği üzere kalp şeklini büyüten öğrenci kalbin bir kenarını bir ölçü birimi olarak alıp, bu ölçüye göre iki kat daha büyük bir uzunluk çizerek şekli büyötmüştür.



Şekil 17. Kalbin bir kenarını ölçü birimi olarak alıp şekli büyütme (Cox, 2008)

1.7.2.2.6. Fonksiyonel Ölçeklendirme Stratejisi (Functional Scaling)

Cox (2008)'un yaptığı çalışmasında fonksiyonel ölçeklendirme stratejisi öğrenciler tarafından en çok tercih edilen strateji olmuştur. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler verilen şeklin benzerini oluşturmada önce, kenar uzunluklarını verilen ölçü ile çarpmışlardır. Daha sonra ise buldukları uzunluklara göre çizimlerini yapmışlardır. Bu yüzden, birimselleştirme ve model oluşturma stratejilerinden farklı olarak bu stratejiyi kullanan öğrenciler çizimlerini yapmadan önce cebirsel işlemler yaptıkları için çizecekleri kenarların uzunluklarının ne kadar olması gerektiğini bilmektedir. Örneğin, kenar uzunlukları 4 ve 6 birim olan dikdörtgenin 1,5 katı büyüğünü çizmeleri istenilen öğrenciler önce 4 ve 6'yı 1,5 ile çarparak 6 ve 9 birimi bulup daha sonra bu birimlere göre kareli kâğıt üzerinde istenilen dikdörtgeni çizmişlerdir. Cox (2008), bu stratejiyi kullanan öğrencilerin görsel muhakemeden geometrik orantılı muhakemeye geçişte daha başarılı olduklarını dile getirmesine rağmen, bazı öğrencilerin problemlerde bu stratejiyi doğru bir şekilde kullanamadıkları görülmüştür. Örneğin, içerisine kare yerleştirilmiş dikdörtgenin 1,5 oranında büyütülmesi istenilen problemde şekil 18'de gösterildiği üzere öğrencilerin dikdörtgeni doğru bir şekilde büyütebilmesine rağmen içerisindeki karenin konumunu tam olarak belirleyememişlerdir. 1x1'lik karenin 1,5 oranında büyütüldüğünde 1,5 x 1,5'luk bir kare olması gerektiğinin hesaplamış ama konumundan emin olamayıp üst üste farklı çizimler yapmışlardır. Bu tür çizimlerin sebebinin ise dikdörtgen ile kare arasındaki boşluklara doğru bir şekilde ölçeklendirme yapılamamış olmasından kaynaklandığı ifade edilmektedir.

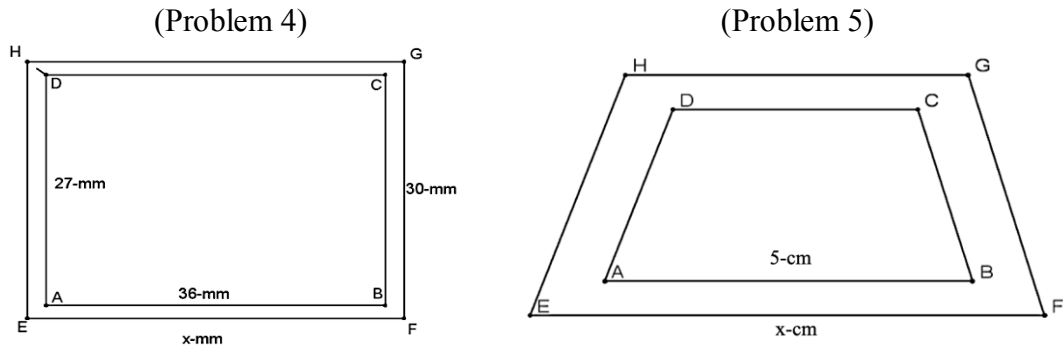


Şekil 18. İçerisine bir kare yerleştirilmiş dikdörtgenin fonksiyonel ölçeklendirme stratejisine göre büyütülmesi (Cox, 2008)

1.7.3. İlgili Araştırmalar

Bu kısımda matematik eğitiminde yapılmış, ve araştırmamızla ilgili olan geometrik benzerlik üzerine yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir.

Arıcan vd. (2018), ortaokul matematik öğretmen adaylarının benzerlik ile ilgili problemleri çözerken kullandıkları stratejileri belirlemeye yönelik yaptıkları çalışmalarında 32 öğretmen adayına beş tane benzerlik probleminden oluşan benzerlik testi uygulamışlar ve bu teste verilen yanıtlar doğrultusunda üç öğrenmen adayıyla da bireysel yarı yapılandırılmış görüşme yapmışlardır. Problemlerin son iki tanesini alışılmışın dışında, çokgenlerin iç içe yerleştirilerek büyütülmüş hallerinin verildiği problemlerdir (Şekil 19).

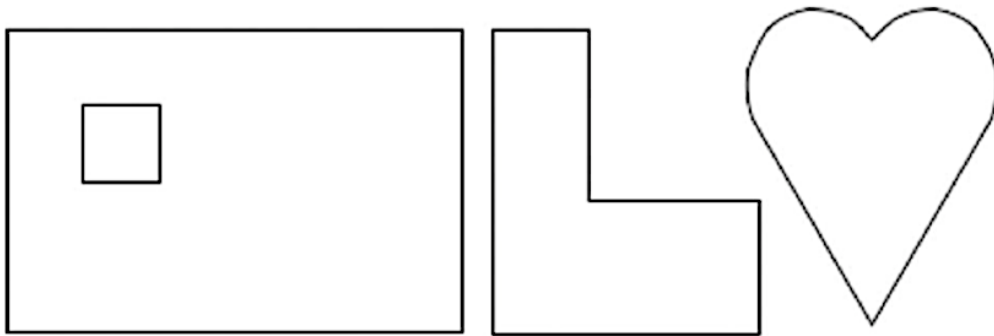


Şekil 19. İç içe yerleştirilmiş birbirlerine benzer dikdörtgen ve ikizkenar yamuklar (Arıcan vd., 2018)

Bu problemlerde, öğretmen adaylarının en çok şekil 19'da verilen beşinci problemde zorlandıkları görülmüştür. İki yamukun benzerlik oranının 2:3 olarak verildiği problemde öğretmen adayları bu oranı doğru bir şekilde ifade edememiş ve 32 öğretmen adayının 19 tanesi bu soruyu ya boş bırakmış ya da yanlış çözmüştür. Bu durumu, öğretmen adaylarının küçük yamukun 2:3 oranında genişleyerek büyük yamuku

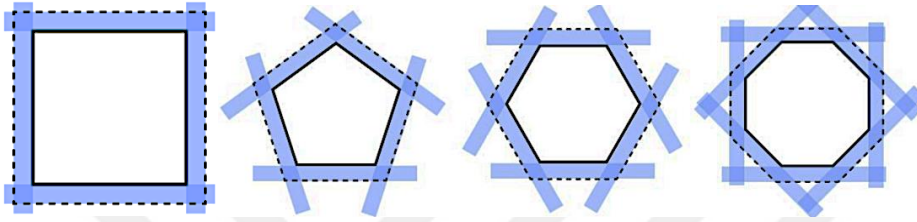
oluşturmasını anlamada güçlük çektiklerinin bir göstergesi olarak yorumlamışlardır. Bu nedenle öğrencilere alışılmışın dışında geometrik şekiller sunmanın, onların benzerliği anlamalarına ve orantılı ilişkileri belirleyebilmelerine yardımcı olabileceği önerilmiştir. Ayrıca araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğretmen adaylarının benzerlik problemlerini çözerken sınırlı sayıda strateji kullandıklarını ve genellikle çözümlerinde çarpma stratejisini tercih ettiklerini ortaya koymuşlardır. Sadece birkaç öğretmen adayının verilen geometrik şekillerin karşılıklı kenarları arasındaki orantısal ilişkiyi açıklayabildiği görülmüştür. Öğretmen adaylarının çarpımsal stratejilere aşırı bağlılığı bu orantısal ilişkilerin tanımlanmasını sınırlandırmıştır.

Cox (2013), öğrencilerin benzerlik anlayışlarını belirlemeye yönelik yaptığı çalışmada 21 ortaokul öğrencisiyle klinik görüşmeler yaparak öğrencilerin çeşitli geometrik şekilleri büyütüp küçültmelerini istemiştir. Öğrencilerin hem geometrik hem de sayısal muhakeme içeren çeşitli stratejiler kullandıkları görülmüştür. Sayısal muhakemenin sınırlarını araştırmak ve öğrencilerin görsel muhakeme becerilerini en üst dereceye çıkarmak çıkan standart geometrik şekillerin yanında şekil 20'deki gibi yaygın olmayan geometrik şekillere de yer verilmiştir. Öğrencilerin bu tür şekilleri büyütüp küçültürken genellikle görsel ve sayısal akıl yürütme stratejilerini birlikte kullandıklarını belirtmektedir. Örneğin öğrenciler kâğıt üzerinde bir şeklin büyütülmüş bir versiyonunu çizdikten sonra, herhangi bir bozukluk olup olmadığını kontrol etmek için ortaya çıkan figürlerini görsel olarak incelemişlerdir. Görüşme verilerinin analizi, öğrencilere daha karmaşık geometrik figürleri büyütüp küçültmelerini gerektiren alıştırma yapmalarına fırsat vermenin şekillerin ölçülebilir özellikleri ile sayısal ilişkiler kurabilme yeteneklerini geliştirdiğini göstermiştir.



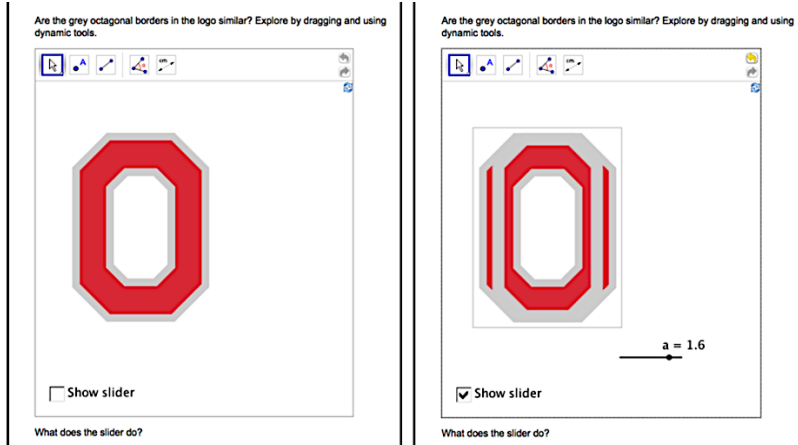
Şekil 20. Öğrencilerden büyütülüp küçültülmesi istenilen şekiller (Cox, 2013)

Edwards ve Cox (2011), geometrik bir nesnenin etrafına sabit genişlikte kenarlık ekleme veya çıkarma işlemi olarak tanımlanan çerçeveleme tekniği kullanılarak oluşturulan şekillerin birbirlerine benzer olup olmadıklarını inceledikleri çalışmalarında bu teknik kullanılarak oluşan benzer olmayan şekillere odaklanarak öğrencilerdeki kavram yanlışlarını gidermeye çalışmışlardır. Şekil 21’de görüldüğü üzere düzgün çokgenlerde bu teknik kullanılarak birbirine benzer şekiller oluşturulurken, düzgün olmayan çokgenlerde bu teknik ile benzer çokgenler oluşturulamamıştır.



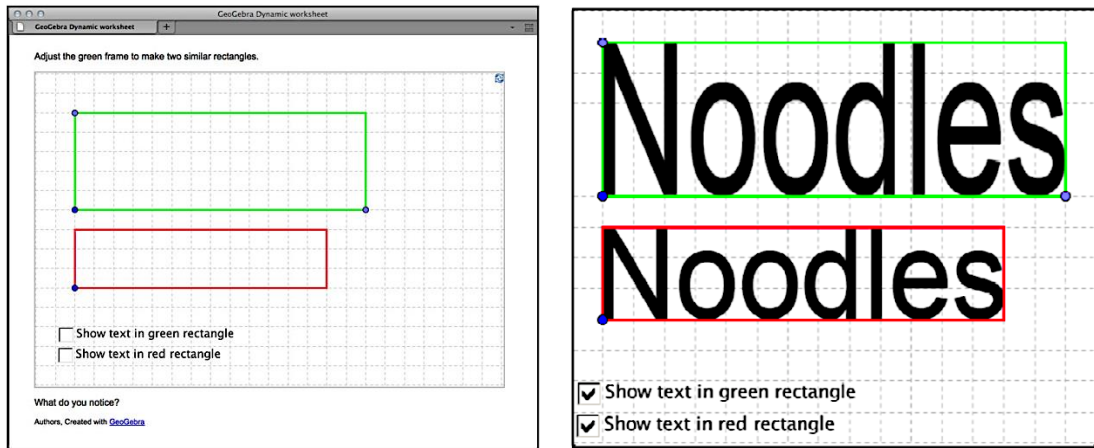
Şekil 21. Çerçeveleme tekniğinin düzgün çokgenlerde uygulanışı (Edwards ve Cox, 2011)

Öğrencilerin oluşturdukları hatalı benzer çokgenlerdeki kavram yanlışlarını gidermeye çalışmak ve onları toplamsal strateji düşüncesinden uzaklaştırmak için dinamik geometri yazılımı aracılığıyla çeşitli etkinlikler tasarlamışlardır. Bu alıştırmalar üzerinden çerçeveleme tekniği ile oluşturulan şekillerin her zaman benzer olmayacağını öğrencilerin fark etmesi sağlanmıştır. Örneğin sekizgen biçimindeki şekil 22’deki logonun iç ve dış çerçevelerinin birbirlerine benzer olup olmadığı öğrencilere sorulmuş ve dinamik geometri yazılımı ile logonun dışındaki çerçeveyi değiştirerek benzerlik öğrencilere yorumlatılmıştır. Öğrenciler, logonun değiştirilmesiyle içeride oluşan ikinci bir çerçevenin dış çerçeve ile aynı yüksekliğe sahip olduğunu, ancak genişlikleri farklı olduğu için bu sekizgenlerin benzer olmadıklarını ifade etmiştir.



Şekil 22. Sekizgen çerçeveli dinamik logo alıştırması (Edwards ve Cox, 2011)

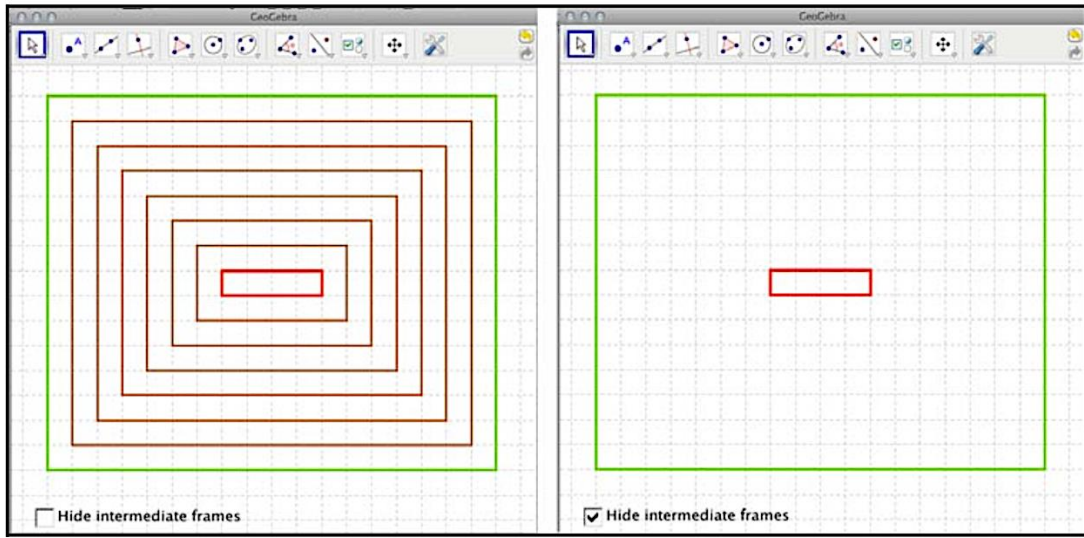
Edwards ve Cox (2011), çerçeveleme tekniğinde düzgün olmayan çokgenlerle çalışırken öğrencilerin kavram yanılgılarının farkına varmalarının daha zor olduğunu ifade ederek bu zorluğun üstesinden gelebilmeleri için düzgün olmayan çokgenlerin içerisine metin ya da fotoğraf gibi grafiksel nesnelerin yerleştirilmesi gerektiğini öne sürmüşlerdir. Bu doğrultuda düzgün olmayan çokgenlerle yaptıkları alıştırmada dikdörtgenlerin içerisine metin yerleştirmişlerdir. Öğrenciler önce, verilen dikdörtgene benzer olduğunu düşündükleri dikdörtgeni oluşturmuş daha sonrasında ise dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilmiş metinlere göre yaptıklarını kontrol etmişlerdir (Şekil 23).



Şekil 23. Dinamik benzer dikdörtgenler alıştırması (Edwards ve Cox, 2011)

Bazı denemelerden sonra öğrenciler, iki dikdörtgendeki metinlerin özellikle o harflerinin farklı görüldüğünü ifade etmiş ve oluşturdukları dikdörtgenlerin benzer olmadıklarını kavramıştır. Dikdörtgenlerle ilgili yapılan diğer bir alıştırmada ise verilen

dikdörtgenin etrafı çerçevelerle genişletilerek birbirine benzer dikdörtgenler oluşturulmuştur. Şekil 24'te verildiği üzere bu ardışık çerçeveler ile dikdörtgenin şeklinin kareye dönüşmeye başladığı öğrenciler tarafından görülmüştür. Çizimdeki ara çerçeveler gizlenerek en son oluşturulan çokgen ile başlangıçtaki çokgenin benzer olmadığı daha belirgin bir şekilde görülmüştür. Yapılan bu alıştırılardan sonra öğrenciler, çerçeveleme tekniği ile birbirine benzer dikdörtgenler oluşturulamayacağını ve bu yöntemin düzgün olmayan çokgenlerde geçerli olamayacağını fark etmişlerdir.



Şekil 24. Tekrar eden çerçeveleme işlemi ve aynı şeklin ara çerçeveleri gizlenmiş hali (Edwards ve Cox, 2011)

Lehrer vd. (2002) ilkökul 3. sınıfta öğrenim gören 23 öğrenci ile yaptıkları çalışmada, öğrencilerin matematiksel benzerliği anlamlandırmalarına ilişkin çoklu düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Bu amaçla öğrencilere, iki boyutlu geometrik şekillerle ilgili çalışmaları için çeşitli dikdörtgenler ve üç boyutlu geometrik cisimlerle çalışmaları için ise çeşitli silindirler verilmiştir. Daha sonra ise öğrencilerden bunların kendi aralarında belli bir kurala göre sınıflandırılmaları istenilmiştir. Ölçeklendirme, büyütüp-küçültme ve sınıflandırma temeline dayanan metaforlar ile öğrenciler, günlük hayatta karşılaştıkları benzerlik deneyimlerini matematik ile ilişkilendirip benzerliği yeniden tanımlamışlardır.

Dikdörtgenler ile yapılan etkinlikte öğrencilere 1:2, 1:4 ve 2:3 benzerlik oranlarına sahip 12 adet dikdörtgen verilmiştir. Bu dikdörtgenlerden benzer olanları belirleyen öğrenciler, dikdörtgenler arasındaki ilişkiyi önce sözel olarak daha sonra ise cebirsel

olarak ifade etmişlerdir. Verilen dikdörtgenleri ilk önce görsel olarak inceleyen öğrenciler, birinin diğerinden daha şişman, zayıf ya da geniş olduğuna yönelik açıklamalarda bulunmuştur. Benzer olduğunu düşündükleri dikdörtgenleri üst üste yerleştirdiğinde büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgenin büyütülmesi ile elde edildiğini fark etmişlerdir. Daha sonra ise benzer olduğuna karar verdikleri dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade edip jestlerle bu durumu açıklamışlardır. Örneğin, kenarları arasında dörtte biri oranında bir ilişki olan dikdörtgenler için $4 \times KK(\text{kısa kenar}) = UK(\text{uzun kenar})$ ve $1/4 \times UK = KK$ şeklinde eşitlikler yazmışlardır. Alışılmışın dışında yazılmış olsalar da aslında bu iki cebirsel gösterimin aynı durumu ifade ettiği belirtilmiştir. Bunu belirtmek için öğrencilerden biri dikdörtgenin uzun kenarını parmağı ile hayali olarak dört eşit parçaya böldüğünü jestler kullanarak göstermiştir. Daha sonra bu parçalardan birini çevirip kısa kenarın yanına koyarsak, kısa kenara eşit olduğunu görürüz şeklinde bir çevirme hareketi jesti ile dikdörtgenin kenarları arasındaki dörtte bir ilişkisini açıklamıştır. Bu süreçlerden sonra benzer olduğuna karar verdikleri dikdörtgenleri ise bir koordinat sistemi üzerine yerleştirmeleri istenildiğinde dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğru üzerinde olduğunu fark etmişlerdir. Üçüncü sınıf öğrencileri köşegen kavramını bilmedikleri için bunun yerine benzer dikdörtgenlerin çapraz doğrularının aynı noktalardan geçtiğini ifade etmişlerdir. Bu ifadelerini elleriyle çapraz doğruyu gösteren jestler yaparak (parmaklarını orijin noktasına yerleştirip yukarıya doğru sürüklemeye hareketi şeklinde) da desteklemişlerdir.

Öğrencilerden benzer silindirleri sınıflandırmaları istenilen, çalışmanın ikinci aşamasında plastik pipet çubuk farklı boyutlarda kesilip oluşan silindirler incelenmiştir. İlk olarak aynı pipetten kesilerek elde edilen bütün silindirlerin büyük olan silindirin küçültülmüş hali olduğu için birbirlerine benzer olduklarını iddia edilmiş ve bu durum metaforik olarak pamuklu çamaşırların yıkandığı zaman küçülmelerine benzetilerek açıklanmıştır. Öğrencilerin bu yanlış anlamlandırmalarını gidermek için onlara, silindirin sadece yüksekliği değil taban çevresi de küçültülmüş olsaydı nasıl olurdu diye sorulmuştur. Öğrenciler bu durumu yine jestleri kullanarak açıklamıştır. Silindirin önce dikey olarak sonra da yatay olarak ortadan ikiye bölünmesi gerektiğini elleriyle işaret ederek göstermişlerdir. Ayrıca silindirin hem eninin ben de boyunun değişeceğini ellerindeki plastik pipeti sıkıştırarak belirtmişlerdir. Daha sonra ise oluşan küçük silindirlerin her birinin başlangıçtaki silindirlere benzer olduklarını açıklamışlardır. Çalışmanın sonucunda öğrenciler bütün dikdörtgenlerin ve silindirlerin birbirlerine

benzer olmadıklarının farkına varırken benzer şekillerin kenar uzunlukları arasında da bir ilişki olması gerektiğini keşfetmişlerdir. Ayrıca birbirine benzer sonsuz sayıda dikdörtgen ve silindir çizilebileceğini de ifade etmişlerdir.

Seago, Jacobs, Driscoll, Nikula, Matassa ve Callahan (2013), yaptıkları çalışmada benzerliğin dönüşüm temelli ve statik temelli yaklaşımlarını karşılaştırarak bu iki yöntemi kullanan öğrencilerin çözümlerini incelemişlerdir. Benzerlik özellikle ortaokul düzeyinde iki şekil arasındaki sayısal ilişkinin kavramsallaştırılmasına dayanmaktadır. Bu ilişki statik temelli yaklaşım olarak tanımlanmıştır. Örneğin iki dik üçgenin benzerliği incelenirken birbirine karşılık gelen dik kenarların oranına bakılarak bu üçgenlerin birbirinin katı olup olmadığına karar verebilir. Ya da her bir üçgende, dik kenar uzunlukları kendi içinde oranlanarak elde edilen oranların aynı olup olmadığına göre bu üçgenlerin benzerliği hakkında çıkarımlarda bulunulabilir. Buna karşılık, dönüşüm temelli bir yaklaşıma göre şekillerin benzerliği incelenirken bu şekillerin birbirinin büyütülmüş ya da küçültülmüş hali olup olmadığına bakılır. Bu yaklaşıma göre, iki şekil dönüşüm yoluyla yani öteleme, dönme, yansıma ve genişletme işlemlerinin herhangi bir kombinasyonu ile birbirine dönüşebiliyorsa bu şekiller birbirine benzerdir. Örneğin, bir dik üçgenin köşelerinden herhangi biri genişletme merkezi olarak kabul edilip diğer kenarları üçgenin eğimini değiştirmeyecek şekilde uzatılırsa birbirine benzer sonsuz tane dik üçgen çizilebilir. Bu çalışmada öğrencilerin kullandıkları statik ve dönüşüm temelli yöntemlerin farkı, benzer dikdörtgenlerin belirlenmesini içeren problemler üzerinden incelenmiştir.

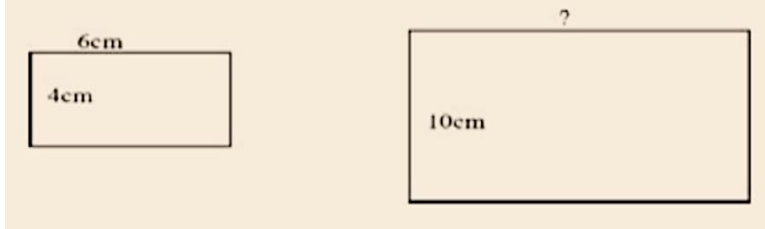
Seago vd. (2013) tarafından yapılan çalışmada öğrencilere üç tanesi birbirine benzer olan dörtlü dikdörtgen grupları verilmiş ve her bir gruptaki benzer olmayan dikdörtgeni 6. ve 8. Sınıf öğrencilerinden bulmaları istenilmiştir. Genel olarak öğrencilerin benzer olmayan dikdörtgenleri statik temelli yöntemle belirledikleri görülmüştür. Bu yöntemi kullanan öğrenciler dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki sayısal ilişkileri farklı şekilde yorumlamışlardır. Örneğin, kenar uzunlukları 1×2 , 2×3 , 3×6 ve 2×4 olan dikdörtgenlerden 2×3 dikdörtgeninin diğerlerine benzer olmadığını statik yöntemle belirleyen iki 6.sınıf öğrencisi, bu durumu iki farklı şekilde açıklamıştır. Öğrencilerden biri kısa kenar uzunluğu uzun kenar uzunluğunun yarısı olduğu için 1×2 , 2×4 ve 3×6 dikdörtgenlerinin birbirlerine benzer olduğunu, 3'ün yarısı 2 olmadığı için 2×3 dikdörtgeninin ise bu dikdörtgenlerden farklı olduğunu dile getirmiştir. Diğer öğrenci ise aynı soruda 1×2 , 2×4 ve 3×6 dikdörtgenlerinde her defasında kısa kenara

1 birim, uzun kenara da 2 birim eklendiği için bu dikdörtgenlerin birbirinin genişletilmiş hali olduğunu, 2x3 dikdörtgeninin ise bu kurala uymadığı için diğerlerinden farklı olduğunu ifade etmiştir. Burada her iki öğrencinin de odak noktası dikdörtgenlerin birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarını karşılaştırmak olsa da bu durumu ikisi de farklı şekilde açıklamışlardır. Birinci öğrenci dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi biri diğerinin 2 katı olmalı şeklinde çarpımsal bir akıl yürütme ile ifade ederken, ikinci öğrenci ise dikdörtgenlerin kenar uzunluklara kaç birim eklenmeli diye düşünerek toplamsal bir yaklaşımla dile getirmiştir.

Aynı soruyu dönüşüm temelli yöntemle çözen 8. sınıf öğrencisi ise verilen dikdörtgenleri asetat kâğıdına çizip bir köşeleri ortak olacak şekilde üst üste yerleştirmiş ve bu dikdörtgenlerin köşegenlerinin ortak olduğunu fark etmiştir. Ortak köşeyi genişletme merkezi olarak kabul edip kenar uzunlukları aynı doğrultuda olan bu dikdörtgenlerin birbirlerinin genişletilmiş hali olduklarını ve bu yüzden de benzer olduklarını ifade etmiştir. Yani bu öğrenci dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında herhangi bir ölçüm yapmadan genişletme doğrusuna göre kenarları uzatıp benzer olup olmadıklarını görsel olarak incelemiştir.

Son (2013), 57 ilköğretim ve ortaöğretim öğretmen adayının pedagojik alan bilgisini geometrik benzerlik ile ilişkilendirerek incelediği çalışmasında bir öğretim senaryosuyla öğrencilerin benzer şekillerde verilmeyen kenar uzunluğunu bulurken yaptıkları hataları öğretmen adaylarına yorumlatmıştır. Öğrencilerin yaptıkları hatalar öğretmen adaylarına yorumlatılırken özellikle verilmeyen kenar uzunluğunu toplamsal strateji kullanarak yanlış bulan öğrencilerin yaptıkları hatalara yer verilmiştir. Örneğin şekil 25'te verilen benzer dikdörtgenlerde verilmeyen kenarın uzunluğunu 12 cm bulan bir öğrenciye bu cevabını nasıl bulduğu sorulduğunda $4+2=6$ ve $10+2=12$ olmalı şeklinde açıklama yapmıştır. Öğretmen adaylarından ise bu öğrencinin yaptığı açıklamanın matematiksel olarak doğru olup olmadığını, eğer doğru değilse öğrencinin yaptığı hatayı ve bu öğrenciye verilebilecek cevabı açıklamaları istenmiştir. Son (2013)'a göre benzer şekillerde verilmeyen değeri bulmayı içeren bu tarz soruları doğru çözebilmek için bir öğrencinin sahip olması gereken özellikler şunlardır: (1) Geometrik benzerlik kavramını anlamak; (2) şekiller arasındaki uzunlukları ve genişlikleri karşılaştırarak veya iki şekil arasında bir benzerlik oranı belirleyerek benzer şekillerdeki orantıyı tanıyabilmek; (3) oran, orantı veya benzerlik oranını kullanarak benzer iki şekil arasındaki ilişkiyi açıklamak; ve (4) hesaplamayı doğru şekilde yapmak. Çalışmada öğrencilerin oran arası

(between ratio), oran içi (within ratio) ve benzerlik oranı (scale factor) olmak üzere üç farklı oran yöntemi kullanarak doğru çözüm ulaştıkları görülmüştür.



Şekil 25. Benzer şekillerde verilmeyen kenarın uzunluğunu bulma (Son, 2013)

Oran arası yöntemini şekil 25'te verilen benzer dikdörtgenler üzerinden ele alacak olursak kısa kenarlar benzer olduğundan uzun kenarlar da benzer olacak şekilde 6 cm olan kenara karşılık bir uzun kenar olmalıdır. Bu yöntem $\frac{1.kısa kenar}{2.kısa kenar} = \frac{1.uzun kenar}{2.uzun kenar}$ olacak şekilde $\frac{4}{10} = \frac{6}{x}$ şeklinde yazılıp içler-dışlar çarpımı yapılarak doğru sonuca ulaşma yöntemi olarak ifade edilmektedir. Oran içi yönteminde dikdörtgenler benzer ise kenarları arasında da sabit bir oran olmalıdır ve bu yüzden birinci dikdörtgenin eni ve boyu arasındaki oran benzer olan ikinci dikdörtgen için de geçerli olmalıdır. Yani $\frac{1.uzun kenar}{1.kısa kenar} = \frac{2.uzun kenar}{2.kısa kenar}$ olacak şekilde $\frac{6}{4} = \frac{x}{10}$ şeklinde yazılıp 6 ile 4 arasındaki orantı kullanılarak x ile 10 arasındaki orantıdan verilmeyen kenar uzunluğuna ulaşılır. Son yöntem olan benzerlik oranı yönteminde ise küçük dikdörtgenin büyük dikdörtgene benzerlik oranı 4:10 olduğundan küçük dikdörtgende 6 cm olan kenarın uzunluğu 4'te 10 oranında genişlerse büyük dikdörtgende verilmeyen kenar uzunluğu $6 \times \frac{10}{4} = 15$ olarak bulunur. Son (2013)'ün çalışmada elde edilen en ilgi çekici sonuç ise öğrencilerin toplamsal stratejiyi kullanarak yaptıkları hatalar benzerliğin kavramsal olarak yanlış anlaşılmasından kaynaklandığı halde öğretmen adayları öğrencilerin soruyu yanlış yorumladığı için hata yaptıklarını ifade etmeleri olmuştur.

Alanyazında benzerlik ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde ülkemizdeki çalışmaların yurt dışındaki çalışmalara oranla daha az olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çokgenlerin benzerliğinde kullandıkları stratejiler üzerine ise ulusal alanyazında herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Hem öğretmen adaylarıyla hem de öğrencilerle çokgenlerin benzerliği üzerine yurt dışında yapılan çalışmalara bakıldığında ise ağırlıklı olarak toplamsal strateji ve benzerlik oranı stratejisine odaklanıldığı görülmüştür (Edwards ve Cox, 2011; Hart, 1988; Son, 2013). Cox (2008, 2013)'ün çalışmalarında ise

strateji türleri daha kapsamlı olarak ele alınmıştır. Bu çalışmada benzerlik, geometrik ve sayısal akıl yürütme becerilerinin her ikisini de içeren bir konu olduğu için tercih edilmiş ve bu akıl yürütme türleri arasındaki ilişkilere odaklanılmıştır. Bunun yanında Cox (2008) yaptığı çalışmada paralelkenar, dikdörtgen gibi çokgenlerin yanında ağırlıklı olarak kalp şekli, ok işareti ve L harfi gibi şekillerdeki benzerlik ilişkilerini incelemiştir. Özellikle benzerlik konusunda ilk akla gelen çokgen olan üçgen ise sadece bir soruda ele alınmıştır. Ancak matematik öğretim programına (MEB, 2018) bakıldığında şekil ve nesnelerin yerine daha çok çokgenler arasındaki benzerlik ilişkilerinin kurulmasının hedeflendiği görülmektedir. Alanyazın incelendiğinde benzerlik kavramını çokgenler üzerinde inceleyen sınırlı sayıda çalışmaya rastlanılmıştır. Bu bağlamda yapılan bu araştırmada daha çok yamuk, kare, eşkenar dörtgen, altıgen ve üçgen gibi ortaokul öğretim programında yer alan çokgenlerin benzerliği incelenmiştir.

Alanyazında çokgenlerin benzerliği üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde ise öğretmen adayları ya da öğrencilerle çoğunlukla bireysel olarak yapılan etkinliklere yer verildiği görülmüştür (Confrey, 1992; Lehrer vd., 1998; Post vd., 1998). Doğal sınıf ortamında ders akışı şeklinde tasarlanan ders içeriklerinin ise kullanılmadığı görülmüştür. Bu açıdan bu çalışmada hazırlanan etkinliklerle doğal sınıf ortamı içerisinde bir ders içeriği tasarlanmış ve öğrencilerin çokgenlerin benzerliğini derinlemesine inceleyip farklı bakış açıları ortaya koyabilmeleri sağlanmıştır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Yöntem

Bu bölümde araştırmada kullanılan desen, çalışma grubu, veri toplama araçları ve toplanan verilerin analizine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

2.2. Araştırmanın Deseni

Öğrencilerin çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede kullandıkları stratejileri belirlemek, derinlemesine incelemek, durumları saptamak ve yorumlanmasını sağlamak amacıyla yapılan bu araştırmada nitel araştırma deseni içerisinde yer alan durum çalışması benimsenmiştir. Durum çalışması, karmaşık, özel ve ilginç bir olgunun, olayın veya durumun kendi koşulları içerisinde incelenmesidir. Durum çalışması “sınırlı bir sistemin derinlemesine tanımlanması ve analiz edilmesi” (Merriam, 2018, s.43) olarak tanımlanmaktadır. Merriam (20018)’a göre sınırlandırılmış sistem araştırılacak olay ve olguyu zaman, mekân, çalışılacak bireyler gibi etkenler bakımından çevreleyen; yani “etrafında sınırlar olan bir birimdir” (s.40).

2.2.1. İçsel (intrinsic) Durum Çalışması

İçsel durum çalışmasında “amaç soyut bir yapıyı ya da genel bir olguyu anlamak değildir” ve teori oluşturmak da hedeflenmemektedir. Daha çok “çalışma belirli bir çocuğa, kliniğe, konferansa ya da müfredata yönelik içsel bir ilgi olduğu için yapılmaktadır” (Merriam, 2018, s.48). Bu araştırmada da öğrenciler kendi doğal ortamlarında yani sınıflarında belirli bir amaç için gözlemlendiğinden içsel durum çalışması (Stake, 2005) yöntemi tercih edilmiştir.

2.3. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2018-2019 eğitim öğretim yılında Rize ilinde bulunan bir ortaokulda öğrenim gören 3’ü kız, 5’i erkek olmak üzere toplam 8 sekizinci sınıf öğrencisi oluşmaktadır. Yıldırım ve Şimşek (2016)’in de belirttiği gibi nitel

araştırmalarda araştırma grubunun geniş olması çoğu zaman mümkün değildir ve durum çalışmaları da ayrıntılı ve derinlemesine bir araştırma yöntemi olduğundan araştırma grubunun büyüklüğünün az olması tercih edilir. Nitel araştırmaların, nicel araştırmalar gibi genelleme yapma amacı da olmadığından az kişiyle derinlemesine çalışmak daha doğru olacaktır. Dolayısıyla bu araştırmada katılımcılar sınırlı sayıda tutulmuş ve öğrencilere Erol, Ömer, Şeyda, Selin, Mehmet, Can, Eren ve Yasemin takma isimleri verilmiştir.

Çalışmanın başında üç kişilik üçerli grup ile araştırmanın yapılması planlanmış olmasına rağmen sınıftaki öğrencilerden bir tanesi özel sebeplerden dolayı belli bir süre sonra okuldan ayrılmış eğitimine başka bir okulda devam etmiştir. Yıldırım ve Şimşek'in (2016) belirttiği üzere sosyal olguların karmaşık yapısı, onların önceden tahmin edilmesi güçleştirmektedir. Nitel araştırma sosyal olguların bu özelliğini dikkate alarak esnek bir araştırma süreci anlayışını benimser. Esnek yaklaşım, nitel araştırma sürecinde ortaya çıkan yeni verilere ve durumlara bağlı olarak, araştırmanın çeşitli boyutlarının yeniden biçimlenebileceğini ilişkilendirir. Yani araştırmanın yönü gerektiği zaman değiştirilebilir, yeni veri toplama araçları geliştirilebilir, var olan veri toplama araçları ortaya çıkan yeni durumlara göre yeniden biçimlendirilebilir, araştırma örneklemi daraltılabilir veya genişletilebilir. Bu yüzden çalışma grubuna yeni bir öğrenci eklemek yerine var olan öğrencilerle çalışmaya devam edilmiş ve çalışma boyunca öğrenciler bir tanesi ikiyeşerli, iki tanesi de üçerli olmak üzere toplam 3 farklı gruba ayrılmış ve yapılan etkinlikler bu şekilde uygulanmıştır. Öğrenciler gruplara ayrılırken matematik dersinde önceki yıllarda göstermiş oldukları başarıları ve öğretmenlerinin görüşleri dikkate alınmıştır. Her grupta çeşitli başarı düzeyine sahip öğrenci olacak şekilde gruplar belirlenmiştir.

2.4. Veri Toplama Süreci

Araştırma konusu belirlendikten sonra konu ile ilgili alanyazın taraması yapılmış ve daha önce yapılan çalışmalar incelenmiştir. Yapılan araştırmalarda kullanılan amaçlar, yöntemler vs. incelenerek alanyazına özgün değer katma adına tezin araştırma soruları belirlenmiştir. Araştırmada bir sonraki aşama çalışmada kullanılacak olan veri toplama araçlarının tasarlanması olmuştur. Veri toplama araçları oluşturulurken alanyazındaki tezler ve ders kitapları incelenerek çalışma yaprakları oluşturulmuş, sonrasında ise uzman görüşüne başvurulmuştur. Oluşturulan veri toplama araçları ile iki farklı pilot uygulama

gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulamalardan alınan geri bildirimler doğrultusunda tekrar uzman görüşlerine başvurularak veri toplama araçlarına son şekli verilmiştir. Bu aşamadan sonra asıl çalışmanın yapılacağı okul belirlenip gerekli izinler alınmış ve uygulama gerçekleştirilmiştir. Şekil 26’da verilen şematik yapı bu araştırmada izlenen süreci özetlemektedir.



Şekil 26. Araştırma kapsamında yapılan çalışmaların akış şeması

Uygulama 2018-2019 eğitim öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. İki gün boyunca yapılan etkinlikler toplamda 6 ders saati sürmüştür. Bu çalışma araştırmacının kendi öğrencileriyle birlikte gerçekleştirdiği bir çalışmadır. Araştırmacı 3 yıldır çalışma grubundaki öğrencilerin haftada 7 saat matematik ve seçmeli matematik uygulamaları derslerini yürütmektedir. Bu durumun öğrencilerin araştırma sürecinde daha rahat olmalarını sağladığı düşünülmektedir. Çalışmanın yapıldığı süre boyunca araştırmacı dersin öğretmeni konumunda görev almış ve etkinlikler öğrencilere araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Dersin işlenişi normal ders akışı içerisinde ve müfredatta belirtilen tarih planlamasına göre yapılmıştır. Benzerlik konusunun

öncesindeki eşlik konusu için herhangi bir çalışma kâğıdı hazırlanmamış ve bu konu diğer derslerdeki ders akışı nasıl ise o şekilde işlenmiştir. Öğrenciler sadece, benzerlik konusunda hazırlanan çalışma yapraklarına göre etkinlikler yapmışlardır. Bu tarz etkinlikler konusunda öğrencilerin daha önce herhangi bir deneyime sahip olmadıkları söylenebilir. Ayrıca benzerlik konusu ilk kez 8. sınıfta yer aldığı için bu konu ile ilgili de öğrencilerin herhangi bir ön bilgileri olmadığı sonucu çıkarılabilir.

Uygulamanın ilk aşamasında öğrencilere gerçek yaşamdan örnek resimler Microsoft Word dosyasından açılarak gösterilmiştir. Öğrencileri derse ısındırmak amacıyla “fotokopi makinesinden bu resimleri büyütme ya da küçültme isteseydik boyutları nasıl olurdu” şeklindeki sorular öğrencilere yöneltilmiştir. Microsoft Word dosyasından gösterilen resimler en ve boy oranı sabit tutulmadan ayrı ayrı eninden ve boyundan büyütülüp küçültülerek resimlerdeki görsel değişimler öğrencilere yorumlatılmıştır (Şekil 27). Böylece öğrencilerin benzer şekillerde görsel olarak herhangi bir bozulma olmaması gerektiğini fark etmeleri amaçlanmıştır.



Şekil 27. En ve boy oranı sabit tutulmadan üzerinde değişiklik yapılan görsel

Bu giriş aşamasından sonra uygulama yedi etkinlik ile devam etmiştir. Bu etkinliklerin uygulanması esnasında öğrencilerin düşünce süreçlerinin ortaya çıkaracak ayrıntıya ve açıklamaya yönelik sonda sorulara (bkz. Yıldırım ve Şimşek, 2016) yer verilmiştir. Burada amaç, görüşülen bireyi belirli düşüncelere yönlendirmek değil, aksine hâlihazırda görüşülen bireyin belirtebileceği görüşlere ya da deneyimlere farklı yollardan ulaşmaya çalışmaktır. Sorulan sorulara ilişkin sondalar, görüşülen bireyin soruyu daha iyi

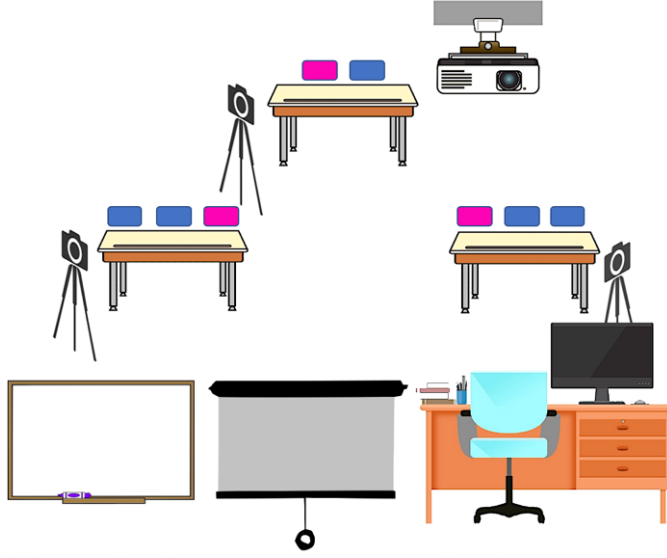
anlamasına yardımcı olmak ve daha ayrıntılı yanıtlar vermesini sağlamak amacı için kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Örneğin açı ölçüleri eşit olduğu için bütün dikdörtgenlerin benzer olduğunu söyleyen bir öğrenciye: *“Benzerlik için sadece açılarının eşliği yeterli midir? Niçin? Açılarının eşliğinden başka benzer olup olmadıklarını anlayabileceğimiz farklı bir yöntem var mıdır? Dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının farklı olması benzerliklerini etkiler mi? Aynı şekilde açılarının eşliğinden benzer olduklarını söyleyebileceğimiz başka çokgenler de var mıdır?”* gibi öğrencinin farklı bakış açısı ve düşünce süreçlerini ortaya çıkaracak ayrıntıya ve açıklamaya yönelik sondalar yöneltilmiştir.

2.5. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada çalışma yaprakları, uygulama sürecindeki video kayıtları ve araştırmacı tarafından alınan alan notları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Bu bölümde veri toplama araçları tanıtılmıştır.

2.5.1. Video Kayıtları

Öğrencilerin çokgenlerdeki benzerliği incelerken kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla yapılan uygulama süreci video kameralar ile kayıt altına alınmıştır. Öğrenciler üç gruba ayrılmış ve her bir grubun çalışması ayrı ayrı videolarla kaydedilmiştir. Ayrıca tüm sınıfın katıldığı tartışma bölümleri de yardımcı kameraman tarafından kayıt altına alınmıştır. Böylece oluşabilecek herhangi bir veri kaybı en aza indirgenmiştir. Öğrenciler gruplara ayrılırken cinsiyet ve başarı durumlarına göre mümkün olduğunca homojen gruplar oluşmasına dikkat edilmiştir. Şekil 28’de çalışmanın yapıldığı sınıf ortamı ve öğrencilerin oturma düzenleri ayrıntılı olarak gösterilmiştir. Pembe dikdörtgenler kız öğrencileri, mavi dikdörtgenler ise erkek öğrencileri temsil etmektedir.



Şekil 28. Uygulamanın yapıldığı sınıfın yerleşim düzeni

2.5.2. Çalışma Yaprakları

Çalışma yaprakları oluşturulurken alanyazındaki tezler ve ders kitapları incelenmiştir. Oluşturulan çalışma yaprakları ile ilgili olarak alan uzmanlarının görüşlerine başvurulmuştur. Uygulamanın ilk aşamasında öğrencilere gerçek yaşamdan örnek resimler Microsoft Word dosyasından açılarak gösterilmiş ve öğrencilerden bu resimleri yorumlamaları istenilmiştir. Bu giriş aşamasından sonra yedi etkinlik ile uygulama yapılmıştır. Her bir etkinlikle birlikte çalışma yapraklarında verilen uzunlukla aynı uzunluğa sahip farklı renklerde oluşturulmuş çokgenler de öğrencilere verilmiştir. Böylece öğrencilerin çokgenler üzerinde döndürme, üst üste yerleştirme gibi işlemleri kolayca yapabilmeleri sağlanmıştır. Yapılan etkinlikler birinci aşama etkinlikler, ikinci aşama etkinlikler, üçüncü aşama etkinlikler, genelleme etkinliği ve kapanış etkinlikleri olmak üzere beş gruba ayrılmıştır. Çalışmada kullanılan etkinlikler ve özelliklerine Tablo 1’de yer verilmiştir. Ayrıca her bir etkinliğin ilişkili olduğu araştırma soruları da aynı tabloda gösterilmektedir.

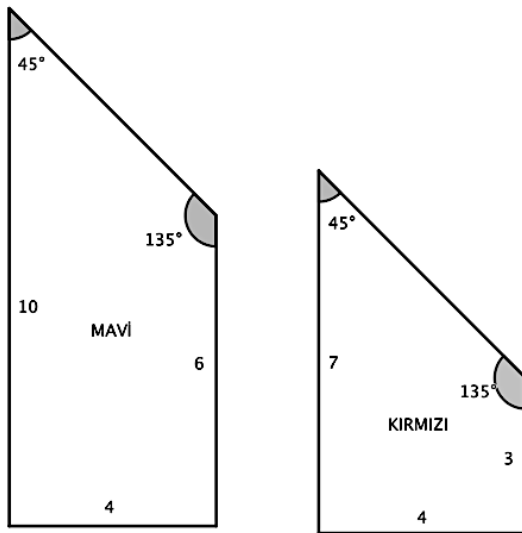
Tablo 1. Çalışmada kullanılan etkinlikler ve özellikleri

Etkinlik	Kullanılan Çokgen	Etkinliğin Amacı	İlgili Araştırma Sorusu
1.Aşama etkinlikleri	Dikdörtgen, Dik yamuk	İki çokgenin karşılıklı açı ölçülerinin eşit olmasının, bu çokgenlerin benzerliği için yeterli olmadığının farkına varılması	8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin kenar uzunluklarını kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?
2.Aşama etkinlikleri	Kare, Eşkenar dörtgen, Düzgün altıgen	İki çokgenin karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olması bu çokgenlerin benzerliği için yeterli olmadığının farkına varılması	8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin açı ölçülerini kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?
3.Aşama etkinlikleri	Üçgen	İki üçgenin karşılıklı açı ölçülerinin eşit veya karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olması bu üçgenlerin benzerliği için yeterli olduğunun farkına varılması	8. sınıf öğrencileri üçgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
4.Genelleme etkinliği	Çokgenler	İki çokgenin benzer olması için gerek ve yeter şartların incelenmesi	8. sınıf öğrencileri çokgenlerde benzerlik kuralını nasıl ifade etmekte ve benzer çokgenler oluşturma görevinde hangi stratejilerden yararlanmaktadırlar?
5.Kapanış etkinlikleri	Çokgenler	Bütüncül bir biçimde yapboz parçalarından oluşan bir şekli büyütürken benzerini oluşturma	

Etkinlikler öğrencilerin fark etmeleri istenilen amaçlara göre gruplandırılmıştır. Bu amaçlar ise benzerlik kavramının tanımına göre belirlenmiştir. Birçok kaynakta olduğu gibi 8. sınıf ders kitabında da benzerlik şu şekilde ifade edilmektedir: “İki çokgenin karşılıklı açılarının ölçüleri eşit ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılı ise bu iki çokgen “benzerdir” denir” (MEB, 2019, s.173). Benzerlik tanımlanırken iki önemli bileşen olan açı ölçülerinin eşitliği ve kenar uzunluklarının oranı birlikte verilmiştir. Bu çalışmada ise bu iki bileşenin birbirinden ayrı düşünüldüğü durumlarda da benzerliğin oluşup oluşmadığı üzerine fikir yürütülerek öğrencilerin kendi benzerlik tanımlarını

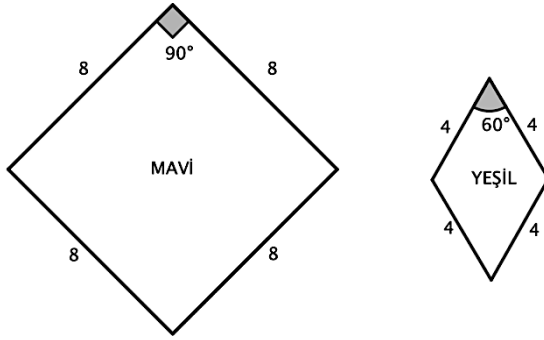
oluşturmaları amaçlanmıştır. Etkinliklerin uygulanış sırası öğrencilerin istenilen amaca kolayca ulaşamayacakları ve böylece farklı fikir ve stratejilerin ortaya çıkmasını sağlayacak şekilde belirlenmiştir. İlk olarak karşılıklı açıları eş olduğu halde kenar uzunlukları orantılı olan ya da olmayan durumlar tercih edildiğinden etkinliklere dikdörtgen ve yamuk ile başlanılmıştır. Kenar uzunlukları orantılı olduğu halde açıları eş olmayan çokgenlerin açı farklılığından dolayı benzer olup olmadıkları kolayca ayırt edilebildiği için kare, eşkenar dörtgen ve düzgün altıgen ikinci aşama etkinlikleri olarak tercih edilmiştir. Çokgenlerde benzerlikte sıklıkla karşılaşılan ve ilk akla gelen çokgen üçgen olmasına rağmen burada üçüncü sırada öğrencilere verilmiştir. Çünkü benzerlik tanımında birlikte ifade edilen iki bileşenin birinin sağlanması durumunda üçgenler benzer olmaktadır. Örneğin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı olan üçgenlerin açı ölçülerini incelemeden benzer olduklarına karar verilebilmektedir. Ya da birbirine karşılık gelen açıları eş olan üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakmaksızın benzer oldukları söylenilebilir.

Birinci aşama etkinliklerde öğrencilerden iki çokgenin açılarının eş olmasının bu çokgenlerin benzerliği için yeterli olmadığı sonucuna varmaları hedeflenmiştir. Bu amaçla dikdörtgen ve dik yamuk kullanılmıştır. Her iki çokgende de karşılıklı açıların ölçülerinin eşit, karşılıklı kenar uzunluklarının ise orantılı olup olmamalarına dikkat çekilmek istenildiği için bu iki çokgenin yer aldığı etkinlikler aynı grupta incelenmiştir. Etkinliklerde yer alan karşılıklı açı ölçüleri eşit, karşılıklı kenar uzunlukları ise orantılı olan ve olmayan yamuklardan örneklere şekil 29'da yer verilmiştir.



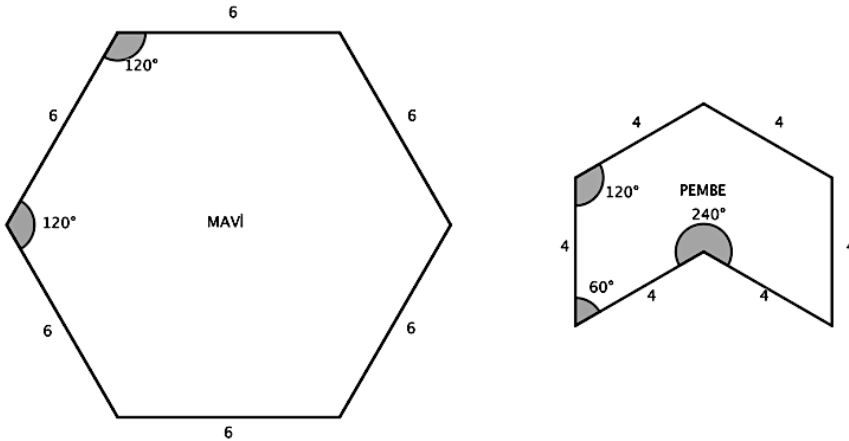
Şekil 29. Karşılıklı açı ölçüleri eşit fakat karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olmayan yamuklar

Öğrencilerden iki çokgenin karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olmasının bu çokgenlerin benzerliği için yeterli olmadığının farkına varmaları beklenen ikinci aşama etkinliklerde kare, eşkenar dörtgen ve düzgün altıgene yer verilmiştir. Kare ve eşkenar dörtgende karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı, karşılıklı açıların ise eş olup olmama durumuna dikkat çekilmek istenildiğinden bu etkinlikler aynı grupta incelenmiştir (Şekil 30).



Şekil 30. Karşılıklı kenar uzunlukları orantılı, karşılıklı açı ölçüleri ise eş olmayan kare ve eşkenar dörtgen

Aynı amaçla düzgün olan ve olmayan altıgenler ile karşılıklı kenar uzunlukları orantılı düzgün sekizlerin benzerliklerinin incelendiği etkinlik de ikinci aşama etkinlikler grubunda yer almıştır. Burada farklı kenar sayısına sahip düzgün çokgenlerin birbirleri ile olan benzerliklerini inceleyen soruların yanında şekil 31'deki gibi aynı kenar sayısına sahip dış bükey çokgenler ile iç bükey çokgenlerin birbirleri ile olan benzerliklerinin incelendiği sorulara da yer verilmiştir.



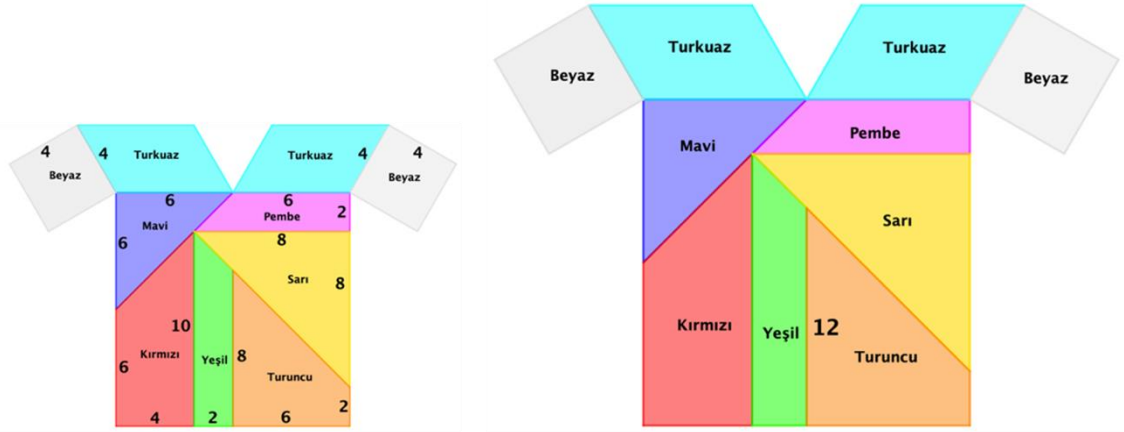
Şekil 31. Karşılıklı kenar uzunlukları orantılı, karşılıklı açı ölçüleri ise eş olmayan altıgenler

Birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı olduğu halde karşılıklı açıları eş olmayan paralelkenar ve dikdörtgen de bu grup içerisinde yer almasına rağmen bunlar için ayrı bir çalışma yaprağı oluşturulup öğrencilere verilmemiştir. Fakat ikinci aşama etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışması sırasında dikdörtgen ile paralelkenarın birbirleri ile olan benzerlikleri öğrencilere sözlü olarak yöneltmiş ve fikirleri sorulmuştur.

Üçüncü aşama etkinliklerde çokgenlerin karşılıklı açı ölçülerinin eşit ve karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olması bu çokgenlerin benzerliği için yeterli olduğunun farkına varılması amacıyla dik açılı, geniş açılı ve dar açılı üçgenlere yer verilmiştir. Burada üçgen kullanılmasının amacı iki üçgenin karşılıklı açı ölçülerinin eşit veya karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olması bu üçgenlerin benzerliği için yeterli olduğunun farkına varılmasıdır. Yani karşılıklı açı ölçüleri eşit olan fakat benzer olmayan üçgenler çizmek imkânsızdır. Aynı şekilde birbirine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı olan ama açıları eş olmayan üçgenler de çizilemeyecektir. Bu yüzden benzerliğin her iki bileşenini de birlikte içerdiğinden üçüncü aşama etkinliklerde üçgenler kullanılmıştır.

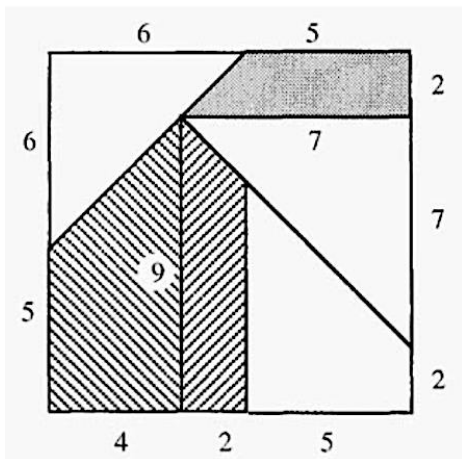
Genelleme etkinliğinde çokgenlerle ile yapılan bütün etkinliklerin göz önüne alınarak öğrencilerden kendilerine ait bir benzerlik tanımı oluşturmaları istenmiştir. Burada öğrencilerden çokgenlerde benzerlik için sadece karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olmasının ya da karşılıklı açı ölçülerinin eşit olmasının yeterli olmayacağını kendi ifadeleri ile dile getirmeleri hedeflenmiştir.

Kapanış etkinliğinde ise kare, paralelkenar, dik yamuk ve dik üçgenden oluşan bir tişörtün belli bir ölçüde büyütülmesi istenilmiştir. Tişört şekil 32’de gösterilen şekilde tasarlanmıştır. Burada tişört, üzerindeki çokgenlere göre sekiz parçaya ayrılarak öğrencilere verilmiş ve öğrenciler bireysel çalışmışlardır. Daha sonra büyütülen parçalar tüm katılımcılarla birlikte birleştirilerek şeklin bütüncül olarak doğru bir şekilde büyütülüp büyütülemediği incelenmiştir.



Şekil 32. Çokgenlerle oluşturulmuş tişört modeli

Bu tişört modeli Brousseau (2002)'nin yaptığı yapboz probleminden uyarlanarak tasarlanmıştır. Brousseau (2002) yaptığı çalışmasında öğrencilere, şekil 33'te verildiği gibi tangram parçaları gibi altı parçadan oluşan kare şeklinde bir yapboz vermiştir. Bu yapbozda 4 cm olan kenarın yeni oluşturulacak yapbozda 7 cm olacak şekilde büyütülmesi istenmiştir. Ayrıca öğrenciler hep birlikte yapbozun parçalarını oluşturmak yerine her biri kendilerine verilen parçayı oluşturmuştur. Öğrencilerden beraber çalışmaları ya da bir kişinin tüm yapbozu tek başına yapması istenilmek yerine sınıf içinde iş bölümü yapılarak her bir öğrenciye farklı sorumluluk verilmiştir. Aynı amaçla, bu çalışmada da öğrencilerin her birine tişörtün ayrı bir parçası verilmiş ve öğrencilerden bireysel çalışmaları istenilmiştir.

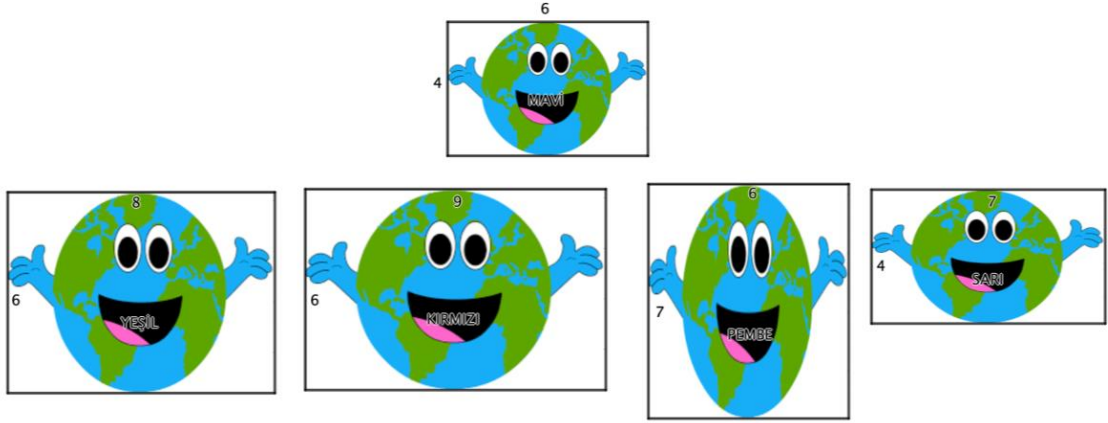


Şekil 33. Yapboz problemi (Brousseau, 2002)

Brousseau (2002) yaptığı çalışmasında yapbozdaki parçalar şekil 33'te verildiği gibi değil de daha basit bir şekilde kesilmiş olsaydı öğrenciler hatalarını fark

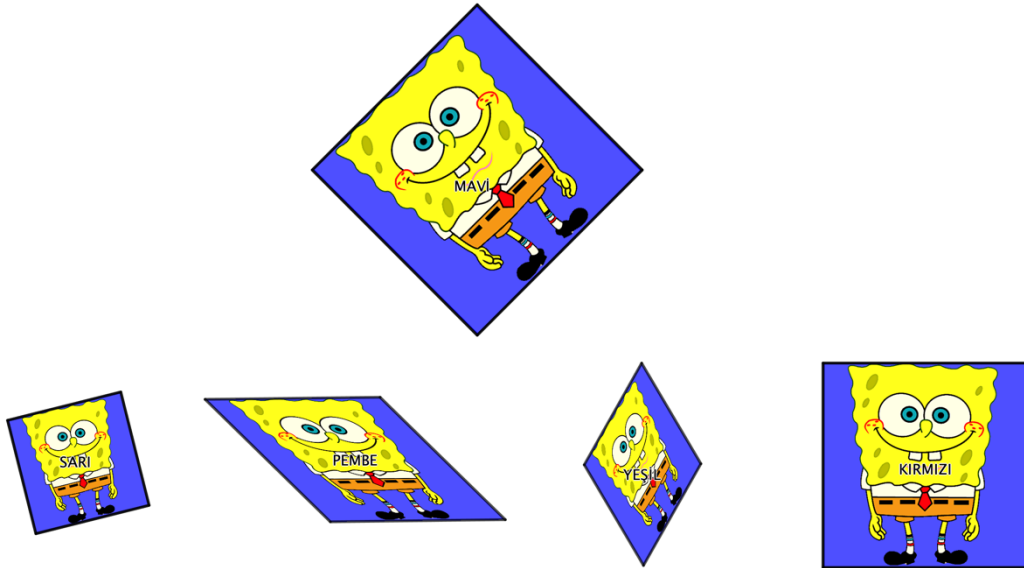
edemeyebilecekleri düşünülmektedir. Örneğin karelerden oluşmuş bir yapboz olsaydı toplamsal stratejiyi kullanarak birbirlerine benzer kareler oluşturacaklardı. Fakat toplamsal strateji çokgenlerin benzerliğinde her zaman doğru sonuca götüren bir strateji değildir. Bu çalışmada kullanılan tişört modelinde de öğrencilerin aynı hataya düşmemesi için buradaki yapboz ile aynı çokgen çeşitleri kullanılmıştır. Ayrıca yapbozun içerisindeki parçalar daha önceki etkinliklerde kullanılan çokgenleri içermesi bakımından da yapılan etkinliklerle uyumlu olduğu için değiştirilmeden alınmıştır. Bu yapboz modeline paralelkenar ve kare de eklenerek tişört modeli oluşturulmuştur. Tişört modelindeki çokgenlerin kenar uzunlukları belirlenirken yapboz modelindeki çokgenlerin kenar uzunlukları incelenmiştir. Yapboz modelinde 4 cm olan kenarın yeni oluşturulacak modelde 7 cm olması istenilmektedir. Bu uzunluk 7 cm yerine 8 cm olsaydı öğrenciler toplamaya dayalı stratejileri kullanarak da doğru sonuca ulaşabileceklerdi. Benzer şekilde burada da öğrencilerin hem toplamaya dayalı stratejilerden şüphe etmeleri hem de farklı stratejileri kullanmalarını sağlamak amacıyla 8 cm olan kenarın uzunluğunun yeni oluşturulacak tişörtte 16 cm yerine 12 cm olması istenilmiştir. Diğer kenar uzunlukları ise öğrencilerin tam sayılarla işlem yapmalarını sağlayacak şekilde düzenlenmiş ve yeni oluşturulan tişört modelindeki çokgenlerin kenar uzunlukları rasyonel sayı olmayacak şekilde belirlenmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin, benzerliği fotokopi makinesindeki büyütme-küçültme mantığında düşünmeleri istenildiği için çokgenlerin içerisine resimler yerleştirilip resimlerin alacağı şekiller de öğrencilere yorumlatılmıştır. İlk üç aşama etkinlikler uygulandıktan sonra öğrencilerin buldukları benzer olan ve olmayan çokgenlerin içerlerine yerleştirilen resimler GeoGebra yazılımı üzerinden öğrencilere gösterilerek öğrencilerden resimlerin aldığı şekilleri yorumlamaları istenilmiştir. İlk yapılan dikdörtgen etkinliğinde geometrik şekillerin içerisine dünya resmi yerleştirilmiştir. Burada dünya görseli özel olarak seçilmiştir. Benzer olmayan dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilen dünya görselinde, resim eninden ya da boyundan sıkıştırılacağı için daireden elips şekline dönecektir. Bu durum öğrencilerin benzer olmayan dikdörtgenleri tespit etmede onlar için bir ipucu olacağından ilk etkinlikte şekil 34'te gösterildiği gibi bu görsele yer verilmiştir. Burada öğrencilere, referans olarak verilen dikdörtgene diğer dört dikdörtgenden hangilerinin benzer olup olmayacağı sorulmuştur.



Şekil 34. Dikdörtgenlerin içine yerleştirilmiş resimler

Dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilen görseldeki bu değişimin bir benzeri kare ve eşkenar dörtgende de kullanılmıştır. Kare ve eşkenar dörtgenin içine yerleştirilen resimlerde kareden eşkenar dörtgene geçerken açılarının değişmesine bağlı olarak resmin kaykılması şekil 35’te gösterilmiştir. Görselde meydana gelen kaykılmanın belirgin bir şekilde görülebilmesi için karenin içerisini tam olarak dolduran bir görsel seçilmesine dikkat edilmiştir. Dikdörtgende olduğu gibi burada da öğrencilere, referans olarak verilen çokgene diğer dört çokgenden hangilerinin benzer olup olmayacağı sorulmuştur.

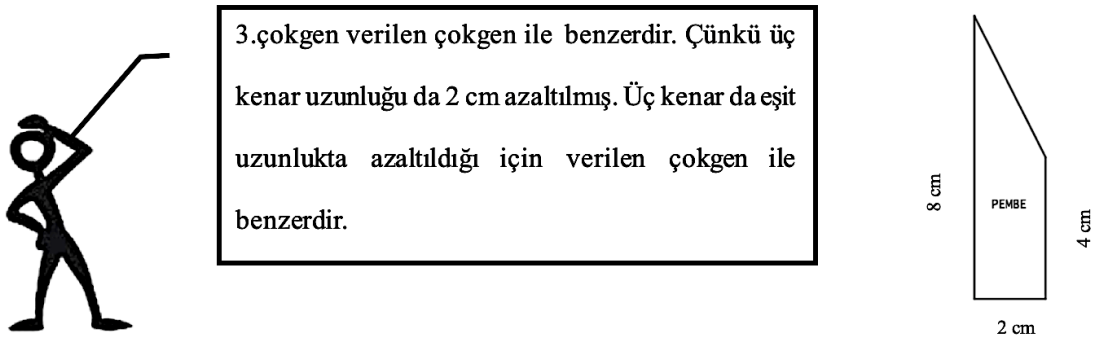


Şekil 35. Kare ve eşkenar dörtgenin içine yerleştirilmiş resimler

İlk üç grupta yer alan etkinliklerde kullanılan diğer görsellere ise bulgular kısmında ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

2.6. Pilot Çalışma

Araştırmada oluşturulan veri toplama araçlarının aksayan yönleri, soruların ve yönergelerin net anlaşılabilirliği gibi özelliklerin belirlenmesi amacıyla iki farklı örneklem grubu üzerinde pilot çalışma yapılmıştır. İlk olarak 2019 bahar dönemi ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adayları üzerinde pilot çalışma yapılmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmada katılımcıların çoğunluğu benzer olan ve olmayan çokgenlerin içerisine yerleştirilen görsellerde şekilsel olarak belirgin bir farklılık oluşmadığını ifade etmiştir. Bu doğrultuda kullanılan görseller değiştirilmiştir. Örneğin dikdörtgenler ile yapılan etkinlikte Osman Hamdi Bey'e ait Kaplumbağa Terbiyecisi tablosunun görseli kullanılmıştı. Dikdörtgenin içerisini tam olarak dolduran bu görselde karışık öğeler bulunmasından dolayı benzer olan ve olmayan dikdörtgen arasında belirgin bir fark oluşturmadığı dile getirilmiştir. Öğretmen adaylarında alınan öneriler doğrultusunda kullanılan görseller değiştirilmiştir. Yapılan ilk pilot çalışmada öne çıkan bir diğer önemli husus ise öğretmen adaylarının benzer olan ve olmayan çokgenleri belirlerken ağırlıklı olarak benzerlik oranı stratejisini kullanmaları olmuştur. Ana çalışmada öğrencileri farklı stratejiler kullanmaya teşvik etmek için her bir çokgen için şekil 36'da verilen düşünce kutusu şeklinde birbirinden farklı senaryolar eklenmiştir.



Şekil 36. Düşünce kutusu şeklindeki örnek ifade

İkinci pilot çalışma ise 2019 bahar döneminde Rize ilinde yer alan ve asıl çalışmanın yapılacağı okulla benzer özelliklere ve öğrenci profiline sahip bir ortaokulun 8. sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Öğrenciler gerçek sınıf ortamında yapılan bu çalışmada her bir etkinlik için ortalama ne kadar zamana ihtiyaç olduğu görülmüştür. Bu doğrultuda gerçek uygulamanın ders saati planlaması yapılmıştır. Öğrencilere verilen çokgenler gerçek uzunlukta oluşturulmuş çokgenlerdi ve kenar uzunluklarının cetvel ile

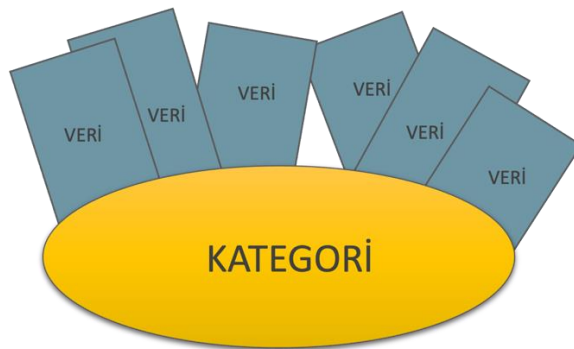
ölçölüp bulunması istenilmekteydi. Çalışmada asıl amacın kenar uzunluklarını ölçmek değil birbirleri ile karşılaştırmak olduğu için öğrencilerin bu kısımda sıkıldıklarını ve ölçme işleminin etkinliklerin uygulama süresini gereksiz uzattığı görülmüştür. Bu doğrultuda asıl yapılan çalışmada çokgenlerin kenar uzunlukları etkinlik kâğıtlarında yazılı olarak öğrencilere verilmiştir. Böylece etkinliklerin uygulama verimliliği artmıştır.

Pilot uygulamalardan alınan dönüt ve düzeltmelerin yanında uzman görüşlerinin de sonucunda veri toplama araçlarına son şekli verilmiştir.

2.7. Verilerin Analizi

Veri analizi sürecinde ilk olarak alan notları, çalışmada toplanan etkinlik kâğıtları ve video kayıtları eş zamanlı olarak incelenmiştir. Dokümanların incelendiği süre boyunca elde edilen notlar, yorumlar, gözlemler ve sorgulamalar not edilmiştir. Daha sonra bu veri parçalarına verilen kodlarla kategoriler oluşturulmuştur.

Kategoriler birçok özgün örneği kapsayan ve birbirleriyle ilişki kuran kavramsal öğelerdir. Bu durum şekil 37’de gösterildiği üzere arka plandaki gölgelendirilmiş kutular kategorinin olduğu olayları temsil etmektedir. Kategorinin konumu veriyle karşılaştırıldığında kategorinin şekilde daha açık renkte elips şeklinde olduğu görülmektedir (Merriam, 2018).



Şekil 37. Verilerden kategori elde etme (Merriam, 2018)

İlgili alanyazına dayanılarak öğrencilerin çokgenlerin benzerliğini incelerken kullandıkları stratejiler Cox (2008), Lehrer vd. (2002) ve Son (2013) çalışmalarındaki stratejilere göre sınıflandırılarak kategorilere ayrılmıştır. Alanyazın incelendiğinde ilk olarak Cox (2008)’ın doktora çalışmasında geçen strateji türlerine göre kategoriler oluşturulmuştur. Cox (2008) yaptığı çalışmasında öğrencilerin kullandıkları stratejileri

uygulanan etkinliklere göre ayırt etme stratejileri ve inşa etme stratejileri olmak üzere iki temel kısma ayırmıştır. Bu çalışmada ayırt etme stratejilerinden döşeme stratejisi, göreceli konumlama stratejisi, açığa dayalı strateji, sabit oran stratejisi ve şekil türü stratejisi kategorileri kullanılmıştır. İnşa etme stratejilerinden ise toplamsal strateji, görsel strateji ve birimselleştirme stratejisi kategorilerine yer verilmiştir. Lehrer vd. (2002) yaptıkları çalışmada, öğrenciler iki dikdörtgenin köşegenleri boyunca düz bir çizgi çizilebiliyorsa benzer olduklarını belirlemişlerdir. Bu çalışmadan yola çıkarak köşegenleri birleştirme strateji kategorilere eklenmiştir. Son (2013) yaptığı çalışmasında öğrenciler oran arası, oran içi ve benzerlik oranı olmak üzere üç farklı oran yöntemi kullanmışlardır. Bu çalışmaya dayanılarak benzerlik oranı stratejisi kendi içinde oran içi ve oran arası olmak üzere iki kısma ayrılarak kategorisi oluşturulmuştur.

2.8. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenirlilik, türüne bakılmaksızın herhangi bir araştırmanın kavramsal çerçevesinin oluşturulması, verilerinin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanması ile bulguların sunulması aşamalarını ilgilendiren önemli kaygılardır (Merriam, 2018).

Nitel çalışmalarda geçerlik ve güvenirlilik kavramları araştırmacılar tarafından farklı şekilde yorumlanmıştır. Lincoln ve Guba (1985) nitel çalışmalar için bu kavramları farklı şekilde adlandırarak “iç geçerlilik” yerine “inandırıcılık,” “dış geçerlik” yerine “aktarılabirlik” kavramlarını kullanmayı tercih etmişlerdir. Nitel çalışmalarda inandırıcılığı sağlamak için kullanılan yöntemlerden bazıları uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada iç geçerliliği sağlamak için uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, uzman incelemesi ve veri toplama araçlarında çeşitlemeye başvurulmuştur.

Dış geçerlilik, daha çok araştırmanın sonuçlarının genellenmesi ile ilgilidir. Lincoln ve Guba (1985) “genelleme” kavramının nitel araştırmadaki karşılığı olan “aktarılabirlik” kavramını ön plana çıkarmışlardır. Nitel araştırmalarda araştırmacının sorumluluğu elde ettiği sonuçların benzer ortamlara aktarılabirlik değerini ortaya koymaktır. Araştırma sonuçlarının aktarılabirliğini artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışma

kapsamında aktarılabilirliği sağlamak için doğrudan alıntılar ve görsellerle ayrıntılı betimlemelere yer verilmiştir.

Güvenirlik yapılan çalışmada elde edilen bulguların yeniden üretilip üretilmemesi yani tekrar edilebilirliği ile ilgilidir. Lincoln ve Guba (1985) nitel çalışmalarda “iç güvenilirlik” yerine “tutarlılık” kavramını kullanmışlardır. LeCompte ve Goetz (1982) nitel çalışmalarda tutarlılığı sağlamak için bazı stratejiler önermişlerdir. Bunlar toplanan verilerin betimsel bir yaklaşımla doğrudan sunulması, aynı araştırmaya birden fazla araştırmacının dahil edilmesi, gözlem yoluyla elde edilen bulguların görüşmeler yoluyla teyit edilmesi, verilerin analizinde başka araştırmacıyı kullanma, veri analizini önceden belirlenmiş ve ayrıntılı olarak tanımlanmış bir kavramsal çerçeveye bağlı olarak yapmadır (Akt: Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada tutarlılığı sağlamak için toplanan veriler herhangi bir yorum katılmadan betimsel bir yolla doğrudan okuyucuya sunulmuş, verilerin teyit edilmesi için farklı veri toplama araçları kullanılmış, verilerin analizinde uzman görüşleri dikkate alınmış ve önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre verilerin analizi yapılmıştır.

Dış güvenilirlik araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceği ile ilişkilidir. Lincoln ve Guba (1985) nitel çalışmalarda “dış güvenilirlik” yerine “teyit edilebilirlik” kavramını önermektedirler. LeCompte ve Goetz (1982) nitel çalışmalarda dış güvenilirliği sağlamak için bazı yöntemler önermişlerdir. Bunlar; araştırmacının araştırma sürecindeki konumunu açık hale getirmesi, araştırmada veri kaynağı olan bireylerin açık bir biçimde tanımlanması, araştırmada oluşan sosyal ortam ve süreçlerin tanımlanması, verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçevenin tanımlanması, veri toplama ve analiz yöntemleri ile ilgili ayrıntılı açıklamaların yapılmasıdır (Akt: Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada teyit edilebilirliği sağlamak için araştırmacının süreçteki konumu açık bir şekilde belirtilmiş, araştırmanın yapıldığı sosyal ortam, veri toplama araçları ve süreci ayrıntılı olarak açıklanmış, veri kaynağı olan öğrenciler ve verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçeve tanımlanmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde ortaokul öğrencilerinin verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarını belirlerken kullandıkları stratejilere yer verilmiştir. Dikdörtgen ve yamukların benzerliğinin incelendiği etkinlikler birinci aşama, kare, eşkenar dörtgen ve altıgenlerin benzerliğinin incelendiği etkinlikler ikinci aşama ve üçgenlerin benzerliğinin incelendiği etkinlikler üçüncü aşama etkinliklerine ait bulgular başlığı altında açıklanmıştır. Öğrencilerden benzerlik için gerekli şartları belirtip kendi benzerlik tanımı oluşturmalarının istenildiği etkinlik genelleme etkinliğine ait bulgular, yapboz parçalarından oluşan bir şekli bütüncül olarak büyütmeleri istenilen etkinlik ise kapanış etkinliğine ait bulgular başlığı ile ifade edilmiştir.

3.1. Birinci Aşama Etkinliklere Ait Bulgular

İki çokgenin benzerliği hakkında karar verebilmek için bu çokgenlerin birbirine karşılık gelen açı ölçülerinin eş olmasının yeterli bir ölçüt olmadığına farkına varılmasını amaçlayan birinci aşama etkinliklerde, öğrenciler dikdörtgen ve yamuk üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilerin verilen dikdörtgen ve yamukların benzer olup olmadıklarına karar verirken kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Öğrencilerin dikdörtgenlerin benzerliğini incelerken daha çok toplamsal stratejileri, yamukların benzerliğini incelerken ise açıya dayalı stratejileri kullandıkları görülmüştür.

3.1.1. Dikdörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler

Öğrencilerden verilen bir dikdörtgene benzer olan ya da olmayan dikdörtgenleri bulmaları istenilen ilk etkinlikte açılardan ziyade kenarlar arasındaki ilişkilere odaklanıldığı için daha çok kenarlar arasındaki ilişkilere dayalı stratejilerin kullanıldığı görülmüştür.

3.1.1.1. Toplamsal Strateji

Bütün dikdörtgenlerin açıları eş olduğundan dikdörtgenlerin benzerliğinde öğrencilerin ilk kullandıkları strateji toplamsal strateji olmuştur. Burada öğrencilerin

verilen dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki sabit farka odaklanarak benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Örneğin, grup 2'deki öğrenciler kısa kenarı 4 cm ve uzun kenarı 6 cm olarak verilen dikdörtgene benzer olan ya da olmayan dikdörtgenleri bulurken dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki toplamsal ilişkiye odaklanarak dikdörtgenlerin benzerliği hakkında çıkarımlarda bulunmuşlardır. Bu doğrultuda, Mehmet, Can ve Selin arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Mehmet: Bence benzer olması için her iki kenarın da büyümesi gerekiyor.

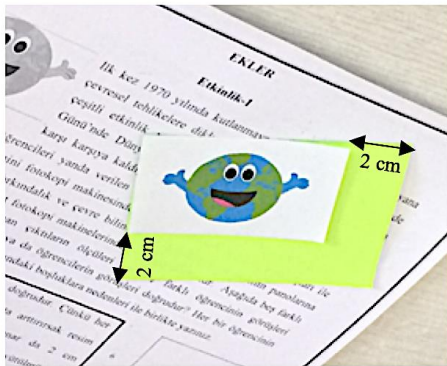
Can: Her iki taraf da büyümeli ama aynı şekilde büyümeli.

Selin: O zaman yeşil dikdörtgen verilen dikdörtgene benzer olur. 4 cm olan kenar 2 artmış ve 6 cm olmuş. Aynı şekilde 6 cm olan kenar da 2 artmış ve 8 cm olmuş.

Can: İki kenar da arttığı için benzer.

Mehmet: İki kenar da artmış evet ama aynı miktarda artmış. Aynı miktarda artmasaydı benzer olmazdı.

Burada öğrenciler 4 cm olan kenarın 2 cm artarak $4+2=6$ cm olması ve aynı şekilde 6 cm olan kenarın da 2 cm artarak $6+2=8$ cm olmasından yola çıkarak dikdörtgenin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarına göre benzer olup olmadıklarına karar vermişlerdir. Grubun ortak düşüncesinin yazıldığı etkinlik kâğıdında da “*dikdörtgen şeklindeki kâğıdın her iki tarafı da eşit miktarda arttığı için ilk baştaki dikdörtgene benzerdir*” şeklinde açıklama yazdıkları görülmüştür. Toplamsal stratejiyi kullanan öğrenciler dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki artışı sadece matematiksel olarak değil aynı zamanda şekil 38'deki gibi, verilen dikdörtgenleri üst üste koyarak da dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasında eşit miktarda bir artış olduğunu ifade etmişlerdir.



Şekil 38. Toplamsal stratejinin verilen dikdörtgenlerin üst üste konularak kullanılması

Dikdörtgenin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarına odaklanan grup 2'deki öğrenciler aslında benzer olmayan dikdörtgenlerin birbirlerine benzer olduklarını ifade ederek yanlış sonuca ulaşmışlardır. Burada öğrenciler yeşil dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarında eşit miktarda bir artış olduğundan verilen dikdörtgene benzer olduğunu ifade etmişlerdir. Toplamsal strateji bu dikdörtgenlerin benzer olup olmadıkları konusunda yanlış sonuca ulaşmaya sebep olmuş olsa da bazı durumlarda dikdörtgenlerin benzer olup olmadıkları konusunda bu stratejinin doğru karara götürebildiği de gözlemlenmiştir. Örneğin, grup 1'deki öğrenciler toplamsal stratejiyi kullanarak verilen dikdörtgenlerden benzer olmayan bazı dikdörtgenleri bularak dikdörtgenlerin benzerliği konusunda doğru karar vermişlerdir. Bu öğrenciler toplamsal stratejiyi aşağıdaki gibi kullanmışlardır.

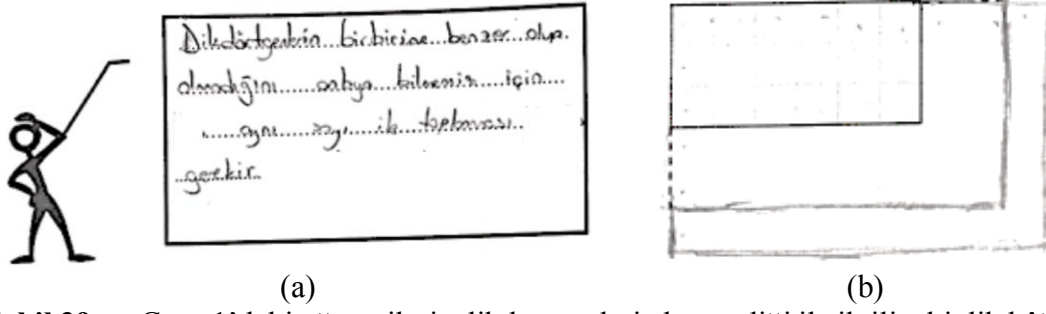
Erol: Pembe dikdörtgenin (kenar uzunlukları 7 cm ve 6 cm) her iki kenarında da bir değişiklik olmamış sadece boyuna uzadığı için benzer değil bence. Hem eninde hem de boyunda bir değişiklik olmalıydı.

Ömer: Aslında her iki kenarında da bir değişiklik olmuş ama eşit miktarda olmamış da diyebiliriz. Çünkü bu dikdörtgeni dik değil de yan tutarsan 4 cm olan kenar 2 cm artmış ve 6 cm olmuş. Ama 6 cm olan kenar ise 1 cm artmış ve 7 cm olmuş. Yani eşit miktarda bir artış olmadığından benzer değildir.

Şeyda: Aynı şeyi sarı dikdörtgen (kenar uzunlukları 4 cm ve 7 cm) için düşünersek o da benzer olmuyor.

Erol: Evet olmuyor, onun bir kenarı hiç artmamış çünkü. Diğer kenar ise 1 cm artmış ve 7 cm olmuş.

Burada öğrenciler dikdörtgenin kenarları arasındaki artış miktarına odaklanarak sarı ve pembe dikdörtgenin benzer olmadıklarına karar vermişlerdir. Yani toplamsal stratejiyi kullanarak dikdörtgenlerin benzer olup olmadıkları konusunda doğru bir sonuca ulaşmışlardır. Fakat bu strateji benzer olan dikdörtgenlerin belirlenmesine engel teşkil etmiştir. Örneğin kısa kenar uzunluğu 6 cm ve uzun kenar uzunluğu 9 cm olan kırmızı dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olmadığı ifade edilmiştir. Bunun gerekçesi olarak da 4 cm olan kısa kenar 2 cm artarken, 6 cm olan uzun kenar 3 cm artarak 9 cm olmuş ve eşit miktarda bir artış olmadığı için benzer olamayacakları öne sürülmüştür. Aynı öğrenciler dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili öğrencilerin kendi görüşlerinin sorulduğu ve benzer dikdörtgenler çizmeleri istenilen son soruya da toplamsal stratejiyi kullanarak cevap vermişlerdir (Şekil 39).



Şekil 39. Grup 1'deki öğrencilerin dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer dikdörtgen çizimleri (b)

Şekil 39a'da görüldüğü üzere dikdörtgenlerin benzer olabilmesi için kenar uzunluklarının aynı sayı ile toplanması gerektiğini ifade etmişlerdir ve bu stratejiyi kullanarak şekil 39b'de çizdikleri dikdörtgenlerin benzer olduklarını dile getirmişlerdir. Kareli kâğıt üzerinde verilen dikdörtgenin her iki kenarını da 2 birim artırarak benzer dikdörtgen çizmişlerdir. Daha sonra çizdikleri ikinci dikdörtgene benzer dikdörtgen çizerken de yine toplamsal stratejiyi kullanarak her kenarın uzunluğunu 1 birim arttırmışlardır. Çizdikleri bütün dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasında eşit miktarda bir artış olduğu için birbirlerine benzer olduklarını ifade etmişlerdir. Grup 2'deki öğrenciler de aynı soruda toplamsal stratejiyi kullanarak çizim yapmışlardır. Grubun ortak düşüncesinin yazıldığı etkinlik kâğıdında dikdörtgenlerin benzerliğinde toplamsal stratejinin gerekli olduğunu *“Dikdörtgenlerin iki kenarı da eşit miktarda artırıldığında bu dikdörtgenler benzer olur”* şeklinde ifade etmişlerdir.

3.1.1.2. Döşeme Stratejisi

İki şekilden küçük olan şeklin birkaç parçası bir araya getirilerek büyük şekli oluşturuyorsa bu şekiller benzerdir şeklinde ifade edilen döşeme stratejisinin, sadece birbirinin tam katı olan dikdörtgenlerin benzerliği incelenirken kullanıldığı görülmüştür. Çünkü benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ gibi tam sayı olmayan dikdörtgenlerde küçük dikdörtgen ile büyük dikdörtgenin içi tam bir şekilde döşenemeyeceğinden bu strateji öğrenciler tarafından tercih edilmemiştir. Bu yüzden dikdörtgenlerin benzerliği etkinliğinde verilen dikdörtgenin tam katı olan sadece turuncu dikdörtgen (kenar uzunlukları 8 cm ve 12 cm olan) olduğu için bu dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olup olmadığı konusunda

karar verilirken döşeme stratejinin kullanıldığı görülmüştür. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma ise şöyledir:

Erol: Turuncu dikdörtgende her iki kenar da iki katına çıkmış.

Şeyda: Her iki kenarda da bir değişme var yani. O zaman benzer olur.

Ömer: Aslında ilk başta verilen dikdörtgeni turuncunun içine bir koyalım. Buradan iki tane oluyor (kısa kenarı gösterir). Bu taraftan da (uzun kenarı gösterir) iki tane yaparsam içini tam doldurmuş olur. O zaman benzerdir.

Erol: Evet bu yöntem de çok mantıklıymış benzer oluyor.

Şeyda: Yani içine tam 4 tane küçük olandan sığıyor.



Şekil 40. Turuncu dikdörtgenin benzer olup olmadığı bulurken döşeme stratejinin kullanılması

Şekil 40'ta görüldüğü üzere bu stratejide uzunluğu 8 cm olan kısa kenar 4 cm'lik iki tane kısa kenarın alt alta konulmasıyla ve uzunluğu 12 cm olan uzun kenar ise 6 cm'lik iki tane dikdörtgenin yan yana konulmasıyla elde edilmiştir. Böylece öğrencilere göre küçük dikdörtgenden 4 tanesi ile büyük dikdörtgenin içi tamamen döşendiği için bu iki dikdörtgen birbirine benzer olmuş oldu.

3.1.1.3. Göreceli Konumlama Stratejisi

İki çokgenin benzerliğinin bu çokgenlerin içerlerine yerleştirilen şekillerin konumlarına bağlı olduğu göreceli konumlama stratejisinde öğrenciler verilen dikdörtgenlerin içerisine ilk baştaki dikdörtgenin içerisindeki şekli yerleştirerek dikdörtgenlerin benzerliği hakkında çıkarımlarda bulunmuşlardır. Bu stratejiyi kullanan Grup 3'teki öğrenciler dikdörtgenlerin içerisine çizilen şekillerin görüntüsünde bir bozulma olan dikdörtgenleri birbirine benzer değildirler şeklinde ifade etmişlerdir.

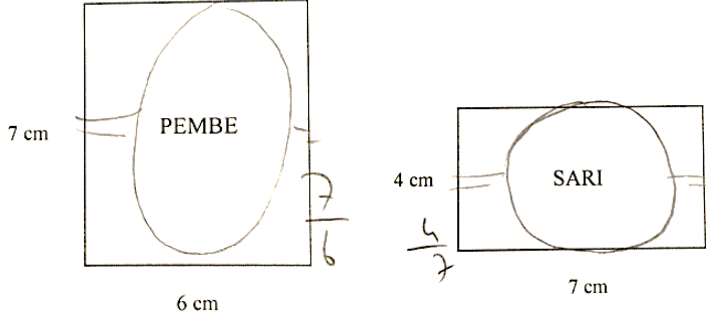
Yasemin: Pembe (kenar uzunlukları 6 cm ve 7 cm olan) ve sarı (kenar uzunlukları 4 cm ve 7 cm olan) dikdörtgen için ne söyleyebiliriz? Sanki benzer değil gibiler.

Eren: Kenar uzunluklarına bakmadan da yorum yapabiliriz aslında.

Yasemin: Nasıl anladın ki benzer olup olmadıklarını?

Eren: Mesela içine verilen resmin koyulduğunu hayal et. Dünya'nın yuvarlak şekli bozulmuş oluyor. Hatta çizersem de şöyle bir şey olacak sanırım (Şekil 41).

Yasemin: Haklısın Dünya'nın şekli bozuluyor ve benzer olmuyor o zaman.



Şekil 41. Eren isimli öğrencinin verilen dikdörtgenlerin içerisindeki şeklin alacağı konumu hayal ederek yaptığı çizimler

Şekil 41'de gösterildiği üzere Eren isimli öğrenci sarı ve pembe dikdörtgenlerin benzer olmadıklarını grup arkadaşına açıklarken şekillerin içerisine verilen resmi yerleştirmiştir. Burada pembe dikdörtgenin içerisine çizilen şekilde boyuna bir uzama ve sarı dikdörtgenin içerisine çizilen şekilde ise enine bir genişleme olduğu için benzer olamayacakları ifade edilmiştir. Benzer şekilde Erol isimli öğrenci de sınıf tartışmasında pembe ve sarı dikdörtgenlerinin benzer olmadığını göreceli konumlama stratejisini kullanarak açıklamıştır.

3.1.1.4. Benzerlik Oranı Stratejisi

Verilen çokgenlerin birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının oranına bakılarak çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verilen benzerlik oranı stratejisinde öğrenciler verilen dikdörtgenlerin kısa kenar ve uzun kenar uzunluklarını oran arası biçimde ilişkilendirmedikleri görülmüştür. Bunun yerine öğrenciler, dikdörtgenin kenar uzunluklarını oran içi biçiminde ilişkilendirmişlerdir. Başka bir ifade ile dikdörtgenlerin kendi içinde kısa ve uzun kenarlarını oranlamışlar ve bu oranı benzer şekilde karşılaştırma yapacakları diğer dikdörtgenin kısa ve uzun kenar oranı ile karşılaştırılmıştır. Yani, öğrenciler benzerlik oranı stratejisinde oran içi biçiminde bir ilişkilendirme yoluna gitmiştir. Dikdörtgenlerin benzerliğinin incelendiği ilk etkinlikte sadece grup 3'teki

öğrenciler bu stratejiyi kullanarak dikdörtgenlerin benzerliği hakkında şöyle bir çıkarımlarda bulunmuşlardır.

Yasemin: Yeşil dikdörtgen (kenar uzunlukları 6 cm ve 8 cm) benzer gibi duruyor. Çünkü aynı miktarda arttırılmış bütün kenarlar.

Eren: Bence kırmızı dikdörtgen (kenar uzunlukları 6 cm ve 9 cm) benzer yeşil değil.

Yasemin: Neden ki? Kırmızıda bir kenar 2 cm artarken diğer kenar 3 cm artmış.

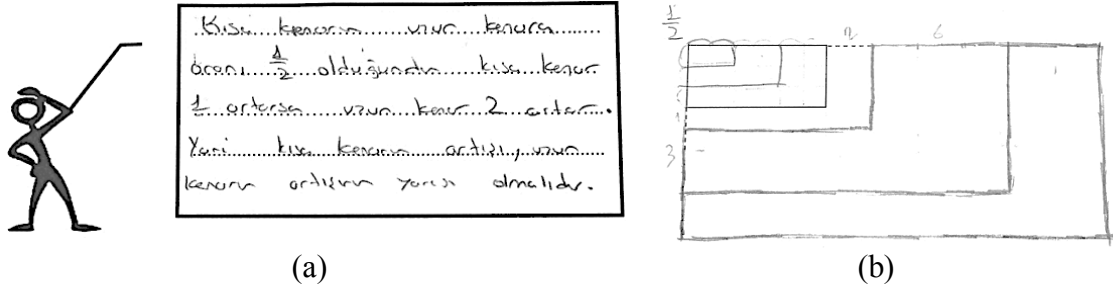
Eren: Çünkü kenarların oranı değişiyor. Küçük kenarın büyük kenara oranı verilen resimde $\frac{2}{3}$. Ama yeşil dikdörtgende $\frac{3}{4}$ oluyor. Bu yüzden benzer değil. Oysa kırmızıya bak. $\frac{6}{9}$ 'u sadeleştirirsek $\frac{2}{3}$ oluyor.

Yasemin: Evet, sadeleştirince eşit oranda oluyormuş. Şimdi fark etim

Burada öğrenciler kenarlar arasındaki orana bakarak dikdörtgenlerin benzerliği hakkında bir sonuca vardıkları için benzerlik oranı stratejisini kullanmışlardır. Birinci dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunun ikinci dikdörtgenin kısa kenar uzunluğuna oranlanarak da benzerliğin bulunabileceği bu etkinlikte öğrenciler oran içi dediğimiz $\frac{1.kısa\ kenar}{1.uzun\ kenar} = \frac{2.kısa\ kenar}{2.uzun\ kenar}$ oranını kullanmayı tercih etmişlerdir. Dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının kendi içinde oranlandığı bu yöntemde $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ oranına göre kırmızı dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olduğu bulunmuştur.

Benzer şekilde yeşil dikdörtgenin (kenar uzunlukları 6 cm ve 8 cm) kenar uzunlukları arasında eşit miktarda bir artış olmasına rağmen kenarları arasındaki oranın değişmesinden dolayı benzer olmadığını ifade etmişlerdir. Grubun ortak düşüncesinin yazıldığı etkinlik kâğıdında bu durumu şu şekilde ifade ettikleri görülmüştür; “*yeşil dikdörtgen verilen dikdörtgene benzer değildir. Çünkü kenarlar arasındaki oranda bir değişme olmuş. İlk dikdörtgende kısa kenarın uzun kenara oranı $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ olurken yeşil dikdörtgende ise bu oran $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ olmuştur. Bu yüzden bu iki dikdörtgen benzer değildir.*”

Ayrıca Yasemin ve Eren'in dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili öğrencilerin kendi görüşlerinin sorulduğu ve benzer dikdörtgenler çizmeleri istenilen son soruya ise yine benzerlik oranı stratejisini kullanarak cevap verdikleri görülmüştür (Şekil 42).



Şekil 42. Yasemin ve Eren'in dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer dikdörtgen çizimleri (b)

Şekil 42a'da görüldüğü üzere dikdörtgenlerin benzerliğinde kenarlar arasındaki artışın kenar uzunluklarının birbirine oranına bağlı olduğunu ifade etmişlerdir. Burada dikdörtgenin kenarlarını kendi içinde oranlayarak benzerlik oranını içinde oran ile ilişkilendirmiş ve bunu da $\frac{1}{2}$ oranı ile örneklendirerek açıklamışlardır. Şekil 42b'deki çizimlerine bakıldığında ise bu orana uygun ve benzerlik oranı stratejisini kullanarak verilen dikdörtgene benzer dikdörtgen çizdikleri görülmüştür.

3.1.1.5. Köşegenleri Birleştirme Stratejisi

İki veya daha fazla dikdörtgenin benzer olup olmadığının hem görsel hem grafiksel olarak incelenmesi sonucunda ortaya çıkan köşegenleri birleştirme stratejisine göre benzer olan dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olması gerekmektedir. Bu strateji dikdörtgenlerin benzerliğinde öğrencilerin en son kullandıkları stratejisi olmuştur. Bunun nedeni ise diğer stratejiler ile benzer olan ve olmayan dikdörtgenleri ayırıp sınıf tartışması ile ortak bir karara varıldıktan sonra benzer olan dikdörtgenler üst üste yerleştirildiğinde aralarında böyle bir ilişki olduğunun keşfedilmesidir. Etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında öğrencileri bazı dikdörtgenlerin benzer olup olmadıklarını yeniden ele almışlardır. Dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilen şekillerle birlikte verilen dikdörtgene kırmızı ve turuncu renkli dikdörtgenlerin benzer olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, verilen dikdörtgenin kırmızı ve turuncu dikdörtgenler benzerliği üzerine öğretmen ve öğrenciler arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

Ömer: Yani dikdörtgeni ortaya ikiye ayırınca iki dik üçgen oluyor ya onun uzun kenarları işte.

Mehmet: Bahsettiğin şey hipotenüsler mi yani?

Ömer: Evet o doğrular aynı doğrultuda işte.

Eren: Hipotenüs dediğiniz şey dikdörtgenlerin köşegenleri oluyor aslında (Şekil 43b).

Ömer: Evet doğru, benzer dikdörtgenlerde köşegenler aynı doğrultuda oluyor yani. Benzer olmayanlarda ise olmuyor.



Şekil 43. Ömer (sol) ve Eren'in (sağ) dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olduğunu bulması

Şekil 43a'da gösterildiği gibi Ömer koordinat sistemi üzerinde tüm dikdörtgenlerin bir köşe noktası orijin üzerinde olacak şekilde dikdörtgenleri üst üste yerleştirmiş ve bu dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olduğunu cetvel yardımıyla göstermiştir. Örneğin, yukarıda verilen diyalogda Ömer benzer olan dikdörtgenler ile ilgili şöyle bir ifadeye bulunmuştur: *"Hocam benzer dikdörtgenleri köşelerini tam denk gelecek şekilde üst üste koyduk mu üç dikdörtgenin de sivri yerleri aynı yönde gidiyor."* Benzer bir muhakeme de Eren tarafından yapılmıştır (Şekil 43b). Şekil 43a ve 43b'den de görüleceği üzere, Ömer ve Eren bu dikdörtgenleri bir koordinat düzleminin üstüne yerleştirerek dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olduğunu görmüşlerdir. Koordinat düzleminin orijinine dikdörtgenlerin bir köşesini yerleştiren öğrenciler, benzer olmayan dikdörtgenleri üst üste koyduklarında köşegenlerinin aynı doğrultuda olmadığını fark etmişlerdir. Öğrencilerin bir kısmı ise koordinat düzlemini kullanmadan sadece benzer dikdörtgenler arasındaki ilişkiye odaklanarak bu dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olup olmadığını cetvel yardımıyla bulmuşlardır (Şekil 44). Örneğin Selin, verilen dikdörtgeni kırmızı ve turuncu dikdörtgenle ortak bir köşe noktası üzerine yerleştirmiş ve cetvel ile bu dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olduğunu

göstermiştir. Ancak, öğrenci koordinat sistemine vurgu yapmadan açıklamalarda bulunmuştur.



Şekil 44. Selin'in benzer dikdörtgenleri üst üste getirmesi

3.1.1.6. Dikdörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması

Dikdörtgen etkinliğinden sonra yapılan sınıf tartışmasında öğrencilerin çoğunluğu yeşil dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olduğunu dile getirmişlerdir. Bunun sebebi olarak da dikdörtgenin kısa ve uzun kenar uzunluklarının eşit miktarda bir artma ile büyütülmüş olmasını göstermişlerdir. Benzer sebeple grup içi etkinlikler sırasında kenar uzunluklarında eşit miktarda bir artış olmadığı için bazı öğrenciler kırmızı dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olmadığını ifade etmişlerdir. Fakat tüm sınıf ile yapılan tartışma esnasında kırmızı dikdörtgenin de verilen dikdörtgene benzer olduğuna karar verilmiştir. Bu karar verme süresince öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Mehmet: Kırmızı dikdörtgende 4 cm olan kısa kenar 2 cm artarak 6 cm olmuş. Fakat 6 cm olan kenar 2 cm artmak yerine 3 cm artmış. Eşit miktarda bir artış olmadığından benzer değildir.

Eren: Eşit miktara bir artış olması gerekmiyor ki?

Ömer: O zaman neye bakarak benzer olduğuna karar verdin?

Eren: Kenarlar arasındaki orana baktım.

Selin: Oran derken nasıl yani? Hangi kenarların oranı?

Eren: Verilen dikdörtgenin kısa kenarını uzun kenarına oranlarsam $\frac{4}{6}$ yani $\frac{2}{3}$ oranını bulurum. Kırmızı için de aynı oranı yazarsam $\frac{6}{9}$ yani yine $\frac{2}{3}$ oranı olur. O yüzden de benzer olurlar.

Mehmet: Biz hiç o açıdan bakmamıştık, mantıklıymış.

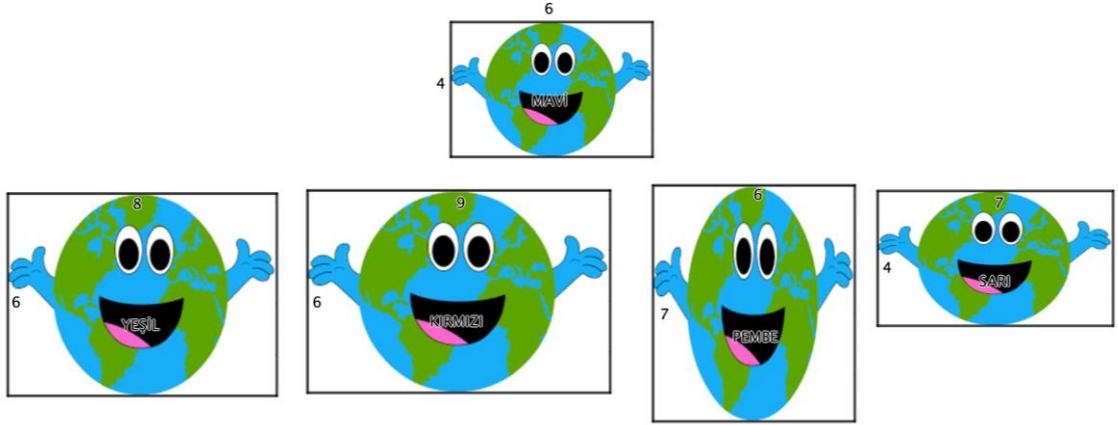
Ömer: Şimdi sen söyleyince aklıma geldi. Aslında demek istediğin şeyi ekleme ile de açıklayabiliriz.

Eren: Ekleme derken toplama gibi düşünerek mi?

Ömer: Şöyle mesela, kısa kenara da uzun kenara da eşit miktarda ekleme yaparsak bu adaletli bir büyüme olmaz. Uzun kenarın kısa kenardan daha fazla büyümesi lazım.

Tüm sınıf tartışmasının bu bölümünde öğrenciler iki dikdörtgenin benzerliğine karar verilirken dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarına odaklanmanın dikdörtgenler için geçerli bir strateji olmadığını fark etmişlerdir. Örneğin Eren benzerlik oranı stratejisi kullanarak verilen dikdörtgenle kırmızı dikdörtgenin benzer olmadıklarını ifade etmiştir. Grup içi etkinlik sırasında benzerlik oranı stratejisini kullanmayan öğrenciler, Eren'in açıklamalarından sonra kendi kullandıkları toplamsal stratejinin yanlış olduğunu fark etmişlerdir. Örneğin Ömer, *“Aslında demek istediğin şeyi ekleme ile de açıklayabiliriz... Kısa kenara da uzun kenara da eşit miktarda ekleme yaparsak bu adaletli bir büyüme olmaz. Uzun kenarın kısa kenardan daha fazla büyümesi lazım”* diyerek toplamsal stratejinin yanlış olduğunu vurgulamıştır.

Şekil 45'te verildiği üzere dikdörtgenlerin içine yerleştirilmiş resimler öğrencilere gösterildiğinde, öğrencilerin görünüme dayalı stratejiler de kullandıkları görülmüştür. İçindeki resimler ile birlikte dikdörtgenleri inceleyen öğrencilerin kenar uzunluklarında eşit miktarda bir artış olduğu için grup içi tartışma sırasında benzer olduğuna karar verdikleri yeşil dikdörtgenin benzerliği hakkındaki düşünceleri değişmiştir. Öğrenciler verilen dikdörtgenin içerisindeki resim ile birlikte büyüdüğünü düşünerek yeşil dikdörtgenin içindeki resmin şekli bozulduğu için benzer olamayacağını fark etmişlerdir. Burada öğrenciler göreceli konumlama stratejisini kullanarak yeşil dikdörtgenin verilen dikdörtgene benzer olmadığını bulmuşlardır. Örneğin Erol, *“Yeşilde dünya şekli yanlardan hafif bastırılmış gibi duruyor. O yüzden bunlar benzer olmaz”* şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Benzer şekilde toplamsal strateji ile benzer olmadığı bulunan sarı ve pembe dikdörtgenlerin içine yerleştirilen resimlere göre de benzer olamayacakları ifade edilmiştir.



Şekil 45. Dikdörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü

Benzer olmayan dikdörtgenler için yine göreceli konumlama stratejisini kullanan Erol Şekil 46’da gösterdiği üzere Dünya şeklinde boyuna bir uzama ya da enine bir genişleme olacağını ifade etmiştir. Erol, bu stratejiyi kullanırken boyuna uzamayı göstermek için ellerini üst üste yerleştirmiş ve sonrasında yukarı doğru hareket ettirerek boyuna uzamayı tasvir edecek şekilde jestler kullanmıştır. Benzer bir jesti, enine doğru genişleme için de yapmıştır. Burada Erol resmin görüntüsünün bozulacağını ifade ederek sarı, pembe ve yeşil dikdörtgenlerin verilen dikdörtgene benzer olmadıklarının farkına varmıştır. Bu durumu; “*Pembe dikdörtgen çok daralmış ve yukarı doğru uzamış. Sarı dikdörtgen de enine çok fazla uzamış* (Şekil 46)” şeklinde açıklamıştır.



Şekil 46. Dikdörtgenin içerisine yerleştirilen resimde sadece boyuna ya da sadece enine bir uzama olduğunun gösterilmesi

Özetle; dikdörtgenlerin benzerliği ile ilgili yapılan ilk etkinlikte öğrencilerin toplamsal strateji, döşeme stratejisi, göreceli konumlama stratejisi, benzerlik oranı stratejisi ve köşegenleri birleştirme stratejisi olmak üzere beş farklı strateji kullandıkları görülmüştür. Bu stratejilerden toplamsal strateji dışındaki diğer stratejilerde benzer dikdörtgenler doğru şekilde belirlenmiştir. Toplamsal stratejide ise öğrenciler bazı dikdörtgenler için doğru sonuca ulaşırken benzer olmayan bazı dikdörtgenlerin benzer olduğunu ifade ederek yanlış sonuca ulaştıkları da görülmüştür. Sonuç olarak yapılan

sınıf tartışmasında kullanılan bütün stratejiler tüm sınıfla birlikte tartışılarak verilen dikdörtgene kırmızı ve turuncu dikdörtgenler benzer olduğuna, yeşil sarı ve pembe dikdörtgenlerin ise benzer olmadığına karar verilmiştir.

3.1.2. Yamukların Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler

Öğrencilerden verilen bir yamuğa benzer olan ya da olmayan yamukları bulmaları istenilen ikinci etkinlikte öğrencilerin kullandıkları stratejilere bu bölümde yer verilmiştir. Bu etkinlikte öğrenciler açığa dayalı strateji, görsel strateji, sabit oran stratejisi, birimselleştirme stratejisi ve benzerlik oranı stratejilerini kullanmışlardır.

3.1.2.1. Açığa Dayalı Strateji

Bu stratejide verilen geometrik şekillerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açı ölçülerinin birbirine eşit olup olmasına göre şekillerin benzerliği hakkında karar verildiği görülmüştür. Benzerliği incelenen yamukların hepsi dik yamuk olmasından dolayı öğrenciler özellikle yamukların birbirinden farklı olan dar açı ölçülerine odaklanmışlardır. Açıları eş olmayan yamukların benzer olamayacağına karar verildiği için bu yamuklarının kenarları arasındaki ilişkiye bakılmaksızın benzer olmadıklarının ifade eden öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

Ömer: Yamukların şu sivri yerlerindeki açıları aynı mı acaba?

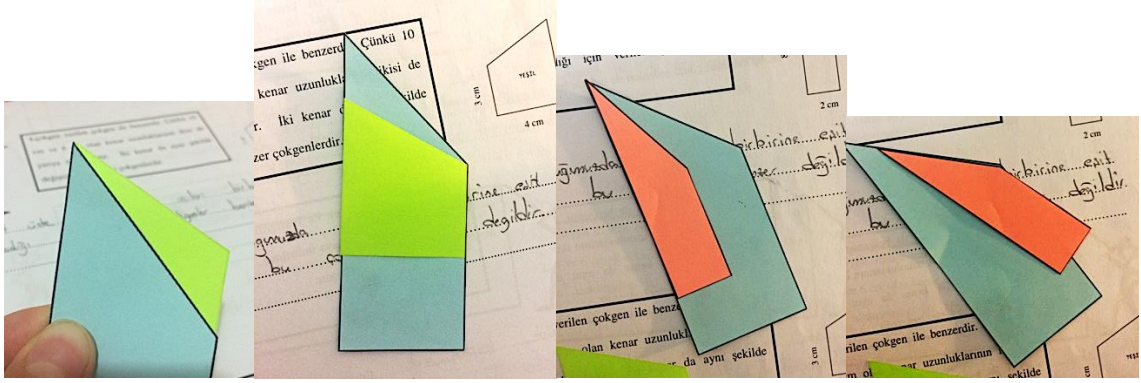
Erol: Üst üste koyup bakabiliriz. Tam denk geliyorsa aynıdır (Şekil 47).

Şeyda: Pembe ve yeşili mavi yamuğun üstüne koyup bakalım o zaman?

Erol: İkisinin de açıları maviden farklı.

Ömer: Açılar farklı çıkıyorsa benzer olmaz ki, kenarlara bakmaya gerek bile yok. Açıları aynı değilse benzer değiller o zaman.

Şeyda: Evet açıları farklı benzer değiller.



Şekil 47. Yeşil ve pembe yamukların açı ölçülerinin eş olmadığının gösterilmesi

Açı ölçüleri farklı olan yamukların benzerliği konusunda öğrencileri doğru sonuca götüren bu stratejinin açı ölçüleri eşit olduğu halde benzer olmayan yamukların benzerliği hakkında öğrencilerin yanlış karar vermelerine sebep olduğu görülmüştür. Bu durumu grup 2'deki öğrenciler şu şekilde ifade etmişlerdir:

Mehmet: İki kenarı da eşit kısaltmış benzer gibi.

Selin: Şekilleri üst üste koyup karar verelim bence. Açıları nasıl ki?

Can: Eşit oluyor iki açısı da. Diğer açılar zaten 90 derece.

Mehmet: Açıları eşitse o zaman bu ikisi kesin benzer.

Selin: Hatta şekilleri şöyle birleştirince de tam birleşiyorlar. Dar ve geniş açıları eşit olduğundan. Bence de kırmızı kesin benzerdir (Şekil 48).



Şekil 48. Kırmızı yamuğun açı ölçülerinin eş olmasından dolayı mavi yamuğa benzer olduğunun gösterilmesi

3.1.2.2. Görsel Strateji

Yamukların benzerliğini incelerken görsel stratejiyi kullanan öğrencilerin yamuğun açılarına ya da kenar uzunluklarına odaklanmadan sadece görsel olarak verilen yamukları

yorumlayarak benzer olup olmadıklarına konusunda tahminde bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin yaptıkları tahminler gelişigüzel mantıksız tahminlerden ziyade verilen yamukların belli bir özelliğine odaklanılarak yapılan bilinçli tahminler olmuştur. Burada öğrenciler özellikle kendilerine verilen yamukların eğimli olan kenarlarına odaklanmışlardır. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen diyalog ise şu şekildedir:

Selin: En son verilen yeşil yamuğa bakalım.

Mehmet: O da benzer değil bence şeklinden belli zaten.

Can: Şeklinden nasıl belli ki?

Selin: Şu eğimli olan kenarlarına baksana. Biri daha fazla dik diğeri daha yatık (Şekil 49).

Mehmet: Yani şekilde hemen belli oluyor zaten benzer gibi durmuyorlar.



Şekil 49. Yeşil yamuğun benzer olmadığına görsel olarak şekline bakılarak karar verilmesi

Grup içi etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında yeşil yamuğun yanında pembe yamuğun da verilen mavi yamuğa benzer olmadığını bulurken bu stratejiden yararlandığı görülmüştür.

3.1.2.3. Sabit Oran Stratejisi

Sayısal ilişkiye dayalı bu stratejiyi kullanan öğrenciler iki şeklin birbirine karşılık gelen kenar uzunlukları arasındaki orana bakarak şekillerin benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Burada öğrencilerin kullandıkları oran $\frac{3}{4}$ gibi tam sayı olmayan bir orandan ziyade 2 katı ya da yarısı gibi hesaplaması daha kolay oranlar olmuştur. Ayrıca geometrik şekiller arasında sabit bir oran bulan öğrencilerin şekillerin

açılarına bakmadan bu orana göre benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Grup 3'teki öğrenciler yeşil yamuğun verilen mavi yamuğa benzer olmadığını bu stratejiyi kullanarak bulmalarına ait aralarında geçen konuşma şu şekildedir:

Yasemin: Yeşil yamuk benzer gibi sanki. İki kenarda da eşit bir değişim olmuş.

Eren: Evet, iki kenarda yarıya inmiş. Ama benzerlik için yeterli mi ki?

Yasemin: Açılarını mı baksak acaba, aynı mı ki?

Eren: Aslında açılarına bakmaya bile gerek yok. Yamuğun altındaki kenar 4 cm olarak kalmış, değişmemiş ki. Üç kenarın birden yarıya inmesi lazımdı. O yüzden bence benzer değil.

Yasemin: Evet, onu fark edememişim. Benzer olmuyor o zaman.

Yasemin ve Eren 6 cm olan kenar yarıya inerek 3 cm ve 10 cm olan kenar yarıya inerek 5 cm olduğunu ifade ederek verilen yamukların birbirlerine karşılık gelen kenarları arasındaki sabit orana odaklanmışlardır. Benzer şekilde 4 cm olan kenarın da yarıya inerek 2 cm olması gerektiği ifade ederek böyle bir değişim olmadığından yeşil yamuğun benzer olmadığı sonucuna vardıkları görülmüştür. Burada öğrenciler şekillerin kenarları arasındaki orana odaklanarak benzer olup olmadıklarına karar vermişler ve yeşil yamuk ile verilen mavi yamuğun açılarının eş olup olmadığına bakma gereksinimi duymamışlardır. Bu durum grubun ortak fikrinin yazıldığı çalışma kâğıdında da *“Yamuğun üçüncü kenarı da yarıya düşmediği için benzer değildir”* şeklinde ifade edilerek sadece kenarlar arasındaki orana bakarak şekillerin benzerliği hakkında yorum yaptıklarını göstermiştir.

Grup 2'deki öğrencilerin ise aynı stratejiyi benzer olan yamukları bulmada kullandıkları görülmüştür. Bu doğrultuda öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Selin: Mavi yamuktan sarı yamuğa geçerken eşit miktarda bir artış olduğundan benzer gibi.

Can: Eşit miktar derken tam olarak neyi kastettin?

Selin: Sarıdaki karşılıklı kenarlar iki katına çıkmış. Ama alt kısmındaki kenar da değişmiş. Alt kısmı kısa ise benzer olur mu ki?

Mehmet: Alttaki kenar aynı kalmak zorunda değil ki. O da iki katına çıkmış. 2'nin 2 katı 4 ediyor. O da zaten mavinin aynı kenarına denk geliyor işte.

Can: O zaman üç kenarına iki katına çıkarırsak mavi yamuk oluşur ve bu yüzden benzerdir diyebiliriz.

Burada öğrenciler sarı yamuk ile mavi yamuk arasındaki $\frac{1}{2}$ olan benzerlik oranına göre değil de karşılıklı kenar arasındaki iki katı ilişkiye odaklanarak bu yamukları benzer olduklarına karar vermişlerdir. Bütün kenarlar iki katına çıktığından şeklin benzer olduğunu ifade ederken şekillerin açıları hakkında ise herhangi bir çıkarımda bulunmamışlardır.

3.1.2.4. Birimselleştirme Stratejisi

Verilen geometrik şekillerdeki orijinal bir uzunluğun birim olarak kullanıldığı bu stratejiyi sadece grup 2'deki öğrenciler kullanmıştır. Bu öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Mehmet: Sarı yamukta bütün kenarlar değişmiş benzer olur o zaman.

Can: Üst Üste koyup açılara da bakalım mı?

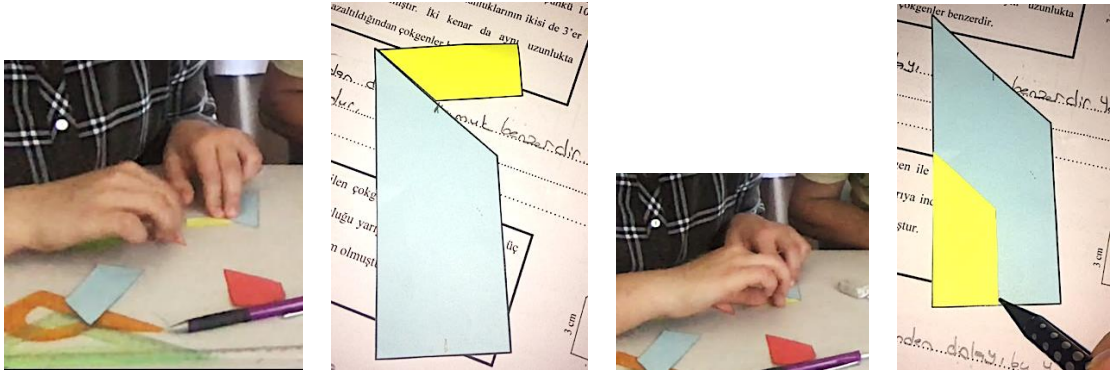
Mehmet: Açıları aynı çıkıyor.

Selin: Üst üste koyunca açılara değil bir de şu baksanıza. Sarı olanın eğimli olan kenarından iki tane mavinin eğimli olan kenarına denk geliyor.

Can: Diğer kenarları da bir ölçsene öyle mi oluyor?

Selin: Evet alttaki kenarı da iki tane yapıyor.

Mehmet: Tamam işte o zaman bu iki yamuk benzerdirler.



Şekil 50. Sarı yamukun kenarlarının bir birim olarak kullanılıp mavi yamukun kenarlarının ölçülmesi

Şekil 50'de görüldüğü üzere öğrenciler sarı yamukun kenarlarını birim olarak kullanarak mavi yamukun kenarlarını ölçmüşlerdir. Her kenarda da sarı yamukun kenarının iki tanesinin mavi yamukun kenarına denk geldiğini ifade etmişlerdir. Yani sarı

yamuğun kenarlarını bir birim olarak kullanıp mavi yamuğun bütün kenarlarının sarı yamuğun kenarlarının iki katı daha büyük olduğuna dayanarak bu yamukların benzer olduklarını dile getirmişlerdir.

3.1.2.5. Benzerlik Oranı Stratejisi

Verilen çokgenlerin birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının oranına bakılarak çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verilen benzerlik oranı stratejisinde öğrenciler verilen yamukların kenar uzunluklarını birbirine oranlayarak benzer olup olmadıklarına karar vermişlerdir. Yamukların benzerliği incelenirken bu stratejiyi kullanan Yasemin ve Eren arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Eren: Bence kırmızı yamuk verilen mavi yamuğa benzer değil.

Yasemin: Ama açılarını üst üste yerleştirip baktık eşit oluyor.

Eren: Açılarının eşit olması yetmez ki kenarlara da bakmak gerekir.

Yasemin: Evet haklısın kenarlara da bakmak gerekir ama kenarları da eşit azalmamış mı? Nasıl benzer değil diyorsun ki?

Eren: Bütün kenarları azalmamış. Alttaki kısa kenara bak o hiç değişmemiş.

Yasemin: Doğru ona dikkat etmemiştim.

Eren: Aslında bakarsan diğer kenarla da doğru bir şekilde değişmemiş.

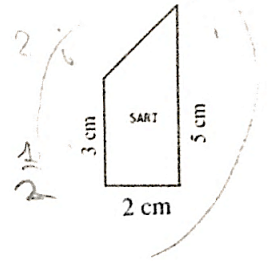
Yasemin: Evet, 6 olan kenar yarıya inmiş 3 olmuş ama 10 olan kenar 7 olmuş. Yarıya inmemiş.

Eren: Evet yarıya inmesi gerekiyor ya da şöyle de diyebiliriz ilk kenarların oranı $\frac{10}{7}$ ise diğer kenarların da birbirlerine oranı $\frac{10}{7}$ olmalı. O zaman benzer olurlar.

Burada öğrenciler verilen yamukların açı ölçülerinden ziyade kenar uzunluklarının birbirine oranına bakarak verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar vermişleridir. Bu düşüncelerini kendilerine verilen etkinlik kâğıdına açı ölçüleri eş olduğu halde verilen yamuğa benzer olmayan kırmızı yamuk için “*tüm kenarların oranları birbirinden farklı olduğu için benzer değildir*” şeklinde ifade etmişlerdir. Yasemin ve Eren benzer olmayan yamukları ayırt etmek için kullandıkları benzerlik oranı stratejisini aynı şekilde benzer yamukları bulurken de kullanmışlardır. Sarı yamuğun verilen mavi yamuğa benzer olduğunu ifade ederken şekil 51’de görüldüğü üzere kenarlar arasındaki orandan bahsetmişlerdir.



2.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü üç kenarın da uzunluğu yarıya indirilmiş. $10/2=5$ cm, $6/2=3$ cm, $4/2=2$ cm olmuştur.



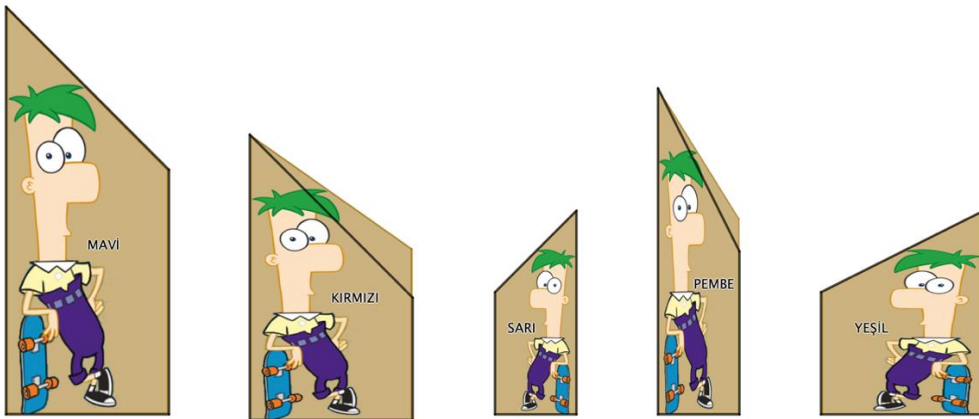
.....Tüm kenarların.....iseki.....hallerine.....oranları.....hepsini.....
..... $\frac{1}{2}$ olduğundan değişmiştir.....

Şekil 51. Yasemin ve Eren'in etkinlik kâğıdına sarı yamuk için yazdıkları ifade

Burada öğrenciler ilk baştaki yamuğun bütün kenar uzunlukları verilen yamuğun kenar uzunluklarına oranlayarak $\frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4}$ 'den $\frac{1}{2}$ oranını bulmuşlardır ve verilen ifadenin bu orana göre doğru olacağını ifade etmişlerdir.

3.1.2.6. Yamukların Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması

Grup içi etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında yamukların içerisine yerleştirilmiş resimler öğrencilere gösterilmiştir (Şekil 52). Ölçüt olarak alınan mavi yamuk ile kırmızı yamuğun açıları eş olduğundan, bu yamukların birbirine benzer olduğunu ifade eden bazı öğrenciler resmi gördükten sonra fikirlerini değiştirmiştir. Kırmızı yamuğun benzer olmadığını sadece benzerlik oranını kullanan öğrenciler fark edebilmiştir.



Şekil 52. Yamukların içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü

Grup içi etkinlik sırasında kırmızı yamuğun verilen mavi yamuğa benzer olduğunu düşünen öğrencilerden bazılarının, yamukların açıları eş olduğu için kenarları arasındaki ilişkiye bakmadan bu iki yamuğun benzer olacağına karar verdikleri görülmüştür. İki yamuğun benzer olduğunu düşünen Mehmet isimli öğrenci bu düşüncesini *“Kırmızı ile mavi yamuğun açıları eş, o zaman kenarlarına hiç bakmaya gerek yok. Benzer olurlar”* şeklinde dile getirmişler. Fakat bu öğrenciler kırmızı yamuğun içine yerleştirilmiş resmi görünce resim yana doğru genişlemiş olduğundan ve resmin şekli bozulduğundan benzer olmadığını fark etmişlerdir. Bu noktada kırmızı yamuk ile ilgili sınıf tartışmasında öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Mehmet: Kırmızı da resim yamuğun içine tam olarak sığmamış. Demek ki benzer değilmiş.

Ömer: Aslında mavi yamuk kırmızı yamuğun alttan biraz uzatılmış hali.

Selin: Evet öyle ama bir resmi sadece alttan uzatırsak resmin görüntüsü bozuluyordu. Pisagor resmini Microsoft Word dosyasında sadece aşağından çektiğimizde oluşan şeklini hatırla.

Ömer: Evet doğru sadece bir yönden büyütmeyle benzer olmuyordu.

Can: Yani o zaman resim orijinaline göre ya çok uzun ya da çok şişman oluyordu. Kırmızıda da durum öyle sanırım.

Mehmet: Burada da zaten kırmızıda yana doğru bir genişleme var gibi.

Aynı şekilde yeşil ve pembe yamuğun da verilen mavi yamuğa benzer olmadığı bulunurken Erol grup arkadaşlarından farklı olarak görsel stratejiden yararlanmıştır. Erol bu durumu *“pembe yamuk çok ince gözüküyor. Mavi yamuğun fazlaca daraltılmış hali gibi duruyor. O yüzden benzer olmaz”* şeklinde ifade etmiştir. Yamukların içerisine yerleştirilen resimlerin görünümünün de bu öğrencinin iddiasını desteklediği görülmüştür. Öğrenciler yamukların içine yerleştirilen resimleri gördükten sonra sarı yamuğun verilen mavi yamuğa benzerliği konusunda fikirleri değişmemiştir. Sarı yamuğun içindeki resmin farklı yönde olması, bu yamukların benzerliğini etkilemediğini ifade etmişlerdir. Bu durumu Ömer, *“Sarı yamuk ters dönmüş gibi duruyor ama zaten diğer tarafını çevirirsek aynı olur. Bu şekilde durması benzerlik için bir şey ifade etmez ki. Üç kenarı da yarıya inmiş hepsi değişmiş yani. O yüzden benzer olur”* şeklinde açıklamıştır. Sınıftaki diğer öğrencilerin de yamuğun yönünün ters olmasının benzerliğini etkilemeyeceği düşüncesine katıldığı görülmüştür.

Özetle; yamukların benzerliği ile ilgili yapılan bu etkinlikte öğrencilerin açığa dayalı strateji, görsel strateji, sabit oran stratejisi, birimselleştirme stratejisi ve benzerlik oranı stratejisini kullandıkları görülmüştür. Dikdörtgenlerden farklı olarak açığa dayalı stratejiler burada ön plana çıkmıştır. Burada öğrencilerin en çok açı ölçüleri eşit fakat kenar uzunlukları orantılı olmayan kırmızı yamuğun verilen mavi yamuğa benzer olup olmadığını belirlemede zorlandıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler açı ölçüleri eşit olduğundan benzer olduğunu ifade ederken bazıları ise üç kenarının da değişmediği için benzer olamayacağını dile getirmiştir. Sonuç olarak tüm sınıf verilen mavi yamuğa sadece sarı yamuğun benzer olduğuna karar vermişlerdir.

3.2. İkinci Aşama Etkinliklere Ait Bulgular

İki çokgenin benzerliği hakkında karar verebilmek için bu çokgenlerin birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının orantılı olmasının yeterli bir ölçüt olmadığının farkına varılmasını amaçlayan ikinci aşama etkinliklerde öğrenciler kare, eşkenar dörtgen ve düzgün altıgen üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilerin verilen bu çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verirken kullandıkları stratejiler incelenmiştir.

3.2.1. Karelerin ve Eşkenar Dörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler

Öğrencilerden verilen bir kareye benzer olan ya da olmayan çokgenleri bulmaları istenilen etkinlikte kenarlar arasındaki ilişkiden ziyade açılar arasındaki ilişkiye odaklandıkları için daha çok açığa dayalı stratejilerin kullanıldığı görülmüştür. Bu etkinlikte karelerin kendi arasındaki benzerliklerinin yanında kare ile eşkenar dörtgenin de benzer olup olmadığı incelendiğinden çokgenlerin farklılığından dolayı görsel stratejilerinin de kullanıldığı görülmüştür.

3.2.1.1. Açığa Dayalı Strateji

Bu stratejide verilen geometrik şekillerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açılarının birbirine eş olup olmasına göre şekillerin benzerliği hakkında karar verildiği görülmüştür. Karelerin bütün açıları eş olduğundan bu strateji kare ile eşkenar

dörtgenin benzerliği incelenirken kullanılmıştır. Açı ölçüleri eşit olmadığından kare ile eşkenar dörtgenin benzer olamayacağına karar verildiği için bu çokgenlerin kenarları arasındaki ilişkiye bakılmaksızın benzer olmadıkları ifade eden öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

Şeyda: Pembe (kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar dörtgen) şekle bakalım.

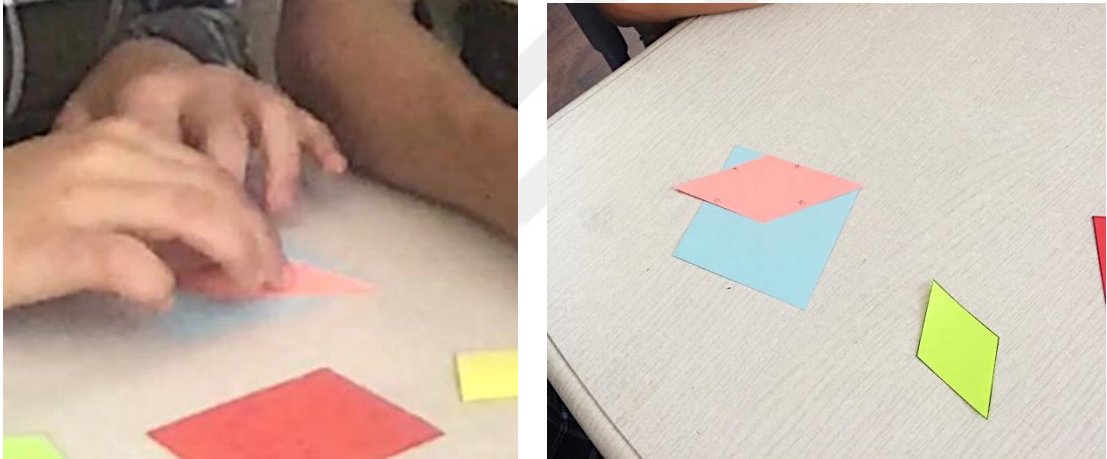
Erol: Bunun benzer olmadığı belli zaten.

Ömer: Evet belli, açıları aynı değil çünkü

Şeyda: Şöyle üst üste yerleştirip açılarına bakalım (Şekil 53). Açıları farklı belli oluyor. Kenarlarına bakmaya gerek yok o zaman zaten açıları farklı.

Erol: O zaman yeşil (kenar uzunluğu 4 cm olan eşkenar dörtgen) de benzer olmaz. Onun da açıları verilen maviden (kenar uzunluğu 8 cm olan kare) farklı.

Ömer: Yani, pembe ve yeşil açıları farklı olduğundan benzer değil.



Şekil 53. Eşkenar dörtgen ile verilen mavi karenin açılarının eş olmadıklarının incelenmesi

Burada öğrenciler kare ile eşkenar dörtgenin açılarını üst üste yerleştirerek eş olup olmadıklarını incelemişlerdir. Açıları birbirine eş olmadığı için bu çokgenlerin benzer olmadığı sonucuna varmışlardır.

3.2.1.2. Şekil Türü Stratejisi

Şekil türü stratejisini kullanan öğrencilerin verilen iki şekil aynı şeklin farklı boyutlarında ise benzer, farklı şeklin farklı boyutlarında ise benzer değildir şeklinde çıkarımlarda bulundukları görülmüştür. Bu stratejide öğrenciler şeklin türünü bir

benzerlik kanıtı olarak kullanıp verilen karenin kenar uzunlukları ve açı ölçülerinden ziyade şekline odaklanarak diğer şekillerle benzerliğini incelemişlerdir. Şekillerin türüne göre benzer olup olmadıklarına karar veren grup 2'deki öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Mehmet: Pembe (kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar dörtgen) olan hiç benzer değil zaten.

Can: Her bir kenarı 2 cm azalmış diyor.

Mehmet: Onunla alakası yok bence, şekil değişmiş tamamen.

Selin: Evet, şekil kare değil nasıl benzer olsun.

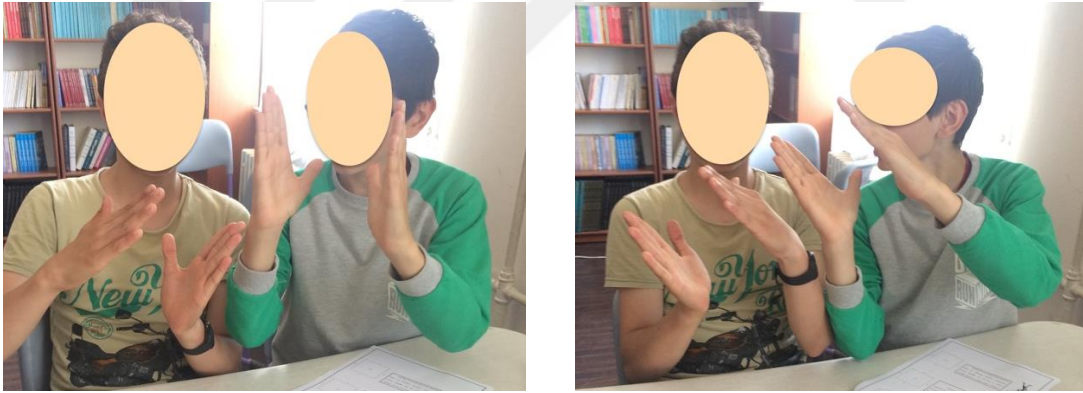
Can: Doğru kare değil. Şekil biraz daha eğimli olmuş, şöyle yan yatmış gibi (Şekil 54)

Can: Yeşil şekle (kenar uzunluğu 4 cm olan eşkenar dörtgen) bakalım.

Mehmet: O da benzer değil. Şekli değişmiş.

Selin: Diğer şekil ile aynı zaten.

Can: Evet, o da sarı gibi eşkenar dörtgen o yüzden verilen kareye benzer olmaz o zaman.



Şekil 54. Kare ile eşkenar dörtgenin aynı şekilde olmadıklarının gösterilmesi

Şekil türü stratejisini kullanan öğrenciler bu stratejiyi sadece benzer olmayan dörtgenleri bulmanın yanında benzer olan dörtgenleri de bulurken kullandıkları görülmüştür. Bu doğrultuda grup 2'deki aynı öğrenciler arasında devam eden diyalog ise şu şekildedir:

Selin: Peki, kırmızı (kenar uzunluğu 7 cm olan kare) ile mavi (kenar uzunluğu 8 cm olan kare) benzer gibi ama neden acaba?

Mehmet: Bence de benzer.

Selin: Neden peki, açıklayabilir misin bana? Sadece kenarları eşit azaldığı için mi?

Mehmet: Hayır, şekil de değişmemiş yine bir kare var ortada sonuçta.

Selin: Açılarına hiç bakmadık ama

Can: Açılarına ne gerek var, zaten kare görmüyor musun? Eşit işte açılar.

Selin: O zaman kare iken şekil değişmemiş ve yine kare olarak kaldığı için benzerdir.

Can: Evet, şekilde bir değişme olmamış benzer.

3.2.1.3. Döşeme Stratejisi

Döşeme stratejisini kullanan öğrencilerin iki şekilden küçük olan şeklin birkaç parçası bir araya getirilerek büyük şekil oluşturulabiliyorsa bu şekillerin benzer olduğu sonucuna vardıkları görülmüştür. Bu strateji kenar uzunlukları birbirinin tam katı olmayan çokgenlerin benzerliğinde kullanılamadığı için etkinlikte verilen karelerden sadece sarı karenin benzerliği hakkında çıkarımda bulunurken kullanılmıştır. Sarı karenin benzerliğinde döşeme stratejisini kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Can: Sarı ile mavi kare birbirine benzer.

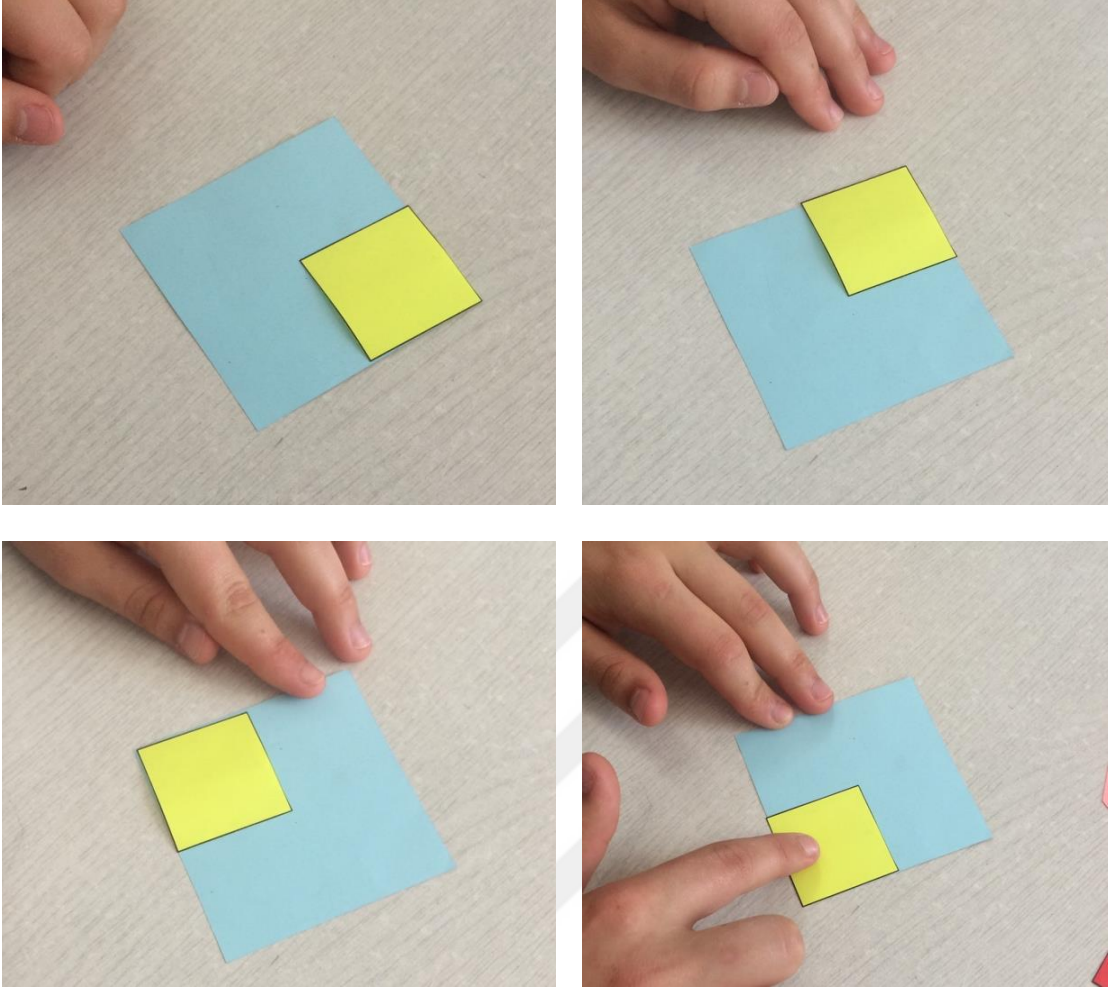
Mehmet: Hemen benzer dedin ya değilse, nasıl anladın?

Can: Doğru işte her bir kenar yarıya indirilmiş. 8 olan bütün yerler 4 olmuş.

Selin: Bu sarıdan dört parça olursa mavinin içi tamamen doluyor. O yüzden de benzerdir diyebiliriz.

Mehmet: Evet, öyle de benzer oluyor zaten.

Şekil 55'te görüldüğü üzere Selin isimli öğrenci mavi karenin içini hiç boşluk kalmayacak şekilde sarı kare ile doldurmuştur. Küçük şekil ile büyük şeklin içi tam olarak dolduğu için bu şekillerin benzer olduğu sonucuna varmıştır. Fakat aynı öğrencinin kenar uzunluğu 7 cm olan kırmızı kare ile verilen mavi karenin içini tam olarak döşeyemediği için kırmızı karenin benzerliği hakkında çıkarımda bulunurken döşeme stratejisini kullanmadığı görülmüştür.



Şekil 55. Döşeme stratejisi kullanılarak sarı kare ile mavi karenin benzerliğinin bulunması

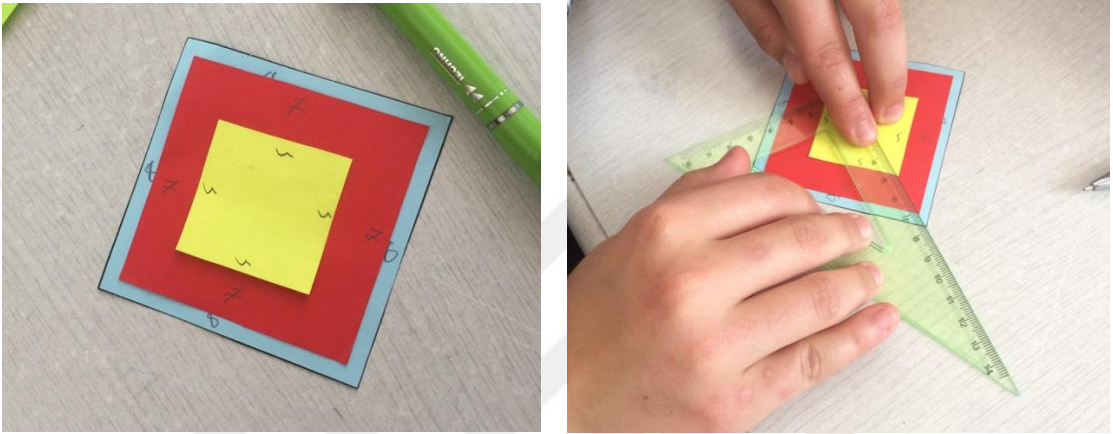
3.2.1.4. Toplamsal Strateji

Dikdörtgenlerin benzerliği incelenirken öğrencilerin ilk kullandıkları strateji olan toplamsal stratejiyi karelerin benzerliği incelenirken de kullandıkları görülmüştür. Dikdörtgende olduğu gibi karenin de bütün açı ölçüleri eşit olduğundan kenar uzunları arasındaki ilişkiye odaklanıldığı görülmüştür. Burada öğrenciler verilen karelerin kenar uzunlukları arasındaki sabit farka bakarak benzer olup olmadıklarına karar vermişlerdir. Yalnız burada dikdörtgende kullanılan toplamsal stratejiden farklı olarak verilen kareler merkezleri üst süte çakışacak şekilde yerleştirilmiş ve kenarda kalan uzunluklar arasındaki sabit farka odaklanılmıştır. Yani öğrenciler toplamsal stratejinin daha özel bir hali olan çerçeveleme biçimindeki toplamsal stratejiyi kullanmışlardır. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Mehmet: Sonuç olarak sarı ve kırmızı kare mavi kareye benzer, diğer iki şekil benzer değil.

Selin: Aslında benzer şekiller böyle (Şekil 56) üst üste koyunca şu kenarda kalan boşluklar da eşit oluyor. (Kareleri merkezleri üst üste gelecek şekilde yerleştirmiştir.)

Can: Evet mantıklı, o yüzden de benzerdirler diyebiliriz.



Şekil 56. Toplamsal stratejisi kullanılarak karelerin benzerliğinin incelenmesi

Dikdörtgenlerin benzerliğini incelerken kullandığı toplamsal strateji ile yanlış sonuca ulaşan Selin'in, aynı stratejinin kare için geçerli olup olmayacağı konusunda kararsız kaldığı görülmüştür. Grup arkadaşlarının yaptığı açıklamalar Selin için yeterli olmamış ve kararsızlık durumu devam etmiştir. Bu yüzden öğrencinin yaşadığı bu zorluk sınıf tartışmasına taşınmıştır. Öğrencinin yaşadığı bu zorluğa yönelik grup arkadaşları ile arasında geçen diyaloglar sınıf ile paylaşılmış ve diğer öğrencilerle yapılan tüm sınıf tartışmasında bu kararsızlık durumunun ortadan kalktığı görülmüştür. Bu konuda öğrenciler arasında geçen diyaloglar tüm sınıf tartışması kısmında okuyucuya sunulmuştur.

3.2.1.5. Köşegenleri Birleştirme Stratejisi

İki veya daha fazla dikdörtgenin benzer olup olmadığının hem görsel hem grafiksel olarak incelenmesi sonucunda ortaya çıkan köşegenleri birleştirme stratejisini bazı öğrencilerin karelerin benzerliğini incelerken de kullandıkları görülmüştür. Burada öğrenciler dikdörtgenlerde olduğu gibi kareleri bir köşeleri ortak olacak şekilde üst üste

koyarak köşegenlerinin aynı doğrultuda olup olmamasına göre benzerliklerini incelemişlerdir (Şekil 57). Köşegen oluşturma stratejisini kullanan grup 1'deki öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Erol: Şimdi bu üç tanesi benzer oluyor. (Sarı, kırmızı ve mavi kare)

Şeyda: Evet o üçü benzer oluyor.

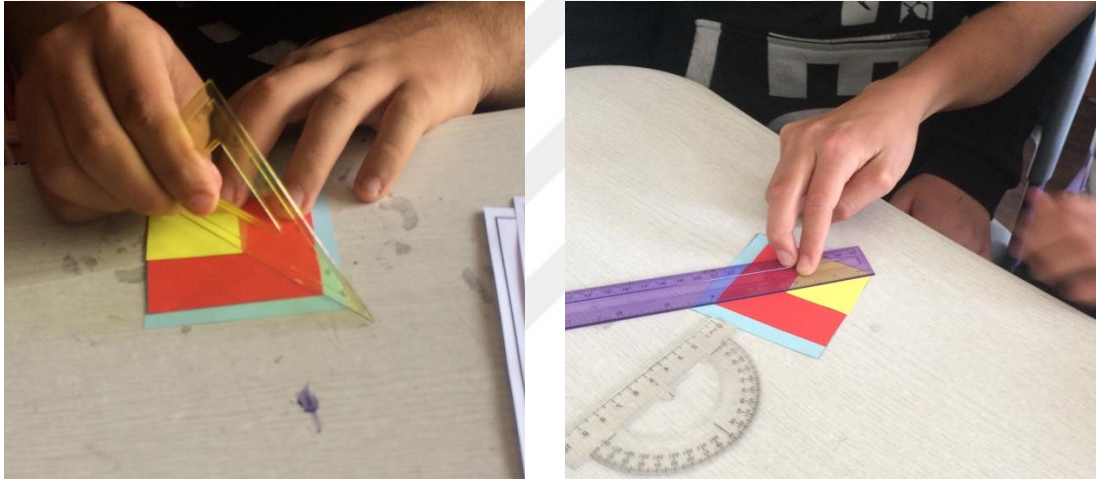
Ömer: Aslında dikdörtgenlerde yaptığımızı burada da yapsak olur mu ki?

Şeyda: Üst üste koyup bakalım bir.

Ömer: Aynı doğrultuda gibi.

Erol: Dur cetvelle bakalım. Evet aynı doğrultuymuş.

Ömer: O zaman doğru bulduk üçü de benzer oluyor.



Şekil 57. Benzer karelerin köşegenlerin aynı doğrultuda olduğunun bulması

3.2.1.6. Benzerlik Oranı Stratejisi

Kare ve eşkenar dörtgenlerin benzerliğinin incelendiği bu etkinlikte benzerlik oranı stratejisini kullanan öğrenciler bu stratejiyi sadece karelerin kendi aralarındaki benzerliklerini incelerken kullanmışlardır. Kare ile eşkenar dörtgenin birbirlerine benzer olup olmama durumlarında ise bu stratejiyi kullanmadıkları görülmüştür. Burada öğrenciler kenar uzunluğu 8 cm olarak verilen mavi kareye benzer olan kareleri bulurken karelerin kenar uzunluklarını kendi içerisinde oranlayarak benzerlik oranı stratejisini oran içi biçimde ilişkilendirmişlerdir. Yani verilen karenin herhangi iki kenarının oranını diğer karelerin herhangi iki kenarlarının oranı ile karşılaştırmışlardır. Bu doğrultuda Yasemin ve Eren arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Yasemin: Burada da diğer çokgenlerdeki gibi kenarlar arasındaki orana baksak yeterli midir sence?

Eren: Bence evet, ama bu diğerlerine göre daha kolay. Çünkü kare.

Yasemin: Nasıl yani? Kare olması neyi değiştirir ki?

Eren: Karenin bütün kenarlarını birbirine oranlarsak 1 olmaz mı?

Yasemin: Bütün kenarları eşit olduğundan öyle oluyor, haklısın.

Eren: Açılar da zaten 90 derece hepsi.

Yasemin: O zaman sarı kare verilen kareye benzerdir.

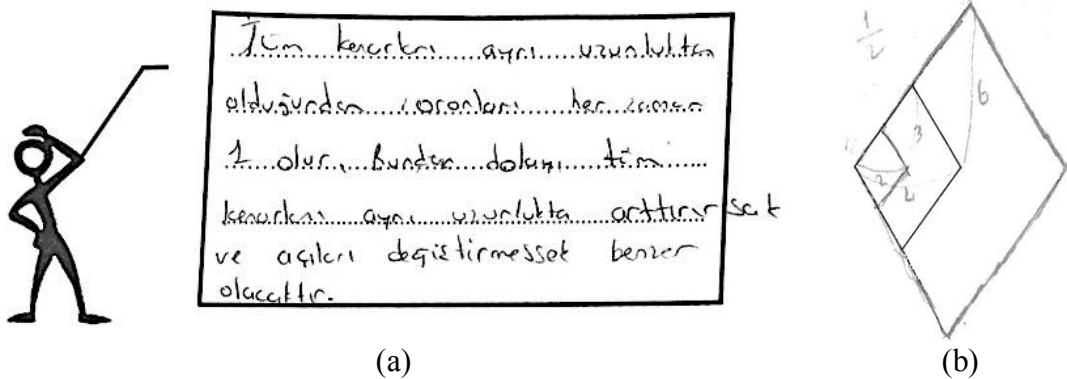
Eren: Evet benzer, mavinin kenarlarını birbirine oranlarsak $\frac{8}{8} = 1$ oluyor. Aynı şekilde sarının da kenarlarını oranlarsak $\frac{4}{4} = 1$ oluyor ve benzerler.

Yasemin: Bu mantıkla diğer şekillere baktığımızda hepsi benzer oluyor o zaman. Bütün kenarları eşit. Pembe şekle bak $\frac{6}{6} = 1$ oluyor o da.

Eren: Ama dikkat edersen onun açıları farklı.

Yasemin: Doğru ya eşkenar dörtgen o zaten verilen kareydi.

Burada Yasemin ve Eren karenin kenar uzunluklarının oranının her zaman 1 olduğunu ve bu yüzden de benzer olduklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca kare ve eşkenar dörtgenin benzerliği ile ilgili öğrencilerin kendi görüşlerinin sorulduğu son soruya ise yine bu doğrultuda bir açıklama yazmışlardır (Şekil 58a). Verilen eşkenar dörtgene benzer eşkenar dörtgenler çizimleri istenilen kısımda ise benzerlik oranı stratejisi kullanarak çizimler yaptıkları görülmüştür (Şekil 58b).



Şekil 58. Yasemin ve Eren'in kare ve eşkenar dörtgenin benzerliği ile ilgili etkinlik kâğıdına yazdıkları ortak görüşleri (a) ve benzer eşkenar dörtgen çizimleri (b)

Kare ve eşkenar dörtgenin benzerliği için “Tüm kenarları aynı uzunlukta olduğundan kenarları oranı her zaman 1 olur. Bundan dolayı tüm kenarları aynı uzunlukta arttırsak ve açıları değiştirmediğimiz sürece benzer olacaktır” şeklinde düşüncelerini ifade eden öğrencilerin çizdikleri benzer eşkenar dörtgende de benzerlik oranı stratejisini kullanarak benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ eşkenar dörtgenler çizdikleri görülmüştür. Burada eşkenar dörtgenin kenarları tam sayı olmadığı için öğrenciler, verilen kareli kâğıt üzerinde eşkenar dörtgenin kenar uzunluğunun dikey ve yatay bileşenlerini kullanarak kenar uzunluğunu iki katı çıkararak $\frac{1}{2}$ oranında benzer olduklarını göstermişlerdir.

3.2.1.7. Oransal Olarak Toplamsal Strateji

Bu stratejide öğrenciler çokgenlerin benzerliğini incelerken toplamsal strateji ile benzerlik oranı stratejisini birlikte kullanarak toplamsal stratejiyi farklı bir şekilde yorumlamışlardır. Verilen karelerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarını orantısal olarak yorumlayıp benzer olan ve olmayan çokgenleri doğru bir şekilde ayırt edebildikleri görülmüştür. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Ömer: Sarı kare benzerdir bence.

Erol: Hemen nasıl anladın ki?

Ömer: Kenarları eşit oranda azalmış.

Erol: Eşit oranda derken nasıl yani?

Ömer: Mavide 8 olan kenarlar sarıda 4 olmuş. Yani bütün kenarlar $\frac{1}{2}$ oranında azalmış.

Şeyda: Zaten açıları da eşit, 90 derece her biri.

Erol: Hmm, anladım. O zaman sarı kare ile mavi benzer oluyor.

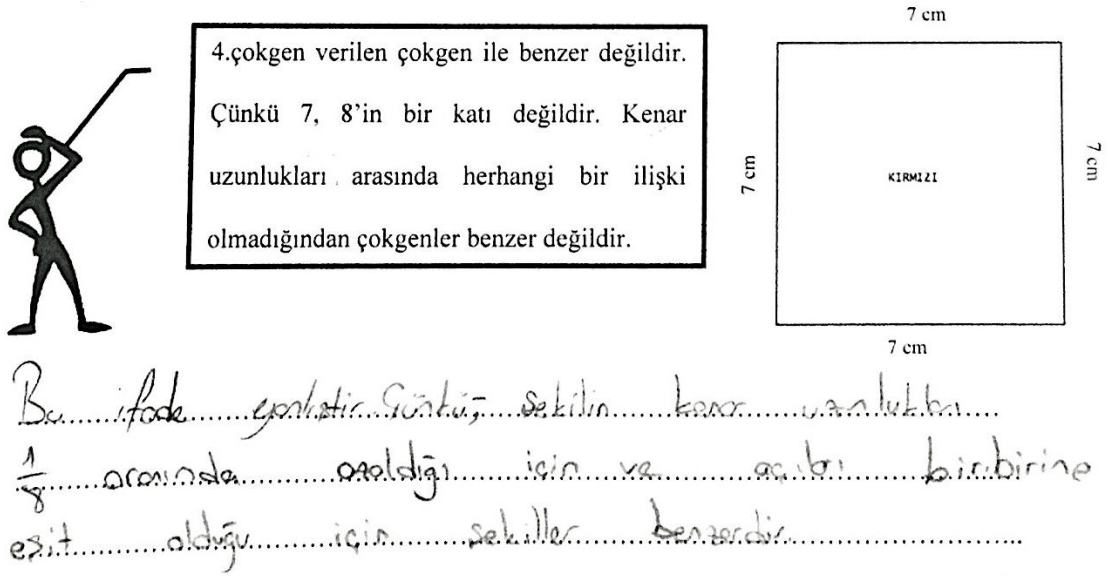
Şeyda: Peki ya kırmızı? Kenarları 7 cm olmuş. Aynı şekilde düşünersek 8 ile 7 arasında bir oran yok ki.

Ömer: Azalma miktarına bak. Her kenar 1 cm azalmamış mı? Yani bütün kenarlar $\frac{1}{8}$ oranında azalmış. Her taraf eşit miktarda azaldığı için benzerdir.

Erol: 8 olan kenar $\frac{1}{8}$ oranında azalmış. Yani 1 cm azalmış ve 7 olmuş. Bence de çok mantıklı. O zaman benzer olurlar.

Burada öğrenciler karelerin kenar uzunlukları arasındaki 1'er cm artmış miktarını ilk başta verilen karenin bir kenarı üzerinden bir oran kurarak ifade etmişlerdir. 1 cm, 8

cm'nin $\frac{1}{8}$ 'e denk geldiği için toplamsal stratejiyi oransal olarak yorumlayarak karelerin benzer olduklarına karar vermişleridir. Bu düşüncelerini etkinlik kâğıdında da şekil 59'da gösterildiği şekilde yazmışlardır. Ayrıca grup etkinliklerinden sonra yapılan sınıf içi tartışmada Ömer, kırmızı karenin verilen kareye benzerliği konusunda diğer gruptaki arkadaşlarının yaşadığı kararsızlık durumuna yine bu stratejiyi kullanarak açıklamalar yapmıştır.



Şekil 59. Orantısal olarak toplamsal stratejiyi kullanan öğrencilerin etkinlik kâğıdındaki açıklamaları

3.2.1.8. Karelerin ve Eşkenar Dörtgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması

Grup içi etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında kare ve eşkenar dörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimler öğrencilere gösterilmeden önce grup 2'deki öğrencilerin kendi aralarında yaşadıkları ve bir sonuca bağlayamadıkları tartışma tüm sınıfla paylaşılmıştır. Dikdörtgenlerin benzerliğini incelerken kullandığı toplamsal strateji ile yanlış sonuca ulaşan Selin'in, aynı stratejinin kare için geçerli olup olmayacağı konusunda kararsız kaldığı görülmüştür. Bu konuda Selin'in grup arkadaşları ile arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Can: Sarı karenin bir kenarı 4 cm. Yani mavinin yarısı kadar bunlar benzer olur.

Selin: Evet onlar kesin benzer. Ama kırmızı karenin bir kenarı 7 cm, mavinin ise 8 cm. 7 ve 8 birbirinin katı olan sayılar değil. Dikdörtgenlerde yaptığımız gibi kenarlarının artış miktarına bakarsak her kenarı da 1 cm artmış. Ama dikdörtgenlerde bu mantık işe yaramamıştı. Eşit miktarda artan dikdörtgenler benzer olmamıştı. Burada da olmaz bence. Ya da olabilir mi?

Mehmet: Ama bunların açıları eşit ki zaten niye benzer olmasın?

Selin: Dikdörtgenlerde de açıları eşitti ama benzer olmamıştı orada.

Can: Bence de açıları eşit zaten kenarlara bakmasak bile benzer olurlar.

Selin: Benim kafam karıştı burada, benzer mi değil mi emin olmadım.

Selin, karenin bütün kenarlarının eşit olmasından dolayı kenar uzunlarındaki eşit miktardaki artışa odaklanmıştır. Fakat toplamsal strateji ile yanlış sonuca ulaştığı dikdörtgenlerin benzerliği etkinliğini hatırlayınca bu düşüncesinin doğruluğu konusunda bir kararsızlık yaşadığı görülmüştür. Grup arkadaşları açığa dayalı stratejileri kullanarak açıklamalar yaptıkları için Selin'in kararsızlık durumunun devam ettiği görülmüştür. Bu durum tüm sınıfla paylaşıldığında öğrenciler arasında geçen konuşmalar şu şekildedir:

Ömer: 8 cm olan kenar 7 cm olmuş. Toplama gibi düşünmeyip oran olarak da bakabilirsin. Orada $\frac{1}{8}$ oranında bir azalma var aslında. O yüzden benzer olur.

Selin: Evet, mantıklı gibi duruyor. Ama ben hâlâ emin değilim.

Eren: Verilen mavi karenin her iki kenarını birbirine oranlarsak $\frac{8}{7}$ 'den 1 oranını elde edersin. Aynı şeyi kırmızı kare için de yap. $\frac{7}{7}$ 'den 1 olur. Baktığında her iki karenin de oranları 1'dir. Açıları zaten 90 derece hepsi eşit. O yüzden de benzer olurlar.

Selin: Evet benzer olurlar haklısın. Ama anlamadığım nokta şu sonuç olarak kenarlar arasında eşit bir azalma var hâlâ. Bu açıdan düşünürsem dikdörtgende işe yaramayan o yöntem şimdi burada nasıl doğru oluyor?

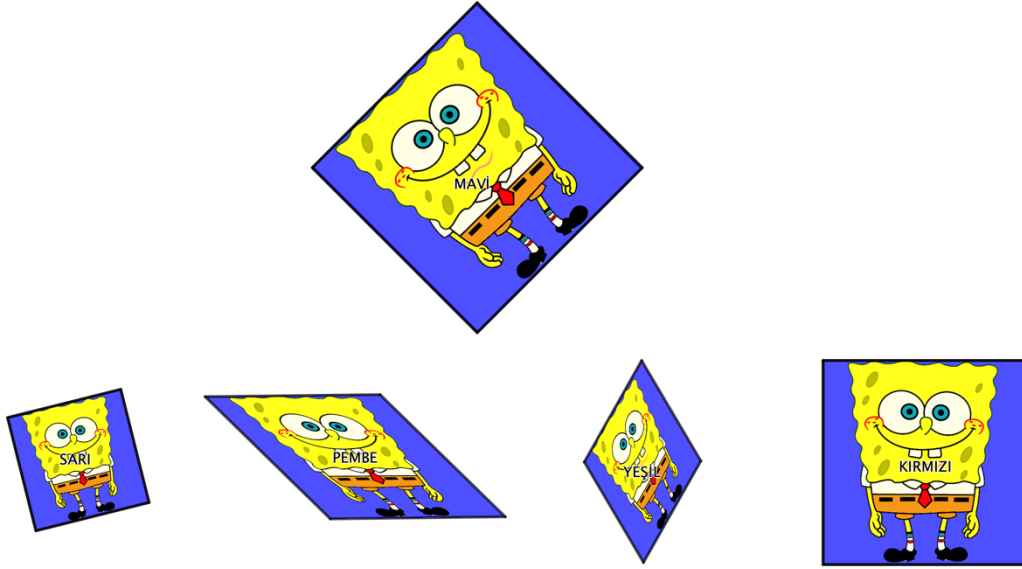
Eren: Kare zaten dikdörtgenin daha özel bir hali değil mi? Burada bütün kenarlar eşit. O yüzden oranlayarak da düşünsen artış miktarına da odaklansan yine aynı sonuç olur.

Selin: Hmm, şimdi anladım. O açıdan düşünmemiştim hiç.

Bu tartışmalardan sonra Selin'in yaşadığı kararsızlığın ortadan kalktığı görülmüştür. Ayrıca kare ve eşkenar dörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimler de öğrencilere gösterildikten sonra kırmızı karenin verilen mavi kareye benzer olduğu

konusunda öğrencilerin emin oldukları görülmüştür. Burada öğrenciler karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu fark etmiş ve dikdörtgenlerin benzerliği konusunda doğru sonuca götürmeyen toplamsal stratejinin karelerin benzerliğinde ise doğru sonuca götürdüğünü görmüşlerdir.

Karelerin kendi aralarındaki benzerliği tartışıldıktan sonra eşkenar dörtgenin neden kareye benzer olamayacağı sınıfa sorulduğunda ise öğrencilerin eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarından ziyade açılı ölçülerine odaklandıkları görülmüştür. Şeyda bu durumu “Eşkenar dörtgenin sivri yerindeki açısı dar açı. Kare ise dik. Açıları farklı olduğundan benzer değiller” şeklinde ifade etmiştir. Şeyda’dan farklı olarak Can ise eşkenar dörtgenin benzerliğini görsel olarak yorumlamıştır. “Eşkenar dörtgen kareden daha eğimli duruyor. Şekilde bir yamulma var. Bir tarafı yan yatmış gibi. O yüzden benzer olamaz” şeklinde dile getirdiği düşüncesinde eşkenar dörtgenin görsel olarak şekline odaklandığı görülmüştür. Sınıf tartışmasının son kısmında ise şekil 60’taki çokgenlerin içerisine yerleştirilmiş resimler öğrencilere gösterilmiştir.



Şekil 60. Kare ve eşkenar dörtgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü

Bir kenar uzunluğu 7 cm olan kırmızı karenin benzerliği konusunda kararsızlık yaşayan öğrenciler, çokgenlerin içerisine yerleştirilen resimleri gördükten sonra kırmızı karenin benzerliğinden artık emin oldukları görülmüştür. Bunun yanında sarı ve mavi karelerin yatay durmamalarının, kareler arasındaki benzerlikler üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı ifade edilmiştir. Ömer bu durumu “Bir şey fark etmez ki. Kareleri

[mavi ve sarı] hafif diğer tarafa çevirdiğim zaman kırmızı gibi düz durmuş olur. Şeklin kendisi değişmiyor sonuçta. Yine açılar ve kenarlar aynı” şeklinde dile getirmiştir. Karelerin yanında yeşil ve pembe eşkenar dörtgenin de içerisindeki resimler incelenmiş ve resimlerin şekillerinde bir bozulma olduğu için benzer olamayacakları sonucuna varılmıştır. Bu etkinliğin sonunda öğrenciler kenar uzunlukları orantılı olsa bile açıları farklı olan çokgenlerin benzer olamayacağını fark etmelerinin yanında karelerin benzerliği ile ilgili genel bir sonuca ulaştıkları görülmüştür. Bu durumu Mehmet “Bütün kareler şekil olarak birbirine benziyor. Birbirinin biraz büyük ya da biraz küçük hali. Hepsi dik zaten. O zaman hep benzer olurlar” şeklinde açıklamıştır. Mehmet’in görsel strateji ve açıya dayalı strateji kullanarak yaptığı bu açıklamayı Eren benzerlik oranı stratejisi ile desteklemiştir. “Karenin bütün kenarları eşit olduğundan kenar uzunluğu ne olursa olsun kenarlarının birbirine oranı hep 1 olacaktır. Açıları zaten 90 derece olmak zorunda. Bu yüzden de bütün kareler benzer bence” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir.

Sınıf tartışmasının bir sonraki bölümünde açı ölçülerini daha da ön plana çıkarmak için kenar uzunlukları orantılı paralelkenar ve dikdörtgen öğrencilere sunulmuştur. Bu etkinlikte öğrencilere herhangi bir etkinlik kâğıdı verilmemiş ve dörtgenlerin içerisinde yer alan herhangi bir görsel de gösterilmemiştir. Bu doğrultuda öğretmen ve öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Öğretmen: Kare ve eşkenar dörtgenin arasındaki ilişkiye benzer bir ilişki sizce başka hangi çokgenler arasında vardır?

Mehmet: Eşkenar dörtgenin özel hali karedir. Ona göre düşünürsem dikdörtgen ve paralelkenar da böyle sanki. Biri diğerinin özel hali.

Öğretmen: Peki bu çokgenler benzer olur mu?

Ömer: Bence benzer olmaz. Biri böyle duruyor (Şekil 61a), diğeri ise daha eğimli (Şekil 61b).

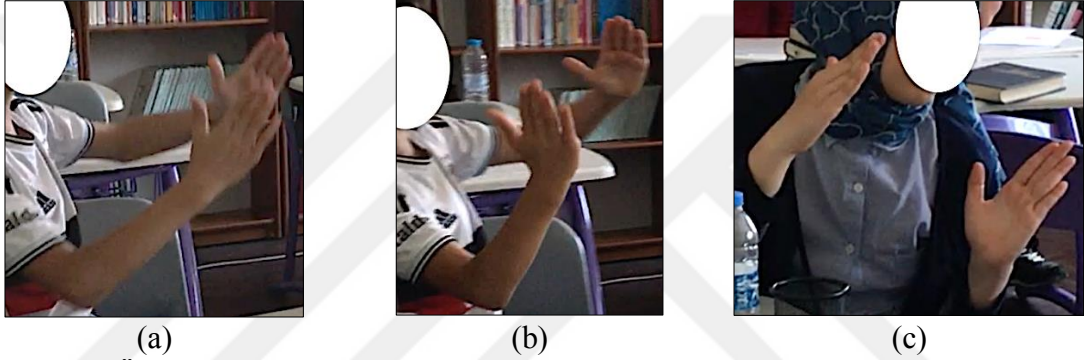
Selin: Yani açıları farklı diye öyle duruyorlar ve benzer olamıyorlar bence.

Öğretmen: Mesela kenar uzunlukları 4 cm ve 6 cm olan bir dikdörtgen çizelim. Aynı şekilde kenar uzunlukları bunun tam 2 katı olacak şekilde 8 cm ve 12 cm olan bir paralelkenar çizersem bu iki çokgen birbirine benzer olur mu?

Mehmet: Kenarlar arasındaki orana bakarsak dikdörtgen için $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ oluyor.

Can: Paralelkenar için de aynı şeyi yaparsak $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ve aynı sonuç çıkıyor yine.

- Şeyda: Ama Ömer'in de söylediği gibi paralelkenar daha eğimli duruyor. Böyle işte (Şekil 61c).
- Eren: Dikdörtgen paralelkenarın özel bir hali zaten. Kenar uzunlukları orantılı olacak şekilde çizersek bile açıları her zaman farklı olacak. O yüzden de benzer olamazlar.
- Can: Yani burada kenarlar birbirinin iki katı olsa bile açıları farklı olduğundan benzer olamayacaklar.
- Erol: Şekil olarak da zaten birbirine benzemiyorlar ki. Baksanıza biri dik diğeri ise eğimli duruyor.



Şekil 61. Ömer'in dikdörtgeni (a) ve paralelkenarı (b), Şeyda'nın da paralelkenarı (c) jestlerini kullanarak göstermesi

Burada öğrencilerin dikdörtgen ve paralelkenarın benzer olup olmadıklarını incelerken ağırlıklı olarak açıya dayalı stratejileri kullandıkları görülmüştür. Bu stratejinin yanında çokgenleri şekillerine göre yorumlayıp birbirlerine benzer olmadıklarını ifade eden Erol'un ise şekil türü stratejisini kullandığı görülmüştür.

Özetle; kare ve eşkenar dörtgenin benzerliği ile ilgili yapılan bu etkinlikte öğrencilerin açıya dayalı strateji, şekil türü stratejisi, döşeme stratejisi, toplamsal strateji, köşegen oluşturma stratejisi ve benzerlik oranı stratejilerini kullandıkları görülmüştür. Diğer çokgenlerden farklı olarak döşeme stratejisine ilk kez bu etkinlik sırasında rastlanmıştır. Bunun yanında öğrencilerin, başlangıçta referans olarak verilen kare ile kenar uzunluklarını arasında $\frac{7}{8}$ gibi tam sayı bir oran olmayan kırmızı karenin benzerliği belirlemede zorlandıkları görülmüştür.

3.2.2. Düzgün Altıgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler

Öğrencilerden verilen bir düzgün altıgene benzer olan ya da olmayan çokgenleri bulmaları istenilen etkinlikte kenarların uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açılar arasındaki ilişkiye odaklandığı görülmüştür. Ayrıca önceki etkinliklerdeki çokgenlerden farklı olarak kenar sayılarının birbirinden farklı olduğu çokgenlere de yer verildiği için şekillerin türüne ve görünümüne dayalı stratejiler de kullanılmıştır.

3.2.2.1. Açıya Dayalı Strateji

Bu stratejide verilen çokgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açı ölçülerinin birbirine eşit olup olmamasına göre şekillerin benzerliği hakkında karar verildiği görülmüştür. Etkinlikte ölçüt olarak verilen mavi çokgen düzgün altıgen olduğu için öğrencilerin diğer çokgenler içerisinde öncelikle düzgün altıgen olan çokgenleri incelediklerine rastlanılmıştır. Bu nedenle çokgenlerin benzerliğini inceleyen öğrencilerin, verilen çokgenlerin iç açı ölçülerinin düzgün altıgen ile aynı olup olmadıklarına odaklandıkları görülmüştür. Açı ölçüleri eşit olan çokgenlerin kenarları arasındaki toplamsal ya da çarpımsal ilişkiye bakılmaksızın benzer olduklarını ifade eden öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Ömer: Mavi ve kırmızının açılarına bakalım. (Şekil 62’de gösterildiği gibi çokgenleri üst üste koyarak açılarının eş olup olmadığı incelenmiştir)

Erol: Bütün açıları aynı.

Ömer: O zaman bu ikisi benzer oluyor. (Mavi ve Kırmızı altıgen)

Şeyda: Sarı ve yeşil birbirine benzer mi?

Erol: Hayır onlar benzer olmaz.

Ömer: Açılarına baktın mı? Öyle hemen karar verme.

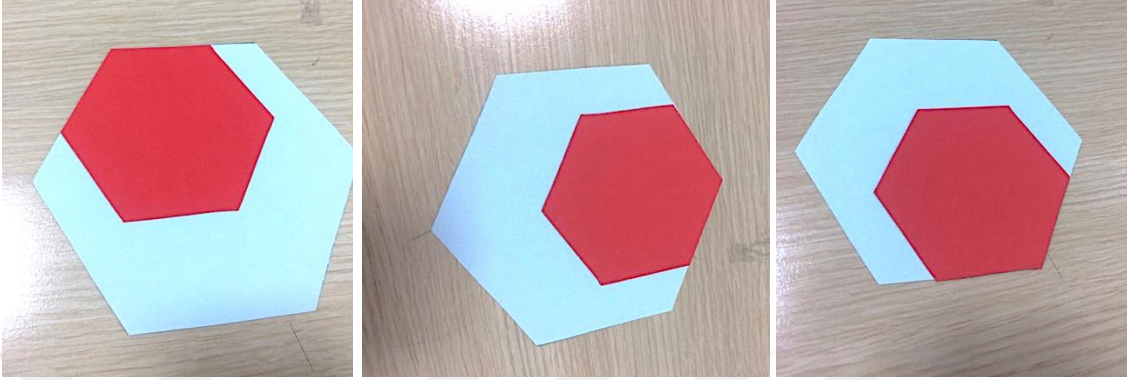
Erol: Biri 8, diğeri 6 kenarlı nasıl benzer olsunlar ki? Benzer değilken kenar sayıları farklı.

Şeyda: Yeşil olan altıgen evet doğru.

Ömer: Sarı olan da sekizgen. Verilen mavi altıgendir. Kenar sayısı arttıkça kenarlar arasında kalan iç açı da artacak. Haklısın Erol, sarının açısı daha büyük oluyor ve bu yüzden de benzer olamaz.

Erol: Kırmızı ve pembenin açıları aynı mı? İkisi de altı kenarlı.

- Şeyda: Üst üste koyup bakalım hemen.
- Erol: Üst üste koyunca şekil tam olarak oturmuyor. Yandan açıları eksik kalıyor.
- Ömer: Açılar eşit değil o zaman benzer olmaz.



Şekil 62. Mavi ve kırmızı altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi

Burada öğrenciler verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verirken çokgenlerin kenar uzunluklarını hiçbir şekilde kullanmamışlardır. Sadece çokgenlerin iç açı ölçülerine odaklanarak benzer olan ve olmayan çokgenleri buldukları görülmüştür. Buna paralel olarak yeşil altıgenin benzer, pembe altıgenin ise benzer olmadığını bulan Mehmet, Can ve Selin arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Mehmet: Yeşil verilen mavi altıgene benzer gözüküyor.

Can: Bence de benzer. Sen ne düşünüyorsun Selin?

Selin: Bir dakika açılara bakmak istiyorum. (Şekil 63'te gösterildiği gibi çokgenleri üst üste koyup açılara bakmıştır). Evet açılar da aynıymış o zaman benzer olurlar.

Can: Peki sarının kenar sayısı farklı diye benzer değil dedik. Açılarına niye bakmadık ki. (Sarı ve mavi çokgenler üst üste yerleştirilip açılara bakar.) Sarının açısı mavi ile aynı değil.

Mehmet: O zaman kenar sayıları ve açıları farklı olduğundan benzer olmazlar diyebiliriz.

Can: Pembe olan şekle bakalım. Onun da kenar sayıları altı.

Selin: Açılarını bakalım (Şekil 64'te gösterildiği gibi çokgenleri üst üste yerleştirip açılara bakar). Açılar farklı benzer olamazlar.



Şekil 63. Mavi ve yeşil altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi



Şekil 64. Mavi ve pembe altıgenin açılarının eş olup olmadıklarının incelenmesi

Bu etkinlikte öğrencilerin, mavi çokgen ile verilen çokgenlerin benzerliğini incelemelerinin yanında diğer çokgenlerin de kendi aralarında benzer olup olmadıklarını inceledikleri görülmüştür. Örneğin kenar sayıları aynı olduğu halde kırmızı altıgen ile pembe altıgenin benzerliğini inceleyen öğrenciler bu çokgenlerin kenar sayılarına ya da kenar uzunluklarına bakmamışlardır. Bunun yerine şekillerin açılara odaklanmış ve şekilleri üst üste konumlandırarak açılarını ölçmüşler ve şekillerin benzer olmadıklarına karar vermişlerdir.

3.2.2.2. Şekil Türü Stratejisi

Şekil türü stratejisini kullanan öğrencilerin verilen iki şekil aynı şeklin farklı boyutlarında ise benzer olduğu yönünde çıkarımlarda bulundukları görülmüştür. Benzer olmayan şekillerde ise şekillerin türlerinin (düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri gibi) ön plana çıkarılması gözlemlenmiştir. Bu stratejide öğrenciler şeklin türünü bir benzerlik kanıtı olarak kullanıp verilen çokgenlerden düzgün altıgen olanları benzer düzgün altıgen olmayanları ise benzer değildir şeklinde ayırmışlardır. Çokgenlerin açı ölçüleri ya da kenar uzunluklarından ziyade kenar sayılarına odaklanılmıştır. Şekillerin türüne göre benzer olup olmadıklarına karar veren öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Erol: Verilen şeklin kaç kenarı var baktık mı?

Şeyda: Mavi olan altıgen. Altı kenarı var.

Ömer: O zaman verilenler içinden de altıgenleri bulmalıyız.

Şeyda: Kırmızı olan altıgen. Yeşil olan da altıgen bu ikisi benzer olur.

Erol: Kenar sayıları eşit olduğundan aynı şekiller zaten. Üçü de altıgen.

Ömer: O zaman maviye kırmızı ve yeşil benzer olur.

Öğrencilerin çokgenlerin kenar sayılarına odaklanarak türlerine göre benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Burada bazı öğrenciler verilen sekizgenin kenar sayısından dolayı benzer olamayacağını ifade ederken bazı öğrenciler ise kenar uzunluklarının yarıya inmesinden dolayı benzer olabileceğini düşündükleri görülmüştür.

Mehmet: Verilen mavi çokgen altıgen. Sarı olan da altıgen mi?

Selin: Hayır sekizgen. O zaman benzer olmazlar.

Can: Ama sarının kenar uzunluğu yarıya inmiş 6 iken 3 olmuş benzer olmaz mı?

Selin: Ama kenar sayısı farklı o sekizgen.

Can: Şekil değişmiş o yüzden mi benzer değil?

Selin: Evet, biri sekizgen diğeri ise altıgen.

Mehmet: Can yeşile bak mesela. Onun da kenar uzunlukları yarıya inmiş ama kenar sayıları eşit olduğu için benzer. Çünkü yeşil de altıgen.

3.2.2.3. Görsel Strateji

Çokgenlerin benzerliğini incelerken görsel stratejiyi kullanan öğrencilerin, verilen çokgenlerin açı ölçülerine ya da kenar uzunluklarına odaklanmadan sadece görsel olarak çokgenleri inceleyip benzer olup olmadıklarının değerlendirilmesine yönelik tahminde bulundukları görülmüştür. Öğrencilerin yaptıkları tahminler gelişigüzel tahminlerden ziyade geometrik şekillerin belli bir özelliğine odaklanılarak yapılan bilinçli tahminler olmuştur. Örneğin kenar sayıları eşit olduğu halde birbirine benzer olmayan düzgün kırmızı altıgen ile düzgün olmayan pembe altıgenin benzerliği incelenirken verilen çokgenlerin görsel olarak yorumlandıkları görülmüştür. Bununla ilgili Mehmet, Selin ve Can arasında geçen konuşma şu şekildedir:

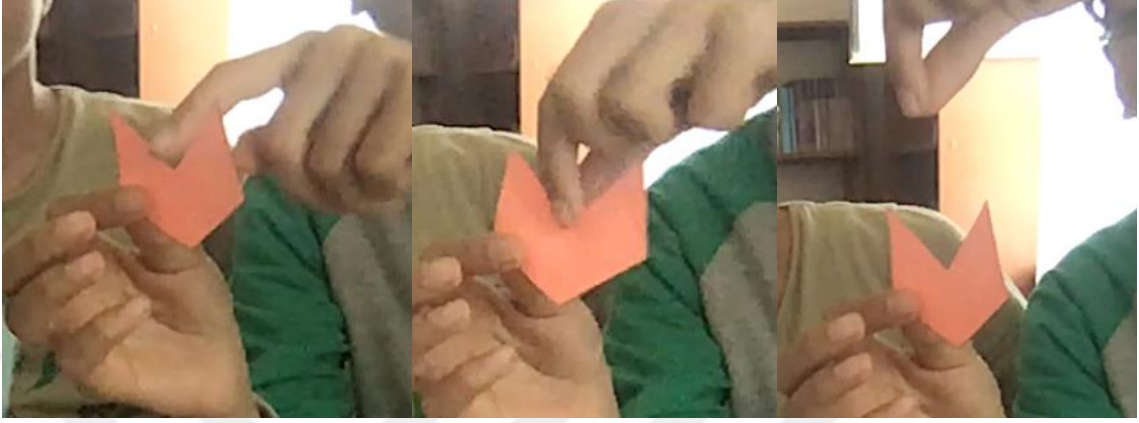
Can: ...Pembe olan şekle bakalım bir de.

Selin: Onun bunlarla (kırmızı ve yeşil düzgün altıgenler) bir alakası yok bence.

Can: Kenar sayılarına bak ama o da altıgen.

Mehmet: Evet altıgen. Ama şekil değişmiş. Şekilde bir bozulma var diğerleri gibi değil. Benzer olamaz bence.

Can: Şimdi anladım. Aslında bu pembe olan ortasındaki yerden içeri girmiş gibi. O noktayı tutup yukarı doğru kaldırırsak kırmızı gibi olur (Şekil 65). Ama bu haliyle şekil aynı değil benzer olamazlar.



Şekil 65. Can'ın pembe altıgenin şeklindeki değişimi incelemesi

Can, etkinliğin başlangıç bölümünde verilen mavi renkli düzgün altıgenle iç bükey pembe altıgenin kenar sayıları eşit olduğu için bu şekilleri benzer olarak düşünmüştür. Daha sonra ise arkadaşları ile fikir alışverişi yaparak düşüncesini değiştirmiş ve şeklin görünümüne göre yorumlama yapmıştır. Diğer bir deyişle, verilen içbükey pembe altıgenin bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olduğu halde şekilde görsel olarak bir farklılık olduğu için mavi düzgün altıgene benzer olamayacağını ifade etmiştir. Buna ek olarak Can, şekil 65'teki jesti uygulayarak pembe altıgenin iç bükey olan kısmının dışarı doğru çekilmesi durumunda kırmızı altıgen ile eş olacağını ifade etmiştir. Pembe altıgenin iç bükey olma durumu ile ilgili Yasemin ve Eren arasında da şu şekilde benzer bir konuşma yaşanmıştır:

Eren: Pembe olan altıgende şekil içeriye doğru çökmüş gibi.

Yasemin: Evet ama onun da mavi gibi altı kenarı var. İkisi de altıgen.

Eren: Benzer olabilmesi için önce aynı şekil olmalı. İkisinde de altı kenar var ama şekiller birbirinden çok farklı.

Yasemin: Kenar sayıları aynı olsa bile şekil değişik olduğu için benzer olamıyor o zaman, öyle mi?

Eren: Evet, şekil tamamen değişmiş oluyor çünkü. Sarı olana bak mesela.

Yasemin: Sarı da benzer olmaz. Onun kenar sayıları bile aynı değil çünkü. Şekil farklı bir çokgen olmuş.

Eren: Öncelikli olarak şeklin değişmemesi lazım. O yüzden sarı ve pembe benzer olmuyor.

3.2.2.4. Köşegenleri Birleştirme Stratejisi

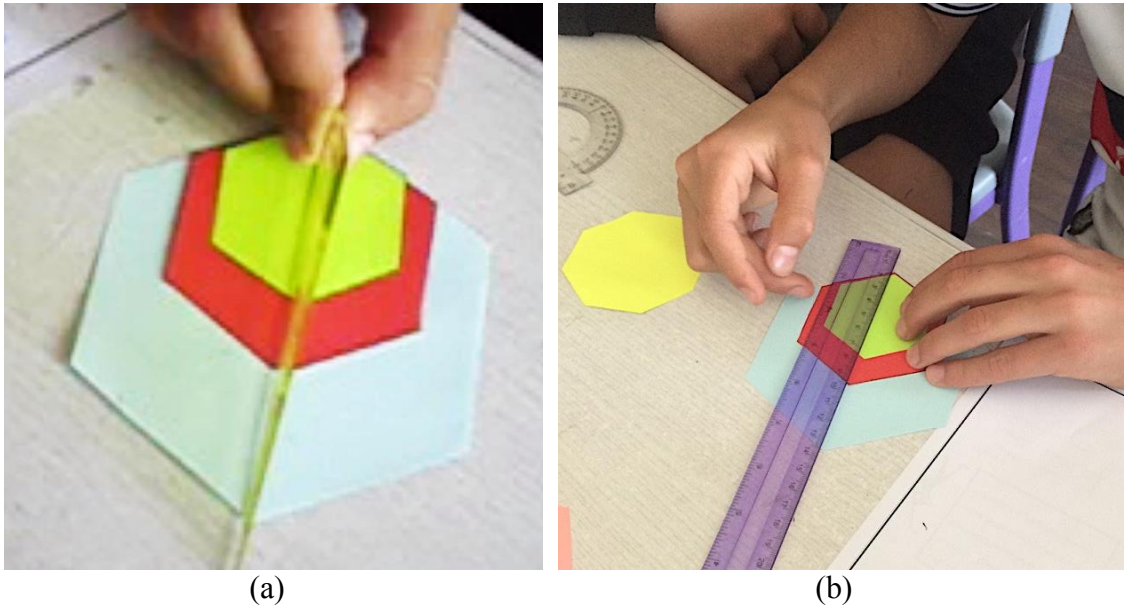
Önceki etkinliklerde olduğu gibi iki veya daha fazla çokgenin benzer olup olmadığının hem görsel hem grafiksel olarak incelenmesi sonucunda ortaya çıkan köşegenleri birleştirme stratejisini burada da öğrencilerin kullandıkları görülmüştür. Benzer olan düzgün altıgenleri üstü üste yerleştirdiklerinde tam ortadaki köşegenlerinin aynı doğrultuda olduklarını görmüşlerdir. Köşegen oluşturma stratejisini kullanan Yasemin ve Eren arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Yasemin: Sarı benzer olmuyor dedik. Sadece kırmızı ve yeşil verilene benzer oluyor.

Eren: Evet öyle oluyor. Benzer olan ve olmayanları ayırırsak. Mavi, kırmızı ve yeşil birbirine benzer.

Yasemin: Dikdörtgenleri üst üste koyup aynı doğrultuda olduklarına bakıyorduk ya o yöntem burada da işe yarar mı?

Eren: Bir deneyelim olabilir gibi. Koordinat düzleminin merkezine yerleştirmiş gibi düşünersek. Evet burada da doğru sonuç veriyor (Şekil 66a).



Şekil 66. Can (a) ve Ömer (b)'in benzer altıgenleri üst üste yerleştirip köşegenlerinin aynı doğrultuda olup olmadıklarını incelemesi

Yasemin Eren'in yaptığı gibi benzer şekilde Ömer de benzer olan düzgün altıgenleri üst üste koyup tam ortadaki köşegenlerinin aynı doğrultuda olup olmadıklarını incelemiştir (Şekil 66b). Öğrenciler ilk başta dikdörtgenlerin benzerliğinde kullandıkları bu stratejiyi daha sonraki etkinliklerde diğer çokgenlerin benzerliğini incelerken de kullandıkları görülmüştür.

3.2.2.5. Toplamsal Strateji

Toplamsal stratejiyi kullanan öğrencilerin verilen çokgenlerin kenar uzunlukları arasındaki sabit farka odaklanarak benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Bu stratejiyi kullanan Selin ve Can arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Selin: Kırmızı ve mavi bence birbirine benzerdir.

Can: Nasıl karar verdin ki?

Selin: Mavi altıgenin bir kenarı 6 cm, kırmızının ise 4 cm. Yani 2 cm azalmış. Her tarafı eşit miktarda azalmış. O yüzden de benzerdir.

Can: Ama ilk baştaki dikdörtgende de öyle düşünmüştük benzer olmamıştı dikdörtgenler.

Selin: Evet dikdörtgende bu mantık işe yaramıyor. Çünkü bütün kenarları aynı değil. Ama karede de aynı şekilde eşit miktarda artma vardı ve benzer olmuştu sonuçta. Bunlar da kare gibi bütün kenarları eşit.

Can: Evet mantıklıymış. O zaman yeşil altıgen de benzer olur. 6 cm olan kenarların hepsi de 3 cm azalmış ve 3 cm olmuş. Eşit miktarda bir azalma var.

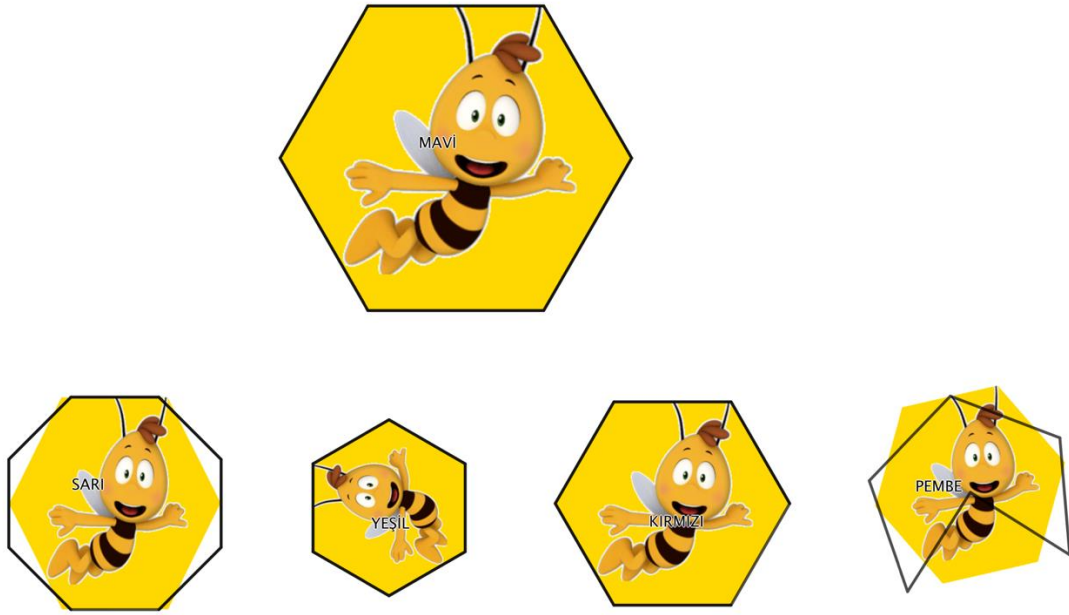
Selin: Evet, kırmızı ve yeşil verilen altıgene benzer olur.

Burada öğrencilerin kenar uzunlukları arasındaki sabit farka odaklanarak toplamsal stratejiyi kullandıkları gözlemlenmiştir. Bir kenar uzunluğu 6 cm olarak verilen düzgün mavi altıgenin diğer altıgenlere benzer olup olmadıkları incelenirken altıgenlerin kenar uzunlukları arasındaki toplamsal ilişkiye odaklanılarak benzerlikleri hakkında çıkarımlarda bulunulduğu görülmüştür. Buna göre bir kenar uzunluğu 4 cm olan kırmızı altıgen ile bir kenar uzunluğu 3 cm olan yeşil altıgenin bütün kenar uzunlukları eşit miktarda azaldığı için verilen mavi altıgene benzer olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğrenciler önceki etkinliklerde kullandıkları toplamsal stratejiyi buradaki çokgenlerle de ilişkilendirerek bu stratejinin çokgenlerin benzerliği incelenirken kare gibi düzgün çokgenlerde doğru sonuca ulaştırdığını, dikdörtgen gibi düzgün olmayan çokgenlerde ise

doğru sonuca ulaştırmadığını keşfetmişlerdir. Buna yönelik olarak Selin: “*Evet dikdörtgende bu mantık işe yaramıyor. Çünkü bütün kenarları aynı değil. Ama karede de aynı şekilde eşit miktarda artma vardı ve benzer olmuştur sonuçta. Bunlar da kare gibi bütün kenarları eşit*” şeklinde açıklama yaparak düşüncesini desteklemiştir.

3.2.2.6. Düzgün Altıgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması

Grup içi etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında verilen çokgenlerin içerisine yerleştirilmiş resimler öğrencilere gösterilmiştir (Şekil 67). Öğrencilerin çokgenlerin benzerliği hakkındaki çıkarımlarını resimlerin de desteklediği görülmüştür.



Şekil 67. Verilen çokgenlerin içerisine yerleştirilen resimlerin görünümü

Bütün öğrenciler tarafından mavi çokgene benzer olmadığı düşünülen sarı çokgenin içerisine yerleştirilen resim incelendiğinde de Selin’in “*resim şeklin içerisine tam olarak oturmamış bu yüzden de benzer olamaz*” şeklinde açıklama yaptığı görülmüştür. Ayrıca Ömer de çokgenlerin kenar sayılarının yanına köşe sayılarının da farklı olduğuna ve bu yüzden de benzer olamayacaklarını ifade etmiştir. Yeşil çokgenin benzer olup olmama durumu tartışılırken Mehmet “*içerisine yerleştirilmiş şekil ters gibi duruyor olsa da bir şey fark etmez. Sonuçta şekli çevirirsek de yine düzgün altıgendir ve bu yüzden benzer*

olur” şeklinde dile getirdiği düşüncesiyle çokgenlerin döndürülmüş hallerinin benzerliklerine etki etmeyeceğine vurgu yapmıştır. Kırmızı çokgenin içerisine yerleştirilmiş resim için ise Şeyda düşüncesini “görsel olarak şeklin tamamen aynısı sadece biraz daha küçültürmüş hali. O yüzden benzerdir” şeklinde ifade ederek benzerliğin şekilleri belli ölçüde büyültme ve küçültme mantığına dikkat çektiği görülmüştür. Son çokgen incelendiğinde ise kenar sayıları aynı olduğu halde açıları farklı olduğundan benzer olamayacağı görüşünün bütün sınıfın ortak düşüncesi olduğu görülmüştür.

Verilen çokgenler ve içerilerine yerleştirilmiş resimler incelendikten sonra bütün düzgün altıgenlerin birbirine benzer olup olamayacağı sınıfa sorulduğunda Selin’in “daha önce yaptığımız örneklerde bütün karelerin benzer olduğu sonucuna ulaşmıştık. O zaman bütün düzgün altıgenler de benzerdir. Çünkü kare de bir düzgün çokgendir sonuçta” şeklinde düşüncesini dile getirdiği görülmüştür. Bütün düzgün altıgenlerin benzer olduğu sonucuna ulaşıldıktan sonra Ömer sınıf arkadaşlarına “zaten bütün altıgenler düzgün değil mi? Altıgen deyince aklımıza düzgün olmayan bir çokgen gelmez ki. Bu yüzden düzgün altıgen demeye gerek var mı? Bütün altıgenler benzerdir diyemez miyiz?” şeklinde bir soru sormuştur. Bunun üzerine Can pembe altıgeni göstererek “bak bu da altıgen ama düzgün mü? Şeklinden bile belli düzgün olmadığı. Ve biz bunun benzer olmadığını bulduk. Yani düzgün olmazsa bütün altıgenler benzer olamaz” şeklinde düşüncesini dile getirerek Ömer’in bu konudaki yanlış anlaşılmasını düzelttiği görülmüştür. Daha sonra ise bütün düzgün beşgenlerin, düzgün sekizgenlerin, düzgün yedigenlerin yani kısacası bütün düzgün çokgenlerin birbirlerine benzer oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun nedenini ise Eren’in şu şekilde açıkladığı görülmüştür: “Bütün düzgün çokgenlerin açıları birbirine eşittir. Kenar sayıları da eşit. Aynı zamanda kenar uzunlukları da hep aynı olacağından her zaman birbirlerine benzer olurlar.

Özetle; düzgün altıgenlerin benzerliği ile ilgili yapılan bu etkinlikte öğrencilerin, açıya dayalı strateji, şekil türü stratejisi, görsel strateji, köşeğe oluşturma stratejisi ve toplamsal stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Benzerlik oranı stratejisinin diğer bütün etkinliklerde kullanılmasına rağmen bu etkinlikte öğrenciler tarafından kullanılmadığı görülmüştür. Bunun aksine önceki etkinliklerde keşfedilen köşegen oluşturma stratejisini öğrencilerin burada da kullandıkları ve benzer olan çokgenlerde diğer etkinliklerde olduğu doğru sonuca götürdüğü görülmüştür.

3.3. Üçüncü Aşama Etkinliklere Ait Bulgular

İki çokgenin benzerliği hakkında karar verebilmek için bu çokgenlerin karşılıklı açı ölçülerinin eşit ve karşılıklı kenar uzunluklarının orantılı olması sonucuna varılmasını amaçlayan üçüncü aşama etkinliklerde öğrenciler üçgenler üzerinde çalışmışlardır. Öğrencilerin verilen dik açılı ve geniş açılı üçgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verirken kullandıkları stratejiler incelenmiş ve kenarlardan ziyade açılara odaklandıkları görülmüştür. Bu yüzden de ağırlıklı olarak açığa dayalı stratejiler kullanılmıştır.

3.3.1. Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler

Öğrencilerden verilen üçgenlerin birbirlerine benzer olup olmadıklarının belirlemeleri istendiği etkinlikte, öğrencilerin üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açı ölçüleri arasındaki ilişkiye odaklandıkları için bu etkinlikte daha çok açığa dayalı stratejilerin kullanıldığı görülmüştür. Bu etkinlikte öğrencilerden, önceki etkinliklerden farklı olarak başlangıçta bir çokgenin referans olarak alınması istenmemiştir. Bunun yerine birkaç üçgen verilip, bu üçgenlerin birbirleri ile olan benzerlik ilişkilerini incelemeleri istenilmiştir.

3.3.1.1. Açığa Dayalı Strateji

Bu stratejide verilen geometrik şekillerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açı ölçülerinin birbirine eşit olup olmasına göre şekillerin benzerliği hakkında karar verildiği görülmüştür. Verilen üçgenlerden açıları birbirine eş olanların benzer, eş olmayanların ise benzer olamayacağını ifade eden öğrenciler arasındaki diyalog şu şekildedir:

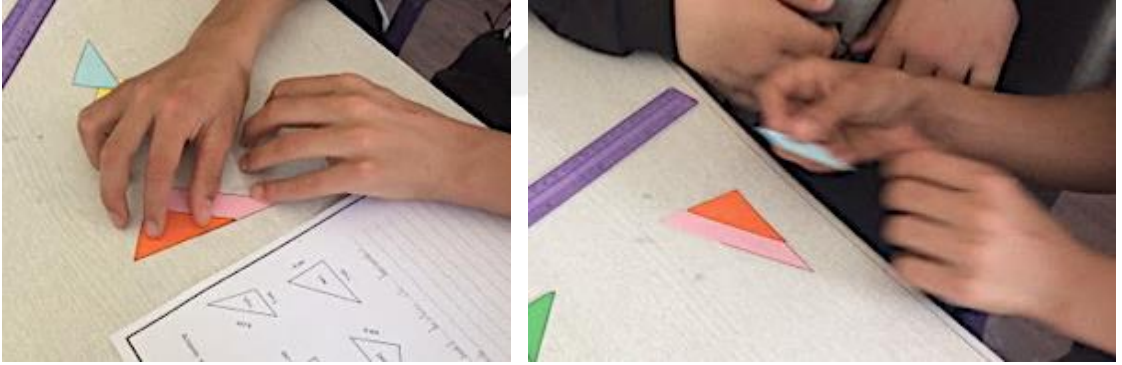
Şeyda: ...Aslında pembe ve turuncunun açılarına da bakarsak ondan da aynı olduklarını görürüz.

Ömer: Evet açıları aynı olduğundan da benzerdirler diyebiliriz. (Şekil 68a)

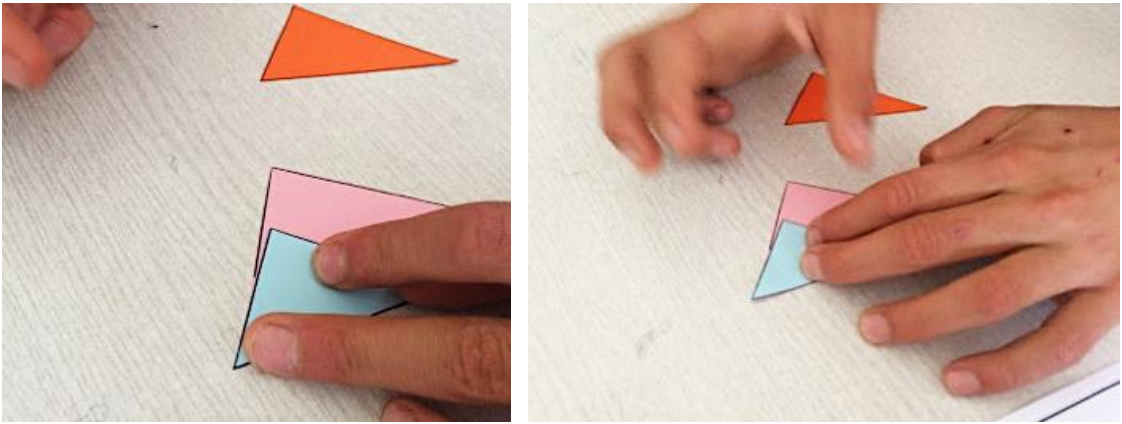
Erol: Pembe ile turuncu benzer dedik. Bir de pembe ile diğer dik üçgenlere bakalım.

Şeyda: Mavi ile açıları aynı değil, köşedeki açı tam denk gelmiyor (Şekil 68b’de görüldüğü gibi mavi ve pembe dik üçgenlerin dar açılarını üst üste yerleştirip aynı olup olmadıklarına bakmıştır).

- Ömer: O zaman benzer olmazlar. Pembe sanırım sadece turuncuya benzer. Bir de mavi üçgen ile diğerlerini karşılaştıralım.
- Erol: Sarı ile aynı değil açılar ben baktım.
- Şeyda: Yeşil ve kırmızıyı mavi ile karşılaştıralım.
- Ömer: Onları hiç karşılaştırmaya bile gerek yok. Mavi dik üçgen, kırmızı ve yeşile bak geniş açılı zaten benzer olamazlar.
- Şeyda: Mavi ile sarı da dik üçgen ama onların da dar açıları eşit olmuyor, benzer olamaz.
- Erol: Kırmızı ve yeşil ikisi de geniş açı. Hiç bakmadık onlara. Birbirine benzer olur mu?
- Ömer: Aaaa evet, onlar da benzer oluyor. Baksanıza kenarlarına 4'e 2 kırmızının kenarları, diğeri ise 6'ya 3.
- Erol: Zaten açıları da aynı çıktı. (Şekil 68c'de görüldüğü üzere şekilleri üst üste yerleştirip açılarını ölçer).

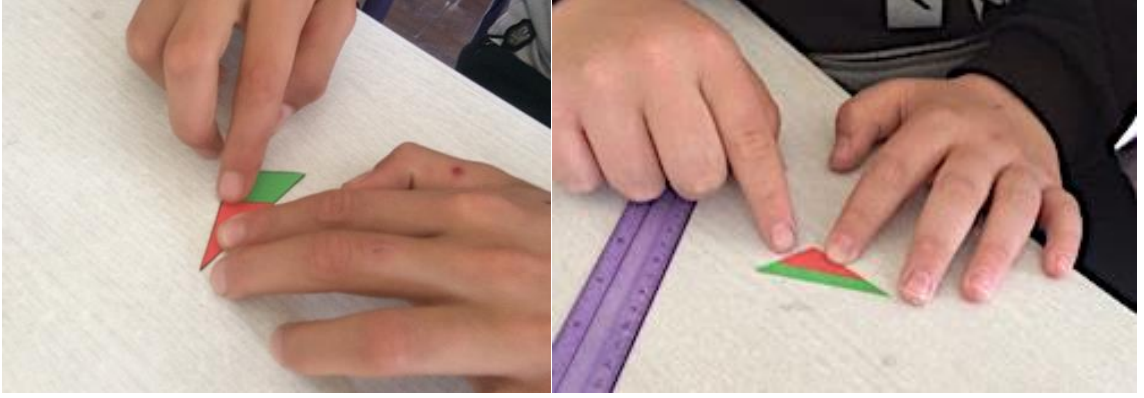


(a)



(b)

Şekil 68. Verilen üçgenlerin üst üste yerleştirilerek açılarının eş olup olmadığına bakılması



(c)

Şekil 68 (devamı). Verilen üçgenlerin üst üste yerleştirilerek açılarının eş olup olmadığına bakılması

Burada öğrenciler verilen üçgenlerin ilk olarak açılarını incelemişlerdir. Açılı ölçüleri birbirine eşit olan üçgenlerin birbirine benzer, eşit olmayanların ise benzer olamayacağına karar vermişlerdir. Diğer bir gruptaki öğrencilerin ise üçgenleri önce açılarına göre sınıflandırıp daha sonra bu sınıflandırmaya göre aynı tür olan üçgenlerin birbirleri ile olan benzerliklerini inceledikleri gözlemlenmiştir. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Selin: Bu üçgenlerin hepsi dik üçgen mi, önce ona bakalım bence (Şekil 69’da görüldüğü üzere Selin açıölçer ile üçgenlerin bir köşelerinin açı ölçülerini ölçer).

Mehmet: Zaten şekilden belli ki dik olanlar niye ölçtün ki bir daha?

Selin: Tam emin olmak için. Çünkü ilk önce dik olanlarla olmayanları ayıracağız. Dik olanlar dik olmayanlara benzer olamazlar.

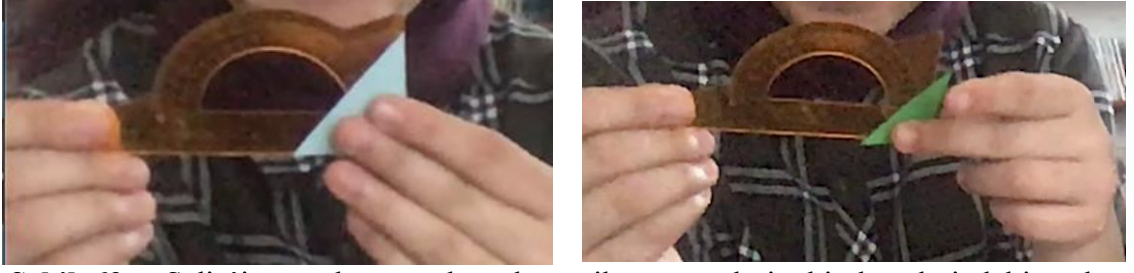
Can: O zaman ilk olarak bu ikisine (kırmızı ve yeşil geniş açılı üçgen) bakalım, benzer mi değil mi.

Selin: Açılarına bakayım hemen eşit mi (üçgenleri üst üste yerleştirip açılarına bakar). Geniş açı kısımları eşit. Benzer olur.

Mehmet: Sadece o açıları mı eşit diğer açılara da bakalım.

Selin: Bütün açıları eşit oluyor. O zaman bu ikisi benzer.

Can: Aynı mantığı ben de pembe ve turuncu için yaptım. Bunların da bütün açıları eşit benzer olurlar.



Şekil 69. Selin'in açıölçer yardımıyla verilen üçgenlerin bir köşelerindeki açılarının ölçülerini ölçmesi

Bu öğrenciler üçgenlerin benzerliğini incelemekten önce üçgenleri açılarına göre sınıflandırdıkları için geniş açılı üçgenlerin ve dar açılı üçgenlerin benzerliğini kendi aralarında incelemişlerdir. Örneğin öğrenciler turuncu dik açılı üçgenin benzerliğini diğer üçgenlerle ilişkilendirirken geniş açılı olan kırmızı ve yeşil üçgen ile turuncu üçgeni karşılaştırmamıştır. Aynı şekilde kırmızı ve yeşil geniş açılı üçgenleri de sadece kendi aralarında karşılaştırıp benzer olup olmadıklarını incelemişlerdir. Kendi aralarında benzerliği incelenen bu üçgenlerin sadece bir açısına değil bütün açılarına bakılarak benzer olup olmadıklarına karar verilmiştir. Bütün açıları eş olan üçgenlerin benzer olacağını aksi halde ise üçgenlerin benzer olamayacağını ifade etmişlerdir. Sarı ve turuncu dik üçgen hariç diğer üçgenlerin benzerliği incelenirken kenar uzunluklarına bakılmaksızın sadece açı ölçülerine odaklanılarak bu üçgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verildiği görülmüştür. Sarı ve turuncu dik üçgenlerin benzerliği incelenirken açı ölçülerinin yanı sıra kenar uzunluklarına vurgu yapan öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Selin: Sarı ve turuncu benzer değil.

Mehmet: Neye göre karar verdin ki hemen?

Selin: Verilen iki kenarı aynı uzunlukta olsa da açıları farklı. Üst üste yerleştirip baktım.

Mehmet: O zaman turuncu ve sarının benzer olmamasını tam olarak nasıl açıklayabiliriz.

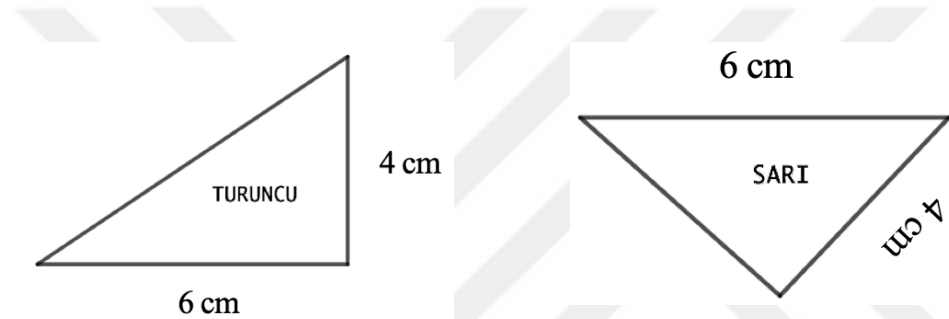
Selin: Hem açıları farklı hem de kenar uzunlukları aynı değil o yüzden benzer değildir işte.

Can: Kenar uzunlukları aynı değil diyorsun da az önce iki kenarı aynı dedin. Şekillerine bak 6 ve 4, diğeri de 6 ve 4.

Selin: Evet öyle ama sarı olan dik üçgen kâğıtta ters durmuş yani onu düzeltince 6 olan kenar dik kenar değil karşısı oluyor. Farklı yani kenarlar aslında.

Mehmet: O zaman sarı ve turuncu benzer değil.

Burada öğrencilerin farklı iki kenar uzunluğu aynı olan sarı ve turuncu üçgenin benzer olup olmadığına karar verirken açı ölçülerinin yanında kenar uzunluklarından da bahsettikleri görülmüştür. Turuncu dik üçgenin dik olan kenarlarının 4 cm ve 6 cm uzunluğunda olduğu, sarı dik üçgende ise dik kenarlardan birinin uzunluğu 4 cm ve hipotenüsün uzunluğunun 6 cm (Şekil 70) olduğundan soruda verilen kenar uzunlukları (4 cm ve 6 cm) aynı olsa da aslında bu dik üçgenlerin kenarlarından sadece bir tane dik kenarların uzunluklarının aynı olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca verilen üçgenin herhangi bir konuma göre döndürülmüş halinin şeklin benzerliğine etki etmeyeceğini de dile getirmişlerdir.



Şekil 70. Öğrencilerin kenar uzunluklarının eşit olduğunu düşündüğü turuncu ve sarı üçgenler

3.3.1.2. Benzerlik Oranı Stratejisi

Verilen çokgenlerin birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının oranına bakılarak çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verilen benzerlik oranı stratejisinde öğrenciler verilen üçgenlerin açı ölçülerinin yanında kenarları arasındaki orana bakarak da benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Benzerlik oranı stratejisini kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Eren: Önce açılarını ölçelim bence (Şekil 71’de görüldüğü üzere Eren açıölçer ile verilen üçgenlerin iç açılarını ölçüp üzerlerine yazar).

Yasemin: Şekilleri üst üste koyarak da açılara bakabiliriz, daha kolay aslında. Pembe ve turuncu eşit oluyor.

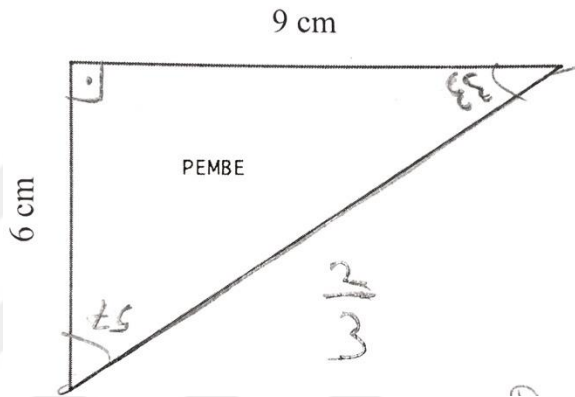
Eren: Evet ölçtüğümde de eşit çıktılar.

Yasemin: Diğerlerinin de açılara bakalım.

Eren: Yeşil ve kırmızının da açıları aynı diğerlerinin farklı.

Yasemin: O zaman pembe ve turuncu bir de kırmızı ve yeşili aynı açıda bulduk. Şimdi kenarları arasındaki orana bakarsak. Pembe ve turuncu benzer değil gibi. Biri $\frac{6}{9}$ diğeri ise $\frac{6}{4}$. Oranları farklı benzer olmazlar.

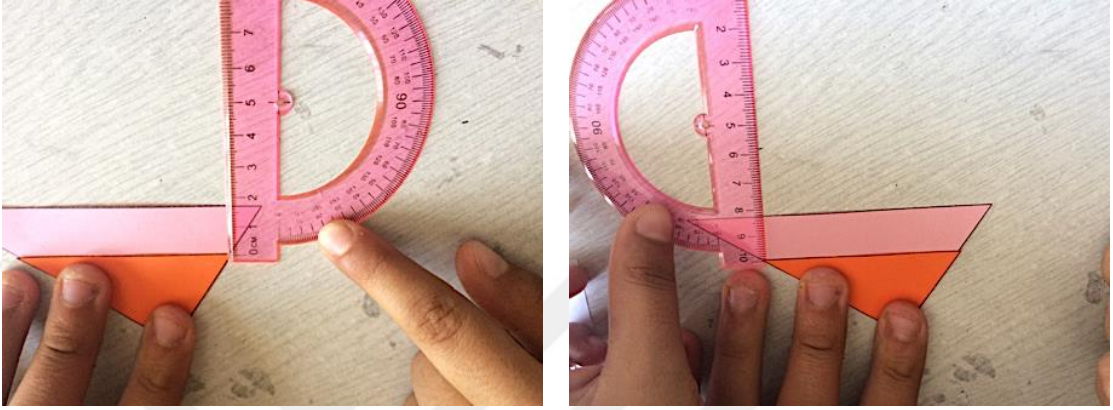
Eren: Oranları aynı, sen yanlış yazdın. Açıları tam üst üste geldiğindeki kenarlarını oranlaman gerektirir. Yani $\frac{6}{9}$ ve $\frac{4}{6}$ bunları sadeleştirirsek $\frac{2}{3}$ oluyor. Pembe ve turuncu üçgen benzer yani.



Şekil 71. Eren'in üçgenlerin açılarını açıölçer ile ölçmesi ve kenar uzunluklarının oranını belirlemesi

Burada benzerlik oranı stratejisini kullanan öğrenciler üçgenlerin kenar uzunluklarını oran içi biçimde ilişkilendirmişlerdir. Başka bir ifade ile üçgenlerin kenar uzunluklarını birbirleri ile değil de kendi içinde dik kenar uzunluklarını oranlamışlardır. Bu oranı aynı şekilde karşılaştırma yapacakları üçgenlerin kenar uzunluklarının oranı ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca burada diğer çokgenlerden farklı olarak üçgenlerin kenarlar uzunluklarının birbirlerine oranı yazılırken açılara da dikkat edilmiştir. Örneğin kırmızı üçgende dar açının karşısındaki kenar ile geniş açının karşısındaki kenar uzunlukları oranlanarak $\frac{2}{4}$ şeklinde bir oran yazıldıysa, bu üçgen ile karşılaştırılacak olan yeşil üçgende de dar açının karşısındaki kenar ile geniş açının karşısındaki kenar oranlanarak $\frac{3}{6}$ şeklinde bir oran yazılmıştır. Bu oranları ters yazdığı için pembe ve turuncu üçgenlerin benzer olamayacağı söyleyen Yasemin'i, yukarıdaki konuşmada da görüldüğü üzere “*oranları aynı, sen yanlış yazdın. Açıları tam üst üste geldiğindeki kenarlarını oranlaman gerektirir*” şeklinde bir açıklama ile Eren düzeltmiştir.

Bu öğrenciler sonrasında benzerlik oranı stratejisini kullanarak benzer olduklarına karar verdikleri üçgenleri bir açılar ortak olacak şekilde üst üste yerleştirdiklerinde “*altta kalan kenarların ikisi de aynı doğrultuda gidiyor*” şeklinde bir açıklama yapmışlardır. Sonrasında cetvel ile bu iki kenar arasındaki dik uzaklıkları iki farklı noktadan ölçtüklerinde eşit olduğu görmüşlerdir.



Şekil 72. Eren'in benzer üçgenler arasındaki dik uzaklıkları ölçmesi

Eren açı ölçülerine ve kenar uzunlukları arasındaki oranlara bakarak benzer olduğuna karar verdiği üçgenleri şekil 72'deki gibi üst üste yerleştirdiğinde aralarındaki en kısa mesafelerin eşit olduğunu görmüştür. Fakat bu eşitliğin üçgenlerin benzerliği açısından ne anlama geldiğini dile getirememiştir. Eren'in benzer üçgenlerin kenarları arasındaki en kısa mesafelerin eşit olduğunu bulması, öğretmen tarafından daha sonra sınıf tartışmasında da dile getirilmiş ve bu özelliğin üçgenlerde benzerlik bakımından ne ifade ettiği sınıfça tartışılmıştır.

3.3.1.3. Oransal Olarak Toplamsal Strateji

Bu stratejide öğrenciler çokgenlerin benzerliğini incelerken toplamsal strateji ile benzerlik oranı stratejisini birlikte kullanarak toplamsal stratejiyi farklı bir şekilde yorumlamışlardır. Verilen çokgenlerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarını orantısal olarak yorumlayıp benzer olan ve olmayan üçgenleri doğru bir şekilde ayırt edebildikleri görülmüştür. Bu stratejiyi kullanan öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Erol: Pembe ve mavi üçgen benzer değil.

Ömer: Neye dayanarak dedin ki?

Erol: Üst üste koyduğumuzda kenarlarda kalan uzunlukları ölçtüm. Bir tarafı daha uzun oluyor eşit değil. Bak şimdi aynı şeyi turuncu için yapalım. Bir taraf 2 cm bir taraf 3 cm o zaman benzer olmuyor (Şekil 73'te görüldüğü üzere üçgenleri üst üste yerleştirip ok ile gösterilen kısımlarını ölçmüştür).

Şeyda: Ama üst üste yerleştirtince benzer gibi duruyorlar. Nasıl benzer olmaz ki?

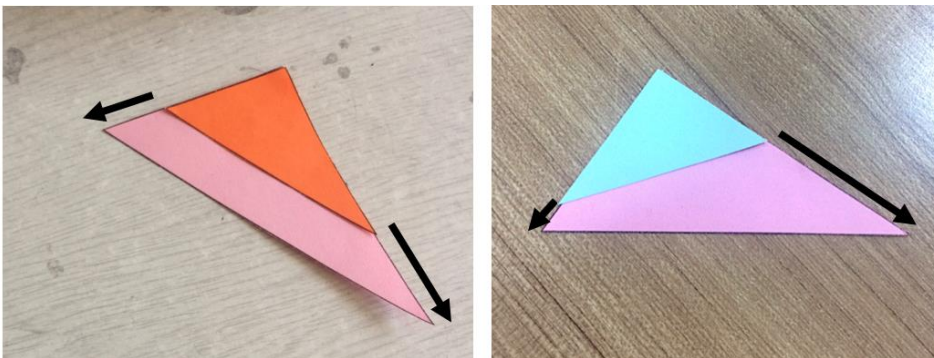
Ömer: Zaten benzer olması için birinin 2, birinin de 3 artması gerekiyor.

Şeyda: Nasıl yani tam olarak?

Erol: Mavi ve pembe kenarlarda kalan miktarlar farklıydı benzer olmadılar. Zaten üst üste yerleştirtince de benzer durmuyorlardı. Ama pembe ve turuncu da kafam karıştı. Onların da kenarda kalan kısımları farklı uzunlukta.

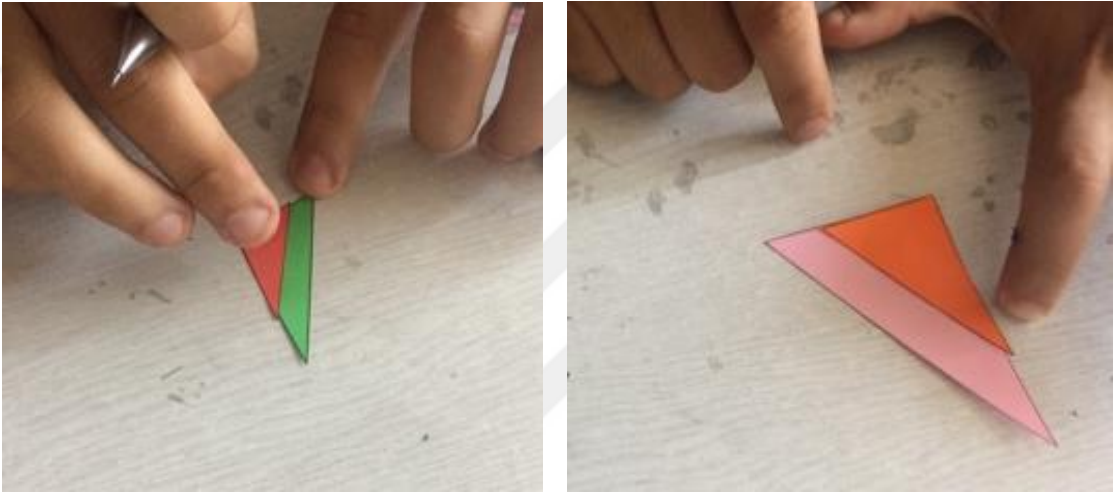
Ömer: Bak şimdi, bir tarafı 2, diğer tarafı 3 buldun ya, o artış miktarlarını gösteriyor. 4 cm olana taraf $\frac{1}{2}$ oranında artmış. 4'ün yarısı 2 değil mi? Eklersek onu 4'e 6 olur işte. Aynı şeyi 6 için de yap. Yarısı 3 ve 6'ya 3 eklersek 9 olur.

Burada Erol benzer olmayan pembe ve mavi üçgenin kenarları arasındaki artış miktarının farklı olmasından dolayı benzer olamayacaklarını ifade etmiştir. Mavi dik üçgende 5 cm olan dik kenar pembe dik üçgende 9 cm olmuş yani 4 cm artmış, 4 cm olan kenar ise pembe üçgende 2 cm artarak 6 cm olmuştur. Kenarlar arasındaki bu artış farkından dolayı benzer olamayacaklarını iddia eden Erol aynı stratejiyi turuncu üçgen ile pembe üçgende deneyince Şeyda bu üçgenlerin görünüş olarak birbirlerine benzediklerini söyleyerek pembe ve turuncu üçgenler için Erol'un kullandığı stratejiye katılmamıştır.



Şekil 73. Erol'un üçgenleri üst üste yerleştirerek kenar uzunlukları arasındaki artış miktarlarını ölçmesi

Ömer ise bu durumu toplamsal stratejiyi oransal olarak yorumlayarak açıklamıştır. “4 cm olan kenar 6 cm olmuş yani $\frac{1}{2}$ oranında artmış. Aynı şekilde 6 cm olan kenar $\frac{1}{2}$ oranında artmış ve 9 cm olmuş” diye ifade ederek bu üçgenlerin benzer olduklarını dile getirmiştir. Daha sonra şekil 74’te verildiği üzere benzer üçgenleri üst üste yerleştirerek açılarının eş olduğunu ve kenar uzunluklarındaki artış miktarının kenarlar arasındaki oranına bağlı olarak değiştiğini dile getirmiştir. Yani üst üste yerleştirdiği üçgenlerin kenar uzunluklarında aynı miktarda bir artış olmadığına fakat aynı oranda bir artış olduğu için bu üçgenlerin benzer olacaklarına vurgu yapmıştır.



Şekil 74. Ömer’in benzerlik oranı stratejisini uyguladığı üçgenleri üst üste yerleştirmesi

3.3.1.4. Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Kullanılan Stratejiler Üzerine Yapılan Sınıf Tartışması

Grup içi etkinliklerden sonra yapılan sınıf tartışmasında öğrencilerin genel olarak benzer olmayan üçgenlerin açı ölçülerinin birbirinden farklı olmasından dolayı benzer olmadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Sonrasında sınıfça ortak olarak birbirlerine benzer olarak bulunan pembe ve turuncu üçgen ile kırmızı ve yeşil üçgen incelenmiştir. Yasemin ve Eren, bu üçgenleri bir açılar ortak olacak şekilde üst üste yerleştirdiklerinde bu ortak açının karşısındaki kenarlar arasındaki dik uzaklıkların her noktada aynı olduğunu fark ettiklerini bütün sınıf ile paylaşmışlardır. Bu doğrultuda sınıfta öğrenciler arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Eren: Turuncu ve pembe üçgenler benzer üçgenler. Bunların dik açıları üst üste gelecek şekilde yerleştirdiğimizde şu kenarlar (her iki üçgende de 90 derecenin

karşısındaki kenarları göstererek) arasındaki dik uzaklıkları ölçtük her yerde aynı oluyor.

Yasemin: Aynı şeyi kırmızı ve yeşil üçgende de yaparsak geniş açıları üst üste gelecek şekilde yerleştirdiğimizde yine onda da kenarlar arasındaki uzaklık eşit oluyor.

Mehmet: O iki kenar arasındaki uzaklıklar her noktada aynı ise o zaman onlar paralel olmaz mı?

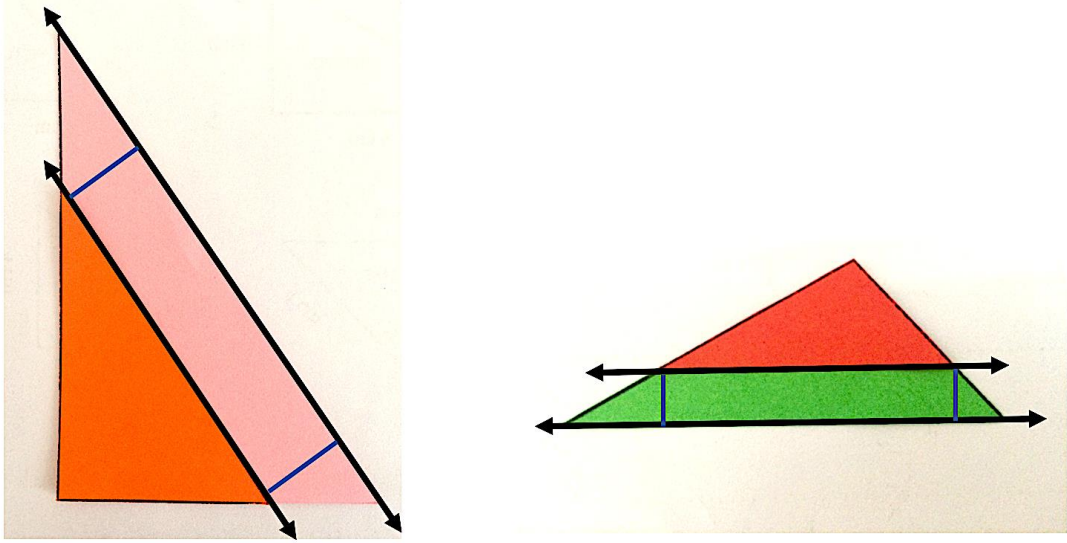
Ömer: Evet bence de paralel olurlar. Çünkü ikisi de aynı yönde ve aralarındaki uzaklıklar hep eşit (Şekil 75).

Selin: O zaman benzer olan üçgenlerde hep böyle paralel kenarlar oluşur diyebiliriz. Çünkü benzer olan iki üçgende de aynı şey oldu.



Şekil 75. Ömer'in üçgenlerin kenarlarındaki paralelliği göstermek için jestlerini kullanması

Eren ve Yasemin bu düşüncelerini sınıfla paylaştıktan sonra diğer öğrenciler de ellerindeki benzer üçgenleri üst üste yerleştirerek benzer üçgenlerde oluşan paralel doğruları incelemişlerdir. Öğrencilerin incelediği üçgenler ve buldukları paralel doğru parçaları şekil 76'da gösterilmiştir. Burada öğrenciler benzer üçgenlerde oluşan sadece bir paralel doğru parçası çiftini incelemiş diğerlerine bakmamışlardır. Örneğin dik üçgenlerde sadece dik açıları üst üste yerleştirdiklerinde oluşan paralel doğruları göstermiş dar açıları üst üste yerleştirdikleri olan paralelliğe bakma gerekliliği duymamışlardır. Fakat benzer üçgenler farklı şekillerde de üst üste yerleştirildiğinde yine aynı şekilde paralel doğruların olacağını ifade etmişlerdir.



Şekil 76. Öğrencilerin benzer üçgenlerde buldukları paralel doğru parçaları

Özetle; üçgenlerin benzerliğinin incelendiği bu etkinlikte açığa dayalı strateji ve benzerlik oranı stratejisi kullanılmıştır. Bunların yanında önceki etkinliklerde çoğunlukla tercih edilen toplamsal stratejinin, üçgenleri benzerliği incelenirken tek başına kullanılmadığı görülmüştür. Bunun yerine toplamsal stratejinin oransal olarak yorumlandığı strateji kullanılmıştır. Ayrıca bu strateji ile bazı öğrenciler üst üste yerleştirdikleri benzer üçgenlerin birbirlerine paralel olan kenarları fark etmiş ve bu paralellik tüm sınıf ile paylaşılmıştır.

Çalışmanın bundan sonraki etkinliklerinde çokgenlerin hepsinin birlikte incelenmesini gerektiren etkinlikler yer almaktadır. Bu yüzden ilk üç aşamada yapılan etkinlikler ve bu etkinliklerde kullanılan stratejilerin çokgenlere göre dağılımı tablo 2’de verilen şekliyle özetlenmiştir.

Tablo 2. Etkinliklerde kullanılan stratejilerin çokgenlere göre dağılımı

	1.Aşama		2.Aşama		3.Aşama
	Etkinlikler		Etkinlikler		Etkinlikler
	Dikdörtgen	Dik Yamuk	Kare ve Eşkenar Dörtgen	Altıgen	Üçgen
Toplamsal Strateji	X		X	X	
Döşeme Stratejisi	X		X		
Göreceli Konumlama Stratejisi	X				
Benzerlik Oranı Stratejisi	X	X	X		X
Köşegenleri Birleştirme Stratejisi	X		X	X	
Açıya Dayalı Strateji		X	X	X	X
Görsel Strateji		X		X	
Sabit Oran Stratejisi		X			
Birimselleştirme Stratejisi		X			
Şekil Türü Stratejisi			X	X	
Oransal Olarak Toplamsal Strateji			X		X

3.4. Genelleme Etkinliğine Ait Bulgular

İki çokgenin benzer olması için gerek ve yeter şartların incelendiği genelleme etkinliğinde öğrencilere üç tane soru yöneltilmiştir. Öğrenciler diğer etkinliklerden farklı olarak bu etkinlikteki sorulara bireysel olarak cevap vermişlerdir. “İki çokgenin birbirine

karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eşit ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız” ve “iki çokgenin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız” şeklinde olan ilk iki soruda öğrencilerden verilen ifadenin doğru olup olmadığını açıklamaları istenmiştir. Son olarak ise öğrencilerden kendi benzerlik tanımlarını oluşturmaları beklenen “sizce iki çokgenin birbirine benzer olması için bu çokgenlerin açı ölçüsü ve kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekmektedir? Açıklayınız” şeklindeki soru öğrencilere yöneltilmiştir.

3.4.1. Birinci Soruya Ait Bulgular

Çokgenlerin benzerliğinde sadece açıların eş olmasının yeterli bir şart olup olmadığının incelendiği bu soruda öğrencilerden biri hariç diğer hepsi açı ölçüsünün benzerlik için yeterli bir şart olmadığını ve açı ölçülerinin yanında kenarlar arasındaki ilişkiye de bakılması gerektiğini belirtmiştir. Eren ve Erol dikdörtgen örneğini vererek bu ifadenin doğru olamayacağını savunmuştur (Şekil 77).

İki çokgenin birbirine karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eş ise bu çokgenler her zaman

benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Değildir. Açılar eşit. Kenar oranları farklı ise.
Bu şekiller benzer olmaz. Dikdörtgenler gibi.

(a)

İki çokgenin birbirine karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eş ise bu çokgenler her zaman

benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Bu ifade doğru değil. Çünkü bütün dikdörtgenler 90°'dir.
benzer. Doğrudur.

(b)

Şekil 77. Eren (a)'ın ve Erol (b)'un birinci soru için yazdıkları açıklamalar

Burada öğrenciler çokgenlerinin benzerliği incelenirken sadece açı ölçülerine bakmanın yeterli olmayacağını, bunun yanında kenarlar arasındaki ilişkinin de önemli olduğunu dikdörtgeni örnek vererek açıklamışlardır. Bütün dikdörtgenlerin açılarının eş ve 90 derece olmasına rağmen benzer olmadığını ifade etmişlerdir. Bu soruya diğer

öğrencilerden farklı olarak doğrudur cevabını veren Ömer ise, ifadenin hangi durumlarda doğru olabileceğini de belirtmiştir (Şekil 78).

İki çokgenin birbirine karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eş ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Bu ifade doğrudur çünkü bir düzgün altıgenin is kenarları karşılıklı olarak ve birbirine eşittir. Yani bu ifade sadece düzgün çokgenlerde geçerlidir.

Şekil 78. Ömer'in birinci soru için yazdığı açıklama

Burada Ömer çokgenlerin benzerliğini incelerken kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakmadan açı ölçülerine göre doğru bir sonuca ulaşmanın sadece düzgün çokgenler için geçerli olduğunu ifade etmiştir. Daha önceki etkinliklerde kullanılan düzgün altıgenleri de buna örnek olarak vermiştir. Fakat soruda verilen ifade sadece düzgün çokgenler için değil aynı zamanda bütün üçgenler için de geçerlidir. Bu bağlamda Ömer'in "yani bu ifade sadece düzgün çokgenlerde geçerlidir" şeklindeki açıklamasının doğru olduğu ancak eksik kaldığı görülmüştür. Aynı soru için bazı öğrencilerin çokgenlerin benzerliği incelenirken açı ölçülerinin yanında kenar uzunluklarına da bakmanın gerekli olduğunu herhangi bir örneklendirme yapmadan ifade ettiği görülmüştür (Şekil 79).

İki çokgenin birbirine karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eş ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Yalnız çokgenlerin açıları aynı olsa bile kenar uzunlukları orantılı olmadığı için benzer değildir.

Şekil 79. Şeyda'nın birinci soru için yazdığı açıklama

3.4.2. İkinci Soruya Ait Bulgular

Çokgenlerin benzerliğinde açı ölçülerine bakılmaksızın birbirlerine karşılık gelen kenar uzunluklarının orantılı olmasının yeterli bir şart olup olmadığının incelendiği bu

soruda öğrencilerin hepsi sadece birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları arasındaki orana bakmanın benzerlik için yeterli bir şart olmadığını belirtmiştir. Can ve Eren bu ifadenin doğru olmayacağını kare ve eşkenar dörtgen örneğini vererek açıklamıştır (Şekil 80).

İki çokgenin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Bence yanlış tir biri kare birise eşkenar olduğunda benzerlik yoktur

(a)

İki çokgenin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Değildir. Benzerlik orantılı asilleri farklı ise bu şekiller benzer değildir. Eşkenar üçgen ve kare gibi

(b)

Şekil 80. Can (a)'ın ve Eren (b)'in ikinci soru için yazdıkları açıklamalar

Can ve Eren çokgenlerin benzerliğinde sadece kenar uzunlukları arasındaki orana bakmanın yeterli olmayacağını bunun yanında açı ölçülerinin de önemli olduğunu vurgulamışlardır. Kare ve eşkenar dörtgende kenar uzunlukları birbiri ile orantılı olsa da açı ölçüleri eşit olmadığı için bu iki çokgenin benzer olamayacağını belirtmişlerdir. Her ne kadar şekil 80'de görüldüğü üzere etkinlik kâğıdında eşkenar dörtgen yerine eşkenar üçgen ya da sadece eşkenar yazmış olsalar da etkinlik sırasındaki sözel ifadelerinden eşkenar dörtgenden bahsettikleri anlaşılmıştır. Can ve Eren dışındaki öğrenciler ise şekil 81'de verilen Selin'in yazdığı açıklamadaki gibi herhangi bir örneklendirmeye gerek duymaksızın çokgenlerin benzerliği incelenirken sadece kenarlar arasındaki orana bakmanın yeterli olmayacağını ifade etmişlerdir.

İki çokgenin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

Benzer değildir. Karşılık gelen kenar uzunluklarının orantılı olması yetmez. Açılarında eşit olması gerekir.
Bu ifade yanlıştır.

Şekil 81. Selin'in ikinci soru için yazdığı açıklama

3.4.3. Üçüncü Soruya Ait Bulgular

Benzerliği incelenen çokgenlerin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin sorulduğu üçüncü soruda öğrencilerin hepsi çokgenlerin açı ölçülerinin yanında kenar uzunlukları arasındaki orana da bakılması gerektiğini dile getirmiştir. Ömer ve Yasemin'in bu soru için yazdığı açıklamalar Şekil 82'de verilmiştir.

Sizce iki çokgenin birbirine benzer olması için bu çokgenlerin açı ölçüsü ve kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekmektedir? Açıklayınız.

Açı ölçülerinin birbirine eşit olması gerekir.
Kenar uzunlukları orantılı bir şekilde değişebilir.

(a)

Sizce iki çokgenin birbirine benzer olması için bu çokgenlerin açı ölçüsü ve kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekmektedir? Açıklayınız.

Her iki açı olması için ölçüsü aynı olması gerekir.
Kenar orantısı aynı olması gerekir.

(b)

Şekil 82. Ömer (a)'ın ve Yasemin (b)'in üçüncü soru için yazdıkları açıklamalar

Burada olduğu gibi öğrencilerin hemen hemen hepsi kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklarken orantı ifadesini kullanmışlardır. Mehmet ise kenarlar arasındaki ilişkiyi açıklarken diğer öğrencilerden farklı olarak doğrusal ilişki ifadesine yer vermiştir (Şekil 83).

Sizce iki çokgenin birbirine benzer olması için bu çokgenlerin açı ölçüsü ve kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekmektedir? Açıklayınız.

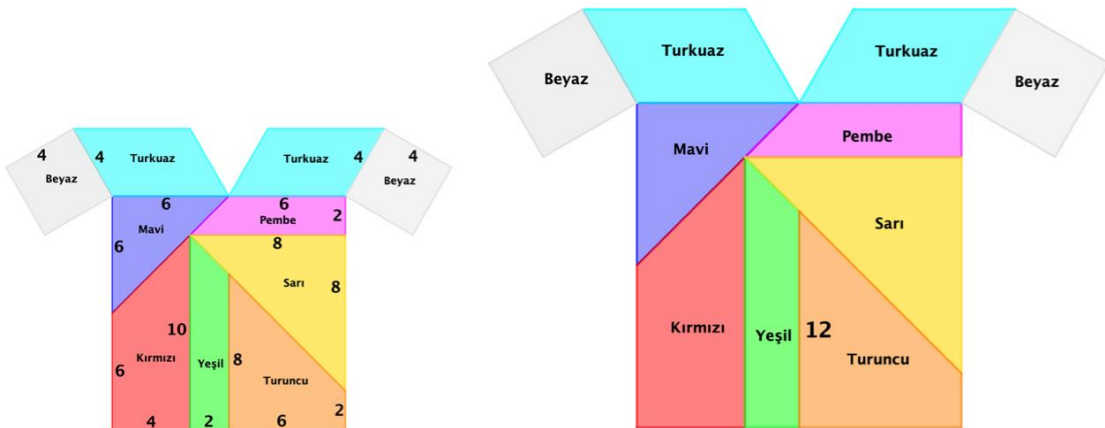
Açı ve kenar uzunluklarının arasında doğrusal ilişki olması lazımdır.

Şekil 83. Mehmet'in üçüncü soru için yazdığı açıklama

Mehmet burada iki çokgenin benzer olabilmesi için sadece kenar uzunlukları arasında değil aynı zamanda açı ölçüleri arasında da doğrusal bir ilişki olması gerektiğini belirtmiştir.

3.5. Kapanış Etkinliğine Ait Bulgular

Son etkinlik olan kapanış etkinliğinde öğrencilerden kare, paralelkenar, dik yamuk ve dik üçgenlerden oluşan bir tişörtün belli bir ölçüde büyütülmesi istenilmiştir. Tişört şekil 84'te gösterilen şekilde tasarlanmıştır. Burada tişört, sekiz farklı çokgene ayrılmış ve ilk tişörtte bu çokgenlerin kenar uzunlukları verilmiştir. Büyütülmüş tişörtün ise sadece uzunluğu 12 cm olan kenarı verilmiş ve bu bilgi ile öğrenciler diğer çokgenlerin kenar uzunluklarını bularak başlangıçtaki tişörtlere benzer tişört oluşturmuşlardır. Bu etkinlikte öğrencilerin her biri birer tane çokgen üzerinde bireysel çalışmışlardır. Daha sonra benzeri oluşturularak büyütülen parçaların hepsi sınıfça birleştirilerek tişörtün bütüncül olarak doğru bir şekilde büyütülüp büyütülemediği incelenmiştir. Bu bölümde her bir öğrencinin çokgenleri büyötmek amacıyla takip ettiğı adımlar ayrı ayrı ele alınmıştır.



Şekil 84. Çokgenlerle oluşturulmuş tişört modeli

3.5.1. Sarı Dik Üçgenin Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 8 cm olan sarı ikizkenar dik üçgeni büyütmesi istenilen Erol ilk önce toplamsal strateji kullanmayı düşünmüştür. Büyültülmüş tişörtte verilen 12 cm uzunluğundaki kenar, 8 cm uzunluğundaki kenara karşılık geldiğinden 8 ile 12 arasındaki fark 4 cm olduğundan sarı üçgenin de kenarlarını 4 cm arttırarak 12 cm olacak şekilde çizmiştir. Bu bölümde öğrencilerden her ne kadar bireysel çalışmaları istenilse de aynı sınıf ortamında çalıştıkları için öğrenciler arasında geçen konuşmalar da olmuştur. Örneğin burada Erol'un toplamsal stratejiyi kullandığını fark eden Mehmet bu stratejiyi kullanırsa dik üçgeni doğru bir şekilde büyütemeyeceğini ifade etmiştir. Mehmet ile Erol arasında geçen konuşma ise şu şekildedir:

Mehmet: Sen yanlış düşündün ama biliyor musun?

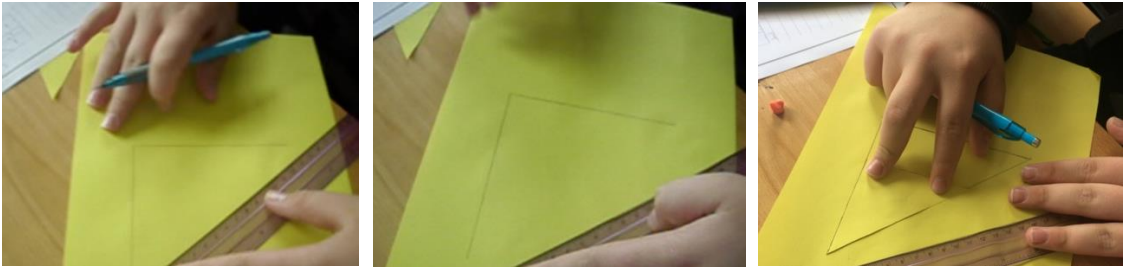
Erol: Niye ki? Dik kenarları 4 cm olarak arttırdım işte 12 cm oldu.

Mehmet: Çünkü sen toplamsal olarak düşündün. Kenarların artış miktarına bakmamalıydın. Kenarlar arasında orantı kurmalıydın.

Erol: Haklısın ama orantı kursam da fark etmez ki. Verilen kenar 8 cm zaten. Benim üçgenim de 8 cm olduğundan orantı kursam da yine de 12 cm olur.

Mehmet: Peki ya açıları aynı mı oluyor?

Erol: Üst üste yerleştirip bakalım (Şekil 85), bak açıları da aynı oluyorlar işte.



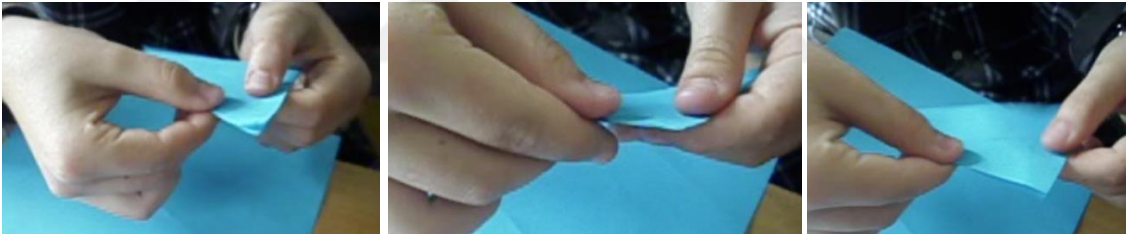
Şekil 85. Erol'un sarı dik üçgene benzer dik üçgen çizimi

Burada Erol dik üçgene benzer üçgen oluştururken önce dik kenarların uzunluklarını hesaplayıp çizdiğini daha sonra da açıları üst üste yerleştirerek aynı olup olmadıklarını kontrol ettiği görülmüştür. Hipotenüs uzunluğunu ise dikkate almadan çizimlerini yapmıştır. Büyüttüğü çokgen ikizkenar dik üçgen olduğundan toplamsal strateji kullanması Erol'u yanlış bir sonuca götürmemiştir. Erol “*verilen kenar 8 cm zaten. Benim üçgenim de 8 cm olduğundan orantı kursam da yine de 12 cm olur*” şeklinde bir

açıklama yaparak soruda referans alınması istenen uzunluk ile büyütülmesi istenen dik kenar uzunluğunun aynı olduğunu dile getirmiştir.

3.5.2. Mavi Dik Üçgenin Benzerini Oluşturma Süreci

Erol'un yaptığı mantıkla Selin de mavi dik üçgene benzer üçgen oluştururken önce kenarlar arasındaki artış miktarına odaklanmıştır. 8 cm olan kenar 4 cm arttığından mavi dik üçgenin de 6 cm olan kenarlarını 4 cm arttırarak 10 cm olacak şekilde dik üçgene benzer bir üçgen çizmiştir. Selin'in kullandığı toplamsal stratejiyi kullanarak yeşil yamuğa benzer yamuk oluşturan Şeyda açılarını kontrol ettiğinde aynı olmadığını ve kullandığı stratejinin yanlış olduğunu fark ettiğinde aynı stratejiyi kullanan Selin çizdiği üçgenin açılarını da kontrol etmesi gerektiğini fark etmiştir. Verilen mavi dik üçgen ikizkenar üçgen olduğundan Selin toplamsal stratejiyi kullanmasına rağmen benzer üçgen oluşturabildiğinden çizdiği üçgen ile verilen üçgenin açılarını üst üste yerleştirdiğinde eş olduklarını görmüştür (Şekil 86).



Şekil 86. Selin'in ilk çizdiği mavi dik üçgende açıların eş olup olmadıklarını kontrol etmesi

Aynı strateji ile oluşturulan yamuklarının açılarının ölçülerinin farklı olmasından dolayı çizdiği dik üçgenin açıları aynı olmasına rağmen istenilen ölçüde doğru bir şekilde büyütülüp büyütülemediğinden emin olamamıştır. Selin çizdiği dik üçgeninin bir kenarının paralelkenar ile ortak olacağını fark edip, kontrol amaçlı paralelkenarı çizen Eren'in yaptığı çizimi incelemiştir. Diğer bir ifade ile, Eren'in paralelkenar için bulduğu kenar uzunluğu ile kendisinin bulduğu dik kenar uzunluğunu karşılaştırmıştır. Bulunan uzunlukların eşit olmadığını görünce, Selin ve Eren kullandıkları stratejileri şu şekilde karşılaştırmışlardır:

Eren: Dik üçgenin bir kenarını kaç cm olarak buldun sen?

Selin: 10 cm olarak yaptım. Sen de öyle yapmadın mı?

- Eren: 10 değil 9 olması gerekiyor ben öyle buldum.
- Selin: Neden 9 olsun ki? 8 olan kenara 4 eklenmiş 12 olmuş. Ben de öyle yaptım işte 6'ya 4 ekledim 10 oluyor.
- Eren: Toplamsal olarak düşüneceksen artış miktarı ile 8 arasındaki ilişkiye bakacaksın. Mesela 8 olan kenar 4 cm artmış. 4, 8'in yarısı. Yani kenar uzunluğunun yarısı kadar artıyor. Aynı şeyi şimdi 6 için düşün kaç oluyor?
- Selin: O zaman 6'nın yarısı 3 olduğun için 3 mü ekleyeceğim? 9 cm oluyor yani.
- Eren: Evet öyle oluyor.
- Selin: Ama benim yaptığım şekilde de benzer üçgenler oluştu. Açılar bile aynı oldu. Neden senin paralelkenarınla birleştirtince tam oturmadı?
- Eren: İkizkenar üçgen olduğu için iki kenarını da aynı miktarda değiştirdin ondan yine benzer olur. Ama sorunun bizden istediği oranda benzer olmazlar. Mesela ben de senin gibi kenarları 10 cm yapsaydım o zaman açıları eş olmazdı. Ama şu anda eş oluyor.
- Selin: Hmm... Tamam şimdi anladım.

Selin toplamsal stratejiyi kullanarak benzer üçgenler oluşturmuş olmasına rağmen verilen üçgeni istenilen ölçüde büyütemediğini Eren ile arasında geçen konuşmadan sonra fark etmiş ve toplamsal stratejiyi oransal olarak yorumlayarak yeniden benzer üçgen oluşturmuştur. Üçgenlerin kenarları arasındaki artış miktarını orantısal olarak yorumlayarak her bir kenarı verilen uzunluğun $\frac{1}{2}$ oranında arttırarak istenilen oranda benzer dik üçgen oluşturmuştur. Ayrıca burada Selin ve Eren ikizkenar dik üçgende benzerlik oranının yanında toplamsal strateji de kullanarak birbirlerine benzer üçgenler oluşturulabileceğini görmüşlerdir. Ancak, Selin'in toplamsal strateji ile çizdiği üçgenin soruda istenilen oranda benzer olmadığını Eren şu şekilde ifade etmiştir: *"İkizkenar üçgen olduğu için iki kenarını da aynı miktarda değiştirdin ondan yine benzer olur. Ama sorunun bizden istediği oranda benzer olmazlar."*

3.5.3. Kırmızı Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 10 cm, 6 cm ve 4 cm olan kırmızı dik yamuğu büyütmesi istenilen Ömer benzerlik oranı stratejisini kullanarak yamuğu istenilen ölçüde büyütmüştür. Kullandığı stratejiyi ve yaptığı işlemleri şu şekilde açıklamıştır: *"İlk önce"*

bütün kenarları $\frac{1}{2}$ oranında artırmamız gerekiyor. Çünkü verilen kenarda 8 olan kenar $\frac{1}{2}$ oranında artarak 12 olmuş. Bana verilen kırmızı yamuğun kenarlarını da aynı şekilde arttırsam 10 olan kenar 15, 6 olan kenar 9 ve 4 olan kenar da 6 cm olur. Kenarları hesaplayıp yamuğu çizdikten sonra açılarını da üst üste yerleştirip kontrol ettim ve eş çıktılar.” Burada Ömer benzerlik oranı stratejisi ile oluşturduğu yamuğun benzer olup olmadığına karar vermeden açılarının da eş olup olmadığını kontrol ettiği görülmüştür (Şekil 87).

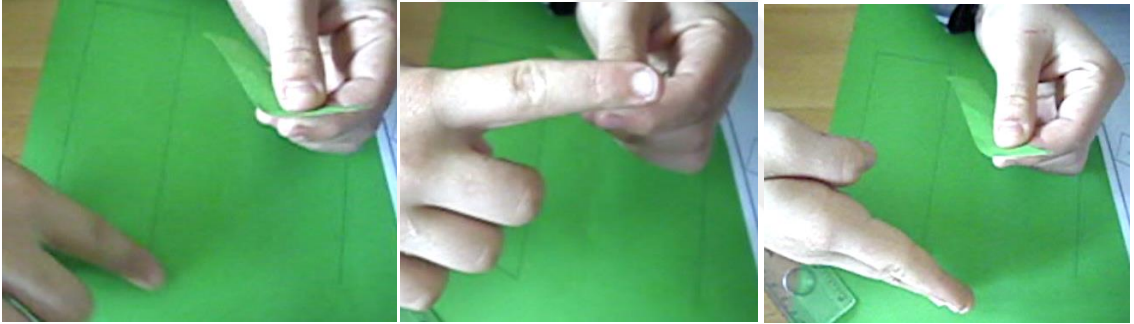


Şekil 87. Ömer'in oluşturduğu yamuğun açılarının verilen yamuk ile eş olup olmadığını incelemesi

3.5.4. Yeşil Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 10 cm, 8 cm ve 2 cm olan yeşil dik yamuğu büyütmesi istenilen Şeyda, Ömer'in aksine ilk olarak benzerlik oranı stratejisi yerine toplamsal stratejiyi kullanmış ve benzer bir yamuk oluşturmayı denemiştir. Kendisine neden bu stratejiyi seçtiği sorulduğunda ise şu şekilde bir açıklama yapmıştır: “Bana verilen yamuğun bir kenarının kaç cm olması gerektiği zaten verilmiş. 8 cm olan yer 12 cm olmuş. Diğer kenarları da buna göre düşündüm. 4 cm'lik bir atış olduğu için 10 cm ve 2 cm olan kenarlara da 4 cm eklemem gerekiyor. Yani 14, 12 ve 6 cm kenarları olan bir yamuk çizersem istenilen gibi benzer olur.” Şeyda söylediği ölçülerde yamuğu çizdikten sonra benzer olması için açılarının da eş olması gerektiğini düşünerek çizdiği yamuğu verilen yamuğun üzerine yerleştirmiş ve açılarının eş olup olmadığını da incelemiştir. Bütün kenarları eşit miktarda artırmasına rağmen çizdiği yamuk ile verilen yamuğun açı ölçülerini karşılaştırdığında ise eşit olmadıklarını görmüştür. Bunun nedenini ise Şeyda Selin'e sormuş ve aralarında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

- Şeyda: Bütün kenarları eşit miktarda arttırmama rağmen açıları eş olmadı. O zaman bunlar benzer olmaz. Buna bir bakar mısın?
- Selin: Açılarını ölçmeden de zaten şekillerin benzer olmadıkları anlaşılıyor. Yamuğun şu eğimli kenarına baksana.
- Şeyda: Peki sence neden böyle oldu? Sen de aynı şekilde bütün kenarlara 4 ekledin.
- Selin: Evet ama benim yaptığım dik üçgende açılar da aynı oldu. Senin açılardan aynı değil benzer olmaz bunlar. Yamuğun eğimli kısmına baksana. Senin yaptığın ile verilen yamuk aynı eğimde değil. Senin çizdiğin daha yatay duruyor (Şekil 88).
- Şeyda: O zaman kullandığım yöntem yanlış. Kenarları yanlış buldum demek ki.
- Selin: Ben de aynı mantıkla yaptım. Her kenara 4 cm ekledim. Açılar da aynı olduğundan benzer oldu. Ama acaba benimkisinde de bir hata mı var?



Şekil 88. Selin'in, Şeyda'nın çizdiği yamuğun neden benzer olmadığını göstermesi

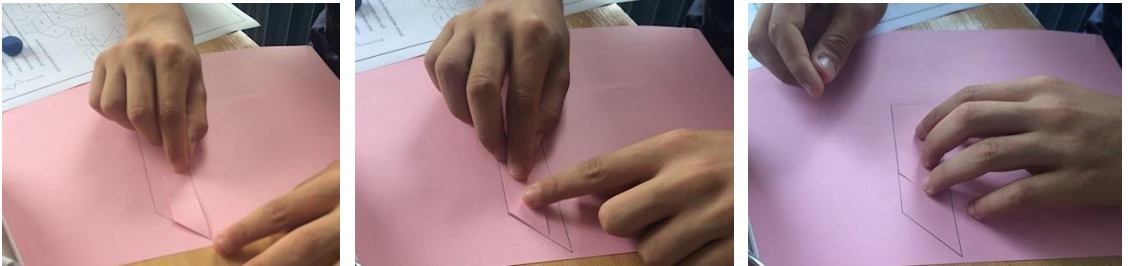
Şeyda benzer yamuk oluştururken kullandığı toplamsal strateji ile yanlış sonuca ulaşmıştır. İkizkenar dik üçgende toplamsal strateji ile benzer üçgenler oluşturuluyor olmasına rağmen burada yaşadıkları karışıklıktan sonra her iki öğrenci de kullandıkları stratejiyi gözden geçirip çokgenleri farklı şekilde yorumlama yoluna gitmişlerdir. Daha sonra kenarlar arasındaki artış miktarını orantısal olarak yorumlayan Şeyda, bütün kenar uzunluklarını $\frac{1}{2}$ oranında artırarak yeniden bir yamuk çizmiştir. Verilen yamuk ile çizdiği yamuğun açılarını üst üste yerleştirip aynı olduklarını ölçtükten sonra yeşil yamuğu doğru bir şekilde büyütüp benzerini oluşturduğunu fark etmiştir (Şekil 89).



Şekil 89. Şeyda'nın çizdiği ikinci yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi

3.5.5. Pembe Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 8 cm, 6 cm ve 2 cm olan pembe dik yamuğu büyütmesi istenilen Mehmet, ilk olarak 8 cm olan kenardan yola çıkarak diğer kenarlar arasında orantı kurmayı denemiştir. Bu doğrultuda kurduğu $\frac{8}{12} = \frac{6}{x}$ orantısında işler dışlar çarpımı yaparak x 'i $\frac{72}{8}$, den 9 olarak bulmuştur. Aynı işlemi 2 cm olan kenarda da uygulayarak 3 cm olacak şekilde yazmıştır. Yani Mehmet burada benzerlik oranı stratejisinde oranlar arası biçiminde bir ilişkilendirme yoluna gitmiştir. Kenar uzunluklarını bulduktan sonra çizdiği yamuk ile verilen yamuğun benzer olup olmadığından emin olmak için açılarını üst üste yerleştirerek aynı olup olmadıklarını incelemiştir (Şekil 90).

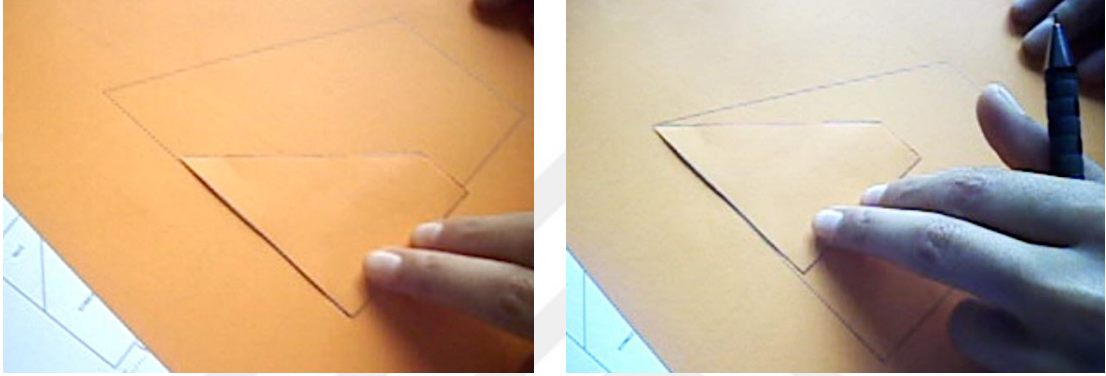


Şekil 90. Mehmet'in çizdiği yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi

3.5.6. Turuncu Yamuğun Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 8 cm, 2 cm ve 6 cm olan turuncu dik yamuğu büyütmesi istenilen Can, öncelikle kenarlar arasındaki artış miktarına odaklanmıştır. 8 cm olan kenar 4 cm arttırıldığı için diğer kenarları da 4 cm ekleyerek 6 cm ve 10 cm olacak şekilde toplamsal stratejiyi kullanarak benzer yamuk oluşturmaya çalışmıştır. Bulduğu uzunluklara göre

yamuğu çizdikten sonra kendisine kullanıldığı yöntem sorulduğunda şu şekilde bir açıklama yapmıştır: “8 olan kenar 12 olduğu için ben de her kenara 4 cm ekleyerek çizdim. Ama çizdiğim yamuk verilen yamuğa göre biraz daha fazla yana doğru büyümüş gibi. Görsel olarak benzer gözüküyorlar. Sanırım sadece kenarlara göre yamuğu çizmem doğru olmadı. Açılarını hiç hesaba katmadım çünkü.” Daha sonra şekil 91’de gösterildiği gibi verilen yamuğu çizdiği yamuğun üzerine yerleştirerek açılarının eş olup olmadıklarını incelemiştir.



Şekil 91. Can'ın çizdiği yamuk ile verilen yamuğun açılarının eş olup olmadığını kontrol etmesi

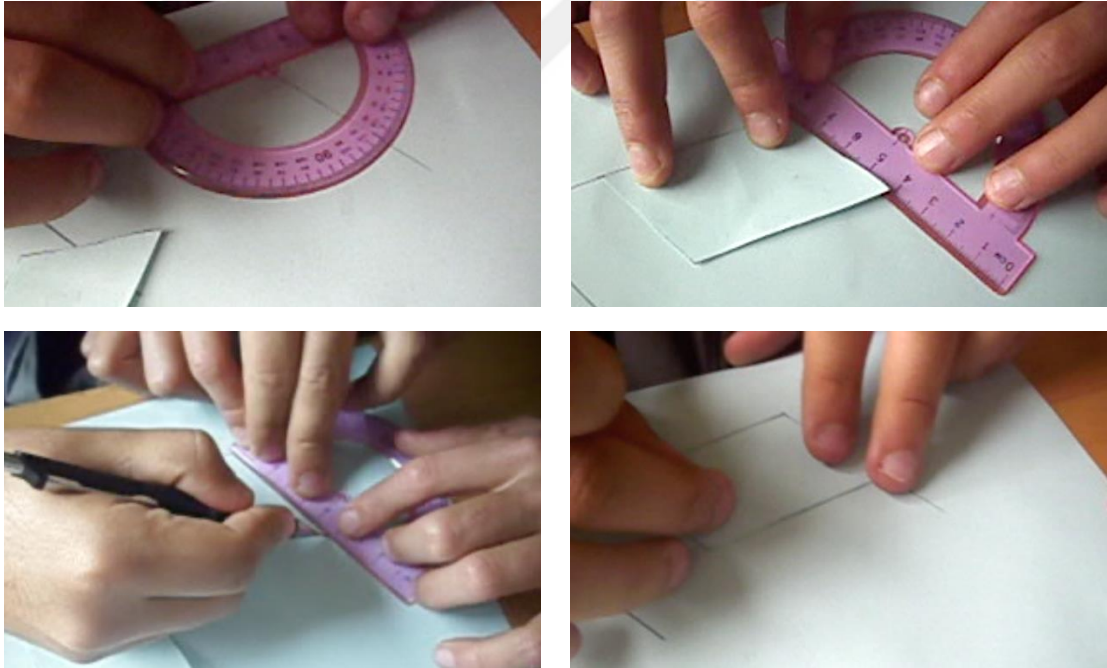
Şekil 91’de görüldüğü üzere açıların eş olmaması durumunu Can şu şekilde ifade etmiştir: “90 derece olan kısımlardaki açılar zaten eşit. Ama dar açı olan kısımda benim çizdiğim daha büyük. Şekilde açısal olarak bir kayma var. Sanırım kenarlar arasındaki artış miktarına baktığım için hata yaptım. 8’e 12 ise 6’ya kaç olur gibi bir orantı kursam kenar uzunlukları o zaman kaç olur acaba?” Daha sonra toplamsal stratejiden vazgeçerek benzerlik oranı stratejisini kullanmayı deneyen Can kenarlar arasındaki orantıyı Mehmet’ten farklı olarak oranlar arası ilişkiden ziyade oran içi ilişkiyi kullanarak $\frac{8}{6} = \frac{12}{x}$ şeklinde yazmıştır. Aynı işlemi diğer kenarlara da uygulayarak verilen yamuğa benzer yamuk oluşturmuştur.

3.5.7. Paralelkenarın Benzerini Oluşturma Süreci

Kenar uzunlukları 6 cm ve 4 cm olan paralelkenarı büyütmesi istenilen Eren, benzerlik oranı stratejisini diğer arkadaşlarından farklı bir şekilde yorumlayarak verilen paralelkenarı istenilen ölçüde büyütmüştür. Eren’in kullandığı strateji için yaptığı açıklaması şu şekildedir: “İlk verilen tişörtte 8 cm olan kenarın ikincide 12 cm olması

isteniliyor. Bu yüzden ilk olarak 8'i kaç ile çarparsam sonuç 12 olur diye düşündüm. Buradan 8'in $\frac{3}{2}$ ile çarpıldığını buldum. Bana verilen paralelkenarın da bütün kenarlarını $\frac{3}{2}$ ile çarptım ve 9 cm ile 6 cm olarak buldum.” Burada Eren ilk olarak soruda verilen kenar uzunlukları arasındaki oranı incelemiştir. Benzerlik oranını $\frac{8}{12}$ yani $\frac{2}{3}$ olarak bulmuştur. Daha sonra ise büyütülmesi istenilen çokgende uzunluğu 6 cm olan kenarı 2'de 3 oranında genişleterek $8 \times \frac{3}{2} = 12$ olarak bulmuştur. Aynı işlemi paralelkenarın 4 cm uzunluğunda olan kenarı için de yaptığında $4 \times \frac{3}{2} = 6$ sonucuna ulaşmış ve verilen paralelkenarı istenilen oranda doğru bir şekilde büyütmüştür.

Paralelkenarın kenar uzunluklarını bulan Eren, benzer bir paralelkenar çizebilmek için açı ölçülerinin de eş olması gerektiğini dile getirmiştir. Bu doğrultuda şekil 92'de gösterildiği üzere açıölçer yardımıyla verilen paralelkenarın açılarını ölçerek benzer paralelkenar çizmiş ve açılarının tam olarak eş olup olmadıklarını kontrol etmek için verilen paralelkenarı çizdiği paralelkenarın üzerine yerleştirerek açılarını incelemiştir.

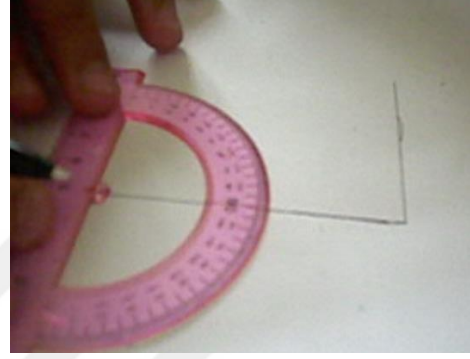
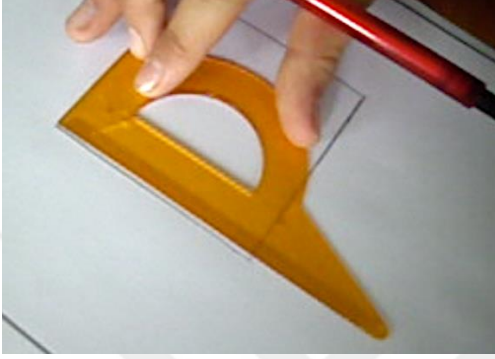


Şekil 92. Eren'in açıölçer yardımıyla verilen paralelkenara benzer paralelkenar çizmesi

3.5.8. Karenin Benzerini Oluşturma Süreci

Bir kenar uzunluğu 4 cm olan kareyi istenilen ölçülerde büyütmesi istenilen Yasemin, ilk olarak kenarlar arasındaki artış miktarına odaklanarak toplamsal stratejiyi

kullanmıştır. Verilen tişörtte 8 cm olan kenarda 4 cm'lik bir artış olduğu için kendisine verilen karenin her bir kenarını da 4 cm arttırarak bir kenar uzunluğu 8 cm olan bir kare çizmiştir. Benzer kare oluştururken açılarının da eş olması gerektiğini ifade ederek şekil 93'te gösterildiği üzere açıölçer yardımıyla köşelerdeki açılar 90 derece olacak şekilde verilen kareyi büyötmüştür.



Şekil 93. Yasemin'in açıölçer yardımıyla verilen kareye benzer kare çizimi

Çizdiği kareyi büyötmüş tişörtte arkadaşlarının yerleştirdiği parçaların yanına yerleştirince karenin yerine tam oturmadığını ve büyük geldiğini fark etmiştir. Karede toplamsal stratejiyi kullanarak benzer kareler oluşturulabileceğini ifade eden Yasemin, çizdiği karenin neden tişört modelinde tam olarak yerine yerleşmediğini anlamak için Eren'den yardım istemiştir. Bu konuda Eren ile Yasemin arasında geçen konuşma şu şekildedir:

Yasemin: Karenin zaten bütün kenarları eşit değil mi? O yüzden her kenarı eşit arttırırsak yine benzeri oluşmaz mı? Çizdiğim kare sence neden tişörtte tam yerine uymadı?

Eren: Çizdiğin kare verilen kareye benzer, haklısın. Ama istenilen ölçülerde benzer değil. O yüzden şekilde yerleştirirken büyük geldi fark ettiysen.

Yasemin: Yani benzer olarak doğru kare çizmişim ama istenilen boyutta benzer değil öyle mi?

Eren: Aynen öyle.

Yasemin: O zaman kenarlar arasındaki artış miktarına değil de orana bakmam gerekiyor sanırım.

Eren: Zaten senin yaptığın karenin kenarı ile benim tişörtte yerleştirdiğim paralelkenarın bir kenarları birleşiyor. Ben o kenarı 6 olarak bulmuştum. Senin yapacağın karede de bir kenar 6 cm olmalı yani.

Yasemin: Verilen kenarın oranına bakarsak $\frac{8}{12}$ yani $\frac{2}{3}$ oluyor. Bendeki karenin de kenarını oranlarsam $\frac{4}{6}$ yine sadeleşirse $\frac{2}{3}$ oluyor. O yüzden 6 olması gerekiyor.

Eren: Yani.

Yasemin: Şimdi anladım, o zaman yeniden çizeyim kareyi.

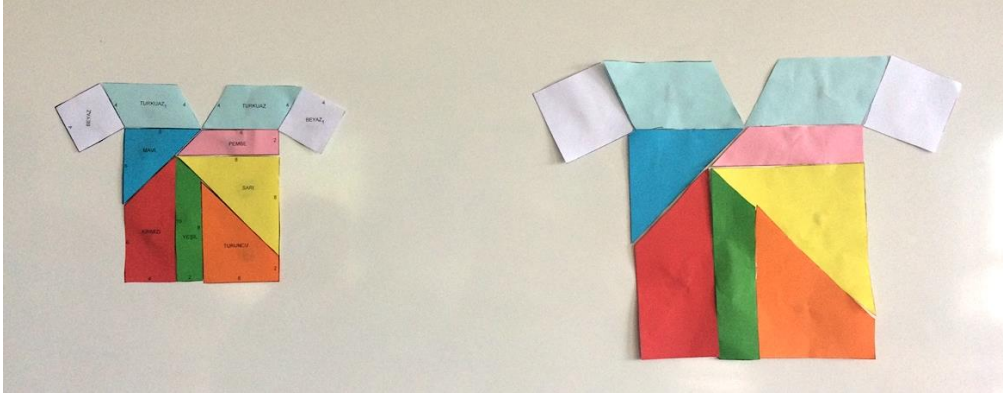
Burada Yasemin toplamsal strateji ile de benzer kareler oluşturulabileceğini ama istenilen ölçüde olmayacağını fark edip Eren'in de yardımıyla benzerlik oranı stratejisi kullanarak verilen kareyi istenilen ölçülerde doğru bir şekilde büyütüştür.

Öğrenciler verilen bütün çokgenlerin istenilen ölçülerde benzerlerini oluşturduktan sonra hepsini bir araya getirerek tişörtü bir bütün olarak doğru bir şekilde büyütüp büyütmediklerini incelemişlerdir. Toplamsal stratejiyi kullanarak ilk çizdikleri çokgenler benzer olmayan Selin, Şeyda ve Yasemin şekil 94'te gösterildiği gibi bu çokgenleri tişört üzerine de yerleştirerek diğer çokgenlerle düzgün bir biçimde birleşmediği görmüşlerdir.



Şekil 94. Selin (mavi dik üçgen), Şeyda (yeşil dik yamuk) ve Yasemin (beyaz kare)'in ilk çizdiği çokgenleri diğer çokgenler ile birleştirmesi

Sonrasında ise bu öğrenciler yukarıda da açıklandığı üzere kullandıkları stratejileri değiştirmiş ve kendilerine verilen çokgenlerin istenilen ölçüde benzerlerini oluşturmayı başarmışlardır. Şekil 95'te verildiği üzere bütün sınıf benzerlerini oluşturdukları çokgenleri tişört modelinde verilen yere yerleştirerek şekli bir bütün olarak büyütüştür.



4. TARTIŞMA ve SONUÇLAR

4.1. Tartışma

Çalışmanın bu bölümde araştırmanın soruları doğrultusunda elde edilen bulgular alanyazında bu alanlarla ilgili yapılan çalışmalardan yararlanılarak ayrı başlıklar halinde tartışılmıştır.

4.1.1. Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Kenar Uzunluklarının Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması

“8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin kenar uzunluklarını kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?” şeklindeki araştırma sorusuna cevap arandığı birinci aşama etkinliklerde öğrencilere birbirlerine benzer olan ve olmayan çeşitli dikdörtgen ve yamuklar verilmiştir. İlk olarak dikdörtgenlerin benzerliğini inceleyen öğrencilerin dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarlarına (farka) odaklandıkları için çoğunlukla toplamsal stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Ayrıca dikdörtgenlerde açı ölçüleri her zaman birbirine eşit olacağı için öğrenciler açı ölçülerine dikkat etmemiş ve açığa dayalı stratejileri kullanmamışlardır. Bu da daha çok toplamsal stratejiye yönelmelerine neden olmuş olabilir. Öğrencilerin toplamsal stratejiyi tercih etmelerindeki bir diğer etken ise toplamsal strateji ile benzer olduğu düşünülen dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki farkın görsel olarak da kolay bir şekilde görülebilmesidir. Benzer olduğu düşünülen dikdörtgenler bir açılar ortak olacak şekilde köşe noktalarından üst üste yerleştirildiğinde, dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki farkın eşit olduğu belirgin bir şekilde görülmektedir. Bu eşitlik, öğrencilerin toplamsal strateji ile doğru sonuca ulaştıkları yönündeki düşüncelerini pekiştirmektedir. Bunun sonucunda da verilen dikdörtgenlerde öncelikli olarak toplamsal stratejiyi kullanma eğiliminde olmuşlardır. Benzer şekilde Cox (2008), Edwards ve Cox (2011), Hart (1988) ve Son (2013) yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin öncelikli olarak toplamsal stratejiyi kullandıklarını sonucuna ulaşmışlardır.

Verilen dikdörtgene benzer dikdörtgen çizimleri istenilen etkinlikte kenar uzunlukları arasındaki oran, birbirinin tam sayı katı olacak şekilde (kısa kenar 3 birim,

uzun kenar 6 birim) verilmiş olmasına rağmen öğrencilerin benzerlik oranı stratejisini fark edemedikleri görülmüştür. Bunun yerine ilk dikdörtgenlerde yaptıkları gibi yine toplamsal stratejiyi kullanarak benzer dikdörtgenler çizmeye çalışmışlardır. Benzer dikdörtgenler oluştururken görsel stratejileri kullanarak çizim yapmanın kısmen zor olması sebebiyle öğrencilerin toplamsal stratejiye yöneldikleri düşünülmektedir. Fakat kenar uzunlukları arasındaki oran tam sayı olan iki tane dikdörtgen verilip, herhangi bir çizim işlemi yapmadan bunların benzer olup olmadıklarını incelenmeleri istenildiğinde ise toplamsal strateji yerine görsel stratejilerden yararlanmışlardır. Görsel stratejilerden döşeme stratejisi kullanılarak bu dikdörtgenlerin benzer olduğuna karar verilmiştir. Kenar uzunlukları arasındaki oranın tam sayı olmadığı durumlarda döşeme stratejisinin kullanılamaması sebebiyle öğrencilerin yine toplamsal stratejiye yönelebilecekleri düşünülmektedir. Döşeme stratejisinin yanı sıra özellikle benzer olmayan dikdörtgenleri belirlerken görsel stratejilerden göreceli konumlama stratejisinin de kullanıldığı görülmüştür. Etkinlikte verilen dünya resminin dikdörtgenlerin içerisindeki konumunu bazı öğrenciler çizimler yaparak bazıları ise jestler yardımıyla ifade etmişlerdir. Eğer resimde sadece enine ya da boyuna bir değişim varsa geometrik şekillerin benzer olamayacağı yönünde bir sonuca varmışlardır. Burada öğrenciler benzerliğin tek yönlü bir büyüme ya da küçülme yerine enine ve boyuna birlikte bir değişim ile mümkün olabileceğini fark etmişlerdir. Altun (2018) benzer şekillerin hem eninde hem de boyunda bir değişim olması gerektiğini ve bu durumu keşfedebilmesi için öğrencilere cep telefonu ekranında bir fotoğrafı büyütme veya da küçültme istediğimizde bu fotoğraf üzerinde oluşan değişimlerin yorumlatılması gerektiğini belirtmiştir. Aynı şekilde Yazıcı (2020) fotokopi makinesi kullanılarak büyütülmüş hali oluşturulan benzer dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını bulmaya yönelik yapılan etkinliklerde öğrencilerin dikdörtgenlerin benzerliğindeki bu değişimi daha kolay fark edebileceklerine vurgu yapmıştır.

Tüm stratejilerden sonra verilen dikdörtgenlerin hem görsel hem de grafiksel incelenmesi sonucunda köşegenleri birleştirme stratejisi ile benzer olan dikdörtgenlerin köşegenlerinin aynı doğrultuda olması gerektiği fark edilmiştir. Koordinat sisteminin bir eksenini boyunca uzun kenarları, diğer eksenini boyunca kısa kenarları yerleştirilen dikdörtgenlerin köşegenleri boyunca düz bir çizgi çizilebiliyorsa bu dikdörtgenlerin benzer olacakları sonucuna Lehrer vd. (2002) yaptıkları çalışmada da ulaşmışlardır. Seago vd. (2013) yaptıkları çalışmada dönüşüm temelli yöntem olarak tanımladıkları bu stratejiyi kullanan öğrenciler dikdörtgenlerin ortak köşesini genişletme noktası,

köşegenlerini ise genişletme doğrusu olarak ifade etmişler ve kenar uzunluklarını bu doğruya göre genişleterek benzer dikdörtgenler çizmişlerdir. Bu strateji daha sonraki etkinliklerde de öğrencilerin buldukları sonuçları kontrol etmek için kullandıkları bir strateji olmuştur. Dikdörtgenlerle yapılan etkinlik sonucunda sadece bir gruptaki öğrenci benzerlik oranı stratejisini fark etmiş ve sınıf tartışmasında bu stratejisini sınıf ile paylaşmıştır.

Dikdörtgenlerin benzerliği incelendikten sonra öğrencilere birbirlerine benzer olan ve olmayan yamuklar verilmiştir. Dikdörtgenlerden farklı olarak burada açığa dayalı stratejilerin de ön plana çıktığı görülmüştür. Dikdörtgenlerden farklı olarak yamukta bütün açıların ölçülerinin birbirine eşit olmaması buna sebep olarak gösterilebilir. Yamuklarda ilk olarak açı ölçülerine odaklanan öğrenciler açı ölçüleri birbirine eşit olmayan yamukların kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakmaya gerek duymaksızın bu yamukların benzer olamayacaklarını dile getirmişlerdir. Bu durum öğrencilerin çokgenlerin benzerliğinde açı ölçüleri eşitliğinin gerekli bir şart olduğunu anlamalarını sağlamıştır. Fakat bu stratejide öğrenciler, en çok açı ölçüleri eşit olduğu halde benzer olmayan yamukların benzerliğini incelerken zorlanmışlardır. Açı ölçüleri eşit olduğu için benzer olduğunu düşündükleri yamukların bütün kenarları arasındaki ilişkileri incelemek yerine sadece iki kenar arasındaki değişime odaklanarak bu yamukların benzer olduklarını dile getirmişlerdir. Aynı sonuca Cox (2008) da yaptığı ve öğrencilerden U harfi biçimde verilen bir şekli büyütme istediği çalışmada ulaşmıştır. Benzerliğin hem dikeyde hem de yatayda bütüncül bir şekilde büyüme olarak görmelerini sağlamak için yapılan bu etkinlikte öğrenciler U harfi biçiminde verilen şeklin bazı kenarlarını göz ardı ederek şeklin benzerini oluşturmuşlardır.

Yamukların benzerliği incelenirken karşılaşılan dikkat çekici husus ise dikdörtgen ile yapılan etkinlikte verilen dikdörtgenlerin iç bölgelerine resimler yerleştirildiğinde bu resimlerin hem eninde hem de boyunda bir değişim olması gerektiği sonucuna ulaşan öğrencilerin tekrar aynı hataya düşmüş olmalarıdır. Buna sebep olarak da dikdörtgenin bütün açı ölçülerinin eşit ve dik olmasından dolayı yamuğa göre içerisine yerleştirilen resmin alacağı konumun daha kolay hayal edilebilir olması gösterilebilir. Bu durumun bir sonucu olarak, yamukların benzerliği incelenirken öğrencilerin dikey ve yatay uzunluk değişikliklerini koordine edemedikleri görülmüştür. Bu konuda öğrencilere yardımcı olmak için GeoGebra’da içerisine resimler yerleştirilen yamuklar öğrencilere gösterilmiştir. Yamuklardan bazılarının farklı yönde olması içerlerine yerleştirilen

resimlerin de farklı yönde olmasına sebep olmuştur. Bu görsellerden hareketle öğrenciler verilen çokgenlerin konumunun bu çokgenlerin benzerliği üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığını sonucuna varmışlardır. Ayrıca yamuktaki açı ölçüleri farklılıklarından kaynaklanan dik olmayan kenarda oluşan değişim görsel stratejilere olan eğilimi de arttırmıştır. Bu durum benzer olmayan yamuklarda bu kenarın birinin diğerine göre daha fazla eğimli olmasından kaynaklandığını dile getiren öğrenci ifadelerinden de anlaşılmaktadır.

Birimselleştirme stratejisi ilk kez bu etkinlikte kenar uzunlukları birbirinin tam sayı katı olan yamukların benzerliği incelenirken kullanılmıştır. Küçük olan yamuğun kenarları bir ölçü birimi olarak kullanılarak büyük yamuğun kenar uzunlukları ölçülmüş ve aralarındaki orana göre benzer olup olmadıklarına karar verilmiştir. Kenar uzunlukları birbirinin tam sayı katı dikdörtgenlerin benzerliğinde döşeme stratejisi kullanan öğrencilerin burada birimselleştirme stratejisine yönelmesi yamuğun geometrik yapısından kaynaklanmaktadır. Yamuğun iç bölgesine dikdörtgende olduğu gibi düzgün bir şekilde döşeme yapılamayacağı için bu strateji tercih edilmiş olabileceği savunulabilir. Öğrencilerin, en karmaşık stratejilerden biri olan birimselleştirme stratejisini başarılı bir şekilde kullanabilmeleri bu stratejinin önceki etkinlikte kullandıkları döşeme stratejisi ile yakından ilişkili olmasından kaynaklanmaktadır. Benzer şekilde Cox (2008) da yaptığı çalışmada öğrencilerden kalp şeklini büyütme istemiştir. Öğrencilerden birisi bu stratejiyi kullanarak kalbin bir kenarını bir ölçü birimi olarak alıp iki kat daha büyük bir uzunluk çizerek şekli büyütüp benzerini oluşturmuştur. Ayrıca Lamon (1993) da yaptığı çalışmada bu stratejiyi kullanımı ile ilgili benzer sonuçlara ulaşmıştır.

Kenar uzunlukları arasındaki oran tam sayı olan yamukların benzerliğini incelerken bazı öğrenciler görsel stratejiler yerine sabit oran stratejisi kullanmışlardır. Burada öğrencilerin kullandıkları oran $\frac{3}{4}$ gibi tam sayı olmayan bir orandan ziyade 2 katı ya da yarısı gibi hesaplaması daha kolay oranlar olmuştur. Sabit oran stratejisinin yanı sıra yamukların benzerliği incelenirken benzerlik oranı stratejisi de kullanılmıştır. Dikdörtgenlerin benzerliği incelenirken az sayıda öğrenci benzerlik oranı stratejisini kullanabilmişken, yamukların benzerliğinde ise benzerlik oranı stratejisinin yanı sıra sabit oran stratejisinin de kullanıldığı gözlemlenmiştir. Dikdörtgenlerle ilgili yapılan etkinliklerin sonucunda benzerlik oranı stratejisinin kullanılmaya başlanması buna sebep olarak gösterilebilir. Böylece çokgenlerin benzerliği incelenirken öğrencilerin çarpımsal

muhakeme de yapmaya başladıkları söylenilebilir. Bu sonuç Arıcan vd. (2018) ve Son (2013), çalışmalarının sonuçları ile uyumludur.

Dikdörtgenlerin benzerliği incelenirken oran içi ilişkilendirme ile kullanılan benzerlik oranı stratejisi, yamukların benzerliği incelenirken ise oran arası ilişkilendirme ile kullanılmıştır. Dikdörtgenlerden farklı olarak etkinliklerde kullanılan yamukların herhangi iki kenar uzunluklarının birbirlerine eşit olamamasından dolayı kenar uzunluklarının kendi içerisinde oranlanmadığı söylenilebilir. Dikdörtgenlerde benzerlik oranını oran içi biçimde yazmak daha kolay iken yamuğun kenar uzunluklarının kendi içinde oranlanmasının istenmesi durumunda birçok farklı oran ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla, yamukta benzerlik oranının belirlenmesinde oran içi biçimde ilişkilendirme daha zor olmaktadır. Bu sebepten ötürü öğrenciler, birbirlerine benzer olup olmadıklarını inceledikleri yamukların kenar uzunlukları arasındaki benzerlik oranını oran arası ilişkilendirme ile ifade etmeyi tercih etmiş olabilirler.

4.1.2. Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Açı Ölçülerinin Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması

“8. sınıf öğrencileri üçgen haricindeki bazı çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede çokgenlerin açı ölçülerini kullanırken ne tür stratejilerden faydalanmaktadırlar?” araştırma sorusuna cevap arandığı ikinci aşama etkinliklerde öğrencilere birbirlerine benzer olan veya olmayan kareler, eşkenar dörtgenler ve düzgün altıgenler verilmiştir. İlk olarak kare ve eşkenar dörtgenin benzerliklerini inceleyen öğrenciler kenar uzunlukları arasındaki ilişkiden ziyade açılar arasındaki ilişkiye odaklandıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin açığa dayalı stratejilere yönelmesindeki temel sebep ise kare ile eşkenar dörtgenin en belirgin farkının açı ölçüleri olmasından kaynaklandığı söylenilebilir. Kare ve eşkenar dörtgenin açı ölçülerini inceleyen öğrenciler, dörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakmaksızın açı ölçülerinin eşit olmaması sebebiyle bu çokgenlerin benzer olamayacaklarını dile getirmişlerdir. Açı ölçülerindeki bu farklılığın aynı zamanda şekil türü stratejisinin kullanılmasına da yol açtığı düşünülmektedir. Kareden farklı bir eşkenar dörtgenini referans alan öğrenciler, eşkenar dörtgenin yatık bir görüntüsü olduğunu ve bu yüzden de kareyle benzer olamayacaklarını dile getirmişlerdir. Özellikle yatık olma durumunu açıklarken öğrencilerin ellerini sağa ve sola eğerek jest kullandıkları görülmüştür. Ayrıca şekil türü

stratejisini kullanan öğrenciler bütün karelerin birbirlerine benzer olduklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu genellemeyi yaparken karelerin iç açı ölçülerinin 90 derece olmasını ileri sürmeleri de buna örnek olarak gösterilebilir.

Kare ve eşkenar dörtgenin benzerliklerinin incelendiği etkinliklerde öğrenciler kenar uzunlukları orantılı olsa dahi açı ölçüleri farklı olan çokgenlerin benzer olamayacaklarını fark etmişlerdir. Bu durum önceki etkinliklerde daha çok tek bir özelliğe odaklanan öğrencilerin artık çokgenlerin benzerliğinde açı ölçüleri ve kenar uzunluklarının birlikte değerlendirilmesi gerektiğini düşünmeye başladıklarını göstermektedir. Kare ve eşkenar dörtgenden sonra incelenen paralelkenar ve dikdörtgenin benzerliğinde de aynı şekilde görüşlerin dile getirilmesi bu düşüncüyü destekler niteliktedir.

Kenar uzunlukları birbirinin tam katı olan dikdörtgenlerin benzerliğinde kullanılan döşeme stratejisinin aynı şekilde kenar uzunlukları birbirinin tam katı olan karelerin benzerliğinde de kullanıldığı görülmüştür. Karenin dikdörtgenin özel bir hâli olması sebebiyle dikdörtgenlerin benzerliğinde kullanılan bu stratejinin karelerin benzerliğinde de tercih edildiği söylenebilir. Yine dikdörtgenlerin benzerliğinde kullanılan toplamsal stratejinin karelerin benzerliğinde de tercih edilmiş olmasının benzer bir gerekçeden kaynaklandığı söylenilebilir.

Öğrencilerin toplamsal strateji ile dikdörtgenlerin benzerliğinde doğru sonuca ulaşamamalarına rağmen karelerin benzerliğinde aynı stratejiyle doğru sonuca ulaştıklarını fark ettiği görülmüştür. Bunun sebebi olarak da karelerin açı ölçüleri ve kenar uzunluklarından dolayı hem görsel olarak hem de şekil türü olarak birbirlerine benzer olarak algılanmaları gösterilebilir. Ayrıca burada öğrenciler toplamsal stratejiyi dikdörtgenlerin benzerliğinde kullanılan şekilden farklı olarak toplamsal stratejinin daha özel bir hâli olan çerçeveleme biçiminde kullanmışlardır. Bu farklı kullanımın da karelerin benzer olduklarını düşünmelerinde rol oynadığı söylenilebilir. Edwards ve Cox (2011) yaptıkları çalışmalarında bu stratejinin düzgün çokgenlerde doğru sonuca götürmesine rağmen düzgün olmayan çokgenlerde ise yanlışla götüren bir strateji olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yüzden karelerin benzerliğinde öğrencilerin kullandıkları bu strateji onları doğru sonuca götürmüş olmasına rağmen dikdörtgenlerde yaptıkları işlemleri hatırlayan öğrenciler buldukları sonuçtan tam olarak emin olamamışlardır.

Öğrencilerin toplamsal stratejiyi kullandıkları bir diğer farklı yöntem ise toplamsal stratejinin oransal olarak yorumlanması ile ortaya çıkmıştır. Burada öğrenciler toplamsal

strateji ile benzerlik oranı stratejisini birlikte kullanarak karelerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarını oransal olarak ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu yöndeki eğilimlerinin benzerlik oranı stratejisini daha önce kullandıkları çokgenlerde olduğu gibi oran içi biçimde ilişkilendirmelerinden kaynaklandığı söylenilebilir. Karenin kenar uzunlukları kendi içinde oranlandığından bütün kenar uzunlukları eşit olduğu için bu oran her zaman 1 olacaktır. Değişmeyen bu oranın öğrencilerin benzerlik oranı stratejisini farklı şekilde yorumlama ihtiyacı hissetmelerine sebep olduğu düşünülmektedir. Buna ek olarak, kenar uzunlukları arasındaki oran tam sayı olmayan çokgenlerde bu stratejinin kullanılması öğrencilerin benzerlikte daha çok tam sayı oranları görmeye odaklandıklarını göstermektedir. Ayrıca bu strateji toplamsal strateji ile benzer olan ve olmayan çokgenlerin doğru bir şekilde belirlenemeyeceği yönündeki öğrenci görüşlerini de değiştirmiştir. Son (2013), öğrencilerden verilen bir dikdörtgene benzer dikdörtgen çizmelerini istediği çalışmada da benzer sonuçlara ulaşmıştır. Öğrenciler benzer dikdörtgenleri oluştururken verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarının tam sayı katı olan sayıları kullanmayı tercih etmişlerdir.

Toplamsal stratejiden bağımsız olarak sadece benzerlik oranı stratejisi kullanılarak da karelerin benzerlikleri incelenmiştir. Karenin kenar uzunlukları oranlanırken benzerlik oranı stratejisi dikdörtgenlerin benzerliğinde olduğu gibi oran içi biçimde de ilişkilendirilmiştir. Bunun sebebi olarak karenin kenar uzunluklarının birbirlerine eşit olmasından dolayı kenar uzunluklarını kendi içinde oranlamanın daha kolay olması gösterilebilir. Ayrıca burada oran içi şeklinde bir ilişkilendirme kullanılmasının öğrencilerin bütün karelerin benzer olduğu genellemesine daha kolay ulaşmalarını sağladığı da söylenilebilir.

Kare ve eşkenar dörtgenden sonra öğrenciler verilen düzgün bir altıgene benzer olan ya da olmayan çokgenlerin benzerliğini incelemişlerdir. Burada da yine öncelikli olarak açığa dayalı stratejilerin tercih edildiği görülmüştür. Bu yöndeki eğilimin sebebi ise düzgün çokgenlerde açının önemli bir belirleyici farklılık oluşturması olabilir. Ayrıca bu belirleyici farklılıktan ötürü görsel stratejiler ve şekil türü stratejileri de kullanılmıştır.

Düzgün altıgenlerin benzerliği incelenirken önceki bütün çokgenlerin benzerliğinde kullanılan benzerlik oranı stratejisi burada tercih edilmemiştir. Bunun sebebi olarak da bu çokgenlerin dört kenarlı olmaması ve öğrencilerin kenarlarla ilgili işlem yapmalarını gerektiren sorularda genellikle dörtgenlerle karşılaşmış olmaları gösterilebilir. Ayrıca öğrencilerin çoğunlukla düzgün çokgenlerin açılarını bulmaya yönelik sorularla

karşılaşmış olmaları da onların bu strateji yerine açığa dayalı stratejilere yönelmelerine yol açmış olabilir. Öğrencilerin bu stratejiyi tercih etmemelerinin bir başka sebebi de diğer stratejileri kullanarak benzer olan ve olmayan çokgenleri rahatlıkla belirleyebilmeleri olduğu savunulabilir. Bu bağlamda, öğrenciler benzerlik oranı stratejisini kullanma ihtiyacı duymamış olabilirler.

İçbükey altıgenin benzerliği incelenirken öğrenciler büyük ölçüde sorun yaşamışlardır. Buna sebep olarak öğrencilerin derslerde daha ziyade dışbükey çokgen türleri ile karşılaşmış olmaları gösterilebilir. Düzgün olmayan bu altıgen incelenirken özellikle eşit olmayan açılara odaklanılmış ve bu sebeple yine açığa dayalı stratejiler ön plana çıkmıştır. Ayrıca bu içbükey altıgenin benzerliğinin incelenmesi bütün altıgenlerin benzer olduğu şeklindeki aşırı genellemeye düşen öğrenciler için karşıt bir örnek olmuştur. Öğrencilerin derslerde daha çok düzgün altıgenler ile karşılaşmaları bütün altıgenlerin düzgün olduğunu düşünmelerine sebep olabilir. Buradaki karşıt örnek ile bütün altıgenlerin yerine bütün düzgün altıgenlerin birbirlerine benzer oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Açığa dayalı stratejiler ve şekil türü stratejilerin kullanılması sonucunda öğrenciler bütün düzgün çokgenlerin kendi aralarında birbirlerine benzer olacakları şekilde bir genellemeye ulaşmışlardır.

4.1.3. Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Açı Ölçüleri ve Kenar Uzunluklarının Birlikte Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması

“8. sınıf öğrencileri üçgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?” araştırma sorusuna cevap arandığı üçüncü aşama etkinliklerde öğrencilere birbirlerine benzer olan ve olmayan dik açılı ve geniş açılı üçgenler verilmiştir. Bu etkinlikte çokgenlerle yapılan diğer etkinliklere göre daha az strateji kullanılmıştır. Açı ölçüleri eşit fakat kenar uzunlukları orantılı olmayan ya da kenar uzunlukları orantılı fakat açı ölçüleri eşit olmayan üçgenlerin çizilememesi bunun sebebi olarak gösterilebilir. Yani çokgenlerin benzerliğindeki bu iki önemli bileşenden birinin sağlanması durumunda diğer bileşen de sağlanacağından üçgenlerde benzerlik sağlanacaktır. Dolayısıyla tek bir bileşene bakılmasıyla üçgenlerin benzer olup olmayacağına karar verilebildiğinden öğrencilerin daha az strateji kullandıkları düşünülmektedir.

Öğrencilerin kullandıkları stratejiler incelendiğinde üçgenlerde ilk olarak kenar uzunluklarından ziyade açı ölçülerine odaklandıkları görülmüştür. Benzerlikte öncelikli olarak açı ölçüsüne odaklanan öğrencilerin kenar uzunlukları orantılı olsa bile açı ölçüleri eşit olmayan çokgenlerin (kare-eşkenar dörtgen etkinliğinde olduğu gibi) benzer olamayacaklarına karar verdikleri için ilk olarak bu stratejiye yöneldikleri söylenilebilir. Ayrıca kenar uzunluklarının oranına bakmak yerine açı ölçülerinin eşit olup olmadığına bakmak matematiksel olarak daha kolay bir işlem olması sebebiyle öğrencilerin öncelikli olarak açı ölçülerine dikkat etmiş olabileceği söylenebilir. Bunun yanı sıra, açı ölçülerindeki farklılıklar çokgenleri görsel olarak birbirlerinden farklılaştırdığı için açuya dayalı stratejilerin daha çok tercih edildiği söylenilebilir. Örneğin dik açılı bir üçgen ile geniş açılı bir üçgenin benzerliği incelenirken kenar uzunlukları herhangi bir şekilde kullanılmadan benzer olmadıkları ifade edilmiştir. Burada üçgenlerin açı ölçülerinin farklı olmasından kaynaklanan görsel farklılıklarının açık bir şekilde belirgin olması bunun sebebi olarak gösterilebilir.

Açıya dayalı stratejiyi kullanan başka bir grup öğrenci ise üçgenleri açı ölçülerine göre sınıflandırıp daha sonra aynı sınıflandırma içerisinde olan üçgenlerin benzerliğini incelemiştir. Burada öğrenciler açı ölçülerinin yanında kenar uzunluklarına da dikkat etmişlerdir. Üçgenlerin kenar uzunluklarını oranlarken birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının oranına bakmışlardır. Benzerliği incelenen üçgenlerden rastgele seçilen iki kenarın uzunlukları orantılı olsa bile bu kenarlar birbirlerine karşılık gelen kenarlar değil ise (örneğin, dik kenar uzunlukları 6 cm ve 4 cm bir dik üçgen ile hipotenüs uzunluğu 6 cm ve dik kenarlarından birinin uzunluğu 4 cm olan dik üçgen) verilen üçgenlerin benzer olamayacağını dile getirmişlerdir. Çokgenlerin benzerliğinde kenar uzunlukları oranının herhangi iki kenarın değil, birbirine karşılık gelen kenarların uzunlukları oranı olduğu keşfetmiş olmaları buna sebep olarak gösterilebilir. Ayrıca verilen üçgenin herhangi bir konuma göre döndürülmüş halinin şeklin benzerliğine etki etmeyeceği de dile getirilmiştir.

Açıya dayalı stratejilerden sonra tercih edilen diğer bir strateji ise benzerlik oranı stratejisi olmuştur. Öğrenciler açı ölçülerine bakarak karar verdikleri üçgenlerin benzerliğinden emin olmak için kenar uzunluklarının oranını da incelemiştir. Bu incelemede kenar uzunlukları arasındaki benzerlik oranını oran içi biçimde ilişkilendirerek yazmışlardır. Yani üçgenlerin kenar uzunluklarını birbirleriyle değil de kendi içinde oranlamışlardır. Burada öğrencilerin üçgenleri ilk önce bireysel olarak

inceleyip daha sonra birbirleri ile karşılaştırmaları, benzerlik oranını oran içi biçimde ilişkilendirmelerine sebep olabileceği düşünülmektedir. Üçgenlerin kenar uzunluklarını birbirine oranlarken açı ölçülerine dikkat etmek diğer çokgenlere göre daha önemli bir husus olmasının yanı sıra bu oranı yazmak kare ya da dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları oranını yazmaktan daha üst düzey bir bilişsel beceri gerektirmektedir. Örneğin, dikdörtgende açılara bakmadan komşu kenar uzunlukları doğru bir şekilde oranlanabilmektedir. Fakat üçgenlerde kenar uzunlukları oranı yazılırken bu kenar uzunluklarının karşısındaki açı ölçülerine de dikkat etmek gerekir. Burada öğrencilerin bu oranları doğru bir şekilde yazmaları benzerlikte kenar uzunlukları ve açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi doğru bir biçimde anlamlandırdıklarının göstergesi olduğu söylenilebilir.

Üçgenleri benzerliğinde kullanılan son strateji ise toplamsal stratejinin oransal olarak yorumlandığı strateji olmuştur. Yamuk hariç diğer çokgenlerde kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakıldığında ilk akla gelen strateji olan toplamsal strateji üçgenlerin benzerliğinde kendi başına kullanılmamıştır. Yani, diğer stratejilerle birlikte kullanılmıştır. Yamuk ve üçgende bu durumun ortaya çıkması öğrencilerin açı ölçülerinin belirleyici bir faktör olduğu ve çokgenlerde toplamsal stratejiye yönelme eğiliminde olmadıkları söylenilebilir. Bunun yerine toplamsal strateji benzerlik oranı stratejisi ile ilişkilendirilerek kullanılmıştır. Ayrıca toplamsal strateji daha önce yapılan etkinliklerde öğrencileri genellikle yanlış bir çıkarıma götürdüğü için öğrencilerin bu stratejiyi farklı bir şekilde yorumlama ihtiyacı hissettikleri de söylenilebilir.

Birbirlerine benzer olarak bulunan üçgenler bir açıları ortak olacak şekilde köşe noktalarından üst üste yerleştirildiğinde bu ortak açının karşısındaki kenarlar arasındaki dik uzaklıkların her noktada aynı olduğu ve bu şekilde oluşan paralel doğru parçaları fark edilmiştir. 8.sınıf matematik dersi öğretim programında eşlik ve benzerlik konusunun öğretiminde benzerlik teoremlerine yer verilmemiş olmasına rağmen öğrencilerin burada aslında Thales teoremini üçgenlerde benzerliği göstermek için kullandıkları söylenilebilir.

4.1.4. Çokgenlerde Benzerlik Kuralının İfade Edilmesine ve Kullanılmasına Yönelik Elde Edilen Bulguların Tartışılması

“8. sınıf öğrencilerin çokgenlerde benzerlik kuralını nasıl ifade etmekte ve benzer çokgenler oluşturma görevinde hangi stratejilerden yararlanmaktadırlar?” araştırma sorusuna 4. ve 5. aşama etkinlikleriyle cevap aranmıştır. 4. aşama etkinliğinde iki çokgenin benzer olması için gerek ve yeter şartların incelendiği genelleme etkinliğinde öğrencilere üç tane soru yöneltilmiştir. Çokgenlerin benzerliğinde sadece açı ölçülerinin eşit olmasının yeterli bir şart olup olmadığının incelendiği ilk soruda öğrenciler açı ölçüsünün benzerlik için yeterli bir şart olmadığını ve açı ölçülerinin yanında kenarlar arasındaki ilişkiye de bakılması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu durumu dikdörtgeni örnek vererek açıklamışlardır. Aynı durum yamuk ile de açıklanabildiği halde dikdörtgende bu farklılığı görmek daha kolay olduğu için dikdörtgen örneğini vermeyi tercih etmiş olabilirler. Ayrıca öğrenciler açı ölçüleri eşit olduğu halde kenar uzunlukları orantılı olmayan yamuklarla önceki öğrenme dönemlerinde karşılaşmamış olmalarının da buna sebep olduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte açıların eşliğinin benzerlikte yeterli bir şart olmasının sadece düzgün çokgenler için geçerli olduğunu dile getiren öğrenciler de olmuştur. Fakat bu ifadenin sadece düzgün çokgenler için değil aynı zamanda bütün üçgenler için de geçerli olduğuna dikkat edilmemiştir. Üçgenlerin benzerliğinde açı ölçüleri ve kenar uzunluklarının birbirleri ile olan ilişkisinin diğer çokgenlerden daha fazla kullanılması buna sebep olabilir. Üçgenlerin benzer olabilmesi için hem açı ölçülerinin eşit hem de kenar uzunluklarının orantılı olması gerektiğini, bu iki özellik birlikte sağlanmadığı durumlarda ise benzer olamayacaklarını öğrencilerin düşündüğü söylenilebilir.

Öğrencilere ikinci soruda birinci sorunun aksine çokgenlerin benzerliğinde sadece birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının orantılı olmasının yeterli bir şart olup olmadığı sorulmuştur. Öğrenciler bu şartı kare ve eşkenar dörtgen örneği ile açıklamışlardır. Aslında bu durum açı ölçüleri farklı düzgün çokgenlerle de açıklanabilir. Fakat buna rağmen öğrencilerin kare ve eşkenar dörtgen örneğini vermiş olmalarının sebebi olarak bu çokgenlerde açı ölçüleri farkının belirgin bir şekilde görülebiliyor olması gösterilebilir. Ayrıca önceki öğrenmelerinde de kare ve eşkenar dörtgeni farklı yönleri ile sıklıkla birbirleri ile karşılaştırdıkları için örnek verirken bu dörtgenleri tercih etmiş olabilirler.

Öğrencilere yöneltilen son soruda ise benzerliği incelenen çokgenlerin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin nasıl olması gerektiği sorulmuştur. Burada öğrenciler çokgenlerin benzerliği için açı ölçülerinin eşit olmasının yanında kenar uzunluklarına da bakılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi bazı öğrenciler orantı ifadesini kullanarak açıklarken bazı öğrenciler ise doğrusal ilişki ifadesini kullanmışlardır.

5. ve son aşama etkinlik olan kapanış etkinliğinde öğrencilerden kare, paralelkenar, dik yamuk ve dik üçgenlerden oluşan bir tişörtün belli bir ölçüde büyütülmesi istenilmiştir. Kendilerine verilen tişört ebatlarını büyütme görevinde, öğrencilerin ifade ettikleri benzerlik kuralından stratejilere dayalı olarak yararlanma biçimleri ortaya konulmuştur. Öğrencilerin bu bölümde kullandıkları stratejiler incelendiğinde çoğunlukla ilk tercih ettikleri strateji toplamsal stratejiler olmuştur. Verilen çokgenlerin kenar uzunlukları arasındaki toplamsal ilişkileri görmek daha kolay olduğu için bu stratejiyi tercih etme eğiliminde oldukları söylenilebilir. Öğrenciler ilk olarak toplamsal stratejiyi tercih etmiş olsalar bile bu stratejinin bütün çokgenlerde onları doğru sonuca götürmediğini bildiklerinden açıya dayalı stratejiler ile yaptıkları çizimlerin benzer olup olmadıklarını kontrol etmişlerdir. Örneğin ikizkenar dik üçgenin benzerini oluşturmaları istenilen öğrenciler de ilk olarak toplamsal strateji ile kenarlar arasındaki artış miktarına odaklanarak benzer üçgenler oluşturmuşlardır. Daha sonra oluşturdukları üçgenlerin verilen üçgene benzer olup olmadığı kontrol etmek için açıları üst üste yerleştirip aynı olup olmadıklarına bakmışlardır. Açı farklılıklarından dolayı ikizkenar dik üçgenlerde toplamsal strateji ile benzer üçgenler oluşturulamayacağını fark edip toplamsal stratejiyi oransal olarak yorumlandığı stratejiyi ya da benzerlik oranı stratejisini kullanmışlardır. Burada öğrencilerin kenar uzunluklarını bulduktan sonra çizdikleri çokgenlerin verilen çokgene benzerliği konusunda kesin bir hüküm vermeden önce çokgenlerin açı ölçülerinin eşit olup olmadıklarını kontrol etmişlerdir. Bu durum benzerlikte kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin yanında açıların eşliğinin de ne derece önemli olduğunun tam anlamıyla fark edildiğini bir göstergesi olabilir. Altun (2018), Yazıcı ve Uluhan (2020) ve Yazıcı (2020) da üçgenlerin benzerliğinde kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin yanı sıra açı ölçülerinin de eşit olması gerektiği durumunu öğrencilere fark ettirmenin önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Verilen şekilde dört tane yamuğun benzerini oluşturmaları istenilen öğrencilerden ikisi doğrudan benzerlik oranı stratejisini kullanırken diğer ikisi ise toplamsal stratejiyi

benzerlik oranı ile ilişkilendirerek oransal olarak toplamsal stratejiyi kullanmayı tercih etmişlerdir. Doğrudan benzerlik oranı stratejisi kullanan öğrenciler yamuğun her bir kenarını, benzeri oluşturulacak yamuğun her bir kenarına oranlayarak ilişkilendirmişlerdir. Diğer bir deyişle, öğrenciler oranlar arasını ön plana çıkararak benzerlik oranı stratejisinden yararlanmışlardır. Yamukta verilen diğer çokgenlerden farklı olarak herhangi iki kenar uzunluklarının birbirine eşit olmamasından dolayı kenar uzunluklarının kendi içinde oranlandığından birden fazla oran yazılabilmektedir. Bu sebepten ötürü öğrencilerin yamukların benzerini oluştururken benzerlik oranı stratejisini oran arası biçimde ilişkilendirmeyi tercih ettikleri söylenilebilir. Yamukların benzerini oluştururken diğer stratejiyi kullanan öğrencilerin ise toplamsal stratejinin daha kolay olduğunu kabul ettikleri düşünülmektedir. Aynı zamanda bu strateji ile benzer yamuklar oluşturamayacaklarını da bildiklerinden toplamsal stratejiyi oransal olarak yorumlamayı tercih etmiş olabilirler.

Karenin benzerini oluşturması istenilen öğrenci de diğer öğrenciler gibi ilk olarak toplamsal stratejiyi denemiştir. Öncesinde yapılan etkinliklerde verilen karelerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakıldığında toplamsal strateji ile benzer karelerin doğru bir şekilde bulunması burada da ilk olarak bu stratejiye yönelmesine sebep olmuş olabilir. Ayrıca toplamsal strateji ile benzer çokgenler oluşturamayız şeklinde kesin bir iddianın olmayışından ötürü de toplamsal strateji tercih edilmiş olabilir. Bu iddianın aksine düzgün çokgenlerde toplamsal strateji ile birbirine benzer çokgenler oluşturabileceğinin önceki etkinliklerde de fark edilmesinin öğrencilerin bu stratejiyi kullanma eğiliminde olmalarına sebep olmuş olabilir. Öğrencinin toplamsal stratejiyi kullanarak kendi çizimleri ile oluşturduğu kareler, görselde verilen kareyle benzer olmuştur. Fakat şeklin bir bütün olarak büyütülmesi istenildiğinden toplamsal strateji ile büyütülen karelerin doğru bir biçimde şekle yerleştirilemediği görülmüştür. Bu durum öğrencilerin toplamsal strateji ile oluşturdukları benzer çokgenlerin istenilen oranda benzer olmadıklarını fark etmelerini sağladığı söylenilebilir.

Öğrencilerden kendilerinin benzer çokgenler oluşturmaları istenilen son etkinlikte paralelkenarın benzerini oluştururken daha fazla zorlandıkları görülmüştür. Burada benzerlik oranı stratejisi diğer çokgenlerde kullanılan farklı bir şekilde yorumlanmıştır. Bu durum, konu ile ilgili yapılan son etkinlik olmasının ve öğrencilerin benzerlik oranının anlamlandırmanın yanında farklı şekilde de yorumlamaya başladıklarının göstergesi olabilir. Burada ilk olarak verilen paralelkenarın kenar

uzunlukları kendi içinde oranlanarak benzerlik oranı oran içi biçimde ilişkilendirilmiştir. Daha sonra verilen paralelkenarın her bir kenarını bu oran ile çarparak paralelkenarın kenarları genişletilmiştir. Benzer bir durum Son (2013) yaptığı çalışmada da görülmüştür. Çalışmasında benzerlik oranı 4:10 olan iki dikdörtgende öğrencilerin kenar uzunluğunu 4'te 10 oranında genişleterek istenilen kenarı bulmuşlardır. Kenar uzunluklarını benzerlik oranı stratejisi ile bu şekilde bulan öğrenci, daha sonra açılarına da dikkat ederek benzer paralelkenarı oluşturmuştur. Bu durum öğrencilerin çokgenlerde benzerlikte artık kenar uzunlukları ile açı ölçülerini birlikte değerlendirerek çokgenlerin benzer olup olmadıklarına karar verdiklerini göstermektedir.

4.2. Sonuçlar

Çalışmanın bu bölümde uygulamadan elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar ayrı başlıklar halinde verilmiştir.

4.2.1. Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Kenar Uzunluklarının Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar

Öğrencilerin birbirlerine benzer olan ve olmayan dikdörtgenlerin benzerliklerini inceledikleri ilk etkinlikte ağırlıklı olarak toplamsal strateji kullanılmıştır. Dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasındaki artış miktarına odaklanan öğrenciler öncelikli olarak bu stratejiden yararlanmışlardır. Toplamsal stratejinin yanında döşeme stratejisi, göreceli konumlama stratejisi ve köşegenleri birleştirme stratejisini de işe koşmuşlardır. Diğer stratejilere göre daha fazla bilişsel beceriler gerektiren döşeme stratejisi ve köşegenleri birleştirme stratejilerini kullanabilmelerine rağmen benzerlik oranı stratejisi sadece bir grup öğrenci tarafından fark edilmiştir. Ayrıca bu stratejilerden göreceli konumlama stratejisi sadece dikdörtgenlerin benzerliği incelenirken kullanılmıştır. Sonuç olarak dikdörtgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler beş farklı strateji kullanmışlardır. Diğer etkinliklerden farklı olarak burada açığa dayalı stratejiler kullanılmamıştır. Bu durumun dikdörtgenlerin bütün açılarının birbirine eş olmasından ve dikdörtgenlerde herhangi bir açı farklılığı olmamasından kaynaklandığı söylenilebilir.

Dikdörtgenlerin benzerliğinden sonra yamukların benzerliğini inceleyen öğrenciler ilk olarak açığa dayalı stratejileri kullanmayı tercih etmişlerdir. Açı ölçüleri birbirlerine

eşit olan yamukları benzer, eşit olmayan yamukları ise benzer değil şeklinde sınıflandırmışlardır. Açıya dayalı bu stratejiyi kullanan öğrenciler, yamukların kenar uzunlukları arasındaki ilişkileri incelemeyen benzer olup olmadıklarına karar vermişlerdir. Bunun yanında görsel strateji, sabit oran stratejisi ve birimselleştirme stratejisini kullanmışlardır. Dikdörtgenlerde olduğu gibi burada da benzerlik oranı stratejisi sadece bir grup öğrenci tarafından kullanılmıştır. Ayrıca diğer çokgenlerin benzerliği incelenirken de kullanılması beklenen sabit oran stratejisi sadece yamukların benzerliği incelenirken kullanılmıştır. Bu stratejinin yanında, çokgenlerin benzerliği incelenirken öğrencilerin kullandıkları bütün stratejiler arasında en fazla üst düzey bilişsel beceri gerektiren birimselleştirme stratejisi de sadece yamukların benzerliği incelenirken kullanılmıştır. Sonuç olarak yamukların benzerliğini inceleyen öğrenciler beş farklı strateji kullanmışlardır.

4.2.2. Çokgenlerin Benzerliği İncelenirken Açı Ölçülerinin Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar

Birbirlerine benzer olan ve olmayan kare ve eşkenar dörtgenlerin benzerliğinin incelendiği ikinci aşama etkinliklerde öncelikli olarak açıya dayalı stratejiler kullanılmıştır. Bu yüzden de ilk olarak çokgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkilere bakmadan açı ölçülerine göre benzer olup olmadıklarına karar verdikleri görülmüştür. Açıya dayalı stratejiden sonra bununla ilişkili olan şekil türü stratejisinden faydalanan öğrenciler, bütün karelerin birbirlerine benzer oldukları sonucuna varmışlardır. Öğrenciler verilen çokgenlerin ilk olarak açı ölçülerini incelemiş olsalar dahi daha sonra kenar uzunluklarını da inceleyerek farklı stratejiler kullanmışlardır. Kenar uzunlukları birbirinin tam katı olan karelerin benzerliğini incelerken döşeme stratejisinden yararlanmışlardır. Bunun yanında kenar uzunlukları arasındaki farka odaklanarak toplamsal stratejiyi de kullandıkları görülmüştür. Diğer çokgenlerin benzerliği incelenirken kullanılan toplamsal strateji ile yanlış sonuçlara ulaşılırken, karelerin benzerliğini inceleyen öğrenciler bu strateji ile doğru sonuca ulaşmışlardır. Ayrıca öğrenciler burada ilk defa toplamsal stratejiyi oransal şekilde yorumlamışlardır. Bununla birlikte yine ilk defa toplamsal stratejiyi çerçeveleme biçiminde kullanmışlardır ve bu çerçeveleme yöntemini sadece karelerin benzerliğini incelerken tercih etmişlerdir. Bu stratejiler dışında benzerlik oranı stratejisi ve köşegenleri birleştirme stratejileri de

kullanılmıştır. Sonuç olarak kare ve eşkenar dörtgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler yedi farklı stratejiden yararlanmışlardır. Yapılan diğer etkinliklerle karşılaştırıldığında öğrencilerin en fazla stratejiyi kare ve eşkenar dörtgenin benzerliğini incelerken kullandıkları görülmektedir.

Kare ve eşkenar dörtgenin benzerliğinden sonra düzgün altıgene benzer olan ve olmayan çokgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler burada da yine öncelikli olarak açığa dayalı stratejilere yer verilmiştir. Özellikle içbükey altıgen ile diğer çokgenlerin benzerliği incelenirken bu stratejinin kullanımı ön plana çıkmıştır. Bunun yanında görsel strateji ve şekil türü stratejileri de kullanılmıştır. Şekil türü stratejisi ile bütün karelerin benzer olduğu sonucuna ulaşan öğrenciler aynı stratejiyi altıgenlerin benzerliğinde de kullanarak daha genel bir yargıya varmışlardır. Sadece karelerin değil aynı zamanda bütün düzgün çokgenlerin de birbirlerine benzer olduklarını ifade etmişlerdir. Bunlara ek olarak diğer çokgenlerin benzerliği incelenirken kullanılan toplamsal strateji ile köşegenleri birleştirme stratejileri de kullanılmıştır. Toplamsal strateji kullanılırken kenarlar arasındaki artış miktarının yanında verilen çokgenlerin açı ölçülerine de dikkat edildiği görülmüştür. Bu etkinlikte en dikkat çekici sonuç ise öğrencilerin diğer bütün çokgenlerin benzerliğini incelerken kullandıkları benzerlik oranı stratejisini sadece altıgenlerin benzerliğini incelerken işe koşmuş olmalarıdır. Sonuç olarak altıgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler beş farklı strateji kullanmışlardır.

4.2.3. Üçgenlerin Benzerliği İncelenirken Açı Ölçüleri ve Kenar Uzunluklarının Birlikte Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar

Birbirlerine benzer olan ve olmayan dik açılı ve geniş açılı üçgenlerin benzerliğinin incelendiği üçüncü aşama etkinliklerde öğrencilerin ilk olarak verilen üçgenlerin açı ölçülerini inceledikleri görülmüştür. Bunun sonucu olarak da açığa dayalı stratejilerden yararlanılmıştır. Öğrenciler üçgenlerin açı ölçülerinden sonra kenar uzunlukları arasındaki ilişkileri incelerken benzerlik oranı stratejisini kullanmışlardır. Benzerlik oranı yazılırken herhangi iki kenarın oranı yerine birbirine karşılık gelen kenar uzunluklarının oranının yazılması gerektiğini öğrenciler fark etmişlerdir. Böylece benzerlikte kenar uzunlukları ile açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde anlamlandırdıkları sonucuna ulaşılmıştır. Benzerlik oranı stratejisinin dışında kullanılan bir başka strateji ise toplamsal strateji olmuştur. Diğer çokgenlerde tek başına kullanılan toplamsal strateji

üçgenlerin benzerliği incelenirken tek başına kullanılmamıştır. Bunun yerine toplamsal strateji oransal olarak ilişkilendirilerek kullanılmıştır. Kullanılan stratejilerin yanında üçgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler, üst üste yerleştirilen benzer üçgenlerde oluşan paralel kenarları da fark etmişlerdir. Sonuç olarak üçgenlerin benzerliğini inceleyen öğrenciler üç farklı strateji kullanmışlardır. Yapılan diğer etkinliklerle karşılaştırıldığında öğrencilerin en az stratejiyi üçgenlerin benzerliğini incelerken kullandıkları görülmektedir.

4.2.4. Çokgenlerde Benzerlik Kuralının İfade Edilmesi ve Kullanılmasına Yönelik Sonuçlar

Çokgenlerin benzerliğini inceleme etkinliklerinden sonra yapılan genelleme etkinliğinde öğrencilere üç soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin bireysel olarak cevapladıkları bu etkinliğin ilk sorusunda çokgenlerin benzerliği incelenirken sadece açı ölçülerine bakmanın benzerlik için yeterli bir ölçüt olmadığı sonucuna varılmıştır. Bunun yanında açıların eşliğinin sadece düzgün çokgenlerin benzerliğinde yeterli bir ölçüt olduğu da ifade edilmiştir. Diğer bir soru da ise çokgenlerin benzerliği incelenirken sadece kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye bakmanın yeterli bir ölçüt olmadığını dile getirmişlerdir. Bu durumu ifade ederken kare ve eşkenar dörtgen dışındaki çokgenler kullanılmamıştır. Genelleme etkinliğinin son sorusunda ise öğrencilere bir çokgenin benzer olabilmesi için gerekli şartların neler olduğu sorulmuştur. Bütün öğrenciler kenar uzunlukları arasındaki ilişkinin yanında çokgenlerin açı ölçülerinin de eşit olması gerektiği sonucuna varmıştır. Kenar uzunlukları arasındaki ilişki orantı ya da doğrusal ilişki ifadeleri kullanılarak açıklanmıştır.

Son etkinlik olan kapanış etkinliğinde çokgenlerden oluşan modelin istenilen ölçüde büyütülmesi istenilmiştir. Öğrencilerin ilk tercih ettikleri strateji toplamsal strateji olmuştur. Bu stratejiyi kullanarak yaptıkları çizimlerin doğru olup olmadığını açığa dayalı stratejileri kullanarak kontrol etmişlerdir. Toplamsal strateji ile benzer çokgenleri doğru bir şekilde oluşturamayan öğrenciler toplamsal stratejinin oransal olarak yorumlandığı stratejiyi ve benzerlik oranı stratejisini kullanmışlardır.

5. ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde, araştırmadan elde edilen sonuçlara yönelik ve ileride yapılabilecek benzer araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1. Araştırma Sonuçlarına Yönelik Yapılan Öneriler

Bu çalışma ile çokgenlerin benzerliği konusunda öğrencilerin farklı stratejileri kullanma ve geliştirme gibi üst düzey becerileri sergiledikleri, somut materyaller kullanılarak çeşitli etkinlikler ile desteklenmiş öğrenme ortamlarında benzerlik kuralını oluşturabildikleri görülmüştür. Bu sebeple geometride yer alan sadece benzerlik değil diğer kavramlara yönelik de öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirecek etkinlikler hazırlanarak geometrik kavramların öğretiminde zenginlik sağlanabilir. Ayrıca öğretim programında yer alan diğer öğrenme alanları ile ilgili de öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştiren, somut materyallerle desteklenmiş etkinlikler hazırlanabilir. Özellikle benzerlik kavramının ön koşulu niteliğinde olan eşlik kavramının verilmesinde de benzer bir öğretim ortamı tasarlanabilir. Bu bağlamda somut materyaller yardımıyla çokgenler üst üste getirilip çokgenlerin eşliği incelenebilir, çokgenlerden biri ters çevrilip bu çokgenlerin eş olup olmadığı sorgulanabilir veya çokgenlerin içinde resimler verilip fotokopi makinesinde çoğaltma biçiminde benzetim yapılabilir. Ayrıca, öteleme ve yansıma dönüşümüne tabi tutulmuş çokgenlerin birbirine eş olduğuna yönelik etkinlikler tasarlanarak geometrik dönüşümler ve eşlik kavramları ilişkilendirilebilir. Örneğin, bir çokgenin bir doğruya yansıtılmasına yönelik tersine baskı (fotokopi) senaryosu kullanılarak doğruya göre simetrik çokgenlerin eş olduğu kavratılabilir. Bunlara ek olarak eşlik ve benzerlik kavramının birlikte ilişkilendirildiği etkinlikleri içeren çalışmalar da yapılabilir. Eş şekillerin, benzerlik oranı 1 olan şekiller oldukları ve birbirlerine benzer oldukları somut materyaller yardımıyla incelenip öğrencilere keşfettirilebilir.

Çalışmada öğrencilerin, çokgenlerin benzerliğini günlük hayatta karşılaştıkları durumlarla ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Örneğin, fotoğrafı istenilen ölçüde büyütme ya da aynı kıyafetin farklı bedenlerini oluşturma örneklerinde öğrencilerin verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarını kolaylıkla açıklayabildikleri ortaya çıkmıştır. Bundan dolayı günlük hayatta karşılaşılan benzer şekiller geometrik benzerlik

ile ilişkilendirilerek benzerliğin hayatımızda var olduğu öğrencilere hissettirilmeli ve sınıf dışı etkinliklerle bunların farkına varılması sağlanmalıdır.

Çalışma sonucunda öğrencilerin çokgenlerin benzerliğini incelerken öncelikli olarak toplamsal stratejiye yöneldikleri görülmüştür. Bu kapsamda benzerliğin öğretiminde öğrencilerin sadece toplamsal stratejilere odaklanmasını sağlayacak etkinlikler yerine çokgenlerin benzerliğinde toplamsal ilişkilerin dışındaki ilişkileri fark etmelerini sağlayacak etkinlikler hazırlanmalıdır. Bu çalışmada iç bölgelerine resimler yerleştirilmiş görseller kullanılmıştır, ancak yapılabilecek uygulamalar bununla sınırlı değildir. Örneğin öğrenciler somut materyallerin yanı sıra teknolojik materyallerin (dinamik geometri yazılımları gibi) kullanıldığı öğrenme ortamlarında da toplamsal stratejinin tüm çokgenlerin benzerliğinin incelenmesinde kullanılabilecek bir yöntem olmadığı fark ettirilebilir.

Çalışma sürecinde alınan video kayıtlarında öğrencilerin kullandıkları stratejileri açıklarken ve etkinlik kâğıtlarına yazarken matematiksel dili kullanmada sorun yaşadıkları görülmüştür. Bu sebeple öğrencilerin matematiksel dili daha verimli kullandıkları ortamlar tasarlanmalı ve bu öğrenme ortamları öğrencilerin derinlemesine düşünüp fikirlerini rahatlıkla ifade edebilecekleri etkinlikler ile zenginleştirilmelidir.

5.2. Benzer Araştırmalara Yönelik Yapılan Öneriler

Bu çalışmada çokgenlerin benzerliği incelenirken öğrencilerin kullandıkları stratejiler incelenmiş ve stratejilerin türleri üzerine odaklanılmıştır. Verilen çokgenlere bağlı olarak stratejilerin kullanım sıklığı üzerinde çalışılmamıştır. Bu bağlamda öğrenciler tarafından hangi stratejilerin kullanım sıklığının türlere göre dağılımı üzerine daha geniş çerçeveli araştırmalar yapılabilir. Ayrıca öğrencilerin bu stratejileri tercih etme edenleri üzerine de derinlemesine çalışmalar yapılabilir. Özellikle etkinliklerin veriliş sırası öğrencilerin bazı stratejileri daha az kullanmasına ya da daha sıklıkla kullanılmasına neden olabileceği düşünülmektedir. Örneğin, üçgenlerin benzerliğinin ifade edilmesinde özellikle açı ölçülerinin tercih edildiği gözlemlenmiştir. Üçgenlerin hemen öncesinde açığa dayalı stratejilerin kullanılmasına yönelik etkinliklerin (kare ve eşkenar dörtgenlerin benzerliğinin incelenmesi) gerçekleştirilmesi öğrencilerin üçgenlerde öncelikli olarak açığa dayalı stratejileri kullanmaya teşvik etmiş olabilir. Bu bağlamda,

farklı etkinlik sırası takip edildiğinde öğrencilerin kullandığı strateji türlerinde nasıl değişiklerin oluştuğuna yönelik karşılaştırmalı araştırmalar tasarlanabilir.

Bu çalışma belli bir ders saati (6 saat) ve aile sosyo-ekonomik düzeyi düşük olan öğrenci grubu ile sınırlı kalmıştır. Uygulama süresi arttırılıp örneklem genişletilerek öğrencilerin çokgenlerin benzerliğinde kullandıkları stratejiler incelenebilir. Ayrıca, farklı niteliklere göre oluşturulmuş grupların (homojen veya heterojen gruplar) kullandıkları stratejilerin karşılaştırılmasına yönelik araştırmalar yapılabileceği gibi grup çalışması yerine öğrencilerle bireysel çalışarak derinlemesine yeni araştırmalar tasarlanabilir.



KAYNAKLAR

- Altun, M. (2018). Ortaokullarda Matematik Öğretimi. Aktüel Yayıncılık, 13. Baskı, ISBN: 978-975-2532-54-0, 504s.
- Anton, H. and Rorres, C. (2008). Elementer Lineer Cebir. Palme Yayıncılık, 1. Baskı, ISBN 978-605-35-5380-9, 773s., Doğanaksoy, A., Saygı, Z. ve Ürtiş, Ç. (Ç. Ed.).
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). Temel Matematik Kavramların Künyesi, Gazi Kitabevi, 1. Baskı, 604s.
- Arıcan, M., Koklu, O., Olmez, I.B. and Baltacı, S. (2018). Preservice middle grades mathematics teachers' strategies for solving geometric similarity problems. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(2), 502-516.
- Brousseau, G., Brousseau, N. and Warfield, V. (2002). Teaching Fractions Through Situations: A Fundamental Experiment. Springer, ISBN 978-94-007-2714-4, 226s.
- Burton, D.M. (2018). Matematik Tarihi Giriş. Nobel Yaşam, Yayın No: 27, 2. Baskı, 780s., Durmuş, S. (Ç. Ed.).
- Chazan, D.I. (1987). Similarity: Unraveling a conceptual knot with the aid of technology. *In Proceedings of the Eleventh International Conference of the Psychology of Mathematics Education*, Montreal, Canada, July 19-July 25, 3-9.
- Confrey, J. (1992). First graders' understanding of similarity. *Annual Meeting of the American Education Research Association*, San Francisco, CA.
- Cox, D.C., Lo, J.J. and Mingus, T. (2007). Low achieving middle school students' conceptions of same shape. *In Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of Psychology of Mathematics Education*. Stateline: University of Nevada, Reno, USA, 130-132.
- Cox, D.C. (2008). Understanding Similarity: Bridging Geometric and Numeric Contexts for Proportional Reasoning. Doktora Tezi. Western Michigan University, Kalamazoo, Michigan, ABD, 216 s.
- Cox, D.C. (2013). Similarity in middle school mathematics: At the crossroads of geometry and number. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(1), 3-23.
- Denton, J. (2017). Transforming mathematics: Using dynamic geometry software to strengthen understanding of enlargement and similarity, *Warwick Journal of Education*, 1(1), 69-84.
- Edwards, M.T. and Cox, D.C. (2011). The frame game. *Journal of Mathematics Education at Teachers Collage*, 2, 18-27.
- Güngör, S. (2005). Ortaöğretim Geometri Dersi Üçgenler Konusunda Oluşturmacı (Constructivism) Yaklaşımına Dayalı Elle Yapılan Materyaller ve Portfolyo (Portfolio) Hazırlamanın Öğrenciler Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi, Yüksek

- Lisans Tezi, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Sosyal bilimler Enstitüsü, Zonguldak, Türkiye, 107 s.
- Güven, B. (2016). Üçgen II. A. N. Elçi, E. Bukova-Güzel, B. Cantürk-Günhan, E. Ev-Çimen (Ed.), Temel Matematiksel Kavramlar ve Uygulamaları, Pegem Akademi Yayınları, 393-411.
- Hart, K.M. (1988). Ratio and proportion. In J. Hiebert and M.J. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades. Reston, Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics and Lawrence Erlbaum Associates, 198-219.
- Kaput, J.J. and West, M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*, Albany, NY: State University of New York Press, 482s.
- Kiselev, A.P. (2006). Kiselev's Geometry Book I. Planimetriia. Sumizdat, ISBN 0-9779852-0-2, 240s., Rivalent, A. (Ç. Ed.).
- Lamon, S.J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61.
- LeCompte, M.D. and Goetz, J.P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research*, 52, 31-60.
- Lehrer, R., Jenkins, M. and Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer, and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates, (137-167).
- Lehrer, R., Strom, D. and Confrey, J. (2002). Grounding metaphors and inscriptional resonance: Children's emerging understanding of mathematical similarity, *Cognition and Instruction*, 20:3, 359-398.
- Lincoln, Y.S. and Guba, E.G. (1985). Naturalistic Inquiry. Beverly Hills, CA: Sage Publications, 215s.
- Merriam, S.B. (2018). Nitel Araştırma Desen ve Uygulama İçin Bir Rehber. Nobel Yayın, Yayın No: 349, 3. Baskı, ISBN 978-605-133-250-5, 292s., Turan, S. (Ç. Ed.).
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). İlköğretim matematik dersi 1-8. Sınıflar öğretim program ve kılavuzu. MEB, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2019). Matematik Ders Kitabı Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu 8. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia, USA.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia, USA.

- Post, T., Cramer, K., Harel, G., Kieren, T. and Lesh, R. (1998). Research on rational number, ratio and proportionality. In *Proceedings of the 20th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Raleigh, NC, 20(1), 89-93.
- Riejös, R., Mansilla, P.U. and Castillejos, M. (2001). The impact of visuals: Using a poster to present metaphor. *European Journal of Engineering Education*, 26(3).
- Seago, N., Jacobs, J., Driscoll, M., Nikula, J., Matassa, M. and Callahan, P. (2013). Developing teachers' knowledge of a transformations-based approach to geometric similarity. *Mathematics Teacher Educator*, 1(2), 74-85.
- Seago, N., Jacobs, J.K., Heck, D.J., Nelson, C.L. and Malzahn, K.A. (2014). Impacting teachers' understanding of geometric similarity: Results from field testing of the learning and teaching geometry professional development materials. *Professional Development in Education*, 40(4), 627-653.
<http://dx.doi.org/10.1080/19415257.2013.830144>
- Shah, M.J. (2018). Applying a Validity Argument Framework to Learning Trajectories on Middle Grades Geometric Similarity Using Learning Science and Psychometric Lenses. Doktora Tezi. North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, ABD, 218 s.
- Son, J. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49–70.
<https://doi.org/10.1007/s10649-013-9475-5>
- Stake, R.E. (2005). Qualitative Case Studies: The Stage Handbook of Qualitative Research. Thousand Oaks, 3. Baskı, 235s., Denzin, N. K. and Lincoln, Y. S. (Ç. Ed.).
- Suydam M.N. (1985). The shape of instruction in geometry: Some highlights from research, *National Council of Teachers of Mathematics*, 78(6), 481-486
- Swoboda, E. and Tocki, J. (2002). How to prepare prospective teachers to teach mathematics some remarks. *Second International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level)*, Crete, Greece.
- Van den Brink, J. and Streefland, L. (1979). Young children (6–8) ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, 10(4), 403–420.
- Yaglom, I.M. (1975). Geometric Transformations I. The Mathematical Association of America, ISBN 978-0-88385-925-4, 133s.
- Yazıcı, E. ve Uluşan, S. (2020). Geometride Eşlik-Benzerlik Öğretimi. Ertekin, E., Ünlü, M. (Ed.), Geometri ve Ölçme Öğretimi Tanımlar, Kavramlar ve Etkinlikler, Pegem Akademi Yayınları, 1.Baskı, ISBN: 978-625-7880-72-5, 736s., 291-322.
- Yazıcı, N. (2020). Eşlik ve Benzerlik. Ağırman-Aydın, T., Küçük-Demir, B. (Ed.), Geometri ve Öğretimi, Pegem Akademi Yayınları, 2.Baskı, ISBN: 978-625-7052-41-2, 352s., 143-198.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Seçkin Yayıncılık, Yayın No: 76, 10. Baskı, ISBN 978-975-02-3999-1, 427s.



EKLER

Ek 1: Etkinlik-1

Etkinlik-1

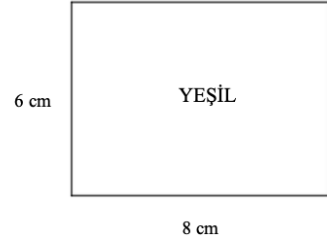


İlk kez 1970 yılında kutlanmaya başlayan ve o günden bu yana çevresel tehlikelere dikkat çekmek amacıyla 22 Nisan tarihinde çeşitli etkinlik ve konferanslar düzenlenerek hatırlanan Dünya Günü'nde Dünya'mızın yaşamı ve güzelliğine vurgu yapılarak karşı karşıya kaldığı çevresel tehditlere dikkat çekilmektedir. Bu amaçla

8/A sınıfı öğrencileri yanda verilen ve ölçüleri 4 cm ve 6 cm olan dikdörtgen şeklindeki Dünya resmini fotokopi makinesinden farklı boyutlarda çıkartıp arkadaşları ile birlikte bu özel günde farkındalık ve çevre bilinci oluşturmak için okullarının panolarına asmak istemektedirler. Fakat fotokopi makinelerinden bazıları bozuktur. Aşağıda beş farklı fotokopi makinelerinden alınan çıktıların ölçüleri ve beş farklı öğrencinin görüşleri verilmiştir. Sizce hangi öğrenci ya da öğrencilerin görüşleri doğrudur? Her bir öğrencinin görüşüne katılıp katılmadığınızı yanındaki boşluklara nedenleri ile birlikte yazınız.



1.makineden alınan çıktı doğrudur. Çünkü her iki kenarı da aynı uzunlukta arttırsak resim büyütülmüş olur. Her iki kenar da 2 cm arttırılmış ve resim doğru şekilde büyütülmüştür.



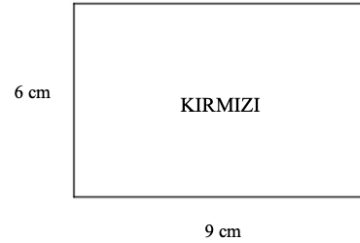
.....

.....

.....



2.makineden alınan çıktı doğrudur. Çünkü 4 ve 6'yı aralarında sadeleştirirsek 2 ve 3 olur. Yani 4 cm olan kenara 2 cm, 6 cm olan kenara da 3 cm eklersek resim doğru bir şekilde büyütülmüş olur.



.....

.....

.....

Ek 1 (devamı): Etkinlik-1



3. makineden alınan çıktı doğrudur. Çünkü resmi büyütmek için resmin boyunu uzatmak gerekir. 4 cm olan kenar uzunluğu 3 cm arttırılmış ve 7 cm olmuş. Resim doğru bir şekilde büyütülmüştür.

7 cm

PEMBE

6 cm

.....

.....

.....



4. makineden alınan çıktı doğrudur. Çünkü resmi büyütmek için enlemesine olan kenar uzunluğunu arttırmak yeterlidir. 6 cm olan kenar uzunluğunu 1 cm arttırılarak 7 cm yapıldığından resim doğru bir şekilde büyütülmüştür.

4 cm

SARI

7 cm

.....

.....

.....



5. makineden alınan çıktı doğrudur. Çünkü her iki kenarın da uzunluğu 2 katına çıkarılmış. 4 cm olan kenar uzunluğu 8 cm, 6 cm olan kenar uzunluğu da 12 cm olmuştur.

8 cm

TURUNCU

12 cm

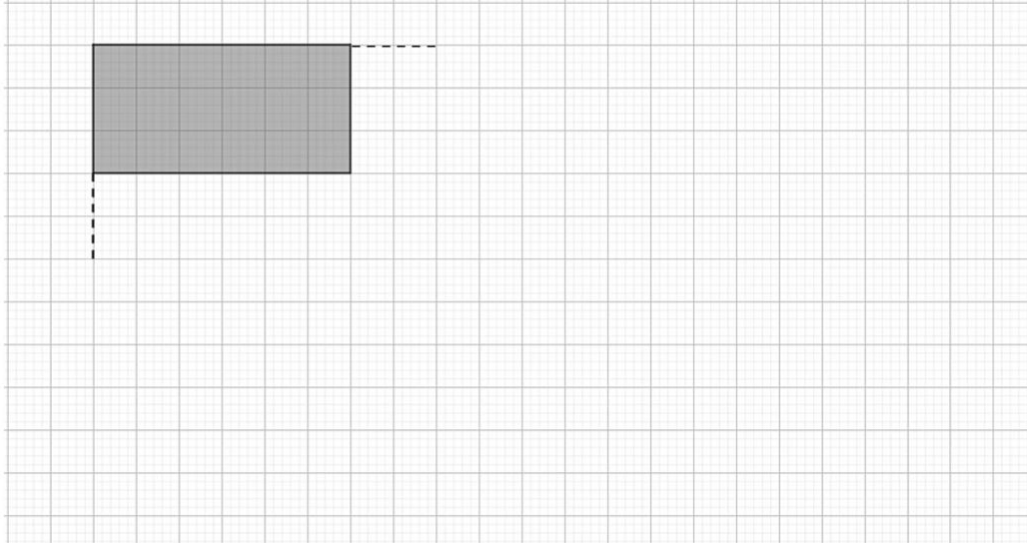
.....

.....

.....

Ek 1 (devamı): Etkinlik-1

Öğrencilerin görüşlerinin dışında kendi görüşünüzü belirterek aşağıdaki verilen dikdörtgeni noktalı kenarlarından uzatarak bu dikdörtgene benzer dikdörtgenler oluşturunuz.

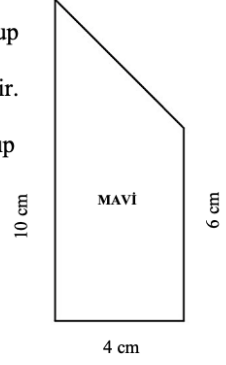


Ek 2: Etkinlik-2

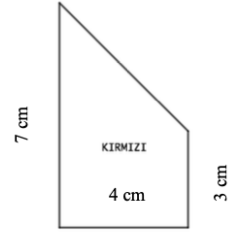
Etkinlik-2



Yandaki çokgen ile aşağıda verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarını konusunda öğrencilerin farklı görüşleri verilmiştir. Çokgenleri inceleyip öğrencilerin görüşlerine katılıp katılmadığınızı nedenleri ile birlikte belirtiniz.



1.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 10 cm ve 6 cm olan kenar uzunluklarının ikisi de 3'er cm azaltılmıştır. İki kenar da aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.



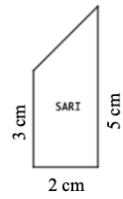
.....

.....

.....



2.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü üç kenarın da uzunluğu yarıya indirilmiş ve $10:2=5$ cm, $6:2=3$ cm, $4:2=2$ cm olmuştur.



.....

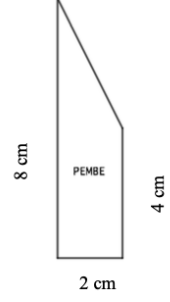
.....

.....

Ek 2 (devamı): Etkinlik-2



3.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü üç kenar uzunluğu da 2 cm azaltılmış. Üç kenar da eşit uzunlukta azaltıldığı için verilen çokgen ile benzerdir.



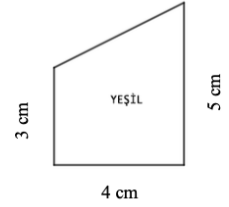
.....

.....

.....



4.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 10 cm ve 6 cm olan kenar uzunluklarının ikisi de yarıya indirilmiştir. İki kenar da aynı şekilde değiştiğinden benzer çokgenlerdir.



.....

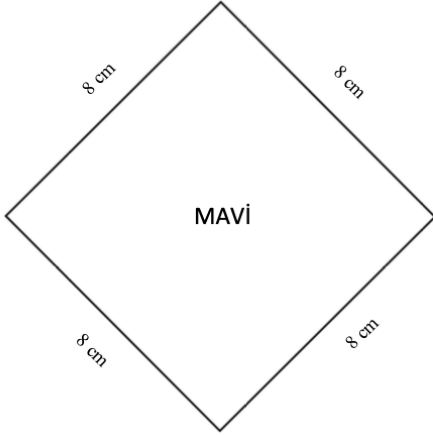
.....

.....

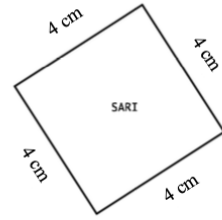
Ek 3: Etkinlik-3

Etkinlik-3

Yandaki çokgen ile aşağıda verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarını konusunda öğrencilerin farklı görüşleri verilmiştir. Çokgenleri inceleyip öğrencilerin görüşlerine katılıp katılmadığınızı nedenleri ile birlikte belirtiniz.



1. çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 8 cm olan kenar uzunlukları yarıya indirilmiş ve 4 cm olmuş. Bütün kenarlar aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.



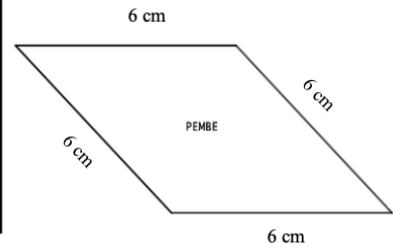
.....

.....

.....



2. çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 8 cm olan kenar uzunlukları 2'şer cm azaltılmış ve 6 cm olmuş. Bütün kenarlar aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.



.....

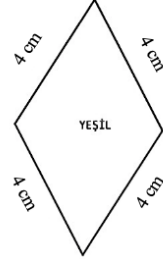
.....

.....

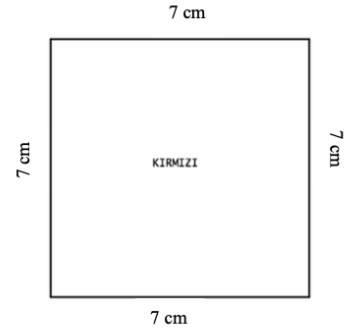
Ek 3 (devamı): Etkinlik-3



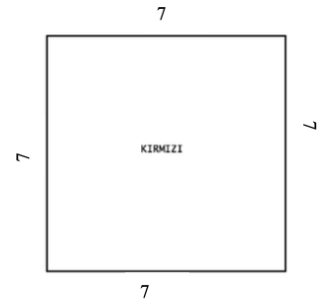
3.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 8, 4'ün katıdır. Kenar uzunlukları birbirinin katı olduğundan çokgenler benzerdir.



4.çokgen verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 8 cm olan kenar uzunlukları 1'er cm azaltılmış ve 7 cm olmuş. Bütün kenarlar aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.



4.çokgen verilen çokgen ile benzer değildir. Çünkü 7, 8'in bir katı değildir. Kenar uzunlukları arasında herhangi bir ilişki olmadığından çokgenler benzer değildir.



Ek 3 (devamı): Etkinlik-3

Öğrencilerin görüşlerinin dışında kendi görüşünüzü belirterek aşağıdaki verilen eşkenar dörtgeni noktalı kenarlarından uzatarak bu eşkenar dörtgene benzer eşkenar dörtgen oluşturunuz.

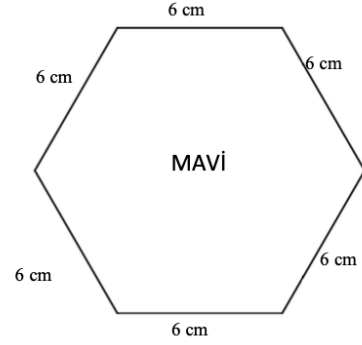


Ek 4: Etkinlik-4

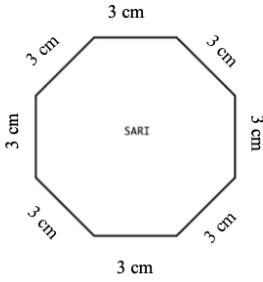
Etkinlik-4



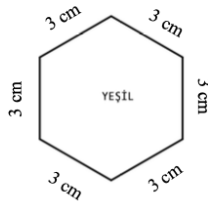
Yandaki çokgen ile aşağıda verilen çokgenlerin benzer olup olmadıklarını konusunda iki farklı öğrencilerin görüşleri verilmiştir. Çokgenleri inceleyip öğrencilerin görüşlerine katılıp katılmadığınızı nedenleri ile birlikte belirtiniz.



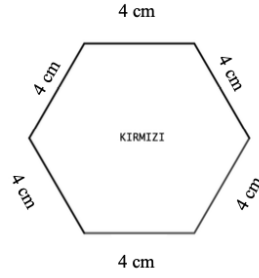
Çokgen-1



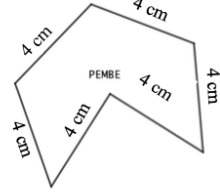
Çokgen-2



Çokgen-3



Çokgen-4



1.ve 2.çokgenler verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 6 cm olan kenar uzunlukları yarıya indirilmiş ve 3 cm olmuş. Bütün kenarlar aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.

1. Öğrenci

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3.ve 4.çokgenler verilen çokgen ile benzerdir. Çünkü 6 cm olan kenar uzunlukları 2'şer cm azaltılmış ve 4 cm olmuş. Bütün kenarlar aynı uzunlukta azaltıldığından çokgenler benzerdir.

2. Öğrenci

Ek 4 (devamı): Etkinlik-4

Öğrencilerin görüşlerinin dışında verilen çokgenlerin benzerliği ile ilgili kendi görüşünüzü aşağıda belirtiniz.

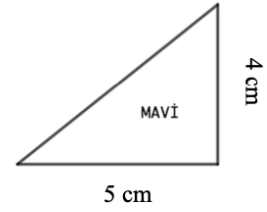
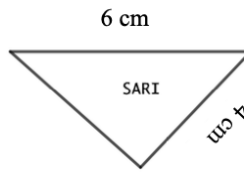
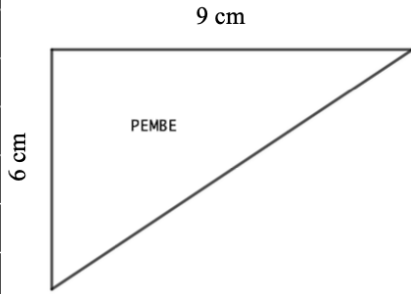
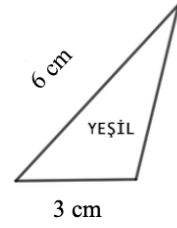
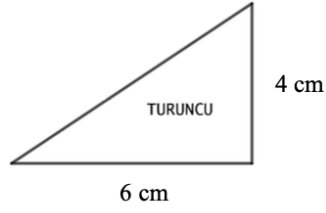
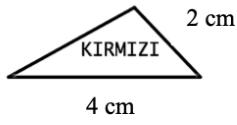


Ek 5: Etkinlik-5

Etkinlik-5



Aşağıda verilen çokgenlerden hangilerinin benzer olup olmadıklarını inceleyip düşüncelerinizi gerekçeleri ile birlikte yazınız.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ek 6: Etkinlik-6

Etkinlik-6

Aşağıda verilen ifadeleri değerlendirip düşüncelerinizi boşluklara yazınız.



İki çokgenin birbirine karşılık gelen açı ölçüleri birbirine eş ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

.....

İki çokgenin birbirlerine karşılık gelen kenar uzunlukları orantılı ise bu çokgenler her zaman benzerdir. Sizce bu ifade doğru mudur? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

Sizce iki çokgenin birbirine benzer olması için bu çokgenlerin açı ölçüsü ve kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olması gerekmektedir? Açıklayınız.

.....

.....

.....

.....

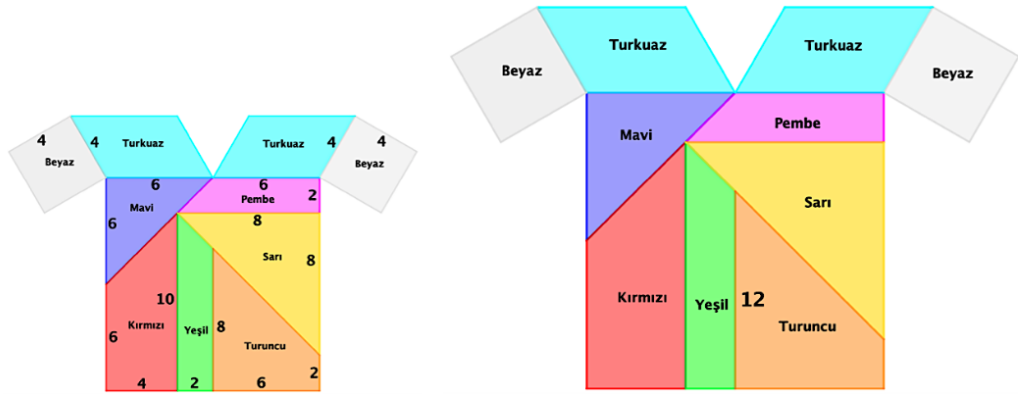
.....

Ek 7: Etkinlik-7

Etkinlik-7



8/A sınıfı okullar arası futbol turnuvası için farklı bedenlerde kendine özgü bir forma tasarlamıştır. Küçük beden formanın üzerindeki desenin ölçüleri aşağıda verilen şekildedir. Formanın üzerindeki desenin bozulmadan aynı kalabilmesi için küçük bedende 8 cm olan kısmın büyük bedende 12 cm olması gerekmektedir. Buna göre büyük beden formanın sizden istenilen kısmını bulunuz ve bulurken yaptığınız işlemleri aşağıdaki boşluğa açıklayınız.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ek 8: Rize İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Yazısı



T.C.
RİZE VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 57774812-42-E.9620702
Konu : Tez Çalışması İzni (Aysun
ŞALCIOĞLU)

15.05.2019

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının
13.05.2019 tarihli ve 830 sayılı yazısı.

Rize Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Aysun ŞALCIOĞLU 'nun, "Çokgenlerde Benzerlik İlişkilerinin Metaforik Olarak Oluşturması" adlı yüksek lisans çalışması kapsamında ekte sunulan ölçme aracını 2018-2019 Eğitim Öğretim Yılında, ilimizde İyidere ilçesi Yapraklar Ortaokulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerine uygulama isteği ilgi yazı ile bildirilmektedir.

Söz konusu ölçme aracının, 2018-2019 Eğitim Öğretim yılında Rize ili İyidere ilçesi Yapraklar Ortaokulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencilerine uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Selçuk TORPİL
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
15.05.2019

Yaşar KOÇAK
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Rize Valiliği Hizmet Binası Kat:3
Elektronik Ağ: www.rize.meb.gov.tr
e-posta: arge53@meb.gov.tr

Ayrıntılı Bilgi İçin: Strateji Geliştirme Şubesi Ar-Ge Birimi
Tel: (464) 280 53 77
Faks: (464) 280 53 16

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 6502-cce2-36e1-9179-47b0 kodu ile teyit edilebilir.

Ek 8 (devamı): Rize İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Yazısı



**T.C.
RECEP TAYYİP ERDOĞAN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı**

Sayı : 87374136-302.08.01-E.830
Konu : Tez Çalışması İzni (Aysun
ŞALCIOĞLU)

13.05.2019

**RİZE VALİLİĞİNE
(İl Milli Eğitim Müdürlüğü)**

Üniversitemiz Sosyal Bilimler Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı 182622011 numaralı öğrencisi Aysun ŞALCIOĞLU, tez çalışması kapsamında dilekçe ekinde gönderilen ölçme araçlarını Rize ili İyidere ilçesinde bulunan Yapraklar Ortaokulu 8. sınıf öğrencilerine uygulamak istemektedir.

Çalışmaya ilişkin dilekçe ekte gönderilmiş olup gerekli iznin verilmesini arz ederim.

 **e-imzalıdır**
Prof. Dr. Ahmet İshak DEMİR
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek : Dilekçe ve ekleri (18 s.)



Ek 9: Veli İzin Belgesi

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “8.Sınıf Öğrencilerinin Çokgenlerin Benzerliğini Belirleme Stratejilerinin İncelenmesi” adıyla, 20/05/2019 - 24/05/2019 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: 8. sınıf öğrencilerinin çokgenlerin benzer olup olmadıklarını tespit etmede kullandıkları stratejileri belirlemek ve derinlemesine incelemek amaçlanmıştır.

Araştırma Uygulaması: Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma Millî Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir. Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Bu çalışmaya katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bana e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımla,

Araştırmacı: Aysun ŞALCIOĞLU
İletişim bilgileri:

Velisi bulunduğum 8/A sınıfı numaralı öğrencisi’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

29/04/2019

İmza

Veli Adı-Soyadı :
Telefon Numarası :

ÖZGEÇMİŞ

Aysun Şalcıoğlu, [REDACTED] doğdu. İlköğretimini Rize ili Güneysu ilçesinde Ulucami İlköğretim Okulu'nda, ortaöğretimini ise Rize ili Fener Yabancı Dil Ağırlıklı Lisesi'nde tamamladı. 2008 yılında, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde başladığı lisans eğitimini 2012 yılında tamamladı. 2012 ile 2014 yılları arasında yabancı dil eğitimi için Amerika Birleşik Devletleri New York eyaletinde bulundu. Bu süre içerisinde 6 ay boyunca City University of New York, Brooklyn College'da Matematik Eğitimi üzerine yüksek lisans dersleri aldı. 2015 yılında Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı Rize ile Çaykur Ortaokulu'na İlköğretim Matematik Öğretmeni olarak atandı. 2016 ile 2019 yılları arasında Rize ili İyidere ilçesi Yapraklar Ortaokulu'nda ilköğretim matematik öğretmeni olarak görev yaptı.

2016 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı'nda başladığı yüksek lisans eğitimini, 2018 yılında aynı üniversitede Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda halen devam ettirmektedir. Rize İli Mehmet Akif Ersoy Ortaokulu'nda İlköğretim Matematik Öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Yabancı dili İngilizcedir.