



T.C.

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL VE OLASILIKSAL AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİ İLE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE
ÜSTBİLİŞSEL ÖZ DÜZENLEMELERİNE İLİŞKİN
FARKINDALIKLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Neziha TUHAN

Malatya-2022

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL VE OLASILIKSAL AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİ İLE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE
ÜSTBİLİŞSEL ÖZ DÜZENLEMELERİNE İLİŞKİN
FARKINDALIKLARININ İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Neziha TUHAN

Danışman: Doç. Dr. Kübra AÇIKGÜL

Malatya-2022

ONUR SÖZÜ

Doç. Dr. Kübra AÇIKGÜL'ün danışmanlığında yüksek lisans tezi olarak hazırladığım ***8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal ve Olasılıksal Akıl Yürütme Becerileri ile Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalıklarının İncelenmesi*** başlıklı bu çalışmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Neziha TUHAN

ÖNSÖZ

Araştırmam boyunca, tez konumu belirlememde, çalışmamın her aşamasında ve sonuçlandırılmasında bilimsel kişiliği, deneyimleri ve akademik bilgileriyle yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Doç. Dr. Kübra AÇIKGÜL'e saygı ve sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez süresince manevi destekleri ve gösterdikleri anlayış için sevgili annem Nurdanur TUHAN'a, babam Halit TUHAN'a, yılmamam ve hep azimle yoluma devam etmem konusunda beni sürekli motive eden ablam Cemre ALPER'e ve kardeşlerim Gülendamar DURSUN'a, İsmail TUHAN'a ve Yusuf Arda TUHAN'a çok teşekkür ederim.

Ayrıca tez süreci boyunca beni her zaman cesaretlendiren, her anlamda bana destek olan, bilgisini ve deneyimlerini benimle paylaşan kıymetli arkadaşım ve meslektaşım Şeyma Çelik'e çok teşekkür ederim.

Neziha TUHAN

ÖZET

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORANTISAL VE OLASILIKSAL AKIL YÜRÜTME BECERİLERİ İLE PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE ÜSTBİLİŞSEL ÖZ DÜZENLEMELERİNE İLİŞKİN FARKINDALIKLARININ İNCELENMESİ

TUHAN, Neziha
Yüksek Lisans, İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kübra AÇIKGÜL
Haziran-2022, xiii+156

Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini, olasılıksal akıl yürütme becerilerini ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını belirlemek ve aralarındaki ilişkileri araştırmaktır. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini, olasılıksal akıl yürütme becerilerini ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından incelemek amaçlanmıştır. Araştırmada betimsel tarama modeli ve ilişkisel tarama modellerinden nedensel karşılaştırma ve korelasyonel yaklaşım kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, 2021-2022 Eğitim-Öğretim yılında, Doğu Anadolu Bölgesindeki bir ilin merkez ilçelerinde yer alan dört ortaokulun sekizinci sınıflarında öğrenim gören 315 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak *Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi*, *Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi* ve *Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeği* kullanılmıştır.

Araştırmada elde edilen verilerin analizinde betimsel istatistiklerden aritmetik ortalama ve standart sapma değerleri hesaplanırken öğrencilerin söz konusu değişkenler açısından beceri ve farkındalık puanlarının farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla F testi kullanılmıştır. Ayrıca katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığı belirlemek için Pearson Korelasyon Katsayısı kullanılmıştır. Yapılan betimsel analizler sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri puanlarının orta düzeyde, olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının düşük düzeyde ve üstbilişsel öz düzenleme farkındalık puanlarının yeterli düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre cinsiyet değişkeni açısından

öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri puanları ile üstbilişsel öz düzenleme farkındalık puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı belirlenmiştir. Matematiksel yeterlik değişkeni açısından ise öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri puanları ile üstbilişsel öz düzenleme farkındalık puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri arasında pozitif yönde yüksek düzeyde, orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında pozitif yönde orta düzeyde ve benzer şekilde olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında da pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Orantısal Akıl Yürütme, Olasılıksal Akıl Yürütme, Üstbilişsel Öz Düzenleme, Matematiksel Yeterlik

ABSTRACT

INVESTIGATION OF 8TH GRADE STUDENTS' PROPORTIONAL AND PROBABILITY REASONING SKILLS AND AWARENESS OF THEIR METACOGNITIVE SELF-REGULATIONS IN THE PROBLEM SOLVING PROCESS

TUHAN, Neziha

Master Thesis, İnönü University, Institute of Educational Sciences
Department of Mathematics Education

Thesis advisor: Associate Professor Doctor Kübra AÇIKGÜL
June-2022, xiii+156

The aim of this study is to determine the proportional reasoning skills, probabilistic reasoning skills and awareness of metacognitive self-regulation in the problem solving process of 8th grade students and to investigate the relationships between them. In addition, it was aimed to examine the proportional reasoning skills, probabilistic reasoning skills and awareness of metacognitive self-regulation in the problem solving process of 8th grade students in terms of gender and perception of mathematical competence variables. In this particular study, causal comparison and correlational approach were used, which are the basis of the descriptive survey model and the relational survey model. The study group of the research consists of 315 students studying in the eighth grade of four secondary schools in the central districts of a province in the Eastern Anatolia Region in the 2021-2022 academic year. *Proportional Reasoning Skill Test*, *Probabilistic Reasoning Skill Test* and *Metacognitive Self-Regulation Scale* were used as data collection tools in the research.

While calculating the arithmetic mean and standard deviation values from descriptive statistics in the analysis of the data obtained in the study, the F test was used to determine whether the students' skill and awareness scores differed in terms of these variables. In addition, the Pearson Correlation Coefficient was used to determine whether there was a statistically significant relationship between the proportional reasoning skill levels, probabilistic reasoning skill levels, and awareness levels of metacognitive self-regulation in the problem solving process. As a result of the descriptive analyzes, it was concluded that the proportional reasoning skill scores of the 8th grade students were at a moderate level, their probabilistic reasoning scores were at a low level, and their metacognitive self-regulation awareness scores were at a sufficient level. According to

the results of the difference analysis, it was determined that there was no significant difference between the proportional and probabilistic reasoning skill scores of the students and the metacognitive self-regulation awareness scores in terms of gender variable. In terms of the mathematical competence variable, statistically significant differences were found between the proportional and probabilistic reasoning skill scores of the students and the metacognitive self-regulation awareness scores. In addition, a high level of positive correlation was found between proportional reasoning skill levels and probabilistic reasoning skill levels of students, and a moderate positive correlation between proportional reasoning skill levels and awareness levels of metacognitive self-regulation. Similarly, it was concluded that there is a moderately positive relationship between the levels of probabilistic reasoning skills and the awareness of their metacognitive self-regulations.

Key Words: Proportional Reasoning, Probabilistic Reasoning, Metacognitive Self-Regulation, Mathematical Competence

İÇİNDEKİLER

ONUR SÖZÜ	i
ÖNSÖZ	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar LİSTESİ	xi
KISALTMALAR LİSTESİ	xiii
BÖLÜM I	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	5
1.3. Araştırmanın Önemi	6
1.4. Varsayımlar	10
1.5. Sınırlılıklar	11
1.6. Tanımlar	11
BÖLÜM II	12
KURAMSAL BİLGİLER ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	12
2.1. Kuramsal Çerçeve	12
2.1.1. Matematiksel Akıl Yürütme	12
2.1.2. Orantısal Akıl Yürütme	16
2.1.2.1. Orantısal Akıl Yürütme Becerisinin Önemi	19
2.1.2.2. Orantısal Akıl Yürütme Soru Türleri	21
2.1.2.3. Orantısal Akıl Yürütme Problemleri İçin Kullanılan Çözüm Stratejileri	23
2.1.3. Olasılıksal Akıl Yürütme	24
2.1.3.1. Olasılıksal Akıl Yürütme Becerisinin Önemi	26
2.1.3.2. Olasılık ile İlgili Kavramlar	28
2.1.4. Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Öz Düzenleme	33
2.2. İlgili Araştırmalar	37
2.2.1. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar	37
2.2.2. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar	48

2.2.3. Olasılıksal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar.....	55
2.2.4. Olasılıksal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar	64
BÖLÜM III.....	72
YÖNTEM	72
3.1. Araştırmanın Modeli	72
3.2. Çalışma Grubu	73
3.3. Veri Toplama Araçları	74
3.3.1. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi.....	74
3.3.2. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi	76
3.3.3. Üstbilişsel Öz Düzenleme Ölçeği.....	77
3.4. Veri Analizi	80
BÖLÜM IV.....	89
BULGULAR ve YORUM.....	89
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum.....	89
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum.....	90
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum.....	90
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum	91
4.4.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular.....	91
4.4.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular	92
4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum	94
4.5.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular	94
4.5.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular	95
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum	97
4.6.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular	97

4.6.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Süreci Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular	98
4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum	100
BÖLÜM V	101
SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER	101
5.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	101
5.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	102
5.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	103
5.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	104
5.1.4.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	104
5.1.4.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	105
5.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	106
5.1.5.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	106
5.1.5.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	107
5.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	108
5.1.6.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Üstbilişsel Öz Düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	108
5.1.6.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Üstbilişsel Öz Düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma	109
5.1.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma	109
5.2. Öneriler	111
KAYNAKÇA	113
EKLER	142

EK 1. Etik Kurul İzni	142
EK 2. Uygulama İzni.....	143
EK 3. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi	144
EK 4. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi.....	150
EK 5. Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeği.....	155



TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 1. Çalışma Grubuna İlişkin Demografik Bilgiler	73
Tablo 2. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi Alt Boyutları ve İlgili Maddeler	75
Tablo 3. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testine İlişkin Kazanımlar ve Madde Numaraları	77
Tablo 4. Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeğinde Yer Alan Alt Boyutlar ve İlgili Maddeler	79
Tablo 5. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi Puanlama Anahtarı ve Örnek Öğrenci Cevapları	81
Tablo 6. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi Puanlama Anahtarı ve Örnek Öğrenci Cevapları	84
Tablo 7. Değişkenlerin Çarpıklık ve Basıklık Değerleri	86
Tablo 8. Levene Testi Sonuçları	87
Tablo 9. Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri (N=315)	89
Tablo 10. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri (N=315)	90
Tablo 11. Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeyleri ..	90
Tablo 12. Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	91
Tablo 13. Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları	92
Tablo 14. Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	92
Tablo 15. Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları	93
Tablo 16. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	94
Tablo 17. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları	95
Tablo 18. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	95

Tablo 19. Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları	96
Tablo 20. Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenleme Düzeylerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	97
Tablo 21. Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları.....	98
Tablo 22. Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler	98
Tablo 23. Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Puanlarının Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları	99
Tablo 24. Öğrencilerin Orantısal ve Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri ile Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeyleri Arasındaki İlişkiler İçin Pearson Korelasyon Testi Sonuçları (N=315)	100

KISALTMALAR LİSTESİ

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)

NRC: National Research Council

TDK: Türk Dil Kurumu

TIMSS: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study)

vd. : ve diğerleri

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, varsayımları, sınırlılıkları ve tanımlar başlıklarına yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Günümüzde yaşanan ekonomik, çevresel ve sosyal zorluklar eğitim sürecini daha da önemli hale getirmiştir (National Research Council [NRC], 2012). Bu doğrultuda bireylerin çağın gerektirdiği beceri ve yetkinliklerle donatılması eğitim ve öğretim politikalarının belirleyici unsurları haline gelmiştir (Adalar, 2021). Yaşadığımız çağda bireylerden karmaşık problemlere esnek bir şekilde cevap verebilmeleri, sürekli olarak yeni bilgiler üretebilmeleri, bilgiyi dinamik olarak yönetebilmeleri, teknolojiyi etkin kullanabilmeleri ve ekipler halinde çalışıp çözüm üretebilmeleri gibi becerilere sahip olmaları beklenmektedir (Griffin vd., 2014). 21. yüzyıl becerileri olarak tanımlanan bu yeterlik ve yetkinlikler kapsamında nitelikli bir bireyin sahip olması gerektiği düşünülen zihinsel becerilerden biri de akıl yürütme becerisidir (Ateş vd., 2019; Kabataş Memiş, 2021; NRC, 2012).

Akıl yürütme bireyin mevcut bilgilerinden, deneyimlerinden, gözlemlerinden yola çıkarak yeni ve tutarlı bilgiler oluşturduğu, çıkarımlar yaptığı bilişsel süreç ya da bir problemi çözme sürecinde kullandığı bilişsel etkinlikler olarak ifade edilir (Ateş vd., 2019; Kurtz vd., 1999; Stenberg, 1980). Akıl yürütme bireyin bilgiyi; mantıksal çıkarımlar yaparak genişletmesine, gerekçeler ve kanıtlarla savunmasına ve eleştirel analiz yoluyla koordine etmesine yardımcı olur (Lipman, 2003). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2009), akıl yürütmenin en genel anlamda kanıtlara ve belirtilen varsayımlara dayalı olarak sonuç çıkarma süreci olarak düşünülebileceğini belirtmiştir. Bununla birlikte akıl yürütmenin tüm disiplinlerin önemli bir parçası olmasına rağmen matematikte özel ve temel bir rol oynadığını vurgulamıştır. Oliveira (2008) matematiksel akıl yürütmeyi, ön bilgilerden yeni bilgilerin oluşturulduğu bir dizi karmaşık zihinsel süreç olarak tanımlamıştır. Brodie (2010) matematiksel akıl

yürütmenin bir fikir ya da kavram ile bir sonraki bilgi ya da kavramlar arasında bir yol oluşturmayı ve iletmeyi içerdiğini belirtmiştir. Araştırmacıya göre öğrenciler bu yolları oluşturduklarında matematiğin tadını çıkarmaya, fikirlerin neden işe yaradığını anlamaya, bağlantılı ve güçlü bir bilgi formu geliştirmeye başlarlar. Micklo (1999) ise matematiksel olarak daha iyi akıl yürütebilmenin öğrencilerin özgüvenlerini arttıracaklarını matematiğe bağlantısız formüller topluluğu olarak bakmak yerine ayrı bir düşünme biçimi olarak değer vermelerini sağlayacağını belirtmiştir.

Matematiksel akıl yürütme, matematik öğrenmenin amaçlarından biri olarak görülmüş (Lusyana ve Wangge, 2016) ve araştırmacılar tarafından gelişiminin önemi üzerinde sıklıkla durulmuştur (Altıparmak ve Öziş, 2005; Ball ve Bass, 2003; Brodie, 2010; Lusyana ve Wangge, 2016; NCTM, 2000; Umay, 2003). Bu öneminden hareketle matematiksel akıl yürütme birçok çalışmaya konu olmuş ve bu çalışmalarda konu alanına göre; cebirsel (Kaput, 2008; Nilklad, 2004; Yackel, 1997), orantısal (Cramer vd., 1993; Lamon, 1993), geometrik (Clements ve Battista, 1992; Fischbein, 1993; Piaget ve Inhelder, 1967), olasılıksal (Bryant ve Nunes, 2012; Fast, 1999; Jones, 2005) ve istatistiksel (Jones vd., 2000; Mooney, 2002; Watson vd., 1995) akıl yürütme gibi matematiksel akıl yürütmenin farklı türlerinden bahsedilmiştir. NCTM (2000) müfredatta ilerledikçe artan karmaşıklığa dikkat çekerek öğrencilerin tüm bu akıl yürütme türlerinde yeterli kazanımları ve bu yeterlikleri geliştirmeleri gerektiğini belirtmiştir.

Matematiksel akıl yürütme becerileri içerisinde orantısal akıl yürütme geliştirilmesi gereken ve önemli görülen akıl yürütme becerilerinden birisi olarak kabul edilmektedir. NCTM (2000) orantısal akıl yürütmeyi, iki eşit oran yazma ve bilinmeyen bir terim için çözüm yapmanın ötesinde orantısal ifadelerdeki ilişkileri tanıma ve bu ilişkiler hakkında düşünmek için sayıların, tabloların, grafiklerin ve denklemlerin kullanılması olarak ifade etmiştir. Orantısal akıl yürütme birçok temel fikri pekiştiren ve daha ileri matematiksel ve bilimsel düşünceye kapı açan belirli bir matematiksel olgunluk düzeyine ulaşmayı ifade eder (Lamon, 2020). Orantısal akıl yürütme kesirler, yüzdeler, geometri, grafikler, rasyonel sayılar, olasılık ve daha birçok matematiksel konu alanında kullanıldığından ve cebirsel akıl yürütmenin gelişiminin temeli gibi görüldüğünden matematikte birleştirici bir beceri olarak kabul edilir (Langrall ve Swafford, 2000; NCTM, 2000; Van de Walle vd., 2010). Ayrıca orantısal akıl yürütme sadece matematik konularında değil fizikte, biyolojide ve kimyada birçok konunun ve kavramın anlaşılmasında kullanılan önemli bir araç olarak görülmektedir (Akatugba ve Wallace,

1999; Ben- Chaim vd., 2012; Kaplan ve Öztürk, 2012; Wollman ve Lawson, 1978). Orantısal akıl yürütmenin günlük yaşamda yaygın olarak kullanılan bir beceri olması onu daha da önemli kılmaktadır (Ahl vd., 1992; Behr vd., 1983; Çomruk, 2018; Demir, 2019; Dole, 2010; Small, 2015; Ünsal, 2009).

Orantısal akıl yürütme kapsamlı, birleştirici ve bütünleştirici bir beceri olmasına ve diğer kavramların gelişiminde anahtar görevi görmesine (Ayan Civak, 2020) rağmen birçok öğrencinin zorlandığı bir beceri olmuştur (Atabaş, 2014; Ayan Civak, 2020; Ayan ve Işıksal-Bostan, 2018; Bayazit, 2013; Ben-Chaim vd., 1998; Lamon, 2007; Resnick ve Singer, 1993; Singh, 2000). Singh (2000) bu zorluğun sebebini öğrencilerin genellikle çarpımsal akıl yürütmenin gerekli olduğu durumlarda toplamsal akıl yürütmeyi kullanmalarıyla açıklamıştır. Bayazit (2013) ise öğrencilerin gerekli ön bilgilere ilişkin eksikliğinin orantısal akıl yürütmenin gelişimini olumsuz etkileyeceğini belirtmiştir. Benzer şekilde Atabaş (2014) orantısal ilişkileri anlamak için kesirleri, rasyonel sayıları, çarpımsal ilişkileri ve diğer birbirine bağlı alt yapıları anlamak gerektiğini belirtmiş ve bu durumu öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini geliştirmede ciddi zorluklar yaşamasının nedeni olarak açıklamıştır.

Orantısal akıl yürütme gibi olasılıksal akıl yürütmenin de matematiksel akıl yürütme içerisinde özel bir yeri vardır (Jones vd., 1999). Çünkü olasılıksal akıl yürütme, matematiksel akıl yürütme sürecinde zihni çalıştırmayı gerektiren becerilerin tümünde yer almaktadır (Gürbüz ve Erdem, 2014). Olasılıksal akıl yürütme belirsiz durumlar hakkında akıl yürütülmesini, olası sonuçlara dayalı kararların alınmasını ifade eden gerçek yaşamla ilgili akıl yürütme biçimidir (Falk ve Konold, 1992; Hokor, 2020). Jones (2005) olasılıksal akıl yürütme becerisini; olasılıksal süreçleri anlamak, açıklayabilmek ve gerekçelendirebilmek olarak tanımlamıştır. Olasılıksal akıl yürütme olaylar karşısında karar vermeye yardımcı olmakta (Gürbüz ve Erdem, 2017), bağımsız ve yaratıcı düşünme becerisinin gelişimine fayda sağlamaktadır (Fischbein, 1975).

Olasılık hayatın her alanında kullanılıyor olmasına ve aldığımız pek çok kararda önemli role sahip olmasına rağmen birçok araştırmacı, olasılık konusunun öğretimiyle ilgili çeşitli nedenlerle zorluklar yaşandığını belirtmişlerdir (Batanero vd., 2016; Bryant ve Nunes, 2012; Garfield ve Ahlgren, 1988). Garfield ve Ahlgren (1988) öğrencilerin temel olasılık kavramları hakkında doğru sezgi geliştirmekte zorlandıkları üzerinde durarak bu durumu; öğrencilerin olasılıkları hesaplamada, raporlamada ve yorumlamada

kullanılan rasyonel sayı kavramları ve orantısal akıl yürütme ile ilgili temel zorluklar yaşamalarıyla, olasılık fikirlerinin öğrencilerin deneyimleriyle ve dünyayı nasıl gördükleriyle genellikle çelişmesiyle ve birçok öğrencinin olasılığa oldukça soyut ve resmi bir şekilde maruz kaldığı için olumsuz duygular geliştirmesiyle açıklamışlardır. Bezzina (2004) ise öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmede zorlanmalarını eksik ya da yetersiz sezgiler ve yanılgılarla hareket etmeleriyle açıklamıştır. Devlin (2014) her ne kadar karmaşık ve zor bir kavram olsa da olasılığın yine de geleceğe ilişkin tahmin ve planlamalarımızda tek güvenilir araç olarak hayatımızda büyük rol oynadığını, bu yüzden göz ardı edilmemesi gerektiğini ve geleceğin tüm insanlarına öğretilmesi gerektiğini vurgulamıştır. NCTM (2000) ise anaokulundan 12. sınıfa kadar olan eğitim programlarının, tüm öğrencilerin temel olasılık kavramlarını anlamalarını ve uygulamalarını sağlaması gerektiğini belirtmiştir. Yapılan açıklamalar doğrultusunda öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi önemli görülmektedir. Bu becerilerin geliştirilmesi için öğrencilerin öncelikle mevcut düzeylerinin belirlenmesi ve bu becerilere etki eden faktörlerin tespit edilmesi gereklidir.

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinde üstbilişin önemli rolü olduğu düşünülmektedir. Pilten (2008) üstbiliş becerileri bakımından gelişmiş bireylerin aynı zamanda akıl yürütmelerinin de gelişmiş olacağını ifade etmiştir. Stillman ve Mevarech (2010) üstbilişsel becerilerin kazanılmasının öğrencilerin matematiksel yeterliklerinin gelişimine yol açtığını vurgulamıştır. Üstbiliş, kişinin ne bildiği, ne yapabileceği ve kendi bilişsel yetenekleri hakkında ne bildiği ile ilgili farkındalığını içermektedir (Aurah vd., 2011). Stillman ve Mevarech (2010) çocukların genellikle matematik bilgilerinin sınırlarının farkında olmadıklarında, bu farkındalık eksikliğinin, problem çözme gibi okul görevlerini etkili bir şekilde izleme ve düzenleme konusunda onlar için zorluklar yarattığını ifade etmiştir. Bu kapsamda bu çalışmada öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerini belirlemek önemli görülmektedir. Alanyazın incelendiğinde üstbilişe dayalı öğretimin öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşan birçok çalışma yapıldığı görülmektedir (Elitaş, 2015; Özsoy, 2007; Özsoy ve Ataman, 2009; Öztürk, 2020; Pilten, 2008; Tanır, 2018). Ancak üstbilişsel farkındalık ile orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ilişkisini inceleyen bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışma kapsamında bu ilişkilerin ortaya çıkarılması önemli görülmektedir. Diğer taraftan olasılıksal akıl yürütme ve orantısal akıl yürütme birbiriyle

yakın ilişkili olan iki matematiksel akıl yürütme biçimidir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi, olasılıksal akıl yürütme için bir ön koşul durum olarak kabul edilmektedir (Beckmann ve Izsak, 2015; Ben-Chaim vd., 2012; Garfield ve Ahlgren, 1988; Langral ve Swafford, 2000; Van de Walle vd., 2010; Way, 2003). Aynı zamanda İlğün (2013) olasılığın da orantısal akıl yürütme ile ilgili becerilerin geliştirilmesine yardımcı olmak için kullanılabileceğini belirtmiştir. Ayrıca Begolli vd. (2021) yaptıkları çalışmada örnek temelli derslerle yapılan olasılık öğretiminin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini de arttırdığını bulmuştur. Yapılan açıklamalardan yola çıkarak bu çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri, olasılıksal akıl yürütme becerileri ve üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıkları arasındaki ilişkilerin tespit edilmesi amaçlanmıştır.

Alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerileri ile üstbilişsel öz düzenleme farkındalıklarına etki eden faktörlerin daha çok cinsiyet (Arslan, 2021; Bulut, 1994; Bulut vd., 2002; Erdoğan ve Şengül, 2014; Şafak, 2016) ve matematiksel yeterlik algısı (Abalı Öztürk ve Şahin, 2015; Büyükçam, 2021; İpek, 2019; Kahramanoğlu ve Deniz, 2017; Schunk, 1989) faktörleri olduğu görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada bu değişkenlerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerilerine ve üstbilişsel öz düzenleme farkındalığına etkisini incelemek amaçlanmıştır.

Olasılık alt öğrenme alanının ortaokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) sadece 8. sınıfta yer almış olması ve aynı zamanda bu öğrencilerin oran ve orantı alt öğrenme alanına ait kazanımları 7. sınıfta almış olmaları bu çalışmanın 8. sınıf düzeyindeki öğrencilerle gerçekleştirilmesinde belirleyici olmuştur. Yapılan açıklamalar doğrultusunda bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin, olasılıksal akıl yürütme becerilerinin ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarının belirlenmesi, cinsiyet ve matematiksel yeterlik değişkenleri açısından incelemesi ve aralarındaki ilişkilerin tespit edilmesi amaçlanmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini, olasılıksal akıl yürütme becerilerini ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını belirlemek ve aralarındaki ilişkileri

araştırmaktır. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini, olasılıksal akıl yürütme becerilerini ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından incelemek amaçlanmıştır. Bu amaçlar doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

- 1.) 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri nedir?
- 2.) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri nedir?
- 3.) 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri nedir?
- 4.) 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri;
 - cinsiyet,
 - matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından istatistiksel olarak anlamlı farklılık göstermekte midir?
- 5.) 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri;
 - cinsiyet,
 - matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından istatistiksel olarak anlamlı farklılık göstermekte midir?
- 6.) 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri;
 - cinsiyet,
 - matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından istatistiksel olarak anlamlı farklılık göstermekte midir?
- 7.) 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki var mıdır?

1.3. Araştırmanın Önemi

21. yüzyıl yeterlik ve yetkinliklerinden biri olarak anılan akıl yürütme becerisi (NRC, 2012), aynı zamanda matematik için gerekli olan temel becerilerden biridir (Ball ve Bass, 2003; Steen, 1999). Akıl yürütme matematiksel kavramları anlamak, matematiksel fikirleri ve prosedürleri esnek bir şekilde kullanmak ve unutulmuş matematiksel bilgileri yeniden yapılandırmak için gereklidir (Ball ve Bass, 2003).

Wardhani ve Rumiati (2011) akıl yürütme ile ilgili konuların karmaşık olduğunu, sadece temel matematik becerisi değil, aynı zamanda öğrencilerin kapsamlı düşünmesini gerektiren bir yetenek olduğunu belirtmişlerdir. Akıl yürütme genel matematiksel becerileri geliştirmek için ihtiyaç duyulan temel bir beceri (Surkirwan vd., 2018) olduğundan matematik öğretimi sürecinde geliştirilmesi için gerekli önlemlerin alınması önemli görülmektedir (MEB, 2013).

Cebirsel akıl yürütme, orantısal akıl yürütme, istatistiksel akıl yürütme, geometrik akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme olmak üzere beş farklı matematiksel akıl yürütme türü vardır (Lusyana ve Wangge, 2016). Öğrenciler müfredatta ilerledikçe tüm bu akıl yürütmelerde yeterlik kazanmalı ve bu yeterlikleri geliştirmelidirler (NCTM, 2000). Matematiksel akıl yürütme becerileri içerisinde orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri hem önemlerinden hem de öğretimlerinde yaşanan zorluklardan dolayı uzun yıllar araştırmacıların üzerinde durduğu iki akıl yürütme becerisi olmuştur.

Orantısal akıl yürütmenin önemi matematikte birleştirici bir tema olarak kabul edilmesinin (Van de Walle vd., 2010) ve birçok konunun temel yapısını oluşturmasının (Langrall ve Swafford, 2000; NCTM, 2000; Van de Walle vd., 2010) yanı sıra matematiğin diğer birçok disiplinle ilişkilendirilmesine yardımcı olması (Ben-Chaim, vd., 2012) ve günlük yaşamda yaygın olarak kullanılmasından (Ahl vd., 1992) kaynaklanmaktadır. Alanyazın incelediğinde orantısal akıl yürütme ile ilgili birçok çalışma yapıldığı görülmektedir. Orantısal akıl yürütme ile ilgili genel olarak; öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerini (Demir, 2019; Karaduman, 2018; Özen Yılmaz, 2019), problemlerin çözümünde kullanılan stratejileri (Ayan ve Işıksal-Bostan, 2019; Cramer ve Post, 1993; Çomruk, 2018; Duatepe vd., 2005; Kahraman vd., 2019; Özen Yılmaz, 2019; Pakmak, 2014), kullanılan öğretim yönteminin etkililiğini (Altaylı, 2012; Ben-Chaim vd., 1998; Küpcü, 2008), orantısal akıl yürütmeyi etkileyen faktörleri (Karaduman, 2018; Özgün Koca ve Kayhan Altay, 2009; Sönmez, 2019), öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt etme becerilerini (Arıcan, 2020; Hançer, 2021; Kaya, 2020; Mersin, 2018; Toluk ve Uçar, 2016; Verdu ve Ciscar, 2012) belirlemek amacıyla ve ölçme aracı geliştirmeye yönelik (Açıkgül, 2021; Akkuş ve Duatepe Paksu, 2006) olduğu görülmektedir.

Olasılıksal akıl yürütmenin önemi ise günlük yaşamdaki yaygın kullanım alanları, diğer disiplinlerle bağlantısı ve eleştirel akıl yürütmenin gelişimindeki rolünden

kaynaklanmaktadır (Batanero vd., 2004). Olasılık ve olasılıksal akıl yürütme becerisi ile ilgili yapılan çalışmaların, genel olarak; öğrencilerin olasılık beceri düzeylerini (Bursalı, 2019; Erdem, 2011; Memnun vd., 2010; Sabribaş, 2019), olasılık ile ilgili kavram yanılgılarını (Dereli, 2009; Fischbein ve Schnarch 1997; Kanak, 2016; Şafak, 2016), olasılık konusunun öğrenilmesinde karşılaşılan zorlukları (Çakmak, 2014; Garfield ve Ahlgren, 1988; Gürbüz ve Erdem, 2017; Memnun, 2008; Şafak, 2016), kullanılan öğretim yönteminin etkililiğini (Akkaya 2010; Berkün, 2016; Cihan, 2017; Erkin Kavasoglu, 2010; Gürbüz, 2007a; Gürbüz, 2007b; Okuyucu, 2019; Olson, 2007; Polaki, 2007; Shaughnessy, 1977; Türker, 2020; Ünlü, 2015; Yağcı, 2010) belirlemek amacıyla olduğu görülmektedir.

Ayrıca alanyazında orantısal ve olasılıksal akıl yürütmenin farklı becerilerle ilişkisinin araştırıldığı çalışmalar da bulunmaktadır. Alanyazında orantısal akıl yürütme ile denklem çözme başarısı arasındaki ilişkinin incelendiği (Çetin, 2009), orantısal akıl yürütme becerileri ile cisimlerin yüzey alanlarını ve hacimlerini öğrenebilme becerileri arasındaki ilişkinin incelendiği (Taylor ve Jones, 2009), geometri başarısının olasılık başarısına etkisinin incelendiği (Deniz, 2002) çalışmalar yer almaktadır. Alanyazın incelendiğinde olasılıksal ve orantısal akıl yürütme becerilerinin de birbiriyle yakın ilişkili olduğunun üzerinde durulduğu görülmektedir (Batanero vd., 2021; Begolli vd., 2021; Bryant ve Nunes, 2012; Falk vd., 2012; Van de Walle vd., 2010; Way, 2003). Araştırmacılar orantısal akıl yürütmenin matematikte birçok konunun öğreniminde ön koşul olduğu gibi olasılıksal akıl yürütme içinde bir ön koşul beceri olduğunu belirtmişlerdir (Beckmann ve Izsak, 2015; Garfield ve Ahlgren, 1988; Langral ve Swafford, 2000; Van de Walle vd., 2010; Way, 2003). Bununla birlikte bazı araştırmacılar olasılıksal akıl yürütmenin de orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimine yardımcı olmak için kullanılabileceğini belirtmiştir (Begolli vd., 2021; İlgün, 2013). Öğrencilerin matematiksel düşünceleri, kavramları birbiriyle ilişkilendirdiğinde, daha derin daha kalıcı anlayışlar oluşturdukları (NCTM, 2000; Sarpkaya Aktaş, 2020) dikkate alındığında bu tür çalışmaların matematik eğitime katkı sağlayacağı söylenebilir. Ancak yapılan incelemeler neticesinde Türkiye’de olasılıksal akıl yürütme becerisi ile orantısal akıl yürütme becerisinin ilişkisinin araştırıldığı herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu bağlamda bu çalışmada bu iki beceri arasındaki ilişkinin belirlenmesi önemli görülmektedir. Bu amaçla öncelikle öğrencilerin olasılıksal ve

orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin belirlenmesi ve sonrasında ise aralarındaki ilişkinin incelenmesi önemli görülmektedir.

Son yıllarda matematik eğitiminde üstbilişin rolüne ilişkin yapılan çalışmaların arttığı görülmektedir (Kramarski ve Hirsch, 2010). Bireyin kendi bilişsel süreçlerini anlama ve kontrol etme yeteneği olarak tanımlanan üstbiliş (Reeve ve Brown, 1985) ve kendi öğrenme süreçlerini kontrol etmesi ve izlemesi olarak tanımlanan öz düzenleme (Bransford vd., 2000) problem çözme sürecinin gelişiminde önemli unsurlardır (Pintrich vd., 1991; Reeve ve Brown, 1985; Zorbozan, 2021). Zorbozan (2021) problem çözme sürecinde üstbilişsel farkındalığa sahip olan bireylerin problem çözmede daha başarılı olduklarını ve sonuca rahatlıkla ulaşabildiklerini belirtmiştir. Alanyazın incelendiğinde matematik alanında daha çok matematiksel akıl yürütme ile üstbiliş becerileri arasındaki ilişkileri inceleyen çalışmalar (Elitaş, 2015; Kramarski ve Hirsch, 2010; Pilten, 2008); üstbiliş ile problem çözme arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalar (Arum vd., 2019; Çelik, 2012; Tanır, 2018; Zorbozan, 2021) yapıldığı görülmektedir. Ancak yapılan incelemeler neticesinde öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenleme farkındalıkları ile orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkileri inceleyen bir çalışma yapılmadığı görülmüştür. Bu bağlamda öncelikle öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerinin belirlenmesi ve sonrasında olasılıksal ve orantısal akıl yürütme becerileri ile aralarındaki ilişkilerin tespit edilmesi önemli görülmektedir.

Matematiksel akıl yürütme becerisine etki eden faktörleri araştıran çalışmalar incelendiğinde daha çok cinsiyetin etkisinin araştırıldığı ve bu çalışmalarda farklı sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Avcu (2010) cinsiyetin orantısal akıl yürütme beceri düzeyine anlamlı bir etkisinin olmadığı sonucuna, Demir (2019), Karaduman (2018) ve Ünsal (2009) kız öğrencilerin lehine, Karplus vd. (1977) ise erkek öğrencilerin lehine anlamlı fark olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki olup olmadığını araştıran çalışmalarda Ergül (2018) ile Lamprianou ve Afantiti Lamprianou (2003) anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşırken Bulut (1994) ve Şafak (2016) kızlar lehine, Bulut vd. (2002) erkekler lehine anlamlı fark olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuçlar cinsiyetin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri üzerindeki etkisini araştıran çalışmaların ortak ve genellenebilir bir sonuç ortaya koymadıklarını göstermektedir. Ayrıca cinsiyetin üstbilişsel farkındalık düzeyleri üzerindeki etkisini inceleyen çalışmalarda da bir tutarlılık

olmadığı görülmektedir. Ağpak (2019) ve Zorbozan (2021) cinsiyetin üstbilişsel öz düzenleme düzeyleri üzerinde anlamlı bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşırken Arslan (2021), Bağçeci vd. (2011) ile Erdoğan ve Şengül (2014) kız öğrenciler lehine sonuçlar elde etmişlerdir.

Alanyazın incelendiğinde cinsiyetin yanı sıra öğrencilerin matematiksel yeterlik algılarının da orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeyleri üzerinde etkisi olduğu düşünülmektedir. Çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin matematiksel yeterlilik algılarının matematik başarılarını (Alcı vd., 2010; Kahramanoğlu ve Deniz, 2017; Kurtuluş ve Öztürk, 2017; Özkeleş Çağlayan, 2010), problem çözme başarılarını (Bembenutty, 2009; Çelik, 2012; Zimmerman, 1990) yordamada güçlü bir etkiye sahip olduğu ve öğrencilerin matematiksel öz yeterlik inançları ile üstbilişsel farkındalık puanları arasında da pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu (İpek, 2019; Kahramanoğlu ve Deniz, 2017) görülmektedir. Bu bilgiler doğrultusunda bu çalışmada öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından incelenmesi önemli görülmektedir.

Bu çalışmada ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerini belirlemek, bazı değişkenler açısından incelemek ve bu beceriler arasındaki ilişkiyi tespit etmek amaçlanmıştır. Yapılan bu çalışmanın hazırlanacak öğretim programlarına, eğitim-öğretim ortamlarının düzenlenmesine, öğretmenlerin alacakları tedbirlere ışık tutacağı düşünülmektedir.

1.4. Varsayımlar

Araştırmada aşağıdaki varsayımlardan yola çıkılmıştır:

- 1.) Katılımcıların veri toplama araçlarına gerçek düzeylerini ortaya koyacak şekilde cevap verdiği varsayılmıştır.
- 2.) Kontrol altına alınamayan değişkenlerin katılımcıları eşit düzeyde etkilediği varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

- 1.) Araştırma, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Doğu Anadolu Bölgesindeki bir ilin merkez ilçelerinde yer alan ve uygun örnekleme yöntemiyle belirlenen dört ortaokulun 8. sınıflarında öğrenim gören ve çalışmaya gönüllü katılan öğrenciler ile sınırlıdır.
- 2.) Araştırma, 8. sınıf olasılık konusu ve kazanımları ile sınırlıdır.
- 3.) Araştırma, 7. sınıf oran ve orantı konusu ve kazanımları ile sınırlıdır.
- 4.) Araştırma bulguları veri toplama araçlarından elde edilen verilerin analizi ile sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Olasılık: İlgilenilen bir olayın meydana gelme olasılığına ilişkin ölçümdür (Oral Erbaş, 2019).

Olasılıksal akıl yürütme: Olasılıksal süreçleri anlayabilmek ve açıklamaktır (Jones, 2005).

Oran: İki miktarın çarpımsal olarak karşılaştırılmasının bir sonucudur (Thompson, 1994).

Orantı: İki ya da daha fazla oranın eşitliğidir (Keskin Oğan ve Öztürk, 2021).

Orantısal akıl yürütme: Basit ve çoklu orantı problemlerini içeren ve genellikle çarpma veya bölme gerektiren durumlarda etkili bir şekilde çalışabilme yeteneğidir (Perrine, 2001).

Üstbilişsel öz düzenleme: Uygun öğrenme stratejisinin seçilmesi, ilerlemenin değerlendirilmesi ve gerektiğinde davranışların düzeltilmesi veya öğrenme stratejilerinin buna göre değiştirilmesidir (Ziegler ve Opdenakker, 2018).

BÖLÜM II

KURAMSAL BİLGİLER ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde matematiksel akıl yürütme, orantısal akıl yürütme, olasılıksal akıl yürütme ve üstbilişsel öz düzenleme ile ilgili temel bilgilere ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Kuramsal Çerçeve

2.1.1. Matematiksel Akıl Yürütme

Akıl yürütme diğer bir ifadeyle muhakeme ya da usa vurma çeşitli faktörleri göz önünde bulundurarak akılcı bir sonuca varma sürecidir (Umay, 2003). Diğer bir ifadeyle bireyin ön bilgilerinden, gözlemlerinden ve deneyimlerinden faydalananak tutarlı bir bilgiye erişme ya da bir problemi çözme sürecinde kullandığı bilişsel etkinlikler olarak ifade edilmektedir (Ateş vd., 2019). Kurtz vd. (1999) akıl yürütmeyi, bireyin mevcut bilgilerden yola çıkarak bu bilgilerin ötesine geçen çıkarımlar ürettiği bilişsel süreç olarak tanımlamışlardır. Akıl yürütmenin; mevcut bilgiler, ortaya çıkan bilişsel süreçler ve üretilen çıkarımlar olmak üzere üç temel bileşenden oluştuğunu ve akıl yürütmenin $y = F(x)$ biçiminde formüle edilebileceğini belirtmişlerdir. Buradaki x mevcut bilgi; F girdi bilgilerini işlemek ve yeniden birleştirmek için kullanılan hesaplama araçlarının bir özeti; y ise muhakeme sürecinin yargı, sonuç ya da tahmin biçimini alabilen çıkarımsal ürünü olarak kabul edilmiştir.

Lithner (2008), akıl yürütmeyi iddialar üretmek ve sonuçlara ulaşmak için benimsenen düşünce dizisi ya da düşünme şekli olarak tanımlamıştır. Araştırmacı rutin olmayan bir problemle karşılaşıldığında akıl yürütmenin aşağıdaki dört aşamayla açıklanabileceğini belirtmiştir. Bu aşamaları şu şekilde sıralamıştır:

1. Nasıl ilerleneceğinin açık olmadığı zorluk ya da problem durumu ile karşılaşma.

2. Problemi çözebilecek bir strateji seçimi yapma. (Bu seçim tahmine dayalı tartışmalarla desteklenebilir: Seçilen strateji problemi çözecek mi? Çözemeyecekse başka bir strateji belirlenir.)
3. Seçilen stratejiyi uygulama. (Uygulama doğrulayıcı kanıtlarla desteklenebilir: Strateji problemi çözdü mü? Eğer çözmediyse sorunun strateji seçiminde olduğu düşünülüyorsa 2. aşama, uygulamada olduğunu düşünülüyorsa 3. aşama tekrar edilir.)
4. Bir sonuca ulaşma.

Araştırmalarda akıl yürütme becerisinin önemi üzerinde durularak akıl yürütme becerisine sahip bireylerin özelliklerinden bahsedilmiştir. Umay'a (2003) göre bir konu ile ilgili akıl yürütme becerisine sahip olan bireyler, o konuya ilişkin yeterli bilgiye sahiptir ve karşılaştığı yeni bir durumu tüm yönleri ile ele alır, mantıklı tahminlerde bulunur, düşüncelerine ait gerekçeler sunar, birtakım sonuçlara ulaşır ve ulaştığı sonuçları açıklar. Altun'a (2010) göre akıl yürütme becerisine sahip olan bireyler çevrelerinde olup bitenleri anlar, olayların nedenleri ile sonuçları arasındaki ilişkiyi görürler. Erdem (2011) ise bu bireylerin doğru ve etkili kararlar vererek günlük yaşamlarını kolaylaştırdıklarına dikkat çekmiştir.

Akıl yürütme tüm disiplinlerin önemli bir parçası olmasına rağmen matematikte özel ve temel bir rol oynar (NCTM, 2009). Ball ve Bass (2003) akıl yürütmenin matematiksel yeterliliğin en önemli göstergelerinden biri olduğunu ileri sürmüşlerdir. Ayrıca araştırmacılar akıl yürütmenin, matematiksel anlayışın gelişimi ve yeni matematiksel bilgilerin yapılandırılması için temel araçlardan biri olmasıyla birlikte matematiksel iddiaları gerekçelendirme ve kanıtlamada da temel olarak işlev gördüğünü ifade etmişlerdir. Umay ve Kaf (2005) ise matematikte gerçeklere sadece akıl yürütme ile ulaşılacağını ve matematikte var olan tüm kural ve işlemlerin özünde akıl yürütmenin olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda matematiksel akıl yürütmenin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir bileşeni olduğu söylenilebilir (Duartepe vd., 2005).

Ball ve Bass (2003), matematiksel akıl yürütmenin temel becerilerden biri olarak kabul edilmesinin üç nedeni olduğunu ifade etmişlerdir. Birinci neden, akıl yürütmeye ciddi bir vurgu yapılmadan matematiksel anlama kavramının manasız olmasıdır. Çünkü matematiği anlama, matematiksel akıl yürütmenin üzerine kurulmuştur. İkinci neden, akıl yürütmenin matematiği kullanmanın temeli olmasıdır. Belirli matematiksel fikirleri ve

prosedürleri sadece gerçek veya rutin olarak bilmek, bu fikirleri çeşitli durumlarda esnek bir şekilde kullanmak için yetersizdir. Üçüncü neden ise matematiksel akıl yürütmenin, bir ihtiyaç ortaya çıktığında sorulmuş bilgiyi yeniden yapılandırmak için temel bir gereklilik olmasıdır.

Matematiksel akıl yürütme eldeki mevcut bilgilerden hareketle matematiğin tanım, sembol gibi kendine özgü araçlarını; tümdengelim, tümevarım, karşılaştırma ve genelleme gibi düşünme tekniklerini kullanarak yeni bilgiler elde etme sürecidir (MEB, 2013). Erdem'e (2011) göre matematiksel akıl yürütme, bir durum, olay ya da problemi "Neden" ve "Nasıl" sorgulamalarıyla anlamlandırmaya çalışmayı ve tüm hususları detaylıca düşünüp mantıklı bir sonuca ulaşmayı sağlayan üst düzey bir düşünme becerisidir. Öğrenciler akıl yürütmeyle meşgul olmadıklarında, genellikle matematikte farklı fikirler arasında yollar olduğunu bilmezler ve tehlikeli bir şekilde matematiğin hatırlanması gereken bir dizi ayrık gerçekler ve yöntemler olduğuna inanmaya başlarlar (Brodie, 2010).

Öğrencinin matematikteki konular arasındaki ilişkileri fark etmesi ve bu ilişkileri kullanarak karşısına çıkan problem durumlarına çözüm getirebilmesi akıl yürütme becerisine sahip olduğunun temel göstergesidir (Mandacı-Şahin, 2007). Matematiksel akıl yürütme, bireylere; bir konuyla ilgili görüşlerini etraflıca gözden geçirip birtakım kriterlerle karşılaştırarak ve gerekçelendirerek bağımsız fikirler ortaya koyma fırsatı verir ve böylece birey kendi ürettiği ve daha önceden ortaya konmuş olan fikirler arasından akla uygun olanı seçme imkânına sahip olur (Çoban, 2019). Aynı zamanda matematiksel akıl yürütme bu küreselleşme çağında çeşitli ve geniş olaylar hakkında farkındalık oluşturmak ve fikirleri ifade etmek için yeni ve etkili yollar sunar (Lusyana ve Wangge, 2016).

MEB (2020) tarafından yayınlanan TIMSS 2019 Türkiye ön raporunda akıl yürütme becerisi, matematik değerlendirmesinde yer alan üç bilişsel alandan (bilme, uygulama ve akıl yürütme becerisi) biri olarak ifade edilmiştir. Aynı raporda akıl yürütme becerisinin yeni ve rutin olmayan problemleri çözmek için gerekli olan yöntemlerin belirlenmesini ve uygulanmasını kapsadığı ve öğrencilerin akıl yürütme gerektiren bir problemi çözerken, birçok alt beceriyi birlikte kullanmaları gerektiği belirtilmiştir. Bu beceriler aşağıdaki gibi açıklanmıştır:

1. Analiz etme: Bu aşamada öğrenci; sayılar, ifadeler, nicelikler ve şekiller arasındaki bağlantıları belirleyebilmeli, açıklayabilmeli ve kullanabilmelidir.
2. Sentez yapma: Öğrenci problemleri çözmek için bilginin unsurlarını, ilgili temsillerini ve süreçlerini ilişkilendirebilmelidir.
3. Değerlendirme: Öğrenci çeşitli problem çözme yollarını ve çözümleri değerlendirebilmelidir.
4. Sonuç çıkarma: Bilgi ve kanıta dayalı geçerli çıkarımlar yapabilmelidir.
5. Genelleme: İlişkileri daha genel ve daha kapsamlı olacak şekilde geçerli terimlerle ifade edebilmelidir.
6. Doğrulama: Bir strateji ya da çözümü desteklemek için matematiksel kanıtlar sunabilmelidir (MEB, 2020).

Yukarıda bahsedildiği gibi matematiksel akıl yürütme, matematik öğretme ve öğrenme sürecinin önemli bileşenlerinden biridir. Matematiksel akıl yürütmenin bahsedilen önemi nedeniyle araştırmacılar tarafından birçok çalışma yapılmış ve bu çalışmalarda farklı matematiksel akıl yürütme çeşitlerinden bahsetmişlerdir. Matematiksel akıl yürütme yaklaşımlarını sınıflandırmak, belli başlıklar altında toplamak; akıl yürütmeye damgasını vuran özelliğe hatta değerlendiren kişinin bakış açısına göre değişebilmektedir (Umay, 2003). Çiftci (2015) matematiksel akıl yürütmeyi tümevarıma ve tümdengelimine dayalı akıl yürütme olarak ikiye ayırmıştır. Tümevarıma dayalı akıl yürütmede tek tek olaylardan yani özelden genele gitmenin olduğunu, tümdengelimine dayalı akıl yürütmede ise birden fazla öncülün kullanılarak sonuca ulaşıldığını yani genelden özele gitmenin söz konusu olduğunu belirtmiştir. Bu sınıflandırmanın dışında Lusyana ve Wangge (2016) cebirsel akıl yürütme, orantısal akıl yürütme, istatistiksel akıl yürütme, geometrik akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme olmak üzere beş farklı matematiksel akıl yürütme türü olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde NCTM (2000) öğrencilerin kullanabileceği akıl yürütme türlerinin; cebirsel ve geometrik akıl yürütme, orantısal akıl yürütme, olasılıksal akıl yürütme, istatistiksel akıl yürütme vb. şekilde genişletilmesi gerektiğine vurgu yapmıştır.

Verilen akıl yürütme türlerinin tamamı önemli olmasına karşın orantısal ve olasılıksal akıl yürütme bu araştırma kapsamında ayrı bir öneme sahiptir.

2.1.2. Orantısal Akıl Yürütme

Orantısal akıl yürütmenin özünde oran ve orantı kavramları bulunmaktadır (Demir, 2019). Bu nedenle orantısal akıl yürütmeyi anlamak için bu kavramları tanımlamak ve anlamak oldukça önemlidir (Boyacı, 2019).

Oran kavramı en basit haliyle iki niceliğin sayısal olarak karşılaştırılması demektir (Çetin, 2009). Altıncı sınıf matematik ders kitabında (Çağlayan vd., 2021) oran, “aynı veya farklı birimle ölçülen iki çokluğun ölçülerinin birbirine bölünerek karşılaştırılması...” (s.117) olarak tanımlanmıştır. Van de Walle vd. (2010) oranı aralarında çarpımsal ilişki bulunan iki çokluk ya da iki ölçme ile ilgili sayı olarak tanımlamışlardır. Ben-Chaim vd. (2012), matematikte oran kavramının birçok konu için temel oluşturduğunu ve okul müfredatının birçok bölümünün doğrudan veya dolaylı olarak oran kavramından bahsettiğini belirtmişlerdir. Bununla birlikte matematik müfredatındaki oranlara; adet başına fiyat, kesirler, yüzdeler, olasılık, hareket problemleri, bir doğrunun eğimi, benzerlik, trigonometrik oranlar, şekillerin küçültülmesi veya büyütülmesi, bir dairenin çevresi ile çapı arasındaki oran olarak π örneklerini vermişlerdir. Benzer şekilde Beckmann ve Izsak (2015) oran kavramının matematikte bir doğrunun eğimi, benzerlik, trigonometrik oranlar ve olasılık gibi temel konular için anahtar görevi görmesinin yanı sıra bu fikirlerin fizik ve sosyal bilimlere uygulanmasına olanak sağladığından bahsetmişlerdir. Oran kavramı aynı zamanda gerçek dünyada en sık kullanılan matematik kavramlarından birisi olarak belirtilmiştir (Lanius ve Williams, 2003).

Oran gibi orantı kavramı da matematik ve diğer alanlardaki problemlerin çözümünde sıklıkla kullanılmaktadır (Ben-Chaim vd., 2012). Orantı genel olarak iki veya daha fazla oranın eşitliği olarak tanımlanmaktadır (Ateş vd., 2019). Orantının kuralları ve özellikleri genellikle olasılık, ivme ve denge hesaplamalarında, istatistiksel hesaplamalarda, kar- zarar problemlerinde, ölçeğe göre harita çiziminde ve daha birçok durumda kullanılmaktadır (Ben-Chaim vd., 2012).

Lamon’a (2007) göre oran-orantı konusu okul müfredatındaki tüm konular arasında gelişim açısından en uzun süren, öğretilmesi en zor, matematiksel olarak en karmaşık, bilişsel olarak en zorlayıcı, yüksek matematik ve bilimdeki başarı için en gerekli konu olma özelliklerini taşımaktadır. Resnick ve Singer (1993) oran ve orantı kavramlarının ortaokul müfredatındaki zorluklardan birini oluşturduğunu ve pek çok

insanın bu kavramları anlayamamış olma ihtimallerinin yüksek olduğundan bahsetmişlerdir. Akkuş-Çıkla ve Duatepe (2002) oran-orantı konusunun anlamlı bir şekilde öğrenilebilmesi için orantısal akıl yürütme becerisinin bir gereklilik olduğunu belirtmişlerdir.

Orantısal akıl yürütme, ilkökul ve ortaokul yıllarının sonlarında ortaya çıkan, lise ve üniversite yıllarında derinlemesine ve kapsamlı bir şekilde gelişmeye devam eden çok yönlü matematiksel düşünme yöntemlerini tanımlamak için kullanılır (Lamon, 2020). Gürler (2019) orantısal akıl yürütmeyi oran ve orantıdan yola çıkarak, üst düzey düşünme becerilerini harekete geçirip, nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi yorumlayabilme ya da genelleme yapabilme becerisi olarak tanımlamıştır. Baykul (2020) orantısal akıl yürütmeyi, oran ifadesinin anlaşılmasının daha üstünde bir zihinsel beceri olarak görüp, oranların karşılaştırılması ve bu karşılaştırmanın neticesinde eşdeğer oranların oluşturulması şeklinde tanımlamıştır. Orantısal akıl yürütme bir yandan bireyin temel matematiksel fikirleri anlamasının bir ölçüsü iken, diğer yandan daha karmaşık kavramların temelinin bir parçası olarak görülmektedir (Lamon, 2020).

Orantısal akıl yürütme doğası gereği çarpımsal olan matematiksel ilişkileri içermektedir (Ben-Chaim vd., 1998). Lamon (2020) orantısal akıl yürütmenin bir öğrencinin rasyonel sayıları ve ilgili çarpımsal kavramları anladığının en iyi göstergelerinden biri olduğunu ifade etmiştir. Small (2015), orantısal akıl yürütmenin nicelikler arasında çarpımsal karşılaştırmaları tanımaya ve oluşturmaya dayandığına vurgu yapmıştır. Bingölbali ve Özmantar (2009) ise orantısal akıl yürütme becerisinin merkezinde karşılaştırmanın olduğunu ve bu karşılaştırmanın yapısının ve özelliklerinin bilinmesinin orantısal akıl yürütme becerinin kazandırılmasında ve oluşabilecek yanlışlarının engellenmesinde önemli olduğunu belirtmiştir.

Lanius ve Williams (2003) orantısal akıl yürütme durumlarının birçok şekilde ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Örneğin; cebirsel olarak $y=mx$ şeklinde doğrusal bir fonksiyon, geometrik olarak başlangıç noktasından geçen bir çizgi ya da “İki haftada bir 250 dolar kazanmak.” örneğinde olduğu gibi kelimelerle ifade edilebileceğini belirtmişlerdir. Baxter ve Junker (2001) ise öğrenciler nadiren farkında olsalar da tüm orantısal akıl yürütme durumlarının $y=mx$ eşitliğine indirgenebileceğine vurgu yapmışlardır.

Dooley'e (2006) göre orantısal akıl yürütme sadece okul matematiğinde değil, günlük yaşamda karşılaşılan problemlere çözüm getirmek amacıyla da kullanılan genel bir beceridir. Araştırmacı örnek olarak, markette alışveriş yaparken aynı markaya sahip olan bir ürünün 800 gramlık kutusunun mu yoksa 1000 gramlık kutusunun mu daha hesaplı olduğuna karar verirken orantısal akıl yürütme becerisinin devreye girdiğine dikkat çekmiştir.

Lamon (2020) orantısal akıl yürütmedeki akıl yürütme sözcüğünün kelime problemlerinden sayıları seçip, kuralları ve işlemleri körü körüne uygulamak yerine problem çözmeye yönelik gerçekçi, akla uygun, yerinde yargılarda bulunarak kural odaklı süreçlerle değil, miktarlar arasındaki ilişkilerin bilinçli analizini gerektiren zihinsel süreçlerle ilişkilendirilmesi gerektiğini belirtmiştir ve orantısal akıl yürütme becerisine sahip olan öğrencilerin özelliklerini aşağıdaki gibi sıralamıştır:

- Yalnızca 1-birim veya birim oranlar üzerinden düşünmezler. Karmaşık birimler açısından düşünürler ve mümkün olduğunda bileşik birimleri kullanırlar.
- Problem çözmeye daha fazla yeterlik sergilerler. Bileşik birimler açısından düşünme yeteneği onlara bu avantajı sağlar.
- Ondalık sayılardan ve kesirlerden korkmazlar. Çoğu zaman, öğrenciler bir problem hakkında düşünürken kesir ve ondalık sayılardan kaçınırlar ve tam sayılarla işlem yapmayı tercih ederler. Orantısal akıl yürütme becerisine sahip olanlar ise kesirler ve ondalık sayılar dünyasında esnek bir şekilde hareket ederler.
- Miktarları esnek bir şekilde yorumlayabilirler.
- Tam bölünenleri zihinsel olarak en iyi şekilde kullanabilir ve hızlı bir şekilde hesaplayabilirler.
- Birlikte değişim sezgisine sahiptirler. Bu, birlikte değişen miktarları analiz edebilecekleri, değişim yönü ve değişim oranı hakkında konuşabilecekleri ve değişmeyen ilişkileri belirleyebilecekleri anlamına gelir.
- Oranların yararlı olup olmadığı günlük bağlamları belirleyebilirler. Oranların, yalnızca bir algoritmayı nasıl uygulayacaklarını bildikleri matematiksel nesneler veya durumlar olmadığını bilirler.
- Orantılı durumları orantısız durumlardan ayırt edebilirler ve eğer durum orantılı ilişkileri içermiyorsa körü körüne bir algoritma uygulamazlar.

- Orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemleri çözerken çoğu önceden belirlenmiş algoritmalarla ziyade genellikle farklı stratejiler geliştirebilirler.
- Arttırma stratejilerini kullanmakta ustadırlar. Örneğin, miktarlar ister kesirler ister ondalık sayılar veya yüzdeler kullanılarak ifade edilsin hem eksik değer hem de karşılaştırma problemlerinde yukarı ve aşağı akıl yürütebilirler.
- Orantısal durumlarda düşüncelerini açıklayabilmek için yeterli kelime dağarcığı geliştirmişlerdir.

Yukarıda verilen tanımlar ve açıklamalar dikkate alındığında orantısal akıl yürütme becerisinin en önemli göstergelerinin orantısal durumları tanıma, değişkenler arası çarpımsal ilişkileri görme ve matematiksel ifadeleri kullanarak bu ilişkileri betimlemek olduğu ifade edilebilir.

2.1.2.1. Orantısal Akıl Yürütme Becerisinin Önemi

Matematiksel akıl yürütme türleri içerisinde orantısal akıl yürütme becerisi önemli bir yere sahiptir. Orantısal akıl yürütme matematiksel düşünmenin yapı taşlarından biri olarak ifade edilmektedir (Dooley, 2006). NCTM (1989) orantısal akıl yürütme için “O kadar büyük bir öneme sahiptir ki dikkatli bir şekilde gelişimini sağlamak için harcanması gereken her türlü zaman ve çabayı hak eder.” (s.82) diyerek gelişiminin öneminden bahsetmiştir. Lamon (1994) orantısal akıl yürütmenin birçok matematik bilgi türünün devreye girdiği kritik bir kavşağı temsil ettiğini; Ahl vd. (1992), yetişkinlerin günlük yaşamlarındaki engelleri aşmalarını sağlayan yaygın bir faaliyet olduğunu; Ben-Chaim vd. (1998), ortaokul matematiğinin kalbinde yer aldığını; Lamon (2020), daha ileri matematiksel ve bilimsel düşünceye kapı açtığını belirtmişlerdir.

Orantısal akıl yürütme matematiğin birçok konusunun içinde yer almakta hatta temel yapısını oluşturmaktadır. Rasyonel sayılar, kesirler, cebir, yüzdeler, tablo ve grafikler, benzerlik, eğim, doğrusal denklemler, işçi havuz problemleri, hız problemleri ve olasılık gibi birçok konunun öğrenimi için gerekli olan temel bir beceridir (Kaplan vd., 2011; NCTM, 2000; Van de Walle vd., 2010). Benzer şekilde Langrall ve Swafford (2000) orantısal akıl yürütmenin ortaokulda geliştirilmesi gereken en önemli becerilerden biri olduğuna vurgu yapmışlardır. Aynı zamanda öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi kullanarak ilkökul matematik bilgilerini pekiştireceklerini ve lise matematiği ve cebirsel akıl yürütme için temel oluşturacaklarını belirtmişlerdir.

NCTM (2000), orantısal akıl yürütmenin 6-8. sınıflarda matematik konularının çoğunu birbirine bağlayan önemli ve bütünleştirici bir konu olduğuna vurgu yapmıştır. Orantısal akıl yürütme becerisi yalnızca matematik konuları arasında bağlantı kurulmasına değil aynı zamanda matematik konularının fizik, kimya, ekonomi, istatistik gibi daha birçok diğer disiplin ile ilişkilendirilmesine de yardımcı olur (Ben-Chaim vd., 2012). Orantısal akıl yürütme, sosyal bilgiler dersinde harita-ölçek konusunda; fizikte hız, yoğunluk, kuvvet, verim, moment, güç, basınç gibi konularda; biyolojide yaşayan sistemlerin genetiği gibi konularda ve kimyanın birçok kavramının anlaşılmasında ve öğrenilmesinde kullanılan önemli bir matematiksel araçtır (Akatugba ve Wallace, 1999; Kaplan ve Öztürk, 2012; Wollman ve Lawson, 1978). Lamon (2020) orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmemiş olan öğrencilerin, cebir, geometri ve trigonometri gibi konularda formülleri kullanarak bunu telafi etmeye çalıştıklarını fakat formüllerin anlam oluşturmak için yeterli olmadığını, özellikle temelinde orantılılığın bulunduğu istatistik, coğrafya gibi derslerdeki gerçek uygulamalar için bu becerinin zorunlu olduğunu vurgulamıştır. Tüm bunlar dikkate alındığında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmalarının matematik dersiyle birlikte diğer derslerdeki başarılarına da büyük katkı sağlayacağı söylenebilir.

Orantısal akıl yürütmenin önemli olmasının sebeplerinden biride matematik dersi dışında günlük yaşantımızda karşılaştığımız birçok durumun içerisinde yer almasından kaynaklanmaktadır. Örneğin yemek pişirirken hangi oranlarda ne kadar malzeme kullanacağımız, daha fazla kişiye yemek yapmak istediğimizde malzeme miktarlarındaki artışı nasıl belirleyeceğiz, ortalama hıza bağlı olarak yolculuğun kaç saat süreceğine karar verme, iki yer arasındaki mesafeyi hesaplarken belirli bir ölçeğe sahip haritayı kullanma, alış veriş yaparken en uygun seçimi nasıl yapacağımız gibi birçok günlük yaşam aktivitelerinin içerisinde fark etmeden de olsa orantısal akıl yürütme becerisini kullanmaktayız (Çomruk, 2018; Dole, 2010; Small, 2015). Aynı zamanda şans oyunlarında hesaplamalar yaparak en yüksek olasılığı belirleyebilme (Çomruk, 2018), bir çiftçinin tarlasının büyüklüğüne göre tarım ilacına katacağı su miktarına karar vermesi (Ünsal, 2009) gibi birçok durumda da orantısal akıl yürütme becerisi kullanılmaktadır. Ahl vd. (1992), yetişkinlerin güncel yaşamlarındaki engelleri aşmak için orantısal akıl yürütmeyi yaygın olarak kullandıklarına vurgu yapmışlardır.

Orantısal akıl yürütme kullanım alanlarının genişliğiyle birlikte öğrencilerin hatta birçok yetişkinin zorlandığı bir kavram olmuştur. Yapılan birçok çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerinde zorlandıkları belirtilirken (Ayan Civak, 2020; Ayan Civak ve Işıksal Bostan, 2019; Ben-Chaim vd., 1998; Hilton vd., 2016; Lobato ve Thanheiser, 2002; Misailidou ve Williams, 2003) diğer yandan da bu becerinin gelişimi için uzun zamana ihtiyaç duyulduğuna vurgu yapılmıştır (Koellner-Clark ve Lesh, 2003; Lamon, 2020). Hem önemli olduğu hem de ustalaşması zor olduğu için orantısal akıl yürütme, son yıllarda birçok araştırmanın konusu olmuştur (Tourniaire ve Pulos, 1985).

Orantısal akıl yürütme, matematiğin temel yapısını oluşturması ve matematik konuları arasında bağıntı kurulmasını sağlamasının yanı sıra matematik konularının diğer disiplinlerle ilişkilendirilmesi ve günlük hayatta karşımıza çıkan birçok durumun içinde yer alması gibi daha birçok nedenden dolayı araştırmacıların ilgisini çekerek bu yönde araştırmalarını arttırdıkları önemli bir kavram olmaya devam edecektir.

2.1.2.2. Orantısal Akıl Yürütme Soru Türleri

Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini değerlendirmek için çeşitli problem türleri geliştirildiği ve kullanıldığı görülmektedir. Bu problem türleri; bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma, niteliksel tahmin ve niteliksel karşılaştırma problemleridir (Cramer ve Post, 1993; Duatepe vd., 2005; Lesh vd., 1988). Bahsedilen problem türleri, orantısal akıl yürütme becerisinin oluşumuna fırsat tanınması açısından önemlidir (Öz, 2020). Aşağıda bu problem türleri örnekleriyle birlikte açıklanmaktadır.

Bilinmeyen Değeri Bulma Problemleri: Bilinmeyen değeri bulma problemlerinde aralarında orantısal ilişki bulunan sayısal değerlerden üçüne ait değer bilinir, verilmeyen dördüncü değerin bulunması istenir (Cramer ve Post, 1993). Mevcut matematik ders kitaplarında, ulusal sınavlarda ve uluslararası değerlendirmelerde yapılan incelemelerde bilinmeyen değeri bulma problemlerinin en yaygın kullanılan orantısal akıl yürütme problem türü olduğu görülmüştür (Tjoe ve de la Torre, 2012). Bu tür problemlere Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme beceri testindeki şu problem örnek olarak verilebilir:

“Burak ile Türker aynı hızda araba kullanmaktadır. Burak 3 dakikada 6 kilometre yol alırsa, Türker 18 kilometrelik yolu kaç dakikada alır? ”

Sayısal Karşılaştırma Problemleri: Sayısal karşılaştırma problemleri iki tam oranın verildiği ve sayısal cevabın gerekli olmadığı ancak oranların karşılaştırılmasının beklendiği problem çeşididir (Cramer ve Post, 1993). Bu soru türünde A, B, C, D gibi dört değer verilir ve iki oran çifti (A/B ve C/D) arasında daha fazla, eşit ya da daha az gibi ilişkilerin belirlenmesi beklenir (Gürler, 2019). Bu tip problemlere Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme beceri testindeki şu problem örnek olarak verilebilir:

“Nesrin ile Başak bir koşu parkurunda koşmaktadırlar. Nesrin 8 turu 32 dakikada koşarken, Başak 2 turu 10 dakikada koşmaktadır. Buna göre hangisi daha hızlı koşmaktadır? Açıklayınız.”

Niteliksel Tahmin ve Karşılaştırma Problemleri: Öğrencilerden niteliksel tahmin ve karşılaştırma problemlerinde sayısal değerlere bağlı olmaksızın, verilen oranlar arasında sözel olarak karşılaştırma yapmaları istenir (Nemutlu İnandır, 2019). Cramer ve Post (1993), niteliksel düşünmenin, öğrencilerin cevaplarının olabilirliğini kontrol etmelerine ve problem durumları için uygun parametreleri oluşturmalarına imkân sağladığını ileri sürmüşlerdir. Araştırmacılar, niteliksel düşünme genellikle gerçek hesaplamalardan önce gerekli olduğundan, niteliksel tahmin ve karşılaştırma problemlerinin öğretime dâhil edilmesinin, öğrencilerin hesaplamalarını ve problem çözme becerilerini geliştireceğini belirtmişlerdir. Niteliksel tahmin ve karşılaştırma soru tipine Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme beceri testindeki şu problemler örnek olarak verilebilir:

“Tufan sabah kahvaltısındaki çayını, dünküne göre daha büyük bardakta, daha az sayıda şeker atarak içmiştir. Bu çayın tadı dünkü çayın tadına göre;

- a) Daha tatlıdır b) Daha tatsızdır c) Aynıdır d) Verilen bilgiler yetersizdir ”

“Sena ile Gökalp farklı arazilere belli aralıklarla ağaç dikmektedirler. Sena, Gökalp’e göre daha küçük bir araziye, daha çok ağaç dikmektedir. Buna göre kimin arazisindeki ağaçlar birbirine daha yakındır?

- a) Sena b) Gökalp c) Yakınlıkları eşittir d) Verilen bilgiler yetersizdir ”

Cramer ve Post (1993) öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma ve sayısal karşılaştırma problemlerini çözerken ezberlenmiş bir beceriyi kullanabileceklerini ancak niteliksel tahmin ve karşılaştırma problemleri için oranların anlamını bilmeleri gerektiğini belirtmişlerdir.

2.1.2.3. Orantısal Akıl Yürütme Problemleri İçin Kullanılan Çözüm Stratejileri

Rasyonel Sayı Projesi kapsamında yapılan çalışmalarda öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümü için 5 farklı çözüm stratejisi kullandıkları tespit edilmiştir. Bunlar; birim oran, değişim çarpanı, içler dışlar çarpımı, denk kesirler (Cramer ve Post, 1993) ve denklik sınıfı (Bart vd., 1994) stratejileridir. Cramer ve Post (1993) orantısal akıl yürütmenin gelişimi için birim oran, değişim çarpanı, içler dışlar çarpımı dâhil olmak üzere birden fazla stratejinin öğretilmesini ve öğretime birim oran ve değişim çarpanı gibi sezgisel stratejilerle başlanmasını önermektedirler. Orantısal akıl yürütme problemleri için kullanılan çözüm stratejileri aşağıda açıklanmıştır.

Birim Oran Stratejisi: Bu “Bir için kaç?” stratejisidir (Cramer ve Post, 1993). Birim oran stratejisi orantısal akıl yürütme problemlerinde standart bir yaklaşım olarak kabul edilmektedir (Singh, 2000). Bu strateji uygulanırken ilk önce birim miktar bulunur ve istenilen miktar, fiyat ya da durumla çarpılarak sonuca ulaşılır (Çomruk, 2018). Bu strateji öğrencilerin gerçek yaşam deneyimlerine dayanan sezgisel bir yaklaşım olarak kabul edilmektedir (Cramer ve Post, 1993).

Değişim Çarpanı Stratejisi: Bu “Kaç kere?” stratejisidir (Cramer ve Post, 1993). Bu stratejide verilen veri çiftleri arasında kaç kat artış veya azalış olduğu belirlenerek oranlar karşılaştırılır. Bu veri çiftlerindeki artış aynı oranda ise eşitlik korunuyor, aynı oranda değilse karşılaştırma yapılıyor demektir (Gürler, 2019; Karlı, 2019; Pakmak, 2014). Cramer ve Post (1993) bu yöntemi kullanmanın kolaylığının problemin sayısal yönleriyle ilgili olduğuna ve kullanılan çarpanın bir tamsayı olmadığı durumlarda öğrencilerin bu yöntemi kullanmaya daha az eğilimli olacaklarına dikkat çekmiştir.

İçler Dışlar Çarpımı Stratejisi: Bu yöntemde veriler arasında kurulan orantıda eşitlik yoluyla bilinmeyen çokluk bulunmaya çalışılır (Çelik, 2010). Bu yöntem orantısal akıl yürütme sorularında yaygın kullanılan stratejilerden biridir (Duartepe vd., 2005). Öğrencilerin bu algoritmayı ezberleyerek karşılaştıkları tüm orantı sorularında kullanma eğiliminde olmaları orantısal akıl yürütmenin net bir şekilde anlaşılmasına yol açmaktadır (Nemutlu İnanır, 2019). İçler dışlar çarpımı stratejisi birçok standart algoritmada olduğu gibi son derece etkili ancak gerçek dünyada anlamı olmayan mekanik bir süreçtir (Cramer ve Post, 1993).

Denk Kesir Stratejisi: Bu stratejide orantısal akıl yürütme probleminde verilen oranların kesir olarak yazılması gerekir ve öğrenciler genişletme ya da sadeleştirme yöntemlerini kullanarak denk kesirler oluşturarak cevaba ulaşmaya çalışırlar (Pelen, 2014).

Denklik Sınıfı Stratejisi: Bu stratejide orantısal akıl yürütme probleminde verilen oranlar kesir olarak yazıldıktan sonra öğrenci cevabı bulana kadar yazdığı kesre denk kesirler üretir ve bu şekilde sonuca ulaşmaya çalışır (Akkuş Çıkla ve Duatpe, 2002).

2.1.3. Olasılıksal Akıl Yürütme

16. ve 17. yüzyıllarda matematiğin bir alt dalı olarak gelişen olasılık ilk olarak şans oyunlarında kazanma yolları ile ilgili yapılan çalışmalarla başlamıştır (Baykul, 2020). Pascal ve Fermat arasındaki şans oyunları ile ilgili ünlü yazışmalardan bugüne kadar geçen sürede, olasılık teorisi bilimde, felsefede ve pratik insan etkinliklerinde geniş yankı uyandıran önemli bir matematik konusu haline gelmiştir (Fiscbein, 1975). Her gün dinlediğimiz hava tahmin raporlarında, genetikte, endüstride, ekonomide, bankacılıkta, sigortacılıkta, spor müsabakalarında, seçim sonuçlarının tahmininde, tıpta bir ilacın veya tedavinin başarı şansının hesaplanmasında, bir hava yolu şirketinin biletlerini ne kadara satması gerektiği gibi daha birçok alanda olasılıktan yararlanılmaktadır (Baykul, 2020; Erdem, 2011; Olgun ve Özel, 2016; Tunç, 2006). Kökleri şans oyunlarına kadar uzanan olasılık, bugün insan bilgisinin en önemli araçlarından biri olarak kabul edilmektedir (Güzel ve Ünal, 2015).

Olasılık, nedensel veya deterministik yollarla açıklanamayan olayları tanımlamanın bir yoludur (Langrall ve Mooney, 2005). Way (2003) olasılığı, şansın nicelleştirilmesi olarak tanımlamıştır. Gal (2005) olasılığı, olayların somut bir özelliğinden ziyade, ister resmi bir matematiksel gösterimle isterse gayri resmi araçlarla ifade edilsin, olayların meydana gelme şansı veya olabilirliği hakkında bir algı olarak tanımlamıştır. Kvatinsky ve Even (2002) olasılığı, belirsizlik problemleriyle başa çıkmanın matematiksel yolu olarak tanımlamış ve aynı zamanda olasılığın olayların ortaya çıkma şansını ölçmek için bir araç olduğunu ifade etmiştir. Türker (2020) olasılık konusunun, temel işlem becerisinden çok düşünmeyi ve beraberinde akıl yürütme becerisini ön plana alan bir konu olduğuna vurgu yapmıştır.

Erdem (2011) olasılığı farklı sonuçları olan ve daha neticelenmemiş durumlarla ilgili mantıklı tahmin ve sezgiler aracılığıyla akıl yürütülmesi olarak tanımlamıştır. Olasılık en genel anlamıyla daha önceden sonucu kesin olarak bilinmeyen olayların sonucunu tahmin etmek (Güzel ve Ünal, 2015) olduğundan tahminin, olasılık içeren durumlar karşısında olayı bütün yönleriyle ele alıp etkili kararlar vermede önemli bir rolü vardır (Erdem, 2011). Tahmin; “Akla, sezgiye veya bazı verilere dayanarak olabilecek bir şeyi, bir olayı önceden kestirme...” (Türk Dil Kurumu [TDK], 2011: s.2243) olarak ifade edilmektedir. Micklo (1999) ise tahmini, sayma ve ölçme işlemi olmadan herhangi bir şeyin miktarı ya da boyutu hakkında hızlı ve makul bir fikir geliştirmek olarak tanımlamıştır. Olasılıksal durumlar karşısında karar verme ve tahmin sürecinde ise belli sezgilerin var olması gerekmektedir (Kazak, 2015). Erdem (2011) sezgiyi, mantıklı akıl yürütmede bulunmadan birdenbire sonuca ulaşmak olarak tanımlamış ve sezgisel düşünme için belli bir birikimin ve deneyimin gerekli olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Fischbein (1975) sezgilerin bazı kişisel deneyimlere ek olarak belirli bir temel bilgi birikimini de gerektirdiğini ifade etmiştir. Zihnimizin yapısından ve özünden türetilen sezginin tüm algı ve tüm akıl yürütmelerden önce geldiği kabul edilmektedir (Mishlove, 1995). Dikkatli ve yerinde kullanılan sezgi olasılıksal akıl yürütmenin gelişimine katkı sağlayacaktır (Erdem, 2011).

Bir olayın meydana gelme olasılığını hesaplarken kullandığımız akıl yürütme becerileri olasılıksal akıl yürütme olarak adlandırılmaktadır (Sarıbaş, 2019). Falk ve Konold (1992), olasılıksal akıl yürütmenin belirsizlik altında yargılarda bulunmayı ve karar vermeyi ifade eden gerçek hayatla ilgili bir akıl yürütme biçimi olduğunu ifade etmiştir. Way (2003), şans, oran, örnek uzay, sonuçların bağımsızlığı gibi olasılığa ilişkin kavramları birleştiren düşünme süreçlerini olasılıksal akıl yürütme olarak adlandırmıştır. Hokor (2020) ise insanların belirsiz durumlar hakkında akıl yürütmesi ve olası sonuçlara dayalı kararlar alması olarak tanımlamış ve sağlam bir olasılık anlayışına sahip olmanın bilinçli seçimler yapmaya yardımcı olacağını belirtmiştir. Benzer şekilde Batanero vd. (2016) olasılıksal akıl yürütmeyi belirsizlik durumlarında farklı olası sonuçların araştırılmasına ve değerlendirilmesine olanak sağlayan senaryolar üzerinde düşünmek olarak tanımlamış ve olasılıksal akıl yürütmenin bazı becerileri içerdiğini belirtmişlerdir. Bu becerileri aşağıdaki gibi sıralamışlardır:

- Doğadaki, teknolojideki ve toplumdaki tesadüfi olayları tanımlama,
- Bu tür olayların koşullarını analiz etme ve uygun modellemeler oluşturma,

- Değişken ve rastlantısal durumlar için matematiksel modeller oluşturma ve bu modellerden çeşitli senaryoları ve sonuçları keşfetme,
- Olasılık ve istatistiklerin matematiksel yöntem ve prosedürlerini uygulama.

Yukarıda verilen tanımlar ve açıklamalar dikkate alındığında olasılıksal akıl yürütme becerisinin en önemli göstergelerinin belirsizlik altında sezgilere dayalı olarak mantıklı tahminlerde bulunmak, olası sonuçlara dayalı olarak değerlendirmeler yapmak, kararlar almak ve olasılıksal süreçleri anlamak olduğu ifade edilebilir.

2.1.3.1. Olasılıksal Akıl Yürütme Becerisinin Önemi

Günümüzde matematik eğitimi çocuklarda mümkün olduğunca bağımsız ve yaratıcı düşüncüyü geliştirmeyi amaçlamaktadır ve bunu başarmada en etkili araçlardan biri olasılıktır (Bursalı, 2019; Fischein, 1975). Jones vd. (1999) olasılıksal akıl yürütmenin belirsizlik bağlamıyla ilişkili bir akıl yürütmeyi içerdiği için daha geniş matematiksel akıl yürütme içerisinde özel bir yeri olduğunu ifade etmişlerdir. Falk ve Konold (1992), olasılığı bir düşünce biçimi olarak tanımlamış ve içerisinde bulundukları 20. yüzyılda olasılığın neredeyse her düşünce alanının ayrılmaz bir parçası haline geldiğine vurgu yapmışlardır. Ayrıca 20. yüzyılda temel aritmetikte ustalaşmak ne kadar önemliyse, olasılığı anlamının da 21. yüzyılda o kadar önemli olacağı öngörüsünde bulunmuşlardır. Hokor (2020) ise hayattaki belirsizlikleri anlamamıza ve aldığımız kararlarda dikkatli olmamıza yardımcı olan olasılıksal akıl yürütmenin 21. yüzyıl toplumu için kutsal denilecek kadar önemli olduğuna vurgu yapmıştır.

Olasılık günlük hayatta en sık kullandığımız matematik konularından birisidir (Öztürk, 2005). Gal (2005) hem profesyonellerin hem de hayatın her kesiminden yetişkinlerin, olasılık unsurlarını veya farklı seviyelerde tahmin edilebilirlik ya da öngörülemezlik içeren durumları yorumlamak, tepki vermek veya bunlarla başa çıkmak zorunda kalabileceklerini belirtmiştir. Ayrıca bilginizin, kişisel eğilimlerimizin, olasılıkla ilgili ifadeleri veya verilen nicel bilgileri anlama, yorumlama veya eleştirel olarak analiz etme becerimizin karşılaştığımız bu durumlar hakkındaki düşüncelerimizi etkileyeceğini ifade etmiştir. Sağlam bir olasılıksal akıl yürütme bilgisine sahip olmak günlük yaşantımızda sık görülen belirsizlik ve rastgelelik durumlarıyla ilgili bilinçli seçimler yapmamıza yardımcı olacaktır (Hokor, 2020).

Olasılık alışmaları, tüm olası durumlar göz önünde bulundurulduktan sonra meydana gelme olasılığı en yüksek olan şey hakkında bilinçli kararlar vermemiz için bizi aydınlatmaktadır (Hokor, 2020). Hava durumu tahminleri, şans oyunları, sigortacılık, doğal afetler, seçim sonuçları ve para yatırımları hakkındaki tahminler gibi gündelik yaşamla yakından ilgili olan alanlarda da meteoroloji, kuantum fiziği, adli tıp, genetik, gibi çeşitli bilim dallarında da yoğun bir şekilde kullanılmaktadır (ztrk, 2005; Tunç, 2006; Way, 2003). Örneğin bir şehirdeki bazı bölgelerin diğer bölgelere oranla sele maruz kalma olasılığının yüksek olduğu biliniyorsa, sigorta şirketleri o bölgedeki evleri sigortalamak için diğer bölgelere göre daha fazla ücret alabilir ya da ev satın almak isteyen biri o bölgede ev almamaya karar verebilir (Bryant ve Nunes, 2012). Hava tahmincileri, yağış ile ilgili toplanan verileri inceler ve belirli günlerde veya dönemlerde yağış olma olasılığını tahmin eder ve belirli bir günde yağış olup olmayacağını bilmek bize ne yapmamız ya da yapmamamız konusunda bilgi verebilir (Hokor, 2020). Belirli bir yaş aralığında olmak ile araba kazası geçirme olasılığının daha düşük olması arasında bir ilişki olduğu biliniyorsa, sigorta şirketleri daha düşük sigorta oranları sunarak uzun vadede daha az harcama yapacakları müşterileri çekmeye çalışabilirler (Bryant ve Nunes, 2012). Hatta olasılık bilgisi insanlara okudukları bir gazetede ki bilgiyi değerlendirmede, olayın doğruluğunu ve olabilirliğini analiz etmede, bu bilgiye dayalı olarak tahmin ve karar vermede yardımcı olur (Drier, 2000). Sunulan rnekler hayatın her alanında kullanılan olasılık bilgisinin ne kadar önemli olduğunun göstergeleri olarak kabul edilebilir.

Olasılığı bilmenin ve öğrenmenin önemli olmasının nedenlerinden biri de rastgeleliktir (Bryant ve Nunes, 2012). Rastgelelik olasılıksal akıl yürütmenin merkezinde yer almaktadır (Lecoutre vd., 2006). Rastgeleliğin yaygın olması ve buna bağlı olarak doğru kararlar almak için rastgele olayları anlama ihtiyaı, birçok ülkenin ilköğretimden niversite düzeyine kadar müfredatlarının olasılığı içermesine neden olmuştur (Batanero, 2015). Adil olmak için vazgeçilmez bir unsur olan rastgelelik; spor müsabakalarında servisi kimin kullanacağına veya vuruşa kimin başlayacağına karar vermek için yazı tura atma, Dünya Kupası'nın açılış oyunlarında hangi takımların birbiriyle oynayacağına kura çekerek karar verme gibi durumlarda kullanılmaktadır (Bryant ve Nunes, 2012). Bir ülkenin geleceğinin planlanmasında da olasılık kavramı önemli rol oynar. Ülkede hangi meslek gruplarına daha çok ihtiyaç olduğu, bu ihtiyaı karşılamak için üniversitelerde hangi bölümlere ne kadar ğrenci alınacağı, hangi üretim

hangi bölgede yapılırsa daha az zarar ya da daha çok fayda sağlayacağı gibi konular olasılığı kullanarak planlanabilir (Güzel ve Ünal, 2015). Bu tür resmi uygulamaların kapsamını düşündüğümüzde olasılığın önemi daha da belirginleşir.

2.1.3.2. Olasılık ile İlgili Kavramlar

Olasılıksal akıl yürütme becerisinin gelişimi için bir dizi kavramın etkileşimi gereklidir (Way, 2008). Birçok araştırmacı çocukların olasılıksal akıl yürütmelerini anlamak ve açıklamak amacıyla çalışmalar yapmış ve bu çalışmalar kapsamında belirli yapı ve kavramlar üzerinde durmuşlardır. Jones vd. (1997) olasılığın çok yönlü yapısını ele almak için iki yıl boyunca öğrencileri gözlemlemiş ve literatürü inceleyerek dört ana yapı üzerinde durmuşlardır. Bu ana yapılar; örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık kavramlarıdır. Her bir kavram için öznelden sayısal akıl yürütmeye doğru sürekliliği yansıtan dört düşünme düzeyi tanımlamışlardır. Tanımlanan bu düşünme düzeylerinden; düzey 1 öznel düşünme ile ilişkilendirilir, düzey 2 öznel ve informel nicel düşünme arasında geçiş olarak görülür, düzey 3 informel nicel düşünmenin kullanımını içerir ve düzey 4 sayısal akıl yürütmeyi içerir. Jones vd. (1999) ise olasılığa dayalı akıl yürütmenin çok yönlü doğasını anlamak için, üç yıllık bir süre boyunca ilkökul ve ortaokul öğrencileriyle bir dizi öğretim deneyi gerçekleştirmiş ve düşüncelerini sistematik olarak gözlemleyerek altı anahtar kavram belirlemişlerdir. Bu kavramlar; örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı, bir olayın teorik olasılığı, olasılık karşılaştırmaları, koşullu olasılık ve bağımsızlık'tır. Moore (1990), koşullu olasılık, bağımsızlık, rastgele örnekleme ve dağılım kavramlarına değinirken Batanero vd. (2016), rastgelelik, olay ve örnek uzay, kombinatorial numaralandırma ve sayma, bağımsızlık ve koşullu olasılık, olasılık dağılımı ve beklenti, yakınsaklık ve büyük sayılar yasası, örnekleme ve örneklem dağılımı, modelleme ve simülasyon kavramları üzerinde durmuşlardır. Bryant ve Nunes (2012) ise olasılıksal akıl yürütenin gelişimi üzerine literatürü gözden geçirmiş ve olasılığı öğrenmek için dört bilişsel gereklilik belirlemişlerdir; rastgeleliği anlamak, örnek uzayın oluşturulması, olasılıkları sayısallaştırma ve karşılaştırma ve korelasyonlar hakkında akıl yürütme. Bu çalışma kapsamında ise ilgili çalışmalar ve 2018 MEB Matematik Dersi Öğretim Programı dikkate alınarak rastgelelik, örnek uzay, bir olayın olma olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılması kavramları üzerinde durulmuştur.

Rastgelelik: Çoğu zaman gelecekte meydana gelebilecek farklı olaylar hakkında bir fikrimiz olsa da tam olarak ne olacağını bilemeyiz, bu belirsizlik olayların rastgele gerçekleşmesinden kaynaklanmaktadır (Bryant ve Nunes, 2012). Örneğin, olası iki olaydan meydana gelme olasılığı en yüksek olan olayı doğru bir şekilde tanımladığınızda, diğer olayın meydana gelmesinin neden hala mümkün olduğunu anlamak için rastgelelik hakkında bilgi sahibi olmanız gerekir (Supply vd., 2020).

Moore (1990) olasılığın, rastgeleliği tanımlayan bir matematik dalı olduğunu ifade etmiştir. Öğrencilerin olasılığı öğrenebilmesi için ilk olarak rastgelelik kavramını anlaması gerekmektedir. Rastgelelik olasılığın temelini oluştursa da yapılan araştırmalar çocukların ve hatta yetişkinlerin yeterli rastgelelik algısının olmadığını ve bu kavramın anlaşılmasının zor olduğunu göstermiştir (Batanero ve Serrano, 1999; Batanero vd., 2014; Olgun ve Özel, 2016). Borovcnik ve Kapadia (2014), bu zorluğun nedenini insanların karmaşa içerisinde bile bir örüntü ve düzen aramalarıyla ya da olasılık algısıyla ilgili alınan sınırlı eğitimle açıklamışlardır.

Bryant ve Nunes (2012), rastgele bir sırayla birbirini izleyen olayların birbirinden bağımsız olduğunu anlamamanın, rastgeleliği öğrenmenin temel bir parçası olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca insanların rastgele olayların birbirinden bağımsız olduğunu göz ardı ettiklerinde bu durumun iki temel kavram yanılgısı oluşturduğunu belirtmişlerdir. Bunlardan biri “pozitif sonralık etkisi” ve diğeri ise “negatif sonralık etkisi” dir. Bu iki kavram yanılgısını Olgun ve Özel (2016) aşağıda verdikleri örnekle birlikte şu şekilde açıklamışlardır:

“Canan bir parayı üç kez üst üste atıyor ve her üç atışında da yazı geliyor. Buna göre, Canan parayı dördüncü kez attığında hangi yüzü gelir?

- A) Yazı B) Tura C) Belirsizdir ”

Bu soruya yazı cevabını veren öğrencilerin; ilk üç atışta yazı gelmesinden yola çıkarak genelleme yapan öğrenciler olduğunu ve bu öğrencilerde pozitif sonralık etkisinin görüldüğünü belirtmişlerdir. Cevabı tura olan öğrencilerin ise yazı ve tura gelme olasılığının eşitliğini genelleyerek üç seferde de yazı geldi artık tura gelmeli şeklinde bir çıkarımda bulunduğunu ve bu öğrencilerde ise negatif sonralık etkisinin görüldüğünü belirtmişlerdir. Hâlbuki paranın her atılışında ne geleceği belirsizdir yani yazı ve tura gelme ihtimali birbirine eşittir.

Rastgeleliğin her yerde bulunması ve buna bağlı olarak yeterli kararlar almak için rastgele olayları anlama ihtiyacı, birçok ülkenin ilköğretimden üniversite düzeyine kadar olan müfredatlarında olasılığı içermesine neden olmuştur (Batanero, 2015).

Örnek Uzay: Örnek uzay kavramının anlaşılması olasılıksal akıl yürütmenin tüm yönleri için temeldir (Langrall ve Mooney, 2005). Bir olayın olasılığı ancak örnek uzay belirlenerek hesaplanabilir ve örnek uzay, herhangi bir olasılık probleminde doğru çözümü bulmanın önemli bir parçasıdır (Bryant ve Nunes, 2012). Yapılan birçok araştırmada öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmede zorlanmalarının önemli nedenlerinden biri olarak probleme uygun örnek uzayı oluşturmamaları gösterilmektedir (Bryant ve Nunes, 2012; Drier, 2000; Memnun vd., 2010).

Örnek uzay tanımından önce olasılıkla ilgili bazı terimleri incelemek yerinde olacaktır. “Olasılıkta, para ve zar atmada olduğu gibi, önceden belli olmayan bir sonuç elde etme sürecine **deney**...” (Baykul, 2020: s.524), “Bir olasılık deneyinde elde edilebilecek sonuçların her birine **çıktı**...”, “deneyde gerçekleşmesini istediğimiz veya istemediğimiz durumlara **olay**...” (Böge ve Akıllı, 2021: s.78) denir. Herhangi bir deneyin olası tüm çıktılarının (sonuçlarının) kümesine ise **örnek uzay** denir (Van de Walle vd., 2010).

Olasılıksal akıl yürütme için temel olan örnek uzay, tek aşamalı bir deneyin veya iki aşamalı bir deneyin sonuçlarının listelenmesini içerir (Jones vd., 1999). Bir deneyin sonucunda oluşacak örnek uzay belirlenirken olası tüm çıktılar eksiksiz olarak düşünülmelidir (Batanero vd., 2016; Bryant ve Nunes, 2012). Örneğin bir madeni paranın bir kez atılması deneyinde gerçekleşmesi mümkün olan tüm çıktılar yazı ve tura olduğu için örnek uzay {Yazı, Tura} şeklinde oluşturulur. Küp şeklindeki bir zarın havaya atılması deneyinde ise altı farklı sonuç vardır ve örnek uzay {1, 2, 3, 4, 5, 6} şeklinde oluşturulur. İki aşamalı bir deney olan bir zar ve bir paranın birlikte atılması durumunda ise 12 farklı sonuç vardır ve örnek uzay {(1, yazı), (2, yazı), (3, yazı), (4, yazı), (5, yazı), (6, yazı), (1, tura), (2, tura), (3, tura), (4, tura), (5, tura), (6, tura)} şeklinde oluşturulur.

Örnek uzayla birlikte imkânsız ve kesin olay kavramlarının üzerinde durulması öğrencilerde oluşacak kavram yanılgılarını önlemede faydalı olacaktır (Van de Walle vd., 2010). Bir olasılık probleminde veya deneyinde istenen durumun gerçekleşmesi mümkün değilse ya da diğer bir deyişle istenen durum örnek uzayda yer almıyorsa bu duruma

imkânsız olay denir (Olgun ve Özel, 2016). Bir zar atıldığında üst yüzüne 8 gelmesi imkânsız olaya örnektir (Böge ve Akıllı, 2021). Eğer bir olasılık probleminde veya deneyinde istenen durum örnek uzaya eşit veya bu kümeyi kapsıyorsa bu duruma ise kesin olay denir (Olgun ve Özel, 2016). Bir zar atıldığında üst yüzüne 7'den küçük bir sayı gelmesi kesin olaya örnektir (Böge ve Akıllı, 2021).

Jones vd. (1999) olasılıksal akıl yürütme ile ilgili oluşturdukları çerçevede öğrencilerin örnek uzayı belirleme becerilerini dört aşamada incelenmiştir. Seviye 1'de öğrenci bir aşamalı bir deneyin çıktılarının tamamlanmamış bir kümesini listeler. Seviye 2'de bir aşamalı bir deneyin ve bazen de iki aşamalı bir deneyin çıktılarının eksiksiz bir sonuç kümesini listeler. Seviye 3'de öğrenci iki aşamalı bir deneyin çıktılarını kısmen üretken bir strateji kullanarak tutarlı bir şekilde listeler. Seviye 4'de öğrenci iki ve üç aşamalı bir deneyin çıktılarının tam bir kümesini listelemek için üretken bir strateji benimser ve uygular.

Öğrencilerin örnek uzayı anlamaları, herhangi bir olasılık durumunun tam anlamıyla kavranmasında ve analiz edilmesinde kritik bir bileşendir (Drier, 2000; Memnun, 2008). Örnek uzay kavramı sadece belirli bir olayın olasılığının hesaplanması için gerekli değil aynı zamanda olasılığın doğasını anlamada da önemli bir unsurdur (Bryant ve Nunes, 2012). Örnek uzayın öğelerini oluşturma, tanıma ve listeleme yeteneği, bir olayın olasılığını ve diğer olasılık kavramlarını anlamak için bir başlangıç noktası oluşturur (Polaki, 2000). Özetle bir kişi örnek uzayı doğru bir şekilde belirlediğinde genellikle soruyu çözme yolunda büyük bir adım atmış olduğu kabul edilebilir.

Bir Olayın Olma Olasılığı: Bir olayın olma olasılığı o olayın gerçekleşebilme durumunun sayısal olarak ifade edilmesidir. Olasılık bir niceliktir ve bu nicelik bir oran, ondalık gösterim veya yüzde şeklinde ifade edilebilir (Bryant ve Nunes, 2012). Bir olayın olma olasılığı hesaplanırken, matematiksel akıl yürüterek istenen durumun çıktılarının sayısı ile örnek uzayın eleman sayısı hesaplanır ve ardından bu iki nicelik oranlanarak istenen olayın gerçekleşme olasılığı bulunur ve aşağıdaki şekilde ifade edilir (Olgun ve Özel, 2016);

$$\text{Bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{İstenen durumun çıktı sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}}$$

Bir torbadaki yedi toptan üçü kırmızıysa, rastgele çekilen bir topun kırmızı olma olasılığı $3/7$ 'dir. Küp şeklindeki bir zar havaya atıldığında ise üst yüzüne 3 gelme olasılığı $1/6$ 'dır. Buradaki en önemli nokta, bir olayın olasılığı hesaplanmasının sadece istenen durumun niceliğine değil, örnek uzaydaki tüm çıktılarının sayısına dayandırılmasıdır (Bryant ve Nunes, 2012).

Bir olayın gerçekleşme olasılığı daima 0 ile 1 arasındadır ve “0” imkânsız bir olayın gerçekleşme olasılığını gösterirken, “1” kesin bir olayın gerçekleşme olasılığını göstermektedir (Böge ve Akıllı, 2021). Örneğin küp şeklindeki bir zarı atma deneyinde zarın üst yüzüne 6’dan büyük bir sayı gelmesi durumu imkânsız olaya örnektir ve olasılık değeri 0’dır. Zarın üst yüzüne 7’den küçük bir sayı gelmesi durumu ise kesin olaya örnektir ve olasılık değeri 1’dir. Aynı zamanda örnek uzayı oluşturan tüm çıktılarının olasılık değerleri toplamı 1’dir (Olgun ve Özel, 2016). Örneğin bir zarın atılması deneyinde örnek uzayı oluşturan her bir çıktının gerçekleşme olasılığı $1/6$ 'dır. Her bir çıktıya (1, 2, 3, 4, 5, 6) ait olasılık değerleri toplandığında $1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1$ bulunur.

Jones vd. (1999) olasılıksal akıl yürütme ile ilgili oluşturdıkları çerçevede bir olayın olma olasılığını dört aşamada incelemişlerdir. Seviye 1’de öğrenci öznel yargılara dayanarak en çok veya en az olası olayları öngörür. Kesin ve imkânsız olayları tanır. Seviye 2, öznel düşünce ve niceliksel düşünme arasında geçiş niteliği taşımaktadır. Bu seviyede öğrenci nicel yargılara dayalı en çok veya en az olası olayı öngörür, fakat öznel yargılara geri dönebilir. Seviye 3’de öğrenci en çok veya en az olası olayları nicel yargılara dayalı olarak tahmin eder ve olasılıkları karşılaştırmak için informel olarak sayıları kullanır. Seviye 4 ise sayısal akıl yürütmeyi içermektedir. Bu seviyede öğrenci bir ve basit iki aşamalı deneyler için en fazla veya en az olası olayları öngörür, bir olayın sayısal olarak olma olasılığını hesaplar.

Olasılıkların Karşılaştırılması: Olasılık karşılaştırmaları, öğrencilerin iki olasılık durumundan hangisinin belirli bir olayı oluşturma olasılığının daha yüksek olduğunu veya iki durumun hedef olay için aynı şansı sunup sunmadığını belirlemelerini gerektirir (Jones vd., 1999). Bryant ve Nunes (2012), olasılıkların oranlara dayalı nicelikler olduğunu ve iki veya daha fazla olayın olasılıklarını karşılaştırmak için bu oranları hesaplamak gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca bazı karşılaştırmaların “daha fazla” veya “daha büyük” gibi basit ilişkiler temelinde çözülebileceğini ifade etmişlerdir.

Jones vd. (1999) olasılıksal akıl yürütme ile ilgili oluşturdıkları çerçevede olasılıkların karşılaştırılmasını dört aşamada incelenmişlerdir. Seviye 1’de öğrenci iki farklı örneklem uzayında bir olayın olma olasılığını öznel yargılara dayalı olarak karşılaştırır ve bu seviyede öğrenci “adil” olasılık durumlarını “adil olmayan” olasılık durumlarından ayırt edemez. Seviye 2’de öğrenci her zaman doğru olmayan sayısal değerlere bağlı olarak olasılık karşılaştırması yapar ve “adil” olasılık durumlarını “adil olmayan” olasılık durumlarından ayırt etmeye başlar. Seviye 3’de öğrenci sayısal değerlere bağlı olarak tutarlı bir şekilde olasılık karşılaştırması yapar ve “adil” olasılık durumları ile “adil” olmayan olasılık durumlarını ayırt etmek için niceliksel akıl yürütmeyi kullanır. Seviye 4’de öğrenci olasılığı sayısal bir şekilde belirler ve karşılaştırır. Eşit olasılıklı olayları eşit sayısal olasılık ile belirler.

2.1.4. Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Öz Düzenleme

Problem çözme, matematik öğreniminin ayrılmaz bir ögesidir (NCTM, 2000). Benzer şekilde birçok matematikçi tarafından matematiğin problem çözmek ile ilişkisi kabul edilmektedir (Mason, 2016). Halmos (1980) matematiğin aksiyom, teorem, kanıt, tanım gibi birçok bileşenden oluştuğunu bunların her birinin vazgeçilmez olduğunu ancak hiçbirinin konunun merkezinde yer almadığını, matematikçinin temel varoluş sebebinin problem çözmek olduğunu, dolayısıyla matematiğin problemler ve çözümlerden oluştuğunu savunmuştur. Wilson vd. (1993), matematik öğretme ve öğrenmenin birincil amacının, çok çeşitli karmaşık matematik problemlerini çözme yeteneğini geliştirmek olduğunu belirtmiştir. Gökkurt vd. (2015) problem çözmenin yalnızca matematik dersinin değil diğer tüm derslerin de ortak amaçlarından biri olduğundan; NCTM (2000) matematik öğrenmek için sadece bir amaç değil aynı zamanda bunu yapmanın da önemli bir yolu olduğundan; Sevgi ve Karakaya (2021) ise yeni matematiksel fikirler üretmek ve becerileri açığa çıkarmak için önemli olduğundan bahsetmişlerdir. Ayrıca Köten (2022) akademik yönden problem çözme becerisi ile günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözme becerisi arasında yakın bir ilişki olduğundan bahsetmiştir. Benzer şekilde Gurat ve Medula (2016) matematiksel problem çözmenin, öğrencilere gerçek yaşam problemlerini çözmede genel bir yetenek geliştirmeleri ve matematiği gerçek yaşam durumlarında uygulamaları için öğretildiğinden bahsetmiştir.

Problem çözme özellikle temel eğitim sürecinde olmak üzere tüm eğitim sürecinde geliştirilmesi önemli görülen beceriler arasındadır (Baykul, 2020). Problem

çözme matematiksel bilgiyi pekiştirmekle birlikte bu bilgiyi genişletmek ve derinleştirmek için de kullanılan anlamlı bir öğrenme sürecidir (MEB, 2015). Bu nedenle problem çözmenin matematik çalışmalarında özel bir önemi vardır (Wilson vd., 1993).

Matematik dersinin önemli öğelerinden biri olarak kabul edilen problem çözme aynı zamanda öğrencilerin güçlük yaşadığı alanlardan biridir (Köten, 2022). Problem çözmedeki bu güçlük genellikle; en etkili yöntemi seçmeye ilişkin yetersiz düşünme, matematiksel işlemleri organize edememe, problemin gerekliliklerini anlamada ve analiz etmedeki eksiklikler, yapılan işlemleri izleme ve kontrol etmede başarısızlıklardan kaynaklanmaktadır (Victor, 2004). Bireyin problem çözme sürecindeki başarısını etkileyen izleme, değerlendirme ve düzenleme becerileri üstbiliş olarak ifade edilmektedir (Serin ve Korkmaz, 2018). Üstbiliş, çocukların problemleri en etkin şekilde çözmelerine ve yeni bilgiler öğrenmelerine yardımcı olma umuduyla son yıllarda üzerine çalışılan bir zekâ bileşenidir (Victor, 2004). Yapılan araştırmalar (Aurah vd., 2011; Balcı, 2007; Biryukov, 2004; Desoete vd., 2001; Gurat ve Medula, 2016; Hargrove ve Nietfeld, 2015; Mayer, 1998; Montague, 1992; Özsoy, 2007; Özsoy ve Ataman, 2009; Swanson, 1990; Şengül ve Katrancı, 2012; Tanır, 2018; Zorbozan, 2021), problem çözme ile üstbiliş arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermiştir.

Problem çözme hedefe yönelik bilişsel bir etkinlik olarak açıklanmaktadır (Flavell vd., 2002). Üstbiliş terimi ise genellikle bir bireyin kendi bilişsel süreçlerini anlama ve kontrol etme yeteneğini ifade etmek için kullanılmıştır (Reeve ve Brown, 1985). Üstbiliş, bireyin ne bildiği (üstbilişsel bilgi), ne yapabileceği (üstbilişsel beceriler) ve kendi bilişsel yetenekleri hakkında ne bildiği (üstbilişsel deneyim) ile ilgili farkındalığını içerir (Aurah vd., 2011). Scott ve Levy (2013) üstbilişin en geniş anlamda bireyin düşünme hakkında düşünmesini ifade ettiğini belirtmiş ve genellikle beraberindeki izleme ve değerlendirme gibi becerilerle birlikte tanımlandığını vurgulamıştır. Aydın ve Demir Atalay (2015) üstbilişi bireyin kendi düşüncelerine ilişkin bilgi sahibi olması ve kendi düşüncelerinin farkında olması olarak tanımlamıştır.

Schoenfeld (1987), üstbiliş üzerine yapılan çalışmalarda genel olarak üç zihinsel davranış kategorisine odaklanıldığına dikkat çekmiştir. Bu kategorileri şu şekilde açıklamıştır:

- Kendi düşünce süreçleriniz hakkında bilginiz. Kendi düşüncenizi ne kadar doğru tanımlıyorsunuz?

- Kontrol veya öz düzenleme. Örneğin problem çözerken ne yaptığınızı ne kadar iyi takip ediyorsunuz ve problem çözme eylemlerinizi yönlendirmek için bu gözlemlerden elde ettiğiniz girdileri (eğer varsa) ne kadar iyi kullanıyorsunuz?
- İnançlar ve sezgiler. Matematikle ilgili çalışmalarınıza matematikle ilgili hangi fikirleri getiriyorsunuz ve bu matematik çalışma biçiminizi nasıl şekillendiriyor?

Ashman ve Conway (2002) üstbilişsel öğretimin, problemleri tanımlama, kendi kendini sorgulama, yeni bilgileri mevcut bilgilerle ilişkilendirme, öğrenmeyi izleme ve öğrenmeyi pratik faaliyetler ve konularla ilişkilendirme gibi etkinlikler yoluyla bilgiyi içselleştirmenin önemini vurguladığından bahsetmişlerdir. Victor (2004) ise bu tür bir öğretimin, öğrencinin stratejilerin farkında olarak ve bunları ne zaman kullanacağını, ilerlemelerini nasıl izleyeceğini ve geri bildirim sonucunda ne zaman değişiklik yapacağını bilerek öğrenme ve problem çözme sorumluluğunu üstlendiği öz düzenlemeli öğrenme ile sonuçlanacağını ifade etmiştir.

Üstbiliş kavramı, öğrenme stratejileri, izleme, öz düzenleme ve daha birçok kavramla da ilişkilendiren geniş bir kavramdır (Özdemir Yetkin ve Sarı, 2016). Selçioğlu Demirsöz (2019) üstbilişsel farkındalığı olan öğrencilerin aynı zamanda öz düzenleme becerisine de sahip olduğunu belirtmiştir. Diğer taraftan literatür incelendiğinde bazı araştırmacılar öz düzenlemeyi üstbilişin bir bileşeni olarak tanımlarken (Bereiter ve Scardamalia, 1989; Pintrich vd., 2000), bazı araştırmacılar üstbilişi öz düzenlemenin bir alt bileşeni olarak tanımladıkları (Öztürk vd., 2018; Winne ve Perry, 2000; Zimmerman, 1990) görülmektedir.

Öz düzenleme belirli bir hedefe ulaşmak için bireyin duygularını, davranışlarını ve zihinsel süreçlerini kontrol etmesi ve yönetmesi olarak açıklanmaktadır (Erden ve Saraç, 2021). Bransford vd. (2000) öz düzenlemeyi öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini kontrol etmesi ve izlemesi olarak; Zimmerman (2002) zihinsel bir yetenek veya akademik bir performanstan ziyade, öğrencilerin zihinsel yeteneklerini akademik becerilere dönüştürdüğü öz-yönelim süreci olarak; Aydın ve Demir Atalay (2015) öğrencinin kendi öğrenme sürecinin sorumluluğunu üstlenmesi, planlaması ve kontrol etmesi olarak; Tanhan (2020) ise öz düzenlemeyi bireyin amaçları doğrultusunda duygu ve düşüncelerini yönlendirmesi ve kontrol etmesi olarak ifade etmiştir.

Öz düzenleme becerisine sahip öğrenciler öğrenme için hedef belirler, uygun yöntemlere karar verip, performanslarında geribildirim arayarak süreci gözlemler ve

ilerideki öğrenmeler için gerekli düzenlemeleri yaparlar (Selçioğlu Demirsöz, 2019). Zimmerman (1989) öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerinde üstbilişsel, motivasyonel ve davranışsal olarak aktif katılımcılar oldukları ölçüde öz düzenleyici olarak kabul edilebileceklerinden bahsetmiştir. Pape ve Smith'e (2010) göre öz düzenlemeli öğrenenler, görevleri analiz eder ve bu görevleri gerçekleştirmek için uygun hedefler belirler, performans sırasında davranışlarını izler ve kontrol eder ve ilerlemeleri hakkında yargılarda bulunur ve bu yargılara bağlı olarak davranışlarını değiştirirler. Zimmerman (1990) öz düzenlemeye sahip öğrencilerin bir başkasına ihtiyaç duymadan bilgi ve beceri edinme çabalarını başlatıp yönlendirebileceklerini ifade etmiştir. Gaskill ve Woolfolk Hoy (2002) öz düzenlemeye sahip olan öğrencilerin özelliklerini şu şekilde belirtmiştir:

- Üstbilişsel olarak plan yapar, hedef koyar, organize eder, kendi kendini izler ve değerlendirir.
- Motivasyonel olarak, başarıların ve başarısızlıklarının sorumluluğunu alır, içsel olarak görevle ilgilenir ve yüksek öz-yeterliliğe sahiptirler.
- Davranışsal olarak yardım ve tavsiye ararlar, en uygun öğrenme ortamlarını yaratırlar, kendi kendilerini yapılandırır ve güçlendirirler. Tüm öz düzenleme süreci boyunca ilerlemeyi izler, tepki verir ve uyum sağlarlar.

Üstbilişsel öz düzenleme, üstbiliş ve öz düzenleme tanımlarıyla benzer olarak "...bireyin kendi öğrenme sürecini izlemesi, kontrol etmesi ve düzenlemesi olarak..." (Öztürk vd., 2018: s.54) tanımlanmıştır. Vukman ve Licardo (2010) üstbilişsel öz düzenlemenin okul başarısının önemli bir yordayıcısı olduğunu ifade etmişlerdir. Pintrich vd. (1991) üstbilişsel öz düzenleme faaliyetlerinin planlama, izleme ve düzenleme olmak üzere üç bileşenden oluştuğunu belirtmişlerdir. Planlama faaliyetlerinin, eldeki bilgileri organize edilmesini ve kavranmasını kolaylaştıran ön bilgilerin ilgili yönlerinin etkinleştirilmesine veya hazırlanmasına yardımcı olduğunu; izleme faaliyetlerinin, kişinin okurken dikkatinin takibi, kendi kendini test etmesi ve soru sormasından oluştuğunu ve bunların öğrencinin mevcut bilgiyi anlamasına ve onu önceki bilgilerle bütünleştirmesine yardımcı olduğunu; düzenlemenin, kişinin bilişsel etkinliklerinin organize edilmesini ifade ettiğini ve düzenlemenin öğrencilerin bir görevde ilerlerken davranışlarını kontrol etmelerine ve düzeltmelerine yardımcı olarak performansı iyileştirdiğini ifade etmişlerdir. Reeve ve Brown (1985) problem çözme sürecinde izleme, planlama ve düzenleme yeteneklerinin etkili problem çözmenin gelişimine katkıda

bulunacağını belirtmişlerdir. Howard vd. (2000) problem çözme bağlamında üstbilişsel farkındalık ve öz düzenleme becerilerinin; biliş bilgisi, nesnellik, problem temsili, alt görevleri izleme ve değerlendirme olmak üzere beş alt bileşenden oluştuğunu ifade etmişlerdir ve bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlamışlardır:

- Biliş bilgisi; öğrencilerin kendilerine özgü bilişsel yeteneklerinin kapsamını ve kullanımını, en iyi öğrenme yollarını ne kadar anladıklarını kapsar.
- Nesnellik; öğrencinin kendisini dışarıda bırakması ve ilerledikçe öğrenmesi hakkında düşünmesidir.
- Problem temsili; Öğrencinin problemi çözmeye devam etmeden önce onu tam olarak anlamasıdır.
- Alt görevleri izleme; problemi alt görevlere bölmek ve öğrenme stratejileri seçimini ve her bir alt görevin tamamlanmasını izlemektir.
- Değerlendirme; tüm problem çözme süreci boyunca problemin doğru çözülüp çözülmediğini iki kez kontrol edilmesini kapsar.

Üstbiliş ve öz düzenlemeye ilişkin verilen tanımlar ve açıklamalar göz önünde bulundurulduğunda, öğrencinin problem çözme sürecinde üstbilişsel farkındalık ve öz düzenleme becerisine sahip olduğunun en önemli göstergeleri; problemi tam olarak anladığından emin olması, neye ihtiyacı olduğunu bilmesi, amaca ulaşmasını sağlayacak stratejiler planlaması, doğru ilerleyip ilerlemediğini görmek için değerlendirmeler yapması, ilerleme göstermediğine karar verirse farklı bir yaklaşım benimsemekten çekinmemesi, bu faaliyetleri izlemesi ve koordine etmesi şeklinde sıralanabilir.

2.2. İlgili Araştırmalar

2.2.1. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Hançer (2021) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin orantısal olan veya olmayan durumları ayırt edebilme becerilerini, toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme eğilimlerini sınıf düzeyi, problemin türü, problemin yapısı açısından incelemeyi amaçlamıştır. Nedensel karşılaştırma modelinin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını ortaokulda öğrenim gören toplam 414 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri sözel problem testi ve genel problem testi kullanılarak toplanmıştır. Yapılan analizler neticesinde öğrencilerin çoğunluğunun orantısal olan ve olmayan durumları ayırt etme başarılarının

yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca bilinmeyen değer problemlerinde karşılaştırma problemlerine göre daha yüksek performans gösterdikleri belirlenmiştir. Tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin çoğunluğunun toplamsal akıl yürütme eğilimine, daha az öğrencinin ise çarpımsal akıl yürütme eğilimine sahip oldukları görülmüştür.

Açıkgül (2021) çalışmasında ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmeye yönelik kullanışlı, geçerli ve güvenilir iki aşamalı bir test geliştirmeyi amaçlamıştır. Sıralı açıklayıcı karma yöntemin kullanıldığı bu araştırmanın çalışma grubunu 7 ve 8. sınıflarda öğrenimini sürdüren toplam 391 öğrenci oluşturmuştur. Geliştirilen testin ilk aşamasında dört seçenekli çoktan seçmeli bir probleme cevap verilmesi ve ikinci aşamasında verilen cevabın açıklanması ve gerekçelendirilmesi istenmiştir. Yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmalarıyla testin kapsam ve görünüş geçerliliği, yapı geçerliliği, ayırt edici geçerlik ve güvenirlik katsayısı incelenmiştir. Yapılan bu incelemeler sonucunda kayıp değer, sayısal karşılaştırma, nitel tahmin ve karşılaştırma faktörlerini içeren 12 maddelik iki aşamalı, geçerli ve güvenilir orantısal akıl yürütme beceri testi geliştirilmiştir.

Arıcan (2020) çalışmasında matematik dersi öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilme ve temsil edebilme becerilerini problem içerikleri açısından incelemeyi amaçlamıştır. Açıklayıcı çalışma tasarım modelinin kullanıldığı bu çalışma 46 matematik öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplama amacıyla ilk olarak öğretmen adaylarına 2 problemten oluşan test uygulanmış ve ikinci aşamada 8 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda katılımcıların orantısal olan ve olmayan durumları belirleyebilme ve temsil edebilme becerilerinin problem içeriklerinden etkilendiği belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının ters orantılı durumları belirleme ve temsil etmede, doğru orantılı durumlara göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının daha çok orantısal olmayan durumların belirlenmesi ve temsil edilmesinde zorlandıkları tespit edilmiştir.

Kaya (2020) çalışmasında ortaokul matematik öğretmen adaylarının ve öğretmenlerinin orantısal olan ve olmayan durumları bilme ve birbirinden ayırt edebilme becerilerini incelenmeyi amaçlamıştır. Tarama yönteminin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini bir eğitim fakültesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenimini sürdüren 45 dördüncü sınıf öğrencisi ve 30 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmuştur. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen iki farklı test

kullanılarak toplanmıştır. İlk test kitaplarda ve müfredatta sık karşılaşılmayan türden sorulardan oluşurken ikinci test öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının alışık olduğu türden sorulardan oluşmuştur. Araştırmanın bulgularına göre hem öğretmen hem de öğretmen adaylarının orantısal ve orantısal olmayan ilişki türlerini içeren problemlerdeki başarı ortalamalarının ikinci testte daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca orantısal ve orantısal olmayan ilişki problemlerinde her iki testte de öğretmenlerin başarı ortalamasının öğretmen adaylarının başarı ortalamasından daha yüksek olduğu görülmüştür.

Öztürk (2020) çalışmasında problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin, 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile öz düzenleme düzeyleri arasındaki ilişkide aracılık etkisini incelemeyi amaçlamıştır. İlişkisel araştırma modelinin kullanıldığı bu çalışma 279 yedinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri orantısal akıl yürütme beceri testi, öz-düzenleme ölçeği ve problem çözmeye ilişkin yansıtıcı düşünme beceri ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin öz düzenleme düzeyleri, orantısal akıl yürütme becerileri ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Ayrıca problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisinin, öz düzenleme düzeyleri ve orantısal akıl yürütme becerisi arasında kısmi aracı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ayan ve Işıksal-Bostan (2019) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini, çözüm stratejilerini ve gerçek yaşam bağlamlarında karşılaştıkları güçlükleri geometri ve ölçme alanında incelemeyi amaçlamışlardır. Karma araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışma toplam 935 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak amacıyla gerçek hayat problemlerini içeren orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Ayrıca 12 öğrenci ile görev temelli görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yarısından fazlasının problemlerin çoğuna doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Ayrıca çarpma stratejisi dışında başka bir strateji geliştiremedikleri görülmüştür. Bununla birlikte öğrencilerde yüzeysel ve prosedürel bir anlayışla sorulara yaklaşmalarından kaynaklanan kavramsal anlama eksikliğinin görüldüğü tespit edilmiştir.

Sönmez (2019) çalışmasında matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanma sürecinde 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini etkileyen faktörleri

belirlemeyi amaçlamıştır. Durum çalışmasının kullanıldığı araştırmacının katılımcılarını matematik başarıları yüksek olan altı 7. sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmacı tarafından geliştirilen etkinlikler gruplar halinde çalışan öğrencilere uygulanmıştır. Veri toplama aracı olarak, grupların soru çözümlerini içeren video-ses kayıtları, araştırmacının gözlem notları ve öğrencilere ait çalışma dokümanları kullanılmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme sürecinde orantısal akıl yürütmeyi etkileyen; orantısal olan ve olmayan durumları ayırt edilebilme, tam sayı bulma beklentisi, çarpımsal ilişkileri kavramsal olarak ilişkilendirebilme, işlem hatalarından kaynaklı günlük yaşam durumlarından geri bildirim alınamaması, matematiksel sonuçlardan günlük yaşama aktarımlar, günlük yaşamdan matematiğe aktarımlar olmak üzere 6 faktör belirlenmiştir.

Özen Yılmaz (2019), çalışmasında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerini çözebilme başarılarını belirlemeyi, öğrencilerin başarılarının problem türüne göre değişimini tespit etmeyi ve problemlerdeki çözüm stratejilerini incelemeyi amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini Ankara'da bulunan bir devlet okulunda öğrenimini sürdüren toplam 858 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından hazırlanan 20 soruluk orantısal akıl yürütme testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular öğrencilerin orantısal akıl yürütme başarılarının sınıf seviyesine bağlı olarak arttığını ve problem türlerine göre değiştiğini göstermiştir. 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin en çok değişim çarpanı stratejisini kullanırken, 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin en çok içler dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, resmi olarak öğretilmese de öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip oldukları görülmüştür.

Boyacı (2019), çalışmasında matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerisini incelemeyi amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışmaya Türkiye'de yer alan beş farklı üniversitenin 3 ve 4. sınıf düzeylerinde öğrenimini sürdüren 261 matematik öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen ve 13 sorudan oluşan orantısal akıl yürütme ölçeği ve klinik görüşmeler kullanılarak toplanmıştır. Ölçek uygulaması sonrasında ölçek puanlarına göre farklı seviyelerdeki 7 öğretmen adayıyla klinik görüşmeler yapılmıştır. Nicel araştırma bulgularına göre öğretmen adaylarının yüksek puan almalarına rağmen doğru ve ters orantıdaki çarpımsal ilişkiyi anlamlandırma, orantısal ilişkilerde değişen ve değişmeyen yapıları görme ve kavrama, öğrencilerin alternatif çözümlerini değerlendirme ile oran ve

orantı kavramlarına ilişkin dili doğru kullanma gibi durumlarda güçlük çektikleri belirlenmiştir. Nitel araştırma bulgularına göre ise yüksek puan alan öğretmen adaylarının, diğer öğretmen adayları ile karşılaştırıldığında çözümlerine dair daha fazla kavramsal açıklama yapabildikleri görülmüştür. Fakat kavramlara ilişkin hatalı dil kullanımının ve çapraz çarpım algoritmasının tüm durumlarda kullanma eğiliminin tüm öğretmen adaylarında var olduğu tespit edilmiştir.

Nemutlu İnanır (2019), çalışmasında üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Kesitsel tarama modelinin kullanıldığı bu araştırma İstanbul'da bulunan bir Bilim ve Sanat Merkezi'nde 5, 6, 7 ve 8. sınıflarda öğrenimini sürdüren 157 öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri Akkuş ve Duatepe Paksu'nun (2006) geliştirmiş olduğu orantısal akıl yürütme beceri testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Ayrıca sınıf seviyesi yükseldikçe orantısal akıl yürütme becerilerinin de yükseldiği belirlenmiştir. Üstün yetenekli öğrencilerin bilinmeyi bulma ve ters orantı soruları ile niceliksel karşılaştırma sorularını çözebilmek için gerekli beceriye daha çok 7. sınıfta ulaşırken niteliksel karşılaştırma sorularını çözebilmek için gerekli beceriye daha çok 6. sınıf düzeyinde ulaştıkları belirlenmiştir.

Demir (2019) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Karma araştırma modellerinden açıklayıcı sıralı desenin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını Türkiye'nin kuzey doğusunda bulunan bir ilde öğrenimini sürdüren 56 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Nicel verilerin toplanmasında orantısal akıl yürütme beceri testi, nitel verilerin toplanmasında ise etkinlik kartları ve sesli düşünme protokolleri kullanılmıştır. Elde edilen nicel bulgular sonucunda kız öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin erkek öğrencilerden yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin niteliksel karşılaştırma gerektiren problemlerde daha yüksek puan alırken, niceliksel karşılaştırma ve bilinmeyi bulma problemlerinde daha az başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Kahraman vd. (2019) çalışmalarında ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problem türlerinden biri olan nicel karşılaştırma problem türünde kullandıkları stratejileri incelemeyi amaçlamışlardır. Durum çalışmasının kullanıldığı bu araştırmanın örneklemini 2015-2016 yıllarında iki farklı okulun 7 ve 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren 56 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri orantısal akıl yürütme

testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilere göre daha çok strateji üretebildikleri ve hatalı stratejileri daha az kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin daha çok içler dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları, 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin ise daha çok birim oran stratejisini kullandıkları tespit edilmiştir.

Çomruk (2018) çalışmasında kırsal bir bölgedeki ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerini incelemeyi amaçlamıştır. Durum çalışmasının kullanıldığı bu araştırmanın katılımcılarını bir köy okulunda öğrenim gören 12 ortaokul öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmanın verileri orantısal akıl yürütme ölçeği ve klinik görüşme formu kullanılarak toplanmıştır. Bu kapsamda öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğrencilerden verilen problemleri materyal kullanmadan ve materyal kullanarak çözmeleri ve çözümlerini açıklamaları istenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin materyal kullanmadan yaptıkları çözümlerde; veri ihmal, duygusal cevap verme, toplamsal stratejiler, içler dışlar çarpımı, birim oran stratejisi ve denk kesir stratejilerini kullandıkları belirlenmiştir. Materyal kullanarak yaptıkları çözümlerde ise birim oran stratejisi, duygusal cevap verme ve denk kesir stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca materyal kullanarak çözüm yapan öğrencilerden bazılarının daha önce kullandıkları hatalı stratejileri kullanmayı bırakarak, doğru stratejileri tercih ettikleri belirlenmiştir.

Karaduman (2018), çalışmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarını incelemeyi ve bunlar arasındaki ilişkiyi tespit etmeyi amaçlamıştır. Çalışmada ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini, Bursa'da bulunan bir okulun 6, 7 ve 8. sınıflarında eğitim gören 355 öğrencisi oluşturmuştur. Çalışmanın verileri, matematik tutum anketi ile Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilmiş olan orantısal akıl yürütme beceri testi kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin ortalamasının altında olduğu belirlenmiştir. Cinsiyet değişkeni açısından ise, kız öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri testi puanlarının, erkek öğrencilere oranla daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Matematik dersine yönelik tutumları arasında ise cinsiyete göre anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin sınıf seviyelerine göre matematik dersine yönelik tutum puanlarına bakıldığında sınıf seviyesi arttıkça puanların istatistiksel olarak azaldığı görülmüştür. Bununla birlikte, öğrencilerin orantısal akıl

yürütme becerileri puanları ile matematik dersine yönelik tutum puanları arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Mersin (2018) çalışmasında, öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumlarda kullandıkları akıl yürütmeleri incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 5, 6 ve 7. sınıfta öğrenim gören toplam 146 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmada veri toplama aracı olarak Hilton vd. (2013) tarafından geliştirilmiş olan orantısal akıl yürütme teşhis testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin çarpımsal akıl yürütmeleri gereken durumlarda çoğunlukla toplamsal veya mutlak olarak düşünmelerinden dolayı kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütmeleri gereken durumlarda mutlak bir değişim varmış gibi davranarak toplamsal akıl yürütmeyi kullanmaları, orantısal akıl yürütmenin kullanılacağı zamana karar verilememesi gibi hatalar yaptıkları belirlenmiştir.

Toluk Uçar ve Bozkuş (2016) çalışmalarında öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt edebilme becerilerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Nitel araştırma yöntemlerinden betimsel araştırma deseninin kullanıldığı çalışma, 4, 5, 6 ve 7. sınıflarda öğrenimini sürdüren 320 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verileri, ikisi orantısal (çarpımsal durumlar), diğer ikisi orantısal olmayan (toplamsal durumlar) dört açık uçlu problemin yer aldığı bir test kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda, bazı öğrencilerin orantısal olan ve olmayan problem durumlarını ayırt edemediklerini, toplamsal durum içeren problemleri çarpımsal çözüm stratejilerini kullanarak, çarpımsal durum içeren problemleri ise toplamsal çözüm stratejilerini kullanarak çözmeye eğilimi gösterdikleri belirlenmiştir.

Atabaş (2014), çalışmasında 5 ve 6. sınıflarda öğrenim gören öğrencilerin orantısal düşünme becerilerinin incelenmesini amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı çalışma bir özel okulun 5 ve 6. sınıflarında öğrenim gören toplam 221 öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri farklı problem türünden oluşan 12 problemlilik test kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin orantısal ilişki içeren ve içermeyen problemlerin çözümünde farklı başarı yüzdelerine sahip oldukları görülmüştür. Öğrenciler orantısal ilişki içeren bilinmeyen değer türündeki problemlerin çözümünde en yüksek başarı oranına sahipken, sabit ilişki içeren problemlerin çözümünde en düşük başarı oranına sahip oldukları belirlenmiştir.

Pelen (2014), çalışmasında 6. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini sınıflama becerilerini belirlemeyi ve bununla birlikte problem çözme başarılarını ve problemleri çözerken kullandıkları stratejilerin; problem türü, problemlerin sayısal yapılarından etkilenip etkilenmediğini belirlemeyi amaçlamıştır. Tarama modelinin kullanıldığı bu araştırma Adana'nın bir ilçesinde yer alan 3 ortaokuldaki 165 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri orantısal akıl yürütme problem testi kullanılarak toplanmıştır. Veriler toplanırken araştırmanın örneklemini eşit olacak şekilde iki gruba ayrılmıştır. Birinci gruptan önce kendilerine verilen problem formunda yer alan problem kartlarını sınıflandırmaları daha sonra kendilerine verilen diğer bir formda yer alan problemleri çözmeleri istenmiştir. Diğer gruptan ise önce kendilerine verilen formda yer alan problemleri çözmeleri sonrasında ise diğer formda yer alan problem kartlarını sınıflandırmaları istenmiştir. Araştırma sonucunda bu iki grubun başarısı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini sınıflama becerilerinin orta düzeyde olduğu, problem türlerinin ve sayısal yapılarının problemlerin çözümünde kullanılan stratejileri ve zorluk derecelerini etkilediği belirlenmiştir.

Pakmak (2014), çalışmasında öğrencilerin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri belirlemeyi ve bu stratejileri nasıl kullandıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Durum çalışması olarak desenlenen bu araştırmanın örneklemini, Denizli'de bulunan bir devlet okulunun 6. sınıfında öğrenimini sürdüren 20 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri görüşme formu ile Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilmiş olan orantısal akıl yürütme testi kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin 8 farklı orantısal akıl yürütme stratejisini kullanarak problemleri çözdükleri belirlenmiştir. Nitel orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken daha çok ters orantı algoritması kullanılırken; nicel orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken daha çok birim oran stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Öğrenciler genel olarak nicel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejiyi daha çok verilen sayılarla işlem yapma biçiminde uygularken, nitel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejileri ise daha çok ifadeleri sayısallaştırma, sembolleştirme veya çizim yapma biçiminde uyguladıkları görülmüştür.

Altaylı (2012) çalışmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesinde, gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının etkisini incelemeyi

amaçlamıştır. Karma araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini 25'i deney grubunda ve 24'ü kontrol grubunda olan ve 7. sınıfta öğrenimini sürdüren 49 öğrenci oluşturmuştur. Kontrol grubunda geleneksel yöntemlere dayalı ders işlenirken deney grubunda araştırmacı tarafından hazırlanan öğrenme etkinlikleriyle gerçekçi matematik yaklaşımına dayalı ders işlenmiştir. Çalışmanın verileri araştırmacının geliştirmiş olduğu 15 soruluk test ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin akademik başarılarında gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı ile gerçekleştirilen öğrenme etkinliklerinin, geleneksel yaklaşıma göre gerçekleştirilen öğrenme etkinliklerinden daha etkili olduğu belirlenmiştir.

Çelik'in (2010) çalışmasının amacı ilköğretim 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Çalışmada ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını Trabzon ilinde bulunan yedi ortaokulun 7 ve 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren toplam 392 öğrenci oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak araştırmacının geliştirdiği problem kurma testi ile Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilmiş olan orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda yetersiz orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin oran-orantı problemlerini kurarken zorluk çektikleri görülmüştür. Orantısal akıl yürütme becerisi yüksek olan öğrencilerin ise oran-orantı problemlerini kurmada başarı gösterdikleri belirlenmiştir.

Özgün Koca ve Kayhan Altay (2009) çalışmalarında 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problem türü, cinsiyet ve sınıf seviyesine göre değişimini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın katılımcılarını Ankara'da bulunan bir okulun 6 ve 7. sınıflarında öğrenim gören toplam 143 öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmanın verileri 3'ü kayıp değer ve 5'i sayısal karşılaştırma olmak üzere 8 problemden oluşan test kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin kayıp değer problemlerinin çözümünde sayısal karşılaştırma problemlerine göre daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Bununla birlikte 7. sınıf öğrencilerinin 6. sınıf öğrencilerine oranla daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca cinsiyet ile öğrencilerin başarıları arasında anlamlı bir ilişki olmadığı tespit edilmiştir.

Ünsal (2009) çalışmasında, 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile genel matematik başarıları ve matematiğe karşı tutumları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyete göre değişip

değişmediğini araştırmayı amaçlamıştır. Tarama modelinin kullanıldığı bu araştırmanın örneklemini Bolu ilinde bulunan 8 farklı okulun yedinci sınıfında öğrenimini sürdüren 351 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri, PISA 2003 Projesinden faydalanılarak geliştirilen matematik tutum anketi ve Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme testi kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda hem kız hem de erkek öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile matematik başarıları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile matematikten zevk almayla alakalı tutumları arasında erkeklerde pozitif yönlü orta derecede, kızlarda ise pozitif yönlü fakat zayıf bir ilişkinin olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile matematik kaygısı ve sıkıntı duymayla alakalı tutumları arasında ise hem erkek hem de kız öğrencilerde negatif yönlü ve orta düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca orantısal akıl yürütme problemlerinde kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

Aladağ (2009) çalışmasında 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözerken kullandıkları stratejileri ve bunların sınıf seviyelerine göre nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu araştırmanın çalışma grubunu Adana’da yer alan okulların 6, 7 ve 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren toplam 570 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri orantısal akıl yürütme problemleri ile gerçekçi cevap gerektiren problemlerin yer aldığı bir test ve yapılan görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejilere bakıldığında 6. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin belirgin bir strateji kullanmadığı, 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin daha çok içler-dışlar çarpımı stratejisini kullandığı ve 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin ise daha çok birim oran stratejisini kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerin çözümünde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Çetin (2009) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin denklem çözme başarıları ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini, Konya ilinde bulunan ortaokullardan rastgele seçilen ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 344 öğrenci oluşturmuştur. Veri toplama aracı olarak denklem testi ve orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerinin farklı denklem türlerine ait

başarı ortalamaları ile orantısal akıl yürütme testinde yer alan bilinmeyen değeri bulma ters orantı, niceliksel ve niteliksel karşılaştırma soru türlerine ait alt boyutların başarı ortalamaları arasında anlamlı farklılıklar olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin denklem çözme başarılarını yüksek düzeyde yordadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Küpcü (2008) çalışmasında etkinlik temelli matematik öğretiminin öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarılarına etkisini araştırmıştır. Ön test-son test gruplu yarı deneme modelinde gerçekleştirilen çalışmanın örneklemini İstanbul'da bulunan bir ortaokulda 7 ve 8. sınıflarda öğrenimini sürdüren toplam 134 öğrenci oluşturmuştur. Deney grubunda etkinlik temelli dersler işlenirken, kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle dersler işlenmiştir. Çalışmanın verileri problem çözme başarı testleri kullanılarak toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda son test puanlarına göre deney grubunu oluşturan öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerini çözme başarılarının kontrol grubunu oluşturan öğrencilere göre daha yüksek olduğu belirlenmiştir.

Akkuş ve Duatepe Paksu (2006) çalışmalarında orantısal akıl yürütme becerisini ölçmeye yönelik bir test ve bu teste uygun dereceli puanlama anahtarı geliştirmeyi amaçlamışlardır. Geliştirilen ölçme aracı; niceliksel ve niteliksel karşılaştırma, bilinmeyen değeri bulma ve ters orantı soru türlerini içeren toplam 15 açık uçlu maddeden oluşmuştur. Oluşturulan ölçme aracı ile ilgili uzman görüşleri alındıktan sonra yapılan değerlendirmeler sonrasında bu test 7 ve 8. sınıflarda öğrenimini sürdüren 304 öğrenciye uygulanmıştır. Toplanan veriler dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilmiştir. Orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek için hazırlanan bu testteki maddelerin ortaya koydukları yapıyı belirlemek için faktör analizi yapılmıştır. Sonuçta geliştirilen ölçme aracının ve dereceli puanlama anahtarının orantısal akıl yürütme becerisini ölçmek ve puanlamak için yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Duatepe vd. (2005) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme sorularını çözerken kullandıkları çözüm stratejilerini belirlemeyi ve bu stratejilerin soru türlerine göre değişimini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın örneklemini, Ankara'da bulunan dört farklı ortaokulda öğrenimini sürdüren toplam 295 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri 10 açık uçlu sorudan oluşan orantısal akıl yürütme testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma sorularını çözerken çoğunlukla içler-dışlar çarpımı stratejisini; niceliksel karşılaştırma

sorularını çözerken çoğunlukla birim oran stratejisini; niteliksel karşılaştırma sorularını çözerken çoğunlukla belirli bir strateji kullanmadıklarını; orantısız olmayan karşılaştırma türündeki soruları çözerken çoğunlukla toplamsal ilişki stratejisini ve ters orantı sorularını çözerken çoğunlukla ters orantı algoritmasını kullandıklarını göstermiştir.

Kayhan'ın (2005) çalışmasının amacı 6 ve 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin orantısız akıl yürütme sorularını çözerken kullandıkları çözüm stratejilerinin; sınıf seviyesi, soru türü ve cinsiyete göre nasıl değiştiğini incelemektir. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışma, 2004-2005 öğretim yılında bir devlet okulunda 6 ve 7. sınıfta öğrenimini sürdüren 143 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri, orantısız akıl yürütme testi ve görüşmeler ile toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin soruların çözümünde 15 farklı strateji kullandıkları belirlenmiştir. Birim oran stratejisinin ise en çok kullanılan strateji olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin soru türlerine göre farklı çözüm stratejileri kullandıkları gözlenmiştir. Bilinmeyen değeri bulma sorularında en çok kullanılan stratejiler; içler-dışlar çarpımı ve birim oran stratejileri iken sayısal karşılaştırma sorularında en çok kullanılan stratejiler; denklik sınıfı ve toplamsal ilişki stratejileri olmuştur. Yapılan görüşmeler sonucunda ise öğrencilerin soruların çözümünde kullandıkları stratejileri tercih etme nedenlerinin; ön bilgiler, kişisel tercihler, inançlar, problemin yapısı gibi birçok faktörden etkilendiği belirlenmiştir.

Akkuş-Çıkla ve Duatpe (2002) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının orantısız akıl yürütme becerilerini ve bu problemlere getirdikleri çözüm stratejilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını Hacettepe Üniversitesi'nde öğrenim gören 12 birinci sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak Miller ve Fey (2000) tarafından geliştirilen ölçme aracı Türkçeye uyarlanarak kullanılmıştır. Araştırma sonunda, öğretmen adaylarının, işlemsel becerinin gerekli olduğu sorularda başarıyla, kavramsal bilginin gerekli olduğu sorularda aynı başarıyı gösteremedikleri gözlenmiştir.

2.2.2. Orantısız Akıl Yürütme ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Rohati vd. (2021) çalışmalarında COVID-19 pandemisi bağlamında lise öğrencilerinin orantısız akıl yürütme becerilerini tespit etmeyi amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışmaya Endonezya'nın bir eyaletindeki 253 öğrenci katılmıştır. Veri toplama amacıyla kullanılan testte COVID-19 pandemisi bağlamında

gerçek dünya senaryolarından oluşan problemler kullanılmıştır. Devam eden COVID-19 pandemisi nedeniyle test Whatsapp aracılığıyla uygulanmıştır. Elde edilen bulgular, konunun bağlamı tüm dünyayı etkileyen COVID-19 pandemisinin mevcut durumu olduğunda, öğrencilerin oldukça iyi bir orantılı akıl yürütme sergilediklerini göstermiştir. Bu sonuç matematik öğretmenlerinin öğrencilerin orantılı akıl yürütme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olacak öğrenme etkinlikleri ve problem çözme görevleri oluşturmalarının önemli olduğunu göstermiştir.

Mardika ve Mahmudi (2021) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Tarama araştırması olarak desenlenen bu çalışmanın örneklemini Endonezya'nın Yogyakarta şehrinde bulunan 16 farklı devlet okulunda öğrenimlerine devam eden 158 öğrenci oluşturmuştur. Okullar belirlenirken ulusal matematik sınavının ortalama puanlarına dayalı olarak çok yüksek, yüksek, orta ve düşük ortalamaları temsil eden okulların seçilmesine dikkat edilmiştir. Veri toplama aracı olarak yazılı sınav ve görüşmeler kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda çok yüksek ve yüksek ortalamaya sahip okullardaki öğrencilerin orta derecede orantılı muhakeme yeteneğine sahip olduğu, orta ve düşük ortalamaya sahip okullardaki öğrencilerin düşük orantısal akıl yürütme yeteneğine sahip oldukları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken yaşadıkları güçlüklerin problemin türüne göre değiştiği belirlenmiştir.

Weiland vd. (2020) çalışmalarında öğretmenlerin sağlam bir orantısal akıl yürütme anlayışı edinmeleri için geçmiş araştırmaların sentezine dayanan bir çerçeve geliştirmeyi amaçlamışlardır. Araştırmacılar bu çerçeve kapsamında öğretmenlerin orantısal akıl yürütmeye ilişkin sağlam bir anlayış geliştirebilmeleri için bazı ön beceriler belirlemişlerdir. Bu ön beceriler; bir durumun orantılı akıl yürütmeyi kullanmak için uygun olup olmadığını belirleyebilme, orantılı durumlarda matematiksel yapıları anlamlandırma ve problem çözmede bunlardan yararlanma, orantılı ilişkilerin gerekçelendirilebileceğini anlama ve öğrencilerin orantılı akıl yürütme gelişimini destekleme, iki nicelik arasında üçüncü bir soyutlanabilir niceliğin ortaya çıkmasına yol açan sabit bir ilişki olduğunu bilme, bir orantının çarpımsal karşılaştırmayı temsil ettiğini bilme, orantısal olarak akıl yürütmeyi desteklemek için çeşitli temsilleri kullanabilme, oranların ve kesirlerin farklılıklarını ve benzerliklerini bilme, orantılı akıl yürütmeyi matematikteki diğer konularla anlamlı bir şekilde ilişkilendirebilme olarak belirlenmiştir. Araştırmacılar geliştirdikleri bu çerçevenin bir öğretmenin orantısal akıl yürütme

alanında öğrencisini desteklemesine yardımcı olacak bir ön anlayışlar dizisi oluşturduğunu belirtmişlerdir.

Hidayati ve Tristanti (2020) çalışmalarında 7. sınıf öğrencilerinin kullandıkları orantısal akıl yürütme türlerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Nitel araştırma yöntemlerinden betimsel araştırma deseninin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını 7. sınıfta öğrenim gören 150 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri orantısal akıl yürütme testi, sesli düşünme yöntemleri ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgulara göre orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken 62 öğrencinin çapraz çarpım stratejisini, 30 öğrencinin toplamsal akıl yürütmeyi, 45 öğrencinin çarpımsal akıl yürütmeyi, 13 öğrencinin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütmeyi bir arada kullandıkları belirlenmiştir.

Sawatzki vd. (2019) çalışmalarında adalet ve finansal bağlam içeren bir sorunun öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye yönelik matematiksel keşiflerini ne ölçüde teşvik edeceğini belirlemeyi amaçlamışlardır. Öğretim deneyi yönteminin kullanıldığı bu çalışma Avustralya’da bulunan bir şehirde 5 ve 6. sınıflarda öğrenim gören 37 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veri toplamak amacıyla öğrencilerin problemle ilgili düşüncelerini, çözümlerini ve problemle ilgili yansımalarını kaydetmeleri sağlanmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular öğrencilerin çoğunluğunun problemin nasıl çözüleceğine dair bir miktar sezgisel anlayışa sahip olduğunu ve en az yarısının ya çarpımsal düşünme ya da orantılı akıl yürütme kullandığını ortaya koymuştur. Ayrıca gerçekçi bağlamlar içeren matematiksel problemlerin öğrencilerin daha derin ve daha güçlü matematiksel anlayışlar geliştirmelerine yardımcı olduğu belirlenmiştir.

Nasir (2018) çalışmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini nasıl yapılandırıldığını belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemini 13-14 yaşlarında 20 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri orantısal akıl yürütme problem testi ve ardından bireysel görüşmeler kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin uygun olmayan problemlerde çapraz çarpım stratejilerini kullanmaya çalıştığı, denklem kurmaları gereken problemlerde denklem kurmaktan kaçındıkları, ters orantı problemlerinde zorlandıkları belirlenmiştir.

Hilton vd. (2016) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin gelişiminde öğretmenlerin mesleki gelişiminin etkililiğini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırma Avustralya’da 130’dan fazla öğretmen ve 10 ile 14 yaş

arasındaki 2500'den fazla öğrencinin katılımıyla gerçekleşmiştir. Öğretmenlerin gelişimi için bir dizi gelişim atölyesi tasarlanmıştır. Atölyelerde öğretmenler, orantısal akıl yürütme öğretimi ve öğrenimi ile ilgili literatürün yanı sıra öğrencilere uygulanan tanılama aracının sonuçları ile ilgili de bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin tanılama aracına verdiği yanıtlar, öğretmenlerin dikkatini öğrencilerinin öğrenme gereksinimlerine çekmek ve öğretmenlerin sınıflarında bu gereksinimleri karşılayabilecek uygulamalara odaklanmasına yardımcı olmak için kullanılmıştır. Araştırma bulguları öğretmenlerin kavramsal bilgilerinin ve orantısal akıl yürütme ile ilgili sınıf stratejilerini destekleyen mesleki gelişiminin, öğrencilerin öğrenme çıktılarını etkileyebileceğini göstermiştir. Ayrıca orantısal akıl yürütme becerisinin gelişiminin oldukça zaman aldığını ve birçok öğrencinin bu önemli beceri ve kavramlara ilişkin daha fazla eğitim almaya ihtiyaç duyduğunu belirtilmiştir.

Ojose (2015), çalışmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve ilgili ondalık, yüzde ve oran gibi diğer kavramlara dair anlayışlarını ve bu kavramlara dair eksikliklerini incelemeyi amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını Amerika Birleşik Devletleri'nin kuzeydoğusundaki bir kentte bulunan 35'i altıncı sınıf, 43'ü yedinci sınıf ve 36'sı sekizinci sınıf olan toplam 114 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın ilk aşamasında öğrencilere araştırmacı tarafından geliştirilen test uygulanmış, ikinci aşamasında nicel verilere daha fazla ışık tutmak için seçilen öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonuçları sınıf düzeyindeki artışın öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerinde daha iyi performans gösterecekleri anlamına gelmediğini göstermiştir. Bununla birlikte uygulanan testler ve görüşmelerin analizi, orantı kavramının öğretilmese de tüm sınıf düzeyindeki öğrencilerin kavrama ilişkin anlayışa sahip olabileceğini göstermiştir. Ayrıca nitel veriler öğrencilerin ondalık, yüzde, oran, orantı ve orantısal akıl yürütme kavramları arasındaki bağlantıları açıklayamadıklarını göstermiştir. Araştırmacı bu boşluğun öğretim uygulamalarından kaynaklanabileceğini belirtmiştir.

Verdu ve Ciscar (2012) çalışmalarında ilkökul ve ortaokul boyunca öğrencilerin orantılı ve orantılı olmayan soruların çözümünde öğrenci davranış değişimini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını ilkökul ve ortaokulda öğrenim gören toplam 755 öğrenci oluşturmuştur. Elde edilen verilerin analizleri sonucunda ilkökul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak daha çok toplamsal ilişkileri kullandıkları ve ortaokul öğrencilerinin problemin türünden bağımsız olarak daha çok

çarpımsal ilişkileri kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerindeki başarısının, oran kavramının anlamına vakıf oldukları anlamına gelmediği sonucuna ulaşılmıştır.

Van Dooren vd. (2010) çalışmalarında orantısal problemleri çözmek için toplama yöntemlerini ve toplamsal ilişki içeren problemleri çözmek için çarpımsal yöntemlerin kullanılması durumlarının yaşa göre nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını 3, 4, 5 ve 6. sınıflarda öğrenimini sürdüren 325 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri, yarısı orantısal diğer yarısı toplamsal yapıda olan eksik değer problemlerinden oluşan test kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda toplamsal ilişki içeren problemlerde çarpımsal yöntemlerin kullanımının yaş ile birlikte arttığı ve orantısal ilişki içeren problemlerde toplamsal yöntemlerin kullanımının yaş düzeyi arttıkça azaldığı görülmüştür. Ayrıca öğrenciler problemlerdeki sayılar tamsayı oranlar oluşturduğunda daha çok çarpımsal yöntemleri uygularken, sayılar tamsayı oranlar oluşturmadığında toplamsal yöntemleri kullandıkları belirlenmiştir. Sonuç olarak öğrenciler, problemin çözüm yönteminin toplamsal mı yoksa çarpımsal mı olacağına karar vermek için problemin toplamsal veya orantısal durumundan ziyade problemin sayısal özelliklerine bakma eğiliminde oldukları görülmüştür.

Taylor ve Jones (2009) çalışmalarında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cisimlerin yüzey alanlarını ve hacimlerini öğrenebilme becerileri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma 11 ile 13 yaş arası 19 ortaokul öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri Allain (2000) tarafından ortaokul öğrencileri için geliştirilen 10 açık uçlu sorudan oluşan orantısal akıl yürütme değerlendirme ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Öğrencilerin cisimlerin yüzey alanları ve hacimleriyle ilgili bilgilerini ölçmek amacıyla ön-test uygulanmış sonrasında bu konuyla ilgili bir haftalık eğitimden sonra son-test uygulanmıştır. Araştırma bulgularına göre orantısal akıl yürütme testinde başarılı olan öğrencilerin, cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri ile ilgili yapılan ön-test ve son-test puanları arasında anlamlı farklılıklar tespit edilmiştir. Bu sonucun cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri arasındaki çarpımsal ilişkinin orantısal akıl yürütme ile ilgili olmasından kaynaklandığı belirtilmiştir.

Dooley (2006) çalışmasında belirli kırsal ve düşük gelirli ortamlardaki lise öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma 21 tanesi ile birebir derinlemesine görüşmeler yapılan 107 lise öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın verileri hazırlanan 8 soruluk orantısal akıl yürütme

setleri kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgulara göre sadece 2 öğrencinin ileri seviyede orantısal akıl yürütme becerisi sergilediği, 19 öğrencinin ise orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümü için çapraz çarpma ve bölme algoritmasını kullanamadıkları görülmüştür. Sonuç olarak orantısal akıl yürütmeyle ilgili çalışmalara lisede de devam edilmesinde faydalı olacağı sonucuna ulaşılmıştır.

Koellner-Clark ve Lesh (2003) çalışmalarında, öğrencilerin orantısal akıl yürütme süreçlerini keşfetmeyi amaçlamışlardır. Araştırma gruplara ayrılan 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden kendilerine verilen sezgisel düşüncelerini sağlayacak açık uçlu ayak izi problemine çözüm getirmeleri istenmiştir. Araştırmanın verileri ses ve videokasetler kullanarak elde edilmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken gösterdikleri performanslar 5 düzeyde sınıflandırılmıştır. Araştırmacıların problem yorumu olarak tanımladıkları birinci düzeyde öğrencilerin problemle ilk karşılaştıkları anda verilere ve kavramlara odaklandıkları belirtilmiştir. Niteliksel ilişkiler olarak tanımladıkları ikinci düzeyde öğrencilerin niteliksel problemleri çözebilirken niceliksel problemleri çözmekte zorlandıkları belirtilmiştir. Üçüncü düzeyde ise toplamsal ilişkilere yönelik akıl yürütme olduğu belirlenmiş ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme modeli olarak, azalma, çoğalma, karşılaştırma, parça bütün şemalarının kurallarından yardım alabilecekleri ifade edilmiştir. Dördüncü düzey tanıma ve cevap verme örüntüsü olarak belirlenmiş ve bu düzeyde öğrencilerin arttırma stratejisinden yararlandıkları ifade edilmiştir. Beşinci düzey ise çarpımsal orantısal akıl yürütme olarak belirlenmiştir.

Singh (2000) çalışmasında, iki 6. sınıf öğrencisinin orantısal düşünme ile ilgili bilişsel şemasını anlayabilmeyi amaçlamıştır. Klinik mülakat yönteminin kullanıldığı bu çalışmada seçilen iki öğrenciye de orantısal akıl yürütme becerisi gerektiren 5 soru sorulmuştur. Yapılan değerlendirmeler neticesinde öğrencilerin orantısal akıl yürütmeye ilişkin zihinsel şemalarının birbirinden farklı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca birim oran gibi standart algoritmaların cevaba ulaşmada faydalı olabileceği fakat öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi anlamaları için yeterli olmadığı belirtilmiştir.

Langrall ve Swafford (2000) yapmış oldukları araştırmada farklı başarı düzeylerine sahip öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu kapsamda 5, 6, 7 ve 8. sınıfların her birinden farklı akademik başarıya sahip dörder öğrenci seçilmiş ve bu öğrencilere Lamon (1993) tarafından

oluşturulan orantısal akıl yürütme problemleri sorularak görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmeler ve literatürdeki bulgulardan faydalanılarak orantısal akıl yürütme becerisine ilişkin dört farklı strateji düzeyi belirlenmiştir. Bu düzeyler düşük seviyeden yüksek seviyeye doğru şu şekilde sıralanmıştır: Düzey 0 (orantısal olmayan akıl yürütme); bu seviyedeki öğrencilerin çarpımsal karşılaştırmalar yerine toplamsal karşılaştırma yaptıkları ve rastgele işlemler kullandıkları gözlenmiştir. Düzey 1 (orantılı durumlar ile ilgili informal akıl yürütme); bu seviyedeki öğrencilerin manipülatifleri veya diğer matematiksel modelleri, resimleri kullanarak problemleri basit düzeyde anlamlı hale getirebildikleri gözlenmiştir. Düzey 2 (niceliksel akıl yürütme); bu seviyedeki öğrencilerin manipülatifleri ve modelleri kullanmadan niceliksel akıl yürütebildikleri gözlenmiştir. Düzey 3 (formal orantısal akıl yürütme); bu seviyedeki öğrencilerin değişken kullanarak orantıyı yapılandırdıkları ve farklı stratejiler kullanarak problemleri çözdükleri belirlenmiştir.

Ben-Chaim vd. (1998) çalışmalarında farklı müfredat deneyimleri olan 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Amerika'da eksiksiz bir matematik eğitimi vermek için yapılandırılan CMP (Connected Mathematics Project) programı kapsamında işbirlikçi ve yapılandırmacı etkinliklerle eğitim alan 124 öğrenci ile geleneksel müfredat ile eğitim alan 91 öğrenci bu çalışmanın katılımcılarını oluşturmuştur. Veri toplamak amacıyla her iki gruba yazılı sınav yapılmış, yazılı sınavdan sonra her iki grubun yaklaşık %25'i ile sorular hakkında detaylı bilgi almak için görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda CMP programı kapsamında eğitim gören öğrencilerin geleneksel müfredatla eğitim gören öğrencilere göre orantısal akıl yürütme problemlerini çözmek için daha etkili stratejiler geliştirdiği belirlenmiştir. Ancak her iki grubun öğrencilerinin önemli bir kısmının sorulara yanlış cevaplar verdikleri görülmüştür.

Cramer ve Post (1993), öğrencilerin orantısal akıl yürütme problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma toplam 913 yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden hız, ölçekleme, karışım ve yoğunluk gibi farklı bağlamlarda eksik değer, sayısal karşılaştırma, nitel tahmin ve karşılaştırma problemlerini çözmeleri istenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin eksik değer ve sayısal karşılaştırma problemlerinde başarı oranlarının düşük olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin problemleri doğru bir şekilde çözdüklerinde birim oran, değişim faktörü, kesir ve içler dışlar çarpımı olmak üzere dört farklı çözüm stratejisi

kullandıkları görülmüştür. Yedinci sınıf öğrencilerinin en çok birim oran stratejisini kullandıkları, sekizinci sınıfların ise en çok içler dışlar algoritmasını kullandıkları tespit edilmiştir.

Heller vd. (1989), çalışmalarında oran türü ve problem yapısının yedinci sınıf öğrencilerinin nitel ve sayısal orantısal akıl yürütme performansları üzerindeki etkilerini araştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmaya Amerika Birleşik Devletleri'nde yer alan bir Eyalette öğrenim görmekte olan 254 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Çalışmada, niteliksel ve niceliksel orantısal akıl yürütme problemleri ve bu problemlerde hız, tüketim ve satın alma olarak tanımlanan üç tür oran kullanılmıştır. Oran türlerinin her biri için iki farklı problem tasarlanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, problemdeki farklılıkların orantısal akıl yürütme becerisi üzerinde önemli ölçüde etkisi olduğu belirlenmiştir. Günlük yaşantıdan uzak ifadelerin ve oransal düzeni koruyacak sayıların yerlerinin değiştirilmesinin öğrencilerin çözümlerini zorlaştırdığı görülmüştür. Oran türleri arasında öğrencilerin en çok zorlandıkları oran türünün tüketim problemleri, en kolay gelen oran türünün ise alışveriş problemleri olduğu görülmüştür. Niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde, farklı oran türlerinin kullanılmasının problem düzenlemesinden daha etkili olduğu belirlenmiştir.

2.2.3. Olasılıksal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt İçinde Yapılan Araştırmalar

Dinç (2021) çalışmasında 2005 ve 2020 yılları arasında veri işleme ve olasılık öğrenme alanıyla ilgili yapılan lisansüstü tezlerin amaç, desen, tür, veri toplama aracı, araştırma modeli, örneklem grubu gibi bazı değişkenler açısından incelemeyi amaçlamıştır. Doküman analizi yönteminin kullanıldığı bu çalışmaya 63 tez dâhil edilmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda elde edilen veriler tez inceleme formuna kaydedilmiştir. Yapılan içerik analizi sonucunda tezlerin daha çok belirli bir öğretim yönteminin etkililiğini belirleme amacıyla yapıldığı belirlenmiştir. Tezlerde araştırma yöntemlerinden daha çok deneysel desenlerin kullanıldığı, en çok başarının ve tutumun ölçülmek istendiği, verilerin toplanmasında daha çok başarı ve tutum gibi ölçeklerin kullanıldığı, örneklem grubu olarak çoğunlukla sekizinci sınıfların tercih edildiği ve tezlerin daha çok basit bir olayın olma olasılığı alt alanıyla ilişkili olduğu tespit edilmiştir.

Gün vd. (2021) çalışmalarında oyunla öğretimin öğrencilerin sayma ve olasılık alt öğrenme alanındaki bazı kazanımları anlamlandırmalarına, akademik başarılarına ve

matematik tutumlarına etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Yarı deneysel desenin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini Ege bölgesindeki bir lisenin biri deney diğeri kontrol grubu olmak üzere 10. sınıflarına ait iki şubesinin öğrencileri oluşturmuştur. Kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle deney grubunda ise apartman sudoku oyununun kullanıldığı bir öğretim uygulanmıştır. Çalışmanın verileri başarı testi, matematik tutum ölçeği ve matematiksel muhkeme beceri testi kullanılarak toplanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre deney grubu ile kontrol grubu başarı testi puan ortalamaları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı fark bulunurken tutum puanları arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Ayrıca oyunla öğretimin öğrenilenlerin kalıcılığı açısından oldukça etkili olduğu belirlenmiştir.

Türker (2020) çalışmasında oyun destekli olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin olasılıklı düşüncelerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Yarı deneysel yöntemin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini Trabzon'un bir ilçesinde bulunan bir devlet okulunun 8. sınıfında öğrenimini sürdüren 41 öğrenci oluşturmuştur. Çalışma deney grubunda 26 öğrenci, kontrol grubunda ise 15 öğrenci ile yürütülmüştür. Araştırmanın verileri olasılıklı düşünme ön ve son testleri, öğrencilerle yapılan klinik mülakatlar, araştırmacı tarafından tutulan alan notları ve geliştirilen gözlem formu aracılığı ile toplanmıştır. Çalışma sonucunda bir olayın olasılığı ve olasılık karşılaştırması boyutlarına yönelik deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin kazanmış oldukları deneyimlerin şans ve olasılık hakkındaki düşüncelerini geliştirdiği belirlenmiştir.

Kılıç (2020) çalışmasında üstbilişsel sorgulamaya dayalı öğrenme uygulamalarının matematik öğretmen adaylarının olasılık alan bilgilerinin gelişimine etkisini ve öğretmen adaylarının bu öğrenme uygulamalarına ilişkin düşüncelerini incelemeyi amaçlamıştır. Öğretim deneyi modelinin kullanıldığı bu çalışma, bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde öğrenimini sürdüren 31 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri yarı yapılandırılmış görüşmeler, araştırmacının gözlemleri ve öğrenci günlükleri kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda üstbilişsel sorgulamaya dayalı oluşturulan öğrenme uygulamalarının öğretmen adaylarının olasılık alan bilgilerinin gelişimine önemli ölçüde katkı sağladığı ve öğrencilerin bu uygulamalara ilişkin olumlu görüş bildirdikleri tespit edilmiştir.

Ata Baran ve Yenilmez (2020) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının olasılığa yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Tarama modelinin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini bir üniversitenin İlköğretim Matematik Eğitimi Programı'nın 3 ve 4. sınıflarında öğrenim gören 100 öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmanın verileri kavramsal bilgi testi ve işlemsel bilgi testinin birleşiminden oluşan olasılık başarı testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğretmen adaylarının işlemsel bilgi testi performanslarının kavramsal bilgi testi performanslarına göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel bilgi testi performansları arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Bursalı (2019) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerini incelemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma desenlerinden olgubilimin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini Balıkesir'in bir ilçesinde bulunan sosyoekonomik açıdan kısıtlı imkânlarla sahip öğrencilerin bulunduğu bir okulun 5, 6, 7 ve 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren yirmi dört öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplamak amacıyla, yarı-yapılandırılmış görüşmeler, öğrencilerin görüşme sırasındaki çözümleri ve çizimleri kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre örnek uzay, deneysel olasılık, teorik olasılık, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarında öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinden daha çok 2. seviyede yer aldıkları görülmüştür. Öğrencilerin matematik başarıları ile olasılıksal akıl yürütme düzeyleri incelendiğinde matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerinin de üst düzeylerde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Fakat sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin tutarlı bir şekilde artmadığı tespit edilmiştir.

Sarıbaş (2019) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini belirlemeyi ve bu akıl yürütme becerilerini bazı değişkenlere göre incelemeyi amaçlamıştır. Betimsel tarama ve ilişkisel tarama modelinin kullanıldığı bu çalışma 6, 7 ve 8. sınıflarda öğrenimini sürdüren 286 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri araştırmacının geliştirmiş olduğu olasılıksal akıl yürütme beceri ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin örnek uzay, deneysel olasılık, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarına ilişkin akıl yürütme düzeylerinin en fazla düzey 1; teorik olasılık ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarına ilişkin akıl yürütme düzeylerinin en fazla düzey 3'te olduğu belirlenmiştir. Cinsiyet ile sadece örnek uzay kavramına ilişkin akıl yürütme

becerisi arasında, sınıf seviyesi ile tüm kavramlara ilişkin akıl yürütme becerileri arasında ilişki olduğu bulunmuştur. Aynı zamanda matematik başarısı ile örnek uzay, teorik olasılık, olasılık karşılaştırmaları ve bağımlı olasılık kavramlarına ilişkin akıl yürütme beceri düzeyleri arasında ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Okuyucu (2019) çalışmasında 10. sınıf “Veri, Sayma ve Olasılık” ünitesinin öğretiminde Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) yaklaşımının öğrenci başarısına etkisini ve bu yaklaşıma ilişkin öğrencilerin görüşlerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada karma araştırma yöntemlerinden açıklayıcı desen kullanılmıştır. Çalışmanın nicel kısmında ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen, nitel kısmında ise durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini Van’da bulunan bir lisenin 10. sınıfında öğrenimini sürdüren 60 öğrenci oluşturmuştur. Deney grubunda GME yaklaşımı ile öğretim, kontrol grubunda ise geleneksel yaklaşım ile öğretim yapılmıştır. Çalışmanın verileri konuya ilişkin başarı testi ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmıştır. Çalışma sonucunda, GME yaklaşımıyla yapılan öğretimin, geleneksel yaklaşımla yapılan öğretime göre öğrenci başarısında daha etkili olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin GME yaklaşımına ilişkin olumlu görüşler ifade ettikleri belirlenmiştir.

Fırat (2018) çalışmasında olasılık öğretme ve öğrenme sürecinin matematik öğretmenlerinin görüşlerine göre değerlendirilmesini amaçlamıştır. Durum çalışmasının kullanıldığı bu araştırmanın çalışma grubunu lise ve ortaokullarda görev yapan 16 matematik öğretmeni ve bu öğretmenlerin 66 öğrencisi oluşturmuştur. Çalışmanın verileri üç aşamada toplanmıştır. İlk aşamada, matematik öğretmenlerinin olasılık konusunun öğretimine ilişkin görüşleri, ikinci aşamada ise verilen açık uçlu olasılık problemlerinin çözümüne ilişkin görüşleri yarı yapılandırılmış görüşmeler ile toplanmıştır. Üçüncü aşamada ise ikinci aşamada öğretmenlerin görüşlerinin alındığı açık uçlu olasılık problemleri bu öğretmenlerin öğrencilerine verilerek, öğrencilerin bu soruları çözmeleri istenmiştir. Yapılan analizler sonucunda matematik öğretmenlerinin çoğunluğunun olasılık konusunun öğretimi için müfredatta belirlenen süreyi yeterli görmedikleri ve ders esnasında konuyu somutlaştırmak için günlük hayatla ilişkili örneklerden yararlandıkları belirlenmiştir. Bununla birlikte ortaokul matematik öğretmenleri olasılık konusunun daha erken yaşlarda başlaması gerektiğini belirtirken lise öğretmenleri çoğunlukla liseden başlaması gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğretmenler olasılık konusunun öğretiminde daha çok rutin problemleri kullandıklarını belirtmişlerdir ve kendilerinin de bu tür problemlerin çözümünde rutin olmayan problemlere göre daha başarılı oldukları tespit

edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin rutin problemlerin çözümünde rutin olmayan problemlerin çözümüne göre öğrencileriyle ilgili daha doğru tahminlerde bulundukları görülmüştür.

Gürbüz vd. (2018) çalışmalarında olasılık kavramlarının öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin etkisini araştırmayı amaçlamışlardır. Ön test son test kontrol gruplu deneysel araştırma modelinin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını kontrol ve deney grubunun her birinde 24'er öğrenci olmak üzere 48 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Kontrol grubunda geleneksel yöntemlerle öğretim yapılırken deney grubunda bilgisayar destekli öğretim metotları kullanılarak öğretim yapılmıştır. Araştırmanın verileri olasılık başarı testi kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda bilgisayar destekli öğretim etkinliklerinin geleneksel öğretime göre bazı olasılık kavramlarının öğretiminde daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Ergül (2018) çalışmasında okul öncesi dönemdeki çocukların olasılıksal akıl yürütme becerilerini cinsiyet ve yaş değişkenlerine göre incelemeyi amaçlamıştır. Tarama modelinin kullanıldığı bu çalışmanın katılımcılarını Ankara'da okul öncesi eğitimi sürdüren 43-78 ay aralığında bulunan toplam 123 çocuk oluşturmuştur. Araştırmanın verileri Ergül'ün (2014) geliştirdiği erken matematiksel akıl yürütme becerilerini değerlendirme aracının olasılıkla ilgili kısmından alınan 5 soru kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda çocukların olasılıksal akıl yürütme becerilerinin yaşla birlikte gelişim gösterdiği belirlenmiştir. Bununla birlikte çocukların olasılıksal akıl yürütme beceri puanları arasında cinsiyet değişkeni açısından anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Ayrıca çalışma grubundaki en küçük çocukların bile sezgisel olarak olasılık değerlendirmelerine sahip oldukları belirlenmiştir.

Gürbüz ve Erdem (2017) çalışmalarında olasılık konusunun öğrenilmesindeki zorluklara ilişkin matematik öğretmenlerinin görüşlerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Özel durum çalışması olarak desenlenen bu çalışma, 38 ortaokul matematik öğretmenin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri, iki açık uçlu problemten oluşan bir form hazırlanarak toplanmıştır. Yapılan değerlendirmeler sonucunda, olasılık konusunun öğrenilmesini zorlaştıran öğrenci kaynaklı nedenler; yeterli olmayan ön bilgi, olumsuz tutum, eksik akıl yürütme, günlük hayatla ilişkilendirememe, kavram yanılgıları olarak belirlenmiştir. Öğretmen kaynaklı nedenler; bilgi ve tecrübe yetersizliği, olumsuz tutum, uygun olmayan öğretim yönteminin kullanılması olarak belirlenmiştir. Olasılığın

öğrenilmesini zorlaştıran diğer nedenler ise konunun soyut olması, yaşı etkisi, sınıf mevcutlarının fazla olması ve sınav merkezli öğretim olarak belirlenmiştir.

Şafak (2016) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin olasılık alanındaki öğrenme güçlüklerini ve kavram yanlışlarını belirlemeyi ve bu güçlükler ile kavram yanlışlarının nedenlerini açıklamayı amaçlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı bu çalışmanın ilk aşamasına 555 sekizinci sınıf öğrencisi katılırken ikinci aşamasına ilk aşamaya katılan öğrencilerden başarı düzeylerine göre belirlenen 10 öğrenci katılmıştır. Veri toplamak amacıyla araştırmacı tarafından 13 kavram yanlışını kapsayan bir olasılık testi oluşturulmuş ve ilk aşamadaki öğrencilere uygulanmıştır. Daha sonra ise belirlenen 10 öğrenciyle görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre genel olarak öğrencilerin olasılığa ilişkin başarılarının düşük olduğu ve öğrencilerin ön bilgilerindeki eksikliklerden dolayı olasılık testinde zorlandıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte okulların TEOG sınavındaki başarıları ile olasılık testindeki puanları arasında pozitif ilişki olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin olasılık kavramlarının kullanımına dair kavram yanlışlarına, bağımlı-bağımsız olayların olasılıkları ile ilgili kavram yanlışlarına ve sezgilere dayalı kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür.

Kanak (2016) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusuna ilişkin kavram hatalarını ve kavram yanlışlarını incelemeyi amaçlamıştır. Betimsel bir araştırma olarak tasarlanan bu çalışmanın örneklemini Şanlıurfa ilinin farklı ilçelerinde öğrenimlerine devam eden ve rastgele seçilen 283 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplamak amacıyla öğrencilere 25 soruluk olasılık başarı testi uygulanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin kavram hatalarının kavram yanlışlarından daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca kız öğrencilerin erkek öğrencilerden daha çok kavram yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Kavram hatası yapan erkek öğrenci sayısının ise kavram hatası yapan kız öğrenci sayısından daha çok olduğu belirlenmiştir.

Bakırcı (2014) çalışmasında ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin olasılık problemlerini çözme süreçlerini incelemeyi ve problemlerin çözümünde temel kavramları kullanma düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırmanın verileri 6 ve 7. sınıf kazanımları dikkate alınarak oluşturulan iki ayrı olasılık problem testi kullanılarak toplanmıştır. Araştırmanın ilk aşamasında 6. sınıf kazanımları dikkate alınarak oluşturulan test 100 öğrenciye uygulanmış ve sonuçlara göre araştırmaya katılacak 30 kişilik çalışma grubu

belirlenmiştir. Belirlenen öğrencilere 7. sınıf kazanımlarına dikkate alınarak hazırlanmış olasılık problem testi uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda, ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin birinci testte işlemsel bilginin gerekli olduğu sorularda daha başarılı oldukları ve olasılık kavramlarını açıklamada yetersiz kaldıkları, 2. testte ise olasılık kavramlarını açıklamada başarılarında artış olduğu, açık uçlu problemlerin çözümünde ise yetersiz kaldıkları belirlenmiştir.

Erdem (2011) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini belirlemeyi ve aralarındaki ilişkiyi tespit etmeyi amaçlamıştır. Korelasyonel yaklaşımın kullanıldığı bu çalışma Adıyaman ilinin 3 farklı okulunda öğrenimlerini sürdüren toplam 167 yedinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme beceri düzeyi belirleme ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin büyük kısmının matematiksel akıl yürütme becerileri ile olasılıksal akıl yürütme becerilerinin orta düzeyde olduğu belirlenmiştir. Aynı zamanda bu iki beceri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Memnun vd.'nin (2010) çalışmalarının amacı 8. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeylerini ve bu kavramları uygulama becerilerini incelemektir. Çalışmanın örneklemini bir okulun 8. sınıfında öğrenimini sürdüren 90 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri, 5 açık uçlu problemde oluşan olasılık başarı testi kullanılarak toplanmıştır. Sonuç olarak; öğrencilerin hazırbulunuşluklarının olasılık kavramlarının öğrenilmesinde oldukça etkili olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte olasılığa ilişkin bazı kavramların öğrenilmesinde öğrencilerin yaşa bağlı gelişmişlik düzeylerinin de önemli bir faktör olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin örnek uzay kavramını anlamada, olasılıkla ilgili akıl yürütmede ve ayırık olay, bağımsız olay gibi bazı kavramları anlamlandırmada güçlük çektikleri tespit edilmiştir.

Erkin Kavasoğlu'nun (2010) çalışmasının amacı olasılık konusunun öğretiminde oyuna dayalı öğretim yönteminin kullanılmasının öğrenci başarısına etkisini incelemektir. Çalışmada ön test-son test kontrol gruplu deneysel desen kullanılmıştır. Çalışma, Ankara'da bulunan bir okulun 6, 7 ve 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren toplam 200 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Kontrol grubunda dersler mevcut Matematik Dersi Öğretim Programı doğrultusunda bir değişiklik yapılmadan işlenmiş, deney grubunda ise dersler oyuna dayalı öğretimle işlenmiştir. Araştırmanın verileri her

bir sınıf düzeyi için ayrı ayrı geliştirilmiş olan “Matematik Başarı Testi” kullanılarak toplanmıştır. Çalışma sonucunda, deney grubu ile kontrol grubunun başarı ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu belirlenmiştir. Ayrıca oyuna dayalı öğretimin öğrenilenlerin kalıcılığı açısından mevcut programa göre yapılan öğretimden daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Akkaya (2010) çalışmasında, yedinci sınıf öğrencilerine olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki konularda anlamlı bilgi oluşturabilmeleri için yapılandırmacılık ve gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımına uygun öğrenme ortamları hazırlanıp, süreçteki bilgi oluşumunun niteliğini araştırmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden örnek olay yönteminin kullanıldığı çalışma 10 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verileri görüşme tekniği, gözlem ve doküman analizi yöntemleri ile toplanmıştır. Elde edilen bulgular öğretimde gerçek problemlerin kullanımının, öğrenci keşiflerine yer verilmesinin, oyun tarzındaki etkinliklerin uygulanmasının öğretimde niteliği arttırdığını ortaya koymuştur.

Dereli (2009) çalışmasında 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin olasılık konusundaki hatalarını ve kavram yanlışlarını tespit etmeyi amaçlamıştır. Tarama modelinde betimsel araştırma olarak tasarlanan çalışmanın örneklemini Manisa ilinde bulunan 7 ilköğretim okulunun 8. sınıflarında öğrenimini sürdüren toplam 349 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmanın verileri araştırmacının geliştirdiği 25 açık uçlu sorudan oluşan olasılık başarı testi ile toplanmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre; öğrencilerin öznel olasılığı ayırt edebildikleri fakat bir olayın deneysel ve teorik olma olasılığını ayırt etmede kavram yanlışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bağımlı ve bağımsız olayları açıklama sırasında yanlışya düşen öğrencilerin olasılıkla ilgili hesaplamalar yaparken de yanlışya düştükleri belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin daha çok kesirlerde sadeleştirmede ve çarpma işlemlerinde hata yaptıkları tespit edilmiştir.

Memnun'un (2008) çalışmasının amacı olasılık kavramlarının öğrenilememe nedenlerini belirlemek ve bu nedenlere ilişkin çözüm önerileri sunmaktır. Çalışma tarama modelinde betimsel bir araştırma olarak gerçekleştirilmiştir. Çalışma kapsamında olasılık konusuyla ilgili alan yazındaki çalışmalar incelenmiş, elde edilen bilgilerden faydalanılarak olasılık kavramlarının öğrenilememe nedenleri balık kılçığı diyagramı yardımıyla sınıflandırılmıştır. Bu diyagramda, öğrencilerin olasılık kavramlarını öğrenememe nedenleri 6 kategoride ifade edilmiştir. Bu kategoriler; yaş, hazırbulunuşluk

düzeyi, akıl yürütme becerisinin yetersiz olması, öğretmen, kavram yanılgısı ve öğrencilerin olumsuz tutumları şeklinde tanımlanmıştır.

Gürbüz (2007a), çalışmasında olasılık konusunda geliştirilen materyallerle yapılan öğretimle ilgili öğretmenlerin ve öğrencilerin görüşlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Özel durum yaklaşımının kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini Trabzon'un Akçaabat ilçesindeki iki okulda öğrenim gören toplam 44 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Veri toplama sürecine, her iki okulun matematik öğretmenleri ve 16 öğrenci katılmıştır. Öğretim ortamında kullanılmak üzere araştırmacı tarafından somut öğretim nesneleri, çalışma yaprakları ve kavram haritaları geliştirilmiştir. Bu öğretim materyalleri ile 6 ders saati boyunca 8. sınıflara öğretim uygulaması yapılmıştır. Çalışmanın verileri öğretmen ve öğrenciler için ayrı ayrı hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılarak toplanmıştır. Uygulamalar sonucunda yapılan öğretimle ilgili hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin olumlu görüş belirttikleri tespit edilmiştir.

Gürbüz'ün (2007b) çalışmasının amacı bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini belirlemektir. Tek grup ön test- son test deneysel yöntemin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini 21 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Çalışmanın verileri araştırmacının geliştirdiği 20 soruluk kavramsal gelişim testi kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin en az şartlı olasılık kavramında, en çok ise bir olayın olma olasılığı kavramında gelişim gösterdikleri tespit edilmiştir. Sonuç olarak geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyalinin olasılık konusuna ilişkin kavramların öğretiminde başarıyı yükselten bir etkiye sahip olduğu belirlenmiştir.

Gürbüz (2006) çalışmasında olasılık kavramlarıyla ilgili geliştirilen materyallerin öğrencilerin olasılık konusundaki kavramsal gelişimlerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmada kullanılmak üzere araştırmacı tarafından somut öğretim nesneleri, çalışma yaprakları ve kavram haritası öğretim materyali olarak geliştirilmiştir. Deneysel yöntemin kullanıldığı bu araştırmanın örneklemini Doğu Karadeniz Bölgesi'nde bulunan bir okulun 8. sınıfında öğrenimini sürdüren 20 öğrenci oluşturmuştur. Öğrencilere 6 ders saati boyunca geliştirilen materyallerin kullanıldığı uygulama yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak bir kısmı literatürden alınan bir kısmı ise araştırmacı tarafından geliştirilen 16 soruluk kavramsal gelişim testi kullanılmıştır. Bu testin örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırması ve koşullu olasılık boyutlarının içermesine dikkat edilmiştir. Çalışma sonunda geliştirilen olasılık

materyallerinin kavramsal öğrenmeye olumlu etki ettiği ve başarıyı arttırdığı belirlenmiştir.

Bulut vd. (2002), matematik öğretmen adaylarının olasılık başarılarını, olasılığa ve matematiğe ilişkin tutumlarını cinsiyet değişkeni açısından incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını Ankara’da bulunan 3 farklı üniversitenin 4. sınıfında öğrenim gören 121 matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Çalışmanın verileri olasılık başarı testi, olasılığa yönelik tutum ölçeği ve matematiğe yönelik tutum ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Yapılan analizler sonucunda, matematik öğretmen adaylarının olasılık başarı ortalamaları arasında erkekler lehine, matematik dersine yönelik tutum puanlarının ortalamaları arasında ise kızlar lehine istatistiksel olarak anlamlı fark olduğu belirlenmiştir. Olasılığa yönelik tutum puanlarının ortalamaları arasında ise anlamlı bir fark bulunamamıştır.

2.2.4. Olasılıksal Akıl Yürütme ile İlgili Yurt Dışında Yapılan Araştırmalar

Hokor vd. (2022) çalışmalarında öğretmen adaylarının olasılık problemlerini çözerken yaşadıkları zorlukları ve kavram yanlışlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Sıralı açıklayıcı karma yöntemin kullanıldığı bu araştırmanın katılımcılarını Gana’da bulunan bir üniversitenin ikinci sınıfında öğrenimini sürdüren 181 öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmanın verileri tanı testi ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular öğretmen adaylarının olasılık problemlerini çözerken kavramsal güçlükler, işlemsel güçlükler ve yorumlama güçlükleri gibi bazı güçlükler yaşadıklarını göstermiştir. Aynı zamanda araştırma bulguları öğretmen adaylarının pozitif ve negatif sonralık etkisi, temsil edilebilirlik yanılığı, eş olasılık yanılığı ve sonuç odaklılık gibi bazı kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermiştir.

Khoirunnisa vd. (2021) çalışmalarında düşük matematiksel yeteneklere sahip ve resmi olarak olasılık eğitimi almamış olan öğrencilerin örnek uzay, bir olayın deneysel olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılması kavramlarına yönelik olasılıksal düşünme düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Vaka çalışması olarak gerçekleştirilen bu araştırmanın örneklemini matematik başarısı düşük olan 2 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmanın verilerini yazılı notlar veya kayıt cihazı aracılığıyla kayıt altına alınan öğrenci cevapları oluşturmuştur. Elde edilen bulgular öğrencilerin örnek

uzay kavramına ilişkin tek aşamalı bir deneyin ve bazen iki aşamalı bir deneyin çıktılarını tam olarak listeleyebildikleri düzey 2’de yer aldıkları belirlenmiştir. Bir olayın deneysel olasılığı ve olasılıkların karşılaştırılması kavramlarına ilişkin ise daha çok öznel yargıların kullanıldığı düzey 1’de oldukları tespit edilmiştir.

Begolli vd. (2021) çalışmalarında kendini açıklama ve örnek temelli uygulamaların düşük orantılı akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin olasılığı öğrenmelerine yardımcı olup olamayacağını araştırmışlardır. Çalışmanın katılımcılarını Amerika Birleşik Devletleri’nin Ortabatı bölgesinde yer alan 10 farklı okulun 220 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Kontrol sınıflarında bulunan öğrencilerle mevcut ders kitabıyla dersler işlenirken tedavi sınıflarında gözden geçirilmiş ve yeniden düzenlenmiş, öğrencilerin bilgilerini yapılandırabilecekleri örnek tabanlı ders kitaplarıyla dersler işlenmiştir. Veri toplama sürecinde orantısız akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme becerilerini ölçen 25 maddelik test tüm öğrencilere öğretimden önce ön test, öğretimden sonra da son test olarak uygulanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda orantısız akıl yürütme bilgisinin olasılıksal akıl yürütmenin gelişiminin iyi bir yordayıcısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda yeniden düzenlenmiş ders kitabıyla öğretimin düşük orantısız akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerde daha çok fayda sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca tüm öğrencilerin orantısız akıl yürütmede ilerleme kaydettiği belirlenmiştir.

Vasquez ve Alsina (2021) çalışmalarında öğretmenlerin derslerinde olasılık öğretimi sürecinde kullandıkları görevleri analiz etmeyi amaçlamışlardır. Olasılık görevleri bazında öğretme ve öğrenme kaynakları, olasılık bağlamları, bilişsel zorluk, prosedürler ve stratejiler ile olasılığın anlamları olmak üzere beş bileşene odaklanılmıştır. Nitel bir yaklaşımla çoklu durum çalışması olarak yürütülen bu araştırmanın katılımcılarını Şili’nin farklı şehirlerinde ve farklı eğitim kurumlarında görev yapan 8 ilköğretim matematik öğretmeni oluşturmuştur. 8 öğretmenin olasılık konusunu ele aldığı dersler kamera kullanılarak kaydedilmiştir. Elde edilen veriler olasılık sınıfları için gözlem aracı adındaki forma kaydedilmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda derslerde esas olarak teknik bilgiye odaklanıldığı belirlenmiştir. Olasılık sınıflarının çoğu durumda mekanik olarak ve hiçbir anlamı olmayan, yalnızca formüllerin uygulandığı aritmetik sınıflar haline geldiği görülmüştür. Ayrıca teknolojik kaynakların kullanılmadığı, somut

materyallerin düşük düzeyde kullanıldığı ve bağlamından bağımsız alıştırmaların tercih edildiği belirlenmiştir.

Batanero vd. (2021) çalışmalarında 6. sınıf öğrencilerinin iki kutudaki olasılıkları karşılaştırırken uyguladıkları stratejileri ve gerekli orantısal akıl yürütme düzeyine bağlı olarak bu görevin bu yaş grubu için sahip olduğu zorlukları incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını 6. sınıfta (11-12 yaş) öğrenim gören 55 öğrenci oluşturmuştur. Elde edilen bulgular orantısal akıl yürütmenin ilk seviyelerindeki olasılık problemlerinin öğrenciler tarafından kolayca çözüldüğünü, daha yüksek seviyelerdeki problemlerin ise zorluk derecesinin arttığını göstermiştir. Ayrıca görevin alınan talimattan çok çocuğun olgunluk seviyesinden etkilendiği sonucuna ulaşılmıştır.

Hokor (2020) çalışmasında öğretmen adaylarının doğru olasılıksal akıl yürütme geliştirmelerine yardımcı olmak için öğrenme ve öğretmenin nasıl yapılandırılabilceğini belirlemeyi amaçlamıştır. Nitel araştırma deseninin kullanıldığı bu çalışmanın örneklemini 32 öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmanın verileri gözlemlerle ve araştırmacı tarafından geliştirilen anket kullanılarak toplanmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen tarafından sorulan eleştirel sorularla birlikte yapılandırmacı öğretim yaklaşımının kavram yanlışlarını ele almada hayati önemi olduğu bulunmuştur. Bu durum öğretmen eğitiminde olasılığa ilişkin kavram yanlışlarını hedef alan yapılandırmacı öğretim yaklaşımının kullanılması gerektiğini göstermiştir.

Hourigan ve Leavy (2020) çalışmalarında öğretmen adaylarının ilköğretim sınıflarında kullanılmak üzere adil ve adil olmayan etkinlikler tasarlarırken benimsedikleri yaklaşımları incelemeyi amaçlamışlardır. Nitel bir yaklaşımın benimsendiği çalışmanın katılımcılarını 104 öğretmen adayı oluşturmuştur. Katılımcılara olasılıkla ilgili etkileşimli deneyimler sağlamak için 4 saatlik olasılık oturumları tasarlanmıştır. Katılımcılardan 3 farklı malzeme seçmeleri ve her malzeme için adil ve adil olmayan bir etkinlik tasarlamaları istenmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda katılımcıların yaklaşık olarak yarısının üç farklı rastgele oluşturucu (madeni para, zar gibi) için adil olan ve olmayan etkinlikleri başarıyla tasarladıkları görülmüştür. Bu sonuç öğretmen adaylarının matematik eğitim kurslarında tüm fırsatlardan yararlanmalarına rağmen olasılıksal adalet kavramı hakkında yeterli anlayışa sahip olmadıklarını göstermiştir.

Supply vd. (2020) çalışmalarında çocukların erken sayısal yeteneklerinin daha sonraki olasılıksal akıl yürütme yetenekleriyle ilişkili olup olmadığını belirlemeyi

amaçlamışlardır. Bu amaçla okul öncesi çocukların sayısal yeteneklerini ve iki yıl sonrada aynı çocukların olasılıksal akıl yürütme becerilerini incelemişlerdir. Daha kapsamlı boyamsal bir araştırma projesinin parçası olan bu çalışmada farklı sosyoekonomik geçmişlerden gelen çocukların temsil edilmesini sağlamak için 17 farklı okul seçilmiştir ve bu okullardan 348 öğrenciden elde edilen veriler kullanılmıştır. Öğrencilerin sayısal yeteneklerini ve olasılıksal akıl yürütme becerilerini belirleyebilmek amacıyla değerlendirme setleri hazırlanmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda çocukların erken sayısal yeteneklerinin, belirsizliği anlama, olasılıkları karşılaştırma ve eşit olasılıklar yaratma becerileri ile ilişkili olduğu görülmüştür.

Arum vd. (2018) çalışmalarında öğrencilerin olasılık problemlerini çözerken karşılaştıkları zorlukları belirlemeyi amaçlamışlardır. Endonezya’da gerçekleştirilen bu çalışmada nitel yöntem ve durum çalışması stratejisi kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 9. sınıfta öğrenimini sürdüren 10 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın verileri olasılıksal problem çözme testi ve yapılan görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın bulgularına göre öğrencilerin olasılık problemlerini çözerken karşılaştıkları zorluklar üç kategoriye ayrılmıştır. İlk zorluklar, öğrencilerin olasılık problemini anlamadaki güçlükleriyle; ikincisi, öğrencilerin problemi çözmek için uygun stratejileri seçme ve kullanmalarıyla; üçüncüsü, öğrencilerin problemi çözme sürecindeki hesaplamalarıyla ilgili olduğu tespit edilmiştir.

Heyvaert vd. (2018) çalışmalarında öğrencilerin olasılık problemlerini çözerken akıl yürütme süreçlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Karma yöntem araştırması olarak desenlenen bu çalışmanın katılımcılarını lisede öğrenim gören 168 öğrenci oluşturmuştur. Araştırmanın nicel kısmında öğrencilerin olasılık problemlerini nasıl çözdüklerini belirlemek amacıyla 9 maddelik bir anket uygulanmış, nitel kısmında ise rastgele seçilen 18 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yaklaşık %80’inin sonuç yönelimi ve eş olasılık yanılgısına göre, %33’ünün temsil etme yanılgısına göre hareket ettiği belirlenmiştir.

HodnikČadež ve Škrbec (2011), çalışmalarında çocukların, olası ve imkânsız olayları ayırt edebilecekleri ve çeşitli olayların olma olasılığını tahmin edebilecekleri yaşı belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma, olasılık içeriklerinin ilk olarak 9. sınıfta (14 yaşında) resmi olarak öğretildiği Slovenya’da gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcılarını anaokulunda öğrenim gören 4-5 yaş grubu öğrencileri ile ilkokulun ilk üç

sınıfında öğrenim gören toplam 623 öğrenci ve bu öğrencilere eğitim veren toplam 141 öğretmen oluşturmuştur. Çalışmanın verileri geliştirilen olasılık testi ile toplanmıştır. Anaokulu öğrencileri ve 1. sınıf öğrencilerinden sözlü olarak, diğer öğrencilerden yazılı olarak veriler toplanmıştır. Araştırma sonucunda, ilk üç sınıftaki çocukların belirli, olası ve imkânsız olayları ayırt edebildikleri ve çeşitli olayların olasılığını karşılaştırabildikleri, 4-5 yaş arası çocukların sadece yarısının bunu yapabildikleri belirlenmiştir. Bu durum öğretmenlerin belirttiğinin aksine çocukların 8 yaşından önce olası ve imkânsız olayları ayırt edebildiği ve çeşitli olayların olasılıklarını karşılaştırabildiklerini göstermiştir.

Kustos (2010) çalışmasında öğrencilerin olasılığa dair sahip oldukları kavram yanlışları ile sınıf seviyeleri arasındaki ilişkiyi ve aynı zamanda öğrencilerin olasılık sorularına verdikleri cevaplar ile öz yeterlikleri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmada temsil edilebilirlik yanlışsı, pozitif ve negatif sonralık etkisi, bileşik ve basit olaylar arasındaki ayırım ve örneklem büyüklüğünün etkisi olmak üzere dört kavram yanlışsına odaklanılmıştır. Çalışma 7, 9 ve 11. sınıflarla gerçekleştirilmiştir. Kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla Fischbein ve Schnarc'ın (1997) daha önceki çalışmalarından uyarlanan bir anket ve öz yeterliklerini ölçmek amacıyla beşli likert tipi bir ölçek kullanılmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen bulgulara göre pozitif ve negatif sonralık etkisi kavram yanlışsına ilişkin maddeye üst sınıfların alt sınıflara göre daha fazla doğru cevap verdikleri belirlenmiştir. Örneklem büyüklüğünün etkisi kavram yanlışsına ilişkin maddeye ise üst sınıflar alt sınıflara göre daha fazla yanlış cevap vermişlerdir. Bileşik ve basit olaylar arasındaki ayırım ve temsil edilebilirlik kavramlarına ilişkin maddelere doğru cevap verenler ile sınıf düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sharma (2005) çalışmasında öğrencilerin bağımsızlık içeren olasılık soruları ile ilgili düşüncelerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemi Fiji'de özel bir ortaokulda öğrenim gören 14 ile 16 yaşları arasındaki on dört öğrenci oluşturmuştur. Daha önce konuya dair eğitim almamış öğrencilere bağımsızlık kavramıyla ilgili iki soru yöneltilerek bireysel görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgular öğrencilerin çoğunun günlük hayat deneyimlerini, inançlarını ve sezgisel olarak geliştirdikleri stratejileri kullanarak sorulara cevap verdiklerini göstermiştir.

Quinn (2004) çalışmasında üniversite öğrencilerinin olasılığa dayalı sezgilerini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemi Reno Nevada Üniversitesi'ndeki 113

öğrenci oluşturmıştır. Çalışmada veriler, katılımcıların sezgilerini açıklamalarına olanak tanıyan, her biri bir sorudan oluşan iki senaryo aracılığıyla toplanmıştır. Birincisi bağımsızlık kavramını, ikincisi bileşik olay kavramını içeren bu sorulara verilen cevaplar değerlendirildiğinde bağımsız olayla ilgili olan soruya öğrencilerin büyük bir kısmının doğru cevap verdiği, bileşik olayla ilgili soruyu ise öğrencilerin yarısından azının doğru cevapladığı görülmüştür. Ayrıca, deneysel uygulamalarla ve uygun tartışma ortamının sağlanmasıyla birlikte öğrencilerin olasılıkla ilgili eksik ya da yanlış anlamalarının düzeltilebileceği belirtilmiştir.

Way (2003) çalışmasında çocukların olasılıksal akıl yürütmelerinde kullandıkları stratejilerin özelliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaçla okul müfredatında yer almadığı için olasılıkla ilgili herhangi bir eğitim almamış farklı yaş seviyelerinden toplam 74 öğrenciyle görüşmeler yapılmıştır. Çalışmasında öğrencilere olasılık konusuyla ilgili soruların bulunduğu oyun temelli uygulamalar yapmıştır. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar kaydedilmiştir. Çalışma sonucunda verilen cevaplar doğrultusunda olasılıksal olmayan düşünme, gelişmekte olan olasılıksal akıl yürütme, olasılığın nicelleştirilmesi olmak üzere 3 farklı gelişim aşaması olduğu doğrulanmıştır. Bu gelişim aşamalarına ek olarak iki geçiş aşaması olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte yaş arttıkça olasılıksal akıl yürütmenin ve olasılıksal dil kullanmanın da arttığı tespit edilmiştir. Ayrıca öğrenciler tarafından tek bir stratejinin geliştirilmesinin öğrenmelerini olumsuz etkilediği bu yüzden farklı öğrenme stratejileri geliştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Polaki (2002), çalışmasında iki farklı öğretim uygulamasının öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya Güney Afrika'nın Lesotho kentindeki bir ilkokulun dördüncü ve beşinci sınıflarının her birinden 6 olmak üzere toplam 12 öğrenci katılmıştır. Çalışmaya katılan 12 öğrenciden iki grup oluşturularak öğretim uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Birinci grupta küçük ölçekli deneysel verilerin analizine, ikinci grupta ise ek olarak büyük ölçekli deneysel verilerin analizine (bilgisayar simülasyonlarından alınmış) odaklanılmıştır. Veri toplama aracı olarak olasılığa ilişkin kavramlarla ilgili becerileri ölçen bir test, öğrencilerle yapılan görüşmeler, ses kaydı ve öğrencilerin etkileşimlerinin video kayıtları, araştırmacı gözlemleri, öğrenci günlükleri kullanılmıştır. Yapılan değerlendirmeler sonucunda her iki gruptaki öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerinde gelişme olduğu belirlenmiş fakat her iki uygulamanın öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerine etkisinde anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Greer (2001) çalışmasında olasılık alanına önemli katkılar yapan Efraim Fischbein'in anısına onun yaptığı çalışmaları derlemiştir. Fischbein'in 1975 tarihli ve "Çocuklardaki Olasılıksal Düşünmenin Sezgisel Kaynakları (The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children)" adlı kitabıyla sonuçlanan çalışmalarının derlemesine ilk bölümde yer vermiştir. İkinci bölümde ise bu kitapta öne çıkan üç ana temaya (1. Matematiksel ve bilimsel düşüncede sezginin rolü, 2. Olasılıklı düşüncenin gelişimi ve 3. Öğretimin bu gelişim üzerindeki etkisi) odaklanmış ve bu temaları başlıklar halinde detaylandırmıştır. Son bölümde, okullardaki olasılık öğretiminde yıllar içerisinde önemli gelişmeler yaşandığını ve bu konuda Fischbein'in çalışmalarının öncü olduğunu savunmuştur.

Batanero ve Serrano (1999) çalışmalarında yaş ile birlikte öğrencilerin rastgelelik kavramına ilişkin anlayışlarının değişimini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın örneklemini 147'si ortaokul üçüncü sınıf öğrencisi (14 yaşındakiler) ve 130'u ortaöğretim son sınıf öğrencisi (17 yaşındakiler) olmak üzere toplam 277 İspanyol öğrenciden oluşmuştur. Araştırmanın verileri Green (1991)'den alınan 8 maddelik test kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular neticesinde yaş gruplarına göre rastgelelik anlayışında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Ayrıca rastgelelik kavramı karmaşık ve anlaşılması zor bir kavram olduğundan doğru bir şekilde anlaşılması için örnek uzay, olasılıkların karşılaştırılması, bir olayın olasılığı gibi olasılıktaki diğer birçok kavramın gerekli olduğu belirtilmiştir.

Garfield ve Ahlgren (1988) çalışmalarında öğrencilerin olasılık ve istatistik konularını nasıl öğrendiğini, anlamada karşılaştıkları zorlukların nedenlerini, bunlar hakkında neler yapılabileceğini ilgili literatürden derleyerek belirlemeyi amaçlamışlardır. Yapılan literatür taramaları neticesinde olasılık ve istatistik konularını anlamada yaşanan zorlukların en büyük nedeni olarak ön koşul matematik becerilerindeki yetersizlikler ve olasılık konusunun öğrencilere soyut bir yaklaşımla öğretilmesi görülmüştür.

Jones vd. (1997) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin olasılık konusundaki düşüncelerini değerlendirmek ve geliştirmek için bir çerçeve ortaya koymayı amaçlamışlardır. Olasılık konusuyla ilgili literatürü inceleyerek ve iki yıl boyunca öğrencilerin olasılık konusundaki yaklaşımlarını gözlemleyerek bir çerçeve oluşturmuşlardır. Bu çerçeveye dâhil edilen ana yapılar örnek uzay, bir olayın olma olasılığı, olasılık karşılaştırmaları ve koşullu olasılıktır. Her bir yapı kendi içinde öznelden sayısal akıl yürütmeye doğru sürekliliği yansıtan dört düzeye ayrılmıştır.

Araştırmada özel durum çalışması yöntemi kullanılarak 8. sınıf seviyesindeki üç öğrenci ile devam edilmiştir. Çerçeveyi geçerli kılmak için bu 3 öğrencinin olasılıklı düşünme becerilerinin gelişimi, ortaya konulan yeni olasılıklı düşünme modeline göre incelenmiştir. Araştırma sonunda tutarlı bir çerçevenin ortaya konulduğuna kanaat getirilmiş ve bu çerçevenin olasılık konusuna ilişkin düşünme seviyelerini değerlendirmede kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Tarr ve Jones (1997) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin koşullu olasılık ve bağımsızlık boyutlarına göre olasılıklı düşüncelerini değerlendirmek için bir çerçeve geliştirmeyi amaçlamışlardır. Bu kapsamda ortaokul öğrencilerinin koşullu olasılık ve bağımsızlık boyutlarına göre olasılıksal düşüncelerini incelemişlerdir. İncelemeler ve gözlemler sonucu istenilen bu iki boyutu değerlendirmek için bir çerçeve geliştirilmiş ve doğrulanmıştır. Bu çerçevede koşullu olasılık ve bağımsızlık yapıları için öznellikten sayısal akıl yürütmeye doğru sürekliliği yansıtan dört düşünme düzeyi oluşturulmuştur. Geliştirilen çerçeve vaka çalışması olarak hizmet veren 15 öğrenciyle yapılan görüşme verileriyle doğrulanmıştır. Geliştirilen bu model, Jones vd.'nin (1997) geliştirdiği modelin devamı niteliğindedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları ve verilerin analizine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin belirlenmesi amacıyla nicel araştırma yöntemlerinden betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli herhangi bir dış etki olmaksızın doğada var olan durumun, olayın ya da değişkenin olduğu gibi betimlenmesi olarak açıklanmaktadır (Tuncer, 2020).

8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından incelenmesi amacıyla ilişkisel tarama modellerinden nedensel karşılaştırma yaklaşımı kullanılmıştır. Nedensel karşılaştırma yaklaşımının kullanıldığı çalışmalarda bireyler ya da gruplar arasında zaten var olan farklılıkların nedeni veya sonuçları belirlenmeye çalışılır (Fraenkel vd., 2012). Bu tür çalışmalarda bir durumun ortaya çıkma nedeni ya da bu durumun meydana gelmesinde etkili olan nedenleri belirlemek amaçlanır (Büyüköztürk vd., 2020).

8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasındaki ilişkileri belirlemek amacıyla ilişkisel tarama modellerinden korelasyonel yaklaşım kullanılmıştır. Korelasyonel yaklaşımlarda iki veya daha fazla nicel değişken arasındaki ilişkiler, onları etkilemeye yönelik herhangi bir girişimde bulunulmadan incelenir. Değişkenler arasındaki ilişki derecesi belirlenirken korelasyon katsayısı kullanılır (Fraenkel vd., 2012). Bu katsayı -1 ile +1 arasında değişik değerler alabilmektedir. Korelasyon katsayısı sıfır ise iki değişken arasında bir ilişki olmadığı, -1

veya +1'e doğru arttıkça ise değişkenler arasında mükemmel bir ilişki olduğu şeklinde yorumlanır (Özdemir ve Doğruöz, 2020).

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında, Doğu Anadolu Bölgesindeki bir ilin iki merkez ilçesinde yer alan dört ortaokulun 8. sınıflarında öğrenim gören 315 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama araçları 340 öğrenciye uygulanmış ancak veri toplama araçlarını hatalı ve eksik dolduran 25 öğrenci çalışma grubuna dâhil edilmemiştir. Çalışma grubu olarak 8. sınıfların belirlenmesinde, olasılık öğrenme alanının ortaokullarda sadece 8. sınıfta yer alması ve oran-orantı alt öğrenme alanına ilişkin kazanımları daha önce 7. sınıfta almış olma faktörleri etkili olmuştur.

Çalışmanın yapılacağı okul ve sınıflar uygun örneklem yöntemiyle belirlenmiştir. Uygun örneklem yöntemi araştırmacı için kolay ulaşılabilir bir gruptan veri toplanmasına imkân vermektedir (Fraenkel vd., 2012). Diğer örneklem teknikleriyle karşılaştırıldığında uygun örneklem yönteminin daha kolay, hızlı ve ucuz olduğu ifade edilmektedir (Gülbüz ve Şahin, 2018).

Çalışma, İnönü Üniversitesi Etik Kurul İzni (Ek-1) ve İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden ilgili ilin merkez ilçelerinin resmi ortaokul ve resmi imam-hatip ortaokullarında uygulama yapılabilmesi için alınan izin (Ek-2) doğrultusunda yürütülmüştür. Veri toplama sürecinin başlangıcında öğrencilere çalışmanın amacı anlatılmış ve araştırmaya katılmaya gönüllü olan öğrenciler ile çalışma yürütülmüştür. Çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1

Çalışma Grubuna İlişkin Demografik Bilgiler

Değişken		N	%
Cinsiyet	Kız	170	53.97
	Erkek	145	46.03
Matematiksel Yeterlik Algısı	Yetersiz	65	20.63
	Kısmen Yeterli	185	58.73
	Yeterli	65	20.63

Tablo 1 incelendiğinde çalışma grubunu oluşturan 315 öğrencinin 170'inin (%53.97) kız, 145'inin (%46.03) erkek öğrenci olduğu görülmektedir. Ayrıca matematiksel yeterlik algısı açısından öğrencilerin 65'inin (%20.63) kendisini yetersiz olarak, 185'inin (%58.73) kendisini kısmen yeterli olarak ve 65'inin (%20.63) kendisini yeterli olarak nitelendirdiği görülmektedir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek için Açıkgül (2021) tarafından geliştirilen *Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi* (Ek-3), olasılıksal akıl yürütme becerilerini ölçmek için araştırmacı tarafından geliştirilen *Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi* (Ek-4) ve öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını ölçmek için Howard vd. (2000) tarafından geliştirilmiş ve Çelik (2017) tarafından Türkçeye uyarlaması yapılmış olan *Üstbilişsel Öz Düzenleme Ölçeği* (Ek-5) kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin cinsiyetleri (kız, erkek) ve matematiksel yeterlik algı düzeylerine (yetersiz, kısmen yeterli ve yeterli) ilişkin bilgiler kişisel bilgi formu ile elde edilmiştir. Farklı veri toplama araçlarından elde edilen verilerin eşleştirilebilmesi için veri toplama araçları numaralandırılmıştır ve her bir öğrenciye aynı numaralı veri toplama araçları uygulanmıştır.

3.3.1. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi

Açıkgül (2021) tarafından geliştirilen iki aşamalı orantısal akıl yürütme beceri testi ile ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek amaçlanmıştır. Test, Matematik Dersi Öğretim Programındaki (MEB, 2018) oran-orantı konusuna ait kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bu testte; “niteliksel tahmin ve karşılaştırma”, “sayısal karşılaştırma” ve “bilinmeyeni bulma” olmak üzere 3 alt boyut vardır. Testte niteliksel tahmin ve karşılaştırma boyutuna ilişkin 5 soru, sayısal karşılaştırma boyutuna ilişkin 4 soru ve bilinmeyeni bulma boyutuna ilişkin 3 soru olmak üzere toplam 12 tane iki aşamalı soru vardır. Soruların ilk aşamasında öğrencilerin 4 seçenekten meydana gelen çoktan seçmeli kısma cevap vermeleri, ikinci aşamada ise verdikleri cevabı gerekçelendirmeleri beklenmektedir. Teste ilişkin alt boyutlar ve ilgili maddeler Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi Alt Boyutları ve İlgili Maddeler

Boyutlar	Maddeler	Toplam
Niteliksel tahmin ve karşılaştırma	1-2-3-4-5	5
Sayısal karşılaştırma	6-7-8-9	4
Bilinmeyeni bulma	10-11-12	3

Testin geliştirilmesi aşamasında ilk olarak ulusal ve uluslararası alan yazında orantısal akıl yürütme sorularına yer veren araştırmalar incelenmiş ve bu incelemeler sonucunda 5'i niteliksel karşılaştırma ve tahmin türünde, 5'i bilinmeyeni bulma soru türünde ve 5'i sayısal karşılaştırma soru türünde olmak üzere 15 soruluk soru havuzu oluşturulmuştur. Orantısal akıl yürütme beceri testinin ayırt edici geçerliğini belirlemek için orantısal olmayan akıl yürütme testi aynı çalışma kapsamında 2 aşamalı olarak hazırlanmıştır. Bunun için 2'si toplamsal, 2'si doğrusal ve 2'si sabit durumlarla ilgili olmak üzere 6 soruluk soru havuzu oluşturulmuştur. Oluşturulan soruların kapsam ve görünüş geçerliği için uzman görüşü alınmıştır. Pilot çalışmada 391 ortaokul öğrencisine taslak testler uygulanmış ve ardından araştırmacı tarafından hazırlanan dereceli puanlama anahtarları kullanılarak puanlanmıştır. Puanlamada her bir soru 0 ile 4 puan arasında değerlendirilmiştir. Ölçeğin yapı geçerliğinin incelenmesi çalışmaları kapsamında öncelikle doğrulayıcı faktör analizi çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda standardize edilmiş faktör yüklerinin niteliksel tahmin ve karşılaştırma boyutu için .45 ile .70 arasında, bilinmeyeni bulma boyutu için .57 ile .69 arasında, sayısal karşılaştırma boyutu için ise .45 ile .56 arasında değiştiği tespit edilmiştir. Doğrulayıcı faktör analizine ilişkin uyum iyiliği indeksleri $\chi^2 / df = 1.63$, RMSEA = .040, SRMR = .040, GFI = .97, AGFI = .95, CFI = .98, NFI = .96. olarak bulunmuştur. Daha sonra yapı geçerliği kapsamında %27'lik alt ve üst grupların beceri puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı Man Whitney U testi yoluyla incelenmiş ve soruların tamamında alt ve üst gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Madde toplam korelasyonlarının .446 ile .592 arasında değiştiği görülmüştür. Bu değerler iki aşamalı orantısal akıl yürütme testinin yapı geçerliğine sahip olduğunu göstermiştir. Testin güvenilirliğini belirlemek için hesaplanan iç tutarlılık katsayısı Cronbach Alfa değerleri niteliksel tahmin ve karşılaştırma boyutu için $\alpha = .748$; bilinmeyeni bulma boyutu için $\alpha = .651$; sayısal karşılaştırma boyutu için $\alpha = .631$ olarak hesaplanırken tüm test için $\alpha = .849$ olarak hesaplanmıştır. Elde edilen değerler orantısal akıl yürütme testinden elde edilen puanların güvenilir olduğunu göstermiştir. Orantısal akıl yürütme

testinin ayırt ediciliğini belirlemek için ise aynı çalışma kapsamında geliştirilmiş olan orantısal olmayan akıl yürütme testi ile aralarındaki ilişki incelenmiştir. Bu amaçla Pearson Korelasyon Katsayısı hesaplanmış ve bu iki test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı büyük bir ilişki olduğu tespit edilmiştir ($r=.638$ $p=.00 < .05$). Bu ilişki öğrencilerin orantısal olan ve olmayan durumları ayırt edebildiğinin ve orantısal akıl yürütme testinin ayırt ediciliğinin yüksek olduğunun kanıtı olarak kabul edilmiştir. Ayrıca testin çoktan seçmeli kısmına ilişkin yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları sonucu; madde ayırt edicilik indekslerinin .31 ile .77 arasında, madde güçlük indekslerinin .13 ile .45 arasında değiştiği belirlenmiştir ve KR-20 değeri .81 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler testin çoktan seçmeli kısmının iyi bir ayırt ediciliğe ve güvenirliğe sahip olduğunu göstermiştir (Açıkgül, 2021).

Bu araştırmada orantısal akıl yürütme beceri testi (Açıkgül, 2021) 315 öğrenciye uygulanarak Cronbach $\alpha = .848$ güvenirlik katsayısı olarak hesaplanmış ve testin iyi düzeyde güvenilir olduğu belirlenmiştir (Kline, 2015).

3.3.2. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi

Olasılıksal akıl yürütme testi, araştırmacı tarafından 8. sınıf öğrencilerinin olasıksal akıl yürütme becerilerini ölçmek için hazırlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak MEB 2018 Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan olasılık öğrenme alanına ilişkin kazanımlar incelenmiştir. 8. sınıf düzeyinde olasılık konusuyla ilgili 5 kazanım olduğu tespit edilmiştir. Kazanımlar doğrultusunda literatürde olasıksal akıl yürütme sorularına yer veren araştırmalar (Erdem, 2011; Fast, 1997; Fırat, 2018; Fischbein vd., 1991; Gürbüz, 2006; Jones vd., 1997; Polaki, 2002; Tarr ve Jones, 1997), 8. sınıf matematik ders kitapları (Böge ve Akıllı, 2021; Çetin vd., 2019; Erenkuş vd., 2019), MEB tarafından yayınlanan örnek matematik soruları (MEB, 2021a, 2021b, 2021c, 2021d) incelenmiştir. Bu incelemeler sonrasında araştırmacı ve danışmanı tarafından kazanımlara ve literatürdeki çalışmalara uygun olarak 10 açık uçlu sorudan oluşan soru havuzu oluşturulmuştur. Tablo 3'te kazanımlar (MEB, 2018) ve madde numaraları sunulmuştur.

Tablo 3

Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testine İlişkin Kazanımlar ve Madde Numaraları

Kazanımlar	Maddeler	Toplam
Kazanım 1: Bir olaya ait olası durumları belirler.	1, 2	2
Kazanım 2: “Daha fazla”, “eşit”, “daha az” olasılıklı olayları ayırt eder, örnek verir.	3, 4	2
Kazanım 3: Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değerinin eşit olduğunu ve bu değerin 1/n olduğunu açıklar.	5, 6	2
Kazanım 4: Olasılık değerinin 0 ile 1 arasında (0 ve 1 dâhil) olduğunu anlar.	7, 8	2
Kazanım 5: Basit bir olayın olma olasılığını hesaplar.	9, 10	2

10 soruluk taslak test uzman görüşü formu kullanılarak 5 matematik eğitimi ve 1 ölçme-değerlendirme uzmanının görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan test maddelerini; anlaşılabilirlik, ölçme değerlendirme ilkelerine uygunluk, amaca uygunluk, 8. sınıf öğrencilerinin seviyesine uygunluk açısından değerlendirmeleri istenmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda her bir madde tekrar gözden geçirilmiş gerekli düzenlemeler ve düzeltmeler yapılmıştır. Daha sonra hazırlanan veri toplama aracının öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini ölçmede etkili olup olmadığını belirlemek için 14 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmış ve öğrencilerinden soruları çözmeleri istenmiştir. Ardından öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılarak her bir soru hakkında görüşleri alınmıştır. Yapılan görüşmeler sonucunda sorular tekrar gözden geçirilmiş ve anlaşılmayan cümleler revize edilmiştir. Öğrenciler ile yapılan görüşmeler ve alanında uzman kişilerin görüşleri alınarak teste son hali verilmiştir.

Bu araştırmanın katılımcılarından elde edilen veriler için hesaplanan Cronbach α = .815 değeri testin iyi düzeyde güvenilir olduğunu göstermiştir (Kline, 2015).

3.3.3. Üstbilişsel Öz Düzenleme Ölçeği

Howard vd. (2000) tarafından geliştirilen ve Çelik (2017) tarafından Türkçeye uyarlanarak geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılan Üstbilişsel Öz Düzenleme Ölçeği ile öğrencilerin problem çözme sürecindeki üstbilişsel bilgi ve öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarını ölçmek amaçlanmıştır. Ölçeğin orijinali Howard vd. (2000) tarafından geliştirilmiştir. Araştırmacılar çalışmalarında öğrencilerin matematik ve fen problemlerini çözerken üstbilişsel farkındalık ve üstbilişsel düzenleme becerilerine odaklanacak kullanımı kolay bir ölçek geliştirmeyi amaçlamışlardır. Ölçeğin psikometrik

özellikleri 6-12. sınıflarda öğrenim gören 829 öğrencinin katılımıyla test edilmiştir. 32 maddeden oluşan orijinal ölçeğin Cronbach's alfa değeri .94 olarak hesaplanmış ve çalışma sonuçları problem çözmeyle ilişkili üstbilişsel öz düzenlemeye dair toplam 5 alt faktör (bilgi bilgisi, nesnellik, problem temsili, alt görevleri izleme ve değerlendirme) olduğunu ortaya koymuştur. Çelik (2017) tarafından Türkçeye uyarlanan bu ölçeğin Türkçe formu 6, 7 ve 8. sınıflara devam eden 815 öğrenciye uygulanarak ölçeğin geçerliği, güvenirliği ve faktör yapısı incelenmiştir. Ölçeğin Türkçeye uyarlama sürecinde ilk olarak dile ilişkin eşdeğerlik çalışması yapılmıştır. Orijinal ölçeğin yazarlarından gerekli izinler alındıktan sonra ölçek alanında uzman kişilerce Türkçeye çevrilmiş, daha sonra çeviriler karşılaştırılarak tek bir metin haline getirilmiştir. Çeviri işlemleri tamamlandıktan sonra ölçek maddelerinin ve yönergenin anlaşılabilirliğini test etmek amacıyla pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama neticesinde yapılan düzeltmelerden sonra hazırlanan Türkçe form ve İngilizce orijinal form özel bir okuldaki 30 kişilik bir gruba 3 hafta ara ile uygulanarak eşdeğerlik çalışması yapılmıştır. Yapılan Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Analizi sonucunda çeviri olan Türkçe form ile orijinal İngilizce formun hem toplam puanlarının hem de her bir alt boyuta ait puanlarının istatistiksel olarak anlamlı derecede ilişkili olduğu görülmüştür. Üstbilişsel öz düzenleme ölçeğinin geçerliğinin sınanması amacıyla öğrencilerin ölçekten aldıkları toplam puanlara göre alt ve üst %27'lik gruplarda bulunan katılımcıların toplam puanları arasında fark olup olmadığı t testi yoluyla incelenmiş alt ve üst gruplar arasında anlamlı fark olduğu belirlenmiştir ($t: 58.297, p < .01$). Bu durum ölçeğin ölçtüğü özellik açısından kişileri ayırt etmede yeterli olduğunu göstermiştir. Ölçeğin yapı geçerliğinin incelenmesi amacıyla doğrulayıcı faktör analizi çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Yapılan doğrulayıcı faktör analizi sonucunda χ^2/sd oranı 2.41 olarak hesaplanmıştır. Diğer uyum iyiliği indeksleri de incelenmiş; GFI değeri .93, AGFI değeri .92, CFI değeri .92, NNFI değeri ise .91, RMSEA değeri .047 ve SRMR değeri .044 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar verilerin, teorik faktör yapısını iyi derecede desteklediğini göstermiştir. Ölçeğin güvenirliğini belirlemek amacıyla, üç hafta arayla test-tekrar test uygulaması yapılmış ve korelasyon değeri .77 ($p < .01$) olarak bulunmuştur. Ayrıca ölçeğin güvenirlik analizleri kapsamında Cronbach Alpha değeri de hesaplanmış ve bu değerler toplam puan için .91 olarak bulunmuştur. Bu değerler ölçeğin güvenilir olduğunu göstermiştir. Ölçek 5'li likert tipte cevap seçeneklerine sahip olup seçenekler “hiçbir zaman”, “çok az / nadiren”, “bazen”, “genellikle / sık sık” ve “her zaman” olarak derecelendirilmiştir. Araştırmacının son haliyle 29 madde olarak düzenlediği ölçek; bilgi bilgisi, nesnellik, problem temsili,

alt görevleri izleme ve değerlendirme olmak üzere 5 bağımsız alt bileşenden oluşmaktadır.

Ölçeği oluşturan bileşenler Howard vd. (2001), tarafından şu şekilde tanımlanmıştır. *Biliş bilgisi*; öğrencilerin benzersiz bilişsel yetenekleri ve en iyi öğrenme yolları hakkında ne kadar bilgi sahibi olduklarını ölçer. Kişinin kendi öğrenme ve bellek süreçlerinin yanı sıra güçlü ve zayıf yönlerini öğrenme farkındalığını içerir. *Nesnellik*; öğrencinin öğrenme esnasında kendisine dışarıdan bakıp öğrenme devam ederken öğrendiklerini düşünmesidir. Öğrenme hedeflerine ve öğrenme hedefine ulaşmada alternatif seçimlere ilişkin bir farkındalık içerir. *Problem temsili*; öğrencinin problemi çözerken ilerlemeden önce problemi tam olarak anlamak için kullandığı stratejilerle ilgili farkındalığını içerir. *Alt görevleri izleme*; problemi alt görevlere ayırma ve her bir alt görevin tamamlanmasını izleme olarak tanımlanır. *Değerlendirme*; öğrencilerin, problemi doğru çözüp çözmediklerini değerlendirmek için tüm problem çözme süreci boyunca çalışmalarını kontrol etmelerini ölçer. Üstbilişsel öz düzenleme ölçeğinde yer alan alt boyutlar Tablo 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4

Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeğinde Yer Alan Alt Boyutlar ve İlgili Maddeler

Alt Boyut	İlgili Maddeler	Toplam
Biliş bilgisi	4-16-21-22-28-29	6 Madde
Nesnellik	2-10-17-24-30-31	6 Madde
Problem temsili	1-5-6-13-20	5 Madde
Alt görevleri izleme	7-8-11-19-23-27	6 Madde
Değerlendirme	3-9-12-15-18-25	6 Madde

Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeği'nin 5 boyutlu yapısının bu çalışmaya katılan öğrenciler için geçerliğini tespit etmek amacıyla 2. düzey DFA uygulanmıştır. Analiz sonucunda uyum iyiliği değerleri $\chi^2/sd=695.22/341=2.039$, CFI= .96, NFI= .93, NNFI= .96, GFI= .86, RMR= .072, SRMR= .0054, RMSEA=0.058 olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar bu çalışmada Çelik (2017) tarafından önerilen modelin doğrulandığını göstermektedir (Hair vd., 2014; Tabachnick ve Fidell, 2013). Bu çalışmada ölçeğin Cronbach Alfa değeri $\alpha=.919$ olarak hesaplanmıştır. Kline (2015) güvenilirlik katsayıları için .70 civarındaki değerlerin “yeterli”, .80 civarındaki değerlerin “iyi”, .90 civarındaki değerlerin “mükemmel” düzeyde güvenilir olduğunu ifade etmiştir. Bu sonuca göre bu

araştırmada üstbilişsel öz düzenleme ölçeğinden elde edilen verilerin mükemmel düzeyde güvenilir olduğu söylenebilir.

3.4. Veri Analizi

Araştırmanın verilerini, 315 öğrencinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi'ne, Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi'ne ve Üstbilişsel Öz Düzenleme Ölçeği'ne verdikleri cevaplar oluşturmuştur. Her bir veri toplama aracının verilen yanıtların nasıl puanlandığı aşağıda sırasıyla açıklanmış daha sonra analiz esnasında kullanılan istatistiksel yöntemlerden bahsedilmiştir.

Orantısal akıl yürütme testindeki sorulara verilen cevapların analizinde, Açıkgül (2021) tarafından geliştirilen Tablo 5'teki dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Bu puanlama anahtarında nitel tahmin ve karşılaştırma maddeleri için farklı, eksik değer ve sayısal karşılaştırma maddeleri için farklı olacak şekilde iki ayrı puanlama anahtarı kullanılmıştır. Çoktan seçmeli cevap kademesinde doğru cevap 1 puan, yanlış cevap 0 puan olarak, açık uçlu cevaplar için ise en düşük puan 0, en yüksek puan 3 olarak belirlenmiştir. Sonuç olarak iki aşamalı orantısal akıl yürütme testinde her bir sorunun puanlaması 0 ile 4 arasında değişmektedir. Her bir soruya ait puanlar toplanarak katılımcının orantısal akıl yürütme beceri puanı belirlenmektedir. Buna göre bu testten alınabilecek en düşük puan 0 ve en yüksek puan ise 48 olmaktadır. Tablo 5'te yer alan ölçütlere göre verilen puanlar kullanılarak öğrencilerin orantısal akıl yürütme düzeylerine ilişkin istatistiksel karşılaştırmalar yapılmıştır.

Tablo 5

Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi Puanlama Anahtarı ve Örnek Öğrenci Cevapları

Problem Tipi	Puan	Madde	Örnek Öğrenci Cevapları
0		Cevap yok. Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair hiçbir ipucu yok. Oran, yanlış değişkenler arasında kurulmuştur. Verilerin toplamsal karşılaştırması var. Sayıların ve işlemlerin rasgele kullanımı var.	191 numaralı öğrencinin 12. soruya verdiği cevap isur tani daha çok cevaz almıştır. yla'nın aldığı cevazların iki katı kadarını almıştır. isuf'un aldığı cevazların 5 fazlasını almıştır. Yusuf eşit sayıda cevaz almıştır. gerekeçesiyle açıklayınız: $\begin{array}{r} 15 \\ \times 30 \\ \hline 450 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 30 \\ \hline 450 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ \times 30 \\ \hline 450 \end{array}$ Yusuf $\rightarrow 10$ Yusuf $\rightarrow 5$ $15 \times 30 = 450$
1		Sadece doğru cevap verilmiş, herhangi bir matematiksel işlem yapılmamıştır. Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair bazı ipuçları var.	55 numaralı öğrencinin 10. soruya verdiği cevap Cevabımı gerekeçesiyle açıklayınız: Çözümlerden doğru olanı buldum. 150 Sınıfta 150 kişi vardı.
2		Beklenen değişkenler arasında orantısal akıl yürütme var ancak işlem hatası yapılmış ya da doğru sonuca ulaşılmamış.	139 numaralı öğrencinin 7. soruya verdiği cevap $\begin{array}{r} 12 \text{ dönüm} \\ \times 60 \text{ litre} \\ \hline 720 \text{ litre} \end{array}$ 12 dönüm 60 litre 720 litre
3		Problemi doğru çözebilmek için gereken orantısal akıl yürütme var ve doğru cevaba ulaşılmış.	186 numaralı öğrencinin 11. soruya verdiği cevap Terz orantı doğru için cevapları 1. 24 = 24 4. 5 = 20 5. 5 = 25 8. 3 = 24

Niteliksel Tahmin ve Karşılaştırma Problemleri

0	Cevap yok. Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair hiçbir ipucu yok.	40 numaralı öğrencinin 1. soruya verdiği cevap Hüseyin, kormaya Esra'dan daha yatkındır.
1	Orantısal akıl yürütmenin var olduğuna dair bazı ipuçları var.	1 numaralı öğrencinin 2. soruya verdiği cevap Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız: Eğer su çok konulursa karışım daha sıvı olur. Çimerto ya da sakıl fazla konulursa karışım daha katı olur. Bu sebeple cevap "A" şıkkıdır.
2	Problemi doğru çözmek için orantısal akıl yürütme var ancak açıklama soru kökü kullamlarak yapılmış.	148 numaralı öğrencinin 1. soruya verdiği cevap klayınız: Hüseyin Esra'dan daha az zamanda daha fazla tur attığı için Hüseyin daha hızlı koşmaktadır.
3	Problemi doğru çözmek için orantısal akıl yürütme var. Doğru cevap orijinal cümlelerle verilmiş, açıklamalar şekil oluşturma, çizim, örnek verme gibi yöntemlerle zenginleştirilmiştir.	21 numaralı öğrencinin 3. soruya verdiği cevap Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız: Şöfor günü daha çok problem karıştırmaz az öğrenciye bölse se 1 öğrenci daha çok çizer, Mesela Cınar'da 27 soru 9 öğrenci 30 soru 5 öğrenci 1 öğrenci = 3 soru 1 öğrenci = 6 soru Rallı sıt bosuna oiden Zehra.

Olasılıksal akıl yürütme testindeki sorulara verilen cevapların analizinde, araştırmacı ve danışmanı tarafından geliştirilen Tablo 6'daki dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtların değerlendirilmesinde yalnızca sonucun değil aynı zamanda çözüm sürecinin de değerlendirilmesine imkân verdiği için dereceli bir puanlama anahtarı tercih edilmiştir. Dereceli puanlama anahtarı geliştirilirken öğrencilerin doğru cevaba ulaşma sürecinde hangi becerileri sergilemesi gerektiği belirlenmiş ve her bir puanın hangi cevaplara karşılık geldiği açıkça tanımlanmıştır. Doğan (2020) geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı oluşturabilmek için hazırlanan puanlama anahtarının deneme uygulamasının yapılması gerektiğini belirtmiştir. Araştırmacı bu deneme uygulamasının ölçmek istenen beceriye ilişkin en yeterli ve en yetersiz olduğu düşünülen yaklaşık sekiz kişilik bir öğrenci grubundan elde edilen verilerin en az iki puanlayıcının dereceli puanlama anahtarını kullanarak puanlamasının sağlanmasıyla yapılabileceğini belirtmiştir. Bu çalışma kapsamında olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyi en yeterli olduğu düşünülen 5 öğrenci ile en yetersiz olduğu düşünülen 5 öğrenciye olasılıksal akıl yürütme beceri testleri uygulanmıştır. Elde edilen verilere iki puanlayıcı tarafından puanlama anahtarı kullanılarak puanlanmış ve dereceli puanlama anahtarındaki bazı maddeler revize edilerek daha anlaşılır hale getirilmiştir. Sonuçta hazırlanan dereceli puanlama anahtarının olasılıksal akıl yürütme beceri testinin puanlanmasında kullanılmasının uygun olduğu düşüncesine varılmıştır. Dereceli puanlama anahtarında en düşük puan 0 en yüksek puan 4 olarak belirlenmiştir. Her bir soruya ait puanlar toplanarak katılımcının olasılıksal akıl yürütme beceri puanı belirlenmektedir. Buna göre bu testten alınabilecek en düşük puan 0 ve en yüksek puan ise 40 olmaktadır. Tablo 6'da yer alan ölçütlere göre verilen puanlar kullanılarak öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerine ilişkin istatistiksel karşılaştırmalar yapılmıştır.

Orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri testlerinden elde edilen puanların güvenilirliğinin belirlenmesi için öğrenci yanıtlarının tamamı (N=315) araştırmacı tarafından bir ay arayla iki kez puanlanmıştır. Pearson Korelasyon Testi sonuçlarına göre araştırmacı tarafından yapılan iki puanlama arasında hem orantısal akıl yürütme puanları ($r=.999$, $p=.000$) hem de olasılıksal akıl yürütme puanları için ($r=.998$, $p=.000$) yüksek düzeyde anlamlı ilişki tespit edilmiştir. Bu sonuçlara göre araştırmada yapılan puanlamanın güvenilir olduğu söylenebilir. Ayrıca testlere verilen yanıtların değerlendirilmesinde puanlayıcılar arası güvenilirliğin belirlenmesi için 315 öğrenci arasından rastgele seçilen 100 öğrencinin yanıtları matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan bir matematik öğretmeni tarafından puanlanmıştır. İki puanlayıcının birbirinden bağımsız şekilde yaptığı puanlamalar arasındaki ilişkiyi belirlemek için yapılan Pearson Korelasyon Testi sonucuna göre hem orantısal akıl yürütme puanları ($r=.998$, $p=.000$) hem de olasılıksal akıl yürütme puanları ($r=.997$, $p=.000$) için yüksek düzeyde ilişki çıkmıştır. Bu sonuçlara göre puanlayıcılar arası güvenirliliğin yüksek düzeyde olduğu söylenebilir (Büyüköztürk, 2020).

Üstbilişsel öz düzenleme ölçeğinin puanlamasında her bir madde için “hiçbir zaman” 1 puan, “çok az/ nadiren” 2 puan, “bazen” 3 puan, “genellikle / sık sık” 4 puan ve “her zaman” 5 puan olarak değerlendirilmiştir. Her bir maddeye ait puanlar toplanarak katılımcının üstbilişsel öz düzenleme farkındalık puanı belirlenmektedir. Buna göre ölçekten alınabilecek en düşük puan 29 ve en yüksek puan ise 145 olmaktadır. Bu ölçüte göre verilen puanlar kullanılarak öğrencilerin problem çözme süreci üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerine ilişkin istatistiksel işlemler yapılmıştır.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme beceri testlerinden ve üstbilişsel öz düzenleme ölçeğinden aldıkları puanlardan oluşan veriler Statistical Package for Social Sciences (SPSS) programı kullanılarak analiz edilmiştir. Analize başlamadan önce SPSS programına girilen veriler kontrol edilerek eksik ve yanlış veriler düzeltilmiştir. Öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin ve problem çözme süreci üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin belirlenmesinde ve yorumlanmasında betimsel istatistiklerden (aritmetik ortalama, standart sapma) yararlanılmıştır.

Katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri puanlarının, olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının ve üstbilişsel öz düzenlemeye ilişkin farkındalık puanlarının “cinsiyet”

ve “matematiksel yeterlik algısı” bağımsız değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için F testi yapılmasına karar verilmiştir. F testi uygulanmadan önce varsayımlarının karşılanıp karşılanmadığı incelenmiştir. Bunun için ilk olarak cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenlerinin her bir alt boyutu için normallik varsayımları kontrol edilmiştir. Normallik varsayımı için ilk olarak her iki değişkenin her bir alt boyutu için aritmetik ortalama ve düzeltilmiş aritmetik ortalama değerleri ile mod, medyan ve aritmetik ortalama değerlerinin yakınlığı incelenmiş ve aralarındaki farkın büyük olmadığı tespit edilmiştir. Daha sonra cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenlerinin her bir alt boyutu için çarpıklık ve basıklık katsayıları incelenmiştir. Sonuçlar Tablo 7’de gösterilmiştir.

Tablo 7

Değişkenlerin Çarpıklık ve Basıklık Değerleri

Bağımsız değişken		Bağımlı değişken					
		Orantısal Akıl Yürütme		Olasılıksal Akıl Yürütme		Üstbilişsel Öz düzenleme	
		Çarpıklık	Basıklık	Çarpıklık	Basıklık	Çarpıklık	Basıklık
Cinsiyet	Kız	.547	-.445	.775	-.052	-.491	.841
	Erkek	.413	-.557	.702	-.185	-.236	-.308
	Yetersiz	.736	.044	.889	.401	-.479	1.015
Matematiksel yeterlik	Kısmen yeterli	.075	.933	.367	-.698	-.266	.214
	Yeterli	.315	-.770	.478	-.813	-.650	-.223

Tablo 7’de orantısal akıl yürütme beceri puanlarına, olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarına ve üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarına ait çarpıklık ve basıklık katsayılarının cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenlerinin tüm alt boyutları için -2 ve +2 aralığında kaldığı görülmüştür (Cameron, 2004). Normallik varsayımı için son olarak Q-Q plot, histogram ve kutu grafikleri incelenmiş puanların normal dağılım gösterdiği tespit edilmiştir. Daha sonra F testinin varsayımlarından biri olan varyansların homojenliği levene testi kullanılarak incelenmiştir. Sonuçlar Tablo 8’de gösterilmiştir.

Tablo 8

Levene Testi Sonuçları

Testler	Değişkenler	F	p
Orantısal akıl yürütme	Cinsiyet	.578	.448*
	Matematiksel Yeterlik	14.417	.000
Olasılıksal akıl yürütme	Cinsiyet	1.019	.314*
	Matematiksel Yeterlik	19.737	.000
Üstbilişsel öz düzenleme	Cinsiyet	.031	.860*
	Matematiksel Yeterlik	.682	.506*

*p>.05

Levene homojenlik testi ile orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının ve üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının cinsiyet değişkeni açısından homojen dağıldığı belirlenmiştir (Orantısal akıl yürütme (cinsiyet): $F=.578$, $p=.448$; Olasılıksal akıl yürütme (cinsiyet): $F=1.019$, $p=.314$; Üstbilişsel Öz düzenleme (cinsiyet): $F=.031$, $p=.860$). Matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından ise orantısal akıl yürütme ve olasılıksal akıl yürütme puanlarının homojen dağılmadığı tespit edilirken ($p < .05$) üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarına ilişkin varyansın homojen olduğu belirlenmiştir ($F=.682$, $p=.506$).

F testi sonucunda gruplar arası anlamlı fark çıkması durumunda bu farklılığın hangi gruplar arasında olduğunu belirlemek için post-hoc testi yapılmıştır. Anlamlı farkın olduğu durumlarda varyanslar eşit ve örneklem büyüklükleri farklı ise Scheffe testi, varyanslar ve örneklem büyüklükleri farklı ise Dunnett C testi kullanılmıştır (Sönmez Çakır, 2019). Ayrıca F testi sonucu anlamlı farkın çıktığı durumlarda cohen f etki büyüklüğü değeri hesaplanmıştır. Cohen f değerleri yorumlanırken .10-.24 aralığı “küçük”, .25-.39 aralığı “orta”, .40’dan büyük değerler ise “büyük” etki büyüklüğü olarak kabul edilmiştir (Cohen, 1988).

Katılımcıların orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığı belirlemek için Pearson Korelasyon Katsayısı’nın kullanılmasına karar verilmiştir. Pearson Korelasyon Katsayısı kullanılmadan önce orantısal akıl yürütme puanlarının, olasılıksal akıl yürütme puanlarının ve üstbilişsel öz düzenleme puanlarının normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilmiştir. Çarpıklık ve basıklık değerleri (orantısal akıl yürütme: çarpıklık=.461 basıklık=-.473; olasılıksal akıl yürütme: çarpıklık=.719

basıklık=-.126; üstbilişsel öz düzenleme: çarpıklık=-.370 basıklık=.293), Q-Q plot ve histogram grafikleri incelenmiş verilerin normal dağılım gösterdiği belirlenmiştir. Pearson Korelasyon Testi sonucunda elde edilen korelasyon katsayısının mutlak değerce .00-.30 arasında olması düşük; .30-.70 arasında olması orta; .70-1.00 arasında olması yüksek düzeyde bir ilişkinin olduğu yönünde yorumlanmıştır (Büyüköztürk, 2020). Bu çalışmada bonferroni düzeltmesi kullanılarak anlamlılık düzeyi $\alpha=0.006$ ($0.005/9$) olarak alınmıştır (Morgan vd., 2004).

8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri testinden ve olasılıksal akıl yürütme beceri testinden aldıkları ortalama puanlara göre düzeylerinin değerlendirilmesinde .00 – .80 “çok düşük” , .81 – 1.60 “düşük” , 1.61 – 2.40 “orta”, 2.41-3.20 “yüksek”, 3.21 – 4.00 “çok yüksek” şeklindeki ortalama puan aralıkları kullanılmıştır. Ayrıca 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının yorumlanmasında 1.00-1.80 arası “hiçbir zaman”, 1.81-2.60 arası “çok az/ nadiren”, 2.61-3.40 arası “bazen”, 3.41-4.20 arası “genellikle / sık sık” ve 4.21-5.00 arası “her zaman” olacak şekilde ortalama puan aralıkları kullanılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUM

Çalışmanın bu bölümünde yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgu ve yorumlar sunulmuştur.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri araştırılmıştır. Öğrencilerin niteliksel tahmin ve karşılaştırma, niceliksel karşılaştırma ve bilinmeyeni bulma ile ilgili sorulara ilişkin orantısal akıl yürütme becerilerine ait bulgular Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri (N=315)

Orantısal Akıl Yürütme	$\bar{X}$	SS	Düzy
Niteliksel Tahmin ve Karşılaştırma	2.18	.95	Orta
Niceliksel Karşılaştırma	.87	.93	Düşük
Bilinmeyeni Bulma	1.69	1.25	Orta
Toplam	1.62	.86	Orta

Yapılan betimsel analiz sonuçlarına göre 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri puan ortalamalarının $\bar{X}=1.62$ olduğu ve beceri düzeylerinin “orta” kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Niteliksel tahmin ve karşılaştırma boyutunda öğrencilerin beceri puan ortalamalarının $\bar{X} =2.18$ olduğu ve beceri düzeylerinin “orta” kategorisinde yer aldığı, niceliksel karşılaştırma boyutunda beceri puan ortalamalarının $\bar{X} =.87$ olduğu ve “düşük” kategorisinde yer aldığı ve bilinmeyeni bulma boyutunda beceri puan ortalamalarının $\bar{X} =1.69$ olduğu ve “orta” kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Bu bulgulardan yola çıkarak öğrencilerin niceliksel karşılaştırma boyutundaki ortalamalarının diğer iki alt boyuta göre düşük olduğu ifade edilebilir.

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri araştırılmıştır. Öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme düzeylerine ilişkin bulgular Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10

Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri (N=315)

	$\bar{X}$	SS	Düzyey
Olasılıksal Akıl Yürütme	1.38	.87	Düşük

Yapılan betimsel analiz sonuçlarına göre 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri puan ortalamalarının $\bar{X} = 1.38$ olduğu ve beceri düzeylerinin “düşük” kategorisinde yer aldığı görülmektedir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın üçüncü alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri araştırılmıştır. Biliş bilgisi, nesnellik, problem temsili, alt görevleri izleme ve değerlendirme alt boyutlarına ait bulgular Tablo 11’te verilmiştir.

Tablo 11

Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeyleri

Boyut	$\bar{X}$	SS	Düzyey
Biliş Bilgisi	3.47	.75	Genellikle/ Sık Sık
Nesnellik	3.57	.76	Genellikle/ Sık Sık
Problem Temsili	3.91	.73	Genellikle/ Sık Sık
Alt Görevleri İzleme	3.49	.82	Genellikle/ Sık Sık
Değerlendirme	3.46	.83	Genellikle/ Sık Sık
Toplam	3.57	.64	Genellikle/ Sık Sık

Yapılan betimsel analiz sonuçlarına göre araştırmaya katılan öğrencilerin problem çözme sürecindeki üstbilişsel öz düzenleme farkındalık ölçeğinin alt boyutlarından aldıkları puanların ortalaması ‘biliş bilgisi’ alt boyutu için $\bar{X}=3.47$; ‘nesnellik’ alt boyutu için $\bar{X}=3.57$; ‘problem temsili’ alt boyutu için $\bar{X}=3.91$; ‘alt görevleri izleme’ alt boyutu

için $\bar{X}=3.49$; ‘değerlendirme’ alt boyutu için $\bar{X} =3.46$ olarak hesaplanmıştır. Ölçeğin geneli için ise ortalama $\bar{X}=3.57$ hesaplanmıştır. Ölçeğin alt boyutları için belirlenen puan aralıkları dikkate alındığında öğrencilerin ortalamalarının alt boyutların tümü için ‘Genellikle/ Sık Sık’ düzeyine karşılık geldiği görülmektedir. Genel ortalama puanlarının da benzer şekilde ‘Genellikle/ Sık Sık’ düzeyine karşılık geldiği görülmektedir.

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın dördüncü alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen bulgular değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.4.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo12’de betimsel istatistikler, Tablo13’te öğrencilerin beceri düzeylerinin cinsiyet değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşıp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 12

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	SS	Düzey
Kız	170	1.71	.84	Orta
Erkek	145	1.51	.87	Düşük
Toplam	315	1.62	.86	Orta

Tablo 12’de görüldüğü gibi; kızların orantısal akıl yürütme beceri testinden aldıkları puanların ortalamasının $\bar{X}=1.71$ olduğu ve beceri düzeylerinden “orta” kategorisinde yer aldığı, erkek katılımcıların ise aldıkları puanların ortalamasının $\bar{X}=1.51$ olduğu ve beceri düzeylerinin “düşük” kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu

bulgular doğrultusunda kız öğrencilerin ortalama puanlarının erkek öğrencilerin puan ortalamalarından yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 13

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p
Sabit	815.95	1	815.95	1123.34	.000
Cinsiyet	3.14	1	3.14	4.32	.038
Hata	227.35	313	.73		
Toplam	1059.72	315			

Tablo 13'teki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşmadığı belirlenmiştir ($p > .006$).

4.4.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo 14'te betimsel istatistikler, Tablo 15'te öğrencilerin beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 14

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Matematiksel Yeterlik Algısı	N	$\bar{X}$	SS	Düzye
Yetersiz	65	1.13	.52	Düşük
Kısmen Yeterli	185	1.70	.81	Orta
Yeterli	65	1.91	1.04	Orta
Toplam	315	1.62	.86	Orta

Tablo 14'te görüldüğü gibi matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından kendini yetersiz olarak nitelendiren N=65 öğrencinin orantısal akıl yürütme beceri puanlarının ortalaması $\bar{X}=1.13$ olduğu ve beceri düzeylerinden “düşük” kategorisinde yer aldığı, kendini kısmen yeterli olarak nitelendiren N=185 öğrencinin orantısal akıl yürütme beceri puanlarının ortalamasının $\bar{X}=1.70$ olduğu ve beceri düzeylerinden “orta” kategorisinde yer aldığı, kendini yeterli olarak nitelendiren N=65 öğrencinin orantısal akıl yürütme beceri puanlarının ortalaması $\bar{X}=1.91$ olduğu ve beceri düzeylerinden “orta” kategorisinde yer aldığı görülmüştür.

Tablo 15

Öğrencilerin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	Cohen f	Güç	Dunnett C
Sabit	619.17	1	619.17	926.32	.000			
Matematiksel Yeterlik Algısı	21.94	2	10.97	16.41	.000*	.32	.99	Yeterli> yetersiz
Hata	208.55	312	.67					Kısmen yeterli > yetersiz
Toplam	1059.72	315						

*p<.006

Tablo 15'teki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaştığı belirlenmiştir ($p < .006$). Başka bir deyişle, öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Test sonucunda ortaya çıkan farka ilişkin hesaplanan etki büyüklüğü değeri farklılıkların orta düzeyde olduğuna işaret etmektedir (cohen $f=.32$).

F testi sonucunda ortaya çıkan farkın kaynağını belirlemek amacıyla Dunnett C testi uygulanmıştır. Dunnett C testi sonucunda matematiksel yeterlik açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu görülmüştür. Benzer şekilde kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir.

4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın beşinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen bulgular değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.5.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo 16’da betimsel istatistikler, Tablo 17’de öğrencilerin beceri düzeylerinin cinsiyet değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşıp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 16

Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	SS	Düzy
Kız	170	1.46	.85	Düşük
Erkek	145	1.30	.88	Düşük
Toplam	315	1.38	.87	Düşük

Tablo 16’da görüldüğü gibi; kızların olasılıksal akıl yürütme beceri testinden aldıkları puanların ortalamasının $\bar{X}=1.46$ olduğu ve beceri düzeylerinden “düşük” kategorisinde yer aldığı, erkek katılımcıların ise aldıkları puanların ortalamasının $\bar{X}=1.30$ olduğu ve beceri düzeylerinin “düşük” kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu bulgular doğrultusunda kız öğrencilerin ortalama puanlarının erkek öğrencilerin puan ortalamalarından yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 17

Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p
Sabit	593.81	1	593.81	795.21	.000
Cinsiyet	2.08	1	2.08	2.78	.096
Hata	233.729	313	.75		
Toplam	235,81	314			

Tablo 17’deki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşmadığı belirlenmiştir ($p > .006$).

4.5.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo 18’de betimsel istatistikler, Tablo 19’da öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 18

Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Matematiksel Yeterlik Algısı	N	$\bar{X}$	SS	Düzyey
Yetersiz	65	.79	.48	Çok Düşük
Kısmen Yeterli	185	1.47	.79	Düşük
Yeterli	65	1.74	1.07	Orta
Toplam	315	1.38	.87	Düşük

Tablo 18’de görüldüğü gibi matematiksel yeterlik algısı açısından kendini yetersiz olarak nitelendiren N=65 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının ortalaması $\bar{X}= .79$ olduğu ve beceri düzeylerinden “çok düşük” kategorisinde yer aldığı,

kendini kısmen yeterli olarak nitelendiren N=185 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının ortalamasının $\bar{X}=1.47$ olduğu ve beceri düzeylerinden “düşük” kategorisinde yer aldığı, kendini yeterli olarak nitelendiren N=65 öğrencinin olasılıksal akıl yürütme beceri puanlarının ortalamasının $\bar{X}=1.74$ olduğu ve beceri düzeylerinden “orta” kategorisinde yer aldığı görülmüştür.

Tablo 19

Öğrencilerin Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	Cohen f	Güç	Dunnett C
Sabit	441.37	1	441.37	676.60	.000			Yeterli> yetersiz
Matematiksel Yeterlik	32.28	2	16.14	24.74	.000*	.40	.99	
Hata	203.53	312	.65					Kısmen yeterli > yetersiz
Toplam	839.01	315						

*p<.006

Tablo 19'daki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaştığı belirlenmiştir ($p < .006$). Başka bir deyişle, öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Test sonucunda ortaya çıkan farka ilişkin hesaplanan etki büyüklüğü değeri farklılıkların büyük olduğuna işaret etmektedir (cohen $f=.40$).

F testi sonucunda ortaya çıkan farkın kaynağını belirlemek amacıyla Dunnett C testi uygulanmıştır. Dunnett C testi sonucunda matematiksel yeterlik açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu görülmüştür. Benzer şekilde kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir.

4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın altıncı alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen bulgular değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

4.6.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo 20’de betimsel istatistikler, Tablo 21’de öğrencilerin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşıp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 20

Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenleme Düzeylerinin Cinsiyete Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	SS	Düzy
Kız	170	3.61	.65	Genellikle/ Sık Sık
Erkek	145	3.53	.63	Genellikle/ Sık Sık
Toplam	315	3.57	.64	Genellikle /sık sık

Tablo 20’de görüldüğü gibi; kız öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının ortalamasının $\bar{X}=3.61$ olduğu ve beceri düzeylerinden “genellikle/ sık sık” kategorisinde yer aldığı, erkek öğrencilerin ise beceri puanların ortalamasının $\bar{X}=3.53$ olduğu ve beceri düzeylerinin “genellikle/ sık sık” kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bu bulgular doğrultusunda kız öğrencilerin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puan ortalamalarının erkek öğrencilerin puan ortalamalarından yüksek olduğu söylenebilir.

Tablo 21

Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Cinsiyete Göre Farklılaşp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p
Sabit	3982.45	1	3982.45	9642.59	.000
Cinsiyet	.511	1	.511	1.24	.267
Hata	129.27	313	.413		
Toplam	4144.68	315			

Tablo 21’deki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşmadığı belirlenmiştir ($p > .006$).

4.6.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Süreci Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Bulgular

8. sınıf öğrencilerinin problem çözme süreci üstbilişsel öz düzenleme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşp farklılaşmadığını belirlemek için F testi kullanılmıştır. Tablo 22’de betimsel istatistikler, Tablo 23’te öğrencilerin üstbilişsel öz düzenleme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkenine göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaşp farklılaşmadığına ilişkin bulgular sunulmuştur.

Tablo 22

Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Değişimine İlişkin Betimsel İstatistikler

Matematiksel Yeterlik	N	$\bar{X}$	SS	Düzy
Yetersiz	65	3.19	.65	Bazen
Kısmen Yeterli	185	3.56	.57	Genellikle/sık sık
Yeterli	65	3.98	.58	Genellikle /sık sık
Toplam	315	3.57	.64	Genellikle / sık sık

Tablo 22’de görüldüğü gibi matematiksel yeterlik algısı açısından kendini yetersiz olarak nitelendiren N=65 öğrencinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının ortalaması $\bar{X}=3.19$ olduğu ve beceri düzeylerinden “bazen” kategorisinde yer

aldığı, kendini kısmen yeterli olarak nitelendiren N=185 öğrencinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının ortalamasının $\bar{X}=3.56$ olduğu ve beceri düzeylerinden “genellikle / sık sık” kategorisinde yer aldığı, kendini yeterli olarak nitelendiren N=65 öğrencinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık puanlarının ortalamasının $\bar{X}=3.98$ olduğu ve beceri düzeylerinden “genellikle / sık sık” kategorisinde yer aldığı görülmüştür.

Tablo 23

Öğrencilerin Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Puanlarının Matematiksel Yeterlik Algısına Göre Farklılaşıp Farklılaşmadığına İlişkin F Testi Sonuçları

	Kareler toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p	Cohen f	Güç	Scheffe
Sabit	3184.85	1	3184.85	9084.87	.000			Yeterli>
Matematiksel Yeterlik	20.405	2	10.202	29.103	.000*	.43	.99	yetersiz
Hata	109.38	312	.35					yeterli>
								kısmen
								yeterli
Toplam	4144.68	315						Kısmen
								yeterli >
								yetersiz

*p<.006

Tablo 23'deki veriler incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde farklılaştığı belirlenmiştir ($p < .006$). Başka bir deyişle, öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değişmektedir. Test sonucunda ortaya çıkan farka ilişkin hesaplanan etki büyüklüğü değeri farklılıkların büyük olduğuna işaret etmektedir (cohen $f=.43$).

F testi sonucunda ortaya çıkan farkın kaynağını belirlemek amacıyla Scheffe testi uygulanmıştır. Scheffe testi sonucunda matematiksel yeterlik algısı açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin üst bilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu görülmüştür. Benzer şekilde kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren

öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden; kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir.

4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın yedinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığı Pearson Korelasyon Katsayısı hesaplanarak incelenmiştir. Elde edilen bulgular Tablo 24’te sunulmuştur.

Tablo 24

Öğrencilerin Orantısal ve Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeyleri ile Üstbilişsel Öz düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeyleri Arasındaki İlişkiler İçin Pearson Korelasyon Testi Sonuçları (N=315)

		Orantısal Akıl Yürütme	Olasılıksal Akıl Yürütme	Üstbilişsel Öz düzenleme
Orantısal Akıl Yürütme	r	1	.904	.366
	p		.000*	.000*
Olasılıksal Akıl Yürütme	r		1	.325
	p			.000*
Üstbilişsel Öz Düzenleme	r			1
	p			

*p<.006

Tablo 24’deki veriler incelendiğinde araştırmaya katılan öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri arasında pozitif yönde yüksek düzeyde anlamlı bir ilişkinin olduğu görülmektedir ($r=.904$, $p<.006$). Araştırmaya katılan öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında pozitif yönde orta düzeyde anlamlı bir ilişki ($r=.366$, $p<.006$), benzer şekilde olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında da pozitif yönde orta düzeyde anlamlı bir ilişkinin olduğu görülmektedir ($r=.325$, $p<.006$).

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu bölümde, elde edilen bulgulara dayanarak sonuçlara, tartışmalara ve önerilere yer verilmiştir.

5.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri araştırılmıştır. Bu amaçla öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri “niteliksel tahmin ve karşılaştırma”, “niceliksel karşılaştırma” ve “bilinmeyi bulma” olmak üzere üç boyutta incelenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilere uygulanan orantısal akıl yürütme beceri testinden elde edilen verilere göre öğrencilerin “niteliksel tahmin ve karşılaştırma” ile “bilinmeyi bulma” boyutlarında orta düzeyde; “niceliksel karşılaştırma” boyutunda düşük düzey kategorisinde yer aldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Genel olarak ise öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri puanlarının orta düzeyde yer aldığı tespit edilmiştir.

Alan yazın incelendiğinde Özen Yılmaz (2019) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin en başarılı olduğu problem türünün bilinmeyi bulma problemleri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı öğrencilerin bilinmeyi bulma problemlerini niceliksel karşılaştırma problemlerine göre daha iyi çözdüklerini belirtmiştir. Benzer şekilde Hançer (2021) ile Özgün Koca ve Kayhan Altay (2009) ortaokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmalarda öğrencilerin bilinmeyen değer problemlerinde karşılaştırma problemlerine göre daha yüksek performans gösterdikleri sonucuna ulaşmıştır. Karaduman (2018) ise 6, 7 ve 8. sınıflarla yaptığı çalışmada öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinde orta düzey başarı gösterdiklerini, niceliksel ve niteliksel karşılaştırma problemlerinde ise düşük düzey başarı gösterdiklerini belirlemiştir. Çetin (2009) 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin en yüksek başarıyı orantısal akıl yürütme testinin bilinmeyi bulma alt boyutundan elde ettiklerini belirlemiştir. Literatürdeki bu çalışmaların ortak sonucu olan öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinde niceliksel karşılaştırma

problemlerine göre daha başarılı olmaları bu çalışmanın sonuçlarıyla tutarlılık göstermektedir. Öğrencilerin bilinmeyen değeri bulma problemlerinde daha başarılı olmalarının nedeni bu problem türünün en yaygın kullanılan orantısal akıl yürütme problem türü (Tjoe ve de la Torre, 2012) olması ile açıklanabilir. Niceliksel karşılaştırma problemlerinin çözümünde düşük performans göstermeleri ise öğrencilerin sınıf ortamında bu tür problemlerle çok fazla karşılaşmamış olmaları ile açıklanabilir (Özen Yılmaz, 2019).

Öğrencilerin genel orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin belirlendiği çalışmalara bakıldığında ise farklı sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Pelen (2014) 6. sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin çoğunluğunun genel olarak orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin yeterli ve yüksek düzeyde olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Aladağ (2009) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme gerektiren problemlerin çözümlerinde başarılı olduklarını belirlemiştir. Demir (2019) ise 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin düşük olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Çelik (2010) çalışmasında öğrencilerin büyük çoğunluğunun orantısal akıl yürütme becerisi bakımından yetersiz olduklarını ifade etmiştir. Karaduman (2018) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin ortalamasının altında olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuçlar orantısal akıl yürütme beceri düzeyini araştıran çalışmaların ortak ve genellenebilir bir sonuç ortaya koymadıklarını göstermektedir.

5.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri araştırılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilere uygulanan olasılıksal akıl yürütme beceri testinden elde edilen verilere göre öğrencilerin beceri puanlarının ortalamasının düşük düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Literatür incelendiğinde benzer sonuçlara sahip birçok çalışma olduğu görülmektedir. Şafak (2016), 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada olasılık başarılarının düşük olduğunu ve öğrencilerin olasılık konusunda zorlandıklarını belirtmiştir. Bakırcı (2014), 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin açık uçlu olasılık problemlerinin çözümünde yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Memnun vd. (2010) 8. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin olasılık bilgisini gerçek yaşam

problemlerini çözmede kullanmalarını gerektiren ve ilgili akıl yürütme becerilerini içeren sorularda başarı düzeylerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bursalı (2019) çalışmasında öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmelerini Jones vd.'nin (1999) geliştirmiş oldukları olasılıksal akıl yürütme çerçevesine göre değerlendirmiş ve bu kapsamda öğrencilerin örnek uzay, bir olayın teorik olasılığı, bir olayın deneysel olasılığı, olasılıkların karşılaştırılması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarına ilişkin akıl yürütme seviyelerini 4 düzeyde incelemiştir. Araştırmacı yaptığı değerlendirmeler sonucunda öğrencilerin daha çok 2. seviyede olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde çalışma yapan Sarıbaş (2019) olasılıksal akıl yürütmeyi ilgili kavramlara göre incelemiş ve öğrencilerin örnek uzay, deneysel olasılık, bağımlı olasılık ve bağımsızlık kavramlarına ilişkin akıl yürütme düzeylerinin en fazla düzey 1'de olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuçlar yaptığımız araştırmayı destekler niteliktedir. Öğrencilerin olasılık konusunda başarı ve akıl yürütme düzeylerinin düşük olmasının çeşitli nedenleri olabileceği düşünülmektedir. Şafak (2016) olasılığa ilişkin yapılan çalışmalarda öğrencilerin başarılarının düşük olmasını olasılıksal akıl yürütmede ön koşul olan kavramların yetersiz olmasıyla ilişkilendirmiştir. Benzer şekilde Bakırcı (2014) öğrencilerin olasılıksal akıl yürütmede ön koşul olan kavramları iyi bilmelerinin soruları cevaplamalarında önemli olduğuna vurgu yapmıştır. Umay ve Kaf (2005) ise öğrencilerin derslerde farklı türden problemlerle karşılaşmadıkları için farklı akıl yürütmeler geliştirmekte yetersiz kaldıklarını belirtmiştir. Memnun (2008) ise olasılık kavramlarının öğrenilememe nedenlerini ön bilgilerin yetersizliği, akıl yürütme becerisinin yetersizliği, öğrencilerin olumsuz tutumu, öğretmen, kavram yanılgısı, öğrencinin yaşı şeklinde belirtmiştir.

Alanyazında farklı sonuçlanan çalışmalarda mevcuttur. Erdem (2011) çalışmasında öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini “oldukça düşük”, “düşük”, “orta”, “yüksek” ve “oldukça yüksek” olmak üzere beş düzeyde incelenmiştir ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun orta ve yüksek düzeyde olduğu sonucuna ulaşmıştır. Sarıbaş (2019) öğrencilerin teorik olasılık ve olasılık karşılaştırmaları kavramlarına ilişkin akıl yürütme düzeylerinin en fazla düzey 3'te olduğu sonucuna ulaşmıştır.

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın üçüncü alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri araştırılmıştır. Bu amaçla öğrencilerin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıkları “bilgi bilgisi”, “nesnellik”, “problem temsili”, “alt görevleri izleme” ve “değerlendirme” olmak üzere beş alt boyutta incelenmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilere uygulanan üstbilişsel öz düzenleme farkındalık ölçeğinden elde edilen verilere göre öğrencilerin düzeylerinin her bir alt boyut için “Genellikle/ Sık Sık” kategorisinde yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin yapılan ölçekten genel olarak aldıkları puan ortalamaları doğrultusunda üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerinin yeterli düzeyde olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Son zamanlarda üstbilişsel farkındalık ve öz düzenlemeye ilişkin birçok çalışma yapıldığı görülmektedir. Arslan (2021) ve Ağpak (2019) 5, 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle, Zorbozan (2021) 7. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmalarda matematiksel üstbilişsel farkındalık düzeylerinin yeterli ve yüksek düzeyde olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Tanır (2018) 6. sınıf öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeylerini incelediği çalışmada öğrencilerin üstbilişsel farkındalık düzeyleri ve alt boyutları olan üstbilginin düzenlenmesi ve bilginin bilgisi açısından yeterli düzeyde oldukları sonucuna ulaşmıştır. İpek (2019) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin matematik dersine yönelik öz düzenleme becerilerinin yüksek düzeyde olduğunu tespit etmiştir. Bu sonuçlar bu araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir.

5.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın dördüncü alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

5.1.4.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kız öğrencilerin puan ortalamasının orta düzeyde, erkek öğrencilerin puan

ortalamasının düşük düzeyde yer aldığı görülmüştür. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre kız öğrenciler ile erkek öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri puanları arasında anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde Özgün Koca ve Kayhan Altay (2009) 6 ve 7. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin cinsiyete göre değişmediği sonucuna ulaşmışlardır. Bu çalışmada elde edilen sonuç Avcu'nun (2010) 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı problemlerindeki başarılarının cinsiyete göre değişimini incelediği araştırmanın bulgularıyla da örtüşmektedir. Demir (2019) ise çalışmasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri puanları arasında cinsiyete göre kızlar lehine anlamlı farklılık olduğunu bulmuştur. Benzer şekilde Karaduman (2018) ve Ünsal (2009) çalışmalarında kız öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri puanlarının, erkek öğrencilerden istatistiksel olarak anlamlı düzeyde yüksek olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Karplus vd. (1977) ise yedi farklı ülkeden 13-15 yaş aralığındaki öğrencilerin katılımıyla yaptıkları çalışmada erkek öğrencilerin orantısal akıl yürütmede kızlardan daha iyi performans gösterdiklerini tespit etmişlerdir. Bu sonuçlar orantısal akıl yürütme becerisinin cinsiyet değişkenine göre farklılaşıp farklılaşmadığını inceleyen çalışmaların ortak ve genellenebilir bir sonuç ortaya koymadıklarını göstermektedir.

5.1.4.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kendisini yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerin orantısal akıl yürütme puan ortalamasının düşük düzeyde, kendisini kısmen yeterli ve yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin orta düzeyde yer aldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değiştiği görülmüştür. Farkın kaynağını belirlemek için yapılan analizler sonucunda matematiksel yeterlik açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden; kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren

öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Alanyazın incelendiğinde doğrudan öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını inceleyen çalışmalara rastlanılmamıştır. Daha çok öğrencilerin matematik öz yeterlik inançlarının ya da algılarının matematik başarıyla ilişkisinin araştırıldığı çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde kendisini matematikte yeterli gören yani matematik öz yeterlik algısı yüksek olan öğrencilerin matematik başarılarının da yüksek olduğu görülmektedir (Abalı Öztürk, 2014; Abalı Öztürk ve Şahin, 2015; Akarsu, 2009; Alcı vd., 2010; Çelik, 2012; Delioğlu, 2017; Kurtuluş ve Öztürk, 2017; Özkeleş Çağlayan, 2010; Reçber, 2011). Alanyazındaki çalışmaların sonuçları bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Alanyazındaki çalışmalar öz yeterliğin öğrencilerin öğrenmelerini ve başarıya ilişkin performanslarını açıklamaya yardımcı olan önemli bir yapı olduğunu göstermektedir (Schunk, 1989). Öz yeterlik algısı yüksek olan öğrencilerin daha başarılı olmaları bir konuyu anlamak için daha çok çaba ve zaman harcamaları (Abalı Öztürk ve Şahin, 2015) veya bir görevi yerine getirmek için ya da bir durum ile ilgili daha az kaygı duymaları (Büyükcım, 2021) ile açıklanabilir.

5.1.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın beşinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

5.1.5.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kız ve erkek öğrencilerin puan ortalamasının düşük düzeyde yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre kız öğrenciler ile erkek öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri puanları arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Sarıbaş (2019) 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin

olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında ilişki olup olmadığı araştırmış ve bu kapsamda öğrencilerin bir olayın teorik olasılığı, bir olayın deneysel olasılığı, olasılıkların karşılaştırması, koşullu olasılık ve bağımsızlık kavramlarına ilişkin akıl yürütme seviyeleri ile cinsiyet arasında bir ilişki olmadığı ancak örnek uzay ile cinsiyet arasında kız öğrencilerin lehine zayıf bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Lamprianou ve Afantiti Lamprianou (2002) 9-12 yaşlarındaki öğrencilerle yaptıkları çalışmada cinsiyetin olasılıksal akıl yürütme becerisi üzerinde bir etkisinin olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Ergül (2018) okul öncesi dönemdeki çocuklarla yaptığı çalışmada çocukların olasılıksal akıl yürütme becerileri ile cinsiyet değişkeni arasında anlamlı bir fark olmadığını belirtmiştir. Sarıbaş (2019), Lamprianou ve Afantiti Lamprianou (2002) ve Ergül'ün (2018) çalışma sonuçları ile bu çalışma sonuçlarının paralellik gösterdiği söylenebilir. Şafak (2016) ise 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada kız öğrencilerin olasılık konusundaki başarı düzeylerinin erkek öğrencilerden daha fazla olduğunu tespit etmiştir. Benzer şekilde Bulut (1994) 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada kız ve erkek öğrencilerin olasılık başarı ortalamaları arasında kız öğrencilerin lehine sonuçlar elde etmiştir.

5.1.5.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme becerilerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kendisini yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme puan ortalamasının çok düşük düzeyde, kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamasının düşük düzeyde ve kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamasının orta düzeyde yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değiştiği görülmüştür. Farkın kaynağını belirlemek için yapılan analizler sonucunda matematiksel yeterlik açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin olasılıksal akıl yürütme beceri puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden; kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek

olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde güçlü bir yeterlik duygusunun başarıyı arttırmada önemli bir güce sahip olduğu söylenebilir (Abalı Öztürk, 2014; Abalı Öztürk ve Şahin, 2015; Akarsu, 2009; Alcı vd., 2010; Çelik, 2012; Delioğlu, 2017; Kurtuluş ve Öztürk, 2017; Özkeleş Çağlayan, 2010; Reçber, 2011).

5.1.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın altıncı alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet ve matematiksel yeterlik algısı değişkenleri açısından farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar değişkenlere göre ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

5.1.6.1. Cinsiyet Değişkeni Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Üstbilişsel Öz Düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin cinsiyet değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kız ve erkek öğrencilerin farkındalık düzeylerinin “genellikle / sık sık” kategorisinde yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre kız öğrenciler ile erkek öğrencilerin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bu sonuçlarla benzer olarak Ağpak (2019) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada, Zorbozan (2021) 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin matematiksel üstbilişsel farkındalık düzeyleri ile cinsiyet değişkeni arasında anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Ağpak (2019) ile Zorbozan’ın (2021) çalışma sonuçlarının bu çalışma sonuçları ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Bu çalışmalardan farklı olarak ise Erdoğan ve Şengül (2014) ortaokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmada kız öğrencilerin matematik dersinde üstbilişsel öz düzenleyici öğrenme becerilerinin erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Arslan (2021) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada kız öğrencilerin matematiksel üstbiliş farkındalıklarının erkek öğrencilerden anlamlı derecede yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Bağçeci vd. (2011), Tanır (2018), Şerifoğlu (2019) ve Öztürk (2017) kız öğrencilerin

üstbilişsel farkındalıklarının erkek öğrencilerden anlamlı olarak daha yüksek olduğunu bulmuşlardır.

5.1.6.2. Matematiksel Yeterlik Algısı Açısından 8. Sınıf Öğrencilerinin Üstbilişsel Öz Düzenlemelerine İlişkin Farkındalık Düzeylerinin Farklılaşma Durumuna İlişkin Sonuç ve Tartışma

8. sınıf öğrencilerinin üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeylerinin matematiksel yeterlik algısı değişkeni açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla yapılan betimsel analizler sonucunda kendisini yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerin farkındalık düzeylerinden “bazen” kategorisinde; kendisini kısmen yeterli ve yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin ise “genellikle / sık sık” kategorisinde yer aldıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan fark analizi sonuçlarına göre öğrencilerin üstbilişsel öz düzenleme farkındalık düzeylerinin matematiksel yeterlik algılarına bağlı olarak anlamlı bir şekilde değiştiği görülmüştür. Farkın kaynağını belirlemek için yapılan analizler sonucunda matematiksel yeterlik açısından kendisini yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin üstbilişsel öz düzenleme farkındalık puan ortalamalarının, kısmen yeterli ve yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden; kendisini kısmen yeterli olarak nitelendiren öğrencilerin puan ortalamalarının, yetersiz olarak nitelendiren öğrencilerden anlamlı düzeyde yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Alanyazın incelendiğinde Kahramanoğlu ve Deniz (2017) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin matematik öz yeterlik puanları ile üstbilişsel beceri puanları arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. İpek (2019) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin matematik öz yeterlik inançları ile matematik dersine ilişkin algıladıkları öz düzenleme becerileri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacı matematik dersinde kendisini yeterli hisseden öğrencilerin aynı zamanda yüksek öz düzenleme becerileri sergilediklerini ifade etmiştir. Bu sonuçların bu araştırmada elde edilen sonuçlarla benzerlik gösterdiği ifade edilebilir.

5.1.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırmanın yedinci alt problemi kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ve problem çözme

sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olup olmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri arasında pozitif yönde yüksek düzeyde anlamlı bir ilişkinin olduğu, orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında pozitif yönde orta düzeyde bir ilişki olduğu ve benzer şekilde olasılıksal akıl yürütme beceri düzeyleri ile üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri arasında da pozitif yönde orta düzeyde bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Alanyazın incelendiğinde orantısal akıl yürütme becerisi ile olasılıksal akıl yürütme becerisinin ilişkili olduğuna değinen birçok çalışma olduğu görülmektedir (Batanero vd., 2021; Begolli vd., 2021; Bryant ve Nunes, 2012; Falk vd., 2012; Van de Walle, 2010; Way, 2003). Ancak doğrudan bu iki beceri arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışma sayısının sınırlı olduğu söylenebilir. Begolli vd. (2021) 7. sınıflarla yaptığı çalışmada orantısal akıl yürütme bilgisinin olasılıksal akıl yürütmenin gelişiminin iyi bir yordayıcısı olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Aynı zamanda olasılık konusuna ilişkin yapılan dersler sonrasında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisinin de arttığını gözlemlemişlerdir. Batanero vd. (2021) ise 6. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin olasılıkları karşılaştırma problemlerini çözerken orantısal akıl yürütme düzeyine bağlı olarak problemleri çözmede zorluk çektikleri belirlemişlerdir. Begolli vd. (2021) ile Batanero vd. (2021) yaptıkları çalışmaların sonuçları ile bu araştırmanın sonucunun benzerlik gösterdiği söylenebilir.

Alanyazındaki orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerisi ile üstbilişsel farkındalık ve öz düzenleme arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalara bakıldığında bu çalışmayla benzer sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Öztürk (2020) 7. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada öğrencilerin öz düzenleme düzeyleri ile orantısal akıl yürütme beceri düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kılıç (2020) ise çalışmasında öğretmen adaylarının üstbilişsel sorgulama becerilerini ve öz-farkındalıklarını etkin hale getirmek için tasarlanan etkinliklerin öğretmen adaylarının olasılık alan bilgilerinin gelişimine ve olasılık konusuna ilişkin kalıcı öğrenmelerin oluşmasına katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuçlar bu araştırma ile edilen sonuçları destekler niteliktedir. Ayrıca alanyazın incelendiğinde üstbilişsel farkındalık ve öz düzenlemenin; matematiksel akıl yürütme, problem çözme

ve matematik başarısı gibi matematik performansını yansıtan becerilerle ilişkisini araştıran birçok çalışma yapıldığı görülmektedir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde üstbilişsel farkındalık ile matematiksel akıl yürütme becerisi arasında (Elitaş, 2015; Kramarski ve Hirsch, 2010; Mevarech ve Kramarski, 1997; Pilten, 2008), üstbilişsel farkındalık ile problem çözme başarısı arasında (Aurah vd., 2011; Balcı, 2007; Çelik, 2012; Elitaş, 2015; Özsoy, 2007; Panaoura ve Philippou, 2007; Swanson, 1990; Şengül ve Katrancı, 2012; Özsoy, 2007; Tanır, 2018), üstbilişsel farkındalık ile matematik başarısı arasında (Canca, 2005; Deniz, 2017; Ekenel, 2005; Öztürk, 2017) pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu çalışma sonuçları üstbilişsel öz düzenleme ile matematiksel akıl yürütme türleri olan orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkiyi destekler niteliktedir.

5.2. Öneriler

- Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar neticesinde, öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerilerini arttırmaya yönelik çalışmalar yapılması önerilmektedir. Öğrenme sürecinde olasılık ve oran-orantı konusunun öğretiminde alışagelmiş rutin problemlerden ziyade öğrencilerin akıl yürütmelerini sağlayacak rutin olmayan türden günlük yaşam problemlerine yer verilerek öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimi sağlanabilir.
- Bu araştırmanın verileri uygun örnekleme yöntemiyle seçilen 315 8. sınıf öğrencisinden toplanmıştır. Bu durum araştırma sonuçlarının evrene genellenmesini sınırlandırmaktadır. Bundan sonraki çalışmalarda evrenden rastgele seçilen bir örneklem üzerinde öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri, problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalık düzeyleri ve aralarındaki ilişkiler incelenebilir.
- Alanyazın incelendiğinde Türkiye’de olasılıksal akıl yürütme ile ilgili sınırlı sayıda çalışma yapıldığı görülmüştür. Olasılıksal akıl yürütmenin önemi göz önünde bulundurularak ilgili çalışmaların arttırılması önerilmektedir.
- Araştırmada elde edilen sonuçlar ışığında öğrencilerin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerinin yeterli düzeyde olmamasının nedenleri yapılacak nitel çalışmalarla derinlemesine araştırılabilir.

- Yapılan literatür taramasında farklı matematiksel akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkileri inceleyen çalışmaların sınırlı olduğu görülmüştür. Farklı akıl yürütme becerileri (örneğin orantısal akıl yürütme ile cebirsel akıl yürütme gibi) arasındaki ilişkilerin belirlenmesi önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Abalı Öztürk, Y. (2014). *Beşinci sınıf matematik dersinde uygulanan alternatif ölçme değerlendirme yöntemlerinin akademik başarı, kalıcılık, özyeterlilik algısı ve tutum üzerine etkisi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Çanakkale.
- Abalı Öztürk, Y., ve Şahin, Ç. (2015). Matematiğe ilişkin akademik başarı özyeterlilik ve tutum arasındaki ilişkilerin belirlenmesi. *International Journal of Social Science*, 31, 343-366. <https://doi.org/10.9761/JASSS2621>
- Açıkgül, K. (2021). Developing a two-tier proportional reasoning skill test: validity and reliability studies. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 8(2), 357-375. <https://doi.org/10.21449/ijate.909316>
- Adalar, H. (Ed.). (2021). *Akıl ve zekâ oyunları ile beceri öğretimi-I*. (1. basım). Pegem Akademi.
- Ağpak, Y. E. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyleri, matematiksel üstbiliş farkındalık düzeyleri ve arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzincan.
- Ahl, V. A., Moore, C. F., & Dixon, J. A. (1992). Development of intuitive and numerical proportional reasoning. *Cognitive Development*, 7(1), 81–108. [https://doi.org/10.1016/0885-2014\(92\)90006-D](https://doi.org/10.1016/0885-2014(92)90006-D)
- Akarsu, S. (2009). *Öz-yeterlilik, motivasyon ve PISA 2003 matematik okuryazarlığı üzerine uluslararası bir karşılaştırma: Türkiye ve Finlandiya*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Akatugba, A. H., & Wallace, J. (1999). Sociocultural influences on physics students' use of proportional reasoning in a non-Western country. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(3), 305-320.
- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Akkuş-Çıkla, O., ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 32-40.
- Akkuş, O., ve Duatepe Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste

yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research*, 25, 1-10.

- Aladağ, A. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütmeye dayalı sözel problemler ile gerçekçi cevap gerektiren problemleri çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Alcı, B., Erden, M., ve Baykal, A. (2010). Üniversite öğrencilerinin matematik başarıları ile algıladıkları problem çözme becerileri, özyeterlik algıları, bilişüstü özdüzenleme stratejileri ve ÖSS sayısal puanları arasındaki açıklayıcı ve yordayıcı ilişkiler örüntüsü. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 25(2), 53-68.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Altıparmak, K., ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37. <https://dergipark.org.tr/en/pub/egedfd/issue/4918/67296>
- Altun, M. (2010). *İlköğretim 2. kademedeki (6.7.8. sınıflarda) matematik öğretimi*. (7. basım). Alfa Aktüel Yayınevi.
- Arıcan, M. (2020). Öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilme ve temsil edebilmelerinin problem içerikleri açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 14(1), 629-660.
- Arslan, İ. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ve problem kurma öz yeterlikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Siirt Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Siirt.
- Arum, D. P., Kusmayadi, T. A., & Pramudya, I. (2018). Students' difficulties in probabilistic problemsolving. *Journal of Physics: Conference Series*, 983(1), 1-6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012098>
- Ashman, A., & Conway, R. (2002). *An introduction to cognitive education: Theory and applications*. Routledge.
- Ata Baran, A., & Yenilmez, K. (2020). Investigation of prospective mathematics teachers' conceptual and procedural knowledge of probability. *Osmangazi Journal of Educational Research*, 7(2), 60-76. <https://dergipark.org.tr/en/pub/ojer/issue/57975/792926>
- Atabaş, Ş. (2014). *5 ve 6. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin*

incelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Ateş, S., Temiz, B., Yüksel, İ., Şahin, F., İnaltun, H., ve Yalvaç, E. (2019). *Bilimsel muhakeme (Akıl yürütme)*. Palme Yayınevi.

Aurah, C., Keaikitse, S., Isaacs, C., & Fincii, H. (2011). The role of metacognition in everyday problem solving among primary students in Kenya. *Problems of Education in the 21st Century*, 30, 9-21.

Avcu, R. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Ayan Civak, R. (2020). *The evolution of mathematical practices in a seventh-grade classroom: Analyzing students development of proportional reasoning*, Unpublished Doctoral Dissertation, Middle East Technical University Institute of Social Sciences, Ankara.

Ayan, R., & Işıksal-Bostan, M. (2019). Middle school students' proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(1), 65-81. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1468042>

Aydın, S., ve Demir Atalay, T. (2015). *Öz-düzenlemeli öğrenme*. (2. basım). Pegem Akademi.

Bağçeci, B., Döş, B., ve Sarıca, R. (2011). İlköğretim öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyleri ile akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(16), 551-566.

Bakırcı, S. (2014). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili problem çözme süreçlerinin incelenmesi üzerine nitel bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Balcı, G. (2007). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini çözme düzeylerine göre bilişsel farkındalık becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin and D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp.27-44). VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Bart, W., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: an introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1-11.
- Batanero, C. (2015). Understanding randomness: challenges for research and teaching. Plenary lecture. In *Ninth european congress of research in mathematics education* (pp. 34-49). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01280506>
- Batanero, C., Arteaga, P., Serrano, L., & Ruiz, B. (2014). Prospective primary school teachers' perception of randomness. In E. Chernoff and B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 345–366). Springer.
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Springer Nature.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, 12(1), 1-15. <https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715>
- Batanero, C., Hernández-Solís, L. A., Gea, M. M., & Álvarez-Arroyo, R. (2021). Comparing probabilities in urns: A study with primary school students. *Uniciencia*, 35(2), 129-143. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-2.9>
- Batanero, C., & Serrano, L. (1999). The meaning of randomness for secondary school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 558-567. <https://doi.org/10.2307/749774>
- Baxter, G. P., & Junker, B. W. (2001). *Designing cognitive-developmental assessments: A case study in proportional reasoning*. Paper presented at the meeting of the National Council for Measurement in Education, Seattle, WA.
- Bayazit, I. (2013). Quality of the tasks in the new Turkish elementary mathematics textbooks: The case of proportional reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(3), 651-682. <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9358-8>
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. (4. basım). Pegem Akademi.
- Beckmann, S., & Izsák, A. (2015). Two perspectives on proportional relationships: extending complementary origins of multiplication in terms of quantities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 17-38. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0017>

- Begolli, K. N., Dai, T., McGinn, K. M., & Booth, J. L. (2021). Could probability be out of proportion? Self-explanation and example-based practice help students with lower proportional reasoning skills learn probability. *Instructional Science*, 49(4), 441-473. <https://doi.org/10.1007/s11251-021-09550-9>
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-125). Academic Press.
- Bembenutty, H. (2009). Three essential components of collage teaching: Achievement calibration, self-efficacy, and self-regulation. *Collage Student Journal*, 43(2), 562-571.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273. <https://doi.org/10.1023/A:1003235712092>
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion*. Sense Publishers.
- Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1989). Intentional learning as a goal of instruction. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 361-392). NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Berkün, D. N. (2016). *Permütasyon ve olasılık konusunun öğretiminde bilgi değişme tekniğinin kullanılmasının akademik başarıya ve hatırd tutma düzeyine etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Bezzina F. (2004). Pupils' understanding of probabilistic & statistics (14-15+) difficulties and insights for instruction. *Journal of Maltese Education Research*, 2(1), 53-67.
- Bıkmaz Bilgen, Ö. (2020). Tamamlayıcı ölçme ve değerlendirme Teknikleri 1: Performans değerlendirme., N. Doğan (Ed). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. İkinci Baskı. Pegem Akademi, ss. 182-217.
- Bingölbali, E., ve Özmantar, M. (Editörler). (2009). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Pegem Akademi.
- Biryukov, P. (2004). Metacognitive aspects of solving combinatorics problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-19.
- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). From puzzles and paradoxes to concepts in probability. In E. J. Chernoff and B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: presenting plural perspectives* (pp. 35-73). New York: Springer.

- Boyacı, H. S. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerisi: karma yöntem çalışması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Böge, H. ve Akıllı, R. (2021). *Ortaokul ve imamhatip ortaokulu 8 ders kitabı*, MEB Yayınları.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: brain, mind, experience and school*. National Academy Press.
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer Science and Business Media.
- Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability: A literature review (full report)*. Nuffield foundation.
- Bulut, S. (1994). *The effects of different teaching methods gender on probability achievement and attitudes toward probability*, Unpublished Doctoral Disertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Bulut, S., Yetkin, İ. E., ve Kazak, S. (2002). Matematik öğretmen adaylarının olasılık başarısı, olasılık ve matematiğe yönelik tutumlarının cinsiyete göre incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(22), 21-28.
- Bursalı, G. G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bartın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bartın.
- Büyükçam, S. (2021). *Türkiye’de matematik eğitimi alanında matematik öz yeterlik üzerine yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (29. basım). Pegem Akademi.
- Cameron, A. (2004). Kurtosis. In M. Lewis-Beck, A. Bryman and T. Liao (Eds.). *Encyclopedia of social science research methods* (pp. 544-545). CA: SAGE Publications, Inc.
- Canca, D. (2005). *Cinsiyete göre üniversite öğrencilerinin kullandıkları bilişsel ve bilişüstü öz düzenleme stratejileri ile akademik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (Second edition). Erlbaum.
- Cramer, K., & Post, T. (1993). Proportional Reasoning. *The Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407. <https://www.jstor.org/stable/27968390>
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: research implications. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 159-178). Macmillan Publishing Company.
- Çağlayan, N., Dağıstan, A., ve Korkmaz, B., (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 6 ders kitabı*. MEB Yayınları.
- Çakmak, Z. T. (2014). *İlköğretim 6-8. sınıf matematik öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanında zorlandıkları kavram ve konuların belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Çelik, A. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemlerini kurma becerileri arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Çelik, E. (2012). *Matematik problemi çözme başarısı ile üstbilişsel özdüzenleme, matematik öz yeterlik ve özdeğerlendirme kararlarının doğruluğu arasındaki ilişkinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Çelik, E. (2017). Problem çözme sürecinde üstbilişsel özdüzenleme ölçeği (ÜÖÖ): Türkçe formu için geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Psikoloji Çalışmaları*, 37(1), 53-71.
- Çetin, İ. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çetin, Ö., Aksakal, U., Ertürk, Ü., Şay, G., ve Tıgılı, İ. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 8 ders kitabı*. MEB Yayınları.

- Çiftci, Z. (2015). *Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Çoban, H. (2019). *Farklılaştırılmış öğretim tasarımının öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerine, biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerine ve problem çözme becerilerine etkisi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir.
- Çomruk, B. (2018). *Kırsal bölge ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme stratejilerinin materyal destekli problem çözme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- Delioğlu, H. N. (2017). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ile sınav ve matematik kaygısı, matematiğe yönelik özyeterlik algısı arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- Demir, Ü. (2019). *Ortaokul 7.sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bayburt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bayburt.
- Deniz, T. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin üstbiliş becerileri, matematik özyeterlikleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Dereli, A. (2009). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki hataları ve kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34(5), 435-447. <https://doi.org/10.1177/002221940103400505>
- Devlin, K. (2014). The most common misconception about probability? In E. J. Chernoff and B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: presenting plural perspectives* (pp. ix-xiii). Springer.
- Dinç, S., (2021). *Veri işleme ve olasılık öğrenme alanlarında yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
- Dole, S. (2010). Making connections to the big ideas in mathematics: Promoting proportional reasoning. In G. Masters, J. Ainley, K. Stacey, D. Leigh-Lancaster,

R. Turner, K. Hoad and L. Rosman (Eds.), *Australian council for educational research conference* (pp.71-74). Australia: ACER.

Dooley, K. B. (2006). *An investigation of proportional thinking among high school students*, Unpublished Doctoral Dissertation, Clemson University, South Carolina.

Drier, H. S. (2000). *Children's probabilistic reasoning with a computer microworld*, Unpublished Doctoral Dissertation, Faculty of the Curry School of Education University of Virginia. <https://iase-web.org/documents/dissertations/00.Drier.Dissertation.pdf> University of Virginia.

Duatepe, A., Akkuş Çıkla, O., ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 73-81.

Ekenel, E. (2005). *Matematik dersi başarıları ile bilişötesi öğrenme stratejileri ve sınav kaygısının ilişkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Elitaş, Y. Ö. (2015). *The relationship among metacognition, reasoning ability and mathematical problem solving performance of ninth grade students*, Unpublished Doctoral Dissertation, Middle East Technical University Institute of Social Sciences, Ankara.

Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.

Erden, M., ve Saraç, S. (2021). *Okul başarısının sınırları zekâ ve öz düzenleme*. (1. basım). Yeni İnsan Yayınevi.

Erdoğan, F., ve Şengül, S. (2014). İlköğretim öğrencilerinin matematik dersine yönelik öz-düzenleyici öğrenme stratejileri üzerine bir inceleme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(3), 108-118.

Erenkuş, M. A. ve Savaşkan D.E. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı-8*. Koza Yayın AŞ.

Ergül, A. (2014). *Erken matematiksel akıl yürütme becerileri değerlendirme aracı geliştirilmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ergül, A. (2018). Maybe, maybe not: Probabilistic reasoning in preschool period. *Erken*

Çocukluk Çalışmaları Dergisi, 2(1), 68-85.
<https://doi.org/10.24130/eccd-jecs.196720182149>

- Erkin Kavasoğlu, B. (2010). *İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf matematik dersinde olasılık konusunun oyuna dayalı öğretiminin öğrenci başarısına etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Falk, R., & Konold, C. (1992). The psychology of learning probability. In F. S. Gordon and S. P. Gordon (Eds.), *Statistics for the twenty-first century* (pp.151-154). DC: The Mathematical Association of America.
- Falk, R., Yudilevich-Assouline, P., & Elstein, A. (2012). Children's concept of probability as inferred from their binary choices—revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 81(2), 207-233. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9402-1>
- Fast, G. R. (1997). Using analogies to overcome student teachers' probability misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 325-344.
- Fast, G. R. (1999). Analogies and reconstruction of probability knowledge. *School Sciences And Mathematics*, 99(5), 230-240. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1999.tb17481.x>
- Fırat, S. (2018). *Olasılık öğretme-öğrenme sürecinin matematik öğretmenlerinin görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (2002). *Cognitive development* (Fourth edition). Prentice Hall. NJ.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate*

research in education. McGraw-Hill Publishing.

- Gal, I. (2005). Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Springer.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 44-63. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.19.1.0044>
- Gaskill, P. J., & Woolfolk Hoy, A. (2002). Self-efficacy and self-regulated learning: The dynamic duo in school performance. In J. Aronson and D. Cordova (Eds.), *Improving education: Classic and contemporary lessons from psychology* (pp.183-206). Academic Press.
- Greer, B. (2001). Understanding probabilistic thinking: The legacy of efraim fischbein. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1), 15-33. <https://doi.org/10.1023/A:1013801623755>
- Griffin, P., Care, E., & McGaw, B. (Eds.). (2014). *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approach*. Springer.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., ve Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(2), 751-774. <https://doi.org/10.14686/buefad.v4i2.5000145637>
- Gurat, M. G., & Medula, C. T. (2016). Metacognitive strategy knowledge use through mathematical problem solving amongst pre-service teachers. *American Journal of Educational Research*, 4(2), 170-189.
- Gün, H. K., Işık, O. R., ve Şahin, B. (2021). Oyunla öğretimin sayma ve olasılık başarısına ve matematik dersine yönelik tutuma etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(7), 263-276.
- Gürbüz, R. (2006). Olasılık kavramlarıyla ilgili geliştirilen öğretim materyallerinin öğrencilerin kavramsal gelişimine etkisi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 59-68.
- Gürbüz, R. (2007a). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Gürbüz, R. (2007b). Bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerin kavramsal gelişimlerine etkisi: olasılık örneği. *Eurasian Journal of Educational Research*, 28,75-87.

- Gürbüz, R., Dede, Y., & Doğan, M. F. (2018). The role of computer-assisted instruction in the teaching of probability. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(3), 705-722.
- Gürbüz, R., ve Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7.sınıf örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(16), 205-230. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.748>
- Gürbüz, R., ve Erdem, E. (2017). Olasılık konusunun öğrenilmesini zorlaştıran nedenler hakkında ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşleri. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(2), 361-380. <https://doi.org/10.18506/anemon.258539>
- Gürbüz, S. ve Şahin, F. (2018). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri*. (5. basım). Seçkin Yayıncılık.
- Gürler, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Güzel, N., ve Ünal, H. (2015). Olmak ya da olmamak: Olasılık; işte bütün mesele!. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice. (Editörler). *Tanımlar ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar*, İkinci Baskı. Ankara. Pegem Akademi, ss. 709-720.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E., & Tatham, R. L. (2014). *Multivariate data analysis* (Seventh edition). Pearson New International Edition: Upper Saddle River.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524. <https://doi.org/10.1080/00029890.1980.11995081>
- Hançer, D. N. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin toplamsal ve çarpımsal akıl yürütme eğilimlerinin farklı değişkenlere göre incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Hargrove, R. A., & Nietfeld, J. L. (2015). The impact of metacognitive instruction on creative problem solving. *The Journal of Experimental Education*, 83(3), 291-318. <https://doi.org/10.1080/00220973.2013.876604>
- Heller, P. M., Ahlgren, A., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1989). Proportional reasoning: The effect of two context variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 26(3), 205-220.

<https://doi.org/10.1002/tea.3660260303>

- Heyvaert, M., Deleye, M., Saenen, L., Van Dooren, W., & Onghena, P. (2018). How do high school students solve probability problems? A mixed methods study on probabilistic reasoning. *International Journal of Research & Method in Education*, 41(2), 184-206. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2017.1279138>
- Hidayati, W. S., & Trisanti, L. B. (2020). Types of proportional reasoning of seventh grade junior high school students in Jombang. *Journal of Physics: Conference Series*, 1464(1), 1-8. doi:10.1088/1742-6596/1464/1/012026
- Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2016). Promoting middle school students' proportional reasoning skills through an ongoing professional development programme for teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 193-219. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9694-7>
- HodnikČadež, T., & Škrbec, M. (2011). Understanding the concepts in probability of pre-school and early school children. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(4), 263-279. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75203>
- Hokor, E. K. (2020). Pre-service teachers' probabilistic reasoning in constructivist classroom. *Pedagogical Research*, 5(2), 1-9. <https://doi.org/10.29333/pr/7838>
- Hokor, E. K., Apawu, J., Owusu-Ansah, N. A., & Agormor, S. (2022). Preservice teachers' misconceptions in solving probabilistic problems. *Pedagogical Research*, 7(1), 1-16. <https://doi.org/10.29333/pr/11441>
- Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2020). Pre-service teachers' understanding of probabilistic fairness: Analysis of decisions around task design. *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*, 51(7), 997-1019. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648891>
- Howard, B.C., McGee, S., Shia, R., & Hong, N. S. (2000). *Metacognitive self regulation and problem solving: Expanding the theory base through factor analysis*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470973.pdf>
- Howard, B. C., Mcgee, S., Shia, R. S., & Hong, N. S. (2001). *The influence of metacognitive self-regulation and ability levels on problem solving*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Seattle, WA. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED470974.pdf>
- İlgün, M. (2013). *An investigation of prospective elementary mathematics teachers' probabilistic misconceptions and reasons underlying these misconceptions*. Unpublished Master's Thesis, Middle East Technical University Institute of

Social Sciences, Ankara.

- İpek, H. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin matematik kaygılarının matematik öz yeterlik inançlarının ve matematik dersine yönelik öz düzenleme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Jones, G. A. (2005). *Exploring probability in school challenges for teaching and learning*. Springer Science and Business Media.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational studies in Mathematics*, 32(2), 101-125. <https://doi.org/10.1023/A:1002981520728>
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B., & Putt, I. J. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0204_3
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., & Tarr, J. E. (1999). Understanding students' probabilistic reasoning. In L. V. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 146-155). National Council of Teachers of Mathematics.
- Kabataş Memiş, E. (Ed.). (2021). *21. Yüzyıl becerileri için fen eğitimi: öğrenmeyi derinleştirme*. (1. basım). Pegem Akademi.
- Kahraman, H., Kul, E., ve İskenderoglu, T. A. (2019). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nicel karşılaştırma içeren orantısal akıl yürütme problemlerinde kullandıkları stratejiler. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 195-216. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.333046>
- Kahramanoğlu, R., ve Deniz, T. (2017). Ortaokul öğrencilerinin üstbiliş becerileri, matematik özyeterlikleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 189-200. <https://doi.org/10.17679/inuefd.334285>
- Kalın, G. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematik tutumları, özyeterlikleri, kaygıları ve dertteki başarılarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kanak, G. (2016). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili kavramsal bilgilerinin analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin.

- Kaplan, A., İşleyen, T., ve Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanılgıları. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 953-968.
- Kaplan, A., & Ozturk, M. (2012). The effect of computer based instruction method to resolve misconceptions on ratio-proportion subject. *Energy Education Science And Technology Part B-social And Educational Studies*, 4(1), 271-282.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning?. In J. J. Kaput, D. W. Carraher and M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp.5-18). Taylor and Francis Group.
- Karaduman, B. (2018). *Ortaokul 6. ,7. ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarının bazı değişkenler açısından incelenmesi: Cinsiyet ve sınıf düzeyi perspektifi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karlı, M. G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin 7. sınıf öğrencilerinin orantısal düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tokat.
- Karplus, R., Karplus, E., Formisano, M., & Paulsen, A. C. (1977). A survey of proportional reasoning and control of variables in seven countries. *Journal of Research in Science Teaching*, 14(5), 411-417. <https://doi.org/10.1002/tea.3660140504>
- Kaya, Z. B. (2020). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının orantısal ve orantısal olmayan ilişkileri bilme ve ayırt edebilme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Kayhan, M. (2005). *6. ve 7. sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyine, cinsiyete ve soru tipine göre değişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kazak, S. (2015). Olasılık konusu öğrencilere neden zor gelmektedir?, E. Bingölbalı ve M. F. Özmentar. (Editörler). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Beşinci Baskı. Pegem Akademi, ss. 217- 239.
- Keskin Oğan, A. ve Öztürk, S. (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7 ders kitabı*. MEB Yayınları.
- Khoirunnisa, S., Sujadi, I., & Subanti, S. (2021). Probabilistic thinking level of junior high school students with low mathematical abilities who have not learn

probability material. *International Journal of Multicultural and Multireligious Understanding*, 8(3), 433-441. <http://dx.doi.org/10.18415/ijmmu.v8i3.2450>

Kılıç, M. A. (2020). *Matematik öğretmen adaylarının olasılık alan bilgilerine yönelik tasarlanan üst bilişsel sorgulamaya dayalı öğrenme ortamı: bir öğretim deneyi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Bayburt.

Kline, R. B. (2015). *Principles and practice of structural equation modeling* (Fourth edition). Guilford publications.

Koellner-Clark, K., & Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics*, 103(2), 92-98. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2003.tb18224.x>

Köten, S. (2022). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin matematik başarılarına ve öz düzenleme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Giresun Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Giresun.

Kramarski, B., & Hirsch, C. (2010). Effects of computer algebra system (CAS) with metacognitive training on mathematical reasoning. *Educational Media International* pages, 40(3), 249-257. <https://doi.org/10.1080/0952398032000113167>

Kurtuluş, A., ve Öztürk, B. (2017). Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyi ile matematik öz yeterlik algısının matematik başarısına etkisi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 762-778. <https://doi.org/10.14582/DUZGEF.1840>

Kurtz, K. J., Gentner, D., & Gunn, V. (1999). Reasoning. In B. M. Bly and D. E. Rumelhart (Eds.), *Cognitive science* (pp.145-200). Academic Press.

Kustos, P. N. (2010). *Trends concerning four misconceptions in students' intuitively-based probabilistic reasoning sourced in the heuristic of representativeness*, Unpublished Doctoral Dissertation, Alabama University, Alabama.

Küpcü, A. R. (2008). *Etkinlik temelli öğretim yaklaşımının orantısal akıl yürütmeye dayalı problem çözme başarısına etkisi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kvatinsky, T., & Even, R. (2002). Framework for teacher knowledge and understanding of probability. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the sixth international conference on teaching statistics*. International Statistical Institute.

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking.

Journal for research in mathematic seducation, 24(1), 41-61.
<https://doi.org/10.5951/jresematheduc.24.1.0041>

- Lamon, S. J. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 89-120). University of New York Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Towards a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Information Age Publishing.
- Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (Fourth edition). Routledge.
- Lamprianou, I., & Afantiti Lamprianou T. (2003). The nature of pupils probabilistic thinking in primary schools in Cyprus. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 173-180.
- Langrall, C. W., & Mooney, E. S. (2005). Characteristics of elementary school students' probabilistic reasoning. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 95-119). Springer.
- Langrall, C., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 254-261. <https://doi.org/10.5951/MTMS.6.4.0254>
- Lanius, C. S., & Williams, S. E. (2003). Proportionality: A unifying theme for the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(8), 392-396. <https://doi.org/10.5951/MTMS.8.8.0392>
- Lecoutre, M. P., Rovira, K., Lecoutre, B., & Poitevineau, J. (2006). People's intuitions about randomness and probability: An empirical study. *Statistics Education Research Journal*, 5(1), 20-35.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum and National Council of Teachers of Mathematics.
- Lipman, M. (2003). *Thinking in education* (Second edition). Cambridge University Press.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies In Mathematics*, 67(3), 255-276.

<https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>

- Lobato, J., & Thanheiser, E. (2002). Developing understanding of ratio and measure as a foundation for slope. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportionals: 2002 yearbook* (pp. 162–175). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lusyana, E., & Wangge, M. (2016). Increasing higher order thinking skill to build students's character by using mathematical reasoning. In *Proceeding of 3rd international conference on research, implementation and education of mathematics and science* (pp. 119-126).
- Mandacı Şahin, S. (2007). *8. sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Mardika, F., & Mahmudi, A. (2021). An analysis of proportional reasoning ability of junior high school students. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(1), 22-32. <https://doi.org/10.21831/jrpm.v8i1.14995>
- Mason, J. (2016). Part 1 reaction: Problem posing and solving today. In P. Felmer, E., Pehkonen and J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems. Advances and new perspectives* (pp. 109–116). Springer.
- Mayer, R. E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26(1), 49-63. <https://doi.org/10.1023/A:1003088013286>
- Memnun, D. S. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememe nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89-101.
- Memnun, D., Altun, M., ve Yılmaz, A. (2010). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin olasılıkla ilgili temel kavramları anlama düzeyleri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 11-29.
- Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 7(4), 319-348. <https://doi.org/10.30703/cije.426627>
- Mertens, D. M. (2010). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (Third edition). Sage publications.
- Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A multidimensional method for

- teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, 34(2), 365-394. <https://doi.org/10.3102/00028312034002365>
- Micklo, S. J. (1999). Estimation; its more than a guess. *Childhood Education*, 5(3), 142-145. <https://doi.org/10.1080/00094056.1999.10522001>
- Miller, J. L., & Fey, J. Y. (2000). Proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(5), 310–313.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2015). *İlkokul matematik dersi 1-4. sınıflar öğretim programı*. MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2020). *TIMMS 2019 Türkiye ön raporu*. MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2021a). *Sınavla öğrenci alacak ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezî sınava yönelik şubat ayı örnek soruları (sayısal bölüm)*. https://cdn.eba.gov.tr/yardimcikaynaklar/2022/01/odsgm/ornek/2021/02_SUBA_T_SAYISAL_ORNEK_SORULAR_63358.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2021b). *Sınavla öğrenci alacak ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezî sınava yönelik mart ayı örnek soruları (sayısal bölüm)*. https://cdn.eba.gov.tr/yardimcikaynaklar/2022/01/odsgm/ornek/2021/03_MART_SAYISAL_36974825_ORNEK_SORULAR.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2021c). *Sınavla öğrenci alacak ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezî sınava yönelik nisan ayı örnek soruları (sayısal bölüm)*. https://cdn.eba.gov.tr/yardimcikaynaklar/2022/01/odsgm/ornek/2021/04_NISAN_SAYISAL_35t6545y_ORNEK_SORULAR.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2021d). *Sınavla öğrenci alacak ortaöğretim kurumlarına ilişkin merkezî sınava yönelik mayıs ayı örnek soruları (sayısal bölüm)*. https://cdn.eba.gov.tr/yardimcikaynaklar/2022/01/odsgm/ornek/2021/04100136_MAYIS_SAYISAL_ORNEK_SORULAR.pdf
- Misailidou, C., & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional

- reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 335-368.
[https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00025-7)
- Mishlove, J. (1995). Intuition: A link between psi and spirituality. *ReVision*, 18(1), 33-35.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 25(4), 230-248.
<https://doi.org/10.1177/002221949202500404>
- Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), 23-63.
https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). National Academy Press.
- Morgan, G. A., Leech, N. L., Gloeckner, G. W., & Barrett, K. C. (2004). *SPSS for introductory statistics: Use and interpretation* (Second edition). Psychology Press.
- Nasir, R. (2018). Identifying the students' proportional reasoning. *International Journal of Educational Science and Research (IJESR)*, 8(2), 71-78.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2009). *Focus in high school mathematics: reasoning and sense making*. National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council (NRC). (2012). *Education for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. National Academies Press.
- Nemutlu İnandır, Ş. (2019). *Üstün yetenekli öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Nickerson, R. S. (2004). *Cognition and chance: The psychology of probabilistic*

reasoning. Psychology Press.

- Nilklad, L. (2004). *College algebra students' understanding and algebraic thinking and reasoning with functions*, Unpublished Doctoral Dissertation, Oregon State University, Oregon.
- Ojose, B. (2015). Proportional reasoning and related concepts: analysis of gaps and understandings of middle grade students. *Universal Journal of Educational Research*, 3(2), 104-112.
- Okuyucu, M. A. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının 10. sınıf veri, sayma ve olasılık ünitesinin öğretiminde öğrenci başarısına etkisi ve öğrenci görüşlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Olgun, B. ve Özel, S. (2016). Olasılık., A. N. Elçi, E. Bukova Güzel, B. Cantürk Günhan ve E. Ev Çimen. (Editörler). *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları*. Birinci Baskı. Ankara. Pegem Akademi, ss. 279-296.
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática*, 100, 3-9.
- Olson, J. (2007). Developing students' mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, 13(9), 464-471.
- Oral Erbaş, S. (2019). *Olasılık ve istatistik problemler ve çözümleri ile*. (7. basım). Gazi Kitabevi.
- Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Özdemir, M., ve Doğruöz, E. (2020). Bilimsel araştırma desenleri. N. Cemaloğlu (Ed.), *Bilimsel Araştırma Yöntemleri ve Etik*. İkinci Baskı. Ankara: Pegem Akademi, ss. 65-102.
- Özdemir Yetkin, E., ve Sarı, S. (2016). Matematik öğrenme ve problem çözmede üstbilişin rolü., E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat. (Editörler). *Matematik eğitimiinde teoriler*. Birinci Baskı. Pegem Akademi, ss. 655-676.
- Özen Yılmaz, G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerindeki başarılarını ve kullandıkları stratejileri inceleme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

- Özgün-Koca, S. A., & Altay, M. K. (2009). An investigation of proportional reasoning skills of middle school students. *Investigations in Mathematics Learning*, 2(1), 26-48. <https://doi.org/10.1080/24727466.2009.11790289>
- Özkeleş Çağlayan, S. (2010). *Lise 1. sınıf öğrencilerinin geometri dersine yönelik özyeterlik algısı ve tutumunun geometri dersi akademik başarısını yordama gücü*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Özsoy, G. (2007). *İlköğretim beşinci sınıfta üstbiliş stratejileri öğretiminin problem çözme başarısına etkisi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Özsoy, G., & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 67-82.
- Öztürk, B. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyi ile matematik öz yeterlik algısının matematik başarısına etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Öztürk, G. (2005). *İlköğretim 8. sınıf düzeyinde permütasyon ve olasılık ünitesinin bilgisayar destekli öğretim tasarımı*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Öztürk, M. (2020). Öz-düzenleme ile orantısal akıl yürütme arasındaki ilişki: problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünmenin aracılık rolü. *Eğitim ve Bilim*, 45(204), 1-13. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2020.8480>
- Öztürk, M., Özgöl, M., ve Akkan, Y. (2018). Ortaokul öğrencilerine üst bilişsel öz-düzenleme öğretimine yönelik karşılaştırmalı durum çalışması: ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının görüşleri ve tasarladığı etkinlikler. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(48), 54-84.
- Pakmak, G. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Panaoura A., & Philippou G. (2007). The Developmental Change of Young Pupils' Metacognitive Ability in Mathematics in Relation to Their Cognitive Abilities. *Cognitive Development*, 22, 149–164.
- Pape, S. J., & Smith, C. (2002). Self-regulating mathematics skills. *Theory Into Practice*, 41(2), 93-101. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4102_5

- Pelen, M. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Perrine, V. (2001). *Effects of a problem-solving-based mathematics course on the proportional reasoning of preservice teachers*, Unpublished Doctoral Dissertation, University of Northern Colorado, Colorado, US.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. W. W. Norton.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi*, Yayımlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Pintrich, P. R., Smith, D. A. F., Garcia, T., & Mc Keachie, W. J. (1991). *A manual for the use of the motivated strategies for learning questionnaire (MSLQ)*, The University of Michigan, Ann Arbor, MI.
- Pintrich, P. R., Wolters, C. A., & Baxter, G. P. (2000). Assessing metacognition and self-regulated learning. In G. Schraw & J. C. Impara (Eds.), *Issues in the measurement of metacognition* (pp. 43 – 97). Buros Institute of Mental Measurements.
- Polaki, M. V. (2000). *Using instruction to trace the development of Basotho elementary students' probabilistic thinking*, Unpublished Doctoral Dissertation, Illinois State University, Normal.
- Polaki, M. V. (2002). Using instruction to identify key features of basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(4), 285-313. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0404_01
- Quinn, R. J. (2004). Investigating probabilistic intuitions. *Teaching Statistics*, 26(3), 86-88. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2004.00177.x>
- Reçber, Ş. (2011). *An investigation of the relationship among the seventh grade students' mathematics self efficacy, mathematics anxiety, attitudes towards mathematics and mathematics achievement regarding gender and school type*, Unpublished Master's Thesis, Middle East Technical University, Ankara.
- Reeve, R. A., & Brown, A. L. (1985). Metacognition reconsidered: Implications for intervention research. *Journal of Abnormal Child Psychology*, 13(3), 343-356. <https://doi.org/10.1007/BF00912721>

- Resnick, L. B., & Singer, J. A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. P. Carpenter, E. Fennema, and T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 107-130). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Rohati, R., Turmudi, T., & Kusnandi, K. (2021). Students' proportional reasoning in mathematics through covid-19 pandemic context. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(3), 1670-1684. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i3.3873>
- Sarıbaş, H. M. (2019). *7 ve 8. sınıf öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme düzeylerinin cinsiyet, sınıf seviyesi ve matematik başarıları açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Sarpkaya Aktaş, G. (2020). Etkili matematik öğretimi ile oluşturulan beceriler., M. Ünlü (Ed.). *Uygulama örnekleriyle matematik öğretiminde yeni yaklaşımlar*. Birinci Baskı. Pegem Akademi, ss. 67-89.
- Sawatzki, C., Downton, A., & Cheeseman, J. (2019). Stimulating proportional reasoning through questions of finance and fairness. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 465-484. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00262-5>
- Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Lawrence Erlbaum.
- Schunk, D. H. (1989). Social cognitive theory and self-regulated learning. In B. J. Zimmerman, & D. H. Schunk (Eds.), *Self-regulated learning and academic achievement: Theory, research, and practice* (pp. 83-110). New York: Springer-Verlag.
- Scott, B., & Levy, M. (2013). Metacognition: examining the components of a fuzzy concept. *Educational Research*. 2(2), 120-131.
- Selçioğlu Demirsöz, E. (2019). Üstbiliş ve öğrenme., A. S. Saracaloğlu ve A. Küçüköğlü. (Editörler). *Öğretim ilke ve yöntemleri*. Dördüncü Baskı. Pegem Akademi, ss. 195-215.
- Serin, M. K., ve Korkmaz, İ. (2018). İşbirliğine dayalı ortamlarda gerçekleştirilen üstbilişsel sorgulama temelli öğretimin ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerilerine etkisi. *Elementary Education Online*, 17(2), 510-531. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.418893>
- Sevgi, S., ve Karakaya, M. (2021). Ortaokul öğrencilerinin okuma alışkanlığı ve problem

çözme becerisinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(2), 1203-1225. <https://doi.org/10.17152/gefad.836544>

- Sharma, S. (2005). Personal experiences and beliefs in early probabilistic reasoning: implications for research. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 177-184.
- Shaughnessy, J. M. (1977). Misconceptions of probability: an experiment with a small group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level. *Educational Studies in Mathematics*, 8(3), 295-316.
- Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*, 43(3), 271-292. <https://doi.org/10.1023/A:1011976904850>
- Small, M. (2015). *Building proportional reasoning across grades and math strands*, k-8. Teachers College Press.
- Sönmez Çakır, F. (2019). *Sosyal bilimler için parametrik veri analizi*. (1. basım). Gazi Kitabevi.
- Sönmez, M. T. (2019). Yedinci sınıf öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde orantısal akıl yürütmelerini etkileyen faktörler. *Ilkogretim Online*, 18(2), 734-759. <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Steen, L. A. (1999). Twenty question about mathematical reasoning. In L. V. Stiff and F. R. Curcio. (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 270-285). National Council of Teachers of Mathematics.
- Stenberg, R. J. (1980). *Reasoning, problem solving and intelligence*. Cambridge University Press.
- Stillman, G., & Mevarech, Z. (2010). Metacognition research in mathematics education: From hot topic to mature field. *Mathematics Education*, 42(2), 145-148. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0245-x>
- Sukirwan, Darhim, D., & Herman, T. (2018). Analysis of students' mathematical reasoning. *Journal of Physics: Conference Series*, 948(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/948/1/012036>
- Supply, A. S., Van Dooren, W., & Onghena, P. (2020). Can we count on early numerical abilities for early probabilistic reasoning abilities?. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(1), 19-37. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1805551>
- Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem

- solving. *Journal of Educational Psychology*, 82(2), 306-314. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.2.306>
- Şafak, C. (2016). *8.sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Şengül, S., & Katrancı, Y. (2012). Metacognitive aspects of solving function problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 46, 2178-2182. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.450>
- Şerifoğlu, B., (2019). *Ortaokul öğrencilerinin üst bilişsel farkındalık düzeyleri ile öz-yeterlik algı düzeyleri arasındaki ilişki (bahçelievler ilçesi örneği)*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (Sixth edition). Pearson.
- Tanhan, F. (2020). Öz düzenleme., M. E. Deniz ve A. Eryılmaz. (Editörler). *Sosyal beceri eğitimi*. İkinci Baskı. Pegem Akademi, ss.162-190.
- Tanır, E. (2018). *6.sınıf öğrencilerinin üstbiliş farkındalıkları ile matematiksel problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Tarr, J. E., & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 39-59. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03217316>
- Taylor, A., & Jones, G. (2009). Proportional reasoning ability and concepts of scale: Surface area to volume relationships in science. *International Journal of Science Education*, 31(9), 1231-1247. <https://doi.org/10.1080/09500690802017545>
- Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179-234).
- Tjoe, H., & de la Torre, J. (2012). Proportional reasoning problems: Current state and a possible future direction. In S. J.Cho (Ed.) *Proceedings of the 12th international congress on mathematics education* (pp. 6741-6750). Seoul, Korea: ICME.
- Toluk Uçar, Z., ve Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Ali Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*. 17(3), 281-299.

- Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 181-204. <https://doi.org/10.1007/PL00020739>
- Tuncer, M. (2020). Nicel araştırma desenleri. B. Oral ve A. Çoban. (Editörler). *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Birinci Baskı. Pegem Akademi, ss. 205-228.
- Tunç, E., (2006). *Özel ilköğretim okulları ile devlet okullarının 8. sınıf öğrencilerine olasılık konusundaki bilgi ve becerileri kazandırma düzeylerinin değerlendirilmesi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Türk Dil Kurumu. (2011). *Türkçe sözlük*. (11. basım). Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Türker, K. N. (2020). *Oyun destekli olasılık öğretiminin 8. sınıf öğrencilerinin olasılıklı düşüncelerine etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 188-195.
- Ünlü, V. (2015). *7. sınıf matematik dersi "olasılık ve istatistik" öğrenme alanında yazma etkinliklerinin öğrencilerin başarı, tutum ve üstbilişlerine etkisi*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (Seventh edition). Pearson Education.
- Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), 360-381. <https://doi.org/10.1080/07370008.2010.488306>

- Vásquez, C., & Alsina, Á. (2021). Analysing probability teaching practices in primary education: What tasks do teachers implement?. *Mathematics*, 9(19), 1-21. <https://doi.org/10.3390/math9192493>
- Verdu, C. F., & Ciscar, S. L. (2012). Characteristics of the development of proportional reasoning in primary and secondary school. *Ensenanza De Las Ciencias*, 30(1), 129-142.
- Victor, A. M. (2004). *The effects of metacognitive instruction on the planning and academic achievement of first and second grade children*, Unpublished Doctoral Dissertation, II Graduate College of the Illinois Institute of Technology, Chicago.
- Vukman, K. V., & Licardo, M. (2010). How cognitive, metacognitive, motivational and emotional self-regulation influence school performance in adolescence and early adulthood. *Educational Studies*, 36 (3), 259-268. <https://doi.org/10.1080/03055690903180376>
- Wardhani, S., & Rumiaty, R. (2011). *Instrumen penilaian hasil belajar matematika SMP: Belajar dari PISA dan TIMSS*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.
- Watson, J. M., Collis, K. F., Callingham, R. A., & Moritz, J. B. (1995). A model for assessing higher order thinking in statistics. *Educational Research and Evaluation*, 1(3), 247–275. <https://doi.org/10.1080/1380361950010303>
- Way, J. (2003). *The development of children's notions of probability*, Unpublished Doctoral Thesis, University of Western Sydney, Australia.
- Way, J. (2008). *Chance connections*, The Mathematical Association Of Victoria. <http://www.mav.vic.edu.au/files/conferences/2008/Way/WayJ2008.doc>.
- Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 179-202. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0>
- Wilson, J., Fernandez, M., & Hadaway, M. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 57–78). MacMillan. <https://doi.org/10.2307/2323271>.
- Winne, P. H., & Perry, N. E. (2000). Measuring self-regulated learning. In P. Pintrich, M. Boekaerts and M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 531-566). Academic Press.
- Wollman, W., & Lawson, A. (1978). The influence of instruction on proportional reasoning in seventh graders. *Journal of Research in Science Teaching*, 15(3),

227-232.

Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(1), 276-280. <https://doi.org/10.5951/TCM.3.6.0276>

Yağcı, F. (2010). *The effect of instruction with concrete models on eighth grade students' probability achievement and attitudes toward probability*. Unpublished Master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Ziegler, N., & Opdenakker, M. C. (2018). The development of academic procrastination in first-year secondary education students: The link with metacognitive self-regulation, self-efficacy, and effort regulation. *Learning and Individual Differences*, 64, 71-82. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.04.009>

Zimmerman, B. J. (1989). A social cognitive view of self-regulated academic learning. *Journal of Educational Psychology*, 81(3), 329-339.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist*, 25(1), 3-17. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2501_2

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory Into Practice*, 41(2), 64-70. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4102_2

Zorbozan, İ., (2021). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları, problem çözmeye yönelik tutumları ve problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Muğla.

EKLER

EK 1. Etik Kurul İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 07/06/2021-E.50096

T.C. İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE ETİK KURULU Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma Etik Kurulu		
Oturum Tarihi : 03.06.2021	Oturum Sayısı : 11	Karar Sayısı : 2021/11-16
Etik Açıdan Uygun		
Çalışma Adı	8. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal ve Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi	
Araştırmacılar	Yükseklisans Öğrencisi Neziha TUHAN (Yürütücü) Dr.Öğretim Üyesi Kübra AÇIKGÜL (Danışman)	
Başkan Kurul Üyesi Prof.Dr. Hüseyin Suphi ERDEM Başkan Yardımcısı Kurul Üyesi Prof.Dr. Mustafa ARSLAN Kurul Üyesi Prof.Dr. Mehmet GÜNGÖR Kurul Üyesi Prof.Dr. Süleyman ÇALDAK Kurul Üyesi Prof.Dr. Nesrin SİS Kurul Üyesi Prof.Dr. Mehmet ÜSTÜNER Kurul Üyesi Prof.Dr. Lutfiye ÖZDEMİR Sekreter Hatice CİHAN		

E-İmzalıdır.
Etik Kurul Başkanı
Hüseyin Suphi ERDEM

Bu belge,güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Evrak doğrulaması <https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=3837&eD=BSVKSN7P75&eS=50096> adresinden yapılabilir. (PIN:17952)

EK 2. Uygulama İzni



T.C.
MALATYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34259660-605.01-36038133
Konu : Uygulama İzin Onayı
(Neziha TUHAN)

02.11.2021

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :MEB. Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 21.01.2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020/2 Genelgesi.

İnönü Üniversitesi Rektörlüğü'nün 20/10/2021 tarih ve 99603 sayılı yazılarında; Üniversitenin Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Neziha TUHAN'ın yürütmekte olduğu "8.Sınıf Öğrencilerinin Orantısal ve Olasılıksal Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi" konulu tez çalışmasının ilimiz Battalgazi ve Yeşilyurt ilçelerinde bulunan resmi ortaokul ve imam hatip ortaokullarında uygulanması talep edilmektedir.

Anket-Tez Araştırma ve Değerlendirme Komisyonumuz, 01/11/2021 tarihinde yapılan toplantıda; ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili kurum müdürlüğü tarafından gerçekleştirilmek üzere, derslerin aksatılmaması, kişisel verilerin gizliliğine dikkat edilmesi kaydıyla, gönüllülük esasına göre ve araştırmacının araştırmasının bitimi tarihinden itibaren 30 gün içerisinde araştırma sonuçlarını Müdürlüğümüze bildirmesi şartı ile anket uygulaması yapmasını uygun görmüş olup, Müdürlüğümüzce de uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Vahap ARIKAN
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
Battal KANBAY
Vali a.
İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres :

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ehys>

Telefon No :

Bilgi için:

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

EK 3. Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi

Değerli Öğrenciler,

Bu çalışmada öğrencilerin orantısal akıl yürütme beceri düzeylerini, olasılıksal akıl yürütme beceri düzeylerini ve problem çözme sürecinde üstbilişsel özdüzenleme düzeylerini incelemek amaçlanmaktadır. Bu çalışma kapsamında sizlere 2 aşamalı 12 soru içeren orantısal akıl yürütme beceri testi, 10 açık uçlu sorudan oluşan olasılıksal akıl yürütme testi ve problem çözme sürecinde üstbilişsel özdüzenleme ölçeği uygulanacaktır. Araştırmada elde edilecek veriler yalnızca bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak sizi değerlendirmek ya da size puan vermek amacıyla kullanılmayacaktır. Katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Neziha TUHAN

Yüksek Lisans Öğrencisi

Kişisel bilgiler

- 1) Cinsiyetiniz: () Kız () Erkek
- 2) Matematik dersinde kendinizi nasıl değerlendiriyorsunuz?
() Yetersiz () Kısmen Yeterli () Yeterli

Orantısal Akıl Yürütme Beceri Testi

Aşağıdaki orantısal akıl yürütme beceri testinde 2 aşamalı 12 soru yer almaktadır. İlk aşamada çoktan seçmeli soruya cevap vermeniz, ikinci aşamada ise birinci aşamada verdiğiniz cevabı gerekçeli bir şekilde açıklamanız beklenmektedir. Süreniz 40 dakikadır.

1-) Esra ile Hüseyin sağlıklı yaşam için her sabah erkenden koşuya çıkmaktadır. Dairesel koşu pistinin başlangıç noktasından aynı anda koşmaya başlayan çiftten Hüseyin, Esra'dan daha az zamanda daha fazla tur atmaktadır. Buna göre Esra ve Hüseyin'in hızları için ne söylenebilir?

- A) Esra, Hüseyin'den daha hızlı koşmaktadır.
- B) Hüseyin, Esra'dan daha hızlı koşmaktadır.
- C) Esra ve Hüseyin aynı hızda koşmaktadır.
- D) Verilen bilgiler yetersizdir.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

2-) Üç köyün ortak kullanabileceği bir alanda büyük bir kütüphane inşaatına başlanmıştır. İnşaatın temelini atmak için belirlenen alana ilk gün çimento, su ve çakıl taşlı kum karışımından oluşan beton dökülmüştür. İkinci gün hazırlanan karışıma ilk günle aynı miktarda çimento, daha az miktarda çakıl taşı ve daha fazla miktarda su eklenmiştir. Buna göre birinci ve ikinci gün hazırlanan karışımlar ile ilgili ne söylenebilir?

- A) Birinci gün hazırlanan karışım daha katıdır.
- B) İkinci gün hazırlanan karışım daha katıdır.

- C) Birinci ve ikinci gün hazırlanan karışımların katılık miktarı aynıdır.
 D) Verilen bilgiler yetersizdir.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

3-) Leyla Öğretmen, her hafta Cumartesi ve Pazar günleri okulda verdiği matematik kursu için problemler hazırlamakta ve derste öğrencileri tahtaya kaldırarak her öğrenciye eşit sayıda problem çözdürmektedir. Geçen hafta Leyla Öğretmen, Pazar günü kursu için Cumartesi kursuna göre daha fazla problem hazırlamış ancak Pazar günü kursa gelen öğrenci sayısı Cumartesi gününe göre daha az olmuştur. Her iki günde tüm sorular çözüldüğüne göre öğrencilerin çözdükleri soru sayılarıyla ilgili hangisi söylenebilir?

- A) Cumartesi günü her bir öğrenci daha çok problem çözmüştür.
 B) Pazar günü her bir öğrenci daha çok problem çözmüştür.
 C) İki günde de her bir öğrencinin çözdüğü problem sayısı aynıdır.
 D) Verilen bilgiler yetersizdir.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

4-) Süt içmeyi sevmeyen Zehra'ya, annesi sütü sevdirmek için içine bal eklemeyi dener. Ballı süt hoşuna giden Zehra, her gece uyumadan süt içmeye başlar, ancak sütün daha tatlı olmasını ister. Buna göre Zehra'nın annesi aşağıdakilerden hangisini yaparsa süt, kesinlikle daha tatlı olur?

- A) Daha çok süt, aynı miktarda bal
 B) Daha az süt, daha çok bal
 C) Daha çok süt, daha çok bal
 D) Daha az süt, daha az bal

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

5-) 8. sınıfa başlayacak olan Fatih tanklara meraklı olan bir çocuktur. Fatih bir gün babasına tankların attıkları top mermilerinin etki mesafesinin nasıl belirlendiğini sorar. Babası, tankların

attığı top mermisinin etki mesafesinin top mermisinin ağırlığı ile ters, namlu uzunluğu ve kullanılan barut miktarı ile doğru orantılı olduğunu söyler. Ardından babası da oğluna şöyle bir soru sorar; “Top mermisinin etki mesafesinin kesinlikle artması için ne yapılabilir?” Fatih’in cevabı hangisi olmalıdır?

- A) Daha ağır top mermisi, daha kısa namlu uzunluğu
- B) Daha fazla miktarda barut, daha ağır top mermisi
- C) Daha kısa namlu uzunluğu, daha fazla barut miktarı
- D) Daha hafif top mermisi, daha fazla barut miktarı

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

6-) Serkan Amca, uzun kenarı kısa kenarının 2 katı uzunluğunda olan dikdörtgen şeklindeki bahçesinin etrafına duvar ördürmek için Halil Usta ve ekibi ile anlaşmıştır. Halil Usta, kendisiyle aynı hızda çalışan 3 ustayı da yanına alıp bahçenin bir köşesinden uzun tarafa doğru duvarı örmeye başlamıştır. 6 gün sonra bahçesine kontrole giden Serkan Amca yalnızca uzun taraflardan birinin yarısına duvar örüldüğünü görmüştür. Duvarın bir an önce örülmesini isteyen Serkan amca Serhat Ustayı ve ekibini de işe çağırmıştır. Serhat Usta yanına kendisiyle aynı hızda çalışan 7 usta daha alıp 10 günde tüm işin yarısını bitirmiştir. Buna göre ekiplerin ortalama çalışma hızı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Halil Usta ve ekibinin ortalama çalışma hızı Serhat Usta ve ekibinin ortalama çalışma hızından daha fazladır.
- B) Serhat Usta ve ekibinin ortalama çalışma hızı Halil Usta ve ekibinin ortalama çalışma hızından daha fazladır.
- C) Ekiplerin ortalama çalışma hızları aynıdır.
- D) Verilen bilgiler yetersizdir.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

7-) Rekabet halinde olan X ve Y traktör firmaları aynı fiyata traktörler satmaktadırlar. X firması traktörlerinin 12 dönümlük tarlayı 60 litre yakıtla 5 saatte sürebildiğini, Y firması ise traktörlerinin 16 dönümlük tarlayı 80 litre yakıtla 8 saatte sürebildiğini iddia etmiştir. Traktörlerin hızları ve yakıt ekonomileri arasındaki ilişki hangisi olabilir?

	<u>HIZ</u>	<u>YAKIT EKONOMİSİ</u>
A)	X firmasının traktörleri daha hızlıdır	X firmasının traktörleri ile Y firmasının traktörlerinin yakıt ekonomileri eşittir.
B)	X firmasının traktörleri ile Y firmasının traktörlerinin hızları eşittir.	Y firmasının traktörleri daha ekonomiktir.
C)	Y firmasının traktörleri daha hızlıdır.	Y firmasının traktörleri daha ekonomiktir.
D)	X firmasının traktörleri ile Y firmasının traktörlerinin hızları eşittir.	X firmasının traktörleri ile Y firmasının traktörlerinin yakıt ekonomileri eşittir.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

8-) 5. sınıfa giden Tarık, babasının tayininin çıkması nedeniyle yeni bir şehre taşınmış ve okulunu değiştirmek zorunda kalmıştır. Yeni okulunda 4 şube bulunmaktadır ve şubelerdeki kız öğrenci ile erkek öğrenci sayıları tablodaki gibidir. Tarık, kızlarla daha iyi anlaştığı için kızların oranının erkeklerin oranından fazla olduğu bir sınıfta öğrenim görmek istemektedir. Okul müdürü Tarık'ı kızların oranın fazla olduğu sınıflar arasından, sınıf mevcudu daha az olan sınıfa yerleştirmiştir. Buna göre Tarık hangi sınıfta öğrenim görecektir?

	KIZ	ERKEK
5-A	24	16
5-B	12	10
5-C	10	12
5-D	18	12

A) 5-A B) 5-B C) 5-C D) 5-D

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

9-) Ali ve Kemal Bey arsalarına yapılabilecek maksimum büyüklükte evler yaptırmak istemektedirler. Ali Bey'in arsası 900 metrekare, Kemal Bey'in arsası ise 1200 metrekare büyüklüğündedir. Bir arsada ne kadarlık bir inşaat alanı oluşturabileceği KAKS değeri ile toplam arsa alanı çarpılarak elde edilir. Belediye Ali Bey'in arsasının bulunduğu yer için KAKS değerini $\frac{2}{3}$ olarak belirlerken, Kemal Bey'in arsasının bulunduğu yer için KAKS değerini $\frac{1}{2}$ olarak belirlemiştir. Buna göre evlerin büyüklükleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Kemal Bey'in yaptıracığı ev Ali Bey'in yaptıracığı evden daha büyük olur.
- B) Ali Bey'in yaptıracığı ev Kemal Bey'in yaptıracığı evden daha büyük olur.
- C) Ali Bey ve Kemal Bey'in yaptıracakları evler aynı büyüklükte olur.
- D) Ali Bey'in yaptıracığı evin büyüklüğü Kemal Bey'in yaptıracığı evin büyüklüğünün iki katı kadar olur.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:



10-) 7 kardeşin en büyüğü olan Mahmut çok başarılı bir öğrencidir. Ancak ailesi maddi imkânsızlıklardan dolayı okul ihtiyaçlarını karşılayamamaktadır ve Mahmut'un okula devam etmesini istememektedirler. Okulu bırakmak istemeyen Mahmut simit satarak okul ihtiyaçlarını karşılamaya karar vermiştir. Mahmut öncelikle bir ihtiyaç listesi oluşturmuş ve karşılama fiyatlarını yazmıştır. Yaptığı hesaplara göre çantayı alabilmesi için Mahmut'un 150 simit satması gerekmektedir. Buna göre Mahmut'un diğer ihtiyaçlarını karşılamak için kaç simit satması gerektiğine ilişkin aşağıdaki hesaplamalardan hangisi yanlıştır?

İhtiyaç listesi	Fiyatı (TL)
Pantolon	50
Ceket	40
Ayakkabı	35
Gömlek	30
Çanta	25

	İHTİYAÇ	SİMİT SAYISI
A)	Pantolon	300
B)	Ceket	120
C)	Ayakkabı	210
D)	Gömlek	180

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

11-) Sitelerinde bulunan futbol sahasında maç yapan Ömer ve arkadaşları maç arasında su içmek için su deposunun yanına gitmiştir. Tamamen dolu olan deponun tüm musluklarını açan Ömer ve arkadaşları muslukları kapatmadan maça devam etmek için futbol sahasına geri dönmüştür. Su deposunun üzerinde eşit miktarda su akıtan 10 tane musluk olup sadece 1 musluk devamlı kullanıldığında tamamı su ile dolu olan depo 24 saatte boşalmaktadır. Buna göre tamamı dolu olan depoda hangi durumda su tamamen biter?

- A) 3 musluk 7 saat boyunca açık kalırsa
- B) 4 musluk 5 saat boyunca açık kalırsa
- C) 5 musluk 5 saat boyunca açık kalırsa
- D) 8 musluk 3 saat boyunca açık kalırsa

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

12-) Leyla, kendinden 5 yaş küçük olan 5 yaşındaki Yusuf ile 30 tane cevizi yaşlarıyla ters orantılı olacak şekilde paylaşmıştır. Buna göre Leyla ile Yusuf'un aldıkları ceviz sayılarıyla ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Leyla, Yusuf'tan daha çok ceviz almıştır.
- B) Yusuf, Leyla'nın aldığı cevizlerin iki katı kadarını almıştır.
- C) Leyla, Yusuf'un aldığı cevizlerin 5 fazlasını almıştır.
- D) Leyla ile Yusuf eşit sayıda ceviz almıştır.

Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız:

EK 4. Olasılıksal Akıl Yürütme Beceri Testi

Aşağıdaki olasılıksal akıl yürütme beceri testinde açık uçlu 10 soru yer almaktadır. Soruları dikkatlice okuyup cevaplayınız. Süreniz 40 dakikadır.

1-)

WAFFLE MENÜSÜ

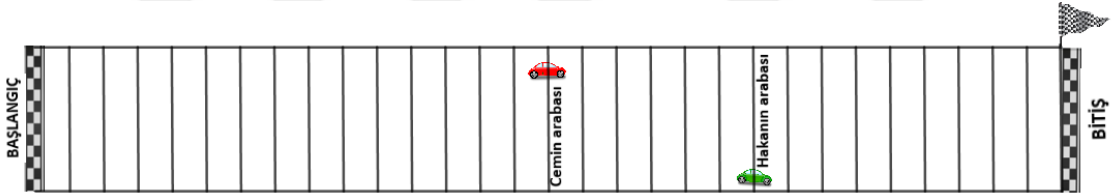
İsminiz:

MEYVELER

- Muz ☐
- Çilek ☐
- Kivi ☐
- Ananas ☐

Meryem ve arkadaşları okul çıkışı waffle yemek için bir kafeye gitmiştir. Garsonun getirdiği waffle menüsünde 4 meyve (muz, çilek, kivi, ananas) seçeneği bulunmaktadır. Garson Meryem'e menüdeki meyveler içerisinde en fazla 3 farklı meyve seçerek kendi waffle'ını oluşturabileceğini söylemiştir. Meryem'in meyve seçimine göre yiyebileceği waffle için olası durumlar nelerdir? Belirleyiniz.

2-)

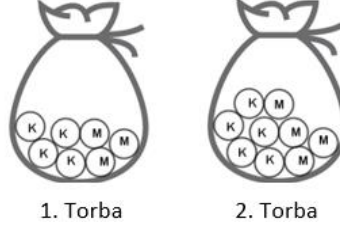


Hakan ve Cem araba yarışı oyunu oynamaya karar verirler. Oyunun kuralları aşağıdaki gibidir:

1. Oyun iki oyuncu ile oynanmaktadır.
2. Oyuna ilk başlayacak kişi kura ile belirlenir.
3. Başlangıç noktası ile bitiş noktası arasında 30 geçiş noktası (bitiş noktası dâhil) bulunmaktadır.
4. Başlangıç noktasından itibaren arabayı ilerletebilmek için sırası gelen oyuncu tarafından iki zar birlikte havaya atılır ve araba bu iki zarın üst yüzlerine gelen sayıların toplamı kadar ilerletilir.
5. Bitiş noktasına ilk ulaşan oyunu kazanır.

Hakan ve Cem oyunun kurallarını okuduktan sonra kura çekmiş ve oyuna ilk olarak Hakan başlamıştır. Üçüncü turda Hakan'ın bitiş noktasına ulaşabilmesi için yukarıdaki görselde görüldüğü gibi 9 geçiş noktası (bitiş noktasıyla birlikte) kalmıştır. Bu durumda Hakan'ın üçüncü turda oyunu kazanabilmesi için havaya attığı zarların üst yüzlerine gelen sayılar için olası durumlar nelerdir? Belirleyiniz.

3-)



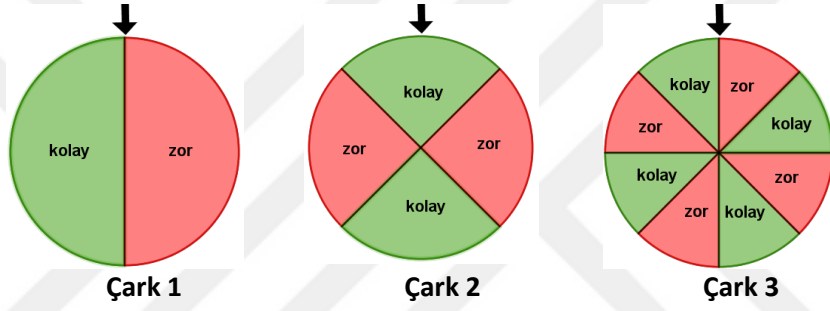
Ayşe Öğretmen elinde iki torba ile sınıfa girer. Öğrenciler merakla torbaların içerisinde ne olduğunu sorarlar. Bunun üzerine Ayşe Öğretmen:

“Okulumuzda yapılacak matematik bilgi yarışmasına her sınıftan matematik yazılı puanı en yüksek olan bir öğrenci katılacak. Ancak sınıfımızda en yüksek puan Gizem ile Okan arkadaşlarınıza ait. Bu nedenle yarışmaya katılacak öğrenciyi belirlemek için arkadaşlarınızla bir oyun oynayacağız. Elimdeki birinci torbada eşit büyüklükte 4 kırmızı ve 3 mavi top, ikinci torbada ise eşit büyüklükte 5 kırmızı ve 4 mavi top var. Gizem ve Okan’ın gözlerini bağlayacağız ve torbaların herhangi birinden bir top çekecekler. Kırmızı topu çeken bilgi yarışmasına katılacak. Arkadaşlarınızın ikisinin de kırmızı ya da mavi çekmesi durumunda oyun tekrarlanacak.” Ayşe Öğretmen’in açıklamalarına göre öğrenciler hangi torbadan top seçerse yarışmaya katılma ihtimalleri daha fazla olur? Neden? Açıklayınız.

4-) Bir oyun parkında iki adet sakız makinesi vardır. İçinde ahududu ve çilek aromalı olmak üzere 10 sakızın bulunduğu birinci makinede para atınca rastgele düşen bir sakızın çilek aromalı olma olasılığı daha fazladır. İçerisinde ahududu ve nane aromalı olmak üzere 13 sakızın bulunduğu ikinci makinede ise para atınca rastgele düşen sakızın ahududulu olma olasılığı daha azdır. Oyun parkında bulunan sakız makinelerinden birinci makine bozulunca içerisinde bulunan sakızlar ikinci makineye taşınmıştır. Son durumda ikinci makineden rastgele seçilen bir sakızın ahududulu olma olasılığı en fazla kaçtır?

5-) Paket servis yapan bir restoranın kuryeliğini yapan Ahmet Bey paket üzerinde yazan adrese gittiğinde, adreste daire numarasının yazılmadığını fark eder. Apartman girişinde üzerinde isim yazılı olmayan 20 adet zil olduğunu gören Ahmet Bey, rastgele bir zile basar. Buna göre, Ahmet Bey'in doğru zile basmış olma olasılığı kaçtır?

6-)



Matematik öğretmeniniz sınıfınızda rastgele seçtiği öğrencileri tahtaya kaldırarak olasılık konusu ile ilgili birer soru soracaktır. Öğretmeniniz ders öncesinde kolay ve zor sorular hazırlamıştır. Tahtaya kaldırdığı öğrenciden öncelikle yukarıda verilen her birinin üzerinde kolay ve zor yazan eş parçalara bölünmüş çarklardan herhangi birini çevirmesini istemektedir. İbrenin durduğu yer çözeceğiniz sorunun güçlüğüne belirleyecektir. Hangi çarkı çevirirseniz kolay bir soru çözme ihtimaliniz daha fazla olur? Neden?

7-)

	PAZARTESİ	SALI	ÇARŞAMBA	PERŞEMBE	CUMA
MAVİ SALON	Komedi	Aksiyon	Animasyon	Komedi	Dram
YEŞİL SALON	Dram	Komedi	Komedi	Aksiyon	Korku
MERCAN SALON	Macera	Macera	Dram	Macera	Animasyon
EFLATUN SALON	Korku	Dram	Korku	Korku	Macera

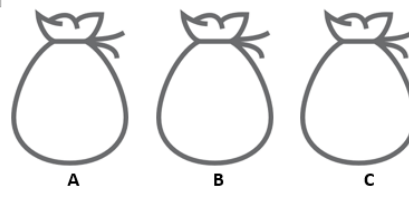
Üç arkadaş olan Ayşe, Elif ve Rabia hafta içi bir akşam buluşarak sinemaya gitmek için sözleşmiştir. Yukarıda sinemanın hafta içi akşam programı verilmiştir. Ayşe **komedî**, Elif **macera**, Rabia ise **aksiyon** filmi izlemek istemektedir. Hangi gün buluşurlarsa Ayşe'nin isteğinin gerçekleşme olasılığı daha fazla olur? Neden?

8-) 30 kişilik bir sınıfta bulunan kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{2}{3}$ tür. Bu sınıfta rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüklü olma olasılığı $\frac{1}{10}$ ve erkek öğrenciler arasından rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüklü olma olasılığı $\frac{1}{6}$ ise kız öğrenciler arasından rastgele seçilen bir öğrencinin gözlüklü olma olasılığı ile ilgili ne söylenebilir?

9-)Yüksek tansiyon probleminden dolayı doktora giden Eşref Bey, doktor tavsiyesi ile tuz tüketimini azaltmaya karar verir. Elif babasının bu kararını desteklemek için ona yardımcı olmak ister. Babası için daha tuzsuz ekmekler yapmaya karar veren Elif, internette yaptığı araştırmalar sonucu aşağıda ölçüleri verilen ekmek tariflerine ulaşır. Ancak tariflerdeki un, kuru maya, tuz ve süt miktarları farklı olduğu için hangi tarifi kullanacağına bir türlü karar veremez ve rastgele bir tarif seçerek onu yapar. Elif'in annesi ekmek yaparken 4 bardak un, 2 yemek kaşığı kuru maya, 2 tatlı kaşığı tuz, 2 su bardağı ılık süt kullandığına göre Elif'in annesinden tuz oranı daha az bir ekmek yapmış olma olasılığı nedir?

6 su bardağı un 3 tatlı kaşığı tuz 3 yemek kaşığı kuru maya 3 su bardağı ılık süt	3 su bardağı un 1 tatlı kaşığı tuz 1,5 yemek kaşığı kuru maya 1,5 su bardağı ılık süt	8 su bardağı un 3 tatlı kaşığı tuz 4 yemek kaşığı kuru maya 4 su bardağı ılık süt	9 su bardağı un 4 tatlı kaşığı tuz 4,5 yemek kaşığı kuru maya 4,5 su bardağı ılık süt
Tarif 1	Tarif 2	Tarif 3	Tarif 4

10-)



Elinizde A, B, C isimli 3 torba ve öndeş 12 beyaz, 14 mavi ve 10 sarı top bulunmaktadır. Bu topların tamamının aşağıdaki kuralları sağlayacak şekilde boş olan A, B ve C torbalarına eşit olarak dağıtılması planlanmaktadır. Kurallar:

- Torbaların her birinden rastgele çekilen bir topun beyaz olma olasılığı birbirine eşit olacak,
- A torbasından rastgele çekilen bir topun sarı olma olasılığı $1/2$ olacak,
- B torbasında rastgele çekilen bir topun sarı olma olasılığı ile C torbasından çekilen bir topun sarı olma olasılığı birbirine eşit olacak.

Yukarıda verilen kuralları dikkate alarak topları torbalara dağıttığınız zaman A, B ve C torbalarının her birinden rastgele seçilen bir topun mavi olma olasılığı kaçtır?

EK 5. Üstbilişsel Öz düzenleme Ölçeği

Problem Çözerken Neler Yaparsınız? Lütfen aşağıdaki cümleleri dikkatlice okuyunuz. Bir problemi çözmeye çalışırken yaptıklarınızı en iyi anlatan seçenekleri işaretleyiniz. Bunu yaparken matematik dersinde karşılaştığınız türden problemler üzerinde çalıştığınızı düşününüz.

Zor bir problem çözmek zorunda kaldığınızı düşünün. Problemi çözmeye başlamadan önce ne yaparsınız?

Problemi çözerken ne yaparsınız? Problemi çözdükten sonra ne yaparsınız?

Doğru veya yanlış cevap yoktur. Lütfen cevaplarınızı “problem çözerken yapılması gerekenleri düşünerek” değil, **“problem çözerken ne yapıyorsunuz”** ona göre işaretleyiniz.

Hiçbir zaman 1	Çok az / Nadiren 2	Bazen 3	Genellikle / Sık sık 4	Her zaman 5
1. Problemden ne sorulduğunu anlamaya çalışırım.			(1) (2) (3) (4) (5)	
2. Problemi çözmek için çeşitli yollar düşünür, en iyisini seçerim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
3. Cevabımın doğru olup olmadığını anlamak için probleme geri dönerim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
4. Bir şeyleri (bir çokgenin alan formülü, pi sayısı,... gibi) ezberlemek istediğimde farklı yollar kullanırım.			(1) (2) (3) (4) (5)	
5. Problemden ne istendiğini anlayıp anlamadığımı düşünürüm.			(1) (2) (3) (4) (5)	
6. Problemi anlamak için birkaç kez okurum.			(1) (2) (3) (4) (5)	
7. Problemi çözerken hangi bilgilere ihtiyacım olduğunu düşünürüm.			(1) (2) (3) (4) (5)	
8. Probleme göre farklı stratejiler (deneme-yanılma, sistematik liste yapma, şekil çizme, geriye doğru çalışma,... gibi) kullanırım.			(1) (2) (3) (4) (5)	
9. Problemi çözdükten sonra doğru yapıp yapmadığımı kontrol ederim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
10. Zor bir problem üzerinde çalıştığım da konuyu ne kadar öğrendim diye düşünürüm			(1) (2) (3) (4) (5)	
11. Problemin konusuna göre farklı öğrenme yolları kullanırım.			(1) (2) (3) (4) (5)	
12. Geri dönüp yaptıklarımı kontrol ederim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
13. Problemi anlayana kadar tekrar tekrar okurum.			(1) (2) (3) (4) (5)	
14. Lütfen (2)’yi işaretleyiniz			(1) (2) (3) (4) (5)	
15. Hesaplamaları doğru yapıp yapmadığımı kontrol ederim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
16. Gerektiğinde öğrenmek istediğim bir şeyi kendi kendime öğrenebilirim.			(1) (2) (3) (4) (5)	
17. Yeni bir şey öğrenirken ne kadar başarılı olabildiğimi kendime sorarım			(1) (2) (3) (4) (5)	

18. Problemi çözerken her aşamada yaptığım işi kontrol ederim	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
19. Problemi çözmeme yardımcı olacak önemli noktaları belirlerim	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
20. Ne yapmam gerektiğini bulmak için problemi anlamaya çalışırım.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
21. Gerekğinde bir şeyleri kendi kendime ezberleyebilirim	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
22. Öğrenme konusunda güçlü ve zayıf yanlarımı bilirim.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
23. Problemi çözmek için gerekli adımları belirlerim.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
24. Çalışmam sona erdiğinde, öğrenmek istediğim konuyu öğrenip öğrenemediğimi kendime sorarım.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
25. Doğru çözdüğümde emin olmak için iki kez kontrol ederim.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
26. Lütfen (1)'i işaretleyiniz	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
27. Gerekli bilgiye ulaşmak için problemi parçalar, verilenler ve istenenleri ayırmaya çalışırım.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
28. Öğrenme stratejilerini otomatik olarak kullanırım.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
29. Öğrenmek istediğim bir şeyi en iyi nasıl öğrenebileceğimi bilirim	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
30. Çalışmamın sonucunda ulaşmak istediğim belirli hedeflerim olup olmadığını kendime sorarım.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
31. Bir konuyu öğrenmek istediğimde bazen birden fazla yol denerim.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)