

T.C.
ADİYAMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

**8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYUSU PERFORMANSI İLE
MATEMATİKSEL DÜŞÜNME BECERİSİ ARASINDAKİ İLİŞKİ
ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PERİHAN DURSUN

DANIŞMAN

DOÇ. DR. GÜLSEN KILINÇ

ADİYAMAN, 2025

ÖZET

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYUSU PERFORMANSI İLE MATEMATİKSEL DÜŞÜNME BECERİSİ ARASINDAKİ İLİŞKİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Perihan DURSUN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Adıyaman Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Aralık/2025, Sayfa:72

Danışman: Doç. Dr. Gülsen KILINÇ

Bu çalışma 8. Sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişkiyi keşfetmeyi hedeflemektedir. Bu çalışmada ilişkisel araştırma yöntemlerinden keşfedici korelasyonel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini Adıyaman il merkezindeki bir devlet ortaokulunda öğrenim gören ve araştırmaya gönüllü olarak katılan 137 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Örneklem seçiminde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme tekniği tercih edilmiştir. Nicel veri toplama araçları olarak Birgin ve Peker (2019) tarafından geliştirilen “Sayı Duyusu Testi” ile Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013) tarafından hazırlanan “Matematiksel Düşünme Aşamalarını Belirleme Çalışma Yapağı” kullanılmıştır. Ayrıca akademik başarı düzeyleri, ebeveyn eğitim durumu, cinsiyet gibi farklı demografik değişkenlerin matematiksel düşünme aşamaları ve sayı duyusu performansı üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Sayı duyusu performansı ve matematiksel düşünme aşamalarından elde edilen verilerin normallikleri ortalama, mod, medyan, standart sapma, çarpıklık ve basıklık gibi değerler yardımıyla incelenmiştir. Yapılan analiz sonucunda sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasında pozitif yönde anlamlı ve güçlü bir ilişki olduğu ve bilişsel süreçlerde birbirlerini destekledikleri görülmektedir. Dikkat çeken diğer bir analiz sonucu ise anne eğitim durumunun öğrencinin sayı duyusu performansı üzerine etkisidir. İlkokul ve ortaokul mezunu annelerin çocuklarının sayı duyusu performans puanlarının, üniversite mezunu annelerin çocuklarının puanlarından daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Yıllık puanı değişkeninde ise gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmektedir. Not ortalaması yüksek olan öğrencilerin sayı duyusu performans puanları, not ortalaması daha düşük olan öğrencilere göre istatistiksel olarak anlamlı düzeyde daha yüksektir. Cinsiyet değişkeninde hem sayı duyusu hem de matematiksel düşünme açısından erkekler ile kızlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunamamıştır. Bulgular, sayı duyusunun, matematiksel düşünme gelişiminde önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrencilerin, yalnızca doğru sonuca ulaşmayı değil, çözüm sürecinde farklı stratejiler denemeyi de önemsemeleri teşvik edilmelidir. Kendi düşünme süreçlerinin farkına varmalarını sağlayacak etkinlikler (örneğin akıl yürütme açıklamaları, grup tartışmaları) sayı duyusu ve matematiksel düşünmeyi geliştirebilir. Ayrıca ailelerin, özellikle de annelerin eğitim düzeyinin öğrencilerin sayı duyusu performansı üzerinde etkili olduğu göz önüne alındığında, ebeveynlerin çocuklarının matematik öğrenme süreçlerine daha aktif şekilde katılması teşvik edilmelidir.

Anahtar kelimeler: Sayı Duyusu Performansı; Matematiksel Düşünme Aşamaları; Farklı Demografik Değişkenler.

ABSTRACT

A STUDY ON THE RELATIONSHIP BETWEEN NUMBER SENSE PERFORMANCE AND MATHEMATICAL THINKING SKILLS OF 8TH GRADE STUDENTS

Perihan DURSUN

Department of Mathematics and Science Education

Adiyaman University, Graduate Education Institute, December/2025, Pages:72

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Gülsen KILINÇ

This study aims to explore the relationship between number sense performance and mathematical thinking stages of 8th-grade students. An exploratory correlational research method, one of the relational research methods, was used in this research. The study sample consisted of 137 eighth-grade students studying at a public middle school in the Adiyaman province center who volunteered to participate in the study. A maximum variation sampling technique, a purposive sampling method, was used in sample selection. The “Number Sense Test” developed by Birgin and Peker (2019) and the “Mathematical Thinking Stages Determination Worksheet” prepared by Keskin, Akbaba Dağ and Altun (2013) were used as quantitative data collection tools. Additionally, the effects of various demographic variables, such as academic achievement levels, parental education level, and gender, on the stages of mathematical thinking and number sense performance were also examined. The normality of the data obtained from number sense performance and mathematical thinking stages was examined using values such as mean, mode, median, standard deviation, skewness, and kurtosis. The analysis revealed a positive, significant, and strong relationship between number sense performance and mathematical thinking stages, and that they support each other in cognitive processes. Another noteworthy analysis found that maternal education level impacts students' number sense performance. It was found that the number sense performance scores of children of mothers who graduated from primary and secondary school were lower than those of children of mothers who graduated from university. A statistically significant difference was observed between the groups in the year-end score variable. Students with higher GPAs had statistically significantly higher number sense performance scores than students with lower GPAs. No statistically significant difference was found between boys and girls in terms of either number sense or mathematical thinking in the gender variable. The findings indicate that number sense plays a significant role in the development of mathematical thinking. Therefore, students should be encouraged to prioritize not only reaching the correct solution but also trying different strategies in the solution process. Activities that foster awareness of their own thinking processes (e.g., reasoning explanations, group discussions) can improve number sense and mathematical thinking. Furthermore, given that the educational level of families, especially mothers, has an impact on students' number sense performance, parents should be encouraged to be more actively involved in their children's mathematics learning.

Keywords: Number Sense Performance; Stages of Mathematical Thinking; Different Demographic Variables.

TEŞEKKÜR

Çalışma sürecim boyunca değerli bilgi ve rehberliğiyle, tecrübeleriyle bana yön veren, çok kıymetli danışmanım Doç. Dr. Gülsen KILINÇ'a en içten ve kalbi duygularıyla teşekkürlerimi sunarım. Onun desteği ve motivasyonu ile bu süreci daha verimli geçirdim. Ayrıca katkılarından dolayı kıymetli hocam Doç. Dr. Serbay DURAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Tez yazım sürecinde görüş ve önerileriyle bana katkı sağlayan Tansu ALAN hocama da ayrıca minnettarım. Her zaman yanımda olan, sevgileri ve desteğiyle güç bulduğum babam Feyyat YALÇIN'a, annem Ayşe YALÇIN'a, her daim yanımda olan en büyük destekçim sevgili eşim Ayhan DURSUN'a ve kız kardeşlerime gönülden teşekkür ederim. Bu süreçte gülen gözleriyle hayatıma ışık tutan, yaşam sevincim çocuklarım Asya ve Cihan'a da çok teşekkür ederim. Yüksek lisans sürecimde her türlü desteği esirgemeyen TOBB Yavuz Selim Ortaokulu yönetimine ve araştırmaya gönüllü katılarak çalışmamı mümkün kılan 8. sınıf öğrencilerine teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
BAŞLIK (İÇ KAPAK) SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	viii
TABLolar DİZİNİ.....	x
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
GRAFİKLER DİZİNİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xiii
1.GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	2
1.3. Problemler.....	3
1.3.1. Alt problemler.....	3
1.4. Araştırmanın Önemi.....	3
1.5. Varsayımlar.....	4
1.6. Sınırlılıklar.....	4
1.7. Tanımlar.....	5
2. LİTERATÜR TARAMASI.....	6
2.1. Sayı Duyusu Kavramı.....	6
2.2. Sayı Duyusu Bileşenleri.....	8
2.2.1. McIntosh, Reys ve Reys'e (1992) göre sayı duyusu bileşenleri.....	8
2.2.2. Greeno'ya (1991) göre sayı duyusu bileşenleri.....	11
2.2.3. Yang, Li ve Li'ye (2008) göre sayı duyusu bileşenleri.....	11
2.2.4. Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh ve Yang (1999)'a göre sayı duyusu bileşenleri.....	12
2.2.5. Berch (2005)'e göre sayı duyusu bileşenleri.....	13
2.2.6. Cain, Doggett, Faulkner ve Hale (2007)' e göre sayı duyusu bileşenleri....	14

2.2.7. Lago ve DiPerna (2010)'ya göre sayı duyusu bileşenleri.....	15
2.2.8. NTCM (Uluslararası Matematik Öğretmenleri Konseyi,1989)' ye göre sayı duyusu bileşenleri.....	16
2.3. Matematiksel Düşünme Kavramı.....	17
2.4. Matematiksel Düşünme Aşamaları.....	21
2.4.1. Özelleştirme.....	22
2.4.2. Genelleme.....	22
2.4.3. Varsayımda bulunma.....	23
2.4.4. Doğrulama (İspatlama-İkna Etme).....	23
2.5. Sayı Duyusu ve Matematiksel Düşünme ile İlgili Yapılan Araştırmalar.....	24
2.5.1. Sayı duyusu ile ilgili yapılan araştırmalar.....	24
2.5.1.1. Türkiye 'de yapılan çalışmalar.....	24
2.5.1.2. Yurtdışında yapılan çalışmalar.....	30
2.5.2. Matematiksel düşünme ile ilgili yapılan araştırmalar.....	35
2.5.2.1. Türkiye 'de yapılan çalışmalar.....	35
2.5.2.2. Yurtdışında yapılan çalışmalar.....	38
3. YÖNTEM.....	41
3.1. Araştırmanın Modeli.....	41
3.2. Araştırmanın Örneklemi.....	41
3.3. Veri Toplama Araçları.....	43
3.3.1. Sayı duyusu testi.....	43
3.3.2. Matematiksel düşünme aşamaları belirleme çalışma yapıları.....	44
3.4. Verilerin Toplanması.....	45
3.5. Verilerin Analizi.....	46
4. BULGULAR VE YORUMLAR.....	48
4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular.....	48
4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular.....	50
4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular	52
4.4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular	54
4.5. Beşinci Alt Probleme Yönelik Bulgular.....	57
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER.....	59
5.1. Tartışma ve Sonuç.....	59
5.1.1. Birinci alt probleme ilişkin tartışma.....	59

5.1.2. İkinci alt probleme ilişkin tartışma.....	60
5.1.3. Üçüncü alt probleme ilişkin tartışma.....	60
5.1.4. Dördüncü alt probleme ilişkin tartışma.....	61
5.1.5. Beşinci alt probleme ilişkin tartışma.....	62
5.2. Öneriler.....	63
5.2.1. Teoriye yönelik öneriler.....	63
5.2.2. Uygulamaya yönelik öneriler.....	63
KAYNAKÇA.....	65
EKLER	
ÖZ GEÇMİŞ	



TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. McIntosh, Reys ve Reys (1992) tarafından yapılan sınıflama.....	10
Tablo 2.2. Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh ve Yang (1999)'a göre sayı duyusu bileşenleri	13
Tablo 2.3. Faulkner'a göre $\frac{3}{4}$ kesrinin modele uyarlanması	15
Tablo 2.4. Lago ve DiPerna (2010)'ya göre sayı duyusu bileşenleri.....	16
Tablo 3.1. Katılımcıların sosyo-demografik özelliklerine ilişkin betimsel istatistikler.....	42
Tablo 3.2. Sayı duyusu testi bileşen tablosu.....	43
Tablo 3.3. Matematiksel düşünme aşamaları çalışma yaprakları.....	44
Tablo 4.1. Sayı duyusu testi ve sayı duyusu bileşenlerine ait istatistikler.....	48
Tablo 4.2. Matematiksel düşünme aşamalarına ait istatistikler.....	50
Tablo 4.3. Matematiksel düşünme aşamaları ile sayı duyusu ve bileşenleri arasındaki ilişkinin analizi.....	53
Tablo 4.4. Sayı duyusu performansı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılığın analizi.....	54
Tablo 4.5. Matematiksel düşünme aşamaları puanı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılığın analizi.....	56
Tablo 4.6. Sayı duyusu performansının matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisine yönelik regresyon analizi.....	57

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Sayı duyusu ve bileşenleri arasındaki ilişki (McIntosh, Reys ve Reys, 1992)....	9
Şekil 2.2. Cain, Doggett, Faulkner ve Hale (2007)'ye göre sayı duyusu bileşenleri.....	14
Şekil 2.3. Matematiksel düşünmenin oluşma süreci.....	19
Şekil 2.4. Matematiksel düşünmenin işleyiş yapısı.....	20
Şekil 2.5. Matematiksel düşünmenin oluşum süreci.....	20

GRAFİKLER DİZİNİ

Grafik 4.1. Sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları puanı arasındaki ilişki.....	58
--	----



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

MEB : Millî Eğitim Bakanlığı

NTCM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

TDK : Türk Dil Kurumu

OECD : Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)

LGS : Liselere Geçiş Sistemi

YÖK : Yüksek Öğretim Kurumu

1.GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemine ilişkin genel çerçeve sunulacaktır. Amaç, araştırma soruları, çalışmanın önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve temel kavramların tanımlarına yer verilecektir.

1.1. Problem Durumu

Matematik eğitiminin en temel hedeflerinden biri, bireylerin yalnızca işlemsel beceriler kazanması değil, aynı zamanda üst düzey düşünme becerileri geliştirerek matematiksel akıl yürütme, problem çözme ve genelleme yapabilmelerini sağlamaktır (MEB,2018). Bu bağlamda matematiksel düşünme, öğrencilerin matematiksel bilgiyi anlamlı bir şekilde yapılandırmalarını, matematiksel ilişkileri keşfetmelerini ve karşılaştıkları problemleri farklı stratejilerle çözebilmelerini ifade eden temel bir beceri olarak ön plana çıkmaktadır. Ancak matematiksel düşünmenin gelişebilmesi, bireylerin sayıların büyüklüklerini, ilişkilerini ve anlamlarını kavrayabilmelerine imkân tanıyan sayı duyusu becerisinin yeterli düzeyde gelişmiş olmasını gerektirmektedir. Sayı duyusu, bireylerin işlemleri mekanik olarak yapmalarının ötesinde, sayıların anlamlarını esnek biçimde kullanabilmelerini, tahmin edebilmelerini, farklı çözüm yolları üretebilmelerini ve günlük yaşam problemlerinde sayıları etkin şekilde kullanabilmelerini ifade etmektedir. Bu doğrultuda, sayı duyusu öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin temelini oluşturan bir ön koşul niteliğinde olduğunu söylemek mümkündür.

Ne var ki, yapılan araştırmalar öğrencilerin çoğunun matematik öğrenme süreçlerinde işlemsel bilgiye ağırlık verdiklerini, sayıların anlamını göz ardı ederek rutin alıştırmalara yöneldiklerini ve bu nedenle sayı duyularını geliştirmekte zorlandıklarını göstermektedir (Reys ve diğerleri,1999). Bu durum, öğrencilerin yalnızca matematik başarısını değil, aynı zamanda matematiksel düşünme becerilerini de sınırlamakta; problem çözme süreçlerinde alternatif stratejiler geliştirmelerini ve matematiksel akıl yürütme süreçlerine katılmalarını engellemektedir.

Literatürde sayı duyusu ve matematiksel düşünme üzerine yapılan çalışmalar, her iki kavramın da matematik eğitimi açısından kritik öneme sahip olduğunu göstermektedir. Gersten ve Chard (1999), sayı duyusunu öğrencilerin ilerleyen yıllardaki matematiksel başarıları için “kritik bir ön beceri” olarak tanımlamakta ve özellikle temel aritmetik bilgi ile akıl yürütme süreçlerinin gelişiminde merkezi bir rol oynadığını belirtmektedir. Benzer şekilde Reys ve çalışma arkadaşları (1999), farklı ülkelerde yaptıkları karşılaştırmalı

araştırmada, güçlü sayı duyusuna sahip öğrencilerin matematiksel ilişkileri daha iyi kavradıklarını, problem çözme sürecinde daha esnek stratejiler kullandıklarını ve genel matematik başarısının anlamlı şekilde daha yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Bu bireysel çalışmaların yanı sıra, NCTM (2000) tarafından yayımlanan Principles and Standards for School Mathematics belgesinde de sayı duyusu, okul matematiğinin temel yapı taşlarından biri olarak ele alınmış ve etkili bir matematik öğrenme sürecinin vazgeçilmez unsuru olarak tanımlanmıştır. Benzer şekilde Stacey (2010), matematiksel düşünmeyi matematik eğitiminin özü olarak tanımlayarak öğrencilerin genelleme, örnekleme, soyutlama ve akıl yürütme süreçlerinin gelişmesinde belirleyici bir rol üstlendiğini vurgulamaktadır. Schoenfeld (2016), problem çözme, anlamlandırma ve üst düzey akıl yürütme süreçlerinin, öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırmalarında ve stratejik düşünme becerilerini geliştirmelerinde merkezi bir konumda olduğunu belirtmiştir. Tall (1995) ise matematiksel düşünmenin kavramsal gelişimdeki önemine dikkat çekerek öğrencilerin soyutlama, genelleme ve temsil biçimleri arasında geçiş yapabilme yetilerinin, ileri düzey matematiksel anlayışın temelini oluşturduğunu ifade etmektedir. Bu çalışmalar bir arada değerlendirildiğinde, matematiksel düşünmenin hem temel hem de ileri düzey matematik öğrenme süreçlerinin vazgeçilmez bir bileşeni olduğu görülmektedir. Ancak, sayı duyusu ile matematiksel düşünme kavramlarının birbirleriyle olan ilişkisine odaklanan çalışmaların sınırlı olduğu ve özellikle Türkiye’de bu çalışmalara dair araştırmaların oldukça az olduğu dikkat çekmektedir. Kavramları daha iyi anlayabilmek için, boyutları ve aşamalarının birbirleriyle olan ilişkileri ile benzerlik ve farklılıklarının incelenmesi önem taşımaktadır. Bu çalışma, sekizinci sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu sınıf düzeyi, kullanılan ölçme araçlarına bilişsel açıdan uygunluk sağlaması ve çalışma grubuna kolay erişilebilirlik açısından uygunluğu nedeniyle seçilmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile sayı duyusu performansına yönelik düzeylerini belirlemek; farklı demografik değişkenler açısından öğrencilerin düzeylerinin farklılaşma durumunu incelemektir.

1.3. Problemler

Tüm gerekçeler doğrultusunda araştırmanın problem cümlesi “8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmakta mıdır?” olarak belirlenmiştir. Bu genel problemi cevaplamak amacıyla aşağıda yer alan alt problemlere odaklanılmıştır.

1.3.1. Alt problemler

- 1) 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansları hangi düzeydedir?
- 2) 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları hangi düzeydedir?
- 3) Sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişki nasıldır?
- 4) Farklı demografik değişkenler açısından sayı duyusu performansı ve matematiksel düşünme aşamaları nasıl farklılaşmaktadır?
- 5) Sayı duyusu performansı matematiksel düşünme aşamalarını yordamakta mıdır?

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi araştırmaları, öğrencilerin matematik dersinde karşılaştıkları güçlüklerin yalnızca konu bilgisi eksikliğinden kaynaklanmadığını, aynı zamanda temel zihinsel becerilerdeki yetersizliklerden de kaynaklandığını ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, sayı duyusu ve matematiksel düşünme becerileri kritik öneme sahiptir. Sayı duyusu öğrencilerin sayılara ilişkin zihinsel temsili, tahmin yürütme ve esnek zihinsel işlemler yapabilme yeteneği olarak tanımlanırken matematiksel düşünme de problem çözme, akıl yürütme, genelleme ve matematiksel ilişkileri yorumlama gibi süreçleri kapsayan bir beceridir. Sayı duyusu, matematiksel düşünmenin temel bilişsel dayanaklarından biri olarak, öğrencilerin üst düzey matematiksel süreçleri yürütmesini destekler. Literatürde, bu iki becerinin ayrı ayrı incelendiği çalışmalar bulunmakla birlikte, birbirleriyle olan ilişkisi üzerine yapılan araştırmalar sınırlıdır. Oysa öğrencilerin yalnızca temel işlemleri yapabilme becerileriyle sınırlı kalmayıp, problem çözme, farklı çözüm yolları geliştirme, tahmin ve sonuçları kontrol etme, genelleme, mantıksal akıl yürütme gibi becerileri sergileyebilmeleri ve uygulayabilmeleri bu iki becerinin birbirini nasıl etkilediğini ortaya koymakla mümkündür.

Bu bağlamda, sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişkinin ortaya konulması, hem matematik eğitiminin teorik altyapısına katkı

sağlayacak hem de öğretmenlerin öğretim sürecini daha bilinçli ve etkili bir şekilde planlamalarına rehberlik edeceği düşünülmektedir. 8. sınıf düzeyinin seçilmesinde iki temel gerekçe bulunmaktadır: İlk olarak, öğrencilerin bu dönemde soyut düşünme ve akıl yürütme becerilerinde önemli bir gelişim göstermeleri; ikinci olarak ise bu grubun araştırmacı açısından kolay ulaşılabilir olmasıdır. Bu yönüyle çalışma hem teorik hem de pratik bakımdan anlamlı katkılar sunacağı ön görülmektedir. Bu araştırma, söz konusu boşluğu doldurarak ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansları ve matematiksel düşünme becerileri arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamaktadır.

Millî Eğitim Bakanlığı'nın 2024 Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Matematik Dersi Öğretim Programı'nda, öğrencilerin “sayıları karşılaştırma ve sıralama”, “işlemlerin sonuçlarını tahmin etme ve tahminlerini kontrol etme” ve “gerçek yaşam problemlerinde tahmin yapma ve tahminlerini değerlendirme” gibi sayı duyusu bileşenlerini geliştirmeye yönelik birçok öğrenme çıktısı yer almaktadır.

Elde edilen bulguların, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik stratejilerin belirlenmesi, sayı duyusunu güçlendirmeye dönük öğretim yöntemlerinin geliştirilmesi ve öğrencilerin matematik performansını artırmaya yönelik planlamalar açısından yol gösterici olması beklenmektedir. Ayrıca, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarını çeşitlendirmelerine, ölçme-değerlendirme süreçlerini farklı bakış açılarıyla yeniden ele almalarına ve eğitim politikalarının şekillendirilmesine katkı sağlaması açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

1.5. Varsayımlar

Araştırmada öğrencilerin sayı duyusu testini ve matematiksel düşünme aşamalarını içeren çalışma yapraklarını samimi ve dikkatli şekilde cevapladıkları kabul edilmiştir.

1.6. Sınırlılıklar

- Araştırma 8. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
- Araştırma Türkiye'nin güneydoğusundaki bir ildeki bir ortaokulda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
- Araştırmanın verileri kullanılan ölçme araçları ile sınırlıdır.

1.7. Tanımlar

Sayı duyusu: Sayı duyusu veya sayı hissi, öğrencilerin sayı ilişkilerini hızlıca kavrayabilmelerini, uygun işlem stratejileri seçebilmelerini, sayısal problemleri daha etkin bir şekilde çözebilmelerini sağlayan; bireyin sayılar ve işlemlerle ilgili kavrayışını esnek ve işlevsel stratejiler geliştirme yetkinliği ve eğilimiyle bütünleştiren bir beceridir (McIntosh, Reys ve Reys, 1992; Yang, 2005).

Matematiksel düşünme: Matematiksel düşünme, matematiksel mantık yoluyla çıkarımlar yapmayı, problem çözme süreçlerinde etkili düşünme yöntemlerini kullanmayı, matematiksel sorulara yönelik uygun stratejileri birleştirmeyi ve soyut kavramları anlama ile ilişkilendirmeyi içeren bilişsel bir süreçtir (Duran, 2005).



2. LİTERATÜR TARAMASI

2.1. Sayı Duyusu Kavramı

Sayı duyusunun ilk olarak nereden çıktığı bilinmemektedir. Yabancı literatürde ‘number sense’ olarak geçen sayı duyusu kavramı sayı hissi ve sayı duygusu olarak da ifade edilmektedir. Amerika Birleşik Devletleri’ndeki Matematik Öğretmenleri Milli Kurulu (NTCM) tarafından Okul Matematiği için Öğretim Programı ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematics) adlı kitapta ilk kez bu kavramdan bahsedilmiştir (NCTM, 1989). NTCM’ nin yayınladığı bu kitapta sayı duyusu yeteneği olan kişilerin sayıların anlamını kavrayan, sayılar arasında bağ kuran, sayıların göreceli büyüklüklerini fark eden, işlemlerin sayı üzerindeki gücünü anlayan, ölçümlerde referans noktası geliştiren kişiler olduğunu belirtmiştir.

Sayı duyusu, çoğunlukla sayılarla ilgili bireysel genel bir anlayış ve matematiksel yargılarda bulunmak için işlemleri kullanmada esneklik anlamına gelir. Genel olarak sayı duyusu, matematik öğretiminde doğrudan belirli bir konu başlığı altında öğretilen yapılandırılmış bir içerik olarak ele alınmaz. Bu doğrultuda sayı duyusu, öğrencilerin standart algoritmalara başvurmada, sayılarla ilgili durumları anlamlandırmada sezgisel yaklaşımlar geliştirebildikleri zengin matematiksel deneyimlerin doğal bir çıktısı olarak kabul edilmektedir (Maghfirah ve Mahmudi, 2018).

Örneğin; öğrencilere “Bir doğal sayının herhangi bir reel sayıyla çarpımının sonucu daima bu doğal sayıdan büyük müdür?” sorusu yöneltildiğinde genel olarak birçok öğrenci daha büyük bir sayı elde edileceğini ifade eder. Fakat sayı duyusu becerisine sahip bir öğrenci burada şu durumları da düşünür:

Çarpanlardan biri 0 ile 1 arasında bir sayı olursa nasıl bir değişiklik olur?

$18 \times \frac{7}{9} = 14$ Bu durumda 18’den daha küçük bir sayı elde edildiğini düşünür.

Çarpanlardan biri 0 ise nasıl bir sonuç elde ederiz?

$18 \times 0 = 0$ Sıfırın yutan eleman olduğunu bilip 18’den daha küçük bir sayı elde edildiğini keşfeder.

Çarpanlardan biri negatif bir tam sayı ise nasıl bir sonuç elde ederiz?

$18 \times (-4) = -72$ Bulunan sonucun sıfırdan küçük, dolayısıyla 18’den de küçük olduğunu keşfeder.

Sonuç olarak çarpımın, çarpılan sayının işaretine, 0 olma durumuna ve de 0 ile 1 arasında bir sayı olma durumuna bağlı olarak değişeceğini düşünür.

Örneğin; öğrencilere “3,6 ile 3,7 arasında kaç tane ondalık sayı vardır?” sorusu yöneltildiğinde bazı öğrenciler bu aralıkta başka sayı olamayacağını düşünür. Bazı öğrenciler de sayıları 3,60 ve 3,70 olarak düşünüp arada 3,61, 3,62 3,69 sayılarının olduğunu düşünür. Bu bir nebze de olsa doğrudur fakat sayı duygusu becerisine sahip bir öğrenci, sayı doğrusu üzerinde bu aralığın herhangi bir sayıya bölünerek, iki sayının arasında sonsuz tane ondalık sayı olabileceğini keşfetmelidir.

Sayı duygusu, öğrencilerin sayılar ve sayısal ifadelerle etkileşiminde, matematiksel kavrayış ve problem çözme süreçlerini yönlendiren temel bilişsel bir yetkinlik olarak kabul edilmektedir. Howden (1989), sayı duygusunu, kurallara bağlı kalınarak yapılan uygulamalar yerine mantıklı çıkarımlar yaparak bir çözüme ulaşabilmek için çeşitli yolların fark edilmesi olarak tanımlar. Bu tanım, sayı duygusunu bir problem karşısında esnek ve yaratıcı düşünme becerisi olarak öne çıkarır. Benzer şekilde Harç (2010) ve Kayhan Altay (2010), sayı duygusunu öğrencilerin sayıları esnek kullanabilme, farklı çözüm yolları geliştirebilme ve zihinsel stratejiler üretme yetisi olarak tanımlamışlardır. Maghfirah ve Mahmudi (2018) ise bu yaklaşıma ek olarak, sayı duygusunun yalnızca bireysel bir yetenek olmadığını, aynı zamanda öğrenme deneyimi ve çevresel etkilere bağlı olarak geliştirilebileceğini vurgular. Bu bağlamda, Howden’in vurguladığı esneklik ve yaratıcı problem çözme, Harç ve Kayhan Altay’ın esnek kullanım ve strateji geliştirme tanımlarıyla örtüşmektedir, Maghfirah ve Mahmudi ise bu yetinin gelişimsel ve çevresel boyutunu ekleyerek sayı duygusunu tanımlamıştır.

Sayı duygusunun bir diğer boyutu, nicelikleri anlama ve makul tahminler üretme becerisidir. Hope (1989), sayı duygusunu sayılara dair bir duygu ve aritmetik hataları tespit etme, örüntüleri tanıma gibi becerilerle ilişkilendirir. Sowder ve Schappelle (1989) ise bunu daha kapsamlı bir çerçevede ele alarak, yaklaşık sonuç üretme, niceliksel durumları anlama ve kesirli/ondalık gösterimleri kavrama gibi çok boyutlu becerileri tanımına dahil eder. Greeno (1991) ve Nickerson ve Whitacre (2010) da benzer şekilde, tahmini hesaplamalar ve sonuçların makullüğünü değerlendirme gibi becerileri ön plana çıkarır. Bu tanımlar arasındaki ortak nokta, sayı duygusunun öğrencilerin nicelikleri mantıklı şekilde değerlendirmesine ve problem çözmede akıl yürütmesine temel oluşturmasıdır. Farklılıklar ise, Sowder ve Schappelle’in tanımının daha kapsamlı ve çok boyutlu olması; Hope, Greeno ve Nickerson ve Whitacre’in ise özellikle bireysel hesaplama ve tahmin süreçlerine vurgu yapmasıdır.

Sayı duyusunun kavramsal ve uygulama boyutu da literatürde vurgulanmaktadır. McIntosh, Reys ve Reys (1992) sayı duyusunu, bireyin sayılarla ilgili temel kavrayışını matematiksel yargılarda bulunma ve strateji geliştirme süreçlerinde esnek ve etkili biçimde kullanabilme yetisi olarak tanımlar. Case (1998) ve Gersten ve Chard (1999) ise benzer biçimde, öğrencilerin gerçek yaşam nicelikleri ile sayısal ifadeler arasında bağlantı kurabilmesi, sayısal işlemleri gerçekleştirmek için kendi yöntemlerini geliştirebilmesi ve aynı sayıyı farklı bağlamlarda temsil edebilmesi yetilerini vurgular. Bu tanımların ortak noktası, sayı duyusunun hem kavramsal hem de uygulamada esnek bir yeti olduğunu göstermesidir. McIntosh, sayı duyusunu kavrayış ve strateji geliştirme boyutunda ele alırken, Case daha çok uygulamada gözlemlenebilir esneklik ve sayısal durumlarla etkileşim üzerine odaklanmaktadır.

Olkun ve Toluk Uçar (2007), Nickerson ve Whitacre (2010) sayı duyusunu, sayılar ve çevresiyle olan ilişkileri kavrama, parça-bütün, azlık-çokluk ilişkilerini anlama ve nicelikler hakkında doğru öngörüler geliştirme olarak tanımlar. Bu tanımlar, sayı duyusunun hem kavramsal anlamda bir yetkinlik hem de problem çözmede doğrudan uygulanabilir bir beceri olduğunu ortaya koyar. Harç (2010) ve Kayhan Altay (2010) ise benzer şekilde, sayıların anlamını derinlemesine kavrama, farklı yorumlar geliştirme ve zihinsel stratejiler kullanma yetilerini ekleyerek, sayı duyusunun öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde merkezi bir rol oynadığını vurgular.

Bu tanımlardan yola çıkarak sayı duyusu, bireyin sayısal bilgiyi anlamlandırma, sayılar arasındaki ilişkileri sezgisel ve analitik düzeyde değerlendirme, farklı bağlamlarda uygun stratejiler geliştirme ve sayısal düşünmeyi günlük yaşam durumlarına transfer edebilme yeterliliğidir denilebilmektedir.

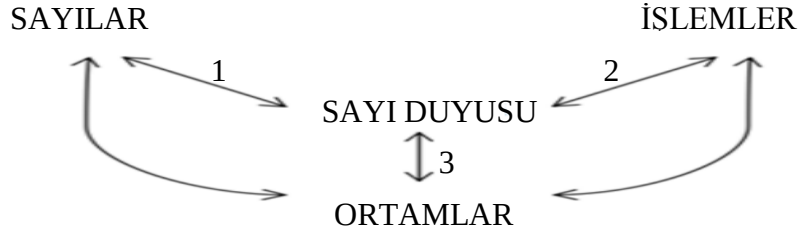
2.2. Sayı Duyusu Bileşenleri

Tıpkı sayı duyusunun tanımlanmasında olduğu gibi sayı duyusu bileşenleri hususunda da araştırmacılar arasında tam bir uzlaşma yoktur. Bazı temel bileşenler aynı olsa da genel olarak farklılıklar mevcuttur.

2.2.1. McIntosh, Reys ve Reys'e (1992) göre sayı duyusu bileşenleri

McIntosh, Reys ve Reys'in (1992) sayı duyusu bileşenlerini üç ana kategoride ele almış ve bu kategorileri de kendi içerisinde bölümlere ayırmıştır. Bu kategoriler sayılara

ilişkin bilgi ve beceri, işlemlere ilişkin bilgi ve beceri, sayılara ve işlemlere ilişkin bilgi ve becerilerin ortamlara uyarlanmasıdır. Bu ana bileşenler karşılıklı olarak etkileşim içerisindedir.



Şekil 2.1. Sayı duyusu ve bileşenleri arasındaki ilişki (McIntosh, Reys ve Reys, 1992)

Sayılar bileşeni, sayıların büyüklüğü, yapısı ve ilişkileri hakkındaki bilgi ve becerileri içerirken işlemler bileşeni, işlemlerin anlamı, işlem sonuçlarının tahmini ve işlemler arası ilişkileri kapsar. Ortamlar bileşeni ise, sayı ve işlemlere ilişkin bilgi ve becerilerin gerçek yaşam durumlarına uyarlanmasını ifade eder.

Tablo 2.1. McIntosh, Reys ve Reys (1992) tarafından yapılan sınıflama

Sayılara ilişkin bilgi ve beceri	1.1 Sayıların sıra düzeni duygusu	1.1.1 Değer yeri 1.1.2 Sayı türleri arasındaki ilişki 1.1.3 Sayı türleri içinde ve arasında sıralama
	1.2 Sayıların çoklu gösterimleri	1.2.1. Grafiksel/sembolik 1.2.2 Eşdeğer sayısal formlar (ayırışma ve birleşme) 1.2.3 Kıyaslamalarla karşılaştırma
	1.3 Sayıların göreceli ve mutlak büyüklük duygusu	1.3.1 Fiziksel referansla karşılaştırma 1.3.2 Matematiksel referansla karşılaştırma
	1.4 Kıyaslama sistemleri	1.4.1 Matematiksel 1.4.2 Kişisel
İşlemlere ilişkin bilgi ve beceri	2.1 İşlemlerin etkisini anlamak	2.1.1 Doğal sayılarla işlem 2.1.2 Kesirler ve ondalık sayılarla işlem
	2.2 Matematiksel özellikleri anlamak	2.2.1 Değişme özelliği 2.2.2 Birleşme özelliği 2.2.3 Dağılma özelliği 2.2.4 Birim eleman 2.2.5 Ters eleman özelliği
	2.3 İşlemler arasındaki ilişkiyi anlamak	2.3.1 Toplama/Çarpma 2.3.2 Çıkarma/Bölme 2.3.3 Toplama/Çıkarma 2.3.4 Çarpma /Bölme
Sayılara ve işlemlere ilişkin bilgi ve becerilerin hesaplama ortamlarına uygulanması	3.1 Problem durumu ve gerekli hesaplamalar arasındaki ilişkiyi anlama	3.1.1 Verileri kesin veya yaklaşık olarak tanımlar. 3.1.2 Çözümlerin kesin veya yaklaşık olabileceği bilincindedir.
	3.2 Birden fazla stratejinin mevcut olduğunun farkına varma	3.2.1 Strateji oluşturma ve icat etme yeteneği 3.2.2 Farklı stratejiler uygulama yeteneği 3.2.3 Etkili bir strateji seçebilme yeteneği
	3.3 Etkili bir temsil ve/veya yöntem kullanma eğilimi	3.3.1 Çeşitli yöntemler (zihinsel, hesaplamalı, kâğıt/kalem) 3.3.2 Etkili sayıları seçme becerisi
	3.4 Verileri ve sonuçları önsezi açısından inceleme eğilimi	3.4.1 Verilerin makullüğünü tanıma 3.4.2 Hesaplamanın makullüğünü tanıma

2.2.2. Greeno'ya (1991) göre sayı duyusu bileşenleri

Greeno (1991) sayı duyusunu üç temel bileşene ayırmıştır. Bunlar zihinden işlem, işlemsel tahmin ve nicel yargılamadır.

- **Zihinden işlem:** Sayı duyusunun bir yönünü oluşturan bu kabiliyet, zihinsel işlemler sırasında sayıların yeniden gruplandırılmasını mümkün kılan eşitlik ilişkilerinin farkında olunmasını kapsamaktadır. Örneğin; 21×5 işlemini hesaplarken 20×5 'in 100, 1×5 'in 5 ve ikisinin toplamından 105 olduğunu hesaplayabilir.
- **İşlemsel tahmin:** Verilen bir işlemde sonucun hangi sayılar arasında olduğunu fark edebilir. Örneğin; $100:20$ işleminin sonucuna dayanarak $100:21$ işleminin sonucun 5'ten küçük bir sayı olacağını tahmin etmelidir.
- **Nicel yargılama:** Bu beceri, sayısal bir niceliğe ilişkin analitik çıkarımlar yapma ve bu niceliği değerlendirme yeteneğini kapsamaktadır. Örneğin; oturduğunuz apartmanın boyu kaç metredir? Öğrenci bu soruya kendi boyundan yola çıkarak ve kat sayısını düşünerek en makul cevabı verebilmelidir.

2.2.3. Yang, Li ve Li'ye (2008) göre sayı duyusu bileşenleri

Yang, Li ve Li (2008)' ye göre sayı duyusu bileşenleri 5 kategoriye ayrılmaktadır.

- **Sayıların ve işlemlerin anlamlarını anlama:** Bu, basamak değeri, sayı kalıpları ve sayıları temsil etmek için çoklu yolların kullanımı da dâhil olmak üzere on tabanlı sayı sisteminin (tam sayılar, kesirler ve ondalık sayılar) anlaşılması anlamına gelir. Örneğin; bir öğrenci, " $8 + 5$ " işlemini yaparken 5'i 2 ve 3 olarak parçalayarak önce 8'e 2 ekleyip 10'u bulur, sonra kalan 3'ü ekleyerek sonucun 13 olduğunu zihinden hesaplar.
- **Göreceli sayı boyutunun tanınması:** Sayıların büyüklüklerini sadece mutlak değerleriyle değil, içinde bulundukları bağlam ve diğer sayılarla olan münasebetleri üzerinden değerlendirme becerisidir. Mesela, bir öğrenci, 1.800.000 ile 18.000 sayıları arasındaki farkı yorumlarken, "1.800.000 sayısı 18.000'in 100 katıdır" diyerek aralarındaki göreceli büyüklüğü açıklar. Ayrıca, "Bir şehirde 1.200.000 kişi yaşaması büyük bir nüfus iken, bir kasaba için 12.000 oldukça normal bir sayıdır" şeklinde bağlamsal değerlendirme yapar.

- **Sayıları oluşturabilme ve ayrıştırabilme:** Bireyin sayıları farklı parçalara ayırarak ya da farklı parçaları birleştirerek yeniden yapılandırabilmesini ifade eder. Örneğin; kantinden alışveriş yapacak olan bir öğrencinin elindeki 25 lira ile 12 liralık kek ve 13 liralık meyve suyu alabileceğini veya 9 liralık çikolata ile 16 liralık limonatayı alabileceğini hesaplayabilmesidir.
- **İşlemlerin sayılar üzerindeki göreceli etkisini tanıma:** Bireyin dört temel işlemin sonuçları nasıl etkilediğini fark edebilmesi anlamına gelir. Örneğin; bir kişi, 100 TL'lik bir alışveriş yaptı. Eğer bu kişi, alışverişin üzerine %10 indirim alırsa, indirimin etkisi şu şekilde olur: $100 \text{ TL'nin } \%10'u = 10 \text{ TL}$ (İndirim miktarı) Bu durumda 100 TL'lik bir alışverişin üzerine 10 TL'lik indirim yapılır ve ödeme 90 TL olur. Aynı kişi 1000 TL'lik bir alışveriş yaparsa ve yine aynı oranda %10 indirim alırsa: $1000 \text{ TL'nin } \%10'u = 100 \text{ TL}$ (İndirim miktarı). Bu durumda, 1000 TL'lik alışverişin üzerine 100 TL'lik indirim yapılır ve ödeme 900 TL olur. Yani %10'luk indirim oranı her iki durumda da aynı olmasına rağmen, indirim miktarının büyüklüğü, alışverişin başlangıç fiyatına göre farklılık gösterir.
- **Hesaplamalı sonuçların makul olup olmadığına karar verme:** Yapılan matematiksel işlemlerin ve elde edilen sonuçların mantıklı ve gerçekçi olup olmadığını değerlendirme yeteneğini ifade eder. Bir öğrenci, bir yolculuk sırasında 120 kilometreyi 2 saatte alacağını düşünüyor. Öğrenci, $120 \text{ km} / 2 \text{ saat} = 60 \text{ km/saat}$ hızla gitmeyi hesaplıyor. Bu durumda öğrenci 60 km/saat hızla gitmeyi bekliyor. Ancak, öğrencinin yaşadığı bölgedeki trafik koşulları, yol durumları ve genellikle izin verilen hız limitleri göz önüne alındığında, bu hızın gerçekçi olmadığı anlaşılabılır. Öğrenci, 60 km/saat hızın makul olup olmadığını sorgular ve belki de daha düşük bir hızda seyahat etmenin daha olası olduğunu fark eder.

2.2.4. Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh ve Yang (1999)'a göre sayı duyusu bileşenleri

Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh ve Yang yaptıkları çalışmada, 8-14 yaş arası öğrencilerin sayı duyusu yeterlilikleri dört ülkede incelenmiş ve literatüre dayalı olarak sayı duyusu bileşenlerine ilişkin farklı bir sınıflandırma kullanılmıştır. Bu bileşenler ve örnekleri tablo 2.2'de sunulmuştur.

Tablo 2.2. *Reys, Reys, Emanuelsson, Johansson, McIntosh ve Yang (1999)'a göre sayı duyusu bileşenleri*

Sayı duyusu bileşenleri	Örnekler
Sayı anlamını ve büyüklüğünü anlama	$\frac{2}{5}$ ile $\frac{1}{2}$ büyüklüklerini nasıl kıyaslırsınız? Nasıl yorumlırsınız?
Sayının eşdeğer gösterimlerini fark etme ve kullanma	$\frac{2}{5}$ 'i temsil eden farklı yollar gösteriniz.
İşlemlerin anlamlarını ve etkisini anlama	$7500 \div 0,98$,750'den büyük mü yoksa küçük mü? Nasıl yorumlırsınız?
Eşdeğer ifadelerin anlaşılması ve kullanılması	$70 \div 0,5$ ile 70×2 birbirine eşit midir? Nasıl biliyorsunuz?
Zihinden işlem, yazılı işlem ve hesap makinesi kullanımı için sayma esnek işlem stratejileri	Sayılar ve işlemler bilginizi kullanarak 6×98 işlemini zihinden yapabilir misiniz?
Ölçüm referansları	Büyük bir objenin yüksekliğini nasıl tahmin edersiniz? Bir ölçüm referansı ya da dayanak noktası kullanır mısınız?

2.2.5. Berch (2005)'e göre sayı duyusu bileşenleri

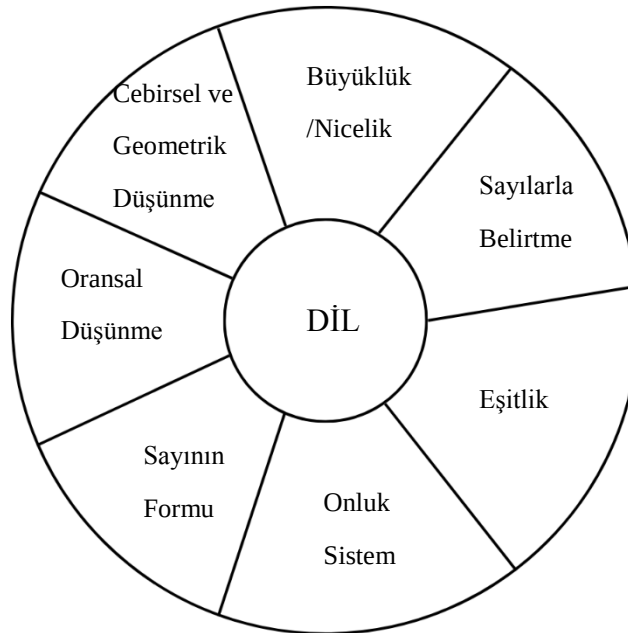
Sayı duyusu, doğrudan bilgi olmadan nesnelerdeki değişiklikleri fark etme yeteneğinden başlayarak, sayılar ve aritmetik hakkında temel sezgiler ve anlayışlar içerir. Bu yetenek, yaklaşık hesaplama, nicel değer karşılaştırması yapabilme, sayıları zihinsel olarak parçalama ve karmaşık problemlere uygun stratejiler geliştirme gibi çeşitli bilişsel becerileri kapsar. Ayrıca, 10 tabanlı sayı sistemini ve aritmetik işlemler arasındaki ilişkileri anlamayı, sayılarla esneklik ve akıcılıkla çalışmayı ve sayıların farklı bağlamlarda çoklu gösterimlerini kullanabilmeyi içerir. Sayı duyusu, niceliklerin gerçek dünya ile matematiksel ifadeler arasında köprü kurmasını sağlar, sayısal işlemler için özgün prosedürler geliştirmeye ve kesin hesaplama yapmadan sayısal durumları mantıklı biçimde

değerlendirmeye olanak tanır. Bu kavram, sayıların algoritmik olmayan bir biçimde hissedilmesi, kavramsal ağların kurulması, matematiksel ilişkilerin içselleştirilmesi ve zihinsel sayı doğrusu gibi yapılarla desteklenir. Buna göre Berch sayı duyusunu şu bileşenlere ayırır;

- Sezgi ve tanıma
- Farkındalık ve kavramsal anlayış
- Bilgi ve bilişsel beceriler
- Zihinsel hesaplama ve problem çözme

2.2.6. Cain, Doggett, Faulkner ve Hale (2007)'e göre sayı duyusu bileşenleri

Araştırmacılar, öğretmenlerin öğretimini desteklemek amacıyla sayı duyusuna yönelik, bileşenleri betimleyen bir model geliştirmiştir. Bu modelin hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin sayı duyusu kabiliyetlerinin artırılmasına katkı sağlayacağı öngörülmektedir. Sayı duyusunu yedi bileşene ayırmışlardır. Bu bileşenler; büyüklük/nicelik, sayılarla belirtme, eşitlik, onluk sistem, sayının formu, oransal düşünme, cebirsel ve geometrik düşünme.



Şekil 2.2. Cain, Doggett, Faulkner ve Hale (2007) 'ye göre sayı duyusu bileşenleri

Faulkner, sayı duyusunu daha anlaşılır kılmak amacıyla $\frac{3}{4}$ kesrini modele uyarlayarak örneklerle açıklık getirmiştir.

Tablo 2.3. *Faulkner'a göre $\frac{3}{4}$ kesrinin modele uyarlanması*

Bileşen	Örnek
Büyüklik/Nicelik	Sayı doğrusundaki yeri
Sayılarla belirtme	Pay ve payda
Eşitlik	$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
Onluk sistem	Ondalık sayılar özel kesirlerdir
Sayının formu	$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = 0,75 = \%75$
Oransal düşünme	Her 4 için bir 3
Cebirsel ve geometrik düşünme	Eğim/Kenarların oranı

2.2.7. Lago ve DiPerna (2010)'ya göre sayı duyusu bileşenleri

Okul öncesi dönemde çocukların geliştirdiği sayı duyusu, bilişsel gelişim düzeyleri ve deneyimledikleri matematiksel ortamlar doğrultusunda, ileri yaş gruplarındaki çocuklardan belirgin şekilde farklılık göstermektedir. Bu farklılıklar, sayı duyusunun erken çocukluk dönemindeki yapısal özelliklerinin daha ayrıntılı incelenmesini gerekli kılmaktadır. Bu bağlamda, Lago ve DiPerna (2010), okul öncesi çocukların sahip olduğu sayı duyusu becerilerinin yapısal bileşenlerini tanımlamak ve bunları ölçülebilir hale getirmek amacıyla kendine özgü bir değerlendirme aracı tasarlamıştır. Söz konusu değerlendirme aracı, erken çocukluk dönemindeki sayı duyusunun daha iyi anlaşılması ve desteklenmesi açısından literatüre önemli bir katkı sağlamaktadır.

Tablo 2.4. *Lago ve DiPerna (2010) 'ya göre sayı duyusu bileşenleri*

Boyut 1	Görevler
1.Sesli sayma	1'den başlayarak sesli sayma
2.Kavramları ölçme	Temel şekilleri kullanarak temel ölçüm kavramlarını (daha uzun, kısa, yüksek) belirleme

Tablo 2.4. *(Devam) Lago ve DiPerna (2010) 'ya göre sayı duyusu bileşenleri*

3.Sözel olmayan hesaplama	Çubuklarla sonucu 10'u geçmeyen işlemler yapma
4. Sayı belirleme	1 ile 30 arasındaki sayıları göstererek bu sayıları tanıma
5.Niceliği fark etme	0 ile 20 arasında sayıların olduğu iki kutudan büyük olanı sorma

2.2.8. NCTM (Uluslararası Matematik Öğretmenleri Konseyi (1989)' ye göre sayı duyusu bileşenleri

NCTM sayı duyusunu literatüre kazandıran ilk matematik örgütüdür. Bu konsey sayı duyusunu beş ana başlıkta bileşenlerine ayırmıştır.

- **Sayıların Anlamını Kavrama:** Sayıların temsil ettiği nicelikleri ve bağlamlarını anlar
- **Sayılar Arasında Çoklu İlişki Kurma:** Sayılar arasındaki çoklu ve mantıksal ilişkileri tanımlar ve kullanabilir.
- **Göreceli Büyüklükleri Değerlendirme:** Sayıların birbirine göre büyüklüklerini sezgisel ve analitik biçimde karşılaştırabilir.
- **İşlemlerin Etkisini Anlama:** Aritmetik işlemlerin sayılar üzerindeki göreceli etkilerini analiz edebilir.
- **Referans Noktaları Geliştirme:** Günlük yaşamda nesne ve durumlara ilişkin ölçümler için uygun referanslar kullanabilir.

2.3. Matematiksel Düşünme Kavramı

Matematiksel düşünme kavramını tanımlamadan önce matematiğin anlaşılması gerekir. Matematik, farklı araştırmacı ve kurumlar tarafından çeşitli bakış açılarıyla tanımlanmıştır.

Yıldırım'a (1996) göre matematik, bazı kişiler tarafından kuralları belirli bir zekâ oyunu veya yapılandırılmış bir sistem olarak görülürken; bazıları için sayı türünden soyut nesneleri inceleyen bir bilim dalıdır. Bu tanım, matematiğin hem soyut bir düşünme süreci hem de kurallara dayalı bir yapı olarak değerlendirilebileceğini göstermektedir. Benzer şekilde, TDK (1983, 2014) matematiği, biçim, sayı ve çoklukların özelliklerini mantık yoluyla inceleyen ve aralarındaki ilişkileri ortaya koyan bilim dalları olarak tanımlamış; aritmetik, cebir ve geometri gibi alt dallara ayırarak matematiğin sistematik ve disiplinler arası doğasını vurgulamıştır.

Einstein'a göre matematik ise aklın ve zekânın kendisi olarak görülmekte, matematiğin bireysel düşünme ve zihinsel yetkinlikle doğrudan ilişkili olduğuna işaret etmektedir (Nasibov ve Kaçar, 2005). Cahit Arf (1991) ise matematiği bir meslek dalı değil, bir yaşam tarzı olarak ele almış ve matematiğin keşfederek öğrenilmesi gerektiğini, sabır ve anlayışla kavranmasının önemini vurgulamıştır. Güncel bir perspektiften bakıldığında ise Pesen (2020), matematiği sayı kavramı ve hesaplama teknikleri aracılığıyla akıl yürütme ve problem çözme süreci olarak tanımlamakta; stratejilerle verileri analiz, organize ve sentezleme becerilerini ön plana çıkarmaktadır.

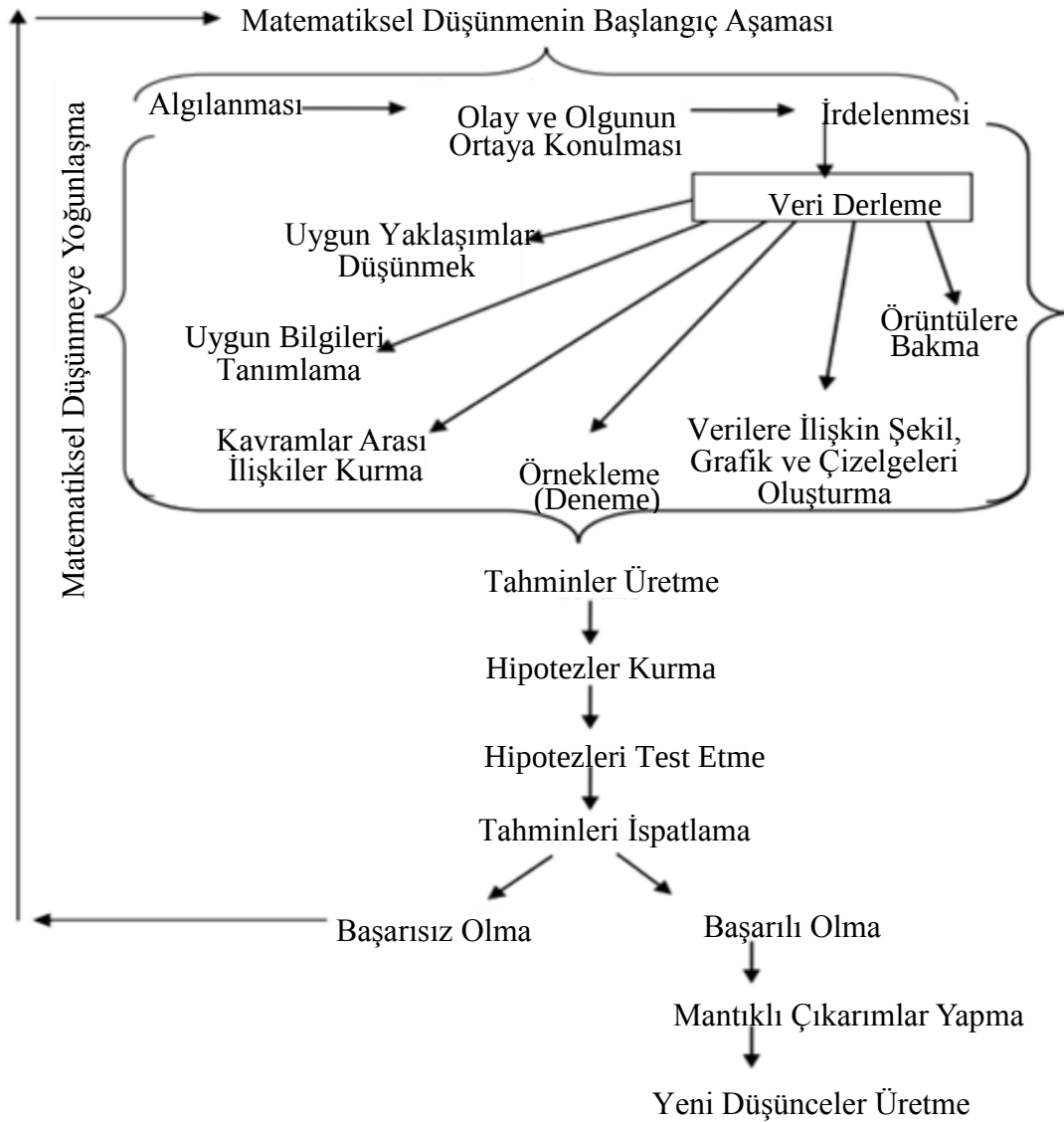
Tanımlar incelendiğinde, ortak olarak matematiğin düşünme, akıl yürütme ve problem çözme süreçleriyle yakından ilişkili olduğu görülmektedir. Farklı olarak ise, TDK (1983, 2014) ve Yıldırım (1996) matematiğin bilimsel ve sistematik yönüne, Arf (1991) ve Einstein zihinsel, felsefi ve yaratıcı yönüne ağırlık vermektedir. Pesen'in (2020) yaklaşımı ise matematiği hem soyut bir düşünme biçimi hem de günlük yaşam becerileriyle bütünleşen bir süreç olarak ele alması bakımından bütünleştirici bir perspektif sunmaktadır.

Matematiksel düşünme, araştırmacılar tarafından çok boyutlu ve dinamik bir süreç olarak ele alınmıştır. Alkan ve Bukova Güzel (2005), matematiksel düşünmeyi duyuusal verilerle başlayan ve soyutlama, hipotez kurma ile test etme aşamalarından geçerek anlamlı ve uygulanabilir bir ürüne ulaşan aktif bir süreç olarak tanımlarken, Tall (1995) bu süreci çevredeki nesneleri anlamlandırma ve nesneler arasındaki ilişkileri fark etme ile başlatır; algı-düşünce-eylem sıralaması ile gelişen süreç, bireyin bilgiyi işleyerek anlamlı çıktılar üretmesini sağlar. Mason, Stacey ve Burton (1985) da benzer bir şekilde matematiksel

düşünmeyi, bireyin kendini tanımasını, bilgiyi bütüncül değerlendirmesini ve karşılaştığı durumları sorgulayıcı bir tutumla analiz etmesini sağlayan bir düşünme metodu olarak ifade eder.

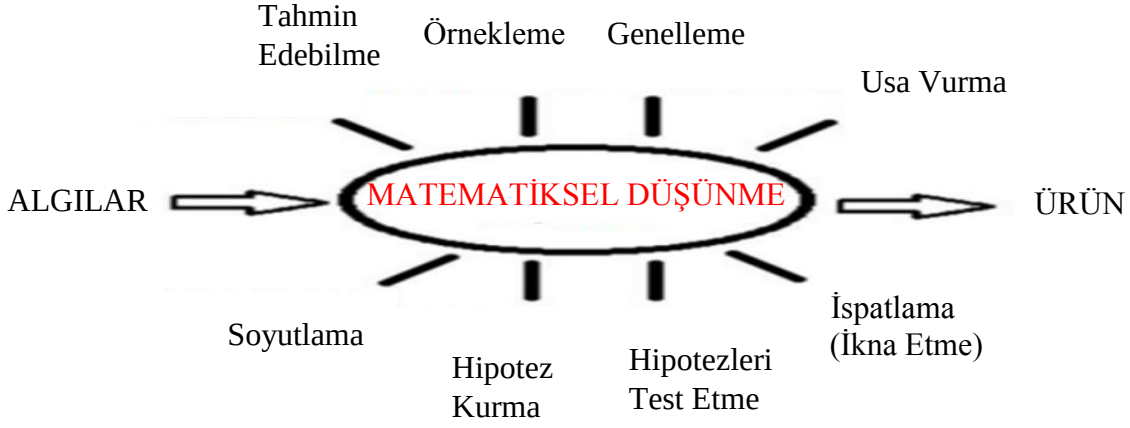
Yıldırım (1988) matematiksel düşünmeyi problem çözme sürecinin aşamaları bağlamında açıklarken, Burton (1984) daha çok matematiksel olarak kabul gören işlemler ve etkileşimler sonucunda şekillenen bir düşünme biçimini vurgular. Schoenfeld (2016) ise matematiksel algı, anlamlandırma, matematikleştirme ve soyutlama süreçlerine değer verilmesini öne çıkarır. Bu tanımların ortak noktası, matematiksel düşünmenin problem çözme, soyutlama, analiz ve anlamlandırma süreçlerini içeren çok yönlü ve bilişsel olarak etkin bir süreç olarak görülmesidir.

Öte yandan, Umay (1996) matematiksel düşünmenin temelinde kesinlik ve doğruluk bulunduğunu, sosyal olaylara uygulanırken dikkatli olunması gerektiğini belirtirken, Blitzler (2003) bu yetilerin yalnızca matematikçilerin değil, tüm bireylerin yaşamları boyunca farkında olmadan kullanabileceği evrensel ve işlevsel beceriler olduğunu ifade eder. Bu çerçevede, matematiksel düşünme hem aşamalı ve yapılandırılmış bir süreç hem matematiksel içerik ve uygulama ile ilgili bir yeti hem de günlük yaşam ve farklı mesleklerde kullanılabilen çok boyutlu bir kavram olarak değerlendirilmektedir.



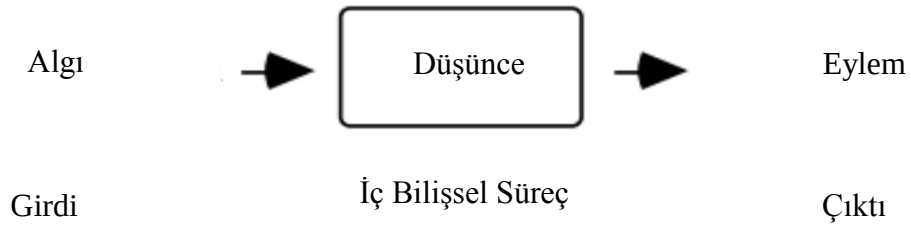
Şekil 2.3. Matematiksel düşünmenin oluşma süreci (Alkan ve Bukova Güzel, 2005)

Bu şema, matematiksel düşünmenin olay veya olgunun algılanmasıyla başlayan ve yeni düşünce üretimine kadar uzanan dinamik bir süreç olduğunu göstermektedir. Süreç; veri derleme, örüntüleri inceleme, grafik oluşturma, kavramlar arası ilişki kurma gibi bilişsel etkinliklerle ilerler. Elde edilen veriler doğrultusunda tahminler yapılır, hipotezler kurulur ve test edilir. Bu hipotezlerin ispatlanması sonucunda birey ya mantıklı çıkarımlara ulaşarak yeni düşünceler üretir ya da başarısızlık durumunda süreci yeniden değerlendirerek farklı yaklaşımlar geliştirir. Bu yönüyle matematiksel düşünme, yapılandırılmış, geri bildirim temelli ve sürekli gelişen bir düşünme biçimidir. (Alkan ve Bukova Güzel, 2005).



Şekil 2.4. Matematiksel düşünmenin işleyiş yapısı (Alkan ve Bukova Güzel, 2005)

Alkan ve Bukova Güzel'e (2005) göre bu şema, matematiksel düşünmenin aktif ve çok yönlü bir süreç olduğunu vurgular. Duyusal verilerle başlayan süreç, soyutlama, hipotez kurma ve test etme gibi bilişsel becerilerle gelişir; sonunda ise anlamlı ve uygulanabilir bir ürünle sonuçlanır. Bu yapı, özellikle eğitim bağlamında matematiksel düşünmenin nasıl desteklenebileceği konusunda öğretmenlere ve araştırmacılara yol gösterici olabilir. (Alkan ve Bukova Güzel, 2005).



Şekil 2.5. Matematiksel düşünmenin oluşum süreci (Tall, 1995)

Tall yukarıdaki şemada hem genel öğrenme sürecinin hem de matematiksel düşünmenin temelini oluşturmuştur. Algı → düşünce → eylem sıralaması, bireyin çevresine nasıl tepki verdiğini ve bilgiyi nasıl işleyerek bir ürüne dönüştürdüğünü açıkça gösterir. Özellikle eğitimde, öğrencilerin yalnızca bilgiye maruz kalmalarının değil, o bilgiyi işleyerek anlamlı çıktılar üretmelerinin önemi vurgulanır (Tall, 1995).

Blitzer (2003) matematiksel düşünmenin sistematik problem çözme, mantıksal akıl yürütme ve anlamlı genellemelere ulaşma gibi temel yetkinlikleri içerdiğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, yalnızca doğru sonuca ulaşmak değil, ulaşılan bilgilerin açık, tutarlı ve ikna edici bir biçimde sunulmasını da sürecin önemli bir bileşeni olarak değerlendirmektedir.

Matematiksel düşünmeyi diğer düşünme biçimlerinden ayıran en temel özellik, bireyin daha önce edinmiş olduğu matematiksel bilgi ve kavramları kullanarak soyutlama yapması, tahminlerde bulunması, genellemelere ulaşması, hipotezler kurup bunları test etmesi, akıl yürütmesi, ispatlaması ve betimlemeler yoluyla yeni bilgi ya da kavramlara ulaşabilmesidir. Bu sürecin devamında, ulaştığı bilgi ya da kavramı hem olumlu hem de olumsuz örneklerle açıklayabilmesi beklenmektedir (Alkan ve Bukova Güzel, 2005).

Matematiksel düşünmeye ilişkin yapılan tanımlar incelendiğinde, bu düşünme biçiminin temelde bir süreç olduğunun ortak bir vurgu olarak öne çıktığı görülmektedir. Bu sürecin, belirli bir yöntemsel çerçevede ilerlediği; akıl yürütme, problem çözme ve sistematik düşünme gibi bilişsel beceriler aracılığıyla çözüme ulaşmayı hedeflediği anlaşılmaktadır. Matematiksel düşünme; öğrencilerin öğrendikleri bir bilgiyi sorgulayarak, o bilgiyi yorumlayıp belli bir mantık çerçevesine oturtması ve akıl yürütme becerisi olarak kabul edilmektedir. Matematiksel düşünme öğrenciyi ezber bilgilerden uzaklaştırmakta, problem çözme sürecinde matematiksel süreçlerin doğrudan veya dolaylı olarak kullanmasını sağlamaktadır.

2.4. Matematiksel Düşünme Aşamaları

Araştırmacılar, matematiksel düşünmenin bileşenlerini farklı biçimlerde ifade etmiş olsalar da çeşitli çalışmaların ortak noktaları dikkat çekicidir. Liu Po Hung (2003), matematiksel düşünmenin tahmin etme, tümevarım ve tümdengelim yapma, betimleme, genelleme, örnekleme, biçimsel ve biçimsel olmayan akıl yürütme ile doğrulama gibi süreçlerden oluştuğunu belirtirken, Tall (2002) soyutlama, sentezleme, genelleme, modelleme ve ispat etme gibi temel bileşenleri vurgulamaktadır. Stacey, Burton ve Mason

(1985) ise özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme aşamalarını öne çıkarmıştır. Burton (1999) ise farklı düşünme tarzlarını görsel, analist ve kavramsal eğilimler üzerinden sınıflandırmıştır. Bu farklı yaklaşımlar incelendiğinde, çoğu araştırmada özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve doğrulama (ispatlama) gibi üst düzey bilişsel süreçlerin matematiksel düşünmenin ortak temel bileşenleri olduğu görülmektedir.

2.4.1. Özelleştirme

Bu aşama, bireyin karşılaştığı genel bir matematiksel problemi ya da durumu daha iyi kavrayabilmek amacıyla, o problemle ilgili somut ve özel örnekler üretmesini kapsar. Özelleştirme sürecinde birey soyut ifadeleri somutlaştırarak, problemdeki değişkenlerin belirli değerlerini dener. Böylece genel yapının nasıl işlediğini gözlemlemeye çalışır, problem yapısının iç mantığına dair sezgisel bir anlayış geliştirir ve sonraki aşamalarda yapacağı genellemeler için bir temel oluşturur (Mason, Burton, Stacey, 1985).

Örneğin; “Bir doğal sayının karesi ile aynı sayının toplamı her zaman bir çift doğal sayıdır.” Önermesinin doğruluğunu araştıran bir öğrenci aşağıdaki gibi bazı özel sayılarla önermenin hükmünü test edebilir.

- $n = 1$ ise $n^2 + n = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2 \rightarrow$ çift
- $n = 2$ ise $n^2 + n = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \rightarrow$ çift
- $n = 3$ ise $n^2 + n = 3^2 + 3 = 12 \rightarrow$ çift
- $n = 4$ ise $n^2 + n = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20 \rightarrow$ çift

2.4.2. Genelleme

Bu aşamada birey, özelleştirme sürecinde elde ettiği somut örnekler üzerinde yaptığı gözlemlerden yola çıkarak, bu örneklerde ortaya çıkan yapının yalnızca belirli durumlara mı özgü olduğunu, yoksa daha genel bir durumu mu temsil ettiğini sorgular. Yani, özel durumlarda gözlemlenen düzenliliklerin veya ilişkilerin, benzer türdeki tüm durumlar için de geçerli olup olmayacağına dair çıkarımlarda bulunur. Bu süreçte birey, örneklerin ötesine geçerek daha kapsayıcı, genel matematiksel ifadeler veya önermeler oluşturur. Bu tür genellemeler, matematiksel düşünmenin soyutlama yönünü ortaya koyar ve bir sonraki aşama olan doğrulama süreci için temel oluşturur (Tall, 2002).

Özelleştirme basamağındaki örneklerin her birinde sonucun çift sayı olduğu görülür. Bu örüntüyü fark eden öğrenci şu sonuca ulaşır: “Bir doğal sayının karesi ile kendisinin

toplamı her zaman çift bir sayıdır.” Bu çıkarım, özel durumlara dayanarak yapılan bir genellemedir.

2.4.3. Varsayımda Bulunma

Birey, özel durumlara indirgeme yaparken ve genelleştirirken edinilen gözlemler ve sezgisel çıkarımlar doğrultusunda, henüz doğruluğu kanıtlanmamış olan matematiksel ifadeler ya da önermeler geliştirir. Bu aşamada bireyin düşünme süreci, büyük ölçüde sezgiye ve örüntü tanıma becerilerine dayanır. Edinilen bulgulara dair geçici kabul niteliği taşıyan bu önermeler, matematiksel bir hipotez olarak değerlendirilir. Ancak bu hipotezler henüz doğrulama sürecinden geçmemiştir; dolayısıyla matematiksel bir kesinlik taşımazlar. Varsayımda bulunma aşaması, bireyin yaratıcı düşünme becerilerini devreye sokarak problemle ilgili yeni olasılıkları keşfetmesini sağlar ve bu yönüyle matematiksel düşünmenin ilerleyen aşamaları için önemli bir temel oluşturur (Mason, Burton, Stacey, 1985; Tall, 2002). Örneğe devam edecek olursak;

Öğrenci veya birey, birkaç farklı doğal sayıyı test ederek bir örüntü fark etmeye başlar:

- $n = 1$ ise $1^2 + 1 = 1 + 1 = 2 \rightarrow$ çift
- $n = 2$ ise $2^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \rightarrow$ çift
- $n = 3$ ise $3^2 + 3 = 12 \rightarrow$ çift
- $n = 4$ ise $4^2 + 4 = 16 + 4 = 20 \rightarrow$ çift

Bu örneklerden sonra, öğrenci şu geçici varsayımı oluşturur:

"Bir doğal sayının karesi ile kendisinin toplamı her zaman çift bir sayıdır."

Bu aşamada, öğrenci henüz herhangi bir kanıt sunmaz; yalnızca gözlem ve sezgisel çıkarım temelli bir hipotez geliştirebilir. Öğrenci, belirli örneklerde gözlemlenen örüntünün geçerli olup olmadığını merak eder, ancak bu varsayımın doğru olup olmadığı hakkında kesin bir sonuç söylemek için daha fazla inceleme yapması gerekir.

2.4.4. Doğrulama (İspatlama-İkna Etme)

Bu aşamada, birey, elde ettiği sonuçları mantıklı bir biçimde sunarak, başkalarının da kabul edebileceği şekilde gerekçelendirir. Sonuçların açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmesi, bu sonuçların dayandığı mantıksal temellerin ve hesaplamaların doğru açıklanması önemlidir.

Birey, sadece bulgularını paylaşmakla kalmaz, aynı zamanda bu bulguların neden geçerli olduğunu ve hangi mantık zincirine dayandığını detaylı bir şekilde izah eder. Bu

süreç, bireyin, düşüncelerini ikna edici bir biçimde ifade etmesini ve başkalarına bu düşüncelerini kabul ettirmesini sağlamak amacıyla yapılan bir açıklama ve savunma sürecidir. Sonuç olarak, birey, matematiksel düşüncelerini yalnızca içsel bir doğruluk olarak değil, başkalarına ikna edici ve mantıklı bir biçimde sunabilmelidir (Mason, Burton, Stacey, 1985; Tall, 2002; Blitzer, 2003).

Son aşamada;

Her doğal sayı n için; $n^2 + n = n.(n + 1)$

Burada n ve $n + 1$ ardışık iki tam sayıdır. Ardışık iki sayıdan biri mutlaka çift olacağından, çarpımları da kesinlikle çift olur. Dolayısıyla her doğal sayı için $n^2 + n$ sayısı çift sayıdır.

2.5. Sayı Duyusu ve Matematiksel Düşünme ile İlgili Yapılan Araştırmalar

2.5.1. Sayı duyusu ile ilgili yapılan araştırmalar

Sayı duyusu ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde bu çalışmaların araştırma grubu olarak genellikle ortaokul öğrencileri ve matematik öğretmen adayları seçildiği görülmüştür. Bu konudaki araştırmalar, ulaşılan tez ve araştırmalardan elde edilen bilgilere dayanarak ele alınacaktır.

2.5.1.1. Türkiye’de yapılan çalışmalar

Harç (2010), yaptığı çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin sayı duyusuna ilişkin mevcut durumlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Bir devlet okulunda 95 öğrenciyle gerçekleştirilen araştırmada, literatür taranarak sayı duyusunu ölçmeye yönelik bir test hazırlanmıştır. Test, Reys ve arkadaşlarının (1999) ortaya koyduğu sayı duyusu bileşenleri temel alınarak geliştirilmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin yalnızca küçük bir kısmının sayı duyusuna dayalı stratejilerle doğru yanıtlar verebildiğini göstermiştir. Cinsiyetin başarı üzerinde etkisi bulunmazken, öğrencilerin matematik başarılarıyla sayı duyusu kullanımı arasında olumlu etkileşim belirlenmiştir.

Şengül ve Gülbağcı Dede (2014)’nin çalışmasının temel amacı, matematik öğretmenlerinin sayı duyusu içeren problemleri çözerken başvurdukları stratejileri tetkik etmektir. Çalışma, bir devlet üniversitesinde yüksek lisans yapan 11 öğretmenin katılımıyla yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, 12 açık uçlu sorudan oluşan bir sayı duyusu testi kullanılmıştır. Öğretmenlerin yanıtları karma yöntemle yorumlanmıştır. Edinilen bulgular, öğretmenlerin çözüm yollarının %46,2’sinde sayı duyusuna dayalı stratejiler, %53,8’inde

ise kaide temelli yaklaşımlar kullandıklarını göstermiştir. Sonuç olarak, öğretmenlerin sayı duyusu stratejilerini tam anlamıyla etkili olmasa da orta düzeyde kullanabildikleri belirlenmiştir.

Gülbağcı Dede (2015), doktora tezi çalışmasında ise öğrencilerin sayı duyusunu kullanmadaki yetersizliklerinin olası nedenlerinden biri olarak öğretmenlerdeki sayı duyusu eksikliği olduğunu düşünüp, bu bağlamda öğretmen adaylarının sahip oldukları sayı duyusu becerileri değerlendirmiş, eğitim sürecinde karşılaşılan eksikliklere ışık tutmayı hedeflemiştir. Çalışmaya 365 ilköğretim matematik öğretmen adayı, 99 ortaöğretim matematik öğretmen adayı katılmıştır. 31 sorudan oluşan sayı duyusu ölçeği uygulanmıştır. Daha sonra 30 öğretmen adayı ile görüşme yapılmıştır. Bu öğretmenlere yapılan testteki soruları hangi yöntemle çözdükleri sorulmuştur. Elde edilen bulgulara göre matematik öğretmen adaylarının sayı duyusu stratejilerini kullanmakta yetersiz kaldığı görülmüştür. Görüşmelerden elde edilen veriler de bu durumu desteklemiş; adayların genellikle sayı duyusu yerine kural temelli yaklaşımları tercih ettiği belirlenmiştir.

Günkaya (2018), çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin uzamsal yeteneklerini incelemek ve bu yeteneklerin cinsiyet, matematik başarı puanı ve sayı duyusu ile olan ilişkisini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Ayrıca, sayı duyusu başarısının cinsiyet ve matematik not ortalamalarıyla bağlantısı olup olmadığı da araştırılmıştır. Örneklemi 120 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma bulgularına göre, 8. sınıf öğrencilerinin uzamsal yetenekleri ve sayı duyusu düzeyleri orta seviyededir. Cinsiyet ile bu beceriler arasında kayda değer bir münasebet saptanmamıştır. Ancak, matematikte ileri düzeyde yetkinliğe sahip öğrencilerin uzamsal beceri ve sayı duyusu puanlarının da daha yüksek olduğu bilgisine ulaşılmıştır. Ayrıca uzamsal yetenek ile sayı duyusu arasında kayda değer ve pozitif bir korelasyon belirlenmiştir. Sayı duyusunun bazı alt bileşenlerinin, genel başarı ile daha güçlü etkileşiminin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Acar (2019) çalışmasında ortaokul 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ile cebirsel düşünme seviyelerini tespit etmek ve bu iki kabiliyet arasındaki münasebeti incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemi toplam 330 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin sayı duyusu düzeyleri düşük olup soruları genellikle kural temelli yöntemlerle çözmüşlerdir. Kız öğrenciler açısından kayda değer bir fark bulunurken sınıf düzeyine göre fark görülmemiştir. Cebirsel düşünme becerileri de düşük seviyede olup cinsiyet ile sınıf seviyesine bağlı olarak farklılık göstermiştir. Sayı

duyusu ile cebirsel düşünmenin olumlu ve güçlü bir bağ ile bağlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Ak (2019) çalışmasında 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ile matematik kaygısı arasındaki münasebeti incelemeyi ve bu değişkenlerin sınıf seviyesi ve cinsiyet açısından değişkenliğini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemini 416 öğrenci (204 yedinci, 212 sekizinci sınıf) oluşturmuştur. Bulgular sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin sayı duyusu düzeylerinin yükseldiğini ve erkek öğrencilerin kızlara kıyasla daha yüksek sayı duyusu performansı sergilediğini göstermiştir. Öte yandan, matematik kaygısı sınıf düzeyine göre farklılık göstermezken, kız öğrencilerin erkeklerden daha fazla düzeyde kaygı yaşadığı belirlenmiştir. Bunlara ilave olarak, sayı duyusu ile matematik kaygısı arasında orta seviyede, negatif korelasyon olduğu belirlenmiştir.

Karabey, Tunalı, Olgun ve Ergut (2019) çalışmasında 2009, 2013 ve 2017 ortaokul matematik öğretim programlarındaki sayılar alt öğrenme alanı kazanımları, Yang'ın (1995) belirlediği sayı duyusu bileşenleri temel alınarak karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Nitel analizle yürütülen araştırmada, kazanımlar, açıklamalar ve örnekler bileşenlere göre değerlendirilmiş; sayı duyusuna programlarda sınıf düzeyinde ne kadar yer verildiği ve yıllara göre bu önemin nasıl değiştiği ortaya konmuştur. Ayrıca, sayı duyusu bileşenlerinin kazanımlar içindeki dağılımı yıllar ve sınıflar bazında karşılaştırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre sayı duyusu kazanım olarak en çok 5. sınıf düzeyinde kullanılmıştır. Yıl olarak ise sayı duyusu en çok 2009 öğretim programında yer almıştır. Diğer bir önemli bulgu ise en fazla kullanılan sayı duyusu bileşenlerinin; sayıların anlamlarının anlaşılması, sayıları ayrıştırma ve yeniden birleştirme, sayı ve işlem bilgisini hesaplama durumlarını kullanmadaki esneklik bileşenlerinin olduğudur.

Doğan ve Paydar (2020) çalışmasında, matematikte yetkinliğin temel göstergelerinden biri olarak kabul edilen sayı duyusu ve bu kavrama ait alt bileşenlerin, üstün yetenekli tanısı konmuş öğrenciler ile tanı konmamış öğrenciler arasındaki ilişki düzeyini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, 4. ve 5. sınıf düzeyinde öğrenim gören, 182 üstün yetenekli tanısı konmuş ve 122 tanı konmamış olmak üzere toplam 304 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizlere göre üstün yetenekli tanısı konmayan 4. ve 5. sınıf öğrencileri, sayı duyusu açısından tam öğrenme düzeyine ulaşamamıştır. 5.sınıf öğrencileri, 4. sınıf öğrencilerine kıyasla daha yüksek puan almıştır. Elde edilen başka bir bulguya göre her iki sınıf seviyesinde de öğrencilerin sayı duyusu düzeyleri genel olarak düşük bulunmuştur.

Acar ve Peker (2021) çalışmasında 2018 yılı Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nın sayı duyusu ve bileşenleri açısından incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmancın verileri, Millî Eğitim Bakanlığı'nın 2018 yılında yayımladığı Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'ndan elde edilmiştir. Bulgulara göre programdaki 215 kazanımdan 62'sinin sayı duyusu ile ilişkili olduğu, sınıf düzeyi arttıkça sayı duyusu ile ilişkili kazanım sayısının azaldığı tespit edilmiştir. Ayrıca sayı duyusuyla en fazla ilişkili kazanım sayısına 5. sınıf düzeyinde rastlanmıştır. Kazanımların büyük çoğunluğu "Sayılar ve İşlemler" konusunda olmuştur; "Veri İşleme" ve "Olasılık" konularında sayı duyusu ile ilişkili kazanım bulunmamaktadır. Sayı duyusu bileşenleri açısından en fazla kazanım "Sayıların Anlamı" bileşeniyle ilişkilidir.

Çelik (2021), çalışmasında 328 yedinci sınıf öğrencisinin sayı duyusu düzeyleri belirlemiş ve bu düzeylerin orantısal akıl yürütme becerileriyle ilişkisini incelemiştir. Bulgular, öğrencilerin genel olarak düşük düzeyde sayı duyusuna sahip olduklarını ve sayı duyusu düzeylerine göre orantısal akıl yürütme becerilerinin anlamlı şekilde farklılaştığını göstermiştir. Ayrıca hem sayı duyusu hem de orantısal muhakemesi güçlü olan öğrencilerin, farklı oran durumlarında çeşitli stratejiler kullanabildikleri belirlenmiştir.

Tunalı (2022), çalışmasında matematik öğrenme güçlüğü ile sayı duyusu arasındaki ilişkiyi açıklamayı amaçlamıştır. Bu çalışmada, 1-8. sınıflarda öğrenim gören, matematik öğrenme güçlüğü yaşayan ya da bu riski taşıyan öğrencilerin sayı duyusu kabiliyetinin geliştirilmesine ilişkin yapılan müdahaleleri içeren üç farklı araştırma incelenmiştir. Bu üç araştırmanın sonuçları, diskalkulik çocukların, yaşlılarına kıyasla kalıcı bir sayı duyusu eksikliği yaşadığını ortaya koymaktadır. Bu öğrenciler özellikle çarpma işlemlerinde daha fazla hata yapmakta, esnek düşünme becerilerinde zorlanmakta ve nicelikleri farklı sayısal biçimlerde ifade etmekte güçlük çekmektedir. Ayrıca sayılarla işlemler arasındaki bağlantıyı kurmada yetersiz kalmakta ve sayısal büyüklüklere karşı duyarsızlık göstermektedirler.

Küçükay (2022)'ın çalışmasında sayı duyusu konusuna odaklanan yüksek lisans ve doktora tezlerini çeşitli değişkenler açısından analiz ederek, bu alanda gerçekleştirilen akademik çalışmaların genel bir çerçevesini ortaya koymuştur. Araştırmanın yöntemi döküman incelemesidir. YÖK Ulusal Tez Merkezi veri tabanı üzerinden 33 adet tez çalışmasına ulaşılmış, tez inceleme formu ile çeşitli kategorilere göre irdelenmiştir. Edinilen verilere göre yapılan çalışmaların 18 farklı üniversitede yapıldığı, en çok çalışma yapan üniversitenin Hacettepe Üniversitesi olduğu, sayı duyusu üzerine hazırlanan tezlerin

en çok 2019 ve 2018 yıllarında yapıldığı, tezlerin en çok yüksek lisans türünde olduğu belirlenmiştir. Tezlerin büyük bir kısmında sayı duyusunun matematik başarısıyla olan ilişkisi incelenmiştir.

Yörür (2022)'ün çalışmasının amacı kırsal bölgelerde ve şehir merkezinde öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu becerilerini incelemektir. Çalışmanın örneklemini, 329'u kırsal bölgede, 392'si şehir merkezinde olan toplam 721 öğrenci oluşturmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin sayı duyusu kabiliyet seviyelerinin genel olarak düşük olduğu saptanmıştır. Cinsiyet açısından kayda değer bir farklılık tespit edilmezken, öğrenim görülen yerleşim yerine göre anlamlı fark saptanmış ve şehir merkezindeki öğrencilerin kırsal bölgedekilere göre daha yüksek sayı duyusu becerisine sahip oldukları saptanmıştır.

Türkgenç (2022) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadelerle yönelik sayı duyusu seviyelerini belirlemek ve bu düzeylerin matematik başarıları ile sayı duyusu ile alakalı öz yeterlik inançlarıyla münasebetini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, 115 tane sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Bulgulara göre öğrencilerin kareköklü ifadelerle yönelik sayı duyusu düzeyleri oldukça düşük, başarı düzeyleri ise orta düzeydedir. Sayı duyusu bileşenleri içinde “yapılan işlemlerin işleme etkisi ve anlamını bilme” en düşük, “ölçme işleminde bir noktayı referans alma” ise en yüksek ortalamaya sahiptir. Öğrencilerin sayı duyusuna yönelik öz yeterlik düzeyleri ise yüksek bulunmuştur. Ayrıca kareköklü ifadelerle yönelik sayı duyusu düzeyleri ile başarı düzeyleri arasında pozitif ve orta düzeyde anlamlı bir ilişki saptanmıştır.

Küçükbardakçı (2022) çalışmasında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından önerilen 5, 6, 7 ve 8. sınıf matematik kitaplarında mevcut olan örneklerin, etkinliklerin, alıştırma ve ünite sonu soruların sayı duyusu ile ilişkisini ortaya koymak ve bu içerikleri sayı duyusu bileşenlerine göre incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini, MEB tarafından tavsiye edilen 5, 6, 7 ve 8. sınıf ortaokul matematik ders kitapları oluşturmaktadır. Veriler, nitel araştırma desenlerinden döküman incelemesi yöntemiyle toplanmıştır. Araştırma bulgularına göre, sayı duyusu ile ilişkili içerikler 5. sınıftan 8. sınıfa doğru azalmaktadır. Örneklerin genel dağılımına bakıldığında, 5. sınıfta %53,8'i, 6. sınıfta %39,6'sı, 7. sınıfta %24,8'i ve 8. sınıfta %17,5'i sayı duyusu bileşenleriyle ilişkilidir. Ayrıca, sayı duyusu ile en çok bağdaştırılan öğrenme alanının sayılar ve işlemler olduğu belirlenmiştir.

Kulak (2023) çalışmasında 7. sınıf seviyesindeki ve matematik dersinden 5 notu alan öğrencilerin sayı duyusu stratejilerini ne ölçüde kullandıklarını incelemeyi

amaçlamıştır. Örneklem ise 6. sınıf yıl sonu matematik notu 5 olan toplam 85 yedinci sınıf öğrencisidir. Çalışma bulgularına göre, öğrencilerin problem çözümlerinde genellikle kural temelli yaklaşımlar benimsedikleri saptanmıştır. Verilen problemlerde öğrencilerin hiçbiri sayı duyusuna dayalı stratejiler kullanmamıştır. Yapılan görüşmelerde bir öğrenci bu tür soruların sınıf ortamında öğretmen tarafından kural odaklı çözüldüğünü belirtmiştir.

Ülkü (2023) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu ile matematik tutumları arasındaki münasebeti inceleyerek ayrıca bunların sınıf seviyesi ve cinsiyete bağlı farklılaşma gösterip göstermediğini analiz etmeyi amaçlamıştır. Çalışma bir ortaokulda öğrenim gören 6, 7 ve 8. sınıf düzeyindeki toplam 39 öğrenciyle yapılmıştır. Araştırma bulgularına göre, öğrencilerin genel olarak sayı duyusu düzeylerinin düşük olduğu saptanmıştır. Öğrenciler, soruları çözerken sayı duyusu stratejilerinden kural temelli yöntemleri tercih etmişlerdir. Sayı duyusu düzeyi cinsiyet açısından incelendiğinde, erkek öğrencilerin lehine kayda değer bir farklılık belirlenmiştir. Sınıf seviyesi açısından ise sayı duyusu puanlarının, sınıf seviyesi arttıkça anlamlı şekilde yükseldiği görülmüştür. Öğrencilerin matematik tutumları orta düzeyde bulunmuş ve bu tutumlarda da erkek öğrenciler açısından anlamlı bir fark saptanmıştır. Buna karşın sınıf seviyesine göre matematik tutum puanlarındaki artış anlamlı bulunmamıştır. Ayrıca, sayı duyusu ile matematik tutumu arasında yüksek düzeyde, pozitif ve anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Çelik (2023), çalışmasında ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu ile hesaplama becerileri arasındaki ilişki incelemiştir. 188 öğrenciye Hesaplama Becerisi Testi, 169 öğrenciye ise sayı duyusu becerisini ölçen bir test uygulanmıştır. Sonuçlara göre, öğrencilerin her iki beceri alanındaki puanları genel olarak düşüktür. Hesaplama becerisi ile cinsiyet arasında anlamlı bir fark bulunmazken, başarı düzeyi ve sınıf seviyesi ile kayda değer ilişkiler belirlenmiştir. Sayı duyusu açısından ise cinsiyet ve başarı düzeyiyle anlamlı bir ilişki görülmemiş, ancak sınıf seviyesi ile anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Sayı duyusu ile hesaplama becerisi arasındaki ilişkinin istatistiksel açıdan anlamlı olmadığı görülmüştür.

Güleç (2024), çalışmasında 2018-2023 yılları arasında Türkiye’de sayı duyusu üzerine yapılan 20 araştırma sistematik derleme yöntemiyle incelemiştir. Çalışmalar; amaç, yöntem, örneklem, veri toplama araçları ve analiz türü gibi ölçütlere göre değerlendirilmiştir. En fazla araştırmanın 2020 yılında yapıldığı ve çoğunluğunun sayı duyusunu anlama amacını taşıdığı görülmüştür. Ayrıca, büyük oranda nicel yöntemler

kullanılmıştır. Bulgular, sayı duyusunun öğrenci gelişimi için belirleyici olduğunu ve matematik programlarında daha fazla yer verilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Sayı duyusunun üstbiliş, akıl yürütme ve oyun gibi farklı bileşenlerle ilişkili olarak ele alındığı da belirlenmiştir.

Parlak (2024), çalışmasında ortaokul 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu, cebirsel muhakeme becerileri ve matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamaktadır. Bolu ilinde 195 öğrenciye Sayı Hissi Testi ve Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı uygulanmış, veriler betimsel istatistik, korelasyon ve hiyerarşik regresyon analizi ile incelenmiştir. Edinilen bulgular, sayı duyusu ve cebirsel muhakemenin birbirini anlamlı şekilde yordadığını göstermektedir. Öğrenciler en yüksek puanları işlevsel düşünme, en düşük puanları ise ispatlama ve genelleme alt boyutlarında almıştır. Sayı duyusu zayıf olan öğrencilerin çoğunlukla kural ezberleme ve deneme-yanılma yöntemlerini kullandıkları belirlenmiştir.

Er (2024)'in yaptığı çalışma, Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim gören dört özel kabiliyetli 7. sınıf öğrencisiyle yürütülmüş nitel bir durum çalışmasıdır. Amaç, öğrencilerin bağlam temelli ve temelsiz sayı duyusu sorularını çözerken kullandıkları stratejileri belirlemektir. Araştırmada, uzman görüşü alınarak geliştirilen iki sayı duyusu testi ve klinik mülakatlar kullanılmıştır. Öğrencilerin ses kayıtlarının yazıya dökümü ve yazılı açıklamalar araştırmanın verilerini oluşturmuştur. Edinilen çıkarımlar öğrencilerin sayıların değerlerini anlama, sayı doğrusunda konumlandırma, sayıları farklı biçimlerde ifade etme, zihinden işlem yapma gibi çeşitli sayı duyusu stratejilerini sıkça kullandıklarını göstermiştir. Ancak, her iki tür soruda da doğrudan ve etkili stratejiler geliştirmekte zorlandıkları, bunun yerine genellikle kural temelli ya da başka bileşenlerle ilişkili stratejilere yöneldikleri görülmüştür. Bağlamın sayı duyusu stratejilerini hem destekleyici hem de sınırlayıcı etkileri olduğu belirlenmiş, soru türüne göre anlamlı bir üstünlük tespit edilmemiştir. Bu bulgular, özel kabiliyetli öğrenciler için sayı duyusunu geliştirmeye ilişkin öğretim ortamlarının tasarlanmasında öğretmenlere rehberlik edebilir.

2.5.1.2. Yurtdışında yapılan çalışmalar

McIntosh, Reynolds ve Reynolds (1984)'in çalışması 1984 yılında sayı duyusu ile ilgili yapılan ilk çalışmalardan biridir. Bu çalışma, sayı duyusunun temel bileşenlerini açıklığa kavuşturmak, yapılandırmak ve aralarında anlam bağlantısı kurarak kapsamlı bir çerçeve sunmayı amaçlamaktadır. Sayı duyusunun ne olduğunu, nasıl geliştiğini ve öğrencilerin

matematiksel düşünme süreçlerinde nasıl ortaya çıktığını analiz eden çalışma; sayı duyusunu oluşturan bilgi, beceri ve stratejilerin sistematik biçimde sınıflandırılmasını hedeflemektedir. Bu çalışmanın bulguları, sayı duyusunun çok boyutlu bir yapı olduğunu ve sayı kavramları, işlemler ile bu bilgilerin günlük yaşamdaki uygulamalarını kapsadığını ortaya koymaktadır. Sayı duyusu yalnızca işlem yapma becerisi değil; strateji geliştirme, farklı temsilleri kullanma, sonuçları değerlendirme ve bağlam içinde düşünme gibi üst bilişsel süreçleri de içerir. Çalışmada önerilen çerçeve, sayı duyusunun bileşenlerini sistematik olarak sınıflandırmakta ve bu bileşenlerin aralarındaki bağlantıyı açıklamaktadır. Ayrıca, geleneksel öğretim yöntemlerinin sayı duyusunu geliştirmede yetersiz kalabileceği, bunun yerine bağlam temelli, esnek düşünmeyi teşvik eden etkinliklerin daha etkili olacağı vurgulanmaktadır.

McIntosh, Reys, Reys, Bana ve Farrell (1997) tarafından yayımlanan sayı duyusu odaklı bir başka araştırma ise 1997 yılında yazılan “Okul Matematiğinde Sayı Duygusu: Dört Ülkede Öğrenci Performansı” kitabıdır. Bu kitabın ilk kısmında sayı duyusunun tanımı ve neden matematik eğitimi için önemli olduğu belirtilmiştir. Daha sonra özellikle dört ülkedeki (Avustralya, İsveç, Tayvan ve Amerika Birleşik Devletleri) çeşitli yaş seviyelerindeki (8, 10, 12, 14 yaş) öğrencilerin genel sayı duyusu seviyesini ölçmeyi amaçlamıştır. Sayı duyusu düzeyinin zamanla arttığı (eğitim seviyesi arttıkça) ve sayı duyusu düzeyi ile zihinsel hesaplama yeteneği arasındaki ilişki incelenmiştir.

Reys ve Yang (1998)’ın yaptığı çalışmanın amacı Tayvanlı 6. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu düzeylerini incelemek ve bu duyusunun yazılı hesaplama becerileriyle bağlantısını belirlemektir. Araştırma 234 öğrenci ile yürütülmüştür. Edinilen bulgulara göre Tayvanlı öğrenciler hesaplama algoritmalarını başarılı bir şekilde uygulayabilmekte ancak sayı duyusunun temel bileşenleri olan kıyaslama, tahmin, sayısal büyüklükleri anlama ve alternatif stratejiler geliştirme gibi becerileri kullanmakta zorlanmaktadır. Ayrıca öğrencilerin büyük ölçüde okulda öğretilen kurallara dayalı tekniklere bağlı kaldığını ve sayı duyusunu doğal bir şekilde kullanmadığını göstermektedir. Bu durum, yüksek hesaplama başarısının sayı duyusunun gelişmiş olduğu anlamına gelmediğini göstermektedir.

Gersten ve Chard (1999) çalışmalarında, dilsel farkındalık ile sayı duyusu arasında kavramsal benzerlikler kurmaya çalışmıştır. Aynı zamanda bu çalışmada okuma güçlükleri ile matematiksel öğrenme güçlükleri üzerine yapılan önceki araştırmalar arasındaki paralellikler de vurgulanmaktadır. Buradaki temel amaç, her iki alanı derinlemesine

incelemekten ziyade, sayı duyusu kavramına geçiş yapmadan önce, dilsel farkındalık ve sayı duyusu üzerine kısa ve karşılaştırmalı bir çerçeve sunarak okuyucuya temel bir bakış açısı kazandırmaktır. Bu yaklaşım, sayı duyusunu daha iyi anlamlandırmak ve matematiksel öğrenme güçlüklerini ele alacak yapıcı yaklaşımlar kurmak için bir zemin oluşturacağı düşünülmüştür.

Louange ve Bana (2005) çalışmalarında, 7. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansı ile problem çözme becerileri arasındaki bağlantıyı araştırmayı amaçlamıştır. Özellikle sayı duyusunun problem çözme performansını ne ölçüde etkilediği araştırılmıştır. Çalışma, üç farklı okulda, her biri etkili olarak tanımlanan 7. sınıf matematik öğretmenleri tarafından yönetilen sınıflarda uygulanmıştır. Katılımcılar 7. sınıf öğrencileridir ve öğretmenler ile öğrencilerle yıl boyunca yapılan gözlemler, testler ve görüşmeler yoluyla veriler toplanmıştır. Araştırma, 7. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansının problem çözme yeterlikleri ile güçlü bir bağlantısının olduğunu göstermiştir. Özellikle problem çözme performansı, sayı duyusu düzeyine yüksek derecede bağlıdır. Bu ilişki hem test sonuçlarında hem de öğretmen ve öğrenci görüşmelerinde kendini göstermiştir. Problem çözme yeteneklerini güçlendirmek için sayı duyusuna öncelik verilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Jordan ve Kaplan (2007) çalışmalarında anaokulundan birinci sınıfın ortasına kadar 277 öğrencinin sayı duyusu gelişimini altı farklı zamanda izleyerek, bu gelişimin birinci sınıf sonundaki matematik başarısıyla ilişkisini incelemiştir. Sonuçlar, erken sayı duyusu düzeyi ilerlemesinin matematik başarısının %66'sını açıkladığını ortaya koymuştur. Sayı duyusu, anaokulunun başında bile başarıyla güçlü şekilde ilişkilidir. Özellikle sayı duyusunda düşük başlayıp gelişim gösteren çocuklar, gelişim göstermeyenlere göre daha başarılı olmuştur. Düşük gelişim gösteren çocukların çoğu düşük gelirli ailelerden gelmektedir. Bulgular, erken sayı duyusu taramasının, ileride matematikte zorluk yaşayabilecek çocukları belirlemede etkili olduğunu göstermektedir.

Pilmer (2008) sayı duyusu kitabında sayı duyusu kavramını hem teorik hem de uygulamalı yönleriyle ele alan kapsamlı bir kaynaktır. İlk bölümlerde sayı duyusunun tanımı, önemi, sayı büyüklüğü, zihinden işlem yapma, tahmini hesaplama ve işlem sonuçlarını değerlendirme gibi temel bileşenler üzerinde durulmakta; sayı duyusunun matematiksel öğrenme gücüyle yaşayan öğrencilerle ilişkisi ve değerlendirme yöntemleri de incelenmektedir. Kitabın ikinci bölümünde ise öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında kullanabileceği çeşitli alıştırmalar sunulmaktadır. Bu alıştırmalar; kesirler, ondalıklar,

yüzdelere, örüntüler, sayı doğrusu ve zihinsel işlemler gibi konularda öğrencilere sayılarla esnek ve anlamlı bir şekilde çalışma fırsatı sağlamaktadır. Kitap, öğretmenler, araştırmacılar ve matematik eğitimiyle ilgilenen herkes için hem kuramsal hem de pratik açıdan değerli bir başvuru kaynağıdır.

Li ve Yang (2010) çalışmalarında beşinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu yeteneklerini belirlemek amacıyla bilgisayarda uygulanan bir sayı duyusu ölçeği geliştirmiş ve test etmiştir. Bulgular, ölçeğin tutarlı ve geçerli olduğunu; çevrimiçi tarama aracı olarak güvenle kullanılabileceğini göstermektedir. Araştırma, farklı sınıf düzeylerinde sayı duyusunda hem niteliksel hem niceliksel değişimler olduğunu ortaya koymuştur. Tayvanlı öğrenciler göreceli sayı büyüklüğünü tanımda başarıyla, hesaplama sonuçlarının makullüğünü değerlendirmede daha düşük başarı göstermiştir.

Mohamed ve Johnny (2010)'nin çalışmalarının amacı, öğrencinin sayı duyusu performansı ile matematik başarıları arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmak ve öğrencilerin sayı duyusunun zayıf olduğu bileşenlerini ortaya çıkarmaktır. Araştırmanın örneklemini matematik ders notu yüksek olan 32 adet 4. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında ulaşılan sonuçlara göre bu öğrencilerin sınıfta algoritma uygulama konusunda yüksek düzeyde yetkinliğe sahip olmalarına rağmen çoğunlukla sayıların ve işlemlerin anlamını anlamada, sayıların nispi büyüklüklerinde, sayıları oluşturmada ve işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini fark etmede düşük performans sergiledikleri saptanmıştır.

Tsao ve Lin (2011) çalışmalarında Tayvan'daki ilköğretim öğretmenlerinin sayı duyusu, sayı duyusunu öğretme stratejileri ve öğrencilerde sayı duyusu becerilerinin gelişimi konusundaki anlayışları incelemişlerdir. Veriler, nitel araştırma yöntemlerinden olan görüşmeler ve gözlemler aracılığıyla toplanmıştır. Bulgular, öğretmenlerin sayı duyusuna yönelik yaklaşımlarının karşılaştırılmasını içermektedir. Her iki öğretmenin de özellikle kesirlerin dört işlemine yönelik öğretimde, öğrencilerden işlemleri ezberlemelerini isteme eğiliminde oldukları görülmüştür. Öğretmenlerin bu yaklaşımı, sadece işlem bilgisine odaklanmakta ve öğrencilerin sayı duyusunu geliştirmede yetersiz kaldığı belirtilmiştir.

Sood ve Mackey (2014) çalışmalarında okul çağındaki çocukların matematik yeterliliğini geliştirmek için sayı duyusu eğitimine odaklanan 1975 ile 2013 yılları arasında yapılan araştırma çalışmalarının bulgularını özetlemeyi amaçlamışlardır. Bu kriterleri karşılayan yirmi üç çalışma bulunmuştur. İncelemeden elde edilen bulgular eğitim türü,

örneklem büyüklüğü, sınıf düzeyi, öğretmen eğitimi, müfredat türü ve değerlendirme türü ölçütleri açısından sınıflandırılmıştır.

Kyaw ve Thein (2018) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu ile matematikteki problem çözme yetenekleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Nicel araştırma yöntemi ile yapılan bu çalışmaya sekiz lise ve dört ortaokuldan toplam 600 yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Ölçme aracı olarak bir sayı duyusu testi ve öğrencilerin problem çözme yeteneklerini belirlemek amaçlı bir test uygulanmıştır. Sonuçlar öğrencilerin %69,3'ünün orta düzeyde sayı duyusuna, %73,7'si orta düzeyde problem çözme becerisine sahiptir. Ayrıca öğrencilerin sayı duyusu ile problem çözme yetenekleri arasında yüksek düzeyde pozitif bir korelasyon saptanmıştır.

Maghfirah ve Mahmudi (2018) çalışmaları sayı duyusu ve bileşenleri, bunun nasıl teşvik edilebileceği ve öğrencilerin başarısıyla karşılaştırılmasını kaydeden önceki araştırmalarla ilgili derinlemesine bir tartışmayı içermektedir. Bu çalışmada Yang ve Wu, McIntosh, Bütüner, Yang ve diğerleri, Mohamed ve Jonny 'nin çalışmaları incelenmiş ve öğrencilerin matematik ders başarısını artırmak için sayı duyusu yeteneklerini güçlendirmenin büyük önem arz ettiği sonucuna varılmıştır. Bu nedenle, müfredat geliştiricileri ve öğretmenler, öğrencilerin sayı duyusu yeteneklerinin gelişimini destekleyebilecek öğrenmeye odaklanmalıdır; böylece bu, öğrencilerin gelecekteki matematik başarısının bir göstergesi olabilir.

Abubakar ve Terlumun (2020)'un çalışmalarının amacı, Gombe Eyaletindeki altıncı sınıf öğrencileri arasındaki sayı duyusu performanslarını araştırmaktır. Araştırmaya 197'si erkek, 199'u kız olmak üzere toplam 396 altıncı sınıf öğrencisi katılmıştır. Bulgular, bu çalışmadaki öğrencilerin sayı duyusunun çoklu gösterimler dizisinin (bağlamsal, grafiksel ve sembolik) üç biçiminde çok düşük sayı duyusuna sahip olduklarını göstermektedir. Öğretmenlerin matematik derslerinde sınıf içi öğretimlerinde çoklu çözüm stratejilerini kullanarak öğrencilerin sayı duyusunu geliştirmelerine yardımcı olmaları önerilmiştir.

Kaminski (2022) çalışmasında hizmet öncesi ilkokul öğretmeni adaylarının matematik eğitimi kapsamında yürütülen sayı duyusu programına katılımları aracılığıyla, matematiğe ilişkin anlayışlarının ve çözüm stratejilerinin nasıl geliştiğini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışmanın örneklemini, bir öğretmen eğitim programının ikinci sınıfında yer alan hizmet öncesi ilkokul öğretmeni adayları oluşturmaktadır. On iki hafta süren sayı duyusu programı, haftada dört saatlik bir ders süresine yayılmış ve tüm katılımcılar bu süreç boyunca çeşitli bireysel ve grup etkinliklerine katılmıştır. Elde edilen bulgulara göre

öğretmen adayları, sayıların yapısını daha derinlemesine kavrama, çoklu münasebetler kurma ve bu münasebetleri esnek biçimlerde kullanma becerileri geliştirmiştir. Ezberci işlemler yerine anlamaya dayalı stratejiler üretmiş, özellikle zihinsel işlem yapma ve alternatif yollarla sonuca ulaşma konusunda gelişim göstermişlerdir. Grup tartışmaları ve bireysel yansımalar, adayların kendi anlayış eksikliklerini fark etmelerini ve bu eksiklikleri gidermeye yönelik çaba göstermelerini sağlamıştır.

2.5.2. Matematiksel düşünme ile ilgili yapılan çalışmalar

Türkiye’de ve yurt dışında matematiksel düşünme becerileri ile ilgili yapılan çalışmaların araştırma grubunun büyük bir çoğunluğunu matematik öğretmen adayları ve ortaokul öğrencileri oluşturmaktadır. Bu konudaki araştırmalar, ulaşılabilen tez ve araştırmalardan elde edilen bilgilere dayanılarak ele alınacaktır.

2.5.2.1. Türkiye’de yapılan çalışmalar

Yıldırım’ın (1988) Matematiksel Düşünme adlı kitabı, matematiği sayıların ve formüllerin ötesinde bir düşünme biçimi olarak ele alarak, okuyucusunu bu alanın tarihsel, felsefi ve kültürel boyutlarıyla kapsamlı bir yolculuğa çıkarır. Kitap, matematiğin kökeninden başlayarak modern matematiğe geçiş sürecini detaylandırırken, matematiksel düşünmenin yöntemi, nesneleri, kesinliği ve karşılaşılan bunalımlar gibi temel konulara da derinlemesine ışık tutar. Aksiyomatik yöntem, matematiğin bilimdeki yeri ve sanatsal/kültürel ilişkileri gibi başlıklarla düşüncenin evrimini hem teorik hem de pratik açıdan işler. Ayrıca, eğitim bölümünde, matematiksel yeteneklerin gelişimi ve öğretim sürecindeki problemler tartışılarak çözüm önerileri sunulur. Bu durum kitabın yalnızca matematikçilere değil, felsefecilere, eğitimcilere ve analitik düşünceye ilgi duyan herkese hitap eden çok yönlü bir kaynak olduğunu göstermektedir.

Alkan ve Bukova Güzel (2005) çalışmalarında örneklemi matematik öğretmenliği birinci sınıf olan öğretmen adayları olarak belirlemiştir. Araştırmanın amacı matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişimini ölçmektir. Araştırma kapsamında öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerini değerlendirmek amacıyla önce bir ölçme aracı geliştirilmiş, ardından bu araç uygulanarak adayların çözüm yaklaşımları belirlenen ölçütlere göre sınıflandırılıp analiz edilmiştir. Elde edilen analiz sonuçları, genel olarak öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerinin zayıf olduğunu

göstermiştir. Ayrıca, gruplar arasında matematiksel düşünme düzeyleri açısından anlamlı farklılıklar bulunmuştur.

Altun, Keskin ve Akbaba Dağ (2013) çalışmalarında 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin özelleştirme, genelleme, varsayım geliştirme ve ispatlama aşamalarındaki deneyimsel farklılıklarını araştırmayı amaçlamaktadır. Bu doğrultuda, her iki sınıf düzeyinden toplam 25 öğrenciye ilgili aşamaları içeren iki etkinlik formu uygulanmıştır. Uygulama sürecinden ve etkinlik formlarından elde edilen bulgular, özellikle sekizinci sınıf öğrencilerinde daha yoğun gözlemlenmekle birlikte, her iki grubun da ispat aşamasına yaklaştıkça gerek matematiksel gerekse sözel olarak kendilerini ifade etmekte zorlandıklarını göstermiştir.

Sezer (2019) doktora tezinde ortaokul öğrencilerinin altıncı sınıftan sekizinci sınıfa kadar geçen üç yıl boyunca cebirsel ve geometrik düşünme süreçlerine dair zihinsel alışkanlıklarının gelişimini izlemek, hazırlanan ders planlarının bu gelişime etkisini değerlendirmek ve farklı alışkanlık türleri arasında kayda değer bir farkın bulunup bulunmadığını belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma, 2016–2018 yılları arasında yürütülmüş ve biri pilot, diğeri uygulama grubu olmak üzere toplam 58 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesi ve sonrası yapılan testlerin nicel analizleri ile odak grup görüşmeleri sonucunda, öğrencilerin hem cebirsel hem de geometrik zihinsel alışkanlıklarında anlamlı gelişmeler kaydedildiği saptanmıştır. Özellikle “tersini yapma”, “fonksiyonel kural oluşturma” ve “ilişkilerle muhakeme” gibi becerilerde belirgin ilerlemeler gözlenmiş, ancak bazı genelleme becerilerinin sınırlı düzeyde geliştiği görülmüştür. Yapılandırılmış öğrenme ortamlarının, söz konusu alışkanlıkların gelişiminde önemli katkı sağladığı tespit edilmiştir.

Or (2020) çalışmasında ortaokul öğrencilerinin problem çözme yeterlilikleri ile alakalı algı seviyeleri ile rutin ve rutin olmayan problemleri çözme durumlarını inceleyerek aralarındaki ilişkileri belirlemeyi amaçlamıştır. 6, 7 ve 8. sınıflarda öğrenim gören 430 öğrenciyle çalışılmıştır. Edinilen bulgular, öğrencilerin problem çözme kabiliyetlerine dair algılarının orta düzeyde olduğunu göstermektedir. Cinsiyet, sınıf düzeyi ve matematik başarıları açısından toplam puanlarda anlamlı bir etki bulunmazken, bazı alt boyutlarda sınıf düzeyi ve başarıya göre farklılıklar gözlenmiştir. Öğrenciler, rutin problemleri çözmede daha başarılı olmuş; ancak rutin ve rutin olmayan problem çözme başarıları ile problem çözme yetenek algıları arasında kayda değer bir ilişki bulunamamıştır.

Tüzün ve Cihangir (2020) çalışmalarında 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile matematik öz yeterlilik arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamışlardır. Toplam 388 öğrenci ile yapılan bu çalışmada ilişkisel tarama yöntemi kullanılmıştır. Yapılan analizler doğrultusunda, öğrencilerin dönem sonu matematik notları ile matematik öz yeterlik düzeyleri ve matematiksel düşünme süreçleri arasında orta düzeyde ve pozitif yönlü bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, matematik öz yeterlik düzeyi ile matematiksel düşünme süreçleri arasında istatistiksel olarak kayda değer bir farklılığın bulunduğu saptanmıştır.

Düzgün (2022) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözme sürecindeki matematiksel düşünme biçimlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, nitel bir araştırma yöntemi olan durum çalışması kullanılarak ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilen sekiz öğrenci ile yapılmıştır. Veriler; LGS’ den uyarlanan dört matematik sorusu, öğrenci çözümleri, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemler yoluyla toplanmıştır. Bulgulara göre, öğrenciler özel durumlar üzerinde çalışırken genellikle zorlanmamış; ancak genelleme sürecinde cebirsel ifadelerde güçlük yaşamışlardır. En çok zorlanılan alan, üslü ifadeler üzerinden değerlendirilen sayılar ve işlemler öğrenme alanı olmuştur. Bu durum, öğrencilerin sayı sistemlerine ilişkin kavramsal eksikliklerini ortaya koymaktadır.

Gök (2022) çalışmasında 1990–2021 yılları arasında Web of Science veri tabanında “mathematical thinking” anahtar kelimesiyle yayımlanan makaleleri bibliyometrik analiz yöntemiyle incelemeyi ve matematiksel düşünme alanındaki akademik eğilimleri ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini, belirlenen yıllar arasında matematik eğitimi alanında İngilizce olarak yayımlanmış toplam 668 makale oluşturmaktadır. Elde edilen bulgular, yıllar içinde bu konuda yapılan yayınların sayısının sürekli arttığını göstermektedir. En sık kullanılan anahtar kelimeler arasında matematik, fark etme, problem çözme, öğretmen bilgisi, teknoloji ve ileri matematiksel düşünme gibi kavramlar öne çıkmaktadır. Ayrıca ABD, Avustralya ve Türkiye'nin alana en fazla katkı sağlayan ülkeler olduğu saptanmıştır. Anahtar kelimeler arasındaki ilişkiler dört tematik küme oluşturarak “fark etme”, “geliştirme”, “ileri matematiksel düşünme” ve “teknoloji” başlıkları altında sınıflandırılmıştır. Bu bulguların, gelecekte yapılacak araştırmalar ve eğitim planlamaları için yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Kırbaş (2024) çalışmasında lise öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde hangi düşünme yollarını yani hangi matematiksel düşünme yöntemlerini tercih ettiklerini ve

problem çözmeye yönelik inançlarını belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma yöntemi tarama modelidir. Araştırma 462 lise öğrencisi ile yürütülmüştür. Bulgulara göre öğrencilerin çoğunluğu harmonik düşünme stiline sahiptir; bunu görsel ve analitik stiller takip etmektedir. Cinsiyet, düşünme stilleri ve sınıf seviyesi açısından kayda değer bir fark göstermemektedir. Öğrencilerin matematiksel problem çözmeye dair inanç düzeyleri genel olarak orta düzeydedir ve cinsiyet ve sınıf seviyesinin bu inançlar üzerinde göre kayda değer bir etkisi görülmemiştir. Ancak problem çözme becerisi alt boyutunda, 9. sınıf öğrencileri, 11. sınıf öğrencilerine kıyasla daha başarılı olmuştur. Ayrıca, öğrencilerin düşünme şekilleri ile problem çözme inançları arasında yalnızca problem çözme becerisi alt boyutunda zayıf fakat olumlu bir ilişki bulunmuştur.

2.5.2.2. Yurtdışında yapılan çalışmalar

Burton (1984) çalışmasında matematiksel düşünmenin yalnızca matematik içeriğiyle sınırlı olmadığını, aksine belirli düşünsel süreçleri ve bilişsel becerileri içeren, tüm disiplinlerde kullanılabilecek bir düşünme biçimi olduğunu savunmaktadır. Çalışmada, matematiksel düşünmenin tanımlayıcı bir modeli sunulmuş ve bu düşünmenin sınıf ortamında nasıl öğretilebileceğine dair uygulamalı öneriler getirilmiştir. Öğrencilere problem çözme, genelleme yapma, tahminlerde bulunma ve ikna edici argümanlar geliştirme gibi becerilerin kazandırılması gerektiği vurgulanmıştır. Ayrıca, öğretmenlerin, öğrencilerin hâlihazırda sahip oldukları düşünme deneyimlerini tanıyarak onları öğrenme sürecine aktif biçimde katmaları gerektiği ifade edilmiştir. İngiltere’de yapılan çeşitli uygulamalı araştırmalardan ve sınıf içi gözlemlerden elde edilen verilere dayanılarak bulgulara ulaşılmıştır. Elde edilen bulgular, öğrenmenin yalnızca bilgi aktarımıyla değil, anlamlandırma ve farkındalıkla derinleştiğini; bu nedenle matematiksel düşünmenin desteklendiği sorgulayıcı ve güvenli sınıf ortamlarının oluşturulmasının büyük önem taşıdığını göstermektedir.

Cai (2000) çalışmasında ABD’li ve Çinli 6. sınıf öğrencilerinin süreç kısıtlı ve süreç açık matematik problemlerini çözme biçimlerini karşılaştırmıştır. Çinli öğrenciler süreç kısıtlı problemlerden, ABD’li öğrenciler ise süreç açık problemlerden daha yüksek puan almıştır. Yapılan nitel analizler, Çinli öğrencilerin daha çok rutin algoritmalar ve sembolik gösterimleri, ABD’li öğrencilerin ise görsel ve somut temsil şekillerini tercih ettiğini ortaya koymuştur. Bu bulgular, iki ülke öğrencilerinin matematiksel düşünme ve muhakeme yaklaşımlarına dair önemli içgörüler sunmuştur.

Cai (2002) bir diğer çalışmasında ise Singapurlu 4., 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve problem oluşturma süreçlerindeki matematiksel düşünme yetilerini incelemiştir. Bulgular, öğrencilerin büyük çoğunluğunun uygun çözüm stratejileri ve gösterimleri kullanarak problemleri başarıyla çözebildiğini ve yeni problemler oluşturabildiklerini göstermektedir. Sınıf düzeyi ilerledikçe doğru çözüme ulaşan öğrenci oranı artmakla birlikte, anlamlı istatistiksel farklar esas olarak 4. ve 5. sınıflar arasındadır; 5. ve 6. sınıflar arasında ise çoğu analizde kayda değer bir fark bulunmamıştır. ABD ve Çin örnekleriyle karşılaştırıldığında, Singapurlu öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerinin Çinli öğrencilere daha yakın olduğu görülmektedir.

Tall (2006) kitabında, ileri matematiksel düşünmenin yirmi asrı aşkın bir süreden beri insan uygarlığının gelişiminde önemli bir rol oynadığını ancak bu düşünme biçiminin doğası, uzman matematikçilerin zihninde nasıl işlediği ve öğrencilere nasıl kazandırılabilceği konularındaki sistematik araştırmaların yeni olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmaların bir parçası olarak, 1976 yılında Matematik Eğitimi Psikolojisi Grubu (*Psychology of Mathematics Education – PME*) kurulduğunu ve bu grubun her yıl farklı ülkelerde toplanarak matematik eğitimiyle ilgili araştırmaları paylaştığını belirtmiştir. 1985'te, PME bünyesinde kurulan bir çalışma grubu, ileri matematiksel düşünmeye odaklanarak bu kitabın ortaya çıkmasına öncülük etmiştir. Kitap, öncelikle ileri matematiksel düşünmenin psikolojik özelliklerine ilişkin bir girişle başlamaktadır. Devamında ise üç ana tema altında toplanan bölümler yer almaktadır: ileri matematiksel düşünmenin doğası, bilişsel kuramlar ve bu kuramların matematiğin çeşitli alanlarına uygulanmasına dair araştırmalar. Bu eserin amacı hem matematikçilerin hem de matematik eğitimiyle ilgilenenlerin ileri düzey düşünme süreçlerini ve öğrencilerin yaşadığı bilişsel zorlukları anlamalarına katkı sunmaktır. Kitapta ayrıca matematiksel yaratıcılık, ispat süreçleri ve bu süreçlerin zihinsel yapılarla ilişkisi üzerine de derinlemesine tartışmalar yer almaktadır. Böylece ileri matematiksel düşünmenin hem bireysel hem de akademik gelişimdeki rolü çok boyutlu bir biçimde ele alınmaktadır.

Stacey (2006), çalışmasında matematiksel düşünmenin neden önemli olduğunu ve bu düşünmenin nasıl geliştirilebileceğini açıklamayı amaçlamıştır. Bu çalışma, kuramsal temelli bir derleme ve yorumlama çalışmasıdır. Alan yazın taraması, örnek olay analizi, kuramsal açıklamalar, sınıf içi öğretim gözlemleri ve söylem analizleri gibi yöntemlerle yapılandırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, matematiksel düşünme; özelleştirme, genelleştirme, varsayımda bulunma ve ikna etme gibi temel süreçler etrafında

şekillenmektedir. Ayrıca, öğretmenlerin ders esnasında tanımları kullanarak açıklamalar yapmaları, genellemeleri tartışmaları ve öğrencilerin düşünme süreçlerini desteklemeleri, matematiksel düşünmenin gelişimi için kritik görülmektedir. Matematiksel düşünme hem öğrenciler hem de öğretmenler için öğrenme ve öğretme sürecinin ayrılmaz bir parçası olarak değerlendirilmiştir.

Sternberg ve Ben-Zeev (2012)'in yazdıkları kitap, matematiksel düşünme kavramını farklı bakış açılarıyla ele alan derleme bir eserdir. Bu kitap, psikometrik yaklaşımlar aracılığıyla bireylerin matematiksel yeteneklerini ölçüp analiz ederken, bilişsel ve bilgi işleme teorileri bireylerin problem çözme süreçlerine odaklanmaktadır. Kültürel ve eğitsel perspektifler, öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerinin sosyal ve kültürel bağlamlarda nasıl şekillendiğini ortaya koyarken, matematiksel yaklaşımlar ise düşünmenin mantıksal ve yapısal doğasını tartışmaktadır. Kitap, “Matematiksel Düşünme Nedir?” sorusuna bütünsel bir yanıtla sonlanmakta, böylece hem akademik hem de uygulamalı bakış açılarını bir araya getirerek eğitimciler, araştırmacılar ve öğretmenler için değerli bir kaynak sunmaktadır. Özellikle disiplinler arası yaklaşımlarıyla dikkat çeken eser, matematik öğretimi ve öğreniminde düşünme becerilerini anlamak isteyen herkese hitap etmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın deseni, katılımcı grubu, veri toplama araçları ve kullanılan veri analiz yöntemsel yaklaşımları sistematik biçimde ele alınacaktır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmada, nicel araştırma yaklaşımlarından biri olan keşfedici korelasyonel araştırma modeli ve betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Korelasyonel araştırmalar, birden fazla değişken arasındaki ilişki düzeyini ve yönünü belirlemeye yönelik desenlerdir. Bu tür çalışmalarda, değişkenler üzerinde herhangi bir müdahalede bulunulmadan mevcut ilişkiler incelenir. Keşfedici korelasyonel araştırma modeli özellikle değişkenler arasındaki potansiyel ilişkilerin varlığını belirlemeyi ve bu ilişkilerin yapısını anlamayı amaçlar. Betimsel tarama modeli ise geçmişte ya da hâlen var olan bir durumu, olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan bir araştırma yaklaşımıdır (Büyüköztürk vd., 2014). Bu doğrultuda, çalışmada ele alınan değişkenler açısından mevcut durum tanımlanıp, bu değişkenler arasındaki ilişkiler analiz edilerek, aralarındaki bağın niteliği açıklanmaya çalışılmıştır.

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın çalışma grubunu, 2024–2025 eğitim-öğretim yılında Adıyaman Merkez’de bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 137 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Örneklem seçimi, amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik ilkesine göre yapılmıştır. Araştırmada örneklem grubu belirlenirken, öğrencilerin başarı düzeyleri, sosyoekonomik özellikleri ve öğrenme yaklaşımları bakımından çeşitlilik göstermesine özen gösterilmiştir. Bu doğrultuda, farklı özellikleri temsil eden dört tane 8. sınıf, okul yönetimi ve öğretmen görüşleri doğrultusunda seçilmiştir. Seçim sürecinde amaç, araştırma konusunun farklı yönlerini ortaya koyabilmek için değişkenlik gösteren örneklerden veri elde etmektir. Maksimum çeşitlilik örnekleme, incelenen olgunun farklı boyutlarını yansıtabilmek amacıyla çeşitlilik arz eden durumların örnekleme dâhil edilmesini hedefler (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu araştırmada da belirlenen sınıflar araştırmanın amacına uygun biçimde, başarı düzeyleri ve öğrenci özellikleri açısından çeşitlilik göstermeleri esas alınarak örnekleme dâhil edilmiştir.

Amaçlı örnekleme genellikle nitel araştırmalarda kullanılan bir yöntem olmakla birlikte, belirli alt gruplar arasında karşılaştırma yapılmak istenen nicel araştırmalarda da uygun bir seçim olabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu araştırmada, öğrencilerin başarı düzeyleri, öğrenme özellikleri ve sosyoekonomik farklılıkları bakımından çeşitlilik göstermesine dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda, farklı özellikleri temsil ettiği düşünülen dört adet 8. sınıf araştırma kapsamına alınmış ve bu sınıflarda yer alan tüm öğrencilere veri toplama araçları uygulanmıştır. Bu yöntemle, örneklem grubunda çeşitli öğrenci profillerinin temsiline olanak sağlanmış ve başarı düzeyi değişkeni ile sayı duygusu performansı ve matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişki istatistiksel olarak incelenmiştir.

Tablo 3.1, katılımcıların sosyo-demografik özelliklerini betimsel istatistiklerle sunmaktadır.

Tablo 3.1. *Katılımcıların sosyo-demografik özelliklerine ilişkin betimsel istatistikler*

		n	%
Sınıf	8X	31	22,6%
	8Y	37	27,0%
	8Z	36	26,3%
	8W	33	24,1%
Cinsiyet	Erkek	74	54,0%
	Kız	63	46,0%
Anne Eğitim Durumu	İlkokul	37	27,0%
	Ortaokul	37	27,0%
	Lise	40	29,2%
	Üniversite	23	16,8%
Baba Eğitim Durumu	İlkokul	11	8,0%
	Ortaokul	24	17,5%
	Lise	60	43,8%
	Üniversite	42	30,7%
Yıl Sonu Puanı	0-54	6	4,4%
	55-69	11	8,0%
	70-84	25	18,2%
	85-100	95	69,3%

Sınıf mevcuduna göre dağılım incelendiğinde, 8Y sınıfı en yüksek oranla (%27,0) temsil edilirken, bunu 8Z (%26,3), 8W (%24,1) ve 8X (%22,6) takip etmektedir. Cinsiyet dağılımında erkek öğrenciler %54,0 ile çoğunluğu oluştururken, kız öğrenciler %46,0 oranındadır. Anne eğitim durumuna bakıldığında, örneklemdeki öğrencilerin %29,2'sinin

annesi lise mezunu olup, %27,0'i ilkokul ve ortaokul mezunu, %16,8'i ise üniversite mezunudur. Baba eğitim durumunda ise lise mezunu babalar %43,8 ile en büyük grubu oluştururken, bunu %30,7 ile üniversite, %17,5 ile ortaokul ve %8,0 ile ilkokul mezunları izlemektedir. Yıl sonu puanı açısından katılımcıların 96'sının (%69,3) 85–100, 25'inin (%18,2) 70–84, 11'inin (%8,0) 55–69 ve 6'sının (%4,40) 0–54 aralığında yer aldığı belirlenmiştir.

3.3. Veri Toplama Araçları

Nicel veri toplama araçları olarak Peker ve Birgin (2019) tarafından geliştirilen “Sayı Duyusu Testi” ile Keskin, Akbaba Dağ ve Altun (2013) tarafından geliştirilen “Matematiksel Düşünme Aşamalarını Belirleme Çalışma Yaprağı” kullanılmıştır.

3.3.1. Sayı duyusu testi

Tablo 3.2’de görüldüğü gibi 38 sorudan oluşan sayı duyusu testindeki sorulardan 1, 2, 4, 6, 7, 8, 11, 22, 26, 28, 33 ve 37 numaralı sorular temel sayı anlamlarını anlama bileşenine ait sorulardır. 9, 12, 13, 15, 18, 21 ve 36 numaralı sorular sayıların büyüklüğünü anlama bileşenine ait sorulardır. 10, 20, 23, 24, 34 ve 38 numaralı sorular işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi bileşenine ait sorulardır. 14, 17, 19, 25, 27, 30, 31 ve 32 numaralı sorular ölçütleri uygun şekilde kullanma bileşenine ait sorulardır. 3, 5, 16, 29 ve 35 numaralı sorular sayı ve işlem bilgisi hesaplama durumlarındaki esneklik (zihinsel hesaplama) bileşenine ait sorulardır.

Tablo 3.2. *Sayı duyusu testi bileşen tablosu*

Bileşen Adı	Madde Numaraları
Temel sayı anlamlarını anlama	1, 2, 4, 6, 7, 8, 11, 22, 26, 28, 33, 37
Sayıların büyüklüğünü anlama	9, 12, 13, 15, 18, 21, 36
İşlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	10, 20, 23, 24, 34, 38
Ölçütleri uygun şekilde kullanma	14, 17, 19, 25, 27, 30, 31, 32
Zihinsel hesaplama / sayı ve işlem bilgisinde esneklik	3, 5, 16, 29, 35

Birgin ve Peker geliştirdikleri Sayı Duyusu Testi’ nin KR-20 güvenirlik katsayısı 0,82 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç, testin güvenilirliğinin yüksek olduğunu göstermektedir.

Bununla birlikte testin geçerli ve güvenilir olduğunu belirlemek amacıyla yapılan madde ayırt edicilik ve madde gücü analizi kabul edilebilir oranların altında olmasından dolayı uzman görüşüne dayanarak daha önce 47 soru olarak hazırlanan bu ölçekte dokuz maddenin çıkarılmasına karar verilmiş ve soru sayısı 38'e düşürülmüştür.

Araştırmacı tarafından yapılan bu çalışmada 38 maddelik Sayı Duyusu Testi' nin güvenilirliği KR-20 katsayısı ile değerlendirilmiştir. Yapılan analiz sonucunda KR-20 0,85 bulunmuş olup ölçeğin yüksek iç tutarlılığa sahip olduğu görülmüştür. Madde toplam korelasyonları incelendiğinde maddelerin tamamının 0,30'un üzerinde olduğu belirlenmiştir. Bu durum ölçeğin yapı geçerliğinin yeterli olduğunu göstermektedir.

3.3.2. Matematiksel düşünme aşamalarını belirleme çalışma yaprakları

Matematiksel düşünme aşamaları belirleme çalışma yaprağında bir soru dört alt soru ile desteklenmiştir.

Tablo 3.3. *Matematiksel düşünme aşamaları çalışma yaprakları*

Aşama	Soru Numaraları
Özelleştirme	1a, 2a, 3a
Genelleme	1b, 2b, 3b
Varsayımda bulunma	1c, 2c, 3c
İkna etme	1d, 2d, 3d

Tablo 3.3'te görüldüğü gibi matematiksel düşünme aşamaları için hazırlanan çalışma yapraklarında soruların a şıkları özelleştirme, b şıkları genelleme, c şıkları varsayımda bulunma, d şıkları ise ikna etme aşamaları ile ilişkilidir. Keskin, Akbaba-Dağ ve Altun tarafından geliştirilen bu çalışma yaprakları hem 8. sınıf hem de 11. sınıflara yönelik hazırlandığı için bu veri toplama aracının sadece 1 tane çalışma yaprağı kullanılmış olup diğer 2 çalışma yaprağı ise araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilen bu çalışma yapraklarının matematiksel düşünme aşamalarını hedeflediği matematik eğitimi alanında uzman üç akademisyenin görüşleri doğrultusunda değerlendirilmiş ve uygun bulunmuştur. Ardından, araştırma grubuna dâhil olmayan beş öğrenci ile pilot uygulama gerçekleştirilmiş ve elde edilen dönütler ışığında çalışma yapraklarının nihai düzenlemesi yapılmıştır. Bu çalışma yapraklarının güvenilirlik ve geçerliğine de bakılmıştır. Çalışma yapraklarının güvenilirliği KR-20 katsayısı ile incelenmiştir. KR-20 değeri 0,78 olarak bulunmuştur. Güvenirlik katsayısı 0 ile 1 arasında

değer alır ve bu katsayının 0,70'in üzerinde olması beklenir. 0,70'in altındaki değerler ise güvenilirliğin yeterli düzeyde olmadığını göstermektedir (Büyüköztürk, 2003). Bu değer, ölçeğin kabul edilebilir düzeyde iç tutarlılığa sahip olduğunu göstermektedir. Madde–toplam korelasyonları incelendiğinde tüm maddelerin 0,38 ile 0,62 aralığında değiştiği görülmüştür. Bu değerler, maddelerin ölçeğin ölçtüğü yapıya katkı sunduğunu ve ayırt ediciliklerinin yeterli olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak ölçek, bu çalışma kapsamında güvenilir bir ölçme aracı olarak değerlendirilebilir.

Matematiksel düşünme aşamalarına yönelik araştırmacı tarafından oluşturulan çalışma yapraklarının geçerliği madde istatistikleri ve madde–toplam korelasyonları üzerinden değerlendirilmiştir. Çalışma yaprağına ait 8 maddenin ortalama puanlarının 0,71 ile 1,93 arasında değiştiği, standart sapmaların ise 0,37 ile 0,84 aralığında olduğu görülmüştür. Bu değerler maddelerin öğrenciler arasında ayırt edici olduğunu ve ölçülen yapıyı temsil ettiğini göstermektedir. Maddelere ilişkin çarpıklık ve basıklık katsayılarının kabul edilebilir sınırlar içinde olması, puanların uç değerlerden etkilenmediğini ve dağılımın ölçüm açısından uygun olduğunu göstermektedir. Yapı geçerliğinin bir diğer göstergesi olan madde–toplam korelasyonları 0,38 ile 0,62 arasında bulunmuş ve tüm maddelerin ölçtüğü yapıya anlamlı katkı sağladığı belirlenmiştir. Bu bulgular, ölçeğin matematiksel düşünme becerisini geçerli bir şekilde ölçtüğünü göstermektedir.

Araştırmacı tarafından kullanılan Matematiksel Düşünme Aşamaları Belirleme Çalışma Yapraklarında ise, dört sınıftan elde edilen öğrenci verileri incelendiğinde, 12 maddelik testin KR-20 iç tutarlılık katsayısı 0,79 olarak bulunmuştur. Bu değer, ölçeğin yeterli düzeyde güvenilir olduğunu göstermektedir. Madde analizi sonuçlarına göre madde güçlük indeksleri 0,15–0,96 aralığında değişmekte olup, ölçekte hem zor hem kolay maddelerin yer aldığı görülmektedir. Maddelerin 0,30' un üzerinde ayırt edicilik katsayısına sahip olduğu belirlenmiştir. Genel olarak bu bulgular, ölçeğin iç tutarlılık açısından güvenilir ve maddelerin önemli bir kısmının toplam puanı ayırt edici nitelikte olduğunu, dolayısıyla ölçeğin geçerlik ve güvenilirliği açısından kabul edilebilir özellikler sergilediğini göstermektedir.

3.4. Verilerin Toplanması

Veri toplama sürecinde yukarıda bahsi geçen test ve ölçekler ile iki çalışma yaprağı kullanılmıştır. Bu test ve çalışma yaprakları, 2024–2025 eğitim–öğretim yılında Adıyaman Merkez'de bir ortaokulda öğrenim gören 137 tane sekizinci sınıf öğrencisine

uygulanmıştır. Uygulama öncesinde, araştırmaya katılacak öğrencilerden gönüllülük esasına dayalı katılım formları alınmış; katılımcıların 18 yaşından küçük olmaları nedeniyle, velilerinden de yazılı onam formu temin edilmiştir. Uygulama sırasında testler yeterli sayıda çoğaltılmış ve dağıtımı araştırmacı tarafından yapılmıştır. Öğrencilere her bir testi yanıtlamaları için 40 dakikalık süre verilmiş, hiçbir soruyu boş bırakmamaları ve tüm soruları dikkatle okumaları gerektiği uygulama öncesinde ve uygulama süresince araştırmacı tarafından öğrencilere sözlü olarak hatırlatılmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Edinilen veriler, bilgisayar ortamına aktarılarak Microsoft Excel paket programı ile düzenlenmiştir. Daha sonra verilerin analizi için SPSS (Statistical Package for Social Sciences) 30.0 yazılım paketinden yararlanılmıştır. Analizlere başlamadan önce sayısal verilerin normal dağılıma uygunluğu çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) testleri, Histogram ve Q-Q Plot grafikleri ile incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda verilerin her bir değişken için normal dağılım varsayımını karşıladığı görülmüştür. Sayı duyusu toplam puanının normal dağılıma uygunluğu Shapiro–Wilk testi ile incelenmiş ve $p = 0,142$ ($>0,05$) bulunmuştur. Bu sonuç, veri setinin normal dağılımdan anlamlı bir sapma göstermediğini ve normal dağılım varsayımının karşılandığını göstermektedir. Aynı şekilde matematiksel düşünme aşamaları toplam puanının normal dağılıma uygunluğu incelendiğinde $p=0,052$ ($>0,05$) bulunmuştur.

Kategorik veriler frekans ve yüzde değerleri ile gösterilirken sayısal veriler ortalama, standart sapma değerleriyle gösterilmiştir. Veri analizi yapılırken, iki bağımsız grup karşılaştırması için Bağımsız Örneklem t Testi, 2’den fazla grup olması durumunda ANOVA testi kullanılmıştır. ANOVA testi sonucunda anlamlı farklılık bulunduğu durumlarda varyanslar homojen olduğunda kullanılan Scheffe Testi kullanılmıştır. İki sayısal değişken arasındaki ilişkiye Pearson Korelasyon testi ile bakılmıştır. Bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi regresyon analizi ile incelenmiştir. Regresyon analizine geçilmeden önce, modelin geçerliliği için gerekli varsayımlar test edilmiştir. Saçılma diyagramı, bağımsız değişken olan sayı duyusu ile bağımlı değişken olan matematiksel düşünme puanı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu göstermiştir. Durbin–Watson katsayısının 1,87 olması, hata terimlerinin bağımsızlık varsayımını karşıladığını ortaya koymuştur. Artıkların normal dağılıma uygunluğu Shapiro–Wilk testi ile değerlendirilmiş ve $p = 0,25$ ($p>,05$) değeri, normallik varsayımının sağlandığını

göstermiştir. Varyansların homojenliğini test etmek amacıyla yapılan Breusch–Pagan testi ise $p = 0,44$ ($p > 0,05$) sonucu ile hata varyanslarının sabit olduğunu ortaya koymuştur. Cook's Distance değerlerinin tüm gözlem için 1'in altında olması da modelde aşırı etkili bir uç gözlemin bulunmadığını göstermektedir. Bu sonuçlar, doğrusal regresyon analizinin tüm temel varsayımlarının karşılandığını ve modelin geçerli bir şekilde yorumlanabileceğini göstermektedir. Tüm testler için istatistiksel anlamlılık düzeyi $p < 0,05$ olarak kabul edilmiştir.

Araştırmanın birinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansları hangi düzeydedir?” ile ikinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları açısından dağılımı nasıldır?” problemlerinin analizinde aritmetik ortalama, standart sapma ve medyan hesabı yapılmıştır.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerine yönelik bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırmanın birinci alt probleminde “8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansları hangi düzeydedir?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Tablo 4.1’de, Sayı Duyusu Testi ve sayı duyusu bileşenlerine ait istatistikler özetlenmiştir.

Tablo 4.1. Sayı Duyusu Testi ve sayı duyusu bileşenlerine ait istatistikler

Bileşen	Madde Numaraları	Ortalama	Standart Sapma	Medyan	Alt Değer	Üst Değer	Çarpıklık	Basıklık
Sayı Duyusu Toplamı	Tüm maddeler	19.99	7.08	19.00	5.00	37.00	0.241	-0.516
Niceliksel Muhakeme	1, 7, 26, 28, 33	2.61	1.47	3.00	0.00	5.00	-0.084	-0.828
Sayı Bilgisi	2, 4, 6, 8, 11, 22, 37	3.09	1.62	3.00	0.00	7.00	0.543	-0.178
Sayıların Denk Gösterimi	9, 12, 13, 15, 18, 21, 36	3.89	1.80	4.00	0.00	7.00	-0.065	-0.715
İşlemlerin Etkisi	10, 20, 23, 24, 34, 38	2.76	1.53	3.00	0.00	6.00	-0.251	-0.190
Ölçmede Referans Kullanımı	14, 17, 19, 25, 27, 30, 31, 32	4.45	1.77	5.00	0.00	8.00	-0.294	-0.284
Zihinsel Hesaplama	3, 5, 16, 29, 35	3.19	1.23	3.00	0.00	5.00	-0.224	-0.499

Tablo 4.1’de sayı duyusu toplam puanı için ortalama 19,99 olup, puanların standart sapması 7,08’dir ve puanlar 5 ile 37 arasında değişmektedir. Tabachnick ve Fidell (2013), çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1,5 ile +1,5 aralığında olduğu durumda normallik varsayımının karşılandığını belirtmiştir. Bu durumda, sayı duyusu ölçeği ve alt boyutları normallik varsayımını karşılamaktadır.

Tablo 4.1’de de görüldüğü üzere sayıların anlamı bileşeni (niceliksel muhakeme) ile ilgili soruların soru numarası 1, 7, 26, 28 ve 33’tür. Bu bileşen en düşük ortalamaya (2,61) sahiptir. Bu bulguya göre öğrencilerin miktarları karşılaştırma, kıyas yapma gibi bilişsel becerilerinde görece daha zayıf olduklarını gösterir.

Sayı bilgisi bileşenine ait soruların numarası 2, 4, 6, 8, 11, 22 ve 37’dir. Öğrenciler genel olarak sayı bilgisi alanında orta düzeyde (3,09) performans göstermiştir. Bazı öğrencilerin çok düşük (Alt Değer = 0) puan alması, sayı yapısını anlamada ciddi eksiklikler olduğunu gösterebilir.

Sayıların denk gösterimi bileşenine ait soruların numarası 9, 12, 13, 15, 18, 21 ve 36’dır. Öğrencilerin sayıların denk gösterimi konusunda güçlü bir beceri düzeyine sahip olduğu görülmektedir. Ortalama (3,89) ve medyanın (4,00) 4’e yakın olması, bu alanda genel başarı düzeyinin yeterli ve gelişmiş olduğunu gösterir.

İşlemlerin etkisi bileşenine ait soruların numarası 10, 20, 23, 24, 34 ve 38’dir. Öğrencilerin bu boyutta performansı orta düzeyin biraz altındadır (2,76). Alt ve üst değerlerin 0 ile 6 arasında geniş bir dağılım olması, bazı bireylerin bu beceride oldukça zorlandığını, bazılarının ise yetkin olduğunu gösterir.

Ölçmede referans kullanımı bileşenine ait soruların numarası 14, 17, 19, 25, 27, 30, 31 ve 32’dir. Bu çalışmadaki en yüksek ortalama değere sahip olan bileşendir. Medyanın (5,00) ortalamadan (4,45) yüksek olması, bazı düşük puanların ortalamayı biraz aşağı çektiğini gösterir. Öğrenciler bu alt boyutta genel olarak yüksek performans sergilemiştir.

Zihinsel hesaplama bileşenine ait soruların numarası 3, 5, 16, 29 ve 35’tir. Öğrencilerin bu boyuttaki performansı orta düzeyin üzerindedir. Medyanın (3,00) ortalamadan (3,19) biraz yüksek olması, bazı düşük puanların ortalamayı az da olsa aşağıya çektiğini gösteriyor. Bu bulgulara ek olarak standart sapma değerine (1,23) göre öğrenciler arasında zihinsel hesaplama yetisi açısından belirgin farklılıklar olduğunu gösterir. Bazıları çok yüksek, bazıları ise çok düşük puan almıştır.

Araştırmaya katılan bireylerin sayı duygusu performansı toplam puanlarına dair betimsel istatistiksel veriler değerlendirildiğinde, puanların en düşük 5, en yüksek 37, ortalama 19,99 ve medyan 19,00 olduğu görülmektedir. Bu bulgular, katılımcıların sayı duygusu düzeylerinin ortalama düzeyde olduğunu göstermektedir. Ortalama puanın, toplam 38 puan üzerinden hesaplandığı göz önüne alındığında, bireylerin yaklaşık %52’sinin ortalamanın üzerinde puan aldıkları söylenebilir.

Standart sapma değerinin 7,08 olması, katılımcıların sayı duyusu puanları arasında belirgin bireysel farklılıklar bulunduğuna işaret etmektedir. Çarpıklık (skewness) değeri +0,241 olup, dağılımın hafif sağa çarpık olduğunu, yani daha düşük puan alan bireylerin sayısının görece az olduğunu göstermektedir. Ancak çarpıklık değerinin düşük olması, dağılımın yaklaşık olarak simetrik olduğunu da düşündürmektedir. Basıklık (kurtosis) değerinin -0,516 olması ise dağılımın basık olduğunu, yani uç değerlerin sayısının sınırlı, puanların daha çok orta düzeyde toplandığını göstermektedir. Bu veriler, sayı duyusu puanının katılımcılar arasında homojen bir şekilde dağılmadığını; bazı bireylerin bu beceride oldukça başarılı, bazılarının ise belirgin şekilde yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır.

4.2. İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları hangi düzeydedir?” sorusuna yanıt aranmıştır. Bu alt problemin analizinde aritmetik ortalama, standart sapma ve medyan hesabı yapılmıştır.

Tablo 4.2, Matematiksel düşünme aşamalarına ait istatistikleri özetlemektedir.

Tablo 4.2. Matematiksel düşünme aşamalarına ait istatistikler

Aşama / Toplam	İlgili Sorular	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)	Medyan	Alt Değer	Üst Değer	Çarpıklık	Basıklık
Matematiksel Düşünme Toplamı	-	13.21	4.83	13.00	2.00	24.00	0.138	0.568
Özelleştirme	1a, 2a, 3a	4.64	1.32	4.00	0.00	6.00	-0.806	0.455
Genelleme	1b, 2b, 3b	3.82	1.32	4.00	0.00	6.00	-0.741	0.690
Varsayımda Bulunma	1c, 2c, 3c	2.77	1.48	3.00	0.00	6.00	0.245	0.180
İspatlama	1d, 2d, 3d	1.98	1.62	2.00	0.00	6.00	1.005	0.652

Matematiksel Düşünme Aşamaları Toplam puanı için ortalama 13,21, standart sapma 4,83 ve medyan 13,00'dır; puanlar 2 ile 24 arasında değişmektedir. Tabachnick ve Fidell

(2013), çarpıklık ve basıklık değerlerinin -1,5 ile +1,5 aralığında olduğu durumda normallik varsayımının karşılandığını belirtmiştir. Bu durumda, Matematiksel Düşünme Ölçeği ve alt boyutları normallik varsayımını karşılamaktadır.

Tablo 4.2’de görüldüğü üzere matematiksel düşünme aşamalarını belirlemek için uygulanan bu çalışma yapraklarının ilk soruları (1a, 2a, 3a) özelleştirme aşamasına dairdir. Bu aşamanın puan ortalaması 4,64’tür. Bu değer, öğrencilerin özelleştirme becerisinin genel olarak yüksek düzeyde olduğunu göstermektedir. Özelleştirme alt boyutundaki en yüksek puan 6 olduğuna göre, öğrenciler bu beceride potansiyellerinin büyük bir kısmını kullanabilmişlerdir. Ortanca değerin 4 olması, dağılımın dengeli olduğunu ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu beceride orta ve üzeri düzeyde performans gösterdiğini ortaya koymaktadır. Standart sapma (1,32) bireylerin puanlarının birbirine oldukça yakın olduğunu ve grup içinde büyük farklılıklar bulunmadığını göstermektedir. Özelleştirme becerisi açısından homojen bir dağılım söz konusudur. Bu bulgular, öğrencilerin matematiksel düşünme sürecinde özelleştirme becerilerini güçlü bir şekilde kullandıklarını ortaya koymaktadır. Özellikle somut örnekler üzerinden düşünme, genelden özele doğru kavram oluşturma ve belirli matematiksel durumları anlama konularında gelişmiş bir yeterliliğe sahip oldukları söylenebilir.

Genelleme aşamasına ilişkin sorular çalışma yapraklarının ikinci sorularıdır (1b, 2b, 3b). Öğrencilerin genelleme becerisine dair ortalama puanı 3,82’dir. Üst sınır olan 6 puan dikkate alındığında bu sonuç, bireylerin genelleme yapma kabiliyetlerinin orta düzeyin üzerinde olduğunu göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin özel durumları analiz ederek bundan daha genel matematiksel sonuçlara ulaşabildiklerini göstermektedir. Ortanca puanın 4 olması, öğrencilerin büyük bir kısmının bu beceride makul bir başarı seviyesine sahip olduğunu göstermektedir. Ortalama ve medyanın birbirine yakın olması, dağılımın dengeli olduğunu gösterir. Standart sapmanın 1,32 olması öğrenciler arasında orta düzeyde farklılıklar bulunduğunu, yani bazı öğrencilerin bu beceride oldukça başarılı, bazılarının ise daha düşük performans gösterdiğini ortaya koymaktadır. Genelleme becerisine ilişkin bu veriler, öğrencilerin özel matematiksel durumlar ya da örneklerden hareketle genel ifadeler veya kurallar çıkarabilme konusunda nispeten başarılı olduklarını göstermektedir. Ayrıca, bu becerinin grup geneline yayılmış olması, öğretim sürecinde örüntü tanıma, benzerlik kurma ve çıkarım yapma gibi stratejilerin etkin bir biçimde kazandırılmış olabileceğini düşündürmektedir. Ancak, standart sapmanın varlığı bazı bireylerin bu konuda zorlandığını da göstermektedir.

Varsayımda bulunma aşaması çalışma yapraklarının üçüncü sorularıdır (1c, 2c, 3c). Varsayımda bulunma puanlarının ortalaması 2,77'dir. Bu değer, öğrencilerin bu beceride düşük-orta düzeyde başarı gösterdiğini ortaya koymaktadır. Varsayım oluşturmak, soyutlama ve ileri düzey düşünme becerileri gerektirdiği için, bu sonuç beklenen bir durum olabilir. Ortanca puanın 3,00 olması, öğrencilerin yarısından fazlasının bu beceride 3 ve üzerinde puan aldığını, ancak yine de çok yüksek bir yoğunlaşma olmadığını göstermektedir. Standart sapmanın (1,48) görece yüksek oluşu, katılımcılar arasında bu beceride ciddi bireysel farklılıklar olduğunu gösterir. Bazı öğrenciler oldukça başarılı olurken, bazıları düşük performans göstermiştir.

İspatlama aşaması çalışma yapraklarının dördüncü sorularıdır (1d, 2d, 3d). Ortalamanın 1,98 olması öğrencilerin soruları ispatlama kabiliyetlerinin genel olarak düşük düzeyde olduğunu göstermektedir. Bu, diğer alt boyutlara kıyasla en düşük ortalamadır. Matematiksel ispatlama; mantıksal bütünlük, gerekçelendirme ve soyutlama gibi karmaşık düşünme süreçlerini içerdiğinden, öğrencilerin zorlandığı alanlardan biridir. Ortanca değer 2 olması, öğrencilerin yarısından fazlasının ispatlama becerisinde düşük puan aldığını doğrulamaktadır. Standart sapmanın (1,62) görece yüksek olması, bireysel farklılıkların belirgin olduğunu göstermektedir. Bazı öğrenciler ispatlama konusunda daha yetkin görünürken, büyük çoğunluğun bu beceride zayıf olduğu anlaşılmaktadır. Bu bulgular, öğrencilerin matematiksel ispat yapma becerisinin oldukça düşük düzeyde olduğunu ve bu alanda önemli gelişim ihtiyaçları bulunduğunu ortaya koymaktadır. Matematiksel ispat, öğrencilerin yalnızca sonucu değil, sonucun neden doğru olduğunu da açıklayabilmesini gerektirir. Bu da ileri düzey mantık yürütme, kavramsal anlama ve dili etkili kullanma becerilerinin birleşimini gerektirir.

Matematiksel düşünme aşamaları toplam puanına bakıldığında ortalama puan 13,21, medyan ise 13,00 olarak hesaplanmıştır. Bu bulgular, öğrencilerin genel olarak orta düzeyde matematiksel düşünme becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Ortalama ile medyanın birbirine çok yakın olması, dağılımın dengeli ve simetrik olduğunu düşündürmektedir.

4.3. Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi olan “Sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişki nasıldır?” sorusuna yanıt aranmıştır.

Tablo 4.3, Matematiksel düşünme aşamaları ile sayı duyusu bileşenleri arasındaki korelasyon analizi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 4.3. Matematiksel düşünme aşamaları ile sayı duyusu ve bileşenleri arasındaki ilişkinin analizi

		Matematiksel Düşünme			Varsayımda	
		Toplam	Özelleştirme	Genelleme	Bulunma	İspatlama
Sayı Duyusu Toplam	<i>rh</i>	,478	,222	,439	,446	,440
	<i>p</i>	<,001	,009	<,001	<,001	<,001
Niceliksel	<i>rh</i>	,255	,132	,239	,191	,262
Muhakeme	<i>p</i>	,003	,124	,005	,026	,002
Sayı Bilgisi	<i>rh</i>	,303	,051	,312	,313	,295
	<i>p</i>	<,001	,557	<,001	<,001	<,001
Sayıların Denk Gösterimi	<i>rh</i>	,491	,238	,458	,504	,396
	<i>p</i>	<,001	,005	<,001	<,001	<,001
İşlemlerin Etkisi	<i>rh</i>	,299	,184	,251	,271	,268
	<i>p</i>	<,001	,032	,003	<,001	,002
Ölçmede Referans Kullanımı	<i>rh</i>	,393	,180	,343	,354	,392
	<i>p</i>	<,001	,035	<,001	<,001	<,001
Zihinsel Hesaplama	<i>rh</i>	,394	,220	,359	,348	,353
	<i>p</i>	<,001	,010	<,001	<,001	<,001

Pearson Korelasyon Testi, $p < 0,05$

Yapılan Pearson korelasyon analizi sonucunda, matematiksel düşünme ile sayı duyusu bileşenlerinin tamamı arasında pozitif ve çoğu orta düzeyde anlamlı ilişkiler olduğu görülmüştür. Matematiksel düşünme toplam puanı, sayı duyusu toplam puanı ile orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki göstermektedir ($r = 0,478$; $p < ,001$). En yüksek ilişkilerin sayıların denk gösterimi ($r = 0,491$; $p < ,001$), zihinsel hesaplama ($r = 0,394$; $p < ,001$) ve ölçmede referans kullanımı ($r = 0,393$; $p < ,001$) ile olması, öğrencilerin sayıları farklı biçimlerde ifade edebilme, zihinden işlem yapabilme ve referans noktalarından yararlanma eğilimlerinin matematiksel düşünmeyi önemli ölçüde desteklediğini göstermektedir.

Özelleştirme alt boyutunda, sayıların denk gösterimi ($r = 0,238$; $p = 0,005$), ölçmede referans kullanımı ($r = 0,180$; $p = 0,035$) ve zihinsel hesaplama ($r = 0,220$; $p = 0,010$) ile düşük düzeyde ancak anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Bu boyut ile sayı bilgisi arasında anlamlı bir ilişki görülmemiştir ($p = 0,557$).

Genelleme alt boyutu, sayı duyusu toplam puanı ($r = 0,439$; $p < ,001$), sayıların denk gösterimi ($r = 0,458$; $p < ,001$) ve zihinsel hesaplama ($r = 0,359$; $p < ,001$) ile orta düzeyde

anlamli iliskiler gostermistir. Tum bileşenlerle anlamli iliskilerin bulunması, genelleme becerisinin esnek düşünme ve farklı çözüm yolları geliştirme süreçleriyle yakından iliskili olduğunu ortaya koymaktadır.

Varsayımda bulunma alt boyutu, sayı duyusu toplam puanı ($r = 0,446$; $p < ,001$) ve sayıların denk gösterimi ($r = 0,504$; $p < ,001$) ile en güçlü iliskileri göstermektedir. Bu bulgu, varsayım oluşturma ve tahmin yürütme gibi süreçlerin sayıları farklı temsil biçimleriyle ele alabilme becerisiyle yakından bağlantılı olduğunu göstermektedir.

İspatlama alt boyutu ise sayı duyusu toplam puanı ($r = 0,440$; $p < ,001$), ölçmede referans kullanımı ($r = 0,392$; $p < ,001$) ve zihinsel hesaplama ($r = 0,353$; $p < ,001$) ile anlamli iliskiler göstermektedir. İspatlama becerisi ile tüm sayı duyusu bileşenleri arasındaki iliskilerin anlamli olması, gerekçelendirme ve mantıksal akıl yürütme süreçlerinin sayı duyusu gelişiminden beslendiğini ortaya koymaktadır.

Genel olarak, elde edilen bulgular sayı duyusunun matematiksel düşünme becerisinin tüm aşamalarıyla anlamli biçimde iliskili olduğunu göstermekte; özellikle sayıların farklı gösterimleri, zihinsel hesaplama ve referans kullanımı gibi bileşenlerin bu süreçte daha belirleyici olduğunu ortaya koymaktadır.

4.4. Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular

Dördüncü alt problemimiz “Farklı demografik değişkenler açısından sayı duyusu performansı ve matematiksel düşünme aşamaları nasıl farklılaşmaktadır?” sorusu ile ebeveyn eğitim durumu, cinsiyet ve matematik yıl sonu ortalaması değişkenlerinin sayı duyusu performansı ve matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Tablo 4.4, Sayı duyusu performansı açısından cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı değişkenlerine göre farklılık analizi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 4.4. Sayı duyusu performansı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılığın analizi

		Sayı Duyusu Toplam					Fark
		n	Ortalama	Standart Sapma	t/F*	p	
Cinsiyet	Erkek	74	20,51	7,16	0,932	0,353	
	Kız	63	19,38	7,00			
Anne Eğitim Durumu	(1) İlkokul	37	18,81	6,66	3,580	0,016	1<4

Tablo 4.4. (Devam) Sayı duygusu performansı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılığın analizi

	(2) Ortaokul	37	18,59	7,44			2<4
	(3) Lise	40	20,02	5,85			
	(4) Üniversite	23	24,09	7,95			
Baba Eğitim Durumu	(1) İlkokul	11	17,55	6,02	1,270	0,287	
	(2) Ortaokul	24	18,21	6,53			
Baba Eğitim Durumu	(3) Lise	60	20,68	6,88			
	(4) Üniversite	42	20,67	7,80			
Yıl Sonu Puanı	(1) 0-54	6	9,67	3,39	29,352	<0,001	1<2
	(2) 55-69	11	12,45	3,30			1<3
	(3) 70-84	25	14,84	4,31			1<4
	(4) 85-100	95	22,87	6,10			

t= Bağımsız Örneklem t Testi, F= Tek Yönlü ANOVA Testi, p<0,05

Sayı duygusu toplam puanlarının, cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı değişkenlerine göre karşılaştırılabilmesi için normallik ve varyans homojenliği varsayımları test edilmiştir. Her bir grup için Shapiro–Wilk normallik testi uygulanmış ve tüm gruplarda $p>0,05$ bulunmuştur. Bu sonuç, ilgili değişken düzeylerinde sayı duygusu puanlarının normal dağılımdan anlamlı bir sapma göstermediğini ve normallik varsayımının sağlandığını göstermektedir. Ek olarak, varyansların homojenliğini değerlendirmek amacıyla Levene testi yapılmış; cinsiyet ($p = 0,978$), anne eğitim durumu ($p = 0,416$), baba eğitim durumu ($p = 0,225$) ve yıl sonu puanı ($p = 0,062$) değişkenleri için $p>0,05$ değerleri elde edilmiştir. Bu bulguya göre, tüm gruplarda hata varyansları birbirine eşittir ve varyansların homojenliği varsayımı sağlanmıştır. Dolayısıyla, söz konusu değişkenlere göre sayı duygusu toplam puanlarının karşılaştırılmasında parametrik analizlerin (t-testi / ANOVA) kullanılmasına yönelik gerekli varsayımlar karşılanmaktadır. Cinsiyet değişkeninde erkekler (Ort.=20,51) ile kızlar (Ort.=19,38) arasında istatistiksel olarak manidar bir fark bulunmamaktadır ($t=0,932$, $p=0,353$). Anne eğitim durumu değişkeninde gruplar arasında kayda değer bir fark gözlenmiştir ($F=3,580$, $p=0,016$). Post hoc analizi sonucu (Scheffe Testi), ilkokul ve ortaokul mezunu annelerin çocuklarının sayı duygusu puanlarının, üniversite mezunu annelerin çocuklarının puanlarından daha düşük olduğunu göstermiştir (İlkokul, Ortaokul <Üniversite). Baba eğitim durumu açısından manidar bir fark bulunmamıştır ($F=1,270$; $p=0,287$). Yıl sonu puanına göre sayı duygusu puanları arasında anlamlı farklılık vardır ($F=29,352$; $p<0,001$); düşük akademik başarı

grubunda yer alan öğrencilerin (0–54) sayı duyusu puanları, 55–69, 70–84 ve 85–100 aralığındaki tüm gruplardan anlamlı derecede daha düşüktür ($1 < 2$, $1 < 3$, $1 < 4$), en yüksek sayı duyusu puanının ise 85–100 aralığındaki öğrencilerde olduğu görülmektedir.

Tablo 4.5, Matematiksel Düşünme Ölçeği toplam puanı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılık analizi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 4.5. Matematiksel düşünme aşamaları puanı ile cinsiyet, anne eğitim durumu, baba eğitim durumu ve yıl sonu puanı arasındaki farklılığın analizi

		Matematiksel Düşünme Toplam					Fark
		n	Ortalama	Standart Sapma	t/F*	p	
Cinsiyet	Erkek	74	13,07	5,29	0,377	0,707	
	Kız	63	13,38	4,26			
Anne Eğitim Durumu	(1) İlkokul	37	13,30	4,25	2,420	0,069	
	(2) Ortaokul	37	12,51	5,12			
	(3) Lise	40	12,45	3,99			
	(4) Üniversite	23	15,52	5,99			
Baba Eğitim Durumu	(1) İlkokul	11	13,27	2,97	2,485	0,063	
	(2) Ortaokul	24	10,83	4,26			
	(3) Lise	60	13,67	4,56			
	(4) Üniversite	42	13,90	5,57			
Yıl Sonu Puanı	(1) 0-54	6	9,17	4,62	6,186	<0,001	2<4
	(2) 55-69	11	9,82	4,64			
	(3) 70-84	25	11,68	5,00			
	(4) 85-100	95	14,26	4,45			

t= Bağımsız Örneklem t Testi, F= Tek Yönlü ANOVA Testi, $p < 0,05$

Tablo 4.5'e göre cinsiyet açısından erkekler (Ort.=13,07) ile kızlar (Ort.=13,38) arasında kayda değer bir fark bulunmamaktadır ($t=0,377$, $p=0,707$). Anne eğitim durumu değişkeninde gruplar arasında manidar bir fark olmadığı gözlenmiştir ($F=2,420$, $p=0,069$), ancak ortalamalara bakıldığında üniversite mezunu annelerin çocuklarının matematiksel düşünme aşamaları puan ortalamalarının daha yüksek olduğu görülmektedir (Ort.=15,52). Baba eğitim durumu açısından da kayda değer bir fark bulunmamıştır ($F=2,485$, $p=0,063$), ancak üniversite mezunu babaların çocuklarının puan ortalamalarının diğer gruplardan daha yüksek olduğu dikkat çekmektedir (Ort.=13,90). Yıl sonu puan ortalamaları açısından gruplar arasında kayda değer bir farklılık olduğu görülmüştür. Matematiksel düşünme toplam puanı yıl sonu başarı düzeyine göre anlamlı farklılık göstermektedir ($F=6,186$;

$p<0,001$); post-hoc karşılaştırmaları, 55–69 puan aralığındaki öğrencilerin matematiksel düşünme puanlarının 85–100 aralığındaki öğrencilere göre anlamlı düzeyde daha düşük olduğunu ortaya koymuştur ($2<4$). Ortalama değerlere bakıldığında, 0–54 grubu en düşük (Ort.=9,17), 85–100 grubunda ise en yüksek düzey (Ort.=14,26) olduğu görülmüştür.

4.5. Beşinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Son olarak beşinci alt problemimiz olan “Sayı duyusu performansı matematiksel düşünme aşamalarını yordamakta mıdır?” sorusu ile sayı duyusu performansının matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Tablo 4.6’da sayı duyusu performansının matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisinin basit doğrusal regresyon analizinin sonuçları yer almaktadır.

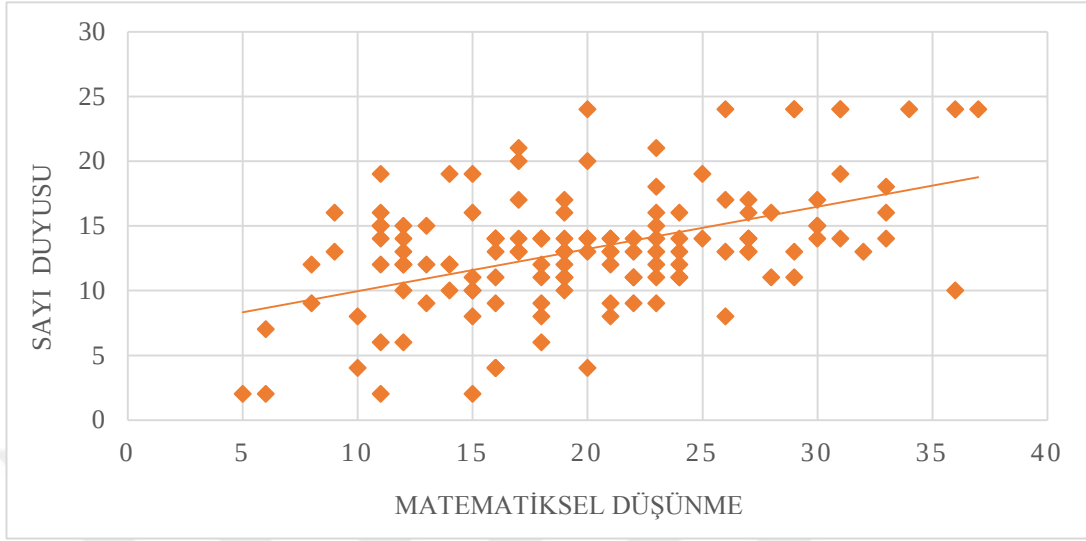
Tablo 4.6. Sayı duyusu performansının matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisine yönelik regresyon analizi

	$\hat{\beta}$	SE $\hat{\beta}$	Beta	T	p değeri
(Sabit)	6,698	1,093		6,126	<,001
Sayı Duyusu	,326	,052	,478	6,317	<,001
	R	R²	F	P	
	,478	,228	39,911	<,001	

Bağımlı Değişken: Matematiksel Düşünme

Sayı duyusu, matematiksel düşünmeyi pozitif yönde ve manidar olarak etkilemektedir ($\hat{\beta}=0,326$; $F=39,911$; $p<0,001$). Sayı duyusu performansı arttıkça matematiksel düşünme becerisi de artmaktadır. Sayı duyusunun, matematiksel düşünme aşamalarını açıklama oranı %23 olarak bulunmuştur ($R^2=0,228$).

Grafik 4.1. Sayı duyusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları puanı arasındaki ilişki



Bu grafiğe göre sayı duyusu performansı, matematiksel düşünme aşamalarının manidar ve orta düzeyde bir yordayıcısı olduğunu göstermektedir. Edinilen bulgular, öğrencilerin sayı duyusu performansı geliştikçe matematiksel düşünme aşamaları puanlarının da arttığını göstermektedir. Sayı duyusu performansının matematiksel düşünme aşamalarını açıklama oranı (%23), sayı duyusunun matematiksel düşünmenin manidar bir yordayıcısı olduğunu, ancak değişkenin tüm varyansı açıklamakta tek başına yeterli olmadığını göstermektedir.

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmanın amacı, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları ile sayı duyusu performansına yönelik düzeylerini belirlemek; farklı demografik değişkenler açısından öğrencilerin düzeylerinin farklılaşma durumunu incelemektir. Bu çalışmada öğrencilere sayı duyusu testi ve matematiksel düşünme aşamalarını belirlemek amacıyla çalışma yaprakları uygulanmıştır. Bu bölümde ise araştırmanın alt problemlerine yönelik elde edilen nicel bulgular özetlenmiş ve literatürde yer alan çalışmalar ile karşılaştırılarak tartışması yapılmıştır. Araştırma bulgularının tartışılması her bir alt problem dikkate alınarak yapılmıştır.

5.1.1. Birinci alt probleme ilişkin tartışma

Araştırmanın birinci alt problemi “8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansları hangi düzeydedir?” şeklindedir. Bu alt probleme yönelik bulgulara göre, öğrencilerin sayı duyusu toplam puanlarının ortalaması 19,99 olup, maksimum 37 puan üzerinden orta düzeyde bir yeterlilik göstermektedir. Alt boyutlar incelendiğinde, "sayıların denk gösterimi" ve "ölçmede referans kullanımı" gibi alanlarda görece daha yüksek, "niceliksel muhakeme" ve "işlemlerin etkisi" gibi kavramsal derinlik gerektiren alanlarda ise daha düşük ortalamalar görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin sayıların soyut ilişkilerine yönelik kavramsal farkındalıklarının tam gelişmediğini düşündürmektedir. McIntosh, Reys ve Reys (1992), sayı duyusunun yalnızca sayısal işlemleri bilmekten ibaret olmadığını, öğrencilerin sayılar arasındaki bağları, büyüklük ilişkilerini ve sayıların davranışlarını esnek biçimde anlayabilmelerini gerektirdiğini vurgulamıştır. Benzer şekilde, Greeno (1991) öğrencilerin sayıların soyut özellikleri ve ilişkileri hakkında yeterli kavramsal temele sahip olmadıklarında hem zihinsel işlemlerde hem de problem çözme süreçlerinde güçlük yaşadıklarını belirtmektedir. Literatür, sayıların soyut ilişkilerini kavrama becerisinin özellikle ortaokul düzeyinde tam olarak gelişmediğini, bu nedenle öğrencilerin tahmin, genelleme ve referans noktası kullanma gibi düşünme süreçlerinde sınırlılıklar yaşayabildiğini göstermektedir (Gersten ve Chard, 1999). Bu bulgular, öğrencilerin sayıların soyut ilişkilerine yönelik kavramsal farkındalıklarının henüz yeterince olgunlaşmadığını desteklemektedir.

5.1.2. İkinci alt probleme ilişkin tartışma

Araştırmanın ikinci alt problemi “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamaları hangi düzeydedir?” şeklindedir. Bu alt probleme ait bulgular özetlendiğinde matematiksel düşünme aşamaları puanları orta düzeyde seyretmektedir. Alt boyutlardan "özelleştirme" ve "genelleme" görece daha güçlü bulunurken, özellikle "ispatlama" boyutunda düşük performans dikkat çekmektedir. Bu durum, öğrencilerin sezgisel düşünme becerilerinin gelişmekte olduğunu, ancak kanıt temelli akıl yürütmelerde zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, Stylianides (2007)’in vurguladığı şekilde, öğrencilerin ispatlama ve çıkarımsal düşünmede sistematik bir öğretime ihtiyaç duyduğunu desteklemektedir. Stylianides (2007), ispatın okul matematiğinde yalnızca bir doğrulama aracı olmanın ötesinde, öğrencilerin matematiksel anlayışını derinleştiren bir işlevi olduğunu vurgular. Ona göre okulda ispat anlayışı, üniversite veya ileri düzey matematikteki resmî ispatlardan farklı biçimde, ancak sınıfın bilgi topluluğu açısından anlamlı ve uygun bir şekilde kavramsallaştırılmalıdır. Bu bağlamda, öğrencilerin ve öğretmenlerin sınıf ortamında geçerli ispat biçimleri geliştirmesi hem matematiksel düşünme becerilerini hem de argümantasyon yeteneklerini güçlendirmektedir.

5.1.3. Üçüncü alt probleme ilişkin tartışma

Araştırmanın üçüncü alt problemi “Sayı duygusu performansı ile matematiksel düşünme aşamaları arasındaki ilişki nasıldır?” şeklindedir. Araştırmada elde edilen korelasyon bulguları, matematiksel düşünme ile sayı duyusunun tüm bileşenleri arasında genel olarak pozitif ve anlamlı ilişkiler bulunduğunu göstermektedir. Matematiksel düşünme toplam puanı ile sayı duygusu toplam puanı arasında orta düzeyde bir ilişkinin ortaya çıkması, öğrencilerin sayıları esnek biçimde değerlendirebilme, zihinden işlem yapabilme ve sayısal durumları anlamlandırabilme becerilerinin matematiksel düşünme süreçlerini desteklediğini göstermektedir. Özellikle sayıların denk gösterimi, zihinsel hesaplama ve ölçmede referans kullanımı ile kurulan daha güçlü ilişkiler, bu bileşenlerin matematiksel düşünmenin gelişiminde belirleyici olduğunu düşündürmektedir.

Matematiksel düşünmenin alt boyutları incelendiğinde, her bir boyutun sayı duyusunun farklı bileşenleriyle çeşitli düzeylerde ilişki kurduğu görülmektedir. Özelleştirme boyutunun sınırlı ve düşük düzeyde ilişkiler göstermesi, bu alt boyutun daha çok problem durumlarını düzenleme ve yapılandırma süreçlerine dayandığını ortaya koymaktadır. Buna karşılık, genelleme ve varsayımda bulunma boyutlarının özellikle

sayıların denk gösterimi ve zihinsel hesaplama ile kurdukları orta ve yüksek düzeyde ilişkiler, bu iki becerinin esnek düşünme, örüntü kurma ve tahmin yürütme gibi bilişsel süreçlerle daha yakından bağlantılı olduğunu göstermektedir.

İspatlama alt boyutunda tüm sayı duyusu bileşenleriyle anlamlı ilişkilerin bulunması, gerekçelendirme ve mantıksal çıkarım yapma süreçlerinin sayı duyusundan doğrudan beslendiğini ortaya koymaktadır. Genel olarak bakıldığında, sayı duyusunun matematiksel düşünmenin bütün aşamalarını desteklediği, ancak özellikle sayıları farklı biçimlerde ifade edebilme, zihinsel işlem yapabilme ve referans noktalarından yararlanma becerilerinin matematiksel düşünmeyi daha güçlü biçimde etkilediği söylenebilir. Sowder (1992) da sayı duyusunun gelişiminin, öğrencilerin akıl yürütme becerilerini güçlendirdiğini ve matematiksel argüman oluşturma, strateji seçme ve sonuç çıkarma gibi üst düzey düşünme süreçlerine doğrudan katkı sağladığını ifade etmiştir.

5.1.4. Dördüncü alt probleme ilişkin tartışma

Araştırmanın dördüncü alt problemi “*Farklı demografik değişkenler açısından sayı duyusu performansı ve matematiksel düşünme aşamaları nasıl farklılaşmaktadır?*” şeklindedir. Bu alt probleme yönelik hem sayı duyusu performansı hem de matematiksel düşünme puanları açısından cinsiyet değişkeninde kayda değer bir fark bulunamamıştır. Erkek ve kız öğrencilerin sayı duyusu puanları birbirine oldukça yakın, benzer şekilde matematiksel düşünme aşamaları puanları da paralel düzeyde bulunmuştur. Bu bulgu, matematiksel düşünme aşamaları ve sayı duyusu performansının cinsiyetten bağımsız olarak gelişebileceğini göstermekte ve Hyde’ın (2005) “cinsiyet benzerliği hipotezi” ile örtüşmektedir. Hyde’a (2005) göre psikolojik, bilişsel ve davranışsal değişkenlerin çoğunda kadınlar ve erkekler arasındaki farklar küçük veya önemsizdir. Gözlenen farklılıkların büyük çoğunluğu kültürel-sosyal roller, toplumsal beklentiler ve kalıp yargılar tarafından üretilir.

Araştırma bulgularına göre, anne eğitim düzeyi, sayı duyusu üzerinde manidar bir farklılık yaratmıştır. Üniversite mezunu annelerin çocukları daha yüksek sayı duyusu puanına sahiptir. Bu durum, annelerin eğitim seviyesi arttıkça çocukların evde aldığı matematiksel destek ve zihinsel uyarılmanın arttığını göstermektedir. Anne eğitim seviyesinin çocukların matematik becerileri üzerinde olumlu bir tesirinin olduğu birçok araştırmada saptanmıştır. Daha yüksek eğitilmiş annelerin, çocuklarına ev ortamında daha fazla akademik destek

sağladığı ve matematiksel kavramların gelişimini olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir (OECD, 2018).

Salido ve ark. (2024) tarafından yapılan bibliyometrik analizde, ebeveyn katılımının yani ebeveynlerin çocuklarının matematik aktiviteleriyle ilgilenmesinin matematik başarısı üzerinde etkisi olabileceği birçok çalışmada ortaya konmuştur. Bu çalışma, ebeveynin sadece eğitimi değil, katılım düzeyinin de önemli bir değişken olduğunu vurgulamaktadır.

Araştırma bulgularına göre öğrencilerin yıl sonu matematik başarı puanları ile hem sayı duygusu hem de matematiksel düşünme aşamaları puanı arasında manidar farklar bulunmuştur. Özellikle puan ortalaması yüksek olan öğrencilerin sayı duygusu puanları, puan ortalaması düşük olan öğrencilere göre belirgin şekilde yüksektir. Benzer fark, matematiksel düşünme aşamaları puanlarında da gözlenmiştir. Bu bulgu, sayı duygusu performansı ve matematiksel düşünme becerisinin akademik başarıyla doğrudan ilişkili olduğunu göstermekte ve literatürdeki benzer çalışmalarla örtüşmektedir (Reys ve diğerleri, 1999; McIntosh ve diğerleri, 1997). Bu da sayı duygusu ve matematiksel düşünme becerilerinin yalnızca kavramsal açıdan değil, performans açısından da güçlü olduğunu göstermektedir.

5.1.5. Beşinci alt probleme ilişkin tartışma

Araştırmanın beşinci alt problemi “*Sayı duygusu performansı matematiksel düşünme aşamalarını yordamakta mıdır?*” şeklindedir. Bu alt problem için sayı duygusu performansının matematiksel düşünme aşamaları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Regresyon analizinden elde edilen bulgular, sayı duygusunun matematiksel düşünmenin anlamlı ve pozitif bir yordayıcısı olduğunu göstermektedir. Tablo 4.6’da görüldüğü üzere sayı duygusu değişkeninin matematiksel düşünme üzerindeki etkisi istatistiksel olarak manidardır. Modelin anlamlılığı da F değerinin yüksek çıkmasıyla doğrulanmaktadır. Bu sonuçlar, sayı duygusu düzeyi yükseldikçe öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin de geliştiğini göstermektedir.

Modelin açıklayıcılık katsayısı olan R^2 değerinin 0,228 olması, matematiksel düşünme puanlarındaki toplam varyansın yaklaşık %23’ünün sayı duygusu performansı tarafından açıklandığını göstermektedir. Bu oran, sayı duygusunun matematiksel düşünme üzerinde belirgin bir etkiye sahip olduğunu, ancak matematiksel düşünmenin yalnızca sayı duygusu ile açıklanamayacak daha geniş bir bilişsel yapıya sahip olduğunu ortaya

koymaktadır. Matematiksel düşünme; özelleştirme, genelleme, varsayımlarda bulunma ve ispatlama gibi üst düzey bilişsel süreçleri içerdiği için çok boyutlu bir yapı göstermektedir. Dolayısıyla sayı duyusunun etkisi anlamlı olsa da matematiksel düşünmenin tamamını tek başına açıklaması beklenen bir durum değildir.

Bu araştırmadan elde edilen bulgular, literatürde yer alan çalışmalarla büyük ölçüde tutarlıdır. Reys, Reys ve McIntosh (1999), sayı duyusu gelişmiş öğrencilerin matematiksel ilişkileri esnek biçimde yorumlayabildiğini ve akıl yürütme süreçlerinde daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Yang (2007) da sayı duyusunun problem çözme stratejilerinde esneklik ve verimlilik sağladığını, bunun da üst düzey düşünme becerilerini olumlu yönde etkilediğini vurgulamıştır. Türkiye’de yapılan çalışmalar da benzer sonuçlar sunmaktadır. Birgin ve Peker (2019) sayı duyusu düzeyi yüksek öğrencilerin matematiksel muhakeme ve düşünme becerilerinde daha başarılı olduklarını bildirmiştir. Bu bağlamda, araştırmanın bulguları hem ulusal hem de uluslararası literatürle uyumlu olup sayı duyusunun matematiksel düşünmenin önemli bir bileşeni olduğunu desteklemektedir.

5.2. Öneriler

5.2.1. Teoriye dayalı öneriler

- Araştırmalarda sosyoekonomik düzey, öğretmen yeterlilikleri, ders dışı destek imkânları gibi ek değişkenler de dahil edilerek daha kapsamlı ilişkiler incelenebilir.
- Farklı bölgelerden daha geniş örneklemelerle yapılacak çalışmalar, elde edilen bulguların genellenebilirliğini arttırabilir.
- Sayı duyusu ve matematiksel düşünmenin gelişimi zaman içinde değişebileceğinden, bu becerilerle ilgili boylamsal araştırmalar yapılabilir.
- Öğretmenlerin, doğru cevaba odaklı işlem pratiği yerine kavramsal anlayışı geliştirmeye yönelik matematik öğretim yaklaşımları (örneğin: yapılandırmacı yaklaşım, probleme dayalı öğrenme) benimseyebilirler.
- Sayı duyusu ve matematiksel düşünme becerilerine yönelik öğretim kazanımları, ilköğretim matematik öğretim programına açık ve sistematik şekilde dahil edilebilir.

5.2.2. Uygulamaya dayalı öneriler

- Sayı duyusu ve matematiksel düşünme becerileri birlikte ele alınarak, öğretim süreçlerinde bu iki beceriyi bütünleştiren ders planları oluşturulabilir.

- Eğitim fakültelerinde, öğretmen adaylarına sayı duyusu ve matematiksel düşünme ile ilgili kuramsal bilgi ve uygulamalı örnekler sunan ders içeriklerine yer verilebilir.
- Müfredat, öğrencilerin sayılar arasında ilişki kurma ve farklı temsil biçimlerini anlama becerilerini geliştirecek şekilde yapılandırılabilir.
- Öğrencilerin sayı duyusunu geliştirmeye yönelik öğretim süreçlerinde tahmin, zihinden işlem yapma, işlemin etkisini anlama gibi becerilere daha fazla yer verilebilir.
- Öğrencilere zihinsel işlem yapma alışkanlığı kazandırılarak, kalem-kâğıt kullanımının yerine tahmin ve akıl yürütmeye dayalı işlem yapmaları teşvik edilebilir.
- Matematiksel düşünmeyi destekleyen genelleme, varsayımda bulunma ve ispatlama gibi üst düzey bilişsel süreçleri içeren problem çözme etkinlikleri sınıf içi uygulamalarda kullanılabilir.
- Anne ve babanın eğitim düzeyi, özellikle sayı duyusu üzerinde etkili bir değişken olarak öne çıkmaktadır. Bu nedenle velilere yönelik bilgilendirici içerikler hazırlanmalı ve evde çocuklara destek olmaları teşvik edilebilir.
- Öğretmenlerin dinamik ve bilinçli öğretim tasarımı yapabilmeleri için, sayı duyusu ve matematiksel düşünme kabiliyetlerini artırmak amacıyla hizmet içi eğitimler düzenlenebilir.

KAYNAKÇA

- Abubakar, H. and Terlumun, S. (2020). "Investigating number sense performance among sixth-grade students in Gombe State, Nigeria". *International Journal of Educational Research*, 45(2), 123–135. <https://doi.org/10.1234/ijer.2020.04502>
- Acar, S. (2019). Sayı Hissi ile Cebirsel Düşünme Becerisi Arasındaki İlişkinin Farklı Değişkenler Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Acar, T. ve Peker, M. (2021). "2018 yılı Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nın Sayı Hissi ve Bileşenleri Açısından İncelenmesi". *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40, 117–136. <https://doi.org/10.14582/DUZGEF.1074>
- Ak, Y. (2019). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Hissi ile Matematik Kaygısı Arasındaki İlişki Üzerine Bir Çalışma. Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi.
- Alkan, H., ve Güzel, E. B. (2005). "Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi". *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221-236.
- Altun, M., Keskin, M. ve Akbaba Dağ, S. (2013). "8. ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Aşamalarındaki Davranışlarının Karşılaştırılması". *Journal of Educational Sciences*, 1(1), 33–50. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/jedus/issue/16124/168704>
- Berch, D. B. (2005). "Making Sense of Number Sense: Implications For Children with Mathematical Disabilities". *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339.
- Blitzer, R. (2003). *Thinking Mathematically*, New Jersey 07458.
- Birgin, O. and Peker, E. S. (2022). "Development of Number Sense Test For Eighth-Grade Students: A Validity and Reliability Study". *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 51(1), 187-219.
- Burton, L. (1984). "Mathematical Thinking: The Struggle for Meaning". *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Burton, L. (1999). "Mathematics and Their Epistemologies-and the Learning of Mathematics". *Mathematics Education I*, 87.
- Büyüköztürk, Şener, Kılıç Çakmak, Ebru, Akgün, Özcan E., Karadeniz, Şirin ve Demirel, Funda (2014). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2022). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (30. baskı). Pegem Akademi.
- Cai, J. (2000). "Mathematical Thinking Involved in US and Chinese Students' Solving of Process-Constrained and Process-Open Problems". *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 309-340.

Cai, J. (2003). "Singaporean Students' Mathematical Thinking in Problem Solving and Problem Posing: An Exploratory Study". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.

Cain, C., Doggett, M., Faulkner, V. and Hale, C. (2007). The components of number sense. Raleigh, NC: NC Math Foundations Training, Exceptional Children's Division of the North Carolina Department of Public Instruction (NCDPI).

Case, R. (1998, April). "A Psychological Model of Number Sense and Its Development". In Annual Meeting of The American Educational Research Association, San Diego.

Çelik, B. (2021) 7. Sınıf Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerilerinde Sayı Hissi Rolünün İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Lisansüstü Programı

Çelik, E. (2023). Ortaokul Öğrencilerinin Sayı Hissi ile Hesaplama Becerileri Arasındaki İlişki. Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep: Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çöker, D. ve Karaçay, T. (1983). Matematik Terimleri Sözlüğü. Türk Dil Kurumu Yayınları.

Dede, H. G. ve Şengül, S. (2016). "İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Hissinin İncelenmesi 1". *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 285-303.

Doğan, N. ve Paydar, S. (2020). "Üstün Yetenekli ve Normal Gelişim Gösteren Öğrencilerin Sayı Hissi Düzeylerinin Karşılaştırılması". *Journal of Gifted Education and Creativity*, 7(3), 136–148. <https://doi.org/10.46878/egede.775960>

Duran, N. (2005). Matematiksel Düşünme Becerilerine İlişkin Bir Araştırma. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Düzgün, C. (2022). Beceri Temelli Sorularda 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Rize: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Er, Z. ve Artut, PD (2022). "Sayı Duyusu Bileşenleri Açısından Üstün Yetenekli Öğrencilerin Sayı Duyusu Becerileri". *Eğitim ve Öğrenme Dergisi (EduLearn)*, 16 (1), 92-102.

Faulkner, V. N. and Cain, C. (2009). "The Components of Number Sense: An Instructional Model for Teachers". *Teaching Exceptional Children*, 41(5), 24-30.

Fidell, S., Tabachnick, B., Mestre, V. and Fidell, L. (2013). "Aircraft Noise-Induced Awakenings Are More Reasonably Predicted from Relative Than from Absolute Sound Exposure Levels". *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(5), 3645-3653.

Gersten, R. and Chard, D. (1999). "Number Sense: Rethinking Arithmetic Instruction for Students with Mathematical Disabilities". The Journal of Special Education, 33(1), 18-28.

Gök, M. (2022). Matematiksel Düşünme Üzerine Yapılan Çalışmaların Sistematiik Olarak İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Ordu: Ordu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Greeno. J.G. (1991). "Number Sense as Situated Knowing in A Conceptual Domain". Journal for Research in Mathematics Education, 22(3), 170-218. doi:10.2307/749074.

Güleç, H. H. (2024). "Sayı Hissi Konusunda Yürütölen Çalışmalar: Sistematiik Bir Derleme Analizi". Necmettin Erbakan Üniversitesi Ereğli Eğitim Faköltesi Dergisi, 6(1), 352-368.

Günkaya, B. (2018). 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Hissi ile Uzamsal Yetenekleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Harç, S. (2010). 6. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duygusu Kavramı Açısından Mevcut Durumlarının Analizi. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi.

Hope, J. (1989). "Promoting Number Sense in School". The Arithmetic Teacher, 36(6), 12-16.

Howden, H. (1989). "Teaching number sense". The Arithmetic Teacher, 36(6), 6-11.

Hyde, J. S. (2005). "The Gender Similarities Hypothesis". American Psychologist, 60(6), 581-592.

Jordan, N. C. and Kaplan, D. (2007). "Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories". Learning Disabilities Research and Practice, 22(1), 36-46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229>.

Kaminski, E. (2022). "An Investigation of Pre-Service Elementary and Secondary Mathematics Teachers' Number Sense". Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 13(2), 123-134. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.261492>

Karabey, H., Tunalı, S., Olgun, C. ve Ergut, E. (2019). "Ortaokul Matematik Öğretim Programlarındaki Sayılar Alt Öğrenme Alanı Kazanımlarının Sayı Duyusu Bileşenleri Açısından İncelenmesi". Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi, 9(1), 1-24. <https://doi.org/10.31704/ijocis.2019.001>

Kayhan Altay, M. (2010). İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularının; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete ve Sayı Duyusu Bileşenlerine Göre İncelenmesi, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Kırbaş, D. (2024). Lise Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Stillerinin ve Problem Çözmeye Yönelik İnançlarının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Bilecik: Şeyh Edebali Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Kulak, T. E. (2023). Matematik Ders Notu 5 Olan Ortaokul 7. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Hissi Stratejilerini Kullanma Durumlarının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Kırşehir: Ahi Evran Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Küçükay, M. (2022). Sayı Hissi Alanında Yapılan Yüksek Lisans ve Doktora Tezlerinin Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.

Küçükbardakçı, Ö. E. (2022). Ortaokul 5, 6, 7 ve 8. Sınıf Ders Kitaplarının Sayı Hissi ve Bileşenleri Yönünden İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Konya: Necmettin Erbakan Üniversitesi.

Kyaw, A. M. M. and Thein, N. N. (2018). “A Study of the Relationship Between the Number Sense and Problem-Solving Skills in Mathematics of Middle School Students”. J. Myanmar Academic Art Science, 16(9), 435-464.

Lago, R. M. and DiPerna, J. C. (2010). “Number Sense in Kindergarten: A Factor-Analytic Study of the Construct”. School Psychology Review, 39(2), 164-180.

Li, M. N. F. and Yang, D. C. (2010). “Development and Validation of a Computer Administered Number Sense Scale For Fifth Grade Children in Taiwan”. School Science and Mathematics, 110(4), 220-230.

Liu, P. H. (2003). “The Relationship of a Problem-Based Calculus Course and Students' Views of Mathematical Thinking”. Oregon: Oregon State University Press.

Louange, G. E. J. and Bana, J. (2005). “An Examination of the Relationships Between Teaching and Learning Styles, the Number Sense and Problem-Solving Ability of Year 7 Students”. Educational Studies in Mathematics. 58(2), 235-252. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9003-0>

Maghfirah, M. and Mahmudi, A. (2018). “Number Sense: The Result of Mathematical Experience”. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1097, No. 1, p. 012141). IOP Publishing.

Mason, J., Burton, L. and Stacey, K. (1985). “Thinking mathematically”. Second Addition

McIntosh, Alistair, Reys, Barbara J. and Reys, Robert E. (1992). “A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense”. For the Learning of Mathematics. 12(3), 2-44.

McIntosh, A., Reys, B. J., Reys, R. E., Bana, J., & Farrell, B. (1997). Number Sense in School Mathematics: Student Performance in Four Countries. Mathematics, Science and Technology Education Centre, Edith Cowan University.

Millî Eğitim Bakanlığı, (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı. <https://mufredat.meb.gov.tr>

Mohamed, M. and Johnny, J. (2010). "Investigating Number Sense Among Students". *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 317–324. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.044>

Nasibov, F. ve Kaçar, A. (2005). "Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında". *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 339-346.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics". Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). "Principles and Standards for School Mathematics". Reston, VA: NCTM

Nickerson, S. D. and Whitacre, I. (2010). "A Local Instruction Theory for The Development of Number Sense". *Mathematical Thinking and Learning*, 12(3), 227-252.

OECD. (2018). "Equity in Education: Breaking Down Barriers to Social Mobility". OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264073234-en>

Olkun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2004). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Anı yayıncılık.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.

Or, M. (2020). *Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Adana: Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Parlak, Ş. T. (2024). *Ortaokul 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duyusu Becerileri, Cebirsel Muhakeme Becerileri ve Matematik Başarısı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative Research and Evaluation Methods* (4th ed.). Sage Publications.

Pesen, C. (2020). *İlkokullarda Matematik Öğretimi* (8. Baskı). Ankara: Pegem Yayınları

Pilmer, C. D. (2008). *Number Sense*. Canada: Nova Scotia School For Adult Learning. Department of Labour and Workforce Development.

Reys, R. E. and Yang, D. C. (1998). "Relationship Between Computational Performance and Number Sense Among Sixth and Eighth-Grade Students in Taiwan". *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2), 225-237.

Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A. and Yang, D. C. (1999). "Assessing Number Sense of Students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States". *School Science and Mathematics*, 99(2), 61-70.

Salido, A., Fauziah, P. Y., Kausar, A., Haskin, S. and Azhar, M. (2024). "Parental Involvement in Students' Mathematics Activities: A Bibliometric Analysis. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 20(10), em2513. <https://doi.org/10.29333/ejmste/15179>

Schoenfeld, A. H. (2016). "Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics (Reprint)". Journal of Education, 196(2), 1-38.

Sevgen, B. (2002). "Matematiksel Düşünce Yapısı ve Gelişimi". V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18-Eylül-2002, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara

Sezer, N. (2019). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Süreç ve Becerilerinin Boylamsal İncelenmesi. Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi.

Sood, S. and Mackey, M. (2014). Number Sense Instruction: A Comprehensive Literature Review. World Journal of Education, 4(5), 58-67.

Sowder, J. T. and Schappelle, B. P. (1989). "Establishing Foundations for Research on Number Sense and Related Topic". Report of a Conference San Diego, California, February 16-17

Sowder, J. T. (1992). "Estimation and Number Sense". Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, 371-389.

Stacey, K. (2006). "What is Mathematical Thinking and Why is It Important". Progress Report of the APEC Project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures. Lesson Study Focusing on Mathematical Thinking, 39-48.

Sternberg, R. J. (2012). "What is Mathematical Thinking?". In The Nature of Mathematical Thinking. Routledge. 303-318.

Sternberg, R. J. and Ben-Zeev, T. (Eds.). (2012). The Nature of Mathematical Thinking. Taylor and Francis.

Stylianides, A. L. (2007). "Proof and Proving in School Mathematics". Journal for Research in Mathematics Education. 38(3). 289-321.

Şengül, S., ve Dede, H. G. (2014). Matematik öğretmenlerinin sayı hissi problemlerini çözerken kullandıkları stratejiler. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 5(1), 73-88.

Tabachnick, B. G. and Fidell, L. S. (2013). "Using Multivariate Statistics. MA: Pearson.

Tall, D. (1995, July). "Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. In PME Conference. Vol. 1, pp. 1-61. The Program Committee of The 18Th PME Conference.

- Tall, D. (2002). Advanced Mathematical Thinking. Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (Ed.). (2006). "Advanced Mathematical Thinking (Vol. 11). Springer Science and Business Media.
- Tsao, Y. L. and Lin, Y. C. (2011). "The Study of Number Sense and Teaching Practice". Journal of Case Studies in Education, 2.
- Tunalı, S. (2022). Matematik Öğrenme Güçlüğü ile Sayı Hissi Arasındaki İlişkinin İncelenmesi: Müdahale Çalışmaları Üzerine Bir Derleme. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Türk Dil Kurumu. (2014). Güncel Türkçe Sözlük. Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Türkgenç, M. (2022). 8. Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü İfadelere Yönelik Sayı Hissi Düzeyleri ile Matematik Başarısı ve Sayı Hissine Yönelik Öz Yeterlik İnançları Arasındaki İlişki. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Türk Matematik Derneği. (1991). Cahit Arf'ın ODTÜ'deki konuşması. TurkMath.org. https://www.turkmath.org/beta/cahitarf_odtu1991.php
- Tüzün, M. ve Cihangir, A. (2020). "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme Aşamaları ile Matematik Öz Yeterlikleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi". Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi. 2(2), 210–228. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/akef/issue/58853/848978>
- Umay, A. (1996). "Matematik Öğretimi ve Ölçülmesi". Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12(12).
- Ülkü, M. (2023). Ortaokul Öğrencilerinin Sayı Hissi ile Matematik Tutumları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Van de Walle, J., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2014). "Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (eight international edition). Essex: Pearson, 417-431.
- Yang, D. C., Li, M. N. and Lin, C. I. (2008). "A Study of the Performance of 5th Graders in Number Sense and Its Relationship to Achievement in Mathematics". International Journal of Science and Mathematics Education, 6, 789-807.
- Yang, D. C., Hsu, C. J. and Huang, M. C. (2004). "A Study of Teaching and Learning Number Sense for Sixth Grade Students in Taiwan". International Journal of Science and Mathematics Education, 2(3), 407-430.
- Yıldırım C. (1988). Matematiksel Düşünme. Remzi kitabevi, 15. Baskı, s.12-17
- Yıldırım, C. (1996). Matematiksel düşünme. Remzi Kitabevi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (12. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yörür, B. (2022). Kırsal ve Şehir Merkezinde Öğrenim Gören 7. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Hissi Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi.



EK 3: SAYI DUYUSU TESTİ

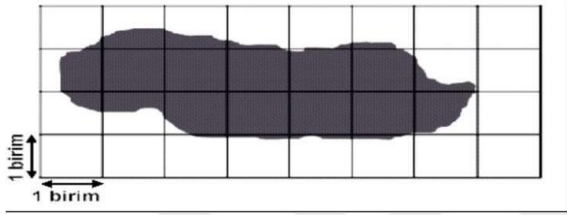
1) Okulun düzenlediği gezilere her 12 öğrenci için 1 öğretmen katılacaktır. Geziye 110 öğrenci gidiyorsa en az kaç öğretmen katılmalıdır? A)7 B) 9 C)10 D)11	5) Doruk okulumuzdaki 8. Sınıf öğrencisidir. Doruk doğduğundan beri kaç gün yaşamıştır? (en yakın cevabı işaretleyiniz) A)450 B)4500 C)45000 D)450000
2) Aşağıdaki sayılardan hangisi en büyüktür? A) $\frac{499}{500}$ B) $\frac{500}{501}$ C) $\frac{4568}{4569}$ D) $\frac{4569}{4570}$	6) 1,52 ve 1,53 sayıları arasında kaç farklı ondalık sayı vardır? A)0 B)1 C) Birkaç tane D) Çok fazla
3) Aşağıdakilerden hangisi $\frac{7,21 \times 3,86}{0,9}$ işleminin sonucuna en yakındır? A) $\frac{7 \times 3}{10}$ B) $\frac{7 \times 4}{10}$ C) $\frac{7 \times 3}{10}$ D) $\frac{7 \times 4}{10}$	7)Her biri 0,3 litre su alan bardaklar, bir sürahideki su ile dolduruluyor. Sekizinci bardak tam dolmadığına göre, sürahideki su miktarı aşağıdakilerden hangisi olabilir? A)1,8 L B)2,1 L C)2,3 L D) 2,4 L
4) $(-)^5$ üslü ifadesinin değeri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur? A) 0'dan küçüktür. B)1'den büyüktür. C) – ile 0 arasındadır. D) 1 ile – arasındadır.	8) $\frac{4}{7}$ ile $\frac{5}{7}$ arasında kaç farklı kesir vardır? A)Hiç B) Bir tane C)Bir kaç tane D) Birçok

9) $\frac{4}{14}$ ile $\frac{\Delta}{14}$ kesirlerinin denk kesir olması için ikinci kesrin payındaki Δ kutuya hangi sayı gelmelidir? A)6 B)7 C) 11 D)14	13) Yukarıda sayı doğrusu üzerindeki K noktası ile gösterilen kesir aşağıdakilerden hangisidir? A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $1\frac{3}{4}$ D) $1\frac{3}{5}$
10) $a=0,25$ $b=\frac{1}{4}$ olmak üzere aşağıdaki işlemlerden hangisi en küçük değeri verir? A) $a \times b$ B) $a : b$ C) $a - b$ D) $a + b$	14) $15,24 \times 4,5 = ?$ işleminin yapıldığı bozuk bir hesap makinesi sonucu 6858 olarak göstermektedir. Buna göre işlem sonucu hangisi olabilir? A) 0,6858 B) 6,858 C) 68,58 D) 685,8
11) Aşağıdakilerden hangisi devirli ondalık kesirleri arasında yer alır? A)0,451 B)0,455 C)0,453 D)0,457	15) Aşağıda taranarak çizilen şekillerden hangisi diğerlerinden farklı bir kesri temsil eder?
12) 5^{-4} sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? A) 0,0005 B) 0,0002 C) 0,0016 D) 0,0025	

16) Alanı 150 m^2 olan kare şeklindeki bir bahçenin bir kenar uzunluğu, hangi metreler arasındadır?

- A) 7m-8m B) 9m-10m
C) 11m-12m D) 12m-13m

17)

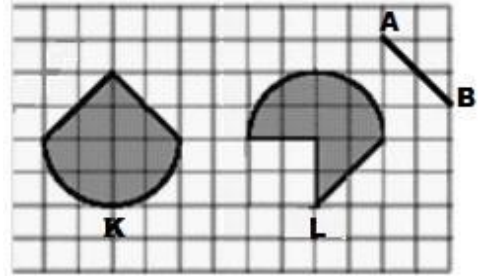


İznik Gölü'nün haritası yukarıda verilmiştir. Şekilde taralı alanın kaç birim olduğunun en yakın tahmini aşağıdakilerden hangisidir?

- A)2 B)7 C)10 D)14

18) % 120'nin karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) — B)1 — C) — D)1 —



19)

İAB uzunluğunu göz önüne alarak K ve L şekillerinin çevrelerini karşılaştırsak aşağıdakilerden hangisi doğru olur?

- A) K'nın çevresi, L'nin çevresinden küçük olur.
B) L'nin çevresi K'nın çevresinden küçük olur.
C) K'nın çevresi L'nin çevresine eşit olur.
D) K'nın çevresi L'nin çevresinin 2 katıdır.

20) Bir m tam sayısını 0,25'e bölmek yerine kaç ile çarparsa aynı sonucu elde ederiz?

- A) 1 B) 2 C) 3 D)4

21)

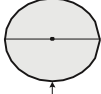


Yukarıda verilen taralı bölgenin tamamının ifade ettiği yüzdelik değer(%) bakımından karşılığı nedir?

- A)%30 B)%60 C) %80 D)%160

22) 2 ve 3 arasında bir kesir oluşturmak için $\frac{1}{8}$ kesrinde kutuya hangi sayı yazılabilir? A)7 B)14 C)21 D)28	25) Bir yetişkinin boyu kaç cm uzunluğunda olabilir? A)50cm B) 100cm C) 200cm D) 400cm
23) $292 \times 0,98 = ?$ işleminin sonucunu hesaplama yapmadan en yakın cevabı işaretleyiniz. A) 292'den fazla B) 292' ye eşittir. C) 292'den az D) Hesaplamadan yapamam.	26) Bir oyun parkındaki oyuncak için alınan bir bilet ile en fazla 4 dakika oyun oynanabilmektedir. 9 dakika oyun oynayabilmek için kaç bilet almak gerekir? A)2 B)$2\frac{1}{4}$ C)3 D) Yeterli bilgi verilmemiştir.
24) $\frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$ işleminin sonucunu hesaplama yapmadan en yakın cevabı işaretleyiniz. A)$\frac{1}{3}$ den daha az B) $\frac{1}{3}$ e eşit C) $\frac{1}{3}$ den fazla D) Hesaplamadan yapamam.	27) Aşağıdaki hangi kesirlerin toplamı 1'den büyüktür? A)$\frac{5}{7} + \frac{3}{7}$ B)$\frac{7}{15} + \frac{5}{15}$ C) $- + \frac{4}{9}$ D)$\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$

28) Burcu her biri 6 yumurta alan kutulara yumurtaları yerleştiriyor. Burcu'nun 94 tane yumurtası vardır. Buna göre tüm yumurtaları yerleştirmek için en az kaç kutuya ihtiyacı vardır? A) 14 B) 15 C) 16 D) 19	32) $4^{-1} + 0,76 \dots\dots\dots 1^9$ boşluğa "<" , ">" veya "=" işaretlerinden hangisini yerleştirebiliriz? A) > B) < C) = D) Hesaplayamadım
29) Bir firma, bir yıl içinde 1426 ton suni gübre satmıştır. Bu firmanın suni gübre satışı sonraki yılda %15 azalmıştır. Bu firmanın 2. yıldaki suni gübre satışı yaklaşık olarak kaç tondur? A)200 B)300 C)1200 D)1600	33) A ve B iki doğal sayı olmak üzere, $A + B = 85$ olduğuna göre, $(A+1) + (B-1) = ?$ işleminin sonucu kaçtır? A)85 B) 86 C) 87 D) A ve B bilinmeden hesaplanamaz
30) $93 \times 134 = 12\ 462$ olduğuna göre 93×135' in sonucunu tahmin ediniz. A)12 328 B) 12 460 C) 12 555 D) 12 987	34) $0,5 \times 840$ işlemi hangisiyle aynıdır? A) $840 \div 2$ C) 5×8400 B) 840×2 D) 5×84
 31) Yukarıdaki şekildeki çocuğun boyu, yaklaşık olarak 1,20 cm ise ağacın boyu kaç cm dir?	A) 1,10 cm B) 1,50 cm C) 2,05 cm D) 3,70 cm



35) Bir okçu, yukarıda gösterildiği gibi çapı 1 metre olan daire şeklindeki bir hedef tahtasına atış yapmaktadır. Hedef tahtasının yerden yüksekliği 3 metredir.

Atılan ok hedef tahtasına isabet ettiğine göre, saplandığı noktanın yerden yüksekliği, metre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\sqrt{6}$
B) $\sqrt{8}$

- C) $\sqrt{15}$
D) $\sqrt{18}$

37) Aşağıdaki sayılardan hangisi en büyüktür?

- A) 2,02
B) 0,22

- C) 0,220
D) 2,2

36) $\sqrt{0,2051}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine yakındır?

- A) 0,15
B) 0,25

- C) 0,35
D) 0,45

38) Aşağıdaki işlemlerden hangisi bize en büyük cevabı verir?

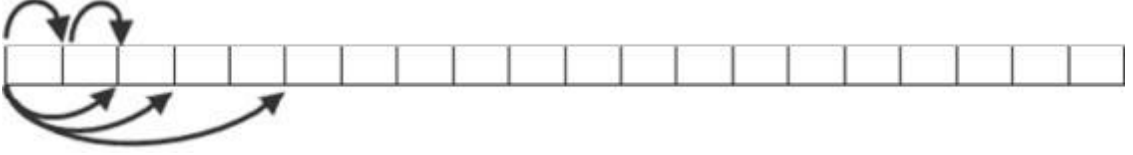
- A) $29 \div 0,8$
C) $29 + 0,8$

- B) $29 \times 0,8$
D) $29 - 0,8$

EK 4: MATEMATİKSEL DÜŞÜNME AŞAMALARI BELİRLEME ÖLÇEĞİ

ÇY-1

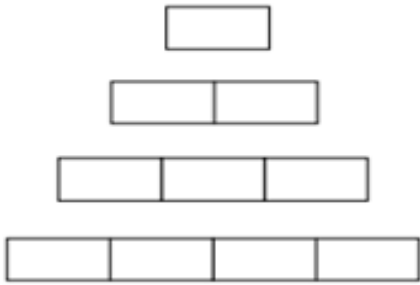
A) Şekildeki gibi yan yana sıralanmış 20 küçük dikdörtgenden elde edilen şekilde kaç dikdörtgen vardır?



Bu soruyu cevaplamak için ilk önce aşağıdaki sorulara cevap veriniz.

Yan yana sıralanmış dikdörtgen sayısı
sayısı

Elde edilen şekildeki toplam dikdörtgen



→	1
→	3
→	?
→	?

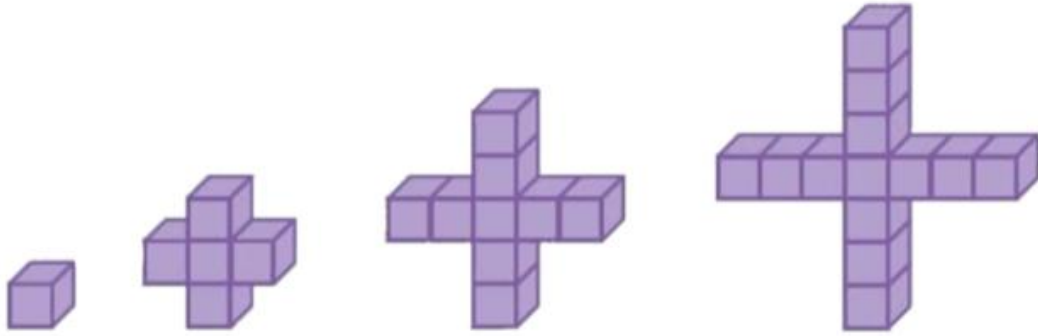
Soru 1: Yukarıda bir ve iki dikdörtgenden elde edilen şekil için oluşan dikdörtgen sayıları verilmiştir. 3 ve 4 dikdörtgenden oluşan şekillerdeki toplam dikdörtgen sayılarını hesaplayınız.

Soru 2: Şekilleri oluşturan dikdörtgen sayıları arttıkça oluşan toplam dikdörtgen sayılarının oluşturduğu örüntüyü matematiksel olarak nasıl ifade edebilirsiniz? Yazınız.

Soru 3: Oluşan dikdörtgen sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunacak ve yukarıdaki şekildeki 20 dikdörtgenden oluşan şekil için bu varsayımı doğrulayacak işlemi yazınız.

Soru 4: n tane dikdörtgenden oluşan şekildeki toplam dikdörtgen sayısını bir formülle ifade ediniz? Matematiksel olarak bu formülü doğrulayacak/ispatlayacak işlemi yazınız.

ÇY-2



1.adım

2.adım

3.adım

4.adım

Adım Numarası	1	2	3	4	5	6		
Toplam küp sayısı	1	5	9					

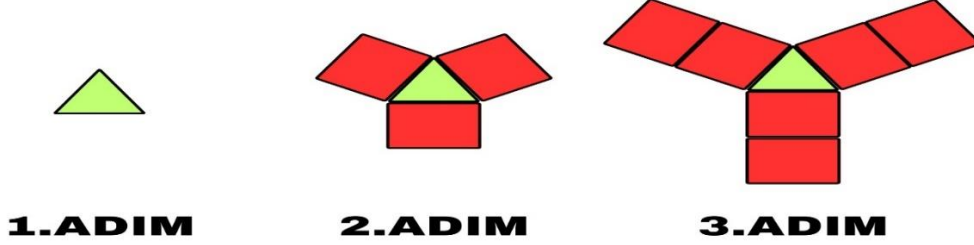
Soru 1: Verilen tabloda 4. ve 5. Adımdaki toplam küp sayılarını bulunuz.

Soru 2: Adım numarası arttıkça büyüyen şekildeki toplam küp sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiye dair tahmininizi açıklayarak yazınız.

Soru 3: Toplam küp sayıları ile ilgili bir varsayımda bulunacak ve yukarıdaki şekildeki 25 küpten oluşan şekil için bu varsayımı doğrulayacak işlemi yazınız.

Soru 4: n. adımdaki toplam küp sayısını bir formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü doğrulayacak işlemi yazınız.

ÇY-3



Yukarıda verilen örüntüde çubuklarla oluşturulan bir eşkenar üçgen ve bu üçgenin kenarları üzerine çubuklarla oluşturulan özdeş kareler yerleştirilmiştir.

Adım sayısı	1	2	3	4	5
Kare sayısı	0	3	6		
Şeklin çevresinde kullanılan çubuk sayısı	3	9	15		

Soru 1: Tablodaki 4 ve 5. Adımdaki kare sayılarını ve şeklin çevresinde kullanılan çubuk sayılarını bulunuz.

Soru 2:

a) Adım sayısı ile kullanılan kare sayısı arasındaki ilişkiye dair tahmininizi açıklayarak yazınız.

b) Adım sayısı ile kullanılan çubuk sayısı arasındaki ilişkiye dair tahmininizi açıklayarak yazınız.

Soru 3: Şekildeki kare sayılarıyla ilgili bir varsayımda bulunun ve 39 tane kare kullanılarak yapılan şeklin çevresinde kullanılan çubuk sayısını hesaplamak amacıyla bu varsayımı doğrulayan işlemi yazınız.

Soru 4:

a) n. Adımdaki şekil için kullanılan toplam kare sayısını bir formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü doğrulayacak işlemi yazınız.

b) n. Adımdaki şekil için kullanılan toplam çubuk sayısını bir formülle ifade ediniz. Matematiksel olarak bu formülü doğrulayacak işlemi yazınız.