

**T.C.  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ACODESA METODU İLE TASARLANAN GEOGEBRA DESTEKLİ  
ÖĞRENME ORTAMINDA ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN  
ÜÇGENLER KONUSUNDAKİ MATEMATİKSEL AKIL  
YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mehmet DEMİR**

**DİYARBAKIR**

**KASIM, 2022**

**T.C.  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ACODESA METODU İLE TASARLANAN GEOGEBRA DESTEKLİ  
ÖĞRENME ORTAMINDA ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN  
ÜÇGENLER KONUSUNDAKİ MATEMATİKSEL AKIL  
YÜRÜTMELERİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Mehmet DEMİR**

**TEZ DANIŞMANI**

**Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN**

**DİYARBAKIR**

**KASIM, 2022**

## KABUL VE ONAY

T.C

DİCLE UNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DİYARBAKIR

Mehmet DEMİR tarafından yapılan “ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesinin

Ünvanı

Adı Soyadı

Başkan : Prof. Dr. Kemal ÖZGEN

Üye : Doç. Dr. Yılmaz ZENGİN

Üye : Doç. Dr. Ayşe TEKİN DEDE

Tez Savunma Sınavı Tarihi: 18.11.2022

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

16/12/2022

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

## BİLDİRİM

Tezimin içerdığı yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı ve bu tezi Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsünden başka bir bilim kuruluşuna akademik gaye ve unvan almak amacıyla vermediğimi; tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Mehmet DEMİR

18/11/2022

## ÖNSÖZ

Yüksek lisans öğrenimime başladığım ilk günden bu yana desteğini ve bana olan inancını esirgemeyen ve bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde büyük katkısı olan çok değerli danışman hocam Doç. Dr. Yılmaz Zengin'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Engin bilgi ve tecrübelerini paylaşarak bana yol gösteren değerli hocalarım Prof. Dr. Kemal Özgen'e, Doç. Dr. Mehmet Aydın'a ve Dr. Öğr. Üyesi Selin Urhan'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca savunma jürisinde yer alarak tez çalışmama bilgi ve görüşleriyle zenginlik katan sayın Doç. Dr. Ayşe Tekin Dede'ye teşekkür ederim.

Başta danışman hocam Doç. Dr. Yılmaz Zengin'i ve birbirinden değerli hocalarımı tanımama vesile olan Dicle Üniversitesine teşekkür ederim. Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü çatısı altında tanıştığım meslektaşlarım Şule Özcan'a ve Nazlı Aksu'ya süreç boyunca sorularımı yanıtladıkları ve bana destek oldukları için teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak aileme, üzerimde büyük emekleri olan annem ve babama, sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Mehmet DEMİR

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa No

|                                                                       |      |
|-----------------------------------------------------------------------|------|
| ÖNSÖZ.....                                                            | iii  |
| İÇİNDEKİLER.....                                                      | iv   |
| ÖZET.....                                                             | vi   |
| ABSTRACT .....                                                        | vii  |
| TABLolar LİSTESİ .....                                                | viii |
| ŞEKİLLER LİSTESİ .....                                                | x    |
| KISALTMALAR LİSTESİ .....                                             | xiii |
| 1. GİRİŞ.....                                                         | 1    |
| 1.1. PROBLEM DURUMU .....                                             | 1    |
| 1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI .....                                         | 5    |
| 1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ .....                                         | 6    |
| 1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI .....                                | 8    |
| 1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI .....                                  | 9    |
| 1.6. TANIMLAR .....                                                   | 9    |
| 2. KURAMSAL ÇERÇEVE .....                                             | 10   |
| 2.1. ANALİTİK ÇERÇEVE: GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU .....         | 10   |
| 2.2. AKIL YÜRÜTMENİN DESTEKLENMESİNDE GEOGEBRA YAZILIMININ ROLÜ ..... | 13   |
| 2.3. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMENİN KAVRAMSAL MODELİ .....              | 15   |
| 2.3.1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutu .....              | 16   |
| 2.3.2. Matematiksel Akıl Yürütmenin Süreç Boyutu .....                | 17   |
| 2.4. TOULMİN MODELİ .....                                             | 20   |
| 2.5. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMEDE DİYALOJİK YAKLAŞIM .....             | 24   |
| 2.6. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR .....                                        | 25   |
| 3. YÖNTEM.....                                                        | 30   |
| 3.1. ARAŞTIRMA MODELİ .....                                           | 30   |
| 3.2. KATILIMCILAR .....                                               | 32   |
| 3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI .....                                      | 33   |

|                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.1. Matematiksel Etkinlikler.....                                              | 33  |
| 3.4. UYGULAMA SÜRECİ.....                                                         | 40  |
| 3.5. VERİLERİN ANALİZİ.....                                                       | 45  |
| 3.5.1. Abdüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz .....                       | 47  |
| 3.5.2. Dedüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz .....                       | 49  |
| 3.5.3. İndüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz .....                       | 51  |
| 3.6. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ .....                                   | 54  |
| 4. BULGULAR .....                                                                 | 54  |
| 4.1. “Cem’in İnşaat Projesi” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular .....       | 56  |
| 4.1.1. Kenarortayların Bir Noktada Kesişmesi .....                                | 56  |
| 4.1.2. Ağırlık Merkezinin Kenarortayları Belli Bir Oranda Bölmesi.....            | 59  |
| 4.1.3. Kenarortayların Bir Üçgenin Alanını Altı Eşit Parçaya Bölmesi .....        | 64  |
| 4.1.4. Eşkenar Üçgende Kenarortay Uzunlukları .....                               | 69  |
| 4.1.5. İkizkenar Üçgende Kenarortay Uzunlukları .....                             | 73  |
| 4.1.6. Dik Üçgende Kenarortay Uzunlukları.....                                    | 77  |
| 4.1.7. Açortayların Bir Noktada Kesişmesi.....                                    | 83  |
| 4.2. “Eğik Ağaç ve Kozalak” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular.....         | 88  |
| 4.3. “Yürüme Yarışı” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular .....               | 92  |
| 4.4. “Duvar Süsleme Sanatı” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular .....        | 98  |
| 4.5. “Üçgen Çerçeve Oyunu” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular .....         | 109 |
| 4.6. “Gölge Boyu” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular .....                  | 113 |
| 4.7. “Kitaplık” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular.....                     | 116 |
| 4.8. “Karıncanın Gizemli Yürüyüşü” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular ..... | 121 |
| 5. TARTIŞMA.....                                                                  | 127 |
| 6. SONUÇ VE ÖNERİLER .....                                                        | 135 |
| 7. KAYNAKLAR.....                                                                 | 139 |
| 8. EKLER.....                                                                     | 150 |
| 9. ÖZGEÇMİŞ.....                                                                  | 174 |

## ÖZET

### **ACODESA Metodu ile Tasarlanan GeoGebra Destekli Öğrenme Ortamında Ortaokul Öğrencilerinin Üçgenler Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi**

Bu çalışmanın amacı, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarını incelemek ve bu boyutların birbirini nasıl desteklediğini ortaya koymaktır. Araştırmanın katılımcıları, bir devlet okulunda öğrenim gören 12 sekizinci sınıf öğrencisidir. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikler, uygulama sırasında alınan video ve ses kayıtları, öğrencilerin GeoGebra dosyaları, araştırmacının saha notları ve etkinlik temelli görüşmeler veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerine yönelik elde edilen veriler Toulmin modeli ve diyalojik yaklaşım ile analiz edilmiştir. Verilerin analizi, öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutu dedüktif, indüktif ve abdüktif türlerini; süreç boyutu ise gerekçelendirme, karşılaştırma, varsayımda bulunma ve genelleme bileşenlerini içerdiğini göstermiştir. Diğer yandan, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif yapıda akıl yürütmeyi, varsayımda bulunma ve örneklendirme süreçlerinin abdüktif yapıda akıl yürütmeyi, genelleme ve örüntü belirleme süreçlerinin ise indüktif yapıda akıl yürütmeyi desteklediği görülmüştür. Bulgulardan hareketle ACODESA metodu ve GeoGebra yazılımı kullanılarak oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının, öğrencilerin üçgenler konusunda argümanlar ve iddialar üretmesine, açıklamalar ve doğrulamalar yapmasına, matematiksel ilişkileri ve değişmezlikleri fark etmesine, doğru sonuçlara ulaşmasına ve formülleri keşfetmesine, dolayısıyla bu süreçlerin de akıl yürütmelerine olanak sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutları yönünden desteklenmesinde teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamlarından yararlanılması önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** ACODESA metodu, Diyalojik yaklaşım, GeoGebra, Matematiksel akıl yürütme, Toulmin modeli, Üçgenler



## **ABSTRACT**

### **An Examination of Secondary School Students' Mathematical Reasoning about Triangles in the GeoGebra Supported Learning Environment Designed with the ACODESA Method**

This study aims to examine the structural and process aspects of the eighth-grade students' mathematical reasoning about triangles in a technology-enhanced collaborative learning environment and to reveal how these aspects support each other. The participants of this study are 12 eighth-grade students studying at a public school. The study was designed as a teaching experiment, which is one of the qualitative research methods. Mathematical tasks developed by the researcher, students' GeoGebra files, video and audio recordings captured during the research, researchers' field notes, and task-based interviews were used as data collection tools. Students' mathematical reasoning were analysed using the Toulmin's model and dialogical approach. The data analysis showed that the structural aspect of students' mathematical reasoning about triangles includes deductive, inductive and abductive; and also justifying, comparing, conjecturing, and generalizing components of the process aspect. On the other hand, it has been seen that comparing and justifying processes support deductive reasoning, conjecturing and exemplifying processes support abductive reasoning, and generalizing and identifying a pattern process support inductive reasoning. Based on the results, the technology-enhanced collaborative learning environment created using the ACODESA method and GeoGebra software allows students to generate ideas and claims about triangles, make explanations and validations, recognize mathematical relationships and invariances, reach the correct conclusions and discover formulas; therefore, it has been concluded that these processes allow students to reasoning. In summary, it allows the students to perform reasoning. In line with these results, it is recommended to use the technology-enhanced collaborative learning environments to support the process and structural aspects of students' mathematical reasoning.

**Keywords:** ACODESA method, Dialogical approach, GeoGebra, Mathematical reasoning, Toulmin's model, Triangles

## TABLÖLAR LİSTESİ

|                                                                                           |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tablo 1. Farklı Argümantasyon Yapılarının Toulmin Modeli ile Analizi .....                | 23  |
| Tablo 2. Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin Gruplara Dağılımı.....                           | 32  |
| Tablo 3. Matematiksel Etkinliklerin Kazanımlara Göre Dağılımı .....                       | 33  |
| Tablo 4. Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesi .....                                 | 34  |
| Tablo 5. ACODESA Metoduna Göre Geliştirilen Etkinliklerde Öğrenci ve Öğretmen .....       | 36  |
| Tablo 6. Uzman İncelemesi Sonrası Yapılan Karşılaştırma ve Değişiklikler .....            | 46  |
| Tablo 7. Çalışmanın Güvenirliğine Yönelik Yapılan Faaliyetler.....                        | 54  |
| Tablo 8. Etkinlik 1.1'in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.....  | 56  |
| Tablo 9. Etkinlik 1.1'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....             | 59  |
| Tablo 10. Etkinlik 1.2'nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler...  | 60  |
| Tablo 11. Etkinlik 1.2'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 64  |
| Tablo 12. Etkinlik 1.3'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler....  | 64  |
| Tablo 13. Etkinlik 1.3'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 69  |
| Tablo 14. Etkinlik 1.4'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler....  | 69  |
| Tablo 15. Etkinlik 1.4'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 73  |
| Tablo 16. Etkinlik 1.5'in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler..... | 73  |
| Tablo 17. Etkinlik 1.5'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 77  |
| Tablo 18. Etkinlik 1.6'nın Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler...  | 78  |
| Tablo 19. Etkinlik 1.6'da Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 83  |
| Tablo 20. Etkinlik 1.7'nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler...  | 83  |
| Tablo 21. Etkinlik 1.7'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 88  |
| Tablo 22. Etkinlik 2'nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.....  | 89  |
| Tablo 23. Etkinlik 2'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....              | 92  |
| Tablo 24. Etkinlik 3'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.....   | 93  |
| Tablo 25. Etkinlik 3'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....              | 98  |
| Tablo 26. Etkinlik 4'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.....   | 99  |
| Tablo 27. Etkinlik 5'in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.....   | 104 |
| Tablo 28. Etkinlik 4'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....              | 109 |
| Tablo 29. Etkinlik 5'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....              | 112 |
| Tablo 30. Etkinlik 6'nın Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler....   | 113 |
| Tablo 31. Etkinlik 6'da Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....              | 116 |

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tablo 32. Etkinlik 7'nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler.... | 117 |
| Tablo 33. Etkinlik 7'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 121 |
| Tablo 34. Etkinlik 8'in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler..... | 122 |
| Tablo 35. Etkinlik 8'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 126 |
| Tablo 36. Etkinliklerin Bütününde Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri ...    | 126 |
| Tablo 37. Etkinliklerde Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri .....            | 127 |



## ŞEKİLLER LİSTESİ

|                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 1. GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu .....                            | 12 |
| Şekil 2. Matematiksel akıl yürütmenin boyutları. ....                                          | 16 |
| Şekil 3. Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu. ....                                     | 16 |
| Şekil 4. Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutu .....                                       | 17 |
| Şekil 5. Okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli.....               | 19 |
| Şekil 6. Toulmin modeli .....                                                                  | 20 |
| Şekil 7. Toulmin modelinin temel bileşenleri .....                                             | 21 |
| Şekil 8. Araştırmada gerçekleştirilen dört aşamalı öğretim deneyi dizisi .....                 | 32 |
| Şekil 9. Çalışmada kullanılan örnek etkinlik.....                                              | 37 |
| Şekil 10. Etkinliklerin değerlendirilmesinde kullanılan örnek bir form.....                    | 39 |
| Şekil 11. Etkinlik 1.1'e yönelik uzman görüşlerinden bir örnek.....                            | 39 |
| Şekil 12. Uzman görüşü sonrası Etkinlik 1.1'in iyileştirilmesi .....                           | 40 |
| Şekil 13. Uzman görüşü ile Etkinlik 1.4'ün dil ve anlatım açısından iyileştirilmesi .....      | 40 |
| Şekil 14. Keşfedici öğretim faaliyetlerinde GeoGebra yazılımını kullanan öğrenciler .....      | 41 |
| Şekil 15. Haftalara göre uygulama süreci.....                                                  | 42 |
| Şekil 16. Bireysel çalışma aşamasında oturma düzeni .....                                      | 43 |
| Şekil 17. Takım çalışması aşamasında oturma düzeni .....                                       | 43 |
| Şekil 18. Sınıf tartışması aşamasında oturma düzeni .....                                      | 44 |
| Şekil 19. Öz yansıtma ve kurumsallaştırma aşamalarında öğrencilerin oturma düzeni .....        | 44 |
| Şekil 20. ACODESA metodunun uygulamadaki yansıması .....                                       | 45 |
| Şekil 21. Abdüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi.....                                   | 48 |
| Şekil 22. Etkinlik 1.3'te Grup 2'nin üçgen çizimleri .....                                     | 50 |
| Şekil 23. Dedüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi .....                                  | 51 |
| Şekil 24. İndüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi .....                                  | 52 |
| Şekil 25. Cem'in İnşaat Projesi adlı etkinlikte betimlenen yaşam alanı. ....                   | 55 |
| Şekil 26. Etkinlik 1.1'de öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim.....                             | 57 |
| Şekil 27. Öğrencilerin Etkinlik 1.1'deki dedüktif akıl yürütme yapısı. ....                    | 58 |
| Şekil 28. Etkinlik 1.1'in sınıf tartışması aşamasından bir görüntü.....                        | 59 |
| Şekil 29. Etkinlik 1.1'de öz yansıtma aşamasından bir örnek.....                               | 59 |
| Şekil 30. Etkinlik 1.2'de öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim ve hesap tablosu. ....           | 61 |
| Şekil 31. Etkinlik 1.2'de öğrencilerin yaptığı sürüklemeye ve hesap tablosunun görüntüsü. .... | 61 |

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Şekil 32. Öğrencilerin Etkinlik 1.2'deki dedüktif akıl yürütme yapısı .....            | 62 |
| Şekil 33. Etkinlik 1.2'de öz yansıtma aşamasından bir örnek .....                      | 63 |
| Şekil 34. Etkinlik 1.3'te öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim ve ölçümler .....        | 65 |
| Şekil 35. Etkinlik 1.3'te öğrencilerin gerçekleştirdiği sürüklenme .....               | 66 |
| Şekil 36. Öğrencilerin Etkinlik 1.3'teki abdüktif akıl yürütme yapısı .....            | 67 |
| Şekil 37. Etkinlik 1.3'ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü .....               | 68 |
| Şekil 38. Etkinlik 1.3'te devam eden sınıf tartışması aşamasından bir görüntü .....    | 68 |
| Şekil 39. Etkinlik 1.3'ün öz yansıtma aşamasında Selim'in yanıtı .....                 | 69 |
| Şekil 40. Etkinlik 1.4'teki eşkenar üçgen çizimi .....                                 | 70 |
| Şekil 41. Öğrencilerin Etkinlik 1.4'teki abdüktif akıl yürütme yapısı .....            | 71 |
| Şekil 42. Etkinlik 1.4'ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü .....               | 72 |
| Şekil 43. Etkinlik 1.4'te öz yansıtma aşamasından bir örnek .....                      | 73 |
| Şekil 44. Etkinlik 1.5'te öğrencilerin ikizkenar üçgen çizimi .....                    | 74 |
| Şekil 45. İkizkenar üçgenin sürüklenmesi .....                                         | 75 |
| Şekil 46. Öğrencilerin Etkinlik 1.5'teki abdüktif akıl yürütme yapısı .....            | 76 |
| Şekil 47. Etkinlik 1.5'te kurumsallaştırma aşamasında sunulan ikizkenar üçgenler ..... | 77 |
| Şekil 48. Öğrencilerin Etkinlik 1.6'daki dik üçgen çizimi .....                        | 79 |
| Şekil 49. Etkinlik 1.6'da fikrini takım arkadaşlarıyla paylaşan Ela .....              | 79 |
| Şekil 50. Etkinlik 1.6'da Ela'nın kullandığı yöntem .....                              | 80 |
| Şekil 51. Öğrencilerin Etkinlik 1.6'daki dedüktif akıl yürütme yapısı .....            | 81 |
| Şekil 52. Etkinlik 1.6'daki sınıf tartışması aşamasından bir görüntü .....             | 82 |
| Şekil 53. Etkinlik 1.6'da öz yansıtma aşamasından bir örnek .....                      | 82 |
| Şekil 54. Etkinlik 1.7'de açıortayların çizimi .....                                   | 84 |
| Şekil 55. Etkinlik 1.7'de öğrencilerin yaptığı sürüklenme .....                        | 85 |
| Şekil 56. Öğrencilerin Etkinlik 1.7'deki dedüktif akıl yürütme yapısı .....            | 86 |
| Şekil 57. Etkinlik 1.7'nin sınıf tartışması aşamasında açıklama yapan Ela .....        | 87 |
| Şekil 58. Etkinlik 1.7'nin öz yansıtma aşamasından bir örnek .....                     | 87 |
| Şekil 59. Etkinlik 2'de kullanılan ağaç görseli .....                                  | 88 |
| Şekil 60. Açılara göre farklı üçgenlerde yüksekliklerin incelenmesi .....              | 89 |
| Şekil 61. Öğrencilerin Etkinlik 2'deki dedüktif akıl yürütme yapısı .....              | 91 |
| Şekil 62. Etkinlik 2'nin sınıf tartışması aşamasında açıklama yapan Ela .....          | 91 |
| Şekil 63. Etkinlik 2'nin öz yansıtma aşamasından bir örnek .....                       | 92 |
| Şekil 64. Etkinlik 3'te öğrencilerin yaptığı taslak çizim .....                        | 94 |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 65. Etkinlik 3'te yol uzunluklarının ölçülmesi. ....                            | 94  |
| Şekil 66. Etkinlik 3'te yapılan sürüklenme ile farklı üçgenlerin incelenmesi. ....    | 95  |
| Şekil 67. Eşkenar üçgende yardımcı elemanların karşılaştırılması. ....                | 95  |
| Şekil 68. Öğrencilerin Etkinlik 3'teki dedüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 96  |
| Şekil 69. Etkinlik 3'ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü. ....                | 97  |
| Şekil 70. Etkinlik 3'ün öz yansıtma aşamasından bir örnek. ....                       | 98  |
| Şekil 71. Etkinlik 4'ün bireysel çalışma aşamasından bir görüntü ....                 | 99  |
| Şekil 72. Ela'nın GeoGebra üzerinde çizdiği örüntü. ....                              | 101 |
| Şekil 73. Öğrencilerin Etkinlik 4'teki indüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 102 |
| Şekil 74. Öğrencilerin Etkinlik 4'teki dedüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 102 |
| Şekil 75. Etkinlik 3'ün öz yansıtma aşamasından bir görüntü. ....                     | 103 |
| Şekil 76. Öz yansıtma aşamasından bir örnek. ....                                     | 103 |
| Şekil 77. Takım çalışması aşamasında GeoGebra kullanarak yapılan alan ölçümleri ..... | 105 |
| Şekil 78. Etkinlik 4'te hesap tablosu kullanımı. ....                                 | 105 |
| Şekil 79. Öğrencilerin Etkinlik 4'teki indüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 107 |
| Şekil 80. Öz yansıtma aşamasından örnek bir çözüm. ....                               | 109 |
| Şekil 81. Üçgen çerçeve oyunu. ....                                                   | 110 |
| Şekil 82. Öğrencilerin Etkinlik 5'teki indüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 111 |
| Şekil 83. Etkinlik 5'in sınıf tartışma aşamasından bir görüntü. ....                  | 112 |
| Şekil 84. Gölge boyu etkinliğine ait bir görsel. ....                                 | 113 |
| Şekil 85. Etkinlik 6'da öğrencilerin GeoGebra çizimi. ....                            | 114 |
| Şekil 86. Öğrencilerin Etkinlik 6'daki abdüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 115 |
| Şekil 87. Kitaplık etkinliğine ait bir görsel. ....                                   | 116 |
| Şekil 88. Etkinlik 7'deki üçgen çizimi I. ....                                        | 117 |
| Şekil 89. Etkinlik 7'deki üçgen çizimi II. ....                                       | 119 |
| Şekil 90. Etkinlik 7'deki üçgen çizimi III. ....                                      | 120 |
| Şekil 91. Öğrencilerin Etkinlik 7'deki abdüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 120 |
| Şekil 92. Etkinlik 8'de Pisagor teoremi etkinliği. ....                               | 122 |
| Şekil 93. Pisagor teoremi etkinliğinde sürgü kullanımı. ....                          | 123 |
| Şekil 94. Öğrencilerin Etkinlik 8'deki indüktif akıl yürütme yapısı. ....             | 124 |
| Şekil 95. Pisagor etkinliğinin sınıf tartışması aşamasından bir görüntü. ....         | 125 |
| Şekil 96. Pisagor teoremi ile ilgili etkinlikten bir öz yansıtma aşaması ürünü. ....  | 125 |

## KISALTMALAR LİSTESİ

**ACODESA:** İşbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma, öz yansıtma (Apprentissage Collaboratif, Débat Scientifique, Auto-réflexion)

**NCTM:** Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)



## 1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problemine, amacına, önemine, sınırlılıklarına, varsayımlarına ve kullanılan tanımlara yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

### 1.1. PROBLEM DURUMU

Hatırlamaya ve ezbere dayalı bir öğretim programından uygulama ağırlıklı bir programa geçilmesi matematikte ders içeriğinin ve öğrencilerden beklentilerin değişmesine neden olmuştur (Brodie, 2010). Matematik öğretim programındaki reform hareketlerine bağlı yaşanan bu değişim, öğrencilerin problem çözdüğü ve birbirleriyle iletişim kurduğu sosyal öğrenme ortamlarının oluşturulmasına yol açmıştır (Brown vd., 1996). Brown ve diğerleri (1996) öğrencilerin bu beklentilere cevap vermesi için yeni bilgi ve beceriler geliştirmeleri gerektiğini belirtmektedir.

Nitekim problem çözme ve iletişim faaliyetlerinin temelinde akıl yürütmenin olması (Martin vd., 2009) akıl yürütmeyi ön plana çıkarmaktadır. Ayrıca akıl yürütme, bireylerin kavramsal anlayışlarının gelişimi için merkezi bir role sahiptir (Palm vd., 2011). Matematik eğitimcileri, akıl yürütmenin matematik öğretiminin her alanının ve her düzeyinin merkezinde olduğunu vurgulamaktadır (Yackel & Hanna, 2003). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) akıl yürütmenin, öğrencilerin okul öncesinden 12. sınıfa kadar olan matematik deneyimlerinin bir parçası olması gerektiğini belirterek bunun bir zihin alışkanlığı olduğunu ifade etmektedir.

Matematik eğitiminde yaygın bir terim olan akıl yürütme, anlamı tam olarak açıklanmasa da çoğu zaman düşünme ile aynı anlamda kullanılmaktadır (Mata-Pereira & Ponte, 2017). Akıl yürütme, iddialar üretmek ve sonuçlara ulaşmak için benimsenen bir düşünce hattı olarak tanımlanmaktadır (Lithner, 2008). Matematiksel akıl yürütme, matematiksel iddiaları gerekçelendirmede veya ispatlamada merkezi bir işlev görür (Ball vd., 2002) ancak akıl yürütme biçimsel mantık ve ispat ile aynı değildir (Lithner, 2008). Matematiksel akıl yürütme, informel açıklama ve gerekçelendirmeden formel tümdengelim ve tümevarımlı gözlemlere kadar pek çok biçimde olabilir (Martin vd., 2009).



NCTM (2000) öğrencilerden tündengelimli ve tümevarımlı akıl yürütmeyi kullanmalarının beklendiğini ve bu konudaki deneyimlerinin arttırılarak akıl yürütme becerilerinin iyileştirilmesi gerektiğini belirtmiştir. Düşünmeye yönlendiren öğrenme faaliyetlerinin öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirdiği bilinmektedir (Kramarski vd., 2001). Öğrencilerin düşüncelerini sunmaya teşvik edildiği ve herkesin birbirinin düşüncesini değerlendirerek katkıda bulunduğu sınıflar, matematiksel akıl yürütmeyi öğrenmek için zengin ortamlar sağlamaktadır (NCTM, 2000). Francisco ve Maher (2011) öğrencilere kendi fikirlerini keşfetme ve matematiksel argümanlarının geçerliliğine karar verme fırsatı vermenin, onların güçlü ve bağımsız bir matematik düşünürü haline gelmelerine olanak sağladığını belirtmektedir. Etkili bir matematik düşünürü olmak, öğrencinin düşüncelerinin gücünü deneyimlemesine bağlıdır (Mason vd., 2010).

Akıl yürütme sürecinde mücadele etmek ve zorlukların üstesinden gelmek deneyimin bir parçası olmalıdır (Barnes, 2021). Bu açıdan öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini desteklemek için öğretmenlerin rutin alıştırmalar yerine öğrencileri zorlayacak öğrenme ortamları sağlamaları gerekmektedir (Mata-Pereira & Ponte, 2017). Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler öğretimin kalitesini belirlemektedir (Kilpatrick vd., 2001). Bilişsel süreçleri içeren bu zorlu etkinliklerin odak noktası; anlama, yorumlama, bilgi ve becerilerin esnek bir şekilde uygulanması ve işi başarmak için birkaç farklı kaynaktan gelen bilgilerin bir araya getirilmesidir (Doyle, 1988). Zorlayıcı etkinlikler, öğrenciler için düşündürücü olup matematiksel tartışmalara neden olurken (Mueller vd., 2014) öğrencilerin akıl yürütme ve yaratıcı düşünme becerilerini sergilemelerine, bu becerilerinin gelişmesine, genelleme yapmalarına, varsayımda bulunmalarına ve iddialarını gerekçelendirmelerine olanak sağlamaktadır (Brodie, 2010).

Matematiksel etkinliklere aktif olarak katılabilecekleri ortamlar öğrencilerin matematik yapma kapasitelerini de geliştirmektedir (Henningsen & Stein, 1997). Matematik yapmak, genellemeleri araştırmakla ve hem kendimizi hem başkalarını genellemelerin geçerli olduğuna ikna etmekle ilgilidir (Mason, 1988). Geçerli argümanların veya kanıtların oluşturulması ve argümanların eleştirilmesi, matematik yapmanın ayrılmaz parçalarıdır (Ross, 1998). Matematik yapmak, varsayımlar oluşturarak keşiflere ulaşmayı içermektedir (NCTM, 2000).

Matematiksel fikirlerin keşfedilmesinde ve varsayımların test edilmesinde teknoloji, bir araç görevi görmektedir (Ross, 1998). Bilgisayar Cebiri Sistemleri varsayımların oluşturulması için gereken görselliği sağlarken (Lavicza, 2007) Dinamik Geometri Yazılımları ise öğrencilere geometrik nesnelere ilişkin ölçümler yapmalarına ve buna bağlı olarak çizim hakkında akıl yürütmeden geometrik nesnenin özellikleri hakkında akıl yürütmeye geçmelerine imkân sağlamaktadır (Hollebrands, 2007). Bilgisayar Cebiri Sistemleri ve Dinamik Geometri Yazılımlarının özelliklerini bir araya getiren ve bir dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra, öğrencilerin matematik öğrenimini desteklemektedir (Hohenwarter vd., 2007). Matematik eğitiminde çok yönlü bir araç olan GeoGebra, öğrencileri matematiğe deneysel bir şekilde yaklaştırmaya teşvik etmektedir (Hohenwarter & Fuchs, 2004). Ayrıca GeoGebra, iş birliği içinde çalışan öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini desteklemektedir (Aksu & Zengin, 2022).

İşbirlikli öğrenme ortamlarını GeoGebra yazılımı ile desteklemek daha zengin ve etkili bir öğrenme ortamı oluşturmaktadır (Takaçi vd., 2015). GeoGebra, bir matematiksel etkinlikte dinamik modellerin oluşturulmasını, öğrencilerin bu modelleri kullanarak keşifler yapmasını ve yeni matematiksel sonuçlar üretmesini destekler (Santos-Trigo & Reyes-Rodriguez, 2016). Ayrıca GeoGebra, matematiksel kavramların çoklu temsillerinin oluşturulmasını sağlamakta (Preiner, 2008) ve öğrencilerin farklı temsiller arasında bağlantı kurmasına fırsat vermektedir (Dikovic, 2009b). Böylece GeoGebra, öğrencilerin matematik kavramlarını öğrenmelerine katkı sağlamaktadır (Zengin, 2018b).

Öğrencilerin matematik kavramlarını anlamadaki ve akıl yürütmedeki zayıflığı geometri konularında güçlük yaşamalarına neden olmaktadır (Poon & Leung, 2016). Hem ortaokul hem lise öğrencilerinin zorlandığı bir ders olan geometri (Çiftci, 2018; Duval, 1998), fiziksel ve hayalî uzamsal ortamları kavramsallaştırmak ve analiz etmek için kullanılan karmaşık, bir birbirine bağlı kavramlar, akıl yürütme yolları ve temsil sistemleri ağıdır (Battista, 2007, s. 843). Duval (1998) geometrik düşüncenin görselleştirme, inşa ve akıl yürütme olmak üzere üç bilişsel süreç içerdiğini belirtmektedir. Bu doğrultuda Duval, öğrencilerin geometride yaşadıkları zorlukları belirlemek için geometrik düşüncenin ve akıl yürütmenin altında yatan bilişsel süreçlerin belirlenmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin anlamada güçlük yaşadığı geometri konuları arasında üçgenler konusunun yer aldığı bilinmektedir (Blanco, 2001; Cantürk-Günhan, 2014; Ubah & Bansilal, 2019; Şengün & Yılmaz, 2021). Öğrenciler üçgenin yardımcı elemanları (Blanco,

2001; Çiftci, 2018; Şengün & Yılmaz, 2021), üçgen eşitsizliği (Cantürk-Günhan, 2014; Kaya, 2018) ve benzer üçgenler (Ubah & Bansilal, 2019) gibi konuları anlamada zorluk yaşamaktadır. Cantürk-Günhan (2014) öğrencilerin geometri kavramlarını anlamada zorluk yaşamalarının nedenini akıl yürütmelerindeki zayıflıktan kaynakladığını belirtmektedir.

Öğrencilerin zorluk yaşadığı bir alan olmakla birlikte geometri; tümevarım, tümdengelim, varsayımda bulunma, doğrulama, sınıflandırma ve tanımlama dâhil olmak üzere matematiksel akıl yürütmenin gelişimi için zengin bir bağlam sağlamaktadır (NCTM, 2000). Bu kapsamda öğrencilerin üçgenler konusunu anlayarak öğrenmeleri, yani akıl yürüterek öğrenmeleri çalışmanın temelini oluşturmuştur. Matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesi matematiksel fikirlerle derin etkileşim gerektirir (Zambak & Magiera, 2020). Öğrencilerin matematik üzerine iletişim kurdukları bir ortam, yaptıkları hakkında düşüncelerine ve akıl yürütmelerine olanak sağlayarak matematiği anlamlandırmalarını kolaylaştırmaktadır (Brodie, 2010).

Öğrencilerin matematik hakkında iletişim kuracağı ve fikirlerini ifade edeceği bir öğrenme ortamı sağlamak amacıyla bu çalışmada teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı tercih edilmiştir. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri üzerinde olumlu etkileri olduğu bilinmektedir (Aksu & Zengin, 2022). Ayrıca teknoloji kullanılarak gerçekleştirilen işbirlikli öğrenme etkinliklerinin teknoloji olmadan gerçekleştirilen öğrenme etkinliklerine kıyasla öğrencilerin matematikteki başarıları üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür (Takaçi vd., 2015). Bu doğrultuda öğrencilerin üçgenler konusundaki akıl yürütmelerinin desteklenmesi için teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı tercih edilmiştir.

Bu çalışmada, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı ACODESA metodu (Hitt & González-Martín, 2015) ve GeoGebra yazılımının kullanılmasını içermektedir. Zengin (2018a) çalışmasında GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunu entegre ederek oluşturduğu teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının, öğrencilerin türev ile diferansiyel konularındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca bu bağlamın lisans düzeyindeki öğrencilerin parametrik denklemler konusunu anlaması üzerinde (Zengin, 2021) ve problem çözme kapsamında bilgi işlemsel düşünme süreçleri üzerinde (Urhan, 2022) olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Aksu ve Zengin (2022) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise ACODESA metodu ve GeoGebra'nın birlikte kullanıldığı öğrenme ortamının yedinci sınıf öğrencilerinin

çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. GeoGebra ve ACODESA metodunun birlikte kullanılmasıyla oluşturulan öğrenme ortamına yönelik yapılan araştırmalar metodun olumlu sonuçlarını göstermiştir. Buna rağmen çalışmaların daha çok lisans düzeyindeki öğrenciler ile yapıldığı, ortaokul öğrencileriyle yapılan çalışmaların sınırlı kaldığı (Aksu & Zengin, 2022) görülmektedir. Metodun matematik öğrenme sürecinde öğrencilere sağladığı katkılar göz önünde bulundurulduğunda, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin zorluk yaşadığı ve önemli geometri konularından biri olan üçgenler konusundaki akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarının incelenmesi merak konusu olmuştur. Öte yandan Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütme süreçleri ile dedüktif, indüktif ve abdüktif akıl yürütme yapılarının birbirini desteklediğini ifade ederken literatürde yapısal ve süreç yönlerin birbirini nasıl desteklediğini gösteren çalışmaların sınırlı kaldığı görülmüştür. Bu doğrultuda teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarının incelenmesine ve bu boyutların birbirleri ile olan ilişkilerinin belirlenmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

## 1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Bu araştırmanın amacı, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarını incelemek ve bu boyutların birbirini nasıl desteklediğini ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır:

1. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutundaki becerileri nasıldır?
2. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin süreç boyutundaki becerileri nasıldır?
3. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarındaki beceriler birbirini nasıl desteklemektedir?

### 1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Millî Eğitim Bakanlığının yayımladığı 2023 eğitim vizyonunda öğrencilerden ezberleyen yani bilgi depolayan bireyler olmaları yerine akıl yürütme, eleştirel düşünme, yorumlama ve tahmin etme gibi zihinsel becerilere sahip olmaları beklenmektedir (MEB, 2018a). Bu becerilerden biri olan akıl yürütme; matematiği anlayarak öğrenebilmede, problem çözebilmede (NCTM, 2000; Palm vd., 2011), iletişim kurabilmede (Martin vd., 2009) ve matematiksel iddiaları gerekçelendirmede veya kanıtlamada (Ball vd., 2002) önemli bir yere sahiptir. Önemi göz önünde bulundurulduğunda akıl yürütme, geliştirilmesi gereken beceri (Martin vd., 2009) veya üst düzey düşünme sürecidir (Erdem & Gürbüz, 2015).

Kosyvas (2016) çalışmasında hem bireysel hem grup çalışmalarının olduğu bir öğrenme ortamının ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmeleri üzerinde olumlu etkileri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Mata-Pereira ve Ponte (2017) ise öğrencilerin akıl yürütme becerilerini geliştirmek için öğretmenin sınıf içindeki rollerini belirlemeyi amaçlamıştır. Yapılan çalışmalar öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesinin önemli bir konu olduğunu ve günümüzde de önemini koruduğunu göstermektedir. Dolayısıyla öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelendiği bu çalışma, akıl yürütme becerilerini geliştirmeye yönelik atılmış bir adım olması yönüyle önemlidir.

NCTM (2000) öğrencilerin erken yaşlardan itibaren akıl yürütmeyi kullanarak öğrenmeleri ve liseye temel geometrik nesnelerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri anlayarak girmeleri gerektiğini belirtmektedir. Bunun yanı sıra Yackel ve Hanna (2003) lise öğrencilerinin çoğunlukla matematiksel gerekçelendirmenin iddiaları doğrulama aracı olduğu anlayışına sahip olmadıklarını vurgulamaktadır. Dolayısıyla ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmedeki deneyimlerinin artırılması lise ve sonraki kademeler için önemlidir. Bu konuda Yackel ve Hanna (2003) matematik eğitimcilerine önemli bir görev düştüğünü ifade etmektedir. O hâlde cevaplanması gereken bir soru karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmedeki deneyimleri nasıl arttırılabilir? Bu soruya yanıt arayan bazı araştırmacılar aşağıdaki sonuçlara ulaşmışlardır.

- İşbirlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri üzerinde olumlu etkileri vardır (Carlsen, 2018; Kosyvas, 2016; Sidenvall vd., 2015).
- Öğretimde teknoloji kullanımı öğrencilerin akıl yürütmeleri üzerinde önemli bir rol oynar (Granberg & Olsson, 2015; Zembat, 2008).

- İletişim ve tartışma, akıl yürütmede önemli unsurlardır (Kosyvas, 2016; Mata-Pereira & Ponte, 2017).
- Problem çözme etkinlikleri öğrencilerin akıl yürütmelerine katkı sağlar (Carlsen, 2018; Zambak & Magiera, 2020).

Bu çalışmada kullanılan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı yukarıda ifade edilen araştırma sonuçlarına yol açabilecek bir öğrenme ortamının oluşturulmasında kullanılabilir. Dolayısıyla bu çalışma öğrencilerin matematiksel akıl yürütmedeki deneyimlerinin nasıl arttırılabileceğine yönelik bir çözüm sunması yönüyle önemlidir.

İlhan ve Aslaner (2020) çalışmalarında Cabri ve GeoGebra gibi dinamik yazılımların öğretmen adaylarının geometrik şekiller üzerinde akıl yürütme becerilerine olumlu katkıları olduğu sonucuna ulaşmıştır. Araştırmacılar bu sonuca dayanarak dinamik yazılımların farklı öğretim düzeylerinde öğrenim gören öğrencilerin geometrik şekiller üzerinde akıl yürütme becerilerine olan etkisinin incelenebileceği önerisinde bulunmuştur. Bu çalışmada da geometrik şekil olarak üçgen konusu ele alınmış ve öğrenci grubu olarak sekizinci sınıf öğrencileri yer almıştır. Öğrenme ortamında GeoGebra yazılımının kullanılmasıyla sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki akıl yürütmelerinin incelendiği bu çalışma İlhan ve Aslaner'in (2020) önerisinin karşılık bulması yönüyle literatüre katkı sağlamaktadır.

Üçgenler öğrencilerin zorluk yaşadığı bir kavram (Blanco, 2001; Cantürk-Günhan, 2014; Çiftçi, 2018; Şengün & Yılmaz, 2021; Ubah & Bansilal, 2019) olmasının yanında sekizinci sınıf matematik dersi öğretim programında önemli bir yere sahiptir (MEB, 2018b). Gerçekleştirilen bu çalışma ile öğrencilerin ortaklaşa argümantasyon süreçlerinden geçerek üçgenler konusunda yaşanan zorlukların üstesinden gelmeleri ve toplu öğrenmeler gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Nitekim argümantasyon matematikte kavramsal anlama ve akıl yürütme ile yakından ilişkilidir (Wood, 1999). Ayrıca Tekin-Dede (2018) gerçekleştirdiği literatür taraması sonucunda ülkemiz matematik eğitiminde ortaklaşa argümantasyon konusuna yönelik çalışmalarda ciddi bir eksikliğin olduğunu ve bu konuda daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulduğunu belirtmektedir. Bu tez çalışmasında öğrencilerin akıl yürütmelerinin belirlenebilmesi için ortaklaşa argümantasyon süreçleri incelenmiştir. Dolayısıyla bu çalışma ortaklaşa argümantasyon konusunda yapılmış bir çalışma olarak ele alınabileceğinden ilgili literatüre katkı sağlaması yönüyle de önem taşımaktadır.

Özgen ve Alkan (2014) öğrencilerin düşünme biçimlerinde ve problemlere yönelik farklı çözüm yolları üretmede birbirlerinden farklılaştıklarını, dolayısıyla öğrenciler arasındaki farklılıkların dikkate alınarak matematiksel etkinliklerin gerçekleştirilmesi gerektiğini belirtmektedir. Nitekim ACODESA, öğrenciler arasındaki farklılıkları dikkate alarak geliştirilen bir öğrenme metodudur (Hitt vd., 2017b). Öğrenciler anlamlı bir iletişim için grup çalışmalarından önce bireysel çalışmakta ve kendi hızlarına göre fikirler geliştirebilmektedir (Hitt vd., 2017b). Bu doğrultuda ACODESA metodunun hem bireysel hem de grup çalışmalarının gerçekleşmesine olanak sağlamasının öğrenciler arasındaki bireysel farklılıklardan kaynaklanan güçlüklerin giderilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının,

- Lisans düzeyindeki öğrencilerin türev ile diferansiyel konularındaki kavram yanılgılarının giderilmesinde (Zengin, 2018a),
- Lisans düzeyindeki öğrencilerin parametrik denklemler konusunu anlaması üzerinde (Zengin, 2021),
- Lisans düzeyindeki öğrencilerin problem çözme bağlamında bilgi işlemsel düşünme süreçleri üzerinde (Urhan, 2022),
- Yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusunda düşüncelerini ifade edebilmeleri ve matematiksel akıl yürütmeleri (Aksu & Zengin, 2022) üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür.

Bu olumlu sonuçlardan hareketle teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerine, dolayısıyla anlayarak öğrenmelerine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

#### 1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLILIKLARI

- Araştırma, sekizinci sınıf matematik dersi üçgenler konusu ile sınırlıdır.
- Araştırma, öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarını ortaya çıkarmaya yönelik hazırlanan matematiksel etkinlikler ile sınırlıdır.
- Uygulama süreci, altı haftalık zaman ile sınırlıdır.

- Araştırma, uygulama öncesi öğrencilere verilen bir haftalık GeoGebra eğitimiyle; araştırmacının derslerde deneysel doğrulama amacıyla GeoGebra yazılımını kullanması ve informal tanıtıcı etkinliklere yer vermesiyle sınırlıdır.

### 1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI

- Araştırmada, öğrencilerin kendilerine yöneltilen veri toplama araçlarına samimi cevaplar verdiği varsayılmıştır.
- Araştırmada, veri toplama araçlarının geliştirilmesi amacıyla kendilerine başvuru uzmanların görüşlerinin yeterli olduğu varsayılmıştır.

### 1.6. TANIMLAR

**ACODESA:** İşbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz yansıtma kelimelerinin Fransızca karşılıklarının bir araya gelmesiyle oluşan ACODESA, sosyokültürel öğrenme ortamında hem bireysel hem de grup çalışmalarının gerçekleştirildiği bir öğretim metodudur (Hitt & González-Martín, 2015).

**Anlatı:** Nesnelerin, nesneler arasındaki ilişkilerin veya nesnelerle ilişkili süreçlerin bir açıklaması olarak çerçevelenen ve onaylanmaya veya reddedilmeye; yani doğru veya yanlış olarak etiketlenmeye tabi tutulan, sözlü veya yazılı bir dizi ifadedir (Sfard, 2008).

**Argümantasyon:** Sosyal etkileşimin olduğu bir ortamda ifadelerin doğruluğunun veya yanlışlığının belirlenmesinin amaçlandığı durumlarda gerçekleşen sosyal bir davranış ve süreçtir (Balacheff, 1991).

**Göstergebilimsel Nesneleştirme Araçları:** Bireylerin toplumsal anlam oluşturma süreçlerinde niyetlerini görünür kılmak ve eylemlerini gerçekleştirmek için kasıtlı olarak kullandıkları nesneler, araçlar, işaretler, dilsel ve dilsel olmayan (jest) etkileşimlerdir (Radford, 2003, s. 41).

**Matematiksel Akıl Yürütme:** Bireyin kendisiyle veya başkalarıyla olan iletişimi sonucu matematiksel ifadelerden yeni matematiksel ifadelerin ortaya çıkarılması sürecidir (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 7).

**Söylem:** Matematiğe ait anahtar kelimelerden; sayı, cebirsel ifade, grafik gibi görsel araçlardan; kendine özgü rutinlerden yani etkinliklerin gerçekleştirilmesinde kullanılan yollardan ve genel olarak onaylanmış anlatılardan yani tanım, teorem ve hesaplama kurallarından oluşan özel bir iletişim türüdür (Sfard, 2012).



## 2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde ACODESA metodu, GeoGebra, okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli, matematiksel akıl yürütmede diyalojik yaklaşım ve Toulmin modeli ile ilgili kuramsal bilgilere; ardından ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

### 2.1. ANALİTİK ÇERÇEVE: GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU

Matematikte kavram oluşturma sürecinde temsillerin önemine değinen Hitt (2006), kavramı; insanın bireysel veya sosyal etkileşim sonucu inşa ettiği, kurumsallaşmış bilgiye eşdeğer olmayan kişisel bilgisi olarak tanımlamaktadır. Kavram oluşturma sürecine kurumsal temsilleri (kitapta, tahtada veya bilgisayar ekranında bulunanlar) sunmak yerine öğrencilerin ürettiği spontane temsiller ile başlanması ve bu temsilleri geliştirmelerine izin verilmesi gerektiği fikri ACODESA metodunun ortaya çıkmasında etkili olmuştur (Hitt, 2006).

İşbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz yansıtma kelimelerinin Fransızca karşılıklarının bir araya gelmesiyle oluşan ACODESA, sosyokültürel öğrenme ortamında hem bireysel hem de grup çalışmalarının gerçekleştirildiği bir öğretim metodudur (Hitt & González-Martín, 2015). ACODESA metodu; bireysel çalışma, takım çalışması, tartışma, öz yansıtma ve kurumsallaştırma olmak üzere beş aşamadan oluşmaktadır (Hitt & González-Martín, 2015).

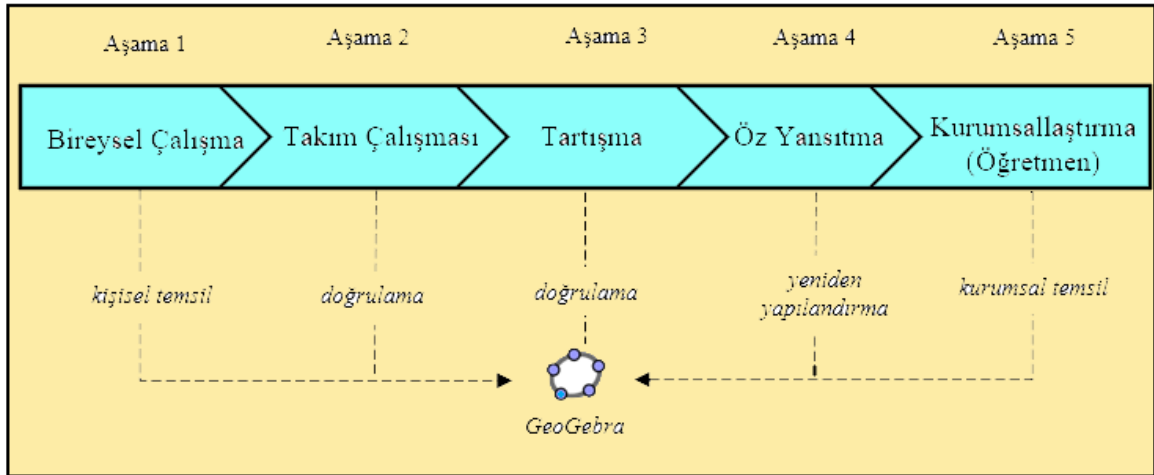
Öğrencilerin fikir üretebilme hızları arasındaki farklar birbirleri ile anlamlı iletişim kurmalarını güçleştireceğinden süreç bireysel çalışma ile başlamaktadır (Hitt vd., 2017b). Bireysel çalışma aşamasında öğrenciler kendi temsillerini üreterek verilen etkinliği anlamaya çalışmaktadır (Hitt, 2011). Böylece öğrenciler bir sonraki aşamada takım arkadaşları ile tartışabileceği ön fikirler edinmektedir (Hitt vd., 2017a). Takım çalışması aşamasında öğrenciler grup arkadaşlarıyla bir araya gelerek aynı etkinlik üzerinde çalışmakta, argümantasyon ve doğrulama süreçlerini gerçekleştirerek temsillerini iyileştirmektedir (Hitt & González-Martín, 2015). Tartışma aşamasında öğrenciler tüm sınıfın katılımıyla önceki aşamalarda çalışılan etkinliği çözmek için farklı temsil biçimlerini tartışmaktadır (Hitt & González-Martín, 2015). Bu aşama tamamlandıktan sonra öğrencilere ait ürünler toplanır ve öz yansıtma aşamasında kullanılmak üzere etkinliğin yeni bir kopyası sağlanır (Hitt & González-Martín, 2015). Öz yansıtma

aşamasında öğrencilerden sınıfta yapılanları evde bireysel olarak tekrar yapmaları istenmektedir (Hitt & González-Martín, 2015). Son olarak kurumsallaştırma aşamasında öğretmen, öğrencilere ait farklı fikirleri ve ürünleri kullanacağı kurumsal temsiller ile ilişkilendirerek konuyu tanıtmaktadır (Hitt vd., 2017a).

Sosyokültürel bir öğrenme ortamında ACODESA metodunun kullanımı, öğrencileri düşünmeye teşvik ederek farklı temsiller üretmelerine, temsillerini iyileştirmelerine böylece matematik kavramlarını öğrenmelerine katkı sağlamaktadır (Hitt & González-Martín, 2015). Ayrıca öğrencilerin matematik kavramlarını daha derin öğrenmeleri için sosyokültürel öğrenme ortamlarının teknoloji ile desteklenebileceği ifade edilmektedir (Hitt & Kieran, 2009).

Teknoloji, yeniden düzenleyici rolü ile kullanıldığında öğrencilerin matematik kavramlarına ait doğru temsillerle etkileşime girmelerine ve böylece kavramların özelliklerini keşfedebilmelerine olanak tanımaktadır (Sherman, 2014). Öğrencilerin bir matematik kavramına ait kendi temsillerini üretmeleri ve bu temsilleri iyileştirmeleri fikrine dayanan ACODESA (Hitt, 2006), sosyal etkileşimin olduğu bir ortamda kâğıt-kalem ile birlikte teknoloji kullanımını teşvik etmektedir (Hitt, 2011). Matematiksel etkinliğin kâğıt-kalem ile başlaması öğrencilerin var olan durumu okuyup anlamasına böylece spontane temsillerini üretmelerine; teknolojinin kullanılması ise öğrencilerin kendi temsillerini iyileştirmelerine ve kurumsal temsillere ulaşmalarına olanak sağlamaktadır (Hitt vd., 2017a). Bu yüzden kâğıt-kalem ile teknoloji faaliyetleri arasında denge kurulması gerektiği vurgulanmaktadır (Hitt, 2011). ACODESA metodunun, kâğıt-kalem ile teknoloji arasındaki dengenin kurulmasına olanak sağladığı bilinmektedir (Hitt, 2011; Hitt vd., 2017a).

Bu doğrultuda Zengin (2018a, 2022) çalışmalarında ACODESA metodunu bir dinamik matematik yazılımı olan GeoGebra ile entegre ederek kullanmıştır (Şekil 1). GeoGebra ve ACODESA metodunun entegrasyonu, öğrencilerin matematik kavramlarını öğrenmelerini ve varsayımlarını doğrulamaları için uygun argümanlar üretmelerini; böylece öğrenme ortamında üretken tartışmalar gerçekleştirmelerini desteklemektedir (Zengin, 2018a). Ayrıca ACODESA metodu GeoGebra'nın göstergebilimsel potansiyelleri ile birlikte düşünüldüğünde öğrencilerin kişisel anlamlarının matematiksel anlamlara evrimini teşvik etmektedir (Zengin, 2018a, 2022).



**Şekil 1.** GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu (Hitt & González-Martín, 2015; Zengin, 2018a, 2021)

Matematikte kavramsal anlamının, öğrenciler arasındaki fikir çatışmalarının temelinde akıl yürütmenin olduğu argümantasyon yoluyla çözüme kavuşturularak gerçekleştiği kabul edilmektedir (Wood, 1999). Bazı çalışmalarda akıl yürütme ile argümantasyon arasındaki ilişkinin daha yakın olduğu görülmektedir. Örneğin, Conner ve diğerleri (2014b) akıl yürütme ile argümantasyonun aynı süreci ifade ettiğini belirtmektedir.

Özetle öğrenciler ortaklaşa argümantasyon sürecinde akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşmaktadır (Conner vd., 2014b). Bu yüzden öğrencilerin üçgen kavramını öğrenirken nasıl akıl yürüttüklerini inceleyebilmek gerçekleştirecekleri üretken tartışmalara bağlıdır. Dolayısıyla bu araştırmanın amacı göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin incelenebileceği uygun bir öğrenme ortamına ihtiyaç duyulmaktadır.

GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonunun öğrencilerin matematik kavramları için akıl yürütmelerini desteklediği bilinmektedir (Aksu & Zengin, 2022; Zengin, 2018). Çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini inceleyen Aksu ve Zengin (2022), GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin akıl yürütmeleri üzerinde olumlu etkileri olduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla bu araştırmanın amacına uygun olduğu düşünüldüğünden GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu kullanılarak argümantasyonu destekleyen bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur.

## 2.2. AKIL YÜRÜTMENİN DESTEKLENMESİNDE GEOGEBRA YAZILIMININ ROLÜ

İlkokuldan üniversite düzeyine kadar matematik öğrenmek ve öğretmek için kullanılan GeoGebra; geometriyi, cebiri ve hesap özelliklerini içeren açık kaynak kodlu ücretsiz bir dinamik matematik yazılımıdır (Hohenwarter vd., 2008). Bilgisayar Cebiri Sistemleri ve Dinamik Geometri Yazılımlarının özelliklerini bir araya getiren GeoGebra, öğrencilerin matematik öğrenimini desteklemektedir (Hohenwarter & Preiner, 2007). GeoGebra'nın matematik öğrenmek veya öğretmek için sağladığı avantajlar aşağıda detaylandırılmıştır:

GeoGebra;

- Öğrencileri matematiğe deneysel bir şekilde yaklaşmaya teşvik eder (Hohenwarter & Fuchs, 2004).
- Deneylerin sadece geometrik değil cebirsel bir bakış açısıyla da yapılmasına olarak sağlar (Tomić, 2013).
- İş birliği, iletişim ve temsil aracı olarak kullandığında öğretim süreci için materyallerin hazırlanmasını destekler (Hohenwarter & Fuchs, 2004).
- Öğrencilerin matematik kavramlarını keşfetmelerine yardımcı olur (Dikovic, 2009a; Hohenwarter vd., 2008).
- Öğrencilerin matematik süreçlerini görselleştirmelerine yardımcı olur (Dikovic, 2009b).
- Matematiksel kavramların çoklu temsillerini sağlar (Preiner, 2008; Zengin, 2018b) ve öğrencilere farklı temsiller arasında ilişki kurma fırsatı verir (Dikovic, 2009b).
- Etkileşimli materyaller aracılığıyla öğrencilerin aktif katılım göstermesini destekler (Hohenwarter vd., 2007).
- Verilen etkinliğe ilişkin dinamik modellerin oluşturulmasını, öğrencilerin bu modeli kullanarak keşifler yapmasını ve yeni matematiksel sonuçlar üretmesini destekler (Santos-Trigo & Reyes-Rodriguez, 2016).
- İlköğretimden yükseköğretime kadar tüm düzeylerde ispatı öğrenmeyi ve öğretmeyi destekler, açıklama ve doğrulama gibi ispatın işlevlerine ilişkin bazı anlayışların geliştirilmesine katkıda bulunur (Zengin, 2017).
- Öğrencilerin sınıftaki tartışmalarını daha üretken hâle getirir (Zengin, 2018b).

- Öğrencilerin matematiksel kavramları dinamik ortamda yapılandırarak ve test ederek öğrenmelerine katkı sağlar (Zengin, 2018b).
- Geribildirimler sağlayarak öğrencilerin etkinlikleri gerçekleştirmelerini destekler (Olsson, 2018).
- Kavramsal ve işlemsel bilgi arasında ve farklı temsiller arasında dinamik ilişkilerin kurulmasını kolaylaştırarak öğrencilerin hem matematiksel ilişkilendirme becerilerini artırır hem de kavramları anlamalarını sağlar (Zengin, 2019).
- Belirli bir geometrik yapı üzerinde varsayımda bulunmaya, ifadeleri keşfetmeye ve kanıtlamaya izin verir (Kovács vd., 2020).
- Problem çözme sürecinde öğrencilerin iş birliği yapmalarını ve yaratıcı akıl yürütmelerini destekler (Granberg & Olsson, 2015).

İşbirlikli öğrenme ortamlarını GeoGebra yazılımı ile desteklemek daha zengin ve etkili bir öğrenme ortamı oluşturmaktadır (Takaçi vd., 2015). Öğrenciler işbirlikli öğrenme ortamlarında GeoGebra yazılımının desteğiyle çoklu temsillere ulaşarak kavramlar arasındaki ilişkileri tartışabilmektedir (Zengin & Tatar, 2015). Argümantasyon süreçlerinde GeoGebra yazılımının kullanılması öğrencilerin doğru çizimler yapabilmesini, kesin ölçümlere dayalı gerekçeler ortaya koyabilmesini, nesneler arasındaki ilişkileri görebilmek için sürüklemeye yapabilmesini ve böylece zamandan tasarruf edebilmesini sağlamaktadır (Erkek & Işıksal-Bostan, 2015).

Bu avantajların yanı sıra GeoGebra yazılımının işbirlikli öğrenme ortamında kullanılmasıyla öğrencilerin argümantasyon süreçlerinde birtakım olumsuzluklar oluşabilmektedir. Erkek ve Işıksal-Bostan (2015) işbirlikli öğrenme ortamında GeoGebra kullanan öğrencilerin doğru ölçümler yapabilmeleri nedeniyle ilişkileri keşfetmek için akıl yürütmeye başvurmadağı ve tartışmalara katılmadağı belirtmiştir. Ancak GeoGebra'nın ACODESA metodu ile birlikte kullanıldığı çalışmalarda böyle bir olumsuzlukla karşılaşılmamıştır (Aksu & Zengin, 2022; Zengin, 2018a, 2019, 2022).

Dolayısıyla sağladığı avantajlar göz önünde bulundurulduğunda GeoGebra'nın işbirlikli öğrenme ortamı sağlayan ACODESA metodu ile birlikte kullanılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda sınıf ortamında uygulanacak matematiksel etkinlikler öğrencileri GeoGebra yazılımını kullanmaya teşvik edecek şekilde geliştirilmiştir. GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin kapsamlı bir

şekilde incelenmesi amaçlandığından akıl yürütmede okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli (Jeannotte & Kieran, 2017) temel alınmıştır.

### 2.3. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMENİN KAVRAMSAL MODELİ

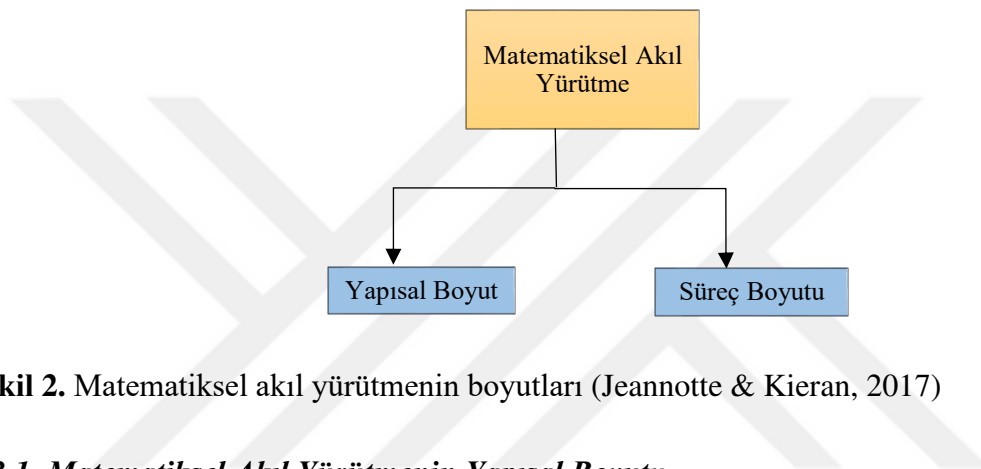
Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütmeyi “Bireyin kendisiyle veya başkalarıyla olan iletişimi sonucu matematiksel ifadelerden yeni matematiksel ifadelerin ortaya çıkarılma sürecidir.” biçiminde tanımlamaktadır. Bireyin kendisiyle olan iletişimi ile kast edilen eylem düşünmedir (Sfard, 2001). Dolayısıyla bu tanım çoğu zaman düşünme ile aynı anlamda kullanılan akıl yürütmenin (Mata-Pereira & Ponte, 2017), düşünmeden daha geniş bir anlam taşıdığını göstermektedir. Hem düşünmeyi hem de kişiler arası iletişimi içermesi nedeniyle akıl yürütmenin bilişsel ve sosyokültürel bir yönü olduğu vurgulanmaktadır (Jeannotte & Kieran, 2017). Sosyokültürel bir bakış açısıyla matematiksel akıl yürütme söylem ile ilişkilidir (Jeannotte & Kieran, 2017).

Söylem, bireylerin dil kullanımı veya bağlam içindeki etkileşimleri olarak ifade edilmektedir (Linell, 1998). Matematik bağlamı içinde söylem, matematiğe ait anahtar kelimelerden; sayı, cebirsel ifade, grafik gibi görsel araçlardan; etkinliklerin gerçekleştirilmesinde kullanılan kendine özgü rutinlerden ve genel olarak onaylanmış anlatılardan yani tanım, teorem ve hesaplama kurallarından oluşan özel bir iletişim türüdür (Sfard, 2012). Söylemin bir bölümünü oluşturan anlatı ise nesnelerin, nesneler arasındaki ilişkilerin veya nesnelerle ilişkili süreçlerin bir açıklaması olarak çerçevelenen ve onaylanmaya veya reddedilmeye, yani doğru veya yanlış olarak etiketlenmeye tabi tutulan, sözlü veya yazılı bir dizi ifade olarak tanımlanmaktadır (Sfard, 2008). Barwell (2005) matematiğin söylem yoluyla inşa edildiğini belirtmektedir. Buna paralel olarak Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütmeyi söylemsel bir aktivite olarak açıklamaktadır.

Literatürde matematiksel akıl yürütme, bir beceri (Ball & Bass, 2003; Martin vd., 2009; Ross, 1998) veya bilişsel süreç (Duval, 1998), bir düşünme hattı (Lithner, 2008) veya zihin alışkanlığı (NCTM, 2000) olarak farklı anlamlarla ifade edilmiştir. Bunun yanında matematiksel akıl yürütmenin bir sonuç çıkarmak (Leighton, 2003), amaçlı çıkarım yapmak (Conner vd., 2014b), matematiksel iddiaları gerekçelendirmek veya kanıtlamak (Ball vd., 2002) gibi farklı işlevleri olduğu belirtilmektedir.

Matematiksel akıl yürütmenin ve işlevlerinin ne olduğuna dair literatürde mevcut olan karmaşa, araştırmacıları ve matematik eğitimcilerini zor durumda bırakmaktadır

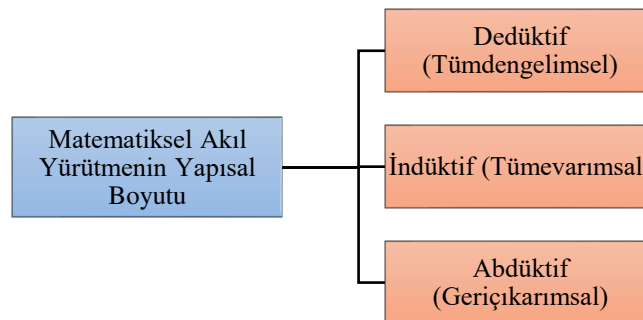
(Jeannotte & Kieran, 2017). Bu doğrultuda Jeannotte ve Kieran (2017) gerçekleştirdikleri kapsamlı bir literatür taraması ve sentez çalışması sonucu matematiksel akıl yürütme için bir kavramsal model geliştirmiştir. Böylece matematiksel akıl yürütmenin farklı yönlerini söylemsel bir çerçeve ile bir araya toplayan Jeannotte ve Kieran (2017), matematik eğitimi literatüründe akıl yürütmeye yönelik kavramsal bir modele duyulan ihtiyacı ve bunun eksikliğinden dolayı yaşanan zorlukları gidermektedir. Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından geliştirilen kavramsal modelde matematiksel akıl yürütme Şekil 2’de gösterildiği gibi iki boyut içermektedir.



**Şekil 2.** Matematiksel akıl yürütmenin boyutları (Jeannotte & Kieran, 2017)

### **2.3.1. Matematiksel Akıl Yürütmenin Yapısal Boyutu**

Jeannotte ve Kieran (2017) matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutunu oluştururken Toulmin modelini (2003) temel almaktadır. Bu doğrultuda argümantasyonu oluşturan bileşenlerin birer anlatı olduğu ve bunların matematiksel söylemin yapılandırılmasına hizmet ettiği vurgulanmaktadır (Jeannotte & Kieran, 2017). Anlatıların nasıl ilişkilendirildiği, bir araya geldiği ve sıralandığı matematiksel akıl yürütmenin yapısını belirlemektedir (Jeannotte & Kieran, 2017). Bu doğrultuda Şekil 3’te gösterildiği gibi üç farklı tür ortaya çıkmaktadır.



**Şekil 3.** Matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu (Jeannotte & Kieran, 2017)

**Dedüktif Akıl Yürütme:** Veri ve gerekçeden bir iddiaya yani sonuca ulaşmaktır (Jeannotte & Kieran, 2017). Dedüktif bir yolla ulaşılan sonuç doğrudur çünkü sonuca, üzerine anlaşılmaya varılmış varsayımdan bir dizi mantıksal yolla ulaşılmaktadır (Kilpatrick vd., 2001).

**İndüktif Akıl Yürütme:** Kişinin bireysel gözlemlerinden soyutlamalar veya genellemeler çıkarmasıdır (Conner vd., 2014b). Jeannotte ve Kieran’a (2017) göre indüktif akıl yürütme, verilerden ve bunlara bağlı iddialardan bir gerekçe yani kural niteliğinde bir ifade çıkarmaktır.

**Abdüktif Akıl Yürütme:** Ortaya atılan iddianın açıklanabilmesi için veri ve gerekçenin bulunmasıdır (Jeannotte & Kieran, 2017). Öğrenci bir sonuçla karşılaştığında hangi özel kural ve durumun böyle bir sonucu sağladığını tahmin etmek ya da varsaymak zorunda kaldığında abdüktif akıl yürütme gerçekleşebilmektedir (Conner vd., 2014b).

Jeannotte ve Kieran (2017) yapısal boyutun tek başına matematiksel akıl yürütmeyi açıklayamayacağını belirtmektedir. Yapısal boyut matematiksel akıl yürütmeyi statik olarak ele almakta ve onun süreç yönünü ihmal etmektedir (Jeannotte & Kieran, 2017). Bu nedenle araştırmacılar kavramsal modele süreç boyutunu dâhil etmiş, böylece matematiksel akıl yürütmenin daha kapsamlı bir şekilde anlaşılabilmesine katkı sağlamıştır.

### 2.3.2. Matematiksel Akıl Yürütmenin Süreç Boyutu

Her biri farklı bir eylemi açıklayan matematiksel akıl yürütme süreçleri, nesneler veya ilişkiler hakkında anlatılar türeten bilişsel süreçlerdir (Jeannotte & Kieran, 2017). Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutu Şekil 4’te gösterildiği gibi iki kategoriye ayrılmakta ve toplam dokuz süreçten oluşmaktadır.

| Matematiksel Akıl Yürütmenin Süreç Boyutu                                             |                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| Benzerlik ve farklılıkların arayışı ile ilgili süreçler                               | Doğrulamanın arayışı ile ilgili süreçler |
| Genelleme<br>Varsayımda bulunma<br>Örüntü belirleme<br>Karşılaştırma<br>Sınıflandırma | Gerekelendirme<br>İspat<br>Formel ispat  |
| Örneklendirme                                                                         |                                          |

**Şekil 4.** Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutu (Jeannotte & Kieran, 2017)



### 2.3.2.1. Benzerlik ve Farklılıkların Arayışı ile İlgili Süreçler

Benzerlik ve farklılıkların arayışı ile ilgili süreçler matematiksel nesneler veya ilişkiler arasındaki benzerlik veya farklılıkların arayışıyla anlatıların türetildiği süreçlerdir. Bunlar; genelleme, örüntü belirleme, karşılaştırma, sınıflandırma ve varsayımda bulunma süreçleridir. Jeannotte ve Kieran (2017, s. 9) bu süreçleri aşağıdaki gibi tanımlamaktadır:

*Genelleme:* Bir kümedeki matematiksel nesneler arasındaki ilişkinin bu kümeyi kapsayan daha geniş bir küme için geçerli olduğu sonucunun çıkarılmasıdır.

*Örüntü Belirleme:* Bir grup matematiksel nesne veya ilişkinin içerdiği yinelemeler hakkında anlatıların oluşturulmasıdır.

*Karşılaştırma:* Matematiksel bir nesne veya ilişkinin başka bir nesne veya ilişkiden benzer ve farklı yönlerini ortaya çıkarmaya yönelik anlatıların oluşturulmasıdır.

*Sınıflandırma:* Tanımlara ve özelliklere dayalı matematiksel nesnelerin kategorize edilmesine ilişkin anlatıların oluşturulmasıdır.

*Varsayımda Bulunma:* Matematiksel nesneler veya ilişkiler hakkında doğruluğu muhtemel ve genelleme potansiyeli olan anlatıların oluşturulmasıdır.

### 2.3.2.2. Doğrulamanın Arayışı ile İlgili Süreçler

Doğrulamanın arayışı ile ilgili süreçler bir matematiksel anlatının epistemik değerini değiştirmeyi sağlayan süreçlerdir. Bunlar; gerekçelendirme, ispat ve formel ispat süreçleridir. Jeannotte ve Kieran (2017) bu süreçleri aşağıdaki gibi tanımlamaktadır:

*Gerekçelendirme:* Veri, gerekçe ve destek arayarak bir anlatının epistemik değerini değiştirmeyi (muhtemelden daha muhtemele, muhtemelden doğruya, muhtemelden yanlışa) sağlayan süreçtir.

*İspat:* Gerekçelendirmeden farklı olarak dedüktif bir yolla epistemik değeri muhtemel olan anlatıların doğrulanmasıdır. Böylece ispat teorileştirme potansiyeli ile gerekçelendirmeden ayrılır.

*Formel İspat:* Matematiksel teori, aksiyom ve teoremlere dayanarak gerçekleştirilen ispattır. Böylece formel ispat kesinliği ve biçimselliği ile ispattan ayırt edilir.

*Örneklendirme:* Verilerin oluşturulmasına katkı sağlayarak hem benzerlik ve farklılıkların arayışı ile ilgili süreçleri hem de doğrulamanın arayışı ile ilgili süreçleri destekleyen akıl yürütme sürecidir.

Yukarıda verilen tanımlar matematiksel akıl yürütmenin yapısal ve süreç boyutlarındaki farklı türlerinin ayırt edilmesini ve anlaşılmasını sağlamaktadır (Jeannotte & Kieran, 2017). Söylem aracılığıyla tanımlanan farklı akıl yürütme türleri Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından geliştirilen okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli (Şekil 5) ile kapsamlı bir şekilde ele alınabilmektedir.

Jeannotte ve Kieran'ın (2017) geliştirmiş olduğu kavramsal modeli, farklı akıl yürütme türlerini kapsamaları ve söylemsel bir çerçeve ile oluşturulması yönüyle sınıftaki farklı akıl yürütme türlerini analiz etmede bir araç görevi görmektedir (Jeannotte & Kieran, 2017). Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin kapsamlı bir şekilde incelenmesi amaçlandığından Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından geliştirilen okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli kullanılmıştır. Literatürde benzer amaçlarla bu kavramsal modelin kullanıldığı araştırmalar da mevcuttur (Aksu & Zengin, 2022; Carlsen, 2018; Demir vd., 2022).

| MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTME      |                      |               |
|--------------------------------|----------------------|---------------|
| Süreç Boyutu                   |                      | Yapısal Boyut |
| Benzerlik ve farklılık arayışı | Doğrulamanın arayışı |               |
| Genelleme                      | Gerekçelendirme      | Dedüktif      |
| Varsayımda bulunma             | İspat                | Abdüktif      |
| Örüntü belirleme               | Formel ispat         | İndüktif      |
| Karşılaştırma                  |                      |               |
| Sınıflandırma                  |                      |               |
| Örneklendirme                  |                      |               |

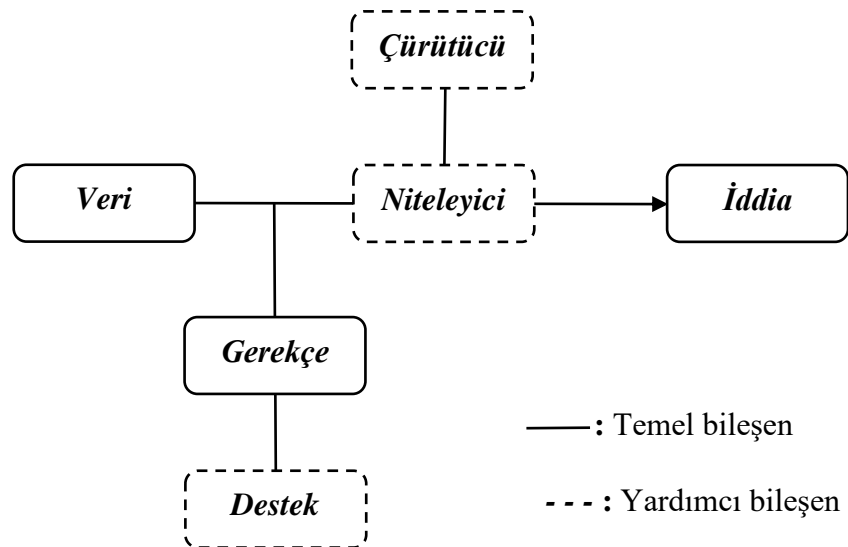
**Şekil 5.** Okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli (Jeannotte & Kieran, 2017)

Matematiksel akıl yürütme söylemsel bir aktivite olduğundan sınıftaki akıl yürütmenin analizi öğrenci söylemlerinin analizini gerektirmektedir (Jeannotte & Kieran, 2017). Diyalojik yaklaşımla (Linell, 1998) sınıftaki söylemler incelenirken Jeannotte ve Kieran'ın (2017) geliştirmiş olduğu kavramsal model göz önünde bulundurularak öğrencilerin akıl yürütme yapıları ve süreçleri belirlenmiştir. Ayrıca matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutu Toulmin modeli (2003) kullanılarak analiz edilmiştir.

## 2.4. TOULMIN MODELİ

Toulmin, geliştirdiği argümantasyon kuramını 1958 yılında yayımladığı *Argümanın Kullanımı* (The Uses of Argument) kitabıyla duyurarak argümana yönelik çalışmalarıyla büyük yankı uyandırmıştır. Biçimsel (formel) mantığa karşı bir duruş sergileyen Toulmin (1958) bir argümanın anlamsal içeriği ve yapısı ile ilgilenmiştir (Inglis vd., 2007). Toulmin'e (2003) göre matematiksel mantığın ve yirminci yüzyıl epistemolojisinin soyut ve biçimsel kriterleri gündelik yaşamdaki argümanları değerlendirmek için uygun değildir (Hitchcock & Verheij, 2006). Bu yüzden argümantasyon yapılarının analizi için geliştirdiği model ile insanların gündelik yaşamdaki tartışmalarında aklın kullanımını açıklamayı amaçlamıştır (Schwarz, 2009).

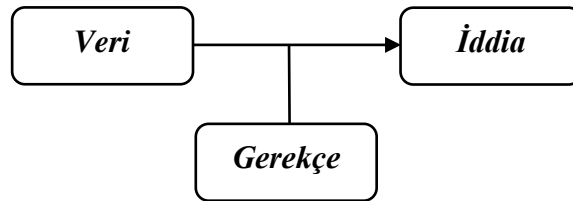
Herhangi bir alandaki argümanın analizinde yaygın olarak kullanılan Toulmin modeli (2003) üç temel bileşenden oluşmaktadır. Bunlar iddia, veri ve gerekçedir. İddia, bireyin başkalarını ikna etmek istediği ifadedir. İddiayı ortaya koyan gerçekler ise verilerdir. Gerekçe, iddia ile veri arasında bir köprü görevi görerek iddiaya neden olan verilerin uygunluk ve geçerliliğini ortaya koyan ifadelerdir. Bu üç temel bileşen ile birlikte argümanı oluşturan üç yardımcı bileşen vardır. Bunlar destek, niteleyici ve çürütücüdür. Destek, gerekçenin dayandığı bir güvence iken, niteleyici ise iddianın kesinliğini tanımlamaktadır. Son olarak çürütücü ise gerekçenin geçerli olmadığı durumları veya koşulları belirtmektedir. Bu altı bileşen Şekil 6'da gösterildiği gibi Toulmin modelini oluşturmaktadır (Toulmin, 2003).



Şekil 6. Toulmin modeli (2003)

Matematik eğitimi alanında Toulmin modeline dayanan argüman analizleri Krummheuer'in (1995) öncülüğünde gerçekleşmiştir. Krummheuer'e (2007) göre matematik, öğrencilerin ortaklaşa argümantasyona katılımı yoluyla öğrenilmektedir. Bu bakış açısıyla Krummheuer (1995) öğrencilerin ortaklaşa argümantasyon süreçlerini Toulmin modeli ile inceleyerek sınıfta öğrenmenin nasıl ilerlediğini incelemiştir. Benzer şekilde Stephan ve Rasmussen (2002) çalışmalarında, sınıfta gerçekleşen öğrenmeyi incelemek için Toulmin modelini kullanmıştır. Bazı araştırmalarda ise Toulmin modeli (2003) argümantasyon ile kanıt arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla kullanılırken (Pedemonte, 2002, 2007; Pedemonte & Reid, 2011) bazı araştırmalarda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutunu analiz etmek amacıyla kullanılmıştır (Aksu & Zengin, 2022; Conner vd., 2014b; Demir vd., 2022; Kaplan vd., 2021).

Conner ve diğerleri (2014b) öğrencilerin matematiksel akıl yürütme yapılarını belirleyebilmek amacıyla Toulmin modelinin temel bileşenlerini kullanmıştır. Temel bileşenlerden oluşan çekirdek yapı, bir tartışmanın asgari biçimidir (Krummheuer, 1995). Birer anlatı olan veri, gerekçe ve iddia bileşenlerinin nasıl ilişkilendirildiği, bir araya geldiği ve sıralandığı matematiksel akıl yürütmenin yapısını belirlemektedir (Jeannotte & Kieran, 2017). Dolayısıyla bu çalışmada da öğrencilerin matematiksel akıl yürütme yapıları Toulmin modelinin temel bileşenleri (Şekil 7) kullanılarak incelenmiştir.



**Şekil 7.** Toulmin modelinin temel bileşenleri

Modelin çekirdek yapısı dedüktif çıkarımı temsil ediyor gibi görünse de birçok argüman türünü kapsar (Aberdein, 2013). Bu doğrultuda Conner ve diğerleri (2014b) öğrencilerin matematiksel akıl yürütme yapılarını analiz etmek için Peirce'in (1956) kural, durum ve sonuç bileşenlerini Toulmin'in (2003) veri, iddia ve gerekçe bileşenleriyle ilişkilendirerek kullanmıştır.

Durum, bir koşulun geçerli olduğu belirli bir gözlemdir. Örneğin “2 bir doğal sayıdır.” ifadesi bir durumdur çünkü bu ifade doğal sayı olma şartına bağlı olarak meydana gelmiştir. Kural ise bir koşulun meydana gelmesi durumunda diğer koşulun da ortaya çıkacağını belirten genel bir ifadedir. Örneğin “Doğal sayılar tam sayıdır.” ifadesi bir

kuraldır çünkü bu ifadede doğal sayı olma koşulu ile tam sayı olma koşulu birbirine bağlıdır. Sonuç ise belirli bir gözlemden ziyade bir kuralın ürünü olarak ifade edilebilir. Örneğin “2 bir tam sayıdır.” ifadesi bir sonuçtur çünkü 2’nin bir tam sayı olması bir kurala (doğal sayıların tam sayı olması) bağlıdır (Conner vd., 2014b).

Durum, kural ve sonuç bileşenlerini veri gerekçe ve iddia bileşenleriyle ilişkilendiren Conner ve diğerleri (2014b) dedüktif, indüktif ve abdüktif argüman yapılarını şematize ederek analiz etmiştir. Dedüktif akıl yürütme, bazı verilerden ve bir kuraldan hareketle bir iddianın oluşturulmasına olanak sağlayan bir çıkarımdır (Pedemonte, 2007). Dedüktif akıl yürütmede bir durum, bir kural ile bir sonuca bağlanır. Bu yüzden dedüktif bir argümanda durum veriyi, gerekçe kuralı, sonuç ise iddiayı temsil etmektedir (Conner vd., 2014b).

Abdüktif akıl yürütme, gözlemlenen bir olgudan yola çıkarak bir iddianın oluşturulmasına olanak sağlayan bir çıkarımdır (Pedemonte, 2007). Abdüktif akıl yürütme bir sınıfta, öğrencilerin bir sonuçla karşılaştığında ve daha sonra hangi özel kural ve durumun böyle bir sonuca yol açtığını tahmin etmek veya varsaymak zorunda kaldığında görülebilir (Conner vd., 2014b). Abdüktif akıl yürütmede bir iddadan veri ve gerekçe çıkarılır veya bir iddiadan gerekçe ile birlikte sadece veri çıkarımı yapılır. Bu doğrultuda abdüktif argüman Toulmin modeline göre şematize edildiğinde iddia, gözlemlenen bir durum iken veri ve gerekçe birer kural veya sonuç olabilir (Conner vd., 2014b).

İndüktif akıl yürütme ise bazı özel durumlardan genelleme yoluyla bir iddianın oluşturulmasına izin veren bir çıkarımdır (Pedemonte, 2007). Bir sınıfta indüktif akıl yürütme, öğrencilere gözlemler arasındaki kalıpları fark etme fırsatları sağlar. İndüktif akıl yürütmenin bir sonucu olarak genel ifadeler yapılabilir de bu genel ifadeler matematiksel anlamda kesin değildir. İndüktif akıl yürütme bir sonuç bir durum aracılığıyla bir kurala bağlıdır (Conner vd., 2014b). Kısacası, gözlemlenen durumlardan yola çıkılarak ulaşılan sonucun genellenmesi, indüktif akıl yürütme olarak ifade edilebilir.

Tablo 1’de her bir argüman türüne yani akıl yürütme yapısına ait Toulmin şeması, bu yapılara ait açıklama ve birer örnek verilmiştir. Toulmin modeline göre şematize edilen akıl yürütme yapılarında yer alan soru işareti oradaki ifadenin henüz belli olmadığı, aranması veya ulaşılması gerektiği anlamına gelmektedir.

**Tablo 1.** Farklı Argümantasyon Yapılarının Toulmin Modeli ile Analizi (Conner vd., 2014b; Pedemonte, 2007)

| Toulmin Şeması                                                                 | Açıklama ve Örnek                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Veri</p> <p>İddia (?)</p> <p>Gerekçe</p> <p>(a) Dedüktif argüman yapısı</p> | <p><i>Örneğin bir üçgende en uzun kenarın bulunması istendiğinde öğrencinin, üçgenin iç açı ölçülerine bakarak ve üçgende açı-kenar ilişkisini hatırlayarak sonuca ulaşmasıdır.</i></p> <p><b>Veri (Durum):</b> A açısı &gt; B açısı &gt; C açısı<br/> <b>Gerekçe (Kural):</b> Üçgende açı-kenar ilişkisi<br/> <b>İddia (Sonuç):</b> A açısının gördüğü kenar daha büyüktür.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <p>Veri (?)</p> <p>İddia</p> <p>Gerekçe</p> <p>(b) Abdüktif argüman yapısı</p> | <p><i>Aynı üçgen örneğinde en uzun kenarı bulması istenen öğrencinin sezgisel veya sınırlı gözlemi ile bir iddiada bulunmasının ardından bu iddiayı doğrulamak için veri arayışına girmesidir. Burada öğrenci örnekte gizli olan kuralı yani üçgende açı-kenar ilişkisini süreç içerisinde bularak iddia ile veri arasındaki bağlantıyı sağlar.</i></p> <p><b>İddia (Durum):</b> A açısının gördüğü kenar daha büyüktür.<br/> <b>Veri (Sonuç):</b> A açısı &gt; B açısı &gt; C açısı<br/> <b>Gerekçe (Kural):</b> Üçgende açı-kenar ilişkisi</p>                                                                                                             |
| <p>Veri</p> <p>İddia (?)</p> <p>Gerekçe</p> <p>(c) İndüktif argüman yapısı</p> | <p><i>Örneğin Pisagor teoreminin keşfi ile ilgili bir etkinlikte öğrencinin dik kenar uzunluklarının kareleri ile hipotenüs uzunluğunun karesi arasındaki ilişkiye ait farklı dik üçgenlerden elde edeceği verilerden ve verilere bağlı sonuçlardan bir genelleme yapması sonucu genel bir ifade (<math>a^2 + b^2 = c^2</math>) bulmasıdır.</i></p> <p><b>Gerekçe (Durum/lar):</b><br/> <math>3^2 + 4^2 = 5^2</math><br/> <math>5^2 + 12^2 = 13^2</math><br/> <math>6^2 + 8^2 = 10^2 \dots</math><br/> <b>Veri (Sonuç/lar):</b> Dik olan iki kenarın kareleri toplamı hipotenüsün karesine eşit.<br/> <b>İddia (Kural):</b> <math>a^2 + b^2 = c^2</math></p> |

Yukarıda açıklandığı gibi Toulmin modeli matematiksel akıl yürütmenin yapısal boyutunu analiz etmek için kullanılmaktadır. Öte yandan Toulmin modeli matematiksel akıl yürütmenin incelenmesi için yeterli değildir (Conner vd., 2014b). Bu yüzden ortaklaşa

argümantasyon sürecinde ortaya çıkan matematiksel akıl yürütme süreçleri ise diyalojik yaklaşım (Linell, 1998) ile analiz edilmiştir.

## 2.5. MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMEDE DİYALÖJİK YAKLAŞIM

Diyalojik yaklaşım öğrencilerin düşüncelerini dışsallaştırmayı yani akıl yürütmelerini görünür hâle getirmeyi amaçlayan araştırmalarda kullanılmaktadır (Carlsen, 2018). Öğrenciler iş birliği içerisinde problem çözerken gerçekleştirdikleri diyaloglarla akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşırlar (Mercer vd., 1999). Gerçekleşen tartışmalarda öğrenciler fikirlerini gerekçelerle destekler, diğer öğrencilere argümanlarla karşılık vermektedir (Reznitskaya vd., 2009). Bu süreçte öğrenciler düşüncelerini dilsel veya dilsel olmayan (jest, işaret, sembol) etkileşimlerle yani söylemsel faaliyetlerle ifade etmektedir (Barwell, 2005). Bunlar, öğrencilerin matematiksel olarak düşündükleri ve konuştukları araçlardır (Lerman, 2001).

Öğrencilerin söyledikleri, söyleme biçimleri, yaptıkları, temsilleri ve çizimleri, bu temsilleri kullanma biçimleri, tonlamaları ve jestlerinden oluşan öğrenci söylemsel etkinliği akıl yürütmedeki temel unsurlardır (Jeannotte & Kieran, 2017). Radford (2003) matematiksel söylemi oluşturan unsurları (jest, dilsel ve dilsel olmayan etkileşimler, vurgulanan kelimeler, tekrarlanan sorular) göstergebilimsel nesneleştirme araçları olarak ifade etmektedir. Dolayısıyla problem çözme faaliyetlerinin olduğu grup çalışmalarında gerçekleşen diyalogların analiziyle, öğrenciler tarafından üretilen jestler ve konuşmalar belirlenir, somutlaşan düşünceleri yardımıyla öğrencilerin akıl yürütmelerine odaklanılmaktadır (Linell, 1998). Bu analiz yöntemi öğrencilerin matematiksel etkinliği nasıl anlamlandırdıklarının, problem çözme sürecinde hangi zorluklarla karşılaştıklarının ve hangi akıl yürütme süreçlerini kullandıklarının belirlenmesini sağlamaktadır (Bjuland vd., 2008). Dolayısıyla benzer çalışmalarda olduğu gibi (Aksu & Zengin, 2022; Carlsen, 2018; Demir vd., 2022) bu çalışmada da öğrencilerin iş birliği içerisinde problem çözdüğü, düşüncelerini ve akıl yürütmelerini dışsallaştırdığı öğrenme ortamında akıl yürütme süreçlerinin incelenmesinde diyalojik yaklaşım benimsenmiştir. Verilerin analizi bölümünde sunulan örnek analizlerde diyalojik yaklaşım detaylandırılmıştır.

## 2.6. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Çalışmanın bu bölümünde ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Aksu ve Zengin (2022) çalışmalarında, GeoGebra yazılımı ve ACODESA metodunun kullanıldığı teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki akıl yürütmelerini incelemektedir. Çalışmada, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının öğrencilerin ortaklaşa akıl yürütmelerine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca GeoGebra yazılımının kullanılması; öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal hem de süreç yönlerini desteklediği, akıl yürütme ile ispat arasında dinamik bir köprü'nün kurulmasında aracı olduğu ve öğrencilerin temsillerinin gelişmesine katkı sağladığı böylece matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimi üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Urhan (2022) ise çalışmasında, bir matematiksel programlama aracı olan Maple programını ACODESA metodu ile birlikte kullanarak oluşturduğu öğrenme ortamının lisans düzeyindeki öğrencilerin problem çözme bağlamında bilgi işlemsel düşünme süreçleri üzerinde olumlu etkileri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Zengin (2021), GeoGebra yazılımı ve ACODESA metodunun kullanıldığı teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının öğrencilerin parametrik denklemler konusunu anlamaları üzerindeki etkisini incelemiştir. Öğrenme ortamının öğrencilerin parametrik denklemler konusunu anlaması üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Ayrıca bu bağlamın öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin süreç yönlerinden olan genelleme, varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçlerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan çalışmalar, ACODESA metodunun teknoloji ile zenginleştirilip kullanılması durumunda öğrencilerin akıl yürütmelerini, problem çözmelerini ve matematik konularını anlamalarını desteklediğini göstermektedir.

İşbirlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin akıl yürütmeleri üzerinde olumlu etkilerini gösteren çalışmalar olduğu gibi bu ortamların iyi bir şekilde düzenlenmediği durumda öğrencilerin akıl yürütmeleri üzerinde olumsuz etkilerinin olabileceği de ortaya konmuştur. Sidenvall ve diğerleri (2015) ders kitabında bulunan etkinlikleri çözen öğrencilerin matematiksel akıl yürütme türlerini incelemişlerdir. İnceleme sonucunda öğrencilerin, etkinliklerin %80'ini taklitçi akıl yürütme yoluyla ve doğru çözdüğü, yaratıcı akıl yürütmeyle ise sınırlı ilgilendikleri veya hiç ilgililenmedikleri tespit edilmiştir. Bu duruma öğrencilerin informel olarak birlikte çalışmasının yani matematiksel gerekçeyi almadan ve sorgulamadan arkadaşının çözümünü aynen kopyalamasının neden olduğu



belirtilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin yaratıcı akıl yürütmelerinin geliştirilmesi için işbirlikli öğrenme ortamının iyi bir şekilde organize edilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Kosyvas (2016) ise çalışmasında, ACODESA metodunun ilk üç aşamasına benzer bir yöntemle problem çözme faaliyetlerine katılan ortaokul öğrencilerinin olası çoklu çözüm yöntemlerini ve akıl yürütmelerinin gelişimini incelemiştir. Verilerin analizi sonucunda; iş birliğini, keşfetmeyi ve fikirleri paylaşmayı teşvik eden bir öğrenme ortamının öğrencilerin çoklu matematiksel stratejiler geliştirmesini, yeni sorular sormasını, informal kanıtlar oluşturmalarını ve problemlerin çözümünü ortaya çıkarmasını teşvik ettiği görülmüştür.

Ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmelerini inceleyen diğer bir çalışma ise Sumarsih ve diğerleri (2018) tarafından gerçekleştirilmiştir. Sumarsih ve diğerleri (2018) ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerilerini; matematiksel iletişim, temel matematik becerileri, matematiksel ilişkilendirme ve mantıksal düşünme açısından incelemiştir. Verilerin analizi sonucunda matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin orta ve düşük kategorideki öğrencilere göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Matematiksel ilişkilendirmenin tüm kategorilerdeki öğrenciler için en zor bileşen olduğu görülmüştür. Ayrıca çoğu öğrencinin fikirlerini ifade etmede ve mantıksal argümanlar geliştirmede de zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri konularındaki akıl yürütme becerilerini değerlendirmeyi amaçlayan Cantürk-Günhan (2014), öğrencilerin bazı durumlarda yetersiz geometrik bilgiye ve görsel algıya sahip olduğundan geçerli bir argüman geliştiremediğini ortaya koymuştur. Kimi öğrencilerin doğru akıl yürüterek sonuca ulaşabildiği; kimi öğrencilerin kusurlu veya zayıf akıl yürüterek sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Doğru sonuca ulaşamama durumuna öğrencilerin kavramsal anlamada veya görselleştirmede eksikliklerinin neden olduğu belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin yer aldığı ve akıl yürütme becerilerinin incelendiği benzer araştırmalarda da öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir (Erdem ve Gürbüz, 2015; Rizqi & Surya, 2017; Yeşildere & Türnüklü, 2007). Katılımcıları ortaokul öğrencileri olan araştırmalar incelendiğinde öğrencilerin yaratıcı akıl yürütmede ve geçerli argümanlar üretmede zorluk yaşadıkları, akıl yürütme becerilerinin ise düşük düzeyde olduğu görülmektedir.

Bireylerin akıl yürütmede yaşadıkları güçlük sadece ortaokul öğrencilerinde değil lise öğrencilerinde ve öğretmen adaylarında da görülmektedir. Bu zayıflıktan ötürü

öğrenciler özellikle geometri konularında zorluklar yaşamaktadır. Poon ve Leung (2016) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, lise öğrencilerinin geometride yaşadıkları güçlüklerin matematiksel kavramları anlamadaki, kanıt geliştirmedeki ve akıl yürütme becerilerindeki zayıflıktan kaynaklandığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin akıl yürütme becerileri ile geometrideki başarıları arasında ise güçlü bir ilişkinin olduğu görülmüştür. Benzer şekilde Ubah ve Bansilal (2019) tarafından gerçekleştirilen çalışmada matematik öğretmen adaylarının üçgenlerde benzerlik konusunda akıl yürütmede zayıf oldukları dolayısıyla benzer üçgenler arasındaki ilişkileri belirlemede zorluk yaşadıkları görülmüştür. Matematik öğretmen adaylarının akıl yürütme düzeylerini belirlemeyi amaçlayan diğer bir çalışma ise Öz ve Işık (2018) tarafından yapılmıştır. Öz ve Işık (2018), gerçekleştirdikleri araştırmada matematik öğretmen adaylarının akıl yürütme düzeylerinin orta seviyede olduğu sonucuna ulaşmaktadır. Ayrıca öğretmen adaylarının; mantıklı tartışmalar geliştirmeyi, çözüm yolunun ve sonucun doğruluğuna karar vermeyi gerektiren ve rutin olmayan problemlerde doğru cevaplama yüzdelerinin azaldığı görülmüştür. Matematik öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen başka bir çalışmada (Zambak & Magiera, 2020) ise karmaşık veya rutin olmayan problemlerin çözüldüğü ve toplu tartışmaların gerçekleştirildiği öğrenme faaliyetlerinin öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmelerini geliştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Ek olarak öğretmen adaylarının kendi argümanlarını değerlendirmeyi öğrenmelerinin argümantasyon ve akıl yürütme becerilerini geliştirdiği tespit edilmiştir.

Araştırmacılar, öğrencilerin akıl yürütmelerini geliştirmek amacıyla farklı değişkenleri göz önünde bulundurmuş ve deneysel çalışmalar gerçekleştirmiştir. Bu çalışmalardan biri de Zembat (2008) tarafından gerçekleştirilmiştir. Zembat (2008), çalışmasında iki farklı ortamın öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin matematiksel akıl yürütmeleri ve farklı anlayış düzeyleri üzerindeki etkilerini incelemiştir. Bu ortamlardan birinde kâğıt-kalem kullanılırken diğer ortam ise teknoloji ile zenginleştirilmiştir. Kâğıt-kalem kullanılan öğrenme ortamında öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütme türlerinin analitik olduğu ve bununla sınırlı kaldığı; teknolojinin kullanıldığı ortamda ise analitik akıl yürütmenin yanında yaratıcı akıl yürütmeye ve pratik akıl yürütmeye başvurdıkları görülmüştür. Teknoloji kullanımının; öğretmen adaylarına bir durumun farklı örneklerini görme fırsatı sağladığı böylece akıl yürütmeleri, farklı temsiller kullanmaları, varsayımlarını test etmeleri ve sonuçlarını değerlendirmeleri üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Teknoloji kullanımının öğretmen adaylarının

matematiksel akıl yürütmeleri üzerindeki etkisini inceleyen başka bir çalışma da İlhan ve Aslaner (2020) tarafından gerçekleştirilmiştir. İlhan ve Aslaner (2020) gerçekleştirdikleri araştırma sonucunda Cabri ve GeoGebra yazılımlarının kullanımının matematik öğretmen adaylarının geometrik şekiller üzerine akıl yürütme becerisi üzerinde olumlu etkisinin olduğu görülmüştür.

Demir ve diğerleri (2022) çalışmalarında GeoGebra yazılımının kullanıldığı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı bağlamında yedinci sınıf öğrencilerinin dairenin alanı konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini incelemiştir. İnceleme sonucunda öğrenme ortamının ve bu bağlamda GeoGebra yazılımının kullanılmasının öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç yönleri üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Carlsen (2018) ise çalışmasında lise öğrencilerinin problem çözme sürecinde yaşadığı zorlukların, kullandıkları göstergebilimsel nesneleştirme araçlarının, karşılıklı düşünme ve iş birliği yapma çabalarının matematiksel akıl yürütmelerini hem yapısal hem süreç yönden karakterize ettiği sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca işbirlikli çalışma sonucunda öğrencilerin sinüzoidal fonksiyon konusuna ilişkin verilen parametrelerin anlamını kavradıkları sonucuna ulaşmıştır.

Öğrencilerin geometri konularında akıl yürütmeleri üzerinde GeoGebra yazılımının olumlu etkileri olduğu gibi konuları öğrenmeleri üzerinde de olumlu etkileri olduğu görülmektedir. Doğan ve İçel (2011) gerçekleştirdikleri deneysel çalışmada GeoGebra temelli etkinliklerin ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki başarıları üzerindeki olası etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda öğrencilerin üçgenler konusundaki öğrenmeleri, başarıları ve motivasyonları üzerinde GeoGebra yazılımının olumlu etkileri olduğu görülmüştür.

İncelenen araştırmalar, işbirlikli öğrenme faaliyetlerinin yapılmasına olanak sağlayan öğrenme ortamlarının ve öğrenme sürecinde GeoGebra yazılımının kullanılmasının öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişmesi ve geometri konularını öğrenmeleri üzerinde olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte öğrenme ortamında gerçekleştirilecek faaliyetlerin öğrencilerin akıl yürütmeleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Nitekim yedinci sınıf öğrencilerin akıl yürütme ve argümantasyon süreçlerini inceleyen Tavşan ve Pasmaz (2022) çalışmalarında, öğrencilerin rutin olmayan problemleri çoğunlukla yaratıcı akıl yürütmeyle, rutin problemleri ise taklitçi akıl yürütmeyle çözdükleri sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca yaratıcı

akıl yürütmenin kullanıldığı problemlerde taklitçi akıl yürütmenin kullanıldığı problemlere kıyasla daha fazla argüman bileşeninin ortaya çıktığı görülmüştür.

Mata-Pereira ve Ponte (2017) gerçekleştirdikleri çalışmada ise öğrencilerin denklem ve fonksiyon konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek için öğretmenlerin süreçteki eylemlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmacılar gerçekleştirdikleri bu çalışma ile öğretmenlerin öğrencileri tartışmaya davet ettiği, bilgilendirme yaptığı, öğrencileri tartışma için desteklediği ve bilgi düzeylerini yükseltmek için zorladığı eylem dizisinin öğrencilerin genelleme ve gerekçelendirme süreçlerinin gelişimi üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca gerçekleştirilen etkinliklerin keşfetmeye yönelik sorular içermesinin öğrencilerin akıl yürütmeleri için verimli bir ortam oluşturduğu görülmüştür. Mueller ve diğerleri (2010) tarafından gerçekleştirilen çalışmada ise öğrencilerin çeşitli akıl yürütme biçimlerini sergilemeleri için sınıfta kullanılacak etkinliklerin önemi vurgulanmaktadır. Mueller ve diğerleri (2010) açık uçlu etkinliklerin, öğrencileri tartışmaya teşvik ettiği bu sayede öğrencilerin temsillerini birbirleriyle paylaşmalarına ve fikirlerini genişletmelerine katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca bilişsel olarak zorlayıcı olan açık uçlu etkinliklerin, öğrencilerin çeşitli akıl yürütme biçimlerini ortaya çıkarmada etkili olduğu görülmüştür.

Matematiksel akıl yürütme, geçmişten günümüze araştırmalara konu olmuş ve gelecekte de araştırılacak önemli bir süreç ve temel bir beceridir. İnsanların problemlerle başa çıkabilmeleri, bir yolu takip ederek sonuçlara ulaşabilmeleri ve yaşamlarını sürdürebilmeleri akıl yürütebilmelerine bağlıdır. Bu sebeple öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelenmesi eğitimciler ve araştırmacılar için yol gösterici olabilir. Öğrencilerin akıl yürütmelerinin geliştirilmesi için öncelikle akıl yürütmeleri hakkında kapsamlı bir incelemeye ihtiyaç duyulmaktadır. Öğrencilerin akıl yürütmelerini açığa çıkarmak için teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı kullanılmıştır. Bu öğrenme ortamında öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanmış, açık uçlu etkinlikleri gerçekleştirerek tartışmalar gerçekleştirmiş ve akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşmıştır. Bu doğrultuda çalışmadan elde edilecek sonuçlar öğrencilerin akıl yürütmeleri hakkında önemli bilgiler sağlayabilir.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeline, katılımcılara, veri toplama araçlarına, etkinlik geliştirme sürecine, uygulama sürecine ve verilerin analizine yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

#### 3.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Bu çalışmada ACODESA metodunun kullanıldığı bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi (Cobb, 2000) modeline göre tasarlanmıştır. Araştırmalarda öğretim deneyi yönteminin kullanılmasındaki temel amaç yöntemin öğretmenlere öğrencilerin matematiksel bilgilerini nasıl yapılandırdıkları ve akıl yürütmeleri (Steffe & Thompson, 2000) hakkında deneyim sağlamasıdır. Ayrıca öğretim deneyi yeni öğretim yöntem ve tekniklerinin test edilmesinde de kullanılmaktadır (Engelhardt vd., 2004).

Sovyet öğretim deneyi, yapılandırmacı öğretim deneyi ve sınıf öğretim deneyi olarak farklı türleri bulunan öğretim deneyi yönteminin yapılandırmacı türü günümüz araştırmalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak yapılandırmacı öğretim deneyinde bir veya birkaç öğrencinin öğrenme süreci bireysel olarak ele alınmakta ve öğrenmenin sosyal yönü göz ardı edilmektedir. Sınıf öğretim deneyinde ise öğrenme süreci hem sosyal hem de bireysel boyutuyla ele alınmakta, öğrenci matematiğinin anlaşılması için sınıf içinde gerçekleştirilen faaliyetler ve yaşanan tartışmalar analiz edilmektedir (Uygan, 2019).

Bu çalışmada ise matematiksel akıl yürütme tanımının kişisel ve kişilerarası iletişime bağlı olması (Jeannotte & Kieran, 2017), sınıf ortamındaki ortaklaşa argümantasyonun incelenmesi ve ACODESA metodunun sosyokültürel bir öğrenme ortamı oluşturması (Hitt & González-Martín, 2015) nedenleriyle sınıf öğretim deneyi benimsenmiştir. Araştırmacıya veya öğretmene öğrenci matematiğini anlamaya yönelik bir deneyim sağlayan öğretim deneyi yöntemleri aşağıda açıklanan tipik faaliyetleri içermektedir (Steffe & Ulrich, 2014):

**Keşfedici Öğretim:** Daha önce bir öğretim deneyi gerçekleştirmemiş öğretmenlere keşfedici öğretim gerçekleştirmeleri önerilmektedir (Steffe & Thompson, 2000). Böylece öğrencilerin matematiğine ilişkin ön bilgiler edinilir.

**Öğretim Bölümleri:** Öğretim faaliyetlerinin gerçekleştirildiği ve öğrencilerin matematiksel etkinliklerine ilişkin verilerin toplandığı aşamadır (Uygan, 2019).

**Klinik Görüşmeler:** Öğretim deneyi yöntemi esasen Piaget'in klinik görüşmesinden türemiştir (Steffe, 1991). Süreç öncesinde, süreç sırasında ve sonunda yapılabilen klinik görüşmeler öğrencilerin matematiği hakkında daha detaylı veriler sağlayan veri toplama aracı olarak kullanılmaktadır (Uygan, 2019).

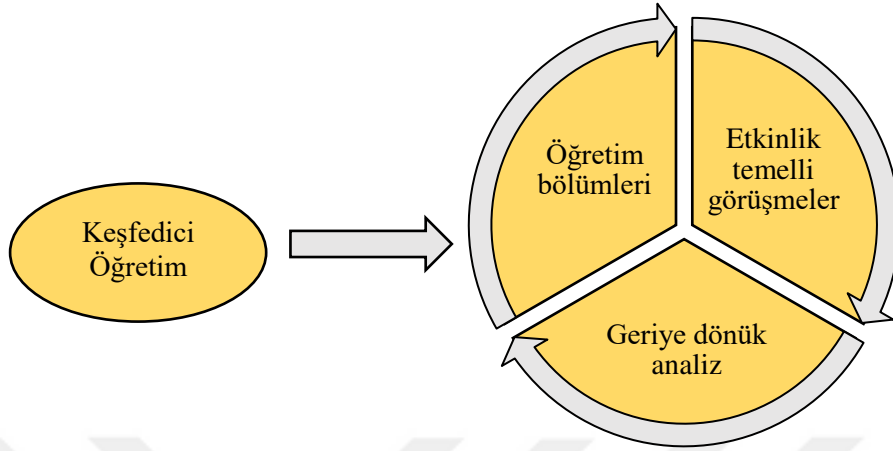
**Geriye Dönük Kavramsal Analiz:** Öğretim bölümlerinde gerçekleştirilen etkinlikler, öğrencilerle yapılan görüşmeler, öğrencilerin yazılı/sözlü ürünleri, saha notları, öğretmenin günlüğü ve temel olarak alınan video kayıtları geriye dönük analiz edilmektedir (Cobb, 2000). Geriye dönük kavramsal analiz öğrenci matematiğinin geçmişe ve ileriye dönük olarak tarihsel bir analizinin yapılmasını sağlamaktadır (Steffe & Thompson, 2000).

**Öğrenci matematiğini yansıtan deneyimsel ve yaşayan modeller:** Yapılandırmacı öğretim deneyinde geriye dönük analizlerden sonra bir model oluşturularak öğrencilerin matematiğine ve öğrenmelerinin nasıl gerçekleştiğine yönelik biçimsel bir açıklama getirilmektedir (Steffe & Thompson, 2000). Ancak model oluşturmak sınıf öğretim deneyinde temel unsuru olmadığından (Uygan, 2019) bu çalışmadaki öğretim deneyinde bir model oluşturulmaya çalışılmamıştır.

Öğrencilerin matematiksel bilgilerini nasıl yapılandırdıkları hakkında deneyim sahibi olmak özel olarak planlanmış öğrenme ortamlarını gerekli kılmaktadır (Uygan, 2019). Sınıf öğretim deneyinde öğrenmenin bireysel boyutunun yanında sosyal boyutu da ele alınmakta ve matematiksel bilginin sınıf normları ve sosyal etkileşimler bağlamında nasıl yapılandırıldığı incelenmektedir. Bu çalışmada da ACODESA metodu kullanılarak hem bireysel hem grup çalışmaları bir arada gerçekleştirilmektedir. Dolayısıyla ACODESA metodu sınıf öğretim deneyi ile uyumludur.

Öğrencilerin akıl yürütmelerini anlamak için söylediklerinin ve yaptıklarının arkasına bakmak, öğretim deneyinin önemli bir parçasıdır (Steffe & Thomson, 2000). Bu araştırmada araştırmacı, öğrencilerin süreç içerisindeki söylemlerini inceleyerek üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin nasıl olduğunu belirlemeyi hedeflemiştir. Üçgenler konusunun öğretiminde gerçekleştirilen bu öğretim deneyi, beş aşamadan oluşan bir öğretim yönteminde (ACODESA) uygulanan etkinliklerden, her etkinlikten sonra

yapılan etkinlik temelli görüşmelerden ve geriye dönük analizden oluşan bir diziden (Şekil 8) oluşmaktadır.



**Şekil 8.** Araştırmada gerçekleştirilen dört aşamalı öğretim deneyi dizisi (Steffe ve Ulrich'in (2014) çalışmasından uyarlanmıştır.)

### 3.2. KATILIMCILAR

Çalışmanın katılımcılarını 2021-2022 eğitim-öğretim yılında bir devlet okulunda öğrenimine devam eden 12 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi ile araştırmacılar, ihtiyaç duydukları verileri sağlayacağına inandıkları örnekleme seçmektedir (Fraenkel & Wallen, 2012). Uygulamayı gerçekleştiren kişinin hem araştırmacı hem de öğretmen rolünde olması katılımcıların belirlenmesinde etkili olmuştur. Katılımcı öğrenciler, öğretmenin çalıştığı okulda yer alan dört farklı şubeden birinde öğrenim görmektedir. Uygulama sürecinde grup çalışmalarının dörder kişilik ekipler halinde gerçekleştirilmesi nedeniyle üç grup oluşturulmuştur. Gruplar oluşturulurken iletişim ve tartışma ortamına açık öğrencilerin aynı grupta olmamasına dikkat edilmiştir. Ayrıca teknoloji kullanma eğilimi olumlu olan öğrencilerin de farklı gruplara dağılmasına dikkat edilmiştir. Bu açıdan her grubun kendi içinde heterojen, birbirine göre homojen olmasına dikkat edilmiştir. Bu kapsamda çalışmada yer alan öğrencilerin gruplara göre dağılımı Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Çalışmada Yer Alan Öğrencilerin Gruplara Dağılımı

|             |                            |
|-------------|----------------------------|
| Grup 1 (G1) | Aylin, Cemil, Deniz, Kemal |
| Grup 2 (G2) | Çiğdem, Elif, Emre, Hasan  |
| Grup 3 (G3) | Ahmet, Aslı, Ela, Selim    |

Tablo 2’de görüldüğü gibi her grupta dört öğrenci yer almıştır. Ayrıca bu öğrencilere takma isimler verilmiş ve öğrenciler bu konuda bilgilendirilmiştir. Araştırmacı bir önceki eğitim-öğretim yılında da öğrencilerin matematik dersine girmiştir. Dolayısıyla öğrenciler araştırmacıyı yeterince tanımakta, ona karşı rahat ve samimi davranabilmektedir.

Öğrencilerin matematiksel etkinliklere aktif olarak katılabilmesi için GeoGebra yazılımını ve araçlarını temel düzeyde kullanabilmeleri gerekmektedir. Daha önceki derslerde GeoGebra’nın öğretmen tarafından kullanılmasına rağmen öğrencilerin yazılımı kullanmada zorlandığı tespit edilmiştir. Bu nedenle uygulama sürecinin ilk haftasında öğrenciler ile birlikte GeoGebra çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda öğrencilere yönlendirici sorular sorularak geometrik çizimler gerçekleştirmeleri, ölçüm yapmaları ve sürgü-sürüklemeye gibi dinamik özellikleri kullanmaları sağlanmıştır. Haftada iki gün toplam sekiz saat süren bu çalışma sonunda tüm öğrencilerin GeoGebra yazılımı yeterli düzeyde kullanabildiği ve verilen etkinlikleri gerçekleştirebildiği görülmüştür.

### 3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Bu bölümde araştırma kapsamında veri toplamak amacıyla kullanılan araçlara ve araçların geliştirilme sürecine dair açıklamalara yer verilmektedir.

#### 3.3.1. Matematiksel Etkinlikler

Sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini incelemeye ve belirlemeye yönelik verilerin elde edilmesi amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikler kullanılmıştır. Araştırmacı öncelikle etkinliklerin sekizinci sınıf matematik dersi üçgenler alt öğrenme alanındaki kazanımların tamamını içermesine dikkat etmiştir. Bu kapsamda geliştirilen etkinliklerin kazanımlara göre dağılımı aşağıdaki tabloda açıklanmıştır (Tablo 3).

**Tablo 3.** Matematiksel Etkinliklerin Kazanımlara Göre Dağılımı

|                                                                                                     |                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder.                                            | Etkinlik 1, 2, 3, 4 |
| 2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir. | Etkinlik 5          |
| 3. Üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açıların ölçülerini ilişkilendirir.     | Etkinlik 6          |
| 4. Yeterli sayıda elemanın ölçüleri verilen bir üçgeni çizer.                                       | Etkinlik 7          |
| 5. Pisagor bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.                                         | Etkinlik 8          |



Etkinlikler geliştirilirken Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından geliştirilen okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli benimsenmiştir. Öğrencilerin GeoGebra aracını kullandığı ACODESA metodu bağlamında veri toplayarak bir sonuca ulaşmalarına (dedüktif), veriler toplamalarını sağlayarak bu verilerden elde ettikleri sonucu genelleştirmelerine (indüktif) ve bir sonucu ya da ilişkiyi fark etmelerini sağlayıp onu açıklamalarına (abdüktif) yönelik etkinliklere yer verilmiştir. Bunun yanında etkinliklerde matematiksel akıl yürütmenin süreç yönlerine yönelik istemlere yer verilmiştir. Örneğin öğrencilerden bir varsayımda bulunmaları, ifadelerini gerekçelendirmeleri, örnek durumlar sunmaları, verilen örüntüyü belirlemeleri istenmiştir.

Çalışmanın amacına ve bağlamına uygun matematiksel etkinliklerin geliştirilmesi amacıyla Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesi kullanılmıştır (Tablo 4).

**Tablo 4.** Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesi (Trocki & Hollebrands, 2018, s. 123)

| <b>Matematiksel Derinlik</b>   |                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Seviye</i>                  | <i>Açıklama</i>                                                                                                                                                                |
| <b>Puansız</b>                 | Yönlendirici sorunun odağında matematiğin olmamasıdır.                                                                                                                         |
| <b>0</b>                       | Yönlendirici soru ile taslak çizimin matematiksel olarak uygun olmamasıdır.                                                                                                    |
| <b>1</b>                       | Yönlendirici sorunun matematiksel bir gerçeği, kuralı, tanımı veya formülü hatırlamayı gerektirmesidir.                                                                        |
| <b>2</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencinin taslak çizimdeki bilgileri rapor etmesini gerektirir. Öğrencinin bir açıklama yapması beklenmez.                                                 |
| <b>3</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencinin mevcut çizimdeki matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri dikkate almasını gerektirir.                                                 |
| <b>4</b>                       | Öğrencinin taslak çizimdeki matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri açıklamasını gerektirir.                                                                        |
| <b>5</b>                       | Öğrencinin mevcut yapının ötesine geçmesini ve matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri genelleştirmesini gerektirir.                                                |
| <b>Teknolojik Eylem Çeşidi</b> |                                                                                                                                                                                |
| <i>Sağlayıcılık</i>            | <i>Açıklama</i>                                                                                                                                                                |
| <b>Puansız</b>                 | Yönlendirici soru, öğrencilerin bir çizim, inşa, ölçüm veya manipülasyon yapmasını gerektirmez.                                                                                |
| <b>A</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencilerin bir çizim yapmasını gerektirir.                                                                                                                |
| <b>B</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencilerin bir ölçüm yapmasını gerektirir.                                                                                                                |
| <b>C</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencilerin bir inşa yapmasını gerektirir.                                                                                                                 |
| <b>D</b>                       | Yönlendirici soru, öğrencilerin sürükleme ve diğer dinamik özellikleri kullanmasını gerektirir.                                                                                |
| <b>E</b>                       | Yönlendirici soru, geometrik nesnelerde veya nesneler arasında ortaya çıkan değişmeyen ilişkiler veya desenlerin fark edilmesini sağlayan taslağın manipülasyonunu gerektirir. |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| F | Yönlendirici soru, araştıran kişinin temsil edilen ilişkileri keşfetmesine, şaşırtmasına veya aşırı durumları test etmesine bağlı olabilecek sürpriz içindeki temalara dayalı düşüncelerinin gelişmesine neden olabilecek taslağın manipülasyonunu gerektirir. |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

---

Trocki ve Hollebrands (2008) dinamik ortamlarda gerçekleştirilen etkinliklerin iki bölümden oluştuğunu belirtmektedir. Bir etkinliği oluşturan bölümlerden ilki ‘prompt’ adı verilen yönlendirici soru veya istem, diğeri ise taslak yani ekranda görünen bölümdür. Trocki ve Hollebrands (2018) dinamik bir geometri etkinliğinin içerdiği yönlendirme sorularını yani istemleri matematiksel derinlik ve teknolojik eylem çeşidi olmak üzere iki boyut ile incelenmektedir (Tablo 4). Trocki ve Hollebrands (2018) dinamik geometri etkinlik analiz çerçevesinde matematiksel derinlik boyutunu oluştururken Smith ve Stein’in (1998) bilişsel talep düzeylerine göre geliştirdiği etkinlik çerçevesinden yararlanmaktadır. Smith ve Stein (1998) bir matematik etkinliğini bilişsel talep düzeylerine göre düşük düzey ve yüksek düzey olmak üzere iki kategoriye ayırmaktadır. Ezberleme ve ilişkilendirilmemiş yöntemler gerektiren etkinlikleri düşük düzey olarak nitelendirirken, ilişkilendirilmiş yöntemler ve matematik yapma gerektiren etkinlikleri yüksek düzey olarak nitelendirmiştir. Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen çerçeveye göre matematiksel derinlik seviyesi yüksek olan bir etkinliğin bilişsel talep düzeyi de yüksektir. Trocki ve Hollebrands (2018) matematiksel derinlik seviyesi bir ve iki olan bir etkinliği Smith ve Stein’in (1998) çerçevesindeki düşük düzey kategorisindeki ezberleme etkinlikleri ile ilişkilendirmiştir. Matematiksel derinlik seviyesi üç ve beş olan etkinlikler ise varsayım oluşturma ve test etme ile ilgili iken dördüncü seviyede olan bir etkinlik matematik yapma ile ilgilidir (Trocki & Hollbrands, 2018). Matematiksel derinlik seviyesi dört olan bir etkinliğin matematik yapma ile ilişkili olması öğrencilerden taslaktaki matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri açıklamasının istenmesinden kaynaklanmaktadır.

Yüksek düzey bilişsel talep gerektiren etkinlikler, varsayım oluşturmak ve test etmek, kalıpları aramak gibi matematiksel düşünme ve akıl yürütme faaliyetlerini içermektedir (Stein vd., 1996). Buna paralel olarak Trocki ve Hollebrands (2018) kaliteli bir dinamik geometri etkinliğinin geliştirilmesi için etkinliğin hem matematiksel derinlik seviyesinin hem de teknolojik eylem çeşidinin yüksek olması gerektiğini belirtmektedir. Nitekim çoklu çözüm stratejilerini, farklı temsilleri içeren ve öğrencilerin iletişim kurmasını gerektiren yüksek düzey kategorisindeki etkinlikler matematiksel düşünme ve

akıl yürütme üzerinde etkilidir (Stein vd., 1996). Bu kapsamda geliştirilen etkinliklerin matematiksel derinlik seviyesinin 4 veya 5, teknolojik eylem çeşidinin ise E veya F olmasına dikkat edilmiştir.

Son olarak geliştirilen etkinliklerin ACODESA metodunun aşamaları ile uyumlu olmasına dikkat edilmiştir (Hitt vd., 2017a). Böylece geliştirilen etkinliklerin nasıl uygulanacağı, öğrenci ve öğretmenin görevlerinin neler olacağı belirgin hâle gelmektedir. Tablo 5'te etkinliklerde ACODESA metodunun nasıl kullanıldığı, hangi aşamada öğretmen ve öğrencilerin rollerinin neler olduğu açıklanmıştır.

**Tablo 5.** ACODESA Metoduna Göre Geliştirilen Etkinliklerde Öğrenci ve Öğretmen Roller (Hitt vd., 2017a)

| ACODESA Aşaması         | Öğretmen                                                                                                                                              | Öğrenci                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bireysel Çalışma</b> | -Her öğrencinin etkinliğe bireysel olarak ulaşmasını sağlar ve gerekli açıklamalarda bulunur.                                                         | -Kendi temsillerini üretir, problemi anlar.<br>-Bir sonraki aşamada problem hakkında tartışmak için ön bilgiler edinir.                                                                                         |
| <b>Takım Çalışması</b>  | -Grup düzenini kontrol eder ve gerekli açıklamalarda bulunur.<br>-Gerektiğinde;<br>-Yönlendirici sorular sorar,<br>-Öğrencilerden gerekçe talep eder. | -Ortaklaşa çalışmalara katılır ve temsillerini iyileştirir.<br>-Öğrenci grupları aynı etkinlik üzerinde tahmin, argümantasyon ve doğrulama süreçlerini gerçekleştirir.                                          |
| <b>Sınıf Tartışması</b> | -Tüm öğrenci gruplarını tartışma için teşvik eder.<br>-Gerektiğinde soru sorarak tartışmaya katılır.                                                  | -Tüm öğrencilerin katılacağı bir sınıf tartışmasında argümantasyon ve doğrulama süreçleri gerçekleşmeye devam eder.<br>-Temsillerini iyileştirirler.<br>-Farklı gruplar farklı fikirleri ve sonuçları tartışır. |
| <b>Öz Yansıtma</b>      | -Öğrencilere ait ürünleri toplar ve etkinliğin yeni bir çıktısını öğrencilere temin eder.                                                             | -Bu aşamaya kadar gerçekleştirilen etkinlikleri bireysel olarak tekrar gerçekleştirir.                                                                                                                          |
| <b>Kurumsallaştırma</b> | -Öğrencilerin sonuçlarını dikkate alarak ve kurumsal temsilleri kullanarak konuyu tanıtır.                                                            | -Kendi sonuçlarını öğretmenin açıklamalarıyla karşılaştırır, sorularını sorar ve not alır.                                                                                                                      |

Araştırmacının geliştirmiş olduğu etkinlikler genel olarak dört kısımdan oluşmaktadır. Bunlardan ilki problem durumuna ait verilen hikâye kısmıdır. Öğrenciler hikâye bölümünü okuduktan sonra yönlendirici soruların yani istemlerin olduğu bölüme geçmektedir. Yönlendirici sorular ACODESA metodunun ilk üç aşamasına göre sıralanmıştır. Etkinliğin ikinci bölümünde bireysel çalışmaya, üçüncü bölümünde takım çalışmasına ve son bölümünde sınıf tartışmasına ait yönlendirici sorular yer almaktadır. Öz yansıtma aşaması için ise etkinlik kâğıtları toplanmakta ve etkinliğin yeni çıktıları öğrencilere tekrar verilmektedir. Bu kapsamda araştırmacı; Cem'in İnşaat Projesi, Eğik

Ağaç ve Kozalak, Yürüme Yarışı, Duvar Süsleme Sanatı, Üçgen Çerçeve Oyunu, Gölge Boyu, Kitaplık ve Karıncanın Gizemli Yürüyüşü isimli etkinlikleri geliştirmiştir (Ek-1).

Şekil 9’da verilen görselde araştırmacının geliştirmiş olduğu örnek bir etkinlik yer almaktadır. Verilen etkinlik Cem’in İnşaat Projesi isimli etkinliğine bağlı geliştirilen yedi alt etkinlikten biridir. Cem’in İnşaat Projesi isimli etkinliğinde inşaat mühendisi olan Cem’in üçgen tutkusu olduğu ve bu yüzden sürekli üçgen şeklindeki arsaları satın aldığı anlatılmaktadır. Cem, satın aldığı arsaların her bir köşesine birer apartman inşa ederek üç apartmanlı yaşam alanları oluşturmaktadır. Aşağıda verilen etkinlikte de Cem’in dik üçgen şeklindeki bir arsada kendine geçici süreyle her apartmana eşit mesafede olacak şekilde bir ofis inşa edeceği bilgisi verilmiştir. Bu çerçevede ofisin nereye inşa edilmesi gerektiği sorulmuş ve öğrencilerin açıklamalarda bulunmaları, gerekçelerini sunmaları istenmiştir.

**Etkinlik 1.6**

Cem’in elindeki kâğıtta bir arsaya ait taslak çizim yer almaktadır. Bu arsa dik üçgen şeklindedir. Geçici süreyle ofisini her binaya aynı mesafede olacak şekilde bir yere konumlandıracaktır. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

**Bireysel Çalışma**

1. Ofisin bulunması gerektiği konumu çizim yaparak gösteriniz. Neden bu noktayı seçtiğinizi açıklayınız.

**Takım Çalışması**

1. Çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşarak karşılaştırınız. Sizi haklı çıkaracak açıklamalarda bulununuz.
2. Cem’in ofisinin hangi noktada olması gerektiğini bulmak için GeoGebra yazılımını kullanınız. Bu noktanın doğru nokta olduğunu nasıl açıklarsınız.
3. Bulduğunuz nokta herhangi bir dik üçgende neye karşılık gelmektedir?
4. Bu noktanın herhangi bir dik üçgende aynı özellikleri sağlayıp sağlamadığını sürükleme yaparak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.

**Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

**Şekil 9.** Çalışmada kullanılan örnek etkinlik

Aşağıdaki bölümde Şekil 9’da verilen örnek etkinliğin Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesine göre incelemesine yer verilmiştir. Verilen örnek etkinlikte öğrencilerden hipotenüse ait kenarortayın hipotenüsü böldüğü parçalar ile aynı uzunlukta olduğunu fark etmeleri ve fark ettikleri ilişkiyi açıklamaları beklenmektedir. Dolayısıyla bu etkinliğin matematiksel

derinlik seviyesi 4'tür. Etkinlik, teknolojik eylem çeşidine göre incelendiğinde ise öğrencilerin bir dik üçgen inşa etmeleri gerektiğinden C, bu inşa üzerinde ölçüm yapmaları gerektiğinden B, inşa edilen üçgeni sürükleyerek incelemeleri gerektiğinden D ve sürükleme sonucu dik üçgende hipotenüse ait kenarortay ile ilgili ilişkiyi fark etmeleri gerektiğinden E bileşenlerini içermektedir. Dolayısıyla verilen örnek etkinlik hem matematiksel derinlik (4) hem de teknolojik eylem çeşidi (E) açısından kaliteli bir etkinliktir.

Matematiksel akıl yürütme bağlamında ise verilen örnek etkinlikte dedüktif veya abdüktif akıl yürütme yapısının ortaya çıkması beklenmektedir. Birinci durumda öğrenciler ölçümler yaparak veriler toplayabilir ve bu verileri kullanarak sonuca ulaşabilir. İkinci durumda ise öğrencilerin sezgisel olarak bir iddiada bulunabileceği ve bu iddianın doğruluğunu açıklayabilmek için veri arayışına girebileceği düşünülmektedir. Matematiksel akıl yürütmenin süreç yönlerinden ise karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin görülebileceği düşünülmektedir. Öğrenciler uzunlukları karşılaştırma yoluyla bir eşitlik bulabilir ve GeoGebra'nın sürükleme özelliğini kullanarak ulaştıkları sonucu gerekçelendirebilir. GeoGebra'da yapılan sürüklemeler öğrencilerin ilişkileri dinamik olarak inceleyebilmesine ve değişmezleri fark etmesine olanak sağlamaktadır. Bu durum veriler ve iddialar arasında köprü görevi gören bir gerekçe olarak ele alınabilmektedir.

Araştırmacı tarafından hazırlanan matematiksel etkinliklerin geliştirilmesi amacıyla matematik eğitimi alanından ve ilgili konularda çalışmaları bulunan dört akademisyenin ve yüksek lisans mezunu olan üç matematik öğretmenin görüşlerine başvurulmuştur. Bu amaçla hazırlanan etkinlikler etkinlik değerlendirme formları (Şekil 10) ile birlikte uzmanlar ile paylaşılmıştır.

Şekil 10'da Etkinlik 1.1'in uzmanlar tarafından değerlendirilmesi amacıyla kullanılan etkinlik değerlendirme formuna yer verilmiştir. Bu formda etkinliğin matematiksel amacına ve öğrencilerden beklenen akıl yürütme türlerine yönelik açıklamalar yer almaktadır. Uzmanlar ilgili etkinliği bu açıklamalara uygun olup olmama durumlarına göre değerlendirmiştir. Uzmanlar her bir etkinliği, etkinliğe ait olan değerlendirme formlarını kullanarak değerlendirmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda uzmanların, etkinliklerin beklenen matematiksel akıl yürütme türleri açısından uygun olduğunu yani hedeflenen akıl yürütme yapı ve süreçlerinin ortaya çıkmasına olanak sağlayacağını belirttikleri görülmüştür.

| ETKİNLİK 1.1 DEĞERLENDİRME FORMU                                                                                                                         |       |                             |             |          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------------------------|-------------|----------|
| KRİTERLER                                                                                                                                                | Uygun | Kısmen uygun / Düzeltilmeli | Uygun Değil | AÇIKLAMA |
| Aday etkinlikteki yönlendirici sorular, öğrencileri gözlem yapmaya ve gözlem esnasında ilişkileri incelemeye teşvik ediyor mu?                           |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencilerin veri ve gerekçelerden bir sonuca ulaşabilmesine olanak sağlıyor mu?                                                          |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencileri iddialarına yönelik gerekçeleri sunmaya yönlendiriyor mu?                                                                     |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencilerin matematiksel nesne veya ilişkilerin başka nesne veya ilişkilerden benzer veya farklı yönlerini bulmasına olanak sağlıyor mu? |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencilerin kendi örneklerini oluşturarak veri elde etmelerine olanak sağlıyor mu?                                                       |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencinin GeoGebra'nın sürgü-sürükleme ve diğer dinamik özelliklerini kullanmasını gerektiriyor mu?                                      |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik, öğrencinin bazı ilişkileri veya örüntüleri fark etmesini sağlıyor mu?                                                                     |       |                             |             |          |
| Aday etkinlik öğrencilerin matematiksel kavram, süreç veya ilişkilerin doğasını anlamalarına hizmet ediyor mu?                                           |       |                             |             |          |
| Aday etkinlikteki yönlendirici sorular, öğrencilerin süreç sonunda öğrendiklerini yansıtma hizmet ediyor mu?                                             |       |                             |             |          |

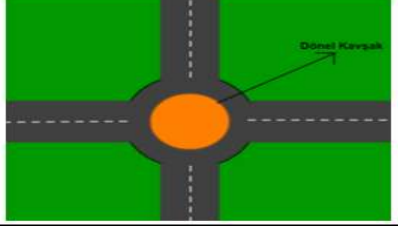
**Şekil 10.** Etkinliklerin değerlendirilmesinde kullanılan örnek bir form

Uzmanlar etkinlikleri dil anlatım, görsellik ve yapısal açıdan da değerlendirmiş ve araştırmacıya dönütler sağlamıştır. Uzmanlardan alınan dönütler doğrultusunda etkinliklere gerekli düzeltmeler uygulanmıştır. Aşağıda uzman görüşleri doğrultusunda etkinliklerde yapılan değişikliklere örnekler verilmiştir.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Bireysel Çalışma</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Yaşam alanının planını gösteren bir taslak çiziniz.</li> <li>Farklı apartmanlara gitmelerine rağmen iki araç çarpışmıştır. Bu kaza nerede olmuştur?</li> <li>Arabaların birbirine çarpmasını önlemek için bir dönel kavşağa ihtiyaç vardır? Dönel kavşağın nereye yapılması gerektiğini çiziminiz üzerinde gösteriniz.</li> </ol> |  <p>Öğrenciler tarafından bilinmeyebilir ve anlaşılmayabilir!</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Şekil 11.** Etkinlik 1.1'e yönelik uzman görüşlerinden bir örnek

Şekil 11'de Etkinlik 1.1'e yönelik uzman görüşlerinden bir örneğe yer verilmiştir. Uzman, etkinlikte yer alan dönel kavşak ifadesinin öğrenciler tarafından anlaşılamayabileceğini dile getirmiştir. Bu ifade doğrultusunda araştırmacı dönel kavşağın ne olduğunu gösteren bir çizim yapmış ve bunu etkinliğe eklemiştir (Şekil 12).

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Bireysel Çalışma</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Yaşam alanının planını gösteren bir taslak çiziniz.</li> <li>2. Farklı apartmanlara gitmelerine rağmen iki araç çarpışmıştır. Bu kaza nerede olmuştur?</li> <li>3. Arabaların birbirine çarpmasını önlemek için bir dönel kavşağa ihtiyaç vardır. Dönel kavşağın nereye yapılması gerektiğini çiziminiz üzerinde gösteriniz.</li> </ol> |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|

**Şekil 12.** Uzman görüşü sonrası Etkinlik 1.1'in iyileştirilmesi

Şekil 13'te ise uzman görüşü doğrultusunda dil anlatım açısından yapılan örnek bir değişikliğe yer verilmiştir. Uzmanlardan biri Etkinlik 1.4'ün bireysel çalışma aşamasına ait olan ikinci soruda anlatım bozukluğu olduğunu belirtmiştir. Bu dönüt doğrultusunda soru cümlesi değiştirilmiştir. Cümlelerin son hali bir Türkçe öğretmenine okutularak anlatım bozukluğu olmadığına yönelik dönüt alınmıştır.

|                                                                                                                |                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>2. Aynı hızdaki üç araç farklı apartmanlardan hareket ediyor. Hangi araç çıkışa daha önce varır? Neden?</p> | <p>2. Her bir apartmandan hızları aynı ve sabit olan birer araç aynı anda hareket ediyor. Buna göre hangi araç çıkış noktasına daha önce varır? Neden?</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Şekil 13.** Uzman görüşü ile Etkinlik 1.4'ün dil ve anlatım açısından iyileştirilmesi

Etkinlikteki problemin çözülebilmesi için arabaların hızlarının eşit ve sabit olduğunun belirtilmesi gerekmektedir. Ancak, etkinliğin uzman görüşü öncesi hâline bakıldığında buna yönelik ifadenin anlatım bozukluğuna yol açtığı anlaşılmaktadır. Uzmanlardan gelen öneri doğrultusunda etkinliğe son hâli verilmiştir.

### 3.4. UYGULAMA SÜRECİ

Sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini incelemeye yönelik olan bu çalışma Millî Eğitim Bakanlığına bağlı bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın gerçekleştirilebilmesi için Dicle Üniversitesinden Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurul onayı (EK-2) ile il milli eğitim müdürlüğünden (EK-3) ve katılımcı öğrencilerin velilerinden (EK-4) gerekli izinler alınmıştır. Araştırma 2021-2022 öğretim yılının ikinci yarısında altı haftalık bir zaman diliminde öğretim deneyi deseniyle gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneyinde gerçekleştirilmek üzere hazırlanan etkinliklere geçmeden önce keşfedici öğretim aşamasında öğrencilerin;

- Yönlendirici sorularla temel geometrik kavramlar ve çokgenler konusundaki ön bilgilerinin yoklanması,
- GeoGebra yazılımını kullanma kabiliyetlerinin tespit edilip geliştirilmesi,
- Grup arkadaşları ile olan ilişkilerinin gözlemlenmesi ve gerekli düzenlemelerin yapılması amaçlanmıştır.

Bu amaçlar doğrultusunda uygulama sürecinin ilk haftasında keşfedici öğretim faaliyetleri gerçekleştirilmiştir (Şekil 14).



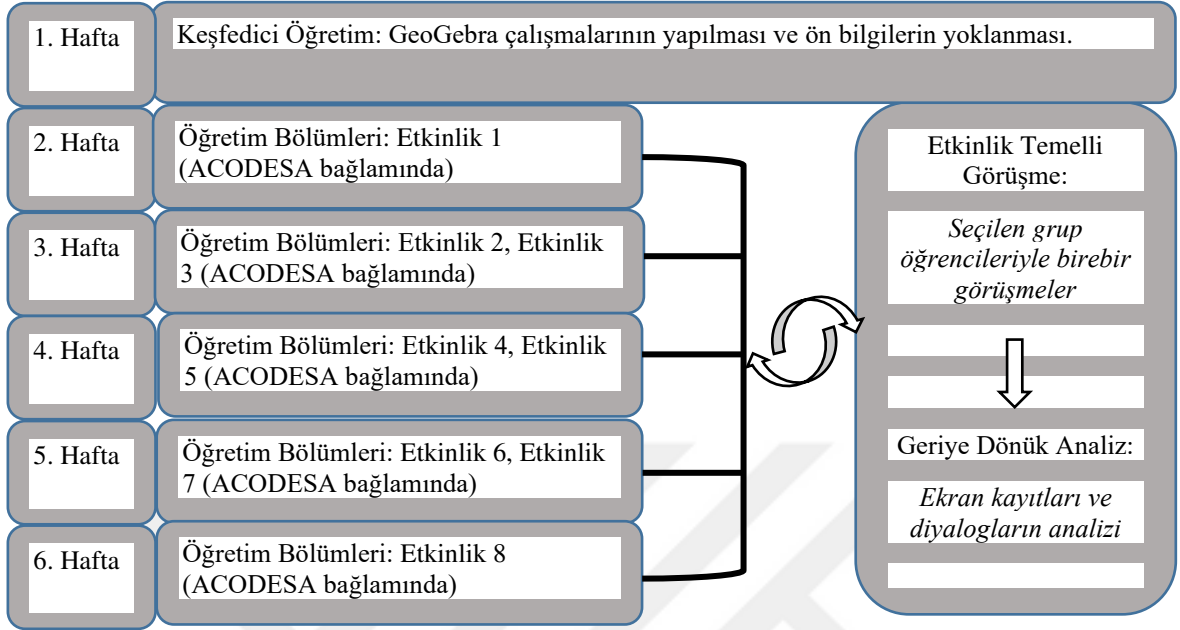
**Şekil 14.** Keşfedici öğretim faaliyetlerinde GeoGebra yazılımını kullanan öğrenciler

Keşfedici öğretim faaliyetleri ile öğrencilerin temel geometrik kavramlar ve çokgenler konularındaki ön bilgileri hakkında bilgi sahibi olunmuş bununla birlikte GeoGebra araçlarını tanımalarına ve kullanmalarına olanak sağlanmıştır. Öğrencilerin grup arkadaşları ile olan ilişkilerinin gözlemlenmesiyle de olumsuz bir durum ile karşılaşılmamıştır.

Keşfedici öğretim faaliyetleri tamamlandıktan sonra geri kalan beş haftada matematiksel etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Matematiksel etkinlikler haftada iki gün (pazartesi ve cuma) olacak şekilde okuldaki bilgisayar sınıfında gerçekleştirilmiştir. Bu beş haftalık süreç üç aşamalı bir döngü ile tamamlanmıştır. Döngünün ilk basamağında öğretim bölümleri, ikinci basamağında etkinlik temelli görüşmeler ve üçüncü basamağında geriye dönük analiz yer almıştır. Öğretim bölümleri basamağında matematiksel etkinliklere katılan öğrenciler beş aşamadan oluşan bir öğrenme methodology (ACODESA) ve bu metodun oluşturduğu bağlamda GeoGebra yazılımını kullanarak etkinlikleri gerçekleştirmiştir. Toplam sekiz etkinliğin yer aldığı bu araştırmada gerçekleştirilen her etkinliğin ardından öğrencilerle etkinlik temelli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu



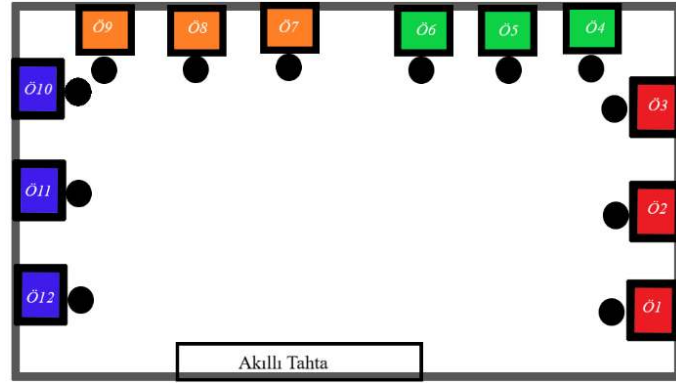
aşamanın ardından kayıt altına alınmış süreç geriye dönük olarak analiz edilmiştir. Şekil 15'te uygulama süreci detaylı olarak açıklanmıştır.



**Şekil 15.** Haftalara göre uygulama süreci

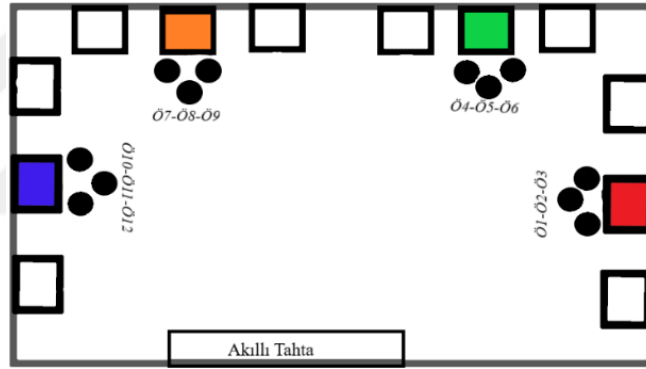
Matematiksel etkinlikler ACODESA metodu bağlamında beş aşamada gerçekleştirilmiştir. Metodun ilk aşaması olan bireysel çalışma aşamasında öğretmen günün etkinliğine ait çıktıları her bir öğrenciye dağıtmıştır. Öğrenciler bu aşamada kâğıttaki problem durumunu ve yönergeleri okumuş, ardından GeoGebra yazılımını kullanarak problem durumunu anlamaya ve çözüme kavuşturmaya çalışmıştır. Öğrencilerin hem GeoGebra hem de kâğıt-kalem araçlarını kullanarak kendi temsillerini üretmeleri sağlanmıştır. Öğrencilerin bu aşamaya ait oturma düzenleri Şekil 16'da verilmiştir.

Bireysel çalışma aşamasıyla öğrencilerin takım çalışması aşamasında problem hakkında tartışabilecekleri ön bilgileri edinmeleri hedeflenmektedir. Bireysel çalışma aşaması tamamlandıktan sonra takım çalışması aşamasının gerçekleştirilmesi için öğrenciler grup arkadaşlarıyla bir araya gelmiştir.



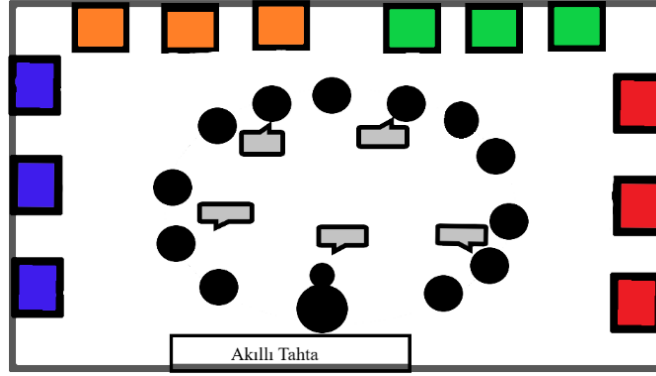
**Şekil 16.** Bireysel çalışma aşamasında oturma düzeni

Takım çalışması aşamasında öğrencilerden GeoGebra yazılımını kullanarak problemi grupça çözmeleri beklenirken bireysel çalışma aşamasında ulaştıkları sonuçları birbirleriyle paylaşmaları, gerekçelerini sunmaları ve birbirlerini ikna etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin bu aşamaya ait oturma düzenleri Şekil 17’de verilmiştir.



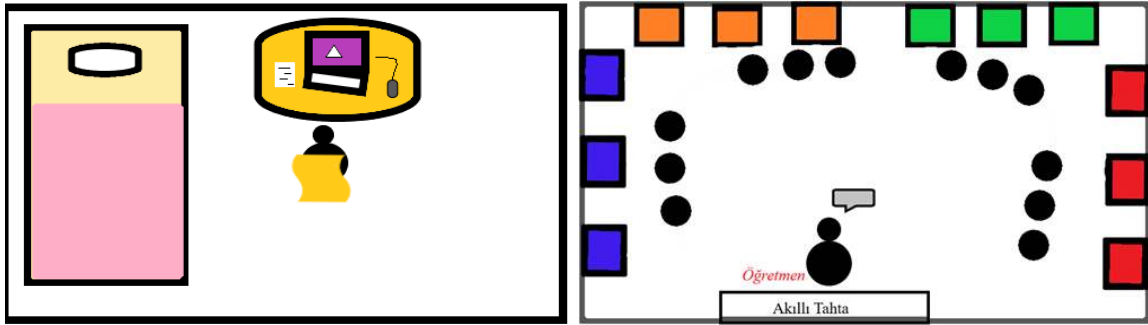
**Şekil 17.** Takım çalışması aşamasında oturma düzeni

Yaklaşık 20 dakika süren takım tartışmalarının ardından tüm öğrencilerin dâhil olduğu sınıf tartışması aşamasına geçilmiştir. Sınıf tartışması aşamasında bir önceki aşamada ortak bir sonuca ulaşan öğrencilerin grup kararlarını paylaşmaları ve grupların birbirleriyle tartışmaları amaçlanmaktadır. 10 dakika süren sınıf tartışmaları ile farklı fikirlerin tartışılması ve tüm sınıfın öğrenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin bu aşamaya ait oturma düzenleri Şekil 18’de verilmiştir.



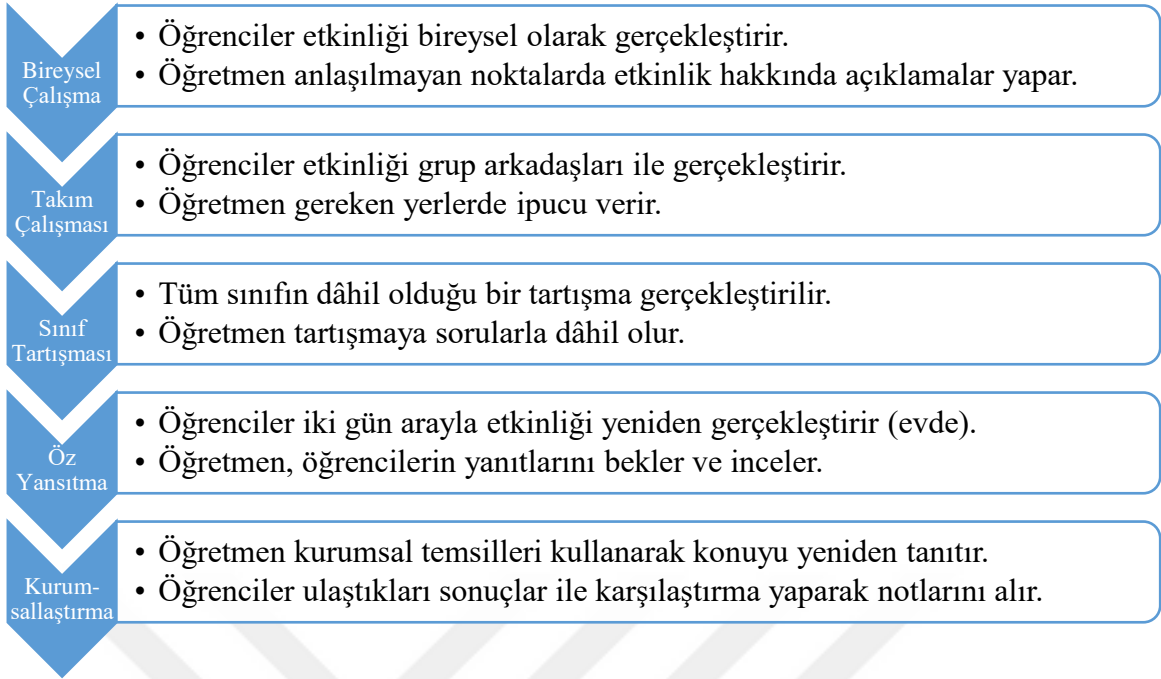
**Şekil 18.** Sınıf tartışması aşamasında oturma düzeni

İlk üç aşama okuldaki bilgisayar sınıfında tamamlanmıştır. Bunun ardından öğrencilere ait tüm etkinlik kâğıtları toplanmıştır. Öz yansıtma aşamasında ise öğrencilerin öğrendiklerini tekrar yansıtmaları beklenmektedir. Dolayısıyla öz yansıtma aşamaları sınıftaki oturumların ardından iki gün arayla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere etkinliğin yeni çıktıları ev ödevi olarak verilmiştir.



**Şekil 19.** Öz yansıtma (evde) ve kurumsallaştırma aşamalarında öğrencilerin oturma düzeni

Öğrenciler bu aşamada kendi bilgisayarlarını kullanarak etkinliği tekrar gerçekleştirmiş ve cevaplarını öğretmene bir sonraki dersin başında teslim etmiştir (Şekil 19). Öğrencilerin öz yansıtma aşamasındaki cevapları dâhil olmak üzere süreçteki ürünlerini inceleyen ve bunları dikkate alan öğretmen kurumsallaştırma aşamasına geçerek konuyu yeniden tanıtmıştır. Bir etkinliğin gerçekleştirilmesinde uygulanan bu adımlar (Şekil 20) bir döngü şeklinde diğer etkinlikler için de tekrarlanmıştır.



**Şekil 20.** ACODESA metodunun uygulamadaki yansıması

### 3.5. VERİLERİN ANALİZİ

Öğrencilerin akıl yürütmelerine ilişkin incelemeler Jeannotte ve Kieran'ın (2017) kavramsal modeline göre gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin gerçekleştirdiği argümantasyon süreçleri Toulmin modeli (2003) ve diyalojik yaklaşım (Linell, 1998) ile analiz edilmiştir. Toulmin modeli akıl yürütmenin yapısal boyutunun, diyalojik yaklaşım ise süreç boyutunun analizinde kullanılmıştır.

Analizlerin gerçekleştirilmesinin ardından geçerlik ve güvenilirliği sağlamak amacıyla veriler matematiksel akıl yürütme konusunda çalışmaları olan iki uzman ile paylaşılmıştır. Uzmanlardan biri, doktora çalışmasını kanıt yapma süreci konusunda yapmış ayrıca akıl yürütme, argümantasyon ve matematik öğretiminde teknolojinin kullanımı konularında çalışmaları bulunmaktadır. Diğer uzman ise yüksek lisans tez çalışmasını matematiksel akıl yürütme konusunda yapmış ve akıl yürütmenin analizinde Toulmin modeli ve diyalojik yaklaşımı benimsemiş bir matematik öğretmenidir.

İki uzman, araştırmacıdan bağımsız olarak matematiksel etkinliklerden elde edilen verileri analiz etmiştir. Analizlerin tamamlanmasının ardından araştırmacı, uzmanlar ile ayrı ayrı görüşerek analizleri karşılaştırmıştır. Bu süreçte öğrencilerin matematiksel akıl

yürütme yapıları ve süreçlerine yönelik yapılan tespitler karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda yapılan kodlamalar arasında ilk uzman ile %94, ikinci uzman ile %96 uyum olduğu görülmüştür. Karşılaştırmalar toplam 16 akıl yürütme şeması ve ortaya çıkan akıl yürütme süreçleri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Analizlerin karşılaştırılmasıyla ortaya çıkan farklılıklar ve karşılaştırma sonrası hemfikir olunan akıl yürütme yapıları Tablo 6'da sunulmuştur.

**Tablo 6.** Uzman İncelemesi Sonrası Yapılan Karşılaştırma ve Değişiklikler

| Etkinlik / Şema      | Araştırmacı | 1. Uzman | 2. Uzman | Karşılaştırma Sonrası |
|----------------------|-------------|----------|----------|-----------------------|
| Etkinlik 2 / 1. Şema | Dedüktif    | İndüktif | Dedüktif | Dedüktif              |
| Etkinlik 4 / 3. Şema | Dedüktif    | İndüktif | İndüktif | İndüktif              |

Tablo 6'da görüldüğü gibi araştırmacı, öğrencilerin Etkinlik 2'deki akıl yürütme yapılarını dedüktif olarak belirlerken birinci uzman indüktif, ikinci uzman ise dedüktif olarak belirlemiştir. Her iki uzman ile yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin Etkinlik 2'deki akıl yürütme yapılarının dedüktif yapıda olduğu konusunda fikir birliğine varılmıştır. Etkinlik 4'te ise araştırmacının öğrencilerin akıl yürütme yapılarına yönelik tespiti dedüktif yapı iken, her iki uzmanın tespiti ise indüktif akıl yürütme olmuştur. Uzmanlar ile yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin Etkinlik 4'teki akıl yürütme yapıların dedüktif değil indüktif olduğu konusunda fikir birliğine varılarak uzmanlar ile ortak bir uyum sağlanmıştır.

Aşağıdaki örnekte bir etkinlik üzerinde tartışan öğrencilerin tartışmalarının Toulmin modeli ve diyalojik yaklaşımla nasıl analiz edildiği, matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarının nasıl belirlendiği gösterilmiştir. Takım çalışması aşamasında öğrenciler arasında yaşanan diyaloglar transkript edilerek sunulmaktadır. Diyaloglarda öğrencilerin vurgulu söylediği kelimeleri belirginleştirmek amacıyla bazı kelimelerin altı çizilmiştir. Öğrencilerin seslerinin yükseldiği durumlarda ise kelimeler büyük harflerle yazılmıştır. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme yapılarının ve süreçlerinin belirlenmesi takım çalışması aşamasında gerçekleştirdikleri tartışmaların analizine dayanmaktadır. Grup üyeleri arasında yaşanan diyalogların analizi diyalogların ardından bir metin olarak verilmektedir. Bu metinlerde öğrencilerin etkinlikteki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarına ve kullandıkları

göstergebilimsel nesneleştirme araçlarına yer verilmektedir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçleri metin içinde *italik* olarak sunulmuştur. Öğrencilerin akıl yürütmelerinin yapısal boyutu analiz edilirken argümanı oluşturan temel bileşenlerin (veri-gerekçe-iddia) nasıl bir araya geldiği ve nasıl sıralandığı tespit edilmektedir. Ek olarak öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyutuna yönelik bulgular bir diyagram hâlinde verilmektedir. Diyagramın ardından matematiksel akıl yürütme süreçlerinin dedüktif, indüktif veya abdüktif akıl yürütmeye nasıl ilişkili olduğuna yönelik bulgular sunulmaktadır.

### 3.5.1. Abdüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz

Öğrencilerden kenarortayların bir üçgeni altı eş üçgene ayırdığını ve bu ilişkinin herhangi bir üçgen için değişmediğini fark etmeleri beklenmektedir. Sunulan örnek etkinlikte üçgen şeklinde bir yaşam alanında yolların (kenarortaylar) ayırdığı altı küçük üçgenin yeşil alan olarak kullanıldığı belirtilmektedir. Yaşam alanında ikamet eden Asya Hanım'ın apartmanına bağlı olan yeşil alanların diğer yeşil alanlardan daha az olduğunu öne sürdüğü ve bu yüzden uğradığı haksızlığı dile getirdiği anlatılmaktadır. Bu doğrultuda öğrencilere Asya Hanım'ın öne sürdüğü bu durum konusunda haklı olup olmadığı sorulmuştur. Öğrenciler etkinlik üzerinde önce bireysel olarak çalışmış ardından takım çalışması aşamasında aşağıdaki gibi tartışmıştır.

[1] Aylin: *Altı üçgenin alanı eşittir (İDDİA).*

[2] Deniz: *Hmm, belki.*

[3] Cemil: *EŞİT Mİ?*

[4] Aylin: *Evet eşit. Baksana bir fark yok. Hepsi eşit görünüyor.*

[5] Deniz: *Zaten mühendis veya mimar hesaplamıştır.*

[6] Cemil: *Eşit olduğuna emin misiniz? Dar olan kısımda alan daha küçük ama.*

[7] Aylin: *(GeoGebra üzerinde yaşam alanına ait bir taslak çizim gerçekleştirir.*

*Kenarortayları çizer ve alan ölçme aracıyla altı bölgenin alanını ölçer.)*

[8] Deniz: *Bak eşit çıktı.*

[9] Aylin: *Hepsinin alanı 12 ve birbirine eşit. Yani dediğim gibi (VERİ<sub>1</sub>).*

[10] Cemil: *Haklısın Aylin. Eşitler.*

[11] Öğretmen: *Herhangi bir üçgen için geçerli mi bu durum?*

[12] Kemal: *Bence evet.*

[13] Aylin: *Herhangi bir üçgen?*

[14] Cemil: *Yani farklı farklı üçgenler olacak değil mi öğretmenim?*

[15] Öğretmen: *Evet.*

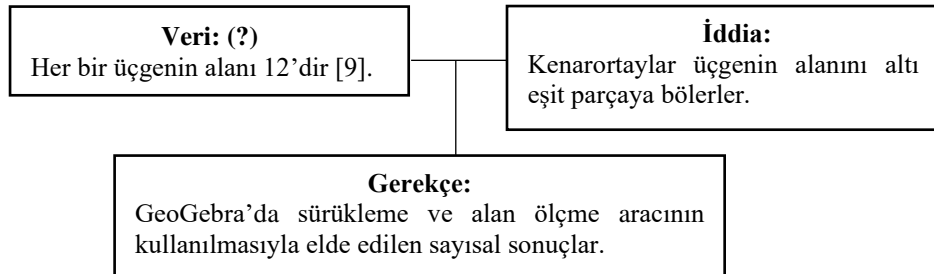
[16] Aylin: *Bunu nasıl kontrol edebiliriz ki?*

[17] Kemal: *Bence üçgeni sürüklersek farklı üçgenler olur (GEREKÇE).*

(O sırada öğrenciler GeoGebra üzerinde çizdikleri üçgeni bir köşesinden tutarak sürüklemiş ve aynı zamanda oluşan farklı üçgenleri incelemiştir. Öğrenciler sürükleme

sonucunda herhangi bir üçgen için kenarortayların üçgenin alanını altı eş parçaya böldüğü sonucunun değişmediğini gözlemlemiştir.)

Öğrencilerden Aylin [1] vurgulu bir şekilde alanların eşit olduğunu iddia ederek tartışmayı abdüktif bir akıl yürütme yapısıyla başlatmıştır. Aylin'in alanlara yönelik *varsayımı* öğrencilerin veri arayışına çıkmalarına ve varsayımlarının doğruluğunu kontrol etmelerine yol açmıştır. Deniz [2] ise Aylin'in bu iddiasının doğru olabileceğine yönelik düşüncesini dile getirmiştir. Cemil [3] o esnada sesini yükselterek iddianın yanlış olduğunu ve arkadaşlarına katılmadığını dile getirmiştir. Aylin [4] alanların eşit olduğunu tekrar ederek iddiasını doğrulama çabasına girmiş ancak arkadaşlarını ikna edici bir gerekçe sunamamıştır. Aylin, sınırlı gözlemine bağlı olarak ortaya attığı iddiasını yine gözlem yoluyla doğrulayabileceğini düşünmüş ve arkadaşlarından üçgene bakmalarını istemiştir. Cemil [6] bir soru yönelterek grup arkadaşlarıyla olan anlaşmazlığını dile getirmiştir. Cemil'in bu sorusu üzerine Aylin iddiasını doğrulamak amacıyla veri arayışına çıkmış ve GeoGebra üzerinde yaşam alanına ait bir çizim gerçekleştirmiştir. Alan ölçme aracıyla altı bölgenin alanını ölçerek veriler elde eden Aylin, ölçüm sonuçlarını birbiriyle *karşılaştırmış* [6-9] böylece hem iddiasının doğru olduğunu görebilmiş hem de Cemil'i [10] ikna edebilmiştir. Tartışmanın sonlarına doğru öğretmen [11], öğrencilerden ulaştıkları sonucun herhangi bir üçgen için geçerli olup olmadığını incelemelerini istemiş ve buna yönelik bir soru yönelmiştir. Bu soru ile öğrenciler sonucun değişmeyeceğini iddia etmiş ve yine veri arayışına yönelmiştir. GeoGebra'nın sürükleme özelliğini kullanarak *gerekçelendirme* sürecine giren öğrenciler [17] farklı üçgenler elde ederek değişmeyen matematiksel ilişkiyi gözlemlemiş ve böylece sonuçlarını doğrulamışlardır. Öğrencilerin tartışmaya bir iddiayla başladığı, iddialarını açıklayabilmek için veri arayışına yöneldiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri abdüktif yapıdadır (Şekil 21).



**Şekil 21.** Abdüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi

Aylin'in "Altı üçgenin alanı eşittir." ifadesi argümantasyonun iddia bileşeni olarak kodlanmıştır. Çünkü bu ifade, Aylin'in grup arkadaşlarını ikna etmek istediği ifadesidir. Öğrencilerin GeoGebra'da alan ölçme aracını kullanarak her bir üçgen parçasının alanına ilişkin bulduğu sayısal değerler (12) veri bileşeni olarak kodlanmıştır. Çünkü bu ifadeler iddiaya yol açabilecek niteliktedir. GeoGebra'da sürüklemeye ve alan ölçme aracının kullanılmasıyla elde edilen sayısal sonuçlar ise gerekçe bileşeni olarak kodlanmıştır. Çünkü öğrencilerin GeoGebra yazılımını kullanarak elde ettiği sayısal sonuçlar gözlemleri niteliğinde bir sonuçtur ve bunlar verilerin uygunluk ve geçerliliğini ortaya koyan ifadelerdir.

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin örnek etkinliği abdüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce kenarortayların ayırdığı altı üçgen bölgenin alanları arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler ve ölçümler gerçekleştirmiş ve gözlemler yapmıştır. Nitekim ulaştıkları veriler ile iddialarının doğru olduğunu gözlemleyebilmiş ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

### 3.5.2. Dedüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz

Bu bölümde aynı etkinliğe ait Grup 2'den (Çiğdem, Elif, Emre, Hasan) elde edilen verilerin örnek analizine yer verilmiştir. Öğrenciler Grup 1'den farklı olarak tartışmaya bir iddia olmadan veri toplayarak başlamış ve aynı sonuca ulaşmışlardır. Öğrenciler arasında yaşanan diyaloglar aşağıda verilmiştir:

- [1] Emre: *Bir fikri olan var mı?*
- [2] Çiğdem: *Bir uzunluk vermemiş ki. Nasıl bulacağız?*
- [3] Elif: *Tahmin edebiliriz belki.*  
(Öğrenciler arasında kısa süreli bir sessizlik (düşünme süreci) yaşanır.)
- [4] Emre: *Yok bence tahmin ile ilgili değil.*
- [5] Hasan: *Nasıl yapacağız peki?*
- [6] Elif: *Buldum. GeoGebra'da uzunlukları ölçelim.*



[7] Emre: *Tamam, ben önce şekli bir çizeyim.* (Emre önce bir üçgen ardından üçgenin kenarortaylarını çizer. Çizimlerin ardından kesiştir aracını seçerek bir noktada kesişen kenarortayları birleştirir.)

[9] Emre: *Şimdi neyi ölçeceğiz?*

[10] Elif: *Her üçgenin kenar uzunluklarını.*

[11] Çiğdem: *Alanı bulmamız gerekmiyor mu?*

[12] Elif: *Hayır önce kenar uzunluklarını ölçelim.*

Öğrenciler kısa bir süre üçgenlerin kenar uzunluklarını inceledikten sonra üçgenlerin alanları hakkında bir fikir yürütemediklerini görmüşlerdir. Soruları yanıtlamak için bu verilerin işe yaramadığını fark eden öğrenciler farklı bir veri arayışına girmişlerdir.

[13] Çiğdem: *Ben size alanları ölçmemiz gerektiğini söylemiştim.*

[14] Elif: *Haklısın. Biz niye yolu uzattık ki?*

[15] Çiğdem: *Alan ölçmeye yarayan bir araç var zaten.*

[16] Emre: *Evet evet.* (O sırada Emre kenar uzunluklarına yönelik yaptığı ölçümleri silerek alan ölçme aracını seçmiş ve her bir üçgenin alanını ölçmüştür (Şekil 22).)

[17] Emre: *Her birinin alanı 2,89 çıktı (VERİ<sub>1</sub>).*

[18] Elif: *Yani alanlar eşitmiş.*

[19] Öğretmen: *Sizce bu durum bir tesadüf müdür?*

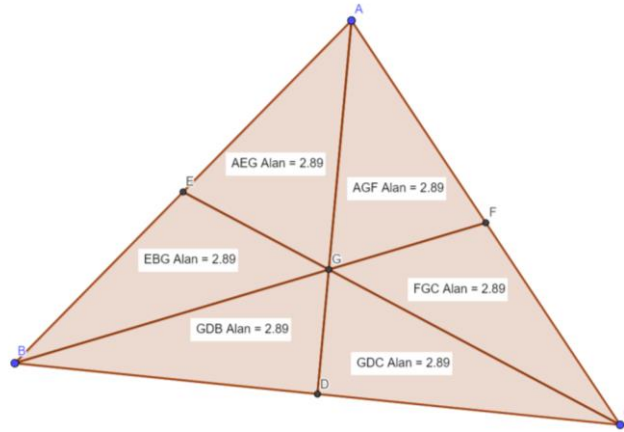
[20] Hasan: *Hayır hocam.*

[21] Öğretmen: *Bundan nasıl emin olabiliriz?*

[22] Çiğdem: *Sürüklemeye yaparak farklı üçgenlere de bakabiliriz.*

[23] Hasan: *Aynen. Hatta bakın sürüklüyorum.* (Hasan çizdikleri üçgeni bir köşesinden sürükleyerek farklı üçgenlerin incelenebilmesine olanak sağlamıştır. Öğrenciler bu inceleme sonucunda alanların birbirine eşit olma durumunun değişmediğini gözlemlemişlerdir) (GEREKÇE).

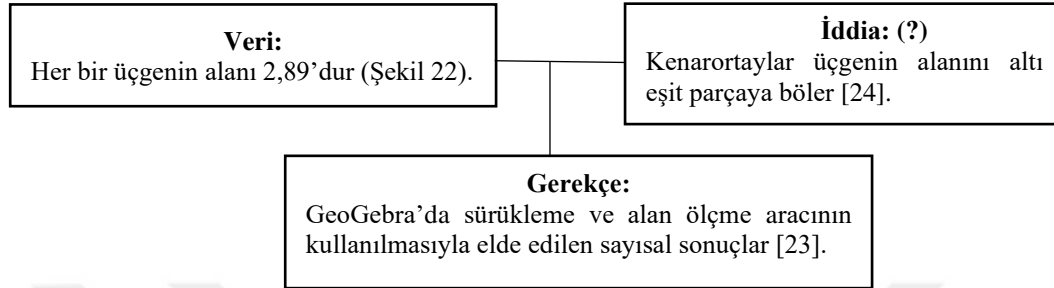
[24] Elif: *O zaman altı üçgenin alanı her zaman eşit kalıyor (İDDİA).*



**Şekil 22.** Etkinlik 1.3'te Grup 2'nin üçgen çizimleri

Grup 2 öğrencilerinin bu etkinlikteki tartışmaları incelendiğinde öğrencilerin veri toplayarak (Şekil 22) ve gerekçeden destek alarak [23] bir sonuca ulaştıkları [24] görülmektedir. Argümanın veri bileşeni, Şekil 22'de ye alan üçgen ve altı küçük üçgenin

alanlarına yönelik ölçüm değeri (2,89) belirli bir gözlem yani bir durumdur. Gerekçe ise GeoGebra yazılımının kullanımına bağlı olarak elde edilen sayısal sonuçlardır. İddia ise sonuç niteliğindedir çünkü bu ifade gerekçenin duruma uygulanmasıyla ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikteki akıl yürütmeleri dedüktif yapı olarak kodlanmıştır (Şekil 23).



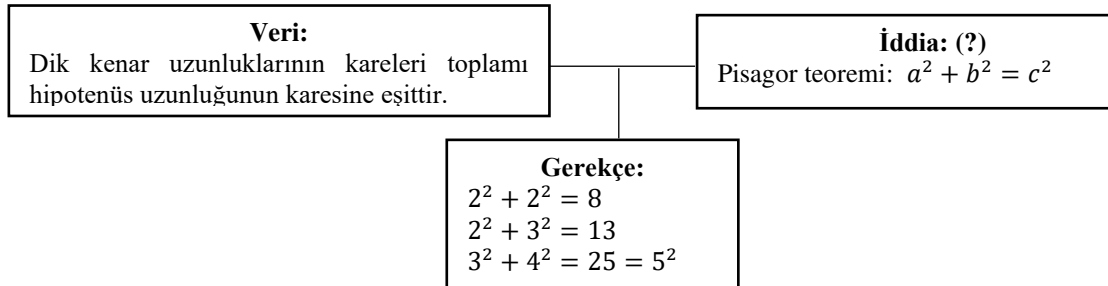
**Şekil 23.** Dedüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi

### 3.5.3. İndüktif Akıl Yürütme Yapısı İçin Örnek Analiz

Pisagor bağıntısının keşfine yönelik hazırlanan bir etkinlikte öğrencilerden  $2 \times 2$  br<sup>2</sup> lik bir karede köşegen uzunluğunun kaç birim olabileceğine yönelik tartışmaları ve bu uzunluğu bulmaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilere Pisagor teoreminin ispatında kullanılan bir GeoGebra dosyası verilmiştir. Öğrenciler sürgüleri kullanarak karelerin kenar uzunluklarını değiştirmiş ve böylece hipotenüse bağlanan karenin alanındaki değişimleri incelemişlerdir. Bu etkinlik kapsamında Grup 2 öğrencileri arasında yaşanan diyaloglar aşağıda verilmiştir: Çiğdem, Elif, Emre, Hasan

- [1] Çiğdem: *Sürgüleri hareket ettirince kareler büyüyor.*
- [2] Hasan: *Evet alanları artıyor.*
- [3] Elif: *Sürgüleri 2 – 2 yapsana!*
- [4] Hasan: *Alanlar 4 – 4 – 8 oldu (GEREKÇE<sub>1</sub>).*
- [5] Ahmet: *Sürgüleri hareket ettirir. Bir sürgünün değerini 2, diğerini 3 olarak ayarlar.*
- [6] Hasan: *Alanlar 4 – 9 – 13 oldu (GEREKÇE<sub>2</sub>).*
- [7] Çiğdem: *Sürgüleri hareket ettirir. Bir sürgünün değerini 3, diğerini 4 olarak ayarlar.*
- [8] Hasan: *Alanlar 9 – 16 – 25 oldu (GEREKÇE<sub>3</sub>).*
- [9] Çiğdem: *AAA... BULDUM. Küçük karelerin alanlarını toplayınca büyük karenin alanına eşit oluyor.*
- [10] Öğretmen: *O hâlde karelerin kenarları arasında nasıl bir ilişki vardır?*
- [11] Çiğdem: *Birinci karenin alanı ile ikinci karenin alanını toplarsak büyük karenin alanına eşit olur.*
- [12] Öğretmen: *Bir karenin alanı ile kenarı arasında nasıl bir ilişki vardır?*
- [13] Çiğdem: *Alan kenarın karesiyle bulunur.*
- [14] Hasan: *O zaman kenarların karelerini topladığımızda da aynısı olur (VERİ).*
- [15] Çiğdem: *Yani  $a^2 + b^2 = c^2$  (İDDİA).*

Öğrencilerden Çiğdem [1] sürgülerin hareketine bağlı olarak gözlemlediği durumu ifade ederek tartışmayı başlatmıştır. Hasan [2] duruma açıklık getirmek amacıyla alanların arttığını vurgulamıştır. Daha sonra öğrenciler sürgü değerlerini değiştirmeye başlamış ve bu süreçte alanlar arasındaki ilişkileri gözlemlemişlerdir. Gruptaki öğrenciler gözlem yapmaya devam ettiği sırada Çiğdem sesini yükselterek küçük karelerin alanlarını toplayınca büyük karenin alanına ulaşıldığını ifade etmiştir. Çiğdem'in bu heyecanı bir sonuç bulmasından dolayı kaynaklanmaktadır. Dahası Çiğdem arkadaşlarını ikna etmek amacıyla aynı sonucu tekrar ifade etme ihtiyacı hissetmiştir [11]. Grup üyelerinin Çiğdem'in ifade ettiği sonuca karşı gelmeyişi onunla aynı fikirde olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla Çiğdem grup üyeleri arasında ortak bir odak noktası sağlamayı başarmıştır. Bunu fark eden öğretmen tartışmayı Çiğdem'in ulaştığı sonuç ile devam ettirmek istemiş ve bu doğrultuda öğrencilere bir soru yöneltmiştir. Öğretmenin sorusu üzerine öğrenciler karelerin kenar uzunluklarına odaklanmış ve sonucun kenar uzunluklarının kareleri için aynı anlama geldiği sonucuna ulaşmışlardır [14]. Grup 2 öğrencilerinin bu etkinlikteki tartışmaları incelendiğinde öğrencilerin gözlemledikleri durumlardan ([4], [6], [8]) bir genelleme süreci sonunda kural niteliğinde genel bir ifadeye ([11], [14]) ulaştıkları görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikteki akıl yürütmeleri indüktif yapı olarak kodlanmıştır (Şekil 24).



**Şekil 24.** İndüktif akıl yürütme yapısının örnek analizi

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin örnek etkinliği indüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler indüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik karşılaştırma, genelleme ve gerekçelendirme sürecini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler bir dik üçgenin kenar uzunlukları arasında yaptıkları karşılaştırmalar sayesinde dik kenar uzunluklarının kareleri toplamının hipotenüsün karesine eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonucu farklı dik üçgenler üzerinde

gözlemleyen öğrenciler genelleme yaparak kural niteliğinde olan Pisagor bağıntısına ulaşmışlardır. Öğrenciler daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine girerek GeoGebra’da sürgü aracını kullanmışlardır. Dolayısıyla bu etkinlikte genelleme, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri öğrencilerin indüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.

Bu çalışmada yer alan üç grubun tamamı süreç boyunca gerçekleştirilen etkinliklere katılım göstermiş ve etkinlikleri tamamlamıştır. Ancak akıl yürütme açısından daha derinlemesine bir analiz gerçekleştirmek amacıyla sadece bir gruptan elde edilen veriler ele alınmıştır. Analiz edilecek grubun seçilmesinde öğrencilerin üretken tartışmalar gerçekleştirmesine, süreçte GeoGebra yazılımını kullanabilmelerine, seçilecek gruptaki öğrencilerin birbirleriyle olan ilişkilerinin olumlu olmasına ve diğer öğrencileri temsil edebilmelerine (Zengin, 2018a) dikkat edilmiştir. Üçüncü grubun (Selim, Ela, Aslı, Ahmet) bu koşulları diğer gruba kıyasla daha fazla sağladığı görüldüğünden araştırma sorularına bu gruba ait verilerle yanıt aranmıştır.

### 3.6. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik; inandırıcılık, aktarılabirlik, güvenilebilirlik ve onaylanabilirlik ölçütleri ile sağlanmaktadır (Arastaman vd., 2018). Bu doğrultuda çalışmanın güvenirliğine yönelik yapılan işlemler Tablo 7’de verilmiştir.

**Tablo 7.** Çalışmanın Güvenirliğine Yönelik Yapılan Faaliyetler

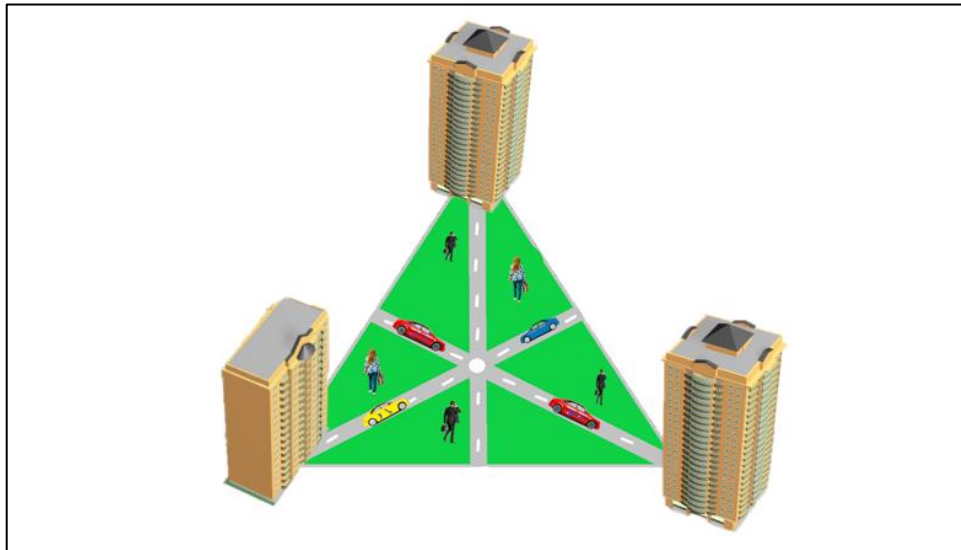
| Ölçüt            | Faaliyet                              | Açıklama                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| İnandırıcılık    | Uzun Süreli Etkileşim                 | Araştırmacı bir önceki eğitim-öğretim yılında da öğrencilerin matematik dersine girmiştir. Uygulama sürecinde de etkileşim devam etmiştir. Böylece araştırmacı öğrencilerin dilini, kültürünü ve görüşlerini anlayabilecek bir anlayışa sahiptir.                                                                                                                                                                                                       |
|                  | Uzman İncelemesi                      | Matematiksel akıl yürütme etkinliklerinin hazırlanmasında uzman görüşlerine başvurulmuştur. Ayrıca matematiksel akıl yürütme konusunda bilgi sahibi bir uzmandan yapılan çalışmayı farklı boyutlarıyla incelemesi istenmiştir. İki uzman, araştırmacıdan bağımsız olarak matematiksel etkinliklerden elde edilen verileri analiz etmiştir. Daha sonra araştırmacı ve iki uzman bir araya gelerek bulguları karşılaştırmış ve fikir birliğine varmıştır. |
|                  | Üçgenleme/Çeşitleme                   | Bu çalışmada veri toplamak amacıyla birden fazla araç kullanılmıştır. Matematiksel akıl yürütme etkinlikleri, öğrencilerin GeoGebra dosyaları, ses ve ekran kayıtları, saha notları ve etkinlik temelli görüşmeler kullanılmıştır.                                                                                                                                                                                                                      |
| Aktarılabirlik   | Katılımcıların Seçilmesi              | Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                  | Katılımcıların Özellikleri            | Katılımcıların seçilmesinde öğrencilerin iletişim ve tartışma ortamına açık olmalarına ve teknolojik araç gereçleri kullanabilme eğilimlerinin olumlu olmasına dikkat edilmiştir. Oluşturulan grupların ise bu kriterler bakımından heterojen olmasına dikkat edilmiştir.                                                                                                                                                                               |
|                  | Ortamin Özellikleri                   | Araştırmanın gerçekleştirildiği öğrenme ortamı her öğrencinin kullanabileceği bir bilgisayar, internet bağlantısı ve etkileşimli tahta bulundurması bakımından yeterli teknolojik araç gerece sahiptir.                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                  | Uygulama Süreci                       | Araştırmanın gerçekleştirilmesinde izlenen yol uygulama süreci başlığı altında ayrıntılı olarak betimlenmiştir.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Güvenilebilirlik | Araştırma Deseninin Dikkatle İzlenimi | Araştırma sınıf öğretim deneyi desenine göre gerçekleştirilmiştir (Şekil 15).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                  | Denetim İzi                           | Araştırmanın veri toplama, veri analizi ve yorumlama süreçleri hakkında bir rapor oluşturulmuş ve çalışmayla ilgisi olmayan bir uzmana bu rapor sunulmuştur.                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Onaylanabilirlik | Çeşitleme                             | Veriler farklı araçlarla toplanmış ve farklı yöntemlerle analiz edilmiştir. Böylece matematiksel akıl yürütmeye yönelik bazı temaların öne çıkması engellenmiştir. Ayrıca veriler farklı bir uzman tarafından incelenmiştir. Böylece araştırmacının olası kişisel eğilimleri engellenmiştir.                                                                                                                                                            |
|                  | Denetim İzi                           | Ürünler (veri ve yorumlar) yönelik hazırlanan raporun uzman denetimine sunulması yorumların veri setine dayandığı doğrulanmıştır.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

Tablo 7’de görüldüğü gibi İnandırıcılık, Aktarılabirlik, Güvenilebilirlik ve Onaylanabilirlik ölçütleri adı altında farklı uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Bu faaliyetler nitel olarak gerçekleştirilen çalışmanın güven duyulabilirliğini artırmaktadır.

#### 4. BULGULAR

Sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerine ilişkin elde edilen bulgular çalışmada kullanılan etkinliklerin sırasına ve ACODESA metodunun aşamalarına göre sunulmuştur. İlk olarak öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettikleri fikirlere, ardından takım çalışması aşamasında grup arkadaşlarıyla gerçekleştirdikleri tartışmalara yer verilmektedir. Sınıf tartışması aşamasında ise grup sözcüsünün tüm sınıfa yaptığı açıklamaların ve öz yansıtma aşamasında ise öğrencilerin aynı etkinliğe ait yazılı ürünlerinin incelenmesine yer verilmektedir. Kurumsallaştırma aşaması ise öğretmenin, öğrencilerin sonuçlarını dikkate alarak ve kurumsal temsilleri kullanarak konuyu anlattığı aşamadır. Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi öğrencilerin diyaloglarına, ses ve ekran kayıtlarına dayalı olduğundan kurumsallaştırma aşaması veri analizine dâhil edilmemiştir.

İlk olarak “Cem’in İnşaat Projesi” adlı etkinliğe bağlı tasarlanan yedi alt etkinlikten elde edilen bulgular sunulmuştur. Cem’in İnşaat Projesi isimli etkinlikte inşaat mühendisi olan Cem’in üçgen tutkusu olduğu ve bu yüzden sürekli üçgen şeklindeki arsaları satın aldığı anlatılmaktadır. Cem, satın aldığı arsaların her bir köşesine birer apartman inşa ederek üç apartmanlı yaşam alanları oluşturmaktadır (Şekil 25). Ayrıca iki apartman arasında kalan kısmın orta noktası ulaşım için kullanılmaktadır. Bu noktalar karşıdaki apartmana ulaşımı sağlayacak olan doğrusal yolun giriş noktalarıdır.



**Şekil 25.** Cem’in İnşaat Projesi adlı etkinlikte betimlenen yaşam alanı

#### 4.1. “Cem’in İnşaat Projesi” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

##### 4.1.1. Kenarortayların Bir Noktada Kesişmesi

Etkinlik 1.1’de öğrencilere yaşam alanındaki yolları kullanan iki aracın farklı apartmanlara gitmelerine rağmen çarpıştığı bilgisi verilmiştir. Bu bilgiden hareketle kazanın nerede gerçekleştiği ve kazanın engellenmesi için dönel kavşağın nereye yapılması gerektiği sorulmuştur. Bunun yanında öğrencilerden inşaat projesine ait bir taslak çizim yapmaları istenmiştir. Böylece apartmanlara ulaşımı sağlayan yolların (kenarortayların) bir noktada kesiştiğini fark etmeleri amaçlanmıştır. Ayrıca GeoGebra ile yaptıkları sürüklemeler ile fark ettikleri ilişkinin geçerli olup olmadığını deneyimlemeleri istenmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler bireysel çalışma aşamasını gerçekleştirerek açıklamalarda bulunmuştur. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak etkinlikte anlatılan hikâye metnine bağlı bir taslak çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 26). Daha sonra ise gözlemlerine dayalı ürettikleri fikirleri Tablo 8’deki gibi açıklamışlardır.

**Tablo 8.** Etkinlik 1.1’in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                         |                                                                                      |
|--------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Ortada kesiştiğinden dolayı ortada yapılmalıdır.</i> |  |
| Ela:   | <i>Yolun ortasında çarpışırlar.</i>                     |                                                                                      |
| Aslı:  | <i>Yollar kesiştiği için çarpışmıştır.</i>              |                                                                                      |
| Ahmet: | <i>(Yanda verilen çizimi yapmıştır.)</i>                |                                                                                      |

Tablo 8’de verilen açıklamalardan anlaşılabacağı üzere dört öğrencinin de benzer fikirlere sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca Ahmet GeoGebra ekranında oluşturduğu taslak çizimi kâğıt üzerine yansıtarak G noktasını yuvarlak içine almıştır. GeoGebra’nın verdiği sonuca güvenen Ahmet, kazanın G noktasında gerçekleştiğini belirtmiştir. Öğrenciler bu aşamada edindikleri ön fikirleri takım çalışması aşamasında tekrar ifade ederek aşağıda verilen tartışmaları gerçekleştirmiştir.

- [1] Aslı: *Çizime bir bakalım mı?*
- [2] Ela: *Kaza nerede olmuş olabilir?*
- [3] Aslı: *G NOKTASI, yani merkezde olmuş.*
- [4] Selim: *Aynen.*
- [5] Ela: *O zaman dönel kavşak G noktasında olmalı.*
- [6] Aslı: *Evet.*
- [7] Öğretmen: *Herhangi bir üçgen için bir dönel kavşağa ihtiyaç olacak mı?*

[8] Aslı: *Evet. Taşı aracıyla bakabiliriz.*

[9] Ahmet: *Taşı aracı değil sürükleme aracını kullanmalıyız!*

[10] Ela: *Dönel kavşak merkezde. Evet yine dönel kavşak gerekiyor.*

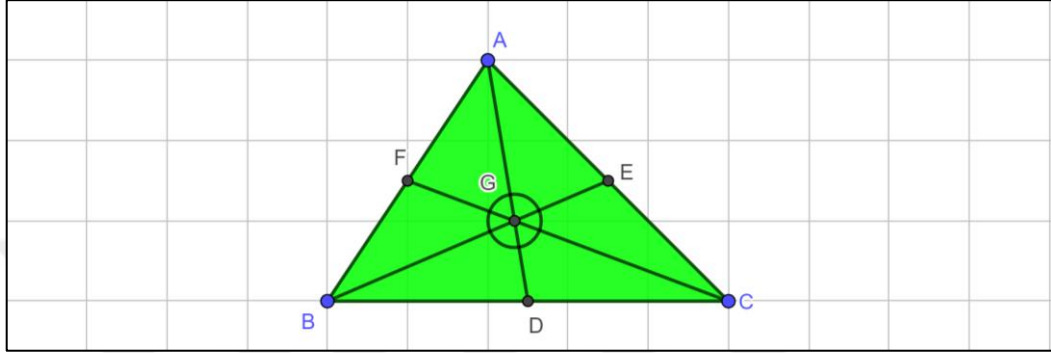
[11] Öğretmen: *Üçgen çok büyük olursa yine gerekli mi?*

[12] Aslı: *(Sürükleme yaparak incelemeye devam eder.)*

[13] Selim: *Evet, yoksa çarpışır.*

*(Öğrenciler tartışma ve sürükleme ile yaptıkları gözlem sonucu ulaştıkları durumu açıklar.)*

[14] Aslı: *Üç yol bir noktada kesişiyor. Oranın da üçgenin merkezi olduğunu görüyoruz.*

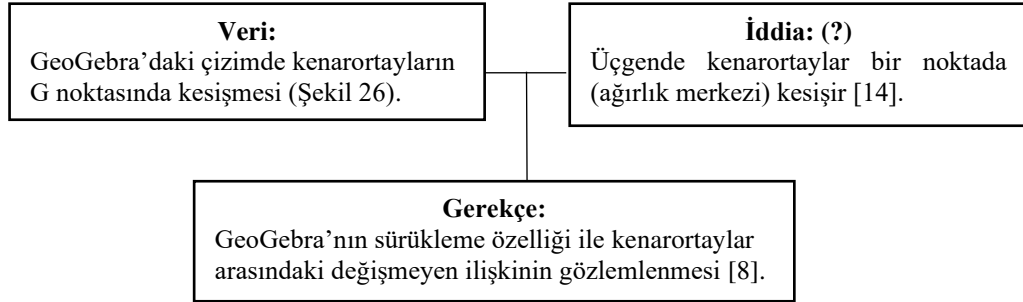


**Şekil 26.** Etkinlik 1.1’de öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim

Öğrencilerden Aslı [1] grup arkadaşlarını GeoGebra üzerinde yaptığı taslak çizimi (Şekil 26) incelemeye davet ederek tartışmayı başlatmıştır. GeoGebra ekranındaki üçgeni inceleyen Ela [2] kazanın nerede olmuş olabileceğine yönelik bir soru yöneltmiştir. Bu soru üzerine Aslı [3], sesini yükselterek kazanın G noktasında gerçekleştiğini ifade etmiştir. Ayrıca Aslı [3] merkez kelimesini vurgulayarak ortak bir ilgi odağı elde etmeye çalışmıştır. Selim [4], Aslı ile aynı fikirde olduğunu ifade ederek tartışmanın odağını korumuştur. Yapılan gözlemlerden hareketle Ela [5] kazayı önlemek için dönel kavşağın G noktasında yapılması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Öğretmenin [7] sorusu üzerine *gerekçelendirme* sürecine giren öğrenciler [8] ulaştıkları sonucun herhangi bir üçgen için geçerli olup olmadığını incelemişlerdir. Aslı [8] herhangi bir üçgende kenarortayların kesiştiğini gözlemleyebilmek amacıyla üçgeni sürüklemeleri gerektiğini ifade etmiştir. GeoGebra’nın sürükleme özelliğini kullanan öğrenciler bir yandan üçgeni sürüklerken, bir yandan *karşılaştırma* sürecini gerçekleştirmiş [8-12] ve oluşan farklı üçgenlerde kenarortaylar arasındaki ilişkiye yönelik benzerlik ve farklılıkları incelemişlerdir. Öğrenciler bu süreçte gözlem yapmaya devam etmiş ve nihayetinde her üçgende kenarortayların üçgenin merkezinde kesiştiği sonucuna ulaşmışlardır [10]. Öğrencilerin gözlemleri yoluyla veri topladığı, gerekçeyi kullanarak verilerine dayanak oluşturduğu ve bunun sonucunda da bir sonuca ulaştığı görülmektedir [14]. Topladıkları veriler sonuca



ulaşmak için yeterli olsa da GeoGebra aracılığıyla yapılan sürükleme ve incelemeler verilerin uygunluk ve geçerliğini sağlamıştır. Dolayısıyla GeoGebra'nın sürükleme özelliği ile kenarortaylar arasındaki ilişkinin incelenmesi tartışmanın gerekçesi olarak kodlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 27).

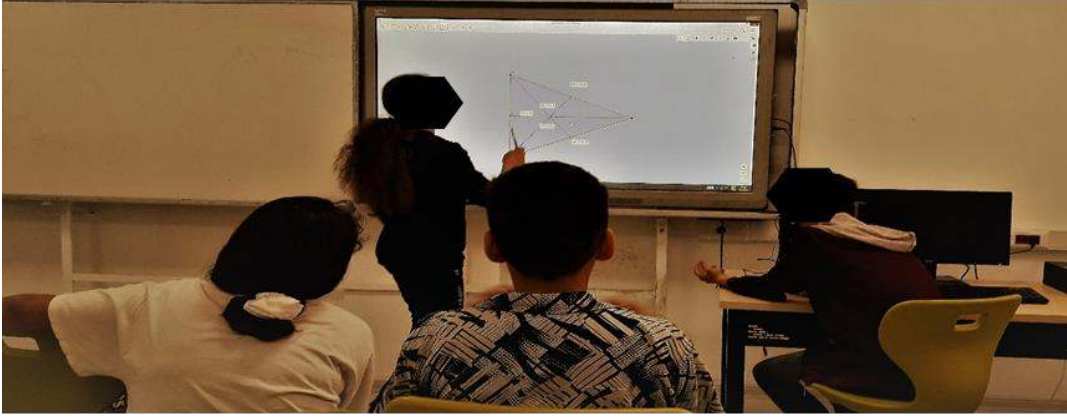


**Şekil 27.** Öğrencilerin Etkinlik 1.1'deki dedüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.1'i dedüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler farklı üçgenler arasında yaptıkları karşılaştırmalar sayesinde kenarortayların bir noktada kesiştiğini gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla bu etkinlikte karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri öğrencilerin dedüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.

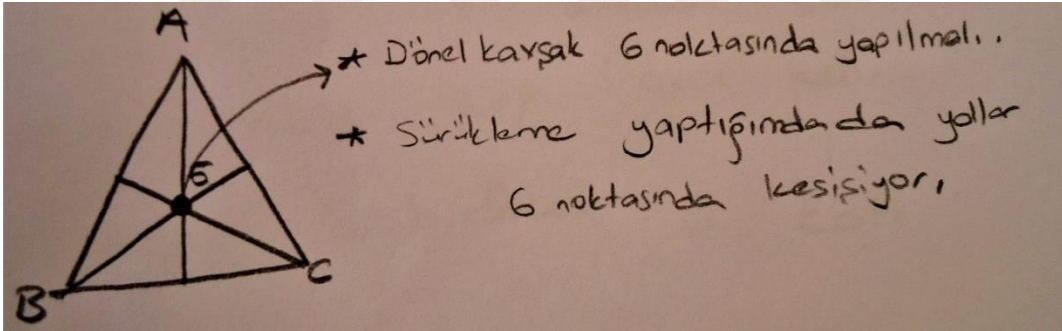
Sınıf tartışması aşamasında ise öğrenciler ulaştıkları sonucu diğer gruplara açıklamıştır. Takım çalışmasında olduğu gibi öğrenciler benzer bir yolu takip ederek önce üçgeni, ardından doğrusal yolları (kenarortaylar) çizmiştir. Ela ve Ahmet tüm sınıfın göreceği şekilde etkileşimli tahtada GeoGebra yazılımını kullanmıştır. Ela GeoGebra yazılımını kullanırken Ahmet ise Ela'ya destek olmuştur (Şekil 28). Ela, doğrusal yolları çizdikten sonra Aslı "Evet, gördüğünüz gibi, yollar bir noktada kesişiyor." demiştir. Ela bu örneğin ikna olmak için yeterli olmadığını belirterek sürükleme yapmak gerektiğini belirtmiş ve üçgeni sürüklemiştir. Böylece Ela diğer gruplardaki öğrencilerin de değişmeyen ilişkiyi gözlemlmelerine imkân sağlamıştır. Bu sürecin tamamlanmasıyla öğrenciler arasında kısa süreli bir sessizlik yaşanmıştır. Çoğu öğrenci benzer sonuca zaten

ulaştığını ifade etmiş bazıları da bu aşamada anladığını dile getirmiştir. Soru soran veya sonuca itiraz eden bir öğrenci olmadığından tartışma sonlanmıştır.



**Şekil 28.** Etkinlik 1.1'in sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasında dört öğrencinin Etkinlik 1.1'de yapılanları bireysel olarak gerçekleştirebildiği ve aynı sonuca ulaşabildiği görülmüştür (Şekil 29). Dolayısıyla bu etkinlik kapsamında öğrenmede kalıcılığın sağlandığı görülmektedir.



**Şekil 29.** Etkinlik 1.1'de öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, üçgende kenarortayların bir noktada kesiştiğinin keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinlik 1.1'in gerçekleştirilmesinde kullanılan akıl yürütme yapısı ile bu yapıyı diğerlerinden daha belirgin bir şekilde desteklediği görülen akıl yürütme süreci Tablo 9'da sunulmuştur.

**Tablo 9.** Etkinlik 1.1'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                     | Yapısal Boyut |
|----------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme | Dedüktif      |

↔ : Yapı-süreç etkileşimi

Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür (Tablo 9). Ayrıca karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır.

#### 4.1.2. Ağırlık Merkezinin Kenarortayları Belli Bir Oranda Bölmesi

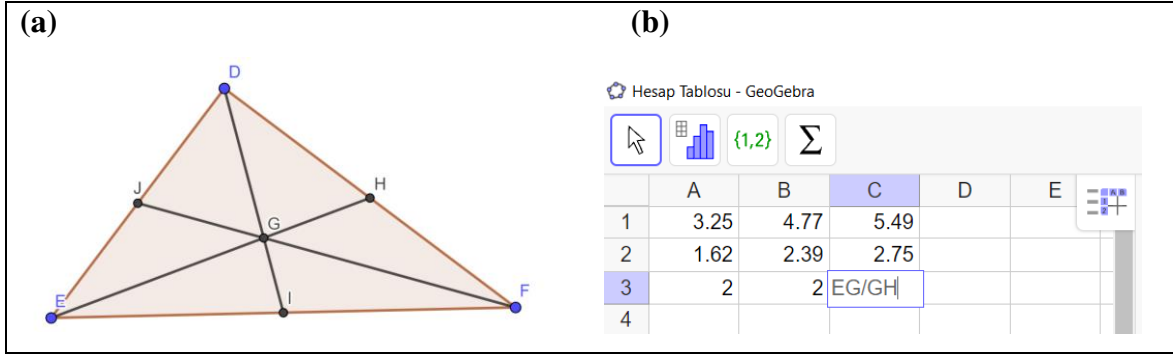
Etkinlik 1.2’de öğrencilerden bir üçgende ağırlık merkezinin, kenarortayları köşeye 2 birim, kenara 1 birim uzaklık olacak şekilde böldüğünü ve bu ilişkinin herhangi bir üçgen için değişmediğini fark etmeleri beklenmektedir. Bu doğrultuda etkinlikte Cem’in inşa ettiği bir yaşam alanında G noktasında kesişen her bir yolun iki parçası arasında nasıl bir ilişki olabileceği sorulmuştur. Etkinliğin bireysel çalışmasını hem kâğıt-kalem hem de GeoGebra yazılımını kullanarak gerçekleştiren öğrenciler takım çalışması için ön fikirler edinmiştir. Bireysel çalışma aşamasında öğrencilerin üretmiş olduğu fikirler Tablo 10’da verilmiştir.

**Tablo 10.** Etkinlik 1.2’in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                       |
|--------|-------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Herhangi bir ilişki yoktur.</i>                    |
| Ela:   | <i>Ayrılan doğrular 2 eşit parçaya diyebiliyorum.</i> |
| Aslı:  | <i>Üç dört kat ilişkisi vardır.</i>                   |
| Ahmet: | <i>Karşılıklı doğrular farklı uzunlukta.</i>          |

Tablo 10’da verilen açıklamalar incelendiğinde öğrencilerin farklı fikirlere sahip olduğu görülmektedir. Öğrenciler iddialarını doğrulamaya yönelik ise bir yola koyulmamış ve açıklamada bulunmamıştır. Takım çalışmasında ise öğrenciler fikirlerini ve çizimlerini birbirleri ile paylaşarak problemi iş birliği içerisinde çözmeye çalışmıştır. Öğrencilerin gözlemlerine bağlı oluşturdukları varsayımlar takım çalışması aşamasında tartışmalarına aşağıdaki gibi yansımıştır.

- [1] Ela: *Bence G noktası (Şekil 30a) doğru parçasını iki eşit parçaya bölüyor.*  
 [2] Aslı: *Bence üç-dört katı kadar büyüklükte. |DG| uzunluğu |GI| uzunluğundan daha büyük görünüyor çünkü.*  
 [3] Ela: *NE, ÜÇ-DÖRT KATI MI?*  
 [4] Ahmet: *Hmm... Ela eşit olma ihtimalleri yok sanki baksana.*  
 [5] Ela: *Biz yine de eşit diyelim., öyle kontrol edelim.*  
 (Sonraki soruya geçerek hesap tablosunu (Şekil 30b) açarlar).



**Şekil 30.** Etkinlik 1.2’de öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim ve hesap tablosu

[6] Ela: *Büyük harf ile DG yazar mısın? (|DG| uzunluğunu verir.)*

[7] Aslı: *Şimdi GI yazalım. [GI]’nin uzunluğuna bakıyoruz.*

[8] Öğretmen: *Buldunuz.*

[9] Aslı: *İKİ KATLIK BİR İLİŞKİ VAR.*

[10] Öğretmen: *Bakalım, hesaplayalım! |DG| ile neyi böleceksiniz?*

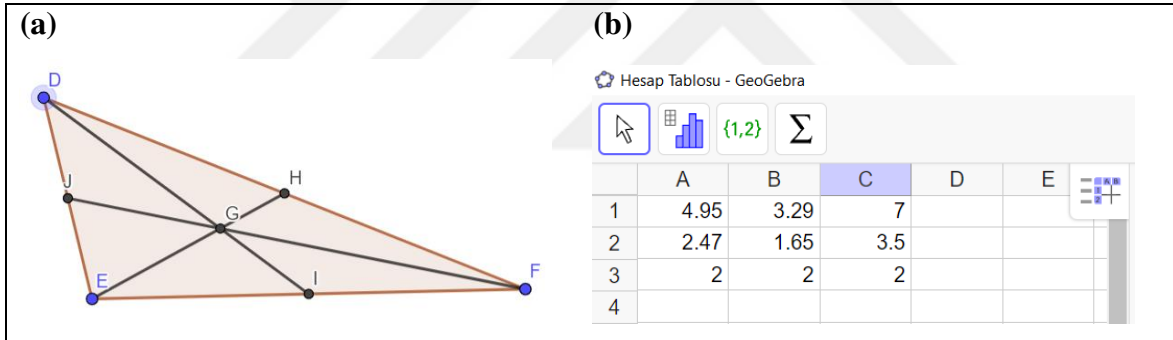
[11] Ahmet: *|GI|.* (Bölmeyi yaparlar:  $|DG|/|GI|=2$  sonucu çıkar.)

[12] Öğretmen: *Diğer parçalar için bakalım şimdi de!*

(Tüm kenarortay parçalarının uzunluklarını incelerler.)

[13] Ela: *Sürüklemeye yaptığımızda da bu sonuç değişmiyor (Şekil 31a, Şekil 31b).*

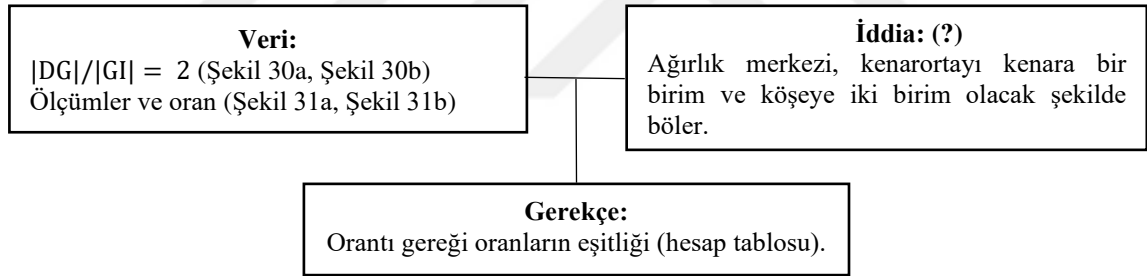
[14] Aslı: *Evet yani hep 2 katlık bir ilişki devam ediyor.*



**Şekil 31.** Etkinlik 1.2’de öğrencilerin yaptığı sürüklemeye ve hesap tablosunun görüntüsü

Tartışma Ela’nın [1] abdüktif akıl yürütme yapısıyla öne sürdüğü ve G noktasının kenarortayları iki eşit parçaya böldüğü iddiasıyla başlamıştır. Kenarortayların G noktası tarafından iki eşit parçaya bölündüğüne yönelik iddiasını vurgulu bir şekilde ifade eden Ela’yı takiben Aslı [2] yaptığı *karşılaştırma* sonunda üç-dört katlık bir ilişki olduğunu öne sürmüştür. Ela [3] sesini yükselterek Aslı’nın öne sürdüğü iddiaya karşı çıkmış ve böylece Aslı ile olan anlaşmazlığını dile getirmiştir. Aynı şekilde Ahmet de Ela ile olan anlaşmazlığını dile getirmiş ve iddiasının doğru olmadığını ifade etmiştir. Ela [5], Ahmet’in karşı çıkışına rağmen kenarortay parçalarının eşit uzunlukta olduğu varsayımında bulunmuştur. Öğrenciler birbirinden farklı iddialara sahip olsalar da iddialarını doğrulamaya yönelik bir adım atmamışlardır. Etkinliğin devamında öğrencilerden GeoGebra’da yer alan hesap tablosunu kullanmaları ve topladıkları veriler

ile hesaplamalar yapmaları istenmiştir. Öğrenciler GeoGebra üzerinde yer alan üçgen çizimleri ile birlikte hesap tablosunu kullanarak her bir kenarortayın iki parçası arasındaki oranı hesaplamışlardır (Şekil 30b). Bu çizim ve hesap tablosundan elde ettikleri değerler, sonuca ulaşmalarında önemli unsurlar olan verilerdir. Öğrenciler topladıkları verilerden yola çıkarak kenarortay parçaları arasında iki katlık bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Hesap tablosundaki verileri inceleyen öğrencilerden Aslı [9] birden sesini yükselterek iki katlık bir ilişki olduğunu dile getirmiştir. Öğrenciler fark ettikleri ilişkinin herhangi bir üçgen için geçerli olup olmadığını incelemek amacıyla üçgeni sürüklemiş aynı zamanda hesap tablosunu incelemeye devam etmiştir (Şekil 31a, Şekil 31b). Dinamik ortamda yapılan bu inceleme öğrencilerin *gerekçelendirme* yapmalarına yani sürüklerken akıl yürütmelerine olanak sağlamıştır. Böylece öğrenciler herhangi bir üçgende kenarortay parçalarının uzunlukları arasındaki ilişkinin değişmediği sonucuna ulaşmıştır [14]. Öğrencilerin veriler topladığı, gerekçeyi kullanarak verilerine dayanak oluşturduğu ve bunun nihayetinde sonuca ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 32).



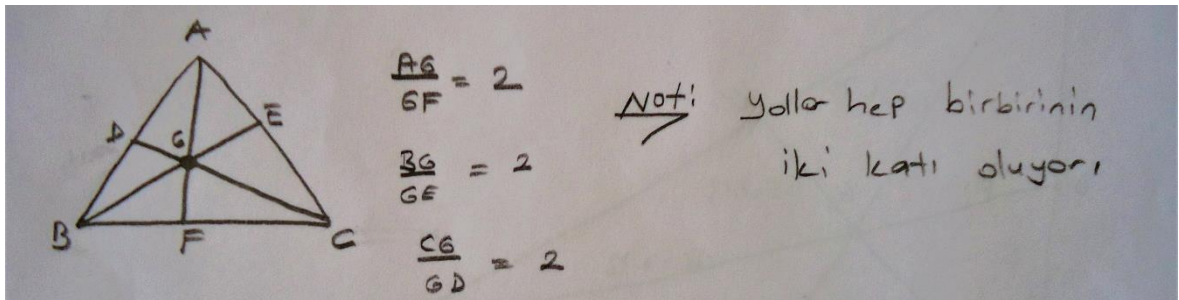
**Şekil 32.** Öğrencilerin Etkinlik 1.2'deki dedüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.2'ye abdüktif akıl yürütme yapılarıyla başladıkları ve dedüktif akıl yürütme yapılarıyla devam ettikleri görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler ilk önce kenarortay parçalarının uzunlukları arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler iddialarının yanlış olduğunu gözlemleyince elde ettikleri verilerden hareketle farklı bir çıkarım yapmışlardır. Öğrenciler kenarortay parçalarının uzunlukları arasında yaptıkları

karşılaştırma ile topladıkları verilerden hareketle bu uzunluklar arasındaki iki katlık ilişkii gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek bir yandan GeoGebra’da sürüklemeler yapılmış bir yandan da hesap tablosundaki veriler incelenmiştir. Dolayısıyla karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan dedüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında ise grup sözcüsü olarak belirlenen Ela takımın ulaştığı sonucu diğer gruplar ile paylaşmak üzere tahtaya çıkmıştır. Ela üçgenin merkezinde kesişen doğrusal yolların iki parçası arasında her zaman iki katlık bir ilişki olduğunu ifade etmiştir. Bunu göstermek amacıyla etkileşimli tahtayı kullanmış ve aynı sonuca tekrar ulaşmıştır.

Öz yansıtma aşamasında ise üç öğrencinin Etkinlik 1.2’de yapılanları bireysel olarak gerçekleştirebildiği (Şekil 33) ancak bir öğrencinin etkinliği bireysel olarak tamamlayamadığı görülmüştür. Bunun nedenini anlamak amacıyla öğrenciyle gerçekleştirilen görüşmede öğrencinin derste yapılanları ve hesap tablosunu nasıl kullanacağını hatırlamakta zorlandığını ifade etmiştir. Öğretmen GeoGebra’ya yönelik gerekli hatırlatmaları yaptıktan sonra etkinliklere devam edilmiştir.



**Şekil 33.** Etkinlik 1.2’de öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, üçgende ağırlık merkezinin kenarortayları kenara bir birim ve köşeye iki birim olacak şekilde böldüğünün keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdükatif ve dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdükatif akıl yürütmeyi, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 11).

**Tablo 11.** Etkinlik 1.2’de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                     | Yapısal Boyut |
|----------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme | ↔ Dedüktif    |
| Varsayımda bulunma               | ↔ Abdüktif    |

#### 4.1.3. Kenarortayların Bir Üçgenin Alanını Altı Eşit Parçaya Bölmesi

Etkinlik 1.3’te öğrencilerden kenarortayların bir üçgeni altı eş üçgene ayırdığını ve bu ilişkinin herhangi bir üçgen için değişmediğini fark etmeleri beklenmektedir. Etkinlikte Cem’in inşa ettiği bir yaşam alanında yolların ayırdığı altı küçük üçgenin yeşil alan olarak kullanıldığı belirtilmektedir. Yaşam alanında ikamet eden Asya Hanım’ın apartmanına bağlı olan yeşil alanların diğer yeşil alanlardan daha az olduğunu öne sürdüğü ve bu yüzden uğradığı haksızlığı dile getirdiği anlatılmaktadır. Bu doğrultuda öğrencilere Asya Hanım’ın öne sürdüğü bu durum konusunda haklı olup olmadığı sorulmuştur. Etkinliğin bireysel çalışma aşamasını hem kâğıt-kalem hem de GeoGebra yazılımını kullanarak gerçekleştiren öğrenciler takım çalışması için ön fikirler edinmiştir (Tablo 12).

**Tablo 12.** Etkinlik 1.3’ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

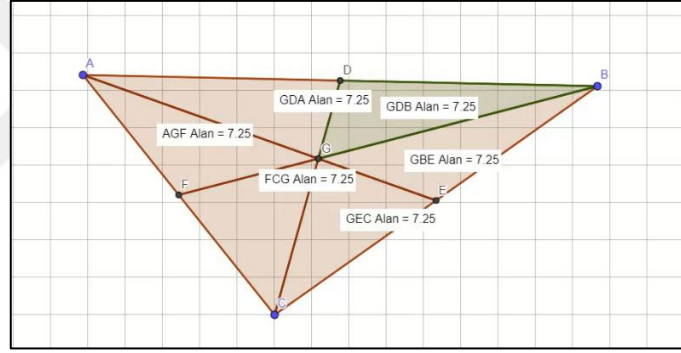
|        |                                                                                                                          |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Bence Asya Hanım sonuna kadar haklı (Altı küçük üçgenin farklı alanlara sahip olduğunu düşünür).</i>                  |
| Ela:   | <i>Bence haksızdır çünkü bütün alanlar eşittir.</i>                                                                      |
| Aslı:  | <i>Bence haksız çünkü önceki etkinlikte gördüğümüz gibi uzun kenar ve kısa kenar arasında iki katlık bir ilişki var.</i> |
| Ahmet: | <i>Asya Hanım haksızdır çünkü hepsi eşit gözüküyor.</i>                                                                  |

Bireysel çalışma aşamasına ait öğrenci açıklamaları incelendiğinde Selim ve Ahmet’in gözlemlerine dayalı varsayımda bulundukları görülmektedir. Selim altı küçük üçgenin farklı alanlara sahip olduğunu düşünürken Ahmet ise alanların eşit görüldüğünü ifade etmiştir. Ela ise üçgenlerin alanlarını ölçerek bu ölçüme bağlı bir açıklamada bulunmuştur. Aslı ise önceki etkinliklerden ulaştığı sonuçları hatırlayarak iddiasını ortaya atmıştır. Aslı her kenarortayın iki parçası arasında iki katlık bir ilişkinin olmasından dolayı alanların eşit olacağını ifade etmiştir. Bu gerekçe sonuca ulaşmak için yeterli değildir. Aslı’nın öncelikle sinüs alan formülünü ardından tabanların eşit olduğunu göz önünde bulundurması böylece alanların da eşit olacağını ifade etmesi gerekmektedir. Ancak sinüs alan formülü sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin bildiği bir kural değildir.



Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında elde ettikleri farklı fikirler, takım çalışması aşamasında tartışmalarına aşağıdaki gibi yansımıştır.

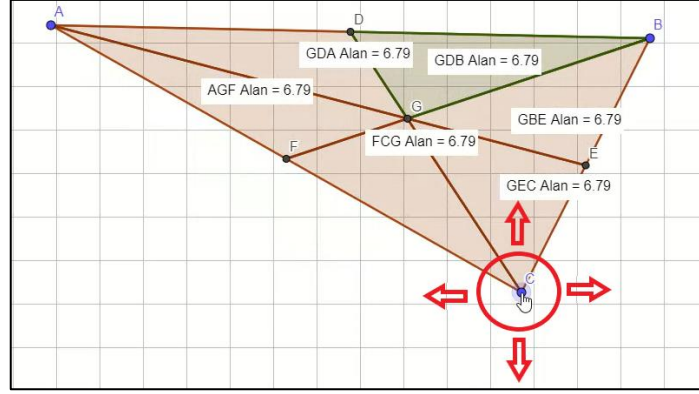
- [1] Aslı: *Bence haksız. Az önceki etkinlikte gördüğümüz gibi uzun kenar ve kısa kenar arasında iki katlık bir ilişki vardı (Kenarortay parçalarını kastediyor). Her bir küçük üçgende yani alanda hem uzun kenar hem kısa kenar olduğu için tüm alanlar eşit bence.*
- [2] Ahmet: *Öyle değil de yani...*
- [3] Selim: *ÖLÇTÜĞÜM ALANLAR AYNI ÇIKMADI. Bazıları daha dar bazıları daha geniş.*
- [4] Ela: *Ölçtüğüne emin misin? Biz ölçtük ama hepsi eşit çıktı (Şekil 34).*
- [5] Selim: *Yani bende eşit çıkmadı.*
- [6] Öğretmen: *Tamam beraber inceleyiniz!*
- [7] Ela: *Bu alanları bana gösterir misin? Haklı olduğunu görmek istiyorum.*
- [8] Selim: *Bence kadın haklı. Çünkü bazıları dar bazıları geniştir.*
- [9] Aslı: *Ama ölçmedin arkadaşım sen.*
- [10] Selim: *Ölçtüm. Ela nasıl ölçüyorduk?*
- [11] Ela: *Selim ölçmemişsin çünkü ben ölçtüğümde bunu gördüm. Lütfen ölçtüğünü gösterir misin? (Alanı ölçemeyen Selim ısrarla doğru bir ölçüm yaptığını söylüyor.)*



**Şekil 34.** Etkinlik 1.3'te öğrencilerin gerçekleştirdiği çizim ve ölçümler

- [12] Ela: *Evet hepsini ölçtük ve hepsinde eşit bir alan var.*
- [13] Aslı: *Evet, Ela bunu yazalım.*
- ...
- [20] Aslı: *Arkadaşlar biraz toparlanalım hadi!*
- [21] Ela: *Takım bana bir bakabilir misiniz? Önemli bir şey göstereceğim.*
- [22] Ahmet: (Selim'e ölçümlerde yardım eder.) *Evet mükemmel!*
- [23] Selim: *Asya Hanım haksızmış yani.*
- [24] Ahmet: *Evet, hâlâ varsayımını koruyor musun?*
- [25] Selim: *Hayır, varsayımımı korumuyorum. Gerçekten haksızmış.*
- [26] Ahmet: *Sen de haksız çıktın.*
- [27] Selim: *Kusura bakmayın.*
- [28] Aslı: *Arkadaşım biz sana diyoruz. Sen bizi dinlemiyorsun.*
- [29] Ahmet: *Üçüncü sorunun cevabını yaz! "Alanları ölçtük ve bütün alanlar eşit çıktı, yani Asya Hanım haksız. Tahminimiz doğru çıktı."*
- (Soruları gözden geçirirler.)
- [30] Ahmet: *Şimdi de sürükleme yapıyoruz. Lütfen dikkatlice bakın. Evet yine eşit çıkıyor.*
- [31] Selim: *Sürükleme yaparak yine eşit çıkıyor (Şekil 35).*
- [32] Aslı: *Yazıyorum. "Sürükleme sonucunda eşitlik bozulmadı."*

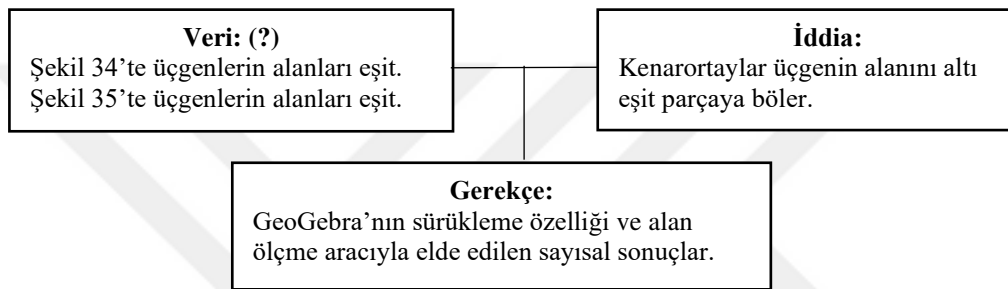




**Şekil 35.** Etkinlik 1.3'te öğrencilerin gerçekleştirdiği sürüklenme

Öğrencilerden Aslı [1], vurgulu bir şekilde kenarortayların üçgenin alanını altı eş parçaya ayırdığını iddia ederek tartışmayı abdükatif bir adımla başlatmıştır. Aslı, her ne kadar doğru olsa da vurgulu bir şekilde ifade ettiği *varsayımıyla* Ahmet [2] ve Selim [3]'in onayını alamamıştır. Çünkü elinde bu iddiayı haklı çıkaracak ne bir veri ne de bir gerekçesi vardır. Aslında Ahmet alanların eşit olduğu konusunda Aslı ile hemfikirdir ancak Aslı'nın sunduğu gerekçe Ahmet için doğru değildir. Aynı zamanda kendi iddiasını haklı çıkarmak için ne yapacağını bilmeyen Ahmet sessiz kalmayı tercih etmiştir [2]. Selim [3] sesini yükselterek Aslı ile olan anlaşmazlığını dile getirmiştir. Selim, bir ölçüm yaptığını ve ölçüm sonucunda alanların eşit çıkmadığını dile getirmiştir. Selim'in elde ettiği verilere dayanarak yaptığı bu açıklama Aslı'nın iddiasını çürütebilecek niteliktedir. Bu noktada Ela [4] tartışmaya dâhil olarak yaptığı karşılaştırma sonucunda Selim'in hatalı olduğunu ve ölçümlerin eşit çıktığını ifade etmiştir. Ela bu durumu ifade etmekle kalmayıp GeoGebra'da yaptığı çizimi ve ölçümleri (Şekil 34) arkadaşlarıyla paylaşmıştır. Ela'nın bu paylaşımı argümantasyon süreci için veri olarak kullanılmış ve Aslı'nın iddiasını haklı çıkarmada önemli bir rol oynamıştır. Sunduğu veriler doğru olsa da Ela yine de Selim'i ikna edememiştir. Selim [8] gerçekleştirdiği *karşılaştırma* süreci sonucunda alanların birbirinden farklı olduğunu tekrar ifade etmiş ve bunu “*Çünkü öyle görünüyorlar.*” şeklinde gerekçelendirmiştir. Böylece Selim'in aslında bir ölçüm yapmadığı sadece gözlemlerine bağlı kalarak iddiasını ortaya attığı anlaşılmaktadır. Bir odak noktası sağlamak isteyen Ela [21] takıma seslenmiş ancak çağrısı cevap bulmamıştır. Tartışmanın ilerleyen kısmında Selim'in alan ölçme aracını kullanamadığı bu yüzden takım arkadaşı Ahmet'ten [22] yardım aldığı görülmektedir. Aldığı yardım sonunda ölçüm yapan Selim alanların eşit olduğunu görebilmiş ve böylece iddiasından vazgeçmiştir [25]. Böylece

öğrenciler Aslı tarafından ortaya atılan iddianın (alanların eşitliği) yaptıkları ölçümler sonucunda doğru olduğunu görebilmiştir [29]. Bu sonucu garanti altına almak isteyen öğrenciler *gerekçelendirme* sürecine girerek [30] yani sürüklemeye yaparak (Şekil 35) farklı üçgen şekillerini incelemiş ve fark ettikleri ilişkinin değişmediğini [32] gözlemlemiştir. Görüldüğü üzere bir iddiayla başlayan tartışma süreci verilerin aranmasına ve bulunmasına yol açmıştır. Ayrıca dinamik ortamda kullanılan ölçme aracı ve sürüklemeye özelliği bulunan veriler ile ortaya atılan iddia arasındaki köprüyü kurmada kullanılan birer gerekçe olmuştur. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikteki matematiksel akıl yürütmeleri abdüktif yapıdadır (Şekil 36).

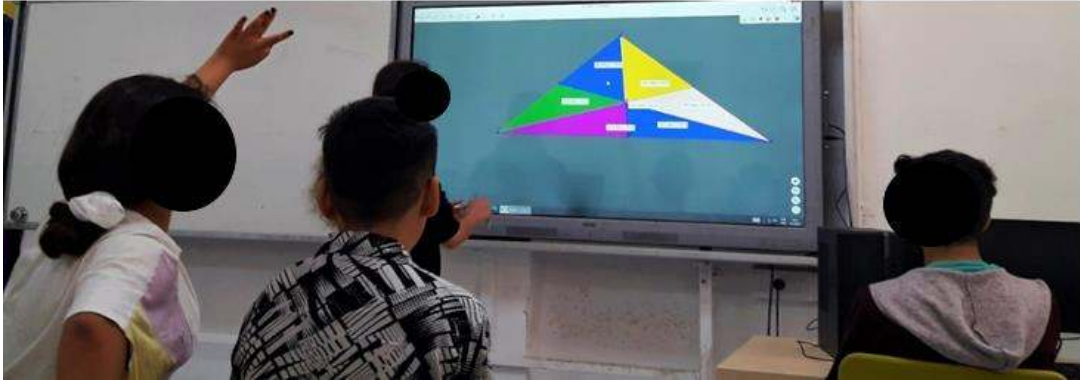


**Şekil 36.** Öğrencilerin Etkinlik 1.3'teki abdüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.3'ü abdüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce kenarortayların ayırdığı altı üçgen bölgenin alanları arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler ve ölçümler gerçekleştirmiş ve gözlemler yapmıştır. Nitekim ulaştıkları veriler ile iddialarının doğru olduğunu gözlemleyebilmiş ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

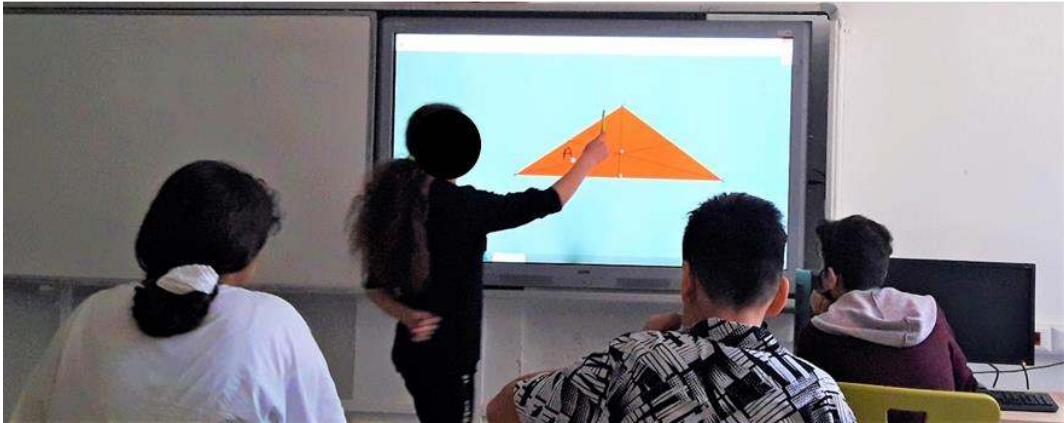
Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela takımın ulaştığı sonucu diğer gruplar ile paylaşmak üzere tahtaya çıkmıştır. Ela üçgenin merkezinde kesişen doğrusal yolların üçgenin alanını altı eşit parçaya böldüğünü ifade etmiştir. Bunu göstermek amacıyla etkileşimli tahtayı kullanmıştır. Ela önce bir üçgen ardından köşeleri karşıdaki kenar ile bileştiren doğrusal yolları (kenarortaylar) çizmiştir. Sınıfın daha iyi görmesi için

üçgenleri farklı renklere boyamış ardından alan ölçme aracını seçmiştir (Şekil 37). Alanları ölçen Ela ölçüm sonuçlarının eşit çıktığını tüm sınıfa göstermiştir.



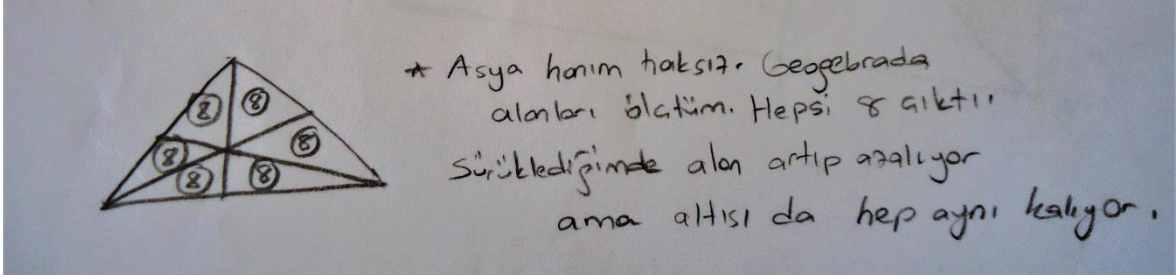
**Şekil 37.** Etkinlik 1.3'ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Bunun ardından diğer gruplardan bir öğrenci Ela'ya “*Başlangıçtaki büyük üçgen küçük olanların her zaman altı katı mı oluyor?*” sorusunu yöneltmiştir. Ela bir süre sessiz kalmış ve “*Mantıken evet.*” cevabını vermiştir. Bunu açıklamak için yeni bir üçgen çizen Ela küçük üçgenlerden birinin alanına cebirsel temsil kullanarak “A” harfini yazmıştır (Şekil 38). Bir üçgenin alanının “A” olması durumunda diğerlerinin de “A” olacağını belirten Ela toplam alanın “6A” dolayısıyla aralarında 6 katlık bir ilişkinin olduğunu ifade etmiştir.



**Şekil 38.** Etkinlik 1.3'te devam eden sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasında ise dört öğrencinin Etkinlik 1.3'te yapılanları bireysel olarak gerçekleştirebildiği görülmüştür. Özellikle alan ölçme aracı konusunda zorluk yaşayan Selim'in etkinlik kâğıdı incelendiğinde doğru sonuca ulaşabildiği görülmektedir (Şekil 39).



**Şekil 39.** Etkinlik 1.3'ün öz yansıtma aşamasında Selim'in yanıtı

Bu etkinlik, kenarortayların üçgenin alanını altı eşit parçaya böldüğünün keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 13).

**Tablo 13.** Etkinlik 1.3'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu       | Yapısal Boyut |
|--------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma | Abdüktif      |
| Gerekçelendirme    |               |

#### 4.1.4. Eşkenar Üçgende Kenarortay Uzunlukları

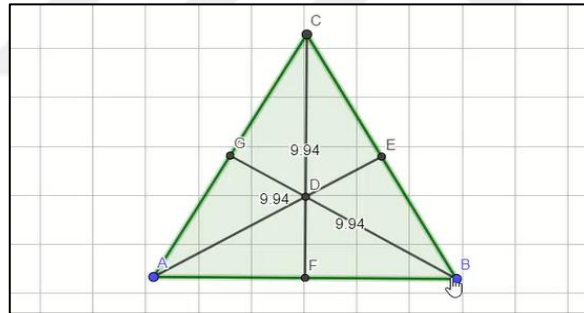
Etkinlik 1.4'te Cem'in eşkenar üçgen şeklindeki arsa üzerinde bir yaşam alanı inşa ettiği ifade edilmiştir. Bu doğrultuda her bir apartmandan aynı hıza sahip üç aracın aynı anda harekete geçtiği bilgisi verilmiştir. Öğrencilerden doğrusal bir şekilde ilerleyen arabaların çıkış noktalarına varma sürelerini karşılaştırmaları istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin herhangi bir eşkenar üçgende kenarortay uzunluklarının eşit olduğu sonucuna ulaşmaları ve doğrulama yapmaları beklenmiştir. Etkinliğin bireysel çalışma aşamasını hem kâğıt-kalem hem de GeoGebra yazılımını kullanarak gerçekleştiren öğrenciler takım çalışması için ön fikirler edinmiştir (Tablo 14).

**Tablo 14.** Etkinlik 1.4'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                       |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | Bence hepsi aynı anda ulaşır eşkenar üçgen olduğu için hepsi merkeze eş uzaklıktadır. |
| Ela:   | Bence hepsi eşit sürede varır çünkü öyle görünüyor.                                   |
| Aslı:  | Üçgenin merkezine giden yolların uzunluğu eşit olabilir ve çıkışa aynı sürede varır.  |
| Ahmet: | Aynı anda varıp çıkışta çarpışır çünkü eşkenar üçgende karşılıklı kenarlar eşit.      |

Tablo 14'te verilen açıklamalardan anlaşılacağı üzere dört öğrencinin de benzer fikirlere sahip olduğu görülmektedir. Öğrenciler gözlemleri sonucunda köşelerin merkezine eş uzaklıkta olduğunu bu yüzden arabaların çıkışa aynı sürede varacağını öne sürmüştür. Öğrenciler bu fikirleri herhangi bir ölçüm yapmadan sezgisel olarak üretmiştir. Öğrenciler bu aşamada edindikleri ön fikirleri takım çalışması aşamasında tekrar ifade ederek aşağıda verilen tartışmaları gerçekleştirmiştir.

- [1] Aslı: Uzunlukları eşit bence. Hepsi aynı sürede çıkışa varır.  
 [2] Öğretmen: Ortak açıklamanız nedir?  
 [3] Selim: Hepsi aynı anda ulaşır. Aynı sürede, aynı anda.  
 [4] Ahmet: Dur dur, yazma! Dur.  
 [5] Ela: Bütün arabaların varma süresi aynıdır.  
 [6] Selim: Hepsi orta noktaya eş uzaklıkta olduğu için aynı zamanda ulaşır.  
 (Üçüncü soruya geçerler.)  
 [7] Selim: Hepsi eşit uzunlukta.  
 [8] Öğretmen: İnceleyelim o zaman!  
 [9] Ela:  $|AE|$  'yi buluyoruz değil mi hocam?  $|AD|$  'yi değil.  
 [10] Öğretmen: Evet.  
 (Ölçümler eşit çıkar.  $|AE|=|CF|=|BG|=9.94$ )



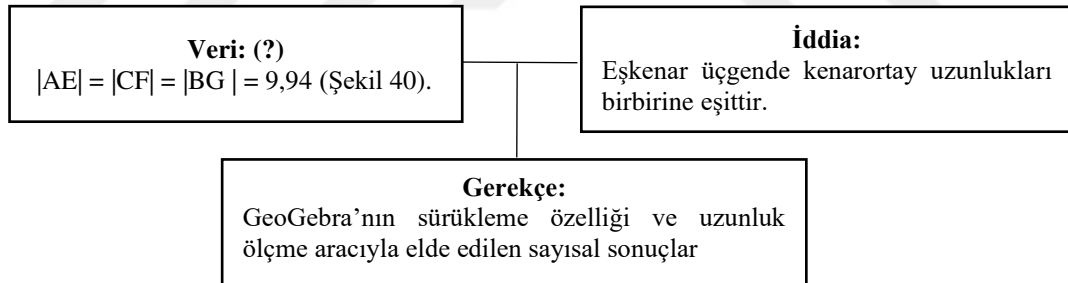
**Şekil 40.** Etkinlik 1.4'teki eşkenar üçgen çizimi

- [11] Aslı: Tahminimiz doğru. Tüm yolların uzunluğu eşit çıktı çünkü ölçtük.  
 (Bu ilişkinin herhangi bir üçgen için geçerli olup olmayacağını incelemeleri istenir.)  
 [12] Aslı: Bence değişmeyecek diye tahmin ediyorum.  
 [13] Selim: Eee sürük! Değişiyor mu değişmiyor mu görelim.  
 [14] Ela: Aynen değişmiyor hepsi yine eşit.  
 [15] Selim: Hocam değişmiyor hiçbir şekilde değişmiyor.  
 (Uzaklık veya uzunluk aracın seçerek yol uzunluklarını ölçerler.)  
 [16] Öğretmen: Küçük bir eşkenar üçgende aynı mı?  
 [17] Selim-Ahmet: Evet.  
 [18] Öğretmen: Büyük bir eşkenar üçgende?  
 [19] Selim: Evet aynı.

Öğrencilerden Aslı [1] emin olmamakla birlikte gözlemlerine dayalı olarak eşkenar üçgende kenarortay uzunluklarının eşit olabileceğine yönelik bir varsayımda bulunmuştur.

Aslı'nın bu varsayımı tartışmanın bir iddiayla başlayıp öğrencilerin veri arayışına yönelmesine yol açmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin takım çalışmasındaki tartışmaları ve abdüktif akıl yürütme yapıları bu varsayımı doğrulama çabalarından kaynaklanmıştır. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak üçgene ait bir taslak çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 40). Bu çizim ve çizim üzerinde yaptıkları ölçüm sonuçları öğrencilerin ortaya attığı iddiayı açıklayabilmeleri için kullandıkları bir veri niteliğindedir. Öğrenciler bir *karşılaştırma* yaparak eşkenar üçgenin kenarortay uzunlukları arasındaki ilişkiye yönelik iddialarını doğrulamışlardır. Dahası öğrenciler GeoGebra'nın sürükleme özelliğini kullanarak istedikleri eşkenar üçgeni kolaylıkla oluşturabilmiş ve bu süreçte gözlem yapmaya devam edebilmiştir. Öğrenciler burada elde ettikleri verilerden hareketle iddialarını *gerekçelendirebilmiş* [13] ve böylece doğrulayabilmiştir.

Öğrencilerin tartışmaya bir iddiayla başladığı, iddialarını açıklayabilmek için veri arayışına yöneldiği görülmektedir. Ulaştıkları veriler iddialarının doğru olduğunu gösterse de GeoGebra aracılığıyla yapılan sürükleme ve incelemeler verilerin uygunluk ve geçerliğini sağlamıştır. Dolayısıyla GeoGebra'nın sürükleme özelliği ve uzunluk ölçme aracıyla elde edilen sayısal sonuçlar tartışmanın gerekçesi olarak kodlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri abdüktif yapıdadır (Şekil 41).



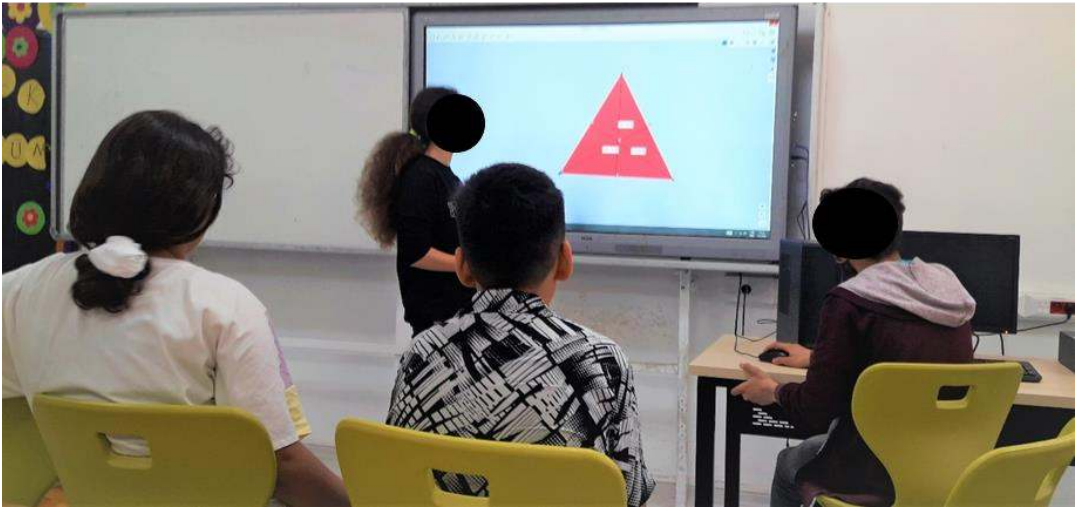
**Şekil 41.** Öğrencilerin Etkinlik 1.4'teki abdüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.4'ü abdüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce bir eşkenar üçgende kenarortay uzunlukları arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler ve ölçümler gerçekleştirmiş, gözlem yaparak kenarortay uzunluklarını karşılaştırmışlardır. Nitekim ulaşılan veriler ile iddiaların doğru olduğu gözlemlenmiş ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek



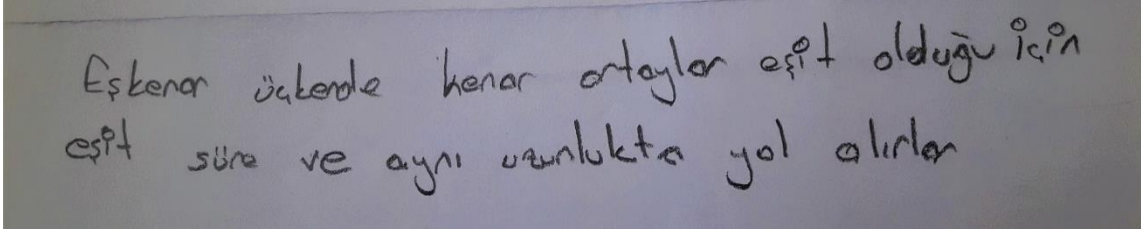
GeoGebra’da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında ise öğrenciler ulaştıkları sonucu diğer gruplara anlatmıştır. Grubun abdüktif akıl yürütme yapısıyla doğruladıkları iddiayı açıklamak üzere grup sözcüsü Ela etkileşimli tahtayı kullanmıştır. Takım çalışmasında olduğu gibi Ela düzgün çokgen aracını seçmiş ve bir eşkenar üçgen çizmiştir. Bu çizimin ardından Ela, Ahmet’ten kenarortayları çizmesini ve bunların uzunluklarını ölçmesini istemiştir (Şekil 42). Ahmet istenilenleri yaptıktan sonra Ela, kenarortay uzunluklarının eşit olduğunu ve bunu kanıtlayabildiklerini ifade etmiştir. Tekrar Ahmet’e yönelen Ela şimdi de eşkenar üçgeni sürüklemesini istemiş ve diğer öğrencilerin fark ettikleri ilişkinin hâlâ geçerli olduğunu görmelerini sağlamıştır. Ela’nın açıklamaları tamamlandıktan sonra ikinci grubun sözcüsü söz hakkı almıştır. İkinci grubun sözcüsü “*Biz eşkenar üçgeni yanlış çizdik sanırım. Düzgün çokgen aracını kullanmak aklımıza gelmedi. O yüzden ekrandaki kareleri (ızgara) kullandık. Bunları kullanarak eşkenar üçgen çizmek çok zordu. Zaten sürükleme yaptığımızda da bozulmuştu. Şimdi Ela anlatırken biz onu takip ettik ve aynı sonuca ulaştık.*” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu açıklama ile birlikte sınıf tartışması sonlanmıştır.



**Şekil 42.** Etkinlik 1.4’ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Etkinliğin öz yansıtma aşamasında dört öğrenci de GeoGebra yazılımına ihtiyaç duymaksızın bir eşkenar üçgende kenarortayların eşit uzunlukta olduğunu dolayısıyla arabaların aynı sürelerde hedefe varacağını açıklamıştır (Şekil 43).



**Şekil 43.** Etkinlik 1.4'te öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, eşkenar üçgende kenarortay uzunluklarının birbirine eşit olduğunun keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 15).

**Tablo 15.** Etkinlik 1.4'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu       | Yapısal Boyut |
|--------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma | Abdüktif      |
| Gerekçelendirme    |               |

#### 4.1.5. İkizkenar Üçgende Kenarortay Uzunlukları

Etkinlik 1.5'te de bir önceki etkinliğe benzer bir bağlam yer almaktadır. Etkinlik 1.4'ten farklı olarak eşkenar üçgen yerine ikizkenar üçgen şeklindeki bir arsada doğrusal yollar boyunca sabit hızlarla hareket eden üç aracın çıkışa varma sürelerini karşılaştırmaları istenmiştir. Böylece ikizkenar üçgende kenarortay uzunluklarına yönelik öğrencilerin bir çıkarım yapmaları hedeflenmiştir. Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında etkinliğe yönelik ürettikleri fikirler Tablo 16'da verilmiştir.

**Tablo 16.** Etkinlik 1.5'in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                                                          |  |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Selim: | <i>İki araç eşit sürede yetişir ama diğer araç onlara biraz daha kısa sürede yetişir.</i>                                |  |
| Ela:   | <i>Bence iki araç eşit sürede bir tanesi ise daha uzun sürede yere varır.</i>                                            |  |
| Aslı:  | <i>İkizkenar üçgen olduğu için iki araç (b ve c) aynı anda varış noktasına ulaşırken biri (a) daha geç sürede varır.</i> |  |
| Ahmet: | <i>Karşılıklı kenarlar yani kenarları eşit olanlar bence aynı anda çıkış noktasına ulaşır.</i>                           |  |

Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında verdikleri yanıtlar incelendiğinde dördünün de benzer ve doğru fikirler üretebildiği görülmektedir. Öğrencilerin çizdiği ikizkenar üçgenler farklı uzunluklara sahip olabileceğinden üçüncü kenarortayın uzunluğu



eşit olan kenarortaylardan daha uzun veya daha kısa olabilmektedir. Bu nedenle yanıtlarda farklılıkların olması muhtemeldir. Ancak öğrencilerin yanıtları incelendiğinde gözlemleri sonucunda ikiz olan kenarlara giden araçların aynı sürede varacağı konusunda hemfikir oldukları görülmektedir. Öğrenciler bu fikirleri herhangi bir ölçüm yapmadan sezgisel olarak üretmiştir. Öğrenciler bu aşamada edindikleri ön fikirleri takım çalışması aşamasında tekrar ifade ederek aşağıda verilen tartışmaları gerçekleştirmiştir.

[1] Selim: *Bana göre iki tane araç aynı anda yetişiyor bir tanesi daha kısa sürede.*

[2] Aslı: *İkizkenar üçgen olduğu için 2 araç... karşılıklı kenarları eşit olduğu için oradan gelen...*

[3] Ela: *Şimdi ikizkenar olduğu için 2 araç eşit sürede, bir tanesi ise daha uzun sürede gider.*

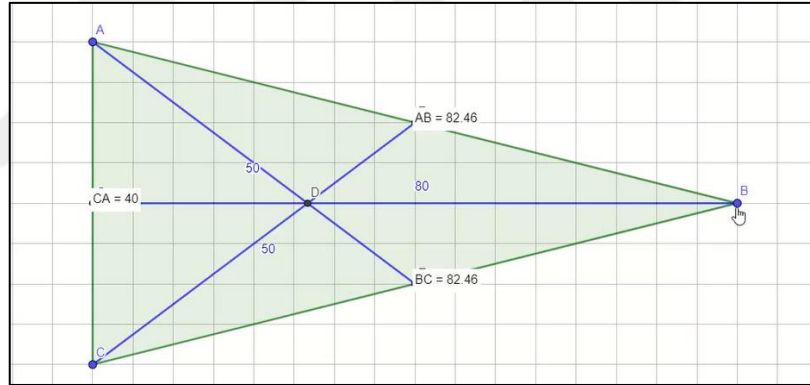
[4] Ahmet-Aslı: *Aynen.*

[5] Öğretmen: *Hangi iki araç?*

[6] Ahmet: *İkizkenar olanlar.*

[7] Aslı: *A ve C araçları aynı anda çıkışa varırken B aracı ise biraz daha geç varır bence ama yani bunu ölçerek de anlayabiliriz (Şekil 44).*

(Dördüncü soruda yol uzunluklarını ölçmeleri istenir.)



**Şekil 44.** Etkinlik 1.5'te öğrencilerin ikizkenar üçgen çizimi

[8] Aslı: *Fikrimizin doğru olup olmadığına baktık ve doğruydu fikrimiz. İki araç aynı anda çıkışa varırken biri farklı zamanda varır.*

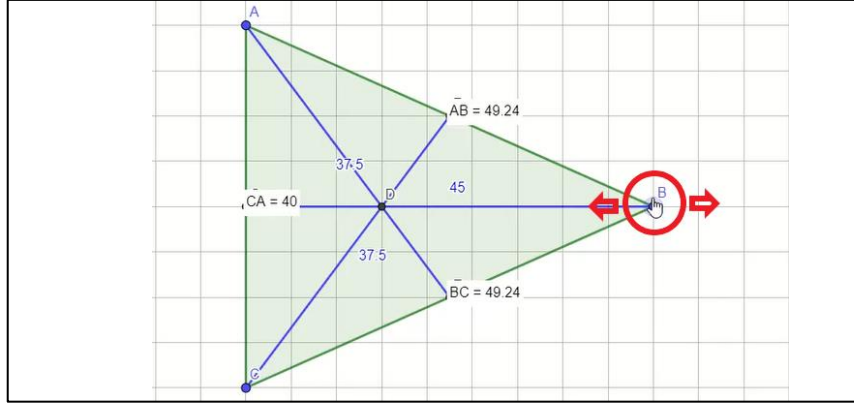
[9] Öğretmen: *Sürüklemeye ne oldu?*

[10] Selim: *Sürüklemeye de eşit kaldı (Şekil 45).*

[11] Öğretmen: *Bir ikizkenar üçgende kenarortay uzunlukları ile ilgili ne diyebiliriz artık?*

[12] Ela: *[AB] ile [BC] yolları eşittir. Onlar da büyüktür [AC]'den (Şekil 45).*

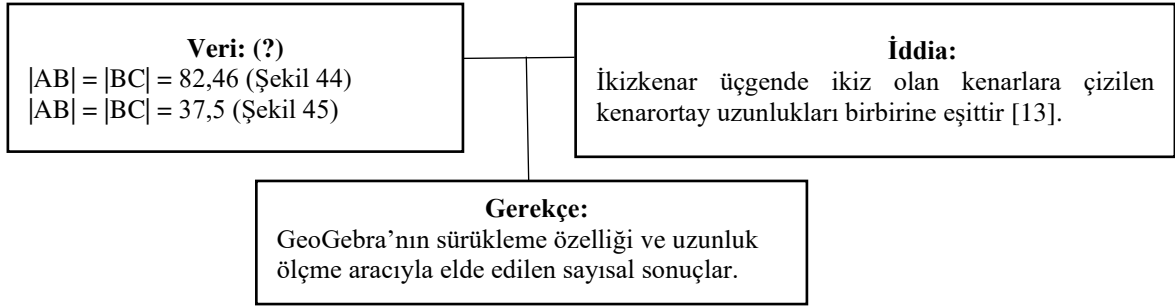
[13] Aslı: *İkizkenar üçgende eşit olan kenarların kenarortayları eşittir.*



**Şekil 45.** İkizkenar üçgenin sürüklenmesi

Öğrencilerden Selim [1] ikizkenar üçgen şeklindeki yaşam alanında aynı anda ve aynı hızlarla apartmanlardan hareket eden arabalardan ikisinin çıkışa aynı anda varacağına yönelik bir varsayımda bulunmuştur. Ardından grubun diğer üyeleri de Selim'in açıklamasına benzer bir açıklamada bulunmuş ve varsayımlarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin takım çalışmasındaki tartışmaları ve abdüktif akıl yürütme yapıları bu varsayımı doğrulama çabalarından kaynaklanmıştır. Öğrenciler *karşılaştırma* sürecinden geçerek [12] kenarortay uzunluklarını incelemiş ve bir çıkarım yapmıştır. Varsayımın doğru olduğunu gören öğrencilerden varsayımın herhangi bir ikizkenar üçgen için geçerli olup olmadığını açıklamaları istenmiştir. Bu istem üzerine öğrenciler *gerekleştirme* sürecine girerek GeoGebra'nın sürükleme özelliğini kullanmış ve olabildiğince farklı ikizkenar üçgenleri incelemiştir (Şekil 45). Öğrencilerin sürükleme ile yaptığı inceleme sonucunda fark ettikleri ilişkinin herhangi bir ikizkenar üçgen için geçerli olduğunu fark ettikleri görülmüştür [13].

Etkinlik 1.5'te gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin bir ikizkenar üçgende kenarortay uzunluklarına yönelik iddialarını [1, 2, 3] doğrulayabildikleri görülmektedir [8]. Öğrenciler tartışmaya bir iddiayla başlamış ve iddialarını açıklayabilmek için veri arayışına yönelmiştir. Bu doğrultuda GeoGebra üzerinde bir çizim yapan öğrenciler çizim üzerinde ölçümler yaparak veriler elde etmiştir. Ulaştıkları veriler iddialarının doğru olduğunu gösterse de GeoGebra aracılığıyla yapılan sürükleme ve incelemeler verilerin uygunluk ve geçerliğini sağlamıştır. Dolayısıyla GeoGebra GeoGebra'nın sürükleme özelliği ve uzunluk ölçme aracıyla elde edilen sayısal sonuçlar tartışmanın gerekçesi olarak kodlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri abdüktif yapıdadır (Şekil 46).

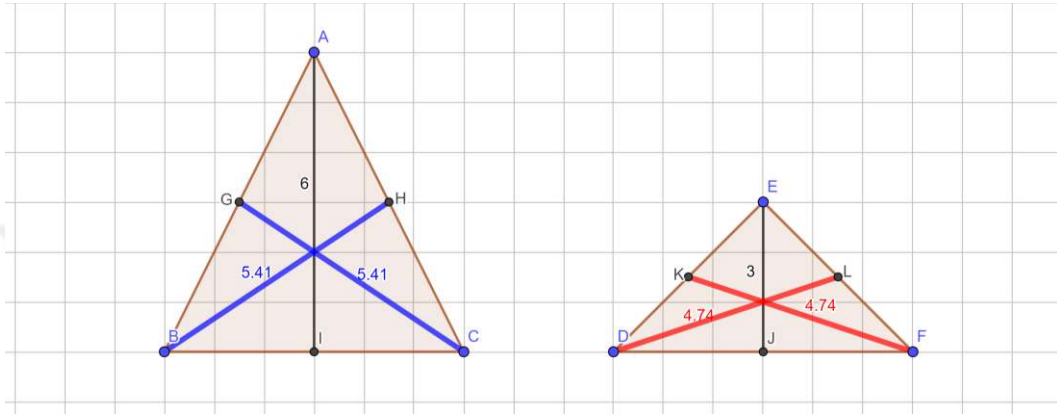


**Şekil 46.** Öğrencilerin Etkinlik 1.5'teki abdüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.5'i abdüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce bir ikizkenar üçgende kenarortay uzunlukları arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler ve ölçümler gerçekleştirmiş, gözlem yaparak kenarortay uzunluklarını karşılaştırmışlardır. Nitekim öğrenciler ulaştıkları veriler ile iddialarının doğru olduğunu gözlemleyebilmiş ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine girerek GeoGebra'da sürüklemeler yapmıştır. Dolayısıyla varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında grubun abdüktif akıl yürütme yapısıyla doğruladığı iddiayı açıklamak üzere grup sözcüsü Ela etkileşimli tahtayı kullanmıştır. Takım çalışmasında olduğu gibi Ela ekrandaki kareleri (ızgara) kullanarak bir ikizkenar üçgen çizmiştir. Ardından kenarortayları çizmiş ve uzunluklarını ölçmüştür. Böylece eşit olan kenarlara ait kenarortayların eşit uzunlukta, üçüncü kenarortayın ise daha uzun olduğunu açıklamıştır. Grup 1'in sözcüsü Ela'ya bir konuda katılmadıklarını ifade ederek açıklamada bulunmuştur. Grup sözcüsü eşit kenarlara ait kenarortayların eşit olduğunu ve bu konuda Ela'ya katıldıklarını belirtmiştir. Ancak üçüncü kenarortayın daha uzun değil daha kısa olması gerektiğini ifade etmiştir. Ela bu duruma bir açıklama yapamadığından grup arkadaşı Selim söz hakkı almış ve her iki durumun doğru olduğunu açıklamıştır. Kendisinin de bireysel çalışma aşamasında bir ikizkenar üçgen çizip incelediğinde üçüncü kenarortayın daha kısa çıktığını, takım çalışmasında çizdiğinde ise daha uzun çıktığını belirtmiştir. Bu durumun üçgenin kenar uzunluklarından kaynaklandığını belirterek tartışmayı sonlandırmıştır.

Etkinliğin öz yansıtma aşamasında dört öğrenci de GeoGebra yazılımına ihtiyaç duymaksızın bir ikizkenar üçgende eşit olan kenarlara ait kenarortayların da eşit uzunlukta olduğunu dolayısıyla bu kenarlara giden arabaların aynı sürelerde hedefe varacağını açıklamıştır. Kurumsallaştırma aşamasında öğretmen konuya açıklık getirmek amacıyla iki farklı ikizkenar üçgen çizmiştir. Bu kapsamda üçüncü kenarortayın uzunluğunun eşit olan kenarortaylardan daha uzun veya daha kısa olabileceğini açıklamıştır (Şekil 47).



**Şekil 47.** Etkinlik 1.5’te kurumsallaştırma aşamasında sunulan ikizkenar üçgenler

Bu etkinlik, bir ikizkenar üçgende ikiz olan kenarlara çizilen kenarortay uzunluklarının birbirine eşit olduğunu keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 17).

**Tablo 17.** Etkinlik 1.5’te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu       | Yapısal Boyut |
|--------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma | Abdüktif      |
| Gerekçelendirme    |               |
| Karşılaştırma      |               |

#### 4.1.6. Dik Üçgende Kenarortay Uzunlukları

Etkinlik 1.6’da Cem’in dik üçgen şeklindeki bir arsada geçici süreyle her apartmana eşit mesafede olacak şekilde bir ofis inşa edeceği bilgisi verilmiştir. Bu bağlamda ofisin nereye inşa edilmesi gerektiği sorulmuş ve öğrencilerin açıklamalarda bulunmaları,

gerekçelerini sunmaları istenmiştir. Bu etkinlikte öğrencilerin dik üçgende hipotenüse çizilen kenarortay uzunluğunun hipotenüsün yarısı kadar olduğunu bulmaları beklenmektedir. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak etkinlikte anlatılan hikâye metnine bağlı bir taslak çizim gerçekleştirmiştir. Daha sonra ise gözlemlerine dayalı edindikleri fikirleri Tablo 18’de verildiği gibi açıklamışlardır.

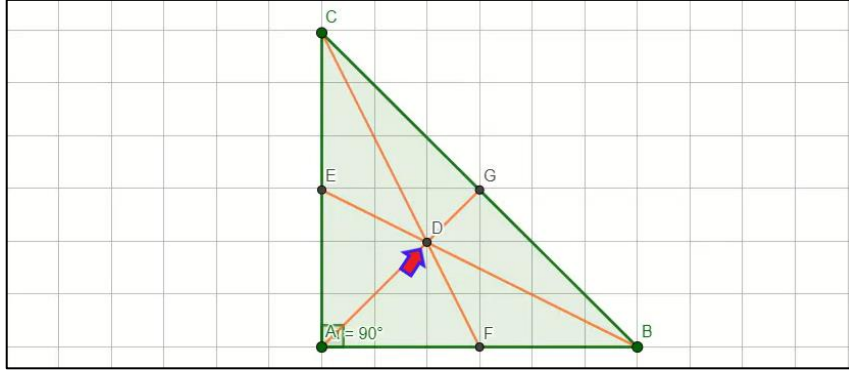
**Tablo 18.** Etkinlik 1.6’nın Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                                                 |  |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Selim: | <i>Hepsine eşit mesafede olması için tam ortada olmalı.</i>                                                     |  |
| Ela:   | <i>(Yandaki çizimi yaparak) Ben E noktasını seçtim çünkü A, B, C binalarına eşit uzaklık var.</i>               |  |
| Aslı:  | <i>Ortada olursa B'ye daha yakın olur. Bu yüzden ortada değil başka bir yerde olmalı ama nerede bilmiyorum.</i> |  |
| Ahmet: | <i>Hepsinin eşit olması için tam ortada olması gerekli.</i>                                                     |  |
|        |                                                                                                                 |  |

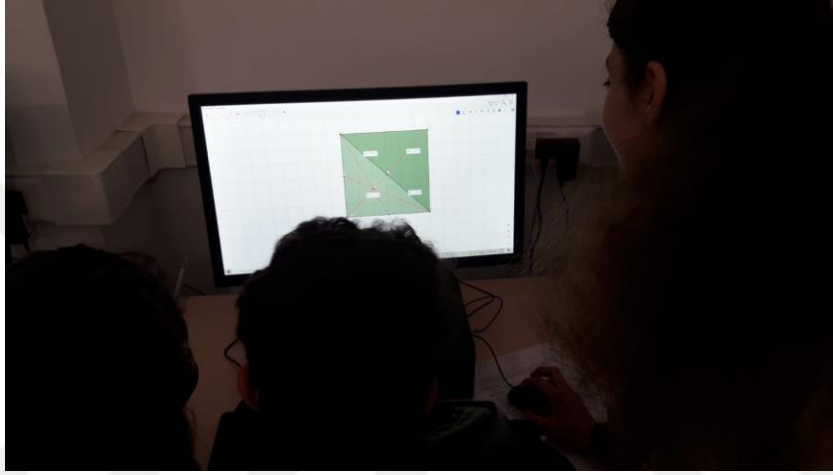
Tablo 18’de verilen açıklamalardan anlaşılacağı üzere Selim ve Ahmet’in benzer fikirlere sahip olduğu görülmektedir. Her ikisi de ofisin üçgenin ağırlık merkezinde yapılması gerektiği fikrine sahiptir. Aslı ise Selim ve Ahmet’ten farklı olarak ofisin merkezde olmaması gerektiğini gerekçeli bir şekilde açıklamıştır. Mantıklı açıklamasına rağmen Aslı’nın ofisin nerede olması gerektiği konusunda bir fikre sahip olmadığı görülmektedir. Bireysel çalışma aşamasında dört öğrenci arasından sadece Ela’nın doğru cevaba ulaştığı görülse de Ela’nın bu sonuca nasıl ulaştığı belirlenememiştir. Öğrenciler bu aşamada ürettikleri fikirleri takım çalışması aşamasında tekrar ifade ederek aşağıda verilen tartışmaları gerçekleştirmiştir.

- [1] Selim: *Bence tam ortada olması gerekiyor. Yani üçgenin merkezinde.*
- [2] Öğretmen: *Ahmet’in çizimine bakalım. Ahmet sen hangi noktayı düşünüyorsun?*
- [3] Ahmet: *Ben de ortasını düşünüyorum (Şekil 48’te D noktası).*
- [4] Selim: *ORTA DEĞİL YA! EŞKENAR ÜÇGEN OLSAYDI ORTADA OLURDU.*
- [5] Ela: *Ama hepsine eşit değil ki nasıl ortada olsun?*
- [6] Selim: *Aynen.*
- [7] Ela: *Ahmet neden ortayı seçtin?*
- [8] Ahmet: *Öyle görünüyor.*
- [9] Bertan: *Peki ölçüm yaparak yani...*
- [10] Ahmet: *Daha ölçüm yapmadım.*
- [11] Ela: *Ben de kendi fikrimi sunmak istiyorum (Şekil 49). Şimdi ben bu üçgeni bir kareye tamamladığımda G noktası orta nokta oluyor (Şekil 50). Şimdi bir tane dikdörtgende G noktası hem A’ya, B’ye, C’ye ve burada artık hangi nokta varsa hepsine eşit olacak. Ben bunu hayali olarak düşündüğümde bir dikdörtgen ama dikdörtgenin yarısını attığımda dik üçgen. G noktası yine kalıyor ve G noktası A’ya, C’ye ve B’ye eşit oluyor.*

(Grupta kısa süreli bir sessizlik yaşanır.)

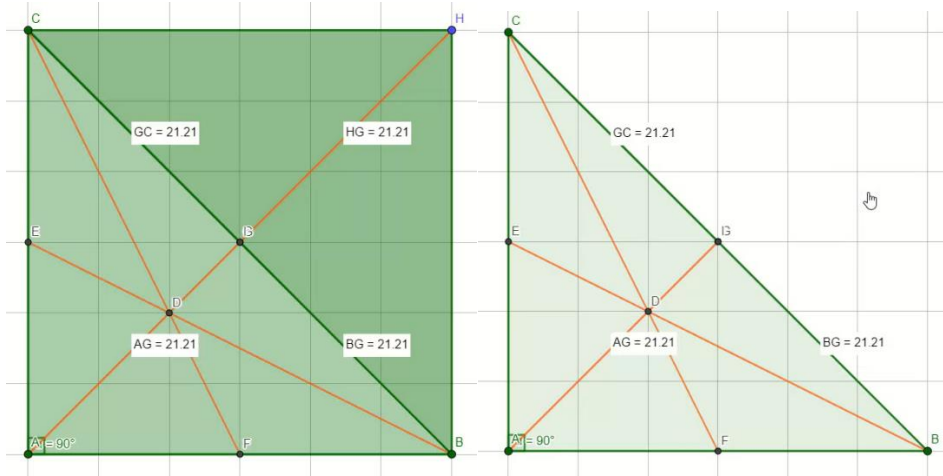


**Şekil 48.** Öğrencilerin Etkinlik 1.6'daki dik üçgen çizimi



**Şekil 49.** Etkinlik 1.6'da fikrini takım arkadaşlarıyla paylaşan Ela

- [12] Öğretmen: *Anlaşıldı mı arkadaşlar?*  
 [13] Selim: *Ben anlamadım.*  
 [14] Ela: *(Anlattığı çözüm yolunu yeniden bir çizim yaparak arkadaşlarına açıklar.)*  
 [15] Ela: *Şimdi bu G noktası bu dört noktaya (köşelere) da eşit uzaklıkta oluyor.*  
 [16] Aslı: *Çünkü şu nokta (G noktasını işaret ederek) karenin merkezi demek istiyor.*  
 [17] Ela: *Aynen. Karenin merkezi tümüne eşit uzaklıkta*  
 [18] Selim: *G'dir yani cevap.*  
 [19] Öğretmen: *G noktası her köşeye aynı uzaklıkta mı?*  
 [20] Selim: *Evet hocam aynı uzaklıkta.*  
 [21] Ela: *[GC] uzunluğu 21,12. Burası da yine aynı 21,12 ([GA] ve [GB]' yi işaret ederek).*  
 [22] Aslı: *Selim şimdi biraz ikna oldun mu?*  
 [23] Selim: *Evet, anladım.*  
 [24] Ela: *(G noktasını nasıl bulduğunu tekrar ederek sonucu pekiştirir.)*  
 [25] Öğretmen: *Güzel. Peki bu nokta dik üçgende neye karşılık geliyor?*  
 [26] Selim: *Orta noktası, Ela kenarortay değil mi?*  
 [27] Ela: *[BC] 'ye doğru bir kenarortaydır.*  
 [28] Ahmet: *(Sürüklemeye yaparak farklı dik üçgenleri inceler.)*  
 [29] Aslı: *Aynı, değişmiyor.*  
 [30] Selim: *Değişen bir şey yok.*

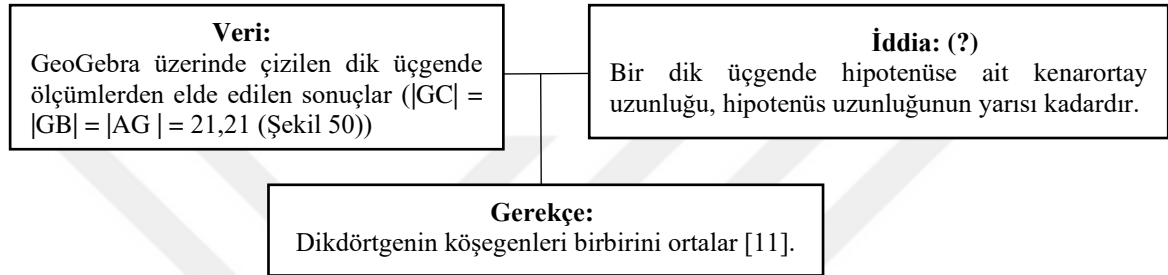


**Şekil 50.** Etkinlik 1.6’da Ela’nın kullandığı yöntem

Tartışma Selim’in [1] abdüktif bir akıl yürütme yapısıyla ofisin üçgenin ağırlık merkezinde inşa edilmesi gerektiğini vurgulu bir şekilde ifade etmesiyle başlamıştır. Öğretmenin sorusu üzerine Ahmet’in [3] de Selim ile aynı fikre sahip olduğu görülmektedir. Aniden sesini yükselten Selim [4] ofisin yapılması gerektiği noktaya yönelik *varsayımının* hatalı olduğunu dile getirmiştir. Ela [5], Selim’e iddiasının yanlış olduğu konusunda bir geri dönüt vermiştir. Daha sonra Ela, Ahmet’in sessiz kaldığını görmüş ve açıklama yapmasına yönelik Ahmet’e bir soru yöneltmiştir. Ahmet’in bu soruya ve kendi iddiasına makul bir yanıt veremediği görülmektedir. Dolayısıyla başlangıçta Selim ve Ahmet’in ofisin D noktasında olması gerektiği konusundaki fikir birliği etkisini yitirmiştir. Daha sonra Ela [11] bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikri arkadaşlarına açıklamıştır. Ela’nın bu açıklaması grubun diğer üyeleri arasında kısa süreli bir sessizlik yaşanmasına neden olmuştur. Burada öğrencilerin düşünme sürecinde olduğu söylenebilir. Ela çizimi üzerinde (Şekil 50) grup arkadaşlarına açıklamalar yaparak ofisin karenin merkezinde, yani köşegenlerin kesim noktasında (G noktası) yapılması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Ela bu sonuca ulaşırken *gerekleştirme* sürecini de gerçekleştirmiş dikdörtgende köşegenlerin birbirini ortalamadığı kuralını kullanmıştır. Ela açıklamasını yaptıktan sonra Aslı bir işaretleme gerçekleştirerek konuya açıklık getirmiş ve Selim’in anlamasına katkı sağlamıştır. Daha sonra öğretmen öğrencilerin bulduğu noktanın neye karşılık geldiğini fark etmelerini sağlama amacıyla gruba bir soru yöneltmiştir [25]. Bu soru üzerine öğrenciler [BC] kenarına ait kenarortay cevabını vermişlerdir. Öğrenciler bu sonuca GeoGebra üzerinde yaptıkları çizimler aracılığıyla (Şekil 50, 51) topladıkları verilerle [21] ulaşmıştır. Ayrıca Ahmet [28] *gerekleştirme* amacıyla üçgeni sürükleyerek farklı dik üçgenler oluşturmuş ve ulaştıkları sonucun herhangi bir dik üçgen



için de geçerli olduğunu gözlemlemiştir. Her ne kadar öğrenciler tartışmaya abdüktif akıl yürütme yapılarıyla başlasalar da iddialarının yanlış çıkması onları veri toplamaya, verilerden hareketle konuşmaya yönlendirmiştir. Öğrenciler ilk olarak GeoGebra üzerinde bir dik üçgen çizmiş ve gözlemlerde bulunmuştur. Köşegenlerin birbirini ortalaması kuralından ve gözlemleri ile topladıkları verilerden hareketle öğrenciler bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun hipotenüsün yarısı kadar olduğu sonucuna ulaşmışlardır [26, 27]. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 51).



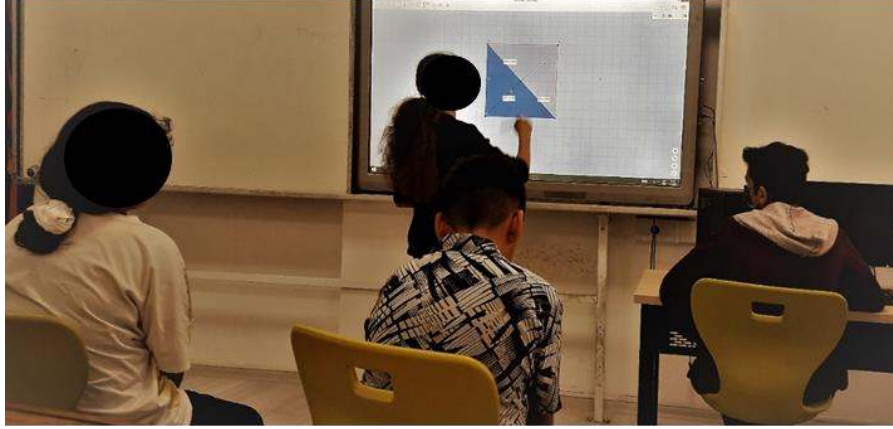
**Şekil 51.** Öğrencilerin Etkinlik 1.6'daki dedüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.6'ya abdüktif akıl yürütme yapılarıyla başladıkları ve dedüktif akıl yürütme yapılarıyla devam ettikleri görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler ilk önce bir dik üçgende köşelere eşit uzaklıktaki bir nokta hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler iddialarının yanlış olduğunu gözlemleyince elde ettikleri verilerden hareketle farklı bir çıkarım yapmışlardır. Öğrenciler önceki bilgilerinden hareketle GeoGebra üzerinde amaçlarına yönelik çizimler gerçekleştirmiş ve çizimleri üzerinde aradıkları noktayı gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla gerekçelendirme süreci bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan dedüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında Ela önceki aşamalarda olduğu gibi ürettiği ve doğru sonuca ulaşmasında etkili olan fikrini tüm sınıf ile paylaşmıştır (Şekil 52). Ela'nın yaptığı

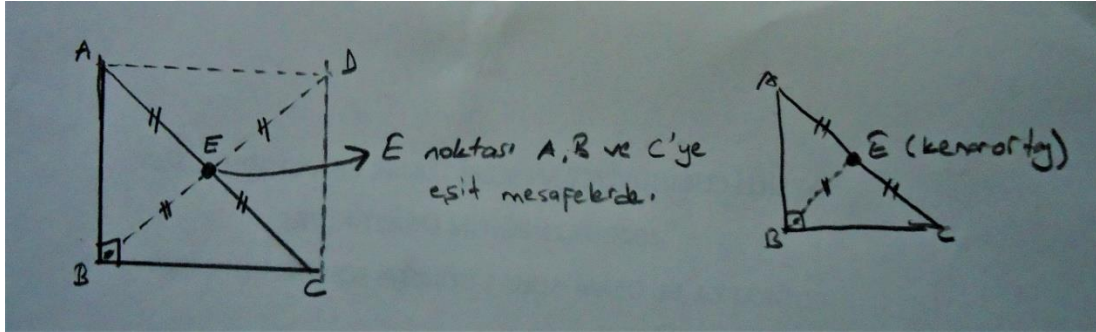


açıklama tüm öğrenciler tarafından makul bulunmuş ve doğru olarak kabul edilmiştir. Bu yüzden öğrenciler herhangi bir itirazda bulunmamıştır.



**Şekil 52.** Etkinlik 1.6'daki sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasına bakıldığında ise öğrencilerin bireysel çalışma aşamasına göre cevaplarında bir değişimin yaşandığı görülmektedir. Nitekim bireysel çalışma aşamasında sadece Ela doğru yanıt verirken öz yansıtma aşamasına bakıldığında dört öğrencinin doğru cevabı verdiği görülmektedir. Cevaplarına bakıldığında ise öğrencilerin Ela'nın çözüm yolunu benimseyip kullandıkları görülmüştür (Şekil 53).



**Şekil 53.** Etkinlik 1.6'da öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, öğrencilerin bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun, hipotenüs uzunluğunun yarısı kadar olduğunu keşfetmelerine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif ve dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdüktif akıl yürütmeyi, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 19).

**Tablo 19.** Etkinlik 1.6’da Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

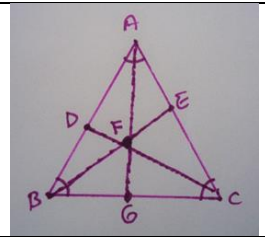
| Süreç Boyutu                     | Yapısal Boyut |
|----------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçeleştirme | Dedüktif      |
| Varsayımda bulunma               | Abdüktif      |

#### 4.1.7. Açıortayların Bir Noktada Kesişmesi

Etkinlik 1.7’de Cem’in üçgen şeklindeki bir arsada inşa ettiği yaşam alanında köşelerde bulunan apartmanlara birer güvenlik kamerası yerleştireceği bilgisi verilmiştir. Bu kameraların apartmana giren insanları, yeşil alanlarda bulunanları ve site içindeki yollardan geçenleri yani sadece yaşam alanının sınırları boyunca bulunanları kayıt altına alabilecek kapasitede olduğu belirtilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerden kameraların hangi yönlerde çevrilerek monte edilmesi gerektiğini açıklamaları istenmiştir. Dolayısıyla bu etkinlik ile öğrencilerin açıortay kavramına yönelik kişisel anlamlar oluşturmaları ve açıortayların bir noktada kesiştiği sonucuna ulaşmaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında etkinliğe yönelik ürettikleri fikirler Tablo 20’de verilmiştir.

**Tablo 20.** Etkinlik 1.7’nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

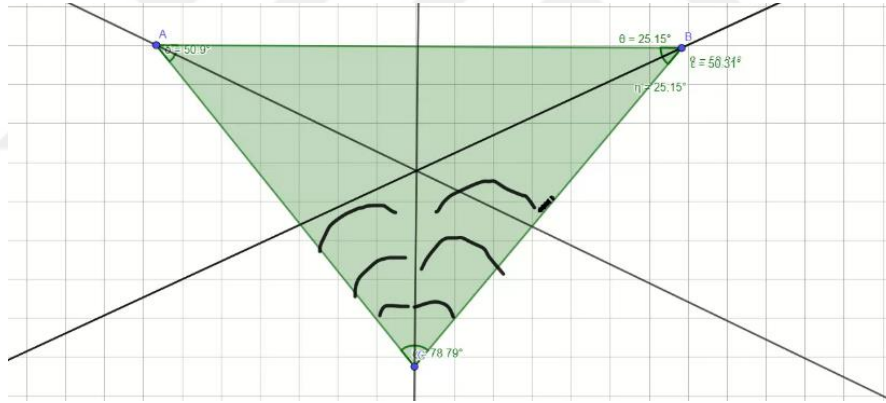
|        |                                                                                                                                                                                                                        |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Kapının tam ortasına yerleştirilmeli ve kör nokta kalmaması için kapının baktığı yere doğru yöneltilmelidir.</i>                                                                                                    |
| Ela:   | <i>Çalışmama göre A noktasını örnek alacak olursam A noktasındaki kamera [EF]’de iken [DF]’yi göremez. [DF]’de iken [EF]’yi göremez. Bu yüzden en ideal yer F noktasına bakmalıdır kamera.</i>                         |
| Aslı:  | <i>A, B, C apartmanlarının açılarının ortasına yerleştirilmeli. Örneğin A apartmanının karşısında bulunan kenarın ortasından geçmelidir ki açının ortasını bulalım (Açıortayın karşı kenarı ortaladığını düşünür.)</i> |
| Ahmet: | <i>Kapının ortasında olacak şekilde düz bir şekilde konulmalı.</i>                                                                                                                                                     |



Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasındaki açıklamaları incelendiğinde Selim ve Ahmet’in kameraların köşelerde bulunan apartmanların giriş kapılarını ortalayacak şekilde yerleştirilmesi gerektiği fikrine sahip oldukları görülmektedir. Aslı ise köşelerdeki açıların ortasına yani açıortaya yönelik bir açıklama yapmıştır. Ancak Aslı kenarortay gibi açıortayın da karşıdaki kenarı ortaladığı düşüncesine sahiptir. Ela’nın açıklamasına ve yaptığı çizime bakıldığında ise köşelerden çizdiği doğrultuların açıyı ortaladığına dair bir

açıklama yapmadığı görülmektedir. Ancak takım çalışmasındaki açıklamasında [6] Ela'nın bu doğrultuların açığı ortaladığını ifade etmiştir. Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında elde ettikleri farklı fikirler takım çalışması aşamasında tartışmalarına aşağıdaki gibi yansımıştır.

- [1] Selim: *Kapının tam ortasına* yerleştirilmeli kamera ve kör nokta kalmaması için kapının baktığı yere doğru yerleştirilmeli.
- [2] Aslı: ABC üçgeninde A noktasının bir apartman olduğunu düşünüyoruz. A noktası bir apartman ise her yeri görebilmesi için nasıl desem mesela  $50^\circ$  mi? Apartmanın açısı  $50^\circ$  ise karşı kenarın yani BC kenarının ortasına bakmalı.
- [3] Ahmet: Kenarortay?
- [4] Aslı: A'dan B ile C'nin orta noktasına getirmeliyiz ki 25 – 25 olsun.
- [5] Ahmet: İlk önce hepsinin açısını bulup tam ortasından geçecek şekilde yapmalıyız.
- [6] Ela: Bence Aslı ve Ahmet çok yaklaşmış. Diyorlar ki  $50^\circ$  olan A noktası 25 – 25 bölmeli her ikisini. Ben de az önce bir üçgen yaptım. 26 – 24 benzeri bir şey böldü.
- [7] Öğretmen: (GeoGebra'da açıortay aracını yeniden hatırlatır.)
- [8] Ela: (Üç açı için açıortayları (Şekil 54) çizer.)
- [9] Öğretmen: Bu şekilde arkadaşlar sizce...
- [10] Ahmet: Her yeri görür.

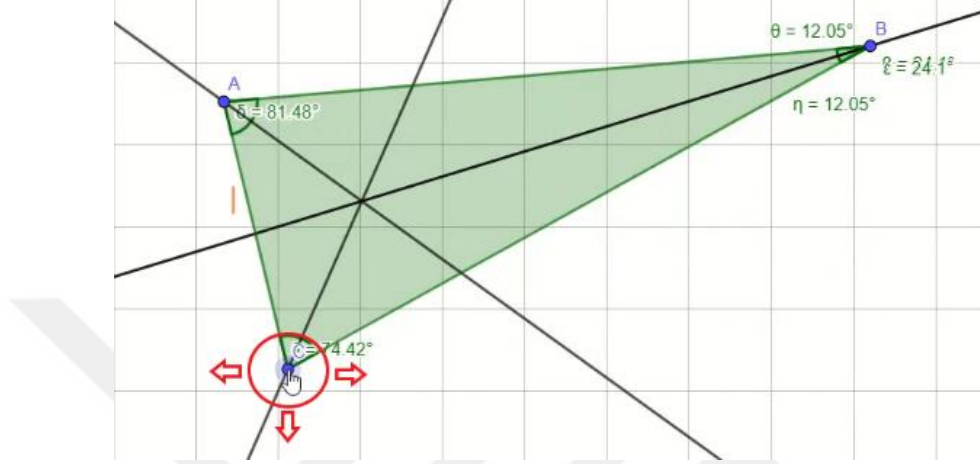


**Şekil 54.** Etkinlik 1.7'de açıortayların çizimi

- [11] Öğretmen: Kameraların doğrultuları arasında bir ilişki var mı?
- [12] Aslı ve Ahmet: Üçü aynı noktada kesişiyor.
- [13] Selim: Aynen.
- [14] Öğretmen: Herhangi bir üçgen için geçerli mi bu durum?
- [15] Aslı ve Ahmet: Evet.
- [16] Ela: Sürükleme yaptık, yine aynı noktada kesişir (Şekil 55).

Tartışma Selim'in [1] abdükatif akıl yürütme yapısıyla ortaya attığı iddiayla başlamıştır. Selim, vurgulu bir şekilde kameraların kapının tam ortasına yerleştirilmesi gerektiğini ifade etmesi bir iddiada bulunduğunu göstermektedir. Ancak Selim, iddiasını doğrulamaya yönelik bir adım atmamış ve dolayısıyla grup üyeleri arasında ortak bir bakış açısı oluşturamamıştır. Bu nedenle öğrenciler veri arayışına çıkmış ve GeoGebra üzerindeki

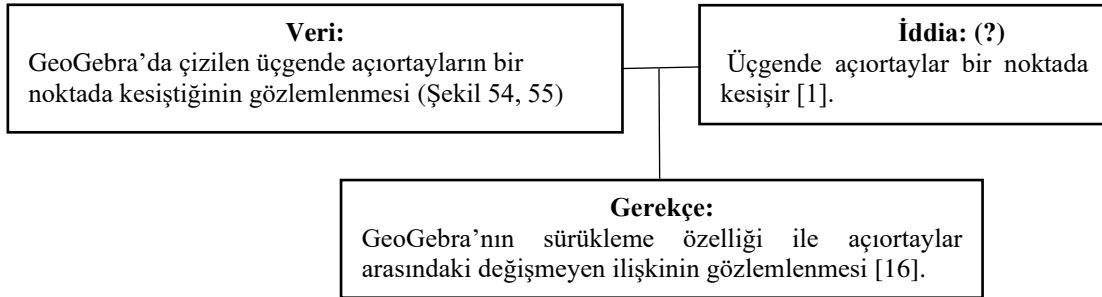
çizimi incelemişlerdir. Aslı [2] *örneklendirme* sürecine girerek ilk defa açı kavramından bahsetmiş ancak karşıdaki kenarın orta noktasına vurgu yaparak kameranın doğrultusunu kenarortay ile ilişkilendirmiştir. Ahmet [3] gerçekten kenarortay hakkında konuşup konuşmayacaklarını öğrenmek için Aslı'ya bir soru yöneltmiştir. Aslı [4] bu soru üzerinde köşedeki açının ortalananması gerektiğini vurgulamıştır.



**Şekil 55.** Etkinlik 1.7’de öğrencilerin yaptığı sürüklenme

Aslı’nın, açıların ortalananmasının kenarortay ile mümkün olacağına yönelik tekrarı, ile grup üyeleri arasında ortak bir bakış açısı oluşturmak istediğini göstermektedir. Ahmet’in [5] açıların ortalananması gerektiğine yönelik vurgusu Ela’nın da aynı fikirde olduğunu ifade etmesine yol açmıştır. Ancak Ahmet ve Ela karşıdaki kenarın orta noktasına yönelik bir fikir belirtmemişlerdir. Öğretmenin GeoGebra’da yer alan açıortay aracını yeniden hatırlatmasıyla öğrenciler üçgene ait açıortayları oluşturmuşlardır. Bu sayede öğrenciler üçgenin açıortaylarını kolaylıkla çizebilmiştir (Şekil 54). Bu çizim sonuca ulaşmalarında önemli unsurlar olan verilerdir. Öğretmen, üçgenin açıortayları arasında nasıl bir ilişki olduğuna yönelik öğrencilere bir soru yöneltmiştir. GeoGebra ekranına bakan öğrencilerden Aslı ve Ahmet ulaştıkları sonucu (açıortaylar bir noktada kesişir) ifade etmişlerdir. Öğrenciler fark ettikleri ilişkinin herhangi bir üçgen için geçerli olup olmadığı incelemek ve *gerekleştirme* yapmak amacıyla üçgeni sürüklemiştir (Şekil 55). Dinamik ortamda yapılan bu inceleme ile öğrenciler sürüklenme yaparken akıl yürütmeye devam etmiştir. Böylece öğrenciler üçgende açıortayların bir noktada kesişmesi durumunun değişmediği sonucuna ulaşmıştır [12]. Etkinlik 1.7’de gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin bir üçgende açıortayların bir noktada kesiştiği sonucuna ulaştığı görülmektedir [12]. Öğrenciler bu sonuca gözlemlerinden yola çıkarak ve tartışarak ulaşmıştır. Öğrencilerin veriler topladığı, gerekçeyi kullanıp verilerine dayanak

oluşturduğu ve bunun sonucunda da sonuca ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 56).



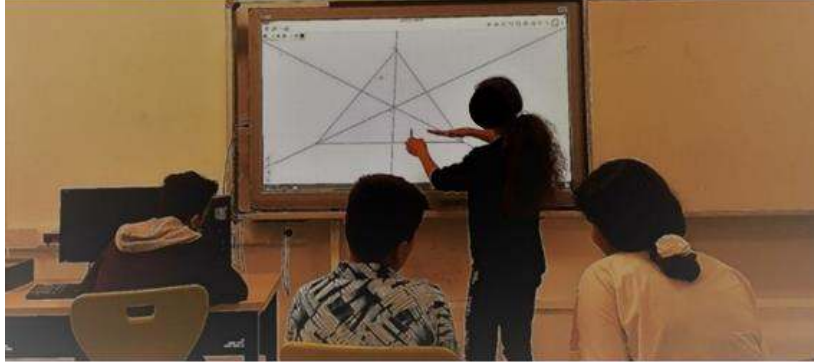
**Şekil 56.** Öğrencilerin Etkinlik 1.7’deki dedüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1.7’ye abdüktif akıl yürütme yapılarıyla başladıkları ve dedüktif akıl yürütme yapılarıyla devam ettikleri görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra’daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik varsayımında bulunma, örneklendirme, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler ilk önce kameranın doğrultusu hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımında bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımında bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Ayrıca veri arayışında olan öğrenciler örneklendirme sürecine girerek veri elde etmeye çalışmış ve düşüncelerine açıklık getirmeye çalışmıştır. Öğrenciler iddialarının yanlış olduğunu gözlemleyince elde ettikleri verilerden hareketle farklı bir çıkarım yapmışlardır. Öğrenciler kameraların doğrultuları (açkıortaylar) arasında yaptıkları karşılaştırma ile açkıortayların bir noktada kesiştiğini gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra’da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla örneklendirme, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan dedüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela etkileşimli tahtayı kullanarak ulaştıkları sonucu tüm sınıf ile paylaşmıştır. Ela sözel açıklamasının yanında ellerini kullanarak işaretlemeler gerçekleştirmiştir (Şekil 57). Bu işaretlemelerle de açkıortaya yönelik olan düşüncesini somutlaştırmaya çalışmıştır. Ela açkıortayın bir açkıyı iki eş parçaya

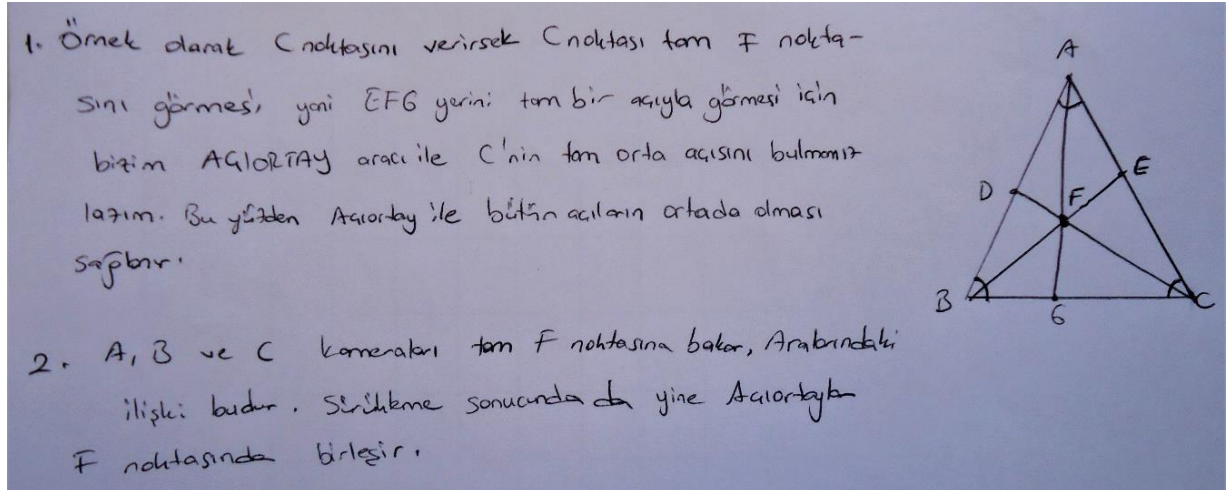


ayırıldığını ve kenarortay gibi açıortayların da bir noktada kesiştiğini ifade etmiş ve açıklamasını tamamlamıştır.



**Şekil 57.** Etkinlik 1.7'nin sınıf tartışması aşamasında açıklama yapan Ela

Öz yansıtma aşamasına bakıldığında ise öğrencilerin bireysel çalışma aşamasına göre cevaplarında bir değişimin yaşandığı görülmektedir. Nitekim bireysel çalışma aşamasında öğrenciler (Aslı, Selim, Ahmet) kameranın kapıyı ortalaması gerektiğine yönelik açıklamalar yaparken öz yansıtma aşamasına gelindiğinde ise açıortay kavramını kullandıkları ve bu sonuçlarını kavramla açıkladıkları görülmüştür (Şekil 58). Öğrenciler açıortayların bir noktada kesiştiğini (Şekil 58'de F noktası) ve bu ilişkinin herhangi bir üçgen için geçerli olduğunu yaptıkları sürüklenme ile tekrar deneyimleyebildikleri görülmüştür.



**Şekil 58.** Etkinlik 1.7'nin öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, üçgende açıortayların bir noktada kesiştiğinin keşfedilmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif ve dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma, örneklendirme, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda

bulunma ve örneklendirme süreçlerinin abdüktif akıl yürütmeyi, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin ise dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 21).

**Tablo 21.** Etkinlik 1.7’de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                        | Yapısal Boyut |
|-------------------------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma<br>Örneklendirme | Abdüktif      |
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme    | Dedüktif      |

#### 4.2. “Eğik Ağaç ve Kozalak” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 2’de öğrencilerden eğik bir ağacın tepesinde bulunan kozalağın serbest bir şekilde düşmesi durumunda düşeceği noktayı belirlemeleri istenmiştir (Şekil 59). Ardından kozalağın düşmeden önce yerden yüksekliğinin bulunması için hangi noktalar arasındaki mesafenin ölçülmesi gerektiği sorulmuştur. Bu sayede öğrencilerin üçgende yükseklik kavramını içselleştirmeleri beklenmektedir.

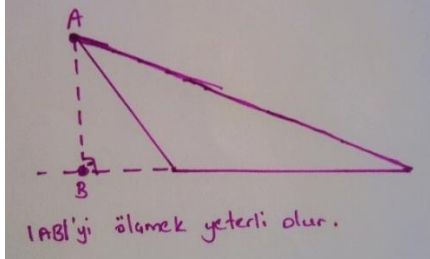


**Şekil 59.** Etkinlik 2’de kullanılan ağaç görseli

Ayrıca ağacın farklı açılarda eğikliğe sahip olması durumunda kozalağın düşeceği noktanın ilk duruma göre nasıl değişeceğini incelemeleri istenmiştir. Bu sayede öğrencilerin üçgenin dar açılı, dik açılı veya geniş açılı olması durumunda yüksekliğin üçgenin içinde veya dışında olma durumlarını belirlemeleri ve bunu ifade etmeleri beklenmiştir. Bu kapsamda öğrenciler etkinliği öncelikle bireysel olarak gerçekleştirmeye

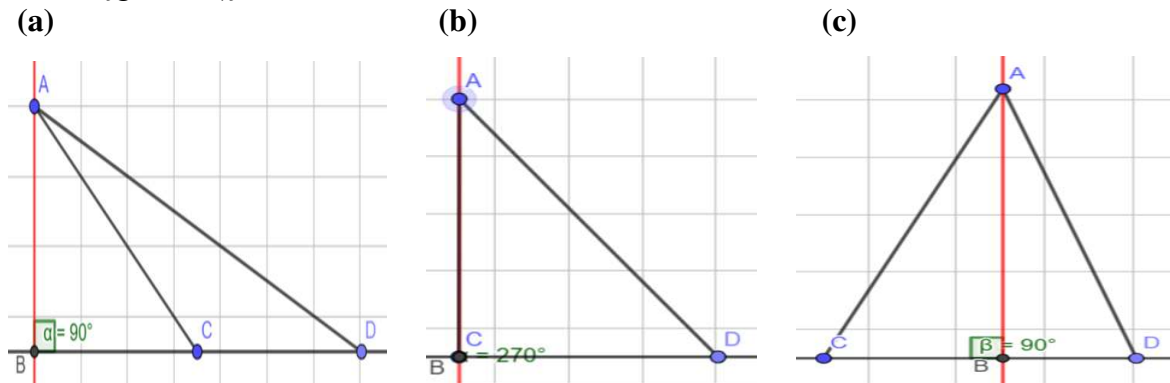
ve fikirlerini üretmeye çalışmıştır. Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler Tablo 22’de sunulmuştur.

**Tablo 22.** Etkinlik 2’nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                              |                                                                                    |
|--------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | i. $90^\circ$ ’lik bir açı yapar.<br>ii. $ AB $ ’yi ölçmek yeterli olur.     |  |
| Ela:   | i. Yer ile $90^\circ$ ’lik bir açı yapar.<br>ii. $ AB $ ’nin uzunluğu lazım. |                                                                                    |
| Aslı:  | i. $90^\circ$ ile düşer.<br>ii. A ve B noktası ölçülmeli.                    |                                                                                    |
| Ahmet: | (Yandaki çizimi yapmıştır.)                                                  |                                                                                    |

Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasındaki yanıtları incelendiğinde tüm öğrencilerin kozalağın  $90^\circ$ ’lik bir açıyla yere ineceği ve yüksekliğin ise  $|AB|$  kadar olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Bireysel çalışma aşamasında probleme ısınan öğrenciler takım çalışması aşamasında aşağıdaki gibi tartışmalar gerçekleştirmiştir.

- [1] Ela:  $90^\circ$  değil mi?  
 [2] Selim ve Ahmet: *Evet. Ben de  $90^\circ$  diyorum.*  
 [3] Öğretmen: *Ağaç zamanla daha dik olursa kozalağın...*  
 [4] Aslı: *Yerden yüksekliği artar.*  
 [5] Selim: *Evet. Yerden yüksekliği artar bir de sağa, daha da sağa düşer.*  
 [6] Aslı: *Ama bence yine dik düşer.*  
 [7] Selim: *Bence biraz daha sağa düşer çünkü yükseliyor.*  
 [8] Ela: *Yine  $90^\circ$  olur. O belli de...*  
 [9] Ahmet: *Sadece yerden mesafesi artar.*  
 [10] Aslı: *Taşı aracıyla hareket ettirelim!* (Ağacı dik konuma getirir. Sürüklemeye yaparak farklı üçgenleri (Şekil 60) inceler).



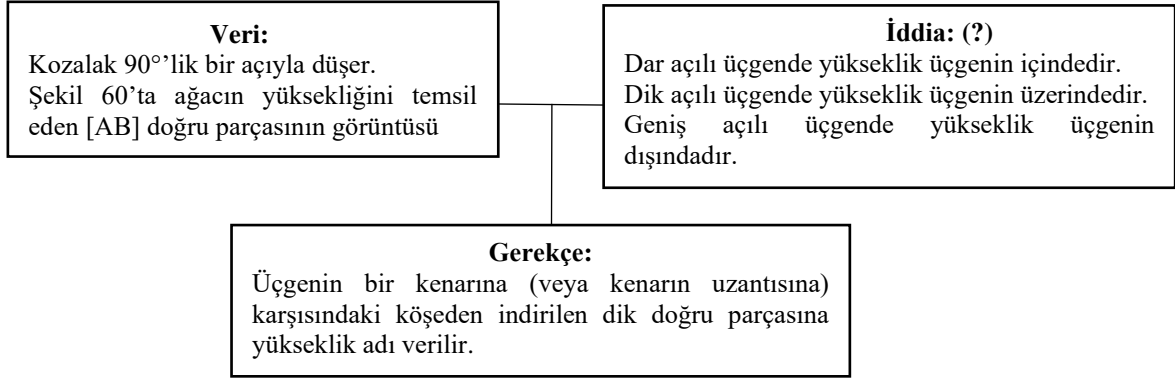
**Şekil 60.** Açılarına göre farklı üçgenlerde yüksekliklerin incelenmesi

- [11] Öğretmen: *Ağaç sol tarafa eğik olduğunda kozalağın düşeceği nokta neresidir?*  
 [12] Aslı: *Tam üçgenin dışı.*  
 [13] Öğretmen: *Pekii...*  
 [14] Ahmet: *Dik olursa tam üçgenin yanına.*



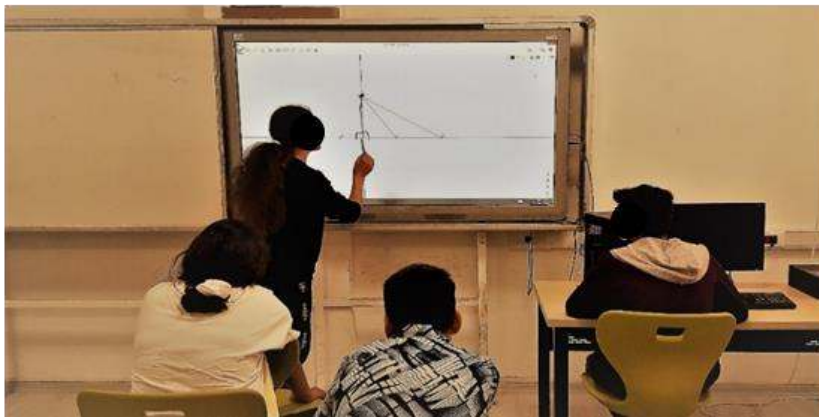
- [15] Aslı: *Tam üçgenin yanına yani kenarına.*  
 [16] Ahmet: *Kenarına* (Aslı'yı onaylar.)  
 [17] Öğretmen: *Evet.*  
 [18] Ahmet: *Sağa yatık olursa...* (Sürüklemeye yaparak dar açılı bir üçgen oluşturur.)  
 [19] Öğretmen: *Bu nasıl bir üçgen?* (Öğrencilerin oluşturduğu dar açılı üçgeni işaret eder.)  
 [20] Selim: *İkizkenar.*  
 [21] Öğretmen: *Açısına göre!*  
 [22] Ela: *Dar açılı.*  
 [23] Öğretmen: *Dar açılı üçgende kozalak nereye düşüyor?*  
 [24] Ela: *Tam ortaya.*  
 [25] Aslı: *İçine.*  
 [26] Ahmet: *Tam üçgenin içine.*  
 [27] Aslı: *Yani genişte dışına, dar açılıda ise içine düşüyor.*  
 [28] Öğretmen: *Bu A noktası kozalağın nesiydi peki?*  
 [29] Aslı: *Kozalağın olduğu yer.*  
 [30] Ahmet: *Yüksekliği.*  
 [31] Öğretmen: *Kozalağın yüksekliği demek aynı zamanda üçgenin yüksekliği demek değil mi?*  
 [32] Aslı: *Evet.*  
 [33] Aslı: *Aaa... Aynen. Zaten A'dan direkt indirdiğimizde oluyor.*  
 (Öğretmen açılara göre farklı türdeki üçgenlerde yüksekliğin nerede olduğunu tekrar sorguladır. Öğrenciler geniş açılı üçgende yüksekliğin üçgenin dışında, dar açılı üçgende üçgenin içinde, dik açılı üçgende ise üçgenin kenarında olduğu cevabını almıştır.)

Etkinlik 2'de gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin açısına göre üçgen çeşitlerinde yüksekliğin üçgenin dışında, üzerinde veya içinde olduğu sonucuna ulaştığı görülmektedir [16, 27]. Öğrenciler bu sonuca gözlemleri ile edindikleri fikirlerden yola çıkarak ulaşmıştır. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak eğik ağaca ait bir taslak çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 60a). Öğrenciler bu taslak çizim üzerinde incelemelerde bulunmuş ve veriler toplamıştır. Sürüklemeye yaparak farklı üçgenleri inceleme fırsatı elde eden öğrenciler açılara göre farklı üçgenleri birbirleriyle *karşılaştırarak* benzerlik ve farklılık arayışına girmiştir. Böylece öğrenciler üçgenin dar, dik veya geniş açılı olması durumunda yükseklikler arasındaki ilişkiye odaklanmış ve sonuca ulaşabilmiştir. Öğrenciler fark ettikleri ilişkiyi doğrulamak amacıyla üçgeni sürüklemiştir [10]. Dinamik ortamda yapılan bu inceleme öğrencilerin sürüklerken akıl yürütmelerine ve *gerekleştirme* yapmalarına olanak sağlamıştır. Böylece öğrenciler geniş açılı üçgende yüksekliğin üçgenin dışında, dik açılı üçgende üçgenin üzerinde, dar açılı üçgende ise üçgenin içinde bir noktada olduğu sonucuna ulaşmıştır [16, 27]. Öğrencilerin veriler topladığı, gerekçeyi kullanarak [10] verilerine dayanak oluşturduğu ve bunun sonucunda da sonuca ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 61).



**Şekil 61.** Öğrencilerin Etkinlik 2'deki dedüktif akıl yürütme yapısı

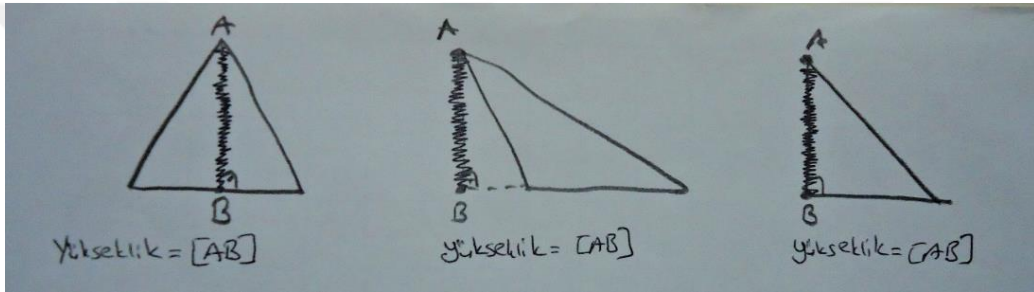
Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 2'yi dedüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler açılarına göre farklı üçgenler arasında yaptıkları karşılaştırmalar sayesinde yüksekliğin nasıl değiştiğini gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla bu etkinlikte karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri öğrencilerin dedüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.



**Şekil 62.** Etkinlik 2'nin sınıf tartışması aşamasında açıklama yapan Ela

Grup sözcüsü olan Ela sınıf tartışması aşamasında grupça ulaştıkları sonuçları paylaşmak üzere etkileşimli tahtayı kullanmış ve GeoGebra üzerinde etkinliğe ait taslak çizim gerçekleştirmiştir. İlk olarak etkinlikte verilen ağacın geniş açılı bir üçgen

oluşturduğunu ve bu üçgende yüksekliğin üçgenin dışına çizildiğini ifade etmiştir (Şekil 62). Ardından sürüklemeye yaparak önce bir dik üçgen oluşturmuştur. Sürüklemeye yaparken yüksekliğin eş zamanlı olarak hareket ettiğini ve üçgene yaklaştığını incelemelerini istemiştir. Dik üçgen oluştuğunda yüksekliğin üçgenin bir dik kenarı olduğunu ifade etmiştir. Ardından sürüklemeye devam etmiş ve dar açılı üçgenleri incelemelerini istemiştir. Burada da yüksekliğin üçgenin içine doğru kaydığını dolayısıyla dar açılı üçgende yüksekliğin üçgenin içindeki bir noktaya çizildiğini belirtmiştir. Öz yansıtma aşamasına ait öğrencilerin ürünleri incelendiğinde ise dört öğrencinin de bir üçgenin yüksekliğini belirleyebildiği, açılarına göre farklı üçgenlerde yüksekliğin nereye çizildiğini öğrendikleri görülmüştür (Şekil 63).



**Şekil 63.** Etkinlik 2'nin öz yansıtma aşamasından bir örnek

Bu etkinlik, öğrencilerin üçgende yükseklik kavramını içselleştirmelerine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 23).

**Tablo 23.** Etkinlik 2'de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                     | Yapısal Boyut |
|----------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme | Dedüktif      |

#### 4.3. “Yürüme Yarışı” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 3'te öğrencilerden bir üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliğin uzunlukları arasındaki ilişkileri fark etmeleri beklenmektedir. Etkinlikte üç arkadaşın (Deniz, Ela, Feyza) üçgen şeklindeki bir parkta yürüme yarışı yapacağı belirtilmektedir.

Parkın bir köşesinde kafe, bir köşesinde market ve diğer köşesinde otopark bulunmaktadır. Deniz'in gideceği yolun market ile otoparkı birleştiren yola dik olduğu, Ela'nın kafeye yöneldiğinde kafeyi görüş açısında ortaladığı, Feyza'nın ise market ile otoparkın tam ortasında olduğu bilgisi verilmiştir. Bu kapsamda üç arkadaşın eşit ve sabit hızlarda yürüdüğü varsayıldığında hangisinin kafeye daha erken varacağı sorulmuştur. Bu doğrultuda öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler Tablo 24'te verilmiştir.

**Tablo 24.** Etkinlik 3'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                             |
|--------|-------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Bence Feyza.</i>                                         |
| Ela:   | <i>Bence Feyza daha yakın olduğu için yarışı o kazanır.</i> |
| Aslı:  | <i>Bence Feyza çabuk gidecek çünkü daha yakın.</i>          |
| Ahmet: | <i>- (Cevap yok.)</i>                                       |

Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasındaki yanıtları incelendiğinde Ahmet hariç üç öğrencinin Feyza'nın daha erken varacağını ve yarışı kazanacağını belirttiği görülmüştür. Ahmet ise bu etkinliğin bireysel çalışma aşamasında bir yanıt vermemiştir. Cevap veren üç öğrencinin cevapları incelendiğinde her üçü de kenarortayın en kısa uzunluktaki yardımcı eleman olduğu düşüncesine oldukları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler takım çalışması aşamasında tartışmalarına aşağıdaki gibi yansımıştır.

[1] Selim: *Bence Feyza kazanır.*

[2] Aslı: *Bence Feyza kazanır çünkü Feyza markete daha yakındır. (Çizimden bu sonucu çıkarır.)*

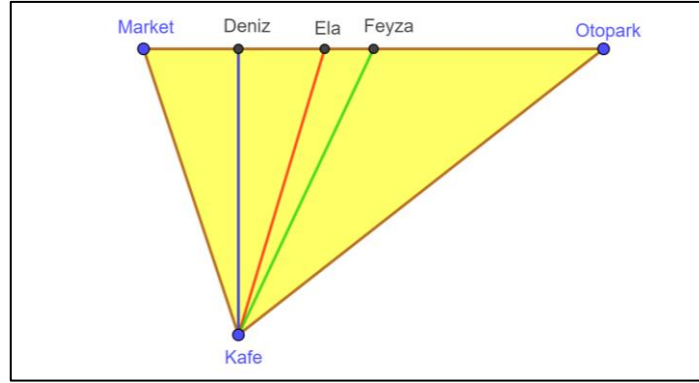
[3] Ahmet: *Bence de Feyza hocam.*

[4] Selim: *Evet, kesinlikle Feyza.*

[5] Ela: *Ben de Feyza olarak düşünüyorum çünkü gittiği yolların rotalarını çizdiğimde baktım Feyza daha yakın oluyor.*

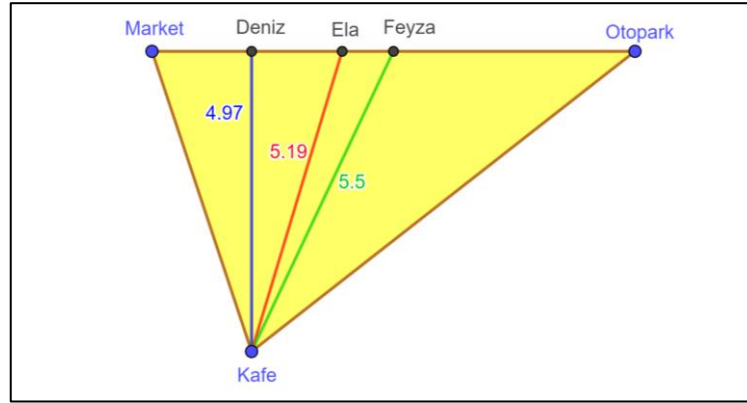
[6] Ela: *Her biri D, E, F yani Deniz, Ela ve Feyza burada sıralanıyor. Şimdi hepsi kafeye doğru dümdüz yürüyorlar.*

Öğrenciler rastgele üç nokta oluşturmaya çalıştığı için öğretmen etkinlikteki yönergeleri okumalarını istemiştir. Yönergeleri okuyan öğrenciler Deniz için dik doğru aracını kullanarak yüksekliği, Ela için açıortay aracını seçerek açıortayı ve Feyza için kenarortay aracını seçerek kenarortayı çizmişlerdir (Şekil 64). Öğretmen öğrencilerin matematiksel ilişkileri ve değişmezleri fark etmelerini kolaylaştırmak için kenarortay, açıortay ve yüksekliği farklı renklere boyamıştır.



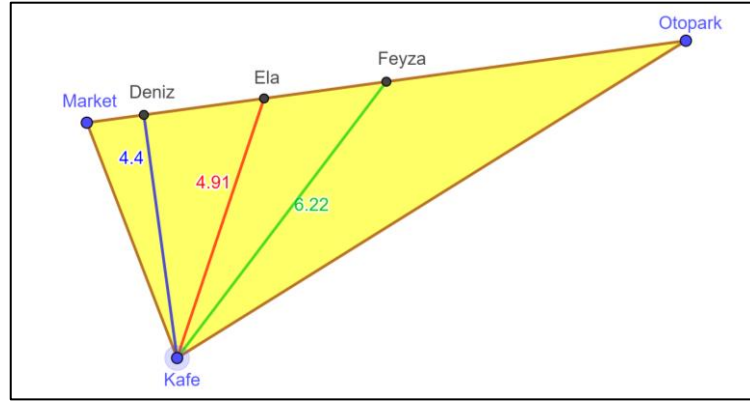
**Şekil 64.** Etkinlik 3'te öğrencilerin yaptığı taslak çizim

- [7] Öğretmen: *Hangisi kafeye daha erken varır?*  
 [8] Aslı: *Feyza daha erken varır çünkü Feyza daha yakın.*  
 [9] Selim: *En mantıklısı Feyza.*  
 [10] Öğretmen: *Sizce o yollardan en kısa olanı Feyza'nın yolu mu?*  
 [11] Selim: *Evet, Feyza'nın yolu.*  
 [12] Ahmet: *Hocam, bence Ela.*  
 [13] Ela: *Bence Deniz'in yolu, dik olan yol.*  
 [14] Ahmet: *Hee Deniz, bence de Deniz.*  
 [15] Ela: *Bence Deniz'in yolu çünkü diktir. Bence hangisi kafeye daha dikse o daha yakın.*  
 [16] Aslı: *Aynen, bence de. Ben otoparka gideceklerini düşündüm (Hata yaptığımı söyler). Kafeye gidecekse hangisi dikse o daha çabuk gider.*  
 [17] Öğretmen: *O zaman nasıl kontrol edebiliriz?*  
 [18] Aslı: *Bunların uzaklığını ölçebiliriz*  
 Öğrenciler yol uzunluklarını ölçerler (Şekil 65).



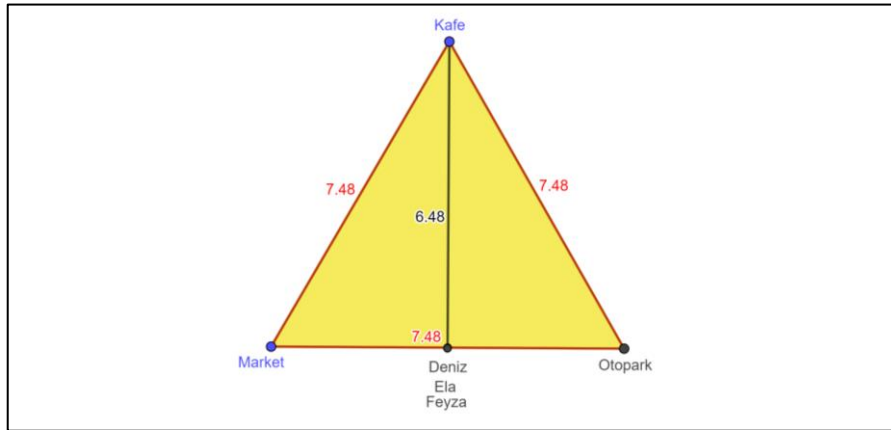
**Şekil 65.** Etkinlik 3'te yol uzunluklarının ölçülmesi

- [19] Selim: *Denizmiş demek ki.*  
 [20] Ela: *Deniz dik olduğu için en kısa mesafe onundur. Feyza ise en geç varır. Eğildikçe mesafe büyüyor.*  
 (Sürükleme yaparak farklı üçgenleri incelemeleri istenir.)  
 [21] Selim: *Uzunluklar farklı olur ama sıralama aynı kalır (Şekil 66).*  
 [22] Selim: *Değişmez aynı kalır.*  
 [23] Ela: *Hocam yine 4,4. Yine Deniz en yakın.*  
 [24] Ela: *Farklı bir üçgen için hedefe varma sıralaması değişir mi?*  
 [25] Selim: *Değişmez aynı kalır.*



**Şekil 66.** Etkinlik 3’te yapılan sürükleme ile farklı üçgenlerin incelenmesi

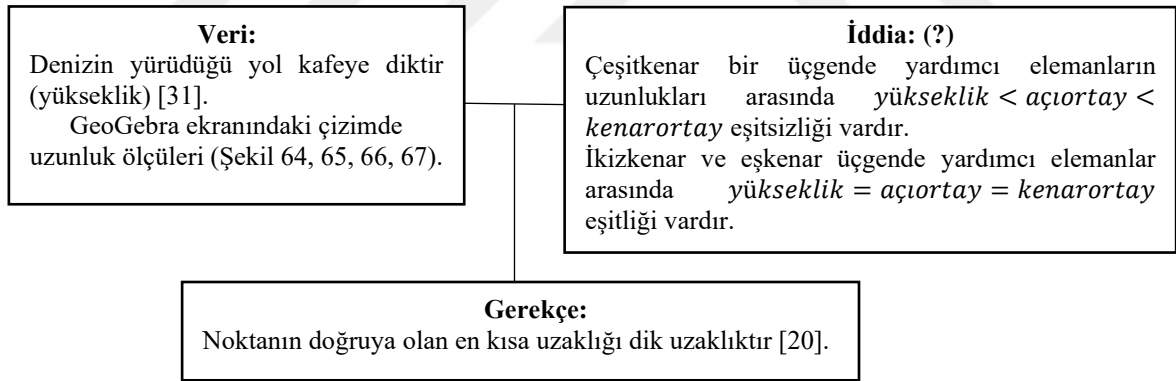
Son olarak öğretmen renkli çizgilerin (üçgenin yardımcı elemanları) ismini öğrencilere hatırlatmıştır. Böylece öğrenciler bir üçgende üç yardımcı elemandan uzunluklarına bakarak hangisinin yükseklik, hangisinin açıortay veya hangisinin kenarortay olduğunu belirleyebilmiştir. Etkinliğin devamında öğrencilerden bir ikizkenar ve eşkenar üçgen üzerinde çalışmaları ve fark ettikleri ilişkiyi eşkenar bir üçgen üzerinde incelemeleri istenmiştir. Öğrenciler düzgün çokgen aracını seçerek bir eşkenar üçgen oluşturmuştur (Şekil 67). Üç yardımcı elemanı oluşturan öğrenciler eşkenar üçgende kenarortay açıortay ve yüksekliğin aynı doğru parçası olduğunu gözlemlemiştir.



**Şekil 67.** Eşkenar üçgende yardımcı elemanların karşılaştırılması

Etkinlik 3’te gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin çeşitkenar bir üçgende yardımcı elemanların uzunlukları arasındaki ilişkiye ulaştığı görülmektedir [21]. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak yürüme yarışının gerçekleştiği alana ait bir taslak çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 64). Ardından bu taslak çizim üzerinde gözlem yapmış ve fikirler üretmişlerdir. Öğrenciler sadece gözlemlerine dayanarak yarışı

Feyza'nın kazanacağı düşüncesine sahip olmuştur. Öğretmen emin olup olmadıklarını öğrenmek amacıyla öğrencilere bir soru yöneltmiştir [10]. Bu sorunun ardından öğrencilerden Ahmet [12] fikrini değiştirerek Ela cevabını vermiş ancak buna yönelik bir gerekçe sunamamıştır. Nihayet Ela [15] yarışı Deniz'in kazanacağını öne sürmüş ve bunu dik uzaklık ile *gerekçelendirmiştir*. Ela bu açıklamasıyla Aslı'nın da onayını almıştır. Öğretmen bu ifadeyi nasıl kontrol edebileceklerini sormuş ve öğrencilerin ölçüm yapmasına böylece onları sonuca ulaştıracak veriler elde etmelerine neden olmuştur [17], [18]. Öğrenciler yardımcı elemanların uzunluklarını ölçerek veriler toplamıştır. Öğrenciler bu veriler ile birlikte sürüklemeye sonucu inceledikleri farklı üçgenlerden elde ettikleri veriler aracılığıyla sonuca ulaşabilmiştir. Böylece öğrenciler çeşitkenar bir üçgende yardımcı elemanların uzunlukları arasında  $yükseklik < açiortay < kenarortay$  ilişkisi olduğu ayrıca eşkenar üçgende ise yardımcı elemanların birbirine eşit olduğu sonucuna ulaşabilmiştir. Öğrencilerin veriler topladığı, gerekçeyi kullanarak [20], [21] verilerine dayanak oluşturduğu ve bunun sonucunda da iddiaya yani bir sonuca ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 68).

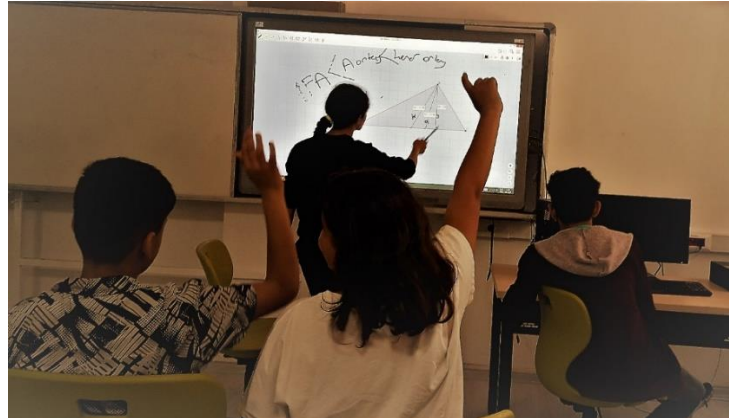


**Şekil 68.** Öğrencilerin Etkinlik 3'teki dedüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 3'ü dedüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler dedüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler üçgende açiortay, kenarortay ve yüksekliğin uzunluklarına ilişkin yaptıkları karşılaştırmalar sayesinde yardımcı elemanların uzunlukları arasındaki ilişkiyi gözlemlemiştir. Özel bir gözlemin sonucu olan bu durum öğrencilerin dedüktif akıl

yürütmelerini tetiklemiştir. Nitekim gözlemledikleri bu durum veri olarak kullanılmış ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra’da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla bu etkinlikte karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri öğrencilerin dedüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.

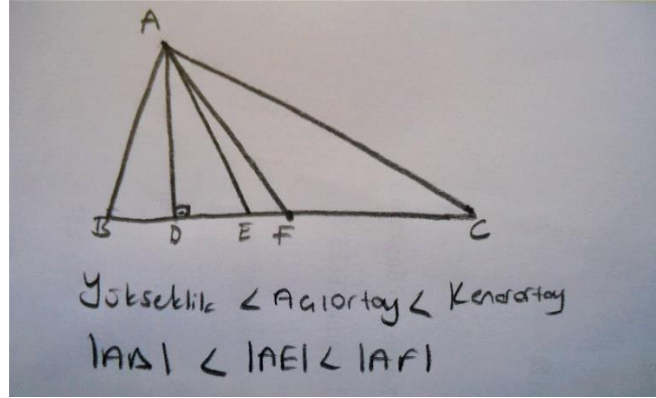
Grup sözcüsü olan Ela sınıf tartışması aşamasında grupça ulaştıkları sonuçları paylaşmak üzere etkileşimli tahtayı kullanmış ve GeoGebra üzerinde etkinliğe ait bir taslak çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 69). Çizimin ardından yarışın başladığı kenara ait yüksekliği, açıortayı ve kenarortayı çizmiştir. Ardından uzunluk ölçme aracını kullanarak yardımcı elemanların uzunluklarını ölçmüştür. Ölçüm sonucunda en kısa olanın yükseklik, en uzun olanın ise kenarortay olduğunu belirlemiştir. Sınıfta bulunan başka bir öğrenci bu durumun her zaman geçerli olup olmadığını Ela’ya sormuştur. Ela soruyu yanıtlamak amacıyla bir sürüklemeye gerçekleştirmiş ve arkadaşlarının dikkatlice incelemesini istemiştir. Bu inceleme ile ilişkinin herhangi bir üçgen için geçerli olduğunu göstermiş oldu. Ayrıca *örneklendirme* sürecine girerek istisna iki durumu dile getirmiştir. Takım çalışması aşamasında ikizkenar ve eşkenar üçgende bu ilişkinin mevcut olmadığını yardımcı elemanların bu üçgenlerde birbirine eşit olduğunu gördüklerini açıklamıştır.



**Şekil 69.** Etkinlik 3’ün sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasına ait öğrencilerin ürünleri incelenmiştir. İnceleme sonucunda dört öğrencinin de çeşitkenar bir üçgende yardımcı elemanlar arasındaki ilişkiyi hatırladığı ve yansıtabildiği görülmüştür (Şekil 70).





**Şekil 70.** Etkinlik 3’ün öz yansıtma aşamasından bir örnek

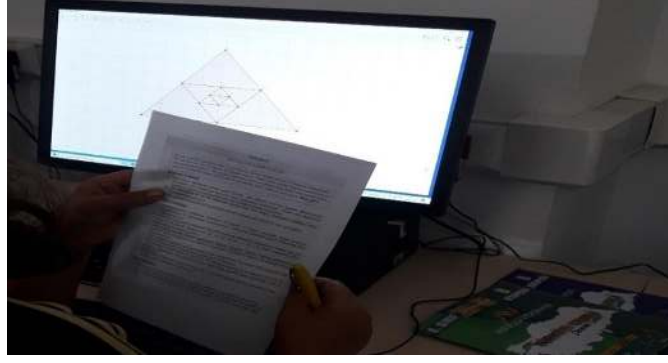
Bu etkinlik; üçgende açıortay, kenarortay ve yüksekliğin uzunlukları arasındaki ilişkinin keşfedilmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin dedüktif yapıda akıl yürüttükleri, karşılaştırma, gerekçelendirme ve örneklendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 25).

**Tablo 25.** Etkinlik 3’te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                     | Yapısal Boyut |
|----------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme | Dedüktif      |
| Örneklendirme                    |               |

#### 4.4. “Duvar Süsleme Sanatı” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 4’te öğrencilerden tarif edilen bir şekil örüntüsünü çizmeleri, örüntünün kuralını belirlemeleri ve belirli adımlarda oluşacak üçgen sayılarını bulmaları istenmiştir. Bu doğrultuda etkinlikte duvar süsleme sanatçısı olan Leyla’nın boş bir duvarı üçgen şeklini kullanarak süsleyeceği bilgisi verilmiştir. Leyla’nın ilk adımda bu duvara büyük bir üçgen çizeceği ifade edilmiştir. Ardından çizilen üçgenin içine kenarların orta noktalarını köşe kabul eden yeni bir üçgen çizileceği belirtilmiştir. Öğrencilerden örüntüyü dördüncü adıma kadar çizmeleri, her adımda yeni bir üçgenin eklenmesiyle şekildeki tüm üçgenlerin sayısının nasıl değiştiğini incelemeleri ve oluşan tüm üçgenlerin sayısı ile ilgili bir kural belirlemeleri istenmiştir. Ardından örüntünün 8. ve 88. adımda oluşacak üçgen sayılarını bulmaları ve nasıl bulduklarını açıklamaları beklenmiştir.



**Şekil 71.** Etkinlik 4'ün bireysel çalışma aşamasından bir görüntü

Öğrenciler bireysel çalışma aşamasında örüntüye ait kuralı bulmaya, ürettikleri temsillerle örüntüyü açıklamaya çalışmıştır (Şekil 71). Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler Tablo 26'da verilmiştir.

**Tablo 26.** Etkinlik 4'ün Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

Selim: *Örüntü dörder dörder artıyor. Bu yüzden 8. adımda 29 üçgen olur. 88. adımı bilmiyorum. Bu çok sürer.*

Ela:

$$\begin{array}{cccc}
 1 & - & 5 & - & 9 & - & 13 \\
 & & +4 & & +4 & & +4
 \end{array}$$

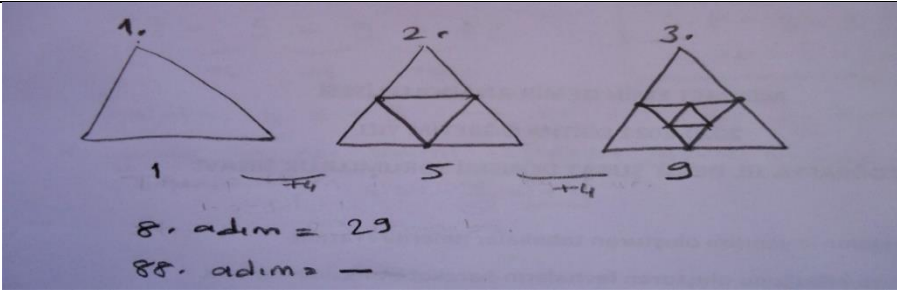
$$\boxed{4 \cdot 8 - 3 = 29}$$

$$\boxed{4 \cdot 88 - 3 = 349}$$

Kural =  $4 \cdot x - 3 \rightarrow$  değişim =  $x - 3$  kuraldır.

x yerine kaçınca adımı istiyorsa yazarız ve üçgen sayısını buluruz. Ö/  $4 \cdot 20 - 3 = \boxed{77}$

Aslı:



Ahmet: *Bence her adımda dört üçgen artıyor. 1, 5, 9, 13...*

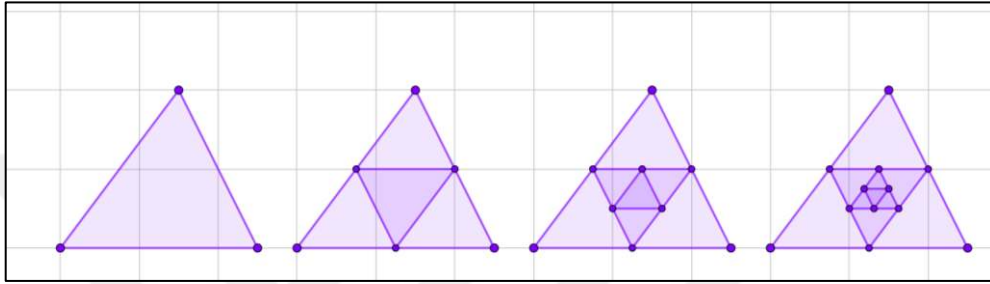
Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasındaki ürünleri incelendiğinde sadece Ela'nın doğru sonuca ulaşabildiği görülmüştür. Selim örüntünün dörder dörder arttığını sözel olarak ifade etmiştir. Örüntünün 8. adımını yine dörder sayarak bulabilmiş ancak 88. adımına kadar saymanın zaman alacağını belirterek cevabı bulamamıştır. Benzer şekilde

Ahmet de örüntünün dörder arttığını ifade etmiştir. Ayrıca Ahmet, Selim’den farklı olarak şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne çevirerek örüntünün ilk dört adımını oluşturmuştur. Buna rağmen Ahmet problemde istenen 8. ve 88. adımda kaç üçgen oluşacağını bulamamıştır. Aslı ise her adımda oluşacak üçgen şeklini ayrı ayrı sıralamış ve yine oluşacak üçgen sayısını belirtmiştir. Aslı örüntüye ait bir kuraldan bahsetmese de 8. adımda kaç üçgen oluşacağını cevaplandırabilmiş ancak 88. adımda kaç üçgen oluşacağını bulamamıştır. Her iki adımda kaç üçgen oluşacağını bulabilen Ela’nın çözümü incelendiğinde doğru sonuca ulaşabildiği görülmektedir. Ela ilk olarak üçgen sayılarına ait bir sayı örüntüsü sunmuştur. Bu sayı örüntüsünden yola çıkarak örüntüye ait kuralı oluşturabilmiştir. Bu kuralı  $4x - 3$  olarak ifade etmiştir. Böylece Ela 8. ve 88. adımda kaç üçgen oluşacağını bulabilmiştir. Öğrencilerin ürettiği fikirler ve temsiller takım çalışması aşamasında paylaşılmış ve tartışılmıştır.

- [1] Ahmet: *Her adımda dört üçgen artıyor değil mi?*  
 [2] Selim: *Aynen. Ben de böyle buldum. 1, 5, 9, 13 ... şeklinde devam ediyor.*  
 [3] Ela: *Haklısınız. Bu yüzden 8. adımda 29 üçgen oluyor.*  
 [4] Ahmet: *Bir saniye... Nasıl bulacağız?*  
 [5] Selim: *Her adımda dört ekleyerek. ... 13, 17, 21, 25, 29. Evet, cevap 29.*  
 [6] Ahmet: *O zaman kaç kere 4 ekledik? Yedi kere dört ekledik.  $7 \times 4 = 28$ . İlk sayı birdi.  $28 + 1 = 29$  olur. Süper. Bu şekilde de bulabiliriz. Peki 88. adımda kaç üçgen olacak?*  
 [7] Selim: *Daha kolay bir yolu yok mu?*  
 [8] Ahmet: *Aslında dediğim gibi yapabiliriz.  $87 \times 4$  ekleyeceğiz (Sessiz kalır).*

Tartışma Ahmet’in bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikri tekrar ifade etmesiyle başlamıştır. Ahmet [1] örüntünün adımlarına yönelik yaptığı bir *karşılaştırma* sonunda her adımda dört üçgen arttığını vurgulaması örüntünün kuralını bulmaya yönelik topladığı ilk veridir. Selim [2] Ahmet’in ifade ettiği durumun doğru olduğunu onaylamış ve bu örüntüye ait ilk dört adımı ifade ederek veri toplamaya devam etmiştir. Ela [3] her ikisini onaylayarak 8. adımda 29 üçgen olacağı cevabını vermiş ancak bunun nedenini açıklamamıştır. Ahmet [4] istenen adımlar için üçgen sayısının nasıl bulunacağına yönelik arkadaşlarından bir yardım istemiştir. Selim [5], üçgen sayısının her adımda dört ekleyerek bulunduğunu söylemiş ve 8. adıma kadar olan sayı örüntüsünü sıralamıştır. Böylece 29 sonucuna ulaşabildiklerini arkadaşları ile paylaşmıştır. Ayrıca Selim buradaki açıklamasıyla Ahmet’in yeni bir argüman üretmesine neden olmuş ve problemi farklı bir şekilde çözmesine yol açmıştır. Ahmet [6] örüntüye dört ekleyerek saymak yerine kısa yoldan yedi kere dört eklenebileceğini böylece 8. adımdaki sayıyı bulabileceğini göstermiştir. Mantıklı olmasına rağmen Ahmet’in bu açıklaması arkadaşları tarafından ilgi

görmemiştir. Üstelik Selim [7] Ahmet'in sunduğu bu çözüm yolunun zor olduğunu belirtmiş ve daha kolay bir çözüm yolu arayışına girmiştir. Ahmet [8] çözüm yolunun doğru olduğunu ve işe yaradığını tekrar belirterek 88. adımı da benzer bir şekilde bulabileceklerini belirtmiş ve ardından sessiz kalmıştır. O sırada Ela GeoGebra yazılımını kullanarak Şekil 72'deki örüntüyü oluşturmuştur. Ardından grup arkadaşların kendisini dinlemesini istemiştir. Ela örüntüdeki üçgenleri saymaya başlamış ve bu örüntünün kuralının bulunması gerektiğini ifade etmiştir:



**Şekil 72.** Ela'nın GeoGebra üzerinde çizdiği örüntü

[9] Ela: *Bunun kuralını bulmalıyız. Örüntü dörder arttığı için  $4x$  diyoruz. Ancak baktığımızda birinci adım dört değil bir, yani üç eksiği. Her adımdaki sayı olması gerekenden üç eksik. Bu yüzden kuralımıza  $-3$  ekliyoruz. Yani kuralımız  $4x - 3$  oluyor.*

[10] Selim: *Ben anlamadım. Şimdi her adımda dört artıyor. Neden  $x + 4$  demiyoruz?*

[11] Ela: *Hmm...*

[12] Ela:  *$x + 4$  bir şeyin dört fazlası demek. Ama  $x$  yerine bir yazdığımızda cevap beş oluyor. Yani ilk sayı beş olmalıydı. Bizim örneğimizde ilk sayı birdi. Uyumlu değiller.*

[13] Selim: *Peki Ela'nın bulduğu uyumlu mu onu kontrol edelim.*

[14] Ela: *Evet uyumlu ben bakmıştım.*

*$4x - 3$ 'te  $x$  yerine 1 yazdığımızda 1. adımı buluruz.  $4 \times 1 - 3 = 1$  oluyor.*

*$4x - 3$ 'te  $x$  yerine 2 yazdığımızda 2. adımı buluruz.  $4 \times 2 - 3 = 5$  oluyor.*

*$4x - 3$ 'te  $x$  yerine 3 yazdığımızda 3. adımı buluruz.  $4 \times 3 - 3 = 9$  oluyor.*

*Gördüğümüz gibi hep doğru çıkıyor. Şimdi bizden kaçınıcı adımı istiyordu? 8. ve 88. adım.*

*$4x - 3$ 'te  $x$  yerine 8 yazarsak  $4 \times 8 - 3 = 29$  oluyor.*

*$4x - 3$ 'te  $x$  yerine 88 yazarsak  $4 \times 88 - 3 = 349$  oluyor.*

[15] Selim: *Vay canına, bu çok pratik.*

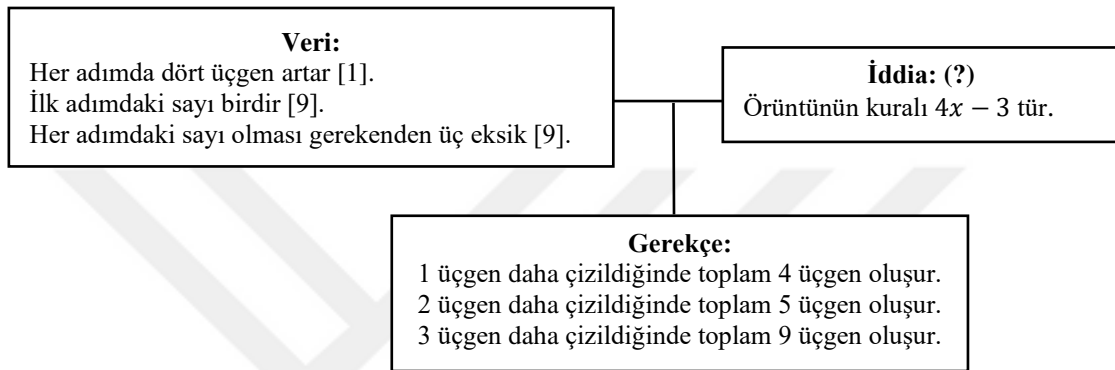
[16] Ahmet: *Bence de çok iyi. Bu sayede istediği her adımı bulabiliriz değil mi?*

[17] Ela: *Kesinlikle.*

[18] Aslı: *O zaman kuralımız  $4x - 3$  diyoruz.*

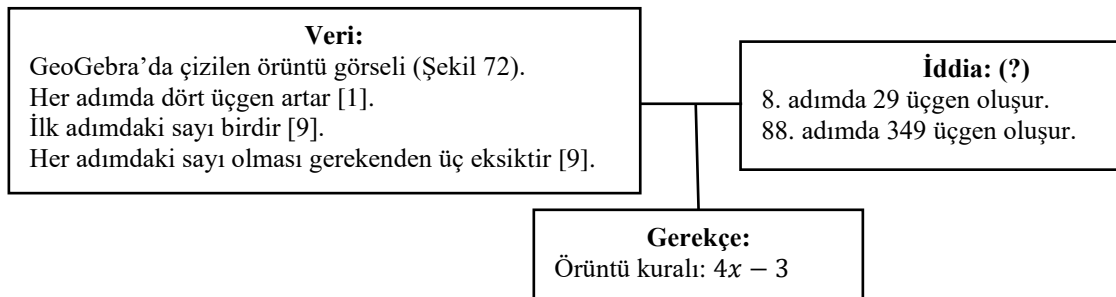
Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak örüntünün ilk dört adımına ait bir çizim gerçekleştirmiştir (Şekil 72). Şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştüren öğrenciler sayılar arasındaki ilişkiyi fark ederek *örüntünün* kuralını bulmuştur [9]. Ela örüntünün dörder artması nedeniyle vurgulu bir şekilde  $4x$  ifadesini kurmuş ve böylece grup üyeleri arasında kurala yönelik ortak bir bakış açısı oluşturmak istemiştir. Ancak Selim [10]

örüntünün dörder dörder artması nedeniyle kuralın  $x + 4$  olması gerektiğini öne sürmüştür. Ela'nın [12] açıklaması Selim'in iddiasını [10] çürütmek için yeterli olmuştur. Ela aksine bir örnek vererek Selim'in ifade ettiği kuralı çürütebilmiş ve yine örnekler vererek [14] kendi sonucunu  $(4x - 3)$  doğrulayabilmiştir. Ela'nın ulaştığı bu sonuç  $(4x - 3)$  *genelleme* sürecinin sonucu olan genel bir ifadedir. Grup üyelerinin Ela'nın açıkladığı kuralın doğru olduğunu onaylamasıyla [18] tartışma sonlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikte örüntünü kuralını bulmaya yönelik akıl yürütme yapıları indüktif yapıdadır (Şekil 73).



**Şekil 73.** Öğrencilerin Etkinlik 4'teki indüktif akıl yürütme yapısı

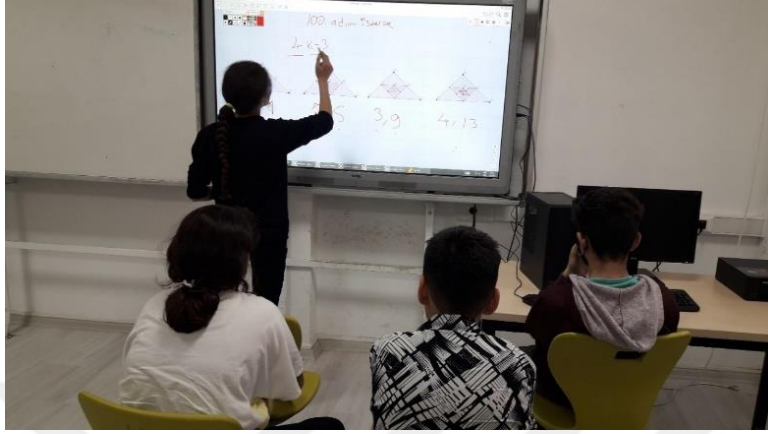
Öğrenciler indüktif akıl yürütme yapısıyla buldukları örüntü kuralını kullanarak etkinlikte 8. ve 88. adımda istenen üçgen sayısını bulabilmiştir. Süreç boyunca topladıkları verileri ve süreç sonunda ulaştıkları kuralı bir gerekçe olarak kullanarak istenen adımlardaki üçgen sayısını bulabilmişlerdir. Öğrenciler veriler toplayarak ve gerekçenin desteğiyle bu sonuçlara ulaştıklarından bu adımdaki akıl yürütmeleri dedüktif yapıdadır (Şekil 74).



**Şekil 74.** Öğrencilerin Etkinlik 4'teki dedüktif akıl yürütme yapısı

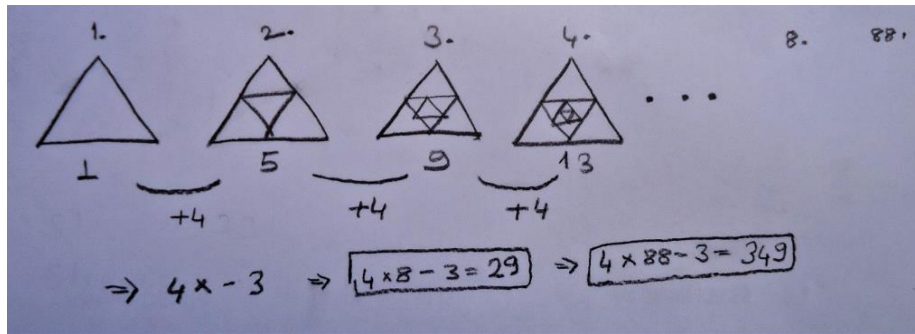
Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela ulaştıkları sonucu tüm sınıf ile paylaşmıştır. Bu amaçla sınıfta bulunan etkileşimli tahtayı kullanmış ve benzer bir yolu takip ederek örüntünün kuralına ulaşmıştır. Bu aşamada yine önce şekil örüntüsünü oluşturmuş ardından örüntüyü sayı örüntüsüne çevirmiştir. Kuralı bulmak için değişim

miktarı ile  $x$  değişkeninin çarpıldığını ve ilk adımdaki sayı için bu ifadeden 3 çıkarılması gerektiğini belirtmiştir. Kuralı bulduktan sonra 100. adım örneği istendiğinde nasıl bulunacağını açıklamış ve sonuca ulaşmıştır (Şekil 75).



**Şekil 75.** Etkinlik 3'ün öz yansıtma aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasında ise öğrenciler aynı problemi bireysel olarak tekrar çözmüş ve sonuçlarını öğretmen ile paylaşmıştır. Öğrencilerin ürünleri incelendiğinde dördünün de örüntünün kuralını belirleyebildiği ve istenen adımlardaki üçgen sayısını bulabildiği görülmüştür. Bireysel çalışma aşamasında sadece Ela doğru sonuca ulaşabilirken öz yansıtma aşamasında ise dört öğrenci de doğru sonuca ulaşabilmiştir. Şekil 76'da öğrencilerden Ahmet'in öz yansıtma aşamasındaki çözümü yer almaktadır. Ahmet bu çözümde örüntünün bir görsel temsilini oluşturmuş ardından örüntüyü sayı örüntüsüne dönüştürmüştür. Sayı örüntüsü aracılığıyla örüntüdeki kuralı belirlemek mümkün olmuştur. Her adımda dörder artış olduğunu ifade eden Ahmet kuralı  $4x - 3$  olarak bulmuştur. Ahmet bu kural aracılığıyla problemde istenen 8. ve 88. adımdaki üçgen sayılarını bulabilmiştir.



**Şekil 76.** Öz yansıtma aşamasından bir örnek

Etkinliğin ikinci kısmında öğrencilerden çizilen her yeni üçgen ile bir önceki üçgenin alanı arasındaki ilişki hakkında bir varsayım üretmeleri, varsayımlarını test etmeleri istenmiştir. Alanlar arasındaki dört katlık oranı fark etmelerinin ardından bu oranı kullanarak 10. adımda oluşan yeni üçgenin alanı ile ilk adımdaki üçgenin alanları arasındaki oranı bulmaları beklenmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler bireysel çalışma aşamasında Tablo 27’de verilen fikirleri üretmişlerdir.

**Tablo 27.** Etkinlik 5’in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                                     |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Orta noktasında olduğu için yeni üçgenin alanı yarısı olur.</i>                                  |
| Ela:   | <i>Aradaki ilişki bence <math>\frac{1}{2}</math>’dir.</i>                                           |
| Aslı:  | <i>- (Cevap yok.)</i>                                                                               |
| Ahmet: | <i>Oluşan yeni üçgen büyük üçgenin üç eş parçasından biri. O yüzden alanı üçte biri kadar olur.</i> |

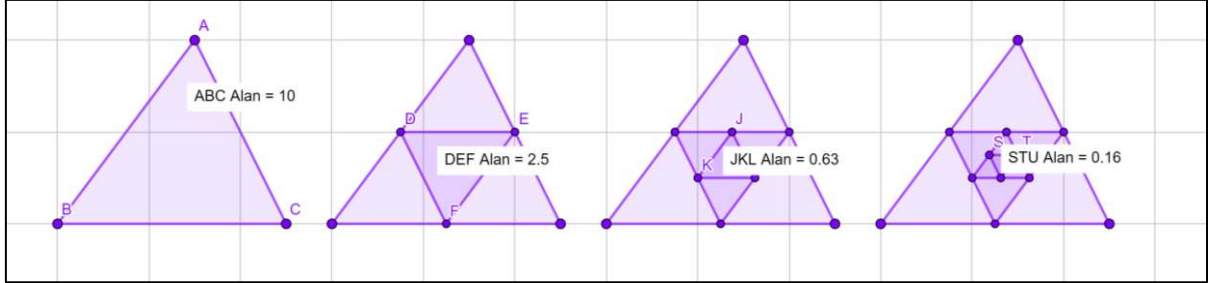
Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasındaki ürettiği fikirler incelendiğinde doğru sonuca henüz ulaşamadıkları görülmektedir. Öğrencilerinden Selim ve Ela her adımda oluşan yeni üçgenin bir önceki üçgenin alanının yarısı kadar olduğunu; Ahmet ise üçte biri kadar olduğunu açıklamıştır. Öğrencilerin ürettiği fikirler ve temsiller takım çalışması aşamasında paylaşılmış ve tartışılmıştır.

- [1] Ela: *Her adımda oluşan üçgenin alanı bir önceki üçgenin alanının yarısı kadardır.*  
 [2] Selim: *Bence de. Çünkü baksanıza sürekli kenarın orta noktasından çiziyoruz. O yüzden kenar hep yarıya iniyor.*  
 [3] Aslı: *O zaman alan da yarıya iner.*  
 [4] Ahmet: *Ama yarısından daha küçük görünüyor. Emin misiniz?*  
 [5] Ela: *Görünüşe göre evet yarısından daha küçük.*  
 [6] Aslı: *Neden GeoGebra’da ölçmüyoruz?*

Ela [1] vurgulu bir şekilde her adımda oluşacak üçgenin alanının bir önceki üçgenin alanının yarısı kadar olduğunu iddia ederek tartışmayı abdüktif bir akıl yürütme yapısıyla başlatmıştır. Ela bu iddiasıyla önce Selim’in [2] onayını almayı başarmıştır. Dahası Selim [2], Ela’nın öne sürdüğü ve doğru olduğuna inandığı iddiayı doğrulama çabasına girmiştir. Bu doğrulama çabası Aslı’nın [3] da iddianın doğru olduğuna inanmasına yol açmıştır. Ahmet [4] aynı fikirde olan üç arkadaşına rağmen alanın daha küçük olduğunu vurgulayarak Ela’nın iddiasına karşı çıkmıştır. Ahmet’in bu karşı duruşu ile sağlam bir gerekçeyle gerekçelendirilmemiş iddiadan geri dönmüştür. Ahmet’in öne sürdüğü durum ile Ela iddiasından vaz geçmiştir. Aslı’nın önerisi üzerine veri arayışına çıkan grup



üyelerinden Ela, GeoGebra yazılımını kullanarak Şekil 77'deki örüntüyü oluşturmuştur. Ardından alan ölçme aracını seçerek her adımda yeni oluşan üçgenin alanını ölçmüş ve takım arkadaşların ekrana bakmasını istemiştir.



**Şekil 77.** Takım çalışması aşamasında GeoGebra kullanarak yapılan alan ölçümleri

[7] Selim: *Yarısı olmuyor. Baksanıza ilk üçgenin alanı 10 ikinci üçgenin alanı 2,5 olmuş.*

[8] Ela: *Peki buradaki ilişki ne?*

[9] Aslı: *Çeyreği olmuş.*

[10] Ahmet: *Aaaa evet.*

[11] Ela: *2,5 de 0,63'ün yaklaşık dört katı.*

Ahmet'in sunduğu fikir öğrencileri GeoGebra yazılımını kullanmaya ve varsayımlarını test etmeye yönlendirmiştir [6]. Öğrenciler Şekil 77'deki örüntüyü oluşturmuş ve alanları ölçmüştür. Veri elde etmelerini sağlayan bu çizim öğrencilerin alanlar arasındaki ilişkiyi fark etmelerini kolaylaştırmıştır. Bu durum Selim'in [7] birinci ve ikinci adımdaki üçgenlerin alanını görmesine ve oranın  $\frac{1}{4}$  olmadığını fark ederek ifade etmesine yol açmıştır. Öğrenciler daha sonra hesap tablosunu açmıştır (Şekil 78). Her adımda oluşan üçgen ile bir önceki adımdaki üçgenin alanını birbirine böldüler. Örneğin ilk üçgen (ü1) ile ikinci üçgenin (ü2) alanını bölerler ve sonucu dört bulurlar ( $10/2.5 = 4$ ). Diğer adımlar için de bu işlemi tekrar ederler.

| Hesap Tablosu - GeoGebra |      |      |   |   |
|--------------------------|------|------|---|---|
|                          | A    | B    | C | D |
| 1                        | 10   | 2.5  | 4 |   |
| 2                        | 2.5  | 0.63 | 4 |   |
| 3                        | 0.63 | 0.16 | 4 |   |
| 4                        |      |      |   |   |

**Şekil 78.** Etkinlik 4'te hesap tablosu kullanımı



Aslı [9] Şekil 78'deki verilerden hareketle her adımda oluşan üçgenin bir önceki üçgenin çeyreği kadar alana sahip olduğunu vurgulu bir şekilde ifade etmiştir. Aslı'nın vurgulu söylemi grup üyeleri arasında ortak bir ilgi odağı sağlamaya çalıştığını göstermektedir. Ela [11] da bu sonucun doğruluğunu incelemek amacıyla ikinci ve üçüncü adımdaki üçgenlerin alanları arasındaki oranı incelemiş ve sonucun değişmediğini gözlemlemiştir. Üçgenlerin alanları arasında dört katlık bir ilişki olduğunu vurgulu bir şekilde söyleyen Ela [11], Aslı'nın ulaştığı sonucun doğruluğunu onaylamıştır.

[15] Ela: *Şimdi sürüklemeye yapmalyız.*

[16] Aslı: *Sürüklüyorum (Sürüklemeye yaparak farklı üçgenler oluşturur).*

[17] Aslı: *O zaman şunu yazıyoruz: Örüntüde oluşan her yeni üçgen ile bir önceki üçgen arasında dört katlık bir alan ilişkisi vardır.*

[18] Ela: *Aynen. Bu sonucu sürüklemeye yaparak doğruladık. Hiç değişmiyor.*

Öğrencilerden ulaştıkları sonucu doğrulamaları beklenmektedir. Bu yüzden öğrenciler GeoGebra'da bulunan hesap tablosu aracını kullanmıştır. Bu tablo öğrencilerin sayısal değerler arasında işlemler gerçekleştirmelerine olanak tanımaktadır. Öğrenciler üçgenlerin alanları arasındaki oranı hesap tablosu aracılığıyla kontrol etmiştir. Kontrol sonucunda her adımda alanın dörde bölündüğünü gözlemlemişlerdir (Şekil 78). Ayrıca veriler ile ulaştıkları sonuç arasında bir köprü sağlamak amacıyla GeoGebra'nın sürüklemeye özelliğini kullanmışlardır. Ela [15] vurgulu bir şekilde sürüklemeye yapılması gerektiğini ifade ederek grup üyeleri arasında doğrulamaya yönelik bir adım atılması konusunda bir ilgi odağı sağlamaya çalışmıştır. Öğrenciler üçgenleri sürükleyerek aynı zamanda hesap tablosunu incelemiştir. Aslı [17] ulaştıkları sonucu tekrar ederek alanlar arasındaki ilişkiye yönelik doğrulamanın başarılı olduğunu dile getirmiştir ve grup üyeleri arasında ortak bir fikir birliği sağlanmıştır [18].

[19] Ahmet: *Problem onuncu adımda oluşan yeni üçgen ile birinci adımdaki üçgenin alanları arasındaki oranı bulmamızı da istiyor.*

[20] Ela: *O da kolay. Alanlar arasında bir örüntü var zaten.*

[21] Aslı: *Aynen. İlk üçgenin alanı A olursa ikinci adımdaki üçgenin alanı A/4 olur.*

[22] Ahmet: *Üçüncü üçgenin alanı da A/16 olur. Yani A/4<sup>2</sup>.*

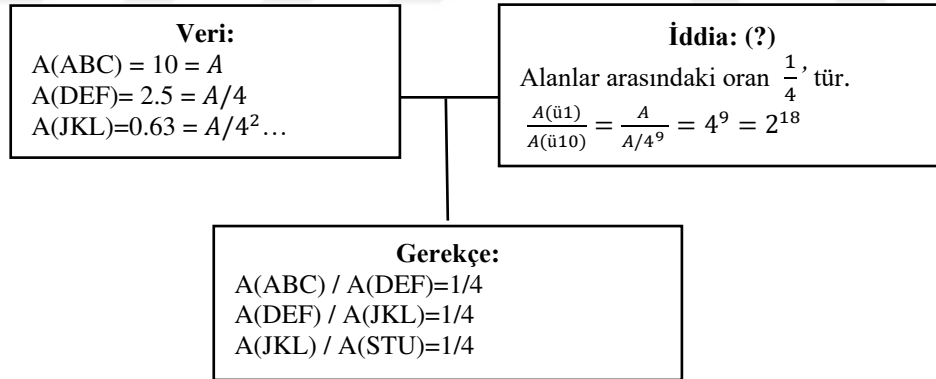
[23] Ela: *Sürekli dörde bölünüyor. Bu yüzden 10. adımdaki üçgenin alanı A/4<sup>9</sup> olur.*

[24] Ahmet: *A<sub>1</sub>/A<sub>10</sub> işleminin sonucunu bulmalyız.*

[25] Selim: *Yani  $\frac{A}{A/4^9} = 4^9$  Evet sonuç bu.*

Problemin sonuna doğru Ahmet [19] onuncu adımdaki üçgenin alanı ile ilk üçgenin alanı arasındaki oranı bulmaları gerektiğini hatırlatmıştır. Ela [20] alanlar arasında bir örüntü olduğunu vurgulayarak problemin bu örüntünün kuralına göre çözülebileceğine yönelik bir ilgi odağı sağlamaya çalışmıştır. Aslı [21] yüksek bir sesle ilk üçgenin alanın  $A$  olması durumunda ikinci adımda çizilen üçgenin alanının  $\frac{A}{4}$  olacağını öne sürmüştür. Bu ifade bir iddia gibi görünse de aslından bir önceki aşamada öğrencilerin ulaştıkları sonuçtur. Ahmet üçüncü adımı ekleyerek alanın  $\frac{A}{16}$  olacağını belirtmiştir. Örüntüye göre alanın sürekli dörde bölündüğünü tekrar eden Ela [23] onuncu adımda oluşan üçgenin alanını  $\frac{A}{4^9}$  olarak hesaplamıştır. Böylece öğrenciler bölme işlemini yapabilmiş  $(\frac{A}{A/4^9})$  ve sonucu  $4^9$  olarak bulmuştur.

Öğrenciler, etkinliğin başında abdüktif bir akıl yürütme yapısıyla ortaya attıkları iddiayı doğrulamak amacıyla veri arayışına çıkmıştır. Kısa sürede iddialarının yanlış olduğunu fark eden öğrenciler topladıkları verileri kullanarak alanlar arasındaki ilişkiye yönelik genel bir ifadeye  $(\frac{1}{4})$  ulaşmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin etkinliğin ilerleyen kısımlarındaki akıl yürütmeleri indüktif yapıdadır (Şekil 79).



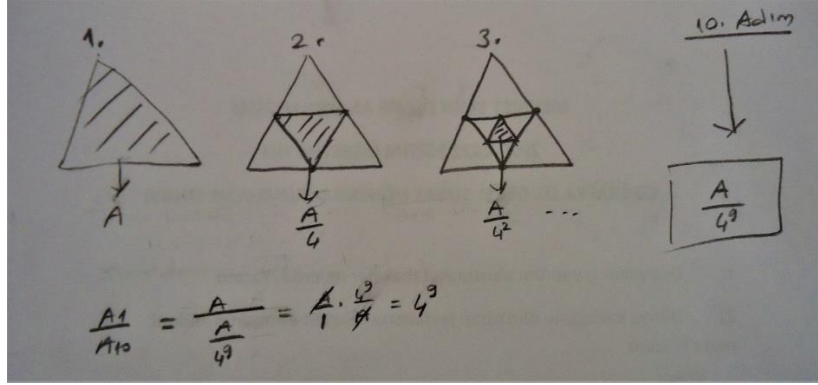
**Şekil 79.** Öğrencilerin Etkinlik 4'teki indüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 4'ü indüktif ve dedüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler indüktif akıl yürütmeleriyle örüntünün kuralına ulaşırken GeoGebra'daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik örüntü belirleme ve genelleme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler ilk önce GeoGebra yazılımı üzerinde örüntüye ait görsel bir temsil oluşturmuştur. Bu görsel temsil ile örüntüyü belirleyen öğrenciler örüntüdeki düzene odaklanmış ve nihayetinde genelleme yaparak kurala ulaşmışlardır. Öğrenciler daha sonra örüntünün kuralını kullanarak dedüktif akıl yürütme yapılarıyla

istenen adımlardaki üçgen sayısını bulabilmiştir. Etkinliğin ikinci kısmında ise öğrenciler yeni bir genelleme sürecinden geçerek her adımda oluşan üçgenlerin alanları arasındaki ilişkiye odaklanmış ve böylece alanlara ilişkin örüntüye ait genel bir kurala ulaşmışlardır. Bu süreçte öğrenciler GeoGebra’da bulunan hesap tablosunu kullanmış ve böylece verilerinin uygunluk ve geçerliliğini sağlamıştır. Dolayısıyla örüntü belirleme ve genelleme süreçleri öğrencilerin indüktif akıl yürütme yapılarını desteklerken gerekçelendirme süreci ise hem dedüktif hem indüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela ulaştıkları sonucu tüm sınıf ile paylaşmıştır. Bu amaçla sınıfta bulunan etkileşimli tahtayı kullanmıştır. Bu aşamada örüntünün ilk dört adımını oluşturmuştur. Arkadaşlarından her adımda oluşan yeni üçgene bakmalarını istemiştir. Her adımda oluşan yeni üçgenin belirli bir kurala göre küçüldüğünü ve bu kuralı açıklayacağını ifade etmiştir. GeoGebra’da bulunan alan ölçme aracını seçerek üçgenlerin alanını ölçmüştür. Ela bu aşamada hesap tablosunu kullanmamıştır. Alanın her adımda dörde bölündüğünü ifade ederek diğer adımlarda da bu kuralın geçerli olduğunu açıklamıştır. Bu yüzden Ela alanlar arasında da bir örüntü olduğunu bunun da bir kuralı olduğunu ifade etmiştir. Takım arkadaşı Aslı alanın sürekli dörde bölündüğünü ve kuralın bu olduğunu tekrar etmiştir. Ela, cebirsel ifadeleri kullanarak ilk üçgenin alanı  $A$ , ikinci üçgenin alanını  $\frac{A}{4}$  ve böylece devam ederek onuncu adımda çizilecek üçgenin alanını  $\frac{A}{4^9}$  olarak belirtmiştir. Ardından rasyonel sayılar arasında bölme işlemini gerçekleştirmiş ve sonuca ulaşmıştır.

Öz yansıtma aşamasında ise öğrenciler aynı problemi bireysel olarak tekrar çözmüş ve sonuçlarını öğretmen ile paylaşmıştır. Öğrencilerin ürünleri incelendiğinde dördünün de üçgenler arasındaki alan ilişkisini belirleyebildiği ve istenen adımlardaki üçgenlerin alanlarını bulabildiği görülmüştür (Şekil 80). Bireysel çalışma aşamasında hiçbir öğrenci doğru sonuca ulaşamamışken öz yansıtma aşamasında ise dört öğrenci de doğru sonuca ulaşabilmiştir.



**Şekil 80.** Öz yansıtma aşamasından örnek bir çözüm

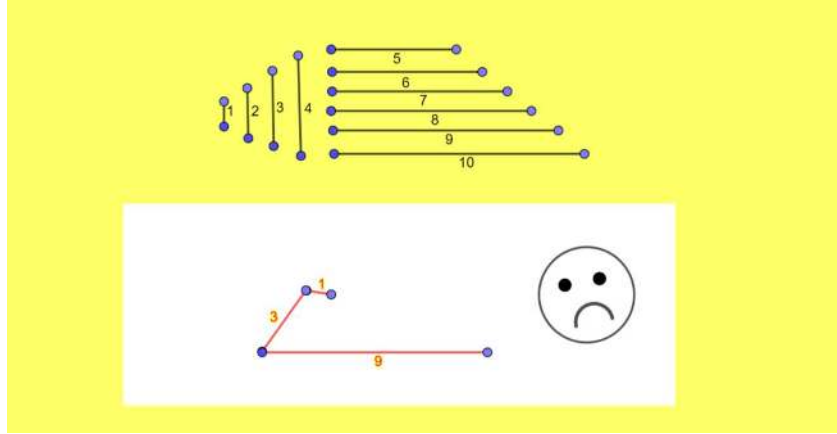
Bu etkinlik, öğrencilerin üçgenler ile ilgili bir örüntüde örüntünün kuralını bulmalarına yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin dedüktif ve indüktif yapıda akıl yürüttükleri, genelleme, örüntü belirleme ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan genelleme ve örüntü belirleme süreçlerinin indüktif akıl yürütmeyi, gerekçelendirme sürecinin dedüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 28).

**Tablo 28.** Etkinlik 4’te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                  | Yapısal Boyut |
|-------------------------------|---------------|
| Gerekçelendirme               | Dedüktif      |
| Genelleme<br>Örüntü belirleme | İndüktif      |

#### 4.5. “Üçgen Çerçeve Oyunu” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 5’te öğrencilerin GeoGebra üzerinde oynayacakları bir oyun ile üçgen eşitsizliğini keşfetmeleri beklenmektedir. Üç kişi ile oynanan bu oyunda her bir öğrenciye uzunlukları 1 birimden 10 birime kadar olan on farklı çubuk (doğru parçası) verilmektedir (Şekil 81).



**Şekil 81.** Üçgen çerçeve oyunu

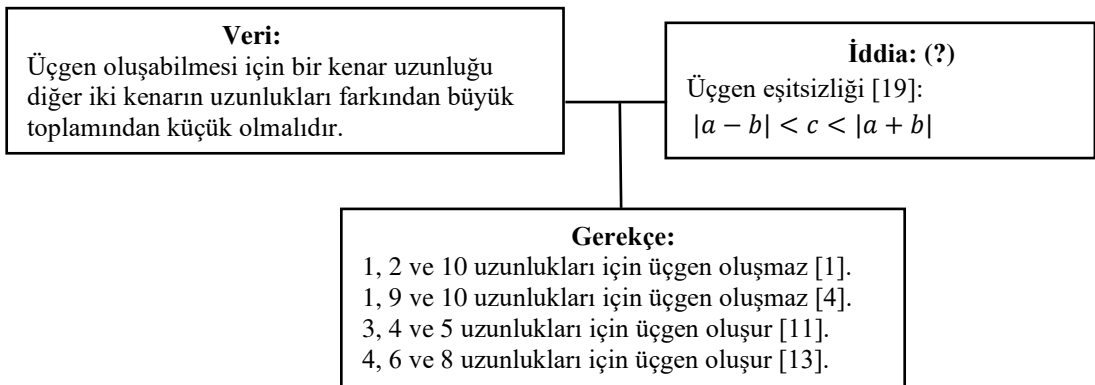
Öğrenciler sırayla seçtikleri çubuğu yere bırakarak üçgen bir çerçeve oluşturmaya çalışır. Son hamleyi yaparak bir üçgen oluşturabilen oyuncu eli kazanmakta ve yerdeki çubukları toplamaktadır. Ayrıca ikinci hamleyi yapan oyuncu seçeceği tahta çubukla üçüncü oyuncunun işini zorlaştıracak ve kaybetmesini sağlayacaktır. Bu doğrultuda bireysel çalışma aşamasında oyun başlamadan önce öğrencilerden bir prova yapmaları, üçgen oluşan ve oluşmayan birer durum bulmaları ve bu durumları incelemeleri istenmiştir. Takım çalışması aşamasında ise öğrencilerin oyunu oynamaları, ardından üçgen oluşmayan durumları birbirleri ile paylaşmaları ve üçgen oluşmama nedenini tartışmaları istenmiştir. Öğrenciler yaklaşık 10 dakika boyunca oyunu oynamıştır. Böylece öğrenciler üçgen oluşan veya oluşmayan durumları daha fazla gözlemlemiştir. Oyunun tamamlanmasının ardından öğrenciler arasında aşağıdaki tartışmalar yaşanmıştır:

- [1] Aslı: Ben 1, 2 ve 10'u seçtiğimde üçgen oluşmadı. 10 diğerlerine göre çok büyüktü.
- [2] Ela: Aynen ben de bunu fark ettim. Biri diğerlerinden çok büyük veya çok küçük olursa üçgen çerçeve kapanmaz. Nasıl kapansın?
- [3] Ahmet: Doğru.
- [4] Selim: Ela'nın dediği mantıklı. Mesela 10 cm, 9 cm ve 1 cm'lik çubuğu seçsek de kapanmıyor.
- [5] Ahmet: Ama sayılar birbirine yakın olduğunda bir sorun olmuyor değil mi?
- [6] Ela: Evet evet.

Öğretmen öğrencilere üçgen oluşan ve oluşmayan durumlarda son bırakılan çubuğun uzunluğu ile diğer iki çubuğun uzunlukları toplamı ve farkı arasında nasıl bir ilişki olduğunu sormuştur. Bu soruyla birlikte öğrencilerin üçgen eşitsizliğine yönelik bir *genellemeye* ulaşmaları hedeflenmiştir.

- [7] Ela: 1 ve 2'yi seçtik diyelim. Son çubuğumuz 10. Diğer ikisinin farkı 1, toplamı 3. Burada nasıl bir ilişki var ki?
- [8] Aslı: Baksana 10 her iki sonuçtan da büyük. Şimdi diğerine bakalım. 10, 9 ve 1.
- [9] Ela: Farkları 1 toplamı 19. Bu defa farka eşit oldu ama toplam yine çok büyük.
- [10] Selim: Aynen.
- [11] Ahmet: Şimdi üçgen oluşan bir duruma bakalım. 3-4-5 olan çubukları seçelim.
- [12] Ela: 3 ile 4'ün farkı 1, toplamı yedi. 5, farktan büyük ama toplamdan küçük.
- [13] Aslı: Aaa, aynen. Ben 4-6-8 çubuklarıyla bir üçgen oluşturmuştum. Buna bakalım!
- [14] Ahmet: 4 ile 6'nın farkı 2, toplamı 10'dur.
- [15] Aslı: Evet. Şimdi 8'e bakalım. 8 sayısı 2'den büyük değil mi?
- [16] Ela: Evet büyük. 10'dan da küçük
- [17] Ela: Hmm... Bunda da farktan büyük toplamdan küçük oldu.
- [18] Öğretmen: Üçgen oluşan durumlarda kenarlar arasında nasıl bir ilişki gördünüz?
- [19] Aslı: Üçüncü kenar diğer ikisinin farkından büyük olmalı. Toplamından da küçük...
- [20] Ela: Aynen hocam.
- [21] Öğretmen: Peki farkından büyük ve toplamından küçük olmadığında ne olur?
- [22] Selim: Çerçeve kapanmaz hocam.
- [23] Aslı: Üçgen oluşmaz.

Etkinlik 5'te gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin bir üçgenin oluşabilmesi için kenarlar arasında olması gereken ilişkiye (üçgen eşitsizliği) indüktif akıl yürütme yapısıyla ulaşabildikleri görülmektedir (Şekil 82). Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak üçgen çerçeve oyununu oynamıştır. Üçgen oluşan ve oluşmayan durumlara yönelik edindikleri bu deneyim ile topladıkları verileri tartışmalarında kullanmışlardır. Öğrenciler topladıkları bu verilerden yola çıkarak bir *genelleme* süreci gerçekleştirmiştir. Genelleme sürecinin sonunda üçgen oluşan ve oluşmayan durumlarda doğru parçalarının uzunlukları arasındaki ilişkiyi görebilmişlerdir.

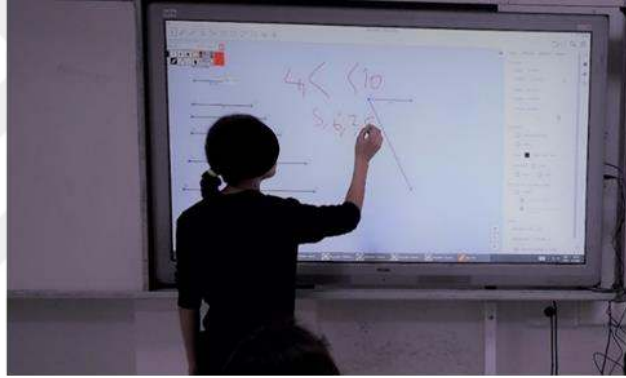


**Şekil 82.** Öğrencilerin Etkinlik 5'teki indüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 5'i indüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler GeoGebra'da farklı kenar uzunluklarına sahip doğru parçaları üzerinde yaptıkları incelemeler sayesinde gözlemledikleri sonuçları genelleştirmişlerdir. Öğrenciler farklı

uzunluktaki doğru parçaları için üçgen oluşan ve oluşmayan durumları incelemiştir. İnceleme sonucunda herhangi bir üçgenin oluşabilmesi için kenar uzunlukları arasında olması gereken ilişkiyi ortaya koymuşlardır. Dolayısıyla bu etkinlikte genelleme süreci öğrencilerin indüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında Ela ulaştıkları sonucu sınıfın geri kalanıyla paylaşmıştır. Ela GeoGebra yazılımını kullanarak bir üçgen çizmiştir. Üçgenin kenar uzunluklarını ölçmüş ve aralarındaki ilişkiyi açıklamıştır. Ela, bir üçgenin oluşabilmesi için üçüncü kenarın diğer iki kenarın farkından büyük ve toplamından küçük olması gerektiğini ifade etmiştir (Şekil 83). Bunu doğrulamak amacıyla farklı uzunluktaki doğru parçaları oluşturmuştur. Bu doğru parçalarıyla bir üçgen oluşturmayı denemiş ancak oluşmadığını çünkü kenar uzunluklarının açıkladığı kurala uygun olmadığını belirtmiştir.



**Şekil 83.** Etkinlik 5'in sınıf tartışma aşamasından bir görüntü

Öz yansıtma aşamasında dört öğrencinin de üçgen eşitsizliğini hatırlayabildiği ve etkinlikte kullanabildiği görülmüştür. Öğrenciler üç doğru parçası ile üçgen oluşturulabilmesi için kenarlar arasında olması gereken ilişkinin farkında olmuşlardır.

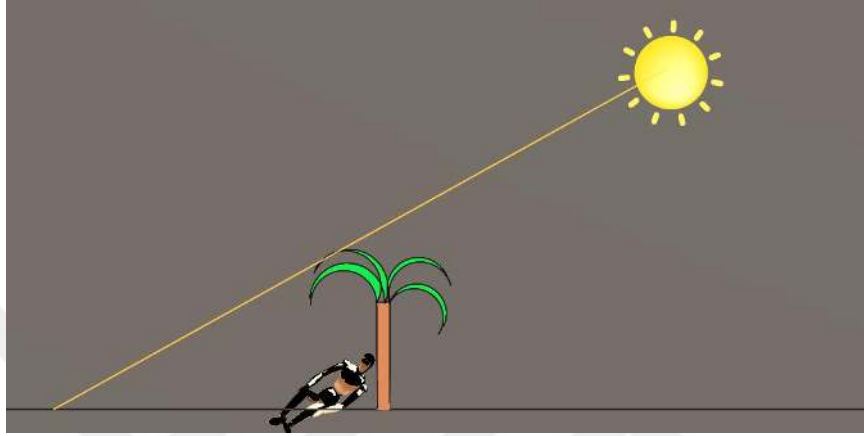
Bu etkinlik, üçgen eşitsizliğinin keşfedilmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin indüktif yapıda akıl yürüttükleri, genelleme sürecini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan genelleme sürecinin indüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 29).

**Tablo 29.** Etkinlik 5'te Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu | Yapısal Boyut |
|--------------|---------------|
| Genelleme    | İndüktif      |

#### 4.6. “Gölge Boyu” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 6’da öğrencilerin üçgende açı-kenar ilişkisini fark etmeleri beklenmektedir. Bu kapsamda etkinlikte sabah saatlerinde bir ağacın gölgesinde uyuyakalan birinin öğle saatinde Güneş’in yakıcı sıcaklığını hissederek uyandığı anlatılmaktadır (Şekil 84).



**Şekil 84.** Gölge boyu etkinliğine ait bir görsel

Bu doğrultuda öğrencilere Güneş ışınlarının gelme açısı ile ağacın gölge boyu arasındaki ilişki sorulmuştur. Ayrıca öğrencilerden sabah saatlerine ait Güneş ışını-ağaç-gölge boyu üçlüsünün oluşturduğu üçgeni çizmeleri istemiştir. Öğrenciler bu çizim üzerinde incelemelerde bulunmuş ve fikirler üretmiştir. Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler Tablo 30’da verilmiştir.

**Tablo 30.** Etkinlik 6’nın Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                       |
|--------|-----------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Sabah gölge boyu büyük olur öğle ise küçük.</i>                    |
| Ela:   | <i>Açı büyüdükçe gölge boyu büyür. Küçüldükçe gölge boyu küçülür.</i> |
| Aslı:  | <i>Güneş doğduğu ve battığı anda gölge boyu çok büyük olur.</i>       |
| Ahmet: | <i>Güneş ışınlarının gelme açısı küçülürse gölge boyu küçülür.</i>    |

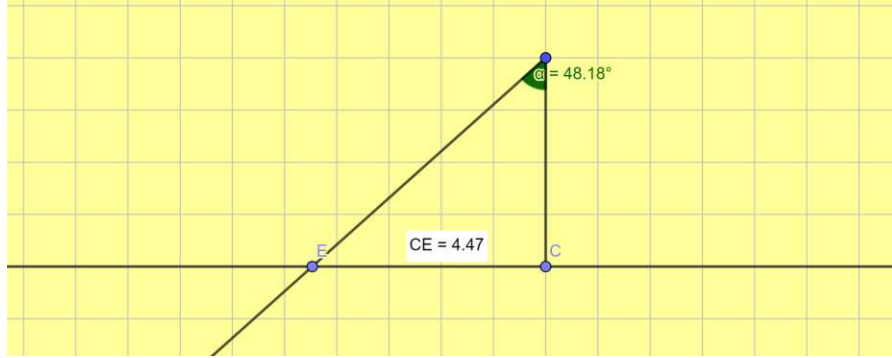
Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler incelendiğinde tümünün ışının gelme açısı ile gölge boyu arasında aynı yönlü bir ilişkinin var olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Öğrenciler bu aşamada benzer fikirler ürettiklerinden takım çalışması aşamasında bir sonuca ulaşmaları uzun sürmemiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin ürettikleri fikirler takım çalışması aşamasında aşağıdaki gibi yansımıştır.

[1] Ela: *Bana göre açı büyürse gölge boyu büyür. Güneş dik gelirse tepede olursa yani açı küçülürse gölge boyu küçük olur. Sıfır olmaz ama 0° kadar küçük olur.*

[2] Selim: *Katılıyorum. Ekvator gibi oluyor.*



Öğrenciler GeoGebra üzerinde bir çizim yaparak bu çizim üzerinde tartışılar (Şekil 85).



**Şekil 85.** Etkinlik 6’da öğrencilerin GeoGebra çizimi

[3] Ahmet: *Gelme açısı küçülürse gölge boyu küçülür.*

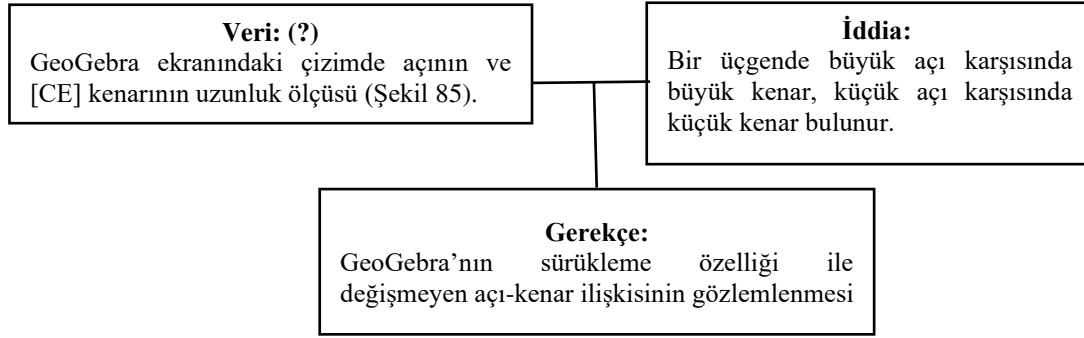
[4] Aslı: *Tamam zaten açı büyüdükçe kenar da büyüyor burada. Mesela dik olduğunda küçük oluyor ama eğik açiya getirdiğimizde ise kenar daha büyük oluyor. Yani Güneş’in gelme açısı ile ilgili.*

(Öğrenciler üçgeni sürükleyerek diğer açı ve kenarlar arasında da benzer bir ilişki olduğunu gözlemlemiştir.)

[5] Aslı: *Aynı, yani doğru orantı var.*

[6] Ela: *O zaman kenar küçüldükçe açı da küçülür, açı küçüldükçe kenar da küçülür. Bu ifade doğru.*

Tartışma, Ela’nın [1] abdüktif akıl yürütme yapısıyla öne sürdüğü iddiayla başlamıştır. Ela vurgulu bir şekilde açı büyüdükçe ağacın gölge boyunun da büyüyeceği varsayımını dile getirmiş ve hemen ardından Selim’in onayını alabilmiştir. Öğrenciler bu iddiayı doğrulayabilmek amacıyla veri arayışına girmiştir. GeoGebra üzerinde yaptıkları bir çizim üzerinde (Şekil 85) incelemelerde bulunmuş, açı ve kenar ölçülerine ilişkin *karşılaştırmalar* yapmışlardır. Öğrenciler gözlem yoluyla ulaştıkları veriler ile Ela’nın ortaya attığı iddianın doğru olduğunu gözlemleyebilmiştir [3-4]. GeoGebra üzerinde yaptıkları sürükleme ile açının değişmesi durumunda kenar uzunluğunun değişimini inceleyebilen öğrenciler *gerekçelendirme* sürecini tamamlamıştır. Sürükleme sonucunda da iddialarının doğruluğunu koruduğunu gözlemlemiş ve böylece bir üçgende küçük açı karşısında küçük kenar, büyük açı karşısında büyük kenar olduğu iddiasını doğrulamışlardır. Son olarak Aslı [5] vurgulu bir şekilde açı ve kenar arasındaki ilişkinin doğru orantılı olduğunu belirtmiş ve böylece grup üyeleri arasında ortak bir odak noktası sağlamak istemiştir. Aslı’nın bu vurgulu ifadesi ile Ela, doğruladığı iddiasını tekrar ifade etmiş ve böylece tartışma grup üyelerinin aynı fikirde olmalarıyla sonlanmıştır. Öğrenciler tartışmaya iddialarını ifade ederek başlamış ve süreçte veri arayışına girmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikteki akıl yürütme yapıları abdüktif yapıdadır (Şekil 86).



**Şekil 86.** Öğrencilerin Etkinlik 6'daki abdükatif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 6'yı abdükatif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce bir üçgende açı-kenar arasındaki ilişki hakkında varsayımlarda bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdükatif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler ve ölçümler gerçekleştirmiş, gözlem yaparak farklı üçgenlerde açı-kenar ölçülerini karşılaştırmışlardır. Nitekim ulaştıkları veriler ile iddialarının doğru olduğu gözlemlenebilmiş ve daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra'da sürüklemeler yapılmıştır. Dolayısıyla varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdükatif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela grubun ulaştığı sonuçları paylaşmak üzere etkileşimli tahtayı kullanmıştır. GeoGebra'yı kullanarak Güneş ışınları–ağaç-gölge boyu üçlüsünün oluşturduğu üçgeni çizmiştir. Açı ve uzunluk araçlarını seçerek üçgende iç açı ölçülerini ve kenar uzunluklarını ölçmüştür. Ölçümün ardından arkadaşlarından ölçüleri incelemelerini istemiştir. En büyük kenarın yüne en büyük açı karşısında, en küçük kenarın da en küçük açı karşısında olduğunu açıklamıştır. Sürüklemeye ile oluşturduğu farklı üçgenlerde de bu ilişkinin bozulmadığını göstermiş ve üçgende açı kenar ilişkisine yönelik açıklamalarını tamamlamıştır. Öz yansıtma aşamasında ise öğrencilere ait ürünler incelendiğinde dört öğrencinin de bir üçgende açı-kenar ilişkisini hatırladığı ve aralarındaki ilişkiyi doğru açıklayabildiği görülmüştür.

Bu etkinlik, üçgende açı-kenar ilişkisinin keşfedilmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdükatif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini

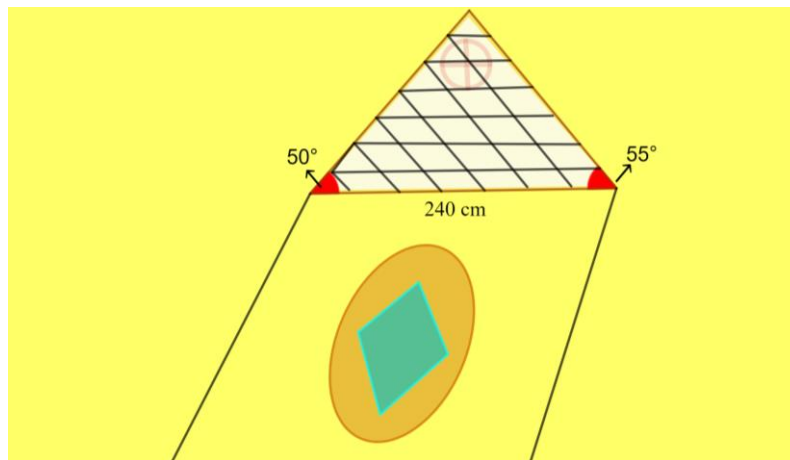
gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdükatif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 31).

**Tablo 31.** Etkinlik 6’da Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu       | Yapısal Boyut |
|--------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma | Abdükatif     |
| Gerekçelendirme    |               |
| Karşılaştırma      |               |

#### 4.7. “Kitaplık” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 7’de öğrencilerin yeterli sayıda elemanın ölçüleri verilen bir üçgeni çizebilmesi hedeflenmiştir. Etkinlikte Ceren’in çatı katındaki odasına üçgen şeklinde bir kitaplık yaptırmak istediği anlatılmaktadır. Ceren’in, odasındaki üçgen şeklindeki duvarı tamamen kapatacak şekilde bir kitaplık yaptıracığı bunun için de duvara ait ölçüleri not alması gerektiği bilgisi verilmiştir. Ceren boyu yetişmediğinden sadece duvarın enini ölçebilmiştir. Bir çözüm bulmaya çalışan Ceren ölçtüğü kenara ait açıların işe yarayabileceğini düşünmüştür. Ölçümleri yapan Ceren köşedeki açıların  $50^\circ$  ve  $55^\circ$  olduğunu bulmuştur (Şekil 87). Eline aldığı bir kâğıt üzerinde cetvel ve açıölçer ile çizim yapmaya başlayan Ceren 240 cm olan taban uzunluğunu 24 cm olarak çizmiş daha sonra açıları eklemiştir. Bu açıklamanın ardından öğrencilere Ceren’in bulduğu yöntemin işe yarayıp yaramayacağı sorulmuştur.



**Şekil 87.** Kitaplık etkinliğine ait bir görsel

Öğrenciler Ceren'in buluşu yöntemin işe yarayıp yaramayacağını deneyimlemiştir. Bu deneyim ile iki açısı ve bu açılar arasındaki kenar ölçüsü bilinen üçgenin çizilebildiğini gözlemlemişlerdir. Öğrenciler önce bireysel olarak çalışmış ve Tablo 32'de verilen fikirleri üretmiştir.

**Tablo 32.** Etkinlik 7'nin Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                               |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | <i>Çizilebilir.</i>                                                                           |
| Ela:   | <i>İşe yarayabilir.</i>                                                                       |
| Aslı:  | <i>Kenarı vermişler, iki tane açı vermişler. Bunu kullanarak bence bir üçgen çizebiliriz.</i> |
| Ahmet: | <i>Bence çizemeyiz, üç kenar verilmemiş ki!</i>                                               |

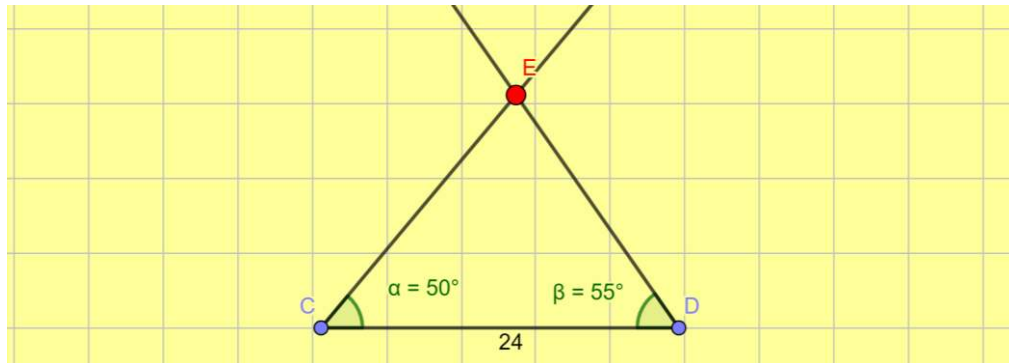
Öğrencilerin bireysel çalışma aşamasında ürettiği fikirler incelendiğinde Selim, Ela ve Aslı'nın verilen ölçülerle üçgen çizilebileceği, Ahmet'in ise çizilemeyeceği düşüncesine sahip olduğu görülmüştür. Ela ve Aslı bir gerekçe sunmamış, Ahmet ise bir üçgen için üç kenarın verilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Öğrenciler bireysel çalışma aşamasında ürettikleri fikirlerle takım çalışması aşamasında aşağıdaki gibi tartışmıştır:

[1] Aslı: *Bence çizilir.*

[2] Öğretmen: *Neden?*

[3] Aslı: *Çünkü şöyle bir şey var. Kenarı vermişler, iki tane açı vermişler. Bunu kullanarak bence bir üçgen çizebiliriz.*

Aslı GeoGebra üzerinde verilen uzunlukta doğru parçası aracını seçerek 24 birim uzunluğunda bir doğru parçası çizmiştir. Ardından bu doğru parçasının iki ucunu 50° ve 55°'lik açılarının köşeleri olarak kullanmıştır. Aslı verilen ölçüde açı aracı ile bu işlemi gerçekleştirmiştir. Açılarını oluşturduktan sonra ışın aracını seçerek açılarının birer kolunu uzatmış ve kesişmelerini sağlamıştır (Şekil 88).



**Şekil 88.** Etkinlik 7'deki üçgen çizimi I

[4] Öğretmen: *Çizebildiniz mi peki?*

[5] Aslı: *Yaptım evet.*

[6] Öğretmen: *Ceren'in bu yöntemi diğer kenarların uzunluklarını bulmamızı sağlar mı?*

- [7] Ela: *Aslında hangi kenarın kısa hangi kenarın uzun olduğunu bulabiliriz.*  
 [8] Ahmet: *Tamam onu zaten buluruz. Büyük açının karşısındaki daha büyük olur.*  
 [9] Öğretmen: *Tam olarak kenar uzunluklarını bulabilir miyiz?*  
 [10] Ela: *Tam olarak bence bulamayız.*  
 [11] Ahmet: *Bulamayız.*  
 [12] Ela: *50°'nin kolunu istediğimiz kadar uzatabiliriz. Aynı şekilde 55°'nin kolunu da istediğimiz kadar uzatabiliriz. Bunları uzattığımızda bir noktada kesişiyorlar (Şekil 88'de E noktası).*

Etkinliğin ikinci aşamasında öğrencilerden iki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen üçgenin çizilip çizilemeyeceği konusunda bir sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilere şu açıklamada bulunulmuştur:

*Bulduğu yöntemin işe yaradığını fark eden Ceren istediği kitaplığı sipariş etmek için marangozu arar. Telefonu açan marangoz çırağına kitaplığın ölçülerini anlatırken üç kenar uzunluğunu söylemek yerine yanlışlıkla iki kenar uzunluğunu ve bu kenarlar arasındaki açıyı söylemiştir. Ceren'in ifade ettiği ölçüler 240 cm, 220 cm ve 50°'dir.*

Verilen bilgi doğrultusunda çırağın not aldığı ölçülerle bir üçgenin çizilip çizilemeyeceği sorulmuştur. Öğrencilerden üçgen çizilebileceğini düşünüyorlarsa çizimleri istenmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler arasında aşağıda verilen tartışmalar gerçekleşmiştir.

Aslı: *Bence burada da çizilebilir.*

Ela: *Hemen emin olmamak gerek. Biraz düşünelim*

Ahmet: *Bence de düşünelim. Şimdi iki kenar var ve bunların arasındaki açıyı biliyoruz.*

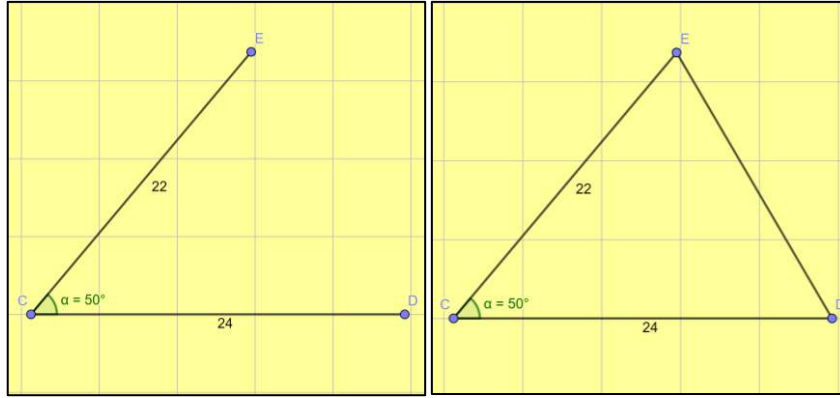
Aslı: *İki kenarı birleştiririz o kolay. Aralarındaki açıyı da 50° olarak ayarlarız.*

Selim: *50° mi? O nereden çıktı?*

Ela: *Soruda demiş ya kenarlar arasındaki açı 50° diye.*

Selim: *Peki nasıl çizeceğiz?*

Öğrenciler verilen uzunlukta doğru parçası aracını seçerek 24 br ve 22 br uzunluğundaki iki doğru parçası oluşturmuş ve bunları uç uca eklemiştir. Ardından aradaki açıyı ölçen öğrenciler ölçüm sonrası aradaki açı 50° olana kadar doğru parçalarını hareket ettirmiştir. Açı 50° olduğunda öğrenciler hareket ettirmeyi bırakmış ve doğru parçalarının açık olan E ve D noktalarını birleştirmiştir (Şekil 89). Bu sayede öğrenciler iki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen bir üçgenin çizilebileceğini gözlemlemiştir.



**Şekil 89.** Etkinlik 7'deki üçgen çizimi II

Etkinliğin üçüncü aşamasında öğrencilerden üç kenarının uzunluğu verilen üçgenin çizilip çizilemeyeceği konusunda bir sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğrencilere şu açıklamada bulunulmuştur:

*Ceren sipariş verirken hata yapmasaydı ölçüleri şu şekilde ifade edecekti: 200 cm, 240 cm ve 220 cm. Marangoz tahta parçalarını hazırlarken çıraktan bu ölçülere ait taslak üçgeni hazırlamasını istemiştir.*

Verilen bilgi doğrultusunda çırağın not aldığı ölçülerle bir üçgenin çizilip çizilemeyeceği sorulmuştur. Öğrencilerden üçgen çizilebileceğini düşünüyorlarsa çizimleri istenmiştir. Bu doğrultuda öğrenciler arasında aşağıda verilen tartışmalar gerçekleşmiştir.

Ela: Uzunlukları 20, 22 ve 24 olarak düşünelim.

Aslı: Aynen.

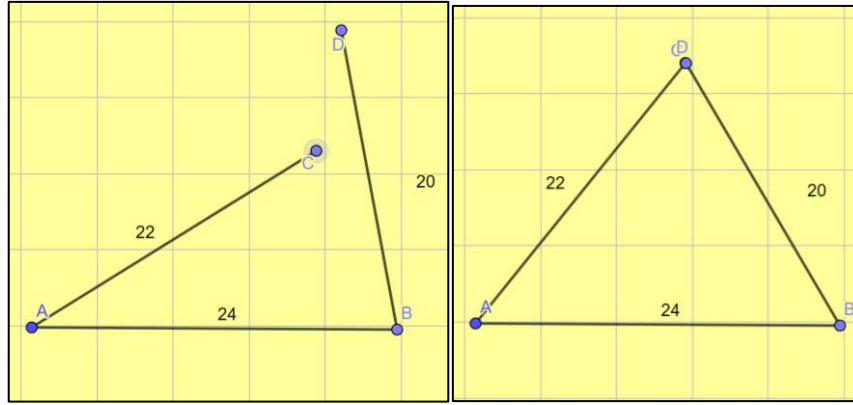
Ahmet: Üçgen eşitsizliği olmalı bence.

Aslı: Aaa doğru diyorsun. Bir kenar diğer iki kenarın toplamından küçük olmalı.

Ahmet: Ve farkından büyük...

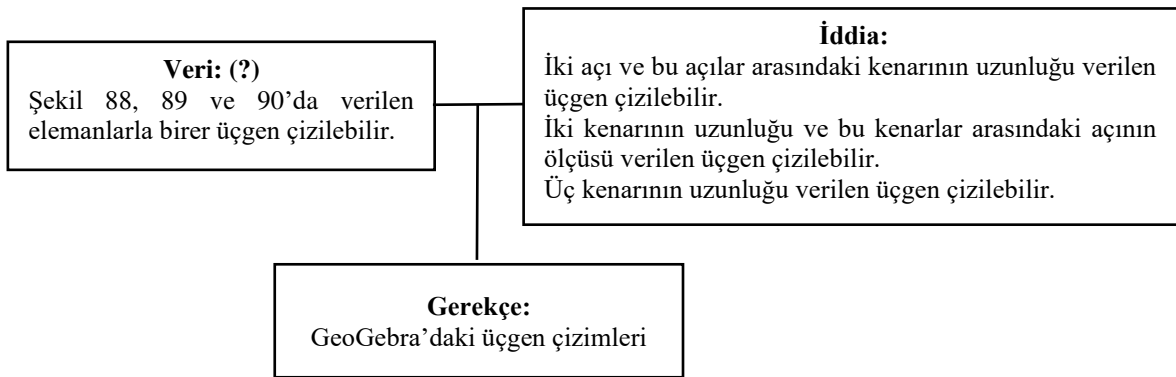
Ela: Evet.

Öğrenciler uzunlukları 20, 22 ve 24 br olan üç doğru parçasının üçgen eşitsizliğini sağlayıp sağlamadığını incelemiştir. 24'ün 2 ile 42 arasında bir sayı olmasından dolayı üçgen oluşabileceği sonucuna ulaşmışlardır. Ardından öğrenciler GeoGebra üzerinde uzunlukları 20, 22 ve 24 br olan üç doğru parçası oluşturmuştur. Doğru parçalarını hareket ettirerek uçlarını birleştirmeyi denemiş ve böylece üçgen oluşabildiğini gözlemlemiştirler (Şekil 90).



**Şekil 90.** Etkinlik 7'deki üçgen çizimi III

Öğrencilerin etkinliğin her üç kısmında da benzer bir yol izlediği görülmektedir. Verilen elemanlarla üçgenin çizilebileceğine yönelik olan *varsayımlarından* yola çıkmış ve üçgen çizimlerini GeoGebra üzerinde deneyimlemiştir. Dolayısıyla öğrencilerin bu etkinlikteki akıl yürütme yapıları abdüktif yapıdadır (Şekil 91). Nitekim öğrenciler verilen elemanlarla üçgen çizilebileceği düşüncelerinden yola çıkmış ve GeoGebra'nın sağladığı geribildirimlerle iddialarını doğrulamıştır. Ayrıca öğrenciler süreçte iddialarını doğrulamak için *gerekçelendirme* yapmışlardır. Süreç içerisinde üçgende açı-kenar ilişkisini ve üçgen eşitsizliğini dile getirmişlerdir. Etkinlikte öğrencilerden kitaplığın diğer kenar uzunluklarını bulmaları da istenmiştir. Öğrenciler her üç aşamada da üçgenleri çizebilse de gerçek uzunluk ve çizim arasındaki benzerlik veya oran ilişkisini kuramamış bu yüzden kitaplığın gerçek uzunluğunu hesaplayamamıştır. Etkinliğin odağında üçgen çizimleri olduğundan bu kısımlar üzerinde sadece kurumsallaştırma aşamasında durulmuştur.



**Şekil 91.** Öğrencilerin Etkinlik 7'deki abdüktif akıl yürütme yapısı

Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 7'yi abdüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler ilk önce verilen elemanlarla üçgenin çizilebileceğine yönelik varsayımlarda

bulunmuşlardır. Varsayımda bulunma süreci ile birlikte öğrenciler iddialarını dile getirmiş ve veri arayışına koyulmuştur. Dolayısıyla varsayımda bulunma süreci öğrencilerin abdüktif akıl yürütme yapılarını tetiklemiştir. Öğrenciler veri arayışı amacıyla GeoGebra üzerinde çizimler gerçekleştirmiş ve varsayımlarını test etmiştir. Nitekim ulaştıkları veriler ile iddialarının doğru olduğunu gözlemleyebilmiştir. Ayrıca öğrenciler süreç boyunca ifadelerini gerekçelendirmek amacıyla önceki bilgilerinden yararlanmışlardır. Dolayısıyla varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçleri bu etkinliğin tamamlanmasında etkili olan abdüktif akıl yürütme yapısını desteklemiştir.

Sınıf tartışması aşamasında grup sözcüsü olan Ela grubun ulaştığı sonuçları açıklamak üzere etkileşimli tahtayı kullanmıştır. Her üç durumda da bir üçgenin çizilebildiğini açıklamış ve GeoGebra yazılımını kullanarak arkadaşlarının bu durumu yeniden deneyimlemesini sağlamıştır. Öz yansıtma aşamasında da öğrencilerin üç durum için üçgen çizilebildiğini hatırlamış ve çizimlerini gerçekleştirmiştir.

Bu etkinlik, yeterli sayıda elemanın ölçüleri verilen üçgenin çizilmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin abdüktif yapıda akıl yürüttükleri, varsayımda bulunma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan varsayımda bulunma sürecinin abdüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 33).

**Tablo 33.** Etkinlik 7’de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu       | Yapısal Boyut |
|--------------------|---------------|
| Varsayımda bulunma | Abdüktif      |
| Gerekçelendirme    |               |

#### 4.8. “Karıncanın Gizemli Yürüyüşü” Etkinliğine İlişkin Elde Edilen Bulgular

Etkinlik 8’de öğrencilerin Pisagor teoremini dinamik ortamda öğrenmeleri amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda karesel bir zeminde düzgün bir şekilde yol alan bir karıncanın (Şekil 92a) yürüdüğü mesafenin hangi uzunluklar arasında olduğu ayrıca bu uzunluğun bulunabilmesi için zemindeki birim karelerden nasıl yararlanılabileceği sorulmuştur. Öğrenciler bireysel çalışma aşamasında bu sorulara yanıt ararken takım çalışması aşamasında Pisagor teoreminin ispatını keşfetmeye yönelik GeoGebra’da hazır



bulunan dinamik yapıyı (Şekil 92b) açmaları ve etkinlik kağıdında bulunan soruları cevaplandırmaları istenmiştir. Öğrenciler Şekil 92b’de bulunan iki sürgü aracını hareket ettirerek karelerin alanları arasındaki ilişkileri incelemiş ve tartışmalar gerçekleştirmiştir.



**Şekil 92.** Etkinlik 8’de Pisagor teoremi etkinliği

Öğrenciler bu etkinliğe dayalı edindikleri fikirleri Tablo 34’te verildiği gibi açıklamışlardır.

**Tablo 34.** Etkinlik 8’in Bireysel Çalışma Aşamasında Öğrencilerin Ürettiği Fikirler

|        |                                                                                                                                         |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Selim: | i. İki birimdir.<br>ii. Evet yararlanabiliriz. Her bir kareyi 1 birim sayarsak çok kolay bir şekilde bulunur.                           |
| Ela:   | i. İki birimden büyük dört birimden küçük.<br>ii. Tabii ki, Zaten kareler onun yol boyunca yürüdüğü mesafeyi gösteriyor.                |
| Aslı:  | i. İki birimden fazla iken dört birimden küçük olmalıdır.<br>ii. Bence hayır çünkü karınca düz gitmiyor ama yaklaşık değer bulabiliriz. |
| Ahmet: | i. İki birim ile üç birim arasındadır.<br>ii. Hayır.                                                                                    |

Bireysel çalışma aşamasında öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde Selim’in birim karelerde köşegen uzunluklarının 1 birim olduğu düşüncesine sahip olduğu anlaşılmaktadır. Bu yanılgıdan dolayı karıncanın iki birim yürüdüğünü ifade ettiği görülmektedir. Ela ve Aslı ise hem aç kenar ilişkisi hem de üçgen eşitsizliği kuralları gereği karıncanın yürüdüğü mesafenin iki ile dört birim arasında olduğunu belirttikleri anlaşılmaktadır. Bunlardan farklı olarak Ahmet ise mesafenin iki ile üç birim arasında olduğunu belirtmektedir. Etkinlik sonunda yapılan görüşmede neden üç cevabını verdiği sorulduğunda görsele bakarak tahmini bir değer verdiğini ifade etmiştir. Öğrenciler bu aşamada edindikleri ön fikirleri takım çalışması aşamasında tekrar ifade ederek aşağıda verilen tartışmaları gerçekleştirmiştir.

[1] Ela: *Bu kare (büyük olanı işaret ederek) diğer iki kareye göre oluşmuş (Şekil 93).*

[2] Aslı: *Alanlarına bakalım (Alanları 4-4-8 olan kareleri incelerler.)*

[3] Aslı: *İkisinin alanı eşitken diğeri bunların iki katı.*

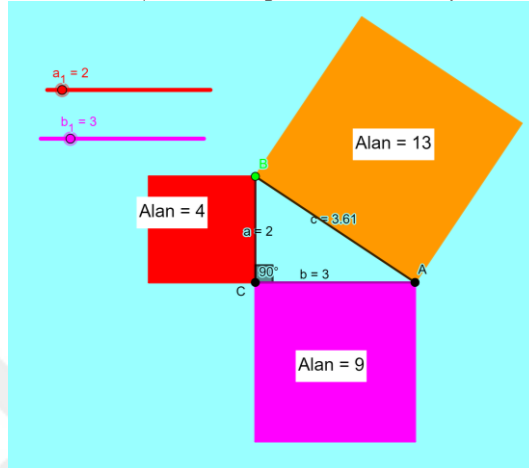
(Alanları 4-9-13 olan kareleri incelerler.)

[4] Selim: *Ben bir ilişki göremedim.*

...

[12] Öğretmen: *Bu sayılardan bazılarını kullanarak diğerini elde edebiliyor muyuz?*

[13] Ahmet: *Şu iki karenin alanını (36-49) toplarsak 85 ediyor.*



**Şekil 93.** Pisagor teoremi etkinliğinde sürgü kullanımı

[14] Aslı: *Peki ben şunu merak ediyorum. Başka bir üçgende yapsak yine aynı olacak mı? (Öğrenciler sürgüleri kullanarak alanları 25-49-74 olan kareleri oluşturur.)*

[15] Selim: *25 ile 49'u topla 74 ediyor.*

[16] Aslı: *Tamam ben ikna oldum.*

[17] Öğretmen: *O zaman dik üçgendeki kenarlar arasında nasıl bir ilişki vardır?*

[18] Ela: *Alanlar arasındaki ilişki gibi. Karesini alıp topladığımızda eşit oluyor.*

[19] Öğretmen: *Acaba bu sonuç başka üçgenlerde oluyor mu? Yine deneyelim.*

Öğrenciler kenar uzunlukları 3-4-5 olan üçgeni incelemiş ve 9 ile 16'yı topladıklarında 25'e eşit olduğunu kolaylıkla hesaplamıştır. Öğrenciler daha sonra sürgüleri kullanarak kenar uzunlukları 3-12-12,37 olan üçgeni incelerler. Bu doğrultuda 3'ün karesinin 9, 12'nin karesinin 144 olduğunu ifade edip onaylamışlardır. Ancak 12,37'nin karesini hesaplamak zor olduğundan GeoGebra'da bulunan hesap tablosu aracını çalıştırarak bu sayının karesini hesaplamış ve yaklaşık 153 değerini bulmuşlardır. Böylece öğrenciler 9 ile 144'ün toplamının yine 153 sayısına eşit olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonucun ardından bir dik üçgenin kenarları arasındaki ilişki hakkında ulaştıkları sonucu matematiksel olarak ifade etmeleri istenmiştir.

[26] Ela: *Şunlara birer ad verelim. Şuna  $a^2$ , şuna  $b^2$ , buna da  $c^2$  diyelim. O zaman  $a^2 + b^2 = c^2$  olur.*

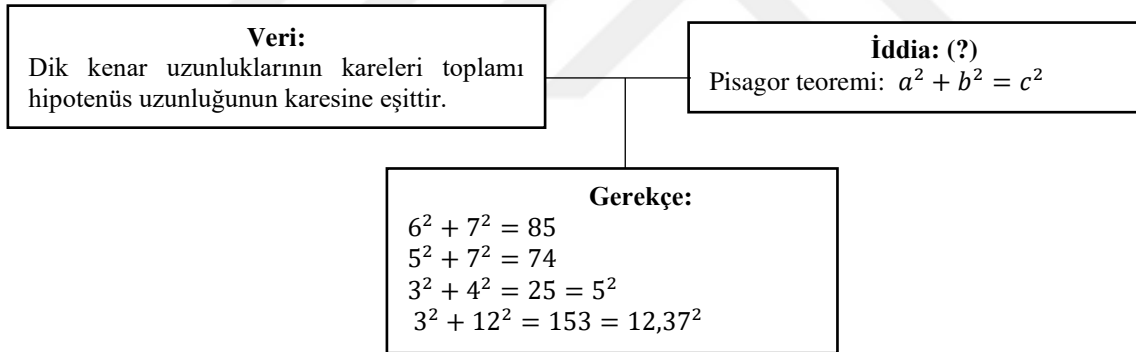
[27] Aslı: *Aynen.*

[28] Öğretmen: *O halde bir dik üçgende kenarlar arasında nasıl bir ilişki vardır?*

[29] Ela: *Dik olan kenarların karelerini alıp topladığımızda eğimin karesine eşit olacak.*

[30] Öğretmen: *Eğik olan kenara hipotenüs adını veriyoruz. Bu ilişkiye de Pisagor bağıntısı adı verilir.*

Etkinlik 8’de gerçekleşen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin bir dik üçgende dik kenarlar arasındaki ilişkiyi (Pisagor teoremi) keşfettikleri görülmektedir [26]. Öğrenciler GeoGebra yazılımını kullanarak farklı dik üçgenleri inceleme fırsatı elde etmiştir. GeoGebra’nın dinamik özellikleri sayesinde dik üçgenin kenarları ile karelerin alanları arasında ilişki kurarak ulaştıkları sonucu genellemişlerdir. Bu aşamada öğrenciler GeoGebra ekranında bulunan karelerin alanları arasında bir *karşılaştırma* [1, 3] yapmıştır. Bu karşılaştırma süreci sayesinde alanlar arasındaki ilişkiyi fark etmiş ve böylece bir dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiye ulaşabilmişlerdir. Ayrıca öğrenciler süreç boyunca sürgü aracını kullanarak sayısal sonuçlar elde etmeleri nedeniyle verilerinin uygunluğunu kontrol etmişler dolayısıyla bir *gerekleştirme* süreci gerçekleştirmişlerdir. Öğrenciler bu etkinlikte topladıkları verilerden gerçekleştirdikleri *genelleme* [26] süreci sonunda kural niteliğinde bir ifadeye ( $a^2 + b^2 = c^2$ ) ulaşmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin buradaki akıl yürütmeleri indüktif yapıdadır (Şekil 94).



**Şekil 94.** Öğrencilerin Etkinlik 8’deki indüktif akıl yürütme yapısı

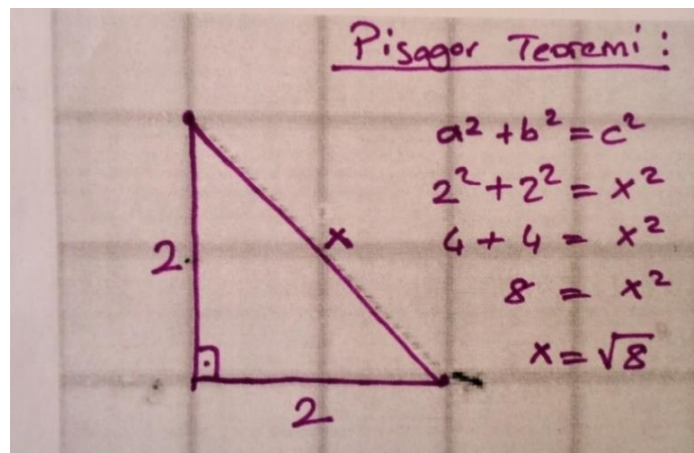
Takım çalışması aşamasında gerçekleştirilen tartışmalar incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 8’i indüktif akıl yürütme yapılarıyla tamamladıkları görülmektedir. Öğrenciler indüktif akıl yürütmeleriyle sonuca ulaşırken GeoGebra’daki çizimleri üzerinde benzerlik ve farklılık arayışına yönelik karşılaştırma, gerekçelendirme ve genelleme süreçlerini gerçekleştirmiştir. Öğrenciler bir dik üçgenin kenar uzunlukları arasında yaptıkları karşılaştırmalar sayesinde dik kenar uzunluklarının kareleri toplamının hipotenüsün karesine eşit olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonucu farklı dik üçgenler üzerinde gözlemleyen öğrenciler genelleme yaparak kural niteliğinde bir ifadeye (Pisagor bağıntısı) ulaşmışlardır. Öğrenciler daha fazla gözlem için gerekçelendirme sürecine gidilerek GeoGebra’da sürgü aracını kullanmışlardır. Dolayısıyla bu etkinlikte genelleme,

karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçleri öğrencilerin indüktif akıl yürütme yapılarını desteklemiştir.



**Şekil 95.** Pisagor etkinliğinin sınıf tartışması aşamasından bir görüntü

Üçüncü etkinliğin sınıf tartışmasını gerçekleştirmek amacıyla Ela ve Aslı etkileşimli tahtada GeoGebra yazılımını çalıştırmış ve Pisagor etkinliğine ait dinamik yapıyı açmıştır (Şekil 95). Takım çalışmasında olduğu gibi sürgüleri kullanarak farklı dik üçgenler oluşturmuş ve eş zamanlı olarak arkadaşlarından karelerin alanlarını incelemelerini istemişlerdir. Sürüklerken yapılan bu inceleme ile öğrencilerin tümü dik üçgenin kenarları arasındaki ilişkiye ulaşabilmiştir. Öz yansıtma aşamasında ise dört öğrenci de etkinlikteki karınca problemini Pisagor teoremini kullanarak çözmüş ve mesafeyi  $\sqrt{8}$  birim olarak hesaplamıştır (Şekil 96).



**Şekil 96.** Pisagor teoremi ile ilgili etkinlikten bir öz yansıtma aşaması ürünü

Bu etkinlik, öğrencilerin Pisagor bağıntısını keşfetmesine yönelik hazırlanmıştır. Etkinliğe yönelik elde edilen veriler incelendiğinde öğrencilerin indüktif yapıda akıl

yürüttükleri, genelleme, karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Diğer yandan genelleme sürecinin indüktif akıl yürütmeyi tetiklediği ortaya çıkmıştır (Tablo 35).

**Tablo 35.** Etkinlik 8’de Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu    | Yapısal Boyut |
|-----------------|---------------|
| Genelleme       | İndüktif      |
| Gerekçelendirme |               |
| Karşılaştırma   |               |

Sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanan matematiksel etkinlikler GeoGebra ve ACODESA metodunun birlikte kullanılmasıyla oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında gerçekleştirilmiştir. Dört kişinin yer aldığı Grup 3 öğrencilerden elde edilen veriler analiz edilerek yorumlanmıştır. Verilerin analizi, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmenin dedüktif, abdüktif ve indüktif yapılarını; süreç yönünden ise karşılaştırma, gerekçelendirme, varsayımda bulunma, örneklendirme, genelleme ve örüntü belirleme süreçlerini deneyimlediklerini göstermiştir (Tablo 36).

**Tablo 36.** Etkinliklerin Bütününde Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Süreç Boyutu                        | Yapısal Boyut |
|-------------------------------------|---------------|
| Karşılaştırma<br>Gerekçelendirme    | Dedüktif      |
| Varsayımda bulunma<br>Örneklendirme | Abdüktif      |
| Genelleme<br>Örüntü belirleme       | İndüktif      |

Tablo 36 incelendiğinde öğrencilerin dedüktif akıl yürütmede en fazla karşılaştırma ve gerekçelendirme, abdüktif akıl yürütmede en fazla varsayımda bulunma ve örneklendirme, indüktif akıl yürütmede ise en fazla genelleme ile örüntü belirleme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmektedir. Ayrıca gerekçelendirme ve karşılaştırma süreçleri her üç akıl yürütme yapısında ortaya çıksa da varsayımda bulunma ve örneklendirme süreçleri sadece abdüktif akıl yürütmede görülmüştür. Genelleme ve örüntü belirleme süreçleri de sadece indüktif akıl yürütme yapısıyla birlikte ortaya çıkmıştır.

## 5. TARTIŞMA

Bu bölümde öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutuna yönelik elde edilen bulgular literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmış, değerlendirmeler ve yorumlamalar yapılmıştır.

Araştırmanın amacına yönelik veri toplamak amacıyla matematiksel etkinlikler kullanılmış, elde edilen veriler çözümlenerek bulgular ortaya konmuştur. Bu kapsamda teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmeleri incelendiğinde yapısal boyuttaki tüm türlerin (dedüktif, abdüktif ve indüktif) ortaya çıktığı görülmektedir (Tablo 37).

**Tablo 37.** Etkinliklerde Ortaya Çıkan Matematiksel Akıl Yürütme Türleri

| Etkinlik     | Akıl Yürütme Yapısı  | Akıl Yürütme Süreci                              |
|--------------|----------------------|--------------------------------------------------|
| Etkinlik 1.1 | Dedüktif             | Gerekçeleştirme-Karşılaştırma                    |
| Etkinlik 1.2 | Abdüktif<br>Dedüktif | Varsayımda bulunma-Gerekçeleştirme-Karşılaştırma |
| Etkinlik 1.3 | Abdüktif             | Varsayımda bulunma-Gerekçeleştirme-Karşılaştırma |
| Etkinlik 1.4 | Abdüktif             | Varsayımda bulunma-Gerekçeleştirme               |
| Etkinlik 1.5 | Abdüktif             | Varsayımda bulunma-Gerekçeleştirme-Karşılaştırma |
| Etkinlik 1.6 | Abdüktif<br>Dedüktif | Varsayımda bulunma-Gerekçeleştirme               |
| Etkinlik 1.7 | Abdüktif<br>Dedüktif | Varsayımda bulunma-Örneklendirme-Gerekçeleştirme |
| Etkinlik 2   | Dedüktif             | Gerekçeleştirme-Karşılaştırma                    |
| Etkinlik 3   | Dedüktif             | Gerekçeleştirme-Karşılaştırma-Örneklendirme      |
| Etkinlik 4   | Dedüktif<br>İndüktif | Örüntü belirleme-Genelleme-Gerekçeleştirme       |
| Etkinlik 5   | İndüktif             | Genelleme                                        |
| Etkinlik 6   | Abdüktif             | Gerekçeleştirme-Karşılaştırma                    |
| Etkinlik 7   | Abdüktif             | Gerekçeleştirme                                  |
| Etkinlik 8   | İndüktif             | Genelleme-Gerekçeleştirme-Karşılaştırma          |

Tablo 37 incelendiğinde öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinde dedüktif, abdüktif ve indüktif akıl yürütme yapılarının ortaya çıktığı belirlenmiştir. Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutundan ise varsayımda bulunma, karşılaştırma, örüntü belirleme, genelleme, örneklendirme ve gerekçeleştirme süreçleri ortaya çıkmıştır. Bu durumda öğrencilerin teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında akıl yürütebildikleri, iddialarını doğrulayabildikleri (Etkinlik 1.3, 1.4, 1.5, 6, 7), verilerden

sonuçlara (Etkinlik 1.1, 1.2, 1.6, 1.7, 2, 3) veya kural niteliğinde genelleştirilmiş bir ifadeye ulaşabildikleri (Etkinlik 4, 5, 8) görülmüştür. Bu doğrultuda ACODESA metodu ve GeoGebra yazılımı kullanılarak oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini hem yapısal hem süreç yönünden desteklediği söylenebilir. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında öğrenciler, üçgenler konusunda fikirler ve iddialar üretmiş, açıklamalar ve doğrulamalar yapmış, matematiksel ilişkileri ve değişmezleri fark etmiş, sonuçlara ulaşmış ve formülleri keşfetmiştir. Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında da teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında çalışan öğrencilerin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinde benzer yapısal ve süreç yönlerin ortaya çıktığı görülmüştür. Dolayısıyla bu sonuçlar matematiksel akıl yürütmenin nasıl bir öğrenme ortamında ortaya çıkabileceğini ve öğrencilerin farklı akıl yürütme yapılarını nasıl deneyimleyeceklerine yönelik alana ışık tutmaktadır.

Üçgenler konusuna yönelik gerçekleştirilen öğretim faaliyetlerinde öğrenciler matematiksel akıl yürütmenin varsayımında bulunma, karşılaştırma, örüntü belirleme, genelleme, örneklendirme ve gerekçelendirme süreçlerinden geçerek etkinlikleri tamamlamışlardır. Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında da öğrenciler benzer akıl yürütme süreçlerinden geçerek çokgenler konusundaki etkinlikleri tamamlamışlardır. Her iki çalışmada da öğrencilerin süreç boyunca farklı akıl yürütme süreçlerini deneyimlemeleri, GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun birlikte kullanıldığı öğrenme ortamından kaynaklandığı söylenebilir. Ortaklaşa problem çözen dört lise öğrencisinin matematiksel akıl yürütmelerini inceleyen Carlsen'in (2018) çalışmasında ise, öğrencilerin genellikle varsayımında bulunma, kanıt yapma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Mevcut çalışmada Carlsen'in (2018) çalışmasından farklı olarak daha fazla akıl yürütme sürecinin gerçekleştirilmesinin öğrenme ortamında GeoGebra yazılımının kullanılmış olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim Carlsen'in (2018) çalışmasından farklı olarak bu çalışmada yer alan öğrenciler GeoGebra yazılımını aktif olarak kullanmıştır. Öğrenciler, matematiksel etkinliklerde GeoGebra yazılımı aracılığıyla varsayımlarını test etmiş, veriler elde etmiş ve bu verileri akıl yürütmelerinde kullanmıştır.

Öğrenciler dedüktif yapıda akıl yürütürken en fazla karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerini gerçekleştirmişlerdir (Tablo 36). Öğrenciler verilerden bir çıkarım yaptığında yani dedüktif akıl yürütmeyi gerçekleştirdiklerinde yaptıkları

karşılaştırmalar ve gözlemler sayesinde veriler toplamışlardır. Dolayısıyla karşılaştırma süreci öğrencilerin dedüktif akıl yürütmelerinde verilerinin kaynağını oluşturan önemli bir süreç olarak değerlendirilmiştir. Nitekim karşılaştırma süreci, öğrencilerin matematiksel nesneler ve ilişkiler arasındaki benzerlik ve farklılıklara yönelik bir çıkarım yaptığı matematiksel akıl yürütme sürecidir (Jeannotte & Kieran, 2017). Öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelendiği diğer çalışmalarda (Aksu & Zengin, 2022; Demir vd., 2022) karşılaştırma sürecinin çoğunlukla dedüktif akıl yürütme yapısında ortaya çıktığı görülmüştür. Dolayısıyla karşılaştırma sürecinin dedüktif akıl yürütme yapısını desteklediği söylenebilir. Öte yandan varsayımda bulunma ve örneklendirme süreçleri ise sadece abdüktif akıl yürütmede görülmüştür. Abdüktif akıl yürütmenin, öğrencilerin bir sonuçla karşılaşması hâlinde hangi özel durum ve kuralın bu sonuca yol açtığı konusunda varsayımda bulunduklarında ortaya çıkabileceği bilinmektedir (Conner vd., 2014b). Bu çalışmada da öğrencilerin varsayımlarını dile getirerek tartışmaya başladığı etkinliklerde abdüktif yapıda akıl yürütmenin ortaya çıktığı görülmüştür. Örneğin Etkinlik 6'da Ela'nın [1] aç-kenar ilişkisine yönelik varsayımını dile getirmesi gruptaki öğrencileri veri arayışına ve iddialarını doğrulamaya dolayısıyla abdüktif yapıda akıl yürütmeye yönlendirmiştir. Dolayısıyla mevcut çalışmada, varsayımda bulunma sürecinin öğrencilerin abdüktif akıl yürütmelerini desteklediğine yönelik elde edilen sonuç Conner ve diğerlerinin (2014b) açıklamalarıyla örtüşmektedir.

Abdüktif akıl yürütmenin gerçekleştiği bir etkinlikte (Etkinlik 1.7) öğrenciler örneklendirme sürecini de gerçekleştirmiştir. Bu süreç ile öğrenciler ortaya attıkları iddiayı açıklamak için veri arayışına girmiş ve veriler elde etmişlerdir. Öğrenciler elde ettikleri veriler ile varsayımlarını doğrulayabilmiş veya çürütebilmiştir. Benzer şekilde Jeannotte ve Kieran (2017) örneklendirme sürecinin veri üretmeye olanak sağlaması nedeniyle genelleme, varsayım oluşturma ve doğrulamaya hizmet ettiğini belirtmektedir. Nitekim öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelendiği diğer çalışmalarda da (Aksu & Zengin, 2022; Demir vd., 2022) örneklendirme sürecinin çoğunlukla abdüktif akıl yürütme yapısında ortaya çıktığı görülmüştür. Dolayısıyla örneklendirme sürecinin abdüktif akıl yürütme yapısını desteklediği söylenebilir.

Öğrenciler, matematiksel etkinliklerde genelleme ve örüntü belirleme süreçlerini de gerçekleştirmişlerdir (Etkinlik 4, 5, 8). Pedemonte (2007), genellemenin indüktif akıl yürütmede önemli bir role sahip olduğunu vurgularken başka bir çalışmada genellemenin,



indüktif akıl yürütmeye bir gerekçe niteliğinde kullanıldığı belirtilmektedir (Pedemonte & Buchbinder, 2011). Diğer yandan örüntülerin ise genellemeye yol açtığı bilinmektedir (Amit ve Neria, 2008). Bu çalışmada kullanılan bir örüntü etkinliğinde (Etkinlik 4) öğrencilerin örüntünün kuralını belirlerken genelleme sürecini gerçekleştirdikleri ve indüktif yapıda akıl yürüttükleri görülmüştür. Öğrencilerin dairenin alanı konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini inceleyen Demir ve diğerlerinin (2022) çalışmasında, öğrencilerin indüktif yapıda akıl yürütürken genelleme sürecinin sonunda dairenin alanını keşfedebildikleri görülmüştür. Dolayısıyla genelleme ve örüntü belirleme süreçlerinin öğrencilerin indüktif yapıda akıl yürütmelerini desteklediği söylenebilir.

Öğrenciler süreç boyunca gerekçelendirme süreci ile elde ettikleri verilerin uygunluk ve geçerliğini kontrol etmiş, iddialarını doğrulamış ve çıkarımlar yapmışlardır. Dolayısıyla gerekçelendirme sürecinin her üç akıl yürütme yapısının gerçekleşmesine destek olduğu söylenebilir. NCTM (2000), öğrencilerin açıklama ve gerekçelendirme deneyimleri sayesinde akıl yürütme konusunda daha yetkin hâle geldiğini belirtmektedir. Bu çalışmada da her ne kadar öğrencilerin akıl yürütmelerindeki gelişim incelenmese de son etkinliğe gelindiğinde öğrencilerin bir gerekçelendirme alışkanlığı kazandığı ve matematiksel ifadeleri doğrulama çabasına girdiği görülmektedir. Örneğin Etkinlik 8’de Fatma’nın [14] “*Peki ben şunu merak ediyorum, başka bir üçgende yapsak yine aynı olacak mı?*” şeklinde arkadaşlarına bir soru yöneltmesi gerekçelendirme alışkanlığı kazandığını göstermektedir. Bu durumun öğrenme ortamında GeoGebra’nın kullanılmış olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Nitekim GeoGebra yazılımı, problem çözme faaliyetlerinde öğrencilerin iş birliği içinde çalışmalarına ve akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşımlarına imkân sağlayarak akıl yürütmelerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Granberg & Olsson, 2015). Diğer yandan GeoGebra, öğrencilerin belirli bir geometrik yapı üzerinde varsayımda bulunmasına, ifadeleri keşfetmelerine ve kanıtlamalarına izin vermektedir (Kovács vd., 2020). Bu çalışmada da örneğin Etkinlik 1.6’da Ahmet [28] GeoGebra yazılımının sürgü-sürükleme araçlarını kullanırken Aslı ve Selim [30] gözlemlerde bulunmuş ve değişmeyen matematiksel ilişkileri fark etmiştir. Takaçi ve diğerleri (2015) ise çalışmalarında GeoGebra ile desteklenen işbirlikli öğrenme ortamlarının GeoGebra kullanılmayan işbirlikli öğrenme ortamlarına kıyasla daha etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bunun aksine Erkek ve Işıksal-Bostan (2015) çalışmalarında işbirlikli öğrenme ortamlarında GeoGebra kullanan öğrencilerin doğru ölçümler yapabilmeleri nedeniyle ilişkileri keşfetmek için akıl yürütmeye başvurmadığı ve

tartışmalara katılmadığını belirtmiştir. Ancak, Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında olduğu gibi bu çalışmada da GeoGebra'nın böyle bir dezavantajı olmamıştır. Öte yandan GeoGebra öğrencilerin üretken tartışmalar gerçekleştirmelerine, veri toplamalarına, varsayımda bulunmalarına ve test etmelerine, genellemeler yapmalarına ve bunları takım arkadaşlarıyla paylaşımlarına katkı sağlamıştır. GeoGebra'nın, takım çalışmalarında öğrencilerin birbirleriyle iletişime geçmelerine ve fikirlerini birbirleriyle paylaşımlarına imkân sağlayan, öğrencilerin iş birliği yapmasını kolaylaştıran ve böylece öğrenilen kavramların aktarılmasına fırsat veren bir yazılım (Baltacı ve Baki, 2016) olmasından dolayı sosyokültürel bir öğrenme ortamında üretken tartışmaların gerçekleşmesine destek olduğu söylenebilir. Bu sonuç GeoGebra'nın ACODESA metodu ile birlikte kullanıldığı bir öğrenme ortamında öğrencilerin tartışmalarını daha üretken hâle getirdiğini bulan Zengin'in (2018b) sonuçlarına benzemektedir.

Öğrencileri tartışmaya teşvik eden bir öğrenme ortamı matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi için önemlidir (NCTM, 2000). Bu çalışmada kullanılan ACODESA metodu üçgenler konusuna yönelik etkinliklerde öğrencilerin iş birliği yapmasına ve tartışmalar gerçekleştirmesine olanak sağlamıştır. Nitekim ACODESA, öğrenciler arasında tartışmaların yaşanacağı sosyokültürel bir öğrenme ortamının oluşturulmasında kullanılan öğretim metodudur (Hitt & González-Martín, 2015). Dolayısıyla bu çalışmada ACODESA metodunun kullanılmasıyla öğrencilerin iş birliği içinde çalıştığı ve ortaklaşa argümanlar ürettiği bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Böylece öğrenciler ortaklaşa akıl yürüterek iddialarını doğrulamış veya sonuçlara ulaşmıştır. Örneğin Selim Etkinlik 1.3'ün bireysel çalışma aşamasında yanlış bir ifadeye bulunurken takım çalışmasında arkadaşları tarafından ifade edilen argümanları içselleştirmiş ve bunları öz yansıtma aşamasında kullanarak doğru sonuca ulaşabilmiştir (Şekil 39). Etkinlik 1.4'ün sınıf tartışması aşamasında ise başka bir grubun sözcüsünün şu ifadeleri dikkat çekmektedir: *“Biz eşkenar üçgeni yanlış çizdik sanırım. Düzgün çokgen aracını kullanmak aklımıza gelmedi. O yüzden ekrandaki kareleri (ızgara) kullandık. Bunları kullanarak eşkenar üçgen çizmek çok zordu. Zaten sürüklemeye yaptığımızda da bozulmuştu. Şimdi Ela anlatırken biz onu takip ettik ve aynı sonuca ulaştık.”* Öğrencilerin açıklamaları, öğrenme ortamında GeoGebra ve ACODESA metodunun birlikte kullanılmasının öğrencilerin doğru sonuçlara ulaşmasında önemini göstermektedir.

Brodie (2010), matematiksel akıl yürütmenin temelinde iddiaları savunmak için gerekçelendirmenin ve yeterli argümanlar oluşturmaının yer aldığını belirtmektedir. Bu kapsamda ACODESA metodunun bireysel çalışma aşamasıyla başlaması ilerleyen aşamalarda yeterli argümanların oluşturulabilmesi için önemlidir. Nitekim bireysel çalışma aşaması öğrencilerin problem hakkında tartışabilmek için ön fikirler edindiği aşamadır (Hitt & González-Martín, 2015). Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin üçgenler konusunda üretken tartışmalar gerçekleştirmeleri, yeterli argümanlar üreterek birbirleriyle paylaşımları ACODESA metodunun kullanılmış olmasından kaynaklandığı söylenebilir. Benzer şekilde Zengin (2018a) çalışmasında, ACODESA metodunun doğrulama için uygun argümanların üretilmesine, böylece öğrencilerin üretken tartışmalar gerçekleşmesine katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır. Diğer yandan ACODESA metodunun bireysel çalışma aşaması ile başlaması öğrencilerin etkinlik hakkında fikir edinmelerine ve varsayımlar üretmelerine katkı sağlamıştır. Öğrenciler ürettikleri fikirleri ve varsayımları bir sonraki aşamada paylaşmış, tartışmış, doğrulamalar ve çıkarımlar yapmıştır. Benzer şekilde Rubilar ve Badillo (2017) çalışmalarında, ACODESA metodunun geometri etkinliklerinde öğrencilerin varsayımlarını doğrulamaları üzerinde olumlu etkileri olduğu sonucuna ulaşmıştır.

GeoGebra yazılımı ve ACODESA metodu kullanılarak oluşturulan sosyokültürel bir öğrenme ortamında öğrenciler ortaklaşa argümanlar üreterek üçgenler konusunda akıl yürütmüş ve matematiksel etkinlikleri tamamlamışlardır. Sınıf ortamında hem bireysel hem de takım çalışmalarının gerçekleşmesine olanak sağlayan ACODESA metodunun, öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirdiği bilinmektedir (Tong vd., 2021). Öğrencilerin matematik üzerine iletişim kurdukları bir ortamın, yaptıkları hakkında düşünmelerine ve akıl yürütmelerine olanak sağlayarak matematiği anlamlandırmalarını kolaylaştırdığı (Brodie, 2010) göz önünde bulundurulduğunda GeoGebra ve ACODESA metodu kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin birbirleriyle iletişim kurmasına ve akıl yürütmelerini birbirleriyle paylaşımlarına katkı sağladığı söylenebilir.

GeoGebra yazılımının bireysel ve grup çalışmalarında kullanılmasının öğrenciler için bir tartışma ortamı sağlayarak matematik konularının öğrenilmesine katkı sağladığı bilinmektedir (Topuz & Birgin, 2020). Benzer şekilde Doğan ve İçel'in (2011) çalışmasında GeoGebra temelli etkinliklerin sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki öğrenmeleri, başarıları ve motivasyonları üzerinde olumlu etkileri olduğu

görülmüştür. Bu çalışmada da öğrenciler teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında ortaklaşa argümantasyon süreçlerinden geçerek üçgenler konusundaki matematiksel etkinlikleri tamamlamışlardır. Gerçekleşen argümantasyon süreçlerine bağlı olarak (Wood, 1999) öğrencilerin üçgenler konusunu anladıkları söylenebilir. Benzer şekilde Uygun ve Akyüz'ün (2019) çalışmasında sınıf ortamında gerçekleşen argümantasyon süreçlerinin öğrencilerin üçgen eşitsizliğini kavramaları üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Cantürk-Günhan'ın (2014) çalışmasında ise zayıf bir akıl yürütmeye sahip bazı öğrencilerin üçgende aç kenar ilişkisi ve üçgen eşitsizliği konularında kavramsal öğrenme gerçekleştiremediği görülmüştür. Cantürk-Günhan'ın (2014) sonuçlarından farklı olarak bu çalışmada yer alan öğrencilerin değişen ölçülerde olsa da grubun ortaklaşa akıl yürütmesine katkı sağladığı ve üçgenler konusundaki etkinlikleri başarıyla tamamladığı görülmüştür. Bu sonuç üzerinde çalışmada sosyokültürel bir öğrenme ortamının oluşturulmasını sağlayan ACODESA metodunun kullanılmış olmasının bir katkısı olduğu söylenebilir.

Sosyokültürel bir öğrenme ortamının oluşturulmasında GeoGebra yazılımı ile birlikte ACODESA metodunun kullanımı, öğrencilerin matematiksel kavramlara ait farklı temsilleri kullanmalarına katkı sağladığı ve bunun da öğrencilerin akıl yürütmelerini desteklediği görülmüştür. Bu duruma gerçekleştirilen örüntü etkinliğinden (Etkinlik 4) elde edilen bulgular örnek olarak verilebilir. Öğrenciler kâğıt üzerinde sözel temsil ile açıklanan örüntüyü GeoGebra yazılımını kullanarak bir şekil örüntüsüne (görsel temsil) dönüştürmüştür. Görsel temsil üzerinde tartışan öğrenciler örüntüdeki kuralı bulmaya yönelik bir sayı örüntüsü (nümerik temsil) oluşturmuştur. Öğrencilerin örüntü belirleme ve genelleme süreçlerini gerçekleştirmesine ve indüktif yapıda akıl yürüterek sonuca ulaşmalarına katkı sağlayan farklı temsiller, şüphesiz teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının kullanılmasının bir sonucu olarak ifade edilebilir. Bu bulgu ACODESA metodunun öğrencileri düşünmeye teşvik ederek farklı temsiller üretmelerine ve temsillerini iyileştirmelerine katkı sağladığını belirten Hitt ve González-Martín'in (2015) açıklamalarını desteklemekte ve dinamik yazılımların, öğrencilerin matematiksel kavramlara ait çoklu temsillerin oluşturulmasına olanak sağladığını bulan Zembat'ın (2008) sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Üçgenler konusunda gerçekleştirilen matematiksel etkinliklerin, öğrencilerin varsayımlarını test etmelerine ve doğrulamaya yönelik faaliyetler gerçekleştirmelerine

katkı sağladığı görülmüştür. Öğrenciler GeoGebra'nın özellikle sürgü ve sürüklemeye gibi dinamik özellikleri sayesinde matematiksel kavramların veya ilişkilerin çeşitli varyasyonlarını inceleme fırsatı elde etmiş, böylece matematiksel olarak anlamlı gözlemler yapabilmiş ve değişmeyen ilişkileri gözlemleyebilmiştir. Bu durumun, öğrenme ortamında kullanılan dinamik geometri etkinliklerinden de kaynaklandığı söylenebilir. Diğer yandan, Mueller ve diğerleri (2010) öğrencilerin çeşitli akıl yürütme biçimlerini sergilemeleri için zorlu problemleri içeren etkinliklerin kullanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde Tekin-Dede (2019), öğrenci gruplarının zorlu durumlarla yüzleştiklerinde grup içi tartışmalarda daha iyi argümanlar üretebileceklerini belirtmektedir. Bu çalışmada elde edilen bulgulardan da etkinliklerin zorlu ve açık uçlu olarak hazırlanmasının öğrencilerin iş birliği yapmasına, tartışmasına ve farklı türlerde akıl yürütmeyi gerçekleştirmesine olanak sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini desteklemek amacıyla onları gözlem yapmaya, matematiksel ilişkileri fark etmeye, genelleme ve açıklama yapmaya teşvik eden etkinliklerin (Trocki & Hollebrands, 2018) hazırlanması ve açık uçlu problemlerin yer aldığı etkinliklere yer vermesi gerektiği bu çalışmada da görülmüştür.

Öğrencilerin gerekçelendirme sürecine girmelerinde öğretmenin sorgulamalarının etkili olduğu görülmüştür. Öğretmenin sorgulamaları öğrencileri tartışmaya daha fazla dâhil etmiş ve argümanlarını açıklamalarını sağlayarak akıl yürütmelerine destek olmuştur. Bu sonuç Zhuang ve Conner'ın (2018) çalışmasında ulaşılan sonuçlarla uyumludur. Zhuang ve Conner (2018) çalışmalarında, öğretmenin gerçekleştirdiği sorgulamaların öğrencilerin argümantasyon süreçlerini desteklediği sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde Mueller ve diğerleri (2014) öğretmenin sınıf içinde gerçekleştirdiği sorgulamaların öğrencilerin ayrıntılı akıl yürütme biçimlerini ve daha derin anlayışlarını ortaya çıkarmada etkili olduğunu belirtmektedir.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarını incelemek ve bu boyutların birbirini nasıl desteklediğini ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda araştırma nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından geliştirilen matematiksel etkinlikler, uygulama sırasında alınan görüntü ve ses kayıtları, öğrencilerin GeoGebra dosyaları, araştırmacının saha notları ve etkinlik temelli görüşmeler veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Üçgenler konusunu kapsayan matematiksel etkinlikler öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç yönlerini ortaya çıkarmaya yönelik olarak hazırlanmıştır. Bu doğrultuda etkinliklerin geliştirilmesinde Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen Dinamik Geometri Etkinlik Analiz Çerçevesi kullanılmıştır. Matematiksel etkinliklerin gerçekleştirilmesiyle elde edilen verilerin analizi diyalojik yaklaşım (Linell, 1998) ve Toulmin modeli (2003) ile gerçekleştirilmiştir.

GeoGebra yazılımı ile ACODESA metodunun entegrasyonu kullanılarak oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin kapsamlı bir şekilde incelenmesi amaçlandığından Jeannotte ve Kieran (2017) tarafından geliştirilen okul matematiği için matematiksel akıl yürütmenin kavramsal modeli benimsenmiştir. Bu çerçeveye göre öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri yapısal ve süreç olmak üzere iki boyutta incelenmiştir. Bulgular, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı bağlamında öğrencilerin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal boyuttaki tüm türleri (dedüktif, abdüktif ve indüktif) içerdiğini göstermektedir. Matematiksel akıl yürütmenin süreç boyutundan ise varsayımda bulunma, karşılaştırma, örüntü belirleme, genelleme, örneklendirme ve gerekçelendirme süreçleri ortaya çıkmıştır. Ortaokul matematiğinde öğrencilerden ispat ve formel ispat süreçlerini gerçekleştirmeleri beklenmediğinden bu süreçler üzerinde durulmamıştır. Dolayısıyla ACODESA metodu ve GeoGebra yazılımı kullanılarak oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının, öğrencilerin iş birliği içinde gerçekleştirdikleri etkinliklerin ve kullandıkları göstergebilimsel nesneleştirme araçlarının matematiksel akıl yürütmelerini hem yapısal hem süreç yönünden desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamı, öğrencilerin üçgenler konusunda fikirler ve iddialar üretmesine, açıklamalar ve doğrulamalar yapmasına, matematiksel ilişkileri ve değişmezleri fark

etmesine, doğru sonuçlara ulaşmasına ve formülleri keşfetmesine katkı sağlamıştır. Elde edilen bu sonuç öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeyi deneyimlemeleri ve öğrenmeleri için uygun bir öğrenme ortamının nasıl tasarlanması gerektiğine yönelik bir çözüm sunmaktadır. Nitekim Aksu ve Zengin'in (2022) çalışmasında da teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında öğrencilerin çokgenler konusunda akıl yürütmenin farklı yapılarını ve süreçlerini deneyimleyebildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Sonuçlardan hareketle, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal hem süreç yönünden desteklenmesinde teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamlarından yararlanılması önerilmektedir. Diğer yandan, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri üzerindeki etkilerinin ortaya konduğu sınırlı çalışmaya rastlanmıştır. Dolayısıyla alandaki bu boşluğu gidermeye yönelik deneysel çalışmalar yapılabilir ve metodun, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri üzerindeki etkililiği incelenebilir.

Matematiksel akıl yürütmenin yapısal ve süreç yönlerinin birbirini nasıl etkilediğine yönelik yapılan incelemelerin sonucunda karşılaştırma ve gerekçelendirme süreçlerinin dedüktif yapıda akıl yürütmeyi, varsayımda bulunma ve örneklendirme süreçlerinin abdüktif yapıda akıl yürütmeyi, genelleme ve örüntü belirleme süreçlerinin ise indüktif yapıda akıl yürütmeyi desteklediği ve öğrencilerin bu yapılardaki akıl yürütmeyi deneyimlemelerine katkı sağladığı görülmüştür. Dolayısıyla matematiksel akıl yürütmenin yapısal ve süreç boyutu arasındaki ilişkilerin ortaya çıkarılmasına yönelik olan bu sonucun alana ışık tutacağı ve araştırmalara yön vereceği düşünülmektedir. Ayrıca ulaşılan bu sonuç doğrultusunda öğrencileri dedüktif, indüktif ve abdüktif akıl yürütme konusunda teşvik etmek isteyen öğretmenlere, öğrencileri varsayım oluşturmaya ve test etmeye, daha fazla açıklama ve gerekçelendirme yapmaya, genellemeler ve keşifler yapmaya teşvik etmeleri ve bu doğrultuda matematiksel etkinlikler kullanmaları önerilmektedir. Nitekim sınıf içi uygulamalar ve öğrencilerin etkinliklerle olan etkileşimleri akıl yürütmeye başlamalarında önemli bir yere sahiptir (Brodie, 2010). Diğer yandan, öğrencilerin öğrenme ortamında GeoGebra yazılımını kullanmalarının açıklama ve doğrulama yapma alışkanlığı kazanmalarına katkı sağladığı bilinmektedir (Zengin, 2017).

Teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında kullanılan GeoGebra yazılımının, öğrencilerin veriler toplamalarına, varsayımlarını ve iddialarını test etmelerine, gerekçelendirme yapmalarına ve sonuçlara ulaşmalarına olanak sağladığından üçgenler

konusundaki akıl yürütmelerini destekleyen önemli bir araç olduğu görülmüştür. Nitekim Zengin (2018a) öğrencilerin GeoGebra ile dinamik bir öğrenme ortamında oluşturdukları argümanların sınıftaki tartışmaları daha üretken hâle getirdiğini vurgulamaktadır. Özellikle yazılımdaki sürgü gibi dinamik araçların kullanımı öğrenciler için matematiksel ilişkiler üzerine akıl yürüttüğü bir bağlam sağlamaktadır (Turgut, 2022). Bu doğrultuda öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini desteklemek isteyen matematik öğretmenlerine GeoGebra yazılımını öğrenmeleri ve bu yazılımı öğrencilerine öğretmek sınıf ortamında daha fazla kullanmaları önerilmektedir. GeoGebra yazılımını sadece işlemleri hızlandırmak veya görsellik sağlamak amacıyla değil sürgü ve sürüklemeye gibi dinamik özelliklerinden faydalanarak öğrencilerin anlamlı öğrenmeler gerçekleştirmelerine, varsayımlarını test etmelerine ve gerekçelendirme yapmalarına fırsatlar sağlanmalıdır. Nitekim gerekçelendirme, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gelişiminde önemli bir süreç olarak bilinmektedir (Mata-Pereira & Ponte, 2017).

Ortaklaşa argümantasyon süreçlerinde öğrencilerin göstergebilimsel nesneleştirme araçlarını (jest, dilsel ve dilsel olmayan etkileşimler, işaretlemeler, vurgulanan kelimeler, tekrarlanan sorular) sıklıkla kullandıkları görülmüştür. Öğrenciler bir iddiada bulunurken, bir iddiaya karşı gelirken veya grupta bir ilgi odağı sağlamak isterken genellikle vurgulu kelimeler kullanmış veya sesleri yükselmiştir. Kimi zaman ise tekrarlı kelimeler kullanarak argümanlarını belirginleştirmek istemişlerdir. Bununla birlikte öğrenciler işaretlemeler gerçekleştirerek düşüncelerini dilsel olmayan araçlarla ifade etmişlerdir. Öğrencilerin düşüncelerini somut hâle getiren bu eylemler (Bjuland vd., 2008) argümantasyon süreçlerini de etkilemiştir. Ortaklaşa argümantasyon sürecinde bir öğrencinin gerçekleştirdiği işaretleme başka bir öğrenciyi veri toplamaya veya iddiada bulunmaya teşvik etmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin kullandığı göstergebilimsel nesneleştirme araçları (Radford, 2003) akıl yürütmelerinin hem yapısal hem de süreç yönünü karakterize etmektedir. Benzer şekilde Carlsen (2018) göstergebilimsel nesneleştirme araçlarının öğrencilerin akıl yürütmelerini karakterize ettiğini belirtmektedir. Bu doğrultuda öğretmenlerin, öğrencilerin kullandığı göstergebilimsel nesneleştirme araçlarının farkında olmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen, öğrenciler arasında yaşanan tartışmalara dâhil olmuş, kimi zaman öğrencilerden düşüncelerini ifade etmelerini istemiş, kimi zaman da gerekçe talep etmiştir.



Öğretmenin yaptığı sorgulamalar öğrencilerin daha fazla açıklama yapmasına katkı sağlamıştır. Dolayısıyla öğretmenin tartışmalara dâhil olmasının öğrencilerin düşüncelerini ifade etmeleri, argüman bileşenlerini ortaya çıkarmaları ve akıl yürütmeleri üzerinde etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin etkinliklerde öğretmenin “*Bu durum herhangi bir üçgen için geçerli mi?*” sorusuyla öğrenciler gerekçelendirme sürecine girmiş, “Ortak açıklamanız nedir?” sorusuyla iddialarını açıklamış ve tartışarak doğrulamaya çalışmıştır. Tataroğlu Taşdan ve diğerleri (2022) argümantasyon sürecinin başlamasında, öğrencilerin iddialarını ifade etmesinde ve argümantasyonun devam etmesinde öğretmenin soracağı sorularla açıklama talep etmesinin hayati bir önem taşıdığını belirtmektedir. Bu nedenle öğretmenler olarak her öğrenciye fikirlerini sunma şansı vermemiz ve onların düşüncelerine bizi ikna etmelerine izin vermemiz gerekmektedir (Brodie, 2010). Nitekim Conner ve diğerlerinin (2014b) çalışmasında da yer alan öğretmen öğrencilerinin tartışmaları sırasında yönlendirici sorular sormuş, gerekçeyi bulmaları ve/veya iddiaya ulaşmaları konusunda öğrencilerin ortaklaşa argümantasyon sürecine destek olmuştur. Öğretmenlerin sorgulaması, ortaklaşa argümantasyon sürecinde öğrencilerin argüman bileşenlerini desteklediği ve söylemin şekillenmesinde önemli bir rol oynadığı görülmüştür (Zhuang & Conner, 2022). Diğer yandan, öğrenciler kimi zaman gerekçelendirmeyi zorlu bulduğundan iddialarını ifade etmekten uzak durmaktadır. Dolayısıyla gerekçelendirmenin ve akıl yürütmenin gerçekleşmesi için öğretmenlerin gerekli yerlerde grup tartışmalarına katılmaları, öğrencilere sorular sormaları, iddialarını ifade etmeleri için teşvik edici olmaları önerilmektedir.

Bu çalışmada, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutları incelenmiş ve bu boyutların birbirini nasıl desteklediği ortaya konmuştur. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmenin farklı türlerini deneyimleyebildiklerini ve bazı süreç yönlerin öğrencilerin akıl yürütme yapılarını (dedüktif, abdüktif ve indüktif) şekillendirdiğini göstermesi açısından önemlidir. Ancak, nitel olarak elde edilen bu sonuçlar üçgenler konusuyla ve çalışmada yer alan katılımcı öğrencilerle sınırlıdır. Dolayısıyla ACODESA metodu ve GeoGebra yazılımı kullanılarak oluşturulan öğrenme ortamının farklı seviyelerde ve daha geniş gruplarda nasıl sonuçlar vereceği araştırılabilir.

## 7. KAYNAKLAR

- Aberdein, A. (2013). The parallel structure of mathematical reasoning. A. Aberdein & I. J. Dove (Ed.) içinde, *The argument of mathematics* (ss. 351-370). Dordrecht: Springer.
- Aksu, N., & Zengin, Y. (2022). Disclosure of students' mathematical reasoning through collaborative technology-enhanced learning environment. *Education and Information Technologies*, 27(2), 1609-1634. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10686-x>
- Amit, M., & Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM-Mathematics Education*, 40(1), 111-129. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0069-5>
- Arastaman, G., Öztürk-Fidan, İ., & Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: Kuramsal bir inceleme. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 37-75. <https://dergipark.org.tr/en/pub/yyuefd/issue/40566/491262>
- Balacheff, N. (1991). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. Van Dormolen (Ed.) içinde, *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (ss. 173-192). Springer, Dordrecht.
- Ball, D., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Ed.) içinde, *A research companion to principles and standards for school mathematics for school mathematics* (ss. 27-44). National Council of Teachers of Mathematics.
- Ball, D., Hoyles, C., Jahnke, H., & Movshovitz-Hadar, N. (2002, August 20-28). The teaching of proof, International Congress of Mathematicians, Beijing, China.
- Baltacı, S., & Baki, A. (2016). Dinamik matematik yazılımının öteleme ve dönme dönüşümlerinin öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi. *Ondokuz Mayıs University Journal of Education Faculty*, 35(1), 119-139. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/omuefd/issue/26353/277711>
- Barnes, A. (2021). Enjoyment in learning mathematics: its role as a potential barrier to children's perseverance in mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 106(1), 45-63. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09992-x>
- Barwell, R. (2005). Ambiguity in the mathematics classroom. *Language and Education*, 19(2), 118-126. <https://doi.org/10.1080/09500780508668667>
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester (Ed.) içinde, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 843-908). Information Age Publishing.
- Bjuland, R., Luiza-Cestari, M., & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: a multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(3), 271-292. <https://doi.org/10.1080/10986060802216169>

- Blanco, L. J. (2001). Errors in the teaching/learning of the basic concepts of geometry. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, No. 24
- Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8>
- Brown, C. A., Stein, M. K., & Forman, E. A. (1996). Assisting teachers and students to reform the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1-2), 63–93. <https://doi.org/10.1007/BF00143927>
- Cantürk-Günhan, B. (2014). A case study on the investigation of reasoning skills in geometry. *South African Journal of Education*, 34(2), 1-19. <https://doi.org/10.15700/201412071156>
- Carlsen, M. (2018). Upper secondary students' mathematical reasoning on a sinusoidal function. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 277–291. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9844-1>
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. A. E. Kelly & R. A. Lesh (Ed.) içinde, *Handbook of research design in mathematics and science education* (ss. 307–333). Erlbaum.
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014a). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014b). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 181–200. <https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131>
- Çiftci, O. (2018). *Üçgenler konusundaki öğrenme güçlüklerinin belirlenerek önlenmesine yönelik tasarlanan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının incelenmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 531186)
- Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu N. (2022). Students' mathematical reasoning on the area of the circle: 5E-based flipped classroom approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-25. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2101955>
- Dikovic, L. (2009a). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203. <https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>
- Dikovic, L. (2009b). Implementing dynamic mathematics resources with GeoGebra at the college level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 4(3), 51-54. <https://doi.org/10.3991/ijet.v4i3.784>
- Doğan, M., & İçel, R. (2011). The role of dynamic geometry software in the process of learning: GeoGebra example about triangles. *Journal of Human Sciences*, 8(1), 1441-1458.

- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167-180. [https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302\\_6](https://doi.org/10.1207/s15326985ep2302_6)
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. C. Mammana, & V. Villani (Ed.) içinde, *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI Study* (ss. 37-52). Kluwer.
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek D. J., & Rebello, N. S. (2004). The teaching Experiment –What it is and what it isn't? *Proceedings of Physics Education Conference-AIP Conference* (ss. 157-160). Madison, WI.
- Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, 44(1), 123-142. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/cuefd/issue/4139/54361>
- Erkek, Ö., & Işıksal-Bostan, M. (2015, Şubat). Is the use of GeoGebra advantageous in the process of argumentation?. *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (ss. 121-127).
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2012). *How to design and evaluate research in education*. McGraw-Hill.
- Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2011). Teachers attending to students' mathematical reasoning: Lessons from an after-school research program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(1), 49-66. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9144-x>
- Granberg, C., & Olsson, J. (2015). ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software. *Journal of Mathematical Behavior*, 37(1), 48-62. <http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.11.001>
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549. <https://doi.org/10.2307/749690>
- Hitchcock, D., & Verheij, B. (2006). *Arguing on the toulmin model new essays in argument analysis and evaluation*. The Netherlands: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4938-5>
- Hitt, F. (2006). Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example: The concept of limit. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 253-268.
- Hitt, F. (2011). Construction of mathematical knowledge using graphic calculators (CAS) in the mathematics classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(6), 723-735. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.583364>
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, 88(2), 201-219. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>

- Hitt, F., & Kieran, C. (2009). Constructing knowledge via a peer interaction in a CAS environment with tasks designed from a task–technique–theory perspective. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(2), 121-152. <https://doi.org/10.1007/s10758-009-9151-0>
- Hitt, F., Saboya, M., & Cortés, C. (2017a). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. In *Mathematics and technology* (ss. 57-74). Springer, Cham.
- Hitt, F., Saboya, M., & Zavala, C. C. (2017b). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9717-4>
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. [Paper presentation]. Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference, Pecs, Hungary
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating mathlets with open source tools. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7(1), 1-29.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In: 11th International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Nuevo Leon, Mexico. 6 -16 July, 2008.
- Hohenwarter, M., Preiner, J., & Yi, T. (2007). Incorporating GeoGebra into Teaching Mathematics at the College Level. *The International Conference for Technology in Collegiate Mathematics*, Washington DC, USA.
- Hollebrands, K. (2007). The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 164–192. <https://www.jstor.org/stable/30034955>
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3–21. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8>
- İlhan, A., & Aslaner, R. (2020). Cabri ve GeoGebra yazılımları kullanımının, matematik öğretmen adaylarının geometrik şekiller üzerine akıl yürütme becerisine etkisi. *Journal of Computer and Education Research*, 8(16), 386-403. <https://doi.org/10.18009/jcer.698180>
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Kaplan, H. A., Gulkilik, H., & Emul, N. (2021). Role of formal constraints in reasoning: an approach through 2D Euclidean geometry in undergraduate mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 815-832. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1738578>

- Kaya, N. (2018). *Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi* (Yüksek Lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 526840)
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kosyvas, G. (2016). Levels of arithmetic reasoning in solving an open-ended problem. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(3), 356-372. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2015.1072880>
- Kovács, Z., Recio, T., Richard, P. R., Van Vaerenbergh, S., & Vélez, M. P. (2020). Towards an ecosystem for computer-supported geometric reasoning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(7), 1-10. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1837400>
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Lieberman, A. (2001). Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *The Journal of Educational Research*, 94(5), 292-300.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. P. Cobb & H. Bauersfeld (Ed.) içinde, *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (ss. 229–269). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001>
- Lavicza, Z. (2007). Factors influencing the integration of computer algebra systems into university-level mathematics education. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(3), 121–129. <https://www.learntechlib.org/p/107491/>.
- Leighton, J. P. (2003). Defining and describing reasoning. J. P. Leighton & R. J. Sternberg (Ed.) içinde, *The nature of reasoning*. New York, NY: Cambridge.
- Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 46(1), 87-113. <https://doi.org/10.1023/A:1014031004832>
- Linell, P. (1998). *Approaching dialogue: Talk, interaction and contexts in dialogical perspectives*. John Benjamins Publishing Company.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Martin, W. G., Carter, J. A., Forster, S., Howe, R., Kader, G. D., Kepner, H., Quander, J. R., McCallum, W., Robinson, E., Snipes, V., & Valdez, P. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. NCTM.
- Mason, J. (1988). *Learning and Doing Mathematics*. Macmillan.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson.
- Mata-Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification.

- Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169–186.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>
- MEB, (2018a). 2023 Eğitim Vizyonu. Millî Eğitim Bakanlığı.  
[https://www.gmka.gov.tr/dokumanlar/yayinlar/2023\\_E%C4%9Fitim%20Vizyonu.pdf](https://www.gmka.gov.tr/dokumanlar/yayinlar/2023_E%C4%9Fitim%20Vizyonu.pdf)  
 f (02.07.2022Tarihinde İndirilmiştir)
- MEB. (2018b). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar). <http://mufredat.meb.gov.tr/> Erişim Tarihi: 01.07.2018.
- Mercer, N., Wegerif, R., & Dawes, L. (1999). Children's talk and the development of reasoning in the classroom. *British educational research journal*, 25(1), 95-111.  
<https://doi.org/10.1080/0141192990250107>
- Mueller, M. F., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2010). Promoting student reasoning through careful task design: A comparison of three studies. *International Journal for Studies in Mathematics Education*, 3(1).
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2014). Teachers promoting student mathematical reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*, 7(2), 1–20.  
<https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Olsson, J. (2018). The contribution of reasoning to the utilization of feedback from software when solving mathematical problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 715-735. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9795-x>
- Öz, T., & Işık, A. (2018). Investigation of the mathematical reasoning skill levels of mathematics education students. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 5(3), 109-122. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/40246/440299>
- Özgen, K., & Alkan, H. (2014). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinliklerinin akademik başarı ve tutuma etkileri: Fonksiyon ve türev kavramı örnekleme. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(1), 1-38.  
<https://doi.org/10.16949/turcomat.35299>
- Palm, T., Boesen, J., & Lithner, J. (2011). Mathematical reasoning requirements in swedish upper secondary level assessments. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 221-246. <https://doi.org/10.1080/10986065.2011.564994>
- Pedemonte, B. (2002). Relation between argumentation and proof in mathematics: Cognitive unity or break? J. Novotna (Ed.) içinde, *Proceedings of the 2nd conference of the European society for research in mathematics education* (ss. 70–80). Marienbad.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed?. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23–41.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x>

- Pedemonte, B., & Buchbinder, O. (2011). Examining the role of examples in proving processes through a cognitive lens: The case of triangular numbers. *ZDM*, 43(2), 257–267. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0311-z>
- Pedemonte, B., & Reid, D. (2011). The role of abduction in proving processes. *Educational studies in mathematics*, 76(3), 281–303. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9275-0>
- Peirce, C. S. (1956). Sixth paper: Deduction, induction, and hypothesis. In M. R. Cohen (Ed.), *Chance, Love, and Logic: Philosophical Essays* (pp. 131–153). New York, NY: G. Braziller.
- Poon, K. K., & Leung, C. K. (2016). A study of geometric understanding via logical reasoning in Hong Kong. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 17(3).
- Preiner, J. (2008). Introducing Dynamics Mathematics Software to Mathematics Teacher: the Case of GeoGebra. Dissertation in Mathematics Education, University of Salzburg.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. [https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501\\_02](https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02)
- Reznitskaya, A., Kuo, L. J., Clark, A. M., Miller, B., Jadallah, M., Anderson, R. C., & Nguyen-Jahiel, K. (2009). Collaborative reasoning: A dialogic approach to group discussions. *Cambridge journal of education*, 39(1), 29–48. <https://doi.org/10.1080/03057640802701952>
- Rizqi, N. R., & Surya, E. (2017). An analysis of students' mathematical reasoning ability in viii grade of sabilina tembung junior high school. *International Journal Of Advance Research And Innovative Ideas In Education (IJARIIE)*, 3(2), 2395–4396.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252–255. <https://doi.org/10.1080/00029890.1998.12004875>
- Rubilar, Á. S. B., & Badillo, G. Z. (2017, October). Reformulation of geometric validations created by students, revealed when using the ACODESA methodology, *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Indianapolis.
- Santos-Trigo, M., & Reyes-Rodriguez, A. (2016). The use of digital technology in finding multiple paths to solve and extend an equilateral triangle task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(1), 58–81. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2015.1049228>
- Schwarz, B. B. (2009). Argumentation and learning. N. Muller Mirza & A. N. Perret-Clermont (Ed.) içinde, *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices* (ss. 91–126). Springer US.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational studies in mathematics*, 46(1), 13–57. <https://doi.org/10.1023/A:1014097416157>



- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge university press.
- Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse—Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2011.12.013>
- Sherman, M. (2014). The role of technology in supporting students' mathematical thinking: Extending the metaphors of amplifier and reorganizer. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 14(3), 220-246.
- Sidenvall, J., Lithner, J., & Jäder, J. (2015). Students' reasoning in mathematics textbook task-solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4), 533-552. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2014.992986>
- Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344>
- Steffe L. P., & Ulrich, C. (2014) Constructivist teaching experiment. In Lerman S. (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_32](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_32)
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. Von Glasersfeld E. (Ed.) içinde, *Radical constructivism in mathematics education* (ss. 177-194). Springer. [https://doi.org/10.1007/0-306-47201-5\\_9](https://doi.org/10.1007/0-306-47201-5_9)
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. A. E. Kelly, & R. Lesh (Ed.) içinde, *Handbook of research design in mathematics and science education* (ss. 267- 309). Erlbaum.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stephan, M., & Rasmussen, C. (2002). Classroom mathematical practices in differential equations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 459-490. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00145-1](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00145-1)
- Sumarsih, Budiyo, & Indriati, D. (2018). Profile of mathematical reasoning ability of 8thgrade students seen from communicational ability, basic skills, connection, and logical thinking. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1008, No. 1, p. 012078). IOP Publishing.
- Şengün, K. Ç. & Yılmaz, S. (2021). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende açıortay ve kenarortay belirleme durumlarının incelenmesi. *International Journal of Active Learning*, 6(1), 81-97. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijal/issue/63409/909110>
- Takači, D., Stankov, G., & Milanovic, I. (2015). Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups. *Computers & Education*, 82, 421-431. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.12.002>

- Tataroğlu-Taşdan, B., Tekin-Dede, A., & Yiğit-Koyunkaya, M. (2022). Examining pre-service mathematics teachers' argumentation-supported lesson plans and their noticing during planning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-21.
- Tavşan, S., & Pasmaz, A. (2021). Examination of 7th-grade students' mathematical reasoning and argumentation process during problem-solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-28. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.2005168>
- Tekin-Dede, A. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(3), 636-661.
- Tekin-Dede, A. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 292-314. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1501825>
- Tomić, M. K. (2013). Mathematical software in croatian mathematics classrooms—A review of GeoGebra and sketchpad. *Croatian Journal of Education: Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, 15(1), 197-208.
- Tong, D. H., Uyen, B. P., & Quoc, N. V. A. (2021). The improvement of 10th students' mathematical communication skills through learning ellipse topics. *Heliyon*, 7(11), e08282.
- Topuz, F., & Birgin, O. (2020). Yedinci sınıf “çember ve daire” konusunda geliştirilen GeoGebra destekli öğretim materyaline ve öğrenme ortamına ilişkin öğrenci görüşleri. *Journal of Computer and Education Research*, 8(15), 1-27. DOI: 10.18009/jcer.638142
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.
- Trocki, A., & Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4(2), 110-138. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>
- Turgut, M. (2022). Reinventing geometric linear transformations in a dynamic geometry environment: Multimodal analysis of student reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(6), 1203–1223. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10185-y>
- Ubah, I., & Bansilal, S. (2019). The use of semiotic representations in reasoning about similar triangles in Euclidean geometry. *Pythagoras*, 40(1), 1-10. <https://hdl.handle.net/10520/EJC-1c96ba2758>
- Urhan, S. (2022). Using Habermas' construct of rationality to analyze students' computational thinking: The case of series and vector. *Education and Information Technologies*, 1-80. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11002-x>
- Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: Kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 7(2), 792-825. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.14m>

- Uygun, T., & Akyüz, D. (2019). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının üçgen eşitsizliğini toplu argümantasyonla kavrayışları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 27-41. <https://doi.org/10.17679/inuefd.333720>
- Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 171-191. <https://doi.org/10.2307/749609>
- Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Ed.) içinde, *A research companion to principles and standards for school mathematics* (ss. 227-236). NCTM.
- Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Examination of students' mathematical thinking and reasoning processes. *Journal of Faculty of Educational Sciences*, 40(1), 181-213. [https://doi.org/10.1501/Egifak\\_0000000156](https://doi.org/10.1501/Egifak_0000000156)
- Zambak, V. S., & Magiera, M. T. (2020). Supporting grades 1-8 pre-service teachers' argumentation skills: constructing mathematical arguments in situations that facilitate analyzing cases. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(8), 1196-1223. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1762938>
- Zembat, I. O. (2008). Pre-service teachers' use of different types of mathematical reasoning in paper-and-pencil versus technology-supported environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(2), 143-160. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390701828705>
- Zengin, Y. (2017). The effects of GeoGebra software on pre-service mathematics teachers' attitudes and views toward proof and proving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(7), 1002-1022. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298855>
- Zengin, Y. (2018a). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311-333. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5>
- Zengin, Y. (2018b). Incorporating the dynamic mathematics software GeoGebra into a history of mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1083-1098. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431850>
- Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies*, 24(3), 2175-2194. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x>
- Zengin, Y. (2021). Students' understanding of parametric equations in a collaborative technology-enhanced learning environment. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-27. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1966848>
- Zengin, Y. (2022). Construction of proof of the Fundamental Theorem of Calculus using dynamic mathematics software in the calculus classroom. *Education and Information Technologies*, 27(2), 2331-2366. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10666-1>

- Zengin, Y., & Tatar, E. (2015). Cooperative learning model supported with dynamic mathematics software GeoGebra. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, 3(2), 149-164.
- Zhuang, Y., & Conner, A. (2018). Analysis of teachers' questioning in supporting mathematical argumentation by integrating Habermas' rationality and Toulmin's model. T. Hodges, G. Roy, & A. Tyminski (Ed.) içinde, *Proceedings of the 40th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (ss. 1323–1330). University of South Carolina & Clemson University.



## 8. EKLER

### EK-1. MATEMATİKSEL ETKİNLİKLER

#### Etkinlik 1: Cem'in İnşaat Projesi

##### Etkinlik 1.1.

Cem bir inşaat mühendisidir. Her sene bir geometrik şekli tutku hâline getiren Cem, tüm yapılarında o şekli kullanır. Bu seneki tutkusu ise üçgenlerdir. Cem, üçgen şeklinde bir arsa satın alarak yeni bir yaşam alanı inşa edecektir. Yaşam alanının özellikleri şöyledir:

- Arsanın her köşesine bir apartman (A, B ve C) inşa edilecek ve iç bölgesi yol ve yeşil alan yapılmak üzere kullanılacaktır.
- İki apartman arasında kalan kısmın orta noktası ulaşım için kullanılacaktır. Bu noktalar karşıdaki apartmana doğrusal bir şekilde ulaşmayı sağlayacak olan yolun giriş-çıkış noktalarıdır.
- Her apartman için aynı kurala uyularak doğrusal yollar yapılacaktır.

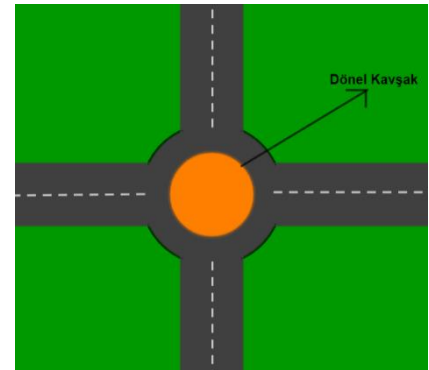
**Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

#### Bireysel Çalışma

1. Yaşam alanının planını gösteren bir taslak çiziniz.
2. Farklı apartmanlara gitmelerine rağmen iki araç çarpışmıştır. Bu kaza nerede olmuştur?
3. Arabaların birbirine çarpmasını önlemek için bir dönel kavşağa ihtiyaç vardır. Dönel kavşağın nereye yapılması gerektiğini çiziminiz üzerinde gösteriniz.

#### Takım Çalışması

1. Çiziminizi grup arkadaşlarınız ile paylaşınız. Her çizimde bir dönel kavşağa ihtiyaç olup olmadığını inceleyiniz. Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak yaşam alanının planını gösteren bir taslak çiziniz. Sürüklemeye yaparak oluşan farklı üçgenleri inceleyiniz. Herhangi bir üçgen şekli için dönel kavşağa ihtiyaç duyulacak mı? Ortak bir sonuca varmak için tartışınız. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
3. Tartışmanız sonrası geçerli bulduğunuz durum nedir? Nedeniyle birlikte açıklayınız.
4. Gözlemine ve sürüklemeye ile yaptığınız incelemelere dayanarak bir üçgende kenarların orta noktasını karşıdaki köşeler ile birleştiren doğru parçaları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.



#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Kendi sonucunuzun neden doğru olduğunu sınıfa açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

## Etkinlik 1.2

*Cem, farklı bir üçgen arsa satın alarak aynı özelliklerde yeni bir yaşam alanı inşa etmiştir. Üç yeni apartmanın (D, E ve F) inşası bittikten sonra ilk projesinde yaptığı hatayı tekrarlamamış ve yollara bir dönel kavşak eklemiştir. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.*

### Bireysel Çalışma

1. Cem'in bu inşaat projesine ait taslak çizimi yapınız. Dönel kavşağı bir nokta ile belirterek G olarak etiketleyiniz.
2. G noktası her bir yolu iki parçaya ayırmaktadır. Buna göre her bir yolun iki parçası arasındaki ilişki hakkında bir varsayım yazınız.

### Takım Çalışması

1. Varsayımınızı arkadaşlarınız ile paylaşınız. Varsayımlarınızın doğru olup olmadığını GeoGebra yazılımını kullanarak inceleyiniz. Varsayımınız doğru mu? Açıklayınız.
2. GeoGebra'da **hesap tablosunu** (  Hesap Tablosu ) açınız ve elde edeceğiniz verileri kaydediniz. Sürükleme yaparak varsayımınızın herhangi bir üçgen arsa için geçerli olup olmadığını inceleyiniz. Ulaştığınız sonuçları açıklayınız.
3. Varsayımınıza ve sürükleme ile yaptığınız incelemelere dayanarak dönel kavşağın arsanın bir kenarının orta noktasını karşısındaki köşe ile birleştiren çizgiler üzerinde ayırdığı doğru parçaları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

### Sınıf Tartışması

1. Grup kararınızı sınıf ile paylaşınız. Sonucunuzu farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Farklı sonuçlar var ise kendi sonucunuzun neden doğru olduğunu sınıfa açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### **Etkinlik 1.3:**

*Cem'in inşa ettiği yaşam alanındaki yollar, sitedeki yeşil alanı altı bölgeye ayırmaktadır. Bu yeşil alanlar apartmanlar ve yollar ile sınırlıdır. Her köşedeki apartman kendisine komşu olan iki yeşil alanı kullanma hakkına sahiptir. D bloğunun yöneticisi ve bir konut sahibi olan Asya Hanım, bulunduğu apartmana ait yeşil alanların diğer alanlardan daha dar olduğunu öne sürerek bir haksızlık yaşandığını dile getirmiştir. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.***

#### **Bireysel Çalışma**

1. Kâğıt üzerinde yaşam alanının planını gösteren bir taslak çiziniz. Çiziminize göre Asya Hanım öne sürdüğü durum konusunda haklı olabilir mi? Nedenini açıklayınız.

#### **Takım Çalışması**

1. Asya Hanım'ın öne sürdüğü durumda haklı olup olmadığını arkadaşlarınızla tartışınız. Haklı veya haksız ise gerekçelendiriniz.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak yaşam alanını gösteren bir taslak çiziniz. Çiziminizde bulunan yeşil alanlar arasında nasıl bir ilişki vardır? Gözlemine dayanarak bir varsayımda bulununuz.
3. Alan aracını seçerek her bir yeşil alanın alanını ölçünüz. Varsayımınız hâlâ geçerliliğini korumakta mıdır? Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
4. Fark ettiğiniz durumun herhangi bir üçgen şekli için geçerli olup olmadığını sürüklemeye yaparak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
5. Varsayımınıza ve sürüklemeye ile yaptığınız incelemelere dayanarak üçgen arsanın içindeki küçük üçgenlerin alanları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

#### **Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

#### **Etkinlik 1.4:**

*Cem, dördüncü inşaat projesini eşkenar üçgen şeklindeki bir arsa üzerinde gerçekleştirmiştir. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.*

#### **Bireysel Çalışma**

1. Cem'in bu inşaat projesine ait taslak çizimi yapınız.
2. Her bir apartmandan hızları aynı ve sabit olan birer araç aynı anda hareket ediyor. Buna göre hangi araç çıkış noktasına daha önce varır? Neden?

#### **Takım Çalışması**

1. Çizimlerinizi arkadaşlarınızla paylaşarak karşılaştırınız.
2. Arabaların çıkış noktasına varma sürelerini arkadaşlarınızla tartışınız. Gerekçelendirerek ortak bir açıklamada bulununuz.
3. GeoGebra yazılımını kullanarak bu projedeki yaşam alanını gösteren bir taslak çiziniz. Yaşam alanının giriş noktalarından apartmanlara ulaşımı sağlayan yolların uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Bir varsayımda bulunarak tartışınız.
4. Fark ettiğiniz durumun herhangi bir eşkenar üçgen şekli için geçerli olup olmadığını sürükleme yaparak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
5. Varsayımınıza ve gözlemlerinize dayanarak bir eşkenar üçgende kenarortayların uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

#### **Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.



### Etkinlik 1.5:

*Cem, beşinci inşaat projesini ikizkenar üçgen şeklindeki bir arsa üzerinde gerçekleştirmiştir. Bu arsanın eşit olan kenarlarının uzunlukları diğer kenarın uzunluğundan daha fazladır. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.*

#### Bireysel Çalışma

1. Cem'in bu inşaat projesine ait taslak çizimi yapınız.
2. Her bir apartmandan hızları aynı ve sabit olan birer araç aynı anda hareket ediyor. Buna göre hangi araç çıkış noktasına daha önce varır? Neden?

#### Takım Çalışması

1. Çizimlerinizi arkadaşlarınızla paylaşarak karşılaştırınız.
2. Arabaların çıkışa varma sürelerini arkadaşlarınızla tartışınız. Gerekçelendirerek ortak bir açıklamada bulununuz.
3. GeoGebra yazılımını kullanarak bu projedeki yaşam alanını gösteren bir taslak çiziniz. Yaşam alanının giriş noktalarından apartmanlara ulaşımı sağlayan yolların uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişki hakkında varsayımda bulununuz.
4. Uzaklık veya uzunluk aracını  seçerek yol uzunluklarını ölçünüz.
5. Sürüklemeye yaparak oluşturacağınız farklı boyutlardaki ikizkenar üçgenlerde kenarortay uzunlukları arasındaki ilişki geçerli mi? Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
6. Varsayımınıza ve gözlemlerinize dayanarak bir ikizkenar üçgenin kenarortay uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
7. Bir ABC ikizkenar üçgeninde  $|AB|=|AC|$  ve  $[AB]$  kenarına ait kenarortay uzunluğu 8 cm'dir. Buna göre  $[AC]$  kenarına ait kenarortay uzunluğu kaçtır? Neden?

#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### **Etkinlik 1.6:**

*Cem'in elindeki kâğıtta bir arsaya ait taslak çizim yer almaktadır. Bu arsa dik üçgen şeklindedir. Geçici süreyle ofisini her binaya aynı mesafede olacak şekilde bir yere konumlandıracaktır. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.***

#### **Bireysel Çalışma**

1. Ofisin bulunması gerektiği konumu çizim yaparak gösteriniz. Neden bu noktayı seçtiğinizi açıklayınız.

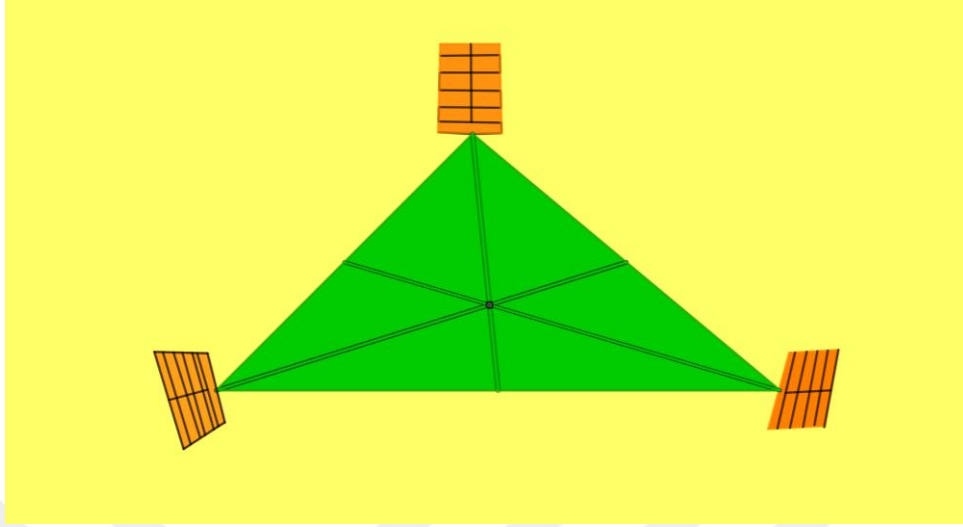
#### **Takım Çalışması**

1. Çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşarak karşılaştırınız. Sizi haklı çıkaracak açıklamalarda bulununuz.
2. Cem'in ofisinin hangi noktada olması gerektiğini bulmak için GeoGebra yazılımını kullanınız. Bu noktanın doğru nokta olduğunu nasıl açıklarsınız.
3. Bulduğunuz nokta herhangi bir dik üçgende neye karşılık gelmektedir?
4. Bu noktanın herhangi bir dik üçgende aynı özellikleri sağlayıp sağlamadığını sürükleme yaparak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.

#### **Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### Etkinlik 1.7:



Cem inşa ettiği yaşam alanlarının ciddi bir güvenlik sorunu taşıdığını fark etmiştir. Bu nedenle üç adet güvenlik kamerası satın alarak her bir apartmana birer tane monte edecektir. Kameralar apartmanların giriş kapısının üstüne ortalanmış bir şekilde yerleştirilecektir. Bu kameralar apartmana giren insanları, yeşil alanlarda bulunanları ve site içindeki yollardan geçenleri yani sadece yaşam alanının sınırları boyunca bulunanları kayıt altına alabilecek kapasitededir. Kameraları apartmanlara yerleştirecek olan işçinin dikkatli olması gerekmektedir. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

#### Bireysel Çalışma

1. Cem'in bu inşaat projesine ait taslak çizimi yapınız. Çizim üzerinde kameraların hangi yönlere doğru çevrilerek sabitlenmesi gerektiğini gösteriniz. Kameraların neden çiziminizdeki gibi yerleştirilmesi gerektiğini açıklayınız.

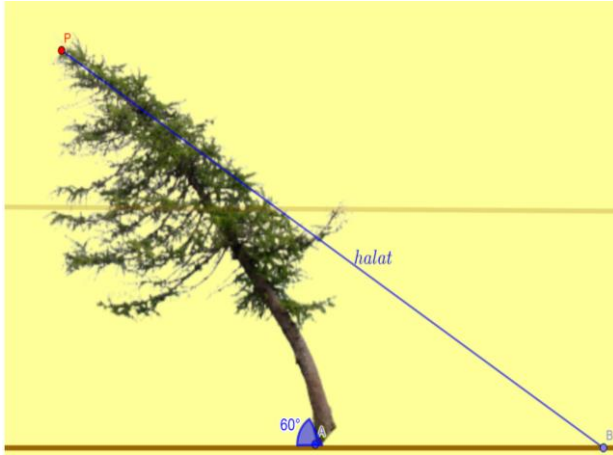
#### Takım Çalışması

1. Çizimlerinizi arkadaşlarınızla paylaşarak karşılaştırınız. Kameraların neden belirttiğiniz gibi yerleştirilmesi gerektiğini açıklayınız.
2. Farklı durumlar var ise tartışarak fikir birliğine varmaya çalışınız.
3. Fikir birliğine vardığınız durumu GeoGebra yazılımını kullanarak görselleştiriniz. Kameraların kayıt etmesi için yöneldiği doğrultuları gözlemleyiniz. Bu doğrultular arasında bir ilişkinin olup olmadığını inceleyiniz. Ulaştığınız sonuçları açıklayınız.
4. Fark ettiğiniz durumun herhangi bir üçgen şekli için geçerli olup olmadığını sürüklemeye yaparak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
5. Gözlemlerinize ve sürüklemeye ile yaptığınız incelemelere dayanarak üçgen şeklindeki yaşam alanında kameraların odaklandığı doğrultular arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşın ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

## Etkinlik 2: Eğik Ağaç ve Kozalak



Sol tarafa eğilmiş bir çam ağacı ile yer arasında  $60^\circ$ 'lik açı oluşmaktadır. Bu ağaç bir halatla yerdeki B noktasına bağlanmıştır. Bu halat ağacı gerdirerek daha fazla eğilmesini önlemekte ve zamanla düzelmesini sağlamaktadır. Bu ağacın tepe noktasında (P) bir kozalak bulunmaktadır. Kozalağın kopup serbest bir şekilde yere düşmeye başladığını düşünün. (Serbest düşen bir cisim herhangi bir dış etken (rüzgâr vb.) olmadan ve doğrultusu değişmeden yere ulaşır).

**Yukarıdaki metne göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

### Bireysel Çalışma

1. Kozalağın düşeceği noktayı bir taslak çizim yaparak gösteriniz. Kozalak yere düştüğünde yer ile kaç derecelik bir açı yapar? Açıklayınız.
2. Başlangıçta kozalağın yerden yüksekliğini bulmak için hangi iki nokta arasındaki mesafeyi ölçmeniz gerektiğini açıklayınız.
3. Ağaç ile yer arasındaki açı  $60^\circ$ 'den daha küçük olsaydı kozalağın yerden yüksekliği ile düşeceği nokta ilk duruma göre nasıl değişirdi? Açıklayınız.

### Takım Çalışması

1. Kozalağın düşüşüne ait çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşınız. Düşüşe ait farklı düşünceler var ise tartışarak fikir birliğine varınız.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak çam ağacı-halat-yer üçlüsünün oluşturduğu üçgeni çizin. Bu üçgende kozalağın yerden yüksekliğini ve düşeceği noktayı gösteriniz.
3. Ağacın zamanla daha dik bir konuma geleceğini varsayarak kozalağın yerden yüksekliği ile düşeceği noktanın nasıl değişeceğini inceleyiniz. Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.
4. Ağaç sağ tarafa doğru eğilmiş olsaydı kozalağın düşeceği nokta nasıl değişirdi? Açıklayınız.
5. Fark ettiğiniz durumun sürüklemeye yaparak oluşturacağınız herhangi bir dar açılı veya geniş açılı üçgen için geçerli olup olmadığını inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
6. Ağacın farklı duruşlarına göre farklı üçgen çeşitleri oluşmaktadır. Buna göre üçgenin dar açılı, dik veya geniş açılı olması durumunda yükseklikler arasındaki ilişkiyi inceleyiniz. Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.

### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### **Etkinlik 3: Yürüme Yarışı**

Üç yakın arkadaş olan Deniz, Ela ve Feyza şehrin park alanında bir yürüme yarışı yapmaya karar vermiştir. Şehrin parkı üçgen şeklindedir. Parkın bir köşesinde kafe, bir köşesinde market ve diğer köşesinde otopark bulunmaktadır. Üç arkadaş market ile otoparkı birleştiren yolda sıralanmıştır. Deniz, Ela ve Feyza'nın bulundukları noktadan kafeye dümdüz yürüdükleri ve başka yöne sapmadıkları düşünülmektedir. Bu yarışta kafeye ilk varan kazanacaktır. Deniz, gideceği yolun market ile otoparkı birleştiren yola dik olduğunu, Ela kafeye yöneldiğinde kafeyi görüş açısında ortaladığını, Feyza ise market ile otoparkın tam ortasında olduğunu fark etmiştir. **Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

#### **Bireysel Çalışma**

1. Üç arkadaşın bulunduğu konumları gösteren bir çizim yapınız. Çiziminize göre bu konumlar neye karşılık gelmektedir? Açıklayınız.
2. Üç arkadaşın eşit hızlarla yürüdüğü varsayıldığında hangisi kafeye daha erken varır? Nedenini açıklayın.

#### **Takım Çalışması**

1. Çiziminizi ve yarışta kazanacak kişi için ulaştığınız sonucu arkadaşlarınız ile paylaşınız. Kazanacak kişiyi neye dayanarak belirlediğinizi açıklayınız.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak Deniz, Ela ve Feyza'nın yürüyeceği yollar arasında nasıl bir ilişki olduğunu inceleyiniz? Bu ilişki hakkındaki varsayımınızı yazınız.
3. Varsayımınızın sürükleme yaparak oluşturabileceğiniz farklı üçgenler için geçerli olup olmadığını inceleyiniz.
4. Varsayımınıza ve sürükleme ile yaptığınız incelemelere dayanarak bir üçgende bu yolları oluşturan doğru parçalarını düşündüğünüzde, bu doğru parçalarının uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
5. Şehrin parkı bir eşkenar üçgen şeklinde olsaydı Deniz, Ela ve Feyza'nın yürüyeceği yollar arasında nasıl bir ilişki olurdu? Tartışınız. Bu ilişki hakkındaki varsayımınızı yazınız.
6. Eşkenar üçgeni sürükleyiniz ve oluşabilecek farklı büyüklükteki eşkenar üçgenleri inceleyiniz. Oluşabilecek tüm eşkenar üçgenler için varsayımınız geçerli midir? Ulaştığınız sonucu açıklayınız.

#### **Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

#### **Etkinlik 4: Duvar Süsleme Sanatı**

*Duvar süsleme sanatçısı olan Leyla boş bir duvarı üçgen motifini kullanarak süsleyecektir. İlk adımda bu duvara büyük bir üçgen çiziyor. Daha sonra, çizdiği üçgenin kenarlarına ait orta noktaları buluyor. İlk çizdiği üçgeninin içine bu noktaları köşe kabul eden yeni bir üçgen çiziyor. Leyla bu adımı sürekli tekrar ederek bir şekil örüntüsü oluşturuyor. **Buna göre;***

#### **Bireysel Çalışma**

1. Örüntüyü dördüncü adıma kadar çiziniz. Her adımda yeni bir üçgenin eklenmesiyle şekildeki tüm üçgenlerin sayısının nasıl değiştiğini inceleyiniz. Oluşan tüm üçgenlerin sayısı ile ilgili bir kural belirleyiniz. Belirlediğiniz kuralı açıklayınız.
2. Bu örüntünün 8. ve 88. adımında toplam kaç tane üçgen oluşacağını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayın.
3. 20. adımda oluşacak tüm üçgenlerin sayısını bulmak için izlenecek yolu tarif ediniz.

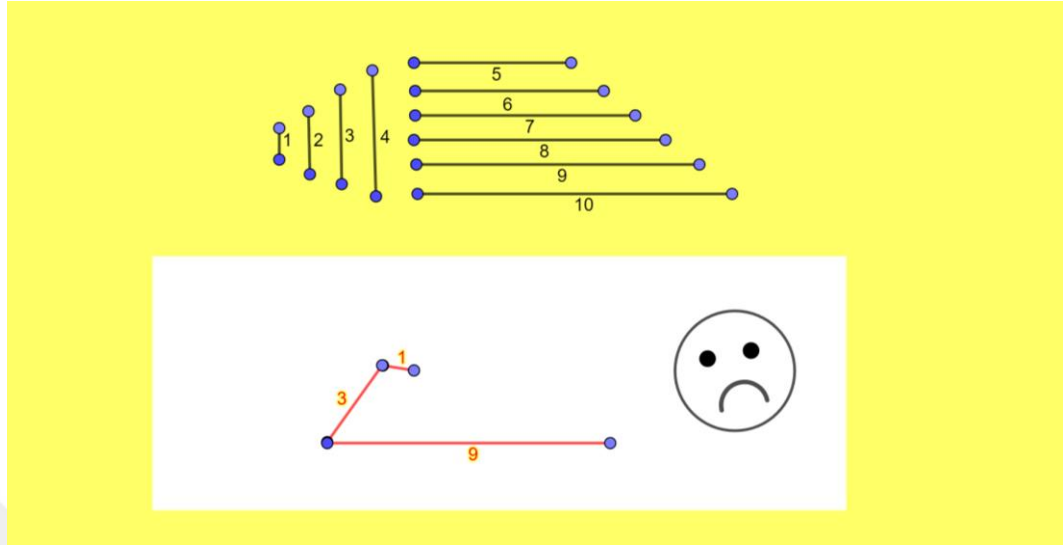
#### **Takım Çalışması**

1. Oluşturduğunuz örüntüyü, örüntüye ait kuralı ve istenen adımdaki üçgen sayılarını arkadaşlarınız ile paylaşarak karşılaştırınız. Tartışarak örüntünün kuralı konusunda fikir birliği sağlayınız.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak duvarda oluşacak görüntüyü oluşturunuz. Oluşan her yeni üçgen ile bir önceki üçgenin ( $A_1-A_2$ ,  $A_2-A_3$ ,  $A_3-A_4$ , ...,  $A_{(n-1)}-A_n$ ) alanı arasındaki ilişki hakkında bir varsayım yazınız.
3. Alan aracını seçerek oluşan üçgenlerin alanını ölçünüz. Hesap Tablosu görünümünü seçerek ölçüm sonuçlarınızı not ediniz. İncelemek istediğiniz ilişkiye ait işlemleri burada gerçekleştiriniz.
4. ABC üçgenini herhangi bir köşesinden tutarak sürükleyiniz ve oluşan farklı üçgenler için verilerinizi inceleyiniz. Varsayımınız doğru mu? Açıklayınız.
5. Varsayımınıza ve sürükleme ile yaptığınız incelemelere dayanarak bir üçgenin alanı ile bu üçgenin kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden üçgenin alanı arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
6. Örüntünün 10. adımında oluşan yeni üçgen ile 1. adımdaki üçgenin alanları arasındaki oranı bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

#### **Sınıf Tartışması**

1. Ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### Etkinlik 5: Üçgen Çerçeve Oyunu



Bu oyunda üç oyuncu yer almakta ve her oyuncuya farklı uzunlukta olan 10 tahta çubuk verilmektedir. Bu çubukların boyları 1 cm'den 10 cm'ye kadar değişen tam sayı değerlerinde ve her biri 10 puan değerindedir. Oyuncular seçtikleri çubuğu yere bırakarak üçgen bir çerçeve oluşturmaya çalışır. Son hamleyi yapıp çerçeveyi oluşturan oyuncu çubukları toplamakta ve böylece çubukların toplam puanını (30 puan) kazanmaktadır. Eğer hamlesi ile üçgen oluşturamazsa yere bıraktığı çubuğu (10 puan) kaybeder ve böylece yerdeki çubuklar (30 puan) ikinci oyuncunun olur. Eli kazanan oyuncu tekrar son hamleyi yapan olur. Eğer kaybederse bir sonraki elde ilk hamleyi yapar ve kazanma şansı kalmaz. Bu oyunda ikinci hamleyi yapan oyuncu seçeceği tahta çubukla üçüncü oyuncunun işini zorlaştıracak ve kaybetmesini sağlayacaktır. Elindeki çubuk sayısı yirmiye ulaşan yani toplam 200 puanı olan oyuncu oyunu kazanacaktır. **Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

#### Bireysel Çalışma

1. Oyuna başlamadan önce bir prova yapınız. Belirlediğiniz üç kenar uzunluğuyla bir üçgen oluşturmaya çalışın. Oluşan üçgeni inceleyiniz.
2. Üç farklı kenar belirleyerek üçgen oluşmayan bir durum bulmaya çalışınız. Üçgen oluşmayan durumu inceleyiniz.

#### Takım Çalışması

1. Üçgen oluşan ve oluşmayan iki durumu arkadaşlarınızla paylaşınız. Bir karşılaştırma yaparak üçgen oluşmayan durumları inceleyiniz. Üçgen oluşmama nedenini tartışarak bir açıklamada bulununuz.
2. GeoGebra yazılımını kullanarak bu oyunda kazanma şansınızı arttırabileceğiniz bir yöntem bulunuz. Bulduğunuz yöntemin işe yaradığını gösteriniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.

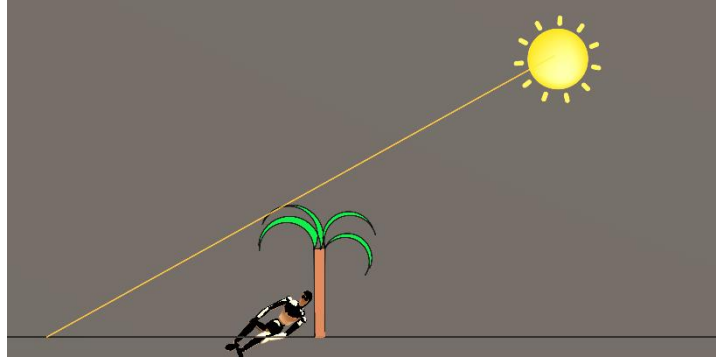
3. İkinci hamleyi yapan oyuncu olarak üçüncü oyuncunun kaybetmesini nasıl sağlarsınız? Açıklayınız.
4. GeoGebra'yı kullanarak takım arkadaşlarınızla oyunu oynayınız. Bulduğunuz yöntemi kullanarak kazanmaya çalışınız.
5. Üçgen çerçeve oluşan ve oluşmayan durumlarda son bırakılan tahta çubuğun uzunluğu ile diğer iki çubuğun uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
6. Bulduğunuz yöntem herhangi bir üçgen için geçerli midir? Sürgüleri kullanarak farklı durumları inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
7. Uzunlukları  $a$ ,  $b$  ve  $c$  cm olan üç tahta parçasının bir üçgen oluşturabildiği biliniyor. Buna göre bu kenarlar arasındaki ilişkiyi yazınız.

### **Sınıf Tartışması**

1. Bir üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişki hakkında ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.



## Etkinlik 6: Gölge Boyu



Dünya, kendi eksenini etrafında dönişünü 24 saatte tamamlamakta ve böylece günler oluşmaktadır. Antalya'da gündoğumu 07.35 günbatımı ise 17.45 saatlerindedir. Dünya batıdan doğuya doğru döndüğü için Güneş doğudan belirmeye ve batıdan kaybolmaya başlar. Antalya plajında yer alan bir ağacın gün içindeki gölge boyu Ahmet'in dikkatini çekmiştir. Ahmet sabah 09.00'da ağaca sırtını yaslayarak gölgede uyuyakalmıştır. Öğle vakti olduğunda ise Güneş ışınlarının yakıcı sıcaklığını hissederek uyanmıştır. **Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

### Bireysel Çalışma

1. Ahmet'in uyuduğu ve uyandığı saatlere ait Güneş ışınları-ağaç-gölge boyu üçlüsünün oluşturduğu iki üçgeni çizin. Çizimlerinizi karşılaştırarak aradaki farkları inceleyiniz.

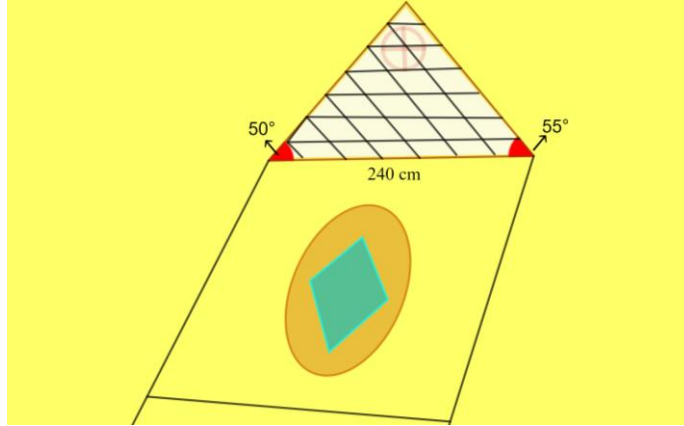
### Takım Çalışması

1. Çizdiğiniz iki üçgeni arkadaşlarınız ile paylaşarak karşılaştırınız. Sabah ve öğlene ait üçgenlerdeki farklılığı tartışınız.
2. Işınların ağaca çarptığı açı (gelme açısı) ile ağacın gölge boyu arasındaki ilişki hakkında bir tahminde bulununuz.
3. GeoGebra yazılımını kullanarak saat 09.00'a ait Güneş ışınları-ağaç-gölge boyu üçlüsünün oluşturduğu üçgeni çizin. Işınların ağaca çarptığı açı (gelme açısı) ile ağacın gölge boyunun uzunluğu arasında nasıl bir ilişki vardır? Gün içinde Güneş'in hareketini dikkate alarak inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
4. Fark ettiğiniz ilişki diğer iki açı ve kenar için geçerli mi? Açıklayınız.
5. Sürüklemeye yaparak farklı uzunluktaki ağaçlar için yeni durumları inceleyiniz. Açılar ile kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
6. Varsayımınıza ve sürüklemeye ile yaptığınız incelemelere dayanarak bir üçgenin iç açıları ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

### Sınıf Tartışması

1. Bir üçgenin iç açıları ile kenar uzunlukları arasındaki ilişki hakkında ulaştığınız sonucu sınıfa açıklayınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

## Etkinlik 7: Kitaplık



Ceren çatı katındaki odasında üçgen şeklindeki duvarı tamamen kaplayacak şekilde bir kitaplık yaptırmak istemektedir. Marangoza sipariş vermek için duvarın ölçülerini almaya başlamıştır. Boyu yetişemediğinden sadece duvarın enini ölçebilmiştir. Bir çözüm bulmaya çalışan Ceren ölçtüğü kenara ait açıların işe yarayabileceğini düşünmüştür. Ölçümleri yapan Ceren köşedeki açılarının  $50^\circ$  ve  $55^\circ$  olduğunu bulmuştur. Eline aldığı bir kâğıt üzerinde cetvel ve açıölçer ile çizim yapmaya başlayan Ceren 240 cm olan taban uzunluğunu 24 cm olarak çizmiş daha sonra açılar eklemiştir. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

### Etkinlik 7.1:

#### Bireysel Çalışma

1. Sizce Ceren'in bu yöntemi diğer kenar uzunluklarını bulmaya yardımcı olur mu? Nedenini Açıklayınız.
2. Ceren'in ölçülerini kullanarak kitaplığa ait taslak çizimi yapınız.

#### Takım Çalışması

1. Taslak çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşarak nasıl çizdiğinizi açıklayınız.
2. **M1 isimli GeoGebra dosyasını açınız.** Etkinlikte verilen ***a sürgüsü*** kenar uzunluğunu, ***b ve c sürgüleri*** ise bu kenara ait iki açı ölçüsünü temsil etmektedir. Üçgeninizin hangi ölçülerde olmasını istiyorsanız sürgüleri ayarlayınız. Belirlediğiniz değerlere göre üçgeninizi oluşturunuz.
3. Üçgeni oluşturduktan sonra sürgüleri hareket ettiriniz. Sürgü hareketinize bağlı üçgenleri gözlemleyiniz. Sürgülerin aldığı her değer için üçgen oluşuyor mu? Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.
4. Üçgen oluşmayan durum var ise oluşmama nedenini açıklayınız.

#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### Etkinlik 7.2:

*Bulduğu yöntemin işe yaradığını fark eden Ceren istediği kitaplığı sipariş etmek için marangozu arar. Telefonu açan marangoz çırağına kitaplığın ölçülerini anlatırken üç kenar uzunluğunu söylemek yerine yanlışlıkla iki kenar uzunluğunu ve bu kenarlar arasındaki açıyı söylemiştir. Ceren'in ifade ettiği ölçüler 240 cm, 220 cm ve  $50^\circ$ 'dir. **Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.***

#### Bireysel Çalışma

1. Sizce marangoz, çırağın not aldığı ölçülerle Ceren'in ihtiyacı olan kitaplığı oluşturabilecek mi? Nedenini açıklayınız.
2. Ceren'in verdiği ölçülerle kitaplığa ait taslak çizimi yapınız.

#### Takım Çalışması

1. Taslak çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşarak nasıl çizdiğinizi açıklayınız.
2. **M2 isimli GeoGebra dosyasını açınız.** Etkinlikte verilen ***a* ve *b* sürgüleri** kenar uzunluklarını, ***c* sürgüsü** ise bu kenarlar arasındaki açıyı temsil etmektedir. Üçgeninizin hangi ölçülerde olmasını istiyorsanız sürgüleri ayarlayınız. Belirlediğiniz değerlere göre üçgeninizi oluşturunuz.
3. Üçgeni oluşturduktan sonra sürgüleri hareket ettiriniz. Sürgü hareketinize bağlı olarak oluşan üçgenleri gözlemleyiniz.
4. Sürgülerin aldığı her değer için üçgen oluşuyor mu? Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.

#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### Etkinlik 7.3:

*Ceren sipariş verirken hata yapmasaydı ölçüleri şu şekilde ifade edecekti: 200 cm, 240 cm ve 220 cm. Marangoz tahta parçalarını hazırlarken çıraktan bu ölçülere ait taslak üçgeni hazırlamasını istemiştir. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.*

#### Bireysel Çalışma

1. Sizce bu ölçüler ile bir üçgen çizilebilir mi? Evet ise yukarıda verilen kenar uzunlukları için çiziminizi yapınız.

#### Takım Çalışması

1. Taslak çiziminizi arkadaşlarınız ile paylaşarak nasıl çizdiğinizi açıklayınız.
2. **M3 isimli GeoGebra dosyasını açınız.** Etkinlikte verilen ***a, b, c sürgüleri*** üçgenin kenar uzunluklarını temsil etmektedir. Üçgeninizin hangi ölçülerde olmasını istiyorsanız sürgüleri ayarlayınız. Belirlediğiniz değerlere göre üçgeninizi oluşturunuz.
3. ***a, b*** ve ***c***'nin aldığı her değer için üçgen oluşuyor mu? Fark ettiğiniz durumu açıklayınız.
4. Bir üçgenin çizilebilmesi için ihtiyaç duyulan elemanları nelerdir. Açıklayınız.

#### Sınıf Tartışması

1. Ulaştığınız sonuçları sınıf ile paylaşınız ve farklı grupların sonuçlarıyla karşılaştırınız.
2. Sınıfta farklı sonuçlar var ise tartışınız. Ulaştığınız sonuca dair gerekçelerinizi açıklayınız.
3. Sizden farklı sonuçlara ulaşan gruplar var ise fikir birliği için tartışınız. Sınıfı ikna ediniz.

### Etkinlik 8: Karıncanın Gizemli Yürüyüşü

Abidin ev ödevlerini yaparken defterinin üzerinde bir karıncanın yürüdüğünü görmüştür. Karıncaya daha yakından bakmak isteyen Abidin eline bir büyüteç alarak karıncanın yürüdüğü yolu izlemiştir. Karınca o sırada defterdeki iki karenin köşegenleri boyunca yürümüştür. Karıncanın bu yürüyüşü Abidin'in merakını arttırmıştır. Abidin karıncanın yürüdüğü yolun uzunluğunun kaç birim olabileceğini düşünmüştür. Ancak Abidin, karıncanın yürüdüğü yolun yani  $4 \text{ br}^2$ 'lik bir karenin köşegen uzunluğunun kaç birim olacağı konusunda bir cevap bulamamıştır. **Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.**

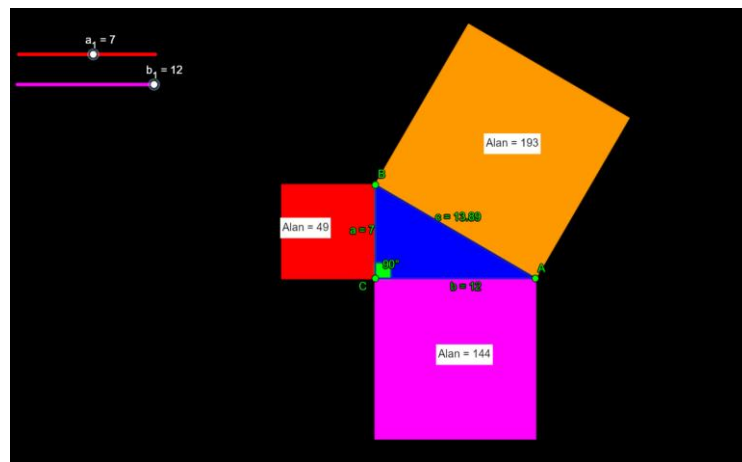


#### Bireysel Çalışma

1. Karıncanın yürüdüğü mesafe hangi uzunluklar arasındadır? Neden?
2. Karıncanın yürüdüğü mesafenin tam olarak belirlenebilmesi için defterdeki birim karelerden yararlanılabilir mi? Evet ise nasıl olduğunu açıklayınız.
3. Aşağıdaki GeoGebra etkinliğini açınız.

#### Takım Çalışması

M4 isimli GeoGebra dosyasını açınız.



1. Ekranda bulunan yapıyı inceleyiniz. Dik üçgen ile kareler arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.
2. Karelerin alanları arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

3. **Sürgü değerlerini** ( $a_1$ ,  $b_1$ ) değiştirerek kareler arasında fark ettiğiniz ilişkinin geçerli olup olmadığını inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
4. Karelerin alanları arasındaki ilişki hakkında ulaştığınız sonucu göz önünde bulundurarak dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
5. **Sürgü değerlerini** ( $a_1$ ,  $b_1$ ) değiştirerek dik üçgenin kenar uzunlukları arasında fark ettiğiniz ilişkinin geçerli olup olmadığını inceleyiniz. Ulaştığınız sonucu açıklayınız.
6. Dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişki hakkında ulaştığınız sonucu matematiksel olarak ifade ediniz.

### **Sınıf Tartışması**

1. Karıncanın yürüdüğü mesafeyi bulmak için keşfettiğiniz yöntemi açıklayınız. Farklı yöntemler var ise geçerli bir yöntem olup olmadığını tartışınız.
2. Bir karede ve dikdörtgende köşegen ya da bir dik üçgende hipotenüs neden her zaman en uzun doğru parçasını temsil eder? Tartışınız. Gerekçenizi açıklayınız.
3. GeoGebra etkinliğiyle ulaştığınız sonucu sınıf ile paylaşınız. Sizden farklı bir sonuca ulaşan grup var ise tartışarak fikir birliğine ulaşınız.

## EK-2. ETİK KURUL İZİN BELGESİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 22/02/2022-237350



**T.C.**  
**DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ**  
**Hukuk Müşavirliği**



Sayı : E-14679147-663.05-237350  
Konu : İnceleme (Projenin Değerlendirilmesi)

22/02/2022

**Sayın MEHMET DEMİR**

"ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı çalışmanız Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Çalışma ve Yayın Etiği Yönergesi uyarınca Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı tarafından değerlendirilmiş olup söz konusu çalışmanın bilimsel etik açısından uygun olduğuna ilişkin Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı kararı Üniversitemiz Rektörlük Makamının 21.02.2022 tarih ve 236536 sayılı Olur'u ile uygun görülmüştür.

Bilgilerini rica ederim.

Av. Rengin AVCI  
Hukuk Müşaviri V.

Ek: İlgili Belgeler(1 sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Belge Doğrulama Kodu :BS98ARPCJ Pin Kodu :12782<br>Adres:Dicle Üniversitesi Rektörlüğü, 21280-Diyarbakır<br>Telefon: +90 412 241 10 00 Faks: +90 412 241 10 56<br>e-Posta: gensek@dicle.edu.tr Elektronik Ağ: http://www.dicle.edu.tr<br>Kep Adresi: dicleuniversitesi@hs01.kep.tr | Belge Takip Adresi : <a href="https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&amp;eD=BS98ARPCJ&amp;eS=237350">https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&amp;eD=BS98ARPCJ&amp;eS=237350</a><br>Bilgi için: Erkan Seyrek<br>Unvanı: Büro Personeli<br>Tel No: 2237 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.



**DİCLE ÜNİVERSİTESİ**  
**SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU**  
**PROJE ONAY BELGESİ FORMU (EK 4)**

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı 20978011 numaralı tezli yüksek lisans Öğrencisi olan Mehmet DEMİR'in "ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı çalışması, Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi uyarınca değerlendirilmiştir.

| <b>SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU KARARI</b><br>(Etik Kurul tarafından doldurulacaktır)  |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih                                                     | 14.02.2022/232233 |
| Etik Kurul Karar toplantı tarihi ve karar sayısı                                                | 18.02.2022—34     |
| <input checked="" type="checkbox"/> Proje etik açısından uygun bulunmuştur.                     |                   |
| <input type="checkbox"/> Proje etik açısından geliştirilmesi gerekmektedir.<br><i>Açıklama:</i> |                   |
| <input type="checkbox"/> Proje etik açısından uygun bulunmamıştır.<br><i>Açıklama:</i>          |                   |

Prof. Dr. H. Musa BAĞCI  
BAŞKAN

Prof. Dr. Hasan TANRIVERDİ  
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Mesut ERGİN  
ÜYE

Prof. Dr. Kemal ÖZGEN  
ÜYE

Prof. Dr. Yılmaz DEMİRHAN  
ÜYE

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN  
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Halis ÖZER  
ÜYE

**ASLI GİBİDİR**



### EK-3. ARASTIRMA UYGULAMA İZNİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 17/03/2022-251411



T.C.  
DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü



Sayı : E-67435137-044-251411  
Konu : Anket İzni ( Mehmet DEMİR )

17/03/2022

#### MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALINA

Enstitümüz Matematik Eğitimi Bilim Dalı 20978011 numaralı tezli yüksek lisans öğrencisi Mehmet DEMİR'in " ACODSA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi " başlıklı tez çalışmasına esas teşkil eden veri toplama aracını (anketi) 21/03/2022 - 28/12/2022 tarihleri arasında İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı ilçesinde yer alan Ortaokulun'da uygulama yapma talebi, ile ilgili gelen cevabi yazı ekte sunulmuştur.

Gereğini bilgilerinize rica ederim.

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN  
Enstitü Müdürü

Ek: 2 sayfa

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : \*BSD8E9N85J\* Pın Kodu : 44352 Belge Takip Adresi : <https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&eD=BSD8E9N85J&eS=251411>  
Adres Dicle Üniversitesi Rektörlüğü, 21280-Diyarbakır  
Telefon: +90 412 241 10 00 Faks: +90 412 248 82 16  
e-Posta: gensek@dicle.edu.tr Elektronik Ağ: <http://www.dicle.edu.tr>  
Kep Adresi: dicleuniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Semih Akman  
Unvanı: İdari Büro Görevlisi



Tel No: 8494

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

**Evrak Tarih ve Sayısı: 16/03/2022-250793**



T.C.  
MARDİN VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-63050228-605.01-45739838  
Konu : Araştırma Uygulama İzni

15.03.2022

**DAĞITIM YERLERİNE**

a) İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı 24/02/2022 tarih ve 16/03/2022-044-E.284 sayılı yazısı.

b) Dicle Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı 01/03/2022 tarihli ve E-68508712-044-241102 sayılı yazısı.

c) Milli Eğitim Bakanlığı Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli yüksek lisans programı 20978011 numaralı öğrencisi Mehmet DEMİR "ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı tez çalışması kapsamında Mardin ili Savur ilçesinde yer alan Ortaokulunda 21/03/2022-28/12/2022 tarihleri arasında uygulama yapması ile ilgili evrakları incelenmiş olup;

d) Millî Eğitim Bakanlığının 21/01/2020 tarihli 2020/2 nolu Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesi.

e) Valilik Makamının 12/03/2022 tarihli ve E-63050228-605.01-45558398 sayılı Oluru.

İlgi (a) yazıda, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Enstitüsü Tezli Yüksek Lisans Programı 20978011 numaralı öğrencisi Mehmet DEMİR "ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı tez çalışması kapsamında Mardin ili Savur ilçesine bağlı Ortaokulunda 21/03/2022-28/12/2022 tarihleri arasında uygulama yapması ile ilgili evrakları incelenmiş olup;

İlgi (b) yazıda, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli yüksek lisans programı 20978011 numaralı öğrencisi Mehmet DEMİR "ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı tez çalışması kapsamında Mardin ili Savur ilçesinde yer alan Ortaokulunda 21/03/2022-28/12/2022 tarihleri arasında uygulama yapması ile ilgili evrakları incelenmiş olup;

İlgi (c) yazıda, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalı tezli yüksek lisans programı 20978011 numaralı öğrencisi Mehmet DEMİR "ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi" başlıklı tez çalışması kapsamında Mardin ili Savur ilçesinde yer alan Ortaokulunda 21/03/2022-28/12/2022 tarihleri arasında uygulama yapması ile ilgili evrakları incelenmiş olup;

Türkiye Cumhuriyeti Anayasası Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa, yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına dayalı olarak yapması ilgi (e) olurda uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi rica ederim.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres :

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için:

Telefon No : 0 (482) 212 12 58  
E-Posta: stratejigelistime47@meb.gov.tr  
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni  
İnternet Adresi: [www.mardinmem.meb.gov.tr](http://www.mardinmem.meb.gov.tr) Faks: 4822121236

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 1523-c234-38b5-b36a-a22e kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Murat DEMİR  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek :  
-İlgi (a,b,c,e) yazı ve ekleri.

Dağıtım :  
-Kızıltepe, Savur Kaymakamlığına (İlçe MEM)  
-Dicle Üniversitesi Rektörlüğüne  
-Mardin Artuklu Üniversitesi Rektörlüğüne  
-Orta Doğu Teknik Üniversitesi Rektörlüğüne

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres :

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için:

Telefon No : 0 (482) 212 12 58

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

E-Posta : stratejigelistime47@meb.gov.tr

İnternet Adresi : [www.mardinmem.meb.gov.tr](http://www.mardinmem.meb.gov.tr)

Faks : 4822121236

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 1523-c234-38b5-b36a-a22e kodu ile teyit edilebilir.

## EK-4. VELİ ONAY FORMU

|                                                                                   |                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <b>DİCLE ÜNİVERSİTESİ</b><br><b>SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU</b><br><b>VELİ ONAY FORMU (EK 3)</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Sayın Veli,

Bu çalışma, Dicle Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programında öğrenim gören matematik öğretmeni Mehmet DEMİR tarafından yürütülmektedir. Çalışmanın amacı, ACODESA yönteminin kullanıldığı bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini incelemektir. Bu çalışmaya çocuğunuzun katılımı haftada 2 gün olmak üzere 6 hafta kadar zamanını alacak ve kendisinden GeoGebra programını kullanarak, kendisine verilen matematiksel etkinlikleri uygulaması istenecektir. Tamamen gönüllülük esasına dayanan bu çalışmada kendisinden kimlik belirleyici hiçbir bilgi talep edilmeyecektir. Veli onayı yanı sıra, çalışma öncesinde çocuğunuzun da sözel olarak rızası alınacaktır. Cevaplar gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Elde edilen bilgiler bilimsel yayınlarda kullanılacaktır.

Çocuğunuzun psikolojik gelişimine hiçbir olumsuz etkisi olmayan ve kişisel rahatsızlık verecek unsurlar içermeyen çalışma kapsamında, sorulardan ya da herhangi bir nedenden dolayı hoşnutsuzluk hissetmesi durumunda, çocuğunuz uygulamadan aynılabilir. Çalışma hakkında daha fazla bilgi almak ve sorularınız için araştırmacı Mehmet DEMİR ile iletişim kurabilirsiniz. Çocuğunuzun bu çalışmaya katılımı ile ilgili lütfen aşağıdaki seçeneklerden size uygun olanı imzalayıp çocuğunuzla birlikte okula gönderiniz.

Katkılarınız için teşekkür ederiz.

### SORUMLU ARAŞTIRMACI

|                            |                     |      |
|----------------------------|---------------------|------|
| Adı Soyadı<br>Mehmet DEMİR | Tarih<br>13/01/2022 | İmza |
|----------------------------|---------------------|------|

Araştırmacının iletişim bilgileri:

Mail : [mehmet.demir@du.edu.tr](mailto:mehmet.demir@du.edu.tr)

*Bu çalışmaya, velisi bulunduğum .....'in gönüllü olarak katılmasını kabul ediyorum.*

### VELİ

|            |       |      |
|------------|-------|------|
| Adı Soyadı | Tarih | İmza |
|------------|-------|------|

## 9. ÖZGEÇMİŞ

2015 yılında İstanbul Üniversitesi Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesinde başladığı İlköğretim Matematik öğretmenliği lisans programından 2019 yılında mezun oldu. 2020 yılında Mardin iline ilköğretim matematik öğretmeni olarak göreve başladı. Yine 2020 yılında Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsünde Matematik Eğitimi bilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Hâlen Mardin ilinde ilköğretim matematik öğretmeni olarak görevine devam etmektedir.

### Yayınları ve Bilimsel Faaliyetleri:

#### Makaleler

- Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu N. (2022). Students' mathematical reasoning on the area of the circle: 5E-based flipped classroom approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-25. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2101955>
- Özcan, Ş., Demir, M., Aksu N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2022). Ortaokul Öğrencilerinin Çember Konusundaki Kavramsal Anlamalarının İncelenmesi: 5E Öğrenme Modeli ile Ters Yüz Edilmiş Sınıf Yaklaşımı. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 110-133. <https://doi.org/10.21666/muefd.988366>

#### Uluslararası Bilimsel Toplantılarda Sunulan Bildiriler

- Demir, M., Zengin, Y., Özcan, Ş., Urhan, S., & Aksu N. (2021, Ekim). Ortaokul Öğrencilerinin Dairenin Alanı Konusundaki Matematiksel Akıl Yürütmelerinin İncelenmesi [Öz]. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumunda sunulan bildiri, Antalya. Erişim adresi: <https://bilmat.org/turkbilmat2019/dosyalar/files/Bilmat%20%C3%96zet%20Kitap%C3%A7%C4%B1%C4%9F%C4%B1%202021.pdf>
- Özcan, Ş., Demir, M., Aksu N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2021, Ekim). Ortaokul Öğrencilerinin Çember Konusundaki Kavramsal Anlamalarının İncelenmesi: Sorgulamaya Dayalı 5e Öğrenme Modeli ile Ters Yüz Edilmiş Sınıf Yaklaşımı [Öz]. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumunda sunulan bildiri, Antalya. Erişim adresi: <https://bilmat.org/turkbilmat2019/dosyalar/files/Bilmat%20%C3%96zet%20Kitap%C3%A7%C4%B1%C4%9F%C4%B1%202021.pdf>