

**BAZI TOPLANABİLME METOTLARININ YAKLAŞIM TEORİSİNE
UYGULAMASI****TUĞBA DEĞİRMENCİ****YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI****DANIŞMAN
DOÇ. DR. MERVE İLKHAN KARA****DÜZCE, 2023**

T.C.
DÜZCE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

BAZI TOPLANABİLME METOTLARININ YAKLAŞIM TEORİSİNE
UYGULAMASI

Tuğba DEĞİRMENCİ tarafından hazırlanan tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından Düzce Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA
Düzce Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA
Düzce Üniversitesi

Doç. Dr. Canan HAZAR GÜLEÇ
Pamukkale Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Pınar ZENGİN ALP
Düzce Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 13/07/2023

BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve etik kurallar içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını beyan ederim.

13 Temmuz 2023

Tuğba DEĞİRMENCİ

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının hazırlanma sürecinde göstermiş olduğu katkılarından dolayı kıymetli hocam Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA'ya en içten dileklerimle teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca yardım ve destekleriyle her zaman yanımda olan biricik aileme teşekkür ederim.

13 Temmuz 2023

Tuğba DEĞİRMENCİ

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	4
2.1. BERNSTEIN OPERATÖRÜ-KOROVKİN TEOREMİ.....	6
2.2. İSTATİSTİKSEL YAKINSAKLIK-TOPLANABİLME	9
3. TEMEL SONUÇLAR	13
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	20
5. KAYNAKLAR.....	21
ÖZGEÇMİŞ.....	24

ÖZET

BAZI TOPLANABİLME METOTLARININ YAKLAŞIM TEORİSİNE UYGULAMASI

Tuğba DEĞİRMENCİ
Düzce Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA

Temmuz 2023, 23 sayfa

Bu tez çalışmasında amaç yeni tipte pozitif lineer operatör dizileri için Korovkin tipli yaklaşım teoremlerinin çeşitli yakınsaklık türlerine uygulanabilirliğini araştırmaktır. S -istatistiksel yakınsaklık ve kuvvet toplanabilme metodu kavramları kullanılmaktadır.

Anahtar sözcükler: İstatistiksel Yakınsaklık, Korovkin Teoremi, Pozitif Lineer Operatörler, Yaklaşım Teorisi.

ABSTRACT

APPLICATION OF SOME SUMMABILITY METHODS IN APPROXIMATION THEORY

Tuğba DEĞİRMENÇİ

Düzce University

Graduate School, Department of Mathematics

Master Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Merve İLKHAN KARA

July 2023, 23 pages

The aim of this thesis is to investigate the applicability of Korovkin-type approximation theorems to various types of convergence for new types of positive linear operator sequences. The concepts of S -statistical convergence and power summability method are used.

Keywords: Approximation Theory, Korovkin Theorem, Positive Linear Operators, Statistical Convergence.

1. GİRİŞ

Yaklaşım teorisi alanında giderek artan hızlı gelişmeler, son 70 yıldır görülmektedir. Yaklaşım teorisinde bir fonksiyona yaklaşımı sağlayan en pratik yöntem pozitif lineer operatörler yardımıyla verilebildiğinden bu operatörlerin önemi ve kullanımı artmıştır. Ayrıca pozitif operatörlerin monotonluk özelliği birçok önemli özelliği ispat etmede yardımcı olur. Belirli bir fonksiyona en iyi yakınsamanın nasıl bulunacağı sorusuna yanıt vermek için literatürde önemli sayıda çalışma yayınlandı. Bu çalışmalar, yaklaştıran fonksiyonların inşasına bir dizi yöntem sunar. Korovkin ve Bohman literatürde Bohman-Korovkin'in yaklaşım teoremi olarak bilinen yaklaşım teorisindeki en önemli teoremlerden birini tanıttı [1-2]. Bu teorem, (L_n) pozitif lineer operatörler dizisinin $C[a, b]$ uzayının düzgün normuna göre birim operatöre yakınsayıp yakınsamadığını, yani bir yaklaşım işlemini temsil edip etmediğini kontrol etmek için bir yöntem sunar. Ayrıca bu teorem, pozitif lineer operatörler hakkındaki çalışmalara ışık tutmaktadır ve literatürde birçok yeni yaklaşım operatörü yapısı tanıtılmıştır. Korovkin Bohman'ın ele almış olduğu problemi geliştirerek $C[a, b]$ uzayında tanımlı (L_n) pozitif lineer operatörler dizisi için $g \in C[a, b]$ ve her $u \in \mathbb{R}$ için $|g(u)| < m(g)$ iken $\{L_n(g, u)\}$ dizisinin g fonksiyonuna düzgün yakınsak olması için gerek ve yeter koşulun

$$L_n(1, u) \Rightarrow 1$$

$$L_n(t, u) \Rightarrow u$$

$$L_n(t^2, u) \Rightarrow u^2$$

şartlarının sağlanması gerektiğini ispat etmiştir. Yaklaşım teorisinde amaç herhangi bir fonksiyonun türeve sahip, integrali alınabilen, polinom tipinde gibi daha basit ve kullanışlı fonksiyonlar cinsinden gösterimini elde etmektedir. Weierstrass $[a, b]$ üzerinde sürekli bir fonksiyona polinomlar vasıtasıyla yaklaşabileceğini ispat etmesine rağmen polinomun nasıl bir polinom olduğu hakkında bir bilgi vermemiştir. İlk olarak Bernstein bu polinomları

belirlemiştir [3]. $g \in C[0, 1]$ için n . Berstein operatörü

$$B_n(g, u) = \sum_{k=0}^n g\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} u^k (1-u)^{n-k}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Berstein operatörleri Korovkin teoreminin şartlarını sağladığı için $[0, 1]$ üzerinde $B_n(g, u)$ dizisi g fonksiyonuna düzgün yakınsar.

Bohman-Korovkin teoreminin ifade ve ispat edilmesinin ardından pozitif lineer operatörler dizisi olarak Berstein operatörü geliştirilip yeni tip operatörlerin yaklaşım özellikleri çalışılmıştır. Bu operatör dizilerinin bazılarını $g \in C[0, \infty)$ için 1957 de tanımlanan Baskakov operatörü, $g \in C[0, 1]$ için 1960 da tanımlanan Meyerkonig-Zeller operatörü, $g \in L_1[0, 1]$ için 1967 tanımlanan Durrmeyer operatörü, $g \in C[0, 1]$ için 1969 da tanımlanan Stancu operatörü, $g \in C[0, \infty)$ için 1980 de tanımlanan Bleimann-Butzee-Hahn operatörü olarak verilebilir. Bunların yanı sıra birçok matematikçi bu operatörleri çeşitli yollarla geliştirilerek yeni pozitif lineer operatörler tanımlamış ve yaklaşım teorisine kayda değer katkılar sağlamıştır. Tüm bu çalışmalar için bkz. [4-9]

Alışılmış yakınsama kavramından daha zayıf bir özellik olarak istatistiksel yakınsaklık kavramından ilk defa 1949 yılında Steinhaus tarafından Polonya da bir seminerde bahsedilmiştir [10]. Daha sonra bu kavram 1951 yılında Fast tarafından geliştirilerek çalışılmıştır [11]. 2000 yılına gelindiğinde [12] nolu çalışmada λ -istatistiksel yakınsaklık kavramı ortaya atılmıştır. İstatistiksel yakınsaklık Toplanabilme Teorisi, Ölçü Teorisi, Fourier Analizi, Olasılık, İstatistik, Optimizasyon Teorisi ve Yaklaşım Teorisi gibi matematiğin birçok alanında kullanılan bir kavram olduğu için yıllardır matematikçilerin üzerinde çalıştığı önemli bir konu olmuştur ve günümüzde bu konu üzerinde yapılan çalışmalar artmaktadır. Bu çalışmalardan bazıları için bkz [13-19]. Toplanabilme teoremleri Korovkin yaklaşım teorisinde ilk kez 1979 yılında Swetits tarafından çalışılmıştır. Gadjiev ve Orhan tarafından Korovkin teoreminde pozitif lineer operatörler dizisinin birim operatöre düzgün yakınsamaması halinde istatistiksel yakınsaklık kavramı ele alınmış ve bu kavram ile Korovkin yaklaşım teoremi geliştirilmiştir [20]. Son yıllarda Osama ve arkadaşları tarafından λ -istatistiksel yakınsaklıktan yararlanılarak geliştirilmiş istatistiksel yakınsaklık kavramı ile Korovkin tipi yaklaşım sonuçları ifade ve ispat edilmiştir [21].

Korovkin tipli teoremler teorisi ve uygulaması çeşitli şekillerde çalışılmıştır ve ayrıntılar [22-26] nolu referanslarda bulunabilir.

Bu tez çalışmasında amaç Korovkin tipi yaklaşım teoremlerinin çeşitli yakınsaklık türlerine uygulanabilirliğini araştırmaktır. Bu amaçla modifiye edilmiş Bernstein operatörleri için S -istatistiksel yakınsaklık ve kuvvet toplanabilme metodu kullanılmıştır.



2. TEMEL KAVRAMLAR

Tanım 2.1. U boştan farklı bir küme $\mathbb{F}$ reel sayılar veya kompleks sayılar cismi olsun.

$$+ : U \times U \rightarrow U$$

$$\cdot : \mathbb{F} \times U \rightarrow U$$

ikili işlemleri için aşağıdaki özellikler sağlanıyorsa U kümesine $\mathbb{F}$ cismi üzerinde bir lineer uzay adı verilir.

Her $u, v, w \in U$ için

$$L1) u + v \in U,$$

$$L2) u + (v + w) = (u + v) + w,$$

$$L3) u + \varepsilon = \varepsilon + u = u \text{ olacak şekilde } \varepsilon \in U \text{ vardır,}$$

$$L4) u + (-u) = (-u) + u = \varepsilon \text{ olacak şekilde } -u \in U \text{ vardır,}$$

$$L5) u + v = v + u,$$

Her $u, v \in U$ ve her $\beta, \gamma \in \mathbb{F}$ için

$$K1) \beta u \in U,$$

$$K2) \beta(u + v) = \beta u + \beta v,$$

$$K3) (\beta + \gamma)u = \beta u + \gamma u,$$

$$K4) \beta(\gamma u) = (\beta\gamma)u,$$

$$K5) \iota u = u, \iota \in \mathbb{F} \text{ [27].}$$

Tanım 2.2. U bir lineer uzay, $u, v \in U$ ve $\beta \in \mathbb{F}$ olmak üzere

$$N1) \|u\| \geq 0,$$

$$N2) \|u\| = 0 \iff u = \varepsilon,$$

$$N3) \|\beta u\| = |\beta| \|u\|,$$

$$N4) \|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$$

şartları sağlanıyorsa $\|\cdot\|$ fonksiyonuna U üzerinde bir norm ve $(U, \|\cdot\|)$ ikilisine bir normlu uzay denir [27].

Örnek 2.3. $[a, b]$ kapalı aralığında tanımlı reel değerli sürekli fonksiyonların uzayı $C[a, b]$ ile gösterilir. $g_1, g_2 \in C[a, b]$ ve $\beta \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$(g_1 + g_2)(t) = g_1(t) + g_2(t)$$

ve

$$(\beta g_1)(t) = \beta g_1(t)$$

işlemleri ile $C[a, b]$ bir lineer uzaydır. $g_1 \in C[a, b]$ için

$$\|g_1\| = \sup_{t \in [a, b]} |g_1(t)|$$

ile tanımlı fonksiyon $C[a, b]$ uzayı üzerinde bir normdur [27].

Tanım 2.4. A kümesi $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesinin boş olmayan bir alt kümesi, $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $u_0 \in A$ olsun. Verilen $\varepsilon > 0$ sayısına karşılık $|u - u_0| < \delta$ olan her $u \in A$ için $|g(u) - g(u_0)| < \varepsilon$ olacak şekilde ε sayısına bağlı bir $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ sayısı varsa g fonksiyonu u_0 noktasında *süreklidir* denir [28].

Tanım 2.5. $A \subset \mathbb{R}$, $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon olsun. Eğer $\forall u \in A$ için $|g(u)| < M$ olacak şekilde $M > 0$ reel sayısı varsa, g fonksiyonu A üzerinde *sınırlıdır* denir [28].

Tanım 2.6. $A \subset \mathbb{R}, g, g_n : A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonlar olsun. Verilen $\varepsilon > 0$ sayısına karşılık her $n \geq n_0$ ve her $u \in A$ için $|g_n(u) - g(u)| < \varepsilon$ olacak şekilde bir n_0 doğal sayısı varsa (g_n) dizisi g fonksiyonuna *düzgün yakınsaktır* denir ve $g_n \rightrightarrows g$ ile gösterilir [28].

Tanım 2.7. U ve V iki fonksiyon uzayı olsun. L kuralı U uzayından alınan herhangi bir g fonksiyonuna V uzayında bir h fonksiyonu karşılık getirsin. Böylece $h(u) = L(g, u)$ şeklinde U uzayında bir operatör tanımlanmıştır. g_1 ve g_2 , U uzayında herhangi iki fonksiyon, $\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{F}$ olmak üzere

$$L(\beta_1 g_1 + \beta_2 g_2, u) = \beta_1 L(g_1, u) + \beta_2 L(g_2, u) \quad (2.1)$$

oluyorsa L operatörüne lineer operatör denir [8].

Tanım 2.8. U ve V reel değerli fonksiyonlar uzayı, L ise U uzayını V uzayına dönüştüren bir lineer operatör olsun. $g \geq 0$ olmak üzere her $g \in U$ fonksiyonu için $L(g) \geq 0$ oluyorsa L operatörüne pozitif lineer operatör denir.

Pozitif lineer operatörler

$$1) g_1 \leq g_2 \implies L(g_1, u) \leq L(g_2, u)$$

$$2) |L(g, u)| = L(|g|, u)$$

şartlarını sağlar [8].

Önerme 2.9. Lineer pozitif operatörler monoton artandır. Yani, $g_1 \geq g_2$ için $L(g_1, u) \geq L(g_2, u)$ olur [8].

İspat. $g_1 \geq g_2$ olsun. Bu durumda $g_1 - g_2 \geq 0$ olur. L operatörü pozitif olduğundan $L(g_1 - g_2, u) \geq 0$ olur. Ayrıca L operatörü lineer olduğundan $L(g_1, u) - L(g_2, u) \geq 0$ olur. O halde $g_1 \geq g_2$ için $L(g_1, u) \geq L(g_2, u)$ dır. Yani L operatörü monoton artandır. $\square$

2.1. BERNSTEIN OPERATÖRÜ-KOROVKİN TEOREMİ

Toplam şeklindeki pozitif lineer operatörler dizisinin $[0, 1]$ kapalı aralığında sürekli bir fonksiyonuna yaklaşım problemi Bohman tarafından araştırılmıştır. Ardından Korovkin tarafından bu problemin koşullarının genel halde de geçerli olduğu ispat edilmiştir.

Teorem 2.10. (Korovkin Teoremi) $g \in C[a, b]$ ve $\mathbb{R}$ üzerinde

$$|g(u)| \leq M_g$$

olacak şekilde g fonksiyonu verilsin. Eğer L_n pozitif lineer operatörler dizisi için $[a, b]$ üzerinde $n \rightarrow \infty$ iken

$$L_n(1; u) \Rightarrow 1$$

$$L_n(t; u) \Rightarrow u$$

$$L_n(t^2; u) \Rightarrow u^2$$

oluyorsa bu durumda $L_n(g(t), u) \Rightarrow g(u)$ dır.

Başka bir deyişle

$$\|L_n(g) - g\|_{C[a,b]} \rightarrow 0$$

olur.

1912 yılında Sergei Bernstein tarafından Bernstein operatörü tanıtıldı. $[0, 1]$ kapalı aralığında tanımlı sürekli bir fonksiyona yakınsayan $B_n(g, u)$ polinomu $0 \leq u \leq 1$ için

$$B_n(g, u) = \sum_{k=0}^n g\left(\frac{k}{n}\right) \binom{n}{k} u^k (1-u)^{n-k} \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bernstein polinomu Korovkin teoreminin koşullarını sağlar. Gerçekten

$$B_n(1, u) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} u^k (1-u)^{n-k} = (1-u+u)^n = 1 \quad (2.3)$$

$$B_n(t, u) = \sum_{k=0}^n \frac{k}{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} u^k (1-u)^{n-k}$$

$$\begin{aligned}
&= u \sum_{k=1}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} u^{k-1} (1-u)^{n-k} \\
&= u \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} u^k (1-u)^{n-k-1} = u
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
B_n(t^2, u) &= \sum_{k=0}^n \frac{k^2}{n^2} \frac{n!}{k!(n-k)!} u^k (1-u)^{n-k} \\
&= u \sum_{k=1}^n \frac{k}{n} \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} u^{k-1} (1-u)^{n-k} \\
&= u \sum_{k=2}^n \frac{k-1}{n} \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} u^{k-1} (1-u)^{n-k} + \frac{u}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} u^{k-1} (1-u)^{n-k} \\
&= u^2 \frac{n-1}{n} \sum_{k=2}^n \frac{(n-2)!}{(k-2)!(n-k)!} u^{k-2} (1-u)^{n-k} + \frac{u}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} u^k (1-u)^{n-k-1} \\
&= u^2 \frac{n-1}{n} \sum_{k=2}^{n-2} \frac{(n-2)!}{k!(n-k-2)!} u^k (1-u)^{n-k-2} + \frac{u}{n} \\
&= u^2 + \frac{u-u^2}{n}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

olduğundan $n \rightarrow \infty$ için

$$\|B_n(1, u) - 1\|_{\infty} \rightarrow 0 \tag{2.6}$$

$$\|B_n(t, u) - t\|_{\infty} \rightarrow 0 \tag{2.7}$$

$$\|B_n(t^2, u) - t^2\|_{\infty} \rightarrow 0 \tag{2.8}$$

olur. Korovkin teoremine göre $g \in C[0, 1]$ için

$$\|B_n(g, u) - g\|_{\infty} \rightarrow 0 \tag{2.9}$$

elde edilir.

Bernstein polinomları yardımıyla birçok yeni pozitif lineer operatörler tanımlanmıştır. Korovkin teoreminin şartlarını sağlayan bu tür operatör dizileri Bernstein polinomlarının bulunma yöntemleriyle elde edilmiştir.

2.2. İSTATİSTİKSEL YAKINSAKLIK-TOPLANABİLME

Tanım 2.11. $S = (s_{ij})$ sonsuz bir matris olsun. Her $i \in \mathbb{N}$ için

$$(Su)_i = \sum_j s_{ij}u_j$$

serisi yakınsak ise

$$Su = \left\{ \left(\sum_j s_{ij}u_j \right)_i \right\}$$

dizisine u dizisinin S -dönüşüm dizisi denir. Eğer Su dizisi bir l sayısına yakınsak ise u dizisi l sayısına S - toplanabilirdir denir ve $S - \lim u = l$ ile gösterilir.

Eğer her $u \in U$ için $v = \{(Su)_i\}$ dönüşüm dizisi mevcut ve $v \in V$ ise $S = (s_{ij})$ matrisi U uzayından V uzayına bir matris dönüşümü tanımlar. U uzayından V uzayına bütün matrislerin sınıfı (U, V) ile gösterilir. Toplamı ya da limiti koruyan matrislerin sınıfı $(U, V; p)$ ile gösterilir. c yakınsak dizilerin uzayı olmak üzere $S \in (c, c)$ ise S matrisine konservatif matris, $S \in (c, c; p)$ ise bu durumda S matrisine regüler matris denir [29].

Teorem 2.12. a) $S \in (c, c)$ olması için gerek ve yeter koşul

i) $\|S\| = \sup_i \sum_{j=1}^{\infty} |s_{ij}| < \infty$

ii) Her bir j için $\lim_{i \rightarrow \infty} s_{ij} = s_j$

iii) $\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{\infty} s_{ij} = s$

koşullarının gerçekleşmesidir.

b) $S \in (c, c; p)$ olması için gerek ve yeter koşul

i) $\|S\| = \sup_i \sum_{j=1}^{\infty} |s_{ij}| < \infty$

ii) Her bir j için $\lim_{i \rightarrow \infty} s_{ij} = 0$

iii) $\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{\infty} s_{ij} = 1$

koşullarının gerçekleşmesidir [29].

Regüler matrislere örnek olarak aritmetik ortalama yani Cesaro matrisini verebiliriz. $C_1 = (c_{ij})$ Cesaro matrisi

$$c_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{i} & , \quad 1 \leq j \leq i \\ 0 & , \quad j > i \end{cases} \quad (2.10)$$

şeklinde tanımlanır [29].

Tanım 2.13. $A \subset \mathbb{N}$, $|A|$ kümenin kardinal sayısını (eleman sayısını) gösterebilir. $A_n := \{k \leq n : k \in A\} = A \cap \{1, 2, 3, \dots, n\}$ olsun. Eğer

$$\delta(A) := \lim_n \frac{|A_n|}{n}$$

limiti mevcut ise bu limit değerine A kümesinin doğal yoğunluğu denir.

$\chi_A(k)$ değeri $k \in A$ ise 1, $k \notin A$ ise 0 olmak üzere χ_A fonksiyonu A kümesinin karakteristik fonksiyonudur. A kümesinin doğal yoğunluğu

$$\delta(A) = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \chi_A(k)$$

şeklinde de tanımlanır [30].

Tanım 2.14. $u = (u_k)$ bir dizi olsun. Eğer her $\varepsilon > 0$ için

$$\lim_n \frac{1}{n} |\{k \leq n : |u_k - l| \geq \varepsilon\}| = 0$$

oluyorsa $u = (u_k)$ dizisi l sayısına istatistiksel yakınsaktır denir. $st - \lim u = l$ ile gösterilir.

Eğer $l = 0$ ise $u = (u_k)$ dizisine istatistiksel sıfır dizisi denir [31].

Örnek 2.15. $u = (u_k)$ dizisi

$$u_k = \begin{cases} 1, & k = m^2, (m \in \mathbb{N}) \\ 0, & k \neq m^2 \end{cases}$$

şeklinde tanımlansın. Her $\varepsilon > 0$ için

$$\{k \leq n : |u_k - 0| \geq \varepsilon\} \subset \{k \leq n : u_k \neq 0\}$$

kapsama bağıntısından

$$|\{k \leq n : |u_k| \geq \varepsilon\}| \leq |\{k \leq n : u_k \neq 0\}| \leq \sqrt{n}$$

elde edilir. Böylece

$$\lim_n \frac{1}{n} |\{k \leq n : |u_k| \geq \varepsilon\}| \leq \lim_n \frac{1}{n} |\{k \leq n : u_k \neq 0\}| \leq \lim_n \frac{\sqrt{n}}{n} = 0$$

bulunur. Yani $u = (u_k)$ istatistiksel sıfır dizisidir.

Örnek 2.16. $u = (u_k)$ dizisi

$$u_k = \begin{cases} \sqrt{k}, & k = m^2, (m \in \mathbb{N}) \\ 2, & k \neq m^2 \end{cases}$$

şeklinde tanımlansın. $st - \lim u = 2$ olduğu açıktır.

Teorem 2.17. $L_n : C[a, b] \rightarrow B[a, b]$ pozitif lineer operatörler dizisi olsun.

$$st - \lim \|L_n(1, u) - 1\| = 0$$

$$st - \lim \|L_n(t, u) - u\| = 0$$

$$st - \lim \|L_n(t^2, u) - u^2\| = 0$$

oluyorsa $g \in C[a, b]$ fonksiyonu için

$$st - \lim \|L_n(g(t), u) - g(u)\| = 0$$

olur [20].

Tanım 2.18. $S = (s_{nj})$ negatif olmayan regüler toplanabilme matrisi ve $u = (u_j)$ bir dizi olsun. Her $\varepsilon > 0$ için

$$\lim_n \sum_{j: |u_j - a| \geq \varepsilon} s_{nj} = 0$$

oluyorsa u dizisi a reel sayısına S -istatistiksel yakınsaktır denir. $st_S - \lim u = a$ ile gösterilir [32].

S-istatistiksel yakınsaklık kavramı istatistiksel yakınsaklık kavramının bir genellemesidir ([33] nolu çalışmada bir örnekle gösterilmiştir).

Bu tez çalışmasında kullanılan ikinci toplanabilme metodu kuvvet toplanabilme metodudur.

Tanım 2.19. $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots \geq 0$ olmak üzere (α_j) reel terimli bir dizi ve $0 < R \leq \infty$ olmak üzere R yakınsaklık yarıçapına sahip kuvvet serisi $\alpha(v) = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j v^j$ olsun. Eğer her $v \in (0, R)$ için

$$\lim_{v \rightarrow R^-} \frac{1}{\alpha(v)} \sum_{j=0}^{\infty} u_j \alpha_j v^j = L$$

oluyorsa $u = (u_j)$ dizisi kuvvet toplanabilme metodu anlamında yakınsaktır denir [34,35].

Kuvvet toplanabilme metodu Abel ve Borel gibi birçok bilinen toplanabilme metodunu kapsar. Bu metodun klasik yakınsamadan daha etkili olduğu [36] nolu çalışmada verilen bir örnekle gösterilmiştir. Ayrıca kuvvet toplanabilme metodunun regüler olması için gerek ve yeter şart her bir $j \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ için

$$\lim_{v \rightarrow R^-} \frac{\alpha_j v^j}{\alpha(v)} = 0$$

olmasıdır [37].

Bu çalışma boyunca kuvvet toplanabilme metodunun regüler olduğu kabul edilecektir.

3. TEMEL SONUÇLAR

Yakın zamanda yapılan bir çalışmada Usta [38] tarafından sabit ve diğer Korovkin test fonksiyonlarını koruyan Bernstein operatörlerinin yeni bir modifikasyonu üzerine çalışılmıştır.

$g \in C(0, 1)$ için bu yeni modifikasyon

$$B_n^*(g, u) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (k - nu)^2 u^{k-1} (1-u)^{n-k-1} g\left(\frac{k}{n}\right) \quad (3.1)$$

şeklinde verilmiştir.

Bu operatörün pozitif ve lineer olduğu gözlemlenmiştir. Temel sonuçların ispat edilmesi için aşağıdaki yardımcı teoreme ihtiyaç duyulmaktadır.

Yardımcı Teorem 3.1. $i = 0, 1, 2$ için $e_i = t^i$ olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitlikler sağlanır:

$$B_n^*(e_0, u) = 1$$

$$B_n^*(e_1, u) = \frac{n-2}{n}u + \frac{1}{n}$$

$$B_n^*(e_2, u) = \frac{n^2 - 7n + 6}{n^2}u^2 + \frac{5n - 6}{n^2}u + \frac{1}{n^2}.$$

[38]

Çalışma boyunca

$$C_b[0, \infty) = \{f|f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} \text{ sürekli ve sınırlı}\}$$

uzayı kastedilmektedir.

$S = (s_{jn})$ negatif olmayan regüler toplanabilme matrisi olsun ve

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} \frac{1}{n} = 0 \quad (3.2)$$

şartı sağlansın.

(3.1) ile verilen operatörün bir modifikasyonu olarak yeni bir operatör aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$B_j^{**}(g, u) = \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} B_n^*(g, u).$$

İlk olarak aşağıdaki yaklaşım sonucu elde edilmiştir.

Teorem 3.2. Her $g \in C_b[0, \infty)$ için $[0, \infty)$ kapalı aralığının kompakt her alt kümesi üzerinde düzgün olarak

$$\lim_{j \rightarrow \infty} B_j^{**}(g, u) = g(u)$$

olur.

İspat.

$S = (s_{jn})$ matrisi regüler olduğundan $j \rightarrow \infty$ için

$$|B_j^{**}(e_0, u) - e_0(u)| = \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \rightarrow 0$$

bulunur.

$$|B_n^{**}(e_1, u) - u| = \left| -\frac{2}{n}u + \frac{1}{n} \right| \leq \frac{2}{n}u + \frac{1}{n}$$

eşitsizliği, $S = (s_{jn})$ matrisinin regülerliği ve (3.2) şartı kullanılarak $j \rightarrow \infty$ için

$$\begin{aligned} |B_j^{**}(e_1, u) - e_1(u)| &= \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} B_n^*(e_1, u) - e_1(u) \right| \\ &= \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} [B_n^*(e_1, u) - e_1(u)] + \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} e_1(u) - e_1(u) \right| \\ &= \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} [B_n^*(e_1, u) - e_1(u)] + e_1(u) \left[\sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right] \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} |B_n^*(e_1, u) - e_1(u)| + u \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \\
&\leq \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} \left(\frac{2}{n}u + \frac{1}{n} \right) + u \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \\
&= 2u \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_{jn}}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_{jn}}{n} + u \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \longrightarrow 0
\end{aligned}$$

elde edilir.

Benzer şekilde

$$\begin{aligned}
|B_n^*(e_2, u) - u^2| &= \left| -\frac{7}{n}u^2 + \frac{6}{n^2}u^2 + \frac{5}{n}u - \frac{6}{n^2}u + \frac{1}{n^2} \right| \\
&\leq \frac{7}{n}u^2 + \frac{6}{n^2}u^2 + \frac{5}{n}u + \frac{6}{n^2}u + \frac{1}{n^2}
\end{aligned}$$

eşitsizliği, $S = (s_{jn})$ matrisinin regülerliği ve (3.2) şartı kullanılarak $j \rightarrow \infty$ için

$$\begin{aligned}
|B_j^{**}(e_2, u) - e_2(u)| &= \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} B_n^*(e_2, u) - e_2(u) \right| \\
&= \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} [B_n^*(e_2, u) - e_2(u)] + e_2(u) \left[\sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right] \right| \\
&\leq \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} |B_n^*(e_2, u) - e_2(u)| + u^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \\
&\leq \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} \left(\frac{7}{n}u^2 + \frac{6}{n^2}u^2 + \frac{5}{n}u + \frac{6}{n^2}u + \frac{1}{n^2} \right) + u^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \\
&= (7u^2 + 5u) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_{jn}}{n} + (6u^2 + 6u + 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_{jn}}{n^2} + u^2 \left| \sum_{n=1}^{\infty} s_{jn} - 1 \right| \longrightarrow 0
\end{aligned}$$

elde edilir.

Korovkin Teoremi kullanılarak istenen ispat edilmiş olur. □

Teorem 3.3. $S = (s_{nj})$ regüler toplanabilme matrisi ve $i = 0, 1, 2$ için

$$st_S - \lim_n \|B_n^* e_i - e_i\| = 0$$

olsun. Bu durumda her $g \in C[0, 1]$ için

$$st_S - \lim_n \|B_n^* g - g\| = 0$$

olur.

İspat.

$$\begin{aligned} \|B_n^* e_2 - e_2\| &\leq \sup_{u \in [0,1]} \left\{ \left| \frac{n^2 - 7n + 6}{n^2} u^2 + \frac{5n - 6}{n^2} u + \frac{1}{n^2} - u^2 \right| \right\} \\ &\leq \frac{7n + 6}{n^2} + \frac{5n + 6}{n^2} + \frac{1}{n^2} \end{aligned}$$

yazılabilir.

$$M = \{n : \|B_n^* e_2 - e_2\| \geq \varepsilon\},$$

$$M_1 = \left\{ \frac{7n + 6}{n^2} \geq \frac{\varepsilon}{3} \right\},$$

$$M_2 = \left\{ \frac{5n + 6}{n^2} \geq \frac{\varepsilon}{3} \right\},$$

$$M_3 = \left\{ \frac{1}{n^2} \geq \frac{\varepsilon}{3} \right\}$$

denirse $M \subset M_1 \cup M_2 \cup M_3$ olur. Buradan

$$st_S - \lim_n \|B_n^* e_2 - e_2\| = 0$$

bulunur. □

Korovkin teoremi kuvvet toplanabilme metodu kullanılarak modifiye edilmiş Bernstein-operatörü için ispat edilecektir.

B_n^* operatörler dizisi yardımıyla $\sum_{n=0}^{\infty} B_n^*(g, u) \alpha_n v^n$ kuvvet serisi tanımlansın. Her $v \in (0, R)$ için

$$\lim_{v \rightarrow R^-} \frac{1}{\alpha(v)} \sum_{n=0}^{\infty} B_n^*(g, u) \alpha_n v^n \quad (3.3)$$

limiti mevcutsa B_n^* operatörler dizisi kuvvet serisi anlamında yakınsaktır denir.

Teorem 3.4. B_n^* operatörler dizisi $C[0, 1]$ uzayından $B[0, 1]$ uzayına tanımlansın. Her $g \in C[0, R]$ için

$$\lim_{v \rightarrow R^-} \frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^* g - g) \alpha_n v^n \right\| = 0 \quad (3.4)$$

olması için gerek ve yeter koşul $i = 0, 1, 2$ için

$$\lim_{v \rightarrow R^-} \frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^* e_i - e_i) \alpha_n v^n \right\| = 0 \quad (3.5)$$

olmasıdır.

İspat. (3.4) eşitliğinden (3.5) eşitliği elde edilir.

Yeter şartı ispat etmek için (3.5) eşitliğinin sağlandığı kabul edilsin. $g \in C[0, 1]$ alınsın. Her $v \in [0, 1]$ için $|g(v)| \leq M$ olacak şekilde $M > 0$ reel sayısı vardır. Dolayısıyla $v, u \in [0, 1]$ için

$$|g(v) - g(u)| \leq 2M \quad (3.6)$$

olur. g sürekli olduğundan her $\varepsilon > 0$ için $|v - u| < \delta$ iken

$$|g(v) - g(u)| \leq \varepsilon \quad (3.7)$$

olacak şekilde $\delta > 0$ sayısı bulunur. $\Psi(v, u) = (v - u)^2$ olmak üzere $|v - u| \geq \delta$ iken

$$|g(v) - g(u)| \leq \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) \quad (3.8)$$

yazılabilir. (3.6)-(3.8) eşitsizliklerinden

$$|g(v) - g(u)| < \varepsilon + \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) \quad (3.9)$$

elde edilir. Buradan

$$-\varepsilon - \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) < g(v) - g(u) < \varepsilon + \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) \quad (3.10)$$

yazılır. $B_n^*(1, u)$ monoton ve lineer olduğundan

$$B_n^*(1, u) \left(-\varepsilon - \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) \right) < B_n^*(1, u) (g(v) - g(u)) < B_n^*(1, u) \left(\varepsilon + \frac{2M}{\delta^2} \Psi(v, u) \right) \quad (3.11)$$

ve böylece

$$-\varepsilon B_n^*(1, u) - \frac{2M}{\delta^2} B_n^*(\Psi(v), u) < B_n^*(g, u) - g(u) B_n^*(1, u) < \varepsilon B_n^*(1, u) + \frac{2M}{\delta^2} B_n^*(\Psi(v), u) \quad (3.12)$$

elde edilir.

$$B_n^*(g, u) - g(u) = B_n^*(g, u) - g(u) B_n^*(1, u) + g(u) (B_n^*(1, u) - 1) \quad (3.13)$$

eşitliğinden yararlanarak (3.12) eşitsizliğinden

$$B_n^*(g, u) - g(u) < \varepsilon B_n^*(1, u) + \frac{2M}{\delta^2} B_n^*(\Psi(v), u) + g(u) (B_n^*(1, u) - 1) \quad (3.14)$$

bulunur.

$$\begin{aligned} B_n^*(\Psi(v), u) &= B_n^*((v - u)^2, u) = B_n^*(u^2 - 2uv + v^2, u) \\ &= u^2 B_n^*(1, u) - 2u B_n^*(v, u) + B_n^*(v^2, u) \end{aligned} \quad (3.15)$$

eşitliğinden ve (3.14) eşitsizliğinden

$$\begin{aligned} B_n^*(g, u) - g(u) &< \frac{2M}{\delta^2} \{ u^2 (B_n^*(1, u) - 1) - 2u (B_n^*(v, u) - u) + (B_n^*(v^2, u) - u^2) \} \\ &\quad + \varepsilon B_n^*(1, u) + g(u) (B_n^*(1, u) - 1) \\ &= \varepsilon + \varepsilon (B_n^*(1, u) - 1) + g(u) (B_n^*(1, u) - 1) \\ &\quad + \frac{2M}{\delta^2} \{ u^2 (B_n^*(1, u) - 1) - 2u (B_n^*(v, u) - u) + (B_n^*(v^2, u) - u^2) \} \end{aligned} \quad (3.16)$$

elde edilir. Buradan

$$|B_n^*(g, u) - g(u)| \leq \varepsilon + \left(\varepsilon + M + \frac{2M}{\delta^2} \right) |B_n^*(1, u) - 1| + \frac{4M}{\delta^2} |B_n^*(v, u) - u| + \frac{2M}{\delta^2} |B_n^*(v^2, u) - u^2| \quad (3.17)$$

yazılır. Bu son eşitsizlik ve $B_n^*(g, u)$ operatörünün lineerliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^*(g, u) - g(u)) \alpha_n v^n \right\| &\leq \varepsilon + \left(\varepsilon + M + \frac{2M}{\delta^2} \right) \frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^*(1, u) - 1) \alpha_n v^n \right\| \\
&+ \frac{4M}{\delta^2} \frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^*(v, u) - u) \alpha_n v^n \right\| \\
&+ \frac{2M}{\delta^2} \frac{1}{\alpha(v)} \left\| \sum_{n=0}^{\infty} (B_n^*(v^2, u) - u^2) \alpha_n v^n \right\| \quad (3.18)
\end{aligned}$$

elde edilir. Böylece ispat tamamlanmış olur.

□



4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Polinomlar yardımıyla sürekli fonksiyonlara yaklaşılabileceği düşüncesiyle literatürde var olan pozitif lineer operatörlerin modifikasyonları kullanılarak daha iyi yaklaşım sonuçları elde edilmektedir.

Son yıllarda popüler bir çalışma alanı olan p -calculus ve p,q -calculus de benzer sonuçların elde edilip edilemeyeceği araştırılabilir. Bu alanlarda benzer pozitif lineer operatörlerin yaklaşım özelliklerinin tahmin edilmesi üzerine çalışılabilir.

5. KAYNAKLAR

- [1] P. P. Korovkin, *Linear Operators and Approximation Theory*. Delhi: Hindustan Publishing Corporation, 1960.
- [2] H. Bohman, "On approximation of continuous and analytic functions", *Arkiv för Matematik*, c. 2, sayı 1, ss. 43–46, 1952.
- [3] S. Bernstein, Démonstration du theoreme de Weierstrass fondee sur le calcul des probabilites. *Communications Society Mathematics Kharkow* (2), c. 13, ss. 1-2, 1912.
- [4] D. D. Stancu, "Approximation of functions by a new class of linear polynomial operators," *Revue Roumaine Mathematique Pure Application*, c. 13, ss. 1173-1194, 1968.
- [5] J. L. Durrmeyer, Une formule d'inversion de la Transformee Laplace, Applications a la Theorie des Moments, These de 3e Cycle, Faculte des Sciences de l' Universite de Paris, 1967.
- [6] P. L. Butzer, "On the Extension of Bernstein Polynomials to the Infinite Interval," *Proceeding American Mathematical Society*, c.5, ss. 547-553, 1954.
- [7] D. D. Stancu, "A new class of uniform approximating polynomial operators in two and several variables," *Proceedings of the Conference on Constructive Theory of Functions*, Budapest, ss. 443—455, 1969.
- [8] H. Hacısalihoğlu and A. Hacıyev, Lineer Pozitif Operatörler Dizilerinin Yakınsaklığı. Ankara. s. 17,18, 1995.
- [9] J. P. King, "Positive linear operators which preserve x^2 ", *Acta Mathematica Hungarica* c. 99, ss. 203–208, 2003.
- [10] H. Steinhaus, "Sur la convergence ordinaire et la convergence asymptotique," *Colloquium Mathematicum*, c. 2, ss. 73-74, 1951.
- [11] H. Fast, "Sur la convergence statistique", *Colloquium Mathematicum*, c. 2, ss. 241-244, 1951.
- [12] M. Mursaleen, " λ -statistical convergence," *Mathematica Slovaca*, c. 50, sayı 1, ss. 111-115, 2000.

- [13] T. Salat, "On statistically convergent sequences of real numbers", *Mathematica Slovaca*, c. 30, ss. 139–150, 1980.
- [14] J. A. Fridy, "On Statistical Convergence," *Analysis*, c. 5, ss. 301–313, 1985.
- [15] J. A. Fridy & H. I. A. Miller, "Matrix characterization of statistical convergence," *Analysis*, c. 11, ss. 59–66 1991.
- [16] J. A. Fridy and C. Orhan, "Lacunary Statistical Convergence," *Pacific Journal Mathematics*, c. 160, ss. 43–51, 1993.
- [17] O. Duman, M. K. Khan & C. Orhan, "A-statistical convergence of approximating operators," *Mathematical Inequalities Applications*, c. 6, sayı 4, ss. 689-699, 2003.
- [18] O. Duman & C. Orhan, "Statistical approximation by positive linear operators," *Studia Mathematica*, c. 161, sayı 2, ss. 187-197, 2004.
- [19] O. Duman and C. Orhan, "Rates of A-statistical convergence of positive linear operators," *Applied Mathematics Letters*, c. 18, ss. 1339-1344, 2005.
- [20] A. D. Gadjiev & C. Orhan, "Some approximation theorems via statistical convergence," *Journal of Mathematics*, c. 32, ss. 129–138, 2002.
- [21] O. H. H. Edely, S. A. Mohiuddine & K. Noman Abdullah, "Korovkin type approximation theorems obtained through generalized statistical convergence," *Applied Mathematics Letters*, c. 23, ss. 1382–1387, 2010.
- [22] N. L. Braha, L. Valdete & H. M. Srivastava, "2-weighted statistical convergence and Korovkin and Voronovskaya type theorems," *Applied Mathematics Computation*, c. 266, ss. 675-686, 2015.
- [23] N. L. Braha, H. M. Srivastava & S. A. Mohiuddine, "A Korovkin type approximation theorem for periodic functions via the summability of the modified de la Vallée Poussin mean," *Applied Mathematics Computation*, c. 228, ss. 162-169, 2014.
- [24] N. L. Braha, "Some properties of New Modified Szász–Mirakyan operators in polynomial weight spaces via power summability method," *Bulletin of Mathematical Analysis and Applications*, c. 10, sayı 3, ss. 53-65, 2018.
- [25] K. Ugur, N. L. Braha, & H. M. L. Srivastava, "Statistical weighted B-summability and its applications to approximation theorems," *Applied Mathematics and Computation*, c. 302, ss. 80–96, 2017.

- [26] M. Kirişci & A. Karaısa, "Fibonacci statistical convergence and Korovkin type approximation theorems," *Journal of Inequalities Application*, c. 229, 2017.
- [27] B. Musayev & M. Alp, *Fonksiyonel Analiz*, Kütahya, Türkiye: Balcı Yayınları, 2000.
- [28] M. Mursaleen, *Elements of Metric Spaces*, New Delhi, India: Anamaya Publishers, 2011.
- [29] F. Başar, *Summability Theory and Its Applications*, İstanbul, Türkiye: Bentham Science Publishers, 2012.
- [30] I. Niven & H. S. Zuckerman, *An introduction to the theory of numbers*. 4, New York, John Wiley & Sons, 1980.
- [31] H. Fast, "Sur la convergence statistique," *Colloquium Mathematicum*, c. 2, ss. 241-244, 1951.
- [32] J. A. Fridy & H. I. Miller, "A matrix characterization of statistical convergence," *Analysis*, c. 11, ss. 59–66, 1991.
- [33] N. L. Braha, "Some properties of Baskakov–Schurer–Szász operators via power summability method," *Quaestiones Mathematicae*, c. 42, sayı 10, ss. 1411–1426, 2019.
- [34] W. Kratz & U. Stadtmüller, "Tauberian theorems for J_p -summability," *Journal of Mathematical Analysis and Application* c. 139, ss. 362–371, 1989.
- [35] U. Stadtmüller & A. Tali, "On certain families of generalized Nörlund methods and power series methods," *Journal of Mathematical Analysis and Application*, c. 238, ss. 44–66, 1999.
- [36] E. Tas & T. Yurdakadim, "Approximation by positive linear operators in modular spaces by power series method," *Positivity* c. 21, sayı 4, ss. 1293–1306, 2017.
- [37] J. Boos, *Classical and Modern Methods in Summability*. Oxford University Press, Oxford, 2000.
- [38] F. Usta, "On New Modification of Bernstein Operators: Theory and Applications," *Iran J Sci Technol Trans Sci*, c. 44, ss. 1119-1124, 2020.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Tuğba DEĞİRMENCİ

Yabancı Dili : İngilizce

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Matematik	Düzce Üniversitesi	2023
Lisans	Matematik	Karadeniz Teknik Üniversitesi	2015
Lise		Arsal Anadolu Lisesi	2010

YAYINLAR

T. Değirmenci, M. İlkhana Kara, “Korovkin type theorem for Modified Bernstein operators via A-statistical convergence and power summability method,” yayımlanmak üzere gönderildi.