



**ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ İÇİN
MATEMATİKSEL MODELLER VE
SUBGRADYANT
TEMELLİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI**

**Doktora Tezi
Melis ALPASLAN TAKAN
Eskişehir, 2019**

**ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER
VE SUBGRADYANT TEMELLİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI**

MELİS ALPASLAN TAKAN

DOKTORA TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Kasım, 2019

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Melis ALPASLAN TAKAN'ın "Araç rotalama problemleri için matematiksel modeller ve subgradyant temelli çözüm yaklaşımı" başlıklı tezi 01/11/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek "Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği"nin ilgili maddeleri uyarınca, Endüstri Mühendisliği Anabilim dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvanı Adı Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı)

: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ

Üye

: Doç. Dr. Tuğba SARAÇ

Üye

: Dr. Öğr. Üyesi Ali Hakan TOR

Üye

: Prof. Dr. Özden ÜSTÜN

Üye

: Doç. Dr. Zehra KAMIŞLI ÖZTÜRK

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER VE SUBGRADYANT TEMELLİ ÇÖZÜM YAKLAŞIMI

MELİS ALPASLAN TAKAN

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Kasım 2019

Danışman: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ

Bu tez kapsamında, literatürde yoğun çalışılan kapasite kısıtlı ve heterojen filolu araç rotalama problemleri incelenmiş ve bu problemlere yönelik yeni çözüm yaklaşımları önerilmiştir. Araç rotalama problemi tamsayı kısıtlarından dolayı NP-zor olarak nitelendirilen problem türünden olan, dışbükey olmayan ve türevlenemeyen bir kombinatoriyal en iyileme problemidir. Önerilen çözüm yaklaşımları Kasimbeyli tarafından geliştirilen kısıtlı en iyileme problemlerinin dışbükeylik ve türevlenebilirlik koşullarını gerektirmeyen, genişletilmiş subgradyant yöntemine dayalıdır. Bu yöntem her iterasyonda bir alt problem oluşturur. Alt problemlerin çözümü için bu çalışmada, araç rotalama problemlerinde etkin bir metasezgisel yöntem olan genetik algoritma uygulanmıştır. Böylece, çözüm yöntemi, Genişletilmiş Subgradyant Algoritması ile genetik algoritmanın melezi şeklinde tasarlandığından, “Melez Subgradyant Yöntemi” olarak adlandırılmıştır. Bu çalışmada ayrıca, melez subgradyant yöntemi, heterojen filolu araç rotalama problemi için geliştirilen çok amaçlı matematiksel modelin çözümü ve irdelenmesi için de uygulanmıştır. Bu yöntem, kısıtların gevşetilmesi yaklaşımı ile birleştirilerek heterojen filolu araç rotalama probleminin çözümüne uygulanmış ve elde edilen çözümler karşılaştırılmıştır. Önerilen tüm çözüm yöntemlerinin performansları, literatürde yer alan test problemleri kullanılarak araştırılmış, elde edilen hesaplamalı sonuçlar analiz edilmiş ve gelecek çalışmalara ilişkin öneriler sunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Araç rotalama, Genetik algoritma, Heterojen filo, Genişletilmiş subgradyant.

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELS AND SUBGRADIENT BASED SOLUTION APPROACH FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEMS

MELİS ALPASLAN TAKAN

Department of Industrial Engineering

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, November 2019

Supervisor: Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ

In this thesis, capacitated vehicle routing problem and heterogeneous fleet vehicle routing problem which are widely studied in the literature are examined and new solution approaches are proposed for the regarding problems. The vehicle routing problem is a nonconvex and nondifferentiable combinatorial optimization problem, which is a type of problem that is considered NP-hard due to integer variable constraints. The proposed solution approaches are based on the modified subgradient method introduced by Kasimbeyli, which does not require the convexity and differentiability conditions of constrained optimization problems. The algorithm creates a subproblem for each iteration. In this study, genetic algorithm which is an effective metaheuristic algorithm in vehicle routing problems, is applied for the solution of the subproblem. Since the solution method is designed as a hybrid of the genetic algorithm and the Modified Subgradient Algorithm, it is called "Hybrid Subgradient Method". In this study, hybrid subgradient method is also applied to solve and examine the multi-objective mathematical model developed for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. This method is applied to solve the heterogeneous fleet vehicle routing problem by combining the relaxation of constraints approach and the obtained solutions are presented with comparison. The performances of all proposed solution methods are investigated by using the test problems from the literature, the obtained computational results are analyzed and suggestions for future studies are presented.

Keywords: Vehicle routing, Genetic algorithm, Heterogeneous fleet, Modified subgradient.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın yönlendirilmesi, yürütülmesi ve sonuçlandırılmasındaki teşvik ve desteklerinden ötürü en başta danışman hocam Sayın Prof. Dr. Refail KASIMBEYLİ' ye teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tez izleme komitesinde yer alan ve değerli katkılar sunan Sayın hocalarım Doç. Dr. Tuğba SARAÇ'a ve Dr. Öğr. Üyesi Ali Hakan TOR'a teşekkürü bir borç bilirim. Çalışmalarım süresince ilgi ve desteğini esirgemeyen eşim Arda TAKAN'a, her koşulda yanımda olan değerli anneme ve babama ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Melis ALPASLAN TAKAN

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Melis ALPASLAN TAKAN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ TÜRLERİ	6
2.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi	6
2.2. Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi.....	6
2.3. Diğer Araç Rotalama Problemleri Türleri	8
3. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ İÇİN KULLANILAN YÖNTEMLER	12
3.1. Kesin Çözüm Yöntemleri	12
3.2. Sezgisel Yöntemler	12
3.3. Metasezgiseller	13
4. TEZ KAPSAMINDA İNCELENEN MATEMATİKSEL MODELLER	16
4.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için İncelenen Matematiksel Model.....	16
4.2. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için İncelenen Matematiksel Model.....	18
4.3. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için İncelenen Çok Amaçlı Matematiksel Model	21
4.3.1. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için geliştirilen çok amaçlı matematiksel modelin GAMS uygulaması ve analizi	22
5. TEZ KAPSAMINDA UYGULANAN GENETİK ALGORİTMALAR	27

5.1. Genetik Algoritmelerde Kullanılan Kromozom Yapısı.....	27
5.1.1. Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için kullanılan kromozom yapısı.....	27
5.1.2. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için kullanılan kromozom yapısı.....	28
5.2. Popülasyon.....	29
5.3. Uyumluluk Fonksiyonu	29
5.4. Seçim	29
5.5. Çaprazlama.....	29
5.5.1. Kısmen eşlenmiş çaprazlama (PMX).....	30
5.6. Mutasyon.....	32
6. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN MELEZ SUBGRADYANT YÖNTEMİ (MSY).....	36
6.1. Gevşetilmiş Kısıtlı Melez Subgradyant Yöntemi (GMSY).....	40
7. HİBRİT SUBGRADYANT ALGORİTMASI İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR	42
7.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar	42
7.2. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi İle Elde Edilen Sonuçlar	49
7.3. Çok Amaçlı Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar	52
8. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	55
KAYNAKÇA.....	58
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 4.1. Müşteri koordinatları bilgisi	23
Tablo 4.2. Müşteri talep miktarları	23
Tablo 4.3. Araç türlerinin maliyet bilgisi	24
Tablo 4.4. Çok amaçlı heterojen sabit filolu araç rotalama probleminin matematiksel modelinin GAMS sonuçları	25
Tablo 4.5. İkinci amaç fonksiyonunun kısıtlarda sabitlenmesi ile elde edilen sonuçlar	26
Tablo 7.1. Algoritmelerde kullanılan parametreler	42
Tablo 7.2. Augerat vd. 1995, A seti için algoritmaların kıyaslanması	44
Tablo 7.3. Augerat vd. 1995, B seti için algoritmaların kıyaslanması	46
Tablo 7.4. Christofides ve Eilon 1969, E seti için algoritmaların kıyaslanması	47
Tablo 7.5. Christofides vd. 1979, CMT seti için algoritmaların kıyaslanması	48
Tablo 7.6. Melez subgradyant yönteminin literatürdeki yöntem ile kıyaslanması	49
Tablo 7.7. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için sadece sabit maliyetler ele alınarak uygulanan algoritmaların sonuçları	51
Tablo 7.8. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için sabit maliyetler ve değişken maliyetler ele alınarak uygulanan algoritmaların sonuçları	52
Tablo 7.9. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için araç verileri	53
Tablo 7.10. Çok amaçlı model için uygulanan melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonuçlar	54

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 5.1. Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı	28
Şekil 5.2. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı	28
Şekil 5.3. PMX için kromozomlarda değişecek kısımların seçimi.....	30
Şekil 5.4. PMX işleminde gen değişimi	31
Şekil 5.5. PMX düzeltme gösterimi 1 ve 3 genleri için.....	31
Şekil 5.6. PMX düzeltme sonrası 1 ve 3 genleri	31
Şekil 5.7. PMX düzeltme öncesi ve sonrası 7 ve 4 genleri	32
Şekil 5.8. PMX sonrası oluşan bireyler	32
Şekil 5.9. Swap operatörü.....	33
Şekil 5.10. Insert operatörü.....	33
Şekil 5.11. Inversion operatörü.....	34
Şekil 5.12. Genetik algoritma akış diyagramı	35
Şekil 6.1. Melez subgradyant yönteminin akış diyagramı.....	40

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

SİMGELER

$\| \cdot \|$: Norm

$\langle \cdot, \cdot \rangle$: İç çarpım

KISALTMALAR

ARP : Araç Rotalama Problemi

GA : Genetik Algoritma

MSY : Melez Subgradyant Yöntemi

GMSY : Gevşetilmiş Kısıtlı Melez Subgradyant Yöntemi

1. GİRİŞ

Bu çalışmada kapasite kısıtlı ve heterojen filolu araç rotalama problemleri incelenmiş ve bu problemler için genişletilmiş Lagrange fonksiyonları temelli melez subgradyant yöntemi geliştirilmiştir. Araç rotalama problemleri, kombinatoryal en iyileme problemleri arasında en çok çalışılan problemlerdendir. İlk olarak Dantzig ve Ramser tarafından 1959 yılında çalışılmıştır [1]. Problemdeki amaç; kullanılan araç filosu göz önüne alınarak, tüm müşterilerin talepleri karşılanarak ve araç kapasiteleri göz önüne alınarak en iyi rotaların bulunmasıdır. Problemde farklı operasyonel kısıtlar ve/ veya gereklilikler olabilir. Örneğin; müşterilere serviste hem dağıtım hem toplama işlemi yapılabilir, araç rotalarının toplam uzunluğu belirlenen rota limitini aşmamalıdır, müşterilere yapılacak olan servis belirlenen zaman penceresi içerisinde olmalıdır, araç filosu heterojen filo olabilir, müşteriler arasında öncelik kriterleri olabilir (hasta olan müşterilere hizmet gibi), müşterilerin talepleri önceden bilinmeyebilir, müşterilerin talepleri farklı araçlar tarafından karşılanabilir (taleplerin bölünmesi), araçların seyahat zamanları, müşteri talepleri veya araç yol durumları dinamik olabilir. Tüm bu karakteristikler ve kısıtlar problemin farklı türlere ayrışmasına neden olmaktadır. Araç rotalama problemlerinde çalışılan temel amaçlar: toplam rota maliyetini (mesafesini) en küçüklemek, araçların maliyetlerini (sabit maliyetler, değişken maliyetler, bakım maliyetleri gibi) en küçüklemek, talebi karşılanamayan müşteriler varsa bu müşterilerden gelecek olan toplam ceza maliyetlerini en küçüklemek, toplam rota zamanını en küçüklemek, araç sayılarını en küçüklemek ve rotaların sürelerini en küçüklemektir.

Literatürde farklı araç rotalama türleri için çok sayıda ve türde çalışmalar bulunmaktadır. Taillard [2], heterojen filolu araç rotalama problemi için sütun türetme tekniğini kullanmıştır. Liu [3] problemin çözümüne yönelik melez genetik algoritma önermiştir. Fleszar vd. [4] açık uçlu araç rotalama problemi için değişken komşuluk arama algoritmasını kullanmışlardır. Ho ve Hougland zaman pencereli ve bölünmüş talepli araç rotalama problemi için yasaklı arama algoritması geliştirmiştir [5]. Araç rotalama probleminin çözümüne yönelik farklı Lagrange temelli yöntemler de bulunmaktadır. Desrochers vd. [6] yaptıkları çalışmada zaman pencereli araç rotalama problemi üzerinde durmuştur. Zaman pencereli araç rotalama probleminde müşterilere servis belirli bir zaman aralığında yapılmalıdır. Problemin küme ayrışımı formulasyonunun Lagrange gevşetilmiş halini, sütun oluşturma tekniği ile çözmüşlerdir.

Zaman pencereli ve kapasite kısıtlı en kısa yol probleminin dinamik programlamayla çözülmesi ile uygun sütunlar eklemişlerdir. Kohl ve Madsen [7] zaman pencereli araç rotalama problemi üzerinde çalışmışlardır. Ana problem, en iyi Lagrange çarpanlarının bulunmasıdır. Alt problemi ise kapasite kısıtlı ve zaman pencereli en kısa yol probleminin çözülmesi olarak ele almışlardır. Holmberg ve Yuan [8] en küçük maliyetli ağ akış problemini ele almıştır. Ağda yer alan arkların sabit maliyetleri bilinmektedir. Lagrange fonksiyonu tabanlı sezgisel yöntemde öncelikle Lagrange gevşetme ile alt problemler çözülür. Buradan elde edilen çözümler dal-sınır algoritmasında kullanılarak asıl problemin daha fazla iyileştirilmesi için çalışılır. Çalışmada özel ceza maliyetleri ve kesme kriterleri geliştirdiler. Kallehauge vd. [9], zaman pencereli araç rotalama problemi üzerinde çalışmışlardır. Çalışmada en iyi Lagrange çarpanlarını belirleyebilmek amacıyla bir kesme düzlemi algoritması oluşturdular. Choi ve Tcha [10] araç rotalama problemi için sütun oluşturma tekniğini kullanmışlardır. Liberatore vd. [11] zaman pencereli araç rotalama problemi üzerinde çalışmışlardır ve ilk defa probleme yönelik dal-değer (branch - price) algoritması önermişlerdir. Eğer zaman penceresi haricinde bir müşteriye servis yapılıyorsa, servis ceza terimleri çözüm maliyetine eklenmektedir. Karimi ve Seifi [12], çalışmalarında analitik merkez kesme düzlemi metodu geliştirmiştir. Öncelikle temel kesme düzlemi algoritması ve bu algoritmanın sütun türetme yöntemi ile ilişkisi vurgulanmıştır. Kesme düzlemi algoritması tek başına çözüme çok yavaş yakınsadığından bu melez yöntemi çalışmışlardır. Test problemlerinin hesaplama zamanları ve alt sınırların kalitesi çalışmada gösterilmektedir.

Lagrange gevşetme ve ayrıştırma (decomposition) yöntemleri lineer tamsayılı problemlerin çözümü için yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [13]. Fakat çalışılan bu yöntemlerin bazı zorlukları vardır: sıfır ikil aralığın garantilenmesi ve yöntemlerin yakınsaklığının kanıtlanması. Bu zorluklar, asıl problemin amaç fonksiyonuna ve kısıtlarına bağlı olduğu gibi Lagrange fonksiyonunun seçimine de oldukça bağlıdır. Klasik Lagrange fonksiyonu temelli yöntemler, belirli koşullar altında (örneğin dışbükeylik gibi) yakınsar ve dışbükey olmayan problemler için sıfır ikil aralık özelliği her zaman garantilenemez. Ayrıca bu yöntemler tamsayılı problemlerde (örneğin, karesel 0-1 problemlerde) problemin genellikle dışbükey olmamasından dolayı başarısızdır [14]. Bu yüzden sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu kullanılarak, dışbükey olmayan problemlerin geniş bir sınıfı için sıfır ikil aralık özelliğinin sağlandığı

algoritmaların oluşturulması sağlanır ([15-17]). Sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli ilk kapsamlı yöntem Gasimov tarafından 2002 yılında önerilmiştir [18]. Bu yöntem genişletilmiş subgradyant algoritması olarak bilinmektedir. Bu yöntem, amaç fonksiyonu ve kısıtlarda dışbükeylik ve türevlenebilirlik şartlarını gerektirmez. Bu çalışma literatürde bilindiği kadarıyla ceza parametresini kullanmayan ilk Lagrange fonksiyonu tabanlı algoritmadır. Gasimov ve Rubinov [19], genelleştirilmiş Lagrange ikil problemleri için algoritmayı modifiye ederek genişletilmiş subgradyant algoritmasının genel bir versiyonunu tanıtmışlardır. Gasimov ve Ustun [20], genişletilmiş subgradyant algoritmasını 0-1 karesel atama problemi üzerinde uygulamışlardır. Burachik vd. [21], genişletilmiş subgradyant algoritması için yeni yakınsaklık analizi yapmışlardır ve adım uzunluğu parametreleri için yeni formüller geliştirmişlerdir. 2009 yılında, Kasimbeyli vd. [22] uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasını önerdiler. Bu yöntem, genişletilmiş subgradyant yönteminin genelleştirilmiş versiyonudur, ve her iterasyonda çözülmesi gereken alt problemin bütünsel en iyi çözümünü bulmayı gerektirmez. Sipahioğlu ve Sarac [23] bu yöntemi 0-1 karesel sırt çantası probleminde uygulamışlardır. Ustun ve Kasimbeyli [24], uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasını portföy en iyileme probleminde kullanmışlardır. Ulutas ve Sarac [25], genişletilmiş subgradyant algoritmasını çoklu periyotlu yerleşim probleminin çözümü için kullanmışlardır. Özcelik ve Sarac [26], alternatif rotalı hücre oluşturma problemini genelleştirilmiş subgradyant algoritması ile çözmüşlerdir. Bagirov vd. [27], uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasının yeni versiyonunu geliştirmişlerdir. Bu yöntemde sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli ikil problemin değeri için kullanılan alt ve üst sınırların hesaplanmasında ayrık gradyant (discrete gradient) yöntemini uygulamışlardır.

Bu tez kapsamında, literatürde yoğun çalışılan kapasite kısıtlı ve heterojen filolu araç rotalama problemleri incelenmiş ve bu problemlere yönelik yeni çözüm yaklaşımları önerilmiştir. Önerilen çözüm yaklaşımları Kasimbeyli tarafından geliştirilen kısıtlı en iyileme problemlerinin dışbükeylik ve türevlenebilirlik koşullarını gerektirmeyen, genişletilmiş subgradyant algoritmasına dayalıdır. Bu yöntem, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli ikil problemin çözümüne yönelik bir yaklaşımdır. Yöntemin önemli avantajları, sıfır ikil aralığın elde edilebilmesi için problemin dış bükey olma koşulunu gerektirmemesi ve iteratif yapıya sahip çözüm yönteminin bütünsel en iyi çözüme yakınsaklığının ispatlanmış olmasıdır. Algoritma,

her iterasyonda bir alt problem oluşturarak, bu alt problemin en iyi veya iyi bir uygun çözümünün bulunarak, bu çözümün, problemin bütünsel en iyi çözüm olup olmamasını test eder ve eğer en iyi çözüm bulunmuşsa durur, bulunmamışsa ikil değişkenlerin (Lagrange çarpanlarının) değerlerini güncelleyerek yeni bir alt problem oluşturur ve bu şekilde devam eder. Kısıtsız (veya sadece küme kısıtlı) alt problemlere bütünsel en iyi çözüm bulunabildiği durumlarda, algoritma, asıl problemin en iyi çözümüne yakınsayan ve yaklaşık çözümü (önceden seçilen bir ε hata ile) sonlu adımda bulabilecek şekilde tasarlanmıştır. Alt problemin en iyi çözümü bulunamayan durumlarda da algoritmanın, asıl problemin (ana problemin) en iyi çözümüne yakınsadığı ispatlanmıştır. Fakat yaklaşık çözümün kalitesi, yani en iyi çözüme yakınlığı, her iterasyonda oluşturulan alt problemler için bulunan uygun çözümlerin, bu alt problemin en iyi çözümüne yakınlık derecesine bağlıdır. Alt problemlerin çözümü için bu çalışmada, araç rotalama problemlerinde etkin bir metasezgisel yöntem olan genetik algoritma uygulanmıştır. Böylece, çözüm yöntemi, Genişletilmiş Subgradyant Algoritması ile genetik algoritmanın melezi şeklinde tasarlandığından, “Melez Subgradyant Yöntemi” olarak adlandırılmıştır. Bu yöntemde iç ve dış döngü bulunmaktadır. İç döngüde Lagrange çarpanları güncellenerek alt problem çözülüyor. Bu süreç, alt problemin uygun çözümü bulunana kadar, veya alt problemin uygun çözümünün var olmadığı tespit edilene kadar devam eder. Çözüm sonuçları dış döngüde alt problemin sınırlarının güncellenmesi için kullanılıyor.

Bu çalışmada ayrıca, melez subgradyant yöntemi, heterojen filolu araç rotalama problemi için yüksek lisans tezinde geliştirilen çok amaçlı matematiksel modelin çözümü ve irdelenmesi için de uygulanmıştır. Heterojen filolu araç rotalama probleminin çözümü için melez subgradyant algoritmasının gevşetilmiş kısıtlı versiyonu da uygulanmıştır. Bu versiyonun fikri [28] çalışmasından alınmıştır. [28] çalışmasında yazar, bir uçak rotalama problemini (klasik) Lagrange fonksiyonu kullanarak bir çözüm algoritması uygulamıştır. Bu algoritmada, bazı kısıtlar Lagrange fonksiyonuna aktarılmadan problem çözdürülüyor, daha sonra elde edilen çözümün, gözardı edilen kısıtları sağlayıp sağlamadığı test edilmektedir. Eğer elde edilen çözüm, gözardı edilen çözümleri sağlıyorsa en iyi çözümdür, değilse o kısıtlar parça parça Lagrange fonksiyonuna aktararak problem tekrar çözdürülür. Bu çalışma kapsamında, bu fikir melez subgradyant yöntemi ile ele alarak uygulanmıştır. Önerilen tüm çözüm yöntemlerinin performansları, literatürde yer alan test problemleri kullanılarak

araştırılmış, elde edilen hesaplamalı sonuçlar analiz edilmiş ve gelecek çalışmalara ilişkin öneriler sunulmuştur.



2. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ TÜRLERİ

Araç rotalama problemlerinin literatürde çalışılan farklı türleri bulunmaktadır. Bu tez kapsamında kapasite kısıtlı araç rotalama problemi ve heterojen filolu araç rotalama problemi ele alınmıştır.

2.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi

Araç rotalama probleminin ele alınan temel türüdür. Tüm müşteri talepleri deterministiktir ve önceden bilinmektedir. Talepler araçlara bölünmeden karşılanır, tüm araçlar aynı kapasiteye sahiptir (homojen filo), tek bir depo bulunmaktadır ve aracın rotasındaki müşterilerin toplam talepleri araç kapasitesini aşamaz. Amaç fonksiyonu, tüm müşterilerin taleplerinin karşılanması kısıtıyla toplam rota maliyetinin en küçüklenmesidir. Müşteriler arasındaki mesafe (maliyet) matrisi simetrik ya da asimetrik olabilir.

Kapasite kısıtlı araç rotalama problemleri literatürde en sık çalışılan türdür. Farklı kısıtların eklenmesi ile problemin türü değişebilmektedir. Ropke vd. [29] kapasite kısıtlı ve iki boyutlu yükleme kısıtları olan probleme yönelik dal-kesme-fiyat algoritması geliştirmişlerdir. Gutiérrez-Jarpa vd. [30] kapasite kısıtlı, zaman pencereli araç rotalama problemlerine yönelik kesin çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Esnek zaman pencereli ve kapasite kısıtlı araç rotalama ve çizelgeleme problemi için Azi vd. [31] sütun türetmeye dayalı yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Probleme yönelik küme bölümlleme formülasyonu Ballsink ve Quandt [32] tarafından geliştirilmiştir. Christofides vd. [33] kapsayan ağaç ve en kısa yol algoritmalarına dayalı yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Gendreau vd. [34] eş zamanlı kapasiteli topla-dağıt araç rotalama problemi için yeni bir komşuluk arama algoritması geliştirmişlerdir.

2.2. Heterojen Filolu Araç Rotalama Problemi

Araç rotalama problemlerinin gerçek hayat problemlerindeki en önemli türlerindendir. Filo büyüklüğü ve yönetimi sıklıkla karşılaşılan problemlerden olduğu için araç filosunun homojen ya da heterojen olması da karar vericiler için oldukça önemlidir. Araç filosunun gerçek hayat problemlerinde her zaman homojen filo olması mümkün değildir. Problem ilk olarak Golden vd. [35] tarafından çalışılmıştır. Heterojen araç filolu araç rotalama problemlerinin çözümü zor olduğundan literatürde bu konuda daha çok metasezgisel yöntemlere yönelik çalışmalar yapılmıştır.

Heterojen filolu araç rotalama problemi, genellikle sınırlı veya sınırsız sayıdaki farklı kapasiteli araçlardan oluşan filoları ele alır. Bu filoların farklı maliyetleri (sabit ve değişken maliyetler) bulunmaktadır. Problemin 2 temel türü bulunmaktadır:

- Filo büyüklüğü ve karma araç rotalama problemi: heterojen filolu problemde filo büyüklüğü sınırsızdır ve farklı türdeki araçlardan sınırsız kullanıma izin verilmektedir (Golden vd. [35]).
- Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi: Taillard [2] tarafından geliştirilmiştir. Araç filosu önceden belirlenmiştir ve her türün araç sayısı sınırlıdır.

Filo büyüklüğü ve heterojen sabit filolu araç rotalama problemlerinin amaç fonksiyonları toplam maliyeti en küçükleme. Toplam maliyet değeri, araçların sabit ve/veya değişken maliyetlerini içermektedir. Problemdeki amaç fonksiyonlarının 5 farklı türü vardır (Koç vd. [36]):

-Filo büyüklüğü ve karma araç rotalama probleminde, amaç fonksiyonunun hem sabit hem de değişken araç maliyetlerini içermesi (Ferland ve Michelon [37]),

-Filo büyüklüğü ve karma araç rotalama probleminde, amaç fonksiyonunun sadece sabit araç maliyetlerini içermesi (Golden vd. [35]),

-Filo büyüklüğü ve karma araç rotalama probleminde, amaç fonksiyonunun sadece değişken araç maliyetlerini içermesi (Taillard [2]),

-Heterojen filolu araç rotalama probleminde amaç fonksiyonunun hem sabit hem de değişken araç maliyetlerini içermesi (Li vd. [38]),

-Heterojen filolu araç rotalama probleminde amaç fonksiyonunun sadece değişken araç maliyetlerini içermesi: (Taillard [2]),

Literatürde heterojen filolu probleme yönelik farklı yaklaşımlar yer almaktadır. Euch ve Chabchoub [39] problem için adaptif hafıza sezgiseli ile melez yasaklı arama algoritmasını geliştirmişlerdir. Tarantilis vd. [40] daha iyi arama yapabilmek amacıyla probleme yönelik liste tabanlı eşik değerli bir metasezgisel algoritma geliştirmişlerdir. Li vd. [41] açık uçlu heterojen filolu araç rotalama problemini ilk defa çalışmışlardır. Problemde, araçlar depodan müşterilere hizmet vermek için çıkar, fakat araçlar depoya dönmek zorunda değildir. Yousefikhoshbakht vd. [42] heterojen filolu probleme yönelik adaptif hafıza algoritması ile yasaklı aramanın birleştirildiği melez bir yöntem önermişlerdir. Teodorovic vd. [43], müşterilerin uniform dağılıma uyduğu stokastik filo

büyüklüğü ve karma araç rotalama problemini çalışmışlardır. Tavakkoli-Moghaddam vd. [44], filo büyüklüğü ve karma araç rotalama problemini zaman penceresi kısıtları altında incelemişlerdir. Franceschelli vd. [45], filo büyüklüğü ve karma araç rotalama problemini çok araçlı görev atama ile ele alarak, problemin çözümüne yönelik iki sezgisel geliştirmişlerdir. Wang vd. [46], çoklu bölmeli heterojen filolu problem üzerinde çalışmışlardır. Belfiore ve Yoshizaki [47], Brezilya’da bir gerçek hayat problemi olan zaman pencereli bölünmüş talepli filo büyüklüğü ve karma araç rotalama problemleri için dağılım araması (scatter search) algoritması önermişlerdir. Xu and Jiang [48], Çin’de bir gerçek hayat problemi olan, çoklu depolu filo büyüklüğü ve karma araç rotalama problemi için değişken komşuluk arama tabanlı bir algoritma geliştirmişlerdir. Tütüncü [49], geri toplamalı heterojen filolu problemi tanımlamışlar ve görsel etkileşimli bir algoritmaya dayalı açgözlü rassal adaptif hafıza programlama algoritması önermişlerdir. Kwon vd. [50], amaç fonksiyonu karbon emisyonunu en küçükleyen yeşil heterojen filolu problem için farklı yasaklı arama algoritmaları üzerinde çalışmışlardır. Afshar-Nadjafi ve Afshar-Nadjafi [51], zaman pencereli çoklu depolu heterojen filolu araç rotalama problemi için matematiksel bir model önermişlerdir. Repoussis ve Tarantilis [52] adaptif hafıza programlama algoritması geliştirmişlerdir. Gencer vd. [53], araç filosunun yetersiz kaldığı durumda araç kiralama durumunu ele alarak önce kümele sonra rotala algoritması üzerinde çalışmışlardır. Li vd. [38], daha önceden geliştirmiş olduğu kayıttan kayıta seyahat algoritmasını heterojen filolu problem üzerinde genelleştirmişlerdir. Naji-Azimi ve Salari [54], heterojen filolu problemi, sezgisel algoritmaya dayalı bir matematiksel formülasyon geliştirerek çözmüşlerdir.

Bu tez kapsamında, kapasite kısıtlı ve heterojen filolu araç rotalama problemleri incelenmiştir. Bu problemlerin matematiksel modelleri 4. bölümde detaylı olarak verilmektedir.

2.3. Diğer Araç Rotalama Problemleri Türleri

Açık Uçlu Araç Rotalama Problemleri: Literatürde problem için yapılan ilk tanımlama Schrage [55] tarafından gerçekleştirilmiştir. Probleme yönelik ilgi, Sariklis ve Powell [56] tarafından yapılan çalışma ile artmıştır. Kapasite kısıtlı ARP’ den farkı, araçların turları depoda başlar fakat depoda tamamlanmaz. Bu yüzden problem açık uçlu araç rotalama problemi olarak tanımlanmıştır. Araçların depoya dönmemesi genelde firmaların sahip olduğu araç filosundaki araçların hepsinin kendisine ait olmaması (başka yerlerden araç

kiralama durumu olduğunda) veya araçların müşteri taleplerini karşılamada yetersiz olduğu durumlarda gerçekleşir. Eğer araçlar başka bir firmadan kiralandıysa bu kiralanan araçların firmanın kendi deposuna dönme zorunluluğu bulunmamaktadır. Kilometre başına kat edilen mesafede araçların sahip olduğu maliyetlerin yüksek olduğu durumlarda, araçların depoya dönmemesi maliyetleri de önemli ölçüde azaltacaktır.

Zaman Pencereci Araç Rotalama Problemleri: Bu problemde müşteri talepleri belirli bir zaman penceresi $[a_i, b_i]$ içerisinde karşılanmalıdır. Burada a_i i . müşteriye servisin başlaması gereken en erken zamanı, b_i ise i . müşteriden en geç çıkma zamanı olarak belirtilmektedir. Araçlar depodan ayrıldıktan sonra, t_{ij} (i şehrinden j şehrine gitmek için harcanan zaman) kadarlık bir seyahat süresinden sonra müşteri noktasına uğrayarak s_i kadarlık bir sürede müşteriye hizmet verirler.

Topla-dağıt araç rotalama problemi: Araçlar bazı müşterilerden geri toplama işlemi yapmakta, bazı müşterilere ise dağıtım yapmaktadır. Bu problemin temel varsayımları aşağıda özetlenmiştir:

- Her müşteriye kesinlikle bir kez uğranmalı,
- Bir rota depodan başlamalı ve tekrar depoda son bulmalı,
- Rota üzerinde, aracın topladığı ve dağıtacağı yük miktarı araç kapasitesini geçmemelidir.

Önce dağıtım sonra topla araç rotalama problemi: Bu problemde müşteri kümeleri iki ayrı altkümeye ayrılır. İlk altküme dağıtım yapılacak müşteriler, diğer altküme ise geri toplama yapılacak müşteri grubudur. Eğer rotada, her iki tür müşteri de bulunuyorsa, öncelik dağıtım yapılacak müşterilere verilmektedir.

Karma topla- dağıtım araç rotalama problemi: Bu problemde, araç kapasitesinin kontrolü daha karmaşıktır. Hizmet sektöründe, depodan müşterilere kargolar dağıtılırken diğer müşterilerden depoya götürülmek üzere kargoların (ürünlerin) toplanması; sağlık sektöründe, kanların merkezlerden hastanelere dağıtımı esnasında toplama kamplarından merkeze yeni kanların götürülmesi, bu problem tipine örnek olarak verilebilir.

Eş zamanlı topla-dağıtım araç rotalama problemi: Bu problemde ise müşteriler aynı anda hem dağıtım hem de toplama müşterisi olabilirler. Böyle bir durumda araç müşteriye önce verilecek ürünü bırakmakta sonra toplanacak ürünü almaktadır. Gıda sektöründe, içeceklerin marketlere bırakıldıktan sonra aynı marketten boş şişelerin geri dönüşüm

için toplanması; otomotiv sektöründe, yedek parçaların bölge bayilerine dağıtımı esnasında kullanılmış parçaların geri dönüşüm için fabrikalara geri gönderilmesi, fabrikalara ürün dağıtımı yapıldıktan sonra kullanılmış kartonların geri dönüşüm için toplanması bu problem tipine örnek olarak verilebilir.

Mesafe kısıtlı araç rotalama problemi: Rotalara atanan her bir araç için gidebilecekleri maksimum mesafe kısıtı bulunmaktadır. Araçlar gidebilecekleri bu mesafeyi aşamaz.

Dinamik araç rotalama problemleri: Süreç içerisinde ani bir şekilde meydana gelen değişimleri içerir. Bu değişimler; müşteri taleplerindeki değişim, farklı talep noktalarının oluşması, aracın gideceği yolun durumundaki değişim (yolun kapanması-tadilat durumu) gibi. Klasik probleme göre çözümü daha zordur.

Stokastik araç rotalama problemi: Deterministik ARP'nin bir uzantısıdır fakat bu problemdeki bazı yapılar rassaldır. Problem, stokastik müşterili, stokastik talepli ya da stokastik zamanlı olabilir. Deterministik durumda sağlanan ve geçerli olan durumlar bu problemde sağlanamadığından bu problemi çözmek daha zordur. Stokastik problemin çözümüne yönelik farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir: iki aşamalı yöntemler, şans kısıtlı yöntemler, senaryo analizleri vb.

Çoklu depoya sahip araç rotalama problemi: Problemde birden çok depo bulunmaktadır. Araçlar bu depolardan hareket etmektedir. Depoların ve müşterilerin lokasyonları önceden bilinmektedir. Araçlar hangi depodan hareket ettiyse o depoya geri dönmek zorundadır. Depo yerleşimi ve rotalama problemlerinde de birden fazla depo yer almaktadır. Hangi deponun nerede konumlandırılacağı rotalama maliyetleri için önemli bir yere sahiptir.

Bölünebilir talepli araç rotalama problemi: Problem ilk olarak Dror ve Trudeau [57] tarafından 1989 yılında çalışılmıştır. Müşterilerin talebi birden fazla aracın uğraması ile karşılanmaktadır. Bölünmüş talebe sahip problemde her müşterinin talebinin bölünmesi zorunluluğu yoktur. Mutlaka en az bir müşterinin talebi bölünüyorsa bu problem altında incelenebilir. Bu problemde en önemli nokta, müşterinin talebinin bölünebileceği en küçük oranın karşılanması gerekliliğidir. Bu oranı belirlemede literatürde farklı yaklaşımlar bulunmaktadır.

Periyodik araç rotalama problemi: Bu problem, firmaların önemseydiği bir araç rotalama problemi türüdür. Eğer dağıtımı yapılacak ürünler, müşterilere diğer dağıtım yapacak firmalardan daha geç giderse satış kaybı meydana gelebilir ve bu yüzden firma

maliyetleri ciddi derecede etkilenebilir. Özellikle raf ömrü az olan ürünlerin dağıtımında karşılaşılan bir problemdir. Müşteri memnuniyetinin en büyüklenmesi ve toplam rota maliyetlerinin en küçüklenmesi temel amaçlardır.

Biz bu çalışmada, kapasite kısıtlı ve heterojen filolu araç rotalama problemlerini inceledik ve bu problemlere yönelik yeni bir melez yöntem geliştirdik. Geliştirilen yöntem, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu tabanlı bir yöntemdir. Melez yöntemin alt probleminin çözümünde ise genetik algoritma kullanılmıştır. Araç rotalama problemlerinin çözümü için literatürde farklı yöntemler bulunmaktadır. Bu çözüm yöntemleri 3. bölümde detaylı bir şekilde verilmiştir.



3. ARAÇ ROTALAMA PROBLEMLERİ İÇİN KULLANILAN YÖNTEMLER

Literatürde probleme yönelik farklı kesin çözüm yöntemleri, sezgiseller ve metasezgiseller bulunmaktadır.

3.1. Kesin Çözüm Yöntemleri

Dal-Sınır Algoritması: Dal-sınır algoritması, olurlu tüm çözümleri araştırarak en iyilenecek miktarın üst ve alt sınırlarını tahmin ederek, gelecek vaat eden çözümleri araştıran bir en iyileme tekniğidir. En iyi çözüme götürmeyecek bazı çözümler önceden elenmektedir.

Kesme Düzlemi Yöntemi: Dal sınır algoritmasına alternatif olarak geliştirilen bir yöntemdir. Tamsayılı doğrusal programlama probleminde gerekiyorsa, öncelikle sınırların tamsayılı olması sağlanır ve bu durumda sınırların değiştirilmesi söz konusudur. Ancak, bu yöntemde dallanma ve sınırlamadan çok, kesme adı verilen özel kısıtlar ardarda oluşturularak çözüm uzayının düzenlenmesi amaçlanır.

3.2. Sezgisel Yöntemler

Tur kurucu sezgiseller: Tur kurucu sezgiseller, uygun olmayan atamalarla çözüme başlar, her iterasyonda iki düğüm arasına bir kenar ekleyerek uygun çözüme ulaşırlar. Kenar eklenirken araç kapasite kısıtı kontrol edilir. Eklenecek dal, maliyet değerleri göz önüne alınarak seçilir. Tasarruf algoritması, önce rotala sonra kümele algoritması, önce kümele sonra rotala algoritması gibi algoritmalar örnek verilebilir.

Taillard algoritması: Taillard tarafından 1993 yılında geliştirilmiştir [58]. Algoritmada rassal yasaklı süreler ve sürekli çeşitlilik kullanılır. Komşuluk yapısı yasaklı rotadan farklıdır. Standart müşteri ekleme ve müşteri değişimleri kullanılır (insert-swap). Problem, alt problemlere ayrıştırılarak her bir alt problem paralel olarak birbirinden bağımsız olarak çözülür.

En yakın komşuluk algoritması: Bellmore ve Nemhauser [59] tarafından geliştirilmiştir. Gezgin satıcı probleminin çözümü için geliştirilen bir algoritmadır. İlk adımda başlangıç noktasından en yakın mesafedeki noktaya hareket edilir. Sonraki adımlarda ise bir sonraki en yakın noktaya hareket edilerek, en son adımda başlangıç noktasına dönülerek algoritma tamamlanır.

Clarke ve Wright kazanım algoritması: Kazanım algoritması, ARP' de yaygın olarak bilinen bir yöntemdir. Yöntem, her iki müşteri arasındaki kazanımı (maliyet) hesaplar.

Maliyet kazanımlarının hesaplanmasından sonra iki müşteri noktası arasına başka bir müşteri noktası eklenir [60].

Süpürme algoritması: Gillett ve Miller [61] tarafından 1974 yılında önerilmiştir. ARP'nin düzlemsel örneklerine uygulanır. Depo başlangıç noktası olarak kabul edilir ve depodan başlayarak müşteri noktalarına rassal olarak ulaşır. Başlangıçta bir i müşteri noktasına gidilerek araç kapasitesi dolana kadar müşteri noktaları bu rotaya eklenir. Kapasite dolunca araç depoya geri döner. Algoritma tüm araçlar kullanılıncaya kadar devam eder. Oluşturulan bu araç rotaları daha sonra gezgin satıcı problemi ile en iyileme yapılır ve her bir küme için araç rotaları oluşturulur.

İyileştirici sezgiseller: Bu sezgiseller, bir kerede her rotayı ayrı ayrı ele alarak ya da birden fazla rotayı ele alarak kullanır. Literatürde tek rota iyileştirici sezgiseller ve çoklu rota iyileştirici sezgiseller çalışılmıştır. Yerel arama algoritmaları genellikle diğer sezgiseller tarafından oluşturulan başlangıç çözümlerini iyileştirmek amacıyla kullanılır. Verilen bir çözümden başlanılarak, yerel arama yapılır. Bu yöntemde daha iyi maliyetli çözümler elde edebilmek için müşterilerin yerleri değiştirilebilir ya da farklı değişim hareketleri yapılır. Eğer iyileştirilmiş bir çözüm bulunursa, elde edilen bu çözüm güncel çözüm olur ve süreç bu şekilde devam eder. Eğer değilse, yerel en küçük çözüm bulunmuş demektir [62].

3.3. Metasezgiseller

Metasezgisel yöntemler, hem zaman hem de karmaşıklık açısından çözümü zor olan problemler için literatürde yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Araç rotalama problemlerinde sıklıkla kullanılan metasezgisel yöntemler aşağıda açıklanmaktadır:

Yasaklı Arama Algoritması: Yasaklı arama algoritması ilk olarak Glover [63] tarafından çalışılmıştır. Algoritma, yerel arama sezgiseli kılavuzluğunda, yerel en iyilemenin ötesinde bir arama uzayını keşfetmek amacı ile kullanılan tek çözüm temelli bir metasezgisel yöntemdir. Yerel en iyiye yakalanmamak için tüm komşu çözümlerde iyileşme sağlanamadığında, iyileşmeyen çözümleri de kabul eder. Daha iyi bir komşuluk bulunduğunda ise eldeki çözüm değişir. Yerel en iyiye ulaşıldığında, güncel çözümden daha kötü olan bir aday çözüm seçimi ile arama devam eder. Komşuluktaki en iyi çözüm, eldeki çözümü iyileştirmese de yeni güncel çözüm olarak seçilir. Daha önceden gidilen komşuluklara tekrar gidilmesini önlemek amacıyla yasaklı arama algoritması daha önceden ziyaret edilen komşulukları çıkartır ve yakınlarda uygulanan

hareketleri ya da çözümlerin hafızasını yasak listesi ile dikkate alır. Bu liste, kısa dönem hafızalı çalışmaktadır ve her bir iterasyonda bu hafıza güncellenir. Yasak listesindeki amaç, daha önceden yapılan hareketlerin ya da oluşturulan çözümlerin tekrar oluşmasını engellemektir. Çünkü gidilen tüm çözümleri hafızada tutmak hem zaman hem de alan kaybına neden olur [62].

Tavlama Benzetimi Algoritması: Bu algoritma, katı maddelerin fiziksel tavlama süreci ile olan benzerliklerinden ortaya çıkmıştır. Kirkpatrick vd. tarafından 1983 yılında ilk defa çalışılmıştır [64]. Stokastik bir arama sürecidir. Katı madde, sıvı durumundaki bütün parçacıkları rasgele hareket edinceye kadar ısıtılır. Daha sonra parçacıklar donmuş bir hale gelene kadar sıcaklık yavaş yavaş azaltılır. Algoritmada aramaya yeteri kadar yüksek bir sıcaklık değeri ile başlamak çok önemlidir. Amaç fonksiyonunda, Δ kadarlık bir yükselmeye yol açan hareketin kabul edilme olasılığını veren fonksiyona kabul fonksiyonu denir. Sıcaklık arttıkça amaç fonksiyonunda artışa neden olacak olan hareketlerin olasılığı da artmaktadır. Sıcaklık azaldıkça bu olasılık da azalmaktadır.

Karınca Kolonisi Algoritması: Dorigo [65] tarafından önerilmiştir. Karınca kolonilerinin davranışlarını matematiksel modele dayandırarak bu algoritmayı ilk kez gezgin satıcı problemi üzerinde denemişlerdir. Bu algoritmada karıncaların gerçek davranışları üzerinden ilham alındı ve karıncaların yiyecek arama hareketine odaklanıldı. Karıncalar yuvaları ile ulaşmak istedikleri besin arasındaki mesafeyi en küçükleme özelliğine sahiptirler. Yem araştırırken birbirleriyle haberleşmek için karıncalar kullandıkları yola feromon adı verilen bir madde bırakırlar. Bu madde uçucu ve kokusu olan bir maddedir. Feromonun daha fazla olduğu yol karıncalar tarafından daha büyük bir olasılık ile seçilir. Feromonun bu yoğunluğu algoritmanın güçlendirme süreci olarak adlandırılır. Feromon uçucu olduğundan zaman ilerledikçe buharlaşma süreci gerçekleşir. Feromon kuvvetlendirme oranı parametresi ile düğümler arasındaki feromon miktarlarının önem dereceleri belirlenir. Feromon buharlaşma oranı parametresi ile, her iterasyon sonucunda düğümlerin arasında bulunan feromonların ne kadarının buharlaşacağı belirlenir. Algoritmadaki sezgisellik kuvvetlendirme oranı ile de müşteri düğümleri arasındaki mesafenin önem derecesi belirlenir.

Parçacık Sürü En İyilemesi: Parçacık Sürü En İyilemesi, sürü halinde hareket eden bazı hayvanların yiyecek bulmak gibi temel ihtiyaçlarını giderirken sergiledikleri hareketlerin, sürüdeki diğer bireyleri etkilediğinin ve sürünün amacına daha kolay ulaştığının gözlemlenmesinden esinlenilerek Kennedy ve Eberhart tarafından 1995

yılında geliştirilmiş bir en iyileme algoritmasıdır [66]. Öncelikle çözümü arayacak sürü ve parametreler belirlenir. Uyumluluk fonksiyonu yardımıyla parçacıkların çözüme yakınlığı ölçülür ve bu değerlere göre parametre değerleri güncellenir. Daha sonra değişim hızı fonksiyonu ile her parçacığın yapacağı hareket belirlenir ve yeni durumları ayarlanır. Tekrar uyumluluk fonksiyonu ile çözüme ne kadar yaklaşıldığı kontrol edilir. Bu döngü istenilen şartlara ulaşıncaya kadar tekrarlanır.

Genetik Algoritma: Genetik algoritma (GA), literatürde ilk olarak Holland [67] tarafından 1975 yılında çalışılmıştır. GA, popülasyon temelli bir metasezgisel algoritmadır. Genetik algoritmanın ortaya çıkışından sonra farklı en iyileme problemlerine uygulanmıştır. Genelde arama uzayı çok büyükse ve karmaşıksa, tek noktadan başlayan metasezgisel yöntemlere göre daha iyi sonuçlar bulabilmektedir [62]. Algoritma, popülasyon adı verilen başlangıç rassal çözümler kümesi ile başlar. Populasyonda bulunan her bireye kromozom adı verilir. Kromozom yapısı, çalışılan problemin çözümünü ifade etmektedir. Genetik algoritmada uyumluluk fonksiyonu (fitness function) önemli bir kavramdır. Bireylerin değerlendirilmesi için kullanılır. Algoritmada evrim işlemi ve genetik işlemi yer almaktadır. Evrim işlemi seçilimdir. Genetik işlemler ise çaprazlama ve mutasyon operatörlerini içermektedir. Bu tez çalışması kapsamında kullanılan genetik algoritmanın detayları 5. bölümde verilmektedir.

4. TEZ KAPSAMINDA İNCELENEN MATEMATİKSEL MODELLER

4.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için İncelenen Matematiksel Model

Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi (KKARP), araç rotalama probleminin en çok çalışılan türüdür. Rotalar depoda başlar ve aynı depoda sona erer. Aynı kapasiteye sahip araçlar (homojen filo) depoda bulunmaktadır. Müşteri talepleri deterministiktir ve önceden bilinir. Her şehre mutlaka ve sadece bir araç uğramalıdır ve müşterinin talebini tamamıyla karşılamalıdır. KKARP'ın 3 indisli formülasyonu izleyen şekildedir [68]:

Kümeler ve Parametreler

n : müşteri sayısı

V : toplam araç sayısı

v : araç indeksi , $v = 1, \dots, V$

i, j, k : müşteriler kümesi, $i, j, k = 1, \dots, n$ ve 1 depo noktasıdır.

Q_v : v . aracın kapasitesi (araç filosu homojendir, bu yüzden araçların kapasitesi aynıdır)

c_{ij} : i müşterisinden j müşterisine gitme maliyeti (mesafesi), $c_{ii} = 0$ kabul edilir.

d_i : i . müşterinin talebi

Pozitif Değişkenler

p_i, p_j : alttur formülasyonu için kullanılan pozitif değişkenler

Karar Değişkeni

$x_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{Eğer } v \text{ aracı, } i \text{ müşterisinden } j \text{ müşterisine giderse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$

Amaç fonksiyonu:

$$\text{En küçük } f_0(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^V c_{ij} x_{ijv} \quad (4.1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_i x_{ijv} \leq Q_v \quad v = 1, \dots, V \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1, i \neq k}^n x_{ikv} - \sum_{j=1, j \neq k}^n x_{kjv} = 0 \quad k = 2, \dots, n ; v = 1, \dots, V \quad (4.3)$$

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n \sum_{v=1}^V x_{ijv} = 1 \quad j = 2, \dots, n \quad (4.4)$$

$$p_i - p_j + n \sum_{v=1}^V x_{ijv} \leq n - 1 \quad i, j = 2, \dots, n; i \neq j \quad (4.5)$$

$$x_{ijv} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n ; v = 1, \dots, V \quad (4.6)$$

Amaç fonksiyonu olan (4.1), toplam rotalama maliyetinin en küçüklenmesini ifade etmektedir. (4.2) kapasite kısıtlarını ifade etmektedir. Rotanın toplam müşteri talebi, o rotaya hizmet eden aracın kapasitesini aşamaz. (4.3), literatürdeki araç akış kısıtını ifade etmektedir. Eğer araç i müşterisinden k müşterisine gittiyse, k müşterisinden de mutlaka bir başka j müşterisine gitmeli ya da depo noktasına dönmelidir. Problem klasik ARP olduğundan araçlar mutlaka depoya dönmelidir. (4.4), her müşteriye mutlaka ve sadece bir kere uğranması gerektiği kısıttır. (4.5) ise Miller vd. tarafından 1960 yılında geliştirilen alttur engelleme kısıttır [69].

Bu bölümde ayrıca melez subgradyant yönteminin kapasite kısıtlı araç rotalama probleme nasıl uygulandığından bahsedilecektir. Bu yeni yöntem, kapasite kısıtlı araç rotalama probleminin sivri genişletilmiş Lagrange formülasyonu ile ele alınmasını ifade eder. Melez yöntemde sadece kapasite kısıtları sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu ile ele alınmış, kalan kısıtlar genetik algoritma ile çözülmüştür. Aşağıdaki notasyon kullanılmaktadır:

$$f_v^1(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_i x_{ijv} + r_v - Q_v \quad v = 1, \dots, V \quad (4.7)$$

$$f_{kv}^2(x) = \sum_{i=1, i \neq k}^n x_{ikv} - \sum_{j=1, j \neq k}^n x_{kjh} \quad k = 2, \dots, n; v = 1, \dots, V \quad (4.8)$$

$$f_j^3(x) = \sum_{i=1, i \neq j}^n \sum_{v=1}^V x_{ijv} - 1 \quad j = 2, \dots, n \quad (4.9)$$

$$f_{ij}^4(x) = p_i - p_j + n \sum_{v=1}^V x_{ijv} - (n - 1) \quad i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad (4.10)$$

$$X = \left\{ x = x_{ijv} : \begin{array}{l} f_{kv}^2(x) = 0 \quad f_j^3(x) = 0 \quad f_{ij}^4(x) \leq 0 \\ i, j, k = 1, \dots, n; v = 1, \dots, V \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

$r_v, v = 1, \dots, V$, aylak değişkeni göstermektedir

$$f(x) = (f_1^1(x), \dots, f_V^1(x)) \quad (4.12)$$

Bu gösterimler altında $f(x)$, V boyutlu bir vektörel fonksiyondur ve sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu ile ele alınacaktır. Bu yüzden kapasite kısıtlı araç rotalama problemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$(P) \quad f(x) = 0, x \in X \text{ k.a. en küçük } f_0(x) \quad (4.13)$$

$X \subset \mathbb{R}^n \rightarrow$: kompakt küme ve $f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$, $\mathbb{R}_+$: negatif olmayan sayılar kümesidir.

Sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu $L: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ aşağıdaki ifade ile tanımlanır:

$$L(x, u, c) = f_0(x) + c\|f(x)\| - \langle u, f(x) \rangle \leq H_n \quad (4.14)$$

$x \in X, u \in \mathbb{R}^p, c \in \mathbb{R}_+, H_n$: sınır değeri, (u, c) : ikil değişkenler.

Melez subgradyant yönteminin detayları ve probleme uygulanişı 6. bölümde detaylı açıklanmaktadır.

4.2. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için İncelenen Matematiksel Model

Heterojen sabit filolu araç rotalama probleminde farklı türlerde (kapasitelerde) araçlar bulunmaktadır. Problemdeki araç filosu tek tür olursa kapasite kısıtlı araç rotalama problemine indirgenmiş olur. Gerçek hayat problemlerinde heterojen filolu ARP çözümü zor bir problemdir çünkü her tür araca sahip olmak mümkün değildir. Bu araçların rotalanması ve maliyetleri de oldukça önemlidir. Aşağıda yer alan kısıtlar problemde mutlaka sağlanmalıdır:

- (i) Araç kapasitesi asla aşılamaz.
- (ii) Her araç türü için filodaki araç sayısından daha fazla araç kullanılamaz,
- (iii) Araçların rotaları depoda başlar ve depoda sona erer,
- (iv) Müşteri talepleri kesin olarak karşılanmalıdır,
- (v) Her müşteri kesin olarak ve sadece bir kere ziyaret edilmelidir.

Problemin matematiksel modeli aşağıda detaylıca anlatılmaktadır [70].

Kümeler ve Parametreler

n : toplam müşteri sayısı

i, j, k : müşteriler kümesi $i, j, k = 1, \dots, n$ (1 depo noktası olarak alınmıştır.)

t : araç türlerinin indeksi $t = 1, \dots, T$

A_t : t . türe ait araç sayısı

v : araç indeksi $v = 1, \dots, A_t$

Q_t : t . türdeki aracın kapasitesi

c_{ij} : i müşterisinden j müşterisine gitme maliyeti (mesafe)

d_i : i . müşterinin talebi

M_{tv} : t . türün v . aracının kullanılmasının maliyeti

b_t : t . türün kilometre başına ortalama maliyeti

Pozitif Değişkenler

p_i, p_j : alttır formülasyonu için kullanılan pozitif değişkenler

Karar Değişkenleri

x_{ijtv} : $\begin{cases} 1, & t. \text{ türün } v. \text{ aracı } i \text{ müşterisinden } j \text{ müşterisine giderse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$

f_{tv} : $\begin{cases} 1, & t. \text{ türün } v. \text{ aracı kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$

Amaç fonksiyonu:

$$\text{En küçük } f_0(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} c_{ij} b_t x_{ijtv} + \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} M_{tv} f_{tv} \quad (4.15)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_i x_{ijtv} \leq Q_t \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.16)$$

$$\sum_{j=2}^n \sum_{v=1}^{A_t} x_{1jtv} \leq A_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.17)$$

$$\sum_{i=1, i \neq k}^n x_{iktv} - \sum_{j=1, j \neq k}^n x_{kjtv} = 0 \quad k = 2, \dots, n, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.19)$$

$$p_i - p_j + n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} \leq n - 1 \quad i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad (4.20)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1tv} = f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.21)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ijtv} \leq M f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.22)$$

$$x_{ijtv}, f_{tv} \in \{0, 1\} \quad (4.23)$$

Amaç fonksiyonu olan kısıt (4.15), toplam rota maliyetinin ve araçların depodan çıkma maliyetlerinin toplamının en küçüklenmesini ifade etmektedir. Kısıt (4.16) ise kapasite kısıtıdır. Rotada bulunan müşterilerin talepleri toplamı o rotaya hizmet eden aracın (t . türün v . aracı) kapasitesini aşamaz. Kısıt (4.17), her t tür araç için, depodan o türe ait araç sayısından fazla araç çıkamayacağını belirtmektedir. (4.18), literatürdeki araç akış kısıtıdır. Bu kısıta göre, eğer araç i müşterisinden k müşterisine gittiyse, k müşterisinden de bir başka j ($j \neq i$) müşterisine gitmelidir (depoya da dönebilir). (4.19)'a göre, her j müşterisine mutlaka herhangi bir i müşterisinden gelinmelidir. (4.20) alttır engelleme kısıtıdır [69]. (4.21)'e göre eğer t . türün v . aracı kullanılıyorsa $f_{tv} = 1$ olur ve bu araç depodan çıkıp ortalama yaptığı için tekrar depoya

dönme zorundadır. Kısıt (4.22), x karar değişkeni ile f karar değişkeni arasındaki bağlantıyı sağlayan kısıttır. M büyük bir sayıdır.

Bu bölümde ayrıca melez subgradyant yönteminin heterojen sabit filolu araç rotalama problemine nasıl uygulandığından bahsedilecektir. Bu yeni yöntem, problemin sivri genişletilmiş Lagrange formülasyonu ile ele alınmasını ifade eder. Aşağıdaki notasyon kullanılmaktadır:

$$f_{tv}^1(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_i x_{ijtv} + r_{tv} - Q_t \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.24)$$

$$f_t^2(x) = \sum_{j=2}^n \sum_{v=1}^{A_t} x_{1jtv} - A_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.25)$$

$$f_{ktv}^3(x) = \sum_{i=1, i \neq k}^n x_{iktv} - \sum_{j=1, j \neq k}^n x_{kjtv} \quad k = 2, \dots, n, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.26)$$

$$f_j^4(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} - 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.27)$$

$$f_{ij}^5(x) = b_i - b_j + n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} - (n-1) \quad i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad (4.28)$$

$$f_{tv}^6(x) = \sum_{i=2}^n x_{i1tv} - f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.29)$$

$$f_{tv}^7(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ijtv} - M f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.30)$$

$$X = \left\{ x = x_{ijv} : \begin{array}{l} f_t^2(x) \leq 0, f_{ktv}^3(x) = 0, f_j^4(x) = 0, \\ f_{ij}^5(x) \leq 0, f_{tv}^6(x) = 0, f_{tv}^7(x) \leq 0 \\ i, j, k = 1, \dots, n ; t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \end{array} \right\} \quad (4.31)$$

r_{tv} : $t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t$ aylak değişkeni göstermektedir

$$f(x) = (f_{11}^1(x), \dots, f_{TA_t}^1(x)) \quad (4.32)$$

Bu gösterimler altında heterojen sabit filolu araç rotalama problemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$(P) \quad f(x) = 0, x \in X \text{ k.a. en küçük } f_0(x) \quad (4.33)$$

$X \subset \mathbb{R}^n \rightarrow$: kompakt küme ve $f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$

$\mathbb{R}_+$: negatif olmayan sayılar kümesi

Sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu $L: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ aşağıdaki ifade ile tanımlanır:

$$L(x, u, c) = f_0(x) + c \|f(x)\| - \langle u, f(x) \rangle \leq H_n \quad (4.34)$$

$x \in X, u \in \mathbb{R}^p, c \in \mathbb{R}_+, (u, c)$: ikil değişkenler ve H_n : sınır değeri.

4.3. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için İncelenen Çok Amaçlı Matematiksel Model

Bu bölümde, [70] çalışmasında geliştirilen çok amaçlı matematiksel modelden bahsedilecektir. Yukarıda belirtilen tek amaçlı model ile de kıyaslamalar yapılarak çıkan sonuçlar analiz edilecektir. Ayrıca bu tez kapsamında, ikinci amaç fonksiyonu kısıtlarda sabitlenerek çözümlerin nasıl değiştiği gözlemlenecektir ve geliştirdiğimiz melez subgradyant yöntemi çok amaçlı heterojen sabit filolu probleme de uygulanacaktır.

Çok amaçlı heterojen sabit filolu problemin matematiksel modelinde, (4.2) bölümünde bahsedilen tek amaçlı modelin notasyonunun aynısı kullanılmıştır. Ek olarak yeni bir karar değişkeni eklenmiştir:

$$h_t: \begin{cases} 1, & t. \text{ tür araç kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

1. amaç fonksiyonu:

$$z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} c_{ij} b_t x_{ijtv} + \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} M_{tv} f_{tv} \quad (4.35)$$

2. amaç fonksiyonu:

$$z_2 = \sum_{t=1}^T h_t \quad (4.36)$$

Matematiksel Model:

$$\text{En küçük } (z_1, z_2) \quad (4.37)$$

k.a

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n d_i x_{ijtv} \leq Q_t \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.38)$$

$$\sum_{j=2}^n \sum_{v=1}^{A_t} x_{1jtv} \leq A_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.39)$$

$$\sum_{i=1, i \neq k}^n x_{iktv} - \sum_{j=1, j \neq k}^n x_{kjtv} = 0 \quad k = 2, \dots, n, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.40)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.41)$$

$$p_i - p_j + n \sum_{t=1}^T \sum_{v=1}^{A_t} x_{ijtv} \leq n - 1 \quad i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad (4.42)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1tv} = f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.43)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ijtv} \leq M f_{tv} \quad t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.44)$$

$$\sum_{v=1}^{A_t} f_{tv} \leq M h_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.45)$$

$$x_{ijtv}, f_{tv}, h_t \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n, t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, A_t \quad (4.46)$$

Tek amaçlı modelden farklı olarak eklenen kısıt (4.45), f karar değişkeni ile h karar değişkeni arasında bağlantıyı sağlayan kısıttır. İkinci amaç fonksiyonu tür en küçükleme olduğundan, model en küçük sayıda tür kullanarak rotalama yapmayı amaçlar.

4.3.1. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için geliştirilen çok amaçlı matematiksel modelin GAMS uygulaması ve analizi

Gerçek hayat uygulamalarında, firmaların her tür araca sahip olması ya da her tür aracı kiralama gücü çok düşük bir olasılıktır. Farklı türlerde kullanılan (kiralanan) araçların farklı maliyetleri bulunmaktadır: bakım maliyetleri, amortisman maliyetleri, kiralama maliyetleri, depo maliyetleri vb. Bu yüzden 4. bölümde bahsedilen çok amaçlı model ile filoda kullanılan tür sayısının en küçükleme firmaları ciddi bir maliyetten kurtaracaktır.

Örneğin, bir firmanın elinde toplam müşteri talebini karşılayabilecek araç sayısının ve araç türünün olmadığını düşünelim. Bu yüzden firma, müşteri taleplerini karşılayabilmek için 1. tür araçtan 20 adet kiralamıştır. Firma, bunun yerine 1. tür araçtan 15 adet, 2. tür araçtan 5 adet araç kiralasaydı toplam maliyetler ciddi farklılık gösterecektir. Çünkü, firmanın depo kapasitesi 1. tür araçlar için yetebilecekken, 2. tür araçlar için yetemeyebilir (2. türün araç boyutundan dolayı). Bu yüzden ekstra depo kiralama maliyeti ortaya çıkabilmektedir. Oysa, aynı türden 5 araç daha kiralamak ekstra depo maliyetlerine neden olmamaktadır. Kiralama maliyetleri de oldukça önemlidir. Örneğin 1. tür aracın kiralama maliyeti 5000 TL, 2. tür aracın kiralama maliyeti ise 8000 TL olsun. Bu durumda 1. türden toplam 20 araç ile müşteri talepleri karşılanabiliyorsa, toplam maliyet de 100.000 TL olacaktır. Eğer, 2 farklı tür araçtan kiralama yapılırsa toplam maliyet $(5000*15)+(8000*5)=115.000$ TL olacaktır. Bu maliyetlere ek olarak depo maliyetleri ve araçların bakım maliyetleri eklendiğinde, fazla türde araç kullanmak daha dezavantajlı olmaktadır.

Bu bölümde 4. bölümde bahsedilen heterojen sabit filolu araç rotalama probleminin çok amaçlı modeli, küçük boyutlu bir örnek üzerinde analiz edilecektir. Bu kapsamda Taillard tarafından geliştirilen 13. problemin ilk 10 müşterisinin verisi ele alınmıştır [2]. Müşteri koordinatları bilgisi Tablo 4.1’de, müşteri talepleri Tablo 4.2’de ve araç tür maliyetleri bilgisi ise Tablo 4.3’te gösterilmektedir. Araç türü maliyeti bilgisi değerleri (Tablo 4.3, son sütun) literatürde olmadığından tarafımızca verilmiştir. GAMS programı kullanılarak elde edilen çözümler ise Tablo 4.4’te gösterilmektedir.

Tablo 4.1. *Müşteri koordinatları bilgisi*

Müşteri no.	x koordinatı	y koordinatı
1	30	40
2	37	52
3	49	49
4	52	64
5	20	26
6	40	30
7	21	47
8	17	63
9	31	62
10	52	33

Tablo 4.2. *Müşteri talep miktarları*

Müşteri no	Talep miktarı
1	0
2	7
3	30
4	16
5	9
6	21
7	15
8	19
9	23
10	11

Tablo 4.3. Araç türlerinin maliyet bilgisi

	Araç kapasiteleri	Sabit maliyetler (km başına)	Tür Maliyetleri
1. tür	20	1	20
2. tür	30	1.1	35
3. tür	40	1.2	50
4. tür	70	1.7	60
5. tür	120	2.5	75
6. tür	200	3.2	90

GAMS programı kullanılarak elde edilen çözümler aşağıdaki Tablo 4.4'te gösterilmektedir. Çok amaçlı model ağırlıklandırılmış toplam yöntemi ile çözülmüştür. Ağırlıklandırılmış toplam yönteminde her amaca belli bir ağırlık verilerek amaçlar değerlendirilir. Araçların sabit maliyetleri Taillard verisinden alınmıştır fakat araçların tür maliyetleri Taillard verisinde olmadığından, bu maliyetler araçların kapasitelerine göre tarafımızca verilmiştir. $w_1 = 1, w_2 = 9$ olduğu durumda ikinci amaç fonksiyonu birinci amaç fonksiyonundan 9 kat daha önemlidir. Bu yüzden birinci amaç fonksiyonu 523.81, ikinci amaç ise 1 olarak bulunmuştur. Araç türü en küçükleme daha önemli olduğundan, model tek tür araç ile tüm müşterileri rotalamıştır. $w_1 = 9, w_2 = 1$ olduğunda ise birinci amaç fonksiyonu ikinci amaçtan 9 kat daha önemli olduğundan, toplam rotalama maliyetleri 468.91 olarak bulunmuş ve 2 tür araç kullanılmıştır. Fazla tür kullanımından kaynaklanan bakım maliyetleri, ekstra depo maliyetleri, amortisman maliyetleri göz önüne alındığında toplam maliyetler önemli derecede artacaktır ve fazla tür kullanmak daha dezavantajlı olacaktır.

Tablo 4.4. Çok amaçlı heterojen sabit filolu araç rotalama probleminin matematiksel modelinin GAMS sonuçları

w_1	w_2	z_1	z_2	Rotalar	Araçlar
1	9	523.81	1	1-2-10-6-1 1-4-9-1 1-5-3-1 1-7-8-1	3. tür 1. araç 3. tür 2. araç 3. tür 3. araç 3. tür 4. araç
2	8	523.81	1	1-3-5-1 1-6-10-2-1 1-8-7-1 1-9-4-1	3. tür 1. araç 3. tür 2. araç 3. tür 3. araç 3. tür 4. araç
3	7	523.81	1	1-3-5-1 1-6-10-2-1 1-8-7-1 1-9-4-1	3. tür 1. araç 3. tür 2. araç 3. tür 3. araç 3. tür 4. araç
4	6	468.91	2	1-4-3-6-1 1-5-10-1 1-7-8-9-2-1	1. tür 1. araç 1. tür 2. araç 4. tür 1. araç
5	5	468.91	2	1-5-10-1 1-6-3-4-1 1-7-8-9-2-1	1. tür 1. araç 4. tür 1. araç 4. tür 2. araç
6	4	468.91	2	1-2-9-8-7-1 1-5-10-1 1-6-3-4-1	4. tür 1. araç 1. tür 1. araç 4. tür 2. araç
7	3	468.91	2	1-2-9-8-7-1 1-6-3-4-1 1-10-5-1	4. tür 1. araç 4. tür 2. Araç 1. tür 1. Araç
8	2	468.91	2	1-5-10-1 1-6-3-4-1 1-7-8-9-2-1	1. tür 1. araç 4. tür 1. araç 4. tür 2. Araç
9	1	468.91	2	1-2-9-8-7-1 1-4-3-6-1 1-5-10-1	4. tür 1. araç 4. tür 2. Araç 1. tür 1. araç

Tek amaçlı modelde, ikinci amacın kısıt olarak yazılması ile elde edilen sonuçlar Tabloda 4.5’de gösterilmektedir. 2. amaç fonksiyonu kısıtlarda $z_2 \leq 1, z_2 \leq 2, z_2 \leq 3, z_2 \leq 4, z_2 \leq 5$ olacak şekilde incelenmiştir. Tablo 4.5’e göre, $z_2 \leq 1$ kısıt olarak modele eklendiğinde, çok amaçlı modelde elde edilen, $w_1 = 1, w_2 = 9$ durumundaki sonuç ile aynıdır. $z_2 \leq 2$ olduğunda ise model 2 tür aracı kullanarak toplam rotalama maliyetlerini 505.78 olarak bulmuştur. Çok amaçlı model analiz edildiğinde (Tablo 4.4), $w_1 = 6, w_2 = 4$ olduğunda, model 2 tür araçla toplam rotalama maliyetlerini 468.91 olarak bulmaktadır. $z_2 \leq 4$ olarak kısıtlarda sabitlendiğinde ise toplam maliyet 480.63 olarak bulunmuştur. Kısıtlarda $z_2 \leq 5$ olarak ele alındığında ise model toplam rota maliyetini 480.63 olarak bulmuştur ve 4 tür araç kullanmıştır. Bu sonuçlar çok amaçlı modelin gücünü ve önemini vurgulamaktadır.

Tablo 4.5. İkinci amaç fonksiyonunun kısıtlarda sabitlenmesi ile elde edilen sonuçlar

z_2	z_1	Rotalar	Araçlar
$z_2 \leq 1$	523.81	1-2-10-6-1 1-4-9-1 1-5-3-1 1-7-8-1	3. tür 1. araç 3. tür 2. araç 3. tür 3. araç 3. tür 4. araç
$z_2 \leq 2$	505.78	1-7-9-4-3-10-6-1 1-2-8-5-1	5. tür 1. Araç 3. tür 1. araç
$z_2 \leq 3$	494.54	1-6-5-1 1-7-8-9-4-3-2-1 1-10-1	2. tür 1. araç 5. tür 1. Araç 1. tür 1. araç
$z_2 \leq 4$	480.63	1-2-3-10-6-1 1-4-9-1 1-7-5-1 1-8-1	4. tür 1. araç 3. tür 1. araç 2. tür 1. araç 1. tür 1. araç
$z_2 \leq 5$	480.63	1-2-3-10-6-1 1-4-9-1 1-7-5-1 1-8-1	4. tür 1. araç 3. tür 1. araç 2. tür 1. araç 1. tür 1. araç

5. TEZ KAPSAMINDA UYGULANAN GENETİK ALGORİTMALAR

Genetik algoritma (GA), literatürde ilk olarak Holland tarafından 1975 çalışılmıştır [67]. GA, popülasyon temelli bir metasezgisel algoritmadır. Algoritma, daha iyi sonuçlar üretebilmek amacıyla çözümlere “hayatta kalma ilkesini” uygulayarak, potansiyel çözümlerin popülasyonu üzerinde çalışır [71]. Araç rotalama problemi NP-zor sınıfı bir problem olduğundan (problemin karmaşıklığı yüzünden), en iyi çözümün bulunması zordur ve zaman alıcıdır. Genetik algoritmalar, makul sürelerde makul çözümler bulabilmek için geliştirilmiştir. GA’ nın önemli noktaları:

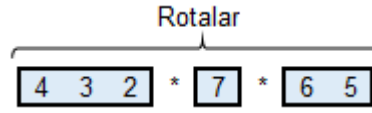
- Arama uzayı oldukça geniştir.
- Etkin arama yaparlar ve kısa sürede çözüme ulaşırlar.
- Mutasyon operatörü sayesinde yerel en iyi çözüme takılmazlar.
- Popülasyon temelli bir yöntem olduğu için tek noktadan arama yöntemlerine göre çeşitlilik özelliği fazladır.

Algoritmada ilk olarak uygun çözümlerin olduğu bir popülasyon rassal olarak üretilir. Başlangıç popülasyonundan sonra, her kromozom (birey) için uyum değeri hesaplanır. Daha sonra seçim aşamasına geçilir. Bu adımda yeni popülasyonu oluşturmak için mevcut popülasyondan çaprazlama ve mutasyon işlemi yapılacak olan bireylerin uyum değerine göre seçilmesi gerekir. Teoriye göre, iyi olan bireyler yaşamını sürdürmeli ve bu bireylerden yeni bireyler oluşturulmalıdır. Bu yüzden uyum değeri yüksek olan bireylerin seçilme olasılıkları da yüksektir. Daha sonra seçilen kromozomlardan yavru oluşturmak amacıyla çaprazlama işlemi gerçekleştirilir. Aynı zamanda rassal mutasyon işlemleri ile popülasyonun genetik malzemesinde düzenlemeler yapılarak yeni popülasyon oluşturulur. Mutasyon adımı ile daha önceden ulaşılamayan yerlere, arama yönünün götürülmesiyle çeşitlendirme işlemi sağlanır. Yani yerel en iyi çözümlere takılma ihtimali azalır. Daha önceden belirlenen durdurma kriterine (maksimum iterasyon sayısı gibi) erişene kadar algoritma devam eder.

5.1. Genetik Algoritmalarda Kullanılan Kromozom Yapısı

5.1.1. Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için kullanılan kromozom yapısı

Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı Şekil 5.1’de gösterilmektedir.

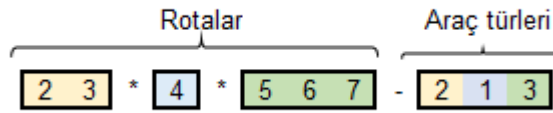


Şekil 5.1. Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı

Kullanılan kromozom yapısına göre, araç geçişleri “*” ile simgelenmiştir. Kromozom üretilirken rotalara ait kısım içerisinde “*” karakterinin yan yana gelmesi engellenmektedir. Ayrıca bu karakterin rotaya ait kısımların başına ve sonuna gelmesine de izin verilmemektedir. Kromozom üzerinde depoya ait bilgi tutulamamaktadır. Uyum değeri hesaplanırken, rotaya ait kısımların başında ve sonunda (* öncesi ve sonrası) depoya ait uzaklıklar ve ilgili parametreler kullanılmaktadır. Örnek kromozomda araç filosu homojen olduğundan (aynı kapasiteli araçlar) 1. araç 1-4-3-2-1 rotasını izlerken, 2. araç 1-7-1 rotasını, 3. araç ise 1-6-5-1 rotasını yapmaktadır.

5.1.2. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için kullanılan kromozom yapısı

Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı Şekil 5.2’de gösterilmektedir.



Şekil 5.2. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için oluşturulan kromozom yapısı

Kullanılan kromozom yapısına göre, “-” den önceki kısım araç türlerinin gittiği müşteri noktalarını, “-” den sonraki kısım ise bu müşterilere hangi araç türlerinin gittiğini belirtmektedir. İlk kısımda müşteri noktaları aynen kullanılıyorken, araç geçişleri “*” ile simgelenmiştir. İkinci kısmın uzunluğu kullanılan araç sayısına (toplam) eşittir. Kromozom üretilirken rotalara ait kısım içerisinde “*” karakterinin yan yana gelmesi engellenmektedir. Ayrıca bu karakterin rotaya ait kısımların başına ve sonuna gelmesine de izin verilmemektedir. Kromozom üzerinde depoya ait bilgi tutulamamaktadır. Uyum değeri hesaplanırken, rotaya ait kısımların başında ve sonunda (* öncesi ve sonrası) depoya ait uzaklıklar ve ilgili parametreler kullanılmaktadır. Örnek

kromozomda 2. tür araç 1-2-3-1 rotasını izlerken, 1. tür araç 1-4-1 rotasını, 3. tür araç ise 1-5-6-7-1 rotasını yapmaktadır.

5.2. Popülasyon

Genetik algoritma, bireyler (kromozomlar) kümesinin oluşturulması ile başlar. Bu kümeye popülasyon denir. Popülasyondaki her birey, çalışılan problemin bir çözümünü ifade eder. Kromozomlar, gen adı verilen parametreler kümesinden oluşur.

Kapasite kısıtlı araç rotalama probleminde her kromozom, müşterilerin numaralarının yer aldığı (1,2,3 vb.) geçerli bir rotadan oluşmaktadır. Heterojen filolu problemde ise, kapasite kısıtlı problemin kromozom yapısına ek olarak, kullanılan araç sayısı uzunluğunda araç türlerini gösteren bir kromozom parçası kullanılmaktadır.

5.3. Uyumluluk Fonksiyonu

Uyumluluk fonksiyonu, amaç fonksiyonunun aldığı değere göre popülasyon içerisindeki hangi bireylerin çaprazlanacağını ve hayatta kalacağını belirler. Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için uyumluluk fonksiyonu toplam rota maliyetidir. Heterojen filolu araç rotalama problemi için ise uyumluluk fonksiyonu toplam rota maliyeti ile depodan çıkan araç türlerinin değişken maliyetlerinin toplamından oluşmaktadır.

5.4. Seçim

Seçim yöntemlerinin temel prensibi “birey ne kadar iyi ise, ebeveyn olma şansı da o kadar yüksektir” olarak tanımlanmıştır [62]. Bu yöntemde en uygun bireyler, genlerini gelecek nesillere transfer etmek için seçilir. Literatürde farklı seçim yöntemleri bulunmaktadır: turnuva yöntemi, rulet tekeri yöntemi, sıra tabanlı seçim yöntemi vb. Bu çalışmada kullanılan genetik algorithmada, turnuva seçim yöntemi kullanılmıştır. Turnuva seçiminde, popülasyondan rasgele seçilen kişiler arasında birkaç turnuva düzenlenir. En iyi uyum değerine sahip olan her turnuvanın kazananı, çaprazlama adımı için ebeveyn olarak seçilir. Bir turnuvada kaç kişinin yarışacağı k parametresi ile belirlenir. Bu parametre kullanıcı tarafından belirlenir ve bu çalışmada $k = 2$ olarak alınmıştır.

5.5. Çaprazlama

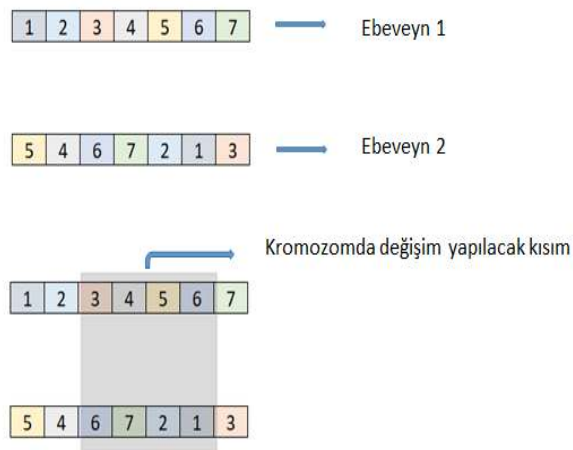
Çaprazlama operatörü biyolojik çaprazlamaya ve kromozomların hücre mayozuna benzer. Çiftleştirilecek olan her bir ebeveyn çifti için, kromozom üzerinde rastgele bir veya birden fazla çaprazlama noktası seçilir. Literatürde tek nokta çaprazlama, iki nokta

çaprazlama, doğrusal sıralı çaprazlama, sıralı çaprazlama, kısmen eşlenmiş çaprazlama gibi farklı çaprazlama yöntemleri vardır. Bu çalışma kapsamında, kısmen eşlenmiş çaprazlama (partially mapped crossover - PMX) operatörü kullanılmıştır. Bu yöntemin seçilme sebebi, sıralama tabanlı genetik algoritmalarda çok sık kullanılması ve etkin bir operatör olmasıdır.

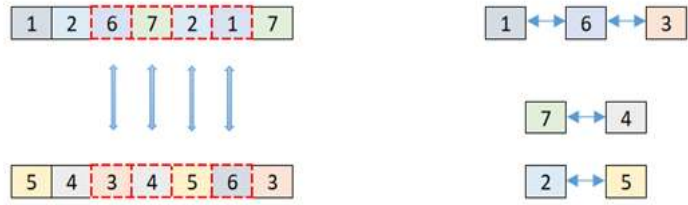
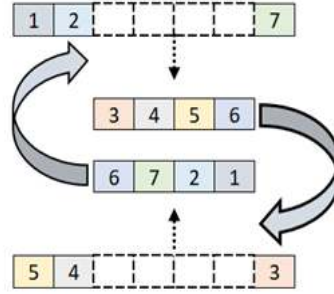
Ele alınan iki problem türünde de çaprazlama sonucunda kapasite kısıtının aşımı söz konusu olursa, çaprazlama uygun çözüm elde edilene kadar yeniden yapılmaktadır. Heterojen filolu araç rotalama probleminde kullanılan araç türlerine ait araç sayıları çaprazlama sırasında kontrol edilmektedir. Eğer çaprazlama sonucunda uygun olmayan bir değer çıkarsa (infeasible) işlemler tekrar yapılmaktadır.

5.5.1. Kısmen eşlenmiş çaprazlama (PMX)

Kısmen eşlenmiş çaprazlama operatörü Goldberg ve Lingle tarafından ilk olarak 1985 yılında gezgin satıcı problemine uygulanmıştır [72]. Bu operatör, permütasyon gösterimine sahip problemlerde uygulanabilir. Diğer yöntemlere göre daha etkindir. Burada, çaprazlama işlemi yapılacak kromozomlar üzerinde iki nokta seçilir. Bu iki nokta arasındaki genler ebeveyn kromozomlar arasında değiştirilir. Bu değişim yapılırken, bir kromozomda birbirinin aynısı olan genler olursa özel bir mekanizma ile düzeltilir. PMX işlemlerinin detayları Şekil 5.3, Şekil 5.4, Şekil 5.5, Şekil 5.6, Şekil 5.7, ve Şekil 5.8’de gösterilmiştir.



Şekil 5.3. PMX için kromozomlarda değişecek kısımların seçimi



Şekil 5.4. PMX işleminde gen değişimi



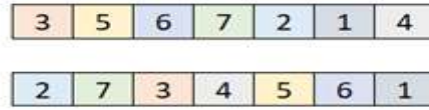
Şekil 5.5. PMX düzeltme gösterimi 1 ve 3 genleri için



Şekil 5.6. PMX düzeltme sonrası 1 ve 3 genleri



Şekil 5.7. PMX düzeltme öncesi ve sonrası 7 ve 4 genleri

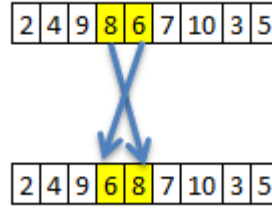


Şekil 5.8. PMX sonrası oluşan bireyler

5.6. Mutasyon

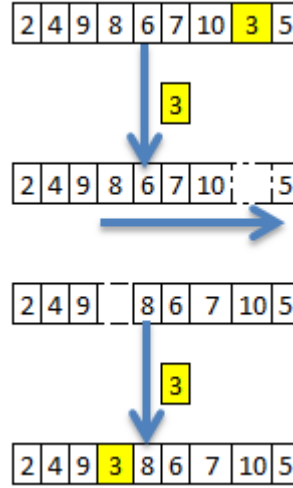
Mutasyon operatörleri, popülasyondaki seçilmiş bireylerin küçük değişikliklerini temsil eden, tek bir bireye etki eden tekli operatörlerdir. Mutasyon oranının boyutu önemlidir ve kontrol edilebilir olmalıdır. Mutasyon olasılığına çok yüksek bir değer vermek, genetik algoritmanın rassal aramaya dönüşmesine neden olabilir. Literatürde, swap (yer değiştirme), insert (ekleme) ve inversion (ters çevirme) gibi sıra tabanlı genetik algoritmalar için kullanılan farklı mutasyon yöntemleri vardır. Bu çalışmada, üç yöntem de kullanılmıştır. Algoritma rassal olarak seçtiği üç yöntemden biri ile mutasyon yapmaktadır. Bu üç yöntem detaylı olarak aşağıda anlatılmaktadır.

Swap operatöründe kromozomdaki her gene bir mutasyon şansı verilerek rasgele 2 gen seçilir, yerleri değiştirilir. Şekil 5.9’da detaylı gösterilmektedir.



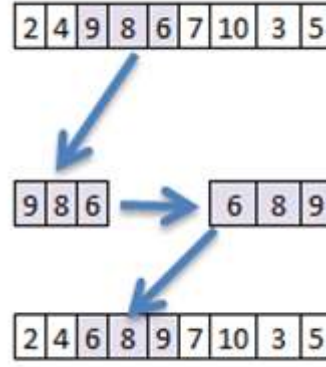
Şekil 5.9. Swap operatörü

Insert (ekleme) operatöründe yine kromozomdaki her gene bir mutasyon şansı verilir. Eğer bir gen mutasyon geçirecek ise rassal olarak bir nokta seçilir ve seçilen gen belirlenen noktaya eklenerek arada kalan genlerin kaydırılması sağlanır. Şekil 5.10'da detaylı gösterilmektedir.



Şekil 5.10. Insert operatörü

Inversion (ters çevirme) operatöründe ise belli bir gen grubu seçilir. Bu gen grubu sırasıyla sondan başa çevrilerek kromozomda aynı yere konur. Şekil 5.11'de detaylı gösterilmektedir.



Şekil 5.11. *Inversion operatörü*

Genetik algoritmanın süreç adımları aşağıda verilmiştir.

Başlangıç adımı. Öncelikle, çalışılan problem için kromozom yapısı belirlenmelidir. Seçim, çaprazlama ve mutasyon yöntemleri belirlenir. Popülasyon büyüklüğü, çaprazlama olasılığı, mutasyon olasılığı ve durdurma kriterleri belirlenir.

Adım 1. Başlangıç popülasyonu rassal olarak oluşturulur.

Adım 2. Her kromozom, müşteri noktalarının sembolik temsili olan genlerden oluşur. Uyumluluk fonksiyonu kullanılarak, ilgili kromozom için uyum değeri hesaplanır.

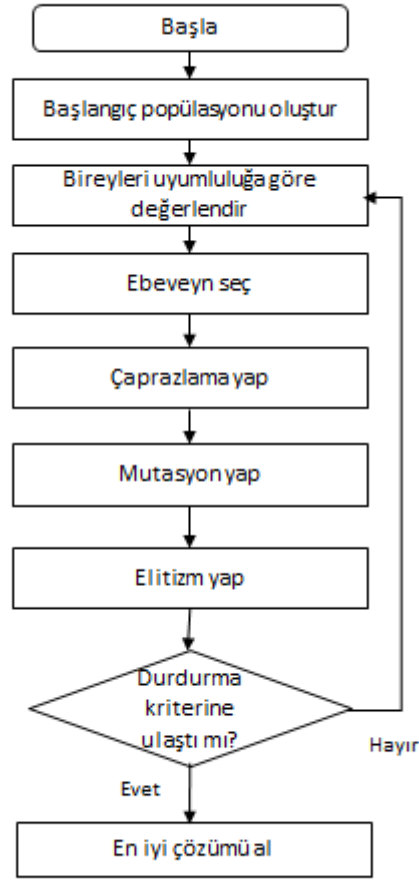
Adım 3. Kromozomlar, seçim yöntemi ile ebeveyn olarak seçilir.

Adım 4. Çaprazlama ve mutasyon operatörleri kullanılarak yeni popülasyon oluşturulur.

Bu işlemler durdurma kriterine kadar devam eder.

Adım 5. Sonlandırma kriterine ulaşıldığında, son popülasyondaki en iyi uyum değerine sahip olan kromozom, problemin çözümü olarak belirlenir.

Algoritmanın akışı Şekil 5.12’de, sözde kodu ise EK-1’de gösterilmektedir.



Şekil 5.12. Genetik algoritma akış diyagramı

6. TEZ KAPSAMINDA GELİŞTİRİLEN MELEZ SUBGRADYANT YÖNTEMİ (MSY)

Bu bölümde, kapasite kısıtlı araç rotalama problemi ve heterojen filolu araç rotalama problemi için geliştirilen melez subgradyant yönteminden bahsedilecektir. Bu yöntem, uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritması ile genetik algoritmanın meleze dayalıdır. Uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasının alt problemi, araç rotalama problemlerinde sıklıkla kullanılan ve etkin bir yöntem olan genetik algoritma ile çözülmüştür. Bu algoritma, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu (sharp augmented Lagrangian) temelli ikil problemin çözümü için subgradyant algoritmasının kullanılmasına dayanmaktadır. Sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun oluşturulma fikri, uygun çözüm alanının amaç fonksiyonu ve kısıtlar altında dönüştürülmesi ile oluşturulan dışbükey olmayan görüntü kümesinin konik yüzeylerle alttan desteklenmesi fikrine dayanmaktadır. Bu nedenle, dışbükeylik koşulları gerektirmeden, oldukça geniş sınıf problem türleri için sıfır ikil aralık koşulu garantilenmekte, ve böylece ikil problem çözülerek, asıl problemin en iyi değerinin bulunması mümkün olabilmektedir. Akıllı asıl-ikil algoritma kullanıldığında ise asıl ve ikil problemlerin en iyi çözümleri de yaklaşık olarak hesaplanabilmektedir. Tez kapsamında kullanılan uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritması tam olarak böyle bir özelliğe sahip olmaktadır.

Uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritması Kasımbeyli vd. tarafından 2009 yılında geliştirilmiştir [22]. Bu yöntem, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli ikil problemin çözümüne yönelik bir yaklaşımdır. Yöntemin önemli avantajları, sıfır ikil aralığın elde edilebilmesi için problemin dışbükey olma koşulunu gerektirmemesi ve iteratif yapıya sahip çözüm yönteminin bütünsel en iyi çözüme yakınsaklığının ispatlanmış olmasıdır. Algoritma, her iterasyonda bir alt problem oluşturarak, bu alt problemin en iyi veya iyi bir uygun çözümünün bulunarak, bu çözümün, problemin bütünsel en iyi çözüm olup olmasını test eder ve eğer en iyi çözüm bulunmuşsa durur, bulunmamışsa ikil değişkenlerin (Lagrange çarpanlarının) değerlerini güncelleyerek yeni bir alt problem oluşturur ve bu şekilde devam eder. Ayrıca yöntem, adım uzunluğunu güncellemek için alt problemin bütünsel en iyi noktasına gerek duymamaktadır.

Algoritmanın tanımlanması:

Öncelikle uygun ve uygun olmayan değerlerin tanımı ile algoritmaya başlanmaktadır [27].

Öyle bir $\tilde{x} \in X$ olsun ki: $f(\tilde{x}) = 0$, $f_0(\tilde{x}) \leq \tilde{H}$ koşullarını sağlayan uygun $\tilde{x}$ çözümü varsa $\tilde{H}$ gerçel sayısı (P) probleminin uygun değeri olarak adlandırılır. Diğer durumda, $\tilde{H}$ sayısı (P) probleminin uygun olmayan değeri olarak adlandırılır. Açıkça görülmektedir ki: $\tilde{H} \geq \bar{H}$ ise $\tilde{H}$ gerçel sayısı uygun bir değerdir. Eğer $\tilde{H} < \bar{H}$ ise ($\bar{H}$: hem asıl hem de ikil problemin en iyi çözümü) $\tilde{H}$, (P) probleminin uygun olmayan bir değeridir. Melez algoritma, problem için uygun ve bazı durumlarda uygun olmayan değerleri sırasıyla hesaplar. Bu değerler, algoritmada kullanılacak olan ve $\bar{H}$ 'ı içeren aralığın alt ve üst sınırlarını belirler. $\bar{H}$ için keyfi alt ve üst sınırlar ile başlangıç (u, c) değerleri verilerek algoritmaya başlanır. Algoritma, $\bar{H}$ a ulaşmak için, yeni ve daha sıkı sınırlar ile H değerlerini alt problemi çözerek günceller.

Algoritma:

$u \in \mathbb{R}^p, c \in \mathbb{R}_+$ olmak üzere öyle bir x bulunmalı ki: $L(x, u, c) \leq H$. Bu problem aşağıdaki gösterimle ifade edilir:

$$L(x, u, c) \leq H \quad (6.1)$$

$$x \in X \quad (6.2)$$

k.a

$$\text{En küçük } L(x, u, c) \quad (6.3)$$

Bu tez çalışması kapsamında, 5. bölümde detaylı açıklanan genetik algoritması her iterasyonda alt problemin çözümü için kullanılmıştır. (6.3) probleminin, uygun ve uygun olmayan değerler bilgisine dayalı olarak alt ve üst sınırların $[H_l, H_u]$ aralığı güncellenir. Asıl problemin bütünsel en iyi değerine yakınsamak için (6.3) probleminin her iterasyonda bütünsel en iyi çözümüne ihtiyaç duyulmamaktadır. $[H_l, H_u]$ aralığı yeterince küçüldüğünde algoritma durur. Algoritmanın detayları aşağıda açıklanmaktadır [22]:

Notasyon:

$f_0(x)$: amaç fonksiyonu

$f(x)$: kısıt fonksiyonları

k : ikil değişkenlerin güncellenme sayısı

n : ardıştırma sayısı

u_k, c_k : k . güncellemedeki ikil değişkenlerin değerleri

H_n : n . ardıştırmada üst sınır değeri

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$: kabul edilebilir hata miktarları

M : büyük pozitif bir sayı

Δ_n : pozitif adım büyüklüğü parametresi (üst sınırı güncellemek için kullanılmaktadır.)

α ve δ : adım katsayıları

q : kısıt sağlama probleminin çözülebildiği ve asıl problemin kısıtlarını sağladığı durum sayısı

p : kısıt sağlama probleminin çözülemediği durum sayısı

Algoritma:

Adım 1) $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \Delta_0 > 0, M > 0$ olacak şekilde herhangi bir sayı ata. $n = 1, p = 0, q = 0$.

Adım 2) Herhangi bir $u_1^n, c_1^n \in R^m \times R_+$ seç ve $l(1) > 0, k = 1, u_k = u_1^n, c_k = c_1^n$.

Adım 3) Verilen (u_k, c_k) için aşağıdaki alt problem (kısıt sağlama problemi) $P(H_n)$ çözölür:

$$f_0(x) + c_k \|f(x)\| - \langle u_k, f(x) \rangle \leq H_n \quad (6.4)$$

olacak şekilde $x \in X$ bul. Eğer kısıtı sağlayan bir çözüm bulunamadıysa (örnek: $l(k) > M$) Adım 6'ya git. Eğer bir x_k çözüm bulunduysa, $f(x_k) = 0$ oluyor mu kontrol et. $f(x_k) = 0$ ise (ya da $\|f(x_k)\| \leq \varepsilon_1$) ise Adım 5'e git. Değilse Adım 4'e git.

Adım 4) İkili değişkenleri güncelle:

$$u_{k+1} := u_k - \alpha s_k f(x_k) \quad (6.5)$$

$$c_{k+1} := c_k + (1 + \alpha) s_k \|f(x_k)\| \quad (6.6)$$

s_k : pozitif adım parametresi. s_k , aşağıda belirtilen iki formülden birisi ile hesaplanabilir.

$$0 < s_k = \frac{\delta \alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k))}{[\alpha^2 + (1 + \alpha)^2] \|f(x_k)\|^2} \quad (6.7)$$

ya da

$$0 < s_k = \frac{\delta [\alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k)) + (\bar{c} - c_k) \|f(x_k)\|]}{[\alpha^2 + (1 + \alpha)^2] \|f(x_k)\|^2} \quad (6.8)$$

$\alpha > 0$, $0 < \delta < 2$, ayrıca s_k 'nin ikil değişkenler (u_k, c_k) için aşağıdaki koşulu sağlamalıdır:

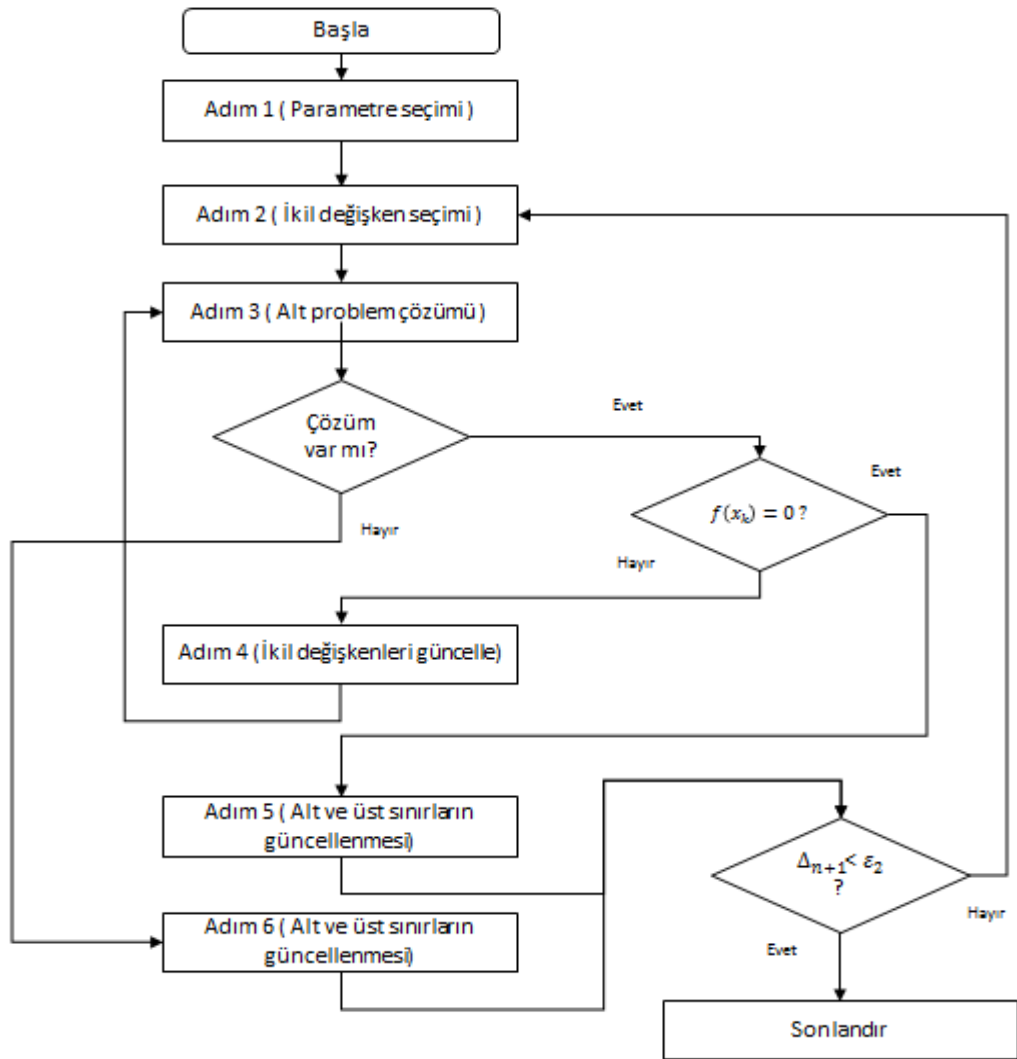
$$s_k \|f(x_k)\| + c_k - \|u_k\| > l(k) \quad (6.9)$$

$k = k + 1$ olarak ata. $l(k)$ fonksiyonunu güncelle. $k \rightarrow +\infty$ gittiğinde, $l(k) \rightarrow +\infty$ gidecek şekilde tanımlanmıştır. Adım 3'e git.

Adım 5) $f(x_k) = 0$ olacak şekilde, x_k (6.4)'ün çözümü iken, $L(x_k, u_k, c_k) = f_0(x_k)$ 'dir. $q = q + 1$ olarak ata. p parametresini kontrol et. Eğer $p = 0$ ise $\Delta_{n+1} = \Delta_n$. Eğer $p \neq 0$ ise $\Delta_{n+1} = \frac{1}{2}\Delta_n$. Δ_{n+1} 'i kontrol et. Eğer $\Delta_{n+1} < \varepsilon_2$ ise dur. $f_0(x_k)$ problemin yaklaşık en iyi değeridir. x_k asıl problemin yaklaşık çözümüdür. (u_k, c_k) ikil problemin yaklaşık çözümüdür. $\Delta_{n+1} > \varepsilon_2$ ise, $H_{n+1} = \text{enk}\{f_0(x_k), H_n - \Delta_{n+1}\}$, $n = n + 1$ olarak ata ve 2. Adım'a git.

Adım 6) $p = p + 1$ ata. Eğer $q = 0$ ise $\Delta_{n+1} = \Delta_n$. Değilse, $\Delta_{n+1} = \frac{1}{2}\Delta_n$. Δ_{n+1} 'i kontrol et. Eğer $\Delta_{n+1} < \varepsilon_2$ ise dur. Bu durumda hesaplanan son uygun çözüm x_k , asıl problemin yaklaşık çözümüdür. (u_k, c_k) ikil problemin yaklaşık çözümüdür. $f_0(x_k)$ problemin yaklaşık en iyi değeridir. $\Delta_{n+1} > \varepsilon_2$ ise $H_{n+1} = H_n + \Delta_{n+1}$, $n = n + 1$ olarak ata ve 2. Adım'a git.

Algoritmanın 3. ve 4. adımı (asıl ve ikil değişkenlerin güncellendiği adımlar) iç döngü olarak ifade edilebilir. Algoritmanın 2. 5. ve 6. adımları ise dış döngüyü ifade eder (alt ve üst sınırların güncellenmesi). 3. adımda yer alan alt problem, genetik algoritmayı kullanarak, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun en küçüklenmesini sağlayan çözüm bulur. Bu algoritmanın yakınsaklığı uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasının genel teorisinden gelmektedir. Algoritmanın genel akışı Şekil 6.1'de verilmektedir.



Şekil 6.1. Melez subgradyant yönteminin akış diyagramı

Melez subgradyant yöntemi uygulanırken, hem kapasite kısıtlı araç rotalama probleminde hem de heterojen sabit filolu araç rotalama probleminde araç kapasitesi kısıtı sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu ile ele alınmıştır. Kalan kısıtlar genetik algoritma ile çözülmüştür. Melez subgradyant yönteminin sözde kodu EK-2’de ve EK-3’te gösterilmektedir.

6.1. Gevşetilmiş Kısıtlı Melez Subgradyant Yöntemi (GMSY)

Bu bölümde, kısıtların ardışık bir şekilde gevşetilmesine dayanan bir melez yöntem verilmiştir. Bu algoritmanın fikri Clarke vd. tarafından 1997 yılında yapılan çalışmaya dayanmaktadır [28]. Bu çalışmada, uçak rotalama problemleri için klasik Lagrange fonksiyonu temelli subgradyant algoritmasını uygulamışlardır. Çalışmalarında, uçak rotalama problemini çözmek için Lagrange tabanlı bir çözüm

yaklaşımı geliştirmişlerdir. Öncelikle eşitsizlik kısıtlarını göz önüne almadan problemi çözmüşlerdir ve çıkan çözümde tüm kısıtlar sağlandıysa en iyi çözüme ulaşmışlardır. Eğer herhangi bir kısıtın sağlanmadığı belirlenirse, sağlanmayan kısıtlar Lagrange fonksiyonuna eklenerek klasik subgradyant algoritması ile tekrar çözülür. Algoritma tüm kısıtlar sağlanana kadar devam etmektedir.

Bu algoritma heterojen sabit filolu araç rotalama problemine uygulanırken aşağıdaki adımlar dikkate alınmaktadır:

- Öncelikle heterojen sabit filolu araç rotalama probleminin kapasite kısıtı göz önüne alınmadan çözülür.
- Eğer her tür için ihlal edilen kapasite kısıtı yoksa durulur, çözüm bulunmuştur. Kapasite kısıtını ihlal eden bir kısıt varsa o kısıt, uygun çözüm temelli subgradyant algoritmasındaki sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonuna atılır ve yeniden çözülür.
- Çözüm sonucunda tekrar bir kısıt ihlali (kullanılan tür için kapasite aşımı olduysa) varsa o da sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonuna atılır, problem yeniden çözülür.
- Bu, tüm araç türleri için kapasite kısıtları sağlanana kadar devam eder. Tüm kısıtlar sağlanınca problemin çözümüne ulaşılmıştır.

7. HİBRİT SUBGRADYANT ALGORİTMASI İLE ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Bu tez kapsamında ele alınan ve araç rotalama problemlerinin çözümü için geliştirilen tüm yöntemler farklı test problemleri üzerinde analiz edilmiştir. Önerilen yaklaşımlar, Visual Basic programlama dili kullanılarak kodlanmıştır. Tüm test problemleri 30 kere çalıştırılmış ve elde edilen en iyi değerler tablolarda belirtilmiştir.

Bu tez kapsamında geliştirilen melez subgradyant yönteminin alt problemini çözmek için ve problemi baştan sona sadece genetik algoritma ile çözmek için kullanılan parametreler Tablo 7.1’de gösterilmektedir. Müşteri sayıları baz alınarak değerlendirilen problemler küçük (0-50), orta (50-100) ve büyük boyutlu(100+) problemler olarak adlandırılmıştır.

Tablo 7.1. Algoritmalarda kullanılan parametreler

	Genetik Algoritma			Melez Subgradyant Yöntemi		
Müşteri sayısı	0-50	50-100	100+	0-50	50-100	100+
Popülasyon büyüklüğü	50	100	150	50	100	150
İterasyon sayısı	1500	1500	1500	300	300	300
Çaprazlama oranı	70%	70%	70%	70%	70%	70%
Mutasyon oranı	0,5%	0,5%	0,5%	0,5%	0,5%	0,5%

7.1. Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar

Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için literatürde sıklıkla kullanılan test problemleri seçilmiştir. Bu kapsamda analiz edilen test problemleri, Augerat vd. [73], Christofides ve Eilon [74], Christofides vd. [75] tarafından oluşturulmuştur. Bu test problemleri öncelikle genetik algoritma ile çalıştırılmış, daha sonra melez subgradyant yöntemi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar kendi aralarında ve literatürdeki sonuçlarla kıyaslanmıştır.

Tablo 7.2, Tablo 7.3, Tablo 7.4 ve Tablo 7.5’de yer alan ilk sütun test probleminin adını, ikinci sütun literatürdeki bilinen en iyi sonucunu, üçüncü sütun genetik algoritma ile çıkan en iyi sonucu, dördüncü sütun genetik algoritmanın bilinen en iyi çözüme ne kadar yaklaştığını, beşinci sütun melez subgradyant yöntemi ile elde edilen en iyi

sonucu, altıncı sütun melez subgradyant yönteminin bilinen en iyi çözüme ne kadar yaklaştığını ve son sütun ise melez subgradyant yönteminin genetik algoritmaya ne kadar yaklaştığını göstermektedir. Tablolarda kalın biçimde verilen değerler, diğer yöntemlere göre daha etkin olan sonuçları belirtmektedir.

Tablo 7.2’de Augerat vd. tarafından oluşturulan [73] ve A seti olarak adlandırılan test problemlerinin genetik algoritma ve melez subgradyant yöntemi ile elde edilen çözümleri ayrı ayrı verilmiştir. İlk 5 test probleminde genetik algoritma ile bulunan sonuçlar ile melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonuçlar aynıdır ve bilinen en iyi çözümlere ulaşılmıştır. Diğer test problemlerinde ise melez subgradyant yöntemi ile genetik algoritmadan genellikle daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Örneğin, A-n37-k6 test probleminde melez yöntem bilinen en iyi çözümü yakalamıştır fakat genetik algoritma bilinen en iyi çözümden % 0,95 uzaktadır. A-n61-k9 test problemi için genetik algoritma sonucu 1053 bulurken, melez subgradyant yöntemi 1042 bulmaktadır. Genetik algoritmaya göre çözüm %1,04 iyileşmiştir. A-n80-k10 test problemi için ise bilinen en iyi değer 1763 iken, genetik algoritma 1815; melez subgradyant yöntemi ise 1803 bulmaktadır. Melez yöntemin bulduğu çözüm genetik algoritmaya göre %0,66 iyileşmiştir ve bilinen en iyi çözüme %2,27 yaklaşmıştır.

Tablo 7.2. Augerat vd. 1995, A seti için algoritmaların kıyaslanması

Test prob.	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	%(GA- BEİ)/BEİ	Melez Subgradyant Yöntemi (MSY)	%(MSY- BEİ)/BEİ	%(MSY- GA)/GA
A-n32-k5	784	784	0,00%	784	0,00%	0,00%
A-n33-k5	661	661	0,00%	661	0,00%	0,00%
A-n33-k6	742	742	0,00%	742	0,00%	0,00%
A-n34-k5	778	778	0,00%	778	0,00%	0,00%
A-n36-k5	799	799	0,00%	799	0,00%	0,00%
A-n37-k5	669	675	0,90%	669	0,00%	-0,89%
A-n37-k6	949	958	0,95%	949	0,00%	-0,94%
A-n38-k5	730	739	1,23%	730	0,00%	-1,22%
A-n39-k5	822	831	1,09%	822	0,00%	-1,08%
A-n39-k6	831	843	1,44%	831	0,00%	-1,42%
A-n44-k6	937	950	1,39%	941	0,43%	-0,95%
A-n45-k6	944	958	1,48%	944	0,00%	-1,46%
A-n45-k7	1146	1160	1,22%	1155	0,79%	-0,43%
A-n46-k7	914	922	0,88%	914	0,00%	-0,87%
A-n48-k7	1073	1089	1,49%	1073	0,00%	-1,47%
A-n53-k7	1010	1031	2,08%	1016	0,59%	-1,45%
A-n54-k7	1167	1192	2,14%	1178	0,94%	-1,17%
A-n55-k9	1073	1095	2,05%	1082	0,84%	-1,19%
A-n60-k9	1354	1380	1,92%	1365	0,81%	-1,09%
A-n61-k9	1034	1053	1,84%	1042	0,77%	-1,04%
A-n62-k8	1288	1302	1,09%	1310	1,71%	0,61%
A-n63-k9	1616	1642	1,61%	1630	0,87%	-0,73%
A-n63-k10	1314	1343	2,21%	1330	1,22%	-0,97%
A-n64-k9	1401	1428	1,93%	1419	1,28%	-0,63%
A-n65-k9	1174	1194	1,70%	1199	2,13%	0,42%
A-n69-k9	1159	1184	2,16%	1172	1,12%	-1,01%
A-n80-k10	1763	1815	2,95%	1803	2,27%	-0,66%

Tablo 7.3’de Augerat vd. tarafından oluşturulan [73] ve B seti olarak adlandırılan test problemlerinin genetik algoritma ve melez subgradyant yöntemi ile elde edilen çözümleri görülmektedir. İlk 3 test probleminde genetik algoritma ile bulunan sonuçlar ile melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonuçlar aynıdır ve bilinen en iyi çözümlere ulaşılmıştır. B-n35-k5 test problemi için genetik algoritma ve melez subgradyant algoritması 955 bularak en iyi çözümü elde edebilmiştir. B-n38-k6 test probleminde genetik algoritma bilinen en yi çözüme % 0,99 yaklaşabilmişken melez subgradyant yöntemi bilinen en iyi çözüme ulaşmıştır. B-n50-k7 test probleminde genetik algoritma bilinen en iyi çözüme %1,35 yaklaşabilmişken, melez subgradyant yöntemi %0,40 yaklaşmıştır. B-n78-k10 test probleminde genetik algoritma 1258 bularak bilinen en iyi çözüme %3,03 yaklaşmıştır. Melez subgradyant yöntemin bilinen en iyi çözümden farkı ise %2,29 dur. Genetik algoritmaya göre çözüm %0,72 iyileşmiştir. Diğer problemlerde de melez subgradyant yönteminin üstünlüğü açıkça görülmektedir.

Tablo 7.3. Augerat vd. 1995, B seti için algoritmaların kıyaslanması

Test prob.	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	%(GA-BEİ) /BEİ	Melez Subgradyant Yöntemi (MSY)	%(MSY-BEİ) /BEİ	%(MSY-GA) /GA
B-n31-k5	672	672	0,00%	672	0,00%	0,00%
B-n34-k5	788	788	0,00%	788	0,00%	0,00%
B-n35-k5	955	955	0,00%	955	0,00%	0,00%
B-n38-k6	805	813	0,99%	805	0,00%	-0,98%
B-n39-k5	549	553	0,73%	549	0,00%	-0,72%
B-n41-k6	829	840	1,33%	829	0,00%	-1,31%
B-n43-k6	742	742	0,00%	750	1,08%	1,08%
B-n44-k7	909	921	1,32%	909	0,00%	-1,30%
B-n45-k5	751	762	1,46%	758	0,93%	-0,52%
B-n45-k6	678	690	1,77%	682	0,59%	-1,16%
B-n50-k7	741	751	1,35%	744	0,40%	-0,93%
B-n50-k8	1312	1312	0,00%	1332	1,52%	1,52%
B-n51-k7	1032	1045	1,26%	1032	0,00%	-1,24%
B-n52-k7	747	755	1,07%	747	0,00%	-1,06%
B-n56-k7	707	722	2,12%	715	1,13%	-0,97%
B-n57-k7	1153	1178	2,17%	1169	1,39%	-0,76%
B-n57-k9	1598	1630	2,00%	1622	1,50%	-0,49%
B-n63-k10	1496	1534	2,54%	1522	1,74%	-0,78%
B-n64-k9	861	873	1,39%	882	2,44%	1,03%
B-n66-k9	1316	1351	2,66%	1344	2,13%	-0,52%
B-n67-k10	1032	1059	2,62%	1051	1,84%	-0,76%
B-n68-k9	1272	1298	2,04%	1289	1,34%	-0,69%
B-n78-k10	1221	1258	3,03%	1249	2,29%	-0,72%

Aşağıdaki Tablo 7.4’de yer alan test problemleri, Christofides ve Eilon tarafından 1969 yılında oluşturulan test problemleridir [74]. Çalışılan ilk 6 test probleminde hem genetik algoritma ile hem de melez subgradyant yöntemi ile bilinen en iyi çözüme ulaşılmıştır. E-n51-k5 test probleminde hem genetik algoritma hem de melez subgradyant yöntemi

bilinen en iyi çözüme % 0,77 yaklaşmıştır. E-n76-k7 test probleminde genetik algoritma bilinen en iyi çözüme %1,47 yaklaşmışken, melez subgradyant yöntemi %0,88 yaklaşmıştır. E-n101-k8 test problemi için bilinen en iyi çözüm 815 iken, genetik algoritma 837, melez subgradyant yöntemi ise 826 bulmuştur. Genetik algoritmanın bulunduğu çözüme göre % 1,31 daha iyileşmiştir.

Tablo 7.4. *Christofides ve Eilon 1969, E seti için algoritmaların kıyaslanması*

Test prob.	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	%(GA-BEİ)/BEİ	Melez Subgradyant Yöntemi (MSY)	%(MSY-BEİ)/BEİ	%(MSY-GA)/GA
E-n13-k4	247	247	0,00%	247	0,00%	0,00%
E-n22-k4	375	375	0,00%	375	0,00%	0,00%
E-n23-k3	569	569	0,00%	569	0,00%	0,00%
E-n30-k3	534	534	0,00%	534	0,00%	0,00%
E-n31-k7	379	379	0,00%	379	0,00%	0,00%
E-n33-k4	835	835	0,00%	835	0,00%	0,00%
E-n51-k5	521	525	0,77%	525	0,77%	0,00%
E-n76-k7	682	692	1,47%	688	0,88%	-0,58%
E-n101-k8	815	837	2,70%	826	1,35%	-1,31%

Aşağıdaki Tablo 7.5’de yer alan test problemleri, Christofides vd. tarafından oluşturulan test problemleridir [75]. CMT2_75, CMT5_199 ve CMT6_50 test problemleri için genetik algoritma ile melez subgradyant yöntemi aynı sonuçları vermiştir. CMT1_50 için melez yöntem bilinen en iyi çözüme ulaşırken, genetik algoritma bilinen en iyi çözüme % 1,33 yaklaşabilmiştir. CMT6_50 test problemi için hem genetik algoritma hem de melez yöntem bilinen en iyi çözüme ulaşabilmiştir. CMT8_100 problemi için bilinen en iyi çözüm 866 iken, melez subgradyant yöntemi ile 898, genetik algoritma ile ise 900 bulunmuştur. Genetik algoritmaya göre çözüm %0,22 iyileşmiştir.

Tablo 7.5. *Christofides vd. 1979, CMT seti için algoritmaların kıyaslanması*

Test prob.	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	%(GA-BEİ)/BEİ	Melez Subgradyant Yöntemi (MSY)	%(MSY-BEİ)/BEİ	%(MSY-GA)/GA
CMT1_50	525	532	1,33%	525	0,00%	-1,32%
CMT2_75	835	859	2,87%	859	2,87%	0,00%
CMT3_100	826	849	2,78%	835	1,09%	-1,65%
CMT4_150	1028	1067	3,79%	1058	2,92%	-0,84%
CMT5_199	1291	1342	3,95%	1342	3,95%	0,00%
CMT6_50	555	555	0,00%	555	0,00%	0,00%
CMT7_75	910	935	2,75%	928	1,98%	-0,75%
CMT8_100	866	900	3,93%	898	3,70%	-0,22%
CMT9_150	1163	1219	4,82%	1201	3,27%	-1,48%
CMT10_199	1396	1451	3,94%	1440	3,15%	-0,76%

Aşağıdaki Tablo 7.6’da literatürde elde edilen değerler ile bir kıyaslama yapılmıştır. Literatürdeki çözümler Guimarans vd. tarafından 2011 yılında elde edilen çözümlerdir [76]. Geliştirdikleri melez yöntemde kısıt programlama ve klasik Lagrange gevşetme yöntemlerini birleştirmişlerdir. Klasik Lagrange fonksiyonunu kullanarak değişken komşuluk arama algoritmasını uygulamışlardır. Tablo 7.6’nın ilk sütunu test probleminin adını, ikinci sütun bilinen en iyi değeri, üçüncü sütun Guimarans vd. [76] tarafından bulunan çözümleri, dördüncü sütun buldukları çözümün süresini, beşinci sütun melez subgradyant yöntemi ile elde edilen çözümleri, altıncı sütun bu çözümlerin sürelerini ve son sütun ise iki yöntem arasında çıkan farkı göstermektedir. Çalışılan 22 test probleminin 15 tanesinde melez subgradyant yöntemi klasik subgradyant yöntemle elde edilen çözümlere göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun etkinliği çıkan sonuçlar ile vurgulamaktadır. Örneğin; E-n51-k5 test probleminin bilinen en iyi çözümü 521 iken, Guimarans vd. 527 bulmuştur. Melez subgradyant yönteminin sonucu ise 525’tir. P-n76-k5 test problemi için Guimarans vd. 633 sonucu elde etmişlerdir, bizim geliştirdiğimiz yöntem ile çözüm 627 bulunarak bilinen en iyi sonuca ulaşılmıştır.

Tablo 7.6. Melez subgradyant yönteminin literatürdeki yöntem ile kıyaslanması

Problem	Bil. En iyi	Literatürdeki Yöntem	zaman (s)	Melez Subgradyant Yöntemi (MSY)	zaman (s)	%fark MSY-literatür
A-n32-k5	784	787	0,6	784	16,02	-0,38%
A-n33-k5	661	662	0,8	661	17,21	-0,15%
A-n33-k6	742	742	0,5	742	26,47	0,00%
A-n37-k6	949	950	1,6	949	34,91	-0,11%
A-n38-k5	730	733	2,6	730	23,99	-0,41%
A-n45-k6	944	944	1,6	944	56,83	0,00%
A-n46-k7	914	918	2,1	914	89,68	-0,44%
A-n63-k9	1616	1622	8,1	1630	953,67	0,49%
B-n31-k5	672	676	0,7	672	14,88	-0,59%
B-n39-k5	549	553	1,6	549	25,52	-0,72%
B-n45-k5	751	753	1	758	36,07	0,66%
B-n50-k7	741	744	1,7	744	112,05	0,00%
E-n33-k4	835	837	0,8	835	10,31	-0,24%
E-n51-k5	521	527	17,2	525	149,20	-0,38%
E-n76-k10	830	843	28	840	2.698,60	-0,36%
E-n101-k8	815	841	195	826	2.491,14	-1,78%
M-n101-k10	820	821	51	821	3.488,34	0,00%
M-n121-k7	1034	1045	137	1062	4.271,35	1,63%
P-n20-k2	216	217	0,2	216	2,79	-0,46%
P-n22-k2	216	217	0,3	216	3,96	-0,46%
P-n51-k10	741	742	5,2	741	227,53	-0,13%
P-n76-k5	627	633	92,8	627	2.140,24	-0,95%

7.2. Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi İle Elde Edilen Sonuçlar

Bu tez kapsamında, heterojen filolu problem için Taillard [2] tarafından oluşturulan test problemleri kullanılmıştır. Öncelikle amaç fonksiyonunda sabit maliyetler (km. başına maliyetler) ele alınarak, sadece genetik algoritma ile, melez

subgradyant yöntemi ile ve gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile çözülmüştür. Tüm test problemleri 30 kere çalıştırılmış ve elde edilen en iyi değerler verilmiştir. Tablo 7.7’de sadece sabit maliyetler ele alınmış, Tablo 7.8’de ise hem sabit maliyetler hem de değişken maliyetler ele alınmıştır. Tablo 7.7 ve 7.8’de yer alan ilk sütun test problemini, ikinci sütun müşteri sayısını, üçüncü sütun literatürde bilinen en iyi sonucu, dördüncü sütun genetik algoritma ile elde edilen sonucu, beşinci sütun genetik algoritmanın bilinen en iyi çözüme ne kadar uzaklıkta olduğunu, altıncı sütun melez subgradyant yöntemi (MSY) ile elde edilen sonucu, yedinci sütun melez subgradyant yöntemi ile elde edilen çözümlerin iterasyon sayısını, sekizinci sütun melez subgradyant yönteminin bilinen en iyi çözüme ne kadar uzaklıkta olduğunu, dokuzuncu sütun melez subgradyant yönteminin sadece genetik algoritma ile elde edilen çözüme ne kadar uzaklıkta olduğunu, onuncu sütun gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi (GMSY) ile elde edilen sonucu, on birinci sütun gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonucun melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonuca ne kadar uzaklıkta olduğunu, son sütun ise gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile elde edilen çözümlerin iterasyon sayısını göstermektedir.

Tablo 7.7’de problem 14 için, müşteri sayısı 50 iken, genetik algoritma toplam maliyeti 622,12; melez subgradyant yöntemi 618,78 ve gevşetilmiş melez subgradyant yöntemi ise 613,48 olarak bulmuştur. MSY ile bulunan çözümün iterasyon sayısı 1213 iken, GMSY ile bulunan çözümün iterasyon sayısı 1171 dir. GMSY daha az iterasyon sayısı ile 613,48 bulmuştur. Genetik algoritma, bilinen en iyi çözüme %2,40 yaklaşmışken; melez subgradyant yöntemi bilinen en iyi çözüme %1,85 yaklaşmıştır. Gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ise melez subgradyant yöntemine göre sonucu %0,86 iyileştirmiştir. Problem 18’de 75 adet müşteri bulunmaktadır. Melez subgradyant yöntemi toplam maliyeti 1848,22 olarak hesaplamıştır. GMSY ile sonuç 1841,55’tir. GMSY, bu problem için daha başarılıdır. 20. problemde ise melez subgradyant yöntemi genetik aloritmadan daha iyi sonuç bulmuştur. GMSY ile MSY çözümleri arasında fark bulunmamaktadır. MSY ile bulunan çözümün iterasyon sayısı 936 iken, gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile bulunan çözümün iterasyon sayısı 732 dir.

Tablo 7.7. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için sadece sabit maliyetler ele alınarak uygulanan algoritmaların sonuçları

Test Pr.	Müş. sayısı	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	% Fark GA-BEİ	MSY	MSY ite. s.	% Fark MSY-BEİ	% Fark MSY-GA	G MSY	% Fark GMSY-MSY	G MSY ite. s.
13	50	1517,84	1535,80	1,18%	1531,54	703	0,90%	-0,28%	1531,54	0,00%	512
14	50	607,53	622,12	2,40%	618,78	1213	1,85%	-0,54%	613,48	-0,86%	1171
15	50	1015,29	1031,16	1,56%	1023,44	966	0,80%	-0,75%	1023,44	0,00%	1003
16	50	1144,94	1169,03	2,10%	1156,66	591	1,02%	-1,06%	1150,23	-0,56%	576
17	75	1061,96	1088,23	2,47%	1082,15	820	1,90%	-0,56%	1082,15	0,00%	664
18	75	1823,58	1859,46	1,97%	1848,22	809	1,35%	-0,60%	1841,55	-0,36%	869
19	100	1117,51	1141,13	2,11%	1132,19	925	1,31%	-0,78%	1132,19	0,00%	877
20	100	1534,17	1571,17	2,41%	1561,43	936	1,78%	-0,62%	1561,43	0,00%	732

Taillard test problemleri [2], ek olarak, amaç fonksiyonunda hem sabit maliyetler hem de değişken maliyetler ele alınarak sadece genetik algoritma ile, melez subgradyant yöntemi ile ve gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile çözülmüştür. Tüm test problemleri 30 kere çalıştırılmış ve elde edilen en iyi değerler Tablo 7.8’de verilmektedir. Problem 13’de 50 adet müşteri bulunmaktadır. Problemin bilinen en iyi çözümü 3185,09 iken, genetik algoritma ve melez subgradyant yöntemi ile 3196,23 sonucu elde edilmiştir. Gevşetilmiş melez subgradyant yöntemi ile 3185,09 sonucu 514 iterasyonda elde edilmiştir. Bu problem için GMSY ile en iyi çözüme ulaşılabilmektedir. Problem 17 için bilinen en iyi çözüm 2076,96 iken, genetik algoritma ile 2098,55 bulunmuştur. Melez subgradyant yöntemi ile 2091,27; gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile 2086,16 bulunmuştur. Böylece gevşetilmiş kısıtlı melez subgradyant yöntemi ile çözüm, melez subgradyant yöntemine göre %0,24 iyileşmiştir.

Tablo 7.8. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için sabit maliyetler ve değişken maliyetler ele alınarak uygulanan algoritmaların sonuçları

Test Pr.	Müş. sayısı	Bilinen en iyi (BEİ)	GA	% Fark GA-BEİ	MSY	MS Y ite. s.	% Fark MSY-BEİ	% Fark MSY-GA	G MSY	% Fark GMSY-MSY	G MS Y ite. s.
13	50	3185,09	3196,23	0,35%	3196,23	824	0,35%	0,00%	3185,09	-0,35%	514
14	50	10107,53	10128,44	0,21%	10109,20	669	0,02%	-0,19%	10107,5	-0,02%	533
15	50	3065,29	3080,25	0,49%	3073,19	881	0,26%	-0,23%	3065,29	-0,26%	925
16	50	3265,41	3351,70	2,64%	3265,41	798	0,00%	-2,57%	3265,41	0,00%	622
17	75	2076,96	2098,55	1,04%	2091,27	1015	0,69%	-0,35%	2086,16	-0,24%	879
18	75	3743,58	3796,16	1,40%	3789,68	772	1,23%	-0,17%	3761,69	-0,74%	901
19	100	10420,34	10686,95	2,56%	10659,4	905	2,29%	-0,26%	10659,4	0,00%	889
20	100	4761,26	4905,63	3,03%	4864,93	1136	2,18%	-0,83%	4864,93	0,00%	954

7.3. Çok Amaçlı Heterojen Sabit Filolu Araç Rotalama Problemi için Melez Subgradyant Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar

Heterojen sabit filolu araç rotalama probleminin çok amaçlı modelinin amaçlarının skalarize edilmesi ile problem, melez subgradyant yöntemi ile analiz edilmiştir. Taillard [2] test problemlerinden, 50 müşterili 4 adet test problemi seçilmiştir. Araç tür maliyeti bilgisi bu verilerde bulunmadığından, tür maliyetleri test problemlerindeki kapasitelere göre tarafımızca verilerek analiz yapılmıştır. Tür en küçüklenmesi amacı için test problemlerinde yer alan her tür araç için araç sayısı 10 adet belirlenmiştir. Tür maliyetleri ve araç sayıları tarafımızca verildiğinden bu veriler “TK verisi” olarak adlandırılmaktadır. Problemlere ile ilgili araç verileri Tablo 7.9’da gösterilmektedir.

Tablo 7.9. Heterojen sabit filolu araç rotalama problemi için araç verileri

Problem	Araç türleri	Taillard verisi (araç sayıları)	TK verisi (araç sayıları)	Araç türü maliyetleri
13	1	4	10	10
	2	2	10	15
	3	4	10	20
	4	4	10	35
	5	2	10	60
	6	1	10	100
14	1	4	10	100
	2	2	10	150
	3	1	10	290
15	1	4	10	10
	2	3	10	25
	3	2	10	45
16	1	2	10	10
	2	4	10	20
	3	3	10	40

Birinci amaç fonksiyonunda hem sabit maliyetler hem de değişken maliyetler ele alınmış, ikinci amaç fonksiyonunda ise tür en küçüklenmesi ele alınarak, bu amaçların skalarizasyonu ile elde edilen sonuçlar Tablo 7.10’da verilmektedir. Tablonun ilk sütunu test problemini, ikinci sütunu Taillard verisi ile elde edilen melez subgradyant yönteminin sonucunu, üçüncü sütunu Taillard verisi ile kullanılan tür ve araç sayısını, dördüncü sütun TK verisi ile elde edilen melez subgradyant yönteminin sonucunu, beşinci sütun ise TK verisi ile kullanılan tür ve araç sayısını göstermektedir.

Bu sonuçlara göre 13. problemde melez subgradyant yöntemi Taillard verisi ile toplam maliyeti (rotalama için sabit maliyetler, değişken maliyetler ve kullanılan araç türü maliyetleri) 3750,11 bulurken, tüm türleri kullanmıştır. TK verisi ile elde edilen çözümlerde ise melez subgradyant yöntemi toplam maliyeti 3900,56 bulmuştur ve tek tür araç kullanılmıştır (1. türün 6 aracı). 16. problemde ise Taillard verisi ile çözüm 3866,25 bulunurken, TK verisi ile toplam maliyet 3712,17 bulunmuştur. Tür en küçüklenmesinin yapılması ile bu problem için toplam maliyette de azalma

görülmektedir. Problem sadece 3. türü kullanarak rotalama yapmıştır. Burada karar verici önemlidir. Araç türünün en küçüklenmesi bazı durumlarda toplam maliyetleri arttırabilmektedir. Fakat türlerin sahip olduğu ekstra depo maliyetleri, araç bakım maliyetleri, kiralama ve amortisman maliyetleri eklendiğinde, fazla tür araç kullanıldığında gerçek hayat uygulamalarında toplam maliyetler önemli derecede artış göstermektedir. Örneğin 13. problemi analiz ettiğimizde Taillard verisinde tüm türler kullanılmıştır. Toplamda 6 tür araç olduğundan, araç türlerinin bakım maliyetleri 1. tür 100 TL, 2. tür 200 TL, 3. tür 250 TL, 4. tür 350 TL, 5. tür 500 TL ve 6. tür 600 TL olarak belirlenmiş olsun. Toplam bakım maliyeti 2000 TL olur. Rotalama maliyetleri 3750,11 olduğundan, tüm türlerin bakım maliyetleri de eklendiğinde toplam maliyet $3750,11+2000=5750,11$ TL olacaktır. Fakat TK verisi ile elde edilen çözümde toplam maliyet 3900,56 iken sadece tek tür araç kullanılmıştır. 1. türün bakım maliyeti 100 TL olduğundan toplam maliyet 4000,56 olacaktır. Daha az türde araç kullanmak, tür maliyetleri göz önüne alındığında daha avantajlı olabilmektedir.

Tablo 7.10. Çok amaçlı model için uygulanan melez subgradyant yöntemi ile elde edilen sonuçlar

Test problemi	Taillard- MSY	Taillard verisi tür-araç	TK verisi MSY	TK verisi tür-araç
13	3750,11	6 tür 17 araç	3900,56	Tek tür, 1. tür 6 araç
14	10720,8	3 tür 7 araç	11300,23	Tek tür, 3. tür 4 araç
15	3220,89	3 tür 9 araç	3415,88	Tek tür, 2. tür 9 araç
16	3866,25	3 tür 9 araç	3712,17	Tek tür, 3. tür 6 araç

8. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araç rotalama problemleri literatürde sıklıkla çalışılan ve NP-zor yapıda olan kombinatorial en iyileme problemleridir. Bu problem, ortaya çıkışından bugüne kadar farklı yazarlar tarafından çalışılmıştır ve araç rotalama probleminin türlerine yönelik farklı matematiksel modeller ve çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında kapasite kısıtlı araç rotalama problemi ve heterojen filolu araç rotalama problemi ele alınarak, problemlerin çözümlerine yönelik genişletilmiş subgradyant algoritması temelli yeni melez yaklaşımlar geliştirilmiştir.

Lagrange gevşetme ve ayrıştırma yöntemleri lineer tamsayılı problemlerin çözümünde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin, sıfır ikil aralığın garantilenmesi ve yöntemlerin yakınsaklığının kanıtlanması gibi zorlukları bulunmaktadır. Bu zorluklar, asıl problemin amaç fonksiyonuna ve kısıtlarına bağlı olduğu gibi Lagrange fonksiyonunun seçimine de oldukça bağlıdır. Klasik Lagrange fonksiyonuna dayalı yöntemler, belirli koşullar altında (örneğin dışbükeylik gibi) yakınsar ve dışbükey olmayan problemler için sıfır ikil aralık özelliği her zaman sağlanamaz. Ayrıca bu yöntemler tamsayılı problemlerde oldukça başarısızdır. Bu yüzden sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu kullanılarak, dışbükey olmayan problemlerin geniş bir sınıfı için sıfır ikil aralık özelliğinin sağlandığı algoritmaların oluşturulması amaçlanır. Bu çalışma kapsamında geliştirilen yöntemler, Gasimov tarafından 2002 yılında geliştirilen genişletilmiş subgradyant algoritmasına dayanır. Genişletilmiş subgradyant algoritması, sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli ikil problemin çözümüne yönelik bir yaklaşımdır ve literatürde bilindiği kadarıyla ceza parametresini kullanmayan genişletilmiş Lagrange tabanlı ilk algoritmadır. Bu yaklaşım problemin dışbükey olması ve türevlenebilir olması koşullarını gerektirmemektedir. Algoritmanın en önemli özellikleri: dışbükey olmayan en iyileme problemlerinin geniş bir sınıfı için sıfır ikil aralığı garantilemesi, klasik subgradyant yöntemlerle önceden araştırılmayan, kesinlikle artan ikil değerler oluşturması ve yakınsaklığı garantilemesidir. Genişletilmiş subgradyant algoritmasının, çoğu subgradyant temelli algoritmalarda olduğu gibi bazı dezavantajları bulunmaktadır. Her iterasyonda adım uzunluğu parametresini güncellemek için başlangıç probleminde yaklaşık bir üst sınır değerinin bilinmesini gerektirir ve genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun bütünsel en küçük değerini kullanır. Bu durumların giderilmesi amacıyla 2009 yılında Kasimbeyli ve ark. tarafından uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritması

geliştirilmiştir. Bu algoritma, her iterasyonda elde edilen alt problemin çözüm kalitesine oldukça bağlıdır. Alt problemdeki çözümün kalitesi ne kadar iyi ise, algoritma da çözümleri o kadar iyi bulmaktadır.

Bu tez kapsamında uygun çözüm temelli genişletilmiş subgradyant algoritmasının alt problemi genetik algoritma ile çözülmüştür ve bu yöntem melez subgradyant yöntemi olarak adlandırılmıştır. Genetik algoritma, araç rotalama problemleri için literatürde sıklıkla çalışılan popülasyon temelli bir metasezgisel algoritmadır ve probleme yönelik etkin çözümler sunar. Alt problem için bulunan çözüm, algoritma tarafından analiz edilir, melez algoritma durur, ikil değişkenleri günceller ya da problemin alt-üst sınırlarını değiştirir. Ayrıca algoritmalarda kullanılan parametreler de çok önemlidir. Genetik algoritma içerisinde kullanılan seçim, çaprazlama, mutasyon ve elitizm adımları algoritmanın etkinliğinde önemli rol oynamaktadır. Problemin yapısına uygun kromozom yapısının seçilmesi de algoritma içerisinde kritiktir. Hem kapasite kısıtlı problemde hem de heterojen filolu problemde geliştirilen melez subgradyant yöntemi uygulanmıştır. Heterojen filolu problem için geliştirilen çok amaçlı matematiksel modele de melez subgradyant yöntemi uygulanmış, modellerin ortaya koyduğu sonuçlar analiz edilmiştir. Çok amaçlı modelin ilk amacı toplam rotalama maliyetlerini kapsarken, ikinci amaç fonksiyonu araç türü en küçüklenmesini hedeflemektedir. Gerçek hayat uygulamalarında firmaların her tür araca sahip olması mümkün olmadığından, heterojen filolu problemin literatürdeki yeri önemlidir. Kullanılan farklı türdeki araçların farklı maliyetleri bulunmaktadır (kiralama, amortisman, depo maliyetleri). Bu maliyetler kullanılan araç türlerine göre önemli derecede artış gösterebildiğinden, geliştirilen çok amaçlı modelde en az tür kullanılarak rotalama yapmak hedeflenmiştir. Problem, geliştirilen melez subgradyant yöntemi ile ele alınarak çözülmüş, elde edilen sonuçlar analiz edilmiştir. Literatürde bilindiği kadarıyla çok amaçlı araç rotalama problemleri için genişletilmiş subgradyant algoritması temelli bir melez yöntem daha önce kullanılmamıştır.

Heterojen filolu araç rotalama problemi için ayrıca, literatürde fikri Clarke tarafından önerilen subgradyant yaklaşım, melez subgradyant yöntemi ile ele alınarak uygulanmıştır. Yöntemlerin birbirinden farkları analiz edilmiştir. Bu algoritmada, bazı kısıtlar Lagrange fonksiyonuna aktarılmadan problem çözdürülmekte, daha sonra elde edilen çözümün, gözardı edilen kısıtları sağlayıp sağlamadığı test edilmektedir. Eğer elde edilen çözüm, gözardı edilen çözümleri sağlıyorsa en iyi çözümdür, sağlamıyorsa o

kısıtlar parça parça Lagrange fonksiyonuna aktarılarak problem tekrar çözdürülür. Önerilen çözüm yöntemlerinin performansları, literatürde yer alan test problemleri kullanılarak araştırılmıştır. Çalışılan araç rotalama problemleri için analiz edilen test problemleri literatürden alınarak, problemlerin güncel bilinen en iyi değerleri ile kıyaslamalar yapılmıştır. Bu çalışmada önerilen tüm algoritmalar Visual Basic programlama dili ile kodlanmıştır.

Gelecek çalışmalarda, genetik algoritma dışında literatürdeki başka algoritmaların (karınca kolonisi, tavlama benzetimi, yasaklı arama, değişken komşuluk arama vb.) melez subgradyant yönteminin alt probleminin çözümü için kullanılması mümkündür. Böylelikle alt problemin etkinliği kullanılan yönteme göre belirlenebilir ve melez subgradyant yönteminin performansı arttırılabilir. Farklı araç rotalama problemleri üzerinde çalışılan algoritmalar denenerek detaylı bir analiz yapılabilir ve önerilen yöntemler kendi aralarında kıyaslanabilir. Araç rotalama probleminde yer alan farklı operasyonel kısıtlar problemin yapısını ciddi derecede değiştirdiğinden, yöntemin etkin ya da zayıf durumları problem türlerine göre incelenebilir. Araç rotalama probleminden farklı olarak diğer çok amaçlı en iyileme problemlerinde de melez subgradyant yönteminin etkinliği araştırılabilir. Problem türlerine göre parametre analizleri yapılarak daha etkin sonuçlar elde edilebilir.

KAYNAKÇA

- [1] Dantzig, G.B. and Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, **6** (1), 80-91.
- [2] Taillard, E.D. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *RAIRO (Recherche Opérationnelle/Operations Research)*, **33**, 1–14.
- [3] Liu, S. (2013), A hybrid population heuristic for the heterogeneous vehicle routing problems. *Transportation Research Part E*, **54**, 67-78.
- [4] Fleszar, K., Ibrahim H.O. and Hindi, K.S. (2009). A variable neighborhood search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, **195**, 803-809.
- [5] Ho, S. C. and Haugland, D. (2004). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and split deliveries. *Computers and Operations Research*, **31**, 1947-1964.
- [6] Desrochers M., Desrosiers J. and Solomon, M. (1992). A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Operations Research*, **40** (2), 342-354.
- [7] Kohl, N. and Madsen, O.B.G. (1997). An Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows Based on Lagrangian Relaxation. *Operations Research*, **45** (3), 395 – 406.
- [8] Holmberg. K and Yuan. D, (2000). A Lagrangean heuristic based branch-and-bound approach for the capacitated network design problem. *Operations Research*, **48** (3), 461-481.
- [9] Kallehauge, B., Larsen, J. and Madsen, O.B.G. (2006). Lagrangian duality applied to the vehicle routing problem with time windows. *Computers and Operations Research*, **33** (5), 1464-1487.
- [10] Choi, E. and Tcha, D.W. (2007). A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, **34** (7), 2080-2095.
- [11] Liberatore, F., Righini, G. and Salani, M. (2011). A column generation algorithm for the vehicle routing problem with soft time windows, *4OR*, **9** (1), 49-82.

- [12] Karimi, H. and Seifi, A. (2012). Acceleration of lagrangian method for the vehicle routing problem with time windows. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, **23** (4), 309-315.
- [13] Michelon, P. and Veuilleux, L. (1996). Lagrangean methods for 0-1 quadratic knapsack problems. *European Journal of Operational Research*, **92**, 326-341.
- [14] Li, D. (1999). Zero duality gap in integer programming: P-norm surrogate constraint method. *Operations Research Letters*, **25**, 89-96.
- [15] Azimov, A. and Gasimov, R.N. (1999). On weak conjugency, weak subdifferentials and duality with zero gap in nonconvex optimization. *International Journal of Applied Mathematics*, **1**, 171-192.
- [16] Azimov, A. and Gasimov, R.N. (2002). Stability and duality of nonconvex problems via augmented Lagrangian. *Cybernetics and System Analysis*, **3**, 403-417.
- [17] Rockafellar, R.T. and Wets, R. J-B. (1998). *Variational Analysis*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [18] Gasimov, R.N. (2002). Augmented Lagrangian duality and nondifferentiable optimization methods in nonconvex programming. *Journal of Global Optimization*, **24**, 187-203.
- [19] Gasimov, R.N. and Rubinov, A.M. (2004). On augmented Lagrangians for optimization problems with a single constraint. *Journal of Global Optimization*, **28**, 153-173.
- [20] Gasimov, R.N. and Ustun, O. (2007). Solving the quadratic assignment problem using F-MSG algorithm. *Journal of Industrial and Management Optimization*, **3** (2), 173-191.
- [21] Burachik, R.S., Gasimov, R.N., Ismayilova, N. and Kaya, C.Y. (2006). On a modified subgradient algorithm for dual problems via sharp augmented Lagrangian. *Journal of Global Optimization*, **34**, 55-78.
- [22] Kasimbeyli, R., Ustun, O. and Rubinov, A.M. (2009). The modified subgradient algorithm based on feasible values. *Optimization*, **58** (5), 535-560.

- [23] Sipahioğlu, A. and Sarac, T. (2009). The Performance of the Modified Subgradient Algorithm on Solving the 0-1 Quadratic Knapsack Problem. *Informatica*, **2**, 293-304.
- [24] Ustun, O. and Kasimbeyli, R. (2012). Combined forecasts in portfolio optimization: a generalized approach. *Computers & Operations Research*, **39**, 805-819.
- [25] Ulutas, B. and Sarac, T. (2012). Determining the parameters of MSG algorithm for multi period layout problem. *Journal of Manufacturing Technology Management*, **7**, 922-936.
- [26] Ozcelik, F. and Sarac, T. (2012). A genetic algorithm extended modified subgradient algorithm for cell formation problem with alternative routings. *International Journal of Production Research*, **15**, 4025-4037.
- [27] Bagirov, A.M., Ozturk, G. and Kasimbeyli, R. (2019). A sharp augmented Lagrangian-based method in constrained nonconvex optimization. *Optimization Methods and Software*, **34**, 462-488.
- [28] Clarke, L., Johnson, E., Nemhauser, G. and Zhu, Z. (1997). The aircraft rotation problem. *Annals of Operations Research*, **69**, 33-46.
- [29] Ropke, S., Cordeau, J.-F., Iori, M. and Vigo, D. (2007). Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Two Dimensional Loading Constraints. *Proceedings of ROUTE*, Jekyll Island.
- [30] Gutiérrez-Jarpa, G., Desaulniers, G., Laporte, G. and Marianov, V. (2010). A Branch-and-Price Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows. *European Journal of Operational Research*, **206** (12), 341-349.
- [31] Azi, N., Gendreau, M. and Potvin, J.-Y. (2010). An Exact Algorithm for a Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Use of Vehicles. *European Journal of Operational Research*, **202** (3), 756-763.
- [32] Ballinski, M. L. and Quandt, R. E. (1964). On Integer Program for a Delivery Problem, *Operations Research*, **12** (2), 300-304.
- [33] Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1981). Exact algorithm for the Vehicle Routing Problem Based on Spanning Tree and Shortest Paths Relaxations. *Mathematical Programming*, **20** (1), 255-282.

- [34] M. Gendreau, F. Guertin, J.-Y. Potvin and R. Seguin, (2006). Neighborhood Search Heuristics for a Dynamic Vehicle Dispatching Problem with Pick-Ups and Deliveries. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **14** (3), 157-174.
- [35] Golden, B., Assad,A., Levy,L. And Gheysens, F. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, **11**, 49–66.
- [36] Koc, C., Bektas, T., Jabali, O. and Laporte. G. (2016). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, **249**, 1-21.
- [37] Ferland, J.A. and Michelon, P. (1988). The vehicle scheduling problem with multiple vehicle types. *Journal of the Operational Research Society*, **39**, 577–583.
- [38] Li, F., Golden, B.L. and Wasil, E.A. (2007). A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, **34**, 2734–2742.
- [39] Euchi, J. and Chabchoub, H. (2010). A hybrid tabu search to solve the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Logistics Research*, **2**, 3–11.
- [40] Tarantilis, C.D., Kiranoudis, C.T. and Vassiliadis, V.S. (2003). A list based threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, **54**, 65–71.
- [41] Li, X., Leung, S.C., and Tian, P. (2012). A multi start adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications*, **39**, 365–374.
- [42] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F. And Rahmati, F. (2014). Solving the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem by a combined metaheuristic algorithm. *International Journal of Production Research*, **52**, 2565–2575.
- [43] Teodorovic, D., Krcmar-Nozic, E. And Pavkovic, G. (1995). The mixed fleet stochastic vehicle routing problem. *Transportation Planning and Technology*, **19**, 31–43.
- [44] Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Kah, M.M.O. and Rabbani, M. (2007). A new capacitated vehicle routing problem with split service for minimizing fleet cost by simulated annealing. *Journal of the Franklin Institute*, **344**, 406–425.

- [45] Franceschelli, M., Rosa, D., Seatzu, C., and Bullo, F. (2013). Gossip algorithms for heterogeneous multi-vehicle routing problems. *Nonlinear Analysis: HybridSystems*, **10**, 156–174.
- [46] Wang, Q., Ji, Q. and Chiu, C.H. (2014). Optimal routing for heterogeneous fixed fleets of multi compartment vehicles. *Mathematical Problems in Engineering*, **1**, 1–11.
- [47] Belfiore, P. and Yoshizaki, H.T.Y. (2009). Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. *European Journal of Operational Research*, **199**, 750–758.
- [48] Xu, Y. and Jiang, W. (2014). An improved variable neighborhood search algorithm for multi depot heterogeneous vehicle routing problem based on hybrid operators. *International Journal of Control & Automation*, **7 (3)**, 299–316.
- [49] Tütüncü, G.Y. (2010). An interactive GRAMPS algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with and without backhauls. *European Journal of Operational Research*, **201**, 593–600.
- [50] Kwon, Y.J., Choi, Y.J. and Lee, D.H. (2013). Heterogeneous fixed fleet vehicle routing considering carbon emission. *Transportation Research Part D:Transport and Environment*, **23**, 81–89.
- [51] Afshar-Nadjafi, B. and Afshar-Nadjafi, A. (2017). A constructive heuristic for time-dependent multi-depot vehicle routing problem with time-window sand heterogeneous fleet. *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, **29 (1)**, 29–34.
- [52] Repoussis, P.P. and Tarantilis, C.D. (2010). Solving the fleet size and mix vehicle routing problem with time Windows via adaptive memory programming. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **18**, 695–712.
- [53] Gencer, C., Top, I. and Aydogan, E.K. (2006). A new intuitional algorithm for solving heterogeneous fixed fleet routing problems: Passenger pickup algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, **181**, 1552–1567.
- [54] Naji-Azimi, Z. and Salari, M. (2013). A complementary tool to enhance the effectiveness of existing methods for heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Applied Mathematical Modelling*, **37**, 4316–4324.

- [55] Schrage, L. (1981). Formulation and structure of more complex / realistic routing and scheduling problems. *Networks*, **11**, 229-232.
- [56] Sariklis, D. and Powell, S. (2000). A heuristic method for the open vehicle routing problem. *Operational Research Society*, **51**, 564-573.
- [57] Dror, M. and Trudeau, P. (1989). Savings by Split Delivery Routing. *Transportation Science*, **23** (2), 141-145,
- [58] Taillard, E. (1993). Parallel iterative search methods for vehicle routing problems. *Networks*, **23**, 661-673.
- [59] Bellmore, M. and Nemhauser G. L. (1966). The Travelling Salesman Problem: A Survey. *Operations Research*, **16** (3), 538-558.
- [60] Clarke, G. and Wright, J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, **12** (4), 568-581.
- [61] Gillett, B. and Miller, L. (1974). A heuristic algorithm for the vehicle dispatching problem. *Operations Research*, **22**, 340-349.
- [62] Talbi, E-G. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. John Wiley & Sons.
- [63] Glover, F. (1986). Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence. *Computers and Operations Research*, **13**, 533-549.
- [64] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. (1983). Optimization by simulated annealing, *Science*, **220** (4598), 671-680.
- [65] Dorigo, M. (1992). *Optimization, learning and natural algorithms*. PhD thesis. Politecnico di Milano, Italy.
- [66] Kennedy, J. and Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. *Proceeding IEEE international conf. on neural networks*, **4**, pp. 1942-1948. IEEE service center, Piscataway, NJ.
- [67] Holland, J.H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press.
- [68] Toth, P. and Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. SIAM.

- [69] Miller, C.E., Tucker, A.W. and Zemlin, R.A. (1960). Integer programming formulations and traveling salesman problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, **7**, 326–329.
- [70] Alpaslan, M. ve Kasımbeyli, R. (2015). *Araç rotalama problemleri için matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri*. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [71] Chipperfield, A., Fleming, P., Pohleim, H. and Fonseca, C. (1994). *Genetic Algorithm Toolbox Users Guide*. ACSE Research Report, University of Sheffield.
- [72] Goldberg, D. and Lingle, R. (1985). Alleles, Loci and the Traveling Salesman Problem. *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Los Angeles, pp. 154-159.
- [73] Augerat, P., Belenguer, J. M., Benavent, E., Corberán, A., Naddef, D. and Rinaldi, G. (1995). *Computational results with a branch and cut code for the capacitated vehicle routing problem*. Technical Report R. **495**, IASI-CNR.
- [74] Christofides, N. and Eilon, S. (1969). An algorithm for the vehicle routing dispatching problem, *Operations Research Quarterly*, **20**, 309-318.
- [75] Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1979). *The Vehicle Routing Problem, In: Combinatorial Optimization*. Wiley, Chichester.
- [76] Guimarans. D, Herrero. D, Riera. D, Juan. A.A. and Ramos. J.J. (2011). Combining probabilistic algorithms, constraint programming and Lagrange relaxation to solve the vehicle routing problem. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, **62**, 299-315.

EK-1. Genetik Algoritma Sözde Kodu

Parametreleri oku (müşteri sayısı, araç sayısı, müşteriler arası mesafeler(maliyet), müşteri talepleri, araç kapasitesi (homojen), iterasyon sayısı, popülasyon büyüklüğü, çaprazlama oranı, mutasyon oranı)

For i=1 to popülasyon büyüklüğü

 Kısıtları sağlayan rassal olarak bir kromozom üret

Next i

For i = 1 to maksimum iterasyon sayısı

 Önceki iterasyonlardan elit değer varsa göz önünde bulundur(elitizm)

 For j = 1 to popülasyon büyüklüğü

 Turnuva için k birey seç

 Fitnessa göre turnuva yap, kazananı kazananlar kümesine at

 Next j

 For j = 1 to popülasyon büyüklüğü (kazananlar sayısı)

 Çaprazlama oranına göre seçilenleri tek tek sına, kazanırsa ebeveyn olarak seç

 Next j

 For j = 1 to ebeveynler sayısı

 Çaprazlama noktaları belirle, j. birey ile (ebeveynler sayısı+1-j).

 Bireyleri PMX operatörü ile çaprazla, yavru kümesine at

 Next j

 For j = 1 to yavrular sayısı

 Rassal olarak mutasyon tipi seç

 (swap, insert, inversion eşit olasılıkla seçilir)

 For k= 1 to kromozom uzunluğu

 Mutasyon oranına göre her gene şans ver eğer mutasyon olacak ise mutasyon tipine göre işlemi yap

Next k

Yavruları popülasyona aktar

Next j

For j = 1 to popülasyon

Yavruların uyum değerine bak, en iyi uyum değerine sahip olan yavruyu
tespit et

Next j

En iyi yavruyu önceki iterasyonların en iyisi (elit) ile karşılaştır, eğer daha
iyiyse yeni elit olarak seç

Eğer durdurma kriterine ulaşıldıysa dur (ardışık belirli sayıdaki iterasyonda
iyileşme yoksa dur)

Next i

Çözüm olarak son en iyi değeri seç

EK-2 Melez Subgradyant Yöntemi Sözde Kodu

Adım 1:

$\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \Delta_0 > 0, M > 0$ olacak şekilde herhangi bir sayı ata. $n = 1$,

$p = 0, q = 0$.

Adım 2:

Herhangi bir $u_1^n, c_1^n \in R^m \times R_+$ seç ve $l(1) > 0$. $k = 1, u_k = u_1^n, c_k = c_1^n$.

Adım 3:

For i = 1 to M

Alt problem için GA fonksiyonunu verilen (u_k, c_k) için çağır (varsa bir önceki iterasyonun en iyi sonucunu da gönder)

Eğer GA alt problem için çözüm bulamazsa

$(f_0(x) + c_k \|f(x)\| - \langle u_k, f(x) \rangle \leq H_n$ bulunamazsa)

$l(k) > M$ ise **Adım 6**'ya git

Else

if $f(x_k) = 0$ or $\|f(x_k)\| \leq \varepsilon_1$ ise

Adım 5'e git

Else

Adım 4'e git

Endif

Endif

Next i

Adım 4:

İkil değişkenleri güncelle:

$$u_{k+1} := u_k - \alpha s_k f(x_k)$$

$$c_{k+1} = c_k + (1 + \alpha) s_k \|f(x_k)\|$$

s_k : pozitif adım parametresi. s_k , aşağıda belirtilen iki formülden birisi ile hesaplanabilir.

$$0 < s_k = \frac{\delta \alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k))}{[\alpha^2 + (1 + \alpha)^2] \|f(x_k)\|^2}$$

ya da

$$0 < s_k = \frac{\delta [\alpha (H_n - L(x_k, u_k, c_k)) + (\bar{c} - c_k) \|f(x_k)\|]}{[\alpha^2 + (1 + \alpha)^2] \|f(x_k)\|^2}$$

$\alpha > 0$, $0 < \delta < 2$, ayrıca s_k 'nin ikil değişkenler için (u_k, c_k) , aşağıdaki koşulu sağlamalıdır:

$$s_k \|f(x_k)\| + c_k - \|u_k\| > l(k)$$

$k = k + 1$ olarak ata. $l(k)$ fonksiyonunu güncelle. $k \rightarrow +\infty$ gittiğinde, $l(k) \rightarrow +\infty$ gidecek şekilde tanımlanmıştır. **Adım 3**'e git.

Adım 5:

$f(x_k) = 0$ olacak şekilde, x_k , $P(H_n)$ 'nin çözümü iken, $L(x_k, u_k, c_k) = f_0(x_k)$ 'dir. $q = q + 1$ olarak ata. p parametresini kontrol et. Eğer $p = 0$ ise $\Delta_{n+1} = \Delta_n$. Eğer $p \neq 0$ ise $\Delta_{n+1} = \frac{1}{2} \Delta_n$. Δ_{n+1} 'i kontrol et. Eğer $\Delta_{n+1} < \varepsilon_2$ ise dur. $f_0(x_k)$ yaklaşık eniyi değerdir. x_k asıl modelin yaklaşık çözümüdür. (u_k, c_k) ikil modelin yaklaşık çözümüdür. $\Delta_{n+1} > \varepsilon_2$ ise, $H_{n+1} = \text{enk}\{f_0(x_k), H_n - \Delta_{n+1}\}$, $n = n + 1$ olarak ata. **Adım 2**'ye git.

Adım 6:

$p = p + 1$ ata. Eğer $q = 0$ ise $\Delta_{n+1} = \Delta_n$. Değilse, $\Delta_{n+1} = \frac{1}{2} \Delta_n$. Δ_{n+1} 'i kontrol et. Eğer $\Delta_{n+1} < \varepsilon_2$ ise dur. $H_{n+1} = H_n + \Delta_{n+1}$, $n = n + 1$ olarak ata. **Adım 2**'ye git.

EK-3 Alt Problem için GA Fonksiyonu Sözde Kodu (Melez Subgradyant Algoritmasının Adım 3 çözücüsü)

Parametreleri oku (müşteri sayısı, araç sayısı, müşteriler arası mesafeler (maliyet), müşteri talepleri, araç kapasitesi, iterasyon sayısı, popülasyon büyüklüğü, çaprazlama oranı, mutasyon oranı), melez subgradyant ikil parametereleri (u_k, c_k)

Kapasiteyi büyük bir sayı olarak belirle (kapasite kısıtını lagrange fonksiyonuna attık)

For i=1 to popülasyon büyüklüğü

 Kısıtları sağlayan rassal olarak bir kromozom üret

Next i

For i = 1 to max iterasyon sayısı

 Önceki iterasyonlardan elit değer varsa göz önünde bulundur

 For j = 1 to popülasyon büyüklüğü

 Turnuva için k birey seç

 Uyum değerine göre (**sivri genişletilmiş Lagrange fonksiyonunun değeri**) turnuva yap, kazananı kazananlar kümesine at

Next j

For j = 1 to popülasyon büyüklüğü (kazananlar sayısı)

 Çaprazlama oranına göre seçilenleri tek tek sına, kazanırsa ebeveyn olarak seç

Next j

For j = 1 to ebeveynler

 Çaprazlama noktaları belirle, j. birey ile (ebeveynler sayısı-j). Bireyi PMX operatörü ile çaprazla, yavru kümesine at

Next j

For j = 1 to yavrular

Rassal olarak mutasyon tipi seç

(swap, insert, inversion eşit olasılıkla seçilir)

For k= 1 to kromozom uzunluğu

Mutasyon oranına göre her gene şans ver ve eğer mutasyon olacak
ise mutasyon tipine göre işlemi yap

Next k

Yavruları popülasyona aktar

Next j

For j = 1 to yavrular

Yavruların uyum değerine (**sivri genişletilmiş Lagrange
fonksiyonunun değeri**) bak, en iyisini tespit et

Next j

En iyi yavruyu önceki iterasyonların en iyisi (elit çözüm) ile karşılaştır, eğer
daha iyiye yeni elit olarak seç.

Eğer durdurma kriterine ulaşıldıysa dur (ardışık belirli sayıdaki iterasyonda
iyileşme yoksa dur)

Next i

Çözüm olarak son en iyi değeri seç

Melez subgradyant için $f(x)$ değerini (kapasite kısıtı) hesapla

Sonucu melez subgradyant algoritmasına gönder

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Melis ALPASLAN TAKAN
Yabancı Dil : İngilizce, İspanyolca
Doğu Yeri ve Yılı : İzmir / 1990
E-posta : melisalpaslan@eskisehir.edu.tr

Eğitim:

- Lisans: Endüstri Sistemleri Mühendisliği, İzmir Ekonomi Üniversitesi, 2008-2012.
- Yüksek Lisans: Endüstri Mühendisliği, Anadolu Üniversitesi, 2012-2015.
- Doktora: Endüstri Mühendisliği, Eskişehir Teknik Üniversitesi, 2015-2019.

Mesleki Geçmişi:

- 2013-2016, Araştırma Görevlisi, Anadolu Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü.
- 2016-2019, Araştırma Görevlisi, Harran Üniversitesi.

Yayınları

Uluslararası hakemli dergilerdeki makaleler (SCI, SCI-expanded):

- Takan, M. A., Kasimbeyli, R., (2019), A hybrid subgradient method for solving the capacitated vehicle routing problem, *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, in press.
- Takan, M. A., Kasimbeyli, R., (2019), Multiobjective Mathematical Models and Solution Approaches for Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problems, *Journal of Industrial and Management Optimization* (under revision).

Uluslararası hakemli dergilerdeki makaleler:

- Agayeva C., Takan, M. A. (2018). Restricted Optimal Control Problem for Stochastic Switching Linear Systems with Variable Delay, *Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 2018, 6(2), 565-574.
DOI : 10.18586/msufbd.440544.

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan bildiriler:

- Takan, M. A., Kasımbeyli, R. (2019). Araç rotalama problemlerinin çözümü için geliştirilen genişletilmiş Lagrange fonksiyonu temelli çözüm yöntemi, *Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği (YAEM) 39. Ulusal Kongresi*, Başkent Üniversitesi, Ankara.
- Alpaslan M.,Kasımbeyli R. (2015). Araç rotalama problemleri için çok amaçlı karma tamsayılı matematiksel modeller, *Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği (YAEM) 35. Ulusal Kongresi*, ODTÜ, Ankara.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan özet bildiriler:

- Aghayeva C., Takan, M. A. (2018). Heterojen Filolu Bölünmüş Talepli Stokastik Araç Rotalama Problemi, *International Conference on Science, Technology, Engineering, Mathematics (STEM) and Educational Sciences*. (genişletilmiş özet bildiri)
- Alpaslan M., Aghayeva C., Tuna G. (2016). The Heterogeneous Fleet Split Delivery Stochastic Vehicle Routing Problem, *28 th European Conference on Operational Research*, Poznan, Poland.
- Tuna G.,Aghayeva C., Alpaslan M. (2016). Heterogeneous Fleet Stochastic Vehicle Routing Problem with Time Windows, *28 th European Conference on Operational Research*, Poznan, Poland.
- Alpaslan M., Tonbul E.,Erginel N. (2016). A Tabu Search Algorithm for The Open Vehicle Routing Problems with New Costs, *Applied Mathematical Programming and Modelling (APMOD)*,Brno, Czech Republic.
- Tuna G., Alpaslan M., Tonbul E., Erginel N. (2015). Minimizing the Maximum Distance Of Each Route With Penalizing Unused Capacity In Open Vehicle

Routing Problem, *27th European Conference Operational Research*, Glasgow, Scotland.

- Tonbul E., Tuna G., Erginel N., Alpaslan M. (2015). Solving Open Vehicle Routing Problem with Real Life Cost Via Genetic Algorithm, *27th European Conference on Operational Research*, Glasgow, Scotland.
- Kasimbeyli R., Alpaslan M. (2014). The open vehicle routing problem with different vehicle types, *20th Conference of the International Federation of Operational Research Societies*, Barcelona, Spain.
- Alpaslan M., Kasimbeyli R. (2014). A Two-objective mixed integer mathematical model for capacitated vehicle routing problem, *20th Conference of the International Federation of Operational Research Societies*, Barcelona, Spain.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında basılan tam metin bildiriler:

- Takan, M. A., Kasimbeyli, R. (2019), Hybrid Algorithm for Solving the Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem, *3rd International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies*, Ankara/ Turkey. IEEE Explore, (inpress).
- Agayeva C., Takan, M. A. (2019). Gecikmeli Stokastik Geçiş Sistemleri için Tekil Optimal Kontrol Problemi, *Erasmus International Academic Research Symposium in Science, Engineering and Architecture*, İzmir/ Turkey. ISBN: 978-605-7602-67-1.
- Takan, M. A., Agayeva C. (2019). Araç rotalama probleminde müşteri koordinatlarına ve müşteri taleplerine göre yapılan bir kümeleme algoritmasının analizi, *Erasmus International Academic Research Symposium in Science, Engineering and Architecture*, İzmir/ Turkey. ISBN: 978-605-7602-67-1.

- Takan, M. A., Agayeva C. (2019). Zaman pencereli araç rotalama problemi için kümeleme algoritmalarına dayalı bir çözüm yaklaşımı, *Erasmus International Academic Research Symposium in Science, Engineering and Architecture*, İzmir/ Turkey. ISBN: 978-605-7602-67-1.
- Takan, M. A., Kasımbeyli, R. (2018). Comparison of The Multiobjective Optimization Techniques for The Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem, *6th International GAP Engineering Conference*, Sanliurfa/ Turkey. ISBN: 978-975-7113-68-3. ISBN: 978-605-7602-67-1.
- Takan, M. A., Agayeva C. (2018). On Some Vehicle Routing Problems with Random Demand, *International Conference on Multidisciplinary, Science, Engineering and Technology (IMESET'18)*, Dubai. e - ISBN: 978-605-82480-5-2.
- Agayeva C., Takan, M. A. (2018). Condition of Optimality for Stochastic Switching Linear Systems with Variable Delay on State, *International Conference on Multidisciplinary, Science, Engineering and Technology (IMESET'18)*, Dubai. e - ISBN: 978-605-82480-5-2.
- Aghayeva C. and Alpaslan M. (2014). Singular optimal control problem of stochastic switching systems, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science, San Francisco, USA., Vol II*, pp.855-859. ISBN: 978-988-19253-7-4.

Projeler:

- Kasımbeyli R. (Proje Yürütücüsü), Alpaslan M., Araç Rotalama Problemleri için Matematiksel Modeller ve Çözüm Yöntemleri, Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi, Proje No: 1402F052
- Erginel N. (Proje Yürütücüsü), Tuna G., Alpaslan M., Tonbul E., Taleplerin Ertelenebilir Olduğu Durumlarda Açık Uçlu Araç Rotalama Probleminin

Modellenmesi ve Çözümü, Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi,
Proje No: 1505F515

- Aghayeva Ch., (Proje Yürütücüsü), Alpaslan M., Tuna G, Stokastik Programlama Metotlarının Mühendislik Uygulamaları, Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi, Proje No: 1506F531

