



**ARALIK-DEĞERLİ BULANIK
TOPSIS YÖNTEMİ İLE YATIRIM
FIRSATLARINI DEĞERLENDİRME**

Naiyer MOHAMMADI LANBARAN

**Yüksek Lisans Tezi
Matematik Anabilim Dalı
Uygulamalı Matematik Bilim Dalı
Prof. Dr. Ercan ÇELİK**

2017

Her hakkı saklıdır

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ARALIK – DEĞERLİ BULANIK TOPSIS YÖNTEMİ İLE YATIRIM
FIRSATLARINI DEĞERLENDİRME**

Naiyer MOHAMMADI LANBARAN

**MATEMATİK ANABİLİM DALI
Uygulamalı Matematik Bilim Dalı**

**ERZURUM
2017**

Her hakkı saklıdır



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



TEZ ONAY FORMU

**ARALIK – DEĞERLİ BULANIK TOPSIS YÖNTEMİ İLE YATIRIM
FIRSATLARINI DEĞERLENDİRME**

Prof. Dr. Ercan ÇELİK danışmanlığında, Naiyer MOHAMMADİ LANBARAN tarafından hazırlanan bu çalışma 13/01/2017 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Matematik Anabilim Dalı – Uygulamalı Matematik Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak **oybirliği (3/3)** kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Ercan ÇELİK

İmza:

Üye : Yrd. Doç. Dr. Muhammed YİĞİDER

İmza:

Üye : Yrd. Doç. Dr. Yeşim SARAÇ

İmza:

Yukarıdaki sonuç;

Enstitü Yönetim Kurulunun 26.../ 01.../ 2017... tarih ve 05.../...27... nolu kararı ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. Cavit KAZAZ
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ARALIK-DEĞERLİ BULANIK TOPSIS YÖNTEMİ İLE YATIRIM FIRSATLARINI DEĞERLENDİRME

Naiyer MOHAMMADİ LANBARAN

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı
Uygulamalı Metamatik Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ercan ÇELİK

Bu çalışmanın amacı, karar verme analizinde Aralık- değerli bulanık kümeleri temel olarak TOPSIS yöntemini genişletmektir.

Birinci bölümde öncelikle bulanık mantığın tarihçesi, uygulama alanları, bulanık küme teorisi, bulanık sayılar ve onların işlemleri tanımlanmıştır.

İkinci bölümde, karar verme teorisi, süreci ve modelleri anlatılmıştır. Sonra çok kriterli karar verme ve hemen ardından Aralık- değerli bulanık TOPSIS yöntemi adım adım anlatılmıştır.

Son bölümde ise Aralık – değerli bulanık TOPSIS yöntemi kapsamlı bir şekilde yatırım fırsatların değerlendirmek üzere kullanılmış ve uygulama sonuçları ve proje ile ilgili öneriler verilmiştir.

2017, 69 sayfa

Anahtar Kelimeler: TOPSIS yöntemi, Çok kriterli karar verme, Aralık-değerli Bulanık küme

ABSTRACT

MS Thesis

EVALUATION OF INVESTMENT OPPORTUNITIES WITH INTERVAL-VALUED FUZZY TOPSIS METHOD

Naiyer MOHAMMADI LANBARAN

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics
Department of Applied Mathematics

Supervisor: Prof. Dr. Ercan ÇELİK

The purpose of this study is extend the TOPSIS method based on interval-valued fuzzy set in decision analysis.

In the first part, the history of fuzzy logic, application areas, fuzzy set, fuzzy numbers and their operations are defined.

In the second part, decision making theory, decision making process and models are explained. Then, multi-criteria decision-making, Interval-valued fuzzy TOPSIS method step by step are explained.

In the last part, Interval - Valued Fuzzy TOPSIS method has been used to evaluate investment opportunities. After that implementation results and recommendations related to the project was given.

2017, 69 pages

Keywords: TOPSIS, Multi criteria decision making, Interval-valued fuzzy set.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum bu çalışma, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Bölümü'nde hazırlanmıştır.

Yüksek lisans yaptığım süre boyunca, ilk günden itibaren destek, anlayış ve deneyimlerini benden esirgemeyen çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ercan ÇELİK ve çalışmamın her aşamasında görüş ve önerileriyle beni yönlendiren ve bana her konuda yardımcı olan Sayın Yrd. Doç. Dr. Muhammed YİĞİDER'a, ayrıca çalışmalarım sırasında bana anlayış gösteren, maddi ve manevi destek olan sevgili babama, anneme teşekkürlerimi sunarım.

Naiyer MOHAMMADI LANBARAN

Ocak, 2017

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Bulanık Mantığın Tarihçesi ve Uygulama Alanları	3
2. KURAMSAL TEMELLER.....	5
2.1. Klasik Küme Tanımı	5
2.2. Klasik Kümelerin Temel Özellikleri Aşağıda Özetlenmiştir	5
2.3. Bulanık Küme Tanımı.....	6
2.4. Bulanık Kümelerin Bazı İşlemleri.....	8
2.5. Temel Tanımlar	10
2.5.1. Ayırık ve sürekli bulanık kümeler.....	10
2.5.2. Dayanak küme.....	10
2.5.3. Küme çekirdeği	11
2.5.4. α - Kesimi.....	11
2.5.5. Konveks küme.....	12
2.5.6. Dış bükey bulanık küme.....	13
2.5.7. Bulanık kümenin yüksekliği	13
2.5.8. Normal bulanık küme.....	14
2.5.9. Bulanık kümelerin kardinalitesi	14
2.5.10. Bulanık kümelerin kartezyen çarpımı	15
2.5.11. Bulanık kümelerin m'inci kuvveti	16
2.5.12. Bulanık kümelerin cebirsel toplamı	16
2.5.13. Bulanık kümelerde sınırlı toplam.....	16
2.5.14. Bulanık kümelerin sınırlı farkı	17
2.5.15. Cebirsel çarpım	17

2.6. Bulanık Kümelerin İşlem Teorisi.....	18
2.6.1. s operatörü.....	19
2.6.2. t operatörü	20
2.6.3. “ s ” ve “ t ” Operatörlerinin özellikleri.....	20
2.6.4. İki operatörün bağıntıları.....	21
2.7. Üyelik Fonksiyonları.....	22
2.7.1. Üçgen üyelik fonksiyonu	22
2.7.2. Yamuk üyelik fonksiyonu	22
2.8. Bulanık Küme Çeşitleri.....	23
2.8.1. Normal bulanık küme.....	23
2.8.2. Aralık - değerli bulanık küme	24
2.9. Aralık- değerli Bulanık Küme Kavramı.....	25
2.10. Sözel (Dilsel) Değişkenler	27
2.11. Genişleme Prensipleri.....	29
2.12. Bulanık Kümeler Arası Uzaklık Kavramı.....	31
2.12.1. Hamming uzaklığı.....	31
2.12.2. Öklid uzaklığı.....	32
2.12.3. Minkowski uzaklığı.....	32
2.13. Bulanık Sayıların Sıralaması.....	33
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	34
3.1. Karar Verme.....	34
3.2. Karar Verme Süreci.....	35
3.3. Karar Verme Modelleri	35
3.3.1. Belirlilik altında karar verme	35
3.3.2. Risk altında karar verme	36
3.3.3. Belirsizlik altında karar verme	36
3.4. Çok Kriterli Karar Verme	36
3.5. Bulanık Kümeler ve Çok Kriterli Karar Verme	38
3.6. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri	39
3.6.1. TOPSIS Yöntemi.....	40
3.6.2. BULANIK-TOPSIS Yöntemi	43
3.6.3. Aralık - değerli Bulanık-TOPSIS yöntemi.....	46

4. ARAŞTIRMA BULGULARI	52
4.1. Konunun Matematiksel İfadesi	52
4.2. Çözüm Basamakları	54
5. SONUÇ	66
KAYNAKLAR	67
ÖZGEÇMİŞ	70



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$ $	: Klasik kümelerin farkı
$\bar{A}$	: Bulanık kümelerin tümleyei
$ \tilde{A} $	: Bulanık kümenin nicelik
$\ \tilde{A}\ $	: Bulanık kümenin nispi niceliği
$\tilde{A}^m$	: Bulanık kümenin m'inci kuvveti
$[0, 1]$	: sıfır ve bir arası kapalı aralık
$\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{B}}$	: Klasik küme tümleyeninin tümleyeni
$\bar{A}, \bar{B}$	: Klasik kümelerin tümleyeni
$\tilde{A}, \tilde{B}, \dots$	: Bulanık kümeler
$\tilde{A}, \tilde{B}, \dots$	: Bulanık kümeler
A'_α	: Güçlü α – Kesim küme
A^+	: Pozitif ideal
A^-	: Negatif ideal
A_i	: Makul alternatif
A_α	: α - Kesim küme
C_i^+	: İdeal çözüme görelî yakınlık
C_i^-	: İdeal negatif çözüme görelî yakınlık
$J_x^u \equiv \mu_{\underline{A}}(x)$	: sıfır ve bir arası kapalı aralıktan bir alt küme inferiyor
J_1	: Fayda kriterleri
J_2	: maliyet kriterleri
$\bar{J}_x^u \equiv \mu_{\bar{A}}(x)$	: üstün üyelik fonksiyonu
J_x^u	: sıfır ve bir arası kapalı aralıktan bir alt küme
R_{ij}	: Normalize karar matrisi
S_i^+	: Pozitif ideal çözüme uzaklık
S_i^-	: negatif ideal çözüme uzaklık
X_A	: Klasik küme fonksiyonu
a_{ij}	: Karar matrisinin elemanları

$d_w (A, B)$	: minkowski uzaklık
k_j	: Karar alternatifleri
r_{ij}	: Normalizasyon vektörü
s^D	: s ₁ drastic toplam
sup_x	: maksimum üyelik derecesi
v_{ij}	: Ağırlık standart karar matrisi
w_{ij}	: Faktörlerin ağırlık değerleri
x_i	: Eleman
$\mu_{\tilde{A}}$	: Bulanık Kümelerin üyelik fonksiyonun tümleyeni
$\mu_{\tilde{A}}(x, u)$	: 2. Tip bulanık üyelik küme fonksiyonu
$\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}$	: Bulanık küme üyelik fonksiyonu
$\mu_{\tilde{A}} \cdot \mu_{\tilde{B}}$	: Bulanık kümelerin kesişim operatörü
$\mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}$	: Bulanık kümelerin birleşim operatörü
$\mu_{\tilde{A} - \tilde{B}}$	: Bulanık kümelerin sınırlı operatörü
μ_A	: A kümenin karakteristik fonksiyonu
$\mu_{A \nabla B}$	: Bulanık hamming uzaklık
$\oplus$	: Bulanık kümenin sınırlı toplamı
$-$	: Bulanık kümelerin sınırlı farkı
$\forall$	: Evrensel niceleyici
$\exists$	: Varlıksal niceleyici
$\emptyset$	: Boş küme
∇	: simetrik uzaklık
$\notin$	: Eleman olmamak
$\in$	: Eleman olmak
$\cap$	: Kesişim
$\cup$	: Birleşim
$\subseteq$	: Alt küme
$\wedge$	: İnfimum
$\vee$	: Supremum
$Core(\tilde{A})$	: Bulanık küme çekirdeği
D	: karar matrisi

E	: Evrensel küme
$\int$	: Süreklilik
$h(\tilde{A})$	: Bulanık kümenin yüksekliği
K	: Konveks küme
MADM	: çok amaçlı karar verme
MCDM	: çok kriterli karar verme
s	: s - norm
$Supp A$	: Bulanık kümenin desteği
t	: t – norm
$t[x, y]$	: t_2 hamacher toplam
t^D	: t_1 drastic toplam
$trn(x; a, b, c)$	: Üçgen üyelik fonksiyonu
$trp(x; a, b, c, d)$	: Yamuk üyelik fonksiyonu
$X, Y, Z, ..$	: Klasik kümeler
$A[x, y]$	: s_2 hamacher toplam
$d(A, B)$	: Genel uzaklık
$e(A, B)$	: Öklid evrensel küme uzaklık
Σ	: Ayrık fonksiyonu
$\varepsilon(A, B)$	: Öklid uzaklık
$\varepsilon([0, 1])$	: Sıfır ve bir arasındaki kapalı aralık kümeler
λ	: $\lambda \in [0, 1]$ reel bir sayıdır
$\partial(A, B)$	: hamming uzaklığı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Bulanık kümelerin üyelik derecesi	7
Şekil 2.2. Bulanık kümelerin birleşimi	8
Şekil 2.3. Bulanık kümelerin kesişimi	9
Şekil 2.4. Bulanık kümelerin tümleyeni	9
Şekil 2.5. Bulanık kümelerin çekirdeği	11
Şekil 2.6. Bulanık kümelerin α –kesimi	12
Şekil 2.7. Konveks kümeler	12
Şekil 2.8. Bulanık dış bükey kümeler	13
Şekil 2.9. Bulanık kümelerin yüksekliği	14
Şekil 2.10. Bulanık üçgen üyelik fonksiyonu	22
Şekil 2.11. Bulanık yamuk üyelik fonksiyonu	23
Şekil 2.12. Aralık – değerli Bulanık Küme	24
Şekil 2.13. Sözel değişkenler	28
Şekil 2.14. Genişleme prensibi	31
Şekil 3.1. Dilsel değişkenlerin bulanık üyelik fonksiyonları	44
Şekil 3.2. Bulanık ağırlıklar	46
Şekil 3.3. Aralık değerli bulanık küme	47
Şekil 3.4. Üçgen aralık değerli bulanık sayılar	49

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. Dilsel değişkenlerin üçgen bulanık sayılar ile eşitlikleri.....	44
Çizelge 3.2. Dilsel değişkenlerin üçgen bulanık sayılar ile eşitlikleri.....	44
Çizelge 3.3. Dilsel Değişkenlerin değerlendirme tanımları.....	48
Çizelge 3.4. Kriterlerin dilsel değişkenlerin önem derecesi	48
Çizelge 4.1. Sıralanacak seçenekler	52
Çizelge 4.2. İncelenen konunun alt kriterleri.....	53
Çizelge 4.3. Karar matrisi dilsel değişkenlere göre	54
Çizelge 4.4. Kriterin ağırlığı dilsel değişkenlere göre	55
Çizelge 5.1. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi	56
Çizelge 5.2. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi	56
Çizelge 5.3. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi	57
Çizelge 5.4. Normalize karar matrisi	58
Çizelge 5.5. Normalize karar matrisi	58
Çizelge 5.6. Normalize karar matrisi	59
Çizelge 5.7. Ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi	60
Çizelge 5.8. Ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi	61
Çizelge 5.9. Ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi	61
Çizelge 5.10. Alternatiflerin mesafesi ideal alternatiflerden	63
Çizelge 5.11. Seçeneklerin nihai sıralaması	65

1. GİRİŞ

Bulanık küme tanımı ilk olarak 1965 yılında Zadeh tarafından ortaya konulmuştur. Zadeh'nin bu konu üzerinde ilk makalelerini yayınlamasından sonra önemi gittikçe artarak günümüze ulaşan Bulanık küme, sürekli üyelik işlevi ile nesnelerin bir grubudur. Böyle bir küme her nesneye 0-1 arasında değişen bir üyelik derecesi veren bir üyelik (karakteristik) fonksiyonu ile nitelendirilmektedir. Zadeh'nin bulanık küme fikri, klasik sistem kuramında matematiksel yöntemlerin günlük hayatta pek çok sistemde, bilhassa işin içine insanların fikirlerini alan sistemlerde, karmaşık çatılarda kısmen yetersiz kalmasından dolayı ortaya çıkmıştır. 1965'de Zadeh tarafından sunulan makale, modern anlamda belirsizlik ibaresinin değerlendirilmesinde önemli bir nokta olarak kabul edilmektedir. Zadeh, bu makalede, kesin olmayan sınırlara sahip nesnelerin oluşturduğu, bulanık küme teorisini ileri sürmüştür (Zadeh 1965).

Dünyadaki bazı olayları açıklamak için kesin tanımlamalarda bulunabilmek imkansızdır ve olaylar çoğu kere belirsizlikler ve doğrusal olmama özellikleri taşır. Cismin ısısını kaybetmesi, kapasitörün şarj veya deşarj olayı bu doğrusal olmama özelliklerine birer örnektir. Belli bir miktar uranyumun bozulması esnasında hangi atomun ne zaman bozulacağını bilinememesi de belirsizlik taşıyan bir olaydır. Bu nedenle eşya ve olaylar bulanıklık perspektifinde ele alındıkça, çok daha doğru ve verimli sonuçlar elde edilebilir. Bulanık mantık, bu yaklaşım için kullanılabilecek oldukça tesirli bir mantık anlayışıdır (Günel 1997).

Bulanık mantık uygulamaları, günümüzün bileşik sorunlarının çözümünde kullanışlı bir hale gelmiştir. Ortaya çıkış tarihinden beri, matematikçiler, bilim adamları ve mühendisler tarafından birbirinden bağımsız birçok çalışmada kullanılmıştır (Yılmaz 2006).

Bulanık küme teorisi, belirsiz ve kesin olmayan durumlar'da kullanıldığı için bir çok araştırma'da TOPSIS yöntemi bulanık ortamda gelişmiştir (Abbasbandy *et al.* 2009).

Bu teorinin tanıtımıyla birlikte belirsiz bilgiler ve yaklaşık yargıların modellenmesi matematiksel denklem yardımı ile öne sürülmüştür ve bu durum matematikte ve klasik mantıkta önemli bir dönüşümdür. Bulanık küme teori düşüncesi Zadeh'nin “Belirsizlikler ve hatalı olayları modellemek için farklı bir matematiği ihtiyacımız var” sözü ile açıklandı. Böylece, bulanık teori çok değerli mantığa dayanarak belirsiz ve hatalı olayları ifade etmek ve açıklamak için oluşturulmuştur. Esas fikri klasik kümelerdeki gibi bir verinin bir kümenin elemanı olup olmadığı net cevaplar “evet” yada “hayır” yerine bu elemanın üyeliğinin 0 ile 1 arasında sürekli bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilmesidir.

Karar verme bireysel, yönetsel ve toplumu etkileyecek seviyede yani her yerde doğru ve etkili önemli bir yetenek olarak kabul edilmektedir. Doğru karar vermede karar vericinin yeteneğini oluşturan mantık, sezgi ve deneyimlerini doğru kullanabilmesi ile birlikte günümüzde zor ve karmaşık karar süreçleri karar vericinin daha verimli, hızlı ve doğru karar vermesini sağlayacak karar verme modelleri ile desteklenmesi gerekmektedir. Bu yüzden karar verme sürecini matematiksel ifade ederek karar verme sürecinde etkinliği hedefleyen Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) yöntemleri bu tezde sık sık kullanılmaktadır.

Hwang ve Yoon tarafından 1981 yılında ilk kez TOPSIS (Technique For Order Preference By Similarity To An Ideal Solution) yöntemi, çok kriterli karar verme problemleri çözmek için öne sürülmüştür. Bu yöntem, pozitif ideal çözüme en yakın ve negatif ideal çözüme en uzak olan alternatifleri belirler ve buna göre bir sıralama yapmaktadır (Chen 2000). Bu yöntemde, dilsel terimler ile kullanarak değişkenler bulanıklaştırılır. Bu tezde ÇKKV yöntemlerinden TOPSIS yöntemi temel yaklaşım olarak ele alınmıştır. Tezin ileri bölümlerinde TOPSIS yönteminin uygulama adımları incelenecektir.

İnsanların yargıları genellikle birçok koşulda belirsiz olduğundan kesin verilerin tam olarak belirlenmesi zor olabilir. Bu nedenle, TOPSIS modelinin bulanık mantığa uzantısı, doğal bir genellemedir. Karar vericiler için genellikle kesin sayılar yerine

belirli modellerde girdi parametreler olarak aralıklar seçmek daha kolaydır. Daha sonra, Gorzaczany ve Turksen, bunun yerine kullanılabilir aralık değerli bulanık kümeleri önermişlerdir. Wang ve Li aralık değerli bulanık sayıları tanımlamış ve genişletilmiş işlemlerini yapmıştır (Zare 2012).

1.1. Bulanık Mantığın Tarihçesi ve Uygulama Alanları

Bulanık mantık ilk defa 1960 yılında, Zadeh tarafından, doğal dildeki belirsizliği modellemek için ortaya konmuştur. Zadeh, bulanık mantık teorisinin bağımsız ve tam bir teori olmaktan çok, bulanıklaştırma yönteminin (fuzzification), herhangi bir teorisin ayrık (crisp, discrete) formdan sürekli (continuous, fuzzy) forma dönüştürülmek suretiyle genelleştirilmesi için kullanılan bir metodoloji olarak ele almıştır.

Bulanık mantık ilk kez 1973 yılında, Londra'daki Queen Mary College'de profesör Mamdani tarafından bir buhar makinesinde uygulandı. Ticari olarak ise ilk defa, 1980 yılında, Danimarka'daki bir çimento fabrikasının fırını kontrol etmede kullanıldı. "Bulanık mantık kuramının ilk önemli endüstriyel uygulaması 1980 yılında Danimarka'daki çimento fabrikasında (F.L. Smidth) gerçekleştirmiş, değirmen içinde çok hassas bir denge ile oranlanması gereken sıcaklık ve oksijen ayarı en uygun bir biçimde yapılmıştır.

Bir başka dikkate değer uygulama ise Hitachi firması tarafından 1987 yılında Sendai Metro'sunda gerçekleştirilmiştir. Bu sayede trenin istenen konumda durması üç kat daha iyileştirilmiş, kullanılan enerji ise %10 azaltılmıştır. Bunun üzerine Hitachi firmasına benzeri bir sistemin Tokyo Metro'suna da kurması için talep gelmiştir. Yamaichi Securities'in geliştirdiği bulanık Mantık temelli uzman sistem, 1988 yılının Ekim ayında kara Pazar adlı Tokyo Borsası'nda yaşanan krizin sinyallerini onsekiz gün önceden haber vermiştir.

Bu kadar başarılı uygulamaların ardından bulanık mantığa olan ilgi artmış, uluslararası bir çalışma ortamı oluşturabilmek amacıyla 1989 yılında aralarında SGS, Thomson,

Omron, Hitachi, NCR, IBM, Toshiba ve Matsuhita gibi dünya devlerininde bulunduğu 51 firma tarafından LIFE (Laboratory for Interchange Fuzzy Engineering) laboratuvarları kurulmuştur”. LIFE’in yanında FLSI (Fuzzy Logic Systems Institute) adındaki diğler araştırma merkezi de Bulanık Mantığın Elektronik, Otomotiv ve Üretim teknolojisi alanında yeni yeni uygulamalar kazandırmaktadır.

Bulanık Mantık, makineleri “daha zeki” yapmış ve birçok ürünün ve üretim sürecinin makine IQ’ sü (Zeka seviyesi) bu sayede artmıştır. Bu makineler arasında fotoğraf makineleri, kameralar, televizyonlar, mikro dalga fırınlar, çamaşır makineleri, elektrikli süpürgeler, otomatik şanzımanlar, motor kontrolü, metro denetim mekanizmaları, asansörler ve mikrodevreler sıralanabilir. Bu sahalarda temin ettiğı enerji, iş gücü ve zaman tasarrufu ise, onun “iktisat” adına ne kadar çok önem verilmesi gereken bir sistem olduğunu göstermektedir. Bulanık mantığın gelecekteki uygulama sahaları, daha da genişleyecek gibi gözükmemektedir. Şeker hastaları için vücuttaki insülün miktarını ayarlayarak suni bir pankreas görevi yapan minik yapıların imalinde, prematüre doğumlarda bebeğın ihtiyaç duyduğu ortamı devam ettiren sistemlerin hazırlanmasında, suların klorlanmasında. kalp pillerinin üretiminde, oda içindeki ışığın miktarının ayarlanmasında ve bilgisayar sistemlerinin soğutulmasında bulanık mantık çok şeyler vaatmemektedir.

Bulanık teori her bir kelimenin anlamında saklı olan belirsizliğı temsil eden teoridir (Zadeh 1975).

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Klasik Küme Tanımı

Klasik (gevrek) küme tipik eleman veya nesnelerden oluşan bir kümedir. $x \in X$ sonlu, sayılabilir ya da sayılamayan kümeler olabilir. Her bir eleman $A \subseteq X$ kümesine aittir ya da ait değildir. İlk durum " x , A 'ya aittir" ifadesi doğrudur ancak ikinci ifade yanlıştır.

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \text{ için} \\ 0, & x \notin A \text{ için} \end{cases}$$

2.2. Klasik Kümelerin Temel Özellikleri Aşağıda Özetlenmiştir

Birleşim	$A \cup B = \{x x \in A \text{ ya } x \in B\}$
Kesişim	$A \cap B = \{x x \in A \text{ ve } x \in B\}$
Tümleyen (E genel küme)	$\bar{A} = \{x x \notin A \text{ ve } x \in E\}$
Fark	$A \setminus B = A \cap \bar{B} = \{x x \in A \text{ ve } x \notin B\}$
Tümleyenin tümleyeni	$\bar{\bar{A}} = A$
Değişim	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Dağılım $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Birim $A \cup A = A$
 $A \cap A = A$

Emilim $A \cup (A \cap B) = A$
 $A \cap (A \cup B) = A$
 X ve $\emptyset$ ' ile $A \cup X = X$
 $A \cap \emptyset = \emptyset$
 $A \cup \emptyset = A$
 $A \cap X = A$

Ayrık kuralı $A \cap \bar{A} = \emptyset$

Tümleyen ile birleşim $A \cup \bar{A} = X$

De Morgan kuralları $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

2.3. Bulanık Küme Tanımı

Bulanık küme de, karakteristik fonksiyon belirli bir kümenin elemanları için değişik üyelik dereceleri sağlar (Zimmermann 2001).

Bulanık sistemler; girdilerin tümünü çıktıların tümüyle ilişkilendirerek küme ve kurallarının tanımlamasını yapmaktadır. Bu nedenle, bulanık sistemlerin çalışma yapısı matematiksel bir neden-sonuç fonksiyonunun çalışmasına benzemektedir (Şahin 2015).

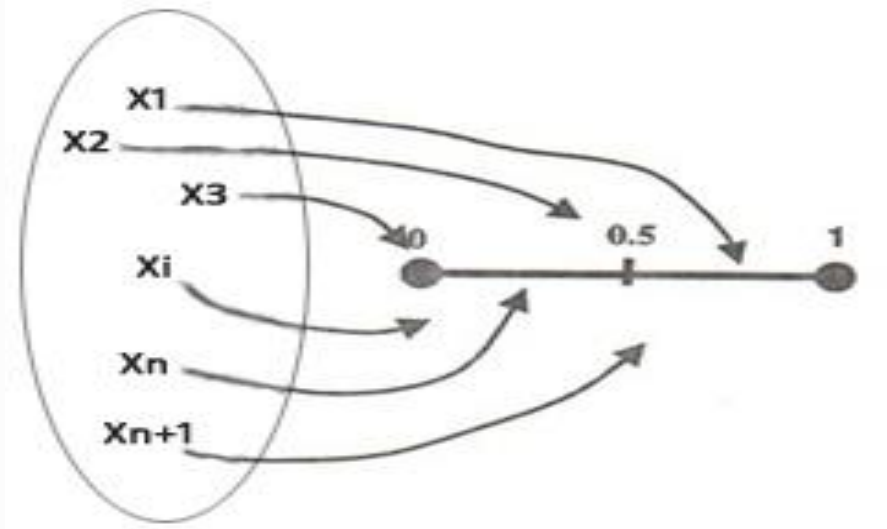
Tanımı 2.3.1: X herhangi bir küme olsun. $\tilde{A}$ Bulanık küme:

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X \}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'e üyelik fonksiyonu veya x 'in üyelik derecesi denir. Üyelik fonksiyonu, X kümesini μ uzayına taşır. Eğer μ üyelik fonksiyonunun uzayı sadece sıfır ve bir sayıların içerir ise o zaman o küme klasik bir küme olacaktır. Ve eğer μ 0 ve 1 arasındaki reel sayıları da içeriyor ise bu durumda küme bir bulanık kümedir. Şekil (2.1.) de, X 'in üyelerinin görünümü, üyelik fonksiyonu uzayında gösterilmektedir.

$$\mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow [0, 1]$$



Şekil 2.1. Bulanık kümelerin üyelik derecesi

Örnek (2.1.): Bir apartmanın mevcut daireleri, yatak odası sayısına göre sıralanmıştır (dairelerin konforunun evlerin yatak oda sayısına bağlı olduğunu varsayalım). X kümesi mevcut evlerin yatak oda sayısı (x)' ile tanımlanmaktadır:

$$X = \{1, 2, 3 \dots, 10\}$$

Eğer 4 kişilik bir aileyi dikkate alırsak bulanık küme kavramı kullanılarak, $\tilde{A}$ bulanık küme aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

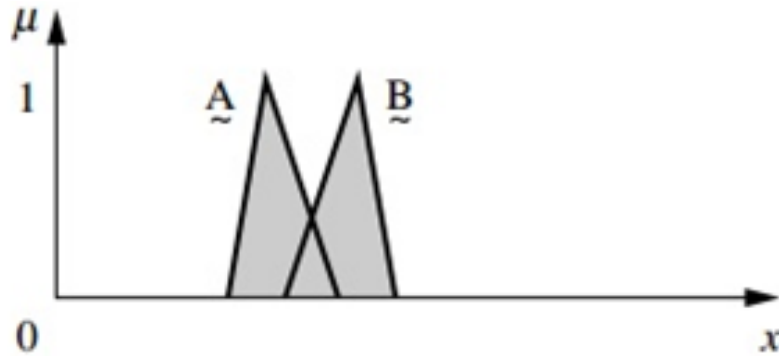
$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

Not: Bulanık kümeler ifadesinde $\mu_{\tilde{A}} = 0$ olan sıralı çiftler gösterilmez.

2.4. Bulanık Kümelerin Bazı İşlemleri

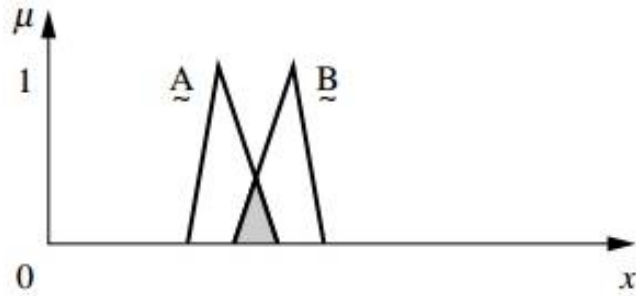
Burada “ $\vee$, *veya*” maksimum ve “ $\wedge$, *ve*” minimum anlamındadır.

Birleşim: $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x)$



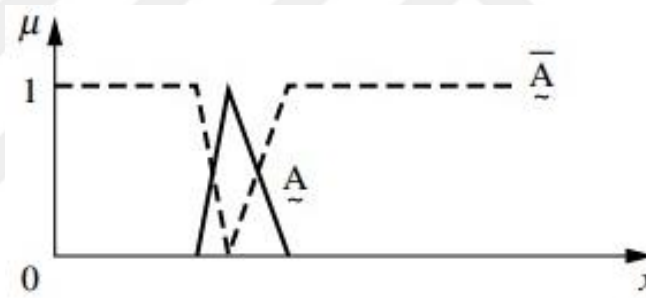
Şekil 2.2. Bulanık kümelerin birleşimi

Kesişim: $\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x)$



Şekil 2.3. Bulanık kümelerin kesişimi

Tümleyen: $\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$



Şekil 2.4. Bulanık kümelerin tümleyeni

Not: Klasik kümelerin bütün özellikleri ayrık kuralı ve tümleyen ile birleşim dışında aynen bulanık kümeler içinde geçerlidir. Yani:

$$A \cup \tilde{\tilde{A}} \neq X$$

$$A \cap \tilde{\tilde{A}} \neq \emptyset$$

İki bulanık kümenin eşit olması için:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \mu_{\bar{B}}(x), \forall x \in E$$

olması gerekir.

2.5. Temel Tanımlar

Bulanık kümelerde bazı temel tanımlar aşağıda verilmiştir.

2.5.1. Ayırık ve sürekli bulanık kümeler

i. Eğer bir bulanık kümenin elemanlar kümesi ayırık ise bulanık küme ayırıktır.

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i}$$

ii. Eğer elemanlar kümesi sürekliyse o zaman bulanık küme sürekli dir.

$$\tilde{A} = \int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

2.5.2. Dayanak küme

Bulanık kümenin üyelik derecesi pozitif olan elemanlarından oluşan bir klasik alt kümedir.

$$suppA = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

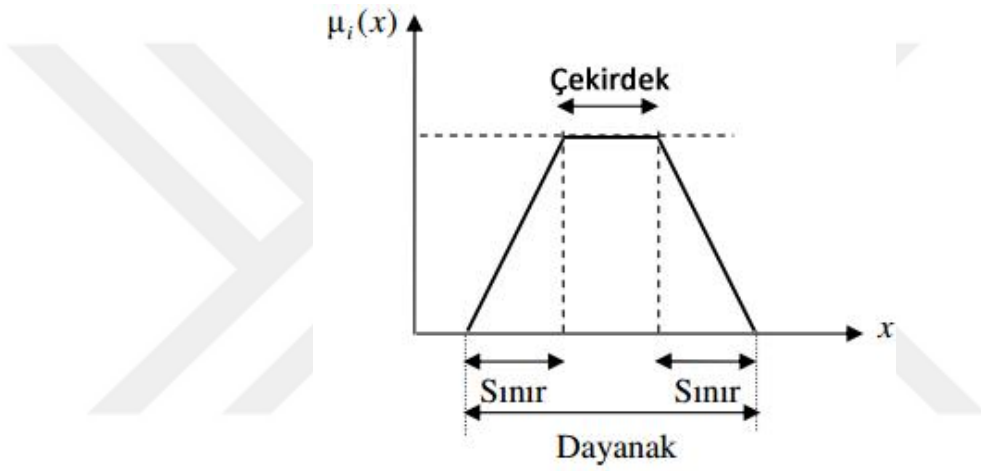
şeklinde tanımlanır.

2.5.3. Küme çekirdeği

Bulanık kümenin çekirdeği, üyelik derecesi 1 olan elemanlarının bir alt kümesidir.

$$Core(\tilde{A}) = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

Bulanık kümenin çekirdeği bir klasik kümedir.



Şekil 2.5. Bulanık kümelerin çekirdeği

2.5.4. α – Kesimi

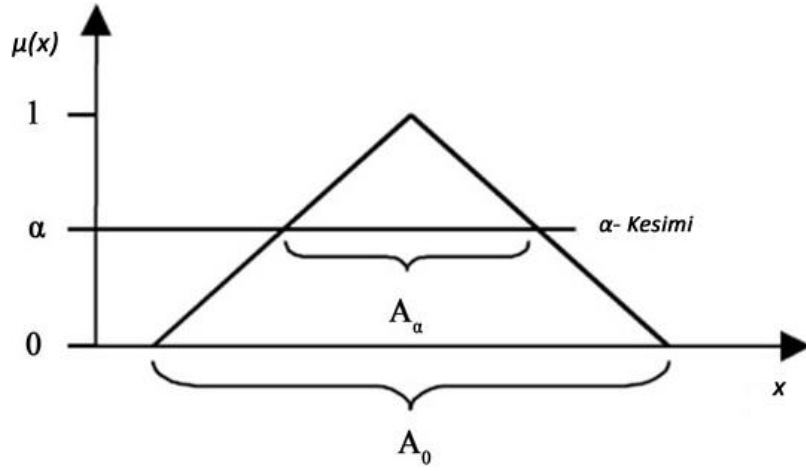
Bulanık kümenin, üyelik derecesi $\geq \alpha$ ’dan oluşan bir alt kümedir.

$$A_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{A}} \geq \alpha\}$$

Eğer elemanların üyelik derecesi $> \alpha$ ise o zaman bu kümeye α ’nin güçlü kesimi denir.

$$\hat{A}_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{A}} > \alpha\}$$

Not: A_{α} ve $\hat{A}_{\alpha}$ “klasik kümeler”dir.



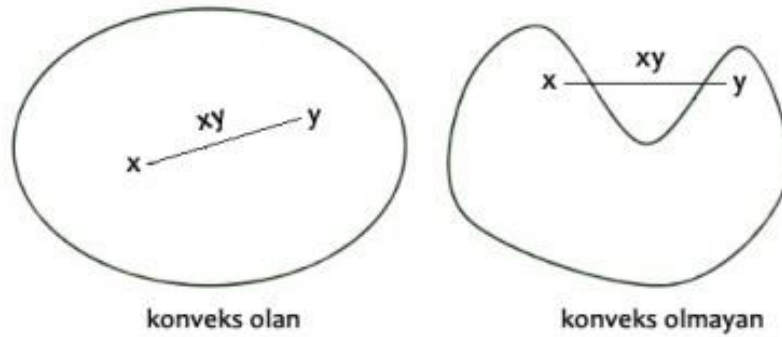
Şekil 2.6. Bulanık kümelerin α –kesimi

2.5.5. Konveks küme

K , bir lineer (vektör) uzayın bir alt kümesi olsun. Eğer, K daki herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçası tümüyle K nın içinde kalıyor ise K ya bir konveks küme denir.

$$\begin{cases} x, y \in K \\ 0 \leq \theta \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \theta y + (1 - \theta)x \in K$$

oluyorsa, K ya konveks denir.



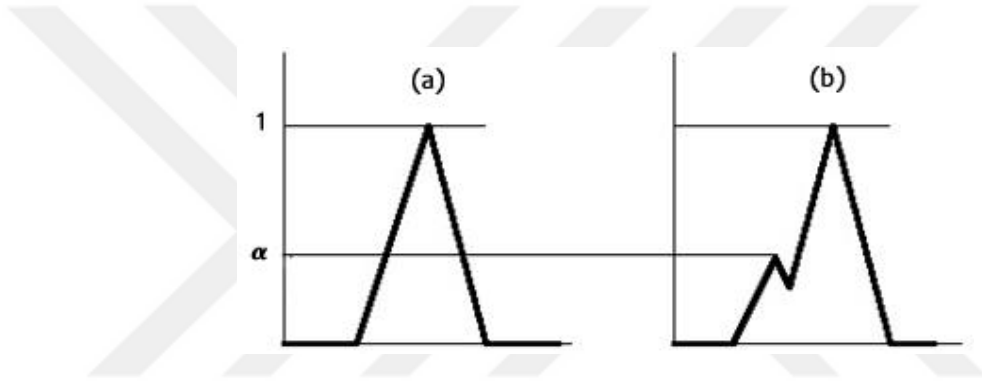
Şekil 2.7. Konveks kümeler

2.5.6. Dış bükey bulanık küme

$\tilde{A}$ bulanık kümesi dış bükey dir:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}$$

Burada $\lambda \in [0, 1]$ dir. Diğer bir deyişle, $\tilde{A}$ 'nin tüm α kesimleri dışbükey ise bu durumda bulanık küme dışbükeydir.



Şekil 2.8. Bulanık dış bükey kümeler

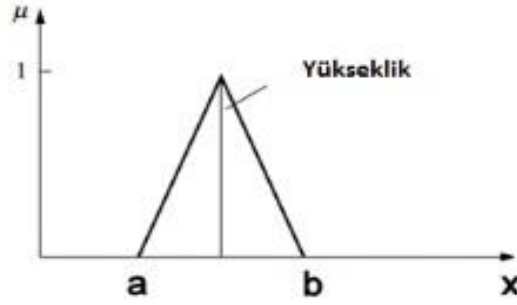
(a) Dış bükey, (b) Dış bükey olmayan bulanık kümeler

Not: Bir kaç dışbükey bulanık kümenin arakesiti dışbükey dir.

2.5.7. Bulanık kümenin yüksekliği

Bulanık kümenin yüksekliği, o kümenin elemanlarının maksimum üyelik derecesine eşittir.

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$



Şekil 2.9. Bulanık kümelerin yüksekliği

2.5.8. Normal bulanık küme

Eğer bulanık kümenin yüksekliği 1 olursa normaldir. Aksi takdirde, bulanık küme normal altıdır.

2.5.9. Bulanık kümelerin kardinalitesi

Bir sonlu kümenin ($\tilde{A}$) kardinalitesi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

$\tilde{A}$ Bulanık kümenin nispi kardinalitesi:

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|}$$

Not: Bulanık kümenin nispi kardinalitesi, evrensel kümenin niceliğine bağlıdır. Dolayısıyla, eğer iki bulanık kümeyi nisbi niceliğine göre karşılaştırmak isterseniz bu kümelerin evrensel kümelerinin aynı olmaları gerekmektedir. Başka bir deyişle, nispi

kardinalite X 'in elemanlarının oranı, $\tilde{A}$ bulanık kümesinde bu elemanların üyelik derecesi ağırlığıyla $\tilde{A}$ 'da yorumlanabilir.

Sürekli bir bulanık küme sonsuz uzayda:

$$|\tilde{A}| = \int_x \mu_{\tilde{A}}(x) dx$$

Şekilde tanımlanır.

Örnek (2.2.): (2.1.) Örnekte belirtildiği gibi bulanık kümelerde 4 kişilik bir aile için evin konforu yatak odası sayısına bağlı olarak gösterilmiştir. Buna göre:

$$|\tilde{A}| = 0.2 + 0.5 + 0.8 + 1 + 0.7 + 0.3 = 3.5$$

$$\|\tilde{A}\| = \frac{3.5}{10} = 0.35$$

2.5.10. Bulanık kümelerin kartezyen çarpımı

$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \dots, \tilde{A}_n$ bulanık kümeler " $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ " uzayında olsunlar. Bu kümelerin Kartezyen çarpımı " $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ " uzayında bir bulanık küme olacaktır ve üyelik fonksiyonu:

$$\mu_{(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \dots, \tilde{A}_n)}(x) = \min_i \{ \mu_{\tilde{A}_i}(x_i) | x = (x_1, \dots, x_n), x_i \in X_i \}$$

dir.

2.5.11. Bulanık kümelerin m'inci kuvveti

Bir bulanık kümenin m kuvveti

$$\tilde{A}^m = \{(x, \mu_{\tilde{A}^m}(x) = [\mu_{\tilde{A}}(x)]^m, x \in X)\}$$

şeklinde bir bulanık küme olacaktır.

2.5.12. Bulanık kümelerin cebirsel toplamı

İki bulanık kümenin cebirsel toplamı bir bulanık küme olacaktır.

$$\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$$

$$\tilde{C} = \{(x, \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x)) | x \in X\}$$

$$\text{Yani: } \mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x)$$

Cebirsel toplam operatörü bulanık kümelerde birleşim operatörü olarak kullanılmaktadır.

2.5.13. Bulanık kümelerde sınırlı toplam

İki bulanık kümenin sınırlı toplamı aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \oplus \tilde{B}$$

$$\tilde{C} = \{(x, \mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(x)) | x \in X\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \oplus \tilde{B}}(x) = \min\{1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

Bu operatör bulanık kümelerde birleşim operatörü olarak kullanılır.

2.5.14. Bulanık kümelerin sınırlı farkı

$$\tilde{C} = \tilde{A} - \tilde{B}$$

$$\tilde{C} = \{(x, \mu_{\tilde{A}-\tilde{B}}(x)) | x \in X\}$$

$$\mu_{\tilde{A}-\tilde{B}}(x) = \max\{0, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - 1\}$$

Burada bulanık kümelerin sınırlı fark operatörü kümelerin kesişim operatörü olarak da kullanılır.

2.5.15. Cebirsel çarpım

İki bulanık kümede

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}$$

$$\tilde{C} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)) | x \in X\}$$

kesişim operatörü olarak kullanılır.

Örnek (2.3.): $\tilde{A}, \tilde{B}$ iki bulanık küme olsun:

$$\tilde{A} = \{(3, 0.5), (5, 1), (7, 0.6), \}$$

$$\tilde{B} = \{(3, 1), (5, 0.6)\}$$

olursa ozaman:

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \{[(3, 3), 0.5], [(5, 3), 1], [(7, 3), 0.6], [(3, 5), 0.5], [(5, 5), 0.6], [(7, 5), 0.6]\}$$

$$\tilde{A}^2 = \{(3, 0.25), (5, 1), (7, 0.36)\}$$

$$\tilde{A} + \tilde{B} = \{(3, 1), (5, 1), (7, 0.6)\}$$

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(3, 1), (5, 1), (7, 0.6)\}$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = \{(3, 0.5), (5, 0.6)\}$$

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{(3, 0.5), (5, 0.6)\}$$

olur.

2.6. Bulanık Kümelerin İşlem Teorisi

Bu bölümde; iki sınıf operatörü değerlendirilmektedir. “Bulanık Kümeler”de birleşim ve kesişim işlemleri, “s-norm” ve “t-norm” üçgen formu ile anılır. Genellikle “s-normlar” kısaca $\underline{s}$ operatörler bulanık kümelerin birleşimine ve “t-normlar” kısaca $\underline{t}$ operatörler bulanık kümelerin kesişimine denilmektedir. Yani:

$$\text{Bulanık Küme Birleşimi } \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = s[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)]$$

$$\text{Bulanık Küme Kesişimi } \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = t[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)]$$

2.6.1. s operatörü

Herhangi bir s operatör için, eğer $\forall x, y, z, w \in [0, 1]$ için aşağıdaki bağıntı var ise bu durumda bu operatör “s-norm” sınıfına aittir:

- 1- $s[1, 1] = 1, s[0, x] = s[x, 0] = x$
- 2- $s[x, y] \leq s[z, w]$ eğer $x \leq z$ ve $y \leq w$ ise
- 3- $s[x, y] = s[y, x]$
- 4- $s[x, s[y, z]] = s[s[x, y], z]$

Dikkat edelim ki (2.4) bölümünde tanımlı maksimum operatörü ayrıca (2.5.12, 2.5.13) bölümündeki cebirsel ve sınırlı bulanık kümelerin toplama işlemleri “s-normlar” kategorisinde bulunmaktadır. Bulanık kümelerde birleşimi yorumlayan bazı s operatörler aşağıdaki gibidir:

$$(s_1) \text{ Drastic toplamı: } s^D[x, y] = \begin{cases} \max(x, y), & \text{eğer } \min(x, y) = 0 \\ 1, & \text{eğer } x > 0 \text{ ve } y > 0 \text{ ise} \end{cases}$$

$$(s_2) \text{ Hamacher toplamı } A[x, y] = \frac{x+y-2xy}{1-xy}$$

Şeklindedir.

Not: $\tilde{A}, \tilde{B}$ bulanık kümeler için yukarıdaki denklemlerde x, y parametreleri yerine $\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}$ olacaktır.

2.6.2. t operatörü

Herhangi bir t operatör için, eğer $\forall x, y, z, w \in [0, 1]$ için aşağıdaki işlemler var ise bu durumda bu operatör “t-norm” kategorisindedir:

$$1- t[0, 0] = 0, t[1, x] = t[x, 1] = x$$

$$2- t[x, y] \leq t[z, w], \text{ eğer } x \leq z \text{ ve } y \leq w$$

$$3- t[x, y] = t[y, x]$$

$$4- t[x, t[y, z]] = t[t[x, y], z]$$

Not: (2.4) bölümünde tanımlı minimum operatörü ve yanısıra (2.5.15) bölümündeki bulanık kümelerin cebirsel çarpımı ve sınırlı çıkarma işlemleri “t-normlar” kategorisinde bulunmaktadır. Bulanık kümelerde kesişimi yorumlayan bazı t operatörleri:

$$(t_1) \text{ Drastic çarpımı: } t^D[x, y] = \begin{cases} \min(x, y), & \text{eğer } \max(x, y) = 1 \\ 0, & \text{eğer } x < 1, y < 1 \end{cases}$$

$$(t_2) \text{ Hamacher çarpımı: } t[x, y] = \frac{xy}{x+y-xy}$$

şeklindedir.

2.6.3. “s” ve “t” Operatörlerinin özellikleri

i - “s-norm” operatörleri alttan maksimum operatör ile, üstten s_1 operatörler ile sınırlıdır. Yani:

$$\max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq s[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq s^D[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

şeklindedir.

ii - “t-norm” Operatörleri alttan t_1 operatör ile, üstten minimum operatörler ile sınırlıdır.

Yani:

$$t^D[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq t[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

şekilindedir.

2.6.4. İki operatörün bağıntıları

“s” operatörünün “t” ye dönüşümü ve tersi, $[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ uzayında aşağıdaki denklemlerle gösterilir:

$$t[x, y] = 1 - s[1 - x, 1 - y]$$

Eğer tamamlayıcı kümeyi aşağıdaki gibi alırsak:

$$c[x] = 1 - x$$

Bu durumda:

$$s[x, y] = c[t[c(x), c(y)]]$$

$$t[x, y] = c[s[c(x), c(y)]]$$

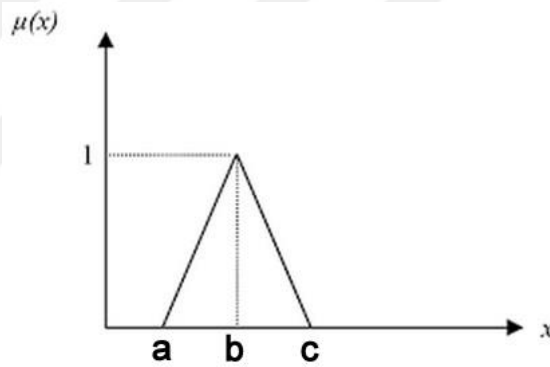
olur. Bunlar De Morgan temel kurallarıdır.

2.7. Üyelik Fonksiyonları

2.7.1. Üçgen üyelik fonksiyonu

Üçgen üyelik fonksiyonu $\{a, b, c\}$ parametreleri tarafından aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$trn(x: a, b, c) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases}$$

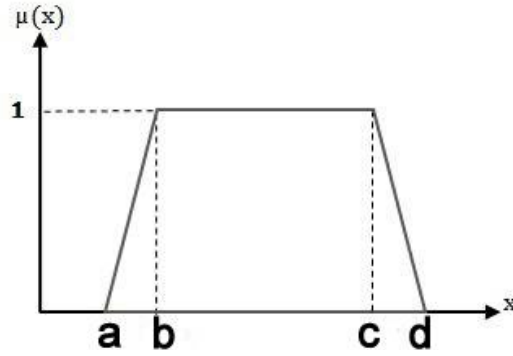


Şekil 2.10. Bulanık üçgen üyelik fonksiyonu

2.7.2. Yamuk üyelik fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu $\{a, b, c, d\}$ parametreleri tarafından aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$trp(x: a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$



Şekil 2.11. Bulanık yamuk üyelik fonksiyonu

2.8. Bulanık Küme Çeşitleri

2.8.1. Normal bulanık küme

Bulanık kümelerin çeşitli türleri vardır. Şu ana kadar ki çalışmalarımız normal bulanık kümeler üzerinden yapılmaktaydı. Bir X evrensel kümesi için tipik bulanık küme ($\tilde{A}$) aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\tilde{A}: X \rightarrow [0, 1]$$

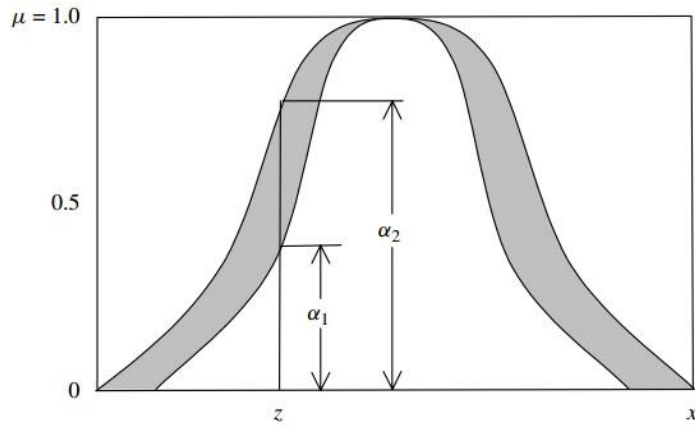
Her elemanın üyelik derecesi yukarıdaki kümede 0 ile 1 arasında bir reel sayı olmaktadır. Bu tip küme kullanılan en yaygın kümedir. Bu tür bulanık kümelerin gelişme nedeni onların üyelik derecelerinin kesin ve sıkı olma varsayımıdır. Çünkü her elemana bulanık kümeden, $[0, 1]$ arasında bir reel sayı üyelik derecesi adına tahsis edilmesi gerekmektedir. Belirttiğimiz gibi normal bulanık kümede üyelik fonksiyonu $[0, 1]$ arasında bir reel sayı iken 2.tip bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu $[0, 1]$ arasında bir bulanık sistemdir. 2.tip bulanık küme normalin (1.tipin) genelleştirilmişidir. Yani daha fazla belirsizliği içermektedir. Bu çeşit bulanık küme Profesör Zadeh tarafından 1975’de önerilmiştir. Genişletilmiş 2.tip bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu bir üç boyutlu fonksiyon gibidir. Üçüncü boyut, üyelik fonksiyonunun iki boyutlu alanının her noktasındaki miktarıdır ve buna belirsizlik ayak izi (FOU) denilmektedir.

2.8.2. Aralık - değerli bulanık küme

Aralık değerli kümelerin üyelik fonksiyonları, tipik bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları gibi açık ve net değildir. Aralık değerli bulanık küme aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\tilde{A}: X \rightarrow \varepsilon ([0, 1])$$

$\varepsilon ([0, 1])$, 0 ile 1 arasındaki reel sayılar üzerinde tanımlanan bütün kapalı aralıklı kümeleri gösterir. Örneğin $(x = \alpha)$ için $A(\alpha) = [\alpha_1, \alpha_2]$:



Şekil 2.12. Aralık – değerli Bulanık Küme

Aralıklı değerli bulanık kümelerin ilk eksiği tipik bir bulanık küme ile karşılaştırıldığında üyelik fonksiyonu aralıklı olması nedeniyle çok hacimli hesaplamalar gerektirmektedir.

Bu tezde "Aralık-değerli" bulanık kümeler teorisinin temelleri, yani bir S kümesinin her bir üyesinin $[0, 1]$ aralıklı kümelerle eşleştirilme konusu tartışılır. Aralık değerli bulanık küme teorisinde, $[0, 1]$ aralığı yerine $[0, 1]$ alt aralıkları kullanılır. Bir aralığın tamamen uç noktaları ile tespit edilmesi nedeniyle bu aralıkların kümesi

$$\{(a, b): a, b \in [0, 1], a \leq b\}$$

kümesiyle tanımlanır.

2.9. Aralık- değerli Bulanık Küme Kavramı

Bir 2.tip bulanık küme bir kümenin herhangi bir elemanın deterministik olmayan gerçek derecesini belirsiz ve kesin olmayan bir biçimde ifade eder. $\tilde{\tilde{A}}$ ile gösterilen bir 2.tip bulanık küme bir 2.tip üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x, u)$ özelliğini taşır.

Burada:

$$x \in X, u \in J_x^u \subseteq [0, 1] \text{ ve } 0 \leq \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x, u) \leq 1$$

$$\tilde{\tilde{A}} = \{ (x, \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x)) | x \in X \}$$

$$\tilde{\tilde{A}} = \{ (x, u, \mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x, u)) | \forall x \in X, \forall u \in J_x^u \subseteq [0, 1] \}$$

eşitliği ile tanımlanır.

Eğer $\tilde{\tilde{A}}$ Sürekli ise:

$$\tilde{\tilde{A}} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x^u \subseteq [0, 1]} \frac{f_x(u)}{u} \right] /_x \right\}$$

şeklinde ifade edilir.

Eğer $\tilde{\tilde{A}}$ ayrık ise:

$$\tilde{A} = \left\{ \sum_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{M_i} \frac{f_{x_i}(u_{ik})}{u_{ik}} \right] / x_i \right\}$$

şeklinde ile ifade edilir.

Eğer $f_x(u) = 1, \forall u \in [J_x^u, \overline{J}_x^u] \subseteq [0, 1]$ ise 2.tip üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ bir 1.tip inferiyor ve üstün üyelik fonksiyonu $\underline{J}_x^u \equiv \underline{\mu}_A(x)$ ve $\overline{J}_x^u \equiv \overline{\mu}_A(x)$ ile ifade edilir. Buna bir aralık değerli 2. tip bulanık küme denir.

$$\tilde{A} = \left\{ (x, u, 1) \mid \forall x \in X, \forall u \in [\underline{\mu}_A(x), \overline{\mu}_A(x)] \subseteq [0, 1] \right\}$$

Veya:

$$\tilde{A} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{u \in [J_x^u, \overline{J}_x^u] \subseteq [0, 1]} \frac{1}{u} \right] / x \right\} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{u \in [\underline{\mu}_A(x), \overline{\mu}_A(x)] \subseteq [0, 1]} \frac{1}{u} \right] / x \right\}$$

denklemler ile ifade edilir.

Bulanık kümelere bazı operatörler uygulanabilir ya da aralarında bazı işlemler yapılabilir. Bir bulanık kümeye bir operatör uygulandığında başka bir bulanık küme elde edilir. Benzer şekilde, iki ya da daha fazla kümeyi bir operatorle birleştirdiğimizde başka bir bulanık küme elde edilir. $\tilde{A}, \tilde{B}$ dilsel bir değişkenle bağlı iki 2.tip bulanık küme olursa, o zaman üç temel işlem tanımlayabiliriz:

Birleşim: $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \left\{ \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) \right\}$

$$= \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{\alpha \in [\underline{\mu}_A(x) \vee \underline{\mu}_B(x), \overline{\mu}_A(x) \vee \overline{\mu}_B(x)]} \frac{1}{\alpha} \right] / x \right\}$$

Kesişim: $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \left\{ \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) \right\}$

$$= \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{\alpha \in [\underline{\mu}_A(x) \wedge \underline{\mu}_B(x), \overline{\mu}_A(x) \wedge \overline{\mu}_B(x)]} \frac{1}{\alpha} \right] / x \right\}$$

Tümleyen: $\tilde{\bar{A}} = \left\{ \int_{x \in X} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \right\} = \left\{ \int_{x \in X} \left[\int_{\alpha \in [1 - \overline{\mu}_A(x), 1 - \underline{\mu}_A(x)]} \frac{1}{\alpha} \right] / x \right\}$

2.10. Sözel (Dilsel) Değişkenler

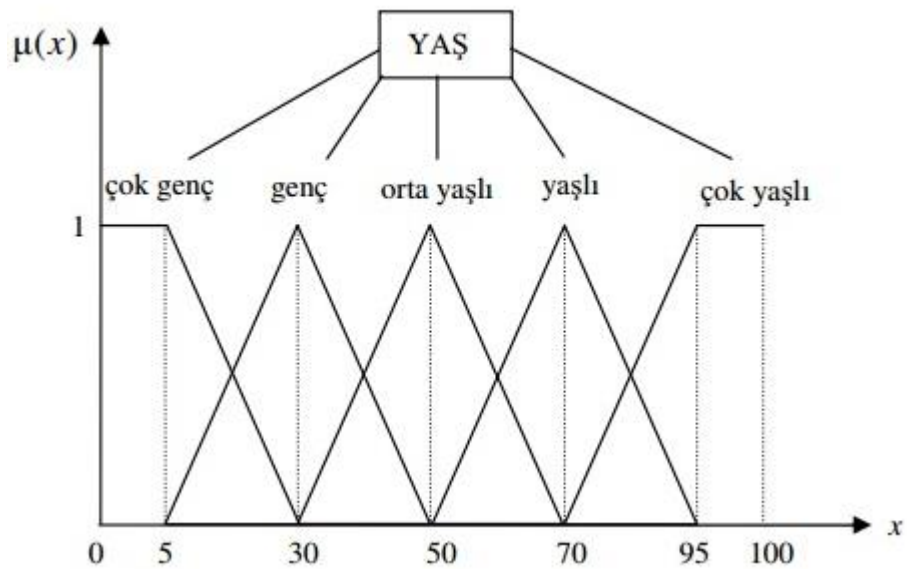
Günlük hayatta, karar verme problemleri çoğu zaman çeşitli nedenlerden dolayı belirsiz veya meçhuldür. Bilgi eksikliği nedeniyle, sistemin gelecekteki durumu tam olarak bilinemeyebilir. Bu tür belirsizlikler olasılık ve istatistik teorisi kullanılarak ayrıntılı ve uygun bir biçimde ele alınmıştır. Fakat, sermaye, hisse senedi, borç ve bunların türevleri gibi günlük yaşamın birçok alanında insan düşünce ve subjektif algısını ifade etmek için yargıda, değerlendirmede ve karar vermede bulunurken genellikle doğal dili kullanır. Değerleri doğal veya suni dilde kelimeler ve cümlelerle ifade edilen değişkenlere dilsel değişkenler denilmektedir (Bojadziev and Bojadziev 1998).

Doğal dildeki kelimelerin anlamı genellikle belirsizdir, bir kelimenin anlamı iyi tanımlanmış olabilir; ancak sözcükleri bir küme için etiket olarak kullanırsak, bu defa nesnelerin kümeye ait olup olmadığını gösteren sınırlar bulanık ya da belirsiz hale gelir. Ayrıca, aynı kelimelerle kendilerini ifade eden insanların bile bireysel subjektif algıları veya kişiliklerinden dolayı olaylara yönelik yargıları anlamlı ölçüde farklı olabilir (Zowghi 2010). Değişken değeri olarak bir dildeki kelimeleri alabilen değişkene “sözel değişken” denir (Zadeh 1975). Burada sözü edilen kelimeler, klasik küme teorisinde

sınır koşulunu net olarak ifade edemeyen kelimelerdir. Sözel değişkenin bulanık kümelerle dayanarak tanımlanması gerekliliğinin tek nedeni bazı kelimelerin karmaşık veya belirsiz anlam gösterebilmesi olmuştur. Sözel değişkenler, net olarak ifade edilemeyen kavramların yaklaşık olarak nitelenmesini sağlar (Özkan 2003).

Bulanık sayıların, bulanık değişkenlerin nicel formüle edilmesinde önemli rolü vardır. Bulanık değişkenler sözel değişkenler olabilir. Sözel değişkenler, çok küçük, orta, büyük...gibi sıkça uygulamalarda kullanılan sözel kavramlarla ilgilidir.

Örneğin yaş; çok genç, genç, orta yaşlı, yaşlı ve çok yaşlı gibi bulanık kümeleri içeren bir sözel değişkendir. Burada, her terim uygun bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Yaş sözel değişkenini evrensel küme $[0, 100]$ olmak üzere çok genç, genç, orta yaşlı, yaşlı ve çok yaşlı terimlerini üçgen bulanık sayılar yardımıyla tanımlayacak olursak üyelik fonksiyonu Şekil (2.13.)'de görüldüğü gibi tanımlanabilir (Bojadziev 1998).



Şekil 2.13. Sözel değişkenler

Çok genç, genç, orta yaşlı, yaşlı ve çok yaşlı terimlerinin üyelik fonksiyonları şu şekilde ifade edilir (Bojadziev and Bojadziev 1998):

$$\mu_{\text{çok genç}}(x) = \begin{cases} 1, 0 < x \leq 5 \\ \frac{30-x}{25}, 5 \leq x \leq 30 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{genç}}(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{25}, 5 \leq x \leq 30 \\ \frac{50-x}{20}, 30 \leq x \leq 50 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{orta yaşlı}}(x) = \begin{cases} \frac{x-30}{20}, 30 \leq x \leq 50 \\ \frac{70-x}{20}, 50 \leq x \leq 70 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{yaşlı}}(x) = \begin{cases} \frac{x-50}{20}, 50 \leq x \leq 70 \\ \frac{95-x}{25}, 70 \leq x \leq 95 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{çok yaşlı}}(x) = \begin{cases} \frac{x-70}{25}, 70 \leq x \leq 95 \\ 1, 95 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Bulanık sözel değişkenler, bulanık önerme ve bulanık sıfatlar olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır. Bulanık önerme birinci terimdir. Bulanık sıfatlar da bunu niteleyen çok, olası, hemen hemen imkânsız, aşırı, olası olmayan gibi kelimelerdir (Baykal ve Beyan 2004a).

2.11. Genişleme Prensibi

Genişleme prensibi, kesin matematiksel kavramları bulanık kümelere genelleştiren bulanık küme teorisinin en temel kavramlarından biridir (Zimmermann 1992). Genişleme prensibi Bulanık küme teorisinin temel bir kavramdır. Bu genel süreç gevrek

uzayların matematiksel ifadelerinin bulanık alanlara genişletilmesini sağlar. $G: X \rightarrow Y$ olduğunu varsayalım ve A, X’de tanımlı bir bulanık küme olsun.

Yani:

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \dots, (x_n, \mu_A(x_n))\}$$

Daha sonra genişleme prensibi, f eşlemesi altında A Bulanık küme görüntüsünü bulanık $B \subseteq Y$ kümesi olarak ifade edebilir (Lee 2005).

$$B = f(A) = \{(y, \mu_B(y))\} \text{ ki } \mu_B(y) = \max_{x=f^{-1}(y)} \mu_A(x)$$

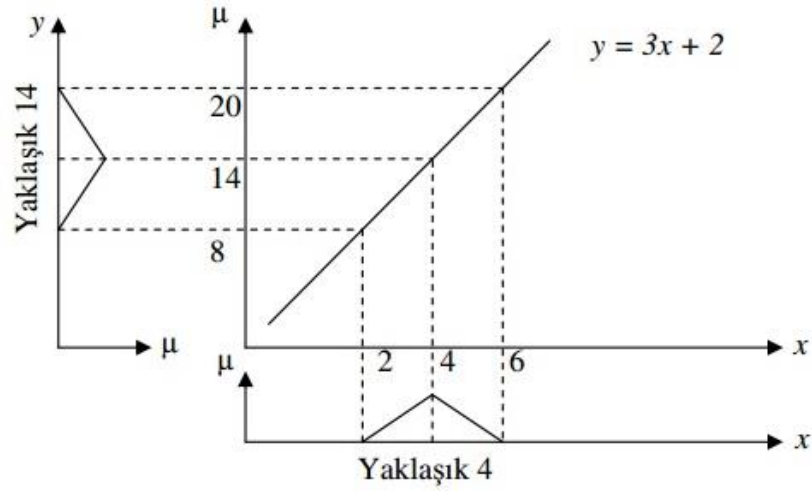
Bulanık nicelikleri ele alırken bulanık olmayan matematiksel kavramları genişletmek için Zadeh (1965) genişleme prensibini ortaya çıkarmıştır. Genişleme prensibi, bulanık bir küme ve fonksiyonel bir ilişkinin yeni bir bulanık kümeyle sonuçlanacağını ifade eder (Özkan 2003). Genişleme prensibi bulanık sayılar ile yapılan işlemlere de sistematik bir şekilde uygulanabilir (Pal and Madjunder 1986). Genişleme prensibi bulanık kümelerde birçok işlemin tanımlanabilmesini sağlar (Tanaka 1997). Örneğin, x ile y arasında $y=3x+2$ şeklinde bir ilişki olduğunda $x = 4$ için y’nin alacağı değer şu şekilde hesaplanır:

$$3. 4 + 2 = 14$$

x “yaklaşık 4” olarak verildiğinde y’nin değeri genişleme prensibi yardımıyla bulunur. Hesaplama süreci ise:

$$3. \text{ “yaklaşık 4”} + 2 = \text{“yaklaşık 12”} + 2 = \text{“yaklaşık 14”}$$

şeklindedir.



Şekil 2.14. Genişleme prensibi

Yukarıdaki şekil genişleme prensibi kavramını göstermektedir.

2.12. Bulanık Kümeler Arası Uzaklık Kavramı

Bulanık kümelerde uzaklık, aradaki farkı açıklamak için ileri sürülmüş bir kavramdır.

Fakat fark kavramından farklı bir ölçektir (Baykal ve Beyan 2004a).

2.12.1. Hamming uzaklığı

$$d(A, B) = \sum_{i=1, x_i \in X} |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|$$

şekilde gösterilir.

Evrensel X kümesinde n eleman olsun, $|X| = n$ bağlı Hamming uzaklığı;

$$\delta(A, B) = \frac{1}{n} d(A, B)$$

olarak hesaplanır. Hamming uzaklığı simetrik uzaklık olarak adlandırılır, ∇ işlemi:

$$\forall x \in X \text{ için } \mu_{A \nabla B} = |\mu_A(x) - \mu_B(x)|$$

şeklinde tanımlanır (Baykal ve Beyan 2004a).

2.12.2. Öklid uzaklığı

$$e(A, B) = \left[\sum_{i=1}^n (\mu_A(x) - \mu_B(x))^2 \right]^{1/2}$$

şeklinde gösterilir.

Evrensel X kümesinin n elemanı olsun, $|X| = n$, bağlı Öklid uzaklığı:

$$\varepsilon(A, B) = \frac{e(A, B)}{n^{1/2}}$$

olarak hesaplanır (Baykal ve Beyan 2004a).

2.12.3. Minkowski uzaklığı

Hamming uzaklığı ve Öklid uzaklığının genelleştirilmesi ile Minkowski uzaklığı elde edilir. $w \in [1, \infty]$ olmak üzere;

$$d_w(A, B) = \left[\sum_{x \in X} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|^{1/w} \right]^{1/2}$$

olarak elde edilir. Bu denklem $w = 1$ için Hamming uzaklığını, $w = 2$ için ise Öklid uzaklığını olur (Baykal ve Beyan 2004a).

2.13. Bulanık Sayıların Sıralaması

Bir bulanık küme sıralama yöntemi, bulanık kümelerin hepsine özgü bir özelliği belirledikten sonra bunları bu özelliğe göre sıralar. Dolayısıyla, değişik sıralama yöntemlerinin aynı bulanık kümeler örneği için farklı sıralama düzeni üretebileceği beklenebilir. Böyle karışıklıklar bulanık kümelerin sıralamasını zorlaştırmaktadır (Zowghi 2010).

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Karar Verme

Nicel bir yaklaşım olarak bilinen MADM (Multi Attribute Decision Making) tekniklerinin rolü, karar vericilerin büyük hacimli karmaşık bilgileri tutarlı bir şekilde algılamalarını kolaylaştırmaktır (Dodgson *et al.* 2000). Karar vermek, yaşımız ve mesleğimiz ne olursa olsun hayatın her aşamasında, sayamayacağımız kadar çok karşı karşıya kaldığımız bir işlemdir. İşletmelerin ölçeği büyüdükçe seçenek sayısı arttıkça işlemler karmaşıktıkça karardan etkilenen kişi ve kurum sayısı da buna bağlı olarak artar ve yanlış kararların maddi manevi bedeli daha da ağırlaşır. Bu sebeple böyle karmaşık karar problemleri ile yüz yüze gelindiğinde, deneyim ve sezgiler çok önemli olmakla beraber, en doğru kararı verme sürecinde, yetersiz kalabilmektedir (Sağır 2006). Karar teorisi, bir matematiksel yöntem olduğu kadar belli teknikleri içeren bir kitledir. Karar teorisi risk ve belirsizlikler yaşamında yöneticiye yani karar vericiye yol göstermektedir. Alternatifler arasından “en iyisini” ortaya çıkarır. Buna rağmen seçilen iyi davranış biçiminin, uygulamada en iyi olacağı gibi kesin bir garantisi yoktur. Karar teorisi teknikleri bilimsel tekniklerdir. Dolayısıyla tekniklerin işleyişi bilimsel bir süreç gerektirir (Mehrgan 2007).

Bu süreç:

- i) Gözlem,
- ii) Problemin tanımlanması,
- iii) Modelin oluşturulması,
- iv) modelin çözümü,
- v) çözüm

aşamalarından geçer.

3.2. Karar Verme Süreci

Günümüzde önemli kararlarda büyük ölçekli verileri içeren problemlerle uğraşmak zorundayız. Uygun ve etkili bir karara ulaşmak için, karar verici birçok bilgiyi analiz etmek ve birçok faktörü dikkate almak zorundadır. Bu durumda çok kriterli karar verme yöntemleri yardımıyla karara ulaşmak uygun olacaktır (Karakaşoğlu 2008). Karar verme sürecinde gözönünde bulunduracağımız alternatif sayısı günümüzde karmaşık ve çeşitlenmiş iş dünyasında çok artmıştır. Karar verici çok sayıda alternatifi eşzamanlı olarak göz önünde bulundurmak zorundadır. Sürekli olarak değişimin yaşandığı iş dünyasında, gelecekle ilgili belirsizlik çok artmıştır. Karar verici gelecekte maruz kalabileceği farklı koşullar için farklı karar senaryoları üretmek zorundadır (Zowghi 2010).

Karar verme süreci etkinlik ve rasyonellik üzerine kurulmaktadır. Karar verme sürecinin faaliyeti ise, karar vericinin uygun kararı vermesiyle ölçülür (Vroom 1973). Doğru karar ise, yöneticinin yararlı maksatları sezme ve bu amaçlara ulaşmak için olanakları doğru yer ve zamanda kullanmasıyla gerçekleşebilir. Bunun için de sistemli ve rasyonel metotlar kullanılır (Heller 1998). Karar, aniden oluşan bir vaka değil; birçok evreden korunan bir süreçtir. Genellikle, süreç; belli bir sonuca varmanın bir takım işlem ve çalışmaların tümüdür. Bu yüzden, etkili bir karara varmak için karar alma sürecinin hangi kademeleri içerdiğini bilmek gerekmektedir (Karakaya 2003).

3.3. Karar Verme Modelleri

3.3.1. Belirlilik altında karar verme

Belirlilik altında karar verici, eldeki seçeneklerin her birinin hangi koşullar altında var olduğunu ve hangi sonucu vereceğiyle ilgili tam ve kesin bir bilgiye sahiptir. Yani, her türlü karar verme sürecine bağlı eylemlerin üreteceği sonuçlar önceden tamamen biliniyorsa buna belirlilik şartları altında karar verme denir (Emhan 2007). Doğrusal programlama modelleri, belirlilik ortamında karar almanın bir misalidir. Bu modeller

sadece alternatiflerin kendi aralarında iyi tanımlanmış matematiksel doğrusal fonksiyonlara bağlı olacağı problemlerde işe yarar (Taha 2000).

3.3.2. Risk altında karar verme

Risk durumunda verilecek kati ve kesin kararlar birçok şart altında yapılmaktadır. Her bir alternatifin sonucu değişik durumlarda kendine özgü olasılıkla gerçekleşir (Öztürk 2004). Risk durumunda seçeneklerin nasıl bir sonuç üreteceği önceden bilinmez. Bu şartlar altında, karar verici doğal gidişatın belirli bir olasılıkla gerçekleşmesini var sayarak, beklenen kâr değerlerini hesaplayıp onlar arasından en iyisini seçer (Tekin 2004). Risk altında, her karar seçeneğiyle ilgili maliyetler çoğunlukla ihtimal dağılımlarıyla tanımlanmaktadır. Dolayısıyla, risk ortamında, genellikle, seçeneklerin umulan kazançın maksimum veya beklenen maliyetin minimumuna göre karşılaştırıldığı beklenen değer ölçütüne dayanarak yapılmaktadır (Taha 2000).

3.3.3. Belirsizlik altında karar verme

Belirsizlik koşullarında karar vermede muhtemel olan vakaların olasılıkları bilinmemektedir, ancak olay meydana gelirken sonuçları tahmin edilebilir ve mevzuyla ilgili bazı bilgiler eldedir. Belirsizlik durumunda karar verme sürecinde danışmanın şahsi bilgileri, deneyimleri, ilişkin olduğu örgüt politikası önemli rol oynamaktadır (Emhan 2007). Karar verici belirsizlik ortamında sonuçların gerçekleşme olasılığını tahmin edememektedir. Geçmişe ait deneyim ve veriler olmadığından bir ihtimal hesaplaması yapılamamaktadır (Engelkiran 2001).

3.4. Çok Kriterli Karar Verme

Çok kriterli karar verme; çok amaçlı karar verme ve çok nitelikli karar verme olmak üzere iki sınıfta analiz edilir (Mendoza and Martins 2006). Karar Verme, amaca varmak ve hedefi yakalamak için alternatifler arasından tutumlarına göre seçim yapmaktır (Forman and Selly 2001). T.L. Saaty, karar verme süreçlerini sezgisel ve analitik olarak

iki sınıfa ayırmaktadır. Sezgisel kararlar, bilgilere dayanmamaktadır ve normalde nitel bir biçime sahiptir. Bazı sade, karışık olmayan karar konumlarında sezgisel girişim başarılı olabilir. Fakat, bilgi gerektiren derin karar durumları ile karşılaşıldığında, yöneticiler sonunda verdikleri kararların kendi değer yargılarından kaymalarını görebilirler. Bu sapmaların gizli olduğu durumlar için "iyi karar verme" tabiri kullanılmaktadır. Karar vericinin sezgisel gücünü önemsemek için iyi karar verme, bir "sanat" olarak söylenmiştir (Saaty 2000). Aynı anda, bu iki sınıf çoğu kez aynı anlamda kullanılmaktadır. Bu sınıflamanın belirleyici etkenini karar uzayının sürekli ya da kesikli olması oluşturmaktadır. Karar uzayının sürekli olması, başka deyişle sınırsız sayıda potansiyel alternatifi olan problemler çok kriterli karar verme problemi olarak kabul edilir. Buna örnek olarak, çok amaçlı işleve sahip matematiksel programlamadır. Öte taraftan çok nitelikli karar verme kapsamında yer alan sorunlar karar uzayı kesikli olan başka bir deyişle sınırlı sayıda potansiyel kritere sahip olan problemlerdir (Mendoza and Martins 2006). Çok kriterli karar verme (kısaca ÇKKV) (Multiple Criteria Decision Making, kısaca MCDM) "çoklu ve birbiriyle çelişen kriterler uyarınca amaca ulaştıracak problemlerin çözümü"ne verilen genel isimdir (Zionts 1979). ÇKKV problemi, bir karar vericinin birden çok kriter içinden çoğunlukla birbiri ile çatışan alternatifler arasında yaptığı tercih çalışmasıdır.

ÇKKV metodunda şu adımlar izlenir:

- i) Konu ile ilişkin kriter ve alternatifler tanımlanır,
- ii) Kriterlerin orantılı önem dereceleri belirlenir,
- iii) Her bir alternatif tüm kriterler ilkesinde ölçülür ve sıralanır (Ballı 2005).

Bir karar verici günlük hayatta, karar verirken, önce problemi ortaya çıkarır. Burada sorunun anlatılması en belirgin etap olarak değerlendirilebilir. Bu aşama çeşitli alternatifler, sonuçlar, önemli kriterler, bilginin özellik ve miktarı gibi konularda karar verilmesini kapsar. Ardından duruma en elverişli ÇKKV tekniği seçilir ve probleme uygulanır (Polat 2000). ÇKKV problemlerinde çoğunlukla farklı alternatifler, durumlar ve onların sonuçları bir matris şeklinde gösterilir (Doğan 1985). ÇKKV, birçok ve

genelde birbiri ile tutarsız kriterler olduğunda alternatifler içinden seçim yapılır ve karar problem matrisi şu şekilde gösterilir:

$$D = \begin{matrix} & K_1 & K_2 & \dots & K_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Burada $A_i, i = 1, 2, \dots, m$ makul alternatifleri, $K_j, j = 1, 2, \dots, n$ alternatiflerin değerlendirilmesinde kullanılan kriterleri ve a_{ij} 'ler A_i alternatifinin K_j kriteri ilkesinde değerlendirme sonuçlarını belirtir (Lai and Hwang 1996). Bir diğer tabirle karar matrisindeki satırlar, birbirine karşın alternatifleri, sütunlar ise alternatiflerin değerlendirileceği kriterleri beyan eder. Literatürde ÇKKV sorunları çözmek için yararlanılan farklı yöntemler vardır bu yöntemlerin hiç birisi diğerlerine karşı tam üstünlük sağlamamaktadır. Bu yöntemlerin en önemli avantajı nicel ve nitel kriterleri bir arada değerlendirmesidir (Dağdeviren vd 2007).

3.5. Bulanık Kümeler ve Çok Kriterli Karar Verme

Kriterler ve ağırlıkları klasik ÇKKV yöntemlerinde genellikle net değer olarak varsayılır ve böylece alternatifler sorunsuz bir şekilde değerlendirilip ve sıralanabilir.

Günlük hayatta karşımıza çıkan olaylarda, yetersiz ya da ulaşılamaz bilgi nedeniyle girdiler kolay belirlenemediğinden genellikle bulanıktır ve kesin değildir. Bundan dolayı, karar vericiler bazen eksik ve sayısal olmayan veriler kullanarak karar vermek zorunda kalabilirler. Bu durumlarda bulanık küme teorisinden yararlanarak daha verimli kararlar verebiliriz.

Kararlar, belirlilik ya da belirsizlik ortamında alınabilir. Belirlilik altında karar vermek, geliştirilmiş birçok teknikten dolayı daha kolayken belirsizlik durumunda karar verme zordur. Bulanık ortam, belirsizlik altında karar verilirken amaç ve kısıtların belirgin olmadığı ortama denir (Bellman and Zadeh 1970). Bu durumlar gerçek bir karar verme probleminin çok karmaşık olduğunu ve bu nedenle sık sık küçük matematiksel modellemeye ihtiyaç duyulduğu belirtmektedir (Zimmermann and Zysno 1985). Sonuç olarak, klasik ÇKKV yöntemin gerek bulanık gerekse net verilerle ideal bir sonuca ulaştıracağı kesin olarak bilinemez. Genel olarak, "bulanık" terimi, öznitelik veya hedef kesin tanımlı olmadığı bir durumda ifade edilmektedir. Eldeki bilgiler yargılamak için yeterli olmadığında ya da net değer, gerçek durumları modellemek için yetersiz olduğunda yine de bulanık terim kullanılır. Maalesef, klasik ÇKKV yöntemleri etkin bir şekilde sorunların üstesinden gelememektedir. Bu yöntemler sadece tüm kriterlerin performanslarının bilinmesi varsayımında sorunlar ile başa çıkmak için uygundur böylece net sayılar ile temsil edilebilir (Zimmermann 1980).

3.6. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri

Uygulamalarda çoğunlukla kullanılan ÇKKV yöntemleri aşağıda ki gibi sıralanabilir:

- i) Ağırlıklı Toplam Yöntemi (ATY),
- ii) Ağırlıklı Çarpım Yöntemi (AÇY),
- iii) Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP),
- iv) TOPSIS ve Bulanık TOPSIS,
- v) PROMETHEE,
- vi) ELECTRE.

3.6.1. TOPSIS Yöntemi

Çok kriterli karar verme yöntemlerinden TOPSIS metodu bu tezde temel yaklaşım olarak ele alınmıştır. Hwang and Yoon (1981) tarafından geliştirilen bu tekniğin esasında, pozitif ideal çözüme en kısa uzaklık ve negatif ideal çözüme en uzak mesafedeki alternatifin seçilmesi bulunmaktadır. TOPSIS yöntemi 6 adımdan oluşan bir çözüm sürecini kapsamaktadır. İzlenecek adımlar şu şekilde özetlenebilir (Mahmoodzadeh *et al.* 2007; Dumanoglu ve Ergül 2010):

1. Adım- Karar Matrisinin oluşturulması: Karar verici tarafından oluşturulan A matrisi başlangıç matrisi olarak tanımlanmakta ve aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

A_{ij} matrisinde m karar noktası sayısını, n değerlendirme faktörü sayısını göstermektedir.

2. Adım- Karar matrisinin normalize edilmesi: (R matrisi) TOPSIS yönteminde, karar matrisinin normalizasyonunda vektör normalizasyonu kullanılır. Vektör normalizasyonu aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanır:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_{ij}^2}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Bu durumda R matrisi:

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

şeklinde olur.

3.Adım- Ağırlıklı Standart Karar Matrisinin (V) oluşturulması: Alternatifin her kriterden aldığı değer, o kriterin ağırlığı ile çarpılır. Değerlendirme faktörlerine ilişkin ağırlık değerleri (w_j) belirlendikten sonra ($\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1$) R matrisinin her bir sütunundaki elemanlar ilgili w_j değeri ile çarpılarak V matrisi oluşturulur.

$$V_{ij} = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \cdots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \cdots & w_n r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \cdots & w_n r_{mn} \end{bmatrix}$$

4.Adım- Pozitif ideal (A^+) ve negatif ideal (A^-) çözümün belirlenmesi: Bu aşamada ağırlıklandırılmış matriste her bir sütunda yer alan maksimum ve minimum değerler tespit edilir. J_1 fayda kriterler kümesini, J_2 ise maliyet kriterler kümesini göstermektedir.

Maksimum değerler:

$$A^+ = \{v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+\} = \{(max_i v_{ij} | j \in J_1), (min_i v_{ij} | j \in J_2) | i = 1, 2, \dots, m\}$$

Minimum değerler:

$$A^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-\} = \{(min_i v_{ij} | j \in J_1), (max_i v_{ij} | j \in J_2) | i = 1, 2, \dots, m\}$$

5.Adım- Ayrım ölçümlerinin hesaplanması: Ayrım ölçüsü, pozitif ideal çözüme ya da negatif ideal çözüme olan uzaklığı ifade eder. Alternatifler arasındaki uzaklık Öklit bağıntısı ile hesaplanabilir (Mahmoodzadeh *et al.* 2007).

Pozitif ideal çözüme uzaklık:

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Negatif ideal çözüme uzaklık:

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Burada hesaplanacak olan S_i^+ ve S_i^- sayıları karar noktası sayısı olmaktadır.

6.Adım- İdeal çözüme bağıl yakınlığın hesaplanması: Her bir karar noktasının ideal çözüme göreli yakınlığının (C_i^+) hesaplanmasında ideal ve negatif ideal ayrım ölçülerinden faydalanılmaktadır. Burada kullanılan kriter, negatif ideal fark ölçüsünün toplam fark ölçüsü içindeki payıdır. İdeal çözüme göreli yakınlık değerinin hesaplanması aşağıdaki formül kullanarak gerçekleştirilmektedir.

(Ballı ve Korukoğlu 2009)

$$C_i^+ = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^+} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Formüldeki C_i^+ değeri $0 \leq C_i^+ \leq 1$ arasında değer almaktadır. $C_i^+ = 1$ karar noktasının ideal çözüme, $C_i^+ = 0$ karar noktasının negatif ideal çözüme kesin yakınlığını belirtmektedir. Sonuç olarak türetilen değerler, büyüklük sırasına göre dizilerek karar noktalarının (alternatiflerin) önem sıraları saptanmaktadır.

3.6.2. BULANIK-TOPSIS Yöntemi

Bu bölümde Chen (2000) tarafından geliştirilen Bulanık TOPSIS metodu tanımlanacaktır. Bu yöntem, bulanık ortamlarda ÇKKV'de kullanılmaktadır. Dilse terimleri değerlendirip üyelik fonksiyonu yaparak nümerik hale getirilip ve algoritma yardımıyla kriterlere değerlendirme imkanı sunan bir karar verme vasıtasıdır. Bulanık TOPSIS yönteminde, kriterlerin yakınlık katsayıları hesaplanıp sıralaması yapılmaktadır. Yakınlık etkenleri 0 ile 1 arasında bir değerdir. Sonuç 1'e ne kadar yakınsa alternatifin seçilme şansı o kadar çoğalır. Bulanık TOPSIS yönteminin temelini, seçilen adayın Bulanık pozitif optimum çözüme en yakın, Bulanık negatif optimum çözüme ise en uzak mesafede olması oluşturmaktadır. En net özelliği ise karar verme kriterlerinin farklı önem ağırlığına sahip olabilmelerini doğrulamasıdır (Chen 2000; Chen *et al.* 2005). Bulanık TOPSIS metod algoritması aşağıdaki gibidir (Chen 2000):

1.Adım: Karar verici, dilsel değişkenlerden yararlanarak karar verme kriterlerinin önem derecesini ve bu kriterler için alternatifleri değerlendirir. Değerlendirmede kullanılan dilsel değişkenler ile bu değişkenlerin üçgen bulanık sayılar olarak eşitlikleri çizelge (3.1, 3. 2.)'deki gibidir (Chen 2000).

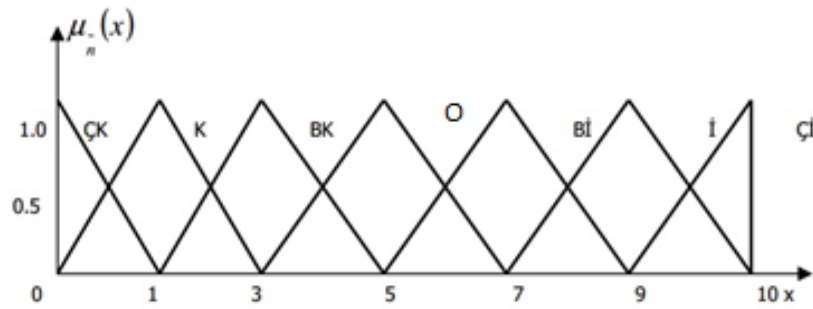
Çizelge 3.1. Dilsel değişkenlerin üçgen bulanık sayılar ile eşitlikleri

Çok Yüksek (ÇY)	(0.9, 1, 1)
Yüksek (Y)	(0.7, 0.9, 1)
Biraz Yüksek (BY)	(0.5, 0.7, 0.9)
Orta (O)	(0.3, 0.5, 0.7)
Biraz Düşük (BD)	(0.1, 0.3, 0.5)
Düşük (D)	(0, 0.1, 0.3)
Çok Düşük (ÇD)	(0, 0, 0.1)

Çizelge 3.2. Dilsel değişkenlerin üçgen bulanık sayılar ile eşitlikleri

Çok İyi (Çİ)	(9, 10, 10)
İyi (İ)	(7, 9, 10)
Biraz İyi (Bİ)	(5, 7, 9)
Orta (O)	(3, 5, 7)
Biraz Kötü (BK)	(1, 3, 5)
Kötü (K)	(0, 1, 3)
Çok Kötü (ÇK)	(0, 0, 0.1)

Çizelge (3.1, 3.2)'deki dilsel değişkenlerin üyelik fonksiyonları Şekil (3.1)'deki gibi gösterilebilir (Chen and Huang 2005).

**Şekil 3.1.** Dilsel değişkenlerin bulanık üyelik fonksiyonları

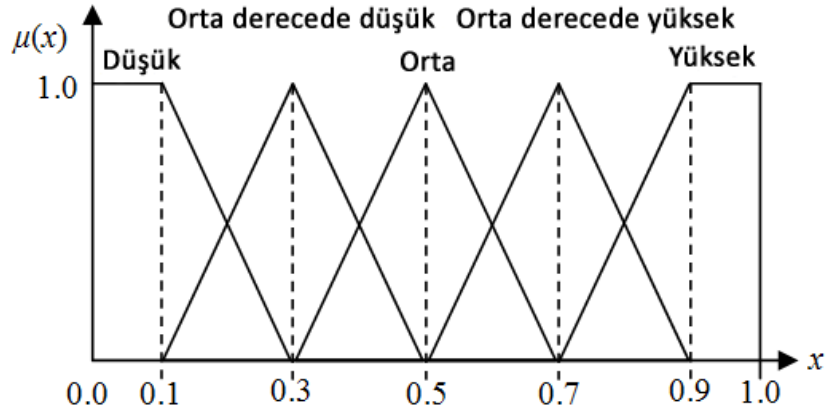
Bu bölümde, TOPSIS yöntemi Bulanık (FUZZY) ortamında incelenecektir. Bu yöntemin işleyişi aşağıda ifade edilmiştir:

İlk olarak m adet alternatif ($A_i = 1, 2, \dots, m$), n tane seçim kriterine ($C_j = 1, 2, \dots, n$) karşılık ölçülür. Özel değerlendirmeler karar verici (ler) tarafından dilsel terimlerin kullanılmasıyla; ağırlık vektörü $W = (w_1, w_2, \dots)$, ile karar matrisi $D = \{a_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$ saptanır. Ağırlık vektörü W , problem için n adet seçim kriterinin ($C_j = 1, 2, \dots, n$) ilişkin önemini belirtir. Karar matrisi $D = \{a_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$ seçim kriteri C_j göre A_i alternatifinin yarar oranlarını açıklar. Verilmiş bir ağırlık vektörü ve karar matrisi kullanılarak problemin hedefine göre tüm alternatifler açısından sıralama elde edilir. Bir alternatif değerlendirme probleminde karar matrisinin ve ağırlık vektörünün gösterimi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} K_1 & K_2 & \dots & K_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$W = [w_1 \dots \dots \dots w_n]$$

Herbir kriter için kendi kriterine ait alt kriterler bakımından ağırlık değerleri hesaplanır. Hesaplanmış bu değerler seçim kriterlerinin ağırlıkları olarak elde edilir. Kullanılan sayılar üçgensel bulanık sayı olduğundan elde edilen ağırlıklarda üçgensel bulanık sayı olarak gösterilir. Bu çalışmada bulanık ağırlıklara karşılık gelen üyelik fonksiyonları 7 ölçekte olup sırasıyla “çok düşük (0, 0, 0.1), düşük (0, 0.1, 0.3), orta derecede düşük (0.1, 0.3, 0.5), orta (0.3, 0.5, 0.7), orta derecede yüksek (0.5, 0.7, 0.9), yüksek (0.7, 0.9, 1), çok yüksek (0.9, 1, 1)” şeklinde aşağıda Şekil (3.2)’de ki gibi tarif edilmiştir.



Şekil 3.2. Bulanık ağırlıklar

Ağırlık vektöründen sonra karar matrisi kurulur. Karar matrisi her bir kriterin alternatiflerine göre değerlendirilmesi sonucu türetilen matristir. Bu matriste yapılan değerlendirmeler performans bakımından yapılır ve her bir kriterin, her bir alternatifi açısından kendine ait olan alt kriterlerine göre değerlendirilir. Bu çalışmada yapılan bulanık performans değerlendirmesi aşağıdaki ölçeğe göre saptanmıştır:

“Çok zayıf (0, 0, 1), Zayıf (0, 1, 3), Orta derecede zayıf (1, 3, 5), Orta (3, 5, 7), Orta derecede iyi (5, 7, 9), İyi (7, 9, 10), Çok iyi (9, 10, 10)”.

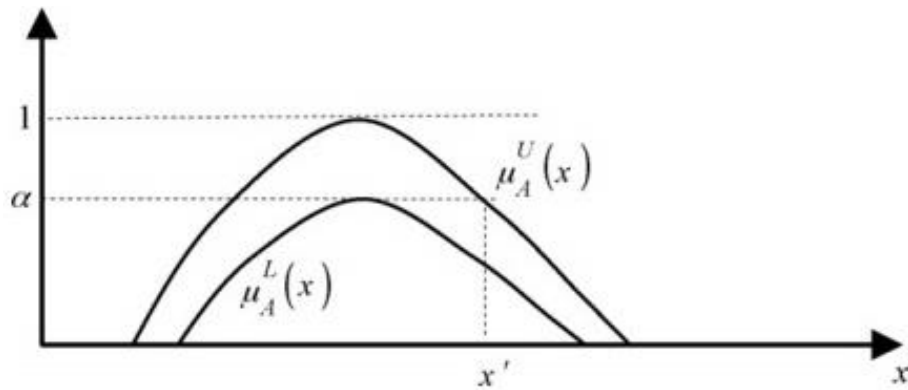
3.6.3. Aralık - değerli Bulanık-TOPSIS yöntemi

Bulanık kümeler kuramında, bir uzman görüşünü $[0, 1]$ aralığında bir sayı ile tam olarak ifade etmesi zordur. Bu nedenle, kesinlik derecesini bir aralık ile göstermek daha uygun olacaktır. Aralık değerli bulanık kümeler ilk kez Gorczany ve Türkşen tarafından öne sürülmüştür. Ayrıca, Cornelis, Karnik ve Mendelin belirttiği gibi bir olayın dilsel modellemesinde, dilsel ifadesinin tanıtımı sıradan bulanık kümeler şeklinde yeterince açık olmadığından bu yeni konsept önerilmiştir. Aralık değerli bulanık kümeler günlük uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Ashtiani 2009).

Bulanık ÇKKV problemlerinde, performans değerlendirme değerleri ve nispi ağırlıkları genellikle bulanık sayılar ile karakterize edilir. Bulanık sayı, reel sayıların belirli bir aralığıyla tanımlanan $[0, 1]$ arasında bir üyelik değerine sahip olan bir dışbükey bulanık kümedir. Bu gerçeğe göre, bazı durumlarda, bu değerın tam belirlenmesi zordur, ancak üyelik değeri gerçel sayılardan oluşan bir aralık olarak ifade edilebilmektedir. Burada kriter değerleri kriter ağırlıkları gibi dilsel değişkenler olarak kabul edilmektedir. Dilsel değişken kavramı, genellikle sayısal ifadelerde mantıklı bir şekilde tanımlanmayacak kadar karmaşık veya yanlış tanımlanmış durumlarda işe yaramaktadır (Zadeh 1975). (3.3, 3.4.) çizelgelerde gösterildiği gibi bu dil değişkenleri üçgen aralık değerli bulanık sayılara dönüştürülebilmektedir.

$\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{n \times m}$, Bir ÇKKV probleminin bulanık karar matrisi olsun, burada $A_1, A_2, \dots, A_n$ n alternatif ve $C_1, C_2, \dots, C_m$ m kriterdir. Yani A_i alternatifinin performansı C_j kriterine karşı $\tilde{x}_{ij}$ olarak gösterilmektedir. Şekil (3.3.)'de gösterildiği gibi $\tilde{x}_{ij}$ ve $\tilde{w}_j$ üçgen aralık değerli bulanık sayılar olarak ifade edilmektedir.

$$\tilde{x} = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3) \\ (\acute{x}_1, x_2, \acute{x}_3) \end{cases}$$



Şekil 3.3. Aralık değerli bulanık küme

Çizelge 3.3. Dilsel Değişkenlerin değerlendirme tanımları

Çok Kötü	[(3.83, 4.83); 6.33; (7.5, 8.83)]
Kötü	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
Kısmen Kötü	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
Uygun	[(6.17,7.5); 8.67; (9.17, 9.83)]
Kısmen İyi	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]
İyi	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]
Çok İyi	[(8.5, 9.5); 10; (10, 10)]

Çizelge 3.4. Kriterlerin dilsel değişkenlerin önem derecesi

Çok Düşük	[(0, 0) ; 0 ; (0.1, 0.15)]
Düşük	[(0, 0.05) ; 0.1; (0.25, 0.35)]
Orta Düşük	[(0, 0.15) ; 0.3; (0.45, 0.55)]
Orta	[(0.25, 0.35); 0.5; (0.65, 0.75)]
Orta Yüksek	[(0.45, 0.55) ; 0.7; (0.8, 0.95)]
Yüksek	[(0.55, 0.75) ; 0.9; (0.95, 1)]
Çok Yüksek	[(0.85, 0.95);1; (1, 1)]

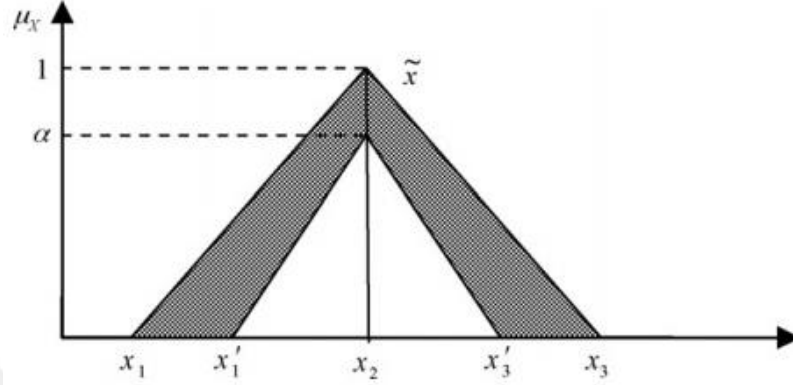
$\tilde{x}$ aynı zamanda $\tilde{x} = [(x_1, \acute{x}_1), x_2, (\acute{x}_3, x_3)]$ olarak da gösterilebilir. Aralık değerli sayıların kullanılması, matris elemanlarının ve kriterlerin ağırlıkları için bir aralık olarak alt ve üst sınır değerlerini tanımlamak uzmanlara yol gösterir. TOPSIS metodunun geliştirilmesine önerilen yaklaşım yani aralık değerli bulanık veriler (IVF-TOPSIS) aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

1.Adım -Verilen $\tilde{x}_{ij} = [(a_{ij}, \acute{a}_{ij}), b_{ij}, (\acute{c}_{ij}, c_{ij})]$, normalize performans değerlendirmesi Chen'in genişletmesi olarak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\tilde{r}_{ij} = \left[\left(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{\acute{a}_{ij}}{c_j^+} \right), \frac{b_{ij}}{c_j^+}, \left(\frac{\acute{c}_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{c_j^+} \right) \right], i = 1, 2, \dots, n, j \in \Omega_b \quad (3.1.)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left[\left(\frac{a_j^-}{\acute{a}_{ij}^-}, \frac{a_j^-}{a_{ij}^-} \right), \frac{a_j^-}{b_{ij}^-}, \left(\frac{a_j^-}{\acute{c}_{ij}^-}, \frac{a_j^-}{c_{ij}^-} \right) \right], i = 1, 2, \dots, n, j \in \Omega_c \quad (3.2.)$$

$$c_j^+ = \max_i c_{ij}, j \in \Omega_b, a_j^- = \min_i a'_{ij}, j \in \Omega_c$$



Şekil 3.4. Üçgen aralık değerli bulanık sayılar

Yukarıda kullanılan normalizasyon mantığı deterministik problemlerde kullanılan ile aynıdır. Böylece, normalize matris $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{n \times m}$ elde edilebilir.

2. Adım- Her kriterin farklı önemi göz önüne alınarak, ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{n \times m}$, burada $\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j$ inşa edebilir. Eğer, çarpma operatörü uygulanırsa:

$$\tilde{V}_{ij} = \left[\left(\tilde{r}_{1ij} \times \tilde{w}_{1j}, \tilde{r}'_{1ij} \times \tilde{w}'_{1j} \right); \tilde{r}_{2ij} \tilde{w}_{2j}; \left(\tilde{r}'_{3ij} \times \tilde{w}'_{3j}, \tilde{r}_{3ij} \times \tilde{w}_{3j} \right) \right] \quad (3.4.)$$

$$= [(g_{ij}, g'_{ij}); h_{ij}; (l_{ij}, l'_{ij})]$$

elde edilir.

3. Adım- İdeal ve negatif ideal çözüm:

$$A^+ = [(1, 1); 1; (1, 1)], j \in \Omega_b \quad (3.5.)$$

$$A^- = [(0, 0); 0; (0, 0)], j \in \Omega_c$$

şeklinde tanımlanabilir.

4. Adım- Normalize edilmiş öklid uzaklığı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$D^-(\tilde{N}, \tilde{M}) = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 [(N_{x_i}^- - M_{y_i}^-)^2]} \quad (3.6.)$$

$$D^+(\tilde{N}, \tilde{M}) = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 [(N_{x_i}^+ - M_{y_i}^+)^2]} \quad (3.7.)$$

Burada, $D^-(\tilde{N}, \tilde{M})$ ve $D^+(\tilde{N}, \tilde{M})$ sırasıyla, birincil ve ikincil uzaklık ölçüsüdür.

Böylece her alternatifin mesafesi ideal alternatiften:

$$D_{i1}^+ = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g_{ij} - 1)^2 + (h_{ij} - 1)^2 + (l_{ij} - 1)^2]} \quad (3.8.)$$

$$D_{i2}^+ = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g'_{ij} - 1)^2 + (h_{ij} - 1)^2 + (l'_{ij} - 1)^2]}$$

$[D_{i1}^+, D_{i2}^+]$ şeklinde hesaplanır.

Benzer şekilde, $[D_{i1}^-, D_{i2}^-]$ negatif ideal çözüm uzaklığı:

$$D_{i1}^- = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g_{ij} - 0)^2 + (h_{ij} - 0)^2 + (l_{ij} - 0)^2]} \quad (3.9.)$$

$$D_{i2}^- = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g'_{ij} - 0)^2 + (h_{ij} - 0)^2 + (l'_{ij} - 0)^2]}$$

şeklinde olur.

Yukarıdaki denklemler aralık değerli bulanık verilerin pozitif ideal ve negatif ideal uzaklıklarını belirlemek için kullanılır.

5. Adım- Göreli yakınlık aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$RC_1 = \frac{D_{i2}^-}{D_{i2}^+ + D_{i2}^-}, RC_2 = \frac{D_{i1}^-}{D_{i1}^+ + D_{i1}^-} \quad (3.10.)$$

RC_i^* 'in nihai değeri:

$$RC_i^* = \frac{RC_1 + RC_2}{2} \quad (3.11.)$$

şeklinde belirlenmektedir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Gelişmekte olan ülkelerde kalkınma bankalarının sınırlı kaynakların tahsisi alanında oynadıkları önemli rolü, yatırımların daha da amaca yönelik kullanılmasını sağlamaktır. Bu tezde, özel bankaların faaliyet kapsama alanında değişik sektörlerle ilgili yatırım önceliklendirme modeli geliştirildi. Bu amaca yönelik, etkili kriterler ve alt kriterler belirlendikten sonra uzmanlar tarafından onların ağırlıkları tahmin edildi. Karar verme sürecinde Hiyerarşi TOPSIS yönteminden yararlanıldı. Bu yöntemin başlıca seçilme nedeni de, bulanık yaklaşımlı TOPSIS yönteminin nicel etkenleri nicelleştirebilmesi ve bazı nicel etkenlerin belirsizlik hatasını tahmin edebilmesidir. Geliştirdiğimiz modelin sonuçlarından kalkınma bankaların kısa ve uzun vadeli yatırım yönlendirmesi ve programlaları için yararlanılabilecektir.

4.1. Konunun Matematiksel İfadesi

Araştırmanın uygulanması için bankanın karar vericilerinden oluşan bir heyet, bankanın muhtemel yatırım seçeneklerini değerlendirip sıralamakla görevlendirildi. Sıralanacak yatırım seçenekleri Çizelge (4.1)'de gösterilmektedir.

Çizelge 4.1. Sıralanacak seçenekler

Kod	Ünvan	Kod	Unvan
A ₁	Kağıt endüstrisi	A ₆	Gıda ve içecek endüstrisi
A ₂	Araç ve parça üretimi	A ₇	Radyo, televizyon, haberleşme
A ₃	Maden	A ₈	Elektrik santrali
A ₄	Turizm endüstrisi	A ₉	Geri dönüşüm endüstrisi
A ₅	Rafineri ve petrokimya endüstrisi	A ₁₀	Deri endüstrisi

İlk olarak, kütüphane kaynakları ve yöneticilerle yapılan görüşmelerden edinilen bilgileri kullanarak ve bir kalkınma bankasının stratejik belgelerine müracaat ederek kriterler ve alt kriterler belirlendi. Kriterler, “endüstriyel verim”, “banka stratejisi ile

uyumluluk” ve “bankanın endüstriyel deneyimi” olmak üzere üç kriterden oluşuyor. Çizelge (4.2.) kriterler ve alt kriterlerin hiyerarşisini göstermektedir. Ayrıca, grafikte her alt kriterin türü veya yönü (kar veya maliyeti) gösterilmektedir. Karar problemlerinin analizinde kriterler (bulanık veya bulanık olmayan) kazanç (istenen) ve maliyet (istenmeyen) olmak üzere ikiye bölünmüştür. Kazanç kriterlerinde kriterin miktarı ne kadar büyük olursa istenilirliği daha fazla iken; maliyet kriterlerinde kriterin miktarı her ne kadar küçük olursa istenilirliği o kadar fazladır.

Hedef: Yatırım Öncelikleri

Çizelge 4.2. İncelenen konunun alt kriterleri

	C ₁ -Endüstriyel verimlilik		C ₂ -Banka stratejisi ile uyum		C ₃ -Endüstriyel deneyimi
C ₁₁	Sanayi ürünleri için artan talep (k)	C ₂₁	Yabancı yatırımcı cezbetme kabiliyeti (k)	C ₃₁	Takipteki alacaklar (m)
C ₁₂	Alternatif Ürünler (m)	C ₂₂	Girişimcilik (k)	C ₃₂	Endüstriyel projelerin uygulama süreci (k)
C ₁₃	Ürün fiyatlandırmasında devlet müdahalesi (m)	C ₂₃	Teknoloji aktarımı Kapasitesi (k)		
C ₁₄	Borsada endüstrinin akım değeri (k)	C ₂₄	Yabancı ürünlere bağımlılığı azaltma Kabiliyeti (k)		
C ₁₅	Endüstriyel projelerin getirileri için ortalama süreç (m)	C ₂₅	Yabancı hammaddeye bağımlılık miktarı (m)		
		C ₂₆	İhracat miktarı (k)		

4.2. Çözüm Basamakları

1.Adım- Temel kriterlerin ağırlığı, karar vericiler tarafından hedefe göre ayrı ayrı ve birbirinden bağımsız verildikten sonra belirlenen dilsel değişkenlere göre karar matrisi oluşturulur.

Çizelge 4.3. Karar matrisi dilsel değişkenlere göre

	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅	C ₂₁	C ₂₂	C ₂₃	C ₂₄	C ₂₅	C ₂₆	C ₃₁	C ₃₂
A ₁	Kİ	K	KK	İ	KK	Kİ	Kİ	U	U	KK	U	KK	Kİ
A ₂	Kİ	KK	KK	Kİ	KK	Kİ	Kİ	K	U	KK	Kİ	KK	Kİ
A ₃	U	K	K	U	K	İ	U	ÇK	K	U	İ	KK	U
A ₄	U	KK	KK	Kİ	K	Kİ	U	K	Kİ	KK	Kİ	KK	U
A ₅	Çİ	ÇK	K	Kİ	ÇK	İ	İ	İ	İ	K	Kİ	K	Çİ
A ₆	İ	K	K	İ	K	Kİ	İ	Kİ	Kİ	KK	Kİ	K	İ
A ₇	K	U	U	KK	K	U	KK	K	ÇK	KK	KK	U	U
A ₈	U	KK	KK	U	KK	U	U	Kİ	U	K	U	KK	Kİ
A ₉	Kİ	K	K	Kİ	KK	Kİ	Kİ	İ	Kİ	KK	Kİ	KK	Kİ
A ₁₀	U	KK	KK	KK	K	U	KK	U	U	K	U	K	U

Daha önce bahsettiğimiz gibi her dilsel değişkenin bir aralıklı bulanık değeri (çizelge 3.3.) vardır.

Bu şekilde, karar matrisi aralıklı bulanık sayılarla (5.1, 5.2, 5.3) Çizelgeleri ile oluşturulmaktadır.

2. Adım- Bu aşamada, karar matrisi (3.1, 3.2.) denklemleri ile normalize edilerek sonuçlar Çizelge (5.4, 5.5, 5.6) ile ifade edilmektedir.

3. Adım- Adım- Daha önce belirtildiği gibi, her bir kriterin ağırlığı karar vericiler tarafından çizelge (3.4.)'e göre Çizelge (4.4) deki gibi önceden tespit edilmiştir (Shannon entropy).

Çizelge 4.4. Kriterin ağırlığı dilsel değişkenlere göre

C ₁₁	ÇY	C ₂₁	L	C ₃₁	O
C ₁₂	Y	C ₂₂	OD	C ₃₂	OD
C ₁₃	Y	C ₂₃	O		
C ₁₄	L	C ₂₄	OD		
C ₁₅	OY	C ₂₅	ÇD		
		C ₂₆	O		

4. Adım- Her kriterin farklı önemi olduğunu göz önüne alarak, ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi (3.4.) formül yardımıyla çizelge (5.7, 5.8, 5.9)'yi oluşturabiliriz.

5.Adım- Her alternatifin uzaklığı ideal alternatiften tanım (3.5, 3.6, 3.7, 3.8)'yi kullanarak hesaplanmış ve Çizelge (5.10)'de verilmiştir.

6.Adım- Bu aşamada her alternatifin bulanık nispi yakınlığı her çiftin ilgili ayrımları kullanılarak hesaplanmıştır ve sonuçlar Çizelge (5.10) "Sum" kısmında verilmiştir.

7.Adım- Son aşamada alternatifler, göreceli yakınlıklarına göre Çizelge (5.11)'de sıralanmaktadır.

Çizelge 5.1. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi

	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}
A_1	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_2	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_3	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
A_4	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
A_5	[(8.5, 9.5); 10; (10, 10)]	[(3.83, 4.83); 6.33; (7.5, 8.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(3.83, 4.83); 6.33; (7.5, 8.83)]
A_6	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
A_7	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
A_8	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_9	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_{10}	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]

Çizelge 5.2. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi

	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}
A_1	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_2	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_3	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(3.83, 4.83); 6.33; (7.5, 8.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]
A_4	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_5	[(8.5, 9.5); 10; (10, 10)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(8.5, 9.5); 10; (10, 10)]	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]
A_6	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_7	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(3.83, 4.83); 6.33; (7.5, 8.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_8	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]
A_9	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]
A_{10}	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]

Çizelge 5.3. Aralık değerli bulanık sayı karar matrisi

	C ₂₆	C ₃₁	C ₃₂
A ₁	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]
A ₂	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]
A ₃	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]
A ₄	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]
A ₅	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(8.5, 9.5); 10; (10, 10)]
A ₆	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(4.5, 5.5); 6.67; (7.67, 8.33)]	[(7.5, 8.83); 9.67; (9.83, 10)]
A ₇	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]
A ₈	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]
A ₉	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]	[(5.17, 6.17); 7.33; (8.17, 9)]	[(7.17, 8.17); 9; (9.33, 9.83)]
A ₁₀	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]	[(6.17, 7.5); 8.67; (9.17,9.83)]

$$\tilde{x}_{ij} = [(a_{ij}, \acute{a}_{ij}), b_{ij}, (\acute{c}_{ij}, c_{ij})] \quad 1-a \tilde{r}_{ij} = \left[\left(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{\acute{a}_{ij}}{c_j^+} \right), \frac{b_{ij}}{c_j^+}, \left(\frac{\acute{c}_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{c_j^+} \right) \right], i = 1, 2, \dots, n, j \in \Omega_b$$

$$1-b \tilde{r}_{ij} = \left[\left(\frac{a_j^-}{\acute{a}_{ij}^-}, \frac{a_j^-}{a_{ij}^-} \right), \frac{a_j^-}{b_{ij}^-}, \left(\frac{\acute{a}_j^-}{\acute{c}_{ij}^-}, \frac{a_j^-}{c_{ij}^-} \right) \right], i = 1, 2, \dots, n, j \in \Omega_c \quad c_j^+ = \max_i c_{ij}, j \in \Omega_b, a_j^- = \min_i \acute{a}_{ij}, j \in \Omega_c$$

10	4.83	5.5	10	4.83	10	9.83	10	10	5.5	9.83	5.5	10
c_1^+	a_2^-	a_3^-	c_4^+	a_5^-	c_6^+	c_7^+	c_8^+	c_9^+	a_{10}^-	c_{11}^+	a_{12}^-	c_{13}^+

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{n \times m}$$

Çizelge 5.4. Normalize karar matrisi

	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅
A ₁	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]
A ₂	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]
A ₃	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]
A ₄	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]
A ₅	[(0.85, 0.95); 1; (1, 1)]	[(1, 1.3); 0.76; (0.55, 0.64)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(1, 1.3); 0.76; (0.55, 0.64)]
A ₆	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]
A ₇	[(0.45, 0.55); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.64, 0.78); 0.56; (0.49, 0.53)]	[(0.73, 0.89); 0.63; (0.56, 0.6)]	[(0.52, 0.62); 0.7; (0.82, 0.9)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]
A ₈	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]
A ₉	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]
A ₁₀	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.78, 0.93); 0.66; (0.54, 0.59)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.52, 0.62); 0.7; (0.82, 0.9)]	[(0.88, 1.07); 0.72; (0.58, 0.63)]

Çizelge 5.5. Normalize karar matrisi

	C ₂₁	C ₂₂	C ₂₃	C ₂₄	C ₂₅
A ₁	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₂	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.45, 0.55); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₃	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.38, 0.48); 0.63; (0.75, 0.88)]	[(0.45, 0.55); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.73, 0.89); 0.63; (0.56, 0.6)]
A ₄	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.45, 0.55); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₅	[(0.85, 0.95); 1; (1, 1)]	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.85, 0.95); 1; (1, 1)]	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]
A ₆	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₇	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.53, 0.63); 0.75; (0.83, 0.92)]	[(0.45, 0.55); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.38, 0.48); 0.63; (0.75, 0.88)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₈	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.73, 0.89); 0.63; (0.56, 0.6)]
A ₉	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]
A ₁₀	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.53, 0.63); 0.75; (0.83, 0.92)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]

Çizelge 5.6. Normalize karar matrisi

	C ₂₆	C ₃₁	C ₃₂
A ₁	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]
A ₂	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]
A ₃	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]
A ₄	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]
A ₅	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.85, 0.95); 1; (1, 1)]
A ₆	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(1, 1.22); 0.82; (0.62, 0.72)]	[(0.75, 0.88); 0.97; (0.98, 1)]
A ₇	[(0.53, 0.63); 0.75; (0.83, 0.92)]	[(0.73, 0.89); 0.63; (0.56, 0.6)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]
A ₈	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]
A ₉	[(0.73, 0.83); 0.92; (0.95, 0.95)]	[(0.89, 1.06); 0.75; (0.61, 0.67)]	[(0.72, 0.82); 0.9; (0.93, 0.98)]
A ₁₀	[(0.63, 0.76); 0.88; (0.93, 1)]	[(0.73, 0.89); 0.63; (0.56, 0.6)]	[(0.62, 0.75); 0.73; (0.82, 0.9)]

Kriterlerin Ağırlıkları:

	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅	C ₂₁	C ₂₂	C ₂₃	C ₂₄	C ₂₅	C ₂₆	C ₃₁	C ₃₂
	ÇY	Y	Y	D	OY	D	OD	O	OD	ÇD	O	O	OD
$\bar{w}_j$	[(0.85, 0.95) ; 1 ; (1, 1)]	[(0.55, 0.75) ; 0.9; (0.95, 1)]	[(0.55, 0.75) ; 0.9; (0.95, 1)]	[(0, 0.05) ; 0.1; (0.25, 0.35)]	[(0.45, 0.55) ; 0.7; (0.8, 0.95)]	[(0, 0.05) ; 0.1; (0.25, 0.35)]	[(0, 0.15) ; 0.3; (0.45, 0.55)]	[(0.25, 0.35) ; 0.5; (0.65, 0.75)]	[(0, 0.15) ; 0.3; (0.45, 0.55)]	[(0, 0) ; 0; (0.1, 0.15)]	[(0.25, 0.35) ; 0.5; (0.65, 0.75)]	[(0.25, 0.35) ; 0.5; (0.65, 0.75)]	[(0, 0.15) ; 0.3; (0.45, 0.55)]

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{n \times m}$$

$$\tilde{V}_{ij} = \left[\left(\tilde{r}_{1ij} \times \tilde{w}_{1j}, \tilde{r}'_{1ij} \times \tilde{w}'_{1j} \right); \tilde{r}_{2ij} \times \tilde{w}_{2j}; \left(\tilde{r}'_{3ij} \times \tilde{w}'_{3j}, \tilde{r}_{3ij} \times \tilde{w}_{3j} \right) \right] = \left[\left(g_{ij}, g'_{ij} \right); h_{ij}; (l_{ij}, l'_{ij}) \right] \quad \tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j$$

Çizelge 5.7. Ağırlıklı normalize bulanık karar matrisi

	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅
A ₁	[(0.61, 0.78); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.48, 0.80); 0.65; (0.55, 0.63)]	[(0.49, 0.8); 0.68; (0.58, 0.67)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.25, 0.35)]	[(0.35, 0.51); 0.46; (0.43, 0.56)]
A ₂	[(0.61, 0.78); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.43, 0.70); 0.59; (0.51, 0.59)]	[(0.49, 0.8); 0.68; (0.58, 0.67)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0.35, 0.51); 0.46; (0.43, 0.56)]
A ₃	[(0.53, 0.71); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.48, 0.80); 0.65; (0.55, 0.63)]	[(0.55, 0.92); 0.74; (0.59, 0.72)]	[(0, 0.04); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0.4, 0.6); 0.5; (0.46, 0.6)]
A ₄	[(0.53, 0.71); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.43, 0.70); 0.59; (0.51, 0.59)]	[(0.49, 0.8); 0.68; (0.58, 0.67)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0.4, 0.6); 0.5; (0.46, 0.6)]
A ₅	[(0.72, 0.9); 1; (1, 1)]	[(0.55, 0.98); 0.68; (0.52, 0.64)]	[(0.55, 0.92); 0.74; (0.59, 0.72)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0.45, 0.72); 0.53; (0.44, 0.61)]
A ₆	[(0.64, 0.84); 0.97; (0.98, 1)]	[(0.48, 0.80); 0.65; (0.55, 0.63)]	[(0.55, 0.92); 0.74; (0.59, 0.72)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.25, 0.35)]	[(0.4, 0.6); 0.5; (0.46, 0.6)]
A ₇	[(0.38, 0.52); 0.67; (0.77, 0.83)]	[(0.35, 0.59); 0.50; (0.47, 0.53)]	[(0.40, 0.67); 0.57; (0.53, 0.6)]	[(0, 0.03); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0.4, 0.6); 0.5; (0.46, 0.6)]
A ₈	[(0.53, 0.71); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.43, 0.70); 0.59; (0.51, 0.59)]	[(0.49, 0.8); 0.68; (0.58, 0.67)]	[(0, 0.04); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0.35, 0.51); 0.46; (0.43, 0.56)]
A ₉	[(0.61, 0.78); 0.9; (0.93, 0.98)]	[(0.48, 0.80); 0.65; (0.55, 0.63)]	[(0.55, 0.92); 0.74; (0.59, 0.72)]	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0.35, 0.51); 0.46; (0.43, 0.56)]
A ₁₀	[(0.53, 0.71); 0.73; (0.82, 0.9)]	[(0.43, 0.70); 0.59; (0.51, 0.59)]	[(0.49, 0.8); 0.68; (0.58, 0.67)]	[(0, 0.03); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0.4, 0.6); 0.5; (0.46, 0.6)]

Çizelge 5.8. Ağırlıklı normalize bulanik karar matrisi

	C ₂₁	C ₂₂	C ₂₃	C ₂₄	C ₂₅
A ₁	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.35)]	[(0, 0.12); 0.28; (0.43, 0.52)]	[(0.16, 0.26); 0.37; (0.53, 0.68)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₂	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0, 0.12); 0.28; (0.43, 0.52)]	[(0.11, 0.19); 0.34; (0.5, 0.62)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₃	[(0, 0.04); 0.01; (0.25, 0.35)]	[(0, 0.11); 0.26; (0.42, 0.55)]	[(0.09, 0.17); 0.32; (0.49, 0.66)]	[(0, 0.08); 0.2; (0.35, 0.46)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.09)]
A ₄	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0, 0.11); 0.26; (0.42, 0.55)]	[(0.11, 0.19); 0.34; (0.5, 0.62)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₅	[(0, 0.05); 0.1; (0.25, 0.35)]	[(0, 0.11); 0.26; (0.42, 0.55)]	[(0.21, 0.33); 0.5; (0.65, 0.75)]	[(0, 0.13); 0.29; (0.44, 0.55)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.11)]
A ₆	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0, 0.11); 0.26; (0.42, 0.55)]	[(0.18, 0.29); 0.45; (0.6, 0.74)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₇	[(0, 0.04); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0, 0.08); 0.23; (0.37, 0.51)]	[(0.11, 0.19); 0.34; (0.5, 0.62)]	[(0, 0.07); 0.19; (0.34, 0.48)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₈	[(0, 0.04); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0, 0.11); 0.26; (0.42, 0.55)]	[(0.18, 0.29); 0.45; (0.6, 0.74)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.09)]
A ₉	[(0, 0.04); 0.09; (0.23, 0.34)]	[(0, 0.12); 0.28; (0.43, 0.52)]	[(0.19, 0.31); 0.49; (0.64, 0.75)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.1)]
A ₁₀	[(0, 0.04); 0.07; (0.21, 0.32)]	[(0, 0.08); 0.23; (0.37, 0.51)]	[(0.16, 0.26); 0.37; (0.53, 0.68)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]	[(0, 0); 0; (0.06, 0.11)]

Çizelge 5.9. Ağırlıklı normalize bulanik karar matrisi

	C ₂₆	C ₃₁	C ₃₂
A ₁	[(0.16, 0.27); 0.44; (0.6, 0.75)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]
A ₂	[(0.18, 0.29); 0.46; (0.62, 0.71)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]
A ₃	[(0.16, 0.27); 0.44; (0.6, 0.75)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]
A ₄	[(0.18, 0.29); 0.46; (0.62, 0.71)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]
A ₅	[(0.18, 0.29); 0.46; (0.62, 0.71)]	[(1, 0.43); 0.41; (0.4, 0.54)]	[(0, 0.14); 0.3; (0.45, 0.55)]
A ₆	[(0.18, 0.29); 0.46; (0.62, 0.71)]	[(1, 0.43); 0.41; (0.4, 0.54)]	[(0, 0.13); 0.29; (0.44, 0.55)]
A ₇	[(0.13, 0.22); 0.38; (0.54, 0.69)]	[(0.18, 0.31); 0.32; (0.36, 0.45)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]
A ₈	[(0.16, 0.27); 0.44; (0.6, 0.75)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]
A ₉	[(0.18, 0.29); 0.46; (0.62, 0.71)]	[(0.22, 0.37); 0.38; (0.4, 0.5)]	[(0, 0.12); 0.27; (0.42, 0.54)]
A ₁₀	[(0.16, 0.27); 0.44; (0.6, 0.75)]	[(0.18, 0.31); 0.32; (0.36, 0.45)]	[(0, 0.11); 0.22; (0.37, 0.5)]

$$\tilde{V}_{ij} = \left[\left(\tilde{r}_{1ij} \times \tilde{w}_{1j}, \tilde{r}'_{1ij} \times \tilde{w}'_{1j} \right); \tilde{r}_{2ij} \times \tilde{w}_{2j}; \left(\tilde{r}'_{3ij} \times \tilde{w}'_{3j}, \tilde{r}_{3ij} \times \tilde{w}_{3j} \right) \right] = [(g_{ij}, g'_{ij}); h_{ij}; (l_{ij}, l'_{ij})]$$

$$D_{i1}^+ = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g_{ij} - 1)^2 + (h_{ij} - 1)^2 + (l_{ij} - 1)^2]} \quad D_{i2}^+ = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g'_{ij} - 1)^2 + (h_{ij} - 1)^2 + (l'_{ij} - 1)^2]}$$

$$D_{i1}^- = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g_{ij} - 0)^2 + (h_{ij} - 0)^2 + (l_{ij} - 0)^2]} \quad D_{i2}^- = \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{3} [(g'_{ij} - 0)^2 + (h_{ij} - 0)^2 + (l'_{ij} - 0)^2]}$$

Çizelge 5.10. Alternatiflerin mesafesi ideal alternatiflerden

A1	D_{11}^+	D_{12}^+	D_{11}^-	D_{12}^-	A2	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+
C11	0.234521	0.14	0.826035	0.890468	C11	0.235938	0.14	0.826035	0.890468
C12	0.443471	0.31459	0.564329	0.697472	C12	0.478714	0.356183	0.537742	0.648228
C13	0.424264	0.288039	0.588473	0.719097	C13	0.423832	0.289425	0.588473	0.719097
C14	0.892562	0.851293	0.153406	0.209921	C14	0.898332	0.853483	0.594699	0.204369
C15	0.585947	0.491155	0.415933	0.511631	C15	0.588501	0.491698	0.415933	0.511631
C21	0.898146	0.851293	0.142595	0.209921	C21	0.898332	0.853483	0.594699	0.204369
C22	0.783156	0.712928	0.296254	0.312463	C22	0.783858	0.712554	0.648922	0.347946
C23	0.665833	0.591608	0.384448	0.471487	C23	0.701831	0.641898	0.354824	0.422729
C24	0.816497	0.742092	0.248529	0.321714	C24	0.817578	0.741732	0.62857	0.321714
C25	0.791623	0.776745	0.034641	0.057735	C25	0.980408	0.967815	0.578389	0.057735
C26	0.627163	0.549363	0.439394	0.525674	C26	0.607838	0.541541	0.457675	0.516333
C31	0.67082	0.585064	0.342929	0.420833	C31	0.671516	0.586316	0.342929	0.420833
C32	0.789515	0.710868	0.288271	0.355387	C32	0.789367	0.701189	0.645316	0.362859
Sum	8.623517	7.605039	4.725234	5.703802	Sum	8.876043	7.877319	7.214205	5.628312
A3	D_{11}^+	D_{12}^+	D_{11}^-	D_{12}^-	A4	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+
C11	0.329747	0.235938	0.703847	0.784644	C11	0.329747	0.235938	0.703847	0.784644
C12	0.445496	0.315911	0.564329	0.697472	C12	0.494335	0.376917	0.514166	0.628808
C13	0.382187	0.225389	0.631981	0.798415	C13	0.423832	0.289425	0.588473	0.719097
C14	0.91086	0.865814	0.455192	0.190526	C14	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369
C15	0.548209	0.43589	0.455192	0.568624	C15	0.528205	0.3879	0.475044	0.624873
C21	0.920616	0.880189	0.144453	0.285832	C21	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369
C22	0.792465	0.716984	0.28519	0.356931	C22	0.792465	0.716984	0.28519	0.356931
C23	0.576368	0.503786	0.48874	0.554196	C23	0.701831	0.641898	0.354824	0.422729
C24	0.778396	0.698451	0.304248	0.366742	C24	0.789367	0.711548	0.288271	0.355387
C25	0.980408	0.818535	0.034641	0.519615	C25	0.848528	0.967815	0.34641	0.057735
C26	0.62695	0.550454	0.439394	0.525674	C26	0.607838	0.541541	0.457675	0.516333
C31	0.671516	0.586316	0.342929	0.420833	C31	0.671516	0.586316	0.342929	0.420833
C32	0.817578	0.741732	0.248529	0.321714	C32	0.817578	0.741732	0.248529	0.321714
Sum	8.780795	7.57539	5.098663	6.391219	Sum	8.801903	7.904981	4.890547	5.617823
A5	D_{11}^+	D_{12}^+	D_{11}^-	D_{12}^-	A6	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+
C11	0.161658	0.057735	0.916224	0.967815	C11	0.208886	0.093986	0.877667	0.939237
C12	0.422414	0.278328	0.587452	0.781537	C12	0.445496	0.315911	0.564329	0.697472
C13	0.382187	0.225389	0.631981	0.798415	C13	0.382187	0.225389	0.631981	0.798415
C14	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369	C14	0.892674	0.850921	0.153406	0.209921
C15	0.528205	0.3879	0.475044	0.624873	C15	0.548209	0.43589	0.455192	0.568624
C21	0.889288	0.843603	0.155456	0.212132	C21	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369
C22	0.792465	0.716984	0.28519	0.356931	C22	0.792465	0.716984	0.28519	0.356931
C23	0.576368	0.503786	0.48874	0.554196	C23	0.615061	0.539815	0.445309	0.52732
C24	0.778396	0.698451	0.304248	0.366742	C24	0.789367	0.711548	0.288271	0.355387
C25	0.980408	0.964728	0.034641	0.063509	C25	0.980408	0.967815	0.034641	0.057735
C26	0.607838	0.541541	0.457675	0.516333	C26	0.607838	0.541541	0.457675	0.637652
C31	0.485833	0.543016	0.665357	0.463537	C31	0.485833	0.543016	0.665357	0.463537
C32	0.772981	0.690917	0.31225	0.37063	C32	0.778396	0.698451	0.304248	0.366742
Sum	8.276371	7.305862	5.456853	6.281021	Sum	8.42515	7.49475	5.305861	6.183343

Çizelge 5.10. (devam)

A7	D_{11}^+	D_{12}^+	D_{11}^-	D_{12}^-	A8	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+
C11	0.426693	0.350333	0.628808	0.685128	C11	0.329747	0.235938	0.703847	0.784644
C12	0.563738	0.461519	0.444747	0.541295	C12	0.494335	0.376917	0.514166	0.511924
C13	0.505239	0.38893	0.505239	0.614763	C13	0.423832	0.289425	0.588473	0.563116
C14	0.91086	0.869521	0.127802	0.189912	C14	0.91086	0.865814	0.127802	0.585634
C15	0.548209	0.43589	0.455192	0.568624	C15	0.599694	0.491698	0.407799	0.505074
C21	0.91086	0.865814	0.127802	0.190526	C21	0.91086	0.865814	0.127802	0.585634
C22	0.814412	0.748198	0.251529	0.326292	C22	0.792465	0.716984	0.28519	0.622415
C23	0.701831	0.641898	0.354824	0.422729	C23	0.615061	0.539815	0.445309	0.646581
C24	0.835005	0.772744	0.22487	0.300777	C24	0.817578	0.741732	0.248529	0.60291
C25	0.980408	0.967815	0.034641	0.057735	C25	0.980408	0.970927	0.034641	0.579684
C26	0.671541	0.602467	0.388544	0.472193	C26	0.62695	0.550454	0.439394	0.65549
C31	0.717496	0.643169	0.296873	0.365605	C31	0.671516	0.586316	0.342929	0.513582
C32	0.817578	0.741732	0.248529	0.321714	C32	0.789367	0.711548	0.288271	0.616144
Sum	9.403869	8.490031	4.089401	5.057293	Sum	8.962673	7.943382	4.55415	7.772831
A9	D_{11}^+	D_{12}^+	D_{11}^-	D_{12}^-	A10	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+	D_{11}^+
C11	0.235938	0.14	0.826035	0.890468	C11	0.329747	0.235938	0.703847	0.784644
C12	0.445496	0.315911	0.564329	0.697472	C12	0.494335	0.376917	0.514166	0.628808
C13	0.382187	0.225389	0.631981	0.798415	C13	0.423832	0.289425	0.588473	0.719097
C14	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369	C14	0.91086	0.869521	0.127802	0.189912
C15	0.588501	0.491698	0.415933	0.511631	C15	0.548209	0.43589	0.455192	0.568624
C21	0.898332	0.853483	0.142595	0.204369	C21	0.91086	0.865814	0.127802	0.190526
C22	0.783858	0.712554	0.296254	0.347946	C22	0.814412	0.748198	0.251529	0.326292
C23	0.590424	0.515978	0.478121	0.547327	C23	0.664179	0.590734	0.384448	0.471487
C24	0.789367	0.711548	0.288271	0.355387	C24	0.817578	0.741732	0.248529	0.321714
C25	0.980408	0.967815	0.034641	0.057735	C25	0.980408	0.964728	0.034641	0.063509
C26	0.607838	0.541541	0.457675	0.516333	C26	0.62695	0.550454	0.439394	0.525674
C31	0.687217	0.586316	0.335062	0.420833	C31	0.717496	0.643169	0.296873	0.365605
C32	0.789367	0.711548	0.288271	0.355387	C32	0.817578	0.741732	0.248529	0.321714
Sum	8.677263	7.627264	4.901763	5.907672	Sum	9.056444	8.054252	4.421223	5.477606

$$RC_1 = \frac{D_{i2}^-}{D_{i2}^+ + D_{i2}^-}, RC_2 = \frac{D_{i1}^-}{D_{i1}^+ + D_{i1}^-}$$

$$RC_i^* = \frac{RC_1 + RC_2}{2}$$

Çizelge 5.11. Seçeneklerin nihai sıralaması

	RC_1	RC_2	RC^*	RANK
A_1	0.428572	0.353983	0.391278	7
A_2	0.416738	0.448359	0.432549	2
A_3	0.457607	0.367353	0.41248	5
A_4	0.415433	0.357171	0.386302	8
A_5	0.462286	0.602653	0.532469	1
A_6	0.452062	0.386414	0.419238	3
A_7	0.373306	0.30307	0.338188	10
A_8	0.494574	0.336925	0.415749	4
A_9	0.436476	0.36098	0.398728	6
A_{10}	0.404793	0.328041	0.366417	9

5. SONUÇ

Günümüzde, yüksek verimli yatırım fırsatlarının belirlenmesi ve bunların önceliklerinin yapılması, yatırımcıların özellikle kalkınma bankalarının kaynaklarının tahsisi alanında başlıca konuyu oluşturmaktadır. Yatırım önceliklendirmesi finansal kurumlar ve bankalar için alışıldık bir faaliyet olsa da, bu faaliyetin kendine özgü karmaşıklıklar içerdiği de bilinmektedir. Bu karmaşıklıklar da değerlendirme sürecinde çok sayılı nicel ve nitel ölçütlerin etkili olması ve çok sayıda karar vericinin katılmasından kaynaklanmaktadır. Çok Kriterli Karar Verme modelleri karar vericiyi bu karmaşıklıklara karşı destekleyebilmektedir. Oysa, nicel ve nitel kriterlerin belirsizliği bu karmaşıklıkları daha da arttırmaktadır. Nicel kriterleri değerlendirirken, anket ve ölçme işlemleri sürecinde toplama veya hesaplamalarda hata oluşması nedeniyle, daima belirsizlikle karşılaşmaktadır. Genellikle karar vericiler tarafından dilsel sözcükler olarak ifade edilen nitel kriterleri değerlendirirken de, yargılar belirsiz ve muğlak bilgiler içermektedir. Bu karmaşıklık ile başa çıkmak için, bulanık küme teorisi geliştirilmiştir. Bu teori, hatalı veri veya bulanık yargı nedeniyle ortaya çıkan belirsizliği göstermek için gerekli esnekliği sağlayabilmektedir. Dolayısıyla, tartışma konusu olan problemlerde bulanık küme teorisine dayalı Çok Kriterli Karar Verme yöntemlerini kullanabiliriz.

Bulanık ÇKKV problemleri için yeterli ve yetersiz bilgilerle uygulanabilen çok sayıda değişik güçlü yöntemler mevcuttur. Bu tezde, bu sorunu hata derecesini azaltma yoluyla çözmek için interval-değerli bulanık TOPSIS diye adlandırdığımız yeni bir Bulanık TOPSIS modeli geliştirilmiştir.

KAYNAKLAR

- Ashtiani, B. Haghighirad, F. Makui, A. Montazer, G.A., 2009. Extension of fuzzy TOPSIS Ashtiani, B. Haghighirad, F. Makui, A. Montazer, G.A. Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets, Contents lists available at ScienceDirect Applied Soft Computing journal homepage: www.elsevier.com/locate/asoc. Applied Soft Computing 9, 457–461.
- Abbasbandy, T. Hajjari, 2009. A new approach for ranking of trapezoidal fuzzy number, Comput. Math. Appl. 57, 413-419.
- Ballı, S., 2005. Fuzzy Çok Kriterli Karar Verme ve Basketbolda Oyuncu Seçimine Uygulanması (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Muğla Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Muğla.
- Ballı, S. ve Korukoğlu, S., 2009. “Operating System Selection Using Fuzzy AHP and Topsis Methods”, Mathematical & Computational Applications, 14 (2), 119-130.
- Baykal N., Beyan, T., 2004a. Bulanık Mantık İke ve Temelleri, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.
- Bellman, R. E., Zadeh, L. A., 1970. “Decision making in a fuzzy environment”, Management Science, Vol. 17, pp. 141-164.
- Bojadziev G., Bojadziev, M., 1998. Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications, World Scientific, London.
- Chen, C. T., 2001. A Fuzzy Approach to Select the Location of the Distribution Center. Fuzzy Sets and Systems, 118, 65-73.
- Chen, C. T., Lin, C. T. and Huang S. F., 2005. A Fuzzy Approach for Supplier Evaluation and Selection in Supply Chain Management. International Journal of Production Economies, 1-13.
- Chen, C. T., 2000. Extensions of the TOPSIS for Group Decision-Making under Fuzzy Environment. Fuzzy Sets and Systems, 114, 1-9.
- Dağdeviren M., Eraslan E., Kurt M., 2007. Makina Seçimi Problemi için TOPSIS, AHP, ELECTRE ve PROMETHEE Yöntemleri ile Karşılaştırılmalı Bir Analiz.
- Dodgson *et al.*, 2000. DTLR Multi-Criteria Analysis Manual Chapter “Appasial and Evaluation in Government” Online Publication of Communities and Local Government UK Can be accessed at: <http://www.communities.gov.uk/index.asp?id=1142254>
- Doğan M. (1985). İşletmelerde Karar Verme Teknikleri, Bilgehan Basımevi, İzmir.
- Dumanoğlu, S. ve Ergül, N., 2010. “İMKB’de İşlem Gören Teknoloji Şirketlerinin Mali Performans Ölçümü”, Muhasebe ve Finansman Dergisi, 48, 101-111.
- Emhan, A., 2007. Karar Verme Süreci ve bu Süreçte Bilişim Sistemlerinin Kullanılması, Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi www.e-sosder.com ISSN: 1304-0278 Yaz-2007 C.6 S.21 (212-224)
- Engelkıran, M., 2001. Fuzzy Çoklu Kriterlere Göre Karar Vermenin İnsan Kaynaklarına Uygulanması (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi), Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Forman, E. & Selly, M.A., 2001. Decisions by Objectives, World Scientific.
- Forman, E.H. & Gass, S.I., 2001. "The Analytic Hierarchy Process-An Exposition", Operations Research-Informs, C.49, S. 4, 469-486.

- Forman, E.H., 1992. "Facts and Fictions About the Analytic Hierarchy Process", in A. Goicoechea, L.Duckstein, S. Zionts (Eds.), Multiple Criteria Decision Making, SpringerVerlag, New York, 123-133.
- Gorzalczany M.B., 1987. A method of inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems 21, 1–17.
- Günel, Ü. 1997, Bulanık Mantık, Otomasyon dergisi, No.55, 56, s.50-55.
- Hwang, C.L. & Yoon, K. 1981. Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications, Springer, Berlin Heidelberg.
- Heller, Robert, 1998. "Making Decisions", Dorling Kindersley, London.
- Karnik, N.N. Mendel, J.M. 2001. Operations on type-2 fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems 122, 327–348.
- Karakaya, K., 2003. İstanbul Boğazı'ndan Geçen Gemilerin Emniyetli Geçişinin Analitik Hiyerarşi Prosesi Kullanarak Analizi (Basılmamı Yüksek Lisans Tezi), Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
- Karakaşoğlu, N., 2008. Bulanık Çok Kriterli Karar Verme Yöntemler ve Uygulama Haziran 2008. Denizli.
- Lai Y. J., Hwang C. L., 1996. Fuzzy Multiple Objective Decision Making, SpringerVerlag, Berlin Heidelberg.
- Lee, A. H. I., Chen, W. C., Chang, C. J., 2008. A fuzzy AHP and BSC Approach for Evaluating Performance of IT Department in the Manufacturing Industry in Taiwan, Expert Systems with Applications, 34, p.96–107.
- Mahmoodzadeh S., J. Shahrabi, M. Pariazar ve Zaeri, M. S., 2007. "Project Selection by Using Fuzzy AHP and TOPSIS Technique", World Academy of Science, Engineering and Technology, 30, 333-338.
- Mehrgan, M., 2007. Design of Rating Model for Oil Refineries based on DEA method of Fuzzy Numbers, First Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems Ferdowsi University of Mashhad, Iran.
- Mendoza, G. A. ve Martins, H., 2006. Multi-criteria decision analysis in natural resource management: A critical review of methods and new modelling paradigms. Forest Ecology and Management, 230, 1–22.
- Özkan M., 2003. Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi, Bursa.
- Öztürk, A., 2004. Yöneylem Araştırması (10.baskı) , Bursa: Ekin Kitabevi.
- Pal, S.K., & Majumder, D.K.D. 1986. Fuzzy Mathematical Approach to Pattern Recognition, John Wiley & Sons, New York.
- Polat, D. Ş., 2000. Askeri Helikopter Alımı Problemine Analitik Hiyerarşi Metodu ile Bir Yaklaşım (Basılmamı Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Şahin, R. & Yiğider, M. (2016), A Multi-criteria neutrosophic group decision making metod based TOPSIS for supplier selection. International Journal of Intelligent and Fuzzy Systems , December 2016.
- Sambuc, R. Ph.D. Thesis, University of Marseille 1975 ve I.Grattan-Guinness, 1975; 149–160.
- Saaty, T.L. & Vargas, L.G., 1980. "Hierarchical Analysis of Behavior in Competition: Prediction in Chess" European Journal of Operational Research, C. 32, S. 13, ss. 107-117.
- Saaty, T.L., 2000. Fundamentals of Decision Making and Priority Theory, 2nd Edition, RWS Publications, Pittsburgh.

- Sağır, C., 2006. Karar Verme Sürecini Etkileyen Faktörler ve Karar Verme Sürecinde Etiğin Önemi, Edirne Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eylül, 2006. P, iv.
- Taha H. A., 2000. Yöneylem Araştırması, 6. Basımdan Çeviri, Çevirenler: Ş.Alp Baray, şakir Esnaf, Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- Tanaka K. (1997). An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications, Çeviren: Tak Niimura, Springer-Verlag, New York.
- Tekin M. (2004). Sayısal Yöntemler, 5. Baskı, Konya.
- Turksen, I.B. Interval-valued strict preference with Zadeh triples, Fuzzy Sets and Systems 78 (1996) 183–195.
- Vroom, V., 1973. “A new look at managerial decision making”, Organizational dynamics, 1973.
- Yılmaz, S., 2006, KOÜ, Bulanık Mantık ve Mühendislik Uygulamaları Ders Notları.
- Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy Sets. Information and Control, 8, 338-353. International Journal of Computer Applications (0975 – 8887)
- Zadeh, L. A., 1975. The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I Computer Sciences Division, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, and the Electronics Research Laboratory, University of California, Berkely, California 94720.
- Zadeh, L. A., 1987. A Fuzzy Set Theoretic Interpretation of Linguistic Hedge. In R.R. Yager, S. Ovchinnikov, R.M. Tong, H.T. Nguyen (Ed.), Fuzzy Sets and Applications: Selected Papers by L.A. Zadeh (pp.467-498). Canada: John Wiley & Sons Publishing.
- Zare, M.Y., 2012. Developing Fuzzy TOPSIS Method based on Interval valued Fuzzy Sets. Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran. Volume 42– No.14, March 2012.
- Zimmermann H.J. and Zysno, P., 1980. “Latent connectives in human decision making,” Fuzzy Sets and Systems, vol. 4, pp. 37–51, 1980.
- Zimmermann H.J., 1992. Fuzzy Set Theory and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, USA.
- Zimmermann, H. J., 2001. Fuzzy set theory--and its applieations / ISBN 978-94-010-3870-6 ISBN 978-94-010-0646-0 (eBook)
- Zionts, S., 1979. "MCDM-If Not A Roman Numeral Then What?", Interfaces, C. 9, S. 4, 94-101.
- Zowghi, M., 2010. Fuzzy Management, Mashhad Üniversitesi, İran. P, 23.

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında İran’da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İran’da tamamladı. 1997 yılında TABRİZ Üniversitesi Fen Bilimler Fakültesi Uygulamalı Matematik bölümünde lisans öğrenimine başlayarak 2001 yılında mezun oldu. 2012 yılında ATATÜRK Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı Analiz bilim dalında yüksek lisans öğrenimine başladı sonra 2014 yılında Uygulamalı Matematik’e geçerek yüksek lisans eğitimine devam etti.

