

**ARCH MODELLERİYLE
BAZI ÜLKELERİN DÖVİZ KURLARININ
VOLATİLİTESİNİN İNCELENMESİ**

Zeynep ÖZGÜN

Yüksek Lisans Tezi

İstatistik Anabilim Dalı

Temmuz-2011

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Zeynep ÖZGÜN' ün “**ARCH modelleriyle bazı ülkelerin döviz kurlarının volatilitésinin incelenmesi**” başlıklı **İstatistik** Anabilim Dalındaki, Yüksek Lisans Tezi 23.06.2011 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Adı-Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Doç. Dr. BERNA YAZICI

.....

Üye : Yard. Doç. Dr. ATILLA ASLANARGUN

.....

Üye : Yard. Doç. Dr. SERPİL TÜRKYILMAZ

.....

Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu' nun
.....tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ARCH MODELLERİYLE BAZI ÜLKELERİN DÖVİZ KURLARININ VOLATİLİTESİNİN İNCELENMESİ

ZEYNEP ÖZGÜN

Anadolu Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Berna YAZICI

2011, 209 sayfa

Finansal serilerde, taşıdıkları özellikler nedeniyle doğrusal zaman serisi yerine, doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması giderek daha yaygın hale gelmiştir. Öngörü hataları varyansının sabit olmadığı, değişen varyansa sahip olduğu zaman serisinin çözümlenmesinde serilerin bu özelliğini de dikkate alacak modellere gereksinim duyulmuştur. Robert F. Engle (1982), geçerliliği olamayan yukarıda belirtilen varsayımı genelleştirmiş ve Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) süreçleri olarak adlandırılan stokastik süreçlerin yeni bir sınıfını önermiştir. Bu çalışmada, bazı ARCH (GARCH, GARCH-M ve EGARCH, TGARCH) modellerinin istatistiksel özellikleri ve tahmin yöntemleri incelenmiş, bu modeller farklı gelişmişlik düzeylerindeki rasgele seçilen on ülkenin döviz kuru serilerine uygulanmıştır. Model sonuçları karşılaştırılarak serilere en uygun koşullu varyans modeli belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Koşullu Değişen Varyans Modelleri, Döviz kuru volatilitesi.

ABSTRACT

Master of Science Thesis

AN EXAMINATION OF VOLATILITY OF SOME SELECTED COUNTRIES EXCHANGE RATES USING ARCH MODELS

ZEYNEP ÖZGÜN

Anadolu University

Graduate School of Science

Statistics Program

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Berna YAZICI

2011, 209 pages

In financial series, the nonlinear conditional heteroscedastic models are more commonly used than the linear time series models since the properties they have. Time series analysis requires the models that take into account the heteroscedasticity since the prediction errors have unconstant variances. Robert F. Engle (1982) generalizes the assumption about the heteroscedasticity and proposes a new stochastic models class “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)”. In this study, some ARCH models; GARCH, GARCH-M, EGARCH, and TGARCH are examined in statistical properties and estimation methods and applied to ten countries exchange rate series which are selected randomly by development level. The resulting models are compared with each other and the best model for the problem in question is defined.

Keywords: Conditional Heteroscedastic Models, Exchange rate volatility.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmalarım boyunca azmini ve kararlılığını örnek aldığım değerli danışmanım Doç. Dr. Berna YAZICI'ya en derin şükranlarımı sunarım.

Tez çalışmalarımın yönlendirilmesi ve değerlendirilmesinde bana yol gösterici olan tez izleme jürimdeki değerli hocalarım Yard. Doç. Dr. Serpil TÜRKYILMAZ'a ve Yard. Doç. Dr. Atilla ASLANARGUN'a teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans öğrenimim ve tez çalışmalarım süresince bana her türlü desteği veren değerli hocalarım Prof. Dr. Embiya AĞAOĞLU'na ve Prof. Dr. Aladdin ŞAMİLOV'a çok teşekkür ederim.

Tez çalışmalarına katkılarından dolayı Prof. Dr. Mustafa ÖZER'e teşekkür ederim.

Tezimin son halini almasında yardımlarını eksik etmeyen sevgili kuzenim Elif EREN'e, arkadaşım Emine KARAKAYA'ya, değerli hocalarım Salih ÖZEL'e ve Mahir ÖRÜCÜ'ye içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamda bana büyük yardımları olan sevgili kardeşlerim Mustafa Serkan ÖZGÜN'e, Esra ÖZGÜN'e ve sevgili annem Necla ÖZGÜN'e çok teşekkür ederim.

Zeynep ÖZGÜN

Temmuz 2011

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	3
2.1. Zaman Serileri ve Analizi	3
2.2. Stokastik Süreçler	5
2.2.1. Durağan stokastik süreçler	6
2.2.2. Durağan stokastik sürecin özellikleri	7
2.2.3. Zayıf, güçlü ve kesin durağanlık	8
2.2.4. Pür rassal süreç (Beyaz Gürültü)	9
2.2.5. Rassal yürüyüş süreci	11
2.2.6. Durağan olmayan stokastik süreçler	11
2.3. Durağanlık Analizi	12
2.3.1. Ortalama durağanlık	12
2.3.2. Varyans durağanlık	13
2.3.3. Fark durağanlık	13
2.3.4. Trend durağanlık	14
2.4. Zaman Serilerinin Durağanlaştırılması	14
2.5. Otokorelasyon Analizleri	16
2.5.1. Kovaryans ve Korelasyon	16
2.5.2. Otokovaryans ve Otokorelasyon	20
2.5.3. Örneklem Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)	22
2.5.4. Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)	23

2.5.5. Q-İstatistikleri (Portmanteau Testleri).....	25
2.5.6. Korelogram.....	26
2.5.7. Birim kök testleri.....	27
2.5.7.1. Dickey-Fuller birim kök testi (DF)	27
2.5.7.2. Genişletilmiş Dickey-Fuller birim kök testi (ADF)	29
2.6. Değişen Varyanslılık.....	31
2.7. Volatilite (Oynaklık)	32
 3. DOĞRUSAL ZAMAN SERİSİ MODELLERİ	 34
3.1. Doğrusal Durağan Stokastik Modeller.....	34
3.1.1. Otoregresif AR(p) modeli.....	34
3.1.2. Hareketli Ortalama MA(q) modeli	35
3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama ARMA(p,q) modeli	36
3.2. Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller	37
3.2.1. ARIMA(p,d,q) modeli	37
3.3. ARIMA Model Kurma Süreci (Box-Jenkins Yaklaşımı).....	40
3.3.1. Modelin belirlenmesi.....	42
3.3.2. Parametre tahminleri.....	43
3.3.3. Ayırt edici kontrol	44
3.3.4. Model seçim kriterleri	46
3.3.4.1. Akaike bilgi kriteri	47
3.3.4.2. Schwarz bilgi kriteri	48
3.3.5. Öngörü	49
 4. ARCH MODELLERİ	 50
4.1. ARCH Modelinin Kurulması	54
4.2. ARCH Etkilerinin Varlığının Test Edilmesi (ARCH-LM Testi)	55
4.3. ARCH Modeli	56
4.3.1. ARCH modelinin özellikleri.....	56
4.3.2. ARCH modelinde hata sürecinin özellikleri.....	58
4.3.3. ARCH modelinin zayıflıkları	59
4.3.4. ARCH modelinin maksimum olabilirlik tahmini	60

4.4. GARCH Modeli	62
4.5. GARCH-M Modeli	64
4.6. EGARCH Modeli	65
4.7. TARCH Modeli	67
5. UYGULAMA	69
5.1. Avustralya Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	69
5.2. Kanada Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	84
5.3. Çin Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	98
5.4. Japonya Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	112
5.5. Yeni Zellanda Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	125
5.6. Norveç Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	139
5.7. Güney Kore Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	153
5.8. İsviçre Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	165
5.9. Tayvan Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	178
5.10. Türkiye Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi	191
6. SONUÇ	205
KAYNAKLAR	207

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
2.1. Sabit varyanslılık durumu	31
2.2. Değişen varyanslılık durumu.....	32
2.3. Düşük ve yüksek oynaklık durumları.....	33
5.1. Avustralya döviz kuru serisi kartezyen grafiği.....	70
5.2. Avustralya döviz kuru serisinin korelogramı	71
5.3. DLogAvustralya serisinin kartezyen grafiği	72
5.4. DLogAvustralya serisinin korelogramı	73
5.5. ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarının korelogramı	75
5.6. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	79
5.7. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	80
5.8. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı	81
5.9. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması	81
5.10. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	82
5.11. (a)EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	83
5.12. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	83
5.13. Kanada döviz kuru serisi kartezyen grafiği	85
5.14. Kanada döviz kuru serisinin korelogramı	86
5.15. DLogKanada serisinin kartezyen grafiği.....	87
5.16. DLogKanada serisinin korelogramı	88
5.17. TARARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	92
5.18. TARARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	94
5.19. TARARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı	94
5.20. TARARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması	95
5.21. (a) TARARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	96
5.22. (a)TARARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	96
5.23. TARARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	97
5.24. Çin döviz kuru serisi kartezyen grafiği	98
5.25. Çin döviz kuru serisinin korelogramı	99
5.26. DLogÇin serisinin kartezyen grafiği	100

5.27. DLogÇin serisinin korelogramı.....	101
5.28. ARIMA(0,1,1) modelinin hatalarının korelogramı	103
5.29. TARCH(1,0) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	106
5.30. TARCH(1,0) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	108
5.31. TARCH(1,0) modelinin koşullu varyansı	108
5.32. TARCH(1,0) modelinin koşullu standart sapması	109
5.33. (a) TARCH(1,0) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	110
5.34. (a) TARCH(1,0) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	110
5.35. TARCH(1,0) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	111
5.36. Japonya döviz kuru serisi kartezyen grafiği	112
5.37. Japonya döviz kuru serisinin korelogramı.....	113
5.38. DLogJaponya serisinin kartezyen grafiği.....	114
5.39. DLogJaponya serisinin korelogramı.....	115
5.40. TARCH(0,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	119
5.41. TARCH(0,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	121
5.42. TARCH(0,1) modelinin koşullu varyansı	121
5.43. TARCH(0,1) modelinin koşullu standart sapması	122
5.44. (a) TARCH(0,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	123
5.45. (a) TARCH(0,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	123
5.46. TARCH(0,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	124
5.47. Yeni Zellanda döviz kuru serisi kartezyen grafiği	125
5.48. Yeni Zellanda döviz kuru serisinin korelogramı	126
5.49. DLogYeni Zellanda serisinin kartezyen grafiği	127
5.50. DLogYeni Zellanda serisinin korelogramı.....	128
5.51. ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarının korelogramı	130
5.52. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	133
5.53. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	135
5.54. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı	135
5.55. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması	136
5.56. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	137

5.57. (a) EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	137
5.58. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	138
5.59. Norveç döviz kuru serisi kartezyen grafiği	139
5.60. Norveç döviz kuru serisinin korelogramı	140
5.61. DLogNorveç serisinin kartezyen grafiği	141
5.62. DLogNorveç serisinin korelogramı.....	142
5.63. ARIMA(2,1,2) modelinin hatalarının korelogramı	144
5.64. ARCH(3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	147
5.65. ARCH(3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	149
5.66. ARCH(3) modelinin koşullu varyansı.....	149
5.67. ARCH(3) modelinin koşullu standart sapması.....	150
5.68. (a) ARCH(3) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	151
5.69. (a) ARCH(3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	151
5.70. ARCH(3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları	152
5.71. Güney Kore döviz kuru serisi kartezyen grafiği	153
5.72. Güney Kore döviz kuru serisinin korelogramı	154
5.73. DLogGüney Kore serisinin kartezyen grafiği	155
5.74. DLogGüney Kore serisinin korelogramı	156
5.75. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	160
5.76. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	161
5.77. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı	162
5.78. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması	162
5.79. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	163
5.80. (a) EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	164
5.81. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	164
5.82. İsviçre döviz kuru serisi kartezyen grafiği	166
5.83. İsviçre döviz kuru serisinin korelogramı.....	167
5.84. DLogİsviçre serisinin kartezyen grafiği	168
5.85. DLogİsviçre serisinin korelogramı.....	169
5.86. GARCH(1,3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	173
5.87. GARCH(1,3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	174

5.88. GARCH(1,3) modelinin koşullu varyansı.....	175
5.89. GARCH(1,3) modelinin koşullu standart sapması.....	175
5.90. (a) GARCH(1,3) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	176
5.91. (a) GARCH(1,3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	177
5.92. GARCH(1,3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları	177
5.93. Tayvan döviz kuru serisi kartezyen grafiği	179
5.94. Tayvan döviz kuru serisinin korelogramı.....	180
5.95. DLogTayvan serisinin kartezyen grafiği.....	181
5.96. DLogTayvan serisinin korelogramı.....	182
5.97. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği	186
5.98. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	187
5.99. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin koşullu varyansı.....	188
5.100. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin koşullu standart sapması.....	188
5.101.(a) ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	189
5.102. (a) ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	190
5.103. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	191
5.104. Türkiye döviz kuru serisi kartezyen grafiği.....	192
5.105. Türkiye döviz kuru serisinin korelogramı	193
5.106. DLogTürkiye serisinin kartezyen grafiği	194
5.107. DLogTürkiye serisinin korelogramı	195
5.108. TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği.....	199
5.109. TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı	200
5.110. TARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı	201
5.111. TARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması	201
5.112. (a) TARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	202
5.113. (a) TARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü.....	203
5.114. TARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları.....	203

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

3.1. Durağan modeller için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının teorik davranışı	43
5.1. Avustralya döviz kuru serisi için ADF testi	71
5.2. DLogAvustralya serisi için ADF testi	73
5.3. DLogAvustralya serisi için ARIMA(1,1,1) modelinin sonuçları	74
5.4. ARCH-LM testi sonuçları	76
5.5. Avustralya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	77
5.6. ARCH-LM test sonuçları	79
5.7. Kanada döviz kuru serisi için ADF testi	86
5.8. DLogKanada serisi için ADF testi	88
5.9. DLogKanada serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	89
5.10. ARCH-LM testi sonuçları	90
5.11. Kanada Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	91
5.12. ARCH-LM test sonuçları	93
5.13. Çin döviz kuru serisi için ADF testi	100
5.14. DLogÇin serisi için ADF testi	102
5.15. DLogÇin serisi için ARIMA(0,1,1) modelinin sonuçları	102
5.16. ARCH-LM testi sonuçları	104
5.17. Çin Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	105
5.18. ARCH-LM test sonuçları	107
5.19. Japonya döviz kuru serisi için ADF testi	114
5.20. DLogJaponya serisi için ADF testi	116
5.21. DLogJaponya serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	116
5.22. ARCH-LM testi sonuçları	117
5.23. Japonya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	118
5.24. ARCH-LM test sonuçları	120
5.25. Yeni Zellanda döviz kuru serisi için ADF testi	127
5.26. DLogYeni Zellanda serisi için ADF testi	129
5.27. DLogYeni Zellanda serisi için ARIMA(1,1,1) modelinin sonuçları	129
5.28. ARCH-LM testi sonuçları	131
5.29. Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	132
5.30. ARCH-LM test sonuçları	134
5.31. Norveç döviz kuru serisi için ADF testi	141
5.32. DLogNorveç serisi için ADF testi	143
5.33. DLogNorveç serisi için ARIMA(2,1,2) modelinin sonuçları	143
5.34. ARCH-LM testi sonuçları	145
5.35. Norveç Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	146

5.36. ARCH-LM test sonuçları	148
5.37. Güney Kore döviz kuru serisi için ADF testi	155
5.38. DLogGüney Kore serisi için ADF testi	157
5.39. DLogGüney Kore serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	157
5.40. ARCH-LM testi sonuçları	158
5.41. Güney Kore Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	159
5.42. ARCH-LM test sonuçları	161
5.43. İsviçre döviz kuru serisi için ADF testi	167
5.44. DLogİsviçre serisi için ADF testi	169
5.45. DLogİsviçre serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	170
5.46. ARCH-LM testi sonuçları	171
5.47. İsviçre Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	172
5.48. ARCH-LM test sonuçları	174
5.49. Tayvan döviz kuru serisi için ADF testi	180
5.50. DLogTayvan serisi için ADF testi	182
5.51. DLogTayvan serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	183
5.52. ARCH-LM testi sonuçları	184
5.53. Tayvan Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	185
5.54. ARCH-LM test sonuçları	187
5.55. Türkiye döviz kuru serisi için ADF testi	193
5.56. DLogTürkiye serisi için ADF testi	195
5.57. DLogTürkiye serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları	196
5.58. ARCH-LM testi sonuçları	197
5.59. Türkiye Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları	198
5.60. ARCH-LM test sonuçları	200

1.GİRİŞ

Geleneksel ekonometrik modeller, tahmin hatalarının sabit varyanslı olduğunu varsayarlar. Bu tartışmalı varsayımı genelleştirmek için stokastik süreçlerin yeni bir sınıfı olarak adlandırılan “Otoregresif Koşullu Değişen Varyans” (ARCH) modelleri geliştirilmiştir. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modellerinin tarihi çok kısa olmasına rağmen bu modellerle ilgili çalışmalar kısa dönemde hızla gelişmiştir. Engle’ın (1982) ARCH modeli ve bu modelin değişik versiyonlarıyla birçok ülkenin ekonomik ve finansal zaman serileri modellenmeye çalışılmıştır. Mandelbrot (1963), finansal piyasalarda işlem gören finansal varlıkların fiyatlarındaki büyük değişimleri büyük değişimlerin, küçük değişimleri de yine küçük değişimlerin takip ettiğini, diğer bir ifade ile volatilité kümelenmelerinin oluştuğunu göstermiştir. Bu durum finansal değişkenlerin zaman içinde değişme özelliğini ön plana çıkarmıştır. Ekonomideki belirsizlikler ve istikrarsızlıktan kaynaklanan volatilitédeki artış, finansal piyasalarda olumlu ve olumsuz sonuçlar doğurmaktadır. Genellikle hisse senedi fiyatları, faiz oranları ve döviz kurlarındaki hissedilen yüksek volatilité, finansal sistemin işleyişinde aksamalara, hatta önemli ölçüde performans düşüklüğüne neden olmaktadır. Bu nedenle volatilitenin yapısını belirleyebilmek ve oluşabilecek riskten korunmak için, daha iyi bir öngörü sağlamak amacı ile finansal zaman serilerine ilişkin çözümler getirilmiştir. Finansal varlıkların volatilitelerinin modellenmesinde ve tahmin edilmesinde ARCH modelleri yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bollerslev (1986), koşullu varyansı ARCH modelinden farklı olarak bir “Otoregresif Hareketli Ortalama” (ARMA) modeli şeklinde modelleyerek “Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans” (GARCH) modelini ortaya atmıştır. GARCH modeli parametre tutumluluğu açısından ARCH modeline göre daha fazla tercih edilmektedir. Engle ve diğerleri (1987) koşullu varyansı, ortalama denklemine açıklayıcı bir değişken olarak dahil ederek; “Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans” (ARCH-M) modelini geliştirmişlerdir. ARCH-M modeli belirsizlik ile getiri arasındaki ilişkiyi sınamak açısından önem taşımaktadır. Nelson (1991) finansal piyasalarda gözlemlenen

asimetrik oynaklık yapısını açıklamak üzere “Üssel GARCH” (EGARCH) modelini geliştirmiştir. Bu modelde, koşullu varyans maruz kalınan şokun sadece büyüklüğüne değil, aynı zamanda işaretine bağlı olarak değişebilmektedir. Asimetrik oynaklık yapısını dikkate alan bir başka önemli model Zakoian (1994) tarafından öne sürülen “Eşik ARCH” (TARCH) modelidir.

Son dönemlerde volatilité modelleri döviz kuru getirileri için de yaygın olarak kullanılmıştır. Galati ve Ho (2003) euro/dolar döviz kuru üzerinde iyi ve kötü haber etkisini incelemişler, fakat anlamlı bir asimetrik etki belirleyememişlerdir. Engle ve Ng (1993) , döviz kuru üzerinde asimetrik etkilerin varlığını iddia etmişler ve ARCH modelinin farklı yapılarını önermişlerdir. Döviz kuru piyasası için günlük getiri, volatilité ve haberlerinin etkisini inceleyen Sanches-Fung(2003) çalışmasında döviz kuru getiri volatilitesi üzerinde pozitif şokların etkisinin negatif şoklara göre daha yüksek olduğunu belirlemişlerdir.

Çalışmamızın birinci bölümünde, zaman serilerinin volatilitesinin incelenmesinin önemi vurgulanmış; ikinci bölümde, zaman serilerinin çözümlenmesinde kullanılan bazı temel kavramlara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, zaman serilerinin çözümlenmesinde kullanılan ortalama modellerine ve dördüncü bölümde de volatilitenin modellenmesinde kullanılan bazı simetrik ve asimetrik otoregresif koşullu değişen varyans modellerine yer verilmiştir. Çalışmamızın son bölümünde, gelişmişlik düzeyleri farklı olan rasgele seçilmiş 10 ülkenin döviz kurlarının volatilitesi otoregresif koşullu değişen varyans modelleriyle incelenerek bir uygulama yapılmıştır.

2.TEMEL KAVRAMLAR

2.1.Zaman Serileri ve Analizi

Zaman serileri, zamana bağılı bir dönemden diğerine değişkenlerin değerlerinin ardışık bir şekilde gözlemlendiği sayısal büyüklüklerdir. Gözlenen verilerin zaman içinde ardışık bir biçimde gerçekleşmesi bir koşul değil; fakat düzenli aralıklarla dizinin gelişimini görme açısından gereklidir. İşletme, ekonomi, mühendislik, çevre bilimleri, tıp ve diğer birçok bilimsel araştırmalarda kullanılan veriler zaman serisi formunda biriktirilir. Böyle bir diziye ait gözlemlerin dizisine örnek olarak, saat başı sıcaklıkların ölçülmesi, günlük hisse senedi fiyatları, haftalık stokların takibi, aylık motorin tüketimi veya yıllık büyüme oranları zammının düzenli aralıklarla derlenmesi veya toplanması verilebilir. Geleneksel istatistiksel analizlerin kullanıldığı tekniklerde zaman serisi gözlemlerinin bir sırasının önemi yoktur. İstatistiksel analizlerde bir anakütlenin özellikleri hakkında bilgiler sunulurken tahmincilerin matematiksel yapıları açısından bu verilerin sıralı olup olmaması çok fazla önem arz etmez. Örneğin, bir serinin basit aritmetik ortalaması veya varyansının hesaplanmasında, gözlemlerin sırası karıştırılsa bile tahminci yine aynı sonucu üretecektir. Oysa zaman serileri analizlerinde verilerin sırasının önemi büyüktür (Granger ve Newbold, 1977).

Bir zaman serisi için kurulan modelin, serinin gelecekte alabileceği olası değerleri öngörebilecek bir performansa sahip olması beklenir. Zaman serisi modellerini ekonometrik modeller gibi düşünmek gerekir. Bir zaman serisi modeli, ekonometrik modelden farklı olarak Y_t gibi bir zaman serisi değişkeninin, $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}$ gibi diğer değişkenler arasındaki davranışsal $Y_t = f(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt})$ ilişkisini formüle etmeye kalkışmaz. Zaman serisi modelleri daha ziyade Y_t gibi bir değişkendeki hareketleri, kendi geçmiş değerindeki gelişmelerle açıklamaya çalışır veya zaman içerisindeki pozisyonuna bakar (Harvey, 1993).

Zaman serisi analizlerinin geleneksel yaklaşımında ilk yapılan işlem, serinin kartezyen grafiğini çizmek ve bu grafik yardımıyla serinin bir trende sahip olup olmadığını araştırmaktır. Daha sonra konjonktürel dalgalanmaların şiddeti

ölçülmeye çalışılır. Eğer serinin bünyesinde varsa mevsimsel hareketler ayrıştırılır. Son olarak düzensiz hareketler giderilerek seri beyaz gürültü serisi haline getirilmeye çalışılır.

Bu amaçla bir zaman serisinin söz konusu bileşenlerine ayrışımında başvurulan modellemelerden biri çarpımsal diğeri ise toplamsal modellerdir. Dolayısıyla, bir zaman serisinin gözlenen değerlerinin bu dört bileşenden oluştuğu düşünülerek fonksiyonel bir ilişki,

Zaman Serisi=f(Trend, Konjonktürel Hareketler, Mevsimsel Hareketler, Düzensiz Hareketler)

veya

$$Y_t = f(T_t, C_t, S_t, I_t) \quad (1)$$

biçiminde yazılabilir. İlişkide düzensiz hareketler I_t yerine stokastik değişken ϵ_t tanımlanırsa,

$$Y_t = f(T_t, C_t, S_t, \epsilon_t) \quad (2)$$

yazılabilir.

Y_t gibi bir zaman serisinde bütün bileşenlerin mevcut olduğunu varsayan toplamsal model,

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \quad (3)$$

biçiminde yazılabilir. Burada Y_t , t dönemindeki serinin gözlemlerini, T_t , trendi, C_t , konjonktürel etkileri, S_t , mevsimsel etkileri, I_t , düzensiz hareketleri göstermektedir. Diğer yaklaşım ise Y_t serisinin içerdiği bütün bileşenlerin çarpımsal modelde,

$$Y_t = T_t C_t S_t I_t \quad (4)$$

ele alınmasıdır. Zaman serileri analizlerinde serinin uzun dönemde sergilediği davranışın belirlenmesi isteniyorsa serinin bileşenlerine ayrıştırılması gerekir. Yukarıda genel tanımlaması yapılan ayrıştırma yönteminde özellikle zaman serilerinin trend, konjonktürel ve mevsimsel hareketlerin etkisi altında kaldığı varsayılır ve ayrıştırma işlemi bu üç bileşeni I_t ve ϵ_t ile tanımlanan düzensiz hareketlerin veya rassallığın, beyaz gürültü serisi sağlanana dek ayrıştırma işlemine devam edilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

Zaman serileri ile yapılan deneysel çalışmalarda verilerin durağan olduğu varsayılsa da ekonomik zaman serilerinin önemli bir kısmı durağan değildir.

Dolayısıyla zaman serileri analizleri durağan olmayan serilerin durağan hale getirilmesine ilişkin birçok teknikleri de içermektedir (Gujarati, 1995).

Geleneksel zaman serilerinin analizlerine alternatif bir yaklaşım ise Box-Jenkins tarafından geliştirilmiştir. Box ve Jenkins, istatistiksel zaman serilerinin gelecekteki değerlerini öngörmek için çeşitli stokastik zaman serisi modelleri geliştirmişlerdir. Stokastik zaman serisi modelleri ise stokastik süreçlere, beyaz gürültü serisine ve otokorelasyon fonksiyonlarına dayanmaktadır (Box ve Jenkins, 1976).

2.2.Stokastik Süreçler

Zaman serileri için olasılık modellerinin diğer bir tanımı stokastik süreçlerdir. Dünyadaki çoğu fiziksel süreç yapısında rassal bir element bulundurulur ve stokastik süreç olasılıksal kurallara bağlı, zaman içerisinde gelişen istatistiksel bir olay olarak tanımlanabilir. İyi bilinen örnekler, bir sıranın uzunluğu, bakteriyel bir koloninin büyüklüğü ve belirli bir yerdeki birbirini izleyen günlerin hava sıcaklığı vb. gibi verilebilir. Literatürde stokastik süreç, hem reel fiziksel süreç hem de onun matematiksel bir modeli olarak algılanır. Bu nedenle birçok yazar “Rassal Süreç” ile stokastik süreci eşanlamlı olarak kullanmaktadır (Chatfield, 1996).

Reel olarak gözlenen bir zaman serisi $Y_t, t = 1, 2, \dots, T$ stokastik süreç olarak adlandırılan bir teorik sürecin gerçekleşmesi olarak düşünülür. Bir stokastik süreçte her gözlem veya serideki her değer $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ bir olasılık dağılımdan rassal olarak çekildiğinden rassal bir değişkendir ve gözlemlerin belirli bir olasılık dağılımına göre oluştuğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla stokastik bir süreç, matematiksel olarak zaman aralıklarına göre dizilmiş rassal değişkenlerin bir birikimi olarak tanımlanabilir. $\{Y_t, t \in T\}$, burada T süreçte tanımlanan zaman noktalarının bir kümesidir (Harvey, 1993).

Zaman içinde sıralanan rassal değişkenlerin bir birikimi olan stokastik süreçte, değişkenin kesikli veya sürekli olmasına göre süreç değişkeni farklı biçimde sembolik olarak gösterilir. Geleneksel olarak eğer süreç sürekli bir değişken ile temsil ediliyorsa rassal değişken $Y(t)$ ile ve eğer süreç kesikli bir

değişken ile temsil ediliyorsa Y_t ile gösterilir. Örneğin, sürekli rassal değişken $Y(t)$, bir elektrokardiyogramdan kaydedilen verilerden oluşabilir. Kesikli rassal değişken Y_t için ise, işsizlik oranı, para arzı, hisse senetlerinin kapanış fiyatları gibi örnekler verilebilir (Maddala ve Kim, 1998).

Bir stokastik süreci tanımlamanın bir yolu $t_1, \dots, t_n$ herhangi bir seti için $Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n}$ birleşik olasılık dağılımını tanımlamaktır. Stokastik bir süreci tasvir etmenin başka bir yolu ise sürecin momentlerini oluşturmaktır. Özellikle ortalama, varyans ve otokovaryans fonksiyonları olarak adlandırılan birinci ve ikinci momentler tanımlanır (Chatfield, 1996).

Buna göre Y_t değişkeninin birinci ve ikinci momentleri veya ortalama ve varyansı,

$$\text{Ortalama } \mu_t = E(Y_t) \quad (5)$$

$$\text{Varyans } \sigma_t^2 = \text{Var}(Y_t) \quad (6)$$

ve Y_{t_1} ile Y_{t_2} arasındaki otokovaryansı,

$$\text{Otokovaryans } \gamma_{t_1, t_2} = \text{Cov}(Y_{t_1}, Y_{t_2}) = E[(Y_{t_1} - \mu_{t_1})(Y_{t_2} - \mu_{t_2})] \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Zaman serisi modellemesinde kovaryanslar önemli bir rol oynar. Özetle ifade edilecek olursa, bir stokastik sürecin dağılımı değişkenin birinci ve ikinci momentleri ile ortaya konulabilir ve her iki moment zamanın (t 'nin) fonksiyonlarıdır. Eğer, Y_t normal dağılıma sahipse Y_t 'nin dağılımı Gauss süreç olarak adlandırılır. Dolayısıyla birinci ve ikinci momentler kullanılarak Y_t 'nin özellikleri belirlenebilir.

2.2.1. Durağan stokastik süreçler

Bir zaman serisinin eğer ortalamasında sistematik bir değişme (trend) yoksa, varyansında sistematik bir değişme yoksa ve düzenli periyodik değişmeler ortaya çıkarmıyorsa, seri durağandır denir. Durağan bir süreçte, stokastik sürecin özellikleri zaman boyunca değişmemektedir. Böyle bir süreçte iki dönem arasında hesaplanan kovaryans, bu kovaryansın hesaplandığı döneme değil yalnızca iki dönem arasındaki uzaklığa bağlıdır (Gujarati, 1995; Chatfield, 1996).

Zaman serileri olasılık teorilerinin önemli bir kısmı, durağan zaman serileri ile ilgilidir. Dolayısıyla bu sonuç durağan olmayan zaman serilerini

durağan hale dönüştüren analizlere yoğun bir gereksinim duyulduğunu ortaya koymaktadır. Zaman serisi modellerini geliştirebilmek için, belirli bir stokastik sürecin zamana bağlı olarak değişip değişmediğinin bilinmesi gereklidir. Stokastik sürecin özellikleri zaman boyunca değişiyorsa, süreç durağan değilse, zaman serinin geçmiş ve gelecek boyunca zaman aralıklarını basit bir cebirsel modelde göstermek genelde zordur. Diğer taraftan stokastik süreç zaman içinde sabitse, süreç durağan ise, geçmiş değerlerden tahmini yapılabilecek sabit katsayılı bir denklem ile süreç modeli elde edilebilir. Bu yaklaşım bir ekonomik değişkenin başka bir ekonomik değişkenle olan ilişkisinin tahmin edildiği tek denklemlili bir regresyona benzetilebilir. Burada regresyonda kullanılan iki değişken arasındaki yapısal ilişkinin zaman boyunca değişmez özellikteki bir denklem ile tanımlandığı varsayımı yapılmaktadır. Yapısal ilişki zamanla değişiyorsa, regresyon modeli kullanılarak yapılacak analizler geçerli olmayacaktır (Pindyck ve Rubinfeld, 1991).

2.2.2.Durağan stokastik sürecin özellikleri

Herhangi bir stokastik zaman serisi olarak tanımlanan $Y_1, \dots, Y_T$ 'nin birlikte dağılan rassal değişkenlerin bir seti tarafından oluşturulduğunu düşünelim. Veri seti $Y_1, \dots, Y_T$ birleşik olasılık dağılım fonksiyonu, $P(Y_1, \dots, Y_T)$ 'nin özel bir sonucunu gösterir. Benzer şekilde gelecek bir gözlem Y_{T+1} 'in koşullu olasılık dağılım fonksiyonu, $P(Y_{T+1}|Y_1, \dots, Y_T)$ tarafından ya da başka bir ifadeyle geçmiş gözlemler $Y_1, \dots, Y_T$ veri iken Y_{T+1} için bir olasılık dağılımı tarafından elde edildiği düşünülebilir. Eğer Y_t serisi durağan ise bu durumda,

$$P(Y_t, \dots, Y_{t+k}) = P(Y_{t+m}, \dots, Y_{t+m+k}) \quad (8)$$

ve

$$P(Y_t) = P(Y_{t+m}) \quad (9)$$

olacaktır. Bu sonuç herhangi bir t, k ve m dönemleri için yazılabilir. Dikkat edilirse, Y_t serisi eğer durağan ise serinin ortalaması,

$$\mu_y = E(Y_t) \quad (10)$$

ile tanımlanır. Herhangi bir t ve m dönemleri için $E(Y_t) = E(Y_{t+m})$ 'dir. Y_t serisinin varyansı,

$$\sigma_Y^2 = E[(Y_t - \mu_Y)^2] \quad (11)$$

ile tanımlanır. Öte yandan herhangi bir t ve m dönemleri için,

$$E[(Y_t - \mu_Y)^2] = E[(Y_{t+m} - \mu_Y)^2] \quad (12)$$

varyanslar eşit olduğundan herhangi bir k gecikmesi için serinin kovaryansı,

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu_Y)(Y_{t+k} - \mu_Y)] \quad (13)$$

ile tanımlanır.

$$\text{Ayrıca } Cov(Y_t, Y_{t+k}) = Cov(Y_{t+m}, Y_{t+m+k}) \quad (14)$$

şeklindedir (Pindyck ve Rubinfeld, 1991).

2.2.3. Zayıf, güçlü ve kesin durağanlık

Bir stokastik sürecin birleşik dağılımını tanımlamak genellikle uygulamada zor olduğundan sürecin rassal değişkenleri Y_t , $t=1, \dots, T$ için ortalamaları, varyansları ve kovaryansları dağılımın yerine kullanılmaktadır. Bir stokastik sürece karşı gelen zaman serileri:

- i.) *Ortalama* $E(Y_t) = \mu_Y$, bütün t 'ler için sabit ise
- ii.) *Varyans* $Var(Y_t) = \sigma_Y^2 = \gamma_0$, bütün t 'ler için sabit ise
- iii.) *Kovaryans* $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k$, bütün t 'ler için sabit ve $k \neq 0$

şeklinde ise bu zaman serileri zayıf durağan (kovaryans durağan) olarak adlandırılır. Zayıf durağanlıkta ne ortalama μ_Y , ne varyans σ_Y^2 ve ne de otokovaryans γ_k zaman t 'ye bağlıdır. Dikkat edilirse eğer bir süreç zayıf durağan ise Y_t ile Y_{t+k} arasındaki kovaryans gözlemlerin tarihi belirten t 'ye değil, gözlemlerin zaman ayrımı uzunluğuna (k gecikme uzunluğuna) bağlıdır. Bir kovaryans durağan süreç için γ_k ve γ_{-k} aynı öneme sahiptir. Dolayısıyla herhangi bir zayıf durağan süreç simetrik olduğu için $\gamma_k = \gamma_{-k}$ bütün tam sayı k 'ler için yazılabilir (Hamilton, 1994).

Y_t rassal değişkeninin, zayıf durağanlık özelliklerinin yanı sıra; dağılımının zaman içinde değişmemesi özelliğine sahip olması halinde, zaman serisi güçlü durağan olarak tanımlanır.

Bir stokastik süreçte rassal değişkenlerin, Y_t 'nin her biri bir olasılık dağılımına sahip olduğundan stokastik bir süreç, söz konusu rassal değişkenlerin bileşik olasılık dağılımı ile ele alınabileceği yukarıda ifade edilmiştir. Dolayısıyla

stokastik bir süreç veya karşılığı olan zaman serisi, n sayıda gözlemin $Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n}$ herhangi bir setinin bileşik dağılımı k sayıda gecikmesi dikkate alındığında bütün n ve k için $Y_{t_1+k}, \dots, Y_{t_n+k}$ 'nin bileşik dağılımının aynısı ise, zaman serisinin kesin durağan olduğu söylenir.

Özetlenecek olursa, kesin durağan bir zaman serisi için Y_t 'nin dağılımı t 'den bağımsızdır. Eğer bir süreç sonlu ikinci momentlerde kesin durağan ise, aynı zamanda zayıf durağan olarak da ifade edilebilir. Bununla birlikte bir süreç zayıf durağan ise aynı zamanda kesin durağan değildir, ortalamaları ve otokovaryansları zamanın fonksiyonu olmayabilir (Sevüktekin ve Nargeleçkenler, 2010).

2.2.4. Pür rassal süreç (Beyaz Gürültü)

Kesikli bir rassal süreç olan Y_t , bağımsız özdeş dağılan (iid) rassal değişkenlerin bir dizisini içeriyorsa, “Pür rassal süreç” olarak kabul edilir. Pür rassal sürecin rassal değişkenleri, sabit bir ortalamaya ve sabit bir varyansa sahiptir:

$$\text{Ortalama } E(\epsilon_t) = 0, \text{ bütün } t\text{'ler için} \quad (15)$$

$$\text{Varyans } Var(\epsilon_t) = \sigma^2, \text{ bütün } t\text{'ler için} \quad (16)$$

Ayrıca sürecin kovaryansı da $k \neq 0$ için

$$\text{Kovaryans } Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = 0, \text{ bütün } t\text{'ler için} \quad (17)$$

sabit olacaktır. Diğer taraftan sürecin otokovaryans fonksiyonu (ACVF)

$$\gamma_k = Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = 0, \quad k \neq 0 \text{ için} \quad (18)$$

ve otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ise

$$\rho(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \text{ ise} \\ 0, & k \neq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (19)$$

ile verilir. Pür rassal süreç ayrıca “Beyaz Gürültü” (White Noise) olarak da adlandırılır. Ortalaması sıfır ve sabit bir varyansla bağımsız (korelasyonsuz) özdeş dağılan rassal değişkenler dizisi,

$$\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (20)$$

şeklinde gösterilir ve serinin tanımsal olarak durağan olduğu kabul edilir. Bu açıdan bakıldığında serinin ortalama ve otokovaryans fonksiyonu zamana bağlı

değildir. Dolayısıyla beyaz gürültü serisi bu haliyle zayıf veya kovaryans durağandır (Maddala ve Kim,1998).

Öte yandan ϵ_t 'nin normal dağıldığı varsayımı altında süreç kesin durağan olarak kabul edilir;

$$\epsilon_t \sim NID(0, \sigma^2), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (21)$$

olacaktır. Burada pür rassal süreç, bağımsız normal dağılımı ima eder ve Gauss beyaz gürültü olarak adlandırılır (Johnston ve Dinardo, 1997).

İstatistiksel anlamda beyaz gürültü (WN) ortalaması sıfır, sabit bir varyansla bağımsız (korelasyonsuz) normal dağılan bir süreç olarak kabul edilir. Bu özellik birçok istatistiksel çıkarsamada bulunulmasına yardımcı olur.

Ortalaması sıfır ve sabit bir varyansla $WN \sim NID(0, \sigma^2)$ veri iken $\epsilon_t \sim WN$ 'dir ve dolayısıyla ϵ_t 'nin de ortalaması veya beklenen değeri sıfır olacaktır.

$$\bar{\epsilon}_t = \frac{\sum \epsilon_t}{T} = E(\epsilon_t) = 0 \quad (22)$$

bu sonuç WN hatalarının yansız olduğunu ima eder. ϵ_t 'nin varyansının

$$Var(\epsilon_t) = \frac{\sum \epsilon_t^2}{T} = E(\epsilon_t^2) = \sigma^2 \quad (23)$$

sabit olması WN hatalarının sabit bir varyansa sahip olduğunu

$$Var(\epsilon_t) = Var(\epsilon_{t+k}) = E(\epsilon_t^2) = E(\epsilon_{t+k}^2) \quad (24)$$

ima eder. Korelasyonsuzluk özelliğinden ötürü ϵ_t 'lerin her biri diğerinden istatistiksel olarak bağımsız olduklarından kovaryansları da sıfıra eşit olur.

$$Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = E(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = \frac{\sum(\epsilon_t, \epsilon_{t+k})}{T-k} = 0, \quad k \neq 0 \text{ için} \quad (25)$$

ve

$$Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+k}) = Cov(k) = \gamma_k \quad (26)$$

olacaktır. Otokovaryansların bağımsızlığından dolayı otokorelasyonların tamamı sıfır olur.

$$ACF(k) = \frac{Cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+k})}{\sigma_{\epsilon_t} \sigma_{\epsilon_{t+k}}} = 0, \quad k \neq 0 \text{ için} \quad (27)$$

Bu durum kalıbı olmayan rassal veri setleri için $ACF(k)=0$ olduğunu ima eder. Bir serinin beyaz gürültü olması varsayımı altında otokorelasyon fonksiyonunun standart hataları,

$$Sh_{ACF(k)} = \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (28)$$

şeklinde hesaplanır (DeLurgio,1998).

2.2.5. Rassal yürüyüş süreci

$\{\epsilon_t\}$ kesikli, μ ortalama ve σ_ϵ^2 varyanslı pür rassal süreç olsun. $\{Y_t\}$ süreci,

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (29)$$

olarak tanımlanıyorsa bir rassal yürüyüş olarak adlandırılır. Süreç sıfırda $t=0$ iken başlar, böylece

$$Y_t = \epsilon_t \quad (30)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^t \epsilon_i \quad (31)$$

olur.

$E(Y_t) = t\mu$ ve $Var(Y_t) = t\sigma_\epsilon^2$ olarak bulunur. Ortalama ve varyans t ile değiştiği için süreç durağan değildir. Fakat rassal yürüyüşün birinci farkları

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \epsilon_t \quad (32)$$

şeklindeki durağan olan beyaz gürültü serisini verir. İyi bilinen bir örnek olarak belirli günlerdeki hisse senedi fiyatları rassal yürüyüş gibi davranan zaman serileridir. Bu tür bir veri için iyi bir model yaklaşımı:

t günündeki hisse senedi fiyatı= $(t-1)$ günündeki hisse senedi fiyatı+rassal hata

şeklinde verilebilir (Chatfield, 1996).

2.2.6. Durağan olmayan stokastik süreçler

Zaman serileri analizleri yalnız durağan serilere uygulanmaz. Öte yandan ekonomik zaman serilerinin önemli bir kısmının durağan olmadığı bilinmektedir. Yukarıda da ifade edildiği gibi durağanlık için gerekli olan üç koşuldan birisi veya daha fazlası sağlanamıyorsa, zaman serisi ve onu temsil eden stokastik süreç durağan değildir (Seddighi, Lawyer ve Katos, 2000).

Başka bir ifadeyle, zaman serilerinin sabit bir ortalama civarında dağılmaması veya stokastik sürecin özelliklerinin zamana bağlı olarak değişmesi ile durağan olmayan zaman serileri ortaya çıkar. Bu tür serilerin durağan hale

dönüştürülmesi için trend veya mevsim etkilerinden arındırılması gerekir. Bu amaçla Box-Jenkins (1976) tarafından önerilen yöntemle trend ve mevsimsellik, deterministik ve stokastik gibi bir ayrıma gidilmeksizin durağanlık için yeteri kadar fark alma işlemine gidilir.

Basit bir durağan olmayan zaman serisi modeli,

$$Y_t = \mu_t + \epsilon_t \quad (33)$$

biçiminde yazılabilir. Burada ortalama μ_t zamanın bir fonksiyonudur ve ϵ_t zayıf durağan bir dizidir. Örneğin μ_t , t'nin doğrusal bir fonksiyonu (doğrusal bir trend) veya kuadratik bir fonksiyonu (parabolik bir trend) olabilir. Dolayısıyla serideki hareketlerin bir kısmı doğrusal bir trendden kaynaklanabilir (Maddala, 2002).

Başka bir açıdan bakıldığında durağan olmayan serilerde bir trendin varlığı söz konusudur. Bu trend bazen deterministik (beklenen değerlerden kaynaklanabilir), bazen de stokastiktir (otokovaryans fonksiyonunun zamana bağımlı olmaması gibi). Uzun dönemde birçok ekonomik seri deterministik trend ile stokastik bir trendin toplamı şeklinde ortaya çıkabilir (Akdi, 2003).

2.3. Durağanlık Analizi

Durağanlık kavramı basitçe, zaman serisi verilerinin belirli bir zaman sürecinde sürekli artma veya azalmanın olmadığı, verilerin zaman boyunca bir yatay eksen boyunca saçılım gösterdiği biçimde tanımlanır. Başka bir ifadeyle zaman serisi verilerinin sabit bir ortalama etrafında dalgalandığı ve dalgalanmanın varyansının özellikle zaman boyunca sabit kaldığı şeklinde ifade edilebilir. Bir zaman serisinde durağanlık kavramı farklı şekilde ortaya çıkabilir.

2.3.1. Ortalama durağanlık

Bir zaman serisinin kartezyen grafiği kullanılarak genellikle ortalama durağanlık hakkında kabaca bilgi edinilebilir. Eğer bir zaman serisinin kartezyen grafiğinde zaman boyunca ortalama bir değişme söz konusu olmaz ise, seri ortalama durağan olarak adlandırılır. Zaman serisi, zaman içerisinde belirli bir noktada ortalama sıkça keserek ortalama etrafında saçılım gösterecektir.

2.3.2. Varyans durağanlık

Eğer bir zaman serisinin kartezyen grafiği çizildiğinde zaman boyunca varyansta bir değişme söz konusu olmaz ise, seri varyans durağan olarak adlandırılır.

2.3.3. Fark durağanlık

Durağan olmayan zaman serilerinde durağan olmamanın nedenlerinden bir diğeri de serilerin stokastik trende sahip olmasıdır. Stokastik trend genellikle rassal yürüyüş olarak tanımlanmaktadır. Çünkü zaman serisinin durağan olmaması serinin belirli bir ortalama (veya sıfır ortalama) etrafında saçılım göstermediği ve sabit bir varyansa sahip olmaması anlamına gelmektedir. Eğer durağan olmayan zaman serisinde, deterministik trendin varlığına rastlanmıyorsa, stokastik trend olması muhtemeldir.

Durağan olmayan zaman serisindeki stokastik trend yapısı dışlanarak seri durağanlaştırılmaktadır. Bu durağanlaştırma işlemi fark alma olarak tanımlanmaktadır. Örneğin rassal yürüyüş serisi,

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (34)$$

olsun. Burada Y_{t-1} stokastik trend iken, $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla Y_t serisi durağan değilken, modelin her iki tarafın birinci farkı alındığında varsayım gereği seri durağan olacaktır.

$$Y_t - Y_{t-1} = \epsilon_t \quad (35)$$

$$(1 - L)Y_t = \epsilon_t \quad (36)$$

$$\Delta Y_t = \epsilon_t \quad (37)$$

Burada fark alma işlemi, zaman serisinin stokastik trendden arındırılarak rassal terimin özelliklerini $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ almasını sağlayacaktır ve $\Delta Y_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olacaktır. Fark durağan süreçler merkez noktada çizilen doğru etrafında saçılım göstermektedir. Ancak trend durağan süreçte böyle bir merkez doğru çizgisi söz konusu değildir. Fark durağan süreci trend durağan süreçten ayıran nokta rassal hataların etkisinin sonsuza kadar devam etmesidir.

2.3.4. Trend durağanlık

Bir diğer durağanlık kavramı trend durağanlıktır. Durağan olmayan zaman serilerinde durağan olmamanın muhtemel nedenlerinden biri serinin bir deterministik trende sahip olmasıdır. Bir zaman serisinin sahip olduğu deterministik trend yapısı kartezyen grafiği kullanılarak ortaya konulabilir. Gerçekte durağan olan bir zaman serisinde, serinin sahip olduğu deterministik trend etkisi ile ortalamasının değişmesi nedeniyle, zaman serisi durağan-olmayan bir yapı gösterebilmektedir.

Klasik zaman serisi yaklaşımında basit bir durağan olmayan zaman serisi aşağıdaki şekilde tanımlansın,

$$Y_t = T_t + \epsilon_t \quad (38)$$

Burada Y_t zaman serisi, T_t deterministik trend, ϵ_t ise durağan stokastik bileşeni temsil etmektedir. Zaman serisi durağan olmayan bir seri iken, ϵ_t durağan stokastik terimdir. Zaman serisi modelinde, deterministik trend serinin durağan olmasını engellemektedir. O halde, zaman serisi trend etrafında sıfır ortalamalı durağan stokastik süreç ϵ_t tarafından açıklanıyor olacaktır. Doğrusal trend-durağan süreç için zaman serisi yaklaşımında aşağıdaki şekilde bir model ileri sürülmektedir.

$$Y_t = \mu + \beta t + \epsilon_t \quad (39)$$

Burada Y_t zaman serisi, t deterministik trend, $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ durağan stokastik bileşeni temsil etmektedir. Trend durağan süreçte rassal hatalar kısa dönemli etki göstermektedir (Sevüktekin ve Nargeleçkenler, 2010).

2.4. Zaman Serilerinin Durağanlaştırılması

Genelde trende sahip zaman serilerinin korelogramlarında pozitif otokorelasyonlar gözlenir. Başka zaman serileri için diğer otokorelasyon kalıpları da mümkündür. Bir zaman serisi modelinin kurulması aşamasında öncelikle serilerdeki durağanlığın sağlanması gereklidir. Durağanlığı sağlamanın en temel yolu fark alma yöntemidir.

Bir zaman serisinin durağanlığını sağlamanın iki yolu vardır (Johnston ve Dinardo, 1997).

1. Serinin kartezyen grafiğinde ve onun korelogramında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları üzerinde yapılan öznel yargılara dayanmak.

2. Birim köklerin varlığı için formel istatistiksel testlere başvurmak.

Durağan olmayan süreçlerin hangi sınıfa ait olduğunu bilmek, durağan olmayan bir serinin durağan hale dönüştürme işleminin doğru bir şekilde yapılmasına yardımcı olur. Durağanlığın sağlanması için uygulamada iki tür işlem yapılır.

1. Farkların alınması (ortalama durağanlığın sağlanması için),

2. Logaritma alma (varyans durağanlığın sağlanması için).

Durağan olmayan bir serinin durağanlığını sağlamanın bir yolu seriye fark alma yöntemini uygulamaktır. Orijinal seride fark almayı her gözlem arasındaki değişme olarak tanımlamak mümkündür.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y_t - LY_t = (1 - L)Y_t \quad (40)$$

şeklinde. Bilindiği gibi farkı alınan serinin (T-1) sayıda gözlemi söz konusudur. Dolayısıyla ilk gözlem için fark alınması mümkün değildir.

Bazı durumlarda ilk farkların alınması ile serinin durağanlığı sağlanamayabilir. Bu durumda seriye tekrar bir fark daha uygulanmalıdır. Bir başka deyişle serinin ikinci farkı alınmalıdır. Serinin ikinci farkı,

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta Y_t) &= \Delta(Y_t - Y_{t-1}) = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} = Y_t - 2LY_t + L^2Y_t \\ &= (1 - 2L + L^2)Y_t = (1 - L)^2Y_t \end{aligned} \quad (41)$$

şeklinde yazılır. Bu seride (T-2) sayıda gözlem söz konusudur.

Durağan olmayan mevsimsel seriler için mevsimsel farklar alınarak, seri durağan hale dönüştürülebilir. Mevsimsel fark, bir değişkenin herhangi bir değeri ile bir önceki yılın aynı dönemine karşılık gelen değeri arasındaki farkı tanımlar. Örneğin, mevsimsel zaman serisi aylık gözlemlerden oluşuyorsa bir yılın 12 aylık kalıbı kullanılabilir. Mevsimsel fark,

$$\Delta_{12}Y_t = Y_t - Y_{t-12} = (1 - L^{12})Y_t \quad (42)$$

olarak tanımlanabilir. Genelde mevsimsel olarak farkı alınan seri $\Delta_s Y_t$, s dönemi ile ayrılan gözlemler arasında bir değişme vardır. Burada s mevsimselliğin

derecesidir. Aylık veriler için $s=12$, çeyrek yıllık veriler için $s=4$ olarak alınır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

İktisadi zaman serileri gerçek değerleri üzerinde doğrusal değil genellikle logaritmik değerleri üzerinde doğrusaldır. Bu nedenle, serilerin gerçek değerleri yerine logaritmik değerlerinin kullanılması önerilir. Sürecin ortalaması arttıkça gözlemlerin değişkenliğinin de arttığı gözlemlerdeki oransal değişmelerin ortalamadan bağımsız olduğu gözlenir. Bu gibi durumlarda logaritma almanın yararı vardır (Türkyılmaz, 2002).

2.5. Otokorelasyon Analizleri

Değişkenler arasında doğrusal yönde bir ilişkinin ölçümü pozitif bir değer olarak tanımlanır, ters yöndeki bir ilişkinin ölçümü ise negatif bir değerdir. Eğer iki değişken arasında herhangi bir ilişki yoksa istatistiksel olarak bağımsızdırlar.

İki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkinin büyüklüğünü veya derecesini ölçmeye çalışan teknikler; geleneksel ekonometrik veya istatistiksel çalışmalar için kovaryans ve korelasyon katsayıları iken; zaman serileri analizleri içinse, otokovaryans ve otokorelasyon katsayılarıdır.

Genelde herhangi iki değişken olan X ve Y 'nin birlikte hareketinin (veya değişmelerinin) bir ölçüsü kovaryans veya korelasyon ile hesaplanır. X ve Y gibi herhangi iki değişkenin belirli bir zaman süreci içerisinde kendi gecikmeli değerleri arasındaki birlikte hareketinin bir ölçüsü ise otokovaryans veya otokorelasyonlar ile saptanabilir.

2.5.1. Kovaryans ve Korelasyon

İki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin bir ölçüsü kovaryans ile bulunabilir. X ve Y gibi herhangi iki rassal değişken olduğu varsayılın. Kesikli bir durumda birleşik dağılımlar, her iki değişkene ait bütün olası sonuçların bir olasılık listesi olarak tanımlanır. Birleşik dağılımların önemli özelliği değişkenlerin beklenen değerleri ile tanımlanmasıdır. Buna göre X ve Y gibi iki

değişkenin kovaryansı, değişkenlerin her ikisinin beklenen değerlerinden (ortalamalarından) sapmalarının çarpımlarının beklenen değeri olarak tanımlanır.

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E[(X - E(X))(Y - E(Y))] \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{ij} [(X_i - E(X))(Y_j - E(Y))] \end{aligned} \quad (43)$$

Burada P_{ij} , X ve Y'nin birlikte görülme olasılığını göstermektedir. Kovaryans X ve Y arasındaki doğrusal ilişkinin bir ölçüsüdür. Her iki değişken aynı zamanda, ortalamasının altında ve üstünde yer alırsa, kovaryans pozitif olacaktır.

İki rassal değişken arasında yansız bir tahminci bulabilmek için,

$$Cov(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] \quad (44)$$

kovaryans tanımından hareket ederek, kovaryans X ve Y'nin ortalaması civarındaki sapmaların çarpımlarının basit aritmetik ortalaması olarak yeniden tanımlanabilir:

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (45)$$

biçiminde formüle edilebilir. Ancak X ve Y'nin kovaryans denklemi bu denklemde de yanlıdır. Yansız bir tahminci bulabilmek için yukarıdaki denklem serbestlik derecesine bölünür. X ve Y'deki sapmaların çarpımlarının toplamını hesaplamak için X ve Y'nin birlikte oluşturduğu sonuçlara dair N sayıda gözlem vardır. Dolayısıyla N sayıda bağımsız bilgi söz konusudur. Bununla birlikte X ve Y'nin ortalamasının hesaplanmasında kullanılan bir bağımsız bilgi vardır. Sonuç olarak (N-1) sayıda bir serbestlik derecesi vardır ve yansız kovaryans tahmincisi,

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (46)$$

şeklinde formüle edilir. X ve Y gibi iki değişken eğer bağımsız iseler “Cov(X,Y)=0” çıkacaktır. Bu sezgisel anlamda bir değişkenin sonuçları ile diğer değişkenin sonuçları arasında hiçbir ilişkinin olmadığı anlamına gelir. X'in ortalamasından sapması ile Y'nin ortalamasından sapmasının arasında bir ilişki yoktur. Bununla birlikte, iki değişken arasında kovaryansın sıfır olması, iki değişken arasında bir bağımlılığın varlığını da ima edebilir. Çünkü kovaryans ve korelasyon ölçüleri doğrusal bağımlılığı ölçer ve değişkenler doğrusal olmayan bir ilişkide olursa kovaryans yine de sıfır çıkabilir.

Korelasyon katsayısı, X'teki bir standart sapma değişim ile Y'deki bir standart sapma değişiminin ilişkisinin bir ölçüsüdür. Dolayısıyla korelasyon katsayısı $Cov(X,Y)$ 'nin X ve Y'nin standart sapmalarının çarpımlarına bölümüne eşittir. Bu da,

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (47)$$

olarak formüle edilmektedir. Anakütle korelasyon katsayısı veya Pearson korelasyon katsayısı olarak adlandırılan bu tanımlamada σ_X ve σ_Y sırasıyla X ve Y'nin standart sapmalarıdır.

Korelasyon katsayısı daima -1 ile +1 arasında bir değer alması açısından kovaryanstan farklıdır. Pozitif bir korelasyon değişkenlerin aynı yönde hareket ettiklerini ve negatif bir korelasyon ise değişkenlerin ters yönde hareket ettiklerini ima eder. Korelasyon katsayısı +1 çıkarsa, iki değişken arasında pozitif yönlü tam bir ilişki vardır. Benzer şekilde korelasyon katsayısı -1 çıkarsa, iki değişken arasında negatif yönlü tam bir ilişki vardır.

Yukarıda ki denklemden tanımlanan anakütle katsayısına karşılık iki değişken arasındaki örneklem korelasyon katsayısı,

$$r_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (48)$$

veya

$$r_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{S_X S_Y} \quad (49)$$

biçiminde yazılabilir. Burada $\sigma_X \equiv S_X$ ve $\sigma_Y \equiv S_Y$ 'dir. Örneklem standart sapma değerleri S_X ve S_Y ,

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (50)$$

ve

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{N-1}} \quad (51)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. S_X ve S_Y , r_{XY} 'de yerine konularak yeniden düzenlenebilir.

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (52)$$

Burada r_{XY} , X ve Y arasındaki basit korelasyon katsayısı olarak adlandırılır (DeLurgio,1998; Pindyck ve Rubinfeld,1991).

Herhangi bir değişkenin ilgili olan başka bir değişkenin değerlerindeki değişmelerden istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını tanımlayan bir hipotez kurulur. Örneğin, X ve Y değişkenleri arasında hesaplanan r_{XY} 'nin sıfırdan istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını tanımlamak için hipotez testi yapılmalıdır. Eğer, r_{XY} sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı ise X ve Y arasında anlamlı bir ilişki vardır.

İstatistiksel hipotez testi sürecinde sıfır ve alternatif hipotezler kurulduktan sonra, bir test istatistiği t^* hesaplanır ve sıfır hipotezinin doğru olduğunu varsayan t_c kritik değerleri (veya tablo değerleri) ile karşılaştırılır.

İki bağımsız normal dağılan (NID) değişkenin anakütle korelasyon katsayısının tahmini için örneklem korelasyon katsayısının standart hatası,

$$Sh_r = \sqrt{\frac{1-r_{XY}^2}{n-2}} \quad (53)$$

şeklinde formüle edilmektedir. Burada (n-2) serbestlik derecesi ile Sh_r anakütle standart hatası σ_r 'nin bir tahmincisini verir. Test istatistiği için r_{XY} 'nin sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığını test eden hipotezler,

$H_0: \rho = 0$, iki değişken arasında doğrusal ilişki yoktur.

$H_1: \rho \neq 0$, iki değişken arasında doğrusal ilişki vardır.

Hipotezler kurulduktan sonra,

$$t^* = \frac{r-r_0}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} = \frac{r-0}{Sh_r} = \frac{r}{Sh_r} \quad (54)$$

istatistiği hesaplanır. Eğer, (n-2) serbestlik derecesi ile $\alpha = 0,01$ veya $\alpha = 0,05$ için $|t^*| \leq t_c$ ise, X ve Y gibi iki değişken arasında herhangi bir doğrusal ilişki yoktur ve sıfır hipotezi H_0 kabul edilir. Ancak (n-2) serbestlik derecesi ile $\alpha = 0,01$ veya $\alpha = 0,05$ için $|t^*| > t_c$ ise, X ve Y gibi iki değişken arasında herhangi bir doğrusal ilişki yoktur ve sıfır hipotezi H_0 red edilir. Alternatif hipotez olan iki değişken arasında istatistiksel olarak anlamlı bir doğrusal ilişki vardır hipotezi H_1 kabul edilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.2.Otokovaryans ve Otokorelasyon

Bir değişken zaman boyunca ölçüldüğünde, serideki veriler bir ya da daha fazla gecikmeli dönemlerden etkilenecek, çok sık olarak korelasyonlu oldukları gözlenir. Herhangi iki değişkenin değerleri arasında birlikte değişimin bir ölçüsü olarak kovaryans ve korelasyon katsayılarını hesaplama mantığına dayanan, bir zaman serisi gözlemlerinin gecikmeli değerleri arasında da kovaryans ve korelasyon katsayısı hesaplanabilir. Tek bir zaman serisi değişkeninin gecikmeli değerleri arasında birlikte değişimin bir ölçüsü, otokovaryans ve otokorelasyon olarak adlandırılır.

Uygulamada otokorelasyon katsayıları genelde otokovaryans katsayıları değerlerinin hesaplanmasıyla elde edilir. Bu amaçla durağan stokastik bir süreç için k-gecikmede otokovaryanslar,

$$\begin{aligned} Cov(Y_t, Y_{t-k}) &= \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{T} \\ &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)] \\ &= c_k \end{aligned} \quad (55)$$

ile hesaplanır. Ancak bu tahminci yanlı olacaktır. Dolayısıyla,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E[c_k] = \gamma(k) \quad (56)$$

asimptotik olarak yansız bir tahminci olacağından, alternatif bir tahminci,

$$c_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{T-k} \quad (57)$$

şeklinde yazılabilir. Bu tahminci çok az yanlı olmasına rağmen oldukça yüksek bir ortalama kare hataya sahip olduğu ileri sürülmüştür (Chatfield,1996).

Bir stokastik sürecin bütün bir teorisini oluşturmak (olasılık dağılımına dayanarak gerçek durumu tanımlamak) genelde imkânsız iken, otokorelasyon fonksiyonu, modelleme amacıyla sürecin kısmen teorisini oluşturmada oldukça yararlı bir araçtır. Otokorelasyon fonksiyonu Y_t serisindeki yakın komşu veri noktaları arasında ne kadar korelasyonlu (veya yakın komşu değerler arasındaki karşılıklı ne kadar bağımlı) olduklarını belirler ve

$$\rho_k = \frac{E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Y_t - \mu)^2]E[(Y_{t-k} - \mu)^2]}} = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sigma_{Y_t} \sigma_{Y_{t-k}}} = \rho_{Y_t Y_{t-k}} \quad (58)$$

ile tanımlanır. Denklemin paydasında t dönemindeki durağan bir süreç için standart sapması t-k dönemindeki standart sapma ile aynıdır. $\sigma_{Y_t} = \sigma_{Y_{t-k}} = \sigma_Y^2$

olacaktır. Dolayısıyla payda stokastik bir sürecin varyansı olacağından otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \frac{E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)]}{\sigma_Y^2} \quad (59)$$

veya

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sigma_Y^2} \quad (60)$$

olarak tanımlanabilir. Dikkat edilirse bu denklemin payı, Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kovaryansa eşittir. Buna göre,

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (61)$$

ve dolayısıyla herhangi bir stokastik süreç için $k=0$ olduğunda, $\rho_0 = 1$ olacaktır. Örneğin stokastik süreç basitçe,

$$Y_t = \epsilon_t \quad (62)$$

olursa, burada ϵ_t sıfır ortalama ile bağımsız olarak dağılan rassal bir değişkendir.

Bu süreç beyaz gürültü olarak adlandırılır. $k>0$ için $\rho_k = 0$ 'dır.

Uygulamada otokorelasyon fonksiyonunun bir tahmini hesaplanır ve örneklem otokorelasyon olarak adlandırılır. Dolayısıyla ρ_k otokorelasyonunu bir tahmincisi olan $\hat{\rho}_k$ 'nin hesaplanabilmesi için önce k gecikmeli örneklem kovaryansı $\hat{\gamma}_k$ ve örneklem varyansı $\hat{\gamma}_0$ 'ın hesaplanması gerekir. Örneklem kovaryansı,

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{T} \quad (63)$$

ve örneklem varyansı da,

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2}{T} \quad (64)$$

biçiminde hesaplanmaktadır. Burada T örneklem büyüklüğü ve $\bar{Y}$ örneklem ortalamasıdır. Buna göre k gecikmeli örneklem otokorelasyon fonksiyonu,

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} = ACF(k) \quad (65)$$

olur.

Burada yapılan tanımlamalardan görüldüğü gibi hem teorik hem de tahmin edilen otokorelasyon fonksiyonları simetriklerdir. Pozitif bir korelasyonun yerine, negatif bir korelasyon veya tersini dikkate almak aynı olacağından,

$$\rho_k = \rho_{-k} \quad (66)$$

yazılabilir. Dolayısıyla bir otokorelasyon fonksiyonu çizilmek istendiğinde (k 'nin farklı değerleri için ρ_k 'nin çizilmesi istendiğinde) k 'nin yalnızca pozitif değerlerini dikkate almak yeterli olacaktır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.3.Örneklem Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF)

Otokorelasyon, bir değişkenin bir ya da daha fazla gecikmeli dönemi arasında korelasyonlu olması hali olarak tanımlanmaktadır. Trend, mevsimsellik ve düzensiz hareketler gibi bileşenleri içeren veri kalıplarına otokorelasyon analizi yaklaşımı kullanılarak araştırılabilir. Bir değişkenin farklı zaman gecikmeleri için otokorelasyon katsayıları özdeş bir biçimde zaman serisi veri kalıpları olarak kullanılır.

Pearson otokorelasyon katsayısını veren ρ_k , örneklem Pearson otokorelasyon katsayısı olarak yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$r_k = r_{Y_t Y_{t-k}} = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{S_{Y_t} S_{Y_{t-k}}} = \frac{\sum_{t=1+k}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^T (Y_{t-k} - \bar{Y})^2}}. \quad (67)$$

Otokorelasyonun bu tanımı kovaryansın, iki standart sapmanın çarpımları oranına eşit olarak ifade edilir. Bu denklemin bir diğer biçimi olan örneklem otokorelasyon katsayısı ACF(k),

$$ACF(k) = \frac{\sum_{t=1+k}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (68)$$

ile gösterilir. Örneğin, $k=1$ için bir gecikmeli otokorelasyon katsayısı,

$$ACF(1) = \frac{\sum_{t=2}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (69)$$

olacak, $k=2$ için iki gecikmeli otokorelasyon katsayısı ise,

$$ACF(2) = \frac{\sum_{t=3}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-2} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (70)$$

olarak hesaplanacaktır. Benzer süreç k sayıda gecikme için geliştirilebilir. Uygulamada, ACF(k)'lerin doğru tahmincilerini elde edebilmek için gözlem sayısının minimum $T=50$ olmasında yarar vardır. Ayrıca gecikme için seçilen k 'nin ölçeği ise $T/4$ 'ten büyük olmasına dikkat edilmelidir (DeLurgio, 1998).

Otokorelasyon katsayıları ρ_k 'lerin hesaplanan değerlerinin sıfıra eşit olup olmadığını test etmek için, Bartlett (1946) tarafından geliştirilen yaklaşım

kullanılabilir. Bartlett'a göre, bir zaman serisi beyaz gürültü ile üretildiğinde örneklem otokorelasyon katsayıları ($k>0$ için) yaklaşık olarak ortalaması sıfır ve standart sapması $1/\sqrt{T}$ (burada T serideki gözlem sayısıdır) ile normal bir dağılıma sahiptir.

Otokorelasyon katsayıları için istatistiksel anlamlılık test sürecinde öncelikle anakütle otokorelasyon katsayıları için hipotez kurulur.

$$H_0: \rho_k = 0 \quad (71)$$

$$H_1: \rho_k \neq 0 \quad (72)$$

Otokorelasyon katsayısı için,

$$Sh_{\hat{\rho}_k} = Sh_{ACF(k)} \approx \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (73)$$

standart hataları hesaplanır. Burada $Sh_{ACF(k)}$, ACF(k)'nin yaklaşık olarak standart hatası ve T serideki gözlem sayısıdır. Otokorelasyon katsayıları için test istatistiği ise,

$$t_{ACF(k)} = \frac{ACF(k)}{Sh_{ACF(k)}} \quad (74)$$

olarak bulunur. Eğer, seçilen anlamlılık düzeyinde hesaplanan test istatistiği t^* ilgili tablolardan bulunan t_c kritik (tablo) değerinden büyükse, anakütle otokorelasyon katsayısının sıfır olduğu hipotezi reddedilir. Diğer bir anlamda hesaplanan otokorelasyon katsayısı $\pm[t_c \cdot Sh_{ACF(k)}]$ aralığının dışına düşerse, H_0 sıfır hipotezi reddedilir; aralığın içerisine düşerse, H_0 sıfır hipotezi kabul edilir.

Benzer otokorelasyon katsayılarının bir arada sıfır olduğuna dair birleşik hipotez testini yapmak için ise Box ve Pierce veya Ljung-Box tarafından ileri sürülen Q istatistiklerine başvurulur (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.4.Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu (PACF)

Kısmi otokorelasyonlar, diğer zaman gecikmelerinin etkisi ($t=1,2,\dots,k-1$) yok edildiğinde Y_t ile Y_{t-k} arasındaki ilişkinin derecesini ölçmede kullanılır. Örneğin Y_t ile Y_{t-1} arasında ve Y_{t-1} ile Y_{t-2} arasında anlamlı bir otokorelasyonun olduğu varsayalım. Sonuçta Y_{t-1} hem Y_t hem de Y_{t-2} ile ilişkilidir. Y_t ile Y_{t-2} arasındaki bir korelasyonu ölçmek amacıyla aradaki Y_{t-1}

değerinin etkisini bulma gereği ortaya çıkar. Bu işlem kısmi otokorelasyon olarak adlandırılır.

k'inci dereceden kısmi otokorelasyon katsayısı ϕ_{kk} ile gösterilirse, $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k}$ 'ye karşı Y_t 'nin regresyon denklemi ile $\hat{\phi}_{kk}$ hesaplanabilir. Kısmi otokorelasyon fonksiyonunu bulmanın birkaç yolu vardır. Bunlardan biri $Y_t^* = Y_t - \bar{Y}$ dönüşümünü kullanarak,

$$Y_t^* = \phi_{11}Y_{t-1}^* + \epsilon_t \quad (75)$$

birinci derece otoregresyon denklemini elde etmektir. Burada ϵ_t bir hata terimidir. Bununla birlikte bu hata sürecine dair kullanılan $\{\epsilon_t\}$ beyaz gürültü olmayabilir.

Ara değerler olmadığından ϕ_{11} , Y_t ile Y_{t-1} arasında hem otokorelasyonu, hem de kısmi otokorelasyonu gösterir. İkinci dereceden otoregresyon denklemi ise aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$Y_t^* = \phi_{21}Y_{t-1}^* + \phi_{22}Y_{t-2}^* + \epsilon_t \quad (76)$$

Burada Y_t ile Y_{t-2} arasındaki kısmi otokorelasyon, ϕ_{22} 'dir. Başka bir ifadeyle ϕ_{22} , Y_{t-1} 'in etkisinin giderilmesi halinde Y_t ile Y_{t-2} arasındaki korelasyondur. Bütün ilave gecikmeler k için bu süreç tekrar edilerek kısmi otokorelasyon fonksiyonları olan PACF'ler bulunabilir.

Yule-Walker denklemleri ile basit hesaplama metotları kullanılabilir. Bu amaçla aşağıdaki otokorelasyonlardan kısmi otokorelasyonlar için bir karşılaştırma yapılmaktadır.

$$\phi_{11} = \rho_1 \quad (77)$$

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \quad (78)$$

ve ilave gecikmeler için,

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j} \quad k = 3, 4, 5, \dots \quad (79)$$

yazılabilir. Burada $\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk}\phi_{k-1,k-j}$, $j = 1, 2, 3, \dots, k-1$ 'dir.

Tahmin edilen $\hat{\phi}_{kk}$ değerlerinden yararlanarak yapılacak anlamlılık testleri, otokorelasyon katsayıları için yapılan anlamlılık testlerine benzer. Dolayısıyla $\hat{\phi}_{kk}$, büyük örneklerde sıfır ortalama ve $1/\sqrt{T}$ standart hata ile yaklaşık olarak normal dağılmaktadır. ACF(k)'de olduğu gibi PACF(k)'lerde de bir beyaz gürültü serisi için sıfıra yaklaşmaktadır. Diğer bir anlamda eğer bir

zaman serisi beyaz gürültü ise tahmin edilen kısmi otokorelasyonlar $\hat{\phi}_{kk}$ 'ler yaklaşık olarak $1/\sqrt{T}$ standart hata ile bağımsız ve normal olarak dağılmaktadır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.5.Q-İstatistikleri (Portmanteau Testleri)

Q-istatistikleri; bir grup otokorelasyon katsayısının sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olup olmadığının test edilmesinde kullanılır. Q-istatistikleri hesaplanan otokorelasyonların bir setini dikkate alarak bir test geliştirdiği için literatürde Q-istatistiklerine portmanteau testleri adı da verilmektedir. Örneklem otokorelasyonlarını kullanan ve Box ile Pierce tarafından geliştirilen Q-istatistiği,

$$Q_k = T \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_j^2 = T \sum_{j=1}^k r_j^2 \quad (80)$$

ile veya

$$Q_k = T \sum_{j=1}^k [ACF(j)]^2 \quad (81)$$

şeklinde formüle edilmektedir. Burada T örneklem büyüklüğü ve k gecikme uzunluğudur. Test edilecek hipotez ise aşağıdaki şekildedir,

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_k = 0 \quad (82)$$

$$H_1: \rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \dots \neq \rho_k \neq 0 \quad (83)$$

veya örneklem ilişkisini yansıtan hipotezler aşağıdaki gibi kurulmaktadır,

$$H_0: ACF(1) = ACF(2) = ACF(3) = \dots = ACF(k) = 0 \quad (84)$$

$$H_1: ACF(1) \neq ACF(2) \neq ACF(3) \neq \dots \neq ACF(k) \neq 0. \quad (85)$$

Buradaki hipotezlerde, sıfır hipotezi tüm otokorelasyonların istatistiksel olarak anlamsız (sıfır) olduğunu ileri sürerken, alternatif hipotez en az bir otokorelasyonun anlamlı olduğunu (en az biri sıfırdan farklı) göstermektedir. Eğer, veriler durağan bir ARMA sürecinden üretilmiş ise, Q-istatistikleri asimptotik olarak k serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımı gösterir. Bu istatistiği kullanmanın arkasında yatan sezgisel bir düşünce de ACF(k)'ler sıfıra yaklaştıkça, Q değerlerinin nispi olarak küçülecek ve ACF(k)'ler büyüdükçe (negatif veya pozitif yönde olabilir), Q istatistiğinin de nispi olarak büyüyecek olmasıdır. Bir beyaz gürültü serisi halinde ise Q-istatistik değerinin sıfır değerini alması beklenecektir. Eğer hesaplanan Q değeri χ^2 tablosundaki kritik tablo değerini

aşarsa anlamlı otokorelasyonların olmadığı sıfır hipotezi red edilecektir. Dikkat edilirse sıfır hipotezini red etme, en az bir otokorelasyonun sıfır olmadığını ifade eden alternatif hipotezin kabul edileceği anlamına gelir.

Box-Pierce Q-istatistiği kullanıldığında orta büyüklükteki örneklerde yapılan çalışmalarda zayıf kalması problemi nedeniyle alternatif bir portmanteau testi Ljung-Box tarafından önerilmiştir. Ljung-Box istatistiği,

$$Q_k = T(T + 2) \sum_{j=1}^k \frac{r_j^2}{T-j} = T(T + 2) \sum_{j=1}^k \frac{[ACF(j)]^2}{T-j} \quad (86)$$

formülü ile hesaplanır. Ljung-Box Q-istatistiği, Box-Pierce Q-istatistiğine göre daha uygun bir χ^2 dağılımı sergilemektedir. Eğer bu denklemden hesaplanan Q'nun örneklem değeri k serbestlik derecesi ile χ^2 'nin kritik değerini aşarsa, ACF(k) (veya r_k 'nin) değerlerinden en az biri belirlenen anlamlılık düzeyinde sıfırdan anlamlı bir şekilde farklıdır. Box-Pierce ve Ljung-Box Q-istatistikleri; tahmin edilen bir ARMA(p,q) modelinden elde edilen hataların bir beyaz gürültü gibi davranıp davranmadığını kontrol etmekte de kullanılabilir. Buna göre tahmin edilen bir ARMA(p,q) modelinde k sayıda korelasyon söz konusu ise serbestlik derecesini tahmin edilen katsayıların sayısı ile sınırlandırmak mümkün olur. Dolayısıyla eğer ARMA(p,q) modelinin hataları kullanılıyorsa Q, (k-p-q) gibi bir serbestlik derecesi ile (eğer model bir sabit içeriyorsa serbestlik dercesi (k-p-q-1) ile) χ^2 dağılımına sahip olacaktır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.6.Korelogram

Örneklem otokorelasyonlarının, kısmi korelasyonların ve Q-istatistiklerinin serinin özelliğine göre yaklaşık olarak seçilen k sayıda gecikmeye göre işaretlenerek grafiğinin çizilmesine korelogram denir. Korelogramda ayrıca örneklem otokorelasyonlarına bağlı olarak hesaplanan Q-istatistiklerinin istatistiksel anlamlılık sınırlarına da yer verilmektedir.

Korelogram, teorik otokorelasyon fonksiyonlarının tahmin edilen örneklem otokorelasyonlarına yer verir. Seçilen gecikme sayısınca hesaplanan (tahmin edilen) otokorelasyon sıfıra ne kadar yakınsa, seri için beyaz gürültü olması veya durağanlığı o kadar daha fazladır.

İstatistiksel olarak anlamlı otokorelasyonların veya kısmi otokorelasyonların varlığı, serinin durağan olmadığını gösterir. Ayrıca serinin modellenmesi hususunda hangi tür modelin daha uygun olduğu ise serinin korelogramından çıkarılabilir. Bu nedenle zaman serileri için durağanlık araştırmasını yaparken korelogram yararlı bir araç olarak kullanılmaktadır.

Korelogramda otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafiklerinin alt ve üst kısımlarındaki kesikli çizgi sırasıyla $\pm[t_c Sh_{ACF(k)}]$ ve $\pm[t_c Sh_{PACF(k)}]$ güven sınırlarını gösterir. Bartlett testine göre k gecikme için bu sınırları aşan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon olmadığında, zaman serisinin beyaz gürültü serisine sahip olduğu veya durağan bir seri olduğu söylenir.

2.5.7.Birim kök testleri

Korelogram analizi herhangi bir seride birim kökün varlığının araştırılmasında vazgeçilmez bir yöntem olmasına rağmen, kısmen belirsizlikler de söz konusu olabilir. Bir korelogramdan hareketle bir araştırmacı birim kökün varlığını ileri sürerken; başka bir araştırmacı durağan bir süreç olduğunu savunabilir. Bir yaklaşık birim kök süreci; bir birim kök sürecine benzer ACF değerlerine sahip olduğundan böyle bir sorunun çözümü zordur. Bu sorunu çözmek için durağanlık analizleri olan birim kök testleri kullanılmaktadır.

Literatürde en çok kullanılan birim kök testi “Dickey-Fuller Birim Kök Testi” dir.

2.5.7.1.Dickey-Fuller birim kök testi (DF)

Dickey-Fuller birim kök testi, farklı model kalıpları dikkate alınarak test edilmektedir. Dickey-Fuller tarafından geliştirilen modelde sabit terimin olduğu; ancak deterministik trendin olmadığı varsayımı altında birim kökün araştırılmasında kullanılır. Bu test $\hat{\tau}_\mu$ -testi olarak bilinmektedir.

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (87)$$

Söz konusu zaman serisinde deterministik trend etkisinin olmadığı ve aynı zamanda $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olduğu varsayılmaktadır. Dickey-Fuller sabit terimi olan bir model için birim kök testini,

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (88)$$

modelinin tahmin edilmesiyle gerçekleştirmektedir. Burada $\delta = \phi_1 - 1$ olarak tanımlanır. Denklem (88)'in tahmin edilmesi sonucunda elde edilecek $\hat{\delta}$ parametresi için hesaplanacak $t_{\hat{\delta}}$ istatistiği Dickey-Fuller τ -istatistikleri için oluşturulmuş tablodaki kritik tablo değerleri ile karşılaştırılarak birim kökün varlığı araştırılır. Hipotezler,

$$H_0: \delta = 0 (\phi_1 = 1) \text{ eğer } t_{\hat{\delta}} > \tau \text{ ise durağan değildir} \quad (89)$$

$$H_1: \delta < 0 (\phi_1 < 1) \text{ eğer } t_{\hat{\delta}} < \tau \text{ ise durağandır} \quad (90)$$

şeklinde kurulur. Hipotezin bu şekilde kurulması bir yandan daha kesin sonuçlara ulaşılmasını, diğer yandan da testin gücünün daha yüksek olmasını sağlamaktadır. Bu test için yapılabilecek bir eleştiri, sabit terimin değişken bir büyüklükte olması durumunda geçerli olup olmamasıdır. Farklı μ değerleri için yapılan simülasyonlarla elde edilen kritik değerler ile bu sorun giderilmektedir. Ancak, başka bir eleştiri ise zaman serisinde deterministik trendin yer alması durumunda yapılmaktadır. Bu durumda eğer zaman serisini etkileyen bir deterministik trend varsa bu modelin yetersiz olduğu düşüncesiyle sorun şöyle bir model yardımıyla giderilebilir.

Dickey-Fuller tarafından sunulan en genel test istatistiği, modelde sabit terim etkisini ve deterministik trend etkisini dikkate alan birim kök testidir.

$$Y_t = \mu + \beta t + \phi_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (91)$$

veya

$$\Delta Y_t = \mu + \beta t + \delta Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (92)$$

Burada $\delta = \phi_1 - 1$ olarak tanımlanmakta ve $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olduğu varsayılmaktadır. Sabit terim ve deterministik trend içeren seriler için birim kök testi uygulanırken Dickey-Fuller tarafından geliştirilen en genel $\hat{\tau}_\tau$ istatistiği kullanılır. $\hat{\tau}_\tau$ -testi için kurulacak hipotez, seride sabit terim olduğu ve deterministik trend olduğu varsayılarak birim kök araştırması yapmaktadır. Yine yukarıdaki hipotezler kullanılarak hesaplanan Dickey-Fuller istatistiği kritik tablo değerleri ile karşılaştırılarak seride birim kök olup olmadığı kararlaştırılır.

Kısaca özetlenecek olursa Dickey-Fuller birim kök testinin teorik ve pratik sonuçları aşağıda sunulan regresyonları dikkate alır.

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \epsilon_t, \tau - \text{istatistiği} \quad (93)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \epsilon_t, \tau_\mu - \text{istatistiği} \quad (94)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \beta t + \delta Y_{t-1} + \epsilon_t, \tau_\tau - \text{istatistiği} \quad (95)$$

Her durumda $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olduğu varsayılmakta ve sıfır hipotezi $\delta = 0$, birim kök olduğunu göstermektedir. Alternatif hipotez ise $\delta < 0$ olduğunu, serinin durağan olduğunu ortaya koyar. İlk denklem ile diğer iki denklem arasında sabit terimin ve trendin ilave edilmesi açısından bir fark vardır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

2.5.7.2. Genişletilmiş Dickey-Fuller birim kök testi (ADF)

Dickey-Fuller tarafından geliştirilen birim kök testleri yalnızca birinci dereceden otoregresif süreçlere uygulanmaz. Daha yüksek dereceden otoregresif süreçlere de Dickey-Fuller testlerini uygulamak mümkündür. Bilindiği gibi p-inci dereceden bir otoregresif AR(p) süreci,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t \quad (96)$$

Biçiminde yazılabilir. Burada zaman serisi modeli denklem (96) ile kurulması gerekirken, varsayımsal denklem,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (97)$$

birinci dereceden bir otoregresif süreç modeli ise hata terimi ϵ_t beyaz gürültü olmayacak; aksine serisel korelasyonlu olacaktır. Böyle bir durumda denklem (97)'deki hataların korelasyonlu olması bölüm 2.5.7.1'de anlatılan DF test sürecini geçersiz kılacaktır. Çünkü denklem (97)'deki hata terimi,

$$\epsilon_t = \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + v_t \quad (98)$$

olarak algılanacaktır. Dolayısıyla hatalardaki serisel korelasyonun ortadan kaldırılması gerekir. Bu amaçla modele değişkenin gecikmeli değerlerinin ya da

$$\epsilon_t = \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + v_t \quad (99)$$

olarak aldığı değerler katılarak hatalardaki korelasyon ortadan kaldırılmaya çalışılır. Sonuçta $\epsilon_t = \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + v_t$ denklem (97)'de yerine yazıldığında elde edilecek yeni model denklem (96)'ya eşit olacaktır. Bu

aşamadan sonra DF testi için uygulanan test süreci burada da geçerli olacaktır. Böyle bir durumda uygulanan testlere “Genişletilmiş Dickey Fuller (Augmented DF) Birim Kök Testleri” adı verilir.

Dickey-Fuller sürecinde olduğu gibi önce denklem (96)’nın birinci farkları alınır,

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \delta_1 \Delta Y_{t-1} + \delta_2 \Delta Y_{t-2} + \dots + \delta_p \Delta Y_{t-p} + \epsilon_t \quad (100)$$

Burada δ_i ’ler ϕ ’lerin genel fonksiyonlarıdır. Dickey-Fuller sürecindeki ikinci adım Dickey-Fuller birim kök testinin teorik ve pratik sonuçlarına karşı gelen denklemleri üretmektedir. Buna göre ADF denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta Y_{t-j} + \epsilon_t, \quad \tau - \text{istatistiği} \quad (101)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta Y_{t-j} + \epsilon_t, \quad \tau_\mu - \text{istatistiği} \quad (102)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \beta t + \delta Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta Y_{t-j} + \epsilon_t, \quad \tau_\tau - \text{istatistiği} \quad (103)$$

Görüldüğü gibi bu denklemler Dickey-Fuller denklemlerine bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin modele dahil edilmesiyle genişletilmiş halidir. Dolayısıyla bu denklemlere de DF testini uygulamak mümkündür. Bu durumda bu testler Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi olarak adlandırılır. Dickey-Fuller τ -istatistikleri için kritik değerler ve aynı hipotezler ADF testleri içinde kullanılır.

Yukarıda açıklandığı gibi, bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin başlangıçtaki Dickey-Fuller denklemlerine ekstra terim olarak eklenmeleri, bu denklemleri genişletmektedir. Bu yaklaşım sonucunda hatalardaki otokorelasyon ortadan kalkmış olacaktır. Birim kök testi uygulamak için kullanılacak bir denklemden gecikme sayısı olan p ’nin ne olacağını belirlemek için genelde Akaike bilgi kriteri (AIC) ile Schwarz bilgi kriteri (SIC) kullanılır. Bundan başka hataların otokorelasyonlu olup olmadığını ortaya koymak için Breusch-Godfrey veya Lagrange çarpanları (LM) testleri uygulanabilir (Seddigi, Lawyer ve Katos, 2000; Enders, 1995).

ADF birim kök testinin uygulanabilmesi için hata payındaki otokorelasyonun ortadan kaldırılması, otokorelasyonun doğru derecesinin belirlenmesine bağlıdır. Uygulamalarda otoregresif gecikme uzunluğu önceden

bilinmediği için modelde yer alması gereken gecikme sayısı (p) farklı stratejiler yürütülerek araştırmacı tarafından belirlenmektedir.

Çünkü, modele yanlış gecikme dahil edilmesi, yapılacak testlerin gücünü azaltır. Ayrıca seçilecek p-gecikme, olması gerekenden büyük seçilirse, tahminler yanlış olacaktır (Ng ve Perron,1995).

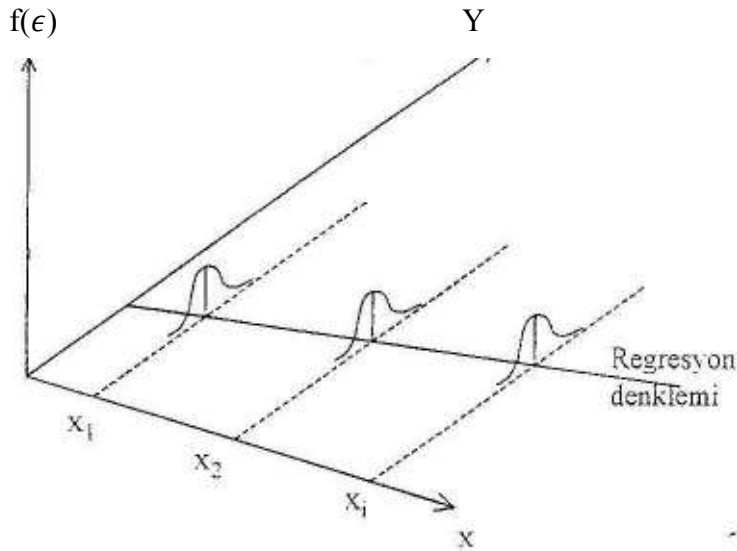
2.6.Değişen Varyanslılık

Klasik regresyon modeli varsayımlarından “Sabit Varyanslılık (Homoskedasticity) Varsayımı” verilen tüm gözlem değerleri (X_i) için ϵ_i 'nin koşullu varyanslarının aynı olduğudur (Koutsoyiannis 1973).

Sembolik olarak,

$$\begin{aligned} Var(\epsilon_i|X_i) &= E(\epsilon_i - E(\epsilon_i)|X_i)^2 \\ &= E(\epsilon_i^2|X_i) \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (104)$$

şeklinde gösterilir. Denklem (104), her bir X_i için, ϵ_i 'nin varyansının σ^2 'ye eşit pozitif bir sabit sayı olduğunu göstermektedir. Bu duruma “sabit varyanslılık” denir. Fakat bir ifade ile sabit varyanslılık Y değişkeninin değerlerinin, aynı varyansa sahip olan çeşitli X değerleri ile ilişkili olduğu anlamına gelir. Sabit varyanslılık durumu Şekil 2.1'deki gibi bir grafikte gösterilebilir.



Şekil 2.1. Sabit varyanslılık durumu

$f(\epsilon)$, ϵ_i 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

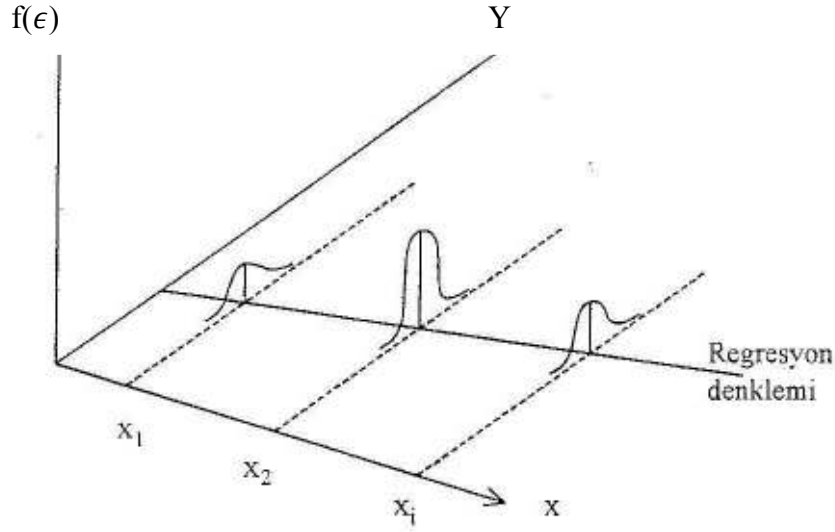
Y'nin koşullu varyansının X değerlerine bağlı olarak değiştiği durum ise “değişen varyanslılık” (heteroscedasticity) olarak bilinir (Koutsoyiannis,1973).

Bu,

$$Var(\epsilon_i|X_i) = \sigma_i^2 \quad (105)$$

olarak yazılır.

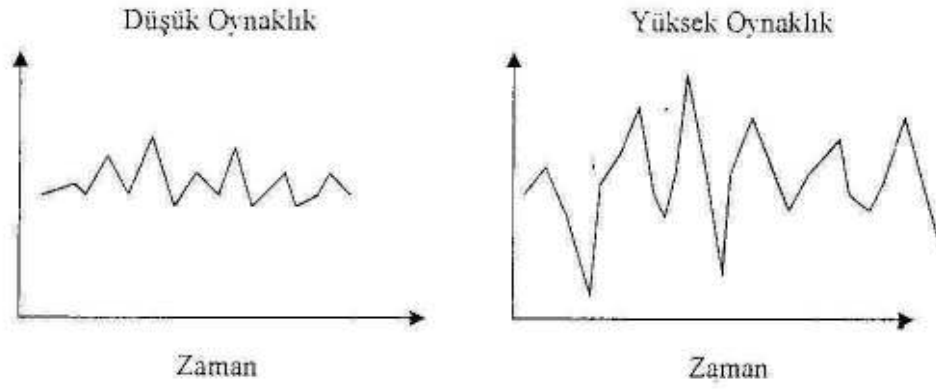
Değişen varyanslılık durumunu gösteren grafik Şekil 2.2’de verilmiştir.



Şekil 2.2. Değişen varyanslılık durumu

2.7.Volatilite (Oynaklık)

Volatilite en temel istatistiksel risk ölçüsüdür. Volatilite çok farklı şekillerde ifade edilirken finansçılar için en yaygın olarak kullanılan tanımlama “bir rassal değişkenin oynaklığı onun standart sapmasıdır” şeklindedir. Volatilite, faiz oranları, stok fiyatları gibi finansal değişkenlerin rassal değişkenliğini ölçer. Volatilite tahminleri yakın zamanda gözlemlenen piyasa değeri denilen iniş çıkışlara dayalıdır. Bazı tahmin teknikleri oynaklığı bir değişken olarak almaktadır. Bu teknikler yakın zamandaki trende dayalı olarak gelecekteki oynaklığı öngörebilmektedir. Yüksek bir volatilite artan bir belirsizliğin göstergesidir.



Şekil 2.3. Düşük ve yüksek oynaklık durumları

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi düşük volatilité durumunda seride değerlerin birbirine yakın düşük düzeyde iniş-çıkışlar söz konusu iken yüksek volatilité durumunda bu iniş-çıkışlar birbirinden farklı yüksek düzeydedir (Türkyılmaz, 2002).

3.DOĞRUSAL ZAMAN SERİSİ MODELLERİ

3.1.Doğrusal Durağan Stokastik Modeller

3.1.1.Otoregresif AR(p) modeli

Zaman serisi modellemesinde Y_t gibi bir ekonomik değişkenin geçmiş değerlerinde içerilen bilgi, söz konusu ekonomik değişkenin gelecek değerlerinin öngörüsünü yapmada oldukça yarar sağlar.

Bu tip gecikmiş bağımlılığı yansıtan bir istatistiksel model örneği birinci-derece otoregresif bir süreç ile verilebilir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (106)$$

Birinci-derece otoregresif istatistiksel modelinde δ bir sabit terim, ϕ_1 , -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen parametre ve ϵ_t ise, ortalaması sıfır sabit bir σ_ϵ^2 varyanslı korelasyonsuz bir hata terimidir. Denklem (106) birinci-derece otoregresif zaman serisi modelidir. Çünkü Y_t yalnızca kendi bir önceki dönemindeki değerine (Y_{t-1}) ve bir rassal hataya (ϵ_t) bağlıdır. Bu istatistiksel model yapısı AR(1) zaman süreci olarak tanımlanır.

Bir ekonomik değişken için zaman serisi istatistiksel modeli tanımlandığında, zaman serisinin $Y_1, Y_2, \dots, Y_t$ oluşum sürecinin mahiyeti genelde tam anlamıyla bilinmez. Eğer sürecin otoregresif olduğu tahmin edilse bile denklem (106)'da verilen birinci-derece otoregresif süreçten daha karmaşık olması muhtemeldir. Özellikle Y_t , yalnızca Y_{t-1} 'e bağlı değil ayrıca $Y_{t-2}, Y_{t-3}, \dots$ bağlı olabilir. Dolayısıyla p'inci dereceden bir otoregresif sürecin bir istatistiksel modelini tanımlamak mümkündür. O halde AR(p) modeli

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t \quad (107)$$

şeklinde yazılır. Burada δ bir sabit terimdir ve stokastik süreç olan Y_t 'nin ortalamasını gösterir iken, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ 'ler bilinmeyen otoregresif parametrelerdir. Hata terimi ϵ_t ortalaması sıfır ve sabit σ_ϵ^2 varyanslı korelasyonsuz rassal değişkenler olarak varsayılır. Diğer bir ifadeyle $\{\epsilon_t\}$ bir beyaz gürültü serisidir. (Griffiths, Hill ve Judge, 1993; Pindyck ve Rubinfeld, 1991).

3.1.2.Hareketli Ortalama MA(q) modeli

Bir ekonomik değişkenin AR(p) modelinde gözlenen değeri onun geçmiş ve bir rassal hata değeri ile ilgilidir. AR(p) modeli ile gösterilen yapıdaki ilişkilere ekonomide çok sıkça rastlanmaktadır. Bununla birlikte, hareketli ortalama süreci olarak adlandırılan başka bir zaman serisi yapısı formu ile ifade edilebilecek birkaç ekonomik hipotez söz konusudur. Örneğin birçok hisse senedi piyasasına ilişkin çalışmada bir hisse senedinin fiyatında bir günden diğer bir güne vuku bulan değişme ortalaması sıfır ve sabit bir varyansla korelasyonsuz rassal değişkenlerin bir dizisi gibi davrandığı bulunmuştur. Eğer t günündeki hisse senedinin fiyatı P_t olarak alınırsa bir günden diğerine fiyattaki değişme

$$Y_t = P_t - P_{t-1} = \epsilon_t \quad t=1,2,\dots,T \quad (108)$$

ile verilebilir. Burada hatalar ϵ_t korelasyonsuz rassal değişkenlerdir. Rassal bileşen; ϵ_t şirketin finansmanı hakkındaki elde edilen yeni bilgiler, firmanın ürün popülaritesindeki ani yükseliş veya düşüşler, yeni veya etkin rakiplerin ortaya çıkmasından ötürü oluşturduğu tehlike, teknolojik gelişmelere ilişkin ilanlar veya haberler ya da üst düzey yönetim boyutlarında skandalların açığa çıkması gibi hisse senedi fiyatlarına etki edebilecek muhtemel etkileri içerir. Fakat bütün bunlara rağmen herhangi beklenmeyen haberlerin tümünün etkisi bir gün içerisinde piyasada bütünüyle emilmez. Bu durumda fiyat değişimleri sonraki günlerde de etkilenebilir. Örneğin

$$Y_{t+1} = \epsilon_{t+1} + \theta_1 \epsilon_t \quad (109)$$

Burada ϵ_{t+1} , t+1 günündeki alınan yeni haberlerin (veya bilgilerin) etkisini gösterir ve $\theta_1 \epsilon_t$ bir gün öncesinin haberlerinin devam eden etkisini yansıtır.

Denklem (109)'daki istatistiksel model bir hareketli ortalama sürecidir. Ekonomik değişken Y_{t+1} ' in değeri cari ve geçmiş rassal bir hatanın ağırlıklı ortalamasıdır. Genelde bir hareketli ortalama süreci, 1, 2 veya daha fazla dönem geriye doğru rassal hatalar ϵ_t 'lerin ağırlıklı bir ortalaması olarak ekonomik değişken Y_t ' ye ait zaman serisi gözlemlerini gösterir. Genel MA(q) süreci için istatistiksel model

$$Y_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (110)$$

yazılır. Burada korelasyonsuz rassal hatalar ϵ_t ortalaması sıfır ve sabit bir varyansa sahiptir, θ_i ($i=1,2,\dots,q$) ise bilinmeyen parametrelerdir. Denklem (110)'a dikkat edilirse AR(p) modelinkinden farklı olarak sabit terim δ yerine μ ile gösterilmiştir. Bu tanımlama MA(q) sürecinin ortalamasının

$$E(Y_t) = \mu \quad (111)$$

olduğunu ve varyansının ise

$$\text{Var}(Y_t) = \gamma_0 \quad (112)$$

$$=E[(Y_t - \mu)^2]$$

$$=E[\epsilon_t^2 + \theta_1^2 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q^2 \epsilon_{t-q}^2 + 2\theta_1\theta_2 \epsilon_{t-1}\epsilon_{t-2} + \dots]$$

$$=\sigma_\epsilon^2 + \theta_1^2 \sigma_\epsilon^2 + \dots + \theta_q^2 \sigma_\epsilon^2$$

$$=\sigma_\epsilon^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)$$

olduğunu ifade eder. Bütün çapraz-çarpım terimlerinin beklenen değerleri sıfırdır. Çünkü rassal hatalar ϵ_t bağımsız ve korelasyonsuz olarak varsayılmaktadır (Griffiths, Hill ve Judge, 1993; Pindyck ve Rubinfeld, 1991; Hamilton, 1994).

3.1.3. Otoregresif Hareketli Ortalama ARMA(p,q) modeli

AR ve MA süreçlerinin belirli bazı özelliklere sahip oldukları otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının bulunmasıyla görülebilir. Örneğin MA(q) sürecinin derecesi hesaplanan otokorelasyon katsayısı ρ_k 'nin kesildiği gecikme dönemi ile belirlenebilir. Başka bir ifadeyle q'dan daha büyük gecikmelerde otokorelasyonlar sıfır olarak alınır.

Bununla birlikte bir model için hesaplanan otokorelasyonlar, ρ_k 'ler daha ileri gecikmelerde sıfıra doğru bir azalma gösterir; fakat kısmi otokorelasyonların hesaplanmasında çok kısa süreli gecikmelerde kesilme söz konusu oluyorsa, otoregresif sürecin daha baskın olduğu söylenebilir. Bunun gibi birçok farklı durum vardır. Örneğin zaman serisi verileri için hem otokorelasyon hem de kısmi otokorelasyon fonksiyonları belirli bir gecikmede kesilmediği gibi, sıfıra doğru çok yavaş hareket edebilirler. Bu durumlarda zaman serisi; hem otoregresif hem de hareketli ortalama bileşenlerini aynı anda içerebilir ve zaman serisi modelinde bu iki durum birlikte ortaya çıkabilir.

Birçok durağan rassal süreç sadece otoregresif veya hareketli ortalama modelleri ile modellenemez; bazen zaman serisi her iki süreci birlikte gösterebilir. Başka bir ifadeyle zaman serisi modeli hem AR, hem de MA bileşenleri p ve q'uncu dereceden olmak üzere ARMA(p,q) olarak tanımlanabilir. İstatistiksel modelin cebirsel gösterimi

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (113)$$

olarak sunulabilir. Burada sabit terim δ , Y_t 'nin ortalaması ile ilgili iken hatalar ϵ_t , $E(\epsilon_t)=0$ ve varyans $\text{Var}(\epsilon_t)=\sigma_\epsilon^2$ ile korelasyonsuz rassal değişkenler olduğu varsayılır. Eğer bu süreç durağan ise tüm dönemler için sabit bir ortalamaya (μ) sahiptir. Çünkü denklem (113)'ün beklenen değeri alındığında

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q}) \\ \mu &= \delta + \phi_1 \mu + \dots + \phi_p \mu + 0 + \theta_1 0 + \dots + \theta_q 0 \\ \mu &= \delta + \phi_1 \mu + \dots + \phi_p \mu \end{aligned} \quad (114)$$

yazılabilir. Burada $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = \dots = E(Y_{t-p}) = \mu$ ve $E(\epsilon_t) = E(\epsilon_{t-1}) = E(\epsilon_{t-2}) = \dots = E(\epsilon_{t-q}) = 0$ özellikleri kullanılmıştır. Gerekli düzenlemeler yapılırsa ortalama

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} \quad (115)$$

elde edilir. Bu sonuç, aynı zamanda durağanlık için gerekli koşulu da belirtir.

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1 \quad (116)$$

olmalıdır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

3.2.Doğrusal Durağan Olmayan Stokastik Modeller

3.2.1.ARIMA(p,d,q) modeli

Gerçek hayatta zaman serilerinin birçoğu, zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıdığından durağan değildir. Daha önce vurgulandığı gibi birçok ekonomik ve finansal seriler (hisse senedi vs.) rassal yürüyüş süreci özelliklerini yansıtır. Rassal yürüyüş süreci ise, durağan olmayan bir süreçtir. Rassal yürüyüş sürecinin varyansının sonlu olduğu ve durağanlık koşullarının bozulduğu söylenebilir. Dolayısıyla rassal yürüyüş modeli

birçok ekonomik değişkenin gerçekleşmesini tutarlı bir biçimde yansıtmasına rağmen, durağan olmayan bir zaman serisi sürecidir.

Binci derece otoregresif sürecin parametresi $\phi_1 = 1$ olarak alındığında süreç

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t \quad (117)$$

olur. Bu süreç rassal yürüyüş süreci olarak bilinir ve ϵ_t bu sürecin korelasyonsuz rassal hatalarını gösterir.

Ancak burada süreci oluşturan beyaz gürültü farklı biçimde gerçekleşirse bu durumda rassal yürüyüş sürecinin yapısı daha farklı biçimde ortaya çıkacaktır. Dolayısıyla her gerçekleşmede farklı bir yapıya sahip olacak olan rassal yürüyüş süreci önceden belirlenememektedir.

Her ne kadar birçok zaman serisi durağan olmasa da, zaman serilerini durağanlaştırmak için, serinin bir veya daha fazla farkını alarak bir dönüştürme işlemi uygulanabilir. Böyle bir zaman serisinin entegre (bütünleşmiş) süreç olarak adlandırıldığı unutulmamalıdır. Entegre sürecin derecesini tanımlayan “d”, zaman serisinin durağanlaştırılması için alınması gereken fark sayısını belirtir. Örneğin, bir Y_t durağan-dışı serisinin bir kere farkı alındığında

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y'_t \quad (118)$$

olur. Burada Y'_t serisi durağan hale gelmiş ise, entegre sürecin derecesi $d=1$ olarak tanımlanır ve Y_t serisi, $I(1)$ dereceden entegre olarak gösterilir. Y_t serisinin farkı alındıktan sonra Y'_t serisi hala durağan değilse Y'_t 'nin bir kere veya Y_t 'nin ardı ardına iki kere farkı

$$\begin{aligned} \Delta^2 Y_t &= \Delta(Y'_t) = Y'_t - Y'_{t-1} \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \end{aligned} \quad (119)$$

veya

$$\Delta^2 Y_t = Y''_t \quad (120)$$

olur. Burada Y''_t durağan ise entegre sürecin derecesi $d=2$ olarak tanımlanır ve Y_t serisi, $I(2)$ dereceden entegre olarak gösterilir. Buna göre denklem

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1} = \epsilon_t \quad (121)$$

biçiminde ifade edildiğinde birinci-dereceden bir entegre süreç olduğu söylenir ve bu haliyle zaman serisi durağandır. Rassal yürüyüş sürecinin niteliği tam olarak

bilindiğinden; rassal yürüyüş sürecini durağan bir süreç haline kolaylıkla dönüştürmek mümkündür.

Bir genel sonuç üretmek gerekirse,

$$W_t = \Delta^d Y_t \quad (122)$$

durağan bir seri ise, Y_t d'inci dereceden homojen durağan değildir. W_t gibi bir seri varsa, W_t 'nin d kere toplamını almakla tekrar Y_t 'ye dönmek mümkündür.

Dolayısıyla

$$Y_t = \sum^d W_t \quad (123)$$

yazılabilir. Burada $\sum$ toplam alma işlemidir. $\sum$ işlemcisi, fark alma işlemcisi Δ 'nın tersidir.

$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - L)Y_t$ 'den $\Delta = 1 - L$ 'dir. Bu eşitlikten $\sum = \Delta^{-1} = (1 - L)^{-1}$ yazılabilir.

Gerçek bir zaman serisi için bu toplam hesaplandığında, farkı alınmayan orijinal seriye ait ilk gözlem (Y_0) ile başlayıp ve daha sonra farkı alınan serinin ardışık değerleri toplanır. Dolayısıyla eğer $W_t = \Delta Y_t$ ise aşağıdaki işlemde Y_t hesaplanabilir.

$$Y_t = \sum W_t = \sum_{i=-\infty}^t W_i = \sum_{i=-\infty}^0 W_i + \sum_{i=1}^t W_i = Y_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_t \quad (124)$$

Y_t 'nin iki kere farkı alınıyorsa, $W_t = \Delta^2 Y_t$ ise, W_t için iki kere toplam alma işlemi uygulayarak Y_t hesaplanabilir.

Durağan bir seri W_t 'yi üretebilmek için Y_t sürecinin farkı alındıktan sonra bir ARMA(p,q) süreci gibi W_t ele alınabilir. Eğer $W_t = \Delta^d Y_t$ ise ve W_t bir ARMA(p,q) süreci ise bu durumda Y_t (p,d,q)'uncu dereceden bir otoregresif entegre hareketli ortalama süreci veya basitçe ARIMA(p,d,q) olarak ifade edilir. ARIMA(p,d,q) süreci:

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) \Delta^d Y_t = \delta + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (125)$$

şeklinde gösterilebilir veya gecikme polinomu kullanılarak

$$\phi(L) \Delta^d Y_t = \delta + \Theta(L) \epsilon_t \quad (126)$$

yazılabilir. Burada $W_t = \Delta^d Y_t$ sürecinin ortalaması

$$\mu_W = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} \quad (127)$$

ile tanımlanır. Eğer $\delta \neq 0$ ise entegre seri Y_t deterministik bir trend oluşturur. Örneğin $d=1$ ve $\delta>0$ olduğunda $Y_t = \sum W_t$ zaman boyunca doğrusal olarak büyüyecektir.

Durağan seri W_t karma bir sürece sahip değilse örneğin W_t eğer bir AR(p) süreci ise Y_t (p,d)' inci dereceden entegre otoregresif süreçtir ve ARI(p,d,0) ile gösterilir. Benzer biçimde eğer W_t bir MA(q) ise bu durumda Y_t (d,q)'uncu dereceden bir entegre hareketli ortalama sürecidir ve IMA(0,d,q) ile gösterilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

3.3.ARIMA Model Kurma Süreci (Box-Jenkins Yaklaşımı)

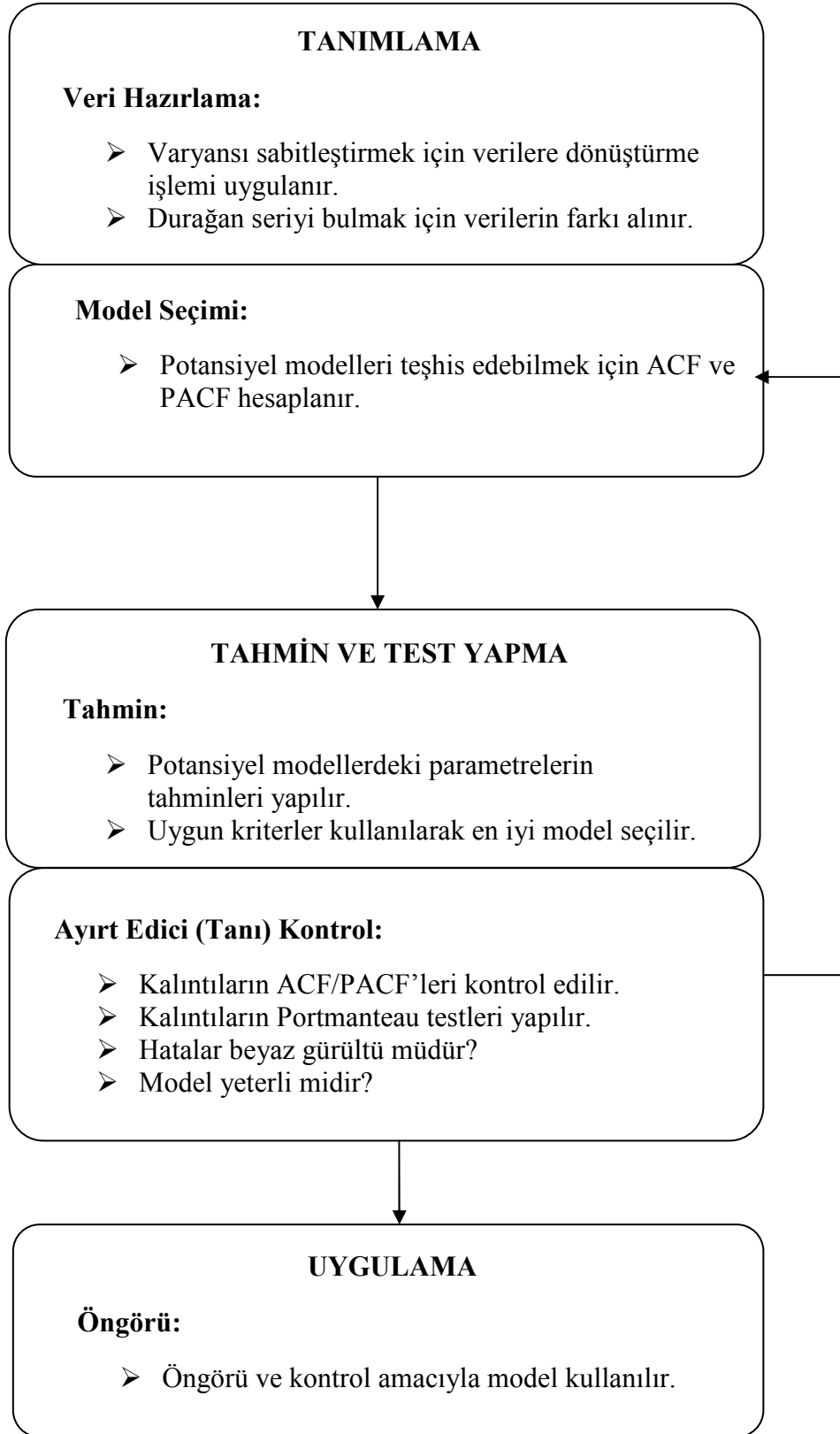
Zaman serisi modeli kurmada Box-Jenkins (1976) yaklaşımı, verilere en uygun ARIMA modelini bulma yöntemidir. 1970'li yıllarda George Box ve Gwilym Jenkins tarafından popüler hale getirilen ve zaman serisi analizleri ile öngöründe uygulanan genel ARIMA modelleri ile onların isimleri eş anlamlı kullanır olmuştur. Box ve Jenkins (1976); tek değişkenli zaman serisi ARIMA modellerinin anlaşılması ve kullanılması için gerekli ilgili bilgileri anlaşılır bir biçimde bir araya getirerek ortaya koymuşlardır (Makridakis, Wheelwright ve Hydman, 1998; Endres, 1995; DeLurgio, 1998; Griffiths, Hill ve Judge, 1993).

Box-Jenkins yaklaşımında temel fikir; cimrilik (tutumluluk) prensibine dayanır. Cimrilik prensibi zaman serisi verilerinin özelliklerini ortaya koyan optimal (minimum sayıda parametre veya serbestlik derecesini göz önünde tutan) bir model kurmayı öngörür (Box ve Jenkins 1976; Endres 1995).

İlave her katsayının uyumu arttırması yanında, serbestlik derecesini düşürme maliyeti dikkate alınmalıdır. Box ve Jenkins; tutumlu modellerin aşırı parametrelili modellerden daha iyi öngörü ürettiklerini öne sürer. Tutumlu bir modelin verilere uyumu gereksiz herhangi bir katsayının ilave edilmesinden daha iyidir. Amaç tam süreci elde etmek olmasa da, doğru veri üretme sürecine yaklaşımdır.

Zaman serisi modeli kurmada Box-Jenkins yaklaşımı Şekil 3.1'de şematik olarak özetlenebilir. Yaklaşımdaki temel adımlar genel hatlarıyla zaman serisi modelinin belirlenmesi, tahmin, test veya ayırt edici kontrol ile öngörü

olmak üzere dört aşamada ele alınabilir (Makridakis, Wheelwright ve Hydman, 1998; Maddala, 2002; Maddala ve Kim, 1998; Endres, 1995).



3.3.1.Modelin belirlenmesi

ARIMA modelini belirlemede p, d ve q'ya dair en uygun değerleri seçme sorunu için pratik çözümler söz konusudur. Bu sorun kısmen zaman serisi ile alakalı otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu açıklamaları ile çözölür.

1. Örneklem verilerinin kartezyen grafiği çizilir. Varsa olağan dışı gözlemler belirlenir. Eğer, varyansın sabitliği için herhangi bir dönüşüm gerekiyorsa buna karar verilir ve gerekli ise varyansın sabitliği sağlanana dek dönüştürme işlemine devam edilir.
2. ACF'ler ve PACF'ler hesaplanır. Otokorelasyonlar hızlı bir biçimde düşmüyorsa veya ortadan kalkmıyorsa seri durağan değildir. Bu durumda durağanlık sağlanana değin bir veya iki kere verilerin farkı alınır. Daha sonra farkı alınan seriler için bir ARMA modeli belirlenir.
3. Durağanlığa ulaşıldığında belirli bir kalıp görölüyorsa, otokorelasyonlar incelenir. Bu durumda,

a. Bir MA(q) sürecine ilişkin otokorelasyonlar $k > q$ için $\rho_k = 0$ 'dır veya gecikme q'dan sonra anlamlı otokorelasyonlar yoktur. Kısmi otokorelasyonlar bir süre daha anlamlı olmaya devam ederler. Otokorelasyon fonksiyonunun kesilme noktasını belirlemek için örneklem otokorelasyonları $\pm 2/\sqrt{T}$ ile karşılaştırılır.

b. Bir AR(p) sürecine ilişkin kısmi otokorelasyonlar $k > p$ için $\phi_{kk} = 0$ 'dır veya gecikme p'den sonra anlamlı kısmi otokorelasyon yoktur. Otokorelasyonlar bir süre daha anlamlı olmaya devam ederler. Kısmi otokorelasyon fonksiyonunun kesilme noktasını belirlemek için $\pm 2/\sqrt{T}$ ile karşılaştırılır.

c. Otokorelasyonlar ve kısmi otokorelasyonlar belirli bir noktada kesilmiyorsa, bu durumda ARMA modeli uygun olacaktır. AR ve MA bileşenlerinin derecesi otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon kalıplarından çıkarılabilir.

Durağan modeller için, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının teorik davranışı Çizelge 3.1'de gösterilmektedir.

Çizelge 3.1. Durağan modeller için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının teorik davranışı

Model	Otokorelasyon Fonksiyonu	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
AR(p)	Azalarak kaybolur*	q-gecikme sonra kesilir
MA(q)	p-gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur
ARMA(p,q)	Azalarak kaybolur ve p-gecikme sonra kesilir	Azalarak kaybolur ve q-gecikme sonra kesilir

*Azalma üstel veya bir sinüs dalgası şeklinde olabilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

3.3.2. Parametre tahminleri

Uygun bir zaman serisi modeli geçici olarak belirlendikten sonra, sürecin parametreleri tahmin edilir. Eğer bir “AR” süreci belirlenmişse, bu durumda parametreler “en küçük kareler yöntemi” yardımıyla tahmin edilirler. Herhangi bir “MA” süreci belirlenmişse “maksimum benzerlik” veya yine “en küçük kareler” yöntemine başvurulur. Her ikisi aynı anda modelde yer alıyorsa doğrusal olmayan optimizasyon yöntemine gerek duyulur (Griffiths, Hill ve Judge, 1993; Montgomery, Johnson ve Gardiner, 1990).

Uygun modele ulaşmak için öncelikle zaman serisinin geçici bir modeli belirlenir. Bu ARIMA modeli şu şekilde tanımlanır,

$$\Phi(L)\Delta^d Y_t = \Phi(L)W_t = \Theta(L)\epsilon_t \quad (128)$$

Bu modelden p sayıda otoregresif parametre $\phi_1, \dots, \phi_p$ ve q-sayıda hareketli ortalama parametresi olan $\theta_1, \dots, \theta_q$ tahminleri bulunabilir. Uygun model olarak regresyon modelinde olduğu gibi gerçek zaman serisi $W_t = \Delta^d Y_t$ ile uydurulan zaman serisi $\hat{W}_t$ arasındaki farkların kareleri toplamı minimum olan parametre değerleri seçilir.

Denklem (128)’in hata terimi serisi,

$$\epsilon_t = \Theta^{-1}(L)\Phi(L)W_t \quad (129)$$

olarak yeniden düzenlenebilir. Tahmin yapmadaki amaç, otoregresif parametrelerin $\phi_1, \dots, \phi_p$ ve hareketli ortalama parametrelerinin $\theta_1, \dots, \theta_q$ bir setini bulabilmek için,

$$S(\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q) = \sum_t \epsilon_t^2 \quad (130)$$

kareli hataların toplamını minimize etmektir. Parametre setleri $(\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p)$ ve $(\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q)$ ile ve bu parametre değerleriyle ilgili hatalar $\hat{\epsilon}_t$ ile gösterilir, dolayısıyla denklem (132)'nin minimumlaştırılması için

$$\hat{\epsilon}_t = \hat{\Theta}^{-1}(L)\hat{\Phi}(L)W_t \quad (131)$$

ve

$$S(\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q) = \sum_t \hat{\epsilon}_t^2 \quad (132)$$

olmalıdır. Eğer modelde hareketli ortalama terimleri mevcutsa, bu tahmini yapmak zordur, zira bu durumda denklem (129) parametreleri cinsinden doğrusal değildir. Böyle bir durumda denklem (132)'nin minimizasyonunda bir iteratif doğrusal olmayan tahmin yöntemi kullanılmalıdır. Ek olarak, serideki ilk hata terimi ϵ_1 , geçmiş ve gözlenmeyen değerlere, $W_0, W_{-1}, \dots, W_{-p+1}$ ve $\epsilon_0, \epsilon_{-1}, \dots, \epsilon_{-q+1}$ 'e bağlıdır. Dolayısıyla doğrusal olmayan tahmin sürecini uygulamadan önce serinin başlangıç değerini elde etmek için bazı yöntemler kullanır (Pindyck ve Rubinfeld, 1991).

ARIMA modelleri tahminleri için doğrusal veya doğrusal olmayan en küçük kareler, koşullu veya tam bilgi maksimum benzerlik yöntemlerini içerecek biçimde etkin bilgisayar yazılımlarından yararlanır. Bu programlardan parametrelerin başlangıç değerleri uygun biçimde otomatik olarak bulunur ve sonra ardışık biçimde parametrelerin optimum değerleri bulunana kadar süreç devam ettirilir.

3.3.3. Ayırt edici kontrol

Box-Jenkins model kurmada üçüncü aşama, teşhis etme testlerini kullanarak modelin yeterliliğini kontrol etmektir. Bir zaman serisi modeli belirlenip parametreleri tahmin edildikten sonra ayırt edici testler yardımıyla yapılan tanımlamanın ne kadar doğru olduğu ortaya konulabilir. Ayırt edici

kontrolün bu süreci genelde iki aşamayı içerir. Birincisi benzetilen (simüle edilen) serinin otokorelasyon fonksiyonu (model tarafından oluşturulan zaman serisi) orijinal serinin örneklem otokorelasyon fonksiyonu ile karşılaştırılır. Eğer iki otokorelasyon fonksiyonu oldukça farklı görünüyorsa modelin geçerliliği üzerinde şüpheyile durulur ve yeniden belirleme aşamasına geri dönülür. Eğer, iki otokorelasyon fonksiyonu belirgin bir biçimde farklı değilse, bu durumda modelin hataları analiz edilebilir.

Hatırlanacak olursa reel süreçteki rassal hata terimleri ϵ_t normal dağıldığı ve bağımsız olduğu varsayılmıştı. Model doğru bir şekilde tanımlanmışsa hatalar $\hat{\epsilon}_t$ bir beyaz gürültü serisine benzer. Özellikle hataların her biri diğeriyle yaklaşık olarak korelasyonsuz olması beklenir, şöyle ki hataların bir örneklem otokorelasyon fonksiyonu $k \geq 1$ için sıfıra yaklaşacaktır.

Model yeterliliği için başvuru olan ayırt edici kontrol testleri genelde hata analizleri ve modelin aşırı uyumunu içerir. Burada aşırı uyum ile eğer bir ARIMA(p,d,q) modeli belirlenmiş ve tahmin edilmiş ise, bir ARIMA(p+1,d,q) ve bir ARIMA(p,d,q+1) modeli tahmin edilir ve ilaveten parametrelerin anlamlılıkları kontrol edilir. Eğer doğru model ARIMA(p,d,q) ise, büyük modeller tarafından sunulan ilave parametreler sıfırdan anlamlı bir şekilde farklı olmayacaklardır. Dolayısıyla tanımlamada bir ya da daha fazla değişkenin ilave edilmesinin etkisi test edilerek ortaya konulmalıdır.

Diğer taraftan modelin hataları test süreci için önemli bilgiler sağlar, eğer uydurulan model yeterli ise hatalar yukarıda da ifade edildiği gibi yaklaşık olarak beyaz gürültüdür.

Dolayısıyla hataların bir kartezyen grafiğinde herhangi bir kalıp görülmediği gibi olağan dışı değerlere veya sapan değerlere de rastlanamaz. Bundan başka hatalara otokorelasyon fonksiyonu ile kısmi otokorelasyon fonksiyonu uydurulur ve ayrıca otokorelasyonların alt setlerinin, birlikte anlamlılığını test eden Box-Pierce veya Ljung-Box istatistiklerinin (portmanteau) değerleri hesaplanır. Hata otokorelasyonlarının anlamlılıkları $\pm 2/\sqrt{T}$ ile karşılaştırılarak yapılır. Öte yandan, eğer ARIMA(p,d,q) modeli doğru bir şekilde tanımlanmışsa portmanteau istatistikleri yaklaşık olarak k-p-q serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına sahip olacaktır (Pindyck ve Rubinfeld, 1991; Johnston ve

Dinardo, 1997; Griffiths, Hill ve Judge, 1993; Makridakis, Wheelwright ve Hydman, 1998).

Modelin hatalarının bir tahmini denklem (133)'de tanımlanmıştır.

$$\hat{\epsilon}_t = \hat{\Theta}^{-1}(L)\hat{\Phi}(L)W_t \quad (133)$$

Hataların örneklem otokorelasyon fonksiyonu (k gecikme için)

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_t \hat{\epsilon}_t \hat{\epsilon}_{t-k}}{\sum_k \hat{\epsilon}_t^2} \quad (134)$$

ile hesaplanır. İlk K hata otokorelasyonların $\hat{r}_1, \dots, \hat{r}_k$ Q-istatistikleri Box-Pierce'in önerdiği şekilde

$$Q = T \sum_{k=1}^K \hat{r}_k^2 \quad (135)$$

yazılır. Bu istatistik her biri ortalaması sıfır ve $1/T$ varyansla yaklaşık olarak ki-kare dağılan bağımsız rassal değişkenlerin kareli bir toplamıdır. Örneğin ilk beş korelasyon $r_1, \dots, r_5$ $1/T$ 'den çok az küçük bir varyansa sahip olduklarında ve korelasyonlu olma ihtimali karşısında yaklaşık kavramı kullanılmıştır.

Hata otokorelasyonlarının baştan sona kabul edilebilirliğinin kontrolü Ljung-Box tarafından geliştirilen diğer bir test istatistiği,

$$Q = T(T + 2) \sum_{k=1}^K \frac{1}{T-k} \hat{r}_k^2 \quad (136)$$

ile yapılabilir. Denklem (136)'da $\hat{r}_k$ tahmin edilen hataların otokorelasyonları (ACF'ler) ve K test istatistiğinde içerilen hataların sayısıdır. K'nin değişik değerleri için Q değerleri hata analizleri esnasında hesaplanır. Bu durumda hesaplanan hatalardan bulunan Q istatistiği K-p-q serbestlik derecesi ile yaklaşık olarak χ^2 dağılımına sahiptir (Pindyck ve Rubinfeld, 1991; Griffiths, Hill ve Judge, 1993).

3.3.4. Model seçim kriterleri

Yukarıda tartışılan tanımlama, tahmin ve ayırt etme aşamaları, deneme mahiyetinde geçici bir model setine ulaşılmasına yardımcı olur. Bu modeller yukarıda ayırt edici ölçüler kullanılarak reddedilemezler. Geri kalan modeller arasından en iyi modeli bulmak için seçim yapma ihtiyacı duyulur. Başka bir ifadeyle bu mevcut alternatif modeller arasında nihai bir modele ulaşmak

istenildiğinde ileri sürülen kriterlerden minimum değere sahip olan model genelde en uygun model olarak alınır.

Bir ARIMA modeli tahmin edildiğinde, seçilen modelin düzeltilmesi gerekiyorsa tanımlama sonucunun gözden geçirilmesi gerekir. Bu noktada ortaya çıkabilecek birkaç durum söz konusudur.

(i) Tahmin edilen parametrelerden bazıları anlamsız olabilir (parametrelerin p-değerleri (anlamlılık düzeyi) 0.05'den daha büyük olabilir). Böyle bir durumda anlamsız terimler modelden düşürülmelidir.

(ii) ACF ve PACF'ler, AR veya MA modellerinin seçilmesine dair bilgiler sağlar. Bununla birlikte ya bir AR veya bir MA modeli ile başlamak normal bir davranıştır.

(iii) Bir ya da daha fazla uyumlu model tanımlanmış ise ve bunlardan hangisinin tercih edileceğine dair yöntemlere veya kriterlere ihtiyaç duyulabilir. En iyi ARIMA modelini seçebilmek için başvurulacak ilk ölçek minimum hata kareler toplamını veren araştırma veya en çok olabilirlik (benzerlik) değerini aramaktır. Ancak bu yaklaşımlar her zaman tam doğru seçim yapma şansını tanımlamazlar. Yine de bu iki ölçü model seçimi için başlangıçta bir ön bilgi sağlamakta kullanılabilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

Model seçiminde daha ayırıcı diğer model seçim kriterleri kısaca şu şekilde ele alınabilir.

3.3.4.1.Akaike bilgi kriteri

Akaike Bilgi Kriteri (AIC), modeldeki terimlerin sayısını dikkate alarak modelin uyumunun iyiliğini ölçen bir kriterdir. AIC genelde çok değişkenli alternatif modeller arasında iyi uyum sağlayan modelin seçim kriteri amacıyla kullanılabilir gibi; ARIMA modelleri için de uygun model derecesi tanımlamak amacıyla kullanılabilir.

Akaike bilgi kriterini (AIC) hesaplamak için öncelikle parametrelerin en çok benzerlik tahminçileri bulunur. Modeldeki her ilave terim için olabilirlik bir cezaya tabi tutulur. Eğer ilave terim ceza miktarından daha fazla olabilirlik

sağlanmazsa ilave değer eklenmez. Dolayısıyla AIC genel bir cezalı olabilirlik sürecini oluşturur. Kriter,

$$AIC = -2 \log L + 2m \quad (137)$$

ile tanımlanır (Makridakis, Wheelwright ve Hydman, 1998).

Burada L olabilirliği gösterir ve $m=p+q$ 'dur. Akaike tarafından önerilen bu ifadenin birkaç alternatif tanımı da söz konusudur. Örneğin

$$AIC = T \log \hat{\sigma}_{ML}^2 + 2m \quad (138)$$

burada $\hat{\sigma}_{ML}^2 = \frac{SSR}{T}$ ve SSR hata kareler toplamıdır (Franses, 1998; Madalla ve Kim, 1998; Stock ve Watson, 2003; Endres, 1995; Johnston ve Dinardo, 1997).

Minimum değeri veren AIC m'nin değeri olarak seçilir. AIC için benzer bir tanımlama,

$$AIC = T \log(SSR) + 2m \quad (139)$$

yazılabilir. Alternatif modeller arasında en küçük değerler veren AIC, en uygun model ya da p ve q değerleri olarak seçilir.

3.3.4.2.Schwarz bilgi kriteri

Schwarz bilgi kriteri AIC gibi aynı karar kurallarının uygulandığı bir istatistiktir. SIC aynı zamanda Bayes Bilgi Kriteri (BIC) olarak da adlandırılır. SIC için de iki farklı tanım,

$$SIC = T \log \hat{\sigma}_{ML}^2 + m \log T \quad (140)$$

veya

$$SIC = T \ln(SSR) + m \ln(T) \quad (141)$$

biçiminde verilir (Franses, Madalla ve Kim, 1998; Endres, 1995; Johnston ve Dinardo, 1997). İyi bir durum için ideal olan AIC ve SIC'nin mümkün olduğu kadar küçük olanını seçmektir. Birçok uygun model arasında seçim yapmada SIC kriteri büyük örneklem özelliğine sahiptir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

3.3.5.Öngörü

Öngörü; geçmişteki ve güncel bilgilere dayanarak gelecekteki olayların olabilirliği hakkında yapılan bir tahmin veya tahminler kümesidir. Bir zaman serisi modeli belirlenip, tahmin edilip ve ayırt edici kontrolleri yapıldıktan sonra öngörü amacıyla kullanılabilir. Dolayısıyla bir ya da daha fazla seçimi yapılan uygun zaman serisi modelinin tahminlerinden yararlanarak, rassal değişken Y_t için bir dönem Y_{T+1} veya h-dönem Y_{T+h} ilerisi için öngörü yapılabilir. Y_{T+h} gözlemleri ile ilgili öngörüler $h=1,2,\dots,m$ için $\hat{Y}_{T+h}$ ile gösterilir. Örneğin, bir dönem ilerisi için öngörü, Y_t veri setinden elde edilen bilgiye dayanarak $\hat{Y}_{T+1}$ ile gösterilir. Burada tanımlanan m gözlem bir dönem ilerisi öngörülerini değerlendirmede kaydedilen gözlemlerdir, her dönem ile ilgili bilgi setini ilerletmek mümkündür. Örneğin $\hat{Y}_{T+2}$ bu durumda Y_{T+1} 'e ve $\hat{Y}_{T+3}$ 'de Y_{T+2} 'ye dayanır ve bunun arkasında yatan fikir her defasında zaman serisi modelinin parametrelerini tekrar tahmin etmenin her zaman mümkün olmamasıdır.

Y_{T+h} değerini öngörmeye ihtiyaç duyulan T döneminde bir karar kuralı almaktır ve optimal karar Y_{T+h} ile verilen rassal değişkenin gelecek değerine bağlıdır. Hatalı bir karar almanın bir maliyeti olduğu düşünülürse ve hatalı kararın maliyeti daha ileri öngörülerle artacaktır. Bundan başka özellikle zaman serileri analizinde amaç mümkün olduğu kadar doğru gelecek değere yakın öngörüler elde etmektir. Bu amacı gerçekleştirmenin bir yolu gerçek ve öngörülen değer arasında ortalama kare hatayı minimum kılmaktır. Özellikle aşağıda tanımlanan beklenti minimum yapılmaya çalışılır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

$$E_T \left[(\hat{Y}_{T+h} - Y_{T+h})^2 \right] = \min. \quad (142)$$

Burada “T” alt-imli beklenti işlemcisi “E” veri olmak üzere, T dönemi boyunca var olan bilgiyi bir ön koşul olarak beklentisini varsaydığını gösterir. Y_{T+h} 'nin en uygun öngörüsü T dönemindeki bilgiyi veri olarak alan Y_{T+h} 'nin koşullu beklentisidir. En uygun öngörü,

$$\hat{Y}_{T+h} = E_T(Y_{T+h}) \quad (143)$$

olacaktır (Pindyck ve Rubinfeld, 1991).

4.ARCH MODELLERİ

ARCH tipi modeller Engle (1982) ve Bollerslev (1986) tarafından bulunan bir prensibe dayanmaktadır ve bu modeller ailesi göze çarpan bir düzeyde başarı elde etmiştir. İyi bilinir ki yüksek (düşük) volatilitenin bir dönemi, artan (azalan) bir volatilitite ile bir dönem sonrasında kısa bir süre için devam eder. Böyle bir fenomen volatilitite kümelenmesi olarak adlandırılır. Engle (1982), dikkat çekici volatilitenin yüksek devamlılığını konu alan ARCH isimli volatilitite dalgalanma modelini bulmuştur. Bu Bollerslev (1986) tarafından GARCH (genelleştirilmiş ARCH) şeklinde genişletilmiştir. Volatilitite muhtemelen düşen büyümenin dönemi sırasında yükselir ve büyümedeki yükseliş döneminde düşebilir (Engle ve Victor, 1993).

ARCH ve GARCH modeli bu asimetriyi yakalayamayabilir. Bu nedenle TGARCH modeli Zakoian (1994) ve Glosten(1993) tarafından geliştirilmiştir ve EGARCH (üstel GARCH) modeli Nelson (1991) tarafından geliştirilmiştir. Bu iki modelde volatilitedeki asimetrisinin ispat edilmesini sağlamaktadır (Hamori, 2000).

Geleneksel ekonometrik modeller, tahmin hatalarının sabit bir varyansı olduğunu varsayarlar. Bu tartışmalı varsayımı genelleştirmek için stokastik süreçlerin yeni bir sınıfı olarak adlandırılan otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) süreçleri bu bölümde ele alınacaktır. Bunlar ortalaması sıfır olan, geçmiş dönem ile koşullu değişen varyanslara sahip seri olarak korelasyonsuz süreçlerdir. Fakat koşulsuz varyansı sabittir. Böyle süreçler için en son geçmiş, tahmin hatalarının varyansı hakkında bilgi verir (Engle, 1982).

ARCH modeli; geleneksel zaman serisi modellerindeki sabit varyans varsayımını terk ederek, hata terimi varyansının önceki dönem hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesine imkân tanımaktadır. Zaman serilerinde gözlemlenen volatilitiyi modellemenin yollarından biri olarak, oynaklıkla ilişkili bir bağımsız değişken tanımlamak ve bu değişken aracılığıyla oynaklığı tahmin etme ön plana çıkmaktadır. Oynaklığın bağımsız bir değişken tanımlamak yoluyla modellendiği durumu yansıtan basit bir örnek olarak,

$$y_{t+1} = \epsilon_{t+1}x_t \quad (144)$$

denklemini ele alınmıştır. Bu denklemde, ϵ_{t+1} varyansı σ^2 olan saf hata terimi iken, x_t bağımsız bir değişken olarak tanımlanmıştır. Eğer, x zamandan bağımsız olarak sabit bir değer alırsa, $\{y_t\}$ serisi sabit varyansa sahip bir beyaz gürültü serisi olmaktadır. Bununla birlikte, y_{t+1} 'in koşullu varyansı,

$$Var(y_{t+1}|x_t) = x_t^2 \sigma^2 \quad (145)$$

x_t 'nin gerçekleşen değerinden bağımsız değildir. Bu durumda, x_t ne kadar büyükse y_{t+1} 'in koşullu varyansı o kadar büyük olacaktır. Ek olarak, $\{x_t\}$ serisinin ardışık değerleri pozitif içsel bağımlı iseler, $\{y_t\}$ serisi de pozitif içsel bağımlı olacaktır. Bu şekilde, $\{x_t\}$ serisi $\{y_t\}$ serisindeki oynaklığın açıklanmasına yardımcı olacaktır. Ancak, bu yaklaşımın eleştirisi alan bir sakıncası değişen varyans için çok özel bir sebep varsaymış olmasıdır. Uygun görünen birçok aday arasından birini tercih edip, ilgili değişkendeki oynaklığı sadece tercih edilen bağımsız değişkenle ilişkilendirmek her zaman mümkün olmamaktadır. Engle (1982), bu sakıncayı gidermek üzere, herhangi bir serinin ortalamasını ve varyansını eşanlı olarak, modellemenin olanaklı olduğunu göstermiştir. ARCH modeline ulaşmak için,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (146)$$

şeklindeki durağan bir otoregresif model tahmin edilmektedir. Bu durumda, y_{t+1} 'in koşullu tahmini,

$$E_t(y_{t+1}) = \alpha_0 + \alpha_1 y_t \quad (147)$$

olmaktadır. Eğer bu koşullu ortalamayı y_{t+1} 'i tahmin etmek için kullanırsak, tahmin hatası varyansı,

$$E_t[(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t(\epsilon_{t+1}^2) = \sigma^2 \quad (148)$$

olarak ifade edilmektedir.

Diğer yandan y_{t+1} 'in koşulsuz tahmini ve varyansı ise sırasıyla,

$$E(y_{t+1}) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1) \quad (149)$$

$$\begin{aligned} E\{[y_{t+1} - \alpha_0 / (1 - \alpha_1)]^2\} = \\ = E[(\epsilon_{t+1} \alpha_1 \epsilon_t + \alpha_1^2 \epsilon_{t-1}^2 + \dots)^2] = \sigma^2 / (1 - \alpha_1^2) \end{aligned} \quad (150)$$

şeklinde gösterilmektedir.

Görüldüğü üzere, koşulsuz tahmin, koşullu tahmine göre daha büyük bir varyansa sahiptir. Dolayısıyla, bu dönem ve bilinen geçmiş dönem gerçekleştirmelerini hesaba kattığı için koşullu tahmin daha küçük varyansa sahip

olmakta ve bu bağlamda tercih edilir hale gelmektedir. Benzer şekilde, $\{\epsilon_t\}$ serisinin varyansı sabit değilse, varyanstaki belirli bir yöndeki sürekli hareketliliği tahmin etmek için ARMA modeli kullanılabilir. Bu duruma örnek olarak, $\{\hat{\epsilon}_t\}$ 'nin,

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (151)$$

modelinin hataları olduğu varsayılırsa, y_{t+1} 'in koşullu varyansı,

$$Var(y_{t+1}|y_t) = E_t[(y_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 y_t)^2] = E_t \epsilon_{t+1}^2 \quad (152)$$

olmaktadır. Bu noktada, denklem (152)'deki koşullu varyansın sabit olmayıp, zaman içinde değiştiği bir yapı kurmak gerekmektedir. Koşullu varyansı tahmin edilmiş hata karelerini kullanarak bir AR(p) modeli gibi modellemek, bu amaca yönelik olarak kullanılabilecek basit bir strateji olarak değerlendirilmektedir. Tahmin edilmiş hataların karesi, u_t bir beyaz gürültü serisi olmak üzere,

$$\hat{\epsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\epsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\epsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\epsilon}_{t-p}^2 + u_t \quad (153)$$

şeklinde bir AR(p) modeli olarak ifade edilmektedir. Modeldeki sabit değer dışındaki parametreler sıfır olsaydı, tahmin edilen varyans α_0 sabit değerine eşit olurdu. Diğer durumlarda ise, y_t 'nin koşullu varyansı denklem (153)'deki otoregresif model çerçevesinde belirlenecektir. Bu çerçevede, bir dönem sonraki koşullu varyans,

$$E_t \hat{\epsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\epsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\epsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \hat{\epsilon}_{t+1-p}^2 \quad (154)$$

otoregresif modeli kullanılarak tahmin edilmektedir. Bu sebeple, denklem (153), ARCH(p) modeli olarak adlandırılmaktadır.

Esas itibarıyla, denklem (153)'deki doğrusal tanımlama yerine u_t 'yi çarpımsal bir hata terimi olarak tanımlamak daha kolay incelenebilir bir yapı ortaya çıkarmaktadır. Engle (1982), çarpımsal koşullu değişen varyans tipindeki modellere örnek olarak,

$$\epsilon_t = u_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2} \quad (155)$$

şeklindeki basit modeli önermiştir. Burada, u_t varyansı bire eşit olan bir beyaz gürültü serisi olarak tanımlanmakta olup u_t ve ϵ_{t-1} birbirlerinden bağımsızdır. Ayrıca, $\alpha_0 > 0$ ve $0 < \alpha_1 < 1$ kısıtlamaları altında α_0 ve α_1 sabit değerler almaktadırlar.

$\{\epsilon_t\}$ serisinin özellikleri incelendiğinde, u_t saf bir hata terimi ve ϵ_{t-1} 'den bağımsız olduğu için, $\{\epsilon_t\}$ serisindeki elemanların her birinin sıfır ortalamaya sahip ve içsel bağıntısız olduklarını göstermek zor olmamaktadır.

$Eu_t = 0$ olduğu için ϵ_t 'nin koşullu beklentisi,

$$E\epsilon_t = [u_t(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{1/2}] = Eu_tE(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0 \quad (156)$$

olmaktadır. Benzer şekilde ϵ_t 'nin koşulsuz varyansı,

$$E\epsilon_t^2 = [u_t^2(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)] = Eu_t^2E(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2) \quad (157)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, u_t 'nin varyansı bire eşit ve ϵ_t 'nin koşulsuz varyansı ile ϵ_{t-1} 'in koşulsuz varyansı aynı olduğu için, koşulsuz varyans,

$$E\epsilon_t^2 = \alpha_0/(1 - \alpha_1) \quad (158)$$

olarak hesaplanmaktadır. Dolayısıyla, koşulsuz ortalama ve varyans, hata sürecinden etkilenmemekte ve sabit değerler almaktadırlar.

ϵ_t 'nin koşullu beklentisi, u_t ve ϵ_{t-1} birbirlerinden bağımsız ve u_t 'nin beklenen değeri sıfır olduğu için, koşullu beklenti gibi sıfır değerini almaktadır.

$$E(\epsilon_t|\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, ...) = Eu_tE(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{1/2} = 0 \quad (159)$$

Bununla birlikte, ϵ_t 'nin koşullu varyansı sabit bir değer olmaktan çıkıp, kendisinin bir dönem önce gerçekleşmiş olan değerine bağlı hale gelmektedir. u_t 'nin varyansı bire eşit olduğu için, ϵ_t 'nin koşullu varyansı,

$$E(\epsilon_t^2|\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, ...) = \alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 \quad (160)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Denklem (159)'daki koşullu varyans birinci dereceden bir otoregresif modeli takip etmektedir. Koşullu varyansın negatif değerler almasını engellemek için, α_0 ve α_1 katsayılarını kısıtlamak gerekmektedir. Bu doğrultuda, α_0 ve α_1 katsayıları pozitif olmak zorundadır. Ayrıca, otoregresif sürecin durağanlığını sağlayabilmek için α_1 katsayısını, $0 < \alpha_1 < 1$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde sınırlandırmak gerekmektedir.

Sonuç olarak, ARCH modelinde koşullu ve koşulsuz ortalamanın sıfıra eşit olduğu bir hata yapısı söz konusudur. Ayrıca, $\{\epsilon_t\}$ serisi içsel bağıntılı olmamasına karşın hata terimleri ikinci momentleri aracılığıyla ilişkili oldukları için birbirlerinden bağımsız değildirler. Koşullu varyansın kendisi koşullu heteroskedastik hatalardan meydana gelen otoregresif bir modeldir. Bir dönem önce gerçekleşen hata terimi mutlak değer olarak sıfırdan ne kadar büyükse, ϵ_t 'nin koşullu varyansı da o kadar büyük olmaktadır.

Gelinen bu noktada, denklem (155)'deki hata yapısının $\{y_t\}$ serisini nasıl etkilediği üzerinde durulacaktır.

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \epsilon_t \quad (161)$$

$\{y_t\}$ serisinin koşullu ortalaması ve varyansı sırasıyla,

$$E_{t-1} y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} \quad (162)$$

$$\begin{aligned} Var(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) &= E_{t-1} (y_t - a_0 - a_1 y_{t-1})^2 \\ &= E_{t-1} (\epsilon_t)^2 = \alpha_0 + \alpha_1 (\epsilon_{t-1})^2 \end{aligned} \quad (163)$$

olarak ifade edilmektedir. a_1 ve ϵ_{t-1}^2 değerleri negatif olamayacağı için, y_t 'nin koşullu varyansı a_0 'dan küçük olamaz. ϵ_{t-1} 'in sıfır olmayan değerleri için, y_t 'nin koşullu varyansı a_1 katsayısı ile pozitif ilişki içindedir.

Denklem (160) çözülüp beklenen değeri alındığında,

$$y_t = a_0 / (1 - a_1) + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i \epsilon_{t-i} \quad (164)$$

elde edilmektedir. Burada, bütün t değerleri için ϵ_t 'nin beklenen değeri sıfır olduğu için, y_t 'nin koşulsuz beklentisi,

$$E y_t = a_0 / (1 - a_1) \quad (165)$$

olmaktadır. Sıfır dışındaki bütün i değerleri için $E \epsilon_t \epsilon_{t-i} = 0$ olduğundan, y_t 'nin koşulsuz varyansı,

$$Var(y_t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_1^{2i} var(\epsilon_{t-i}) \quad (166)$$

olarak elde edilmektedir. ϵ_t 'nin koşulsuz varyansının sabit olduğu hesaba katıldığında,

$$Var(y_t) = [\alpha_0 / (1 - \alpha_1)] [1 / (1 - \alpha_1^2)] \quad (167)$$

ifadesine ulaşılmaktadır. Açık olarak görülmektedir ki, $\{y_t\}$ serisinin varyansı α_1 ve a_1 parametrelerinin mutlak değeriyle artan bir ilişki içindedir. Dolayısıyla, ARCH hata süreci dönemler boyunca gözlenen oynaklığı tek-değişkenli yapı içinde modellemek için elverişli bir yöntem olarak ön plana çıkmaktadır.

4.1.ARCH Modelinin Kurulması

Bir ekonomik zaman serisi için volatilité modeli dört aşamada kurulur. (Tsay, 2005)

1. Verideki seri bağımlılığının testi için bir ortalama modeli tanımlanır ve getiri serisinde herhangi bir doğrusal bağımlılığı kaldırmak için ekonometrik bir ARMA modeli kurulması gereklidir.
2. Ortalama modelinin hataları ARCH etkilerinin testi için kullanılır.
3. ARCH etkileri istatistiksel olarak anlamlı ise bir volatilité modeli tanımlanır ve ortalama ve varyans denklemlerinin birleşik tahmini yazılır.
4. Uygun model dikkatlice kontrol edilir ve eğer gerekirse düzeltilir.

4.2.ARCH Etkilerinin Varlığının Test Edilmesi (ARCH-LM Testi)

$\epsilon_t = y_t - \mu_t$, ortalama denkleminin hataları olsun. Bu durumda, ϵ_t^2 serisi ARCH etkisi olarak bilinen koşullu değişen varyanslılığın kontrolünde kullanılır. İki test kullanılabilir. Birinci test, $\{\epsilon_t^2\}$ serisine Q(m) Ljung-Box istatistiğinin uygulanmasıdır (McLeod ve Li, 1983). Sıfır hipotezi, ϵ_t^2 serisinin ACF fonksiyonunun ilk m gecikmesinin sıfıra eşit olduğu hipotezdir.

İkinci test, Lagranj Çarpanları testidir (Engle, 1982). Bu test klasik F testiyle aynıdır. Aşağıdaki doğrusal regresyon modelindeki $\alpha_i = 0$ testi için kullanılır. ($i=1, \dots, m$)

$$\epsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \epsilon_{t-m}^2 + u_t, t = m + 1, \dots, T \quad (168)$$

Burada u_t hata terimleri, m önceden belirlenmiş pozitif bir tamsayı ve T örneklem büyüklüğüdür. Belirli bir biçimde, sıfır hipotezi $H_0: \alpha_1 = \dots = \alpha_m = 0$ 'dır. Şimdi,

$$SSR_0 = \sum_{t=m+1}^T (\epsilon_t^2 - \bar{w})^2 \text{ olsun.} \quad (169)$$

$$\bar{w} = (1/T) \sum_{t=1}^T \epsilon_t^2, \epsilon_t^2 \text{'nin örneklem ortalamasıdır.}$$

$$SSR_1 = \sum_{t=m+1}^T \hat{u}_t^2 \quad (170)$$

olsun, burada $\hat{u}_t$ 'ler eski doğrusal regresyon modelinin en küçük kareler hatalarıdır. F istatistiği,

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T - 2m - 1)} \quad (171)$$

olur. Sıfır hipotezi altında m serbestlik derecesi ile asimptotik olarak ki-kare dağılır. Karar kuralı, eğer $F > \chi_m^2(\alpha)$ ise sıfır hipotezi reddedilir, ya da F'nin p (olasılık) değeri α 'dan küçüktür (Tsay, 2005).

4.3.ARCH Modeli

Volatilite modellenmesindeki ilk model, Engle (1982) tarafından öne sürülen ARCH modelidir. ARCH modellerinin ana düşüncesi; ϵ_t (şoklarının) hatalarının seri olarak korelasyonsuz olması, fakat bağımlı olması ve ϵ_t 'nin bağımlılığının ϵ_t 'nin gecikmeli değerlerinin basit bir kuadratik fonksiyonu yardımıyla tanımlanabilmesidir.

Bir ARCH(m) modeli,

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t \text{ olmak üzere } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \epsilon_{t-m}^2 \quad (172)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\{u_t\}$, 0 ortalama ve 1 varyans ile bağımsız özdeş dağılan rassal değişkenlerin bir dizisidir. $\alpha_0 > 0$ ve $i > 0$ için $\alpha_i \geq 0$ 'dır. α_i katsayıları, ϵ_t 'nin koşulsuz varyansının sonlu olduğundan emin olmak için, bazı düzenlilik koşullarını sağlamalıdır. Uygulamada u_t çoğu zaman “Standart Normal” veya “Standartlaştırılmış Student-t Dağılımı” veya “Genelleştirilmiş Hata Dağılımını” izler.

Modelin yapısından, büyük geçmiş kareli hatalar $\{\epsilon_{t-i}^2\}_{i=1}^m$, ϵ_t 'nin değişimi için büyük koşullu varyansı (σ_t^2 'yi) göstermektedir. Dolayısıyla, ϵ_t büyük bir değer varsayımı eğilimi içindedir. Bunun anlamı, ARCH çerçevesinde, büyük şoklar başka bir büyük şok tarafından izlenme eğilimindedirler.

4.3.1.ARCH modelinin özellikleri

ARCH modelini daha iyi anlayabilmek için, ARCH(1)'i ele alalım.

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \quad (173)$$

$\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0$ 'dır.

İlk olarak, ϵ_t 'nin koşulsuz ortalaması sıfırdır çünkü

$$E(\epsilon_t) = E[E(\epsilon_t|F_{t-1})] = E[\sigma_t E(u_t)] = 0 \quad (174)$$

İkinci olarak, ϵ_t 'nin koşulsuz varyansı,

$$\begin{aligned} Var(\epsilon_t) &= E(\epsilon_t^2) = E[E(\epsilon_t^2|F_{t-1})] \\ &= E(\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\epsilon_{t-1}^2) \end{aligned} \quad (175)$$

şeklinde elde edilir.

Çünkü ϵ_t , $E(\epsilon_t) = 0$, $Var(\epsilon_t) = Var(\epsilon_{t-1}) = E(\epsilon_{t-1}^2)$ ile durağan bir süreçtir. Bu nedenle, $Var(\epsilon_t) = \alpha_0 + \alpha_1 Var(\epsilon_t)$ ve $Var(\epsilon_t) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$ olur. ϵ_t 'nin varyansının pozitif olması için, $0 \leq \alpha_1 < 1$ olması gerekir.

Üçüncü olarak, bazı uygulamalarda, ϵ_t 'nin varolması için yüksek dereceden momentlerine ihtiyaç duyulur ve bu yüzden α_1 bazı ek kısıtlamaları sağlamalıdır. Örneğin, kuyruk davranışı çalışılırsa, ϵ_t 'nin dördüncü momentinin sonlu olması gerekir. u_t 'nin normallik varsayımı altında,

$$E(\epsilon_t^4 | F_{t-1}) = 3[E(\epsilon_t^2 | F_{t-1})]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)^2 \quad (176)$$

Böylece,

$$E(\epsilon_t^4) = E[E(\epsilon_t^4 | F_{t-1})] = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)^2 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^2\epsilon_{t-1}^4) \quad (177)$$

Eğer ϵ_t , $m_4 = E(\epsilon_t^4)$ ile dördüncü dereceden durağan ise,

$$\begin{aligned} m_4 &= 3[\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 Var(\epsilon_t) + \alpha_1^2 m_4] \\ &= 3\alpha_0^2 \left(1 + 2 \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1}\right) + 3\alpha_1^2 m_4 \end{aligned} \quad (178)$$

Dolayısıyla, $m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)}$ olur.

Bu sonuç iki önemli anlam içermektedir.

a. ϵ_t 'nin dördüncü momenti pozitifken,

$\alpha_1, 1 - 3\alpha_1^2 > 0$ koşulunu sağlamalıdır, $0 \leq \alpha_1^2 < \frac{1}{3}$ tür.

b. ϵ_t 'nin koşulsuz basıklığı,

$$\frac{E(\epsilon_t^4)}{[Var(\epsilon_t)]^2} = 3 \frac{\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \times \frac{(1-\alpha_1)^2}{\alpha_0^2} = 3 \frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2} > 3 \quad (179)$$

Böylece, ϵ_t 'nin aşırı basıklığı pozitifdir ve ϵ_t 'nin kuyruk dağılımı normal dağılımından daha kalındır. Diğer bir deyişle, koşullu ARCH(1) modelinin ϵ_t hataları, aykırı değer üreten Gauss beyaz gürültü serisinden daha sivridir.

Bu özellikler genel ARCH modelleri için de geçerlidir, fakat formüller daha yüksek dereceden ARCH modeller için, daha karmaşık hale gelmektedir. $\alpha_i \geq 0$ koşulu hafifletilebilir. Bu koşul, koşullu varyans σ_t^2 'nin bütün t'ler için pozitif olduğunu kesinleştiren bir koşuldur.

Gerçekte, koşullu varyansın pozitifliğini elde etmek için ARCH(m) modeli yeniden şöyle yazılabilir,

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + A'_{m,t-1} \Omega A_{m,t-1} \quad (180)$$

Burada $A_{m,t-1} = (\epsilon_{t-1}, \dots, \epsilon_{t-m})'$ ve Ω , $m \times m$ boyutlu negatif olmayan matristir.

(172) denklemindeki ARCH(m) modeli Ω 'nın köşegen olmasını gerektirir. Böylece Engle'in modeli kuadratik bir fonksiyona ulaşmak için çok tutumlu bir yaklaşım kullanır.

4.3.2.ARCH modelinde hata sürecinin özellikleri

ϵ_t süreci geçmişe göre ortogonallik $E(\epsilon_t|\epsilon_{t-h}) = 0$ koşulunu sağlamak zorundadır. t-h dönemindeki ϵ değeri biliniyorken, t dönemindeki ϵ 'nin beklenen değerinin sıfır olması, ϵ 'nin ortogonal olduğu anlamına gelir. Bu sınırlama bazı sonuçlara sahiptir (Gourieroux, 1997).

i.) Hata süreci herhangi bir gecikmedeki geçmiş değerler için de ortogonaldır.

$$E(\epsilon_t|\epsilon_{t-h}) = 0, \forall h > 0 \quad (181)$$

ϵ_{t-h} 'nin bilgi yönünden içeriği ϵ_{t-1} 'den daha küçüktür. Bu sebeple,

$$E(\epsilon_t|\epsilon_{t-h}) = E(E(\epsilon_t|\epsilon_{t-1})|\epsilon_{t-h}) = E(0|\epsilon_{t-h}) = 0. \quad (182)$$

ii.) Bu ortogonallik özelliği bazı koşullu korelasyonların sıfıra eşit olduğunu gösterir.

h ve k birer pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\begin{aligned} cov[(\epsilon_t, \epsilon_{t+k})|\epsilon_{t-h}] &= E[\epsilon_t \epsilon_{t+k}|\epsilon_{t-h}] - E[\epsilon_t|\epsilon_{t-h}]E[\epsilon_{t+k}|\epsilon_{t-h}] \\ &= E[\epsilon_t \epsilon_{t+k}|\epsilon_{t-h}] \\ &= E[E(\epsilon_t \epsilon_{t+k}|\epsilon_{t+k-1})|\epsilon_{t-h}] \\ &= E[\epsilon_t E(\epsilon_{t+k}|\epsilon_{t+k-1})|\epsilon_{t-h}] \end{aligned} \quad (183)$$

($\epsilon_t, \epsilon_{t+k-1}$ bilgisine sahip olduğu için)

=0 olur.

Bu durum, herhangi bir h gecikmesinde hata sürecinin bugünkü ve gelecek dönem değerleri arasında korelasyon olmadığını ifade eder.

iii.) Hata sürecinin diğer özellikleri;

$\epsilon_t^2 = c + a\epsilon_{t-1}^2 + u_t$ otoregresif sürecinden türetilen koşullu varyansla ilgili olan

$$\epsilon_t^2 = c[1 + a + \dots + a^{h-1}] + a^h \epsilon_{t-h}^2 + u_t + au_{t-1} + \dots + a^{h-1}u_{t-h+1} \quad (184)$$

(Bu modellerde $c; \alpha_0$ ve $a; \alpha_1$ yerine kullanılmıştır.)

eşitliğinin her iki tarafının ϵ_{t-h} bilgisi üzerine koşullu olarak beklenen değerleri alınır,

$$\begin{aligned} E(\epsilon_t^2 | \epsilon_{t-h}) &= c[1 + a + \dots + a^{h-1}] + a^h \epsilon_{t-h}^2 \\ &= c \frac{1-a^h}{1-a} + a^h \epsilon_{t-h}^2 \end{aligned} \quad (185)$$

olarak bulunur. Buna göre koşullu varyanslar;

$$V(\epsilon_t | \epsilon_{t-h}) = c \frac{1-a^h}{1-a} + a^h \epsilon_{t-h}^2 \quad (186)$$

olarak tanımlanır.

h gecikme değeri sonsuza yaklaştıkça; bu koşullu varyanslar da koşulsuz varyanslara yaklaşır.

$$V(\epsilon_t) = EV(\epsilon_t | \epsilon_{t-h}) = \frac{c}{1-a} \quad (187)$$

olur.

Varyans zamandan bağımsız olduğu için, ϵ hata sürecinin zayıf bir beyaz gürültü olduğu söylenebilir. Koşullu ve koşulsuz varyans arasındaki fark ortalamadan olan kareli sapmaların basit bir fonksiyonudur.

$$V(\epsilon_t | \epsilon_{t-h}) - V(\epsilon_t) = a^h [\epsilon_{t-h}^2 - E(\epsilon_{t-h}^2)] \quad (188)$$

$$a > 0$$

Eğer hatalar büyükse; o zaman koşullu varyans, koşulsuz varyanstan daha küçük değerler alır.

4.3.3.ARCH modelinin zayıflıkları

ARCH modelinin volatilitenin modellenmesinde avantajları olduğu gibi bazı zayıflıkları da vardır (Tsay, 2005).

1. Model önceki şokların karelerine bağlı olduğundan, pozitif ve negatif şokların volatilité üzerinde benzer etkiye sahip olduğunu varsayar.

Uygulamada finansal varlıkların pozitif ve negatif şoklara farklı tepki verdiği bilinmektedir.

2. ARCH modeli oldukça kısıtlayıcıdır. Örneğin ARCH(1) modelinin α_1^2 'si, eğer seri sonlu momentlere sahipse, $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ aralığında olmalıdır. Kısıtlama, yüksek dereceden ARCH modelleri için karmaşık hale gelebilir. Uygulamada bu aşırı basıklığı yakalamak için Gauss değişimleri ile ARCH modellerinin kabiliyeti sınırlandırılır.

3. ARCH modeli, finansal zaman serilerindeki değişimlerin kaynağının anlaşılmasına herhangi bir yeni katkı sağlamaz. Sadece koşullu varyansın nasıl davrandığının belirlenmesi amacına yönelik mekanik bir yol sağlar. Bu meydana gelen bu tip davranışın neye sebep olacağı hakkında belirtir vermez.

4. ARCH modelleri, finansal getirilere gelen büyük şoklara yavaş tepki verdiği için, volatilitiyi olduğundan büyük öngörebilmektedir.

4.3.4.ARCH modelinin maksimum olabilirlik tahmini

ARCH tahmininde genellikle üç olabilirlik fonksiyonu kullanılır. Normallik varsayımı altında, ARCH(m) modelinin olabilirlik fonksiyonu,

$$f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_T | \alpha) = f(\epsilon_T | F_{T-1}) f(\epsilon_{T-1} | F_{T-2}) \dots f(\epsilon_{m+1} | F_m) \quad (189)$$

$$f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_m | \alpha) = \prod_{t=m+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\epsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \times f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_m | \alpha) .$$

Burada $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m)'$ ve $f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_m | \alpha)$, $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 'nin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Örneklem büyüklüğü yeteri kadar büyük olduğunda $f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_m | \alpha)$ 'nin gerçek şekli karmaşık olduğundan, bu önceki olabilirlik fonksiyonundan çıkarılmaktadır. Koşullu olabilirlik fonksiyonu,

$$f(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m) = \prod_{t=m+1}^T \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\epsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (190)$$

Şeklinde yazılabilir. σ_t^2 tekrar tekrar hesaplanabilir. Koşullu olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmek onun logaritmasını maksimize etmeye eşittir. Koşullu log-olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m) = \sum_{t=m+1}^T \left(-\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right) \quad (191)$$

olur. Burada birinci terim $\ln(2\pi)$ herhangi bir parametreye sahip olmadığından, log-olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m) = - \sum_{t=m+1}^T \left(\frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right) \quad (192)$$

haline gelir. Burada $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \epsilon_{t-m}^2$ tekrar tekrar hesaplanabilir.

Bazı uygulamalarda u_t 'nin normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olan t-dağılımını izlediğini varsaymak daha doğru sonuçlar vermektedir. x_v, v serbestlik dereceli Student-t dağılımı olsun. O zaman $v > 2$ için $Var(x_v) = v/(v-2)$ ve $u_t = x_v / \sqrt{v/(v-2)}$ yi kullanırız. u_t 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu, $\Gamma(x)$ Gama fonksiyonu ($\Gamma(x) = \int_0^\infty y^{x-1} e^{-y} dy$) ve $v > 2$ için,

$$f(u_t | v) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2) \sqrt{(v-2)\pi}} \left(1 + \frac{u_t^2}{v-2} \right)^{-(v+1)/2} \quad (193)$$

olur.

$\epsilon_t = \sigma_t u_t$ olduğundan ϵ_t 'nin koşullu olabilirlik fonksiyonu,

$$f(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, A_m) = \prod_{t=m+1}^T \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2) \sqrt{(v-2)\pi} \sigma_t} \left(1 + \frac{\epsilon_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right)^{-(v+1)/2} \quad (194)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $v > 2$ ve $A_m = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_m)$ 'dir.

Eğer t dağılımının serbestlik derecesi önceden belirlenmişse, o zaman koşullu log-olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, A_m) = - \sum_{t=m+1}^T \left[\frac{v+1}{2} \ln \left(1 + \frac{\epsilon_t^2}{(v-2)\sigma_t^2} \right) + \frac{1}{2} \ln(\sigma_t^2) \right] \quad (195)$$

olur. Eğer v diğer parametrelerle ortak tahmin edilmek istenirse, ozaman log-olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, v, A_m) = (T-m) \left[\ln \left(\Gamma \left(\frac{v+1}{2} \right) \right) - \ln \left(\Gamma \left(\frac{v}{2} \right) \right) - 0,5 \ln((v-2)\pi) \right] + l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, A_m) \quad (196)$$

olur.

İkinci terim yukarıdaki denklemde verilmiştir. Son olarak, u_t olasılık yoğunluk fonksiyonu ile genelleştirilmiş hata dağılımı (GED) olduğu varsayılır.

$$f(x) = \frac{v \exp\left(-\frac{1}{2}|x/\lambda|^v\right)}{\lambda 2^{(1+1/v)} \Gamma(1/v)}, \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 < v \leq \infty \quad (197)$$

$\Gamma(.)$ Gama fonksiyonunu ifade eder ve $\lambda = [2^{(-2/v)}\Gamma(1/v)/\Gamma(3/v)]^{1/2}$ dir.

Dağılım eğer $v = 2$ ve $v < 2$ iken kalın kuyruklu ise Gauss dağılımına dönüşür. Koşullu log-olabilirlik fonksiyonu $l(\epsilon_{m+1}, \dots, \epsilon_T | \alpha, A_m)$ kolaylıkla elde edilebilir (Tsay, 2005).

4.4.GARCH Modeli

ARCH modeli basit olsa bile, volatilitenin yeterli düzeyde tanımlanması için birçok parametrenin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu eksikliği giderebilmek için, Bollerslev (1986), “Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans” (GARCH) modelini ortaya atmıştır. Logaritmik getiri serisi y_t için $\epsilon_t = y_t - \mu_t$, t zamanındaki değişme olsun. ϵ_t bu durumda GARCH(m,s) modelini izler,

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 . \quad (198)$$

Burada yine $\{u_t\}$, 0 ortalamalı, 1 varyanslı iid rassal değişkenler dizisi(beyaz gürültü), $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$ ve $\sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$ dir. $i > m$ için $\alpha_i = 0$ ve $j > s$ için $\beta_j = 0$ dir. $\alpha_i + \beta_i$ üzerindeki sonuncu kısıtlama, ϵ_t ’nin koşulsuz varyansının sonlu olduğunu; koşullu varyansı σ_t^2 ’nin ise zaman içinde birçok kez değiştiğini gösterir. Önceden olduğu gibi u_t yine “Standart Normal” veya “Standartlaştırılmış Student-t Dağılımı” veya “Genelleştirilmiş Hata Dağılımı” olarak varsayılmıştır.

(198) denklemi $s=0$ ise ARCH(m) modeline eşit olur. α_i ve β_j sırasıyla ARCH ve GARCH parametrelerini göstermektedir.

GARCH modelinin özelliklerini anlamak için, izleyen ifadeyi kullanmak bilgilendirici olacaktır.

$$\eta_t = \epsilon_t^2 - \sigma_t^2 \text{ olsun böylece } \sigma_t^2 = \epsilon_t^2 - \eta_t \text{ olur.}$$

$$\sigma_{t-i}^2 = \epsilon_{t-i}^2 - \eta_{t-i} \quad (i = 0, \dots, s), \text{ denklem (198)’de yerine yazılırsa}$$

GARCH modeli

$$\epsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta_i) \epsilon_{t-i}^2 + \eta_t - \sum_{j=1}^s \beta_j \eta_{t-j} \quad (199)$$

olur. Burada η_t 'nin martingale fark serisi ($E(\eta_t) = 0$) ve $cov(\eta_t, \eta_{t-j}) = 0, j \geq 1$) olduğunu kontrol etmek mümkündür. Fakat $\{\eta_t\}$ genelde iid dizisi değildir. (199) denklemi ϵ_t^2 kareli serisi için bir ARMA modeline benzemektedir. Bu yüzden GARCH modeli ϵ_t^2 kareli serilere uygulanan bir ARMA gibi kabul edilebilir.

ARMA modelinin koşulsuz ortalaması kullanılarak,

$$E(\epsilon_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{\max(m,s)} (\alpha_i + \beta_i)} \quad (200)$$

elde edilir.

GARCH modelinin zayıf ve güçlü yanları, en basit GARCH(1,1) modeli üzerinde yoğunlaşarak görülebilir.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (201)$$

$0 \leq \alpha_1, \beta_1 \leq 1$ ve $(\alpha_1 + \beta_1 < 1)$ kısıtları altında GARCH(1,1) varyans denklemini ifade eder.

İlk olarak ϵ_{t-1}^2 ve σ_{t-1}^2 ne kadar büyük değerler alırsa, σ_t^2 'de o kadar büyük olacaktır. Bunun anlamı büyük bir ϵ_{t-1}^2 , diğer büyük bir ϵ_t^2 tarafından izlenmektedir, yine bu finansal zaman serilerindeki volatilité kümelenmesinin davranışı olarak bilinmektedir.

İkinci olarak eğer $1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0$ ise o zaman,

$$\frac{E(\epsilon_t^4)}{[E(\epsilon_t^2)]^2} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3 \quad (202)$$

olmaktadır. Bu durum, ARCH modellerine benzer olarak, GARCH(1,1) modelinde de hata teriminin dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahip olduğunu göstermektedir.

Üçüncü olarak model volatilitenin zaman içinde değişimini tanımlamak için kullanılan basit bir parametrik fonksiyon sağlamaktadır.

GARCH modelinin tahminleri ARMA modeline benzer yöntemler kullanılarak elde edilebilir. (201) denklemindeki GARCH(1,1) modelini dikkate alarak ve öngörü orijini h varsayarak, GARCH(1,1) modelinin 1-dönem sonraki öngörüsü,

$$\sigma_{h+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2 \quad (203)$$

ϵ_h ve σ_h^2 , h zaman endeksinde bilinmektedir. Bu sebeple 1-dönem sonraki öngörü,

$$\sigma_h^2(1) = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2 \quad (204)$$

şeklindedir. Çok dönem sonraki öngörü için, $\epsilon_t^2 = \sigma_t^2 u_t^2$ kullanılabilir ve (201)'deki volatilité denklemi tekrar şu şekilde yazılabilir,

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_t^2 + \alpha_1 \sigma_t^2 (u_t^2 - 1) \quad (205)$$

$t = h + 1$ iken denklem,

$$\sigma_{h+2}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_{h+1}^2 + \alpha_1 \sigma_{h+1}^2 (u_{h+1}^2 - 1) \text{ olur.} \quad (206)$$

$E(u_{h+1}^2 - 1 | F_h) = 0$ iken 2-dönem sonraki volatilité öngörüsü (h öngörü orjinindeki) denklemi,

$$\sigma_h^2(2) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_h^2(1) \quad (207)$$

şeklindedir. Genel olarak,

$$\sigma_h^2(l) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \sigma_h^2(l-1), \quad l > 1 \quad (208)$$

olur. Bu sonuç kesinlikle $1 - (\alpha_1 + \beta_1)B$ olan AR polinomu ile ARMA(1,1) modelinin aynı olduğunu gösterir.

(208) denkleminde yerine koyma işlemi tekrarlanarak, l -dönem sonraki öngörü,

$$\sigma_h^2(l) = \frac{\alpha_0 [1 - (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1}]}{1 - \alpha_1 - \beta_1} + (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1} \sigma_h^2(1) \quad (209)$$

elde edilir. Böylece $(\alpha_1 + \beta_1) < 1$ koşulu altında,

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sigma_h^2(l) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (210)$$

olur. Bundan dolayı GARCH(1,1) modelinin çok-adım sonraki volatilité öngörülerini (koşullu varyansı), $var(\epsilon_t)$ 'nin var olmasını sağlayan öngörü ufku sonsuza yaklaştığında ϵ_t 'nin koşulsuz varyansına yakınsamaktadır.

Model ARCH modelindeki zayıflıkların aynısını göstermektedir. Örneğin pozitif ve negatif şoklara eşit şekilde yanıt verir.

4.5.GARCH-M Modeli

Finansta, değerli varlıkların getirileri, onların volatilitésine bağlıdır. Bu tip bir fenomeni modellemek için Engle ve arkadaşları (1987), GARCH-M modelini geliştirmişlerdir. Bu modelde M, ortalamadaki GARCH'ı gösterir. Bu modellerde koşullu varyans veya standart sapma, ortalama denkleminde açıklayıcı

değişken olarak ilave edilir. Basit bir GARCH(1,1)-M modeli şu şekilde yazılabilir.

$$y_t = \mu + c\sigma_t^2 + \epsilon_t, \epsilon_t = \sigma_t u_t \quad (211)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (212)$$

Burada μ ve c sabitlerdir, c parametresi risk-getiri parametresi olarak adlandırılır. Pozitif bir c , getirinin volatilitesiyle pozitif bir ilişki içinde olduğunu gösterir. Risk-getiri ilişkisinin başka tanımlamaları da literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Bunlar,

$$y_t = \mu + c\sigma_t + \epsilon_t \quad (213)$$

$$y_t = \mu + c \ln(\sigma_t^2) + \epsilon_t \text{ gibidir.} \quad (214)$$

Bu ortalama denklemlerine sırasıyla koşullu standart sapma ve koşullu değişen varyansın logaritması açıklayıcı değişken olarak ilave edilmiştir.

Denklem (211)'deki GARCH-M modelinin formülü, y_t getiri serisinde seri halinde korelasyonlar olduğunu işaret etmektedir. Bu seri halindeki korelasyonlar $\{\sigma_t^2\}$ volatilité sürecindekiler tarafından gösterilmiştir. Risk-getirinin varlığının nedeni, diğer bir sebep olan bazı tarihi stok getirilerinin seri halinde korelasyona sahip olmasıdır.

4.6. EGARCH Modeli

Finansal zaman serilerinde ele alınan GARCH modelinin bazı zayıflıklarının üstesinden gelmek için, Nelson (1991)'de EGARCH (üstel GARCH) modelini tasarlamıştır. Özellikle bu model, pozitif ve negatif varlık getirileri arasındaki asimetrik etkilerin dikkate alınmasını sağlamaktadır. Nelson volatilitédeki asimetriyi dikkate alarak, koşullu varyansın gecikmeli hata terimlerinin hem büyüklüklerini hem de işaretlerini modele dâhil etmiştir.

Nelson ağırlıklı değişimi ele alarak,

$$g(u_t) = \theta u_t + \gamma[|u_t| - E(|u_t|)] \quad (215)$$

Burada θ ve γ gerçek sabitlerdir. u_t ve $|u_t| - E(|u_t|)$ sıfır ortalamalı sürekli dağılımlı iid dizilerdir. Bu nedenle $E[g(u_t)] = 0$ 'dır. $g(u_t)$ 'nin asimetrisi şu şekilde yazılırsa daha iyi görülebilir,

$$g(u_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)u_t - \gamma E(|u_t|), & u_t \geq 0 \\ (\theta - \gamma)u_t - \gamma E(|u_t|), & u_t < 0 \end{cases} \quad (216)$$

Standart Gauss rassal değişkeni u_t için, $E(|u_t|) = \sqrt{2/\pi}$ 'dir. Standartlaştırılmış Student-t dağılımı için,

$$E(|u_t|) = \frac{2\sqrt{v-2}\Gamma((v+1)/2)}{(v-1)\Gamma(v/2)\sqrt{\pi}} \quad (217)$$

şeklindedir.

EGARCH(m,s) modeli şöyle yazılabilir,

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \frac{1+\beta_1 B + \dots + \beta_{s-1} B^{s-1}}{1-\alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m} g(u_{t-1}) \quad (218)$$

α_0 bir sabittir, B , $Bg(u_t) = g(u_{t-1})$ gibi bir gecikme operatörüdür. $1 + \beta_1 B + \dots + \beta_{s-1} B^{s-1}$ ve $1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_m B^m$ ortak faktörü olmayan ve birim çember dışında polinomdur. Yine (218) denklemi ϵ_t 'nin koşullu varyansının zaman içinde değişimini tanımlamak için klasik ARMA parametризasyonunu kullanır. Bu gösterime bağlı olarak EGARCH modelinin bazı özellikleri GARCH modelinde olanlar gibi benzer yöntemle elde edilebilir. Örneğin $\ln(\sigma_t^2)$ 'nin koşulsuz ortalaması α_0 'dır. Fakat model GARCH modelinden birkaç yönden farklıdır.

İlk olarak, bu model katsayılarının pozitiflik kısıtını hafifletmek için, yavaş hareket eden koşullu varyansı kullanır.

İkinci olarak, $g(u_t)$ 'nin kullanımı modelin, ϵ_t 'nin pozitif ve negatif gecikmeli değerlerine asimetrik olarak tepki göstermesini mümkün kılmaktadır. EGARCH modelinin bazı ilave özellikleri Nelson(1991)'de bulunabilir.

EGARCH modelini daha iyi anlamak için (1,1) derecesi ile basit modeli dikkate alalım,

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t, (1 - \alpha B) \ln(\sigma_t^2) = (1 - \alpha) \alpha_0 + g(u_{t-1}) \quad (219)$$

u_t iid standart normal ve α_1 'in alt simgesi dâhil edilmemiştir. Bu durumda $E(|u_t|) = \sqrt{2/\pi}$ ve $\ln(\sigma_t^2)$ için model,

$$(1 - \alpha B) \ln(\sigma_t^2) = \begin{cases} \alpha_* + (\gamma + \theta)u_{t-1}, & u_{t-1} \geq 0 \\ \alpha_* + (\gamma - \theta)(-u_{t-1}), & u_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (220)$$

Burada $\alpha_* = (1 - \alpha)\alpha_0 - \sqrt{2/\pi}\gamma$ 'dır. Bu basit EGARCH modelinde koşullu varyansta ϵ_{t-1} 'in işaretine bağlı doğrusal olmayan bir yöntem geliştirilmiştir. Belirli bir biçimde,

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^2 \exp(\alpha_*) \begin{cases} \exp\left((\gamma + \theta) \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right), & \epsilon_{t-1} \geq 0 \\ \exp\left((\gamma - \theta) \frac{|\epsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}}\right), & \epsilon_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (221)$$

$(\gamma + \theta)$ ve $(\gamma - \theta)$ katsayıları pozitif ve negatif ϵ_{t-1} 'e verilen tepkideki asimetriyi gösterir. Model bu yüzden, $\theta \neq 0$ ise doğrusal değildir. Negatif şoklar daha büyük etkiye sahipken, θ 'nın negatif olması beklenir. EGARCH(m,s) modeli için alternatif bir gösterim de şu şekildedir,

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^s \alpha_i \frac{|\epsilon_{t-i}| + \gamma_i \epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) \quad (222)$$

Burada pozitif ϵ_{t-i} log-volatiliteye $\alpha_i(1 + \gamma_i)|u_{t-i}|$ katkısı sağlar, negatif ϵ_{t-i} , $\alpha_i(1 - \gamma_i)|u_{t-i}|$ katkısı sağlar ve $u_{t-i} = \epsilon_{t-i}/\sigma_{t-i}$ 'dir. γ_i parametresinin istatistiki olarak anlamlı çıkması volatilitedeki asimetriyi gösterir.

Nelson (1991) tarafından tanımlanan EGARCH(1,1) modeli başka bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir. Varyans için tanımlama,

$$\log(\sigma_t^2) = w + \delta_1 \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| + \delta_2 \frac{\epsilon_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (223)$$

$\delta_2 \neq 0$ ise asimetri vardır. Logaritmik dönüşümden dolayı, negatif varyans olma olasılığı yoktur.

En sonuncu hataların etkisi şimdi kuadratikten çok üsteldir. Artan yöndeki oynaklıklar ($\epsilon_{t-1} > 0$) , $(\delta_1 + \delta_2)/\sqrt{\sigma_{t-1}^2}$ etkisine sahiptir. Azalan yöndeki oynaklıklar ($\epsilon_{t-1} < 0$) ise $(\delta_1 - \delta_2)/\sqrt{\sigma_{t-1}^2}$ etkisine sahiptir. Bu sebeple, eğer δ_2 negatifse, anlamlı bir δ_2 volatilité üzerinde daha büyük etkiye sahip negatif bir şok ile asimetrinin kanıtını gösterir. Koşullu varyansta şokların devamlılığı β tarafından verilmiştir (Hamori, 2000).

4.7.TARCH Modeli

Asimetrik etkileri dikkate alan bir başka modelde, TGARCH (eşik ARCH) modelidir (Zakoian, 1994).

TGARCH(m,s) modeli,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^s (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^m \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (224)$$

N_{t-i} , negatif ϵ_{t-i} için bir ifadedir.

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1, & \epsilon_{t-i} < 0 \\ 0, & \epsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases} \quad (225)$$

α_i, γ_i ve β_j GARCH modelindeki benzer koşulları sağlayan negatif olmayan parametrelerdir.

Modelden, pozitif ϵ_{t-i} , $\alpha_i \epsilon_{t-i}^2$ ile σ_t^2 'ye katkı sağlar, negatif ϵ_{t-i} , $\gamma_i > 0$ ile $(\alpha_i + \gamma_i) \epsilon_{t-i}^2$ daha büyük bir etkiye sahiptir.

TARCH(1,1) modeli Zakoian (1994) ve Glosten (1993) tarafından tasarlanmıştır. Varyans modeli farklı bir şekilde aşağıdaki gibi gösterilebilir,

$$\sigma_t^2 = w + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \gamma D_{t-1} \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (226)$$

$\epsilon_t < 0$ için $D_t = 1$ ve $D_t = 0$ diğer durumlarda.

Bu TARCH tanımlaması, ϵ_t 'nin işaretine bağlı olarak volatilité üzerinde farklı etkiye sahip, hata karelerin birinci gecikmesinin (ϵ_{t-1}^2) etkisine izin verir. Artan yönde oynaklıklar (good news) ($\epsilon_{t-1} > 0$) α 'nın bir etkisine sahipken, azalan yöndeki oynaklıklar (bad news) ($\epsilon_{t-1} < 0$) $\alpha + \gamma$ 'nın bir etkisine sahiptir. Anlamlı bir γ , eğer $\gamma > 0$ ($\gamma < 0$) ise volatilité üzerinde daha büyük bir etkiye sahip olan negatif (pozitif) bir şok ile asimetrisinin kanıtını gösterir (Hamori, 2000).

5.UYGULAMA

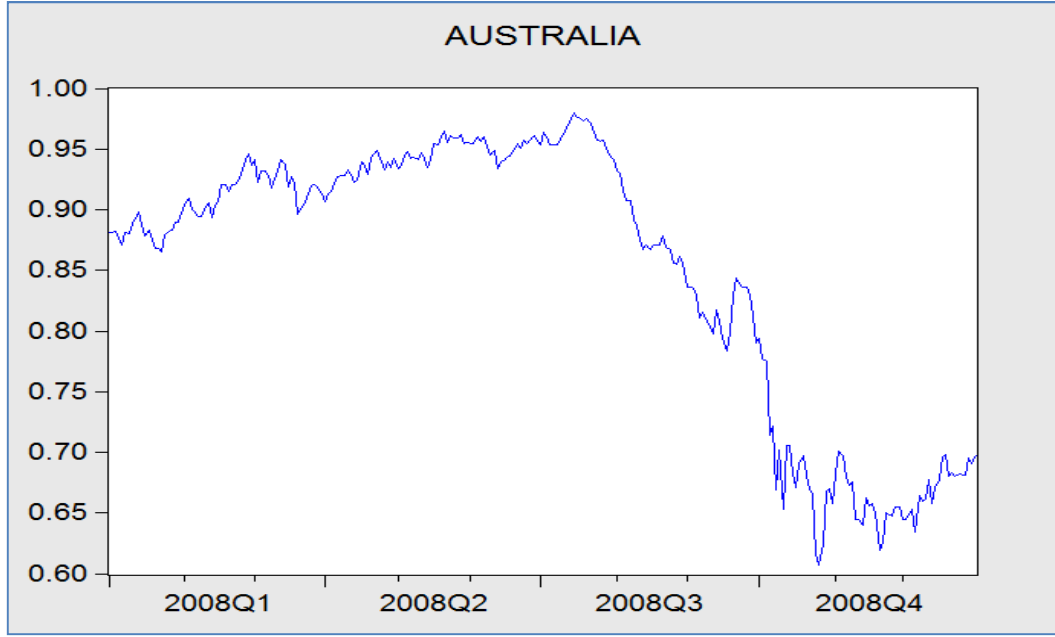
Bu bölümde finansal zaman serilerinde varyansın sabit olmadığı durumlarda ortaya çıkan koşullu değişen varyans problemi farklı gelişmişlik düzeylerine sahip rasgele seçilmiş 10 ülkenin döviz kuru ile incelenmiştir. Ülkelerin döviz kurları evrensel ekonomik krizin gerçekleştiği 2008 yılının 5 iş günü baz alınarak oluşturulmuş 1 senelik verileri kapsamaktadır. Çalışmada kullanılan veriler www.federalreserve.gov internet adresinden alınmıştır. Çalışmada yer alan ülkeler sırasıyla Avustralya, Kanada, Çin, Japonya, Yeni Zellanda, Norveç, Güney Kore, İsviçre, Tayvan ve Türkiye'dir. Verilere ilişkin analizler EViews6 paket programı kullanılarak yapılmıştır.

Ülkelerin döviz kuru serileri modellenirken ilk olarak serilerin Kartezyen grafiği incelenmiş, durağan olmayan serilerin doğal logaritmaları ve birinci dereceden farkları alınarak durağanlaştırılmıştır. Daha sonra durağan serilere uygun ortalama modelleri bulunarak bu modellerin hatalarında koşullu değişen varyans etkisi aranmıştır. Koşullu değişen varyans etkisi, incelenen bütün döviz kuru serilerinde bulunmuştur. Son olarak bu hatalar koşullu değişen varyans modelleri kullanılarak modellenmiş ve değişen varyans problemi yok edilmiştir. Uygun bulunan koşullu değişen varyans modelleri ile statik ve dinamik öngörüler yapılmıştır.

5.1.Avustralya Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Avustralya döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Avustralya döviz kuru para birimi US\$/Australian \$ olarak alınmıştır.

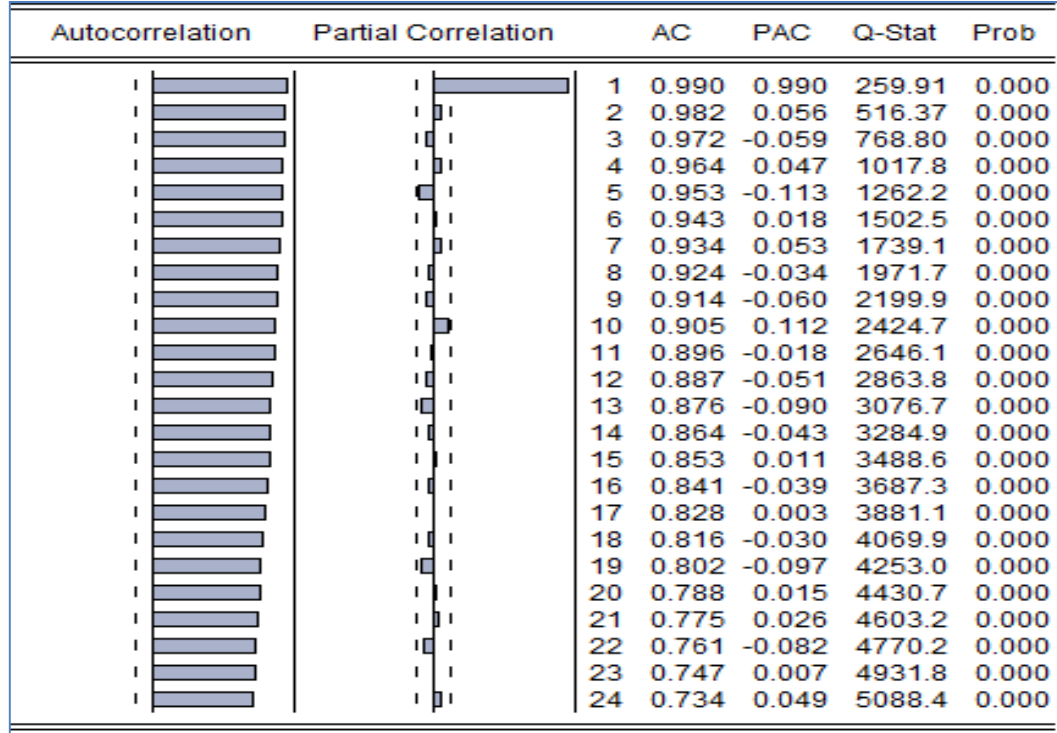
Avustralya döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Avustralya döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.1 ve korelogramı Şekil 5.2'de verilmiştir.



Şekil 5.1. Avustralya döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Avustralya döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 15/07/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı görülmektedir. Bu tarihe kadar olan dönem içerisinde döviz kurunda yavaş bir artış olduğu, bu tarihten sonra ise hızla azalmaya başladığı ve 28/10/2008 tarihinde minimum değerini aldığı görülmüştür. Bu veriler, Avustralya Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların seride değişen varyans problemi olduğu düşüncesini uyandırmaktadır.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç doğrulanabilir. Avustralya döviz kuru serisinin $k=24$ gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.2'deki gibidir.



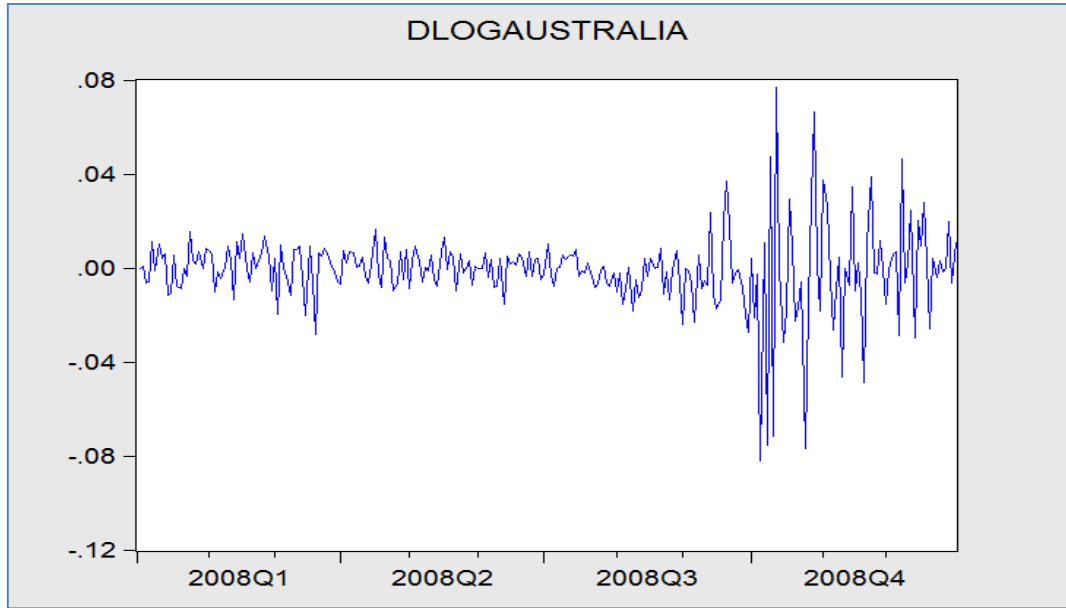
Şekil 5.2. Avustralya döviz kuru serisinin korelogramı

Avustralya döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu Çizelge 5.1'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak kanıtlanabilir.

Çizelge 5.1. Avustralya döviz kuru serisi için ADF testi

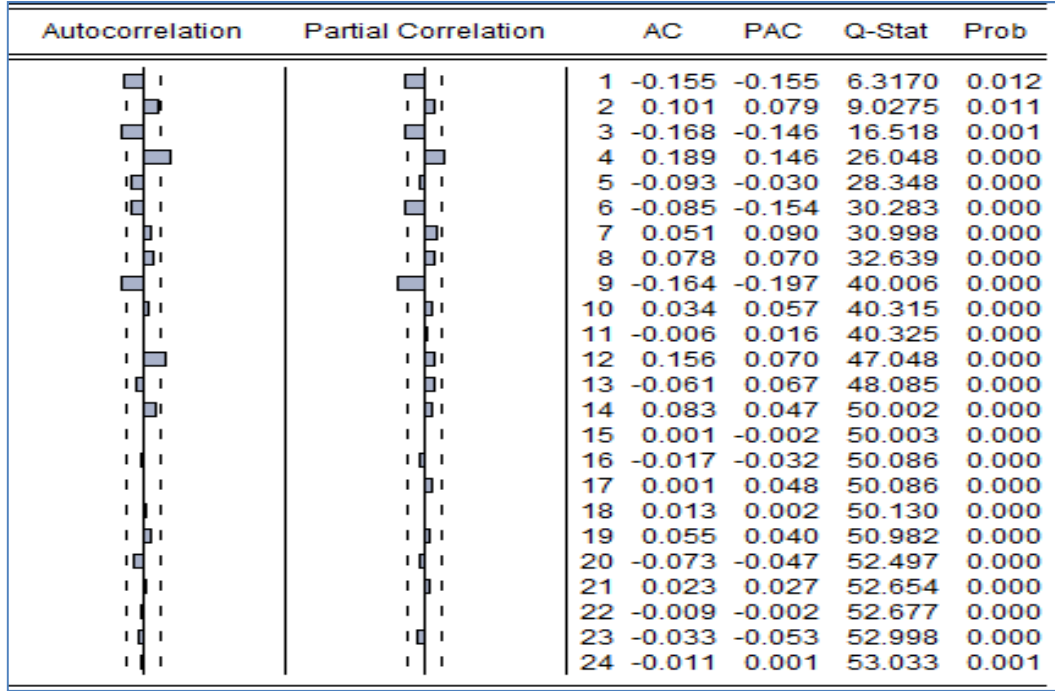
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on AUSTRALIA		
Null Hypothesis: AUSTRALIA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.364077	0.9118
Test critical values:		
1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $|-0,364077|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455280|$, $|-2,872413|$, $|-2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Avustralya döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritması sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogAvustralya serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.3'deki gibidir.



Şekil 5.3. DLogAvustralya serisinin kartezyen grafiği

Serinin kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogAvustralya serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.4. DLogAvustralya serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.4'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.2'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-18,76021|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Avustralya döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Avustralya döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.2. DLogAvustralya serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGAUSTRALIA		
Null Hypothesis: DLOGAUSTRALIA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-18.76021	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir.

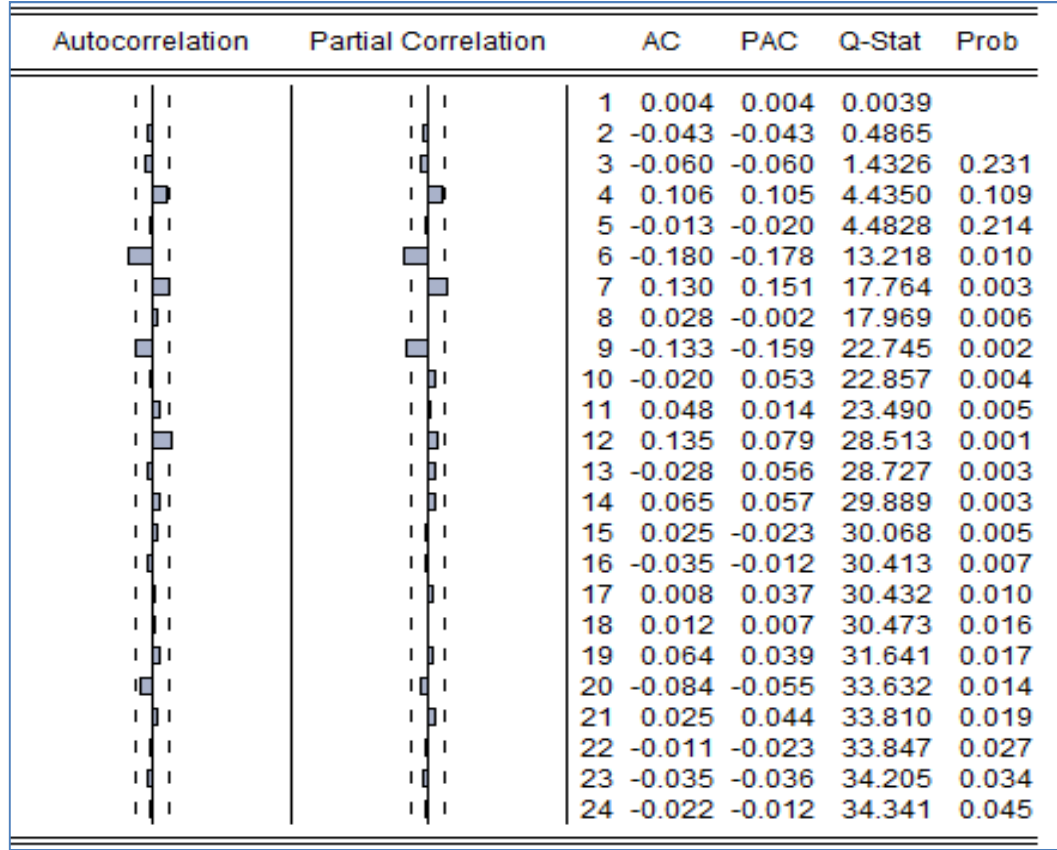
Birinci gecikme için otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değeri güven sınırını aştığı için bu seriye ARIMA(1,1,1) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.3’de verilmiştir.

Çizelge 5.3. DLogAvustralya serisi için ARIMA(1,1,1) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000899	0.000962	-0.934330	0.3510
AR(1)	-0.861031	0.095862	-8.981975	0.0000
MA(1)	0.741413	0.126371	5.866954	0.0000

Çizelge 5.3’de görüldüğü gibi ARIMA(1,1,1) modelinin parametreleri için bulunan t değerleri $|-8,981975|, |5,866954| > t_{0,05;262} = 1,96$ değerinden büyük olduğu parametrelerin sifıra eşit olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir ve parametreler %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

ARIMA(1,1,1) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.5’deki gibidir.



Şekil 5.5. ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarının korelogramı

ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 260 * 0,126246 = 32,82396 < \chi_{0,05;22}^2 = 33,92$ (K – p – q = 24 – 1 – 1 = 22) olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(1,1,1) modelinin Avustralya Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Avustralya Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Döviz kuru serisinin değişkenliği zamana bağlı olarak değişkenlik göstermekte midir? Eğer gösteriyorsa bu değişkenlik tahmin edilebilir bir yapıda mıdır, koşullu değişen varyanslılık istatistiksel olarak anlamlı mıdır? Pozitif ve negatif şokların volatilité durumundaki etkisi nedir? gibi sorulara cevap aranacaktır (Özer ve Türkyılmaz, 2004).

Öncelikle Avustralya Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(1,1,1) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.4’de verilmiştir.

Çizelge 5.4. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	5,092290	0,0240
ARCH(2)	5,99	41,79953	0,0000
ARCH(3)	7,81	68,30678	0,0000
ARCH(10)	18,31	85,08799	0,0000

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(1,1,1) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.4 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 1,2,3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Avustralya Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlenmesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Avustralya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.5’de verilmiştir.

Çizelge 5.5. Avustralya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

Ortalama Modeli	Katsayı	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TGARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Varyans Modeli	AR(1)	Katsayı	-0,054960	-0,209576	-0,224186	-0,108582	0,995141	0,095994	-0,988630
		p değeri	0,7753	0,234700	0,498900	0,613200	0,000000	0,958600	0,000000
	MA(1)	Katsayı	0,276842	0,469742	0,337121	0,347932	-1,029604	-0,129766	0,991744
		p değeri	0,103200	0,000100	0,269400	0,039400	0,000000	0,943700	0,000000
Kriterler	λ	Katsayı		-0,297741	-8,122171				
		p değeri		0,045200	0,011100				
	α_0	Katsayı	0,000187	0,000151	0,000164	0,000168	-8,556448	2,53E-06	-0,291981
		p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,145600	0,002800
	α_1	Katsayı	0,393336	0,626627	0,489099	0,516833		0,023758	
		p değeri	0,000300	0,000000	0,000000	0,004100		0,654400	
	β_1	Katsayı						0,861426	0,983760
		p değeri						0,000000	0,000000
	γ	Katsayı				-0,058719		0,214859	
		p değeri				0,840300		0,005400	
	δ_1	Katsayı					0,400253		0,189365
		p değeri					0,000000		0,003100
	δ_2	Katsayı					0,024786		-0,154541
		p değeri					0,522400		0,000000
	AIC Kriteri		-5,459955	-5,471677	-5,477213	-5,456624	-5,418926	-6,054048	-6,077745
	SIC Kriteri		-5,391480	-5,389507	-5,395044	-5,374455	-5,336756	-5,958184	-5,981880
	Log Olabilirlik		714,7941	717,3180	718,0378	715,3612	710,4604	794,0262	797,1068
	*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)								

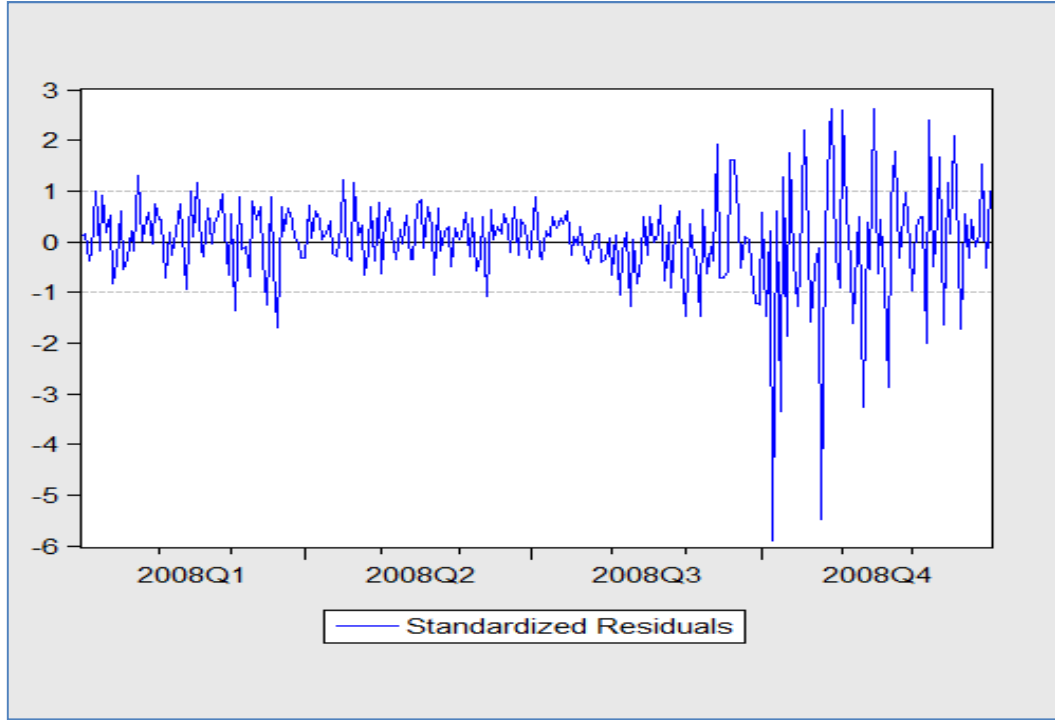
Çizelge 5.5’de incelenen modellerden AIC ve SIC kriteri neredeyse aynı büyüklükte olduğundan, Log Olabilirlik değeri en yüksek olan ve parametrelerinin hepsi anlamlı bulunan ve asimetri etkisini modelde bulunduran EGARCH(1,1) modeli en uygun model olarak seçilmiştir.

Model parametrelerinin anlamlılığını sınamada kullanılan hipotezlere örnek olarak AR parametresinin anlamlılığını sınamada kullanılan $H_0: \phi_1 = 0$ hipotezi kabul edildiği takdirde parametrenin istatistiksel olarak anlamsız, alternatif hipotez olan $H_1: \phi_1 \neq 0$ hipotezi kabul edildiğinde ise parametrenin istatistiksel olarak anlamlı olduğu anlaşılmaktadır.

EGARCH(1,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, ortalama modelinde AR ve MA parametreleri olasılık değerleri $0 < 0,05$ olduğundan dolayı H_0 hipotezi reddedilerek %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuşlardır.

Aynı şekilde varyans modeli de incelendiğinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,0028 ve $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotezi kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve buna göre ARCH-GARCH etkisi belirgindir. Asimetri terimi olan δ_2 ’nin olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır, serinin volatilitésinin asimetrik olduğu ve negatif şokların varyans üzerinde etkisinin pozitif şoklardan daha fazla olduğu söylenebilir.

Uygun bulunan EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.6’da verilmiştir.



Şekil 5.6. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

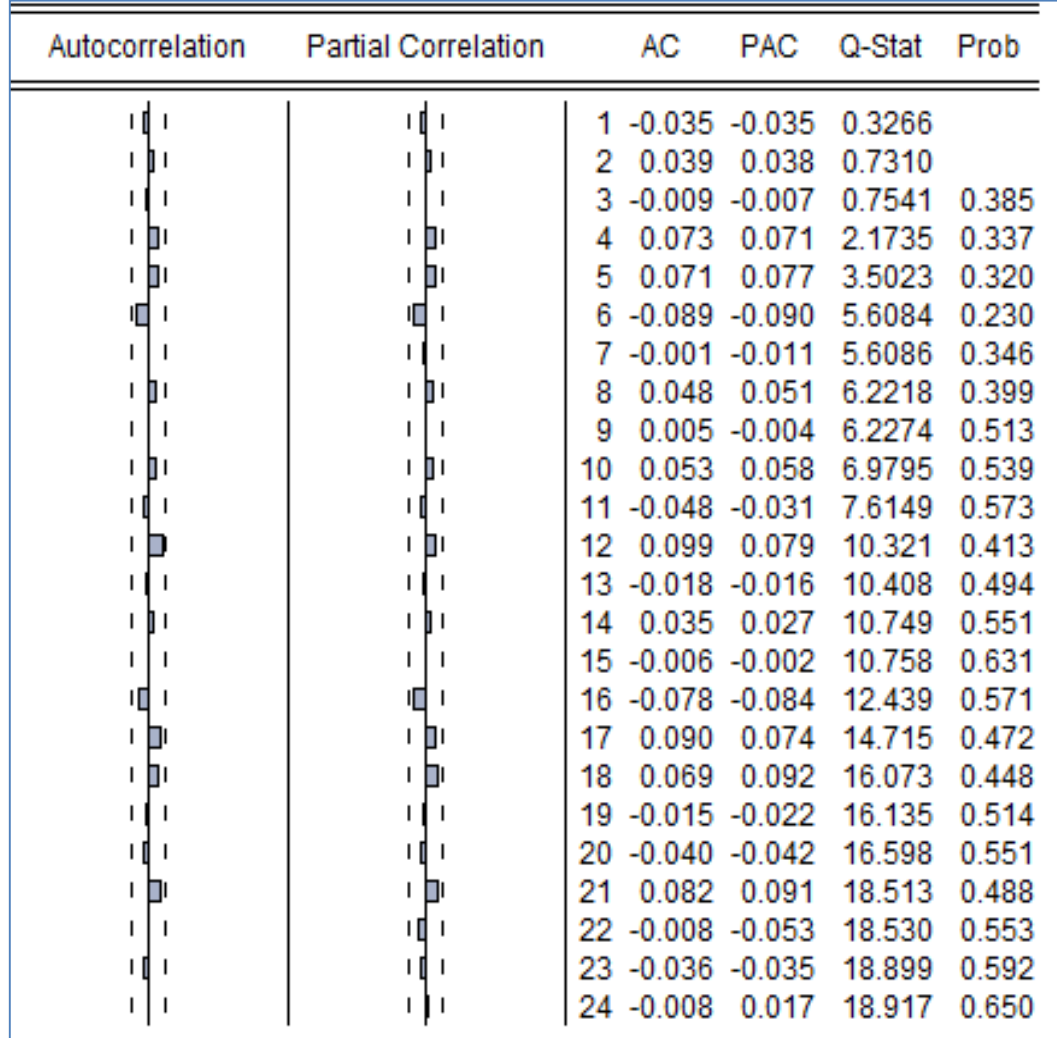
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.6’da verilmiştir.

Çizelge 5.6. ARCH-LM test sonuçları

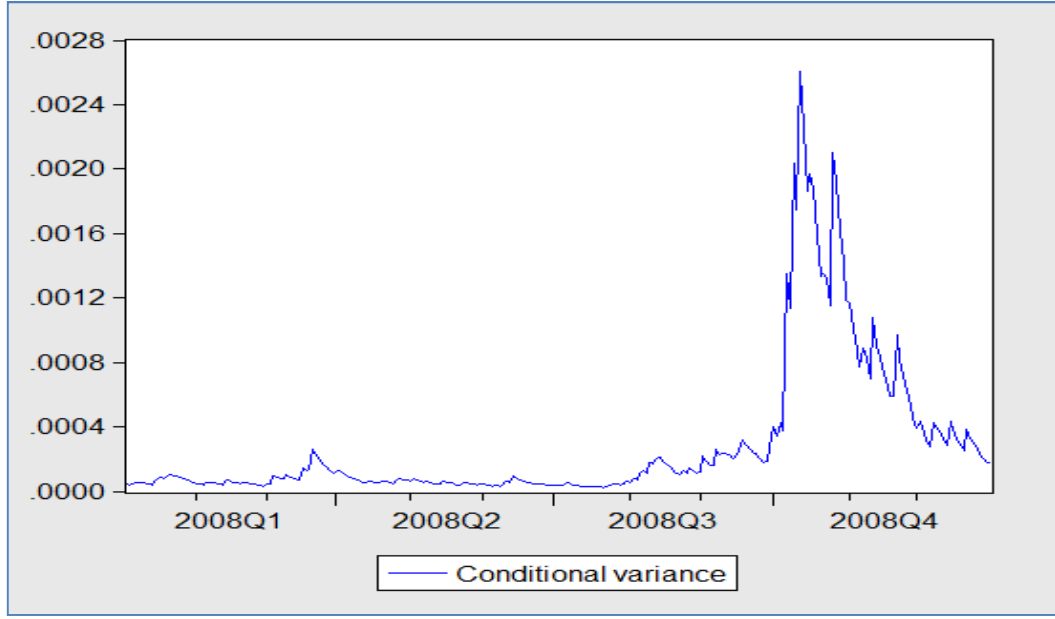
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	2,975831	0,0851

$T.R^2 = 2,975831$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Avustralya Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.7'deki gibidir.

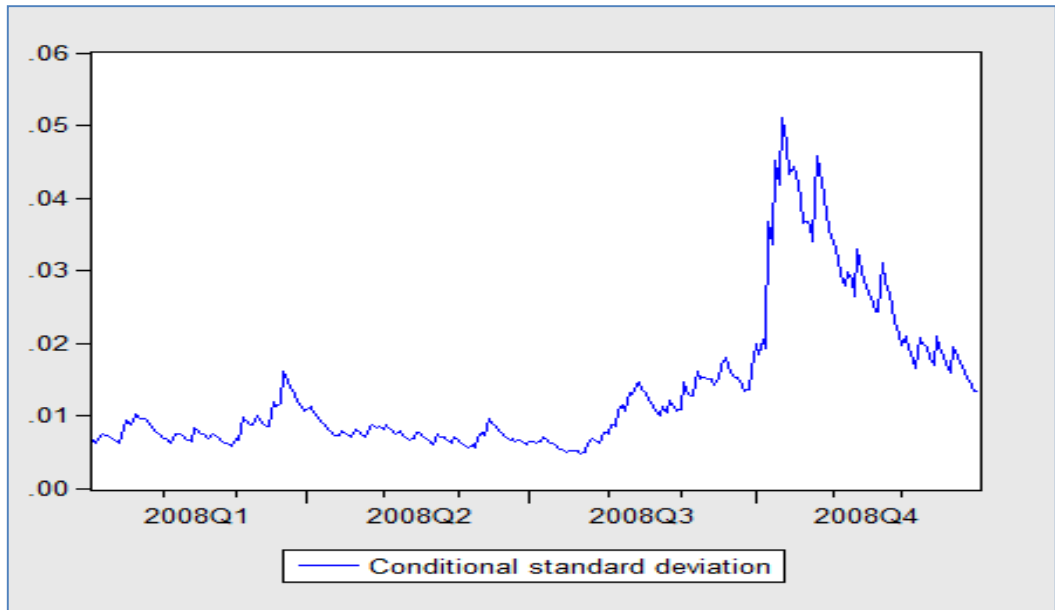


Şekil 5.7. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.8. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı

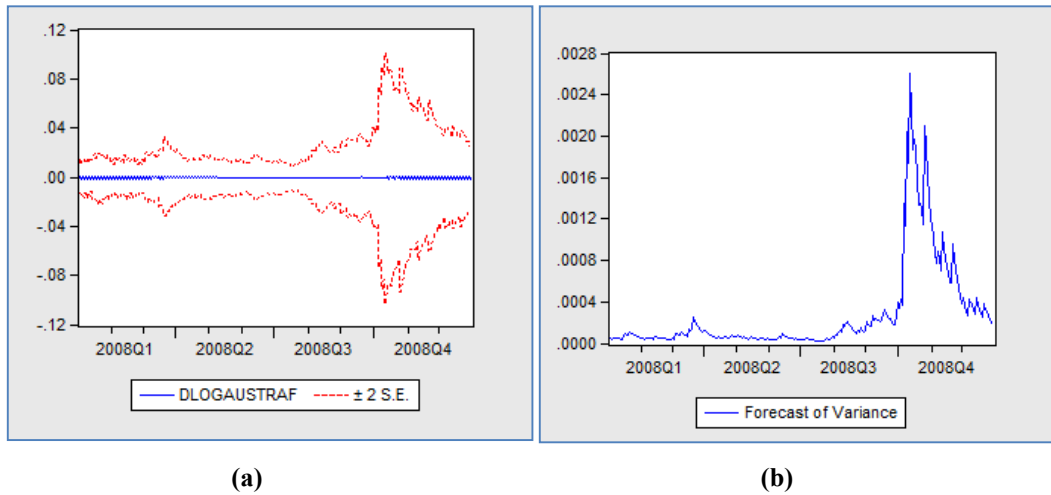
Uygun koşullu varyans modeli EGARCH(1,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.8' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.9'daki gibidir.



Şekil 5.9. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması

Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ekim ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı üzere Avustralya Döviz Kuru serisinde en düşük değer Ekim ayında görülmüştü. Buradan anlaşılabileceği gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Avustralya Döviz Kuru üzerinde en çok Ekim ayında etkisini gösterdiğini ve daha sonrasında azaldığını söylemek mümkündür. Ekim ayından sonrada döviz kuru serisinde oldukça değişken iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

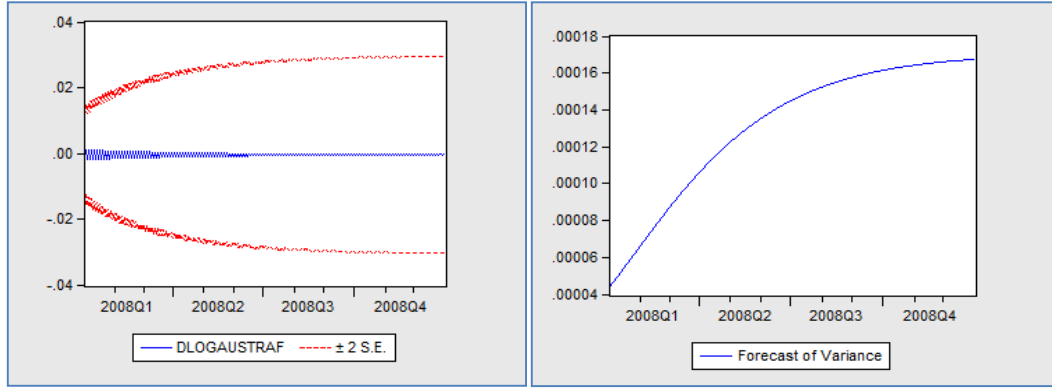
EGARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.10(a,b) ve Şekil 5.11(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.10. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.10.a'daki grafik Avustralya Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.10.b grafiği ise varyans öngörüleridir. EGARCH(1,1) modelinin dinamik

yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.11.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.11.b'de verilmiştir.

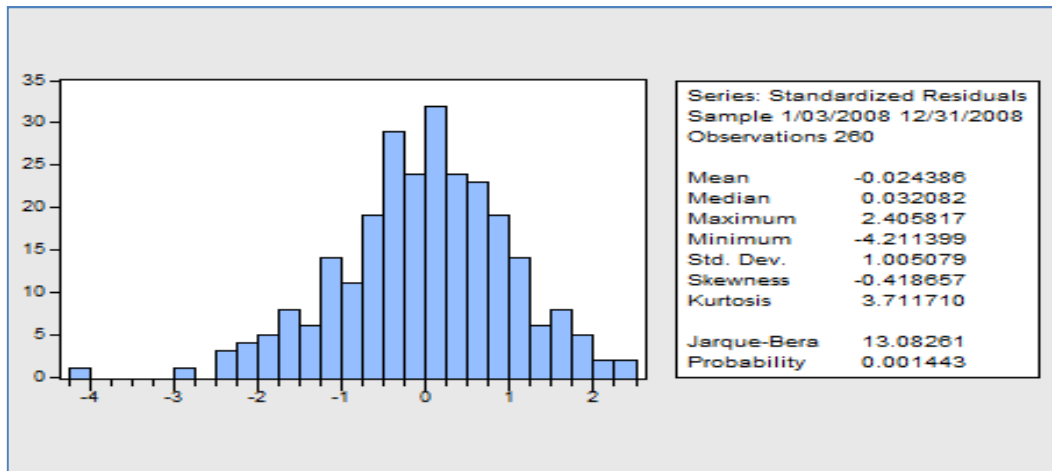


(a)

(b)

Şekil 5.11. (a)EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Avustralya Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.11.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir. Şekil 5.11.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde EGARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir. Avustralya Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.12'de verilmiştir.



Şekil 5.12. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun EGARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $13,08261 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 3,711710 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Avustralya Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(1,1,1) modeli;

$$Y_t = -0,988630Y_{t-1} + 0,991744\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

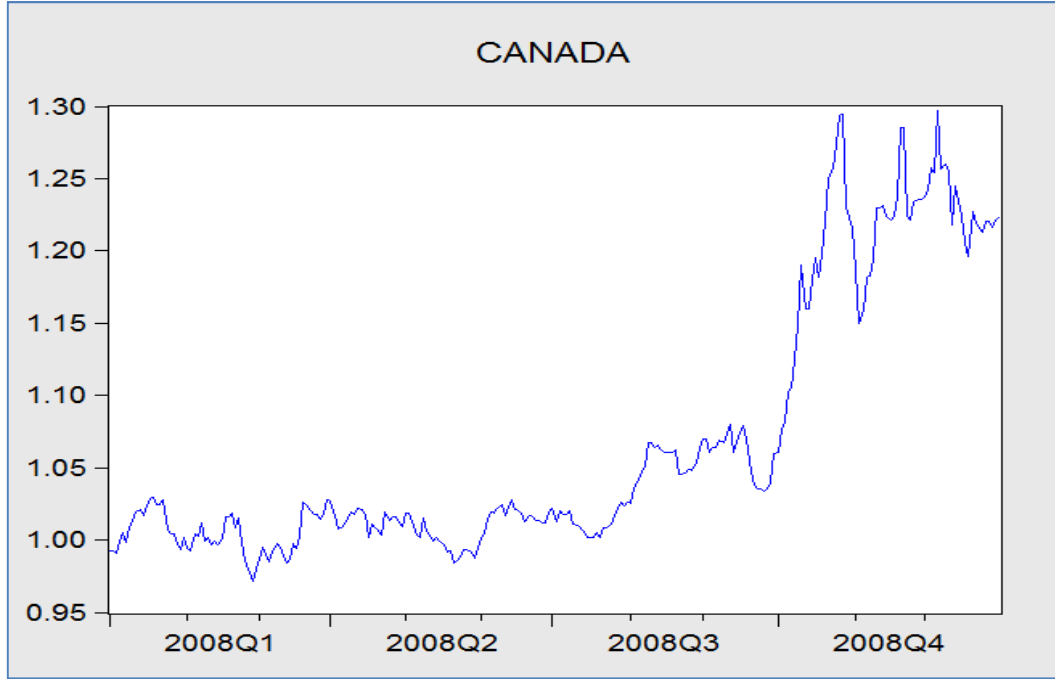
$$\log(\sigma_t^2) = -0,291981 + 0,189365 \left| \frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| - 0,154541 \left(\frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right) + 0,983760 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

şeklindedir.

5.2.Kanada Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Kanada döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Kanada döviz kuru para birimi Canadian \$/ US\$olarak alınmıştır.

Kanada döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Kanada döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.13 ve korelogramı Şekil 5.14’de verilmiştir.

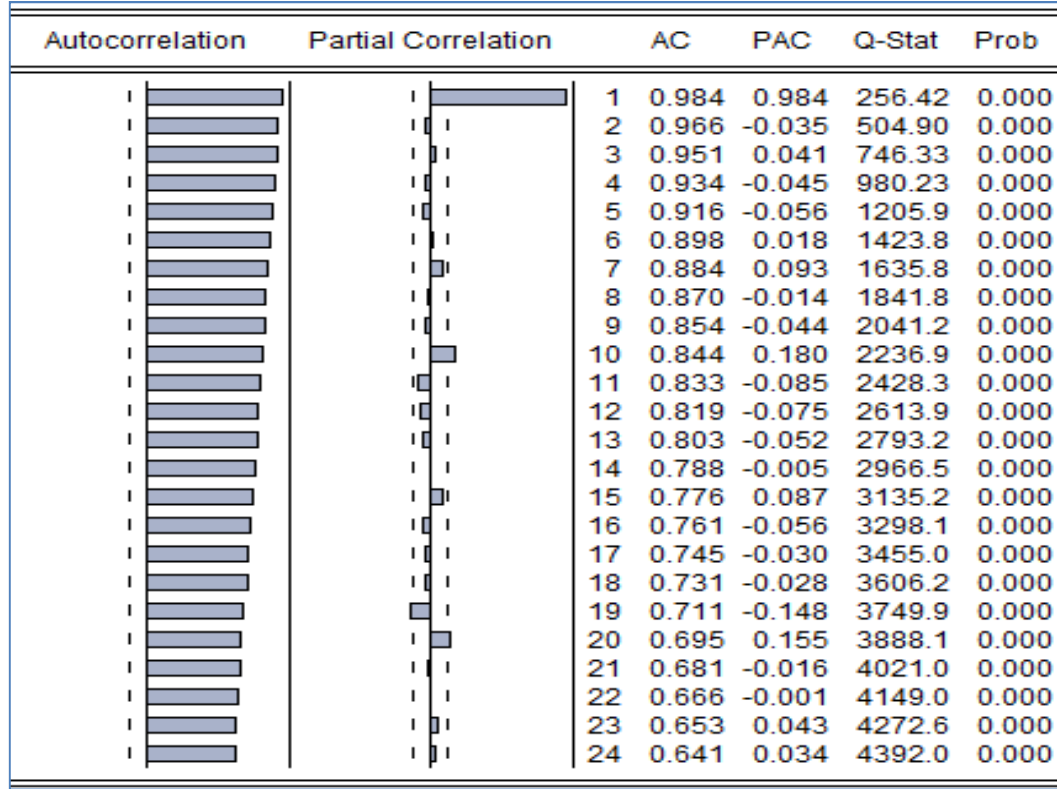


Şekil 5.13. Kanada döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Kanada döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 28/02/2008 tarihinde minimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda yavaş ve düzenli bir artış olduğu, 05/12/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı görülmektedir. Bu verilere dayanarak Kanada Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç kanıtlanmalıdır.

Kanada döviz kuru serisinin $k=24$ gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.14'deki gibidir.



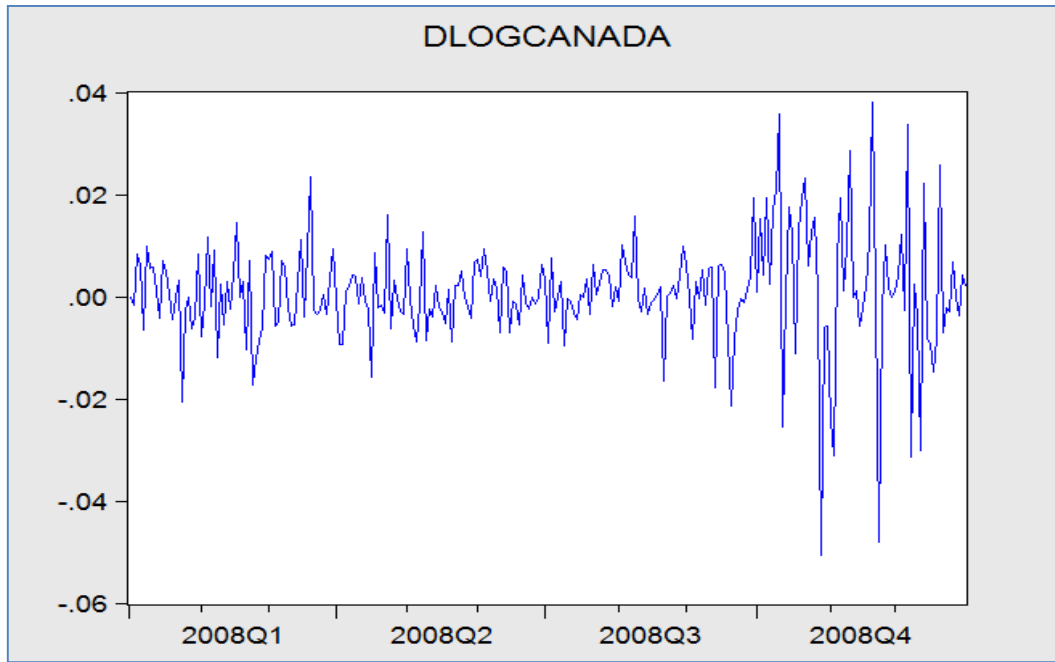
Şekil 5.14. Kanada döviz kuru serisinin korelogramı

Kanada döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından ($\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124$) taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.7'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.7. Kanada döviz kuru serisi için ADF testi

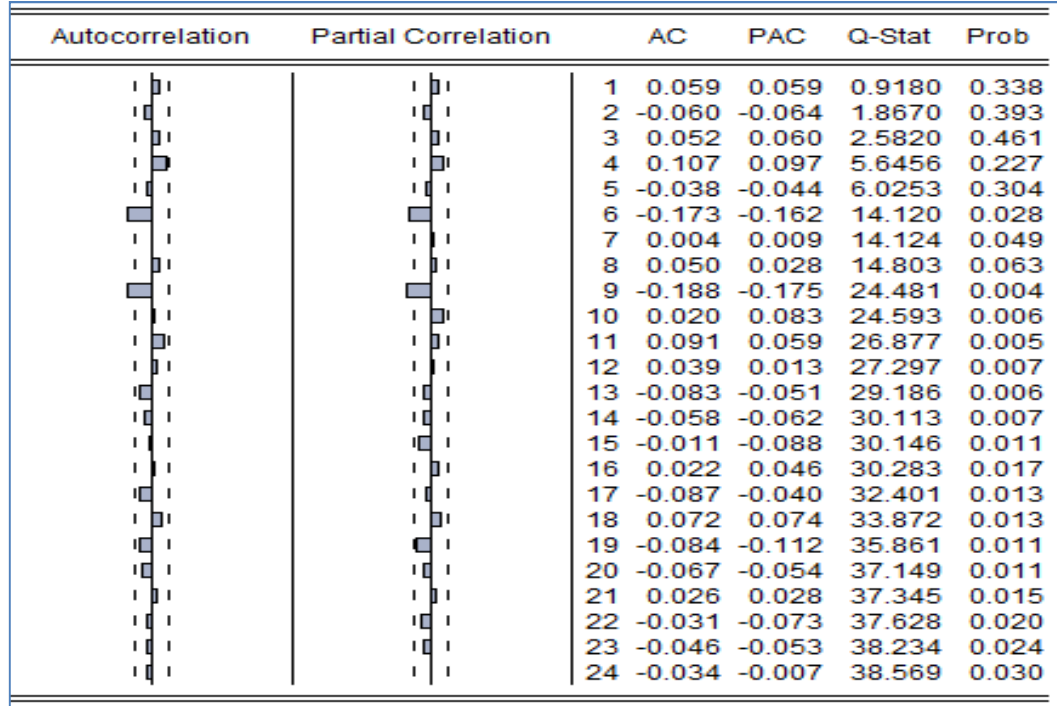
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on CANADA		
Null Hypothesis: CANADA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.556165	0.8764
Test critical values:		
1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $|-0,556165|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455289|$, $|-2,872413|$, $|-2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Kanada döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogKanada serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.15'deki gibidir.



Şekil 5.15. DLogKanada serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogKanada serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.16. DLogKanada serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.16'daki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.8'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-15,14129|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Kanada döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Kanada döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.8. DLogKanada serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGCANADA		
Null Hypothesis: DLOGCANADA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.14129	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.9’da verilmiştir.

Çizelge 5.9. DLogKanada serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000804	0.000648	1.241265	0.2156
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.000804
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.010470
S.E. of regression	0.010470	Akaike info criterion		-6.276808
Sum squared resid	0.028501	Schwarz criterion		-6.263151
Log likelihood	820.1234	Hannan-Quinn criter.		-6.271318
Durbin-Watson stat	1.881990			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.16’daki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,140734 = 36,73157 < \chi_{0,01;24}^2 = 42,98$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,0) modelinin Kanada Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %1 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Kanada Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Kanada Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.10’da verilmiştir.

Çizelge 5.10. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	2,010534	0,1562
ARCH(2)	5,99	8,482646	0,0144
ARCH(3)	7,81	10,83061	0,0127
ARCH(10)	18,31	38,04314	0,0000

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.10 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 2,3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Kanada Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlenmesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Kanada Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.11’de verilmiştir.

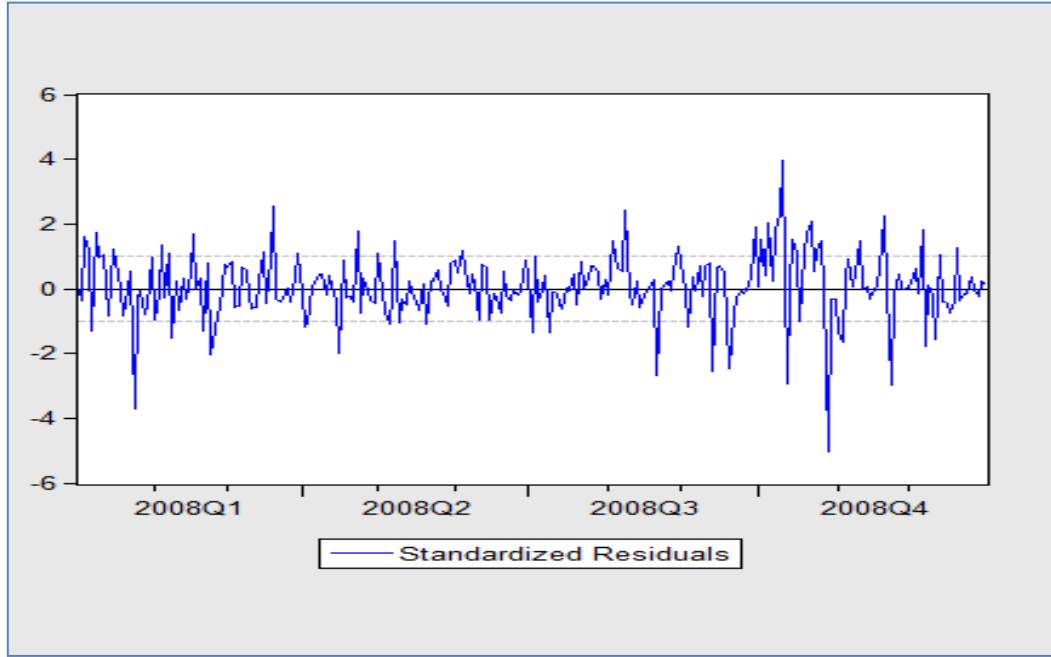
Çizelge 5.11. Kanada Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

		ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(0,1)	EGARCH(0,1)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Ortalama Modeli	λ	Katsayı		-1,258613	-35,783050				
	p değeri			0,000000	0,000000				
Varyans Modeli	α_0	Katsayı	0,000092	0,000063	0,000050	0,000001	-0,144823	0,000001	-0,209207
		p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,100000	0,001300	0,154400	0,017600
	Katsayı	0,178399	0,079594	0,506709	0,655511			0,161349	
	α_1	p değeri	0,009000	0,000000	0,000000			0,003000	
	Katsayı		0,917319			0,955428	0,984499	0,909236	0,985013
	p değeri		0,000000			0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
	Katsayı					0,094115		-0,148505	
	γ	p değeri				0,009700		0,005300	
	Katsayı								0,094210
	δ_1	p değeri							0,025800
	Katsayı						0,173682		0,173029
	δ_2	p değeri					0,000000		0,000000
Kriterler	AIC Kriteri	-6,296890	-6,614680	-6,356099	-6,424719	-6,466443	-6,657926	-6,645097	-6,685246
	SIC Kriteri	-6,255919	-6,560051	-6,301470	-6,370090	-6,411814	-6,603298	-6,576811	-6,616960
	Log Olabilirlik	824,744200	867,215700	833,470900	842,425800	847,870800	872,859400	872,185100	877,424600

Çizelge 5.11’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip TARCH(1,1) modeli en uygun modeldir.

TARCH(1,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_1 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,003 ve $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca asimetrik etki parametresi γ ’nın olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve $\gamma = -0,148505$ olduğu için pozitif şoklar varyans üzerinde negatif şoklardan daha çok etkiye sahiptir.

Uygun bulunan TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t/\sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.17’de verilmiştir.



Şekil 5.17. TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.12’de verilmiştir.

Çizelge 5.12. ARCH-LM test sonuçları

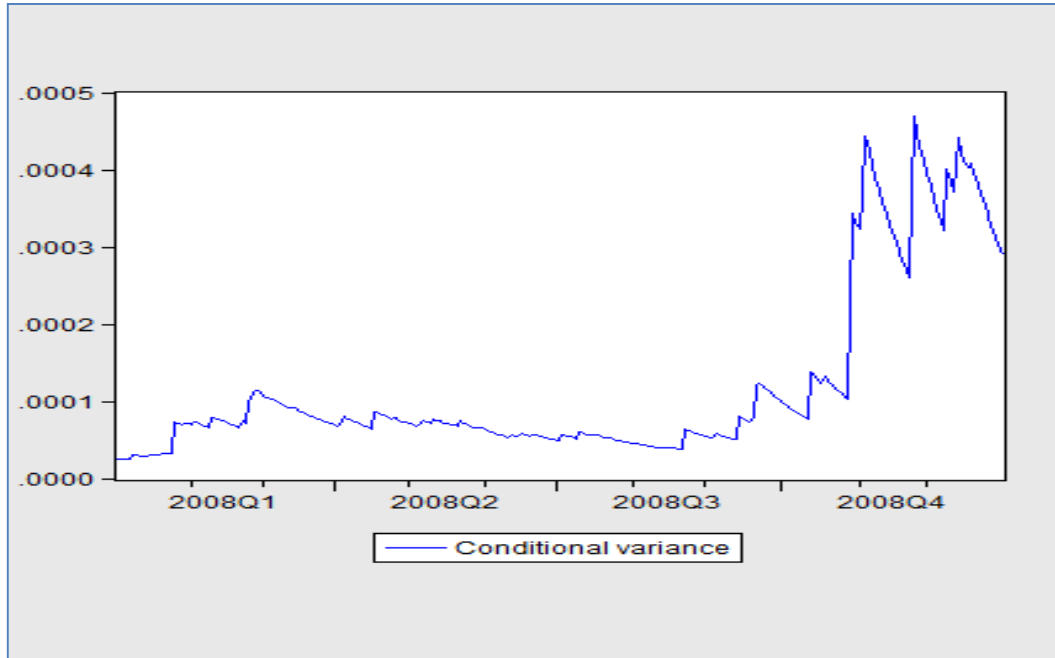
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	1,386579	0,2390

$T.R^2 = 1,386579$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin TARCH(1,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Kanada Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin TARCH(1,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.18’deki gibidir.

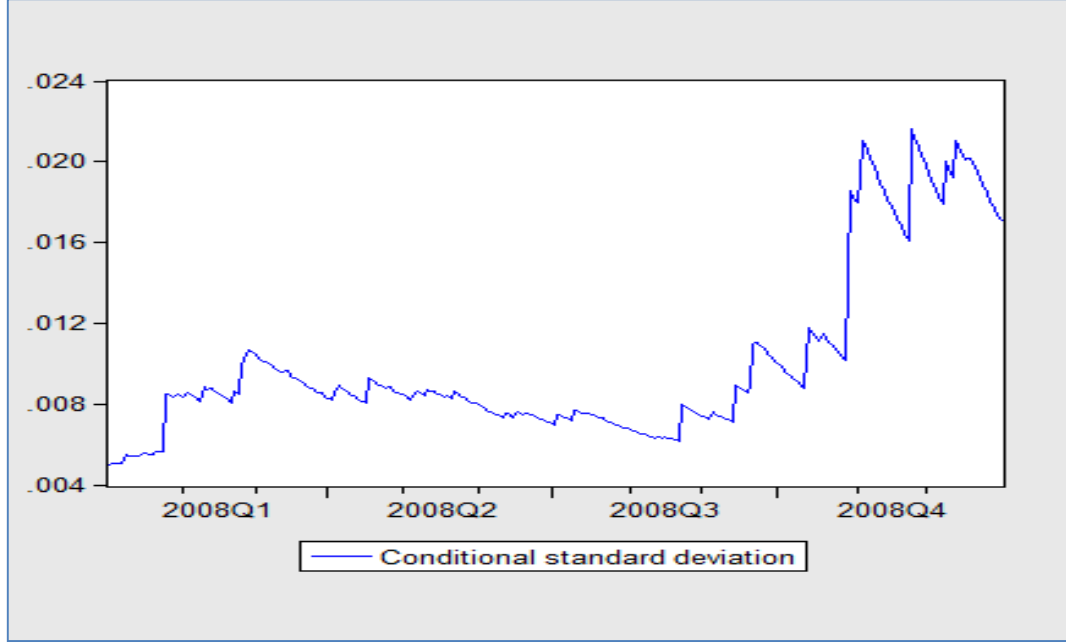
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.053	0.053	0.7302	0.393
		2	-0.022	-0.025	0.8637	0.649
		3	0.064	0.067	1.9472	0.583
		4	0.154	0.148	8.3062	0.081
		5	-0.056	-0.070	9.1438	0.103
		6	-0.110	-0.104	12.414	0.053
		7	-0.005	-0.016	12.420	0.088
		8	0.065	0.050	13.558	0.094
		9	-0.085	-0.061	15.508	0.078
		10	-0.070	-0.035	16.867	0.077
		11	0.054	0.044	17.678	0.089
		12	0.068	0.046	18.956	0.090
		13	-0.094	-0.072	21.385	0.066
		14	-0.108	-0.094	24.620	0.039
		15	-0.044	-0.079	25.169	0.048
		16	0.021	0.013	25.298	0.065
		17	-0.114	-0.063	28.955	0.035
		18	0.011	0.061	28.990	0.049
		19	-0.071	-0.103	30.427	0.047
		20	-0.045	-0.064	30.997	0.055
		21	0.035	0.073	31.354	0.068
		22	-0.020	-0.034	31.470	0.087
		23	0.020	0.019	31.585	0.109
		24	-0.005	-0.023	31.593	0.137

Şekil 5.18. TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.19. TARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı

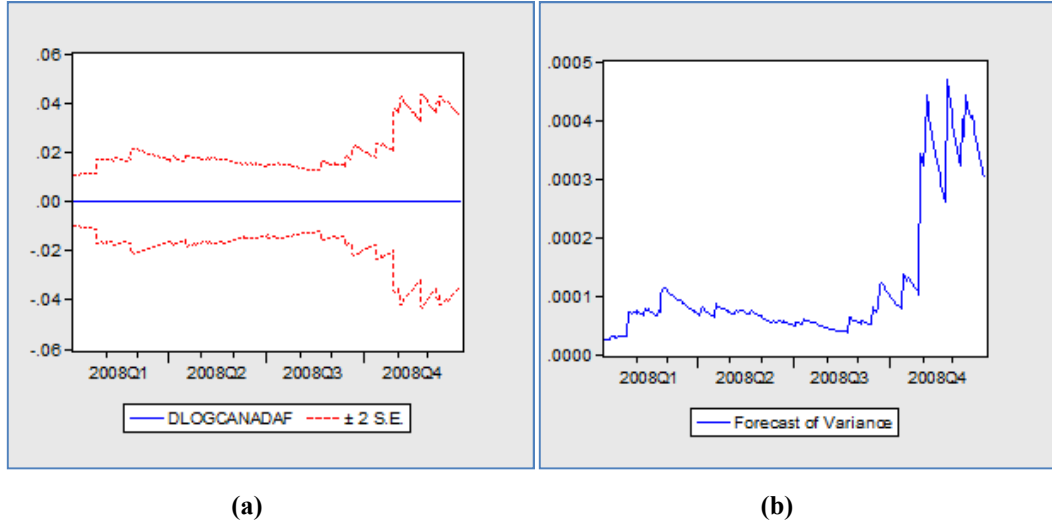
Uygun koşullu varyans modeli TARCH(1,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.19' daki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.20'deki gibidir.



Şekil 5.20. TARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması

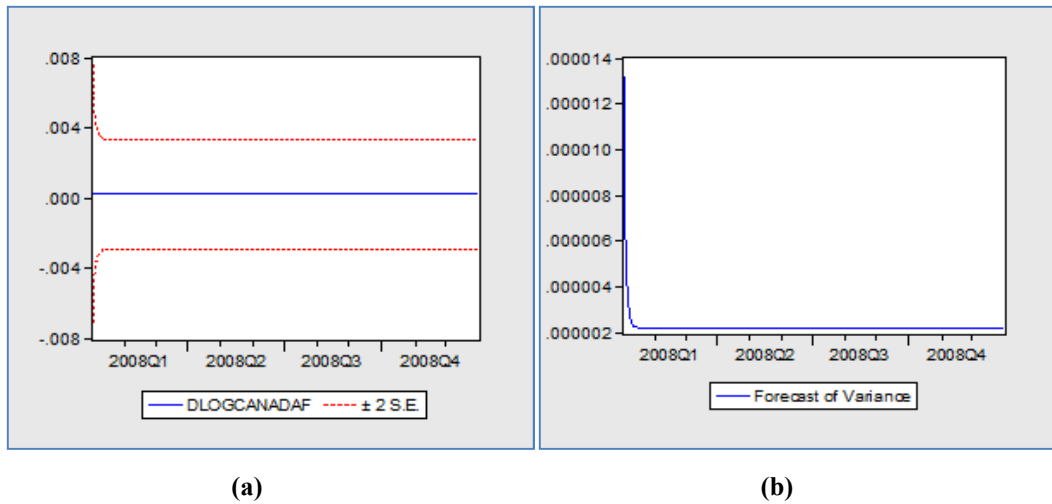
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Aralık ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı üzere Kanada Döviz Kuru serisinde en yüksek değer Aralık ayında görülmüştü. Buradan anlaşılabileceği gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Kanada Döviz Kuru üzerinde en çok Aralık ayında etkisini gösterdiğini ve daha sonrasında da devam ettiğini söylemek mümkündür. Aralık ayından sonrada döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

TARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.21(a,b) ve Şekil 5.22(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.21. (a) TARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.21.a'daki grafik Kanada Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.21.b grafiği ise varyans öngörüleridir. TARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.22.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.22.b'de verilmiştir.

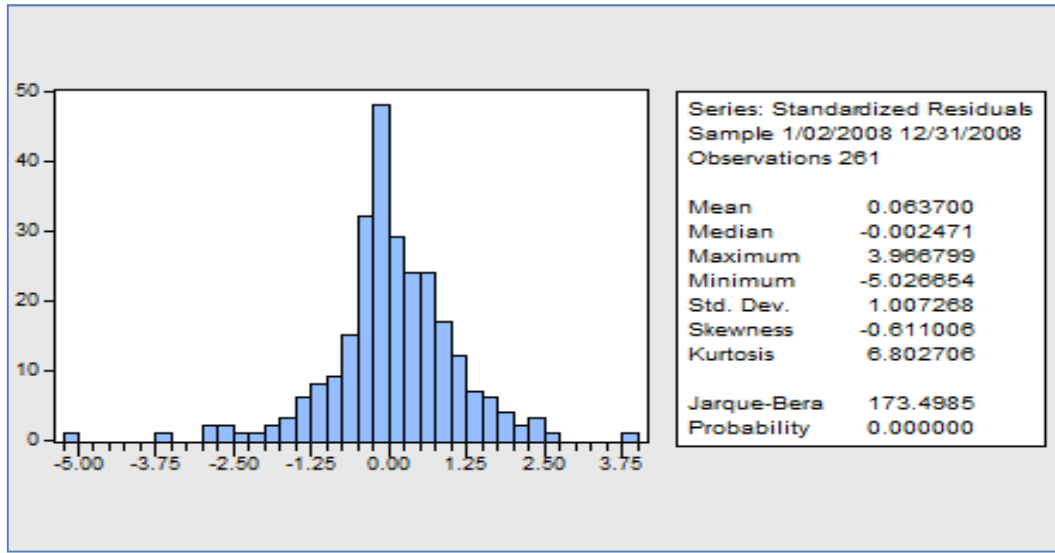


Şekil 5.22. (a)TARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Kanada Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.22.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.22.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde TARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Kanada Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli TARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.23'de verilmiştir.



Şekil 5.23. TARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun TARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $173,4985 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 6,802706 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Kanada Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

$$\sigma_t^2 = 0,161349\epsilon_{t-1}^2 - 0,148505\epsilon_{t-1}^2 D_{t-1} + 0,909236\sigma_{t-1}^2$$

şeklindedir.

5.3.Çin Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Çin döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Çin döviz kuru para birimi Yuan / US\$ olarak alınmıştır.

Çin döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Çin döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.24 ve korelogramı Şekil 5.25’de verilmiştir.



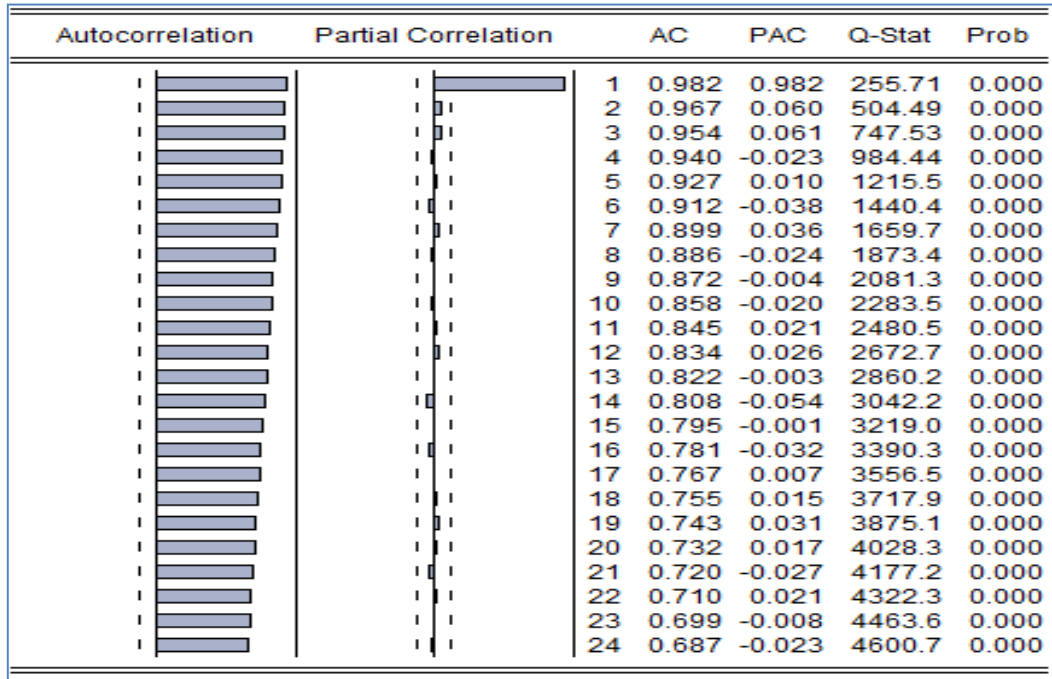
Şekil 5.24. Çin döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Çin döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 02/01/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda sene sonuna kadar hızlı bir düşüş olduğu,

26/08/2008 tarihinde minimum değerini aldığı görülmektedir. Ağustos ayının sonlarına doğru yaşanan bu düşüşten sonra seride aynı şekilde iki düşüş gerçekleşmiş ve aralık ayında belirgin bir yükseliş meydana gelmiştir. Bu verilere dayanarak Çin Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç doğrulanabilir.

Çin döviz kuru serisinin k=24 gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.25'deki gibidir.



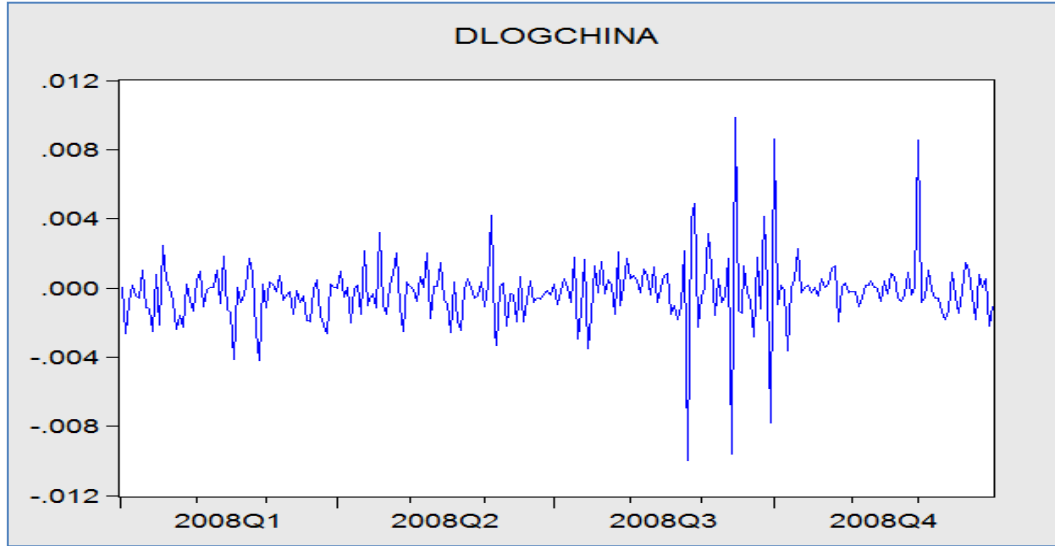
Şekil 5.25. Çin döviz kuru serisinin korelogramı

Çin döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.13'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.13. Çin döviz kuru serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on CHINA		
Null Hypothesis: CHINA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.213863	0.0203
Test critical values: 1% level	-3.455486	
5% level	-2.872499	
10% level	-2.572684	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

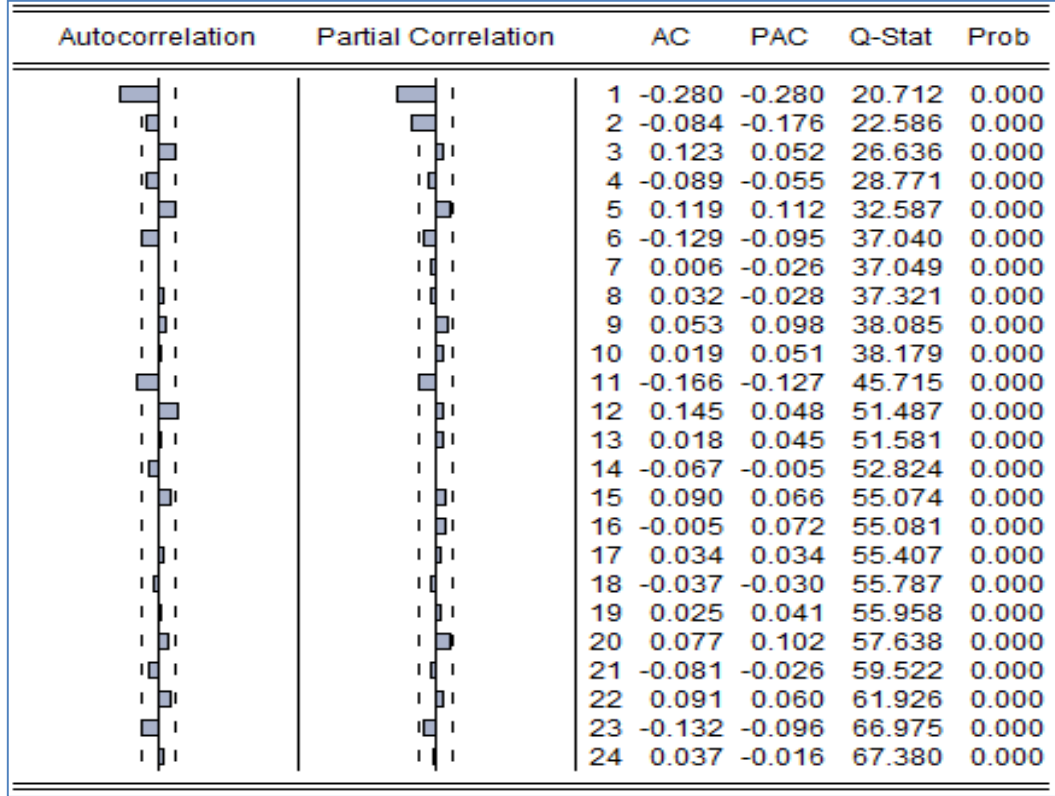
ADF Test istatistiği $|-3,213863|$ %1 anlam düzeyindeki $|-3,455486|$ MacKinnon kritik değerinden küçük olduğundan Çin döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogÇin serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.26'daki gibidir.



Şekil 5.26. DLogÇin serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogÇin serisinin durağanlığı, otokorelasyon

ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.27. DLogÇin serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.27'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.14'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-15,32147|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455486|$, $|-2,872499|$, $|-2,572684|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Çin döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Çin döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.14. DLogÇin serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGCHINA		
Null Hypothesis: DLOGCHINA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.32147	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455486	
5% level	-2.872499	
10% level	-2.572684	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir.

Birinci gecikme için otokorelasyon ve ilk iki gecikme için kısmi otokorelasyon değeri güven sınırını aştığı için farklı modeller denenmiş ve bu seriye ARIMA(0,1,1) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.15’de verilmiştir.

Çizelge 5.15. DLogÇin serisi için ARIMA(0,1,1) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000254	7.50E-05	-3.384067	0.0008
MA(1)	-0.338387	0.058560	-5.778492	0.0000

Çizelge 5.15’de görüldüğü gibi ARIMA(0,1,1) modelinin parametresi için bulunan t değeri $|-5,778492| > t_{0,05;262} = 1,96$ değerinden büyük olduğu için parametrenin sıfıra eşit olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir ve parametre %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

ARIMA(0,1,1) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.28’deki gibidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.008	0.008	0.0187
		2	-0.053	-0.053	0.7634
		3	0.096	0.097	3.2015
		4	-0.037	-0.043	3.5702
		5	0.074	0.087	5.0581
		6	-0.110	-0.130	8.3042
		7	-0.013	0.012	8.3477
		8	0.049	0.016	8.9937
		9	0.068	0.102	10.258
		10	-0.000	-0.019	10.258
		11	-0.129	-0.110	14.849
		12	0.119	0.101	18.763
		13	0.047	0.031	19.387
		14	-0.025	0.009	19.559
		15	0.091	0.084	21.894
		16	0.035	0.050	22.228
		17	0.041	0.003	22.696
		18	-0.011	-0.016	22.729
		19	0.045	0.076	23.298
		20	0.078	0.073	25.010
		21	-0.043	-0.048	25.533
		22	0.048	0.037	26.204
		23	-0.097	-0.093	28.917
		24	0.052	0.057	29.695

Şekil 5.28. ARIMA(0,1,1) modelinin hatalarının korelogramı

ARIMA(0,1,1) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,107547 = 28,06977 < \chi_{0,05;23}^2 = 35,17$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,1) modelinin Çin Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Çin Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitesinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Çin Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,1) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.16'da verilmiştir.

Çizelge 5.16. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	10,42054	0,0012
ARCH(2)	5,99	10,81445	0,0045
ARCH(3)	7,81	11,13501	0,0110

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,1) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.16 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 1, 2 ve 3 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Çin Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Çin Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.17’de verilmiştir.

Çizelge 5.17. Çin Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

		ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Ortalama Modeli	Katsayı	-0,132729	-0,125516	-0,138568	-0,147062	-0,164842	-0,087448	-0,108995	-0,108872
	MA(1) p değeri	0,017300	0,208900	0,075000	0,014900	0,000000	0,166500	0,211700	0,162700
	λ	Katsayı		-0,284485	-21,317900				
	p değeri			0,145900	0,467400				
Varyans Modeli	α ₀	Katsayı	0,000002	0,000002	0,000002	0,000002	-13,169500	0,000002	
		p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	
	α ₁	Katsayı	0,456952	0,463235	0,577401	0,538575	0,921732		0,862926
		p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000		0,000000
	β ₁	Katsayı		0,128368				0,122715	0,333270
		p değeri		0,020200				0,020900	0,000000
	γ	Katsayı				-0,656694		-0,630550	
		p değeri				0,006800		0,003500	
	δ ₁	Katsayı					0,642487		0,690147
		p değeri					0,000000		0,000000
	δ ₂	Katsayı					0,084330		0,120299
		p değeri					0,182900		0,074900
Kriterler	AIC Kriteri	-9,869715	-9,866851	-9,873846	-9,866215	-9,879396	-9,864894	-9,878743	-9,874088
	SIC Kriteri	-9,815086	-9,798565	-9,805560	-9,797929	-9,811111	-9,796608	-9,796800	-9,792145
	Log Olabilirlik	1291,998	1292,624	1293,537	1292,541	1294,261	1292,369	1295,176	1294,569

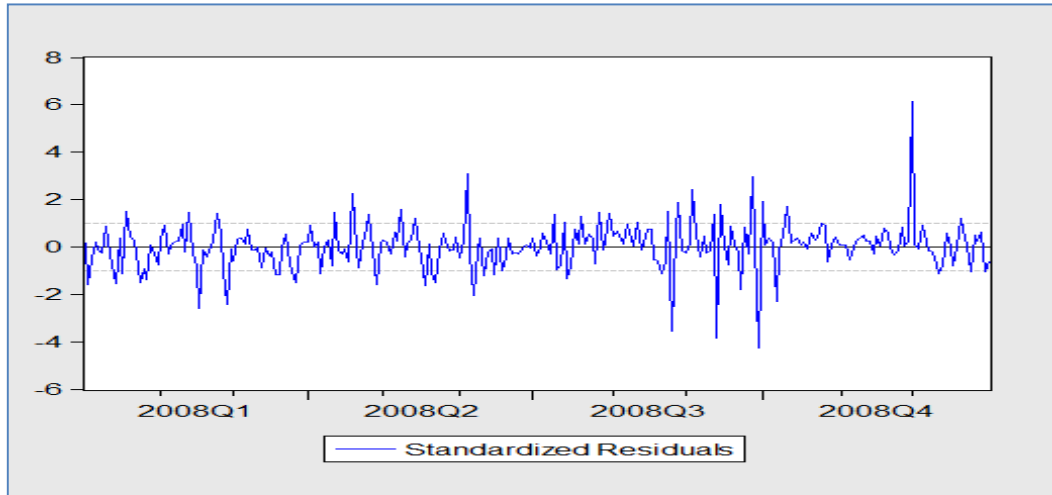
*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.17’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip bütün parametreleri anlamlı bulunan TAR(1,0) modeli en uygun model olarak seçilmiştir.

TAR(1,0) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, ortalama modelinde MA parametresinin olasılık değerleri $0 < 0,05$ olduğundan dolayı H_0 hipotezi reddedilerek %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunur.

Aynı şekilde varyans modeli de incelendiğinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve α_1 için hesaplanan olasılık değerleri $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotezi kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve buna göre ARCH etkisi belirgindir. Asimetrisi gösteren γ ’nın olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Serinin volatilitésinin asimetrik ve $\gamma = -0,656694$ olduğu için varyans üzerinde pozitif şokların etkisinin negatif şokların etkisinden daha fazla olduğu söylenebilir.

Uygun bulunan TAR(1,0) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.29’da verilmiştir.



Şekil 5.29. TAR(1,0) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.18’de verilmiştir.

Çizelge 5.18. ARCH-LM test sonuçları

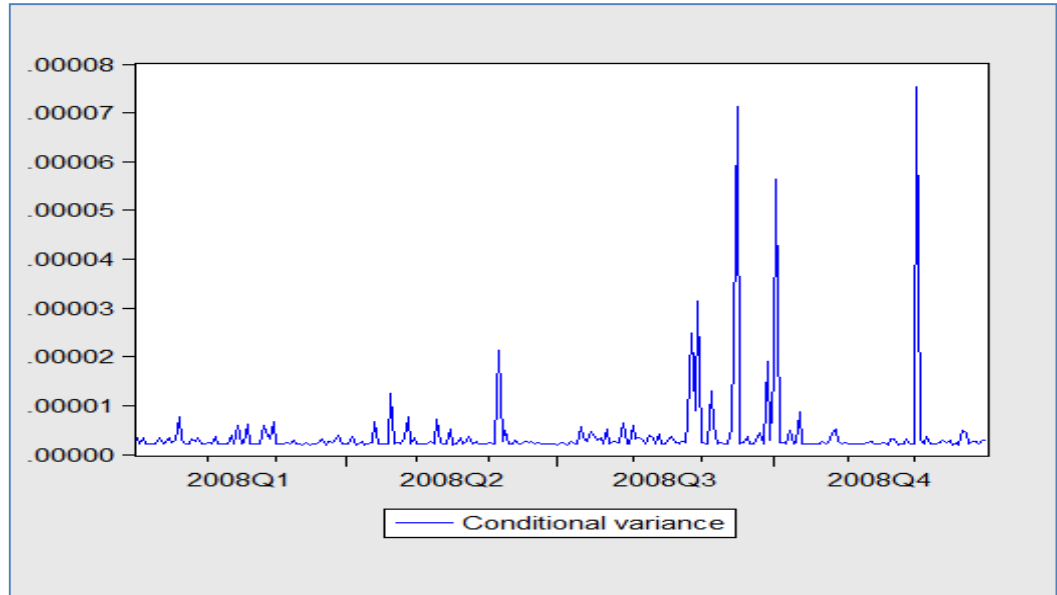
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,014121	0,9054

$T.R^2 = 0,014121$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin TAR(1,0) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Çin Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin TAR(1,0) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.30’daki gibidir.

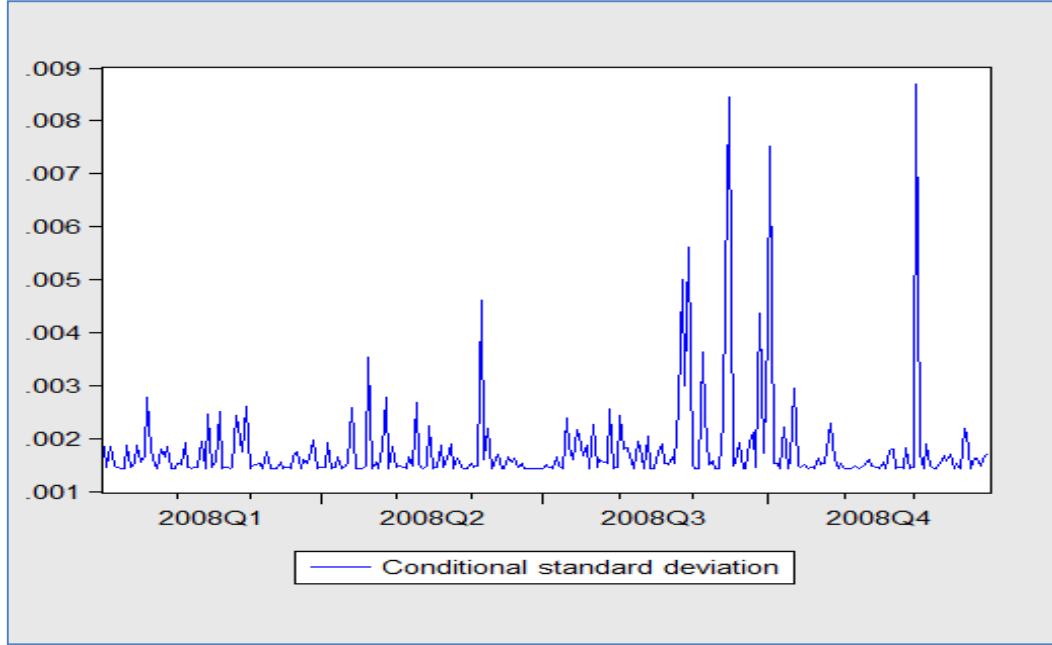
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.038	-0.038	0.3889
		2	-0.094	-0.096	2.7499
		3	0.073	0.066	4.1681
		4	-0.045	-0.049	4.7009
		5	0.090	0.102	6.8753
		6	-0.066	-0.077	8.0630
		7	-0.040	-0.018	8.4986
		8	0.023	-0.009	8.6483
		9	0.020	0.036	8.7587
		10	0.007	-0.002	8.7709
		11	-0.078	-0.065	10.435
		12	0.032	0.027	10.719
		13	0.002	-0.015	10.720
		14	0.022	0.037	10.851
		15	0.092	0.086	13.199
		16	0.050	0.082	13.890
		17	0.031	0.034	14.169
		18	-0.018	-0.015	14.263
		19	0.028	0.031	14.491
		20	0.057	0.049	15.402
		21	-0.085	-0.072	17.491
		22	0.047	0.053	18.134
		23	-0.101	-0.116	21.095
		24	0.040	0.054	21.552

Şekil 5.30. TARCH(1,0) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.31. TARCH(1,0) modelinin koşullu varyansı

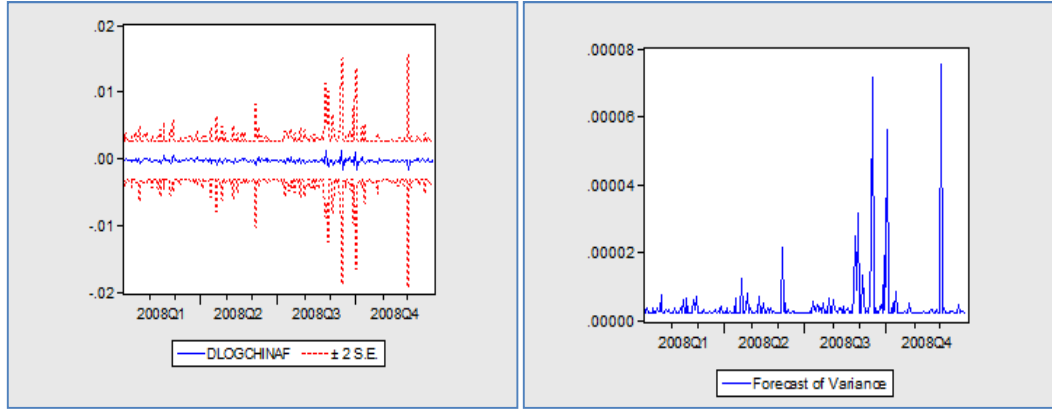
Uygun koşullu varyans modeli TARCH(1,0)'ın koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.31' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.32'deki gibidir.



Şekil 5.32. TARCH(1,0) modelinin koşullu standart sapması

Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ağustos ayının son günlerinden başlayarak Aralık ayının ilk günlerine kadar dört büyük standart sapmaya rastlanmıştır. Buradan 2008 evrensel ekonomik krizinin Çin Döviz Kuru üzerinde bu aylar arasında dört defa belirgin bir şekilde etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür.

TARCH(1,0) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.33(a,b) ve Şekil 5.34(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.

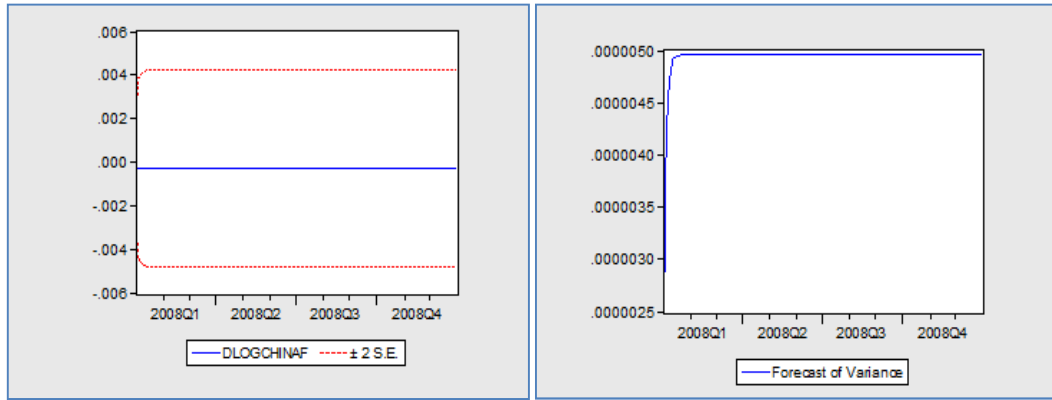


(a)

(b)

Şekil 5.33. (a) TARCH(1,0) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.33.a'daki grafik Çin Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.33.b grafiği ise varyans öngörüleridir. TARCH(1,0) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.34.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.34.b'de verilmiştir.



(a)

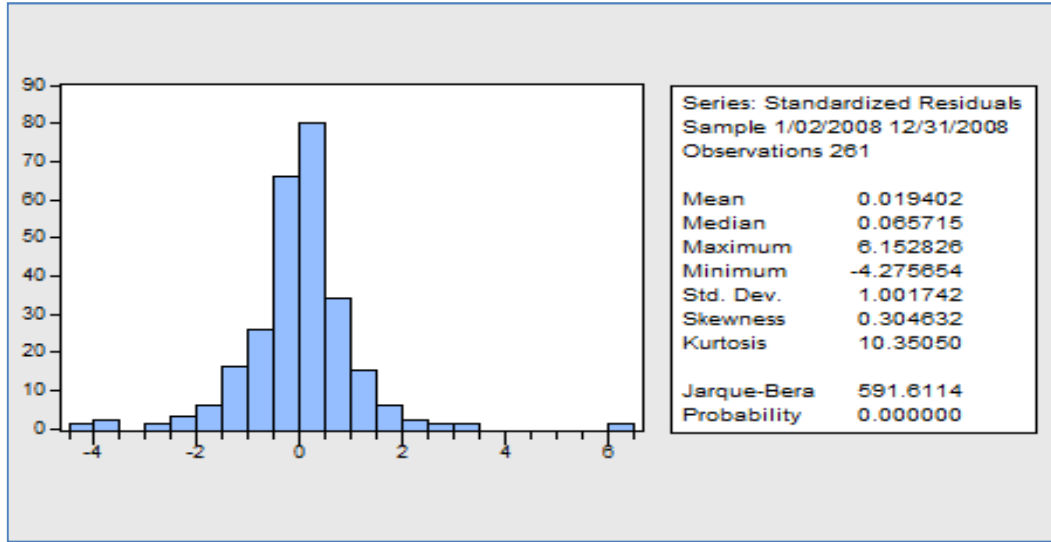
(b)

Şekil 5.34. (a) TARCH(1,0) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Çin Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.34.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.34.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde TARCH(1,0) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Çin Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli TARCH(1,0) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.35'de verilmiştir.



Şekil 5.35. TARCH(1,0) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun TARCH(1,0) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $591,6114 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 10,35050 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Çin Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,1) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} - 0,164842\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

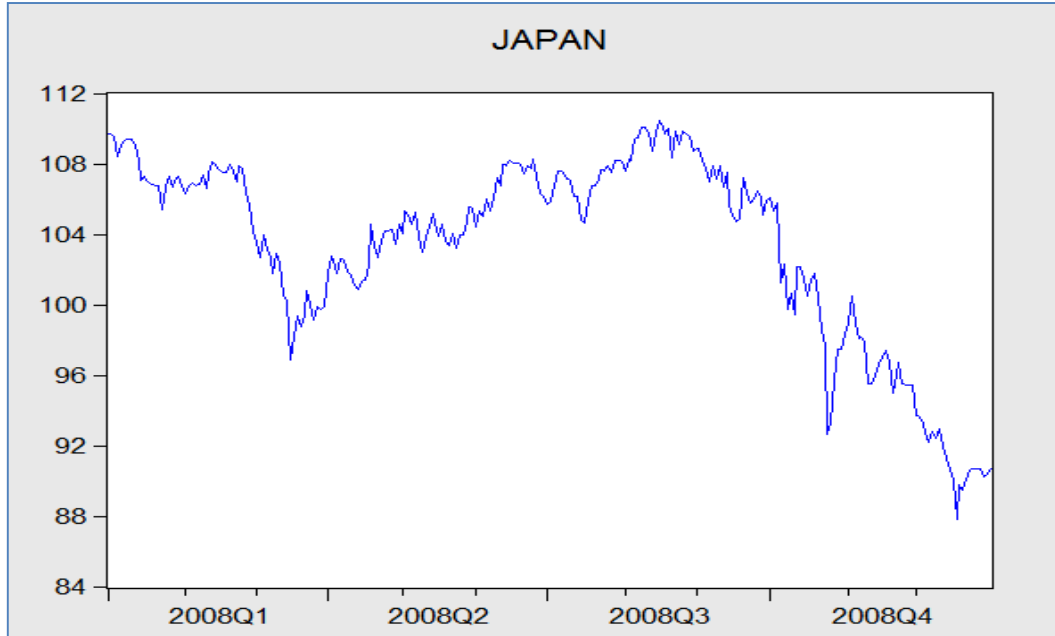
$$\sigma_t^2 = 0,000002 + 0,921732\epsilon_{t-1}^2 - 0,656694\epsilon_{t-1}^2 D_{t-1}$$

şeklindedir.

5.4.Japonya Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Japonya döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Japonya döviz kuru para birimi Yen / US\$olarak alınmıştır.

Japonya döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Japonya döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.36 ve korelogramı Şekil 5.37’de verilmiştir.



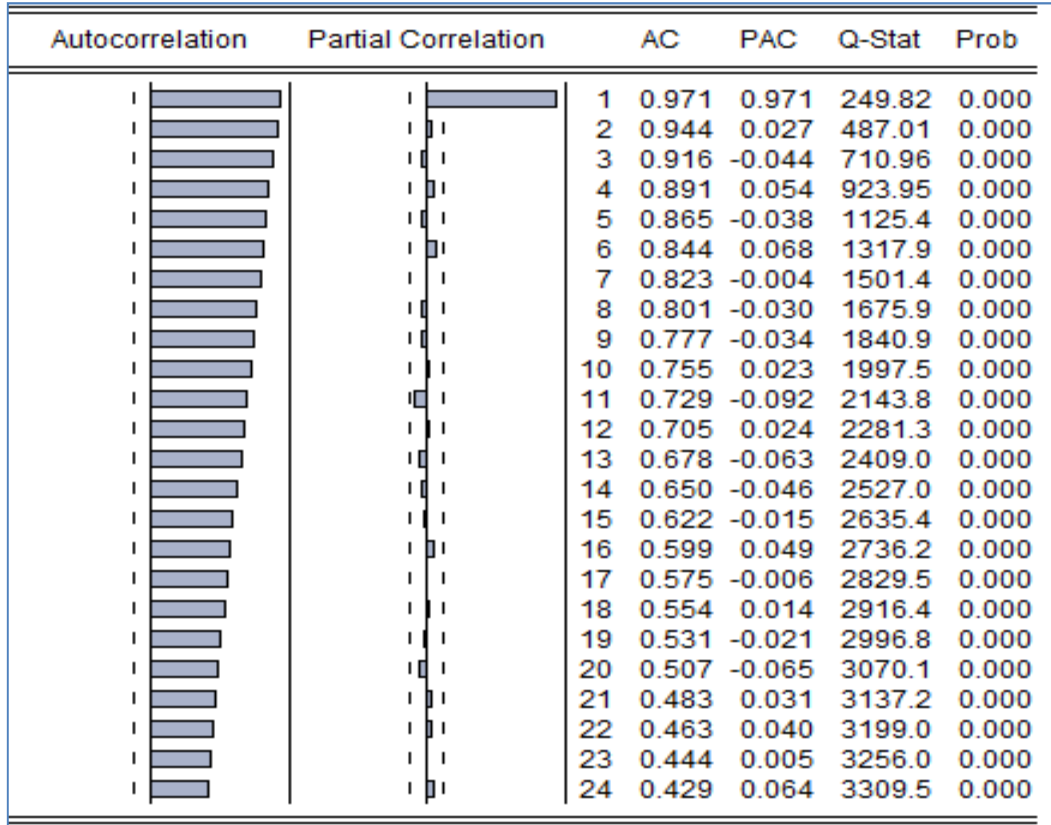
Şekil 5.36. Japonya döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Japonya döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 15/08/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda hızlı bir düşüş olduğu, Ekim ayının ortalarında

büyük bir düşüşten sonra 17/12/2008 tarihinde minimum değerini aldığı görülmektedir. Bu verilere dayanarak Japonya Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç kanıtlanmalıdır.

Japonya döviz kuru serisinin k=24 gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.37'deki gibidir.



Şekil 5.37. Japonya döviz kuru serisinin korelogramı

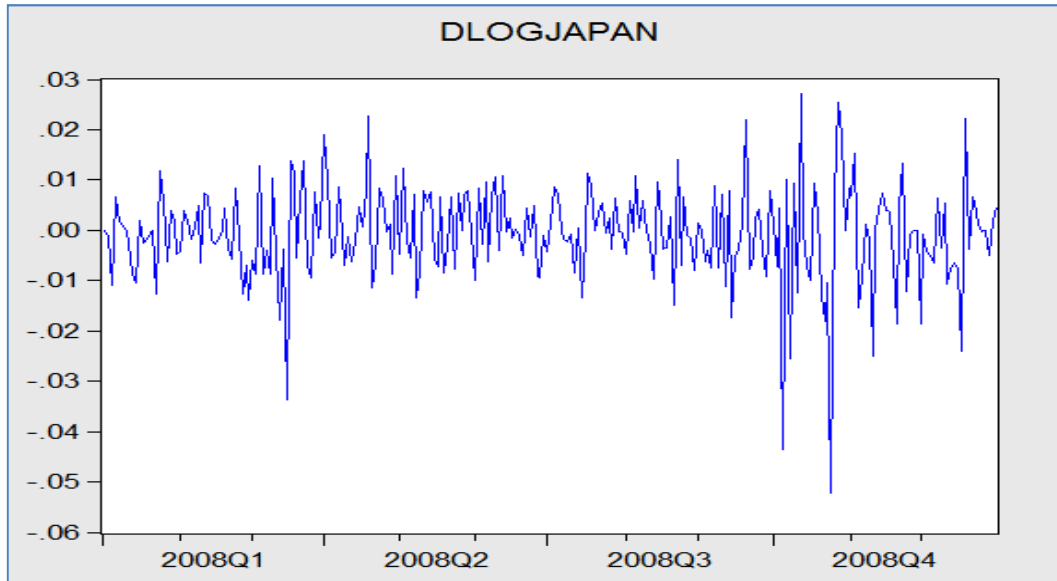
Japonya döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ taşması

nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.19'daki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.19. Japonya döviz kuru serisi için ADF testi

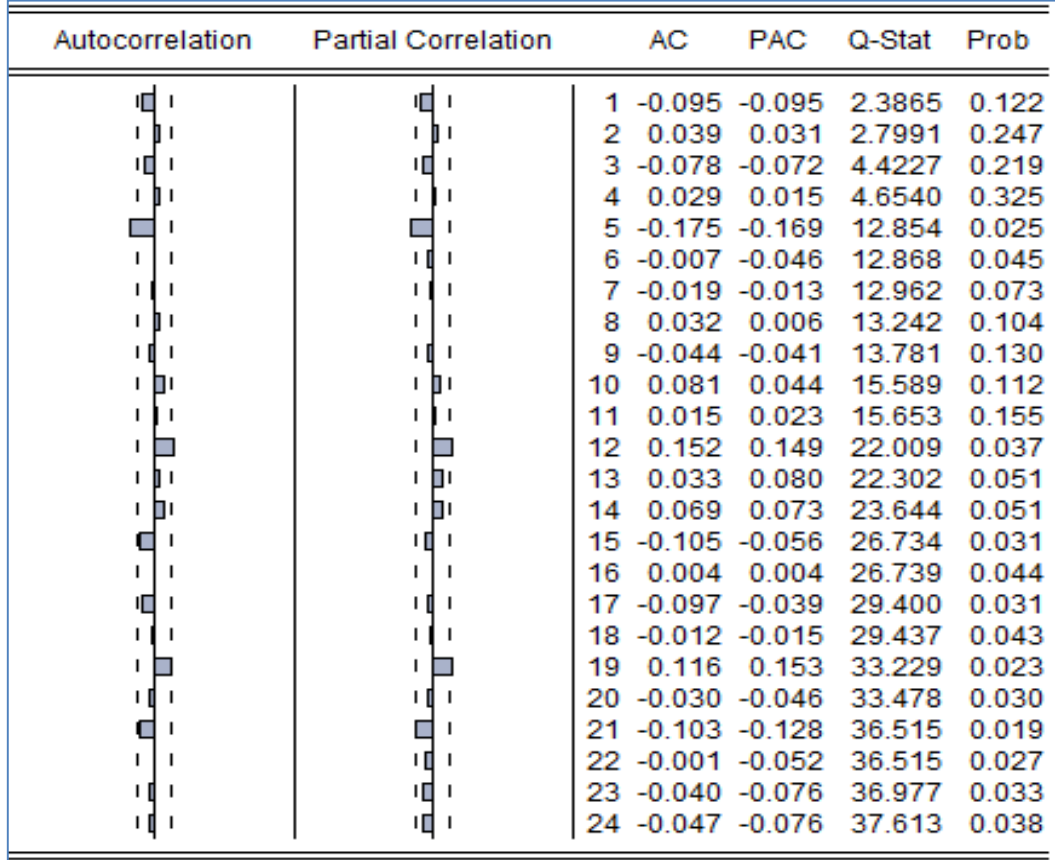
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on JAPAN		
Null Hypothesis: JAPAN has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.737678	0.8340
Test critical values: 1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $|-0,737678|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455289|$, $|-2,872413|$, $|-2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Japonya döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogJaponya serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.38'deki gibidir.



Şekil 5.38. DLogJaponya serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogJaponya serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.39. DLogJaponya serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.39'daki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.20'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-17,66099|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Japonya döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Japonya döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.20. DLogJaponya serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGJAPAN		
Null Hypothesis: DLOGJAPAN has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-17.66099	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.21’de verilmiştir.

Çizelge 5.21. DLogJaponya serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000725	0.000591	-1.225962	0.2213
R-squared	0.000000	Mean dependent var		-0.000725
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.009553
S.E. of regression	0.009553	Akaike info criterion		-6.460169
Sum squared resid	0.023726	Schwarz criterion		-6.446512
Log likelihood	844.0521	Hannan-Quinn criter.		-6.454679
Durbin-Watson stat	2.188918			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.39’daki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,136575 = 35,64608 < \chi_{0,05;24}^2 = 36,41$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,0) modelinin Japonya Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Japonya Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Japonya Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.22’de verilmiştir.

Çizelge 5.22. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi_{0,05}^2(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,308969	0,5783
ARCH(2)	5,99	12,85565	0,0016
ARCH(3)	7,81	13,89335	0,0031
ARCH(10)	18,31	20,05161	0,0288

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.22 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 2,3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi_{0,05}^2$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Japonya Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır. Japonya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.23’de verilmiştir.

Çizelge 5.23. Japonya Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

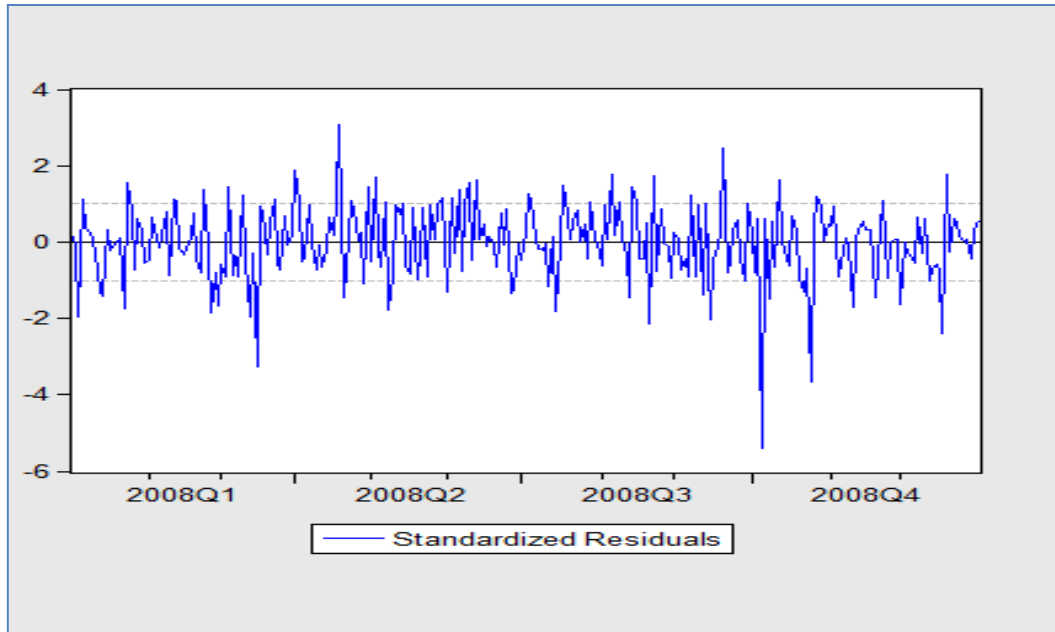
		ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TARCH(0,1)
Ortalama Modeli	Katsayı			1,004368	33,359060					
	λ p değeri			0,003700	0,024200					
Varyans Modeli	Katsayı	0,000080	0,000003	0,000063	0,000065	0,000077	-9,434938	0,000005	-0,503420	0,000004
	α_0 p değeri	0,000000	0,076200	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,017100	0,002200	0,037900
	Katsayı	0,135202	0,073435	0,403474	0,370289	0,055314		-0,041384		
	α_1 p değeri	0,127600	0,005100	0,000000	0,000100	0,572100		0,287400		
	Katsayı		0,903060					0,897800	0,947330	0,887430
	β_1 p değeri		0,000000					0,000000	0,000000	0,000000
	Katsayı					0,354495		0,171789		0,136983
	γ p değeri					0,008800		0,000900		0,002200
	Katsayı						0,155415		0,012205	
	δ_1 p değeri						0,271500		0,787100	
Kriterler	Katsayı						-0,115718		-0,201133	
	δ_2 p değeri						0,096200		0,000000	
	AIC Kriteri	-6,453772	-6,565052	-6,467862	-6,472624	-6,455796	-6,454377	-6,597061	-6,656823	-6,599165
	SIC Kriteri	-6,412801	-6,510423	-6,413234	-6,417995	-6,401167	-6,399749	-6,528775	-6,588537	-6,544536
	Log Olabilirlik	845,217300	860,739300	848,056000	848,677400	846,481300	846,296200	865,916500	873,715400	865,191000

*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.23’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip bütün parametreleri anlamlı bulunan TARCH(0,1) modeli en uygun modeldir.

TARCH(0,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,0379 ve $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca asimetrik etki parametresi γ ’nın olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve $\gamma = 0,136983$ olduğu için varyans üzerinde negatif şokların etkisinin pozitif şokların etkisinden daha fazla olduğu söylenebilir.

Uygun bulunan TARCH(0,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t/\sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.40’da verilmiştir.



Şekil 5.40. TARCH(0,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.24’de verilmiştir.

Çizelge 5.24. ARCH-LM test sonuçları

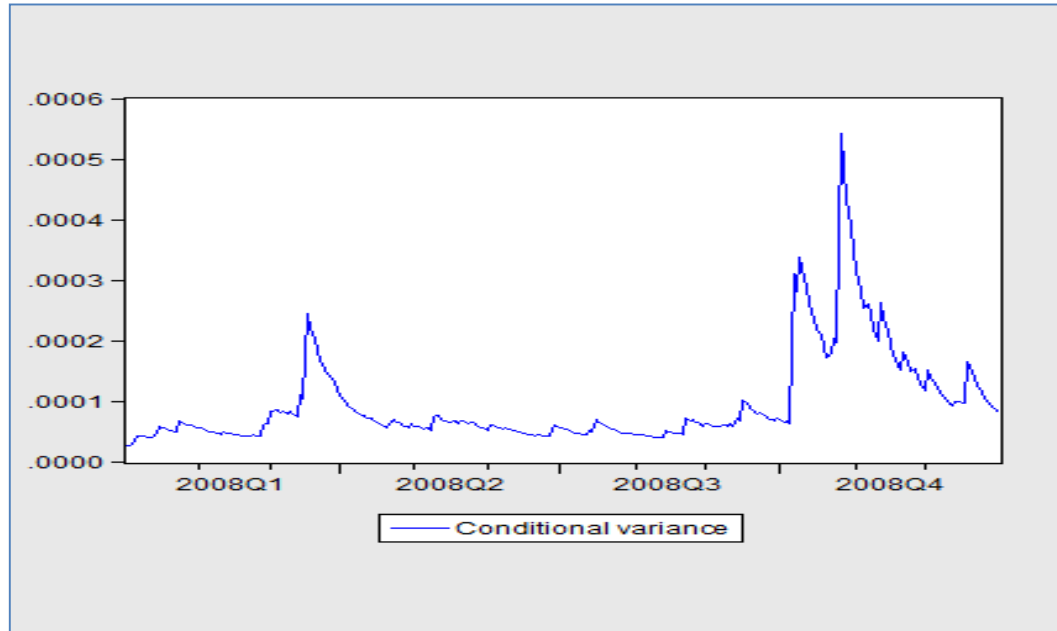
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,155512	0,6933

$T.R^2 = 0,155512$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin TAR(0,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Japonya Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin TAR(0,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.41’deki gibidir.

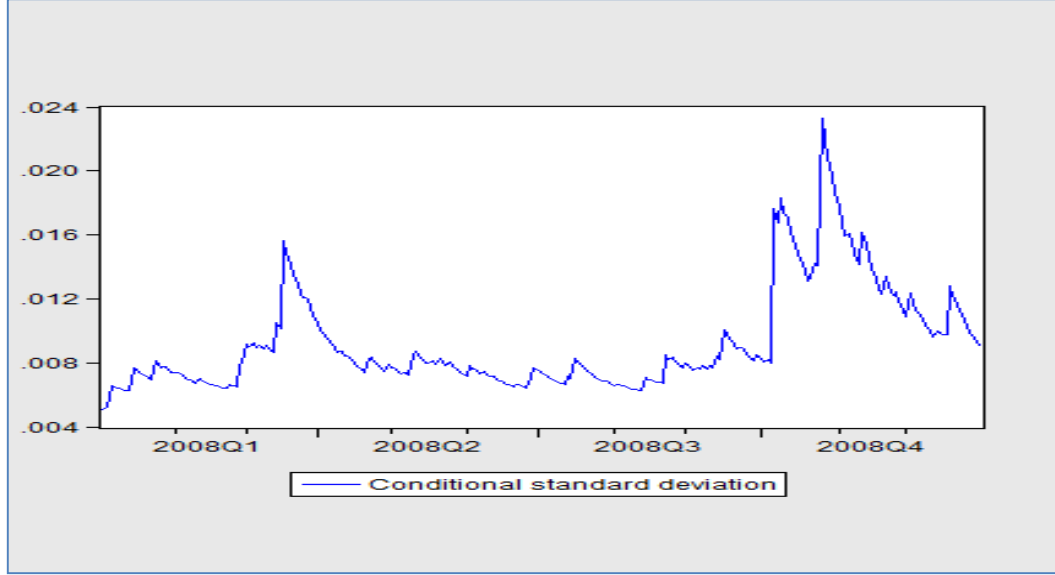
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.122	-0.122	3.9008	0.048
		2	0.062	0.048	4.9093	0.086
		3	-0.031	-0.018	5.1574	0.161
		4	-0.002	-0.010	5.1580	0.271
		5	-0.103	-0.104	8.0142	0.155
		6	0.027	0.003	8.2054	0.223
		7	0.014	0.029	8.2585	0.310
		8	0.044	0.044	8.7753	0.362
		9	0.005	0.012	8.7834	0.458
		10	0.056	0.045	9.6342	0.473
		11	0.009	0.026	9.6553	0.562
		12	0.077	0.084	11.274	0.506
		13	0.107	0.140	14.447	0.343
		14	0.010	0.038	14.476	0.415
		15	-0.095	-0.094	16.994	0.319
		16	0.010	-0.010	17.023	0.384
		17	-0.036	-0.010	17.389	0.428
		18	-0.035	-0.028	17.727	0.474
		19	0.115	0.105	21.461	0.312
		20	-0.032	-0.043	21.753	0.354
		21	-0.073	-0.121	23.279	0.329
		22	-0.023	-0.059	23.432	0.378
		23	-0.052	-0.068	24.213	0.392
		24	-0.060	-0.069	25.243	0.393

Şekil 5.41. TARCH(0,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.42. TARCH(0,1) modelinin koşullu varyansı

Uygun koşullu varyans modeli TARCH(0,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.42' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.43'deki gibidir.

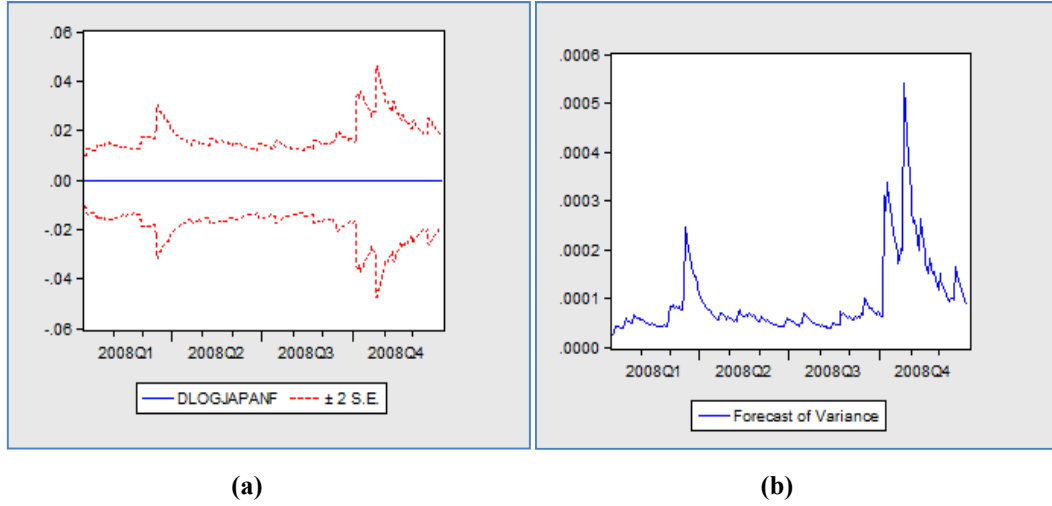


Şekil 5.43. TARCH(0,1) modelinin koşullu standart sapması

Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ekim ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir.

Buradan anlaşılabacağı gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Japonya Döviz Kuru üzerinde en çok Ekim ile Aralık aylarında etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür. Bu aylarda döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

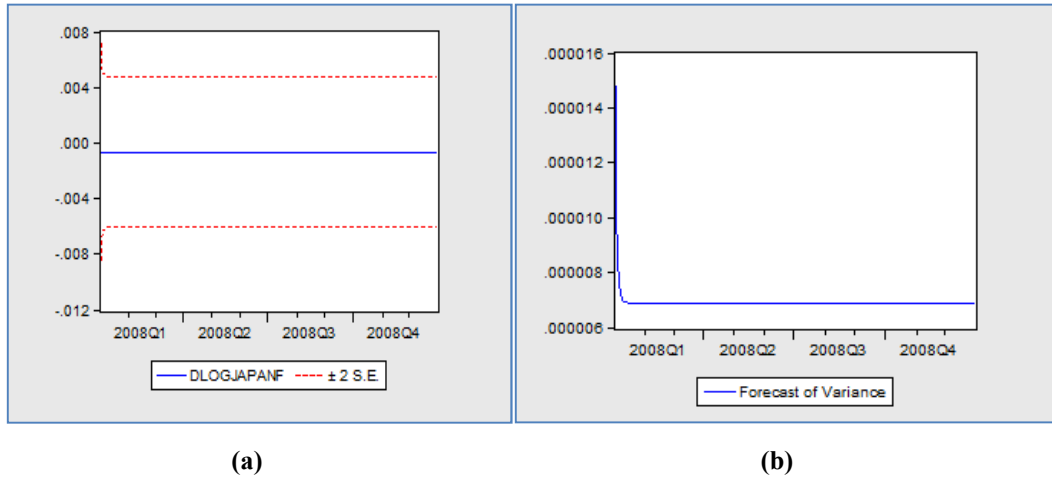
TARCH(0,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları EvIEWS programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.44(a,b) ve Şekil 5.45(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.44. (a) TARCH(0,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.44.a'daki grafik Japonya Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.44.b grafiği ise varyans öngörüleridir.

TARCH(0,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.45.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.45.b'de verilmiştir.

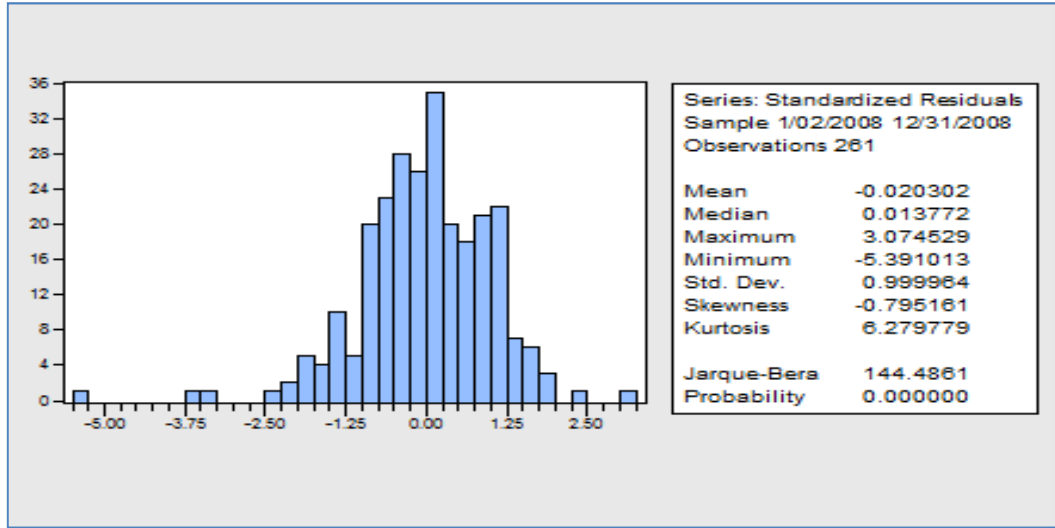


Şekil 5.45. (a) TARCH(0,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Japonya Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.45.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.45.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde TARCH(0,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Japonya Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli TARCH(0,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.46'da verilmiştir.



Şekil 5.46. TARCH(0,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun TARCH(0,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $144,4861 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 6,279779 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Japonya Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

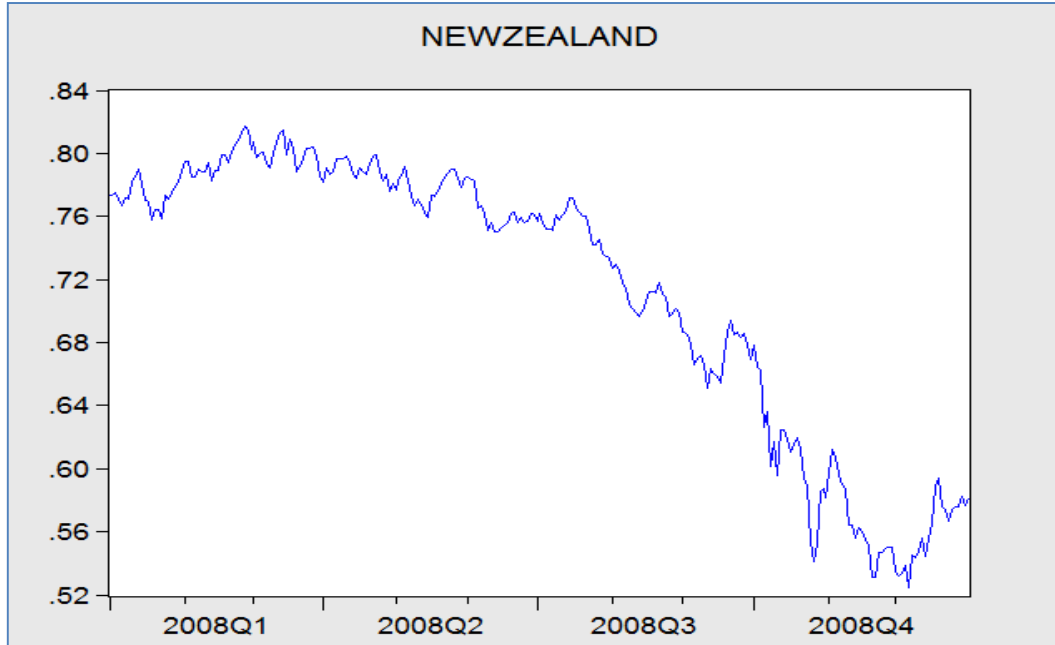
$$\sigma_t^2 = 0,000004 + 0,136983\epsilon_{t-1}^2 D_{t-1} + 0,887430\sigma_{t-1}^2$$

şeklindedir.

5.5.Yeni Zellanda Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Yeni Zellanda döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Yeni Zellanda döviz kuru para birimi US\$/New Zealand \$ olarak alınmıştır.

Yeni Zellanda döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Yeni Zellanda döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.47 ve korelogramı Şekil 5.48’de verilmiştir.



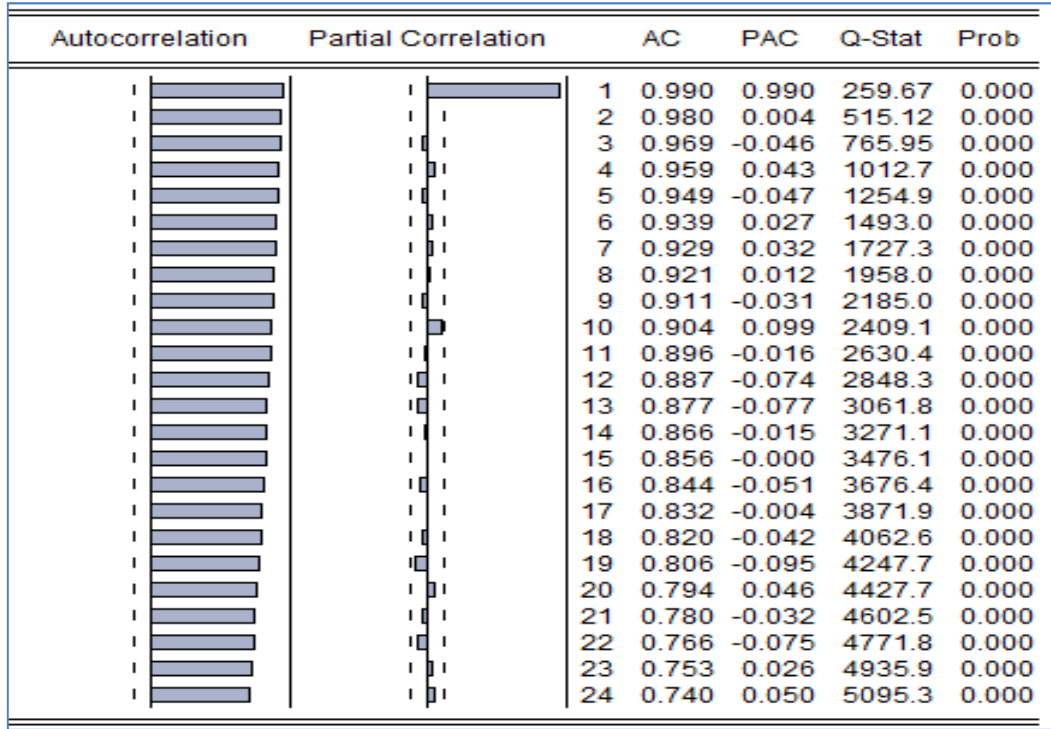
Şekil 5.47. Yeni Zellanda döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Yeni Zellanda döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 27/02/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı görülmektedir. Bu tarihten sonra ise sene sonuna doğru azalmaya başladığı ve 27/10/2008 tarihinde negatif

bir şoktan sonra 05/12/2008 tarihinde minimum değerini aldığı görülmüştür. Bu verilere dayanarak Yeni Zellanda Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların seride değişen varyans problemi olduğu düşüncesini uyandırmaktadır.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç doğrulanabilir.

Yeni Zellanda döviz kuru serisinin k=24 gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.48'deki gibidir.



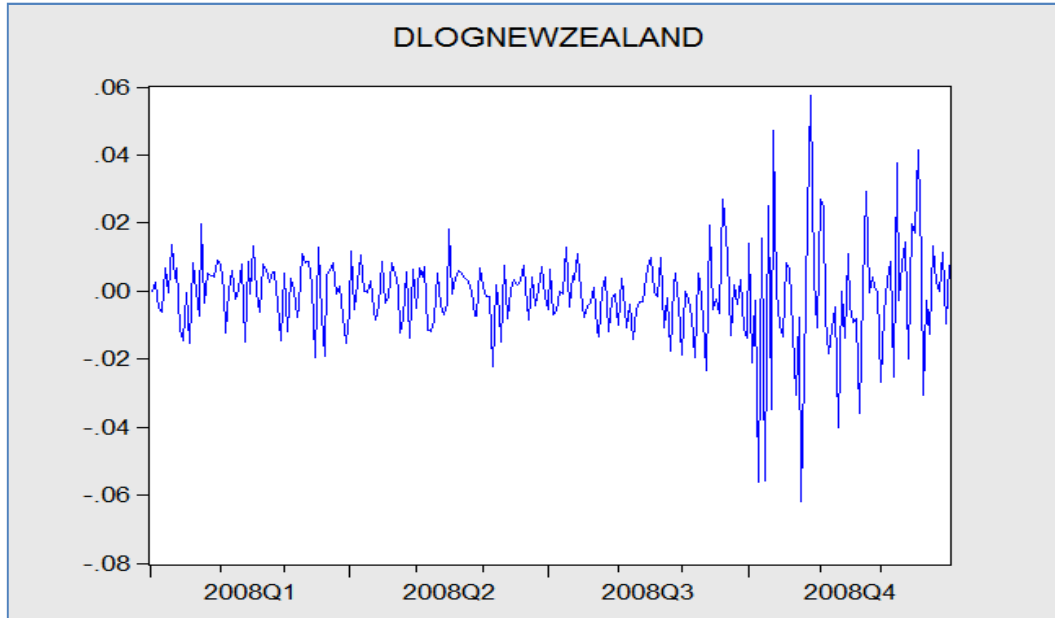
Şekil 5.48. Yeni Zellanda döviz kuru serisinin korelogramı

Yeni Zellanda döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından ($\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124$) taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu Çizelge 5.25'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak kanıtlanabilir.

Çizelge 5.25. Yeni Zellanda döviz kuru serisi için ADF testi

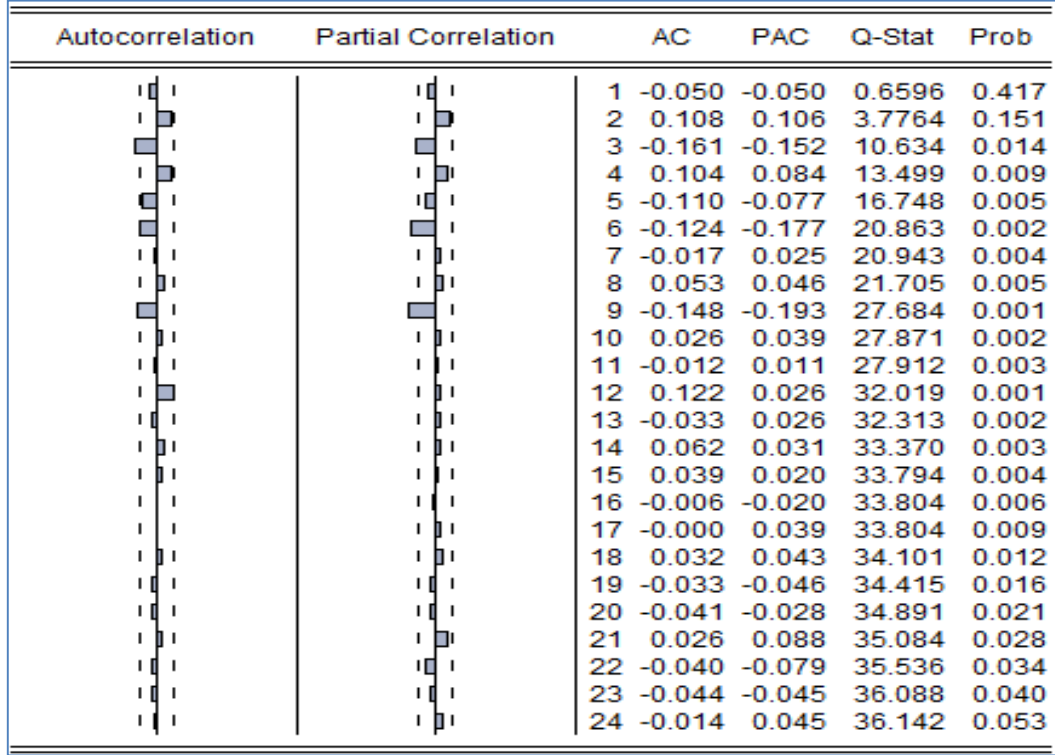
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on NEWZEALAND		
Null Hypothesis: NEWZEALAND has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.229165	0.9315
Test critical values: 1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği -0.229165 | %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki -3.455289 , -2.872413 , -2.572638 MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Yeni Zellanda döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogYeniZellanda serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.49'daki gibidir.



Şekil 5.49. DLogYeni Zellanda serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogYeniZellanda serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.50. DLogYeni Zellanda serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.50'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.26'daki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-16,87421|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|$, $|-2,872455|$, $|-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Yeni Zellanda döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Yeni Zellanda döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.26. DLogYeni Zellanda serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGNEWZEALAND		
Null Hypothesis: DLOGNEWZEALAND has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-16.87421	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir.

Bu seriye ARIMA(1,1,1) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.27’de verilmiştir.

Çizelge 5.27. DLogYeni Zellanda serisi için ARIMA(1,1,1) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001096	0.000808	-1.356671	0.1761
AR(1)	-0.901461	0.091102	-9.895065	0.0000
MA(1)	0.826011	0.118806	6.952634	0.0000
R-squared	0.029576	Mean dependent var		-0.001096
Adjusted R-squared	0.022024	S.D. dependent var		0.013718
S.E. of regression	0.013566	Akaike info criterion		-5.751047
Sum squared resid	0.047296	Schwarz criterion		-5.709962
Log likelihood	750.6361	Hannan-Quinn criter.		-5.734531
F-statistic	3.916386	Durbin-Watson stat		1.886046
Prob(F-statistic)	0.021112			

Çizelge 5.27’de görüldüğü gibi ARIMA(1,1,1) modelinin parametreleri için bulunan t değerleri $|-9,895065|, |6,952634| > t_{0,05;262} = 1,96$ değerinden büyük olduğu parametrelerin sıfıra eşit olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir ve parametreler %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

ARIMA(1,1,1) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.51’deki gibidir.

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.056	0.056	0.8240	
		2	0.019	0.016	0.9233	
		3	-0.087	-0.089	2.9352	0.087
		4	0.033	0.043	3.2310	0.199
		5	-0.051	-0.053	3.9278	0.269
		6	-0.201	-0.208	14.804	0.005
		7	0.038	0.075	15.196	0.010
		8	0.005	-0.003	15.204	0.019
		9	-0.115	-0.165	18.785	0.009
		10	-0.017	0.031	18.864	0.016
		11	0.027	0.014	19.071	0.025
		12	0.099	0.024	21.739	0.016
		13	-0.003	0.028	21.742	0.026
		14	0.041	0.031	22.210	0.035
		15	0.066	0.018	23.420	0.037
		16	-0.025	-0.020	23.596	0.051
		17	0.015	0.042	23.655	0.071
		18	0.023	0.040	23.805	0.094
		19	-0.027	-0.051	24.005	0.119
		20	-0.054	-0.021	24.820	0.130
		21	0.035	0.088	25.161	0.155
		22	-0.049	-0.093	25.842	0.171
		23	-0.044	-0.028	26.412	0.191
		24	-0.019	0.035	26.517	0.230

Şekil 5.51. ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarının korelogramı

ARIMA(1,1,1) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 260 * 0,097663 = 25,39238 < \chi_{0,05;22}^2 = 33,92 \text{ olduğundan}$$

$H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(1,1,1) modelinin Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Yeni Zellanda Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(1,1,1) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.28’de verilmiştir.

Çizelge 5.28. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	4,146252	0,0417
ARCH(2)	5,99	34,1104	0,0000
ARCH(3)	7,81	56,83910	0,0000
ARCH(10)	18,31	69,19858	0,0000

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(1,1,1) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.28 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 1,2,3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir.

Bu sonuç Yeni Zellanda Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.29'da verilmiştir.

Çizelge 5.29. Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

Ortalama Modeli			ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TGARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
	AR(1)	Katsayı	-0,967047	-0,947257	-0,982413	-0,982841	-0,974090	-0,943006	0,958277	0,997212
		p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
		Katsayı	0,912790	0,919129	0,922144	0,921206	0,919859	0,875497	-0,988685	-1,020891
	MA(1)	p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
		Katsayı		-0,244871		-7,445752				
	λ	p değeri		0,139400		0,099000				
		Katsayı	0,000130	0,000002	0,000119	0,000117	0,000124	-8,862806	0,000003	-0,353065
	α_0	p değeri	0,000000	0,295400	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,100300	0,022300
		Katsayı	0,343510	0,096383	0,412713	0,422471	0,384663		-0,002561	
	α_1	p değeri	0,000000	0,002700	0,000100	0,000100	0,000500		0,959400	
		Katsayı		0,902272					0,906145	0,974392
	β_1	p değeri		0,000000					0,000000	0,000000
		Katsayı					0,002247		0,141145	
	γ	p değeri					0,990700		0,033100	
		Katsayı						0,299133		0,169070
	δ_1	p değeri						0,004500		0,007000
		Katsayı						0,011748		-0,123201
	δ_2	p değeri						0,840200		0,018600
Kriterler	AIC Kriteri		-5,815934	-6,105302	-5,814323	-5,819843	-5,809286	-5,766742	-6,125120	-6,127545
	SIC Kriteri		-5,747459	-6,023133	-5,732154	-5,737674	-5,727117	-5,684572	-6,029256	-6,031680
	Log Olabilirlik		761,071400	799,689300	761,862000	762,579600	761,207200	755,676400	803,265600	803,580800

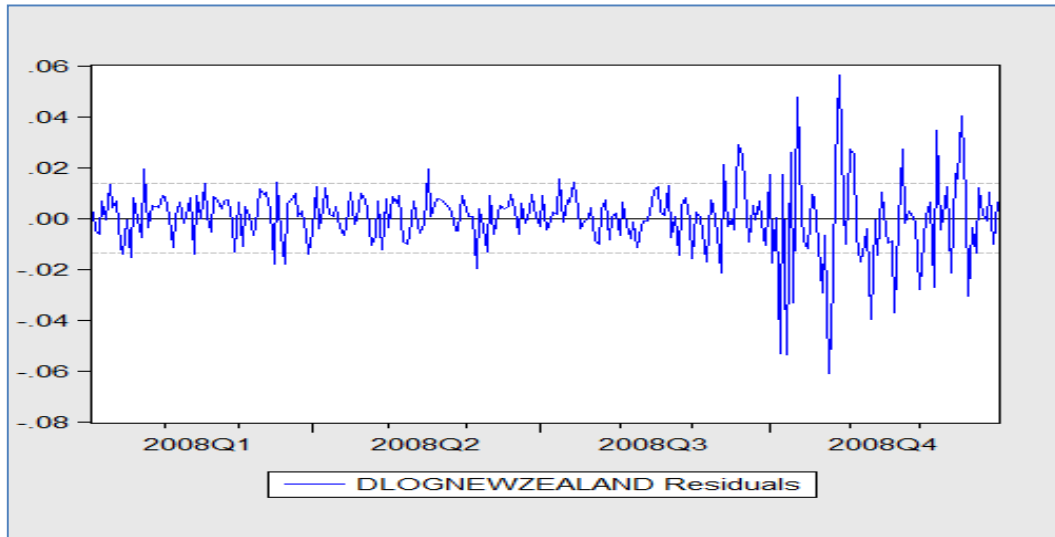
*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.29’da incelenen modellerden asimetrisi içeren, en küçük AIC ve SIC değerlerine sahip, Log Olabilirlik değeri en yüksek olan ve parametrelerinin hepsi anlamlı bulunan EGARCH(1,1) modeli en uygun modeldir.

EGARCH(1,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, ortalama modelinde AR ve MA parametreleri olasılık değerleri $0 < 0,05$ olduğundan dolayı H_0 hipotezi reddedilerek %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuşlardır.

Aynı şekilde varyans modeli de incelendiğinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,0223 ve $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotezi kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve buna göre ARCH-GARCH etkisi belirgindir. Asimetri terimi olan δ_2 ’nin olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır, serinin volatilitésinin asimetrik olduğu ve varyansa negatif şokların etkisinin fazla olduğu söylenebilir.

Uygun bulunan EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.52’de verilmiştir.



Şekil 5.52. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

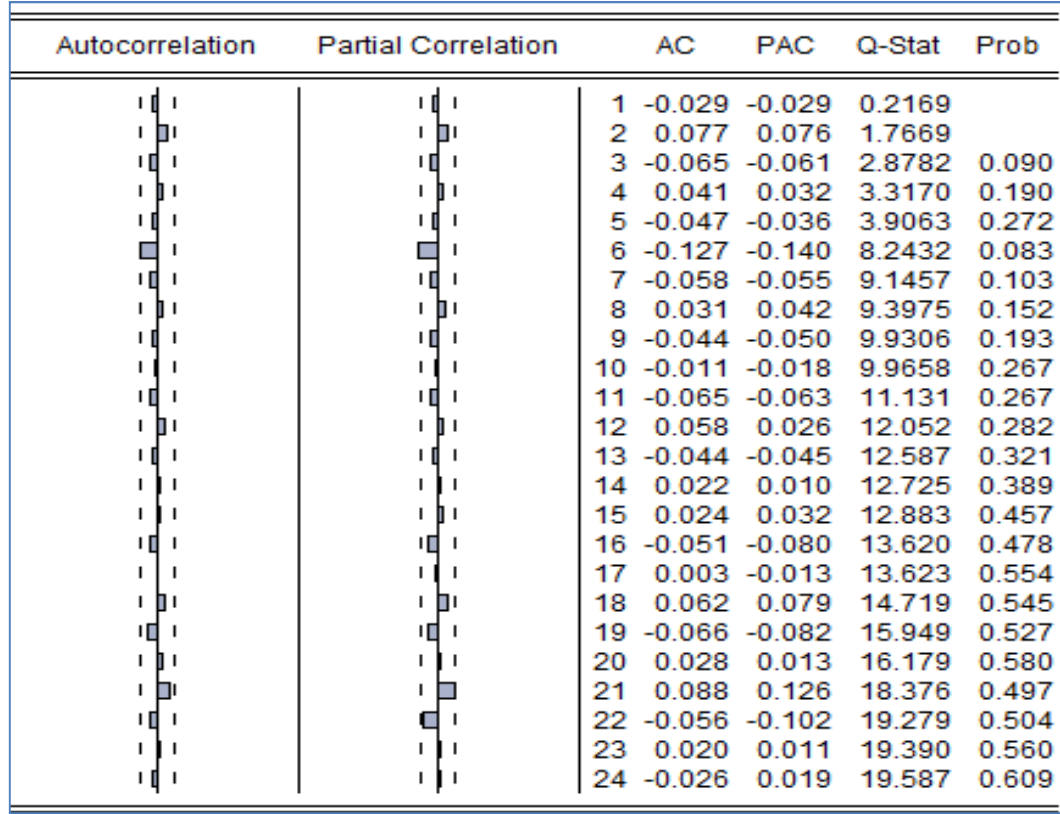
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.30’da verilmiştir.

Çizelge 5.30. ARCH-LM test sonuçları

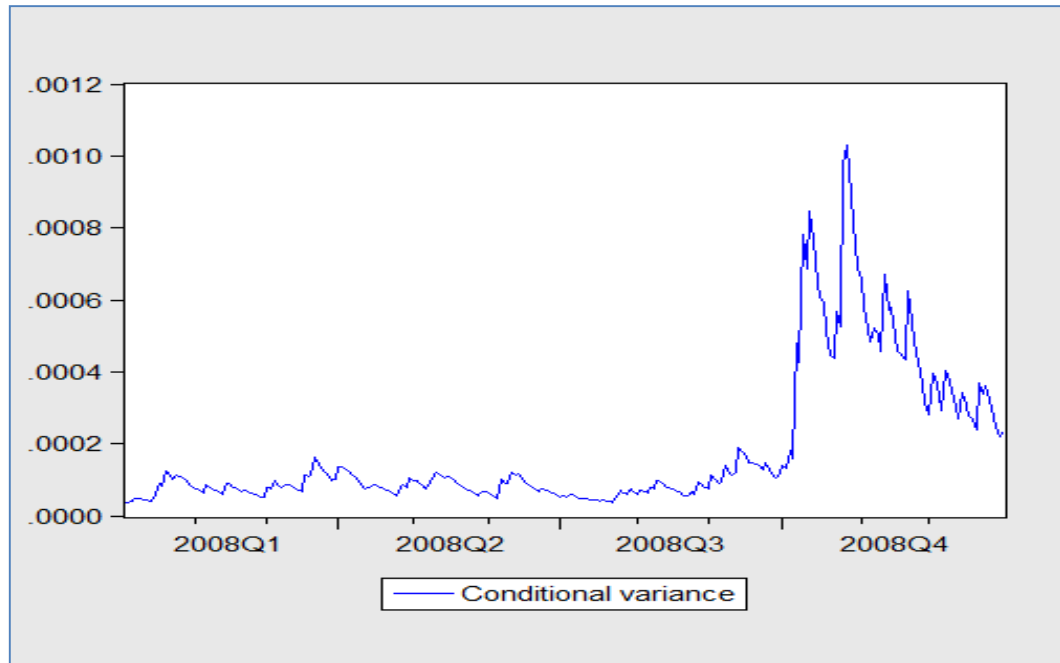
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	1,782551	0,1818

$T.R^2 = 1,782551$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.53’deki gibidir.

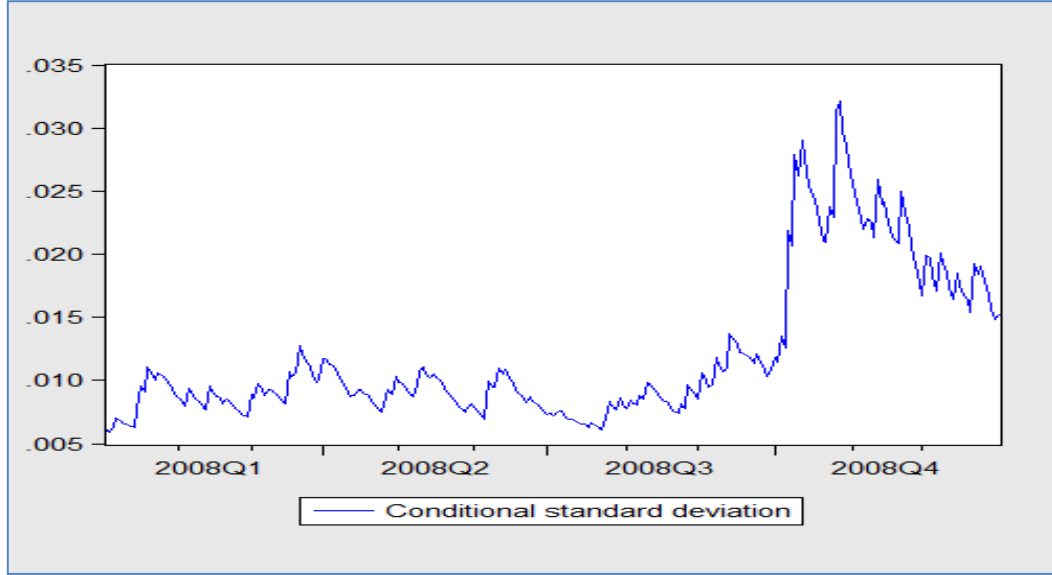


Şekil 5.53. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.54. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı

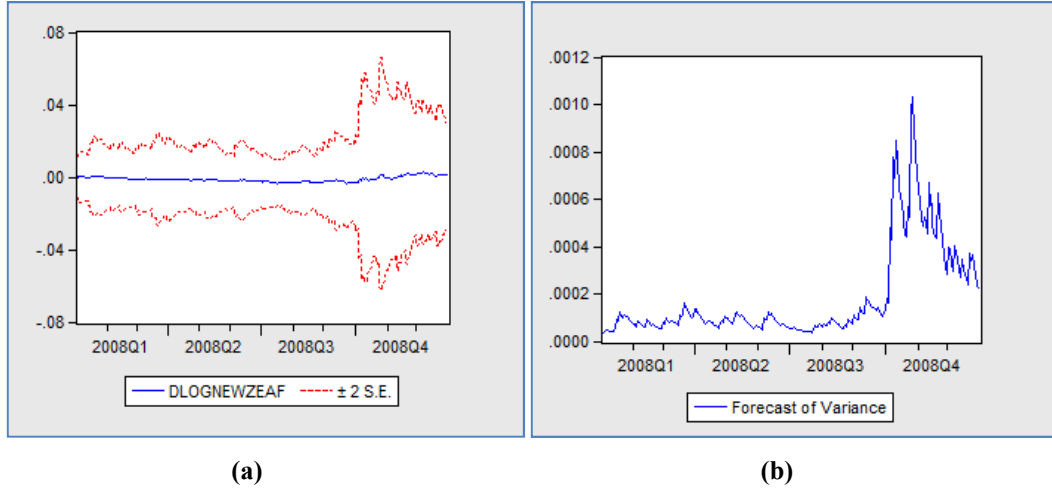
Uygun koşullu varyans modeli EGARCH(1,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.54' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.55'deki gibidir.



Şekil 5.55. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması

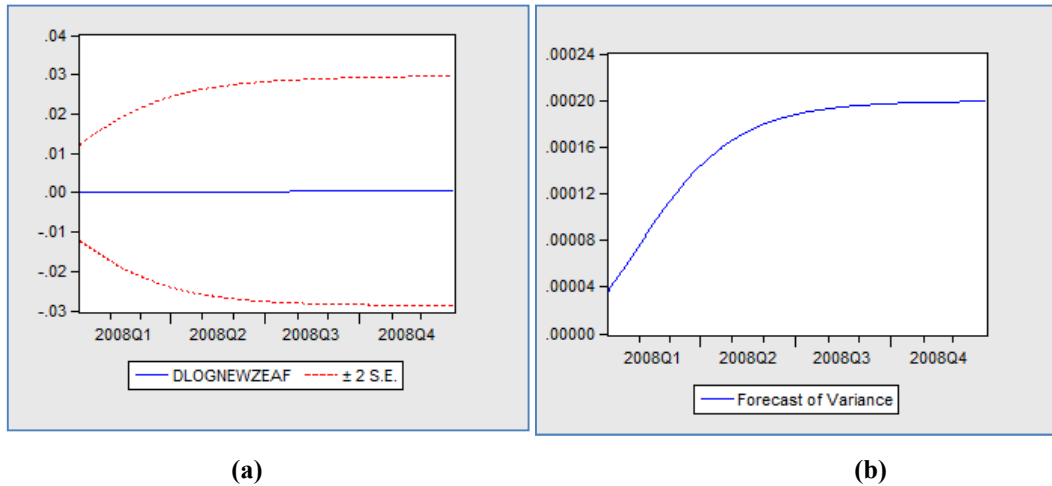
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ekim ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı üzere Yeni Zellanda Döviz Kuru serisinde negatif bir şok Ekim ayında görülmüştü. Buradan anlaşılabileceği gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Yeni Zellanda Döviz Kuru üzerinde en çok Ekim ve Aralık aylarında etkisini gösterdiğini ve daha sonrasında azaldığını söylemek mümkündür. Ekim ayından sonrada döviz kuru serisinde oldukça değişken iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

EGARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları EvIEWS programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.56(a,b) ve Şekil 5.57(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.56. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

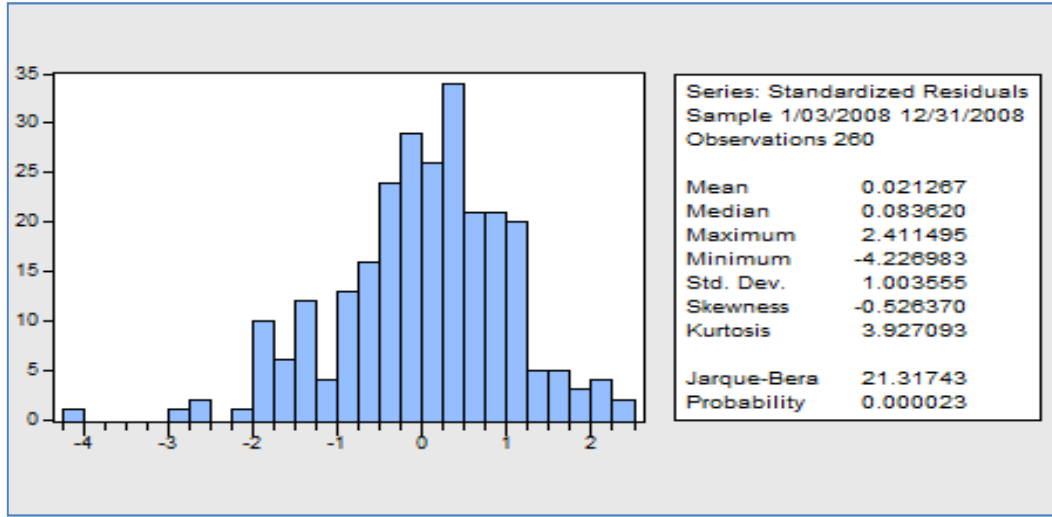
Şekil 5.56.a'daki grafik Yeni Zellanda Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.56.b grafiği ise varyans öngörüleridir. EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.57.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.57.b'de verilmiştir.



Şekil 5.57. (a) EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Yeni Zellanda Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.57.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir. Şekil 5.57.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde EGARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.58'de verilmiştir.



Şekil 5.58. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun EGARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $21,31743 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 3,927093 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Yeni Zellanda Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(1,1,1) modeli;

$$Y_t = 0,997212Y_{t-1} - 1,020891\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

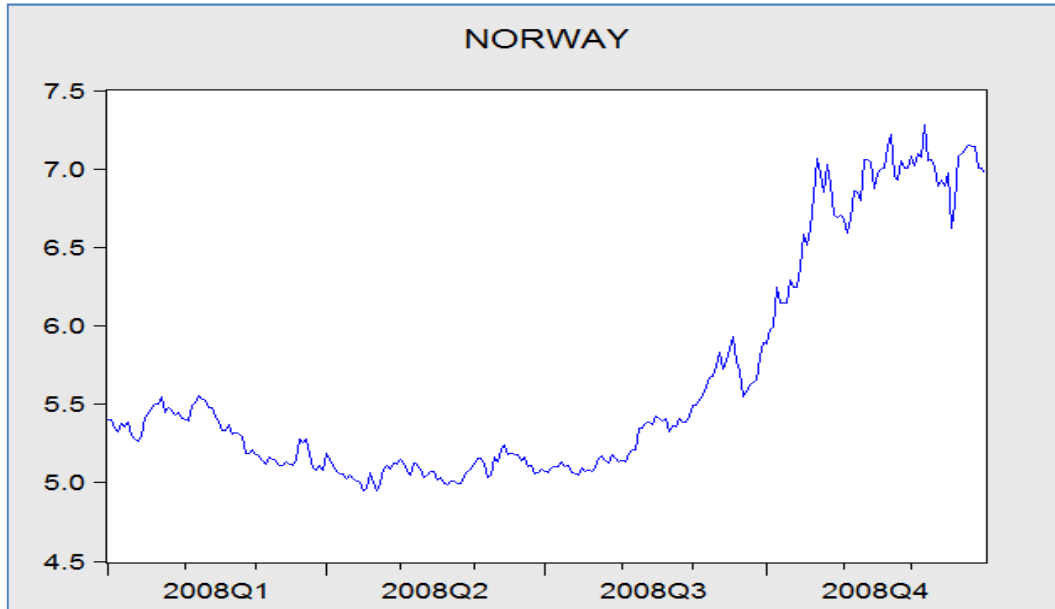
$$\log(\sigma_t^2) = -0,353065 + 0,169070 \left| \frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| - 0,123201 \left(\frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right) + 0,974392 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

şeklindedir.

5.6. Norveç Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Norveç döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Norveç döviz kuru para birimi Kroner / US\$ olarak alınmıştır.

Norveç döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Norveç döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.59 ve korelogramı Şekil 5.60'da verilmiştir.



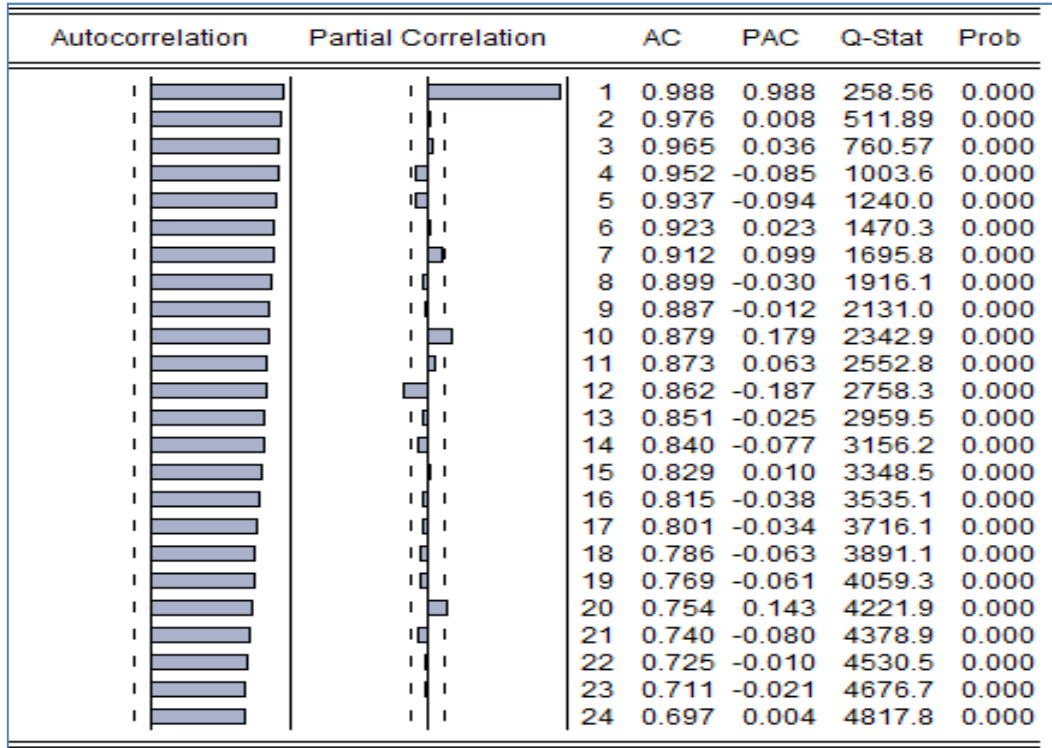
Şekil 5.59. Norveç döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Norveç döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 16/04/2008 tarihinde minimum değerini aldığı görülmektedir. Bu tarihten sonra hızlı bir artış olduğu ve 05/12/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı görülmüştür.

Bu verilere dayanarak Norveç Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların seride değişen varyans problemi olduğu düşüncesini uyandırmaktadır.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç doğrulanabilir.

Norveç döviz kuru serisinin k=24 gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.60'daki gibidir.



Şekil 5.60. Norveç döviz kuru serisinin korelogramı

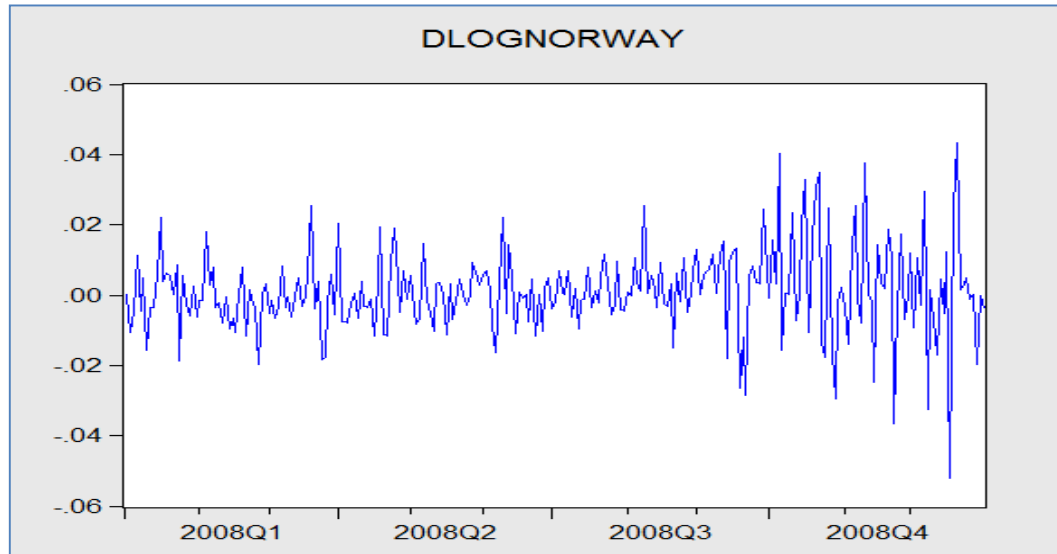
Norveç döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ taşması

nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılr. Bu Çizelge 5.31'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak kanıtlanabilir.

Çizelge 5.31. Norveç döviz kuru serisi için ADF testi

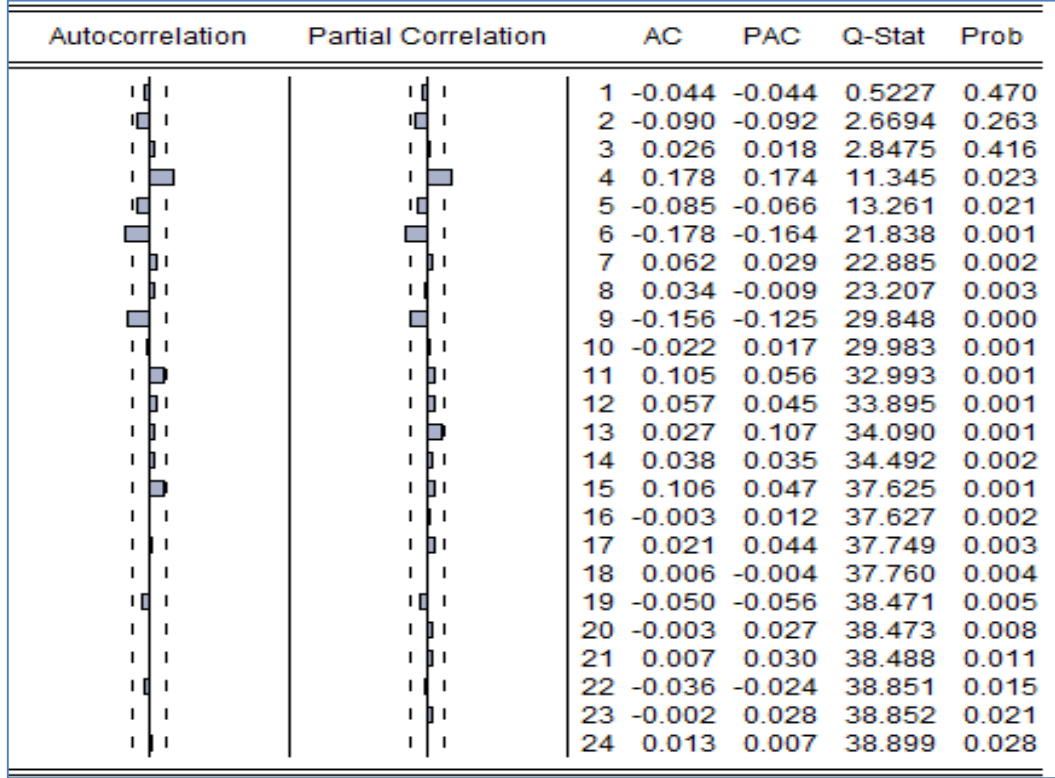
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on NORWAY		
Null Hypothesis: NORWAY has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.121610	0.9668
Test critical values: 1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $|0,121610|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $| -3,455289|$, $| -2,872413|$, $| -2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Norveç döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogNorveç serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.61'deki gibidir.



Şekil 5.61. DLogNorveç serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogNorveç serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.62. DLogNorveç serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.62'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.32'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-16,78908|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|$, $|-2,872455|$, $|-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Norveç döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Norveç döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.32. DLogNorveç serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGNORWAY		
Null Hypothesis: DLOGNORWAY has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-16.78908	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir.

DLogNorveç serisine ARIMA(2,1,2) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.33’de verilmiştir.

Çizelge 5.33. DLogNorveç serisi için ARIMA(2,1,2) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001000	0.000693	1.443986	0.1500
AR(2)	-0.795222	0.148981	-5.337723	0.0000
MA(2)	0.675231	0.179818	3.755078	0.0002

Çizelge 5.33’de görüldüğü gibi ARIMA(2,1,2) modelinin parametreleri için bulunan t değerleri $|-5,337723|, |3,755078| > t_{0,05;262} = 1,96$ değerinden büyük olduğu parametrelerin sıfıra eşit olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir ve parametreler %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

ARIMA(2,1,2) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.63’deki gibidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.047	-0.047	0.5830	
		2 0.069	0.067	1.8454	
		3 0.009	0.015	1.8671	0.172
		4 0.074	0.071	3.3232	0.190
		5 -0.072	-0.068	4.7038	0.195
		6 -0.103	-0.121	7.5214	0.111
		7 0.029	0.027	7.7491	0.171
		8 -0.043	-0.029	8.2567	0.220
		9 -0.137	-0.134	13.302	0.065
		10 0.034	0.039	13.616	0.092
		11 0.086	0.095	15.647	0.075
		12 0.032	0.037	15.925	0.102
		13 0.064	0.078	17.051	0.106
		14 0.073	0.044	18.516	0.101
		15 0.099	0.063	21.257	0.068
		16 -0.018	0.002	21.345	0.093
		17 0.036	0.022	21.708	0.116
		18 0.019	0.008	21.810	0.149
		19 -0.062	-0.044	22.878	0.153
		20 -0.020	0.015	22.991	0.191
		21 0.007	0.032	23.005	0.237
		22 -0.030	-0.022	23.263	0.276
		23 0.002	0.025	23.264	0.330
		24 0.002	0.008	23.265	0.387

Şekil 5.63. ARIMA(2,1,2) modelinin hatalarının korelogramı

ARIMA(2,1,2) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 259 * 0,085763 = 22,21262 < \chi_{0,05;20}^2 = 31,41$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(2,1,2) modelinin Norveç Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Norveç Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitesinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Norveç Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(2,1,2) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.34’de verilmiştir.

Çizelge 5.34. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	3,364751	0,0666
ARCH(2)	5,99	10,11373	0,0064
ARCH(3)	7,81	10,05835	0,0181
ARCH(10)	18,31	28,42810	0,0015

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(2,1,2) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.34 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 2,3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Norveç Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlenmesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Norveç Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.35’de verilmiştir.

Çizelge 5.35. Norveç Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

Ortalama Modeli		ARCH(1)	ARCH(2)	ARCH(3)	GARCH(1,1)	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)
AR(2)	Katsayı	-0,609603	-0,731498	-0,682062	-0,714416	-0,691921	-0,700948
	p değeri	0,036900	0,000000	0,002800	0,011900	0,001000	0,000700
MA(2)	Katsayı	0,532305	0,622397	0,583188	0,632879	0,605630	0,608804
	p değeri	0,980000	0,005300	0,031600	0,044500	0,012000	0,011100
α_0	Katsayı	0,000109	0,000105	0,000086	0,000001	0,000111	-9,090814
	p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,484000	0,000000	0,000000
α_1	Katsayı	0,284226	0,189620	0,191761	0,053858	0,470962	
	p değeri	0,003000	0,025600	0,022300	0,003800	0,007300	
α_2	Katsayı		0,100855	0,122503			
	p değeri		0,099000	0,046400			
α_3	Katsayı			0,137430			
	p değeri			0,052900			
β_1	Katsayı				0,947997		
	p değeri				0,000000		
γ	Katsayı					-0,436533	
	p değeri					0,013400	
δ_1	Katsayı						0,232938
	p değeri						0,011300
δ_2	Katsayı						0,264488
	p değeri						0,000000
Kriterler	AIC Kriteri	-6,011726	-6,023045	-6,031321	-6,169804	-6,031897	-6,033889
	SIC Kriteri	-5,943062	-5,940648	-5,935191	-6,087407	-5,949499	-5,951491
	Log Olabilirlik	783,518600	785,984300	788,056100	804,989600	787,130600	787,388600

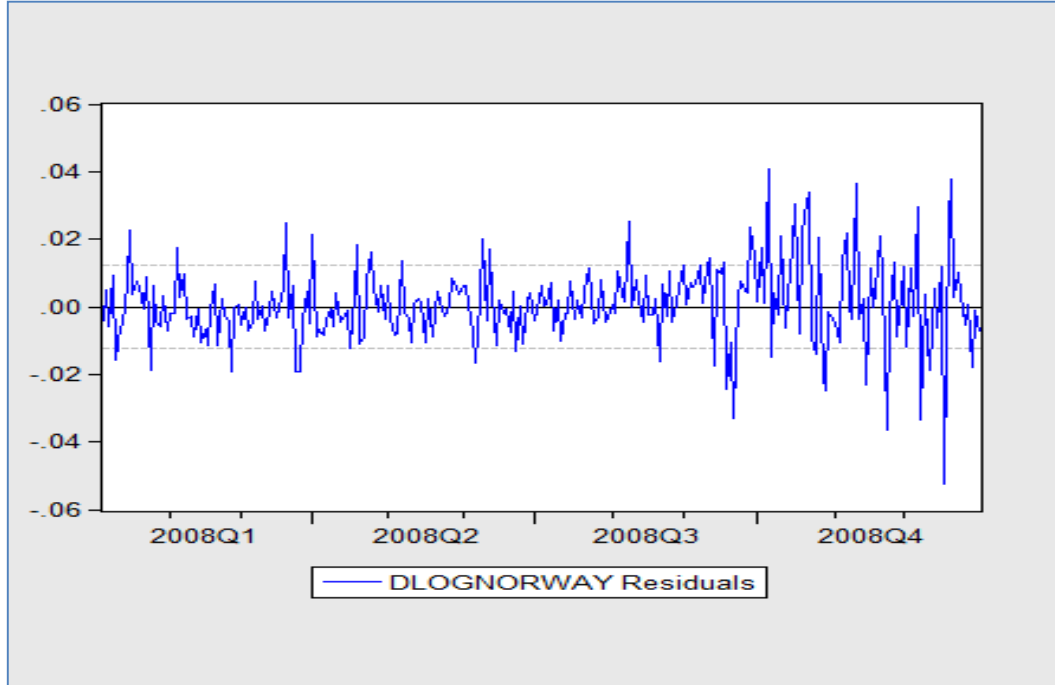
*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.35’de incelenen modellerden AIC ve SIC değeri en küçük, Log Likelihood değeri en yüksek olan ve parametrelerinin hepsi anlamlı bulunan ARCH(3) modeli en uygun modeldir.

ARCH(3) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, ortalama modelinde AR ve MA parametreleri olasılık değerleri 0,0028 ve $0,0316 < 0,05$ olduğundan dolayı H_0 hipotezi reddedilerek %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuşlardır.

Aynı şekilde varyans modeli de incelendiğinde, ARCH etkisini gösteren $\alpha_i, i = 0,1,2,3$ için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,05’den küçük olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotezi kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve buna göre ARCH etkisi belirgindir.

Uygun bulunan ARCH(3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.64’de verilmiştir.



Şekil 5.64. ARCH(3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

şeklindedir.

ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.36’da verilmiştir.

Çizelge 5.36. ARCH-LM test sonuçları

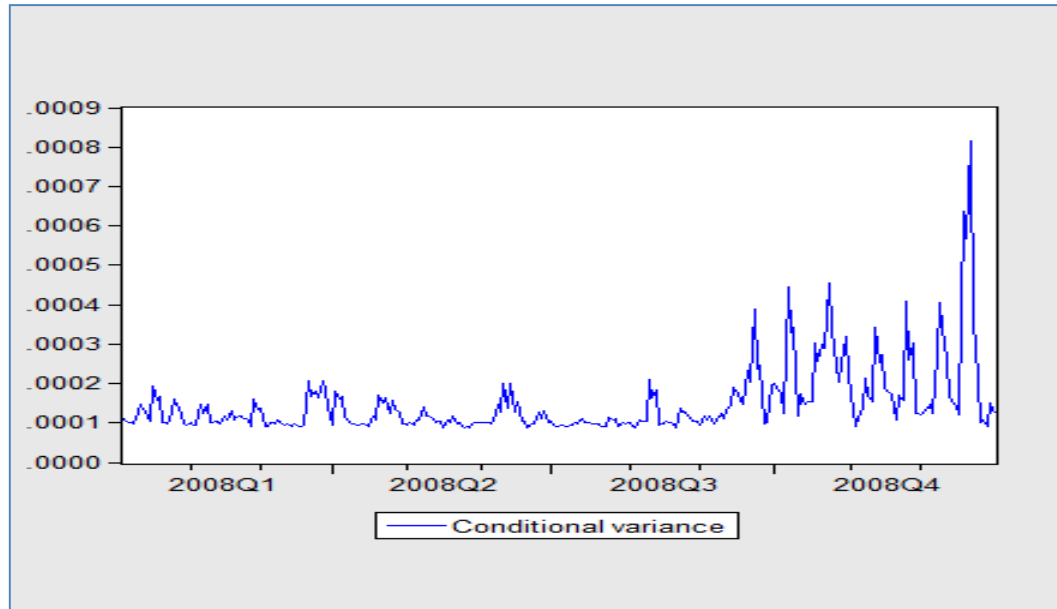
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,420803	0,5165

$T.R^2 = 0,420803$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin ARCH(3) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ayrıca standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Norveç Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin ARCH(3) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.65’deki gibidir.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.050	-0.050	0.6428	
		2	0.060	0.058	1.5860	
		3	0.001	0.006	1.5861	0.208
		4	0.098	0.095	4.1075	0.128
		5	-0.033	-0.025	4.4022	0.221
		6	-0.078	-0.093	6.0445	0.196
		7	0.028	0.023	6.2572	0.282
		8	0.013	0.017	6.3056	0.390
		9	-0.092	-0.089	8.5844	0.284
		10	0.010	0.016	8.6130	0.376
		11	0.065	0.070	9.7715	0.369
		12	0.016	0.013	9.8415	0.455
		13	0.059	0.077	10.790	0.461
		14	0.053	0.054	11.573	0.481
		15	0.103	0.074	14.526	0.338
		16	-0.058	-0.051	15.470	0.347
		17	0.044	0.029	16.000	0.382
		18	0.034	0.029	16.326	0.430
		19	-0.052	-0.061	17.080	0.449
		20	-0.011	0.011	17.117	0.515
		21	0.016	0.027	17.191	0.577
		22	-0.008	-0.019	17.208	0.639
		23	0.017	0.040	17.292	0.693
		24	0.024	0.041	17.464	0.737

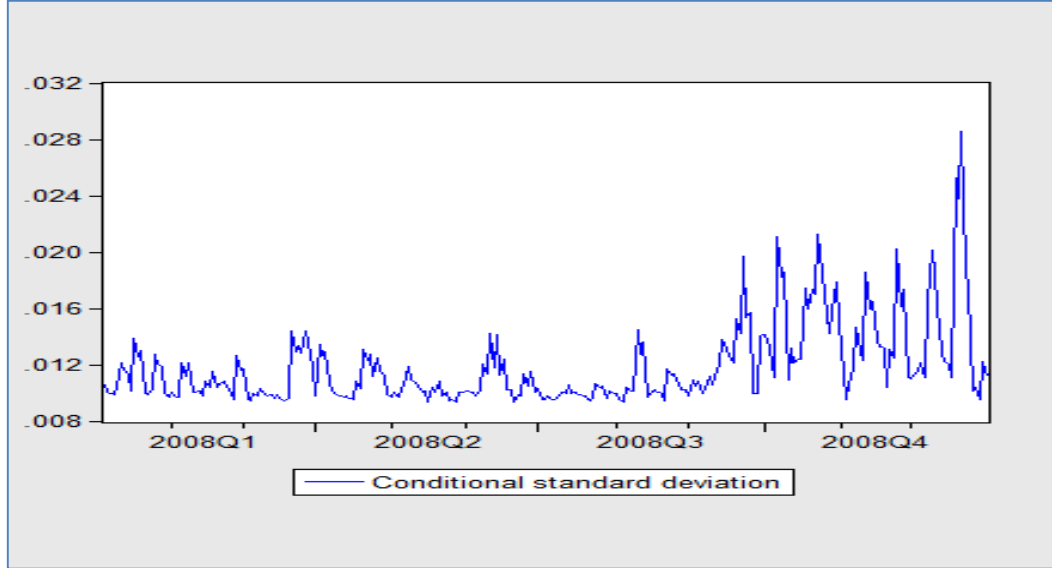
Şekil 5.65. ARCH(3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.66. ARCH(3) modelinin koşullu varyansı

Uygun koşullu varyans modeli ARCH(3)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.66' daki

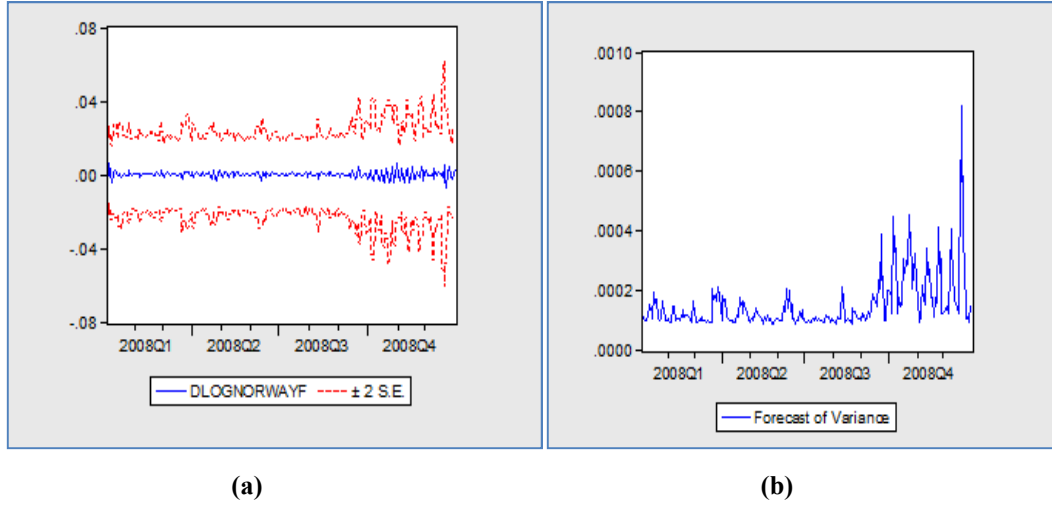
koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.67’deki gibidir.



Şekil 5.67. ARCH(3) modelinin koşullu standart sapması

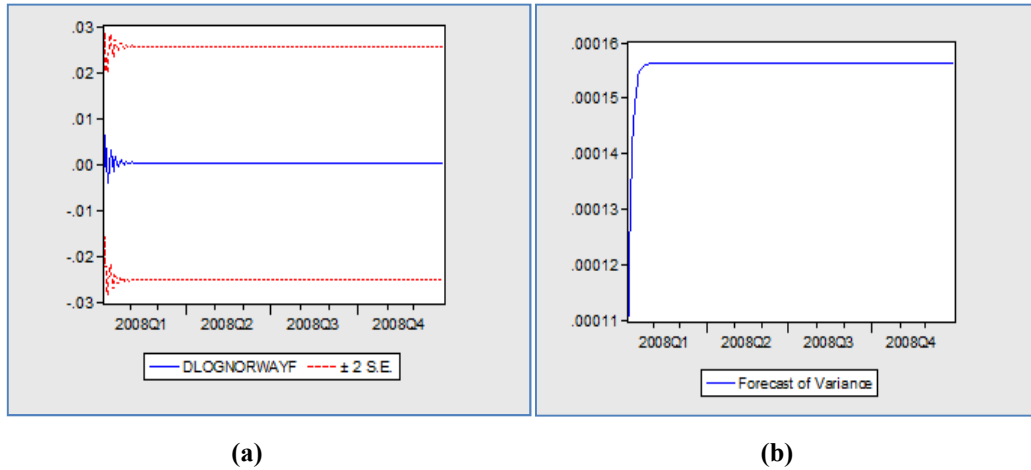
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Aralık ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı üzere Norveç Döviz Kuru serisinde Aralık ayında seri maksimum değerini almış ve daha sonrasında negatif bir şok görülmüştür. Buradan anlaşılabileceği gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Norveç Döviz Kuru üzerinde en çok Aralık ayında etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür. Ekim, Kasım ve Aralık aylarında döviz kuru serisinde oldukça değişken iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

ARCH(3) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.68(a,b) ve Şekil 5.69(a,b)’de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.68. (a) ARCH(3) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

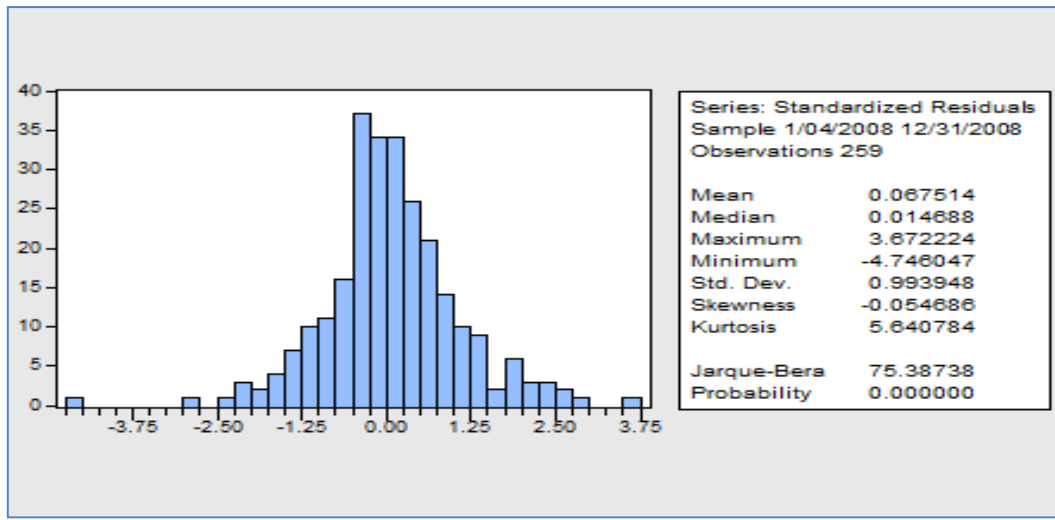
Şekil 5.68.a'daki grafik Norveç Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.68.b grafiği ise varyans öngörüleridir. ARCH(3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.69.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.69.b'de verilmiştir.



Şekil 5.69. (a) ARCH(3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Norveç Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.69.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir. Şekil 5.69.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde ARCH(3) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Norveç Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli ARCH(3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.70'de verilmiştir.



Şekil 5.70. ARCH(3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun ARCH(3) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $75,38738 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 5,640784 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Norveç Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(2,1,2) modeli;

$$Y_t = -0,682062Y_{t-2} + 0,583188\epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

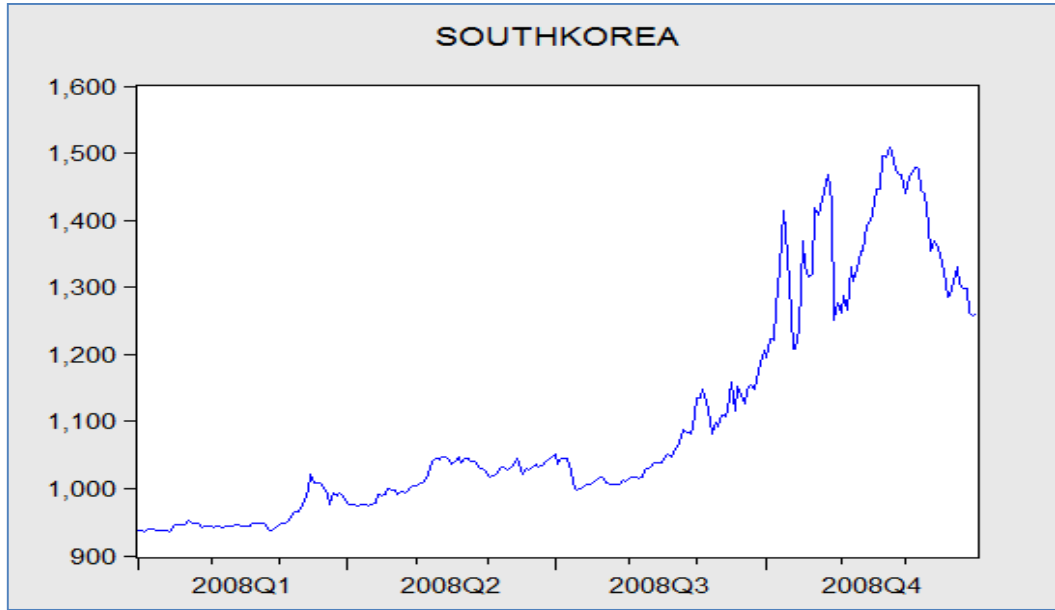
$$\sigma_t^2 = 0,00008 + 0,191761\epsilon_{t-1}^2 + 0,122503\epsilon_{t-2}^2 + 0,137430\epsilon_{t-3}^2$$

şeklindedir.

5.7.Güney Kore Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Güney Kore döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Güney Kore döviz kuru para birimi Won / US\$olarak alınmıştır.

Güney Kore döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Güney Kore döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.71 ve korelogramı Şekil 5.72’de verilmiştir.



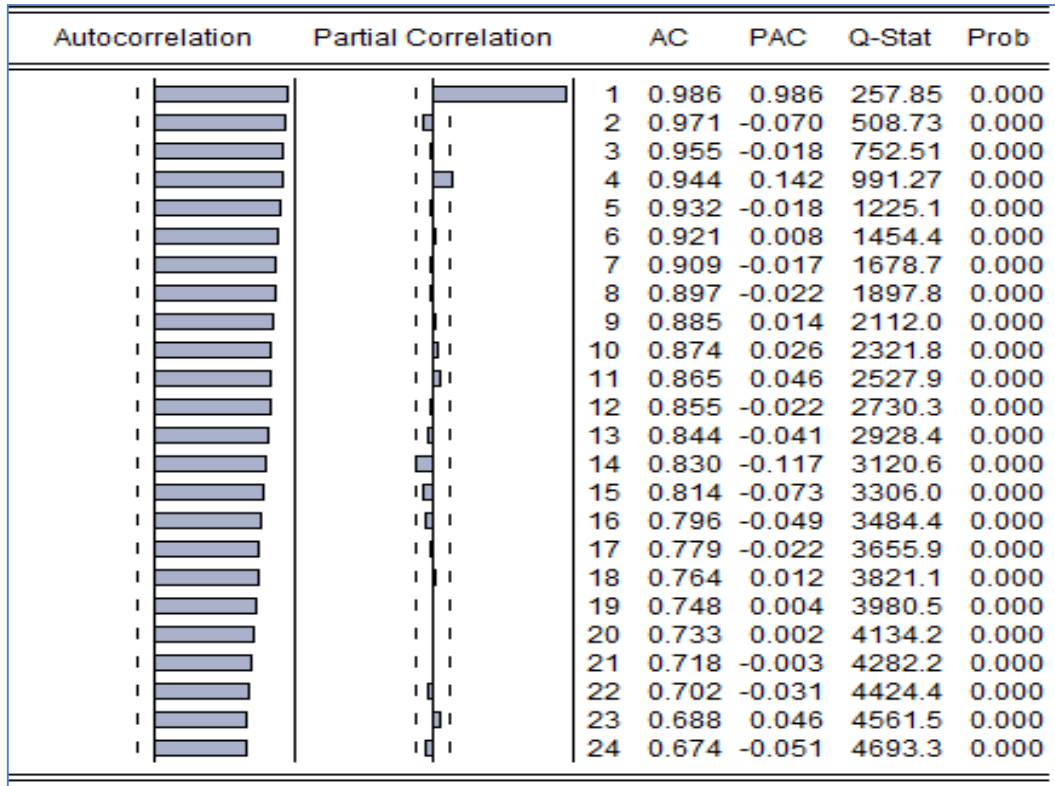
Şekil 5.71. Güney Kore döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Güney Kore döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 15/01/2008 tarihinde minimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda yavaş ve düzenli bir artış olduğu, Ekim ayının son günlerinde negatif bir şok yaşayarak 24/11/2008 tarihinde maksimum değerini

aldığı görülmektedir. Bu verilere dayanarak Güney Kore Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç kanıtlanmalıdır.

Güney Kore döviz kuru serisinin k=24 gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.72'deki gibidir.



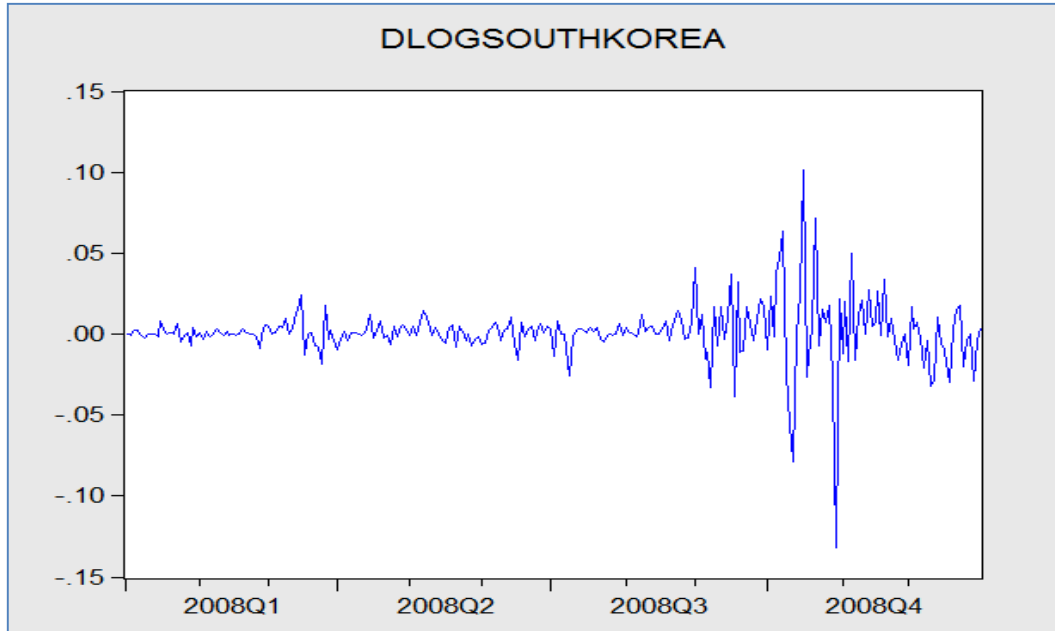
Şekil 5.72. Güney Kore döviz kuru serisinin korelogramı

Güney Kore döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından ($\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124$) taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.37'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.37. Güney Kore döviz kuru serisi için ADF testi

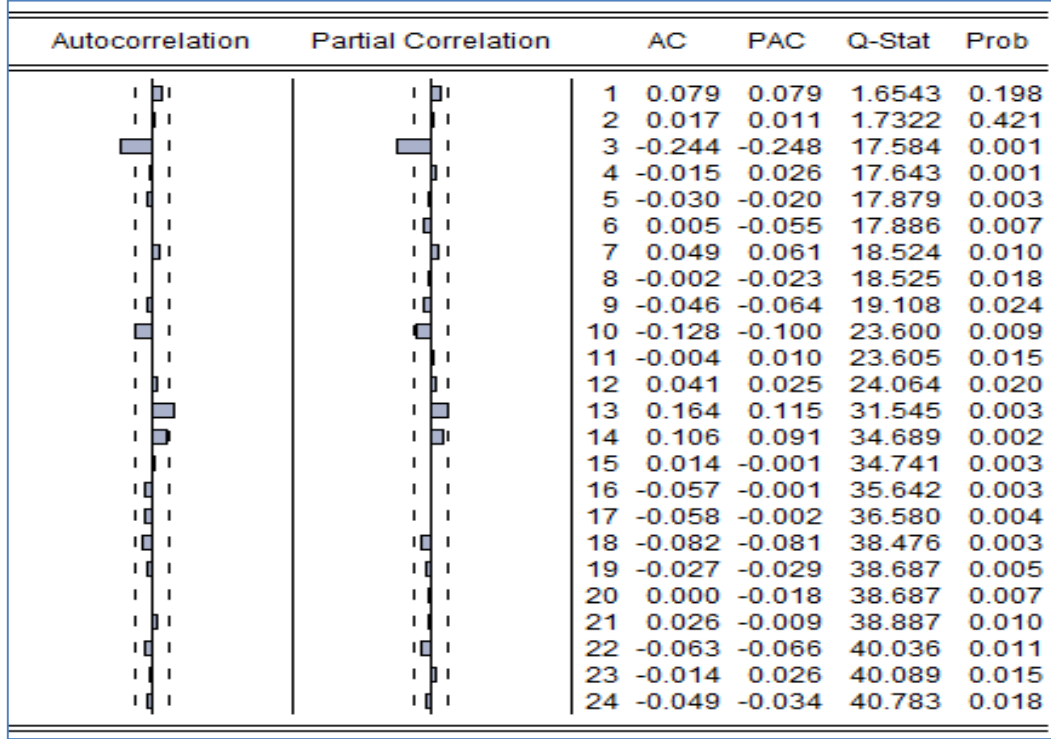
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SOUTHKOREA		
Null Hypothesis: SOUTHKOREA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.944068	0.7730
Test critical values:		
1% level	-3.455585	
5% level	-2.872542	
10% level	-2.572707	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği -0.944068 | %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki -3.455585 , -2.872542 , -2.572707 MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Güney Kore döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogGüney Kore serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.73'deki gibidir.



Şekil 5.73. DLogGüney Kore serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogGüney Kore serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.74. DLogGüney Kore serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.74'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.38'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-11,44952|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455585|$, $|-2,872542|$, $|-2,572707|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Güney Kore döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Güney Kore döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.38. DLogGüney Kore serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGSOUTHKOREA		
Null Hypothesis: DLOGSOUTHKOREA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.44952	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455585	
5% level	-2.872542	
10% level	-2.572707	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.39’da verilmiştir.

Çizelge 5.39. DLogGüney Kore serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001143	0.001111	1.028217	0.3048
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.001143
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.017951
S.E. of regression	0.017951	Akaike info criterion		-5.198476
Sum squared resid	0.083785	Schwarz criterion		-5.184819
Log likelihood	679.4011	Hannan-Quinn criter.		-5.192986
Durbin-Watson stat	1.841592			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.74’deki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,149454 = 39,00749 < \chi_{0,01;24}^2 = 42,98 \quad \text{olduğundan}$$

$$H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0 \text{ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı,}$$

ARIMA(0,1,0) modelinin Güney Kore Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %1 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Güney Kore Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Güney Kore Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.40’da verilmiştir.

Çizelge 5.40. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	3,026043	0,0819
ARCH(2)	5,99	3,219086	0,2000
ARCH(3)	7,81	10,77233	0,0130
ARCH(10)	18,31	54,84448	0,0000

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.40 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Güney Kore Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Güney Kore Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.41’de verilmiştir.

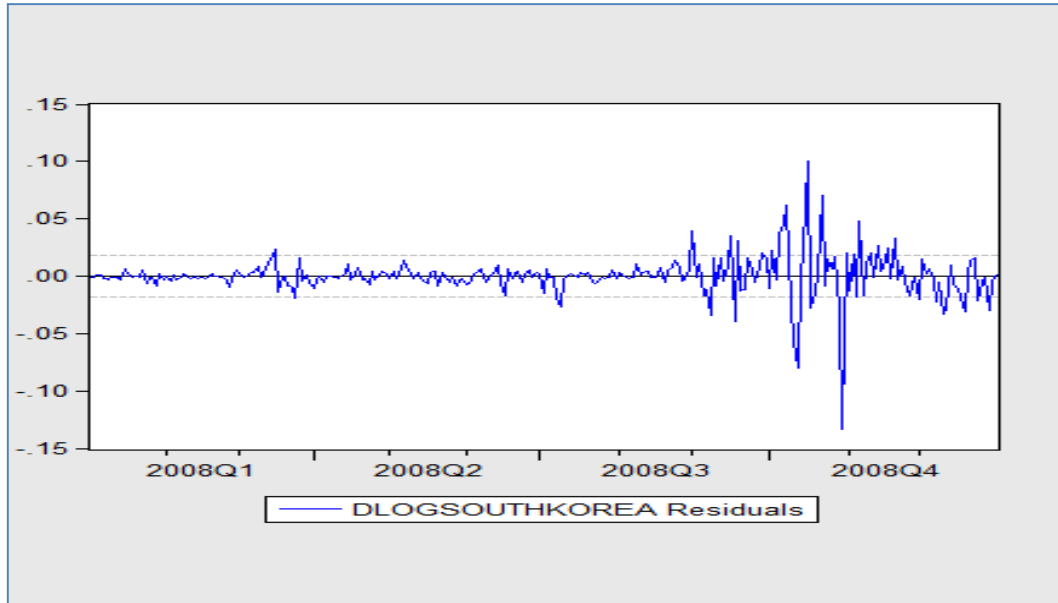
Çizelge 5.41. Güney Kore Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

			ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Ortalama Modeli	λ	Katsayı			0,205149	1,202787				
		p değeri			0,000000	0,304300				
		α_0	Katsayı	0,000093	0,000002	0,000021	0,000089	0,000093	-9,081297	0,000001
	α_0	p değeri	0,000000	0,002000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000700	0,000000
Varyans Modeli		Katsayı	1,229413	0,255942	2,957614	1,264479	1,116704		0,304100	
	α_1	p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000		0,000000	
		Katsayı		0,791369					0,859437	0,975888
	β_1	p değeri		0,000000					0,000000	0,000000
		Katsayı					0,199941		-0,274517	
	γ	p değeri					0,488800		0,000000	
		Katsayı						1,013647		0,280707
	δ_1	p değeri						0,000000		0,000000
		Katsayı						-0,400563		0,141709
	δ_2	p değeri						0,000000		0,000000
Kriterler	AIC Kriteri		-5,730177	-6,356054	-5,986316	-5,734226	-5,723177	-5,634872	-6,412922	-6,408351
	SIC Kriteri		-5,689205	-6,301425	-5,931687	-5,679598	-5,668548	-5,580243	-6,344637	-6,340065
	Log Olabilirlik		750,788100	833,465000	785,214200	752,316500	750,874500	739,350800	841,886400	841,289800

Çizelge 5.41’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip EGARCH(1,1) modeli en uygun modeldir.

EGARCH(1,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca asimetri etkisi δ_2 ’nin olasılığı da $0,05$ ’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Uygun bulunan EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.75’de verilmiştir.



Şekil 5.75. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

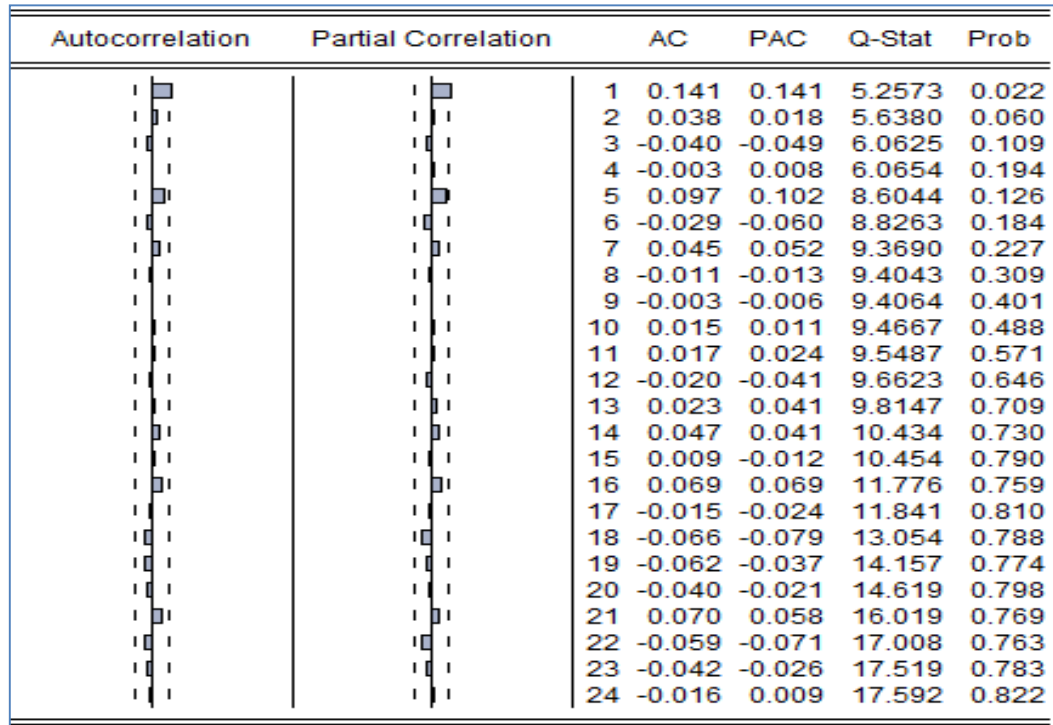
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.42’de verilmiştir.

Çizelge 5.42. ARCH-LM test sonuçları

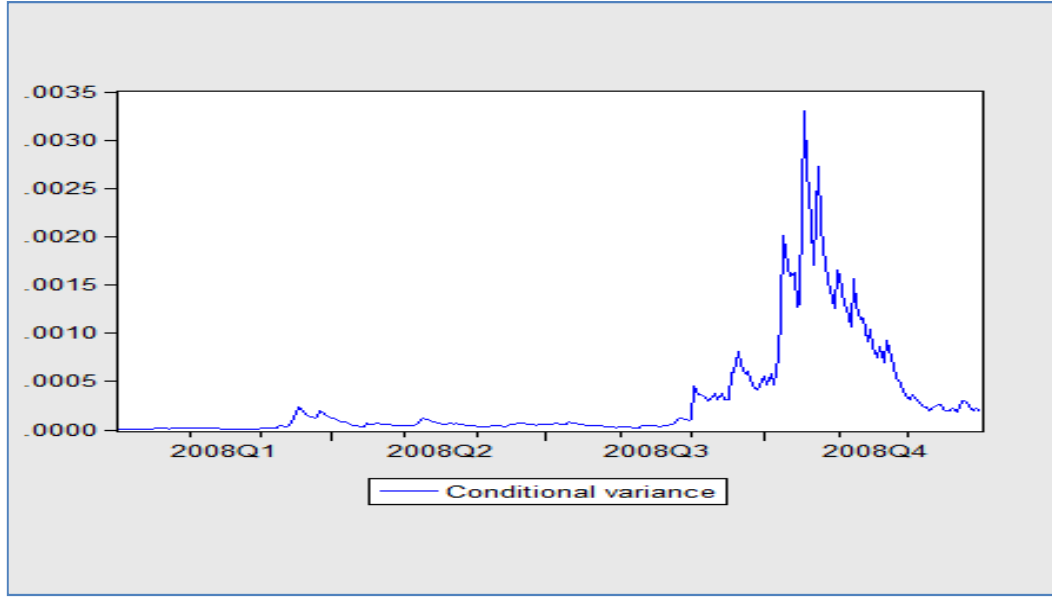
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,583375	0,4450

$T.R^2 = 0,583375$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Güney Kore Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin EGARCH(1,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.76’daki gibidir.

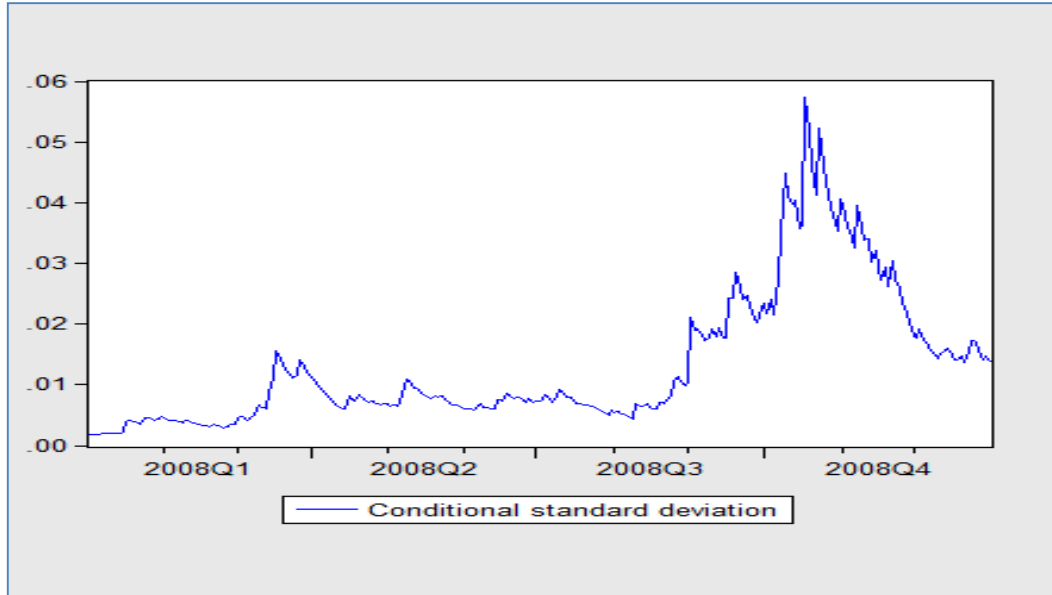


Şekil 5.76. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.77. EGARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı

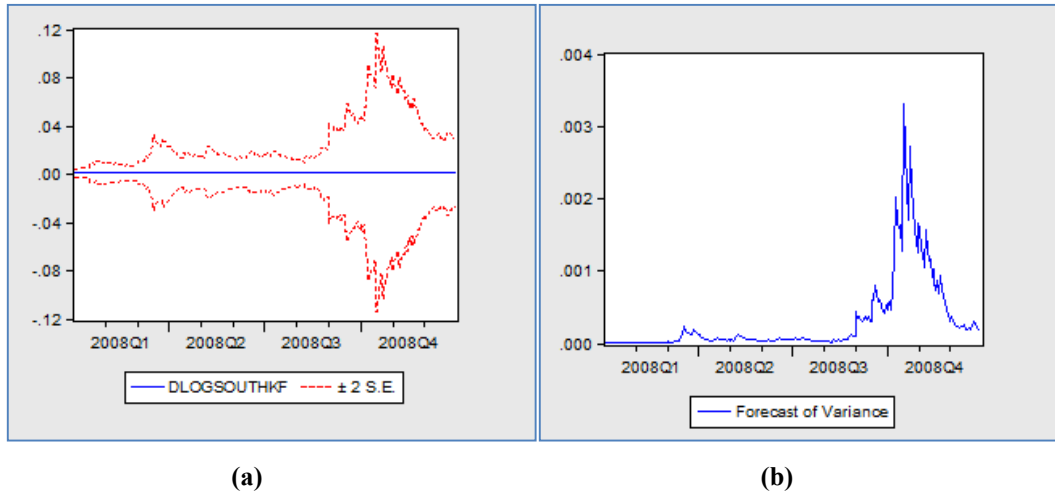
Uygun koşullu varyans modeli EGARCH(1,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.77' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.78'deki gibidir.



Şekil 5.78. EGARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması

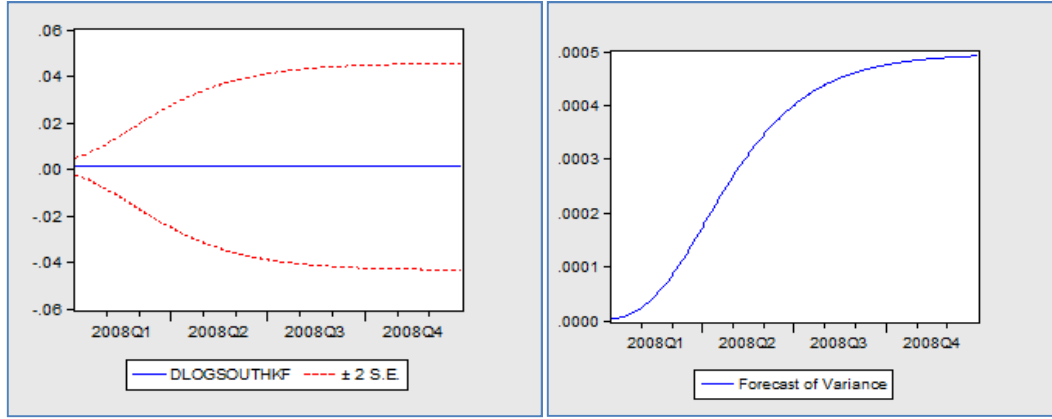
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ekim ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Güney Kore Döviz Kuru üzerinde en çok Ekim ve Kasım aylarında etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür. Bu aylarda döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

EGARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.79(a,b) ve Şekil 5.80(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.79. (a) EGARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.79.a'daki grafik Güney Kore Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.79.b grafiği ise varyans öngörüleridir. EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.80.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.80.b'de verilmiştir.



(a)

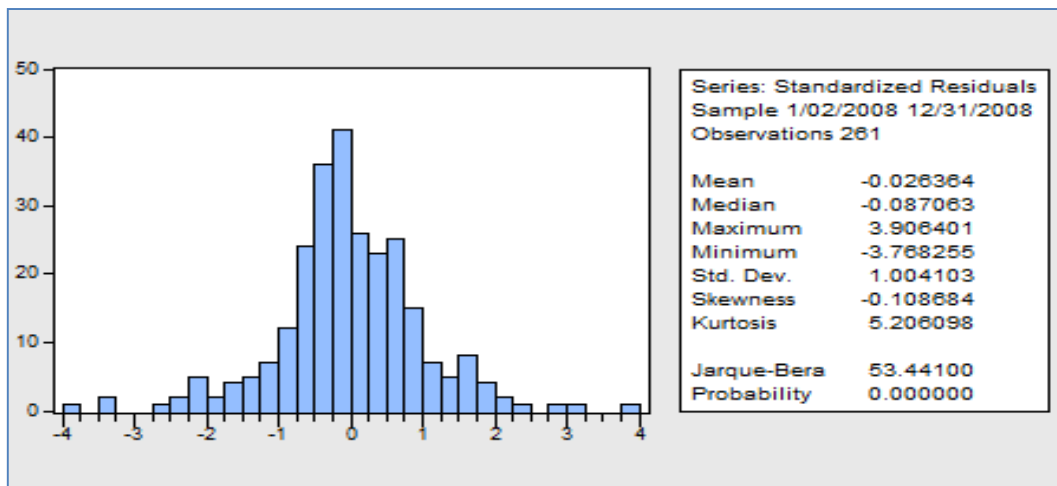
(b)

Şekil 5.80. (a) EGARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Güney Kore Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.80.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.80.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde EGARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Güney Kore Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.81'de verilmiştir.



Şekil 5.81. EGARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun EGARCH(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $53,44100 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 5,206098 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Güney Kore Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

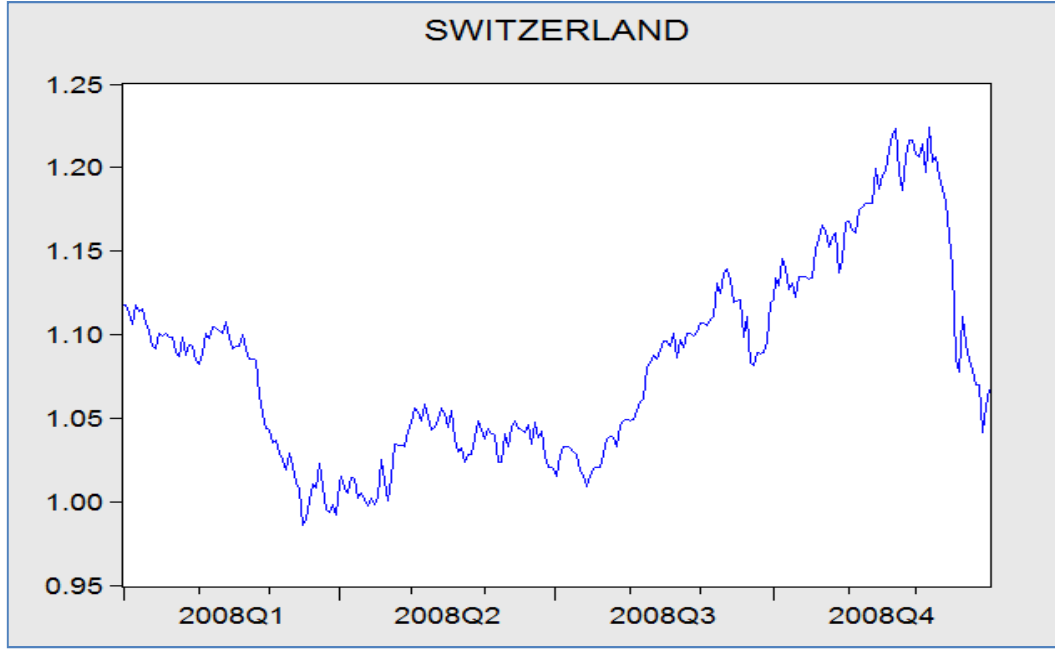
$$\log(\sigma_t^2) = -0,407412 + 0,280707 \left| \frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right| + 0,141709 \left(\frac{\epsilon_t - 1}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \right)^2 + 0,975888 \log(\sigma_{t-1}^2)$$

şeklindedir.

5.8.İsviçre Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

İsviçre döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. İsviçre döviz kuru para birimi Francs / US\$olarak alınmıştır.

İsviçre döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. İsviçre döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.82 ve korelogramı Şekil 5.83’de verilmiştir.

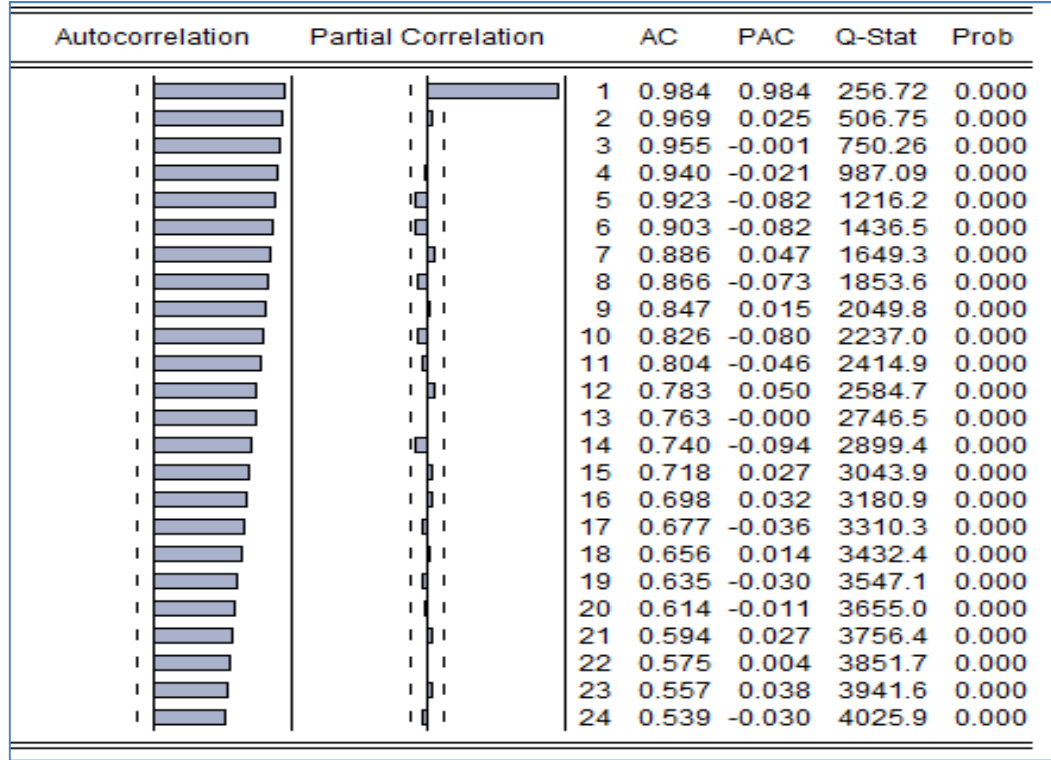


Şekil 5.82. İsviçre döviz kuru serisi kartezyen grafiği

İsviçre döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin ocak ayından itibaren düşüşe geçtiği ve 17/03/2008 tarihinde minimum değerini aldığı, bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda hızlı ve düzenli bir artış olduğu ve 05/12/2008 tarihinde maksimum değerini alarak Aralık ayının son günlerine doğru hızlı bir düşüş yaşandığı görülmektedir. Bu verilere dayanarak İsviçre Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç kanıtlanmalıdır.

İsviçre döviz kuru serisinin $k=24$ gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.83'deki gibidir.



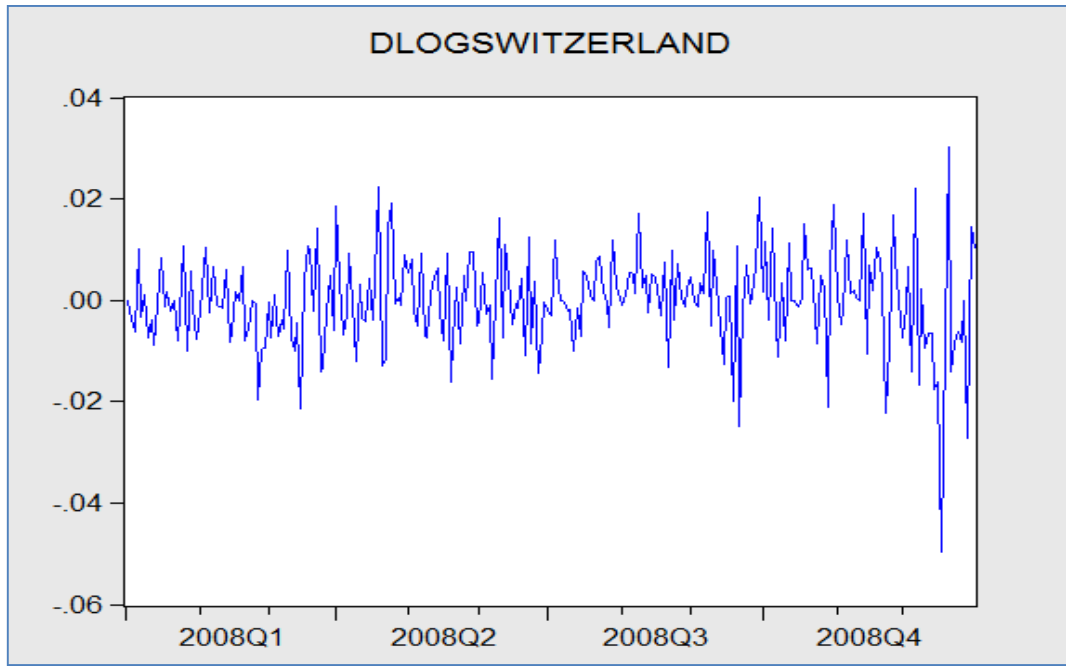
Şekil 5.83. İsviçre döviz kuru serisinin korelogramı

İsviçre döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından ($\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124$) taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.43'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.43. İsviçre döviz kuru serisi için ADF testi

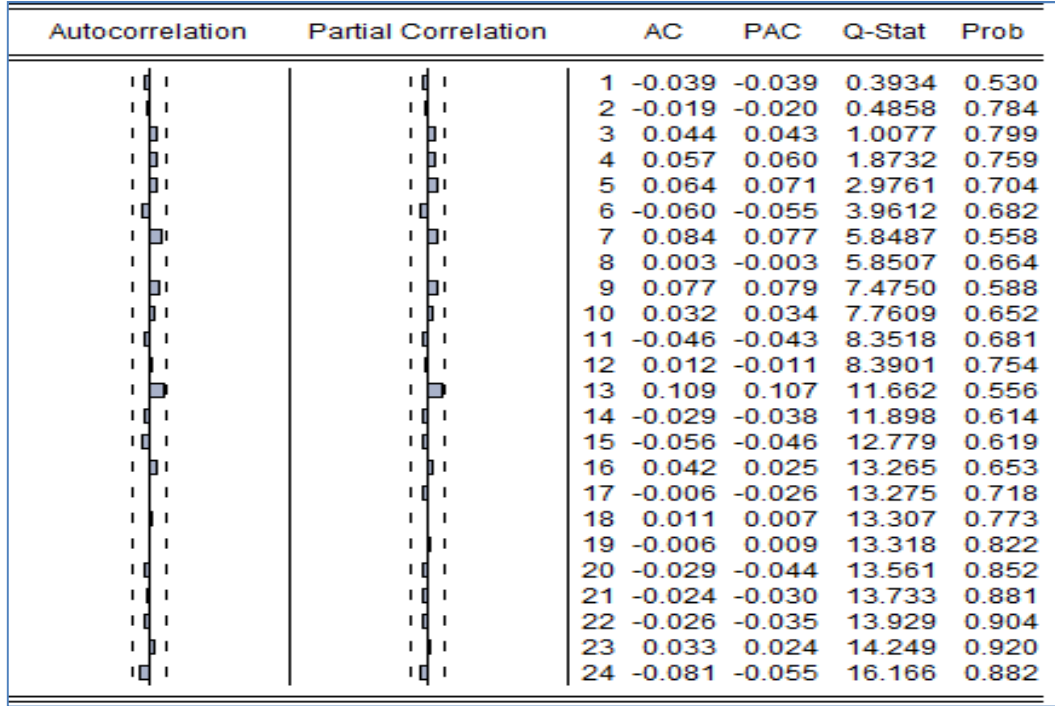
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SWITZERLAND		
Null Hypothesis: SWITZERLAND has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.449073	0.5579
Test critical values:		
1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $-1,449073$ | %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $-3,455289$, $-2,872413$, $-2,572638$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan İsviçre döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogİsviçre serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.84'deki gibidir.



Şekil 5.84. DLogİsviçre serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogİsviçre serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.85. DLogİsviçre serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.85’deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.44’deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-16,65949|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan İsviçre döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan İsviçre döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.44. DLogİsviçre serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGSWITZERLAND		
Null Hypothesis: DLOGSWITZERLAND has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-16.65949	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.45’de verilmiştir.

Çizelge 5.45. DLogİsviçre serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000176	0.000577	-0.304660	0.7609
R-squared	0.000000	Mean dependent var	-0.000176	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.009320	
S.E. of regression	0.009320	Akaike info criterion	-6.509481	
Sum squared resid	0.022584	Schwarz criterion	-6.495824	
Log likelihood	850.4873	Hannan-Quinn criter.	-6.503992	
Durbin-Watson stat	2.072638			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.85’deki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,058599 = 15,29434 < \chi_{0,05;24}^2 = 36,41$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,0) modelinin İsviçre Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

İsviçre Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitesinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle İsviçre Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.46’da verilmiştir.

Çizelge 5.46. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,834919	0,3609
ARCH(2)	5,99	23,88640	0,0000
ARCH(3)	7,81	23,97533	0,0000
ARCH(10)	18,31	49,19181	0,0000

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.46 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 2, 3 ve 10 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç İsviçre Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

İsviçre Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.47’de verilmiştir.

Çizelge 5.47. İsviçre Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

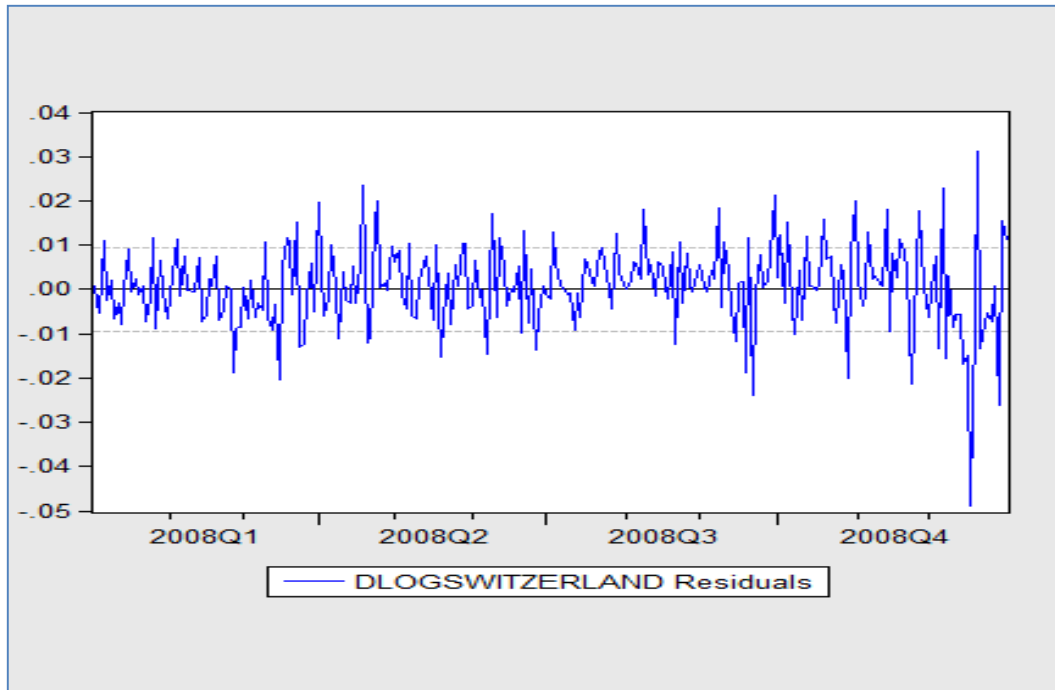
Ortalama Modeli		ARCH(1)	GARCH(1,1)	GARCH(1,3)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
		Katsayı			0,545725	24,665280				
Varyans Modeli	λ	p değeri			0,041400	0,040900				
	α_0	Katsayı	0,000072	0,000015	0,000068	0,000067	0,000071	-9,451545	0,000003	-0,806510
		p değeri	0,000000	0,065700	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,145300	0,094800
	α_1	Katsayı	0,184745	0,202211	0,246950	0,249945	0,048814		-0,017104	
		p değeri	0,000600	0,015400	0,000000	0,000000	0,628300		0,631000	
	β_1	Katsayı		0,939554					0,930491	0,922426
		p değeri		0,000000					0,000000	0,000000
	β_2	Katsayı		-0,805069						
		p değeri		0,000000						
	β_3	Katsayı		0,760539						
Kriterler		p değeri		0,000000						
	γ	Katsayı					0,301011		0,127019	
		p değeri					0,016300		0,006600	
	δ_1	Katsayı						0,108147		0,108828
		p değeri						0,380800		0,073600
	δ_2	Katsayı						-0,119892		-0,104883
		p değeri						0,112100		0,011200
	AIC Kriteri	-6,514693	-6,593488	-6,630810	-6,512576	-6,518199	-6,520361	-6,503317	-6,606959	-6,595351
	SIC Kriteri	-6,473721	-6,538860	-6,548867	-6,457948	-6,463570	-6,465732	-6,448688	-6,538674	-6,527065
	Log Olabilirlik	853,167400	864,450200	871,320700	853,891200	854,624900	854,907100	852,682900	867,208200	865,693300

*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.47’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip GARCH(1,3) modeli en uygun modeldir.

GARCH(1,3) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_1 ve GARCH etkisini gösteren $\beta_i, i = 1,2,3$ için hesaplanan olasılık değerleri $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Uygun bulunan GARCH(1,3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.86’da verilmiştir.



Şekil 5.86. GARCH(1,3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

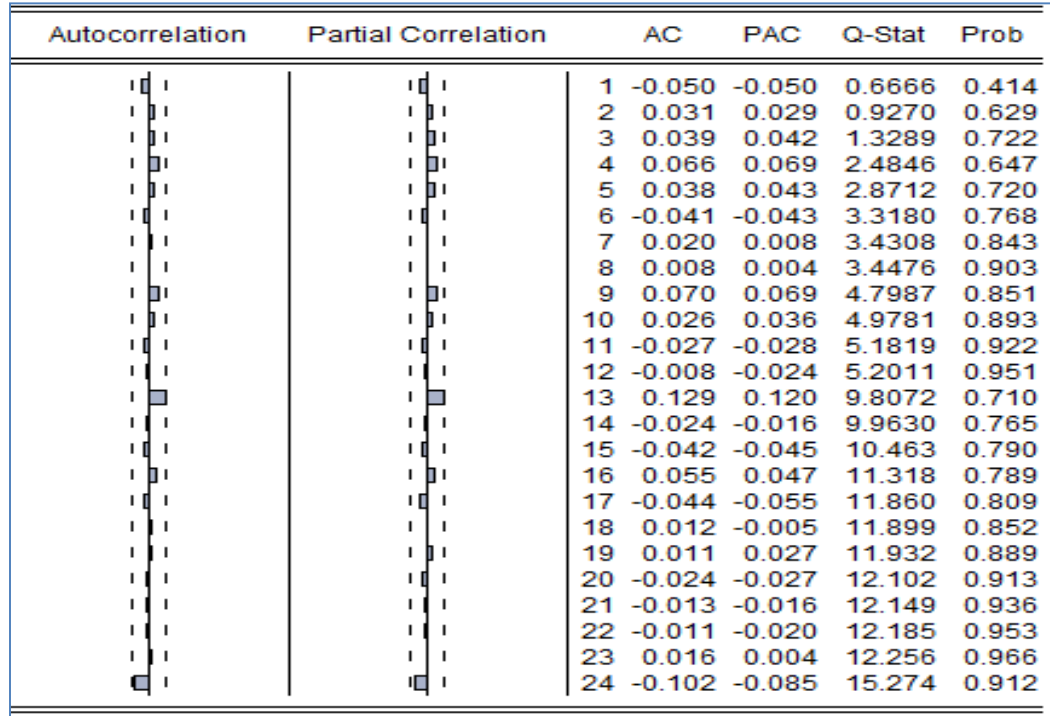
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.48’de verilmiştir.

Çizelge 5.48. ARCH-LM test sonuçları

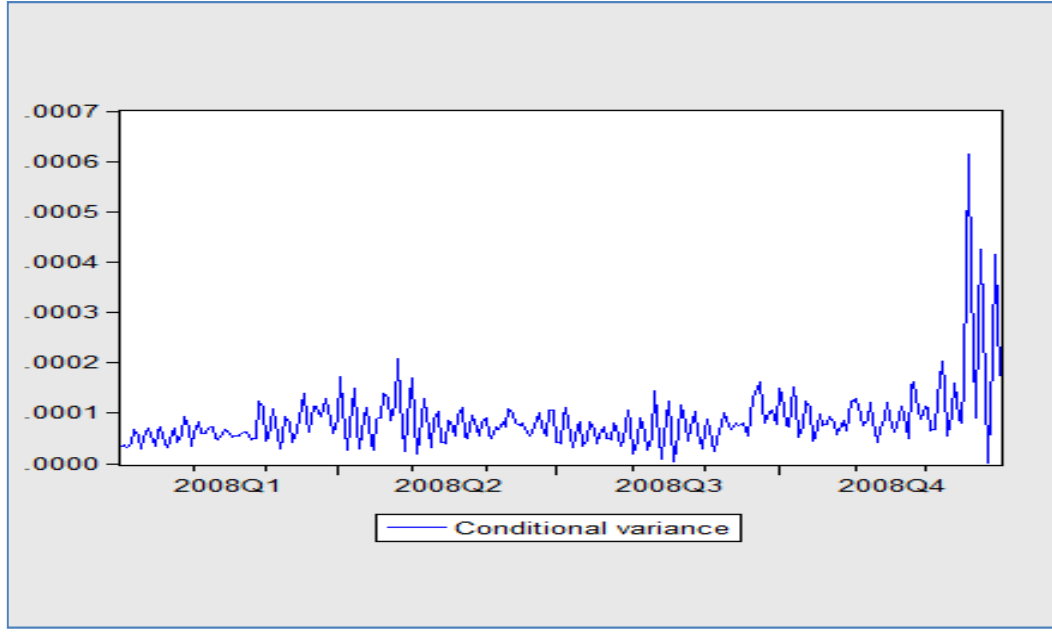
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	1,063753	0,3024

$T.R^2 = 1,063753$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin GARCH(1,3) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar İsviçre Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin GARCH(1,3) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.87’deki gibidir.

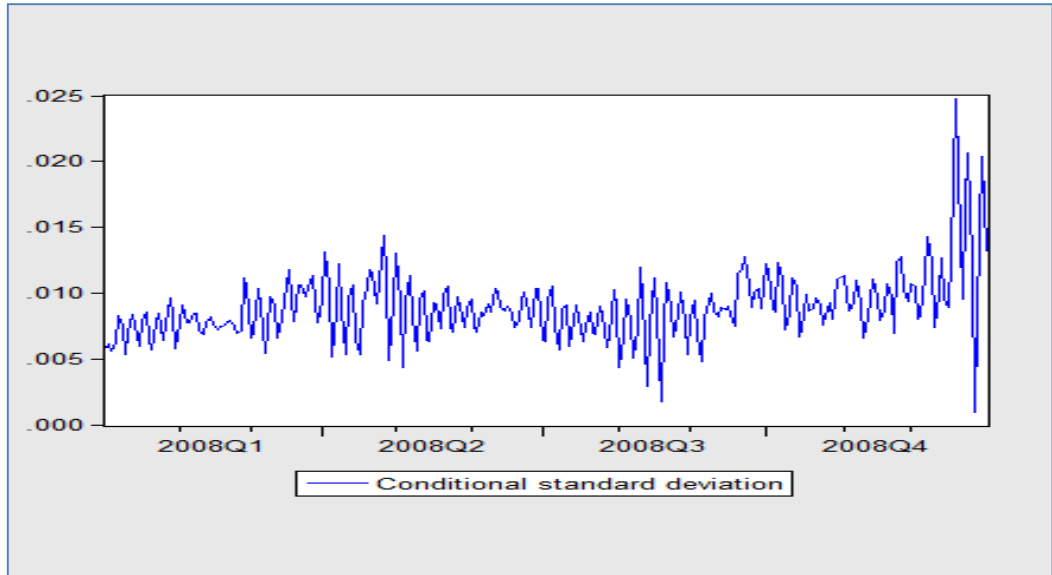


Şekil 5.87. GARCH(1,3) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.88. GARCH(1,3) modelinin koşullu varyansı

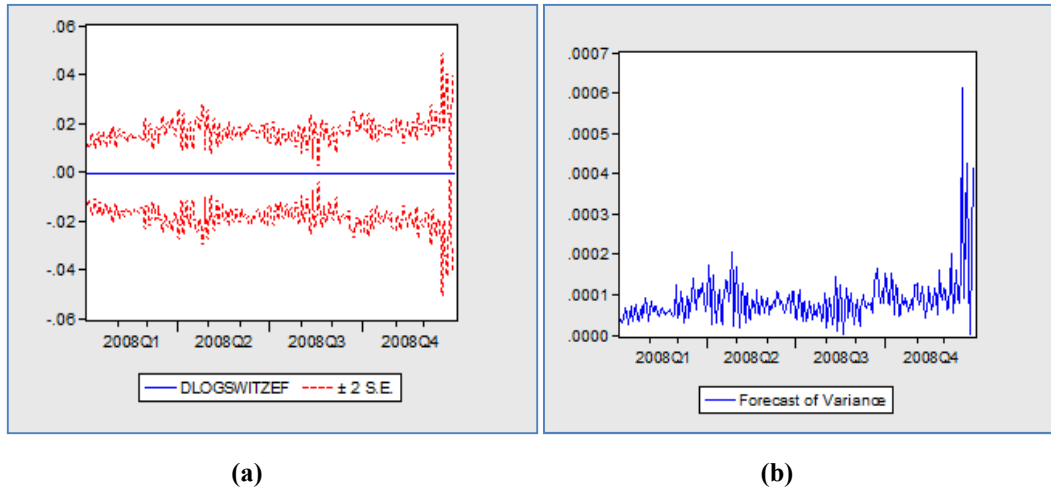
Uygun koşullu varyans modeli GARCH(1,3)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.88' deki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.89'daki gibidir.



Şekil 5.89. GARCH(1,3) modelinin koşullu standart sapması

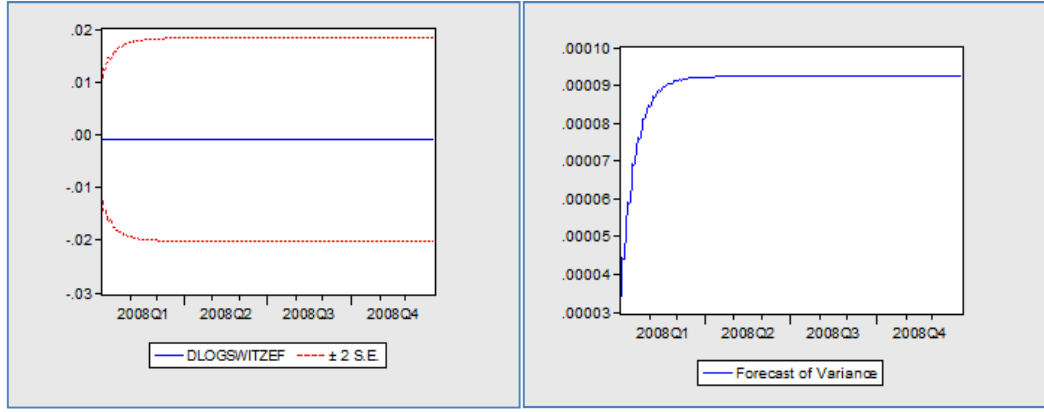
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Aralık ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin İsviçre Döviz Kuru üzerinde en çok Aralık ayında etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür. Bu ayda döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

GARCH(1,3) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.90(a,b) ve Şekil 5.91(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.90. (a) GARCH(1,3) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.90.a'daki grafik İsviçre Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.90.b grafiği ise varyans öngörüleridir. GARCH(1,3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.91.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.91.b'de verilmiştir.



(a)

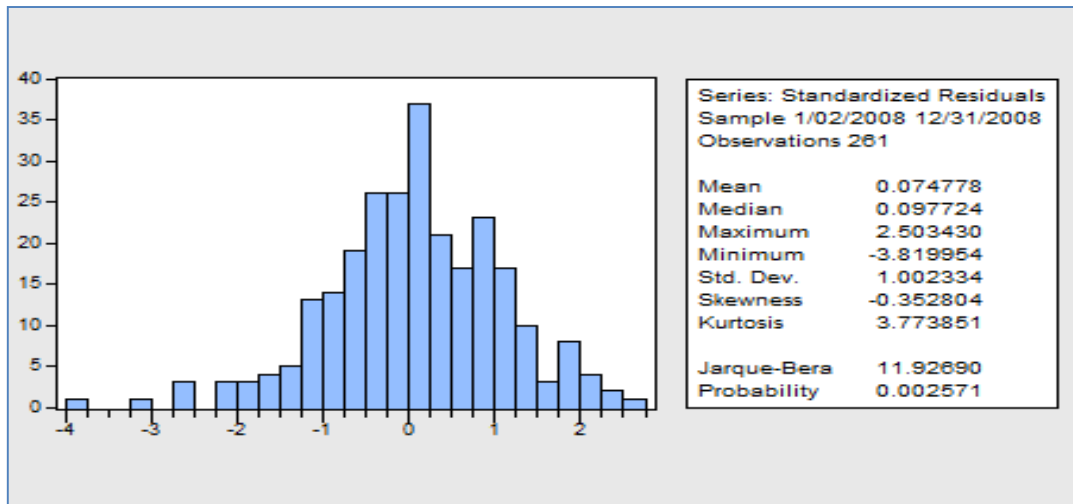
(b)

Şekil 5.91. (a) GARCH(1,3) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

İsviçre Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.91.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.91.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde GARCH(1,3) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

İsviçre Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli GARCH(1,3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.92'de verilmiştir.



Şekil 5.92. GARCH(1,3) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun GARCH(1,3) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $11,92690 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 3,773851 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

İsviçre Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

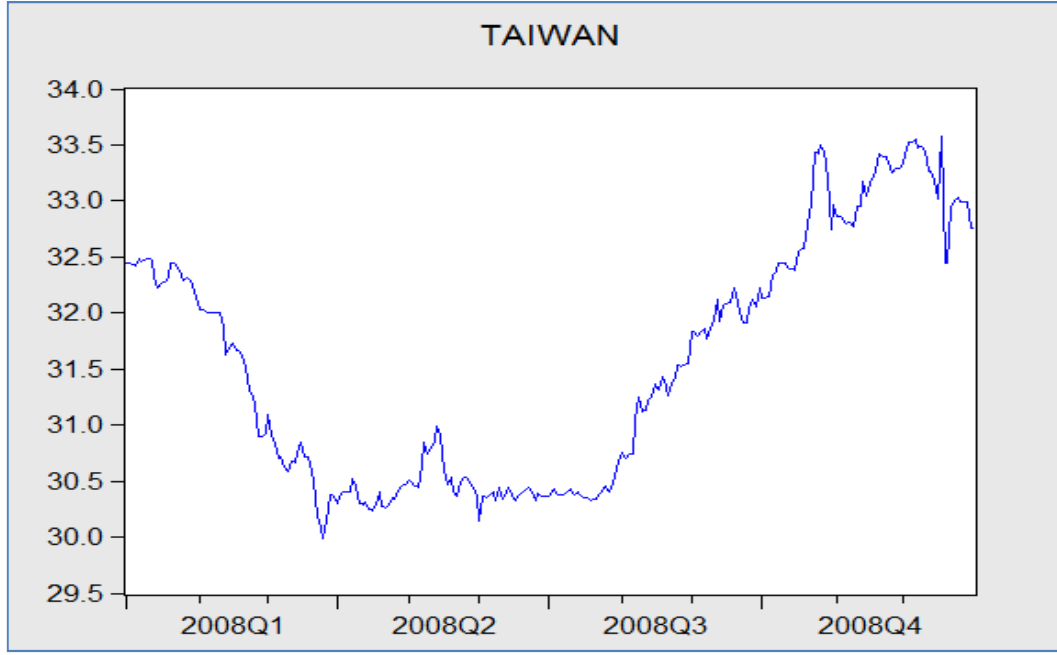
$$\sigma_t^2 = 0,202111\epsilon_{t-1}^2 + 0,678972\sigma_{t-1}^2 - 0,805069\sigma_{t-2}^2 + 0,760539\sigma_{t-3}^2$$

şeklindedir.

5.9.Tayvan Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Tayvan döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Tayvan döviz kuru para birimi NT \$/ US\$olarak alınmıştır.

Tayvan döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Tayvan döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.93 ve korelogramı Şekil 5.94’de verilmiştir.



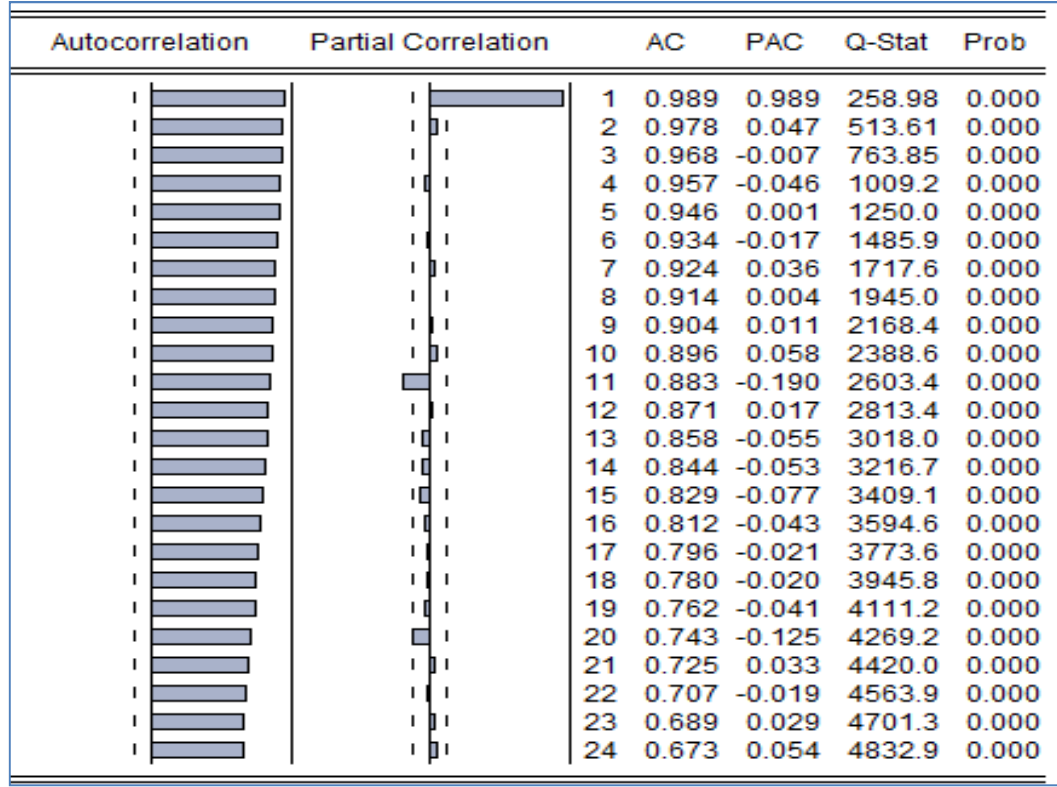
Şekil 5.93. Tayvan döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Tayvan döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 26/03/2008 tarihinde minimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda yavaş ve düzenli bir artış olduğu, 17/12/2008 tarihinde maksimum değerini alarak hemen ardından negatif bir düşüş meydana geldiği görülmektedir.

Bu verilere dayanarak Tayvan Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç doğrulanmalıdır.

Tayvan döviz kuru serisinin $k=24$ gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.94'deki gibidir.



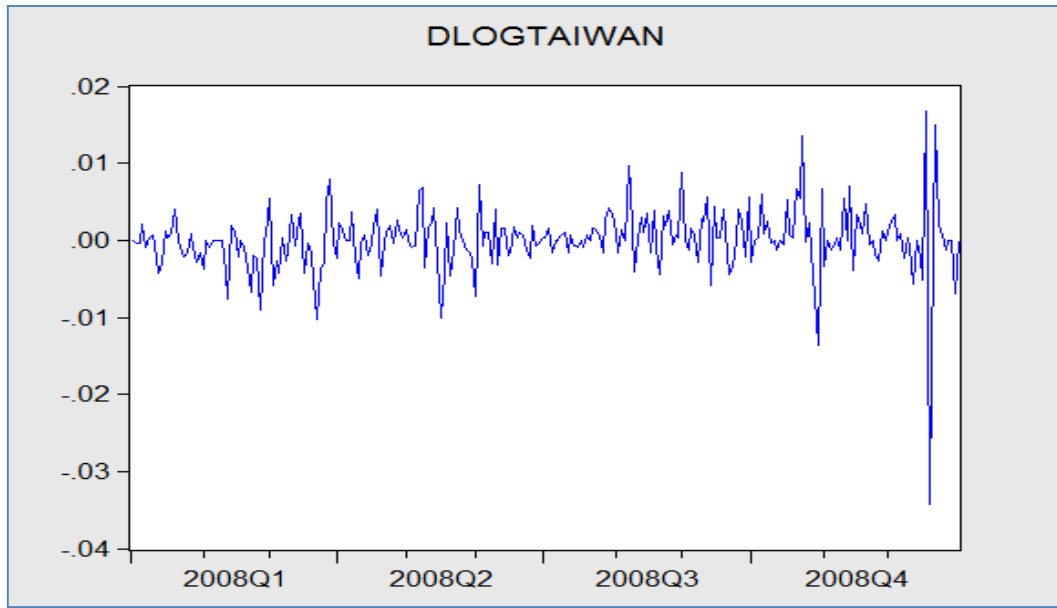
Şekil 5.94. Tayvan döviz kuru serisinin korelogramı

Tayvan döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından ($\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124$) taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılır. Bu, Çizelge 5.49'daki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.49. Tayvan döviz kuru serisi için ADF testi

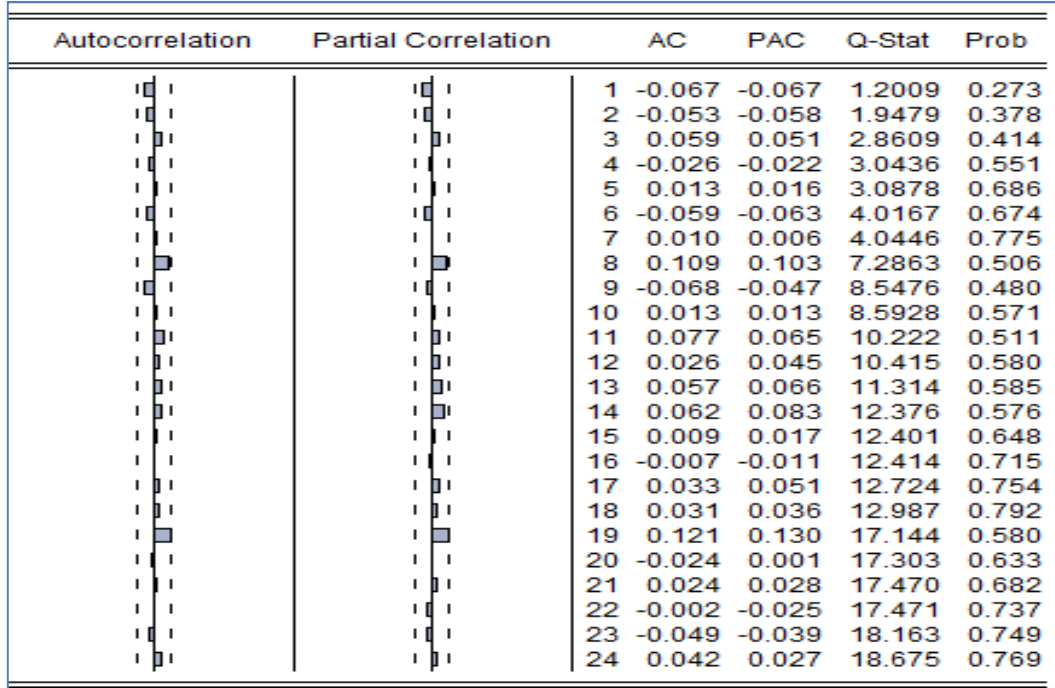
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TAIWAN			
Null Hypothesis: TAIWAN has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-0.857134	0.8005
Test critical values:			
	1% level	-3.455289	
	5% level	-2.872413	
	10% level	-2.572638	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.			

ADF Test istatistiği $|-0,857134|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455289|$, $|-2,872413|$, $|-2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Tayvan döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogTayvan serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.95'deki gibidir.



Şekil 5.95. DLogTayvan serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogTayvan serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.96. DLogTayvan serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.96'daki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.50'deki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-17,18479|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Tayvan döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Tayvan döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.50. DLogTayvan serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGTAIWAN		
Null Hypothesis: DLOGTAIWAN has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-17.18479	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.51’de verilmiştir.

Çizelge 5.51. DLogTayvan serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.76E-05	0.000259	0.145447	0.8845
R-squared	0.000000	Mean dependent var		3.76E-05
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.004177
S.E. of regression	0.004177	Akaike info criterion		-8.114404
Sum squared resid	0.004537	Schwarz criterion		-8.100747
Log likelihood	1059.930	Hannan-Quinn criter.		-8.108914
Durbin-Watson stat	2.134884			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.96’daki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,067719 = 17,67466 < \chi_{0,05;24}^2 = 36,41$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,0) modelinin Tayvan Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Tayvan Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Tayvan Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.52’de verilmiştir.

Çizelge 5.52. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	10,249227	0,0014
ARCH(2)	5,99	13,86232	0,0010
ARCH(3)	7,81	14,17345	0,0027

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.52 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değerleri %5 anlam düzeyinde seçilen 1,2 ve 3 serbestlik dereceleri için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Tayvan Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlenmesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Tayvan Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.53’de verilmiştir.

Çizelge 5.53. Tayvan Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

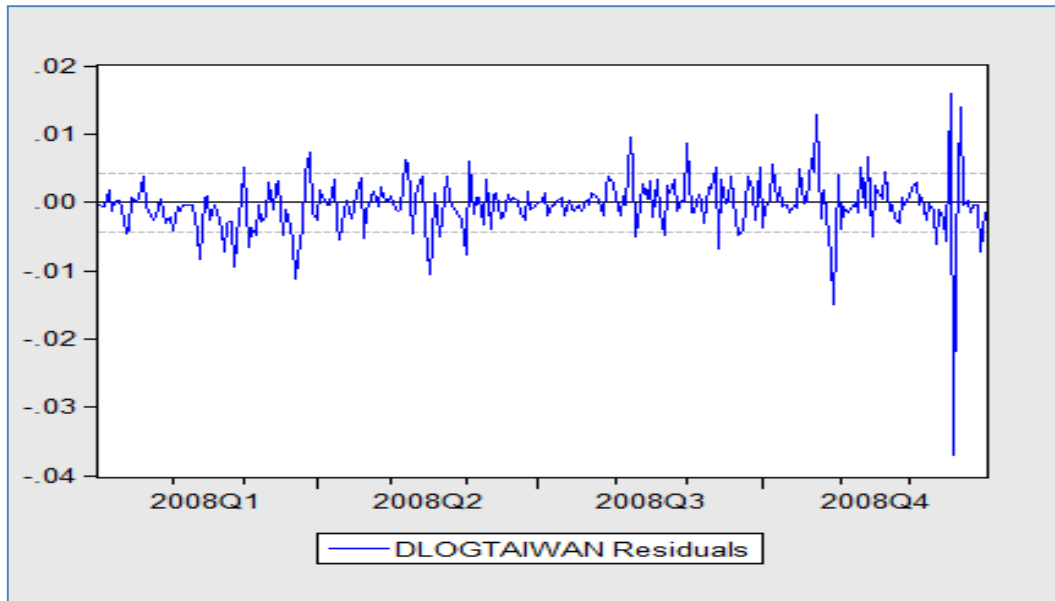
		ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Ortalama Modeli		Katsayı		0,230950	11,912810				
	λ	p değeri		0,000300	0,105100				
Varyans Modeli		Katsayı	0,000008	0,000006	0,000007	0,000008	-11,720320	0,000006	-4,885296
	α_0	p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
		Katsayı	0,560870	0,616891	0,695400	0,673262		0,476245	
	α_1	p değeri	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000		0,000000	
		Katsayı		0,059856				0,050001	0,609815
	β_1	p değeri		0,160700				0,204600	0,000000
		Katsayı				0,182721		0,351307	
	γ	p değeri				0,346700		0,099600	
		Katsayı					0,675392		0,668987
	δ_1	p değeri					0,000000		0,000000
Kriterler		Katsayı					0,074125		-0,022631
	δ_2	p değeri					0,080300		0,604200
	AIC Kriteri		-8,429447	-8,495001	-8,480427	-8,501864	-8,385952	-8,493753	-8,459120
	SIC Kriteri		-8,388475	-8,440372	-8,425799	-8,447236	-8,331323	-8,425467	-8,390834
Log Olabilirlik			1103,043000	1112,598000	1110,696000	1113,493000	1098,367000	1113,435000	1108,915000

*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.53’de incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Olabilirlik değerine sahip parametrelerinin tümü anlamlı bulunan ARCH(1)-M STANDART SAPMA modeli en uygun modeldir.

ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_0 ve α_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla $0,000 < 0,05$ olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca ortalama modelindeki λ standart sapma etkisinin olasılığı da $0,05$ ’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır.

Uygun bulunan ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.97’de verilmiştir.



Şekil 5.97. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur ve H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

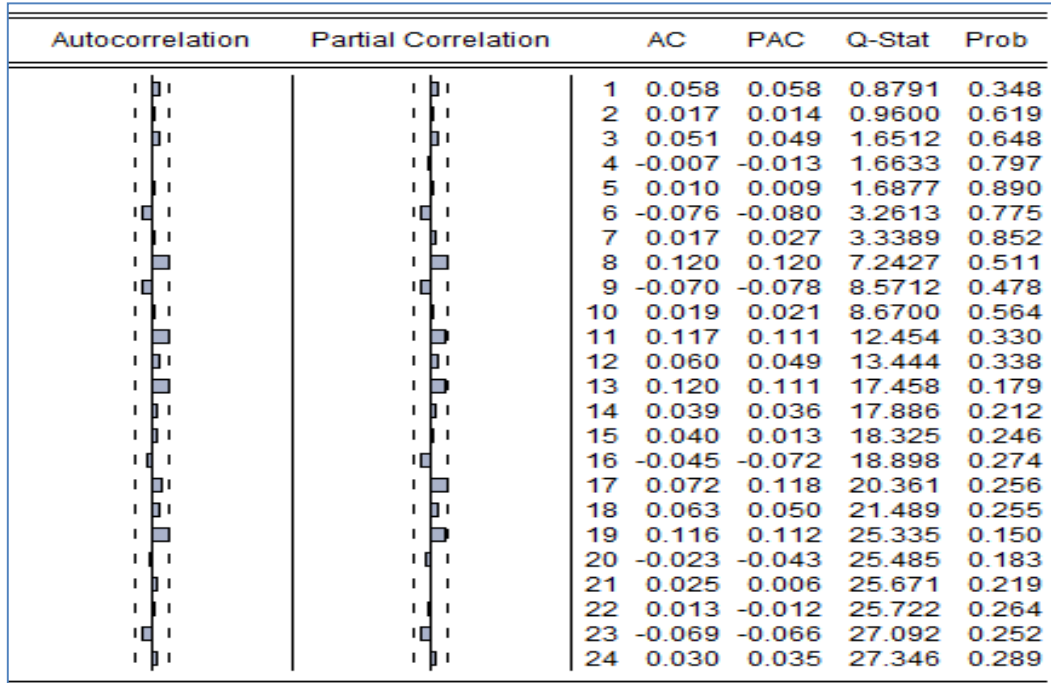
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.54’de verilmiştir.

Çizelge 5.54. ARCH-LM test sonuçları

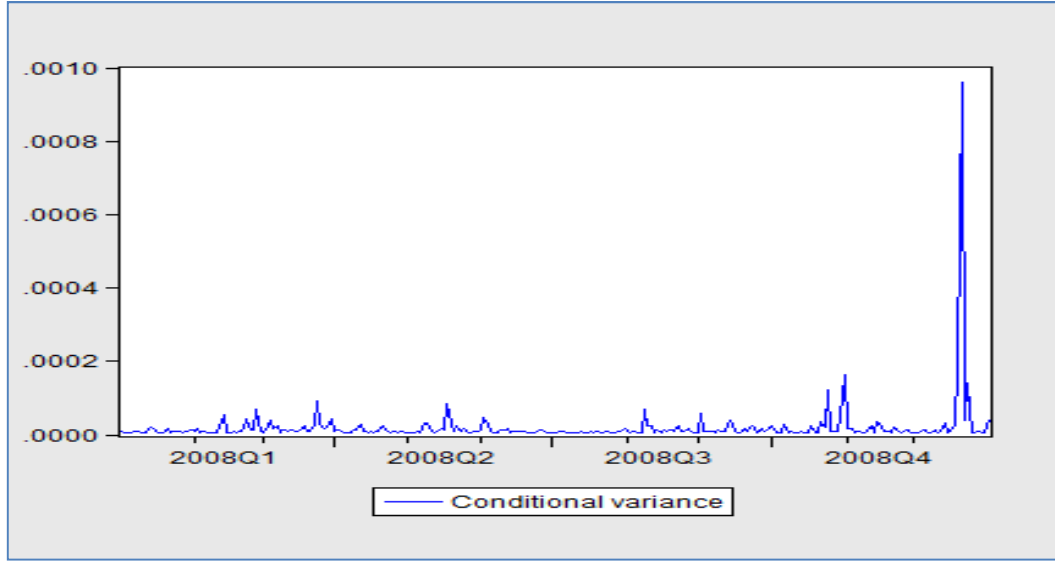
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,004380	0,9472

$T.R^2 = 0,004380$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin ARCH(1)-M STANDART SAPMA modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Tayvan Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin ARCH(1)-M STANDART SAPMA modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.98’deki gibidir.

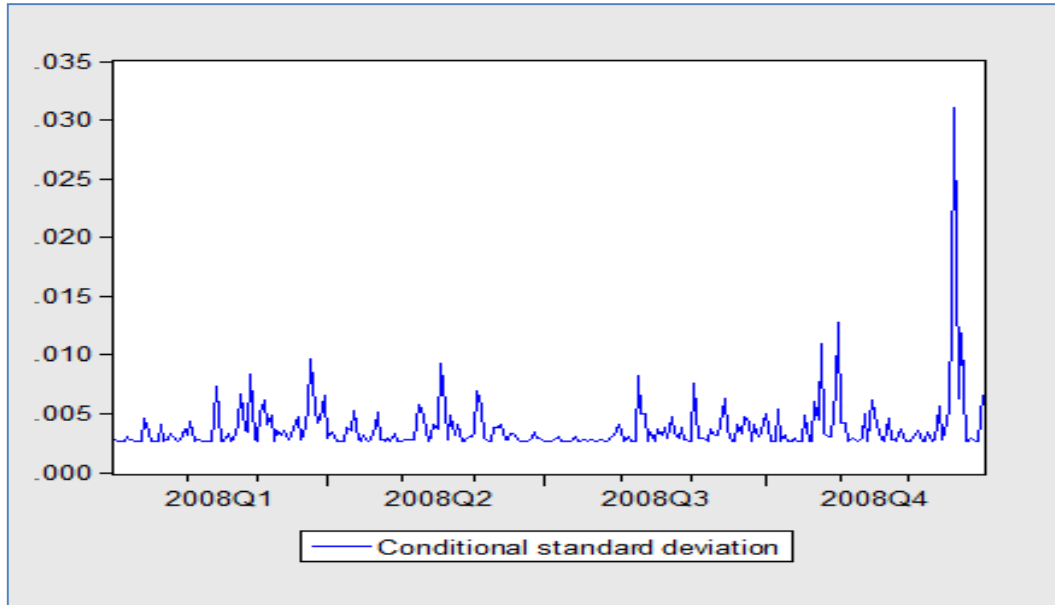


Şekil 5.98. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.99. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin koşullu varyansı

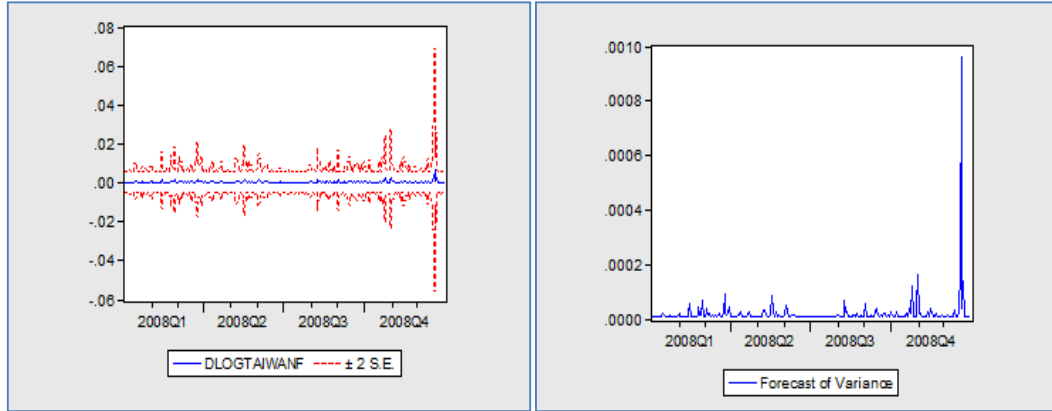
Uygun koşullu varyans modeli ARCH(1)-M STANDART SAPMA'nın koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.99' daki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.100'deki gibidir.



Şekil 5.100. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin koşullu standart sapması

Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Aralık ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı üzere Tayvan Döviz Kuru serisinde en yüksek değer Aralık ayında görülmüştü. Buradan anlaşılacağı gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin etkisinin Tayvan Döviz Kuru üzerinde en çok Aralık ayında etkisini gösterdiğini söylemek mümkündür. Aralık ayından sonrada döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

ARCH(1)-M STANDART SAPMA koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.101(a,b) ve Şekil 5.102(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



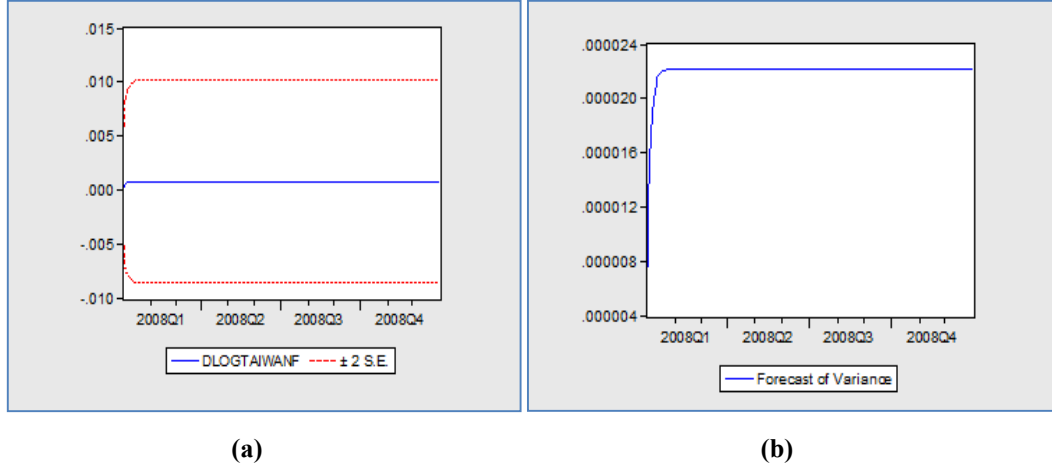
(a)

(b)

Şekil 5.101.(a) ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.101.a'daki grafik Tayvan Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.101.b grafiği ise varyans öngörüleridir. ARCH(1)-M STANDART

SAPMA modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.102.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.102.b'de verilmiştir.

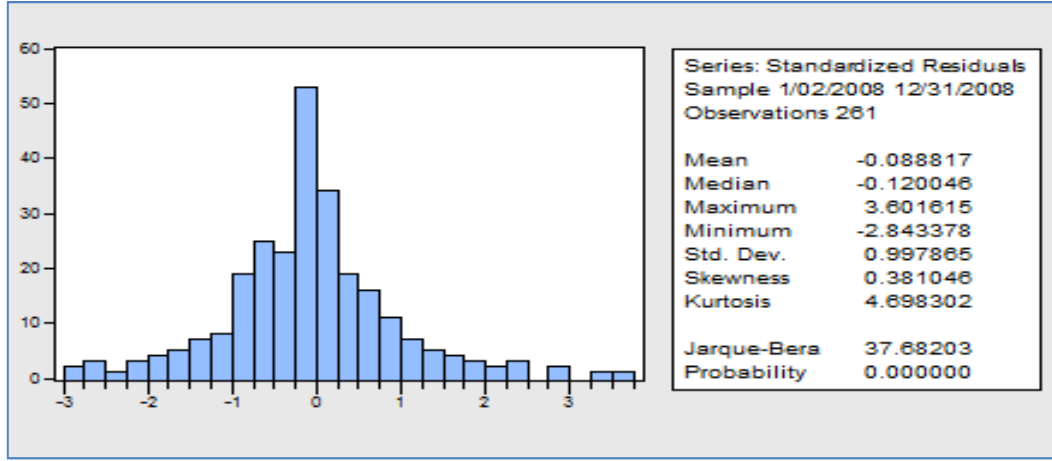


Şekil 5.102. (a) ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Tayvan Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.102.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.102.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Tayvan Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.103'de verilmiştir.



Şekil 5.103. ARCH(1)-M STANDART SAPMA modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun ARCH(1)-M STANDART SAPMA modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $37,68203 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 4,698302 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Tayvan Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t - Y_{t-1} = 0,230950\sigma_t + \epsilon_t$$

ve varyans modeli,

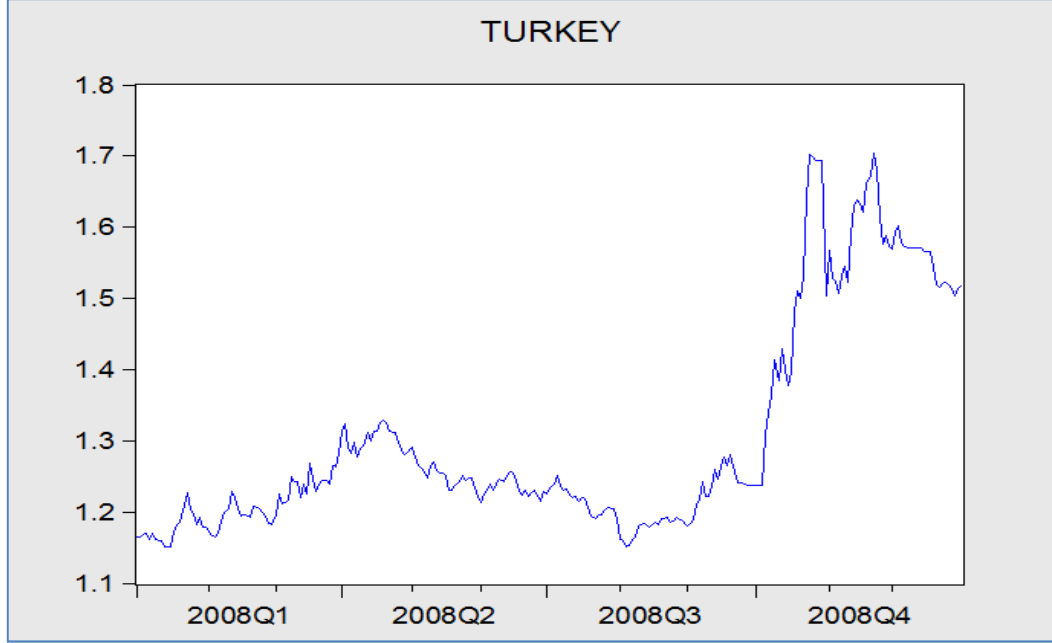
$$\sigma_t^2 = 0,000007 + 0,6954\epsilon_{t-1}^2$$

şeklindedir.

5.10. Türkiye Döviz Kuru Serisinde Volatilitenin İncelenmesi

Türkiye döviz kuru serisi haftanın 5 iş günü verileri alınarak 01/01/2008 ile 31/12/2008 tarihleri arasındaki 262 veriden oluşmaktadır. Türkiye döviz kuru para birimi Türk Lirası / US\$olarak alınmıştır.

Türkiye döviz kuru serisinin özelliklerini belirlemek için, döviz kuru zaman serisinin Kartezyen grafiği ve korelogramı incelenmelidir. Türkiye döviz kuru serisinin Kartezyen grafiği Şekil 5.104 ve korelogramı Şekil 5.105’de verilmiştir.

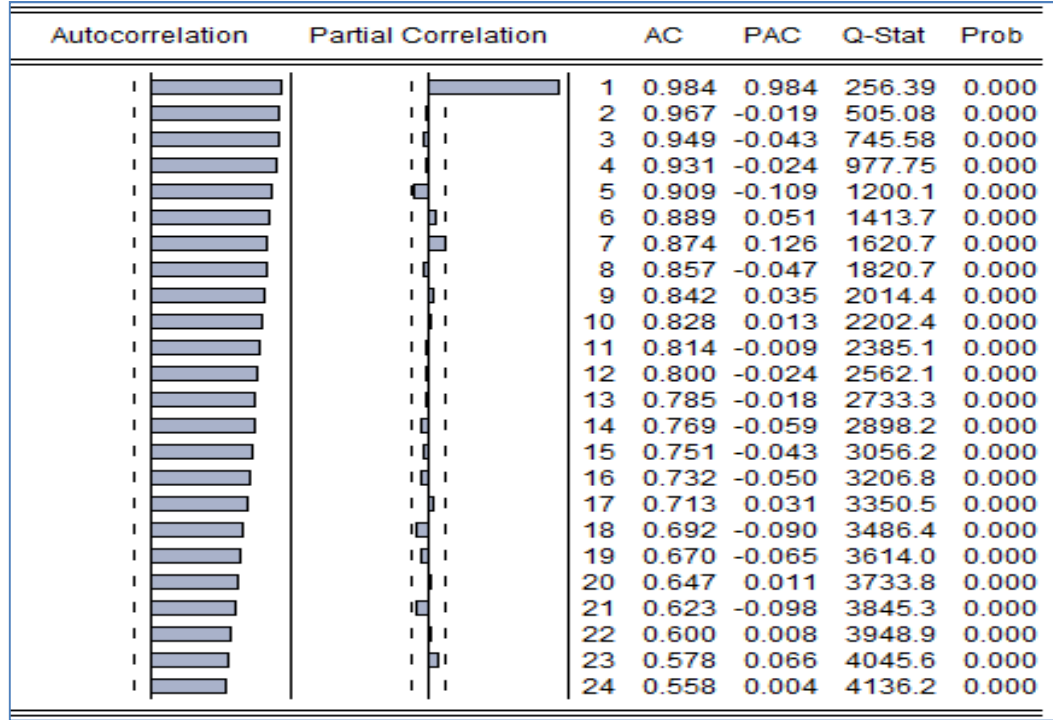


Şekil 5.104. Türkiye döviz kuru serisi kartezyen grafiği

Türkiye döviz kuru serisinin kartezyen grafiği incelendiğinde, serinin 16/01/2008 tarihinde minimum değerini aldığı ve bu tarihten itibaren olan dönem içerisinde döviz kurunda yavaş ve düzenli bir artış olduğu, Ekim ayındaki ani bir yükseliş ve düşüşten sonra 21/11/2008 tarihinde maksimum değerini aldığı görülmektedir. Bu verilere dayanarak Türkiye Döviz Kuru serisinin ortalama durağan olmadığı ve serideki düzenli olmayan iniş çıkışların serideki değişen varyans probleminin belirtisi olduğu söylenebilir.

Serinin durağan olmadığını daha net görebilmek için serinin korelogramı incelenip, ADF Test istatistiği yardımıyla bu sonuç kanıtlanmalıdır.

Türkiye döviz kuru serisinin $k=24$ gecikme için hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını içeren korelogramı Şekil 5.105’deki gibidir.



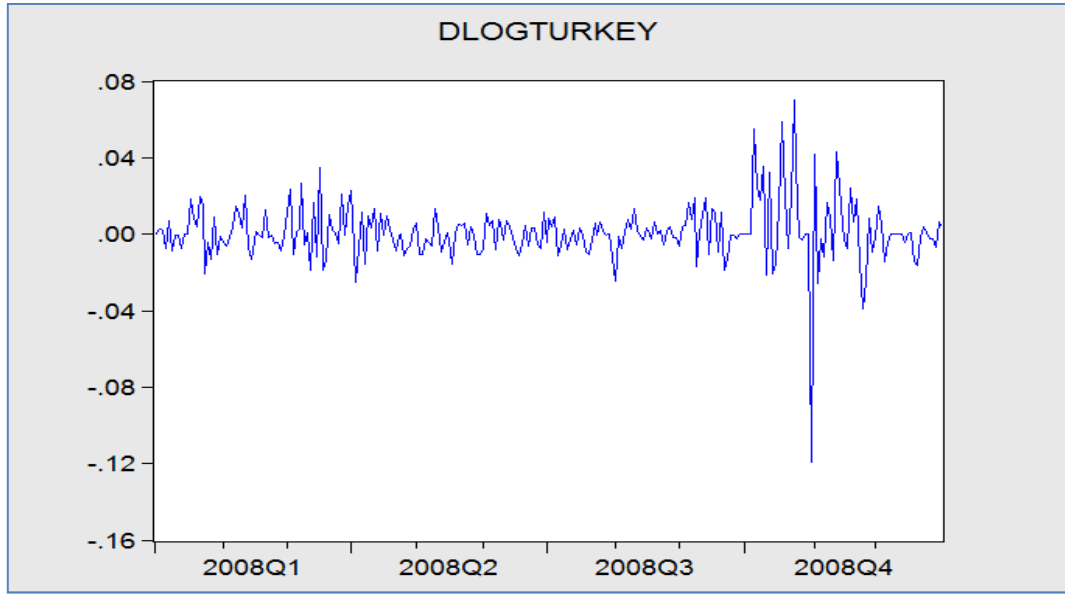
Şekil 5.105. Türkiye döviz kuru serisinin korelogramı

Türkiye döviz kuru serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonları incelendiğinde, serinin bütün k gecikmeleri için otokorelasyon değerlerinin ve birinci gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon değerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ve güven sınırlarından $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ taşması nedeniyle serinin durağan olmadığı anlaşılr. Bu, Çizelge 5.55'deki ADF Test istatistiği sonuçlarına bakılarak doğrulanabilir.

Çizelge 5.55. Türkiye döviz kuru serisi için ADF testi

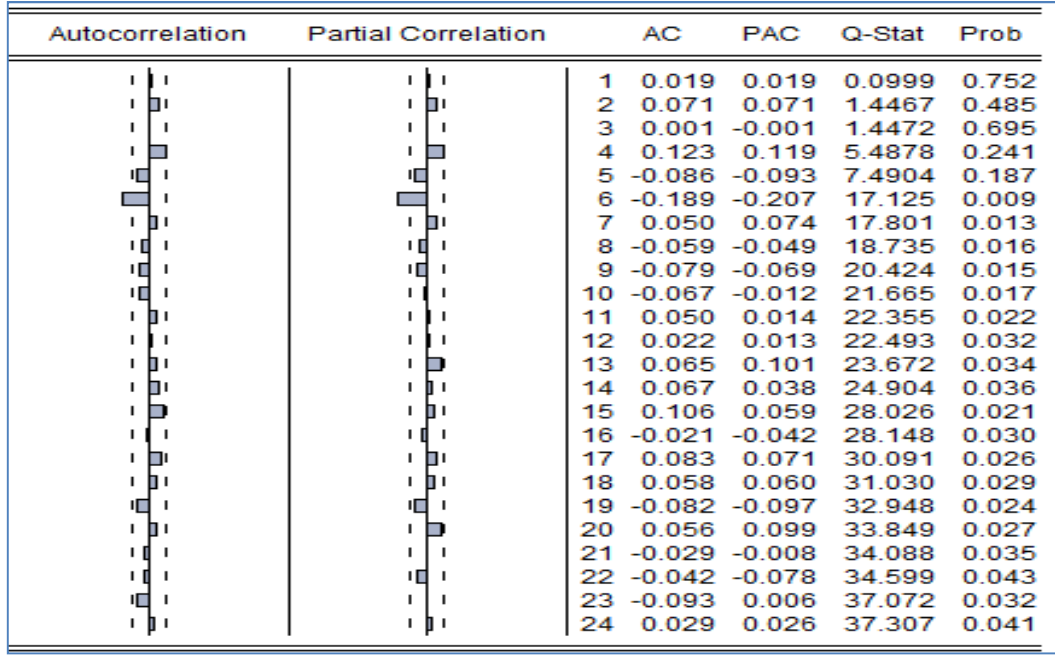
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TURKEY		
Null Hypothesis: TURKEY has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.930346	0.7775
Test critical values:		
1% level	-3.455289	
5% level	-2.872413	
10% level	-2.572638	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

ADF Test istatistiği $|-0,9303346|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455289|$, $|-2,872413|$, $|-2,572638|$ MacKinnon kritik değerlerinden küçük olduğundan Türkiye döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu, serinin durağan olmadığını savunan sıfır hipotezi kabul edilir. Serideki ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla serinin önce doğal logaritma sonra da birinci dereceden farkları alınmıştır. Yeni seri DLogTürkiye serisidir ve kartezyen grafiği Şekil 5.106'daki gibidir.



Şekil 5.106. DLogTürkiye serisinin kartezyen grafiği

Serinin Kartezyen grafiği incelendiğinde serinin değerleri sabit bir ortalama etrafında saçılımlar göstermektedir ve böylece ortalama durağanlığının sağlanmış olabileceği söylenebilir. DLogTürkiye serisinin durağanlığı, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarını içeren korelogram ve ADF Test istatistiği incelenerek kanıtlanabilir.



Şekil 5.107. DLogTürkiye serisinin korelogramı

Serinin Şekil 5.107'deki korelogramı incelenecek olursa otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerlerinin çoğunlukla $(\pm 2/\sqrt{T} = \pm 2/\sqrt{262} = 0,124)$ güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir. Çizelge 5.56'daki ADF Test istatistiğine bakılırsa $|-15,75202|$ %1,%5 ve %10 anlam düzeylerindeki $|-3,455387|, |-2,872455|, |-2,572660|$ MacKinnon kritik değerlerinden büyük olduğundan Türkiye döviz kuru serisinin birim köke sahip olduğunu savunan sıfır hipotezi reddedilir. Bu da doğal logaritması ve birinci derece farkları alınan Türkiye döviz kuru serisi durağandır anlamına gelmektedir.

Çizelge 5.56. DLogTürkiye serisi için ADF testi

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DLOGTURKEY		
Null Hypothesis: DLOGTURKEY has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=15)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-15.75202	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.455387	
5% level	-2.872455	
10% level	-2.572660	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Durağanlaştırılan seri için geçici uygun ARIMA(p,d,q) model tipi bu serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının birlikte değerlendirilmesiyle belirlenir. İlk gecikme ve sonrasında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri sınırlar içinde kaldığından bu seriye ARIMA(0,1,0) modeli uygun görülmüştür ve model sonuçları Çizelge 5.57’de verilmiştir.

Çizelge 5.57. DLogTürkiye serisi için ARIMA(0,1,0) modelinin sonuçları

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001018	0.000941	1.081978	0.2803
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.001018
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.015207
S.E. of regression	0.015207	Akaike info criterion		-5.530333
Sum squared resid	0.060124	Schwarz criterion		-5.516676
Log likelihood	722.7085	Hannan-Quinn criter.		-5.524843
Durbin-Watson stat	1.960955			

ARIMA(0,1,0) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarına ve bu katsayılardan yararlanılarak hesaplanan Q istatistiğine dayanarak yapılabilir. Modelden elde edilen hataların otokorelasyon katsayılarını içeren korelogram Şekil 5.107’deki ile aynıdır.

ARIMA(0,1,0) modelinin hatalarına ait otokorelasyon katsayıları kullanılarak hesaplanan Q istatistiği;

$Q = n \sum_{i=1}^{24} r_i^2 = 261 * 0,135943 = 35,48112 < \chi_{0,05;24}^2 = 36,41$ olduğundan $H_0 = \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ hipotezi kabul edilir ve hataların rassal olarak dağıldığı, ARIMA(0,1,0) modelinin Türkiye Döviz Kuru serisi için uygun olduğuna %5 anlamlılık düzeyinde karar verilir.

Türkiye Döviz Kuru serisi durağanlaştırılıp bir ortalama modeli uygun bulunduktan sonra, döviz kuru değişkeninin zaman içindeki değişen volatilitésinin yapısı, ARCH etkileri araştırılacaktır.

Öncelikle Türkiye Döviz Kuru serisine uygun ARIMA(0,1,0) modeli hatalarında ARCH etkisi olup olmadığını araştırmak amacıyla ARCH-LM testi yapılmıştır ve sonuçları aşağıdaki Çizelge 5.58’de verilmiştir.

Çizelge 5.58. ARCH-LM testi sonuçları

	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	3,514984	0,0608
ARCH(2)	5,99	3,508404	0,1730
ARCH(3)	7,81	3,484285	0,3228
ARCH(10)	18,31	31,44408	0,0005

Bu testte sınanacak hipotezler;

H_0 : ARCH etkisi yoktur.

H_1 : ARCH etkisi vardır.

şeklinde kurulmaktadır. Burada sıfır hipotezinde ARIMA(0,1,0) modelinin hata kareleri arasında otokorelasyon olmadığı, hatalarda ARCH etkisinin olmadığı ifade edilmektedir.

ARCH-LM testi sonuçlarının bulunduğu Çizelge 5.58 incelenecek olursa, üçüncü sütundaki $T.R^2$ değeri %5 anlam düzeyinde seçilen 10 serbestlik derecesi için hesaplanan ikinci sütundaki $\chi^2_{0,05}$ Çizelge değerlerinden büyük olduğu için H_0 hipotezi reddedilir ve hatalarda ARCH etkisi olduğu kabul edilir. Bu sonuç Türkiye Döviz Kuru değişkeni için değişen varyansın var olduğunun göstergesidir. Bu nedenle serinin çözümlemesinde ARCH tipi modeller kullanılacaktır.

Türkiye Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları Çizelge 5.59'da verilmiştir.

Çizelge 5.59. Türkiye Döviz Kuru serisi için ARCH modelleri sonuçları

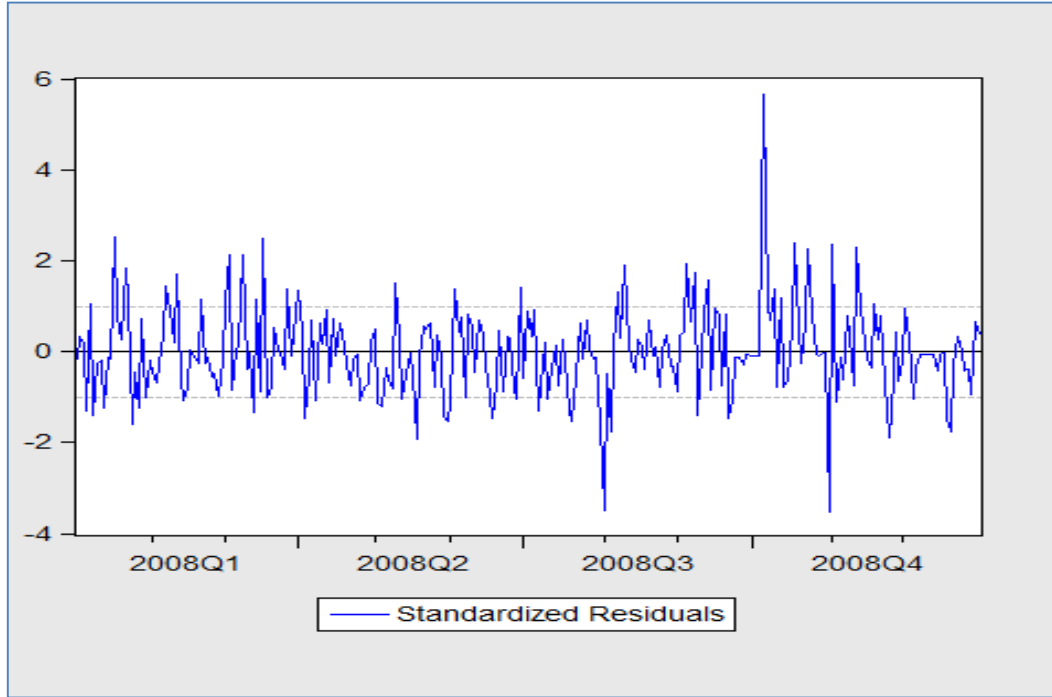
		ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCH(1)-M St. Sapma	ARCH(1)-M Varyans	TARCH(1,0)	EGARCH(1,0)	TARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Ortalama Modeli	Katsayı			0,756625	20,519020				
	λ p değeri			0,296000	0,281800				
Varyans Modeli	Katsayı	0,000186	0,000006	0,000191	0,000189	0,000185	-8,612897	0,000006	-9,522247
	α_0 p değeri	0,000000	0,009600	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000500	0,000100
	Katsayı	0,227702	0,119421	0,187171	0,207846	0,358658		0,170566	
	α_1 p değeri	0,001200	0,000000	0,004100	0,002500	0,000400		0,000200	
	Katsayı		0,856246					0,902087	-0,107154
	β_1 p değeri		0,000000					0,000000	0,695400
	Katsayı					-0,264549		-0,223020	
	γ p değeri					0,115400		0,000000	
	Katsayı						0,302675		0,308019
	δ_1 p değeri						0,000400		0,001200
Kriterler	Katsayı						0,155264		0,158196
	δ_2 p değeri						0,016700		0,010400
	AIC Kriteri	-5,570046	-5,959346	-5,565789	-5,567821	-5,568886	-5,559290	-6,078981	-5,552452
	SIC Kriteri	-5,529075	-5,904718	-5,511160	-5,513192	-5,514258	-5,504662	-6,010695	-5,484166
	Log Olabilirlik	729,891100	781,694700	730,335500	730,600600	730,739700	729,487400	798,307000	729,595000

*(AIC: Akaike information criterion, SIC: Schwarz criterion)

Çizelge 5.59’da incelenen modellerden asimetrisi göz önünde bulunduran en küçük AIC ve SIC değerlerine ve en yüksek Log Likelihood değerine sahip TARCH(1,1) modeli en uygun modeldir.

TARCH(1,1) modelinin sonuçlarını ayrıntılı olarak incelersek, varyans modelinde, ARCH etkisini gösteren α_0 , α_1 ve GARCH etkisini gösteren β_1 için hesaplanan olasılık değerleri sırasıyla 0,05’den küçük olduğundan parametrelerin sıfırdan farklı olduğunu savunan alternatif hipotez kabul edilir. Parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca asimetrik etki parametresi γ ’nın olasılığı da 0,05’ten küçük olduğu için %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır ve $\gamma = -0,223020$ olduğu için pozitif şoklar varyans üzerinde negatif şoklardan daha çok etkiye sahiptir.

Uygun bulunan TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları $\epsilon_t/\sqrt{\sigma_t^2}$ ile elde edilmiştir ve standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin grafiği Şekil 5.108’de verilmiştir.



Şekil 5.108. TARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları serisinin kartezyen grafiği

Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına yeniden, ARCH etkisinin varlığı için ARCH-LM testi uygulanır. Sınanacak hipotezler;

H_0 : Hatalarda ARCH etkisi yoktur.

H_1 : Hatalarda ARCH etkisi vardır.

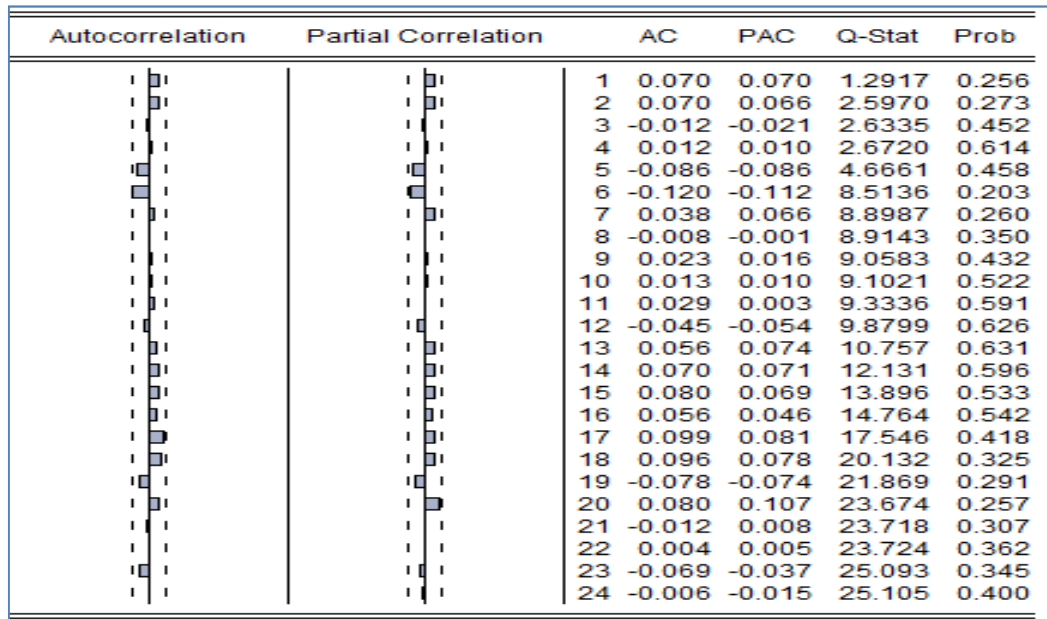
ARCH-LM testi sonuçları Çizelge 5.60’da verilmiştir.

Çizelge 5.60. ARCH-LM test sonuçları

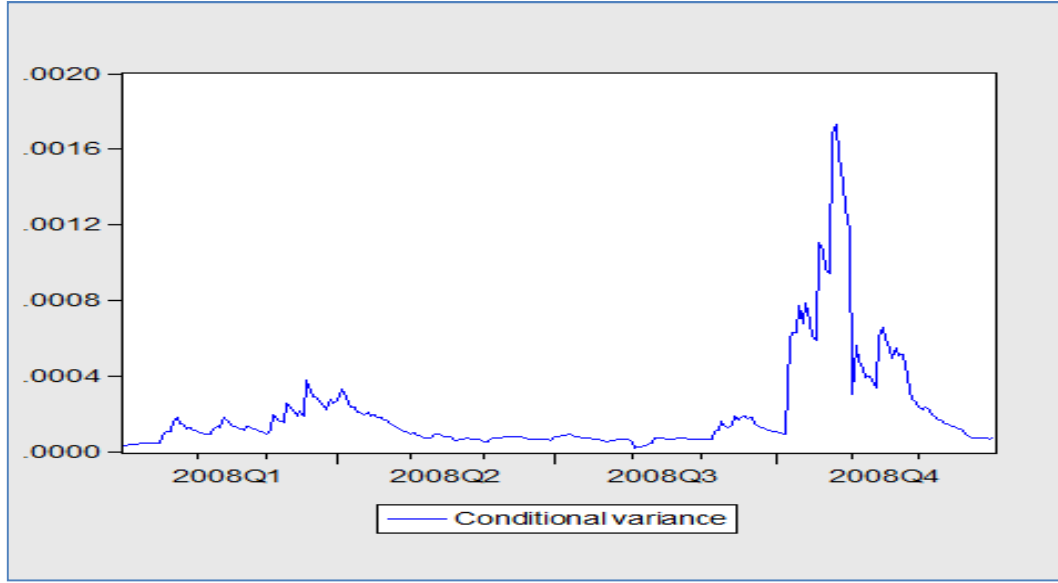
	$\chi^2_{0,05}(Tablo)$	$T.R^2$	p
ARCH(1)	3,84	0,086192	0,7691

$T.R^2 = 0,086192$ değeri %5 anlamlılık düzeyinde 1 serbestlik derecesi için belirlenen $\chi^2 = 3,84$ Çizelge değerinden küçük olduğu için H_0 hipotezi kabul edilir. Bu sonuca göre hataların serisinde ARCH etkisinin TAR(1,1) modeli ile giderildiği söylenebilir.

Ek olarak standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının otokorelasyonları incelendiğinde elde edilen sonuçlar Türkiye Döviz Kuru serisi için ortalama modeli üzerindeki otokorelasyon ve değişen varyans etkilerinin TAR(1,1) modeli ile giderildiğini göstermektedir. Standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı Şekil 5.109’daki gibidir.

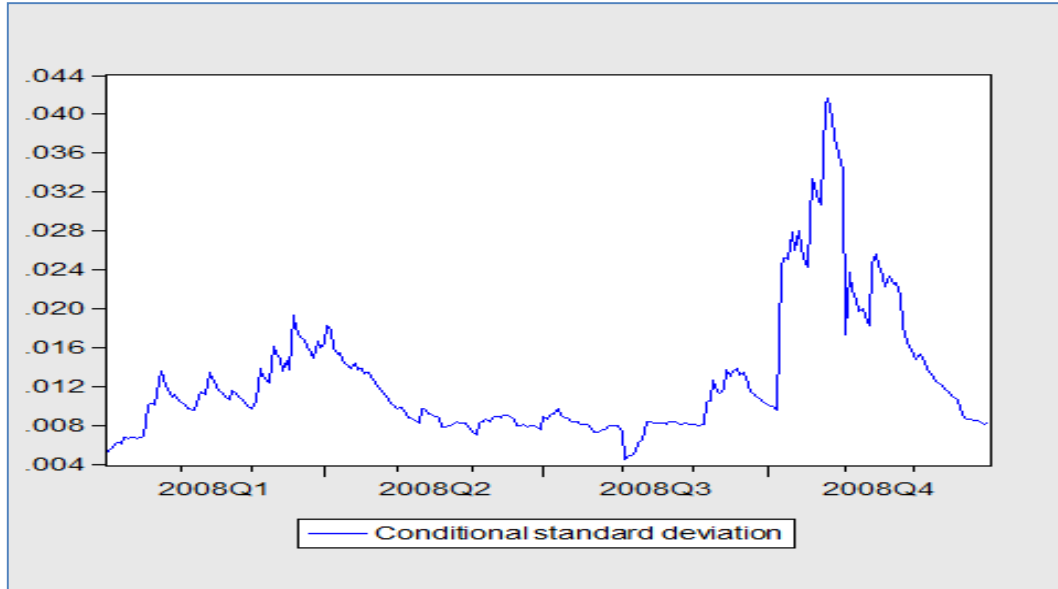


Şekil 5.109. TAR(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarının korelogramı



Şekil 5.110. TARCH(1,1) modelinin koşullu varyansı

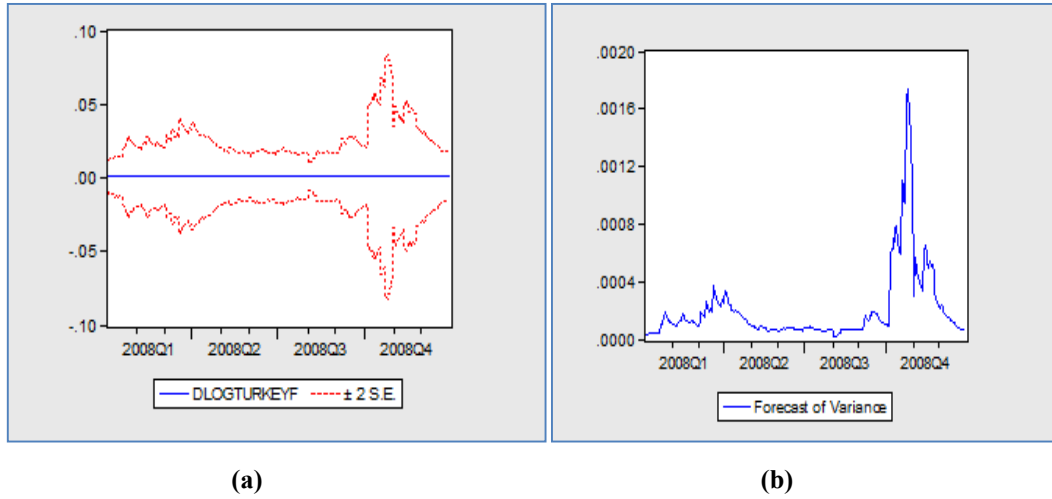
Uygun koşullu varyans modeli TARCH(1,1)'in koşullu varyansları hesaplanmış ve bütün hatalar için pozitif değerler bulunmuştur. Şekil 5.110' daki koşullu varyansların karekökleri alınarak elde edilen koşullu standart sapmaların grafiği Şekil 5.111'deki gibidir.



Şekil 5.111. TARCH(1,1) modelinin koşullu standart sapması

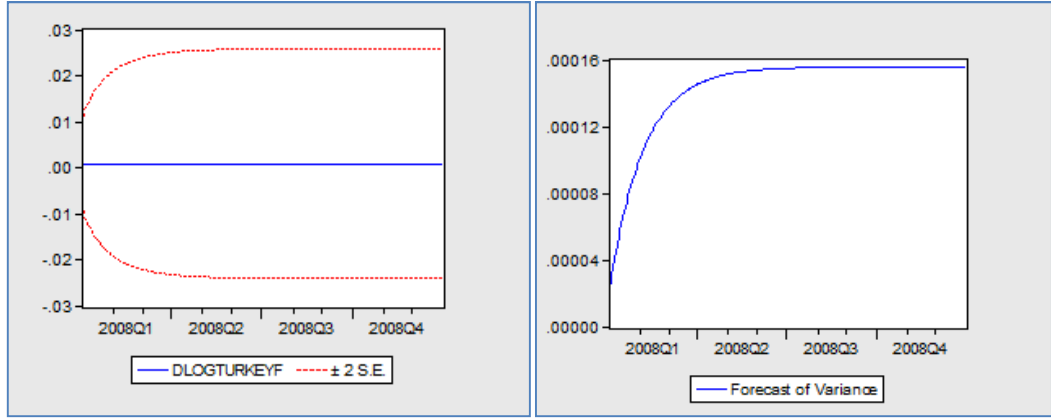
Koşullu standart sapmaların grafiği incelendiğinde 2008 yılının Ekim ayında en yüksek standart sapmaya sahip olduğu görülmektedir. Buradan anlaşılacağı gibi 2008 evrensel ekonomik krizinin Türkiye Döviz Kuru üzerinde en çok Ekim ve Kasım aylarında etkisini gösterdiğini ve daha sonrasında da azalarak devam ettiğini söylemek mümkündür. Ekim ayından sonra döviz kuru serisinde çok büyük iniş çıkışların olduğu da görülmektedir.

TARCH(1,1) koşullu varyans modelinin varyans öngörülerinin $\pm 2\sigma$ güven aralıkları Eviews programıyla Dinamik ve Statik yöntemler yardımıyla hesaplanmış, bunların grafiksel gösterimleri Şekil 5.112(a,b) ve Şekil 5.113(a,b)'de verilmiştir. Statik yöntemde öngörüler gerçek gözlem sonuçlarından yararlanılarak elde edilir. Dinamik yöntemde ise öngörüler bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanmaktadır.



Şekil 5.112. (a) TARCH(1,1) modelinin statik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Şekil 5.112.a'daki grafik Türkiye Döviz Kuru serisinin ortalama modelinin öngörüsüdür. Bu grafikteki ortadaki düz çizgili seri durağan kabul edilen Döviz kuru serisini, hemen üst ve altındaki kesikli çizgili grafikler ise ortalama modelinin öngörülerine ilişkin %95 güven aralıklarını göstermektedir. Şekil 5.112.b grafiği ise varyans öngörüleridir. TARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü Şekil 5.113.a'da ve varyans öngörüsü de Şekil 5.113.b'de verilmiştir.



(a)

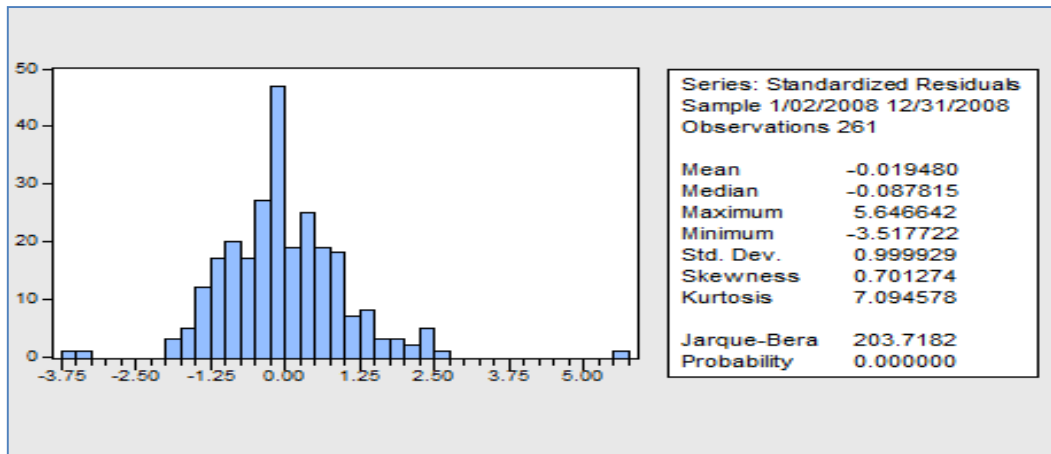
(b)

Şekil 5.113. (a) TARCH(1,1) modelinin dinamik yöntemle ortalama modelinin öngörüsü (b) varyans öngörüsü

Türkiye Döviz Kuru serisinin önceki dönemlerine dayanarak elde edilen dinamik öngörülerde Şekil 5.113.a'daki grafikte düz çizgi serinin ortalamasını ve etrafındaki kesikli çizgilerse güven sınırlarını göstermektedir.

Şekil 5.113.b'deki grafikte ise koşullu varyansın sabitleştiğini bu sebeple bu serinin öngörülmesinde TARCH(1,1) modelinin güvenilir sonuçlar vereceği söylenebilir.

Türkiye Döviz Kuru serisi için uygun koşullu değişen varyans modeli TARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları, histogram ve Jarque-Bera test istatistiği Şekil 5.114'de verilmiştir.



Şekil 5.114. TARCH(1,1) modelinin hatalarının normallik testi sonuçları

H_0 : Hatalar normal dağılır.

H_1 : Hatalar normal dağılmaz.

Sonuçlara bakılırsa bu seri için uygun TAR(1,1) modeli hatalarının Jarque Bera Test istatistiği sonucu $203,7182 > \chi^2_{0,05;2} = 5,99$ olduğu için sıfır hipotezi reddedilir ve hatalar normal dağılmaz. Basıklık ölçüsü 7,094578 olarak bulunmuştur ve hataların dağılımı normale göre daha sivridir.

Öngörü amacıyla kullanılacak ortalama ve varyans modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Türkiye Döviz Kuru serisi için uygun görülen ARIMA(0,1,0) modeli;

$$Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t$$

şeklindedir.

Seri için uygun koşullu varyans denklemi;

$$\sigma_t^2 = 0,000006 + 0,170566\epsilon_{t-1}^2 - 0,223020\epsilon_{t-1}^2 D_{t-1} + 0,902087\sigma_{t-1}^2$$

şeklindedir.

6.SONUÇ

Bu çalışmada gelişmişlik düzeylerine göre rassal olarak seçilen 10 adet ülkenin 2008 yılına ait günlük döviz kuru verileri kullanılarak, ülkelere ait döviz kuru değişkenlerinin volatilité yapısı koşullu değişen varyans modelleri ile incelenmiştir. Ülkelerden Avustralya ve Yeni Zellanda'nın para birimi USD/ülke para birimi olarak alınırken diğer ülkeler için, ülke para birimi/USD olarak alınmıştır.

İlk olarak, seçilen ülkelere ait döviz kuru serileri kartezyen grafiğı, otokorelasyon fonksiyonu ve Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF) Testi kullanılarak durağanlıkları araştırılmış ve durağan olmayan serilerin doğal logaritmaları alınarak varyans durağanlık, birinci dereceden farkları alınarak da ortalama durağanlıkları sağlanmıştır. Serilerde durağanlık sağlandıktan sonra, serilerin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarını içeren korelogramları incelenerek ve Ljung-Box Q istatistiğı kullanılarak uygun ortalama modelleri bulunmuştur. Sonuçlara göre Avustralya ve Yeni Zellanda için ARIMA(1,1,1) modeli, Çin için ARIMA(0,1,1) modeli, Norveç için ARIMA(2,1,2) modeli ve Kanada, Japonya, Güney Kore, İsviçre, Tayvan ve Türkiye için ARIMA(0,1,0) modeli uygun bulunmuştur.

Her seri için uygun bulunan ortalama modelinin hatalarında koşullu değişen varyans etkisi ARCH-LM testi yardımıyla araştırılmıştır ve bütün ülkelerin ortalama modellerinin hatalarında ARCH etkisi bulunmuştur. Daha sonra bu hatalar simetrik ve asimetrik koşullu değişen varyans modelleri kullanılarak farklı gecikme değerleri için normal dağılıma göre tahmin edilmiştir. Uygun ARCH modeli belirlenirken, parametrelerin anlamlı olmasına, log olabilirlik kriterinin en büyük, AIC ve SIC kriterlerinin en küçük olmasına dikkat edilmiştir. Avustralya, Yeni Zellanda ve Güney Kore için EGARCH(1,1) modeli, Kanada ve Türkiye için TARCH(1,1), Çin için TARCH(1,0), Japonya için TARCH(0,1) modeli, Norveç için ARCH(3) modeli, İsviçre için GARCH(1,3) modeli ve Tayvan için ARCH(1)-M(Standart Sapma) modeli uygun bulunmuştur. Uygun bulunan modellerin koşullu varyanslarından standartlaştırılmış hatalar hesaplanmış ve bu hatalara yeniden ARCH-LM testi uygulanmıştır. Bütün ülkeler

için tahmin edilen koşullu değişen varyans modellerinde ARCH etkisine rastlanmamıştır. Ek olarak standartlaştırılmış hataların otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları incelenmiş ve katsayılar %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuşlardır. Bu sonuçlar ülkeler için uygun bulunan koşullu değişen varyans modellerinin döviz kuru değişkeni üzerindeki ARCH etkisinin ortadan kaldırıldığını göstermiştir. Bu sonuca dayanarak ülkeler için uygun bulunan koşullu değişen varyans modellerinin volatilitiyi daha iyi öngörebileceğini söylemek mümkündür. Sonuç olarak koşullu değişen varyans modellerinden elde edilen koşullu standart sapmalar incelenmiş ve bütün ülkeler için 2008 evrensel ekonomik krizinin volatilitiyi üzerindeki etkisinin 2008 yılının son çeyreğini içeren Ekim, Kasım ve Aralık aylarında ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Ek olarak ülkelerin 2008 yılı içerisindeki döviz kuru volatilitesindeki artış ve azalışların ülkelere göre farklı olduğu gözlenmiştir.

Son olarak uygun bulunan koşullu değişen varyans modelleri ile statik ve dinamik öngörüler yapılmıştır. Bütün ülkelerin döviz kuru serileri için elde edilen dinamik öngörülerde varyansın sabit kaldığı görülmüştür. Bu da ülkeler için tahmin edilen koşullu değişen varyans modellerinin öngörülerde güvenilir sonuçlar vereceğini göstermektedir. Ayrıca bunun bir diğer göstergesi de bütün ülkeler için tahmin edilen koşullu değişen varyans modellerinin hatalarına uygulanan Jarque-Bera test istatistiğine göre, bu hataların normale göre daha sivri dağılıma veya kalın kuyruklara sahip olmalarıdır.

Bu ülkelerin döviz kuru volatilityesinin modellenmesinde ve öngörüsünde kullanılan simetrik ve asimetrik koşullu değişen varyans modelleri incelendiğinde, çoğu ülkenin asimetrik koşullu değişen varyans modelleri ile daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca uygun bulunan koşullu değişen varyans modellerinin öngörülerinin normale göre daha sivri dağılıma sahip olmaları ülkelerin döviz kuru serilerinin modellenmesinde bu modellerin daha güvenilir olduğunu göstermiştir.

KAYNAKLAR

- Akdi, Y. (2003), *Zaman Serileri Analizi: Birim Kökler ve Kointegrasyon*, Bıçaklar Kitapevi, Ankara.
- Bartlett, M.S. (1946), “The large sample theory of sequential tests”, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **42**, 239-244.
- Bollerslev, T. (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity”, *Econometrica*, **31**, 307-327.
- Box, G.E.P. ve Jenkins, J.M. (1976), *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco, A.B.D.
- Chatfield, C. (1996), *The Analysis of Time Series: An Introduction*, Fifth Edition, Chapman and Hall, New York, A.B.D.
- DeLurgio, S.A. (1998), *Forecasting Principles and Applications*, Irwing McGraw-Hill Companies, New York, A.B.D.
- Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley and Sons Inc., New York, A.B.D.
- Engle, R.F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation”, *Econometrica*, **50**, 987-1007.
- Engle, R.F. ve Victor, K.N.G. (1993), “Measuring and testing the impact of news on volatility”, *Journal of Finance*, **48**, 1749-1778.
- Engle, R.F., Lilien, D. ve Robins, R. (1987), “Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model”, *Econometrica*, **55**, 391–407.
- Franses, P.H. (1998), *Time Series Models for Business and Economic Forecasting*, Cambridge University Press, Cambridge, İngiltere.
- Galati, G. ve Ho, C. (2003), “Macroeconomic news and the Euro/Dollar exchange rate”, *Economic Notes*, **32**, 371-398.
- Glosten, L.R., Jagannathan, R. ve Runkle, D.E. (1993), “On the relation between the expected value and the volatility of nominal excess return on stocks”, *Journal of Finance*, **48**, 1779-1801.

- Gourieroux, C. (1997), *Arch Models and Financial Applications*, Springer Verlag, New York, A.B.D.
- Granger, C.W.J. ve Newbold, P. (1977), *Forecasting Economic Time Series*, Academic Press, London, İngiltere.
- Griffiths, W.E., Hill, R.C. ve Judge, G.G. (1993), *Learning and Practicing Econometrics*, John Wiley and Sons Inc., New York, A.B.D.
- Gujarati, D.N. (1995), *Basic Econometrics*, Third Edition, McGraw-Hill, New York, A.B.D.
- Hamilton, J.D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, New Jersey, A.B.D.
- Hamori, S. (2000), “Volatility of real GDP: Some evidence from the United States, the United Kingdom and Japan”, *Japan and World Economy*, **12**, 143-152.
- Harvey, A.C. (1993), *Time Series Models*, Second Edition, Harvester Wheatsheaf, New York, A.B.D.
- Johnston, J. ve Dinardo, J. (1997), *Econometric Methods*, Fourth Edition, McGraw-Hill International Edition, New York, A.B.D.
- Koutsoyiannis, A. (1973), *Theory of Econometrics*, MacMillan, New York, A.B.D.
- Maddala, G.S. ve Kim, I.M. (1998), *Unit Root Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press, Cambridge, İngiltere.
- Maddala, S. (2002), *Introduction to Econometrics*, Third Edition, John Wiley and Sons Ltd., New York, A.B.D.
- Makridakis, S., Wheelwright, S.C. ve Hyndman, R.J. (1998), *Forecasting Methods and Applications*, Third Edition, John Wiley and Sons Inc., New York, A.B.D.
- Mandelbrot, B. (1963), “The variation of certain speculative prices”, *Journal of Business*, **36**, 394- 419.
- McLeod, A.I. ve Li, W.K. (1983), “Diagnostic checking ARMA time series models using squared residual autocorrelations”, *Journal of Time Series Analysis*, **4**, 269-273.

- Montgomery, D.C., Johnson, L.A. ve Gardiner, J.S. (1990), *Forecasting and Time Series Analysis*, Second Edition, McGraw-Hill Inc., New York, A.B.D.
- Nelson, D.B. (1991), “Conditional Heteroscedasticity in asset returns: a new Approach”, *Econometrica*, **59**, 347-370.
- Ng, S. ve Perron, P. (1995), “Unit Root Tests in ARMA Models with Data Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag”, *Journal of the American Statistical Association*, **90**, 268-281.
- Özer, M. ve Türkyılmaz S. (2004), *Türkiye Finansal Piyasalarında Oynaklıkların ARCH Modelleri ile Analizi*, Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir.
- Pindyck, R.S. ve Rubinfeld, D.L. (1991), *Econometric Models and Economic Forecast*, Third Edition, McGraw-Hill International Edition, Boston, A.B.D.
- Sanchez-Fung J.R. (2003), “Nonlinear modeling of daily exchange rate returns, volatility, and news in a small developing economy”, *Applied Economics Letters*, **10**, 247-250.
- Seddighi, H.R., Lawyer, K.A. ve Katos, A.V. (2000), *Econometrics A Practical Approach*, Routledge Taylor and Francis Group, London, İngiltere.
- Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2010), *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*, Üçüncü Baskı, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Stock, J.H. ve Watson, M.W. (2003), *Introduction to Econometrics*, Addison Wesley, New York, A.B.D.
- Tsay, R.S. (2005), *Analysis of Financial Time Series*, Second Edition, John Wiley and Sons Inc., New Jersey, A.B.D.
- Türkyılmaz, S. (2002), *ARCH Modelleri ile Değişkenlerdeki Oynaklığın Araştırılması ve Bazı İktisadi Değişkenler Üzerine Bir Uygulama Denemesi*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Zakoian, J. (1994), “Threshold Heteroskedastic Models”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **18**, 931-955.