

T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM
DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ



ARGÜMANTASYON TEMELLİ ÖĞRETİMİN MATEMATİK
ÖĞRETMEN ADAYLARININ NORMAL DAĞILIM
KONUSUNDA PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNE ETKİSİ

SEBAHATTİN ÇETİNKAYA

DOKTORA TEZİ

PROF. DR. ABDULLAH ÇAĞRI BİBER

TEMMUZ - 2025
KASTAMONU

TEZ ONAYI

SEBAHATTİN ÇETİNKAYA tarafından hazırlanan “ARGÜMANTASYON TEMELLİ ÖĞRETİMİN MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ NORMAL DAĞILIM KONUSUNDA PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNE ETKİSİ” adlı tez çalışmasının savunma sınavı **03.07.2025** tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Prof. Dr. Abdullah Çağrı BİBER Kastamonu Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Halil İbrahim AKYÜZ Kastamonu Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Doç. Dr. İbrahim KEPÇEOĞLU Kastamonu Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Rezan YILMAZ Ondokuz Mayıs Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Dr. Samet KORKMAZ Karabük Üniversitesi	

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Enstitü Müdürü

Prof. Dr. Selahattin KAYMAKCI

TAAHHÜTNAME

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu; ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını, bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini bildirir ve taahhüt ederim.

Sebahattin ÇETİNKAYA

ÖZET

DOKTORA TEZİ

ARGÜMANTASYON TEMELLİ ÖĞRETİMİN MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ NORMAL DAĞILIM KONUSUNDA PROBLEM ÇÖZME BECERİLERİNE ETKİSİ

SEBAHATTİN ÇETİNKAYA

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
DANIŞMAN: PROF. DR. ABDULLAH ÇAĞRI BİBER

Bu araştırma, argümantasyon temelli öğretimin normal dağılım konusunda öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme becerilerine ve akademik başarılarına olan etkisini incelemeyi amaçlamaktadır. Ayrıca çalışmada matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışlarını tespit etmek de araştırmanın amaçları arasında yer almaktadır. Bu amaçlar doğrultusunda, araştırmada karma yöntem desenlerinden açıklayıcı sıralı desen benimsenmiş olup araştırmanın nicel boyutunda ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen; nitel boyutunda ise durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu, 2023-2024 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programının ikinci sınıfında 22 öğrencinin katılım sağladığı 2/A sınıfı (kontrol grubu) ve 25 öğrencinin katılım sağladığı 2/B sınıfı (deney grubu) olmak üzere toplam 47 öğretmen adayından oluşmaktadır. Uygulama sürecinde deney grubunda argümantasyon temelli öğretim yaklaşımı kullanılırken, kontrol grubunda ise dersler mevcut öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Toplam beş hafta süren çalışmanın nicel verileri Akademik Başarı Testi ve Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi ile elde edilirken; nitel veriler ise görüş formu ve yarı yapılandırılmış görüşme ile elde edilmiştir. Nicel verilerin analizi için; bağımsız gruplar t-testi, Mann Whitney U testi, Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Testlerin normallik kontrolleri için Shapiro-Wilks testi ve çarpıklık-basıklık değerleri dikkate alınmıştır. Nitel verilerin analizi ise içerik analizi yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, argümantasyon temelli öğretimin öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme becerilerine ve akademik başarılarına istatistiksel olarak anlamlı katkı sağladığı tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretime ilişkin görüşlerinin genellikle olumlu yönde olduğu saptanmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin normal dağılım kavramını ve ilişkili kavramları öğrenmede birtakım sıkıntılar yaşadıkları tespit edilmiştir. Araştırma sonucunda, argümantasyon temelli öğretimin, öğretmen adaylarının istatistiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına ve problem çözme becerilerinin gelişmesine katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

ANAHTAR KELİMELEER:Argümantasyon Temelli Öğretim, Normal Dağılım, Problem Çözme Becerisi, Matematik Öğretmen Adayları

Temmuz 2025, 283 Sayfa



ABSTRACT

PH. D THESIS

THE EFFECT OF ARGUMENTATION-BASED TEACHING ON PROBLEM SOLVING SKILLS OF MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES ON NORMAL DISTRIBUTION

SEBAHATTİN ÇETİNKAYA

**KASTAMONU UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION
SUPERVISOR: PROF. DR. ABDULLAH ÇAĞRI BİBER**

This research aims to examine the effects of argumentation-based teaching on pre-service teachers' mathematical problem solving skills and academic achievement about normal distribution. In addition, determining the conceptual understanding of pre-service mathematics teachers about normal distribution is also among the aims of the study. In line with these aims, the explanatory sequential design from mixed method designs was adopted in the research, and a quasi-experimental design with pre-test-post-test control group was used in the quantitative dimension of the research, and a case study was used in the qualitative dimension. The study group of the research consists of a total of 47 pre-service teachers, including 22 students from class 2/A (control group) and 25 students from class 2/B (experimental group) in the second year of Kastamonu University, Faculty of Education, Primary Mathematics Teaching Undergraduate Program in the spring semester of 2023-2024. During the application process, argumentation-based teaching approach was used in the experimental group, while the lessons were taught with the current teaching method in the control group. The quantitative data of the study, which lasted a total of five weeks, were obtained through the Academic Achievement Test and Normal Distribution Problem Solving Skills Test; The qualitative data were obtained through opinion form and semi-structured interview. For the analysis of quantitative data; independent groups t-test, Mann Whitney U test, Wilcoxon Signed Ranks Test were used. Shapiro-Wilks test and skewness-kurtosis values were taken into consideration for normality checks of the tests. The analysis of qualitative data was carried out by content analysis method. According to the findings obtained in the research, it was determined that argumentation-based teaching made a statistically significant contribution to the mathematical problem solving skills and academic achievement of the prospective teachers. In addition, it was determined that the opinions of the prospective teachers in the experimental group about argumentation-based teaching were generally positive. However, it has been determined that students have some difficulties in learning the concept of normal distribution and related concepts. As a result of the research, it was concluded that argumentation-based teaching contributed to the prospective teachers' deeper understanding of statistical concepts and the development of their problem solving skills.

KEYWORDS:Argumentation Based Teaching, Normal Distribution, Problem Solving Skills, Mathematics Teacher Candidates

July 2025, 283 Page

TEŞEKKÜR

Tezimin araştırma ve yazım süreci boyunca her aşamada desteklerini hiçbir zaman için esirgemeyen, yardımına ihtiyaç duyduğum her an rahatlıkla ulaşabildiğim, tecrübesini ve samimiyetini her zaman yanımda hissettiğim gerek yüksek lisans gerekse de doktora çalışmalarım boyunca bana emek veren saygıdeğer danışman hocam Sayın Prof. Dr. Abdullah Çağrı BİBER'e en derin şükranlarımı sunarım.

Lisans, yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca ilgi ve yardımlarıyla bana destek olan, beni bilimsel çalışmalar yapmaya teşvik eden başta Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR olmak üzere tüm İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü hocalarına teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Tez İzleme Komisyonumda yer alan, yaptıkları yapıcı eleştirilerle tezimin mevcut hale gelmesinde büyük payları olan Sayın Doç. Dr. Halil İbrahim AKYÜZ, Doç. Dr. İbrahim KEPÇEOĞLU ve Doç. Dr. Fadime ULUSOY hocalarıma ayrı ayrı teşekkür eder, saygılarımı sunarım.

Pilot çalışma ve esas çalışmada gönüllü bir şekilde yer alarak katılımlarıyla bu çalışmanın gerçekleşmesini sağlayan tüm matematik öğretmen adaylarına ve araştırmanın uygulama kısmının gerçekleşebilmesi için gerekli ortamı sağlayan Sayın Doç. Dr. Feyza ALİUSTAOĞLU ve Sayın Dr. Musa SADAK hocalarıma gönülden teşekkürlerimi sunarım.

Bu uzun yolculuğun başında cesaret bulmamı sağlayan, önerileriyle ve samimi yaklaşımıyla destek sunan Sayın Doç. Dr. Adem YILMAZ hocama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora süreci boyunca TÜBİTAK-BİDEB 2211-A Genel Yurt İçi Doktora Burs Programı kapsamında maddi destek sağlayan TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Bu zorlu doktora sürecinde her daim yanımda olan, sabırları ve dualarıyla bana güç veren aileme; sevgisi, anlayışı ve desteğiyle en büyük dayanağım olan eşime ve her anıyla bana ilham veren biricik kızım Feyza'ya gönülden teşekkür ederim.

Sebahattin ÇETİNKAYA

Kastamonu, 2025

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAYI	ii
TAAHHÜTNAME	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı	6
1.3 Araştırmanın Önemi	7
1.4 Araştırmanın Alt Problemleri	10
1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları	11
1.6 Terimlere İlişkin Tanımlar	11
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	14
2.1 Argümantasyon Temelli Öğrenme Yaklaşımı	14
2.1.1 Argümantasyon	14
2.1.2 Argümantasyonun Tarihsel Gelişimi	16
2.1.3 Toulmin'in Argümantasyon Modeli	19
2.1.4 Argümantasyon Temelli Öğretim	24
2.1.5 Argümantasyon Temelli Matematik Öğretiminde Öğretmenin Rolü	27
2.1.6 Matematiksel Problem Çözmede Argümantasyonun Rolü	31
2.1.7 Argümantasyon Temelli Öğrenme Yaklaşımı ile İlgili Araştırmalar	33
2.3. Problem Nedir?	49
2.3.1 Problem Türleri	54
2.3.2 Problem Çözme	59
2.3.2.1 Matematik öğretim programında problem çözme	62
2.3.2.2 Problem çözme süreci	64
2.3.2.3 Problem çözme becerisini etkileyen faktörler	71
2.3.2.3.1 Bilişsel faktörler	71
2.3.2.3.2 Duyuşsal faktörler	73
2.3.2.3.3 Sosyo-kültürel faktörler	75
2.3.2.4 Matematiksel problem çözme becerisi ile ilgili araştırmalar	78
3. YÖNTEM	87
3.1 Araştırmanın Modeli	87
3.2 Çalışma Grubu	90
3.3 Veri Toplama Araçları	91
3.3.1 Normal Dağılım Başarı Testi	92
3.3.2 Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi	98
3.3.3 Görüş Formu	101
3.3.4 Yarı Yapılandırılmış Görüşme	101
3.4 Pilot Çalışma	103

3.5 Esas Çalışma.....	106
3.6 Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Öğretim Süreci	108
3.7 Veri Analizi	110
3.7.1 Nicel Veri Analizi.....	110
3.7.2 Nitel Veri Analizi	114
3.8 Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	116
3.9 Araştırmacının Rolü	118
4. BULGULAR.....	120
4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	120
4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	121
4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	122
4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular	124
4.5 Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	125
4.6 Araştırmanın Altıncı Alt Problemine İlişkin Bulgular	126
4.6.1 Argümantasyon Temelli Öğretimin Verimliliğine İlişkin Katılımcı Görüşleri	126
4.6.2 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğretmen Bakış Açısıyla Avantaj ve Dezavantajlarına Ait Katılımcı Görüşleri	128
4.6.3 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğrenci Bakış Açısıyla Değerlendirilmesine İlişkin Katılımcı Görüşleri	130
4.6.4 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğretmenlik Eğitimi Açısından Katkılarına İlişkin Katılımcı Görüşleri	132
4.6.5 Argümantasyon Temelli Öğretimin Hangi Matematik Konularında Uygulanabileceğine Yönelik Katılımcı Görüşleri	134
4.7 Araştırmanın Yedinci Alt Problemine İlişkin Bulgular	135
4.7.1 Birinci Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları.....	135
4.7.2 İkinci Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları.....	138
4.7.3 Üçüncü Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları	140
4.7.4 Dördüncü Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları.....	142
5. SONUÇ ve TARTIŞMA	144
5.1 Normal Dağılım Konusundaki Akademik Başarıya İlişkin Sonuç ve Tartışma	144
5.2 Normal Dağılım Konusunda Matematiksel Problem Çözme Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma.....	150
5.3 Deney Grubunda Yer Alan Katılımcıların Argümantasyon Temelli Öğretim Uygulamaları Hakkındaki Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma	153
5.4 Matematik Öğretmen Adaylarının Normal Dağılım Konusundaki Kavramsal Anlayışlarına İlişkin Sonuç ve Tartışma	163
6. ÖNERİLER	168
KAYNAKLAR.....	172
EKLER.....	210
EK A: Etik Kurul İzin Belgesi	211
EK B: Argümantasyon Etkinlikleri Hakkındaki Uzman Görüşleri.....	212
EK C: Deney Grubu Ders Planları	214
EK D: Kontrol Grubu Ders Planları	224
EK E: Deney Grubunda Uygulanan Argümantasyon Etkinlikleri	234
EK F: Çalışmada Kullanılan Normal Dağılım Problem Çözme Becerisi Testi.....	257

Ek G: Çalışmada Kullanılan Akademik Başarı Ön Test-Son Test.....	259
EK H: Çalışmada Kullanılan Görüş Formuna Verilen Cevapların Bir Örneği	261
EK I: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Çerçevesi.....	262
EK İ: Argümantasyon Temelli Bir Problem Çözme Etkinliği Örneği: Sınıf İçi Diyaloglar	266
EK J: Problem Çözme Beceri Testi İçin Kullanılan Dereceli Puanlama Anahtarı.....	269
ÖZGEÇMİŞ	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1 Toulmin Argümantasyon Modeli'nin Ana Öğeleri (Toulmin, 2003)	20
Şekil 2.2 Toulmin Argümantasyon Modeli (Toulmin, 2003)	22
Şekil 2.3 Problem Çözmenin Basamakları (MEB, 2024a)	67
Şekil 2.4 Polya'nın problem çözme basamakları (Polya, 2018).	68



TABLolar DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 3.1 Veri toplama araçlarının uygulanış biçimi.....	92
Tablo 3.2 Ön test ve Son Test Analizi Rubriği	93
Tablo 3.3 Madde güçlük indeksi değerlerinin sınıflandırılması	95
Tablo 3.4 Madde ayırt edicilik indeksi değerlerinin sınıflandırılması	96
Tablo 3.5 Normal dağılım başarı testinde yer alan maddelere ait güçlük ve ayırt edicilik indeksi	96
Tablo 3.6 Cohen Kappa Katsayısını yorumlamaya ilişkin değer aralıkları	97
Tablo 3.7 Matematiksel problem çözme beceri testinde yer alan maddelere ait madde güçlük ve ayırt edicilik indeksi	99
Tablo 3.8 Nicel veri analizinde kullanılan istatistiksel testler	113
Tablo 4.1 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Ön Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları	120
Tablo 4.2 Deney ve Kontrol Grubu Akademik Başarı Ön Test Puanlarına İlişkin Mann Whitney U Testi sonuçları	121
Tablo 4.3 Kontrol grubu Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları	121
Tablo 4.4 Kontrol grubunun Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonuçları	122
Tablo 4.5 Deney grubu Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları	123
Tablo 4.6 Deney grubunun Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi sonuçları	123
Tablo 4.7 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları	124
Tablo 4.8 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Son Test puanlarına ilişkin Bağımsız Örneklem t-testi sonuçları	124
Tablo 4.9 Deney ve kontrol grubu Problem Çözme Becerisi Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları	125
Tablo 4.10 Deney ve kontrol grubu Problem Çözme Becerisi Son Test puanlarına ilişkin Mann Whitney U Testi sonuçları	126
Tablo 4.11 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki birinci soruya verdikleri cevaplar	127
Tablo 4.12 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki ikinci soruya verdikleri cevaplar	128
Tablo 4.13 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki üçüncü soruya verdikleri cevaplar	130
Tablo 4.14 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki dördüncü soruya verdikleri cevaplar	133
Tablo 4.15 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki beşinci soruya verdikleri cevaplar	134

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

ASA	: Amerikan İstatistik Kurumu (American Statistical Association)
GAISE	: İstatistik Eğitiminde Öğretim ve Değerlendirme için Yönergeler (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education)
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
OECD	: Organization for Economic Co-operation and Development (Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü)
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMMS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Bilimleri Çalışmaları Eğilimleri)
SPSS	: Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler için İstatistik Paketi)
TDK	: Türk Dil Kurum

1. GİRİŞ

Araştırmanın bu bölümünde çalışmanın problem durumu, önemi, amacı, alt problemleri, varsayımları ve sınırlılıkları açıklanarak ilgili terimlere ilişkin tanımlamalara yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Matematik eğitimi, kişilerin eleştirel düşünme, analitik düşünme, akıl yürütme ve karar verme becerilerinin geliştirilmesinde kritik bir role sahiptir. Bununla birlikte öğrencilerin çoğunun matematik dersini günlük yaşamdan kopuk ve soyut bir disiplin olarak algılamaları, öğrenme sürecinde birtakım zorluklar yaşamalarına neden olmaktadır (Schoenfeld, 2016). Özellikle İstatistik dersine ait konular, bu soyutluk algısını pekiştiren alanların başında gelmektedir. Bu bağlamda matematik eğitiminde “Normal dağılım” gibi temel istatistiki kavramların yeterince anlaşılmaması, öğrencilerin soyut düşünme süreçlerini ve problem çözme becerilerini doğrudan etkilemektedir (Wilensky, 1997). İstatistik konularına ait kavramların öğrenciler tarafından anlamlandırılmasında yaşanan güçlükler, bu konuda yaygın olarak ortaya çıkan kavram hataları ve bu durumun öğrencilerin problem çözme performansını olumsuz bir şekilde etkilediği, birçok çalışmada vurgulanmaktadır (Batanero vd., 2004; Garfield vd., 2008; Zhang vd., 2025). İstatistiğin temel konularından biri olan normal dağılım konusu, öğrenme ortamlarında genellikle teorik ağırlıklı ve formüle dayalı bir şekilde öğretilmektedir. Bu nedenle öğrenciler normal dağılım kavramını gerçek verilerle ilişkilendirmede veya problem çözme süreçlerinde güçlükler yaşamakta, normal dağılım eğrisini sezgisel olarak kavramakta başarısız olmakta ve normal dağılım kavramını sadece formül düzeyinde anlamlandırmaya çalışmaktadırlar (Batanero vd., 1994; Batanero ve Álvarez-Arroyo, 2024; Sotos vd., 2007). Özellikle lise ve lisans seviyesinde yapılan araştırmalarda; öğrencilerin normal dağılımın simetrik yapısı, standart sapma ile olan ilişkisi, z-skorlarının yorumlanması ve eğri altında kalan alanı olasılıkla ilişkilendirme gibi konularda ciddi anlamda kavramsal eksiklikler ve yanılgılarının var olduğu tespit edilmiştir (Garfield ve Chance, 2000; Martin, 2003). Oysaki büyük bir hızla dijitalleşen ve veri odaklı bir hale gelen günümüz dünyasında veri analizi yapma, analiz sonuçlarını yorumlama ve çıkarım

yapma becerileri giderek daha kritik bir beceri haline gelmiş olup, bilgiye dayalı karar alma süreçlerinde temel bir gereklilik olarak ön plana çıkmıştır (Franklin vd., 2007). Bu toplumsal ve teknolojik gelişim, eğitim sistemini doğrudan etkilemiş olup, bu doğrultuda özellikle istatistik okuryazarlığı ve matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalara istatistik eğitimi toplulukları tarafından büyük önem verilmektedir (Gal, 2002; Schoenfeld, 2020).

American Statistical Association (ASA) tarafından gerçekleştirilen araştırmalarda, küresel rekabet koşullarında başarılı olabilmek için istatistiksel akıl yürütme becerilerinin kritik bir öneme sahip olduğu ifade edilmektedir. İstatistiksel okuryazarlığın geliştirilmesinin kişisel refaha önemli katkılar sunmasının yanında, ulusal ekonomiye büyük katkılar sağladığı vurgulanmaktadır (ASA, 2016). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) raporlarında da benzer şekilde istatistiksel kavramların anlaşılmasının ve buna bağlı olarak kullanılmasının günümüz koşullarında bilinçli kararlar alabilme açısından vazgeçilmez bir unsur olduğu belirtilmektedir.

İstatistik bilimi, veri toplama, toplanan verileri düzenleme, analiz etme ve analiz sonuçlarını yorumlama süreçlerini kapsayan bir alandır (Rumsey, 2002). İstatistiksel yöntemler, betimsel istatistik ve çıkarımsal istatistik olmak üzere iki ana kategoride incelenmektedir. Betimsel istatistik, verileri özetleme ve görselleştirmeye odaklanırken; çıkarımsal istatistik, örneklemeden elde edilen bulgulara dayalı olarak popülasyon hakkında birtakım genellemeler yapmayı hedeflemektedir (Garfield ve Ben-Zvi, 2008).

İstatistik eğitiminde (özellikle son yıllarda) betimsel istatistikten çıkarımsal istatistiğe doğru birtakım yönelmelerin olduğu görülmektedir (Zieffler vd., 2018). Çıkarımsal istatistik; verileri yorumlamada, tahminde bulunmada ve buna bağlı olarak sonuçların çıkarılmasında yaygın olarak kullanıldığı için birçok disiplin açısından temel bir araç halini almıştır. Bundan dolayı lisans düzeyindeki istatistik derslerinde yer alan çıkarımsal istatistiğin ağırlığı artarak merkezi bir konum kazanmıştır. Ancak yapılan birçok araştırmada, çıkarımsal istatistik tekniklerinin uygulanması ve yorumlanması hususunda öğrencilerin birtakım zorluklar yaşadıkları belirtilmektedir (Garfield ve

Ben-Zvi, 2008; Kolinowski, 2010). Veri analizinden istatistiksel çıkarıma geçiş, istatistik derslerinde öğrencilerin yaşamış oldukları en büyük zorluklardan birisidir (Batanero vd., 2004). Birçok çalışmada, öğrencilerin istatistiksel hesaplamaları doğru bir şekilde yapabilmelerine rağmen, yaptıkları hesaplamaların sonuçlarını yorumlama konusunda ve bu sonuçların temelinde yatan kavramsal yapıyı keşfetme noktasında birtakım güçlükler yaşadıkları belirtilmektedir (Chance vd., 2004; Garfield vd., 2015).

Normal dağılım, istatistiksel çıkarıma temel oluşturan olasılık dağılımlarının en önemlilerinin başında gelmektedir. Öğrenciler bu kavramı içselleştirdiklerinde, sadece simetrik bir eğrinin özelliklerini anlamakla kalmayıp, aynı zamanda aritmetik ortalama, standart sapma, varyans, z-skoru, çan eğrisi, standart normal dağılım, olasılık alanları, merkezi limit teoremi ve hipotez testleri gibi birçok istatistiksel kavramı anlamlandırma fırsatı yakalarlar (Castro Sotos vd., 2007; Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Özellikle çıkarımsal istatistik bağlamında örnekleme dağılımlarının, örneklemelerin büyük olduğu durumlarda normal dağılıma yakınsadığını belirten “merkezi limit teoremi” nedeniyle normal dağılım bilgisi öğrencilerin; hipotez testi, güven aralıkları ve parametrik testler gibi temel konuların anlaşılması için ön koşul teşkil etmektedir (Pal ve Sinha, 2024; Singh vd., 2024). Bunun aksine yapılan araştırmalar, öğrencilerin normal dağılım konusunu yüzeysel olarak anladığını ve genellikle bu dağılımın görsel, kuramsal ve uygulama içeren durumları bir bütün halinde anlamlandırmakta zorlandıklarını ortaya çıkarmaktadır (Bruce vd., 2024; Zhang vd., 2025). Özellikle normal dağılımın istatistiksel çıkarım sürecinde bir model olarak kullanılmasında ortaya çıkan soyutluk, öğrencilerin bu konudaki anlamlandırma süreçlerinde ve kavramsal gelişimlerinde önemli güçlükler yaşamalarına neden olmaktadır (Dang vd., 2025). Bu nedenle, “normal dağılım” öğretimi yalnızca bir konu başlığı halinde yüzeysel bir şekilde değil; istatistiksel düşünmenin bütüncül bir temeli olması farkındalığıyla ele alınarak, anlam oluşturmaya içeren yenilikçi yaklaşımlarla desteklenmelidir.

Normal dağılım konusunun istatistik eğitiminde bu kadar merkezi bir konumda olmasının nedenleri birçok boyutta incelenebilir. Bu bağlamda, normal dağılım kavramının öğrenilmesinin İstatistik dersinde temel teşkil etmesinin nedenleri araştırma bulgularına dayalı olarak aşağıda maddeler halinde özetlenmiştir:

1. İstatistiksel prosedürlerin birçoğu örnekleme dağılımlarının normal dağılıma yakınsadığı görüşünü temel alan Merkezi Limit Teoremi'ne dayanmaktadır. Merkezi Limit Teoremi, yeterince büyük örneklemlemlerle çalışıldığında, örneklem ortalamalarının dağılımının normal dağılıma yaklaşacağını belirtir ve bu yönüyle normal dağılımın istatistikteki yaygınlığını teorik olarak açıklar. Bu bağlamda çıkarımsal istatistiğin temelini anlamak için normal dağılımı kavramak zorunludur. (Moore vd., 2013).
2. Normal dağılım, hipotez testleri için bir dayanak oluşturmaktadır. Z-testi, t-testi, ANOVA gibi birçok parametrik testin geçerliği, verilerin normal dağılım gösterdiği varsayımına bağlıdır. Bu testlerin anlamlı olup olmadığına dair yorumlamalar, normal dağılımın matematiksel özellikleri ile doğrudan ilişkilidir (Field vd., 2012).
3. Gerçek dünya olaylarında modellemeye en uygun dağılım, normal dağılımdır. Sınav puanları, boy uzunluğu, vücut ağırlığı ve ölçüm hataları gibi birtakım doğal ve sosyal olayları içeren dağılımlar büyük örneklemlemler biçiminde incelendiklerinde normal dağılıma uygun bir dağılım gösterdikleri görülecektir. Bu durum, normal dağılımı veri analizinin uygulamaları açısından vazgeçilmez kılmaktadır (Doane ve Seward, 2011).
4. Normal dağılımın çan eğrisi şeklindeki görsel temsili, öğrencilerin standart sapma, ortalama, varyasyon ve dağılım hakkında sezgisel bir anlayış kazanmalarını sağlamaktadır (Garfield ve Ben-Zvi, 2008).
5. Farklı ölçüm birimlerini karşılaştırmada ve kişilerin durumlarını normlara göre değerlendirme gibi hususlarda z-skorerlarının kullanımı, normal dağılımın doğrudan ortaya çıkardığı bir sonuçtur. Normal dağılım böylece z-skorerları ile standardizasyon sağlamaktadır (Sowey ve Petocz, 2016).
6. Normal dağılım, parametrik modelleme süreçlerinin temelini oluşturmaktadır. Regresyon, yapısal eşitlik modelleme ve doğrulayıcı faktör analizi gibi ileri düzey istatistiksel yöntemler, genellikle verilerin normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Bu nedenle normal dağılım bilgisi, ileri düzeyde gerçekleşen analizlerin anlaşılabilmesinin ön koşulunu teşkil etmektedir (Tabachnick vd., 2019).

Normal dağılım kavramı; verileri organize etme, istatistiksel işlemleri uygulama ve araştırma sonuçlarını yorumlama gibi kavramsal öğrenmelerin gerçekleştirilmesinde

kritik bir role sahiptir (Pfannkuch ve Wild, 2004). Aritmetik ortalama ve varyansla tanımlanan normal dağılım (Gauss Dağılımı), istatistikte ve olasılıksal düşünmede önemli bir yere sahiptir (Stigler, 2016). Öğrencilerin istatistiğe karşı pasif bir tüketici olarak değil, elde edilen sonuçlara aktif birer yorumlayıcı olarak yaklaşmaları, normal dağılım kavramına yönelik derin anlamalar gerçekleştirmelerini sağlamaktadır.

Matematik ve istatistik eğitiminde, eleştirel düşünme, problem çözme ve akıl yürütme becerileri, geliştirilmesi gereken temel beceriler arasında yer almaktadır (Schoenfeld, 2016). Problem çözme, matematiksel düşünmenin merkezini oluşturan bir beceri olup, aynı zamanda öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarını, uygulama ve değerlendirme yapmalarını sağlayan dinamik bir süreçtir (Lester ve Cai, 2016). Normal dağılım gibi karmaşıklık içeren istatistiksel kavramların öğretim sürecinde, öğrencilerin problem çözme becerilerini kullanmalarına yönelik etkinliklerin uygulanması, onların kavramsal anlamalarını derinleştirmeleri açısından oldukça önemlidir.

Matematik eğitiminde öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerine katkı sağlayan önemli bir faktördür. Ancak, geleneksel yaklaşımla yapılan öğretim; genellikle birtakım formüller ve belli bir prosedüre odaklanıp öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirmelerine engel olmakla birlikte, problem çözme becerilerini geliştirme konusunda da yetersiz kalmaktadır. Yapılan araştırmalarda, öğrencilerin istatistiksel problem çözme sürecinde çözüme uygun stratejileri geliştiremedikleri ve genellikle yüzeysel olarak işlem basamaklarına bağlı kaldıkları belirtilmektedir. Bu durum özellikle varyans, normal dağılım ve standart sapma gibi soyut ve çok aşamalı olan kavramların öğrenilmesi sürecinde, öğrencilerin problem çözme süreçlerini zorlaştırarak kavramsal anlamalarını olumsuz yönde etkileyebilmekte ve problemin çözümüne ulaşma noktasında birtakım engeller oluşturmaktadır (Kurudirek vd., 2025). Problem çözme sürecinin sadece hesaplama yapabilme becerisini değil; problemi anlama, bir plan yapma, planı uygulama ve geri dönüp bakma gibi üst düzey bilişsel becerileri içermektedir. Bu becerilerin geleneksel öğretim yaklaşımıyla kazandırılmayacağına dair güçlü bulguların var olduğu ifade edilmektedir (Hiebert ve Grouws, 2007; Ng ve Chew, 2023; Schoenfeld, 2013).

Tüm bu bulgular göstermektedir ki, istatistiğin temel yapı taşlarından biri olan normal dağılım kavramının öğretiminde karşılaşılan kavramsal zorluklar, öğrencilerin yalnızca bu konudaki anlamalarını değil, aynı zamanda matematiksel problem çözme süreçlerindeki başarılarını da doğrudan etkilemektedir. Geleneksel öğretim yöntemleri, öğrencilerin bu kavramı yüzeysel bir biçimde ve formül odaklı öğrenmelerine neden olmakta; bu da öğrencilerin istatistiksel düşünme, akıl yürütme ve karar verme becerilerinin gelişimini sınırlandırmaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin normal dağılım gibi soyut ve çok boyutlu bir kavramı daha derinlemesine anlamalarını sağlayacak, kavramsal düşünmeyi ve problem çözmeyi birlikte destekleyen alternatif öğretim yaklaşımlarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Son yıllarda matematik eğitiminde etkili öğrenme ortamları oluşturmak amacıyla önerilen argümantasyon temelli öğretim yaklaşımı; öğrencilerin düşünme süreçlerini yapılandırmalarına, kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmelerine ve matematiksel akıl yürütmelerini bir temele dayandırmalarına imkân tanıyan güçlü bir yöntem olarak ön plana çıkmaktadır. Bu bağlamda, normal dağılım gibi istatistiksel bir kavramın öğretiminde argümantasyon temelli öğretim uygulamalarının öğrencilerin problem çözme becerilerine olan etkisinin incelenmesi hem literatürdeki kuramsal boşluğu doldurmakta hem de öğretim süreçlerine yenilikçi katkılar sunma potansiyeli taşımaktadır.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, argümantasyon temelli öğretiminin normal dağılım konusunda öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme becerilerine olan etkisini incelemektir. Çalışma, öğrencilerin normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışlarını tespit etmek ve problem çözme becerilerini geliştirmeleri için argümantasyon temelli öğretim yaklaşımının etkililiğini ortaya koymayı hedeflemektedir. Ayrıca argümantasyon temelli öğretimin gerçekleştirildiği matematik öğretmen adaylarının öğretim yöntemine ilişkin görüşlerinin incelenmesi araştırmanın amaçları arasında yer almaktadır. Araştırmanın amaçları doğrultusunda alt problemler belirlenerek, araştırma sürecine ilişkin bu problemlere cevap aranacaktır.

1.3 Araştırmanın Önemi

İstatistik öğretimi, 1950'lerden 1980'lere gelinceye kadar bir dizi formüller, hesaplamalar ve işlemler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu tarihlerden sonra ise istatistik, gerçek yaşam problemlerini çözmek amacıyla kullanılmış; öğrencilerin yorumlama, eleştirme ve değerlendirme yeteneklerini geliştirmelerine yönelik bir dönüşüme uğramıştır (Cobb, 2007; Moore, 2005). Bu dönüşüm, istatistik öğretimindeki içeriğin formüllerden öte, kavramların anlaşılması konusuna odaklanılmasını ve ders etkinliklerinde istatistiksel düşünmenin üzerinde durulmasını sağlamıştır. Bu değişim süreci, kavramsal ve veri odaklı yaklaşımların ağırlık kazanmasına, buna karşılık olarak da teorik yapıların ve kuralların süreçte daha az yer almasına neden olmuştur (Cobb, 2007; Garfield vd., 2015).

American Statistical Association (ASA) tarafından 2016 yılında yayımlanan GAISE II (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education: College Report 2016) raporu, istatistik eğitiminin daha etkili, anlamlı ve çağdaş öğrenme ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde yapılandırılmasına yönelik altı temel öğretim ilkesini sunmaktadır (ASA, 2016):

1. İstatistik eğitiminde istatistiksel düşünmenin geliştirilmesi amaçlanmalıdır. Öğrencilerin sadece formül ezberlemeleri değil, istatistiksel düşünme becerilerini kazanmaları yani rastlantısallık, değişkenlik, belirsizlik ve örnekleme gibi temel kavramları sezgisel bir biçimde anlamlandırmaları ana hedef olmalıdır. Bu düşünme biçimini elde etmiş öğrenci, veriye dayalı olarak karar verme süreçlerinin temelini atmıştır. Bu düşünme biçimi, veri temelli karar verme süreçlerinin temel dayanağını oluşturmaktadır.
2. İstatistiksel soru sorma, sürecin merkezinde yer almalıdır. Bu bağlamda öğrencilere veri toplama, verileri analiz etme ve analiz sonuçlarını yorumlama becerileri kazandırırken, sürecin başlangıç noktasını içeren anlamlı ve araştırılabilir düzeyde istatistiksel soruların oluşturulma biçimi öğretilmelidir. Bu yaklaşım, istatistiği pasif bir bilgi alanı olmaktan çıkararak, araştırma odaklı ve etkin öğrenmeye dayalı bir disipline dönüştürmektedir.

3. Veriler belli bir bağlam dahilinde sunularak analiz edilmelidir. Verilerin öğrenciler tarafından anlamlı bir biçimde analiz edilebilmesi için bağlamın, yani verilerin toplandığı gerçek yaşam durumları açıklanmalıdır. Bağlamsal temelden ayrılmış bir şekilde oluşturulan sayısal veri setleri, kavramsal anlayışı zayıflatarak öğrencilerin çıkarımsal boyutta düşünmelerini sınırlandırmaktadır.
4. Veri analizine yönelik olarak çoklu temsiller kullanılmalıdır. Bu bağlamda öğrenme etkinliklerinde istatistiksel kavramları öğrencilere tablo, grafik, sembolik ifadeler ve doğal dil gibi farklı şekillerde sunmak, kavramların içselleştirilmesi sağlamaktadır. Özellikle normal dağılım gibi soyut kavramların farklı temsillerle öğretilmesi büyük önem taşımaktadır.
5. Teknolojinin sürece etkili bir biçimde dahil edilmesi sağlanmalıdır. Simülasyonlar, dinamik grafikler ve birtakım istatistik yazılımları gibi teknolojik yapıların istatistik öğretiminde kullanılması, öğrencilerin istatistiksel süreci deneyimleyerek anlamlandırmasını kolaylaştırmaktadır. Böylece teknoloji kullanılarak kavramların deneyimleme yoluyla öğrenilmesi sağlanır.
6. Öğrenme etkinliklerinde, öğrencilerin derse aktif katılımı öğretmen tarafından desteklenmelidir. Bu bağlamda öğretim süreci sadece öğrencilere bilgi aktaracak şekilde tasarlanmalı; bunun aksine grup çalışması, projeler, tartışma ve açık uçlu sorular yoluyla öğrencileri bu sürece aktif olarak katabilen yapılandırmacı bir öğretim benimsenmelidir. Bu yaklaşım öğrenmenin kalıcılığı açısından oldukça önemlidir.

Bu öneriler genel olarak, öğrencilerin aktif olarak derse katılımını sağlamaya, kavramları zihinsel olarak yapılandırma fırsatı tanımaya ve akıl yürütme becerilerini geliştirmeye vurgu yapmaktadır. Ayrıca öğrenme ortamlarında gerçek verilerin kullanılması, bilginin görselleştirilmesi ve öğrencilerin bilgi ile etkileşiminin sağlanması da önemli görülen hususlar arasında yer almaktadır (Garfield vd., 2015). Bu çerçevede öğrencilerin kavramsal anlamalarını destekleyen, onları derse aktif katılmaları yönünde teşvik eden ve matematiksel akıl yürütmeye odaklanan öğretim yaklaşımlarının önemi daha da belirgin bir hale gelmektedir. Bu bağlamda, özellikle istatistik ve olasılık konularına yönelik olarak öğrenme sürecini tartışma, iddia oluşturma ve gerekçelendirme eylemleri üzerine kurgulayan argümantasyon temelli

öğretim yaklaşımı, son yıllarda dikkatleri üzerine çeken alternatif öğretim modellerinden birisidir.

Argümantasyon temelli öğretim yaklaşımı, öğrencilerin matematiksel kavramları bilişsel olarak derinleştirmelerini sağlayan ve problem çözme becerilerine önemli düzeyde katkılar sunan etkili bir öğretim stratejisi olarak ön plana çıkmaktadır. Son yıllarda yapılan araştırma sonuçlarına göre, bu yöntemin özellikle istatistik ve olasılık konularında öğrencilerin kavramları anlamlandırmalarında ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmelerinde olumlu etkilerinin olduğu ortaya çıkmıştır (Berndt vd., 2021; Fielding, 2025). Duran vd. (2017) deneysel çalışmalarında, argümantasyon temelli öğretimin lise öğrencilerinin olasılık konusundaki akademik başarılarına ve matematiğe yönelik tutumlarına olumlu yönde katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Batanero vd., (2004) yaptıkları çalışmada öğrencilerin normal dağılım konusunda akıl yürütme becerilerini geliştirmenin büyük önem taşıdığını vurgulamaktadır. Ancak bu çalışmalar, konuya ilişkin bazı olumlu etkileri ortaya koysa da, genel olarak normal dağılım gibi soyut kavramların öğretiminde etkili ve kanıta dayalı pedagojik yaklaşımların sayıca sınırlı kaldığına işaret etmektedir.

Normal dağılım, istatistiksel çıkarımın temelini oluşturan; z-skorları, standart sapma ve Merkezi Limit Teoremi gibi birtakım ilişkili kavramların öğrenilmesini gerektiren karmaşık yapıda bir konudur. Bundan dolayı normal dağılım konusu öğrenciler için yalnızca belirli hesaplamalar içeren bir konu olmaktan ziyade, kavramsal anlamlandırmaya yönelik bilişsel derinlikler gerektiren bir kavramdır (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Bu bağlamda, argümantasyon temelli öğrenme ortamları; normal dağılım konusunda öğrencilerin sadece doğru sonuca ulaşmalarını değil, o sonuca nasıl ve ne şekilde ulaştıklarını sorgulamalarını sağlayıp, kavram hatalarının önüne geçmekte ve problem çözme sürecini işlevsel olarak yapılandırmalarına katkı sağlamaktadır (Berland ve Reiser, 2009; Fielding, 2025). Argümantasyon sürecinde öğrencilerin farklı bakış açılarını değerlendirerek karşılaştırma yapmaları, iddialarına gerekçe oluşturmaları ve matematiksel doğrularını karşı tarafa savunmaları, normal dağılım gibi soyut kavramlar içeren konuların daha derin bir biçimde anlamlandırılmasına imkân tanımaktadır (Inglis vd., 2007).

Ancak literatür incelendiğinde, normal dağılım konusunun öğretiminde argümantasyon temelli yaklaşımın etkililiğini doğrudan inceleyen araştırmaların oldukça sınırlı olduğu anlaşılmış ve tam olarak argümantasyon yaklaşımını içermeyen, bununla birlikte etkinlik temelli ve öğrenciyi aktif etmeye yönelik yaklaşımları benimseyen bazı yöntemlerin kullanıldığı çalışmaların bulunduğu tespit edilmiştir (Elmas Baydar, 2023; Benková vd., 2022; Fernández vd., 2020; Kovacs vd., 2021; Woodard vd., 2020). Özellikle bu bağlamda argümantasyon temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin problem çözme becerilerine olan etkisini doğrudan ele alan herhangi bir deneysel çalışmanın bulunmadığı görülmektedir. Literatürdeki bu boşluk gerek öğretim tasarımı gerekse de öğrenme çıktılarının değerlendirilmesi açısından istatistik eğitiminde önemli bir araştırmaya ihtiyaç duyulduğuna işaret etmektedir. Bu doğrultuda normal dağılım konusunda argümantasyon temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin problem çözme becerilerine olan etkisini incelemeyi amaçlayan bir çalışma hem kuramsal çerçeveye katkı sağlayacak hem de öğretim süreci açısından uygulanabilir yenilikçi stratejilerin geliştirilmesine temel oluşturacaktır.

1.4 Araştırmanın Alt Problemleri

Araştırmanın problem durumu doğrultusunda aşağıdaki alt problemler oluşturulmuştur:

1. Deney ve kontrol grubunun akademik başarı ön test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. Kontrol grubunun akademik başarı ön test başarı puanları ile akademik başarı son test başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?
3. Deney grubunun akademik başarı ön test başarı puanları ile akademik başarı son test başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?
4. Deney ve kontrol grubunun akademik başarı son test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?
5. Deney ve kontrol grubunun normal dağılım problem çözme beceri testi başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?
6. Deney grubunda yer alan öğrencilerin argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşleri nelerdir?

7. Matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışları nasıldır?

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibidir:

- Araştırma, 2023-2024 eğitim yılı bahar döneminde Kastamonu Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans programının 2. sınıfta öğrenim gören 47 matematik öğretmen adayı ile sınırlıdır.
- Olasılık ve İstatistik dersinde “Normal Dağılım” konusu ile ilgili yapılan 8 etkinlik ile sınırlıdır.
- Araştırmanın uygulama süresi her iki grup için haftada 3 saat olmak üzere toplam 15 saat ile sınırlıdır.
- Araştırmanın veri toplama araçları; Akademik Başarı Testi (Ön Test-Son Test), Normal Dağılım Problem Çözme Becerisi Testi, Görüş Formu, yarı yapılandırılmış görüşme ile sınırlıdır.

1.6 Terimlere İlişkin Tanımlar

Normal Dağılım: İstatistikte en temel ve yaygın kullanılan sürekli olasılık dağılımıdır. Çan eğrisi şeklinde ve simetrik bir yapıya sahip olan bu dağılım, ortalama (μ) ve standart sapma (σ) parametreleriyle tanımlanır (Krithikadatta, 2014). Bu dağılımda, verilerin yaklaşık olarak %68'i ortalamadan bir standart sapma, %95'i iki standart sapma ve %99,7'si üç standart sapma uzakta yer almaktadır (Salinas-Herrera ve Salinas-Hernández, 2022).

Argüman: Ortaya atılan iddiayı desteklemek amacıyla sunulan gerekçe, kanıt ve mantıksal bağlantıların bütünüdür (Reuter, 2023). Matematik eğitimi açısından argüman, matematiksel olarak ortaya atılan bir iddianın geçerli olduğunu ya da doğruluğunu göstermek için kullanılan mantıksal yapıyı ifade etmektedir (Castro ve Toro, 2023). Toulmin'e ait argümantasyon modeline göre bir argüman; iddia (claim), veri (data), gerekçe (warrant), destek (backing), niteleyici (qualifier) ve çürütücü (rebuttal) bileşenlerinden oluşmaktadır (Krummheuer, 2007).

Argümantasyon: Argüman oluşturma, oluşturulan argümanları değerlendirme ve savunma sürecini içermektedir (Witherspoon vd., 2022). Matematik eğitimi bağlamında argümantasyon; matematiksel iddialar sunma, bu iddiaları destekleyecek yönde kanıtlar bulma, karşıt argümanları değerlendirerek matematiksel düşüncelerini savunma süreçlerini içeren bilişsel ve sosyal bir etkinliktir (Kartika vd., 2024). Argümantasyon, matematiksel bilgiyi sosyal bir ortamda yapılandırmayı sağlayan, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştiren ve özellikle matematikteki soyut kavramların derinlemesine öğrenilmesini destekleyen bir süreci kapsamaktadır (Reuter, 2023).

Argümantasyon Temelli Öğretim: Öğrencilerin öğrenme sürecinde sadece matematiksel ifadeleri uygulamakla kalmayıp, oluşturdukları ifadeleri savunmaları, belli bir dayanağa göre gerekçelendirmeleri ve farklı ifadelerle karşılaştırmaları üzerine kurulan yapılandırmacı yaklaşımı esas alan bir öğretim metodudur. Bu öğretim yönteminde öğrenciler matematiksel bir iddia üreterek, bu iddialara gerekçeler sunarlar ve düşüncelerini farklı görüşlerle karşılaştırarak eleştirel düşünme becerilerini geliştirirler (Erduran vd., 2004). Özellikle matematikteki soyut kavramların (istatistiksel çıkarım gibi) anlamlandırılma sürecinde öğrencilerin kendi düşüncelerini açık bir biçimde ifade edip bunları savunma imkânı bulmaları, kavramsal anlayışların derinleşmesini sağlamaktadır (Schwarz ve Baker, 2016).

Problem: Çözümü doğrudan bilinmeyen, çözülmesi için belli bir yöntem veya strateji gerektiren ve bir bağlama dayalı olarak anlam ifade eden soru, sorun veya durumlardır (Foster, 2023). Matematik eğitimi bağlamında problem, öğrencilerin mevcut bilgi ve becerilerini kullanmaları yoluyla çözmeleri gereken, fakat çözüm yolu açıkça belirgin olmayan matematiksel bir görev şeklinde tanımlanmaktadır (Liljedahl vd., 2016).

Problem Çözme: Problemi anlama, çözüm yöntemi geliştirme, çözüm stratejisini uygulama ve elde edilen sonuçları değerlendirme aşamalarını içeren bilişsel ve üst bilişsel bir süreci kapsamaktadır (Polya, 1957; Szabo vd., 2020). Matematik eğitimi bağlamında problem çözme, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlarını, çözüm için bir plan yapmalarını, çözüm planını uygulamalarını ve yaptıkları işlemleri

değerlendirerek farklı bağlamlarda kullanmalarını sağlayan temel bir beceriyi içermektedir (Liljedahl vd., 2016).

Matematiksel Problem Çözme Becerisi: Matematiksel problem çözme, öğrencilerin karşılaştıkları matematiksel durumları analiz etmeleri sonucunda, buna bağlı olarak çözüm yolları üretmeleri, çözüm süreçlerini bir plan dahilinde gerçekleştirmeleri ve elde ettikleri sonuçları değerlendirmelerini içeren bir süreçten meydana gelmektedir. Bu beceri, sadece birtakım algoritmik işlemlerden ibaret olmayıp; analitik düşünme, matematiksel modelleme, strateji geliştirme ve yansıtıcı düşünmeyi de içine alan bütüncül bir zihinsel etkinliği içermektedir (Schoenfeld, 2013). Matematiksel problem çözme, özellikle PISA ve TIMSS gibi uluslararası değerlendirme sınavlarında öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini ölçmek için dikkate alınan temel bir göstergedir (OECD, 2019).

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde argümantasyon temelli öğrenme yaklaşımı hakkında kuramsal çerçeve sunulmuştur. Ayrıca bu konuyla ilgili yapılan başlıca araştırmalara yer verilmiştir.

2.1 Argümantasyon Temelli Öğrenme Yaklaşımı

2.1.1 Argümantasyon

Argüman ve argümantasyon kavramları genellikle birbiriyle karıştırılan kavramlardır. Her iki kavramın da ürün ve süreci kapsıyormuş gibi algılanması bu ayrımı yapamamanın temel sebebidir. Bir düşüncüyü açıklama, ortaya atılan bir iddiayı savunma ya da bu iddiayı çürütme amacıyla kullanılan ispatlar argüman olarak tanımlanmaktadır (Toulmin, 2003). Argüman, iddiayı desteklemek için ortaya konulan gerekçeler, ispatlar ve bu unsurlar arasında yer alan mantıksal ilişkiler bütünüdür (Govier, 2014). Kişi, iddiasını desteklemek veya karşı tarafa kabul ettirebilmek için argüman oluşturur. Argüman, ürün ve sürece yönelik olmakla birlikte iddiaların destekleyici unsurlarla sağlamlaştırıldığı bir sonuçtur (Sampson ve Clark, 2008). Başka bir ifadeyle argüman, belli bir sonuca ulaşabilmek için mantık süzgecinden geçirilerek yapılandırılmış bir akıl yürütme ürünüdür. Örneğin, “Üçgenin iç açılarının toplamı 180°’dir. Çünkü bu, Öklid geometrisinin temel postülatlarına dayandırılarak kanıtlanmıştır.” ifadesi bir argüman içermektedir. Argümantasyon ise çeşitli argümanların üretildiği, bu argümanların sunularak gerekçelendirildiği ve değerlendirildiği bir süreci ifade etmektedir (van Eemeren ve Grootendorst, 2003). Bireylerin ya da grupların belli bir konu üzerinde anlaşmaya varmak veya karşılıklı fikir alışverişleri ile düşüncelerini savunmak için yürüttükleri bilişsel ve iletişimsel etkinlikler argümantasyon olarak ifade edilmektedir (Toulmin, 2003). Bir başka açıklamada “argüman” kavramının ortaya atılan iddiaların geçerliliğini ispatlama sürecinde oluşan bir ürünü belirttiği, argümantasyonun ise argüman oluşturma sürecini anlattığı söylenmektedir (Erkek, 2017). Bu bağlamda argümantasyon, sadece argümanı değil, aynı zamanda argümanların oluşturulduğu, tartışıldığı ve buna bağlı olarak değerlendirmelerin yapıldığı etkileşimli bir ortamı içermektedir.

Argümantasyon süreci, birbirinden farklı düşünen bireylerin bir araya gelmeleri sonucunda geçmişten edindikleri çeşitli birikimler ve algılar sonucu doğal olarak

ortaya çıkan kaçınılmaz bir süreçtir (Oskay, 2025). Literatürde argümantasyona ilişkin çeşitli tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Argümantasyona ilişkin başlıca tanımlamalar aşağıdaki gibidir:

- Toulmin (2003), argümantasyonu “bir iddianın geçerliliğini gerekçeler, kanıtlar ve çıkarımlar yoluyla temellendirme süreci” olarak tanımlamaktadır. Toulmin’in bu modeli, argüman yapısının analizinde araştırmacılara temel bir çerçeve sunmaktadır. Walton (2006), argümantasyonu akıl yürütme süreçlerinin zıt fikirlerin sentezi bağlamında değerlendirilmesi şeklinde tanımlanmakla birlikte, özellikle günlük tartışmalarda ortaya çıkan argümanların analizine odaklanmaktadır.
- Erduran ve Jiménez Aleixandre (2012), argümantasyonun bilimsel yönüne vurgu yaparak; argümantasyonu, bilimsel bilginin üretilme ve doğrulanma sürecinde kanıtların bilimsel kriterlere uygun olarak kullanımı şeklinde tanımlamaktadır. Osborne vd. (2019) ise argümantasyon sürecini, bilimsel olarak ortaya konulan iddiaların eleştirel bir biçimde değerlendirilmesi ve bilimsel tartışma kültürünün geliştirilmesi açısından ifade etmektedirler.
- Plantin (2005) argümantasyonu dil bilimsel açıdan ele alarak; “dilsel etkileşimler aracılığıyla gerçekleştirilen inandırma ve ikna süreci” şeklinde ifade etmektedir. Akademik yazım bağlamında argümantasyon, düşüncelerin sistematik bir biçimde organize edilmesi ve desteklenmesi şeklinde tanımlanmaktadır (Andrews, 2009).
- Mercer ve Littleton (2007) argümantasyonu eğitim perspektifinden değerlendirerek, “ortak bilgiyi inşa etmeyi sağlayan sosyal etkileşim biçimi” olarak ifade etmektedir. Başka bir tanıma göre de argümantasyon 21. yüzyıl becerilerinin gelişiminde etkili rol oynayan eleştirel düşünme pratiği olarak ifade edilmektedir (Rapanta vd., 2013).
- Krummheuer (2007) argümantasyonu matematik eğitimi bağlamında değerlendirerek, “matematiksel doğruların sosyal olarak inşa edilmesi süreci” şeklinde kavramsallaştırmaktadır. Conner vd. (2014) de argümantasyona matematiksel açıdan bakarak, “matematiksel düşünmenin sözel veya sembolik temsiller aracılığıyla gerekçelendirilmesi” olarak tanımlamaktadırlar.
- Garcia-Mila ve Andersen (2007) argümantasyonu, karşılaşılan bir problem durumunun çözümüne ilişkin uygun çözüm stratejilerinin oluşturulma süreci

olarak tanımlanmaktadır. Bu yaklaşım, problem çözme sürecinin yalnızca analitik düşünmeyle sınırlı olmadığını, karşılıklı iletişim ve etkileşim sonucunda mantıksal gerekçelendirme yoluyla bu sürecin şekillendiğini vurgulamaktadır. Baker (2003) de argümantasyonu problem çözme bağlamında değerlendirerek, karşılaşılan problem durumunu iş birliği içerisinde çözmeyi amaçlayan ve karşılıklı fikir alışverişi yoluyla düşünceleri yapılandırmaya yönelik olan etkileşimli bir tartışma süreci olarak tanımlamaktadır.

Argümantasyona ilişkin çeşitli perspektiften yapılan tanımlamalar yer almakla birlikte bu tanımlamaların bazı ortak özelliklerinin olduğu görülmektedir. Argümantasyonla ilgili yapılan tanımlamaların hemen hemen hepsinde, argümantasyonun özünde bir iddia, görüş veya sonuca yönelik birtakım gerekçeler, kanıtlar veya destekleyici unsurlar sunma eylemlerinin yattığı belirtilmektedir (Andrews, 2009; Conner vd., 2014; Erduran ve Jiménez Aleixandre, 2012; Toulmin, 2003). Argümantasyon, basit bir görüşü beyan etmenin ötesinde, bu görüşün geçerli ve kabul edilebilir yanlarının olduğunu rasyonel bir biçimde temellendirme çabasıdır. Yapılan tanımlamaların çoğu argümantasyonu durağan bir şekilde ürün elde etme çabasından ziyade, dinamik olarak gerçekleşen bir süreç, etkinlik ya da etkileşim biçimi olarak değerlendirmektedir (Baker, 2003; Krummheuer, 2007; Mercer ve Littleton, 2007; Plantin, 2005; Walton, 2006). Argümantasyon süreci yalnızca bireysel bir akıl yürütmeyi değil, karşılıklı fikir alışverişini, müzakere etmeyi ve sosyal katılımı da içermektedir (Baker, 2003; Mercer ve Littleton, 2007). Farklı tanımlamalar argümantasyonun çeşitli yönlerine vurgu yapsa da (bilgiyi inşa etme, problem çözme, ikna etme, doğrulama, beceri geliştirme vb), tanımlamaların tamamında argümantasyonun “amaca” yönelik rasyonel bir eylem olduğu düşüncesi ortaktır (Baker, 2003; Plantin, 2005; Rapanta vd., 2013). Ayrıca yapılan tanımlamalar, argümantasyonu yalnızca bir iletişim becerisi değil; aynı zamanda derinlemesine öğrenme, eleştirel düşünebilme ve bilginin yapılandırılması gibi amaçları içeren merkezi bir mekanizma olarak konumlandırmaktadır.

2.1.2 Argümantasyonun Tarihsel Gelişimi

İnsanlık tarihi boyunca farklı şekillerde yer alan argümantasyon, bilginin oluşturulması, paylaşılması ve değerlendirilmesinde merkezi bir role sahiptir.

Argümantasyon teorisinin kökeni Antik Yunan felsefesine dayanmaktadır. Aristoteles'in "Retorik" (MÖ 4. yy) ve "Topikler" adlı eserleri, argümantasyonun sistematik bir biçimde ele alındığı ilk eserler olarak kabul edilmektedir. Aristoteles (MÖ 4. yy./2019), argümantasyonu “ikna edici konuşma sanatı” şeklinde tanımlamıştır. Bu bağlamda ethos (güvenilirlik), pathos (duygular) ve logos (mantık) üçlüsünü ikna edici söylemin temel unsurları olarak ifade ederek, bu bileşenleri bir argümanın ana öğeleri olarak belirtmektedir. Aristoteles'in bu yaklaşımı, Batı dünyasında argümantasyonu uzun yıllar boyunca sadece mantıksal geçerlilik temelinde değerlendirme eğilimine yol açmıştır.

Orta Çağ ve sonrasında argümantasyon çalışmaları daha çok skolastik düşünce çerçevesinde, dinî metinlerin yorumlanması amacıyla kullanılmıştır. Özellikle skolastik gelenekle birlikte diyalektik yöntemler geliştirilmiştir. Aquinas'ın (1265-1274) “Summa Theologica” eseri, bu dönemin tipik argümantasyon yapısını yansıtan bir eserdir (Kretzmann ve Stump, 1993). Rönesans ve Aydınlanma dönemlerinde ise argümantasyon teorisi önemli bir dönüşüme uğramıştır. Bacon (1620), "Novum Organum" adlı eserinde bilimsel yöntemin argümantasyondaki rolüne vurgu yaparken; Descartes (1637) ise "Yöntem Üzerine Konuşma" adlı eserinde açık ve net olan argümanların önemine dikkat çekmiştir (Perelman vd., 1973). Rönesans'ın etkisi ve Aydınlanma dönemleri ile, argümantasyon uygulamalarında ve teorisindeki vurgularda birtakım değişiklikler yaşanmıştır. Bu bağlamda formel mantık gelişirken, retorik sanatı (ikna etmeye yönelik söz söyleme sanatı) da önemini sürdürmüştür (Tindale, 2004). Ancak, 20. yüzyılın ortalarında, formel mantığın günlük yaşamda ve özellikle belli bir disipline özgü alanlarda (hukuk, eğitim, bilim, etik vb.) karmaşık düzeydeki argümanları analiz etme konusunda yetersiz kaldığına ilişkin eleştiriler ortaya çıkmıştır. Bu durum ise, “formal olmayan mantık” ve “yeni retorik” gibi modern argümantasyon teorisi akımlarının ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır (van Eemeren vd., 2013). Bu doğrultuda argümantasyonun sadece biçimsel mantık kurallarıyla sınırlı kalmaksızın; dilsel, bağlamsal ve pratik yönlerden de dikkate alınması gerektiği görüşü giderek ağırlık kazanmıştır.

Modern anlamda argümantasyon teorilerinin gelişimi ise 20. yüzyılın ortalarına denk gelmektedir. Bu alanda kaydedilen en önemli gelişmelerden biri, Stephen Toulmin'in

(1958) geliştirdiği argüman modeli olmuştur. Toulmin, klasik mantık çerçevesinde açıklanması zor olan günlük hayattaki argümanları incelemek için iddia, veri, gerekçe, destekleyici ve çürütme gibi bileşenlerden meydana gelen yapısal bir model önermiştir. Bu model, argümantasyonu yalnızca mantıksal çıkarımların oluşturulması şeklinde değil, aynı zamanda sosyal ve bağlamsal koşullarla biçimlenen bir akıl yürütme süreci olarak ele almıştır. Ayrıca bu yaklaşım, argümanların geçerliliğini sınamada gerçek hayattaki kullanım biçimlerini de dikkate alarak akademik ve gündelik olarak gerçekteşen tartışmaları kapsamlı bir şekilde analiz etme imkânı sağlamıştır (Toulmin, 2003).

Toulmin'in bu modeli sonraki yıllarda geliştirilen argümantasyon teorilerine de ilham kaynağı olmuştur. Walton (2006), argümantasyonu diyalektik bir perspektifte değerlendirerek bireyler arasında, karşılıklı soru sorma ve bu sorulara cevap aramaya dayalı bir biçimde gelişen dinamik bir akıl yürütme mekanizması olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde Plantin (2005) de argümantasyonu sözel ve etkileşimsel bir etkinlik olarak değerlendirerek ikna etmenin ve inandırıcı olmanın sosyal boyutunu vurgulamıştır. Mercer ve Littleton (2007), argümantasyonu eğitim bağlamında ele alarak, kişiler arasında gerçekteşen ve ortak bilgi inşasını teşvik eden bir etkileşim biçimi olarak tanımlamışlardır. Bu yönüyle argümantasyon, sadece bireysel anlamda gerçekteşen akıl yürütmeyi değil, aynı zamanda sosyal etkileşim ve iş birliği sonucunda gerçekteşen bilgi üretiminin de temel bir parçası olarak görülmeye başlanmıştır. Rapanta (2024) 21. yüzyıl becerilerinin gelişimine odaklanarak, argümantasyonu çoklu temsil biçimleri (sözel, görsel ve istatistiksel vb.) ve diğital okuryazarlıkla ilişkilendirerek yeni bir tanımlama yapmış; özellikle ilk defa farklı fikirleri ifade etmede eşit söz hakkı tanıyan kapsayıcı bir tartışma ortamının önemine vurgu yaparak, ölçme-değerlendirme ve öğretim uygulamaları açısından pratik ve bütüncül bir model önermiştir.

Fen bilimleri, sosyal bilimler ve özellikle de matematik eğitimi gibi farklı alanlarda yapılan çok sayıda çalışmada, öğrencilerin oluşturdukları argüman yapılarını analiz etmede ve kanıt süreçlerini değerlendirmede, Toulmin'in argümantasyon modelinin en yaygın kullanılan modellerden birisi olduğu ifade edilmektedir (Emul vd., 2022; Indahwati ve Basri, 2024; Karadağ ve Uzun, 2022; Menke vd., 2024; Mercan, 2015;

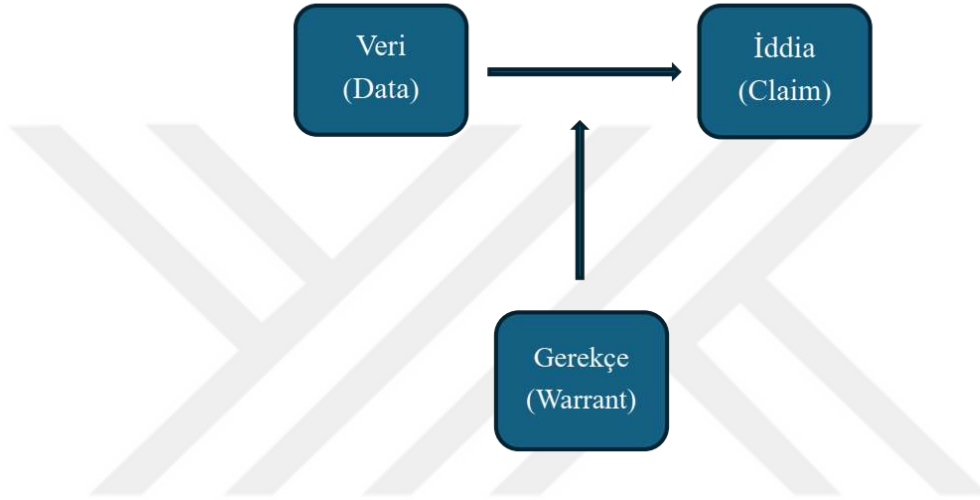
Yang, 2022). Bu çalışmada Toulmin Modeli, tez kapsamındaki argümantasyon temelli matematik öğretimi yaklaşımının kuramsal yapısını anlamak ve sınıf içindeki argümantasyona dayalı süreçlerin tasarımına ve uygulanmasına rehberlik etmek amacıyla bir kavramsal çerçeve olarak referans alınmıştır. Bununla birlikte, öğrencilerin oluşturdukları argümanların kalitesini veya seviyelerini incelemek bu çalışmanın amaçları arasında yer almamaktadır.

2.1.3 Toulmin'in Argümantasyon Modeli

Bu çalışmanın kuramsal temellerinden birini oluşturan Toulmin'in Argümantasyon Modeli, gündelik ya da bilimsel argümanları yapısal yönden ve işleyiş açısından analiz etmek amacıyla Stephen Toulmin tarafından geliştirilen etkili bir çerçevedir. Toulmin'in 1958 yılında "The Uses of Argument" adlı kitabında ortaya koyduğu bu modelde argümantasyonun temel bileşenleri ve bu temel bileşenler arasındaki ilişkiler yer almaktadır (Toulmin, 2003). Bu model özellikle doğal dilde gerçekleştirilen tartışmaların yapısal analizine imkân tanıyan işlevsel bir çerçevedir. Bu yönüyle Toulmin'in Argümantasyon Modeli ilk başlarda hukuk alanında kullanılsa da daha sonra eğitim, etik ve bilim gibi çeşitli disiplinlerde uygulanarak etkili sonuçlar elde edilmiştir (Erduran vd., 2004; Zohar ve Nemet, 2002). Bu modelin, özellikle eğitim bilimleri alanında, öğrencilerin bilimsel tartışma ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmek için yaygın olarak kullanılan bir yaklaşım olduğu ifade edilmektedir (Erduran, 2007). Ayrıca son yıllarda, matematik eğitimi özelinde Toulmin'in Argümantasyon Modeli'ne dayalı argümantasyon çalışmalarının giderek daha fazla ilgi gördüğü ve bu bağlamda kullanımının yaygınlaştığı gözlemlenmiştir (Adal, 2023b; Indahwati ve Basri, 2024; Jian vd., 2023; Yeganeh ve Nemati, 2025).

Toulmin'in Argümantasyon Modeli ana bileşen ve yardımcı bileşenler olmak üzere altı bileşenden oluşmaktadır. Bu modelde yer alan ana bileşenler; iddia (claim), veri (data/grounds), ve gerekçe (warrant); yardımcı bileşenler ise destekleyici (backing), niteleyici (qualifier) ve çürütücü (rebuttal) bileşenleridir. Ana bileşenler, argümantasyon modelinin en temel biçimini temsil etmekle birlikte, argümantasyon sürecinin çekirdek yapısını oluşturan temel unsurlar şeklinde ön plana çıkmaktadır (Pesen, 2018). Bu ana bileşenlerin (iddia, veri, gerekçe) argümantasyon sürecinin ana

iskeletini oluşturduğu; buna karşılık yardımcı öğelerin (destekleyici, niteleyici, çürütücü) bulunmaması durumunda da argümantasyonun geçerli olacağı literatürde açıkça ifade edilmektedir (Erduran vd., 2004; Nussbaum, 2011; J. Osborne vd., 2004; Toulmin, 2003). Erduran vd. (2004), özellikle sınıf içi uygulamalarda sadece ana bileşenlerin bulunmasının geçerli bir argümantasyon olarak kabul edildiğini vurgulamaktadır.



Şekil 2.1 Toulmin Argümantasyon Modeli'nin Ana Öğeleri (Toulmin, 2003)

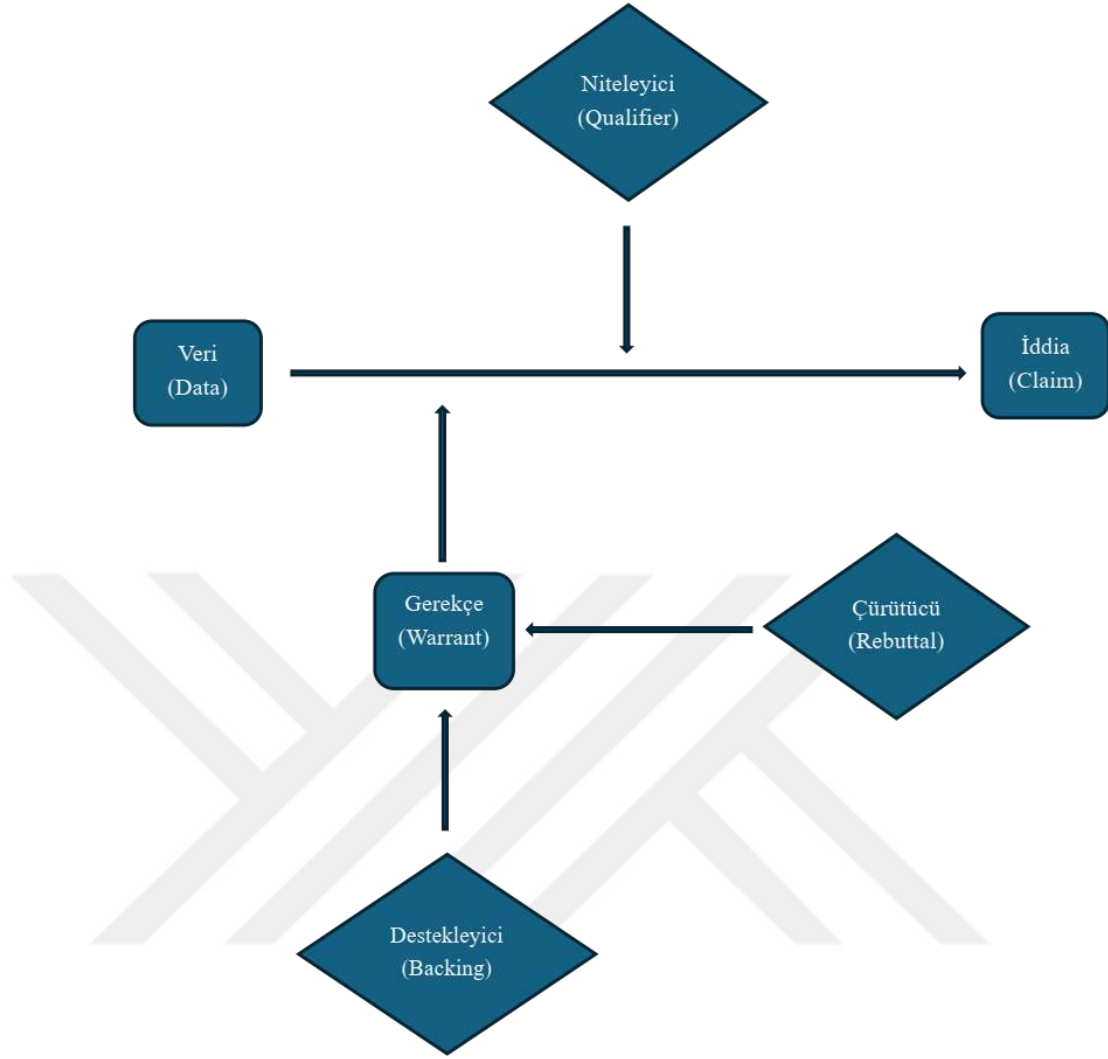
Argümantasyon modelinin ana iskeleti üç temel bileşenden oluşmaktadır:

- İddia (Claim): Bireyin elde ettiği verilere dayanarak ortaya koyduğu, karşısındaki kişilere kabul ettirmeyi amaçladığı düşünceleri ve mevcut veriler doğrultusunda ulaşılmak istenen sonucu temsil etmektedir. Eğitim bağlamında iddialar; bir konuya ilişkin belirtilen düşünceler, bilimsel bir fenomene yönelik yapılan açıklamalar ya da bir problem durumuna ilişkin öne sürülen çözümler şeklinde ortaya çıkabilmektedir (Sampson ve Blanchard, 2012).
- Veri (Data): İddianın desteklenmesi amacıyla sunulan kanıt, gözlem, istatistik ve çeşitli bilgilerden oluşmaktadır. Veriler, iddianın temel dayanak noktasını oluşturmakla birlikte karşıdaki kişinin söz konusu iddiayı kabul etmesini sağlamaya yönelik bir işlev üstlenmektedir (Toulmin, 2003). Argümantasyona dayalı eğitim ortamlarında öğrenciler, iddialarını gerekçelendirmek ve

desteklemek amacıyla, yaptıkları gözlemleri veya topladıkları bilgileri veri olarak kullanırlar.

- Gerekçe (Warrant): Veri ile iddia arasında mantıksal bir köprü kuran genel kural, ilke veya nedensel ilişki ifadeleridir. Çoğunlukla örtük bir biçimde yer alsa da argümanın geçerliliğini belirlemede kritik bir öneme sahiptir (Conner vd., 2014; Toulmin, 2003). Öğrenme ortamlarında gerekçeler; bilimsel yasalar, kavramsal tanımlar ya da genel kabul gören olgular şeklinde ortaya çıkabilmektedir. Argümantasyon sürecinde gerekçenin açık bir biçimde ifade edilmesi, oluşturulan argümanın anlaşılabilirliğini artırarak ikna gücünü pekiştirmektedir (Erduran vd., 2004).

Toulmin'in Argümantasyon Modeli'nin temel bileşenleri (iddia, veri ve gerekçe), en yalın haliyle bile bir argümanın iskeletini oluşturarak akıl yürütme sürecinin oluşturulmasına imkân tanımaktadır. Ancak gerçek hayatta sunulan argümanlar, genellikle bu temel bileşenlerin ötesinde olup daha karmaşık destek yapılarına, geçerlilik sınırlarının net olarak çizilmesine ve muhtemel karşı görüşlerin değerlendirilmesine ihtiyaç duymaktadır. Toulmin (2003), argümanların yapısal karmaşıklığını ve bağlama özgü durumlarını daha kapsamlı bir biçimde ele almak amacıyla modeline üç yardımcı bileşen (destekleyici, niteleyici, çürütücü) daha eklemiştir. Bu yardımcı bileşenler; ortaya atılan iddianın kapsamını ve kesinlik derecesini belirtmek, temel argümanın tutarlılığını arttırmak ve argümanın geçerliliğini etkileyebilecek düzeydeki karşıt görüşleri veya olası istisnai durumları analiz etmek suretiyle argümantasyon sürecine derinlik ve incelik kazandırmaktadır. Böylece argümantasyon süreci sadece mantıksal çıkarımlar üzerine oturtulan bir yapı olmaktan ziyade, tartışmanın dinamik doğasına uygun bir şekilde daha esnek ve bağlamsal bir çerçeve kazanmaktadır.



Şekil 2.2 Toulmin Argümantasyon Modeli (Toulmin, 2003)

Toulmin'in argümantasyon modelinde üç yardımcı bileşen yer almaktadır:

- Destekleyici (Backing): Gerekçenin güvenilirlik ve geçerliliğini destekleyen tamamlayıcı bir unsurdur. Gerekçeyi destekleyen kuramsal çerçeveler, ek bilgiler, yasal düzenlemeler, deneysel kanıtlar ve uzman görüşleri gibi çeşitli kaynaklardan elde edilirler (Toulmin, 2003). Destekleyici unsurun varlığı, gerekçenin geçerli kabul edilme nedenini açıklayarak oluşturulan argümanın sağlam bir yapıya sahip olmasını sağlar. Özellikle gerekçenin sorgulandığı tartışma durumlarında, gerekçeyi sağlamlaştıracak destekleyici bilgilerin sunulması, argümanın ikna ediciliğini ve akademik geçerliliğini artıracaktır.

- Niteleyici (Qualifier): Bir iddianın hangi durumlarda doğru ya da geçerli olduğunu belirleyen, argümanın kesinlik düzeyini belirten unsurlardır. Niteleyiciler; “muhtemelen”, “genellikle”, “bazen”, “büyük ihtimalle” gibi ifadelerle temsil edilerek, ortaya atılan iddianın geçerliğinin belli koşullara bağlı olarak değişkenlik gösterebileceğini belirtmektedir (Toulmin, 2003). Argümantasyonda kullanılan niteleyiciler, argümanın mutlak bir doğruluk içermediğini, bazı istisnaların olduğunu veya bazı sınırlıkların bulunabileceğini baştan ifade ederek, argüman oluşturma sürecine dengeli ve gerçekçi bir bakış açısı kazandırmaktadır. Bazı güncel çalışmalarda bu unsur, argümanın geçerli olduğu koşulları sınırlandıran özelliği nedeniyle “sınırlayıcı (limiter)” olarak yeniden adlandırılmıştır (Hitchcock, 2017; Walton, 2006). Ancak bu tezde, modelin orijinal terminolojisine sadık kalınarak “niteleyici (qualifier)” terimi kullanılmıştır.
- Çürütücü (Rebuttal): Ortaya atılan iddianın geçerli olmadığı, geçerliliğinin sorgulanabileceği durumları ya da bu iddiayı çürütmek için ileri sürülebilecek olası karşı argümanları ifade eden söylemlerdir. Argümantasyon sürecinde yapılan çürütmelerin dikkate alınması, sadece argümanın sınırlılıklarının ortaya çıkarılmasına değil, aynı zamanda karşıt fikirlere yönelik cevaplar geliştirerek, argümanın geçerlilik ve güvenilirlik yönünden güçlendirilmesine de katkı sağlamaktadır (Toulmin, 2003). Bu bileşen, argümanın sağlamlığını artırırken, farklı bakış açılarını dikkate almayı teşvik ederek kapsamlı ve eleştirel bir düşünme sürecini desteklemektedir. Ayrıca tüm çürütücüler eşit düzeyde ikna edici olmayabilir. Literatürde kanıtsal açıdan zayıf bir temelde bulunan ya da mantıksal kusurlar içeren çürütmeler ‘zayıf çürütme (weak rebuttal)’ olarak adlandırılmaktadır (Hitchcock ve Verheij, 2006; Walton, 2008). Bir iddiayı yalnızca kişisel görüş içeren bir ifadeyle çürütmeye çalışmak ya da deneysel verileri görmezden gelmek, zayıf çürütmeye birer örnektir. Bu çürütmeler argümantasyonun bilişsel derinliğini artırmak yerine tartışma sürecini yüzeyselleştirmektedir (van Eemeren ve Grootendorst, 2003).

Bir argümanın geçerliliği; gerekçelerin mantıksal tutarlılığına, sunulan verilerin kalitesine, destekleyici elemanların yeterliliğine, niteleyici unsurların yerinde kullanımına ve muhtemel çürütücülerin dikkate alınmasına bağlıdır. Eğitim araştırmalarında, Toulmin’e ait bu model, öğrencilerin argümantasyon becerilerini

gerek nicel (bileşenlerin varlığı ve sıklığı), gerekse de nitel (bileşenlerin karmaşıklığı ve aralarındaki ilişki) olarak analiz etmek amacıyla yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Erduran vd., 2004).

Son yıllarda yapılan çalışmalarla birlikte Toulmin Modeli'nin farklı eğitim kademelerinde ve çeşitli disiplinlerde kullanımının öğrencilerin eleştirel düşünme, bilimsel okuryazarlık ve problem çözme becerileri gibi birçok beceriye katkı sağladığı görülmektedir (Badjeber vd., 2024; Bulut vd., 2019; Dönmez vd., 2022). Bu bağlamda, yürütülen tez çalışmasında Toulmin'in argümantasyon modelinin sunduğu yapısal çerçeve, argümantasyon temelli öğretim sürecinin planlanması ve uygulanmasında bir rehber olarak benimsenerek, öğrencilerin problem çözme becerilerinde yaşanacak potansiyel gelişimin incelenmesine yönelik teorik bir zemin oluşturmaktadır.

2.1.4 Argümantasyon Temelli Öğretim

Matematik, sadece işlemsel becerilerin gelişimiyle sınırlı olmayıp, aynı zamanda akıl yürütme, gerekçelendirme ve ispat süreçlerini de kapsayan bütüncül bir düşünme disiplini. Bu bağlamda matematiksel bilgi, yalnızca sonuçlara değil, bu sonuçlara ulaşma süreçlerine dayanmaktadır (Stylianides ve Stylianides, 2009). Bu doğrultudaki bütüncül bir matematik anlayışı, öğretim sürecinde sadece doğru cevaba ulaşmalarını değil, aynı zamanda öğrencilerin bu cevaba nasıl ve neden ulaştıklarını sorgulamalarını sağlayan yaklaşımları gerekli kılmaktadır.

Argümantasyon temelli öğretim, ileri sürülen iddiayı (soruya verilen yanıtı) gerekçelendirme, eleştirel sorgulama ve kanıt kullanma yoluyla öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini etkili hale getiren pedagojik bir yaklaşımdır (Stylianides ve Stylianides, 2009). Matematik öğretimi bağlamında argümantasyon, problem çözme süreçlerinde öğrencilerin sadece sonuca ulaşmalarını değil, aynı zamanda ulaşılan matematiksel doğruların arka planındaki mantıksal temelleri tartışmalarına imkân tanınması açısından önemli bir görev üstlenmektedir (Conner vd., 2014). Bu süreçte öğrenciler, birtakım matematiksel görüşler, problemler veya cevaplar hakkındaki düşüncelerini açıklama; bu düşüncelerine matematiksel açıdan geçerli gerekçeler sunarak destekleme ve akranlarının ya da öğretmenlerinin sunmuş

oldukları gerekçeleri eleştirel bir biçimde değerlendirebilme pratiğini elde ederler (Krummheuer, 1995; Yackel ve Cobb, 1996).

Soyut kavramlar ve ilişkiler üzerine kurulan matematik disiplini, öğrencilerin yalnızca formülleri ya da birtakım algoritmalar ezberlemelerini değil, aynı zamanda matematiksel bilgilerin hangi düşünsel süreçler sonunda ortaya çıktığını ve dayandığı mantıksal yapıyı kavrayabilmelerini gerektirmektedir (Yackel ve Hanna, 2003). Öğrencilerin öğrenme sürecinde matematiksel düşüncelerini açık bir biçimde ifade etmeleri, farklı fikirleri analiz etme ve gerekçeli tartışmalarla birlikte kalıcı öğrenmeler elde etmeleri, matematiksel argümantasyon sayesinde gerçekleşmektedir (Staples, 2007).

Matematiksel ispat yapma ve birtakım gerekçelendirme süreçlerinde öğrencilerden sadece "ne" sorusuna değil, "neden" ve "nasıl" sorularına da cevap aramaları teşvik edilmektedir. Özellikle gerekçelendirme sürecinde öğrenciler, kavramlar arasında ilişkilerin kurulmasına, farklı temsiller kullanılarak bağlantıların sağlanmasına ve bilginin sağlam bir zeminde yapılandırılmasına teşvik edilmektedir (Webb vd., 2014). Matematiksel tartışma süreçleriyle birlikte öğrenciler, kavramlar arasındaki ilişkileri keşfederek anlamlı bir öğrenme gerçekleştirebilirler. Bu durum, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde derinlemesine kavrayış geliştirmeleri açısından oldukça önemlidir (Stylianides ve Stylianides, 2009). Bu bağlamda, matematiksel tartışma ortamlarında geliştirilen anlamlı öğrenme süreçleri, sadece kavramlar arası ilişkilerin fark edilmesini değil, aynı zamanda öğrencilerin muhakeme, kanıt üretme ve eleştirel düşünme becerilerini de destekleyen daha üst düzey bilişsel süreçlerin gelişimine katkı sağlamaktadır.

Matematiksel muhakeme, öğrencilerin ortaya koydukları matematiksel birtakım iddiaları kanıtlarla destekleyebilme, alternatif çözüm yolları üretebilme ve karşıt delillerle çürütme becerilerini içermektedir (Lithner, 2008). Argümantasyon temelli öğretim ise matematiksel iddiaların gerekçelendirilmesini zorunlu kılarak, öğrencilerin soyut kavramları somut argümanlarla ilişkilendirmelerini ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmelerini sağlamaktadır (Conner vd., 2014a; Toulmin, 2003; Weber vd., 2008).

Etkili öğrenmelerin sosyal ortamda, etkileşimler sonucu gerçekleşeceği sosyal yapılandırmacılık teorisiyle ifade edilmektedir (Vygotsky, 1978). Argümantasyon temelli öğretim, öğretmen rehberliğinde gerçekleştirilen etkinliklerle öğrencilerin düşünme süreçlerini açığa çıkarması ve bu süreçte gerçekleştirilen akran tartışmalarıyla birlikte matematiksel bilginin iş birliği içerisinde ortak inşasını teşvik etmesine zemin hazırlayarak sosyal yapılandırmacı kuramı desteklemektedir (Krummheuer, 2007; Michaels vd., 2008). Toulmin (2003) tarafından ortaya konulan argümantasyon kavramının matematik eğitimindeki yansımalarını, argümantasyonu matematik eğitimi ve sosyal etkileşim bağlamında inceleyen Krummheuer (1995)'in "The Ethnography of Argumentation (Argümantasyonun Etnografyası)" isimli eserinde görebilmek mümkündür. Krummheuer (1995), matematik sınıflarında gerçekleştirilen argümantasyonu "gözlemlenen sınıfta, bir çözümün altında yatan akıl yürütmenin kasıtlı olarak açıklanması esnasında veya sonrasında ortaya çıkan etkileşimler" şeklinde ifade etmektedir. Krummheuer (1995), eserinde özellikle ortaklaşa inşa edilen bilginin önemine dikkat çekerek argümantasyonun sosyal yapılandırmacılık yönüne vurgu yapmaktadır.

Argümantasyonu sınıf içi etkileşim kalitesi üzerinden değerlendiren çalışmalar, argümantasyon etkinliklerinin öğretmen ve öğrenciler arasında gerçekleşen matematiksel söylemi zenginleştirdiği, ayrıca öğrencilerin matematiksel dilde yetkin bir hale gelmelerinde önemli bir rol oynadığını vurgulamaktadır (Forman, 1996; Krummheuer, 1995). Öğrencilerin görüşlerini ifade etme, açıklamalarını gerekçelendirme ve savunma pratikleri, onların matematiksel terminolojiye hakimiyetlerini artırmaktadır. Böylece kavramsal anlamaların derinleşmesi ve matematiksel iletişim becerilerinin gelişimi, argümantasyonla sağlanabilmektedir. Ayrıca düşüncenin oluşumunda formal dillerden ziyade doğal dillerin etkili olduğu gerçeği, matematik eğitiminde iletişim ve sosyal süreçlerin öneminin kabul görmesi gibi nedenler matematik eğitiminde argümantasyon temelli öğretime olan ilgiyi artırmaktadır (Reid ve Knipping, 2010).

Önceleri Fen Bilimleri alanında yaygın olarak gerçekleştirilen argümantasyon çalışmaları, son yıllarda matematik eğitiminde gerçekleştirilen çalışmalarla birlikte belirgin düzeyde artış göstermektedir (Adal, 2023a; Campbell vd., 2020; Çevikbaş vd.,

2024; Stylianides vd., 2024). Argümantasyona ilişkin matematik eğitiminde yapılan araştırmalarda, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin; ispat yapma ve genelleme becerilerini geliştirerek derin anlamalarını sağladığı (Uygun, 2020), soyut konuların kavramsal düzeyde anlaşılmasını desteklediği (Pedemonte, 2008; Uygun, 2020), kalıcı öğrenmeyi sağladığı (Can ve İşleyen, 2020) ve matematik kaygısını azalttığı (Duran vd., 2017) ifade edilmektedir. Bu doğrultuda etkili bir şekilde uygulanan argümantasyon yönteminin, birçok değişkeni olumlu yönde etkilediği görülmektedir.

Argümantasyon sürecinin etkin bir biçimde gerçekleştirilmesini sağlayan temel faktörlerden biri de öğretmenin bu süreçteki yönlendirici, destekleyici ve kolaylaştırıcı rolüdür. Öğretmen, öğrencilerin argümanlarını yapılandırmaları için rehberlik eden, eleştirel düşünme becerilerinin gelişimine imkân tanıyan ve etkili bir tartışma ortamı oluşturan önemli bir aktördür. Bu bağlamda, öğretmenin bu süreçteki rolünü detaylı bir biçimde ele almak, argümantasyon sürecinin pedagojik boyutunu daha iyi anlamamızı sağlayacaktır.

2.1.5 Argümantasyon Temelli Matematik Öğretiminde Öğretmenin Rolü

Matematik eğitiminde gerçekleştirilen argümantasyon, öğrencilerin iddialarını destekleme, çürütme ve gerekçelendirme yoluyla tartışma sürecine aktif olarak dahil oldukları temel bir etkinlik olarak kabul edilmektedir (Conner, 2022). Bu yaklaşım öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine öğrenmelerine katkı sağlamakla birlikte onların eleştirel düşünme ve iletişim becerilerini de önemli ölçüde etkilemektedir (Asterhan ve Schwarz, 2016). Öğretmenler, argümantasyon temelli öğretimin öğrenme ortamlarında verimli bir şekilde gerçekleştirilmesi konusunda merkezi bir role sahiptir. Bu nedenle öğretmenler öncelikle, matematiksel argümantasyonun etkili bir biçimde gerçekleştirilebilmesi için öğrencilerin görüşlerini açık bir şekilde ifade edebileceği ve eleştirel sorgulamaların teşvik edildiği bir sınıf iklimi oluşturmalıdır (Yackel ve Hanna, 2003). Bunun için öğretmenlerin sınıf ortamında öğrenciler arasında argümantasyona dayalı tartışmaların gelişmesini sağlayan epistemolojik bir kültür oluşturması gerekliliğinden söz edilmektedir (Makar vd., 2015). Bu süreçte öğretmen sadece bilgiyi aktaran değil; öğrencilerin eleştirel

düşünme süreçlerine destek olan, farklı bakış açılarını ifade etmeye teşvik eden ve anlamlandırmaya dayalı diyalogları sürdürebilecek bir öğrenme ekosistemi planlayan bir kılavuz vasfında olması gerekmektedir (Conner, 2022).

Argümantasyon sürecinde öğretmenin birtakım işlevsel sorular kullanması oldukça önemlidir. Bu soruların amacı sadece doğru cevabı elde etmek üzerine olmamalı; asıl amaç öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya çıkararak, iddialarını gerekçelerle ilişkilendirebilmeleri noktasında onlara kolaylıklar sağlamak olmalıdır (Solar vd., 2021). Özellikle öğrencilerin derinlemesine düşüncelerini sağlamak amacıyla açık uçlu ya da yönlendirici soruların kullanılması, onların akıl yürütmelerini öğrenme ortamlarına daha şeffaf ve rahat bir şekilde yansıtmalarına imkân tanımaktadır (Goos, 2004). Bu doğrultuda argümantasyon sürecinde öğretmenin öğrencilere yönlendireceği sorular oldukça önemlidir. Bu süreçte öğrencilere yöneltilen “Arkadaşının görüşüne katılıyor musun?”, “Senin görüşüne karşı çıkabilecek bir argüman düşünebilir misin?”, “Peki sence doğru cevaba nasıl ulaşabilirdik?” ve “Daha farklı bir yolla doğru cevabı bulabilir miydik?” gibi sorularla öğrencilerin tartışma sürecine dahil olmaları sağlanabilir (Ayalon ve Nama, 2023). Özellikle süreç tıkandığında işlevsel soruların sorulması, argümantasyonun devamı açısından önem arz etmektedir. Ayrıca sınıf genelini etkinliklere dahil edebilmek için çeşitli soruların sorulması, bilhassa derse katılmayan öğrencilerin de tartışma sürecine katılmalarını teşvik edebilmektedir.

Argümantasyon etkinliklerinde öğretmenlerin uygun gördükleri yerlerde öğrencilere anında geribildirim vermeleri gerekmektedir. Zamanında gerçekleştirilen yapıcı özellikteki geri bildirimler, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardım etmektedir (Hattie ve Timperley, 2007). Öğretmenlerin, öğrencilerin geliştirmiş oldukları argümanlara doğrudan müdahale etmeden önce onların bu süreçteki düşünce yapılarını anlamaya çalışmaları ve sonrasında geri bildirimde bulunmaları gerektiği vurgulanmaktadır (Solar vd., 2021). Bu süreçte öğretmen, argümantasyonun temel felsefesini göz önünde bulundurarak sürece doğrudan dahil olmamalı, tartışmanın farklı boyutlara taşınması durumunda ya da tartışmanın tıkandığı anlarda sürece (rehber görevinde) dahil olmalıdır. Öğretmenin vermiş olduğu geribildirimler; ek veri sağlama, farklı temsiller sunma ya da muhakeme

sürecinin ileriki adımını düşünceleri için öğrencilere yol gösterme amaçlarını taşıyabilmektedir. Geribildirim şeklinde yapılan bu müdahaleler, öğrencilerin bilişsel yükünü azaltma amacı taşımadan ve oluşturulan argümanın öğrenciye ait olduğu bilinci ile gerçekleştirilmelidir (Conner, 2022).

Argümantasyon temelli öğretimde öğretmenlerin en temel görevlerinden birisi, etkinlikleri öğrencilerin bilişsel ve sosyal gelişim düzeylerini dikkate alarak hazırlamalarıdır (Osborne vd., 2004). Bilişsel gelişim düzeyleri göz önüne alındığında ilköğretim seviyesindeki öğrenciler için somut örnekler ve basit tartışma yapılarının kullanılması, ortaöğretim ve üstündeki seviyelerde ise öğrencilerin daha karmaşık ve soyut matematiksel argümanlar geliştirmelerine olanak tanıyan etkinlikler kullanılmalıdır (Kieran vd., 2012). Örneğin, lise öğrencileri ile matematiksel ispatın yapılmasını gerektiren konulara yönelik formal argümanlar kullanılabilirken, ilköğretim öğrencileri için de günlük yaşamdan örnekler sunularak informal bir tartışma yürütülebilir (Krummheuer, 2007). Argümantasyon etkinliklerinin tasarlanmasında öğrencilerin bilişsel gelişim düzeylerinin yanında, sahip oldukları ön öğrenmeler de göz önünde bulundurulmalıdır. Çünkü ön öğrenmelerin yeterli düzeyde olmadığı bir sınıfta argümantasyona dayalı etkinlikler sağlıklı bir şekilde gerçekleştirilemez (Conner vd., 2014).

Argümantasyon sürecine öğrencilerin aktif bir şekilde katılımını sağlayabilmek için öğrencilerin motivasyonunu arttıracak bazı stratejilerin kullanılması kritik bir önem taşımaktadır. Öz-belirleme kuramı (Self-Determination Theory), öğrencilerin özerklik, yeterlilik ve ilişkililik açısından ihtiyaçlarının karşılanmasının, onların içsel motivasyon düzeylerini önemli derecede artırdığını savunmaktadır (Ryan ve Deci, 2000b). Bu bağlamda öğretmenler aşağıdaki stratejileri kullanarak etkili bir argümantasyon ortamı sağlayabilirler:

- Öğrencilere kendi matematiksel düşüncelerini ifade edebilme ve savunma konusunda yeterli özgürlük hakkı tanınmalıdır. Öğrencilerin kendilerine özgü çözüm yöntemlerini keşfetmelerine imkân tanımak, onların özgüvenlerini artırmalarına yardımcı olmaktadır (Yackel ve Cobb, 1996).

- Öğrencilerin oluşturdıkları argümanlara ilişkin olumlu ve yapıcı özellikteki geri bildirimler, onların kendilerini yeterli hissetmelerine katkı sağlamaktadır (Hattie ve Timperley, 2007). Örneğin; “İddianı bu şekilde daha güçlü hale getirebilirsin” biçimindeki yapıcı ifadeler, öğrencilerin motivasyonunu olumlu yönde etkileyebilir.
- Argümantasyon sürecinde grup tartışmalarının ve akran değerlendirmelerinin etkili bir şekilde kullanılması, öğrencilerin birbirinden öğrenmeler gerçekleştirmelerinin yanında, sosyal etkileşim yoluyla motivasyonlarının artmasına katkı sağlamaktadır (Webb vd., 2014).
- Etkinliklerde kullanılan problemlerin günlük hayatla olan bağlantısını kurmak, öğrencilerin konuya olan ilgilerini canlı tutabilmektedir (Boaler, 2016).

Argümantasyonla ilgili yapılan çalışmalar sonucunda etkinlik uygulamalarında öğretmenlerden kaynaklanan bazı sorunların tespit edildiği ifade edilmektedir. Bu sorunlar aşağıda verilmiştir (Yeşildağ Hasaebi ve Kınır, 2012):

- Öğretmenlerin argümantasyon sürecinde öğrencilere göre daha aktif olması,
- Öğretmenlerin süreci tam olarak bilmemeleri ve tartışmayı tetikleyici soruları yerinde sormamaları,
- Sınıf yönetimi konusundaki zayıflıklar,
- Argümantasyon temelli öğretime ilişkin tecrübesizlik,
- Argümantasyon sürecinde öğretmenin rehber olarak değil; emir verici konumda olması,

Tespit edilen bu sorunların aşılması için öncelikle öğretmenlerin argümantasyon süreci hakkında farkındalığa sahip olmaları gerekmektedir. Ayrıca bu yöntemin öğrencileri aktif kılan bir yöntem olması, sınıf yönetimini zorlaştıran bir unsurdur. Bu nedenle öğretmenlerin sınıf yönetimi konusunda kendini geliştirmeleri, yöntemin verimli bir şekilde uygulanması açısından büyük bir önem taşımaktadır. Ayrıca argümantasyon hakkında hizmet içi eğitimlerin verilmesinin öğretmenlerin bu yönetime ilişkin farkındalıklarını arttıracak ve bu modeli uygulamaya hazır hale gelecekleri ifade edilmektedir (Kazemi vd., 2021).

2.1.6 Matematiksel Problem Çözmede Argümantasyonun Rolü

Problem çözme süreci, sadece doğru cevaba ulaşmayı hedefleyen birtakım mekanik işlemler olarak değil; aynı zamanda çözüm stratejilerini gerekçelendirmeyi, akıl yürütme süreçlerini açıklamayı, cevabı doğrulamayı ve gerekirse yeniden değerlendirme yapmayı içeren çok boyutlu bir bilişsel faaliyet olarak ele alınmaktadır (Schoenfeld, 2016). Bu bağlamda problem çözme, yapısal olarak argümantasyon süreçlerini doğal bir şekilde içermekte olup; bu süreçte öğrencilerden “ne” yaptıklarından ziyade “nasıl” ve “neden” yaptıklarının cevabı aramayı gerekli görmektedir (Campbell vd., 2020). Bu bağlamda Polya (1957)’nin dört aşamadan oluşan problem çözme modeli, argümantasyon süreçleri ile büyük ölçüde örtüşmektedir. Problem çözmenin her bir aşaması, öğrencinin düşünme sürecine ilişkin açıklamalar yapmasını ve gerekçeler sunmasını gerektirmektedir:

1. Problemi Anlama: Problem çözmenin ilk aşamasında, öğrencilerden sadece problemdeki verilen ve istenilenleri tespit etmelerinden ziyade, verilen bilgiler ışığında birtakım önermeler geliştirmeleri beklenmektedir. Argümantasyon, bu basamakta öğrencinin akranlarıyla birlikte ya da öğretmenle yaptığı tartışmalar aracılığıyla devreye girmektedir. Öğrenciler bu basamakta problemi kendi cümleleriyle açıklamakta olup, problemde yer alan anahtar kavramları ve ilişkileri gerekçelendirme yoluyla bir anlayış inşa etmeye çalışmaktadır (Pedemonte, 2008). “Bu problemde sorulan nedir? Bu problemin benzerini daha önce çözdük mü? Problemi çözmeye yardımcı ipuçları nelerdir?” şeklindeki sorularla problemin yapısı ve çözümü için gereken unsurlar öğrenci tarafından sorgulanır (Walshaw ve Anthony, 2008). Bu sorgulamalarla birlikte öğrenciler problemi daha iyi kavrayarak muhtemel yanılgıları en baştan fark edebilirler.

2. Bir Plan Yapma: Polya’nın problem çözme modelinin ikinci basamağı olan plan yapma basamağı, öğrencilerin problem çözmeye yönelik yöntem ve strateji belirledikleri bir basamaktır. Öğrenciler, çözüm için stratejileri seçerken bu stratejilerin güçlü ve zayıf yönlerini gerekçelendirerek çözüm için en uygun stratejiyi seçerler. Böylece çözümde kullanılacak olan strateji seçiminde argümantasyon devreye girmiş olur (Vogel vd., 2016). Öğrencilere yöneltilen, “Bu

stratejiyi neden seçmeliyim? Buna benzer bir problemi daha önce bu yöntemle çözmüş müydük? Bu yöntem bizi sonuca ulaştırır mı?" gibi sorularla tartışma süreci başlatılmış olur (Schoenfeld, 2016). Çözüm için en uygun stratejiyi belirleme aşamasında farklı stratejileri karşılaştırmak ve her bir stratejinin muhtemel sonuçlarını tartışmak, öğrencilerin stratejik düşünme becerilerini geliştirmektedir. Argümantasyon ortamı ise, öğrencilere kendi seçtikleri stratejileri savunmalarını ve akranlarının seçtiği farklı stratejileri yapıcı bir şekilde eleştirmelerini teşvik ederek onların daha sağlam ve esnek bir yapıda çözüm planı oluşturmalarına yardımcı olmaktadır.

3. Planı Uygulama: Problem çözmenin üçüncü aşamasında, seçilen strateji matematiksel işlemlerle birlikte uygulamaya geçirilerek çözüm inşa edilir. Bu aşamada gerçekleştirilen argümantasyonla birlikte, öğrencilerin her bir matematiksel adımın neden doğru olduğunu açıklaması ve doğrulaması beklenmektedir. Öğrenciler, uygulama aşamasında işlem yaparken ya da bir çıkarımda bulunurken, "Bu işlemi niçin böyle yapıyorum? Çözüm için hangi kuralı uyguladım? Bulduğum sonuç önceki adımla ilişkili mi?" gibi sorularla akıl yürütme sürecine destek sağlamış olacaktır. Bu basamaktaki argümantasyon, problem çözme sürecini şeffaf bir hale getirerek hataların erken fark edilmesine ve düzeltilmesine yardımcı olmaktadır (Urhan ve Zengin, 2024). Argümantasyon sayesinde, planı uygulama aşamasında gerçekleşecek herhangi bir hatada, öğrencilerin kendi akıl yürütme aşamalarındaki boşlukları görmeleri ve düzeltmeleri kolaylaşacaktır (Inglis ve Mejía-Ramos, 2009). Ayrıca argümantasyon sürecinde akranlardan gelecek olan geri bildirimler veya öğretmenin yapacağı yönlendirmeler, öğrencilerin doğru sonuca ulaştıracak matematiksel işlemleri yapmalarına imkân tanıyacaktır.

4. Değerlendirme: Polya'nın problem çözme modelinin son basamağı olan değerlendirme basamağı, problem çözme sürecinin en önemli aşamalarından biri olmasına rağmen, çoğu zaman öğrenciler tarafından göz ardı edilen bir aşamadır. Bu aşamada gerçekleşen argümantasyonda, öğrencilerin elde ettikleri cevabın neden doğru olduğunu doğrulaması, farklı yöntemlerle çözümü yeniden değerlendirmesi ve çözüm sürecinden neler öğrendiklerini gerekçelendirmeleri

istenmektedir. Öğrenciler, "Bu çözüm mantıklı mı? Farklı bir yöntemle de yine aynı sonucu bulabilir miydik? Bu problemi çözerken hangi hataları yaptım ve bu hataları nasıl düzelttim? Bu problemi çözerken neler öğrendim?" şeklindeki sorular çerçevesinde içsel tartışma yaparlar (Niss ve Højgaard, 2019). Önemli bir aşama olan değerlendirme süreci, öğrencilerin problem çözme becerilerini genelleyebilir duruma getirmelerini ve ileriki zamanlarda karşılaşılabilecek benzer problemlere ilişkin özgün stratejiler geliştirmelerini sağlamaktadır.

Problem çözme sürecinde öğrencilerden sadece doğru cevabı vermeleri beklenmemekle birlikte onların sürece ilişkin anlamlandırma, gerekçelendirme ve değerlendirme yapmaları beklenmektedir. Argümantasyona dayalı tasarlanan öğrenme ortamları, bu süreçte öğrencilerin düşünme becerilerinin gelişimine, matematiksel kavramlar hakkında derin anlamalar gerçekleştirmelerine, eleştirel düşünme becerilerini sürece yansıtmalarına imkân tanımaktadır. Bu bağlamda, matematik eğitiminde argümantasyon temelli öğretimin problem çözme süreçlerine entegrasyonu, öğrencilerin hem akademik başarılarının artmasına hem de yaşam becerilerini kazanmalarına önemli bir katkı sağlayacaktır.

2.1.7 Argümantasyon Temelli Öğrenme Yaklaşımı ile İlgili Araştırmalar

Yeşildağ Hasançebi vd. (2021), çalışmalarında STEM destekli argümantasyon temelli sorgulama uygulamalarının öğrencilerin akademik başarılarına, yansıtıcı düşünme ve yaratıcı düşünme becerilerine olan etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın katılımcıları, Türkiye'nin kuzeydoğusunda yer alan bir devlet okulunda öğrenim gören 41 yedinci sınıf öğrencisidir. Araştırmanın deseni karma yöntem desenlerinden biri olan açıklayıcı sıralı desendir. Araştırmada "Akademik Başarı Testi", "Bilimsel Yaratıcılık Ölçeği", problem çözmeye yönelik "Yansıtıcı Düşünme Ölçeği" yardımıyla nicel veriler toplanırken; nitel veriler ise yarı yapılandırılmış görüşmelerle elde edilmiştir. Araştırma sonuçları incelendiğinde; uygulanan öğretim etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarını artırdığını, bilimsel yaratıcılıklarını ve yansıtıcı düşünme becerilerini olumlu yönde etkiledikleri görülmektedir. Yarı yapılandırılmış görüşme sonunda elde edilen bulgular; öğrencilerin öğrenme sürecini eğlenceli bulduklarını, yaratıcılıklarının ve özgüvenlerinin geliştiğini ifade ettiklerini, fakat grup

alışmasında iş bölümü konusunda bazı sorunlar yaşadıklarını göstermiştir. Araştırma sonunda STEM destekli argümantasyon temelli uygulamaların farklı disiplinlere de uygulanması ve bu yöntemle ilgili geniş kapsamlı öğretmen eğitiminin gerçekleştirilmesi tavsiye edilmektedir.

Güneş Uzun (2024) yaptığı çalışmada, iki farklı matematik sınıfındaki öğrencilerin beceri temelli matematik problemleri ile gerçekleştirdikleri sınıf içi tartışmalar yoluyla matematiksel argümantasyon süreçlerinin nasıl geliştiğini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın örneklemini İstanbul’da iki farklı okulda görev yapan 2 matematik öğretmeni ve bu okullarda öğrenim gören toplam 43 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak; ses kayıtları, çalışma yapıtları ve argüman bileşenlerinin işaretlendiği kodlama şeması kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, her iki sınıfta da aynı beceri temelli matematik problemleri uygulanmasına rağmen, öğrencilerin argümantasyon düzeylerinin öğretmenin sınıf içi iletişim tarzına göre büyük ölçüde farklılıklar gösterdiği ifade edilmektedir. Derinlemesine tartışmaları teşvik eden soruların kullanıldığı sınıf ortamında, öğrencilerin düşüncelerini daha sistematik bir biçimde ifade ettikleri tespit edilmiştir. Ayrıca nitelikli argümantasyonun gelişebilmesi için öğretmenlerin daha fazla “neden” ve “nasıl” gibi gerekçelendirme ve açıklama isteyen soruları sormaları gerektiği belirtilmiştir.

Can (2018) doktora tezinde, olasılık konusunda argümantasyon temelli öğretimin matematik öğretmen adaylarının akademik başarılarına ve bilginin kalıcılığına olan etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Ayrıca bu çalışma öğretmen adaylarının argümantasyon seviyelerini de incelemeye amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini, bir devlet üniversitesinin üçüncü sınıfında öğrenim görmekte olan 44 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Karma yöntemin tercih edildiği araştırmanın nicel boyutunda yarı deneysel desen kullanılmıştır. Araştırmanın nitel kısmında ise durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmada nicel verileri elde etmek için olasılık başarı testi; ön test, son test ve kalıcılık testi şeklinde uygulanmıştır. Nitel veriler ise video kayıtlarının analizi ile elde edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre akademik başarı olarak deney grubu lehine anlamlı bir farklılık görülürken, bilginin kalıcılığı yönünden her iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Video

kayıtlarından elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının argümantasyon seviyelerin genellikle “Seviye 2” düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının argümantasyon seviyeleri ile bilginin kalıcılığı arasında düşük düzeyde de olsa pozitif bir korelasyon olduğu sonucuna varılmıştır.

Duran vd. (2017) yaptıkları çalışmada, olasılık konusunda argümantasyon temelli öğretimin akademik başarıya ve matematik kaygısına olan etkisini incelemişlerdir. Araştırmanın örneklemini 51 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Karma yöntemin benimsendiği araştırmanın nicel kısmında yarı deneysel desen kullanılmıştır. Araştırmanın nicel veri toplama araçları, matematik kaygı ölçeği ve matematik başarı testinden oluşmaktadır. Çalışmada nitel veriler ise yarı yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla toplanmıştır. Nicel verilerin analizi betimsel ve kestirimsel analiz yöntemleri kullanılarak yapılırken, nitel verilerin analizinde içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre argümantasyon temelli öğretimin gerçekleştiği deney grubunun, mevcut öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubuna göre daha başarılı olduğu tespit edilmiştir. Süreç sonunda her iki grup matematik kaygısı yönünden kıyaslandığında iki grup arasında anlamlı bir farklılaşma görülmemiştir. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin uygulanan argümantasyon temelli öğretime ilişkin olumlu görüşlere sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Topuz ve Cantürk Günhan (2021) çalışmalarında Türkiye’de matematik eğitiminde argümantasyon temelli öğretimle ilgili yapılan araştırmaları incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda Ulusal Tez Merkezi, TR Dizin veri tabanlarında ve sempozyumlarda yer alan bildiriler kapsamında gelişmiş tarama yapılmıştır. Yapılan tarama sonucunda 2011-2019 yılları arasında yayımlanan 11’i lisansüstü tez, 12’si makale ve 7’si bildiri olmak üzere toplam 30 araştırma analize dahil edilmiştir. Araştırmada betimsel içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmalar; yayımlandığı yıla, yayın türüne, yayın diline, öğrenme alanlarına, argümanların incelenme modellerine, araştırmanın desenine, örneklemine, veri toplama araçlarına, güvenilirlik ve geçerlilik sağlama koşullarına ve veri analiz yöntemlerine göre sınıflandırılmıştır. Yapılan sınıflandırmalarının sonucunda; araştırmaların çoğunun yayın dilinin Türkçe olduğu, çalışmaların daha çok üniversite öğrencileriyle yapıldığı ve katılımcıların genellikle az sayıda olduğu görülmüştür.

Öğrenme alanı olarak en çok geometri alanının tercih edildiği görülen çalışmalarda örnekleme yöntemi olarak da çoğunlukla amaçlı örnekleme yönteminin kullanıldığı tespit edilmiştir. Araştırmalarda çoğunlukla nitel ve karma yöntemin seçildiği görülürken; veri toplama aracı olarak da en fazla açık uçlu sorular ve etkinlik kağıdının kullanıldığı tespit edilmiştir. Ayrıca nicel olarak yürütülen araştırmalarda kaygı, tutum ve başarı değişkenlerinin ele alındığı belirlenmiştir. Argümantasyon yapısının analizinde genellikle Toulmin modeli kullanırken, çeşitli kuramsal perspektiflerden de yararlanıldığı görülmüştür.

Ekawati vd. (2025) yaptıkları çalışmada, matematik eğitiminde ortaklaşa argümantasyon konusundaki akademik yayınların gelişimini ve eğilimlerini bibliyometrik yöntemle analiz etmişlerdir. Öncelikle Scopus veri tabanında, “argumentation” ve “collective” anahtar kelimeleri kullanılarak yapılan ilk aramada 655 makaleye ulaşıldığı belirtilmiştir. Filtrelerin uygulanmasıyla birlikte (Ocak 2013'ten Ağustos 2024'e kadar olan yayınlar, İngilizce dili ve son yayın durumu) 230 makaleye ulaşıldığı belirtilmiştir. Bu makaleler arasından matematik öğretimi ya da öğrenimine vurgu yapan, konu alanları “matematik” ve “sosyal bilimler” olan yayınları elde etmek için, Biblioshiny-R (yıllık dağılım, ülke katkısı ve dergi frekansı görselleştirmeleri için) ve VOSviewer (ağ haritaları için) kullanılarak derinlemesine analiz için araştırma 34 makaleyle sınırlandırılmıştır. Bibliyometrik analiz yönteminin kullanıldığı araştırmada elde edilen bulgulara göre; 2022 yılının ortaklaşa argümantasyon üzerine en fazla makalenin (7 yayın) yayımlandığı yıl olduğu, yayınların büyük çoğunluğunun “Educational Studies in Mathematics” gibi Q1 kategorisindeki dergilerde yer aldığı, en çok atıf alan ve en fazla yayını bulunan araştırmacının “Annamarie Conner” olduğu (9 yayın, 175 atıf) ve en aktif kurumun “University of Georgia” olduğu belirlenmiştir. Çalışmalarda en sık geçen anahtar kelimelerin “argumentation”, “collective”, “teacher” ve “classroom” olduğu; araştırmaların %91,18'i nitel, %5,88'i nicel ve %2,94'ü karma yöntemle gerçekleştirildiği, en çok araştırma yapılan grupların üniversite öğrencileri (%23,53) ve öğretmenler (%20,59) olduğu, yayınların en fazla Amerika Birleşik Devletleri kaynaklı olduğu (9 makale) tespit edilmiştir. Bu çalışma, ortaklaşa argümantasyon literatürünün güncel durumunu sistematik bir şekilde haritalandırarak araştırmacılar için gelecek çalışmalara yönelik önemli çıkarımlar sunmaktadır.

Castro vd. (2021) yaptıkları çalışmada, öğretmen adaylarının geometri öğretimi sırasında gerçekleştirdikleri argümantasyon süreçlerini incelemeyi ve bu süreçlerin didaktik-matematiksel bilgi modeliyle olan ilişkilerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Araştırmanın katılımcıları, çalışmaya düzenli olarak katılan üç matematik öğretmen adayıdır. Araştırmada, öğretmen adaylarının yapmış oldukları argümantasyonun derinlemesine incelenmesine izin veren nitel yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın verileri, ders tasarımı ve öğretimi esnasında gerçekleşen argümantasyon kısımlarına ilişkin katılımcılar arasındaki görüşmeler ve tartışmalardan oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının etkinlik hazırlığı ve öğretim aşamalarında aralarında gerçekleşen etkileşimler ve tartışmalar analiz edilerek bulgular elde edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre, matematik bilgisinin didaktik boyutları ile öğretmen adaylarının sergilediği argümantasyon özellikleri arasında anlamlı ilişkilerin olduğunu görülmektedir. Ayrıca sınıfların sınırlı sayısı ve daha fazla inceleme yapabilmek için araştırma sonrasında öğretmenlerle iletişime geçememe gibi durumlar araştırmanın sınırlıkları olarak ifade edilmiştir.

Francisco (2022) çalışmasında, matematik öğretmenlerinin öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen argümantasyon etkinliklerini desteklemelerinde matematiksel bilgilerinin rolünü incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın katılımcıları, Amerika Birleşik Devletleri'nin Kuzeydoğusunda, ekonomik düzeyi düşük bir bölgedeki neredeyse tamamı Afrika kökenli Amerikalı veya Latin 24 altıncı sınıf öğrencisidir. Araştırmanın bulguları, video kaydına alınan argümantasyon süreçlerinin analizi sonucunda elde edilmiştir. Yapılan veri analizi sonucunda argümantasyon sürecinin öğretmenin alan bilgisinden olumlu yönde etkilendiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin argümantasyon etkinliklerinde genellikle çıkarımsal akıl yürütmeyi ön planda tuttukları görülmektedir. Araştırmada, öğretmenlerin öğrenme ortamlarında öğrencileri bilimsel tartışmaya yönlendirmesi, karşıt örnekler sunarak argümantasyon sürecini zenginleştirmesi gerektiği ifade edilmektedir. Sonuç olarak etkili bir argümantasyonun gerçekleştirilebilmesi için öğretmenlerin alan bilgilerinin ve argümantasyon uygulamalarına yönelik tecrübelerinin oldukça önemli olduğu belirtilmiştir.

Atasoy ve Yiğitcan Nayir (2019) çalışmalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini Toulmin Modeli'ne göre analiz etmeyi amaçlamışlardır. Katılımcılar ölçüt temelli örnekleme yöntemi ile seçilen 4 adet birinci sınıf matematik öğretmen adaydan oluşmaktadır. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın verilerini elde etmek için bir tane rutin olmayan problem ve buna bağlı argümantasyon sürecini içeren video kayıtlar kullanılmıştır. Yapılan veri analizi sonucunda katılımcıların argümantasyon sürecinde en fazla “iddia” ve “veri” bileşenlerini kullandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının argümantasyon sürecinde grup olarak çalışmaktan ziyade bireysel çalışmayı tercih ettikleri ve oluşturdukları yazılı argümanlar için gerekçe ve destekleyici bulmakta zorluk yaşadıkları ifade edilmiştir. Sonuç olarak bu çalışmada, öğrencilerin argümantasyonun temel unsuru olan gerekçelendirme yapmakta ve yardımcı unsurları (destekleyici, niteleyici ve çürütücü) kullanmakta zorlandıkları ifade edilmiştir.

Rumsey ve Langrall (2016) yaptıkları çalışmada, ilkokul öğrencilerinin matematiksel argümantasyon becerilerini geliştirmeye yönelik olarak öğretmenlerin sınıf içi öğretim etkinliklerinde kullanabilecekleri kanıta dayalı öğretim stratejilerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Çalışma, matematiksel düşünmenin yalnızca doğru cevaba ulaşmakla sınırlanmayacağı, öğrencilerin kendi düşüncelerini gerekçelendirebilme ve başkalarının düşüncelerini eleştirel şekilde analiz edebilme kapasitelerini geliştirmelerinin gerekliliğini vurgulamaktadır. Araştırmanın örneklemi, matematiksel argümantasyon konusunda herhangi bir deneyimi bulunmayan, bir devlet okulunda öğrenim gören dördüncü sınıf öğrencileri ve öğretmenlerden oluşmaktadır. Katılımcı sayısı çalışmada açıkça belirtilmemiştir. Nitel olarak yürütülen ve sekiz hafta süren bu çalışmanın deseni eylem araştırmasıdır. Bu doğrultuda öğretim uygulamaları esnasında elde edilen gözlemler ve öğrenci davranışları üzerinden birtakım analizler yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak; gözlem notları, öğrencilerin yazılı cevapları, öğretmen ve öğrenci arasında gerçekleşen diyalog kayıtları ve sınıf etkinliklerine ait dokümanlar kullanılmıştır. Yapılan veri analizi sonucunda, öğrencilerin argümantasyon temelli öğrenme etkinliklerinde, matematiksel argümantasyon becerilerini etkin bir biçimde kullandıkları görülmüştür. İlerleyen haftalarda öğrenciler; iddia oluşturma, bu iddiayı gerekçelendirme, çürütme yapma ve

başkalarının düşüncelerini sorgulama gibi üst düzey düşünme becerilerini zamanla benimsemiş ve onların bu becerileri sınıf içi tartışmalarda aktif olarak kullanmaya başladıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca elde edilen bulgulara göre argümantasyon temelli öğretimle birlikte öğrenciler, yapmış oldukları işlemlerin kavramsal temellerini anlama fırsatı yakalamışlardır. Bu bulgular, matematiksel anlam oluşturma sürecinde argümantasyonun pedagojik değerini ve etkisini açıkça ortaya koymaktadır.

Mueller (2009) çalışmasında, ortaokul öğrencileri arasında gerçekleşen matematiksel akıl yürütmenin özellikle argümantasyon temelli işbirlikçi bir öğrenme ortamında nasıl geliştiğini araştırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın örneklemini şehir merkezinde öğrenim gören Afrika kökenli Amerikalı ve Latin 24 altıncı sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri, her biri yaklaşık 60 dakika ile 75 dakika arasında gerçekleşen öğrenme etkinliklerinin video kayıtlarından elde edilmiştir. Video kayıtlarını gerçekleştirmek için dört farklı kamera kullanılmış; bu kameralardan üçü gruplara odaklı bir şekilde diğeri ise gezici kamera olarak sürece dahil edilmiştir. Beş oturumdan oluşan video kayıt verileri beşer dakikalık aralıklarla tanımlanmıştır. Sekiz odak öğrencisini yakalayan video kayıtları ve ayrıca yukarıdan sunumları yakalayan kamera görüntüsü transkript edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre öğrencilerin iş birliği içerisinde argüman oluşturdıkları ifade edilmektedir. Araştırma sonucunda, ortaokul öğrencileri arasında gerçekleşen argümantasyon temelli işbirlikli çalışmanın öğrencilerin matematiksel muhakeme ve argümantasyon becerilerini önemli ölçüde geliştirdiği görülmektedir. Araştırma sonuçları, argümantasyonun; öğretmenlerin iş birliğine dayalı, destekleyici ve sorgulayıcı bir öğrenme atmosferi oluşturmalarına olanak tanıyarak, fikirlerin ortaklaşa inşasını teşvik ettiğini ve bu sayede derin öğrenmeyi güçlendiren bir akıl yürütme kültürünün gelişimini desteklediğini ortaya koymaktadır.

Civil ve Hunter (2015) yaptıkları çalışmada, ABD ve Yeni Zelanda'da matematik sınıflarında bulunan dilsel ve kültürel çeşitlilik gösteren öğrenci gruplarının matematiksel argümantasyonlara katılımını kültürel ve dilsel perspektiften incelemeyi ve daha kapsamlı öğrenme ortamlarının nasıl oluşturulabileceğine ilişkin öneriler geliştirmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın hedef kitlesi, Yeni Zelanda'daki Pasifik Adaları kökenli öğrenciler ve ABD'nin Arizona eyaletindeki göçmen Meksika kökenli

öğrencilerdir. Araştırmanın katılımcıları 5-8. sınıf seviyesindeki 120 öğrenci ve 4 öğretmenden oluşmaktadır. Her iki bölgede gerçekleşen uygulamalar karşılaştırmalı olarak ele alınacağı için çalışmada araştırma deseni olarak karşılaştırmalı nitel vaka çalışması kullanılmıştır. Araştırma Yeni Zelanda’da yaklaşık bir yıl, Arizona’da ise beş ay sürmüştür. Araştırmanın veri toplama araçları; gözlem notları, video kayıtları, görüşmeler ve yazılı çalışmalar olarak ifade edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre öğrencilerin argümantasyon sürecine aktif olarak katılımının, öncelikle sınıf ortamında güvene dayalı ilişkilerin kurulmasıyla mümkün olacağı belirtilmiştir. Öğrencilerin kendi kültürel değerlerini ve sosyal becerilerini (mizah, rahatça sohbet etme, ana dil kullanımı gibi) sınıfa yansıtabildikleri durumlarda, matematiksel akıl yürütme ve argümantasyon becerilerinin belirgin şekilde geliştiği ifade edilmiştir. Her iki vakada da “aile” kavramı üzerinden oluşturulan grup içi bağlılık duygusu, öğrencilerin yalnızca kendi öğrenmelerinden değil, grup arkadaşlarının da öğrenmesinden sorumlu hissetmesini sağlamıştır. Özellikle mizahın ve sosyal sohbetin, tartışmaların daha rahat bir atmosferde ilerlemesini sağladığı ve öğrencilerin sosyal kaygı yaşamadan fikirlerini ifade edebilmelerine imkân sağladığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak araştırmada, dilsel ve kültürel çeşitlilik gösteren göçmen öğrencilerin argümantasyona katılımını sağlamak için, onların kültürel değerlerini ve ana dillerini dışlamayan, bu unsurları sınıfın bir zenginliği hâline getiren pedagojik yaklaşımların geliştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Conner vd. (2014) çalışmalarında, öğrencilerin argüman oluşturma süreçlerinde, öğretmenin oynadığı rolü açığa çıkarmayı amaçlamışlardır. Araştırmanın katılımcıları iki ortaöğretim matematik öğretmen adayı ve 9. sınıfta yer alan “başarılı” öğrencilerden oluşmaktadır. Araştırmaya kaç öğrencinin katıldığı çalışmada net bir şekilde belirtilmemiştir. Nitel bir çalışma olan araştırmada veri toplama aracı olarak; video analizleri, öğrenci çalışma kağıtları ve gözlem notları kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin matematiksel tartışmaları ve akıl yürütmeleri desteklemek için farklı stratejiler kullandıkları görülmektedir. Öğretmenlerin bu sürece doğrudan katkıları; veri, iddia ve gerekçe gibi Toulmin Modeli bileşenlerini öğrencilerle paylaşmak şeklinde gerçekleşmiştir. Öğretmenlerin; yönlendirme, tekrar etme, bilgi verme, teşvik etme ve değerlendirme gibi eylemlerle argümantasyon sürecine müdahil oldukları görülmüştür. Çalışmada, öğretmen

adaylarının sınıf içi uygulamaları sırasında toplam 277 argüman örneğinin analiz edilmesi sonucunda geliştirilen "Teacher Support for Collective Argumentation" çerçevesi, öğretmen davranışlarının matematiksel tartışmalardaki işlevini sistematik olarak değerlendirme olanağı sunmaktadır. Sonuç olarak bu çalışma, öğretmenlerin destekleyici eylemlerinin, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ve oluşturulan argümanların kalitesini anlamlı bir şekilde artırabileceğini ortaya koymuştur. Çalışma kapsamında geliştirilen bu çerçevenin, öğretmen eğitimi programlarında ve mesleki gelişim süreçlerinde etkili bir araç olarak kullanılabileceği öne sürülmektedir.

Meyer ve Schnell (2020)'in çalışmalarının amacı, matematiksel argümanların nasıl değerlendirildiğine ilişkin öğretmenlerin kullandıkları kriterleri ortaya çıkarmak ve bu kriterleri kuramsal açıdan (yapı, içerik, alıcı odaklı olma) karşılaştırarak değerlendirme sürecinin yapısını ortaya çıkarmaktır. Araştırmanın katılımcıları Almanya'daki çeşitli ortaöğretim kurumlarında (Hauptschule, Realschule, Gymnasium gibi) görev yapan 16 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Katılımcıların öğretmenlik deneyimleri 1 yıldan 25 yıla kadar değişmekle birlikte, katılımcılar 5. sınıftan 13. sınıfa kadar farklı düzeylerde ders vermektedirler. Nitel araştırma yönteminin uygulandığı bu çalışmada veriler; yarı yapılandırılmış mülakatlar, öğrencilerin çözüm örnekleri ve video kayıtları aracılığıyla toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış mülakatlarda öğretmenlerden belirli bir olasılık problemini çözmeleri istenmiş; daha sonra gerçek ve kurmaca olarak düzenlenen öğrenci argümanlarını değerlendirmeleri sağlanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda araştırma sonuçları incelendiğinde, öğretmenlerin değerlendirme sürecinde yalnızca matematiksel doğruluğu değil; aynı zamanda öğrencinin düşünme sürecini aktarma biçimini, dili kullanım şeklini ve sunum estetiğini de dikkate aldıkları görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerin değerlendirme ölçütlerinin oldukça öznel olduğu ifade edilmiştir. Bu bağlamda aynı cevapların farklı öğretmenler tarafından farklı notlarla değerlendirildiği ve farklı yönleriyle ön plana çıkarıldığı görülmektedir. Bu durum, argümanların değerlendirme sürecinin nesnel açıdan sınırlı olabileceğini ve bağlamsal faktörlerin (öğretmenin deneyimi, öğrenme ortamı, öğretim yaklaşımı vb.) değerlendirme üzerinde etkili olabileceğini göstermektedir. Sonuç olarak, çalışmada öğretmenlerin argüman değerlendirmesi yaparken farklı ölçütleri kullandıkları, bu

ölçütlerin teorik boyutlarla örtüştüğü ve öğretmenlerin değerlendirmelerinin pedagojik önceliklerine göre değişiklik gösterdiği tespit edilmiştir. Araştırma sonunda, öğretmen eğitimi konusunda, argüman değerlendirme ölçütlerinin net bir biçimde tartışılması ve yapılandırılması gerektiğine vurgu yapılmaktadır.

Wu vd. (2025) yaptıkları çalışmada, öğrencilerin matematik dersindeki argümantasyon becerilerini geliştirmek amacıyla oluşturdukları konuşma temelli bir yapay zekâ öğretim sisteminin (CCITS) etkililiğini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Araştırmaların katılımcıları Tayvan'ın kuzey ve orta bölgelerinde yer alan ortaokullarda okuyan toplam 200 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırmanın modeli nicel araştırma yöntemlerinden ön test-son test kontrol gruplu deneysel desendir. Çalışmada, Pisagor Teoremi'nin öğretiminde geleneksel öğretmen merkezli yöntem ile sanal öğretmen/sanal öğrenci ile etkileşimli konuşma tabanlı yapay zekâ öğretim sistemi (CCITS) karşılaştırılmıştır. Araştırmada veri toplama aracı olarak 20 özgün sorudan oluşan “Pisagor Teoremi Argümantasyon Testi” ve 7 maddeden oluşan “Argümantasyon Deneyim Ölçeği (Questionnaire of Argumentation Experience)” kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, konuşma tabanlı yapay zekâ öğretim sistemi (CCITS) kullanılan deney grubu öğrencilerinin matematiksel argümantasyon becerileri testinde, geleneksel öğretmen merkezli yöntemin kullanıldığı kontrol grubuna kıyasla anlamlı düzeyde daha yüksek başarı gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin öğrenme deneyimlerini değerlendirmek için uygulanan Argümantasyon Deneyim Ölçeği'nde (QAE) her iki grup arasında anlamlı düzeyde bir farklılık görülmemiştir. Araştırmacılar anlamlı farkın ortaya çıkmamasının araştırmanın dört haftayla sınırlı olmasından kaynaklanacağını belirtmişlerdir. Sonuç olarak, konuşma temelli yapay zekâ öğretim sistemi, öğrencilerin matematiksel argümantasyon becerilerinin özellikle kanıtlama, genelleme ve gerekçelendirme boyutlarını geliştirilmesinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Bu sistemin, bireysel cevapları dikkate alarak özelleştirilmiş geri bildirim sunması ve görsel-işitsel etkileşimi sağlaması, öğrenme sürecini derinleştirmektedir.

Dixit ve Oates (2024) çalışmalarında yapay zekâ araçlarını kullanarak öğrencilerin matematiksel sözel problemleri çözme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen SBI-RAG (Şema Tabanlı Öğretim ve Geri

Getirme Destekli Üretim) çerçevesi, öğrencilerin sözel matematik problemlerini adım adım çözmelerini destekleyen yapay zekâ temelli bir öğretim modelidir. Her ne kadar bu çalışmada "argümantasyon" kavramı doğrudan kullanılsa da modelin bilgiyi yapılanma biçimi ve değerlendirme yöntemi, argümantasyon temelli öğretim yaklaşımları ile önemli benzerlikler göstermektedir. Özellikle şema tabanlı sınıflandırma yoluyla öğrencilerin problem türlerini tanımlayarak uygun bir çözüm yolu yapılandırılmaları, matematiksel düşünmenin gerekçelendirme temelli doğasıyla örtüşmektedir. Araştırma, model geliştirme ve karşılaştırmalı deneysel analiz tasarımıyla yürütülen bir nicel çalışmadır. Modelin başarı düzeyi, çeşitli metriklerle ve istatistiksel testlerle değerlendirilmiştir. Bu yönüyle çalışma, yarı-deneysel modelleme çalışması olarak nitelendirilebilir. Model tarafından üretilen çözümler; açıklık, mantıksal tutarlılık ve bütünlük açısından değerlendirilmiş olup, bu süreçte “LLM-as-a-Judge” adı verilen yapay zekâ destekli bir puanlama yöntemi kullanılmıştır. Bu bağlamda, öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşmaları değil, aynı zamanda süreç unsurlarını göz önünde bulundurarak çözüm sürecini açık, mantıklı ve adım adım gerekçelendirmeleri teşvik edilmiştir. Araştırmanın bulguları incelendiğinde geliştirilen “SBI-RAG (Şema tabanlı öğrenme sistemi)”, GPT-4 ve GPT-3.5 Turbo ile karşılaştırıldığında daha yüksek adım adım akıl yürütme puanı elde etmiştir. Bu sistemin daha net, mantıksal olarak tutarlı ve tamamlayıcı çözümler ürettiği tespit edilmiştir. Çalışmanın bulguları, şema temelli yönlendirme ile yapılandırılmış çözümlerin, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme becerilerini geliştirmede etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Argümantatif düşünmenin bu şekilde yapay zekâ temelli sistemler aracılığıyla desteklenmesi, özellikle bireyselleştirilmiş öğretim ortamlarında avantajlar sağlayabileceğini göstermektedir.

Lee ve Lai, (2024) yaptıkları çalışmada, oyunlaştırılmış işbirlikçi argümantasyon öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiksel argümantasyon becerilerine olan etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Tayvan’da bir devlet okulunun 5. sınıfındaki toplam 54 öğrenci, araştırmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. Karma yöntemin benimsendiği çalışma toplam dört hafta sürmüştür. Araştırmada veri toplama araçları olarak; matematik başarı testi, motivasyon ölçeği, iş birliğine yatkınlık ölçeği, argümantasyon davranış kodlaması ve öğrenci görüşmeleri kullanılmıştır. Yapılan veri analizi sonucunda; oyunlaştırılmış işbirlikçi argümantasyon yaklaşımının (Gamified

Collaborative Argumentation – GCA); öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenme motivasyonlarına, iş birliğine yatkınlıklarına ve argümantasyon davranışlarına anlamlı düzeyde katkı sağladığı görülmüştür. Sonuç olarak, GCA yaklaşımı öğrencilerin hem bilişsel hem de duyuşsal gelişimlerini destekleyen bütüncül bir etki sunmuş; matematiksel argümantasyon süreçlerine yapı ve içerik açısından anlamlı bir katkı sağlamıştır. Bu çalışma, oyunlaştırılmış işbirlikçi argümantasyon öğrenme tasarımlarının matematik eğitimi çerçevesinde etkili biçimde kullanılabileceğini ortaya koymaktadır.

Krummheuer (2007) çalışmasında, öğrencilerin argümantasyon süreçlerine ne ölçüde katıldıklarını ve bu katılımın öğrenmeye nasıl etki ettiğini incelemiştir. Araştırma Almanya’da bir devlet okulunun ilköğretim birinci sınıfında öğrenim gören öğrencilerle birlikte, iki ders oturumunda gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırma yöntemlerinden betimsel analizin kullanıldığı bu çalışmada karşılaştırmalı analiz yapılmıştır. Veri toplama aracı olarak derslerin video kayıtları kullanılmıştır. Kayıtlarda yer alan iki farklı sınıf içi etkileşim kesiti Toulmin Modeli ve Goffman’ın konuşmacı rolleri kuramı kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin sınıf içi argümantasyonlara katılım düzeyinin matematiksel öğrenme düzeyleri ile doğrudan ilişkili olduğu görülmüştür. Ayrıca yerinde yapılan öğretmen müdahalelerinin ve yönlendirmelerinin öğrencilerin etkinliğe katılım düzeyleri ve argümantasyon kalitesi üzerinde belirleyici rol oynadığını ortaya koymuştur. Bu bağlamda öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri analiz etme becerileri, etkili pedagojik müdahalelerin temelini oluşturmakta olup, öğrencilerin argümantasyon sürecine daha aktif katılımlarını sağlamaktadır.

Türkmenoğlu (2022) doktora tez çalışmasında, matematik eğitiminde argümantasyon temelli öğretimin ilköğretim öğrencilerinin problem çözme başarısına, üst bilişsel becerilerine ve matematik dersine ilişkin motivasyonlarına olan etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları 2021-2022 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde Adana ili Pozantı ilçesinde yer alan bir devlet okulunda öğrenim gören 63 dördüncü sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Karma yöntemin benimsendiği çalışmada gömülü desen kullanılmıştır. Araştırmanın veri toplama araçları; “Problem Çözme Başarı Testi”, “Üstbilişsel Farkındalık Ölçeği” ve “Matematik Dersi

Motivasyon Ölçeği” şeklindedir. Bu testler ön test, son test ve kalıcılık testi şeklinde uygulanmıştır. Toplam altı hafta süren uygulama bitiminde deney grubu öğrencilerinden farklı seviyelerde başarı gösteren yedi öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Uygulama bitiminden dört hafta sonra da tüm öğrencilere kalıcılık testi yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre argümantasyon temelli matematik öğretiminin problem çözme başarısına anlamlı düzeyde katkı sağladığı görülürken, problem çözme başarısının kalıcılığında deney ve kontrol grubu arasında anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Ayrıca yapılan analizler sonucunda, deney ve kontrol grupları arasında üstbilişsel farkındalık ve matematik dersine yönelik motivasyon açısından da anlamlı farklılık görülmemiştir. Araştırmada argümantasyon etkinliklerinde açık uçlu sorular ve alternatif çözüm yolu içeren problemlerin kullanılması tavsiye edilmiştir.

Korkmaz (2020) doktora tezinde, teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimin öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi öz değerlendirmelerine ve kavramsal anlayışlarına olan etkisini incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları, bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünün üçüncü sınıfında öğrenim görmekte olan 43 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmanın deseni iç içe (gömülü) karma desendir. Araştırmanın nicel boyutu ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desenden oluşmaktadır. Nitel boyutu ise durum çalışmasıyla gerçekleşmiştir. Toplam dört hafta süren çalışmada veri toplama araçları olarak; “Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Öz-Değerlendirme Ölçeği”, “Dönüşüm Geometrisi Başarı Testi” ve görüş formu kullanılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre; teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimin, öğretmen adaylarının akademik başarılarına ve kavramsal anlayışlarına olumlu etkilerinin olduğu, fakat teknolojik pedagojik alan bilgisi öz değerlendirmelerine ilişkin anlamlı bir etkisinin olmadığı ifade edilmiştir. Deney grubuna uygulanan görüş formunda öğretmen adaylarının öğretim yöntemine ilişkin görüşlerinin genellikle olumlu olduğu; kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarının ise mevcut öğretim yöntem ile yapılan dönüşüm geometrisi öğretimine ilişkin görüşlerinin ise genellikle olumsuz olduğu tespit edilmiştir.

Çelik Arslan (2021) doktora tezinde, argümantasyon temelli öğretimin 7. ve 8. Sınıf öğrencilerinin hesaplamalı düşünme becerisi düzeylerine ve problem çözme alışkanlıklarına olan etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada karma yöntemlerden biri olan açıklayıcı sıralı desen kullanılmıştır. Araştırmanın nicel boyutu yarı deneysel desen olarak; nitel boyutu ise eylem araştırması olarak gerçekleştirilmiştir. Çalışma, Ege Bölgesi'nde yer alan bir ilin belli bir ilçesindeki bir ortaokulda öğrenim gören toplam 114 öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veri toplama araçları olarak “Matematik Sınavı”, “Ön Test ve Son Test Pilot Uygulama Soruları”, “Ön Test”, “Son Test”, “Etkinlik Kağıtları”, “Bilgisayarca Düşünme Becerileri Ölçeği” ve “Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu” kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre deney grubu öğrencilerinin etkinliklerde aldıkları puan ile argümantasyon analizlerinden aldıkları puanlar arasında anlamlı düzeyde pozitif bir ilişkinin olduğu görülmüştür. Argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin hesaplamalı düşünme becerilerini ve problem çözme alışkanlıklarını olumlu yönde etkiledikleri görülmüştür. Araştırmada, hesaplamalı düşünme becerilerine yönelik problem çözme etkinliklerine yer verilmesi tavsiye edilmektedir.

Adal (2023b) doktora tezinde, argümantasyon temelli öğretimin sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığına olan etkisini incelemeyi ve argümantasyon süreci hakkında öğrenci görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları, 2022-2023 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde İstanbul ilinin Esenler ilçesinde bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan toplam 49 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Karma yöntemin benimsendiği bu çalışmada, açıklayıcı sıralı desen ile süreç yürütülmüştür. Araştırmanın nitel boyutunu durum çalışması oluştururken; nicel boyutunu ise ön test-son test eşitlenmemiş kontrol gruplu yarı deneysel desen oluşturmaktadır. Araştırmada ilk önce nicel veriler, “Matematik Okuryazarlığı Başarı Testi” aracılığı ile, daha sonra nitel veriler ise “Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu” yardımı ile elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme, deney grubundan rastgele seçilen sekiz öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan veri analizi sonucunda; argümantasyon temelli öğretimin mevcut öğretim yöntemine göre öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarısını anlamlı ve etkili bir biçimde artırdığı tespit edilmiştir. Yapılan görüşme sonucunda elde edilen verilere

göre; öğrencilerin argümantasyon temelli öğretim yöntemine ilişkin olumlu görüşlere sahip oldukları, özellikle matematik okuryazarlığı problemlerine ilişkin argümantasyon temelli öğretimin bilişsel ve duyuşsal olarak büyük katkı sağladığı şeklinde açıklamalar yaptıkları görülmüştür. Sonuç olarak matematik öğretiminde argümantasyon temelli bir öğretimin benimsenmesinin, matematik okuryazarlığı yüksek bireyler yetiştirilmesinde kritik bir öneme sahip olduğu vurgulanmaktadır.

Yılmaz Memiş (2023) doktora tezinde, yedinci sınıftaki matematik derslerini argümantasyon temelli bir modele göre tasarlamayı ve oluşturulan bu öğrenme ortamının sınıf mikrokültürü içerisindeki var olan sosyal ve sosyomatematiksel normlara etkisinin sistematik bir şekilde analiz edilmesini amaçlamaktadır. Araştırmanın örneklemini, Trabzon ilinin bir ortaokulunda öğrenim görmekte olan 32 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu çalışma, aksiyon araştırması yöntemi doğrultusunda 2021-2022 eğitim-öğretim yılında yürütülmüş olup, toplamda 24 hafta süren bir uygulama sürecini kapsamaktadır. Araştırmada veri toplama araçları olarak; video kayıtları, gözlemci alan notları ve yarı yapılandırılmış mülakatlar kullanılmıştır. Elde edilen verilerin içerik analizi Nvivo 9 programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yapılan veri analizi doğrultusunda; argümantasyon temelli öğrenme ortamının, öğrenmeye engel teşkil eden normların ortadan kaldırılmasında ve öğrenmeyi destekleyen yeni normların geliştirilmesinde etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca argümantasyon temelli ders etkinliklerinin uygulama sürecinde sosyomatematiksel normların birbirinden etkilendiği ve argümantasyon etkinliklerinin “orta başarı” düzeyindeki öğrencilerin paylaştığı normların giderilmesinde daha işlevsel olduğu tespit edilmiştir. Araştırmada, öğretim esnasında uygun normların geliştirilebilmesi için matematik öğretmenlerinin argümantasyon temelli öğrenme modelinden yararlanmaları ve öğrenme ortamlarında argümantasyon unsurlarını içeren etkinlikleri tasarlamaları ve uygulamasını gerçekleştirmeleri tavsiye edilmiştir.

Dinçer (2024) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretim etkinliklerini tasarlarken neleri ön planda tuttuklarını tespit etmeyi amaçlamaktadır. Bu amaca yönelik olarak etkinlik tasarım prensiplerinin nasıl dikkate alındığı, gerçekleştirilecek argümantasyon süreçlerinin nasıl yapılandırıldığı ve bu süreçlerin ne şekilde desteklendiği detaylı bir biçimde analiz

edilmiştir. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Türkiye’de bir devlet üniversitesinin üçüncü sınıfında öğrenim görmekte olan beş ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Katılımcılar; kendini iyi ifade edebilme, iş birliği yapmaya açık olma ve araştırmaya katılmak için gönüllü olma şeklindeki özellikler dikkate alınarak amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Katılımcılara iki haftalık bir eğitim verilmesinin ardından, onlardan ortaokul kazanımlarına ilişkin argümantasyon temelli bir etkinlik hazırlama ve bu etkinliğe ait olası uygulama planını içeren iki belge istenmiştir. Hazırlanan bu belgelerle birlikte katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının oluşturdukları argümantasyon temelli etkinliklerin tamamına yakınının etkinlik tasarım ve uygulama kriterlerini karşıladığı görülmektedir. Bu bağlamda tasarlama kriterlerinden olan amaç, zamanı etkili kullanma, sınıfın organizasyonu, öğrencinin ön öğrenmeleri, uygun araç temini, öğretmen ve öğrencinin rolü, katılımcıların tamamı tarafından dikkate alınmıştır. Katılımcıların etkinlik tasarımında en az esneklik kriterini dikkate aldıkları görülmektedir. Oluşturulan etkinliklerin argümantasyon sürecini yansıtmaya durumlarına ilişkin belirlenen özelliklerden en fazla gerekçe isteme, daha sonra da düşüncesini akranlarıyla paylaşmaya teşvik etme, akran değerlendirmesini gerçekleştirilmesini sağlama, ilişkilendirmenin yapılmasını isteme ve ikna etmek için yönlendirme özelliklerinin dikkate alındığı görülmüştür. Tasarlanan olası uygulama planında var olan diyalogların analiz edilmesi sonucunda, katılımcıların olası argümantasyon sürecine yönelik en fazla veri, iddia ve gerekçe bileşenlerini kullandıkları görülmektedir. Bununla birlikte yardımcı bileşen olarak en az çürütücü bileşenine rastlanılırken, niteleyici bileşeninin ise hiç kullanılmadığı tespit edilmiştir. Sonuç olarak, argümantasyon temelli etkinliklerin; öğrencileri açıklama yapmaya, düşüncelerini gerekçelendirmeye, farklı düşünceleri eleştirme ve kendi düşüncesiyle diğer düşünceleri karşılaştırmaya ilişkin argümantasyon sürecini yansıtan becerileri içermesi gerektiği ifade edilmektedir.

Son yıllarda, matematik eğitiminde gerçekleştirilen argümantasyon temelli öğretim; öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini, matematiksel akıl yürütme ve üst düzey bilişsel becerilerini geliştirme potansiyeli nedeniyle önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir. Alanyazında yer alan çalışmalar incelendiğinde argümantasyonun öğrenme

ortamlarına entegrasyonunun; öğrenci katılımı (Krummheuer, 2007), sınıf normları (Yılmaz Memiş, 2023), kültürel çeşitlilik (Civil ve Hunter, 2015), teknolojik araçlar ve yapay zekayla destekleme (Korkmaz, 2020; Wu vd., 2025) gibi çok boyutlu etkilerinin sistematik olarak incelendiği görülmektedir. Ayrıca bu öğretim yaklaşımının matematik okuryazarlığı (Adal, 2023b), hesaplamalı düşünme (Çelik Arslan, 2021), üstbilişsel farkındalık (Türkmenoğlu, 2022), yansıtıcı ve yaratıcı düşünme (Yeşildağ Hasançebi vd., 2021) gibi öğrenmeye ilişkin çeşitli çıktılar üzerindeki etkileri araştırmalarla incelenmiştir. Bununla birlikte, öğretmen ve öğretmen adaylarının argümantasyon süreçlerine ilişkin pedagojik yeterlikleri (Castro vd., 2021; Dinçer, 2024; Francisco, 2022) ve öğretmenlerin sınıf etkinliklerindeki uygulamalarda izledikleri stratejiler (Conner vd., 2014; C. Rumsey ve Langrall, 2016) de önemli bir araştırma yönelimi olarak kendini göstermektedir. Ancak mevcut alanyazın incelendiğinde, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin problem çözme becerisi üzerindeki etkilerini sistematik ve derinlemesine ele alan çalışmaların sayıca sınırlı olduğu ve içerik bakımından ise yeterince kapsamlı olmadıkları dikkat çekmektedir. Her ne kadar bazı araştırmalar bu ilişkiye dolaylı olarak temas etse de (Çelik Arslan, 2021; Türkmenoğlu, 2022), problem çözme sürecinin argümantasyon temelli öğretimle nasıl etkileşim kurduğunu inceleyen bütüncül ve deneysel çalışmalar yeterince yaygın değildir. Bu çerçevede yürütülen bu doktora tezi, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin problem çözme becerileri üzerindeki etkisini hem pedagojik hem de kuramsal düzeyde ele alarak, alanyazına özgün bir katkı sunmayı amaçlamaktadır.

2.3. Problem Nedir?

Günlük hayatta sıklıkla karşılaşılan “problem” kavramının farklı kaynaklarda çeşitli şekillerde yapılmış tanımları bulunmaktadır. Türk Dil Kurumu problemi, genel anlamıyla “Sorun” şeklinde tanımlamakla birlikte matematiksel anlamda “Teoremler veya kurallar yardımıyla çözülmesi istenen soru; mesele” şeklinde tanımlamaktadır (TDK, 2025). Problem, günlük yaşamda insanların karşılaştığı çözümün doğrudan bilinmediği durumları kapsamaktadır (Posamentier ve Krulik, 2024). Bireyin hedefine ulaşma sürecinde karşısına bir engel çıkmasıyla birlikte bu engellere karşı halihazırda bir tepkisinin bulunmadığı durumlar, o kişi için problem olarak nitelendirilmektedir

(Bingham, 2016). Problem, bireyde çözüme isteği uyandıran, çözüm için gerekli prosedürlerin tam olarak belli olmadığı, kişisel bilgi ve tecrübeler ile çözüme ulaşılabilen durumları içermektedir (Olkun ve Toluk Uçar, 2014). Kişinin önüne çıkan bir engel karşısında çözüm için bir çaba harcama isteğiyle bunu nasıl gerçekleştireceğini ilk bakışta bilemediği zihinsel karmaşalar problem olarak adlandırılmaktadır (Altun, 2021).

Her problem bir sorun içermektedir ve kişinin problem çözme sürecinde istekli olması, o sorunu ortadan kaldırmak isteği ile ilişkilidir (Altuntaş ve Erişen, 2021). Problemlerin genel olarak; kişiye rahatsızlık veren güçlüklerden oluşması, bireyin bu zorlukları ortadan kaldırmak için çözüme ihtiyacı hissetmesi ve karşılaştığı problemi çözebilmek için bir ön hazırlığının bulunmaması gibi özellikleri taşıması gerektiği ifade edilmektedir (Temel, 2018). Problemlerle ilgili yapılan tanımlamalar dikkate alındığında, problemin kişiye rahatsızlık veren zorluklar taşıması ve çözüm için kişinin istekli olması gibi durumlar, problemin kişiden kişiye farklılık göstereceği anlamına gelmektedir. El becerisi henüz gelişmekte olan küçük bir çocuk için makası düzgün bir şekilde kullanarak doğru yerden kesim yapabilmek bir problem iken, el becerisi gelişimini tamamlamış farklı bir çocuk için aynı durum gelişim ve tecrübelerle çözülerek problem olmaktan çıkmıştır. Mükemmeliyetçi ve hata yapmaktan korkan birine göre hata yapmak büyük bir problem iken; hataları öğrenmenin doğal bir parçası olarak kabul eden biri için hata yapmak bir problem olmamakla birlikte gelişim ve olgunlaşmanın fırsatı olarak görülmektedir.

Matematik problemi denildiğinde, ilk başta karmaşık ve zor sorular akla gelmektedir (Baki, 2014). Matematik problemlerini günlük hayatta karşılaşılan problemlerden ayıran en temel özellik; problemin çözümüne ulaşmak için matematiksel düşünme süreçlerinin kullanılması sayesinde sonucun kestirilebilmesi, sonuçla ilgili nedenlerin açıklanabilmesi ve aynı koşullar altında yine aynı sonuçlara ulaşılabilmesidir (Umay, 2007). Matematiksel probleme ilişkin farklı disiplinlerde uzmanlaşmış bilim insanları çeşitli bakış açılarıyla kendi perspektiflerinden tanımlamalar yapmışlardır.

Bilişsel psikoloji açısından matematiksel problem, kişinin mevcut bilişsel durumu ile ulaşmak istediği bilişsel hedefi arasında yer alan engelleri aşmayı gerektiren bir durum

olarak ifade edilmektedir (Newell ve Simon, 1972). Bu tanım problem çözme sürecinin bilişsel mekanizmalarına odaklanmaktadır.

Matematiksel probleme felsefe açısından bakıldığında, matematiksel problemin gerçeğin keşfedilmesini ve kanıtlanmasını gerektiren bir soru olarak ifade edildiği görülmektedir (Lakatos, 1999). Bu tanım, matematiğin doğasına odaklanarak matematiksel bilginin hangi amaçla elde edildiğini açıklamaktadır. Matematik eğitimi bağlamında problem; matematiksel bilgi, deneyim, strateji ve akıl yürütme becerilerini kullanmayı gerektiren bir görev olarak tanımlanabilir (Polya, 1957).

Matematik problemi, çözen kişi için zorlayıcı bir durum barındırmaktadır (Hadamard, 2020). Bir problemin çözümü bazı durumlarda basit yollarla kısa sürede gerçekleştirilebilirken, bazen bir problemi çözebilmek için oldukça fazla zaman harcanabilmektedir (Baki, 2014). Problemlerde yer alan bu zorlayıcı durum; problemi çözen kişinin motivasyonunu olumsuz yönde etkileyecek bir seviyede olmamalı, bunun aksine problemi çözen kişiyi çözüme ulaşması yönünde teşvik etmelidir (Csikszentmihalyi, 1990).

İyi bir matematik probleminin taşıması gereken özellikler aşağıda verilmiştir:

1. Matematik problemi açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmeli ve anlam karmaşasına yol açacak açıklamalardan kaçınılarak, problemin sınırları kesin bir dille belirtilmelidir. Bu yaklaşım, öğrencilerin problemde neyin sorulduğunu net bir şekilde anlamalarını sağlamaktadır (Sweller, 2020).
2. Etkili bir matematik problemi, öğrencilerin bilişsel düzeyini dikkate almalı ve zorlayıcı bir seviyeye sahip olmakla birlikte öğrenmeyi teşvik edici olmalıdır (Gupta ve Zheng, 2020).
3. Problemler, yaratıcı problem çözme sürecini dikkate alarak öğrencilerin analiz, sentez ve değerlendirme gibi üst düzey becerilerini harekete geçirmelidir (Anderson ve Krathwohl, 2001; Singer ve Voica, 2015).
4. Öğrencinin mevcut bilgi düzeyine hitap eden bir yapıda olmalı ve yeni bilgilerle eski bilgiler arasındaki zihinsel bağın kolaylıkla kurulmasını sağlayarak anlamlı öğrenmeyi desteklemelidir (Van Merriënboer ve Sweller, 2010).

5. Cebirsel, geometrik ve algoritmik olarak farklı çözüm stratejileri sunan problem senaryolarıyla birlikte matematiksel esneklik sağlamalıdır (Newton vd., 2010).
6. Matematiksel problemin gerçek dünyayla olan bağlantıları yerinde olmalı ve STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) gibi disiplinler arası uygulamalara gerçekçi senaryolar sunmalıdır (English, 2016). Ayrıca öğrenciyi, matematiksel modelleme becerilerini kullanmaya ve geliştirmeye yönlendirmelidir (Blum ve Ferri, 2009).
7. Kavramsal öğrenmeyi destekleyerek öğrenciye genelleme yapabilme imkânı sunmalıdır (Hiebert ve Grouws, 2007; Rittle-Johnson ve Schneider, 2015).
8. Açık uçlu, birden fazla çözüm yoluna sahip, tartışmaya elverişli olan problemler; öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerini, akranlarıyla olan etkileşimlerini arttırmalarını ve alternatif çözüm yollarını keşfetmelerini desteklemelidir (Sullivan vd., 2010).
9. Araştırma temelli problemler, öğrencilerin matematiksel süreçleri deneyimlemelerini sağlamalı, argümantasyon ve ispata yönelik becerilerin gelişimini desteklemelidir (Artigue ve Blomhøj, 2013; Conner vd., 2014).

Matematik eğitiminde öğrenme sürecinde kullanılan “alıştırma”, “soru” ve “problem” ifadeleri genellikle benzer işlevlere sahip kavramlar olarak ifade edilseler de içerik ve pedagojik bağlam yönünden önemli farklılıklar göstermektedirler. Bu üç kavram, öğrenme sürecinin farklı düzeylerini hedeflemekle birlikte, birbirlerini tamamlayıcı bir nitelik taşımaktadırlar.

Geleneksel matematik eğitiminde öğretmenler genellikle, doğru çözümlenmiş olan örnek alıştırmaları bir model olarak sunmakla birlikte, öğrencilerin bu alıştırmalarda yer alan çözüm aşamalarını takip etmelerini sağlayarak kendi çözümlerini yapmalarını beklemektedir. Özellikler son yıllarda, öğrencilerin hata analizi yapabilmeleri için kasıtlı olarak yanlış çözülmüş alıştırmalar kullanılmaya başlanmıştır. Yapılan araştırmalarda alıştırmaların hata analizlerinin yapılmasının, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını olumlu yönde etkilediği ifade edilmektedir (Rushton, 2018). Ancak öğrenme sürecinde sadece alıştırmaların kullanılması yeterli olmamaktadır. Alıştırmalar, öğrencilerin belirli bir matematiksel kavramı pekiştirmelerini ve işlemsel olarak otomatikleştirmelerini hedefleyen genellikle belli bir

rutin veya tekrar içeren etkinlikleri kapsamaktadır (Skemp, 2006; Van de Walle vd., 2019; Yenilmez ve Ev Çimen, 2014). Bilhassa işlemsel bilgiye yönelik becerileri geliştirme amacıyla kullanılmaktadır. Alıştırmalar sayesinde öğrenci, belli kurallar ve algoritmalar uygulayarak çözüm için hız kazanmaktadır. Etkinliklerde kullanılan araştırmaların çözüm yolu genellikle bellidir ve bu süreçte öğrenciden yaratıcı bir çözüm ya da farklı bir bakış açısı geliştirmesi beklenmez (Boaler, 2016). Örneğin, “ $327 + 578$ işlemini yapınız” veya “5, 7, 8, 4, 5 şeklinde olan veri setinin aritmetik ortalamasını hesaplayınız” gibi doğrudan ve standart uygulamalar içeren ifadeler alıştırma olarak adlandırılmaktadırlar.

Öğretim sürecinde aşırı rutin bir şekilde uygulanan alıştırma, işlemsel bilgiyi kavramsal anlamadan uzaklaştırarak anlamlandırmaya yönelik bağın kopmasına neden olabilmektedir (Rittle-Johnson ve Schneider, 2015). Bu bağlamda öğretim etkinliklerinde kullanılan alıştırma kavramsal sorular ve problemlerle desteklenmeleri oldukça önemlidir.

Matematik eğitiminde “soru” kavramı, öğrenciye yönlendirilen çeşitli matematiksel görevleri kapsayan geniş bir anlama sahiptir. Öğrencilerin mevcut bilgilerini sorgulamak, belli konularda düşüncelerini sağlamak ya da bir kavramı açıklığa kavuşturmak soru sormanın temel amaçları arasında yer almaktadır (Black ve Wiliam, 1998). Ayrıca öğretim sürecinde sıklıkla kullanılan sorular, bilgi kontrolünü sağlama ve biçimlendirici değerlendirme yapma açısından önemli bir yere sahiptir. Öğrencilerin derse olan dikkatini çekebilmek ve ön bilgilerini harekete geçirerek bilgiyi yapılandırmalarını sağlamak amacıyla, sorular açık uçlu (yoruma açık cevaplar içeren) ya da kapalı uçlu (tek cevaplı) olarak kullanılmaktadır. Matematik soruları ile genellikle kavramsal anlam sorgulanmaktadır (Watson ve Mason, 2006). “Pisagor teoremi neden sadece dik üçgenlerde geçerlidir?” ya da “Her kare aynı zamanda bir dikdörtgen midir?” gibi sorular birer matematik sorusuna örnektir.

Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştiren çeşitli soruların ve karmaşık yapıdaki problemlerin öğretim sürecinde kullanılması oldukça önemlidir. Bu sorularda ve problemlerde yer alan karmaşık durumlar sayesinde, öğrenciler disiplinler arası sınırları aşarak çözüm için çoklu bakış açılarını sürece entegre

etmektedirler (Horn vd., 2024). Matematik problemlerinin çözüm yolu ilk başta belirgin değildir. Herhangi bir matematiksel problemde öğrenci, sahip olduğu bilgi ve becerileri kullanarak çözüme ulaşma amacıyla bir strateji geliştirmektedir (Schoenfeld, 1985). Bir matematik probleminin, alıştırmalar ve matematik sorularından ayrılan en belirgin özelliği, mevcut bilgilerle doğrudan çözüme ulaşamaması ve çözüm için zihinsel çaba gerektirmesidir. Problemler, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini harekete geçirerek onların matematiksel akıl yürütme, modelleme ve problem çözme becerilerini geliştirmelerini sağlamaktadır (Lesh ve Zawejewski, 2007). Örneğin, “Bir okuldaki öğrencilerin %30’u gözlüklüdür. Bu okula 6 öğrenci daha kayıt yaptırırsa gözlüklü öğrenci sayısının oranı %40 olmaktadır. Buna göre ilk başta okuldaki öğrenci sayısı kaçtır?” ifadesi bir probleme örnektir.

Matematik öğretiminde alıştırma, soru ve problemlerin birbiriyle anlamlı ve uyum içerisinde bütünleştirilerek kullanılması, öğrencilerin işlemsel becerilerinin yanında kavramsal anlama, eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine önemli ölçüde katkı sağlamaktadır. Öğretim etkinliklerinde bu hedeflere ulaşabilmek için alıştırmalar, işlem doğruluğunu; sorular, kavramsal anlama düzeyini; problemler ise üst düzey düşünme becerilerini dikkate almaktadır (Swan, 2005). Bir başka ifadeyle alıştırmalar öğrenilen yeni bir becerinin ya da algoritmanın tekrarlanmasını; sorular hatırlama düzeyine yönelik durumların sorgulanmasını, problemler ise edinilen bilgilerin analiz ve sentez yapılarak çözümlenmesini içermektedir (Krulik ve Rudnick, 1989). Ayrıca bir durumun problem özelliği taşıması, öğrencinin aşinalık düzeyine bağlı olarak değişebilmektedir. Bu bağlamda bir problem durumu bazı kişiler için matematiksel problem özelliği taşıırken bazıları için problem olma özelliğini yitirebilmektedir (Yeşilova, 2013).

2.3.1 Problem Türleri

Problemin ne olduğu, problem türleri ve sınıf içerisinde hangi tür problemlerin kullanılması gerektiği, matematik eğitiminin tartışmalı konularından birisidir (Boaler, 2016; Hembree, 1992). Literatür incelendiğinde, matematik eğitiminde problemlerin farklı özellikleri ön planda tutularak, problemlerin çeşitli şekillerde sınıflandırıldıkları görülmektedir. Problemin ifade ediliş şekli, içerdiği bilinmeyen türü, çözüm için

gerekli düşünme becerileri, verilerin gerçekliği ve çözüm için farklı yöntemlerin kullanılıp kullanılmaması durumu, problemlerin sınıflandırılmasında dikkate alınan başlıca özelliklerdendir (Altun, 2010; Van de Walle vd., 2019).

Baykul (2009), matematiksel problem durumlarını; hiçbir anlamı olmayan durumlar, dört işlemle ilgili alıştırmalar ve öğrencilerin otomatik olarak cevap veremeyeceği ancak edinmiş oldukları bilgilerle cevaplayabilecekleri durumlar olmak üzere üç kategoride incelemiştir. Özmen vd. (2012), problemlerin yapılarını dikkate alarak; sunuş biçimine (sözel, görsel, sembolik gibi), içeriğine (günlük hayatla ilişkili ya da soyut gibi) ve çözüm yapısına (bol işlem içeren, bol işlem içermeyen, zor gibi) göre bir sınıflandırma yapmıştır. VanGundy (1981), problemleri iyi yapılandırılmış ve iyi yapılandırılmamış problemler şeklinde iki başlık altında incelemiştir. Zhu ve Fan (2006), Çin ve ABD’de kullanılan ders kitaplarındaki problemleri inceledikleri çalışmalarında matematiksel problemleri yedi farklı kategoriye göre sınıflandırarak çok boyutlu ve kuramsal bir çerçeve ortaya koymaktadırlar. Bu sınıflandırmaya ait kategoriler aşağıda verilmiştir:

1. Açıklık durumlarına göre problemler; açık uçlu ve kapalı uçlu problemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Kapalı uçlu problemlerin farklı çözüm yöntemlerine rağmen tek bir cevabı bulunmaktadır. Açık uçlu problemler ise birden fazla doğru cevap ve çözüm yolu içermekle birlikte daha esnek bir çözüm sürecine sahiptir. Açık uçlu problemler, bireysel yaratıcılığa ve yorumlamaya müsait problemlerdir.
2. Problem çözme stratejilerine göre problemler; geleneksel ve geleneksel olmayan problemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Geleneksel problemler çoğunlukla, matematiğin doğrudan uygulandığı, okul matematiği bağlamına özgü standart durumları içeren problemlerdir. Geleneksel olmayan problemler ise farklı türden, alışılmadık ve ilgi çekici bir bağlamda sunulan, matematiksel bir aktivite gerektiren problemlerdir. Yapboz/bulmaca tipi problemler, proje problemleri, günlük hayat problemleri ve proje problemleri geleneksel olmayan problem türlerine birer örnektir. Bu tür problemler, öğrencinin matematiği farklı bağlamlarda değerlendirmesini ve öğrenme sürecinde aktif bir rol üstlenmesini teşvik etmektedir.

3. Öğrencide oluşturduğu bilişsel yüke göre problemler; tek adımlı ve çok adımlı problemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Tek adımlı problemler genellikle tek bir matematiksel işlem ya da formülünün doğrudan uygulanmasıyla çözümün gerçekleşeceği basit durumları içermektedir. Çok adımlı problemler ise çözüm için birden fazla matematiksel işlem, ardışık olarak uygulanması gereken çeşitli kural ve formülleri içeren problemlerdir.
4. Bağlamına göre problemler; uygulamalı problemler ve uygulama dışı problemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Uygulamalı problemler, doğrudan gerçek yaşamla ilişkili problemlerdir. Uygulama dışı problemler ise gerçek yaşam durumlarına ait bir bağlamı bulunmayan, soyut matematiksel yapı içeren problemlerdir.
5. İçerdiği bilgi miktarına göre problemler; eksik, fazla ve yeterli bilgi içeren problemler olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Eksik bilgi içeren problemlerde çözüm için gerekli bilgilerin tamamı doğrudan sunulmaz. Öğrencinin çözüm hakkında varsayımda bulunması, problemdeki boşlukları tamamlaması ya da bilgi üretmesi beklenmektedir. Bu problemler, öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini ve yaratıcılıklarını ölçmeyi hedeflemektedir. Fazla bilgi içeren problemler, çözüm için gerekli olmayan ek bilgileri içermektedir. Bu problemlerin temel amacı, öğrencilerin verilen bilgiler arasında işine yarar olanları ayırt etmesini sağlamaktır. Yeterli bilgi içeren problemler ise çözüme ulaşmak için gerekli olan tüm bilgilerin doğrudan veya açık bir biçimde verildiği problemlerdir. Bu tür problemlerin çözümü, öğrencilerin verilen bilgiyi uygun bir biçimde işleyerek standart matematiksel prosedürlerin uygulamasını içermektedir.
6. Sunuluş biçimine göre problemler; sözel, görsel, matematiksel (sembolik) ve birleştirilmiş (çok temsilli) problemler olmak üzere dörde ayrılmaktadır. Sözel problemler, metinsel bir anlatım yoluyla yapılandırılan ve çoğunlukla yazılı dil aracılığıyla sunulan problemlerdir. Matematiksel problemler, doğrudan matematiksel gösterimlerle (sayılar ve cebirsel ifadeler gibi) ifade edilen problemlerdir. Bu problemler genellikle soyut bir yapıya sahip olup, öğrenciden problem çözme sürecinde sembolik işlemler yapması ve soyut ilişkileri analiz etmesi beklenmektedir. Görsel problemler; tablo, grafik, geometrik şekiller veya resim gibi görsel araçların kullanıldığı problemlerdir. Bu tür problemler görsel analiz ve uzamsal düşünme becerilerine yönelik problemlerdir. Birleştirilmiş

problemler ise, aynı anda birden fazla temsil biçimini içermektedir. Birleştirilmiş problemler; sözel, matematiksel veya görsel problemlere ait unsurların en az ikisinin harmanlanmasıyla oluşmaktadır. Bu tür problemlerin temel amacı, öğrencilere farklı kaynaklardan elde ettikleri bilgileri sentezleme becerisi kazandırmaktır.

7. Rutinlik düzeyine göre problemler, rutin problemler ve rutin olmayan problemler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Rutin problemler genellikle işlem önceliğinin ve algoritmik çözüm yollarının ön planda olduğu problemlerdir. Rutin olmayan problemler ise matematiksel modelleme, strateji geliştirme ve yordama gibi üst düzey becerileri gerektirmektedir.

Zhu ve Fan (2006)'ın ortaya koyduğu bu kapsamlı çerçeveye rağmen, matematik eğitiminde yapılan araştırmaların büyük bir kısmında problemler, rutin ve rutin olmayan problemler şeklinde sınıflandırılarak pedagojik açıdan açıklayıcı ve araştırma açısından da pratik bir yaklaşım benimsenmektedir. (Krulik ve Rudnick, 1995; Midgett ve Eddins, 2001; Schoenfeld, 1985). Bu temel ve işlevsel sınıflandırma, problemin öğrenci açısından önceden bilinen bir çözüm yolu gerektirip gerektirmediği ya da yeni bir problem çözme süreci başlatıp başlatmadığı ayrımına odaklanmaktadır (Temiz ve Ev Çimen, 2017).

Rutin problemler, dört işlemin kullanıldığı temel matematiksel bilgiler içeren sıradan problemlerdir. Önceden çözülmüş problemin bir benzeri ya da verilen bir formülün farklı şekillerdeki uygulamalarını içeren problem türüdür (Polya, 2018; Van de Walle vd., 2019). Yabancı literatürde; “verbal problem”, “story problem” veya “word problem” şeklinde adlandırılmaktadır (Ulu, 2011). Ders kitaplarında en çok kullanılan problem türü olan rutin problemler, matematik öğretiminin önemli bir parçasını oluşturmaktadır (Altun ve Arslan, 2006). Rutin problemler, birtakım aritmetik işlemlerin uygulanması yoluyla öğrenilen konuların pekiştirilmesine imkân tanımaktadır (Ünlü, 2019). Bu problemler, çözüm yolunun açıkça belli olduğu, aritmetik veya denklem stratejilerini kullanmayı gerektiren görevleri içermektedir (Or ve Bal, 2023). Rutin problemlerin öğretim etkinliklerinde kullanılmasının amacı; öğrencilerin günlük hayatları için gerekli olan işlem becerilerini geliştirmelerini,

düşüncelerini şekillerle bir özet halinde ifade edebilmelerini ve temel problem çözme becerilerini kazanmalarını sağlamaktır (Altun, 2000).

Rutin olmayan problemler; birden fazla çözüm yoluna sahip, karmaşık durumlar içeren, çözüm için bilinen bir yöntem ya da formül dışında farklı stratejilerin kullanıldığı problemlerdir (Acar, 2018). Çözüme ulaşmak için sadece dört işlem becerisinin yeterli olmadığı rutin olmayan problemlerde; verileri organize etme, veriler arasındaki ilişkiyi kurma ve çözüm için uygun bir strateji belirleme gibi üst düzey beceriler kullanılmaktadır (Boz ve Büyükalın Filiz, 2019). Rutin olmayan problemler, ders etkinliklerinde edinilen becerilerin gözden geçirilmesi ve problemin çözüm yolu için farklı stratejilerin belirlenmesi amacıyla öğrencilere uygulanmaktadır (Saadati ve Reyes, 2019). Karmaşık yapıya sahip ve yaratıcı düşünme becerilerini kullanmayı gerektiren bu sıra dışı problemler, genellikle “İşte buldum” ifadesiyle çözümün gerçekleştiği problemlerdir. Bu problemler daha çok eleştirel ve yaratıcı düşünmeyi tetikleyerek tekdüze olarak gerçekleşecek öğrenme deneyiminin ötesine geçmektedir (Leikin vd., 2016). Rutin olmayan problemler, öğrencilerin problem çözmeye yönelik bakış açılarını değiştirerek öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Altun ve Memnun, 2008). Rutin olmayan problemlerde ele alınan sorunlara odaklanan öğrenciler, keşfedilmemiş kısımları keşfetmeye ve yenilikçi stratejiler geliştirmeye yönlendirilirler. Böylece üst düzey düşünme becerileri elde ederek çözüme giden yolda esneklik kazanırlar (Amit, 2024). Ayrıca eğitim ortamlarında bu problemlerin kullanılması, öğrencilerin problem çözme yeteneklerini geliştirmenin yanında, onları tahmin ve kontrol etme gibi farklı stratejiler kullanmaya teşvik etmesi sayesinde, matematiksel temsil becerilerini geliştirmeleri açısından oldukça etkilidir (Zulkipli ve Saidah, 2024).

Yapılan araştırmalarda, ders etkinliklerinde kullanılan problemlerin genellikle rutin problemler olduğu görülmektedir (İncebacak ve Ersoy, 2016; S. Kaya ve Kablan, 2018; Özmen vd., 2012). Bu durum, ders sürecinde rutin problemlerin rutin olmayan problemlere göre çözüm için gereken zaman ve çaba açısından daha işlevsel olmasından kaynaklanmaktadır (Silver vd., 2005). Öğretmenlerin müfredat kapsamında ilgili eğitim-öğretim yılında yetiştirmek zorunda oldukları kazanımlar düşünüldüğünde, rutin olmayan problemlerin kullanımından kaynaklanan ekstra yük

başı çıkmak istememeleri, bu problemlerin sınıf ortamında daha az yer almasına neden olmaktadır. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmesi açısından rutin olmayan problemlere olumlu bakmalarına rağmen, bu problemlerin sınavlarda yer almaması gerektiğini savunmaktadırlar (Asman ve Markovits, 2009). Rutin olmayan problemlerin fazla zaman gerektirmesi ve öğretmenlerin bu konudaki tutumlarından dolayı bu problemlere derslerde yer verilmemesi, öğrencilerin sıra dışı problemlerle karşılaştıklarında problemi anlama yönünden güçlük çekmelerine ve dolayısıyla bu problemleri çözmede başarısız olmalarına neden olmaktadır (Teong vd., 2009). Özellikle rutin olmayan problemlerin çözümünde sadece konu ile ilgili bilgilerin ve işlemsel becerilerin yeterli olmaması, bu problemlerin çözülebilmesi için aşinalığı ve bu problem durumlarına sistematik bir şekilde maruz kalmayı gerektirmektedir.

2.3.2 Problem Çözme

Literatür incelendiğinde problem çözmeye ilişkin çeşitli ifadelerin yer aldığı görülmektedir. Problem çözme, kişinin alışkın olmadığı bir durumla karşılaştığında, bu duruma ait özellikleri ayırt ederek yeni bağlantılar kurduğu çözüme ulaşma sürecidir (Pesen, 2020). Bir sorunu çözebilmek için en doğru yolu bulma süreci, problem çözme olarak ifade edilmektedir (Morgan, 2015). Problem çözme, belirlenen bir hedefe ulaşma yolunda karşımıza çıkan engelleri aşabilmek için zihinsel süreçlerin sistematik olarak uygulanması sürecidir (Braduleac, 2022; Mayer, 2021).

Bireyin karşılaştığı problemi çözmesini sağlayan süreçler, yaşamın tüm alanlarında olduğu gibi farklı bilimlerin içerisinde de kendini göstermektedir (Altuntaş ve Erişen, 2021). Problem çözme; felsefe, matematik, yapay zekâ ve mühendislik gibi daha birçok alanda farklı teknik ve yöntemlerle incelenmektedir (Helmold, 2021). Eğitim açısından problem çözme, zihinsel yetenekleri test eden ve bilhassa matematikte mantıksal düşünme ve yaratıcılığı teşvik eden bir etkinlik olarak görülmektedir (Braduleac, 2022). Sosyal yapılandırmacı anlayışa göre problem çözme, sosyal etkileşimler yardımıyla biçimlenen dinamik bir süreçtir. Öğrencilerin çözüm için farklı yolları tartıştığı, çeşitli argümanlar geliştirdiği ve ortak bir anlayış oluşturduğu bu sosyal ortamlar derinlemesine öğrenmeyi desteklemektedir (Boaler, 2016).

Mühendislik ve STEM bağlamında problem çözme, disiplinler arası karmaşık sistemleri anlamlandırmak için; veri analizi, matematiksel modelleme ve algoritmik düşünme becerilerini entegre etmeyi gerektirmektedir (Almukhambetova vd., 2023).

Matematik eğitiminde problem çözme, günlük hayattaki matematiksel bilgiyi uygulama kapasitesi olarak ifade edilmektedir. Problem çözme; bilinmeyen durumları matematikselleştirme, akıl yürütme ve elde edilen sonuçları yorumlama becerilerini kapsamaktadır (OECD ve UNICEF, 2024). Matematik açısından problem çözmenin amacı, sadece doğru cevabı elde etmek değil; bu süreçte kaynakların (bilgi, zaman, strateji) amaçsal yönetimini sağlamak ve üstbilişsel kontrol mekanizmasını sürece dahil etmektir (Schoenfeld, 2020). Problem çözme, öğrencilerin gerçek yaşam senaryolarını modellemelerini, algoritmik düşünme ve hesaplama becerilerini etkin bir biçimde kullanmalarını gerektirmektedir (Ng ve Cui, 2021). Matematik eğitiminde, işlemsel bilgi ve becerinin tek başına problem çözmenin odağında yer aldığı söylenememekle birlikte, problem çözme süreci öğrencinin; mantıksal düşünme, akıl yürütme ve kavramsal anlayış geliştirme becerilerini de göz önünde tutmaktadır. Bu süreçte öğrencinin öncelikle problemi anlaması, probleme uygun çözüm stratejisi geliştirmesi, bu stratejiyi uygulaması ve uygulama sonucunda elde ettiği cevabı değerlendirmesi gerekmektedir (Santos-Trigo, 2024).

Problem çözme becerisi, öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik derinlemesine bir anlayış geliştirmelerine, matematiksel muhakeme yeteneklerini güçlendirmelerine ve kalıcı öğrenme gerçekleştirmelerine önemli ölçüde katkı sağlamaktadır (Sinaga vd., 2023). Bu beceri, matematiği yalnızca işlem odaklı bir araç olarak değil, aynı zamanda anlamlı düşünme ve etkili bir iletişim dili olarak benimsemeyi ve kullanmayı desteklemektedir (Santos-Trigo, 2024). Etkili bir problem çözme, öğrencilerin belli bir amaç doğrultusundaki bilişsel mücadele yoluyla elde ettikleri deneyimler sayesinde kavramsal anlayışlarını ve işlemsel becerilerini bütünleştirmelerini sağlamaktadır. Ayrıca problem çözme sürecinde yaşanan her türlü başarısızlık, öğrenme fırsatı olarak değerlendirilmektedir (Kapur ve Rummel, 2012). Böylece denenmiş her türlü başarısız yol, problem çözme sürecinde öğrenciye tecrübe kazandıracaktır.

Kişilerin hem gerçek yaşam problemlerine çözüm ararken hem de matematik problemlerini çözmeye çalışırken kullandıkları akıl yürütmelerin benzer şekilde olduğu belirtilmektedir. Bu yönüyle matematik eğitiminde yer alan problemleri çözmenin, bireylere; dış dünyayı anlamlandırma, sosyal etkileşimleri anlama ve günlük hayatta karşılaşılan problemleri çözebilme konusunda belli bir sistematik oluşturma becerisi kazandırdığı vurgulanmaktadır (Çetinkaya ve Soybaş, 2018). Problem çözme becerisi, bireyin yaşam becerisini ve sosyal uyumunu olumlu yönde etkilemektedir (Tetik ve Açıkgöz, 2013). Bununla birlikte matematik dersinde elde edilen problem çözme becerisi, kişinin günlük hayatta karşılaştığı durumlara uygulanmasına olanak tanıyarak, bireye sorunlarla baş edebilmesi konusunda avantaj sağlamaktadır (Loğoğlu Kösece, 2016). Bu bağlamda matematik problemi çözmenin günlük yaşamdaki karşılığı, karşılaşılan sorunlarla mücadele ederek yaşam becerisi elde edebilmek olacaktır. Matematiksel problem çözmenin öğrencilere kazandırdığı beceriler aşağıda verilmiştir:

- Düşünme becerisi,
- İletişim becerisi,
- Odaklanma ve zamanı etkili kullanma becerisi,
- Veri toplama ve veri analizi becerisi,
- Görsel temsil kullanma ve matematik okuryazarlığı becerisi,
- Bilgi edinme ve bilgiyi değerlendirme becerisi (Kalaycı, 2001; Şahin, 2004).

Giderek karmaşık bir hale gelen yaşam koşulları içinde artan problem durumları, problem çözme becerisine sahip olmanın önemini her geçen gün daha da artırmaktadır (Eyüboğlu ve Doymuş, 2023). Son yıllarda gerçekleştirilen araştırmalar, problem çözme yaklaşımının matematik öğretiminin odak noktasını oluşturması gerektiğini, bu yaklaşımın öğrencilerin matematiksel düşünme yetilerini anlamlı bir şekilde geliştirdiğini ortaya koymaktadır (Cuong vd., 2025). Ayrıca matematiksel problem çözme becerisinin matematik öğretimindeki önemi, yarım asrı aşkın süredir matematik eğitimcilerin dikkatini çeken bir konu olduğu belirtilmektedir (Çakır ve Akkoç, 2024). Hatta bazı matematikçiler, problem çözmeyi “matematiğin kalbi” olarak ifade etmişlerdir (Halmos, 1980; Yazgan, 2015). Bu durumu müfredatın içeriğinde de görebilmek mümkündür.

2.3.2.1 Matematik öğretim programında problem çözme

Matematik eğitiminin temel amacı, bireylere sadece hesaplama becerilerini kazandırmayı değil; aynı zamanda yaşam koşullarında ortaya çıkan karmaşık durumları analiz edebilme ve çözüme ulaştırma konusunda bireylere beceriler kazandırmayı kapsamaktadır. Problem çözme, tarih boyunca gerek öğrenme aracı olarak gerekse de öğrenme hedefi olarak matematik eğitiminde önemli bir role sahip olmuştur. Matematik öğretimi özellikle 20. yüzyılın başlarında işlemsel bilgi ağırlıklı bir yaklaşımı benimserken, problem çözmenin önemi zamanla anlaşılacak öğrenme sürecinin merkezine yerleştirilmiştir (Kilpatrick, 1985). Matematik eğitimindeki bu dönüşümün en temel dönüm noktalarından birisi, George Polya'nın 1945'te yayımladığı "How to Solve It" adlı kitabıdır. Bu eserde Polya, problem çözme sürecini sadece matematiksel bir faaliyet olarak değil, aynı zamanda bir düşünme biçimi olarak ele alarak dört aşamalı problem çözme modelini önermiştir (Polya, 2018).

1970 ve 1980'li yıllara gelindiğinde NCTM tarafından yayımlanan raporlarda, problem çözmenin matematik öğretimi sürecinde merkezi bir rol üstlenmesi gerektiği savunulmaktadır. Ayrıca NCTM'nin 1989 yılında yayımladığı Okul Matematigi Müfredatı Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) raporunda problem çözme, matematik eğitiminin temel unsurlarından biri olarak tanımlanarak bu becerinin tüm sınıf seviyelerinde geliştirilmesi gerektiğini vurgulanmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Problem çözme becerisi, özellikle 21. yüzyıla gelindiğinde yalnızca bireysel başarı için değil, aynı zamanda küresel düzeyde ekonomik rekabet gücünün artırılması ve toplumsal kalkınmanın sağlanması yönünden de kritik bir yetkinlik olarak görülmeye başlanmıştır. Bu bağlamda OECD'nin PISA değerlendirmelerinde problem çözme becerisi, öğrencilerin günlük hayatla ilişkili olan karmaşık durumları çözebilme yeteneklerini ölçen temel bir alan olarak ele alınmaktadır (OECD, 2014). Benzer şekilde, uluslararası karşılaştırmalı eğitim çalışmalarından biri olan TIMSS'in 2019 yılı sınav değerlendirmelerinin yer aldığı rapora göre, problem çözme becerisinin öğrencilerin günlük yaşamla ilgili durumları ele alma becerilerine etkisinin yanında, matematik ve fen bilimleri alanındaki

başarılarına da istatistiksel olarak anlamlı bir katkı sağladığı görülmektedir (Mullis vd., 2020).

Türkiye’de matematik öğretiminde problem çözmenin önemi, zaman içerisinde belirgin bir şekilde gelişim ve dönüşüm yaşamıştır. Eğitim programlarında 2005 yılında gerçekleştirilen reformlar doğrultusunda, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının benimsenmesiyle birlikte problem çözme becerisi, matematik öğretiminin merkezinde yer almıştır. Yapılandırmacı anlayışla birlikte matematik derslerinde bilgiyi ezberlemenin ötesinde karşılaşılan problemleri çözebilme, çözüm sürecini değerlendirme ve çözüm için farklı metotlar geliştirme yetileri ön plana çıkmaktadır (Altun, 2021). Matematik eğitimi, öğrencilerin sadece hesaplama becerisi kazanmasını değil, aynı zamanda karmaşık durumları analiz edebilme ve çözüme ulaştırma becerilerini de geliştirmeyi hedeflemektedir. Bu doğrultuda Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) öğretim programları, problem çözmeye merkezi bir konum atfederek bu becerinin geliştirilmesini önemle vurgulamaktadır. MEB’in 2024 yılı Matematik Dersi Öğretim Programı (Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli) incelendiğinde, problem çözme becerisinin matematiksel yetkinliğin temel taşlarından biri olarak konumlandırıldığı görülmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin problem çözme süreçlerinde düşüncelerini ve akıl yürütmelerini açıkça ve rahat bir biçimde ifade edebilmeleri, akranlarının akıl yürütme süreçlerini anlayabilmeleri ve matematiksel problemler karşısında kendine güvenen bir tavır sergileyebilmeleri, programın temel hedefleri arasında yer almaktadır (MEB, 2024b). Bu durum, problem çözmeyi yalnızca matematiksel sonuca odaklanan bir eylem olarak değil, aynı zamanda problem çözmeyi bir iletişim aracı ve duygusal gelişim alanı olarak görmeye olanak tanımaktadır. MEB’in matematik öğretim programlarında yer alan problem çözme becerisi, sadece bağımsız bir alan olarak değil, aynı zamanda tüm öğrenme alanlarını içeren temel bir süreç becerisi olarak yapılandırılmıştır. Öğretim programında yer alan Sayılar ve İşlemler, Ölçme, Geometri ve Olasılık gibi öğrenme alanlarının tamamında problem çözme etkinliklerine yer verilmesi, programın temel felsefesini yansıtmaktadır (MEB, 2023). Ayrıca bu program, problem çözmenin yanında problem kurma etkinliklerine de önem vermekte olup, öğrencilerin matematiksel senaryoları çeşitli açılardan ele alarak formüle etme yeteneklerini geliştirmeyi hedeflemektedir.

Yapılan akademik analizler, MEB matematik öğretim programlarında yer alan kazanımların büyük oranda problem çözmeyle ilişkili olduğunu göstermektedir (Zeybek Şimşek ve Kılıçoğlu, 2022). Bu durum matematik öğretim programında, problem çözmenin temel bir öge olarak benimsendiğini açıkça ortaya koymaktadır. Mevcut matematik öğretim programı kapsamında benimsenen Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli de problem çözme becerisini, öğrencilerin bilgi ve becerilerini etkili bir şekilde kullanarak karmaşık durumlarla baş etmelerini gerektiren bilişsel süreçlerin merkezinde konumlandırmaktadır (Cihan ve Doruk, 2024). Ülkemizde eğitim alanında yaşanan bu gelişmeler, matematik öğretimini uluslararası eğilimlerle uyumlu bir biçimde değerlendirmeyi, anlamlı ve beceri temelli bir hale getirmeyi amaçlamaktadır.

Sonuç olarak, MEB'in 2024 Matematik Dersi Öğretim Programı, problem çözme matematiğin temel bir öğrenme alanı, kritik bir süreç becerisi ve matematiğin ayrılmaz bir parçası olarak görerek öğrencilerin geleceğe hazırlanmasında kilit bir rol üstlenen çok boyutlu bir yetkinlik olarak konumlandırmaktadır. Ayrıca bu program, problem çözme yaklaşımı ile öğrencilerin matematiksel anlamalarını, iletişim becerilerini, akıl yürütme yeteneklerini, ilişkilendirme kapasitelerini ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır.

2.3.2.2 Problem çözme süreci

Problem çözme etkinlikleri ile öğrencilerin hedef problemleri çözebilmesinin yanında, problem çözme süreçlerini içselleştirerek bu beceriyi kazanmaları amaçlanmaktadır (Baykul, 2009). Problem çözme sürecinin işleyişini anlamak, matematik eğitiminin verimliliğini artırmanın yanında, öğrencilerin problem çözme becerilerini sistemli ve sürdürülebilir bir biçimde geliştirebilmeleri açısından büyük bir önem taşımaktadır. Bu bağlamda, problem çözmeye bir süreç olarak bakıldığında belli aşamalara sahip olduğu anlaşılmakta ve hayatın her alanında karşımıza çıkan bu problemleri çözebilmek için bir süreç boyunca belli bir prosedürün takip edildiği görülmektedir (Altuntaş ve Erişen, 2021). Bu sürecin etkili bir şekilde devam ettirilebilmesi açısından her aşamanın açıkça ifade edilmesi, problem çözen kişiye bir kılavuz olma niteliği taşıyacaktır. Literatür incelendiğinde problem çözme ile ilgili birçok model karşımıza çıkmaktadır.

Problem çözme süreci için Herbert Simon'un aşama aşama ifade ettiği basamaklar aşağıda verilmiştir:

1. Problem Tanımı: Problem çözme sürecinde problemin çerçevesi ve sınırları belirlenerek problem tanımlanır.
2. Veri Toplama: Problem durumunu anlamayı kolaylaştırmak için gerekli olan veriler sistematik bir şekilde toplanır.
3. Çözüm Yollarını Belirleme: Problemin çözümü için alternatif çözüm yolları belirlenerek, bu çözüm yolları arasından en uygun olanı seçilir.
4. Çözüm Yollarını Uygulama: Hem bireyin performansı hem de problem çözme süreci bütüncül olarak analiz edilerek, önceden belirlenen ölçütlere göre çözüm yolu değerlendirilir.
5. En Uygun Çözümü Seçme: Alternatif yöntemler arasından seçilerek uygulaması test edilen yöntem, çözüm yolu için tercih edilir.
6. Problem Çözme Sürecini Değerlendirme: Problem çözme süreci bütünsel olarak analiz edilerek, bireyin problem çözme becerisi hakkında ayrıntılı bilgiler değerlendirilir (Ünsal ve Moğol, 2020).

John Dewey'e göre problem çözme basamakları aşağıdaki gibidir:

1. Kişinin, bir problemin var olduğunu fark etmesi ve bunun kişide merak uyandırması,
2. Önceki deneyimlerin kullanılarak en uygun çözüm yolunun hipotezleştirilmesi,
3. Kurulan hipotezlerin ve formüllerin problemin çözümünde yeterli olup olmadığını sınaama,
4. Sınama neticesinde doğru sonuç elde edildiğinde hipotezin doğrulanmasıyla birlikte hipotezi genelleştirme,
5. Kanıtlardan yararlanarak sonuca ulaşılması veya sınamanın doğru sonuç vermediği durumlarda sınama yönteminin gözden geçirilmesi ve seçilen diğer bir hipotezin sınanması (Mertoğlu ve Öztuna, 2004).

Bu basamaklar problem çözme sürecinin belli bir sistematiğe gerçekleşmesini desteklemektedir. Bunun yanında bu adımlar, problem çözmede doğal bir akış

içerisinde her zaman sırasıyla takip edilmeyebilir (Ünsal ve Moğol, 2020). Bu durum problem çözme sürecinin esnek ve dinamik yapısından kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin problem çözme esnasında içinde bulundukları bağlam, geçmiş deneyimler ve bilişsel stratejiler, problem çözme sürecini uygulanış biçimi açısından doğrudan etkileyebilmektedir.

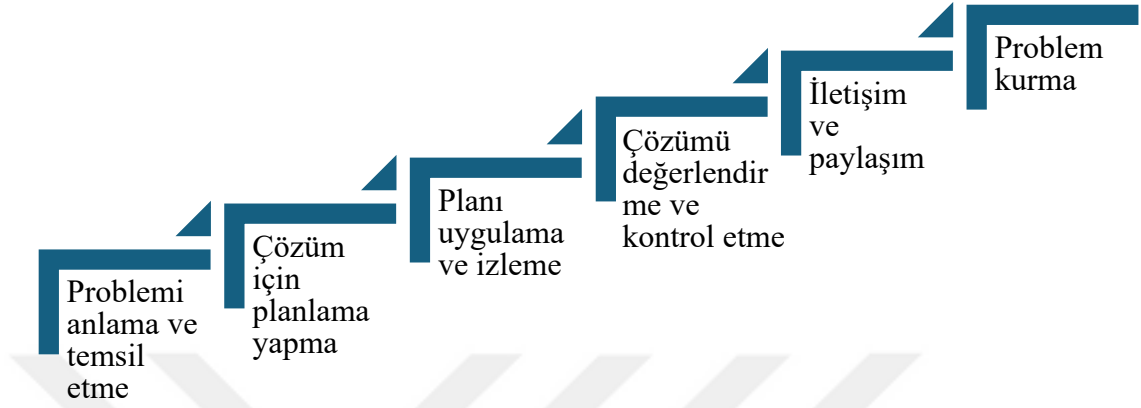
Bingham (2016), problem çözme sürecinin basamaklarını aşağıdaki gibi ifade etmektedir:

1. Problemlle karşılaşacak bir durumun problem olup olmadığına karar verme ve problemi çözme ihtiyacı hissetme,
2. Problemi tanımlayarak detaylı bir şekilde açıklama, problemle ilgili tüm unsurları ve nedenleri belirleyerek kapsamlı bir anlayış sağlama,
3. Problemin daha iyi anlaşılmasını ve çözülebilmesini sağlayabilmek için veriler toplama,
4. Toplanan veriler arasında gereksiz bilgileri ayıklama ve verileri düzenleme,
5. Elde edilen veriler doğrultusunda problemin çözümüne yönelik yollar belirleme,
6. Belirlenen çözüm yollarını değerlendirerek uygulanabilirlik açısından en iyisini seçme,
7. Seçilen çözüm planını uygulamaya geçirme,
8. Problemin çözümü için kullanılan yöntemi değerlendirerek gerekli iyileştirmeler yapma.

Kneeland (2001), problem çözme sürecini altı basamakta ifade etmektedir:

1. Sorunun ne olduğunu ve neden önemli olduğunu belirleme,
2. Problemin çözümüne ilişkin gerekli verileri toplama,
3. Sorunun temel nedenlerini analiz etme,
4. Toplanan veriler ışığında alternatif çözüm yolları oluşturma,
5. Geliştirilen çözüm yolları arasından en uygun ve en etkili olanını seçme,
6. Seçilen çözüm yolunu uygulayarak problemi çözme.

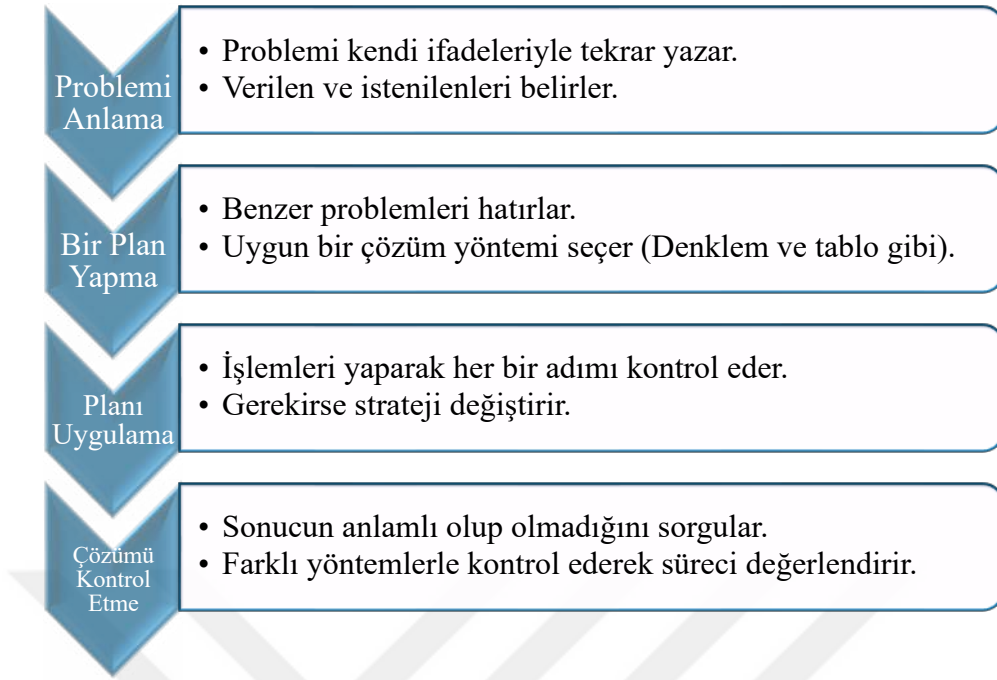
Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda problem çözme becerisini geliştirmeye yönelik uygulamalar ve vurgulanması gereken süreçler aşağıdaki şekilde yer almaktadır (MEB, 2024a):



Şekil 2.3 Problem Çözmenin Basamakları (MEB, 2024a)

Bu süreçlerin takip edilerek ortaokul matematik derslerinde etkili bir biçimde kullanılması, öğrencilerin matematik dersini ezberlenmiş birtakım kuralların uygulandığı bir disiplin olarak görmekten çıkarıp; onların aktif bir keşfetme süreci ile yaratıcılıklarını geliştirerek günlük hayattaki problem çözme becerilerini de güçlendirecektir.

Matematiksel problem çözmenin mihenk taşı olarak kabul gören Macar matematikçi George Polya'nın 1945 yılında yayımlanan "How to Solve It?" (Nasıl Çözmeli?) adlı eserinde problem çözme sürecine ilişkin dört aşamadan oluşan bir model ortaya konulmuştur. Bu model, problem çözme konusunda uzmanlar tarafından en çok kabul gören ve yaygın bir şekilde uygulanan bir yöntemdir (Altun, 2010; Gencer, 2019; Olkun ve Toluk Uçar, 2006). Polya'nın modeli, matematiğin yalnızca formüller yığından ibaret olmadığını, keşfetme ve sistematik akıl yürütme gerektiren süreçler içerdiğini vurgulamaktadır. Bu model ilerleyen yıllarda gerçekleştirilen problem çözme ile ilgili araştırmalar ve öğretim yaklaşımları üzerinde önemli ve derin etkiler bırakmıştır. Ayrıca problem çözme sürecinde yer alan basamaklar birbirini takip etmekle birlikte, bu basamakların kesin bir doğrusal sıralamaya tabi olmadığı belirtilmektedir (Polya, 2018). Problem çözme sürecine ilişkin modelde belirtilen dört basamak aşağıda açıklanmaktadır:



Şekil 2.4 Polya'nın problem çözme basamakları (Polya, 2018).

1. **Problemi Anlama:** Sorunun ne olduğuna odaklanan bu basamak, verilen bilgilerin anlaşılmasını ve problemde neyin sorulduğunu belirlemeyi içermektedir. Bu basamak, problem çözmenin en temel basamağı olduğu için oldukça önemlidir. Bu basamakta gözden kaçırılan veya önemsenmeyen herhangi bir detay, çözüm sürecinin bir sonraki basamaklarında ciddi hatalara yol açabilmektedir (Nursidrati, 2022). Problemde verilen tüm bilgiler dikkatli bir şekilde incelenerek neyin bulunmasının istendiği ve problemin koşullarının neler olduğu net bir şekilde belirlenmelidir (Polya, 2018). Bu aşamada problemde yer alan verilenlerin, şartların ve bilinmeyenlerin neler olduğunun eksiksiz bir şekilde açıklanabilmesi, problemi çözen kişi tarafından anlaşıldığının önemli bir göstergesidir (Altun, 2021). Problemi çözen kişinin bu basamakta problemi kendi anlayışına göre yeniden ifade etmesi, verileri sistematik olarak organize etmesi ve problem durumunu anlaşılır hale getirebilmek için görsel temsiller kullanması (şekil, diyagram vb.) gibi bilişsel faaliyetler, problemi anlamlandırma açısından oldukça önemlidir.
2. **Bir Plan Yapma:** İlk aşama tamamlandı, problem tam olarak anlaşıldıktan sonra çözüm için bir plan tasarlanmalıdır. Plan oluşturmak; önceki matematik bilgi ve deneyimlerin kullanılmasını, stratejik düşünme ve yaratıcı düşünmeyi gerektirmektedir. Polya (2018), bu aşama için problem çözen kişiye yardımcı

olabilecek bazı "sezgisel yöntemler (heuristics)" önermektedir. Bu sezgisel yöntemler, algoritmik yaklaşımların aksine kesin bir çözüm garantisi sunmamakla birlikte çözüme ulaşma şansını arttıran bilişsel stratejilerdir. Örneğin; mevcut probleme benzeyen daha önce çözülmüş bir problemi düşünme, problemi görsel temsillerle basitleştirme veya bölerek alt problemlere ayırma, bir örüntünün olup olmadığını inceleme, deneme yanılma yöntemini kullanma, uygun bir denklem kurma veya matematiksel modelleme gibi yaklaşımlar bu stratejilere birer örnek sayılabilir. Bu aşamada öğrencilerin kendilerine birtakım sorular sorması tavsiye edilmektedir (Polya, 2018):

- Bu problem bana bir yerden tanıdık geliyor mu? Daha önce karşılaştığım bir problem ise o problemin çözümünde ne yapmıştım?
- Benzer bir problemin çözümü için kullandığım yöntem burada da işe yarar mı? Bu problemi çözebilmek için kullanabileceğim teorem var mıdır?
- Problemi çözemiyorsam, bu problemi daha önce karşılaştığım ve çözdüğüm daha basit olan probleme dönüştürebilir miyim?
- Problemin çözümünde denklem, grafik, şekil veya tablo kullanabilir miyim?
- Verilenler ve istenilenler arasında ilişki kurabileceğim bir formül var mıdır?
- Seçtiğin çözüm yolu bu problemi çözmemde bana yardımcı olabilir mi? Bu yöntemi adım adım nasıl uygulayabilirim?

Problemi çözen kişi bu soruları kendine sorduğunda çözüme giden yol haritası ile ilgili genel bir fikre sahip olabilir.

3. Planı Uygulama: Çözüm için oluşturulan planın eyleme geçirildiği bu aşamada, problemin çözümü için planlanan matematiksel işlemler ve prosedürler eksiksiz ve dikkatli bir şekilde, her bir adımı kontrol edilerek uygulanmalıdır (Polya, 2018). Ancak çözüm planı her ne kadar dikkatli ve titizlikle uygulanmaya çalışılsa da problem çözme süreci genellikle kusursuz ilerlemez. Literatür incelendiğinde, problem çözmeye yönelik deneysel bulgular, problem çözme sürecinin nadiren kusursuz ilerlediğini ve planın uygulanması aşamasında beklenmedik güçlükler veya planın geçerliliğini kaybetmesi gibi durumlarla sıklıkla karşılaşılabilirliğini göstermektedir (Lester, 1994; Schoenfeld, 1985, 2016). Çözüm sürecini baltalayan engeller karşısında problem çözen kişinin sergilediği üstbilişsel kontrol; çözüm

planını yenilemeyi, alternatif stratejileri denemeyi ve gerekirse problemi yeniden kavrayabilmek için ilk aşama olan problemi anlama aşamasına tekrar dönme konusunda esnekliği gerektirmektedir (Garofalo ve Lester, 1985; Schoenfeld, 2016). Bu aşamada, yalnızca zihinsel beceriler değil, aynı zamanda bireyin sebatı (persistence) ve ısrarcı tutumu gibi duyuşsal özellikleri de belirleyici bir unsur olarak ön plana çıkmaktadır (Schoenfeld, 1985). Planın uygulanması sürecinde zihinden işlem yapabilme becerisi büyük önem taşımaktadır. Zihinden işlem yapabilme becerisi, problem çözümünde sonuçları tahmin edebilme açısından temel bir gereklilik olarak görülmektedir. Ayrıca ulaşılabacak sonucu tahmin etme ve problem çözümü için gerekli olan matematiksel işlemleri yapabilme, bu adımın temel kritik davranışları arasında yer almaktadır (Baykul, 2023).

4. Çözümü Kontrol Etme: Problem çözmenin son aşaması, çözüme ulaşıldıktan sonra sonucun ve sürecin değerlendirildiği önemli bir aşamadır. Bu adımda ulaşılan sonuç, ilk başta anlaşılan problemin çözümü olup olmadığı yönünde değerlendirilmektedir (Van de Walle vd., 2024). Öğrencilerin üstbilişsel gelişimlerine olan katkılarının yanında, problem çözme becerilerinin gelişiminde de kritik bir rol üstlenen bu basamak genellikle problem çözen bireyler tarafından ihmal edilme eğilimindedir (Schoenfeld, 2016; Van de Walle vd., 2024). Bu aşamada problem çözen birey; elde ettiği sonucun problemin başlangıç koşullarını sağlama durumunu, mantıksallığını ve problem bağlamına uygunluğunu kontrol etmektedir (Polya, 2018). Bu basamak aynı zamanda, uygulanan yöntemin etkililiğini, karşılaşılan zorlukların neler olduğunu ve bu zorlukların nasıl aşıldığını analiz etme fırsatı sunarak problem çözme süreci ile alakalı üstbilişsel düşünmeye katkı sağlamaktadır (Schoenfeld, 2016). Çözümü kontrol etme basamağı, farklı çözüm yollarının varlığını sorgulamakla birlikte, mevcut problemi dikkate alarak yeni problemler kurma gibi yaratıcılık gerektiren faaliyetlere de zemin hazırlamaktadır (Silver, 1994). Ayrıca bu son basamak, problem çözme sürecinde elde edilen deneyimlerle öğrenmeyi pekiştirmekte ve bilgi ve stratejilerin farklı problemlerle karşılaşıldığında etkili bir şekilde kullanılmasını sağlayarak bilişsel transferi kolaylaştırmaktadır (Lester, 1994).

Polya'nın bu dört basamaktan oluşan modeli, matematiksel problem çözme sürecinin anlaşılmasına ve öğretilmesine sağlam bir temel sunmaktadır. Bu modelin sade oluşu

ve belli bir mantıksal akış halinde ilerleyişi, problem çözme sürecinin hem öğrenciler hem de eğitimciler tarafından bilinçli bir şekilde gerçekleştirilmesine yardımcı olmaktadır. Birçok araştırmada bu modelin birtakım bilişsel ve üstbilişsel bileşenlerle bütünleştirilerek teorik derinliği artırılrsa da Polya'nın dört aşamadan oluşan bu modeli hala didaktik yönü açısından problem çözme uygulamalarında merkezi konumunu korumaktadır.

2.3.2.3 Problem çözme becerisini etkileyen faktörler

Problem çözme becerisi; bilişsel, duyuşsal ve sosyokültürel faktörler gibi birçok faktörün etkileşimi ile şekillenen çok boyutlu bir yapıdır. Bu faktörlerin bütüncül ve dengeli bir biçimde ele alınması, etkili problem çözme becerisinin geliştirilmesi açısından oldukça önemlidir. Bu bölümde problem çözme becerisini etkileyen başlıca faktörler ana kategoriler altında incelenerek açıklanmıştır.

2.3.2.3.1 Bilişsel faktörler

Problem çözme becerisinin gelişimini etkileyen çeşitli faktörler bulunmakla birlikte, bu beceriye temel teşkil eden en önemli unsurlardan birisi de bilişsel faktörlerdir. Bilişsel faktörler çeşitli bağlamlarla problem çözme becerisini önemli ölçüde etkilemektedir. Problem çözen bir bireyin matematiksel kavramlara yönelik ön bilgileri, etkili bir problem çözme süreci açısından belirleyici bir etkidir. Bireyin sahip olduğu alana özgü ön bilgileri, problemin içeriğinin anlaşılmasına ve buna uygun bir strateji seçilmesine yardımcı olmaktadır (Amalina ve Vidákovich, 2023; Hiebert ve Lefevre, 1986).

Bireyin sahip olduğu kavramsal bilgi derinliği ve bu bilgilerin organizasyonu, matematiksel problem çözme sürecinin temelini oluşturmaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992). Kavramsal bilgiye sahip olan bireyler, matematiksel işlem basamaklarının nasıl gerçekleştiğini anlamakla birlikte, bu işlemlerin uygulanma amaçlarını ve hangi problem durumlarında kullanmaları gerektiğini anlayarak derinlemesine bir öğrenme elde ederler. Bu yaklaşım, problem çözme sürecinde duruma uygun stratejilerin geliştirilmesine imkân tanımaktadır (Rittle-Johnson vd., 2001). Bu hususta yapılan araştırmalar, kavramsal anlamaya gerekli önem verilmeden

geliştirilen işlemsel becerilerin, öğrencilerin yeni ve alışılmadık problem durumlarıyla karşılaştıklarında bu problem durumlarıyla başa çıkmaları konusunda yetersiz kaldığını ortaya koymaktadır (Rittle-Johnson vd., 2015). Bu bağlamda TIMSS 2023 raporu incelendiğinde, Türk öğrencilerinin %43'ünün Cebir konusundaki kavram yanlışlarının problem çözme başarısını olumsuz yönde etkilediği görülmektedir (Mullis vd., 2023).

İşlemsel bellek (Working Memory), kişinin problem çözme sürecinde kullanacağı bilgileri geçici olarak depolamasını ve işlemlerini sağladığından dolayı bu belleğin kapasitesi oldukça önemlidir. Özellikle çözüm için çok adım gerektiren problemlerde; işlem sırasının korunması, ara sonuçları hatırlama ve karmaşık düşünme sürecini sürdürebilme gibi durumlar güçlü bir işlemsel bellek gerektirmektedir (Swanson ve Beebe-Frankenberger, 2004). İşlemsel bellek gücü zayıf olan bireyler genellikle çözüm stratejilerini sürdüremeden dikkat kaybı yaşar ve hata yapma olasılıkları artar (Geary, 2011a). Güncel araştırmalar, özellikle çoklu işlem gerektiren karmaşık yapıdaki matematiksel problemleri çözebilmede işlemsel belleğin önemli bir faktör olduğunu göstermektedir (Amalina ve Vidákovich, 2023; Anjariyah vd., 2022; Ren ve Libertus, 2023).

Uzun süreli bellek (Long-Term Memory), bireyin daha önceden kendine mal ettiği bilgilerin ve stratejilerin depolandığı yerdir. Problem çözme sürecinde, uzun süreli bellekte depolanan gerekli bilgilerin hızlı ve etkin bir biçimde geri çağırılması çözüm sürecini kolaylaştırmaktadır. Bu bellekte, bilgiye erişim konusunda yaşanabilecek aksamlar, problem çözen kişinin özellikle “problemi anlama ve bir plan yapma” aşamalarında ihtiyaç duyacağı temel matematiksel bilgilere erişmesini engelleyebilmektedir. Bu durum bireyin problem için gerekli olan kavramları tanımaması ya da problemin çözümüne yönelik matematiksel işlemleri hatırlamamasına neden olmaktadır (Swanson ve Jerman, 2006). Özellikle matematiksel öğrenme güçlüğüne sahip olan bireylerde, temel aritmetik bilgileri uzun süreli bellekten çağırma konusunda belirgin sorunlar gözlemlenmektedir (Calderón-Tena ve Caterino, 2016; Geary, 2011b). Yapılan araştırmalarda, özellikle matematiksel kavram, olgu ve prosedürlerin hatırlanmasını sağlaması açısından uzun süreli belleğin

problem çözme sürecinde önemli bir role sahip olduğu vurgulanmaktadır (Barrouillet ve Lépine, 2005; Learner Variability Project, 2025).

Problem çözme stratejileri, kişinin problem çözme sürecinde kullandığı planlı yaklaşımlar ve temel bilişsel araçlardır. Polya (2018)'nin ifade ettiği; problemi görsel unsur kullanarak basitleştirme, bir örüntü arama, denklem kurma, matematiksel modelleme veya deneme-yanılma yöntemini kullanma gibi sezgisel yaklaşımlar bu kategoriye girmektedir. Bu stratejileri yerinde ve etkili bir biçimde kullanabilmek, problem çözme başarısı açısından oldukça önemlidir. Bu bağlamda, problem çözen bireyin problem durumu için en uygun stratejiyi seçebilmesi ve gerektiğinde farklı stratejileri bütünleştirerek yeni bir strateji elde etmesi, çözüme ulaşma olasılığını artıracaktır (Lester, 1994; Schoenfeld, 1985).

2.3.2.3.2 Duyuşsal faktörler

Problem çözme becerisi sadece bilişsel faktörlerden değil, aynı zamanda duyuşsal faktörlerden de derinlemesine etkilenen karmaşık bir süreci içermektedir. Öğrencinin problem çözme esnasındaki duygu durumu, problem çözme performansını önemli ölçüde etkileyebilmektedir. Başlıca duyuşsal faktörler; bireyin motivasyonu, tutumları, duyguları, kaygı düzeyi, inançları ve öz yeterlik algısı gibi psikolojik bileşenleri kapsamaktadır (Demirel, 2024). Bu faktörler, bireyin problem çözme performansını doğrudan veya dolaylı olarak etkileyebilmektedir (McLeod ve Adams, 1989).

Kaygı, zihnin belirli durumlarla ilişkilendirdiği; kişide endişe, korku ve gerginlik oluşturan durumları içermektedir. Psikoloji literatüründe, stresli durumlarda ve belirsizlik karşısında kişinin bilişsel, duygusal ve fizyolojik şekilde verdiği tepkiler bütünü kaygı olarak ifade edilmektedir (Karahan ve Karaaziz, 2023). Alana özgü kaygılardan birisi olan matematik kaygısı, kişinin matematiksel görevler karşısında yaşamış olduğu yoğun stres ve endişe durumu olarak tanımlanmaktadır. Matematik kaygısı, bireyin dikkatinin dağılmasına yol açarak işlemsel bellek kapasitesini azaltabilmekte ve bunun sonucunda da bireyin problem çözme becerisini olumsuz yönde etkileyebilmektedir (Ashcraft ve Krause, 2007). Yapılan araştırmalarda yüksek

kaygının işlemsel bellek kapasitesini yaklaşık olarak %40 oranında azalttığı tespit edilmiştir (Lyons ve Beilock, 2012). Özellikle kaygı düzeyi yüksek olan öğrenciler, hayatlarını etkileyebilecek düzeydeki sınav gibi değerlendirme içeren durumlarda, daha önce kendilerinde var olan bilgileri etkili bir biçimde kullanmakta zorlanabilirler. Kişi, sahip olduğu bilişsel kaynakları problem çözmeye ayırmak yerine, maruz kaldığı kaygı durumlarıyla başa çıkmak için kullandığından dolayı, göstereceği bilişsel performans azalmaktadır. Bu durum nörobilim çalışmalarında da kendini göstermektedir. Beynin kaygı ve korku algıları ile ilişkili bölgesi olan amigdalanın aktivasyonunun artması, beynin bilişsel kapasitesi ile doğrudan ilişkili kısmı olan prefrontal korteksin işlevlerini baskıladığı görülmüştür (Young vd., 2012).

Öz yeterlik algısı, kişinin bir görevi başarıyla tamamlayabilme ya da bir durumla başa çıkabilme konusunda kendine duyduğu inançtır. Öz yeterlik algısı yüksek olan öğrenciler, problem çözme konusunda daha istekli ve azimli bir tavır sergilerler (Bandura, 1997). Bu öğrenciler problem çözme sürecinde karşılaştıkları zorluklardan dolayı pes etmek yerine stratejilerini değiştirmeyi tercih ederler. Ayrıca yüksek öz yeterlik algısına sahip öğrenciler problem üzerinde uzun süre sıkılmadan çalışabilir ve hata yapmayı da bir öğrenme fırsatı olarak değerlendirirler (Dweck, 2016; Pajares ve Miller, 1994).

Matematiksel problem çözmede motivasyon da oldukça önemlidir. Birey, problemi anlamak ve çözüm için gerekli olan verileri toplamak için motive olmalıdır (Arslan, 2012). Yapılan araştırmalar, özellikle problem çözmeye başlamada ve işlemsel belleği harekete geçirmede motivasyonun önemine dikkat çekmektedir (Urhahne, 2021). Motivasyon, içsel ve dışsal olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İlgi, merak ve öğrenme isteği gibi içsel motivasyonlar; ödül, ceza ve övgü gibi dışsal motivasyonlar problem çözme davranışını farklı biçimde etkilemektedir. Yapılan araştırmalar, iç motivasyona sahip öğrencilerin problem çözme sürecinde derin düşünme, yaratıcı stratejiler geliştirme ve kalıcı öğrenme gerçekleştirme eğiliminde olduklarını göstermektedir (García-López vd., 2023; Ryan ve Deci, 2000a). Dışsal motivasyon ise ödül ya da ceza beklentisi ile gerçekleştiği için kısa vadede hızlı çözüm sağlasa da uzun vadede etkisi zayıflamaktadır (Deci vd., 1999). Motivasyon eksikliği, öğrencide problem çözme konusunda ilgisizliğe yol açarak, çözüm için uygulanan strateji başarısız olduğunda

ilk fırsatta öğrencinin problem çözme sürecini sonlandırmasına neden olabilmektedir. Bu bağlamda öğrenme ortamları öğrencilerin matematiksel problem çözmeye yönelik motivasyonlarını dikkate alacak şekilde tasarlandığında, öğrencilerin problem çözme becerileri gelişecektir.

Tutum, kişinin bir nesne, durum ya da etkinliğe yönelik olarak geliştirdiği olumlu veya olumsuz eğilimlerdir. Problem çözme sürecinde, olumlu tutuma sahip olan bireylerin bu süreçte yaşadıkları zorluklar, onları yıldırmamakla beraber adeta bir kamçı görevi görerek problem çözme sürecine daha aktif katılmalarını sağlamaktadır (Schoenfeld, 1985). Yapılan araştırmalarda problem çözmeye yönelik olumlu tutuma sahip olan öğrencilerin, diğer öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmektedir (Doz vd., 2024). Bu bağlamda, öğretim sürecinin problem çözme becerisine yönelik olumlu tutum geliştirmelerini dikkate alınarak tasarlanması, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini pozitif yönde etkileyecektir.

Matematiksel problem çözme becerisini etkileyen duyuşsal faktörlerden birisi de inançtır. Matematiksel inançlar (mathematics beliefs), bireyin öğrenme süreçlerine, matematiksel yeteneklerine ve matematiksel bilginin doğasına olan derin algı ve kabulleri ifade etmektedir (Dweck, 2006; Muis, 2008; Yeager vd., 2019). Bu inançlar öğrencilerin motivasyon, tutum, akademik başarı ve matematiksel problem çözme becerilerine etki etme konusunda kritik bir öneme sahiptir (Gür ve Kandemir, 2011). Matematiğin doğasını ilişkin inançlar; matematiksel yeteneğin doğuştan geldiğine inanma ya da matematiğin çabayla öğrenileceğine inanma şeklinde kendini göstermektedir (Yeager vd., 2019). Öğrenme sürecine ilişkin inançlar ise; matematiğin ezberlenerek öğrenileceği düşüncesi veya matematiğin anlamaya dayalı öğrenilmesi gerektiği düşüncesi şeklinde ifade edilebilir (Staub ve Stern, 2002). Kişinin matematiksel yeteneklerine ilişkin inançları; “ben matematiği yapamam”, “matematik dersini kafam almıyor” veya “matematik dersi tam bana göre” gibi farklı şekillerde ortaya çıkmaktadır (Midgley vd., 2001).

2.3.2.3.3 Sosyo-kültürel faktörler

Bilişsel ve duyuşsal birçok faktörden etkilenen matematiksel problem çözme becerisi, çeşitli sosyokültürel unsurlardan da derinlemesine etkilenmektedir. Bu etkileşim Lev

Vygotsky'nin öncülük ettiği, öğrenmelerin sosyal ve kültürel etkileşimlerin bir sonucu olarak ortaya çıktığını öne süren sosyokültürel teori ile açıklanabilmektedir (Vygotsky, 1980). Bu sosyal kültürel unsurlar; dil ve iletişim, kültürel inanç ve değerler, sosyoekonomik durum, aile katılımı, akran etkileşimi ve öğretmen etkileşimi gibi birçok faktörle ifade edilebilmektedir.

Farklı dil, lehçe ya da aksana sahip olan öğrencilerin bir arada bulunduğu sınıf ortamlarında bu farklılıkların meydana getirdiği etkileşim, problem çözme sürecini kalite ve etki yönünden doğrudan etkilemektedir (Moschkovich, 2002). Matematiksel düşünceyi ifade edebilmede de dilin yapısı ve öğrenciler arasındaki sözel etkileşimler büyük önem taşımaktadır. Farklı aksana sahip akranlar ya da öğretmenlerin iletişimlerinde ortaya çıkabilecek anlamlandırma ile ilgili güçlükler, problem çözme sürecini sekteye uğratabilmektedir (Setati, 2005). Bu konuda yapılan çalışmalar, dil konusundaki çeşitliliği göz ardı etmenin, matematiksel başarıyı olumsuz yönde etkileyeceğini; aksandaki farklılıkları pedagojik bir farkındalıkla ele almanın ise öğrenme ortamlarını daha etkili ve kapsayıcı bir hale getireceğini göstermektedir (Barwell, 2005; Planas ve Civil, 2013). Bu nedenle öğrenme ortamlarında aksan etkileşimleri konusunda farkındalıkla hareket edilmesi, öğrenme çıktılarının kalitesi açısından önem taşımaktadır.

İşbirlikçi öğrenmenin bir yansıması olan akran öğrenmesi, özellikle matematik dersinde yer alan soyut kavramların öğrenilmesinde, bireysel çalışmaya göre daha etkili öğrenmeler sağlamaktadır (Slavin, 2014). Problem çözme sürecinde akranlarla birlikte yapılan ortak çalışmaların, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirdiği ve derin bir kavrayış elde etmelerini sağladığı ifade edilmektedir (Mercer ve Sams, 2006). Bu doğrultuda öğrenme süreçlerinde akranlarla olan etkileşim, öğrencilerin öz yeterlik ve ilişkisellik ihtiyaçlarını karşılayarak motivasyonlarını önemli bir düzeyde artırabilmektedir (Ryan ve Deci, 2000a). Matematik gibi öğrencilerin en çok zorlandığı bir disiplinde gerçekleşecek olan akran desteği, öğrencilerin özgüvenlerini artırarak onları problem çözmeye daha istekli hale getirmektedir (Linnenbrink-Garcia vd., 2011). Bu bağlamda problem çözme sürecinin akran desteğinin gerçekleşeceği sosyal bir ortamda planlanması, problem çözmenin kalitesini arttırabilir.

Problem çözme süreci açısından öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim de oldukça önemlidir. Öğretmenlerin öğrenme ortamlarında kademeli bir şekilde öğrencilere destek sunması, karmaşık problemleri çözerken öğrencilerin özgüvenini artıracak ifade edilmektedir (Brookhart, 2017). Öğretmenler bu süreçte Sokratik diyalog yöntemiyle öğrencilerine açık uçlu sorular sorarak, onların analitik düşünme becerilerini geliştirmektedirler (Paul ve Elder, 2006). Bu yaklaşımla birlikte öğrenciler varsayımlarını sorgulayarak problemlere farklı perspektiflerden bakma imkânı elde ederler. Öğretmenler tarafından yönlendirilen “Neden böyle düşünüyorsun?” gibi sorgulayıcı ifadeler, öğrencilerin problem çözme sürecinde derinlemesine bir kavrayış geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (King, 1994). Bunun yanında öğrenme sürecinde öğretmenlerin öğrencilere duygusal destek sağlamaları ve olumlu geri bildirimlerde bulunmaları, öğrencilerin derse yönelik içsel motivasyonunu artırmaktadır. Bu da öğrencilerin problem çözme konusunda daha fazla çaba göstermelerini sağlamaktadır (Jang vd., 2010). Ayrıca ders sürecinde öğretmenle etkili iletişime sahip olan öğrencilerin, akademik görevlere karşı daha azimli oldukları ve karmaşık problemler karşısında başarısızlık yaşama eğilimlerinin de düşük olduğu belirtilmektedir (Roorda vd., 2011).

Problem çözme sürecine ailenin sağlamış olduğu katkıları da görebilmek mümkündür. Ev ortamında düzenli bir biçimde matematiksel sohbet yapan ailelerin çocuklarının, matematiksel problem çözme açısından diğer öğrencilere göre daha başarılı oldukları ifade edilmektedir (LeFevre vd., 2009). Bu tespit, erken yaşlarda dilsel ve matematiksel durumlara maruz kalmanın uzun vadedeki etkilerini destekler niteliktedir. Ailelerin çocuklarına yönelik cesaretlendirme ve sabır gösterme gibi pozitif tutumları, çocukların zor ve karmaşık türden problemler karşısında motivasyonlarını koruyabilmelerini sağlamaktadır (Pomerantz vd., 2007). Ebeveynlerin, ‘hataların öğrenme sürecinin bir parçası olduğu’ farkındalığıyla hareket etmeleri, çocukların problem çözme sürecinde esnek düşünme becerilerine katkı sağladığı belirtilmektedir (Moroni vd., 2015). Ayrıca nörobilim çalışmaları, ebeveynlerle erken çocukluk döneminde kurulan kaliteli etkileşimlerin beynin problem çözme ve karar verme becerileri gibi yürütücü görevlerle doğrudan ilişkili bölgesi olan prefrontal korteks kısmının gelişimini pozitif yönde etkilediğini göstermektedir (Diamond, 2013; Noble vd., 2015).

2.3.2.4 Matematiksel problem çözme becerisi ile ilgili araştırmalar

Çelik (2024), Scratch programı ile hazırlanmış matematiksel problem etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerilerine olan etkisini incelediği çalışmasında, araştırma deseni olarak karma yöntem kullanmıştır. Araştırmanın nicel boyutunda tek grup ön test-son test yarı deneysel desen kullanılırken; nitel boyutunda ise veriler, yarı yapılandırılmış görüşmelerle elde edilmiştir. Araştırmanın örneklemi bir devlet okulunda 8. sınıfta öğrenim görmekte olan 8 öğrenciden oluşmaktadır. Scratch programı ile oluşturulmuş matematiksel durumlar içeren kodlama etkinlikleri öğrencilere uygulanarak, toplam 8 haftalık uygulama bitiminde son test gerçekleştirilmiştir. Yapılan veri analizi sonucunda katılımcıların ön test-son test puanları arasında anlamlı bir fark görülmemiştir. Ayrıca yapılan görüşmeler sonrası elde edilen bulgular, öğrencilerin Scratch programı etkinliklerini eğlenceli ve anlamlı bulduğunu, fakat bazı kodlama etkinliklerini ise zorlayıcı bulduklarını göstermektedir.

Bakan (2024) doktor tezinde, Bridge21 öğrenme modeli uygulamalarının 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerilerine, matematik öğrenimindeki 21. yüzyıl becerilerine ve sosyomatematiksel norm algılarına olan etkisini incelemeyi amaçlamaktadır. Malatya ilinde bulunan bir devlet okulunun 8. sınıfında okuyan 60 öğrenci, çalışmanın örneklemini oluşturmaktadır. İç içe (gömlü) karma desenin kullanıldığı bu çalışmanın nitel boyutunda durum çalışması, nicel boyutunda ise yarı deneysel yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın veri toplama araçları; “21.Yüzyıl Becerileri Algı Ölçekleri”, “Matematiksel Problem Çözme Becerileri Testi”, çalışma kağıtları, öğrenci günlüğü, araştırmacı gözlemleri ve görüşmelerden oluşmaktadır. Araştırmanın nitel verileri analiz edilirken, betimsel analiz ve içerik analizinden; nicel verileri analiz edilirken, betimsel ve çıkarımsal istatistiksel yöntemlerden yararlanılmıştır. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde, deney grubunda uygulanan Bridge21 öğrenme modelinin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilediği ve problem çözme sürecindeki sosyomatematiksel normlarının gelişiminde etkili olduğu ifade edilmektedir. Deney grubunda uygulanan bu öğretim modelinin 21.Yüzyıl becerilerinden özellikle ‘inisiatif ve girişimcilik’ ile ‘iletişim ve iş birliği’ becerileri algısı üzerinde pozitif bir etkisinin bulunduğu belirtilmiştir. Ancak ‘bilgi işleme becerisi’ ve ‘analitik beceri algısı’ üzerinde anlamlı bir etki oluşturmadığı ifade edilmiştir. Ayrıca araştırmada; öğrencinin öğrenme

sürecine aktif bir şekilde katılımını sağlamak için Bridge21 öğrenme modelinin matematik öğretim müfredatına dahil edilmesi, öğrenme ortamlarında iş birliği ve iletişimi arttıran uygulamaların teşvik edilmesi ve öğretmenlere Bridge21 öğrenme modeli hakkında hizmet içi eğitim verilmesi tavsiye edilmiştir.

Bulut (2023) çalışmasında, ortaokul öğrencilerinin matematik derslerinde kullandıkları yazın türlerinin matematiksel problem çözme becerisine olan etkisini incelemiştir. Çalışmanın temel amacı, yazın türlerini kullanarak elde edilen problem senaryolarıyla desteklenmiş öğrenme ortamlarının ortaokuldaki öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerine olan etkisini incelemektir. Araştırmanın örneklemini bir devlet okulunun yedinci sınıfında okuyan 60 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada yarı deneysel desen kullanılmıştır. Deney grubunda hikâye, roman, anı, mektup ve şiir gibi yazın türleri kullanılarak gerçekleştirilen öğretime karşılık; kontrol grubunda mevcut öğretim ile dersler işlenmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak “Problem Çözme Beceri Testi” ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Ayrıca süreç sonunda deney grubu öğrencilerine “Görüş formu” uygulanarak süreç hakkındaki görüşlerine ulaşılmıştır. Araştırma sonunda elde edilen bulgulara göre deney grubu öğrencilerinin problem çözme beceri testinden aldıkları puanların kontrol grubuna göre anlamlı derecede yüksek olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca deney grubu öğrencilerinin uygulanan öğretim yönteminden memnun oldukları belirtilmiştir. Öğrenci görüşlerine göre; öğretim sürecinde yazın türleri kullanmak, matematik dersini daha eğlenceli ve ilgi çekici hale getirmekte, anlamlı öğrenmeyi sağlamakta ve bilginin kalıcılığını artırmaktadır.

Yıldız vd. (2024) yaptıkları çalışmada, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerisini ve problem çözme stratejilerini ele almaktadır. Çalışmanın amacı, yedinci sınıf öğrencilerinin cinsiyet değişkenine göre matematiksel problem çözme becerisi seviyelerini ve matematiksel problem çözme stratejilerini kullanım düzeylerini incelemektir. Araştırmada nicel araştırma yöntemi ve tarama modeli kullanılmıştır. Toplam 299 öğrencinin katıldığı bu çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilmiş olan “Matematiksel Problem Çözme Becerisi ve Stratejilerine İlişkin Veri Toplama Aracı” testleri kullanılmıştır. Veri analizi için yine araştırmacılar tarafından hazırlanan SOLO taksonomisine uygun rubrikler kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin matematiksel problem çözme ve problem çözme

stratejilerini kullanım düzeyleri arasında pozitif yönde ve etki değeri olarak da çok yüksek bir ilişki tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel problem çözme becerileri, cinsiyet değişkenine göre farklılık göstermemiştir. Ayrıca çalışmada elde edilen bulgular, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin ve problem çözme stratejilerini kullanım düzeylerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Bu nedenle matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik ulusal bir eylem planına ihtiyaç duyulduğu ifade edilmektedir.

Ukobizaba vd. (2021) çalışmalarında, anaokulundan lise düzeyine kadar öğrencilerin matematik problemlerini çözme becerilerini geliştirmede değerlendirme stratejilerinin önemi hakkında, 1997'den 2020 yılına kadar yayınlanmış; Google Scholar, Academia ve ERIC veri tabanlarında yer alan 20 tane hakemli konferans bildirisi ve dergi makalesini analiz ederek tartışmışlardır. Çalışmaların 18 tanesi dergi makalesi iken, iki tanesi konferans bildirisi. İnceleme dahilindeki çalışmaların kabul ve dışlanma kriterlerini özetlemek için PRISMA diyagramı kullanmıştır. Çalışmanın amacı, bu yıllar arasında hangi stratejilerin problem çözme becerisini değerlendirmek için kullanıldığını belirlemek ve bu değerlendirme uygulamalarının, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesindeki etkisini anlamaktır. Araştırmanın yöntemi 'masa başı incelemesi (desk review)' olarak ifade edilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, matematiksel problem çözme becerisini geliştirmeye katkı sağlayan birçok değerlendirme stratejileri tespit edilmiştir. SOLO taksonomisi, performans değerlendirmeleri, otantik değerlendirmeler, video oyunlarına dayalı değerlendirme gibi birçok değerlendirme yöntemi bulunmaktadır. Tespit edilen bu değerlendirme stratejilerinin, öğrenme başarısını teşvik etme ve öğrencileri karmaşık problem durumlarıyla uğraşmaya motive etme konusunda etkili oldukları belirtilmiştir. Ayrıca probleme dayalı ve işbirlikçi öğrenme gibi öğrencinin aktif olduğu öğrenme ortamları, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini önemli ölçüde güçlendireceği vurgulanmaktadır.

Ergül vd. (2022), matematiksel problem çözme ve unsurları ile alakalı lisansüstü araştırmaların tematik analizini gerçekleştirmişlerdir. Araştırmanın temel amacı YÖK Ulusal Tez Merkezi veri tabanında yer alan 2017-2021 yılları arasında yayınlanmış lisansüstü tez çalışmalarını belli ölçütler açısından incelemektir. Araştırma kapsamında ulaşılan 90 lisansüstü tezin betimsel ve içerik analizleri

gerçekleştirilmiştir. Tez incelemesinde kullanılmak üzere araştırmacılar tarafından tematik analiz matrisi oluşturulmuştur. Araştırma sonuçlarına göre matematiksel problem çözme konusunda en fazla yüksek lisans tezinin bulunduğu, bu konu hakkında yapılan çalışmaların son yıllarda azaldığı belirtilmiştir. Tezler amaçlarına göre incelendiğinde, çalışmaların en fazla değişkenler arası ilişkileri incelemek amacıyla yapıldığı ve değişkenler arasındaki ilişkileri inceleyen tezlerin sonuçlarının da pozitif bir ilişkiyi işaret ettiği görülmüştür. Araştırmalardaki katılımcıların çoğunluğunun ortaokul seviyesindeki öğrencilerinden oluştuğu; veri toplama araçlarının ise genellikle ölçek-envanter, görüşme-test ve test-ölçek gibi ikili ölçme araçlarından oluştuğu tespit edilmiştir. Ayrıca matematik öğretim programında yer alan öğrenme alanlarının tamamının matematiksel problem çözme ile ilgili yapılan çalışmalarda görüldüğü ve bu çalışmalarda en fazla kullanılan yöntemin ise nicel yöntem olduğu belirlenmiştir. Bağımsız değişkenlerin problem çözme ve unsurları üzerindeki etkilerini inceleyen çalışmaların sonuçlarında ise, bağımsız değişkenlerin etkili olduğunu belirttikleri ifade edilmiştir. Ayrıca matematiksel problem çözme becerisi ile ilgili doktora çalışmalarına ağırlık verilmesi, yeni çalışmalarda nitel ya da karma yöntemlerin kullanılması ve birden fazla veri toplama aracının kullanılması araştırmanın önerileri arasında yer almaktadır.

Aksungur ve Aydın (2023) çalışmalarında TR Dizin’de yer alan Türkiye’de eğitim fakülteleri dergilerinde yayımlanan matematiksel problem çözme konusundaki makalelerin içerik analizlerini yaparak, genel eğilimi belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma kapsamında 2004-2022 yılları arasında yayımlanan tüm makaleler (110 makale) betimsel içerik analizi ile incelenmiştir. Araştırma sonucuna göre; matematiksel problem çözme becerisi ile alakalı en fazla yedinci sınıf öğrencilerine yönelik çalışmaların yapıldığı, genellikle nicel araştırma yöntemlerinin seçildiği ve bu doğrultuda nicel analizlerin yapıldığı, veri toplama aracı olarak da en fazla ölçek ve anketlerin tercih edildiği belirlenmiştir. Bu araştırma, matematiksel problem çözme becerileri konusunda gerçekleştirilen çalışmaların güçlü ve sınırlı yönlerine ilişkin bir değerlendirme fırsatı sunması açısından önemlidir. Ayrıca bu çalışmanın, matematiksel problem çözme konusundaki çalışmaların genel eğilimini bütüncül bir çerçevede göstererek, gelecek araştırmalara rehber olabileceği ifade edilmiştir.

Klang vd. (2021); matematiksel problem çözme, arkadaşlıkların önemi ve akran kabulünün önemi hakkında araştırma yapmışlardır. Çalışmanın temel amacı, işbirlikçi öğrenme yaklaşımının heterojen sınıflarda yer alan öğrencilerin matematiksel problem çözme becerileri üzerindeki etkilerini araştırmaktır. Araştırmanın bir diğer amacı ise, akranlar arasındaki sosyal kabul ve arkadaşlık düzeylerinin öğrencilerin akademik başarılarını etkilemedeki rolünü incelemektir. Çalışmanın örneklemi, heterojen sınıflarda yer alan (özel gereksinimli öğrencilerin de dahil olduğu) 5. sınıftaki 958 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada yarı deneysel desen kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubu uygulayıcısı olan öğretmenler, etkinlikler başlamadan önce problem çözme konusunda eğitim almışlardır. Deney grubunda dersler işbirlikçi öğrenme metoduyla 15 hafta boyunca gerçekleştirilmiştir. Kontrol grubunda ise dersler mevcut öğretim yöntemi ile yine aynı sürede gerçekleştirilmiştir. Deney ve kontrol grubundaki öğrencilere, uygulama öncesinde ve sonrasında çarpma/bölme, orantı ve geometri konularını içeren problem çözme beceri testi uygulanmıştır. Veri toplama araçları olarak; matematiksel problem çözme beceri testi, sosyal kabul ve arkadaşlık değerlendirme anketi ve öğretmen gözlem raporu (özel gereksinimli öğrenciler için) kullanılmıştır. Öğrencilerin sosyallik durumlarının yalnızca sosyal kabul ve arkadaşlık değerlendirme anketine vermiş oldukları cevaplardan elde edilmesi ve geniş katılımın sağlandığı her bir sınıf ortamındaki tüm değişkenleri kontrol etmenin zorluğu, çalışmanın başlıca sınırlamaları olarak ifade edilmektedir. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular incelendiğinde; özellikle geometri problemlerini çözme konusunda deney grubundaki öğrencilerin daha başarılı olduğu görülmektedir. Uygulama öncesinde yapılan anket sonuçlarına göre, sosyal kabul ve arkadaşlık yönünden başarılı kabul edilen öğrencilerin matematiksel problem çözme becerisi testinde daha iyi performans gösterdikleri tespit edilmiştir. Bu durum, sınıf içerisindeki sosyal dinamiklerin akademik başarı elde etmede oldukça önemli bir rolünün olduğunu göstermektedir.

Karakılıç ve Arslan (2019) yaptıkları çalışmada, kitap okumanın matematik başarısına ve matematiksel problem çözme becerisine olan etkisini incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları, iki farklı ortaokuldan toplam 74 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırma yöntemi olarak özel durum çalışması yöntemi benimsenmiştir. Veri toplama aracı olarak; problem çözme başarı testi, matematik dersi yazılı notları ve kitap sayısı

belirleme formu kullanılmıştır. Yapılan veri analizinde öğrencilerin kitap okuma seviyesiyle matematiksel problem çözme becerisi ve matematik başarısı arasında anlamlı bir ilişkinin olmadığı ortaya çıkmıştır. Çalışmada kitap okuma düzeyleri dikkate alınırken yalnızca okunan kitap sayısının dikkate alındığı belirtilmiştir. Ayrıca kitap okuma geçmişinin son bir yılı kapsamı, okudukları kitapları tespit ederken öğrencilerin verdiği bilgilerin doğrudan dikkate alınması ve katılımcıların 74 ortaokul öğrencisinden oluşması çalışmanın sınırlılıklarını oluşturmaktadır.

Zhou vd. (2020) yaptıkları çalışmada öğretmen ve öğrenci ilişkisinin, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerisi üzerinde öz yeterlilik ve matematik kaygısı değişkenlerinin aracı rollerini incelemişlerdir. Çin’den 1667 beşinci sınıf öğrencisinin katıldığı araştırmada geniş çaplı bir anket çalışması uygulanmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular; öğretmen ve öğrenci arasındaki etkili iletişimin matematiksel problem çözme becerisine olumlu etkisinin olduğu, bu pozitif ilişkinin kısmen öz yeterlik aracılığıyla sağlandığı, matematik kaygısının ise öğretmen ve öğrenci ilişkisinden olumsuz etkilendiği çıkarımı yapılmıştır. Sonuçlar, eğitimde öğretmen ve öğrenci arasındaki etkili iletişimin önemine dair çıkarımlar ortaya koymakla birlikte ileriki araştırmalar için de birtakım öneriler sunmaktadır.

Özyıldırım Gümüş ve Umay (2017) yaptıkları çalışmada problem çözme stratejileri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının kavramsal/işlemsel çözüm tercihlerine ve problem çözme performansına etkilerini incelemişlerdir. Araştırma, daha önce problem çözme eğitimi almamış, bir devlet üniversitesinin ikinci sınıfında okuyan toplam 51 matematik öğretmen adayından oluşan iki gruba, yarı deneysel desen kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Gruplardan birine strateji temelli problem çözme eğitimi verilirken diğer gruba belli bir strateji temeli olmayan problem çözme eğitimi verilmiştir. Verileri toplamak için araştırmacılar tarafından geliştirilen “Matematik Problemlerinde Kavramsal ve İşlemsel Çözüm Tercihlerini Belirleme Ölçeği” kullanılmıştır. Bu ölçek her iki gruba da ön test, son test ve kalıcılık testi şeklinde uygulanmıştır. Araştırma sonucuna göre eğitim süreci sonunda gerçekleştirilen değerlendirmelerde her iki grubun performanslarının aynı derecede arttığı, fakat bilginin kalıcılığının sadece belli bir strateji eğitimi verilmeyen grupta gerçekleştiği tespit edilmiştir. Çalışma sonunda, öğretmenlerin öğrencilerini problem çözme sürecinde belli bir strateji kullanmaları konusunda zorlamamaları gerektiği ve

öğrencilerin kendi yöntemlerini belirleyerek problem çözme sürecine katılmalarının daha etkili olduğu vurgulanmaktadır.

Yılmaz (2024), yaptığı çalışmada matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerini çözme becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları bir devlet üniversitesinin 4. sınıfında öğrenim görmekte olan 42 matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Toplam 14 hafta süren çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan eylem araştırması kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak “Matematiksel Modelleme Problem Çözme Testi” ve görüşme formu kullanılmıştır. Araştırma sonuçları incelendiğinde, uygulanan matematiksel modelleme etkinliklerinin katılımcıların matematiksel problem çözme becerilerine katkı sağladığı ve özellikle öğrencilerin ilgi alanlarına ve günlük hayattaki durumlara uygun problemlerde daha iyi performans gösterdikleri görülmektedir. Bu bulgu, sürece etkin katılımı ve anlamsal gelişimi sağlamak için matematiksel problemlerini bağlamsallaştırmanın önemine dikkat çekmektedir. Ayrıca çalışmada matematiksel problem çözme becerisinin gelişimi için, matematiksel modelleme problemlerinin düzenli olarak uygulanması gerektiği ifade edilmektedir.

Günay ve Takunyacı (2024) araştırmalarında, matematik öğretmen adaylarının Liselere Geçiş Sınavı (LGS) matematik örnek sorularında kullandıkları stratejilerin ve problem çözme sürecine ilişkin görüşlerini incelemişlerdir. Araştırmanın örneklemini bir devlet üniversitesinin 3. sınıfında öğrenim görmekte olan 51 ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak MEB’in 2020 yılı Aralık ve 2021 yılı Ocak ayında yayımladığı toplam 20 örnek soru ve “Problem Çözme Beceri ve Stratejileri Ölçeği” kullanılmıştır. Öğrencilerin örnek sorulara vermiş oldukları cevaplar, problem çözme stratejileri ve sürece ilişkin durumlar göz önünde bulundurularak, betimsel analiz yöntemiyle frekans ve yüzde değerleri hesaplanarak incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında öğretmen adaylarının en çok muhakeme etme, eleme ve denklem ya da eşitsizlik yazma stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. En az kullanılan stratejiler ise diyagram çizme ve bağlantı bulma olarak görülürken; basitleştirme ve canlandırma stratejisi hiçbir öğretmen adayı tarafından kullanmamıştır. Örnek soruları çözme sürecinde öğretmen adaylarının,

kendilerini sonuca en hızlı ve pratik bir şekilde ulaştıracak yolu seçtikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme süreçlerine dair görüşlerinin genel olarak ‘orta olumlu düzeyde’ olduğu ifade edilmektedir. Ölçek verilerine göre matematiksel problem çözme basamaklarına ilişkin öğrenci görüşleri analiz edildiğinde, problemi anlama, bir plan yapma ve planı uygulama basamaklarında olumlu değerlendirmelerin yoğunlaştığını gözlemlemek mümkündür. Ayrıca elde edilen bulgulara göre, çözümü değerlendirme basamağına ilişkin belirtilen olumlu görüşlerin oldukça sınırlı olduğu belirtilmektedir.

Cumhur ve Hacısalıhoğlu Karadeniz (2023), son sınıfta okuyan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme stratejileri hakkındaki farkındalıklarını ortaya çıkarmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Doğu Anadolu Bölgesi’nde yer alan bir devlet üniversitesindeki 48 matematik öğretmen adayının katılımcı olarak yer aldığı bu çalışmada, fenomenolojik yaklaşım kullanılmıştır. Veri toplama aracı, dokuz açık uçlu soruyu içeren bir görüşme formudur. Formdan elde edilen verilerin analizi sonucunda, beş ana tema belirlenmiş ve bu ana temalara ilişkin 18 alt tema oluşturulmuştur. Bu ana temalar, “problem çözme stratejilerini bilmenin problem çözmeye katkısı, problem çözmeyi etkileyen faktörler ve yaşanan güçlükler, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi, problem çözme strateji bilgisi ve gerekliliği, öğretmen ya da adayların problem çözme strateji bilgisinin geliştirilmesi” biçiminde belirlenmiştir. Araştırma sonunda; öğretmen yetiştirme programlarında farklı problem çözme stratejilerini kapsamlı olarak ele alan derslere yer verilmesi gerektiği, öğretmen adaylarına matematik okuryazarlığı bağlamındaki problemlerle karşılaşma fırsatı sunulması gerektiği ve problem çözme uygulamalarının özellikle tartışmaya dayalı ve yansıtıcı değerlendirmeye teşvik edici bir öğrenme ortamında gerçekleştirilmesi gerektiği gibi tavsiyelerde bulunulmuştur.

Mutlu (2023) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle bölmenin anlamına yönelik problem kurma ve problem çözme becerilerindeki gelişimlerini incelemiştir. Çalışmanın örneklemini, 2021-2022 eğitim öğretim yılı bahar döneminde son sınıfta öğrenim gören on matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışmanın başında öğretmen adaylarından; “bir doğal sayıyı bir kesre, bir kesri bir doğal sayıya, büyük kesri küçük kesre ve küçük kesri büyük kesre

bölme” görevlerini içeren çeşitli problemler kurlmaları ve bu problemleri çözmeleri istenmiştir. Belli bir mesleki gelişim sürecinden sonra da yine öğretmen adaylarından belirtilen durumları içeren problem kurma ve bu problemleri çözmeleri istenmiştir. Veri toplama aracı olarak öğretmen adaylarının oluşturdukları problemler ve bunların çözümlerini içeren yazılı cevaplar kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan vaka çalışması, araştırmanın modeli olarak belirlenmiştir. Araştırma sonunda elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucuna göre, başlangıçta öğretmen adaylarının küçük olan kesri büyük olan kesre bölmeyi içeren problemleri oluşturmakta zorlandıkları görülürken; problemleri çözme konusunda ise çoğunlukla algoritmalar kullanma eğiliminde oldukları tespit edilmiştir. Süreç sonunda öğretmen adaylarının oluşturdukları problem türleri çeşitlilik yönünden zenginleşmiş olup, bu problemleri çözerken algoritma kullanmanın yanında farklı temsil türlerini sürece dahil ettikleri görülmektedir. Bu durum matematik öğretmen adaylarının problem çözme stratejilerinde olumlu değişikliklerin olduğunu göstermektedir. Ayrıca bu çalışmada öğretmen adaylarına çeşitli problem türleri ve buna bağlı olarak farklı çözüm stratejilerini içeren öğretim uygulamaları sunmanın, onların matematiksel kavramları etkili bir biçimde anlamalarına katkı sağlayacağı vurgulanmaktadır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın pilot çalışması, modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri analizi, araştırmanın güvenirlik ve geçerliği ve araştırmacının çalışmadaki rolü hakkında bilgiler yer almaktadır.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, argümantasyon temelli öğretimin matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki akademik başarılarına ve matematiksel problem çözme becerilerine olan etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmadaki alt problemlere cevap aramak için nitel ve nicel yaklaşımların birlikte kullanıldığı karma araştırma deseni (Mixed Method Design) kullanılmıştır. Karma araştırma yöntemi, 1980'li yıllarının sonunda ve 1990'lı yıllarının hemen başında eğitim, yönetim, değerlendirme, sağlık bilimleri ve sosyoloji gibi farklı alanların çalışmalarına dayanarak ortaya çıkmıştır. Bu yöntem, belli büyüme ve gelişme dönemlerinden geçerek bugünkü haline ulaşmış olmakla birlikte hâlâ gelişimini sürdürmeye devam etmektedir (Creswell ve Creswell, 2021). Karma yöntem, nicel ve nitel verilerin basit bir toplamından daha çok, bu verilerin sistematik olarak bütünleştirilmesi ve analiziyle daha derin bir anlayış elde etmeyi amaçlayan bir metottur. Böylece karma yöntem, nicel ve nitel yöntemin zayıf yönlerini dengeleyerek daha kapsamlı ve güvenilir sonuçlar elde etmeyi amaçladığı için yenilikçi bir yöntem olma özelliği taşımaktadır. (Kara, 2023). Literatür incelendiğinde karma araştırmalara ilişkin birçok bilim adamı tarafından çeşitli tanımlamaların yapıldığı görülmektedir. Newman ve Benz (1998)'in tanımına göre karma araştırmalar araştırmacı için yöntemin katı sınırlarını ortadan kaldırarak araştırmacıya esneklik, içerikle ilgili kapsamlılık ve sağlam sonuçlar sağlamaktadır. Johnson ve Onwuegbuzie (2004) karma araştırma yöntemlerini, araştırma problemlerine daha geniş bir perspektiften cevap verebilmemiz için nitel ve nicel yöntemlerin bir arada kullanılması biçiminde tanımlamaktadır. Karma yöntemin nicel ve nitel verilerin birlikte kullanılarak çalışmadaki eksik kalan yönlerin tamamlanmasını sağlaması ve araştırmacıya esnek bir çalışma imkânı sunması, birçok bilim adamının tanımında ifade edilmektedir

(Bryman, 2006; Creswell ve Plano Clark, 2017; Greene vd., 1989; Tashakkori ve Teddlie, 2010).

Karma yöntem araştırmalarının uygulanmasına dair literatür incelendiğinde birçok bilim adamı tarafından farklı tasarımların ifade edildiği görölmektedir. Bunlardan en çok bilinenleri ve güncel olanları Creswell ve Creswell (2021); Leech ve Onwuegbuzie (2009); Morse (2003); Johnson ve Onwuegbuzie (2004)'nin çalışmalarında belirttikleri tasarımlardır. Bu tasarımların oluşturulmasında, çalışmanın nitel ya da nicel ağırlıkta olması, veri toplamanın sıralı ya da eş zamanlı gerçekleştirilmesi ve çalışmada kullanılan teorinin tümdengelim ya da tümevarım özelliği taşıması gibi durumlar önemli rol oynamaktadır (Baki ve Gökçek, 2012; Barnes, 2019). Creswell ve Creswell (2021) karma yöntem desenlerini; yakınsak desen, açıklayıcı sıralı desen ve keşfedici sıralı desen olmak üzere 3 temel desene ayırmaktadır.

Corrigan ve Onwuegbuzie (2020)'ye göre karma yöntemin aşamaları sırasıyla; çalışmanın amacının ve probleminin belirlenmesi, karma yaklaşıma uygun desenin seçilmesi, karma yöntemin ve buna bağlı olan desenin seçilme nedeninin ortaya koyulması, araştırma örnekleminin belirlenmesi, güvenilirlik ve geçerlilik çalışmasının yapılması, verilerin toplanması, analizi, yorumlanması ve raporlanması olarak ifade edilmektedir. Bu çalışmada öncelikle karma araştırma sürecinin ilk aşaması gereğince araştırmanın problemi ve buna bağlı olarak alt problemleri belirlenmiştir. Bir sonraki aşamada araştırma problemine cevap aramak için karma yöntem araştırmasının uygun olup olmayacağı ve bu yöntemin gerekliliği konusunda eğitim bilimleri ve matematik eğitimi alanlarında uzman akademisyenlerin görüşüne başvurulmuştur. Yapılan görüşmeler sonucunda nitel ve nicel verilerin birleştirilmesinin daha zengin ve bütüncül bir bakış açısı sağlaması ve araştırma sorularına esnek ve yenilikçi yanıtlar sunması açısından karma araştırma yönteminin kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca desen olarak, veri toplama sürecine işlevsellik kazandırması açısından öncelikle genel eğilimleri belirlemek için nicel verileri; daha sonra bu eğilimlerin nedenlerini ve bağlamını derinlemesine anlayabilmek için nitel verileri kullanmayı gerektiren bir desen olan açıklayıcı sıralı desenin araştırma deseni olarak çalışmada kullanılmasına karar verilmiştir. Nicel verilerdeki aydınlatılmamış kısımların anlaşılması ve nicel verilerin arka planında yatan sebepleri ortaya çıkarmak, açıklayıcı sıralı desenin temel

amacıdır (Creswell ve Plano Clark, 2017). Bu amaç doğrultusunda araştırma sonucunda yer alan temel nedenlerin anlaşılması sağlanacaktır.

Karma araştırma yönteminin nicel ve nitel yöntemlere göre daha yeni olması sebebiyle bu yaklaşımın kullanıldığı araştırmalar için veri toplama araçları henüz yeterince geliştirilememiştir (Newman ve Benz, 1998). Bu nedenle yapılan bilimsel çalışmaların büyük çoğunluğunda nitel ve nicel veri toplama araçlarını ayrı bir biçimde içeren birden çok ölçme aracı kullanılmaktadır (Ürünibrahimoğlu, 2024). Bu çalışmada da nicel ve nitel veriler için ölçme araçları ayrı ayrı kullanılmıştır.

Bu araştırmada argümantasyon temelli öğretimin akademik başarı ve matematiksel problem çözme becerisine olan etkisini kontrol etmek ve uygulanan öğretim yöntemiyle bağımlı değişkenler arasında sebep sonuç ilişkisini ortaya koymak amaçlandığı için nicel kısımda deneysel bir model tercih edilmiştir. Deneysel araştırmalar, sebep-sonuç ilişkisinin belirlenmesinde ve gözlemlenmek istenen durumların oluşturulmasında oldukça etkili bir yöntemdir (Fraenkel vd., 2012). Ayrıca bu araştırmalar kontrol edilebilir işlemlerle birlikte araştırmacıya net bir tablo sunarak sonuçlar hakkında kesin yorumlarda bulunma imkânı tanımaktadır (Büyüköztürk vd., 2015). Deneysel çalışmalar örneklem grubunun atama şekline ve araştırmacının bağımsız değişkeni manipüle etme durumuna göre; gerçek deneysel desen, yarı deneysel desen ve ön (zayıf) deneysel desen olmak üzere üçe ayrılmaktadır (Karasar, 2024). Gerçek deneysel araştırmalarda katılımcılar rastgele atanırken; yarı deneysel araştırmalarda katılımcıların rastgele ataması gerçekleştirilmez (Creswell ve Creswell, 2021). Özellikle eğitim ve sosyal bilimler alanında gerçekleştirilen çalışmalarda birtakım etik ve pratik nedenlerden ötürü araştırmacılar tarafından sıklıkla yarı deneysel desen tercih edilmektedir (Campbell ve Stanley, 1963; Mertens, 2010). Yarı deneysel desen, katılımcıların yansız olarak seçilmesinin zor olduğu durumlarda tercih edilmesi gereken bir modeldir (Baştürk, 2014). Katılımcıların sınıflarının üniversite tarafından önceden belirlenmiş olması nedeniyle araştırmada tam seçkisiz atama yapılamamıştır. Bu nedenle araştırmanın nicel boyutunda deneysel araştırma yöntemlerinden ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen tercih edilmiştir.

Araştırmanın nitel kısmında ise nitel araştırma desenlerinden durum çalışması (case study) tercih edilmiştir. Durum çalışmaları, sosyal bilimlerden işletmeye kadar birçok alanda karmaşık ve bağlamsal yönden kapsamlı olayları anlayabilmek için yaygın bir biçimde kullanılmaktadır (Merriam, 2014). Durum çalışmalarında gözlem, görüşme ve doküman gibi çeşitli veri kaynakları kullanılarak derinlemesine bir analiz yapılmaktadır (Baxter ve Jack, 2015; Creswell, 2013). Bu çalışmada öğretmen adaylarının akademik başarı testinde vermiş oldukları cevaplardaki tam olarak açık olmayan çözüm nedenleri ile ilgili yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Ayrıca deney grubundaki matematik öğretmen adaylarının açık uçlu görüş formunda yer alan argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşleri içerik analizi ile incelenmiştir.

3.2 Çalışma Grubu

Bu araştırmanın örneklemi, 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programının ikinci sınıfında bulunan 22 öğrencinin katılım sağladığı 2/A sınıfı (kontrol grubu) ve 25 öğrencinin katılım sağladığı 2/B sınıfı (deney grubu) olmak üzere toplam 47 öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcılar, pilot çalışmanın yapıldığı matematik öğretmen adaylarının bir alt sınıfında öğrenim gören matematik öğretmen adaylarıdır. Bir araştırma için belirlenen evrenden veri toplamak amacıyla temsilci bir alt grup seçme süreci “örnekleme” olarak ifade edilmektedir (Büyüköztürk vd., 2015). Çalışmanın örneklemini belirlemek, bilimsel araştırmaların en temel basamaklarından birisidir (Fraenkel vd., 2012). Örnekleme yöntemini doğru bir şekilde belirlemek, çalışmanın güvenilirliği, geçerliği ve genellenebilirliği açısından oldukça önemlidir (Creswell ve Creswell, 2021). Örnekleme yöntemleri genel olarak olasılıklı (rastgele) ve olasılıksız (rastgele olmayan) örnekleme olacak şekilde iki ana başlık altında incelenmektedir (Teddlie ve Yu, 2007). Bu çalışmada örneklem seçimi için olasılıksız örnekleme yöntemlerinden biri olan amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklemede, araştırmacı önceden belirlediği kriterlere göre araştırmanın amacına uygun en ideal katılımcıları seçme fırsatını elde eder (Creswell ve Plano Clark, 2017; Patton, 2015). Bu bağlamda normal dağılım konusunun İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı’nda okutulan “Olasılık ve İstatistik” dersi kapsamında yer almasından dolayı, çalışmanın örneklemini amaçlı örneklem grubu olarak

Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde ikinci sınıfta öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Bu seçim, çalışmanın odak noktasında yer alan ilköğretim matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki akademik başarılarını ve matematiksel problem çözme becerilerini derinlemesine incelemeye imkân tanımaktadır. Amaçlı örnekleme sayesinde kapsamlı bir inceleme yapmak için gerekli olan nitelikli veriler elde edilerek araştırmanın güvenilirliği artmaktadır (Sandelowski, 1995).

Araştırmanın çalışma grubu, deney grubunda 17 kız, 5 erkek; kontrol grubunda ise 22 kız ve 3 erkek olmak üzere toplam 47 ilköğretim matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Matematik öğretmen adaylarının mevcut şubeleri lisans programına ilk kaydoldukları zaman soy isimlerinin baş harflerinin sırası gözetilerek eşit sayıda iki grup olacak şekilde oluşturulmuştur. Öğrencilerin lisans programı yerleşme puanlarının birbirine çok yakın olması nedeniyle her iki grubun matematiksel bilgi açısından birbirine denk seviyede oldukları düşünülmüştür. Ayrıca her iki gruba uygulanan Akademik Başarı Ön Test sonuçları da grupların birbirine denk olduklarını göstermektedir.

Çalışma kapsamında gruplardan hangisinin deney grubu, hangisinin kontrol grubu olacağı rastgele belirlenmiştir. Buna göre kontrol grubu öğrencileri A şubesinde, deney grubu öğrencileri ise B şubesinde yer almaktadır. Araştırma etiği gereği, araştırmada yer alan öğrencilerin isimleri gizli tutularak deney grubu öğrencilerinin adları D1, D2, D3, D4... şeklinde; kontrol grubu öğrencilerinin adları ise K1, K2, K3, K4... şeklinde kodlanmıştır.

Katılımcıların normal dağılım konusundaki kavramsal anlamlarını incelemek için her iki gruptan olacak şekilde toplam 7 matematik öğretmen adayı seçilerek görüşme gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler seçilirken Akademik Başarı Son Testte yer alan sorulara cevap kağıdında verdikleri ifadeler göz önünde bulundurulmuştur.

3.3 Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama araçları olarak; Akademik Başarı Ön Test ve Son Testi, Normal Dağılım Problem Çözme Becerisi Testi, Görüş Formu ve yarı yapılandırılmış

görüşme verileri kullanılmıştır. Veri toplama araçlarından olan Normal Dağılım Başarı Testi, her iki grupta da hem ön test hem de son test olarak uygulanmıştır. Veri toplama araçlarının hangi gruba ne şekilde uygulandığı aşağıdaki tabloda ifade edilmektedir.

Tablo 3.1 Veri toplama araçlarının uygulanış biçimi

Veri Toplama Aracı	Grup	Uygulama Durumları
Akademik Başarı Testi	Deney ve Kontrol	Ön Test-Son Test
Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi	Deney ve Kontrol	Son Test
Görüş Formu	Deney	Son Test
Yarı Yapılandırılmış Görüşme	Deney ve Kontrol	Son Test

3.3.1 Normal Dağılım Başarı Testi

Argümantasyon temelli öğretimin matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki akademik başarılarına olan etkisini ölçmek için ön test ve son test olarak uygulanmak üzere 15 sorudan oluşan başarı testi hazırlanmıştır. Test soruları, normal dağılım konusuna yönelik olarak “Olasılık ve İstatistik” dersi için üniversitelerin AKTS (Avrupa Kredi Transfer Sistemi) kapsamında belirlemiş olduğu kazanımlar incelenerek oluşturulmuştur. Başarı testi hazırlanırken açık uçlu sorular kullanılmıştır. Açık uçlu sorular, katılımcıların kendi ifadelerini kullanarak çalışmaya daha kapsamlı ve detaylı bilgiler sunmalarına imkân tanımaktadır (Baburajan vd., 2021). Açık uçlu yaklaşımla birlikte araştırmaya katılan öğrencilerin cevaplarında, soruları nasıl anladıkları ve cevaplarını oluştururken ne düşündükleri hakkında önemli bilgiler elde edilebilir (E. Singer ve Couper, 2017). Ayrıca açık uçlu sorular, kapalı uçlu sorulara

göre katılımcıları daha dikkatli düşünmeye teşvik etmekte ve sorunun çözümü için daha fazla bilişsel çaba harcamayı gerektirmektedir (Braun ve Clarke, 2019).

Normal dağılım başarı testinde yer alan soruların puanlamasını içeren ölçütler uzman görüşleri doğrultusunda alanyazındaki bazı örneklerden faydalanılarak oluşturulmuştur (Çelik Arslan, 2021; Korkmaz, 2020). Tablo 3.2’de yer alan bu ölçütler kapsamında öğrenci cevapları değerlendirilerek nicel veri analizi gerçekleştirilmiştir.

Tablo 3.2 Ön test ve Son Test Analizi Rubriği

Puan Değeri	Açıklama
2 puan	Mantıksal ve matematiksel açıdan tam ve doğru işlemler yapılarak doğru sonuca ulaşılmış.
1 puan	Doğru cevaba çok yaklaşmış ya da kısmen doğru cevaplar vererek sonucu yanlış bulmuş.
0 puan	Soru boş bırakılmış ya da soru ile alakasız tamamen yanlış cevaplar verilmiş.

Testte yer alan soruların hazırlanmasında Normal Dağılım konusuyla alakalı birçok kitap, tez ve internet sitesinden faydalanılmıştır (Akdeniz, 2022; Demir, 2016; Elmas Baydar, 2023; Güven vd., 2023; *Nicel Verileri Gösterme ve Karşılaştırma*, 2023; *Olasılık ve İstatistik Konu Anlatım ve Soru Çözüm Videoları*, 2023). Bu kaynaklarda yer alan sorular ve etkinliklerin çoğunluğu araştırmanın amacına uygun olacak şekilde çoğunlukla uyarlanmış, bazı sorular ise doğrudan kullanılmıştır. Çalışmada ele alınan kazanımlar doğrultusunda sorular oluşturulurken, her bir sorunun açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edilmiş olmasına ve soruların herkes tarafından aynı anlamı ifade edecek şekilde hazırlanmasına özen gösterilmiştir. Test hazırlandıktan sonra pilot çalışmanın yapıldığı gruba testi uygulamadan önce üç uzmandan testin kapsamı, içeriği, seviyesi ve anlaşılabilirliği hususunda görüş alınmıştır. Uzman görüşleri dikkate alınarak gerekli değişiklikler yapılmış ve testte 15 soru yer alacak şekilde pilot uygulamanın gerçekleştirildiği deney ve kontrol grubundaki toplam 37 matematik öğretmen adayına öğretim etkinliklerinin bitiminde başarı testi uygulanmıştır. Bu uygulama sonunda elde

edilen veriler doğrultusunda normal dağılım başarı testinin geçerlik ve güvenilirliği test edilerek testten çıkarılması ya da değiştirilmesi gerekli olan maddelerle ilgili uzman görüşü alınarak testin son halinin nasıl olacağına karar verilmiştir.

Pilot çalışma sonunda normal dağılım başarı testi için her bir öğrencinin toplam puanı hesaplanmıştır. Hesaplanan toplam puanlar büyükten küçüğe doğru sıralanarak 10 öğrenci (toplam aday sayısının yaklaşık olarak %27'si) üst grup, 17 öğrenci orta grup ve 10 öğrenci (toplam aday sayısının yaklaşık olarak %27'si) alt grup olmak üzere öğrenciler üç farklı gruba ayrılmıştır. Oluşturulan gruplara göre testin madde ayırt edicilik ve madde güçlük indeksleri hesaplanmıştır.

Madde güçlük indeksi, bir test maddesinin zorluk derecesini belirlemek için kullanılmaktadır. Madde güçlük indeksinin düşük çıkması o sorunun zor olduğunu gösterirken, bu indeksin yüksek çıkması ise sorunun kolay olduğunu ifade etmektedir (Sharma, 2021). Madde ayırt edicilik indeksi (madde ayırtıcılık gücü), bir test maddesinin yüksek başarı gösteren öğrencileri düşük başarı gösteren öğrencilerden ayırt etme derecesidir (Crocker ve Algina, 1986). Madde ayırt edicilik indeksi bağlamında iyi bir test maddesi, testin genelinde yüksek puan alan öğrencilerin soruyu doğru yanıtlama olasılığının, düşük puan alan öğrencilere göre daha yüksek olduğu maddedir (Nitko, 2001).

Açık uçlu soruların madde güçlük ve madde ayırt edicilik indeksleri hesaplanırken aşağıdaki formül dikkate alınmıştır (Bayrakçıken, 2008).

$$P = \frac{\text{Alt grup toplam puanı} + \text{Üst grup toplam puanı}}{(\text{Alt grup kişi sayısı} + \text{Üst grup kişi sayısı}) \times \text{Maddeye ait maksimum puan}}$$

$$D = \frac{\text{Alt grup toplam puanı} - \text{Üst grup toplam puanı}}{\text{Alt grup ya d üst grup kişi sayısı} \times \text{Maddeye ait maksimum puan}}$$

P: Madde güçlük indeksini ve D: Madde ayırt edicilik indeksini belirtmektedir.

Örneğin 1. soru için madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksi,

$$P = \frac{(10 + 5)}{(10 + 10) \times 2} = \frac{15}{40} = 0,375$$

$$D = \frac{(10 - 5)}{10 \times 2} = \frac{5}{20} = 0,25$$

şeklinde hesaplanmıştır.

Madde güçlük indeksi, her bir maddeye karşılık gelen puanların maddeler üzerindeki dağılımını 0 ile 1 arasında betimleyen bir değerdir (Baykul, 2024). Genel olarak bir maddeye ait madde güçlük indeksi değerinin 0,5 olması beklenmekle beraber, ölçme aracında yer alan maddelerin her birinin güçlük indeksinin 0,5 olarak hazırlanması tercih edilmeyen bir durumdur. Ölçme aracına kolay, orta güçlükte ve zor maddeler serpiştirilerek testteki ortalama güçlüğü 0,5 değerine yaklaşması ile ölçme aracının hazırlanması konusunda daha ideal bir sonuç elde edileceği ifade edilmektedir (Hasançebi vd., 2020). Madde güçlük indeksine bağlı olarak yapılan sınıflandırmalar Tablo 3.3' te ifade edilmektedir (Hasançebi vd., 2020).

Tablo 3.3 Madde güçlük indeksi değerlerinin sınıflandırılması

Madde Güçlük İndeksi	Maddenin Niteliği
0,29 ve altı	Zor
0,30-0,49 arası	Orta güçlükte
0,50-0,69 arası	Kolay
0,70-1,00 arası	Çok kolay

Madde ayırt edicilik indeksi; -1,00 ile +1,00 değerleri arasında yer almaktadır (Crocker ve Algina, 1986). Madde ayırt edicilik indeksinin negatif bir değer alması ters ayırt edicilik olarak adlandırılmaktadır. Bu durum madde analizi için ciddi bir problem

oluşturmaktadır (Nitko ve Brookhart, 2007). Madde ayırt edicilik indeksine bağlı olarak yapılan sınıflandırmalar Tablo 3.4’te ifade edilmektedir (Hasançebi vd., 2020).

Tablo 3.4 Madde ayırt edicilik indeksi değerlerinin sınıflandırılması

Madde Ayırt Edicilik İndeksi	Maddenin Niteliği
0,40 ve üzeri	Çok iyi madde
0,30-0,39 arası	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
0,20-0,29 arası	Düzeltilmesi ve geliştirilmesi gerekir
0,19 ve altı	Çok zayıf, mutlaka testten çıkarılmalı

Normal dağılım başarı testine ait her bir maddenin madde güçlük ve madde ayırt edicilik indeksleri Tablo 3.5’te yer almaktadır.

Tablo 3.5 Normal dağılım başarı testinde yer alan maddelere ait güçlük ve ayırt edicilik indeksi

Sorular	P	Değerlendirme	D	Değerlendirme
S1	0,375	Orta Güçlükte	0,25	Düzeltilmesi ve geliştirilmesi gerekir
S2	0,525	Kolay	0,75	Çok iyi madde
S3	0,625	Kolay	0,75	Çok iyi madde
S4	0,425	Orta Güçlükte	0,75	Çok iyi madde
S5	0,25	Zor	0,20	Düzeltilmesi ve geliştirilmesi gerekir
S6	0,075	Zor	0,15	Çok zayıf mutlaka çıkarılmalı
S7	0,625	Kolay	0,25	Düzeltilmesi ve geliştirilmesi gerekir
S8	0,60	Kolay	0,20	Düzeltilmesi ve geliştirilmesi gerekir
S9	0,625	Kolay	0,55	Çok iyi madde
S10	0,50	Kolay	0,80	Çok iyi madde
S11	0,575	Kolay	0,65	Çok iyi madde
S12	0,525	Kolay	0,65	Çok iyi madde
S13	0,525	Kolay	0,85	Çok iyi madde
S14	0,625	Kolay	0,15	Çok zayıf, mutlaka testten çıkarılmalı
S15	0,475	Orta Güçlükte	0,85	Çok iyi madde

Bir testte yer alan soruların madde güçlük indeksinin 0,20 ile 0,80 arasında ve bu sorulara ait madde ayırt edicilik indeksinin ise 0,30'dan büyük olması arzu edilen bir durumdur (Bayrakçeken, 2008). Yapılan madde analizi sonucunda 14. sorunun madde güçlük indeksi değerinin 0,19'dan küçük olması nedeniyle (çok zayıf, mutlaka testten çıkarılmalı) bu madde testten çıkarılmıştır. Ayrıca tek bir soru köküne bağlı olan beşinci, altıncı, yedinci ve sekizinci sorularının madde ayırt edicilik indeksi değerlerinin düşük olması nedeniyle bu sorular herhangi bir düzeltme yapılmadan testten çıkarılmıştır. Bunun yerine uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda, normal dağılım eğrisinin altında kalan alanı integralle yorumlamayı içeren bir soru ve normal dağılımın kavramsal anlamına yönelik sorgulama içeren farklı bir soru olmak üzere teste iki soru eklenmiştir. Böylece normal dağılım başarı testinin 12 sorudan oluşmasına karar verilmiştir. Ayrıca pilot çalışma sonucunda testin uygulama süresi 1 saat olarak belirlenmiştir.

Puanlayıcılar arasındaki güvenilirliği tespit etmek amacıyla normal dağılım başarı testinde katılımcıların vermiş oldukları yanıtlar birbirinden bağımsız iki araştırmacı tarafından puanlanarak her bir soru için Cohen Kappa katsayısı hesaplanmıştır. Bu katsayı iki puanlayıcının kategorik (nominal) veri sınıflandırmaları arasındaki uyumu ölçen istatistiksel bir katsayıdır (Cohen, 1960). Cohen Kappa katsayısı, araştırmacılar arasında tesadüfi olarak gerçekleşecek anlaşmanın ortaya çıkmasını engelleyerek gerçek uyumu ölçmeyi amaçlamaktadır (Munoz ve Bangdiwala, 1997). Bu katsayısı -1 ile +1 arasında değer almaktadır (Bıkmaz Bilgen ve Doğan, 2017). Cohen Kappa katsayısı hesaplanırken aşağıdaki formül dikkate alınmaktadır (Cohen, 1960):

$$\kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

P_o : Gözlenen uyum oranı, P_e : Beklenen tesadüfi uyum oranı

Cohen Kappa katsayısını yorumlamak için Tablo 3.6'da verilen uyum düzeyleri kullanılmaktadır (Landis ve Koch, 1977).

Tablo 3.6 Cohen Kappa Katsayısını yorumlamaya ilişkin değer aralıkları

Kappa Katsayısı	Uyumun Seviyesi
0,00	Zayıf
0,00-0,20	Önemsiz
0,21-0,40	Düşük
0,41-0,60	Orta
0,61-0,80	İyi
0,81-1,00	Mükemmel yakın

Normal dağılım başarı testi için SPSS programında hesaplanan Kappa katsayısı 0,88 çıkmış olup, puanlayıcılar arasındaki uyumun seviyesinin ise “mükemmele yakın” düzeyde olduğu saptanmıştır. Testin güvenilirliği kapsamında iç tutarlılığını ölçmek için de Cronbach alfa katsayısı hesaplanmıştır. Testten çıkarılan ve teste eklenen maddelerle birlikte toplam 12 sorudan oluşan normal dağılım akademik başarı testinin Cronbach alfa katsayısı 0,756 olarak bulunmuştur. Bu değer göz önünde bulundurulduğunda testin güvenilir olduğu söylemek mümkündür (Büyüköztürk vd., 2015; Kline, 2013).

3.3.2 Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi

Argümantasyon temelli öğretimin matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerine olan etkisini ölçmek için 8 sorudan oluşan normal dağılım problem çözme beceri testi hazırlanmıştır. Normal dağılım problem çözme beceri testi, açık uçlu maddelerden oluşacak şekilde, normal dağılım başarı testinin hazırlandığı kaynaklardan faydalanılarak hazırlanmıştır. Normal dağılım problem çözme beceri testindeki maddelerin puanlaması için Özmen Hızarcıoğlu (2013) tarafından geliştirilen dereceli puanlama anahtarı (rubrik) kullanılmıştır. Bu rubrik EK E’de gösterilmektedir. Özmen Hızarcıoğlu (2013), bu rubriği oluştururken esas itibari ile Polya (1957)’nin problem çözme sürecindeki dört aşamasını dikkate almıştır. Problem çözmenin ilk basamağı olan problemi anlama kısmı bu rubrikte “problemin özetini yapma” ve “problemde verilenleri ve istenileni yazma” durumlarını içermektedir. İkinci basamak olan çözüm planını oluşturma kısmında, problemde verilenler dışında

çözüm için gereken bilgilerin yazılma derecesi seviye olarak belli bir puana karşılık gelecek şekilde rubrikte yer almıştır. Üçüncü basamak olan çözüm planını uygulama basamağında, çözüme ulaşmadaki hata seviyeleri dikkate alınmıştır. Dördüncü basamakta ise öğrencinin bulmuş olduğu sonucun sağlamasını yapma ve yorumlama süreçleri değerlendirilerek buna karşılık bir puan verilecektir. Her bir basamak için belirlenen ölçütler doğrultusunda bir basamakta en fazla 4 puan, en az 0 puan olacak şekilde değerlendirme yapılacaktır. Bu bağlamda bir soruda alınabilecek en yüksek puan 20 iken, en düşük puan 0 olarak belirlenmiştir.

Normal dağılım problem çözme beceri testi, normal dağılım konusunda belirlenen kazanımlar doğrultusunda ilgili kaynaklar yardımıyla hazırlandıktan sonra kapsam, içerik ve seviye bakımından üç uzmanın incelemesine sunulmuştur. Uzmanların belirttikleri kısımlardaki görüşleri dikkate alınarak gerekli düzeltmeler yapılmış ve pilot çalışma kapsamında yer alan 37 matematik öğretmen adayına öğretim etkinliklerinin bitiminde uygulanmıştır. Uygulama sonunda elde edilen veriler doğrultusunda normal dağılım başarı testinde uygulandığı gibi her bir madde için madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksi hesaplanmıştır.

Normal dağılım problem çözme beceri testine ait olan madde güçlük ve madde ayırt edici indeksleri Tablo 3.7’de yer almaktadır.

Tablo 3.7 Normal dağılım problem çözme beceri testinde yer alan maddelere ait madde güçlük ve ayırt edicilik indeksi

Sorular	P	Değerlendirme	D	Değerlendirme
S1	0,337	Orta Güçlükte	0.175	Çok zayıf mutlaka çıkarılmalı
S2	0,277	Zor	0.405	Çok iyi madde
S3	0,207	Zor	0.315	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
S4	0,275	Zor	0.3	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
S5	0,287	Zor	0.305	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
S6	0,267	Zor	0.305	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
S7	0,29	Zor	0.31	Yeterince iyi fakat istenirse geliştirilebilir
S8	0,412	Orta Güçlükte	0.075	Çok zayıf mutlaka çıkarılmalı

P: Madde güçlük indeksini ve D: Madde ayırt edicilik indeksini belirtmektedir.

Madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksi hesaplamalarına göre 1. ve 8. soruların ayırt edicilik indeksleri 0,19'dan küçük oldukları için (çok zayıf, mutlaka testten çıkarılmalı) bu maddeler testten çıkarılmıştır. Geri kalan altı problemin madde ayırt edicilik indeksleri incelendiğinde; problemlerin 5 tanesinin ayırt edicilik yönünden yeterince iyi olduğu, 1 tanesinin ise çok iyi madde olduğu görülmektedir. Bu problemlerin madde güçlük indeksleri incelendiğinde testte kalan altı maddenin de güçlük yönünden “zor” soru niteliği taşıdıkları tabloda belirtilmiştir. Bu maddelerin hesaplamalar sonucunda “zor” olarak nitelendirilmesinin temel sebebi, katılımcıların tamamına yakınının rubrikte yer alan “problemin sonucunu kontrol etme” basamağı için cevaplarında herhangi bir somut ifadelerinin yer almaması gösterilebilir. Bu nedenle her bir maddeden en çok 20 puan alınabilecekken, bu basamağın atlanmasından dolayı katılımcıların neredeyse tamamı her bir maddeden en fazla 16 puan almışlardır. Dolayısıyla madde güçlük indeksi hesaplamaları bu nedenden ötürü 0.29'un altındaki değerleri göstermiştir.

Pilot çalışma kapsamında etkinliklerin sonunda yapılan testte anlaşılmayan soruların tespitinin yapılması ve testin uygulama süresinin belirlenmesi, testin geçerliğini artırma açısından oldukça önemlidir. Pilot uygulamayla birlikte katılımcıların zaman yönetimi konusunda yaşadıkları sorunlar analiz edilerek esas çalışma için ideal sınav süresine ilişkin düzenleme yapılabilmektedir. Böylece daha geçerli bir testin ortaya çıkması mümkün olabilecektir (Bachman, 2004). Pilot çalışma sonunda yapılan normal dağılım problem çözme beceri testi ile, katılımcıların sorulara cevap verme süresi için 60 dakikalık bir sürenin yeterli olacağı gözlemlenmiştir. Ayrıca problemlerde anlam karmaşasına yol açtığı gözlenen bazı ifadeler uzman görüşüyle düzeltilmiştir. Testin güvenilirliği kapsamında, iç tutarlılığını ölçmek için Cronbach alfa güvenilirlik analizi yapılmıştır. Teste yer alan iki problemin çıkarılmasıyla birlikte toplam 6 problemten oluşan normal dağılım problem çözme beceri testinin Cronbach alfa katsayısı 0,714 olarak hesaplanmıştır. Bu değer göz önünde bulundurulduğunda testin güvenilir olduğu söylenebilir (Büyüköztürk vd., 2015; Kline, 2013).

3.3.3 Görüş Formu

Deney grubundaki matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretim hakkındaki düşünce ve tecrübelerini belirlemek amacıyla üç akademisyenin uzman görüşü alınarak geliştirilen görüş formu, bu araştırmanın nitel veri toplama araçlarından birisini oluşturmaktadır. Görüş formları, araştırma sürecine ilişkin soruları katılımcıların kendi ifadeleriyle cevaplamalarına imkân tanımaktadır. Bu tür formlar araştırma için daha kapsamlı nitel verilerin toplanmasını sağlayarak katılımcıların duygularını, düşüncelerini ve tecrübelerini açık bir biçimde ifade etmelerini sağlamaktadır (Bryman, 2016). Ayrıca açık uçlu sorular, araştırmacı için öngörülmeleyen bazı fikir ve bakış açılarını ortaya çıkarma imkânı sunmaktadır. Böylece araştırmada kapsamlı ve beklenmedik perspektifler elde edilebilmektedir (Merriam ve Tisdell, 2016). Toplam beş açık uçlu sorudan oluşan bu form, uygulamaların bitiminde deney grubundaki matematik öğretmen adaylarına uygulanarak; onların argümantasyon temelli matematik öğretiminin verimliliği, bu yöntemin öğreten ve öğrenen açısından avantajları ve dezavantajları, yapılan uygulamanın öğretmenlik eğitimlerine olan katkıları ve argümantasyon temelli öğretimin matematik ya da geometri konularının hangilerinin öğretiminde daha etkili olacağı gibi konularda görüşleri belirlenmeye çalışılmıştır. Deney grubu için hazırlanan görüş formuna bir katılımcının verdiği cevaplara ait örnek Ek F'de sunulmuştur.

3.3.4 Yarı Yapılandırılmış Görüşme

Görüşme, araştırmacı tarafından sözlü iletişim yoluyla genellikle yüz yüze yapılarak verilerin elde edildiği bir yöntemdir (Karasar, 2024). Yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşme (mülakat) olmak üzere üç farklı biçimde uygulanabilmektedir (Alıcı, 2024; Çepni, 2010). Yapılandırılmış görüşmelerde katılımcılara yönlendirilecek sorular araştırmacı tarafından önceden belirlenmekte birlikte, görüşme esnasında belirlenen soruların dışına çıkılmaz. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde ise yine aynı şekilde katılımcılara sorulacak sorular araştırmacı tarafından önceden belirlenmekle beraber, görüşme esnasında araştırmanın amacı doğrultusunda katılımcılara ek sorular sorulabilir ya da soruların sırası

değiştirilebilir. Böylece katılımcıların cevaplarına esnek bir şekilde yaklaşarak araştırmanın gerekli görülen yerlerde derinleşmesi sağlanabilir. Yapılandırılmamış görüşmelerde ise katılımcılara sorulacak sorular önceden hazırlanmaz. Araştırmacı, katılımcılara görüşmenin amacından bahsederek görüşmeye katılan kişilerden araştırmak istediği konu hakkındaki düşüncelerini belirtmelerini ister (Bryman, 2016; Creswell ve Poth, 2018; Merriam ve Tisdell, 2016). Özellikle yarı yapılandırılmış görüşme, araştırmacıya derinlemesine bilgi sağlama ve esnek bir yapıya sahip olma özelliğinden dolayı psikoloji, eğitim bilimleri, sağlık bilimleri ve sosyal bilimler gibi birçok alanda yaygın bir biçimde kullanılmaktadır (Creswell ve Creswell, 2021). Bu çalışmada deney grubu ve kontrol grubunda gerçekleştirilen öğretim etkinliklerinin öğrencilerin normal dağılım konusuyla ilgili kavramsal anlayışlarına olan etkisini belirlemek amacıyla Akademik Başarı Son testinde yer alan bazı soruların çözümleri üzerine görüşmeler yapmak için deney ve kontrol grubunda yer alan toplam 7 matematik öğretmen adayı amaçlı örnekleme yoluyla seçilmiştir. Öğrenci seçiminde gönüllülük esasına dayalı olarak farklı başarı seviyesinden öğrencilerin olmasına dikkat edilmiştir. Görüşmelerde öğretmen adaylarına yöneltilmek istenen sorular, başarı testindeki çözümlerin incelenmesi sonucunda belirlenen sorulardan oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının başarı testinde vermiş oldukları cevaplar araştırmacı tarafından incelenerek ve sistematik olarak yapılan hatalar not alınarak ilgili soruların görüşmeye dahil edileceğine karar verilmiştir. Görüşme sorularının hazırlanması ve uygulanmasında yönlendirici sorulardan kaçınmak gerekmektedir. Yönlendirici sorular katılımcıları etkileyerek vermek istedikleri cevapların değişmesine yol açacaktır. Görüşme esnasında kullanılacak etkili soru sormaya ilişkin bazı örnekler aşağıda verilmiştir (Mack vd., 2005):

- ". . . dediğinizde neyi kastediyorsunuz?"
- "Neden bu şekilde düşünüyorsunuz?"
- "Bu nasıl oldu?"
- "Sonra ne oldu?"
- "Bana daha fazla açıklama yapabilir misiniz?"

- "Lütfen daha detaylı açıklayabilir misiniz?"
- "X'i anladığımdan emin değilim. Bunu bana açıklayabilir misiniz?"
- "... ile nasıl başa çıktınız?"
- "... sizi nasıl etkiledi?"
- "Bana x'e bir örnek verebilir misiniz?"

Bu örneklerin dikkate alınmasıyla birlikte hazırlanan görüşme sorularına ilişkin uzman görüşü alınarak sorulara son şekli verilmiştir. Görüşmede yer alan sorular öğretmen adaylarına belli bir sıra dahilinde yöneltmekle beraber, yarı yapılandırılmış görüşmelerin esnek yapısı gereği yöneltilecek soruların sıralarının gerektiğinde değiştirilebilecek şekilde olmasına karar verilerek bir planlanma yapılmıştır. Görüşmeler esnasında oluşabilecek veri kaybını önlemek için öğretmen adaylarından, yapılan görüşmelerin ses kayıt cihazıyla kaydedilmesi konusunda izin alınmıştır. Dikkat dağıtıcı unsurların bulunmadığı sessiz bir ortamda gerçekleştirilecek olan görüşmenin amacı katılımcılara kısaca açıklanmıştır. Ses kayıt cihazıyla kaydedilen veriler transkript edilerek bilgisayara aktarılmıştır. Daha sonra hazırlanan transkriptler öğretmen adaylarına gösterilerek görüşmeyle ilgili verilerin güvenilirliğinin sağlanması amaçlanmıştır.

3.4 Pilot Çalışma

Bilimsel araştırmalarda pilot çalışmaların yapılmasının en temel amaçlarından birisi, yapılacak olan esas araştırmanın kalitesini artırmaktır (Gudmundsdottir ve Brock-Utne, 2010). Pilot çalışmayla birlikte araştırmacı, araştırma hakkında deneyimler elde ederek bu deneyimlerini esas çalışmaya yansıtma imkânı elde edebilmektedir. Araştırmada kullanacak olan veri toplama araçlarını sınavıp uygulamaya hazır hale getirebilmek, pilot çalışmanın avantajları arasında yer almaktadır (Can, 2018). Bu bağlamda pilot çalışmalar, yapılacak olan araştırmanın güvenilirliğini ve geçerliğini artırma konusunda da önemli bir yere sahiptir (Gudmundsdottir ve Brock-Utne, 2010). Pilot çalışma, bir araştırma tasarımının önemli bir parçası olarak görülmelidir (Kim,

2011). Bu çalışmada, araştırmacının argümantasyon temelli öğretimle ilgili tecrübe kazanması, esas uygulamada planlanan veri toplama araçlarını test ederek olası sorunları önceden tespit edebilmesi ve buna bağlı olarak gerekli düzenlemeleri yapabilmesi pilot çalışmanın amaçları arasında yer almaktadır.

Çalışmanın pilot uygulaması 2023-2024 eğitim-öğretim yılının güz döneminde üçüncü sınıfta öğrenim görmekte olan 37 matematik öğretmen adayının gönüllü katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının 16'sı deney grubunda yer alırken, 21'i kontrol grubunda yer almaktadır. Deney grubu ve kontrol grubunda pilot çalışma, araştırmacı tarafından haftada 3 ders saati olmak üzere toplam 4 hafta süreyle uygulanmıştır. Deney grubunda öğretim argümantasyon yaklaşımına dayalı bir şekilde yürütülürken, kontrol grubundaki dersler mevcut öğretim yöntemi dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Deney grubunda öğretim etkinlikleri uygulanmaya başlamadan önce argümantasyonun ne olduğu, hangi öğelerden oluştuğu konusunda bilgilendirme yapılarak argümantasyon sürecinde öğretmen ve öğrencilerin rolleri uygulamalı olarak örneklerle açıklanmıştır. Böylece katılımcıların argümantasyon sürecine aşinalığı sağlanarak öğretim etkinliklerini anlamlandırmaları için kolaylaştırıcı bir etki elde etmeleri amaçlanmıştır.

Pilot çalışmalarda katılımcıların sundukları geri bildirimler sayesinde araştırma tasarımının ve yöntemlerin geliştirilmesine önemli ölçüde katkı sağlanmaktadır (Leon vd., 2011). Bu bağlamda gerçekleştirilen pilot çalışma boyunca argümantasyon sürecinde ortaya çıkabilecek eksikliklerin ve hataların belirlenip, edinilen tecrübeler doğrultusunda esas çalışmanın bu hatalardan arındırılması ve varsa eksikliklerin tamamlanması amacıyla ders esnasında ses kayıtları alınmıştır. Gerçekleştirilen argümantasyon etkinliklerinin bitiminde elde edilen ses kayıtları, her bir hafta için bir uzman tarafından incelenerek araştırmacının argümantasyon yaklaşımı konusunda dikkat etmesi gereken noktalar vurgulanmış; argümantasyon sürecinin tıkandığı durumlarda araştırmacının vereceği ipuçlarının önemli olduğu ifade edilmiş ve bu doğrultuda öğrencileri bilimsel tartışmaya yönlendirecek işlevsel soruların neler olduğu belirlenmiştir.

Pilot çalışmalar, esas çalışmanın gerçekleştirilme sürecinde karşılaşılabilecek olası zorlukları öngörme ve bu zorluklara çözüm üretme konusunda araştırmacıya yol göstermektedir (Arain vd., 2010). Bu bağlamda argümantasyon sürecinde katılımcıların vermiş oldukları tepkiler ve bu süreçteki öğrenci etkileşimleri gözlemlenerek, ders etkinliklerinde kullanılan keşfedici sorular araştırmacı tarafından biçimlendirilmiştir. Argümantasyon sürecinde, bilimsel tartışmanın tıkandığı durumlarda araştırmacı tarafından yönlendirilecek işlevsel soruların ve birtakım ipuçlarının argümantasyon sürecini devam ettireceği, yapılan uygulamayla birlikte deneyimlenmiştir. Argümantasyon sürecinin etkin bir biçimde gerçekleşebilmesi için öğretmen adaylarını bilimsel tartışmaya yönlendirecek soruların yerinde kullanılmasına ve katılımcıların iddialarını ortaya atarak gerekçelendirme yapabilmeleri için gerekli zamanın tanınmasına karar verilmiştir. Argümantasyon etkinlikleri devam ederken ders süresinin sona ermesi, bu süreci olumsuz etkileyeceği için gerekli zamanın bir sonraki dersin belli bir süresinden alınarak etkinliğin tamamlanmasının daha doğru olacağı tecrübe edilmiştir. Argümantasyon temelli öğretim için öğrencileri belli bir gruba ayırmak yerine, olağan akışa müdahale etmeden öğrencilerin günlük hayatlarındaki iletişimlerini ve sınıf ortamında arkadaşlarıyla birbirlerine olan sıra yakınlığı da gözeticilerle sınıf atmosferini yansıtan doğal bir grup oluşturmaları sağlanmıştır. Ayrıca bu gruplarda argümantasyon sürecini açıklayacak ve iddia sunacak bir sözcünün seçilmesi yerine, argümantasyonu başlatmak için ortaya atılacak iddianın grubun her bir üyesinin sorumluluğunda olacağı ve her bir bireyin aktif katılımını sağlayan bir grup düzeni tercih edilmiştir. Grupları bu şekilde oluşturma sebepleri, etkinlikler boyunca öğrencinin kendini rahat hissetmesini sağlamak ve grubun her bir üyesinin argümantasyon sürecine aktif olarak katkıda bulunmasını kolaylaştırmaktır. Böylece her öğrenci kendi fikrini gereğince ifade ederek başkalarının görüşlerini eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirebilmektedir. Ayrıca öğrenciler bu süreçte hem kendi düşüncelerini hem de başkalarının düşüncelerini sorgulama imkânı bulmaktadır. Pilot çalışma sonunda uygulanan öğrenci görüş formunda belirtilen argümantasyon süreci hakkındaki olumlu görüşler ve araştırmacının gözlemleri doğrultusunda esas çalışmada grupların pilot çalışmadaki gibi oluşturulmasına karar verilmiştir.

Argümantasyon etkinlikleri hazırlanırken olasılık ve istatistikle alakalı birçok lisans düzeyindeki kitaptan, lisansüstü tezlerden ve çeşitli internet sitelerinden faydalanılmıştır. Öğrencilerin normal dağılım konusunu kavramaları noktasında temel teşkil eden merkezi eğilim ve merkezi yayılım ölçüleri de konunun başında yer alacak şekilde bu etkinliklere dahil edilmiştir. Merkezi eğilim ve merkezi dağılım ölçüleriyle ilgili yapılan etkinliklerde daha çok kavramsal anlamaya yönelik argümantasyon gerçekleştirilmiştir. Deney grubu için hazırlanan etkinliklerin argümantasyona dayalı öğretime uygunluğu konusunda farklı üniversitelerdeki 4 uzmanın görüşüne başvurulmuştur. Uzmanların yapmış olduğu değerlendirmeler sonucunda oluşturulan etkinliklerin argümantasyon temelli öğretimi yansıttığı belirtilirken; etkinliklerin bazı yerlerinde argümantasyonu tetikleyecek sorulara sıkça yer verilmesi gerektiği tavsiye edilmiştir. Pilot çalışmada 4 hafta olarak planlanan uygulama süresinin, etkinliklerin uygulama sürecinde özellikle argümantasyonun gerçekleştiği deney grubunda yetersiz kaldığı uzmanlarla paylaşılmıştır. Uygulamada süre yetersiz kalınca bazı argümantasyon etkinliklerinin yarıda kalmaması için teneffüs saatleri kullanılmıştır. Hazırlanan etkinliklerin pilot uygulaması tamamlandıktan sonra öğrenci görüşlerinde yer alan ifadeler, araştırmacının gözlemleri ve deneyimleri uzmanlarla paylaşarak bu etkinliklerin esas çalışmada 5 hafta süreyle uygulanmasına karar verilmiştir.

3.5 Esas Çalışma

Bilimsel araştırmalarda pilot çalışmalar, uygulanacak olan esas çalışmanın adımlarını sağlamlaştırmak, kalitesini artırmak ve ortaya çıkabilecek sorunları en aza indirmek için bir yol haritası sunmaktadır. Bu araştırmanın bir önceki bölümünde açıklanan pilot çalışması esas çalışmanın daha verimli ve sorunsuz bir biçimde yürütülmesinde önemli bir rol oynamıştır. Pilot çalışma sürecinde elde edilen birtakım tecrübeler, uzman görüşleri ve katılımcıların geri bildirimleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve araştırmanın ana uygulaması olan esas çalışma bu temel üzerine inşa edilmiştir.

Araştırmanın esas uygulaması, 2023-2024 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında ikinci sınıfta öğrenim görmekte olan öğretmen adaylarının gönüllü katılımıyla gerçekleştirilmiştir.

Araştırmaya başlamadan önce, ilgili üniversitenin Etik Kurulu'ndan gerekli izinler alınmış ve bu doğrultuda tüm katılımcılara çalışmanın amacı, süreci ve gönüllülük esası hakkında bilgi verilerek onam formları imzalatılmıştır. Yansız atama yöntemiyle belirlenen gruplardan deney grubunda 22 öğretmen aday, kontrol grubunda ise 25 öğretmen aday yer almıştır.

Esas çalışma, pilot uygulamadan elde edilen bulgular doğrultusunda yeniden yapılandırılan bir plan çerçevesinde yürütülmüştür. Pilot çalışmada 4 hafta olarak belirlenen uygulama süresinin, özellikle argümantasyon temelli etkinliklerin gerektiği gibi işlenmesi konusunda yetersiz kaldığı tespit edildiğinden, esas çalışma haftada 3 ders saati olmak üzere toplam 5 hafta olarak planlanmış ve uygulanmıştır.

Deney grubunda öğretim, argümantasyon temelli öğretim yaklaşımına dayalı bir şekilde araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Uygulamanın ilk haftasında, katılımcılara argüman bileşenleri (iddia, veri, gerekçe, destekleyici, çürütücü, niteleyici) tanıtılmış ve bilimsel bir tartışma sürecinde öğretmen ve öğrencilerden beklenen roller örneklerle açıklanmıştır. Pilot çalışmada test edilen ve katılımcıların kendilerini daha rahat ifade etmelerine, sürece daha aktif katılmalarına imkân tanıyan doğal grup oluşturma stratejisi, esas çalışmada da benimsenmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerin sınıf içinde mevcut haldeki oturma düzenleri ve arkadaşlık ilişkileri göz önünde bulundurularak dinamik ve etkileşime açık gruplar oluşturmaları teşvik edilmiştir. Ayrıca, grupta değişmeyen tek bir sözcü belirlemek yerine, her üyenin iddia sunma ve tartışmaya katılma sorumluluğunu paylaştığı bir model tercih edilmiştir. Pilot çalışmada edinilen deneyimlerle birlikte, argümantasyon sürecinin tıkandığı anlarda tartışmayı yeniden canlandırarak; "Bu düşünceni neye dayandırıyorsun?", "Farklı bir çözüm yolu olabilir mi?", "Arkadaşının sunduğu gerekçe sence ne kadar güçlü?" biçimindeki işlevsel ve tetikleyici soruların daha etkili kullanılmasına özen gösterilmiştir.

Kontrol grubunda dersler, mevcut öğretim programı ve geleneksel öğretim yöntemleri (doğrudan anlatım, soru-cevap) dikkate alınarak yine deney grubunda olduğu gibi araştırmacı tarafından yürütülmüştür. Araştırmanın iç geçerliğini sağlamak için deney grubunda kullanılan tüm etkinlik kâğıtları ve problemler, aynı sıra ve süre takip

edilerek kontrol grubuna da uygulanmıştır. Ancak kullanılan bu materyaller, bir tartışma ve keşif aracı şeklinde değil, öğretmen tarafından anlatılan konuların pekiştirilmesi için birer alıştırmaya aracı olarak kullanılmıştır.

Pilot çalışmada 4 uzmanın görüşüyle son haline getirilen ve argümantasyonu tetikleyecek sorularla zenginleştirilen 8 etkinlik föyü, esas çalışmanın temel öğretim materyallerini oluşturmaktadır. Etkinliklerin uygulanması esnasında, pilot çalışmadaki zaman yönetimi sorununu aşmak amacıyla her bir argümantasyon etkinliğinin kesintisiz bir biçimde tamamlanabilmesi için gerekli zaman esnekliği sağlanmıştır.

Pilot çalışma sonucunda uzman görüşleri ve öğrenci geri bildirimleri ile son şeklini alan veri toplama araçları, esas çalışmada araştırmanın verilerini elde etmek amacıyla kullanılmıştır. Uygulama öncesinde her iki gruba da "Akademik Başarı Testi" ön test olarak uygulanmıştır. 5 haftalık uygulama sürecinin sonunda ise aynı test son test olarak verilmiştir. Ayrıca her iki gruba da "Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi" uygulanmış ve deney grubu öğrencilerinin argümantasyon sürecine ilişkin görüşlerini almak amacıyla "Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu" kullanılmıştır.

Özetle, esas çalışma; pilot çalışmanın bir tekrarı olmak yerine, pilot çalışmadan elde edilen verilerle güçlendirilmiş, süresi, grup yönetimi, araştırmacı rolü ve kullanılan materyaller iyileştirilmiş, daha rafine ve geçerliği yüksek bir araştırma deseni olarak uygulamaya geçirilmiştir.

3.6 Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Öğretim Süreci

Bu araştırmanın kontrol grubunda, geleneksel öğretim yöntemine (mevcut öğretim yöntemi) dayalı bir öğretim süreci yürütülmüştür. Bu yöntem, öğretmen tarafından yapılan bilgi aktarımının merkezde olduğu, öğrencilerin ise daha pasif bir konumda yer aldığı, genellikle açıklama yapma, örnek verme ve uygulama ekseninde ilerleyen bir öğretim modelini ifade etmektedir. Bu bağlamda, kontrol grubunda gerçekleştirilen öğretim süreci, deney grubunda izlenen öğretim planları ile aynı konu başlıklarını, aynı soruları ve aynı etkinlikleri içerecek şekilde planlanmış; fakat bu süreçte herhangi bir argümantasyon süreci kurgulanmamış olup, öğrencilerin fikir üretme, karşıt görüşlerle yüzleşme ve savunma yapma süreçlerine aktif olarak katılmaları hedeflenmemiştir.

Kontrol grubundaki dersler, araştırmacı tarafından yürütülmüş ve ders içerikleri araştırma kapsamında niversite yönetimi tarafından belirlenen Olasılık ve İstatistik dersi ğretim programına uygun olarak hazırlanmıştır. Ancak bu grupta gerçekleşen ğretim yöntemi, geleneksel ğretim modelinin temel ilkeleri doğrultusunda şekillendirilmiştir. Bu bağlamda ğretim süreci, araştırmacının tahtada yaptığı açıklamalarla başlamış, ardından konuya ilişkin örnek alıştırma ve problemler çözülmüş, konunun temel kavramları doğrudan açıklayıcı bir anlatımla öğrencilere sunulmuştur. Öğretmen adaylarının bireysel veya gruplar hâlinde tartışmalar yapmalarına ve çözüm stratejilerini sözlü olarak savunmalarına yönelik bir yapı oluşturulmamıştır.

Dersin başlangıcında araştırmacı, dersin konusunu ve kazanımlarını ğretmen adaylarına açıklamıştır. Ardından, normal dağılım konusu kapsamında yer alan temel kavramlar (rneğin ortalama, standart sapma, z-puanı, normal dağılım eğrisi) doğrudan sunuş yoluyla açıklanmış, bu kavramlarla ilgili temel tanımlar ve formüller tahtaya yazılmıştır. Araştırmacı, her bir kavramı açıklarken örnekler üzerinden gitmiş; örneklerin çözümünü kendisi gerçekleştirmiştir. Bu süreçte ğretmen adaylarının derse katılımı, genellikle araştırmacının yönelttiği kısa cevaplı sorulara yanıt verme düzeyinde gerçekleşmiştir. Ayrıca bazı derslerde katılımcıların tahtaya kalkması istenerek ilgili problemin çözülmesi sağlanmıştır.

Etkinlik süreci, deney grubunda olduğu gibi belirlenen sorular ve örnek problemler üzerinden yrtlmştir. Fakat bu etkinliklerde ğretmen adaylarından farklı çözüm stratejileri üretmeleri, çözüm önerilerini gerekçelendirmeleri veya arkadaşlarının çözümleriyle kendi çözümlerini karşılaştırmaları beklenmemiştir. Bunun yerine araştırmacı, her bir etkinlikte nasıl bir çözüm yolu izlenmesi gerektiğini açıklamış, ardından ğretmen adaylarından benzer tarzda bireysel uygulamalar yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları bu süreçte çözemedikleri ya da takıldıkları hususlarda araştırmacıdan yardım almış, ancak kendi aralarında herhangi bir etkileşim ya da tartışmaya dayalı bir öğrenme ortamı oluşturulmamıştır.

Örneğin, deney grubunda “Bir ğrenci z puanı +2,5 olan bir test sonucu almıştır. Bu ğrenci sınıf ortalamasına göre nasıl bir konumdadır?” şeklindeki soruda ğretmen

adaylarından kendi düşüncelerini ifade etmeleri, arkadaşlarının düşüncelerini değerlendirmeleri ve gerekçeleriyle savunmaları beklenirken; kontrol grubunda bu soru araştırmacı tarafından açıklanarak z puanı kavramı ve yorumlanması doğrudan aktarılmıştır. Aynı şekilde, deney grubunda yer alan katılımcılar arasında fikir alışverişiyle çözülmesi hedeflenen problem durumları, kontrol grubunda öğretmenin yönlendirmesiyle çözüme ulaştırılmış ve tek bir doğru çözüm üzerinden gidilmiştir. Yani problem çözüldükten sonra farklı çözüm yollarının neler olacağı tartışılmamıştır.

Sonuç olarak, kontrol grubunda yürütülen öğretim süreci, deney grubunda gerçekleştirilen öğretim süreciyle içerik ve zaman bakımından denk olacak şekilde planlanmış; ancak öğretim yöntemleri açısından önemli ölçüde farklılıklar göstermiştir. Deney grubundaki katılımcılar tartışmalar yoluyla bilgi inşasına katılırken, kontrol grubunda bilgi doğrudan araştırmacı tarafından sunulmuş; öğretmen adaylarından ise verilen bilgiyi anlamaları ve uygulamaları beklenmiştir. Bu yöntemsel farklılık, araştırmanın temel amaçlarından biri olan argümantasyon temelli öğretimin etkilerinin belirlenmesi açısından önemli bir karşılaştırma zemini sunmaktadır.

3.7 Veri Analizi

Araştırma yoluyla elde edilen ham veriler, analiz edilmeden önce düzenlenmeye ihtiyaç duyarlar. Bu aşama; verilerin temizlenmesini, eksik ya da hatalı bilgi içeren verilerin belirlenmesini ve bu verilerin analize uygun bir formata getirilmesini içermektedir (Creswell ve Creswell, 2021). Veri analizi süreci; ham verileri temizleme, düzenleme, yorumlama ve görselleştirme yoluyla sonuçlar çıkarma sürecidir (Tabachnick vd., 2019). Bu araştırma kapsamında toplanan nitel ve nicel veriler uygun teknikler kullanılarak analiz edilmiştir.

3.7.1 Nicel Veri Analizi

Nicel verilerin analizinde uygun bir yöntem seçmek için araştırmada kullanılan problem türüne, kullanılan bağımlı ve bağımsız değişken sayısına, ölçek ve testlerin

türüne ve toplanan verilerin normal dağılım gösterip göstermediğine dikkat edilmelidir (Creswell ve Plano Clark, 2017). Araştırma kapsamında deney ve kontrol grubunun; ön test başarı puanları arasındaki fark, son test başarı puanları arasındaki fark, ön test-son test başarı puanları arasındaki fark ve normal dağılım problem çözme beceri testi puanları arasındaki farklar incelenmiştir. Öğrencilerin testlerde vermiş oldukları cevaplar puanlanarak veri analizini denetleme, yapılan kodlamayı gözden geçirme ve veri analizi sürecinde araştırmacıya yeterli esnekliği sağlaması amacıyla veriler bilgisayar ortamına aktarılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Araştırmada elde edilen nicel veriler SPSS 30.0 paket programı kullanılarak %95 güvenirlik düzeyinde ($p=0,05$) analiz edilmiştir. Verilerin paket programa girilmesinden sonra, kayıp verilerin (missing value) olup olmadığı genel olarak incelenmiştir. Matematik öğretmen adaylarının her bir değişkene ait bir değerinin olduğu ve böylece kayıp değer bulunmadığı görülmüştür. Veri analizinde kullanılacak olan teste karar vermek için katılımcıların puanlarının normal dağılım gösterip göstermediğine bakılmıştır. Test puanlarının normal dağılım gösterip göstermediğini yorumlamak için çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri hesaplanmış ve Shapiro-Wilk testi uygulanmıştır. Shapiro-Wilk testi bir veri setinin normal dağılıma uygun olup olmadığını test etmek için yaygın bir şekilde kullanılan parametrik bir testtir (Shapiro ve Wilk, 1965). Shapiro-Wilk testi, özellikle küçük örneklemelerin ($n \leq 50$) normalliğini test etmek için oldukça güçlü ve güvenilir bir yöntemdir (Field, 2017; Ghasemi ve Zahediasl, 2012; Shapiro ve Wilk, 1965). Bu araştırmada deney grubunda 22, kontrol grubunda ise 25 matematik öğretmeni adayı bulunduğundan dolayı her iki grupta da Shapiro-Wilk testi kullanılmıştır. Normallik varsayımını kontrol etmenin bir başka yöntemi de çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerlerine bakmaktır. Bir veri setinin normal dağılım gösterebilmesi için çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerlerinin -1,5 ile +1,5 aralığında olması gerekmektedir (Tabachnick vd., 2019). Bu araştırma kapsamında normallik testi için Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri dikkate alınarak normal dağılımın görüldüğü durumlarda parametrik testler, normal dağılımın görülmeyen durumlarda ise non-parametrik testler kullanılmıştır.

Eğitim araştırmaları kapsamında, öğretim yöntemlerinin etkilerinin değerlendirilebilmesi için öğrencilerin ön test ve son test başarı puanları analiz edilmektedir (Gravetter ve Wallnau, 2017). Aynı gruba ait (tekrarlı) veya birbirine bağımlı iki gruba yönelik olarak yapılan iki ölçümdeki puanlar normal dağılım gösterdiğinde, testler arasındaki ortalama farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için bağımlı örneklem t-testi (dependent samples t-test) kullanılmaktadır (Büyüköztürk vd., 2024; J. Cohen, 1988). Bağımlı örneklem t-testinin normallik varsayımının karşılanmadığı durumlardaki alternatifi, non-parametrik bir yöntem olan Wilcoxon İşaretili Sıralar testidir (Can, 2024; Field, 2017). Wilcoxon İşaretili Sıralar testi bazı kaynaklarda Wilcoxon T Testi olarak da adlandırılmaktadır (Can, 2018).

İki farklı grubun ortalamalarını karşılaştırmak için kullanılan istatistiksel yöntemlerden biri bağımsız örneklem t-testidir (Mishra vd., 2019; Ross ve Willson, 2017). Bağımsız örneklem t-testi, parametrik bir testtir. Bu testin uygulanabilmesi için; bağımsız iki grubun bulunması, bu grupların normal dağılım göstermesi, bağımlı değişkenin sürekli olması ve varyansların eşit olması gibi varsayımların karşılanması gerekmektedir (Can, 2024; Ross ve Willson, 2017; Tabachnick vd., 2019). Normal dağılım varsayımının geçerli olmadığı durumlarda ise bağımsız örneklem t-testine alternatif olarak Mann-Whitney U testi kullanılmaktadır (Büyüköztürk, 2024; Pett, 2016). Bu test, iki bağımsız grubun ortanca değerlerini kıyaslayarak gruplar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için yaygın olarak kullanılan non-parametrik testlerden birisidir (Mann ve Whitney, 1947).

İstatistiksel bulguların anlamlılığının sorgulanması eğitim araştırmaları için oldukça önemlidir (Özsoy ve Özsoy, 2013). Yalnızca istatistiksel anlamlılığa ilişkin veriler (p değeri gibi), bir sonucun önemini ifade etme açısından yetersiz kalacaktır (Cohen, 1988). Etki büyüklüğü, istatistiksel olarak anlamlı olmanın da ötesine geçerek araştırmada elde edilen sonuçların gerçek yaşamdaki önemini anlatmaya yarayan kritik bir araçtır. Bu bağlamda yalnızca “p” değerlerini dikkate almak yerine etki büyüklüğünü raporlayarak yorumlamak, araştırma bulgularının daha kapsamlı ve isabetli bir şekilde değerlendirilmesine olanak tanımaktadır (Gagnier ve Morgenstern, 2017; Kaptein ve Robertson, 2012; Stang vd., 2010). Etki büyüklüğünü hesaplamak

için birçok yöntem önerilmektedir. Etki büyüklüğünü hesaplama yöntemleri; araştırmanın doğasına, hipotez yapısına ve veri tipine bağlı olarak değişkenlik göstermekle birlikte en yaygın kullanılan yöntemlerden birisi de Cohen d istatistiğidir. Cohen d hesaplaması için iki grubun ortalamaları arasındaki fark, ortalama standart sapmaya bölünür (Cohen, 1988). Bu hesaplama normal dağılım gösteren verilerin yorumlanması açısından uygun olmakla birlikte, normal dağılım göstermeyen verilerde ve eşit olmayan varyanslarda yorumlanırken dikkatli olunması tavsiye edilmektedir (Hedges, 2025). Bu çalışmada parametrik testlerden olan t testinin sonucunda istatistiksel olarak anlamlı farklılık olduğu görülen durumlarda anlamlılığın düzeyini belirlemek amacıyla etki büyüklüğü (Cohen d) hesaplanmıştır. Etki büyüklüğü değeri işarete bakılmaksızın yorumlanmaktadır (Büyüköztürk, 2024). Etki büyüklüğü değeri 0,2 civarındaysa küçük etki; 0,5 civarındaysa orta etki; 0,8 civarındaysa büyük etkinin var olduğu ifade edilmektedir (Cohen, 1988). Ayrıca etki büyüklüğünün 1 ve üzerinde bir değer çıkması durumunda ise çok büyük bir etkinin varlığından söz etmek mümkündür (Leech vd., 2013).

Bulgular bölümünde normallik testlerine ait sonuçlar paylaşılarak bu sonuçlara uygun gelen testlerin kullanılmasıyla elde edilen veriler tablolastırılmıştır. Bulgular bölümündeki sonuçlara göre kullanılan testler Tablo 3.8’de özet olarak verilmiştir.

Tablo 3.8 Nicel veri analizinde kullanılan istatistiksel testler

Karşılaştırma	Normal Dağılıma Uygunluk	Kullanılan Test
Deney ve Kontrol Grubu (Akademik Başarı Ön Test)	Uygun Değil	Mann Whitney U testi
Deney Grubu (Akademik Başarı Ön Test-Son Test)	Uygun Değil	Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi
Kontrol Grubu (Akademik Başarı Ön Test-Son Test)	Uygun Değil	Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi
Deney ve Kontrol Grubu (Akademik Başarı Son Test)	Uygun	Bağımsız Örneklem t-testi
Deney ve Kontrol Grubu (Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi)	Uygun Değil	Mann Whitney U testi

3.7.2 Nitel Veri Analizi

Nitel veri analizi, sayısal olmayan, görsel veya metinsel verilerin sistematik bir biçimde incelenmesi, yorumlanması ve anlamlandırılması sürecini içermektedir (Creswell, 2013). Nicel veri analizinden farklı olarak sayısal verilerin yerine kelimeler, söylemler, gözlem ve görüşler belli bir tema ve kavramsal ilişkiler çerçevesinde analiz edilmektedir (Merriam ve Tisdell, 2016; Patton, 2015). Nitel veri analizi; veri toplama, verilerin düzenlenmesi ve kodlama, tema geliştirme ile yorumlama ve raporlama aşamalarından oluşmaktadır (Miles vd., 2020). Bu doğrultuda yapılan kodlamalar ve kurulan kavramsal ilişkiler yoluyla araştırma sonunda bir anlam üretilmektedir.

Matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışlarının tespitini yapabilmek için akademik başarı testindeki bazı sorular dikkate alınarak 7 matematik öğretmeni adayı ile yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir. Sorular belirlenirken öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışlarını incelemeye elverişli olanları tercih edilmiştir. Görüşme esnasında öğretmen adaylarından izin alındıktan sonra ses kayıt cihazı kullanılarak öğretmen adaylarına başarı testinde yapmış oldukları cevaplara yönelik sorular yöneltilmiştir. Yapılan görüşme sohbet havasında gerçekleştirilerek öğretmen adaylarının yöneltilen sorulara içtenlikle cevap vermesi sağlanmıştır. Vermiş oldukları cevapların nedenini ifade edebilmeleri için öğretmen adaylarına yeterli zaman tanınmıştır. Ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınan veriler transkript edilerek bilgisayara aktarılmıştır. Bu verileri analiz etmek için içerik analizi tekniğinden faydalanmıştır. İçerik analizi; eğitim bilimleri, sosyal bilimler, sağlık bilimleri ve psikoloji başta olmak üzere birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır (Balcı, 2022).

Çalışmada, ilgili alt problem kapsamında deney grubunda yer alan matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli matematik öğretimi hakkındaki görüşlerinin alınması amacıyla uygulanan görüş formlarından elde edilen veriler analiz edilmiştir. Katılımcıların görüş formuna vermiş oldukları yanıtlar değerlendirilirken içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizi yöntemi; medya çalışmaları, pazarlama, eğitim araştırmaları ve psikoloji başta olmak üzere birçok disiplinde

sıklıkla kullanılmaktadır. İçerik analizi, yazılı bir formatta bulunan veri içeriğinin objektif bir biçimde belli bir prosedür takip ederek incelenmesini temel almaktadır (Krippendorff, 2019). İçerik analizi yapılırken toplanan veriler anlamlı kategorilere ayrılarak kodlanır. Daha sonra bu kodlar da benzer özelliklere göre gruplandırılarak tema haline dönüştürülür. Bulguların araştırma sorusu çerçevesinde değerlendirilmesiyle analiz ve raporlama işlemi yapılarak sonuçlar sistematik bir biçimde sunulur (Çepni, 2010; Elo ve Kyngäs, 2008; Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu bağlamda, görüş formunda yer alan soruların değerlendirilmesi için öğretmen adaylarının her birinin vermiş oldukları cevaplar incelenerek kodlanmıştır. Birbiriyle ilişkili ve benzer özellik taşıyan veriler, belli temalar çerçevesinde düzenlenip ortak bir kategori altında toplanmıştır. Elde edilen nitel veriler sayısallaştırılarak frekans tablosu halinde düzenlenmiştir.

Görüş formu sonuçları değerlendirilirken kodlamanın güvenilirliğini artırma ve değerlendirmede ortaya çıkabilecek öznelliği engellemek amacıyla farklı bir araştırmacı tarafından bağımsız bir değerlendirmede bulunulmuştur. Miles ve Huberman (1994)'ın "uyuşma yüzdesi" (intercoder reliability/agreement coefficient), nitel veri analizinde araştırmacılar arası kodlama tutarlılığını ölçmek için kullanılan yöntemlerden bir tanesidir. Miles ve Huberman (1994), uyuşma yüzdesini aşağıdaki formüle göre hesaplamaktadır:

$$Uyuşma\ Yüzdesi = \frac{Görüş\ Birliği}{Görüş\ Birliği + Görüş\ Ayrılığı} \times 100$$

Her iki araştırmacının bağımsız değerlendirmeleri arasındaki uyum, Miles ve Huberman'ın (1994) uyuşma yüzdesi formülü ile hesaplanarak %89 olarak bulunmuştur. Yapılan hesaplamada bulunan değer %70'ten büyük bir değer çıkması, yapılan analizin güvenilir olduğunu ifade etmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Ayrıca uyuşmazlığın görüldüğü kodlamalarla ilgili olarak bağımsız değerlendiriciler bir araya gelerek görüş alışverişinde bulunmuşlardır. Bunun sonucunda ise görüş ayrılıklarının yaşandığı kategori ve temalara ilişkin ortak bir karara varılmıştır.

3.8 Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Araştırmada yer alan veri toplama araçlarının geçerliği ve güvenirliliğine ait bilgiler “veri toplama araçları” başlığı altında her bir veri toplama aracı için tek tek ifade edilmiştir. Pilot çalışmada normal dağılım başarı testi ve normal dağılım problem çözme beceri testine ait madde analizleri yapılarak testler uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Bu bölümde ise genel olarak araştırmanın geçerliği ve güvenirliliğini sağlamak için yapılan çalışmalar hakkında bilgilere yer verilmiştir. Bir araştırmada elde edilen bulguların güvenilir olabilmesi ve başkaları açısından inandırıcı özellikte olması için çalışmanın titizlikle yürütülmesi gerekmektedir (Merriam, 2014). Araştırmalarda yapılan geçerlik ve güvenirlilik çalışmaları temel itibarıyla sonuçların inandırıcılığını sağlama amacı taşımaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Geçerlik, ölçme aracının ölçmek istediği kavramı ne derece doğru ölçtüğünü ifade etmektedir (Büyüköztürk vd., 2015). Güvenirlilik ise bir ölçme aracının her defasında tutarlı ve kararlı sonuçlar verme derecesini ifade etmektedir (Field, 2017). Geçerli bir ölçme aracı aynı zamanda güvenilir bir araçtır. Çünkü bir ölçme aracı için geçerli olma durumunun ön koşulu güvenirliliğin sağlanmasıdır (Baştürk vd., 2013; Karasar, 2024).

Araştırmanın iç geçerliğini sağlama amacıyla her iki grubun da akademik başarı düzeylerinin denk olup olmadığını ölçmek için gruplara ön test uygulanmıştır. Ön test sonuçları incelendiğinde her iki grubun birbirine denk gruplar oldukları görülmektedir. Bu durum uygulamadan sonra görülecek olan farklılığın uygulama öncesinde gruplar arasındaki akademik başarı farkından kaynaklanmadığını göstermektedir. Hem deney grubu hem de kontrol grubunda yer alan öğretim uygulamaları aynı araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Ayrıca uygulama bitiminde gerçekleştirilen testler ve değerlendirmeler aynı araştırmacı tarafından yapılmıştır. Veri toplama araçlarının uygulama süresi de her iki gruptaki matematik öğretmen adayları için aynı olacak şekilde ayarlanmıştır. Böylece uygulama sonrasında her iki grup arasında meydana gelebilecek olan farklılıkların uygulayıcı ya da uygulama süresi gibi faktörlere bağlanmasının önüne geçilmiştir.

Yarı deneysel desenlerde grupların rastgele atanmaması, çalışmanın iç geçerlik riskini artırmaktadır. Deney ve kontrol gruplarının birbirine denk gruplar olarak seçilmesi ve

sınıfların deney ve kontrol grubu olarak rastgele belirlenmesi, iç geçerliği arttıran sebeplerdendir. Bu bağlamda yarı deneysel çalışmalarda iç geçerliği artırmak için grupların başlangıçtaki özellikleri kontrol edilerek karıştırıcı değişkenlerin etkileri sınırlandırılmalıdır (Karasar, 2024). Bu çalışmada seçilen öğrencilerin ilköğretim matematik öğretmenliği programında okuyor olmaları (belli bir puanla seçilmiş öğrenciler), bu öğrencilere ait ön test puanlarının denk çıkması, deney ve kontrol grubunun rastgele seçilmesi, uygulamaların; aynı gün içerisinde, aynı araştırmacı tarafından, eşit sürelerde gerçekleştirilmesi iç geçerliğini artıran sebepler arasında gösterilebilir. Ayrıca çalışmanın istatistiksel geçerliliğini artırmak için, toplanan verilerin dağılımının parametrik özellikte olup olmadığı incelenerek veri analizi buna bağlı olarak gerçekleştirilmiştir.

Güvenirliği ve geçerliği artırmanın bir başka yolu da birden fazla veri kaynağı içeren üçgenleme yöntemlerinin kullanılmasıdır (Cohen vd., 2018). Bu çalışmada karma yöntem tercih edilerek nitel ve nicel veri kaynaklarından gerektiği gibi faydalanılmıştır. Başarı testi, görüş formu ve yarı yapılandırılmış görüşmelerle elde edilen verilerin karşılaştırılması yapılarak veri toplamada derinlik sağlanmıştır. Ayrıca yapılan çalışmada ölçme araçlarının netliğinin sağlanması ve ölçmek istenen özelliğe yönelik ilişki düzeyinin uzmanlar tarafından belirlenmesi, çalışma sonunda elde edilecek bulguların güvenilirliğini artıran nedenler arasında yer almaktadır (Karnia, 2024). Bu çalışmada, etkinliklerin hazırlanmasında, ölçme araçlarının sistematik olarak oluşturulmasında ve elde edilen bulguların yorumlanmasında uzman görüşünden faydalanılmıştır. Bağımsız değişkenlere ait değerlendirmelerdeki uyum yüzdesi Miles ve Huberman (1994)'ın formülü ile hesaplanarak bağımsız değerlendirmeler yoluyla iç geçerliğin sağlanması amaçlanmıştır. Çalışmanın iç geçerliliğini artırmanın bir başka yöntemi de katılımcı onayının sağlanmasıdır. Ses kayıt cihazı kullanılarak yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelere ilişkin hazırlanan transkriptler öğretmen adaylarına gösterilerek görüşmelerde elde edilen veriler teyit edilmiştir.

Çalışmanın dış geçerliğini artırmaya yönelik olarak Büyüköztürk vd. (2015) ile Miles ve Huberman (1994)'ın çalışmalarında ifade ettikleri gibi araştırma sürecine ilişkin her bir aşama ayrıntılı bir şekilde tanımlanmaya çalışılmış, buna bağlı olarak gerçekleşen

veri analizi ve elde edilen bulgu ve sonuçlar ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Böylece elde edilen sonuçların farklı araştırmacılar tarafından anlaşılmasının kolay olması ve benzer ortamlarda gerçekleşecek olan uygulamanın tekrarlanabilirliğinin sağlanması amaçlanmıştır. Ayrıca bir çalışmada dış geçerliğini artırmanın bir başka yolu da amaçlı örnekleme yöntemini kullanmaktır. Amaçlı örnekleme, bir olguyu kapsamlı bir şekilde anlayabilmek için kritik durumları ya da katılımcıları seçerek geçerliği artırmayı sağlamaktadır (Patton, 2015). Bu çalışmanın örneklem grubunu normal dağılım konusunun öğretim programlarında yer aldığı grup olan ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Örnekleme seçimi amaçlı olarak yapılmıştır. Bununla birlikte yarı yapılandırılmış görüşme için her iki gruptan da farklı başarı seviyelerinden öğrencilerin seçilmesi amaçlı örneklemenin yapıldığını göstermektedir.

3.9 Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, çalışmanın problem durumunu ve bu problem durumuna ait alt problemleri belirleyerek, araştırma sürecini bilimsel temellere uygun olacak şekilde yapılandırmıştır. Araştırmada, çalışmanın temel amacı göz önünde bulundurularak araştırma deseni olarak açıklayıcı sıralayıcı desenin kullanılmasına karar verilmiştir. Araştırma sürecinin tasarlanması ve planlanmasında, her iki gruptaki öğretim etkinliklerinin gerçekleştirilmesinde, veri toplama sürecinde, verilerin analizi ve yorumlanmasında ve bu verileri raporlama sürecinde araştırmacı etkin bir rol üstlenmiştir. Araştırmacı öncelikle argümantasyon temelli öğretimin hangi konuda gerçekleşeceğine karar vermiştir. Daha sonra akademik başarıları ve problem çözme becerilerini ölçmek için oluşturulan akademik başarı testi, normal dağılım problem çözme beceri testi, görüş formu ve yarı yapılandırılmış görüşme gibi araçların geliştirilmesinde ve seçilmesinde görev almıştır. Deney grubunda argümantasyon temelli öğretimin gerçekleştirilmesinde ve kontrol grubunda mevcut öğretim yöntemiyle öğretimin gerçekleştirilmesinde 5 haftalık süreçte doğrudan uygulayıcı rolü üstlenmiştir. Ders içerikleri araştırmacı tarafından planlanarak etkinlikler yürütülmüş, öğrenci etkileşimleri doğrudan gözlemlenmiştir. Öğrencilere testlerin uygulanmasında ve görüşmenin birebir yapılmasında araştırmacı doğrudan görev almıştır.

Araştırmacı, araştırmanın nicel boyutu kapsamında öğrencilere akademik başarı testi ve normal dağılım problem çözme becerisi testini uygulamıştır. Bu testlerden akademik başarı testinin ön test-son test biçiminde uygulanmasıyla birlikte öğrencilerin öğrenme süreci boyunca gösterdikleri bilişsel gelişimleri ölçülmüştür. Nitel veri toplama sürecinde ise yarı yapılandırılmış görüşme ve görüş formundan yararlanılmıştır. Görüşmeler araştırmacı tarafından doğrudan gerçekleştirilmiş ve ses kaydı alınarak veri güvenilirliğinin sağlanması ve veri kaybının önlenmesi amaçlanmıştır.

Araştırmacı, toplanan nicel verileri uygun istatistiksel yöntemler kullanarak analiz etmiş, öğrencilerin akademik başarı düzeylerindeki değişimi ve normal dağılım problem çözme becerileri durumlarını ortaya koymuştur. Nitel veriler ise içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Öğrenci ifadeleri kodlanarak, temalar oluşturulmuş ve bu temalar yorumlanmıştır. Böylece öğretim sürecinin öğrencilerin düşüncelerine ve deneyimlerine nasıl yansıdığı kapsamlı olarak incelenmiştir. Ayrıca öğrencilerin belirlenen kavramsal sorulara nasıl cevap verdikleri görüşmelerde ele alınarak kavramsal anlayışları incelenmiştir. Araştırmacı, elde ettiği bulguları nesnel bir bakış açısıyla değerlendirerek ulaştığı sonuçları ilgili literatür ile ilişkilendirmiştir. Ulaşılan sonuçlar, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarıları ve matematiksel problem çözme becerisine olan etkisini açıklayıcı bir nitelikte olacak şekilde raporlanmıştır. Elde edilen bulgular doğrultusunda öneriler geliştirilerek araştırmanın alanyazına olan katkıları tartışılmıştır. Ayrıca araştırmacı yapılan çalışmanın tamamında etik kuralları göz önünde bulundurarak hareket etmiş, çalışmada yer alan katılımcıların gönüllü olarak etkinliklere katılımını sağlamıştır. Araştırmada elde edilen verilerin gizliliğine dikkat edilerek katılımcıların kişisel hakları göz önünde bulundurulmuş, araştırmanın güvenilirliği ve geçerliğinin sağlanması amaçlanmıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın her bir alt problemi için elde edilen bulgular sırasıyla sunulmuştur. Bu alt problemlere ilişkin bulgular tablo halinde gösterilerek yorumlanmıştır.

4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın birinci alt problemi kapsamında “Deney ve kontrol grubunun ön test başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aramak için ön test olarak uygulanan başarı testinden toplanan veriler doğrultusunda bulgular elde edilmiştir. Bu alt problem kapsamında öncelikle deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin Akademik Başarı Ön Test puanlarına ilişkin normallik testi yapılmıştır. Bunun için Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri dikkate alınmıştır. Normallik testi sonuçlarına göre hem deney hem de kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarının ön test puanlarının normal dağılım göstermediği ($p_{\text{deney}} < 0,05$ ve $p_{\text{kontrol}} < 0,05$) tespit edilmiştir. Shapiro-Wilk testinden elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar Tablo 4.1’de gösterilmiştir.

Tablo 4.1 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Ön Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları

Grup	N	W	p
Kontrol	25	0,799	0,001
Deney	22	0,790	0,001

Normallik testi sonuçları göz önünde bulundurulduğunda hem deney hem de kontrol grubu akademik başarı ön test puanlarının normal dağılım göstermediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle her iki grubun ön test başarı puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınamak için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney U testi kullanılmıştır. Mann Whitney U testine ait sonuçlar Tablo 4.2’de gösterilmiştir.

Tablo 4.2 Deney ve Kontrol Grubu Akademik Başarı Ön Test Puanlarına İlişkin Mann Whitney U Testi sonuçları

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kontrol	25	24,62	615,5	259,5	0,718
Deney	22	23,3	512,5		

Tablo 4.2 incelendiğinde; deney ve kontrol grubu öğrencilerinin akademik başarı ön test puanlarının sıra ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır ($U=259,5$, $p>0,05$). Bu bağlamda deney ve kontrol gruplarının araştırma konusuna ilişkin akademik başarılarının uygulama öncesinde denk olduğu söylenebilir.

4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın ikinci alt problemi kapsamında “Kontrol grubunun ön test başarı puanı ile son test başarı puanı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aranmıştır. Bu alt problem kapsamında, kontrol grubunda gerçekleştirilen Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin anlamlı farkın sınanabilmesi için öncelikle normallik testi sonuçları göz önünde bulundurulmuştur. Bu doğrultuda Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri birlikte dikkate alınmıştır. Normallik testi sonuçları değerlendirildiğinde, kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarının ön test puanlarının normal dağılım göstermediği, fakat son test puanlarının normal dağılım gösterdiği ($p_{\text{ön test}} < 0.05$ ve $p_{\text{son test}} > 0.05$) tespit edilmiştir. Shapiro-Wilk testinden elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar Tablo 4.3’te gösterilmiştir.

Tablo 4.3 Kontrol grubu Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları

Ölçüm Türü	N	W	p
Ön Test	25	0,799	0,001
Son Test	25	0,931	0,093

Normallik testi sonuçları dikkate alındığında, kontrol grubuna ait son test puanları normal dağılım gösterirken bu gruba ait ön test puanlarının normal dağılım göstermediği görüldüğü için sonuçların analizinde non-parametrik testlerden biri olan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Uygulanan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine ait sonuçlar Tablo 4.4'te gösterilmiştir.

Tablo 4.4 Kontrol grubunun Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* sonuçları

Ön-Son Test Başarı	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00		
Kontrol Pozitif Sıra	25	13,00	325,00	-4,376	0,001
Eşit	0				

Tablo 4.4 incelendiğinde; Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine göre, p değeri 0,05'ten küçük olduğu için istatistiksel olarak son test puanları lehine anlamlı bir farklılık görülmektedir. Bu sonuç, Akademik Başarı Son Testte kontrol grubundaki öğrencilerin Akademik Başarı Ön Teste göre daha yüksek puanlar aldıklarını göstermektedir. Ayrıca kontrol grubunda yer alan tüm katılımcıların son test puanlarının, ön test puanlarından yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Bu bulgu, mevcut öğretim yönteminin akademik başarıyı sağladığını göstermektedir.

4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın üçüncü alt problemi kapsamında “Deney grubunun ön test başarı puanı ile son test başarı puanı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aranmıştır. Bu alt problem kapsamında, deney grubunda gerçekleştirilen Akademik Başarı Ön Test ve Akademik Başarı Son Test puanlarına ilişkin anlamlı farkın olup olmadığını belirlemek için öncelikle normallik testi sonuçları göz önünde bulundurulmuştur. Bu doğrultuda Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri birlikte dikkate alınmıştır. Normallik testi sonuçları değerlendirildiğinde, deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının ön test puanlarının normal dağılım göstermediği, fakat son test puanlarının

normal dağılım gösterdiği ($p_{\text{ön test}} < 0,05$ ve $p_{\text{son test}} > 0,05$) tespit edilmiştir. Shapiro-Wilk testinden elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar Tablo 4.5'te gösterilmiştir.

Tablo 4.5 Deney grubu Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları

Ölçüm Türü	N	W	p
Ön Test	22	0,790	0,001
Son Test	22	0,933	0,140

Normallik testi sonuçları incelendiğinde, deney grubuna ait son test puanları normal dağılım gösterirken, bu gruba ait ön test puanlarının normal dağılım göstermediği anlaşıldığı için sonuçların analizinde non-parametrik testlerden biri olan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi kullanılmıştır. Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine ait sonuçlar Tablo 4.6'da gösterilmiştir.

Tablo 4.6 Deney grubunun Akademik Başarı Ön Test-Son Test puanlarına ilişkin *Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi* sonuçları

Ön-Son Test Başarı	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00		
Deney Pozitif Sıra	22	11,50	253,00	-4,121	0,001
Eşit	0				

Tablo 4.6 incelendiğinde; Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine göre, p değeri 0,05'ten küçük olduğu için istatistiksel olarak son test puanları lehine anlamlı bir farklılık görülmektedir. Bu sonuç, Akademik Başarı Son Testte deney grubu öğrencilerinin Akademik Başarı Ön Teste göre daha yüksek puanlar aldıklarını göstermektedir. Ayrıca deney grubundaki tüm katılımcıların son test puanlarının, ön test puanlarından yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Bu durum, uygulanan öğretimin başarıyı artırdığına dair elde edilen önemli bir bulgudur.

4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın dördüncü alt problemi kapsamında “Deney ve kontrol grubunun son test başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aranmıştır. Bu alt problem kapsamında, son test olarak uygulanan başarı testinden alınan puanlarına ilişkin iki grup arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını belirlemek için öncelikle grup puanlarının normallik testi sonuçları göz önünde bulundurulmuştur. Bunun için Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri birlikte ele alınmıştır. Normallik testi sonuçları incelendiğinde hem deney hem de kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarının son test puanlarının normal dağılım gösterdiği ($p_{\text{deney}} > 0,05$ ve $p_{\text{kontrol}} > 0,05$) tespit edilmiştir. Shapiro-Wilk testinden elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar Tablo 4.7’de gösterilmiştir.

Tablo 4.7 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Son Test puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları

Grup	N	W	p
Kontrol	25	0,931	0,093
Deney	22	0,933	0,140

Tablo 4.7’de yer alan sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda hem deney hem de kontrol grubu akademik başarı son test puanlarının normal dağılım gösterdiği anlaşıldığı için, iki grup arasında karşılaştırma yaparken parametrik bir test olan Bağımsız Örneklem t-testi kullanılmıştır. Bağımsız Örneklem t-testine ait sonuçlar Tablo 4.8’de gösterilmiştir.

Tablo 4.8 Deney ve kontrol grubu Akademik Başarı Son Test puanlarına ilişkin *Bağımsız Örneklem t-testi* sonuçları

Grup	N	$\bar{X}$	SS	t	sd	p	Etki Büyüklüğü
Kontrol	25	12,4	6,298	-6,01	45	0,001	1,757
Deney	22	20,95	2,34				

Tablo 4.8 incelendiğinde, matematik öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanlar $[t(45) = -6,01; p=0,001]$ istatistiksel olarak deney grubu lehine anlamlı bir farklılık göstermektedir. Bu doğrultuda deney grubunun puan ortalaması 20,95 iken kontrol grubunun puan ortalamasının 12,4 olduğu görülmektedir. Bu sonuç, deney grubundaki öğretmen adaylarının Akademik Başarı Son Test puanlarının kontrol grubundaki öğretmen adaylarına göre daha yüksek olduğunu göstermektedir. Ayrıca tabloda Cohen d etki büyüklüğü değerine bakıldığında (1,757) “yüksek düzeyde” bir etki büyüklüğünün olduğu görülmektedir. Bu nedenle deney grubunda gerçekleştirilen öğretimin öğretmen adaylarının Akademik Başarı Son Test puanları üzerinde yüksek düzeyde etkili olduğu söylenebilir.

4.5 Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Çalışmanın dördüncü alt problemi kapsamında “Deney ve kontrol grubunun normal dağılım problem çözme becerisi başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna cevap aranmıştır. Bu alt probleme bağlı olarak deney ve kontrol grubunda yer alan matematik öğretmen adaylarının normal dağılım problem çözme becerisi başarı puanları arasında anlamlı bir farkın olup olmadığını kontrol etmek ve bu doğrultuda yapılacak teste karar verebilmek için grup puanlarının normallik testi sonuçları göz önünde bulundurulmuştur. Bunun için Shapiro-Wilk testi ile çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) değerleri bütüncül olarak ele alınmıştır. Her iki grup puanları için yapılan normallik testi sonuçlarına göre; kontrol grubunun normal dağılım problem çözme becerisi testinden elde edilen puanları normal dağılım göstermekte iken ($p_{\text{kontrol}} > 0,05$) deney grubunun puanlarının normal dağılım göstermediği ($p_{\text{deney}} < 0,05$) tespit edilmiştir. Shapiro-Wilk testinden elde edilen bulgulara ilişkin sonuçlar Tablo 4.9’da verilmiştir.

Tablo 4.9 Deney ve kontrol grubu Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi puanlarına ilişkin Shapiro-Wilk normallik testi sonuçları

Grup	N	W	p
Kontrol	25	0,939	0,142
Deney	22	0,897	0,025

Tablo 4.9’da yer alan sonuçlar göz önünde bulundurulduğunda, kontrol grubu puanlarının normal dağılım gösterdiği halde deney grubu puanlarının normal dağılım göstermediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle her iki grubun ön test başarı puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınamak için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney U testinin kullanılması uygun görülmüştür. Uygulanan Mann Whitney U testine ait sonuçlar Tablo 4.10’da gösterilmiştir.

Tablo 4.10 Deney ve kontrol grubu Normal Dağılım Problem Çözme Beceri Testi puanlarına ilişkin Mann Whitney U Testi sonuçları

Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kontrol	25	16,62	415,5	90,5	<0,001
Deney	22	32,39	712,5		

Tablo 4.10 incelendiğinde; deney ve kontrol grubu arasında, deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir ($U = 90,5$; $p < 0,001$). Her iki grubun sıra ortalamalarına bakıldığında, deney grubunun ($MR = 32,39$; $n = 22$) kontrol grubuna kıyasla ($MR = 16,62$; $n = 25$) anlamlı düzeyde daha yüksek puanlara sahip olduğu görülmektedir.

4.6 Araştırmanın Altıncı Alt Problemine İlişkin Bulgular

Bu kısımda, araştırmanın altıncı alt problemi olan “Deney grubunda yer alan öğrencilerin argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşleri nelerdir?” sorusuna cevap aramak için toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır.

4.6.1 Argümantasyon Temelli Öğretimin Verimliliğine İlişkin Katılımcı Görüşleri

Görüş formunda “Argümantasyon temelli matematik öğretiminin verimliliğine ilişkin düşünceleriniz nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayınız.” şeklinde

yer alan ilk soruya ilişkin öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar analiz edilerek Tablo 4.11’de gösterilmiştir.

Tablo 4.11 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki birinci soruya verdikleri cevaplar

Tema	Kategori	Kod	f
Argümantasyon temelli matematik öğretiminin verimliliği	Öğrenme kalitesi	Kalıcı öğrenmeyi sağlama	6
		Keşif yoluyla öğrenmeyi sağlama	3
		Farklı bakış açısı kazandırma	3
		Kavramsal anlamayı derinleştirme	2
		Öğrenmeyi kolaylaştırma	1
	Derse katılım ve motivasyon	Eğlenceli ders ortamı sunma	8
		Aktif katılımı teşvik etme	6
		Odaklanmayı artırma	2
	Beceri gelişimi	Eleştirel düşünmeyi teşvik etme	4
		Akıl yürütme becerisini geliştirme	2
		Hayat becerisi kazandırma	1
	Öğretim ortamının yapısı	Bilimsel tartışma ortamı	4
		Etkileşimli öğrenme ortamı	4
	İleriye yönelik faydası	Bir sonraki derse hazırlama	3

Tablo 4.11 incelendiğinde katılımcıların tamamının argümantasyon temelli öğretimin verimliliğine ilişkin olumlu görüş belirttikleri görülmektedir. Bu durum soru kökünde yer alan “verimliliğine ilişkin düşünceleriniz” ifadesinden kaynaklanabilir. Bu nedenle öğrenciler, bu soruda yalnızca verimliliği dikkate alarak çalışmanın verimli olan yönlerinden bahsetmiş olabilirler. Katılımcı görüşleri dikkate alındığında yöntemin; eğlenceli ders ortamı sunması, derse aktif katılımı teşvik etmesi, kalıcı öğrenmeler sağlama, bilimsel tartışma ve etkileşimli öğrenme ortamı sunması gibi yönlerine vurgu yapıldığı belirlenmiştir. Katılımcıların önemli bir kısmı (f=6), öğrenme kalitesi açısından argümantasyon temelli öğretimin kalıcı öğrenmeyi sağladığını ifade etmişlerdir. Bu durum öğretmen adaylarının; “Bence çok daha verimli ve kalıcı bir

öğrenme sağlıyor.”, “Sınıfımızda farklı fikirleri tartışarak konuyu öğrenmemiz bilgilerin kalıcılığını arttırdı.” ve “Konuyu tartışma ortamı üzerinden öğrenmek kalıcılığı sağlıyor.” şeklindeki ifadelerinde belirgin bir şekilde görülmektedir.

Argümantasyon temelli öğretimin öğretmen adaylarının derse katılımını ve motivasyonlarını önemli düzeyde artırdığı ifade edilmektedir. Katılımcılar önemli bir kısmı bu yöntemin eğlenceli bir ders ortamı sunduğu (f=8) ve aktif katılımı teşvik ettiği (f=6) yönünde görüş bildirmişlerdir. Katılımcıların; “Eğlenerek sohbet eşliğinde ders işledik. Keyifliydi.”, “Tartışarak anlamak daha zevkli.”, “Dersler aktif olarak işlendi. Derse katılım açısından gayet iyiydi.” ve “Sınıf içinde çok aktif olundu” şeklindeki ifadelerinde bu durumu görmek mümkündür.

4.6.2 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğretmen Bakış Açısıyla Avantaj ve Dezavantajlarına Ait Katılımcı Görüşleri

Formda yer alan, “Bu öğretim uygulamasını, normal dağılım konusunda argümantasyon temelli yöntemle öğreten bir öğretmenin bakış açısından değerlendirdiğinizde, sizce avantajlar ve dezavantajları nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayınız.” sorusuna ilişkin öğrencilerin verdikleri cevaplar Tablo 4.12’de gösterilmiştir.

Tablo 4.12 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki ikinci soruya verdikleri cevaplar

Tema	Kategori	Kod	f
Öğretmen açısından avantajları	Etkili öğrenme ortamı sağlama	Kalıcı öğrenme sağlama	5
		Aktif katılım sağlama	4
		Keşfederek öğrenmeyi kolaylaştırma	3
		Etkileşimli ve eğlenceli ortam sunma	3
	Bilişsel katkı	Zihinsel gelişim, akıl yürütme becerisi kazandırma	4
		Farklı bakış açılarını görmeyi sağlama	3
	Akademik hazırlık	İleriki konulara katkı sağlama	1
	Zaman yönetimi	Etkinliklerin uzun sürmesi	11

Tablo 4.13'nin devamı

Tema	Kategori	Kod	f
Öğretmen açısından dezavantajları	Sınıf yönetimi	Sınıf yönetimindeki zorluklar	2
	Konu ve yöntemin yapısal zorluğu	Öğretmen için yorucu olması	2
		Formül içeren konularda zorlayıcı olma	2

Tablo 4.12 incelendiğinde katılımcıların, argümantasyon temelli öğretimin öğretmenler açısından olumlu ve olumsuz yanlarına ilişkin çeşitli görüşler bildirdikleri görülmektedir. Uygulamanın zaman alıcı olması (f=11), yöntemin olumsuz taraflarının başında gelmektedir. Katılımcılar, bu yöntemle tasarlanan öğretim etkinliklerinin sürelerinin uzun olması nedeniyle zaman yönetimine ihtiyaç duyulduğunu ve bu durumun öğretmenler için ekstra bir yük getirdiğini ifade etmektedir. Ayrıca yöntem hakkında; öğrenmenin kalıcılığını desteklediği (f=5), öğrencilerin derste aktif olmasını sağladığı (f=4), zihinsel becerileri geliştirmeye yardımcı ettiği (f=4) ve keşfederek öğrenmeyi teşvik eden bir yapısının olduğu (f=3) şeklinde olumlu görüşler belirtilmiştir. Öğretmen adaylarından bazıları bu yöntemi meslek hayatlarında kullanabilecekleri etkili bir yöntem olarak ifade ederken; bazı katılımcılar tarafından ise bu yöntemin sınıf yönetimini zorlaştırabileceği ve bazı öğrencilerin uyum sağlamakta zorlanacağı ifade edilmektedir. Ayrıca formül ağırlıklı konularda bu yöntemi uygulamanın sınırlılıkları hakkında görüş bildirilmiştir. Katılımcıların, yöntemin öğretmenler açısından avantajlarına ilişkin bazı görüşleri; “Avantajları, öğrencinin konuya her yönüyle hemen hemen bakmasını sağlıyor olması. Düşündüğümüz bir fikrin doğruluğunu yanlışlığını farklı fikirler sayesinde temellendirebildik.”, “Avantaj olarak konular daha iyi oturur.”, “Öğrencilerin hepsinin aktif katılımı olacağından, öğrencilerin konudaki yeterliliklerini öğretmen rahatlıkla gözetebilir.” ve “Avantajları, argümantasyon eşliğinde yapılan ders daha kalıcı ve daha çabuk anlamaya yardımcı olacak şekilde.” olarak ifade edilmiştir.

Argümantasyon temelli öğretimin dezavantajlarına yönelik bazı katılımcıları görüşleri; “Öğretmen açısından düşündüğümde uygulaması düz anlatımdan daha zor. Öğrenciler bazen kargaşa çıkarabilir ve zaman daha çok gerekir.”, “Süre konusunda sınıf yönetimi konusunda da öğretmen öğrencilerini yönetmekte zorluk yaşayabilir”,

“Biraz fazla zaman alan bir uygulama.” ve “Dezavantajı ise biraz vakit alıyor olması özellikle de kalabalık grupta yorgunluğa sebep olması.” şeklinde ifade edilmiştir.

4.6.3 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğrenci Bakış Açısıyla Değerlendirilmesine İlişkin Katılımcı Görüşleri

Görüş formunda “Bu öğretim uygulamasını, normal dağılım konusunda argümantasyon temelli olarak öğrenen bir öğrencinin (meslek hayatında karşılaşacağınız öğrenciler) bakış açısından değerlendirdiğinizde, sizce avantajları ve dezavantajları nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayınız.” şeklinde yer alan üçüncü soruya öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar analiz edilerek Tablo 4.13’te gösterilmiştir.

Tablo 4.14 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki üçüncü soruya verdikleri cevaplar

Tema	Kategori	Kod	f
Öğrenci açısından avantajları	Katılım ve etkileşim	Derse etkin katılımı sağlama	6
		Çekingen öğrencileri derse katma	3
		Öğretmen ve öğrenci iletişimini güçlendirme	2
		Akran öğrenmesini destekleme	2
		Sınıf içi etkileşimi artırma	2
		Kalıcı öğrenmeyi destekleme	5
	Öğrenme süreci	Etkili/verimli öğrenmeyi sağlama	3
		Keşfederek öğrenmeyi teşvik etme	2
		Kavramsal anlamayı geliştirme	1
		Eleştirel düşünmeyi teşvik etme	2
	Düşünme ve ifade becerileri	Beyin fırtınası yapmayı teşvik etme	2
		Kendini ifade etme fırsatı sunma	2
		Farklı bakış açılarının görmeyi sağlama	1
		Düşünceleri rahatça ifade etmeyi sağlama	1
		Sorgulama becerisini geliştirme	1
	Motivasyon ve ilgi	Eğlenceli/merak uyandırıcı olma	6
		Öğrencinin motivasyonunu artırma	1

Tablo 4.13 'ün devamı

Tema	Kategori	Kod	f
Öğrenci açısından dezavantajları	Akademik ve sosyal gelişim	Derse odaklanmayı sağlama	1
		Yaşam becerisi kazandırma	2
		Günlük hayatla ilişkili olma	2
		Akademik gelişimi destekleme	1
		Empati kurma becerisini geliştirme	1
	Zaman ve süreç	Çok zaman alması	4
		Etkinlikler uzadıkça yorucu olması	2
		Tartışmalar uzadıkça amaçtan sapma	1
		Uzayan tartışmaların yanlış öğrenmelere yol açması	1
	Uygulanabilirlik sorunları	Her konuya uygun olmama	1
	Bilgi ve kontrol zorlukları	Bilgi kirliliğine yol açabilme	1

Tablo 4.13 incelendiğinde katılımcıların argümantasyon temelli öğretimin öğrenci açısından avantaj ve dezavantajlarına yönelik olarak çeşitli görüşler belirttikleri görülmektedir. Katılımcıların çoğu, argümantasyon temelli öğretimin derse etkin katılımı artırdığını, kalıcı öğrenmeyi sağladığını ve düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik pek çok avantajının bulunduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin argümantasyon temelli öğretimin avantajlarına ilişkin düşünceleri; katılım ve etkileşim, öğrenme süreci, düşünme ve ifade becerileri, motivasyon ve ilgi, akademik ve sosyal gelişim olmak üzere beş ana kategori altında incelenmiştir. Uygulanan öğrenme modelinin; derse etkin katılımı sağladığı (f=6), kalıcı öğrenmeyi desteklediği (f=5), eğlenceli ve merak uyandırıcı olduğu (f=6), çekingen öğrencilerin derse katılmasına yardımcı olduğu (f=3) ve etkili öğrenmeyi sağladığı görüşleri (f=3) en fazla ifade edilen görüşler arasında yer almaktadır. Bu durumu katılımcıların; “Öğrenci açısından dersler eğlenceli hale gelir. En zor konuda bile öğrenci derse katılmak ister.

Soru sormayan öğrenciler de bu yöntemde kolaylıkla sorularını sorabilir. Akranlarıyla beraber tartışması onun için daha iyi olacaktır. Daha ikna edici olacaktır.”, “Öğrenciler için kalıcı olacağını düşünüyorum. Örneğin ben standart sapma formülünü argümantasyon sayesinde kendim bulmuştum. Ve bu formül çok kalıcı oldu. Öğrenciler bu yöntemle sıkılmadan eğlenerek ders işleyebilirler.”, “Merak uyandırıcı olduğu için öğrencinin hep derse odaklı olmasını sağlar.” ve “Bu uygulama derse en pasif olan öğrencinin bile derste aktif olmasını sağlayabilir. Aynı zamanda argümantasyon akran öğrenmesini sağlayacağından, öğrencinin güdülenmesini artıracaktır. Öğrenci için bir dezavantajı olduğunu düşünmüyorum.” şeklindeki ifadelerinde görmek mümkündür.

Katılımcılar tarafından argümantasyon temelli öğretimin dezavantajlarına yönelik ifadeleri ise süreç temelli birtakım zorluklara odaklanmaktadır. Bu dezavantajlar; zaman ve süreç, uygulanabilirlik sorunları, bilgi ve kontrol zorlukları olmak üzere üç kategori altında toplanmıştır. Öğrenme modelinin en çok belirtilen dezavantajı uygulama süresinin çok zaman alması ($f=4$) yönündedir. Bu durum, “Dezavantajı ise çok fazla vakit alması öğrenciyi yorar.”, “Öğrenciler açısından aktif olur ama yorucu da olabilir. Bir tartışma ortamı hâkim olduğu için beyin yorucu olabilir.”, “Ama her konu için uygulanabilirliği sorgulanır. Dezavantajı da budur.” ve “Dezavantajı ise fikirlerin tartışıldıktan sonra doğru sonuca bağlandığı aralıkta dikkati dağılmış olan öğrenci yanlış düşünceleri doğru bilgi gibi kabul edebilir.” şeklindeki ifadelerde ortaya çıkmaktadır.

4.6.4 Argümantasyon Temelli Öğretimin Öğretmenlik Eğitimi Açısından Katkılarına İlişkin Katılımcı Görüşleri

Görüş formunda “Argümantasyon temelli öğretim uygulamasının, bir öğretmen adayı olarak size (öğretmenlik eğitiminize) sağladığı katkılar nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayınız.” şeklinde yer alan dördüncü soruya ilişkin öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar analiz edilerek Tablo 4.14’te gösterilmiştir.

Tablo 4.15 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki dördüncü soruya verdikleri cevaplar

Tema	Kategori	Kod	f
Argümantasyon uygulamasının öğretmen adaylarına katkıları	Bilişsel kazanımlar	Kalıcı öğrenmeyi sağlama	6
		Farklı bakış açıları kazandırma	4
		Eleştirel düşünme becerisi kazandırma	2
	Mesleki gelişim	Meslek hayatında uygulama isteği oluşturma	6
		Mesleki farkındalık sağlama	4
	Sosyal ve duyuşsal kazanımlar	Aktif katılımı sağlama	3
		Özgüven gelişimine katkı sağlama	1

Tablo 4.14 incelendiğinde katılımcıların, argümantasyon temelli öğretimin kendilerine sağladığı birçok katkının olduğunu ifade ettikleri görülmektedir. Bu katkılar arasında; kalıcı öğrenmeyi sağlama (f=6), meslek hayatında uygulama isteği oluşturma (f=6), mesleki farkındalık kazandırma (f=4) ve farklı bakış açıları kazandırma (f=4) ile ilgili kazanımların öne çıktığı görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu soru için vermiş oldukları cevaplardan bazıları; “Derste yeni şeyler için tartışmanın verimini görmüş olduk.”, “Tartışma ortamında yani herkesin fikirlerini söylediği ortamda öğrenmenin ne kadar etkili olduğu anlaşılmıştır. Bu yöntem öğretmenlik hayatımda uygulayacağım bir yöntemdir.”, “Cevabı öğrencilere buldurarak etkili, kalıcı öğrenme sağlanır. Tüm öğrenciler derste aktif olurlar. Bu onların özgüvenini geliştirir. Başaracaklarını inandırır, başarı kendiliğinden gelir.” ve “Ben şahsen hiçbir derste katılım sağlamayan en arkada oturup soruyu çözse bile cevabını vermeyen bir insandım. Bu metotla ders işlendiğinin dördüncü haftası da olsa kendi fikrimi belirtip arkadaşlarımı ikna etmek için tahtaya çıktım.” şeklinde ifade edilmiştir.

4.6.5 Argümantasyon Temelli Öğretimin Hangi Matematik Konularında Uygulanabileceğine Yönelik Katılımcı Görüşleri

Formda yer alan “Argümantasyon temelli öğretim uygulamasının uygulanabileceğini düşündüğünüz diğer matematik konuları nelerdir? Düşüncelerinizin nedenlerini açıklayınız.” şeklindeki beşinci soruya katılımcıların vermiş oldukları yanıtlar analiz edilerek Tablo 4.15’te gösterilmiştir.

Tablo 4.16 Deney grubu öğrencilerinin görüş formundaki beşinci soruya verdikleri cevaplar

Tema	Kategori	Kod	f
Argümantasyon temelli öğretimin matematik konularına uygunluğu	Olasılık ve İstatistik	Kombinasyon, binom, olasılık	3
		İstatistik	3
		Veri analizi	1
	Sayılar ve İşlemler	Tam sayılar	2
		Sayılar ve sayı doğrusu	2
		Çarpanlar ve katlar	1
		Kareköklü sayılar	1
	Geometri	Geometri	3
	Analitik ve Fonksiyonel Konular	Fonksiyonlar	1
		Analiz	1
	Pedagogik Kriterlere Uygunluk	Kavram yanılgılarının olduğu konular	1
		Tartışmaya elverişli konular	1
		Zor konular	1
	Genel Uygulanabilirlik	Tüm/genel matematik konuları	8

Tablo 4.15 incelendiğinde matematik öğretmen adaylarının önemli bir kısmı (f=8) argümantasyon temelli öğretimin sadece belli konular için değil, genel olarak çoğu matematik konusuna uygulanabilirliği konusunda görüş belirtmişlerdir. Bu yöntemin matematikteki çeşitli birtakım konular özelinde etkili olacağı belirtilmekle birlikte, özellikle kombinasyon, binom, olasılık, istatistik ve geometri gibi yorum isteyen ve

kavramsal açıklamaların ön planda olduğu konularda bu yöntemin kullanılmasının uygun olacağı ifade edilmiştir. Ayrıca matematikte öğrencilerin kavram yanılgıları yaşadıkları, görüş ayrılıklarına neden olabilecek düzeyde yoruma açık ve anlamakta zorlandıkları konularda bu öğretim yaklaşımının etkili olabileceği bazı katılımcılar tarafından vurgulanmaktadır. Bu soruda belirtilen bazı görüşler; “Kombinasyon, binom, olasılık konularına kullanılabilir. Anlaşılması zor konulardır ve bu yüzden argümantasyon daha verimli olabilir”, “Kavram yanılgılarında kullanırdım. Öğrencilerin konuyu anlamaları için daha iyi olacağını düşünüyorum.”, “Şahsen genel olarak uygulanabilir. Matematikte konuları tartışarak anlatmak daha kalıcı hale gelir. Ama sayıları sayı doğrusunda gösterme konusunun tartışarak anlatma gibi bir durumu düşünemedim.”, “Fonksiyonlar konusunda da argümantasyon uygulanabilir. Örneğin fonksiyon türleri bir sınıfta argümantasyonla işlenirse birbiriyle karıştırılan örten fonksiyon, içine fonksiyon kavramları daha rahat öğrenebilirler.” ve “Aslında her konuya uygulanabilir çünkü günlük hayatımızın içerisinde yeterince problem varken öğrencilere bunu getirip tartışmalarını ve çözmelerini isterdim. Mesela köklü sayılar konusunda bir arsa getirip bunun çevresini isterdim. Arsa kare mi, dikdörtgen mi, alanı tamsayı mı değil mi gibi sorularla öğrencilerin birbiriyle tartışmalarını isterdim.” şeklinde ifade edilmiştir.

4.7 Araştırmanın Yedinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Bu kısımda, araştırmanın yedinci alt problemi olan “Matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki kavramsal anlayışları nasıldır?” sorusuna cevap aramak için toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular yer almaktadır.

4.7.1 Birinci Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları

Bu bölümde, araştırmaya katılan matematik öğretmen adaylarının yarı yapılandırılmış görüşmelerde normal dağılım ve standart sapma ilişkisine dair verdikleri yanıtlara ilişkin yapılan içerik analizi sunulmaktadır. Analizler, adayların konuya ilişkin sahip oldukları doğru kavramsal yapıları ve bunun yanı sıra taşıdıkları kavram yanılgılarını ve kararsızlıkları ortaya koymak amacıyla iki ana tema altında gruplandırılmıştır.

1. Doğru Anlamalar

Görüşme verileri incelendiğinde, öğretmen adaylarının standart sapmanın normal dağılım eğrisinin şekli üzerindeki etkilerine dair bazı temel ve önemli doğru anlamalara sahip oldukları tespit edilmiştir.

Standart Sapma ve Grafiğin Yayılımı İlişkisi: Katılımcıların büyük çoğunluğu, standart sapma değeri ile verilerin yayılımı arasında doğru bir ilişki kurmuştur. Standart sapma arttıkça, normal dağılım eğrisinin daha basık ve geniş bir yapıya sahip olacağını (yayvanlaşacağını) ifade etmişlerdir. Ö1 kodlu öğretmen adayı, “standart sapma arttıkça grafiğin altında kalan yani bu yayvanlık artar” diyerek bu temel ilişkiyi belirtmiştir.

Ö2 kodlu öğretmen adayı, sayısal değerler vererek bu anlayışını somutlaştırmıştır; standart sapması 23,14 olan dağılım için “daha geniş yayılan bir grafik”, 2,7 olan için ise “daha dik gibi bir grafik” çizdiğini söylemiştir.

Ö4, Ö5, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları da benzer şekilde standart sapma büyüdükçe grafiğin daha yayvan olacağı konusunda hemfikirdir. Ö5 kodlu öğretmen adayı bu durumu, “standart sapması büyük olan daha yayvan, küçük olan daha sivri” şeklinde net olarak özetlemiştir.

Aritmetik Ortalama ve Tepe Değer İlişkisi: Katılımcılardan bazıları, tepe değer (modun) konumunun aritmetik ortalamaya bağlı olduğunu doğru bir şekilde tespit etmiştir. Ö2 kodlu öğretmen adayı "aritmetik ortalamalarının hepsinin aynı olduğunu gördüm. Aynı olduğu için aslında en yüksek değer yani tepe değer değişmemiş oluyo" ifadesiyle, ortalama değişmediğinde tepe değer x eksenindeki konumunun da değişmeyeceğini doğru bir şekilde anlamlandırmıştır. Ö5 kodlu öğretmen adayı da "Çünkü ortalamaları aynı... O yüzden bence tepe değerleri hepsinin aynı" diyerek bu anlayışı paylaşmıştır.

2. Kavram Hataları ve Kararsızlıklar

Doğru anlamaların yanı sıra, görüşmelerde öğretmen adaylarının standart sapma ve normal dağılım eğrisi ilişkisine dair bazı belirgin kavram hatalarına sahip oldukları ve belirli noktalarda kararsızlık yaşadıkları görülmüştür.

Standart Sapma ve Grafiğin Sivrilmesi İlişkisindeki Hata: En temel kavram hatası, Ö3 kodlu öğretmen adayında gözlemlenmiştir. Bu öğrenci, standart sapmanın büyüklüğünü bir dersin zorluğu ile özdeşleştirmiştir. Bu hatalı mantıksal çıkarım sonucunda, standart sapması büyük olan bir dağılımda tepeye ulaşan (yüksek not alan) kişi sayısının az olacağını düşünerek grafiğin "daha sivri" olması gerektiği sonucuna varmıştır. Bu durum, standart sapmanın verilerin ortalamadan ne kadar uzağa yayıldığını gösteren bir ölçü olduğu temel bilgisinin tam tersi şekilde yorumlandığını göstermektedir.

Standart Sapma Değişiminin Grafiğin Yüksekliğine Etkisindeki Yanılgılar:

Yaygın olarak gözlemlenen bir diğer yanılgı, standart sapma değiştiğinde grafiğin tepe değerinin yüksekliğinin nasıl etkileneceği konusundadır. Ö7 kodlu öğretmen adayı standart sapma büyüdüğünde grafiğin yayvanlaşacağını doğru belirtmesine rağmen, grafiğin yükseltisinin değişip değişmeyeceği sorusuna "Hayır. Değişmez" yanıtını vermiştir. Bu yanıt, normal dağılım eğrisinin altındaki toplam alanın daima 1'e eşit olması gerektiği ve eğri yayıldıkça bu alanı korumak için tepe noktasının alçalması gerektiği ilkesiyle çelişen bir kavram hatasıdır. Benzer bir düşünceye sahip olan Ö3 kodlu öğretmen adayı, tepe değerinin standart sapmayla bir ilgisinin olmadığını belirtmiştir.

Bilgide Kararsızlık ve Değişkenlik: Bazı öğrenciler, konu hakkındaki bilgilerinin tutarlı olmadığını işaret eden ifadelerde bulunmuşlardır. Ö1 kodlu öğretmen adayı standart sapma artarsa tepe değerinin azalacağını söyledikten hemen sonra, fikrini değiştirerek standart sapmanın tepe değeriyle bir "ilgisi yok" demiştir. Bu durum, öğrencinin iki kavram arasındaki ilişkiye dair bilgisinin sağlam ve kalıcı olmadığını göstermektedir. Ö4 kodlu öğretmen adayı görüşmenin başında standart sapması fazla olanın yükseltisinin de fazla olacağını düşündüğünü ancak görüşme sırasında bu fikrinin değiştiğini belirtmiştir. Bu durum, öğretmen adayının mülakat esnasında bir kavramsal değişim yaşadığını ancak başlangıçta bir kavramsal yanılgıya sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

4.7.2 İkinci Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları

Bu soruda, öğretmen adaylarının, birinci soruda çizmiş oldukları aritmetik ortalamaları eşit, fakat standart sapmaları farklı olan üç normal dağılım grafiğinin altında kalan alanları sıralamalarına ve gerekçelendirmelerine ilişkin yanıtlardan elde edilen bulgular sunulmaktadır. Yapılan analizler, adayların bu konudaki doğru anlamalarını, kavram hatalarını ve hatalı gerekçelendirme biçimlerini ortaya koymaktadır.

1. Doğru Anlamalar

Görüşme verileri, katılımcıların neredeyse tamamının, standart sapmaları farklı olsa da normal dağılım eğrilerinin altında kalan alanların birbirine eşit olduğu sonucuna doğru bir şekilde ulaştığını göstermektedir. Bu doğru sonuca ulaşırken sundukları gerekçeler, kavramsal anlamalarının derinliğine ilişkin farklılıklar barındırmaktadır.

Kural ve Tanıma Dayalı Doğru Gerekçelendirme: Bazı öğrenciler, normal dağılımın temel bir özelliğine veya tanımına dayanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Ö1 kodlu öğretmen adayı standart sapmanın sadece grafiğin şeklini değiştirdiğini ancak toplam alanı etkilemediğini, “Çünkü bunlar normal dağılım grafiği yani standart sapmaya göre şekil alsalar da toplam kapladıkları alan değişmez aynıdır” ifadesiyle belirtmiştir. Ö7 kodlu öğretmen adayı da benzer şekilde kurala dayalı bir açıklama getirerek, “Normal dağılım grafiği altındaki alanı yaklaşık olarak 1 kabul ederiz. Bu yukarıda çizdiğimiz grafiklerin hepsi normal dağılım gösterdiği için hepsinin alanı eşit ve 1’e eşittir diye düşünmüşüm” demiştir. Bu yanıtlar, konunun tanım ve kurallarının içselleştirildiğini göstermektedir.

Olasılık Teorisi ile İlişkilendirerek Gerekçelendirme: Katılımcılardan bir kısmı, alanın 1’e eşit olması durumunu daha derin bir kavramsal çerçeve olan olasılık teorisi ile ilişkilendirmiştir. Ö3 kodlu öğretmen adayı alanın 1 olmasını olasılık kavramının doğasına bağlayarak, “Olasılık ya vardır ya yoktur; ya sıfırdır ya 1’dir. Bunların altında da hepsini kapsarsa tüm durumda 1’dir” şeklinde güçlü bir gerekçe sunmuştur. Ö6 kodlu öğretmen adayı da benzer şekilde, “Normal dağılımda alan 1 olduğu için her türlü çünkü olasılıkta bulacağımız olasılık her türlü 0 ve 1 arasında olması gerekir” diyerek alan ile olasılık uzayı arasında doğru bir bağlantı kurmuştur. Ö5 kodlu

öğretmen adayı başlangıçtaki hatalı cevabını düzelttikten sonra, "Olasılık 0 ile 1 arasındaki değerler olabilir... 1'den daha fazla olamaz; evren de alsak, evrendeki tüm değerleri de alsak" diyerek olasılık bağlamında bir mantık yürütmüştür.

2. Kavram Hataları ve Hatalı Gerekçelendirmeler

Katılımcıların tamamına yakınının doğru sonuca ulaşmasına rağmen, görüşmelerde sunulan gerekçeler ve ifadeler, bazı önemli kavram hatalarının ve hatalı düşünce yapılarının varlığını ortaya koymuştur.

Doğru Sonuca Hatalı Analojiyle Ulaşma: Ö2 kodlu öğretmen adayının ifadeleri, doğru cevabın her zaman doğru bir akıl yürütmeye dayanmayabileceğinin tipik bir örneğidir. Öğretmen adayı, başlangıçta alanların eşitliğini sınavlara giren "eşit sayıda öğrenci" olmasına bağlamıştır. Araştırmacının sorusu üzerine bu düşüncesinin hatalı olabileceğini fark edip "Eee kişi sayısına bağlı olmaz" demesine rağmen, sağlam bir teorik gerekçe sunmakta zorlanmış ve "hep altında kalan alan 1 gibi düşündüm" diyerek ezbere dayalı bir bilgiyi gerekçe olarak sunmuştur. Bu durum, kavramsal anlayışın sağlam temellere dayanmadığını göstermektedir.

Önceki Sorudan Aktarılan Kavram Hatası: Ö3 ve Ö4 kodlu öğretmen adayları, alanlar hakkında doğru çıkarımda bulunsalar da bir önceki sorudaki "grafiklerin yüksekliklerinin aynı olduğu" yönündeki kavram hatasını bu soruya da taşıdıkları görülmektedir. Ö3 kodlu öğretmen adayı "bu üç grafikte de yükseklikler aynı" demiştir. Ö4 kodlu öğretmen adayı da "Bence üç grafikte de yükseklikler aynı, değişmiyordu" ifadesini kullanmıştır. Bu bulgu, öğrencilerin normal dağılım eğrisinin geometrik özelliklerini (yayvanlık ve yükseklik ilişkisi) ve olasılık özelliklerini (alan) birbirinden bağımsız ve hatta çelişkili bir şekilde zihinlerinde yapılandırabildiklerini göstermesi açısından önemlidir.

Görsel Algıya Dayalı Başlangıç Yanılgısı: Ö5 kodlu öğretmen adayının ifadeleri, öğrencilerin başlangıçta sahip oldukları sezgisel ve hatalı düşünceleri göstermektedir. Öğretmen adayı cevap kağıdına ilk olarak alanlar için "1, 3, 2" şeklinde bir sıralama yazdığını belirtmiştir. Bu hatasının gerekçesini ise standart sapma ile alanı doğrudan ilişkilendirmesine bağlamıştır: "Standart sapması büyük olan daha büyük demişim o

zaman". Bu durum, "daha çok yayılan, daha çok alan kaplar" şeklindeki yüzeysel ve görsel algıya dayalı bir yanılgıyı içermektedir. Ö5 kodlu öğretmen adayının görüşme sırasında bu düşüncesini değiştirip doğruya ulaşması, kavramsal değişim sürecine işaret etmektedir.

4.7.3 Üçüncü Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları

Bu bölümde, öğretmen adaylarının "Normal dağılımın olduğu bir durumda ortalama, mod ve medyan arasındaki ilişkiyi grafik çizerek açıklayınız" sorusuna verdikleri yanıtlardan elde edilen bulgular analiz edilmektedir. Yapılan analizler, öğretmen adaylarının normal dağılımın temel bir özelliği olan merkezi eğilim ölçülerinin eşitliği konusundaki doğru anlamalarını, bu konudaki yanılgılarını ve koşullu kabul biçimlerini ortaya koymaktadır.

1. Doğru ve Kurala Dayalı Anlamalar

Görüşmelerde öğretmen adaylarının normal dağılımda, merkezi eğilim ölçülerinin birbirine eşit olduğu yönündeki kurala dayalı bilgiyi ifade ettikleri görülmüştür. Bu kişiler, genellikle önceki öğrenmelerine veya ezberledikleri bir kurala atıfta bulunarak doğru sonuca ulaşmışlardır.

Kuralın Doğrudan İfadesi: Ö5 kodlu öğretmen adayı, başlangıçta yorum yapmamış olmasına rağmen görüşme sırasında "ortalama, mod ve medyan normal dağılımda eşittir" diyerek kuralı net bir şekilde belirtmiştir. Ayrıca standart sapmadaki bir değişimin bu eşitliği bozmayacağını doğru bir şekilde ifade etmiştir.

Akıllı Yürütme Sonucu Kuralı Hatırlama: Ö2 kodlu öğretmen adayının durumu, hatalı bir sezgiden yola çıkılıp doğru kurala ulaşılan kavramsal bir değişim sürecine örnek teşkil etmektedir. Öğretmen adayı, başlangıçta standart sapma arttığında bu değerlerin eşit çıkmayacağını düşünse de daha sonra derste öğrendiği bilgiyi hatırlayarak fikrini değiştirmiştir: "Normal dağılımın olduğu durumda ortalama, mod ve medyan değerlerinin hepsi birbirine eşittir diye hani benim aklımda öyle kalmıştı". Sonuç olarak, "standart sapma bu işi bağlamaz" diyerek doğru bir çıkarıma ulaşmıştır.

Sezgisel Olarak Doğruyu Hissetme: Ö6 kodlu öğretmen adayının, soruyu tam olarak anlamadığını ve gerekçelendiremediğini belirtmesine rağmen, merkezi eğilim ölçüleri arasındaki ilişkinin keyfî olmadığını ve "Bence standarttır" diyerek sabit bir kurala dayandığını sezgisel olarak ifade ettiği görülmüştür.

2. Kavram Hataları ve Koşullu Anlama Biçimleri

Öğretmen adaylarının yanıtlarında, normal dağılımın bu temel özelliği hakkında çeşitli kavram hataları ve bilginin mutlaklığı konusundaki tereddütleri gözlemlenmiştir.

"Eşit Değil, Yakın Olması Yeterlidir" Yanılgısı: En yaygın yanılgılardan biri, normal dağılım için ortalama, mod ve medyanın tam olarak eşit olması gerekmediği, birbirine "yakın" olmasının yeterli olduğu düşüncesidir. Bu durum, teorik normal dağılım tanımının esnetildiğini göstermektedir. Ö3 kodlu öğretmen adayı bu düşünceyi, "ortalama, mod ve medyanın birbirine eşit olması gerektiğini düşünmüyorum. Birbirine yakın olsa dahi, buna cevap vereceğini düşünüyorum" sözleriyle açıkça savunmuştur. Ö4 kodlu öğretmen adayı, bu değerlerin "birbirine ne kadar yakın olursa" normal dağılıma o kadar benzediğini belirterek eşitlik şartını bir gereklilik olarak görmediğini ima etmiştir. Ö7 kodlu öğretmen adayı ise bu ölçülerin "ya aynı ya da çok yakın olması gerektiğini" düşündüğünü söyleyerek bu yanılgıyı paylaştığı görülmüştür.

Standart Sapmanın Rolüne İlişkin Yanlış Koşullar Getirme: Bazı adaylar, standart sapma ile normal dağılımın varlığı arasında hatalı bir ilişki kurmuştur. Ö4 kodlu öğretmen adayı, "Standart sapma küçük olursa normal dağılım gösterir. Büyük olursa göstermez" diyerek, standart sapmanın büyüklüğünü normal dağılım için bir ön koşul olarak sunmuştur. Ö7 kodlu öğretmen adayı ise standart sapmanın normal dağılımı "olumsuz yönde" etkilediğini ve büyüklüğünün merkezi eğilim ölçülerinin birbirinden "uzaklaşmasına" neden olabileceğini ifade etmiştir.

Bilginin Kesinliğine Dair Tereddüt ve Kararsızlık: Bazı öğretmen adaylarının ifadeleri, bilginin kesinliği konusunda yaşadıkları kararsızlıkları da ortaya koymuştur. Ö1 kodlu öğretmen adayı, bu üç değer eşit olduğunu söyledikten sonra "Normal dağılımda bu değerler kesinlikle eşit olur mu?" sorusuna "Hayır diyemeyiz" yanıtını

vererek, bu kuralın mutlaklığı konusunda şüphelerinin olduğunu ifade etmiştir. Ö2 kodlu öğretmen adayının görüşme esnasındaki "eşit çıkmaz gibi düşündüm... Ama çıka da bilir... Fikrimi değiştiriyorum" şeklindeki ifadeleri, düşüncesindeki kararsızlığın belirgin bir örneğidir.

4.7.4 Dördüncü Soruya İlişkin Katılımcıların Cevapları

Bu bölümde öğretmen adaylarının, aritmetik ortalamaları ve standart sapmaları birbirinden farklı olan üç dersin (Matematik, Türkçe, Fen Bilimleri) hangisinde puan farklılaşmasının daha fazla olduğunu gerekçeleriyle açıklamalarının istendiği dördüncü soruya verdikleri yanıtlardan elde edilen bulgular sunulmaktadır. Yapılan analizler, öğretmen adaylarının göreceli değişkenliği yorumlama biçimlerini ve bu süreçte kullandıkları gerekçelendirmeleri ele almaktadır.

1. Doğru Anlamalar ve Üst Düzey Gerekçelendirmeler

Görüşme verileri, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun, aritmetik ortalamaları farklı olan grupların değişkenliklerini karşılaştırmak için mutlak bir ölçü olan standart sapmanın tek başına yeterli olmayacağını bildiğini ve göreceli bir değişkenlik ölçüsü olan değişkenlik katsayısını kullanmaları gerektiğini doğru bir şekilde tespit ettiklerini göstermektedir.

Değişkenlik Katsayısının Gerekliliğini Anlama: Adayların neredeyse tamamı (Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları), "farklılaşma" kavramını doğrudan değişkenlik katsayısı ile ilişkilendirmiştir. Öğretmen adayları, bu katsayının standart sapmanın aritmetik ortalamaya bölünmesiyle bulunduğunu doğru bir şekilde ifade etmiş ve bu formülü kullanarak Fen Bilimleri dersinin en fazla farklılaşmaya sahip olduğu doğru cevabına ulaşmışlardır.

Yüksek Kavramsal Gerekçelendirmeler: Bazı öğretmen adayları, neden değişkenlik katsayısını kullandıklarına dair üst düzeyde kavramsal açıklamalar sunmuşlardır. Ö2 kodlu öğretmen adayı sadece standart sapmaya bakarak neden yorum yapılamayacağı sorulduğunda, "Aritmetik ortalamalar aynı olsaydı yorum getirebilirdim. Ama direkt şu an standart sapmaya bakarak o yorumu getiremem" yanıtını vermiştir. Gerekçesini

ise "Çünkü aritmetik ortalamadan ne kadar uzaklaştığını anlayabilmem için ortalamasının ne olduğunu bilmem gerekir" diyerek, sapmanın ortalamaya bağlı olarak anlam kazandığını mükemmel bir şekilde açıklamıştır. Ö6 kodlu öğretmen adayı farklılaşmayı neyin belirlediğine dair oldukça net bir ifade kullanmıştır: "farklılaşmayı ortalamanın değeri değil de o sınıfta alınan puanın değişimi belirliyor". Bu öğrenci, "ortalama ya da standart sapmanın büyüklüğü ve küçüklüğü değil; birbirlerine oranları bana farklılaşmayı verebilir" diyerek değişkenlik katsayısının altında yatan mantığı tam olarak kavramış olduğunu göstermiştir. Ö7 kodlu öğretmen adayı formülün ardındaki mantığı "aritmetik ortalamayla farklılaşma ters orantılı iken standart sapmayla doğru orantılıdır" şeklinde açıklayarak, değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde ifade etmiştir.

2. Kavramsal Çelişki ve Düşünce Değişimi

Öğrencilerin büyük çoğunluğunun soruyu doğru yanıtlamasına karşın, bir öğrencinin görüşme sırasındaki düşünme süreci, bu konuda yaşanabilecek potansiyel bir kavram hatasını ve bu yanılgının nasıl aşılabildiğini göstermesi açısından oldukça önemlidir.

Mutlak Değerlere Odaklanma Yanılgısı: Ö5 kodlu öğretmen adayı, yazılı cevabında değişkenlik katsayısını doğru bir şekilde kullanmış olmasına rağmen, görüşme sırasında farklı ve hatalı bir akıl yürütme ortaya koymuştur. Öğretmen adayı, hem ortalaması (78) hem de standart sapması (3,9) en yüksek olan Türkçe dersinin en fazla farklılaşmaya sahip olması gerektiğini düşünmüştür: "Ben derdim ki en çok bu değişiyor". Bu düşünce, göreceli değişkenlik yerine mutlak sapma değerine odaklanmaktan kaynaklanan yaygın bir yanılgıdır.

Sorgulama ile Kavramsal Değişim: Araştırmacının yönelttiği "aritmetik ortalaması 1000 olan veri grubundan 3 sapma ile aritmetik ortalaması 100 olan bir veri grubundan 3 sapma aynı şey mi anlatır?" sorusu, öğretmen adayının düşünce sürecinde bir dönüm noktası olmuştur. Öğretmen adayı, bu soruya "Tabii ki 1000'deki daha az sapma yapmış olur. Yüzdeki daha fazla sapmış olur" şeklinde doğru yanıt vererek, sapmanın ortalamaya göre anlamlandırılması gerektiğini fark etmiştir. Bu farkındalık sonucunda başlangıçtaki hatalı düşüncesinden vazgeçmiş ve "Şu an tam tersi olur, yine baştaki

düşünceme geldim" diyerek doğru olan ilk çözümüne geri dönmüştür. Bu durum, öğretmen adayının yaşadığı kavramsal çelişkiyi ve görüşme sırasındaki sorgulama ile bu çelişkiyi nasıl aştığını göstermektedir.

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular yorumlanmış olup, ilgili literatürle karşılaştırılarak araştırmanın genel sonuçları ortaya konulmaktadır. Araştırmada, argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğretmen adaylarının akademik başarılarına, matematiksel problem çözme becerilerine ve öğrenci görüşlerine olan etkisi kapsamlı olarak incelenmiştir. Ayrıca çalışmada katılımcıların normal dağılım konusundaki kavramsal anlamaları da araştırılmıştır. Elde edilen bulgular ışığında, argümantasyon temelli öğretimin matematik eğitiminde nasıl daha etkili kullanılacağı, mevcut literatürle ilişkilendirilerek ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır.

5.1 Normal Dağılım Konusundaki Akademik Başarıya İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında öğrencilerin akademik başarılarını tespit edebilmek amacıyla geliştirilen Akademik Başarı Testi, deney ve kontrol grubuna ön test ve son test olacak şekilde uygulanmıştır. Yapılan veri analizi sonucunda argümantasyon temelli öğretimin gerçekleştirildiği deney grubu öğrencileri ile mevcut öğretim yönteminin gerçekleştirildiği kontrol grubu öğrencilerinin ön test puanları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir farkın olmadığı ($U=259,5$; $p>0,05$) görülmüştür. Bu doğrultuda uygulama öncesinde her iki grubun akademik başarı yönünden aralarında anlamlı bir farkın olmadığı ve grupların birbirine denk oldukları ifade edilebilir. Deneysel araştırmalarda her iki grubun ön testinden elde edilen puanların anlamlı düzeyde farklılık göstermemesi, uygulama sonrasında gözlemlenen değişikliklerin doğrudan yapılan müdahaleye atfedilmesini mümkün kılmaktadır (Fabeku ve Enyeasi, 2024). Bu bağlamda, mevcut çalışmanın akademik başarı ön testinde her iki grup arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın görülmemesi, uygulama bitiminde argümantasyon temelli öğretimin etkilerini geçerli bir biçimde değerlendirebilme açısından önem arz etmektedir.

Argümantasyon temelli öğretimin uygulandığı deney grubunun ön test ve son test puanları incelendiğinde her iki test puanları arasında anlamlı bir farklılığın bulunduğu tespit edilmiştir. Uygulanan Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine göre, p değeri 0,05'ten küçük olduğu için ($p=0,001$) son test puanları lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmektedir. Ayrıca deney grubunda yer alan matematik öğretmen adaylarının tamamının son test puanlarının ön test puanlarına göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçlara dayanarak argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarını artırdığı söylenebilir.

Mevcut öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubunun ön test ve son test puanları karşılaştırıldığında, her iki test puanları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu saptanmıştır. Wilcoxon İşaretli Sıralar Testine göre, p değeri 0,05'ten küçük olduğu için ($p=0,001$) istatistiksel olarak son test puanları lehine anlamlı bir farklılık görülmektedir. Ayrıca deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da matematik öğretmen adaylarının tamamının son test puanlarının ön test puanlarına göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin uygulama öncesinde normal dağılım konusuyla ilgili herhangi bir bilgiye sahip olmamaları, her bir öğrencinin son test puanlarının ön test puanlarına göre anlamlı derecede yüksek olmasının en önemli sebeplerinden birisi olarak görülebilir.

Argümantasyon temelli öğretimin benimsendiği deney grubundaki öğretmen adayları ile mevcut öğretim yönteminin uygulandığı kontrol grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olup olmadığını kontrol edebilmek için Bağımsız Örneklem t-testi kullanılmıştır. Yapılan test sonucunda deney grubunun puan ortalaması ($\bar{x} = 20,95$) ile kontrol grubunun puan ortalaması ($\bar{x} = 12,4$) arasında, istatistiksel olarak deney grubunun lehine anlamlı bir farkın olduğu tespit edilmiştir. Bu doğrultuda deney grubunda uygulanan argümantasyon temelli öğretimin, kontrol grubunda uygulanan mevcut öğretim yöntemine kıyasla daha başarılı sonuçlar verdiği söylenebilir.

Argümantasyon temelli matematik öğretimin uygulandığı deney grubunun, mevcut öğretim yönteminin (geleneksel) uygulandığı kontrol grubuna göre akademik başarı yönünden daha üstün olması sonucu, literatürde yer alan benzer çalışmaların

bulgularıyla örtüşmektedir (Akmaz, 2023; Can, 2018; Can ve İşleyen, 2016; Dinç, 2023; Duran vd., 2017; Kaya, 2021; Korkmaz, 2020; Küçük-Demir, 2014; Mercan, 2015; Türkmenoğlu, 2022; Yıldız, 2022). Korkmaz (2020), teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimin dönüşüm geometrisi konusunda, öğretmen adaylarının akademik başarılarına geleneksel öğretim yöntemine göre anlamlı düzeyde katkı sağladığını belirtmiştir. Can ve İşleyen (2016), olasılık öğretiminde uygulanan argümantasyon temelli öğretimin, deney grubundaki öğrencilerin akademik başarılarını önemli ölçüde artırdığını raporlamıştır. Benzer şekilde Duran vd. (2017) tarafından yürütülen çalışmada, ortaokul öğrencilerine uygulanan argümantasyon temelli olasılık öğretiminin, mevcut öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubuna göre akademik başarıyı artırıcı ve matematik kaygısını azaltan bir etkisinin olduğu ifade edilmiştir.

Argümantasyon temelli öğretimin matematik derslerindeki kullanımının, son yıllarda yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalarda artan bir ilgi ile yaygınlaştığı ifade edilmektedir. Argümantasyon temelli öğretimin matematik eğitimindeki önemi iki temel boyutta incelenebilir. İlk olarak, argümantasyon yöntemi matematik eğitiminde, bilgiyi sosyal ortamda inşa etme sürecinin doğal bir parçası olarak görülmektedir. İkinci olarak argümantasyon yönteminin öğrencilerin alternatif çözüm yollarını keşfetmelerini, farklı stratejileri değerlendirmelerini ve buna bağlı olarak gerekçelendirmelerini sağlayarak anlamlı öğrenmeyi teşvik etmektedir (Ayalon, 2024). Bu teorik çerçeve temelinde ortaya çıkan yaklaşım, argümantasyon temelli öğretimin geleneksel yöntemlere göre neden daha yüksek akademik başarı sağladığını açıklar niteliktedir. Asterhan ve Schwarz (2016), çalışmalarında argümantasyon temelli öğretimin bilişsel çatışmayı tetikleyerek kavramsal gelişimi kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Ayrıca argümantasyon etkinliklerinde öğrencilerin kendi iddialarını savunmaları ve karşıt görüşleri tek tek değerlendirmek zorunda kalmalarının daha derin öğrenmelerin gerçekleşmesini sağladığı vurgulanmıştır. Bu bağlamda, argümantasyon sürecinde daha derin öğrenmelerin gerçekleşmesi, mevcut çalışmada yer alan deney grubunun kontrol grubuna göre daha yüksek akademik başarı elde etmesinin bir nedeni olabilir.

Barroso vd. (2021), yaptıkları meta-analiz çalışmasında, matematik başarıları ile matematik kaygısı arasında negatif bir ilişkinin ($r = - 0,28$) olduğunu ortaya koymaktadır. Bu çalışma, matematik kaygısını azaltan öğretim yaklaşımlarının akademik başarıyı arttırabileceğini göstermektedir. Mevcut çalışma kapsamında gerçekleştirilen argümantasyon temelli öğretim, öğrencilerin matematiksel kavramları tartışma ve bu kavramları anlamlandırma süreçlerine aktif bir şekilde katılımlarını sağlayarak katılımcıların matematik kaygılarını azaltmış olabilir. Nitekim, Yackel ve Cobb (1996) çalışmalarında matematiksel argümantasyonu teşvik eden öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin matematiksel özerkliklerini geliştirdiğini ve buna bağlı olarak da bu özerkliğin kaygıyı azaltarak akademik başarıyı arttırdığını belirtmişlerdir.

Lynch vd (2025) güncel meta-analiz çalışmalarında, öğretmenlerin argümantasyon stratejisi konusunda daha önce deneyimlerinin olmasının, akademik başarıyı olumlu yönde etkilediğini saptamışlardır. Bu bağlamda mevcut araştırmayı gerçekleştiren uygulayıcının daha önce bir pilot çalışmayla argümantasyon temelli öğretimi gerçekleştirmiş olması, esas çalışmada uygulayıcıya bir tecrübe sağlayarak, deney grubu öğrencilerinin yüksek akademik başarıyı elde etmelerine katkı sağlamış olabilir.

Hattie (2008), başarı ile ilgili 800'den fazla meta-analiz çalışmasının sentezini gerçekleştirdiği araştırmasında öğrenci başarısını en fazla etkileyen faktörlerin başında, öğrenciyi öğrenme sürecinde aktif kılan öğretim yaklaşımlarının kullanılmasının geldiğini belirtmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin etkin bir şekilde derse katılımını destekleyen öğretim modellerinin, öğrenciyi bu süreçte pasif alıcı bir konumda tutan yaklaşımlara göre daha etkili olduğu ifade edilmiştir. Mevcut araştırmada akademik başarı açısından deney grubun puanlarının kontrol grubu puanlarına göre daha yüksek olmasının nedenin deney grubunda yapılan öğretimin, öğrencileri aktif katılıma teşvik eden bir yöntem olan argümantasyon temelli öğretim yöntemi olduğu söylenebilir.

Weber vd. (2008) argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin matematiksel düşünceleri üzerindeki etkisini inceledikleri çalışmalarında, grup tartışmalarında argümanları gerekçelendirmenin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirdiğini saptamışlardır. Özellikle argümanların belli bir gerekçe dahilinde

sunulması sırasında yapılan tartışmaların öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını sağladığını ifade etmişlerdir. Bu bulgu doğrultusunda, mevcut çalışmada gerçekleştirilen argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin derinlemesine anlamalarını sağlayarak akademik başarılarını artırdığı söylenebilir. Wood vd. (2006) çalışmalarında farklı sınıf ortamlarında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini incelemeleri sonucunda, argümantasyon yapmayı teşvik eden sınıflarda öğrencilerin daha fazla üst düzey düşünme becerilerini sergilediklerini belirtmişlerdir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin görüşlerini savunmaları ve akranlarının fikirlerini değerlendirmek zorunda kaldıkları öğrenme ortamlarında matematiksel kavramları daha kalıcı bir şekilde içselleştirdikleri belirtilmiştir. Bu bulgu mevcut çalışmada, argümantasyon temelli öğretimin daha yüksek akademik başarıyı sağlamasını desteklemektedir.

Araştırmalarda ortaya çıkan farklılıkların anlamlı düzeyde olduğunun ifade edilmesinin yanında, bu farklılıklara bağlı olarak ortaya çıkan etki büyüklüğünün yorumlanması da önem arz etmektedir. Günümüzde etki büyüklüğünü sınıflandırmak için Kraft (2020)'in geliştirmiş olduğu şema önerilmektedir. Bu şemaya göre; 0,20'nin altında yer alan etki büyüklükleri "küçük"; 0,20 ile 0,50 arasındakiler "orta"; 0,50 ile 0,80 arasında olanlar "büyük" ve 0,80'in üzerindeki ise "çok büyük" olarak sınıflandırılmaktadır. Bu bağlamda, mevcut çalışmada elde edilen 1,757'lik etki büyüklüğü, bu sınıflandırmaya göre "çok büyük" kategorisinde yer almaktadır. Bakker vd. (2019) araştırmalarında, etki büyüklüğünün yorumlanması konusunda dikkat edilmesi gereken hususları ele almışlardır. Özellikle matematik eğitimi gibi alanlarda 0,40'ın üzerinde görülen etki büyüklüğünün “önemli” olarak değerlendirilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda çalışmada ortaya çıkan 1,757'lik etki büyüklüğünün matematik eğitimi literatürü açısından “çok önemli” olarak yorumlanan bir değeri temsil etmektedir. Mevcut araştırmada ortaya çıkan bu bulgu Vogel vd. (2016) tarafından bilgisayar destekli argümantasyon temelli öğretim modelinin lise öğrencilerinin akademik başarılarına olan etkisinin “çok büyük” olarak tespit edilmesi sonucu ile örtüşmektedir. Ayrıca Adal (2023)'in sekizinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdiği, argümantasyon temelli öğretimin matematik okuryazarlığına olan etkisini incelediği çalışmasının etki değeriyle ($d=1,63$) benzerlik taşımaktadır. Etki düzeyinin “çok önemli” çıkması birçok nedene bağlanabilir. Normal dağılım gibi soyut

bir konunun argümantasyon temelli yaklaşımla öğretiminde özellikle etkili olabileceği; bu konudaki soyut düşünme gerektiren kavramları tartışma, gerekçelendirme ve değerlendirme yoluyla somutlaştırmayı kolaylaştırması; örneklem özellikleri, öğrencilerin motivasyonları, sosyo-ekonomik düzeyleri ve sınıf ortamı gibi birtakım bağlamsal faktörler etki düzeyini artıran başlıca nedenler arasında sayılabilir.

Bu araştırmada, argümantasyon temelli öğretimin geleneksel yöntemle (mevcut öğretim yöntemi) kıyasla öğrencilerin akademik başarılarını olumlu etkilediği görülmektedir. Bu bulgunun aksine, literatürde azınlıkta da olsa argümantasyon temelli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yönteminin akademik başarıyı artırma açısından aralarında anlamlı bir farkın olmadığını belirten çalışmalar (Can vd., 2017; Cömert, 2019; Koçak ve Seven, 2022; Özlük, 2019; Siller ve Ahmad, 2024; Şengül, 2017) da mevcuttur. Siller ve Ahmad (2024) çalışmalarında işbirlikçi öğrenmeye dayalı argümantasyon yaklaşımı ile geleneksel öğretim yöntemini karşılaştırmışlardır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre işbirlikçi öğrenmeye dayalı argümantasyon yaklaşımının geleneksel yöntemle göre öğrencilerin akademik başarıları üzerinde anlamlı bir etkisinin olmadığı saptanmıştır. Bu sonucun ortaya çıkma nedeni olarak, öğrencilerin bu öğrenme yaklaşımına ait süreçlere alışkın olmadıklarının büyük etkisinin olabileceği belirtilmiştir. Can vd. (2017) çalışmalarında, argümantasyon temelli matematik öğretiminin uygulandığı deney grubu ile geleneksel öğretimin uygulandığı kontrol grubu arasında akademik başarı açısından istatistiksel olarak anlamlı farkın bulunmamasını; öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimle ilk defa karşılaşmış olmaları, katılımcıların tartışmaya yönelik isteksizlikleri, araştırmanın çalışma grubunda kişilik olarak çekingen ve içine kapanık bireylerin yer alması, katılımcıların grup çalışmasından daha çok bireysel çalışmaları tercih etmeleri ve sınıf ortamında bulunan sıraların sabit olmasından kaynaklı tam bir grup düzeninin sağlanamaması gibi nedenlerle ifade etmiştir. Ferguson (2010), argümantasyon temelli öğretime yakın bir yaklaşım olan sorgulamaya dayalı öğretimle geleneksel matematik öğretimini karşılaştırmıştır. Araştırma sonucunda deney grubu ile kontrol grubu arasında anlamlı bir farklılık bulunmadığı ifade edilmiştir. Bu bulgu sorgulamaya dayalı ve argümantasyon temelli öğretim yaklaşımlarının, geleneksel öğretim yöntemi ile kıyaslandığında her zaman üstün gelemeyeceğini işaret etmektedir. Ayrıca bu çalışmada öğretim yöntemlerinin

etkililiğinin, öğrencilerin kişisel özelliklerine, öğrenme biçimlerine, konunun yapısına ve uygulama süresine bağlı olarak değişebileceğine dikkat çekilmiştir. Bu bulgular ışığında argümantasyon temelli öğretimin etkililiğini artırabilmek için; etkinliklerin öğrencilerin bireysel özelliklerini ve ön bilgilerini dikkate alması, argümantasyon süreçlerine alışmaları için yeterli zaman ve desteğin sunulması ve uzun süreli uygulamaların yapılması gerekmektedir.

5.2 Normal Dağılım Konusunda Matematiksel Problem Çözme Becerilerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında “deney ve kontrol grubunun normal dağılım problem çözme beceri testi başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık var mıdır?” sorusuna ilişkin argümantasyon temelli öğretimin öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki matematiksel problem çözme becerilerine olan etkisi incelenmiştir. Veri analizi için uygulanan Mann Whitney U testinin sonuçlarına göre deney grubunun sıra ortalaması ($MR = 32,39$) ve kontrol grubunun sıra ortalaması ($MR = 16,62$) şeklinde ortaya çıkmıştır. Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre normal dağılım problem çözme becerisi testindeki sonuçların deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı düzeyde bir fark oluşturduğu saptanmıştır ($U = 90,50$; $Z = -3,94$; $p < 0,001$). Elde edilen bu sonuç, alanyazında yer alan güncel çalışmaların bulgularıyla örtüşmektedir (Tekin Dede, 2018). Tekin Dede (2018) yaptığı çalışmada, ortaklaşa argümantasyon yönteminin öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçleri kapsamında yer alan akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri noktasında katkı sağladığını vurgulamaktadır. Çalışmada, argümantasyon etkinlikleri sırasında öğrencilerin düşüncelerini test etmeleri, akranlarının görüşlerini dinleme ve sonrasında sentezleme yapabilmeleri ve kendi düşüncelerini rahat bir biçimde ifade etme fırsatı elde etmelerinin, kavramsal derinleşmeyi artırdığı söylenmektedir. Bu bağlamda argümantasyon süreci, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimini sağladığı ifade edilebilir. Benzer şekilde mevcut araştırmada da argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin normal dağılım konusundaki matematiksel kavramları tartışma, düşüncelerini savunma ve akranlarının görüşlerini değerlendirme imkânı buldukları gözlemlenmiştir. Bu durumun matematiksel problem çözme becerileri açısından deney grubu lehine anlamlı düzeyde katkı sağladığı düşünülmektedir.

Yitmez vd. (2023), argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına olan etkilerini inceledikleri meta-analiz çalışmalarında, argümantasyon temelli öğretimin geleneksel öğretim yöntemine göre öğrencilerin akademik başarılarının istatistiksel olarak anlamlı düzeyde etkilediğini belirtmelerinin yanında; bu yöntemin öğrencilere kavramlarla ilgili tartışma yapma, veri toplama, argüman oluşturma ve bu argüman savunma imkanı sunduğu, matematiksel düşünme becerilerini derinleştirdiği ve matematiksel problem çözme becerilerini geliştirdiği ifade edilmiştir. Bu bulgular, mevcut çalışmanın sonuçlarını destekler nitelikte olup, argümantasyon temelli öğretimin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirme hususunda etkili bir yaklaşım olduğuna işaret etmektedir.

Aydın Güç ve Kuleyin (2021), argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme sürecine nasıl yansıdığını inceledikleri çalışmalarında, argümantasyon kalitesinin matematiksel modelleme becerilerini pozitif olarak etkilediği ifade edilmiştir. Bu bulgu, argümantasyon temelli öğretimin matematiksel problem çözme becerisinin önemli bir unsuru olan matematiksel modelleme yeterliklerini geliştirme noktasında etkili olduğunu göstermekte ve bu bağlamda mevcut araştırmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir.

Atasoy ve Yiğitcan Nayir (2019) öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerini Toulmin'e ait argümantasyon modeline göre analiz ettikleri çalışmalarında, problem çözme süreçlerinde argümantasyonu dahil etmenin katılımcıların farklı çözüm yöntemleri geliştirmelerine ve matematiksel düşünme becerilerini derinleştirmelerine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Araştırmada, Toulmin'e ait argümantasyon modelinin öğrencilerin problem çözme becerilerini analiz etmek için etkili bir araç olarak kullanılabileceği ve bu doğrultuda argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde daha sistematik ve analitik bir düşünme biçimi geliştirmelerine katkı sağladığı ifade edilmiştir. Ayrıca çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde oluşturdukları argümanların niteliğiyle matematiksel problem çözme başarılarının arasında pozitif bir ilişkinin bulunduğu belirtilmiştir. Bu bulgular mevcut araştırmanın sonuçlarını destekler nitelikte olup, argümantasyon temelli öğretimin, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirme açısından etkili bir yöntem olduğuna işaret etmektedir.

Argümantasyon temelli öğretimin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirme yönündeki etkililiği, bu yaklaşımın öğrencilere aktif öğrenme ortamı sunmasıyla ilişkilendirilebilir. Toulmin'in ortaya koyduğu argümantasyon modelini dikkate alarak geliştirilen öğrenme etkinlikleri; öğrencilerin iddialarını oluşturmalarını, oluşturdıkları bu iddiaları ellerindeki verilerle desteklemelerini, gerekçeler sunmalarını ve karşıt argümanları değerlendirmelerini içeren süreçlere aktif bir biçimde katılmalarını gerektirmektedir. Bu süreçlere etkin katılımın gerçekleşmesi, öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin gelişimine önemli katkılar sağlamaktadır. Krummheuer (1995)'in "gözlemlenen sınıfta, bir çözümün altında yatan akıl yürütmelerin kanıtlara dayalı olarak açıklanması esnasında veya sonrasında ortaya çıkan etkileşimler" şeklindeki sınıf içi argümantasyon için yaptığı tanımlama, argümantasyon sürecinin matematiksel problem çözme süreciyle doğrudan ilişkili olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, mevcut araştırmanın bulguları, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin normal dağılım konusundaki matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmede etkili bir yaklaşım olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, literatürdeki güncel çalışmaların bulgularıyla paralellik göstermekte ve matematik eğitiminde argümantasyon temelli öğretimin etkili bir yaklaşım olduğunu desteklemektedir. Ancak her ne kadar mevcut araştırmalardan elde edilen sonuçlar yöntemin etkili olduğunu desteklese de alanyazında bu bulgularla çelişen sonuçların ortaya çıktığı araştırmalar da bulunmaktadır. Argümantasyon temelli öğretim etkinliklerinin matematiksel problem çözme becerileri üzerinde doğrudan ve anlamlı bir etkiyi oluşturmadığı saptanan çalışmalar, yöntemin her durumda aynı derecede etkili olamayacağını ve özellikle de öğrenme sürecinin yapılandırılma şeklinin, öğrenme çıktıları üzerinde belirleyici bir etkisinin olduğunu göstermektedir. Mergen (2024) tarafından hazırlanan kapsamlı bir doktora tezinde, argümantasyon içeren grafik düzenleyici temelli öğretim stratejilerinin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerileri üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşturmadığı ifade edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin öz düzenleme ve matematiksel yazma becerilerine ilişkin gelişim göstermelerine rağmen, matematiksel problem çözme becerilerinde bu gelişimin belirgin bir şekilde ortaya çıkmadığı saptanmıştır. Benzer şekilde Blanco vd. (2024) tarafından yapılan araştırmada, özellikle geometri alanında argümantasyonun

etkilerinin pedagojik bağlam ve uygulama şekline bağlı olarak değişkenlik gösterdiği ifade edilmiştir. Araştırmada, argümantasyonun öğrenme süreçlerinde etkili bir araç olduğu söylenmekle birlikte, bazı durumlarda öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmeleri açısından beklendik bir etkiyi göstermediği belirtilmiştir. Bu durum, öğretim sürecinin yapısı, öğrencilerin ön öğrenme seviyeleri ve etkinliklerde kullanılan ders materyallerinin niteliği gibi nedenlere bağlı olarak açıklanmıştır. Ayrıca Caratozzolo vd. (2025) araştırmalarında, argümantasyon temelli öğretimin öğrenme süreçlerine olan katkılarının bağlamsal unsurlara (öğretim tasarımı, dijital araçların kullanımı, öğrenci profili, ön öğrenmeler vb.) bağlı olacağını vurgulamışlardır. Çalışmada, öğrenme ortamlarının argümantasyon etkinliklerine uygun bir biçimde yapılandırılmadığı durumlarda, yöntemin öğrencilerin matematiksel problem çözme başarıları üzerinde kısıtlı bir etki oluşturacağı belirtilmiştir.

Tüm bu bulgular değerlendirildiğinde, argümantasyon temelli öğretim yönteminin matematiksel problem çözme becerileri üzerindeki etkisinin, konu bağlamı, uygulamanın niteliği, öğrencilerin özellikleri ve öğretim materyallerinin niteliği gibi değişkenlerle yakından ilişkili olduğu görülmektedir. Mevcut araştırmanın deney grubunda elde edilen olumlu sonuçlar, bu yöntemin etkili bir şekilde planlandığında ve öğrencilerin aktif katılımı desteklendiğinde anlamlı kazanımlar sağlayacağını ortaya koymuştur. Ancak literatürde yer alan bazı çalışmalar, bu yaklaşımın etkisinin her zaman belirgin düzeyde olmadığını ve özellikle uygulama koşullarına bağlı biçimde bazı sınırlılıklara yol açabildiğini göstermektedir. Bu nedenle, argümantasyon süreçlerinin daha etkili hale getirilmesi için öğretmen eğitime, pedagojik destek materyallerinin niteliğine ve yapılandırılmış ders uygulamalarına gereken önemin verilmesi gerekmektedir. Böylece bu yaklaşımın potansiyeli, daha geniş öğrenci gruplarında sürdürülebilir şekilde kullanılabilir bir hal alacaktır.

5.3 Deney Grubunda Yer Alan Katılımcıların Argümantasyon Temelli Öğretim Uygulamaları Hakkındaki Görüşlerine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında “deney grubunda yer alan öğrencilerin argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşleri nelerdir?” sorusuna ilişkin argümantasyon temelli

öğretim uygulamaları hakkındaki deney grubu katılımcılarının görüşleri incelenmiştir. Matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimin verimliliğine ilişkin görüşleri; argümantasyon uygulamalarının matematik dersinde bilginin kalıcılığını desteklediğini, kavramsal anlamayı derinleştirdiğini, öğrencilerin derse olan motivasyonunu artırdığını ve akıl yürütme ile eleştirel düşünme becerileri gibi üst düzey becerilerin gelişimine katkı sağladığını ortaya koymuştur. Bu bulgular, içerik analizi yöntemiyle elde edilen kodlara dayandırılmıştır. Nitel verilerin yorumlanması sürecinde, öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu yöntemi “eğlenceli”, “etkileşimli” ve “öğrenmeyi kolaylaştırıcı” olarak nitelendirmeleri, araştırmanın dikkat çekici bulguları arasında yer almaktadır. Mevcut çalışmada ortaya çıkan bu sonuçlar, Korkmaz (2020) ve Küçük-Demir (2014) tarafından yapılan doktora çalışmalarında ortaya çıkan bulgularla örtüşmektedir. Söz konusu çalışmalarda öğrencilerin argümantasyon sürecini; kavramsal anlayışı derinleştiren, tartışma ve etkileşimi teşvik eden, öğrenmeye etkin katılımı destekleyen bir yapı olarak ele aldıkları belirtilmiştir. Bu bağlamda mevcut çalışmada elde edilen nitel bulgular, alanyazında yer alan benzer nitel çalışmalarla örtmekte olup, argümantasyon temelli öğretimin matematiksel öğrenme ortamları açısından büyük bir potansiyele sahip olduğunu işaret etmektedir.

Öğretmen adaylarının görüşlerinden elde edilen “öğrenme kalitesi” teması bağlamında; argümantasyon sürecinin kalıcı öğrenmeyi desteklediği, kavramsal anlayışı geliştirdiği ve keşfetmeye dayalı bir öğrenme ortamı sağladığı belirtilmiştir. Özellikle öğrencilerin yöntemle ilişkin “farklı bakış açılarının gelişmesini sağladığı ve öğrenmeyi kolaylaştırdığı” ifadeleri argümantasyon temelli öğretimin, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının ilkeleri ile güçlü bir uyum içinde olduğunu göstermektedir. Küçük-Demir (2014)’in araştırmasında yer alan öğrenciler, argümantasyon temelli öğretim sayesinde matematiksel kavramları ezberlemeden, anlamlandırma yoluyla öğrendiklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde, Korkmaz (2020) tarafından yapılan çalışmada da matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretim sayesinde kavramları daha iyi anladıkları ve zihinsel olarak bilgileri içselleştirdikleri ifade edilmiştir.

“Derse katılım ve motivasyon” teması bağlamında; argümantasyon temelli öğretimin dersleri daha eğlenceli bir hale getirdiği, öğrenciyi sürecin merkezine taşıdığı ve

derslere odaklanmayı kolaylaştırdığı belirtilmiştir. Bu bulgular, Duran vd. (2017) ile Mercan (2015) tarafından yapılan benzer araştırmalarda öğrencilerin “derslere istekle katılım” ve “etkin tartışma ortamları” biçimindeki betimlemeleriyle örtüşmektedir. Bu bulgulara destekle, Korkmaz (2020) tarafından yapılan araştırmada da matematik öğretmen adaylarının derse katılım seviyelerinin önemli ölçüde arttığı ve katılımcıların öğrenme sürecinden keyif aldıklarının açık bir şekilde ifade edildiği rapor edilmiştir.

Beceri gelişimine ilişkin olarak; katılımcıların argümantasyon temelli öğretimin eleştirel düşünme, akıl yürütme ve yaşam becerileri kazandırma gibi katkılarına ilişkin ifadeleri, argümantasyon sürecinin yalnızca bilişsel değil, aynı zamanda bireylerin üst düzey düşünme becerilerini de olumlu yönde etkilediği anlamına gelmektedir. Küçük-Demir (2014) araştırmasında, öğrencilerin argümantasyon süreci esnasında bilimsel tartışmalara dayalı olarak düşünme becerilerinin geliştiğini vurgulamış; Korkmaz (2020) da bu süreçte kavramsal bilginin edinilmesi ile analitik düşünmenin desteklendiğini ifade etmiştir. Bu durum Toulmin’e ait argümantasyon modelinin öğretim sürecine dahil edilmesinin, öğrencilerin düşüncelerini destekleme, karşıt görüşü değerlendirme ve çıkarımda bulunma süreçlerini etkinleştirdiğini göstermektedir.

Öğretim ortamının yapısına ilişkin tema bağlamında; katılımcıların, argümantasyon temelli öğretimi esas alan öğrenme ortamlarında etkileşimli ve bilimsel tartışmaya yönelik bir sınıf atmosferinin anlamlı öğrenmeye katkı sağladığını ifade ettikleri görülmüştür. Bu bulgu, Yackel ve Cobb (1996) tarafından ortaya konulan sosyo-matematiksel normlar çerçevesinde öğrenmenin yalnızca bireysel olarak değil; sosyal ve ortaklaşa bir çalışmanın ürünü olarak da desteklendiğini göstermektedir. Özellikle tartışma ortamlarında iddialara yönelik olarak gerekçelendirme yapabilmek, öğrencilerin kendine güvenini artırmış ve her bir öğrencinin düşüncelerini özgür bir şekilde ifade etmelerini teşvik ederek öğrenme ortamının demokratikleştirilmesine katkı sağlamıştır. İleriye yönelik faydaya ilişkin tema kapsamında, öğretmen adaylarının bir sonraki ders için daha hazır bir halde geldiklerini belirtmeleri, bu yöntemin öğrenmede sürekliliği sağladığını göstermektedir. Korkmaz (2020)’ın çalışmasında matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretim

uygulamalarından sonra yeni konulara karşı daha meraklı ve istekli oldukları bulgusu, mevcut çalışmada yer alan katılımcı görüşleri ile örtüşmektedir.

Matematik öğretmen adaylarının, bir öğretmen bakış açısıyla argümantasyon temelli öğretimin avantajları ve dezavantajlarına ilişkin görüşleri; öğretmen ve öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen farklı çalışmalarda bulgularla dikkat çekici bir benzerliğe sahip olduğu görülmektedir. Mevcut araştırmada argümantasyon temelli öğretimin avantajlarına ilişkin olarak etkili bir öğrenme ortamı sunduğu vurgulanmaktadır. Katılımcılar, öğretmenin bu yaklaşımla birlikte sınıfı daha eğlenceli ve etkileşim içerisinde aktif bir öğrenme sürecine yönlendirdiğini belirtmişlerdir. Balcı ve Benzer (2020) tarafından yürütülen lisansüstü öğrencilerin argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşlerinin incelendiği araştırmada katılımcıların argümantasyon yaklaşımının öğrencilerin dikkatini derse çekme konusunda etkili olduğunu ve sınıf atmosferini olumlu yönde etkilediğini belirtmeleri mevcut araştırmanın bulgular ile örtüşmektedir.

Katılımcılar, argümantasyon temelli öğretimin avantajlarından bir diğeri olarak da bilişsel katkı boyutunu vurgulamışlardır. Öğretmenlerin bilişsel gelişimi destekleyici, farklı bakış açılarının ortaya çıkmasını teşvik eden bir öğrenme ortamı oluşturduğu ifade edilmiştir. Bu bulgu, argümantasyon yaklaşımının öğrencilerin akıl yürütme ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiğine dair ifadelerin yer aldığı Korkmaz (2020)'ın çalışmasındaki katılımcı görüşleri ile desteklenir niteliktedir. Mevcut çalışmada katılımcıların dikkat çektiği bir diğer nokta ise yöntemin sonraki konulara katkı sağlama avantajının bulunması, yani öğretimsel sürekliliği devam ettirme özelliğinde olmasıdır. Korkmaz (2020)'ın çalışmasında ise bu durum, katılımcıların “bir sonraki derse hazırlıklarının daha anlamlı hale gelmesi” yönündeki ifadeleriyle benzerlik göstermektedir.

Mevcut araştırmada, argümantasyon temelli öğretimin dezavantajlarına yönelik katılımcı görüşleri de elde edilmiştir. Bu görüşler, alanyazındaki benzer çalışmaların bulgularıyla dikkate değer düzeyde örtüşmektedir. Araştırmada katılımcıların, argümantasyon temelli öğretim uygulamalarının çok zaman aldığını ve özellikle müfredatı yetiştirme hususunda sıkıntı yaşanacağını belirttikleri görüşleri literatürde

yer alan benzer çalışmaların sonuçlarıyla uyumludur (Adal, 2023b; Balcı ve Benzer, 2020; Choi vd., 2021; Özcan, 2016; Tekindur, 2022; Türkmenoğlu, 2022; Yılmaz ve Benzer, 2020). Türkmenoğlu (2022), sınıf öğretmenlerinin argümantasyona ilişkin görüşlerini ve argüman oluşturma düzeylerini incelediği araştırmasında, öğretmenlerin “mevcut müfredatın yoğunluğu nedeniyle argümantasyon temelli öğretimi uygulamak için yeterli zamanın olmadığını” belirttiklerini ifade etmiştir. Özcan (2016), çalışmasında öğretmenlerin “argümantasyon temelli öğretim uygulamalarının çok zaman aldığını ve müfredatı yetiştirme konusunda endişe duyduklarını” belirttiklerini rapor etmiştir. Choi vd. (2021) çalışmalarında, öğretmenlerin argümantasyon temelli öğretimi zaman alıcı buldukları ve müfredat yetiştirme konusunda zorluk yaşandığını belirtmeleri, bu çalışmanın dezavantajlara ilişkin bulgularıyla örtüşmektedir. Özcan (2016)’nın çalışmasında, öğretmenlerin argümantasyon temelli öğretimin uygulanmasında zaman baskısı, öğretim sürecinin planlanması ve öğrenci düzeyine uyarılama gibi zorluklar yaşadıklarını belirtmeleri, bu araştırmadaki dezavantaj bulgularıyla örtüşmektedir.

Argümantasyon temelli öğretimin olumsuz yönlerine ilişkin, sınıf kontrolünü sağlamada yaşanabilecek zorlukların katılımcılar tarafından belirtildiği görülmüştür. Bu bulgu benzer araştırmaların bulgularıyla örtüşmektedir (Akaydın vd., 2024; Korkmaz, 2020; Yılmaz ve Benzer, 2020). Yılmaz ve Benzer (2020) çalışmalarında katılımcı olarak yer alan öğretmenlerin argümantasyon temelli öğretim esnasında “bazı durumlarda sınıf kontrolünü sağlamanın zor olduğunu, tartışmaların kontrolden çıkabildiğini” belirttiklerini rapor etmişlerdir. Akaydın vd. (2024) çalışmalarında ise sınıf öğretmenlerinin “argümantasyon tabanlı öğretim sırasında sınıfta gürültü seviyesinin arttığını, bu durumun diğer sınıfları rahatsız edebildiğini” belirttiğini rapor etmişlerdir.

Argümantasyon temelli öğretimin öğrenci bakış açısıyla değerlendirilmesine yönelik olarak katılımcı görüşleri incelendiğinde yöntemin öğrenciler açısından; derse etkin katılımı sağladığı, kalıcı öğrenmeyi desteklediği, eğlenceli ve merak uyandırıcı olduğu, çekingen öğrencilerin derse katılmasına yardımcı olduğu ve etkili öğrenmeyi sağladığı belirtilmiştir. Bu bulgular literatürdeki benzer çalışmaların bulgularıyla örtüşmektedir (Aydemir vd., 2018; Aydoğdu Demir ve Turan, 2022; Balcı ve Benzer,

2020; Çiçek Şentürk, 2020; Korkmaz, 2020; Küçük-Demir, 2014; Mercan, 2015; Tekin Dede vd., 2022). Aydemir vd. (2018) Fen bilgisi öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimi etkili ve eğlenceli bulduklarını, derse aktif katılım sağladığını düşündüklerini belirtmeleri bu çalışmanın bulgularıyla örtüşmektedir. Aydoğdu Demir ve Turan (2022)'ın argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarını artırması, öğrenmenin kalıcılığına katkı sağlaması ve derse aktif katılımı teşvik etmesi yönündeki bulguları bu araştırma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Balcı ve Benzer (2020)'in argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin bilimsel düşünme, kalıcı öğrenme, eleştirel düşünme ve derse aktif katılım becerilerini geliştirdiğine dair bulguları bu çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. Korkmaz (2020)'ın teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin derse olan ilgisini artırdığı, görselleştirme yoluyla kalıcı öğrenmeyi desteklediği ve öğrencilerin sürece aktif katılımını sağladığı yönündeki bulguları da bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir.

Katılımcıların argümantasyon temelli öğretimin öğretmenlik meslek eğitimlerine sağladığı katkılara yönelik olarak yaptıkları açıklamalar incelendiğinde; argümantasyon yaklaşımının mesleki anlamda uygulama isteği oluşturduğu, mesleki farkındalık sağladığı ve farklı bakış açıları kazandırdığı yönünde ifadelerin yer aldığı görülmektedir. Bu bulgu, literatürdeki benzer çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Korkmaz (2020)'ın doktora çalışmasında deney grubunda yer alan matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimi meslek hayatlarında uygulamak istemelerine ilişkin ifadeleri mevcut çalışmanın bulgularını desteklemektedir. Ayrıca Yılmaz ve Benzer (2020) tarafından yapılan araştırmada, katılımcıların argümantasyon temel öğretim uygulanmasının “kendi mesleki gelişimlerine katkı sağladığını, farklı öğretim stratejileri geliştirdiklerini” belirttikleri rapor edilmiştir. Bu bulgu, mevcut araştırmada argümantasyon temelli öğretimin öğretmen adaylarının meslek hayatında uygulama isteği oluşturduğu yönündeki görüşleriyle paralellik göstermektedir. Öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimin avantajlarını bizzat deneyimleme fırsatı yakalamaları ve bu yaklaşımın öğrenmeye olan olumlu etkilerini gözlemlemeleri, ileriki dönemde meslek hayatlarında bu yaklaşımı uygulama isteklerini artırmaktadır. Bu durum,

argümantasyon temelli öğretimin özellikle öğretmen eğitimi programlarında daha çok yer almasının gerekliliğini vurgulamaktadır.

Mevcut araştırmada ortaya çıkan, matematik öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimin mesleki farkındalıklarını sağladığı görüşü alanyazındaki bazı çalışmaların sonuçlarıyla uyumludur (Korkmaz ve Biber, 2022; Yılmaz ve Benzer, 2020). Korkmaz ve Biber (2022) çalışmalarında katılımcıların, argümantasyon etkinliklerinin konunun daha net açıklanabilmesini sağladığını, derse olan ilgiyi artırdığını ve öğrencileri sürekli etkin bir şekilde derse kattığını ifade ettikleri belirtmiştir. Bu bulgular, uygulanan argümantasyon temelli öğretimin, araştırmanın katılımcıları olarak yer alan matematik öğretmen adaylarının mesleki farkındalıklarını arttırdığına bir işarettir. Yılmaz ve Benzer (2020) tarafından yapılan araştırmada, öğretmenlerin argümantasyon temelli öğretimi uygulama sırasında “kendi mesleki gelişimlerine de katkı sağladığını, farklı öğretim stratejileri geliştirdiklerini” belirttikleri ifade edilmiştir. Bu sonuç, mevcut araştırmanın, katılımcıların mesleki farkındalıklarını sağladığı yönündeki görüşlere ilişkin bulgularla örtüşmektedir.

Araştırmada, matematik öğretmen adaylarının olasılık ve istatistik, sayılar ve işlemler, geometri, fonksiyonlar ve analiz konularının öğretiminde argümantasyon temelli öğretimin etkili olacağı görüşünü bildirdikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca bazı matematik öğretmen adaylarının bu yaklaşımın tüm konularda uygulanabileceğine; bazılarının ise özellikle zor, tartışmaya elverişli ve kavram yanılgılarının olduğu konuların öğretiminde daha etkili olabileceğine ilişkin görüş bildirdikleri belirlenmiştir. Mevcut araştırmada matematik öğretmen adayları kombinasyon, binom, olasılık, veri analizi gibi olasılık ve istatistik dersine ait konularda yöntemin uygun bir biçimde uygulanabileceğini içeren bulgular alanyazında yer alan birçok araştırmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir (Can, 2018; Duran vd., 2017; Tekin Dede, 2018). Can (2018), argümantasyon temelli öğretim yönteminin olasılık ve istatistik konularının öğretiminde öğrenci başarısına olan etkisini incelediği doktora çalışmasında, argümantasyon temelli öğrenme yaklaşımının etkili bir yöntem olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca araştırmada, öğrencilerin olasılık kavramlarını tartışmaları yoluyla argümanlar oluşturmaları sayesinde konuyu daha iyi anladıkları belirtilmiştir. Duran vd. (2017), argümantasyon temelli öğretimin olasılık konusunda 8. sınıf öğrencilerinin

akademik başarılarına ve matematik kaygılarına olan etkilerini inceledikleri araştırmalarında, bu yaklaşımın öğrencilerin başarılarını artırdığını ve matematik kaygılarını azalttığını ortaya koymuşlardır. Tekin Dede (2018) matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarını incelediği araştırmasında, olasılık ve istatistik konularının argümantasyon temelli öğretime uygun olduklarını, bu konulara yönelik olarak öğrencilerin çeşitli görüşler ortaya koyabilecekleri ve bu görüşleri tartışabilecekleri argümantasyon içerikli bir ortam oluşturmanın önemini belirtmiştir. Bu bulgular, mevcut araştırmada öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimin olasılık ve istatistik konularında uygulanabileceği yönündeki görüşlerini destekler niteliktedir. Olasılık ve istatistik konuları doğası gereği tartışmaya açık bir konu olması, öğrencilerin farklı bakış açısı yakalamalarına ve farklı çözüm strateji oluşturmalarına imkân tanınması gibi nedenler bu konuların argümantasyon yaklaşımıyla olan uyumunu göstermektedir.

Matematik öğretmen adaylarının, argümantasyon temelli öğretimin sayılar ve işlemler konularında uygun bir şekilde uygulanabileceğine yönelik olarak ifadelerini içeren bulgular, literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarıyla desteklenmektedir (Adal, 2023b; Korkmaz ve Biber, 2022; Yitmez vd., 2023). Yitmez vd. (2023), Türkiye’deki argümantasyon temelli matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına olan etkilerini meta-analiz yöntemiyle inceledikleri çalışmalarında, sayılar ve işlemler öğrenme alanında yapılan çalışmaların olumlu sonuçlar verdiğini ifade etmişlerdir. Bu bulgu, mevcut araştırmada öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretimin sayılar ve işlemler konularında uygulanabileceği şeklindeki ifadeleriyle örtüşmektedir. Adal (2023b) argümantasyon temelli öğretimin matematik okuryazarlığına olan etkilerini incelediği doktora çalışmasında, tam sayılar ve sayı doğrusu konularının öğretiminde argümantasyon yaklaşımının uygun bir seçenek olduğunu ifade etmiştir. Bu bulgu mevcut araştırmada yer alan argümantasyon temelli öğretimin tam sayılar ve sayı doğrusu konularında uygulanabileceğine ilişkin görüşlerle paralellik göstermektedir. Korkmaz ve Biber (2022), matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretime ilişkin görüşlerini inceledikleri araştırmalarında, çarpanlar ve katlar ile kareköklü sayılar konularının argümantasyon temelli öğretime uygunluğunu, bu konularda öğrencilerin farklı çözüm yolları üretebilecekleri ve bu çözüm yollarını akranlarıyla birlikte tartışabilecekleri bir ortam

oluşturulabileceğini belirtmişlerdir. Bu bağlamda sayılar ve işlemler konularında öğrencilerin farklı çözüm yolları üretebilmeleri ve bu çözüm yollarına ilişkin tartışma yapabilmeleri, bu konuların argümantasyon temelli öğretime uygunluğunu destekler niteliktedir. Özellikle tam sayılar, sayılar ve sayı doğrusu, çarpanlar ve katlar, kareköklü sayılar, öğrencilerin argüman oluşturabilecekleri ve bu argümanları sınıf içerisinde tartışabilecekleri konular olarak ön plana çıkmaktadır.

Katılımcıların argümantasyon temelli öğretimin geometri konularında uygun bir şekilde uygulanabileceğine yönelik olarak belirttikleri görüşleri içeren bulgular, literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarıyla desteklenmektedir (Korkmaz, 2020; Öz, 2019; Yitmez vd., 2023; Zengin, 2024). Korkmaz (2020), öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretim hakkındaki görüşlerini incelediği araştırmasında, katılımcıların geometri konularının tamamının teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretimle işlenebileceği yönündeki ifadelerini rapor etmiştir. Bu durum, yöntem açısından güçlü bir uygulanabilirlik vurgusunu içermektedir. Benzer şekilde, Zengin (2024) tarafından özel yetenekli öğrencilere yönelik olarak geliştirilen teknoloji destekli geometri öğretim modülünün ispat ve muhakeme süreçleri açısından incelendiği çalışmasında, argümantasyonun öğrencilerin mantıksal akıl yürütme ve düşünme becerileri üzerindeki olumlu etkilerinin bulunduğu açıkça ortaya konulmuştur. Ayrıca Yitmez vd. (2023) tarafından yapılan meta-analiz çalışmasında, argümantasyon temelli öğretimin geometri dâhil olmak üzere matematiğin çeşitli alt alanlarında öğrenci başarısını anlamlı seviyede artırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgular mevcut araştırmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Geometri konularının görsel öğeleri içermesi, birden fazla çözüm yoluna açık olması ve öğrencilerin farklı bakış açısı geliştirmelerine imkân tanınması, bu konuların argümantasyon temelli yaklaşıma uygunluğunu göstermektedir.

Katılımcıların argümantasyon temelli öğretimin fonksiyonlar ve analiz konularında uygulanabilirliğine yönelik olarak belirttikleri görüşleri içeren bulgular, literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir (İnam ve Güven, 2019; Mercan, 2015). Mercan (2015) fonksiyonlar konusunun öğretiminde argümantasyon temelli yaklaşımın farklı değişkenlere olan etkisini incelediği doktora tezinde, bu yaklaşımın fonksiyonlar konusundaki akademik başarıyı artırdığını ve öğrencilerin kavram

yanılgılarını giderdiğini rapor etmiştir. Ayrıca çalışmada, katılımcıların fonksiyon kavramı üzerine argüman oluşturabilecekleri ve oluşturdukları argümanları amacına uygun bir biçimde tartışabildikleri ifade edilmiştir. Fonksiyonlar ve analiz konularının soyut yapıları nedeniyle öğrencilerin güçlük yaşadıkları konular olmaları ve argümantasyon temelli öğretimin bu güçlükleri aşma noktasında yardımcı olabilmesi, bu konuların söz konusu öğretime uygunluğunu desteklemektedir. Özellikle fonksiyonlar konusu, öğrencilerin argüman oluşturabilecekleri ve bu argümanları etkili bir biçimde tartışmalarına imkân tanıyan bir konu olarak öne çıkmaktadır. Bu durum, mevcut çalışmada öğretmen adaylarının fonksiyonlar ve analiz konularını argümantasyon temelli yaklaşıma uygun bulmalarıyla açıklanabilir.

Araştırmada bazı matematik öğretmen adaylarının, argümantasyon temelli öğretimin matematik konularının tamamında uygulanabileceğine yönelik görüş bildirdikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca bazı öğretmen adaylarının doğrudan konu adı belirtmeden; bu yöntemin zor olan ve tartışmaya elverişli olan konularda, kavram yanılgılarının ortaya çıktığı hususlarda daha etkili bir biçimde kullanılabileceği yönünde ifadelerinin olduğu görülmüştür. Yitmez vd. (2023) argümantasyon temelli matematik öğretiminin öğrencilerin başarılarına etkisini inceleyen meta-analiz çalışmalarında, söz konusu yöntemin matematik konularının tamamında uygulanabileceği, ancak bazı konuların bu yönetime daha uygun olacağını ifade etmişlerdir. Bu bulgu, mevcut çalışmadaki tüm/genel matematik konularına uygun bir yöntem olduğunu ifade eden görüşleri desteklemektedir. Korkmaz ve Biber (2022), matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli argümantasyon temelli öğretim uygulamasına ilişkin katılımcı görüşlerini inceledikleri araştırmalarında, öğretmen adaylarının bu yaklaşımın özellikle zor ve kavram yanılgılarının olduğu konularda daha etkili olacağını düşündüklerini rapor etmişlerdir. Bu bulgu, mevcut araştırmada ifade edilen söz konusu yöntemin zor konularda, tartışmaya elverişli ve kavram yanılgılarının bulunduğu konularda daha etkili bir biçimde kullanılabileceği yönündeki katılımcı görüşleriyle benzerlik göstermektedir. Argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin zorlandıkları konuları daha iyi kavramalarına yardımcı olabilmesi ve kavram yanılgılarını gidermede etkili olabilmesi, bu yöntemin özellikle zor konularda, tartışmaya elverişli ve kavram yanılgılarının olduğu konularda daha etkili kullanılabileceğini desteklemektedir. Bu durum, mevcut araştırmada öğretmen

adaylarının bu tür konuların argümantasyon temelli yaklaşıma uygun olduğunu belirttikleri ifadeleriyle açıklanabilir.

5.4 Matematik Öğretmen Adaylarının Normal Dağılım Konusundaki Kavramsal Anlayışlarına İlişkin Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmeler doğrultusunda, matematik öğretmen adaylarının normal dağılım ile standart sapma kavramları arasındaki ilişkiye dair çeşitli düzeylerde kavramsal anlayışlara sahip oldukları belirlenmiştir. İçerik analizi bulguları, öğretmen adaylarının yanıtlarını doğru anlamalar ve kavram hataları ile kararsızlıklar olmak üzere iki ana tema altında sınıflandırmayı mümkün kılmıştır.

Katılımcıların büyük çoğunluğu, standart sapma değeri ile normal dağılım eğrisinin yayılımı arasında doğru bir ilişki kurmuştur. Öğretmen adayları, standart sapmanın artmasıyla birlikte grafiğin daha yayvan ve basık, azalması durumunda ise daha sivri bir hâl aldığını doğru biçimde ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda, Garfield ve Ben-Zvi (2008), öğrencilerin istatistiksel grafiklerin biçimsel özelliklerini kavrayabilmelerinin, istatistiksel düşünmenin önemli bir göstergesi olduğunu vurgulamaktadır.

Ayrıca bazı öğretmen adaylarının, normal dağılım eğrisinin tepe noktasının (mod) yerinin aritmetik ortalama ile aynı konumda olduğunu ifade etmeleri, dağılımın simetrik yapısını ve merkezi eğilim ölçüleri arasındaki ilişkileri doğru anladıklarını göstermektedir. Bu doğrultuda Batanero vd. (2011), “istatistiksel kavramlar arasındaki yapısal ilişkilerin fark edilmesinin” öğretmen adaylarının kavramsal gelişimleri açısından kritik bir basamak olduğunu vurgulamaktadır.

Bununla birlikte, bazı öğrencilerin normal dağılım ve standart sapma kavramlarına dair belirgin kavramsal hatalara sahip oldukları da ortaya çıkmıştır. Örneğin, bir katılımcının standart sapmayı dersin zorluğuyla ilişkilendirmesi ve bu temelde dağılımın sivrililiğini yorumlaması, istatistiksel terimlerin günlük dildeki anlamlarıyla karıştırıldığını göstermektedir. Benzer şekilde, standart sapmanın grafiğin yüksekliği üzerindeki etkisini kavrayamayan ya da bu konuda çelişkili ifadeler kullanan öğrenciler, normal dağılımın matematiksel yapısına dair bütüncül bir anlayış

geliştirememiştir. Bu durum, Watson ve Moritz (2000) tarafından dile getirilen, öğrencilerin genellikle istatistiksel kavramları parçalı olarak öğrendikleri ve bu parçaları tutarlı bir şemaya dönüştürmekte zorlandıkları görüşüyle örtüşmektedir.

Görüşme verileri, bazı öğretmen adaylarının bilgi düzeylerinde kararsızlık ve değişkenlik yaşadıklarını da ortaya koymuştur. Bu doğrultuda Cobb ve Moore (1997), soyut istatistiksel kavramların öğrencilerde zamanla kavramsal dönüşüm geçirerek yerleştiğini ve bu sürecin çeşitli öğretimsel deneyimlerle desteklenmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının kavramsal gelişimini desteklemek için sadece tanımsal bilgiler değil, grafiksel temsiller, dinamik simülasyonlar ve örnek olaylar üzerinden yapılan tartışmalar gibi yapılarla zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Ayrıca, kavram hatalarının fark edilmesini sağlayacak açık uçlu soru ve tartışmaların da öğretim süreçlerine entegre edilmesi oldukça önemlidir.

Bazı katılımcıların, normal dağılım eğrisinin altında kalan alanın her zaman 1'e eşit olduğu bilgisini, bu dağılımın temel bir özelliği olarak içselleştirdikleri görülmüştür. Katılımcılar bu alanı doğrudan olasılık kuramı çerçevesinde ele almış ve toplam olasılığın "1" olması gerektiği yönünde açıklamalar getirmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin olasılık-yoğunluk fonksiyonu kavramına dair temel bir anlayış geliştirdiklerine işaret etmektedir (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Özellikle, Ö3 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının olasılık uzayı ile eğri altındaki alan arasında doğrudan bir bağlantı kurmaları, istatistiksel düşünmenin üst düzey göstergelerindendir (Shaughnessy, 2007). Ancak, her ne kadar çoğu öğrenci doğru sonuca ulaşmış olsa da bazı öğrencilerin bu sonuca yüzeysel, ezbere veya hatalı gerekçelerle ulaştıkları da dikkat çekicidir. Örneğin, Ö2 kodlu öğretmen adayının alanların eşitliğini sınava katılan kişi sayısı ile ilişkilendirmesi, ardından kararsız bir şekilde bu fikrinden vazgeçmesi; öğrencinin bu konudaki bilgisinin yetersiz, bağlam dışı ve ezbere dayalı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu doğrultuda Cobb ve Moore (1997), öğrencilerin çoğu zaman istatistiksel bilgileri bağlamsal akıl yürütme ile değil, okul matematiğinden aktarılan formel kurallarla anlamlandırmaya çalıştığını ifade etmektedir. Ayrıca, bazı öğrencilerin bir önceki soruda gösterdikleri kavram hatalarını bu soruya da taşıdıkları gözlemlenmiştir. Örneğin, Ö3 ve Ö4 kodlu öğretmen adayları

normal dağılım eğrilerinin yüksekliklerinin her durumda aynı kalacağı yönündeki yanlış inançlarını bu soruya da yansıtmışlardır. Bu durum, öğrencilerin eğrinin geometrik özellikleri (örneğin tepe noktasının yüksekliği) ile alanı (olasılığı) birbirinden bağımsız ve çelişkili biçimde düşündüklerini göstermektedir. Bu tür yanılgılar, Batanero vd. (2011)'nin belirttiği üzere, öğrencilerin istatistiksel grafiklere bakarken görsel sezgilerle kavramsal bilgileri birbirine karıştırmalarından kaynaklanmaktadır. Bunun yanı sıra, bazı öğrencilerde görsel algıya dayalı hatalı sezgisel çıkarımlar ortaya koydukları gözlemlenmiştir. Ö5 kodlu öğretmen adayının başlangıçta daha yayvan grafiklerin daha fazla alan kapladığını düşünmesi, öğrencilerin yüzeysel görsel özelliklere dayalı akıl yürütme alışkanlıklarını sürdürdüklerini göstermektedir (Watson ve Moritz, 2000). Ancak aynı öğrencinin, görüşme süreci içinde düşüncesini yeniden yapılandırması ve doğru sonuca ulaşması, istatistiksel kavramların öğretiminde mülakatlar gibi etkileşimli araçların kavramsal değişim süreci açısından ne denli önemli olduğunu göstermektedir.

Araştırmada, öğretmen adaylarının normal dağılımda ortalama, mod ve medyan arasındaki ilişkiye dair anlayışları incelenmiş ve bu doğrultuda adayların büyük kısmının doğru bilgiye sahip olduğu, ancak bu bilginin düzeyi ve sağlamlığı açısından farklılıklar gösterdiği belirlenmiştir. Katılımcıların bir bölümü, merkezi eğilim ölçülerinin normal dağılımda eşit olduğu kuralını doğru şekilde ifade etmiş; bazıları ise bu bilgiye akıl yürütme yoluyla ulaşmıştır. Bu durum, katılımcıların yalnızca bilgiye sahip olmanın ötesinde, onu nasıl yapılandırdıklarıyla ilgili önemli ipuçları sunmaktadır (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Bazı öğrencilerin merkezi eğilim ölçüleri arasındaki eşitliği doğrudan ifade etmeleri, bu kuralı ezber düzeyinde de olsa hatırladıklarını göstermektedir. Örneğin, Ö5 kodlu öğretmen adayının ifadesi açık bir şekilde bu temel bilgiyi yansıtmaktadır. Ö2 kodlu öğretmen adayının ise önce hatalı bir sezgisel yorum yapması, ardından dersi hatırlayarak doğru bilgiye ulaşması, kavramsal değişimin mümkün olduğunu ve öğretim süreçlerinin bu tür geçişleri destekleyebileceğini göstermektedir. Bu durum özellikle istatistiksel kavramların öğretiminde, anlam kurma ve yeniden yapılandırma süreçlerinin önemini vurgulayan yapılandırmacı yaklaşımlar açısından değerlidir (Shaughnessy, 2007).

Bazı öğrencilerin standart sapma ile normal dağılımın varlığı arasında nedensel bir bağ kurmaları, konunun temel yapısına ilişkin kavram hatalarının varlığını ortaya koymaktadır. Standart sapmanın büyüklüğünün dağılımın "normal olup olmamasını" belirlediğini veya ortalama, mod ve medyan arasındaki ilişkiyi etkilediğini düşünen öğrenciler, istatistiksel değişkenlik ile dağılımın biçimsel yapısını karıştırmaktadırlar. Bu tür hatalar, istatistik öğretiminde özellikle dağılımın tanımı, parametreleri ve özellikleri konularının bütünsel olarak ele alınması gerektiğini göstermektedir (Batanero vd., 2011). Sonuç olarak, öğretmen adaylarının normal dağılımın temel özelliklerinden biri olan ortalama, mod ve medyan eşitliğini genel olarak bildikleri; ancak bu bilgilerin bazı durumlarda ezbere dayalı olduğu, koşullu kabul edildiği veya kavram hataları ile ifade edildiği görülmüştür. Bu bulgular, öğretmen adaylarının yalnızca kavramları tanımlamakla kalmayıp, bu kavramlar arasında neden-sonuç ilişkileri kurabilme, ayırt edebilme ve genelleyebilme becerilerinin desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır (Shaughnessy, 2007).

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun standart sapma ve aritmetik ortalamanın birlikte değerlendirilmesi gerektiğini doğru biçimde kavradığını ve bu nedenle değişkenlik katsayısını kullanmaları gerektiğini açık ve doğru bir biçimde ifade ettiklerini göstermiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının yalnızca formül ezberlemekten öteye geçerek, kavramların anlamlarını ve kullanım koşullarını da içeren üst düzey bir istatistiksel okuryazarlık sergilediklerine işaret etmektedir (Garfield ve Ben-Zvi, 2008). Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adaylarının değişkenlik katsayısını kullanmaları ve doğru sonuca ulaşmaları, istatistiksel kavramlar arasında anlamlı bağlantılar kurabildiklerini ortaya koymuştur. Özellikle Ö2, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adaylarının değişkenlik katsayısının neden gerekli olduğunu kavramsal düzeyde açıklamaları, öğrencilerin istatistiksel değişkenliği yalnızca hesaplama düzeyinde değil, bağlamsal düzeyde de anladıklarını göstermektedir. Örneğin, Ö2 kodlu öğretmen adayının "sapmanın anlamı ortalamaya bağlıdır" şeklindeki vurgusu, kavramlar arası ilişkiyi kurabildiğine dair güçlü bir göstergedir. Benzer şekilde Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları da formülün ardındaki mantığı açıklayarak derinlemesine kavrayışa sahip olduklarını ortaya koymuşlardır. Bu tür gerekçelendirme biçimleri, istatistiksel düşünmenin temel boyutlarından biri olan veri yorumlama ve ilişki kurma becerileriyle doğrudan ilişkilidir. Öte yandan, Ö5

kodlu öğretmen adayının görüşme sırasındaki açıklamaları, görelî değişkenlik yerine mutlak değerlere (standart sapma ve ortalama) odaklanma eğiliminin hala var olabileceğini göstermektedir. Öğrencinin yazılı yanıtta doğru işlem yapmasına rağmen, sözlü açıklamasında bu hesaplamayı destekleyici kavramsal temeli kuramaması, işlem bilgisi ile kavramsal bilgi arasındaki kopukluğu ortaya koymaktadır. Bu bulgu, istatistik öğretiminde yalnızca formül öğretiminin yeterli olmadığını, formülün ne zaman ve neden kullanılacağına dair açıklamaların da gerekli olduğunu göstermektedir (Biehler vd., 2023). Ayrıca bu öğretmen adayıyla yapılan görüşmede kullanılan yönlendirme ve sorgulama teknikleri, öğrencinin kavramsal çelişki yaşamasına ve ardından doğru kavrayışa ulaşmasına aracılık etmiştir. Öğrencinin "aritmetik ortalaması 1000 olan bir veri grubunda 3 birimlik sapmanın 100 olan bir grup için anlamının farklı olduğu" yönündeki farkındalığı, kavramsal değişim süreci açısından öğretici bir örnektir. Bu süreç, öğretimde öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına, çelişkilerini fark etmelerine ve gerekçelendirmeler yoluyla anlamlarını yeniden yapılandırmalarına olanak tanınması gerektiğini vurgulamaktadır (Smith vd., 1994). Sonuç olarak, öğretmen adaylarının görelî değişkenlik kavramını büyük ölçüde doğru anlamaları, istatistiksel düşünme açısından sevindirici bir durumdur. Ancak bazı adaylarda görülen kavramsal çelişkiler, öğretimin yalnızca hesaplama odaklı değil, aynı zamanda bağlamsal ve sorgulayıcı olmasının önemini ortaya koymaktadır.

6. ÖNERİLER

Deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının matematiksel problem çözme becerilerinde ve akademik başarılarında istatistiksel olarak anlamlı bir artışın var olduğu görülmektedir. Bu bulgu argümantasyon temelli öğretimin, normal dağılım konusunun öğretiminde etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, öğrenme sürecine ilişkin ders planları yapılandırılırken; öğrencilerin akıl yürütme, tartışma ve kanıt geliştirme becerilerini ortaya çıkaran etkinliklere daha fazla yer verilmesi gerekmektedir.

Yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerin kavramsal anlayışlarında bazı kavram hatalarına rastlanmıştır. Kavram hataları, yüzeysel öğrenmenin bir göstergesi olduğundan eğitimcilerin, özellikle istatistiksel kavramlar gibi soyut konularda öğrencilerin kavramları doğru yapılandırmasını sağlayacak somutlaştırıcı ve sorgulamaya dayalı öğrenme ortamları oluşturması gerekmektedir. Ayrıca kavram hatalarının varlığı, mevcut değerlendirme araçlarının kavramsal anlayışı yeterince ortaya çıkaramadığını göstermektedir. Özellikle istatistik gibi soyut konular için, öğrencilerin yüzeysel değil, derin anlamlandırmalarını ortaya çıkaran açık uçlu sorular, yansıtıcı yazılımlar ve performans görevleri müfredata entegre edilmelidir.

Uygulanan görüş formunda, öğretmen adaylarının argümantasyon temelli öğretime ilişkin olumlu görüşlerinin olduğu görülmektedir. Bu olumlu tutum, öğretmen adaylarının bu yönetime açık olduklarını göstermektedir. Öğretim programlarına bu yöntemin kuramsal temellerini ve uygulama örneklerini içeren ders veya modüllerin eklenmesi, öğretmen adaylarının bu yöntemi daha yakından tanımasını sağlayarak bu yöntemi meslek hayatlarında kullanmaları için tecrübe kazandıracaktır.

Uygulama sürecinde aktif katılım desteklendiğinde anlamlı kazanımların elde edildiği görülmüştür. Öğrenme sürecinde sadece dinleyici konumunda değil, fikir üreten, tartışan ve düşüncelerini savunan bir birey olmak bilginin derinliğini artırmaktadır. Bu nedenle etkili bir öğrenme elde edebilmek için öğrenciler, tartışmalara katılarak akıl yürütmeli ve kendi düşüncelerini gerekçelendirerek ifade etmelidir.

Gelecekteki Araştırmalara Yönelik Öneriler

Bu araştırma, argümantasyon temelli öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının normal dağılım konusundaki akademik başarıları ve problem çözme becerileri üzerindeki olumlu etkilerini ortaya koymuştur. Ancak, araştırmanın belirli bir katılımcı grubunda, belli bir konu ve süre ile sınırlı olması, gelecekte yapılacak çalışmalar için çeşitli fırsatlar sunmaktadır. Bu bağlamda, alanyazına katkı sağlamak amacıyla aşağıdaki araştırmaların yapılması önerilmektedir.

1. Farklı Katılımcı Gruplarına Yönelik Öneriler

Görevdeki matematik öğretmenleriyle çalışmalar: Argümantasyon temelli öğretimin etkililiği, uygulayıcının yönetime olan hakimiyetine bağlıdır. Bu doğrultuda görevdeki matematik öğretmenlerine yönelik düzenlenecek bir hizmet içi eğitimin ardından, bu öğretmenlerin argümantasyon temelli öğretimi kendi sınıflarında uygulama süreçlerini ve bu sürecin hem öğrencileri hem de kendi mesleki gelişimleri üzerindeki etkilerini inceleyen eylem araştırmaları (action research) yapılabilir.

Farklı branşlardaki öğretmen adaylarıyla çalışmalar: Bu araştırmanın çalışma grubu, ilköğretim matematik öğretmen adayları ile sınırlıdır. Fen Bilgisi, Sınıf Öğretmenliği veya Sosyal Bilgiler gibi istatistiksel okuryazarlığın önemli olduğu diğer branşlardaki öğretmen adaylarıyla argümantasyon temelli öğretimin etkililiğini araştıran çalışmalar, yöntemin disiplinlerarası uygulanabilirliği hakkında literatüre değerli bilgiler sunacaktır.

2. Farklı Matematik Konularına Yönelik Öneriler

Araştırma, Olasılık ve İstatistik öğrenme alanı içerisindeki "normal dağılım" gibi spesifik ve kavramsal bir konuyla sınırlıdır. Argümantasyon temelli öğretimin, öğrencilerin ispat ve gerekçelendirme becerilerinin oldukça önemli olduğu Geometri (örneğin, üçgenlerde eşlik-benzerlik) veya soyut düşünmenin yoğun olduğu Cebir (örneğin, fonksiyonlar, limit, türev) gibi farklı matematik konularındaki etkisini inceleyen çalışmalar yapılabilir.

Mevcut araştırmada, argümantasyon temelli öğretimin gerçekleştirilmesine rağmen, bazı öğretmen adaylarının kavram hatalarını sürdürdüğü tespit edilmiştir. Bu bulgudan hareketle, matematikte kesirler, ondalık sayılar, negatif sayılar veya limit gibi köklü kavram hatalarının bulunduğu konular seçilerek, argümantasyon temelli öğretimin bu yanılığları gidermedeki rolünü derinlemesine inceleyen nitel odaklı çalışmalar tasarlanabilir.

3. Farklı Araştırma Yöntemlerine Yönelik Öneriler

Boylamsal (longitudinal) alışmalar: Bu araştırma, beş haftalık bir uygulama süresi ile sınırlıdır. Argümantasyon temelli öğretimin etkilerinin kalıcılığını ve öğretmen adaylarının bu yöntemi meslek hayatlarına ne ölçüde transfer ettiklerini incelemek amacıyla, aynı katılımcı grubunu üniversite sıralarından başlayarak öğretmenliklerinin ilk birkaç yılında takip eden boylamsal çalışmalar yapılabilir.

Argüman kalitesini analiz eden nitel alışmalar: Mevcut çalışmada nitel veriler görüşler ve kavramsal anlayış üzerine odaklanmıştır. Gelecekteki araştırmalarda, argümantasyon temelli öğretim sürecinde ilgili konudaki öğrencilerin kurdukları argümanların yapısını ve kalitesini (örneğin, Toulmin Argüman Modeli kullanılarak) analiz eden daha derinlemesine nitel veya karma yöntemli çalışmalar yürütülebilir. Bu tür bir analiz, öğrencilerin sadece sonuca ulaşıp ulaşmadığını değil, aynı zamanda nasıl akıl yürüttüklerini ve gerekçelendirme becerilerinin nasıl geliştiğini anlamamızı sağlar.

Tek denekli araştırma desenleri: Özellikle matematik öğrenme güçlüğu yaşayan veya özel yetenekli öğrenciler gibi spesifik alt gruplarda argümantasyon temelli öğretimin etkisini incelemek için tek denekli araştırma desenleri kullanılabilir. Bu durum, yöntemin farklı öğrenme profillerine sahip bireyler üzerindeki etkisini detaylı bir şekilde ortaya koyacaktır.

4. Farklı Öğretim Ortamlarına Yönelik Öneriler

Bu alışma geleneksel sınıf ortamında yürütölmüştür. Öğrencilerin dinamik istatistik yazılımları, simölasyonlar veya evrimii tartışma forumları gibi teknolojik araçları

kullanarak argümanlar oluşturduğu ve tartıştığı teknoloji destekli öğrenme ortamlarında argümantasyon temelli öğretimin etkililiği incelenebilir. Teknoloji, öğrencilere iddialarını test etmek için birtakım verileri sağlama ve görsel kanıtlar sunma imkânı tanıyarak argümantasyon sürecini zenginleştirebilir. Ayrıca pandemi sonrası yaygınlaşan çevrimiçi ve hibrit (karma) öğrenme modellerinde argümantasyon temelli öğretimin nasıl uygulanabileceği ve etkililiğinin ne seviyede olduğu araştırılabilir. Eş zamanlı (senkron) video konferanslar veya eş zamansız (asenkron) tartışma durumları üzerinden yürütülecek bir argümantasyon sürecinin, yüz yüze eğitime kıyasla avantajları ve dezavantajları incelenebilir.



KAYNAKLAR

- Acar, D. (2018). Fetemm Eğitiminin İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarı, Düşünme ve Problem Çözme Becerisi Üzerine Etkisi. Doktora Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Adal, A. A. (2023a). An Analysis of Postgraduate Theses Using Toulmin Argumentation Model in the Field of Mathematics Education in Turkey. *Uluslararası Alan Eğitimi Dergisi*, 9(1), 16-37. <https://doi.org/10.32570/ijofe.1257339>
- Adal, A. A. (2023b). Argümantasyon Tabanlı Öğretimin Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığı Başarısına Etkisinin İncelenmesi. Doktora tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bursa.
- Akaydın, B. B., Kabapınar, Y., & Kabapınar, F. (2024). The Argumentation-Based Teaching Process in Social Studies and Science: Reflections from Students and the Teacher. *Journal of Education*, 10(2), 169-192.
- Akdeniz, F. (2022). *Olasılık ve İstatistik* (Twenty-Third). Akademisyen Kitabevi. <https://doi.org/10.37609/akya.2062>
- Akmaz, S. (2023). Cebirsel İfadeler ve Denklemler Konusunda Argümantasyon Tabanlı Öğretim Yönteminin Başarıya, Tutuma ve Kalıcılığa Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Balıkesir.
- Aksungur, A., & Aydın, Ş. (2023). TR Dizin'deki Eğitim Fakültelerinin Dergilerinde Matematiksel Problem Çözme ile İlgili Makalelerin İncelenmesi. *Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(3), 906-921. <https://doi.org/10.38151/akef.2023.91>
- Alıcı, D. (2024). Performansa dayalı ölçme. S. Tekindal (Ed.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (ss. 123-163). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Almukhambetova, A., Torrano, D. H., & Nam, A. (2023). Fixing the Leaky Pipeline for Talented Women in STEM. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(1), 305-324. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10239-1>
- Altun, M. (2000). İlköğretimde Problem Çözme Öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, 147(3).
- Altun, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Alfa Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2021). *Ortaokullarda (5,6,7 ve 8. Sınıflarda) matematik öğretimi* (14. Baskı). Aktüel Yayınları.

- Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.
- Altun, M., & Memnun, D. S. (2008). Mathematics Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems. *Journal of Theory and Practice in Education*, 4(2), 213-238.
- Altuntaş, L., & Erişen, Y. (2021). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerileri ile Matematik Dersine Yönelik Tutum ve Başarıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *Türkiye Eğitim Dergisi*, 6(1), 280-293.
- Amalina, I. K., & Vidákovich, T. (2023). Cognitive and Socioeconomic Factors That Influence the Mathematical Problem-Solving Skills of Students. *Heliyon*, 9(9), e19539. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19539>
- American Statistical Association. (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (gaise) college report*. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GaiseCollege_Full.pdf
- Amit, M. (2024). Challenging non-routine, problem-solving: A hands-on experience. J. Morska & A. Rogerson (Ed.), *Third symposium proceedings. New ways of teaching and learning*. (1st bs, ss. 27-28). WTM Verlag. <https://doi.org/10.37626/GA9783959872881.0.06>
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Ed.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives* (Complete ed). Longman.
- Andrews, R. (2009). *Argumentation in higher education* (0 bs). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203872710>
- Anjariyah, D., Juniati, D., & Siswono, T. Y. E. (2022). How Does Working Memory Capacity Affect Students' Mathematical Problem Solving? *European Journal of Educational Research*, volume-11-2022(volume-11-issue-3-july-2022), 1427-1439. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.3.1427>
- Arain, M., Campbell, M. J., Cooper, C. L., & Lancaster, G. A. (2010). What Is a Pilot or Feasibility Study? A Review of Current Practice and Editorial Policy. *BMC Medical Research Methodology*, 10(1), 67. <https://doi.org/10.1186/1471-2288-10-67>
- Aristoteles. (2019). *Retorik* (M. H. Doğan, Çev.). Yapı Kredi Yayınları.
- Arslan, A. (2012). 6 Yaş Grubu Çocuklarda Genel Problem Çözme Becerilerini Değerlendirme Ölçeğinin Geliştirilmesi, Geçerlik ve Güvenirlilik Çalışmaları. Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing Inquiry-Based Education in Mathematics. *ZDM*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>

- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working Memory, Math Performance, and Math Anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2), 243-248. <https://doi.org/10.3758/BF03194059>
- Asman, D., & Markovits, Z. (2009). Elementary School Teachers' Knowledge and Beliefs Regarding Non-Routine Problems. *Asia Pacific Journal of Education*, 29(2), 229-249. <https://doi.org/10.1080/02188790902859012>
- Asterhan, C. S. C., & Schwarz, B. B. (2016). Argumentation for Learning: Well-Trodden Paths and Unexplored Territories. *Educational Psychologist*, 51(2), 164-187. <https://doi.org/10.1080/00461520.2016.1155458>
- Atasoy, M., & Yiğitcan Nayir, Ö. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Optimizasyon Problemi Çözme Süreçlerinin Toulmin Modeline Göre Analizi. *İhlara Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(2), 206-221.
- Ayalon, M. (2024). A Model for Investigating and Developing Mathematics Teachers' Noticing of Argumentation. *Teaching and Teacher Education*, 148, 104683. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2024.104683>
- Ayalon, M., & Nama, S. (2023). Secondary School Mathematics Teacher-Perceived Factors Involved in Argumentation: An Emerging Framework. *Research in Mathematics Education*, 26(1), 193-214. <https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2156585>
- Aydemir, S., Karakaya Cirit, D., Kaya, S., & Azger, C. (2018). Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Argümantasyona İlişkin Görüşleri ve Argüman Kurma Becerilerinin Araştırılması. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(STEMES'18), 131-138. <https://doi.org/10.18506/anemon.470577>
- Aydın Güç, F., & Kuleyin, H. (2021). Argümantasyon Kalitesinin Matematiksel Modelleme Sürecine Yansıması. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(1), 222-262. <https://doi.org/10.19171/uefad.850230>
- Aydoğdu Demir, H., & Turan, İ. (2022). Sosyal Bilgiler Öğretiminde Argümantasyon Uygulamaları. *TOBIDER - International Journal of Social Sciences*, 6(3), 426-465. <https://doi.org/10.30830/tobider.sayi.12.20>
- Baburajan, V., E Silva, J. D. A., & Pereira, F. C. (2021). Open-Ended Versus Closed-Ended Responses: A Comparison Study Using Topic Modeling and Factor Analysis. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 22(4), 2123-2132. <https://doi.org/10.1109/TITS.2020.3040904>
- Bachman, L. F. (2004). *Statistical analyses for language assessment* (1. bs). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511667350>
- Bacon, F. (1620). *Novum organum*. Londra: John Bill.
- Badjeber, R., Supriyatman, S., Afadil, A., & Hadi, W. (2024). A Review of Toulmin's Argumentation in Mathematics dan Science Learning: Implementation, Impact

and the Role of the Teacher. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 25(3), 1199-1213.
<https://doi.org/10.23960/jpmipa/v25i3.pp1199-1213>

Bakan, S. (2024). Bridge21 Modeli Uygulamalarının Öğrencilerin Matematiksel Problem Çözme Becerilerine, 21. Yüzyıl Beceri ve Sosyomatematiksel Norm Algılarına Etkisi. Doktora Tezi, *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Malatya.

Baker, M. (2003). Computer-mediated argumentative interactions for the co-elaboration of scientific notions. J. Andriessen, M. Baker, & D. Suthers (Ed.), *Arguing to learn* (ss. 47-78). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-0781-7_3

Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Harf Eğitim Yayıncılığı.

Baki, A., & Gökçek, T. (2012). Karma Yöntem Araştırmalarına Genel Bir Bakış. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(42).

Bakker, A., Cai, J., English, L., Kaiser, G., Mesa, V., & Van Dooren, W. (2019). Beyond Small, Medium, or Large: Points of Consideration When Interpreting Effect Sizes. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 1-8.
<https://doi.org/10.1007/s10649-019-09908-4>

Balcı, A. (2022). *Sosyal bilimlerde araştırma, yöntem, teknik ve ilkeler* (16. bs). Pegem Akademi.

Balcı, E., & Benzer, S. (2020). Lisansüstü Öğrencilerin Argümantasyon Temelli Öğretim Yaklaşımına Yönelik Görüşleri. *Online Science Education Journal*, 5(1), 9-20.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control* (ss. ix, 604). W H Freeman/Times Books/ Henry Holt & Co.

Barnes, B. R. (2019). *Transforming research methods in the social sciences: Case studies from South Africa* (S. Laher, A. Fynn, & S. Kramer, Ed.). Wits University Press. <https://doi.org/10.18772/22019032750>

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A Meta-Analysis of the Relation Between Math Anxiety and Math Achievement. *Psychological Bulletin*, 147(2), 134-168.
<https://doi.org/10.1037/bul0000307>

Barrouillet, P., & Lépine, R. (2005). Working Memory and Children's Use of Retrieval to Solve Addition Problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91(3), 183-204. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.03.002>

Barwell, R. (2005). Integrating Language and Content: Issues from the Mathematics Classroom. *Linguistics and Education*, 16(2), 205-218.
<https://doi.org/10.1016/j.linged.2006.01.002>

- Baştürk, R. (2014). Deneme modelleri. İçinde A. Tanrıöğen (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* (ss. 30-54). Anı Yayıncılık.
- Baştürk, S., Dönmez, G., & Dicle, A. N. (2013). Geçerlik ve güvenirlik. S. Baştürk (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* (ss. 161-194). Vize Yayıncılık.
- Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and Learning of Probability. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Ed.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (C. 14). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0>
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and Difficulties in Understanding Elementary Statistical Concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547. <https://doi.org/10.1080/0020739940250406>
- Batanero, C., Tauber, L. M., & Sánchez, V. (2004). Students' Reasoning about the Normal Distribution. D. Ben-Zvi & J. Garfield (Ed.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (ss. 257-276). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_11
- Baxter, P., & Jack, S. (2015). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2008.1573>
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6—8. Sınıflar*. Pegem Akademi Yayıncılık. <http://www.dr.com.tr/kitap/ilkogretimde-matematik-ogretimi-6-8-siniflar/cocuk-ve-genclik/okul-cagi-6-10-yas/cocuk>, Erişim Tarihi; 11/02/2025
- Baykul, Y. (2023). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Sınıflar)* (6. bs). Pegem Akademi.
- Baykul, Y. (2024). *Eğitimde ve psikolojide ölçme: Klâsik test teorisi ve uygulaması*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bayrakçeken, S. (2008). Test geliştirme. E. Karip (Ed.), *Ölçme ve değerlendirme*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Benková, M., Bednárová, D., Bogdanovská, G., & Pavlíčková, M. (2022). Redesign of the Statistics Course to Improve Graduates' Skills. *Mathematics*, 10(15), 2569. <https://doi.org/10.3390/math10152569>
- Berland, L. K., & Reiser, B. J. (2009). Making Sense of Argumentation and Explanation. *Science Education*, 93(1), 26-55. <https://doi.org/10.1002/sce.20286>
- Berndt, M., Schmidt, F. M., Sailer, M., Fischer, F., Fischer, M. R., & Zottmann, J. M. (2021). Investigating Statistical Literacy and Scientific Reasoning & Argumentation in Medical-, Social Sciences-, and Economics Students.

- Learning and Individual Differences*, 86(2), 101963.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101963>
- Bıkmaz Bilgen, Ö., & Doğan, N. (2017). Puanlayıcılar Arası Güvenirlik Belirleme Tekniklerinin Karşılaştırılması. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 8(1), 63-78. <https://doi.org/10.21031/epod.294847>
- Biehler, R., Frischemeier, D., Gould, R., & Pfannkuch, M. (2023). Impacts of digitalization on content and goals of statistics education. B. Pepin, G. Gueudet, & J. Choppin (Ed.), *Handbook of digital resources in mathematics education* (ss. 1-37). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6_20-1
- Bingham, A. (2016). *Çocuklarda problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi* (F. Oğuzkan, Çev.). Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7-74. <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Blanco, T. F., Camargo, L., & Sequeiros, P. G. (2024). How Visualization and Argumentation Are Articulated in Research on Teaching and Learning Geometry. *ZDM – Mathematics Education*, 56(6), 1079-1091. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01619-2>
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Mathematical Modelling*, 1(1), 45-58.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Wiley.
- Boz, İ., & Büyükalın Filiz, S. (2019). İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Akıcı Okuma Düzeyleri ile Rutin Olmayan Problem Çözme Başarısı Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *International Journal of Field Education*, 5(1), Article 1. <https://doi.org/10.32570/ijofe.524102>
- Braduleac, I. (2022). Problem Solving with the Help of Equations and Inequations. *Acta et commentationes: Ştiinţe ale Educaţiei*, 26(4), 95-100. <https://doi.org/10.36120/2587-3636.v26i4.95-100>
- Braun, V., & Clarke, V. (2019). Reflecting on Reflexive Thematic Analysis. *Qualitative Research in Sport, Exercise and Health*, 11(4), 589-597. <https://doi.org/10.1080/2159676X.2019.1628806>
- Brookhart, S. M. (2017). *How to give effective feedback to your students, second edition* (2nd ed). ASCD.
- Bruce, P. C., Gedeck, P., & Dobbins, J. (2024). *Statistics for data science and analytics*. John Wiley & Sons.

- Bryman, A. (2006). Integrating Quantitative and Qualitative Research: How Is It Done? *Qualitative Research*, 6(1), 97-113. <https://doi.org/10.1177/1468794106058877>
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (Fifth edition). Oxford University Press.
- Bulut, B., Kaçar, T., & Arıkan, İ. (2019). Argumentation-Based Learning in Social Studies Teaching. *Journal of Education and Learning*, 8(3), 89. <https://doi.org/10.5539/jel.v8n3p89>
- Bulut, G. G. (2023). Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Dersinde Kullandıkları Yazın Türlerinin Problem Çözme Becerisini Etkisi. Doktora Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Büyüköztürk, Ş. (2024). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni SPSS uygulamaları ve yorum*. Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Çokluk, Ö., & Köklü, N. (2024). *Sosyal bilimler için istatistik*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2015). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (19. bs). Pegem Akademi.
- Calderón-Tena, C. O., & Caterino, L. C. (2016). Mathematics Learning Development: The Role of Long-Term Retrieval. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1377-1385. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9655-0>
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Houghton Mifflin Company.
- Campbell, T. G., Boyle, J. D., & King, S. (2020). Proof and Argumentation in K-12 Mathematics: A Review of Conceptions, Content, and Support. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(5), 754-774. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626503>
- Can, A. (2024). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde niicel veri analizi*. Pegem Akademi.
- Can, Ö. S. (2018). Argümantasyon Yaklaşımı ile Olasılık Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Başarılarına ve Bilgilerinin Kalıcılığını Etkisi. Doktora Tezi, *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.
- Can, Ö. S., & İşleyen, T. (2016). Teaching Probability to Pre-Service Teachers with Argumentation Based Science Learning Approach. *Journal of Education and Practice*, 7(33), 109-116.
- Can, Ö. S., & İşleyen, T. (2020). The Effect of Probability Instruction Through Argumentation Approach on the Achievement of Pre- Service Teachers and the Permanence of Their Knowledge. *African Educational Research Journal*, 8(3), 40-53.

- Can, Ö. S., İşleyen, T., & Demir, B. K. (2017). Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme Yaklaşımının Olasılık Öğretimi Üzerine Etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), Article 24.
- Caratozzolo, P., Chans, G. M., & Dominguez, A. (2025). Editorial: Continuing Engineering Education for a Sustainable Future. *Frontiers in Education*, 10. <https://doi.org/10.3389/educ.2025.1629507>
- Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van Den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' Misconceptions of Statistical Inference: A Review of the Empirical Evidence from Research on Statistics Education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001>
- Castro, W. F., Durango-Urrego, J. H., & Pino-Fan, L. R. (2021). Preservice Teacher's Argumentation and Some Relationships to Didactic-Mathematical Knowledge Features. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(9), em2002. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11139>
- Castro, W. F., & Toro, J. A. (2023). Mathematics Teacher Argumentation in a Didactic Perspective. *Eurasia journal of mathematics, science and technology education*, 19(9), em2322. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13498>
- Chance, B., Del Mas, R., & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. D. Ben-Zvi & J. Garfield (Ed.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (ss. 295-323). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_13
- Choi, A., Seung, E., & Kim, D. (2021). Science Teachers' Views of Argument in Scientific Inquiry and Argument-Based Science Instruction. *Research in Science Education*, 51(1), 251-268. <https://doi.org/10.1007/s11165-019-9861-9>
- Cihan, F., & Doruk, M. (2024). 2024 Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programının SOLO Taksonomisi ve Bilişsel İstem Düzeylerine Göre Değerlendirilmesi. *Uşak Üniversitesi Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 10(3), 144-157. <https://doi.org/10.29065/usakead.1511690>
- Civil, M., & Hunter, R. (2015). Participation of Non-Dominant Students in Argumentation in the Mathematics Classroom. *Intercultural Education*, 26(4), 296-312. <https://doi.org/10.1080/14675986.2015.1071755>
- Cobb, G. W. (2007). The Introductory Statistics Course: A Ptolemaic Curriculum? *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://doi.org/10.5070/T511000028>
- Cobb, G. W., & Moore, D. S. (1997). Mathematics, Statistics and Teaching. *The American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823. <https://doi.org/10.1080/00029890.1997.11990723>
- Cohen, J. (1960). A Coefficient of Agreement for Nominal Scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 37-46. <https://doi.org/10.1177/001316446002000104>

- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed). Lawrence Erlbaum Associates.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (Eighth edition). Routledge.
- Conner, A. (2022). Adaptive Instruction That Supports Collective Argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 66, 100969. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100969>
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher Support for Collective Argumentation: A Framework for Examining How Teachers Support Students' Engagement in Mathematical Activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8>
- Corrigan, J., & Onwuegbuzie, A. (2020). Toward a Meta-Framework for Conducting Mixed Methods Representation Analyses to Optimize Meta-Inferences. *The Qualitative Report*. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2020.3579>
- Cömert, H. (2019). Argümantasyona Dayalı Öğretimin 8. Sınıf Öğrencilerinin Akademik Başarı, Kavramsal Anlama ve Bilimsel Süreç Becerilerine Etkisinin Öğrenme Stilleri Açısından İncelenmesi: Asit ve Bazlar Konusu. Doktora Tezi, *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İstanbul.
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (third edition). SAGE.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2021). *Araştırma tasarımı*. Nobel.
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2017). *Designing and conducting mixed methods research*. SAGE Publications.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (4th ed). SAGE Publications.
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.
- Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: The psychology of optimal experience*. Harper & Row.
- Cumhur, F., & Hacısalıhoğlu Karadeniz, M. (2023). Preservice Mathematics Teachers' Awareness About Problem-Solving Strategies. *Educational Academic Research*, 51(1), 63-74. <https://doi.org/10.5152/AUJKKEF.2023.22153>
- Cuong, L. M., Tien-Trung, N., Ngu, P. N. H., Vangchia, V., Thao, N. P., & Thao, T. T. P. (2025). Mathematics Problem-Solving Research in High School Education: Trends and Insights from the Scopus Database (1983–2023). *European Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 77-89. <https://doi.org/10.30935/scimath/16038>

- Çakır, A., & Akkoç, H. (2024). Socio-mathematical Norms Related to Problem Solving in a Gifted and Talented Mathematics Classroom. *Mathematics Teaching Research Journal*, 16(1), 79-99.
- Çelik Arslan, P. (2021). Argümantasyon Tabanlı Öğretimin Ortaokul Öğrencilerinin Hesaplamalı Düşünme Beceri Düzeylerine ve Problem Çözme Alışkanlıklarına Etkisi. Doktora Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Balıkesir.
- Çelik, E. (2024). Scratch Kullanımının Matematiksel Problem Çözme Becerilerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Kayseri.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (5. Baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Çetinkaya, A., & Soybaş, D. (2018). İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim*, 11(1), 169-200. <https://doi.org/10.30831/akukeg.333757>
- Çevikbaş, M., Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2024). Trends in Mathematics Education and Insights from a Meta-Review and Bibliometric Analysis of Review Studies. *ZDM – Mathematics Education*, 56(2), 165-188. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01587-7>
- Çiçek Şentürk, Ö. (2020). Argümantasyon Destekli Eğitici Çizgi Romanların Öğrencilerin Çevreye Yönelik İlgi, Motivasyon ve Akademik Başarılarına Etkisi ile Öğrenci Deneyimleri. Doktora Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Dang, C., Valdebenito, M. A., Manque, N. A., Xu, J., & Faes, M. G. R. (2025). Response Probability Distribution Estimation of Expensive Computer Simulators: A Bayesian Active Learning Perspective Using Gaussian Process Regression. *Structural Safety*, 114, 102579. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2025.102579>
- Deci, E. L., Koestner, R., & Ryan, R. M. (1999). A Meta-Analytic Review of Experiments Examining the Effects of Extrinsic Rewards on Intrinsic Motivation. *Psychological Bulletin*, 125(6), 627-668. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.125.6.627>
- Demir, H. (2016). *Olasılık ve istatistiğe giriş*. Ankara Pegem Akademi Yayıncılık. <https://doi.org/10.14527/9786053184706>
- Demirel, Ö. (2024). *Kuramdan uygulamaya eğitimde program geliştirme* (32. bs). Pegem Akademi Yayıncılık. <https://doi.org/10.14527/9786053180265>
- Descartes, R. (1637). *Discourse on the method*. Leiden: Jan Maire.
- Diamond, A. (2013). Executive Functions. *Annual Review of Psychology*, 64(1), 135-168. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>

- Dinç, A. (2023). Argümantasyon Yaklaşımı ile Olasılık Öğretiminin Matematik Öğretmen Adaylarının Olasılık Başarısına ve Olasılık Bilgilerinin Kalıcılığına Etkisi. Doktora Tezi, *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.
- Dinçer, B. (2024). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Argümantasyon Tabanlı Etkinliklerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İzmir.
- Dixit, P., & Oates, T. (2024, Ekim 17). SBI-RAG: Enhancing math word problem solving for students through schema-based instruction and retrieval-augmented generation. *arXiv.Org*. 38th Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS 2024). <https://arxiv.org/abs/2410.13293v2>
- Doane, D. P., & Seward, L. E. (2011). Measuring Skewness: A Forgotten Statistic? *Journal of Statistics Education*, 19(2), 3. <https://doi.org/10.1080/10691898.2011.11889611>
- Doz, D., Felda, D., University of Primorska, Faculty of Education, Koper, Slovenia, & Cotič, M. (2024). Problem-solving in mathematics and the role of students' attitudes. *Deje, kultura, obrazovanje*, 249-260. <https://doi.org/10.46793/DKO24.16DD>
- Dönmez, İ., Gülen, S., & Ayaz, M. (2022). Impact of Argumentation-Based STEM Activities on Ongoing STEM Motivation. *Journal for STEM Education Research*, 5(1), 78-101. <https://doi.org/10.1007/s41979-021-00062-2>
- Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2017). An Examination of the Effectiveness of Argumentation-Based Probability Teaching on Middle School Students' Achievements and Anxieties. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 55-87.
- Dweck, C. (2016). *Mindset: The new psychology of success: how we can learn to fulfill our potential: parenting, business, school, relationships* (Updated edition). Random House Publishing Group.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The new psychology of success* (ss. x, 276). Random House.
- Ekawati, A., Siswono, T. Y. E., & Lukito, A. (2025). Collective Argumentation in Mathematics Education: A Bibliometric Analysis. *Multidisciplinary Reviews*, 8(6), 2025183. <https://doi.org/10.31893/multirev.2025183>
- Elmas Baydar, H. (2023). Bilgisayar Destekli Tahmin-Gözlem-Açıklama Stratejisinin Normal Dağılım ve Örneklem Dağılımı Konularının Öğrenilmesine Etkisi. Doktora Tezi, *Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*. Trabzon.
- Elo, S., & Kyngäs, H. (2008). The Qualitative Content Analysis Process. *Journal of Advanced Nursing*, 62(1), 107-115. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2007.04569.x>
- Emul, N., Gulkilik, H., & Kaplan, H. A. (2022). Pre-Service Mathematics Teachers' Experience with a Dynamic Geometry Environment Whilst Reasoning in

- Relation to Locus Problems: A Detailed Look at Strategies. *Computers in the Schools*, 39(4), 297-322. <https://doi.org/10.1080/07380569.2022.2075165>
- English, L. D. (2016). STEM Education K-12: Perspectives on Integration. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 3, s40594-016-0036-1. <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>
- Erduran, S. (2007). Methodological foundations in the study of argumentation in science classrooms. S. Erduran & M. P. Jiménez-Aleixandre (Ed.), *Argumentation in science education* (ss. 47-69). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6670-2_3
- Erduran, S., & Jiménez Aleixandre, M. P. (2012). Argumentation in science education research: Perspectives from europe. D. Jorde & J. Dillon (Ed.), *Science Education Research and Practice in Europe* (ss. 253-289). SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6091-900-8_11
- Erduran, S., & Jiménez-Aleixandre, M. P. (Ed.). (2007). *Argumentation in science education* (C. 35). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6670-2>
- Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). TAPping into Argumentation: Developments in the Application of Toulmin's Argument Pattern for Studying Science Discourse. *Science Education*, 88(6), 915-933. <https://doi.org/10.1002/sce.20012>
- Ergül, E., Alp, Y., & Doğan, M. (2022). Matematiksel Problem Çözme ve Unsurları ile İlgili Lisansüstü Araştırmaların İncelenmesi: Bir Tematik Analiz Çalışması. *SEBED*, 1(1), 34-50.
- Erkek, Ö. (2017). Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Argümantasyon Yapılarının Teknoloji ve Kâğıt Kalem Ortamlarında İncelenmesi. Doktora Tezi, *Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. Ankara.
- Eyüboğlu, F., & Doymuş, K. (2023). The Effect of Cooperative STAD Method on Problem Solving Skills in Science Course. *Educational Academic Research*, 49(1), 1-9. <https://doi.org/10.5152/AUJKKEF.2022.222246>
- Fabeku, O. E., & Enyeasi, S. C. (2024). Computer Simulation and Video Media Instructional Packages in Improving Learning Outcomes of Chemistry Students in Ife Central Local Government Area. *Disciplinary and Interdisciplinary Science Education Research*, 6(1), 19. <https://doi.org/10.1186/s43031-024-00109-5>
- Ferguson, K. (2010). *Inquiry Based Mathematics Instruction Versus Traditional Mathematics Instruction: The Effect on Student Understanding and Comprehension in an Eighth Grade Pre-Algebra Classroom*. Cedarville University. <https://doi.org/10.15385/tmed.2010.5>
- Fernández, M. S., Pomilio, C., Cueto, G., Filloy, J., Gonzalez-Arzac, A., Lois-Milevich, J., & Pérez, A. (2020). Improving Skills to Teach Statistics in

- Secondary School Through Activity-Based Workshops. *Statistics Education Research Journal*, 19(1), 106-119. <https://doi.org/10.52041/serj.v19i1.124>
- Field, A. (2017). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5th edition). SAGE Publications.
- Field, A., Miles, J., & Field, Z. (2012). *Discovering statistics using R*. SAGE Publications.
- Fielding, J. (2025). Taking an Argumentation Approach to Statistical Investigations: Developing Student Data-Ing Practices. *ZDM – Mathematics Education*, 57(1), 31-44. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01639-y>
- Forman, E. A. (1996). Learning mathematics as participation in classroom practice: Implications of sociocultural theory for educational reform. İçinde *Theories of mathematical learning*. Routledge.
- Foster, C. (2023). Problem Solving in the Mathematics Curriculum: From Domain-General Strategies to Domain-Specific Tactics. *The Curriculum Journal*, 34(4), 594-612. <https://doi.org/10.1002/curj.213>
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed). McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages.
- Francisco, J. (2022). Supporting Argumentation in Mathematics Classrooms: The Role of Teachers' Mathematical Knowledge. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 10(2), 147-170. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1701>
- Franklin, C. A., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*. American Statistical Association.
- Gagnier, J. J., & Morgenstern, H. (2017). Misconceptions, Misuses, and Misinterpretations of P Values and Significance Testing. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 99(18), 1598-1603. <https://doi.org/10.2106/JBJS.16.01314>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- García-López, I. M., Acosta-Gonzaga, E., & Ruiz-Ledesma, E. F. (2023). Investigating the Impact of Gamification on Student Motivation, Engagement, and Performance. *Education Sciences*, 13(8), 813. <https://doi.org/10.3390/educsci13080813>
- Garcia-Mila, M., & Andersen, C. (2007). Cognitive foundations of learning argumentation. S. Erduran & M. P. Jiménez-Aleixandre (Ed.), *Argumentation in*

Science Education (C. 35). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6670-2>

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9>

Garfield, J., Ben-Zvi, D., Chance, B., Medina, E., Roseth, C., & Zieffler, A. (2008). *Developing students' statistical reasoning*. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9>

Garfield, J., & Chance, B. (2000). Assessment in Statistics Education: Issues and Challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 99-125. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0202_5

Garfield, J., Le, L., Zieffler, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Developing Students' Reasoning About Samples and Sampling Variability as a Path to Expert Statistical Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 327-342. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9541-7>

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163. <https://doi.org/10.2307/748391>

Geary, D. C. (2011a). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A 5-Year Longitudinal Study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539-1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>

Geary, D. C. (2011b). Consequences, Characteristics, and Causes of Mathematical Learning Disabilities and Persistent Low Achievement in Mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*, 32(3), 250-263. <https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef>

Gencer, G. K. (2019). Problem Çözme Strateji Eğitimi ve Matematiksel Problem Kurma Becerisi Arasındaki İlişkinin Farklı Değişkenler Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bursa.

Ghasemi, A., & Zahediasl, S. (2012). Normality Tests for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians. *International Journal of Endocrinology and Metabolism*, 10(2), 486-489. <https://doi.org/10.5812/ijem.3505>

Goos, M. (2004). Learning Mathematics in a Classroom Community of Inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(4), 258. <https://doi.org/10.2307/30034810>

Govier, T. (2014). *A practical study of argument* (7. bs). Cengage Learning.

Gravetter, F. J., & Wallnau, L. B. (2017). *Statistics for the behavioral sciences* (10th edition). Cengage Learning.

- Greene, J. C., Caracelli, V. J., & Graham, W. F. (1989). Toward a Conceptual Framework for Mixed-Method Evaluation Designs. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 11(3), 255-274. <https://doi.org/10.3102/01623737011003255>
- Gudmundsdottir, G. B., & Brock-Utne, B. (2010). An Exploration of the Importance of Piloting and Access as Action Research. *Educational Action Research*, 18(3), 359-372. <https://doi.org/10.1080/09650792.2010.499815>
- Gupta, U., & Zheng, R. Z. (2020). Cognitive Load in Solving Mathematics Problems: Validating the Role of Motivation and the Interaction Among Prior Knowledge, Worked Examples, and Task Difficulty. *European Journal of STEM Education*, 5(1), 05. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/9252>
- Günay, K., & Takunyacı, M. (2024). Matematik Öğretmen Adaylarının Liselere Geçiş Sınavı (LGS) Matematik Örnek Sorularında Kullandıkları Stratejilerin ve Problem Çözme Sürecine İlişkin Görüşlerinin İncelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(2), 1061-1118.
- Güneş Uzun, A. (2024). The Development of Mathematical Argumentation: A Case Study on Two Mathematics Classrooms. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 19(2), em0778. <https://doi.org/10.29333/iejme/14581>
- Gür, H., & Kandemir, M. A. (2011). Ortaöğretim Öğrencilerinin Matematik Hakkındaki İnançlarını Belirlemeye Yönelik Matematik İnanç Ölçeği: Geçerlik Ve Güvenirlik Çalışması. *Education Sciences*, 6(2), 1490-1511.
- Güven, B., Özmen, Z. M., Gürbüz, R., & Akkan, Y. (Ed.). (2023). *Teoriden pratiğe olasılık ve istatistik öğretimi*. Vizetek Yayıncılık.
- Hadamard, J. (2020). *The mathematician's mind: The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvzsmf1c>
- Halmos, P. R. (1980). The Heart of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524. <https://doi.org/10.1080/00029890.1980.11995081>
- Hasançebi, B., Terzi, Y., & Küçük, Z. (2020). Madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksine dayalı çeldirici analizi. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 10(1), 224-240. <https://doi.org/10.17714/gumusfenbil.615465>
- Hattie, J. (2008). *Visible learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203887332>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Hedges, L. V. (2025). Interpretation of the Standardized Mean Difference Effect Size When Distributions Are Not Normal or Homoscedastic. *Educational and Psychological Measurement*, 85(2), 245-257. <https://doi.org/10.1177/00131644241278928>

- Helmold, M. (2021). Problem-solving, process and idea creation tools. İçinde M. Helmold, *Successful management strategies and tools* (ss. 81-96). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77661-9_8
- Hembree, R. (1992). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), 242-273. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.23.3.0242>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 65-97). Macmillan.
- Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (ss. 371-404). NC: Information Age Publishing.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (ss. 1-27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hitchcock, D. (2017). *On reasoning and argument: Essays in informal logic and on critical thinking*. Springer.
- Hitchcock, D., & Verheij, B. (Ed.). (2006). *Arguing on the toulmin model: New essays in argument analysis and evaluation*. Springer.
- Horn, A., Visser, M. W., Pittens, C. A. C. M., Urias, E., Zweekhorst, M. B. M., & Van Dijk, G. M. (2024). Transdisciplinary Learning Trajectories: Developing Action and Attitude in Interplay. *Humanities and Social Sciences Communications*, 11(1), 149. <https://doi.org/10.1057/s41599-023-02541-w>
- İncebacak, B. B., & Ersoy, E. (2016). Problem Solving Skills of Secondary School Students. *China-USA Business Review*, 15(6), 275-285. <https://doi.org/10.17265/1537-1514/2016.06.002>
- Indahwati, R., & Basri, H. (2024). Students' Mathematical Argumentation with the Visualizer Cognitive Style in Proving the Congruence of Triangles. *JagoMIPA: Jurnal Pendidikan Matematika dan IPA*, 4(1), 113-126. <https://doi.org/10.53299/jagomipa.v4i1.453>
- Inglis, M., & Mejía-Ramos, J. P. (2009). On the Persuasiveness of Visual Arguments in Mathematics. *Foundations of Science*, 14(1-2), 97-110. <https://doi.org/10.1007/s10699-008-9149-4>
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling Mathematical Argumentation: The Importance of Qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8>
- İnam, A., & Güven, S. (2019). Argümantasyon Yönteminin Kullanıldığı Deneysel Çalışmaların Analizi: Bir Meta-Sentez Çalışması. *The Journal of International*

- Lingual Social and Educational Sciences*, 5(1), 155-173.
<https://doi.org/10.34137/jilses.584642>
- Jang, H., Reeve, J., & Deci, E. L. (2010). Engaging Students in Learning Activities: It Is Not Autonomy Support or Structure but Autonomy Support and Structure. *Journal of Educational Psychology*, 102(3), 588-600.
<https://doi.org/10.1037/a0019682>
- Jian, M., Jin, D., & Wu, X. (2023). Research Hotspots and Development Trends of International Learning Cycle Model: Bibliometric Analysis Based on Citespace. *Heliyon*, 9(11), e22076. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22076>
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher*, 33(7), 14-26.
<https://doi.org/10.3102/0013189X033007014>
- Kalaycı, N. (2001). *Sosyal bilgilerde problem çözme ve uygulamalar*. Gazi Kitabevi.
https://www.nobelkitap.com/sosyal-bilgilerde-problem-cozme-ve-uygulamalar-451574.html?srsId=AfmBOoqeW7_d9EnzFANu1NbIjHuaUuBSVav-0vIElAd3TdyRD3w0Tk_
- Kaptein, M., & Robertson, J. (2012). Rethinking statistical analysis methods for CHI. *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, 1105-1114. <https://doi.org/10.1145/2207676.2208557>
- Kapur, M., & Rummel, N. (2012). Productive Failure in Learning from Generation and Invention Activities. *Instructional Science*, 40(4), 645-650.
<https://doi.org/10.1007/s11251-012-9235-4>
- Kara, E. (2023). Karma Araştırma Yönteminin Teorik Olarak ve Örnek Araştırmalarla İncelenmesi. *Girişimcilik İnovasyon ve Pazarlama Araştırmaları Dergisi*, 7(13), 73-90. <https://doi.org/10.31006/gipad.1310518>
- Karadağ, A., & Uzun, E. (2022). An Analysis of Science Teachers' Views on Argumentation-Based Science Learning and the Activities they have Prepared. *Shanlax International Journal of Education*, 11(S1-Dec), 170-186.
<https://doi.org/10.34293/education.v11iS1-Dec.5955>
- Karahan, E., & Karaaziz, M. (2023). Kaygı: Bir Literatür Taraması. *ISPEC International Journal of Social Sciences & Humanities*, 7(2), 529-541.
<https://doi.org/10.5281/ZENODO.7992077>
- Karakılıç, S., & Arslan, S. (2019). Kitap Okumanın Öğrencilerin Matematik Başarısı ve Problem Çözme Becerisi Üzerine Etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(2), 456-475.
<https://doi.org/10.16949/turkbilmat.497143>
- Karasar, N. (2024). *Bilimsel araştırma yöntemi: Kavramlar ilkeler teknikler* (39. bs). Nobel Akademik Yayıncılık.

- Karnia, R. (2024). Importance of Reliability and Validity in Research. *Psychology and Behavioral Sciences*, 13(6), 137-141. <https://doi.org/10.11648/j.pbs.20241306.11>
- Kartika, H., Warmi, A., Urayama, D., & Suprihatiningsih, S. (2024). Mathematical Argumentation in Higher Education: A Systematic Literature Review. *Journal of University Teaching and Learning Practice*, 21(07), Article 07. <https://doi.org/10.53761/e0vd5v40>
- Kaya, M. (2021). Argümantasyon Tabanlı Öğrenme Yaklaşımının Öğrencilerin Tartışma İstekliliklerine, Argümantasyon Seviyelerine ve Akademik Başarılarına Etkisi. Doktora Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Kaya, S., & Kablan, Z. (2018). Rutin Olmayan Problemlerle İlgili Yapılan Araştırmaların Analizi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(1), 25-44. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.437652>
- Kazemi, E., Ghouseini, H., Cordero-Siy, E., Prough, S., McVicar, E., & Resnick, A. F. (2021). Supporting Teacher Learning About Argumentation Through Adaptive, School-Based Professional Development. *ZDM – Mathematics Education*, 53(2), 435-448. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01242-5>
- Kieran, C., Krainer, K., & Shaughnessy, J. M. (2012). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Ed.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (ss. 361-392). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_12
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (ss. 1-15). L. Erlbaum Associates.
- Kim, Y. (2011). The Pilot Study in Qualitative Inquiry: Identifying Issues and Learning Lessons for Culturally Competent Research. *Qualitative Social Work*, 10(2), 190-206. <https://doi.org/10.1177/1473325010362001>
- King, A. (1994). Guiding Knowledge Construction in the Classroom: Effects of Teaching Children How to Question and How to Explain. *American Educational Research Journal*, 31(2), 338-368. <https://doi.org/10.3102/00028312031002338>
- Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021). Mathematical Problem-Solving Through Cooperative Learning—The Importance of Peer Acceptance and Friendships. *Frontiers in Education*, 6, 710296. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.710296>
- Kline, P. (2013). *Handbook of psychological testing*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315812274>
- Kneeland, S. (2001). *Problem çözme* (N. Kalaycı, Çev.). Gazi Kitabevi.

- Koçak, G., & Seven, R. (2022). The Effects of Argumentation Based Science Learning (ABSL) Approach on Students' Science Achievements. *Journal for Educators, Teachers and Trainers*, 13(2). <https://doi.org/10.47750/jett.2022.13.02.009>
- Kolinowski, P. (2010). Identifying misconceptions about confidence intervals. İçinde C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society*. International Statistical Institute.
- Korkmaz, S. (2020). Teknoloji Destekli Argümantasyon Tabanlı Öğretimin Öğretmen Adaylarının Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Öz Değerlendirmelerine Ve Kavramsal Anlayışlarına Etkisi. Doktora Tezi, *Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Kastamonu.
- Korkmaz, S., & Biber, A. Ç. (2022). Matematik Öğretmen Adaylarının Teknoloji Destekli Argümantasyon Tabanlı Öğretim Uygulamasıyla İlgili Görüşleri. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 19(2), 545-558. <https://doi.org/10.33437/ksusbd.854263>
- Kovacs, P., Kuruczleki, E., Kazar, K., Liptak, L., & Racz, T. (2021). Modern Teaching Methods in Action in Statistical Classes. *Statistical Journal of the IAOS*, 37(3), 899-919. <https://doi.org/10.3233/SJI-210843>
- Kraft, M. A. (2020). Interpreting Effect Sizes of Education Interventions. *Educational Researcher*, 49(4), 241-253. <https://doi.org/10.3102/0013189X20912798>
- Kretzmann, N., & Stump, E. (Ed.). (1993). *The cambridge companion to aquinas* (1. bs). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CCOL0521431956>
- Krippendorff, K. (2019). *Content analysis: An introduction to its methodology*. SAGE Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781071878781>
- Krithikadatta, J. (2014). Normal Distribution. *Journal of Conservative Dentistry*, 17(1), 96. <https://doi.org/10.4103/0972-0707.124171>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers*. Allyn and Bacon.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1995). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in elementary school. A longwood professional book*. Allyn & Bacon, 111 Tenth St.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. İçinde *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (ss. 229-269). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and Participation in the Primary Mathematics Classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.02.001>

- Kurudirek, A., Karim, B., Sarhang, D., & Tulqin, S. (2025). Math Misconceptions: Mistakes, Misunderstanding, and Confusion. *Educenter: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 4(1), 16-25. <https://doi.org/10.55904/educenter.v4i1.1322>
- Küçük-Demir, B. (2014). Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme Yaklaşımının Öğrencilerin Matematik Başarılarına ve Yaratıcı Düşünme Becerilerini Etkisi. Doktora Tezi, *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.
- Lakatos, I. (1999). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery* (J. D. Worrall & E. Zahar, Ed.; First published, reprinted). Cambridge University Press.
- Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, 33(1), 159. <https://doi.org/10.2307/2529310>
- Learner Variability Project. (2025, Şubat 16). *Long-term Memory | Math 7-10*. Digital Promise Global. <https://lvp.digitalpromiseglobal.org/content-area/math-7-10/factors/long-term-memory-math-7-10/summary>
- Lee, W.-C., & Lai, C.-L. (2024). Facilitating Mathematical Argumentation by Gamification: A Gamified Mobile Collaborative Learning Approach for Math Courses. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(S1), 11-35. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10462-6>
- Leech, N., Barrett, K., & Morgan, G. A. (2013). *SPSS for intermediate statistics*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410616739>
- Leech, N. L., & Onwuegbuzie, A. J. (2009). A Typology of Mixed Methods Research Designs. *Quality & Quantity*, 43(2), 265-275. <https://doi.org/10.1007/s11135-007-9105-3>
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home Numeracy Experiences and Children's Math Performance in the Early School Years. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue Canadienne Des Sciences Du Comportement*, 41(2), 55-66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
- Leikin, R., Waisman, I., & Leikin, M. (2016). Does Solving Insight-Based Problems Differ from Solving Learning-Based Problems? Some Evidence from an Erp Study. *ZDM*, 48(3), 305-319. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0767-y>
- Leon, A. C., Davis, L. L., & Kraemer, H. C. (2011). The Role and Interpretation of Pilot Studies in Clinical Research. *Journal of Psychiatric Research*, 45(5), 626-629. <https://doi.org/10.1016/j.jpsychires.2010.10.008>
- Lesh, R., & Zawejewski, J. (2007). Problem solving and modeling. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 763-802). Information Age Publishing.

- Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660. <https://doi.org/10.2307/749578>
- Lester, F. K., & Cai, J. (2016). Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Ed.), *Posing and solving mathematical problems* (ss. 117-135). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_8
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. P. Liljedahl, M. Santos-Trigo, U. Malaspina, & R. Bruder, *Problem solving in mathematics education* (ss. 1-39). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40730-2_1
- Linnenbrink-Garcia, L., Rogat, T. K., & Koskey, K. L. K. (2011). Affect and Engagement During Small Group Instruction. *Contemporary Educational Psychology*, 36(1), 13-24. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2010.09.001>
- Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Loğoğlu Kösece, P. (2016). Polya'nın Problem Çözme Yöntemine Dayalı Etkinliklerle Matematik Öğretiminin İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Başarılarına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Mersin.
- Lovaldi, M. L. (2023). Effect Size. *Revista Argentina de Cirugía*, 115(3), 217-219. <https://doi.org/10.25132/raac.v115.n3.edmli>
- Lynch, K., Gonzalez, K., Hill, H., & Merritt, R. (2025). A Meta-Analysis of the Experimental Evidence Linking Mathematics and Science Professional Development Interventions to Teacher Knowledge, Classroom Instruction, and Student Achievement. *AERA Open*, 11, 23328584251335302. <https://doi.org/10.1177/23328584251335302>
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2012). When Math Hurts: Math Anxiety Predicts Pain Network Activation in Anticipation of Doing Math. *PLoS ONE*, 7(10), e48076. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0048076>
- Mack, N., Woodsong, C., Macqueen, K. M., Guest, G., & Namey, E. (2005). *Qualitative research methods: A data collector's field guide*. Family Health International.
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding Norms of Argumentation-Based Inquiry in a Primary Mathematics Classroom. *ZDM*, 47(7), 1107-1120. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1>

- Mann, H. B., & Whitney, D. R. (1947). On a Test of Whether One of Two Random Variables Is Stochastically Larger Than the Other. *The Annals of Mathematical Statistics*, 18(1), 50-60. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177730491>
- Martin, M. A. (2003). "It's Like... You Know": The Use of Analogies and Heuristics in Teaching Introductory Statistical Methods. *Journal of Statistics Education*, 11(2), 1. <https://doi.org/10.1080/10691898.2003.11910705>
- Mayer, R. E. (2021). Cognitive theory of multimedia learning. R. E. Mayer & L. Fiorella (Ed.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (3. bs, ss. 57-72). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108894333.008>
- McLeod, D. B., & Adams, V. M. (Ed.). (1989). *Affect and mathematical problem solving*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6>
- MEB. (2023). *Matematik dersi 5, 6, 7, 8. Sınıflara geçenler öğretim programı*. Millî Eğitim Bakanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr>, Erişim Tarihi: 22.10.2024
- MEB. (2024a). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*. Millî Eğitim Bakanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr>, Erişim Tarihi: 22.10.2024
- MEB. (2024b). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (Hazırlık, 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar)*. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Yayınları. <https://mufredat.meb.gov.tr>, Erişim Tarihi: 22.10.2024
- Menke, J., Drimalla, J., Welji, S. N., Alibek, A., Tembe, N., Foutz, T., & Conner, A. (2024). Support for Collective Argumentation in Integrated STEM: A Study of Elementary Teachers' Practice. *School Science and Mathematics*, ssm.18312. <https://doi.org/10.1111/ssm.18312>
- Mercan, E. (2015). Fonksiyonlar Konusunun Öğretiminde Argümantasyon Tabanlı Öğrenme Yaklaşımının Etkisinin Farklı Değişkenler Açısından İncelenmesi. Doktora Tezi, *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.
- Mercer, N., & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking* (0 bs). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203946657>
- Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Language and Education*, 20(6), 507-528. <https://doi.org/10.2167/le678.0>
- Mergen, R. L. (2024). Exploring the Effects of a Universally Designed Technology-Based Graphic Organizer with Embedded Self-Regulated Learning Strategies on Mathematical Writing, Problem-Solving, and Self-Efficacy for Adolescents with and without Disabilities [Doctoral Dissertation]. İçinde *ProQuest LLC*. George Mason University.
- Merriam, S. B. (2014). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (3. Aufl). Jossey-Bass.

- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (Fourth edition). John Wiley & Sons.
- Mertens, D. M. (2010). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (3. ed). Sage.
- Mertoğlu, H., & Öztuna, A. (2004). Bireylerin Teknoloji Kullanımı Problem Çözme Yetenekleri ile İlişkili midir? *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(1), 83-92.
- Meyer, M., & Schnell, S. (2020). What Counts as a “Good” Argument in School?—How Teachers Grade Students’ Mathematical Arguments. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 35-51. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09974-z>
- Michaels, S., O’Connor, C., & Resnick, L. B. (2008). Deliberative Discourse Idealized and Realized: Accountable Talk in the Classroom and in Civic Life. *Studies in Philosophy and Education*, 27(4), 283-297. <https://doi.org/10.1007/s11217-007-9071-1>
- Midgett, C. W., & Eddins, S. K. (2001). NCTM’s Principles and Standards for School Mathematics: Implications for Administrators. *NASSP Bulletin*, 85(623), 35-42. <https://doi.org/10.1177/019263650108562305>
- Midgley, C., Kaplan, A., & Middleton, M. (2001). Performance-Approach Goals: Good for What, for Whom, Under What Circumstances, and at What Cost? *Journal of Educational Psychology*, 93(1), 77-86. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.1.77>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (ss. xiv, 338). Sage Publications, Inc.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2020). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (Third edition). SAGE Publications, Inc.
- Mishra, P., Singh, U., Pandey, C., Mishra, P., & Pandey, G. (2019). Application of Student’s T-Test, Analysis of Variance, and Covariance. *Annals of Cardiac Anaesthesia*, 22(4), 407. https://doi.org/10.4103/aca.ACA_94_19
- Moore, D. S. (2005). Preparing Graduate Students to Teach Statistics: Introduction. *The American Statistician*, 59(1), 1-3.
- Moore, D. S., Notz, W., & Fligner, M. A. (2013). *The basic practice of statistics*. W.H. Freeman and Company.
- Morgan, C. T. (2015). Düşünme ve problem çözme. İçinde S. Karakaş & R. Eski (Ed.), *Psikolojiye giriş* (21. bs, ss. 127-149). Eğitim Yayınevi.
- Moroni, S., Dumont, H., Trautwein, U., Niggli, A., & Baeriswyl, F. (2015). The Need to Distinguish Between Quantity and Quality in Research on Parental Involvement: The Example of Parental Help With Homework. *The Journal of*

Educational Research, 108(5), 417-431.
<https://doi.org/10.1080/00220671.2014.901283>

- Morse, J. M. (2003). Principles of mixed methods and multimethod research design. A. Tashakkori & C. Teddlie (Ed.), *Handbook of mixed methods in social and behavioral research* (ss. 189-208). CA: Sage Publications.
- Moschkovich, J. (2002). A Situated and Sociocultural Perspective on Bilingual Mathematics Learners. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(2-3), 189-212. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL04023_5
- Mueller, M. F. (2009). The Co-Construction of Arguments by Middle-School Students. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 138-149. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.06.003>
- Muis, K. R. (2008). Epistemic Profiles and Self-Regulated Learning: Examining Relations in the Context of Mathematics Problem Solving. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 177-208. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2006.10.012>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2023). *TIMSS 2023 international results in mathematics*. [Research Report]. TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science* [Research Report]. TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Munoz, S. R., & Bangdiwala, S. I. (1997). Interpretation of Kappa and B statistics measures of agreement. *Journal of Applied Statistics*, 24(1), 105-112. <https://doi.org/10.1080/02664769723918>
- Mutlu, E. (2023). Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Problem Oluşturma ve Çözme Becerilerinin Gelişimi. *MANAS Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 12(3), 927-943. <https://doi.org/10.33206/mjss.1245927>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Prentice-Hall.
- Newman, I., & Benz, C. R. (1998). *Qualitative-quantitative research methodology: Exploring the interactive continuum* (Nachdr.). Southern Illinois Univ. Press.
- Newton, K. J., Star, J. R., & Lynch, K. (2010). Understanding the Development of Flexibility in Struggling Algebra Students. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(4), 282-305. <https://doi.org/10.1080/10986065.2010.482150>

- Ng, C. L., & Chew, C. M. (2023). Uncovering Student Errors in Measures of Dispersion: An Apos Theory Analysis in High School Statistics Education. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(4), 599-614. <https://doi.org/10.30935/scimath/13260>
- Ng, O.-L., & Cui, Z. (2021). Examining Primary Students' Mathematical Problem-Solving in a Programming Context: Towards Computationally Enhanced Mathematics Education. *ZDM – Mathematics Education*, 53(4), 847-860. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01200-7>
- Nicel Verileri Gösterme ve Karşılaştırma. (2023, Eylül 1). Khan Academy. <https://tr.khanacademy.org/math/statistics-probability>
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical Competencies Revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Nitko, A. J. (2001). *Educational assessment of students* (3rd ed). Merrill/Prentice Hall.
- Nitko, A. J., & Brookhart, S. M. (2007). *Educational assessment of students* (5th ed). Pearson Merrill Prentice Hall.
- Noble, K. G., Houston, S. M., Brito, N. H., Bartsch, H., Kan, E., Kuperman, J. M., Akshoomoff, N., Amaral, D. G., Bloss, C. S., Libiger, O., Schork, N. J., Murray, S. S., Casey, B. J., Chang, L., Ernst, T. M., Frazier, J. A., Gruen, J. R., Kennedy, D. N., Van Zijl, P., ... Sowell, E. R. (2015). Family Income, Parental Education and Brain Structure in Children and Adolescents. *Nature Neuroscience*, 18(5), 773-778. <https://doi.org/10.1038/nn.3983>
- Nursidrati, N. (2022). Profil Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa pada Soal-soal Investigasi. *JPin: Jurnal Pendidikan Indonesia*, 5(1), 134-146. <https://doi.org/10.47165/jpin.v5i1.251>
- Nussbaum, E. M. (2011). Argumentation, Dialogue Theory, and Probability Modeling: Alternative Frameworks for Argumentation Research in Education. *Educational Psychologist*, 46(2), 84-106. <https://doi.org/10.1080/00461520.2011.558816>
- OECD. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving (volume V): students' skills in tackling real-life problems*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- OECD. (2019). *PISA 2018 results (volume I): What students know and can do*. OECD. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- OECD & UNICEF. (2024). *Education in the Eastern Partnership: Findings from PISA*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/d5d6f109-en>
- Olasılık ve İstatistik Konu Anlatım ve Soru Çözüm Videoları. (2023, Eylül 9). http://www.bumatematikozelders.com/altsayfa/olasilik_ve_istatistik_matematik_ders_videolari.html

- Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ekinoks Yayınları.
- Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (6. Baskı). Eğiten Kitap Yayınları. <https://www.seckin.com.tr/kitap/544567912>
- Or, M. B., & Bal, A. P. (2023). Investigation of Secondary School Students' Strategies for Solving Routine and Non-Routine Problems. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 12(1), Article 1. <https://doi.org/10.14686/buefad.908259>
- Osborne, J., Erduran, S., & Simon, S. (2004). Enhancing the Quality of Argumentation in School Science. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(10), 994-1020. <https://doi.org/10.1002/tea.20035>
- Osborne, J. F., Borko, H., Fishman, E., Gomez Zaccarelli, F., Berson, E., Busch, K. C., Reigh, E., & Tseng, A. (2019). Impacts of a Practice-Based Professional Development Program on Elementary Teachers' Facilitation of and Student Engagement With Scientific Argumentation. *American Educational Research Journal*, 56(4), 1067-1112. <https://doi.org/10.3102/0002831218812059>
- Oskay, Z. M. (2025). Argümantasyon Temelli FeTeMM Uygulamalarının Öğretmen Adaylarının Akıl Yürütme ve Argümantasyon Becerilerine ve FeTeMM Yeterliklerine Etkisi. Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İzmir.
- Öz, M. (2019). Üçgenler Konusunda Argümantasyon Tabanlı Öğrenme Yaklaşımı Üzerine Deneysel Bir Çalışma. Yüksek Lisans Tezi, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Konya.
- Özcan, R. (2016). Fen Bilimleri Dersi Öğretmenlerinin Bilimsel Argümantasyon Sürecini Sınıflarında Kullanma Düzeylerinin ve Argümantasyona Yönelik Farkındalıklarının Belirlenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Adnan Menderes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Aydın.
- Özlük, M. (2019). Toulmin Argüman Modelinin Lise 9. Sınıf Öğrencilerinin Fizik Başarılarına ve Eleştirel Düşünme Eğilimlerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Diyarbakır.
- Özmen Hızarcıoğlu, B. (2013). Problem Çözme Sürecinde Dereceli Puanlama Anahtarı (Rubrik) Kullanımında Puanlayıcı Uyumunun İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bolu.
- Özmen, Z., Arabacı, D., & Güven, B. (2012). İlköğretim 7. Sınıf Matematik Öğretmenlerinin Kullandıkları Problem Türlerinin Belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 37(165).
- Özsoy, S., & Özsoy, G. (2013). Eğitim Araştırmalarında Etki Büyüklüğü Raporlanması. *İlköğretim Online*, 12(2), 334-346.
- Özyıldırım Gümüş, F., & Umay, A. (2017). Problem Çözme Stratejileri Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kavramsal/İşlemsel Çözüm

- Tercihlerine ve Problem Çözme Performansına Etkisi. *İlköğretim Online*, 16(2), 746-746. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.304731>
- Pajares, F., & Miller, M. D. (1994). Role of Self-Efficacy and Self-Concept Beliefs in Mathematical Problem Solving: A Path Analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 193-203. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.86.2.193>
- Pal, M., & Sinha, B. K. (2024). *Selected topics in statistical inference: Theory and applications*. Springer Nature Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-97-2592-2>
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research & evaluation methods* (3. ed., [Nachdr.]). Sage.
- Paul, R., & Elder, L. (2006). Critical Thinking: The Nature of Critical and Creative Thought. *Journal of Developmental Education*, 30(2), 34-35.
- Pedemonte, B. (2008). Argumentation and algebraic proof. *ZDM*, 40(3), 385-400. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0085-0>
- Perelman, C., Olbrechts-Tyteca, L., Wilkinson, J., & Weaver, P. (1973). *The new rhetoric: A treatise on argumentation*. University of Notre Dame Press.
- Pesen, C. (2020). *İlkokullarda Matematik Öğretimi (1.- 4. Sınıf) Matematik Eğitimi Pegem Akademi Yayıncılık* (11. bs). Pegem Akademi Yayıncılık. <https://pegem.net/urun/Ilkokullarda-Matematik-Ogretimi-1-4-Sinif-61195>
- Pesen, M. (2018). An Examination of the Proof and Argumentation Skills of Eighth-grade Students. Yüksek Lisans Tezi, *Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. İstanbul.
- Pett, M. A. (2016). *Nonparametric statistics for health care research: Statistics for small samples and unusual distributions* (Second edition). SAGE.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. D. Ben-Zvi & J. Garfield (Ed.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (ss. 17-46). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_2
- Planas, N., & Civil, M. (2013). Language-as-Resource and Language-as-Political: Tensions in the Bilingual Mathematics Classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 25(3), 361-378. <https://doi.org/10.1007/s13394-013-0075-6>
- Plantin, C. (2005). *L'argumentation: Histoire théories et perspectives*. Presses Universitaires de France. <https://doi.org/10.3917/puf.plant.2005.01>
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400828678>
- Polya, G. (2018). *Nasıl çözmeli / matematiksel yönteme yeni bir bakış* (B. S. Soyer, Çev.). Tübitak Yayınları.

- Pomerantz, E. M., Moorman, E. A., & Litwack, S. D. (2007). The How, Whom, and Why of Parents' Involvement in Children's Academic Lives: More Is Not Always Better. *Review of Educational Research*, 77(3), 373-410. <https://doi.org/10.3102/003465430305567>
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2024). *Matematikte problem çözme, 3-6. Sınıflar: Kavramayı derinleştirecek güçlü stratejiler* (L. Akgün, T. Kar, & M. F. Öçal, Çev.; 3. bs). Pegem Akademi.
- Rapanta, C. (2024). Argument-Based Teaching: A Necessary 21st-Century Pedagogical Practice. *Educação, Sociedade & Culturas*, 67, 1-24. <https://doi.org/10.24840/esc.vi67.741>
- Rapanta, C., Garcia-Mila, M., & Gilabert, S. (2013). What Is Meant by Argumentative Competence? An Integrative Review of Methods of Analysis and Assessment in Education. *Review of Educational Research*, 83(4), 483-520. <https://doi.org/10.3102/0034654313487606>
- Reid, D. A., & Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning and teaching*. BRILL. <https://doi.org/10.1163/9789460912467>
- Ren, X., & Libertus, M. E. (2023). Identifying the Neural Bases of Math Competence Based on Structural and Functional Properties of the Human Brain. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 35(8), 1212-1228. https://doi.org/10.1162/jocn_a_02008
- Reuter, F. (2023). Explorative Mathematical Argumentation: A Theoretical Framework for Identifying and Analysing Argumentation Processes in Early Mathematics Learning. *Educational Studies in Mathematics*, 112(3), 415-435. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10199-5>
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. İçinde *The Oxford handbook of numerical cognition* (ss. 1118-1134). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014>
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346-362. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.2.346>
- Roorda, D. L., Koomen, H. M. Y., Spilt, J. L., & Oort, F. J. (2011). The Influence of Affective Teacher-Student Relationships on Students' School Engagement and Achievement: A Meta-Analytic Approach. *Review of Educational Research*, 81(4), 493-529. <https://doi.org/10.3102/0034654311421793>
- Ross, A., & Willson, V. L. (2017). Independent samples T-test. İçinde A. Ross & V. L. Willson, *Basic and advanced statistical tests* (ss. 13-16). SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6351-086-8_3

- Rumsey, C., & Langrall, C. W. (2016). Promoting Mathematical Argumentation. *Teaching Children Mathematics*, 22(7), 412-419. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.22.7.0412>
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3), 4. <https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910678>
- Rushton, S. J. (2018). Teaching and Learning Mathematics Through Error Analysis. *Fields Mathematics Education Journal*, 3(1), 4. <https://doi.org/10.1186/s40928-018-0009-y>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000a). Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Directions. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 54-67. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1020>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000b). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68-78. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68>
- Saadati, F., & Reyes, C. (2019). Collaborative learning to improve problem-solving skills: A relation affecting through attitude toward mathematics. P. Felmer, P. Liljedahl, & B. Koichu (Ed.), *Problem solving in mathematics instruction and teacher professional development* (ss. 187-202). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_10
- Salinas-Herrera, J., & Salinas-Hernández, U. (2022). Teaching and Learning the Notion of Normal Distribution Using a Digital Resource. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 576-590. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00226-1>
- Sampson, V., & Blanchard, M. R. (2012). Science Teachers and Scientific Argumentation: Trends in Views and Practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(9), 1122-1148. <https://doi.org/10.1002/tea.21037>
- Sampson, V., & Clark, D. B. (2008). Assessment of the Ways Students Generate Arguments in Science Education: Current Perspectives and Recommendations for Future Directions. *Science Education*, 92(3), 447-472. <https://doi.org/10.1002/sce.20276>
- Sandelowski, M. (1995). Sample Size in Qualitative Research. *Research in Nursing & Health*, 18(2), 179-183. <https://doi.org/10.1002/nur.4770180211>
- Santos-Trigo, M. (2024). Problem Solving in Mathematics Education: Tracing Its Foundations and Current Research-Practice Trends. *ZDM – Mathematics Education*, 56(2), 211-222. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on Problem Solving Theory and Practice. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 9-34. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1258>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Schoenfeld, A. H. (2020). Mathematical Practices, in Theory and Practice. *ZDM*, 52(6), 1163-1175. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01162-w>
- Schwarz, B. B., & Baker, M. J. (2016). *Dialogue, argumentation and education: History, theory and practice* (1. bs). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316493960>
- Setati, M. (2005). Teaching Mathematics in a Primary Multilingual Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 447-466.
- Shapiro, S. S., & Wilk, M. B. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 52(3/4), 591. <https://doi.org/10.2307/2333709>
- Sharma, L. R. (2021). Analysis of Difficulty Index, Discrimination Index and Distractor Efficiency of Multiple Choice Questions of Speech Sounds of English. *International Research Journal of MMC*, 2(1), 15-28. <https://doi.org/10.3126/irjmmc.v2i1.35126>
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. İçinde F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 957-1009). Information Age Publishing.
- Siller, H.-S., & Ahmad, S. (2024). Analyzing the Impact of Collaborative Learning Approach on Grade Six Students' Mathematics Achievement and Attitude Towards Mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(2), em2395. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14153>
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-27.
- Silver, E., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., & Strawhun, B. (2005). Moving from Rhetoric to Praxis: Issues Faced by Teachers in Having Students Consider Multiple Solutions for Problems in the Mathematics Classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 287-301. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.009>
- Sinaga, B., Sitorus, J., & Situmeang, T. (2023). The Influence of Students' Problem-Solving Understanding and Results of Students' Mathematics Learning. *Frontiers in Education*, 8, 1088556. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1088556>
- Singer, E., & Couper, M. P. (2017). *Some Methodological Uses of Responses to Open Questions and Other Verbatim Comments in Quantitative Surveys* [Application/pdf]. 11(2), 20 Pages. <https://doi.org/10.12758/MDA.2017.01>

- Singer, F. M., & Voica, C. (2015). Is problem posing a tool for identifying and developing mathematical creativity? F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Ed.), *Mathematical problem posing* (ss. 141-174). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_7
- Singh, I., Srinivasan, A., & Mishra, A. (2024). Inferential statistics for hypothesis testing of parametrically distributed data. A. Srinivasan, A. Mishra, & P. Kumar-M (Ed.), *R for basic biostatistics in medical research* (ss. 119-156). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-97-6980-3_7
- Skemp, R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12, 88-95. <https://doi.org/10.5951/MTMS.12.2.0088>
- Slavin, R. E. (2014). Cooperative Learning and Academic Achievement: Why Does Groupwork Work?. *Anales de Psicología*, 30(3), 785-791. <https://doi.org/10.6018/analesps.30.3.201201>
- Smith, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115-163. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0302_1
- Solar, H., Ortiz, A., Deulofeu, J., & Ulloa, R. (2021a). Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 977-1005. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1733686>
- Solar, H., Ortiz, A., Deulofeu, J., & Ulloa, R. (2021b). Teacher Support for Argumentation and the Incorporation of Contingencies in Mathematics Classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 977-1005. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1733686>
- Sotos, C. A. E., Vanhoof, S., Van Den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Students' Misconceptions of Statistical Inference: A Review of the Empirical Evidence from Research on Statistics Education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2007.04.001>
- Sowey, E., & Petocz, P. (2016). *A panorama of statistics: Perspectives, puzzles and paradoxes in statistics* (1. bs). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781119335139>
- Stang, A., Poole, C., & Kuss, O. (2010). The Ongoing Tyranny of Statistical Significance Testing in Biomedical Research. *European Journal of Epidemiology*, 25(4), 225-230. <https://doi.org/10.1007/s10654-010-9440-x>
- Staples, M. (2007). Supporting Whole-class Collaborative Inquiry in a Secondary Mathematics Classroom. *Cognition and Instruction*, 25(2-3), 161-217. <https://doi.org/10.1080/07370000701301125>
- Staub, F. C., & Stern, E. (2002). The Nature of Teachers' Pedagogical Content Beliefs Matters for Students' Achievement Gains: Quasi-Experimental Evidence from

- Elementary Mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 94(2), 344-355.
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.94.2.344>
- Stigler, S. M. (2016). *The seven pillars of statistical wisdom*. Harvard University Press.
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2009). Facilitating the Transition from Empirical Arguments to Proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 314-352. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.40.3.0314>
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Moutsios-Rentzos, A. (2024). Proof and Proving in School and University Mathematics Education Research: A Systematic Review. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 47-59. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y>
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B., & O'Shea, H. (2010). Exploring the Relationship Between Task, Teacher Actions, and Student Learning. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 4(4), 133-142. <https://doi.org/10.30827/pna.v4i4.6163>
- Swan, M. (2005). *Improving learning in mathematics: Challenges and strategies*. Department for Education and Skills, Standards Unit.
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96(3), 471-491. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.3.471>
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math Disabilities: A Selective Meta-Analysis of the Literature. *Review of Educational Research*, 76(2), 249-274. <https://doi.org/10.3102/00346543076002249>
- Szabo, Z. K., Körtesi, P., Guncaga, J., Szabo, D., & Neag, R. (2020). Examples of Problem-Solving Strategies in Mathematics Education Supporting the Sustainability of 21st-Century Skills. *Sustainability*, 12(23), 10113. <https://doi.org/10.3390/su122310113>
- Şahin, Ç. (2004). Problem çözme becerisinin temel felsefesi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10.
- Şengül, A. A. (2017). Sosyobilimsel Konularda Argümantasyonun Ortaokul Öğrencilerinin Karar Verme Becerileri ve Akademik Başarıları Üzerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Isparta.
- Tabachnick, B. G., Fidell, L. S., & Ullman, J. B. (2019). *Using multivariate statistics* (Seventh edition). Pearson.
- Tashakkori, A., & Teddlie, C. (2010). *SAGE handbook of mixed methods in social & behavioral research*. SAGE Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781506335193>

- TDK. (2025). *Güncel Türkçe Sözlük*. Türk Dil Kurumu Sözlükleri. <https://sozluk.gov.tr/?kelime=problem>
- Teddlie, C., & Yu, F. (2007). Mixed Methods Sampling: A Typology With Examples. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(1), 77-100. <https://doi.org/10.1177/1558689806292430>
- Tekin Dede, A. (2018). Examination of the Collective Argumentation Studies in the Mathematics Education Field. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(3), 636-661. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.386722>
- Tekin Dede, A., Özer, A. Ö., & Bukova Güzel, E. (2022). Dönel Cisimlerin Yüzey Alanının Hesaplanması Sürecindeki Argümanların İncelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 11(4), 587-603. <https://doi.org/10.30703/cije.1072163>
- Tekindur, A. (2022). Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme Yaklaşımının Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Fen Başarısına, Araştırma ve Bilimsel Yazma Becerilerine Etkisi. Doktora Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Temel, H. (2018). Problem Çözme Stratejilerinin Matematiksel Süreç Becerilerine Göre Sınıflandırılması. Doktora Tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bursa.
- Temiz, D., & Ev Çimen, E. (2017). Beşinci sınıf öğrencilerinin farklı türde verilmiş problemleri çözme becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 6(4).
- Teong, S. K., Hedberg, J. G., Ho, K. F., Lioe, L. T., Tiong, J. Y. S., Wong, K. Y., & Fang, Y. (2009). *Developing the repertoire of heuristics for mathematical problem solving, project 1: Establishing baseline data for mathematical problem solving practices in singapore schools* (Technical Report No. CRP 1/04 JH). Centre for Research in Pedagogy and Practice, National Institute of Education, Nanyang Technological University. <https://hdl.handle.net/10497/4151>
- Tetik, S., & Açıkgöz, A. (2013). Duygusal Zekâ Düzeyinin Problem Çözme Becerisi Üzerindeki Etkisi: Meslek Yüksekokulu Öğrencileri Uygulama. *Electronic Journal of Vocational Colleges*, 3(4), 87-97.
- Tindale, C. (2004). *Rhetorical argumentation: Principles of theory and practice*. SAGE Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781452204482>
- Topuz, F., & Cantürk Günhan, B. (2021). Türkiye’de Matematik Eğitimindeki Argümantasyon Çalışmalarının Eğilimi Nasıldır? *Mediterranean Journal of Educational Research*, 15(36), 55-80. <https://doi.org/10.29329/mjer.2020.367.4>
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument* (2. bs). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005>

- Türkmenoğlu, M. (2022). Matematik Eğitiminde Argümantasyon Çalışmalarının İlkokul Öğrencilerinin Problem Çözme Başarısına, Üstbilişsel Becerilerine ve Motivasyonlarına Etkisi. Doktora Tezi, *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. Adana.
- Ukobizaba, F., Nizeyimana, G., & Mukuka, A. (2021). Assessment Strategies for Enhancing Students' Mathematical Problem-solving Skills: A Review of Literature. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(3), em1945. <https://doi.org/10.29333/ejmste/9728>
- Ulu, M. (2011). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problemlerde Yaptıkları Hataların Belirlenmesi ve Giderilmesine Yönelik Bir Uygulama. Doktora Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.
- Umay, A. (2007). *Eski arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Aydan Web Tesisleri. <https://www.nadirkıtap.com/eski-arkadasimiz-okul-matematiginin-yeni-yuzu-aysun-umay-kitap2144180.html>
- Urhahne, D. (2021). Motivation to learn and problem solving. *Educational Psychology*, 41(9), 1079-1081. <https://doi.org/10.1080/01443410.2021.1998304>
- Urhan, S., & Zengin, Y. (2024). Investigating University Student's Argumentations and Proofs Using Dynamic Mathematics Software in Collaborative Learning, Debate, and Self-reflection Stages. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 10(2), 380-407. <https://doi.org/10.1007/s40753-022-00207-7>
- Uygun, T. (2020). An Inquiry-Based Design Research for Teaching Geometric Transformations by Developing Mathematical Practices in Dynamic Geometry Environment. *Mathematics Education Research Journal*, 32(3), 523-549. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00314-1>
- Ünlü, M. (2019). Sayılarla ilgili problemler ve problem çözme stratejileri. E. Ertekin & M. Ünlü (Ed.), *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi* (ss. 611-640). Pegem Akademi Yayıncılık. <https://doi.org/10.14527/9786052418116.22>
- Ünsal, Y., & Moğol, S. (2020). *Fizik eğitiminde problem çözme*. İksad Yayınevi.
- Ürünibrahimoğlu, M. (2024). Karma Araştırma Yöntemine Genel Bir Bakış Görünümü. *Uluslararası Hakemli Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(10). <https://usbilimdergisi.com/index.php/pub/article/view/19/41>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay Williams, J. M. (2024). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (S. Durmuş, Çev.). Nobel Akademik Yayıncılık. https://docs.google.com/viewerng/viewer?url=https://www.nobelyayin.com/e_tanitim/ilkokul-ve-ortaokul-matematigi.pdf
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M., & Wray, J. A. (2019). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (Tenth edition). Pearson.

- van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (2003). *A systematic theory of argumentation: The pragma-dialectical approach* (1. bs). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511616389>
- van Eemeren, F. H., Grootendorst, R., Johnson, R. H., Plantin, C., & Willard, C. A. (2013). *Fundamentals of argumentation theory: A handbook of historical backgrounds and contemporary developments* (0 bs). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203811306>
- Van Merriënboer, J. J. G., & Sweller, J. (2010). Cognitive load theory in health professional education: Design principles and strategies: Cognitive load theory. *Medical Education*, 44(1), 85-93. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.2009.03498.x>
- VanGundy, A. B. (1981). *Techniques of structured problem solving*. Van Nostrand Reinhold Company.
- Vogel, F., Kollar, I., Ufer, S., Reichersdorfer, E., Reiss, K., & Fischer, F. (2016). Developing Argumentation Skills in Mathematics Through Computer-Supported Collaborative Learning: The Role of Transactivity. *Instructional Science*, 44(5), 477-500. <https://doi.org/10.1007/s11251-016-9380-2>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: Development of higher psychological processes* (M. Cole, V. Jolm-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Ed.). Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Walshaw, M., & Anthony, G. (2008). The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research Into Mathematics Classrooms. *Review of Educational Research*, 78(3), 516-551. <https://doi.org/10.3102/0034654308320292>
- Walton, D. (2006). *Fundamentals of critical argumentation*. Cambridge University Press.
- Walton, D. (2008). *Informal logic: A pragmatic approach*. Cambridge University Press.
- Watson, A., & Mason, J. (2006). Seeing an Exercise as a Single Mathematical Object: Using Variation to Structure Sense-Making. *Mathematical Thinking and Learning*, 8. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802_1
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000). Developing Concepts of Sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 44. <https://doi.org/10.2307/749819>
- Webb, N. M., Franke, M. L., Ing, M., Wong, J., Fernandez, C. H., Shin, N., & Turrou, A. C. (2014). Engaging with Other's Mathematical Ideas: Interrelationships Among Student Participation, Teacher's Instructional Practices, and Learning.

International Journal of Educational Research, 63, 79-93.
<https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.02.001>

Weber, K., Maher, C., Powell, A., & Lee, H. S. (2008). Learning Opportunities from Group Discussions: Warrants Become the Objects of Debate. *Educational Studies in Mathematics*, 68(3), 247-261. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9114-8>

Wilensky, U. (1997). What is Normal Anyway? Therapy for Epistemological Anxiety. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 171-202. <https://doi.org/10.1023/A:1002935313957>

Witherspoon, E., Miller, D., Pinerua, I., & Gerdeman, D. (2022). *Mathematical and scientific argumentation in PreK-12: A cross-disciplinary synthesis of recent DRK-12 projects*. American Institutes for Research.

Wood, T., Williams, G., & McNeal, B. (2006). Children's Mathematical Thinking in Different Classroom Cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 222-255.

Woodard, V., Lee, H., & Woodard, R. (2020). Writing Assignments to Assess Statistical Thinking. *Journal of Statistics Education*, 28(1), 32-44. <https://doi.org/10.1080/10691898.2019.1696257>

Wu, H.-M., Yin, T., & Chan, Y.-J. (2025). Using a Conversation-Based Agent System to Foster Math Argumentation Learning. *Educational Technology Research and Development*. <https://doi.org/10.1007/s11423-025-10455-4>

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0458>

Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof in mathematics education. J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Ed.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Yang, R. (2022). An Empirical Study of Claims and Qualifiers in ESL Students' Argumentative Writing Based on Toulmin Model. *Asian-Pacific Journal of Second and Foreign Language Education*, 7(1), 6. <https://doi.org/10.1186/s40862-022-00133-w>

Yazgan, Y. (2015). Sixth Graders and Non-Routine Problems: Which Strategies Are Decisive for Success? *Educational Research and Reviews*, 10(13), 1807-1816. <https://doi.org/10.5897/ERR2015.2230>

Yeager, D. S., Hanselman, P., Walton, G. M., Murray, J. S., Crosnoe, R., Muller, C., Tipton, E., Schneider, B., Hulleman, C. S., Hinojosa, C. P., Paunesku, D., Romero, C., Flint, K., Roberts, A., Trott, J., Iachan, R., Buontempo, J., Yang, S. M., Carvalho, C. M., ... Dweck, C. S. (2019). A National Experiment Reveals

Where a Growth Mindset Improves Achievement. *Nature*, 573(7774), 364-369.
<https://doi.org/10.1038/s41586-019-1466-y>

Yeganeh, N. L., & Nemati, M. (2025). *The Impact of Self-Regulated Learning Strategies on Argumentative Writing in Flipped Learning Environments*. Social Sciences. <https://doi.org/10.20944/preprints202502.1019.v1>

Yenilmez, K., & Ev Çimen, E. (2014). Matematik Öğretmeni Adaylarının “Örnek, Alistirma, Problem” Oluşturma Çalışmalarinin İncelenmesi the Analysis of Mathematics Teacher Candidates’ Works on Creating “Example, Exercise and Problem Items”. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(3), 76-84.

Yeşildağ Hasançebi, F., Güner, Ö., Kutru, C., & Hasançebi, M. (2021). Impact of Stem Integrated Argumentation-Based Inquiry Applications on Student’s Academic Success, Reflective Thinking and Creative Thinking Skills. *Participatory Educational Research*, 8(4), 274-296. <https://doi.org/10.17275/per.21.90.8.4>

Yeşildağ Hasançebi, F., & Kınır, S. (2012). Overview of Obstacles in the Implementation of the Argumentation Based Science Inquiry Approach and Pedagogical Suggestions. *Mevlâna International Journal of Education*, 2(3), 79-94.

Yeşilova, Ö. (2013). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecindeki Davranışları ve Problem Çözme Başarı Düzeyleri. Doktora Tezi, *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İstanbul.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin yayıncılık.

Yıldız, E. (2022). Argümantasyon Tabanlı Bilim Öğrenme Yaklaşımının Ortaöğretim 9. Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyonlar Konusundaki Akademik Başarılarına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.

Yıldız, S., Altundağ, B., Kaya, A., & Barıtcı, N. (2024). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Problem Çözme Becerisini ve Problem Çözme Stratejilerini Kullanım Düzeylerinin İncelenmesi. *Artuklu Humanities*, 17, 1-24. <https://doi.org/10.46628/ahu.1558599>

Yılmaz, B. (2024). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Karabük Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*. Karabük.

Yılmaz, K., & Benzer, S. (2020). Öğretmenlerin Argümantasyona Yönelik Görüşleri. *Anadolu Öğretmen Dergisi*, 4(1), 44-60. <https://doi.org/10.35346/aod.613914>

Yılmaz Memiş, B. (2023). Argümantasyona Dayalı Öğrenme Ortamında Sosyomatematiksel Normların Değişiminin İncelenmesi. Doktora Tezi, *Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*. Trabzon.

- Yitmez, B. G., Alyeşil-Kabakçı, D., Özturan-Ecemiş, Ü., Aramış, Z. F., & Cantürk Günhan, B. (2023). Türkiye’de Yapılan Argümantasyon Temelli Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Başarılarına Etkisinin Meta-Analiz ile İncelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 21(1), 335-356. <https://doi.org/10.37217/tebd.1189952>
- Young, C. B., Wu, S. S., & Menon, V. (2012). The Neurodevelopmental Basis of Math Anxiety. *Psychological Science*, 23(5), 492-501. <https://doi.org/10.1177/0956797611429134>
- Yurdakul, T. (2019). Argümantasyon Tabanlı Öğretimin 7. Sınıf Öğrencilerinin Bilimsel Süreç Becerileri ve Argümantasyon Becerileri Üzerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. Afyon.
- Zengin, D. (2024). Özel Yetenekli Öğrencilere Yönelik Tasarlanan Teknoloji Destekli Geometri Öğretim Modülünün İspat ve Muhakeme Süreçleri Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bursa.
- Zeybek Şimşek, Z., & Kılıçoğlu, E. (2022). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı Kazanımlarının Süreç Standartları Kapsamında İncelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 13(2), 1440-1459. <https://doi.org/10.51460/baebd.1189260>
- Zhang, I., Guo, X. H., Son, J. Y., Blank, I. A., & Stigler, J. W. (2025). Watching Videos of a Drawing Hand Improves Students’ Understanding of the Normal Probability Distribution. *Memory & Cognition*, 53(1), 262-281. <https://doi.org/10.3758/s13421-024-01526-7>
- Zhou, D., Du, X., Hau, K.-T., Luo, H., Feng, P., & Liu, J. (2020). Teacher-Student Relationship and Mathematical Problem-Solving Ability: Mediating Roles of Self-Efficacy and Mathematical Anxiety. *Educational Psychology*, 40(4), 473-489. <https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1696947>
- Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the Representation of Problem Types in Intended Curriculum: A Comparison of Selected Mathematics Textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626. <https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>
- Zieffler, A., Garfield, J., & Fry, E. (2018). What is statistics education? D. Ben-Zvi, K. Makar, & J. Garfield (Ed.), *International handbook of research in statistics education* (ss. 37-70). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_2
- Zohar, A., & Nemet, F. (2002). Fostering Students’ Knowledge and Argumentation Skills Through Dilemmas in Human Genetics. *Journal of Research in Science Teaching*, 39(1), 35-62. <https://doi.org/10.1002/tea.10008>
- Zulkipli, Z., & Saidah, M. A. (2024). How Do Junior High School Students Solve Problems in Non-Routine Mathematics Problems. *Journal of Education for Sustainability and Diversity*, 3(1), 65-76. <https://doi.org/10.57142/jesd.v3i1.616>

EKLER



EK A: Etik Kurul İzin Belgesi



T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırmalar ve
Yayın Etiği Kurulu

TOPLANTI SAYISI
1

KARAR SAYISI
30

TOPLANTI TARİHİ
10.01.2024

DAĞITIM YERLERİNE

Eğitim Fakültesi'nde Öğretim Üyesi olarak görev yapan Prof. Dr. Abdullah Çağrı BİBER'in yardımcı araştırmacı, Sebahattin ÇETİNKAYA'nın sorumlu araştırmacı olarak yapmayı planladıkları **"Argümantasyon Temelli Öğretimin Matematik Öğretmen Adaylarının Normal Dağılım Konusunda Problem Çözme Becerilerine Etkisi"** isimli çalışma; Kurulumuzca uygun bulunmuştur.

Bu bilgiler ışığında; onam formlarının gönüllülere imzalatılarak gerekli bilgilendirmelerin yapılması, veri toplama araçlarının (anket, ölçek, mülakat,...) uygulama izninin gerekli kurumlardan alınması, çalışmada kullanılacak olan veri toplama araçlarını geliştiren kişilerden müsaadelerinin alınmış olması, çalışmada ses/görüntü kaydı alınacaksa katılımcılardan gerekli izinlerin alınması, veri toplamaya etik kurul kararından sonra başlanması ve etik davranış ilkelerine uyulması şartıyla söz konusu araştırmanın yapılması Etik Kurulumuzca uygun görülmüş ve onaylanmasına toplantıya katılan üyelerin oybirliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Muharrem ÇETİN
Kurul Başkanı

Prof. Dr. Yavuz UNAT
Başkan Yardımcısı

Prof. Dr. Kutay OKTAY
Kurul Üyesi

Prof. Dr. Eyüp AKMAN
Kurul Üyesi

Prof. Dr. Burhan BALTACI
Kurul Üyesi

Prof. Dr. Serkan DİLEK
Kurul Üyesi

Prof. Dr. Tolga ULUSOY
Kurul Üyesi

DAĞITIM LİSTESİ

Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırmalar ve Yayın Etiği Kuruluna
Sayın Prof. Dr. Abdullah Çağrı BİBER

Belge Doğrulama Kodu: 3EU3CAT

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Takip Adresi: www.kastamonu.edu.tr/belgedogrulama

Adres: Kastamonu Üniversitesi Rektörlüğü, Kuzeykent Kampüsü, Merkez/Kastamonu

Telefon No: (0 366) 2801012

e-Posta:

Kep Adresi: kastamonuuniversitesi@hs01.kep.tr

Faks No: (0 366) 2801139

İnternet Adresi: www.kastamonu.edu.tr

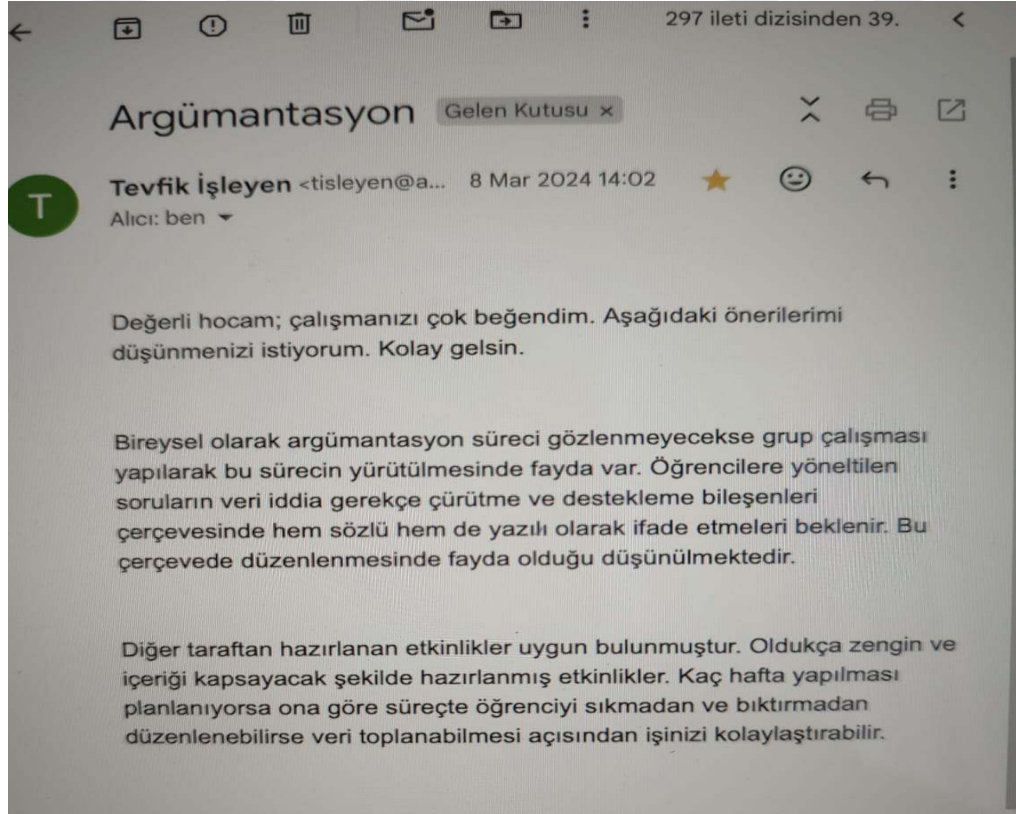
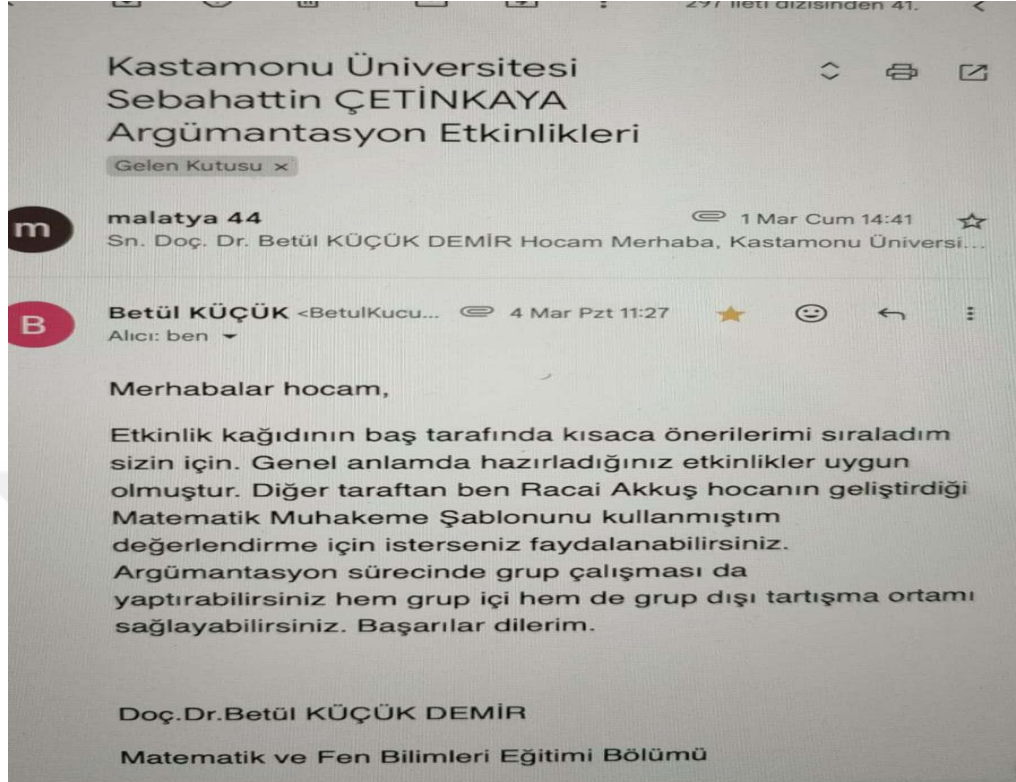
Bilgi için :

Serdar Durur
Raportör

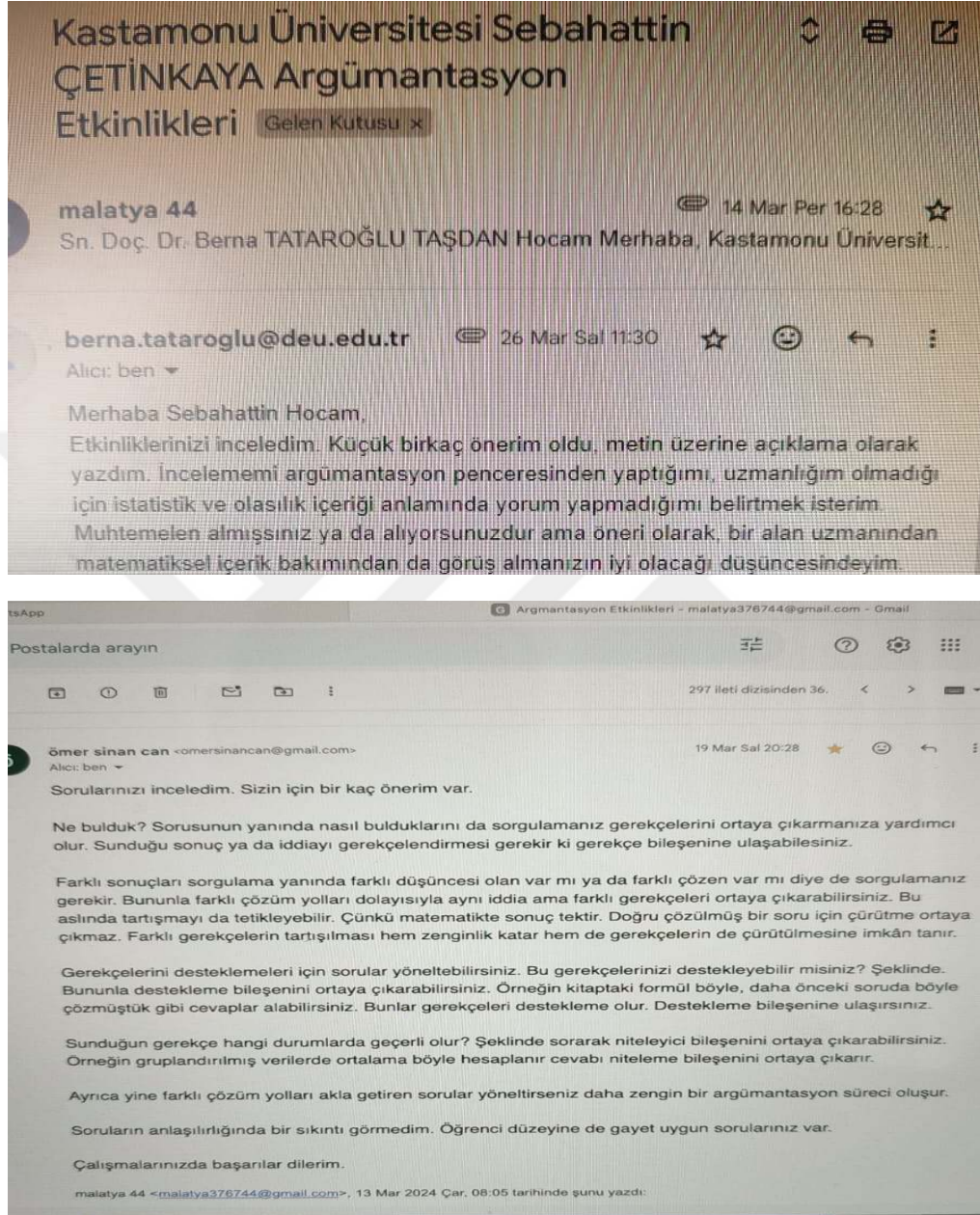
Telefon No: (0 366) 2801000 - 1144



EK B: Argümantasyon Etkinlikleri Hakkındaki Uzman Görüşleri



EK B'nin devamı



EK C: Deney Grubu Ders Planları

1. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Merkezi eğilim ve dağılım ölçüleri
Kazanımlar	Merkezi eğilim ölçüleri olan aritmetik ortalama, mod ve medyanı açıklar. Frekans şeklinde tablolastırılan ve gruplandırılmış veriler için aritmetik ortalama, mod ve medyanı hesaplar. Standart sapma ve varyansı açıklar. Aralarındaki ilişkiyi kavrar. Anakütle ve örneklem için formüldeki ayrıntıyı kavrar. Frekans tablosu şeklinde verilen verilerde standart sapmayı hesaplar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Argümantasyon Temelli Öğretim
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi etkinliklerinden ilgili kazanımlara yönelik Etkinlik 1 ve Etkinlik 2 uygulanır. -İlk olarak temel aritmetik ortalama hesaplamasından kısaca bahsedilir. Daha sonra frekanslı olarak ya da grup aralığı biçiminde sunulan verilerde aritmetik ortalamasının nasıl hesaplanacağı argümantasyon yapılarak keşfettirilir. -Ortancanın temel seviyede nasıl bulunacağından bahsedilerek frekanslı olarak ya da grup aralığı

1. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
	biçiminde sunulan verilerde medyanın nasıl hesaplanacağı argümantasyon yapılarak keşfettirilir. Böylece 1. Etkinlik tamamlanmış olur. -Standart sapma ve varyansın kavramsal anlamından bahsedilerek temel formüller sunuş yöntemiyle açıklanır. -Standart sapma ve varyans arasındaki ilişki, birbiriyle bu kadar doğrudan ilişkili oldukları halde neden birbiri yerine tercih edilmedikleri argümantasyonla keşfettirilir. -Temel standart sapma formülünden sonra frekanslı veriler için standart sapmanın nasıl hesaplanacağı üzerinde durulur. -Anakütle ve örneklem için standart sapmanın hesaplanmasında formülde neden birinde “n” diğeri de “n-1” ifadesinin yer alacağı argümantasyonla” kavratılır. -Etkinliklerde yer alan sorulara benzer sorularla bilgiler pekiştirilir.

2. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Standart Sapma Hesaplama
Kazanımlar	Gruplandırılmış veriler için standart sapmayı hesaplar. Standart sapmayı hesaplamayı sağlayan farklı formülleri kavrar. Standart sapma hesabının anakütle ve örneklem için farkını örneklerle kavrar. Kodlama yöntemiyle standart sapma hesaplamayı kavrar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Argümantasyon Temelli Öğretim
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi etkinliklerinden ilgili kazanımlara yönelik Etkinlik 3 uygulanır. - Aritmetik ortalamayı kullanmadan standart sapmayı nasıl bulabileceğimiz; bunun için de formülde nasıl bir dönüşümün gerekli olduğu argümantasyonla sezdirilir. Daha sonra araştırmacı tarafından formülün verilmesiyle buradaki argümantasyon tamamlanır. - Gruplandırılmamış veriler için standart sapma hesaplama formülünden sonra frekanslı veriler için standart sapmanın nasıl

	hesaplanacağı konusunda argümantasyon yaptırılır. -Gruplandırılmış verilerde alternatif çözümlerin olup olmayacağı tartışılır. Kodlama yoluyla çözme konusunda argümantasyon yaptırılarak kodlamaya 0'dan değil de farklı bir tam sayıdan başlansa da sonucun doğru çıkacağı keşfettirilir. -Etkinliklerde yer alan sorulara benzer sorularla bilgiler pekiştirilir.
--	---



3. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Veri Gruplarını Kıyaslama ve Normal Dağılım
Kazanımlar	Ranj ve standart sapmanın üstünlük yönlerini karşılaştırır. Uç değerlerin standart sapmaya etkisini kavrar. Değişkenlik katsayısını kavrar. Veri gruplarını kıyaslamada kullanır.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Argümantasyon Temelli Öğretim
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi etkinliklerinden ilgili kazanımlara yönelik Etkinlik 3 ve Etkinlik 4 uygulanır. -Standart sapma ile ilgili hatırlatmalar yapıldıktan sonra etkinlik kağıdı dağıtılarak burada yer alan aritmetik ortalama, standart sapma ve örneklem varyansının ne olduğunu soran soruda argümantasyon yaptırılır. -Ranj ve standart sapmanın birbirine üstünlükleri konusunda argümantasyon yaptırılır. -Veriyi önce gruplandırmadan, daha sonra da gruplandırarak ele aldığımızda iki sonuç arasındaki ilişki argümantasyon ile kavratılır.

	-Standart sapmanın bize veri hakkında ne kadar isabetli bilgiler vereceği tartışmaya sunulur.Uç değerlerin standart sapmaya etkisini ortaya çıkaran etkinlikteki örneklerle argümantasyon yapılır. - Değişkenlik katsayısının grupları kıyaslama konusundaki avantajlarını keşfettirebilmek için etkinlikte yer alan soruyla birlikte argümantasyon tekrardan başlatılır. -Etkinliklerde yer alan sorulara benzer sorularla bilgiler pekiştirilir.
--	--



4. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Normal Dağılım
Kazanımlar	Normal dağılım açıklar. Normal dağılım eğrisinin özelliklerini ifade eder. Normal dağılım eğrisinin altında kalan alanın aritmetik ortalama ve standart sapmanın değişimi ile nasıl değişeceğini yorumlar. Standart normal dağılımı açıklar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Argümantasyon Temelli Öğretim
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi etkinliklerinden ilgili kazanımlara yönelik Etkinlik 5 ve Etkinlik 6 uygulanır. -Dersin başında sınıfa Galton deneyini anlatan kısa bir video izletilir. Bu videodaki içeriğin günlük yaşama genellenebilir olup olmaması tartışmaya açılarak argümantasyon süreci başlatılır. -Dağıtılan etkinlik kâğıdında yer alan ilk soruda öğrencilerin ilgili durum hakkında tahmini grafik çizmesi istenir. Grafiğin nasıl çizildiği, tepe noktalarının birden fazla olup olmadığı, bir sonraki soruda yer alan ifadelerdeki dağılım grafiği ile

	benzerlik gösterip göstermediğini keşfettirmek amacıyla argümantasyon yapılır. - Mod, medyan ve aritmetik ortalama arasındaki ilişkinin grafiği nasıl etkileyeceği konusunda argümantasyon başlatılır. -Etkinlikte yer alan soruya ilişkin öğrencilerin nabız sayıları verilerini gösteren histogram ve poligon grafiği çizmeleri istenir. Çizilen grafikteki temel özellik sorgulanarak argümantasyon yaptırılır. - Etkinlikte yer alan nabız atış sayıları tahminleri ile grafikteki gerçek değerlerin birbirine yakın olup olmadığı gerekçesiyle sorgulanır. -Daha sonra sunuş yöntemiyle normal dağılım eğrisinin özellikleri araştırmacı tarafından açıklanır. -Etkinlik 6’da yer alan ilk sorusuyla belirtilen, Normal dağılım eğrisinin üzerinde yer alan iki farklı noktanın uçlara doğru hareket ettirildiğinde eğri altında kalan alanın ne olacağı hakkında argümantasyon yaptırılır. GeoGebra Olasılık hesap makinesinde uç değerler girilerek durumun daha iyi anlaşılması sağlanır. - Grafik üzerinde yer alan herhangi bir x noktasının ortalamadan büyük ya da küçük olma olasılığı hakkında argümantasyon yapılır. - GeoGebra Olasılık hesap makinesini kullanarak etkinlik kâğıdında verilen özel seçilmiş aralıklar için olasılıklar bulunarak bu olasılık sonuçlarının ilişkisine yönelik argümantasyon yaptırılır. -Etkinliklerde yer alan sorulara benzer sorularla bilgiler pekiştirilir.
--	--

5. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Normal Dağılım
Kazanımlar	Z puanlarını açıklar ve eğri altında kalan alanı Z puanı ve tablo ile ifade eder. Normal dağılım problemlerini çözer. Çarpıklık ve basıklığın ne olduğunu kavrar, katsayıların dağılıma etkisini anlar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Argümantasyon Temelli Öğretim
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Argümantasyon Temelli Matematik Öğretimi etkinliklerinden ilgili kazanımlara yönelik Etkinlik 7 ve Etkinlik 8 uygulanır. - Normal dağılım eğrisinin altında kalan alanın aritmetik ortalama ve standart sapmanın değişimi ile nasıl değişeceğini kavramaya yönelik etkinlikte yer alan sorularla argümantasyon yaptırılır. -Normal dağılım fonksiyonundan bahsedilir. Bu fonksiyonun integralini hesaplama yoluyla normal dağılım eğrisindeki değerlerin bulunacağı sezdirilir. Bunun da çok zor olduğu keşfettirilerek standart normal dağılımdan bahsedilir.

	- Standart normal dağılıma bağlı Z tablosunun ortaya çıkışı ve bu tablonun nasıl okunacağı düz anlatı yöntemiyle kavratılır. -Daha sonra etkinlik kâğıdında verilen her bir z değeri için olasılık hesaplatılır. Her bir soruda çözüm yolu ve farklı çözüm yöntemleri sorgulanarak argümantasyon yapılır. -Grafik sorularının bitiminde yer alan her bir problem için tek tek argümantasyon yapılır. Sorular sırasıyla çözülür. Problemleri çözmeleri için öğrencilere yeterli süre verilir. Bu süre sonunda öğrencilerden birinin cevabı söylemesi ile birlikte “iddia” bileşeniyle argümantasyon süreci başlamış olur. - Problemdeki verilen bilgilerin problem çözülürken kısaca kâğıtta belirtilmesi istenerek “veri” bileşeninin ortaya çıkarılması sağlanmalıdır. -Verilen cevapların nedeni sorgulanarak “gerekçe” bileşeninin ortaya çıkması sağlanmalıdır. -Farklı cevap bulan öğrenci sorgulanarak “çürütme” ya da “zayıf çürütme” bileşenleri ortaya çıkabilir. -Farklı yoldan yapılan çözümlerle ve gerekçeyi savunan bilgilerle “destekleyici” unsuru ortaya çıkarılmalıdır. -Gidilen çözüm yolunun hangi durumlarda geçerli olacağı ve genellenebilirliği sorgulanarak “niteleyici” bileşeninin ortaya çıkarılması sağlanmalıdır. -Farklı grupları karşılaştırmada Z puanlarının gerekli olduğunu kavratılabilmek için etkinliğin son kısmında yer alan örneği dikkate alarak argümantasyon yaptırılır. Argümantasyon süreci sonunda Z puan hesaplama kavratılır. -Etkinliklerde yer alan sorulara benzer sorularla bilgiler pekiştirilir.
--	--

EK D: Kontrol Grubu Ders Planları

1. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Merkezi eğilim ve dağılım ölçüleri
Kazanımlar	-Merkezi eğilim ölçüleri olan aritmetik ortalama, mod ve medyanyı açıklar. -Frekans şeklinde tablolastırılan ve gruplandırılmış veriler için aritmetik ortalama, mod ve medyanyı hesaplar. -Standart sapma ve varyansı açıklar. Aralarındaki ilişkiyi kavrar. -Anakütle ve örneklem için formüldeki ayrıntıyı kavrar. -Frekans tablosu şeklinde verilen verilerde standart sapmayı hesaplar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Doğrudan Öğretim (Sunuş), Soru-Cevap, Gösterip Yaptırma
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	- Giriş: Araştırmacı, merkezi eğilim ve merkezi dağılım ölçülerinin verileri özetlemedeki önemini kısaca anlatır ve dersin hedeflerini belirtir. - Daha sonra aritmetik ortalama, medyan ve modun temel tanımlarını ve

	formüllerini doğrudan tahtaya yazarak anlatır. - Etkinlik 1'deki frekanslı ve gruplandırılmış veri tablolarını örnek olarak kullanarak bu tür verilerde aritmetik ortalama ve medyanın nasıl hesaplanacağını adım adım gösterir. Deney grubundaki keşfetme sürecinin aksine, burada yöntem (örn: grup aralığının orta noktasını almak) doğrudan verilir. - Standart sapma ve varyans formülleri tahtaya yazılarak açıklanır. İkisi arasındaki basit formüsel ilişki belirtilir. - Örneklem için standart sapma formülünde paydada neden "n-1" kullanıldığı, bunun örneklemün anakütle varyansını daha iyi tahmin etmesini sağlayan bir düzeltme olduğu bilgisi, tartışmaya açılmadan, doğrudan bir kural olarak Araştırmacı adaylarına sunulur. - Daha sonra Etkinlik 1 ve Etkinlik 2 kâğıtları dağıtılır. Araştırmacı adaylarından etkinliklerdeki problemleri, araştırmacının gösterdiği formül ve yöntemleri kullanarak bireysel olarak çözmeleri istenir. Deney grubundaki gibi "Arkadaşınıza katılıyor musunuz?", "Çözüme ulaşmak için farklı bir yöntem var mı?" gibi argümantasyon içeren sorular sorulmaz.
--	--

2. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Standart Sapma Hesaplama
Kazanımlar	-Gruplandırılmış veriler için standart sapmayı hesaplar. -Standart sapmayı hesaplamayı sağlayan farklı formülleri kavrar. -Standart sapma hesabının anakütle ve örneklem için farkını örneklerle kavrar. -Kodlama yöntemiyle standart sapma hesaplamayı kavrar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Doğrudan Öğretim (Sunuş), Soru-Cevap, Gösterip Yaptırma
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Giriş: Araştırmacı, geçen hafta işlenen standart sapma konusunu kısaca hatırlatır ve bu hafta daha karmaşık veri setleri için standart sapma hesaplama yöntemlerini öğreneceklerini belirtir. - Aritmetik ortalamayı hesaplamadan, doğrudan ham puanların kareleri toplamını kullanan alternatif standart sapma formülü, deney grubunda olduğu gibi keşfettirilmek yerine,

	araştırmacı tarafından bir "hesaplama kolaylığı sağlayan ikinci formül" olarak tahtaya yazılır ve açıklanır. - Etkinlik 3'teki gruplandırılmış veri tablosu kullanılarak standart sapmanın nasıl hesaplanacağı araştırmacı tarafından adım adım çözülerek gösterilir. - "Kodlama Yöntemi" bir keşif süreci olarak değil, işlem yükünü azaltan pratik bir "kısa yol" olarak tanıtılır. Araştırmacı, Etkinlik 3'teki kodlama tablolarını kullanarak yöntemin nasıl uygulandığını gösterir ve sonucun neden değişmediğini "kodlamanın bir doğrusal dönüşüm olması ve yayılımı etkilememesi" kuralıyla açıklar. Bu hususta tartışma yapılmaz. - Öğrencilere Etkinlik 3 kâğıdı dağıtılır. Daha sonra öğrencilerden, kalan problemleri araştırmacının gösterdiği her iki yöntemi de (doğrudan hesaplama ve kodlama) kullanarak bireysel olarak çözmeleri istenir. - Araştırmacı, ders sonunda problemlerin çözümlerini ve doğru cevaplarını tahtada paylaşır.
--	---

3. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Veri Gruplarını Kıyaslama ve Normal Dağılım
Kazanımlar	-Ranj ve standart sapmanın üstünlük yönlerini karşılaştırır. -Uç değerlerin standart sapmaya etkisini kavrar. -Değişkenlik katsayısını kavrar. Veri gruplarını kıyaslamada kullanır.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Doğrudan Öğretim (Sunuş), Soru-Cevap, Gösterip Yaptırma
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Giriş: Araştırmacı, "Farklı veri gruplarının ne kadar homojen veya heterojen olduğunu nasıl karşılaştırabiliriz?" sorusuyla derse başlar ve hedefleri açıklar. -Ranj ve standart sapmanın tanımları verilir. Araştırmacı, ranjin sadece iki uç değere bağlı olduğu için ne kadar hassas olduğunu, standart sapmanın ise tüm verileri hesaba kattığı için daha güvenilir bir yayılım ölçüsü olduğunu doğrudan ifade eder.

	-Araştırmacı, Etkinlik 4, Soru 6'daki gibi bir örnek üzerinden, veri setine bir uç değer eklendiğinde standart sapmanın nasıl dramatik bir şekilde büyüdüğünü hesaplayarak gösterir. Bu, bir kuralın ispatı şeklinde sunulur, tartışılmaz. -Ortalamaları birbirinden çok farklı olan grupları karşılaştırmak için sadece standart sapmaya bakmanın yanıltıcı olabileceği ifade edilir. Bu sorunu çözmek için Değişkenlik Katsayısının hesaba katılması gerektiği vurgulanarak değişkenlik katsayısının formülü verilir. Deney grubundaki gibi değişkenlik kat sayısına olan ihtiyacın keşfedilmesi beklenmez, formül ve kullanım amacı doğrudan sunulur. -Araştırmacı adaylarına Etkinlik 4 kâğıdı dağıtılır. Araştırmacı adayları, etkinlikteki problemleri (örn: farklı sınıfların değişkenliğini kıyaslama) araştırmacının vermiş olduğu formülleri kullanarak bireysel olarak çözerler. -Ders sonunda araştırmacı, özellikle değişkenlik katsayısının kullanıldığı problemin çözümünü tahtada yaparak konuyu pekiştirir.
--	---

4. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Normal Dağılım
Kazanımlar	-Normal dağılım açıklar. -Normal dağılım eğrisinin özelliklerini ifade eder. -Normal dağılım eğrisinin altında kalan alanın aritmetik ortalama ve standart sapmanın değişimi ile nasıl değişeceğini yorumlar. -Standart normal dağılımı açıklar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Doğrudan Öğretim (Sunuş), Soru-Cevap, Gösterip Yaptırma
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Giriş: Araştırmacı, Galton deneyi videosunu, normal dağılım kavramını tanıtmak amacıyla bir "görsel materyal" olarak izletir. Videodan sonra, doğadaki ve sosyal bilimlerdeki birçok verinin bu çan eğrisine benzediği bilgisi verilir. Bu bilgi tartışmaya açılmaz. -Araştırmacı, normal dağılım eğrisinin temel özelliklerini (simetrik olması, ortalama-medyan-modun eşit olması, tek tepeli olması, uçlarının asimptotik

	olması vb.) bir liste halinde sunar ve tahtaya çizer. -Ortalama ve standart sapmanın eğri üzerindeki etkisini göstermek için GeoGebra programını bir gösterim aracı olarak kullanır. Deney grubundaki gibi katılımcıların keşfetmesi yerine, araştırmacı kendisi parametreleri değiştirerek "Gördüğünüz gibi, ortalama değiştiğinde eğri yatay eksende kayıyor; standart sapma büyüdüğünde ise eğri basıklaşıp yayılıyor" diyerek kuralı gösterir ve tahtada anlatır. -Standart normal dağılım, ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan "referans" bir normal dağılım olarak ifade edilir. - Araştırmacı adaylarına Etkinlik 5 ve Etkinlik 6 dağıtılır. Onlardan etkinliklerdeki soruları, araştırmacının sunduğu özellikleri ve kuralları dikkate alarak bireysel olarak cevaplamaları beklenir. Örneğin, Etkinlik 6'daki olasılık karşılaştırmalarını, eğrinin simetri ve alan özellikleri kurallarını kullanarak yapmaları istenir. Ders sonunda ise araştırmacı, etkinliklerdeki çizim ve yorumlama sorularının doğru cevaplarını tahtada göstererek dersi özetler.
--	--

5. Hafta	
Ders	Olasılık ve İstatistik
Sınıf	2
Süre	3 ders saati
Öğrenme Alanı	Olasılık ve İstatistik
Alt Öğrenme Alanı	İstatistik
Konu	Normal Dağılım
Kazanımlar	-Z puanlarını açıklar ve eğri altında kalan alanı Z puanı ve tablo ile ifade eder. -Normal dağılım problemlerini çözer. -Çarpıklık ve basıklığın ne olduğunu kavrar, katsayıların dağılıma etkisini anlar.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Doğrudan Öğretim (Sunuş), Soru-Cevap, Gösterip Yaptırma
Araç-Gereçler ve Kaynaklar	Bilgisayar, Projeksiyon Cihazı, Bilimsel Hesap Makinesi, GeoGebra Programı, Etkinlik Kâğıdı, Lisans Düzeyinde Okutulan Ders Kitapları
Açıklamalar	-Giriş: Araştırmacı, standart normal dağılımı hatırlatarak, "Bugün herhangi bir normal dağılım problemini bu standart dağılımı kullanarak nasıl çözeceğimizi öğreneceğiz" der. -Daha sonra araştırmacı, Z-puanının tanımını (bir değer kendi ortalamasından standart sapma cinsinden ne kadar uzakta olduğunu gösteren standart bir puan olduğunu) ve Z puanı hesaplama formülünü doğrudan verir.

	-Z tablosunun nasıl okunacağı, pozitif ve negatif Z değerleri için alanların nasıl bulunacağı verilen örneklerle gösterilir. -Etkinlik 8'deki gibi temel Z-puanı olasılık hesaplamaları ve sözel problemler araştırmacı tarafından tahtada adım adım çözülerek gösterilir. Problem çözme süreci, standart bir algoritma biçiminde sunulur. -Çarpıklık ve basıklık kavramları, tanımları ve katsayıları verilerek, dağılımın şeklini nasıl etkiledikleri grafikler üzerinde tahtada çizilerek gösterilir. -Öğretmen adaylarına Etkinlik 7 ve Etkinlik 8 kâğıtları dağıtılır. Onlardan etkinliklerdeki çok sayıda problemi, araştırmacının gösterdiği standart problem çözme adımlarını takip ederek bireysel olarak çözmeleri istenir. Deney grubunda her bir problem çözme sürecinde ve sonrasında yapılan argümantasyon bu grupta yapılmaz. -Dersin sonunda araştırmacı, belirli problemlerin çözümlerini tahtada yapar ve öğrencilerin sorularını yanıtlar. Temel formüller ve adımlar son bir kez özetlenir.
--	--

EK E: Deney Grubunda Uygulanan Argümantasyon Etkinlikleri

Etkinlik 1

Aritmetik ortalama, mod ve medyanla ilgili temel kavramlar sunuş yöntemiyle kısaca anlatıldıktan sonra etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlamış olur. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı cevap bulan var mı? Bu çözümü genelleyebilir misiniz? Farklı bir yolu var mıdır?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle tamamlanır.

1.Tablodaki veri için aritmetik ortalamayı hesaplayınız.

Not (x)	Frekans (f)	
0	10	
1	9	
2	6	
3	4	
4	3	
5	3	

Aritmetik ortalamayı ne bulduk? Cevabını nasıl bulduğunu açıkla mısın?

Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı bir cevap bulan var mı? Nasıl buldun?

Farklı bir yöntemle bulan var mı? Bu cevabını nasıl gerekçelendirirsin?

2.Tablodaki veri grubu için aritmetik ortalamayı hesaplayınız.

Puan Aralığı	Frekans (f)		
37- 43	3		
44-50	5		
51-57	4		
58-64	11		
65-71	10		
72-78	18		
79-85	4		
86-92	6		

Aritmetik ortalamayı ne bulduk? Cevabını nasıl bulduğunu açıkla mısın?

Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı bir cevap bulan var mı? Nasıl buldun?

Puan aralığında hangi puanı dikkate aldık?

EK E'nin devamı

Bunun geçerli bir nedeni var mıdır? Farklı bir yöntemle doğru sonuca ulaşabilir miyiz?

Çözümüne ulaşmada hangisi daha pratik olur neden?

3. Tabloda bir sınıftaki öğrencilerin 1 ayda okuduğu kitap sayısının frekansı yer almaktadır. Buna göre bu veri grubu için medyayı hesaplayınız.

Kitap Sayısı	Frekans (f)
0	13
1	9
2	9
3	4
4	4
5	1

Medyanı ne bulduk? Cevabını nasıl bulduğunu açıklar mısın?

Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı bir cevap bulan var mı? Nasıl bulduk? Farklı bir yöntemle bulabilir miyiz?

4. Tablodaki veri grubu için medyayı hesaplayınız

Puan Aralığı	f	rel. f.	Orta Nokta			
47- 53	1		50			
54-60	4		57			
61-67	5		64			
68-74	8		71			
75-81	14		78			
82-88	28		85			
89-95	14		92			
96-102	6		99			

“Burada medyayı hesaplamak için hangi kriteri dikkate almamız gerekir?

Medyan hangi aralığa denk gelir?

Farklı görüşü olan var mı? Arkadaşınızın görüşünü ne ile destekleyebilirsiniz?

Bu aralıktaki hangi değer dikkate alınmalıdır?

Orta noktanın dikkate alınma sebebi ne olabilir?

Bu değer formül olarak nasıl ifade edilebilir?

Bu durum genellenebilir mi?” (Argümantasyon süreci, yapılan tartışmanın araştırmacı tarafından özetlenerek formülün oluşturulmasıyla sona erer)

EK E'nin devamı

Etkinlik 2

Standart sapma ve varyans ile ilgili temel formül sunuş yöntemiyle kısaca anlatıldıktan sonra etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlamış olur. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı cevap bulan var mı? Bu çözümü genelleyebilir misiniz? Farklı bir yolu var mıdır?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle tamamlanır.

1) 3, 5, 6, 7, 7, 8 sayılarının standart sapması nedir?

Standart sapmayı ne bulduk?

Farklı bir cevap bulan var mı? Nasıl bulduk? Farklı bir yoldan bulan var mı?

2) Tabloda frekans olarak verilmiş veri grubu için standart sapmayı hesaplayınız.

Not (x)	Frekans (f)	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$f \cdot (x - \bar{x})^2$
0	11			
1	9			
2	7			
3	4			
4	4			
5	3			

Frekanslı verilerde standart sapmayı nasıl bulabiliriz?

Arkadaşınıza katılıyor musunuz?

Sonucu ne bulduk? Nasıl buldun? Gerekçesiyle birlikte anlatır mısın?

Farklı düşüncesi olan var mı?

3) Standart sapma formülünde örneklem için neden (n-1) değeri hesaplanır? Ana kütle için olduğu gibi “n” olarak hesaplansaydı ne olurdu? Tartışınız.

Farklı görüşü olan var mı?

Arkadaşınızın görüşünü ne ile destekleyebilirsiniz?

4) Standart sapmayı hesaplamak için formülde görüldüğü gibi aritmetik ortalamanın hesaplanmasına ihtiyaç vardır. Bu durum bazı soruların çözümünü çok fazla uzatacaktır.

EK E'nin devamı

Aritmetik ortalamayı hesaplamadan standart sapma hesaplanabilir mi? Bu mümkün mü? Formülde nasıl bir dönüşüm yapabilirsiniz?

“Arkadaşınıza katılıyor musunuz?

Farklı görüşü olan var mı? Görüşünü ne ile desteklersin?

Bu durum genellenebilir mi?” sorularından sonra araştırmacı tarafından 2. Formül oluşturulur.



EK E'nin devamı

Etkinlik 3

Standart sapma ile ilgili ikinci formül sunuş yöntemiyle kısaca anlatıldıktan sonra etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlamış olur. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı cevap bulan var mı? Bu çözümü genelleyebilir misiniz? Farklı bir yolu var mıdır?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle tamamlanır.

1) Tabloda yer alan gruplandırılmış veride standart sapmayı hesaplayınız.

Puan Aralığı	Frekans (f)	Orta Nokta (x_0)	$(x_0)^2$	f. $(x_0)^2$	f. x_0
37- 43	3				
44-50	5				
51-57	4				
58-64	11				
65-71	10				
72-78	18				
79-85	4				
86-92	6				

Standart sapmayı ne bulduk? Farklı bir cevap bulan var mı? Nasıl buldunuz?

Bu sorunun farklı bir çözüm yolu var mıdır?

2) Yukarıda yer alan tabloyla aynı olan verileri orta noktasını 0'dan başlayıp kodlama yaparak hesaplayınız.

Puan Aralığı	f	x'	$(x')^2$	f. $(x')^2$	f. x'
37- 43	3	0			
44-50	5	1			
51-57	4	2			
58-64	11	3			
65-71	10	4			
72-78	18	5			
79-85	4	6			
86-92	6	7			

EK E'nin devamı

Sonucu ne bulduk? Farklı sonuç bulan var mı? *Nasıl buldunuz?*

Sizce sonuç neden önceki soruyla aynı çıktı? Farklı görüşü olan var mı?

Kodlamaya 0'dan değil de başka bir tam sayıdan başlasaydık sonuç değişir miydi? Nasıl bulduk?

- 3) Tabloda yer alan gruplandırılmış veride, orta noktasını -1'den başlayıp kodlama yaparak hesaplayınız.

Puan Aralığı	f	x'	(x') ²	f. (x') ²	f. x'
37- 43	3	0			
44-50	5	1			
51-57	4	2			
58-64	11	3			
65-71	10	4			
72-78	18	5			
79-85	4	6			
86-92	6	7			

“Sonucu ne bulduk? Farklı sonuç bulan var mı?

Sonuç neden yine aynı çıktı?

Arkadaşınızın fikrini ne ile desteklersiniz?

Farklı görüşü olan var mı?

Kodlamaya farklı bir tam sayıdan da başlasaydık sonuç aynı çıkar mıydı? Bu durumu genelleleyebilir miyiz?

Kodlamaya 0'dan değil de başka bir tam sayıdan başlasaydık sonuç ne olurdu?” sorularından sonra araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon sonlandırılır.

EK E'nin devamı

Etkinlik 4

Standart sapma ile hatırlatmalar yapıldıktan sonra etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlamış olur. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı cevap bulan var mı? Bu çözümü genelleyebilir misiniz? Farklı bir yolu var mıdır?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle tamamlanır.

- 1) Aşağıda verilen veriler normal dağılıma sahip popülasyondan alınan bir örnekleme aittir.

27,5 28,3 28,5 26,7 26,6 26,5 29,6 26,1 25,9

- a) Aritmetik ortalamayı bulunuz.
b) Standart sapmayı bulunuz.
c) Örneklem varyansını bulunuz.

Sonucu ne bulduk? Tahtaya kalkıp çözümünü açıkla mısın?

Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı sonuç bulan var mı? Sonucu başka bir yoldan bulabilir miyiz?

- 2) Varyans ve standart sapma arasındaki ilişkiyi tartışınız. Birbiriyle formüsel olarak basit bir ilişkileri varken neden iki farklı kavram da kullanılmaktadır açıklayınız.

“Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz.

Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsun?” sorularından sonra araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon sonlandırılır.

- 3) Aşağıda 20 farklı ailenin sahip oldukları çocuk sayıları verilmiştir. Bu veri grubu için ranj ve standart sapmayı bulunuz. Ranj ile standart sapmanın üstünlük yönlerini karşılaştırarak sınıfça tartışınız.

1 0 2 3 8
4 8 6 7 1
5 7 5 9 3
2 0 8 7 6

EK E'nin devamı

“Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz. Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsun? Bu düşünceni neye dayandırabilirsin?” sorularından sonra araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon sonlandırılır.

- 4) Bir lisenin 3 farklı sınıfında uygulanan matematik yazılısına ait sınıfların aritmetik ortalamaları ve standart sapmaları aşağıda verilmiştir. Hangi sınıfa ait puanların değişkenliği daha fazladır açıklayınız.

<u>A Sınıfı</u>	<u>B Sınıfı</u>	<u>C Sınıfı</u>
$\bar{x}=62$	$\bar{x}=84$	$\bar{x}=70$
$S=5,8$	$S=3,7$	$S=2,1$

“Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz. Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsun? Bu düşünceni neye dayandırabilirsin?” soruları yöneltilerek argüman oluşturmaları sağlanır.

“Farklılaşmayı anlamada standart sapma tek başına yeterli midir? Neden? Gerekçen nedir?”

Standart sapmanın eksik kaldığı durumlar var mıdır? Bu durumda neyi hesaba katmalıyız?” sorularından sonra değişkenlik katsayısından bahsedilerek araştırmacı tarafından değişkenlik katsayısı formülü ifade edilip argümantasyon sonlandırılır.

- 5) Bir okulda yer alan 25 kişilik bir sınıfın 1 saatte okudukları sayfa sayıları aşağıdaki gibidir. Buna göre;

57	28	16	40	45
44	10	44	25	32
24	48	21	21	30
54	35	21	37	36
60	48	22	40	23

- a) Gruplandırılmamış veri olarak standart sapmayı bulunuz.
b) Aralığı 10, grup sayısını 6 olarak kabul edip gruplandırılmış veriler için standart sapmayı bulunuz. Bu iki sonucu tartışınız.

“Sonucu ne bulduk? Her iki seçenekteki sonucu karşılaştırınız.

Farklı sonuç bulan var mı?

Farklı görüşü olan var mı?” sorularından sonra araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon sonlandırılır.

- 6) Aşağıda yer alan veri dağılımına ilişkin standart sapmaları kıyaslayınız. Uç puanların standart sapmaya etkilerini sınıfça tartışınız.

EK E'nin devamı

a) 12, 16, 20, 16, 0, 1, 3, 2, 0

b) 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7

c) 30, 3, 3, 1, 2, 5, 0

d) 2, 4, 4, 6, 6, 6, 8, 8, 10

“Standart sapma hangisinde en fazladır? Farklı bir iddiası olan var mı? Düşünceni ne ile desteklersin? Uç puanlar standart sapmayı nasıl etkiler? Neden böyle düşünüyorsun? Arkadaşınızın düşüncesini nasıl buluyorsunuz? Düşünceni genelleleyebilir misin? Uç değerler veri dağılımı hakkındaki algımızı nasıl etkiler?” sorularından sonra araştırmacı tarafından özetleme yapılarak argümantasyon süreci sonlandırılır.

EK E'nin devamı

Etkinlik 5

Öğrencilerle birlikte Galton deneyiyle ilgili bilimsel tartışma yapıldıktan sonra normal dağılımı açıklamaya yönelik etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlamış olur. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı düşünen var mı? Bu ifadeyi genelleyebilir misiniz? Farklı bir yaklaşımda bulunabilir miyiz?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle sonlandırılır.

- 1) Sınıftaki herkesin kaç kardeş olduklarını bir listeye not ettiğimizde kardeş sayıları hangi değerlerde yoğunluk gösterirdi? Tahmininiz nedir? Neden?
- 2) Kaç kardeş olduklarına ilişkin değerlerin dağılımı bir grafikte ifade edilseydi nasıl bir grafik olurdu? Aşağıda çizerek gösteriniz.
- 3) Aşağıdaki verilen ifadelerdeki veri dağılımlarının temel özelliği nedir? Önceki soruda çizdiğiniz dağılımla nasıl ilişkilendirirsiniz? Hangi yönden benzer özelliklere sahiptirler? Cevabınızı gerekçesiyle birlikte altına yazınız.
 - a) Sınıftaki öğrencilerin 1 dk süre içerisindeki nabız sayılarını gösteren dağılım
 - b) Sınıftaki öğrencilerin günlük kitap okuma süreleri
 - c) Sınıftaki öğrencilerin İstatistik Sınavında aldıkları notlar

EK E'nin devamı

- 4) Şimdi 1 dk boyunca nabzımızı ölçerek kaç çıktığını not edelim. Tüm sınıfın nabız sayılarını gösteren veri seti ile ilgili frekans tablosu oluşturarak bu veri dağılımına ait aritmetik ortalama, mod, medyan ve standart sapmayı tabloda gösterilen kısma not ediniz.

Aritmetik Ortalama	
Mod	
Medyan	
Standart Sapma	

- 5) Önceki soruda oluşturduğunuz tablodaki değerleri göz önünde bulundurduğunuzda aritmetik ortalama, mod, medyan arasında nasıl bir ilişki görebiliyorsunuz. Bu değerler birbirine yakın mı? Bu durum grafiğin şeklini nasıl etkiler? Tartışınız.
Farklı görüşü olan var mı?
- 6) Elde etmiş olduğunuz frekans tablosunu kullanarak **verilerin histogram ve poligon grafiğini çiziniz. Ayrıca verilere ait ortalama, mod ve medyan değerlerini grafik çizerek gösteriniz.**
- 7) Çizmiş olduğunuz grafikteki temel özellikleri gerekçesiyle belirtiniz. Farklı düşünen var mı? Bu düşüncenizi ne ile destekleyebilirsiniz?
- 8) Eğrinizin tepe noktası var mıdır? Varsa kaç tanedir? Arkadaşınızla aynı fikirde misiniz? Neden?
- 9) Elde edilen verilerin dağılımı **aritmetik ortalama etrafında mı dağılmıştır? Bu değerlerin hangi aralıklarda yoğunluk gösterdiğini belirtiniz.**

EK E'nin devamı

10) Tabloda verilen boşlukları doldurarak bu değerleri grafikte gösteriniz.

$X_1 = (\text{Aritmetik Ortalama}) + (\text{Standart sapma})$	
$X_2 = (\text{Aritmetik Ortalama}) - (\text{Standart sapma})$	
$X_3 = (\text{Aritmetik Ortalama}) + 2.(\text{Standart sapma})$	
$X_4 = (\text{Aritmetik Ortalama}) - 2.(\text{Standart sapma})$	
$X_5 = (\text{Aritmetik Ortalama}) + 3.(\text{Standart sapma})$	
$X_6 = (\text{Aritmetik Ortalama}) - 3.(\text{Standart sapma})$	

11) Tablodaki değerleri dikkate alarak bu değerler ait frekansları bulunuz. Frekansı bu değerlerle aynı olan ya da bu değerlere çok yakın olan değerler nelerdir?

12) Hesapladığınız değerlerden bazılarının frekanslarının birbirine yakın gelmesini nasıl açıklarsın?

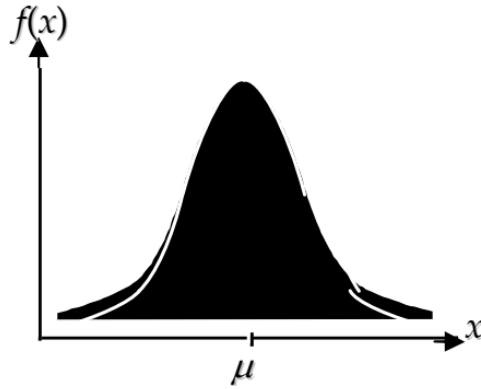
13) Çalışma kâğıdında yer alan bir soruda nabız atış sayılarının hangi değerler arasında yoğunlaşacağına dair tahmin de bulunmanızı istemiştik. Sizin tahmin ettiğiniz değerlerle bulduğunuz değerler birbirine yakın mı? Gerekçesiyle açıklayınız. Farklı görüşü olan var mı? Bunu ne ile destekleyebilirsin?

EK E'nin devamı

Etkinlik 6

Öğrencilere normal dağılım eğrisinin özelliklerini keşfetmeye yönelik etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlatılır. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı düşünen var mı? Bu ifadeyi genelleyebilir misiniz? Farklı bir yaklaşımda bulunabilir miyiz?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle sonlandırılır.

- 1) Aşağıda verilen normal dağılım eğrisi üzerinde A ve B şeklinde iki farklı nokta belirleyiniz. Belirlediğiniz bu iki noktayı grafiğin uç noktalarına doğru hareket ettirirsek eğri altında kalan alan nasıl değişir? Düşüncenizi gerekçesiyle birlikte ifade ediniz. Bu hareket ettirme olayında eğri altında kalan alanın yaklaştığı bir sayı var mıdır? Tartışınız.



“Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz. Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsunuz?” soruları sorulur. Daha sonra bilgisayarlarından GeoGebra Olasılık hesap makinesine uç değerler olacak şekilde giriş yapmaları sağlanarak cevaplarını değerlendirmeleri istenir. Argümantasyon yapmalarını sağlayacak ilgili sorular tekrar sorulduktan sonra, araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon sonlandırılır.

- 2) Grafik üzerinde yer alan herhangi bir x noktasının ortalamadan büyük olma olasılığı ile ortalamadan küçük olma olasılığını tartışınız. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz. Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsunuz?” soruları sorulur. GeoGebra Olasılık hesap

makinesi yardımıyla $P(X < \mu)$ ve $P(X > \mu)$ olasılıklarının alacağı değerler hakkında ne söylersiniz? **Düşüncenizi gerekçeleriyle birlikte ifade ediniz.**

- 3) Üç farklı normal dağılıma ait bazı olasılık değerleri Tablo 1’de verilmiştir. Bu tabloyu dikkate alarak Tablo 2 ve Tablo 3’teki ilgili kısımları doldurunuz. Daha sonra düşüncelerinizi gerekçeleri ile tartışınız.

Tablo1: Üç farklı normal dağılım ve onlara ait bazı olasılık değerleri

Birinci Dağılım N1(20,9)	İkinci Dağılım N2(15,16)	Üçüncü Dağılım N3(0,1)
$P(20 \leq X \leq 23) =$	$P(15 \leq X \leq 19) =$	$P(0 \leq X \leq 1) =$
$P(20 \leq x \leq 26) =$	$P(15 \leq X \leq 23) =$	$P(0 \leq X \leq 2) =$
$P(17 \leq x \leq 20) =$	$P(11 \leq X \leq 15) =$	$P(-1 \leq X \leq 0) =$
$P(17 \leq X \leq 23) =$	$P(11 \leq X \leq 19) =$	$P(-1 \leq X \leq 1) =$
$P(14 \leq X \leq 20) =$	$P(7 \leq X \leq 11) =$	$P(-2 \leq X \leq 0) =$

Tablo 2: Her bir sütundaki olasılıkların sıralaması

1. sütun					
2. sütun					
3. sütun					

Tablo 3: Her bir satırdaki olasılıkların sıralaması

1. satır			
2. satır			
3. satır			
4. satır			
5. satır			

Bilimsel tartışma süreci, GeoGebra Olasılık hesap makinesi yardımıyla verilen değerlerin hesaplanmasıyla devam ettirilir. Net değerler buldurularak sıralamada eksik ya da yanlışlar giderilir. “Sizce sıralama neden böyle çıktı? Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Bunu neyle desteklersiniz. Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsun?” gibi sorular sorulur. Daha sonra araştırmacı tarafından açıklamalar yapılarak argümantasyon süreci sonlandırılır.

EK E'nin devamı

Etkinlik 7

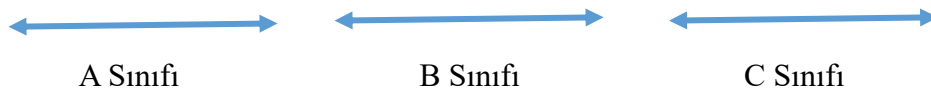
Öğrencilere normal dağılım eğrisinin altında kalan alanın ortalama ve standart sapmanın değişimi ile nasıl değişeceğini keşfetmeye yönelik etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlatılır. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı düşünen var mı? Bu ifadeyi genelleyebilir misiniz? Farklı bir yaklaşımda bulunabilir miyiz?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle sonlandırılır.

- 1) Tablo 1’de üniversite öğrencilerine ait A, B ve C şubeleri olmak üzere üç farklı şubenin Olasılık dersi Vize sınavından aldıkları notların aritmetik ortalamaları ve standart sapmaları yer almaktadır. Her 3 sınıfın notlarının normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Buna göre aşağıda yer alan soruları yanıtlayınız. Daha sonra düşüncelerinizi gerekçeleri ile tartışınız.

Tablo 1: Her bir sınıfa ait Vize sınavı ortalamaları ve standart sapmaları

VİZE SINAVI			
	A Sınıfı	B Sınıfı	C Sınıfı
Aritmetik Ortalama	58,01	58,05	57,99
Standart Sapma	15,57	20,75	6,3

- a) Tablo 1’deki verilere göre her üç sınıfın da not ortalamalarının yaklaşık olarak aynı olduğu, standart sapma değerlerinde farklılaştıkları görülmektedir. Bu durum not dağılımı grafiğini nasıl etkiler? Verilen parametreleri göz önünde bulundurarak üç sınıf için normal dağılımların grafiklerini aşağıya çiziniz.



- b) Çizmiş olduğunuz grafiklere göre bir normal dağılımda ortalama (μ) sabitken; standart sapma (σ) değişirse normal dağılım grafiği nasıl değişir? Bununla ilgili düşüncelerinizi aşağıya yazınız.

EK E'nin devamı

Bilimsel tartışma süreci, GeoGebra Olasılık sekmesinde verilen parametreler girilerek grafik çizimiyle devam ettirilir. Grafiğin net hali gösterilerek ilgili sorularla bilgiyi oluşturma süreci tamamlanır. “Sizce grafikler neden böyle çıktı? Bunu genelleylebilir misiniz? Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsunuz?” gibi sorular argümantasyon yapmaya yardımcı olacaktır.

- 2) Tablo 2’de üniversite öğrencilerine ait A, B ve C şubeleri olmak üzere üç farklı şubenin Olasılık dersi Final sınavından aldıkları notların aritmetik ortalamaları ve standart sapmaları yer almaktadır. Her 3 sınıfın notlarının normal dağılım gösterdiği bilinmektedir. Buna göre aşağıda yer alan soruları yanıtlayınız. Daha sonra düşüncelerinizi gerekçeleri ile tartışınız.

Tablo 2: Her bir sınıfa ait Final sınavı ortalamaları ve standart sapmaları

FİNAL SINAVI			
	A Sınıfı	B Sınıfı	C Sınıfı
Aritmetik Ortalama	59,32	80,07	62,97
Standart Sapma	15,02	15,02	15,01

- a) Tablo 1’deki verilere göre her üç sınıfın da standart sapmalarının yaklaşık olarak aynı olduğu, aritmetik ortalama değerlerinde farklılaştıkları görülmektedir. Bu durum not dağılımı grafiğini nasıl etkiler? Verilen parametreleri göz önünde bulundurarak üç sınıf için normal dağılımların grafiklerini aşağıya çiziniz.



- b) Çizmiş olduğunuz grafiklere göre bir normal dağılımda standart sapma (σ) sabitken; ortalama (μ) değişirse normal dağılım grafiği nasıl değişir? Bununla ilgili düşüncelerinizi aşağıya yazınız (Daha sonra sınıftan bir öğrenci tahtaya kaldırılarak çalışma kâğıdına çizmiş olduğu grafikleri arkadaşlarına gerekçesiyle birlikte sunması istenir. “Farklı bir şekilde yorumlayan var mı? Neden bu şekilde olmalı? Arkadaşınızın görüşlerine katılıyor musunuz?” soruları sorulur).

EK E'nin devamı

Bilimsel tartışma süreci, GeoGebra Olasılık sekmesinde verilen parametreler girilerek grafik çizimiyle devam ettirilir. Grafiğin net hali gösterilerek ilgili sorularla bilgiyi oluşturma süreci tamamlanır. “Sizce sıralama neden böyle çıktı? Bunu genellebilir misiniz? Farklı görüşü olan var mı? Neden öyle düşünüyorsun?” gibi sorular argümantasyon yapmaya yardımcı olacaktır.



EK E'nin devamı

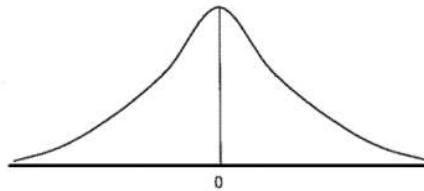
Etkinlik 8

Öğrencilere standart normal dağılımı ve z puanını açıklamaya; eğri altında kalan alanı z puanları ve z tablosu ile ifade etmeye yönelik etkinlik kâğıdı dağıtılarak etkinlik kâğıdındaki her bir soruda argümantasyon gerçekleştirilir. **Belli bir süre verdikten sonra bir öğrenciden sorunun yanıtının ne olduğu sorularak öğrencinin iddiasıyla birlikte argümantasyon süreci başlatılır. “Arkadaşınıza katılıyor musunuz? Farklı düşünen var mı? Bu ifadeyi genelleyebilir misiniz? Farklı bir yaklaşımda bulunabilir miyiz?” gibi tartışma içeren sorularla öğrencilerin argümantasyon sürecine dâhil olmaları sağlanır.** Farklı iddiada bulunan öğrenciler iddiasını gerekçelendirmesi için tahtaya kaldırılır. Argümantasyon süreci, yapılan çözümlerin araştırmacı tarafından özetlenmesiyle sonlandırılır.

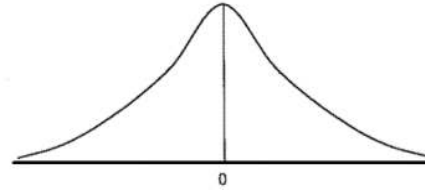
Normal dağılım nasıl çizilir? Her grafiği belirleyen bir fonksiyon olduğu düşünüldüğünde sizce Normal dağılım fonksiyonu ne olabilir? (Daha sonra normal dağılım fonksiyonu verilerek bu fonksiyonda istenilen aralıktaki alanı bulmanın bu fonksiyonun integralini hesaplamayla mümkün olacağı söylenir).

Siz belli bir aralıkta bu fonksiyonun integralini hesaplayabilir misiniz? (Bilimsel tartışmaların devamında bu fonksiyonun hesaplanmasının zor olduğu sezdirilerek z tablosunun ortaya çıkış amacı vurgulanır. Ardından standart normal dağılımın özellikleri vurgulanarak z tabloları tanıtılır. z tablolarının kullanımı gösterilir).

Aşağıda verilen z değerleri için olasılıkları hesaplayınız (Her bir soru için “Ne buldunuz? Farklı bir sonuç bulan var mı? Farklı bir yöntemle çözebilir miyiz?” soruları gerekli görülen yerlerde sorularak öğrencilerin iddialarını desteklemeleri ve gerekçelendirmeleri istenir).

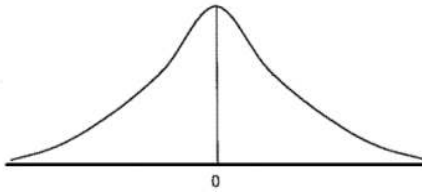


$$P(z = 2,37) = ?$$

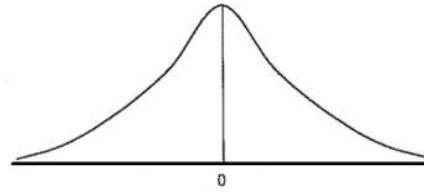


$$P(z < 1,32) = ?$$

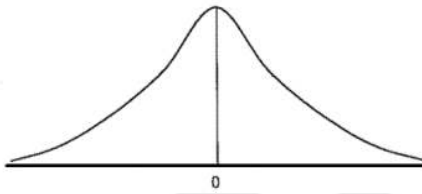
EK E'nin devamı



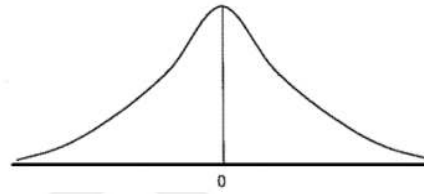
$$P(z \leq 1,32) = ?$$



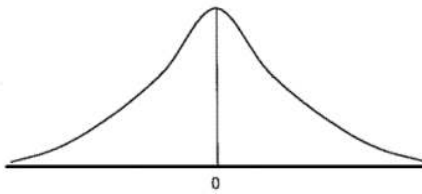
$$P(2,1 < z) = ?$$



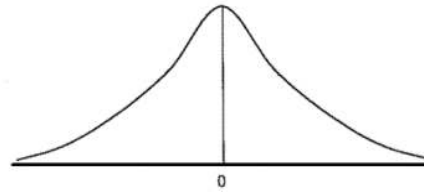
$$P(z \leq -1,25) = ?$$



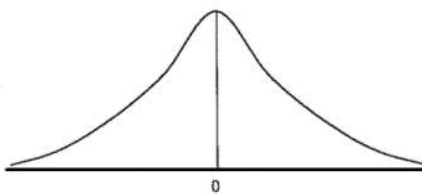
$$P(-1,15 \leq z) = ?$$



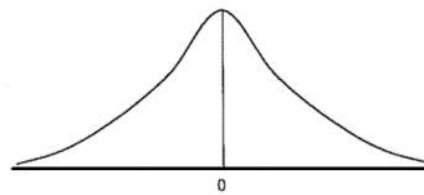
$$P(1,32 < z < 2,75) = ?$$



$$P(1,32 < z < 2,75) = ?$$



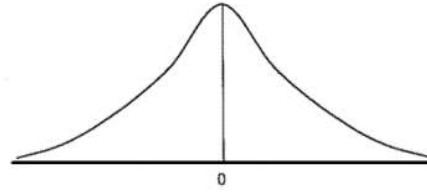
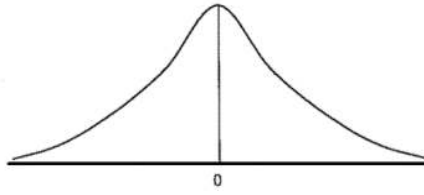
$$P(-1,2 < z < 2,47) = ?$$



$$P(3,27 < z) = ?$$

EK E'nin devamı

EK E'nin devamı



$$P(-3,38 < z) = ?$$

$$P(7 < z < 8) = ?$$

Aşağıda yer alan problemleri çözünüz (Problemlerin çözümü için verilen süre bittiğinde her bir problem için ne bulunduğu sorularak iddianın ortaya atılması sağlanır. İddianın ortaya çıkmasıyla birlikte “Farklı bir sonuç bulan var mı?” sorusuyla ortaya atılan iddianın çürütülmesinin ya da desteklenmesinin yolu açılır. Çözümün gerekçelendirilerek ifade edilmesi istenir. Sonucun genellenebilir olup olmadığı sorgulanarak niteleyici faktörünün ortaya çıkması sağlanır. “Farklı bir yoldan çözen var mı?” sorularıyla argümantasyon süreci devam ettirilir).

- 1) X rastgele değişkenine ait olasılık dağılımının normal dağılıma sahip olduğu bilinmektedir. Bu olasılık dağılımının aritmetik ortalaması 10, standart sapması 2'dir. Buna göre aşağıda yer alan soruları cevaplandırınız.

a) $P(x=15) = ?$

b) $P(x < 15) = ?$

c) $P(x \leq 10) = ?$

d) $P(8 < x < 11) = ?$

e) $P(x \leq 20) = ?$

- 2) Bir sınıftaki öğrencilerin boylarının uzunluğu normal dağılmaktadır. Bu sınıftaki öğrencilerin boy uzunluklarının aritmetik ortalaması 160 cm ve standart sapması 5cm'dir. Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin boyunun 166 cm'den uzun olma olasılığı kaçtır?

EK E'nin devamı

- 3) Bir sınıftaki öğrencilerin boylarının uzunluğu normal dağılmaktadır. Bu sınıftaki öğrencilerin boy uzunluklarının aritmetik ortalaması 160 cm ve standart sapması 5cm'dir. Bu sınıftan rastgele seçilen 4 öğrencinin boylarının ortalamasının 166 cm'den uzun olma olasılığı kaçtır?
- 4) Belli bir sokaktan geçen araçların ortalama hızı 67 km/sa ve standart sapması 3,5 km/sa'tır. Bu sokakta maksimum 70 km/sa hıza izin vardır. Bu hızı aşanlara ceza verilmektedir.
 - a) Bu sokaktan geçen bir araca ceza kesilme olasılığı kaçtır?
 - b) Bu sokaktan geçen bir aracın en fazla 60 km/sa hıza sahip olma olasılığı kaçtır?
- 5) Bir yoldan geçen araçların hızları normal dağılmaktadır. Bu yoldan geçen araçların ortalama hızı 65 km/sa ve standart sapması 2 km/sa'tır. Bu yolda belli bir hızın aşılması durumunda araçlara ceza kesilmektedir. Bu yoldan geçen araçların % 25'ine ceza kesildiğine göre bu yolda izin verilen en yüksek hız kaç km/sa olur?
- 6) Aritmetik ortalaması -7 ve varyansı 4 olan bir normal dağılımda olayların % kaç -9 ile -4 arasında yer alır?
- 7) Öğrencilere verilen bir anket formunu doldurmaları için geçen sürenin aritmetik ortalaması 10 dk, standart sapması ise 3 dk'dır. Anketi doldurmaları için geçen süre normal dağılım göstermektedir. Buna göre rastgele seçilen 9 öğrencilik bir örneklem için ortalama anket doldurma süresinin kaç dakikadan kısa olma olasılığı 0,20 eder?
- 8) Bir sınavda alınan notların ortalaması $\mu=56$, standart sapması $\sigma=15$ olacak şekilde normal dağılmaktadır. Bu sınavda öğrencilerin 0,1056'sı FF notu almıştır. Buna göre geçmek için en düşük not kaçtır? (FF dışındaki tüm notlar geçer sayılmaktadır).

EK E'nin devamı

9) $Z \sim N(0,1)$ ise $P(Z^2 - 2Z + 1 > 0)$ ifadesinin değerini bulunuz.

10) Aritmetik ortalaması 100 ve standart sapması 20 olan bir normal dağılımda 110 ve 150 arasında 500 değişken vardır. Buna göre 90 ile 120 arasında kaç değişken vardır?

11) Bir sınıftaki öğrencilerin notları normal dağılım göstermektedir. Notu 76 ve daha az olan öğrencilerin sayısı, notu 76'dan büyük olan öğrencilerin sayısının iki katı olduğuna göre bu sınavın ortalaması kaçtır? ($\sigma=20$)

Aşağıda verilen soruları cevaplandırınız.

- 1) Ali'nin 4 farklı dersten almış olduğu puanlar Tablo 1'de verilmiştir. Bu puanları göz önünde bulundurarak Ali'nin bu derslerdeki başarılarına ilişkin nasıl bir yorum yapılabilir? En başarılı ve en başarısız olduğu dersler hangileridir? Bu yorumu genelleleyebilir misiniz? Bu yorumunuzda sadece Tablo 1'deki parametreler yeterli midir? Gerekçesiyle belirtiniz.

Tablo 1: Ali'nin dört farklı derse ilişkin aldığı puanlar

Dersler	Ham Puan
Türkçe	95
Matematik	50
Fen Bilimleri	60
Sosyal Bilgiler	90

Karşılaştırmayı daha doğru yapabilmek için başka hangi parametrelere ihtiyaç vardır? Tablo 2' de yer alan bilgilere bakılarak Ali'nin bu derslerdeki başarılarına ilişkin nasıl bir yorum yapılabilir? Tartışınız.

Tablo 2: Ali'nin dört farklı derste aldığı puanlar, aritmetik ortalama ve standart sapma değerleri

Dersler	Ham Puan	Aritmetik Ortalama	Standart Sapma
Türkçe	95	80	15
Matematik	50	35	12
Fen Bilimleri	60	70	18
Sosyal Bilgiler	90	65	16

EK E'nin devamı

Yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi ortalamaları ve standart sapmaları farklı olan dağılımlar kıyaslanırken birtakım zorluklarla karşılaşilmektedir. Bu güçlükleri gidermek için ne yapılabilir? Birbirinden farklı dağılımları birbiriyle nasıl daha isabetli karşılaştırabiliriz? Düşüncenizi gerekçeleriyle birlikte ifade ediniz.

Farklı normal dağılımlar; ortalaması 0, standart sapması 1 olan normal dağılıma dönüştürülerek bu güçlükten kurtulmaya çalışılır. Böylece bu normal dağılımlar standart bir normal dağılıma dönüştürülmüş olur. Sizce bu $N(0,1)$ dönüşümü nasıl yapılır? Açıklayınız.

(Öğrencilerin yapmış oldukları bilimsel tartışma sürecinin devamında araştırmacı, z puanından bahsederek z değerinin nasıl hesaplanacağını öğrencilere kavratır. z puanının, verilen bir puanın ortalamadan ne kadar (standart sapma cinsinden) altında ya da üstünde olduğunu anlamamıza yardımcı olan bir tür standartlaştırma olduğu; z değeri ölçümlerinin ise ortalamadan uzaklıkların standart sapmaya oranını gösterdiği ifade edilir. Ardından z puanının formülü verilir).

Tablo 2'de yer alan parametrelerden yararlanarak her bir derse ilişkin z puanlarını hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Ali'nin bu derslerdeki başarısını karşılaştırınız.

Dersler	z Puanı
Türkçe	
Matematik	
Fen Bilimleri	
Sosyal Bilgiler	

EK F: Çalışmada Kullanılan Normal Dağılım Problem Çözme Becerisi Testi

1. Bir sınıftaki öğrencilerin notları normal dağılım göstermektedir. Notu 75 ve daha az olan öğrencilerin sayısı, notu 75'ten büyük olan öğrencilerin sayısının 3 katı olduğuna göre bu sınavın ortalaması kaçtır? ($\sigma=20$)

2. Bir sınavda alınan notlar; aritmetik ortalaması 60, standart sapması 20 olacak şekilde normal dağılmaktadır. Bu sınavdaki öğrencilerin 0,0987'si FF notunu almıştır. Buna göre bu dersten geçmek için en düşük not kaçtır? (FF notu dışındaki tüm notlar geçer not sayılmaktadır).

3. Bir sınıfta Cebir ve İstatistik derslerine ait vize notlarının dağılımı normal dağılım göstermektedir. Bu dağılımlara ait ortalama ve standart sapma değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. *Ali'nin Türkçe ve Matematik derslerinden aldığı notlar tabloda verilmiştir:*

	Ortalama	Standart Sapma
Cebir	60	5
İstatistik	65	8

Bu iki dersin sınavına giren öğrencilerden rasgele seçilen üç kişinin bu derslerden aldıkları notlar aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

	Cebir	İstatistik
Ahmet	57	57
Kaan	81	75
Fatma	73	65

EK F'nin devamı

- a) Yapılan her iki sınavdan öğrencilerin aldıkları puanları sınıfa göre değerlendirdiğimizde en yüksek başarıyı hangi öğrenci, hangi dersten, kaç puanla elde etmiştir? Gerekçesiyle belirtiniz.

Öğrencinin İsmi:

Dersin Adı:

Aldığı Puan:

Gerekçeniz:

- b) Ahmet'in her iki dersten aldığı puanları sınıfla kıyaslayarak hangi dersten daha başarılı olduğunu gerekçesi ile birlikte belirtiniz.

Dersin Adı:

Gerekçeniz:

- 4) Bir sınıftaki öğrencilerin Sosyal Bilgiler dersinden aldıkları puanlar normal dağılmaktadır. Bu sınıftaki öğrencilerin puan ortalaması 80 ve standart sapması 2,5'tir. Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin puanının 83'ten fazla olma olasılığını hesaplayınız. Çözümünüzü gerekçeleriyle birlikte gösteriniz.

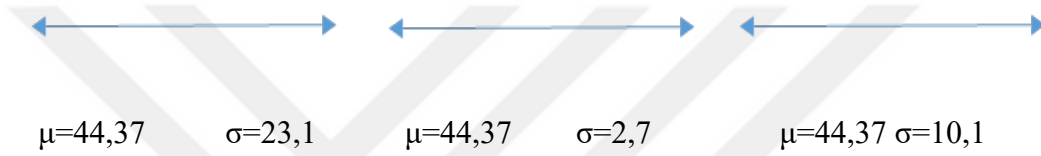
- 5) Bir sınıftaki öğrencilerin Sosyal Bilgiler dersinden aldıkları puanlar normal dağılmaktadır. Bu sınıftaki öğrencilerin puan ortalaması 80 ve standart sapması 2,5'tir. Yazılı kâğıtları arasından rastgele 4 sınav kâğıdı seçiliyor. Buna göre seçilen bu 4 sınav kâğıdındaki puanların ortalamasının 83'ten büyük olma olasılığı kaçtır? Çözümünüzü gerekçeleriyle birlikte gösteriniz.

- 6) Bir caddeden geçen araçların ortalama hızları 69 km/sa ve bu hızlara ait standart sapmaları ise 2,5 km/sa olarak tespit edilmiştir. Bu caddede belli bir hız aşıldığında trafik cezası uygulanmaktadır. Bu yoldan geçen araçların % 25' inden birine trafik cezası uygulandığına göre bu caddedeki hız sınırını bulunuz.

Ek G: Çalışmada Kullanılan Akademik Başarı Ön Test-Son Test

1. Aşağıda ortalamaları aynı, standart sapmaları farklı olan üç farklı normal dağılıma ait parametreler verilmiştir.

- a) Bu parametrelere uygun normal dağılım grafiği çiziniz. Çizdiğiniz grafiğe göre bir normal dağılımda ortalama μ sabitken; standart sapma yani σ değişirse normal dağılımın grafiği nasıl değişir? Gerekçesiyle belirtiniz.



Gerekçeniz:

- b) Çizdiğiniz grafiklerin altında kalan alanı sıralayarak cevabınızı gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

Gerekçeniz:

2. Normal dağılımın olduğu bir durumda, ortalama, mod, medyan arasındaki ilişkiyi grafik çizerek açıklayınız. *Gerekçenizi belirterek yorum yapınız.*

EK G'nin devamı

3. Aşağıda verilen integralin sonucunu hesaplayınız.

$$\int_0^{+\infty} \frac{-1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \cdot dz =$$

4. Bir okulda uygulanan 3 farklı derse ait puanlar aşağıda belirtilmiştir. Buna göre hangi dersin puanlarında kendi içinde farklılaşma daha fazladır? Gerekçesiyle açıklayınız.

Matematik

Türkçe

Fen Bilimleri

$$\mu = 60$$

$$\mu=78$$

$$\mu=50$$

$$\sigma= 3,6$$

$$\sigma= 3,9$$

$$\sigma= 3,8$$

Gerekçe:

5) Aşağıdaki tabloda N(78,25) ile verilen bir dağılımla ilgili bazı olasılıklar verilmiştir. Bu olasılıkları z tablosunu kullanarak hesaplayınız. Sonuçlarını karşılıklarına yazınız (Burada yer alan N (78,25) ifadesi N (μ, σ^2) 'i belirtmektedir).

Olasılıklar	Sonuç
$P(78 \leq x \leq 83)$	
$P(x \leq 70)$	
$P(x=80)$	
$P(103 < x < 108)$	
$P(x > 88)$	
$P(63 \leq x < 93)$	
$P(65 \leq x \leq 75)$	

EK H: Çalışmada Kullanılan Görüş Formuna Verilen Cevapların Bir Örneği

1) Argümantasyon temelli matematik öğretiminin verimliliğine ilişkin düşünceleriniz nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleri ile birlikte açıklayınız.

Verimli olduğunu düşünüyorum. En iyi öğrenmeyi her zaman arkadaşlarımla almıştım. Bu metolla da arkadaşlarımla soruyu bakış açısıyla bir yorum geliştirebiliyordum.

2) Bu öğretim uygulamasını, normal dağılım konusunda argümantasyon temelli olarak öğreten bir öğretmenin bakış açısından değerlendirdiğinizde, sizce avantajları veya dezavantajları nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleri ile birlikte açıklayınız.

Tamamen formüle dayandığı için ve formüller de bizim yeriden bulmamla istemediği için derste bu metodları uygularken biraz zorlandık. Ama problem sorularını çözerken faydalarını fazlasıyla aldım.

3) Bu öğretim uygulamasını, normal dağılım konusunda argümantasyon temelli olarak öğrenen bir öğrencinin (meslek hayatınızda karşılaşacağınız öğrencileriniz) bakış açısından değerlendirdiğinizde, sizce avantajları veya dezavantajları nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleri ile birlikte açıklayınız.

Birbirleriyle iletişim halinde olduklarından dolayı yerinde durmayan kıpır kıpır olan öğrencilere aktivitelerinin yönlendirileceği bir çalışma olduğundan dolayı zevk edeceklerini düşünüyorum.

4) Argümantasyon temelli öğretim uygulamasının, bir öğretmen adayı olarak (varsa) size (öğretmenlik eğitiminize) sağladığı katkılar nelerdir? Düşüncelerinizi nedenleri ile birlikte açıklayınız.

Ben şahsen hiçbir derste katılım sağlamayan en arkadaşı oturup soruyu çöze bile cevabını veremeyen bir insandım. Bu metolla ders işlediğimin 4. haftası da dsg kendi fikirlerini belirtip arkadaşlarımı tkna etmek için taktığı çıktı.

5) Argümantasyon temelli öğretim uygulamasının uygulanabileceğini düşündüğünüz diğer matematik konuları (varsa) nelerdir? Düşüncelerinizin nedenlerini (belirttiğiniz konu veya konularda neden bu tür bir öğretimin uygulanabileceğini düşündüğünüzü) açıklayınız.

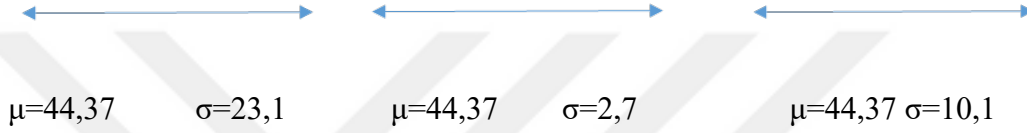
Aslında her konuyu uygulanabilir. Çünkü günlük hayatımızdan içerisinde yeterince problem varken öğrencilere bunu getirip tartışmalarını ve çözmelerini isterdim. Mesela köklü sayılar konusunda bir arsa getirip bunun gevresini isterim. Arson kaç mı diğilrtgen mi, Alonı tam sayı mı değıl mi gibi sorularla öğrencilerin birbirleriyle tartışmalarını isterim.

EK I: Yarı Yapılandırılmış Görüşme Çerçevesi

Akademik başarı ön test-son teste yer alan aşağıdaki sorular dikkate alınarak yedi matematik öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış bir görüşme yapılmıştır.

1. Aşağıda ortalamaları aynı, standart sapmaları farklı olan üç farklı normal dağılıma ait parametreler verilmiştir.

- c) Bu parametrelere uygun normal dağılım grafiği çiziniz. Çizdiğiniz grafiğe göre bir normal dağılımda ortalama μ sabitken; standart sapma yani σ değişirse normal dağılımın grafiği nasıl değişir? Gerekçesiyle belirtiniz.



Gerekçeniz:

- d) Çizdiğiniz grafiklerin altında kalan alanı sıralayarak cevabınızı gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

Gerekçeniz:

2. Normal dağılımın olduğu bir durumda, ortalama, mod, medyan arasındaki ilişkiyi grafik çizerek açıklayınız. Gerekçenizi belirterek yorum yapınız.

4. Bir okulda uygulanan 3 farklı derse ait puanlar aşağıda belirtilmiştir. Buna göre hangi dersin puanlarında kendi içinde farklılaşma daha fazladır? Gerekçesiyle açıklayınız.

<u>Matematik</u>	<u>Türkçe</u>	<u>Fen Bilimleri</u>
$\mu = 60$	$\mu=78$	$\mu=50$
$\sigma= 3,6$	$\sigma= 3,9$	$\sigma= 3,8$

Görüşmenin Amacı: Bu yarı yapılandırılmış görüşmenin temel amacı, Akademik Başarı Testini tamamlayan öğretmen adaylarıyla bire bir görüşmeler gerçekleştirerek,

EK I'nin devamı

testteki belirli kavramsal sorulara verdikleri cevapların arkasındaki düşünsel süreçleri, akıl yürütme şekillerini ve olası kavram hatalarını derinlemesine ortaya çıkarmaktır.

Görüşmeci: Araştırmacı

Katılımcılar: Akademik Başarı Son Testi çözen 7 öğrenci

Süre: Her bir görüşme için yaklaşık 20-25 dakika

Materyaller: Öğrencinin cevaplarını içeren test kâğıdı, ses kayıt cihazı, görüşme protokolü.

BÖLÜM 1: Görüşmeye Giriş

(Bu bölüm, öğrenciyi rahatlatmak ve görüşmenin amacını açıklamak için tasarlanmıştır.)

1. **Karşılama ve Teşekkür:** Öncelikle görüşmeye katılmayı kabul için çok teşekkür ederim. Bu sohbetimiz, yürüttüğümüz çalışmanın sonuçlarını daha iyi anlamamız için oldukça değerli.
2. **Amacın Açıklanması:** Bugün seninle, çözdüğün testteki bazı sorulara ilişkin biraz sohbet edeceğiz. Burada kesinlikle rahat olmanı istiyorum. Tek amacım, soruları yanıtlarken nasıl düşündüğünü, aklından neler geçtiğini anlamaya çalışmak. Lütfen kendini rahat hisset ve düşüncelerini özgürce paylaş.
3. **Gizlilik ve İzin:** Bu görüşmemiz tamamen gizli kalacak ve elde edilen bilgiler sadece bu bilimsel araştırmada kullanılacaktır. İznin olursa, söylediklerini daha sonra daha rahat analiz edebilmem için bir ses kaydı almak istiyorum. Bu senin için uygun mudur?
4. **Genel Hazırlama Soruları:**
 - Genel olarak testi nasıl buldun? Zorlandığın ya da sana kolay gelen kısımlar oldu mu?
 - Seni en çok düşündüren, en zorlayıcı soru hangisiydi? Neden?

BÖLÜM 2: Teste Özgü Derinlemesine Sorular

(Bu bölümde, öğrencinin test kâğıdındaki cevapları önüne konularak, belirli sorular üzerinden birtakım sorular yöneltilir.)

Soru 1: Standart Sapma ve Normal Dağılım Grafiği İlişkisi

(Öğrencinin çizdiği grafikler ve yazdığı gerekçeler gösterilerek)

- **Temel Soru:** Bu soruda üç farklı normal dağılım grafiği çizmen ve yorumlaman istenmişti. Bize bu yaptığın çizimleri ve yazmış olduğun gerekçeleri adım adım anlatabilir misin? Çizerken neleri dikkate aldın?
- **Kavramsal Anlamayı İçeren Sorular:**

EK I'nin devamı

- Görüyorum ki bir eğriyi daha sivri ve dar, diğerini ise daha basık ve geniş çizmişsin. Neden bu şekilde çizmeyi tercih ettin? Standart sapma değeri ile eğrinin bu şekli arasında nasıl bir ilişki kurdun?
- Sence standart sapma büyüdükçe grafiğe ne olur? Neden? Senin için 'standart sapma' kelimesi ne anlam ifade ediyor?
- (Öğretmen adayının cevabına göre) Peki, standart sapmanın küçük olması verilerin nasıl dağıldığı hakkında bize ne söyler?
- Sorunun ikinci kısmında bu üç grafiğin altında kalan alanları sıralaman istenmiş. Cevabını ve bu cevaba neden ulaştığını tam olarak açıklar mısın?
- **Olası Bir Yanılgı İçin Soru:** (Eğer öğrenci alanların farklı olduğunu belirttiyse) Bir olasılık dağılımı eğrisinin altındaki toplam alan her zaman kaç olmalıydı? Bu bilgi ile senin vermiş olduğun cevap örtüşüyor mu? Neden?

Soru 2: Normal Dağılımda Merkezi Eğilim Ölçüleri İlişkisi

(Öğrencinin çizdiği grafik ve yazdığı gerekçe gösterilerek)

- **Temel Soru:** Bu soruda senden normal dağılımda ortalama, mod ve medyan arasındaki ilişkiyi çizerek açıklaman istenmiş. Bize bu çizimini ve düşüncelerini tam olarak anlatabilir misin?
- **Kavramsal Anlamayı İçeren Sorular:**
 - Çiziminde bu üç değeri de eğrinin tam tepe noktasına, aynı yere yerleştirmişsin. Neden hepsi aynı noktada bulunuyor?
 - Bu değerlerden herhangi biri, örneğin mod, biraz daha sağda veya solda olamaz mıydı? Öyle olsaydı grafiğin şekli hakkında ne düşünürdük?
 - Kısaca ortalama, mod ve medyanın ne anlama geldiğini kendi cümlelerinle ifade edebilir misin? Bu tanımlar, onların neden aynı yerde olduğu konusunda bize nasıl yardımcı oluyor sence?

Soru 4: Farklı Gruplarda Değişkenliğin Karşılaştırılması

(Öğrencinin cevabı ve gerekçesi gösterilerek)

- **Temel Soru:** Bu soruda üç farklı derse ait puanlar verilmiş ve hangisinde farklılaşmanın daha fazla olacağı sorulmuş. Cevabını ve bu sonuca nasıl ulaştığını adım adım anlatır mısın?
- **Akıl Yürütmeyi Ortaya Çıkaran Sorular:**
 - **Olası Kavramsal Hata İçin Soru:** (Eğer öğrenci sadece standart sapmalara bakarak en büyük olanı “Türkçe $\sigma = 3,9$ ” şeklinde seçtiyse) Görüyorum ki standart sapması en yüksek olan Türkçe dersini seçmişsin. Neden doğrudan standart sapmaları karşılaştırmanın doğru olduğunu düşündün? Sence bu derslerin ortalamalarının (60, 78, 50) birbirinden bu kadar farklı olması, bu karşılaştırmayı etkiler mi? Nasıl etkiler peki?

EK I'nin devamı

- **Kavramsal Anlama İçin Soru:** (Eğer öğrenci doğru yöntem olan değişkenlik katsayısını kullandıysa) Bu problemde değişkenlik katsayısını kullanmaya nasıl karar verdin? Bu katsayı, bize standart sapmanın tek başına veremediği hangi bilgiyi sunuyor?
- Senin için 'farklılaşma' kelimesi ne anlam ifade ediyor? Bir sınavdaki puanların çok farklılaşması ne anlama gelir?
- Şöyle düşünersek: Ortalaması 50 olan bir sınavda 4 puanlık bir sapma mı daha büyük bir farklılık yaratır, yoksa ortalaması 80 olan bir sınavda 4 puanlık bir sapma mı? Neden?

BÖLÜM 3: Kapanış

1. **Toparlama ve Teşekkür:** Söylemek istediğin ya da eklemek istediğin başka bir şey var mı? Paylaştığın tüm düşünceler için tekrar çok teşekkür ederim. Bu bilgiler çalışmam için çok aydınlatıcı oldu.
2. **Son Bilgilendirme:** Çalışmamız tamamlandığında sonuçları seninle de paylaşmaktan mutluluk duyarım. Katkıların için teşekkürler.

EK İ: Argümantasyon Temelli Bir Problem Çözme Etkinliği Örneği: Sınıf İçi

Diyaloglar

Problem: Bir yoldan geçen araçların hızları normal dağılmaktadır. Bu yoldan geçen araçların ortalama hızı 65 km/sa ve standart sapması 2 km/sa'tır. Bu yolda belli bir hızın aşılması durumunda araçlara ceza kesilmektedir. Bu yoldan geçen araçların %25'ine ceza kesildiğine göre bu yolda izin verilen en yüksek hız kaç km/sa olur?

Ortam: Olasılık ve İstatistik dersi. Öğrenciler 3-4 kişilik gruplar halinde oturmaktadır. Araştırmacı, tahtaya ilgili problemi yazmış ve öğretmen adaylarına düşünceleri için beş dakikalık süre vermiştir.

1. AŞAMA: PROBLEMİ ANLAMA

Araştırmacı: "Evet arkadaşlar, problemi okuduk. Öncelikle bu problemin bizden ne istediğini ve bize ne gibi bilgiler verdiğini kendi cümlelerinizle bir tartışalım. Ne anlıyoruz bu problemde? Kim söyleyebilir?"

D11: Problem bize bir yoldaki araçların ortalama hızının 65 km/sa, standart sapmasının ise 2 km/sa olduğunu söylüyor. Hızların da normal dağıldığı ifade edilmiş (**Veri**). Bizden, araçların %25'ine ceza kesilmesine neden olan hız limitini, yani izin verilen en yüksek hızı bulmamızı istiyor.

Araştırmacı: Güzel özetledin D11. Peki, bu “%25'ine ceza kesilmesi” ifadesi normal dağılım eğrisi üzerinde ne anlama gelir? Bunu kim yorumlamak ister?

D2: Ceza en hızlı gidenlere kesileceğine göre, bu %25'lik kısım, normal dağılım eğrisinin en sağındaki kuyruk alanını belirtir (**İddia**). Yani alanın 0,25 olduğu bir bölge var ve biz bu bölgenin başlangıç noktasındaki hız değerini (X'i) arıyoruz.

Araştırmacı: Farklı düşünen var mı?

D9: D2'nin dediğine katılıyorum. Genelde bizden bir X değeri verip olasılık (alan) bulmamız istenirdi. Bu soruda ise olasılık yani alan verilmiş, bizden X değerini bulmamız isteniyor. Yani tersten gitmemiz gerekiyor bence. (**Destekleyici**)

Araştırmacı: Güzel bir tespit D9. Problemin yapısını doğru kavradık. O zaman şimdi çözüm için bir plan yapabiliriz.

2. AŞAMA: BİR PLAN YAPMA

Araştırmacı: "Peki, bu X değerini bulmak için nasıl bir yol izlemeliyiz? Stratejimiz ne olmalı?"

D17: Öncelikle, alanı 0,25 olan sağ kuyruğa karşılık gelen Z-puanını bulmamız gerekiyor. (**İddia**)

EK İ'nin devamı

Araştırmacı: Neden doğrudan Z-puanını bularak başlamalıyız D17? (**Gerekçe Sorgulama**)

D17: Çünkü elimizdeki Z-tablosu, alan (olasılık) değerleriyle standart Z-puanları arasında bir köprü kuruyor. Alanı kullanarak önce standart bir değer olan Z'yi bulmalıyız ki sonra onu kendi problemimizin ortalama ve standart sapmasına uyarlayabilelim. Ben bu şekilde düşünüyorum (**Gerekçe**).

D9: Ama bir dakika, Z-tablosuna bakarken dikkatli olmalıyız. Bizim kullandığımız tablo genellikle ortalama (0) ile Z-puanı arasındaki alanı veriyor. Problemin verdiği 0,25'lik alan ise kuyruk alanı (**Zayıf Çürütme/Düzeltilme**).

Araştırmacı: Çok kritik bir noktaya geldin D9. O zaman ne yapmalıyız?

D2: Normal dağılım eğrisinin sağ yarısının toplam alanı 0.50'dir. Kuyruk alanı 0,25 ise, ortalama ile aradığımız Z-puanı arasındaki alan $0,50 - 0,25 = 0,25$ olmalıdır (**Gerekçe**). Yani biz tabloda alanı 0,25 olan Z-puanını aramalıyız.

Araştırmacı: Planımız netleşti herhalde. Önce tabloda alanı 0,25'e en yakın Z-puanını bulacağız, sonra bu Z-puanını kullanarak X değerini hesaplayacağız. Herkes bu planda hemfikir mi? Farklı düşünen var mı? (Sınıftan onaylayan mırıltılar gelir.)

3. AŞAMA: PLANI UYGULAMA

Araştırmacı: "Peki, haydi planı uygulayalım o zaman. Lütfen Z-tablolarınıza bakın ve alanı 0,25'e en yakın olan Z-puanını bulun."

(**Öğrenciler tablolarını inceler.**)

D16: Tabloda 0,2486 ve 0,2517 değerlerini görüyorum. Bunlar sırasıyla $Z=0,67$ ve $Z=0,68$ 'e karşılık geliyor. 0,2500'e en yakın olan 0,67 gibi duruyor. Yaklaşık olarak $Z=0,67$ alabiliriz (**İddia/Uygulama**).

Araştırmacı: Tamamdır, o zaman Z-puanımızı yaklaşık 0,67 olarak kabul edelim. Şimdi ne yapacağız?

D14: Z-puanı formülünü kullanacağız: $(Z=(X-\mu)/\sigma)$. Bildiklerimizi yerine yazalım: $0,67 = (X-65)/2$.

D16: İşlemi yapıyorum... Önce her iki tarafı 2 ile çarparız, bu da $1,34=X-65$ eder. Sonra 65'i diğer tarafa atarız: $X=65+1,34$; yani $X=66,34$ km/sa.

4. AŞAMA: DEĞERLENDİRME

Araştırmacı: Cevabı 66,34 km/sa olarak bulduk. Peki, bu cevap sizce mantıklı mı?

EK İ'nin devamı

D4: Bence mantıklı (**İddia**). Çünkü ortalama hız 65'ti ve ceza yemek için ortalamanın üzerinde bir hıza sahip olmanız gerekiyor. Bulduğumuz 66,34 değeri 65'ten büyük ve ona yakın bir değer. Eğer çok büyük bir sayı, mesela 80 falan çıksaydı şüphelenirdim. (**Gerekçe**)

Araştırmacı: Güzel bir mantık. Peki bu problemi çözerken size göre en kritik, en çok hata yapılabilecek nokta neresiydi?

D16: Bence en kritik nokta, çözüm planını yaparken tartıştığımız yerdı. Yani tabloda doğrudan 0,25'i değil de 0,50–0,25 işlemini yaparak bulunan alanı aramak. Eğer orada hata yapsaydık, bambaşka bir Z-puanı bulur ve sonuç tamamen yanlış çıkardı. (**Değerlendirme/Yansıtma**)

D14: Kesinlikle. Problemi anlama aşamasında %25'lik kısım ifadesinin “sağ taraf” anlamına geldiğini anlamak da çok önemli. Eğer sol taraf olarak düşünseydik, Z-puanımız negatif değer çıkardı ve hız limiti ortalamanın altında olurdu, bu da imkânsız gibi bir şey." (**Alternatifi Değerlendirme**)

Araştırmacı: Çok güzel. Gördüğünüz gibi bir problem çözümünde sadece işlem yapmak yetmiyor. Ne anladığımızı, nasıl bir plan yaptığımızı ve adımlarımızı neden attığımızı birbirimize açıklamak, yani bu konuda bilimsel bir tartışma yapmak, bizi doğru ve mantıklı sonuca ulaştırıyor.

EK J: Problem Çözme Beceri Testi İçin Kullanılan Dereceli Puanlama Anahtarı

DERECELİ PUANLAMA ANAHTARI (RUBRİK)

PROBLEM ÇÖZME SÜRECİ	0 Puan	1 Puan	2 Puan	3 Puan	4 Puan
PROBLEMİ ANLAMA	Problemin özetini yapmamış.	Problemin özeti çok yetersiz.	Problemin özetinde birçok eksik var.	Problem çoğunlukla doğru özetlenmiş, eksik çok az.	Problemi doğru bir şekilde özetlemiş, hiçbir eksik yok.
	Problemde verilenleri ve istenileni yazmamış.	İstenileni yazmış, verilenleri yazmamış veya istenileni yazmamış, verilenleri kısmen yazmış.	İstenileni yazmış, verilenleri ise kısmen yazmış.	İstenileni yazmış, verilenlerden çok az eksikliği var veya istenileni yazmamış, verilenleri eksiksiz yazmış.	Problemde verilenleri ve istenileni tam ve doğru olarak yazmış.
ÇÖZÜM STRATEJİSİNİ BELİRLEME	Problemde verilen bilgiler dışında hangi bilgileri bulması gerektiğini yazmamış.	Bulması gereken bilgilerden çok az bir kısmını yazmış, nasıl bulunacağını yazmamış.	Bulması gereken bilgilerden bir kısmını yazmış ve bilgilerin nasıl bulunacağını kısmen açıklamış veya bulunması gereken bilgilerin hepsini yazmış fakat nasıl bulunacağını açıklamamış.	Bulması gereken bilgilerin çoğunu yazmış, bilgilerin nasıl bulunacağını çoğunlukla doğru açıklamış.	Bulması gereken bilgileri tam yazmış ve nasıl bulunacağını doğru açıklamış.
PROBLEMİ ÇÖZME	Problemle ilgili hiçbir işlem yapmamış.	İşlemlerde çok fazla hata yapmış ve sonucu yanlış bulmuş.	İşlemleri kısmen yapmış ve sonucu yanlış bulmuş.	İşlemleri çoğunlukla hatasız olarak yapmış, sonucu yanlış bulmuş.	İşlemleri hatasız yapmış ve sonucu doğru bulmuş.
PROBLEMİN SONUCUNU KONTROL ETME(Çözümü Değerlendirme)	Çözümün sağlamasını ve yorumunu yapmamış.	Çözümün sağlamasını kısmen yapmış, yorum yapmamış.	Çözümün sağlaması ve yorumunu kısmen yapmış.	Çözümün sağlamasını yapmış yorumunu yapmamış.	Çözümün sağlamasını ve yorumunu doğru yapmış.