



**ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ETKİNLİKLERİNİN
ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ANLAMA
DÜZEYLERİNE VE UZAMSAL YETENEKLERİNE ETKİSİ**

MERVE ÇAYLAK

Yüksek Lisans Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Dr. Öğr. Üyesi ÖMER SİNAN CAN

AĞRI-2025

(Her hakkı saklıdır.)

T.C.
AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

MERVE ÇAYLAK

ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ETKİNLİKLERİNİN ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ANLAMA
DÜZEYLERİNE VE UZAMSAL YETENEKLERİNE ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ YÖNETİCİSİ
Dr. Öğr. Üyesi ÖMER SİNAN CAN

JÜRİ ÜYELERİ
Doç. Dr. Demet DENİZ YILMAZ

Doç. Dr. Tuğba ÖÇAL
Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

AĞRI-2025

	LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ TEZ KABUL VE ONAY TUTANAĞI	Doküman No	FR-211
		İlk Yayın Tarihi	26.02.2024
		Revizyon Tarihi	
		Revizyon No	00
		Sayfa No	1/1

**ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ETKİNLİKLERİNİN ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN
MATEMATİKSEL ANLAMA DÜZEYLERİNE VE UZAMSAL YETENEKLERİNE
ETKİSİ**

Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN danışmanlığında, Merve ÇAYLAK tarafından hazırlanan bu çalışma, 10/07/2025 tarihinde aşağıda isimleri belirtilen jüri tarafından değerlendirilmiş olup Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans tezi olarak **oybirliği** ile kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Demet DENİZ YILMAZ

İmza: Aslı ıslak imzalıdır

Üye: Doç. Dr. Tuğba ÖÇAL

İmza: Aslı ıslak imzalıdır

Üye: Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

İmza: Aslı ıslak imzalıdır

Yukarıdaki sonuç;

Enstitü Yönetim Kurulu .../.../... tarih ve /numaralı kararı
ile onaylanmıştır.

Prof. Dr. Mehmet TEYFUR
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildiriş, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

HAZIRLAYAN	KONTROL EDEN	ONAYLAYAN

TEZ ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

LİSANASÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğine göre hazırlamış olduğum “**Artırılmış Gerçeklik Etkinliklerinin Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Düzeylerine ve Uzamsal Yeteneklerine Etkisi**” adlı tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim-Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

Temmuz, 2025

Merve ÇAYLAK

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ETKİNLİKLERİNİN ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ANLAMA DÜZEYLERİNE VE UZAMSAL YETENEKLERİNE ETKİSİ

Merve ÇAYLAK

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

2025, 148 sayfa

Jüri: Doç. Dr. Demet DENİZ YILMAZ

Doç. Dr. Tuğba ÖÇAL

Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

Bu çalışmanın amacı, matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlama düzeylerine ve uzamsal yeteneklerine etkisini incelemektir. Çalışma grubu, Ağrı ili merkezine bağlı bir devlet ortaokulunda öğrenim gören amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş, 20 altıncı sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Çalışmada, öğrencilerin Pirie-Kieren matematiksel anlama düzeylerini tespit etmek için nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Öğrencilerin uzamsal yeteneklerini belirlemek için ise nicel araştırma yöntemlerinden zayıf deneysel desen tek grup ön test-son test deneysel desen kullanılmıştır. Verilerin toplanması amacıyla “Matematiksel Anlama Testi” ve “Uzamsal Yetenek Testi” kullanılmıştır ve öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Öğretim aşamasında artırılmış gerçeklik kullanılarak hazırlanmış olan etkinlik kağıtları kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi, AG’nin matematiksel anlayışı geliştirip öğrencilerin üst düzeylere ulaşmasında, düşünme düzeylerini ve uzamsal yeteneklerini artırmada etkili olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin matematiksel anlama düzeylerinden ulaşabildikleri en üst düzeyin gözlem yapma düzeyi olduğu ve özellikle görüntüye sahip olma ve ilkel bilgi düzeylerinde yoğunlaşma olduğu görülmüştür.

2025, 148 sayfa

Anahtar Sözcükler: Artırılmış gerçeklik, matematiksel anlama, Pirie- Kieren modeli, uzamsal yetenek

ABSTRACT

MASTER’S THESIS

THE EFFECT OF AUGMENTED REALITY ACTIVITIES ON MIDDLE SCHOOL STUDENTS’ MATHEMATICAL UNDERSTANDING LEVELS AND SPATIAL ABILITIES

Merve ÇAYLAK

Advisor: Assoc. Dr. Ömer Sinan CAN

2025, Page: 148

Jury: Assoc. Prof. Dr. Demet DENİZ YILMAZ

Assoc. Prof. Dr. Tuğba ÖÇAL

Assist. Prof. Dr. Ömer Sinan CAN

This study aims to examine the impact of augmented reality (AR) activities on middle school students' mathematical understanding and spatial abilities within the context of mathematics education. The sample comprised 20 sixth-grade students, purposively selected from a public middle school located in the central district of Ağrı province. A qualitative case study design was employed to evaluate students’ levels of mathematical understanding, guided by the Pirie-Kieren theoretical framework. To assess spatial abilities, a quantitative approach utilizing a single-group pre-test–post-test weak experimental design was implemented. Data were collected through the Mathematical Understanding Test, the Spatial Ability Test, and semi-structured interviews with the participants. During the instructional phase, activity sheets incorporating augmented reality technology were utilized. The analysis of the data indicates that augmented reality positively contributes to the development of mathematical understanding and spatial abilities, facilitating students’ progression to higher cognitive levels. According to the Pirie-Kieren model, the highest level attained by students was the observation level, with notable advancements particularly in the image possession and basic knowledge levels.

2025, 148 page

Keywords: Augmented Reality, mathematical understanding, Pirie-Kieren model, spatial ability

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitimim boyunca, benden bilgi ve deneyimlerini esirgemeyen, çalışmalarımın tamamlanabilmesi için her türlü şartı sağlayan ve bana her zaman her türlü desteği sunan çok değerli danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN' a teşekkürlerimi sunarım.

Değerli görüş ve katkılarından dolayı Sayın Doç. Dr. Tuğba ÖÇAL ve Sayın Doç. Dr. Demet DENİZ YILMAZ' a teşekkürlerimi sunarım.

Eğitimimin tüm süreçlerinde her türlü destekleriyle beni hiç yalnız bırakmayan başta anne ve babam olmak üzere aileme teşekkür ederim.

Temmuz, 2025

Merve ÇAYLAK

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Araştırmanın Amacı	5
1.1.1. Araştırma Soruları.....	5
1.2. Araştırmanın Önemi.....	6
1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları	7
1.4. Araştırmanın Varsayımları	7
2. KURAMSAL TEMELLER.....	7
2.1. Artırılmış Gerçeklik	7
2.1.1. Artırılmış gerçekliğin tarihçesi	8
2.1.2. Artırılmış gerçeklik uygulama türleri	10
2.1.3. Artırılmış gerçekliğin görüntülenmesi	10
2.1.4. Artırılmış gerçekliğin uygulama alanları	11
2.1.5. Artırılmış gerçekliğin matematik eğitiminde kullanımı.....	13
2.2. Uzamsal Düşünme	21
2.2.1. Uzamsal yeteneğin bileşenleri.....	21
2.2.2. Matematik eğitiminde uzamsal yetenekle ilgili çalışmalar.....	22
2.3. Pirie-Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli	25
2.3.1. Matematiksel anlama	25
2.3.2. Pirie-Kieren modeli.....	27
2.3.3. Matematiksel anlama sürecinin evreleri.....	29
2.3.3.1. İlkel bilgi (primitive knowing).....	29
2.3.3.2. Görüntü oluşturma (image making).....	30
2.3.3.3. Görüntüye sahip olma (image having).....	31
2.3.3.4. Özelliği fark etme (property noticing)	31
2.3.3.5. Formelleştirme/Soyutlama (formalising).....	32
2.3.3.6. Gözlem yapma (observing).....	32

2.3.3.7.	Yapılandırma (structuring)	33
2.3.3.8.	Keşfetme (investigating)	34
2.3.4.	Pirie-Kieren matematiksel anlamının gelişimi modelinin özellikleri....	34
2.3.4.1.	Sınırlara ihtiyaç duymama (don't need boundaries)	34
2.3.4.2.	Geriye katlama (folding back)	35
2.3.4.3.	Bilgiyi işleyip gerçekleştirme ve ifade etme (acting and expressing) 35	
2.3.5.	Pirie-Kieren modelinde haritalandırma yöntemi.....	36
2.3.6.	Pirie-Kieren modeliyle ilgili yapılmış çalışmalar	38
3.	YÖNTEM	45
3.1.	Araştırma Modeli	45
3.2.	Çalışma Grubu	46
3.3.	Veri Toplama Araçları	47
3.3.1.	Matematiksel anlama testi.....	47
3.3.2.	Uzamsal yetenek testi.....	48
3.3.3.	Görüşme (Mülakat)	48
3.4.	Öğretim Aşaması.....	48
3.4.1.	Artırılmış gerçeklik (AG) etkinlik kağıtları	49
3.5.	Verilerin Toplanması	50
3.6.	Verilerin Analizi	50
3.6.1.	Uzamsal yetenek testinin analizi	50
3.6.2.	Matematiksel anlama testinin analizi	50
3.6.3.	Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile uzamsal yetenekleri arasındaki ilişkiye dair verilerin analizi.....	52
3.7.	Güvenirlilik ve Geçerlik	53
4.	ARAŞTIRMA BULGULARI.....	54
4.1.	Öğrencilerin Matematiksel Anlama Testine Yönelik Bulguları	54
4.1.1.	Öğrenci 5'e ait bulgular	54
4.1.2.	Öğrenci 13'e ait bulgular	59
4.1.3.	Öğrenci 18'e ait bulgular	64
4.2.	Öğrencilerin Uzamsal Yetenek Ön Test-Son Testlerin Karşılaştırılmasına Yönelik Bulgular	69
4.3.	Normallik Testi Bulguları.....	70
4.4.	Etki Büyüklüğü Bulguları	71

4.5. Öğrencilerin Anlama Puanları ile UYT Son Test Puanları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular	71
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	72
5.1. Araştırmanın Nitel Bulgularına Yönelik Sonuç ve Tartışma	73
5.2. Araştırmanın Nicel Bulgularına Yönelik Sonuç ve Tartışma.....	75
5.3. Öneriler	76
KAYNAKLAR.....	77
EKLER.....	87
EK 1: Matematiksel Anlama Testi.....	87
EK 2: Uzamsal Yetenek Testi	89
EK 3: Etkinlik Kâğıdı.....	105
EK 4: AG Etkinlikleri.....	115
EK 5: Öğretim Aşamasından Görüntüler	123
EK 6: Öğrencilerin Zihin Haritaları Ve Zihin Haritası Tabloları.....	125
EK 7: Gönüllülerin Bilgilendirilmiş Olur Formu.....	145
EK 8: Veli İzin Formu	146
EK 9: Etik Kurul İzni	147
EK 10: İzin Belgesi (MEM)	148

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

%	Yüzde
+	Toplama
/	Kesir Çizgisi
=	Eşittir
3D	3 Dimensional
df	Serbestlik Derecesi
f	Frekans
N	Birey Sayısı
p	Anlamlılık Düzeyi
SS	Standart Sapma
t	T-Testi
$\bar{X}$	Aritmetik Ortalama
ADDIE	Analysis Design Development Implementation Evaluation
AG	Artırılmış Gerçeklik
AGUTÖ	Artırılmış Gerçeklik Uygulamaları Tutum Ölçeği
AR	Augmented Reality
GA	Güven Aralığı
GPS	Global Positioning System
GYTÖ	Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği
ISHSRS	International Society for Historical and Systematic Research on School Boks
MAG	Mobil Artırılmış Gerçeklik
MEB	Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM National Council of Teachers of Mathematics

Ort. Ortalama

QR Quick Response

s. Sayfa

Std. Standart

TDK Türk Dil Kurumu

UYT Uzamsal Yetenek Testi

vb. Ve Benzeri

vd. Ve Diğerleri

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Pirie-Kieren matematiksel anlamının seviyeleri (Durmaz 2022)	4
Şekil 2.1.1. Gerçeklik- sanallık süreci (Milgram and Kishino 1994)	8
Şekil 2.1.2. Artırılmış gerçekliğin tarihsel gelişimi (Yuen <i>et al.</i> 2011)	9
Şekil 2.1.2.1. AG uygulama türlerinin özellikleri (Akkuş ve Özhan 2017)	10
Şekil 2.1.2.2. AG uygulama örnekleri (Akkuş ve Özhan 2017)	10
Şekil 2.1.3.1. Optik tabanlı AG sistemi (Somyürek 2014)	11
Şekil 2.1.3.2. Video tabanlı AG sistemi (Somyürek 2014)	11
Şekil 2.1.5.1. ARGE3D kullanımına bir örnek (İbili ve Şahin 2013)	15
Şekil 2.1.5.2. AG uygulamasından önce ve sonra öğrencilerin üçgen prizma çizimleri (Lin <i>et al.</i> 2015)	16
Şekil 2.1.5.3. AG kullanımına ilişkin sınıf görüntüsü (Gün ve Atasoy 2017)	17
Şekil 2.1.5.4. Örnek etkinlik kâğıdı (Topraklıkoğlu 2018)	18
Şekil 2.1.5.5. Örnek AG materyalleri (Özdemir ve Özçakır 2019)	19
Şekil 2.1.5.6. Etkinlik kitapçığından örnekler ve AG uygulaması ile tablette görülen resim içerikleri (Altıok 2020)	20
Şekil 2.3.2.1. Matematiksel anlamının gelişimi evreleri (Pirie and Kieren 1994)	28
Şekil 2.3.3.1.1. İlkel bilginin öğrenenin geçmiş bilgilerini kapsamı diyagramı (Pirie and Thom 2006)	30
Şekil 2.3.4.3.1. Seviyeler arasındaki tamamlayıcılık (Meel 2003)	36
Şekil 2.3.5.1. Haritalandırma örneği (Durmaz 2022)	37
Şekil 2.3.5.2. İki öğrencinin anlayışındaki gelişimin haritalandırılmış gösterimi (Manu 2005)	38
Şekil 2.3.6.1. Öğrencinin üçgen içine kare yerleştirme konusundaki zihin haritası (Yao 2020)	42
Şekil 3.6.3.1. Ö10'a ait zihin haritası	53
Şekil 4.1.1.1. Ö5'in ikinci soruya verdiği cevap	55
Şekil 4.1.1.2. Ö5'in üçüncü soruya verdiği cevap	55
Şekil 4.1.1.3. Ö5'in beşinci soruya verdiği cevap	56
Şekil 4.1.1.4. Ö5'in sekizinci soruya verdiği cevap	57
Şekil 4.1.1.5. Ö5'e ait zihin haritası	58
Şekil 4.1.1.6. Ö5'e ait zihin haritası tablosu	59

Şekil 4.1.2.1. Ö13'ün üçüncü soruya verdiği cevap	60
Şekil 4.1.2.2. Ö13'ün dördüncü soruya verdiği cevap.....	60
Şekil 4.1.2.3. Ö13'ün beşinci soruya verdiği cevap	61
Şekil 4.1.2.4. Ö13'ün altıncı soruya verdiği cevap.....	61
Şekil 4.1.2.5. Ö13'ün sekizinci soruya verdiği cevap.....	62
Şekil 4.1.2.6. Ö13'e ait zihin haritası.....	63
Şekil 4.1.2.7. Ö13'e ait zihin haritası tablosu	64
Şekil 4.1.3.1. Ö18'in üçüncü soruya verdiği cevap	65
Şekil 4.1.3.2. Ö18'in dördüncü soruya verdiği cevap.....	65
Şekil 4.1.3.3. Ö18'in beşinci soruya verdiği cevap	66
Şekil 4.1.3.4. Ö18'in yedinci soruya verdiği cevap	66
Şekil 4.1.3.5. Ö18'in sekizinci soruya verdiği cevap	67
Şekil 4.1.3.6. Ö18'e ait zihin haritası.....	68
Şekil 4.1.3.7. Ö18'e ait zihin haritası tablosu	68

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 3.2.1. Çalışma grubu özellikleri	47
Tablo 3.4.1.1. Kazanımların etkinlik sayıları	50
Tablo 3.6.2.1. Anlama düzeyleriyle ilgili referans alınan kriterler.....	51
Tablo 3.7.1. Güvenirlilik ve geçerlik önlemleri.....	53
Tablo 4.1. Anlama düzeylerinden ulaşılan en üst ve en son düzeyler	69
Tablo 4.2. UYT ön test-son test karşılaştırması.....	70
Tablo 4.3. Öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ve UYT ön test-son test puanlarının normallik testi bulguları.....	70
Tablo 4.4. Öğrencilerin UYT ön test-son test puanlarına ilişkin etki büyüklüğü bulguları	71
Tablo 4.5. Öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ile UYT son test puanları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular	72

1. GİRİŞ

Endüstri devrimiyle birlikte bilgi önem kazanmış ve buna bağlı birçok teknoloji ortaya çıkmıştır. Programlanabilir makineler gibi bilgi tabanlı teknolojilerin ortaya çıkışının yanı sıra internetin yaygın kullanımıyla teknoloji dijitalleşmiş (Özkan vd 2018) ve insanların bu teknolojilere göre yaşamlarını düzenlemeleri, bilişim teknolojilerini insan hayatı için önemli hale getirmiştir. Bilişim teknolojilerine verilen önemin artması bu alanda yapılan çalışmalara (yazılım, sanal gerçeklik, donanım, yapay zekâ vb.) ivme kazandırmıştır.

Son dönemlerde bilişim teknolojileri alanında öne çıkan çalışmalardan bazıları sanal gerçeklik ve artırılmış gerçeklik (AG) teknolojileridir. Gerçeklik kavramı yaygın tanımıyla var olan, somut ve nesnel olarak algılanabilen olarak adlandırılmaktadır (İpek 2020). Sanal gerçeklik, sanal ortamlardaki objelerin çeşitli teknolojik araçlarla kişiye gerçek ortam hissi vermesidir (Şekerci 2017). Artırılmış gerçeklik (AG) olarak bilinen augmented reality (AR) teknolojisi ise sanal gerçeklik teknolojisinden farklı olarak gerçek dünya ile bağlantısını devam ettiren sanal ve gerçek nesnelerin birlikte algılanmasını sağlayan bir teknolojidir (İçten ve Bal 2017a). Akkuş ve Özhan (2017)'a göre AG, gerçek dünya ortamında etkileşimli olarak sunulan sanal materyal veya nesnelerin kullanımudur ve bu teknoloji, gerçek bir ortamın sanal materyallerle zenginleştirilerek daha etkileşimli hale getirilmesini sağlar. İpek (2020)'e göre AG, bilgisayar yardımıyla oluşturulmuş verilerin duyu ile gerçekliğinin algılanmasının artırılarak deneyimlenmesidir. Azuma (1997)'ya göre AG, sanal objelerin gerçek objeler ile birleştirilerek etkileşimli olarak sunulduğu teknolojidir. Türk Dil Kurumu (TDK)'na göre ise “Gerçek ortam ile sanal ortamın bir arada olduğu etkileşimli ortam.” (TDK 2023) olarak tanımlanmaktadır. Bu tanımlamalardan hareketle AG'yi sanal ortamlar ile gerçek ortamları birleştiren bir teknoloji olarak tanımlayabiliriz.

AG uygulamalarının işaretçi tabanlı, konum tabanlı ve işaretçisiz (markerless) olarak 3 farklı kullanımı mevcuttur. İşaretçi tabanlı uygulamalar gerçek ortamdaki işaretçiler veya görseller üzerine sanal materyallerin yerleştirilmesi ile gerçekleştirilmektedir. Konum tabanlı uygulamalar, gerçek ortamlarla sanal materyallerin konum bilgilerinin eşleştirilerek gösterilmesidir. İşaretçisiz AG ise

herhangi bir işaretçiye gerek olmadan gerçek ortamla sanal materyallerin etkileşime geçebilmesidir. Bu teknoloji daha çok akıllı gözlükler ile kullanılmaktadır (Akkuş ve Özhan 2017). Bulunduğu çağın gerekliliklerine göre uygulama alanı şekillenen bu teknolojinin, ilk kullanımından günümüze çeşitli amaçlarla kullanıldığı söylenebilir.

İlk uygulama alanı askeri olan ve savaş pilotlarının kullanımıyla kendisini gösteren AG'nin sanat, mühendislik, sağlık ve eğitim olmak üzere birçok alanda kullanımı mevcuttur (İçten ve Bal 2017b). AG'nin eğitimde kullanımı yaygın olmakla birlikte müfredat tamamlayıcı, eğitim gezisi, alıştırma, rehberlik, oyun ve tanıtım gibi amaçlarla kullanıldığı görülmektedir. Bu kullanımlara "New Horizon" adlı İngilizce ders kitapları (Stewart Smith 2012; ISHSRS 2012, aktaran: Çetinkaya ve Akçay 2013), okul tanıtımı için geliştirilen el kitabı (guide book) (Kendal College 2013, aktaran: Çetinkaya ve Akçay 2013), tarihsel anlatı (historical narrative) için hazırlanan Dow Day oyunu (Dow Day 2012, aktaran: Çetinkaya ve Akçay 2013), matematik ve geometride ise genellikle uzamsal zekanın gelişimi ile ilgili ARloon Geometry, Aurasma Matematik, Geometry Augmented Reality vb. dijital uygulamalar (Akkuş ve Özhan 2017) örnek olarak verilebilir. Yapılan çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda bütün bu kullanımların eğitimi, başarı ve tutum yönünden olumlu etkileyeceği söylenebilir.

AG'nin eğitime entegrasi sayesinde soyut kavramlar ve karmaşık mekânsal ilişkiler anlaşılır hale gelerek daha güçlü öğrenmeler elde edilmektedir. Bu entegrasyon aynı zamanda öğrencilerin bilgiyi gerçek durumlara transferini kolaylaştırmakta, derslere karşı olan ilgi, güven ve dikkatlerinde artış gözlemlenmektedir (Erbaş ve Demirer 2014). AG, sunduğu zengin 3 boyutlu görsel içeriklerle öğrencilerin ilgisini çekerek derslere olan motivasyonlarını artırmaktadır. Ayrıca gerçek dünyada gerçekleştirilemeyecek deneylerin yapılmasını kolaylaştırmakta, yaratıcılığı geliştirmekte, işbirlikçi öğrenme ortamı sağlamakta ve fizik, coğrafya, astronomi, kimya, geometri gibi alanlar için gerçekçi deneyimler sunmaktadır (Billinghurst *et al.* 2001; Shelton and Hedley 2002; Klopfer and Yoon 2004; Kerawalla *et al.* 2006; Yuen *et al.* 2011; Çetinkaya ve Akçay 2013).

AG'nin geometri öğretiminde kullanımı öğrencilere soyut bir konuyu somut bir hale getirme fırsatı vermekte ve öğrenme sürecini daha keyifli hale getirmektedir.

Öğrenciler, AG uygulamaları sayesinde, 3D geometrik nesneleri inceleyebilmekte, farklı şekillerin boyutları ve açılarını keşfedebilmekte ve bu nesnelerle interaktif bir şekilde etkileşime geçebilmektedir. Bu da öğrenme sürecindeki birçok zorluğu azaltmakta ve öğrencilerin geometriye karşı olan motivasyonlarını artırmaktadır (Kara 2018). AG teknolojisi aynı zamanda geometrik ve uzamsal düşüncelerin gelişimi için de kullanılmaktadır ve geometri öğretimi için etkileşimli bir öğrenme yöntemi olarak öne çıkmaktadır (Kaufmann and Schmalstieg 2006; Salinas *et al.* 2013; Lin *et al.* 2015; Gün ve Atasoy 2017).

Uzamsal düşünme gerek Millî Eğitim Bakanlığı'nın (MEB) matematik öğretim programıyla (MEB 2018) gerek de National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) matematik ilke ve standartlarıyla (NCTM 2000) öğrencilere kazandırılması amaçlanan yetkinlikler arasında yerini aldığından geometri öğretimi için büyük bir öneme sahiptir. Uzamsal düşünme, nesne ve şekillerin üç boyutlu uzayda hareketleriyle ilgili düşünme becerisini ifade eden bir terimdir ve uzamsal yetenek öğrencilerin bu becerilere sahip olma derecesini ifade eder (Topraklıkoğlu 2018). Bu nedenle AG teknolojisi ile desteklenen geometri öğretiminin, sağladığı gerçekçi deneyimlerle öğrencilerin uzamsal gelişimlerine, 3 boyutlu dijital uygulamalardan daha fazla katkı sağlayabileceği öngörülebilir.

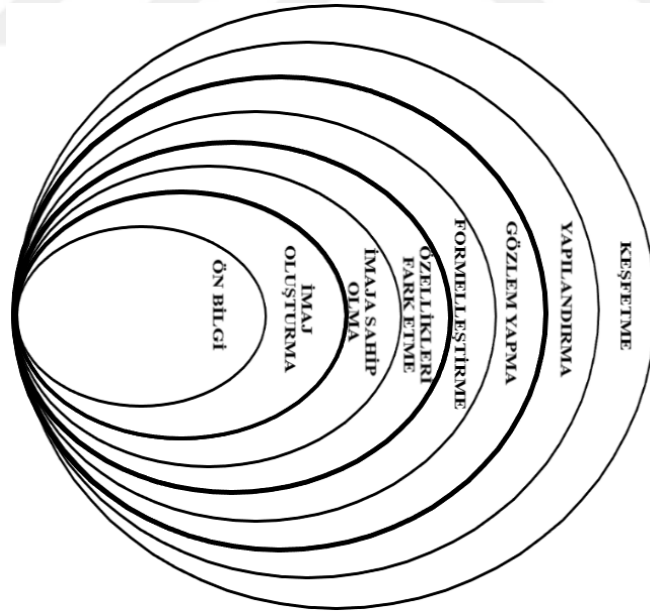
Öğrencilerin sahip oldukları uzamsal yetenekler matematik eğitiminin etkili olmasında büyük öneme sahiptir. Bunun yanı sıra öğrencilerin bilgileri zihinlerinde anlamalarını ve oluşturmalarını sağlayan süreçleri anlamak, bu süreçleri etkileyen içsel ve dışsal nedenleri belirlemek de matematik eğitiminin etkili olması için gereklidir (Durmaz 2022). Matematiksel anlama, matematiksel kavramları, prensipleri ve teknikleri derinlemesine anlama ve uygulama kapasitesidir. Bu, sadece formüllerin ve kavramların ezberlenmesi değil, aynı zamanda bu kavramların nasıl türetildiğini, neden önemli olduklarını ve farklı bağlamlarda nasıl kullanılacaklarını anlama yeteneğini de içerir. Matematiksel anlama yeteneği, problem çözme becerilerini geliştirir, analitik düşünmeyi teşvik eder ve matematiği günlük hayatta ve diğer disiplinlerde etkili bir şekilde uygulama yeteneğini artırır (Katrancı 2014).

Matematiksel anlamının nasıl geliştiğini anlamak adına bazı modeller ortaya konulmuştur. Bu modellerinden biri de Pirie-Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli' dir.

Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişimini açıklamak amacıyla bir model geliştirmişlerdir. Matematiksel anlamayı kendini yenileyen, seviyeli ancak doğrusal olmayan dinamik bir süreç olarak tanımlamışlardır (Düzenli Gökalep ve Bulut 2018; Durmaz 2022). Ayrıca anlama sürecini sekiz seviye olacak şekilde tanımlayarak açıklamaya çalışmışlardır (Şekil 1.1.).

“Modelin halkaları soyuta ve genel olan yöne (dışa) doğru büyüse de anlayışın gelişmesi böyle lineer bir şekilde gerçekleşmez. Bunun yerine gelişme, bilgi düzeylerinde sürekli bir ileri-geri hareketle gerçekleşir.”
(Lyndon 2008).

Model Martin'in (müdahale ve geri katlama) eklemeleriyle daha işlevsel hale gelmiştir.



Şekil 1.1. Pirie-Kieren matematiksel anlamanın seviyeleri (Durmaz 2022)

Matematik, soyut yapısı nedeniyle çeşitli materyallerle desteklenerek anlatılması gereken bir eğitim alanı olarak öne çıkmaktadır. Bu nedenle matematik eğitiminde öğrencilerin ilgisini çekmek ve öğrenme deneyimini zenginleştirmek için

teknolojik materyallerin kullanımı giderek artmaktadır (Topraklıkoğlu 2018). 3 boyutlu cisimlerin öğretimini kolaylaştıran Cabri, GeoGebra vb. dijital uygulamalar geliştirilmiştir. Ancak daha gerçekçi deneyimler sağlayan artırılmış gerçeklik gibi uygulamalar, öğrencilerin geometrik düşünme yeteneklerini ve uzamsal gelişimlerini daha etkili bir şekilde geliştirmelerine yardımcı olabilir.

AG, matematiksel kavramları görselleştirerek öğrencilere daha somut ve derinlemesine bir anlayış kazandırabilir. Matematik öğrenme deneyimini interaktif hale getirerek öğrencilere gerçek dünya bağlamında matematiksel kavramları keşfetme fırsatı sunar. Bu durumlar göz önünde bulundurulduğunda AG'nin matematiksel anlamalar üzerinde olumlu etkileri olacağı söylenebilir. AG'nin matematiksel anlamalar üzerindeki etkisini araştırmak, eğitimde öğrenci odaklı ve daha etkili yöntemler geliştirmek için önemlidir. Ayrıca araştırma, AG'nin matematik öğrenme süreçlerine olan etkilerini anlamak adına önemlidir ve öğrencilerin matematiksel anlamalarını iyileştirmek için yeni yöntemlerin geliştirilmesine de katkı sağlayabilir.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı, matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlama düzeylerine ve uzamsal yeteneklerine etkisini incelemektir.

1.1.1. Araştırma Soruları

Bu çalışmanın araştırma soruları aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. AG destekli geometri öğretiminde öğrencilerin matematiksel anlamaları Pirie-Kieren modeline göre hangi düzeylerde?
2. AG destekli geometri öğretiminin öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin gelişimine etkisi var mıdır?
3. Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile uzamsal yetenekleri arasında bir ilişki var mıdır?

1.2. Araştırmanın Önemi

Alan yazındaki çalışmalardan yola çıkılarak teknolojiye gelişmelerle birlikte matematik ve geometride teknoloji kullanımının arttığı görülmektedir (Köse vd 2012; Hıdıroğlu ve Bukova Güzel 2014; Köysüren ve Üzel 2018; Şahin ve Kabasakal 2018; Bozkurt 2022). Son dönemlerde popüler olan teknolojilerden AG'nin ise derslere entegresinde, başarıyı ve motivasyonu artırmasına (Estepa and Nadolny, 2015; İbili ve Şahin 2015; Gün ve Atasoy 2017; Le and Kim 2017) bağlı olarak artışlar görülmüştür.

AG destekli öğretim sunduğu dinamik ve üç boyutlu görselleştirmelerle öğrencilere somut ve derinlemesine bir anlayış kazandırabilir. Matematik derslerini daha etkileşimli hale getirerek matematiği gerçek dünya ortamında keşfetme fırsatı sunar. Böylece öğrencilerin matematiksel anlamaları derinleşerek daha iyi yapılandırılabilir.

Türkiye'nin uluslararası yarışmalardaki geometri sonuçları göz önünde bulundurulduğunda başarı oranının diğer ülkelere göre düşük olduğu görülmektedir (Bütüner ve Güler 2017; Saraçoğlu ve Aşlıoğlu 2022). Bu yüzden AG'nin, Türkiye'de matematiksel anlamaların gelişimi ve uzamsal yetenekler üzerindeki etkisini araştırmak derslere entegre edilecek farklı yöntemlerin işlevselliği ve kullanılabilirliği açısından önem teşkil etmektedir. Ayrıca araştırma AG'nin matematiksel anlamının gelişimine ve uzamsal yeteneklere etkilerini gözlemlemek açısından önemlidir.

Literatür incelendiğinde Pirie-Kieren matematiksel anlamının gelişimi teorisiyle teknolojinin ve AG'nin ilişkilendirildiği araştırmaların (Amir *et al.* 2020; Yao 2020) azlığı dikkat çekmektedir. Yao (2020) yaptığı çalışmada, dinamik geometri ortamlarının öğrencilerin belirli bir geometrik anlayış kazanma sürecini detaylı bir şekilde tanımlamak için faydalı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kullanılan dinamik araçların geometrik nesneler üzerinde gerekli dönüşümlerin yapılmasını kolaylaştırdıkları, geometrik nesneler hakkında bilgi sahibi olmalarını destekledikleri, düzeyler arası geçişleri ve geriye katlamalardaki eylemleri kolaylaştırdıkları görülmüştür. Buradan yola çıkarak AG araçlarının kullanımının da matematiksel anlamalar üzerinde olumlu etkilerinin olacağı söylenebilir.

Amir et al. (2020) yaptıkları araştırmada, tasarladıkları mobil AG sisteminin öğretmen adaylarının matematiksel anlamalarına etkisini incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel anlamalarının, mobil AG sistemini kullanmadan önceye göre geliştiği görülmüştür. Bu sonuç da AG kullanımının matematiksel anlamaların gelişimine olumlu etkilerinin olduğunu göstermektedir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Çalışmanın örneklemi, 2024-2025 eğitim öğretim yılında Ağrı ilinde yer alan bir devlet okulundaki, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile seçilmiş ortaokul öğrencileriyle sınırlıdır.

Araştırma, kullanılan AG programında hazırlanan etkinliklerle sınırlıdır.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

Katılımcıların sorulara içtenlikle ve doğru yanıt verdikleri varsayılmıştır.

Verilerin toplandığı ortamın, katılımcıların doğal davranışlarını yansıttığı kabul edilmiştir.

Veri toplama araçlarının ölçmek istedikleri özellikleri yeterli düzeyde yansıttığı varsayılmıştır.

Örneklemin evreni temsil ettiği varsayılmıştır.

2. KURAMSAL TEMELLER

Bu bölümde artırılmış gerçeklikten, uzamsal düşünmeden ve Pirie-Kieren matematiksel anlamının gelişimi modelinden bahsedilmektedir.

2.1. Artırılmış Gerçeklik

Artırılmış gerçeklik (AG), gerçek dünya ortamında etkileşimli olarak sunulan sanal materyal veya nesnelerin kullanımudur ve bu teknoloji, gerçek bir ortamın sanal materyallerle zenginleştirilerek daha etkileşimli hale getirilmesini sağlar (Akkuş ve Özhan 2017). İpek (2020)'e göre AG, bilgisayar yardımıyla oluşturulmuş verilerin duyular ile gerçekliğinin algılanmasının artırılarak deneyimlenmesidir. Azuma (1997)'ya göre ise sanal objelerin gerçek objeler ile birleştirilerek etkileşimli olarak

sunulduğu teknolojidir. Paul Milgram ve Fumio Kishino'nun ortaya koyduğu tanım, artırılmış gerçeklik (AG) konusunda en yaygın kabul gören tanımlamadır. Milgram ve Kishino, Gerçeklik-Sanallık Süreci adını verdikleri bir süreç oluşturmuşlar ve AG'yi gerçek ve sanal ortam arasına yerleştirmişlerdir. Bu tanım, Şekil 2.1.1.'de detaylı olarak gösterilmektedir.



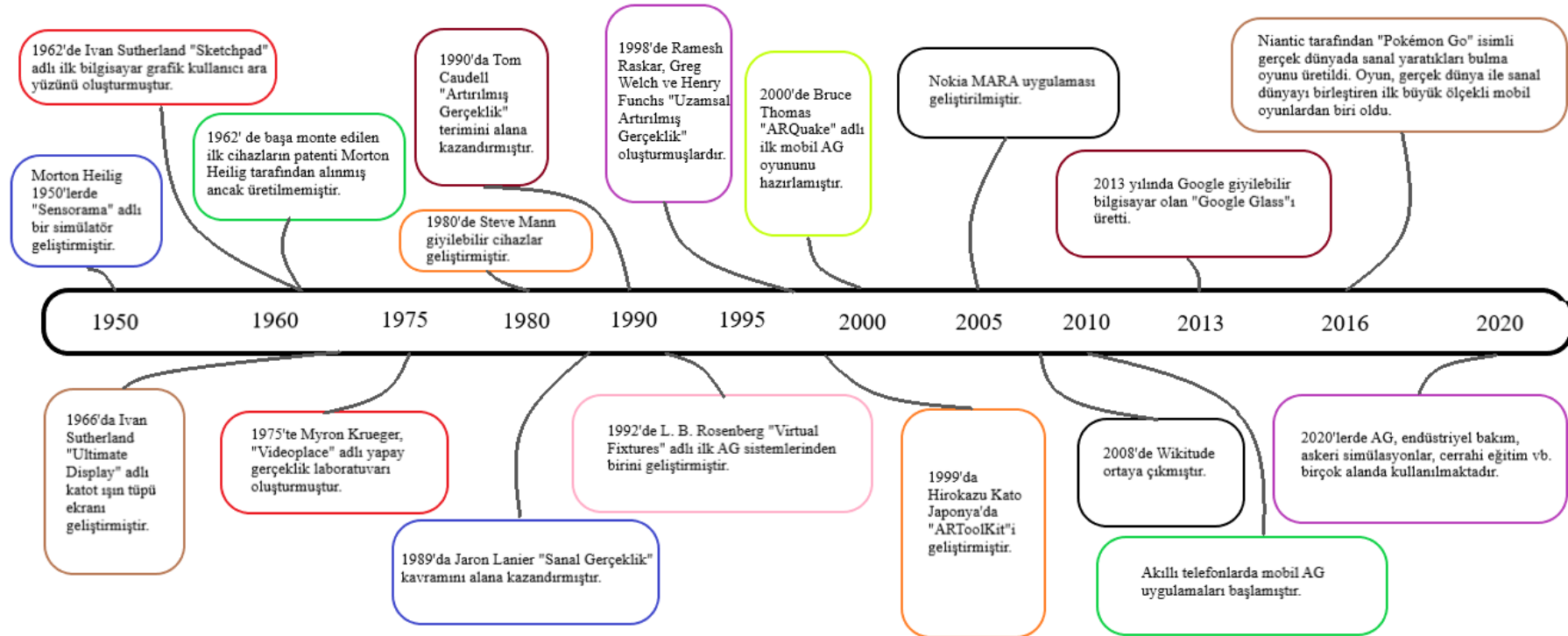
Şekil 2.1.1. Gerçeklik- sanallık süreci (Milgram and Kishino 1994)

Bu tanımlardan hareketle artırılmış gerçekliği, gerçek dünya görüntüsünün üzerine dijital öğelerin (görsel, ses, metin vb.) gerçek zamanlı olarak eklenmesiyle oluşturulan etkileşimli bir teknoloji deneyimi olarak tanımlayabiliriz.

2.1.1. Artırılmış gerçekliğin tarihçesi

İlk AG modelleri 1960'lı yıllarda Ivan Sutherland ve öğrencileri (Harvard Üniversitesi) ile Utah Üniversitesi öğrencileri tarafından oluşturulan bir görme aracıdır (Bingöl 2018). AG terimi ise ilk kez 1990'lı yıllarda Tom Caudell tarafından kullanılmıştır. Caudell başa entegre edilebilen dijital bir görüntüleme düzeneği geliştirmiştir (Yılmaz 2014).

İlk uygulama alanı askeri olan ve savaş pilotlarının kullanımıyla kendisini gösteren AG'nin sanat, mühendislik, sağlık ve eğitim olmak üzere birçok alanda kullanımı mevcuttur (İçten ve Bal 2017a).



Şekil 2.1.2. Artırılmış gerçekliğin tarihsel gelişimi (Yuen *et al.* 2011)

2.1.2. Artırılmış gerçeklik uygulama türleri

AG uygulamalarının işaretçi tabanlı, konum tabanlı ve işaretçisiz (markerless) olarak 3 farklı kullanımı mevcuttur. İşaretçi tabanlı uygulamalar gerçek ortamdaki işaretçiler veya görseller üzerine sanal materyallerin yerleştirilmesi ile gerçekleştirilmektedir. Konum tabanlı uygulamalar, gerçek ortamlarla sanal materyallerin konum bilgilerinin eşleştirilerek gösterilmesidir. İşaretçisiz AG ise herhangi bir işaretçiye gerek olmadan gerçek ortamla sanal materyallerin etkileşime geçebilmesidir. Bu teknoloji daha çok akıllı gözlükler ile kullanılmaktadır (Akkuş ve Özhan 2017).

İşaretçi Tabanlı (Marker) AG	Konum Tabanlı (Location) AG	İşaretçisiz (Markerless) AG
		
- İşaretçi veya görsele bağlı çalışır. - Tüm alanlara en çok kullanılan türdür. - Geliştirme ve görüntüleme ortamları, ARtoolkit, Junaio, Layar, Wikitude, Vuforia, ARkit, ARcore vb.	- Harita ve GPS konum bilgilerini kullanır. - Daha çok turizm alanında kullanılmaktadır. - Geliştirme ortamlarından en çok kullanılan Wikitude ve ARtoolkit 6	- Kullanıcıyı gerçek ortamda etkileşime dahil eder. - Sağlık başta olmak üzere birçok alanda kullanılmaktadır. - Geliştirme ortamlarından en çok kullanılan Vuforia, ARcore, ARkit, ARtoolkit 6, Wikitude vb.

Şekil 2.1.2.1. AG uygulama türlerinin özellikleri (Akkuş ve Özhan 2017)

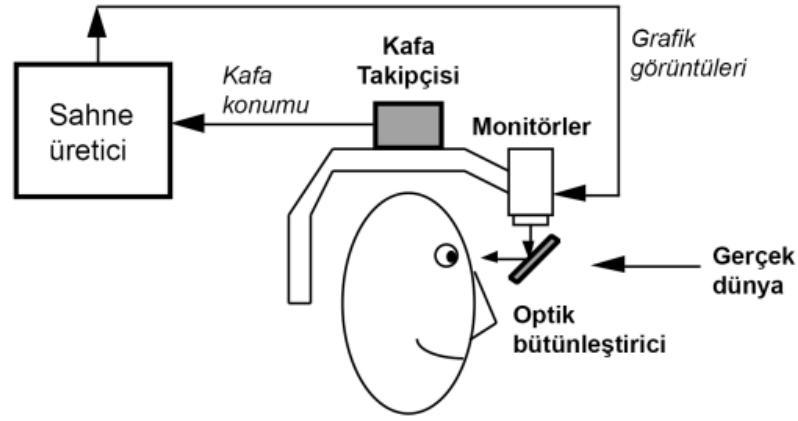


Şekil 2.1.2.2. AG uygulama örnekleri (Akkuş ve Özhan 2017)

2.1.3. Artırılmış gerçekliğin görüntülenmesi

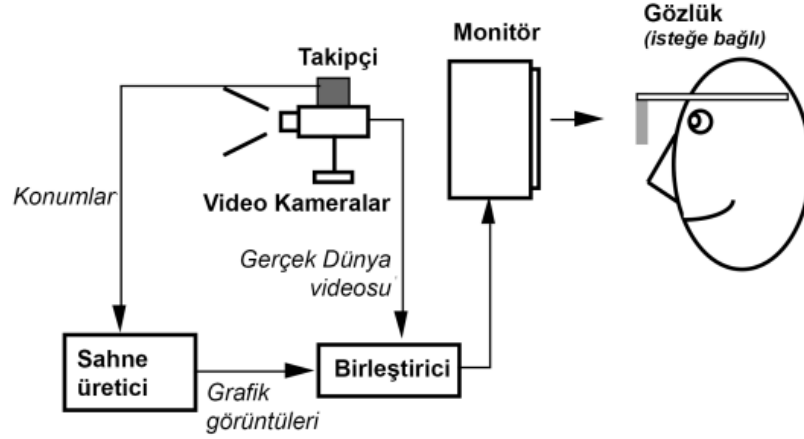
AG teknolojileri görüntüleme bakımından optik tabanlı ve video tabanlı olmak üzere iki kategoriye ayrılmaktadır (Azuma 1997):

Optik tabanlı sistemlerde, gerçek dünyadaki birleştirilmiş sahne, gözlük aracılığıyla görülmektedir. Yani başa takılan cihazlar (gözlük, kask) gerçek ortam ile sanal ortamın birlikte görülmesini sağlar (Somyürek 2014).



Şekil 2.1.3.1. Optik tabanlı AG sistemi (Somyürek 2014)

Video tabanlı sistemlerde ise birleştirilmiş sahne tablet, bilgisayar veya mobil cihaz üzerinde görülmektedir. Video kameralar gerçek ortam görüntülerini sanal ortama aktarır. Daha sonra gerçek ortam ve sanal ortam birleştirilerek ekranda sanal bir görüntü elde edilir (Somyürek 2014).



Şekil 2.1.3.2. Video tabanlı AG sistemi (Somyürek 2014)

2.1.4. Artırılmış gerçekliğin uygulama alanları

Artırılmış gerçeklik (AG), son yıllarda hızla gelişen ve pek çok alanda uygulama imkânı bulan yenilikçi bir teknolojidir. Askeri alandaki kullanımıyla kendini gösteren AG, mühendislik, sağlık, sanat, turizm ve eğitim gibi birçok alanda kullanılmaktadır (İçten ve Bal 2017b). Kullanıcıyı hem fiziksel hem de dijital ortamla aynı anda buluşturması, AG'yi geleneksel yöntemlere kıyasla daha etkili ve dikkat çekici bir araç hâline getirmiştir. AG'nin farklı alanlardaki uygulama biçimlerini incelemek bu teknolojinin sunduğu olanakları daha iyi anlamak açısından önemlidir.

AG sistemleri mühendislik ve mimarlık alanında yapılan projelerin sanal görüntüsünü oluşturarak projedeki olası hataların önüne geçmeye ve tasarımsal eksiklikleri görmeye yardımcı olur. Ayrıca tasarımcılar ve müşteriler için projenin yapımından önce deneyimleme imkânı oluşturur (Behzadan 2008). Bir inşaatın yapımı sırasında işçilerin elektrik ve su tesisat borularını sanal olarak görüntüleyerek daha iyi planlanma yapmasını sağlar. Bu sayede zamandan ve paradan tasarruf edilebilir (Bingöl 2018).

AG sistemleri reklamcılık ve pazarlama alanında kullanımıyla da öne çıkmaktadır. Markaların kendilerine müşteri çekebilmeleri için kullandığı bu teknoloji kullanıcılar için sanal nesnelerle etkileşim fırsatı bulmalarını sağlamaktadır. Örneğin otomobiller AG kullanılarak tanıtılmaya başlanmıştır. Satın alınacak mobilyanın satın almadan önce ev, ofis veya iş yerlerinde nasıl göründüğünü anlamak, çeşitli AG uygulamaları sayesinde daha kolay hale gelmiştir. Online mağazalarda ise kıyafet, ayakkabı, gözlük, saat vb. ürünler satın alınmadan önce kullanıcılar tarafından deneyimleme fırsatı sunulmuştur (Bingöl 2018).

AG eğlence ve oyun alanlarında kullanımıyla da ön plana çıkmaktadır. Birçok ülke konser ve dans gösterileri için bu teknolojiyi kullanmaktadır. Kitaplara entegre edilen AG teknolojisi ise kitabın sayfalarında hareketli görüntüler ve 3D animasyonlar müzik ve ses imkanıyla kullanıcılara sunulmaktadır (Billinghurst *et al.* 2001). Oyun severler mobil AG uygulamaları veya oyun konsollarıyla oyundaki mitolojik canlılarla etkileşime geçerek keyifli bir oyun deneyimi yaşamaktadır. Bu oyunlardan biri olan Pokémon Go 2016'da kullanıcılarla buluşmuş ve dünya çapında satış rekoru kırmıştır (Bingöl 2018).

Sağlık alanında kullanılan AG ameliyatların ve tıbbi tedavilerin güvenilirliğini ve verimliliğinin artmasını sağlamıştır. Cerrahi planlama, görüntüleme teknolojileri, anestezi uygulama gibi alanlarda sağlık görevlilerine kolaylık sağlamaktadır. Yapılması zor ameliyatlarda daha az müdahale ile güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır (Samset *et al.* 2008). Ayrıca bu teknoloji tıp öğrencilerinin eğitiminde kullanılabilir, hastaların bilgilendirilmesine yardımcı olabilir, sağlık alanına yenilikçi ve daha etkili uygulamalar kazandırabilir (Bingöl 2018).

Seyahat ve turizm alanında kullanılan AG, gidilemeyecek olan şehirleri/mekanları gezmek için bir alternatif oluşturmaktadır. İnsanlar çeşitli AG uygulamalarını (Metro AR Pro, Urban Sleuth, StreetMuseum, Basel AR Tourist Guide, Tuscany+, Google Search Up) kullanarak farklı mekanları keşfedebilmektedir. Bu uygulamalarda genellikle konum tabanlı AG teknolojisi kullanılmaktadır (İçten ve Bal 2017a). Örneğin “Yelp” adındaki işletme rehberi “Yelp Monokle” isimli AG özelliği ile yerel işletmelerle ilgili kullanıcı verilerini içermekte ve diğer kullanıcılara sunmaktadır (Bingöl 2018).

Askeri alanda, savaşlarda düşman noktalarını belirleme ve savaş pilotlarının eğitilmesi (simülasyon) gibi amaçlarla AG kullanılmaktadır (İçten ve Bal 2017b; Bingöl 2018). Özellikle yaygın olarak kullanılan, helikopter pilotlarının başlıklarına entegre edilen sistem sayesinde pilotlar, ilgili yönergeleri, haritaları ve düşman pozisyonlarını görebilmektedir. Böylece hata olasılıkları azalmaktadır (Bingöl 2018).

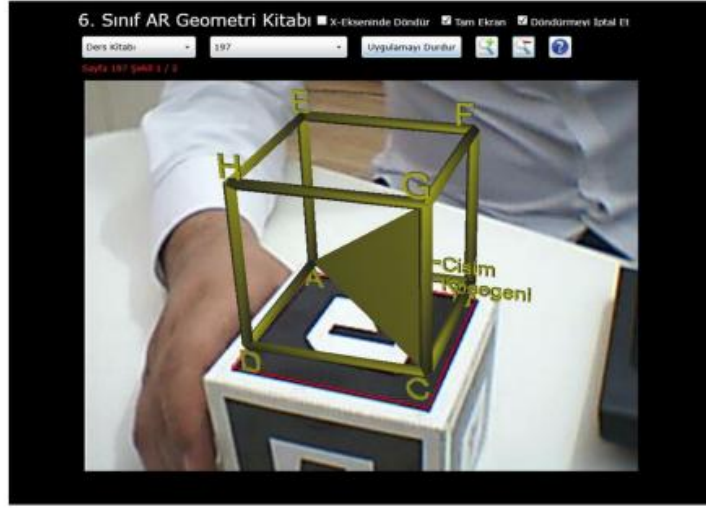
AG eğitimde de yaygın olarak müfredat tamamlayıcı, eğitim gezisi, alıştırma, rehberlik, oyun ve tanıtım gibi amaçlarla kullanılmaktadır. AG’nin eğitime entegrasyonu sayesinde soyut kavramlar ve karmaşık mekânsal ilişkiler anlaşılır hale gelerek daha güçlü öğrenmeler elde edilmektedir (Erbaş ve Demirer 2014). AG, sunduğu zengin 3 boyutlu görsel içeriklerle öğrencilerin ilgisini çekerek derslere olan motivasyonlarını artırmaktadır. Ayrıca gerçek dünyada gerçekleştirilemeyecek deneylerin yapılmasını kolaylaştırmakta, yaratıcılığı geliştirmekte, işbirlikçi öğrenme ortamı sağlamakta ve fizik, coğrafya, astronomi, kimya, geometri gibi alanlar için gerçekçi deneyimler sunmaktadır (Billinghurst *et al.* 2001; Shelton and Hedley 2002; Klopfer and Yoon 2004; Kerawalla *et al.* 2006; Yuen *et al.* 2011; Çetinkaya ve Akçay 2013).

2.1.5. Artırılmış gerçekliğin matematik eğitiminde kullanımı

Matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik (AG) teknolojisi, soyut kavramların somutlaştırılmasında ve öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır (İbili ve Şahin 2013; Lin and Chang 2015; Topraklıkoğlu 2018; Liu *et al.* 2018; Altıok 2020; Widyasari and Mastura 2020). Ayrıca AG teknolojisi, gerçek dünyaya sanal nesneler ekleyerek zenginleştirilmiş bir öğrenme ortamı sunmaktadır. Bu sayede öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarını artırmakta (Estapa and Nadolyn 2015; Liu *et al.* 2018; Topraklıkoğlu 2018; Durak ve Karaoğlu Yılmaz

2019), akademik başarılarını ve geometrik düşünme düzeylerini olumlu yönde etkilemektedir (Lin *et al.* 2015; Altıok 2020; Widyasari and Mastura 2020). Matematik ve geometri eğitiminde AG teknolojisi kullanımına yönelik pek çok çalışma (Kaufmann and Schmalstieg 2006; Salinas *et al.* 2013; İbili ve Şahin 2013; Sommerauer and Müller 2014; Barraza Castillo *et al.* 2015; Coimbra *et al.* 2015; Estapa and Nadolny 2015; Lin *et al.* 2015; Gün ve Atasoy 2017) yapılmıştır. Bu çalışmalarda farklı AG uygulamaları (işaretçi tabanlı AG, başa takılı gözlük, ARtoolkit web kamera, mobil tablet, aurasma, vuforia vb.) farklı matematik ve geometri konuları (cisimlerin farklı yönden görünüşleri, geometrik cisimlerin açınımı, simetri, kesirler vb.) kullanılmış ve farklı değişkenler (uzamsal zekâ, öz yeterlilik, tutum, akademik başarı, motivasyon, bilgi transferi) araştırılmıştır. Bu kısımda matematik ve geometri eğitiminde AG teknolojisi kullanımına yönelik yapılmış çalışmalar incelenecektir.

Üç boyutlu geometri kitabı yazılımı geliştiren İbili ve Şahin (2013), 6. sınıf matematik ders kitabındaki üç boyutlu çizimleri AG ile desteklemişlerdir. Çalışmanın amacı geliştirilen yazılımın uygulanabilirliğini test etmek sınırlıklarını belirlemek ve bunlara çözüm önerileri getirebilmektir. Yazılımın eğitsel etkileri öğrenci ve öğretmenlerle görüşmeler yaparak incelenmiştir. Çalışma iki farklı okulda olmak üzere toplam 100 kişi ile yapılmış ve dört hafta sürmüştür. Öğretmen ve öğrenciler ders ve çalışma kitaplarındaki durağan çizimleri ARGE3D yazılımı kullanarak etkileşimli ve dinamik bir şekilde üç boyutlu olarak görselleştirmişlerdir (Şekil 2.1.5.1.). Yazılımın kullanılabilirliğine yönelik elde edilen bulgulara bakıldığında işaretleyicilere ait bazı problemlerin (işaretleyicilerin hızlı hareket ettirilmesi durumunda görüntü elde etmenin yavaşlaması ve ışık şartlarının elverişsiz olması durumunda işaretleyicilerin algılanamaması vb.) yaşandığı görülmüştür. Yaşanan ışık problemine pozlama, parlaklık vb. ayarlar manuel olarak ayarlanarak çözüm getirilmiştir. İşaretleyicinin şekil özellikleriyle (zemin rengi, şekil boyutu) ilgili yaşanan sıkıntıların giderilebilecek düzeyde olduğu görülmüş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bilgisayar laboratuvarı ve sınıftaki kullanımı AG destekli öğretimin öğrencilerin duyuşsal ve bilişsel öğrenmelerine fayda sağladığı görülmüştür. Öğretmen ve öğrencilerle yapılan görüşmeler de bu görüşü destekler niteliktedir.

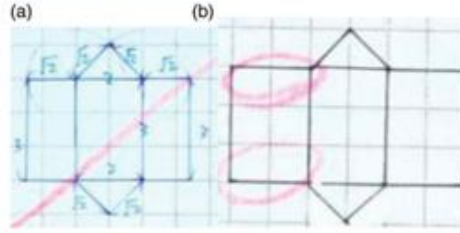


Şekil 2.1.5.1. ARGE3D kullanımına bir örnek (İbili ve Şahin 2013)

AG teknolojisini öğretim faaliyetlerine entegre eden Lin, Chen ve Chang (2015) ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin katı geometrik cisim öğrenmelerine yardımcı olacak bir öğrenme sistemi tasarlamışlardır. Yaptıkları çalışmanın amacı AG destekli geometrik öğrenmeye dayalı olarak düşük, orta ve yüksek akademik başarıya sahip öğrenciler için öğrenme performansını açıklamaktır. Çalışmaya 76 öğrenci katılmıştır. Ön test son test analizi sonucu üçgen prizmanın dikdörtgensel yüzleriyle ilgili soruda, düşük akademik başarıya sahip öğrenci grubunun sonuçlarında anlamlı bir artış gözlenirken orta ve yüksek akademik başarıya sahip öğrenci gruplarının sonuçlarında anlamlı bir değişim görülmemiştir. Bu durum akademik başarısı düşük olan öğrencilere diklik kavramını öğretmek için AG kullanmanın son derece faydalı olduğunu göstermektedir. Ayrıca orta ve düşük akademik başarıya sahip öğrencilerin AG uygulamasından sonra üçgen prizmanın yan yüzlerini çizebildikleri görülmüştür (Şekil 2.1.5.2.). Akademik başarıları düşük olan öğrenciler, tamamen doğru çizimler üretememiş olsalar da çizimleri, geometrik muhakeme düzeylerinin geliştiğini göstermektedir. Sonuç olarak uzamsal yeteneğe sahip öğrenci performansı ile öğrenci başarıları arasında anlamlı bir ilişki olduğu ve AG destekli öğretimin öğrencilerin uzamsal yeteneklerine katkı sağladığı görülmüştür. Ayrıca araştırma, sistem destekli eğitimin orta ve düşük düzeydeki öğrencilerin mekânsal algılarını geliştirebileceğini göstermiştir.



Öntest Çizimleri- Yüksek (a), orta (b) ve düşük (c) akademik başarıya sahip öğrenci gruplarından çizimler

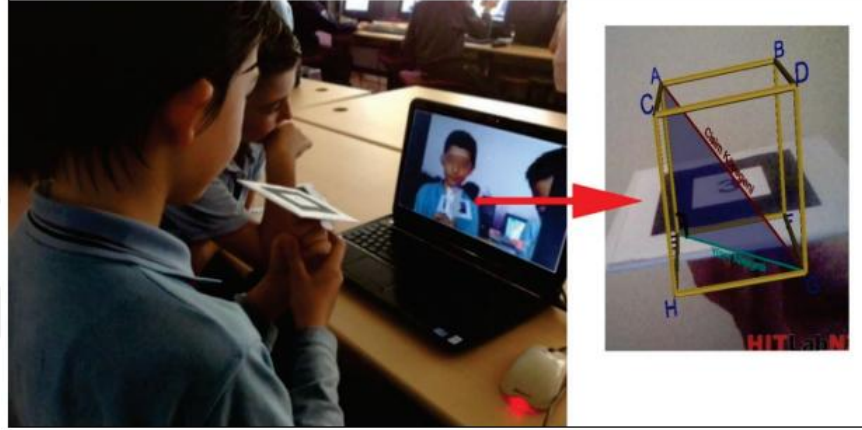


Sontest Çizimleri- Yüksek (a) ve orta (b) akademik başarıya sahip öğrenci gruplarından çizimler

Şekil 2.1.5.2. AG uygulamasından önce ve sonra öğrencilerin üçgen prizma çizimleri (Lin *et al.* 2015)

“Geometrik cisimler ve hacim ölçme” konusunun öğretiminde AG kullanan Gün ve Atasoy (2017), çalışmalarında AG’nin akademik başarı ve uzamsal yetenek üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Ayrıca AG kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretmen görüşlerine ulaşmayı amaçlamışlardır. Çalışma altıncı sınıf düzeyinden 88 kişi ile gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecinde deney grubuna AG destekli, kontrol grubuna ise geleneksel yöntemle öğretim yapılmıştır. Her iki gruba da ön test uygulanmıştır. Dört haftalık bir uygulama yapılmış ve son test uygulanmıştır. Öğretim aşamasında kontrol grubuna katı geometrik cisimler, üç boyutlu gerçek nesneler (örneğin ilaç kutusu) yardımıyla öğretilmiştir. Deney grubuna ise bunlara ek olarak BuildAR programı yardımıyla uygulamalar yaptırılmıştır (Şekil 2.1.5.3.). AG materyalleri üç boyutlu ve animasyon içeren 20 nesneden oluşmaktadır. Toplanan verilerin analizi sonucunda uzamsal yetenek testinde her iki grubun da son test puanlarının ön test puanlarına göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Buradan hem üç boyutlu nesnelerin hem de AG’nin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılabilir. Ancak AG’nin kullanıldığı grupta puan artışı kontrol grubuna göre daha fazla olmuştur. Bu da AG’nin üç boyutlu nesnelere nazaran uzamsal yeteneği daha fazla geliştirdiğini göstermektedir. Öğrencilerin akademik başarıyla ilgili ön test ve son test sonuçları analiz edildiğinde her iki grupta da puan

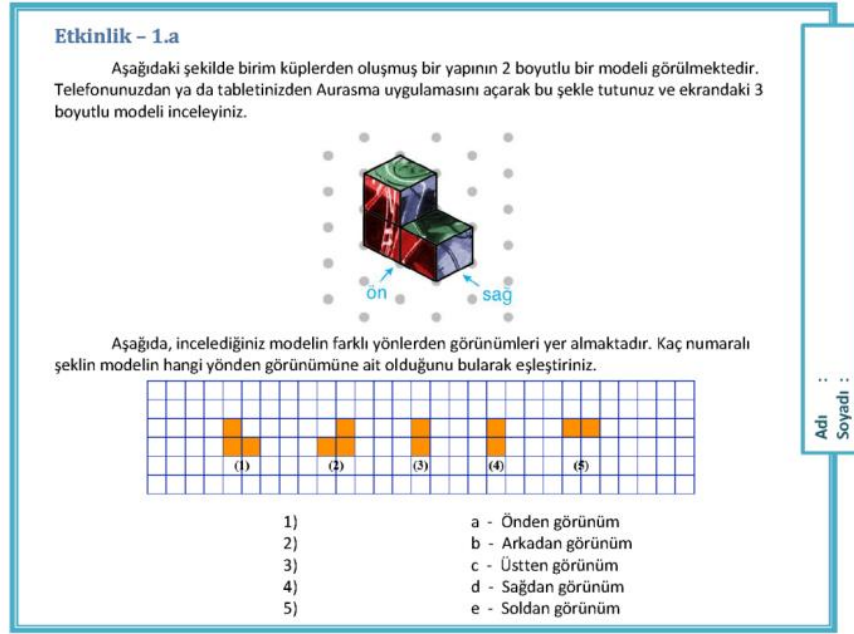
artışı görülmüştür. Fakat kontrol grubundaki puan artışı istatistiksel olarak anlamlı düzeyde olmamıştır. Deney grubunun sonuçları AG'nin akademik başarıyı artırmada da etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrenci ve öğretmen görüşlerine bakıldığında da derslerde AG kullanımının öğrencilerin derse olan dikkat ve ilgilerini artırdığı, soyut kavramların öğrenilmesini kolaylaştırdığı ve zamandan tasarruf sağladığı görülmüştür.



Şekil 2.1.5.3. AG kullanımına ilişkin sınıf görüntüsü (Gün ve Atasoy 2017)

7. sınıf matematik dersindeki "cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri" konusunu ele alan Topraklıkoğlu (2018) çalışmasında, konunun öğretimi için AG etkinlikleri kullanmıştır. Çalışmanın amacı, geliştirilen AG etkinliklerinin öğrencilerin, uzamsal yeteneklerinin gelişimine ve AG uygulamalarına yönelik tutumlarına etkisini belirlemektir. Aynı zamanda öğrencilerin bu etkinliklerle ilgili görüşleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırmaya 53 öğrenci katılmıştır. Araştırmada kullanılan etkinlik kağıtlarına AG entegresi yapılarak iki boyutlu çizim, eşleştirme, izometrik çizim ve seçme olacak şekilde hazırlanmıştır (Şekil 2.1.5.4.). Nicel veriler için Uzamsal Yetenek Testi (UYT), Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği (GYTÖ) ve Artırılmış Gerçeklik Uygulamaları Tutum Ölçeği (AGUTÖ) kullanılmıştır. UYT ve AGUTÖ' den elde edilen verilerin analizi, ön test ile son test arasında son test lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olduğunu ortaya koymuştur. Bu sonuçlardan, AG etkinliklerinin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirdiği ve AG' ye yönelik öğrenci tutumlarının pozitif yönde değiştiği söylenebilir. Araştırmada yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde, öğrenciler artırılmış gerçeklik etkinliklerinin matematik dersini daha verimli ve eğlenceli hale getirdiğini, derse olan

ilgi ve motivasyonlarının arttığını belirtmişlerdir. Öğrenciler, bu tür uygulamaların daha sık ve farklı derslerde de kullanılması gerektiğini düşündüklerini ifade etmişlerdir. Buradan hareketle AG'yi matematik derslerine entegre etmenin öğrencinin motivasyonunu ve başarısını etkileyeceği geometrik düzeylerinde ve uzamsal yeteneklerinde gelişme meydana gelebileceği söylenebilir.

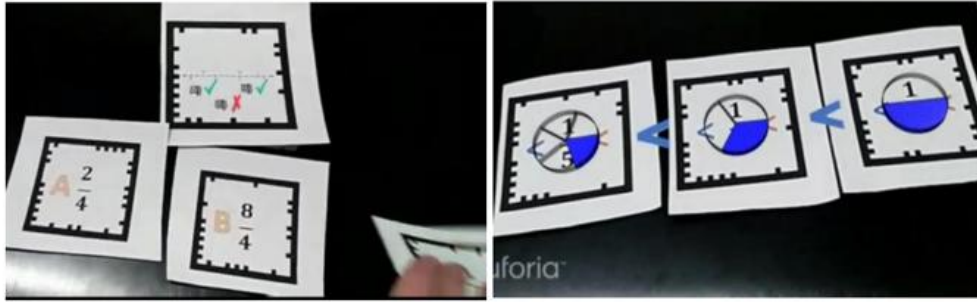


Şekil 2.1.5.4. Örnek etkinlik kâğıdı (Topraklıkoğlu 2018)

Three-View adlı AG tabanlı bir mobil uygulama geliştiren Liu et al. (2018) yaptıkları çalışmayla, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin katı geometrik cisimler konusunda öğrenmelerini kolaylaştırmayı amaçlamışlardır. Çalışmaya 75 öğrenci katılmıştır. AG tabanlı dersten önce üç boyutlu geometriyle ilgili ön koşul bilgilere yönelik ön test uygulanmıştır. Testte izdüşüm, üç boyutlu çizim, önden, sağdan, soldan ve üstten görünüm gibi kavramlar ele alınarak soru tamamlama ve çizim soruları sorulmuştur. AG uygulamasının kullanıldığı öğrenme etkinliğinde öğrenciler, cisimleri 3 boyutlu görünüşleriyle eşleştirmişlerdir. Öğrenme etkinliği sonunda öğrencilere son test olarak üç boyutlu cisimlerin farklı açılardan görünüşleriyle ilgili soru tamamlama ve çizim soruları sorulmuştur. Ön test ve son test puanlarının analizi sonucu öğrenci puanlarında artışlar görülmüştür. Özellikle düşük puanlı öğrencilerin AG uygulaması sonrası puanlarında anlamlı ölçüde artışlar olmuştur. Uygulamadan sonra yapılan anket sonucunda ise öğrencilerin matematik ve geometriye karşı olumlu tutum

geliştirdikleri ve motivasyonlarının arttığı görülmüştür. Sonuç olarak AG'nin öğrenci performansını artırdığı, öğrencilerin matematik ve geometriye yönelik olumlu tutum geliştirmesine yardımcı olduğu ve uzamsal gelişimlerine katkı sağlayacağı söylenebilir.

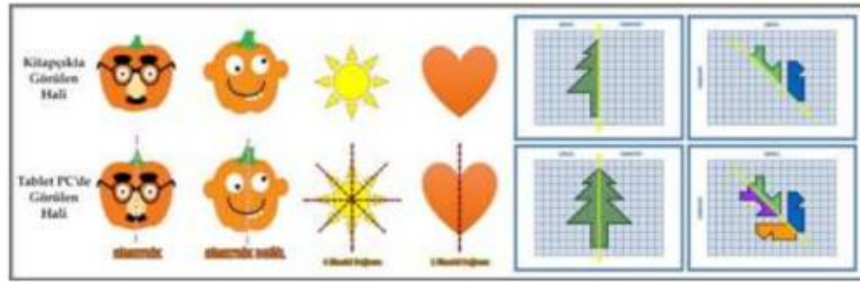
Özdemir ve Özçakır (2019) kesirler konusuyla ilgili yaptıkları çalışmada, AG ile yapılan öğretimin öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında ve akademik başarılarında değişiklik oluşturup oluşturmadığını incelemişlerdir. Çalışmaya beşinci sınıf düzeyinden 60 kişi katılmıştır. Öğrencilere ön test ve son test uygulanmıştır. Ayrıca matematiğe karşı tutumlarının değişimini incelemek adına tutum ölçeği kullanılmıştır. Öğretim aşamasında kullanılan AG materyallerini araştırmacılar Unity 3D yazılımı ile hazırlamışlardır. Materyaller (Şekil 2.1.5.5.) 5. Sınıf matematik müfredatındaki kesirlerle ilgili beş kazanıma (M.5.1.3.1., M.5.1.3.2., M.5.1.3.3., M.5.1.3.4., M.5.1.3.5. (MEB 2018)) uygun olarak hazırlanmıştır. AG etkinlikleri, kazanımların öğreniminden sonra öğrenciler gruplara ayrılarak uygulanmıştır. Ön test ve son test analizi sonucu öğrencilerin başarı puanlarında artışlar görülmüştür. Buradan yola çıkılarak AG destekli öğretimin öğrenci başarısını artırdığı sonucuna ulaşılabilir. Ayrıca tutum ölçeğinden elde edilen veriler öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının olumlu yönde değiştiğini göstermektedir.



Şekil 2.1.5.5. Örnek AG materyalleri (Özdemir ve Özçakır 2019)

Altıok (2020) çalışmasında, simetri konusunun öğretimini desteklemek için Mobil Artırılmış Gerçeklik (MAG) kullanmıştır. Çalışmanın amacı MAG'ın simetri konusundaki öğrenci başarısına etkisini incelemek ve MAG kullanımı ile ilgili öğrenci görüşlerine ulaşmaktır. Çalışmaya 3. sınıf düzeyinden 29 öğrenci katılmıştır. Altıok alanında uzman öğretmenlerle görüşmeler yaparak simetri konusunun öğretiminde

kullanılan materyallerin (simetri aynası, karton şerit, izometrik kâğıt vb.) yeteri kadar fayda sağlayamadığı sonucuna ulaşmıştır. Bu nedenle konunun öğretimi için MAG destekli etkinlik kitapçığı (Şekil 2.1.5.6.) geliştirmiştir. Çalışmasında öncelikle ön test olarak başarı testi uygulamıştır. Daha sonra MAG kullanarak ders öğretimi yapmış ve son olarak öğrencilere son test ve öğrenci görüş formları uygulamıştır. Elde edilen verilere göre ön test ve son test puanları arasında son test lehine anlamlı bir fark olduğu görülmüştür. Bu anlamlı farkın MAG'dan kaynaklı etkilerini belirlemek için öğrencilere görüşme formu uygulanmıştır. Öğrencilerin, MAG destekli öğretimin öğrenmeyi kolaylaştırdığı, öğrenmenin zevkli ve eğlenceli hale geldiği, MAG'ın ilgi ve dikkat çekici olduğu, kullanışlı ve faydalı olduğu, başka ders ve konular için kullanılabileceği gibi düşüncelere sahip oldukları görülmüştür. AG'nin, öğrencilerin başarı düzeylerini artırdığı ve kullanımının öğrenciler üzerinde olumlu etkilerinin olduğu görüldüğünden öğrencilerin matematiksel anlamalarına da etki edeceği ve uzamsal gelişimlerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.



Şekil 2.1.5.6. Etkinlik kitapçığından örnekler ve AG uygulaması ile tablette görülen resim içerikleri (Altıok 2020)

Yapılan araştırmaların sonuçları incelendiğinde, matematik ve geometri öğretiminde AG kullanımının öğrencilerin akademik başarılarını, derse yönelik tutumlarını ve uzamsal gelişimlerini olumlu etkilediği görülmüştür. Geometriye yönelik uluslararası yarışma sonuçları değerlendirildiğinde, Türkiye'nin başarı düzeyinin birçok ülkenin gerisinde kaldığı görülmektedir (Bütüner ve Güler 2017; Saraçoğlu ve Aşlıoğlu 2022). Bu yüzden AG'nin, Türkiye'de geometri öğretiminde kullanılmasının araştırılması; öğrenci başarısının artırılmasında, eğitime entegre edilecek sistemlerin işlevselliğinin ve kullanılabilirliğinin test edilmesinde önem teşkil etmektedir. Ayrıca AG'yi özellikle öğrencilerin zorlandığı derslerden biri olan geometriye entegre etmenin, öğrencilerin matematiksel anlamalarını

yapılandırmalarında etkili olacağı ve uzamsal gelişimlerini desteklemede olumlu sonuçlar üreteceği düşünülmektedir.

2.2. Uzamsal Düşünme

Galton (1883)'un psikoloji araştırmaları ile incelenmeye başlayan uzamsal yetenek, zamanla araştırmacılar tarafından daha ayrıntılı olarak ele alınmaya başlamıştır. Çeşitli faktörlerle (örneğin zekâ) ilişkisi incelenmiş, alt faktörlere ayrılmış ve farklı yetenek türleri arasındaki konumu irdelenerek bu yetenek türü için kullanılan testlerde başarıyı etkileyen değişkenler araştırılmıştır. Günümüze kadar araştırılan konular yinelenmiş ve uzamsal yeteneğe teknolojinin etkisi araştırılmıştır (aktaran: Dokumacı Sütçü 2021).

Uzamsal düşünme, nesne ve şekillerin üç boyutlu uzayda hareketleriyle ilgili düşünme becerisini ifade eden bir terimdir ve uzamsal yetenek bu becerilere sahip olma derecesini ifade eder (Topraklıkoğlu 2018). Uzamsal yetenek, nesne veya şekilleri zihinde görüntüleyebilme ve manipüle edebilme, nesne veya şekillerin boyutunu, konumunu, özelliklerini ve diğer cisimlerle ilişkisini anlamayı gerektirir (Turgut vd 2017). Clements (1998)'e göre uzamsal yetenek, bir nesnenin düzenlenmesi veya oluşturulması üzerine zihinsel bir işlemdir. Gardner (1987)'a göre boyutsal bir yetenektir. Linn ve Petersan (1985)'a göre ise bilgiyi muhafaza etme, hatırlama, üretme, dönüştürme gibi zihinsel bir süreçtir. Alan yazın incelendiğinde uzamsal yetenek, uzamsal his, uzamsal düşünme ve uzamsal beceri gibi kavramların birbirleri yerine kullanıldıkları görülmektedir (Turgut vd 2017; Kapıcıoğlu 2022; Taşci 2023). Tanımlardaki ve kullanımlardaki farklılık, uzamsal yeteneğin farklı alt bileşenlerinin olmasından kaynaklanmaktadır. Ancak yapılan çalışmalarda alt bileşenler konusunda da fikir ayrılıklarının olduğu görülmüştür (Kapıcıoğlu 2022).

2.2.1. Uzamsal yeteneğin bileşenleri

Micheal, Guilford, Fruchter ve Zimmerman (1957) uzamsal yeteneğin bileşenlerini uzamsal görselleştirme, uzamsal ilişki ve kinestetik olarak üç grupta toplamıştır. Uzamsal görselleştirme cismi zihinde manipüle etme, döndürme, konumunu ve boyutunu değiştirebilme, cismin farklı bir açıdan nasıl görüneceğini tahmin etme yeteneğidir (Kapıcıoğlu 2022). Uzamsal ilişki cisimlerin birbirleriyle

olan konumsal (altında, üstünde, sağında, solunda vb.) bağlantılarını anlamayı ve değerlendirmeyi ifade eder (Olkun ve Altun 2003). Kinestetik yetenek el-göz koordinasyonu gibi bedenle zihnin oluşturduğu etkileşimlerdir.

McGee (1979) alt bileşen olarak uzamsal görselleştirme ve uzamsal yönelimden bahsetmiştir. Uzamsal görselleştirme cismi zihinde hareket ettirebilme yeteneğiyle uzamsal yönelim bundan farklı olarak cismi zihinde görüntüleyebilme olarak adlandırılabilir. Birey cismin parçalarını zihninde hareket ettirebiliyorsa uzamsal görselleştirme, cismi farklı açılardan zihninde canlandırabiliyorsa uzamsal yönelim yeteneğine sahiptir.

Linn ve Petersen (1985) alt bileşenleri uzamsal görselleştirme, uzamsal kavrama ve zihinde döndürme olarak belirlemişlerdir. Uzamsal görselleştirmeyi cismin hareketini zihinsel olarak canlandırma yeteneğini, uzamsal kavrama cisimlerin uzay içerisindeki uzamsal ilişkilerini anlama yeteneğini, zihinde döndürme ise cisimleri zihinde döndürebilme yeteneğini ifade eder.

Maier (1996) alt bileşenleri uzamsal algı, uzamsal görselleştirme, uzamsal yönelim, uzamsal ilişkiler ve zihinde döndürme olarak beşe ayırmıştır. Tartre (1990) uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirme olarak ayırmıştır. Smith (1998) alt bileşenleri uzamsal yönelim ve zihinsel döngü olarak ifade etmiştir. Kurt (2002) üçe ayırarak uzamsal algılama, uzamsal biliş ve uzamsal yönelim olarak ifade etmiştir. Olkun ve Altun (2003) ise alt bileşenleri uzamsal görselleştirme ve uzamsal ilişkiler olarak ifade etmiştir. Bu alt bileşenlerden olan uzamsal görselleştirmenin genel olarak ortak kabul alan bileşenlerden olduğu görülmektedir (Kapıcıoğlu 2022).

2.2.2. Matematik eğitiminde uzamsal yetenekle ilgili çalışmalar

Olkun ve Altun (2003) ilköğretim kademesindeki 297 öğrencinin, bilgisayar deneyimleriyle geometri başarıları ve uzamsal düşünceleri arasındaki ilişkileri incelemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. 4 ve 5. sınıf düzeyinden oluşan öğrencilerin evde bilgisayarları olup olmadığı analiz edilerek geometri testi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda bilgisayar deneyimi olan öğrencilerin olmayanlara göre geometride daha başarılı oldukları ve uzamsal yeteneklerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Turğut ve Yılmaz (2012) çalışmalarında ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cinsiyetleri, okulöncesi eğitimleri ve matematik başarıları ile uzamsal yetenekleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Çalışmaya 9 farklı okuldan toplam 674 öğrenci katılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucu öğrencilerin uzamsal yetenek seviyelerinin düşük olduğu görülmüştür. Cinsiyete bağlı kesin bir sonuca ulaşılamamıştır. Öğrencilerin matematik başarılarıyla uzamsal yetenekleri arasında anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Ayrıca okulöncesi eğitimi alan öğrencilerin uzamsal yetenek testinde daha başarılı oldukları görülmüştür.

Geometrik ve mekanik altyapılı oyunların ortaokul öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine etkisini inceleyen Demirkaya ve Masal (2017), araştırmalarını altı yedi ve sekizinci sınıf öğrencileri olmak üzere toplam 81 öğrenci üzerinde gerçekleştirmişlerdir. Veriler zihinsel döndürme testi kullanarak toplanmıştır. Öğrencilere ön test uygulandıktan sonra uzamsal ve geometrik düşünme becerilerini içeren geometrik ve mekanik altyapılı çeşitli etkinlikler (tangram, origami, zar oyunu, şekil oluşturma, küp döndürme) yaptırılmıştır. Yapılan ön test ve son testlerin analizi sonucu geometrik ve mekanik altyapılı oyun ve etkinliklerin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Toptaş ve Karaca (2017) çalışmalarıyla dinamik geometri yazılımlarının (Cabri, Geogebra, Google SketchUp) uzamsal düşünmeyi olumlu etkilediğini, dinamik geometri yazılımıyla öğrenen öğrencilerin matematiğe ve geometriye olan tutumlarının olumlu yönde geliştiğini ortaya koymuşlardır. Buradan hareketle öğrencilerin soyut olan yapıları öğrenmesini kolaylaştırmak için teknoloji kullanımının olumlu etkilerinin olacağı sonucuna ulaşılabilir.

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini, uzamsal yeteneklerini ve geometriye yönelik tutumlarını inceleyen Uzun (2019), araştırmasını 429 kişi üzerinde gerçekleştirmiştir. Van Hiele Geometri Testi, Geometri Tutum Ölçeği ve Uzamsal Yetenek Testinden elde ettiği verilerde, matematik başarıları ve okulöncesi eğitim alma durumuyla geometrik düşünme düzeyleri ve uzamsal yetenek arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ayrıca öğrencilerin uzamsal yetenekleri ile geometrik düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu bulunmuştur.

Çakır, Adsay ve Akgül Uğur (2019) çalışmalarında, ters-yüz sınıf uygulamasının ve web 2.0 araçlarının ortaokul öğrencilerinin etkinlik tecrübesi, uzamsal düşünme ve bilgisayarca düşünme becerisine etkisini incelemişlerdir. Araştırmaya 64 tane 6. sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmacılar birinci deney grubuna ters yüz modeliyle, ikinci deney grubuna ise web 2.0 araçlarını kullanarak eğitim vermişlerdir. Kontrol grubu ise geleneksel yöntemler ile kodlama eğitimi almıştır. Araştırmada toplanan nicel ve nitel verilerin analizi sonucu ters yüz uygulamasının bilgisayarca düşünme becerisine anlamlı olmasa da olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Web 2.0 araçlarının uygulandığı grubun uzamsal ve bilgisayarca düşünme becerilerinde anlamlı olmasa da olumlu yönde artışların olduğu görülmüştür. Öğrencilerle yapılan görüşmeler sonucu materyal desteği almanın öğrencileri motive ettiği sonucuna ulaşılmıştır.

Yıldız (2019), tasarım temelli matematik uygulamalarının 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme becerilerine ve uzamsal yeteneklerine etkisini araştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmaya 75 öğrenci katılmıştır. Araştırmacı kendi geliştirdiği Matematik Öğrenme Yaklaşımları Ölçeğini, Uzamsal Yetenek Testini ve Türkçeye uyarladığı 3 Boyutlu Düşünme Testini kullanmıştır. Çalışmada tasarım temelli matematik uygulamaları kapsamında matematiksel modüller oluşturulmuş ve çeşitli etkinliklerin yer aldığı çalışma kağıtları kullanılmıştır. Araştırma sonucunda tasarım temelli matematik uygulamalarının öğrencilerin geometrik düşünmelerine ve uzamsal yeteneklerine olumlu etkilerinin olduğu görülmüştür.

Yenilmez ve Küçükay (2021) kırsal kesimde eğitim gören 191 tane 8. sınıf öğrencisiyle bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında öğrencilerin uzamsal yetenek, uzamsal zekâ ve uzamsal kaygıları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Uygulanan ölçeklerin (uzamsal kaygı ölçeği, mekânsal oryantasyon ölçeği, uzamsal zekâ ölçeği) analizi sonucu öğrencilerin uzamsal kaygı seviyelerinin düşük, uzamsal zekâlarının gelişmiş seviyede olduğu görülmüştür. Ayrıca araştırmacılar uzamsal kaygı düzeyi ile uzamsal zekâ arasında bir ilişki olduğunu ve kaygı düzeyi ne kadar azalırsa yetenek puanlarının o ölçüde artabileceğini ortaya koymuşlardır.

Sevgi, Harput ve Bayazıt (2021) çalışmalarında, ortaokul öğrencilerinin okul, sınıf ve cinsiyet bakımından uzamsal yeteneklerini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmaya 6 okuldan toplam 271 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere uzamsal ilişki, uzamsal yönelim ve uzamsal görselleştirmeyle ilgili sorular içeren uzamsal yetenek ölçeği (Harput 2019) uygulanmıştır. Sonuçlar incelendiğinde uzamsal yetenekle cinsiyet ve okul yönünden anlamlı bir ilişki olmadığı görülmüştür. Ancak matematik başarıları ve sosyo-ekonomik durumu diğer okullardan daha iyi olan öğrencilerin bulunduğu okulların uzamsal yeteneklerinin diğer okullardan daha iyi olduğu görülmüştür.

Matematik eğitiminde uzamsal yetenek, öğrencilerin geometrik nesneleri algılama, dönüştürme ve uzaydaki nesneler arasındaki ilişkileri anlama becerileriyle doğrudan ilişkilidir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde uzamsal yeteneğin öğrencilerin sınıf, cinsiyet, okulöncesi eğilimleri, matematik başarıları, geometrik düşünme düzeyleri, bilgisayarca düşünme becerileri ve dinamik geometri yazılımları gibi pek çok unsurla ilişkisinin ortaya konulduğu görülmektedir. Çalışmaların sonuçları, güçlü uzamsal yeteneğe sahip öğrencilerin özellikle geometri ve soyut düşünmeyi gerektiren alanlarda daha başarılı olduklarını göstermektedir. Ayrıca, uzamsal yetenek eğitimine yönelik müdahalelerin, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirerek akademik başarılarını artırdığı, uzamsal kaygılarını azalttığı ve uzamsal zekayı geliştirdiği gibi sonuçlara ulaşılmıştır. Bu nedenle, matematik eğitiminde uzamsal becerilerin desteklenmesi, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirmede ve matematiksel performanslarını yükseltmede önemli bir rol oynamaktadır.

2.3. Pirie-Kieren Matematiksel Anlamanın Gelişimi Modeli

2.3.1. Matematiksel anlama

Anlama, öğrenilen bilgiyi eski bilgilerle ilişkilendirme, tekrarlama, ihtiyaç durumunda geri çağırma ve bilgiyi kodlama becerisidir (Altunok 2019; Görgüt 2023). Genellikle eski bilgiyle yeni bilgiyi ilişkilendiren zihinsel bir süreç olarak adlandırılmaktadır (Calamlam *et al.* 2015). Matematiksel anlama ise 1950’li yıllara kadar işlemsel olarak ele alınmış ve anlamanın göstergesinin soruya doğru cevap verebilmek olduğu düşünülmüştür. Daha sonraki yıllarda anlama, Skemp (1976) modeliyle ilişkisel ve enstrümantal anlama olarak ayrılarak bir dönüşüm yaşamıştır.

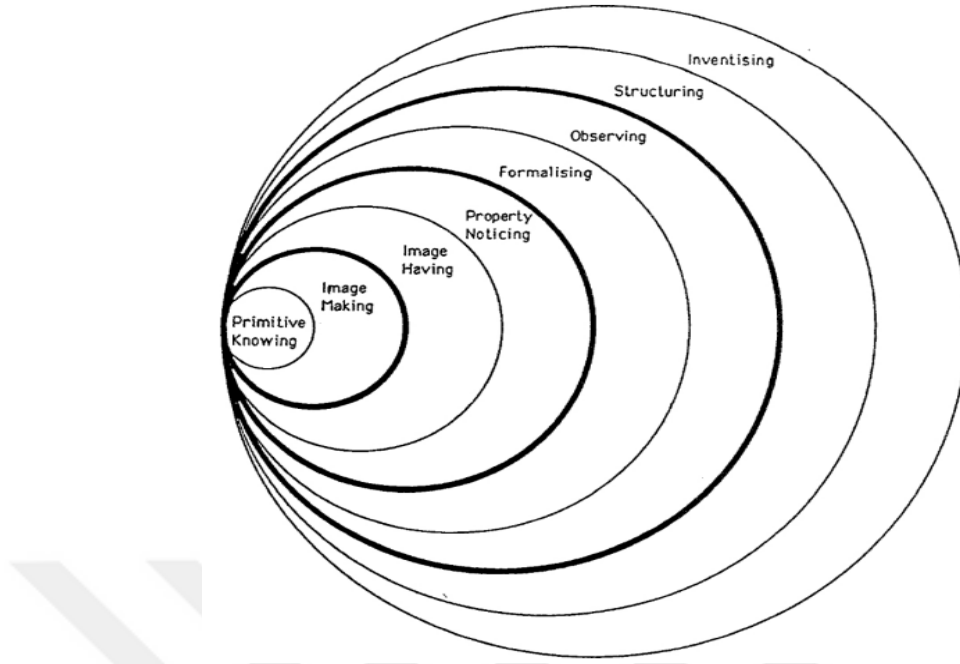
Enstrümantal anlama, bir problemi çözerken önceden öğrendiği formülü neden kullandığını bilmeden uygulama yeteneği olarak açıklanırken ilişkisel anlama, bu formülü uygulamanın yanında neden kullandığını da bilerek uygulama yeteneğidir (Gülkılık 2013; Görgüt 2023). Skemp'in modelinden sonra Hiebert ve Lefevre (1986) matematiksel anlamayı prosedürel ve kavramsal olarak iki kısımda incelemişlerdir. Kavramsal anlama, bir konunun derinlemesine anlaşılmasını, o konuyla ilgili temel prensip ve teorilerin kavranmasını ve ilişkilendirilmesini ifade eder. Prosedürel anlama ise bir problemi çözmek için temel prensip ve teorilerin bilinerek uygulamaya geçilmesi anlamına gelir. Kavramsal anlamadan farklı olarak uygulama becerisiyle ilgilidir ve işlemin nasıl yapılacağına odaklanır (Görgüt 2023). Skemp'in matematiksel anlamalarını genişleten Usiskin (2012) ise matematiksel anlamayı beş boyutta ele almıştır. Özellik-ispat boyutu, bir teoremin doğruluğunu kanıtlamak için gerekli adımların ve özelliklerin bilinmesini kapsamaktadır. Beceri- algoritma boyutu, bir problemi çözebilmek için gerekli olan yöntem ve stratejilerin çeşitliliğini, kullanılacak algoritmaların etkililiğini ve verimliliğini kapsamaktadır. Kullanım-uygulama boyutu, matematiksel bir kavramın disiplinler arası ve günlük hayatta nasıl kullanılabileceğini anlamayı kapsamaktadır. Tarih-kültür boyutu, matematiksel yapıların tarihsel gelişimini bilmeyi, bu yapıların farklı kültürlerde nasıl ele alındığını anlamayı kapsamaktadır. Temsil-metafor boyutu ise matematiksel yapıları fiziksel temsiller kullanarak ve somutlaştırarak ifade etmeyi kapsamaktadır (Görgüt 2023). Yani Usiskin için matematiksel bir kavramı anlamak o kavramı fiziksel temsillerle ilişkilendirmeyi, kavramlar arasında bağlantı kurabilmeyi, bu kavramla ilgili problemlerin çözümünde izlenmesi gereken yöntemleri bilmeyi ve bu yöntemleri uygulayabilmeyi, bu kavramın günlük yaşamla bağlantısını ve farklı disiplinlerle ilişkisini anlayabilmeyi ve bu kavramın matematiksel tarihi hakkında bilgi sahibi olmayı gerektirmektedir.

Matematiksel anlamayı kategorilere ayıran araştırmacıların yanında Tall (1992) ve Sierpinska (1994) gibi bazı araştırmacılar, anlamının alt kategorilere keskin çizgilerle ayrılamayacağını savunmuş ve latis diyagramını matematiksel anlamayı açıklamak için kullanmışlardır. Hiebert ve Carpenter (1992), Janvier (1987) gibi araştırmacılar anlamayı matematiksel olgular arasındaki ilişkilerin geliştirilerek zihinsel bir ağ oluşturulması olarak açıklamaktadırlar. Piaget (1950), Sinclair (1987) ve Mousley (2005) gibi araştırmacılar ise anlamayı, bireyin ön bilgilerini yeni

bilgilerle yapılandırarak zihnindeki ilişkileri geliştirme süreci olarak ele alır (Gülkılık 2013). Bunların yanında matematiksel anlamayla ilgili bazı teoriler de ortaya çıkmıştır. Dubinsky'nin (1991) APOS (eylem, süreç, nesne, şema) teorisi, Sierpinski'nin (1990) matematiksel öğrenme ve anlamının karmaşıklığını ve çeşitli engelleri vurguladığı bilişsel ve epistemolojik engeller teorisi, Sfard'ın (1991) matematiksel kavramların nasıl oluştuğunu ve öğrencilerin bu kavramları nasıl anladığını açıklamak için iki ana kavram (işlemsel ve yapısal) üzerinde yoğunlaşarak açıkladığı teorisi ve Pirie ve Kieren'in (1989) matematiksel anlamının gelişimini sekiz seviyede inceledikleri teorileridir (Gülkılık 2013).

2.3.2. Pirie-Kieren modeli

Teori ilk olarak 1989'da Susan Pirie ve Thomas Kieren tarafından ortaya atılmıştır. İlk açıklamayı yaptıkları tarihten bu yana temel model değişmemiştir ancak önceki çalışmaların geri bildirimlerine yanıt olarak bazı terimleri değiştirmişlerdir. Okuyucuların fikirleri doğru bir şekilde anlamasına yardımcı olmak için temel kategorilerinin etiketlerini bir bitişiklik ilişkisini takip ederek seçmişlerdir. Model matematiksel anlama sürecini ilkel bilgi (primitive knowing), görüntü oluşturma (image making), görüntüye sahip olma (image having), özellik fark etme (properly noticing), formelleştirme/soyutlama (formalising), gözlemlene (observing), yapılandırma (structuring), keşfetme (inventing) şeklinde sekiz düzeyde tanımlamaktadır (Pirie and Kieren 1994).



Şekil 2.3.2.1. Matematiksel anlamının gelişimi evreleri (Pirie and Kieren 1994)

Modelde matematiksel anlama bütün, dinamik, seviyeli ancak doğrusal olmayan bir büyüme süreci olarak ele alınmıştır. Seviyelerden her biri kişinin bir konuda erişebileceği potansiyel anlama faaliyetini temsil etmektedir.

“Bu seviyeler, kişinin göreve getirdiği mevcut bilgidir, bir imge oluşturma ve sahip olma sürecinden, özelliklerini fark etme ve bu imgenin formalizasyonuna kadar dışarı doğru uzanır. Formalizasyon üzerine düşünme, düşünce yapılarını gözlemlemeye ve bunları tutarlı bir şekilde yeniden düzenlemeye yönlendirir. Bir sonraki seviyedeki mantıksal argümanlar, konunun anlaşılmasını tamamlamak için gerekli aksiyomatik yapıyı sağlar ve bilen kişiyi belirli bir yapı içinde mental olarak bir şeyi değiştirme özgürlüğü bırakır ve böylece oluşturulan yeni matematik alanını keşfetmeye olanak tanır.” (Pirie and Kieren 1994).

Modelde her bir dış seviyedeki bilgi daha yüksek bir matematik seviyesini ifade etmez. Bu yargının tersi de geçerlidir: ileri düzey matematik konularının anlaşılabilmesi alt seviyelerdeki mevcut bilgilerle mümkündür. Diğer bir önemli nokta ise "don't need" (gerek yok) kavramının kullanılmasıdır. Bu kavram, matematiksel düşüncenin görsel imgelerle sınırlı olmayan, sembolik bir şekilde de

gerçekleşebileceği fikrini ifade eder. Ayrıca her bir seviyede tamamlayıcılık rolü üstlenen yapılar, belirli bir düşünsel sürecin veya faaliyetin, diğer bir seviyedeki benzer veya karşıt bir düşünsel süreçle birleştirilmesi gerekliliği anlamına gelir. Bu tamamlayıcılıklar, anlama sürecinin zenginleşmesine ve derinleşmesine katkıda bulunur ve anlamının gerektirdiği bütünlüğü ifade eder (Pirie and Kieren 1994).

Anlamanın gelişimine ait modelde önemli olan diğer bir kavram olan “fold back” (geri katlama), anlayışın daha derin ve karmaşık seviyelere ulaşması için geriye doğru dönme veya önceki aşamalara yönelme eğilimini ifade eder. Anlamanın gelişimi, daha önce geçilen aşamalara dönerek, oradan ileriye gitmeyi içerir. Anlama süreci, seviyeler arasında gidip gelerek, geriye doğru dönüp ileri gitmeyi içeren bir devamlılık sürecidir. Bu, anlayışın birbirine bağlı ve iç içe geçmiş bir şekilde geliştiğini gösterir. Geriye katlamalar belirli bir sıra veya düzene bağlı olmadan seviyeler arasında gidip gelerek sürekli izlenen bir yolla gerçekleşir. Her seviyede bir öncekine geri dönüş ve bu geri dönüşlerle yeni anlayışın oluşturulması, düz bir çizgide değil, karmaşık ve düzensiz bir yolda gerçekleşir (Pirie and Kieren 1994).

2.3.3. Matematiksel anlama sürecinin evreleri

2.3.3.1. İlkel bilgi (primitive knowing)

Pirie ve Kieren matematiksel anlamanın gelişim sürecini bu katmanla başlatmışlardır. Matematiksel anlamanın temelinde yer alan bu katman, belirli kavramları anlama yeteneğini geliştirmek için gereklidir ve matematiksel kavrayışın gelişiminde ilk adımı oluşturur. Seviye olarak düşük matematik seviyesi anlamını ifade etmez, aksine her kavramın ilkel bilgisinin (ön bilişsel bilgisi) oluşturulduğu bir temel noktadır (Argat 2012).

İlkel bilgi, öğrenenin geçmiş bilgilerini içerir ve her kavramın bir sonraki kavramın temel bilgisini oluşturduğu bir süreçtir. Çekirdek içeriği, kişinin geçmişteki öğrenmelerini ve edindiği bilgileri temsil eder ve farklı isimler altında ele alınabilir: "yerleşik bilgi", "sezgisel bilgi" veya "öncelikli veya informal bilgi". Öğrenme süreci boyunca edinilen herhangi bir matematiksel kavram, beceri veya genel bilgi, bu çekirdek içeriğin bir parçası haline gelir (Argat 2012).

Gözlemci, öğrenenin hangi ilk bilgilere sahip olacağını tam olarak bilemez, bu nedenle bu bilgilerin dikkatlice not alınması gereklidir (Argat 2012). İlkel bilgi düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında, öğrenci Teresa'ya kesir modelleri verilmiştir ve kesirlerde toplama işlemini anlaması süreci gözlemlenmiştir. Öğrencinin temel bir kesir bilgisine sahip olduğunu ve bu bilgiye dayanarak ilk anlamayı gerçekleştirdiğini gözlemlemişlerdir. Pirie-Kieren modeline göre Teresa "İlkel bilgi" katmanındadır (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

Şekil 2.3.3.1.1. İlkel bilginin öğrenenin geçmiş bilgilerini kapsaması diyagramı (Pirie and Thom 2006)

Anlamanın ikinci seviyesi görüntü oluşturmaktır. Görüntü oluşturma, resimlerle açıklamaktan öte zihinsel bir görselleştirmeyi ifade eder. Bu faaliyetin sonucunda, zihinsel bir nesne meydana gelir ve bu nesne, mevcut bilgilerle ilişkilidir. Görüntü oluşturma seviyesi, anlayışın gelişiminde önemli bir rol oynar. Bireyler, eksik anlamalarını geliştirmek ve hatalı anlamalarını düzeltmek amacıyla bu seviyeye sık sık geri dönerler. Bu seviye, ön bilgilerin tekrarlanması, yeniden tanımlanması, restorasyonu ve ön bilgilerle bağlantı kurulması ile yakından ilişkilidir (Durmaz 2022). Bireyden bu seviyede önceki bilgilerini farklılaştırarak bir sonraki anlama seviyesine aktarması beklenir (Argat 2012).

Görüntü oluşturma düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında, öğrenci Teresa'ya kesir modelleri verilmiş ve bu kesirlerle mümkün olduğunca fazla sayıda toplama işlemi yapması istenmiştir. Teresa işlemi yapabilmek için önceki kesir bilgilerini hatırlamaya ve mevcut bilgileriyle birleştirmeye çalışmıştır. Yaptığı eylemler kesirlerle toplamayla ilgili bir görüntü oluşturma çalışmasıdır (Argat 2012; Durmaz 2022).

2.3.3.3. Görüntüye sahip olma (image having)

Anlamanın üçüncü seviyesi görüntüye sahip olmadır. Bu aşamada öğrenen kişi, uzun süreli bir eyleme bağlı kalmaksızın zihinsel bir yapı oluşturabilir (Lyndon 2008). Bireyin, konuyla ilgili bir sonuca ulaşması için spesifik bir etkinlik yapmasına gerek yoktur ve problemi çözmek için fiziksel bir eyleme ihtiyaç duyup duymama kendi tercihine bağlıdır. Bu seviye ilk soyutlama evresidir. Ancak kişinin kendisi tarafından gerçekleştirilir (Pirie and Kieren 1994).

Görüntüye sahip olma düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında, öğrenci Teresa'nın kesirlerle toplama işlemini nesneler üzerinde işlem yapmadan yapabildiği görülmüştür. Kesirlerle toplama işleminin anlamını ifade etmiş, geliştirmiş ve açıkça ortaya koymuştur (Pirie and Kieren 1994). Öğretmenin yaptığı etkinliklerle, Teresa toplamayla ilgili kavramsal görüntüye sahip olmadığı halde yeni görüntüyü kesir modellerine ihtiyaç duymadan zihninde oluşturabilmiştir (Argat 2012).

2.3.3.4. Özelliği fark etme (property noticing)

Dördüncü anlama düzeyi özelliği fark etme olarak adlandırılır. Bu anlama düzeyinde kişi, probleme özgü özellikler oluşturmak için sahip olduğu görüntüleri manipüle edebilir ve birleştirebilir (Pirie and Kieren 1994). Bu düzeyde, öğrenenin matematiksel anlayışı daha da derinleşerek soyut düşünme yetenekleri gelişir. Birey sembollerle çalışabilir, matematiksel ifadeleri yorumlayabilir, zihninde incelediği görüntüyle ilgili özellikleri belirleyebilir ve genellemelere ulaşabilir (Argat 2012).

Özelliği fark etme düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında, öğrenci Teresa'nın kesir modellerini kullanarak kesirlerle toplama

işlemini yapması istenilmiştir. Teresa toplama işlemini yapabilmek için örneğin $2/5+3/2$ kesirlerini toplarken paydaların uygun bir sayıda eşitlenmesi gerektiğini düşünmüş ve denk kesirlerden yararlanmıştır. Toplama işlemi yaparken her bir kesri ayrı ayrı işleme tabi tutup sonra bunları birleştirerek birbirine eklemiştir. Bu durum Teresa'nın toplama işlemi görüntüsünden farklıdır: Teresa, görüntüsünün nasıl işlediğini fark etmiş ve bu yapıyı birleştirebilmiş, yapılandırabilmiş ve açıklayabilmiştir (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

2.3.3.5. Formelleştirme/Soyutlama (formalising)

Beşinci anlama düzeyi formelleştirme olarak adlandırılmaktadır. Bu düzeyde birey, geçmiş bilgilerini (görüntülerini) kullanarak yeni bilgiyi genelleleyebilir ve bu genellemelerinin gerekçelerini sunabilir. Birey, genellemeler hakkında bilinçli düşünceler gerçekleştirebilir. Bir kavramı belirli bir faaliyet veya şekil örneği olmaksızın biçimsel bir nesne olarak ele alabilir. Ayrıca, önceki görüntülerden yola çıkarak kullanılan yöntemleri soyutlayabilir ve matematiksel kavramları formel bir şekilde geliştirebilir. Bu düzey, bireylerin somut örneklerin ötesinde düşüncelerine ve anlayışlarını daha geniş bir bağlamda uygulamalarına olanak tanır (Pirie and Kieren 1994; Lyndon 2008; Argat 2012).

Formelleştirme düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında, öğrenci Teresa'nın $1/2+3/4+2/5+7/10$ işlemini yapması istenmiştir. Teresa paydaların 20'de eşitlenebileceğini bulmuştur. Soruya biçimsel bir şekilde yanıt vererek toplama işleminin sadece semboller ve sayılarla yapılabileceğini düşünmüştür. Ancak zihninde oluşturduğu görüntü, toplama işlemi için oluşturulan formel bir matematiksel yapıdır. Sonuç olarak Teresa, kesirlerde toplama işlemi ve benzer eylemler için formülleştirme ve genelleme yeteneğine sahiptir (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

2.3.3.6. Gözlem yapma (observing)

Altıncı anlama düzeyi gözlem yapma olarak ifade edilir. Öğrenen kişi, bu seviyede eylemlerini daha önce kullandığı içsel güdüler yerine gözlem yaparak gerçekleştirir. Birey matematiksel kavramları içselleştirmiş ve genellemiştir. Önceki bilgilerini birleştirmiş ve artık bu kavramları içgüdüsel olmayan bilinçli bir şekilde

gözlemleme yeteneğine sahiptir. Bu aşamada birey genellenen kavramlar hakkında açıklamalar yapabilir, öğrenilenleri yansıtabilir ve teoremlerin ilişkisini ifade edebilir. Ayrıca, matematiksel düşünce sürecindeki ayrıntılara dikkat edebilir ve kişisel düşünce sürecini organize ederek planlayabilir. Öğrenen kişi, matematiksel kavramların nasıl işlendiğini sorgular ve teorem veya algoritma gibi kavramları tanımlama yollarını araştırır. Pirie ve Kieren'in modelindeki bu aşama, öğrencinin matematiksel bilgiyi soyutlaması, genelleştirmesi ve daha geniş bir bağlamda uygulama yeteneğini içerir. Bu nedenle bu düzeydeki öğrenci, önceki öğrenilenleri içselleştirmiş ve bunları gözlem yaparak daha genel bir matematiksel düzeyde anlamış demektir (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

Gözlem yapma düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında öğrenci Teresa, verilen kesir modelleriyle (1 , $1/3$, $1/6$) deneme yaparak farklı bir kesri ($2/3$) elde etmenin mümkün olduğunu ifade etmiştir. Bu durum Teresa'nın içgüdüsel değil, gözlemleyerek işlemleri gerçekleştirdiğini göstermektedir. Teresa önceden genellediği görüntülerini ve içsel bilgileri sorgulayarak değiştirmiştir. Teresa, kesirleri birleştirirken formülleştirmeyi öğrenmiş ve ardından kesir sistemine yönelik sayı kombinasyonlarını birleştirerek tahmin etme ve formülleme yeteneğini geliştirmiştir (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

2.3.3.7.Yapılandırma (structuring)

Yedinci anlama düzeyi yapılandırma olarak adlandırılır. Bu düzeyde öğrenen kişi gözlemlerini artık bir teori olarak düşünmeye ve matematiksel çerçevede ifade etmeye başlamıştır. Birey, daha önceki bilgilerini kullanarak matematiksel bağlantılar kurar, yeni bilgilerle ilişkilendirir ve bu bağlamda bilginin anlamını genişleterek daha derin bir anlayışa ulaşır. Bu düzeyde öğrenen kişi, genellikle kendi öğrenmelerini yönlendirebilir ve kendi stratejilerini oluşturabilir. Öğrenilen matematiksel yapılar anlamlı bir bütün olarak görülmeye başlanır ve böylece karmaşık problem çözebilme yeteneğine katkı sağlanmış olur (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

Yapılandırma düzeyini bir örnekle inceleyelim: Pirie ve Kieren'in çalışmasında öğrenci Teresa, $5/6$, $4/3$ ve $5/3$ kesirlerini içeren bir tablo oluşturmuş ve bu kesirleri kullanarak $1/2$ 'yi tahmin etmeye çalışmıştır. Teresa, sadece kesir modellerine bağlı

kalmaksızın bölme işlemiyle ilgili düşünce sürecini gerçekleştirmiş ve bu süreçte algoritmik ve fiziksel aktivitelerden bağımsız bir şekilde yapılandırma yapmıştır. Bu örnek, Teresa'nın genel kavramları üretebilme yeteneğini göstererek yapılandırma aşamasına ulaştığını yansıtmaktadır (Pirie and Kieren 1994; Argat 2012).

2.3.3.8.Keşfetme (investigating)

Sekizinci anlama düzeyi keşfetme olarak ifade edilir. Birey bu seviyede daha önce oluşturduğu bilişsel yapılardan ayrı olarak yeni bir anlayış oluşturmaya başlayabilir. Bu anlayışı oluştururken ise önceki bilişsel deneyimlerinden yararlanır. Bu süreç sonunda, kişi önceki kavramsal yapıdan farklı bir zihinsel yapı inşa etse de bu inşa edilen yapı, mevcut yapı ile uyumlu bir şekilde entegre olacaktır (Pirie and Kieren 1989; Durmaz 2022).

2.3.4. Pirie-Kieren matematiksel anlamanın gelişimi modelinin özellikleri

Pirie-Kieren anlamanın gelişimi modeline göre sınırlara ihtiyaç duymama (don't need boundaries), geriye katlama (folding back), bilgiyi işleyip gerçekleştirme ve ifade etme (acting and expressing) öne çıkan özelliklerdendir.

2.3.4.1.Sınırlara ihtiyaç duymama (don't need boundaries)

Pirie-Kieren modelinde, bazı iç içe geçmiş halkalar kalın çizgilerle tasvir edilmiştir (Şekil 1.1.). Bu kalın çizgiler modeli dört alt bölüme ayırmıştır ve içten dışa doğru artan bir soyut anlamayı ifade eder (Borgen 2006). Bu kalın sınırların dışında, öğrenci artık önceki anlama yöntemlerine doğrudan bağlı olmadan yeni kavramlar üzerinde çalışabilir. Ancak bu önceki yöntemler, yeni anlama seviyesine entegre edilmiş durumdadır ve ihtiyaç duyulduğunda kolaylıkla kullanılabilir (Pirie and Kieren 1994).

İlk “ihtiyaç duyulmayan sınır” görüntü oluşturma ve görüntüye sahip olma arasındadır. Bir kişi matematiksel bir düşüncenin görüntüsüne sahip olduğunda görüntü oluşturma örneklerine ve oluşturmaya yönelik aktivitelere ihtiyacı kalmaz (Pirie and Kieren 1994; Sezgin 2019). Teresa örneğinde Teresa, kesirlerle toplama işlemi yaparken ilk olarak kesir şeritleri kullanırken daha sonra bu şeritleri

kullanmadan işlemleri yapmaya başlamış ve soyut ve genel bir zihinsel yapı oluşturmuştur (Pirie and Kieren 1994; Durmaz 2022).

İkinci “ihtiyaç duyulmayan sınır” özellikleri fark etme ve formelleştirme arasında yer almaktadır. Bir kişinin formel bir matematiksel düşünceye sahip olması durumunda, bir görsel temsile ihtiyacı yoktur. Terasa, denk kesir kombinasyonlarıyla payda eşitleme yöntemini özellikleri fark etme seviyesinde anlamıştır. Formelleştirme seviyesine ulaşıldığında, Terasa'nın artık denk kesir kombinasyonlarına ihtiyaç duymadan payda eşitleme algoritmasını formelleştirdiği görülmüştür (Pirie and Kieren 1994; Durmaz 2022).

Son “ihtiyaç duyulmayan sınır” gözlemlene ve yapılandırma arasında yer almaktadır. Matematiksel bir yapıya sahip olan kişi, iç düzeylerden herhangi biri tarafından kendisine sunulan matematiksel anlama ihtiyacı duymaz. Örneğin Teresa, bir kesrin gerçekte neyi temsil ettiğini bilmeksizin sıralı çiftlerin bölünmesi, toplanması gibi teoremleri kanıtlayabilir konuma gelecektir (Pirie and Kieren 1994).

2.3.4.2.Geriye katlama (folding back)

Anlamanın doğrusal olmayan bir süreci mevcuttur. Herhangi bir düzeyde çözilemeyen bir sorunla karşılaşıldığında kişinin anlayışının yetersiz olduğunu hissetmesi ve iç düzeylere geri dönmesi, geriye katlama olarak adlandırılır. Geri dönüşlerde yapılan eylemler, orijinal düzeydeki eylemlerle aynı değildir. Çünkü mevcut anlayış dış düzey/düzeylerdeki anlayışlar tarafından şekillendirilmiştir (Pirie and Kieren 1994).

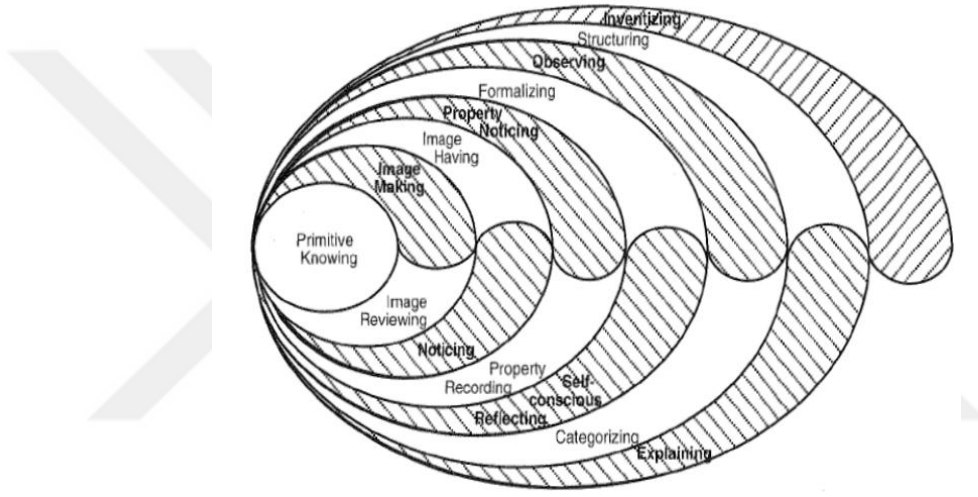
Geri katlama, gelinen dış düzeydeki anlayışa yön vermek ve sağlamlaştırmak için iç düzeydeki anlamayı detaylandırmayı ve yenilemeyi gerektirir (Lyndon 2008). Bu işlem kişiden kişiye farklılaşmakta ve anlamaların yapısına göre değişebilmektedir. Matematiksel anlamanın gelişimi için önemli bir kısımdır.

2.3.4.3.Bilgiyi işleyip gerçekleştirme ve ifade etme (acting and expressing)

İlkel bilmenin ilerisindeki her bir seviye bilgiyi işleyip gerçekleştirme (eylem) ve ifadenin tamamlayıcılığından oluşur. Anlayıştaki büyüme önce eyleme geçme sonra ifade etme yoluyla gerçekleşir. Ancak bu tamamlayıcı yönler arasında gidip gelme

sıklıkla meydana gelir. Herhangi bir seviyede eylem önceki tüm anlayışı kapsar, iç seviyelerle süreklilik sağlar ve ifade etmek o seviyeye farklı bir içerik kazandırır (Pirie and Kieren 1994). Anlamlı ifadeler olmadan yalnızca eylemleri gerçekleştirmek, öğrenmede bir sonraki aşamaya ulaşmak için yeterli değildir.

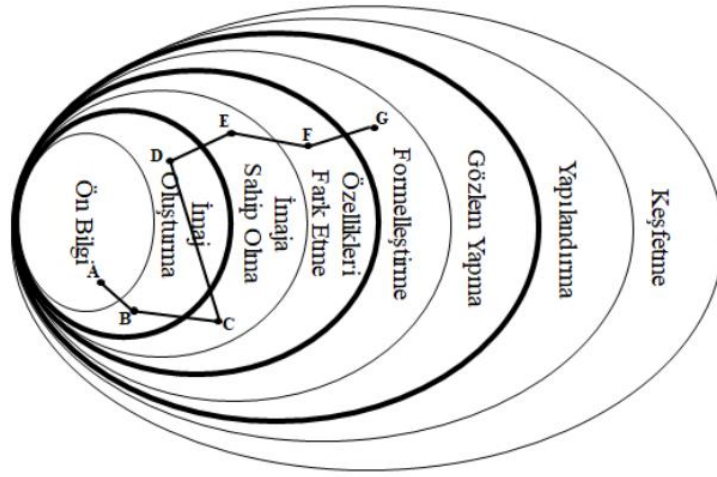
Yansıtma genellikle, önceki anlayışın nasıl oluşturulduğuna dair bir süreci içerir ve bu nedenle gerçekleştirme faaliyetinin bir parçasıdır. Öğrenen kişi, ifade etme yoluyla elde ettiği bilgiyi kendine ve başkalarına anlaşılır bir şekilde aktarır (Pirie and Kieren 1994).



Şekil 2.3.4.3.1. Seviyeler arasındaki tamamlayıcılık (Meel 2003)

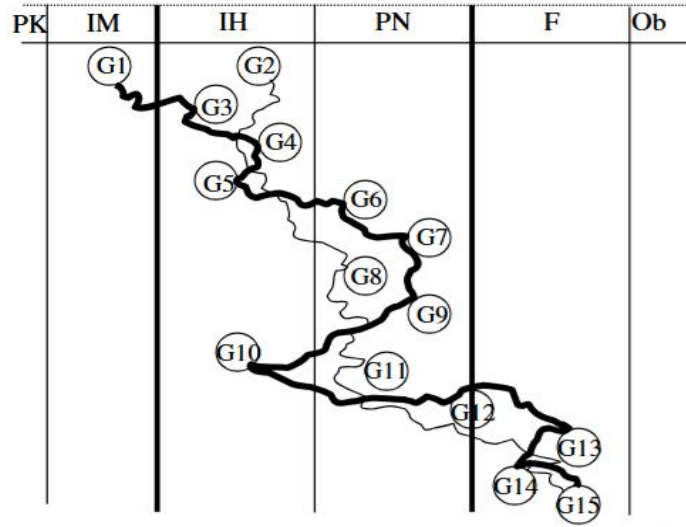
2.3.5. Pirie-Kieren modelinde haritalandırma yöntemi

Pirie-Kieren modelinde öğrenen kişinin zihnindeki yapılandırmanın ayrıntılı olarak takip edilmesi için iki boyutlu bir haritalandırma yöntemi kullanılmaktadır (Pirie and Kieren 1994). Haritalandırma yapılırken öğrencilerin zihnindeki düşüncelerin tamamen bilinmesi mümkün olmadığından gözlemlenen kadarıyla bir haritalandırma söz konusudur. Haritalandırma, öğrencilerden toplanan veriler ve birebir yapılan görüşmeler birleştirilerek yapılabilir. Öğrenen kişi ileri anlama düzeylerine geçtikçe ve geri katlama gerçekleştirdikçe her eyleminde iç içe geçmiş halka modelinde bir nokta işaretlenir ve bu noktalar birleştirilir.



Şekil 2.3.5.1. Haritalandırma örneği (Durmaz 2022)

Yukarıda verilen haritalandırma örneğinde Durmaz (2022), varsayımsal bir örnek tercih ederek bireyin matematiksel anlamasını zihin haritasında açıklamıştır. Öncelikle hayali birey A noktasından B noktasına gelmiştir. Yani ön bilgiler kullanılmış ve imaj oluşturma gerçekleştirilmiştir. Daha sonra birey bu imajlara ihtiyaç duymadan zihinsel yapısını kullanarak soyutlama yapmaya başlamış ve C noktasına yani imaja sahip olma düzeyine ulaşmıştır. Sonrasında bireyin mevcut imajları yetersiz kaldığından geri katlama yapılarak imaj oluşturma düzeyine (D noktası) dönmüştür. Burada birey imajlarını geliştirerek daha güçlü bir anlayışla tekrar imaja sahip olma düzeyine (E noktası) ulaşmıştır. Sonrasında imajların ortak ve farklı özelliklerini fark ederek özellikleri fark etme düzeyine (F noktası) ulaşmıştır. Bu düzeyde özellikler arasındaki farklar üzerine düşünerek, tanımlar ve yöntemler geliştirip formelleştirme düzeyine (G noktası) ulaşmıştır.



Şekil 2.3.5.2. İki öğrencinin anlayışındaki gelişimin haritalandırılmış gösterimi (Manu 2005)

Sitaniselao Stan Manu (2005), Tongan kökenli iki dilli (İngilizce ve Tongan dili) öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişimi ile dil değiştirme davranışları arasındaki ilişkiyi incelediği araştırmasında iki öğrencinin haritalandırmasını yapmıştır (Şekil 2.3.5.2.). Öğrencilerden birinin haritalandırması kalın, diğerinin ince çizgiyle gösterilmiştir. Manu, iki öğrencinin örüntü konusundaki matematiksel anlayışlarında meydana gelen gelişimi izlemiştir. Noktalardan her biri (G1, G2, G3 gibi) öğrencinin konuyla ilgili o düzeyde yaptığı her bir çalışmayı ve düşüncüyü ifade etmektedir. Eğer öğrenci çözemeyeceği bir zorlukla karşılaşarsa önceki düzeylere geri katlama yaparak mevcut bilgisini yeniden yapılandırır (G10).

2.3.6. Pirie-Kieren modeliyle ilgili yapılmış çalışmalar

Pirie-Kieren teorisi cebir ve denklemler, geometri ve dönüşümler, temel işlemler (kesirler), soyut kavramlar (türev, permütasyon, faktöriyel), öğretmen müdahaleleri ve geri katlamalar, çoklu temsiller ve somutlaştırma ve teknoloji (GeoGebra, AR, manipülatifler) gibi bağlamlarla birlikte çalışılmıştır.

Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle çarpma işlemini anlama düzeylerini, çoklu gösterim kullanımı ve Pirie ve Kieren'in anlama teorisi çerçevesinde incelemeyi amaçlayan Düzenli Gökalp (2012), iki öğrenciyle araştırmasını yapmıştır. Aktivite kağıtları, öğrenci günlükleri, öz değerlendirme formları, yarı yapılandırılmış mülakatlar ve gözlem yoluyla veriler toplanarak analiz yapılmış ve anlama haritaları

oluşturulmuştur. Çalışma sonucunda, öğrencilerin çoklu gösterim tercihleri ile kesirlerde çarpma kavramını anlama düzeyleri arasında ilişki olduğu ve soru tipinin öğrencilerin farklı gösterimleri tercih etmesinde etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca bazı kavramların (kesirlerde çarpmanın gerçek yaşamla ilişkisi, tam sayılarla çarpmanın kesirlere nasıl genellendiği) öğrencilerin kesirlerde çarpma işlemini anlama sürecini zorlaştırabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Argat (2012), 7. sınıf öğrencilerinin permütasyon ve faktöriyel kavramlarını anlamlandırma süreçlerini, akademik başarı düzeylerine göre ve Pirie-Kieren dinamik modeli temelinde incelemek ve karşılaştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmaya akademik başarı düzeyleri farklı olan 50 öğrenci katılmış ve bu öğrencilerden 4'ü detaylı inceleme için seçilmiştir. Veriler başarı testi (ön test), etkinlikler, yarı yapılandırılmış görüşmeler, katılımlı gözlem ve doküman analizi kullanılarak toplanmış, betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda, akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin kavramları daha kısa sürede ve daha derinlemesine anlamlandığı ve soyutlama katmanına kolayca ulaştıkları, başarısı düşük öğrencilerin ise kavramları anlamada daha fazla zorluk yaşadığı ve katmanlar arasındaki geçiş sürelerinin daha uzun olduğu görülmüştür. Tüm öğrencilerin anlama düzeylerinden en çok görüntü oluşturma katmanına geri katlama yaptığı ve en çok odaklanmış ve kasıtlı öğretmen müdahalelerine olumlu dönütler verdiği görülmüştür. İyi yapılandırılmış öğrenme ortamları ve öğretmen yönlendirmelerinin özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin kavramsal anlamalarını desteklemede kritik rol oynadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Gülkılık (2013), düzlem dönüşümleri (yansıma, dönme, öteleme, homoteti) ile ilgili 10. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlamalarını ve manipülatiflerin (fiziksel, sanal) bu anlamadaki rolünü belirlemek amacıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışma amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen dört öğrenciyle yürütülmüştür. Dersler, çoklu temsiller (sözel, grafiksel, cebirsel) ve sanal-fiziksel manipülatifler kullanılarak işlenmiştir. Veriler ön-test, son-test, kalıcılık testleri, görev temelli yarı yapılandırılmış görüşmeler, katılımcı gözlem notları kullanılarak toplanmış, temsil teorisi ve Pirie-Kieren modeli göz önünde bulundurularak analiz edilmiştir. Analiz sonucunda öğrencilerin, düzlem dönüşümlerini öğrenme sürecinde farklı matematiksel anlama

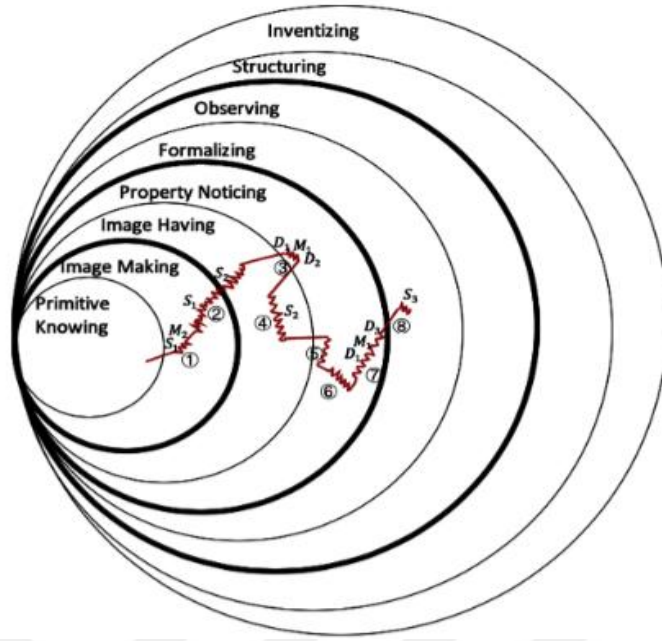
düzeylerinde bulundukları, geriye katlamalarının ve kullanılan müdahalelerin anlamalarını şekillendirmede etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma ve bunlar arasında geçiş yapma konusunda bireysel farklılıklar gösterdiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin temsiller arası bağlantı kurma hareketleri, anlamının derinleşmesinde önemli bir role sahip olduğu görülmüştür. Sanal ve fiziksel manipülatifler birbirini tamamlayarak kavramsal anlamayı desteklemekte, öğrencilerin farklı temsilleri anlamlandırmasına ve kullanmasına yardımcı olmaktadır. Çalışma, çoklu temsil sistemlerinin ve manipülatiflerin, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamasında etkili araçlar olduğunu ve öğretim sürecinde bunların bilinçli şekilde kullanılmasının anlamayı derinleştireceğini ortaya koymuştur.

Altunok (2019), ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlama düzeylerini belirlemek ve anlama düzeylerindeki değişikliklerin sınıf düzeyleri, matematik başarı puanı, cinsiyet, okul türü gibi değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla araştırma yapmıştır. Çalışmaya 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden toplam 373 kişi katılmıştır. Veriler araştırmacı tarafından oluşturulmuş sekiz açık uçlu sorudan oluşan Pirie ve Kieren Matematiksel Anlama Seviye Testi ile toplanmıştır. Veriler Pirie-Kieren modeline göre her soru eşit puanlı olarak değerlendirilerek analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucu öğrencilerin anlama düzeylerinin sınıf düzeylerine göre farklılaşmadığı, kız öğrencilerin anlama düzeylerinin erkek öğrencilerin anlama düzeylerine göre daha iyi düzeyde olduğu, öğrencilerin matematik başarı puanlarıyla anlama düzeyleri arasında lineer bir ilişki olduğu ve şehir merkezlerinde öğrenim gören öğrencilerin anlama düzeylerinin köylerde öğrenim gören öğrencilere göre daha iyi olduğu sonuçlarına ulaşılmıştır.

Sezgin (2019), çoklu temsillerle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisini incelemek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Araştırma, yedinci sınıf öğrenci düzeyinde olan 41 kişiyle yapılmıştır. Öğrencilere ön test uygulandıktan sonra beş hafta boyunca cebir kazanımlarına yönelik çoklu temsillerin yer aldığı bir öğretim planı geliştirilmiş ve uygulanmış ve son test yapılmıştır. Veriler cebirsel problem çözme süreç testi, cebir başarı testi, matematiksel anlama düzeyleri belirleme ölçeği ve cebirsel düşünme düzeyleri belirleme ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Araştırmanın nitel kısmı için 4

öğrenci seçilerek yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve matematiksel anlama düzeyleri belirlenmiştir. Verilerin analizi sonucu öğretimde çoklu temsil kullanmanın öğrencilerin cebir başarısını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile cebir başarıları arasında lineer bir ilişki olduğu ve başarısı yüksek olan öğrencinin anlama düzeyinin de yüksek olduğu belirlenmiştir. Çoklu temsillerden yararlanan öğrencilerin cebir başarılarının ve matematiksel anlama düzeylerinin yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Yao (2020), araştırmasında dinamik geometri ortamlarında öğrencilerin geometrik anlayışlarının nasıl geliştiğini incelemek istemiştir. Çalışma bir öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı bu süreci analiz edebilmek adına Pirie-Kieren matematiksel anlama modeli ve enstrümantal oluşum teorisi olmak üzere iki farklı kuramsal çerçeveyi birlikte kullanmıştır. Araştırmada bir öğrencinin, bir üçgenin içine kare çizme problemi üzerinde çalışırken yaşadığı öğrenme süreci ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiştir. Öğrenci problemi dinamik geometri yazılımı kullanarak çözmeye çalışmıştır. Veriler gözlem, video kayıtları, öğrenci açıklamaları ve ekran kayıtları kullanılarak toplanmıştır. Verilerin analizi sonucu öğrencinin dinamik geometri yazılımını sadece mekanik bir araç olarak değil düşünmesini yönlendiren bir öğrenme aracı olarak kullandığı görülmüştür. Bu durum enstrümantal bir oluşumu ortaya koymaktadır. Öğrencinin geometrik anlayışı Pirie-Kieren modeline göre incelendiğinde ilk beş düzeyde çalıştığı ve görüntüye sahip olma düzeyine geri katlama yaptığı görülmüştür (Şekil 2.3.6.1.). Araştırma, iki teorik yaklaşımın birlikte kullanılmasının, öğrencilerin dinamik geometri ortamlarındaki öğrenme süreçlerini daha derinlemesine anlamamıza yardımcı olduğunu göstermektedir.



Şekil 2.3.6.1. Öğrencinin üçgen içine kare yerleştirme konusundaki zihin haritası (Yao 2020)

Amir et al. (2020), çalışmalarında öğretmen adaylarının matematiksel anlayışlarını, mobil artırılmış gerçeklik (AG) tabanlı bir öğrenme sistemi ile geliştirmeyi amaçlamışlardır. Çalışma Endonezya’da öğrenim gören 36 öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Veriler odak grup görüşmeleri, anketler, sınıf gözlemleri ve katılımcıların çalışmaları toplanarak analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonucu AG tabanlı mobil öğrenme sisteminin öğretmen adaylarının matematiksel anlamalarını geliştirmede ve derinleştirmede etkili olduğu görülmüştür. AG’nin, soyut kavramları somutlaştırarak ve görselleştirerek daha anlamalı bir öğrenme sağladığı belirlenmiştir.

Durmaz (2022), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının alan ve çevre kavramları arasındaki türev ilişkisini anlama süreçlerini ve bu süreçte öğretmen müdahalelerinin rolünü Pirie-Kieren matematiksel anlama modeline göre incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmaya devlet üniversitesinde üçüncü sınıfta öğrenim gören altı öğretmen adayı katılmıştır. Katılımcılardan üçüyle pilot çalışma diğer üçüyle de asıl çalışma yürütülmüştür. Veriler klinik mülakatlar yoluyla toplanmıştır ve Pirie-Kieren modeli ve Martin’in eklediği müdahale-geri katlama şeması göz önünde bulundurularak analiz edilmiştir. Katılımcıların anlama düzeylerinin yedisinde faaliyet gösterdiği görülmüştür. En fazla görüntü oluşturma ve

özelliği fark etme düzeylerinde zaman harcadığı belirlenmiştir. Katılımcıların bu düzeylerde, eksik ya da hatalı kavrayışlarını gidererek alan ve çevre fonksiyonlarını çeşitli bağımsız değişkenler üzerinden oluşturdıkları görülmüştür. Çalışma, uygun öğrenme ortamları sunulduğunda öğretmen adaylarının çevre ve alan arasındaki türev ilişkisini kurabildiklerini ortaya koymuştur. Eksik veya hatalı anlayışların giderilmesinde geri katlamanın önemli bir rol oynadığı, bu sürecin başlatılmasında ise odaklanmış ve kasıtlı öğretmen müdahalelerinin önemli bir işlev gördüğü belirlenmiştir. Ayrıca zaman, müdahalenin kaynağı ve şekli, geri katlamanın türü ve çıktısı ile çalışılan anlama düzeylerini kapsayan bir haritalama yaklaşımı ortaya konulmuştur. Öğretmen farkındalığının anlamının gelişimi için kritik bir öneme sahip olduğu vurgulanmıştır. Bu çalışma, öğretmen adaylarının matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırma süreçlerinde öğretmen müdahalelerinin etkisini ve Pirie-Kieren modelinin uygulamadaki yansımalarını göstermesi açısından önemli bir katkı sağlamaktadır.

Akarsu ve Öçal (2022), çalışmalarında öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımını (GeoGebra) kullanarak geometrik yansımayı, hareket ve eşleme perspektifi açısından nasıl anladıklarını ve GeoGebra'nın bu anlamaları nasıl etkilediğini incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma dört öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler ses ve video kayıtları ile yazılımdaki işlemlerin ekran kaydı alınarak toplanmıştır. Sonrasında ses ve video kayıtları transkript edilerek analiz yapılmıştır. Öğretmen adaylarının genellikle yansıma dönüşümünü, hareket perspektifiyle sınırlı olarak algıladıkları görülmüştür. Dönüşüm sadece verilen şekil üzerinde uygulanmış ve düzlemdeki diğer noktalar göz ardı edilmiştir. Katılımcıların, eşleme perspektifine ulaşmakta zorlandıkları ve GeoGebra araçlarının (örnek: doğruya göre yansıt komutu) bu anlayışı geliştirmede yetersiz kaldığı görülmüştür. Araştırma, dinamik geometri yazılımlarının öğretmen adaylarının geometrik yansımayı daha derinlemesine anlamaları için dikkatli ve bilinçli bir şekilde kullanılmasının önemini vurgulamaktadır.

Chuene, Maboŧja ve Maoto (2023), çalışmalarında öğrencilerin geometri anlayışlarını derinleştirmelerinde, konuşma türlerinin geri katlama süreçlerine etkisini incelemişlerdir. Çalışmaya 10. sınıf düzeyinde 54 öğrenci katılmıştır. Öğretim

sürecinde (dört hafta) öğrencilerin çalışmaları video ile kayıt altına alınmıştır. Sonrasında öğrenci konuşmaları transkript edilerek Kim'in anlatı düzleştirme tekniği ve Polkinghorne'un anlatı analizi yöntemiyle incelenmiştir. Verilerin analizinde Pirie-Kieren'in geri katlama kavramı ve Wegerif ile Mercer'in diyolojik konuşma çerçevesinden yararlanılmıştır. Analiz sonucu öğrencilerin keşfedici konuşma şeklindeki etkileşimlerinin, geri katlama yapmaya teşvik edici nitelikte olduğu görülmüştür. Öğrenme ortamlarına keşfedici konuşmanın dahil edilmesinin, geri katlamayı destekleyerek öğrenmeye katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışma geometri anlayışını geliştirmede, keşfedici konuşmanın geri katlamadaki kritik rolüne dikkat çekmektedir.

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının rasyonel sayılar kavramına yönelik matematiksel anlamalarını Pirie-Kieren modeline göre inceleyen Şengül ve Kırıl Demir (2024), araştırmalarını 3 öğretmen adayı ile yapmışlardır. Öğretmen adaylarına açık uçlu dört sorudan oluşan rasyonel sayılar testi verilmiştir. Sonrasında öğretmen adaylarıyla görüşmeler yapılarak modele göre analiz yapılmıştır. Öğretmen adaylarının zihin haritaları oluşturulmuştur. Rasyonel sayılar konusundaki anlayışlarının farklı seviyelerde olduğu ve bazı adayların soyutlama düzeyine ulaşmakta zorlandığı görülmüştür. Genellikle görüntü oluşturma düzeyinde oldukları ve görüntüye sahip olma, özelliği fark etme, soyutlama düzeyleri arasında ileri geri katlamalar yaptıkları görülmüştür. Bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel kavramları derinlemesine anlamaları için öğretim programlarının ve öğretim yöntemlerinin gözden geçirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Rexhepi ve Makasevska (2024), çalışmalarında Pirie-Kieren modeline göre üçüncü sınıf öğrencilerinin kesir kavramını anlamalarını incelemişlerdir. Çalışmaya Kosova'nın farklı bölgelerinde bulunan üç ilkokuldan, 80'i deney grubunda 68'i kontrol grubunda olmak üzere toplam 148 öğrenci katılmıştır. Deney grubundaki öğretmen ve öğrenciler için Pirie-Kieren modeline dayalı ders planları ve çalışma yaprakları hazırlanmıştır. Her iki gruba da öğretim aşaması ve sonrasında ön test-son test uygulanmıştır. Verilerin analizi sonucu, deney grubunun kesir başarı puanlarında anlamlı düzeyde artışlar olduğu görülmüştür. Bu bulgular, Pirie-Kieren modeline göre yapılan öğretimin, geleneksel öğretim yöntemlerine göre öğrencilerin kesir kavramını

daha derin ve kalıcı şekilde öğrenmelerini sağladığını göstermektedir. Ayrıca araştırma, eğitim programlarında ve öğretim materyallerinde bu tür yapılandırılmış yaklaşımların benimsenmesinin önemini vurgulamaktadır.

Pirie-Kieren modeliyle ilgili yapılan çalışmalar, öğrencilerin matematiksel anlayışlarının geriye dönük etkileşimlerin yaşandığı çok katmanlı bir süreçte geliştiğini ortaya koymuştur. Bu model, özellikle kavramsal öğrenmenin yalnızca doğrusal bir ilerleme değil, öğrencinin önceki düşünme düzeylerine dönerek bilgiyi yeniden yapılandığı dinamik bir süreç olduğunu vurgulamaktadır. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin soyut matematiksel kavramlara ulaşmadan önce somut deneyimler, zihinsel temsiller ve farkındalıklar geliştirdiklerini göstermiştir. Model temelli müdahaleler, çoklu temsil kullanımı ve dinamik geometri ortamları gibi öğrenme tasarımlarının kesirler ve geometrik dönüşümler gibi konularda öğrencilerin kavramsal gelişimini güçlendirdiği görülmüştür. Ayrıca modelin, öğrencilerin düşünme yollarını analiz etmede ve öğretim sürecini bireysel ihtiyaçlara göre yapılandırmada öğretmenlere önemli bir çerçeve sunduğu belirlenmiştir. Bu nedenle Pirie-Kieren modeli, matematiksel öğrenmenin doğasını anlamada ve etkili öğretim stratejileri geliştirmede güçlü bir araç olarak değerlendirilmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, örneklem, veri toplama araçları, verilerin analizi konularından bahsedilecektir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışmada AG destekli geometri öğretiminde öğrencilerin matematiksel anlamaları Pirie-Kieren modeline göre hangi düzeylerde sorusuna cevap aramak için nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, belirli bir olayın, sürecin, bireyler grubunun ya da sosyal sistemin kendi bağlamı içinde ayrıntılı olarak incelendiği nitel bir araştırma yöntemidir (Büyüköztürk vd 2022). Bu yöntem, genellikle bir organizasyon içindeki bir olayı, bir süreci veya bir kararı anlamak, açıklamak ve çözümlemek amacıyla kullanılır. Çalışmada artırılmış

gerçeklikle ilgili uygulamaların öğrencilerin Pirie-Kieren anlama düzeylerine etkisi inceleneceğinden durum çalışması yapmak uygun bulunmuştur.

AG destekli geometri öğretiminin öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin gelişimine etkisi var mıdır sorusuna cevap aramak için nicel araştırma yöntemlerinden zayıf deneysel desen tek grup ön test-son test deneysel desen kullanılmıştır. Bu desende veriler, tek bir grup üzerinde, aynı testin uygulamadan önce ön test ve uygulamadan sonra son test olarak kullanılmasıyla elde edilir (Büyüköztürk vd 2022). Desende ön test ve son test arasındaki farka bakılarak anlamlı bir değişikliğin olup olmadığı test edilir.

“Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile uzamsal yetenekleri arasında korelasyonel bir ilişki var mıdır?” sorusuna cevap aramak için nicel araştırma yöntemlerinden korelasyonel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Korelasyonel araştırma, değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve bu ilişkinin hangi düzeyde olduğunun saptanmasında kullanılan bir araştırma yöntemidir. Değişkenler arasındaki ilişki -1 ile +1 arasında değer alan bir katsayı ile ifade edilir. Katsayı negatifse değişkenlerden birinde artış diğesinde ise azalış olduğu, pozitifse değişkenlerin ikisinde de artış olduğu anlamına gelir. Eğer katsayı -1 ve +1 ise değişkenler arasında güçlü bir ilişki vardır. Katsayı 0 ise değişkenler arasında ilişki olmadığı anlamına gelir. Korelasyon katsayısı 0.30’dan az ise değişkenler arasındaki ilişki zayıf, 0.30-0.70 aralığında ise ilişki orta düzeyde, 0.70’den büyük ise değişkenler arasındaki ilişki yüksek düzeydedir (Büyüköztürk vd 2022). Bu tür araştırmalar nedenselliği ifade etmez. Yani bir değişkenin artışının veya azalışının nedeni diğere değişken değildir.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu 2024-2025 eğitim öğretim yılı Ağrı ilinde yer alan bir devlet okulunda amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş 20 ortaokul (6.sınıf) öğrencisinden oluşmaktadır.

Amaçlı örnekleme yöntemi, belli birtakım özellikleri esas alan durumlarla çalışılmak istenildiğinde kullanılan örnekleme yöntemidir. Burada çalışma grubu yapılan çalışmanın amacına yönelik olarak seçilir (Büyüköztürk vd 2022). Bu

çalışmada, amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Tablo 3.2.1. Çalışma grubu özellikleri

Sınıf Düzeyi	Cinsiyet	f	%
6. sınıf	Kız	9	45
	Erkek	11	55

3.3. Veri Toplama Araçları

Verilerin toplanması amacıyla “Matematiksel Anlama Testi” ve “Uzamsal Yetenek Testi” kullanılmıştır. Matematiksel anlamaları anlamlandırabilmek için öğrencilerle görüşme yapılmıştır.

Öğretim aşamasında artırılmış gerçeklik kullanılarak hazırlanmış olan etkinlik kağıtları kullanılmıştır.

3.3.1. Matematiksel anlama testi

Matematiksel anlamaya ilişkin verilerin toplanması için araştırmacı tarafından Pirie-Kieren modeline uygun açık uçlu 8 sorudan oluşan “Matematiksel Anlama Testi” (EK 1) hazırlanmıştır. Test 6. sınıf matematik öğretim programında yer alan hacim konusuna uygun olarak ve her bir soru Pirie–Kieren modelinde bir düzeye karşılık gelecek şekilde hazırlanmıştır.

Matematiksel anlama testi, bu alanda yapılan araştırmalardan yararlanılarak 6. sınıf “hacim” konusuna uygun şekilde hazırlanmıştır. Alanında doktora derecesine sahip iki uzmanın görüşleri alınmıştır. Daha sonra testin 7. sorusunda, matematiksel anlama ile uzamsal yetenek arasında ilişki kurabilmek amacıyla görsel bir değişiklik yapılarak tekrar uzman görüşüne sunulmuştur. Uzmanlar 7. soru için iki farklı cevabın oluştuğunu ve iki cevabın da doğru olarak kabul edilmesi gerektiğini söyleyerek görüş birliğine varmışlardır. Testin dil açısından uygunluğunu kontrol etmek için ise dil uzmanına başvurulmuş ve dil açısından uygun bulunmuştur. Daha sonra testin pilot çalışması 6. sınıf düzeyindeki 20 öğrenci ile yapılmıştır. Testin anlaşılabilir ve öğrenci düzeyine uygun olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

3.3.2. Uzamsal yetenek testi

Lappan, Phillips ve Winter (1984) tarafından geliştirilen ve Turğut (2007) tarafından Türkçeye uyarlanan “Uzamsal Yetenek Testi” (EK 2) kullanılmıştır.

Lappan, Phillips ve Winter (1984)’ın hazırladığı test 32 sorudan oluşmaktadır. İlköğretimin 2. kademesi için hazırlanan test bazı araştırmacılar tarafından seviyesi yüksek bulunduğu ve yetişkin gruplara uygulanmıştır. Turğut bu durumu göz önünde bulundurarak uzman görüşü doğrultusunda bazı maddeleri testten çıkarmış, bazılarını sadeleştirmiş ve bazılarını da yeniden oluşturmuştur. Orijinal test 10 farklı türde 32 sorudan oluşurken oluşturulan yeni test, 6 farklı türde 31 sorudan oluşmuştur. Testin pilot çalışması yapılmıştır. ITEMANN programı kullanılarak testin güvenirlik katsayısı 0,814 bulunmuştur. Yapılan değişiklikler sonrası testin isminin değişmesine karar verilerek teste “MGMP Uzamsal Yetenek Testi” ismi verilmiştir (Turğut 2007). Bu çalışmada uzamsal yetenek testinin 29 sorusu kullanılmıştır. Her doğru cevap için 1 puan verilmiştir. Alınabilecek en yüksek puan 29, en düşük puan 0’dır.

3.3.3. Görüşme (Mülakat)

Görüşme araştırmada, araştırılan konu hakkında derinlemesine bilgi toplamak amacıyla en az iki kişiyle yüz yüze veya çevrim içi gerçekleştirilen iletişim sürecidir. Elde edilen verilerin doğruluğunun kontrolünün sağlanmasında ve karmaşık durumların açığa çıkarılmasında kullanılır (Büyüköztürk vd 2022). Bu araştırmada “Matematiksel Anlama Testi” uygulandıktan sonra öğrencilerin her bir soru için modelde hangi düzeylerde olduklarını belirlemek amacıyla görüşmeler yapılmıştır. Her bir öğrenci bireysel olarak görüşmeye alınmış ve matematiksel anlama testini tekrar çözmeleri istenmiştir. Ayrıca görüşme daha sonra transkript yapılmak üzere video kaydına alınmıştır. Bütün öğrencilerle görüşme yapıldıktan sonra transkript yapılmış ve öğrencilerin anlama testine verdikleri cevaplarla birleştirilerek öğrencilerin zihin haritaları oluşturulmuştur.

3.4. Öğretim Aşaması

Öğretim aşamasından önce araştırmacı GeoGebra’nın artırılmış gerçeklik kısmıyla ilgili 2 saatlik online bir eğitim almıştır. Öğrencilerin derste kullanacakları dinamik geometri uygulaması olan “GeoGebra” hakkında öğrencilere 2 ders saati bilgi

vermiş, mobil uygulaması olan GeoGebra 3D Hesap Makinesi'nin tanıtımını yapmıştır.

Öğretime başlanılmadan önce öğrencilere uzamsal yetenekle ilgili ön test uygulanmıştır. Öğretim aşaması öğretim programına uygun olacak şekilde 13 ders saati olarak yapılmıştır. Öğrenciler, uygulamayı kullanabilmek için gerekli olan mobil cihazların azlığı nedeniyle gruplara ayrılmıştır. Her grup 4 kişiden oluşacak şekilde öğrenciler 5 gruba ayrılmıştır. Daha sonra AG etkinlik kağıtları öğrencilere dağıtılarak öğretime başlanmıştır. AG etkinlik kağıtları toplamda 9 etkinlikten oluşmaktadır. Etkinlik kağıdında konuyla ilgili ilk kazanıma uygun 2, ikinci kazanıma uygun 4, dördüncü kazanıma uygun 3 etkinlik yer almaktadır (EK 3). Öğrencilerin yaparak yaşayarak öğrenmesi amaçlandığından etkinlik sorularını AG kullanarak çözmeleri sağlanmıştır. Her bir sorunun alt köşesinde QR kod bulunmaktadır. Öğrenciler soruları çözmek için QR kodları okutarak mobil uygulamada açılan GeoGebra etkinliklerine ulaşmışlardır (EK 4, EK 5).

Öğretim yapıldıktan sonra öğrencilere uzamsal yetenekle ilgili son test ve Matematiksel Anlama Testi uygulanmıştır. Daha sonra öğrencilerle görüşmeler yapılarak matematiksel anlamaları haritalandırılmıştır.

3.4.1. Artırılmış gerçeklik (AG) etkinlik kağıtları

AG etkinlik kağıtları toplamda 9 etkinlikten oluşmaktadır. Etkinlik kağıdında konuyla ilgili ilk kazanıma (M.6.3.4.1.) uygun 2, ikinci kazanıma (M.6.3.4.2.) uygun 4, dördüncü kazanıma (M.6.3.4.4.) uygun 3 etkinlik yer almaktadır (EK 3). Sorular hazırlanırken Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından öğrencilere dağıtılan ders kitabından yararlanılmıştır. Bazı kazanımlar için sorular ve görseller bire bir kitaptan alınmıştır (EK 3). Bazıları ise araştırmacı tarafından çizilerek oluşturulmuştur. Her bir soru için “GeoGebra” isimli dinamik geometri uygulaması kullanılarak çizim yapılmıştır. Daha sonra bu çizimlerin QR kodları oluşturularak etkinlik kağıdına eklenmiştir. Etkinlikler uzman görüşü alınarak hazırlanmıştır.

Tablo 3.4.1.1. Kazanımların etkinlik sayıları

Kazanım	Etkinlik Sayısı
M.6.3.4.1. Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birim küpleri sayarak hesaplar (MEB 2018).	2
M.6.3.4.2. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar (MEB 2018).	4
M.6.3.4.4. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer (MEB 2018).	3

3.5. Verilerin Toplanması

Öğrencilere öğretim aşamasından önce araştırmacı tarafından ön test olarak uzamsal yetenek testi uygulanmıştır. Takip eden süreçte araştırmacı, artırılmış gerçeklikle ilgili etkinlikleri sınıfta uygulayarak öğretim aşamasını gerçekleştirmeye başlamıştır. Bütün AG etkinlikleri toplam 13 ders saati olacak şekilde uygulanmıştır. Öğretim aşamasından sonraki ilk derste öğrencilere uzamsal yeteneğin son testi ve matematiksel anlama testi uygulanmıştır. Uygulamayı takip eden iki gün içerisinde öğrencilerle matematiksel anlama testiyle ilgili görüşmeler yapılmıştır. Her bir öğrenciyle yapılan görüşmeler 35-40 dakika arası sürmüştür.

3.6. Verilerin Analizi

3.6.1. Uzamsal yetenek testinin analizi

Uzamsal yetenek testi çoktan seçmeli 29 sorudan oluşmaktadır. Her sorunun doğru cevabı bir puan olacak şekilde testler analiz edilmiştir. Testten alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan 29'dur.

3.6.2. Matematiksel anlama testinin analizi

Matematiksel anlama testi açık uçlu 8 sorudan oluşmaktadır. Test, Pirie-Kieren modeline göre çözümlenmiştir. Modeldeki her bir düzey ve düzeylerin özellikleri göz önüne alınmış, anlama testi yapılan görüşmeler ile birleştirilerek öğrencilerin zihin

haritaları çizilmiştir. Haritaların çizimi esnasında uzman görüşüne başvurulmuştur. Öğrenci isimleri Ö1, Ö2, Ö3 şeklinde kodlanarak verilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel anlamaları analiz edilirken Pirie-Kieren modeline göre hazırlanmış aşağıdaki tablo referans alınmıştır. Tablo hazırlanırken literatür incelenerek (Argat 2012; Düzenli Gökalp 2012; Sezgin 2019; Şengül ve Kırıl Demir 2024) gözlenebilir öğrenci davranışları ve kriterler belirlenmiştir.

Tablo 3.6.2.1. Anlama düzeyleriyle ilgili referans alınan kriterler

Anlama Seviyesi	Kriterler	Gözlenebilir Öğrenci Davranışları	İlgili Kazanım(lar)
İlkel Bilgi	Temel kavram bilgisi	-Hacim kavramının tanımını yapabilir. -Hacim kavramını açıklayabilir. -Ezbere dayalı hacim formülünü ifade edebilir.	M.6.3.4.1
Görüntü Oluşturma	Somut modelleme yapma	- Hacimle ilgili somut ve gerçek nesnelerden örnekler verebilir.	M.6.3.4.1 M.6.3.4.2
Görüntüye Sahip Olma	Kavrama dayalı tanımlama yapma	-Verilen bir küpün hacmini içine birim küpler doldurarak bulabilir. - “Bu cismin hacmi içine sığan birim küp sayısıdır” şeklinde açıklama yapabilir.	M.6.3.4.1 M.6.3.4.2
Özelliği Fark Etme	Özellikleri ayırt edip ilişkiler kurma	- Katman sayısı (yükseklik) ve taban alanı arasındaki ilişkiyi ifade eder. - “Burası $8 \times 8 = 64$ küp, 2 kat olursa 128 küp olur. 8 kat olursa 512 olur.” diyebilir.	M.6.3.4.2
Formelleştirme	Kural ve formül oluşturma	- Hacmi $V = a \times a \times a = a^3$ veya $\text{Hacim} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$ olarak ifade edebilir.	M.6.3.4.2 M.6.3.4.4
Gözlem Yapma	Genelleme ve örüntüleri fark etme	- Küpün hacmini bulmak için elde ettiği formülü dikdörtgenler prizmasının hacmini bulmaya uyarlayabilir. (Hacim=Taban Alanı*Yükseklik) -Hacim formülünü kullanarak dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayabilir.	M.6.3.4.2 M.6.3.4.4

Tablo 3.6.2.1. Devamı

Yapılandırma	Kavramları soyut düzeyde organize etme	-Dikdörtgen prizmalardan ve/veya küplerden oluşan tam bir küp veya prizma olmayan cisimlerin hacmini bulduğu formülünden yararlanarak hesaplayabilir. - Hacim formülünü farklı geometrik bağlamlarda uygulayabilir.	M.6.3.4.4
Keşfetme	Yaratıcı çözüm ve yeni problem üretme	-Hacim kavramıyla ilgili yaratıcı özgün problem kurarak çözebilir. Örneğin; Dikdörtgen prizmalardan ve/veya küplerden oluşan fakat tam bir küp veya prizma olmayan cisimler oluşturup hacmini hesaplayabilir.	M.6.3.4.4

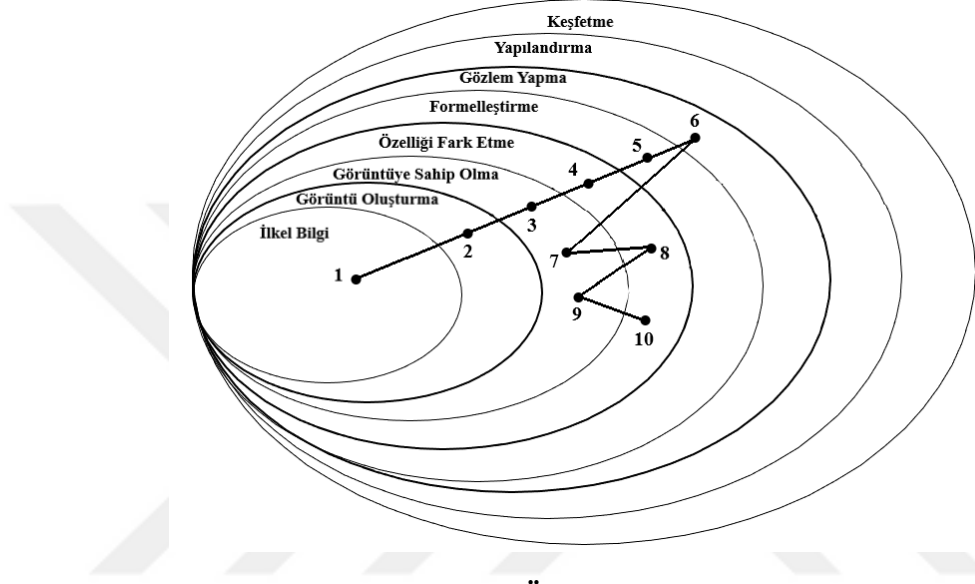
MEB matematik öğretim programındaki kazanımlardan aşağıda verilen kazanımlara göre çalışma yapılmıştır.

- M.6.3.4.1. Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birim küpleri sayarak hesaplar (MEB 2018).
- M.6.3.4.2. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar (MEB 2018).
- M.6.3.4.4. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer (MEB 2018).

3.6.3. Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile uzamsal yetenekleri arasındaki ilişkiye dair verilerin analizi

Araştırmanın üçüncü sorusu olan “Öğrencilerin matematiksel anlama düzeyleri ile uzamsal yetenekleri arasında korelasyonel bir ilişki var mıdır?” sorusuna cevap aramak adına, öğrencilerin zihin haritaları çizildikten sonra bulundukları düzeyler puanlanmıştır. Puanlama ilkel bilgi düzeyi 1 puan, görüntü oluşturma düzeyi 2 puan, görüntüye sahip olma düzeyi 3 puan, özelliği fark etme düzeyi 4 puan, formelleştirme

düzeyi 5 puan, gözlem yapma düzeyi 6 puan, yapılandırma düzeyi 7 puan, keşfetme düzeyi 8 puan olacak şekilde yapılmıştır. Öğrencinin bulunduğu her düzeyin puanları toplanmıştır. Öğrenci bir düzeyde birden fazla çalışma gerçekleştirdiyse o düzeyin puanıyla düzeyde yaptığı çalışma sayısı çarpılmış ve toplam puan elde edilmiştir. Uzamsal yetenek ile matematiksel anlama arasındaki ilişkinin analizi için Pearson korelasyon testi kullanılmıştır.



Şekil 3.6.3.1. Ö10'a ait zihin haritası

Yukarıda örnek olarak Ö10' a ait zihin haritası verilmiştir. Zihin haritasının puanlaması “ $1+2+3 \times 3+4 \times 3+5+6=35$ ” şeklinde yapılmıştır.

3.7. Güvenirlik ve Geçerlik

Çalışmada güvenirlik ve geçerlik için alınan önlemler aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.7.1. Güvenirlik ve geçerlik önlemleri

	Güvenirlik	Geçerlik
Matematiksel Anlama Testi	Kodlama ve puanlama, araştırmacı ve danışman tarafından yapıldı.	Bir profesör ve bir doktor öğretim üyesinden görüş alındı.
Uzamsal Yetenek Testi	İki matematik öğretmeni tarafından değerlendirildi.	Öğrenci seviyesine uygun test seçildi.

Tablo 3.7.1. Devamı

Etkinlik Kağıtları	Yapılan etkinliklerin AG'ye uygunluğu bir profesör ve bir doktor öğretim üyesi ve bir matematik öğretmeni tarafından değerlendirildi.	MEB öğretim programına uygun örnekler kullanıldı.
Görüşme	İki bağımsız araştırmacı tarafından kodlanarak analiz yapıldı. Video kaydı alındı. Veriler transkript yapıldı.	Uygun ortam koşulları sağlandı. Öğrencilerin açıklama yapmaları için gerekli süre verildi.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu bölümde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlama düzeylerine ve uzamsal yeteneklerine etkisini incelemek için yapılmış olan Uzamsal Yetenek Testine ait ön test-son test bulguları, Matematiksel Anlama Testine ait matematiksel anlamalarının analizi ve öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanlarıyla UYT'ye ait puanları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular verilecektir.

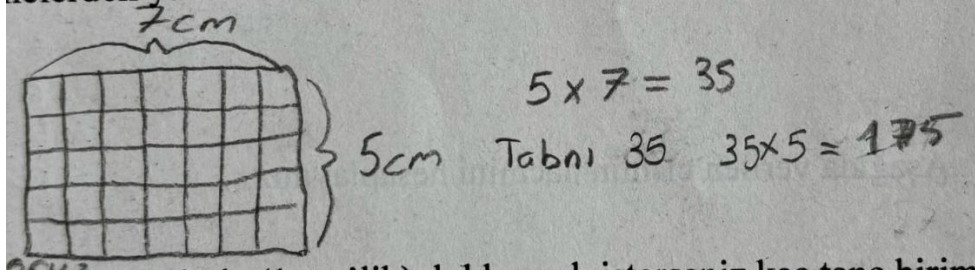
4.1. Öğrencilerin Matematiksel Anlama Testine Yönelik Bulguları

Aşağıda rastgele seçilen üç öğrencinin Pirie-Kieren modeline göre analizi verilmiştir. Diğer öğrencilerin zihin haritaları ve zihin haritası tabloları ekte (EK 6) yer almaktadır.

4.1.1. Öğrenci 5'e ait bulgular

Öğrenci 5 (Ö5) matematiksel anlama testinde birinci soruya “*Bize bir küp verildiğinde onun taban alanını bulup yüksekliğiyle çarpmamız o küpün hacmini ifade eder.*” şeklinde cevap vermiştir. Yapılan mülakatta Ö5, hacmi “*Hacim benim için cismin kapladığı yeri ifade etmektedir.*” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci, hacim kavramının tanımını yapabildiğinden ilkel bilgisinin mevcut olduğu anlaşılmıştır.

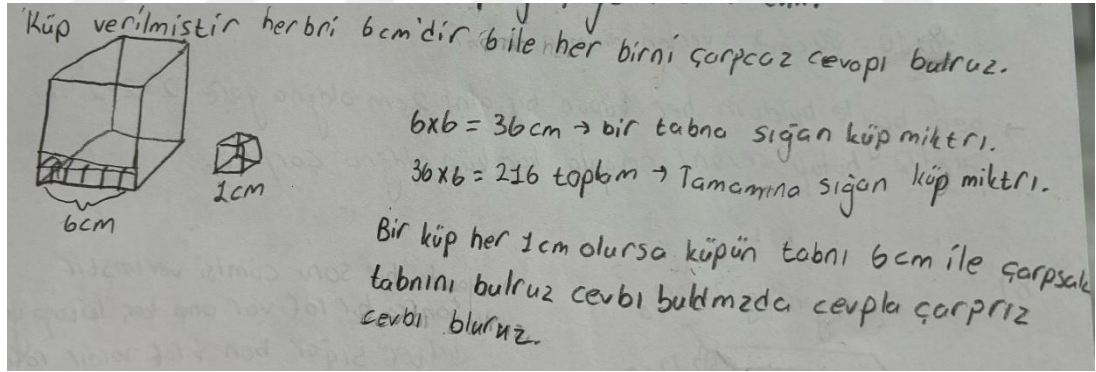
Ö5 anlama testinin ikinci sorusuna tabanını çizdiği bir dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayarak cevap vermek istemiştir.



Şekil 4.1.1.1. Ö5'in ikinci soruya verdiği cevap

Yapılan görüşmede Ö5, kendi oluşturduğu bir kutunun kapladığı yeri hacme örnek olarak vermiştir. Ö5'in hacimle ilgili somut ve gerçek nesnelerden örnek verebilmesi görüntü oluşturma düzeyinde olduğunu göstermektedir. Örnek olarak verdiği kutunun hacmini soruda istenmemesine rağmen hesaplamıştır. Ö5'in taban alanıyla katman sayısı (yükseklik) arasındaki ilişkiyi kullanarak kendi oluşturduğu cismin hacmini hesaplaması, özellikleri ayırt edip ilişkiler kurabildiğini göstermektedir.

Ö5 anlama testinin üçüncü sorusuna “ $6 \times 6 = 36$, $36 \times 6 = 216$, cevap = 216 tane küp vardır.” şeklinde cevap vermiştir.



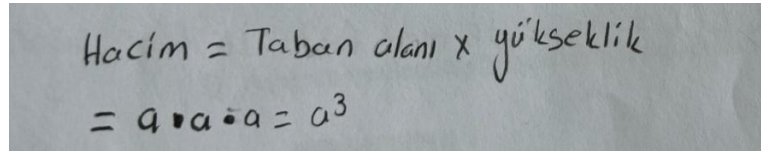
Şekil 4.1.1.2. Ö5'in üçüncü soruya verdiği cevap

Yapılan görüşmede Ö5 soruda istenilen doldurma işlemini görselleştirmiştir. Ö5 öncelikle tabandan doldurmaya başladığını ve bir sıraya 6 tane sığacağını ifade etmiştir. Tabanın dolması için 6 sıra daha gerekli olduğunu söylemiş ve bunu işlemsel olarak “ $6 \times 6 = 36$ tabana sığan küp miktarı” olarak ifade etmiştir. Tabanı doldurduktan sonra üst katlarını dolduracağını söylemiştir. Yükseklik 6 olduğundan 6 kat daha üst üste aynı tabandan koyacağını söyleyerek “ $36 \times 6 = 216$ tamamına sığan küp miktarı” olarak ifade etmiştir. Böylece küpün hacminin 216 olduğunu söylemiştir. Ö5'in bu

soruda uzun süreli bir eyleme bağılı kalmadan zihinsel bir yapı oluşturabildiği gözlemlenmiştir. Ö5 cismin hacmini içine sığan küp sayısı olarak ifade ederek “görüntüye sahip olma” düzeyine geri katlama yapmıştır. Ayrıca öğrenci, yükseklik 6 olduğundan 6 kat daha üst üste aynı tabandan koyacağını söyleyerek taban alanı ile yükseklik arasında ilişki kurmuştur. Bu durum öğrencinin özelliği fark etme düzeyinde işlem yapmış olduğunu göstermektedir.

Ö5 önceki soruda yaptıklarından yararlanarak anlama testinin dördüncü sorusuna “*Önce tabanı doldurmuştum, daha sonra aynı tabandan üst üste koymuştum. O zaman burada ilk tabanı bulmam gerekir. Sonra bulduğum tabanın alanını yükseklikle çarpırım.*” şeklinde düşüncelerini ifade etmiştir. Taban alanını “ $8 \times 8 = 64$ ” olarak hesapladıktan sonra bulduğu sonucu yükseklik olarak belirttiği sayı ile çarpmıştır: “ $64 \times 8 = 512$ ”. Ö5’in burada katman sayısı (yükseklik) ve taban alanı arasındaki ilişkiyi ifade edebildiği, matematiksel ifadeleri yorumlayabildiği, zihninde incelediği görüntüyle ilgili özellikleri belirleyebildiği görüldüğünden “özelliği fark etme” düzeyinde olduğuna karar verilmiştir.

Ö5 anlama testinin beşinci sorusuna “*Küpün bir kenarı a cm olarak verilmiştir. Ben küpün hacmini bulmak için taban alanını bulup yükseklikle çarpırım.*” şeklinde cevap vererek formülü oluşturmuştur.


$$\begin{aligned} \text{Hacim} &= \text{Taban alanı} \times \text{yükseklik} \\ &= a \cdot a \cdot a = a^3 \end{aligned}$$

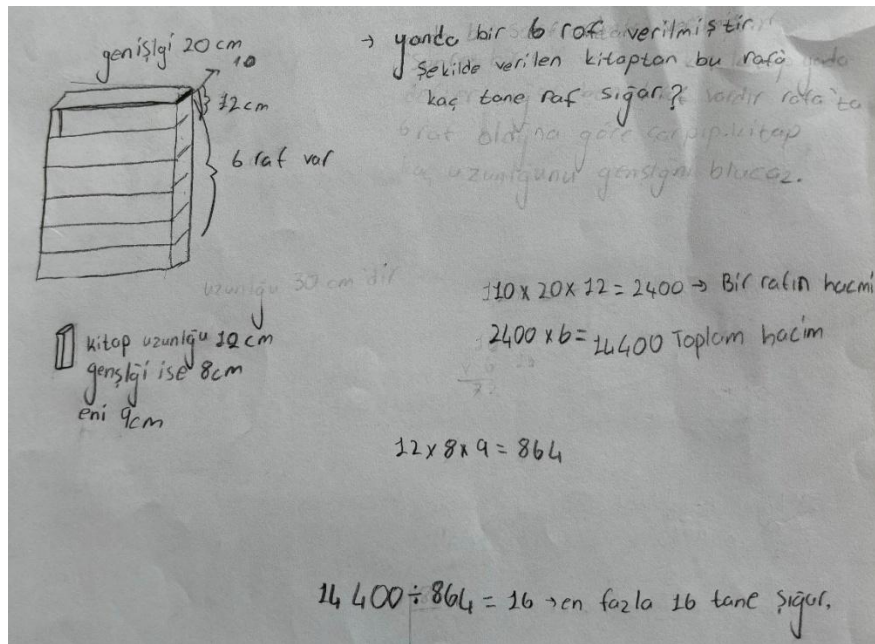
Şekil 4.1.1.3. Ö5’in beşinci soruya verdiği cevap

Ö5’in hacmi taban alanıyla yüksekliğin çarpımı şeklinde ve harf kullanarak ifade etmesi, önceki görüntülerinden ve bilgilerinden yola çıkarak kullanılan yöntemi soyutlaması ve matematiksel kavramları formel bir şekilde geliştirmesi formelleştirme düzeyinde olduğunu göstermektedir.

Ö5 anlama testinin altıncı sorusuna “ $12 \times 9 = 108$, $108 \times 6 = 648$ ” şeklinde cevap vermiştir. Yapılan görüşmeler sonucu öğrenci dikdörtgenler prizmasının tabanı olarak 12-9 cm’lik yüzeyi, yüksekliği olarak da 6 cm’lik kenarı aldığını ve işlemlerini ona göre yaptığını ifade etti. Burada öğrenci küpün hacmini bulmak için elde ettiği formülü

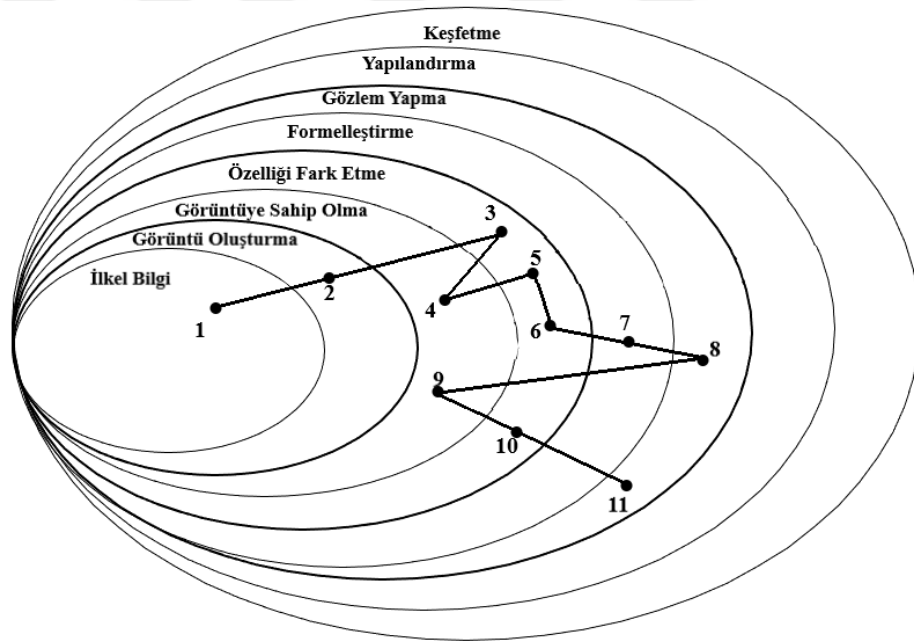
dikdörtgenler prizmasının hacmini bulmaya uyarlayabilmiş ve formülü kullanarak dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayabilmiştir. Ö5'in matematiksel kavramları içselleştirdiği ve bilgilerini genellediği görüldüğünden gözlem yapma düzeyinde olduğuna karar verilmiştir.

Anlama testinin yedinci sorusunda cevap kağıdında yer alan “Küpleri teker teker bulup sayıp çarpıyoruz.” ifadesi Ö5'in verilen cismin küplerden oluştuğunu düşündüğünü göstermektedir. Ayrıca öğrencinin cevap kağıdında şekli parçalara ayırarak küpler oluşturduğu görülmüştür. Yapılan görüşmede de şeklin küplerden oluştuğunu ve bir küpün hacmini bularak bütün şeklin hacmini bulabileceğini ifade etmiştir. Burada öğrencinin küpleri birleştirerek bir şekil oluşturulduğu düşüncesi geri katlama olarak düşünülmüştür. Ö5 “görüntüye sahip olma” düzeyine geri katlama yaparak bilgilerini kontrol etmiş ve yeni bilgiyi buna göre yapılandırarak soruyu çözmüştür. Verilen şekilde görünür durumda 9 küp olduğunu ve 1 tane de görünmeyen kısımda olduğunu düşündüğünü ifade eden Ö5, şeklin toplamda 10 tane küpten oluştuğunu, bir küpün hacminin “ $2.2.2=8$ ” olduğunu ve toplam hacmin “ $8 \times 10 = 80 \text{ cm}^3$ ” olduğunu söylemiştir. Ö5'in burada taban alanıyla yükseklik arasındaki ilişkiyi kullanarak bir küpün hacmini hesaplayıp daha sonra bütün cismin hacmini bulması öğrencinin özellikleri fark etme düzeyinde çalıştığını göstermektedir.



Şekil 4.1.1.4. Ö5'in sekizinci soruya verdiği cevap

Anlama testinin sekizinci sorusunda öğrencilerden problem sorusu oluşturmaları istenildiğinde Ö5 hacimle ilgili şöyle bir problem sorusu oluşturmuştur: 6 raftan oluşan bir kitaplık çizerek ölçülerini vermiştir. Bu kitaplığa ölçülerini verdiği kitaplardan kaç tane sığabileceğini sormuştur. Sorunun çözümünü yaparken önce bir rafın hacmini hesaplamış, daha sonra 6 raf olduğu için 6 ile çarparak toplam hacmi bulmuştur. Bir kitabın sahip olduğu hacmi de hesapladıktan sonra kitaplığın toplam hacmini bir kitabın hacmine bölerek kaç tane sığacağını bulmuştur. Ö5 yazdığı soruda küp şeklinde bir kitaplık yerine dikdörtgenler prizması şeklinde bir kitaplık vermiştir. Öğrenci altıncı düzey olan “gözlem yapma” düzeyinde matematiksel bilgilerini genelleyerek daha geniş bir bağlamlara uygulayabiliyordu. Ö5’in dikdörtgenler prizması şeklinde bir kitaplık ve kitap çizip hacmini hesaplayabilmesi “gözlem yapma” düzeyindeki bilgilerini kullandığını göstermektedir.



Şekil 4.1.1.5. Ö5'e ait zihin haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelligi Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2		3					2. soru
		4	5					3. soru
			6					4. soru
				7				5. soru
					8			6. soru
		9						7. soru
			10					8. soru
					11			

Şekil 4.1.1.6. Ö5'e ait zihin haritası tablosu

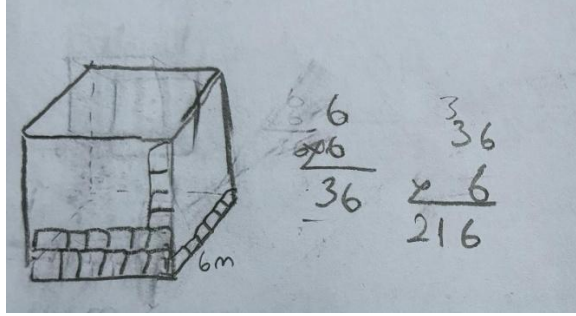
4.1.2. Öğrenci 13'e ait bulgular

Öğrenci 13 (Ö13) hacmi ilk olarak “*Taban alanı ile yüksekliğin çarpımı hacmi ifade eder.*” şeklinde tanımlamıştır. Daha sonra yapılan görüşmede hacim kavramını tanımlaması istenildiğinde “*Cismin kapladığı yerdir.*” şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin, hacim kavramının tanımını yapabilmesi ve ezbere dayalı hacim formülünü ifade edebilmesi ilkel bilgisinin mevcut olduğunu göstermektedir.

Ö13 anlama testinin ikinci sorusuna örnek olarak “*Bir masanın kapladığı taban alanı ile yüksekliğin çarpımı, tırın kapladığı taban alanı ile yüksekliğin çarpımı*” şeklinde cevap vermiştir. Öğrencinin hacimle ilgili somut ve gerçek nesnelerden örnekler verebilmesi görüntü oluşturma düzeyinde olduğunu göstermektedir.

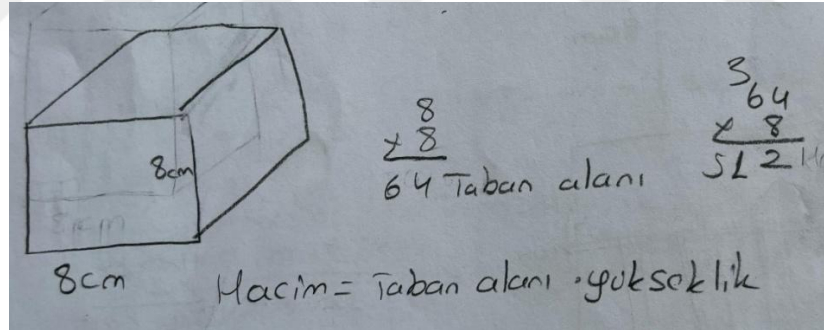
Anlama testinin üçüncü sorusunda Ö13 küpün içini doldurması gerektiğini düşünerek bir küp çizmiş ve içini doldurmuştur. Öğrencinin verilen küpün hacmini içine birim küpler doldurarak bulabilmesi görüntüye sahip olma düzeyinde olduğunu göstermektedir. İlk olarak tabana ne kadar küp sığacağını hesaplamıştır “ $6 \times 6 = 36$ ”. Daha sonra aynı tabandan üst üste yükseklik kadar konulacağını ifade ederek “ $36 \times 6 = 216$ ” bulmuştur. Büyük küpün hacminin içine sığan birim küp sayısı ile eşit olduğunu söylemiştir. Ö13’ün cevap kağıdında yer alan “*Taban 36 birim küptür. Üst kata 6 kat çıkılmış ve hacmini taban ile katın çarpımı ile 216 buldum.*” ifadesi

yükseklik ve taban alanı arasında ilişki kurduğunu göstermektedir. Öğrencinin özelliği fark etme düzeyinde olduğu söylenebilir.



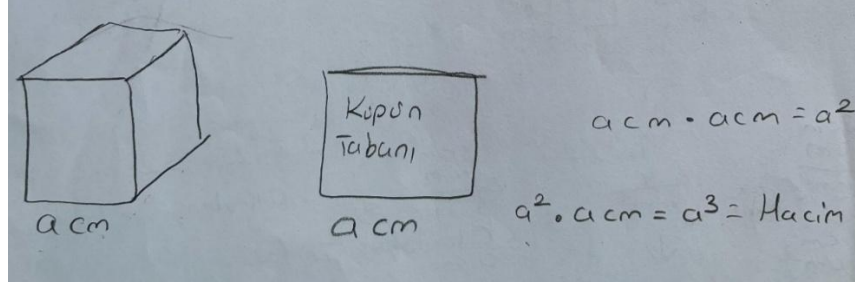
Şekil 4.1.2.1. Ö13'ün üçüncü soruya verdiği cevap

Ö13 anlama testinin dördüncü sorusuna “Eğer bir tarafı 8 cm ise bu bir küp olduğundan hemen bulurum. Çünkü küpün her bir tarafı eşittir ve ilk tabanı bulup sonra katla çarpabilirim ve 512 bulurum.” şeklinde cevap vererek “ $8 \times 8 = 64$ (taban alanı), $64 \times 8 = 512$ (hacim)” sonucuna ulaşmıştır. Ö13'ün kat sayısı ile taban alanı arasında ilişki kurabilmesi onun, özelliği fark etme düzeyinde işlem yaptığını göstermektedir.



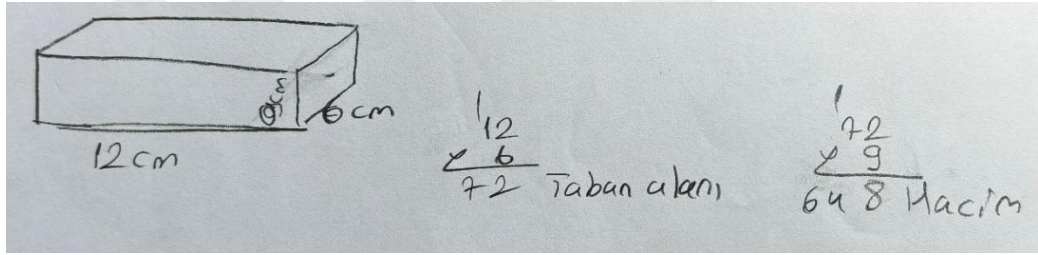
Şekil 4.1.2.2. Ö13'ün dördüncü soruya verdiği cevap

Anlama testinin beşinci sorusunda Ö13, “Taban alanı ile yüksekliği çarparak hacmi bulabiliriz.” şeklinde açıklama yaparak önce taban alanını bulmuş “ $a \text{ cm} \cdot a \text{ cm} = a^2$ ”, daha sonra taban alanıyla yüksekliği çarparak hacme ulaşmıştır “ $a^2 \cdot a \text{ cm} = a^3 = \text{Hacim}$ ”. Ö13 burada var olan bilgilerinden yola çıkarak ve soyutlama yaparak matematiksel kavramları formel bir şekilde geliştirmiştir. Hacmi taban alanıyla yüksekliğin çarpımı olarak ifade edebildiğinden “formelleştirme” düzeyinde olduğuna karar verilmiştir.



Şekil 4.1.2.3. Ö13'ün beşinci soruya verdiği cevap

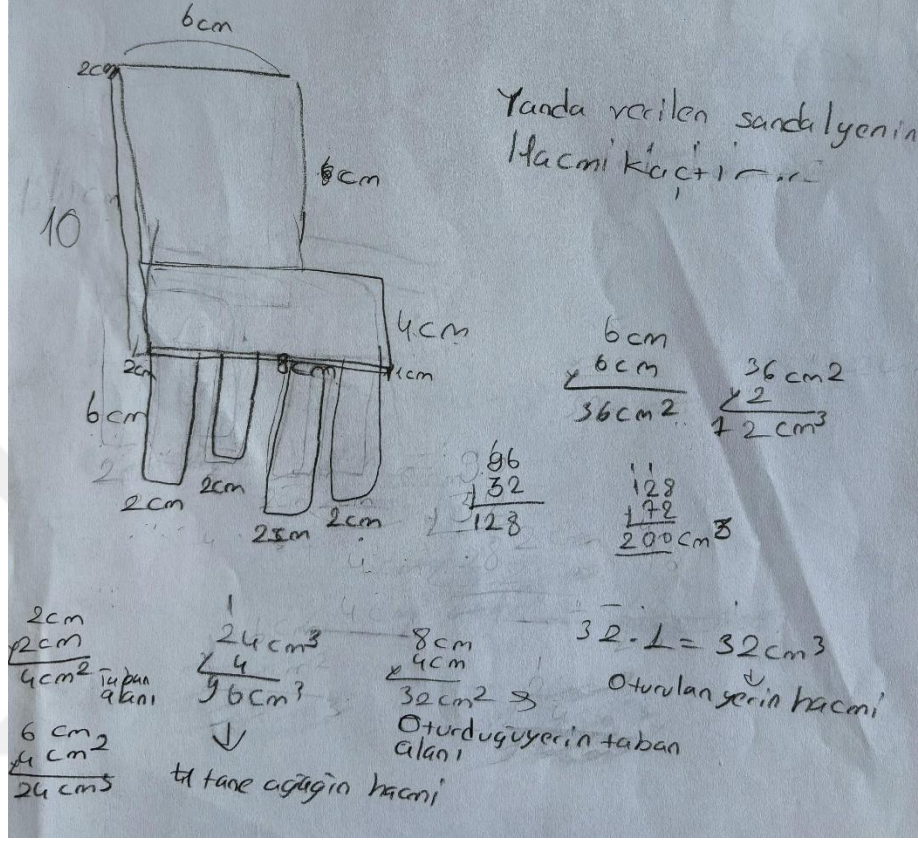
Ö13 bu soruda önce taban alanını hesaplamış “ $12 \times 6 = 72$ (Taban alanı)”, sonra çıkan sonuçla yüksekliği çarparak “ $72 \times 9 = 648$ (Hacim)” cismin hacmini bulmuştur. Burada öğrencinin matematiksel kavramları içselleştirerek bilgilerini genellediği görülmüştür. Küpün hacmini bulmak için elde ettiği formülü dikdörtgenler prizmasının hacmini bulmaya uyarlayabildiğinden Ö13'ün “gözlem yapma” düzeyinde olduğuna karar verilmiştir.



Şekil 4.1.2.4. Ö13'ün altıncı soruya verdiği cevap

Ö13 anlama testinin yedinci sorusunda “Ben ilk olarak tabanı hesaplarım. $8 \times 2 = 16$ ’dır. Sonra kaç kat çıktıysa çarparım, yüksekliği de 6 cm’dir. Onunla çarparım, hacmi bulurum.” şeklinde düşüncelerini ifade etmiştir. Ö13 burada önce cismi bütün bir dikdörtgenler prizması olarak düşünerek formülü soruda uygulamaya çalışmıştır. Hacmi cismin kapladığı yer olarak düşünmemiş ve taban alanını bulup yükseklikle çarparım şeklinde bir düşünceyle hareket etmiştir. Sonra formülle bulamayacağını anlamış ve verilen uzunluklardan yola çıkarak şeklin küplerden oluştuğunu ve küplerden yararlanarak hacmi bulabileceğini düşünüp şekli küplere ayırmıştır. Ö13'ün şekli dikdörtgenler prizması olarak düşünüp hacmini hesaplamaya çalışması onun hala gözlem yapma düzeyinde işlem yaptığını göstermektedir. Ö13'ün küpleri birleştirerek bir şekil oluşturma düşüncesi onun, görüntüye sahip olma düzeyine geri katlama yaparak bilgilerini kontrol ettiğini ve yeni bilgiyi yapılandırmaya çalıştığını göstermektedir. Ö13 önce bir küpün hacmini bulacağını sonra kaç tane küp varsa

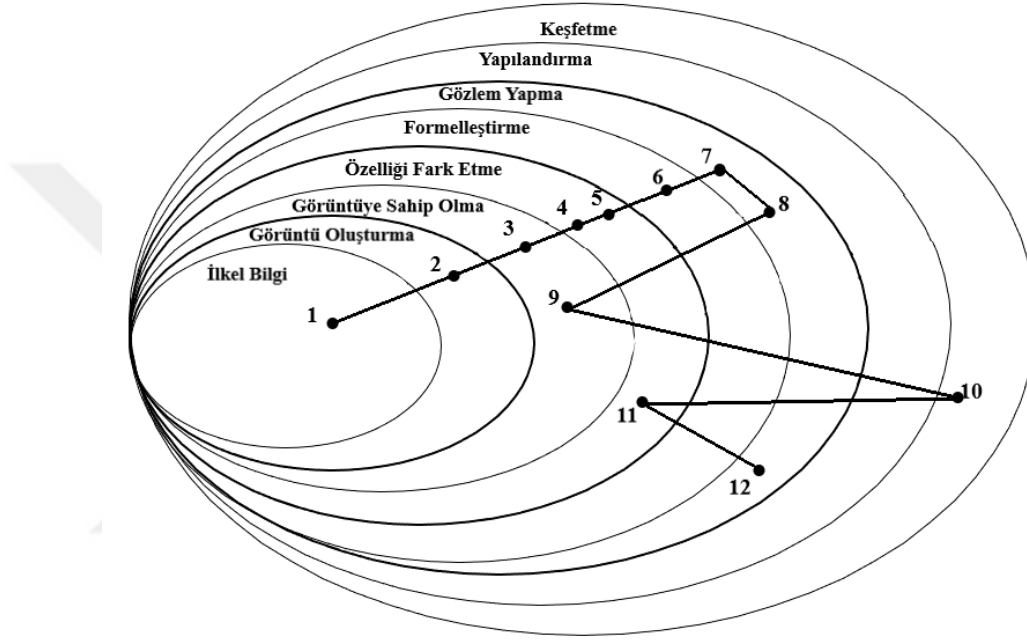
onunla çarpacağını ifade etmiştir: “Önce taban alanını bulurum. $2 \times 2 = 4$, yükseklik 2 olduğundan $4 \times 2 = 8$ olur hacmi. Kaç tane küp varsa 8 ile çarpırım. 10 tane küp vardır. $8 \times 10 = 80$ bütün hacim olur.”



Şekil 4.1.2.5. Ö13'ün sekizinci soruya verdiği cevap

Anlama testinin sekizinci sorusu olan problem oluşturma sorusunda Ö13, hacimle ilgili şöyle bir problem oluşturmuştur: Ö13 bir sandalye çizimi yapmış, ölçülerini vererek hacminin bulunmasını istemiştir. Ö13 soruyu çözerken ise sandalyeyi parçalara ayırarak hacmini hesaplamıştır. Önce sandalyenin ayaklarının hacmini hesaplamıştır. Yapılan görüşmede ayakları üç boyutlu çizemediğini ancak bir ayağın tabanının 2 cm–2 cm ölçüye sahip olduğunu ve yüksekliğinin de 6 cm olduğunu söylemiştir. Önce taban alanını hesaplamıştır. “ $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$ (taban alanı), $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^3$ ”. Daha sonra 4 ayak eşit olduğu için bir ayağın hacmini 4 ile çarpmıştır. “ $24 \text{ cm}^3 \times 4 = 96 \text{ cm}^3$ (4 tane ayağın hacmi)”. Ö13 sonrasında oturulan kısmın hacmini hesaplamıştır. “ $8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$ (oturduğu yerin taban alanı), $32 \times 1 = 32 \text{ cm}^3$ (oturulan yerin hacmi)”. Ö13 son olarak sandalyenin gövdesinin hacmini hesaplamıştır. “ $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$, $36 \text{ cm}^2 \times 2 = 72 \text{ cm}^3$ ”. Toplam hacmi bulmak için

ise sandalyenin parçalarının hacmini toplamıştır. “ $96+32=128$, $128+72=200 \text{ cm}^3$ ”. Ö13’ün burada rutin olmayan bir problem oluşturup çözümünü yapabilmesi “keşfetme” düzeyine ulaştığını göstermektedir. Ö13 çözümü yaparken şekli parçalara ayırarak çözmüştür. Her bir parça için taban alanıyla yükseklik arasındaki ilişkiyi kullanması özelliği fark etme düzeyine geri katlama yaptığını göstermektedir. Ayrıca öğrenci hacim formülünü dikdörtgenler prizmasına uyarlayarak hesap yapmıştır. Bu da öğrencinin gözlem yapma düzeyinde işlem yaptığını göstermektedir.



Şekil 4.1.2.6. Ö13’e ait zihin haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özellği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3	4					3. soru
			5					4. soru
				6				5. soru
					7			6. soru
		9			8			7. soru
			11				10	8. soru
							12	

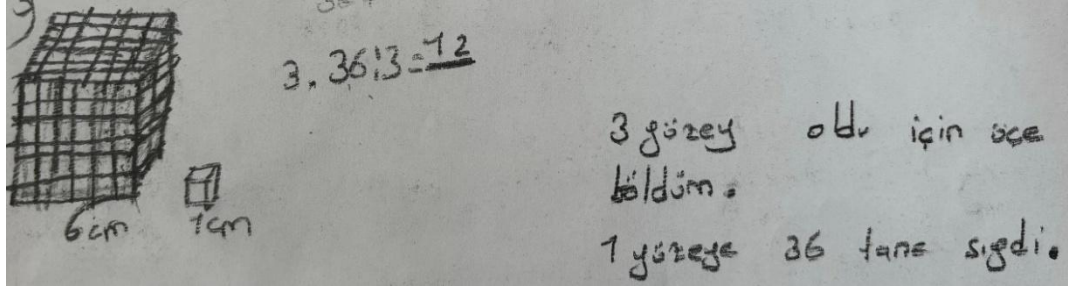
Şekil 4.1.2.7. Ö13'e ait zihin haritası tablosu

4.1.3. Öğrenci 18'e ait bulgular

Öğrenci 18 (Ö18) anlama testinin birinci sorusunda hacmi “*Bir cismin kapladığı yere denir.*” şeklinde ifade etmiştir. Hacim kavramının tanımını yapabilmesi ilkel bilgisinin mevcut olduğu göstermektedir.

Anlama testinin ikinci sorusuna Ö18, “*Masa, sandalye, kasa gibi cisimlerin kapladığı yerler, bir kasanın kapladığı yer hacmini gösterir, masanın şu an kapladığı yer hacmini gösterir.*” şeklinde cevap vermiştir. Hacimle ilgili somut ve gerçek nesnelerden örnekler verebilmesi öğrencinin görüntü oluşturabildiğini göstermektedir.

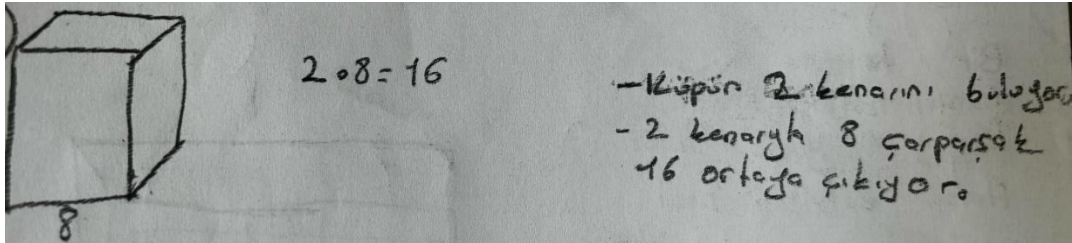
Ö18 anlama testinin üçüncü sorusunda “*Tabanını doldururum yukarıya doğru çıkarım.*” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Bu düşüncesi “görüntüye sahip olma” düzeyinde olduğunu göstermektedir. Birim küpleri önce yanlış doldurmuştur. Sonra ön bilgilerini düşünerek yanlış doldurduğunu fark etmiştir. Ö18 bilgisini yeniden yapılandığı için bu düşüncesi geri katlama olarak değerlendirilmiştir. “Görüntü oluşturma” düzeyine geri katlama yapılmıştır. Ö18 daha sonra düşüncesini “*Bir kenar uzunluğu 6 cm olduğu için 6 tane küp sığacak. Bir yüzeye 6x6=36 tane küp sığar.*” şeklinde ifade etmiştir. Burada Ö18 içini doldurmak yerine 2 boyutlu bir düşünme geliştirmiş ve küpün yüzeyini karelere ayırmıştır.



Şekil 4.1.3.1. Ö18'in üçüncü soruya verdiği cevap

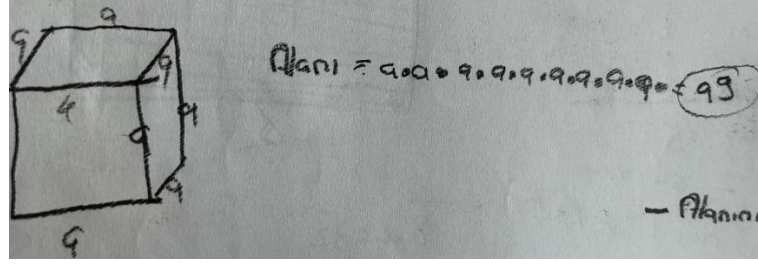
Son olarak "1 yüzeye 36 tane sığar. 3 yüzey görüldüğü için üçe böldüm, cevap 12 oldu." şeklinde cevap vermiştir. Öğrenci üç boyutlu düşünme gerçekleştirememiştir. Ayrıca öğrenci küpün sadece görünen yüzeylerini düşünerek soruyu cevaplamıştır. Bu durum Ö18'in ilkel bilgi basamağında işlem yaptığını ve hacim kavramını yapılandırmaya çalıştığını gösterdiğinden geri katlama olarak düşünülmüştür.

Ö18 anlama testinin dördüncü sorusunda taban alanını hesaplarken "2 tane 8 olduğu için 2 ile 8'i çarparsak, 16 buluruz. Hacminin 16 olduğunu düşünüyorum." şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Burada öğrencinin hacmi anlamlandırmada sıkıntı yaşadığı ve ilkel bilgi düzeyinde bilgilerini yapılandırmaya çalıştığı görülmektedir.



Şekil 4.1.3.2. Ö18'in dördüncü soruya verdiği cevap

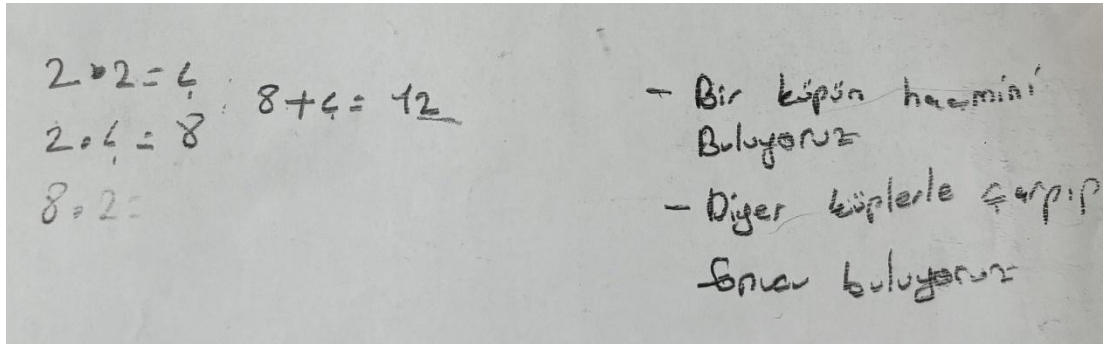
Anlama testinin beşinci sorusuna Ö18, "Görünen bütün kenarları çarparsam hacmi bulurum. $Hacim=a^3$ olur." şeklinde cevap vermiştir. Burada Ö18'in hacmi yapılandıramadığı ve görünen kenarları ifadesini kullandığı için 3 boyutlu düşünemediği görülmektedir. Bu nedenle Ö18'in "ilkel bilgi" düzeyinde olduğuna ve hacim kavramını yapılandırmaya devam ettiğine karar verilmiştir.



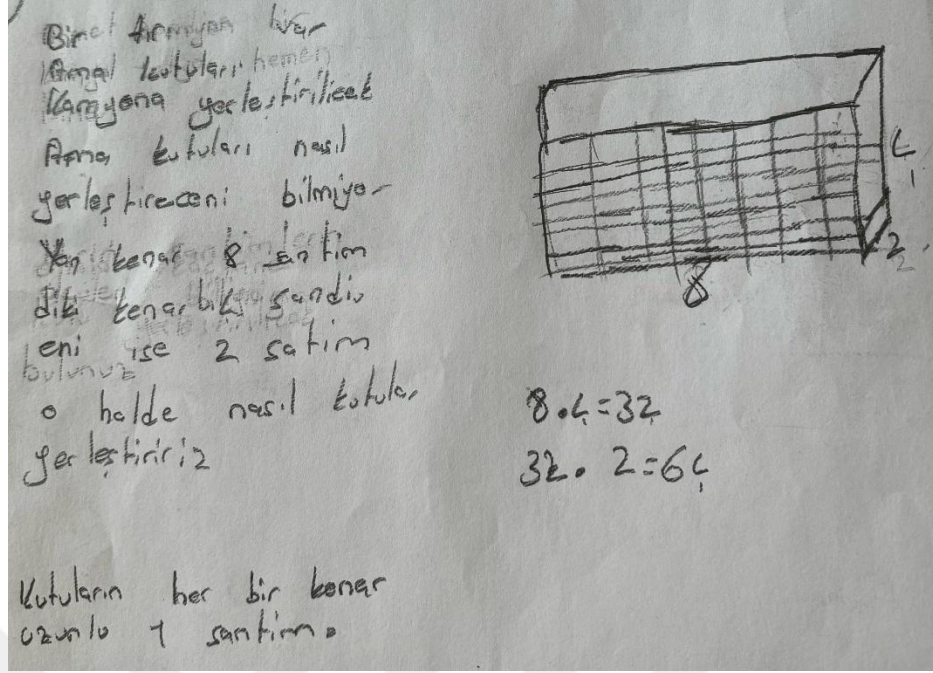
Şekil 4.1.3.3. Ö18'in beşinci soruya verdiği cevap

Ö18 anlama testinin altıncı sorusuna ilk olarak “Birim küplerle doldurmadan yararlanarak önce tabanını doldururuz. Sonra üst üste koyarız. En fazla 9 tane üst üste koyabiliriz.” şeklinde cevap vermiştir. Burada öğrenci, verilen prizmanın içini doldurmayı düşünmüştür. Bu düşüncesi Ö18’in “görüntüye sahip olma” düzeyinde olduğunu göstermektedir. Ö18 “12 ile 6’yı çarpıp bir yüzeyin alanını buluruz. Sonra 9 ile 72’yi çarparız sonucu 648 buluruz.” şeklinde soruyu çözmüştür.

Anlama testinin yedinci sorusunda Ö18, ilk olarak “Küplerin ortaya çıkması için ayırdım. Şekil küplerden oluşur. 9 tane küpten oluşur şekil. Küplerden yararlanarak hacmi bulabiliriz. Bir küpün hacmini bulup 9 ile çarparız.” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Burada öğrencinin küpleri birleştirerek bir şekil oluşturulduğu düşüncesi “görüntüye sahip olma” düzeyinde işlem yaptığını göstermektedir. Daha sonra “2 ile 2’yi çarparız yüzey alanını buluruz. 4’le de 2’yi çarparız bir küpün hacmini 8 buluruz. İçindeki birim küpleri sayarız.” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir ancak daha sonra bulduğu sonuçları toplayarak ($8+4=12$) cevabın 12 olduğunu ifade etmiştir. Burada Ö18’in hacim kavramını yapılandırmakta sıkıntı yaşadığı ve ilkel bilgi düzeyine geri katlama yaptığı görülmektedir.

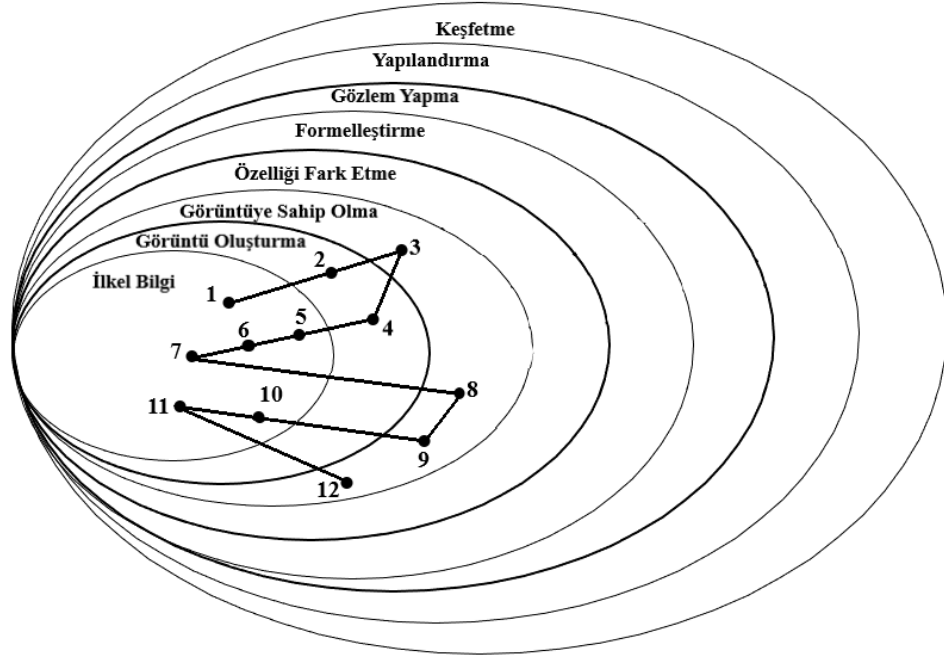


Şekil 4.1.3.4. Ö18'in yedinci soruya verdiği cevap



Şekil 4.1.3.5. Ö18'in sekizinci soruya verdiği cevap

Ö18 anlama testinin sekizinci sorusunda önce alanla ilgili problem oluşturmuştur. Bu işlemleri Ö18'in ilkel bilgi düzeyinde bilgilerini yapılandırmaya devam ettiğini göstermektedir. Daha sonra öğrenciyle yapılan görüşmede Ö18 hacimle ilgili şöyle bir problem oluşturmuştur: ölçüleri 2-4-8 cm olarak verdiği bir tırın kasasına bir kenar uzunluğu 1 cm olan küp şeklindeki kutulardan kaç tane yerleştirilebileceğini sormuştur. Soruyu çözerken de önce ilk sırayı üst üste koyarak hesaplamıştır " $8 \cdot 4 = 32$ ". Sonra bu sıradan arka arkaya kaç tane koyacağını hesaplamıştır " $32 \cdot 2 = 64$ ". Ö3'ün oluşturduğu problemde 3 boyutlu bir yapının içini küp şeklindeki kutularla doldurmak istemiştir. Bu düşüncesi "görüntüye sahip olma" basamağındaki bilgilerini kullandığını göstermektedir.



Şekil 4.1.3.6. Ö18'e ait zihin haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özellikleri Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
2								2. soru
3								3. soru
4								4. soru
5								5. soru
6								6. soru
7								7. soru
8								8. soru
9								
10								
11								
12								

Şekil 4.1.3.7. Ö18'e ait zihin haritası tablosu

Öğrencilerin Pirie-Kieren modelinde ulaşabildikleri en üst düzey ve en son bulundukları düzey ile ilgili tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.1. Anlama düzeylerinden ulaşılan en üst ve en son düzeyler

Matematiksel Anlama Düzeyleri	Ulaşılan En Üst Düzey		En Son Bulunulan Düzey	
	f	%	f	%
İlkel Bilgi	0	0	4	20
Görüntü Oluşturma	0	0	2	10
Görüntüye Sahip Olma	8	40	8	40
Özelliği Fark Etme	0	0	4	20
Formelleştirme	0	0	0	0
Gözlem Yapma	11	55	2	10
Yapılandırma	0	0	0	0
Keşfetme	1	5	0	0

Öğrenciler Pirie-Kieren modelinde ulaşabildikleri en üst düzeye göre gruplandırıldıklarında 8 öğrencinin (%40) görüntüye sahip olma düzeyine, 11 öğrencinin (%55) gözlem yapma düzeyine, 1 öğrencinin (%5) de keşfetme düzeyine ulaşabildiği görülmüştür. Öğrencilerin Pirie-Kieren modelinde en son bulundukları seviyeler incelendiğinde ise 4 öğrencinin (%20) ilkel bilgi düzeyinde, 2 öğrencinin (%10) görüntü oluşturma düzeyinde, 8 öğrencinin (%40) görüntüye sahip olma düzeyinde, 4 öğrencinin (%20) özelliği fark etme düzeyinde ve 2 öğrencinin (%10) gözlem yapma düzeyinde olduğu görülmektedir.

4.2. Öğrencilerin Uzamsal Yetenek Ön Test-Son Testlerin Karşılaştırılmasına Yönelik Bulgular

29 sorudan oluşan Uzamsal Yetenek Testi, 20 öğrenciye uygulanmıştır. Ön test ve son test puan karşılaştırmaları için bağımlı örneklem t testi uygulanmıştır.

Tablo 4.2. UYT ön test-son test karşılaştırması

Değişken	Ort.	SS	Std.	%95 GA		t	df	p
Çifti	Fark		Hata	Alt	Üst			
UYT Ön								
Test-Son	3.15	2.43	0.544	2.01	4.28	5.78	19	<.001
Test								

Tabloda yer alan bağımlı örneklem t testi sonuçlarında $t=5.78$ ve $p<.001$ olduğundan öğrencilerin ön test ve son test puanları arasında son test lehine (ort. fark=3.15) anlamlı bir farklılık olduğu söylenebilir. Bu durum, artırılmış gerçeklik kullanılarak yapılan öğretimin, öğrencilerin uzamsal yeteneklerine olumlu katkı sağladığını göstermektedir.

4.3. Normallik Testi Bulguları

Tablo 4.3. Öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ve UYT ön test-son test puanlarının normallik testi bulguları

Değişken	$\bar{X}$	SS	Skewness	Kurtosis
Pirie-Kieren				
Anlama	2.87	0.85	-0.34	-1.22
Puanları				
UYT Ön-Test	12.30	4.88	0.51	-0.80
UYT Son-Test	15.45	5.28	0.47	-1.17

Tabachnick ve Fidell (2013)'e göre skewness (çarpıklık) ve kurtosis (basıklık) değerleri ± 1.5 aralığında ise veriler normal dağılıma uygun kabul edilir. Pirie-Kieren anlama puanlarının normalliği incelendiğinde skewness ve kurtosis değerlerinin ± 1.5 aralığında olduğu görülmektedir. UYT ön test ve son test puanları da normal dağılım göstermekte olup skewness ve kurtosis değerleri ± 1.5 aralığında değer almaktadır.

Öğrencilerin matematiksel anlama testine ait puanların ortalaması 2.87, UYT ön test puanlarının ortalaması 12.30 ve UYT son test puanlarının ortalaması 15.45

olduğu görülmektedir. UYT ön test ve son test puan ortalamaları karşılaştırıldığında son test puan ortalamalarında artış görülmektedir. Bu durum öğretim sürecinin öğrencilerin uzamsal yetenek performanslarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

4.4. Etki Büyüklüğü Bulguları

Tablo 4.4. Öğrencilerin UYT ön test-son test puanlarına ilişkin etki büyüklüğü bulguları

Karşılaştırılan Testler	Etki Büyüklüğü Türü	Standartlaştırıcı	Nokta Tahmini	%95 GA	
				Alt	Üst
UYT Ön test –	Cohen's d	2.434	1.294	.686	1.884
Son test	Hedges' g	2.483	1.268	.672	1.847

Cohen's d değeri ön test ve son test arasındaki farkın büyüklüğünü standart sapma cinsinden ifade eden bir değerdir. Bu değer 0.2 ise küçük etki, 0.5 ise orta düzey etki, 0.8+ ise büyük etki anlamına gelmektedir (Özsoy ve Özsoy 2013). Cohen's d etki büyüklüğünün 1.294 olması etkinin çok büyük olduğunu ve uygulanan öğretimin öğrenciler üzerinde güçlü bir etki yarattığını gösterir. Hedges' g değeri örneklem büyüklüğünün küçük olduğu ($n < 30$) durumlarda kullanılan bir etki büyüklüğüdür. Cohen's d'nin düzeltilmiş hali olarak kullanılır. Cohen's d için geçerli olan değer aralıkları Hedges' g için de geçerlidir (Hedges 1981). Hedges' g değerinin 1.268 olması etki büyüklüğünün fazla olduğu anlamına gelir. %95 güven aralığının 0'ı içermemesi etki büyüklüklerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir.

4.5. Öğrencilerin Anlama Puanları ile UYT Son Test Puanları Arasındaki İlişkiye Yönelik Bulgular

Tablo 4.5. incelendiğinde, öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ve UYT ön test-son test puanlarının normal dağılım gösterdiği görülmektedir. Pirie-Kieren matematiksel anlama puanlarıyla UYT son test puanları arasında ilişki olup olmadığına bakmak için Pearson korelasyon testi uygulanmıştır.

Tablo 4.5. Öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ile UYT son test puanları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular

		Pirie-Kieren	UYT son test
Pirie-Kieren	r	1	.512
	p		.021
	N	20	20
UYT son test	r	.512	1
	p	.021	
	N	20	20

Anlamlılık düzeyi (p) elde edilen sonucun tesadüfi olma olasılığını göstermektedir. $p < .05$ olması değişkenler arasında anlamlı bir ilişkinin mevcut olduğu anlamına gelmektedir. Tabloda $p = .021$ olduğu görüldüğünden korelasyon istatistiksel olarak anlamlıdır ve tesadüfi olma olasılığı düşüktür.

Korelasyon katsayısı (r) iki değişken arasındaki ilişkinin yönünü ve gücünü gösterir. ± 1 aralığında değer alır. Eğer değer (-) çıkarsa negatif yönlü, (+) çıkarsa pozitif yönlüdür. Değer 0.0-0.2 aralığında ise çok düşük seviyede ilişki, 0.2-0.4 aralığında ise düşük seviyede ilişki, 0.4-0.6 aralığında ise orta seviyede ilişki, 0.6-0.8 aralığında ise yüksek seviyede ilişki, 0.8-1.0 aralığında ise çok yüksek seviyede ilişki vardır (Obilor and Amadi 2018). Tabloda $r = .512$ olduğu görüldüğünden Pirie-Kieren anlama puanlarıyla UYT son-test puanları arasında orta seviyede pozitif bir ilişkinin olduğu söylenebilir. Bu durum, Pirie-Kieren puanları arttıkça, UYT son test puanlarının da artma eğiliminde olduğunu göstermektedir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilmiş ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlama düzeylerine ve uzamsal yeteneklerine etkisini incelemek amacıyla elde edilen bulgulara dayalı sonuç ve tartışmalara yer verilmiştir.

5.1. Araştırmanın Nitel Bulgularına Yönelik Sonuç ve Tartışma

Öğrencilere AG ile yapılan öğretim süreci sonunda uygulanan Matematiksel Anlama Testinde, ulaşabildikleri en üst düzey incelendiğinde 8 öğrencinin (%40) görüntüye sahip olma düzeyine, 11 öğrencinin (%55) gözlem yapma düzeyine, 1 öğrencinin (%5) ise keşfetme düzeyine ulaştığı görülmüştür. Bu sonuç, AG'nin matematiksel anlayışı geliştirerek öğrencilerin düşünme düzeylerini artırmada ve üst düzeylere ulaşmasında etkili olduğunu göstermektedir. Bulgular, Pujiastuti, Haryadi ve Arifin (2020) tarafından yapılan çalışma ile de paralellik göstermektedir. Pujiastuti et al. (2020) çalışmalarını ADDIE (analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme) modeli kullanarak yapmışlardır. Çalışma sonunda, AG ile zenginleştirilmiş öğretimin öğrencilerin matematiksel kavramları anlama becerilerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Amir et al. (2020), AG destekli öğretim ortamında öğretmen adaylarının matematiksel anlamalarını incelemişlerdir. AG'nin kavramsal anlamaları destekleyerek üst anlama düzeylerine çıkmaya olanak sağladığını gözlemlemişlerdir. Ayrıca öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmada da AG destekli öğretimin matematiksel kavramları anlamayı geliştirebileceği görülmüştür (Hendracipta et al. 2021).

Öğrencilerin matematiksel anlama testinde en son bulundukları seviyeyle ilgili bulgular incelendiğinde 4 öğrencinin (%20) ilkel bilgi düzeyinde, 2 öğrencinin (%10) görüntü oluşturma düzeyinde, 8 öğrencinin (%40) görüntüye sahip olma düzeyinde, 4 öğrencinin (%20) özelliği fark etme düzeyinde ve 2 öğrencinin (%10) gözlem yapma düzeyinde olduğu görülmektedir. Buradan hareketle öğrencilerin çoğunun hacimle ilgili somutlaştırmalar ve zihinsel görselleştirmeler yapabildikleri ve AG destekli öğretimin bu görselleştirmede etkili olduğu söylenebilir. Shaghaghian, Burte, Song ve Yan (2022) yaptıkları çalışmada, mekânsal dönüşüm matrislerini anlamayı kolaylaştırmak için bir AG uygulaması geliştirmişlerdir. Araştırma sonunda AG'nin soyut matematiksel kavramları somutlaştırmada ve kavramsal anlayışı derinleştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuç yapılan çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir.

AG destekli öğretim sürecinin öğrencilerin matematiksel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi Pirie-Kieren modeli çerçevesinde incelenmiştir. Elde edilen bulgular,

yapılandırma düzeyi dışındaki bütün düzeylerin gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Özellikle görüntüye sahip olma ve ilkel bilgi düzeylerinde yoğunlaşma olduğu görülmüştür. Sadece 1 öğrenci keşfetme düzeyine ulaşabilmiştir. Bu durum, öğrencilerin AG ile desteklenen öğretim ortamlarında hacim hakkında temel bilgilere sahip olduklarını ve hacme yönelik görsel temsiller oluşturabildiklerini fakat soyutlama ve genelleme gerektiren daha üst seviyelerde zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Güllük, Uğurlu ve Yürük (2015)'ün geometrik dönüşümlerle ilgili yaptıkları araştırmada öğrenciler, en çok görüntü oluşturma ve özelliği fark etme düzeylerinde çalışmalar gerçekleştirmiş, üst düzeylere geçişler sınırlı kalmıştır. Öğretmen adaylarının rasyonel sayılar konusundaki anlayışlarını inceleyen Kırıl Demir ve Şengül (2024) de katılımcıların, genellikle görüntü oluşturma düzeyinde olduklarını, üst düzeylere çıkışların çok fazla olmadığını görmüşlerdir. Yapılan çalışmalar araştırmanın bulgularıyla paralellik göstermektedir. Özellikle görüntüye sahip olma düzeyinde faaliyet görülmesi AG'nin öğrencilerin hacim kavramına yönelik farkındalık geliştirerek görselleştirme yapabildiklerini fakat üst düzey kavramsal yapılandırmalar için öğretim sürecinin daha fazla destekleyici etkinlik içermesi gerektiği söylenebilir.

Yapılan çalışmada, öğretim sürecinde kullanılan AG etkinliklerinin, öğrencilerin hacmi ifade etme ve görselleştirme becerilerini desteklediği görülmüştür. Bu durum AG'nin, görselleştirme yapmada sınıf ortamında etkili bir araç olarak kullanılabileceğine işaret etmektedir. Bu bulgu, alan yazındaki araştırmalarla (İbili ve Şahin 2013; Lin *et al.* 2015; Gün ve Atasoy 2017; Topraklıkoğlu 2018) paralellik göstermektedir. AG destekli öğretim, modelde özellikle ilkel bilgi ve görüntüye sahip olma düzeylerinin belirginleşmesini sağlamıştır. Ancak AG etkinliklerinin, öğrencilerin soyutlama düzeylerine ulaşmalarında tek başına yeterli olmayabileceği ve öğrencilerin ek pedagojik desteklere ihtiyaç duydukları söylenebilir.

Sonuç olarak AG destekli öğretim matematiksel anlamayı geliştirmede etkilidir. Ancak bu etki, öğrencinin bilişsel düzeyine bağlı olarak sınırlı kalabilmektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin teknolojik araçları, öğrencilerin kendi düşüncelerini yönlendirecek şekilde pedagojik bir araç olarak kullanmaları önem teşkil etmektedir.

5.2. Araştırmanın Nicel Bulgularına Yönelik Sonuç ve Tartışma

Öğrencilerin Uzamsal Yetenek Testine yönelik ön test ve son test puan bulguları incelendiğinde ön test puan ortalamalarının 12.30, son test puan ortalamalarının 15.45 olduğu görülmektedir. Ortalamalardaki artış, AG ile yapılan öğretim sürecinin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini artırmada etkili olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, Topraklıkoğlu (2018)'nin çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri konusunda, AG etkinlikleri kullanarak öğretim yapan Topraklıkoğlu, öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin geliştiği sonucuna ulaşmıştır. Gün ve Atasoy (2017)'un araştırmalarında da benzer sonuçlar bulunmuştur. Geometrik cisimler ve hacim ölçme konusunun öğretiminde AG kullanarak geleneksel öğretime göre AG destekli öğretimin öğrencilerin uzamsal yeteneklerini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Öğrencilerin Pirie-Kieren anlama puanları ile UYT son test puanları arasındaki ilişkiye yönelik bulgular incelendiğinde orta seviyede pozitif bir ilişkinin olduğu görülmüştür. Bu durum, Pirie-Kieren puanları arttıkça, UYT son test puanlarının da artma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Suindayati, Afifah ve Suja (2019) yaptıkları çalışmada, doğrudan uzamsal yetenek testi uygulamamışlardır. Ancak ortaokul öğrencilerinden matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin, uzamsal problemleri çözme aşamasında Pirie-Kieren modeline göre hangi düzeylerde olduklarını inceleyerek benzer sonuçlara ulaşmışlardır. Çalışmada öğrenciler, üç boyutlu cisimlerle ilgili problemlerde, Pirie-Kieren anlama düzeylerinin çoğunu başarıyla gerçekleştirebilmişlerdir. Bu durum da dolaylı olarak öğrencilerin yüksek düzeyde uzamsal yeteneklere sahip olduklarını göstermektedir. Uzamsal yetenek ile anlama düzeyleri arasındaki ilişki, Gülkılık vd. (2015) ve Yao (2020) tarafından yapılan araştırmalarda da dolaylı olarak görülebilir. Gülkılık vd. (2015) geometrik dönüşümlerle ilgili yaptıkları çalışmada, uzamsal yeteneğin öğrencilerin oluşturdukları grafiksel temsilleri ve öğrencilerin çalışma hızlarını etkilediğini ifade etmişlerdir. Ayrıca araştırmada öğrencilerin uzamsal yeteneklerini kullanarak kavramları daha derinlemesine anladıkları ortaya konulmuştur. Yao (2020) ise dinamik geometri yazılımı kullanarak öğrencilerin geometrik dönüşümler konusundaki matematiksel anlamalarını incelemiştir. Öğrencilerin bu yazılımı kullanarak uzamsal

yeteneklerini geliştirdiklerini ve kavramsal anlamalarını derinleştirdiklerini ortaya koymuştur. Bu da uzamsal yetenek ile matematiksel anlama arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir. Öğretim sürecinde uzamsal yeteneği destekleyecek faaliyetlerde bulunmak matematiksel anlayışı destekleyerek öğrenmelerin derinleşmesini sağlayabilir.

5.3. neriler

Araştırmanın ğretim aşamasında AG kullanımını destekleyen cihazlarla ilgili sıkıntılar yaşanmıştır. AG’yi destekleyen cihazların azlığı öğrencilerin öğrenme anlayışı derinleştirme süreçlerini uzatabilmektedir. Bu konuda araştırma yapacak olanlar sürece başlamadan bu durumu dikkate alabilirler.

Araştırma küçük bir örneklem grubuyla sınırlıdır, katılımcı sayısı artırılarak çalışma yeniden yapılabilir.

AG destekli ğretim, cisimlerin farklı yönden görünümleri, geometrik cisimlerin açınımı, simetri ve kesirler gibi konu alanlarında uygulanmıştır. Gelecekte yapılacak çalışmalar, bu yöntemin farklı matematik konularına uyarlanarak matematiksel düşünmeler üzerindeki etkisini inceleyebilir.

AG destekli ğretimin Pirie-Kieren modeliyle ilişkilendirildiği sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır. Shaghaghian et al. (2022) alışmalarını niversite öğrencileri üzerinde gerçekleştirmiştir. Gelecek alışmalarda AG destekli ğretimin Pirie-Kieren modeliyle ilişkisi farklı yaş gruplarına uygulanarak karşılaştırılabilir.

AG’nin matematiksel düşünmeler üzerindeki etkisini daha iyi incelemek için yapılan etkinlikler artırılabilir ve öğretimin süresi uzatılabilir.

KAYNAKLAR

- Akarsu, M. and Öçal, M. F., 2022. How pre-service teachers perceive geometric reflection in a dynamic environment: Motion view and mapping view: Pre-service teachers' perception of geometric reflection. *International Journal of Curriculum and Instruction*, 14(2), 1531-1560.
- Akkuş, İ. ve Özhan, U., 2017. Matematik ve geometri eğitiminde artırılmış gerçeklik uygulamaları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 4(8), 19-33.
- Altıok, S., 2020. Artırılmış gerçeklik destekli simetri öğretiminin ilkökul öğrencilerinin akademik başarılarına etkileri ve öğrenci görüşleri. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama*, 10 (1), 177-200. <https://doi.org/10.17943/etku.622871>
- Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı. Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, 308 s, Ankara.
- Altunok, F., 2019. Öğrencilerin Matematiksel Anlama Seviyelerinin Pirie ve Kieren Modeline Göre İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Amir, M. F., Ariyanti, N., Anwar, N., Valentino, E. and Afifah, D. S. N., 2020. Augmented reality mobile learning system: study to improve psts' understanding of mathematical development. *International Journal Of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 14(09), 239-247. <https://doi.org/10.3991/ijim.v14i09.12909>
- Argat, A., 2012. Pirie-Kieren Dinamik Modeli ile Öğrencilerde Matematiksel Anlamanın Gelişiminin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Azuma, R. T., 1997. A survey of augmented reality. *Presence*, 6(4), 355-385
- Barraza Castillo, R. I., Cruz Sánchez, V. G. and Vergara Villegas, O. O., 2015. A pilot study on the use of mobile augmented reality for interactive experimentation in quadratic equations. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015(1), 946034. <https://doi.org/10.1155/2015/946034>
- Behzadan, A. H., 2008. ARVISCOPE: Georeferenced Visualization of Dynamic Construction Processes in Three-Dimensional Outdoor Augmented Reality, Doctoral Dissertation, University of Michigan, Michigan.
- Bingöl, B., 2018. Yeni bir yaşam biçimi: artırılmış gerçeklik (AG). *Etkileşim* (1), 44-55. <https://doi.org/10.32739/etkilesim.2018.1.8>
- Billinghurst, M., Kato, H. and Poupyrev, I., 2001. The magicbook: A transitional AR interface. *Computers and Graphics*, 25(5), 745-753.

- Borgen, L.K., 2006. From Mathematics Learner to Mathematics Teacher: Preservice Teachers' Growth of Understanding of Teaching and Learning Mathematics. Doctoral Dissertation, University of British Columbia, Canada.
- Bozkurt, G., 2022. Matematik eğitiminde teknoloji odaklı gerçekleştirilen bir proje kapsamında matematik öğretmenlerinin teknolojiye yönelik görüş ve farkındalıklarının incelenmesi. Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(1), 196-211.
- Bütünler, S. Ö. ve Güler, M., 2017. Gerçeklerle yüzleşme: Türkiye'nin TIMSS matematik başarıları üzerine bir çalışma. Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 12(23), 161-184.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F., 2022. Bilimsel Araştırma Yöntemleri. Pegem Akademi, 368 s, Ankara.
- Calamlam, J. M. M., Ocampo, R. V. and Reyes, Z. Q., 2015. Understanding of students on linear equations through analysis of self-made questions. International Journal of Technical Research and Applications [Special Issue], 22, 117-130.
- Chuene, K., Mabotja, K. and Maoto, S., 2023. Talk that supports learners' folding back for growth in understanding geometry. Pythagoras, 44(1), a711. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v44i1.711>
- Clements, D. H., 1998. Geometric and Spatial Thinking in Young Children. ERIC Document Reproduction Service No. ED 436232. <https://eric.ed.gov/?id=ED436232>
- Coimbra, M. T., Cardoso, T. and Mateus, A., 2015. Augmented reality: an enhancer for higher education students in math's learning?. Procedia Computer Science, 67, 332-339. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.09.277>
- Çakır, R., Adsay, C. ve Akgül Uğur, Ö., 2019. Ters-yüz sınıf modelinin ve web 2.0 yazılımlarının bilgisayarca düşünme becerisi, etkinlik tecrübesi ve uzamsal düşünme becerisine etkisi. Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15(3), 845-866. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.528764>
- Çetinkaya, H. H. ve Akçay, M., 2013. Eğitim ortamlarında artırılmış gerçeklik uygulamaları. Akademik Bilişim Kongresi, Antalya, 11(2015), 66-69.
- Demirkaya, C. ve Masal, M., 2017. Geometrik-mekanik oyunlar temelli etkinliklerin ortaokul öğrencilerinin uzamsal düşünebilme becerilerine etkisi. Sakarya University Journal of Education, 7(3), 600-610.
- Dokumacı Sütçü, N., 2021. Türkiye'de uzamsal yeteneğe ilişkin araştırma eğilimleri. OPUS International Journal of Society Researches, 17(36), 2605-2636. <https://doi.org/10.26466/opus.839496>
- Dubinsky, E., 1991. Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. Advanced mathematical thinking, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 95-126.
- Durak, A. ve Karaoğlu Yılmaz, F. G., 2019. Artırılmış gerçekliğin eğitsel uygulamaları üzerine ortaokul öğrencilerinin görüşleri. Abant İzzet Baysal

- Durmaz, M., 2022. Matematik Öğretmen Adaylarının Alan ve Çevre Kavramları Arasındaki Türev İlişkisini Anlamlandırma Sürecinde Öğretmen Müdahalelerinin Rolü: Pirie-Kieren Teorisine Göre. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Düzenli Gökalep, N., 2012. A Study on Sixth Grade Students' Understanding of Multiplication of Fractions Using Pirie and Kieren Model. Doctoral Dissertation, Middle East Technical University Institute of Science and Technology, Ankara.
- Düzenli Gökalep, N. and Bulut, S., 2018. A new form of understanding maps: multiple representations with Pirie and Kieren model of understanding. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 1–21. <https://hdl.handle.net/11511/80514>
- Erbaş, Ç. ve Demirel, V., 2014. Eğitimde artırılmış gerçeklik uygulamaları: Google Glass örneği. *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education*, 3(2), 8-16.
- Estepa, A. and Nadolny, L., 2015. The effect of an augmented reality enhanced mathematics lesson on student achievement and motivation. *Journal of STEM education*, 16(3).
- Gardner, H., 1987. The theory of multiple intelligences. *Ann of Dyslexia*, 37(1), 19-35.
- Görgüt, R. Ç., 2023. Matematik Felsefesi ve Matematiksel anlama. *Matematik ve Fen Bilimleri Eğitiminde Yeni Yaklaşımlar 2023-III*, F. Erdoğan ve A. Gökhan. Efe Akademi Yayınları, İstanbul, 39-53.
- Gülkalık, H., 2013. Matematiksel Anlamada Temsillerin Rolü: Sanal ve Fiziksel Manipülatifler. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gülkalık, H., Uğurlu, H. and Yürük, N., 2015. Examining students' mathematical understanding of geometric transformations using the Pirie-Kieren model. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(6), 1531-1548.
- Gün, E. T. ve Atasoy, B., 2017. Artırılmış gerçeklik uygulamalarının ilköğretim öğrencilerinin uzamsal yeteneklerine ve akademik başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 42(191).
- Harput, D., 2019. Üstün Zekâlı ve Normal Zekâlı Ortaokul Öğrencilerinin Uzamsal Düşünme Yeteneklerinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Kayseri.
- Hedges, L. V., 1981. Distribution theory for glass's estimator of effect size and related estimators. *Journal of Educational Statistics*, 6(2), 107–128. <https://doi.org/10.2307/1164588>

- Hendracipta, N., Rafianti, I., Pujiastuti, H. and Haryadi, R., 2021. The use of augmented reality to improve mathematics conceptual understanding of pre-service elementary education teachers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1796(1), 012018. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1796/1/012018>
- Hıdıroğlu, Ç. N. ve Bukova Güzel, E., 2014. Matematiksel içerikte GeoGebra kullanımı: boy-ayak uzunluğu problemi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36 (36), 29-44.
- Hiebert, J. and Carpenter, T. P., 1992. Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, D. A. Grouws. Macmillan Publishing Co, Inc., New York, 65-97.
- Hiebert, J. and Lefevre, P., 1986. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, J. Hiebert. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1-27.
- İbili, E. ve Şahin, S., 2013. Artırılmış gerçeklik ile interaktif 3D geometri kitabı yazılımının tasarımı ve geliştirilmesi: ARGE3D. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 13(1), 1-8. <https://doi.org/10.5578/fmbd.6213>
- İbili, E. ve Şahin, S., 2015. Geometri öğretiminde artırılmış gerçeklik kullanımının bilgisayarlara yönelik tutumlarına ve bilgisayarın öz-yeterlilik algılarına etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9 (1), 332-350.
- İçten, T. ve Bal, G., 2017a. Artırılmış gerçeklik üzerine son gelişmelerin ve uygulamaların incelenmesi. *Gazi University Journal of Science Part C: Design and Technology*, 5(2), 111-136.
- İçten, T. ve Bal, G., 2017b. Artırılmış gerçeklik teknolojisi üzerine yapılan akademik çalışmaların içerik analizi. *Bilişim Teknolojileri Dergisi*, 10(4), 401-415. <https://doi.org/10.17671/gazibtd.290253>
- İpek, A.R., 2020. Artırılmış gerçeklik, sanal gerçeklik ve karma gerçeklik kavramlarının içinde isimlendirme ve tanıtım sorunları. *İdil Sanat ve Dil Dergisi*, 9 (71), 1061-1072.
- Janvier, C., 1987. Translation process in mathematics education. *Problems of representation in mathematics learning and problem solving*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 27-31.
- Kapıcıoğlu, G., 2022. Üniversite Öğrencilerinin Uzamsal Yeteneklerinin ve Geometri Kavramına Yönelik Kelime İlişkilendirmelerinin İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.*

- Kara, A., 2018. Artırılmış Gerçeklik Uygulamalarının Eğitimde Kullanılmasına Yönelik Araştırmaların İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Kaufmann, H. and Schmalstieg, D., 2006. Designing immersive virtual reality for geometry education. Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference (VR 2006), 51–58. <https://doi.org/10.1109/VR.2006.48>
- Katrancı, Y., 2014. İşbirliğine Dayalı Öğrenme Ortamlarında Problem Oluşturma Çalışmalarının Matematiksel Anlamaya ve Problem Çözme Başarısına Etkisi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kerawalla, L., Luckin, R., Seljefot, S. and Woolard, A., 2006. Making it real: Exploring the potential of augmented reality for teaching primary school science. Virtual Reality, 10(3-4), 163-174.
- Klopfer, E. and Yoon, S., 2004. Developing games and simulations for today and tomorrow's tech savvy youth. Tech Trends, 49(3), 41-49.
- Köse, N., Tanışlı, D., Erdoğan, E. Ö. ve Ada, T. Y., 2012. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli geometri dersindeki geometrik oluşum edinimleri. Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 8(3), 102-121.
- Köysüren, M. ve Üzel, D., 2018. Matematik öğretiminde teknoloji kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığına etkisi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 12(2), 81-101.
- Kurt, M., 2002. Görsel-uzaysal yeteneklerin bileşenleri. 38. Ulusal Psikiyatri Kongresi Bildiriler Kitapçığı, 120-125.
- Le, H. Q. and Kim, J. I., 2017. An augmented reality application with hand gestures for learning 3D geometry. IEEE International Conference on Big Data and Smart Computing (BigComp), Jeju, South Korea.
- Lin, C. Y. and Chang, Y. M., 2015. Interactive augmented reality using Scratch 2.0 to improve physical activities for children with developmental disabilities. Research in Developmental Disabilities, 37, 1-8.
- Lin, H.C. K., Chen, M.C. and Chang, C.K., 2015. Assessing the effectiveness of learning solid geometry by using an augmented reality-assisted learning system. Interactive Learning Environments, 23(6), 799-810.
- Linn, M. C. and Petersen, A. C., 1985. Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. Child Development, 56(6), 1479-1498.
- Liu, E., Li, Y., Cai, S. and Li, X., 2018. The effect of augmented reality in solid geometry class on students' learning performance and attitudes. Proceedings of the 15th International Conference on Remote Engineering and Virtual Instrumentation (REV 2018), Düsseldorf, Germany. https://doi.org/10.1007/978-3-319-95678-7_61

- Lyndon, C. M., 2008. Folding back and the dynamical growth of mathematical understanding: Elaborating the pirie-kieren theory. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 64-85.
- Maier, P. H., 1996. Spatial geometry and spatial ability–How to make solid geometry solid. In *Selected papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics*, Germany.
- Manu, S. S., 2005. Growth of mathematical understanding in a bilingual context: Analysis and implication. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 29)*. Melbourne.
- McGee, M. G., 1979. Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological bulletin*, 86(5), 889.
- Michael, W. B., Guilford, J. P., Fruchter, B. and Zimmerman, W. S., 1957. The description of spatial-visualization abilities. *Educational and Psychological Measurement*, 17(2), 185-199.
- Meel, E.D., 2003. Models and theories of mathematical understanding: comparing Pirie and Kieren's Model of the growth mathematical understanding and Apos Theory. *Journal of Mathematical Education*, 12, 132-174.
- Milgram, P. and Kishino, F., 1994. A taxonomy of mixed reality visual displays. *IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems*, 77(12), 1321- 1329
- Millî Eğitim Bakanlığı., 2018. İlköğretim matematik dersi öğretim programı (1-8. sınıflar). Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara. Erişim: <https://mufredat.meb.gov.tr>
- Mousley, J., 2005. What does mathematics understanding look like? *Building connections: research, theory and practice*, Melbourne, Australia, 553–560.
- National Council of Teachers of Mathematics., 2000. Principles and standards for school mathematics. NCTM, Reston, VA. <https://www.nctm.org/standards/>
- Obilor, E.I and Amadi E.C., 2018. Test for significance of Pearson's correlation coefficient (r). *International Journal of Innovative Mathematics, Statistics & Energy Policies*, 6(1), 11- 23.
- Olkun, S. ve Altun, A., 2003. İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar deneyimleri ile uzamsal düşünme ve geometri başarıları arasındaki ilişki. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(4), 86-91.
- Özdemir, D. ve Özçakır, B., 2019. Kesirlerin öğretiminde arttırılmış gerçeklik etkinliklerinin 5. sınıflarının matematik başarılarına ve tutumlarına etkisinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 9(1), 21-41. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.495731>
- Özkan, M., Al, A. ve Yavuz, S., 2018. Uluslararası politik ekonomi açısından dördüncü sanayi-endüstri devrimi'nin etkileri ve Türkiye. *International Journal of Political Science and Urban Studies*, 6(2).

- Özsoy, S. and Özsoy, G., 2023. Effect size reporting in educational research. *Elementary Education Online*, 12(2), 334–346. <https://ilkogretim-online.org/index.php/pub/article/view/5385>
- Piaget, J., 1950. *The Psychology of Intelligence*. Harcourt Brace, New York.
- Pirie, S. and Kieren, T., 1989. A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), 7–11.
- Pirie, S. and Kieren, T., 1994. Growth in mathematical understanding: how can we characterise it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2–3), 165–190. <https://doi.org/10.1007/BF01273662>
- Pirie, S. and Thom, J., 2006. Looking at the complexity of two young children's understanding of number. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 185-195.
- Pujiastuti, H., Haryadi, R. and Arifin, A. M., 2020. The development of Augmented Reality-based learning media to improve students' ability to understand mathematics concept. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 9(2), 92-101. <https://doi.org/10.15294/ujme.v9i2.39340>
- Rexhepi, H. and Makasevska, V., 2024. The impact of the Pirie-Kieren theory on developing fraction understanding in third-grade students. *Journal of Curriculum Studies Research*, 6(2), 196-214.
- Salinas, P., González Mendivil, E., Quintero, E., Ríos, H., Ramírez, H. and Morales, S., 2013. Development of a didactic prototype for mathematics learning through augmented reality. *Procedia Computer Science*, 25, 62–70. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2013.11.008>
- Samset, E., Schmalstieg, D., Vander Sloten, J., Freudenthal, A., Declerck, J., Casciaro, S., Rideng, Ø. and Gersak, B., 2008. Augmented reality in surgical procedures. In B. E. Rogowitz & T. N. Pappas (Eds.), *Proceedings of SPIE: Human Vision and Electronic Imaging XIII* (Vol. 6806, pp. 1–12). SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.784155> Proc. SPIE. 68(6).
- Saraçoğlu, M. ve Aşılıoğlu, B., 2022. Türkiye’de geometrik düşünme üzerine yapılan araştırmalara ilişkin bir meta-sentez. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 21(81), 91-116. <https://doi.org/10.17755/esosder.982081>
- Sevgi, S., Harput, D. ve Bayazıt, İ., 2021. Ortaokul öğrencilerinin uzamsal zekâ becerilerinin cinsiyet, sınıf ve okul açısından incelenmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 558-581. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1029079>
- Sezgin, A. N., 2019. Çoklu Temsillerle Öğretimin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Seviyelerine ve Cebirsel Problem Çözme Sürecine Etkisinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Sfard, A., 1994. Reification as the birth of metaphor. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 44-55.

- Shaghaghian, Z., Burte, H., Song, D. and Yan, W., 2022. An augmented reality application and user study for understanding and learning spatial transformation matrices. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.00110>
- Shelton, B. E. and Hedley, N. R., 2002. Using augmented reality for teaching earth-sun relationships to undergraduate geography students. In *The First IEEE International Workshop Augmented Reality Toolkit*, (pp. 8-pp). IEEE.
- Sierpinska, A., 1994. *Understanding in mathematics*. The Falmer Press, London.
- Sinclair, H., 1987. Constructivism and the psychology of mathematics. *Proceedings of the 11th International Conference of the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Montreal, 28–41.
- Skemp, R. R., 1976. Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Skemp, R. R., 1987. *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Smith, G. G., 1998. *Computers, Computer Games, Active Control and Spatial Visualization Strategy*. Doctoral Thesis, Arizona State University, Tempe.
- Sommerauer, P. and Müller, O., 2014. Augmented reality in informal learning environments: A field experiment in a mathematics exhibition. *Computers and Education*, 79, 59-68. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.07.013>
- Somyürek, S., 2014. Öğretim sürecinde z kuşağının dikkatini çekme: artırılmış gerçeklik. *Eğitim Teknolojisi Kuram ve Uygulama*, 4(1), 63-80. <https://doi.org/10.17943/etku.88319>
- Suindayati, S., Afifah, D. S. N. and Suja'i, I. S., 2019. Theory Pirie-Kieren: Lapisan pemahaman siswa SMP berkemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan soal bangun ruang. *MaPan: Jurnal Matematika Dan Pembelajaran*, 7(2), 211-228.
- Stewart Smith, H., 2012. *Education with Augmented Reality: AR textbooks released in Japan* (video). 04/10/2024 tarihinde <https://www.zdnet.com/article/education-with-augmented-reality-ar-textbooks-released-in-japan-video/> adresinden erişilmiştir.
- Şahin, E. and Kabasakal, V., 2018. STEM eğitim yaklaşımında dinamik matematik programlarının (GeoGebra) kullanımına yönelik öğrenci görüntülerinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6 (STEMES'18), 55-62.
- Şekerci, C., 2017. Sanal gerçeklik kavramının tarihçesi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(54).
- Şengül, S. ve Kırıl Demir, B., 2024. Öğretmen adaylarının rasyonel sayılara ilişkin zihin haritaları: Pirie-Kieren teorisi. *Millî Eğitim*, 53(241), 133-164. DOI: 10.37669/milliegitim. 1141497

- Tabachnick, B. G. and Fidell, L. S., 2013. Using multivariate statistics (6th ed.). Pearson.
- Tall, D. O., 1992. The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity, and proof. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan, New York, 495–511.
- Tartre, L. A., 1990. Spatial orientation skill and mathematical problem solving. Journal for Research in Mathematics Education, 21(3), 216-229.
- Taşci, G., 2023. Matematik Eğitiminde Artırılmış Gerçeklikle İlgili Uygulamaların Öğrencilerin Geometrik Düşünme Düzeylerinin ve Uzamsal Yeteneklerinin Gelişimine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Topraklıkoğlu, K., 2018. Üç Boyutlu Modellemenin Kullanıldığı Artırılmış Gerçeklik Etkinlikleri ile Geometri Öğretimi. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Toptaş, V. ve Karaca, E. T., 2017. Geometri öğretiminde uzamsal düşünme becerisini geliştirmeye yönelik bilgisayar yazılımlarına genel bir bakış. International Journal of Eurasia Social Sciences/Uluslararası Avrasya Sosyal Bilimler Dergisi, 8(28).
- Turgut, M., Yenilmez, K. ve Balbağ, M. Z., 2017. Öğretmen adaylarının mantıksal ve uzamsal düşünme becerileri: bölüm, cinsiyet ve akademik performansın etkisi. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(41), 265–283. <https://doi.org/10.21764/efd.13098>
- Turğut, M., 2007. İlköğretim II. Kademedeki Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Turğut, M. ve Yılmaz, S., 2012. İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin uzamsal yeteneklerinin incelenmesi. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi (19), 69-79.
- Türk Dil Kurumu (TDK), 2023. Güncel Türkçe Sözlük. 02 Aralık 2023 tarihinde <https://sozluk.gov.tr/> adresinden erişildi.
- Usiskin, Z., 2012. What does it mean to understand some mathematics? 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea.
- Uzun, Z. B., 2019. Ortaokul Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri, Uzamsal Yetenekleri ve Geometriye Yönelik Tutumları. Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- Widyasari, N. and Mastura, L. I., 2020. Improving geometry thinking ability through augmented reality based learning media. EduMa: Mathematics education learning and teaching, 9(1), 80-85.

- Yao, X., 2020. Unpacking learner's growth in geometric understanding when solving problems in a dynamic geometry environment: Coordinating two frames. *The Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100803.
- Yenilmez, K. ve Küçükay, S., 2021. Kırsalda öğrenim gören öğrencilerin uzamsal zekâ, uzamsal yetenek ve uzamsal kaygıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 6(1), 31-45.
- Yıldız, S. G., 2019. Tasarım Temelli Matematik Uygulamalarının Farklı Öğrenme Yaklaşımlarına Sahip Öğrencilerin Uzamsal Yeteneklerine ve 3 Boyutlu Geometrik Düşünme Becerilerine Etkisinin İncelenmesi. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yılmaz, M. R., 2014. Artırılmış Gerçeklik Teknolojisiyle 3 Boyutlu Hikâye Canlandırmanın Hikâye Kurgulama Becerisine ve Yaratıcılığa Etkisi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Yuen, S., Yaoyuneyong, G. and Johnson, E., 2011. Augmented reality: An overview and five directions for AR in education. *Journal of Educational Technology Development and Exchange*, 4(1), 119-140

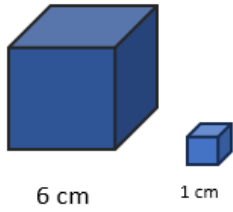
EKLER

EK 1: Matematiksel Anlama Testi

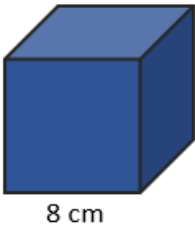
AD:

SOYAD:

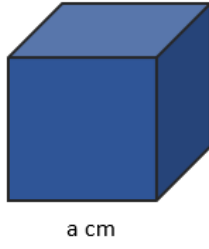
- 1) Hacim kavramı sizin için neyi ifade etmektedir? Açıklayınız.
- 2) Çevrenizde gördüğünüz nesnelerden yararlanarak hacim kavramına örnekler veriniz.
- 3) Aşağıda verilen küpün içini birim küplerle (1 cm'lik) doldurmak isterseniz kaç tane birim küpe ihtiyaç duyarsınız? Kaç tane birim küp sığdığını bulup hacmini hesaplayınız.



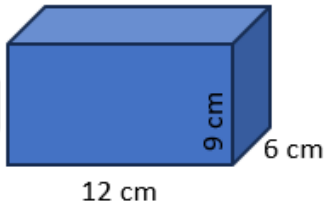
- 4) Aşağıda verilen küpün hacmini birim küpler kullanmadan nasıl hesaplarsınız? Açıklayınız.



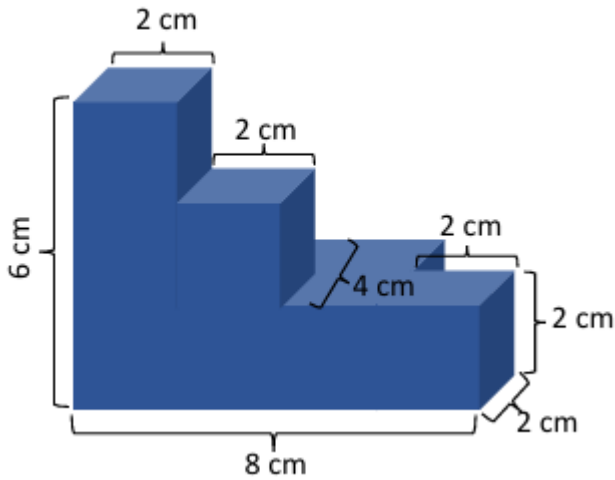
- 5) Aşağıda verilen küpün hacmini hesaplamak için bir formül oluşturunuz.



- 6) K   n hacminin hesaplanmasından yararlanarak dikd  rtgenler prizmasının hacmini nasıl hesaplırsınız?



- 7) Aşağıda verilen cismin hacmini hesaplayınız.



- 8) Prizmaların hacmiyle ilgili bir problem sorusu oluşturun     z  m  n   yapınız.

EK 2: Uzamsal Yetenek Testi

SORULAR

1. Önden ve sağdan görünüşü verilen aşağıdaki binanın sağdan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



A)

B)

C)

D)



2. Önden ve sağdan görünüşü verilen aşağıdaki binanın önden görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?

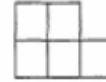
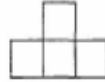


A)

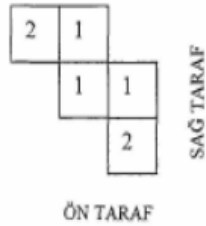
B)

C)

D)



3. Aşağıda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın sağdan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?

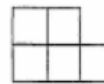
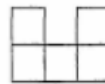
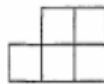
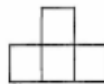


A)

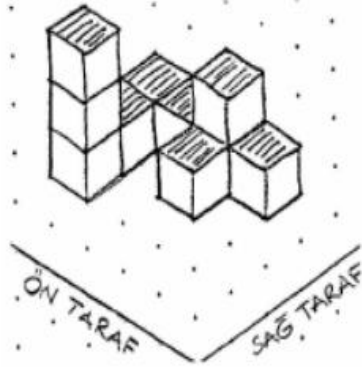
B)

C)

D)



4. Önden ve sağdan görünüşü verilen aşağıdaki binanın sağdan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?

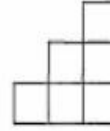
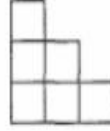


A)

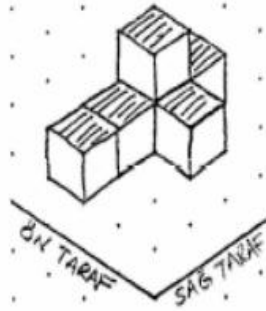
B)

C)

D)



5. Önden ve sağdan görünüşü verilen aşağıdaki binanın arkadan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?

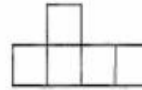


A)

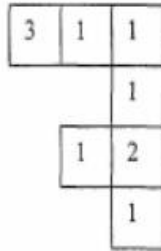
B)

C)

D)



6. Aşağıda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Bu göre bu binanın arkadan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



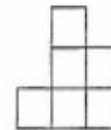
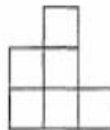
ÖN TARAF

A)

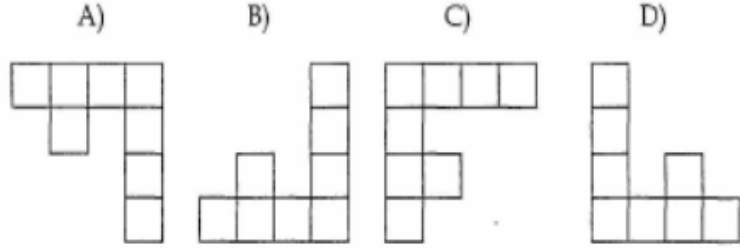
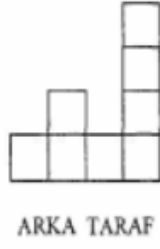
B)

C)

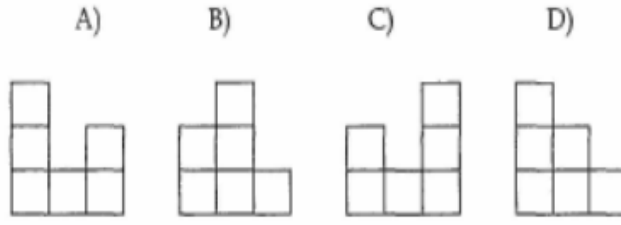
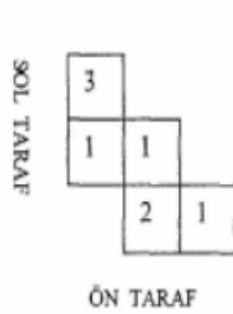
D)



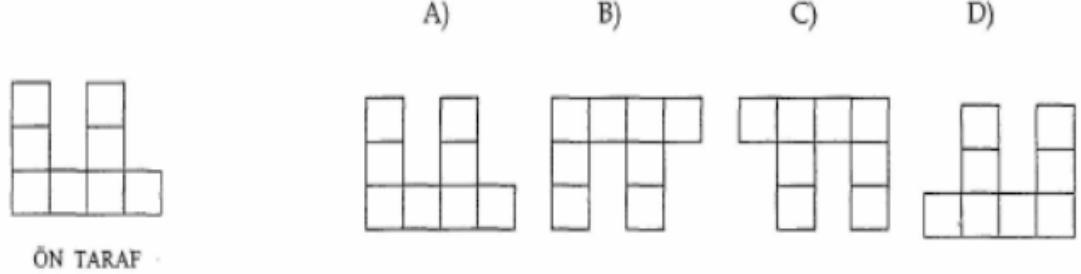
7. Aşağıda bir binanın arkadan görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın önden görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



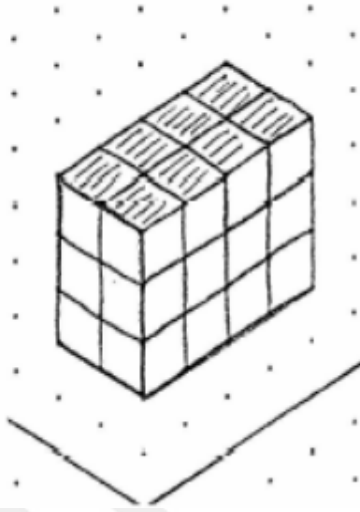
8. Aşağıda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Bu göre bu binanın soldan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



9. Aşağıda bir binanın önden görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın arkadan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



10. Aşağıdaki binanın yapımında kaç tane küp kullanılmıştır?



A)

B)

C)

D)

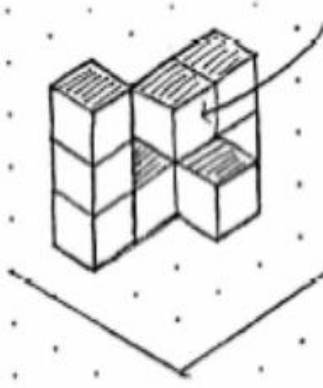
18

24

36

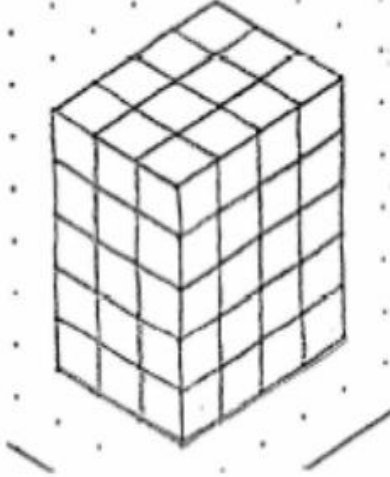
48

11. Aşağıdaki okla gösterilen küp kaç tane küple yüz-yüze durmaktadır?



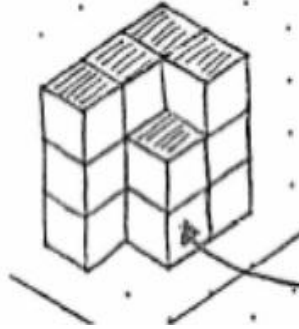
- | | | | |
|----|----|----|----|
| A) | B) | C) | D) |
| 2 | 3 | 4 | 5 |

12. Aşağıdaki binanın yapımında kaç tane küp kullanılmıştır?



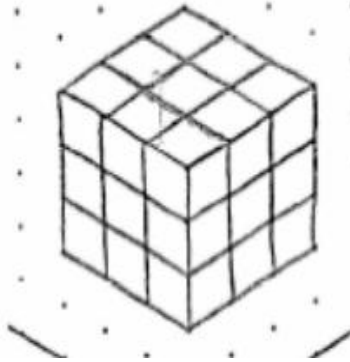
- | | | | |
|----|----|----|----|
| A) | B) | C) | D) |
| 36 | 42 | 48 | 60 |

13. Aşağıdaki okla gösterilen küp kaç tane küple yüz-yüze durmaktadır?



- | | | | |
|----|----|----|----|
| A) | B) | C) | D) |
| 2 | 3 | 4 | 5 |

14. Aşağıdaki binanın dış yüzeyi maviye boyanacaktır. Buna göre üç yüzü de mavi boyalı olan kaç tane küp olur?



A)

B)

C)

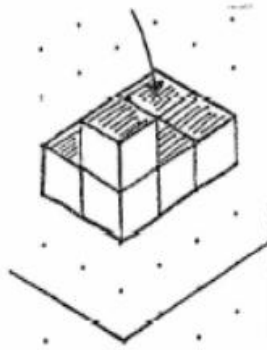
D)

4

8

12

16



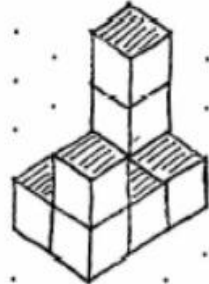
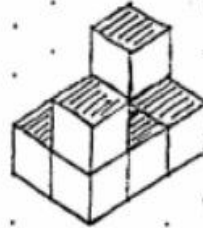
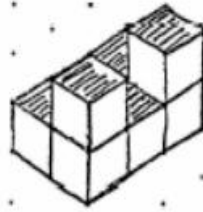
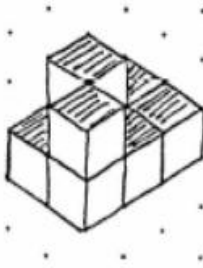
15. Yandaki resimde, okla gösterilen küpün üzerine bir küp daha eklenirse, binanın yeni görüntüsü aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

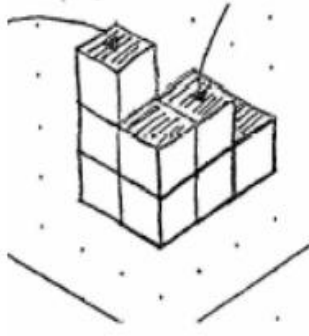
A)

B)

C)

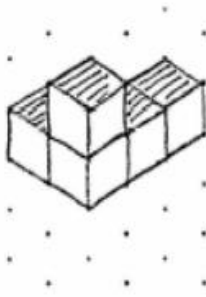
D)



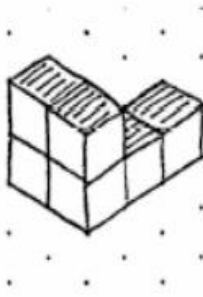


16. Yandaki resimde, okla gösterilen küpler kaldırılırsa, binanın yeni görüntüsü aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

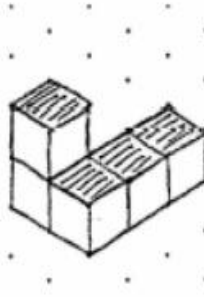
A)



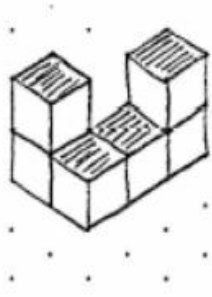
B)



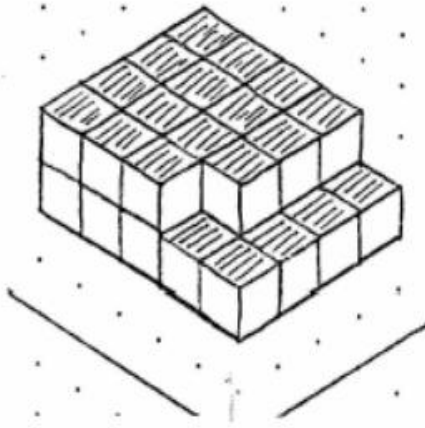
C)



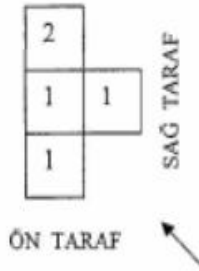
D)



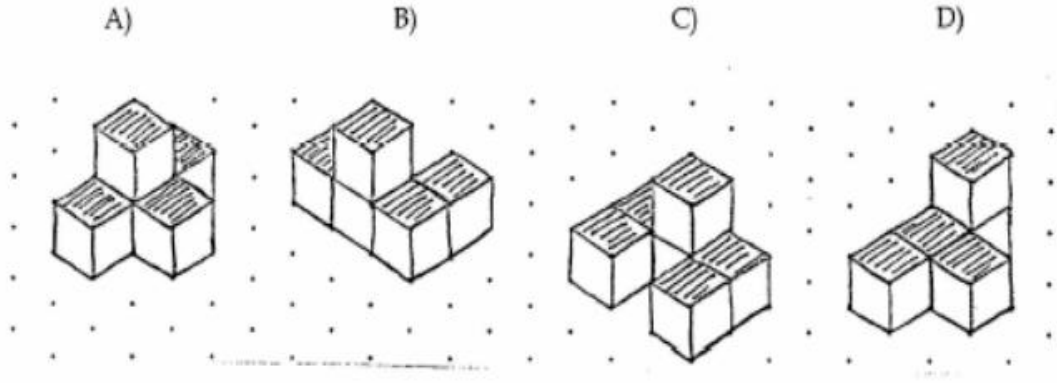
17. Aşağıdaki binanın yapımında kaç tane küp kullanılmıştır?

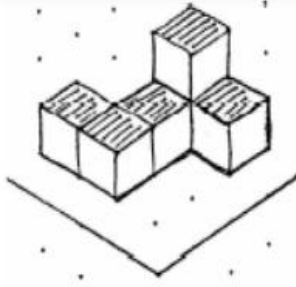


- | | | | |
|----|----|----|----|
| A) | B) | C) | D) |
| 17 | 26 | 35 | 44 |



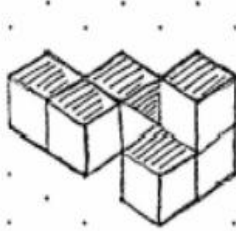
18. Yanda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın önden ve sağdan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



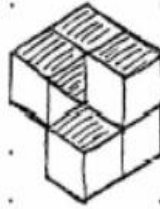


19. Yandaki resimde bir binarun görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binarun başka bir görüntüsüdür?

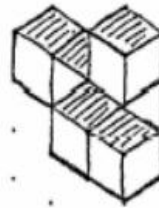
A)



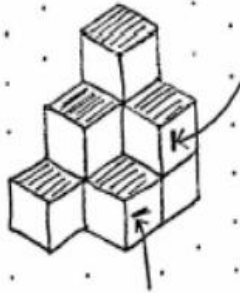
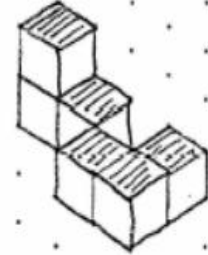
B)



C)

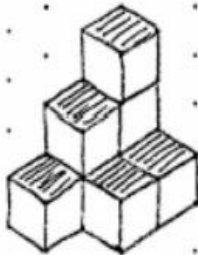


D)

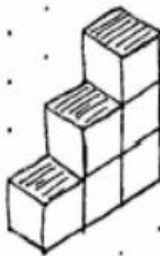


20. Yandaki resimde, okla gösterilen küpler kaldırılırsa, binarun yeni görüntüsü aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

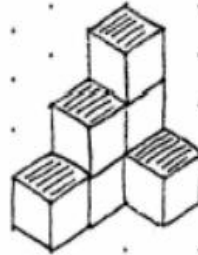
A)



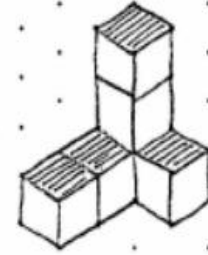
B)



C)

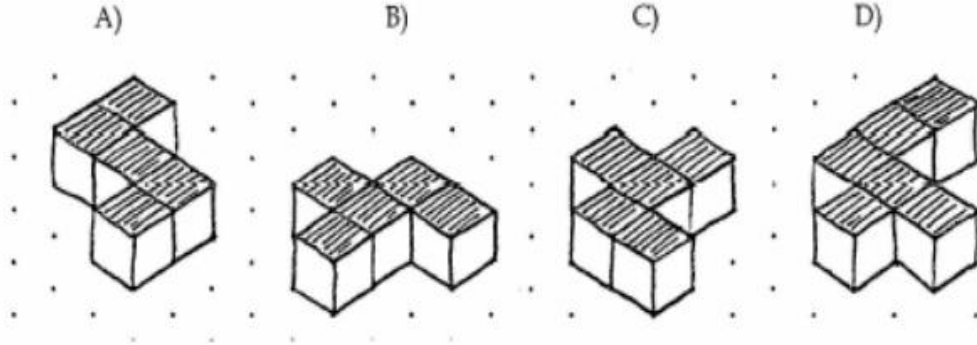


D)





21. Yandaki resimde bir binanın görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binanın başka bir taraftan görüntüsüdür?

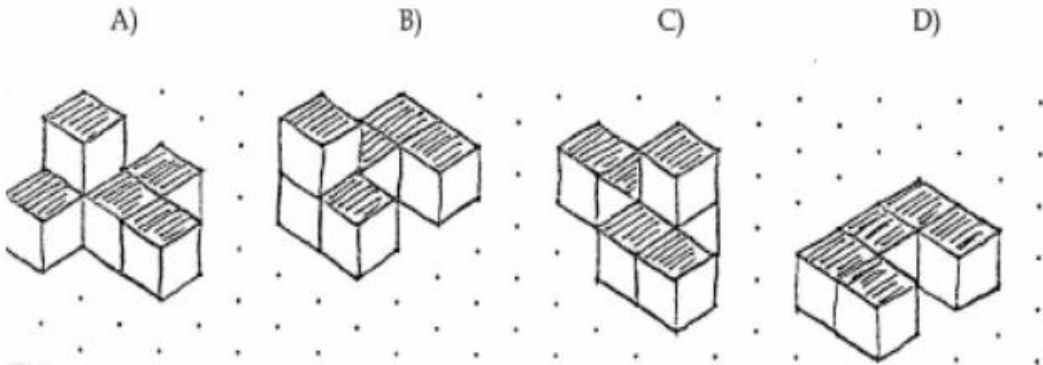


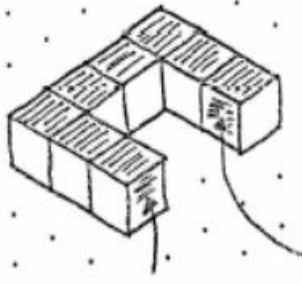
ARKA TARAF

1		1
1	1	2

SAĞ TARAF

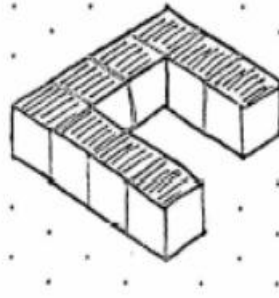
22. Yanda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın arkadan ve sağdan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



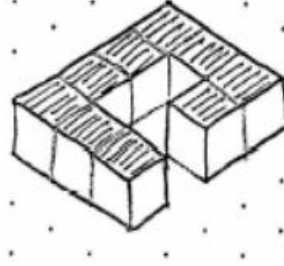


23. Yandaki resimde, oklarla gösterilen yüzlere degecek şekilde birer küp daha eklenirse, binanın yeni görüntüsü aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

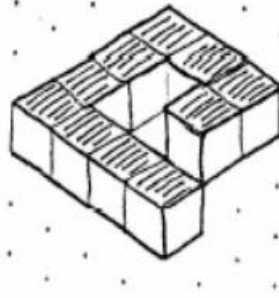
A)



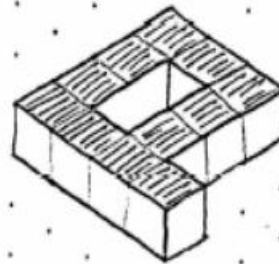
B)

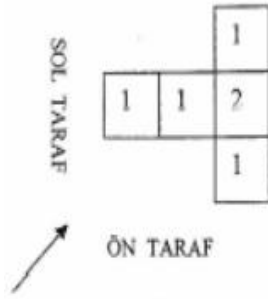


C)

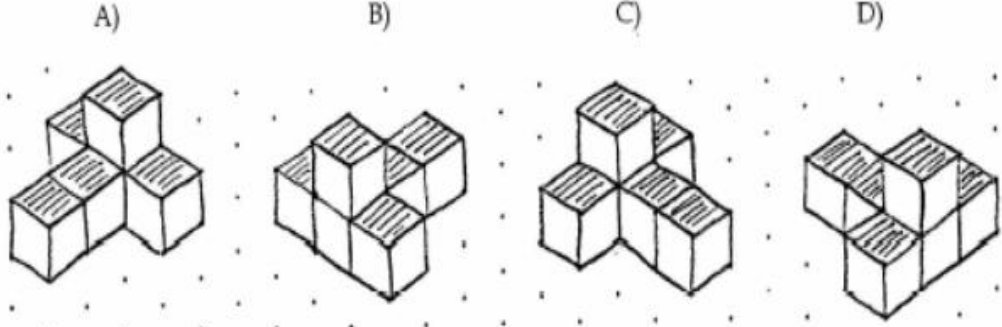


D)

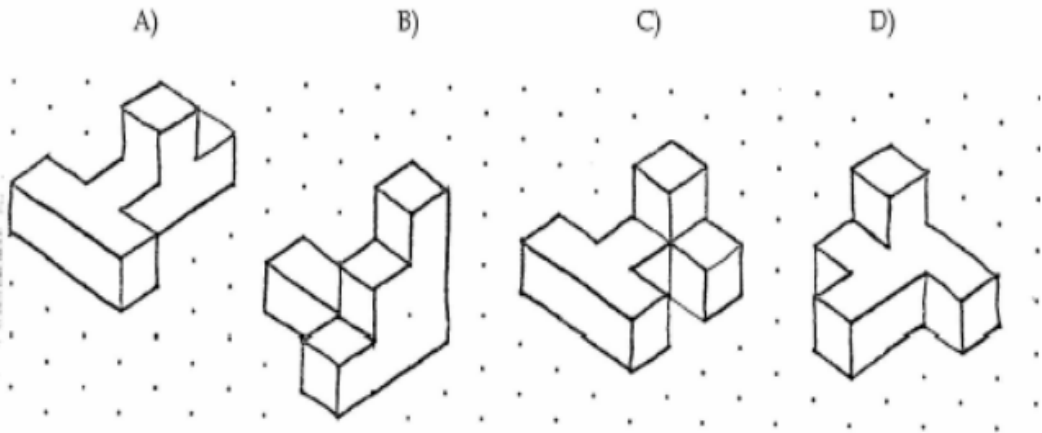
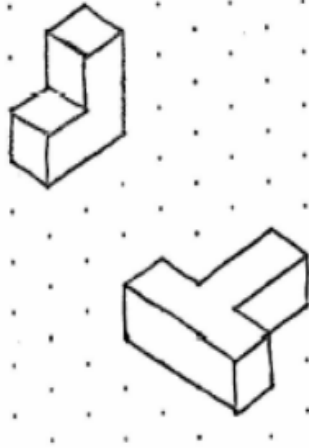


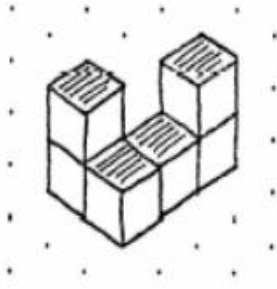


24. Yanda bir binanın tepeden (kuşbakışı) görünüşü verilmiştir. Buna göre bu binanın önden ve soldan görünüşü aşağıdakilerden hangisidir?



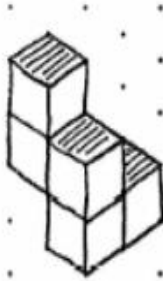
25. Yandaki resimde verilen parçalarla aşağıdaki binalardan hangisi oluşturulabilir?



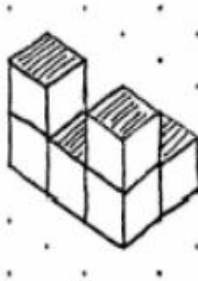


26. Yandaki resimde bir binarun görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binanın başka bir taraftan görüntüsüdür?

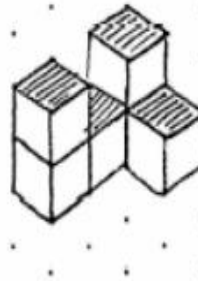
A)



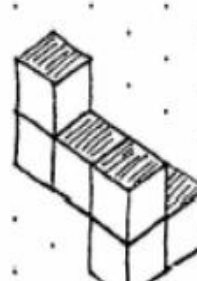
B)

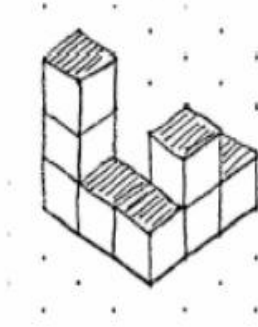


C)



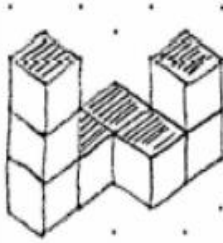
D)



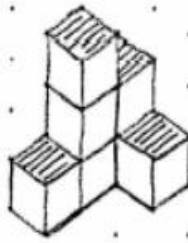


27. Yandaki resimde bir binanın görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binanın başka bir taraftan görüntüsüdür?

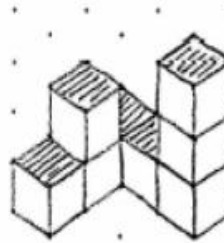
A)



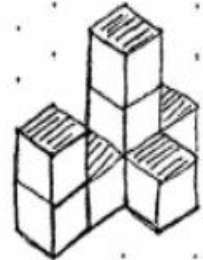
B)



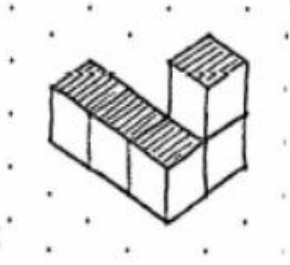
C)



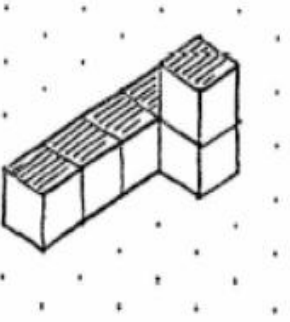
D)



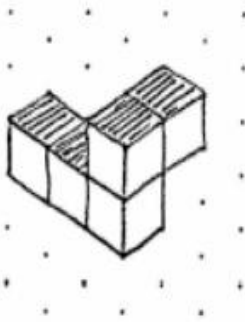
28. Yandaki resimde bir binanın görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi ayrı binanın başka bir taraftan görüntüsüdür?



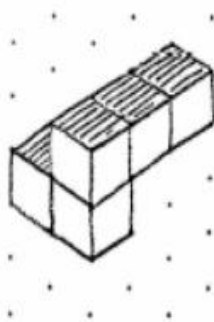
A)



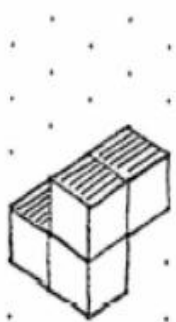
B)

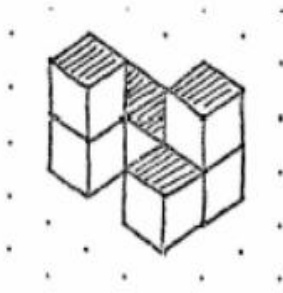


C)



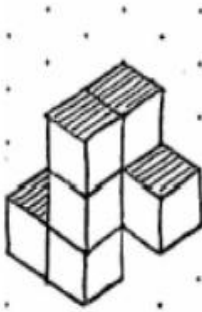
D)



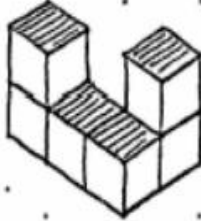


29. Yandaki resimde bir binanın görüntüsü verilmiştir. Aşağıdakilerden hangisi aynı binanın **başka bir** taraftan görüntüsüdür?

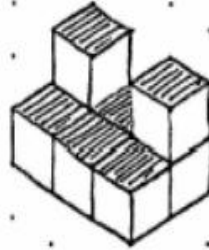
A)



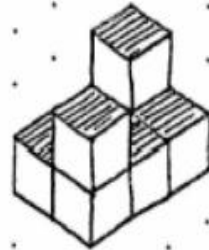
B)



C)



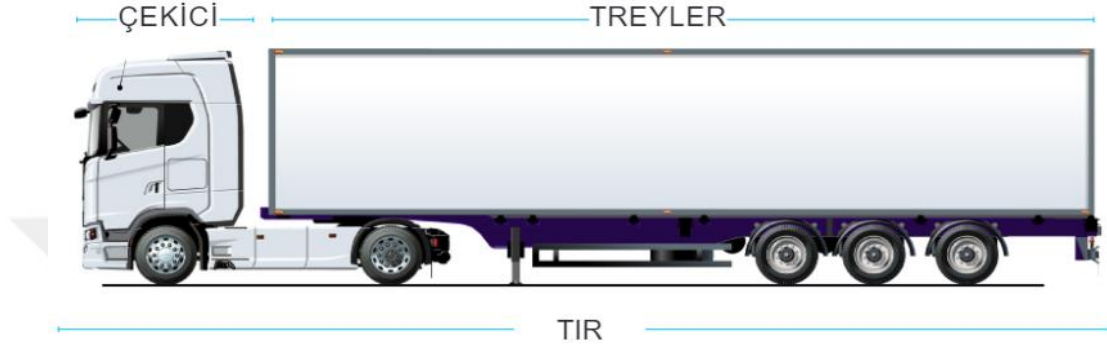
D)



EK 3: Etkinlik Kâğıdı

Kazanım: M.6.3.4.1. Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birimküp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birimküpleri sayarak hesaplar.

Etkinlik 1:



Kara yolu taşımacılığında en çok kullanılan araçlardan biri de tırlardır. Tırların treyler adı verilen yük taşıma bölümleri genellikle dikdörtgenler prizması şeklinde tasarlanmaktadır. Bu tasarım; taşınacak yükün daha düzenli yerleştirilmesini, kolayca sabitlenmesini ve güvenli bir şekilde taşınmasını sağlamaktadır. Sizce bir treylere, boşluk miktarı en az olacak şekilde yerleştirilmek istenen yüklerin şekli nasıl olmalıdır?

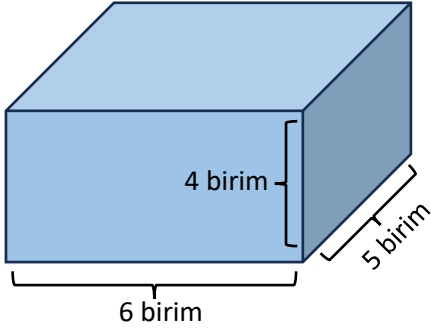


Yukarıda bir tır ve bu tıra yüklenecek olan küp biçimindeki kolilerden biri ölçüleri ile birlikte verilmiştir. Bu kolilerden en fazla kaç tanesi ile treyler tam olarak doldurulabilir? (Kaynak: Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul

ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, s. 270.)



Etkinlik 2:

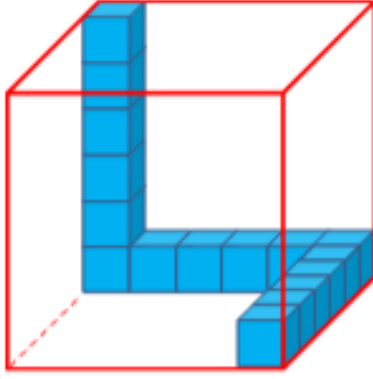


Yandaki dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun içine boşluk kalmayacak şekilde kaç tane birim küp yerleştirileceğini bulunuz.



Kazanım: M.6.3.4.2. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar.

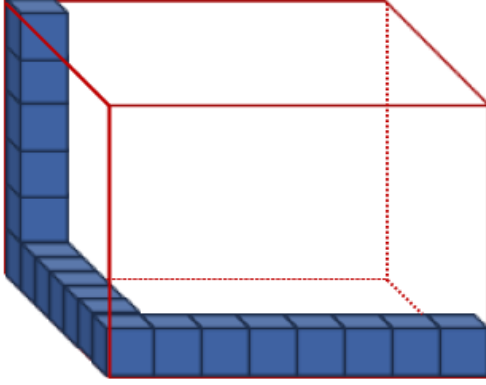
Etkinlik 1:



Yanda verilen kutunun içi boşluk kalmayacak şekilde birim küplerle doldurulacaktır. Buna göre en az kaç adet birim küpe daha ihtiyaç vardır? (Kaynak: Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı, s. 279)



Etkinlik 2:



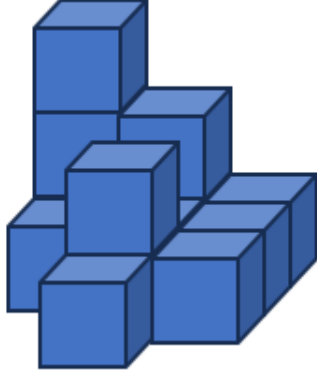
Yanda verilen kutunun içi boşluk kalmayacak şekilde birim küplerle doldurulacaktır. Buna göre en az kaç adet birim küpe daha ihtiyaç vardır?



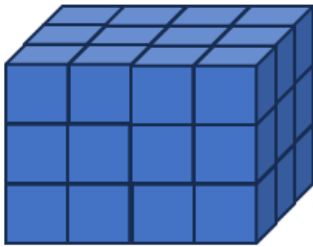
Etkinlik 3:

Aşağıda verilen şekillerin hacmini birim küp cinsinden ifade ediniz.

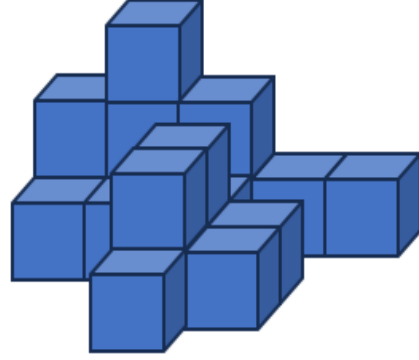
a)



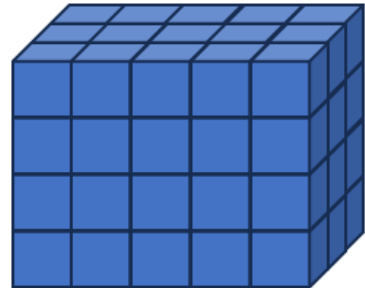
c)



b)



d)



Etkinlik 4:

- a)** 12 adet birim küp kullanarak farklı dikdörtgenler prizmaları oluşturunuz. (Kaynak: Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, s. 275.)



- b)** 20 adet birim küp kullanarak farklı dikdörtgenler prizmaları oluşturunuz.

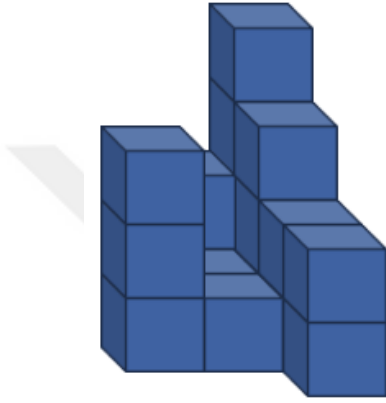


Kazanım: M.6.3.4.4. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

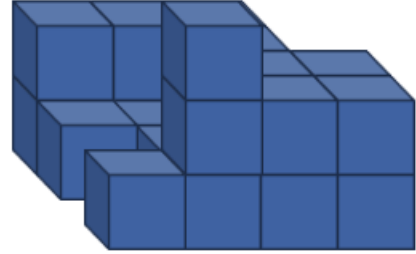
Etkinlik 1:

Aşağıda verilen şekiller bir kenar uzunluğu 2 cm olan küplerden oluşturulmuştur. Verilen şekillerin hacminin kaç cm^3 olduğunu bulunuz.

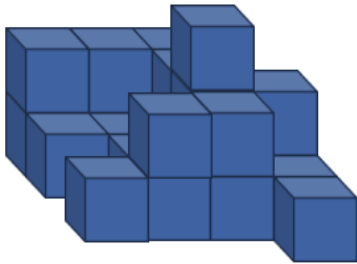
a)



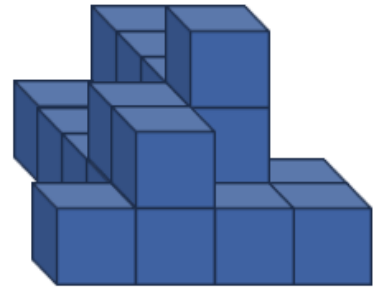
b)



c)



d)



Etkinlik 2:



Taban ayrıtı **2 m** olan kare prizma biçimindeki tır kasasına bir ayrıtının uzunluğu **50 cm** olan küp biçimindeki kolilerden en fazla **96 tane** yerleştirilebilmiştir. Buna göre tır kasasının **uzunluğu** kaç metredir?

(Kaynak: Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, s. 288.)



Etkinlik 3:

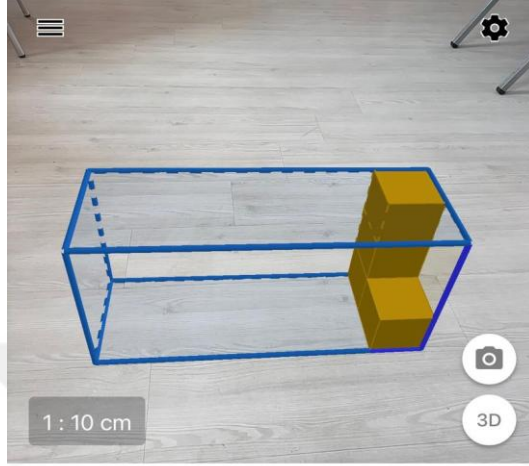


Bir marketteki 5 eş bölmeden oluşan buzdolabı yanda verilmiştir. Bu buzdolabının **dikdörtgenler prizması** biçimindeki bölmelerinin genişliği **60 cm**, yüksekliği **30 cm** ve derinliği **50 cm**'dir. Bu buzdolabının içine hacmi **300 cm³** olan **dikdörtgenler prizması** biçimindeki peynir paketlerinden en fazla **kaç adet** sığabileceğini bulunuz. (Kaynak: Altunkaynak, A., Tunç, L. ve Kavurmacı, M., 2024. Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 6. Sınıf Ders Kitabı, Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, s. 291.)



EK 4: AG Etkinlikleri

SORU 1:



Temel Araçlar



DAHA FAZLA

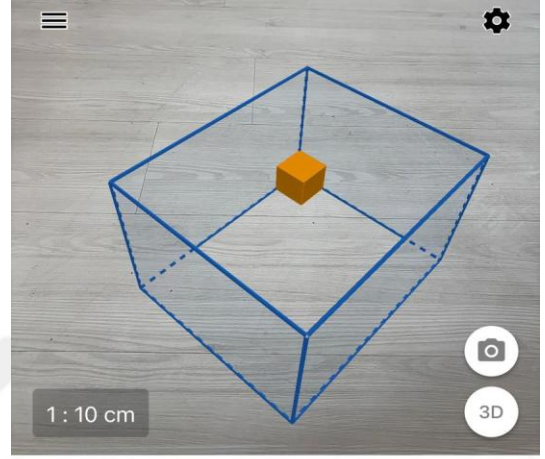


Cebir



Araçlar

SORU 2:



Temel Araçlar



DAHA FAZLA

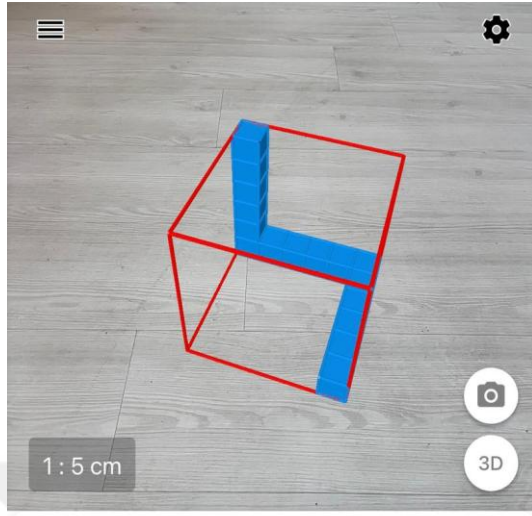


Cebir



Araçlar

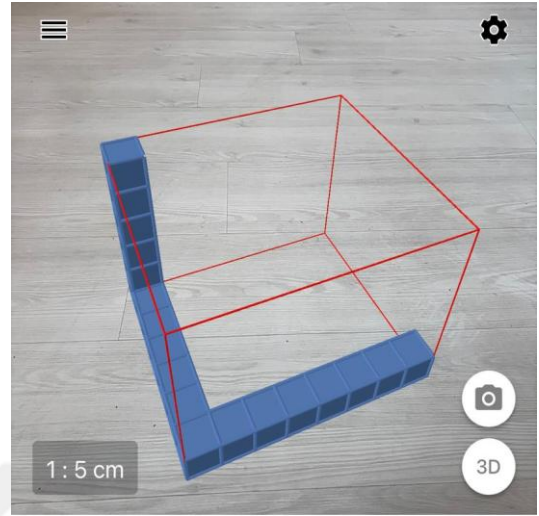
SORU 3:



Temel Araçlar



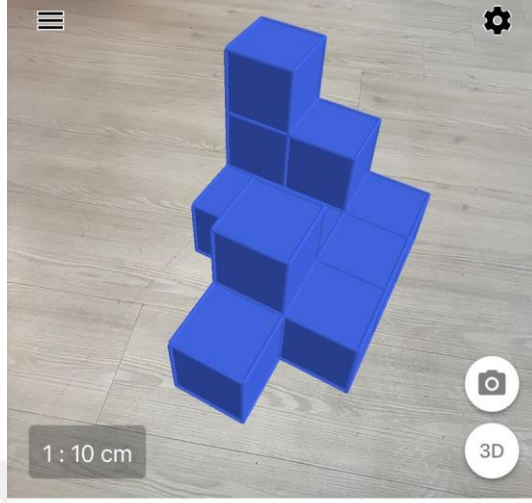
SORU 4:



Temel Araçlar



SORU 5a:



Temel Araçlar



DAHA FAZLA

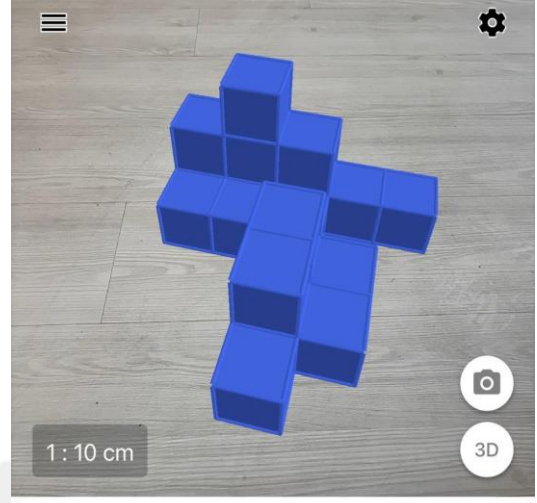


Cebir



Araçlar

SORU 5b:



Temel Araçlar



DAHA FAZLA

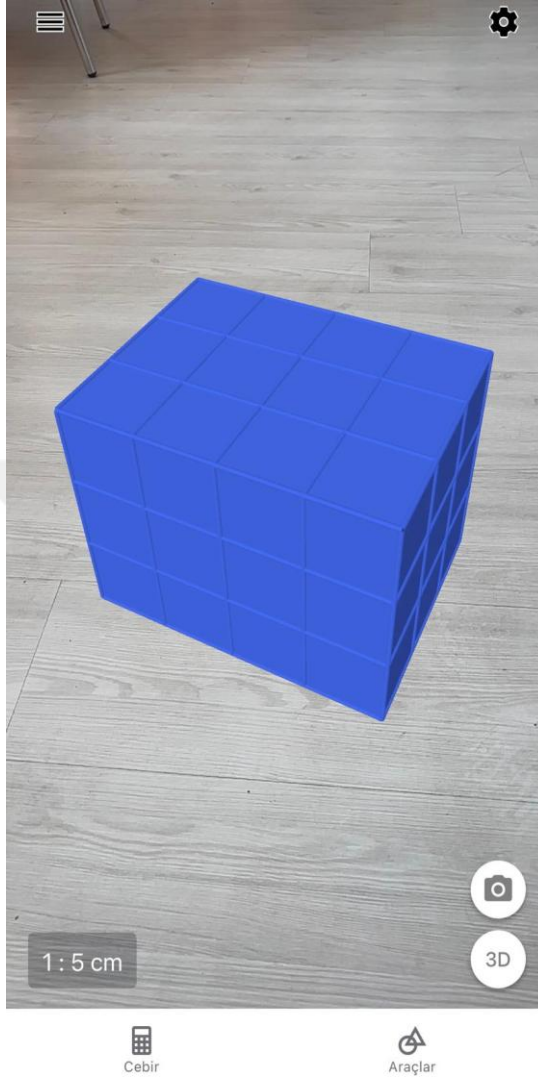


Cebir

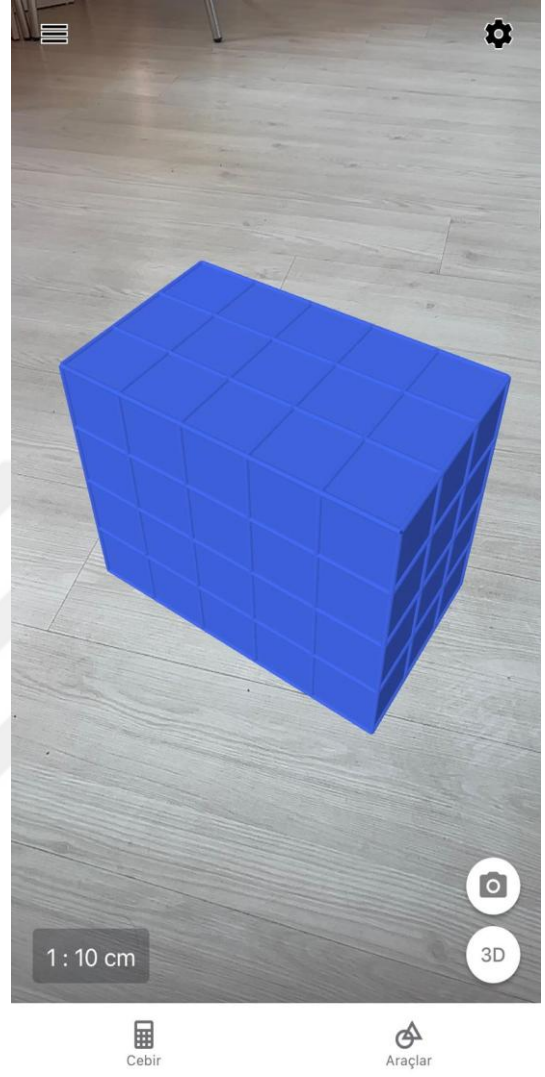


Araçlar

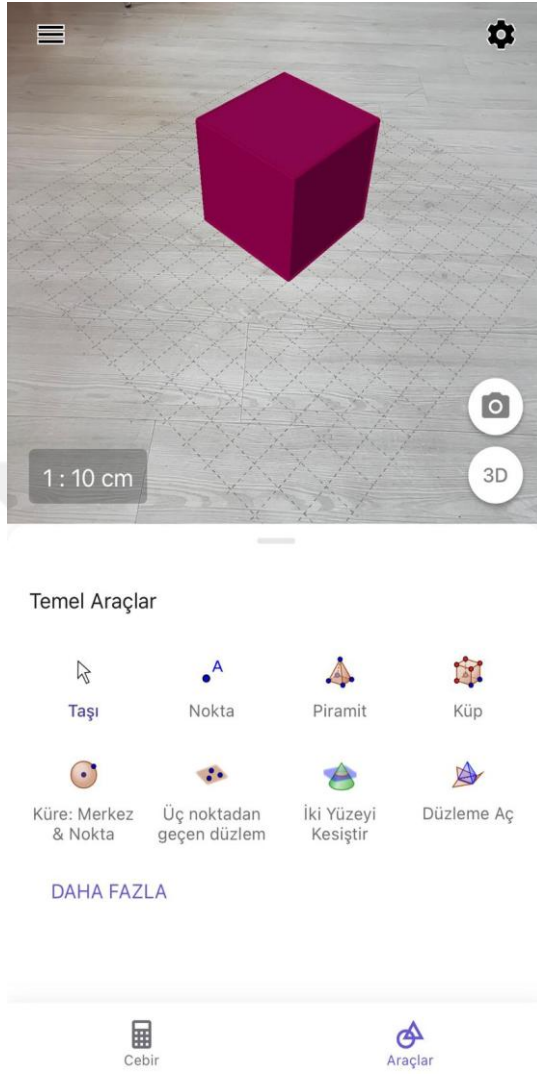
SORU 5c:



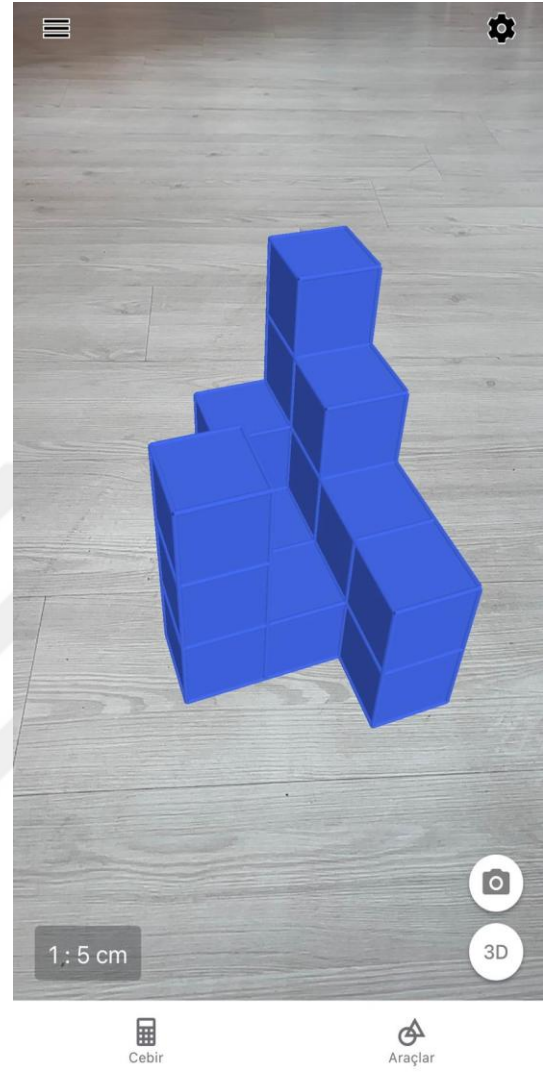
SORU 5d:



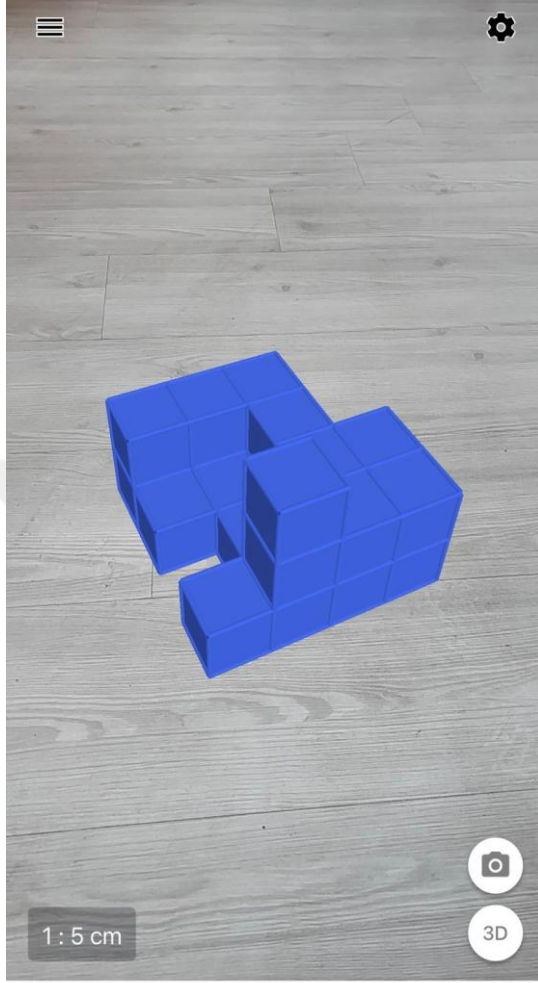
SORU 6:



SORU 7a:



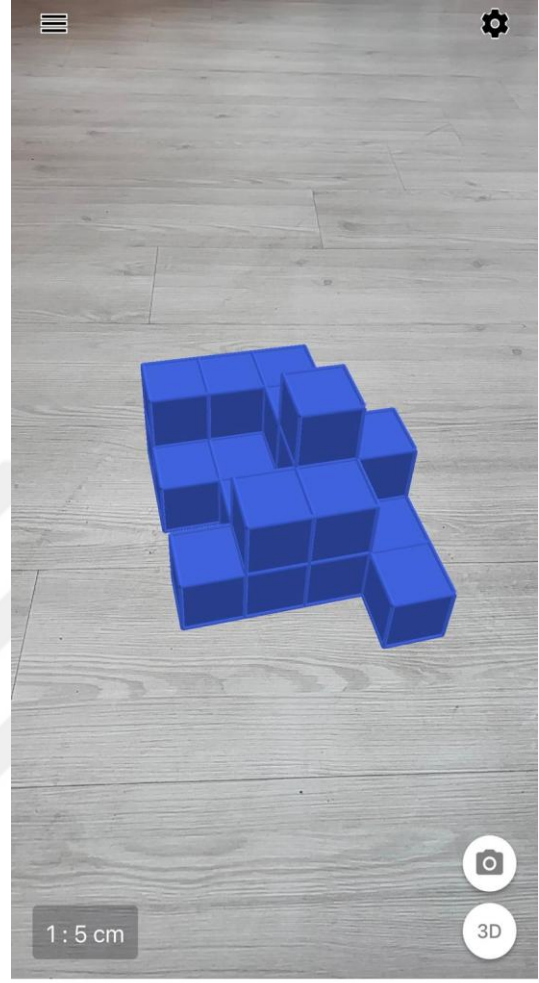
SORU 7b:




Cebir


Araçlar

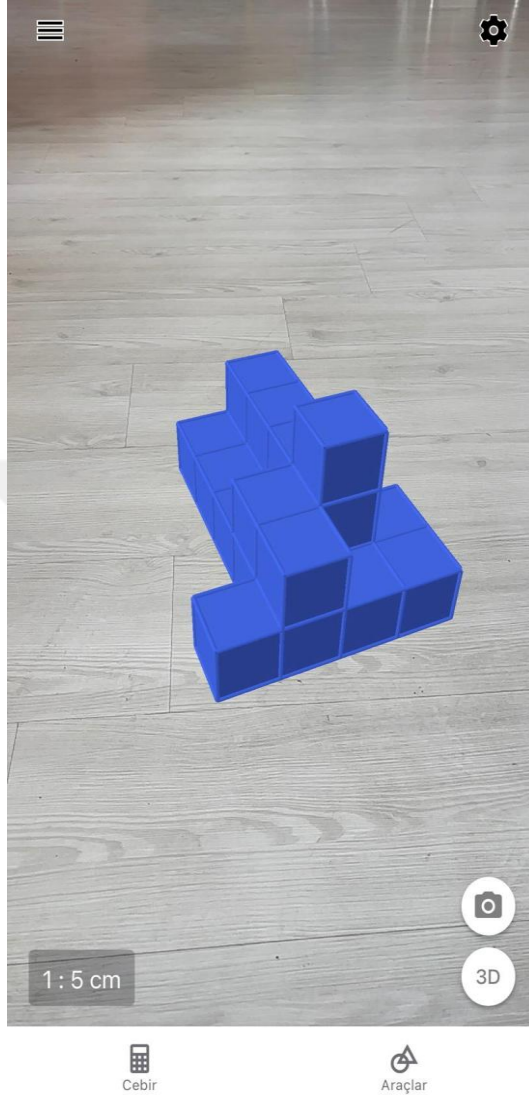
SORU 7c:



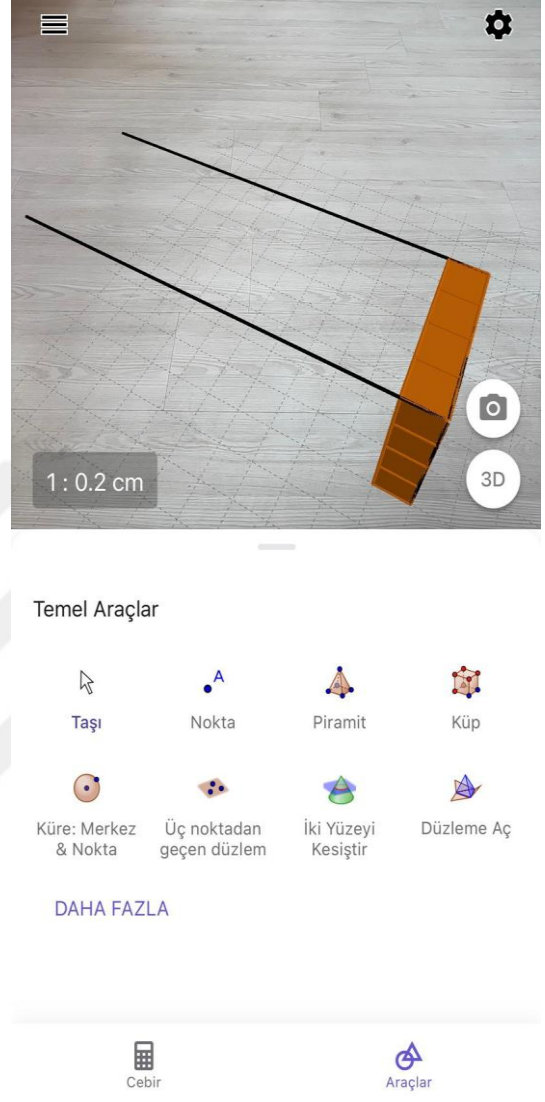

Cebir


Araçlar

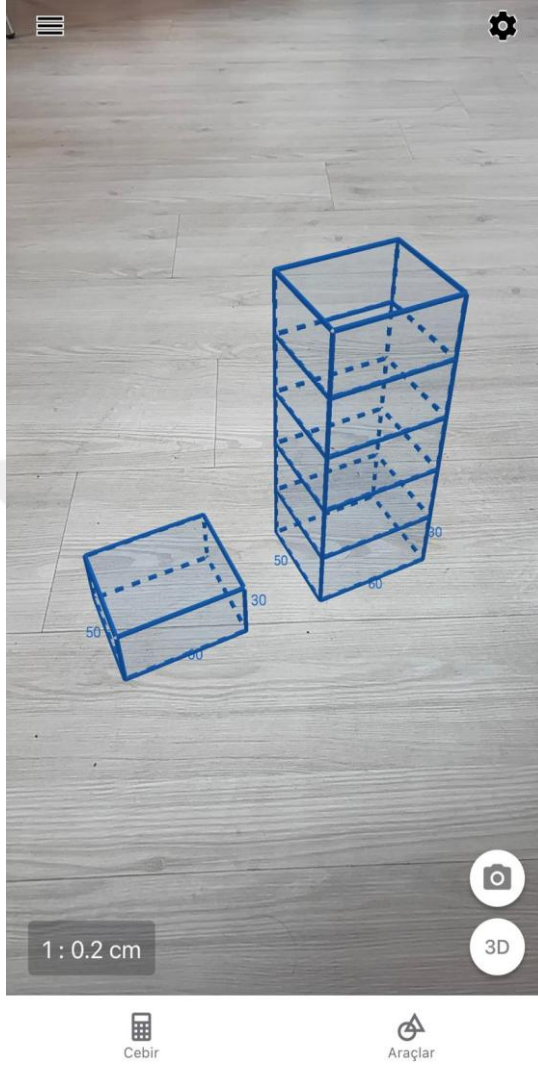
SORU 7d:



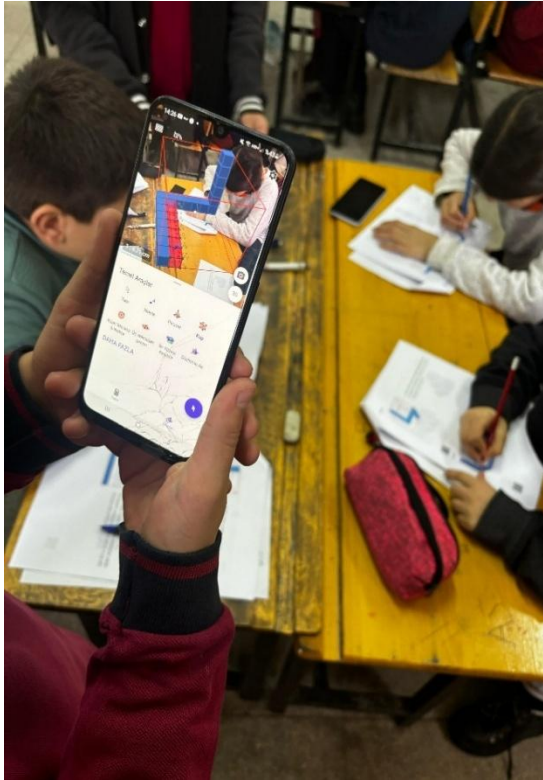
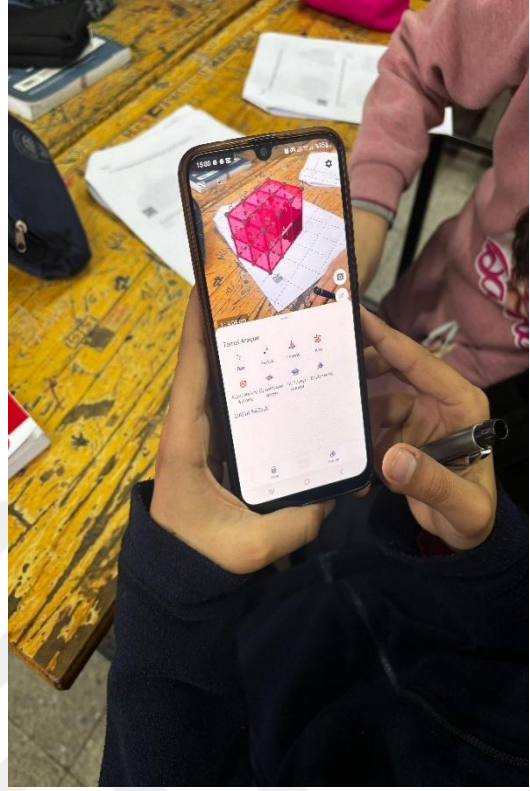
SORU 8:

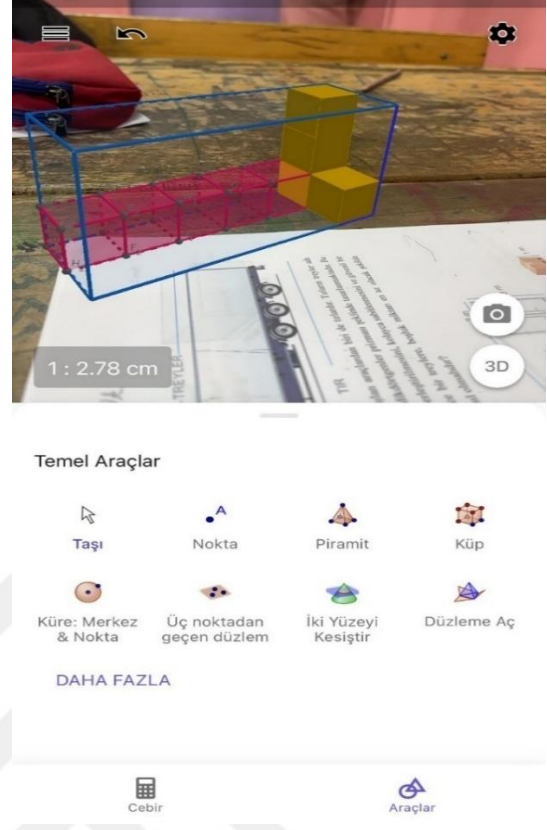


SORU 9:

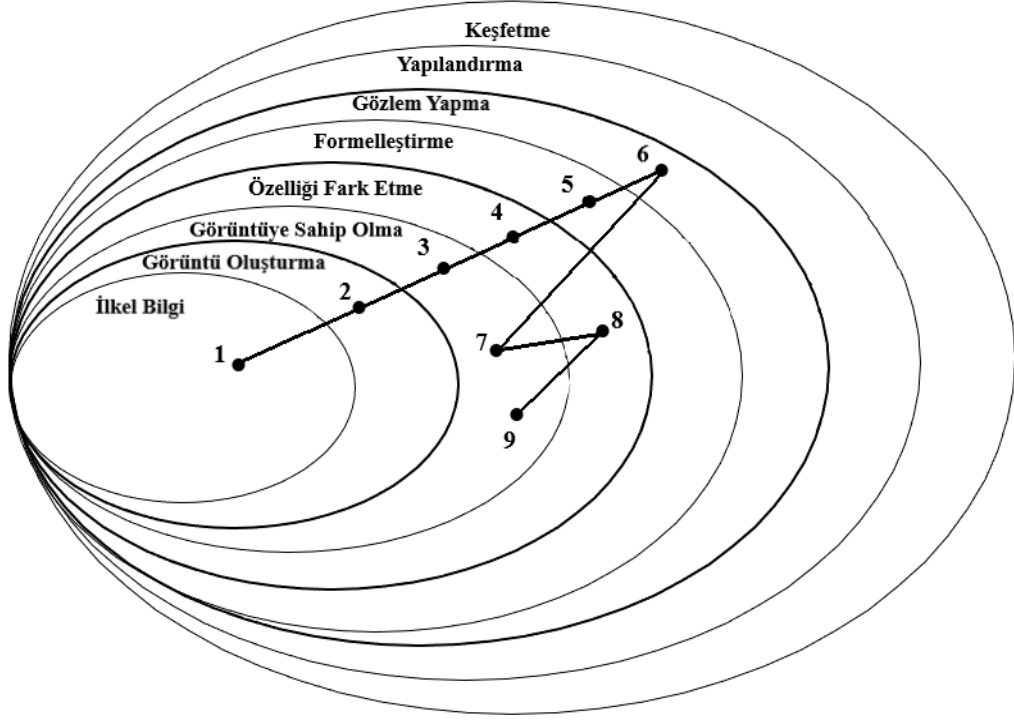


EK 5: Öğretim Aşamasından Görüntüler





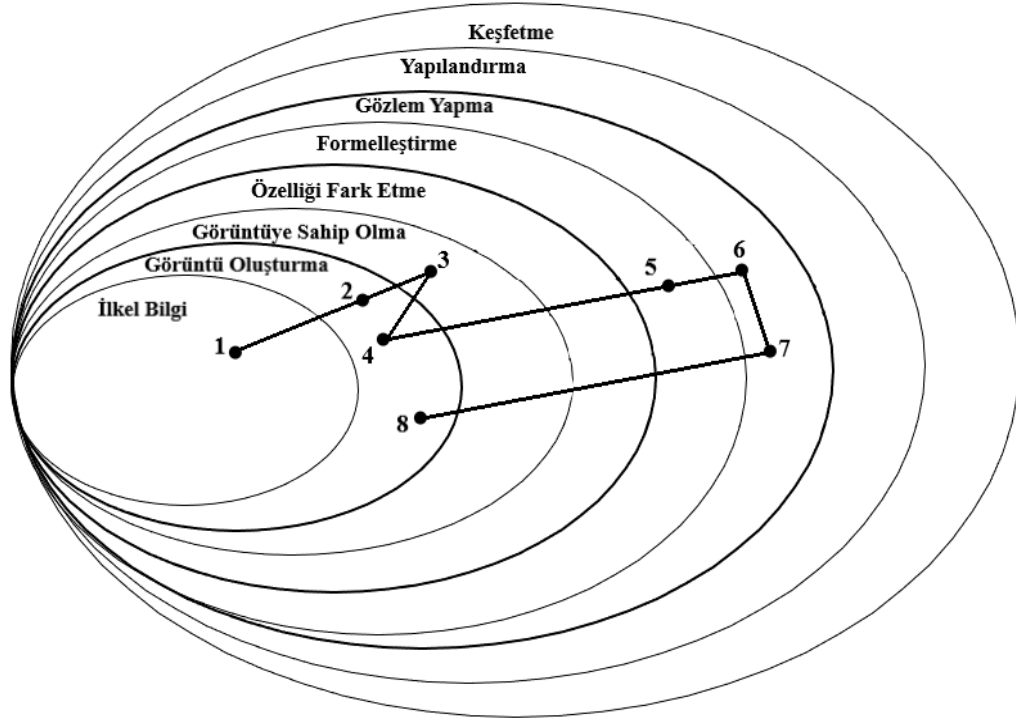
EK 6: Öğrencilerin Zihin Haritaları Ve Zihin Haritası Tabloları



Ö1'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özellikleri Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					8. soru
		9						8. soru

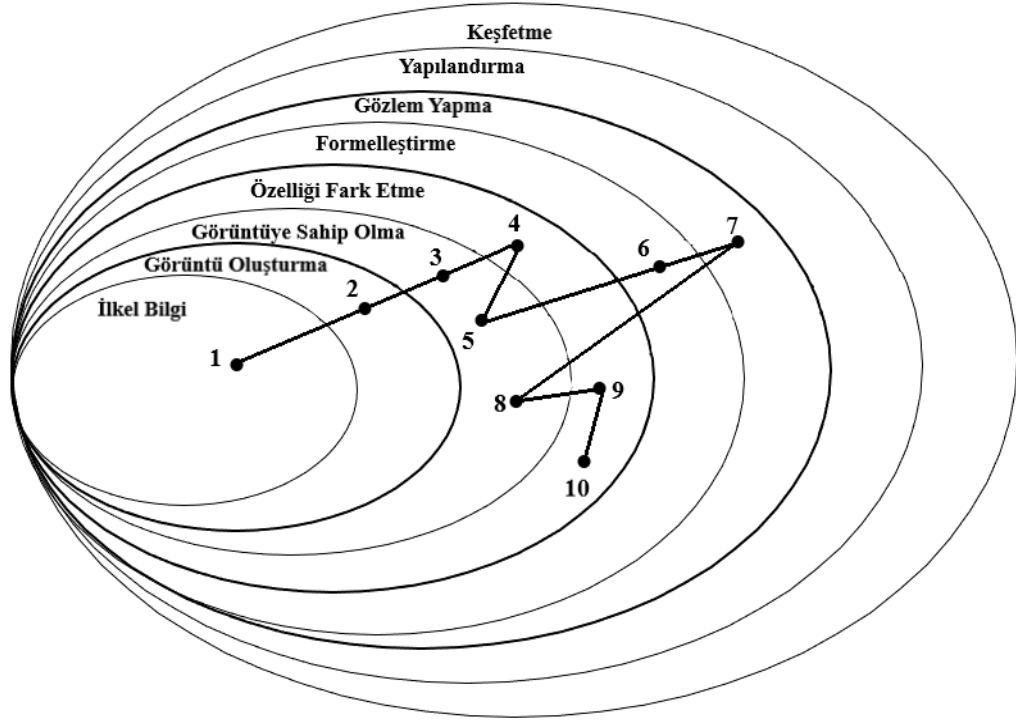
Ö1'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö2'ye Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
	4							4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
					7			7. soru
	8							8. soru

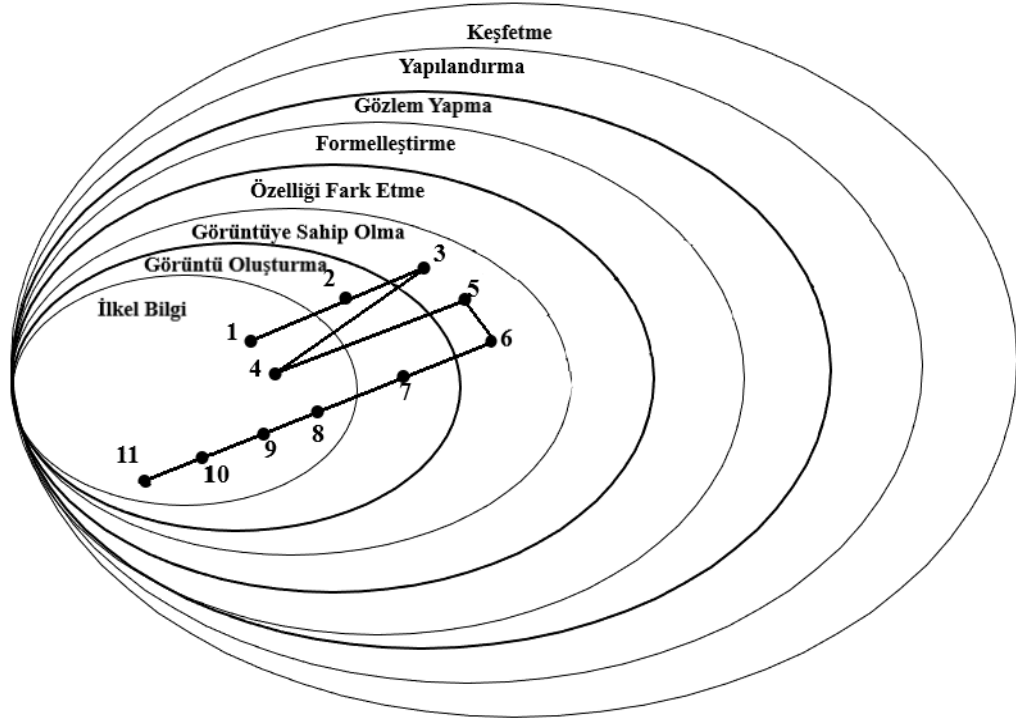
Ö2'ye Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö3'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
		5		6				5. soru
					7			6. soru
		8						7. soru
			9					8. soru
			10					

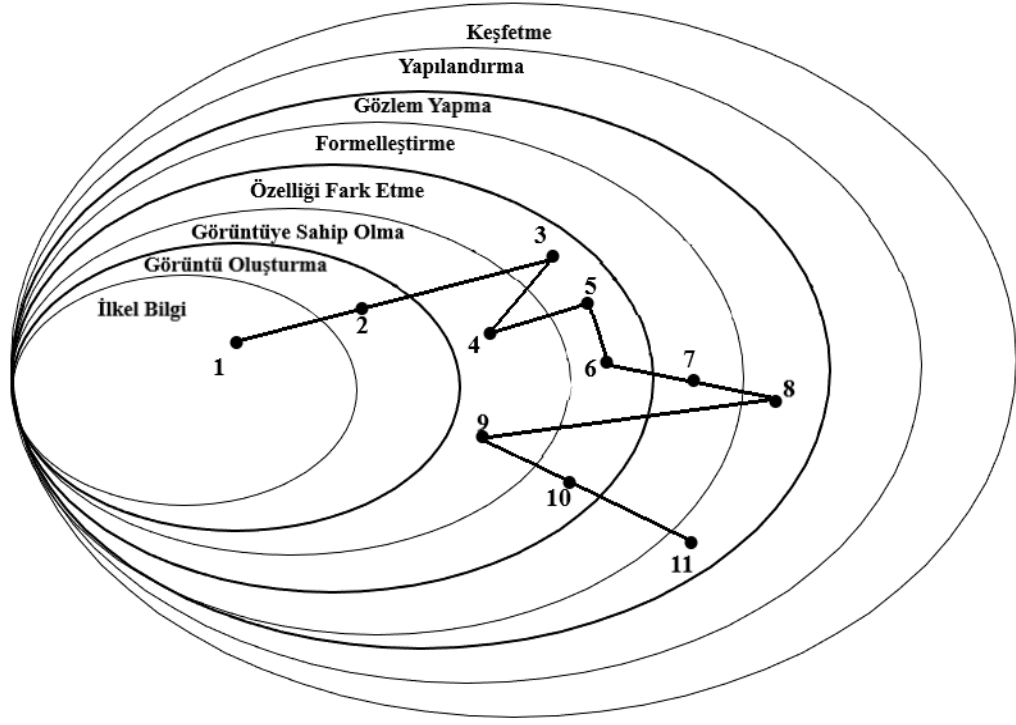
Ö3'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö4'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
	4							4. soru
		5						5. soru
			6					6. soru
	8							7. soru
		7						8. soru
9								
10								
11								

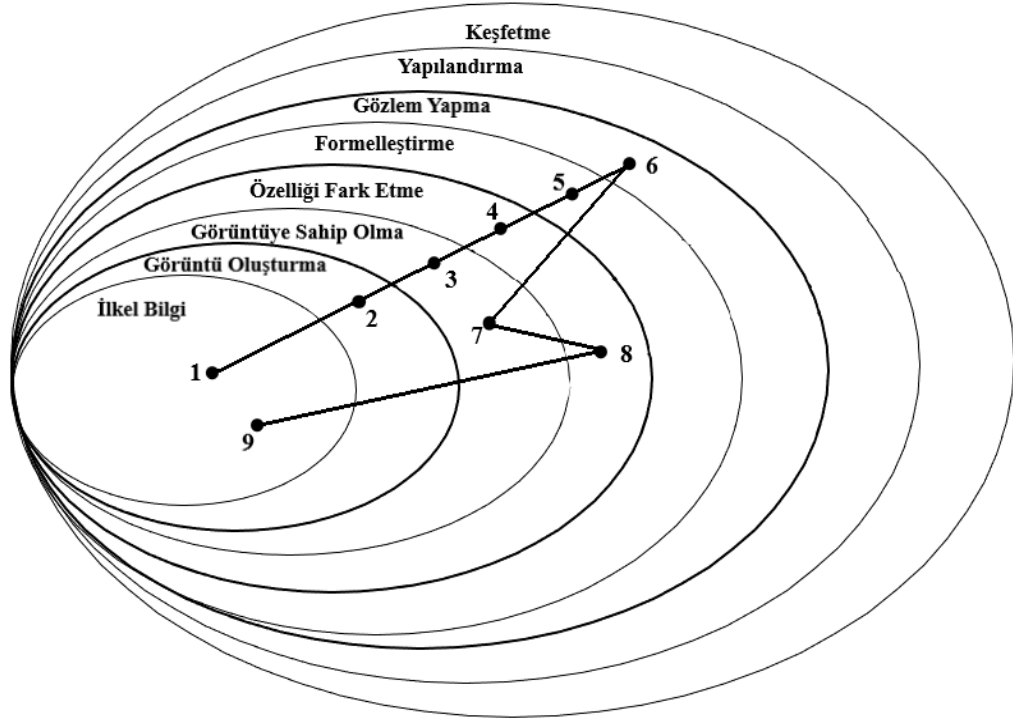
Ö4'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö5'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özellği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2		3					2. soru
		4	5					3. soru
			6					4. soru
					7			5. soru
						8		6. soru
		9						7. soru
			10					8. soru

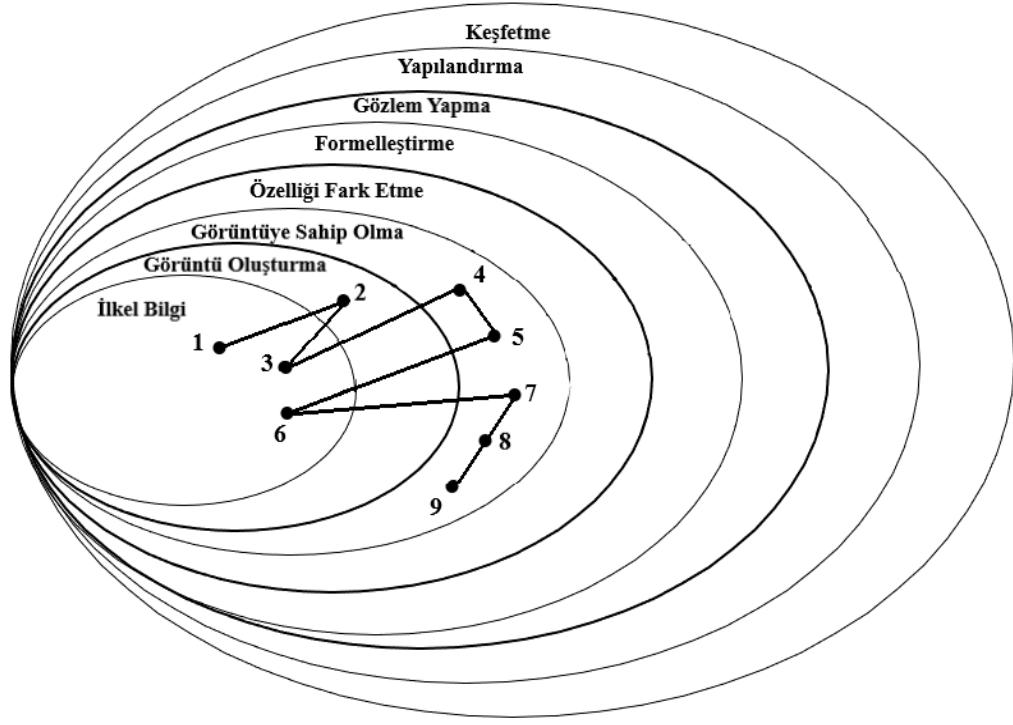
Ö5'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö6'ya Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					8. soru
9								

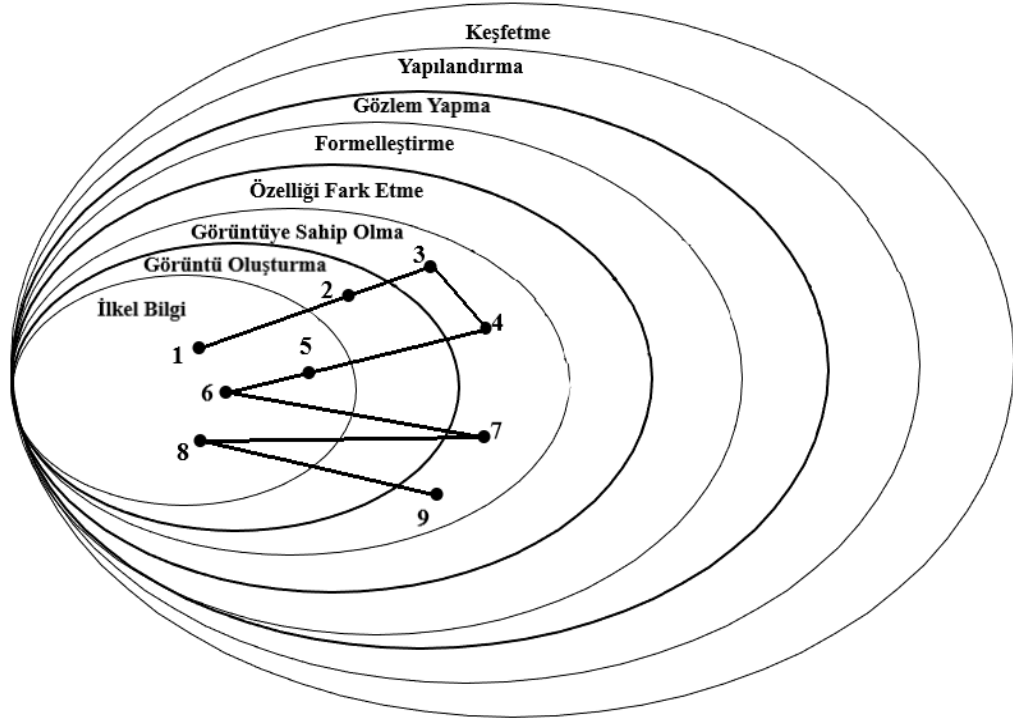
Ö6'ya Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö7'ye Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
3		4						3. soru
6		5						4. soru
		7						5. soru
		8						6. soru
		9						7. soru
								8. soru

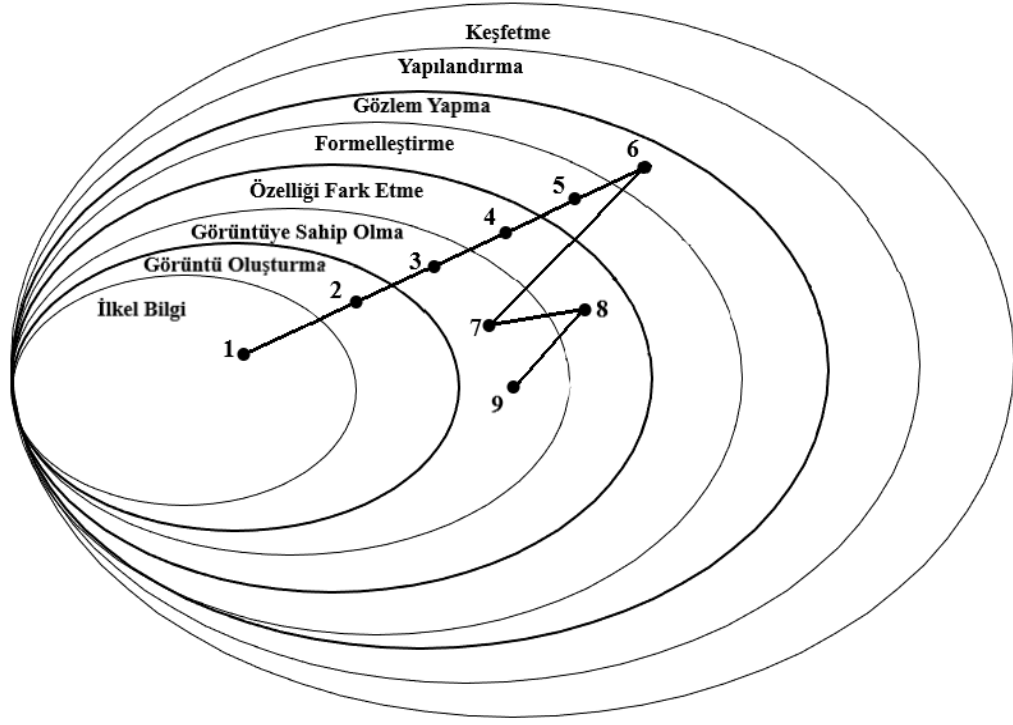
Ö7'ye Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö8'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
		4						4. soru
5								5. soru
6								6. soru
								7. soru
8								8. soru

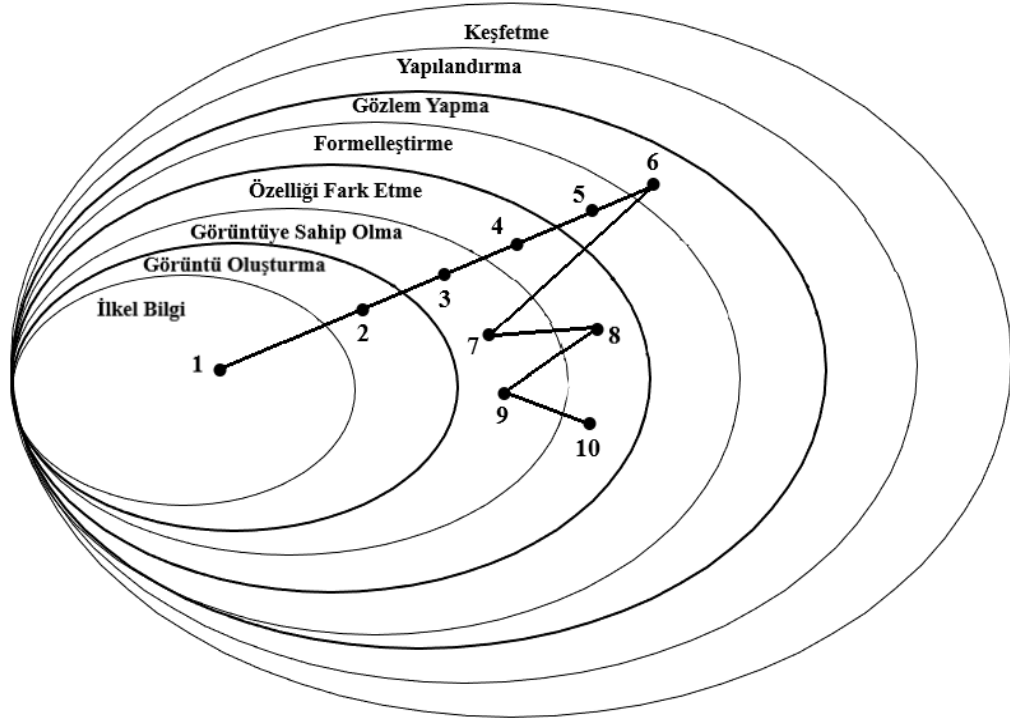
Ö8'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö9'a Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					8. soru
		9						

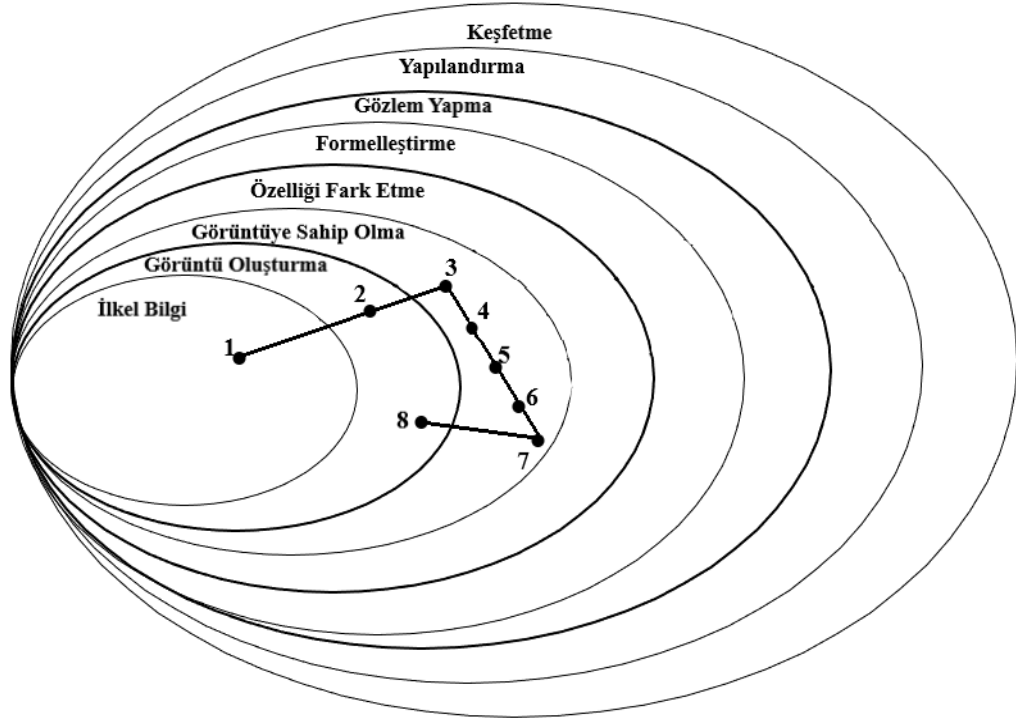
Ö9'a Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö10'a Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					7. soru
		9						8. soru
			10					8. soru

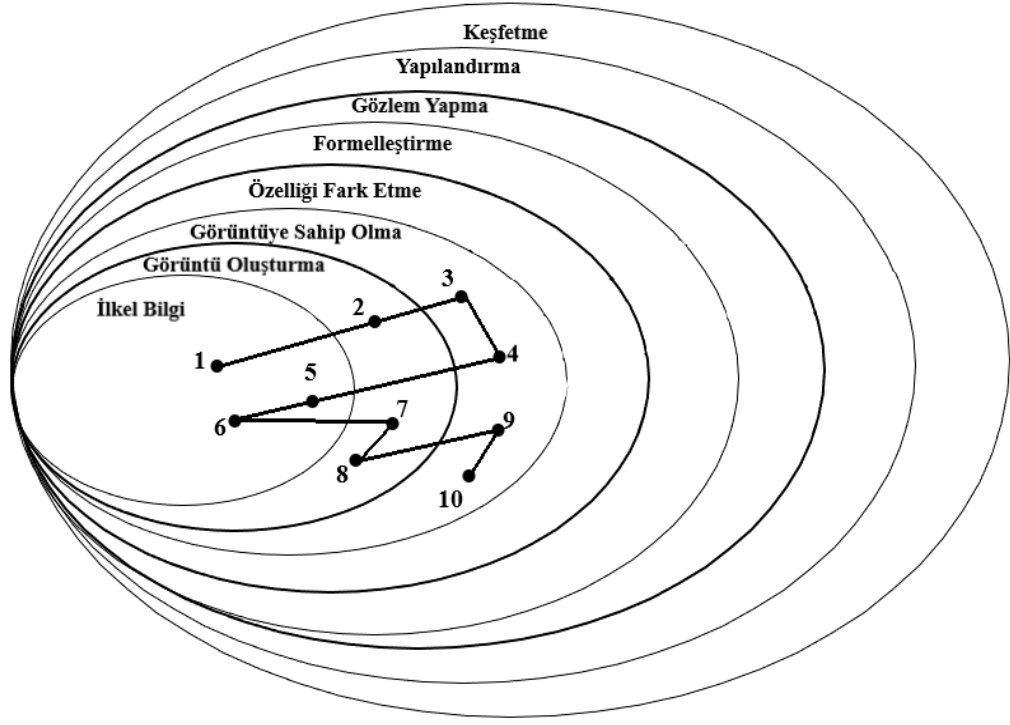
Ö10'a Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö11'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
		4						4. soru
		5						5. soru
		6						6. soru
		7						7. soru
	8							8. soru

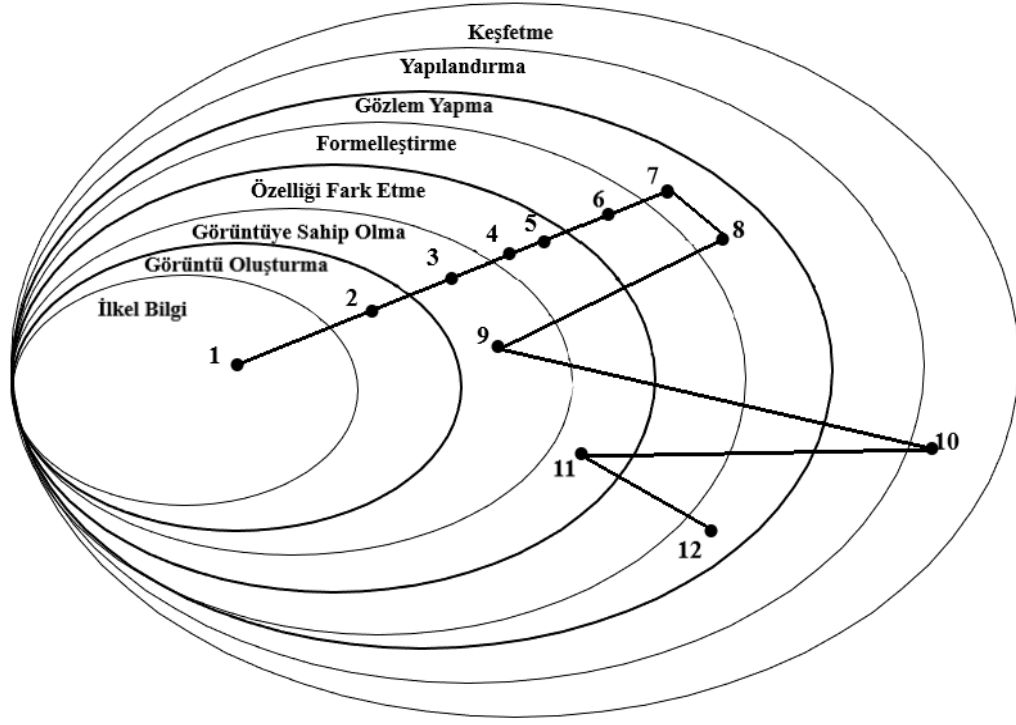
Ö11'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö12'ye Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
	5	4						4. soru
6								5. soru
	7							6. soru
	8	9						7. soru
		10						8. soru

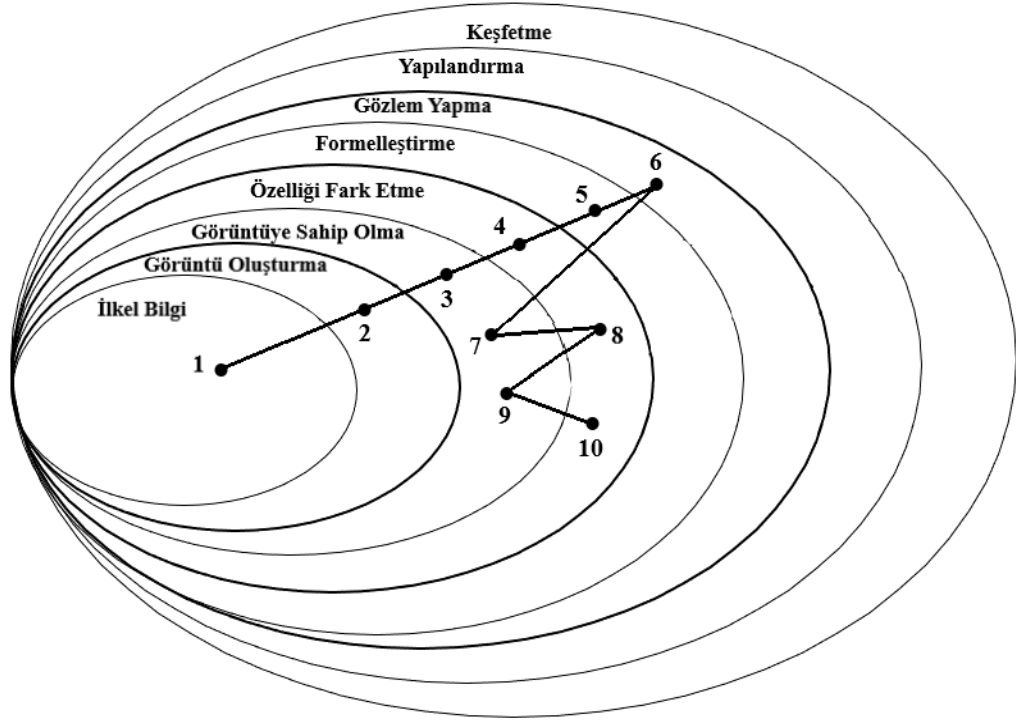
Ö12'ye Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö13'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3	4					3. soru
			5					4. soru
				6				5. soru
					7			6. soru
		9			8			7. soru
			11				10	8. soru
					12			

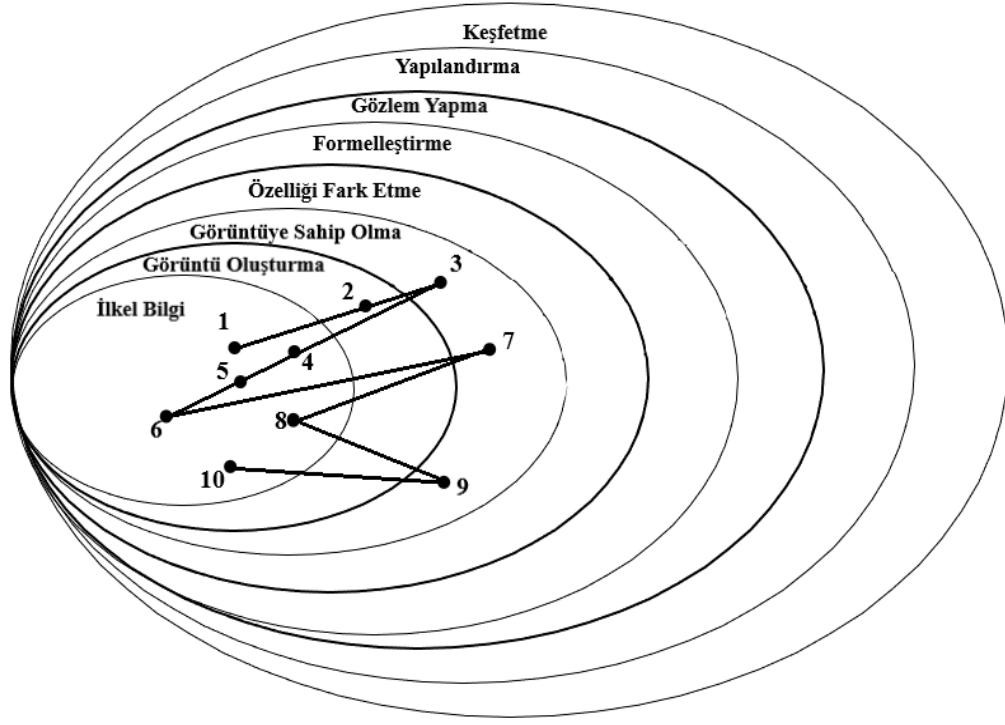
Ö13'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö14'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					
		9						8. soru
			10					

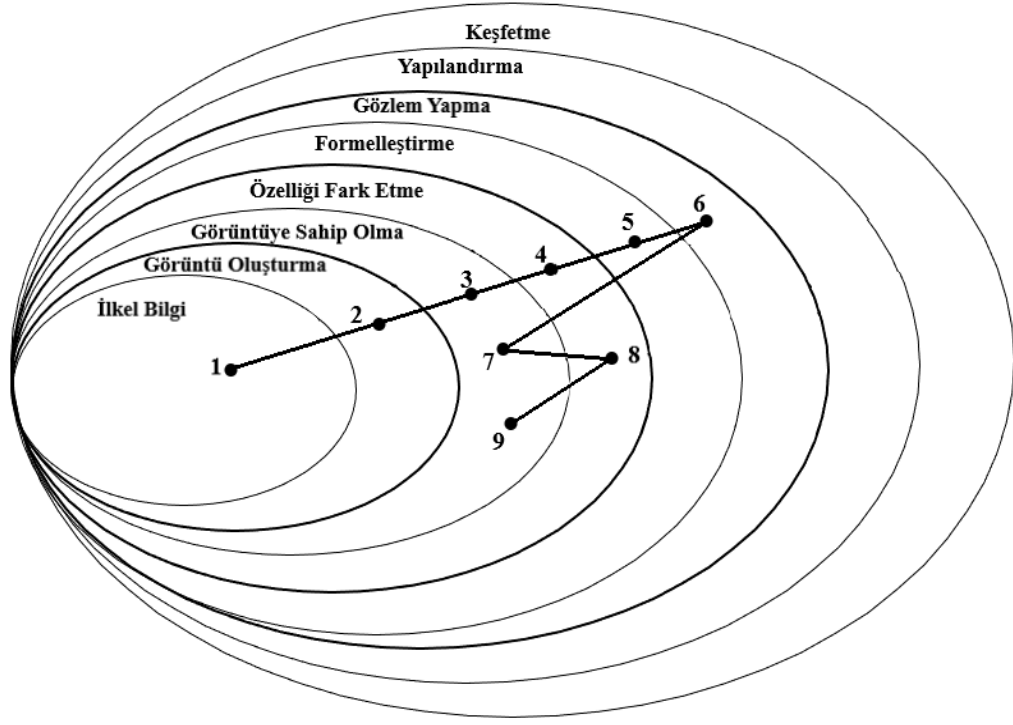
Ö14'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö15'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
4								4. soru
5								5. soru
6								6. soru
8								7. soru
10								8. soru

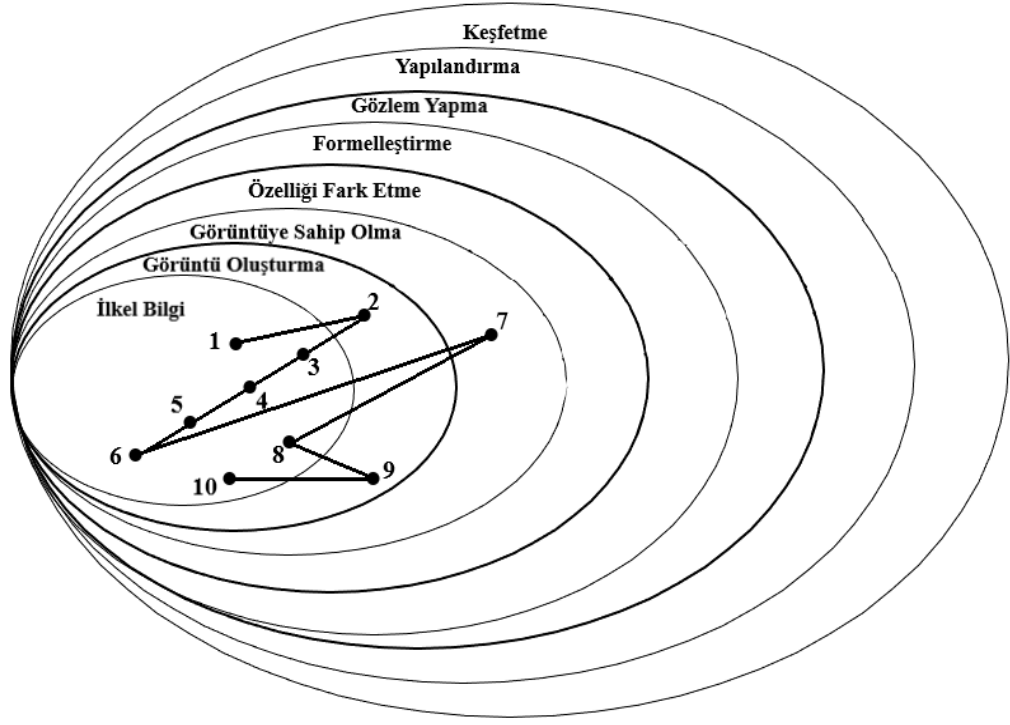
Ö15'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö16'ya Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					8. soru
		9						

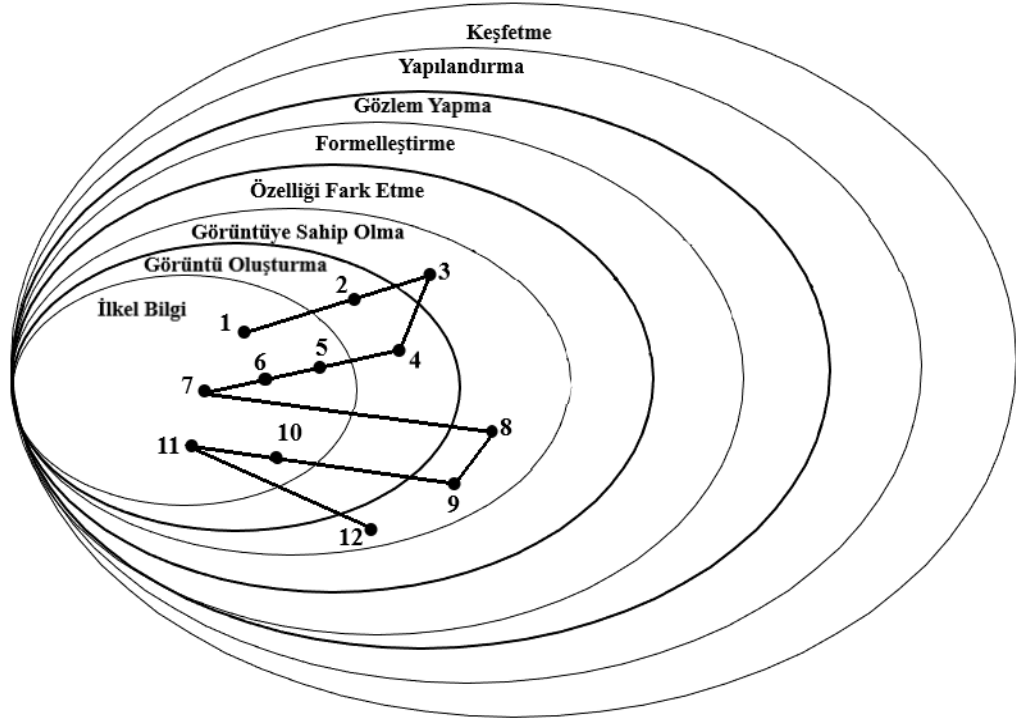
Ö16'ya Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö17'ye Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
2								2. soru
3								3. soru
4								4. soru
5								5. soru
6								6. soru
7								7. soru
8								8. soru
9								
10								

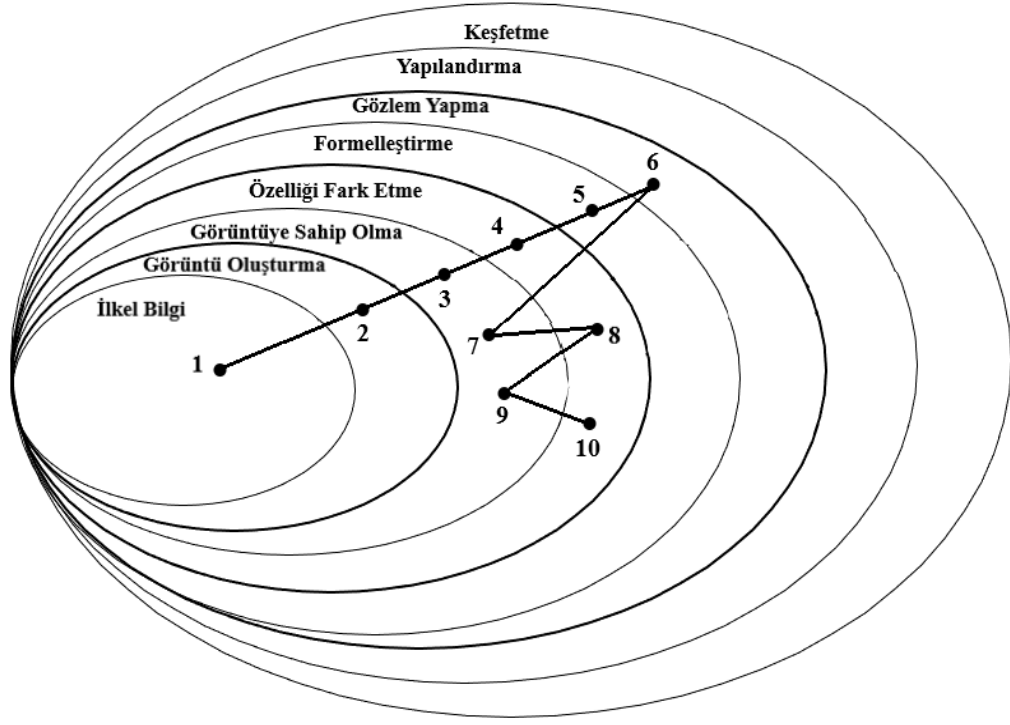
Ö17'ye Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö18'e Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
	5	4	3					3. soru
	6							4. soru
	7							5. soru
			8					6. soru
	10		9					7. soru
	11		12					8. soru

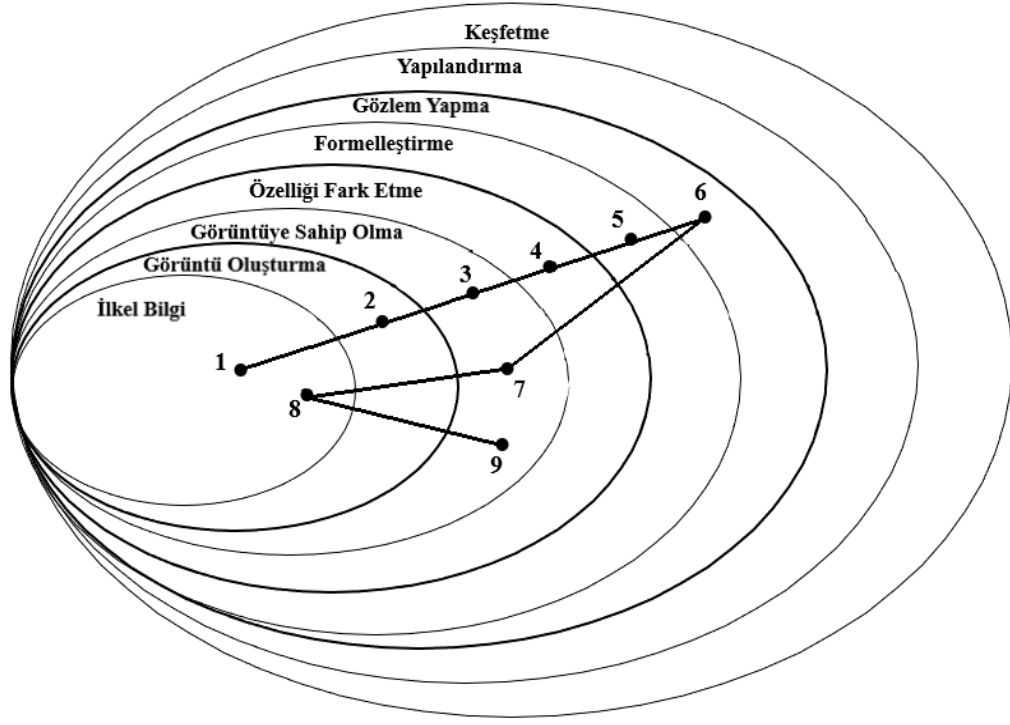
Ö18'e Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö19'a Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
		7						7. soru
			8					7. soru
		9						8. soru
			10					8. soru

Ö19'a Ait Zihin Haritası Tablosu



Ö20'ye Ait Zihin Haritası

İlkel Bilgi	Görüntü Oluşturma	Görüntüye Sahip Olma	Özelliği Fark Etme	Formelleştirme	Gözlem Yapma	Yapılandırma	Keşfetme	
1								1. soru
	2							2. soru
		3						3. soru
			4					4. soru
				5				5. soru
					6			6. soru
	7							7. soru
8								8. soru
		9						

Ö20'ye Ait Zihin Haritası Tablosu

EK 7: Gönüllülerin Bilgilendirilmiş Olur Formu

Tarih:.....

Bu katıldığınız çalışma bilimsel bir araştırma olup, araştırmanın adı “Artırılmış Gerçeklik Etkinliklerinin Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Düzeylerine ve Uzamsal Yeteneklerine Etkisi” dir.

Bu araştırmanın amacı matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlamalarının ve uzamsal yeteneklerinin gelişimine etkisini incelemektir.

Bu çalışmada sizin için herhangi bir risk bulunmamaktadır.

Bu çalışmada yer almak tamamen sizin isteğinize bağlıdır. Araştırmanın sonuçları bilimsel amaçla kullanılacaktır; çalışmadan çekilmeniz ya da araştırıcı tarafından çıkarılmanız durumunda, sizle ilgili veriler de gerekirse bilimsel amaçla kullanılabilir.

Size ait edinilen bilgiler gizli tutulacaktır ve araştırma yayınlansa bile kişisel bilgileriniz verilmeyecektir. Ancak onay veren etik kurul gerektiğinde bilgilerinize ulaşabilir.

Yukarıda gönüllüye çalışmadan önce verilmesi gereken metni okudum. Bunlar hakkında bana yazılı ve sözlü açıklamalar yapıldı. Bu koşullarla söz konusu çalışmaya kendi rızamla, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın katılmayı kabul ediyorum.

Gönüllünün Adı Soyadı:

İmzası:

Adresi (varsa telefon no):

Velayet veya vesayet altında bulunanlar için

Veli Adı Soyadı:

İmzası:

Adresi (varsa telefon no):

Açıklamaları yapan araştırmacının

Adı Soyadı: Merve ÇAYLAK

Tel: [REDACTED]

EK 8: Veli İzin Formu

Değerli Ebeveynler,

Bu çalışmanın temel amacı matematik eğitiminde artırılmış gerçeklik etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlamalarının ve uzamsal yeteneklerinin gelişimine etkisini incelemektir. Çalışmaya katılım gönüllülük esasına dayalıdır. Araştırmaya çocuğunuzun katılması kararınızdan önce araştırma hakkında bu bilgileri okuyup anladıktan sonra araştırmaya katılmak isterseniz formu imzalayınız. Bu çalışmaya katılmanız için sizden herhangi bir ücret istenmeyecek, çalışmaya katıldığınız için size ek bir ödeme de yapılmayacaktır.

Destek gereksiniminizde araştırmacılar sizlere yardımcı olacaktır. Çocuğunuzun vereceği bilgiler, bilimsel çalışmada kullanılacak olup gizli kalacaktır. Çocuğunuzun çalışmaya katılmaması ya da kabul ettikten sonra vazgeçme kararını verme hakkına sahipsiniz.

İlginiz ve yardımınız için teşekkür ederim.

Yukarıda çocuğumun araştırmaya katılması ve araştırmadan önce verilmesi gereken metni okudum.

Bunlar hakkında bana yazılı ve sözlü açıklamalar yapıldı. Bu koşullarla söz konusu araştırmaya çocuğumun katılmasını kendi rızamla, hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın kabul ediyorum.

Çocuğumun çalışmaya katılmasını kabul ediyorum.

☐

Adı Soyadı:

İmza:

EK 9: Etik Kurul İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 01.07.2024-E.105053



T.C.
AĞRI İBRAHİM ÇEÇEN ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği



Sayı : E-95531838-050.99-105053
Konu : Etik Kurul Kararı

01.07.2024

Sayın Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN

İlgi : Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün 07.06.2024 tarih ve 102949 sayılı yazısı

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğünün ilgi yazısına istinaden Dr. Öğr. Üyesi Ömer Sinan CAN'ın danışmanlığında yüksek lisans öğrencisi Merve ÇAYLAK'ın "**Artırılmış Gerçeklik Etkinliklerinin Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Düzeylerine ve Uzamsal Yeteneklerine Etkisi**" başlıklı bilimsel araştırması Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Etik Kurulunca incelenmiş olup, 27.06.2024 tarih ve 254 sayılı karar ile söz konusu araştırmaya izin verilmiştir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Metin AKGÜN
Etik Kurulu Başkanı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : *BSFBCYMRUC* Pin Kodu : 73403

Belge Takip Adresi : https://ebys.agri.edu.tr/en/Vision/Validate_Doc.aspx?

Adres : Fırat Mah. Yeni Üniversite cad. No:2 AE/1 04100 Merkez, Ağrı – Türkiye

Telefon : 0472 215 98 63 Faks:0472 216 20 08

e-Posta : hukukburos@agri.edu.tr Web : www.agri.edu.tr

Keş Adresi : agriibrahimcecenuniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için : Yılmaz SABUNCU

Unvanı : Şube Müdürü

Tel No : 1280



EK 10: İzin Belgesi (MEM)



Ortaokulu Müdürlüğüne



Başvuru No: MEB.TT.2024.000885

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu:

T.C. Kimlik No:

Adı Soyadı: MERVE ÇAYLAK

Araştırmanın Adı: ARTIRILMIŞ GERÇEKLİK ETKİNLİKLERİNİN ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL ANLAMA DÜZEYLERİNE VE UZAMSAL YETENEKLERİNE ETKİSİ

Araştırmanın Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Araştırmanın Örneklem / Çalışma Grubu: Öğrenci

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatı:

Ortaokulu

Uygulama Yapılacak Birim: Ortaokul

Uygulama Yapılacak İl: AĞRI

Veri Toplama Aracının Başlığı: UZAMSAL YETENEK TESTİ, MATEMATİKSEL ANLAMA TESTİ

Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi: 22.08.2024

Araştırmanın Uygulama İzninin Bitiş Tarihi: 22.08.2025

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesine (2024/41)" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup araştırma uygulama izni AĞRI İl Millî Eğitim Müdürlüğü tarafından onaylanmıştır.

NOT: Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Belgeler aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.

* Başvuru detayını görüntülemek ve belgeyi doğrulamak için '<https://arastirmaizinleri.meb.gov.tr/belge-dogrula>' bağlantısını kullanınız.

- Araştırma Uygulama İzinleri Başvuru ve Değerlendirme Sistemi -