



**ASKIDA YÜK TAŞIYAN DÖRT ROTORLU İHA
SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ VE
SONLU/SABİT ZAMANLI ADAPTİF KAYAN KIPLI
KONTROLÇÜ TASARIMI**

Özhan BİNGÖL

**Doktora Tezi
Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Hacı Mehmet GÜZEY**

2023

Her hakkı saklıdır.



**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
DOKTORA TEZİ**

**ASKIDA YÜK TAŞIYAN DÖRT ROTORLU İHA SİSTEMLERİNİN
MODELLENMESİ VE SONLU/SABİT ZAMANLI ADAPTİF KAYAN KIPLI
KONTROLCÜ TASARIMI**

Özhan BİNGÖL

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hacı Mehmet GÜZEY

Anabilim Dalı: Elektrik Elektronik Mühendisliği

Erzurum

2023

Her hakkı saklıdır

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

Erzurum Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki tüm bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

28 / 11 / 2023

Özhan BİNGÖL

ÖZET

DOKTORA TEZİ

ASKIDA YÜK TAŞIYAN DÖRT ROTORLU İHA SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ VE SONLU/SABİT ZAMANLI ADAPTİF KAYAN KIPLI KONTROLCÜ TASARIMI

Özhan BİNGÖL

Erzurum Teknik Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Hacı Mehmet GÜZEY

Bu tez çalışmasında askıda yük taşıyan quadrotor İHA sistemlerinin modellenmesi ve modellenen sistemler için özgün sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarlanması hedeflenmiştir. Öncelikle askıda yük taşıyan bir quadrotorun doğrusal olmayan modeli parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerde dikkate alınarak elde edilmiştir. Daha sonra askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan bir sistemin geliştirilmiş özgün bir modeli oluşturulmuştur. Bu çalışmada modellenen sistem, istenilen sayıda İHA ile yükün taşınmasına imkân verecek şekilde geliştirilmiştir. Bu amaçla parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkiler dikkate alınarak ve yükün quadrotorlar üzerindeki etkileri ile quadrotorların birbirleri üzerindeki etkileri değerlendirilerek sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemlerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Modellenen sistemleri kontrol etmek için özgün sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarlanması hedeflenmiştir. Tasarlanacak kontrolcü yapısı kayan kipli kontrol bileşeni yardımı ile sisteme gürbüzlük kazandırırken yapay sinir ağı bileşeni yardımı ile sistem dinamiklerindeki belirsizlikleri öğrenerek kayan kipli kontrolün etkinliğini artıracak ve kontrol işaretlerinin genliklerini önemli ölçüde iyileştirecektir. Ayrıca tasarlanacak kontrolcü yapısı ile doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde önemli bir gereksinim olarak ortaya çıkan, sistem durumlarının istenilen referans değerlerine ulaşma süresi olarak bilinen yerleşme süresinin de belirlenmesi hedeflenmiştir.

2023, 140 sayfa

Anahtar Kelimeler: Dört Rotorlu İHA, Kayan Kipli Kontrol, Sonlu/Sabit Zamanlı Kararlılık, Yapay Sinir Ağı, Yük Taşıma

ABSTRACT

Ph.D

MODELING OF QUADROTOR UAV SYSTEMS CARRYING A SUSPENDED PAYLOAD AND DESIGN OF FINITE/FIXED-TIME ADAPTIVE SLIDING MODE CONTROLLER

Özhan BİNGÖL

Erzurum Technical University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical Electronic Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hacı Mehmet GÜZEY

In this thesis, the modeling of quadrotor Unmanned Aerial Vehicle (UAV) systems carrying suspended payloads and the design of a novel finite-time/fixed-time neural network-based adaptive sliding mode controller for the modeled systems are aimed. Firstly, the nonlinear model of a quadrotor carrying a suspended payload has been obtained, considering parameter uncertainties and external disturbances. Subsequently, a generalized model of a system consisting of multiple quadrotors carrying suspended payloads has been developed. In this study, the modeled system has been enhanced to allow the transportation of the payload with the desired number of UAVs. For this purpose, considering parameter uncertainties and external disturbances, and evaluating the effects of the payload on the quadrotors and the effects of quadrotors on each other, the nonlinear dynamic equations of the system have been obtained. The goal is to design a novel finite-time/fixed-time neural network-based adaptive sliding mode controller to control the modeled systems. The designed controller structure, with the help of the sliding mode control component, adds robustness to the system, while the neural network component learns uncertainties in the system dynamics, thereby enhancing the effectiveness of sliding mode control and significantly improving the magnitudes of control signals. Additionally, the designed controller structure aims to determine the settling time, known as the time for the system states to reach the desired reference values, which emerges as a crucial requirement in the control of nonlinear systems.

2023, 140 pages

Keywords: Quadrotor UAV, Sliding Mode Control, Finite/Fixed Time Stability, Neural Network, Payload Transportation

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ve doktora çalışmalarım boyunca bilgisi ve deneyimi ile bana yol gösteren danışmanım Doç. Dr. Hacı Mehmet Güzey'e en içten dileklerle teşekkür ederim.

Doktora süresince çalışmamın şekillenmesinde sağladıkları katkılarından dolayı tez izleme komitesinde bulunan Dr. Öğr. Üyesi Ali Ünlütürk ve Dr. Öğr. Üyesi Turgay Duman hocalarıma çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca sık sık görüşlerine baş vurduğum ve çok kıymetli fikirleri ile yardımlarını benden esirgemeyen ağabeyim Dr. Öğr. Üyesi Özkan Bingöl'e çok teşekkür ediyorum.

Çalışmalarımda kullandığım görsellerin hazırlanmasında sabır ve itina ile her zaman bana destek veren kıymetli dostum Ufuk Gözübüyüköğlü'na teşekkür ederim.

Maddi manevi desteklerini ve dualarını benden hiçbir zaman esirgemeyen annem, babam ve kardeşlerime çok teşekkür ediyorum.

Doktora çalışmam boyunca büyük bir sabır ve özveri ile her zaman desteğini gösteren eşime ne kadar teşekkür etsem azdır.

Özhan BİNGÖL
Kasım 2023

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı.....	4
1.2. Tezin İçeriği.....	5
2. LİTERATÜR ÖZETİ	6
2.1. Bir Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemlere Dair Yapılan Çalışmalar.....	6
2.2. Birden Fazla Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemlere Dair Yapılan Çalışmalar.....	11
2.3. Sonlu/Sabit Zamanlı Kararlılık Analizlerine Dair Yapılan Çalışmalar.....	16
3. SİSTEM MODELLENMESİ	18
3.1. Askıda Yük Taşıyan Bir Quadrotorun Matematiksel Modeli.....	18
3.1.1. Yüksüz quadrotorun matematiksel modeli.....	18
3.1.2. Yük taşıyan quadrotorun matematiksel modeli.....	22
3.2. Birden Fazla Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemin Matematiksel Modeli.....	25
3.2.1. Quadrotorların yörüngelerinin hesaplanması.....	26
3.2.2. Quadrotorlara etkiyen kuvvetlerin hesaplanması.....	28
4. MATEMATİKSEL TEMELLER	31
4.1. Değişken Yapılı Kontrol.....	31
4.2. Kayan Kipli Kontrol.....	35
4.3. Adaptif Kontrol.....	43
4.4. Yapay Sinir Ağları.....	47
4.5. Kararlılık Tanımları ve Bazı Önemli Teoremler.....	51
4.5.1. Kararlılık tanımları.....	51
4.5.2. Bazı önemli teoremler.....	58

5. KONTROLCÜ TASARIMI	60
5.1. Askıda Yük Taşıyan Quadrotor için KKK Tasarımı.....	60
5.2. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Adaptif KKK Tasarımı.....	64
5.3. Tasarımı Askıda Yük Taşıyan Quadrotor için Sonlu Zamanlı Adaptif KKK Tasarımı.....	70
5.4. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Sabit Zamanlı Adaptif KKK Tasarımı.....	76
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI	87
6.1. Askıda Yük Taşıyan Bir Quadrotor için Simülasyon Çalışmaları	88
6.2. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Simülasyon Sonuçları.....	117
7. SONUÇ ve ÖNERİLER	129
KAYNAKLAR	131

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
A_{ref}, B_{ref}	Katsayı matrisleri
b	İtme faktörü
B	Gövde eksen (Body frame)
B_R, S_R	Küresel bölgeler
c, c_1, c_2, c_3	Sabit katsayılar
d	Sürüklenme faktörü
$d(x)$	Belirsizlik fonksiyonu
D_j	Dış bozucu etkiler
$\hat{d}(x)$	Belirsiz $d(x)$ fonksiyonunun tahmini
e	Hata fonksiyonu
E	Atalet eksen (Earth frame)
$f_i, g_i, \Delta f_i$	Tanımlı fonksiyonlar
F_{ox}, F_{oy}, F_{oz}	Yükün quadrotora uyguladığı kuvvetler
F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}	Her quadrotora etkiyen kuvvetler
\hat{f}, \hat{g}	Tahmin fonksiyonları
g	Yerçekimi ivmesi
I_x, I_y, I_z	Atalet momentleri
J	Atalet momenti
J_r	Bir pervanenin ataleti
k_{ij}	Sabit katsayılar
k_n	YSA öğrenme katsayısı
k_q, k_p	Sabit katsayılar
K_i	Aerodinamik rotasyon ve yer değiştirme katsayıları
l	Pervanenin merkezi ile quadrotorun kütle merkezi arasındaki mesafe
L	Yük ile quadrotor arasındaki ipin uzunluğu
m	Quadrotor kütlesi
m_L	Yükün kütlesi
m_T	Quadrotor ve yükün toplam kütlesi

N_h	Gizli katman nöron sayısı
p	Giriş katmanı giriş sayısı
q	Sabit katsayı
r	Yükün quadrotor merkezine göre konumu
r^B	Yükün gövde eksenindeki konumu
R	Rotasyon matrisi
s_i	Kayma yüzeyleri
$S(\omega)$	Ters simetrik matris
T_r	Yerleşme süresi
u_{eq}	Eşdeğer kontrol girişi
u_i	Kontrolcü giriş işaretleri
u_s	Anahtarlama kontrol girişi
v	Gövde eksenine göre hız
v_{mk}	Giriş katmanı ile gizli katman arasındaki ağırlıklar
w_m	Gizli katman ile çıkış katmanı arasındaki ağırlıklar
W_M	Sabit katsayı
W^T	Adaptif kontrolcü ağırlık vektörü
$V(t)$	Lyapunov fonksiyonu
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Quadrotorun doğrusal ivmeleri
x^d	x -ekseninde ulaşılmak istenilen x değeri
x_{ref}	İstenilen sistem durumu
y^d	y -ekseninde ulaşılmak istenilen y değeri
z_L	İlk quadrotorun z -eksenindeki konumu
z_P	Yükün z -eksenindeki konumu
z^d	z -ekseninde ulaşılmak istenilen z değeri
α_{ij}	Sabit katsayılar
α_n	Normal hareketin ivme ifadesi
α_x	Yükün x - z düzleminde salınım açısı
α_y	Yükün y - z düzleminde salınım açısı
α_τ	Teğet hareketin ivme ifadesi
α, β	Quadrotorlar ile yük arasındaki açılar
β_1, β_2	Sabit katsayılar
β_{vm}, β_w	Bias terimleri

δ_i	Sabit katsayılar
ε_M	Sabit katsayı
ε_i	Sabit katsayılar
η_i	Sabit katsayılar
θ^d	y-ekseninde ulaşılmak istenilen yunuslama açısı değeri
τ_d	Dış bozucu etkiler
χ_f, χ_g	YSA tahmin hataları
χ_{fM}, χ_{gM}	YSA tahmin hatalarının üst sınırları
ψ^d	z-ekseninde ulaşılmak istenilen sapma açısı değeri
ΔI_i	Parametre belirsizlik katsayıları
Δm	Parametre belirsizlik katsayısı
θ, Y	YSA ağırlıkları
θ_M, Y_M	Sabit katsayılar
Ω	Pervanenin açısal hızı
$sat(x)$	Satürasyon fonksiyonu
$sign(x)$	İşaret fonksiyonu
γ	Sabit katsayı
ε	YSA yakınsama hatası
θ	Yunuslama (Pitch) açısı
κ	Sabit katsayı
λ	Sabit katsayı
ξ	Atalet eksenine göre konum
ξ	Sabit katsayı
ρ, ρ_1, ρ_2	Sabit katsayılar
$\sigma(\bullet)$	Aktivasyon fonksiyonu
ψ	Sapma (Yaw) açısı
ω	Gövde eksenine göre açısal hız vektörü
ϕ	Yalpalama (Roll) açısı
$\phi(x)$	Temel fonksiyon
$\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi}$	Quadrotorun açısal ivmeleri
ϕ^d	x-ekseninde ulaşılmak istenilen yalpalama açısı değeri

Kısaltmalar

ESC	Electronic Speed Controller
İHA	İnsansız Hava Aracı
KKK	Kayan Kipli Kontrol
LQR	Linear Quadratic Regulator
MRAC	Model Reference Adaptive Control
PD	Proportional Derivative
PI	Proportional Integral
PID	Proportional Integral Derivative
PWM	Pulse Width Modulation
SMC	Sliding Mode Control
STC	Self Tuning Control
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
VSC	Variable Structure Control
YSA	Yapay Sinir Ağı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Yük taşıırken agresif manevra yapan quadrotor (Tang et al. 2018).	8
Şekil 2.2. Askıda yük taşıyan üç quadrotorlu bir sistem (Han et al. 2022).	16
Şekil 3.1. Askıda yük taşıyan quadrotor modeli (Feng et al. 2015).	19
Şekil 3.2. Noktasal kütle olarak yük modeli (Feng et al. 2015).	22
Şekil 3.3. Yük taşıyan quadrotorların dairesel konfigürasyonu.	26
Şekil 3.4. α ve β açılarının gösterimi.	27
Şekil 3.5. Birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sistem.	28
Şekil 4.1. Basit harmonik hareket yapan bir sistemin faz portresi.	33
Şekil 4.2. VSC ile kontrol edilen sistemin faz portresi.	34
Şekil 4.3. Kayan kipli kontrol.	36
Şekil 4.4. Belirsizliklere sahip olmayan bir sistem modeli.	44
Şekil 4.5. Belirsizliklere sahip olan bir sistem modeli.	46
Şekil 4.6. Yapay sinir ağı yapısı.	50
Şekil 4.7. Kararlılık kavramları (Slotine 1991).	52
Şekil 5.1. Kontrol sistemi yapısı.	77
Şekil 5.2. Kullanılan YSA yapısı.	78
Şekil 6.1. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 1).	89
Şekil 6.2. x-eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1).	90
Şekil 6.3. y-eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1).	91
Şekil 6.4. z-eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1).	91
Şekil 6.5. u_1 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1).	92
Şekil 6.6. u_2 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1).	93
Şekil 6.7. u_3 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1).	93
Şekil 6.8. u_4 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1).	94
Şekil 6.9. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için açılı değişimleri (Sim 1).	95
Şekil 6.10. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için YSA ağırlıklarının değişimleri (Sim 1).	95
Şekil 6.11. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 2).	96
Şekil 6.12. Üç eksenindeki pozisyon hataları (Sim 2).	97
Şekil 6.13. u_1 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2).	98
Şekil 6.14. u_2 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2).	99

Şekil 6.15. u_3 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2).	99
Şekil 6.16. u_4 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2).	100
Şekil 6.17. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için YSA ağırlıklarının değişimleri (Sim 2).	100
Şekil 6.18. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 3).	102
Şekil 6.19. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 3).	103
Şekil 6.20. Üç eksendeki açı hataları (Sim 3).	103
Şekil 6.21. C1 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3).	104
Şekil 6.22. C2 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3).	105
Şekil 6.23. C3 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3).	106
Şekil 6.24. C3 kontrolcüsü için kayma yüzeyi fonksiyonlarının değişimi (Sim 3).	107
Şekil 6.25. C3 kontrolcüsü için YSA ağırlıklarının değişimi (Sim 3).	108
Şekil 6.26. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 4).	109
Şekil 6.27. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 4).	110
Şekil 6.28. Üç eksendeki açı hataları (Sim 4).	110
Şekil 6.29. C3 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 4).	111
Şekil 6.30. C3 kontrolcüsü için kayma yüzeyi fonksiyonlarının değişimi (Sim 4).	112
Şekil 6.31. C3 kontrolcüsü için YSA ağırlıklarının değişimi (Sim 4).	112
Şekil 6.32. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 5).	113
Şekil 6.33. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 5).	114
Şekil 6.34. Üç eksendeki açı hataları (Sim 5).	114
Şekil 6.35. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 6).	115
Şekil 6.36. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 6).	116
Şekil 6.37. Üç eksendeki açı hataları (Sim 6).	116
Şekil 6.38. KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 7).	118
Şekil 6.39. KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 7).	119
Şekil 6.40. YSA-KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 8).	121
Şekil 6.41. YSA-KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 8).	122
Şekil 6.42. Sabit Zamanlı YSA-KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 9). ...	123
Şekil 6.43. Sabit Zamanlı YSA-KKK için üç eksendeki açı hataları (Sim 9).	124
Şekil 6.44. Sabit Zamanlı YSA-KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 9).	125
Şekil 6.45. Sabit Zamanlı YSA-KKK için kayma yüzeyi fonksiyonlarının zamana göre değişimi (Sim 9).	126

Şekil 6.46. Sabit Zamanlı YSA-KKK için quadrotorların yörünge takibi (Sim 9).....	127
Şekil 6.47. YSA ağırlıklarının zamana göre değişimleri (Sim 9).....	127
Şekil 6.48. Farklı başlangıç koşulları için pozisyon hataları (Sim 10).	128



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 5.1. Gizli katman nöron sayısı belirlenmesi için bir örnek.....	79
Çizelge 6.1. Quadrotor model parametreleri.....	87
Çizelge 6.2. Bir quadrotor için kontrolcü parametreleri.....	88
Çizelge 6.3. İstenilen yörüngeler (Sim 1).....	89
Çizelge 6.4. İstenilen yörüngeler (Sim 2).....	96
Çizelge 6.5. İstenilen yörüngeler (Sim 3).....	102
Çizelge 6.6. İstenilen yörüngeler (Sim 4).....	109
Çizelge 6.7. Her bir quadrotor için kontrolcü parametreleri.....	117
Çizelge 6.8. İstenilen pozisyon ve açı değerleri.....	118

1. GİRİŞ

İnsansız sistemler üzerine yapılan araştırmalar daha düşük maliyetler ile daha küçük ekipmanların üretilmesine sebep olan teknolojik gelişmelerin bir sonucu olarak son dönemde hızla artmaktadır (Ding et al. 2021). İnsansız hava araçları (İHA'lar), sivil ve askeri kullanım alanlarının daha geniş olması nedeniyle insansız sistemler arasında en çok tercih edilenlerdir (Shakhatreh et al. 2019). Dört rotorlu İHA (quadrotor UAV), basit yapısı, yüksek hareket kabiliyeti ve düşük maliyeti nedeni ile sivil ve askeri uygulamalarda diğer İHA türlerinden çok daha fazla ilgi görmektedir (Shraim et al. 2018). Mevcut quadrotor uygulamaları arasında arama kurtarma operasyonları, ilk yardım müdahalesi, trafik kontrol görevleri, altyapı desteği, fotoğraf ve film çekimi, orman koruma, tarımsal ilaçlama, çevre izleme, enerji santrali izleme, boru hattı kontrolü, sahil güvenlik desteği, doğal afetler ve terör saldırıları sonrası kriz yönetimi gibi alanlar yer almaktadır (Mahony et al. 2012).

Özellikle son yıllarda quadrotor uygulamalarında otonom yük taşıma görevi, artan bir ilgi görmektedir. Üstün manevra kabiliyeti, dikey iniş-kalkış kabiliyeti ve neredeyse kendi gövde ağırlığı kadar yük taşıma kapasitesi nedeniyle, quadrotor, otonom yük taşıma için ideal bir seçimdir (Faust et al. 2017). Quadrotorlar ile tiplerine, fonksiyonelliklerine, çalışma özelliklerine ve kullanım amaçlarına göre çeşitli yöntemler vasıtasıyla yük taşınabilir. Bu yöntemler, yükü bulunduğu yerden almak için bir robotik kol kullanmak (Kim et al. 2013), yükü doğrudan quadrotora monte etmek (Lindsey et al. 2012) ve bir kablo kullanarak yükü quadrotora bağlamak (Lv et al. 2022a) şeklinde sıralanabilir. Son teknik, ilk ikisine göre bir dizi avantaj sunmaktadır: yapısı daha basittir, yükün boyutu ve şekli üzerinde daha az kısıtlama vardır ve yükleme veya boşaltma için iniş gerektirmez, bu da taşıma süreci boyunca zaman ve enerji tasarrufu sağlayabilir. Ayrıca, robotik bir kol kullanmak veya yükü doğrudan quadrotora bağlamak quadrotorun dikey iniş kabiliyetini ciddi ölçüde sınırlayabilir.

Geleneksel olarak askıda yük taşıma görevleri helikopterler yardımıyla yapılmaktadır. Böylece kara yolu ile ulaşılması zor olan bölgelere yüklerin hızlı bir şekilde taşınması hedeflenmiştir (Bisgaard et al. 2010). Ancak, helikopter kullanımının işletme maliyeti ve sınırlı uygulama alanları; otonom uçuş, üstün manevra kabiliyeti, daha

1. GİRİŞ

düşük maliyet ve esnek hareket alanı sağlayabilen İHA'ların kullanılmasına yol açmış ve onları yük taşıma görevleri için daha cazip hale getirmiştir. Geleneksel helikopterler ve diğer İHA türlerine kıyasla yük taşıma uygulamalarında daha fazla avantajlara sahip olmalarına rağmen, quadrotorların sınırlı yük kapasiteleri, kullanılabilecekleri yük taşıma uygulamalarını kısıtlayabilmektedir. Bununla beraber herhangi bir arıza durumunda quadrotor ile birlikte yükün de kaybedilmesi mümkündür. Bunun bir sonucu olarak, birden fazla quadrotor ile yük taşıma, bir arıza durumunda taşınan yükün güvenliğini artırırken, yük kapasitesini de büyük ölçüde artıracaktır.

Quadrotor, dört rotoru vasıtası ile uygulanabilen dört adet giriş işaretine karşılık üç boyutlu uzayda sahip olduğu öteleme ve dönme hareketlerinden dolayı altı adet çıkış işaretine sahip eksik tahrikli bir sistemdir. Eksik tahrikli yapısı nedeniyle, bir quadrotorun kontrol problemi kendi başına birçok zorluk sunmaktadır. Bu zorluklara ek olarak, parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerin yanı sıra askıda bir yük taşımak, quadrotorun uçuş dinamiklerini tamamen değiştirerek aracın kontrol şemasında üstesinden gelinmesi gereken yeni zorluklar ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemlerin modellenmesi ve kontrol edilmesi kompleks bir problem olmaktadır. Quadrotorların yapısal özelliklerinin yanı sıra kontrolleri için geliştirilen kontrol algoritmalarının performansı da başarılı bir uçuş için kritik öneme sahiptir.

Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde sistem dinamikleri veya sistem parametreleri zamanla değişikliğe uğrayabilir. Sistem belirsizliklerine, parametre değişikliklerine ve dış bozucu etkilere karşı gürbüz bir kontrol tekniği olan kayan kipli kontrol (KKK), doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde sıklıkla tercih edilen bir teknik olarak öne çıkmaktadır. Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde iyi performans göstermesi, tek giriş-çıkışlı sistemlerin yanı sıra çok giriş-çıkışlı sistemler ile ayrık zamanlı sistemlerin kontrolünde de kullanılabilmesi diğer avantajları olarak gösterilebilir (Gambhire et al. 2021).

Yukarıda bahsedilen avantajlarına karşın, klasik kayan kipli kontrol (Sliding Mode Control, SMC) yapısının bazı dezavantajları da vardır. Çatırtı (chattering) olarak adlandırılan kontrol işaretindeki yüksek frekanslı salınımlar bu dezavantajların en

1. GİRİŞ

önemlidir. Bunun yanı sıra parametre belirsizliklerini gidermek için çok büyük kontrol işaretleri üretebilmektedir. Ayrıca kontrol işaretinin eşdeğer kontrol olarak adlandırılan kısmının hesaplanabilmesi için sistem dinamiklerinin tam olarak bilinmesi gerekmektedir (Ertugrul et al. 1996). Bu tür eksiklikleri gidermek için literatürde ikinci dereceden SMC (Levant 2007) ve yüksek mertebeli SMC (Levant 2001) gibi yaklaşımların yanı sıra bir çok farklı yöntem önerilmiştir (Young et al. 1992; Utkin and Lee 2006a; Su et al. 2015). Son dönemdeki teknolojik gelişmeler, akıllı kontrol olarak adlandırılan yeni bir çalışma alanını yaygınlaştırmıştır. Böylece bulanık mantık, yapay sinir ağları ve yapay zekanın farklı tekniklerinin doğrusal veya doğrusal olmayan kontrol yöntemleri ile beraber kullanılmasıyla yeni kontrol yaklaşımları yaygınlaşmıştır. Yapılan çalışmalarda bu yöntemlerin, klasik kontrol yapılarının dezavantajlarının giderilmesinde etkin oldukları görülmüştür.

Klasik kayan kipli kontrol yönteminin bir diğer önemli eksikliği de sistem durumlarının sonsuz bir zamanda denge noktasına ulaşmasıdır. Lyapunov kararlılığı, asimptotik kararlılık, sınırlı-giriş-sınırlı-çıkış kararlılığı gibi klasik kararlılık kavramlarının tümü, sistemlerin sonsuz bir zaman aralığında çalıştığı varsayımına dayanır. Buna ek olarak, klasik kararlılık kavramları sistem değişkenlerinin sınırlı olmasını gerektirirken, sınırların değerleri önceden belirlenemez (Dorato 2006). Bu sorun, daha açık bir ifade ile sistem durumlarının denge noktasına ulaşması için gereken sürenin (buna yerleşme süresi de denir) hesaplanabilmesi, literatürde ilgi çeken bir çalışma alanı olmuştur. Bu amaçla yapılan daha eski çalışmalar olmasına rağmen Bhat and Bernstein (2000) sürekli sistemlerin sonlu zaman kararlılığı (finite time stability) için gerekli ve yeterli bir koşul olduğunu kanıtlayarak önemli bir katkı sağlamışlardır. Klasik kararlılık kavramlarının önemli bir eksikliğini gidermiş olmasına rağmen sonlu zamanlı kararlılık analizinin de bir dezavantajı vardır. Bu da yerleşme süresinin sistemin başlangıç koşullarına bağlı olarak hesaplanabilmesidir. Yerleşme süresinin, başlangıç koşullarına bağlı olması her zaman hesaplanabilmesine engel olmaktadır. Sonlu zamanlı kararlılık analizinin bu eksikliğini gidermek için literatürde sabit zamanlı (fixed-time) kararlılık yaklaşımı sunulmuştur (Polyakov 2012). Sabit zamanlı kararlılık analizi, yerleşme süresinin, sistem durumlarının başlangıç koşullarından bağımsız olarak hesaplanabilmesine olanak sunmasının yanında sonlu zamanlı kararlılık analizine göre sistem durumlarının denge noktasına daha hızlı yakınsamasını sağlamaktadır.

1.1. Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında askıda yük taşıyan quadrotor İHA sistemlerinin modellenmesi ve modellenen sistemler için özgün sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcüler tasarlanması hedeflenmiştir. Bu amaç ile önce askıda yük taşıyan bir quadrotorun doğrusal olmayan modeli, parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerde dikkate alınarak elde edilmiştir. İkinci olarak da askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan bir sistemin geliştirilmiş özgün bir modeli oluşturulmuştur. Birden fazla İHA ile yük taşıma uygulamaları üzerine yapılan araştırmaların çoğunda, iki quadrotor kullanılmıştır (Pizetta et al. 2019; Rossomando et al. 2020; Ccari and Yanyachi 2023). Bunun yanında, çeşitli sistemler basitleştirilmiş veya doğrusallaştırılmış dinamik modellere dayanırken (Michael et al. 2011; de Angelis 2019; Shirani et al. 2019; Valentim et al. 2019), bazı çalışmalar sistemi yalnızca iki boyutta ele almıştır (Liang et al. 2021; Chai et al. 2022). Ayrıca bazı çalışmalarda taşınan yükün şekli sınırlandırılırken (Wehbeh et al. 2020) bazılarında ise quadrotorların kablolar vasıtasıyla birbirlerine olan etkileri dikkate alınmamıştır (Doakhan et al. 2023). Bu çalışmada modellenen sistem, istenilen sayıda İHA ile yükün taşınmasına imkân verecek şekilde geliştirilmiştir. Bu doğrultuda parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkiler dikkate alınarak ve yükün quadrotorlar üzerindeki etkileri ile quadrotorların birbirleri üzerindeki etkileri değerlendirilerek sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemlerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Modellenen sistemleri kontrol etmek için özgün sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarlanması hedeflenmiştir. Tasarlanacak kontrolcü yapısı kayan kipli kontrol bileşeni yardımı ile sisteme gürbüzlük kazandırırken yapay sinir ağı bileşeni yardımı ile sistem dinamiklerindeki belirsizlikleri öğrenerek kayan kipli kontrolün etkinliğini artıracak ve kontrol işaretlerinin genliklerini önemli ölçüde iyileştirecektir. Ayrıca tasarlanacak kontrolcü yapısı ile doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde önemli bir gereksinim olarak ortaya çıkan, sistem durumlarının istenilen referans değerlerine ulaşma süresi olarak bilinen yerleşme süresinin de belirlenmesi hedeflenmiştir. Literatürde kullanılan asimptotik kararlılık veya eksponansiyel kararlılık gibi klasik kararlılık analizleri sistem durumlarının sonsuz bir sürede istenilen değerlere yakınsadığını kabul etmektedir. Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde yerleşme süresinin hesaplanabilmesi için sonlu zamanlı kararlılık analizi kavramı literatüre kazandırılmıştır (Bhat and Bernstein 2000). Sonlu zamanlı kararlılık

analizinde yerleşme süresi, sistemin başlangıç durumlarına bağlı olduğu için her zaman hesaplanabilmesi mümkün olamamaktadır. Sonlu zamanlı kararlılık analizinin bu eksikliğini gidermek için de literatürde sabit zamanlı kararlılık analizi önerilmiştir. Polyakov (2012) tarafından önerilen bu yaklaşımı daha da iyileştiren güncellenmiş bir sabit zamanlı kararlılık tanımı yakın zamanda yapılmıştır (Chen et al. 2019; Wang et al. 2020). Bu tezde yapılan çalışmaların sonucunda, önerilen kontrolcü yapısına ilave edilecek sabit zamanlı kararlılık analizi yapısının, sistem durumlarının istenilen değerlere yerleşme sürelerinin hesaplanmasını sağlamakla beraber kontrolcü performansını da iyileştireceği gösterilecektir. Bu çalışma, sabit zamanlı kararlılık analizi kullanan önceki dört rotorlu İHA uygulamalarının aksine, literatürde yukarıda belirtilen yeni sabit zamanlı kararlılık kriterini kullanan ilk dört rotorlu İHA uygulamasıdır.

1.2. Tezin İçeriği

Birinci bölümde, araştırmanın motivasyonu ve kapsamı hakkında bilgi verilerek yapılmak istenen çalışmanın amacı ve özgünlüğü özetlenmiştir. İkinci bölümde, tez çalışması kapsamında yapılan literatür taramasına dair bir özet sunulmuştur. Üçüncü bölümde, tez çalışması kapsamında kontrol edilmek istenen bir quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemin matematiksel modeli elde edildikten sonra birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan bir sistemin modellenmesi yapılmıştır. Dördüncü bölümde, kontrolcü tasarımının temellerini oluşturmak adına öncelikle kayan kipli kontrol yapısı hakkında bilgi verilmiş, daha sonra ise yapay sinir ağları hakkında temel bilgiler verilerek kontrolcü tasarımında kullanılacak bazı matematiksel teoriler sağlanmıştır. Beşinci bölümde, modellenen sistemlerin kontrolünü gerçekleştirmek için tasarlanan kontrol işaretlerinin elde edilmesi detaylı bir şekilde verilmiştir. Altıncı bölümde, önceki bölümlerde matematiksel olarak modellenen sistemler ve kontrolcü yapıları kullanılarak ayrıntılı bir şekilde gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarının sonuçları verilmiştir. Yedinci bölümde ise sonuç kısmı ile yapılan çalışmalar özetlenirken, öneriler kısmı ile daha sonraki aşamalarda yapılabilecek çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Bir veya birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sistemlerin modellenmesi ve kontrolü üzerine yapılan çalışmalar literatürde özellikle son dönemde artan bir ilgi görmektedir. Ayrıca doğrusal veya doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde kullanılan klasik kontrol yöntemlerinin eksikliklerini giderebilecek yeni yaklaşımlar araştırmacıların ilgisini çekmeye devam etmektedir. Bu bağlamda, yapılan tez çalışmasında modellenen sistemler ve geliştirilen kontrol yapılarına referans olabilecek nitelikteki çalışmalar hakkında bir literatür özeti bu bölümde verilecektir. Quadrotor ile yük taşıyan sistemlerin modellenmesi ve kontrolüne yönelik yapılan çalışmalara, Amerika Birleşik Devletleri'nde bulunan Pensilvanya Üniversitesi'nin GRASP Laboratuvarında Vijay Kumar ve ekibinin yürüttükleri çalışmalar öncülük etmiştir (Fink et al. 2011; Michael et al. 2011; Lindsey et al. 2012; Mellinger et al. 2012). Bu çalışmalarını takiben literatürde, bir veya birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sistemlere yönelik birçok çalışma yapılmıştır.

2.1. Bir Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemlere Dair Yapılan Çalışmalar

Pounds et al. (2012) tarafından yapılan çalışmada, ani olarak artan yük kütlelerinin getirdiği dinamik yük bozulmalarının etkisi ve bunların PID kontrolcü yapısı ile kontrol edilen bir helikopter ve bir quadrotoru nasıl etkilediği araştırılmıştır. Çalışmada, sistemin toplam kütlelerinin ani olarak değiştiği durumlarda hava araçlarının kararlılık sınırlarının belirlenmesi hedeflenmiştir.

PID kontrolün, sistem parametrelerindeki hızlı ve büyük değişimlerinde bile etkili bir şekilde performans gösterebilmesi için Sadeghzadeh et al. (2014) tarafından yapılan çalışmada, bir kazanç ayarlamalı PID kontrolcü yapısı ile yük bırakma görevinde quadrotor İHA'nın yükselme, havada asılı kalma, havadayken yük bırakma ve iniş periyotlarındaki performansı incelenmiştir. Çalışmada quadrotorun, orman veya yüksek bina yangınlarında, deprem, sel ve nükleer felaket gibi afet durumlarında ulaşılması zor olan bölgelerde, arama-kurtarma faaliyetlerinde kullanılacak veya afet bölgelerine erzak temini sağlamak için yük bırakma görevini gerçekleştirebilecek şekilde kontrolü yapılmıştır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Yük taşıma problemine farklı bir açıdan bakan Goodarzi et al. (2015) tarafından yapılan çalışmada, esnek bir kablo ile yük taşıyan bir quadrotorun koordinatlardan bağımsız olarak doğrusal olmayan modeli elde edilmiştir. Esnek kablo, seri bağlı eklemlerden oluşan bir sistem olarak modellenmiş ve tam dinamik modelde dikkate alınmıştır. Eklemleri quadrotorun altında dikey yöne hizalayacak ve quadrotorun konumunu asimptotik olarak kararlı hale getirecek doğrusal olmayan bir geometrik kontrolcü yapısı sunulmuştur.

Doğrusal olmayan sistemlerde dış bozucu etkiler ve sistemin kendi parametrelerindeki değişimler de dikkate alınmalıdır. Bu amaçla C. Wang et al. (2016) tarafından yapılan çalışmada, hızla değişen şiddetli rüzgârın bozucu etkisine ve yük değişimlerine karşı yörünge takibi gerçekleştiren bir quadrotor için hiyerarşik bir doğrusal olmayan kontrol şeması önerilmektedir. Modellenen sistem dinamik ve kinematik olmak üzere iki alt sisteme ayrılmıştır. Böylece kontrol tasarımı açısından, moment bozulmasıyla başa çıkmak ve sistem parametrelerini tahmin etmek için dinamik alt sistem kullanılmış ve bu alt sistemin kontrolü için bir uyarlanabilir gürbüz kontrolcü geliştirilmiştir. Planlanan yörüngeyi izlemek için quadrotorun üç ekseninde yaptığı açılar, istenen açı değerlerine ulaşması için de kinematik alt sistem kullanılmış ve bu alt sistem içinde bir global kayan kipli kontrolcü yapısı tasarlanmıştır.

Guerrero-Sánchez et al. (2017) tarafından yapılan çalışmada, bir quadrotor ile paketlerin güvenli ve hızlı taşınması problemini ele alınmıştır. Euler-Lagrange denklemleri kullanılarak elde edilen sistem modelinde, quadrotor, kablo ve yükün dinamikleri bir bütün olarak ele alınmıştır. Yükün salınımını minimize ederek sistemin belli bir yörüngeyi takip edebilmesi için pasiflik tabanlı bir kontrolcü önerilmiştir.

Tang et al. (2018) tarafından yapılan çalışmada, aşağı doğru bakan bir kamera kullanılarak yük gözlemlenmiş ve genişletilmiş bir Kalman Filtresi kullanılarak da yükün quadrotora göre durumu tahmin edilmiştir. Yerleşik bir işlemci üzerinde uygulanan planlama, tahmin ve kontrol işlemleri ile tam üç boyutlu çalışma alanında kapalı döngü yük kontrolü yapılmıştır. Dikey ekseninde 53 dereceye kadar olan yük salınımlarının kontrol edilebildiği deneysel olarak gösterilmiştir. Bu açı değerinin, agresif manevra

2. LİTERATÜR ÖZETİ

yaparak askıda yük taşıyan bir quadrotor için kaydedilmiş en büyük salınım açısı olduğu belirtilmiş. Çalışmada yapılan uygulamaya ait bir görüntü Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1. Yük taşırken agresif manevra yapan quadrotor (Tang et al. 2018)

de Angelis et al. (2019) tarafından yapılan çalışmada, askıda yük taşıyan quadrotor için bir yörünge kontrol stratejisi verilmiştir. Yük, aracın ağırlık merkezine rijit bir bağlantıyla bağlanan bir sarkaç olarak modellenmiştir. Quadrotor ve yükün hareketlerini tanımlayan dinamik denklemlerden yola çıkarak, eş zamanlı olarak yörünge takibini ve yük salınımının sönümlemesini gerçekleştiren doğrusal olmayan bir kontrolcü önerilmiştir. Kontrolcü kazançları, sistemin sarkaç için hızlı dinamikler ve konumlandırma görevi için yavaş dinamikler ile iki-zaman ölçekli bir davranış sergileyeceği şekilde seçilmiştir. Bu koşullar altında, tekil pertürbasyon teorisinin temel sonuçları hem kararlılığın ispatı hem de kontrolcü kazançlarının ön tasarımı için kullanılmıştır.

Bingöl (2019) tarafından yapılan tez çalışmasında, askıda yük taşıyan bir quadrotor için kayan kipli kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada askıda yük taşıyan bir quadrotorun dinamik denklemleri parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkiler göz önünde bulundurulmadan elde edilmiştir.

Liang et al. (2019) tarafından yapılan çalışmada hem quadrotor pozisyon kontrolü hem de yük salınımının ortadan kaldırılması için gelişmiş bir hiyerarşik kontrol şeması sunulmuştur. Hiyerarşik yapı bir iç döngü ve bir dış döngüden oluşmaktadır. Dış döngü,

2. LİTERATÜR ÖZETİ

quadrotor hareketini ve yük salınım hareketini tanımladığından, çalışmanın odak noktası bu alt sistemi için kontrolcü tasarımı olmuştur.

Godbole et al. (2019) tarafından yapılan çalışmada, bir kablo kullanılarak askıya alınmış bir yüke sahip quadrotor sisteminin matematiksel olarak modellenmesi ve kontrolü tasarımı incelenmiştir. Bu kontrol probleminin çözümü, pasiflik tabanlı bir kontrolcü ve genişletilmiş durum gözlemcisi tabanlı aktif bozulma reddi kontrolü uygulanması yoluyla sunulmaktadır. Bir quadrotora göre yükün yalnızca salınım açılarının ölçüldüğü varsayılarak, bu durumlar (öncelikle açısız hız) sürekli-ayrık bir Kalman Filtresi kullanılarak tahmin edilmiştir. Ayrıca, yük kablosunun salınım açısının ölçülmesi zor olduğu için, yükün hareketinden dolayı sistemin dinamiklerinde oluşan değişimin, genişletilmiş durum gözlemcisi kullanılarak tahmin edildiği bir aktif parazit reddetme kontrolcü tasarlanmıştır.

Benzer bir yaklaşımla, Xian et al. (2019) tarafından, quadrotor ve askıda bir yükten oluşan sistemi için konum kontrolü ve salınım hareketi kontrolü problemi incelenmiştir. Eksik tahrikli özelliklerin ve bilinmeyen sistem parametrelerinin kısıtlamaları altında, İHA'nın doğru konum kontrolünün yanı sıra uçuş sırasında yükün hızlı salınımını bastırmayı sağlayan enerji metodolojisine dayalı olarak doğrusal olmayan bir uyarlanabilir kontrol stratejisi tasarlanmıştır.

Askıda yük taşıyan bir quadrotora etki eden belirsizlik ve bozucu etkileri tahmin eden bir yörünge takip kontrolcüsü Qian et al. (2020) tarafından önerilmiştir. Quadrotor ve yük, bilinmeyen rüzgâr bozukluklarına tabidir. Kontrolcü, iki döngüden oluşan kademeli bir yapıda tasarlanmıştır. Dış döngü ile, bozulma tahmin edicisi kullanarak öteleme hareketi kontrol edilmiştir. Kontrolcü, quadrotoru belirli bir yörünge boyunca asimptotik olarak kararlı hale getirir ve bir alçak geçiren filtre ile bozulmalar tahmin edilir. İç döngü ile, açısız hareketin yönünü kontrol etmek için bir açı izleme denetleyicisi kullanılır, böylece dönme hareketini oluşturan kuvvet, öteleme denetleyicisi tarafından üretilen referans kuvveti asimptotik olarak takip edebilir.

Yang et al. (2020) tarafından yapılan çalışmada, quadrotorun konumunu ve yükün salınım açısını asimptotik olarak kontrol edebilen enerji tabanlı doğrusal olmayan bir

2. LİTERATÜR ÖZETİ

kontrolcü önerilmiştir. İHA ile yükü birbirine bağlamak için kullanılan kablonun bilinmeyen uzunluğunu öğrenmek için uyarlanabilir bir kontrol tasarımı geliştirilmiştir. Lyapunov tabanlı kararlılık analizi, kapalı çevrim sistemin kararlılığını kanıtlamak için kullanılmıştır. Ayrıntılı gerçek zamanlı deneysel sonuçlar ile, önerilen denetleyicinin iyi performansı gösterilmiştir.

Hashemi et al. (2020) tarafından yapılan çalışmada, Maksimum yük kapasitesi ve yükün minimum salınımını bulmak için en uygun yörünge hesaplanmak istenmiştir. Maksimum taşıma kapasitesini artırmak ve sallanan yükün maksimum salınım açısını azaltmak için en uygun kablo uzunluğu elde edilmiştir. Ayrıca, yük kütlelerinin sallanan yükün maksimum salınım açısı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Kontrolcü olarak, açık optimal kontrol probleminin dolaylı bir yöntemle çözümü ele alınmıştır.

Asılı yük taşıyan bir quadrotor için çevrimiçi yörünge planlama yaklaşımı Xian et al. (2020) tarafından önerilmiştir. Hedef yörüngesi, kontrol amacına göre iki adımda tasarlanmıştır. Sırasıyla, quadrotor konum kontrolü ve yükün salınım hareketini azaltmak için kullanılan bir hedef konumlandırma bileşeni ve bir salınım önleme bileşeninden oluşmaktadır.

Polinom şeklindeki yörüngelerin kablo ile askıda yük taşıyan quadrotor sisteminde yükün titreşimi üzerindeki etkisini araştıran ve hangi polinom yörüngesinin daha az titreşimle sonuçlandığını gösteren bir çalışma Alkomy and Shan (2021) tarafından literatüre kazandırılmıştır.

Guerrero-Sánchez et al. (2021) tarafından yapılan çalışmada, takip edilmek istenen yörünge boyunca yükün salınımı azaltılarak, quadrotorun istenen bir konuma taşınması istenmiştir. Önerilen kontrol yapıları, dönme dinamiklerini kontrol etmek için iyi bilinen bir duruma bağlı diferansiyel Riccati denklem denetleyicisi ile birlikte aracın öteleme hareketlerini ve yük salınımını kontrol etmek için doğrusal olmayan denetleyicilerden oluşan hiyerarşik şemalardan oluşmaktadır.

Yukardaki çalışmalardan farklı olarak bir rotor arızası durumunda askıda yük taşıyan quadrotor sisteminde Lv et al. (2021) tarafından, kütlesi bilinmeyen hacimsel bir

yükün hızını kontrol etmek için özgün bir uyarlamalı kontrol yapısı önerilmiştir. Yükün quadrotor üzerinde bir kablo ile asılı kalması için yeni bir yapı tasarlanmış ve bu yapının üzerine yükün salınım açısını ölçmek için bir jiroskop yerleştirilmiştir.

Hua et al. (2022) tarafından takviyeli öğrenme (reinforcement learning) tabanlı bir doğrusal olmayan kontrol yapısı kullanılarak askıda yük taşıyan bir quadrotorun kontrolünün simülasyon ve gerçek zamanlı uygulama ile başarıyla gerçekleştirildiği gösterilmiştir.

Akhtar et al. (2023) tarafından yapılan çalışmada, üç boyutlu uzayda belirli varsayımları karşılayan türevlenebilir bir eğri şeklinde bir yörünge verildiğinde, askıda yük taşıyan quadrotor sisteminde, yükü istenen yörüngeye yaklaştırmaya ve onu takip etmeye zorlayan geri besleme doğrusallaştırmaya dayalı dinamik bir kontrolcü yapısı önerilmiştir.

Quadrotor gövdesinin altına bir aktüatör yerleştirilerek, quadrotor ve yük arasında esnek bir bağlantı oluşturulan çalışmada Liang et al. (2023) tarafından quadrotorun konumunu kontrol eden ve yük salınımını ortadan kaldıran enerji tabanlı analiz ile doğrusal olmayan bir kontrol yaklaşımı sunulmaktadır.

Tolba et al. (2023) tarafından yapılan çalışmada ise, ağırlık merkezi geometrik merkezinden kaydırıldığında ve kablodan asılı yük keyfi bir konuma bağlandığında bir quadrotor için yeni bir doğrusal olmayan dokuz serbestlik dereceli matematiksel model formüle edilmiştir. Bu nedenle, asılı yükün sallanma ve radyal hareketlerini en aza indirirken quadrotorun konumunu ve açısal hareketini kontrol etmek için LQR tabanlı bir uyarlamalı kontrolcü yapısı tasarlanmıştır.

2.2. Birden Fazla Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemlere Dair Yapılan Çalışmalar

Geleneksel araçlara ve diğer İHA'lara kıyasla quadrotorların daha fazla avantajları olmasına rağmen, düşük yük ağırlığı kapasiteleri, kullanılabilecekleri yük taşıma uygulamalarını önemli ölçüde sınırlandırır. Ayrıca kritik yük taşıma

2. LİTERATÜR ÖZETİ

uygulamalarında quadrotorun arızalanması durumunda quadrotor ile birlikte taşınan yükün de zarar görmesi mümkündür. Bunun bir sonucu olarak, birden fazla quadrotor kullanımı, bir arıza durumunda taşınan yükün güvenliğini artırırken, aynı zamanda yük kapasitesini de büyük ölçüde artırır. Bu amaçla birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemlerin modellenmesi ve kontrolü üzerine literatürde çeşitli çalışmalar yürütülmüştür.

Goodarzi et al. (2016) tarafından yapılan çalışmada, keyfi sayıda quadrotor ile boru şeklinde rijit bir cisim esnek kablolar yardımı ile taşıyan bir sistemin modellenmesi ve kontrolü yapılmıştır. Cisim, her bir kablonun keyfi sayıda seri bağlı eklemlerden oluşan bir sistem olarak modellendiği esnek kablolar aracılığıyla quadrotorlara bağlıdır. Sistemin tam matematiksel modeli herhangi bir basitleştirme varsayımı yapılmadan koordinatlardan bağımsız olarak türetilmiştir. Tüm eklemleri dikey yönde hizalarken rijit gövdeyi istenen sabit bir konuma taşımak için geometrik doğrusal olmayan bir denetleyici sunulmuştur. Titiz bir matematiksel kararlılık kanıtı verilmiş ve önerilen kontrolcünün başarısı sayısal örnekler ve deneysel sonuçlarla gösterilmiştir.

Lee (2018) tarafından yapılan çalışmada, rijit bağlantılar aracılığıyla rastgele sayıda quadrotora bağlanan rijit gövdeli bir yük için yörünge takibi kontrolü yapılmıştır. Sistemin doğrusal olmayan hareket denklemleri çıkarıldıktan sonra yükün konumu, istenen bir yörüngeyi belirsizliklerin varlığında asimptotik olarak takip edecek şekilde bir geometrik kontrolcü tasarlanmıştır.

Rastgoftar et al. (2018) tarafından yapılan çalışmada, bir quadrotor ekibi tarafından yük taşıma ve nesne manipülasyonu için yeni bir paradigma önerilmiştir. İşbirlikçi yük kaldırma ve manipülasyon olarak adlandırılan bu yeni paradigma ile, çarpışma önleme garantileriyle nesnelere taşımak ve manipüle etmek için sürekli deformasyon üye koordinasyon (continuum deformation agent coordination) yaklaşımı uygulanmıştır. İHA'lar taşıma sırasında hareketli destekler ve nesne manipülasyonu sırasında sabit destekler olarak ele alınmıştır. Bu kısıtlama, kararlılığı korumak ve öngörülen hareket ve kuvvet/tork profillerini takip etmek için yeterli itme kuvvetlerinin mevcut olmasını sağlamak üzere formüle edilmiştir. Bu sistemde, askıdaki yükü veya bir manipülasyon nesnesini taşımak için kablolar yerine gerginlik kasları kullanılmıştır.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Gerginlik yapısı hafiftir ve işbirlikçi manipülasyon sırasında gerekli olan hem çekme hem de sıkıştırma kuvvetleri taşınabilir. Yükün taşınması sırasında İHA'lar liderler ve takipçiler olarak kategorize edilmiştir. Liderler, sürekli deformasyon şeklini ve hareket profilini tanımlarken, takipçiler ile yerel iletişim yoluyla koordinasyon sağlar. Her İHA için, sürekli deformasyon tarafından tanımlanan yörüngeyi izlemek için giriş-çıkış geri besleme doğrusallaştırma kontrol yöntemi kullanılmıştır.

Hua et al. (2018) tarafından yapılan çalışmada, bilinmeyen, zamanla değişen yüklere ve şiddetli rüzgâr bozukluklarına sahip quadrotorlar için yeni bir gürbüz uyarlanabilir önceden belirlenmiş performanslı kontrol şeması önerilmiştir. Sunulan çerçeve altında, genel kontrol sistemi öteleme alt sistemi ve dönüş alt sistemi olarak ayrıştırılır. Öteleme alt sistemi için, daha iyi yörünge izleme performansı ve iyi gürbüzlük sağlamak için kayan kipli kontrol tekniğine dayalı yeni bir gürbüz uyarlanabilir kontrol stratejisi tasarlanmıştır. Rotasyonel alt sistem için, istenen açılar izlemek için geri adımlamalı tekniğine dayalı yeni bir gürbüz uyarlanabilir denetleyici inşa edilmiştir.

Thapa et al. (2019) tarafından yapılan çalışmada, bilinmeyen sürüklenme kuvvetleri varlığında bilinmeyen bir kütleyle sahip bir yükü iş birliği içinde taşıyan bir quadrotor ekibi ele alınmıştır. Sürüklenme kuvvetlerini ve bilinmeyen kütle tahmin eden, araçları ve yükü ortak bir istenen hıza yönlendiren, eşzamanlı öğrenmeye dayalı bir uyarlanabilir kontrol algoritması sunulmuştur. Algoritma ayrıca yük üzerindeki temas kuvvetlerini de düzenler. Yükün kütlesi de dahil olmak üzere tahmin edilen parametrelerin gerçek değerlerine yaklaştığı yapılan çalışma ile gösterilmiştir.

Ariyibi (2019) tarafından yapılan tez çalışmasında, askıda yük taşıyan quadrotor sistemlerinin kontrolü ele alınmıştır. Askıda yük taşıyan tek bir quadrotor ile iki ve üç quadrotordan oluşan sistemler modellenerek kontrolleri gerçekleştirilmiştir. İki ve üç quadrotorlu sistemler için, quadrotorların sabit bir formasyonda uçmaları için lider-takipçi yaklaşımı kullanılmıştır. Kontrolcü olarak Lyapunov tabanlı bir doğrusal olmayan bir kontrol algoritması ile LQR metotları birleştirilerek hibrit bir yapı elde edilmiştir.

Thapa et al. (2020) tarafından yapılan çalışmada, birden fazla quadrotor ile bir yükü iş birliği içinde manipüle etmek için özgün uyarlanabilir bir kontrolcü

2. LİTERATÜR ÖZETİ

geliştirilmiştir. Yükün kütesinin kontrolcü için mevcut olmadığı varsayılmıştır. Geliştirilen uyarlanabilir kontrolcü ile, her araçtan elde edilen tahmini kütlelerin toplamının, yükün gerçek kütesine eşit olmasını ve her bir aracın, yükün kütesinden eşit bir pay almasını sağlamak için bağlı grafiklere dayalı bir konsensüs algoritması kullanılmıştır. Kontrolcü ile, tüm quadrotorların asimptotik olarak sabit bir referans hıza yakınsamasını sağlar. Ayrıca, faydalı yüke uygulanan tüm kuvvetlerin istenen değerlere yakınsamaları sağlanır. İstenen itme kuvvetleri ve açılar, kontrol algoritmalarından hesaplanır ve her bir quadrotor için istenen komutları izlemek için düşük seviyeli bir PD denetleyicisi uygulanır.

Mohammadi et al. (2020) tarafından yapılan çalışmada, birden fazla quadrotor ile kabloyla askıda bir yükün iş birliği içinde taşınmasını sağlamak için yeni bir kontrol şeması önerilmiştir. Sistem için nominal pasiflikten ilham alan bir kontrolcü tasarlanmıştır. Kontrolcü tasarımı için sistem modeli hakkında çok az bilgi kullanılmış ve kabloların rijitliği hakkında hiçbir varsayım yapılmamıştır. Performansını daha da artırmak için, kontrolcüye bir bozulma gözlemcisi eklenmiştir. Bu gözlemci, dış parazitlerin neden olduğu herhangi bir enerjiyi tahmin etmek ve onu ek sönümleme yoluyla dağıtmak için kullanılmıştır. Böylece önerilen kontrolcünün gürbüz bir yapıda olması sağlanmıştır.

Villa et al. (2021) tarafından yapılan çalışmada, iki quadrotora bağlı esnek kablolarla askıda çubuk şeklindeki bir yükü taşıma problemi analiz edilmiştir. Quadrotorlar ve yükten oluşan sistem bir bütün olarak ele alınmıştır. Bağlı yükün quadrotorlar üzerinde neden olduğu dinamik etkiler ve ayrıca her quadrotorun diğeri üzerinde neden olduğu dinamik etkiler, uyarlanabilir bir dinamik kontrolcü tarafından kontrol edilmiştir.

Li et al. (2021) tarafından yapılan çalışmada, üç quadrotor kullanarak kablo ile askıda yük taşıma problemini çözmek için değer-fonksiyon yaklaşım algoritmasına dayalı bir yörünge planlama yöntemi önerilmiştir. Yörünge planlamasının amacı, yük sallanmadan en kısa sürede hedef konuma ulaşmaktır. Önerilen algoritmada, değer fonksiyonu, parametre vektörü ve probleme özgü öznitelik vektörü ile tahmin edilmektedir. Parametre vektörü, yığın yöntemiyle güncellenir ve ardından istenen

2. LİTERATÜR ÖZETİ

yörüngeyi oluşturmak için açgözlü strateji kullanılır. Son olarak, istenen yörünge, yörünge takibi için quadrotora iletilir.

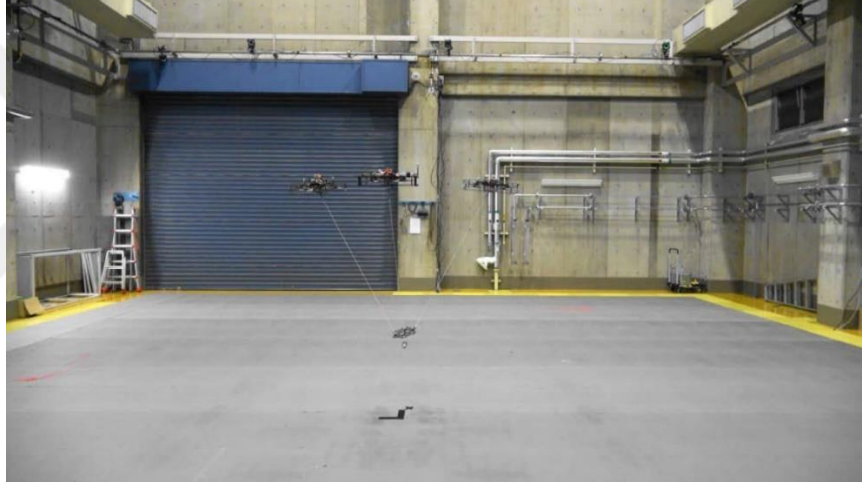
Arab et al. (2021) tarafından yapılan çalışmada, birden fazla quadrotor kullanarak askıda yük taşımak için yeni bir kontrol ve planlama algoritması sunulmuştur. Quadrotor olarak modellenen her hava robotu, kablolarla tekdüze olmayan bir yüke bağlıdır. Udwadia-Kalaba denklemleri, her bir robota etki eden kablolar üzerindeki kuvvetleri hesaplamak için kullanılmıştır. Yeni bir lidersiz dağıtılmış adaptif kontrol algoritması, sadece yükün oluşturulan yol üzerinde harici bozulmaların varlığında güvenli bir şekilde taşınmasını sağlamakla kalmayıp, aynı zamanda yükün quadrotorlar ile etkileşimi ile ilgili sorunları çözmeyi de başarmaktadır. Ayrıca her boyutta, şekilde ve ağırlıkta yükün quadrotorlar tarafından performanstan ödün vermeden taşınmasını kolaylaştıran kontrolcünün tasarımında yük dinamiği dikkate alınmamıştır. Daha sonra, işbirlikçi yük taşıma problemi için bilinen engellerden kaçınmak amacıyla her quadrotor için istenen yolu oluşturmak üzere, hızlı keşfedilen rastgele ağaç yıldızı algoritması geliştirilmiştir.

Askıda bir yük taşırken birden fazla İHA'nın uçuşunu kontrol etmek için sırasıyla geri adımlı kontrol ve modelin genişletilmiş durumuna dayalı olarak bir kontrolcü ve bozulma gözlemcisi Han et al. (2022) tarafından tasarlanmıştır. Ayrıca, quadrotorların çevikliğinden yararlanmak ve engellerden kaçınmak için, yük ile uçuş sırasında oluşum geometrisini değiştirmek için sanal bir yapıya dayalı lider-takipçi dinamik oluşum şeması verilmiştir. Bu şema, uçuş sırasında kablo geriliminin durumu hakkında herhangi bir varsayımda bulunmaz ve bu nedenle yükten herhangi bir geri besleme ölçümü gerekmez. Geliştirilen sistemin bir görseli Şekil 2.2'de verilmiştir.

Yu et al. (2022) tarafından yapılan çalışmada, belirsizlikler ve durum/giriş kısıtlamaları ile birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sisteminin kontrol problemi ele alınmıştır. Quadrotorlar, hava araçlarının kütle merkezi ile çakışan küresel çiftler aracılığıyla yüke bağlanmıştır. Sistem için hiyerarşik bir kontrol şeması önerilmiştir. Dış döngü, belirsizlikler, durum kısıtlamaları ve giriş sınırlılığı ile başa çıkmak için bir model öngörülü kontrolcü tarafından kontrol edilirken, iç döngü, quadrotorun açısal yörünge izleme hatasını değişmez kümeye bir zorlayan gürbüz kontrolcü tekniği ile kontrol edilmiştir.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Ccari and Yanyachi (2023) tarafından yapılan çalışmada, dış parazitlerin ve parametrik belirsizliklerin varlığında iki quadrotor kullanılarak askıda bir yükün halatlarla iş birliği içinde taşınması için yeni bir gürbüz uyarlanabilir formasyon kontrol tasarımı sunulmuştur. Önerilen kontrolcünün yapısı iki alt sisteme bölünmüştür: tam tahrikli (fully actuated) ve eksik tahrikli (underactuated). Tam tahrikli alt sistem için integral kayan kipli bir uyarlamalı kontrol stratejisi önerilmiştir ve eksik tahrikli alt sistem için, geri adımlamalı ve kayan kipin kombinasyonuna dayalı bir uyarlanabilir kontrol stratejisi önerilmiştir. Ardından, her iki kontrol alt sisteminin kayma yüzeylerinin kontrol parametreleri, bir sinir ağı tarafından uyarlanabilir şekilde ayarlanmıştır. Ek olarak, önerilen kontrolcünün gürbüzlüğünü artırmak için, bozulmaları tahmin etmek ve telafi etmek için bir bozulma gözlemcisi dahil edilmiştir.



Şekil 2.2. Askıda yük taşıyan üç quadrotorlu bir sistem (Han et al. 2022)

Sharma and Sundaram (2023) tarafından yapılan çalışmada, geometrik bir kontrol yaklaşımı kullanılarak birden fazla quadrotor ile güvenlik açısından kritik bir katı yükün taşınması için yeni bir yöntem önerilmiştir. Quadrotorların konum ve açı hatalarının dinamiklerinin yerel asimptotik yakınsamasını garanti eden geometrik doğrusal olmayan bir kontrol sistemi geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşım, yükün izleme hatasının da sınırlanacağını garanti etmektedir.

2.3. Sonlu/Sabit Zamanlı Kararlılık Analizlerine Dair Yapılan Çalışmalar

Yukarıda verilen çalışmaların quadrotor yük taşıma uygulamalarına yönelik olumlu sonuçları olmakla birlikte, geliştirilen kontrolcüler yalnızca eksponansiyel veya

2. LİTERATÜR ÖZETİ

asimptotik kararlılık sağlayabilmekte, sistemin durumlarının istenilen değerlere yakınsaması için gereken süreyi belirleyememektedir. Yerleşme süresi, sistemin yakınsama hızını tanımladığı için, zaman açısından kritik doğrusal olmayan bir sistemin çok önemli bir performans özelliğidir. Ayrıca, üstün etkinlik elde etmek için pratikte daha hızlı yakınsama aranır (Liu et al. 2022). Sonlu zamanlı kararlılık yaklaşımı, yerleşme süresiyle ilgili bu belirsizliği çözmek için literatürde önerilen güçlü bir yöntemdir (Bhat and Bernstein 2000). Son zamanlarda, sonlu zaman yaklaşımı kullanılarak, quadrotor kullanan yük taşıma sistemleri için çeşitli kontrolcü yapıları oluşturulmuştur (Lv et al. 2022b). Ancak sonlu zamanlı kararlılık, sınırlı bir yakınsama süresi garantisi sunar çünkü yerleşme süresi, tasarım parametrelerine ve başlangıç koşullarına bağlıdır. Bu nedenle sonlu zamanlı analiz şemasının uygulanabilirliği, başlangıç koşullarının önceden mevcut olmadığı durumlarda sınırlıdır. Sonlu zaman kararlılık kavramını başlangıç koşullarından bağımsız kılarak genişleten sabit zamanlı kararlılık analizi literatürde önerilmiştir (Polyakov 2012). Son dönemde, sabit zamanlı yaklaşımla kontrol stratejilerinin kullanımı, quadrotor ile yük taşıma uygulamalarında ön plana çıkmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Ghommam et al. 2020; Lv et al. 2022a; Mechali and Xu 2023).

Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde, askıda yük taşıyan quadrotor sistemlerinin modellenmeleri ve kontrol edilmeleri üzerine yapılan çalışmalarda, doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin yapay zekâ algoritmaları ile kullanılmasının son dönemde büyük bir ilgi gördüğü gözlemlenmiştir. Ayrıca, klasik kararlılık analizlerine kıyasla belli avantajlar sağlayan sonlu zamanlı ve sabit zamanlı kararlılık analizlerinin de doğrusal olmayan sistemlere yönelik çalışmalarda sıklıkla tercih edilmeye başlandığı değerlendirilmiştir. Bahsedilen araştırmalar doğrultusunda bu tez çalışmasında, dış bozucu etkileri ve parametre belirsizliklerini hesaba katarak askıda yük taşıyan özgün bir quadrotor sisteminin modellenmesi ve kontrolü gerçekleştirilmek istenmiştir. Bu amaçla ilk aşamada, askıda yük taşıyan bir quadrotorun modeli elde edilerek asimptotik, sonlu zamanlı ve sabit zamanlı kararlılık analizleri kullanılarak özgün bir yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarımı sunulmaktadır. Daha sonra, birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan bir sistemin özgün genelleştirilmiş özgün bir modeli elde edilerek önerilen kontrolcü yapıları ile kontrol edildiğinde sergilediği performanslar verilmektedir. Kontrol edilecek sistem yükün istenilen sayıda quadrotor ile taşınmasına imkân verecek şekilde modellenmiştir.

3. SİSTEM MODELLENMESİ

Bu bölümde, iki farklı sistemin modeli elde edilecektir. İlk olarak, askıda yük taşıyan bir quadrotorun matematiksel modeli, dış bozucu etkiler ve parametre belirsizlikleri dikkate alınarak tasarlanacaktır. Daha sonra, birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan bir sistemin modeli oluşturulacaktır. Birden fazla İHA ile yük taşıma uygulamaları üzerine yapılan araştırmaların çoğunda, iki quadrotor kullanılmıştır. Ayrıca, çeşitli sistemler basitleştirilmiş veya doğrusallaştırılmış dinamik modellere dayanırken, bazı çalışmalar sistemi yalnızca iki boyutta ele almıştır. Bu çalışmada modellenen sistem, istenilen sayıda quadrotor ile yükün taşınmasına imkân verecek şekilde geliştirilecektir.

3.1. Askıda Yük Taşıyan Bir Quadrotorun Matematiksel Modeli

Bu bölümde, askıda yük taşıyan bir quadrotor İHA'nın matematiksel modelinin türetilmesi sunulmaktadır. Bu bölümde tartışılan modelleme yöntemi, İHA'ların kontrol performansını iyileştirmek için kullanılabilecek askıda yük taşıyan İHA'lar için sistematik bir analitik formülasyon sağlamaktadır. Askıda yük taşıyan quadrotorun dinamik modeli, quadrotorun kendi dinamikleri ve yükün hareketinden dolayı ortaya çıkacak dinamiklerin toplamından oluşmaktadır. Bu nedenle, quadrotorun ve yükün dinamik denklemleri ayrı ayrı çıkarılacak ve bu dinamikler birleştirilerek sistemin tam doğrusal olmayan matematiksel modeli elde edilecektir.

3.1.1. Yüksüz quadrotorun matematiksel modeli

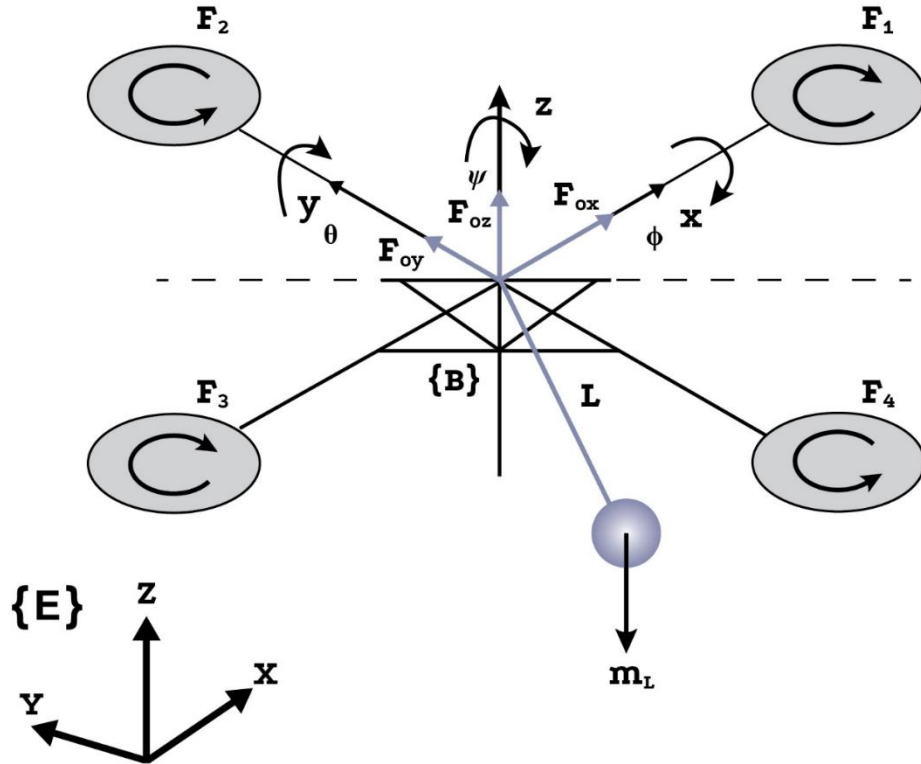
Günümüzde, araştırmalar ve uygulamalarda en çok tercih edilen İHA türü olarak öne çıkan quadrotorun matematiksel modelinin elde edilmesine yönelik literatürde yapılmış kapsamlı çalışmalar bulunmaktadır (Bouabdallah et al. 2004; Erginer and Altuğ 2007; Phang et al. 2012). Quadrotor, Şekil 3.1'de gösterildiği gibi merkezine göre simetrik olan iki çerçeve ve bu çerçevelerin her bir ucuna yerleştirilmiş dört rotordan oluşmaktadır.

Bu çalışmada quadrotorun dinamik denklemlerinin elde edilmesi için aşağıdaki varsayımlar dikkate alınmıştır (Bouabdallah et al. 2004).

3. SİSTEM MODELLENMESİ

1. Quadrotorun yapısı simetrik ve serttir.
2. Gövde ekseninin başlangıç noktası quadrotorun ağırlık merkezindedir.
3. İtme ve çekme kuvvetleri pervanelerin hızlarının kareleri ile doğru orantılıdır.

Quadrotorun dinamik denklemlerinin elde edilebilmesi için iki eksen tanımına ihtiyaç vardır. Bunlar üç boyutlu uzayda sabit bir referans noktası olarak kabul edilen bir noktayı başlangıç noktası olarak alan atalet eksenini (earth frame, E) ve quadrotorun ağırlık merkezini başlangıç noktası olarak kabul eden gövde eksenini (body frame, B)'dir. Bu eksenler arasında dönüşüm yapılarak quadrotorun üç boyutlu uzayda herhangi bir noktadaki öteleme ve dönme hareketlerini temsil eden dinamik denklemler yazılabilir. Quadrotorun gövde ekseninin, atalet eksenine göre yönelmesini ifade etmek için bir rotasyon matrisi kullanılır. Quadrotorun referans (atalet) eksenine göre yönünün ifade edilmesi için x , y , z eksenleri boyunca Euler açıları olarak bilinen, yalpalama (roll, ϕ), yunuslama (pitch, θ) ve sapma (yaw, ψ) açıları kullanılır.



Şekil 3.1. Askıda yük taşıyan quadrotor modeli (Feng et al. 2015)

Quadrotorun E atalet eksenine göre konumunu ξ ve yönelimini Θ ile ifade edecek olursak:

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Quadrotorun E atalet eksenine göre öteleme hızı:

$$\dot{\xi} = Rv \quad (3.2)$$

Aynı şekilde E atalet eksenine göre açısal hızı:

$$\dot{\Theta} = T\omega \quad (3.3)$$

Burada v , $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T \in \mathcal{R}^3$ ile tanımlanan quadrotorun gövde eksenine göre öteleme hızını temsil eden vektör, ω ise $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \in \mathcal{R}^3$ ile tanımlanan quadrotorun gövde eksenine göre açısal hızını temsil eden vektördür. R ve T matrisleri ise, gövde eksenindeki bir vektörü atalet koordinat eksenine göre yazabilmek için kullanılan sırası ile öteleme dönüşüm matrisi ve rotasyon dönüşüm matrisi olarak adlandırılan matrislerdir. Bu matrisler aşağıdaki gibi tanımlanırlar (Voos 2006; Lee et al. 2007):

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi - c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Burada t , tan, c , cos ve s , sin fonksiyonlarının kısaltmasıdır. Ayrıca rotasyon matrisinin $R^{-1} = R^T$, $\dot{R} = RS(w)$ ve $\dot{R}^T = -S(w)R^T$ özelliklerini sağladığı unutulmamalıdır. Burada $S(w)$, herhangi w ve γ vektörleri için $\gamma^T S(w)\gamma = 0$ şeklinde tanımlanan ters simetri özelliğini sağlayan bir ters simetri matrisidir (Dierks and Jagannathan 2010).

3. SİSTEM MODELLENMESİ

Böylece quadrotorun dinamik denklemleri aşağıdaki gibi kompakt formda verilebilir (Lee et al. 2007; Guzey et al. 2019):

$$M \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \bar{S}(\omega) \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(v) \\ N_2(\omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G(R) \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} + U + \tau_d \quad (3.6)$$

Burada $M = \text{diag}\{mI_3, J\} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$, $U = [0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \in \mathfrak{R}^6$
 $\bar{S}(\omega) = \text{diag}\{-mS(\omega), S(J\omega)\} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$, m quadrotor kütlesi, $J \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$ quadrotorun atalet momentleri, $N_1(v) \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ ve $N_2(\omega) \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ doğrusal olmayan aerodinamik etkiler, U daha sonra tanımlanacak olan kontrol işaretleri, $\tau_d \in \mathfrak{R}^6$ bilinmeyen ve sınırlı olan dış bozucu etkileri, I birim matrisini ifade etmektedir. Ayrıca $G(R) \in \mathfrak{R}^3$ yer çekimi matrisini ifade etmektedir ve $G(R) = mgR^T(\Theta)e_z$ olarak tanımlanır. Burada e_z , $e_z = [0 \ 0 \ 1]^T$ ile tanımlanan atalet eksenindeki birim vektördür ve g , $g = 9,81m/s^2$ ile verilen yerçekimi ivmesidir.

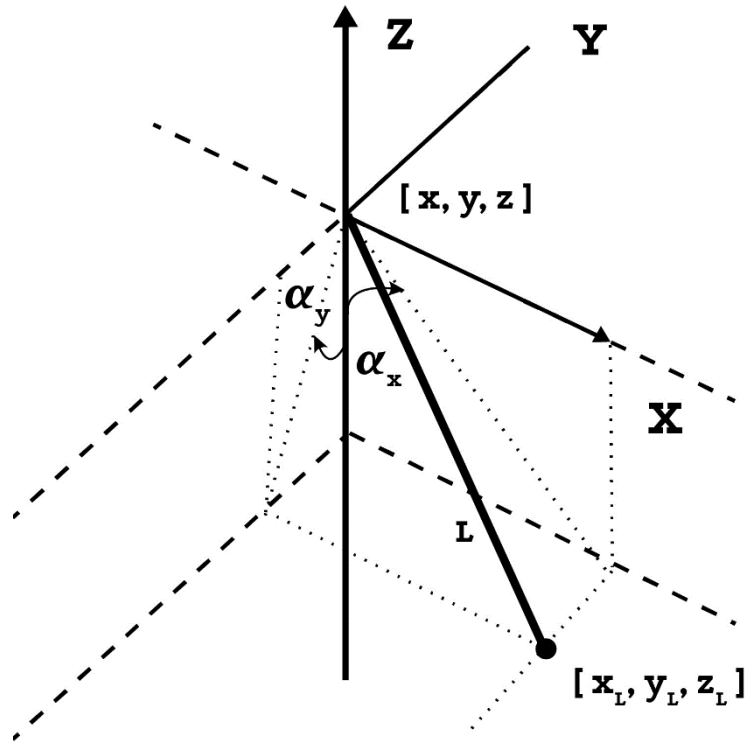
Quadrotorun istenilen pozisyon ve açı değerlerine ulaşması için kullanılan dört kontrol işareti vardır. Quadrotorun z -ekseninde yapacağı yukarı ve aşağı yönlü dikey hareketi kontrol etmek için u_1 kontrol girişi kullanılırken x ve y -eksenlerinde yapacağı öteleme ve dönme hareketlerini kontrol etmek için u_2 ve u_3 işaretleri kullanılır. Quadrotorun kendi eksenini etrafında yaptığı dönme hareketini ifade eden sapma hareketini kontrol etmek için u_4 işareti kullanılır. Bu kontrol işaretleri, quadrotorun hareket etmesi için gerekli olan itme kuvvetlerini temsil etmektedirler. Gerçek zamanlı uygulamalarda bu kontrol işaretleri, uçuş kontrol kartı tarafından quadrotorun yönelme, konum ve hız bilgilerini içeren sensör verileri kullanılarak hesaplanır. Hesaplanan bu kontrol işaretleri daha sonra elektronik hız kontrolcülere (ESC) iletilir. Uçuş kontrol kartı ESC'lere komutları gönderdiğinde, bu komutlar darbe genişlik modülasyonu (PWM) sinyalleri biçimindedir. ESC'ler bu PWM sinyallerini alır ve bunları motorlara gönderilen analog sinyallere dönüştürür. Motorlar daha sonra hızlarını analog sinyale göre ayarlar. Bu girişler rotorların açısal hızları ile üretilir. $\Omega_i, i = 1, 2, 3, 4$, rotorların açısal hızları olmak üzere kontrol işaretleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\
 u_2 &= lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\
 u_3 &= lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\
 u_4 &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2)
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Burada l , pervanenin merkezi ile quadrotorun kütle merkezi arasındaki uzaklık, b itki faktörü ve d sürüklenme faktörü olarak adlandırılan birer sabittir.

3.1.2. Yük taşıyan quadrotorun matematiksel modeli

Askıda yük taşıyan quadrotorun hareket denklemlerinin çıkarılması için, askıdaki yük, tek bir noktadan küresel bir sarkaç gibi davranan noktasal bir kütle olarak kabul edilmektedir. Şekil 3.2’de gösterildiği gibi yük, üzerine bir aerodinamik sürüklenme kuvveti etki eden bir noktasal kütle olarak kabul edilmiştir (Chen and Newton 2009). Yükün dinamiklerini ifade eden denklemlerin elde edilmesi için, x - z düzleminde α_x ve y - z düzleminde α_y boylamsal salınım açıları kullanılmaktadır. Böylelikle yükün dinamik davranışı, noktasal kütlelerin dinamik davranışına indirgenmiş olur.



Şekil 3.2. Noktasal kütle olarak yük modeli (Feng et al. 2015)

3. SİSTEM MODELLENMESİ

Yükün B gövde eksenindeki konumu aşağıdaki gibi verilir:

$$r^B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Burada L , yükü quadrotorun ağırlık merkezine bağlayan ve rijit olduğu kabul edilen kablonun uzunluğudur. Yükün, quadrotorun yönelme hareketlerinden bağımsız olması için konumu, E atalet eksenine göre ifade edilmelidir. Quadrotorun kütle merkezine göre yükün konumu aşağıdaki gibi verilebilir:

$$r = R_L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Burada R_L , yükün rotasyon matrisi olarak adlandırılır ve salınım açılarına bağlı olarak aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} R_L &= Rot(\alpha_y)Rot(\alpha_x) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & 0 & \sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ 0 & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & \sin \alpha_x \sin \alpha_y & \cos \alpha_x \sin \alpha_y \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ -\sin \alpha_y & \cos \alpha_y \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \cos \alpha_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Böylece E atalet ekseninde yükün konumu quadrotora göre aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r_L = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \cos \alpha_x \sin \alpha_y \\ -L \sin \alpha_x \\ L \cos \alpha_x \cos \alpha_y \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3. SİSTEM MODELLENMESİ

Bu noktada yükün dinamik denklemleri, yükün kinetik ve potansiyel enerjileri Lagrange denklemlerinde kullanılarak elde edilebilir. Λ , Lagrange denklemi olarak aşağıdaki gibi tanımlanırsa:

$$\Lambda = K - P \quad (3.12)$$

Burada K , yükün kinetik enerjisi ve P , potansiyel enerjisidir. Yükün kinetik enerjisi, K_t , öteleme kinetik enerjisi ve K_r , dönme kinetik enerjisi olarak iki bileşenden oluşacaktır. Bu enerji ifadeleri aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} P &= -m_L L \cos \alpha_x \cos \alpha_y \\ K &= K_t + K_r \\ &= \frac{1}{2} m_L \dot{r}_L^T \dot{r}_L + \left(\frac{1}{2} m_L L \dot{\alpha}_x^2 + \frac{1}{2} m_L L \dot{\alpha}_y^2 \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Yük için hareket denklemleri, Lagrange denklemlerinin genel biçiminden yararlanılarak aşağıdaki gibi türetilir:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{\alpha}_x} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial \alpha_x} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{\alpha}_y} \right) - \frac{\partial \Lambda}{\partial \alpha_y} &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Yukarda tanımlanan Lagrange denklemleri kullanılarak $\ddot{\alpha}_x$ ve $\ddot{\alpha}_y$ değerleri $\alpha_x, \alpha_y, \dot{\alpha}_x, \dot{\alpha}_y, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, L$ değerlerine bağlı birer fonksiyon olarak elde edilebilir. Böylelikle, yükün quadrotor üzerinde sebep olduğu etkiler, her ekseninde bir kuvvet olarak modellenebilir. Bu kuvvetler aşağıdaki gibi elde edilir (Feng et al. 2015).

$$\begin{aligned} F_{ox} &= m_L L \left(\ddot{\alpha}_x \cos \alpha_y \cos \alpha_x - \dot{\alpha}_x^2 \cos \alpha_y \sin \alpha_x \right) \\ F_{oy} &= m_L L \left(\ddot{\alpha}_y \cos \alpha_x \cos \alpha_y - \dot{\alpha}_y^2 \cos \alpha_x \sin \alpha_y \right) \\ F_{oz} &= m_L L \ddot{\alpha}_x \cos \alpha_y \sin \alpha_x + m_L L \dot{\alpha}_x^2 \cos \alpha_y \cos \alpha_x \\ &\quad + m_L L \ddot{\alpha}_y \cos \alpha_x \sin \alpha_y + m_L L \dot{\alpha}_y^2 \cos \alpha_x \cos \alpha_y - m_L g \end{aligned} \quad (3.15)$$

Sonuç olarak, askıda yük taşıyan bir quadrotorun dinamik denklemleri, (3.6)'da tanımlanan quadrotor dinamikleri ve (3.15)'de tanımlanan yük dinamikleri kullanılarak ve parametre belirsizlikleri ile dış bozucu etkilerde eklenerek, aşağıdaki gibi açık bir formda yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= \frac{1}{(m+m_L)} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_1 - \frac{K_1 \dot{x}}{(m+m_L+\Delta m)} - \frac{F_{ox}}{(m+m_L)} + D_x \\
 \ddot{y} &= \frac{1}{(m+m_L)} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) u_1 - \frac{K_2 \dot{y}}{(m+m_L+\Delta m)} - \frac{F_{oy}}{(m+m_L)} + D_y \\
 \ddot{z} &= \frac{1}{(m+m_L)} (\cos \phi \cos \theta) u_1 - \frac{mg}{(m+m_L)} - \frac{K_3 \dot{z}}{(m+m_L+\Delta m)} + \frac{F_{oz}}{(m+m_L)} + D_z \\
 \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y + \Delta I_y - I_z - \Delta I_z}{I_x - \Delta I_x} + \frac{J_r}{I_x - \Delta I_x} \Omega_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_x - \Delta I_x} u_2 - \frac{K_4 l}{I_x - \Delta I_x} \dot{\phi} + D_\phi \\
 \ddot{\theta} &= \dot{\psi} \dot{\phi} \frac{I_z + \Delta I_z - I_x - \Delta I_x}{I_y - \Delta I_y} + \frac{J_r}{I_y - \Delta I_y} \Omega_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_y - \Delta I_y} u_3 - \frac{K_5 l}{I_y - \Delta I_y} \dot{\theta} + D_\theta \\
 \ddot{\psi} &= \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x + \Delta I_x - I_y - \Delta I_y}{I_z - \Delta I_z} + \frac{1}{I_z - \Delta I_z} u_4 - \frac{K_6}{I_z - \Delta I_z} \dot{\psi} + D_\psi
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Burada, m quadrotorun kütleini, m_L yükün kütleini, I_x, I_y, I_z atalet momentlerini, $K_i, (i=1,2,\dots,6)$ sürüklenme katsayılarını, J_r pervane ataletini, $\Omega_i, i=(1,2,3,4)$ pervanelerin açısal hızlarını, $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$, $u_i, i=(1,2,3,4)$ kontrol işaretlerini, $D_j (j=x,y,z,\phi,\theta,\psi)$ harici bozucu etkilerini, Δ , parametre belirsizliklerini temsil etmektedir.

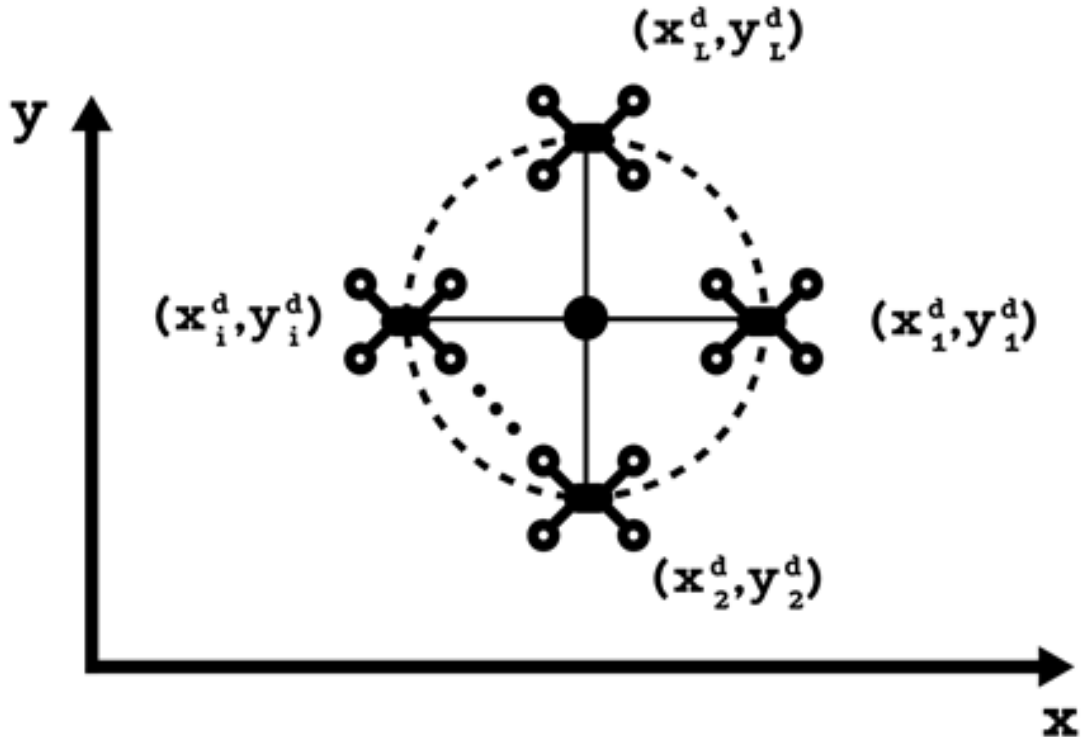
3.2. Birden Fazla Quadrotor ile Askıda Yük Taşıyan Sistemin Matematiksel Modeli

Bu bölümde askıda yük taşıyan birden fazla quadrotor İHA'dan oluşan özgün bir sistem modeli geliştirilecektir. Geliştirilecek sistem modeli, herhangi bir sayıda quadrotor ile askıda yük taşımaya imkân sağlayacak şekilde genelleştirilecektir. Bu amaç ile ilk önce her bir quadrotorun yörüngeleri elde edilecek daha sonrada her bir quadrotorun doğrusal olmayan dinamik denklemleri, quadrotorların birbirlerine uyguladıkları kuvvetler ve yükün quadrotorlar üzerine yaptığı etkileri de hesaba katılarak elde edilecektir.

3.2.1. Quadrotorların yörüngelerinin hesaplanması

Bu kısımda, herhangi bir sayıda quadrotor ile askıda yük taşıyan bir sistem için özgün bir model tasarımı yapılacaktır. Bunu başarmak için, Şekil 3.3'de görüldüğü gibi, z -ekseninde eşit yüksekliğe sahip N adet quadrotor İHA dairesel bir konfigürasyon ile konumlandırılmıştır. Bu konfigürasyonda yükün tam ortada olacak şekilde konumlanması sağlanmaktadır ve quadrotorların dairesel olarak aralarındaki açılar eşit olması sağlanmıştır.

Quadrotorların yörüngelerinin hesaplanması için bir quadrotorun konumunun sensör verileri ile alınarak bilindiği kabul edilir. Bu quadrotorun yörüngesi referans olarak kullanılarak geriye kalan quadrotorların konumları ve her bir quadrotorun birbirleri ve yük ile yaptıkları açılar hesaplanabilir. Diğer quadrotorların yörüngelerini hesaplayabilmek için x - y düzleminde x_L^d, y_L^d koordinatları ile gösterilen quadrotorun konumunun bilindiği varsayılır. Her quadrotorun x - y düzleminde yüke olan mesafesi L ile gösterilen kablo uzunluğu ile ayarlanacaktır. i . quadrotorun yüke olan istenen uzunluğu L_i^d ile gösterilirse, istenilen uzunluk aşağıdaki gibi verilebilir:



Şekil 3.3. Yük taşıyan quadrotorların dairesel konfigürasyonu

3. SİSTEM MODELLENMESİ

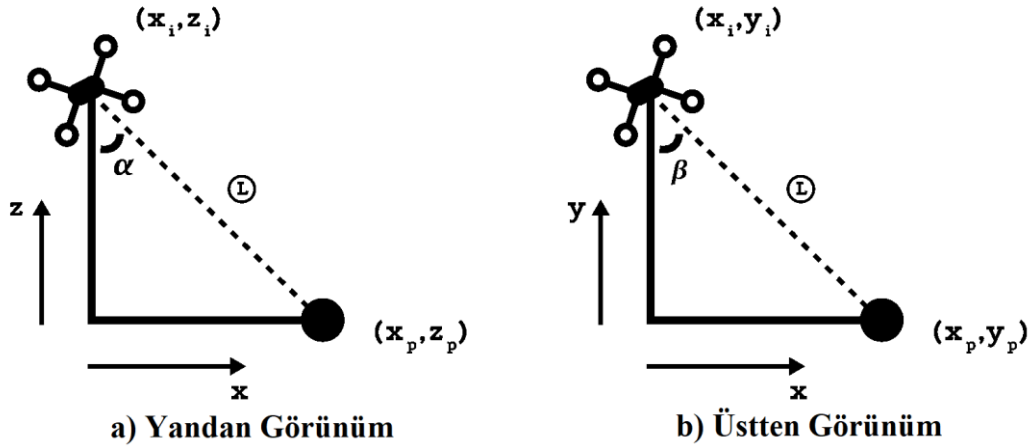
$$L_i^d = L \sin(\alpha^d) \quad (3.17)$$

Burada α^d Şekil 3.4'de gösterildiği gibi, x - z düzleminde istenilen α açısıdır ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\alpha^d = \arccos\left(\left|\frac{z_L - z_P}{L}\right|\right) \quad (3.18)$$

Burada z_P , yükün z -eksenindeki konumunu gösterirken, z_L de ilk quadrotorun z -eksenindeki konumunu ifade eder. Her quadrotorun z -ekseninde konumu aynı olacağı için bütün quadrotorların yük ile yapacakları α açıları eşit olacaktır.

Quadrotorların dairesel dizilimini sağlamak için ilk quadrotorun x - z ve x - y düzlemlerinde yük ile yaptığı α_L^d ve β_L^d açılarının bilindiği kabul edilmektedir. β_i^d , Şekil 3.4'de gösterildiği gibi i . quadrotorun x - y düzleminde yük ile yaptığı açı olsun; bu durumda her bir quadrotor için β_L^d açısı aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:



Şekil 3.4. α ve β açılarının gösterimi

$$\beta_i^d = \beta_L^d + \frac{360(i-1)}{N} \quad \forall i = 2, 3, \dots, N \quad (3.19)$$

Daha sonra, yükün konumu, x - y düzleminde her bir quadrotorun konumunu belirlemek için aşağıdaki gibi birinci quadrotorun konumu kullanılarak hesaplanabilir:

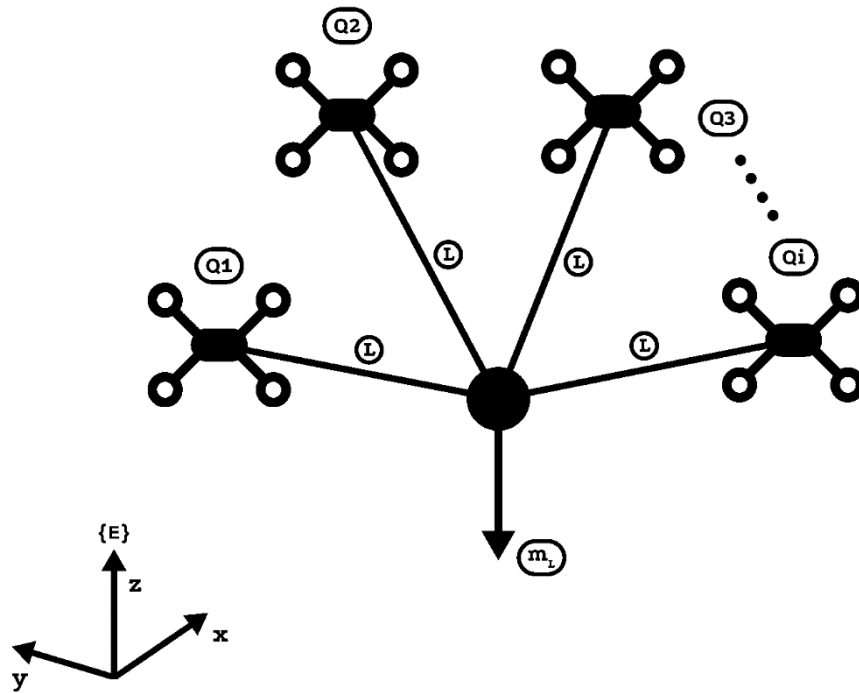
$$\begin{aligned} x_p^d &= x_L^d + L_i^d \cos(\beta_L^d) \\ y_p^d &= y_L^d + L_i^d \sin(\beta_L^d) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Burada x_p^d ve y_p^d , sırası ile x ve y eksenlerinde yükün istenen konumunu ifade etmektedir. Yükün konumu belirlendikten sonra, i . quadrotorun x - y düzleminde istenen konumları, x_i^d ve y_i^d aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} x_i^d &= x_p^d + L_i^d \cos(\beta_i^d) \\ y_i^d &= y_p^d + L_i^d \sin(\beta_i^d) \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.2.2. Quadrotorlara etkiyen kuvvetlerin hesaplanması

Her bir quadrotorun yörüngesi hesaplandıktan sonra, her bir quadrotor üzerine etki eden kuvvetler hesaplanabilir ve böylece sistemin toplam dinamikleri elde edilebilir.



Şekil 3.5. Birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sistem

Şekil 3.5'te görüldüğü gibi, yük, quadrotorlar üzerine etki eden kuvvetleri üretmek için üç boyutlu bir noktasal kütle olarak modellenmiştir. Ayrıca, yük için aşağıdaki varsayımlar dikkate alınmıştır (Palunko et al. 2012):

1. Yükün kablo eksenini etrafında dönmesine izin verilmediğinden, yük yalnızca iki yönde hareket edebilir.
2. Yükü taşımak için sert, ağırlıksız, elastik olmayan bir kablo kullanılır.
3. Kablonun bağlantı noktası quadrotorun kütle merkezinde olduğu için kablonun çekme gerilimi quadrotorun dönüşünü etkilemez.

Her bir quadrotora, her bir ekseninde etki eden kuvvetler, (3.18) ve (3.19) kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}
 F_{xi} &= \sum_{j=1, j \neq i}^N u_{2j} \cos(\beta_j(t)) \\
 F_{yi} &= \sum_{j=1, j \neq i}^N u_{3j} \sin(\beta_j(t)) \\
 F_{zi} &= \left(\sum_{j=1, j \neq i}^N [u_{1j} \sin(\alpha_j(t))] \right) - m_L g
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Burada, u_{1j} , u_{2j} ve u_{3j} , j. quadrotorun x, y, z eksenlerindeki kontrol işaretlerini, m_L yük kütleini, g yerçekimi ivmesini ifade eder. F_{xi} , F_{yi} , F_{zi} ise her bir quadrotora her bir ekseninde etki eden kuvvetleri temsil eder. Bu kuvvetler ve (3.6)'da tanımlanan quadrotor dinamikleri kullanılarak birden fazla quadrotor ile yük taşıyan bir sistemde i. quadrotor için dinamik denklemler, parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerde dikkate alınarak, açık olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_i &= \frac{1}{m} (\cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i) u_{1i} - \frac{K_1 \dot{x}_i}{(m + \Delta m)} + D_{xi} - \frac{F_{xi}}{(m + \Delta m)} \\
 \ddot{y}_i &= \frac{1}{m} (\cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i + \sin \phi_i \cos \psi_i) u_{1i} - \frac{K_2 \dot{y}_i}{(m + \Delta m)} + D_{yi} - \frac{F_{yi}}{(m + \Delta m)} \\
 \ddot{z}_i &= \frac{1}{m} (\cos \phi_i \cos \theta_i) u_{1i} - g - \frac{K_3 \dot{z}_i}{(m + \Delta m)} + D_{zi} + \frac{F_{zi}}{(m + \Delta m)} \\
 \ddot{\phi}_i &= \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \frac{I_y + \Delta I_y - I_z - \Delta I_z}{I_x - \Delta I_x} + \Omega_{ri} \dot{\theta}_i \frac{J_r}{I_x - \Delta I_x} + \frac{l}{I_x - \Delta I_x} u_{2i} - \frac{K_4 l}{I_x - \Delta I_x} \dot{\phi}_i + D_{\phi_i} \\
 \ddot{\theta}_i &= \dot{\psi}_i \dot{\phi}_i \frac{I_z + \Delta I_z - I_x - \Delta I_x}{I_y - \Delta I_y} + \Omega_{ri} \dot{\phi}_i \frac{J_r}{I_y - \Delta I_y} + \frac{l}{I_y - \Delta I_y} u_{3i} - \frac{K_5 l}{I_y - \Delta I_y} \dot{\theta}_i + D_{\theta_i} \\
 \ddot{\psi}_i &= \dot{\phi}_i \dot{\theta}_i \frac{I_x + \Delta I_x - I_y - \Delta I_y}{I_z - \Delta I_z} + \frac{1}{I_z - \Delta I_z} u_{4i} - \frac{K_6}{I_z - \Delta I_z} \dot{\psi}_i + D_{\psi_i}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

3. SİSTEM MODELLENMESİ

Böylece bu tez çalışması kapsamında yapılan çalışmada kontrol edilmek istenen iki sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemleri elde edilmiştir. İlk olarak, bir quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemin dinamikleri (3.16)'da verildiği gibi çıkarılmıştır. Daha sonra, birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemin dinamikleri (3.23)'de elde edilmiştir. Bir sonraki bölümde ise bu sistemler için kontrolcü tasarımı gerçekleştirilecektir.



4. MATEMATİKSEL TEMELLER

Bu bölümde, tez çalışmasında tasarlanmak istenen kontrolcü yapısını elde etmek için kullanılan yöntemler hakkında temel bilgiler verilecektir. Bu doğrultuda, ilk önce klasik kayan kipli kontrol yapısı hakkında bilgi verilerek avantajları ve dezavantajları belirtilecektir. Daha sonra, yapay sinir ağları hakkında bilgi verilerek kontrol teorisinde yapay zekâ algoritmalarının nasıl kullanıldığından ve klasik kontrolcü yapılarına ne tür katkılar sağladıklarından bahsedilecektir. Bu tez çalışması özelinde de yapay sinir ağının, kayan kipli kontrolcü yapısının dezavantajlarını nasıl giderdiği vurgulanacaktır. Ayrıca, asimptotik kararlılık, sonlu zamanlı kararlılık ve sabit zamanlı kararlılık kriterlerinin tanımları verilerek çalışmada önerilen kontrolcü yapısına nasıl katkı sağladıkları belirtilecektir.

4.1. Değişken Yapılı Kontrol

Herhangi bir kontrol probleminin ele alınmasında, gerçek sistem ile kontrolcü tasarımı için geliştirilen matematiksel model arasında tipik olarak farklılıklar olacaktır. Bu uyumsuzluk, dış bozucu etkilerden, modellenmemiş dinamiklerden, sistem parametrelerindeki değişkenlikten veya karmaşık sistem davranışının basit bir modelle yaklaşık olarak tahmin edilmesinden kaynaklanıyor olabilir (Shtessel et al. 2014). Tasarımcı, geliştirdiği kontrolcünün bu tür sistem veya model uyumsuzluklarına rağmen pratikte gerekli performans seviyelerini üretme yeteneğine sahip olduğundan emin olmalıdır. Bu amaç ile kontrol sistemlerinde dış bozucu etkiler, parametre belirsizlikleri veya modellenmemiş dinamikler gibi ortaya çıkabilecek istenmeyen davranışlara karşı etkin kontrolcü yapılarının geliştirilmesi ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Bu tür kontrol yaklaşımları literatürde gürbüz (robust) kontrol yöntemleri olarak adlandırılmıştır. Gürbüz kontrolcü tasarımına yönelik geliştirilen yaklaşımlardan biride kayan kipli kontrol (Sliding mode control, SMC) yöntemidir (Utkin 1977).

Kayan kipli kontrol, Değişken Yapılı Kontrol (Variable Structure Control, VSC) yaklaşımının özel bir halidir. Değişken yapıları kontrol sistemleri, adından da anlaşılacağı gibi, sistemin durumlarına bağlı olarak belirlenmiş bazı kurallara göre kontrol işlemi sırasında kontrol işaretinin kasıtlı olarak değiştirildiği bir sistemler sınıfıdır. Değişken

yapılı kontrol sistemleri, bir dizi geri besleme kontrol yasası ve bir karar kuralı ile karakterize edilebilir. Anahtarlama fonksiyonu olarak adlandırılan karar kuralı, giriş olarak mevcut sistem durumlarının bir ölçümüne sahiptir ve bir çıkış olarak o anda kullanılması gereken belirli geri besleme kontrol işaretini üretir. Sezgisel olarak yapılan bu tanımı daha iyi kavramak adına aşağıda verilen örnek ele alınabilir (Edwards et al. 1998):

$$\ddot{y}(t) = u(t) \quad (4.1)$$

Burada $y(t)$ ile birinci ve ikinci türevleri sistem durumlarını (sırasıyla, pozisyon, hız ve ivmeyi) temsil ederken $u(t)$ ise kontrol işaretini temsil etmektedir. İlk olarak aşağıdaki gibi bir geri besleme kontrol işareti seçildiği varsayalım:

$$u(t) = -k(y) \quad (4.2)$$

Burada k pozitif bir katsayıdır. (4.2)'deki kontrol işaretinin yerine koyulması ve ortaya çıkan denklemin iki tarafının da \dot{y} ile çarpılmasıyla aşağıdaki ifade elde edilir:

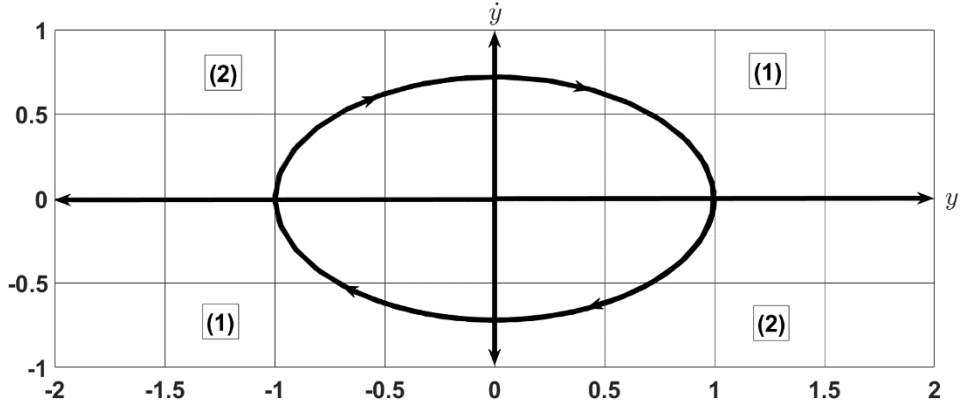
$$\dot{y}\ddot{y} = -k\dot{y}y \quad (4.3)$$

Bu ifadenin de integrali alınarak, hız ve konum arasında aşağıdaki ilişki elde edilebilir:

$$\dot{y}^2 + ky^2 = c \quad (4.4)$$

Burada c , başlangıç koşullarından kaynaklanan integral sabitini temsil eder ve pozitifdir ve $k=1$ olduğu durumda denklem (4.4) yarıçapı \sqrt{c} ve merkezi orijinde olan bir çemberi ifade eder. Ortaya çıkan kapalı döngü hareketini analiz etmenin bir yolu, esasen konuma karşı hızın grafiği olan bir faz portresidir. Daha açık bir ifade ile hızın (\dot{y}) konuma (y) göre grafiği başlangıç koşullarına bağlı olan Şekil 4.1'de gösterildiği gibi bir elipstir. Kontrol, yani keyfi başlangıç koşullarını orijine yönlendirme, açısından şekilden de anlaşılacağı gibi \dot{y} ve y değişkenleri orijine (denge noktasına) doğru

hareket etmediğinden (asimptotik kararlılık sağlamadığından) (4.2)'de verilen formda bir kontrol yapısı sistem için uygun değildir. Bunun yerine aşağıdaki gibi bir kontrol işareti ele alınabilir:



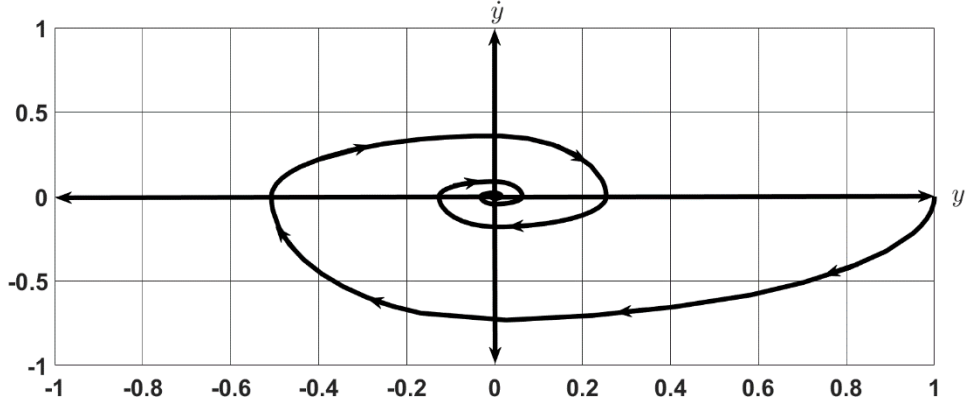
Şekil 4.1. Basit harmonik hareket yapan bir sistemin faz portresi

$$u(t) = \begin{cases} -k_1 y(t) & y\dot{y} < 0 \\ -k_2 y(t) & y\dot{y} \geq 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Burada $0 < k_1 < 1 < k_2$ olarak tanımlanır. Faz düzlemi (y, \dot{y}) , Şekil 4.1'de gösterildiği gibi, anahtarlama kuralıyla eksenlerle ayrılmış dört kısma bölünmüştür. Şekilde faz düzleminin (1) ile işaretlenmiş kısımlarında $u(t) = -k_2 y(t)$ kontrol işareti geçerli olacaktır. Bu bölgelerde kontrol işareti yardımıyla faz portresindeki noktaların başlangıç noktasına olan uzaklığı sistem yörüngesi boyunca azalır. Aynı şekilde (2) ile gösterilen kısımlarda etki edecek $u(t) = -k_1 y(t)$ işareti sayesinde faz portresindeki noktaların başlangıç noktasına olan uzaklığı sistem yörüngesi boyunca azalmaya devam edecektir. Bu sistemin, daha önce verilen VSC'nin tanımına açıkça uyduğu görülüyor. Değişken yapıllı kontrol işareti u ile kapalı çevrim sistem için faz portresi, Şekil 4.1'deki faz portresinden uygun bölgelerin birleştirilmesiyle elde edilir. Bu şekilde, faz portresi orijine doğru sarmal olarak yakınsamakta ve Şekil 4.2'de gösterildiği gibi asimptotik olarak kararlı bir hareket ortaya çıkmaktadır.

Yukarda verilen VSC tanımı matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$V(y, \dot{y}) = y^2 + \dot{y}^2 \quad (4.6)$$



Şekil 4.2. VSC ile kontrol edilen sistemin faz portresi

Pisagor teoreminden elde edilen bu ifade, faz düzleminde (y, \dot{y}) noktasından orijine olan uzaklığın karesini verir ve sistemin enerjisini temsil ettiği düşünülebilir. Kapalı döngü yörüngeleri boyunca $V(y, \dot{y})$ 'nin zamana göre türevi şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\dot{y}y + 2\ddot{y}y \\ &= 2\dot{y}(y+u) = \begin{cases} 2y\dot{y}(1-k_1) & y\dot{y} < 0 \\ 2y\dot{y}(1-k_2) & y\dot{y} > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7) katsayıların uygun şekilde seçilmesi ile her zaman negatiftir. Bu nedenle, daha önce yapılan sezgisel tanıma uyumlu olarak, orijine olan mesafe her zaman azalmaktadır. Böylece, bağımsız olarak kararlılık sağlamayan iki kontrol işareti arasında geçiş yapılarak (buna anahtarlama da denir, switching) kararlı bir kapalı döngü sistemi elde edilmiş olur.

Aşağıda verilen değişken yapıli kontrol kuralının kullanılmasıyla daha önemli bir sonuç olarak kayan kipli kontrol yapısı ortaya çıkmaktadır:

$$u(t) = \begin{cases} -1 & s(y, \dot{y}) > 0 \\ 1 & s(y, \dot{y}) < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Burada, $s(y, \dot{y})$ anahtarlama fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$s(y, \dot{y}) = my + \dot{y} \quad (4.9)$$

Burada m , pozitif bir sayıdır. Tanımlamada, 'anahtarlama fonksiyonu' teriminin kullanılmasının nedeni açıktır, çünkü denklem (4.9)'da verilen fonksiyon, faz düzleminde herhangi bir (y, \dot{y}) noktasında hangi kontrol yapısının (-1 veya 1) kullanımında olduğuna karar vermek için kullanılır. Denklem (4.8)'deki ifade genellikle daha kısa olarak şu şekilde yazılır:

$$u(t) = -\text{sign}(s(t)) \quad (4.10)$$

Signum fonksiyonu aşağıda verilen özelliği ile bilinir:

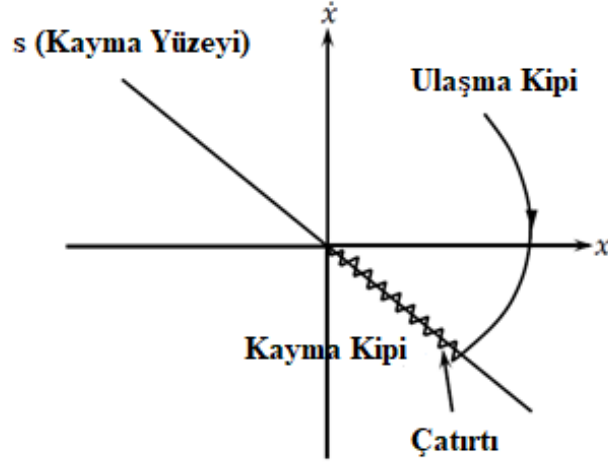
$$s.\text{sign}(s) = |s| \quad (4.11)$$

Bu basit sonuç, sonraki bölümlerde yapılacak analizlerde sıklıkla kullanılacaktır.

4.2. Kayan Kipli Kontrol

VSC yapısı ile kontrol edilen sistemin durumları faz düzleminde doğrudan denge noktasına çekilmeye çalışılır. Kayan kipli kontrolde ise sistem durumları öncelikle tasarımcı tarafından tanımlanan bir anahtarlama fonksiyonu üzerine çekilir daha sonra ise bu anahtarlama fonksiyonu üzerinde kalmaları sağlanarak, denge noktasına doğru asimptotik olarak hareket etmeleri (kaymaları) sağlanır. Bir değişken yapıli kontrol sisteminin kayma kipi olmadan tasarlanabileceğine dikkat edilmelidir (Hung et al. 1993), ancak literatürde VSC ve SMC tanımları yapılırken genel bir kabul olarak birbirlerine eşdeğer oldukları varsayılmıştır.

Kayan kipli kontrol tasarımının iki adımdan oluştuğu söylenebilir. Birinci adım, faz düzlemi üzerinde herhangi bir yerden başlayan sistem yörüngelerinin bir anahtarlama fonksiyonuna (kayma yüzeyine) doğru hareket ettiği ve bu yüzeye sonlu bir zamanda ulaştığı, ulaşma kipi (reaching mode) olarak tanımlanır. İkinci adım ise sistem yörüngelerinin asimptotik olarak faz düzleminin orijinine yöneldiği kayma kipi (sliding mode) olarak adlandırılır. Kayan kipli kontrolcü tasarımının bu iki aşaması grafiksel olarak Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.3. Kayan kipli kontrol

Aşağıda verilen ikinci dereceden sistem için kayan kipli kontrolcü tasarımı gerçekleştirilerek yukarıda yapılan tanım daha anlamlı hale gelecektir.

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + u(t) \quad (4.12)$$

Burada $f(x, \dot{x}, t)$, doğrusal olmayan herhangi bir sistemi temsil eden dinamik denklemleri ifade ederken, x , sistem durumlarını, $u(t)$ ise kontrol işaretini temsil etmektedir.

Kontrolcü tasarımının gerçekleştirilebilmesi için uygun bir kayma yüzeyi fonksiyonu tanımlanması gerekmektedir. Kayma yüzeyinin, sistemin gerçek durumları ve istenen durum değerlerinin arasındaki farkı ifade eden hatalara bağlı olarak seçilmesi kontrol açısından en uygun yaklaşım olacaktır. Çünkü böyle bir yaklaşımla, sistem durumlarının hatalarının sifıra yakınsaması aynı zamanda kayma yüzeyinin sifıra yakınsamasına sebep olacaktır ki aşağıda da açıklanacağı üzere kayan kipli kontrolün amaçlarından biriside kayma yüzeyi fonksiyonunun sifıra yakınsamasını sağlamaktır. Bu doğrultuda kayma yüzeyi tasarımı için literatürde birçok farklı yaklaşım sunulmuş olmasına karşın genel olarak kayma yüzeyi fonksiyonunun aşağıdaki ifade ile tasarlandığı söylenebilir (Slotine 1991):

$$s = \left(\frac{d}{dt} - a \right)^{n-1} e \quad (4.13)$$

Burada s , kayma yüzeyi, a pozitif bir tamsayı, e sistem durumlarının hatalarını temsil etmekte olup $e = x - x_d$ olarak tanımlanır, x_d ise istenilen sistem durumunu temsil etmektedir.

Kayma yüzeyi belirlendikten sonra kontrolcü tasarımı yapılabilir. Kayan kipli kontrolcü tasarımı yukarıda da ifade edildiği gibi iki aşamadan oluşmaktadır. Dolayısıyla toplam kontrol işaretinin iki bileşeni olduğu söylenebilir ve kontrol işareti aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_s(t) \quad (4.14)$$

Burada $u_{eq}(t)$, eşdeğer kontrol olarak adlandırılır ve ilerleyen kısımlarda detaylıca açıklanacaktır, $u_s(t)$ ise anahtarlama kontrol işareti olarak adlandırılır. Kontrolcü tasarımının ilk adımında, sistem durumlarını tanımlanan kayma yüzeyine doğru çekecek olan anahtarlama kontrol bileşeni tasarlanır. Anahtarlama kontrol bileşeni sistem durumlarını s ile tanımlanan kayma yüzeyine doğru çekmeye çalışır. Bunu başarmak için de değişken yapıli kontrol kuralını kullanır. Yani sistem durumlarının, $s = 0$ olarak tanımlanan kayma yüzeyi fonksiyonunun altında mı yoksa üstünde mi kaldıklarına bakarak, bu durumları uygun kontrol işareti ile kayma yüzeyine doğru çekmeye çalışır. Bu durumu matematiksel olarak ifade etmek için aşağıdaki gibi bir kontrol işaretini dikkate alalım:

$$u(t) = \begin{cases} u^-(t) & s(x) > 0 \\ u^+(t) & s(x) < 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Burada $u^+(t) \neq u^-(t)$ olduğuna dikkat edilirse, kayma yüzeyine sonlu bir zamanda ulaşılabilmesi için, sistem durumlarının kayma yüzeyinin üzerinde olduğu durumda yani $s(x) > 0$ iken (4.12) ile verilen denklem aşağıdaki formda olacaktır ve bu denklemin çözümü de $s(x) = 0$ 'a sonlu bir sürede ulaşacaktır:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + u^-(t) \quad (4.16)$$

Ayrıca ulaşma kipi süresince yukardaki şartın bir gereği olarak $\dot{s}(x) < 0$ olacaktır. Benzer şekilde, sistem durumlarının kayma yüzeyinin altında olduğu durumlarda yani $s(x) < 0$ iken (4.12) ile verilen denklem aşağıdaki formda olacaktır ve bu denklemin çözümü de $s(x) = 0$ 'a sonlu bir sürede ulaşacaktır, bu şartın gereği olarak da $\dot{s}(x) > 0$ olmalıdır:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + u^+(t) \quad (4.17)$$

Yukarıdaki analiz aşağıdaki gibi özetlenebilir:

$$\begin{cases} \dot{s}(x) < 0, & s(x) > 0 \\ \dot{s}(x) > 0, & s(x) < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Ya da daha kompakt formda:

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (4.19)$$

Bu şart literatürde ulaşma koşulu (reaching condition) olarak adlandırılır. Bu koşul, sistem durumlarının kayma yüzeyine doğru hareket edeceği ve ulaşacağı koşuldur. Ulaşma koşulu altındaki sistem yörüngesi, ulaşma kipi olarak adlandırılır. (Hung et al., 1993). Temel olarak ulaşma koşulunu tanımlamak için literatürde üç farklı yaklaşımın önerildiği söylenebilir:

(a) Bunlardan ilki doğrudan anahtarlama fonksiyonu yaklaşımı olarak adlandırılır ve (4.19) ile verilmiştir.

(b) İkinci yaklaşım Lyapunov fonksiyonu yaklaşımı olarak adlandırılır:

$$V(x) = \frac{1}{2} s^2 \quad (4.20)$$

Formunda bir Lyapunov fonksiyonu seçilirse aşağıdaki gibi bir ulaşma koşulu sağlanabilir ve bu yaklaşım anahtarlama kontrol yapısını verecektir:

$$\dot{V}(x) < 0, \quad s \neq 0 \quad (4.21)$$

(c) Üçüncü yaklaşım ise ulaşma kuralı (reaching law) yaklaşımı olarak adlandırılır. Bu yaklaşım anahtarlama fonksiyonunun dinamiklerini doğrudan belirtir.

Ulaşma kuralı için anahtarlama fonksiyonunun dinamikleri aşağıdaki diferansiyel denklem ile belirtilsin:

$$\dot{s} = -Q \text{sign}(s) - Kf(s), \quad sf(s) > 0 \quad (4.22)$$

Burada Q ve K pozitif tamsayılardır ve farklı değerlerde seçilerek s için farklı değişim oranları belirlenebilir ve ulaşma kuralında farklı yapılar elde edilebilir. Bu yapılardan en sık kullanılanlarından bazıları aşağıdaki gibi verilebilir (J. Liu et al. 2011):

(1) Sabit oranlı ulaşma kuralı olarak adlandırılan ilk kural aşağıdaki gibi verilir:

$$\dot{s} = -Q \text{sign}(s) \quad (4.23)$$

Bu kural, sistem durumlarının, anahtarlama fonksiyonuna sabit bir Q oranında ulaşacak şekilde sınırlar. Bu ulaşma kuralının değeri basitliğidir. Ancak Q çok küçükse, ulaşma süresi çok uzun olacaktır. Öte yandan, çok büyük bir Q daha sonra açıklanacak olan çatırtı olarak bilinen istenmeyen bir duruma sebep olacaktır.

(2) İkincisi eksponansiyel ulaşma kuralı olarak adlandırılır:

$$\dot{s} = -Q \text{sign}(s) - Ks \quad (4.24)$$

Burada $\dot{s} = -Ks$, eksponansiyel bileşendir ve çözümü $s = s(0)e^{-Kt}$ olacaktır. Çözümünden de anlaşılacağı üzere s değeri büyüdükçe sistem durumları kayma yüzeyine daha hızlı ulaşacaklardır. s 'nin küçük olduğu durumlarda daha hızlı bir yakınsama elde

etmek için $-Q\text{sign}(s)$ terimi kullanılır. Ayrıca çaptırtıyı azaltmak için büyük bir Q değeri ve küçük bir K değeri seçilmelidir.

(3) Bir başka yaklaşım üstel oranlı ulaşma kipi olarak adlandırılır:

$$\dot{s} = -K|s|^a \text{sign}(s), \quad 0 < a < 1 \quad (4.25)$$

Bu ulaşma kuralı, sistem durumlarının anahtarlama yüzeyine uzakta olduğunda ulaşma hızını artırır. Ancak, durumlar yüzeye yakın olduğunda oranı düşürür. Böylece hızlı yakınsama ve düşük çaptırtı sağlanır.

(4) Son olarak da genel ulaşma kuralı olarak adlandırılan ve denklem (4.22) ile tanımlanan ulaşma kuralı verilebilir.

Yukarıda verilen dört ulaşma kuralının, kayan kipli kontrolde ulaşma koşulu olan $s(x)\dot{s}(x) < 0$ ifadesini karşılayacakları açıktır. Ayrıca literatürde bu dört kuralı temel olarak önerilmiş farklı ulaşma kurallarının da önerildiğini belirtmekte fayda vardır (Chakrabarty and Bandyopadhyay 2015; Ma et al. 2017; Sun et al. 2021).

Anahtarlama kontrol bileşeni, temelde iki kontrol işareti arasında geçiş yapmak kadar basit olabileceğinden, kesin olması gerekmez ve kontrol kanalına giren parametre değişimlerine duyarlı olmayacaktır. Bu nedenle, kapalı döngü yanıtı, sınırlı bir belirsizlik sınıfına karşı tamamen duyarsız hale gelir. Anahtarlama kontrol bileşeninin bu özelliği, kayan kipli kontrol yapısının gürbüz bir kontrol yöntemi olmasını sağlamaktadır.

Denklem (4.12) ile ele alınan örnek için (4.23) ile verilen ulaşma kuralının seçildiği varsayalım. Anahtarlama kontrol bileşeni $u_s(t)$, belirlendikten sonra kontrol işaretinin diğer bileşeninin tasarlanması gerekmektedir. İkinci bileşen eşdeğer kontrol (equivalent control, $u_{eq}(t)$) bileşeni olarak adlandırılır ve sistem durumlarını kayma yüzeyi üzerinde tutarak, durumların denge noktasına doğru hareket etmelerini sağlayacak şekilde tasarlanmalıdır. Anahtarlama kontrol bileşeni yardımı ile sistem durumlarının kayma yüzeyi üzerine çekildiği kabul edildiğinde $s(x) = 0$ olacaktır yani kayma yüzeyi

fonksiyonu sıfırda sabit kalacaktır. Bu aynı zamanda kayma yüzeyindeki değişimin de sıfır olacağı anlamına gelir ve bu durum $\dot{s}(x) = 0$ ile ifade edilir. Bu sonuç kullanılarak, kayan kipli kontrolün eşdeğer bileşeni hesaplanabilir. Denklem (4.13) ile tanımlanan kayma yüzeyi fonksiyonu için $n = 2$ alınırsa kayma yüzeyi fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$s = \dot{e} + ae \quad (4.26)$$

Eşdeğer kontrol bileşeninin elde edilmesi için bu ifadenin de türevi $e = x - x_d$ eşitliği göz önünde bulundurularak alınır:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \ddot{e} + a\dot{e} \\ &= \ddot{x} - \ddot{x}_d + a\dot{e} \\ &= f(x, \dot{x}, t) + u_{eq}(t) - \ddot{x}_d + a\dot{e} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Bu ifade sıfıra eşitlendiğinde eşdeğer kontrol bileşeni aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u_{eq}(t) = -f(x, \dot{x}, t) + \ddot{x}_d - a\dot{e} \quad (4.28)$$

Böylece toplam kontrol işareti aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{eq}(t) + u_s(t) \\ &= -f(x, \dot{x}, t) + \ddot{x}_d - a\dot{e} - Q \text{sign}(s) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Burada, $f(x, \dot{x}, t)$ ile verilen sistem dinamikleri parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkiler gibi istenmeyen bileşenler içerebileceği için tam olarak bilinmediği kabul edilir. Bunun yerine $\hat{f}(x, \dot{x}, t)$ ile ifade edilen $f(x, \dot{x}, t)$ 'in yaklaşık bir tahmini kullanılır. Böylece Q değeri yeteri kadar büyük seçilirse $\left(Q > \left| f(x, \dot{x}, t) - \hat{f}(x, \dot{x}, t) \right| \right)$ tasarlanan kontrolcünün sistemi asimptotik olarak kararlı hale getireceği Lyapunov kararlılık kriteri ile gösterilebilir (Gambhire et al. 2021). Aşağıdaki gibi bir Lyapunov fonksiyonu ile bu ispat gösterilebilir (Slotine 1991) :

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} s^2 \\ \dot{V} &= s\dot{s} \\ &= s \left(f(x, \dot{x}, t) - \hat{f}(x, \dot{x}, t) - Q \text{sign}(s) \right) \\ &= s \left(f(x, \dot{x}, t) - \hat{f}(x, \dot{x}, t) \right) - Q|s| \end{aligned} \tag{4.30}$$

Bu ispattan da görülebileceği gibi $Q > \left| f(x, \dot{x}, t) - \hat{f}(x, \dot{x}, t) \right|$ olacak şekilde yeteri kadar büyük seçilirse pozitif tanımlı Lyapunov fonksiyonunun türevi $\dot{V} = s\dot{s} < 0$ koşulunu sağlayacaktır.

Tasarlanan bu kontrolcü yapısında, anahtarlama kontrol bileşeninin yapısı gereği ((4.15) ile verilen haliyle) iki farklı kontrol işareti arasında çok hızlı yani sonsuz frekanslı bir değişim yapması gerekir ki, sistem durumları pürüzsüz bir şekilde kayma yüzeyi üzerinde denge noktasına doğru hareket edebilsinler. Bu durum ideal kayma kipi olarak adlandırılır. Ancak pratikte kontrol işaretleri arasında sonsuz frekanslı bir geçiş olamayacağı için sistem durumları kayma yüzeyi yakınındayken kontrol işaretinde istenmeyen salınımlar ortaya çıkacaktır. Bununla beraber, kontrol edilmek istenen sistem modellenirken genellikle ihmal edilen küçük zaman sabitlerine sahip modellenmemiş dinamikler olmaktadır. Bu dinamiklerde benzer salınımlara sebep olmaktadır. Bu salınımlar literatürde çatırtı (chattering) olarak adlandırılır. Çatırtı olgusu görsel olarak Şekil 4.3'de gösterilmiştir. Kontrolcü tasarımı açısından çatırtı istenmeyen bir durumdur çünkü tasarlanan kontrolcünün doğruluğunu azaltabileceği gibi elektrik devrelerinde yüksek ısı kaybına ve hareketli mekanik parçaların aşınmasına neden olmaktadır. Ayrıca, modellenmemiş yüksek dereceli dinamikleri harekete geçirebileceği için öngörülemeyen kararsızlıklara yol açabilmektedir. Bu nedenlerden dolayı çatırtıyı ortadan kaldırmak veya azaltmak için literatürde birçok çalışma yapılmıştır (Bartolini et al. 2000; Tao et al. 2004; Utkin and Lee 2006b; Liang et al. 2016; Wang et al. 2016b; Yi and Zhai 2019).

Çatırtı etkisinin yanı sıra, kayan kipli kontrolde belirsizliklerin üstesinden gelebilmek için yüksek kontrol işaretlerine ihtiyaç duyulabilmektedir. Ayrıca eşdeğer kontrol bileşeninin elde edilmesi için doğrusal olmayan sistemin dinamiklerinin bilinmesi gerekmektedir. Bunlara ek olarak, sistem dinamiklerinin kayma yüzeyine sonlu bir

zamanda ulaşmalarını sağlamak mümkünken, kayma yüzeyi üzerindeki hareketleri için ancak asimptotik kararlılık garanti edilebilmektedir, buda denge noktasına ulaşma sürelerinin elde edilememesi anlamına gelmektedir.

Kayan kipli kontrolün doğrusal olmayan sistemlerde gösterdiği gürbüz yapısının avantajlarından yararlanırken yukarıda bahsedilen dezavantajlarını en aza indirmek için bu çalışmada, kayan kipli kontrol ile YSA tabanlı bir adaptif kontrol yapısı beraber kullanılarak kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda, sonraki bölümlerde adaptif kontrolün temelleri hakkında ve çalışmada kullanılan yapay sinir ağı yapısı hakkında bilgi verilecektir.

4.3. Adaptif Kontrol

Doğrusal olmayan sistemlerin sahip olduğu belirsizlikler büyüdükçe, gürbüz kontrol yaklaşımları ile sistem için uygun bir kontrol işareti elde etmek zor bir görev haline gelir. Bu nedenlerden dolayı çatırtıyı ortadan kaldırmak veya azaltmak için literatürde birçok çalışma yapılmıştır (Bartolini et al. 2000; Tao et al. 2004; Utkin and Lee 2006b; Liang et al. 2016; Wang et al. 2016b; Yi and Zhai 2019). Bu durumlarda kontrol parametrelerini sistemdeki belirsizliklere karşı sürekli olarak öğrenme yolu ile güncelleyen bir kontrol yöntemi olan adaptif kontrol kullanılmaktadır. Adaptif kontrol temelde iki farklı şekilde gerçekleştirilir. Bunlar, kendinden ayarlamalı adaptif kontrol (Self Tuning Control, STC) ve model tabanlı adaptif kontrol (Model Reference Adaptive Control, MRAC) olarak adlandırılırlar (Dingc 2013). STC ile sistem parametreleri tahmin edilerek kontrol girişleri hesaplanır. STC genellikle ayrık zamanlı ve stokastik sistemler için tercih edilir. Ayrıca, STC genellikle sistem parametrelerinin tahmini için ayrı bir tanımlama prosedürüne sahiptir ve dolaylı uyarlanabilir kontrol olarak adlandırılır. Diğer taraftan MRAC, daha çok sürekli zamanlı ve stokastik sistemlerin kontrolünde tercih edilir. MRAC yapısında, istenen çıkış değerlerini üreten bir referans model mevcuttur ve sistem çıkışı ile referans çıkışı arasındaki fark daha sonra kontrol parametrelerini ve kontrol girişini doğrudan ayarlamak için kullanılır. MRAC ile tasarlanan kontrolcünün kararlılık analizi Lyapunov teorisini kullanarak yapılabilirken STC için bu analizi gerçekleştirmek daha karmaşıktır. Bu tür avantajlarından dolayı MRAC, en fazla kullanılan adaptif kontrol yapısı olarak öne çıkmaktadır.

4. MATEMATİKSEL TEMELLER

Model tabanlı adaptif kontrolde, kontrol edilmek istenen kapalı çevrim sistemin ideal davranışına sahip bir referans sistem seçilir. Gerçek sistem ile referans sistem çıkışları karşılaştırılarak uygun kontrol yapısı elde edilmeye çalışılır. Bu yöntemin daha iyi anlaşılması için aşağıdaki gibi bir sistem ele alınabilir:

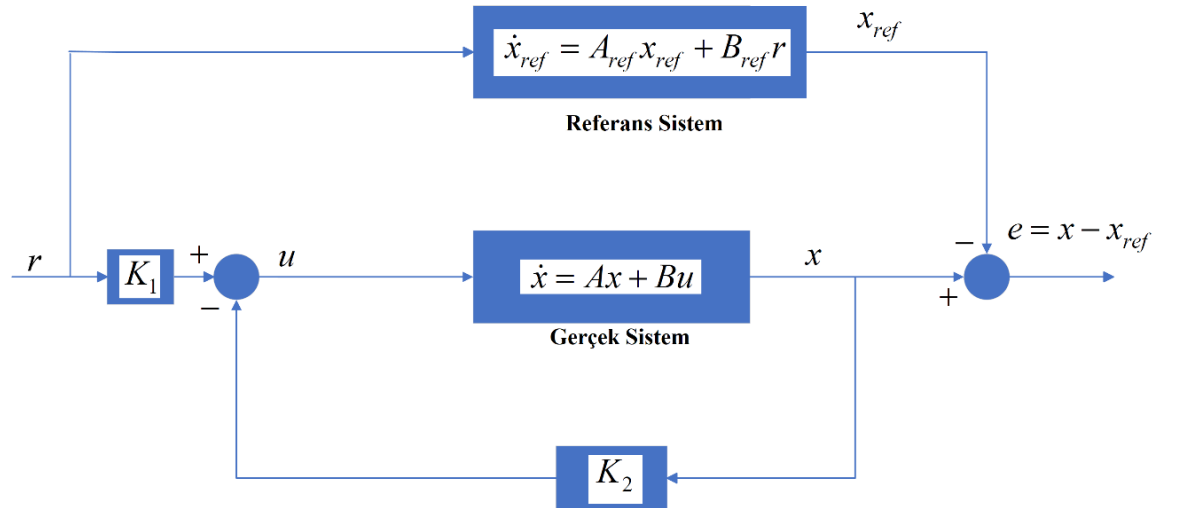
$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.31)$$

Burada x , sistem durumlarını ve u , kontrol işaretini temsil ederken A ve B matrisleri de katsayı matrisleridir. Bu sistem için aşağıdaki gibi bir referans sistem olsun:

$$\dot{x}_{ref} = A_{ref}x_{ref} + B_{ref}r \quad (4.32)$$

Burada x_{ref} , istenilen sistem durumu ve r , referans işaretidir. Modellenen sistemin yapısı Şekil 4.4'de tam durum geribeslemeli bir kontrol yapısı ile verilmiştir. Burada temel olarak, uygulanan r referans işareti için iki sisteminde aynı durumları üretmesi isteniyor. Bu nedenle iki sistemin çıkışları karşılaştırılarak uygun kontrolcü katsayıları seçilebilir. Sistem durumları için hata ve hatanın türevi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} e &= x - x_{ref} \\ \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_{ref} \\ &= [A - BK_2]x + BK_1r - A_{ref}x_{ref} - B_{ref}r \end{aligned} \quad (4.33)$$



Şekil 4.4. Belirsizliklere sahip olmayan bir sistem modeli

Yukarıdaki ifade de son eşitlik, gerçek sistem için kontrol işareti $u = K_1 r - K_2 x$ alınarak kolaylıkla elde edilebilir. Bu denklemde K_1 ve K_2 kontrolcü katsayıları aşağıdaki eşitlikleri sağlayacak şekilde seçilirse gerçek model, referans sistem ile eşleştirilmiş olur:

$$\begin{aligned} A - BK_2 &= A_{ref} \\ BK_1 r &= B_{ref} r \end{aligned} \quad (4.34)$$

Böylece (4.33)'de tanımlanan hatanın türevinde $BK_1 r$ ve $B_{ref} r$ ifadeleri sadeleşir ve denklem aşağıdaki halde yazılabilir:

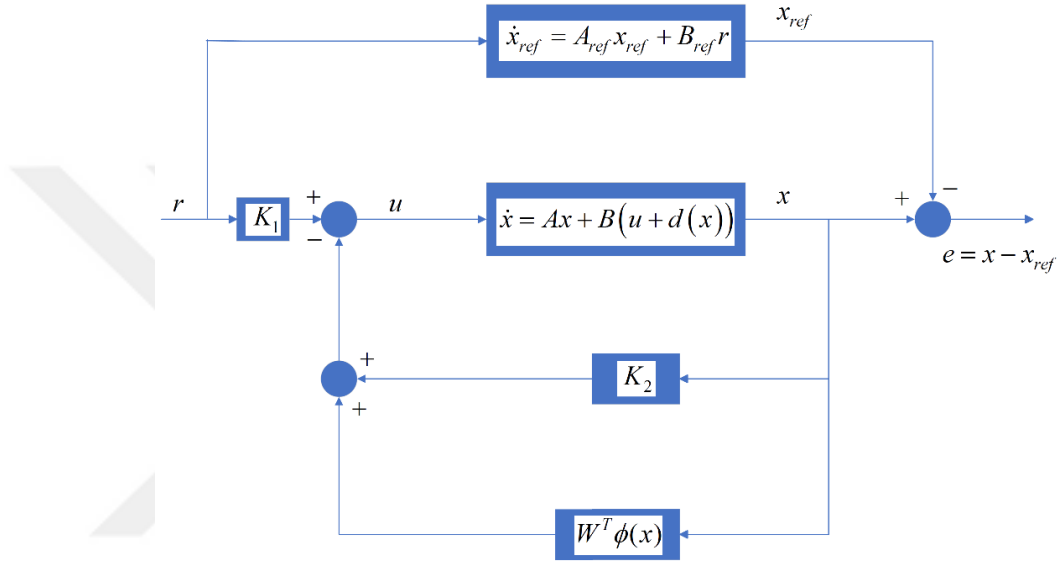
$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_{ref} (x - x_{ref}) \\ &= A_{ref} e \end{aligned} \quad (4.35)$$

Son durumda $A_{ref} < 0$ olarak seçilirse hatanın değişimi kararlı bir doğrusal denklem formuna getirilmiş olur ve hata zamanla sifira yakınsar. Buda kontrol edilen gerçek sistemin ve referans sistemin başlangıç koşulları farklı olsa bile (4.34)'de tanımlanan model eşleşme koşulları sağlandığı takdirde iki sistemin çıkışının da aynı olacağı anlamına gelmektedir.

Ancak yukarıdaki tasarım, kontrol edilmek istenen sistem hakkındaki bütün bilginin mevcut olduğu durumda gerçekleştirilebilir. Yani hem A ve B matrisleri ile verilen sistem katsayılarının bilindiği kabul edilmeli hem de sistemin durum denklemlerinin, sistemini mükemmel bir şekilde temsil ettiği varsayılmalıdır. Fakat gerçek sistemlerde her zaman belirsizliklerin olacağı daha önceki bölümlerde detaylı olarak açıklanmıştı. Bu belirsizlikler gerçek sistemin, referans sistemine kusursuz bir şekilde eşleşmesi için gerekli olan kontrolcü katsayılarının (K_1 , K_2) uygun şekilde seçilmelerini imkânsız hale getirecektir. Ele alınan sistem belirsizlikler içerecek şekilde yeniden ifade edilirse:

$$\dot{x} = Ax + B(u + d(x)) \quad (4.36)$$

$d(x)$, belirsizlikleri temsil eder. Burada, sisteme ait parametreleri barındıran A ve B matrislerinin de bir kısımlarının veya tamamlarının bilinemeyeceğini de göz önünde bulundurmak gerekir. Ancak örnekte sade olması için bu değerlerin bilindiği kabul edilmiştir. Burada $d(x)$ belirsizliklerini karşılaması ve model eşleştirme şartını garanti altına alması için kontrolcü geribeslemesine bir terim daha eklenebilir. Bu terim, $W^T \phi(x)$ ile gösterilir. Güncellenen sistemin blok diyagramı Şekil 4.5’de verilmiştir.



Şekil 4.5. Belirsizliklere sahip olan bir sistem modeli

Bu durumda kontrol işareti aşağıdaki gibi olacaktır:

$$u = K_1 r - K_2 x - W^T \phi(x) \quad (4.37)$$

Böylece gerçek sistemin durum denklemleri aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\dot{x} = Ax + B(K_1 r - K_2 x - W^T \phi(x) + d(x)) \quad (4.38)$$

Bu denklemden de anlaşılacağı üzere eğer $W^T \phi(x) = d(x)$ olacak şekilde bir $W^T \phi(x)$ terimi seçilebilirse belirsizlikleri sadeleştirebilir ve geriye sistemin ideal modeli kalır. Burada W^T , adaptif kontrol ağırlık vektörü ve $\phi(x)$, bir temel fonksiyon (basis function) kümesi veya özellikleri olarak adlandırılır. Temel fonksiyonlar, daha karmaşık

fonksiyonları elde etmek için kullanılan yapı taşları olarak düşünülebilir. Başka bir deyişle, herhangi bir fonksiyonu tahmin etmek için birleştirilmiş bir dizi standart fonksiyonlardır. Burada $W^T \phi(x)$ teriminin daha somut olarak ifade edilmesi için basit bir örnek ele alınabilir. Herhangi bir sistemin x_1 ve x_2 ile tanımlanan iki durumu olduğu kabul edilsin ve bu sistemin belirsizlikleri aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$d(x) = 1 + 2x_1 + 3x_2 + 2|x_1| + 4|x_2| + x_1^3 + x_2^3 \quad (4.39)$$

Bu belirsizlik fonksiyonu için ideal birer temel fonksiyon kümesi ve ağırlık vektörü aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= [1 \quad x_1 \quad x_2 \quad |x_1| \quad |x_2| \quad x_1^3 \quad x_2^3] \\ W^T &= [1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 4 \quad 1 \quad 1] \end{aligned} \quad (4.40)$$

Bu durumda, seçilen bu iki ifadenin sistemdeki belirsizlikleri tam olarak karşılayacağı ve $W^T \phi(x) = d(x)$ olacağı açıktır. Ancak $d(x)$ gerçek sistemlerde, sistem belirsizliklerini ifade ettiği için yukarıdaki gibi $W^T \phi(x)$ 'in tam olarak bilinmesi mümkün değildir. Bu nedenle adaptif kontrolde temel fonksiyon kümesini tasarımcının belirlemesi gerekir. Bu noktada sistemdeki belirsizliklere dair herhangi bir bilgi mevcut değil ise genel olarak temel fonksiyon kümesi sistem durumları ve bir sabit (bias) terimden oluşacak şekilde, $\phi(x) = [1 \quad x_1 \quad x_2]$ gibi seçilebilir ve doğrusal olmayan $d(x)$ belirsizliklerinin doğrusal bir tahmini yapılabilir. Bunun yanında eğer sisteme dair önceden kestirilebilen örneğin x_1^3 gibi bir belirsizlik varsa buda temel fonksiyon kümesine eklenerek daha doğru bir formatta $\phi(x)$ elde edilebilir. Bunun haricinde sistemin belirsizlikleri hakkında bir bilgi edinilemiyorsa yapay sinir ağları ile evrensel bir tahmin fonksiyonu kullanılarak bu belirsizlikler ifade edilebilir.

4.4. Yapay Sinir Ağları

Herhangi bir fonksiyon, uygun ağırlıklara sahip iki katmanlı bir yapay sinir ağı yapısı ile kompakt bir küme üzerinde yaklaşık olarak tahmin edilebilir (Lewis 1996). Bu

yapay sinir ağlarının evrensel tahmin (universal approximation) özellikleri olarak bilinir (Dierks et al. 2010). Kontrol edilmek istenen sistemin matematiksel modeli tamamen veya kısmen mevcut olmadığında, sistem davranışı hakkında giriş-çıkış verileri biçiminde sayısal bilgiye sahip olmamız koşuluyla, YSA'lar kontrolcü tasarlanması için yararlı bir yöntem sağlayabilir. YSA temelli kontrolcü yapıları, kontrolcünün değişen ortama uyum sağlaması gereken adaptif kontrol yöntemi için uygun olan YSA yapısının öğrenme yeteneğinden yararlanabilir. Bir sistemi istenen şekilde davranmaya zorlayabilecek YSA tabanlı bir kontrolcü oluşturmak için, kontrolcü yapısının gözlemlenen hatalar ile güncellenmesi gerekir.

Bu çalışmada, yapay sinir ağı yapısı sistemin kapalı döngü davranışına bir dereceye kadar zekâ unsuru katması için akıllı öğeler olarak kontrol tasarımına dahil edilmiştir. Yapay sinir ağlarının kontrol tasarımına dahil edilmesi genel olarak iki şekilde gerçekleştirilmektedir. Bunlar modelden bağımsız (model-free) ve model tabanlı (model-based) kontrol yaklaşımlarıdır. Modelden bağımsız yaklaşımda, yapay sinir ağları tüm sistem dinamiklerini tanımlamak için kullanılır ve daha sonra çevrimiçi olarak tanımlanan model temel alınarak adaptif bir kontrol şeması tasarlanır. Böyle bir kontrolcü tasarımı yaklaşımı, bazı durumlarda ciddi dış bozucu etkiler altında bile kabul edilebilir bir yanıt sağlayabilse de bu yöntem kullanıldığında kapalı çevrim sisteminin kararlılığı matematiksel olarak analiz edilemez. Ayrıca böyle bir yöntem, sistem durumlarının zaman zaman yerel minimumlara yakınsamasına neden olabilir. Dolayısıyla, bu kontrol yaklaşımı önemli görevlerde güvenle kullanılamaz (Emami et al. 2022). Kontrol tasarım sürecinde sistemin nominal bir modelini kullanan model tabanlı yaklaşım, son dönemde önemli ölçüde ilgi görmektedir. Sistemin takip hataları, modelin tahmin hatası, bir temel kontrolcünün çıkışı veya bunların bir kombinasyonu kullanılarak hem sistemin takip hataları hem de yapay sinir ağlarının tahmin hataları sınırlı kalacak şekilde bir denetimsiz öğrenme (unsupervised learning) yaklaşımı ile kontrolcü tasarımı gerçekleştirilir.

Model tabanlı kontrol yaklaşımında, sistem dinamikleri $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ şeklinde formüle edilebilirse, burada $f(x)$ ve $g(x)$ sistem durumlarının bilinmeyen doğrusal olmayan fonksiyonlarını gösterir, u kontrol işaretini tasarlamak için iki genel seçenek vardır. İlk yöntemde, yapay sinir ağları kullanarak bilinmeyen fonksiyonlar $f(x)$ ve $g(x)$ tahmin edebilir ve ardından bunlar tasarlanacak kontrol işaretinde

kullanılabilir. Böyle bir yöntem dolaylı kontrol (indirect neural control) olarak bilinir. Dolaylı kontrolde yapay sinir ağlarının eğitim süreci, geri besleme hata öğrenimi gibi iyi bilinen öğrenme algoritmaları kullanılarak çevrimiçi olarak veya sistemin önceden eğitilmiş dinamik bir modelini kullanarak çevrimdışı olarak gerçekleştirilebilir. İkinci yöntemde ise, kontrol işaretinde gerekli olan $g^{-1}(\dot{x}_d - f)$ değeri bir yapay sinir ağı kullanılarak tahmin edilip kontrol işareti doğrudan tasarlanmaya çalışılır (x_d , referans yörüngeyi temsil eder). Bu yöntemde doğrudan kontrol (direct neural control) olarak bilinir.

Yukarıda yapılan açıklamalar doğrultusunda bu tez çalışmasında kullanılan yapay sinir ağı yapısının model tabanlı ve dolaylı kontrol tanımlarına uyduğu söylenebilir. Yapay sinir ağının kontrolcü yapısına nasıl dahil edildiği beşinci bölümde detaylı olarak verilecektir. Çalışmada kullanılan yapay sinir ağının yapısı da aşağıda verilmiştir.

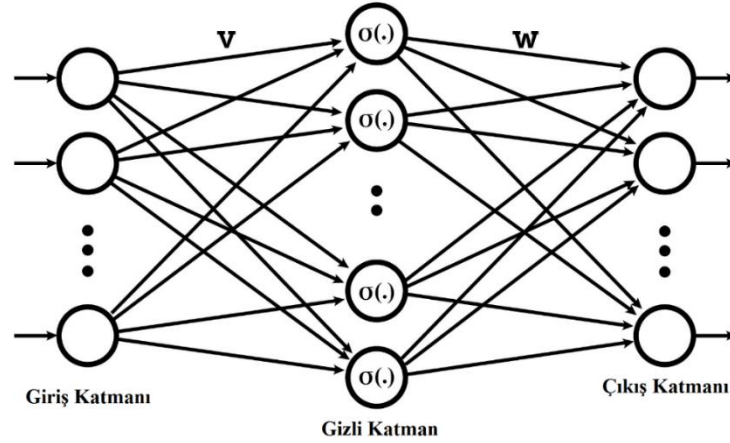
Bu çalışma için Şekil 4.6'de gösterildiği gibi üç katmanlı bir yapay sinir ağı yapısı kullanılmıştır. Giriş katmanı x vektörü ile temsil edilmektedir ve p öğeden oluşan giriş katmanıdır. İkinci katman, N_h adet nöron içeren gizli katmandır ve son katman, bilinmeyen $d(x)$ fonksiyonunun tahminini sağlayan çıkış katmanıdır. Bu yapıda çıkış aşağıdaki gibi ifade edilir (Lewis 1996):

$$d(x) = \sum_{m=1}^{N_h} (w_m \sigma(\sum_{k=1}^p v_{mk} x_k + \beta_{vm}) + \beta_w) \quad (4.41)$$

Burada v_{mk} , giriş katmanı ve gizli katman arasındaki ağırlıkları, w_m , gizli katman ve çıkış katmanı arasındaki ağırlıkları, β_{vm} ve β_w bias terimlerini ve $\sigma(\bullet)$, aktivasyon fonksiyonunu ifade etmektedir. Düzgün ve türevlenebilir bir fonksiyon olduğundan, bu çalışmada aktivasyon fonksiyonu olarak sigmoid fonksiyonu seçilmiştir. Sinir ağı denklemini, tüm sinir ağı ağırlıkları v_{mk} ve w_m 'in V ve W ağırlık matrislerinde toplanmasıyla vektörler cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$d(x) = W^T \sigma(V^T x) + \varepsilon \quad (4.42)$$

Burada ε , $\|\varepsilon\| < \varepsilon_M$ eşitsizliğini sağlayan bir ε_M pozitif sayısı ile sınırlı yapay sinir ağı yakınsama hatası olarak adlandırılır. Bu tahmin edilen $d(x)$ fonksiyonunun, yapay sinir ağının işlevsel aralığının ε dahilinde olduğu anlamına gelmektedir ve bu hata gizli katmanda kullanılan nöron sayısı arttıkça küçülmektedir. Bias terimleri bu durumda ağırlık matrislerinin başlangıç sütunlarıdır. Ayrıca hedeflenen ideal ağırlıkların W_M ile tanımlanan bir değerle $\|W\| \leq W_M$ şeklinde sınırlandırıldığı kabul edilir. Bu sınırlama bilinmeyen ağırlık vektörünün (veya matrisinin) elemanlarının tahmin edilmesi yerine normunun tahmin edilmesine sebep olur. Bu sayede tanımlanması gereken parametre sayısının fazla olması nedeniyle eğitim sürecinde oluşacak aşırı hesaplama yükünün önüne geçilmiş olunur (Lai et al. 2016).



Şekil 4.6. Yapay sinir ağı yapısı

Belirsiz bir $d(x)$ fonksiyonu için W ve V matrislerindeki yapay sinir ağı ağırlıklarının seçilmesi zordur. Ancak belirli bir yakınsama hatası ε için yaklaşık yapay sinir ağı ağırlıklarının mevcut olduğu bilinmektedir (Lewis 1996). Bilinmeyen $d(x)$ fonksiyonunun tahmini aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\hat{d}(x) = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x) \quad (4.43)$$

Burada \hat{W} ve \hat{V} bazı çevrimiçi ağırlık ayarlama algoritmaları (adaptif kural) yardımı ile elde edilen ideal sinir ağı ağırlıklarının tahminleridir. Yaygın bir ağırlık ayarlama algoritması, geliştiricinin sinir ağını, istenen sinir ağı çıkışını y_d veren ideal

sinir ağı girişi olarak x_d ile eşleştirmek için sinir ağını eğittiği, geriye yayılan hataya dayanan gradyan algoritmasıdır. Üç katmanlı sinir ağı için geri yayılım algoritmasının sürekli zamanlı versiyonu aşağıdaki denklemlerle verilmektedir:

$$\begin{aligned}\dot{W} &= F\sigma(\hat{V}^T x_d)E^T \\ \dot{V} &= Gx_d(\hat{\sigma}^T \hat{W}E)^T\end{aligned}\tag{4.44}$$

Burada F ve G algoritmanın yakınsama hızını etkileyen pozitif tanımlı tasarım parametresi matrisleridir. $E = y_d - y$, yapay sinir ağının istenilen çıkışı ile gerçek çıkışı arasındaki farktır.

4.5. Kararlılık Tanımları ve Bazı Önemli Teoremler

Önerilen kontrolcü yapısını bir sonraki bölümde yeterince açık bir şekilde tanımlamak için bu kısımda, çalışmada kullanılan kararlılık yöntemlerinin tanımları ve bazı teoremler verilecektir.

4.5.1. Kararlılık tanımları

Kararlılık, otomatik kontrol sistemlerinin en önemli niteliksel özelliğidir. Kararsız bir kontrol sistemi genellikle işe yaramaz ve potansiyel olarak tehlikelidir. Kararlılık kavramı çok önemlidir, çünkü her kontrol sistemi öncelikle kararlı olmalıdır ve ancak o zaman diğer özellikleri incelenebilir.

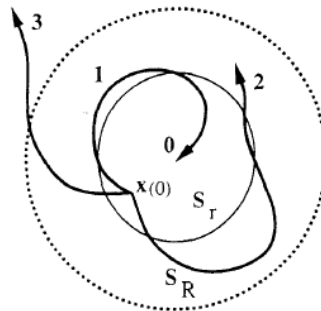
Doğrusal olmayan kontrol sistemlerinin kararlılığını incelemek için en kullanışlı ve genel yaklaşım, Rus matematikçi Lyapunov tarafından ortaya atılan teoridir. Lyapunov'un 1892'de yayınlanan çalışması (The General Problem of Motion Stability) kararlılık analizi için doğrusallaştırma (dolaylı) yöntemi (indirect method) ve doğrudan yöntem (direct method) olarak adlandırılan iki yöntem içerir. Dolaylı yöntemi, doğrusal olmayan bir sistemin bir denge noktası etrafındaki doğrusallaştırılmış modelini kullanarak yerel kararlılığı hakkında sonuçlar çıkarır. Doğrudan yöntem, yerel hareketle sınırlı değildir ve sistem için skaler bir "enerji benzeri" fonksiyon oluşturur ve bu

fonksiyonun zamanla değişimini inceleyerek doğrusal olmayan bir sistemin kararlılık özelliklerini belirler.

1) Lyapunovun Dolaylı Yöntemi

Bu yöntem doğrusal sistemlere uygulanabileceği gibi doğrusal olmayan sistemlere de uygulanırken denge noktası etrafında doğrusallaştırma yapılarak uygulanabilmektedir. Esasen Lyapunovun dolaylı yönteminde, kararlılık (Lyapunov anlamında kararlılık veya Lyapunov kararlılığı olarak da adlandırılır), faz düzleminde sistem yörüngelerinin, orijin noktasına yeterince yakın başlatıldığında, orijine keyfi olarak yakın tutulabileceği anlamına gelir. Daha resmi bir ifadeyle, bu tanım, $x(t)$ durum yörüngesinin keyfi olarak belirlenmiş B_R yarıçaplı bir kürenin dışına çıkmasını istemediğimiz göz önüne alındığında, durumu 0 zamanında B kürenin içinden başlatmanın, durumun daha sonra B_R küresinin içinde kalmasını garanti edeceği bir $r(R)$ değeri bulunabiliyorsa, orijinin kararlı olduğunu belirtir. Burada, B_R , durum uzayında $\|x\| < R$ ile tanımlanan küresel bölgeyi (veya topu) ve S_R , $\|x\| = R$ ile tanımlanan kürenin kendisini gösterir. Kararlılığın geometrik anlamı Şekil 4.7'de gösterilmektedir. Kararlılık tanımı matematiksel olarak aşağıdaki gibi verilebilir:

- a) Kararlılık: $\dot{x} = f(x, u)$ ile tanımlanan bir doğrusal olmayan sistem için, herhangi bir $R > 0$ için, $\|x\| < r$ olacak şekilde bir $r > 0$ var ise o zaman tüm $t > 0$ için $\|x(t)\| < R$ olacaktır ve $x = 0$ denge noktasının kararlı olduğu söylenir. Aksi takdirde, denge noktası kararsızdır.



- 1) Asimptotik Kararlılık
- 2) Marjinal Kararlılık
- 3) Kararsızlık

Şekil 4.7. Kararlılık kavramları (Slotine 1991)

Birçok mühendislik uygulamasında, yukarıda tanımı verilen Lyapunov kararlılığı sistemin arzu edilen şekilde tepki vermesi için yeterli değildir. Örneğin bir uydunun açılma konumu, nominal konumundan saptığı zaman, uydunun yalnızca bozucu etkinin büyüklüğüne, yani Lyapunov kararlılığına göre belirlenen bir aralıktaki açılma konumunu koruması istenmez, aynı zamanda uydunun açılma konumunu kademeli olarak normal konumuna geri dönmesi de istenir. Bu tür mühendislik gereksinimleri asimptotik kararlılık kavramıyla karşılanır. Asimptotik kararlılık, denge noktasının kararlı olması gerektiğini ve ayrıca sifıra yakın başlayan sistem durumlarının, t süresi sonsuza giderken gerçekte sifıra yakınsaması anlamına gelir. Matematiksel olarak bu tanım aşağıdaki gibi ifade edilir:

- b) Asimptotik Kararlılık:** Bir denge noktası, eğer kararlıysa ve ayrıca $\|x(0)\| < r$ olacak şekilde bir $r > 0$ varsa, $t \rightarrow \infty$ için $x(t) \rightarrow 0$ olur, asimptotik olarak kararlıdır.

Şekil 4.7, B_r küresinin içinden başlayan sistem yörüngelerinin orijine yakınsadığını göstermektedir. Burada B_r küresi, denge noktasının çekim alanı olarak adlandırılır (denge noktasının çekim alanı, içerisinde bulunan noktalardan herhangi birinde başlatılan yörüngelerin sonunda orijine ulaştığı noktalar kümesinin bütünüdür). Lyapunov kararlı olan ancak asimptotik olarak kararlı olmayan bir denge noktasına marjinal olarak kararlı denir. Asimptotik kararlılık; bir sistemin sonsuz süre sonra denge noktasına yakınsayacağını ifade etmektedir. Sistem yörüngesinin denge noktasına ne kadar hızlı yaklaştığını tahmin etmeye çalışan eksponansiyel kararlılık kavramı, asimptotik kararlılığın bu eksikliğini gidermeye çalışmıştır. Eksponansiyel kararlılık, eksponansiyel olarak kararlı bir sistemin durum vektörü orijine eksponansiyel bir fonksiyondan daha hızlı yakınsayacağını ifade eder. Eksponansiyel kararlılığın matematiksel tanımı aşağıda verilmiştir:

- c) Eksponansiyel Kararlılık:** Bir denge noktası, aşağıdaki eşitsizliği sağlayan iki tam pozitif sayı α ve λ varsa, eksponansiyel olarak kararlıdır;

$$\|x(t)\| \leq \alpha \|x(0)\| e^{-\lambda t}, \quad \forall t > 0 \quad (4.45)$$

Pozitif sayı λ 'ya genellikle üstel (eksponansiyel) yakınsama oranı denir. Eksponansiyel kararlılığın asimptotik kararlılık anlamına geldiği unutulmamalıdır. Ancak asimptotik kararlılık eksponansiyel kararlılığı garanti etmez.

Yukarıdaki tanımlar, sistemlerin yerel (lokal) davranışını, yani sistem durumlarının denge noktası yakınında başladıktan sonra nasıl geliştiğini karakterize etmek için formüle edilmiştir. Yerel özellikler, başlangıç durumu denge noktasından biraz uzakta olduğunda sistemin nasıl davranacağı hakkında çok az şey söyler. Sistemin daha geniş anlamda davranacağı hakkında bilgi edinmek için global kararlılık kavramlarına ihtiyaç vardır.

Asimptotik (veya eksponansiyel) kararlılık herhangi bir başlangıç durumu için geçerliyse, denge noktasının geniş anlamda asimptotik (veya eksponansiyel) kararlı olduğu söylenir. Aynı zamanda global olarak asimptotik (veya eksponansiyel) kararlı olarak da adlandırılır.

2) Lyapunov'un Doğrudan Yöntemi

Lyapunov'un doğrudan yöntemi doğrusal sistemlere ve doğrusal olmayan sistemlere herhangi bir doğrusallaştırma yapılmadan doğrudan uygulanabilen bir yöntemdir. Bu yöntemin temelinde şu teorem vardır; eğer $\dot{x} = f(x, u)$ ile tanımlanan doğrusal olmayan sistemin orijin noktası kararlı ise bu sistem için negatif türe ve sahip bir pozitif tanımlı $V(x)$ Lyapunov fonksiyonu mevcuttur (Slotine 1991). Bu tanımlı kullanarak Lyapunov'un doğrudan yöntemi ile yerel kararlılık ve asimptotik kararlılık kavramları aşağıdaki gibi verilebilir:

d) Denge noktası ($x = 0$) yakınında sürekli türevleri olan bir skaler $V(x)$ fonksiyonu mevcutsa ve aşağıdaki koşullar karşılanıyorsa bu denge noktası yerel kararlıdır:

- $V(x)$ pozitif tanımlı bir fonksiyon ($V(0) = 0$, $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$)

- $\dot{V}(x)$ negatif yarı tanımlı ($\dot{V}(0) = 0$, $\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \neq 0$)

Aşağıdaki koşullar karşılanıyorsa bu denge noktası yerel düzgün (locally uniformly) kararlıdır:

- $V(x)$ pozitif tanımlı bir fonksiyon ($V(0) = 0$, $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ negatif yarı tanımlı ($\dot{V}(0) = 0$, $\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ azalan bir fonksiyon

Aşağıdaki koşullar karşılanıyorsa bu denge noktası yerel düzgün asimptotik (locally uniformly asymptotically) kararlıdır:

- $V(x)$ pozitif tanımlı bir fonksiyon ($V(0) = 0$, $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ negatif tanımlı ($\dot{V}(0) = 0$, $\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ azalan bir fonksiyon

Aşağıdaki koşullar karşılanıyorsa bu denge noktası global asimptotik (globally asymptotically) kararlıdır:

- $V(x)$ pozitif tanımlı bir fonksiyon ($V(0) = 0$, $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ negatif tanımlı ($\dot{V}(0) = 0$, $\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \neq 0$)
- $\dot{V}(x)$ azalan bir fonksiyon
- $\|x\| \rightarrow \infty$ için $V(x) \rightarrow \infty$ ($V(x)$ ışınal sınırsız, radially unbounded)

Yukarıda tanımları verilen kararlılık teorileri literatürde sıklıkla kullanılmış olmalarına rağmen, bu teorilere dayalı olarak geliştirilen kontrolcüler sistem durumlarının istenilen değerlere ulaşması için gereken yerleşme süresini belirleyemeyen eksponansiyel veya asimptotik kararlılığı sağlayabilmektedir. Yerleşme süresi, sistemin yakınsama hızını tanımladığından, zaman açısından kritik doğrusal olmayan bir sistemin önemli bir performans özelliğidir. Ayrıca sistem açısından daha iyi performans elde edebilmek için uygulamada daha hızlı yakınsama süresi aranır (Liu et al. 2022). Sonlu zamanlı kararlılık (finite time stability) yaklaşımı, yerleşme süresine ilişkin bu belirsizliği ortadan kaldırmak için literatürde önerilen ilk yöntemdir ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Bhat and Bernstein 2000):

- e) Sonlu Zamanlı Kararlılık: Doğrusal olmayan $\dot{x} = f(x, u)$ sistemi için aşağıdaki denklemi sağlayan pozitif tanımlı bir $V(x)$ Lyapunov fonksiyonu ve $c > 0$, $0 < \rho < 1$, $\zeta > 0$ sabitleri varsa, bu sistem sonlu zamanlı kararlıdır denir.

$$\dot{V}(x) \leq -cV^\rho(x) + \zeta, t \geq 0 \quad (4.46)$$

Böylece, bu sistem için yerleşme süresi T_r , $0 < \gamma \leq 1$ olacak şekilde aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$T_r = \frac{1}{(1-\rho)\gamma c} \left(V^{1-\rho}(x(0)) - \left(\frac{\zeta}{(1-\gamma)c} \right)^{\frac{1-\rho}{\rho}} \right) \quad (4.47)$$

Sonlu zaman kararlılık analizi, sınırlı bir yakınsama süresinin garantisini verir. Ancak sonlu zamanlı kararlılık analizinde yerleşme süresi, tasarım parametrelerine ve başlangıç koşullarına bağlıdır. Başlangıç koşullarının önceden mevcut olmadığı durumlarda sonlu zamanlı kararlılık analizinin uygulanabilirliği sınırlıdır. Ayrıca sonlu zamanlı kararlılıkta, başlangıç koşulları değiştiği zaman yerleşmesi süreside doğal olarak değişecektir. Sonlu zaman kararlılık analizinin bu eksikliklerini gidermek için literatürde sabit zamanlı kararlılık (fixed time stability) kavramı ortaya önerilmiştir (Polyakov 2012).

f) Sabit Zamanlı Kararlılık: Doğrusal olmayan $\dot{x} = f(x, u)$ sistemi için pozitif tanımlı bir $V(x)$ Lyapunov fonksiyonu ve $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $0 < q < 1$, $p > 1$ ve $\zeta > 0$ parametreleri aşağıdaki eşitsizliği sağlayacak şekilde mevcutsa, sistem sabit zamanda kararlıdır ve sistem durumlarının hataları belirli bir zamanda sıfırın yakın bir komşuluğuna yakınsayacaktır:

$$\dot{V}(x) \leq -c_1 V^q(x) - c_2 V^p(x) + \zeta, t \geq 0 \quad (4.48)$$

Böylece, doğrusal olmayan sistem için yerleşme süresi T_r , aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$T_r \leq \frac{1}{c_1(1-q)} + \frac{1}{c_2(p-1)} \quad (4.49)$$

Bu tanım sonlu zamanlı kararlılık analizine göre daha iyi bir yerleşme süresi sağlamaktadır. Literatürde daha sonra yapılan çalışmalarda sabit zamanlı kararlılığın Polyakov (2012) tarafından yapılan tanımından daha hızlı yakınsadığı ispat edilen yeni bir tanım yapılmıştır (Chen et al. 2019; Wang et al. 2020). Bu tez çalışmasında da yapılan bu yeni tanım kullanılarak sabit zamanlı kararlılık analizi ile kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir ve tanım aşağıda ifade edilen şekildedir:

g) Doğrusal olmayan $\dot{x} = f(x, u)$ sistemi için pozitif tanımlı bir $V(x)$ Lyapunov fonksiyonu ve $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $c_3 > 0$, $0 < q < 1$, $p > 1$ ve $\zeta > 0$ parametreleri aşağıdaki eşitsizliği sağlayacak şekilde mevcutsa, sistem sabit zamanda kararlıdır ve sistem durumlarının hataları belirli bir zamanda sıfırın yakın bir komşuluğuna yakınsayacaktır:

$$\dot{V}(x) \leq -c_1 V(x) - c_2 V^q(x) - c_3 V^p(x) + \zeta, t \geq 0 \quad (4.50)$$

Böylece, bu sistem için yerleşme süresi T_r , $0 < \delta \leq 1$ olacak şekilde aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$T_r \leq \max \left(\begin{array}{l} \frac{1}{c_1 \delta (1-q)} \ln \left(1 + \frac{c_1 \delta}{c_2} \right) + \frac{1}{c_1 \delta (p-1)} \ln \left(1 + \frac{c_1 \delta}{c_3} \right), \\ \frac{1}{c_1 (1-q)} \ln \left(1 + \frac{c_1}{c_2} \right) + \frac{1}{c_1 (p-1)} \ln \left(1 + \frac{c_1}{\delta c_3} \right), \\ \frac{1}{c_1 (1-q)} \ln \left(1 + \frac{c_1}{\delta c_2} \right) + \frac{1}{c_1 (p-1)} \ln \left(1 + \frac{c_1}{c_3} \right) \end{array} \right) \quad (4.51)$$

4.5.2. Bazı önemli teoremler

Bu kısımda, önerilen kontrolcü yapısını daha sonraki bölümde açık bir şekilde tanımlamak için kullanılan bazı teoremler verilmiştir.

Aşağıdaki eşitsizlik $\eta_i \in \mathfrak{R}, i = 1, \dots, m, 0 < q < 1$ için geçerlidir (Hardy et al. 1952):

$$\left(\sum_{i=1}^m |\eta_i| \right)^q \leq \sum_{i=1}^m |\eta_i|^q \leq m^{1-q} \left(\sum_{i=1}^m |\eta_i| \right)^q \quad (4.52)$$

Aşağıdaki eşitsizlik (Young Eşitsizliği) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ifadesini sağlayan $a, b > 1$ ve

$k, l \geq 0$ gerçek sayıları için geçerlidir (Hardy et al. 1952):

$$kl \leq \frac{k^a}{a} + \frac{l^b}{b} \quad (4.53)$$

Aşağıdaki eşitsizlik α, β ve $r, s, t > 0$ gerçek sayıları ile geçerlidir (Hardy et al. 1952):

$$|\alpha|^r |\beta|^s \leq \frac{r}{r+s} t |\alpha|^{r+s} + \frac{s}{r+s} t^{\frac{-r}{s}} |\beta|^{r+s} \quad (4.54)$$

Aşağıdaki eşitsizlik $x \geq 0$ ve $y, z > 0$ olmak koşulu ile geçerlidir (H. Yang et al. 2018):

$$x^z(y-x) \leq \frac{1}{1+z}(y^{1+z} - x^{1+z}) \quad (4.55)$$

Aşağıdaki eşitsizlik $a > 0$, $b \leq a$ ve $c > 1$ olmak koşulu ile geçerlidir (H. Yang et al. 2018):

$$(a-b)^c \geq b^c - a^c \quad (4.56)$$



5. KONTROLCÜ TASARIMI

Bu bölümde, üçüncü bölümde dinamik denklemleri elde edilen sistemlerin istenilen yörüngeleri başarılı bir şekilde takip edebilmeleri için kontrolcü tasarımı, dördüncü bölümde verilen matematiksel temeller kullanılarak gerçekleştirilecektir. Çalışmada, iki sistem için de sonlu zamanlı ve sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif bir kayan kipli kontrolcü yapılarının tasarlanması hedeflenmiştir. Bu amaç ile modellenen sistemler için öncelikle klasik kayan kipli kontrolcü tasarımı yapılacak, daha sonra yapay sinir ağı tabanlı bir adaptif kayan kipli kontrolcü tasarımı gerçekleştirilecek, son olarak da sonlu zamanlı ve sabit zamanlı kararlılık yapıları kontrolcü yapılarına eklenerek önerilen kontrolcü yapıları elde edilecektir. Bu noktada iki sistem için dört farklı kontrolcü tasarımının gerçekleştirilmesi gerekmektedir. İki sistem içinde kontrolcü tasarımlarının benzer adımlardan oluşmasından dolayı bu kısımda tekrara düşmemek adına, kontrolcü tasarımı yapılırken her bir sistem için iki farklı kontrolcü tasarımının adımları ayrıntılı olarak verilecektir. Bir sonraki bölümde her iki sistem için gerçekleştirilen simülasyonların sonuçları bütün kontrolcü yapıları için detaylı olarak verilecektir.

5.1. Askıda Yük Taşıyan Quadrotor için KKK Tasarımı

İlk olarak askıda yük taşıyan bir quadrotor için klasik bir kayan kipli kontrolcünün tasarımı gerçekleştirilecektir (Bingöl and Güzey 2020). Kontrolcü tasarımının daha etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için denklem (3.16) ile tanımlanan askıda yük taşıyan quadrotorun dinamik denklemleri aşağıdaki formda yazılabilir (Xiong and Zhang 2016):

$$\begin{cases} \ddot{z} = f_1 + g_1 u_1 + \Delta f_1 \\ \ddot{x} = f_2 + g_2 u_2 + \Delta f_2 \\ \ddot{\phi} = f_3 + g_3 u_2 + \Delta f_3 \\ \ddot{y} = f_4 + g_4 u_3 + \Delta f_4 \\ \ddot{\theta} = f_5 + g_5 u_3 + \Delta f_5 \\ \ddot{\psi} = f_6 + g_6 u_4 + \Delta f_6 \end{cases} \quad (5.1)$$

Burada,

$$\begin{cases}
 f_1 = -\frac{mg}{(m+m_L)} - \frac{K_3 \dot{z}}{(m+m_L)} + \frac{F_{oz}}{(m+m_L)} + D_z, \\
 \Delta f_1 = \frac{\Delta m K_3 \dot{z}}{(m+m_L)(m+\Delta m+m_L)}, g_1 = \frac{\cos \phi \cos \theta}{(m+m_L)} \\
 f_2 = \frac{(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) u_1}{(m+m_L)} - \frac{K_1 \dot{x}}{(m+m_L)} - \frac{F_{ox}}{(m+m_L)} + D_x, \\
 \Delta f_2 = \frac{\Delta m K_1 \dot{x}}{(m+m_L)(m+\Delta m+m_L)}, g_2 = 0 \\
 f_3 = \frac{(\dot{\theta} \dot{\psi} (I_y - I_z) + J_r \dot{\theta} \Omega_r - K_4 l \dot{\phi})}{I_x} + D_\phi, \\
 \Delta f_3 = \frac{-(\dot{\theta} \dot{\psi} (I_y - I_z) + J_r \dot{\theta} \Omega_r - K_4 l \dot{\phi}) \Delta I_x}{I_x (\Delta I_x + I_x)} + \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{\Delta I_y - \Delta I_z}{\Delta I_x + I_x} \right), g_3 = \frac{l}{I_x} \\
 f_4 = \frac{(\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) u_1}{(m+m_L)} - \frac{K_2 \dot{y}}{m+m_L} - \frac{F_{oy}}{m+m_L} + D_y, \\
 \Delta f_4 = \frac{\Delta m K_2 \dot{y}}{(m+m_L)(m+\Delta m+m_L)}, g_4 = 0 \\
 f_5 = \frac{(\dot{\psi} \dot{\phi} (I_z - I_x) + J_r \dot{\psi} \Omega_r - K_5 l \dot{\theta})}{I_y} + D_\theta, \\
 \Delta f_5 = \frac{-(\dot{\psi} \dot{\phi} (I_z - I_x) + J_r \dot{\psi} \Omega_r - K_5 l \dot{\theta}) \Delta I_y}{I_y (\Delta I_y + I_y)} + \dot{\psi} \dot{\phi} \left(\frac{\Delta I_z - \Delta I_x}{\Delta I_y + I_y} \right), g_5 = \frac{l}{I_y} \\
 f_6 = \frac{(\dot{\phi} \dot{\theta} (I_x - I_y) - K_6 \dot{\psi})}{I_z} + D_\psi, \\
 \Delta f_6 = \frac{-(\dot{\phi} \dot{\theta} (I_x - I_y) - K_6 \dot{\psi}) \Delta I_z}{I_z (\Delta I_z + I_z)} + \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{\Delta I_x - \Delta I_y}{\Delta I_z + I_z} \right), g_6 = \frac{1}{I_z}
 \end{cases} \quad (5.2)$$

Ayrıca kayma yüzeyleri aşağıdaki gibi seçilmiştir (Xiong et al., 2016):

$$\begin{aligned}
 s_1 &= a_{11} (\dot{z}^d - \dot{z}) + a_{12} (z^d - z) \\
 s_2 &= a_{21} (\dot{x}^d - \dot{x}) + a_{22} (x^d - x) + a_{23} (\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) + a_{24} (\phi^d - \phi) \\
 s_3 &= a_{31} (\dot{y}^d - \dot{y}) + a_{32} (y^d - y) + a_{33} (\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) + a_{34} (\theta^d - \theta) \\
 s_4 &= a_{41} (\dot{\psi}^d - \dot{\psi}) + a_{42} (\psi^d - \psi)
 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Burada, kayma yüzeyi fonksiyonlarının katsayıları, r_{kj} ($k, j=1,2,3,4$) sabit tasarım parametreleri olarak, Hurwitz kriteri kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir (Zheng et al. 2014):

$$\begin{aligned}
 a_{11} > 0, a_{12} > 0, a_{41} > 0, a_{42} > 0 \\
 a_{21} &= -\frac{m}{u_1 \cos \psi} (r_{11} r_{12} + r_{21} r_{31} + r_{32} r_{11}) \\
 a_{22} &= -\frac{m}{u_1 \cos \psi} (r_{11} r_{21} r_{31}) \\
 a_{23} &= 1, a_{24} = r_{12} + r_{21} + r_{31} \\
 a_{31} &= \frac{m}{u_1 \cos \phi \cos \psi} (r_{12} r_{22} + r_{22} r_{32} + r_{32} r_{12}) \\
 a_{32} &= \frac{m}{u_1 \cos \phi \cos \psi} (r_{12} r_{22} r_{32}) \\
 a_{33} &= 1, a_{34} = r_{12} + r_{22} + r_{32}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Sistem durumlarının, (5.3) ile tanımlanan kayma yüzeyine doğru hareket etmesi için aşağıdaki gibi bir eksponansiyel ulaşma kuralı seçilmiştir:

$$\dot{s}_k = -\eta_k s_k - \varepsilon_k \text{sign}(s_k) \tag{5.5}$$

Burada ($k = 1, 2, 3, 4$), $\eta_k > 0$ sabit katsayılar ve $\varepsilon_k > 0$ olup aşağıda tanımlanacaktır. Denklem (5.3) ile tanımlanan kayma yüzeylerinin türevleri alınarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{s}_1 &= a_{11} (\ddot{z}^d - \ddot{z}) + a_{12} (\dot{z}^d - \dot{z}) \\
 \dot{s}_2 &= a_{21} (\ddot{x}^d - \ddot{x}) + a_{22} (\dot{x}^d - \dot{x}) + a_{23} (\ddot{\phi}^d - \ddot{\phi}) + a_{24} (\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) \\
 \dot{s}_3 &= a_{31} (\ddot{y}^d - \ddot{y}) + a_{32} (\dot{y}^d - \dot{y}) + a_{33} (\ddot{\theta}^d - \ddot{\theta}) + a_{34} (\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) \\
 \dot{s}_4 &= a_{41} (\ddot{\psi}^d - \ddot{\psi}) + a_{42} (\dot{\psi}^d - \dot{\psi})
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Böylece elde edilen bu türev ifadelerinde (5.1) ile tanımlanan dinamikler yerlerine yazılarak (5.5) ile tanımlanan ulaşma kuralına eşitlenebilmesi için kontrolcü işaretleri aşağıdaki gibi seçilmelidir:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{1}{a_{11} g_1} \left\{ a_{11} (\ddot{z}^d - f_1) + a_{12} (\dot{z}^d - \dot{z}) + \eta_1 s_1 + \varepsilon_1 \text{sign}(s_1) \right\} \\
 u_2 &= \frac{1}{a_{21} g_2 + a_{23} g_3} \left\{ a_{21} (\ddot{x}^d - f_2) + a_{22} (\dot{x}^d - \dot{x}) + a_{23} (\ddot{\phi}^d - f_3) \right. \\
 &\quad \left. + a_{24} (\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) + \eta_2 s_2 + \varepsilon_2 \text{sign}(s_2) \right\}
 \end{aligned}$$

$$u_3 = \frac{1}{a_{31}g_4 + a_{33}g_5} \left\{ \begin{aligned} &a_{31}(\ddot{y}^d - f_4) + a_{32}(\dot{y}^d - \dot{y}) + a_{33}(\ddot{\theta}^d - f_5) \\ &+ a_{34}(\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) + \eta_3 s_3 + \varepsilon_3 \text{sign}(s_3) \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

$$u_4 = \frac{1}{a_{41}g_6} \left\{ (\ddot{\psi}^d - f_6) + a_{42}(\dot{\psi}^d - \dot{\psi}) + \eta_4 s_4 + \varepsilon_4 \text{sign}(s_4) \right\}$$

Burada,

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \{ |a_{11}\Delta f_1| + \mu_1 \}, \mu_1 > 0, \\ \varepsilon_2 = \{ |a_{21}\Delta f_2 + a_{23}\Delta f_3| + \mu_2 \}, \mu_2 > 0, \\ \varepsilon_3 = \{ |a_{31}\Delta f_4 + a_{33}\Delta f_5| + \mu_3 \}, \mu_3 > 0, \\ \varepsilon_4 = \{ |a_{41}\Delta f_6| + \mu_4 \}, \mu_4 > 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Böylece (5.1) ile tanımlanan askıda yük taşıyan bir quadrotor sisteminin, (5.7) ile belirlenen kontrolcü işaretleri ile asimptotik olarak kararlı olacağı söylenebilir. Bu kararlılığı Lyapunov kararlılık analizi ile ispat etmek mümkündür. Aşağıdaki gibi pozitif tanımlı bir Lyapunov fonksiyonu seçilirse:

$$V = \sum_{k=1}^4 \frac{s_k^2}{2} \quad (5.9)$$

Bu fonksiyonun türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{k=1}^4 s_k \dot{s}_k \\ &= \left[s_1 \left(a_{11}(\ddot{z}^d - (f_1 + g_1 u_1 + \Delta f_1)) + a_{12}(\dot{z}^d - \dot{z}) \right) \right] \\ &\quad + \left[s_2 \left(\begin{aligned} &a_{21}(\ddot{x}^d - (f_2 + g_2 u_2 + \Delta f_2)) + a_{22}(\dot{x}^d - \dot{x}) \\ &+ a_{23}(\ddot{\phi}^d - (f_3 + g_3 u_2 + \Delta f_3)) + a_{24}(\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) \end{aligned} \right) \right] \\ &\quad + \left[s_3 \left(\begin{aligned} &a_{31}(\ddot{y}^d - (f_4 + g_4 u_3 + \Delta f_4)) + a_{32}(\dot{y}^d - \dot{y}) \\ &+ a_{33}(\ddot{\theta}^d - (f_5 + g_5 u_3 + \Delta f_5)) + a_{34}(\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) \end{aligned} \right) \right] \\ &\quad + \left[s_4 \left(a_{41}(\ddot{\psi}^d - (f_6 + g_6 u_4 + \Delta f_6)) + a_{42}(\dot{\psi}^d - \dot{\psi}) \right) \right] \end{aligned} \quad (5.10)$$

Denklem (5.7) seçilen kontrolcü işaretleri (5.10)'da yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\dot{V} = \sum_{k=1}^4 -\eta_k s_k^2 - \varepsilon_k |s_k| < 0 \quad (5.11)$$

Burada ε_k değerleri (5.8)'de verilen şekilde seçilirse $\dot{V} < 0$ olacağı açıktır ve sistemin asimptotik olarak kararlı olduğu söylenebilir.

5.2. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Adaptif KKK Tasarımı

Bu kısımda, denklem (3.23) ile dinamik modeli elde edilen askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan sistem için bir yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarımı gerçekleştirilecektir (Bingöl and Güzey 2021). Bir önceki bölümde yapıldığı gibi kontrolcü tasarımının daha kompakt formda yapılabilmesi için (3.23) ile verilen dinamikler i . quadrotor için aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{cases} \ddot{z}_i = f_{1i} + g_{1i}u_{1i} + \Delta f_{1i} \\ \ddot{x}_i = f_{2i} + g_{2i}u_{2i} + \Delta f_{2i} \\ \ddot{\phi}_i = f_{3i} + g_{3i}u_{3i} + \Delta f_{3i} \\ \ddot{y}_i = f_{4i} + g_{4i}u_{4i} + \Delta f_{4i} \\ \ddot{\theta}_i = f_{5i} + g_{5i}u_{5i} + \Delta f_{5i} \\ \ddot{\psi}_i = f_{6i} + g_{6i}u_{6i} + \Delta f_{6i} \end{cases} \quad (5.12)$$

Burada,

$$\begin{cases} f_{1i} = -g - \frac{K_3 \dot{z}_i}{m} + \frac{F_{zi}}{m} + D_{zi}, \\ \Delta f_{1i} = \frac{\Delta m K_3 \dot{z}_i}{m(m + \Delta m)}, g_{1i} = \frac{\cos \phi_i \cos \theta_i}{m} \\ f_{2i} = \frac{(\cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i)u_{1i}}{m} - \frac{K_1 \dot{x}_i}{m} - \frac{F_{xi}}{m} + D_{xi}, \\ \Delta f_{2i} = \frac{\Delta m K_1 \dot{x}_i}{m(m + \Delta m)}, g_{2i} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 f_{3i} = \frac{(\dot{\theta}_i \dot{\psi}_i (I_y - I_z) + J_r \dot{\theta}_i \Omega_{ri} - K_4 l \dot{\phi}_i)}{I_x} + D_{\phi_i}, \\
 \Delta f_{3i} = \frac{-(\dot{\theta}_i \dot{\psi}_i (I_y - I_z) + J_r \dot{\theta}_i \Omega_{ri} - K_4 l \dot{\phi}_i) \Delta I_x}{I_x (\Delta I_x + I_x)} + \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \left(\frac{\Delta I_y - \Delta I_z}{\Delta I_x + I_x} \right), g_{3i} = \frac{l}{I_x} \\
 f_{4i} = \frac{(\cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i + \sin \phi_i \cos \psi_i) u_{li} - \frac{K_2 \dot{y}_i}{m} - \frac{F_{yi}}{m} + D_{y_i}}{m}, \\
 \Delta f_{4i} = \frac{\Delta m K_2 \dot{y}_i}{m(m + \Delta m)}, g_{4i} = 0 \\
 f_{5i} = \frac{(\dot{\psi}_i \dot{\phi}_i (I_z - I_x) + J_r \dot{\phi}_i \Omega_{ri} - K_5 l \dot{\theta}_i)}{I_y} + D_{\theta_i}, \\
 \Delta f_{5i} = \frac{-(\dot{\psi}_i \dot{\phi}_i (I_z - I_x) + J_r \dot{\phi}_i \Omega_{ri} - K_5 l \dot{\theta}_i) \Delta I_y}{I_y (\Delta I_y + I_y)} + \dot{\psi}_i \dot{\phi}_i \left(\frac{\Delta I_z - \Delta I_x}{\Delta I_y + I_y} \right), g_{5i} = \frac{l}{I_y} \\
 f_{6i} = \frac{(\dot{\phi}_i \dot{\theta}_i (I_x - I_y) - K_6 \dot{\psi}_i)}{I_z} + D_{\psi_i}, \\
 \Delta f_{6i} = \frac{-(\dot{\phi}_i \dot{\theta}_i (I_x - I_y) - K_6 \dot{\psi}_i) \Delta I_z}{I_z (\Delta I_z + I_z)} + \dot{\phi}_i \dot{\theta}_i \left(\frac{\Delta I_x - \Delta I_y}{\Delta I_z + I_z} \right), g_{6i} = \frac{1}{I_z}
 \end{cases} \quad (5.13)$$

Ayrıca kayma yüzeyleri aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$\begin{aligned}
 s_{1i} &= a_{11i} (\dot{z}_i^d - \dot{z}_i) + a_{12i} (z_i^d - z_i) \\
 s_{2i} &= a_{21i} (\dot{x}_i^d - \dot{x}_i) + a_{22i} (x_i^d - x_i) + a_{23i} (\dot{\phi}_i^d - \dot{\phi}_i) + a_{24i} (\phi_i^d - \phi_i) \\
 s_{3i} &= a_{31i} (\dot{y}_i^d - \dot{y}_i) + a_{32i} (y_i^d - y_i) + a_{33i} (\dot{\theta}_i^d - \dot{\theta}_i) + a_{34i} (\theta_i^d - \theta_i) \\
 s_{4i} &= a_{41i} (\dot{\psi}_i^d - \dot{\psi}_i) + a_{42i} (\psi_i^d - \psi_i)
 \end{aligned} \quad (5.14)$$

Kayma yüzeyi fonksiyonlarına ait katsayılar Hurwitz kriteri kullanılarak her bir quadrotor için aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned}
 a_{11i} &> 0, a_{12i} > 0, a_{41i} > 0, a_{42i} > 0, \\
 a_{21i} &= -\frac{m}{u_{li} \cos \psi_i} (r_{11i} r_{12i} + r_{21i} r_{31i} + r_{32i} r_{11i}), \\
 a_{22i} &= -\frac{m}{u_{li} \cos \psi_i} (r_{11i} r_{21i} r_{31i}), \\
 a_{23i} &= 1, a_{24i} = r_{12i} + r_{21i} + r_{31i} \\
 a_{31i} &= \frac{m}{u_{li} \cos \phi_i \cos \psi_i} (r_{12i} r_{22i} + r_{22i} r_{32i} + r_{32i} r_{12i}), \\
 a_{32i} &= \frac{m}{u_{li} \cos \phi_i \cos \psi_i} (r_{12i} r_{22i} r_{32i}), \\
 a_{33i} &= 1, a_{34i} = r_{12i} + r_{22i} + r_{32i}
 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Yapay sinir ağı tabanlı adaptif kontrolcü tasarımında, (5.12) ile tanımlanan dinamik denklemlerdeki f_{ji} ve g_{ji} ile temsil edilen doğrusal olmayan dinamiklerin bilinmediği kabul edilmektedir ($j=1,2,\dots,6$). Bu kısımda sadelik getirmesi açısından kontrolcü tasarımı ve ispatı s_{li} üzerinden verilecektir. Doğrusal olmayan f_{li} ve g_{li} dinamikleri için tahmin fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} f_{li} &= \Theta_{li}^T \sigma \left(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}} \right) + \chi_{f_{li}} \\ g_{li} &= \Upsilon_{li}^T \sigma \left(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}} \right) + \chi_{g_{li}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Burada Θ_{li} ve $\Upsilon_{li} \in \mathcal{R}^{2 \times h}$, z -ekseni için sırasıyla $\frac{k_n}{2} \|\Theta_{li}\|^2 \leq \Theta_M$ ve $\frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{li}\|^2 \leq \Upsilon_M$ sınırlamalarını sağlayan yapay sinir ağı ağırlıklarıdır. Θ_M ve Υ_M pozitif tamsayılar, $k_n > 0$ olmak üzere yapay sinir ağı öğrenme katsayısı, h gizli katmandaki nöron sayısı, $\sigma \left(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}} \right)$ ve $\sigma \left(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}} \right)$ aktivasyon fonksiyonları, $H_{f_{li}}^T$ ve $H_{g_{li}}^T \in \mathcal{R}^{h \times n}$ giriş ve gizli katman nöronları arasındaki eşlemeler, n yapay sinir ağı giriş sayısı, $\chi_{f_{li}}$ ve $\chi_{g_{li}}$ sırası ile $\frac{1}{2} a_{1li} \chi_{f_{li}}^2 \leq \chi_{fM}$ ve $\frac{1}{2} a_{1li} \chi_{g_{li}}^2 \leq \chi_{gM}$ ifadelerini sağlayan yapay sinir ağı yeniden yapılandırma hataları, χ_{fM} ve χ_{gM} yapay sinir ağlarının tahmin hatalarının üst sınırları olan pozitif sabit sayılardır.

Bilinmeyen yapay sinir ağı ağırlıkları $\hat{\Theta}_{li}$ ve $\hat{\Upsilon}_{li}$ ifadeleri ile tahmin edileceklerdir. Dolayısı ile tahmin edilen bilinmeyen dinamikler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{li} &= \hat{\Theta}_{li}^T \sigma \left(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}} \right) \\ \hat{g}_{li} &= \hat{\Upsilon}_{li}^T \sigma \left(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}} \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Yapılacak tahminler ile referans modelin dinamikleri karşılaştırılarak yapay sinir ağı tahmin hataları elde edilecektir. Bu tahmin hataları $\tilde{\Theta}_{li} = \Theta_{li} - \hat{\Theta}_{li}$ ve $\tilde{\Upsilon}_{li} = \Upsilon_{li} - \hat{\Upsilon}_{li}$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadelerin türevleri de tahmin hatası dinamiklerini $\dot{\hat{\Theta}}_{li} = -\dot{\Theta}_{li}$ ve $\dot{\hat{\Upsilon}}_{li} = -\dot{\Upsilon}_{li}$ şeklinde verecektir. Böylece sistemin tahmin edilen dinamiklerinin hataları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}_{li} &= f_{li} - \hat{f}_{li} \\
 &= \Theta_{li}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) + \chi_{f1i} - \hat{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) \\
 &= \tilde{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) + \chi_{f1i} \\
 \tilde{g}_{li} &= g_{li} - \hat{g}_{li} \\
 &= \Upsilon_{li}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) + \chi_{g1i} - \hat{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) \\
 &= \tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) + \chi_{g1i}
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Ağırlıkları güncellemek için aşağıdaki adaptif kurallar kullanılır:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\Theta}}_{li} &= -k_n \hat{\Theta}_{li} + s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) \\
 \dot{\hat{\Upsilon}}_{li} &= -k_n \hat{\Upsilon}_{li} + s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i})
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Denklem (5.14) ile verilen kayma yüzeylerinin türevleri alınarak ve i . quadrotor için ulaşma kuralı $\dot{s}_{ki} = -\eta_{ki} s_{ki}$ seçilerek kontrolcü işaretleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
 u_{1i} &= \frac{1}{a_{11i} \hat{g}_{li}} \left\{ a_{11i} (\ddot{z}_i^d - \hat{f}_{li}) + a_{12i} (\dot{z}_i^d - \dot{z}_i) + \eta_{1i} (s_{1i}) \right\} \\
 u_{2i} &= \frac{1}{a_{21i} \hat{g}_{2i} + a_{23i} \hat{g}_{3i}} \left\{ a_{21i} (\ddot{x}_i^d - \hat{f}_{2i}) + a_{22i} (\dot{x}_i^d - \dot{x}_i) + a_{23i} (\ddot{\phi}_i^d - \hat{f}_{3i}) \right. \\
 &\quad \left. + a_{24i} (\dot{\phi}_i^d - \dot{\phi}_i) + \eta_{2i} (s_{2i}) \right\} \\
 u_{3i} &= \frac{1}{a_{31i} \hat{g}_{4i} + a_{33i} \hat{g}_{5i}} \left\{ a_{31i} (\ddot{y}_i^d - \hat{f}_{4i}) + a_{32i} (\dot{y}_i^d - \dot{y}_i) + a_{33i} (\ddot{\theta}_i^d - \hat{f}_{5i}) \right. \\
 &\quad \left. + a_{34i} (\dot{\theta}_i^d - \dot{\theta}_i) + \eta_{3i} (s_{3i}) \right\} \\
 u_{4i} &= \frac{1}{a_{41i} \hat{g}_{6i}} \left\{ a_{41i} (\ddot{\psi}_{id} - \hat{f}_{6i}) + a_{42i} (\dot{\psi}_i^d - \dot{\psi}_i) + \eta_{4i} (s_{4i}) \right\}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Denklem (5.12) ile verilen askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan doğrusal olmayan sistemin, (5.14) ile tanımlanan kayma yüzeyi fonksiyonları, (5.17) ile

5. KONTROLCÜ TASARIMI

tanımlanan tahmin fonksiyonları ve (5.20) ile tanımlanan kontrolcü işaretleri ile sınırlı asimptotik kararlı olacağı söylenebilir. Bu kararlılığı Lyapunov kararlılık analizi ile ispat etmek mümkündür. Aşağıdaki gibi pozitif tanımlı bir Lyapunov fonksiyonu seçilirse:

$$V = \frac{1}{2} s_{li}^2 + \frac{1}{2} (\tilde{\Theta}_{li}^T \tilde{\Theta}_{li}) + \frac{1}{2} (\tilde{\Upsilon}_{li}^T \tilde{\Upsilon}_{li}) \quad (5.21)$$

Lyapunov analizine göre kararlılığı belirleyebilmek için bu fonksiyonun türevi alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_i \dot{s}_{li} + \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{li} + \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_{li} \\ &= s_{li} \left(a_{11i} \left(\ddot{z}_i^d - (f_{li} + g_{li} u_{li} + \Delta f_{li}) \right) + a_{12i} \left(\dot{z}_i^d - \dot{z}_i \right) \right) - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_{li} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Denklem (5.20)'de seçilen kontrol işareti burada yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\dot{V} = -\eta_{li} s_{li}^2 + a_{11i} \tilde{f}_i s_{li} + a_{11i} \tilde{g}_{li} s_{li} - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_{li} \quad (5.23)$$

Denklem (5.17)'de tanımlanan bilinmeyen dinamiklerin tahminleri ve (5.19)'da tanımlanan adaptif kuralları (5.23)'de yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\eta_{li} s_{li}^2 + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}}) + \chi_{f_{li}} \right) + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}}) + \chi_{g_{li}} \right) \\ &\quad - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_{li} \\ &= -\eta_{li} s_{li}^2 + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}}) \right) + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}}) \right) \\ &\quad + a_{11i} s_{li} \chi_{f_{li}} + a_{11i} s_{li} \chi_{g_{li}} - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_{li} \\ &= -\eta_{li} s_{li}^2 + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}}) \right) + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}}) \right) \\ &\quad + a_{11i} s_{li} \chi_{f_{li}} + a_{11i} s_{li} \chi_{g_{li}} \\ &\quad - \tilde{\Theta}_{li}^T \left(-k_n \hat{\Theta}_{li} + s_{li} a_{11i} \sigma(H_{f_{li}} \varpi_{f_{li}}) \right) - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \left(-k_n \hat{\Upsilon}_{li} + s_{li} a_{11i} \sigma(H_{g_{li}} \varpi_{g_{li}}) \right) \\ &= -\eta_{li} s_{li}^2 + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma(H_{f_{li}}^T \varpi_{f_{li}}) \right) + a_{11i} s_{li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma(H_{g_{li}}^T \varpi_{g_{li}}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +a_{11i}s_{1i}\chi_{f1i} + a_{11i}s_{1i}\chi_{g1i} + k_n \tilde{\Theta}_{1i}^T \hat{\Theta}_{1i} \\
 & - \tilde{\Theta}_{1i}^T s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{f1i} \omega_{f1i}) + k_n \tilde{\Upsilon}_{1i}^T \hat{\Upsilon}_{1i} - \tilde{\Upsilon}_{1i}^T s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{g1i} \omega_{g1i}) \\
 & = -\eta_{1i}s_{1i}^2 + a_{11i}s_{1i}\chi_{f1i} + a_{11i}s_{1i}\chi_{g1i} + k_n \tilde{\Theta}_{1i}^T \hat{\Theta}_{1i} + k_n \tilde{\Upsilon}_{1i}^T \hat{\Upsilon}_{1i} \\
 & = -\eta_{1i}s_{1i}^2 + a_{11i}s_{1i}\chi_{f1i} + a_{11i}s_{1i}\chi_{g1i} + k_n \tilde{\Theta}_{1i}^T (\Theta_{1i} - \tilde{\Theta}_{1i}) + k_n \tilde{\Upsilon}_{1i}^T (\Upsilon_{1i} - \tilde{\Upsilon}_{1i}) \\
 & = -\eta_{1i}s_{1i}^2 + a_{11i}s_{1i}\chi_{f1i} + a_{11i}s_{1i}\chi_{g1i} + k_n \tilde{\Theta}_{1i}^T \Theta_{1i} - k_n \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 + k_n \tilde{\Upsilon}_{1i}^T \Upsilon_{1i} - k_n \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Son eşitlikte (4.53)'de tanımlanan Young Eşitsizliği aşağıdaki şekilde kullanılabilir:

$$\begin{aligned}
 k_n \tilde{\Theta}_{1i}^T \Theta_{1i} & < \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Theta_{1i}\|^2 \\
 k_n \tilde{\Upsilon}_{1i}^T \Upsilon_{1i} & < \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{1i}\|^2 \\
 a_{11i}s_{1i}\chi_{f1i} & < \frac{1}{2} a_{11i}s_{1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}\chi_{f1i}^2 \\
 a_{11i}s_{1i}\chi_{g1i} & < \frac{1}{2} a_{11i}s_{1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}\chi_{g1i}^2
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

Bu durumda, (5.25)'de belirlenen eşitsizlikler, (5.24)'de son eşitlikte yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
 V & < -\eta_{1i}s_{1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}s_{1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}\chi_{f1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}s_{1i}^2 + \frac{1}{2} a_{11i}\chi_{g1i}^2 \\
 & + \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Theta_{1i}\|^2 - k_n \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 \\
 & + \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{1i}\|^2 - k_n \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

Bu ifade tahmin hatalarının üst sınırları χ_{fM} , χ_{gM} ve yapay sinir ağı ağırlıklarının üst sınırları Θ_M , Υ_M kullanılarak yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$V < -s_{1i}^2 \left(\eta_{1i} - \frac{3}{2} a_{11i} \right) - \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 - \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2 + \chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M \tag{5.27}$$

Burada kontrolcü kazançları $(\eta_{1i} > \frac{3}{2}a_{11i})$ olacak şekilde seçilirse kararlılık sınırları aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned}
 -s_{1i}^2 \left(\eta_{1i} - \frac{3}{2}a_{11i} \right) + \chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M < 0 &\Rightarrow |s_{1i}| > \sqrt{\frac{\chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M}{\eta_{1i} - \frac{3}{2}a_{11i}}} \\
 -\frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{1i}\|^2 + \chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M < 0 &\Rightarrow \|\tilde{\Theta}_{1i}\| > \sqrt{\frac{2(\chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M)}{k_n}} \\
 -\frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\|^2 + \chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M < 0 &\Rightarrow \|\tilde{\Upsilon}_{1i}\| > \sqrt{\frac{2(\chi_{fM} + \chi_{gM} + \Theta_M + \Upsilon_M)}{k_n}}
 \end{aligned} \quad (5.28)$$

Böylece kayma yüzeyi fonksiyonlarının ve yapay sinir ağı ağırlıklarının tahmin hatalarının sınırlı asimptotik kararlı oldukları söylenir.

5.3. Askıda Yük Taşıyan Quadrotor için Sonlu Zamanlı Adaptif KKK Tasarımı

Bu bölümde, askıda yük taşıyan bir quadrotor için sonlu zamanlı YSA tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarımı yapılacaktır (Bingöl and Güzey 2022). Kontrolcü tasarımının daha etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için denklem (3.16) ile tanımlanan askıda yük taşıyan quadrotorun dinamik denklemleri (5.1)'de düzenlendiği şekilde kabul edilecektir. Bu sistem için kayma yüzeyi fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilmiştir (Riani et al. 2018; Lian et al. 2022):

$$\begin{aligned}
 s_1 &= a_{11} (\dot{z}^d - \dot{z}) + \int_0^t (a_{12} \text{sign}^{\alpha_1} (z^d - z) + a_{11} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{z}^d - \dot{z})) d\tau \\
 s_2 &= a_{21} (\dot{x}^d - \dot{x}) + \int_0^t (a_{22} \text{sign}^{\alpha_1} (x^d - x) + a_{21} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{x}^d - \dot{x})) d\tau \\
 &\quad + a_{23} (\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) + \int_0^t (a_{24} \text{sign}^{\alpha_1} (\phi^d - \phi) + a_{23} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{\phi}^d - \dot{\phi})) d\tau \\
 s_3 &= a_{31} (\dot{y}^d - \dot{y}) + \int_0^t (a_{32} \text{sign}^{\alpha_1} (y^d - y) + a_{31} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{y}^d - \dot{y})) d\tau \\
 &\quad + a_{33} (\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) + \int_0^t (a_{34} \text{sign}^{\alpha_1} (\theta^d - \theta) + a_{33} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{\theta}^d - \dot{\theta})) d\tau \\
 s_4 &= a_{41} (\dot{\psi}^d - \dot{\psi}) + \int_0^t (a_{42} \text{sign}^{\alpha_1} (\psi^d - \psi) + a_{41} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{\psi}^d - \dot{\psi})) d\tau
 \end{aligned} \quad (5.29)$$

Burada $\alpha_1 \in (0,1)$ ve $\alpha_2 = 2\alpha_1/(\alpha_1 + 1)$ olarak tanımlanır. Ayrıca $sign^\rho$, $\rho > 0$ olmak üzere $sign^\rho(x) = |x|^\rho sign(x)$ ifadesini temsil etmektedir. Sistem durumlarının tanımlanan kayma yüzeylerine yakınsaması için gerekli ulaşma kuralı aşağıdaki gibi seçilmiştir (Fallaha et al. 2011):

$$\dot{s}_k = -\eta_1 s_k - \eta_2 sign^\beta(s_k) \quad (5.30)$$

Burada $\eta_1 > 0$, $\eta_2 > 0$ ve $\beta \in (0,1)$ olarak tanımlanır. Denklem (5.1)'de tanımlanan doğrusal olmayan f_j ve g_j dinamikleri için tahmin fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir ($j = 1,2,\dots,6$):

$$\begin{aligned} f_j &= \Theta_j^T \sigma(H_{ff}^T \varpi_{ff}) + \chi_{ff} \\ g_j &= \Upsilon_j^T \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj}) + \chi_{gj} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Burada Θ_j ve $\Upsilon_j \in \mathcal{R}^{2 \times h}$, z -ekseni için sırasıyla $(k_n/2) \|\Theta_j\|^2 \leq \Theta_M$ ve $(k_n/2) \|\Upsilon_j\|^2 \leq \Upsilon_M$ sınırlamalarını sağlayan yapay sinir ağı ağırlıklarındır. Θ_M ve Υ_M pozitif tamsayılar, $k_n > 0$ olmak üzere yapay sinir ağı öğrenme katsayısı, h gizli katmandaki nöron sayısı, $\sigma(H_{ff}^T \varpi_{ff})$ ve $\sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj})$ aktivasyon fonksiyonları, H_{ff}^T ve $H_{gj}^T \in \mathcal{R}^{h \times n}$ giriş ve gizli katman nöronları arasındaki eşlemeler, n yapay sinir ağı giriş sayısı, χ_{ff} ve χ_{gj} sırası ile $(1/2)a_{11}\chi_{ff}^2 \leq \chi_{fM}$ ve $(1/2)a_{11}\chi_{gj}^2 \leq \chi_{gM}$ ifadelerini sağlayan yapay sinir ağı yeniden yapılandırma hataları, χ_{fM} ve χ_{gM} yapay sinir ağlarının tahmin hatalarının üst sınırları olan pozitif sabit sayılardır.

Bilinmeyen yapay sinir ağı ağırlıkları $\hat{\Theta}_j$ ve $\hat{\Upsilon}_j$ ifadeleri ile tahmin edileceklerdir. Dolayısı ile tahmin edilen bilinmeyen dinamikler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \hat{f}_j &= \hat{\Theta}_j^T \sigma(H_{ff}^T \varpi_{ff}) \\ \hat{g}_j &= \hat{\Upsilon}_j^T \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj}) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Yapılacak tahminler ile referans modelin dinamikleri karşılaştırılarak yapay sinir ağı tahmin hataları elde edilecektir. Bu tahmin hataları $\tilde{\Theta}_j = \Theta_j - \hat{\Theta}_j$ ve $\tilde{\Upsilon}_j = \Upsilon_j - \hat{\Upsilon}_j$ şeklinde ifade edilir. Bu ifadelerin türevleri de tahmin hatası dinamiklerini $\dot{\tilde{\Theta}}_j = -\dot{\hat{\Theta}}_j$ ve $\dot{\tilde{\Upsilon}}_j = -\dot{\hat{\Upsilon}}_j$ şeklinde verecektir. Böylece sistemin tahmin edilen dinamiklerinin hataları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}_j &= f_j - \hat{f}_j \\
 &= \Theta_j^T \sigma(H_{fj}^T \varpi_{fj}) + \chi_{fj} - \hat{\Theta}_j^T \sigma(H_{fj}^T \varpi_{fj}) \\
 &= \tilde{\Theta}_j^T \sigma(H_{fj}^T \varpi_{fj}) + \chi_{fj} \\
 \tilde{g}_j &= g_j - \hat{g}_j \\
 &= \Upsilon_j^T \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj}) + \chi_{gj} - \hat{\Upsilon}_j^T \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj}) \\
 &= \tilde{\Upsilon}_j^T \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj}) + \chi_{gj}
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Ağırlıkları güncellemek içinde aşağıdaki adaptif kurallar kullanılır:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\Theta}}_j &= -k_n \hat{\Theta}_j + s_j a_{11} \sigma(H_{fj}^T \varpi_{fj}) \\
 \dot{\hat{\Upsilon}}_j &= -k_n \hat{\Upsilon}_j + s_j a_{11} \sigma(H_{gj}^T \varpi_{gj})
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

Denklem (5.29) ile tanımlanan kayma yüzeylerinin türevleri alındığında, (5.30) ile seçilen ulaşma kuralı ve (5.32) ile ifade edilen tahmin fonksiyonları bu türevlerin içinde yerlerine koyulduğunda kontrolcü işaretleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{1}{a_{11} \hat{g}_1} \left\{ a_{11} (\ddot{z}^d - \hat{f}_1) + a_{12} \text{sign}^{\alpha_1} (z_d - z) + a_{11} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{z}_d - \dot{z}) \right\} \\
 u_2 &= \frac{1}{a_{21} \hat{g}_2 + a_{23} \hat{g}_3} \left\{ a_{21} (\ddot{x}^d - \hat{f}_2) + a_{22} \text{sign}^{\alpha_1} (x_d - x) + a_{21} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{x}_d - \dot{x}) \right. \\
 &\quad \left. + a_{23} (\ddot{\phi}^d - \hat{f}_3) + a_{24} \text{sign}^{\alpha_1} (\phi_d - \phi) + a_{23} \text{sign}^{\alpha_2} (\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) \right\} \\
 &\quad + \eta_1 s_2 + \eta_2 \text{sign}^\beta (s_2)
 \end{aligned}$$

$$u_3 = \frac{1}{a_{31}\hat{g}_4 + a_{33}\hat{g}_5} \left\{ \begin{array}{l} a_{31}(\ddot{y}^d - \hat{f}_4) + a_{32}\text{sign}^{\alpha_1}(y_d - y) + a_{31}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{y}_d - \dot{y}) \\ + a_{33}(\ddot{\theta}^d - \hat{f}_5) + a_{34}\text{sign}^{\alpha_1}(\theta_d - \theta) + a_{33}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \\ + \eta_1 s_3 + \eta_2 \text{sign}^\beta(s_3) \end{array} \right\} \quad (5.35)$$

$$u_4 = \frac{1}{a_{41}\hat{g}_6} \left\{ \begin{array}{l} a_{41}(\ddot{\psi}^d - \hat{f}_6) + a_{42}\text{sign}^{\alpha_1}(\psi_d - \psi) + a_{41}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \\ + \eta_1 s_4 + \eta_2 \text{sign}^\beta(s_4) \end{array} \right\}$$

Denklem (5.1)'de tanımlanan doğrusal olmayan sistemin yapay sinir ağı tahmin hataları ve kayma yüzeylerinin, (5.29) ile tanımlanan kayma yüzeyleri, (5.34) ile verilen adaptasyon kuralı ve (5.35) ile verilen kontrol işaretleri yardımı ile sonlu zamanlı kararlı olduğu ve sistemin takip hatalarının sıfırın yakın bir komşuluğuna sonlu bir sürede yakınsayacağı söylenir. Sistemin kararlılığı uygun bir Lyapunov fonksiyonu seçilerek ve (4.46) ile tanımlanan sonlu zamanlı kararlılık teorisi kullanılarak ispatlanabilir. Aşağıdaki gibi pozitif tanımlı bir Lyapunov fonksiyonu seçilirse:

$$V = \frac{1}{2}s_j^2 + \frac{1}{2}(\tilde{\Theta}_j^T \tilde{\Theta}_j) + \frac{1}{2}(\tilde{\Upsilon}_j^T \tilde{\Upsilon}_j) \quad (5.36)$$

Bu ifadenin türevi, $\dot{\tilde{\Theta}}_j = -\dot{\tilde{\Theta}}_j$ ve $\dot{\tilde{\Upsilon}}_j = -\dot{\tilde{\Upsilon}}_j$ ile alınır aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{k=1}^4 \left(s_k \dot{s}_k + \tilde{\Theta}_k^T \dot{\tilde{\Theta}}_k + \tilde{\Upsilon}_k^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_k \right) \\
 &= s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 + s_3 \dot{s}_3 + s_4 \dot{s}_4 \\
 &\quad + \tilde{\Theta}_1^T \dot{\tilde{\Theta}}_1 + \tilde{\Theta}_2^T \dot{\tilde{\Theta}}_2 + \tilde{\Theta}_3^T \dot{\tilde{\Theta}}_3 + \tilde{\Theta}_4^T \dot{\tilde{\Theta}}_4 + \tilde{\Upsilon}_1^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_1 + \tilde{\Upsilon}_2^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_2 + \tilde{\Upsilon}_3^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_3 + \tilde{\Upsilon}_4^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_4 \\
 &= s_1 \left(a_{11}(\ddot{z}^d - (f_1 + g_1 u_1 + \Delta f_1)) + a_{12}\text{sign}^{\alpha_1}(z^d - z) + a_{11}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{z}^d - \dot{z}) \right) \\
 &\quad + s_2 \left(\begin{array}{l} a_{21}(\ddot{x}^d - (f_2 + g_2 u_2 + \Delta f_2)) + a_{22}\text{sign}^{\alpha_1}(x^d - x) + a_{21}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{x}^d - \dot{x}) \\ + a_{23}(\ddot{\phi}^d - (f_3 + g_3 u_2 + \Delta f_3)) + a_{24}\text{sign}^{\alpha_1}(\phi^d - \phi) + a_{23}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{\phi}^d - \dot{\phi}) \end{array} \right) \\
 &\quad + s_3 \left(\begin{array}{l} a_{31}(\ddot{y}^d - (f_4 + g_4 u_3 + \Delta f_4)) + a_{32}\text{sign}^{\alpha_1}(y^d - y) + a_{31}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{y}^d - \dot{y}) \\ + a_{33}(\ddot{\theta}^d - (f_5 + g_5 u_3 + \Delta f_5)) + a_{34}\text{sign}^{\alpha_1}(\theta^d - \theta) + a_{33}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{\theta}^d - \dot{\theta}) \end{array} \right) \\
 &\quad + s_4 \left(a_{41}(\ddot{\psi}^d - (f_6 + g_6 u_4 + \Delta f_6)) + a_{42}\text{sign}^{\alpha_1}(\psi^d - \psi) + a_{41}\text{sign}^{\alpha_2}(\dot{\psi}^d - \dot{\psi}) \right) \\
 &\quad - \tilde{\Theta}_1^T \dot{\tilde{\Theta}}_1 - \tilde{\Theta}_2^T \dot{\tilde{\Theta}}_2 - \tilde{\Theta}_3^T \dot{\tilde{\Theta}}_3 - \tilde{\Theta}_4^T \dot{\tilde{\Theta}}_4 - \tilde{\Upsilon}_1^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_1 - \tilde{\Upsilon}_2^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_2 - \tilde{\Upsilon}_3^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_3 - \tilde{\Upsilon}_4^T \dot{\tilde{\Upsilon}}_4
 \end{aligned} \quad (5.37)$$

Burada, (5.35) ile tanımlanan kontrolçü işaretleri, (5.33) ile verilen tahmin hataları ve (5.30) ile verilen ulaşma kuralı kullanılarak (5.37) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \tilde{f}_k + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \tilde{g}_k - \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T \dot{\hat{\Theta}}_k - \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \dot{\hat{\Upsilon}}_k \\
 &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Theta}_k^T \sigma(H_{fk}^T \bar{\omega}_{fk}) + \chi_{fk} \right) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Upsilon}_k^T \sigma(H_{gk}^T \bar{\omega}_{gk}) + \chi_{gk} \right) - \sum_{i=1}^4 \tilde{\Theta}_i^T \dot{\hat{\Theta}}_i - \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \dot{\hat{\Upsilon}}_k \\
 &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Theta}_k^T \sigma(H_{fk}^T \bar{\omega}_{fk}) \right) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{fk} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Upsilon}_k^T \sigma(H_{gk}^T \bar{\omega}_{gk}) \right) + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{gk} \\
 &\quad - \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T \left(-k_n \hat{\Theta}_k + s_k a_{k1} \sigma(H_{fk}^T \bar{\omega}_{fk}) \right) - \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \left(-k_n \hat{\Upsilon}_k + s_k a_{k1} \sigma(H_{gk}^T \bar{\omega}_{gk}) \right) \\
 &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Theta}_k^T \sigma(H_{fk}^T \bar{\omega}_{fk}) \right) + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{fk} \\
 &\quad + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \left(\tilde{\Upsilon}_k^T \sigma(H_{gk}^T \bar{\omega}_{gk}) \right) + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{gk} + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T \hat{\Theta}_k \\
 &\quad - \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \tilde{\Theta}_k^T \left(\sigma(H_{fk}^T \bar{\omega}_{fk}) \right) + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \hat{\Upsilon}_k - \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \tilde{\Upsilon}_k^T \left(\sigma(H_{gk}^T \bar{\omega}_{gk}) \right) \\
 &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{fk} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{gk} \\
 &\quad + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T (\Theta_k - \tilde{\Theta}_k) + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T (\Upsilon_k - \tilde{\Upsilon}_k) \\
 &= -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{fk} + \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{gk} \\
 &\quad - k_n \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Theta}_k\|^2 + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T \Theta_k - k_n \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Upsilon}_k\|^2 + k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \Upsilon_k
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

Denklem (5.38)'de, (4.53)'deki Young Eşitsizliği aşağıdaki şekilde kullanılabilir:

$$\begin{aligned}
 k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Theta}_k^T \Theta_k &< \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Theta}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\Theta_k\|^2 \\
 k_n \sum_{k=1}^4 \tilde{\Upsilon}_k^T \Upsilon_k &< \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Upsilon}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\Upsilon_k\|^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{fk} &< \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 s_k^2 a_{k1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} \chi_{fk}^2 \\ \sum_{k=1}^4 s_k a_{k1} \chi_{gk} &< \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 s_k^2 a_{k1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} \chi_{gk}^2 \end{aligned} \quad (5.39)$$

Denklem (5.39) ile belirlenen eşitsizlikler, tahmin hatalarının üst sınırları χ_{fM} , χ_{gM} ve yapay sinir ağı ağırlıklarının üst sınırları Θ_M, Y_M kullanılarak (5.38) yeniden düzenlenirse aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\sum_{k=1}^4 \eta_1 s_k^2 - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} s_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} \chi_{fk}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} s_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 a_{k1} \chi_{gk}^2 \\ &\quad -k_n \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Theta}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Theta}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\Theta_k\|^2 - k_n \sum_{k=1}^4 \|\tilde{Y}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{Y}_k\|^2 + \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|Y_k\|^2 \\ &< -\sum_{k=1}^4 s_k^2 (\eta_1 - a_{k1}) - \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1} - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{\Theta}_k\|^2 - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \|\tilde{Y}_k\|^2 \\ &\quad + 4\chi_{fM} + 4\chi_{gM} + 4\Theta_M + 4Y_M \end{aligned} \quad (5.40)$$

Burada (4.52) ve (4.54) eşitsizlikleri kullanılarak aşağıdaki ifadeler yazılabilir:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^2 \right)^{\frac{\beta+1}{2}} &< \sum_{k=1}^4 \eta_2 |s_k|^{\beta+1}, \quad \left(\|\tilde{\Theta}_k\|^2 \right)^{\xi} < (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} + \|\tilde{\Theta}_k\|^2 \\ \left(\|\tilde{Y}_k\|^2 \right)^{\xi} &< (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} + \|\tilde{Y}_k\|^2, \quad \left(|s_k|^2 \right)^{\xi} < (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} + |s_k|^2 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Burada $0 < \xi = \frac{\beta+1}{2} < 1$ olmalıdır. Denklem (5.41) ile tanımlanan eşitsizlikler, (5.40)'ın son ifadesinde yerine yazılırsa aşağıdaki eşitsizlik elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &< -\sum_{k=1}^4 \left(\left(\frac{1}{2} |s_k|^2 \right)^{\xi} - (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) (\eta_1 - a_{k1}) - \sum_{k=1}^4 \eta_2 \left(\left(\sum_{k=1}^4 \frac{1}{2} |s_k|^2 \right)^{\xi} \right) \\ &\quad - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \left(\left(\|\tilde{\Theta}_k\|^2 \right)^{\xi} - (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \left(\left(\|\tilde{Y}_k\|^2 \right)^{\xi} - (1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +4\chi_{fM} + 4\chi_{gM} + 4\Theta_M + 4Y_M \\
 & < -(\eta_1 + \eta_2 - a_{k1}) \sum_{k=1}^4 \left(\left(\frac{1}{2} |s_k|^2 \right)^\xi \right) + (\eta_1 - a_{k1}) \left((1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) \\
 & - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \left(\left(\|\tilde{\Theta}_k\|^2 \right)^\xi \right) + \frac{k_n}{2} \left((1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) - \frac{k_n}{2} \sum_{k=1}^4 \left(\left(\|\tilde{Y}_k\|^2 \right)^\xi \right) + \frac{k_n}{2} \left((1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) \\
 & +4\chi_{fM} + 4\chi_{gM} + 4\Theta_M + 4Y_M \\
 & < -(\eta_1 + \eta_2 - a_{k1}) \sum_{k=1}^4 \left(\left(\frac{1}{2} |s_k|^2 \right)^\xi \right) - k_n \sum_{k=1}^4 \left(\left(\frac{1}{2} \|\tilde{\Theta}_k\|^2 \right)^\xi \right) - k_n \sum_{k=1}^4 \left(\left(\frac{1}{2} \|\tilde{Y}_k\|^2 \right)^\xi \right) \\
 & + (\eta_1 - a_{k1} + k_n) \left((1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) + 4\chi_{fM} + 4\chi_{gM} + 4\Theta_M + 4Y_M
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

Böylece denklemin son eşitsizliği aşağıdaki gibi kompakt halde yazılabilir:

$$\dot{V} < -\bar{c}V_i^\xi + \bar{\delta} \tag{5.43}$$

$$\text{Burada, } \eta_1 \geq a_{k1}, \bar{\delta} = (\eta_1 - a_{k1} + k_n) \left((1-\xi) \xi^{\frac{\xi}{1-\xi}} \right) + 4\chi_{fM} + 4\chi_{gM} + 4\Theta_M + 4Y_M,$$

$\bar{c} = \min \{ (\eta_1 + \eta_2 - a_{k1}), k_n \}$ olarak tanımlanır. Böylece kayma yüzeyi fonksiyonlarının ve yapay sinir ağı ağırlıklarının tahmin hatalarının sonlu zamanlı kararlı oldukları söylenir. Yakınsama süreside aşağıdaki gibi ifade edilir:

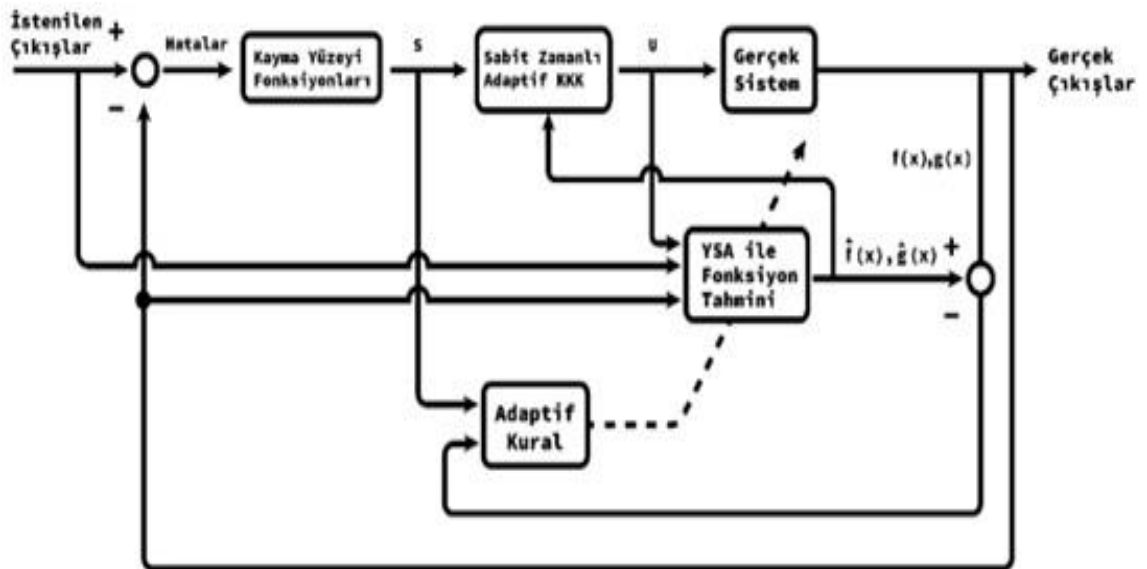
$$\bar{T} = \frac{1}{(1-\xi)\gamma\bar{c}} \left(V^{1-\xi} (s_k(0), \tilde{\Theta}_k(0), \tilde{Y}_k(0)) - \left(\frac{\bar{\delta}}{(1-\gamma)\bar{c}} \right)^{\frac{1-\xi}{\xi}} \right) \tag{5.44}$$

5.4. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Sabit Zamanlı Adaptif KKK Tasarımı

Bu kısımda, denklem (3.23) ile dinamik modeli elde edilen askıda yük taşıyan birden fazla quadrotor için bir sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli

5. KONTROLÇÜ TASARIMI

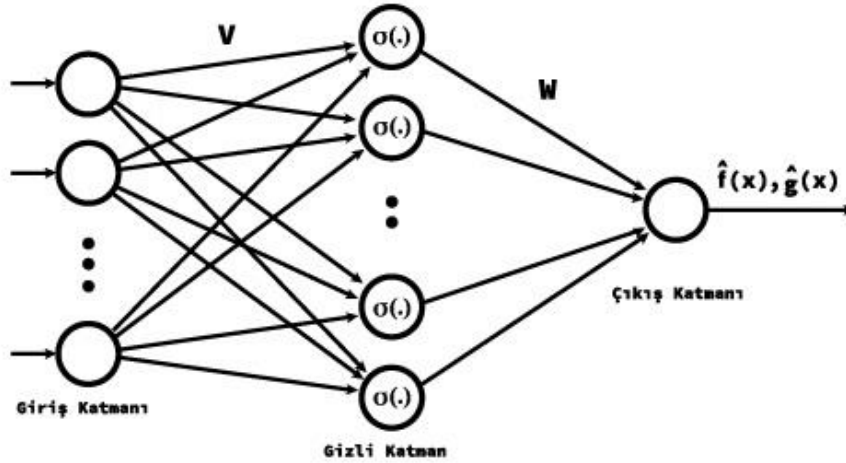
kontrolcü tasarımı gerçekleştirilecektir (Bingöl and Güzey 2023). Çalışmada kullanılan sistem ve kontrolcü yapısı Şekil 5.1’de verilmiştir. Burada kontrol sisteminin dört temel parçadan oluştuğu söylenebilir. Birincisi bilinmeyen parametreler içeren, kontrol edilmek istenen gerçek sistemdir. Bu sistem, askıda yük taşımak için keyfi sayıda seçilebilen quadrotorlar, taşınacak yük, parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerden oluşan ve (3.23) ile modellenen sistemdir. Sistemin bilinen bir yapısı olduğu varsayılır, ancak sisteme ait bazı dinamikleri bilinmemektedir. Doğrusal sistemler için bu, kutupların ve sıfırların sayısının bilindiği ancak kutupların ve sıfırların yerlerinin bilinmediği anlamına gelir. Doğrusal olmayan sistemler için ise dinamik denklemlerin yapısının bilindiği ancak bazı parametrelerin bilinmediği anlamına gelir. Kontrol sisteminin ikinci bileşeni, bütün parametrelerinin bilindiği kabul edilen ve istenilen giriş değerleri için ideal çıkış değerlerini üreten referans sistemidir. Üçüncü bileşen, gerçek sistemi kontrol etmek için önerilen Sabit Zamanlı Adaptif KKK yapısıdır. Kontrolcü yapısı, sistemin dinamikleri tam olarak bilindiğinde, sistem çıkışını referans çıkışıyla aynı hale getirir. Sistemin bilinmeyen dinamikleri mevcut ise adaptasyon mekanizması bu dinamikleri öğrenecek ve takip hatasının sıfıra yakınsamasını sağlayacaktır. Dördüncü bileşen ise, gerçek sistemin bilinmeyen dinamiklerini öğrenen yapay sinir ağı ve adaptif kuraldan oluşan adaptasyon mekanizmasıdır. Çalışmada kapsamında bu mekanizma içerisinde kullanılan ileri beslemeli (feedforward) yapay sinir ağı yapısı Şekil 5.2’de verilmiştir. YSA, (5.12) ile tanımlanan denklemlerdeki f_{ji} ve g_{ji} ile temsil edilen bilinmedikleri kabul edilen doğrusal olmayan dinamiklerin tahminini yapmaktadır.



Şekil 5.1. Kontrol sistemi yapısı

Kullanılan ileri beslemeli YSA yapısı içinde herhangi bir geri yayılım algoritması bulunmamaktadır. YSA ağırlıklarını güncellemek için Şekil 5.1’de gösterildiği şekliyle, YSA yapısının dışında bulunan bir adaptif kural kullanılmaktadır. Adaptif kural, kontrol edilen sistemin tepkisinin referans modelinkiyle aynı olmasını sağlayacak parametreleri arar; yani adaptasyonun amacı, takip hatasını sifıra yakınsatmaktır. Bu doğrultuda Lyapunov teorisi gibi yaklaşımlar kullanılarak, sistemin kapalı çevrim kararlılığını sağlayacak şekilde adaptif kurallar belirlenir. Örneğin (5.36) ile tanımlanan Lyapunov fonksiyonunun sonlu zamanlı kararlılığının garanti edilebilmesi için adaptif kuralların (5.34) ile verilen şekilde seçilmesi gerekir.

Bir geri yayılım algoritması kullanan YSA içerisinde ağırlıklar denemeye dayalı olarak güncellenir ve sadece yerel optimizasyon garanti edilebilir. Buda kontrol sistemlerinde kapalı çevrim sistemin kararlılığının sağlanamayacağı anlamına gelir. Bu sorunun üstesinden gelmek için adaptif kurallar kullanan YSA yapıları geliştirilmiştir. Adaptif kurallar, Lyapunov kararlılık teorisine dayalı olarak tasarlanırlar ve kapalı çevrim sisteminin kararlılığını garanti edebilirler (Liu 2017).



Şekil 5.2. Kullanılan YSA yapısı

Adaptif kurallar yardımı ile ağırlıkları güncellenen YSA yapısına, f_{ji} ve g_{ji} fonksiyonlarının yaklaşık bir tahminini elde etmesi için giriş olarak kontrolcü işareti, gerçek sistem durumları ve istenilen sistem durumlarından oluşturulan bir küme uygulanır (Lewis 1996). Bu çalışmada YSA girişleri 9 elemanlı olacak şekilde seçilmiştir. Kullanılan girişlere örneğin, tek quadrotorlu sistemde z -eksenindeki fonksiyonların

5. KONTROLCÜ TASARIMI

tahmini için; $[1 \quad u \quad (z - z^d) \quad (\dot{z} - \dot{z}^d) \quad \cos(z^d) \quad \sin(z^d) \quad z^d \quad \dot{z}^d \quad \ddot{z}^d]$ şeklinde seçilmiştir. Diğer dinamik denklemler içinde aynı yaklaşımla seçilen YSA girişleri kullanılmıştır.

Çalışmada kullanılan YSA yapısında, gizli katmandaki aktivasyon fonksiyonu olarak sigmoid fonksiyonu seçilmiştir. Gizli katmanda kullanılan nöronların sayısı ise, takip performanslarını karşılayacak şekilde seçilmelidir. Ancak işlem yükünü artıracığından çok büyük seçilmemesine dikkat edilmelidir. Gizli katmanlarda kullanılacak nöron sayılarının belirlenmesi için literatürde çeşitli optimizasyon algoritmaları kullanılmaktadır. Ancak bu tür yöntemler genellikle gizli katman sayısı fazla olan YSA uygulamalarında tercih edilmektedir. Bu tez çalışmasında tek gizli katmanlı bir YSA yapısı kullanıldığı için bu katmandaki nöron sayılarının belirlenmesi için deneme yanılma yöntemi kullanılmıştır. Deneme yanılma ile, önce daha az sayıda gizli katman nöron sayısı seçilmeli ve ardından takip performansında daha fazla gelişme olmayana kadar değeri yavaşça artırılmalıdır. Bu amaçla yapılan testlerde ideal nöron sayısı x , y , z pozisyon denklemleri için 10 olarak belirlenmişken açı denklemleri için 6 olarak belirlenmiştir. Yapılan testlerde elde edilen sonuçların bir örneği Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Gizli katman nöron sayısı belirlenmesi için bir örnek

Nöron Sayısı	z-eksenindeki Hata (m)	Yakınsama Süresi (s)
3	0,261	13,77
4	0,198	11,89
5	0,093	10,11
6	0,0512	8,12
7	0,0314	7,56
8	0,0246	6,98
9	0,00573	6,64
10	0,00142	6,48
11	0,00139	6,44
12	0,00135	6,43

Çizelgede, tek quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemde, quadrotorun z -eksenindeki takip hatası ve hatanın sifira yakınsam süresi, gizli katmanda kullanılan

nöron sayılarına göre verilmiştir. Çizelgeden de anlaşılacağı gibi, nöron sayısı 10'u geçtikten sonra hem yakınsama süresi hem de takip hatasındaki değişimler ihmal edilebilecek kadar küçük bir seviyeye inmektedir.

Bir önceki bölümde yapıldığı gibi kontrolcü tasarımının daha kompakt formda yapılabilmesi için (3.23) ile verilen dinamikler i . quadrotor için (5.12) ile düzenlendiği şekilde kabul edilecektir. Bu sistem için kayma yüzeyi fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$\begin{aligned}
 s_{1i} &= a_{11i} (\dot{z}_i^d - \dot{z}_i) + \int_0^t (a_{12i} \text{sign}^{\rho_1} (z_i^d - z_i) + a_{11i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{z}_i^d - \dot{z}_i)) d\tau \\
 s_{2i} &= a_{21i} (\dot{x}_i^d - \dot{x}_i) + \int_0^t (a_{22i} \text{sign}^{\rho_1} (x_i^d - x_i) + a_{21i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{x}_i^d - \dot{x}_i)) d\tau \\
 &\quad + a_{23i} (\dot{\phi}_i^d - \dot{\phi}_i) + \int_0^t (a_{24i} \text{sign}^{\rho_1} (\phi_i^d - \phi_i) + a_{23i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{\phi}_i^d - \dot{\phi}_i)) d\tau \\
 s_{3i} &= a_{31i} (\dot{y}_i^d - \dot{y}_i) + \int_0^t (a_{32i} \text{sign}^{\rho_1} (y_i^d - y_i) + a_{31i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{y}_i^d - \dot{y}_i)) d\tau \\
 &\quad + a_{33i} (\dot{\theta}_i^d - \dot{\theta}_i) + \int_0^t (a_{34i} \text{sign}^{\rho_1} (\theta_i^d - \theta_i) + a_{33i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{\theta}_i^d - \dot{\theta}_i)) d\tau \\
 s_{4i} &= a_{41i} (\dot{\psi}_i^d - \dot{\psi}_i) + \int_0^t (a_{42i} \text{sign}^{\rho_1} (\psi_i^d - \psi_i) + a_{41i} \text{sign}^{\rho_2} (\dot{\psi}_i^d - \dot{\psi}_i)) d\tau
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Burada $\rho_1 \in (0,1)$ ve $\rho_2 = \frac{2\rho_1}{\rho_1+1}$ olarak tanımlanır. Ayrıca sign^ρ , $\rho > 0$ olmak üzere $\text{sign}^\rho(x) = |x|^\rho \text{sign}(x)$ ifadesini temsil etmektedir.

Yapay sinir ağı tabanlı adaptif kontrolcü tasarımında, (5.12) ile tanımlanan dinamik denklemlerdeki f_{ji} ve g_{ji} ile temsil edilen doğrusal olmayan dinamiklerin bilinmediği kabul edilmektedir ($j=1,2,\dots,6$). Bu kısımda sadelik getirmesi açısından kontrolcü tasarımı ve ispatı s_{1i} üzerinden verilecektir. Doğrusal olmayan f_{1i} ve g_{1i} dinamikleri için tahmin fonksiyonları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}
 f_{1i} &= \Theta_{1i}^T \sigma(H_{f_{1i}}^T \varpi_{f_{1i}}) + \chi_{f_{1i}} \\
 g_{1i} &= \Upsilon_{1i}^T \sigma(H_{g_{1i}}^T \varpi_{g_{1i}}) + \chi_{g_{1i}}
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

Burada Θ_{1i} ve $\Upsilon_{1i} \in \mathfrak{R}^{2 \times h}$, z -ekseni için sırasıyla $\frac{k_n}{2} \|\Theta_{1i}\|^2 \leq \Theta_M$ ve $\frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{1i}\|^2 \leq \Upsilon_M$ sınırlamalarını sağlayan yapay sinir ağı ağırlıklarıdır. Θ_M ve Υ_M pozitif tamsayılar, $k_n > 0$ olmak üzere yapay sinir ağı öğrenme katsayısı, h gizli katmandaki nöron sayısı, $\sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i})$ ve $\sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i})$ aktivasyon fonksiyonları, H_{f1i}^T ve $H_{g1i}^T \in \mathfrak{R}^{h \times n}$ giriş ve gizli katman nöronları arasındaki eşlemeler, n yapay sinir ağı giriş sayısı, χ_{f1i} ve χ_{g1i} sırası ile $\frac{1}{2} a_{11i} \chi_{f1i}^2 \leq \chi_{fM}$ ve $\frac{1}{2} a_{11i} \chi_{g1i}^2 \leq \chi_{gM}$ ifadelerini sağlayan yapay sinir ağı yeniden yapılandırma hataları, χ_{fM} ve χ_{gM} yapay sinir ağlarının tahmin hatalarının üst sınırları olan pozitif sabit sayılardır.

Bilinmeyen ağırlıklar $\hat{\Theta}_{1i}$ ve $\hat{\Upsilon}_{1i}$ ifadeleri ile tahmin edileceklerdir. Dolayısı ile tahmin edilen bilinmeyen dinamikler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{1i} &= \hat{\Theta}_{1i}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) \\ \hat{g}_{1i} &= \hat{\Upsilon}_{1i}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) \end{aligned} \quad (5.47)$$

Yapılacak tahminler ile referans modelin dinamikleri karşılaştırılarak yapay sinir ağı tahmin hataları elde edilecektir. Bu tahmin hataları $\tilde{\Theta}_{1i} = \Theta_{1i} - \hat{\Theta}_{1i}$ ve $\tilde{\Upsilon}_{1i} = \Upsilon_{1i} - \hat{\Upsilon}_{1i}$ şeklinde ifade edilir. Bu ifadelerin türevleri de tahmin hatası dinamiklerini $\dot{\tilde{\Theta}}_{1i} = -\dot{\hat{\Theta}}_{1i}$ ve $\dot{\tilde{\Upsilon}}_{1i} = -\dot{\hat{\Upsilon}}_{1i}$ şeklinde verecektir. Böylece sistemin tahmin edilen dinamiklerinin hataları aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{1i} &= f_{1i} - \hat{f}_{1i} \\ &= \Theta_{1i}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) + \chi_{f1i} - \hat{\Theta}_{1i}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) \\ &= \tilde{\Theta}_{1i}^T \sigma(H_{f1i}^T \varpi_{f1i}) + \chi_{f1i} \\ \tilde{g}_{1i} &= g_{1i} - \hat{g}_{1i} \\ &= \Upsilon_{1i}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) + \chi_{g1i} - \hat{\Upsilon}_{1i}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) \\ &= \tilde{\Upsilon}_{1i}^T \sigma(H_{g1i}^T \varpi_{g1i}) + \chi_{g1i} \end{aligned} \quad (5.48)$$

Ağırlıkları güncellemek içinde aşağıdaki adaptif kurallar kullanılır:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\Theta}}_{1i} &= -k_n \hat{\Theta}_{1i} - k_q \hat{\Theta}_{1i}^q - k_p \hat{\Theta}_{1i}^p + s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{f1i} \varpi_{f1i}) \\ \dot{\hat{Y}}_{1i} &= -k_n \hat{Y}_{1i} - k_q \hat{Y}_{1i}^q - k_p \hat{Y}_{1i}^p + s_{1i} a_{11i} \sigma(H_{g1i} \varpi_{g1i})\end{aligned}\quad (5.49)$$

Burada $k_n > 0, k_q > 0, k_p > 0, 0 < q < 1$ ve $p > 1$. Üstel terimler q ve p dikkate alındığında, bu çalışmada oluşturulan adaptif kuralın $\hat{\Theta}_{1i}$ ve \hat{Y}_{1i} parametreleri için daha hızlı bir tahmin hızı elde edebildiğini belirtmek mümkündür. Öğrenme katsayıları k_n, k_q ve k_p değerlerinin artırılması da tahmin sürecini hızlandırabilir. Ancak, yakınsama hızı çok hızlı olursa, kontrol sisteminin performansı düşebilir. Sonuç olarak, adaptif kural için parametreler seçilirken bu hususlar göz önünde bulundurularak en uygun değerler belirlenmelidir.

Sistem durumlarının tanımlanan kayma yüzeylerine yakınsaması için gerekli ulaşma kuralı aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$\dot{s}_{1i} = -\varepsilon_{1i} \text{sign}^{\beta_1}(s_{1i}) - \eta_{1i} \text{sign}^{\beta_2}(s_{1i}) \quad (5.50)$$

Burada $\varepsilon_{1i} > 0$ olup aşağıda tanımlanacaktır, $\eta_{1i} > 0, \beta_1 \in (0,1)$ ve $\beta_2 > 1$.

Denklem (5.45) ile tanımlanan kayma yüzeylerinin türevleri alındığında, (5.50) ile seçilen ulaşma kuralı ve (5.47) ile ifade edilen tahmin fonksiyonları bu türevlerin içinde yerlerine koyulduğunda kontrolcü işaretleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}u_{1i} &= \frac{1}{a_{11i} \hat{g}_{1i}} \left\{ a_{11i} (\ddot{z}_i^d - \hat{f}_{1i}) + a_{12i} \text{sign}^{\rho_1}(z_i^d - z_i) + a_{11i} \text{sign}^{\rho_2}(\dot{z}_i^d - \dot{z}_i) \right\} \\ &\quad \left\{ +\varepsilon_{1i} \text{sign}^{\beta_1}(s_{1i}) + \eta_{1i} \text{sign}^{\beta_2}(s_{1i}) \right\} \\ u_{2i} &= \frac{1}{a_{21i} \hat{g}_{2i} + a_{23i} \hat{g}_{3i}} \left\{ a_{21i} (\ddot{x}_i^d - \hat{f}_{2i}) + a_{22i} \text{sign}^{\rho_1}(x_i^d - x_i) + a_{21i} \text{sign}^{\rho_2}(\dot{x}_i^d - \dot{x}_i) \right\} \\ &\quad \left\{ +a_{23i} (\ddot{\phi}_i^d - \hat{f}_{3i}) + a_{24i} \text{sign}^{\rho_1}(\phi_i^d - \phi_i) + a_{23i} \text{sign}^{\rho_2}(\dot{\phi}_i^d - \dot{\phi}_i) \right\} \\ &\quad \left\{ +\varepsilon_{2i} \text{sign}^{\beta_1}(s_{2i}) + \eta_{2i} \text{sign}^{\beta_2}(s_{2i}) \right\} \\ u_{3i} &= \frac{1}{a_{31i} \hat{g}_{4i} + a_{33i} \hat{g}_{5i}} \left\{ a_{31i} (\ddot{y}_i^d - \hat{f}_{4i}) + a_{32i} \text{sign}^{\rho_1}(y_i^d - y_i) + a_{31i} \text{sign}^{\rho_2}(\dot{y}_i^d - \dot{y}_i) \right\} \\ &\quad \left\{ +a_{33i} (\ddot{\theta}_i^d - \hat{f}_{5i}) + a_{34i} \text{sign}^{\rho_1}(\theta_i^d - \theta_i) + a_{33i} \text{sign}^{\rho_2}(\dot{\theta}_i^d - \dot{\theta}_i) \right\} \\ &\quad \left\{ +\varepsilon_{3i} \text{sign}^{\beta_1}(s_{3i}) + \eta_{3i} \text{sign}^{\beta_2}(s_{3i}) \right\}\end{aligned}$$

$$u_{4i} = \frac{1}{a_{41i}\hat{g}_{6i}} \left\{ a_{41i}(\ddot{\psi}_i^d - \hat{f}_{6i}) + a_{42i}\text{sign}^{\rho_1}(\psi_i^d - \psi_i) + a_{41i}\text{sign}^{\rho_2}(\dot{\psi}_i^d - \dot{\psi}_i) \right. \\ \left. + \varepsilon_{4i}\text{sign}^{\beta_1}(s_{4i}) + \eta_{4i}\text{sign}^{\beta_2}(s_{4i}) \right\} \quad (5.51)$$

Burada,

$$\begin{cases} \varepsilon_{1i} = \{ |a_{11i}\Delta f_{1i}| + \mu_{1i} \}, \mu_{1i} > 0, \\ \varepsilon_{2i} = \{ |a_{21i}\Delta f_{2i} + a_{23i}\Delta f_{3i}| + \mu_{2i} \}, \mu_{2i} > 0, \\ \varepsilon_{3i} = \{ |a_{31i}\Delta f_{4i} + a_{33i}\Delta f_{5i}| + \mu_{3i} \}, \mu_{3i} > 0, \\ \varepsilon_{4i} = \{ |a_{41i}\Delta f_{6i}| + \mu_{4i} \}, \mu_{4i} > 0 \end{cases} \quad (5.52)$$

Doğrusal olmayan (5.12) sisteminin yapay sinir ağı tahmin hataları ve kayma yüzeyleri, (5.51) ile tasarlanan kontrolcü işaretleri, (5.45) ile seçilen kayma yüzeyi fonksiyonları ve (5.49) ile tanımlanan adaptif kurallar ile sabit zamanlı kararlardır. Böylece sistemin takip hataları, başlangıç koşullarından bağımsız olarak sıfırın yakın bir komşuluğuna sabit bir sürede yakınsayacaktır. Sistemin kararlılığı uygun bir Lyapunov fonksiyonu seçilerek ve (4.50) ile tanımlanan sabit zamanlı kararlılık teorisi kullanılarak ispatlanabilir. Aşağıdaki gibi pozitif tanımlı bir Lyapunov fonksiyonu seçilirse:

$$V = \frac{1}{2}s_{1i}^2 + \frac{1}{2}(\tilde{\Theta}_{1i}^T \tilde{\Theta}_{1i}) + \frac{1}{2}(\tilde{Y}_{1i}^T \tilde{Y}_{1i}) \quad (5.53)$$

Bu denklemin türevi alınarak, (5.12) ile verilen sistemin denklemleri eklenir ve

$\dot{\tilde{\Theta}}_{1i} = -\dot{\tilde{\Theta}}_{1i}$ ile $\dot{\tilde{Y}}_{1i} = -\dot{\tilde{Y}}_{1i}$ eşitlikleri dikkate alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_{1i}\dot{s}_{1i} + \tilde{\Theta}_{1i}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{1i} + \tilde{Y}_{1i}^T \dot{\tilde{Y}}_{1i} \\ &= s_{1i} \left(a_{11i}(\dot{z}_{id} - (f_{1i} + g_{1i}u_{1i} + \Delta f_{1i})) + a_{12i}\text{sign}^{\rho_1}(z_i^d - z_i) + a_{11i}\text{sign}^{\rho_2}(\dot{z}_i^d - \dot{z}_i) \right) \\ &\quad - \tilde{\Theta}_{1i}^T \dot{\tilde{\Theta}}_{1i} - \tilde{Y}_{1i}^T \dot{\tilde{Y}}_{1i} \end{aligned} \quad (5.54)$$

Bu denklemin son eşitliği, (5.51) ile tanımlanan kontrolcü işaretleri, (5.48) ile verilen tahmin hataları, (5.49) ile verilen adaptif kurallar ve (5.50) ile verilen ulaşma kuralı kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= s_{li} \left(-\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2} + a_{1li} \tilde{f}_{li} + a_{1li} \tilde{g}_{li} \right) - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\hat{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\hat{\Upsilon}}_{li} \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \tilde{f}_{li} + s_{li} a_{1li} \tilde{g}_{li} - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\hat{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\hat{\Upsilon}}_{li} \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma \left(H_{fli}^T \varpi_{fli} \right) + \chi_{fli} \right) \\
 &\quad + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma \left(H_{gli}^T \varpi_{gli} \right) + \chi_{gli} \right) - \tilde{\Theta}_{li}^T \dot{\hat{\Theta}}_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \dot{\hat{\Upsilon}}_{li} \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma \left(H_{fli}^T \varpi_{fli} \right) \right) + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma \left(H_{gli}^T \varpi_{gli} \right) \right) \\
 &\quad + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} - \tilde{\Theta}_{li}^T \left(-k_n \hat{\Theta}_{li} - k_q \hat{\Theta}_{li}^q - k_p \hat{\Theta}_{li}^p + s_{li} a_{1li} \sigma \left(H_{fli}^T \varpi_{fli} \right) \right) \\
 &\quad - \tilde{\Upsilon}_{li}^T \left(-k_n \hat{\Upsilon}_{li} - k_q \hat{\Upsilon}_{li}^q - k_p \hat{\Upsilon}_{li}^p + s_{li} a_{1li} \sigma \left(H_{gli}^T \varpi_{gli} \right) \right) \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Theta}_{li}^T \sigma \left(H_{fli}^T \varpi_{fli} \right) \right) + s_{li} a_{1li} \left(\tilde{\Upsilon}_{li}^T \sigma \left(H_{gli}^T \varpi_{gli} \right) \right) \\
 &\quad + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} + k_n \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li} + k_q \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q + k_p \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p \\
 &\quad - s_{li} a_{1li} \tilde{\Theta}_{li}^T \left(\sigma \left(H_{fli}^T \varpi_{fli} \right) \right) + k_n \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li} + k_q \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q + k_p \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p \\
 &\quad - s_{li} a_{1li} \tilde{\Upsilon}_{li}^T \left(\sigma \left(H_{gli}^T \varpi_{gli} \right) \right) \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} + k_n \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li} + k_q \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q \\
 &\quad + k_p \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p + k_n \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li} + k_q \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q + k_p \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p \\
 &= -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} + k_n \tilde{\Theta}_{li}^T (\Theta_{li} - \tilde{\Theta}_{li}) \\
 &\quad + k_q \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q + k_p \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p + k_n \tilde{\Upsilon}_{li}^T (\Upsilon_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}) + k_q \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q + k_p \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p
 \end{aligned} \tag{5.55}$$

Son eşitlikte (4.53)'deki Young Eşitsizliği aşağıdaki şekilde kullanılabilir:

$$\begin{aligned}
 k_n \tilde{\Theta}_{li}^T \Theta_{li} &\leq \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{li}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Theta_{li}\|^2 \\
 k_n \tilde{\Upsilon}_{li}^T \Upsilon_{li} &\leq \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{li}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{li}\|^2
 \end{aligned} \tag{5.56}$$

Denklem (5.56) kullanılarak, (5.55)'in son eşitliği aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &< -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} + k_n \tilde{\Theta}_{li}^T (\Theta_{li} - \tilde{\Theta}_{li}) \\
 &\quad + k_q \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q + k_p \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p + k_n \tilde{\Upsilon}_{li}^T (\Upsilon_{li} - \tilde{\Upsilon}_{li}) + k_q \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q + k_p \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p \\
 &< -\varepsilon_{li} s_{li}^{\beta_1+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{\beta_2+1} + s_{li} a_{1li} \chi_{fli} + s_{li} a_{1li} \chi_{gli} \\
 &\quad + \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{li}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Theta_{li}\|^2 - k_n \|\tilde{\Theta}_{li}\|^2 + k_q \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q + k_p \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p \\
 &\quad + \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{li}\|^2 + \frac{k_n}{2} \|\Upsilon_{li}\|^2 - k_n \|\tilde{\Upsilon}_{li}\|^2 + k_q \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q + k_p \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p
 \end{aligned} \tag{5.57}$$

Burada (4.55) ve (4.56) ile verilen teoremler ile aşağıdaki eşitsizlikler yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^q &\leq \frac{1}{q+1} (2\Theta_{li}^{q+1} - \tilde{\Theta}_{li}^{q+1}), & \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^q &\leq \frac{1}{q+1} (2\Upsilon_{li}^{q+1} - \tilde{\Upsilon}_{li}^{q+1}) \\
 \tilde{\Theta}_{li}^T \hat{\Theta}_{li}^p &\leq \frac{1}{p+1} (2\Theta_{li}^{p+1} - \tilde{\Theta}_{li}^{p+1}), & \tilde{\Upsilon}_{li}^T \hat{\Upsilon}_{li}^p &\leq \frac{1}{p+1} (2\Upsilon_{li}^{p+1} - \tilde{\Upsilon}_{li}^{p+1}) \\
 a_{1li} s_{li} \chi_{fli} &\leq -\frac{1}{2} a_{1li} s_{li}^2 + a_{1li} \chi_{fli}^2, & a_{1li} s_{li} \chi_{gli} &\leq -\frac{1}{2} a_{1li} s_{li}^2 + a_{1li} \chi_{gli}^2
 \end{aligned} \tag{5.58}$$

Burada $\beta_1 = q, \beta_2 = p$ kabul edilerek ve $\Theta_M, \Upsilon_M, \chi_{fM}, \chi_{gM}$ üst sınır ifadeleri ile (5.58) kullanılarak, (5.57) aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -\varepsilon_{li} s_{li}^{q+1} - \eta_{li} |s_{li}|^{p+1} - \frac{1}{2} a_{1li} s_{li}^2 - \frac{1}{2} a_{1li} s_{li}^2 - \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Theta}_{li}\|^2 - \frac{k_n}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{li}\|^2 \\
 &+ \frac{2k_q}{q+1} \Theta_{li}^{q+1} - \frac{k_q}{q+1} \tilde{\Theta}_{li}^{q+1} + \frac{2k_p}{p+1} \Theta_{li}^{p+1} - \frac{k_p}{p+1} \tilde{\Theta}_{li}^{p+1} + 2\chi_{fM} + \Theta_M \\
 &+ \frac{2k_q}{q+1} \Upsilon_{li}^{q+1} - \frac{k_q}{q+1} \tilde{\Upsilon}_{li}^{q+1} + \frac{2k_p}{p+1} \Upsilon_{li}^{p+1} - \frac{k_p}{p+1} \tilde{\Upsilon}_{li}^{p+1} + 2\chi_{gM} + \Upsilon_M
 \end{aligned} \tag{5.59}$$

Burada (4.52) ve (4.54) kullanılarak aşağıdaki eşitsizlikler elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{q+1} \tilde{\Theta}_{li}^{q+1} &\leq \frac{1}{q+1} 2^{\frac{q+1}{2}} \left[\frac{1}{2} \tilde{\Theta}_{li}^2 \right]^{\frac{q+1}{2}}, & \frac{1}{q+1} \tilde{\Upsilon}_{li}^{q+1} &\leq \frac{1}{q+1} 2^{\frac{q+1}{2}} \left[\frac{1}{2} \tilde{\Upsilon}_{li}^2 \right]^{\frac{q+1}{2}} \\
 \frac{1}{p+1} \tilde{\Theta}_{li}^{p+1} &\leq \frac{1}{p+1} 2^{\frac{p+1}{2}} \left[\frac{1}{2} \tilde{\Theta}_{li}^2 \right]^{\frac{p+1}{2}}, & \frac{1}{p+1} \tilde{\Upsilon}_{li}^{p+1} &\leq \frac{1}{p+1} 2^{\frac{p+1}{2}} \left[\frac{1}{2} \tilde{\Upsilon}_{li}^2 \right]^{\frac{p+1}{2}} \\
 |s_{li}|^{q+1} &\leq 2^{\frac{q+1}{2}} \left[\frac{1}{2} s_{li}^2 \right]^{\frac{q+1}{2}}, & |s_{li}|^{p+1} &\leq 2^{\frac{p+1}{2}} \left[\frac{1}{2} s_{li}^2 \right]^{\frac{p+1}{2}}
 \end{aligned} \tag{5.60}$$

Denklem (5.60), (5.59)'a uygulandığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq - \left(2a_{1li} \frac{1}{2} s_{li}^2 + k_n \frac{1}{2} \|\tilde{\Theta}_{li}\|^2 + k_n \frac{1}{2} \|\tilde{\Upsilon}_{li}\|^2 \right) \\
 &- \left(\varepsilon_{li} 2^{\frac{q+1}{2}} \left[\frac{1}{2} |s_{li}|^2 \right]^{\frac{q+1}{2}} + k_q 2^{\frac{q+1}{2}} \frac{1}{2} \left[\tilde{\Theta}_{li}^2 \right]^{\frac{q+1}{2}} + k_q 2^{\frac{q+1}{2}} \frac{1}{2} \left[\tilde{\Upsilon}_{li}^2 \right]^{\frac{q+1}{2}} \right) \\
 &- \left(\eta_{li} 2^{\frac{p+1}{2}} \left[\frac{1}{2} |s_{li}|^2 \right]^{\frac{p+1}{2}} + k_p 2^{\frac{p+1}{2}} \frac{1}{2} \left[\tilde{\Theta}_{li}^2 \right]^{\frac{p+1}{2}} + k_p 2^{\frac{p+1}{2}} \frac{1}{2} \left[\tilde{\Upsilon}_{li}^2 \right]^{\frac{p+1}{2}} \right) + \lambda
 \end{aligned} \tag{5.61}$$

Böylece (5.61) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\dot{V}(x) \leq -\bar{c}_1 V(x) - \bar{c}_2 V^{\bar{q}}(x) - \bar{c}_3 V^{\bar{p}}(x) + \lambda \quad (5.62)$$

$$\text{Burada, } \bar{q} = \frac{q+1}{2}, \bar{p} = \frac{p+1}{2}, \bar{c}_1 = \min\{2a_{1i}, k_n\}, \bar{c}_2 = \min\{\varepsilon_i 2^{\bar{q}}, k_q 2^{\bar{q}}\},$$

$$\bar{c}_3 = \min\{\eta_i 2^{\bar{p}}, k_p 2^{\bar{p}}\}, \lambda = \frac{2k_q}{q+1} \Theta_{li}^{q+1} + \frac{2k_p}{p+1} \Theta_{li}^{p+1} + 2(\chi_{fM}) + \Theta_M + \frac{2k_q}{q+1} \Upsilon_{li}^{q+1} + \frac{2k_p}{p+1} \Upsilon_{li}^{p+1} + 2(\chi_{gM}) + \Upsilon_M.$$

Denklem (4.50) ile tanımlanan sabit zamanlı kararlılık analizine göre (5.12) ile verilen sistem için (5.62) şeklinde elde edilen bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanabilirse bu sistem sabit zamanlı kararlıdır ve bu sistem için yerleşme süresi aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$T_r \leq \max \left(\begin{array}{l} \left(\frac{1}{\bar{c}_1 \delta (1-\bar{q})} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1 \delta}{\bar{c}_2}\right) + \frac{1}{\bar{c}_1 \delta (\bar{p}-1)} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1 \delta}{\bar{c}_3}\right) \right), \\ \left(\frac{1}{\bar{c}_1 (1-\bar{q})} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_2}\right) + \frac{1}{\bar{c}_1 (\bar{p}-1)} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1}{\delta \bar{c}_3}\right) \right), \\ \left(\frac{1}{\bar{c}_1 (1-\bar{q})} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1}{\delta \bar{c}_2}\right) + \frac{1}{\bar{c}_1 (\bar{p}-1)} \ln\left(1 + \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_3}\right) \right) \end{array} \right) \quad (5.63)$$

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde, modellenen sistemler için tasarlanan kontrolcülerin performansları, farklı yörünge takibi senaryoları için yapılan detaylı simülasyon çalışmaları kullanılarak gösterilmiştir. Bu amaçla simülasyon çalışmaları iki ana başlık altında incelenecektir. İlk kısımda askıda yük taşıyan bir quadrotor için gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarına, ikinci kısımda ise askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan sistem için yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları verilecektir. Bütün simülasyonlar MATLAB ortamında ode45 solver kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

6.1. Askıda Yük Taşıyan Bir Quadrotor için Simülasyon Çalışmaları

Bu bölümde, askıda yük taşıyan bir quadrotor için gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarına yer verilecektir. Bu doğrultuda, tez çalışmasında incelenen sonlu zamanlı ve sabit zamanlı kararlılık kriterlerinin kontrolcü performansını nasıl iyileştirdiği gösterilecektir. Bu amaçla, ilk önce sonlu zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrol (Sonlu Zamanlı YSA-KKK) yapısının performansı, klasik kayan kipli kontrol (KKK) ve yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrol (YSA-KKK) yapıları ile karşılaştırılacaktır. Daha sonrada sonlu zamanlı ve sabit zamanlı kontrol yapılarının performansları karşılaştırılacaktır. Quadrotora ait model parametreleri Çizelge 6.1’de verilmiştir.

Çizelge 6.1. Quadrotor model parametreleri

Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer
m	1,1 kg	m_L	0,5 kg	g	9,8 m/s ²
L	1 m	l	0,21 m	b	5 Ns
I_x	1,22 Ns ² /rad	I_y	1,22 Ns ² /rad	I_z	2,22 Ns ² /rad
K_1	0,1 Ns/m	K_2	0,1 Ns / m	K_3	0,1 Ns/m
K_4	0,12 Ns/rad	K_5	0,12 Ns/rad	K_6	0,12 Ns/rad
d	2N/ms ²	J_r	0,2 Ns ² /rad		

Yapılan simülasyon çalışmalarında quadrotorun kütle ve eylemsizlik değerlerinin %20’lik bir belirsizliğe sahip oldukları varsayılmıştır. Böylece, $\Delta m = 0,20m$,

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

$\Delta I_x = 0,20I_x$, $\Delta I_y = 0,20I_y$, $\Delta I_z = 0,20I_z$ olacaktır. Bunların yanında quadrotora etki eden zamanla değişen dış bozucu etkiler, $D_x = 0,2\sin(t + 5)$, $D_y = 0,2\cos(2t + 3)$, $D_z = 0,2\sin(3t + 2)$, $D_\phi = 0,2\cos(0,2t + 3)$, $D_\theta = 0,2\sin(0,2t + 5)$, $D_\psi = 0,2\sin(0,3t + 2)$ olarak alınmıştır. Sistem için seçilen kontrolcü parametreleri Çizelge 6.2’de verilmiştir. YSA ağırlıklarının başlangıç değerleri ise sıfır olarak seçilmiştir.

Çizelge 6.2. Bir quadrotor için kontrolcü parametreleri

Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer
a_{11}	1	η_1	2	a_{12}	1	r_{32}	2
η_2	5	a_{41}	6	η_3	5	k_q	0,3
a_{42}	6	η_4	2	r_{11}	2	δ	0,9
$\beta_1 = q$	1/3	r_{12}	2	$\beta_2 = p$	5/3	k_p	1,5
r_{31}	2	α_1	83/97	r_{21}	2		
k_n	0,1	r_{22}	2	μ_i	0,01		

Simülasyon çalışmalarında ilk olarak klasik KKK performansının YSA ve sonlu zamanlı kararlılık analizi ile nasıl iyileştirildiği gösterilecektir. Bu amaçla, askıda yük taşıyan bir quadrotor, KKK, YSA-KKK ve Sonlu Zamanlı YSA-KKK olmak üzere üç farklı kontrolcü yapısı ile kontrol edilmiştir.

Bu kısımda gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarında, KKK’nın çatırtı etkisini ve dolayısıyla hesaplama yükünü azaltmak için signum fonksiyonu yerine aşağıdaki şekilde tanımlanan bir saturasyon fonksiyonu kullanılmıştır.

$$sat(x) = \begin{cases} x / \kappa, & |x| \leq \kappa \\ sign(x), & |x| > \kappa \end{cases} \quad (6.1)$$

Burada, $\kappa > 0$ olup simülasyonlarda 0,5 olarak alınmıştır. Bu tanımın sadece KKK için kullanıldığını, diğer kontrolcü yapılarına dahil edilmediğini belirtmek gerekir.

Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile gerçekleştirilen simülasyonlarda yörünge takibi için iki farklı senaryo göz önünde bulundurulmuştur.

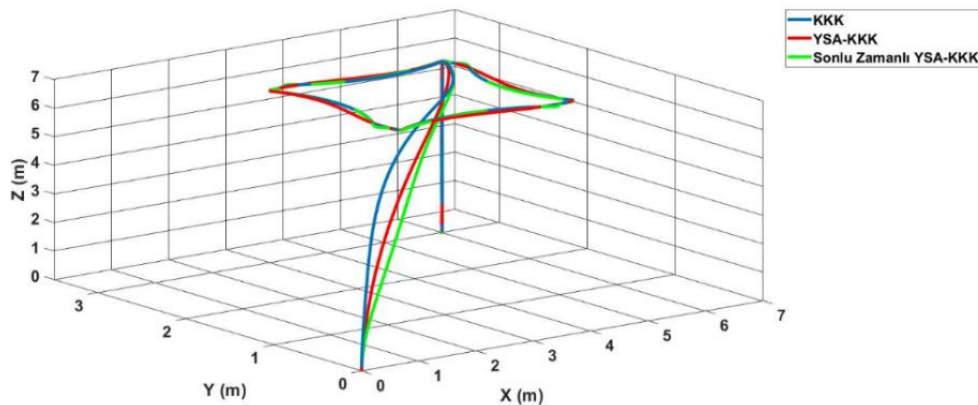
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Senaryo 1) Bu simülasyonda quadrotorun kare şeklinde bir yörüngeyi takip etmesi istenmiştir. Quadrotorun başlangıç pozisyon ve açı parametreleri üç eksenle sırası ile $[0,0,0]m$ ve $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve istenen quadrotor yörüngeleri Çizelge 6.3’de verilmiştir. Simülasyon süresi 80 saniye olarak seçilmiştir. Simülasyon sonuçlarını veren grafikler ait şekillerin açıklamalarında tekrara düşmemek için bu kısımda yapılan simülasyonlar için “Sim 1” ifadesi kullanılacaktır.

Çizelge 6.3. İstenilen yörüngeler (Sim 1)

Parametre	Yörünge	Zaman (s)
$[x_d \quad y_d \quad z_d]$	$[6 \ 6 \ 6]m$	10
	$[3 \ 6 \ 6]m$	20
	$[3 \ 3 \ 6]m$	30
	$[6 \ 3 \ 6]m$	40
	$[6 \ 6 \ 6]m$	50
	$[6 \ 6 \ 0]m$	60
$[\phi_d \quad \theta_d \quad \psi_d]$	$[0 \ 0 \ 0.5]rad$	60
	$[0 \ 0 \ 0]rad$	80

İlk simülasyon için quadrotorun üç farklı kontrolcü yapısı ile kontrol edildiğinde yaptığı yörünge takibi Şekil 6.1’de verilmiştir. Sonlu zamanlı kontrolcü yapısının diğer kontrolcülere kıyasla daha hızlı bir yakınsama sağladığı şekilden gözlemlenebilmektedir.

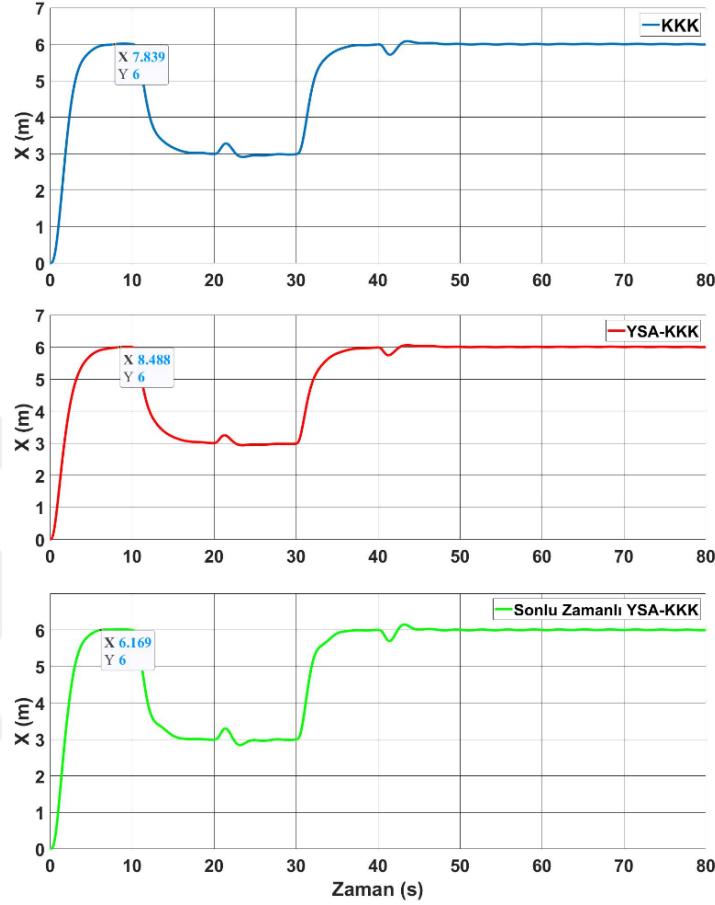


Şekil 6.1. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 1)

Üç kontrolcü için quadrotorun x -eksenindeki yörünge takibi Şekil 6.2’de verilmiştir. Klasik KKK için quadrotor ilk istenen x değerine yaklaşık 7,89 saniyede

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

ulaşmaktadır. Kontrolcü yapısına YSA bileşeni eklendiğinde kontrol işareti için hesaplama yükü artacağı için, bu süre 8,49 saniye civarına yükselmiştir. Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile bu sürenin 6,17 saniye civarına düştüğü görülmüştür.

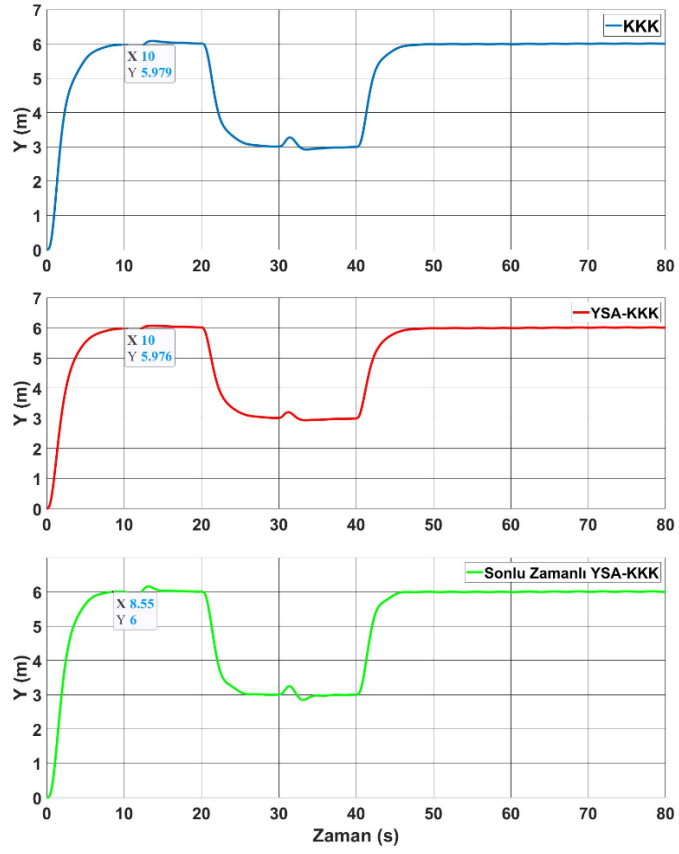


Şekil 6.2. x -eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1)

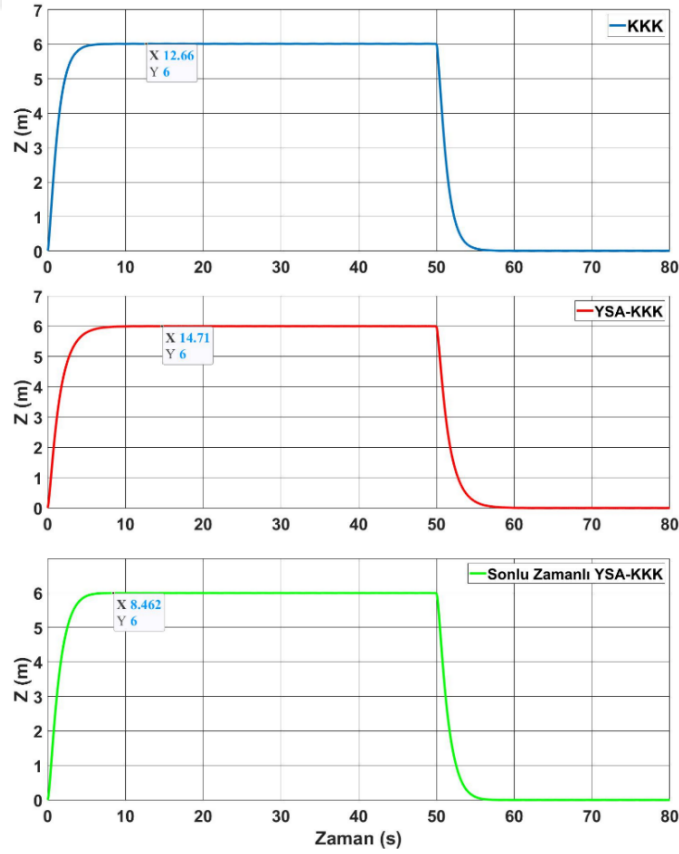
Şekil 6.3’de quadrotorun y -eksenindeki yörünge takibi gösterilmektedir. KKK ile istenilen ilk değere tam ulaşamadığı ancak küçük bir hatayla 10 saniye içinde 5,97 m değerine yakınsadığı görülmektedir. YSA ilavesinin yakınsama süresine etki etmediği, Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile ise bu sürenin 8,55 saniye civarına gerilediği görülüyor.

Şekil 6.4’de quadrotorun z -eksenindeki yörünge takibi verilmektedir. Yakınsama sürelerinin kıyaslaması z -ekseninde daha açık yapılabilir. Bu ekseninde KKK ile istenilen değere 12,66 saniyede ulaşılırken, YSA ilavesi bu süreyi biraz daha uzatarak 14,7 saniye civarına getirmektedir. Sonlu zamanlı kontrolcü yapısının ise beklendiği gibi yakınsama süresini hızlandırarak z -ekseninde istenilen değere 8,46 saniye civarında ulaşılmasını sağlamaktadır.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



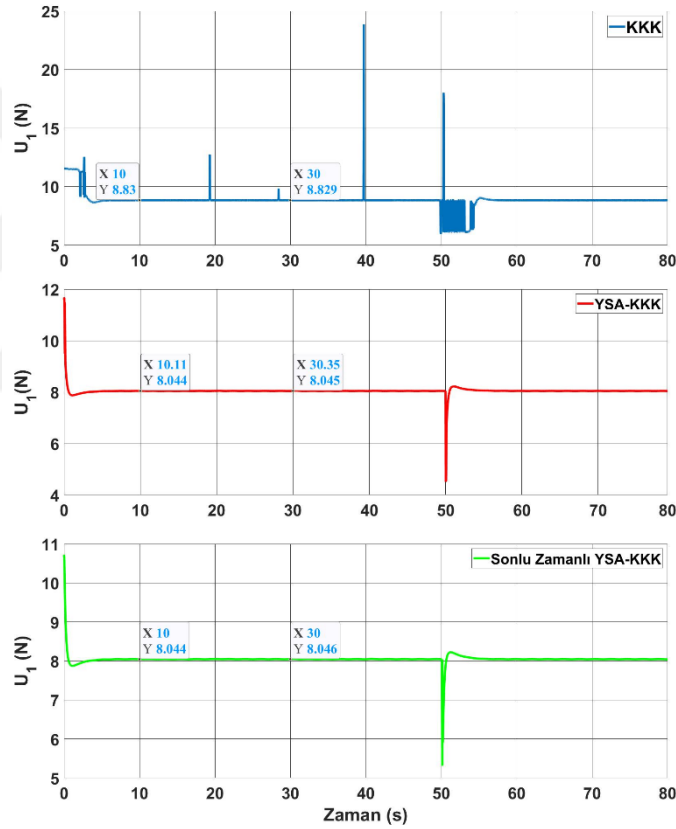
Şekil 6.3. y-eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1)



Şekil 6.4. z-eksenindeki yörünge takipleri (Sim 1)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

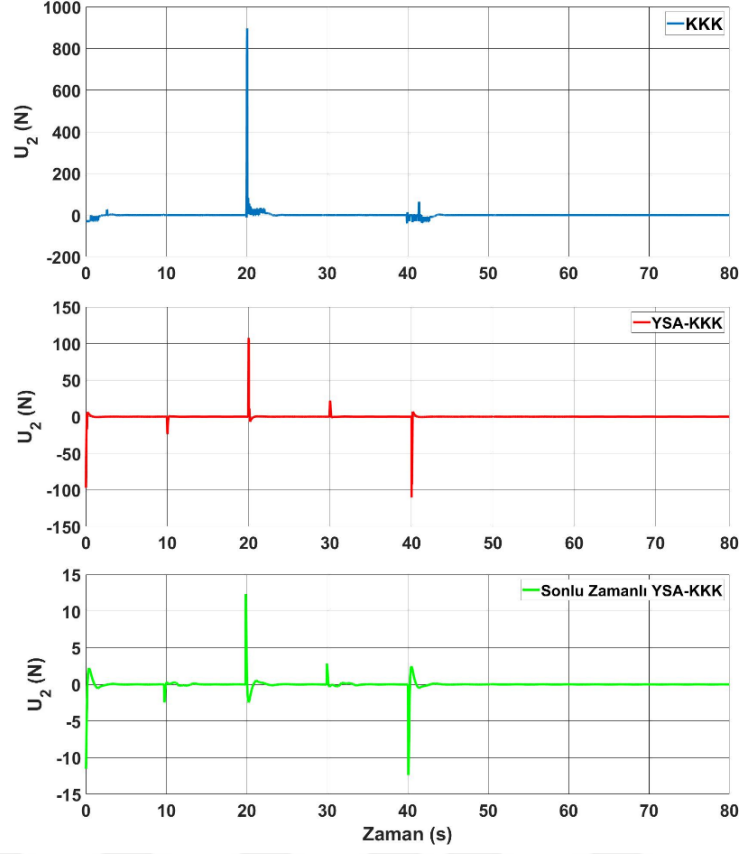
Şekil 6.5’de simülasyonda kullanılan üç farklı kontrol yöntemi için u_1 kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. Sistem KKK ile kontrol edildiği zaman yüksek bir çarptı etkisi olduğu görülmektedir. Şekilde belirli hale gelen çarptı etkisinin, simülasyonda signum fonksiyonu yerine satürasyon fonksiyonu kullanıldığı için kontrol işaretinin ilk devreye girdiği noktalarda arttığını belirtmek gerekir. Eğer simülasyonda satürasyon fonksiyonu kullanılmazdı bu etkinin tüm zaman eksenine yayıldığı görülecekti. Bu durum daha sonraki simülasyonlarda gösterilecektir. Kontrolcü yapısında eklenen YSA bileşeninin çarptı etkisini neredeyse tamamen giderdiği ve kontrol işaretinin genliğini iyileştirdiği görülmektedir.



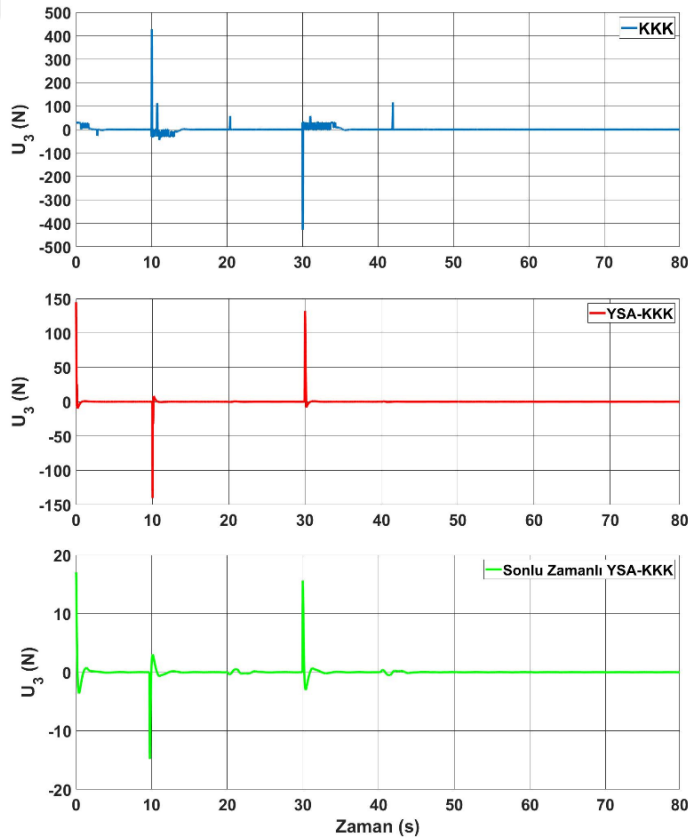
Şekil 6.5. u_1 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1)

Şekil 6.6 ve Şekil 6.7’de sırası ile u_2 ve u_3 kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri üç kontrol yöntemi için verilmiştir. KKK’nın çarptı etkisinin ve kontrol işaretlerinin büyük genliklerinin YSA ile önemli ölçüde giderildiği ve sonlu zamanlı yapının kontrol işaretlerini daha iyileştirdiği bu şekillerden de anlaşılabilir. Ayrıca KKK’de kontrol işaretlerinde ani sıçramaların yaşanabildiği görülürken YSA yapısının bu sıçramaları da giderdiği açıktır.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



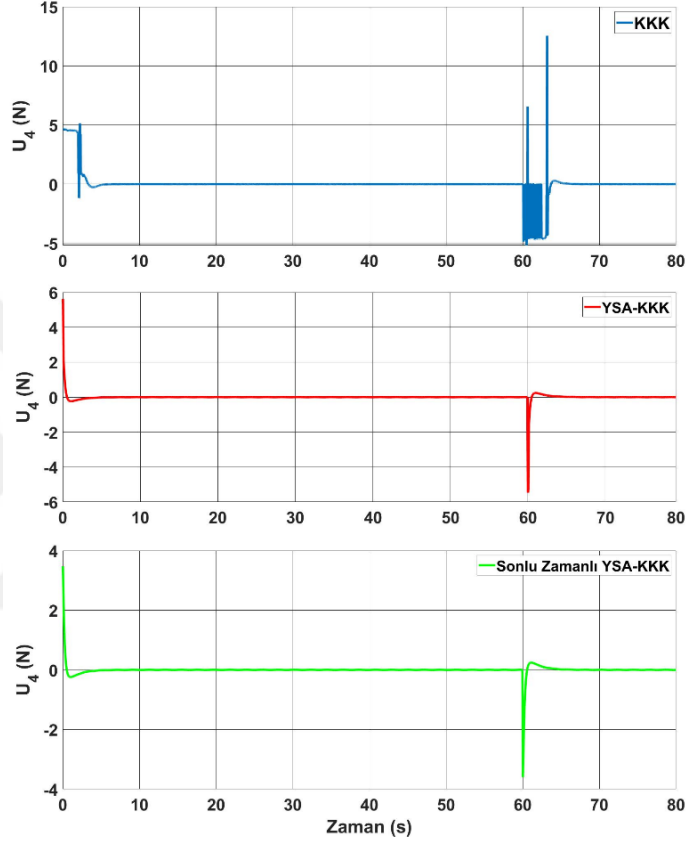
Şekil 6.6. u_2 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1)



Şekil 6.7. u_3 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Şekil 6.8’de u_4 kontrol işaretinin zamana göre değişimi verilmektedir. Her üç kontrol yönteminde de kontrol girişinin başlangıç değerlerinin birbirlerine yakın olmasına rağmen, önceki kontrol işaretlerinde olduğu gibi KKK’de çattırtı etkisi açıkça gözlemlenmektedir. Ayrıca Sonlu Zamanlı YSA-KKK’da kontrol işaretlerinin genlikleri diğer iki yönteme göre nispeten daha düşüktür.



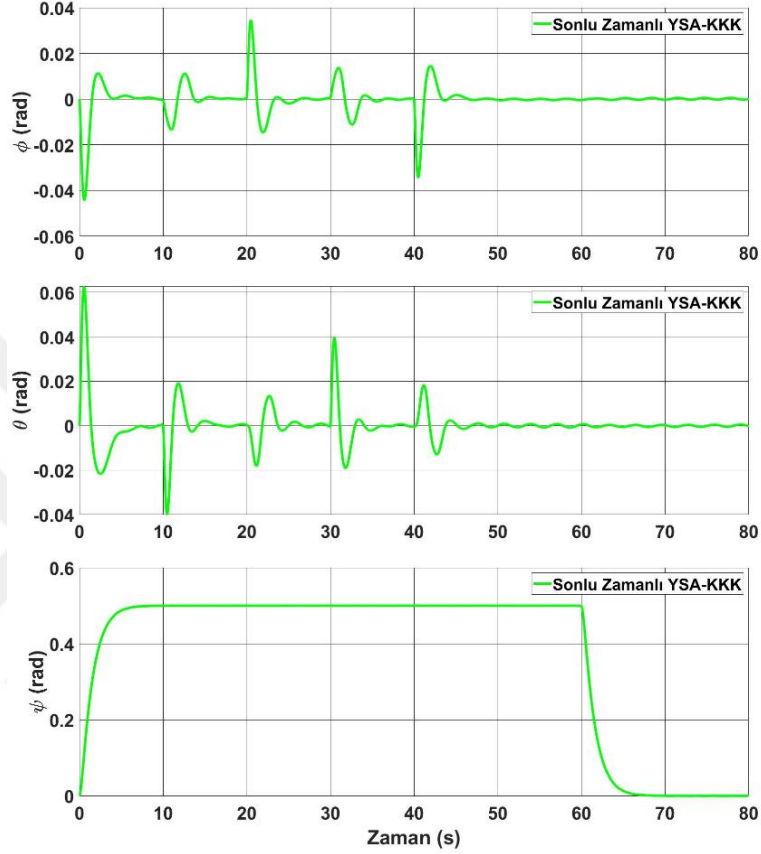
Şekil 6.8. u_4 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 1)

Quadrotorun üç eksenle yaptığı açılardaki değişimler, Sonlu Zamanlı YSA-KKK için Şekil 6.9’da verilmiştir. Burada quadrotorun x ve y-eksenleri ile yaptığı sırasıyla ϕ ve θ açılarında, quadrotorun yörüngesindeki değişimlere karşın çok küçük değişimler olduğu ve istenen değerlere hızlı bir şekilde geri dönebildikleri görülmektedir. Ayrıca ψ açısının da istenen değerlere hızlı ve düzgün bir şekilde ulaştığı anlaşılmaktadır.

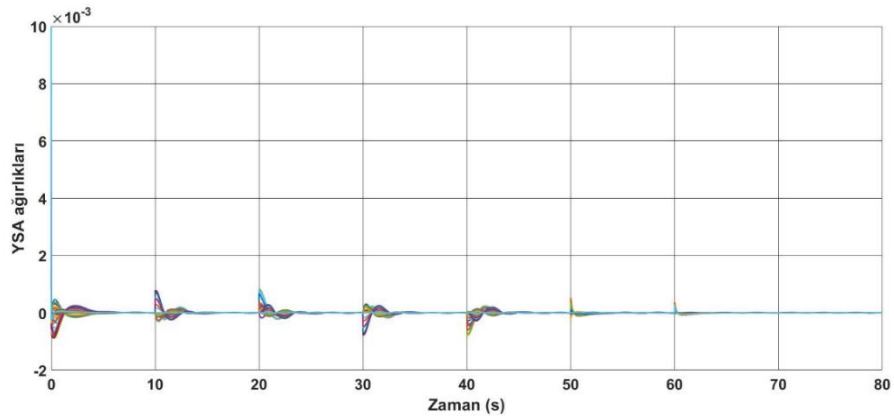
Şekil 6.10’da Sonlu Zamanlı YSA-KKK yapısında kullanılan yapay sinir ağının ağırlıklarının zamana göre değişimleri verilmiştir. YSA ağırlıklarının değişimleri incelendiğinde, quadrotorun yörüngesi boyunca her yön değiştirme veya açı değiştirme

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

hareketinden ağırlıkların değerlerinin değiştiği ve bir süre sonra sıfıra yakınsadıkları görülebilir. Buda beklendiği gibi, kontrolcü yapısında kullanılan YSA bileşeninin, quadrotorun her hareketinden sonra bilinmeyen dinamikleri hızlıca öğrendiği anlamına gelmektedir.



Şekil 6.9. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için açı değişimleri (Sim 1)



Şekil 6.10. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için YSA ağırlıklarının değişimleri (Sim 1)

Senaryo 2) Bu simülasyonda quadrotorun dairesel bir yörüngeyi takip etmesi istenmiştir. Quadrotorun başlangıç pozisyon ve açı parametreleri üç eksenle sırası ile

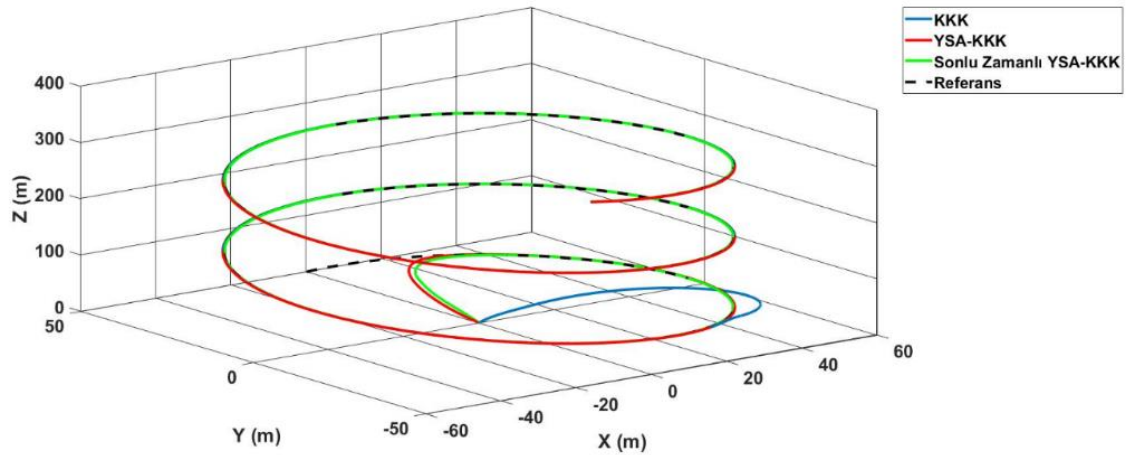
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

$[0,0,0]m$ ve $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve istenen quadrotor yörüngeleri Çizelge 6.4’de verilmiştir. Simülasyon süresi 320 saniye olarak seçilmiştir. Bu kısımda yapılan simülasyon için de şekil ve çizelge açıklamalarında “Sim 2” ifadesi kullanılacaktır.

Çizelge 6.4. İstenilen yörüngeler (Sim 2)

Parametre	Yörünge
$[x_d \quad y_d \quad z_d]$	$50\sin(0,05t)$ $50\cos(0,05t)$ t
$[\phi_d \quad \theta_d \quad \psi_d]$	$[0 \quad 0 \quad 0,5]rad$

İkinci simülasyonda yük taşıyan bir quadrotorun yukarıda verilen yörüngeyi, üç farklı kontrolcü yapısı ile kontrol edildiğinde üç boyutta nasıl takip ettiği Şekil 6.11’de gösterilmiştir. Yörünge takibinden de anlaşılacağı üzere, kontrolcü yapısına YSA eklenmesi, KKK performansını büyük oranda iyileştirmektedir. Ayrıca sonlu zamanlı yapının sistemi, istenen yörüngeye daha hızlı oturttuğu görülmektedir.

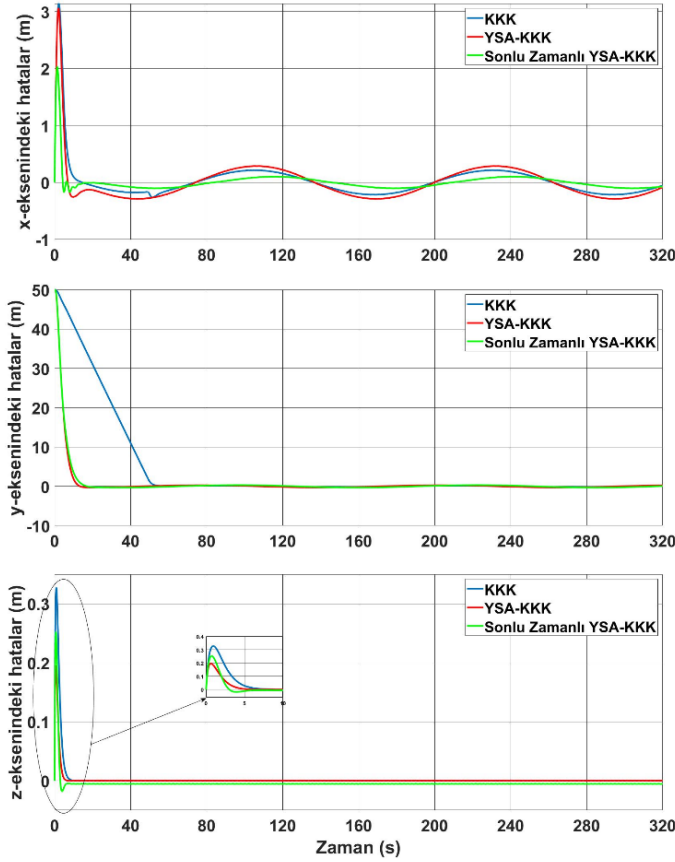


Şekil 6.11. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 2)

Üç kontrol yöntemi için quadrotorun sırası ile x, y, z eksenlerindeki pozisyon hataları Şekil 6.12’de verilmiştir. Klasik KKK ile karşılaştırıldığında, Sonlu Zamanlı YSA-KKK beklendiği gibi sisteme hızlı bir yakınsama sağlamaktadır. KKK, x -ekseninde 14 saniye civarında hatanın sifira yaklaşmasını sağlarken, YSA-KKK ile bu değerin 6,6 saniye civarında olduğu görülmektedir. Sonlu Zamanlı YSA-KKK ise bu eksenindeki hatanın 4,3 saniye civarında sifir yakınına ulaşmasını sağlamaktadır. İstenilen yörünge

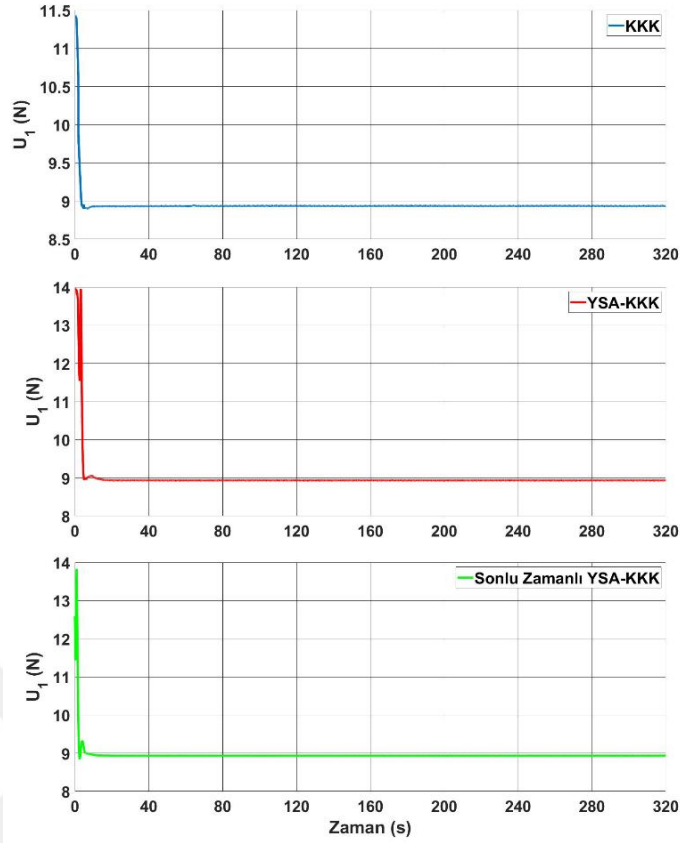
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

dairesel yapısı nedeni ile bu eksenindeki hataların küçük bir tolerans ile sıfıra yakın bir salınım yapmaktadırlar. Şekilde y-eksenindeki hatalar incelendiğinde, KKK ile hatanın 50 saniye civarında sıfıra yakın bir değere ulaştığı görülmektedir. Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile bu değer 13 saniye civarına düştüğü gözlemlenmektedir. Benzer şekilde, z-ekseninde hatalar klasik KKK ile 6,5 saniye civarında sıfırın yakın bir komşuluğuna yakınsarken, YSA-KKK ile bu değer 5,5 saniye, Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile ise bu değer 4,5 saniye civarına gerilemektedir.



Şekil 6.12. Üç eksenindeki pozisyon hataları (Sim 2)

Şekil 6.13'de u_1 kontrolcü işaretlerinin üç kontrolcü yapısı için zamana göre değişimleri verilmektedir. İstenilen yörünge için dairesel bir yapıda olmasından dolayı z-ekseni için kontrolcü işaretlerinin değişimleri birbirine yakındır. Öte yandan kontrolcü işaretlerinin nominal değere yakınsamaları arasında farklılıklar vardır. KKK ve YSA-KKK için yakınsama süreleri 4,5 saniye civarındayken, Sonlu Zamanlı YSA-KKK için bu süre 2,8 saniye civarına düşmektedir. Üstelik YSA-KKK ile küçük de olsa çatırtı etkisinin devam ettiği görülürken, Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile bu etkinin giderildiği anlaşılmaktadır.

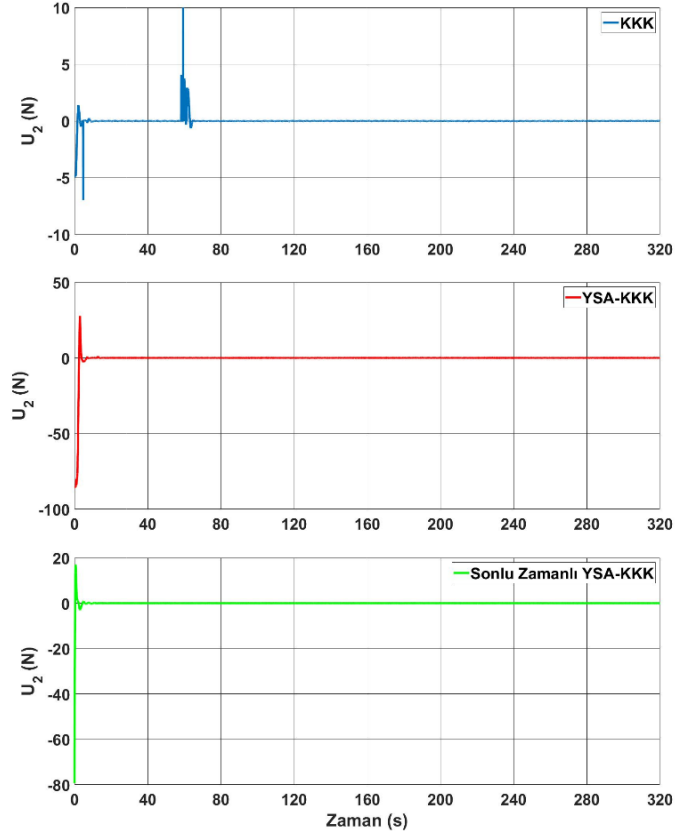


Şekil 6.13. u_1 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2)

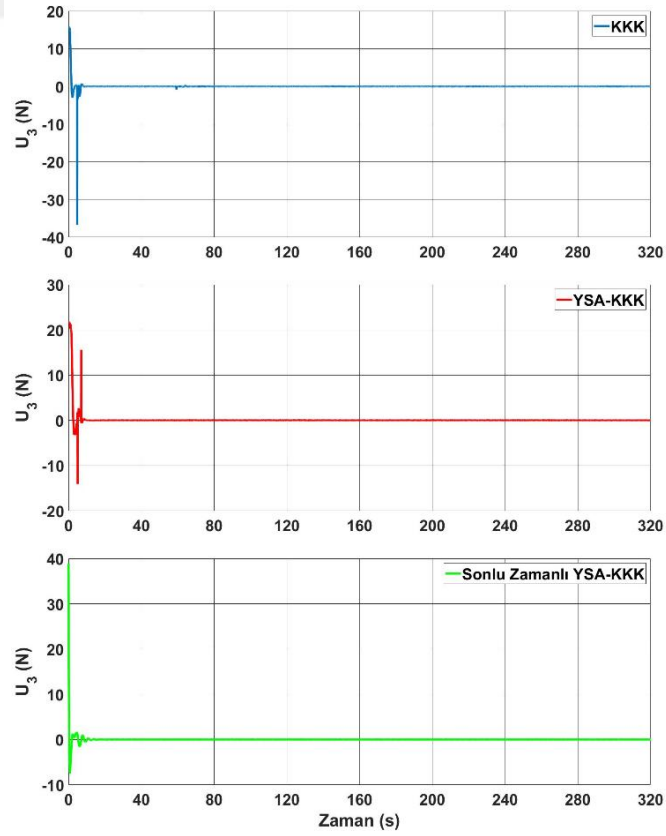
Şekil 6.14 ve Şekil 6.15’de sırası ile u_2 ve u_3 kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. KKK ile u_2 işareti başlangıçta bir miktar çatırtı etkisi ile birlikte kontrol işaretinde istenmeyen sıçramalar sergilemekte ve y -ekseninde yalnızca 50 saniye sonra istenen yörüngeye girebildiğinden, bu zaman aralığında yüksek çatırtı meydana gelmektedir. YSA-KKK, kontrolcü işaretinin başlangıç değerini artırırken bu çatırtı etkisini azaltmaktadır. Sonlu Zamanlı YSA-KKK ise kontrolcü girişindeki çatırtı etkisini daha düşük bir başlangıç değeri ile azaltmaktadır. Benzer şekilde u_3 kontrolcü işaretinde KKK ile görülen çatırtı etkisi YSA yapısı kullanılarak azaltılabilmektedir.

Şekil 6.16’da üç kontrolcü yapısı için u_4 kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. Tüm kontrolcüler için başlangıç değerleri birbirine yakın olmasına rağmen, Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile kontrolcü işareti quadrotorun ilk hareketinden sonra daha hızlı bir şekilde sifıra yakınsamış ve diğer kontrolcülere göre daha düzgün bir kontrol işareti üretmiştir. Ayrıca YSA-KKK, klasik KKK ile kıyaslandığında daha büyük bir kontrolcü işareti üretirken, Sonlu Zamanlı YSA-KKK kontrol işaretini bir miktar iyileştirebilmektedir.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

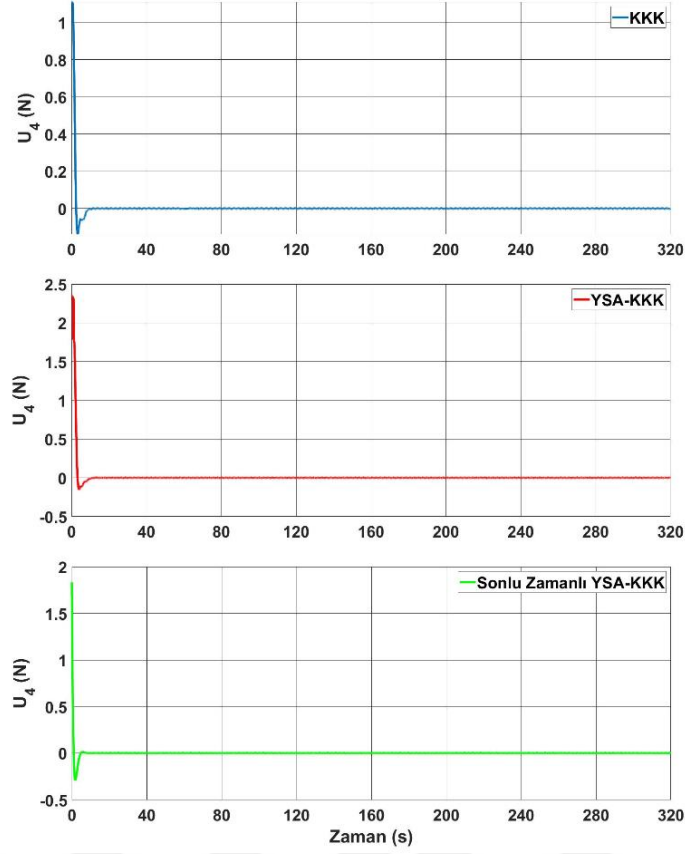


Şekil 6.14. u_2 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2)



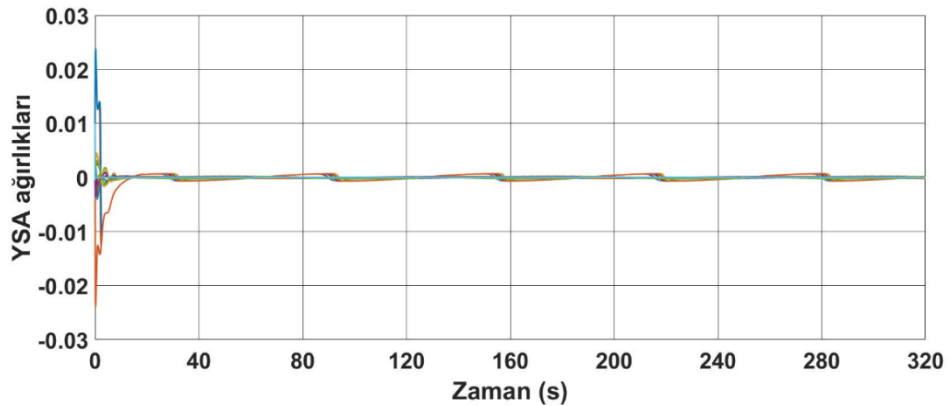
Şekil 6.15. u_3 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



Şekil 6.16. u_4 kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 2)

Şekil 6.17’de Sonlu Zamanlı YSA-KKK yapısında kullanılan yapay sinir ağı ağırlıklarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Sistem yörüngesinde yaşanan her değişiklik anında yapay sinir ağı bileşeninin bilinmeyen dinamikleri hızlı bir şekilde öğrenmesi beklenmektedir. Yapay sinir ağı ağırlıklarının değişimleri de bu öğrenme sürecinin başarılı bir şekilde gerçekleştiğini göstermektedir. Öyle ki, başlangıçtan itibaren yapay sinir ağı ağırlıkları, yörünge değişimlerine hızlıca adapte olmaktadır.



Şekil 6.17. Sonlu Zamanlı YSA-KKK için YSA ağırlıklarının değişimleri (Sim 2)

Bu bölümde askıda yük taşıyan bir quadrotor için tasarlanan Sabit Zamanlı YSA-KKK için yapılan simülasyon çalışmalarına ait sonuçlar verilecektir. Önerilen kontrolcünün etkinliğini göstermek için dört farklı simülasyon gerçekleştirilmiştir. İlk iki simülasyonda Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının, klasik KKK ve Sonlu Zamanlı YSA-KKK yapıları ile karşılaştırılması yapılmıştır ve bu kontrol yöntemlerine göre üstünlükleri verilmiştir. Son iki simülasyonda ise farklı başlangıç koşulları dikkate alındığında Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının performansı test edilmiştir ve önerilen kontrolcü yapısı ile sistem durumlarının, başlangıç koşullarından bağımsız olarak istenilen yörüngelere başarılı bir şekilde yakınsadığı gösterilmiştir. Ayrıca sonlu zamanlı yapıda hesaplanamayan yakınsama sürelerinin sabit zamanlı yapı ile hesaplanabildiği de kanıtlanmıştır.

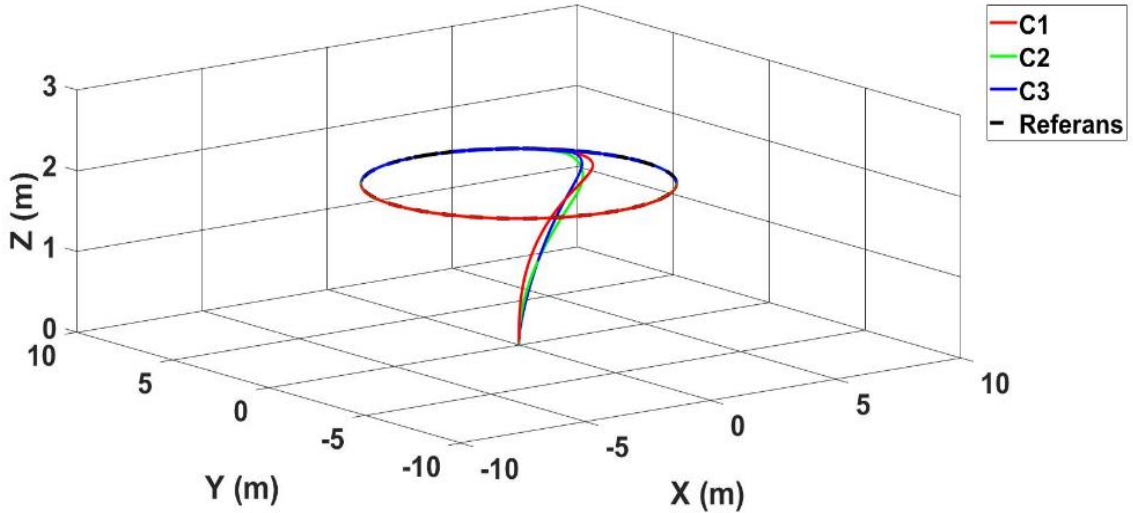
Yapılan simülasyon çalışmalarında önceki simülasyonlarda olduğu gibi quadrotorun kütle ve eylemsizlik değerlerinin %20'lik bir belirsizliğe sahip oldukları varsayılmıştır. Quadrotora ait model parametreleri Çizelge 6.1'de verilmiştir. Ayrıca yapılan simülasyon çalışmalarında farklı kontrolcü yapılarının karşılaştırılmalarının tutarlı sonuçlar vermesi adına seçilen kontrolcü parametrelerinin her simülasyon için aynı değerler olduğuna dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda kontrolcü parametreleri Çizelge 6.2'de verilmiştir. Bu çizelgede sabit zamanlı kontrolcü yapısına ait parametrelerin de verildiğini belirtmekte fayda vardır. Ayrıca simülasyon sonuçlarının verilmesinde sadelik olması açısından klasik KKK C1, Sonlu Zamanlı YSA-KKK C2 ve Sabit Zamanlı YSA-KKK C3 kısaltmaları ile verilecektir. Önceki simülasyonlardan farklı olarak burada yapılan simülasyonlarda klasik KKK için bir saturasyon fonksiyonunun kullanılmadığını ifade etmek gerekir. Böylece KKK'de ortaya çıkan çatırtı etkisi kontrolcü işaretlerinde daha açık bir şekilde görülecektir.

Senaryo 3) Bu simülasyonda askıda yük taşıyan quadrotorun 2 metre yükseklikte dairesel bir yörüngeyi takip etmesi istenmiştir. Quadrotorun başlangıç pozisyon ve açı parametreleri üç eksenle sırası ile $[0,0,0]m$ ve $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve istenen quadrotor yörüngeleri Çizelge 6.5'de verilmiştir. YSA ağırlıklarının başlangıç değerleri de sıfır olarak seçilmiştir. Simülasyon süresi 80 saniye olarak seçilmiştir. Simülasyon sonuçlarını veren grafikler ait şekillerin açıklamalarında tekrara düşmemek için bu kısımda yapılan simülasyonlar için "Sim 3" ifadesi kullanılacaktır.

Çizelge 6.5. İstenilen yörüngeler (Sim 3)

Parametre	Yörünge
$[x_d \quad y_d \quad z_d]$	$5 \cos(0,1t)$ $5 \sin(0,1t)$ 2
$[\phi_d \quad \theta_d \quad \psi_d]$	$[0 \quad 0 \quad 0,5]rad$

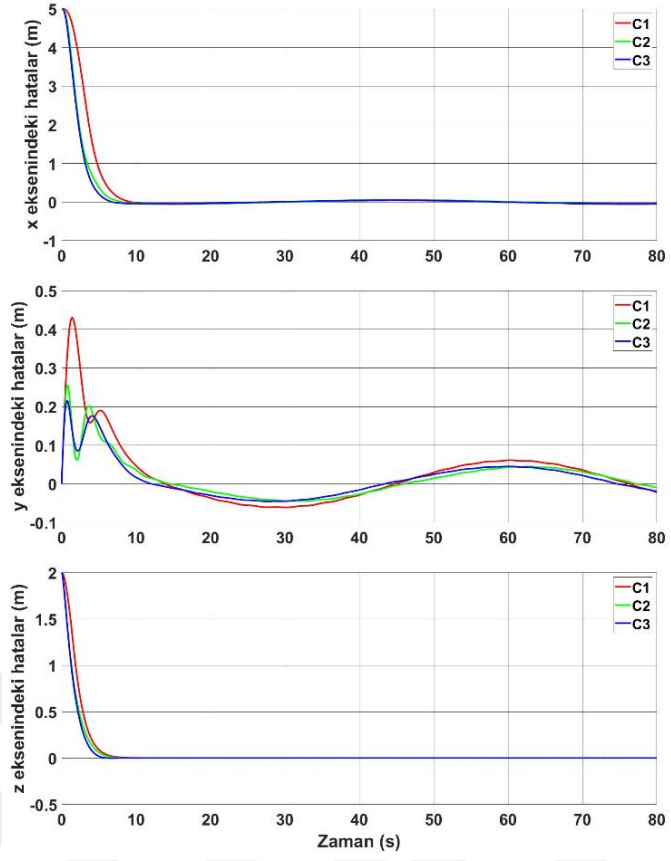
Bu simülasyonda askıda yük taşıyan bir quadrotorun verilen yörüngeyi, üç farklı kontrolcü yapısı ile kontrol edildiğinde üç boyutta nasıl takip ettiği Şekil 6.18'de verilmiştir. C3 ile gösterilen önerilen kontrolcü yapısının diğer kontrolcü yöntemlerine göre daha hızlı bir yakınsama sağladığı şekilden de görülebilmektedir.



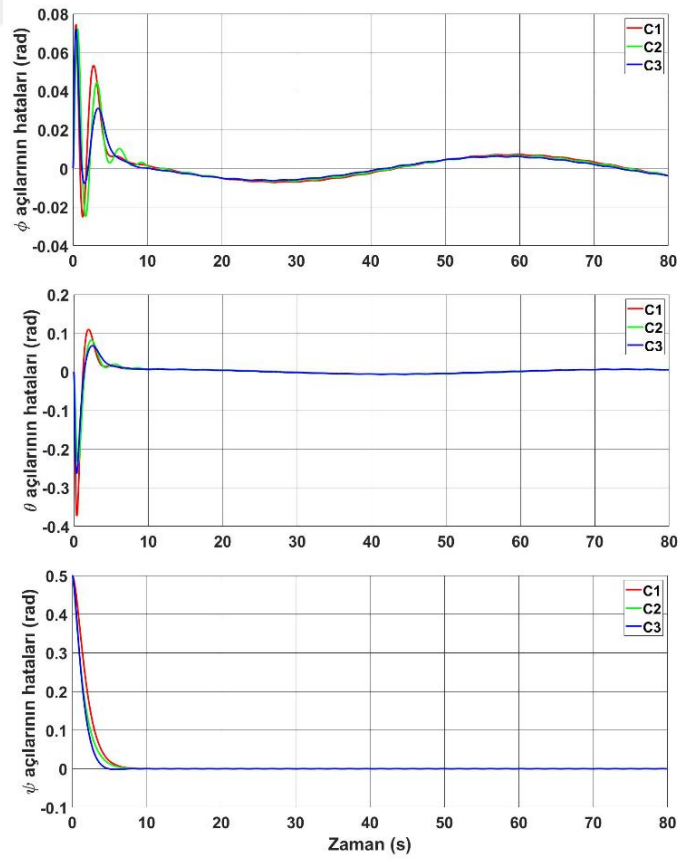
Şekil 6.18. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 3)

Simülasyonda sisteme uygulanan üç farklı kontrol yapısı için x, y, z eksenlerindeki pozisyon hataları Şekil 6.19'da ve bu eksenlerle yapılan açılara ait hatalar Şekil 6.20'de verilmiştir. Mavi ile gösterilen Sabit Zamanlı YSA-KKK yöntemi kullanıldığında, kırmızı ile gösterilen klasik KKK ve yeşil ile gösterilen Sonlu Zamanlı YSA-KKK yöntemlerine kıyasla sistemin pozisyon ve açı hatalarının daha hızlı ve daha küçük değişimler ile sıfırın yakın bir komşuluğuna yakınsadığı görülmektedir. Sonlu zamanlı ve sabit zamanlı yapılar arasındaki farklar küçük olmasına rağmen sabit zamanlı yapının daha iyi bir yakınsama gösterdiği açıktır.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



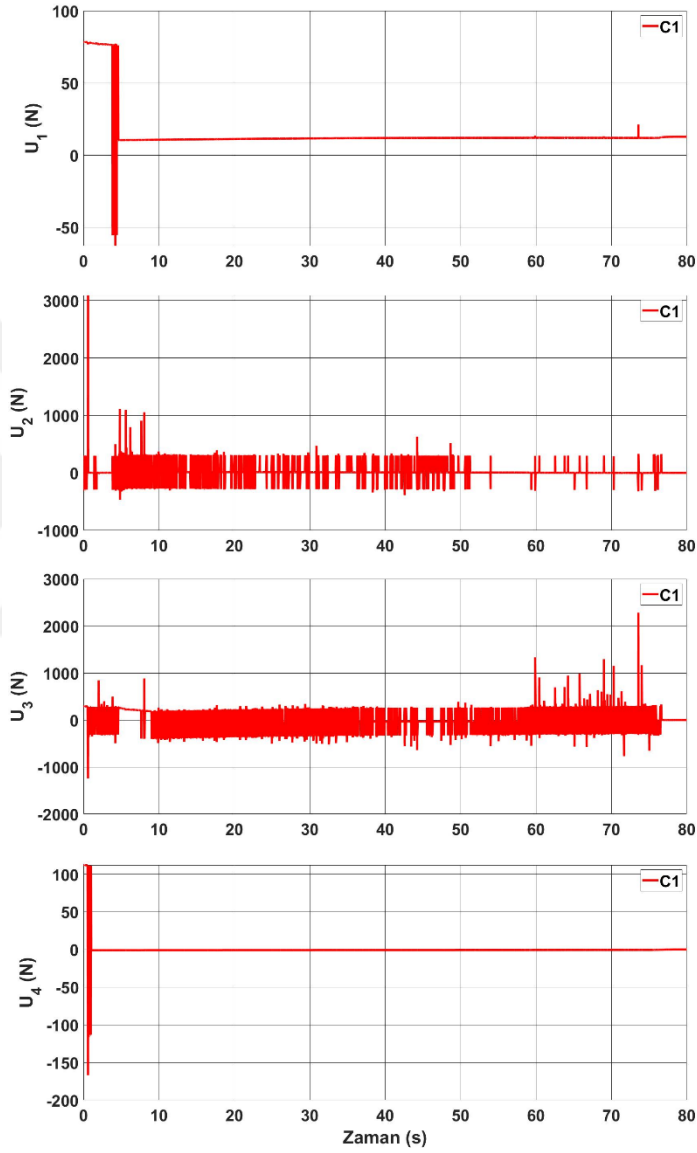
Şekil 6.19. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 3)



Şekil 6.20. Üç eksendeki açı hataları (Sim 3)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Farklı kontrol yöntemlerinin birbirlerine karşı avantajlarını ve dezavantajlarını karşılaştırmak için sistemin kontrolünde üretilen kontrol işaretlerini incelemek kontrol yöntemlerinin performansları hakkında birçok bilgi verebilir. Şekil 6.21’de askıda yük taşıyan quadrotorun klasik KKK ile kontrol edildiğinde elde edilen kontrolcü işaretleri görülmektedir.

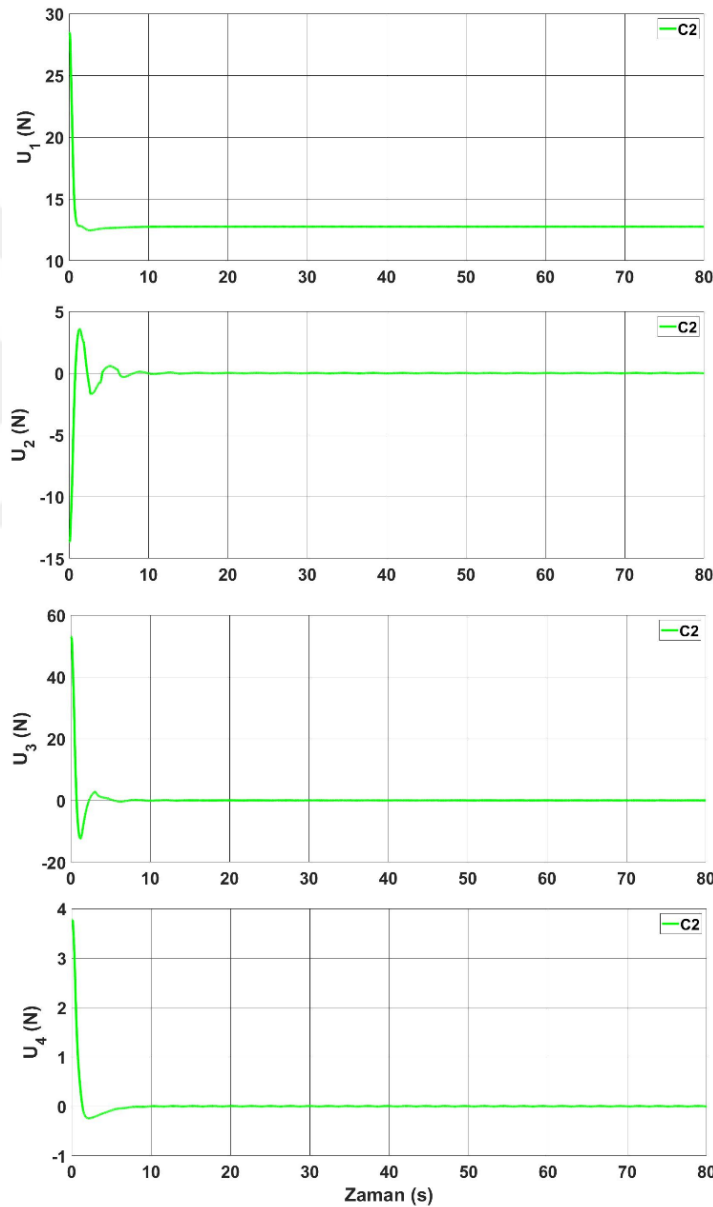


Şekil 6.21. C1 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3)

Daha öncede ifade edildiği gibi önceki simülasyonların aksine burada KKK tasarımı yapılırken herhangi bir satürasyon fonksiyonu kullanılmamıştır. Bu durum simülasyonlarda işlem yükünün ve dolayısıyla da simülasyon sürelerinin artmasına neden olmaktadır. Ancak KKK’de ortaya çıkan çatırtı etkisinin kontrol performansını ne kadar etkilediğini daha net bir şekilde görmek için bu kısımda kontrolcü yapısı olduğu gibi

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir. Şekilden de açık bir şekilde görüleceği gibi KKK, gürbüz bir kontrolü garanti etmek için çok yüksek kontrolcü işaretlerine ihtiyaç duymakla beraber kontrol işaretinde yüksek çattırtı etkisi oluşturabilmektedir. Kontrol işaretlerinin yüksek genlikleri uygulamada klasik KKK yapısının kullanımını önemli ölçüde sınırlayacaktır. Ayrıca bütün kontrol işaretlerinde oluşan çattırtı etkisi açık bir şekilde gözlemlenirken istenilen yörüngeye bağlı olarak özellikle u_2 ve u_3 kontrol işaretlerinde neredeyse tüm zaman eksenini boyunca çattırtı oluştuğu görülmektedir.



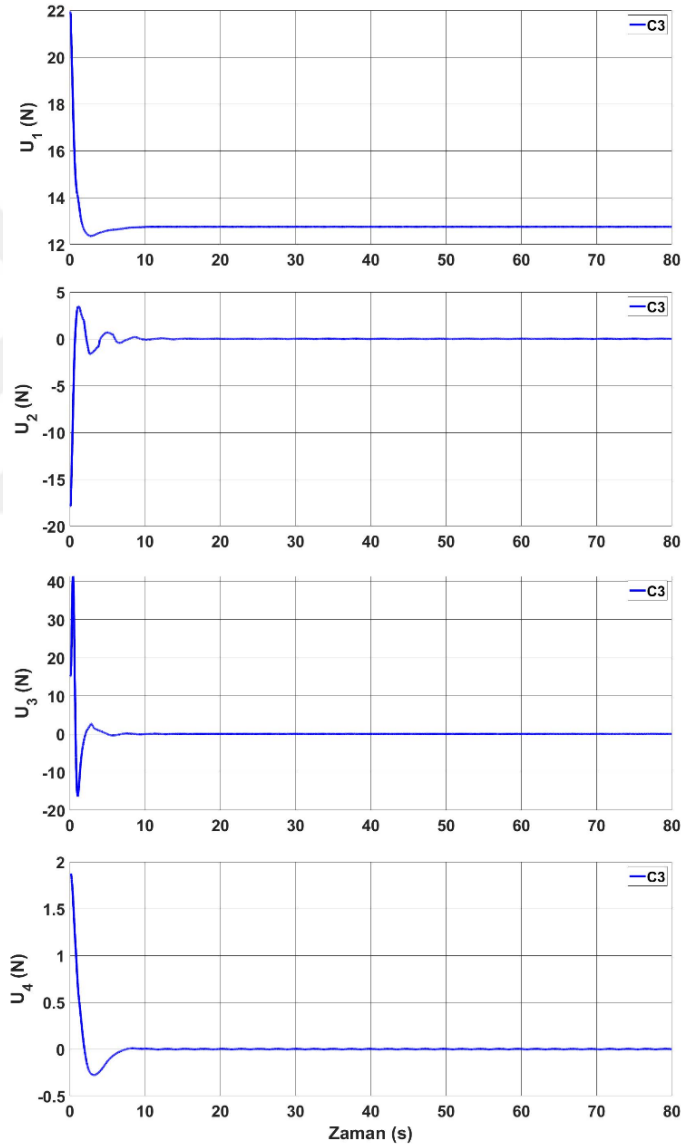
Şekil 6.22. C2 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3)

Askıda yük taşıyan quadrotor sistemi Sonlu Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edildiğinde elde edilen kontrolcü girişlerinin zamana göre değişimleri Şekil 6.22'de

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

verilmiştir. Klasik KKK ile karşılaştırıldığında Sonlu Zamanlı YSA-KKK'nın çatırtı etkisini başarılı bir şekilde giderdiği ve kontrolcü girişlerinin genliklerini önemli ölçüde iyileştirdiği anlaşılıyor.

Şekil 6.23'de ise Sabit Zamanlı YSA-KKK için kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimi verilmektedir. Sonlu zamanlı kontrol yapısına göre sabit zamanlı kontrol yapısının kontrolcü işaretlerini daha da iyileştirdiği görülmektedir.

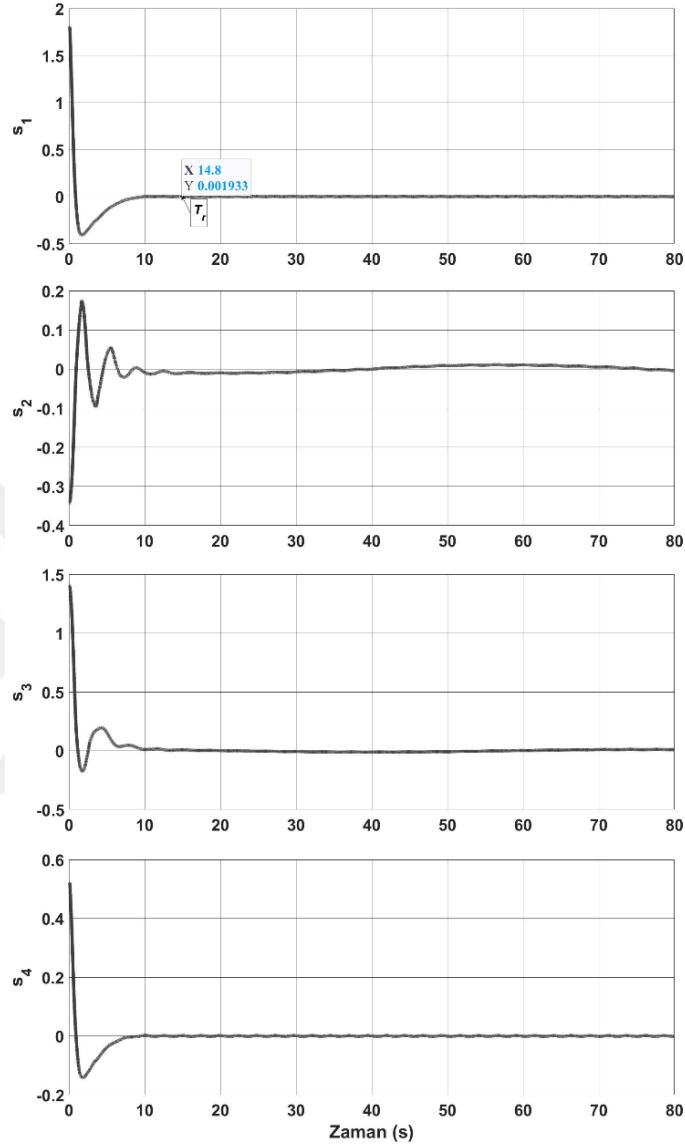


Şekil 6.23. C3 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 3)

Şekil 6.24'de Sabit Zamanlı YSA-KKK için kayma yüzeyi fonksiyonlarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Her bir kayma yüzeyi fonksiyonunun zamana göre değişimi, kendisine karşılık gelen Şekil 6.23'de verilen kontrolcü işaretlerinin zaman

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

göre değişimlerine benzerlik göstermektedir. Kayma yüzeyi fonksiyonlarının da sıfırın yakın bir komşuluğuna başarılı bir şekilde yakınsadıkları görülmektedir.



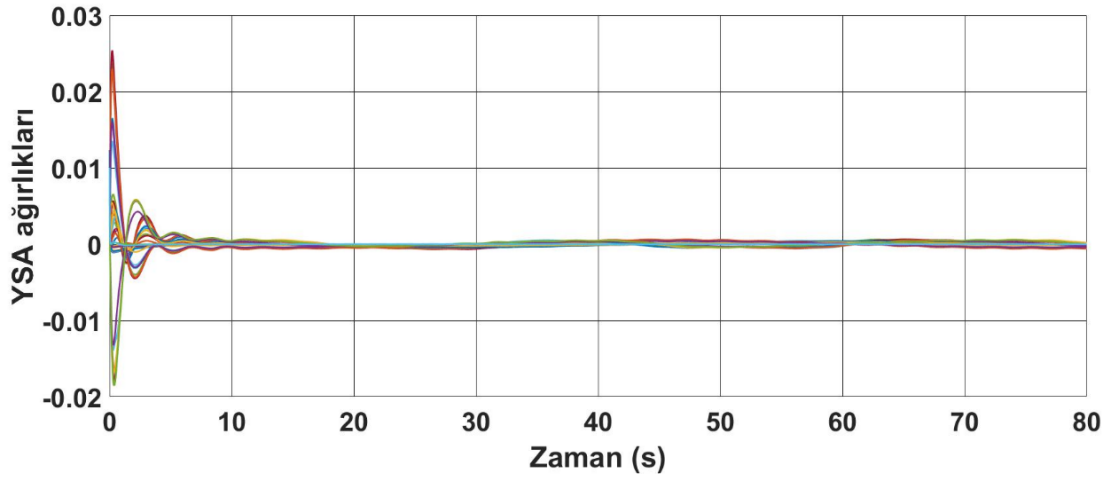
Şekil 6.24. C3 kontrolcüsü için kayma yüzeyi fonksiyonlarının değişimi (Sim 3)

Giriş bölümünde de belirtildiği gibi, sonlu zamana dayalı kontrol stratejisinin temel sorunu, yakınsama süresinin sistemin başlangıç koşullarına bağlı olması nedeniyle her zaman hesaplanabilir olmamasıdır. Sabit zamanlı kararlılık yaklaşımı ile yakınsama süresi başlangıç koşullarından bağımsız olarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada seçilen Lyapunov fonksiyonu, kayma yüzeyi fonksiyonları ve yapay sinir ağının tahmin fonksiyonlarından oluştuğundan, çalışmada tutarlılık sağlamak amacıyla yakınsama süresi kayan yüzeyi fonksiyonları aracılığıyla doğrudan sonuçlarda gösterilebilir. Şekil 6.24'de kayma yüzeyi fonksiyonu s_1 için sabit zamanlı yakınsama süresi T_r olarak

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

gösterilmektedir. Tekrarlardan kaçınmak için, sonuçlardaki yakınsama süresi gösterimi yalnızca s_1 için verilmiştir. Diğer kayma yüzeyi fonksiyonları için yakınsama süreleri kolaylıkla hesaplanabilir. Çizelge 6.2’de verilen kontrolcü parametreleri (5.63)’de yerlerine koyulduğunda, üç yakınsama süresi $T_{r_1} < 14,974$, $T_{r_2} < 15,256$, ve $T_{r_3} < 15,417$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla s_1 için yakınsama süresi $T_r < 15,417$ olarak alınır. Ayrıca Şekil 6.24’de açıkça görüldüğü üzere fonksiyonların yakınsama zamanları hesaplanan T_r değerinden küçüktür ve bu da hesaplanan yakınsama zamanının doğruluğunu kanıtlamaktadır.

Şekil 6.25’de Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısında kullanılan yapay sinir ağlarına ait ağırlıkların zamana göre değişimleri verilmektedir. Quadrotor istenilen yörüngede z-ekseninde 2 metre yüksekliğe ulaşmaya kadar ağırlıkların değiştiği daha sonra ise sıfıra yakın değerlerde sabit kaldıkları görülüyor.



Şekil 6.25. C3 kontrolcüsü için YSA ağırlıklarının değişimi (Sim 3)

Senaryo 4) Bu simülasyonda, önerilen kontrolcü yapısı ile askıda yük taşıyan quadrotor sisteminin, aynı kontrolcü parametreleri ile farklı yörüngeleri başarılı bir şekilde takip edebildiğini göstermek amaçlanmıştır. Bu doğrultuda, bu simülasyonda askıda yük taşıyan quadrotorun bir önceki simülasyona göre daha farklı bir yörüngeyi takip etmesi istenmiştir. Quadrotorun başlangıç pozisyon ve açı parametreleri üç ekseninde sırası ile $[0,0,0]m$ ve $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve istenen quadrotor yörüngeleri Çizelge 6.6’da verilmiştir. Yapay sinir ağı ağırlıklarının başlangıç değerleri de sıfır olarak

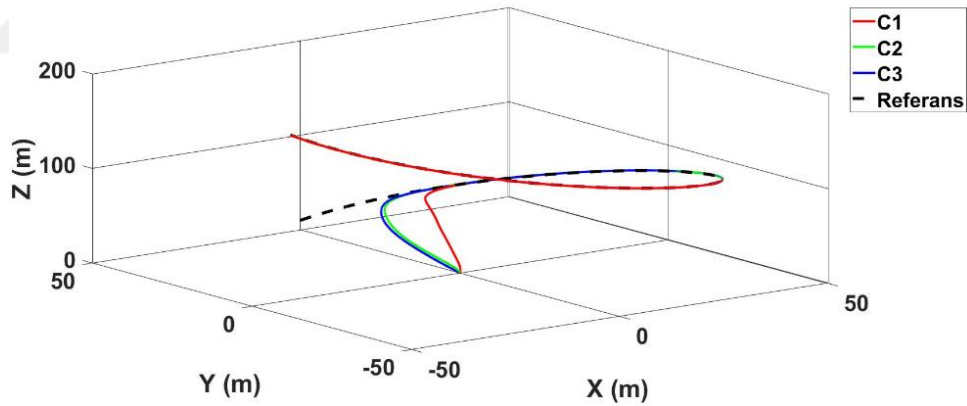
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

seçilmiştir. Simülasyon süresi 90 saniye olarak seçilmiştir. Simülasyon sonuçlarını veren grafiklere ait şekillerin açıklamalarında tekrara düşmemek için bu kısımda yapılan simülasyonlar için” Sim 4” ifadesi kullanılacaktır.

Çizelge 6.6. İstenilen yörüngeler (Sim 4)

Parametre	Yörünge
$[x_d \quad y_d \quad z_d]$	$50 \sin(0,05t)$ $50 \cos(0,05t)$ $2t + 10$
$[\phi_d \quad \theta_d \quad \psi_d]$	$[0 \quad 0 \quad 0,5] rad$

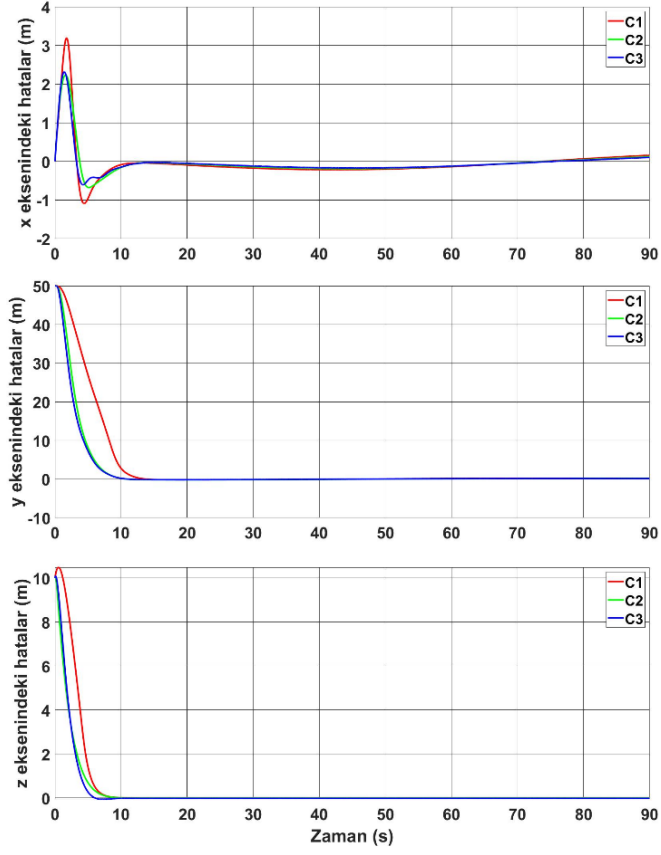
Şekil 6.26’da askıda yük taşıyan bir quadrotorun verilen yörüngeyi, üç farklı kontrolcü yapısı ile kontrol edildiğinde üç boyutta nasıl takip ettiği verilmektedir. C3 ile temsil edilen Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının diğer kontrol yöntemlerine göre daha hızlı bir yakınsama sağladığı şekilden de görülebilmektedir.



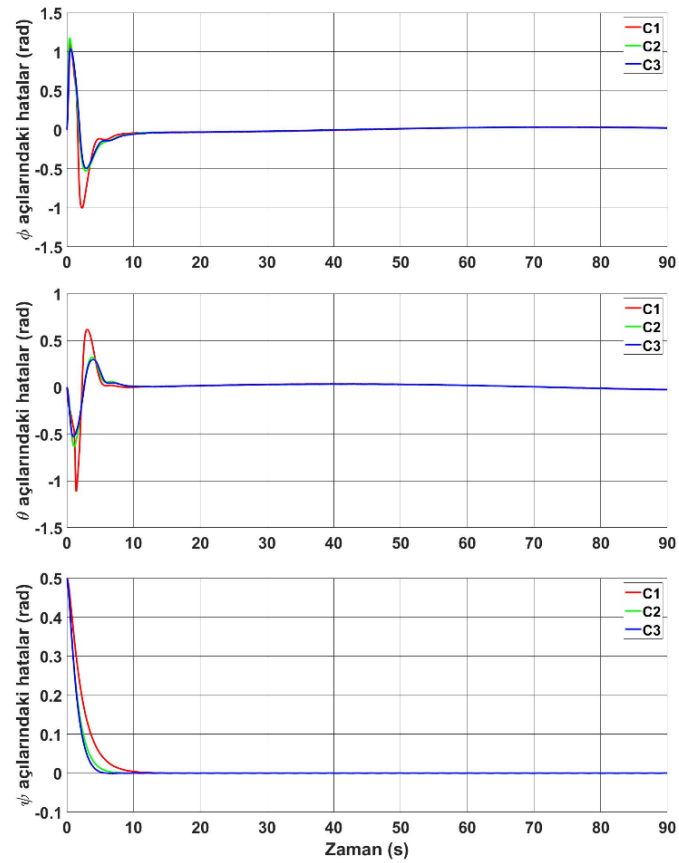
Şekil 6.26. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 4)

Şekil 6.27 ve Şekil 6.28’de üç farklı kontrol yapısı için x, y, z eksenlerindeki pozisyon ve açı hatalarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Şekillerden de görülebileceği gibi C3 kontrolçüsü, C1 ve C2 kontrolçülerine göre daha küçük hata oranlarıyla daha hızlı yakınsama sağlamaktadır. KKK temsil eden C1 kontrolçüsü, z -ekseninde hatanın kabaca 10 saniye civarında sifira yakınsamasını sağlarken, Sonlu Zamanlı YSA-KKK temsil eden C2 kontrolçüsü ile bu değer 9,5 saniye civarına düşmektedir. Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısını temsil eden C3 kontrolçüsü ile ise bu değer 6 saniye civarına kadar düştüğü görülmektedir.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



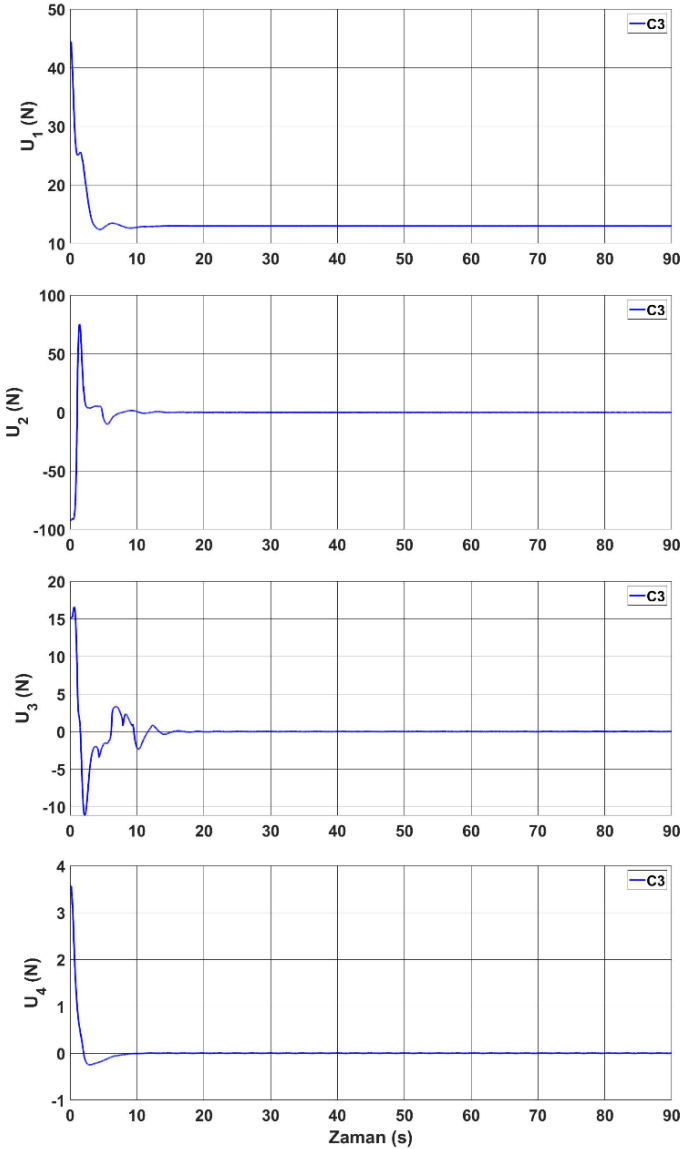
Şekil 6.27. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 4)



Şekil 6.28. Üç eksendeki açı hataları (Sim 4)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

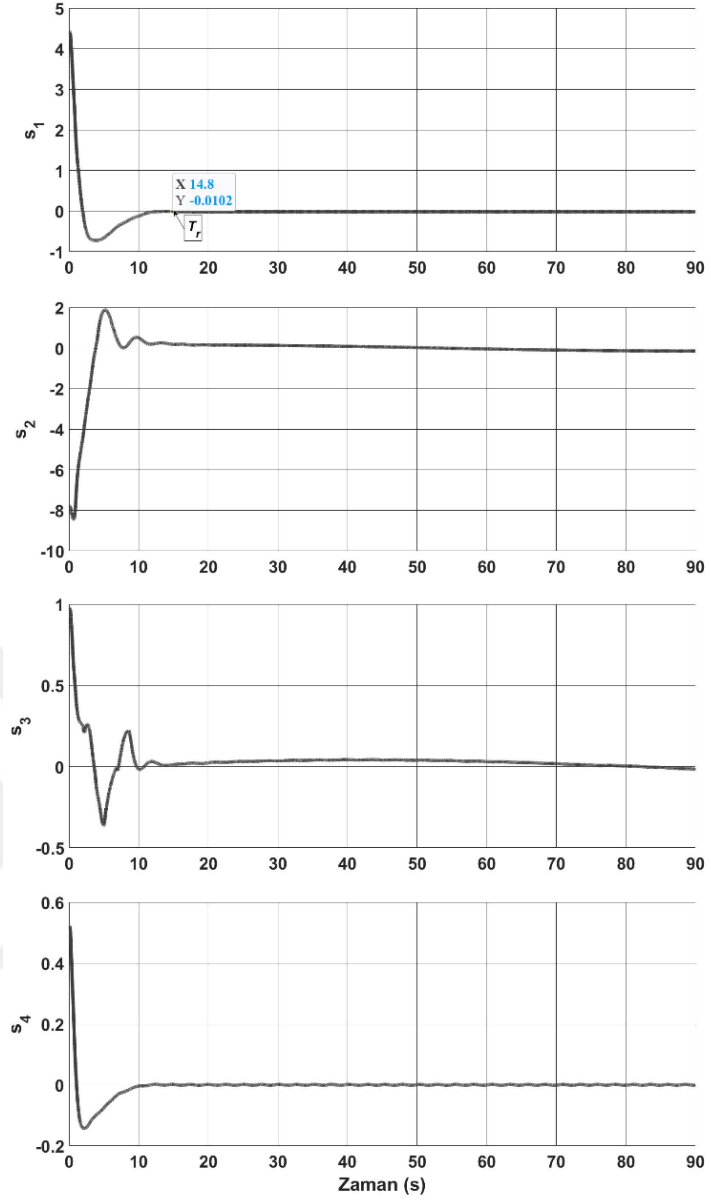
Şekil 6.29'da Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısı için kontrolcü işaretlerinin zamanla değişimleri verilirken Şekil 6.30'da bu kontrolcü için kayma yüzeyi fonksiyonlarının zamana göre değişimleri verilmiştir. Kayma yüzeyi fonksiyonlarının sistem hataları ve türevlerinden oluştuğu göz önüne alındığında, kontrol girişlerinin kayma yüzeyi fonksiyonları ile benzer davranışlar sergilemesi, önerilen kontrol yapısının sistem hatalarına ne kadar doğru tepki verdiğini gösteren bir kanıt olarak gösterilebilir.



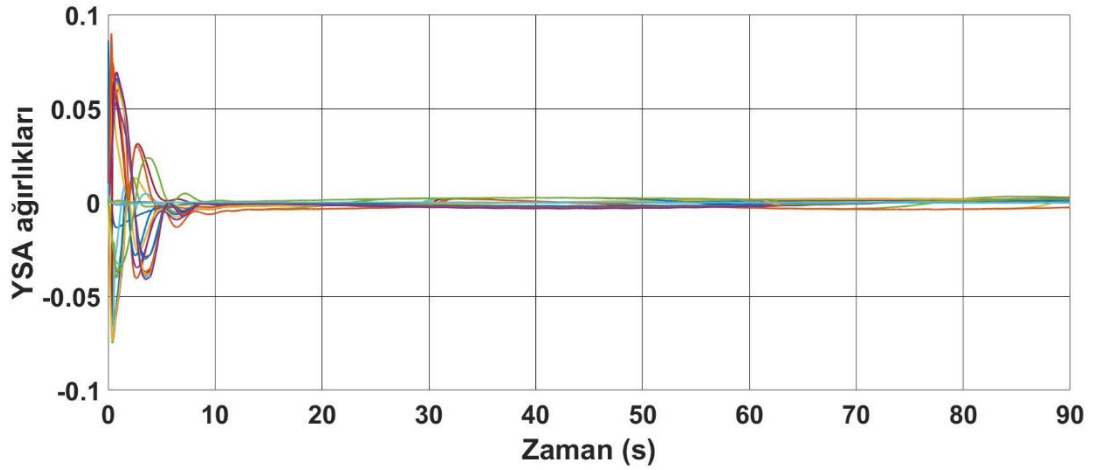
Şekil 6.29. C3 kontrolcüsü için kontrol işaretlerinin değişimi (Sim 4)

Kontrolcü parametreleri önceki simülasyon ile aynı değerler olarak alındığı için bu simülasyondaki sabit zamanlı yakınsama süresi de s_1 için $T_r < 15.417$ saniye olacaktır. Sonuç olarak, kayan yüzey fonksiyonlarının T_r süresinden önce sıfıra yakınsadığı gösterilebilir.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



Şekil 6.30. C3 kontrolcüsü için kayma yüzeyi fonksiyonlarının değişimi (Sim 4)



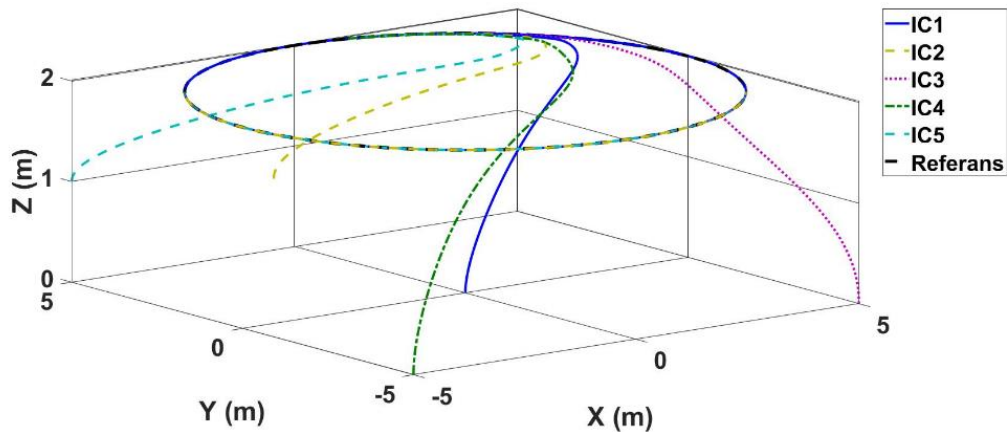
Şekil 6.31. C3 kontrolcüsü için YSA ağırlıklarının değişimi (Sim 4)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Şekil 6.31’de Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısında kullanılan yapay sinir ağlarına ait ağırlıkların zamana göre değişimleri verilmektedir. Quadrotor istenilen yörüngeye ulaşmaya kadar ağırlıkların değiştiği daha sonra ise sifıra yakın değerlerde sabit kaldıkları görülüyor.

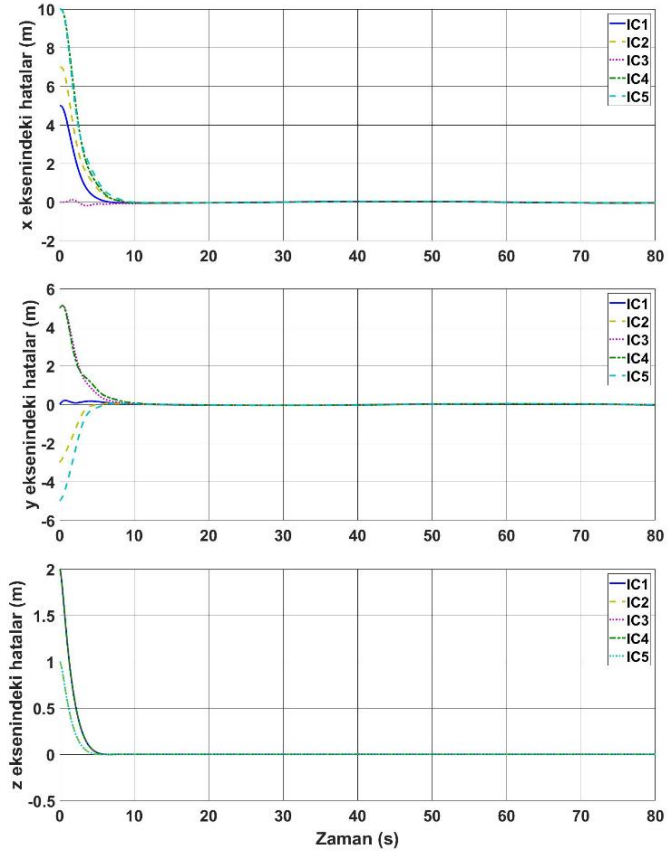
Senaryo 5) Bu kısımda yapılacak simülasyonlarda, sabit zaman tabanlı kontrolcü yapısının başlangıç koşullarından bağımsız olarak, kontrol edilen sistemin istenilen yörüngeyi hesaplanabilen bir ulaşma süresi ile takip edebildiğini göstermek amaçlanmıştır. Bu amaçla ilk önce askıda yük taşıyan quadrotorun beş farklı başlangıç koşulu ile Çizelge 6.5’de verilen yörüngeleri takip etmesi sağlanacaktır. Sadelik sağlaması için simülasyonlarda başlangıç koşulları (initial conditions) “IC” olarak kısaltılmıştır. Quadrotorun başlangıç açıları üç ekseninde sırası $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve başlangıç pozisyonları x, y, z eksenleri için sırasıyla: $IC1 = [0,0,0]m$, $IC2 = [-2, 3,1]m$, $IC3 = [5,-5,0]m$, $IC4 = [-5, -5,0]m$, $IC5 = [-5,5,1]m$ olarak alınmıştır. Yapay sinir ağı ağırlıklarının başlangıç değerleri de sıfır olarak seçilmiştir. Simülasyon süresi 80 saniye olarak seçilmiştir. Simülasyon sonuçlarını veren grafikler ait şekillerin açıklamalarında tekrara düşmemek için bu kısımda yapılan simülasyonlar için “Sim 5” ifadesi kullanılacaktır.

Şekil 6.32’de beş farklı başlangıç koşulu için askıda yük taşıyan quadrotorun istenilen yörüngeyi üç boyutta nasıl takip ettiği verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, farklı başlangıç koşullarına rağmen, quadrotor istenilen yörüngeye hızlı ve doğru bir şekilde ulaşmaktadır.

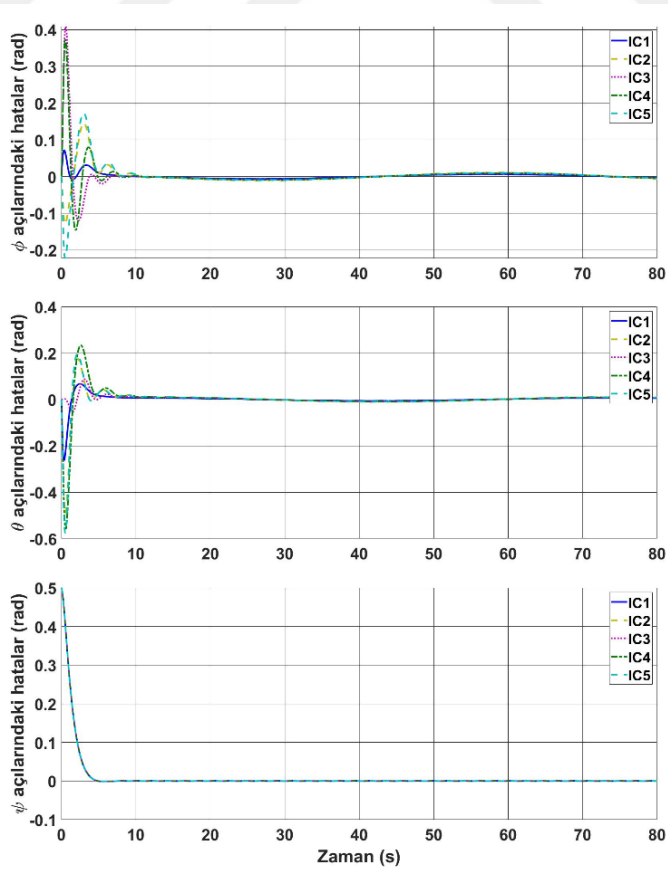


Şekil 6.32. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 5)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



Şekil 6.33. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 5)



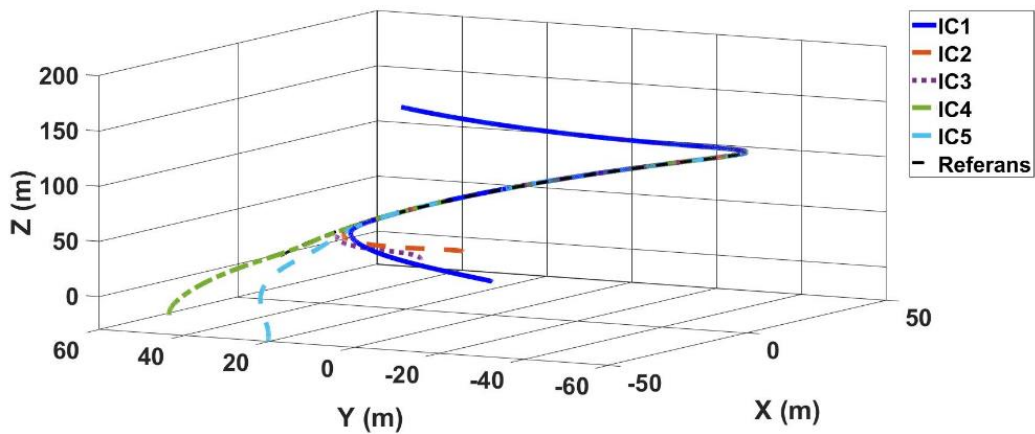
Şekil 6.34. Üç eksendeki açı hataları (Sim 5)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Şekil 6.33 ve Şekil 6.34’de farklı başlangıç koşulları için askıda yük taşıyan quadrotorun üç eksendeki pozisyon ve açı hatalarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Şekillerden de görüldüğü üzere kontrol edilen sistemine ait pozisyon ve açı hataları, farklı başlangıç koşulları altında da hızlı bir şekilde sifira yakınsamaktadır.

Senaryo 6) Bu simülasyonda askıda yük taşıyan quadrotor sisteminin, Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edildiğinde Çizelge 6.6’da verilen yörüngeleri farklı başlangıç koşulları altında nasıl takip ettiği gösterilecektir. Quadrotorun başlangıç açıları üç eksende sırası $[0,0,0]rad$ olarak kabul edilmiştir ve başlangıç pozisyonları x, y, z eksenleri için sırasıyla: $IC1 = [0,0,0]m$, $IC2 = [20,20,10]m$, $IC3 = [20,30,0]m$, $IC4 = [-40,50,-20]m$, $IC5 = [-50,20,-30]m$ olarak alınmıştır. Yapay sinir ağı ağırlıklarının başlangıç değerleri de sıfır olarak seçilmiştir. Simülasyon süresi 90 saniye olarak seçilmiştir. Simülasyon sonuçlarını veren grafiklere ait şekillerin açıklamalarında tekrara düşmemek için bu kısımda yapılan simülasyonlar için “Sim 6” ifadesi kullanılacaktır.

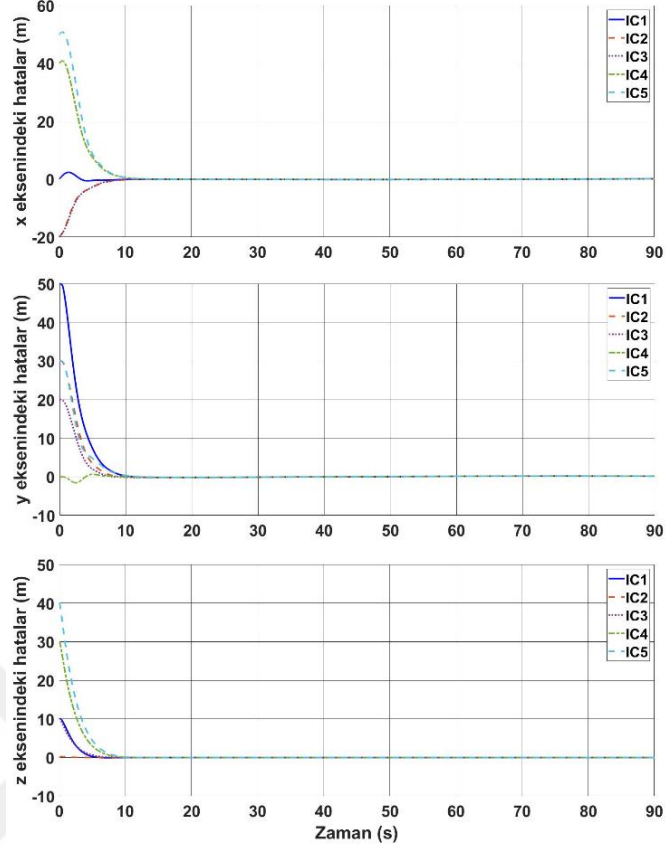
Şekil 6.35’de yukarıda verilen başlangıç koşulları için quadrotorun üç boyutlu yörünge takibi verilmektedir. Bir önceki simülasyona göre başlangıç değerleri arasındaki farklar daha büyük olmasına rağmen önerilen kontrolcü yapısının başarılı bir takip sağladığı görülmektedir.



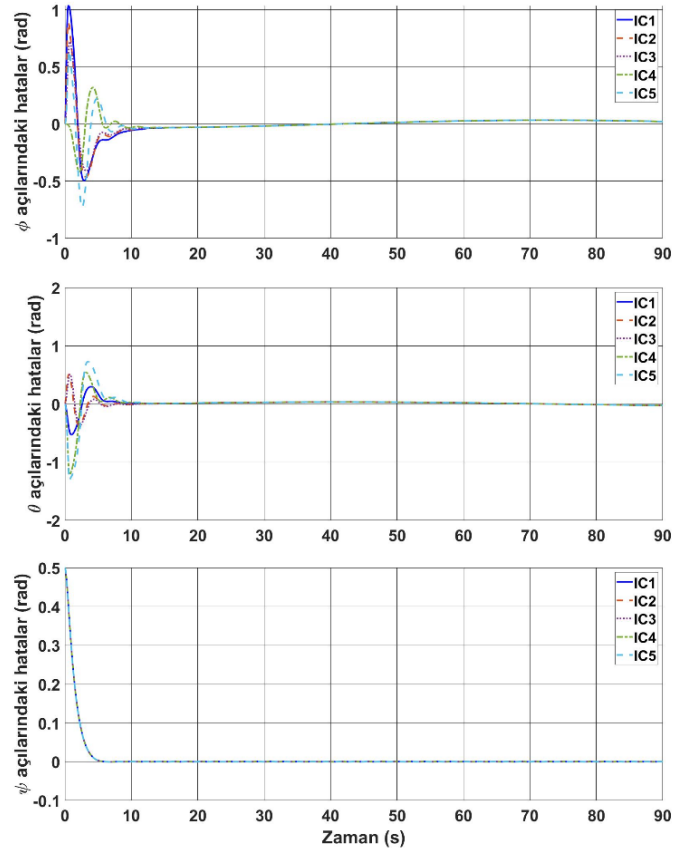
Şekil 6.35. Quadrotorun üç boyutta yörünge takibi (Sim 6)

Şekil 6.36 ve Şekil 6.37’de ise üç eksendeki pozisyon ve açı hatalarının zamana göre değişimleri farklı başlangıç koşulları için verilmektedir. Sisteme ait hataların yukarıda hesaplanan ulaşma süresinden daha kısa sürede sifira yakınsadığı açıktır.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI



Şekil 6.36. Üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 6)



Şekil 6.37. Üç eksendeki açı hataları (Sim 6)

6.2. Askıda Yük Taşıyan Birden Fazla Quadrotor için Simülasyon Sonuçları

Bu bölümde, askıda yük taşıyan birden fazla quadrotor için gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarına yer verilecektir. Askıda yük taşıyan üç adet quadrotor İHA'dan oluşan bir sistem modellenerek simülasyonlarda kullanılmıştır. Simülasyonlar MATLAB ortamında ode45 solver kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bütün simülasyonların süreleri 120 saniye olarak seçilmiştir. Yapılan simülasyon çalışmalarında quadrotorun kütle ve eylemsizlik değerlerinin %20'lik bir belirsizliğe sahip oldukları varsayılmıştır. Böylece, $\Delta m = 0,20m$, $\Delta I_x = 0,20I_x$, $\Delta I_y = 0,20I_y$, $\Delta I_z = 0,20I_z$ olacaktır. Bunların yanında her quadrotora etki eden zamanla değişen dış bozucu etkiler, $D_{xi} = 0,1\sin(t + 2)$, $D_{yi} = 0,2\cos(t + 1)$, $D_z = 0,3\sin(3t + 3)$, $D_{\phi_i} = 0,2\cos(0,2t + 3)$, $D_{\theta_i} = 0,2\sin(0,2t + 5)$, $D_{\psi_i} = 0,2\sin(0,3t + 2)$ olarak alınmıştır. Her bir quadrotora ait model parametreleri Çizelge 6.1'de verildiği gibi alınmıştır, burada yükün kütlesi $m_L = 1,1kg$ olarak alınmıştır ve kontrolcü parametreleri de Çizelge 6.7'de verilmiştir. İstenilen yörüngelerde Çizelge 6.8'de verilmiştir. Bu kısımda yapılan simülasyonlar için sırası ile “Sim 7”, “Sim 8”, “Sim 9” ve “Sim 10” ifadeleri kullanılacaktır.

Çizelge 6.7. Her bir quadrotor için kontrolcü parametreleri

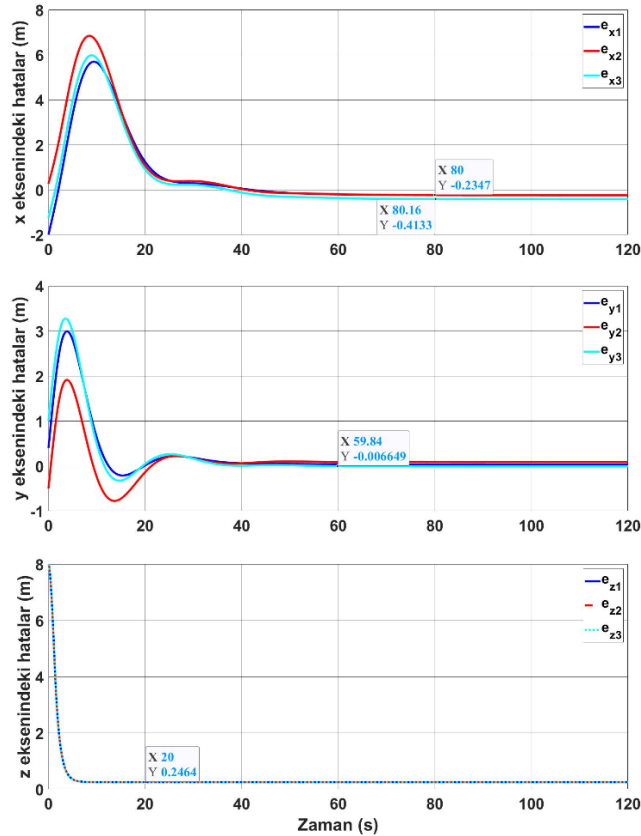
Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer
a_{11}	1	η_1	2	a_{12}	1	r_{32}	2
η_2	5	a_{41}	2	η_3	5	k_q	0,3
a_{42}	2	η_4	2	r_{11}	2	δ	0,9
$\beta_1 = q$	1/3	r_{12}	2	$\beta_2 = p$	5/3	k_p	1,5
r_{31}	2	α_1	83/97	r_{21}	2		
k_n	0,01	r_{22}	2	μ_i	0,01		

Çalışmada geliştirilen Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının üstünlüğünü ortaya koymak amacıyla önerilen kontrolcü yapısı simülasyonlarda iki farklı kontrolcü yapısı ile karşılaştırılmıştır. Modellenen birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemi simülasyonlarda ilk önce klasik bir KKK yapısıyla, daha sonra bir YSA-KKK yapısı ile kontrol edilmiştir. Son olarak çalışmada önerilen Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısı ile kontrol edilerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Çizelge 6.8. İstenilen pozisyon ve açı değerleri

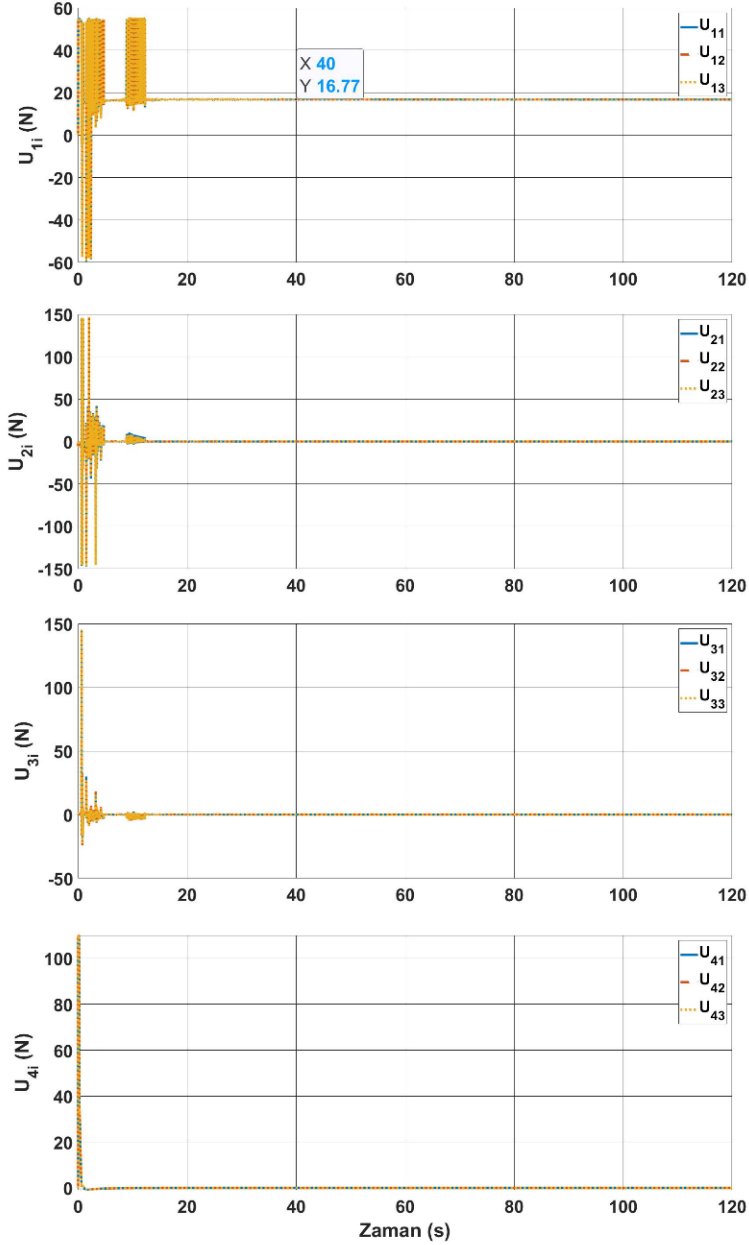
Parametre	Değer (m)	Parametre	Değer (rad)
x_{1d}	t	ϕ_{1d}	0
x_{2d}	$t - \sqrt{3}$	ϕ_{2d}	0
x_{3d}	$t + \sqrt{3}$	ϕ_{3d}	0
y_{1d}	t	θ_{1d}	0
y_{2d}	$t - 3$	θ_{2d}	0
y_{3d}	$t - 3$	θ_{3d}	0
z_{1d}	8	ψ_{1d}	0,5
z_{2d}	8	ψ_{2d}	0,5
z_{3d}	8	ψ_{3d}	0,5
		$\alpha_1^d = \alpha_L^d$	$\pi/6$
		$\beta_1^d = \beta_L^d$	$\pi/2$
		β_2^d	$7\pi/6$
		β_3^d	$11\pi/6$



Şekil 6.38. KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 7)

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu bölümde gerçekleştirilen ilk simülasyonda, üç quadrotor ile askıda yük taşıyan sistem klasik bir KKK ile kontrol edilmiştir. KKK ile gerçekleştirilen simülasyonlarda signum fonksiyonu yerine (6.1) ile tanımlanan bir saturasyon fonksiyonu kullanılarak çattırtı etkisi ve dolayısıyla hesaplama yükü azaltılarak simülasyon süreleri kısaltılmıştır. Yapılan bu güncelleme sadece klasik KKK yapısında kullanılmıştır diğer kontrolcü yapılarında böyle bir sınırlamaya gidilmemiştir.



Şekil 6.39. KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 7)

Şekil 6.38’de askıda yük taşıyan üç quadrotorun KKK için sırası ile x, y, z eksenlerindeki pozisyon hataları verilmiştir. Sistem klasik KKK ile kontrol edildiğinde

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

quadrotorların x -ekseninde $0,2 m$ ile $0,4 m$ arasında değişen hatalar ile istenilen değerlere yaklaşabildiği görülmektedir. Ayrıca y - eksenindeki hatalar kabul edilebilir düzeyde olsa da z -ekseninde $0,6 m$ civarında büyük denebilecek hataların meydana geldiği görülmektedir.

Şekil 6.39'da KKK ile kontrol edilen sistem için kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi, hem kontrolcü işaretlerinde ciddi bir çattırtı etkisi mevcuttur hem de kontrol sinyallerinin değerleri oldukça yüksektir. u_{1i} kontrolcü işaretlerinin değerleri $60 N$ civarındayken çattırtı etkisi de açıkça görülmektedir. Benzer şekilde u_{2i} ve u_{3i} işaretlerinde de çattırtı etkisinin yanı sıra kontrolcü işaretlerinin değerlerinin $150 N$ değerlerine yaklaştığı gözlemlenmektedir. Sapma hareketini kontrol eden u_{4i} işaretlerinin çattırtı etkisini açıkça göstermeyeceği beklenebilir ancak işaretlerin genliklerinin $100 N$ civarına kadar çıkabildiği görülmektedir. Bu sonuçlardan da anlaşılacağı üzere klasik KKK kullanılırken çattırtı etkisi ve yüksek kontrolcü girişi kaçınılmazdır.

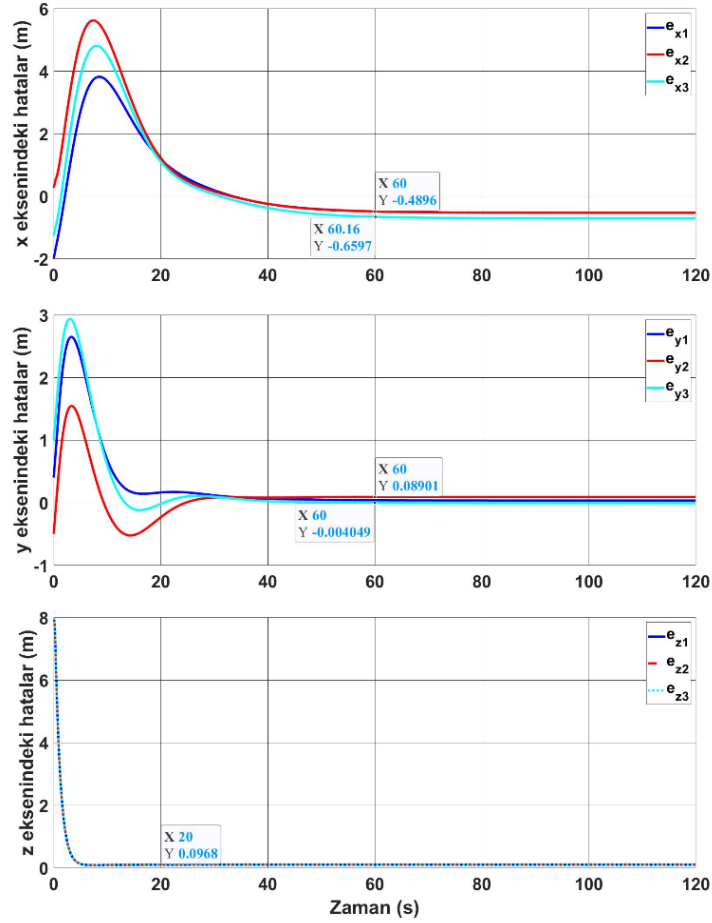
İkinci bir simülasyonda, klasik KKK işaretlerinde ortaya çıkan çattırtı etkilerini en aza indirmek ve kontrol girişlerinin genliklerini azaltmak için KKK yapısına bir yapay sinir ağı bileşeni eklenmiştir. Ayrıca, yapay sinir ağı bileşeni sistemin dinamiklerini tahmin edeceğinden, kontrolcüyü tasarlamak için sistem dinamiği hakkında önceden bilgi sahibi olunmasına da gerek yoktur.

Şekil 6.40'da YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için x, y, z eksenlerindeki pozisyon hatalarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Burada bir önceki simülasyonda kullanılan KKK ile kıyaslandığında, YSA-KKK yapısının y ve z -eksenlerindeki hataları azaltılırken, x -eksenindeki hataların büyümesine neden olduğu görülmektedir.

Bu çalışmadaki tüm kontrolcülerin aynı kontrolcü parametrelerini kullandığına dikkat edilmelidir. YSA-KKK yapısının kontrolcü katsayıları, x -eksenindeki hataları ortadan kaldıracak şekilde güncellenebilir. Ancak bu durumda kontrolcü girişlerinin de aşağıda verilecek değerlerinden daha farklı olacağı açıktır. Ayrıca simülasyon sonuçları verilirken kontrolcü yapılarının tasarlanan sistemin performansını nasıl etkiledikleri

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

karşılaştırmalı olarak verildiği için kontrolcü parametrelerinin bütün kontrol yapıları için aynı olduğuna dikkat edilmiştir.

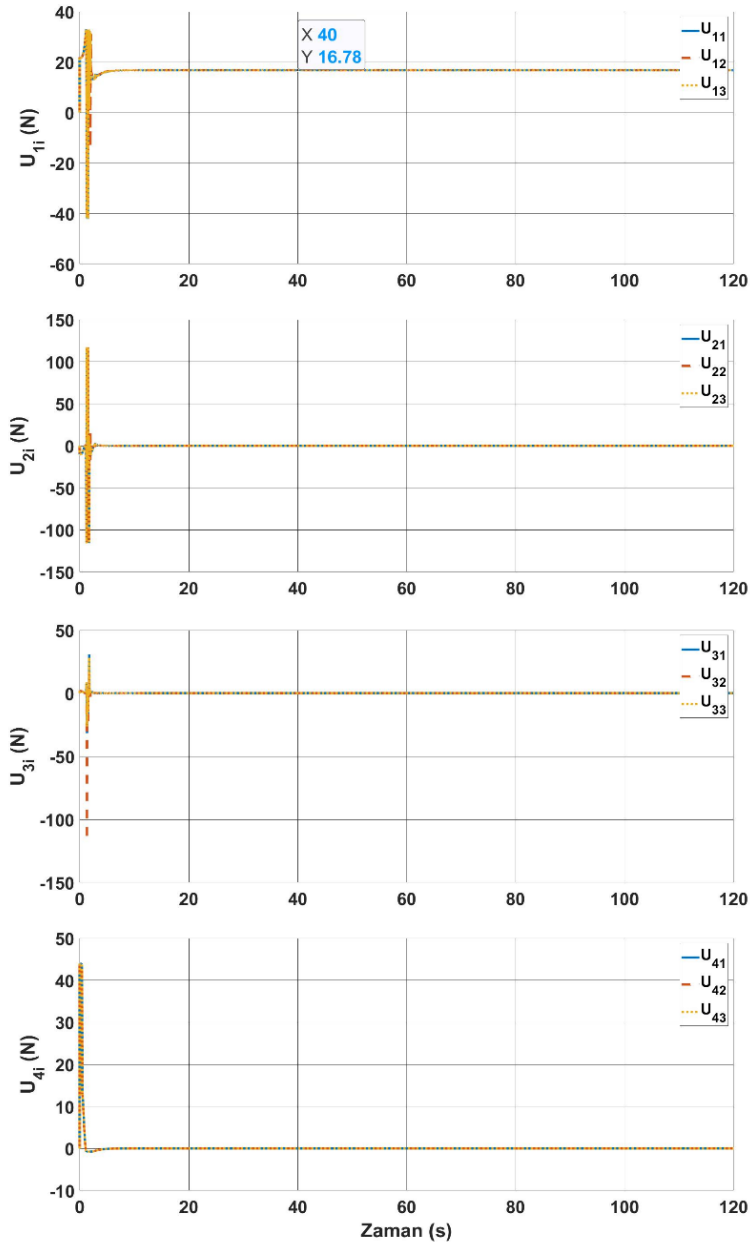


Şekil 6.40. YSA-KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 8)

Şekil 6.41’de YSA-KKK yapısı ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. KKK için Şekil 6.39’da verilen kontrol işaretleri ile karşılaştırıldığında YSA-KKK kontrolcü işaretlerinde oluşan çattırtı etkilerinin önemli ölçüde giderildiği görülmektedir. Burada kontrolcü işaretlerinde çattırtı etkisinin tamamen giderilemediği anlaşılmaktadır. Bunun temelde iki nedeni vardır. Birincisi, KKK yapısında bulunan signum fonksiyonunun doğrudan kullanılması, ikincisi ise kontrol edilmek istenen sistemin doğrusal olmayan bileşenlerinin fazla olmasıdır. Bir quadrotor ile yük taşıyan sistemlerin simülasyonları yapılırken signum fonksiyonu kullanılmasına rağmen kontrol işaretlerinin yapay sinir ağı bileşeni yardımı ile neredeyse tamamen çattırtıdan arındırıldığı görülmüştür. Ancak birden fazla quadrotor ile askıda yük taşıyan sistemlerde, parametre belirsizlikleri, dış bozucu etkiler ve yük dinamiklerinin yanı sıra quadrotorların birbirleri üzerine uyguladıkları

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

kuvvetlerden doğan, doğrusal olmayan etkilerinde hesaba katılarak yapay sinir ağı tarafından öğrenilmesi gerekmektedir. Bu sebeplerden dolayı birden fazla quadrotor ile yük taşıyan sistemlerin kontrolcü işaretleri hesaplanırken, yapay sinir ağı bileşeni, bilinmeyen dinamikleri öğrenene kadar kontrolcü işaretlerinde küçük bozulmalar olabilmektedir.



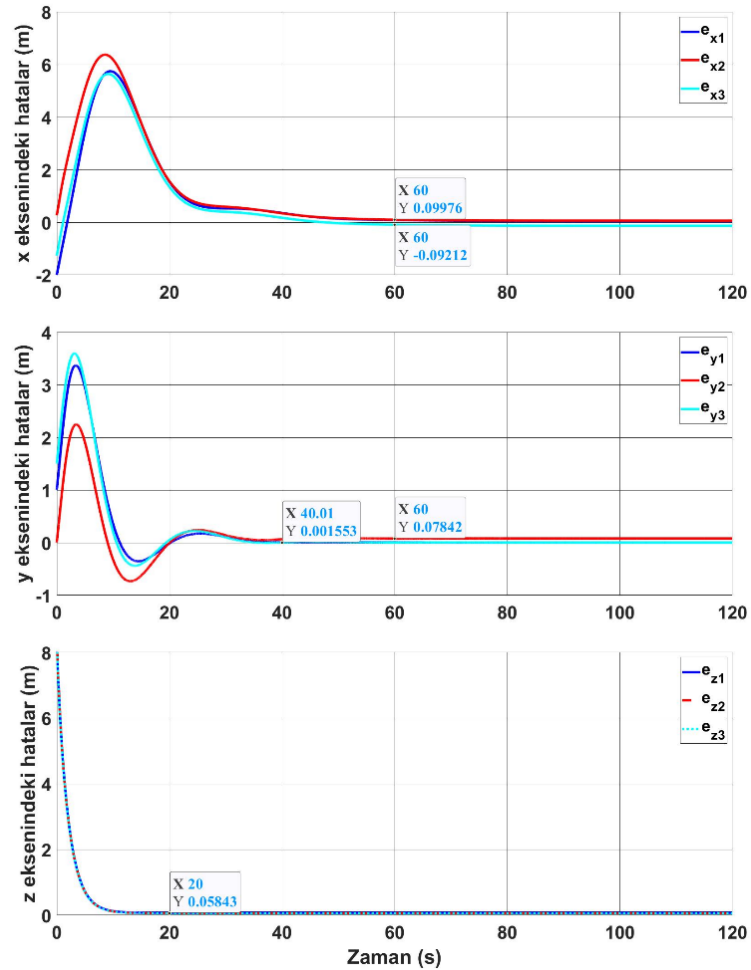
Şekil 6.41. YSA-KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 8)

Önemli ölçüde giderilen çatırtı etkilerinin yanı sıra kontrolcü işaretlerinin genliklerinde YSA bileşeni sayesinde ciddi manada düşürüldüğü sonuçlardan görülmektedir. Sonuçlardan u_{1i} işaretlerinin genliklerinin 60 N değerlerinden 30 N

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

değerlerine kadar gerilediği, benzer şekilde u_{2i} ve u_{3i} işaretlerindeki sıçramaların 150 N değerlerinden 100 N değerlerine indiği ve u_{4i} işaretlerinin de 100 N değerlerinden 40 N değerlerine geriledikleri görülmektedir.

Bu bölümde yapılan üçüncü simülasyonda ise askıda yük taşıyan üç quadrotordan oluşan sistemin kontrolü için Sabit Zamanlı YSA-KKK kullanılmıştır. Klasik KKK ile karşılaştırıldığında, Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının çarptı etkisini etkili bir şekilde giderdiği görülmüştür. YSA-KKK yapısı ile karşılaştırıldığında ise kontrolcü girişlerinin genliklerini önemli ölçüde azalttığı ve her üç eksendeki konum hatalarını büyük oranda minimize ettiği anlaşılmıştır.



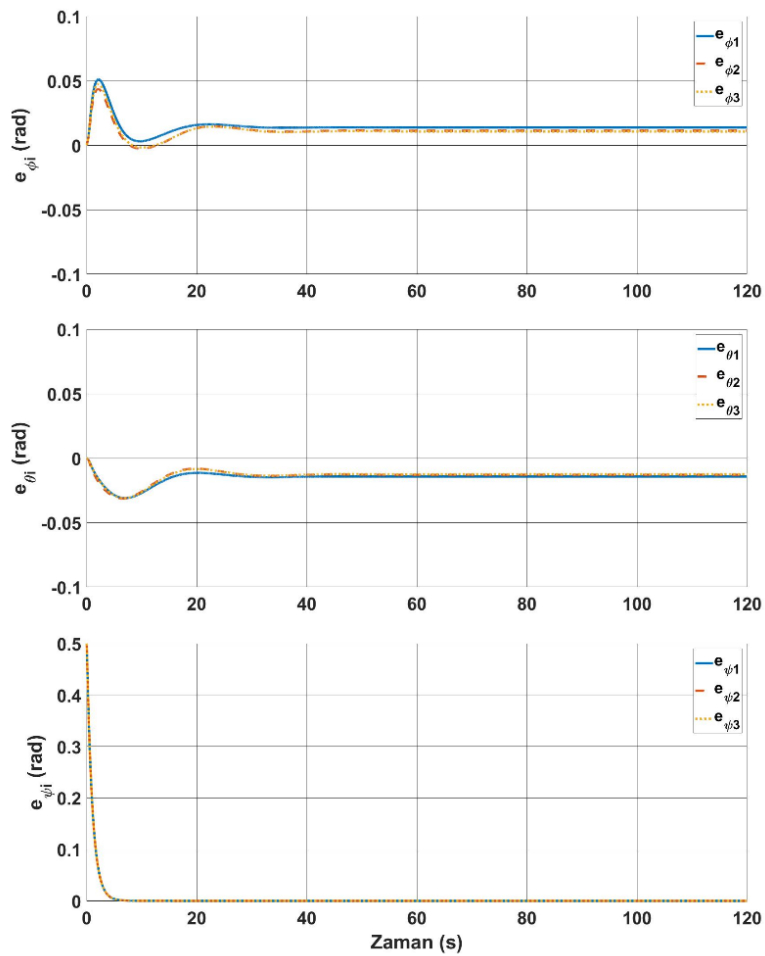
Şekil 6.42. Sabit Zamanlı YSA-KKK için üç eksendeki pozisyon hataları (Sim 9)

Şekil 6.42’de Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için x, y, z - eksenlerindeki pozisyon hatalarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Quadrotorların her üç ekseninde de çok küçük hatalar ile istenilen değerlere

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

yakınsadıkları gösterilmiştir. Quadrotorlar için YSA-KKK ile 20 saniye sonra kabaca 0,1 m'lik hatalar ölçülmüşken Sabit Zamanlı YSA-KKK ile bu hataların yaklaşık olarak yarıya indikleri görülmektedir.

Şekil 6.43'de Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için üç eksendeki açı hatalarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Hataların değişimlerinden de görüleceği gibi quadrotorlar çok küçük hatalar ile istenilen değerlere yakınsamaktadırlar.

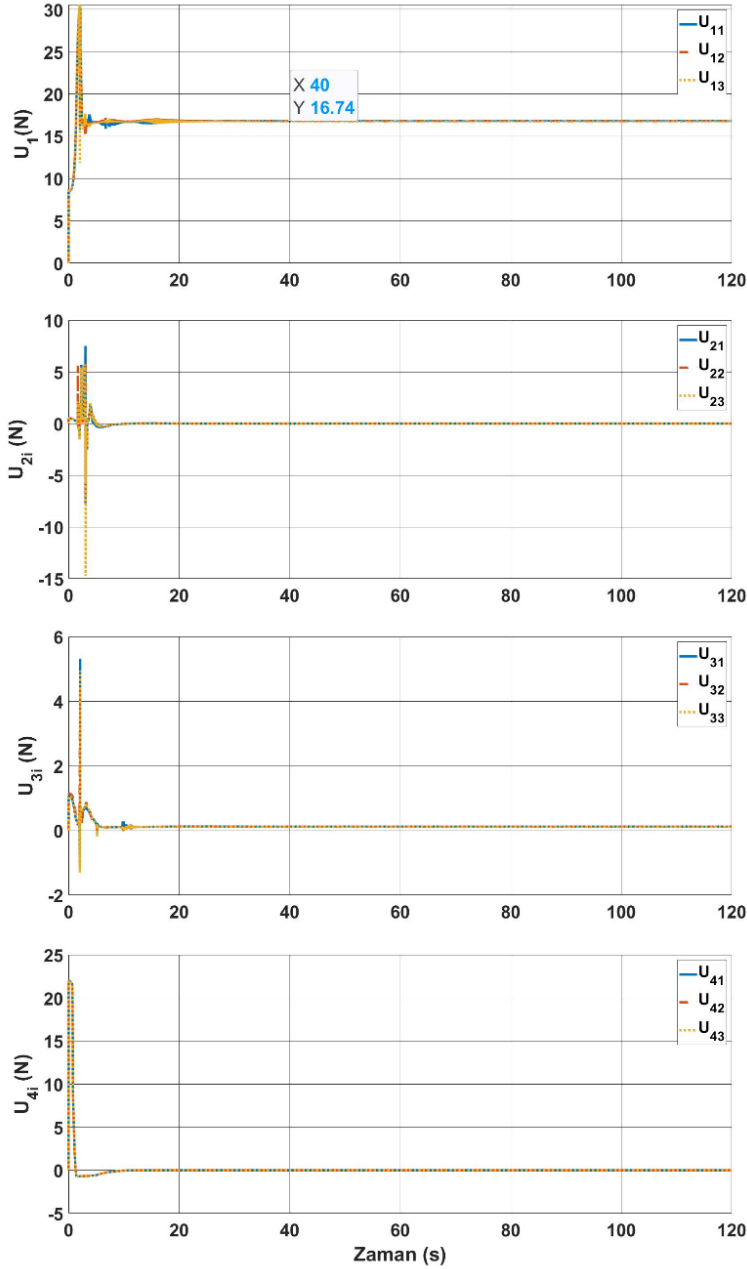


Şekil 6.43. Sabit Zamanlı YSA-KKK için üç eksendeki açı hataları (Sim 9)

Şekil 6.44'de Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için kontrolcü işaretlerinin zamana göre değişimleri verilmektedir. Sonuçlar kontrolcü işaretlerinin ilk iki kontrol yöntemine kıyasla daha üstün girişler ürettiğini göstermektedir. Burada u_{1i} girişlerinin salınımlarının 30 N altına düştüğü, u_{2i} ve u_{3i} işaretlerinin genliklerinin maksimum değerlerinin 10 N'a kadar gerilediği ve u_{4i}

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

işaretlerinin en yüksek değerlerinin 25 N'den az olduğu görülmektedir. Ayrıca yapay sinir ağı bileşeni dinamikleri öğrenene kadar giriş işaretlerinde küçük bozulmalar olduğu ve ardından hızla nominal değerlere döndükleri anlaşılmaktadır.

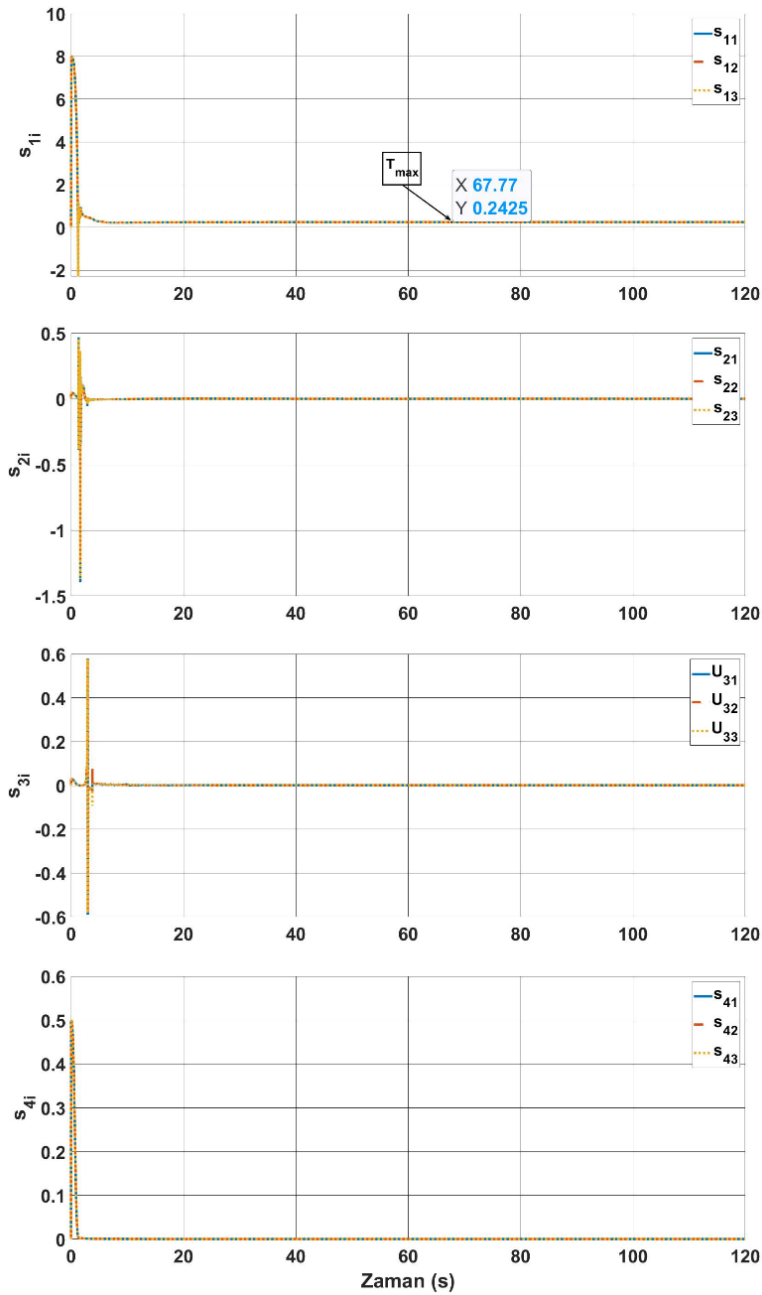


Şekil 6.44. Sabit Zamanlı YSA-KKK için kontrol işaretlerinin zamana göre değişimi (Sim 9).

Şekil 6.45’de Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotor için kayma yüzeyi fonksiyonlarının zamana göre değişimleri verilmektedir. Kayma yüzeyi fonksiyonlarının kontrol girişlerine benzer şekilde tepki verdiği ve sıfıra yakın değerlere yakınsadıkları görülmektedir. Ayrıca şekilde s_{1i} kayma yüzeyi

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

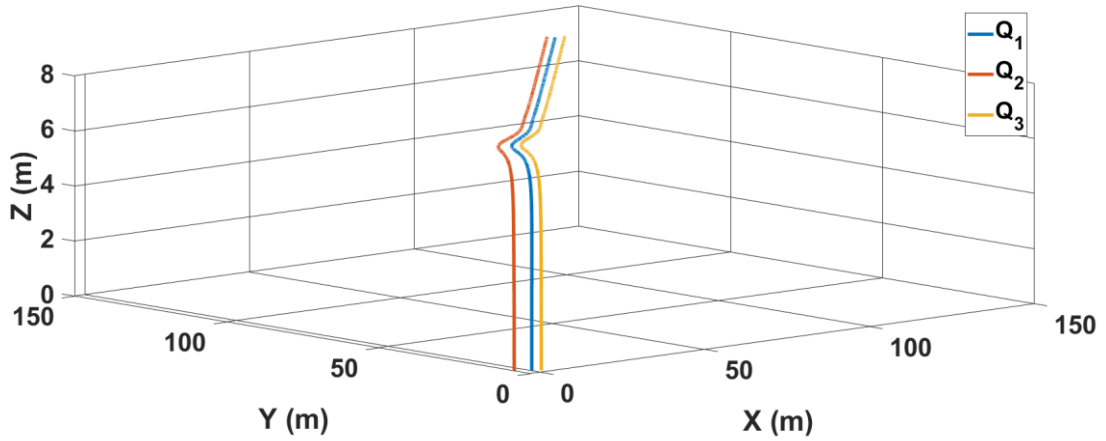
fonksiyonlarının sabit zamanlı yakınsama süresi T_{max} olarak gösterilmektedir. Üç yakınsama süresi (5.63)'de tanımlanan denklemler ve Çizelge 6.7'de verilen kontrolcü parametreleri kullanılarak $T_{max} < 63.123$, $T_{max} < 67.775$ ve $T_{max} < 57.411$ olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, s_{1i} kayma yüzeyi fonksiyonları için yakınsama süresi $T_{max} < 67.775$ 'dir. Şekil ayrıca kayma yüzeyi fonksiyonlarının yakınsama sürelerinin hesaplanan T_{max} değerinden daha kısa olduğunu açıkça göstermektedir ve hesaplanan yakınsama süresinin doğruluğunu göstermektedir.



Şekil 6.45. Sabit Zamanlı YSA-KKK için kayma yüzeyi fonksiyonlarının zamana göre değişimi (Sim 9).

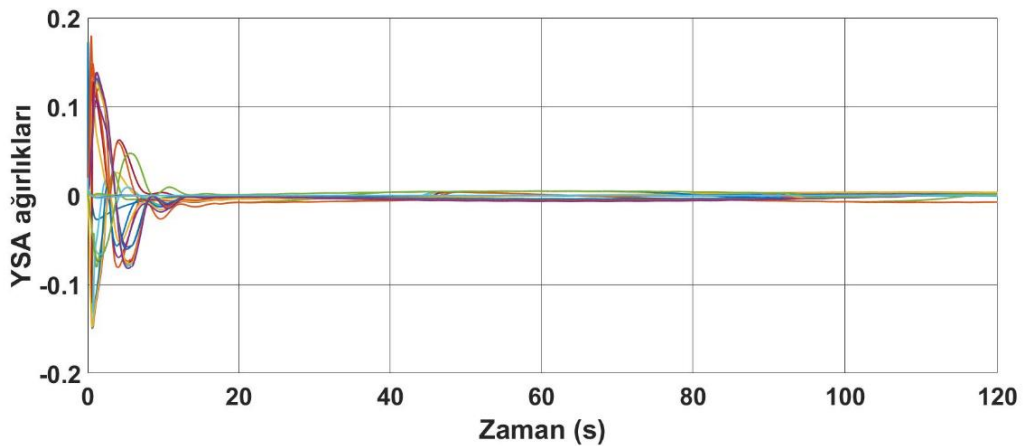
6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Şekil 6.46'da Sabit Zamanlı YSA-KKK ile kontrol edilen askıda yük taşıyan üç quadrotorun üç boyutlu yörünge takipleri verilmektedir. Parametre belirsizlikleri, zamanla değişen dış bozucu etkiler, quadrotorların birbirleri üzerine yaptıkları etkiler ve askıda taşınan yükün getirdiği ek dinamikler dikkate alındığında, önerilen kontrolcü yapısının quadrotorların istenilen yörüngeleri başarılı bir şekilde takip etmesine olanak sağladığı açıktır.



Şekil 6.46. Sabit Zamanlı YSA-KKK için quadrotorların yörünge takibi (Sim 9)

Şekil 6.47'de Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısında kullanılan yapay sinir ağı ağırlıklarının zamana göre değişimleri verilmektedir. YSA ağırlıklarının bilinmeyen dinamiklere hızla adapte oldukları ve sifıra yakın değerlere yakınsadıkları görülmektedir.

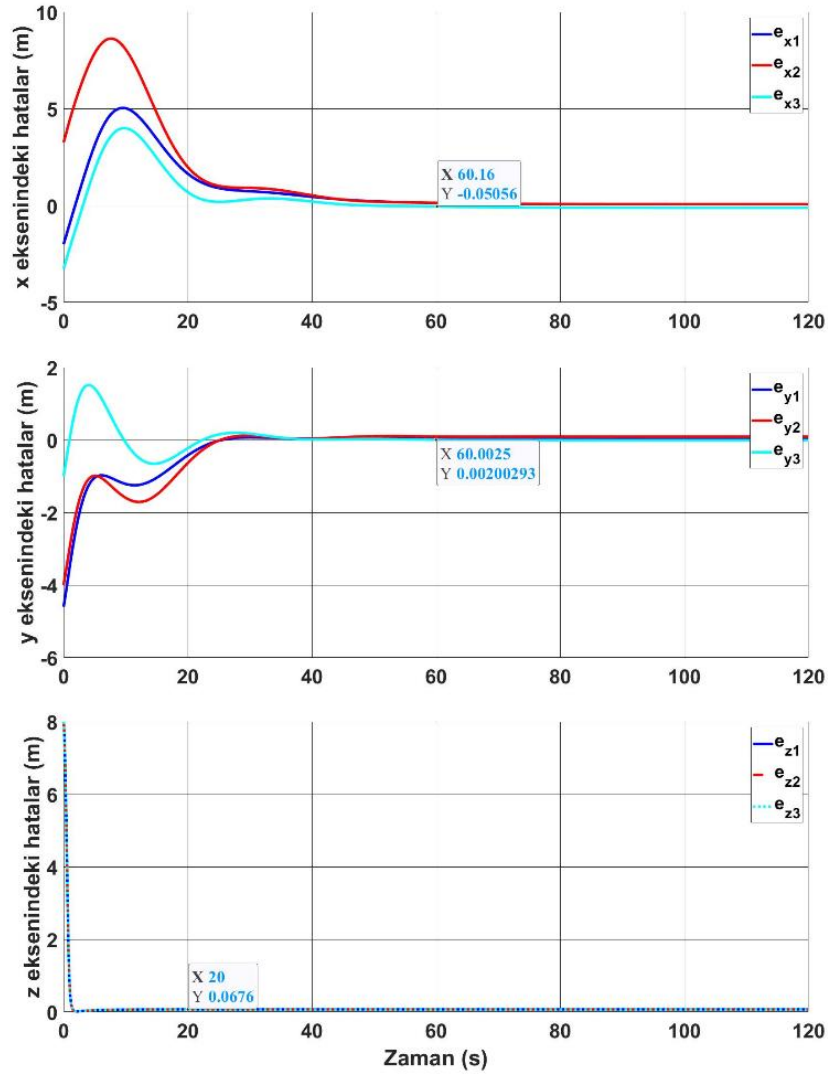


Şekil 6.47. YSA ağırlıklarının zamana göre değişimleri (Sim 9)

Çalışmada önerilen Sabit Zamanlı YSA-KKK yapısının, sistemi başlangıç koşullarından bağımsız olarak kontrol edebildiğini göstermek amacıyla çalışmada farklı

6. SİMÜLASYON SONUÇLARI

başlangıç koşullarıyla başka bir simülasyon yapılmış ve bu simülasyonda elde edilen konum hatalarının değişimi Şekil 6.48'de sunulmuştur. Bu simülasyonda, quadrotorların başlangıç açıları sıfır olarak alınmıştır ve başlangıç pozisyonları x, y, z -eksenleri için sırası ile şu şekilde seçilmiştir: $x_i(0) = [0, -6, 4]m$, $y_i(0) = [10, 7, 4]m$, $z_i(0) = [0, 0, 0]m$, $i = 1, 2, 3$. Şekilden de görülebileceği gibi başlangıç koşulları değişse de quadrotorlar çok küçük hatalarla hızlı bir şekilde istenilen konumlara ulaşmaktadır.



Şekil 6.48. Farklı başlangıç koşulları için pozisyon hataları (Sim 10)

Başlangıç koşullarının önceki simülasyona göre önemli ölçüde değişmesine rağmen, sistem durumlarının hataları, daha önce (5.63) ile hesaplanan yerleşme süresinden daha kısa sürede sıfırın yakın bir komşuluğa yakınsamaktadır. Yerleşme süresi başlangıç koşullarından bağımsız olduğundan bu simülasyon için de aynı değer olarak hesaplanacaktır.

7. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında askıda yük taşıyan quadrotor İHA sistemlerinin modellenmesi ve modellenen sistemler için özgün sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu amaç ile önce askıda yük taşıyan bir quadrotorun doğrusal olmayan modeli, parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkilerde dikkate alınarak elde edilmiştir. İkinci olarak da askıda yük taşıyan birden fazla quadrotordan oluşan bir sistemin geliştirilmiş özgün bir modeli elde edilmiştir. Bu çalışmada modellenen sistem, istenilen sayıda İHA ile yükün taşınmasına imkân verecek şekilde geliştirilmiştir. Bu amaçla parametre belirsizlikleri ve dış bozucu etkiler ve yükün quadrotorlar üzerindeki etkileri ile quadrotorların birbirleri üzerindeki etkileri değerlendirilerek sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemleri elde edilmiştir. Modellenen sistemleri kontrol etmek için özgün birer sonlu/sabit zamanlı yapay sinir ağı tabanlı adaptif kayan kipli kontrolcü yapıları tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcü yapısı kayan kipli kontrol bileşeni yardımı ile sisteme gürbüzlük kazandırırken yapay sinir ağı bileşeni yardımı ile sistem dinamiklerindeki belirsizlikleri öğrenerek kayan kipli kontrolün etkinliğini artırmıştır ve kontrol işaretlerinin genliklerini önemli ölçüde iyileştirmiştir. Ayrıca tasarlanan kontrolcü yapısı ile doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde önemli bir gereksinim olarak ortaya çıkan, sistem durumlarının istenilen referans değerlerine ulaşma süresi olarak bilinen yerleşme süresinin de belirlenmesi sağlanmıştır. Sonlu zamanlı kararlılık analizinde yerleşme süresi, sistemin başlangıç durumlarına bağlı olduğu için her zaman hesaplanabilmesi mümkün olamamaktadır. Bu tezde yapılan çalışmaların sonucunda, önerilen kontrolcü yapısına ilave edilen sabit zamanlı kararlılık analizi yapısının, sistem durumlarının istenilen değerlere yerleşme sürelerinin hesaplanmasını sağlamakla beraber kontrolcü performansını da iyileştirdiği gösterilmiştir. Lyapunov kararlılık analizi kullanılarak, geliştirilen kontrolcülerin doğruluğu matematiksel olarak ispat edilmiştir ve yapılan kapsamlı simülasyon çalışmaları ile bu ispatlar doğrulanmıştır.

İlerleyen çalışmalarda, bu tez çalışmasında modellenen sistemlerin ve tasarlanan kontrolcü yapılarının gerçek zamanlı uygulamalarda test edilmesi düşünülebilir. Ayrıca bu çalışmada yükleri quadrotorlara bağlamak için kullanılan kabloların rijit yapıda oldukları kabul edilmiştir. Daha sonraki çalışmalarda bu bağlantı kablolarının esnek

yapılı olarak modellenmesi mümkündür. Bu durum kablonun gerilimini azaltabilir ve sönümlü bir yapıda kablo kullanılırsa yükün salınımı da kısıtlanabilir. Bunların yanında, taşınan yükün kütlelerinin ve/veya ağırlık merkezinin değişkenlik gösterdiği durumlarda önerilen kontrolcü yapısının performansı test edilebilir.

Çalışmada kullanılan yapay sinir ağı yapısının basit olması nedeni ile yapay sinir ağının gizli katmanlarındaki nöron sayıları deneme yanılma yoluyla belirlenmiştir. Literatürde gizli katmanlarda bulunan nöron sayılarını belirlemek için çeşitli optimizasyon algoritmaları önerilmiştir. İlerleyen çalışmalarda farklı optimizasyon teknikleri kullanılarak gizli katmanda bulunan nöron sayıları belirlenebilir. Ayrıca çalışmada kullanılan yapay sinir ağı yapısı, gizli katman sayısı artırılarak ve farklı aktivasyon fonksiyonları kullanılarak değiştirilebilir. Bunların yanı sıra görüntü işleme teknikleri kullanılarak askıda yük taşıyan quadrotorlar için engel tanıma veya engelden kaçma uygulamaları gerçekleştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Akhtar, A., Saleem, S. and Shan, J. 2023. Path following of a quadrotor with a cable-suspended payload. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 70(2), 1646–1654.
- Alkomy, H. and Shan, J. 2021. Vibration reduction of a quadrotor with a cable-suspended payload using polynomial trajectories. *Nonlinear Dynamics*, 104(4), 3713–3735.
- Arab, F., Shirazi, F. A. and Yazdi, M. R. H. 2021. Planning and distributed control for cooperative transportation of a non-uniform slung-load by multiple quadrotors. *Aerospace Science and Technology*, 117, 106917.
- Ariyibi, S. O. 2019. Modeling and control of quadrotor formations carrying a slung load. Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Havacılık ve Uzun Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 166, Ankara.
- Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E. and Utkin, V. I. 2000. On multi-input chattering-free second-order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(9), 1711–1717.
- Bhat, S. P. and Bernstein, D. S. 2000. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal of Control Optimization*, 38(3), 751–766.
- Bingöl Ö. and Güzey, H. M. 2021. Neuro sliding mode control of quadrotor UAVs carrying suspended payload. *Advanced Robotics*, 35(3–4), 255–266.
- Bingöl, Ö. 2019. Askıda yük taşıyan dört rotorlu İHA için kontrolcü tasarımı. Yüksek Lisans Tezi, Erzurum Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Anabilim Dalı, 67, Erzurum
- Bingöl, Ö. and Güzey, H. M. 2020. Sliding mode control for a quadrotor UAV transporting a cable-suspended payload. In *Smart Innovation, Systems and Technologies* (154), 289–303.
- Bingöl, Ö. and Güzey, H. M. 2022. Finite-time neuro sliding mode controller design for quadrotor UAVs carrying suspended payload. *Drones*, 6(10), 311.
- Bingöl, Ö. and Güzey, H. M. 2023. Fixed-time neuro-sliding mode controller design for quadrotor UAV transporting a suspended payload. *European Journal of Control*, 73, 100879.
- Bisgaard, M., la Cour-Harbo, A. and Dimon Bendtsen, J. 2010. Adaptive control system for autonomous helicopter slung load operations. *Control Engineering Practice*, 18(7), 800-811.
- Bouabdallah, S., Murrieri, P. and Siegwart, R. 2004. Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'04)*, 26 April–01 May, 4393-4398, New Orleans, USA.

- Ccari, L. F. C. and Yanyachi, P. R. 2023. A novel neural network-based robust adaptive formation control for cooperative transport of a payload using two underactuated quadcopters. *IEEE Access*, (11), 36015–36028.
- Chai, Y., Liang, X., Yang, Z. and Han, J. 2022. Energy-based nonlinear adaptive control for collaborative transportation systems. *Aerospace Science and Technology*, 126, 107510.
- Chakrabarty, S. and Bandyopadhyay, B. 2015. A generalized reaching law for discrete time sliding mode control. *Automatica*, 52, 83–86.
- Chakrabarty, S. and Bandyopadhyay, B. 2016. A generalized reaching law with different convergence rates. *Automatica*, 63, 34–37.
- Chen, C. 2009. Multiple degree of freedom inverted pendulum dynamics: Modeling, computation, and experimentation. *Doktora Tezi*, University of Southern California, 153, California.
- Chen, C., Li, L., Peng, H., Yang, Y., Mi, L. and Wang, L. 2019. A new fixed-time stability theorem and its application to the synchronization control of memristive neural networks. *Neurocomputing*, (349), 290–300.
- de Angelis, E. L. 2019. Swing angle estimation for multicopter slung load applications. *Aerospace Science and Technology*, (89), 264–274.
- de Angelis, E. L., Giulietti, F. and Pipeleers, G. 2019. Two-time-scale control of a multicopter aircraft for suspended load transportation. *Aerospace Science and Technology*, (84), 193–203.
- Dierks, T. and Jagannathan, S. 2010. Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 21(1), 50-66.
- Ding, Y., Xin, B. and Chen, J. 2021. A review of recent advances in coordination between unmanned aerial and ground vehicles. *Unmanned Systems*, 9(2), 97–117.
- Ding, Z. 2013. Consensus output regulation of a class of heterogeneous nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58(10), 2648-2653.
- Doakhan, M., Kabganian, M. and Azimi, A. 2023. Robust adaptive control for formation-based cooperative transportation of a payload by multi quadrotors. *European Journal of Control*, (69), 100763.
- Dorato, P. 2006. An overview of finite-time stability. *Current trends in nonlinear systems and control: In honor of Petar Kokotović and Turi Nicosia*, 185-194.
- Edwards, C. and Spurgeon, S. 1998. *Sliding Mode Control*, Crc press, 254, USA.
- Emami, S. A., Castaldi, P. and Banazadeh, A. 2022. Neural network-based flight control systems: Present and future. *Annual Reviews in Control*, (53), 97–137.

- Erginer, B. and Altuğ, E. 2007. Modeling and PD control of a quadrotor VTOL vehicle. Intelligent Vehicles Symposium (IVS-07), 15-17 June, 894-899, Istanbul, Turkey.
- Ertugrul, M., Kaynak, O., Sabanovic, A. and Ohnishi, K. 1996. Generalized approach for Lyapunov design of sliding mode controllers for motion control applications. International Workshop on Advanced Motion Control, AMC, (1), 407–412.
- Fallaha, C. J., Saad, M., Kanaan, H. Y. and Al-Haddad, K. 2011. Sliding-mode robot control with exponential reaching law. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58(2), 600-610.
- Faust, A., Palunko, I., Cruz, P., Fierro, R. and Tapia, L. 2017. Automated aerial suspended cargo delivery through reinforcement learning. Artificial Intelligence, (247), 381-398.
- Feng, Y., Rabbath, C. A. and Su, C.-Y. 2015. Modeling of a micro UAV with slung payload. Handbook of unmanned aerial vehicles, 1257-1272.
- Fink, J., Michael, N., Kim, S. and Kumar, V. 2011. Planning and control for cooperative manipulation and transportation with aerial robots. International Journal of Robotics Research, 30(3), 324–334.
- Gambhire, S. J., Kishore, D. R., Londhe, P. S. and Pawar, S. N. 2021. Review of sliding mode based control techniques for control system applications. International Journal of Dynamics and Control, 9(1), 363–378.
- Ghommam, J., Saad, M., Wright, S. and Zhu, Q. M. 2020. Relay manoeuvre based fixed-time synchronized tracking control for UAV transport system. Aerospace Science and Technology, (103), 105887.
- Godbole, A. R. and Subbarao, K. 2019. Nonlinear control of unmanned aerial vehicles with cable suspended payloads. Aerospace Science and Technology, (93), 105299.
- Goodarzi, F. A., Lee, D. and Lee, T. 2015. Geometric control of a quadrotor UAV transporting a payload connected via flexible cable. International Journal of Control, Automation and Systems, 13(6), 1486–1498.
- Goodarzi, F. A. and Lee, T. 2016. Stabilization of a rigid body payload with multiple cooperative quadrotors. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 138(12), 121001.
- Guerrero-Sánchez, M. E., Lozano, R., Castillo, P., Hernández-González, O., García-Beltrán, C. D. and Valencia-Palomo, G. 2021. Nonlinear control strategies for a UAV carrying a load with swing attenuation. Applied Mathematical Modelling, (91), 709–722.
- Guerrero-Sánchez, M. E., Mercado-Ravell, D. A., Lozano, R. and García-Beltrán, C. D. 2017. Swing-attenuation for a quadrotor transporting a cable-suspended payload.

ISA Transactions, (68), 433–449.

- Guzey, H. M., Dierks, T., Jagannathan, S. and Acar, L. 2019. Modified consensus-based output feedback control of quadrotor UAV formations using neural networks. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, (94), 283-300.
- Han, X., Miyazaki, R., Gao, T., Tomita, K. and Kamimura, A. 2022. Controller design and disturbance rejection of multi-quadcopters for cable suspended payload transportation using virtual structure. *IEEE Access*, (10), 122197-122210.
- Hardy, G., Littlewood, J. E. and Polya, G. 1952. *Inequalities*. Cambridge at the university press, 329, London.
- Hashemi, D. and Heidari, H. 2020. Trajectory planning of quadrotor UAV with maximum payload and minimum oscillation of suspended load using optimal control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 100(3-4), 1369-1381.
- Hua, C., Chen, J. and Guan, X. 2018. Adaptive prescribed performance control of QAVs with unknown time-varying payload and wind gust disturbance. *Journal of the Franklin Institute*, 355(14), 6323–6338.
- Hua, H., Fang, Y., Zhang, X. and Qian, C. 2022. A new nonlinear control strategy embedded with reinforcement learning for a multirotor transporting a suspended payload. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 27(2), 1174–1184.
- Hung, J. Y., Gao, W. and Hung, J. C. 1993. Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1), 2–22.
- Kim, S., Choi, S. and Kim, H. J. 2013. Aerial Manipulation Using a Quadrotor with a Two DOF Robotic Arm *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IEEE/RSJ)*, 3-8 November, 4990–4995, Tokyo, Japan.
- Lai, G., Liu, Z., Zhang, Y. and Chen, C. L. P. 2016. Adaptive position/attitude tracking control of aerial robot with unknown inertial matrix based on a new robust neural identifier. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 27(1), 18–31.
- Lee, D. Bin, Burg, T. C., Xian, B. and Dawson, D. M. 2007. Output Feedback Tracking Control of an Underactuated Quadrotor UAV. *American Control Conference (ACC)*, 09-13 July 1775–1780, New York, USA.
- Lee, T. 2018. Geometric control of quadrotor UAVs transporting a cable-suspended rigid body. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(1), 255-264.
- Levant, A. 2001. Universal single-input-single-output (SISO) sliding-mode controllers with finite-time convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(9), 1447–1451.
- Levant, A. 2007. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58(6), 1247-1263.

- Lewis, F. L. 1996. Neural network control of robot manipulators. *IEEE Expert*, 11(3), 64-75.
- Li, X., Zhang, J. and Han, J. 2021. Trajectory planning of load transportation with multi-quadrotors based on reinforcement learning algorithm. *Aerospace Science and Technology*, (116), 106887.
- Lian, S., Meng, W., Shao, K., Zheng, J., Zhu, S. and Li, H. 2022. Full attitude control of a quadrotor using fast non-singular terminal sliding mode with angular Velocity planning. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 69(2), 1597–1607.
- Liang, X., Fang, Y., Sun, N. and Lin, H. 2019. A novel energy-coupling-based hierarchical control approach for unmanned quadrotor transportation systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(1), 248–259.
- Liang, X., Li, S. and Fei, J. 2016. Adaptive fuzzy global fast terminal sliding mode control for microgyroscope system. *IEEE Access*,(4), 9681–9688.
- Liang, X., Lin, H., Zhang, P., Wu, S., Sun, N. and Fang, Y. 2021. A nonlinear control approach for aerial transportation systems with improved ntiswing and positioning performance. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 18(4), 2104–2114.
- Liang, X., Yu, H., Zhang, Z., Liu, H., Fang, Y. and Han, J. 2023. Unmanned aerial transportation system with flexible connection between the quadrotor and the payload: modeling, controller design, and experimental validation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 70(2), 1870–1882.
- Lindsey, Q., Mellinger, D. and Kumar, V. 2012. Construction with quadrotor teams. *Autonomous Robots*, 33(3), 323–336.
- Liu, J. 2017. *Intelligent control design and matlab simulation*. Springer, 290, Singapore.
- Liu, J. and Wang, X. 2011. *Advanced sliding mode control for mechanical systems*. Springer, 356, Berlin.
- Liu, Y., Li, H., Zuo, Z., Li, X. and Lu, R. 2022. An overview of finite/fixed-time control and its application in engineering systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, (99), 2106–2120.
- Lv, Z., Wu, Y., Sun, X. M. and Wang, Q. G. 2022. Fixed-time control for a quadrotor with a cable-suspended load. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23(11), 21932–21943.
- Lv, Z. Y., Li, S., Wu, Y. and Wang, Q. G. 2021. Adaptive control for a quadrotor transporting a cable-suspended payload with unknown mass in the presence of rotor downwash. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 70(9), 8505–8518.
- Lv, Z., Zhao, Q., Li, S. and Wu, Y. 2022. Finite-time control design for a quadrotor

- transporting a slung load. *Control Engineering Practice*, (122), 105082.
- Ma, H., Wu, J. and Xiong, Z. 2017. A novel exponential reaching law of discrete-time sliding-mode control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(5), 3840–3850.
- Mahony, R., Kumar, V. and Corke, P. 2012. Multirotor aerial vehicles: modeling, estimation, and control of quadrotor. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19(3), 20–32
- Mechali, O. and Xu, L. 2023. Distributed fixed-time sliding mode control of time-delayed quadrotors aircraft for cooperative aerial payload transportation: Theory and practice. *Advances in Space Research*, 71(9), 3897–3916.
- Mellinger, D., Shomin, M., Michael, N. and Kumar, V. 2012. Cooperative Grasping and Transport Using Multiple Quadrotors. *International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, 7-11 April, 545-558, Berlin, Germany.
- Michael, N., Fink, J. and Kumar, V. 2011. Cooperative manipulation and transportation with aerial robots. *Autonomous Robots*, 30, 73-86.
- Mohammadi, K., Sirouspour, S. and Grivani, A. 2020. Control of multiple quad-copters with a cable-suspended payload subject to disturbances. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 25(4), 1709–1718.
- Palunko, I., Fierro, R. and Cruz, P. 2012. Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach. *IEEE International Conference of Robotics and Automation*, 2691–2697.
- Phang, S. K., Cai, C., Chen, B. M. and Lee, T. H. 2012. Design and mathematical modeling of a 4-standard-propeller (4SP) quadrotor. *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 06-08 July, 3270–3275, Beijing, China.
- Pizetta, I. H. B., Brandão, A. S. and Sarcinelli-Filho, M. 2019. Avoiding obstacles in cooperative load transportation. *ISA Transactions*, (91), 253–261.
- Polyakov, A. 2012. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(8), 2106–2110.
- Pounds, P. E. I., Bersak, D. R. and Dollar, A. M. 2012. Stability of small-scale UAV helicopters and quadrotors with added payload mass under PID control. *Autonomous Robots*, (33), 129-142.
- Qian, L. and Liu, H. H. T. 2020. Path-following control of a quadrotor UAV with a cable-suspended payload under wind disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(3), 2021–2029.
- Rastgoftar, H. and Atkins, E. M. 2018. Cooperative aerial lift and manipulation (calm). *Aerospace Science and Technology*, (82), 105-118

- Riani, A., Madani, T., Benallegue, A. and Djouani, K. 2018. Adaptive integral terminal sliding mode control for upper-limb rehabilitation exoskeleton. *Control Engineering Practice*, (75), 108-117.
- Rossomando, F., Rosales, C., Gimenez, J., Salinas, L., Soria, C., Sarcinelli-Filho, M. and Carelli, R. 2020. Aerial load transportation with multiple quadrotors based on a kinematic controller and a neural SMC dynamic compensation. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, (100), 519-530.
- Sadeghzadeh, I., Abdolhosseini, M. and Zhang, Y. 2014. Payload drop application using an unmanned quadrotor helicopter based on gain-scheduled PID and model predictive control. *Unmanned Systems*, 2(01), 39-52.
- Shakhatreh, H., Sawalmeh, A. H., Al-Fuqaha, A., Dou, Z., Almaita, E., Khalil, I., Othman, N. S., Khreishah, A. and Guizani, M. 2019. Unmanned aerial vehicles (UAVs): a survey on civil applications and key research challenges. *IEEE Access*, (7), 48572–48634.
- Sharma, M. and Sundaram, S. 2023. A geometric control approach for multi-UAV cooperative payload transfer. *Nonlinear Dynamics*, 111(11), 10077–10096.
- Shirani, B., Najafi, M. and Izadi, I. 2019. Cooperative load transportation using multiple UAVs. *Aerospace Science and Technology*, (84), 158-169.
- Shraim, H., Awada, A. and Youness, R. 2018. A survey on quadrotors: configurations, modeling and identification, control, collision avoidance, fault diagnosis and tolerant control. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 33(7), 14–33.
- Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L. and Levant, A. 2014. *Sliding mode control and observation*. Springer, 356, New York.
- Slotine, J. J. E. 1991. *Applied nonlinear control*. Person, 461, New jersey.
- Su, W., Ozgüner, U., Young, D. and Avenue, N. 2015. Sliding Mode with Chattering Reduction in Sampled Data Systems. 32nd IEEE Conference on Decision and Control (IEEE CODAC), 15-17 December, 2452-2457, San Antonio, USA.
- Sun, X., Cao, J., Lei, G., Guo, Y. and Zhu, J. 2021. A composite sliding mode control for SPMSM drives based on a new hybrid reaching law with disturbance compensation. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 7(3), 1427–1436.
- Tang, S., Wüest, V. and Kumar, V. 2018. Aggressive flight with suspended payloads using vision-based control. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(2), 1152-1159
- Tao, C. W., Taur, J. S. and Chan, M. L. 2004. Adaptive fuzzy terminal sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 34(1), 255–

- Thapa, S., Bai, H. and Acosta, J. 2020. Cooperative aerial manipulation with decentralized adaptive force-consensus control. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 97(1), 171–183.
- Thapa, S., Self, R. V., Kamalapurkar, R. and Bai, H. 2019. Cooperative manipulation of an unknown payload with concurrent mass and drag force estimation. *IEEE Control Systems Letters*, 3(4), 907–912.
- Tolba, M., Shirinzadeh, B., El-Bayoumi, G. and Mohamady, O. 2023. Adaptive optimal controller design for an unbalanced UAV with slung load. *Autonomous Robots*, 47(3), 267–280.
- Utkin, V. I. 1977. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2), 212–222.
- Utkin, V. and Lee, H. 2006a. Chattering problem in sliding mode control systems. In *International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'06)*, 05-07 June, 346-350, Alghero, Sardinia.
- Utkin, V. and Lee, H. 2006b. Chattering problem in sliding mode control systems. In *International Workshop on Variable Structure Systems (VSS'06)*, 05-07 June, 346-350, Alghero, Sardinia.
- Valentim, T., Cunha, R., Oliveira, P., Cabecinhas, D. and Silvestre, C. 2019. Multi-vehicle cooperative control for load transportation. *IFAC-PapersOnLine*, 52(12), 358–363.
- Villa, D. K. D., Brandao, A. S., Carelli, R. and Sarcinelli-Filho, M. 2021. Cooperative load transportation with two quadrotors using adaptive control. *IEEE Access*, (9), 129148–129160.
- Voos, H. 2006. Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV. *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications (IEEE COCA-06)*, 04-06 October, 2547–2552, Munich, Germany.
- Wang, C., Song, B., Huang, P., Tang, C., Wang, C., Song, B., Huang, P. and Tang, C. 2016. Trajectory tracking control for quadrotor robot subject to payload variation and wind gust disturbance. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, (83), 315-333.
- Wang, Y., Gu, L., Xu, Y. and Cao, X. 2016. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(10), 6194–6204.
- Wang, Z., Cao, J., Cai, Z. and Abdel-Aty, M. 2020. A novel Lyapunov theorem on finite/fixed-time stability of discontinuous impulsive systems. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 30(1), 013139.

- Wehbeh, J., Rahman, S. and Sharf, I. 2020. Distributed Model Predictive Control for UAVs Collaborative Payload Transport. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 24 October 2020-24 January 2021, 11666-11672, Las Vegas, USA.
- Xian, B., Wang, S. and Yang, S. 2019. Nonlinear adaptive control for an unmanned aerial payload transportation system: theory and experimental validation. *Nonlinear Dynamics*, 98(3), 1745–1760.
- Xian, B., Wang, S. and Yang, S. 2020. An online trajectory planning approach for a quadrotor UAV with a slung payload. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(8), 6669–6678.
- Xiong, J. J. and Zhang, G. 2016. Sliding mode control for a quadrotor UAV with parameter uncertainties. 2nd International Conference on Control, automation and robotics (ICCAR), 28-30 April, 207-212, Hong Kong, China.
- Yang, H. and Ye, D. 2018. Adaptive fixed-time bipartite tracking consensus control for unknown nonlinear multi-agent systems: an information classification mechanism. *Information Sciences*, 459(2018), 238–254.
- Yang, S. and Xian, B. 2020. Energy-based nonlinear adaptive control design for the quadrotor UAV system with a suspended payload. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(3), 2054–2064.
- Yi, S. and Zhai, J. 2019. Adaptive second-order fast nonsingular terminal sliding mode control for robotic manipulators. *ISA Transactions*, 90, 41–51.
- Young, K. D. and Drakunov, S. V. 1992. Sliding mode control with chattering reduction. American Control Conference (ACC-92), 24-26 June, 1291-1292, Chicago, USA.
- Yu, Y., Shi, C., Shan, D., Lippiello, V. and Yang, Y. 2022. A hierarchical control scheme for multiple aerial vehicle transportation systems with uncertainties and state/input constraints. *Applied Mathematical Modelling*, (109), 651–678.
- Zhang, D. and Wei, B. 2017. A review on model reference adaptive control of robotic manipulators. *Annual Reviews in Control*, (43), 188-198.
- Zheng, E. H., Xiong, J. J. and Luo, J. L. 2014. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV. *ISA Transactions*, 53(4), 1350-1356.

Tez Kapsamında Yapılan Yayınlar (SCI/SCI-Expanded)

- 1) Bingöl, Ö. and Güzey, H.M. 2021. Neuro sliding mode control of quadrotor UAVs carrying suspended payload. *Advanced Robotics*, 35(3–4), 255–266.
- 2) Bingöl, Ö. and Güzey, H.M. 2022. Finite-time neuro-sliding-mode controller design for quadrotor UAVs carrying suspended payload. *Drones*, 6(10), 311.
- 3) Bingöl, Ö. and Güzey, H.M. 2023. Fixed-time neuro-sliding mode controller design for quadrotor UAV transporting a suspended payload. *European Journal of Control* 73, 100879.
- 4) Bingöl, Ö. and Güzey, H.M. 2023. Design of a neuro-sliding mode controller for interconnected quadrotor UAVs carrying a suspended payload. *Kybernetika*, 59(5), 670-699.

