

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

BAYESYEN MULTİNOMİNAL LOJİSTİK REGRESYON İLE
İŞLETMELERİN FİNANSAL BAŞARISIZLIĞININ
DEĞERLENDİRİLMESİ: İMALAT SANAYİ UYGULAMASI

N. Melis ESENYEL İÇEN

2502160041

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Handan YOLSAL

İSTANBUL – 2022

ÖZ

BAYESYEN MULTİNOMİNAL LOJİSTİK REGRESYON İLE İŞLETMELERİN FİNANSAL BAŞARISIZLIĞININ DEĞERLENDİRİLMESİ: İMALAT SANAYİ UYGULAMASI

N. MELİS ESENYEL İÇEN

Bu tez çalışmasında, Borsa İstanbul’da faaliyet gösteren imalat sanayi sektörü işletmelerinin başarısızlık tahmininin yapılması amaçlanmaktadır. Bu amaçla, 2018 yılında Borsa İstanbul’da faaliyet gösteren 157 imalat sektörü işletmesi ele alınmıştır. Uygulamada imalat sanayinin seçilmesinin sebebi, imalat sanayinin sürdürülebilir ekonomik büyümeye katkı sağlayan temel sektörlerden biri olmasıdır. Kişi başına düşen milli gelirin belirlenmesinde önemli bir role sahip olan imalat sanayi sektörü, aynı zamanda teknolojik gelişmelerle birlikte diğer sektörleri de etkilediğinden ülkelerin gelişmesinde kritik bir öneme sahiptir. Üstelik imalat sanayi, ülke ekonomisine sağladığı katma değer ve istihdam ile sanayi sektörünün en önemli alt sektörü konumundadır. Başarılı bir imalat sanayi ülke ekonomisini ayakta tutmak ve ekonomik kalkınmaya katkı sağlamak açısından kilit rol oynamaktadır. Bu nedenle finans literatüründe imalat sanayi işletmelerinin finansal başarısı sıkça tartışılmış ve çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bu modellerden en bilineni Altman (1968) tarafından geliştirilen Z-skor modelidir.

Çalışmada bağımlı değişken, faiz karşılama oranı ve özsermaye oranı kullanılarak üç kategoriye ayrılmıştır. Böylece oluşturulan çok kategorili bağımlı değişkene uygun olarak seçilen multinominal lojistik regresyon modeli ile işletmelerin finansal başarısızlığı bilanço ve gelir tablolarında yer alan finansal oranlar yardımıyla bir yıl öncesinden tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bir önceki yıla ait finansal oranların kullanımı ile gelecek yılda finansal başarısını sürdürecektir, akış veya stok açısından sıkıntıya düşecek işletmelerin durumunun önceden belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu nedenle çalışmada klasik multinominal lojistik regresyon yöntemi; küçük örneklerde daha başarılı tahminler yaptığı düşünülen Bayesyen multinominal lojistik regresyon

yöntemi birlikte kullanılarak iki aşamalı tahmin yapılmıştır. Bayesyen multinominal lojistik regresyon modelleri için farklı önsel dağılımlardan yararlanılmış ve Markov Zinciri Monte Carlo yöntemlerinden olan Metropolis-Hasting algoritması ve Gibbs örnekleme kullanılmıştır. Daha sonra klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon analizi ile yapılan tahminlerin doğru sınıflandırma başarıları karşılaştırılmıştır. Bulgulara göre, en yüksek doğru sınıflandırma oranı, %82.17'lik oranla, Cauchy dağılımı ile oluşturulan Bayesyen modelden elde edilmiştir ve denenen alternatif klasik ve Bayesyen multinominal modellere göre daha başarılı tahminler ürettiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: *Finansal Başarısızlık, Bayesyen Multinominal Lojistik Regresyon, Markov Zinciri Monte Carlo Simülasyon, Metropolis-Hasting Algoritması, Gibbs Örnekleme*

ABSTRACT

EVALUATION OF FINANCIAL FAILURE OF FIRMS WITH BAYESIAN MULTINOMINAL LOGISTIC REGRESSION ANALYSIS: AN APPLICATION OF MANUFACTURING SECTOR

N. MELİS ESENYEL İÇEN

This thesis aimed to predict the failure of the manufacturing industry firms operating in Borsa Istanbul. To do this, 157 manufacturing sector firms operating in Borsa Istanbul in 2018 were discussed. The reason for choosing the manufacturing industry in practice is that the manufacturing industry is one of the main sectors that contribute to sustainable economic growth. The manufacturing industry sector, which has a critical role in determining the national income per capita, has critical importance in the development of countries as it also affects other sectors along with technological developments. Moreover, the manufacturing industry is the crucial subsector of the industrial sector with the added value and employment it provides to the country's economy. A successful manufacturing industry plays a key role in keeping the country's economy alive and contributing to economic development. For this reason, the financial success of manufacturing industry firms has been frequently discussed and various models have been developed in the finance literature. The most well-known of these models is the Z-score model developed by Altman (1968).

In the study, the dependent variable has been divided into three categories using the interest coverage ratio and the equity ratio. Thus, with the multinomial logistic regression model chosen in accordance with the multicategory dependent variable created, the financial failure of the firms was tried to be predicted one year in advance with the help of the financial ratios in the balance sheet and income statements. By using the financial ratios of the previous year, it is aimed to forecast the situation of the firms that will continue their financial success in the next year and will have difficulties in terms of flow or stock. Therefore, in the study, two-stage estimation has been used by classical multinomial logistic regression method and Bayesian

multinomial logistic regression method which is thought to make more successful estimations in small samples. Various prior distributions have been put into account for Bayesian multinomial logistic regression models and Metropolis-Hasting algorithm and Gibbs sampling, which are Markov Chain Monte Carlo methods, have been used. After that, the correct classification rates of the estimated models have been compared. According to the findings, the highest correct classification rate, 82.17%, is obtained from the Bayesian model constructed with the Cauchy distribution, and it has been observed that this model produced more successful predictions than the alternative classical and Bayesian multinomial models.

Keywords: *Financial Failure, Bayesian Multinomial Logistic Regression, Markov Chain Monte Carlo Simulation, Metropolis-Hasting Algorithm, Gibbs Sampling*

ÖNSÖZ

Çalışmada işletme başarısızlığının bir yıl önceden tahmin edilmesi için Bayesyen multinominal lojistik regresyon yöntemi kullanılmıştır. Klasik ve Bayesyen yöntemin farklılıkları açıklanmış ve farklı önsel dağılımlar kullanılarak, yöntemlerin işletme başarısızlığını sınıflandırma doğruluğu karşılaştırılmıştır.

Tez çalışması boyunca bilgisini, desteğini esirgemeyen ve akademik hayatıma yön veren saygıdeğer danışman hocam Prof. Dr. Handan Yolsal'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez izleme komisyonumun değerli üyeleri Prof. Dr. Ali Karun Nemlioğlu ve Prof. Dr. Ahmet Mete Çilingirtürk'e bu süreçte yaptıkları yapıcı ve yol gösterici öneriler için teşekkür ederim. Ayrıca çalışma boyunca finansal oranlarla ilgili sorularımı yanıtsız bırakmayan Doç. Dr. Mehmet Sabri Topak ve Arş. Gör. Dr. Sümeysa Uzun'a teşekkürü bir borç bilirim. Her anımda yanımda olan, desteğini hissettiren ve hayatımı anlamlı kılan sevgili eşim ve meslektaşım Arş. Gör. Hüseyin İçen'e de ayrıca teşekkür ederim.

N. MELİS ESENYEL İÇEN

İSTANBUL, 2022

İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	ii
ABSTRACT.....	iv
ÖNSÖZ.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiii
GİRİŞ.....	1

BİRİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN İSTATİSTİĞİN TEMELLERİ VE MARKOV ZİNCİRİ MONTE CARLO ALGORİTMALARI

1.1. Bayes Teoremi	8
1.2. Klasik Yaklaşım ve Bayesyen Yaklaşımın Farklılıkları	10
1.3. Bayesyen Yaklaşımın Avantajları ve Kısıtları	15
1.4. Bayesyen Analizin Aşamaları	17
1.5. Önsel Dağılım	18
1.5.1. Bilgi Vermeyen Önsel Dağılım.....	19
1.5.1.1. Belirsiz Önsel Dağılım.....	20
1.5.1.2. Jeffreys'in Önsel Dağılımı	20
1.5.1.3. Uniform Önsel Dağılım.....	21
1.5.1.4. Referans Önsel Dağılım	21
1.5.2. Bilgi Veren Önsel Dağılım	22
1.5.3. Eşlenik Önsel Dağılım	22
1.6. Markov Zinciri Monte Carlo Algoritmaları	27
1.6.1. Simülasyon ve Monte Carlo İntegrasyonu	28
1.6.2. Ters Dönüşüm Yöntemi	29
1.6.3. Reddetme Örnekleme	30
1.6.4. Önem Örnekleme.....	31
1.7. Markov Zincirleri	32

1.8.	Bayesyen Yaklaşımda Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemleri	33
1.8.1.	Gibbs Örneklemeşi.....	34
1.8.2.	Metropolis-Hasting Algoritması	38
1.8.2.1.	Bağımsız Zincir Örneklemeşi	42
1.8.2.2.	Rastlantısal Yürüyüş Zinciri	43
1.9.	MCMC Simülasyonunda Yakınsamanın Belirlenmesi	43
1.9.1.	Grafiksel Yöntemler.....	44
1.9.2.	İstatistiksel Yöntemler	49
1.9.2.1.	Geweke Testi.....	49
1.9.2.2.	Gelman-Rubin Testi	50
1.9.2.3.	Raftery-Lewis Testi.....	50
1.9.2.4.	Heidelberger-Welch Testi	51

İKİNCİ BÖLÜM

LOJİSTİK REGRESYON MODELLERİ VE BAYESYEN YAKLAŞIM

2.1.	İkili Lojistik Regresyon	52
2.2.	Multinomial Lojistik Regresyon	56
2.3.	Ordinal Lojistik Regresyon	59
2.4.	Lojistik Regresyon Analizinin Varsayımları	60
2.4.1.	Hausman-McFadden Testi	63
2.4.2.	Small-Hsiao Testi.....	63
2.5.	Klasik Lojistik Regresyon Modelinin Değerlendirilmesi	64
2.5.1.	Uyum İyiliği Ölçüleri.....	64
2.5.2.	Lojistik Regresyon Modellerinin Tahmin Performansının Değerlendirilmesi.....	65
2.5.3.	Katsayıların Anlamlılığının Sınanması	67
2.5.4.	Katsayıların Yorumlanması	68
2.5.5.	Model Seçim Yöntemleri	70
2.6.	Bayesyen Lojistik Regresyon.....	73
2.6.1.	Bayesyen İkili Lojistik Regresyon Modeli	74
2.6.2.	Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Modeli	77

2.7. Klasik Lojistik Regresyon ve Bayesyen Lojistik Regresyonun Karşılaştırılması.....	78
2.8. Bayesyen Lojistik Regresyonda MCMC Algoritmaları.....	80
2.9. Bayesyen Model Seçim Kriterleri	81
2.9.1. Bayes Faktör	81
2.9.2. Sapma Bilgi Kriteri	82
2.9.3. Sonsal Dağılımın Öngörü Kontrolü	83
2.9.4. Sonsal Dağılımın Grafikselsel Öngörü Kontrolü	84
2.10. Bayesyen Yaklaşım ile İlgili Literatür Taraması	84

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BİST’TE İŞLEM GÖREN İMALAT SEKTÖRÜNDEKİ İŞLETMELERİN FİNANSAL BAŞARISIZLIKLARININ TAHMİNİ

3.1. İmalat Sanayi Sektörünün Değerlendirilmesi	87
3.2. Finansal Başarısızlık	94
3.2.1. Finansal Başarısızlık Tahmininin Önemi.....	95
3.2.2. Finansal Oranlar	96
3.2.3. Finansal Başarısızlık Tahmin Modelleri	98
3.2.3.1. İki Kategorili Başarısızlık Tahmin Modelleri	98
3.2.3.2. Çok Kategorili Başarısızlık Tahmin Modelleri.....	102
3.3. İmalat Sanayi İşletmelerinin Finansal Başarısızlığının Değerlendirilmesi ..	104
3.4. Veri Setinin Düzenlenmesi	108
3.5. Değişken Seçim Yöntemleri ile Elde Edilen Modellerin Tahmini	112
3.6. Literatürde Yer Alan Finansal Başarısızlık Modellerinin Tahmini	115
3.7. Klasik Multinomial Lojistik Regresyon Tahmini	118
3.8. Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Tahmini	123
3.8.1. Metropolis-Hasting Algoritması	125
3.8.2. Gibbs Örnekleme.....	136
3.9. Klasik ve Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması	148
SONUÇ.....	151

KAYNAKÇA.....	155
EKLER.....	172
EK 1: Klasik Mahalanobis uzaklığına göre aykırı gözlem içeren işletmeler	172
EK 2: Dayanıklı Mahalanobis uzaklığına aykırı gözlem içeren işletmeler	172
EK 3: Backward yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları.....	173
EK 4: Forward yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler	198
EK 5: Stepwise yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler	209
EK 6: RF yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler	220
EK 7: BMA yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler	227
EK 8: Beaver (1966) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler.....	232
EK 9: Altman (1968) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler.....	240
EK 10: Taffler (1977) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler.....	247
EK 11: Ohlson (1980) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler	253
EK 12: Taffler (1980) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler.....	261
EK 13: Zmijewski (1984) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler.....	266
ÖZGEÇMİŞ.....	271

TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 1.1: Klasik yaklaşım ve Bayesyen yaklaşımın farklılıkları	14
Tablo 1.2: Yaygın olarak kullanılan eşlenik önsel dağılımlardan sonsal dağılımların elde edilmesi.....	25
Tablo 2.1: Sınıflandırma tablosu	66
Tablo 2.2: Kategorilere göre ölçütlerin hesaplanması	66
Tablo 3.1: Kullanılan finansal oranların tanımı	109
Tablo 3.2: Çeşitli değişken seçim yöntemlerinin doğru sınıflandırma oranlarının karşılaştırılması	114
Tablo 3.3: Çeşitli finansal başarısızlık modellerinin doğru sınıflandırma oranlarının karşılaştırılması	117
Tablo 3.4: Bağımsız değişkenlerin betimsel istatistikleri	119
Tablo 3.5: Çoklu doğrusal bağlantının kontrolü	120
Tablo 3.6: Small-Hsiao test sonuçları	120
Tablo 3.7: Klasik multinominal lojistik regresyon modelinin tahmin sonuçları.....	121
Tablo 3.8: $N(0,0.0001)$ bilgi vermeyen önsel dağılım ile tahmin edilen 2016 yılına ait Bayesyen multinominal lojistik regresyon modeli.....	125
Tablo 3.9: Bağımsız zincir örnekleme tahmin sonuçları	126
Tablo 3.10: Yakınsaklık testleri	127
Tablo 3.11: Gibbs örnekleme tahmin sonuçları.....	137
Tablo 3.12: Yakınsaklık testleri	138
Tablo 3.13: Klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon modellerinin sınıflandırma başarılarının karşılaştırılması.....	150

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1: S örnek uzayının dört bölünmesi ile A olayı.....	9
Şekil 1.2: Eşlenik dağılımlar arasındaki ilişki	26
Şekil 1.3: Yakınsamanın sağlandığı olasılık yoğunluk grafiği.....	45
Şekil 1.4: İz grafikleri	46
Şekil 1.5: Otokorelasyon grafiği.....	47
Şekil 2.1: Lojistik fonksiyonun gösterimi	53
Şekil 3.1: Türkiye'deki sektörlerin toplam istihdam içindeki payları	89
Şekil 3.2: Türkiye'nin imalat sanayi sektörünün katma değeri (%).....	90
Şekil 3.3: İmalat sanayinin toplam istihdam ve gayrisafi yurtiçi hasıla içindeki paylarının karşılaştırılması.....	91
Şekil 3.4: İmalat sanayi ve sanayi sektörünün gayrisafi yurtiçi hasıla içindeki paylarının karşılaştırılması	92
Şekil 3.5: İmalat sanayindeki büyüme ile ekonomik büyümenin karşılaştırılması ...	93
Şekil 3.6: Akış ve stok esaslı ödeme güçlüğü'nün gösterimi	105
Şekil 3.7: Bağımlı değişkenin sınıflandırılması	107
Şekil 3.8: Klasik ve dayanıklı Mahalanobis uzaklıkları	111
Şekil 3.9: Bağımsız zincir MH algoritması ($N(0,0.0001)$) ile elde edilen parametrelere ilişkin grafikler	128
Şekil 3.10: Gibbs örnekleme ($N(0,0.0001)$) ile elde edilen parametrelere ilişkin grafikler	140

KISALTMALAR LİSTESİ

ACC:	Genel Doğruluk Oranı (Accuracy)
BF:	Bayes Faktör
BMA:	Bayesyen Model Ortalaması (Bayesian Model Averaging)
ÇDA:	Çoklu Diskriminant Analizi
DIC:	Sapma Bilgi Kriteri (Deviance Information Criteria)
DSO:	Doğru Sınıflandırma Oranı (Accuracy)
DVM:	Destek Vektör Makinesi
EÇO:	En Çok Olabilirlik
HM:	Hausman-McFadden Testi
HW:	Heidelberger-Welch Yakınsaklık Testi
IIA:	Kategorilerin Bağımsızlığı Varsayımı (Independence of Irrelevant Alternatives)
LL:	Log Olabilirlik (Loglikelihood)
LR:	Olabilirlik Oran (Likelihood Ratio)
MCMC:	Markov Zinciri Monte Carlo (Markov Chain Monte Carlo)
MCSE:	Monte Carlo Standart Hatası (Monte Carlo Standard Error)
MH:	Metropolis-Hasting
MLR:	Multinomial Lojistik Regresyon
RF:	Rastlantısal Orman (Random Forest)
SH:	Small-Hsiao Testi
VIF:	Varyans Şişirme Faktörü (Variance Inflation Factor)
YG:	Yarı-Genişlik
YSA:	Yapay Sinir Ağları

GİRİŞ

İstatistiksel çıkarım olasılık teorisine dayanmaktadır ve olasılık teorisinin yorumlarına göre iki farklı yaklaşım bulunmaktadır. Bunlar klasik (frekansçı) yaklaşım ve Bayesyen yaklaşımdır. Klasik yaklaşım olasılığın frekans tanımını kabul etmektedir ve olasılığı tekrarlanabilir bir deneyin sonucuna göre sınırlandırmaktadır. Klasik yaklaşımda olasılık tanımı gereği, bir deneyin sonsuz kez tekrarlanmasını gerektirmektedir, ancak bu durum gerçekte mümkün değildir. Bayesyen yaklaşım ise olasılığın sübjektif tanımını kullanmaktadır ve olasılık teorisinin, belirsizliğin her durumuna uygulanabilir olduğu görüşünü benimsemektedir. Klasik ve Bayesyen yaklaşımda olasılık yorumlarının farklılığının yanı sıra parametrelerin tanımı açısından da farklılık bulunmaktadır. Klasik yaklaşımda parametreler bilinmeyen sabit katsayılar olarak görülmektedir ve dolayısıyla parametrelerin olasılık dağılımı bulunmamaktadır. Parametrelere ilişkin çıkarımlar örnekleme dağılımından yararlanılarak elde edilmektedir. Bayesyen yaklaşımda ise parametreler rastlantısal değişken olarak nitelendirilir ve parametrelere ilişkin olasılık dağılımları bulunmaktadır. Parametrelere ilişkin başlangıçtaki bu olasılık dağılımları önsel dağılım adını almaktadır. Önsel dağılım ve olabilirlik fonksiyonu kullanılarak her bir parametreye ilişkin sonsal dağılımlar hesaplanmaktadır ve parametre çıkarımları sonsal dağılımdan yararlanılarak yapılmaktadır. Böylece parametrelere dair daha fazla bilgi edinildiği düşünülmektedir.

Bayesyen istatistik birkaç basit olasılık kuralına dayanmaktadır ve bu Bayesyen istatistiğin en önemli avantajlarından biridir. Bir modelin parametrelerini tahmin etmek, farklı modelleri karşılaştırmak ve ileriye yönelik tahminler elde etmek gibi birçok durum için aynı olasılık kurallarından yararlanılmaktadır. Bu özelliğinden dolayı Bayesyen istatistik, klasik yaklaşıma göre daha evrensel olarak değerlendirilmektedir. Ancak Bayesyen istatistik 1980'lerin sonlarına kadar sadece klasik teoriye bir alternatif olarak görülmüştür. Temel aracı olasılık teorisi olmasına rağmen, Bayesyen istatistik uzun yıllar boyunca klasik yaklaşımı benimseyenler tarafından eleştirilmiştir. Klasik istatistikçilerin temel itirazı, analize önsel dağılımı

dahil eden Bayesyen istatistikçilerin sübjektif bakış açısıdır. Bayesyen istatistikçiler ise bu eleştiriye karşı iki farklı savunma yapmaktadır. İlki, parametreye dair önsel bilgi mevcutsa, daha fazla bilgi daha az bilgiye tercih edileceğinden bu bilginin kullanılması yönündedir. İkincisi ise, yöntemin bilgi vermeyen önsel dağılımların kullanılmasına izin vermesidir. Böylelikle Bayesyen yaklaşımda önsel bilginin nasıl kullanılacağı tercihe bırakılmıştır. Bununla birlikte uzun yıllar boyunca Bayesyen yaklaşımın veri analizi için iyi bir nicel yöntem olarak kabul edilememesinin en önemli sebeplerinden biri de, sonsal dağılımın hesaplanmasındaki zorluklardır. Bazı nadir durumlarda sonsal dağılımın analitik çözümleri mevcuttur. Ancak çoğu durumda sonsal dağılımdan integral çözümü ile marjinal dağılımlar elde edilememektedir ve bu durum uzun yıllar boyunca Bayesyen yaklaşımın önemli bir kısıtı olmuştur. İntegrallerin çözümü için bilgisayar teknolojisine ihtiyaç duyulmaktadır ve bunun için birçok algoritma oluşturulmuştur. Böylelikle Bayesyen istatistik 1980'lerin sonuna kadar klasik yaklaşıma bir alternatif olarak görülmüşken bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte Bayesyen yaklaşımın kullanımı yaygınlaşmıştır. Zamanla klasik yaklaşımı baz alan tüm istatistiksel yöntemlerin Bayesyen alternatifleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden biri de lojistik regresyona Bayesyen yaklaşımdır.

Lojistik regresyon analizi, bağımlı değişkenin kategorik olması durumunda kullanılan bir yöntemdir. Lojistik regresyonun, bağımlı değişkenin iki kategorili, çok kategorili ve ordinal ölçekli olması durumlarına göre farklı alternatifleri bulunmaktadır. Klasik lojistik regresyon analizinde parametrelerin tahmini için en fazla kullanılan tahminci en çok olabilirlik tahmincisidir. Burada olabilirlik fonksiyonunu en çoklayan değer parametre tahmini olarak ele alınmaktadır. Bayesyen lojistik regresyonda ise, klasik lojistik regresyonun aksine, parametrelerin olasılık dağılımı olduğu fikrinden hareketle parametrelere önsel dağılım atanmaktadır. Bayesyen lojistik regresyonda olabilirlik fonksiyonu ve önsel dağılımdan yararlanarak, parametrelere ilişkin önsel bilgi güncellenerek sonsal dağılım elde edilmektedir. Parametrelere dair bütün çıkarımlar, sonsal dağılım kullanılarak yapılmaktadır. Böylece örnek sayısı yetersiz olduğunda ve parametrelere ilişkin önsel bilginin varlığı durumunda veya uygun bir önsel dağılım

kullanıldığında, Bayesyen lojistik regresyon, klasik lojistik regresyona göre daha başarılı tahminler vermektedir.

Bu tez çalışmasında amaç, klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon yöntemlerini kıyaslamak ve hangi yöntemle daha başarılı tahminler elde edildiğini araştırmaktır. Bu amaçla Türk imalat sanayi sektöründe faaliyet gösteren işletme verilerinden yararlanarak, işletmelerin finansal başarısızlığının değerlendirilmesi için uygun bir model oluşturulacak ve bu iki yöntemin kurulacak model üzerindeki tahmin başarısı karşılaştırılacaktır.

İşletmelerin finansal başarısızlığının değerlendirilmesi literatürde uzun zamandır çalışılan önemli bir konu olmuştur. Küreselleşmeyle birlikte, işletmelerin faaliyet alanlarının genişlemesi, işletmelerin ekonomik, sosyal ve teknolojik yapısının önemli ölçüde değişmesine sebep olmaktadır. Değişen koşullarla birlikte, rekabet ortamının artması işletmelerin faaliyetlerine devam etmesinde zorluklar yaşamasına sebep olmaktadır. Bu koşullara uyum sağlayan işletmeler faaliyetlerine devam ederken, uyum sağlamada güçlük çeken işletmelerin finansal açıdan başarısızlık yaşaması kaçınılmaz hale gelmektedir. İşletmelerin başarısızlığı hem paydaşları hem de yatırımcılar, kredi veren kurumlar gibi işletmenin çevresini olumsuz olarak etkilemektedir. İşletme başarısızlığının bu mikro etkisinin yanı sıra makro düzeyde ülke ekonomisi üzerinde ciddi maliyetlere sebep olabilir. Bu bakımdan işletmelerin başarısızlığının önceden belirlenmesi ve önlemler alınması, olası olumsuz etkileri en aza indirmek için son derece önemlidir.

Sanayi sektörü içerisinde yer alan imalat sanayi, sürdürülebilir ekonomik büyümenin sağlanmasına katkı sağlayan temel sektörlerden biridir. Kişi başına düşen milli gelirin belirlenmesinde önemli bir role sahip olan imalat sanayi sektörü, aynı zamanda toplam istihdam içindeki payının hizmetler sektöründen sonraki en yüksek paya sahip olması, GSYİH içindeki payının yüksek olması, imalat sanayideki büyüme ile ekonomik büyümenin paralellik göstermesi ve sanayi sektörü içindeki en önemli alt sektör olması, sektörün kritik bir konuma sahip olduğunu göstermektedir. İmalat sanayi sektörü sahip olduğu bu özelliklerden dolayı, ekonomik büyümenin sağlanması için

itici güçlerinden biridir. İmalat sanayindeki olumlu gelişmeler, Türkiye gibi gelişmekte olan ülkeler için ekonomik büyümeyi de olumlu yönde etkileyecektir. Bu nedenle çalışmada, imalat sanayi sektöründeki işletmelerin finansal başarı durumunun belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. İşletmelerin finansal başarısının değerlendirildiği çalışmalar incelendiğinde diskriminant analizi ve lojistik regresyon analizinin sıklıkla kullanıldığı görülmektedir. Lojistik regresyon analizi sahip olduğu esnek varsayımlardan dolayı daha fazla tercih edilmektedir. Bununla birlikte işletmelerin finansal başarı durumunun belirlenmesiyle ilgili yapılan çalışmaların en önemli sınırlaması işletmeleri iflas/sağlıklı veya başarılı/başarısız şeklinde ayıran ikili bağımlı değişken kullanılmasıdır. Finansal başarısızlığın ikiye ayrılması, finansal başarısızlık sürecinin aşırı basit bir temsildir ve altta yatan gerçek yapının belirlenmesi sorunu ortaya çıkmaktadır. İşletmelerin iflas eden ve sağlıklı olarak sınıflandırılması, bu iki durumunun arasında kalan finansal başarı durumunun ihmal edilmesine sebep olmaktadır. İflas, bir işletmenin yaşayacağı finansal sıkıntının en uç noktasıdır ve her başarısız işletme iflas ile sonlanmamaktadır. İki kategorili olarak ele alınan finansal başarısızlığın gerçeği temsil etmemesi ve finansal başarının basit bir temsili olması göz önüne alındığında, çok kategorili bir değerlendirme yapılması uygun görülmüştür. Böylelikle çalışmada işletmeler finansal açıdan başarılı olanlar, akış esaslı ödeme güçlüğü çekenler ve stok esaslı ödeme güçlüğü çekenler şeklinde üç farklı grupta değerlendirilecektir. Buradan hareketle işletmelerin finansal başarısızlığının tahmininde bağımlı değişkenin kategori sayısının ikiden fazla olması durumunda tercih edilen multinominal lojistik regresyon yöntemi kullanılacaktır.

Çalışmada, imalat sanayi işletmelerinin bilanço ve gelir tablolarından elde edilen finansal oranlar kullanılarak işletmelerin finansal başarısızlığının bir yıl öncesinden tahmin edilmesi amaçlanmıştır. İşletmelerin finansal başarısızlık durumunun bir yıl öncesinden tahmin edilmesi amacıyla;

- Klasik multinominal lojistik regresyon ve
- Bayesyen multinominal lojistik regresyon yöntemi

ile iki aşamalı tahmin yapılacaktır.

Böylece klasik multinominal lojistik regresyon modelinden elde edilen bulgular ile Bayesyen multinominal yönteminden elde edilen bulgular karşılaştırılırken, hem küçük örneklerde gösterdiği performansı hem de parametrelere ilişkin önsel bilgiyi analize dâhil etmesi bakımından önemli avantajlara sahip olan Bayesyen yaklaşımın, klasik yaklaşıma göre üstünlükleri sorgulanacaktır.

Çalışmada Bayesyen yöntemlerde bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte, son zamanlarda sıklıkla kullanılmaya başlanan Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) algoritmalarından Metropolis-Hasting ve Gibbs örnekleme algoritmalarından yararlanılacaktır.

Çalışma üç bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde Bayesyen istatistiğin temelleri ve Bayesyen yöntemlerin uygulanmasında kullanılan MCMC algoritmaları açıklanacaktır. İkinci bölümde, lojistik regresyon yöntemi klasik ve Bayesyen yaklaşım olarak ayrı ayrı ele alınacaktır. Klasik ve Bayesyen yaklaşımın farklılıkları ile tahmin ve test yöntemleri açıklanacaktır. Çalışmanın üçüncü bölümünde ise, öncelikle Türkiye'deki imalat sanayinin durumu, ekonomideki yeri ve önemi ile ilgili genel bilgiler verilecektir. Buna ek olarak, finansal başarısızlık kavramı ve literatürde daha önce yapılmış olan Altman (1968)'den başlayan finansal başarısızlık çalışmalarının gelişimi açıklanacaktır. Kurulacak olan modellerde bağımsız değişken olarak finansal oranlardan yararlanılacağı için, finansal oranlar ile ilgili bilgiler özetlenecektir. Ayrıca adımsal seçim, rastlantısal orman, Bayesyen model ortalaması gibi model seçim yöntemleri kullanılarak modellerde önemli bağımsız değişkenlerin belirlenmesine çalışılacaktır. Böylelikle bu yöntemler ile belirlenen değişkenler kullanılarak alternatif modellerin klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon tahminleri yapılacaktır. Buna ek olarak, işletmelerin finansal başarısızlığının belirlenmesi ile ilgili yapılan ilk çalışmalar olması ve diğer çalışmaların şekillenmesine öncülük etmesi bakımından literatürde önemli yere sahip olan çalışmalardan Beaver, Altman, Taffler, Ohlson ve Zmijewski modellerindeki finansal oranlar, Türk imalat sektöründeki işletmeler için finansal başarısızlık modeli oluşturulmasında kullanılacaktır. Kurulan tüm modeller klasik ve Bayesyen yaklaşım

ile tahmin edilecek ve sınıflandırma başarıları karşılaştırılacaktır. Daha sonra literatürde sıkça kullanılan finansal oranlarla farklı bir alternatif model de tahmin edilecektir. Bayesyen modellerin oluşturulmasında farklı önsel dağılımlar kullanılarak bu dağılımların modelin sınıflandırma başarısına katkısı araştırılacaktır.



BİRİNCİ BÖLÜM

BAYESYEN İSTATİSTİĞİN TEMELLERİ VE MARKOV ZİNCİRİ MONTE CARLO ALGORİTMALARI

İstatistiğin gelişim sürecine bakıldığında genel olarak iki felsefî yaklaşım öne çıkmaktadır:

- Klasik (objektif olasılık) yaklaşım ve
- Bayesyen yaklaşım.

İki yaklaşımın da temel felsefesi olasılıkların yorumlanmasına dayanmaktadır. Klasik yaklaşımda olasılığın, eşolasılık ve frekans tanımı söz konusudur. Eşolasılık tanımına göre, bir denemeye ilişkin olanaklı sonuçlar simetrikse olanaklı sonuçların *eşolası* oldukları belirtilmektedir (İpek, 2006, s.170). Eşolasılık varsayımı her zaman sağlanamadığı için frekans tanımı benimsenmektedir. Frekans tanımı, olasılığın sınırlı bir frekans olduğu fikrine dayanmaktadır. Bu durum belirsizliğin rastlantısallıktan kaynaklanması ve tekrarlanabilir bir olaya olasılık atanması anlamına gelmektedir. Klasik yaklaşımda olasılık, belirli bir ölçüm ya da gözlemin uzun dönemli sıklığı olarak tanımlanmaktadır (Wagenmakers vd., 2008, s.182). Olasılık kavramının uygulanabildiği tüm ilgili olaylara genişletilmesinin ve analize objektif olmayan bilgilerin dahil edilmesi ile birlikte olasılığın subjektif yorumuna izin verilmesinin istenmesi Bayesyen yaklaşımın ortaya çıkışına zemin hazırlamıştır.

Bayesyen yaklaşımın temeli, İngiliz papaz ve matematikçi olan Thomas Bayes (?-1761) tarafından ortaya atılan ve ölümünden iki yıl sonra yayınlanan “Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances” denemesine dayanmaktadır. Bayesyen yaklaşımın ortaya çıkışı eski olmasına rağmen, uygulanması 1950’lerden sonra gerçekleşmiştir. 20. yüzyılın ilk yarısında baskın olan istatistiksel felsefe klasik yaklaşım iken, ikinci yarısından itibaren bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte Bayesyen yaklaşım öne çıkmaya başlamıştır (O’Hagan, 2004, s.31).

1.1. Bayes Teoremi

Bir rastlantısal değişkenin koşullu olasılığı ve marjinal olasılığı arasındaki ilişkiyi gösteren Bayes teoremi, Thomas Bayes'in 1763 yılında yayınlanan kitabına dayanmaktadır. Bayes teoremi için son derece önemli bir kavram olan koşullu olasılık;

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0 \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada A ve B , S örnek uzayında iki alt uzaydır ve $P(A|B)$, B olayı verilmişken A olayının koşullu olasılığıdır. Benzer şekilde A olayı verilmişken B olayının koşullu olasılığı Denklem (1.2)'de verildiği gibidir.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0 \quad (1.2)$$

A olayının marjinal olasılığı, ayrık olayların olasılıkları toplanarak bulunduğundan, $A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$ olduğunda¹, $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$ olarak yazılabilir. Bu ifadeyi Denklem (1.2)'de yerine yazarsak,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A \cap B')} \quad (1.3)$$

Denklem (1.3)'teki ortak olasılıkların her birini bulmak için çarpım kuralı kullanıldığında, Denklem (1.4) ile verilen eşitlik bize tek bir olay için Bayes teoremini vermektedir.

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A|B) \times P(B) + P(A|B') \times P(B')} \quad (1.4)$$

¹ B' olayı, B olayının tümleyini olmak üzere, burada B ve B' olayları, S örnek uzayının bölünmesidir ve genelde örnek uzayın bölünmesi iki olaydan fazladır.

$B_1, B_2, \dots, B_n$ lar bir S örnek uzayının bir bölünmesi olsun.

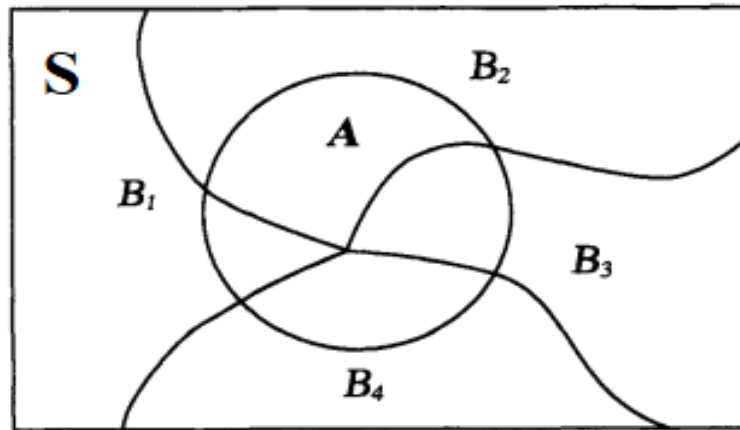
- $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = S$,
- $B_i \cap B_j = \emptyset, (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; i \neq j)$ olduğu bilinmektedir.

A, S içinde $P(A) \neq 0$ olan bir olay olmak üzere, $A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_k)$ şeklinde yazılabilir. B_i ve B_j ayrık olaylar olduğundan, $(A \cap B_i)$ ve $(A \cap B_j)$ olayları da ayrıktır. Bu durumda A olayının olasılığı, $P(A) = \sum_{j=1}^n P(A \cap B_j)$ olarak yazılabilir. Burada yine çarpım kuralı kullanılırsa, $P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|B_j) \times P(B_j)$ olacaktır. Denklem (1.2) ile verilen $P(B|A)$ koşullu olasılığını genelleştirirsek, $P(B_i|A) = P(A \cap B_i)/P(A)$ şeklinde yazılabilir. Buradan

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \times P(B_i)}{\sum_{j=1}^n P(A|B_j) \times P(B_j)} \quad (1.5)$$

Bayes teoremi elde edilir (Bolstad, 2007, s. 64).

Şekil 1.1: S örnek uzayının dört bölünmesi ile A olayı



Kaynak: (Bolstad, 2007, s. 65)

Böyle bir örnek uzayda Bayes teoreminin uygulanabilmesi için $P(B_j)$ olarak verilen önsel bilgi olasılıklarının bilinmesi gerekmektedir.

1.2. Klasik Yaklaşım ve Bayesyen Yaklaşımın Farklılıkları

Klasik ve Bayesyen yaklaşım farklı olasılık kavramları üzerine kuruludur. Klasik yaklaşıma göre, sadece tekrarlanabilir olayların olasılıkları vardır. Diğer bir ifadeyle, klasik yaklaşım olasılığın eşolasılık ve frekans tanımını kabul etmektedir. Olasılığın frekans tanımı, olayın olasılığını, o olayın çok sayıda tekrarlanması sonucu elde edilen frekanslar olarak ifade etmektedir. Bu tanıma göre yapılan n deneyde ilgilenilen A olayının $n(A)$ defa gözlemlendiği durumda, A olayının yaklaşık olasılığı $P(A) = n(A)/n$ olarak elde edilmektedir. Ancak bu tanım, uygun deney sayısının belirlenememesi, sonsuz deney yapılmasının mümkün olmaması gibi problemlerle karşılaştığından işlevsel değildir. Aynı zamanda klasik yaklaşımın bu yorumu, daha önce deneyimlenmemiş bir olguya, hipotezlere veya belirsiz geçmiş olaylara uygulanamaz (Koop vd., 2007, s.2). Bayesyen yaklaşım ise olasılığın subjektif tanımını kabul eder ve mevcut bilgilere bağlı olarak yorumlanmaktadır. Bundan dolayı aynı olayın olasılıkları araştırmacılar arasında farklılık gösterebilir. Bu anlamda olasılıklar, mevcut bilginin bir fonksiyonu olarak değiştiğinden sabit değildir. Aynı zamanda Bayesyen yaklaşımda olasılık sadece belirsizliği tanımlar. “Belirsizlik” terimi en geniş anlamıyla yorumlanmalıdır. Bir olay, rastlantısal değişkenliğe sahip olduğu için doğal olarak tahmin edilemez olması sebebiyle belirsiz olabileceği gibi, olay hakkında eksik bilgiye sahip olunduğu için de belirsiz olabilir. Rastlantısal olarak seçilen bir hastanın ilaca tepkisi ilk duruma örnektir. Anakütledeki tüm hastaların ilaca ortalama tepkisi de ikinci durumdaki belirsizliğe örnek olarak verilebilir. Klasik yaklaşımda ilk tür belirsizlik kabul edilirken, Bayesyen yaklaşım iki tür belirsizliği de ele almaktadır (O’Hagan, 2004, s.18).

İstatistiksel yöntemlerde genellikle amaç, bilinmeyen parametreler hakkında çıkarımlar yapmaktır. Parametreler bilinmeyeni temsil eder ve genellikle verilerin derlendiği anakütlenin özellikleri olarak düşünülebilir. Klasik yaklaşım ile elde edilen bir modelde eldeki veriye dayanılarak tahmin edilen parametreler, bilinmeyen sabitler olarak görülürler. Böylelikle parametre, tekrarlanan gerçek denemelerin sonucu olmadığından, olasılık dağılımına sahip değildir. Parametreler soruna özgüdür ve genellikle rastlantısal değişkenliğe sahip değildir. Bu nedenle, klasik yaklaşımda

parametreler, rastlantısal olarak kabul edilmemektedir ve dolayısıyla parametrelerle ilgili olasılık ifadeleri anlamlı bulunmamaktadır. Bayesyen yaklaşımda ise, klasik yaklaşımın aksine, sadece bilinmedikleri için parametreler hakkında olasılık ifadeleri kullanmak oldukça makuldür (O'Hagan, 2004, s.14). Bayesyen yaklaşımda söz konusu modeldeki tüm parametreler rastlantısal değişken olarak değerlendirilirler ve parametreler ile ilgili tüm çıkarımlar, eldeki veri ve parametreye dair mevcut bilgi diğer bir ifadeyle önsel dağılım kullanarak oluşturulan sonsal dağılım ile elde edilir (Congdon, 2006, s.1).

Herhangi bir modelin parametre vektörü θ olmak üzere, veriye bağlı olacak şekilde parametre vektörüne ilişkin bilgi edinmek istensin. Bayesyen yaklaşımda bunu gerçekleştirmek için Denklem (1.5) ile ifade edilen Bayes teoremi kullanılmaktadır. Denklem (1.5)'te B yerine θ , A yerine de ilgili veri setini yazarsak;

$$p(\theta|veri) = \frac{p(veri|\theta)p(\theta)}{p(veri)} = \frac{p(veri|\theta)p(\theta)}{\int p(\theta)p(veri|\theta)d\theta} \quad (1.6)$$

elde edilmektedir. Burada $p(\theta)$; θ parametresinin önsel dağılımı, $p(veri|\theta)$; θ verildiğinde verinin dağılımını tanımlayan olabilirlik fonksiyonu, $p(veri)$; verinin marjinal dağılımı ve $p(\theta|veri)$; sonsal dağılımı ifade etmektedir. Bayesyen yaklaşımda temel amaç sonsal dağılımın bulunması olduğundan, $p(veri)$ 'nin 1'e eşit olmasını sağlayan normalleştirme katsayısı kullanılır ve hesaplama sırasında bu katsayı ihmal edilir (Hoff, 2009). Bu durumda Denklem (1.6), $p(\theta|veri) \propto p(\theta)p(veri|\theta)^2$ şeklinde yazılabilir.

Anakütle parametresi için yapılabilecek birkaç farklı çıkarım vardır. Bunlar nokta tahmini, aralık tahmini ve hipotez testidir. Klasik yaklaşımda bu çıkarımların

² Burada sonsal dağılım $\propto$ (önsel dağılım)(olabilirlik fonksiyonu) şeklindedir ve $\propto$, “orantısal çarpım”ı ifade etmektedir.

yapılabilmesi için, bilinmeyen bir sabit olan parametre değeri araştırılırken, çekilmesi mümkün tüm rastlantısal örneklerin çekildiği varsayımıyla veriden elde edilen örnekleme dağılımından hesaplanan olasılıkların bilinmesi gerekmektedir. Dikkate alınan tek olasılık n büyüklüğündeki rastlantısal örneğin olasılık dağılımıdır. Ele alınan rastlantısal örnek, sabit ve bilinmeyen parametre değeri göz önüne alındığında olası tüm rastlantısal örneklerle göre değişmektedir. Bu sebeple klasik yaklaşımda olasılık, uzun dönem oransal (bağıl) frekans olarak yorumlanır (Bolstad, 2007, s.161).

$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, θ parametresine bağlı bir dağılımdan çekilen rastlantısal örnek ve bu rastlantısal örnekten bir S istatistiği hesaplanmış olsun. Rastlantısal örnek tüm mümkün örneklerle göre değişebileceğinden, bu istatistik rastlantısal değişken olarak yorumlanabilir. Tüm mümkün n boyutlu rastlantısal örnekler için bu istatistiğin değeri hesaplandığında, oluşan bu değerlerin dağılımına örnekleme dağılımı denilmektedir. S istatistiğinin mümkün tüm örneklerle göre nasıl değiştiğini açıklayan bu dağılım, aynı zamanda θ parametresinin bilinmeyen değerine de bağlıdır. Örnekleme dağılımı $f(s|\theta)$ şeklinde ifade edilir. Bu dağılım belli parametre için oluşan istatistik değerlerinin dağılımını göstermektedir. Klasik yaklaşım bu örnekleme dağılımını parametre hakkında çıkarım yapmak için kullanmaktadır (Bolstad, 2007, s.162). Klasik istatistikçilerin benimsediği bu yaklaşım, gerçek veri verildiğinde elde edilen parametrenin sonsal dağılımı ($p(\theta|veri)$) ile çıkarım yapan Bayesyen yaklaşım ile farklılaşmaktadır.

Klasik yaklaşım ile Bayesyen yaklaşım arasında nokta tahmin, aralık tahmini ve hipotez testi açısından da farklılıklar bulunmaktadır. Klasik yaklaşımda ilgili istatistik için oluşturulan örnekleme dağılımı, varsayımsal bir dağılımdır. Gerçekte nokta tahmini için örnekten hesaplanan tek bir istatistik değeri bulunur ve bu değer anakütle parametresinin tahmininde kullanılır. Bu nokta tahmininin aynı zamanda sapmasızlık, etkinlik, tutarlılık ve yeterlilik kriterlerini sağlaması gerekmektedir. Bayesyen yaklaşımda ise nokta tahmini sonsal dağılımın ortalamasıdır. Bayesyen nokta tahmininin sapmasızlık özelliğini taşımasına gerek yoktur, zaten Bayesyen nokta tahmini genellikle sapmalıdır. Klasik yaklaşıma kıyasla Bayesyen nokta tahmini daha

etkindir. Bayesyen yaklaşımda parametre tahmininin tutarlılık özelliği göstermemesi göz ardı edilebilir. Yeterlilik özelliği ise Bayesyen nokta tahmininde, klasik yaklaşımdaki gibi, aranan bir özelliktir (Sigeze Güney, 2018).

Klasik yaklaşımda anakütle parametresine ilişkin aralık tahmini, güven aralığı olarak adlandırılmaktadır. Bayesyen yaklaşımda ise güvenilir aralık ya da Bayesyen aralık ifadesi kullanılmaktadır (Bolstad, 2007, s.153). Bu iki aralık tahmininin hem hesaplanması hem de yorumlanması birbirinden farklı olmaktadır. Klasik yaklaşımda güven aralığı, θ sabit olduğu için örnekleme dağılımının olasılığı kullanılarak hesaplanırken, Bayesyen yaklaşımda güvenilir aralık, sonsal dağılım kullanılarak hesaplanmaktadır. Güven aralığı için olasılığın frekans tanımı kullanılarak, “bir anakütleden çekilen her 100 birimlik örnekten θ parametresi tahmin edilirse, uzun dönemde ortalama olarak bu örneklerin $\%(1 - \alpha)$ ’sından elde edilen güven sınırları, θ ’yı kapsayacaktır” şeklinde yorumlanmaktadır. Ancak uygulamada tek bir örnek çekilmekte ve bu örneğin güven sınırları oluşturulmaktadır (Genceli, 2001, s.137). Güvenilir aralık için ise “belirlenen aralığın sonsal dağılımın ortalamasını içereceğine olan inanç derecesi $\%(1 - \alpha)$ ’dır” şeklinde yorum yapılmaktadır (Bolstad, 2007, s.155).

Klasik ve Bayesyen yaklaşım için hipotez testlerinin yorumlaması açısından da farklılıklar bulunmaktadır. Klasik yaklaşımda anakütle ile ilgili belirsizliğin bir kısmının giderilebilmesi için yapılan hipotez testi sürecinde, parametrelerin iddia edilen değere eşit olup olmadığı test edilmektedir. Bunun için parametreye ilişkin örnekleme dağılımı kullanılarak hesaplanan test istatistiği ile belirlenen anlam düzeyindeki tablo değeri karşılaştırılarak, sıfır hipotezinin reddedilip reddedilemeyeceğine karar verilir. Bayesyen yaklaşımda ise hipotezlere olasılık atanmaktadır. Diğer bir ifadeyle hipotezlerin reddi/reddedilememesi durumu yerine hipotezin doğru olma olasılığı belirlenmektedir (Bolstad, 2007, s.177). Klasik yaklaşım ile Bayesyen yaklaşımın farklılıkları Tablo 1.1’deki gibi özetlenebilir.

Tablo 1.1: Klasik yaklaşım ve Bayesyen yaklaşımın farklılıkları

KLASİK YAKLAŞIM	BAYESYEN YAKLAŞIM
<i>Olasılık bakımından</i>	
Olasılığın frekans tanımını kabul eder.	Olasılığın sübjektif tanımını kabul eder.
Olasılık uzun dönemli bir frekanstır.	Olasılık kişisel bir inanç derecesini ölçer.
Sadece tekrarlanabilir olaylar için geçerlidir.	Bilinmeyen her olay veya öneri için geçerlidir.
Nedensellik ilkesinin deterministik yorumuna yakındır.	Nedensellik ilkesinin olasılık yorumuna yakındır.
Belirsizliklere deterministik yaklaşır.	Belirsizlikleri olasılıklarla ifade eder.
Herhangi bir olayın olasılığı hesaplanırken başlangıç varsayımlarına gerek vardır.	Herhangi bir olayın olasılığı hesaplanırken başlangıç varsayımlarına gerek duyulmaz.
Yanlışlama esas olduğundan amaç en düşük olasılığa ulaşmaktır.	Amaç denemeler yaparak en yüksek olasılığa diğer bir ifadeyle kesinliğe ulaşmaktır.
<i>Parametreler bakımından</i>	
Parametreler rastlantısal değişkenler değildir, bilinmeyen bir sabittir ve olasılık dağılımı yoktur.	Parametreler olasılık dağılımı olan rastlantısal değişkenlerdir.
Parametreler ile ilgili tüm tahminler eldeki veriler kullanılarak yapılır.	Parametreler ile ilgili tüm tahminler sonsal dağılımdan yararlanılarak yapılır.
<i>Çıkarım bakımından</i>	
Parametreler uzun dönemli tekrarlar açısından yorumlanır.	Parametreler gözlenen verilerden elde edilen bulgular açısından yorumlanır.
Parametreler ile ilgili herhangi bir bilgi vermez.	Parametreler olasılıkları ile ilgili doğrudan bilgi verir.
Tümdengelim yöntemini kullanır	Tümevarım yöntemini kullanır.

Parametre tahmininde kısıtlayıcı varsayımları mevcuttur.	Daha esnek varsayımlara sahiptir.
Anakütle parametresinin aralık tahmini için güven aralığı ifadesi kullanılır.	Güven aralığı yerine güvenilir aralık kavramı kullanılır. Güven aralığına göre daha dardır.
Belirlenen α anlam düzeyinde sıfır hipotezi reddedilir veya reddedilemez.	Hipotezlere olasılık atanmaktadır ve olasılığı yüksek olan hipotez kabul edilmektedir.
<i>Tahminci özellikleri bakımından</i>	
Nokta tahmininde örnekten elde edilen tek bir istatistik değeri bulunur ve bu istatistik anakütle parametresinin tahmini olarak kullanılır.	Nokta tahmini, sonsal dağılımdan elde edilen tek bir istatistik değeridir ve bu istatistik genelde sonsal dağılımın ortalamasıdır.
Nokta tahmininin yeterlilik özelliği bir varsayımdır.	Nokta tahmininin yeterlilik özelliğinin kanıtı mevcuttur.
Parametre tahmininin sapmasız olması istenir.	Parametrenin sapmasızlık özelliği göstermesi gerekli görülmemektedir. Nokta tahmini genellikle sapmalı bir tahmindir.
Parametre tahmininin tutarlı olması istenir.	Parametre tahmininin tutarlılık özelliği göstermemesi göz ardı edilebilir.
Sapmasız tahminciler arasında minimum varyanslı tahminci etkindir ve parametre tahminlerinin etkin olması istenir.	Bayesyen tahminciler, klasik tahmincilere göre daha küçük ortalama hata karesine sahiptir. Bunun anlamı parametre tahmininin gerçek değere daha yakın olmasıdır.

Kaynak: Box ve Tiao (1976), Howson ve Peter (1993), O'Hagan (2004), Ekici (2009), Hoff (2009), Çakır Zeytinoğlu (2015).

1.3. Bayesyen Yaklaşımın Avantajları ve Kısıtları

Veri analizi için karmaşık bir modelin varolduğu durumda, klasik yaklaşıma dayanan tahmin yöntemleri ile çözüme gitmek tahmin sürecinde karşılaşılabilecek karmaşık türevlerden dolayı zor olabilir (Öztürk, 2011). Modern örnekleme yöntemlerini kullanan Bayesyen tahmin yöntemleri ise, böyle bir istatistiksel modelleme için birçok avantaj sağlamaktadır. Klasik yaklaşıma dayanan yöntemler tahmin sürecinde sadece

gözlenen veriyi kullanırken, Bayesyen yöntemler önsel yapıyı kullanarak parametreler hakkındaki ek bilgiyi analize dahil etmektedir. Parametreleri tahmin ederken, Bayes Teoremi kullanılarak, verilere dayalı olabilirlik olasılığından elde edilen bilgiler ile parametrelerin önsel bilgisi bir araya getirilerek sonsal tahminler elde edilir. Bununla birlikte Bayesyen yaklaşımda en önemli zorluk, önsel dağılımın belirlenmesidir (Ando, 2010, s.27; Ibrahim ve Laud, 1991, s.981). Bir parametrenin önsel dağılımı, veriyi analiz etmeden önce, daha önceki deneylerden ya da ilgili veri hakkındaki uzman bilgisinden elde edilen ve parametre hakkında kesin olmayan bilgileri içeren kesikli ya da sürekli olasılık dağılımıdır. Öte yandan sonsal dağılım, parametrelerin dağılımı hakkındaki güncellenen bilgilerdir.

Bayesyen tahmin ve çıkarım, istatistiksel modelleme ve veri analizinde birçok avantaja sahiptir. Bunlardan bazıları aşağıdaki gibidir.

- Bayesyen yaklaşım, parametrelerin güven aralıklarının ve hipotezlerin olasılık değerlerinin yorumlara daha uyumlu olmasını sağlar.
- Parametreye dair inançların güncellenmesi için veriden öğrenme sürecini şekillendirir.
- Bayesci yöntemler, klasik yöntemlere göre daha karmaşık problemleri ele alabilir.
- Hem yuvalanmış, hem de yuvalanmamış modellerde olasılıkları değerlendirebilir ve modern örnekleme yöntemlerini kullanarak, klasik yöntemlere uyması daha zor olan karmaşık rastlantısal etkiler modellerine kolayca uyarlanabilir.
- En çok olabilirlik ve diğer klasik yöntemlerdeki gibi büyük örnek varsayımına ihtiyaç duymadan, tahminleri iyileştirir ve sonlu örnek çıkarımlarına izin verir.
- Klasik yaklaşımla elde edilen parametre tahminlerine göre, Bayesyen yaklaşımla elde edilen parametre tahminleri daha duyarlıdır. Bunun sebebi parametre tahmininin sadece eldeki veri setine bağlı olarak değil, parametreye dair ek bilgi ve olabilirlik fonksiyonunun birleşimiyle elde edilen sonsal dağılımın kullanılarak yapılmasıdır.
- Seyrek veri kümelerinde tahmini iyileştirir ve klasik yaklaşımda olduğu gibi büyük örnek argümanlarına başvurmadan, küçük örnek çıkarımlarının yapılmasını sağlar.

- Bayesyen hipotez testleri, klasik hipotez testlerine bir alternatif sağlar.
- Bayesyen yaklaşıma göre oluşturulan güvenilir aralık, klasik yaklaşıma göre oluşturulan güven aralığına göre, olasılık yorumuna daha uygundur (O'Hagan, 2004, s.10; Congdon, 2006, s.1).

Küçük örnek söz konusu olduğunda, klasik yaklaşımla parametreye dair aralığı belirlemek zor olduğundan, iyi belirlenmiş bir önsel dağılım ile Bayesyen yaklaşımı kullanmak tek yol olmaktadır. Büyük örnekler için, güçlü bir önsel bilgi bulunmuyorsa, sandviç tahmincisi³ kullanılarak dayanıklı bir klasik yaklaşım daha uygun olmaktadır. Karmaşık modeller söz konusu olduğunda ise Bayesyen yaklaşımın kullanılması, hesaplamaların daha kolay yapılmasını sağladığı için, daha iyi bir yoldur (Wakefield, 2012, s.23).

Bayesyen yaklaşımın avantajlarının yanı sıra kısıtları da bulunmaktadır. Bunlar;

- Bayesyen yöntemler öznel unsurlar içermektedir.
- Uygulamada Bayesyen yaklaşımda kullanılan ek bilginin, güvenilir bir şekilde belirlenmesi zordur.
- Bayesyen yöntemler, klasik yöntemlere kıyasla daha karmaşıktır ve bu yöntemleri uygulayabilmek yazılım bilgisi gerektirmektedir (O'Hagan, 2003, s.10).
- Bayesyen sonsal tahminler, önsel dağılıma göre değişmektedir. Dolayısıyla yanlış belirlenmiş bir önsel dağılım, yanlış tahminlerin elde edilmesine sebep olabilmektedir.

1.4. Bayesyen Analizin Aşamaları

Bayesyen analizin aşamaları aşağıdaki gibi özetlenebilir (Kruschke, 2010, s.25).

- Araştırma sorularıyla ilgili verilerin tanımlanması

³ Dayanıklı kovaryans matrisi tahmincisi olarak bilinmektedir. Modele dayalı tahmin ediciler karmaşık ve hesaplanması zor olduğunda dayanıklı tahminciler elde etmek için kullanılır.

Bu aşamada, verinin ölçeği, tahmin edilecek değişkenler ve hangi değişkenlerin tahmin edici olarak ele alınması gerektiği belirlenmelidir.

- İlgili veriler için açıklayıcı bir modelin belirlenmesi

Bu aşamada, modelin matematiksel formunun (spesifikasyon) ve parametrelerinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Ayrıca belirlenen model, analizin teorik amaçları için anlamlı ve uygun olmalıdır.

- Parametrelerin önsel dağılımının belirlenmesi

Önsel dağılımın belirlenmesinde uzman görüşleri ve geçmiş deneyimlerden yararlanılması uygun dağılımın belirlenmesinde önemli olmaktadır.

- Parametre değerleri arasında güvenilirliği yeniden tahsis etmek için Bayesyen çıkarımın kullanılması

Bu aşamada, elde edilen sonsal dağılımın teorik olarak anlamlılığı yorumlanmaktadır. Modelin uygun olduğuna karar verilirse diğer aşamaya geçilir.

- Sonsal tahminlerin verileri makul doğrulukta taklit ettiğinin kontrol edilmesi

Bu aşamada sonsal tahmin kontrolü yapılmalıdır. Tahmin doğruluğu uygun değilse, farklı bir açıklayıcı model belirlenerek aşamalar tekrarlanmalıdır.

1.5. Önsel Dağılım

Veri analiz edilmeden önce parametre hakkında daha önceden bilinen ve kesinliği olmayan bilgiler, parametrenin önsel dağılımını oluşturmaktadır. Parametrelerin önsel dağılımı inançlarla ilgili olduğundan, aynı veri üzerinde farklı araştırmacılar farklı önsel dağılım belirlemiş olabilirler (Maryann, 1993). Bayesyen istatistikte sonsal dağılım, parametreye dair önsel dağılımı ve gözlemlenen veriyi kullanarak oluşturulduğundan, farklı önsel dağılımların kullanımı farklı sonsal dağılımların elde edilmesine yol açacaktır. Bu sebeple önsel dağılımın belirlenmesi Bayesyen istatistikte önemli bir durumdur. Önsel bilginin kullanımı parametreye dair ilave bilgi sağladığından, klasik istatistik ile kıyaslandığında, parametre tahmini daha doğru olacaktır. Dolayısıyla önsel bilginin varlığı Bayesyen istatistiğin güçlü yanını

oluştururken, önsel dağılımın belirlenmesinin subjektif olması, Bayesyen istatistiğin zayıf yanını oluşturmaktadır (O'Hagan, 2003, s.25).

Bayesyen modellerin belirlenmesi, bilinmeyen parametreler için önsel dağılımların sağlanması anlamına gelmektedir. Bayesyen çıkarımda önsel dağılım, olasılık güncellenmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Nitekim Bayesyen çıkarımda sonsal dağılım ($p(\theta|veri) \propto p(\theta)p(veri|\theta)$), parametrelerin önsel dağılımı ile olabilirlik fonksiyonunun oransal çarpımı ile elde edilmektedir. Bayesyen felsefenin temeli, genellikle model parametreleri olarak tanımlanan bilinmeyen tüm niceliklerin, veriler gözlemlenmeden önce bile, olasılıkla ifade edilmesine dayanmaktadır (Gill, 2015, s.97). Bilindiği gibi klasik yaklaşım ile Bayesyen yaklaşım arasındaki temel farklılık, olasılıkların yorumlanmasıdır. Klasik yaklaşım bir olayın olasılığını birçok deneme sonucu elde edilen bağıl sıklığının limiti olarak yorumlarken, Bayesyen yaklaşımda olasılık; inanç derecesi olarak yorumlanmaktadır. Önsel dağılımlar, araştırmacının geçmiş deneyimlerine, kişisel sezgilere veya uzman görüşlerine dayanarak oluşturulmaktadır. Anakütle parametrelerinin birer değişken olarak ele alındığı ve bu parametrelerin dağılımı olarak tanımlanan önsel dağılımların belirlenmesinde, genellikle hem uzman bilgisi hem de matematiksel kolaylık önemli bir rol oynamaktadır (Suess ve Trumbo, 2010, s.196).

Önsel dağılımlar, bilgi vermeyen, bilgi veren ve eşlenik önsel dağılımlar olarak üç sınıfa ayrılmaktadır.

1.5.1. Bilgi Vermeyen Önsel Dağılım

Mevcut herhangi bir önsel bilginin ortaya çıkarılması ve daha sonra bir dağılıma dönüştürülmesi, çok parametrelili modellerde genellikle zordur. Bu şekilde önsel bilgiyi ortaya çıkarmak zor olduğunda veya önsel bilginin çok az olduğu durumda, bilgi vermeyen (non-informative) önsel dağılımlar kullanılabilir. Bilgi vermeyen önsel dağılımlar aynı zamanda, uygun bilgi veren önsel dağılımlar ile karşılaştırma yapmak için referans önseller olarak da kullanılabilir (İbrahim ve Laud, 1991, s.981).

Bilgi vermeyen önsel dağılımların parametreyi açıklama gücü azdır. Bu sebeple, bilgi vermeyen önsel dağılım kullanıldığında sonsal dağılımın belirlenmesinde, olabilirlik fonksiyonunun etkisi daha fazla olmaktadır. Dolayısıyla bilgi vermeyen önsel dağılımlar kullanıldığında, klasik tahmin sonuçları ile Bayesyen tahmin sonuçları birbirine yakın olacaktır. Bunlar arasında,

- Belirsiz (diffuse) önsel dağılım
- Jeffreys'in önsel dağılımı
- Uniform önsel dağılım
- Referans önsel dağılım

sayılabilir (Syversveen, 1998, s.2-3).

1.5.1.1. Belirsiz Önsel Dağılım

Bilgi vermeyen önsel dağılımlar arasında en fazla kullanılanlardan biri olan belirsiz (diffuse) önsel dağılım,

$$p(\theta) = \text{sabit}, \quad \theta \in A \quad (1.7)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu, herhangi belirli bir parametre değerini belirlemek için önsel bir sebep olmadığı anlamına gelmektedir. Belirsiz önsel dağılım kullanıldığında elde edilecek sonsal dağılım aşağıdaki gibidir.

$$p(\theta|X_n) \propto f(X_n|\theta), \quad \theta \in A \quad (1.8)$$

Burada $A \subset \Theta$, θ 'ın dağılımsal aralığıdır (Ando, 2010, s.26).

1.5.1.2. Jeffreys'in Önsel Dağılımı

Jeffreys (1961) bilgi vermeyen önsel dağılımın seçimi için genel bir kural önermiştir. Önerilen önsel dağılım, Fisher bilgi matrisinin determinantının kareköküyle orantılıdır (İbrahim ve Laud, 1991, s.981).

$$p(\theta) \propto |J(\theta)|^{1/2} \quad (1.9)$$

Burada $J(\theta)$, Fisher bilgi matrisini ifade etmektedir ve Denklem (1.10)'daki gibi tanımlanmaktadır.

$$J(\theta) = - \int \left[\frac{\partial^2 \log f(x|\theta)}{\partial \theta \partial \theta^T} \right] f(x|\theta) dx \quad (1.10)$$

1.5.1.3. Uniform Önsel Dağılım

Yaygın olarak kullanılan bilgi vermeyen önsel dağılımlardan biri de uniform (düzgün) dağılımdır. Özellikle parametreler belli bir aralıkta sınırlı olduklarında veya yapıları gereği oran oldukları durumda, uniform dağılım kullanılabilir. Örneğin olabilirlik fonksiyonunun bernoulli, binom ya da negatif binom olduğu durumda olasılık parametresinin uniform önsel dağılımı, $p(\theta) = 1$, $0 \leq \theta \leq 1$ olarak tanımlanabilir (Gill, 2015, s.105). Uniform dağılımda, belirlenen aralıkta ilgili parametreye atanan tüm olasılık değerleri aynıdır.

1.5.1.4. Referans Önsel Dağılım

Referans önsel dağılım, ilk olarak Bernardo (1979) tarafından ortaya konulan daha sonra Berger ve Bernardo (1989,1992) tarafından geliştirilen bir başka bilgi vermeyen önsel dağılımdır. Bu dağılım oldukça karmaşıktır ve finansal çalışmalarda genellikle kullanılmamaktadır (Rachev vd., 2008, s.25). Bu önsel dağılım bozucu (nuisance) parametreler söz konusu olduğunda çok kullanışlıdır (Robert, 2001, s.136) ve belirli şartlar altında istenen asimptotik niteliklere sahip olduğu gösterilmiştir (M. Ghosh, 1992). Bu dağılım, standart olarak kullanılması uygun olan ve benzerlik fonksiyonuna kıyasla sonsal dağılım üzerindeki etkisi daha az olan bir yapıdadır (Box ve Tiao, 1992, s.23).

Jeffreys önsel dağılımının uygun olmadığı bir parametre vektörü söz konusu olduğunda kullanılabilen referans önsel dağılım, sonsal dağılım ve seçilen önsel dağılım arasındaki Kullback-Leibler uzaklığı gibi kriterlerin minimize edilmesiyle bulunmaktadır (Gill, 2008, s.154).

1.5.2. Bilgi Veren Önsel Dağılım

Bilgi veren (informative) önsel dağılımlar deneyimlerden, benzer geçmiş çalışmalardan ve uzman görüşlerinden elde edilen bilgiler ile oluşturulurlar. Bilgi vermeyen önsel dağılımlarda sonsal dağılımın belirlenmesinde olabilirlik fonksiyonu etkili iken, bilgi veren önsel dağılımlar kullanıldığında olabilirlik fonksiyonunun etkisi azalmaktadır ve önsel dağılımın etkisi daha baskın hale gelmektedir. Önsel dağılım, parametrelere dair önsel bilgiyi temsil etmektedir. Bu sebeple, sapmalı sonuçlar elde etmemek için, bilgi veren önsel dağılımın seçiminde dikkatli olunmalıdır (Ando, 2010, s.27-28).

1.5.3. Eşlenik Önsel Dağılım

Önsel ve sonsal dağılım aynı dağılım ailesinden ise bu önsel dağılım, eşlenik (conjugate) önsel dağılım olarak bilinmektedir. Çoğu zaman önsel dağılım, analitik olarak çözümünün kolaylığı ve uygun bir sonsal dağılıma ulaşılması durumları dikkate alınarak seçilir. Bu nedenle eşlenik önsel dağılımlar sınıfının kullanılması, sonsal dağılımın önsel dağılım ile aynı dağılım sınıfında olmasını garanti etmektedir (Rachev vd., 2008, s.27). Sonsal dağılımların analitik olarak hesaplanmasını sağladığı için, eşlenik önsel dağılımların kullanılması, matematiksel açıdan büyük kolaylık sağlamaktadır. Normal, gamma, poisson ve binom dağılımı, eşlenik önsel dağılımlar arasındadır (Ando, 2010, s.27).

Önsel ve sonsal dağılımlar aynı forma sahip olsalar da parametreleri farklıdır. Sonsal dağılımın parametreleri, önsel dağılım ile veriden gelen bilgi arasındaki değişimi yansıtmaktadır. Kullanılan verinin σ_0^2 varyansla normal dağılıma sahip olduğu ve ilgili bilinmeyen parametrenin (μ) bu dağılımın ortalaması olduğu varsayalım. Ayrıca önsel dağılım olarak, parametreleri m ve s^2 olan normal dağılım seçilmiş olsun. Bu durumda denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$X|\mu, \sigma_0^2 \sim N(\mu, \sigma_0^2) = (2\pi\sigma_0^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2}(X - \mu)^2\right) \quad (1.11)$$

$-\infty < \mu < \infty, \sigma_0^2$ biliniyor

$$\mu|m, s^2 \sim N(m, s^2) = (2\pi s^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2s^2}(\mu - m)^2\right) \quad (1.12)$$

m, s^2 biliniyor

Burada Denklem (1.11) verinin dağılımını gösterirken, Denklem (1.12) önsel dağılımı göstermektedir⁴. X veri kümesi gözlemlendikten sonra, μ 'nün sonsal dağılımı, önsel dağılım ve olabilirlik fonksiyonunun çarpımı ile elde edilir.

$$p(\mu|x) \propto p(x|\mu)p(\mu)$$

$$\begin{aligned} & \propto \prod_{i=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_0^2}(x_i - \mu)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2s^2}(\mu - m)^2\right) \\ & = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 + \frac{1}{s^2}(\mu - m)^2\right)\right] \\ & = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\mu + \mu^2) + \frac{1}{s^2}(\mu^2 - 2\mu m + m^2)\right)\right] \quad (1.13) \\ & = \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_0^2 s^2} \left(s^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2s^2 \mu n\bar{x} + n\mu^2 s^2 + \sigma_0^2 \mu^2 - 2\sigma_0^2 \mu m + \sigma_0^2 m^2\right)\right] \\ & = \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_0^2 s^2} \left(\mu^2(\sigma_0^2 + ns^2) - 2\mu(m\sigma_0^2 + s^2 n\bar{x}) + (m^2\sigma_0^2 + s^2 \sum_{i=1}^n x_i^2)\right)\right] \end{aligned}$$

⁴Önsel dağılımın parametreleri (m, s) bilinmektedir ya da araştırmacı tarafından atanmaktadır.

Denklem (1.13)'teki son terim normalleştirme sabiti (k) olarak ele alınabilir. Bu durumda yeni denklem aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
& \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\mu^2 \left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right) - 2\mu \left(\frac{m}{s^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma_0^2} \right) + k \right) \right] \\
& = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right) \left(\mu^2 \frac{\left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)}{\left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)} - 2\mu \frac{\left(\frac{m}{s^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma_0^2} \right)}{\left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)} + k \right) \right] \\
& \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right) \left(\mu - \frac{\left(\frac{m}{s^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma_0^2} \right)}{\left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Denklem (1.14)'ten de görüleceği gibi μ 'nün sonsal dağılımı, ortalaması:

$$\hat{\mu} = \left(\frac{m}{s^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma_0^2} \right) / \left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)$$

ve varyansı:

$$\hat{\sigma}_\mu^2 = \left(\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2} \right)^{-1} = \frac{s^2 \sigma_0^2}{\sigma_0^2 + n s^2}$$

olan normal dağılıma uymaktadır (Gill, 2008, s.74-76).

μ 'nün sonsal dağılımının asimptotik ortalaması ve asimptotik varyansı sırasıyla Denklem (1.15) ve Denklem (1.16)'da verilmiştir.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\mu} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{m}{s^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma_0^2}}{\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{m\sigma_0^2}{ns^2} + \bar{x}}{\frac{\sigma_0^2}{ns^2} + 1} = \bar{x} \tag{1.15}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\sigma}_\mu^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{s^2} + \frac{n}{\sigma_0^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_0^2}{\frac{\sigma_0^2}{s^2} + n} = \frac{\sigma_0^2}{n} \quad (1.16)$$

Denklem (1.15) ve (1.16)'dan görüleceği gibi, Bayesyen sonsal ortalamanın asimptotik dağılımı, klasik yaklaşım ile aynıdır $(N(\bar{x}, \sigma_0^2/n))$ (Berger, 1985, s.224). Bu sonuca *Bayesyen Merkezi Limit Teoremi* de denir (Carlin vd., 1993, s.357) ve teoremin önemi Bayesyen ve klasik yaklaşımın sonuçlarının limitte aynı olduğunu göstermesidir. Bunun yanı sıra μ 'nün önsel varyansını çok büyük bir değer olarak belirlersek ($s^2 = \infty$ dahil), Bayesyen yaklaşım ile klasik yaklaşımın sonuçları aynı olacaktır. Bu durum, μ 'nün önsel varyansı hakkındaki kısmi ya da tam bilgisizlik durumunda, klasik olabilirlik modeli ile aynı sonuçların elde edildiğini göstermektedir. Bayesyen merkezi limit teoreminin tersine, klasik yaklaşım küçük örnek analizlerinde bile asimptotik özelliklerin varlığını varsaymaktadır (Gill, 2008, s.77).

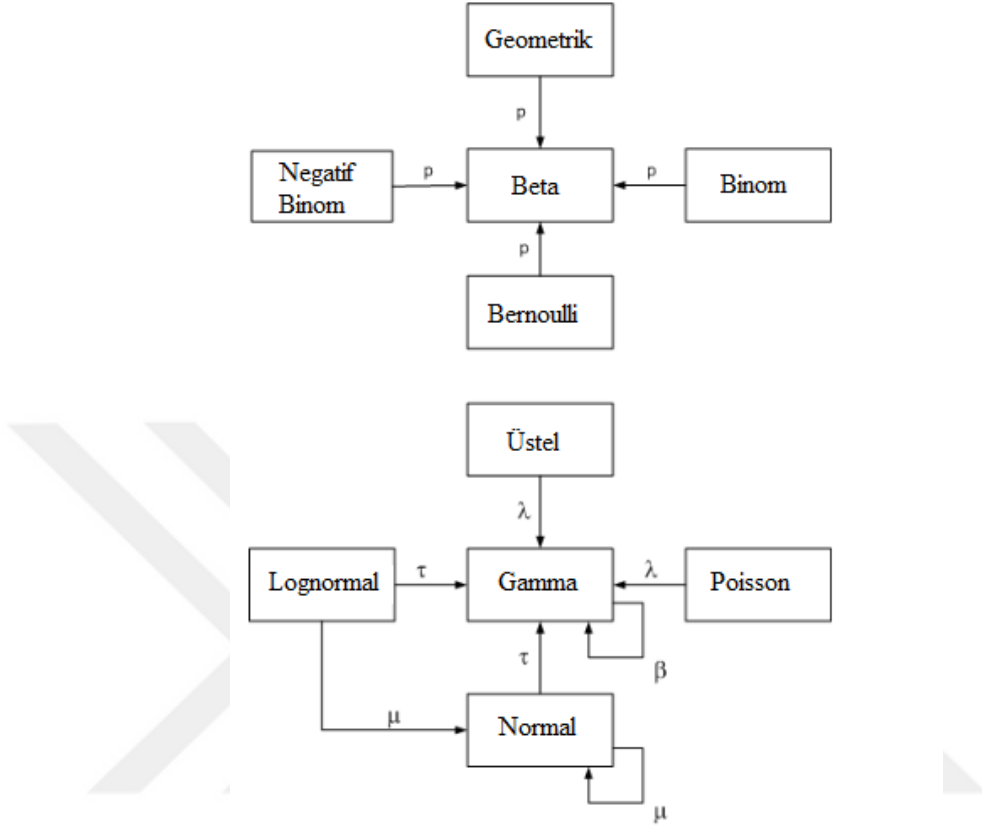
Tablo 1.2: Yaygın olarak kullanılan eşlenik önsel dağılımlardan sonsal dağılımların elde edilmesi

Olabilirlik Fonksiyonu	Önsel Dağılım	Sonsal Dağılım
Bernoulli	Beta	Beta
Pascal	Beta	Beta
Poisson	Gamma	Gamma
Üstel	Gamma	Gamma
Normal	Gamma	Gamma
Normal	Normal	Normal

Kaynak: Ntzoufras, (2009), s.15

Eşlenik dağılımlar arasındaki ilişki Şekil 1.2'de gösterilmiştir. Burada Bernoulli, binom, geometrik, negatif binom ve Poisson dağılımı kesikli dağılımlar; gamma, beta, üstel, normal ve lognormal dağılım ise sürekli dağılımlardır. Söz konusu dağılımların matematiksel formu Denklem (1.17)'de verilmiştir.

Şekil 1.2: Eşlenik dağılımlar arasındaki ilişki



Kaynak: https://www.johndcook.com/blog/conjugate_prior_diagram/

$$X \sim \text{Bernoulli}(p) \rightarrow f(x) = p^x (1 - p)^{1-x}, \quad x = 0, 1$$

$$X \sim \text{Binom}(n, p) \rightarrow f(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

$$X \sim \text{Geo}(p) \rightarrow f(x) = p(1 - p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots$$

(1.17)

$$X \sim \text{Neg_Binom}(k, p) \rightarrow f(x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1 - p)^{x-k}, \quad x = k, k + 1, \dots$$

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda) \rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

$$X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) \rightarrow f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0$$

$$X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta) \rightarrow f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad 0 < x < 1$$

$$X \sim \text{Üstel}(\lambda) \rightarrow f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

$$X \sim \text{Normal}(\mu, \tau^{-1}) \rightarrow f(x) = \left(\frac{\tau}{2\pi}\right)^{1/2} e^{(-\tau(x-\mu)^2/2)}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$X \sim \text{LogNormal}(\mu, \tau^{-1}) \rightarrow f(x) = \left(\frac{\tau}{2\pi}\right)^{1/2} e^{(-\tau(\log(x)-\mu)^2/2)}, \\ 0 < x < \infty$$

Burada $p \in (0,1)$ başarı olasılığını, n deney sayısını, k başarı sayısını, λ gerçekleşen ortalama olay sayısını, α ve β sıfırdan büyük herhangi iki parametreyi ve $\tau (= 1/\sigma^2)$ duyarlılığı (precision) ifade etmektedir.

1.6. Markov Zinciri Monte Carlo Algoritmaları

Bayesyen yaklaşımda, parametrelerin sonsal dağılımı ($p(\theta|veri)$) kullanılarak çıkarımlar yapılmaktadır. Ancak çoğu durumda θ 'nın ortak sonsal dağılımının analitik formu bulunmamaktadır. Bu sebeple sonsal dağılımı hesaplamak zor olabilir ve genellikle çözümü veren bir formül bulmak imkansızdır. Bayesyen yaklaşım bu zorluğun üstesinden gelmek için çeşitli çözümler önermektedir. Bunlardan ilki, matematiksel olarak kolay olan önsel dağılımların seçilmesidir. Bu aşamada eşlenik önsel dağılımların kullanılması avantaj sağlamaktadır. Sonsal dağılımın elde edilmesinde kullanılan ikinci yol, nümerik integrasyon yöntemleridir⁵. Ancak bu yöntemlerin kullanılabilmesi için, sonsal dağılımın yüksekliğinin her nokta için hesaplanabilir olması gerekmektedir. Önerilen diğer yol ise, simülasyon yöntemlerinin

⁵ İntegralin değerini yaklaşık olarak bulmak için kullanılan yöntemlerin genel adıdır.

kullanılmasıdır. Burada sonsal dağılımdan rastlantısal örnekler çekerek, dağılımın yaklaşık olarak tahmin edilmesi için örnek kullanılmaktadır (Goddard, 2003, s.148).

1.6.1. Simülasyon ve Monte Carlo İntegrasyonu

Monte Carlo integrasyonu, integralleri yaklaşık olarak hesaplamak için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Nicel bilimlerde, Denklem (1.18) ile ifade edilen integrallerin çözümü için yaklaşık değer belirleme ve hesaplama açısından karmaşık yöntemler önerilmiştir. Bunlardan biri yaratılan rastlantısal örneklemin ortalamasını, Denklem (1.18)'deki integralin sapmasız tahmincisi olarak elde etmeye dayanmaktadır.

$$I = \int_x g(x)dx \quad (1.18)$$

Rastlantısal bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonunun ($f(x)$), rastlantısal değerler oluşturulmasını kolaylaştırdığını varsayalım. Bu Denklem (1.19) ile ifade edilebilir.

$$I = \int_x \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right) f(x)dx = \int_x g^*(x)f(x)dx \quad (1.19)$$

Burada $g^*(x) = g(x)/f(x)$ şeklindedir. I integrali, $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak hedef dağılımdan $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(T)}$ üretilmesi ve Denklem (1.20) yardımıyla örnek ortalamasının hesaplanması ile tahmin edilebilir (Metropolis ve Ulam, 1949, s.350; Anderson, 1996, s.100).

$$\hat{I} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left(\frac{g(x^{(i)})}{f(x^{(i)})} \right) \quad (1.20)$$

Bu yaklaşımın temel avantajı uygulamasının kolay olmasıdır. İlgili integral matematiksel olarak çözümlenebilir olsa bile çok boyutlu integrallerin hesaplanması yerine $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(T)}$ örneklerinin üretilmesi tercih edilmektedir (Ntzoufras, 2009, s.32)

Denklem (1.20) ile ifade edilen, I integralinin bir tahmini olan $\hat{I}$ 'nın örnek ortalamasının doğruluğu, gerçek değere yavaş yakınsama anlamına gelen $O(T^{-1/2})$ düzeyindedir (Givens ve Hoeting, 2013, s.152). Üretilen örnek büyüklüğünü ifade eden T , araştırmacı tarafından belirlenmekle birlikte yaklaşımın doğruluğu için en az 10000 olarak alınmalıdır (Gamerman ve Lopez, 2006, s.96). Bu yöntem Bayesyen yaklaşımdaki birçok probleme doğrudan uygulanabilmektedir. Dolayısıyla, θ parametresinin her $G(\theta)$ fonksiyonu için, sonsal ortalamaı aşağıdaki adımları izleyerek basitçe hesaplayabiliriz.

1. $f(\theta/y)$ sonsal olasılık dağılımından $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(T)}$ örneği üretilir.
2. Denklem (1.21) kullanılarak $G(\theta)$ 'nın örnek ortalaması hesaplanır.

$$\hat{I} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T G(\theta^{(i)}) \quad (1.21)$$

Bu yaklaşımdaki en önemli problem, $f(\theta/y)$ sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonundan örneklemin nasıl üretileceğidir. Rastlantısal değişkenler üretmek için *ters dönüşüm*, *reddetme örnekleme* (*rejection sampling*) ve *önem örnekleme* (*importance sampling*) yöntemleri kullanılabilir (Ntzoufras, 2009, s.32)

1.6.2. Ters Dönüşüm Yöntemi

X bir rastlantısal değişkeni, x ise bu rastlantısal değişkenin aldığı bir değeri göstermek üzere, X rastlantısal değişkenin birikimli dağılım fonksiyonunun $F(x) = P(X \leq x)$ olduğu varsayalım. F azalmayan bir fonksiyon olduğundan tersi aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Webster, 2011, s.43)

$$F^{-1}(y) = \begin{cases} \min\{x: F(x) \geq y\}, & y > 0 \\ -\infty, & y = 0 \end{cases} \quad (1.22)$$

Uniform dağılımdan örnek çekilmiş olsun ($U \sim \text{uniform}(0,1)$). $X = F^{-1}(U)$ olmak üzere X rastlantısal değişkeninin dağılım fonksiyonu Denklem (1.23)'teki gibidir (Greenberg, 2008, s.64; Kroese vd., 2011, s.45).

$$P(X \leq x) = P(F(X) \leq F(x)) = P(U \leq F(x)) = F(x) \quad (1.23)$$

Ters dönüşüm yönteminin aşamaları aşağıda verilmiştir (Greenberg, 2008, s.64).

1. Uniform dağılımdan örnek çekilir ($U \sim \text{uniform}(0,1)$).
2. $X = F^{-1}(U)$ dönüşümü yapılır.

Ters Dönüşüm yöntemi, birikimli dağılım fonksiyonunun tersinin alınmadığı durumda kullanılamamaktadır. Böyle durumlarda daha genel bir örnekleme yöntemi olan *Reddetme Örnekleme* tercih edilmektedir.

1.6.3. Reddetme Örnekleme

Kabul-Red Algoritması olarak da bilinen *Reddetme örnekleme*, sayısal analizlerde bir dağılımdan örnek üretmek için kullanılan kesin bir simülasyon yöntemidir. Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemlerinden Metropolis-Hasting ve Gibbs örnekleme gibi, reddetme örnekleme de karmaşık hedef dağılımdan doğrudan örnek çekimi zor olduğunda kullanılmaktadır (Kristiadi, 2015).

$p(\theta|\text{veri})$ yoğunluk fonksiyonundan ya da $q(\theta|y)$ normalleştirilmemiş ($p(\theta|\text{veri}) = q(\theta|\text{veri}) / \int q(\theta|\text{veri}) d\theta$) yoğunluk fonksiyonundan rastlantısal olarak bir örnek çekilmek istendiği varsayılın⁶. *Reddetme örnekleme* yapmak için aşağıdaki özellikleri taşıyan ve $p(\theta|\text{veri}) > 0$ koşulunu sağlayan her θ için pozitif tanımlı bir $g(\theta)$ fonksiyonuna ihtiyacımız vardır (Gelman vd., 2014, s.264).

- Araç ya da aday olasılık yoğunluk fonksiyonu g kullanarak örnek çekebiliriz. Burada $g(\theta)$ 'nın integralinin 1'e yakınsaması zorunlu değildir, ancak sonlu olmalıdır.
- *Önem oranı* (The importance ratio) olarak bilinen $p(\theta|\text{veri})/g(\theta)$ oranı, her θ için sınırlı olmalıdır ($p(\theta|\text{veri})/g(\theta) \leq M, M \geq 1$).

⁶ Burada p hedef (target) dağılımı göstermektedir, ancak bunun yerine normalleştirilmemiş q dağılımı ile de çalışılabilir.

Robert ve Casella (2010), $p(\theta|veri)$ olasılık yoğunluk fonksiyonundan θ üretilmesi için, öncelikle $\varphi \sim g$ ve bağımsız olarak $U \sim Uniform(0,1)$ üretilmesini belirtmişlerdir. $U \leq p(\varphi|veri)/Mg(\varphi)$ eşitsizliği sağlanıyorsa, $\theta = \varphi$ olarak ayarlanmaktadır. Ancak eşitsizlik sağlanmadığında φ ve U iptal edilip başa dönlülmektedir. Reddetme örnekleme aşamaları aşağıdaki gibidir (Robert ve Casella, 2010, s.51).

1. $\varphi \sim g, U \sim Uniform(0,1)$ üretilir,
2. $U \leq p(\varphi|veri)/Mg(\varphi)$ sağlanıyorsa $\theta = \varphi$ alınır,
3. Aksi durumda Adım 1'e dönlür.

1.6.4. Önem Örnekleme

Hammersley ve Handscomb (1964) tarafından ortaya konulan bu yaklaşımın Bayesyen analizde kullanımı Geweke (1989) tarafından savunulmuştur. Önem örnekleme, reddetme örnekleme benzerinde olup, Metropolis algoritmasının öncüsü olmuştur. Bu yaklaşım bir tahminden çekilen rastlantısal örnek kullanılarak hedef dağılımın beklentisini hesaplamak için kullanılmaktadır (Gelman vd., 2014, s.265). $E(h(\theta)|veri)$ beklenen değerinin hesaplanmak istendiği varsayalım.

$$E(h(\theta)|veri) = \int h(\theta)p(\theta|veri)d\theta \quad (1.24)$$

Ancak $p(\theta|veri)$ sonsal dağılımından doğrudan rastlantısal örnek çekilemeyeceği için Denklem (1.24)'teki integralin analitik çözümü yoktur. Bu durumda önem örnekleme aşağıdaki gibi uygulanabilir (Greenberg, 2008, s.70).

$$E(h(\theta)|veri) = \int \frac{h(\theta)p(\theta|veri)}{g(\theta)}g(\theta)d\theta \quad (1.25)$$

Burada $g(\theta)$, Denklem (1.24)'teki integrali simüle etmek üzere önerilen dağılımdır. Bu integral, $g(\theta)$ 'dan elde edilen G tane $X^{(g)}$ örnek değerleri ile yaklaşık olarak tahmin edilebilir.

$$E(h(\theta)|veri) \approx \frac{1}{G} \sum h(X^{(g)}) \frac{p(X^{(g)}|veri)}{g(X^{(g)})} \quad (1.26)$$

Bu ifade $h(X^{(g)})$ 'nın ağırlıklı ortalaması olarak ifade edilebilir. Burada önem ağırlıkları $p(X^{(g)}|veri)/g(X^{(g)})$ şeklindedir.

Önem örneklemedeki en önemli sorun $g(.)$ fonksiyonunun seçimidir. Uygun dağılımın belirlenebilmesi için öncelikle varyans ($var(\hat{h}) = E(\hat{h}^2) - E(\hat{h})^2$) tahmin edilir.

$$E(\hat{h}^2) = \int h(\theta)^2 \left(\frac{p(\theta|veri)}{g(\theta)} \right)^2 g(\theta) d\theta \quad (1.27)$$

Denklem (1.27) ile verilen integralin değeri, artan $p(\theta|veri)/g(\theta)$ oranı için büyük çıkma eğilimindedir. Bu durum $g(.)$ 'nin kuyruk değerlerinin, $p(.)$ 'nin kuyruk değerlerine göre çok küçük olması halinde ortaya çıkmaktadır. Bu sebeple normal dağılım sıfıra çok hızlı yakınsadığından $g(.)$ 'nin dağılımı için uygun bir seçim değildir. Genellikle $p(\theta|veri)/g(\theta)$ oranı büyük ölçüde değişmediğinde $var(\hat{h})$ küçük çıkmaktadır (Greenberg, 2008, s.70).

1.7. Markov Zincirleri

Bir Markov zinciri $\{\theta^{(t)}: t \in T\}$, $\theta^{(t)}$ 'nin olasılık dağılımının sadece $\theta^{(t-1)}$ 'e bağlı olduğu stokastik bir süreçtir ve $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(t-2)}$ rastlantısal değişkenlerinden koşullu olarak bağımsızdır (Rachev vd., 2008, s.67; Robert ve Casella, 2010, s.168). Bir başka ifadeyle, bir Markov rastlantısal değişkeninin t zamanındaki değerini $(\theta^{(t)})$ tahmin etmek için, $t-1$ zamanındaki değeri $(\theta^{(t-1)})$ kullanılmaktadır (Walsh, 2004, s.3). A tüm durum uzayında tanımlanmış herhangi bir kümeyi ifade etmek üzere, $\theta^{(t)}$ 'nin koşullu olasılık dağılımı Denklem (1.28)'deki gibidir. Durum uzayı sonlu ya da sayılabilir sonsuz ise kesikli, sayılamaz sonsuz ise sürekli durum uzayı söz konusudur. Aslında Markov zinciri, durum uzayı kesikli olan Markov sürecini ifade etmektedir.

$$P(\theta^{(t)} \in A | \theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(t-1)}) = P(\theta^{(t)} \in A | \theta^{(t-1)}) \quad (1.28)$$

Bir zincirin durum uzayından sürecin a_m durumundan a_n durumuna geçiş olasılığı Denklem (1.29)'daki gibi tanımlanmaktadır (Walsh, 2004, s.3).

$$P(m \rightarrow n) = P(\theta^{(t)} = a_n | \theta^{(t-1)} = a_m) \quad (1.29)$$

1.8. Bayesyen Yaklaşımda Markov Zinciri Monte Carlo Yöntemleri

Metropolis vd. (1953) tarafından geliştirilen Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemleri, parametrenin sonsal dağılımını analitik olarak elde etmek mümkün olmadığında, sonsal dağılımdan örnekler çekmeyi sağlayan yöntemlerdir. Klasik simülasyon yöntemleri her duruma uygun değildir ve genellikle tek değişkenli dağılımlarda kullanılmaktadırlar. Ayrıca klasik simülasyon yöntemlerinin bazıları belirli integrallerin hesaplanmasına odaklanmıştır ve ilgilenilen sonsal dağılımdan örnek çekmek için kullanılamamaktadır (Givens ve Hoeting, 2013). Markov zincirlerine dayanan simülasyon yöntemleri ise bu tür problemlerin üstesinden gelmektedir. Bilgisayar programcılığındaki büyük gelişme ile birlikte MCMC yöntemlerinin kullanımı 1990'ların başından itibaren artış göstermiştir. MCMC yöntemleri, nicel araştırmacıların oldukça karmaşık modelleri kullanmalarını ve ilgili sonsal dağılımların tahmin kesinliğini arttırmalarını sağlamışlardır. Bayesyen istatistikte sonsal dağılımın hesaplanması basit modeller için zor değildir. Ancak karmaşık modellerde ve tahmin edilmek istenen parametreler için eşlenik olmayan önsel dağılım kullanıldığında sonsal dağılımın analitik olarak elde edilmesi mümkün değildir. Bayesyen yaklaşımın kullanımında büyük kısıtlar oluşturan bu durum, doğrudan simülasyon yöntemlerinin kullanılması ile giderilmeye çalışılmıştır. Ancak yüksek boyutlu karmaşık modellerde bu yöntemlerin de hatalı tahmin sonuçlarına sebep olduğu görülmüştür. Bayesyen istatistikte ilk olarak Chib ve Greenberg (1995), Clayton (1996), Congdon (2001), Cowles ve Carlin (1996), Gamerman (1997), Brooks (1998) tarafından kullanılan MCMC yöntemleri ise avantajları sayesinde, Bayesyen teorisinin gelişmesine ve yayılmasına büyük katkıda bulunmuşlardır (Ntzoufras, 2009, s.36).

MCMC örnekleme stratejisi, durağan dağılımın ilgili sonsal dağılıma eşit olduğu indirgenemez (irreducible), periyodik olmayan bir Markov zinciri oluşturur (Albert, 2009, s.120). MCMC yöntemlerinde amaç, Markov zincirlerini kullanarak Monte Carlo integrasyonu yapmak ve böylelikle θ parametre uzayında rastlantısal yürüyüş süreci oluşturup, sonsal dağılıma yakınsamaktır (Carlin ve Chib, 1995, s.474). Üretilen Markov zinciri ne kadar uzunsa, hedeflenen sonsal dağılıma yakınsama o kadar doğru olmaktadır.

MCMC algoritmaları, tekrarlanan ve hedef dağılımına yakınsayan Markov zinciri ile sonuçlanan, dağılımı değişmeyen bir geçiş çekirdeği (transition kernel) $p(x, y)$ oluşturur. Böyle bir çekirdeğin varlığında, x_0 başlangıç değeri kullanılarak $p(x_0, x_1)$ dağılımından x_1 , $p(x_1, x_2)$ 'den $x_2, \dots$, ve $p(x_{G-1}, x_G)$ 'den x_G üretilir. Burada G , simülasyon sayısıdır. Yapılan bir dizi simülasyon sonrası elde edilen x_g dağılımı hedef dağılıma eşit olur. Burada önemli olan çekirdeğin nasıl belirleneceğidir (Greenberg, 2008, s.97).

MCMC simülasyonunda önemli olan simüle edilen değerlerin sayısı G ile gözlem sayısı n arasındaki farkın anlaşılmasıdır. Bilgisayar başında geçirilecek zamanı artırsa da simülasyon sayısı istenildiği kadar büyütülebilir ve simülasyon sayısının fazla olması daha doğru tahmin elde edilmesini sağlar, ancak gözlem sayısı verilerin toplandığı tarihte sabittir (Greenberg, 2008, s.90). MCMC algoritmaları, gözlem sayısını sabit bir n sayısı kadar alarak, parametrenin sonsal dağılımına bir yaklaşım sağlar. Buna karşılık tutarlılık gibi kriterlere ihtiyaç duyan klasik yaklaşımda ise daha doğru tahminler için gözlem sayısının artırılması gerekmektedir.

1.8.1. Gibbs Örneklemesi

Geman ve Geman (1984) tarafından geliştirilen Gibbs örnekleme, çok boyutlu problemlerde sıklıkla kullanılan bir MCMC algoritmasıdır. MH algoritmasının özel bir hali olan Gibbs örnekleme, diğer değişkenler sabit iken tek bir değişkenin koşullu dağılımı olarak bilinen tüm tam koşullu olasılık dağılımlarından örnekleme yapılabilmesi durumunda kullanılmaktadır. Gibbs örneklemesinin temel fikri, çok

boyutlu ortak olasılık dağılımından örnek çekmek yerine, daha az boyutlu koşullu dağılımlardan örnek çekmektir. Dağılımlardaki parametre sayısı arttıkça örnek çekmek daha zor olduğundan, koşullu dağılımlardan veri üretmek çoğu zaman tercih edilmektedir. Az boyutlu güncellemeler bir döngü içinde yapıldığından örnekler, reddetme örneklemede olduğu gibi, bağımsız değildir. Örneklerin bağımlılığı yapısı gereği Markov zinciri oluşturduğundan, Gibbs örnekleme MCMC yöntemlerinden biri olarak anılmaktadır.

Parametre vektörü θ 'nın d bileşenden ya da altvektörden oluştuğu ($\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d)$) varsayıldığında, her bir bileşenin koşullu sonsal yoğunluğu aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$f(\theta_1 | \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_d, veri),$$

$$f(\theta_2 | \theta_1, \theta_3, \dots, \theta_d, veri),$$

$$\vdots$$

$$f(\theta_d | \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{d-1}, veri)$$

Özel olarak $f(\theta_1, \theta_2)$ ortak olasılık fonksiyonundan örnek çekilmesi istendiği durum (2 blok) ele alınarak, $f(\theta_1 | \theta_2)$ ve $f(\theta_2 | \theta_1)$ koşullu olasılıklarının varlığında iki blok için Gibbs algoritmasının adımları aşağıdaki gibidir.

Adım 1: $\theta_2^{(0)}$ başlangıç değeri seçilir.

Adım 2: İlk iterasyonda $\theta_1^{(1)}$ ve $\theta_2^{(1)}$ örnekleri çekilir.

$$\theta_1^{(1)} \sim f(\theta_1 | \theta_2^{(0)})$$

$$\theta_2^{(1)} \sim f(\theta_2 | \theta_1^{(1)})$$

Adım 3: g . İterasyonda $\theta_1^{(g)}$ ve $\theta_2^{(g)}$ örnekleri çekilir.

$$\theta_1^{(g)} \sim f(\theta_1 | \theta_2^{(g-1)})$$

$$\theta_2^{(g)} \sim f(\theta_2 | \theta_1^{(g)})$$

Bu işleme istenilen iterasyon sayısına ulaşıncaya kadar devam edilir. Başlangıç değeri sabit dağılımdan alınmadığından, ilk örneğin bir kısmının atılması (*burn-in*) gerekmektedir, ancak burn-in sayısının (B) kaç olması gerektiğini söyleyen herhangi bir teorem bulunmamaktadır. Genel uygulamada örneklemin ilk %1 veya %2'lik kısmı atılmaktadır. Çekilen örneklerin dağılımı $g > B$ için hedef dağılıma yakınsamaktadır. Başlangıçtaki rastlantısal değişkenler $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ ve iterasyonun sonundaki değerler $\theta^* = (\theta_1^*, \theta_2^*)$ olmak üzere, Gibbs çekirdeği, $p(\theta, \theta^*) = f(\theta_1^* | \theta_2) f(\theta_2^* | \theta_1^*)$ şeklinde tanımlanmaktadır (Greenberg, 2008, s.91).

En genel haliyle, d blok için Gibbs algoritmasının adımları aşağıdaki gibidir.

Adım 1: $\theta_2^{(0)}, \dots, \theta_d^{(0)}$ başlangıç değerleri seçilir.

Adım 2: İlk iterasyonda $\theta_1^{(1)}, \dots, \theta_d^{(1)}$ örnekleri çekilir.

$$\theta_1^{(1)} \sim f(\theta_1 | \theta_2^{(0)}, \theta_3^{(0)}, \dots, \theta_d^{(0)})$$

$$\theta_2^{(1)} \sim f(\theta_2 | \theta_1^{(1)}, \theta_3^{(0)}, \dots, \theta_d^{(0)})$$

⋮

$$\theta_d^{(1)} \sim f(\theta_d | \theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}, \dots, \theta_{d-1}^{(1)})$$

Adım 3: g . İterasyonda $\theta_1^{(g)}, \dots, \theta_d^{(g)}$ örnekleri çekilir.

$$\theta_1^{(g)} \sim f(\theta_1 | \theta_2^{(g-1)}, \theta_3^{(g-1)}, \dots, \theta_d^{(g-1)})$$

$$\theta_2^{(g)} \sim f(\theta_2 | \theta_1^{(g)}, \theta_3^{(g-1)}, \dots, \theta_d^{(g-1)})$$

⋮

$$\theta_d^{(g)} \sim f(\theta_d | \theta_1^{(g)}, \theta_2^{(g)}, \dots, \theta_{d-1}^{(g)})$$

Benzer şekilde işleme istenilen iterasyon sayısına ulaşıncaya kadar devam edilir. Bu şekilde Gibbs örnekleme, başlangıç değeri $\theta_2^{(0)}, \dots, \theta_d^{(0)}$ olmak üzere, bir rastlantısal değişken dizisi oluşturur (Ando, 2010, s.65). Gibbs örneklemesinin her bir iterasyonu θ 'nın altvektörleri arasında geçiş yapar ve her bir alt kümeyi diğerlerinin değerine bağlı olarak çeker. Dolayısıyla g iterasyonda d adım vardır. Her g iterasyonda θ 'nın d tane altvektörünün bir sırası seçilir ve sırayla θ 'nın verilen diğer tüm bileşenlerinin koşullu dağılımından her bir θ_j^g örneği çekilir. Her bir θ_j altvektörü, θ 'nın diğer bileşenlerinin en son değerine bağlı olarak güncellenmektedir (Gelman vd., 2014, s.276).

Belirli bir adımdan sonra, Gibbs örneklemesinden gelen örnekler, θ 'nın sonsal dağılımından bir örnek olarak kabul edilebilir. Bu nedenle Gibbs örneklemesinin ilk bölümü atılır ve Bayesyen çıkarım için $f(\theta|veri)$ 'den çekilen bir dizi örnek kullanılır (Ando, 2010, s.65). Belirlenen başlangıç değeri ve zincir sayısı, yakınsamanın sağlanacağı iterasyon sayısını etkilemektedir. Zincirin yakınsaması için iterasyon sayısı artırılmalıdır. İterasyon sayısının artması, zincirin daha hızlı yakınsamasını sağlayacaktır (Altuntaş, 2011, s.10).

Gibbs örneklemesinin özellikleri aşağıdaki gibidir.

- Anlaşılması ve uygulanması kolaydır.
- Çok boyutlu sonsal dağılımlardan örnek çekebilir.
- p -boyutlu ortak dağılımdan örnek çekmek yerine, p tane 1-boyutlu örnek elde edilir.
- Kabul olasılığı (α) daima 1'dir.
- Tek değişkenli koşullu dağılımların şekli her zaman bilinmemektedir.

Gibbs örneklemesinde parametreleri teker teker güncellemek yüksek otokorelasyona sebep olabilir. Otokorelasyon problemi ise yavaş yakınsama ve kesin olmayan tahminlere yol açabilir. Bunun için önerilen yollardan biri, parametreleri teker teker güncellemek yerine, parametre bloklarını güncellemektir. Bu yönteme Bloklanmış Gibbs denilmektedir (Gamerman ve Lopez, 2006, s.155-156). Ortak dağılım fonksiyonun $f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ olduğu varsayalım. Burada

$$f(\theta_1|\theta_2, \theta_3, \theta_4)$$

$$f(\theta_2|\theta_1, \theta_3, \theta_4)$$

$$f(\theta_3|\theta_1, \theta_2, \theta_4)$$

$$f(\theta_4|\theta_1, \theta_2, \theta_3)$$

Koşullu dağılımlarının hepsinden teker teker örnekleme yapmak yerine, ilişkili olan parametreleri bir blok halinde ele alıp örnekleme yapılmaktadır. Örneğin, θ_1 ve θ_2 arasındaki korelasyonun yüksek olduğunu varsayalım. Bu durumda Bloklanmış Gibbs örneklemesinde,

$$f(\theta_1, \theta_2|\theta_3, \theta_4)$$

$$f(\theta_3, \theta_4|\theta_1, \theta_2)$$

dağılımlarından örnekleme yapılmaktadır (Givens ve Hoeting, 2013, s.216).

1.8.2. Metropolis-Hasting Algoritması

Metropolis-Hastings (MH) algoritması, matematiksel fizik ve görüntü restorasyon alanında uzun zamandır yaygın olarak kullanılan, ancak istatistikçiler tarafından son yıllarda keşfedilen bir MCMC yöntemidir. İlk olarak Metropolis vd. (1953) tarafından ortaya konulan yöntem daha sonra Hastings (1970) tarafından geliştirilmiştir. Metropolis ile MH algoritması arasındaki temel farklılık öneri dağılımından kaynaklanmaktadır. Metropolis algoritmasında kullanılan öneri dağılımı simetrik iken, MH algoritması simetrik olmayan dağılımların kullanılmasına da olanak

sağlamaktadır. Bu durum öneri dağılımının hedef dağılımı daha iyi yansıtmasını sağlayarak gereken iterasyon sayısında verimliliği arttırabilir (Hosmer vd., 2013, s.413).

Gibbs örnekleme basit bir MCMC algoritması olmasına rağmen, tüm koşullu sonsal dağılımların bilinmesini gerektirir. Ancak çoğu durumda, parametrelerin koşullu sonsal dağılımının biri veya daha fazlası bilinmemektedir ve bu durumda Gibbs örnekleme kullanılamamaktadır (Ando, 2010, s.65). θ_k 'nın koşullu sonsal dağılımlarından, $f(\theta_k|\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{k-1}, \theta_{k+1}, \dots, \theta_d, veri) \equiv f(\theta_k|\theta_{-k}, veri)$, birinin bulunmadığı varsayıldığında $f(\theta_k|\theta_{-k}, veri)$ koşullu sonsal dağılımından örnek (θ_k) üretilmemektedir. Böyle durumlarda MH algoritması kullanılabilir. MH algoritması Gibbs örneklemesinden daha geneldir ve örnekleme için tüm koşullu dağılımların bilinmesi gerekmemektedir (Greenberg, 2008, s.96). Bu nedenle MH algoritması daha yaygın kullanıma sahiptir.

MH algoritmasının temel fikri; hesaplama zorluğu sebebiyle ilgilenilen hedef dağılımdan doğrudan veri üretmek yerine, hedef dağılıma yakınsayan durağan bir dağılımı hedef dağılım olarak belirleyip bir Markov zincirinden veri üretmektir (Ghosh vd., 2006, s.218). MH algoritması, Gibbs örneklemesine benzer şekilde, sırayla bir dizi rastlantısal değişken $\{\theta^{(j)}\}, j = 1, 2, \dots, L$ üretir. $f(\theta|veri)$ sonsal dağılımdan örnek çekilmek istendiği varsayılınsın. Bir MH algoritması θ^0 başlangıç değeriyle başlar ve θ^{t-1} dizisindeki $(t-1)$. değer verildiğinde, θ^t dizisinin t . değerini simüle etmek için bir kural belirler. Bu kural, θ^* aday değerini simüle eden bir öneri dağılımının (proposal density) oluşturulması ve aday değer dizisindeki bir sonraki değer olarak kabul edilme olasılığını gösteren α kabul olasılığının hesaplanmasından ibarettir (Albert, 2009, s.120). MH algoritmasında $f(\theta|veri)$ sonsal dağılımından örnek çekmek yerine $q(\theta^*, \theta^{t-1})$ öneri dağılımından, örneğin çok değişkenli normal dağılım, örnek çekilir. Algoritmanın işleyişini gösterebilmek için öncelikle bir blok durumunu ele alınsın. $\theta^{(j)}$ bir rastlantısal değişken/vektör olmak üzere, $f(\theta)$ 'dan örnek çekilmek istendiğinde yapılması gereken ilk aşama, değişmeyen dağılımı $f(.)$ olan bir çekirdek $p(.,.)$ bulmaktır. Bir veya daha fazla koşullu olasılık dağılımı

bilinmediğinde Gibbs örnekleme kullanılamayacağından, uygun çekirdeği bulmak için başka bir yol gerekmektedir. Greenberg (2008) bunun için $q(.,.)$ şeklinde tanımlanan *tersine çevrilebilir (reversible) çekirdek* kavramını önermiştir. $q(.,.)$ 'nın tersinebilir olması için Denklem (1.30) ile ifade edilen eşitliği sağlaması gerekmektedir.

$$f(x)q(x,y) = f(y)q(y,x) \quad (1.30)$$

Chib ve Greenberg (1995) tersinebilir olmayan çekirdeği, tersinebilir yapmak için bir hile (trick) önermişlerdir. Söz konusu çekirdek bazı (x,y) çiftleri için tersinebilir değilse, $f(x)q(x,y) > f(y)q(y,x)$ eşitsizliği sağlanacaktır. Bu eşitsizliğin iki tarafı da $\alpha(.,.)$ fonksiyonu ile çarpıldığında Denklem (1.31) elde edilecektir.

$$f(x)\alpha(x,y) q(x,y) = f(y)\alpha(y,x) q(y,x) \quad (1.31)$$

Simülasyon sürecinin mevcut değeri x iken, $q(x,y)$ çekirdeğinden y değeri üretildiğini ve y 'nin bir sonraki değer olarak seçilme olasılığının $\alpha(x,y)$ olduğu varsayalım. Üretilen değer y bir sonraki örnek olarak seçilmezse süreç x değişkeninde kalacaktır. Buradaki durum reddetme örneklemeyle benzerlik göstermektedir, ancak reddetme örneklemesinde örnek üretme süreci, bir aday kabul edilene kadar devam etmekteyken MH algoritmasındaki süreç farklılık göstermektedir. MH algoritmasında bir aday reddedildiğinde ve bir sonraki iterasyona devam ettiğinde, sürecin mevcut durumunu bir sonraki durum olarak verir. Bu da MH algoritmasında tekrar eden değerlerin üretilmesine sebep olmaktadır, bu durumda MH algoritmasında üretilen örnekler birbirinden bağımsız değildir.

$f(x)q(x,y) > f(y)q(y,x)$ eşitsizliğinin sağlandığı varsayalım. Bunun anlamı x 'den y 'ye geçme olasılığının, y 'den x 'e geçme olasılığından fazla olmasıdır. Bu durumda $\alpha(y,x) = 1$ olarak alınabilir. Denklem (1.31)'de yerine yazılırsa, $f(x)\alpha(x,y) q(x,y) = f(y)q(y,x)$ elde edilir. Kabul oranı olarak ifade edilen $\alpha(x,y)$ yalnız bırakıldığında Denklem (1.32) elde edilmektedir.

$$\alpha(x, y) = \min \begin{cases} 1, & \frac{f(y)q(y, x)}{f(x)q(x, y)}, f(x)q(x, y) \neq 0 \\ 0, & dd \end{cases} \quad (1.32)$$

Algoritmanın adımları aşağıdaki gibidir (Robert ve Casella, 1999, s.233; Albert, 2009, s.120; Kroese vd., 2011):

Adım 1: Parametrelere ait başlangıç değerleri (θ^{t-1}) seçilir.

Adım 2: Öneri dağılımı $q(\theta^*|\theta^{t-1})$ 'dan θ^* aday değer üretilir.

Adım 3: Kabul olasılığı α hesaplanır.

$$\alpha(\theta^{t-1}, \theta^*) = \min \left\{ \frac{f(\theta^*|veri)q(\theta^{t-1}|\theta^*)}{f(\theta^{t-1}|veri)q(\theta^*|\theta^{t-1})}, 1 \right\} \quad (1.33)$$

Adım 4: Uniform dağılımdan bir örnek çekilir ($u \sim Uniform(0,1)$).

Adım 5: $u \leq \alpha(\theta^{t-1}, \theta^*)$ eşitsizliği sağlanıyorsa $\theta^t = \theta^*$ olarak alınır ve mevcut değer, aday değer olarak güncellenir. Aksine $u > \alpha(\theta^{t-1}, \theta^*)$ eşitsizliği sağlanıyorsa $\theta^t = \theta^{t-1}$ olarak alınır ve zincir güncellenmeden Adım 2'ye dönlür. Bu süreç T defa tekrar edilerek MH örnekleme elde edilmiş olur.

Denklem (1.33) ile verilen kabul oranı, öneri dağılımının simetrik olması durumunda ($q(\theta^{t-1}|\theta^*) = q(\theta^*|\theta^{t-1})$) Denklem (1.34)'teki gibi olacaktır. Gibbs örneklemesinde kabul oranı daima 1'dir ve bunun anlamı, öneri dağılımından çekilen tüm aday örneklerin, zincirin bir sonraki değeri olarak kabul edilecek olmasıdır.

$$\begin{aligned} \alpha(\theta^{t-1}, \theta^*) &= \min \left\{ \frac{f(\theta^*|veri)q(\theta^{t-1}|\theta^*)}{f(\theta^{t-1}|veri)q(\theta^*|\theta^{t-1})}, 1 \right\} \\ &= \min \left\{ \frac{f(\theta^*|veri)}{f(\theta^{t-1}|veri)}, 1 \right\} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Metropolis-Hasting algoritmasının avantajları/dezavantajları aşağıdaki gibidir (Pateras, 2013, s.19-20):

- Hem kesikli hem de sürekli dağılımlar ile çalışılabilir.
- Herhangi boyutta gerçekleştirilebilir.
- Uygulanması kolaydır.
- Otokorelasyonlu örnekler üretir.
- Zincirin yakınsaması yavaş olabilir.
- Zincir, dağılımın sadece bir bölümünde sıkışıp kalabilir.

MCMC algoritmasının verimli bir şekilde çalışması için dikkat edilmesi gereken bazı durumlar vardır. Bunlardan ilki başlangıç değerlerinin seçimi ile ilgilidir. Parametrelerin başlangıç değerleri, sonsal olasılığı sıfır olmayacak şekilde seçilmelidir ya da dağılımın bir bölümünü oluşturan parametre değerlerini elde edebilmek için iterasyon sayısı arttırılmalıdır. Dikkat edilmesi gereken durumlardan ikincisi, öneri dağılımının seçimidir. Öneri dağılımı için yaygın olarak çok değişkenli normal dağılım seçilmektedir. Öneri dağılımının varyansı büyükse, önerilen değerler mevcut değerlerden uzak olabilir. Bu durumda sonsal dağılımın aşırı ya da düşük olasılıklı değerleri olabileceğinden örnekleme süreci uzun sürebilir. Diğer taraftan öneri dağılımı sonsal dağılıma göre darsa, yeni parametre değerleri mevcut parametre değerlerine yakın olduğundan, sonsal dağılımın tamamını incelemek uzun süre alabilir. Uygun öneri dağılımının seçimi için geliştirilen yöntemler ve bunların yazılım paketlerinde otomatikleştirilmesi, araştırmacılar için büyük kolaylık sağlamaktadır (Hosmer vd., 2013, s.412).

Öneri dağılımının seçimine bağlı olarak farklı Metropolis-Hastings algoritmaları oluşturulabilir. *Bağımsız zincir ve Rastlantısal yürüyüş zinciri algoritmaları*, Bayesyen çıkarım problemlerinde sıklıkla kullanılan Metropolis-Hasting algoritmalarındandır.

1.8.2.1. Bağımsız Zincir Örnekleme

Öneri dağılımı, dizinin mevcut değerinden bağımsız ise, başka bir deyişle $q(\theta^*|\theta^{t-1}) = q(\theta^*)$ eşitliği gerçekleşiyorsa, elde edilen algoritma bağımsız zincir

algoritmasıdır. Bağımsız zincir durumunda (1.33) ile verilen kabul oranı Denklem (1.35)'teki gibi olacaktır.

$$\alpha(\theta^{t-1}, \theta^*) = \min \left\{ \frac{f(\theta^*|veri)q(\theta^{t-1})}{f(\theta^{t-1}|veri)q(\theta^*)}, 1 \right\} \quad (1.35)$$

Bağımsız zincir örnekleme, reddetme örneklemesine çok benzemektedir. Bu yöntemde olduğu gibi, q öneri dağılımının, f hedef dağılımına yakın olması önemlidir. Ancak reddetme örneklemesinde bağımsız örnekler üretilirken, bağımsız zincir örneklemesinde bağımlı örnekler üretilmektedir (Kroese vd., 2011, s.227).

1.8.2.2. Rastlantısal Yürüyüş Zinciri

Rastlantısal yürüyüş zinciri, Metropolis-Hastings algoritmasının farklı bir şekilde üretilen bir başka Markov zinciri türüdür. Aday değer ile zincirin mevcut değeri arasındaki ilişki Denklem (1.36)'da ifade edildiği şekildeyse söz konusu zincir, rastlantısal yürüyüş zinciridir.

$$\theta^* = \theta^{t-1} + z \quad (1.36)$$

Burada z , h gibi bir dağılımdan elde edilmiş olsun ($z \sim h(z)$). Bu durumda $q(\theta^*|\theta^{t-1}) = h(\theta^* - \theta^{t-1})$ olarak yazılabilecektir. Literatürde h dağılımı için yaygın olarak, uniform dağılım, standart normal dağılım ve ölçeklendirilmiş Student t dağılımı kullanılmaktadır (Givens ve Hoeting, 2013, s.206-207).

1.9. MCMC Simülasyonunda Yakınsamanın Belirlenmesi

MCMC yöntemleriyle elde edilen, rastlantısal zincirin üç temel sorunu vardır ve bu sorunların tamamı simülasyonun iterasyon sayısının kaç olması gerektiği ile ilgilidir (Hosmer vd., 2013, s.414). Bunlar;

- Algoritmanın başlangıç değerinin belirlenmesi: Algoritma sonsal dağılımdaki değerlerle başlamazsa, ilk simülasyonlar gerçek parametre değerlerini temsil etmeyebilir.

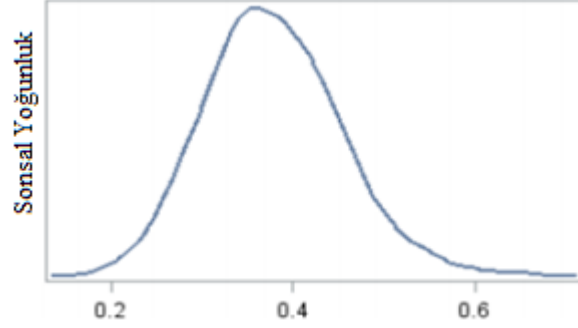
- Birbirini takip eden iterasyonlardaki örneklerin ilişkili olması: Bu durumda algoritma, sonsal dağılımın bir bölgesinden alınan örneklerden oluşabilir ve böylece farklı değerlerin gerçek olasılıklarını yansıtmayan sonuçlar üretilir.
- Algoritmanın sonsal dağılıma yakınsamasının sağlanması ve yakınsama sağlandıysa, bundan sonra kaç değer üretilmesi gerektiğinin belirlenmesi: MCMC algoritmalarında sonsal dağılımın yakınsayıp yakınsamadığının belirlenmesi, ilgilenilen sonsal dağılımın doğru tahmini için önemlidir. Gözlem sayısı arttıkça ($n \rightarrow \infty$) yakınsamanın sağlanacağı söylenebilir de, uygulamada uygun iterasyon sayısının belirlenmesi gerekmektedir. MCMC algoritmaları ile yapılan simülasyon sonucu elde edilen parametrelerin başlangıç değerleri sonsal dağılıma yakınsamazlar. Özellikle ilk iterasyonlarda değerlerin tekrarı söz konusu olacağından, *burn-in* olarak belirlenen başlangıç değerleri zincirden atılmalıdır. Bu aynı zamanda otokorelasyonların hesaplanması ile de ele alınabilir (Geyer, 1992). Zincirin otokorelasyonu ihmal edilebilir düzeyde ise çok fazla iterasyonun atılmasına gerek yoktur.

Simülasyon ile veri üretmek otokorelasyona sebep olacağından algoritmanın ve dolayısıyla sonsal dağılımdan elde edilecek tahminlerin güvenilirliğini belirleyebilmek için zincirin yakınsaklığının kontrol edilmesi gerekmektedir. Yakınsamanın belirlenmesi için çeşitli yöntemler vardır. Bunlar; *grafiksel yöntemler* ve *istatistiksel yöntemler* başlıklarında incelenmiştir.

1.9.1. Grafiksel Yöntemler

Yakınsamanın belirlenmesi için izlenecek yollardan biri *sonsal olasılık yoğunluk grafiklerinin* incelenmesidir. İncelenen grafiklerin çan eğrisi şeklinde olması zincirin yakınsadığını göstermektedir. Şekil 1.3’de yakınsamanın sağlandığı bir zincirin sonsal olasılık yoğunluk grafiğinin görünümü verilmiştir.

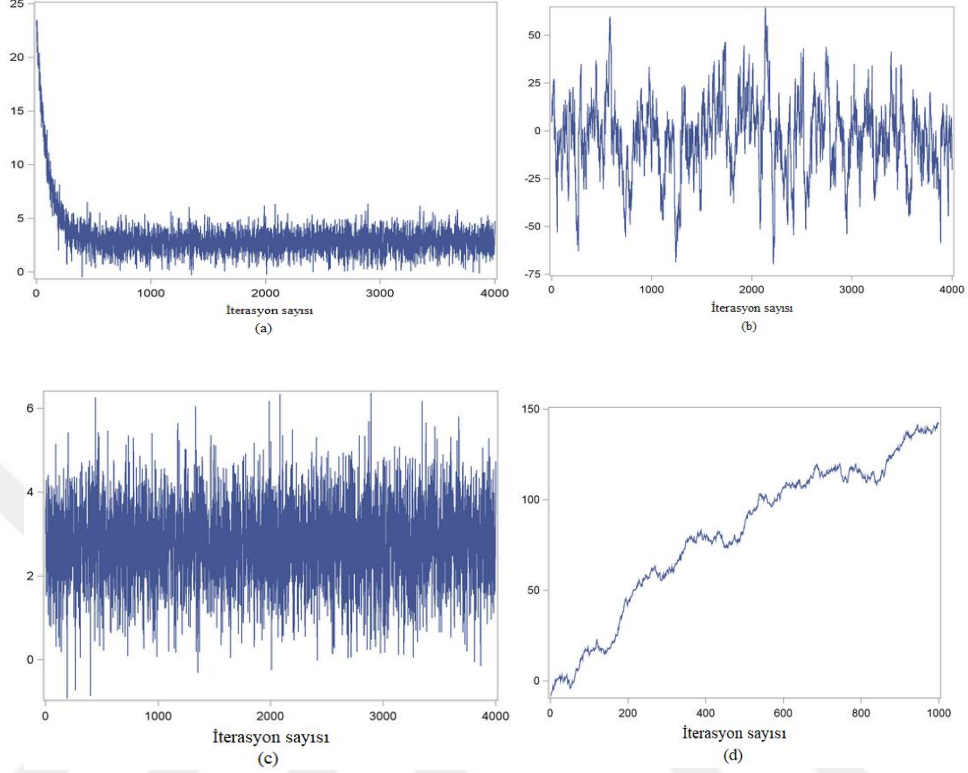
Şekil 1.3:Yakınsamanın sağlandığı olasılık yoğunluk grafiği



Yakınsamanın kontrolü için kullanılabilecek diğer yol *iz grafiklerinin* incelenmesidir. İz grafiği, zincirin iterasyonlar boyunca üretilen değerlerini göstermektedir. Üretilen tüm değerlerin belirli aralıklarda tekrarlanan ve özellikle trendin bulunmadığı bir bölgede olması istenir. Zincir durağan ise iz grafiğinde herhangi bir uzun dönem trend olmayacaktır. Yakınsamanın gerçekleştiği bir zincirin iz grafiğinde, zincirin ortalama değerinin yaklaşık olarak düz (flat) olması beklenir (Ntzoufras, 2009, s.41).

MCMC algoritmalarındaki sorunlardan biri olan ardışık tekrarlar arasındaki ilişki, sonsal dağılımın belli bir bölgesinde yoğunlaşılmasına sebep olmaktadır. Bu durum örneklem değerleri arasında yüksek otokorelasyonun neden olduğu bir kümelenme olarak bilinir ve bazen iz grafiğinde gözlemlenebilir. İz grafiği, örneklenen gözlemler bölgesinde rastlantısal bir dalgalanma göstermelidir (Hosmer vd., 2013, s.415).

Şekil 1.4: İz grafikleri



Kaynak: https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_introbayes_sect008.htm

Şekil 1.4a'da, uygun olmayan bir başlangıç noktası ile hedef dağılıma ulaşılmaya çalışılan bir zincir için iz grafiği gösterilmektedir. Burada burn-in yapılması gerekmektedir. Zincirin baştan %1 veya %2'lik kısmı atıldığında zincirin iz grafiği görünümü Şekil 1.4c'deki iz grafiğinin görünümüne benzeyecektir.

Şekil 1.4b (marginal mixing) ile gösterilen zincirin iz grafiği, örnekler arasında yüksek otokorelasyon olması durumunu göstermektedir. Bağımsız örnekler elde edilebilmesi için zincirin daha uzun olması gerekmektedir.

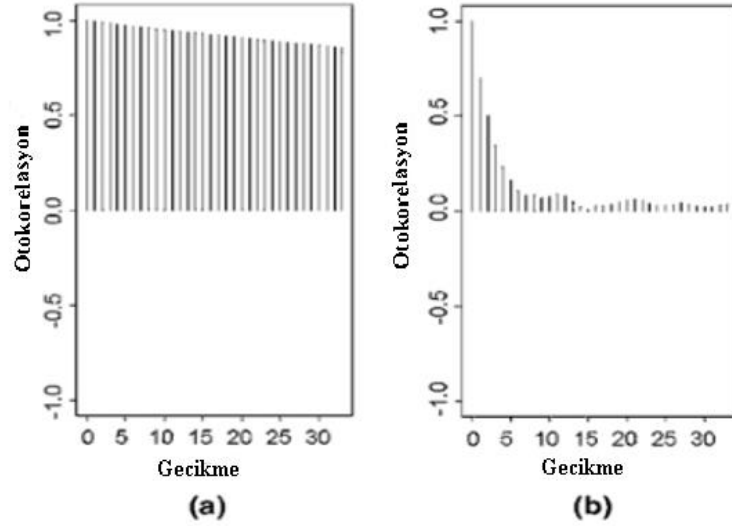
Şekil 1.4c'de (good mixing) ile verilen zincirin iz grafiği incelendiğinde, zincirde trend olmadığı ve belirli bir ortalama etrafında salınım yaptığı görülmektedir. Bu durum yakınsamanın sağlandığını göstermektedir.

Şekil 1.4d'de (bad mixing) gösterilen iz grafiği incelendiğinde, zincirde artan bir trendin varlığı görülmektedir ve zincirin durağan olmadığı söylenebilir. Böyle bir

zincir, yakınsamaya dair herhangi bir izlenim vermemektedir. Burada logaritma alınıp iterasyon sayısının artırılması denenebilir. Bu tür bir zincir, parametre çıkarımları yapmak için uygun değildir.

İz grafiği, otokorelasyon sorununu açıkça doğrulamaz veya reddetmezse, zincirin yakınsayıp yakınsamadığının incelenmesinde kullanılabilecek diğer yol, otokorelasyon fonksiyonudur. Burada korelasyonlar, zincir değerlerinin gecikmeleri (lag) ile çizilmektedir. Sıfırıncı gecikme, örneklenen parametre değerinin kendisi ile korelasyonudur ve bu nedenle daima bire eşittir. Benzer şekilde, yirminci gecikme, 20 iterasyon aralıklı tüm örneklenmiş değerlerin korelasyonudur (Hosmer vd., 2013, s.415). Yakınsamanın sağlandığı zincirlerdeki otokorelasyon katsayıları küçük çıkmaktadır. Zincirde simülasyonla elde edilen değerler arasında otokorelasyon sorunu yoksa (zincirde yakınsama sağlanmışsa), otokorelasyon grafiği sönmetedir (Cowles ve Carlin, 1996). Otokorelasyon, gecikme arttıkça sönüyorsa, üretilen zincirde sorun olduğu anlamına gelmektedir (Albert, 2009).

Şekil 1.5: Otokorelasyon grafiği



Kaynak: https://www.researchgate.net/figure/Correlograms-with-3-different-cases-a-Bad-narrow-r-10-b-Good-r-120-c-Bad-wide_fig2_260524720

Şekil 1.5a yakınsamanın sağlanmadığı zincirin otokorelasyon grafiğini göstermektedir. Şekil 1.5b’de ise otokorelasyonun sifıra yaklaştığı görülmektedir. Bu durumda söz konusu zincirde yakınsama sağlanmış demektir. Ancak yüksek

otokorelasyona sahip bir MCMC örnekleminde iterasyon sayısı artırılarak otokorelasyon sorununun önüne geçilebilir ve böylelikle zincir sonsal dağılımı temsil edebilmektedir. Böyle bir durumda yakınsamanın sağlanması için daha uzun bir dizi üretmek gerekmektedir. Yüksek otokorelasyonun varlığında zincirde büyük sıçramalar yoktur, ancak örneklenen değerler her zaman önceki değere yakındır. Bu sebeple sonsal dağılımın tüm aralığını yeterince temsil eden bir örnek oluşturulmadan önce birçok iterasyon yapmak gerekebilir. Bu şekildeki uzun zincirlerin işlemesi yavaş olabilir ve bilgisayarda çok fazla yer kaplayabilir. Yüksek otokorelasyonun varlığı durumunda yapılabilecek diğer bir seçenek de simüle edilmiş değerleri “seyreltmek” (thinning)’tir. Seyreltme parametresi, MCMC zincirlerinin saklanmadan önce ne kadar seyreltileceğini belirtmektedir. Örneğin, seyreltmenin 10 olarak belirlenmesi, her 10. değer korunması ve diğer tüm değerlerin atılması anlamına gelmektedir. Yüksek gecikmelerde korelasyon da yüksek olursa, o kadar seyreltme yapmak gerekmektedir (Hosmer vd., 2013, s.416).

Burn-in ve seyreltme MCMC örneklemindeki yakınsama sorunlarını azaltabilir. Ancak yine de zincirde yakınsama sağlanmadıysa uygulanabilecek başka bir yol, simüle edilen örneklerin farklı başlangıç değerlerinden başlayarak çoklu zincirler üretmektir. Kass vd. (1998) başlangıç değerlerin seçimi için, önsel dağılımın ortalama ve standart sapmasının kullanılmasını önermişlerdir. Bu durumda üç zincir oluşturulması durumunda bu zincirlerin başlangıç değerleri sırasıyla, önsel dağılımın ortalaması, bu ortalamanın 1 standart sapma eksiği ve fazlası şeklinde alınabilir. Çoklu zincir durumunda da iz grafikleri incelenerek yakınsaklık olup olmadığına karar verilebilir. Burada da benzer şekilde, her zincirde belli bir değer etrafında benzer rastlantısal dalgalanmaların olması istenen durumdur.

Grafiksel yöntemlere ek olarak, MCMC zincirlerinin yakınsamasının değerlendirilmesine yardımcı olmak için çeşitli istatistiksel yöntemler geliştirilmiştir.

1.9.2. İstatistiksel Yöntemler

Yakınsamanın kontrolü için üretilen zincirin istatistiklerinden de yararlanılabilir. Bu istatistiklerden en önemlisi *Monte Carlo Standart Hatası* (Monte Carlo Standard Error-MCSE)'dir. MCSE, Markov zincirinin örneklenen değerleri arasındaki korelasyon için, düzeltilmiş sonsal örnek değerlerinin ortalamasının standart hatasıdır. MCSE, zincirdeki korelasyonu hesaba katmak için, örneklenen değerlerin varyansının, etkili örnek büyüklüğünün (effective sample size) tersi ile çarpılması ile hesaplanır (Hosmer vd., 2013, s.418). Baş parmak kuralına göre (Thumb kuralı, Aşağı-yukarı kuralı), MCSE'nin sonsal dağılımın standart hatasına oranının %5'inden küçük olması da yakınsamanın sağlandığının göstergesi olabilmektedir (Ntzoufras, 2009, s.447).

Gelman ve Rubin (1992) ve Raftery ve Lewis (1992) çalışmaları, yakınsamanın belirlenmesinde en sık kullanılan tanı testlerindendir. Bunların yanı sıra Geweke (1992), Roberts (1992, 1994), Ritter ve Tanner (1992), Zellner ve Min (1995), Liu vd. (1992), Garren ve Smith (1993), Johnson (1994), Mykland vd. (1995), Yu (1994), Yu ve Mykland (1994) diğer tanı testlerindendir (Cowles ve Carlin, 1996, s.24).

1.9.2.1. Geweke Testi

Geweke (1992), MCMC çıktılarından elde edilen simüle edilmiş değerler kümesinin zaman serisi olarak değerlendirilmesini önermiştir. Geweke (1992) tarafından önerilen yakınsaklık testinde, MCMC çıktılarının baştan %10'u ve sondan %50'si alınarak oluşturulan iki alt örneklemin ortalamalarının eşitliği sınanmaktadır (Ntzoufras, 2009, s.448). İlgilenilen θ parametresinin bir dizisi, $\theta_1^{(1)}, \theta_1^{(2)}, \dots, \theta_1^{(T)}$ olmak üzere, asimptotik olarak standart normal dağılıma sahip olan Z istatistiği Denklem (1.37)'de verildiği gibidir.

$$Z = \frac{\bar{\theta}^A - \bar{\theta}^B}{\sqrt{S_{\theta}^A(0)/T_A + S_{\theta}^B(0)/T_B}} \quad (1.37)$$

Burada $\bar{\theta}$, θ parametresinin ortalamasını, S_{θ} , standart hatayı ve T zincir büyüklüğünü göstermektedir. Z asimptotik olarak standart normal dağılımı takip ettiğinden, kuyruklara yakın değerler yakınsama olmadığı anlamına gelmektedir (Best vd., 1996). Diğer bir ifadeyle, $|Z| > 2$ eşitsizliği sağlandığı durumunda zincirin yakınsamadığı söylenebilir.

1.9.2.2. Gelman-Rubin Testi

Gelman ve Rubin (1992) tarafından önerilen yakınsaklık testinde, paralel olarak her biri farklı başlangıç değerlerinden başlayan çoklu zincir oluşturulmaktadır. Ardından grup içi ve gruplararası varyanslar karşılaştırılarak ANOVA tipi bir istatistiksel test uygulanmaktadır (Ntzoufras, 2009, s.143). Büzülme faktörü (shrink factor) olarak adlandırılan R istatistiği aşağıdaki gibi tahmin edilmektedir (Ntzoufras, 2009, s.449).

$$\hat{R} = \frac{\hat{V}}{WSS} = \frac{T-1}{T} + \frac{BSS/T}{WSS} \frac{\kappa+1}{\kappa} \quad (1.38)$$

Burada κ ; üretilen zincir sayısını, T ; iterasyon sayısını, BSS/T ; grubiçi varyansı, WSS ; gruplararası varyansı göstermektedir. $\hat{R}$ istatistiğinin 1'e yaklaşması, zincirin yakınsadığı anlamına gelmektedir (Ntzoufras, 2009, s.144).

1.9.2.3. Raftery-Lewis Testi

Raftery ve Lewis (1992) tarafından önerilen yakınsama testi, ortalamanın yakınsaması yerine belli kantillerin önceden belirlenen doğruluk derecelerine odaklanmaktadır. Bu yöntemde, burn-in iterasyon sayısı (B), güvenilir tahminler elde etmek için gerekli iterasyon sayısı (T), zincirdeki noktaların aynı dağılımlı ve bağımsız olması için gerekli minimum iterasyon sayısı (T_{min}) olmak üzere bağımlılık faktörü (dependence factor) Denklem (1.39)'daki gibi hesaplanmaktadır.

$$I = \frac{T}{T_{min}} \quad (1.39)$$

Bu istatistiğin değerinin beşten büyük olması zincirde yakınsama sorununun olduğuna işaret etmektedir (Ntzoufras, 2009, s.449).

1.9.2.4. Heidelberg-Welch Testi

Heidelberg ve Welch (1983) tarafından geliştirilen tanı testi iki aşamadan oluşturmaktadır. İlk aşamada oluşturulan zincirin durağan olup olmadığı araştırılmaktadır. Tüm zincir için, zincirin durağan bir dağılımdan geldiğini ifade eden sıfır hipotezi reddedilmezse, diğer bir ifadeyle zincir durağan ise, testin ikinci aşamasına geçilir. Ancak reddedilirse, ilk iterasyonların %10'luk kısmı zincirden atılır ve kalan örnek üzerinden test tekrarlanır. Yapılan durağanlık testi sonucu sıfır hipotezi yine reddedilirse, iterasyonların %10'u daha zincirden atılır. Bu süreç sıfır hipotezi reddedilmeyene dek veya zincirin %50'sinden fazlası atılana kadar tekrarlanır. İkinci kısımda ise, ilk kısımda durağan olduğu tespit edilen zincire yarı genişlik (halfwidth) testi uygulanır. Yarı genişlik testi, ortalama etrafındaki $%(1 - \alpha)$ güvenilir aralığın genişliğinin yarısını hesaplar. Yarı genişlik ve ortalamanın oranı keyfi bir ϵ 'dan (varsayılan değeri 0.1) küçükse, zincir testi geçer. Aksi durumda iterasyon sayısı arttırılmalıdır (Lam, 2002, s.37-38).

İKİNCİ BÖLÜM

LOJİSTİK REGRESYON MODELLERİ VE BAYESYEN YAKLAŞIM

Lojistik regresyon analizinde, kategorik bağımlı değişken ile kategorik veya sayısal bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi cimrilik (parsimony) prensibi göz önüne alınarak açıklayan en uygun modelin bulunması amaçlanmaktadır. Bağımlı değişkenin kategorilerinden birinin gerçekleşme olasılığını tahmin eden lojistik regresyon analizi, esnek varsayımlara sahip olması, matematiksel olarak kolay anlaşılır olması ve model parametrelerinin yorumlanabilirliği gibi avantajlarından dolayı özellikle sosyal bilimler, biyoloji ve tıp gibi alanlarda çok fazla kullanılan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır.

Lojistik regresyon bağımlı değişkendeki kategori sayısına ve ölçeğe göre üçe ayrılmaktadır:

- Bağımlı değişken iki kategoriye sahipse İkili (Binary) Lojistik Regresyon Analizi,
- Bağımlı değişken nominal (sınıflayıcı) ölçekli ve kategori sayısı ikiden fazla ise Multinomial (Çok Kategorili) Lojistik Regresyon Analizi ve
- Bağımlı değişken ordinal (sıralı) ölçekli ve kategori sayısı ikiden fazla ise Ordinal Lojistik Regresyon Analizi kullanılmaktadır (O'Connell, 2006, s.27).

2.1. İkili Lojistik Regresyon

Bağımlı değişken iki kategorili iken doğrusal olasılık modelinin kullanılması durumunda ortaya çıkan problemlerden dolayı bağımlı değişken kategorik olduğunda kullanılabilcek yöntemlerden biri de lojistik regresyon analizidir ve bağımlı değişkenin kategori sayısı iki olduğunda özel olarak İkili Lojistik Regresyon Modeli adını almaktadır. Burada bağımlı değişken,

$$Y_i = \begin{cases} 1; & \text{istenen durumun gerçekleşmesi} \\ 0; & \text{istenen durumun gerçekleşmemesi} \end{cases}$$

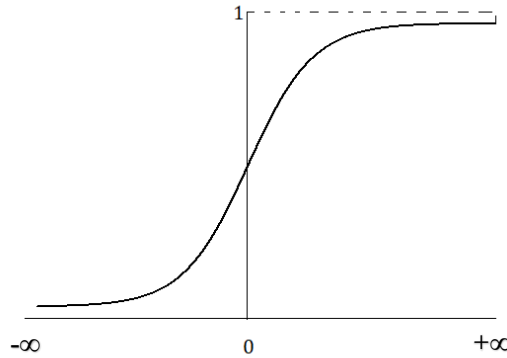
şeklinde tanımlanmaktadır. Buna göre Y 'nin olasılık dağılımı Denklem (2.1)'deki gibidir.

$$p_i = P(Y_i = 1), \quad 1 - p_i = P(Y_i = 0) \quad (2.1)$$

Lojistik dağılım fonksiyonunu kullanan logit model, uygun dönüşümlerle doğrusallaştırılabilen bir regresyon modelidir (Tatlídíl, 2002; Hosmer vd., 2013). Logit modelin matematiksel formu Denklem (2.2)'de verildiği gibidir.

$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)} \quad (2.2)$$

Şekil 2.1: Lojistik fonksiyonun gösterimi



Şekil 2.1'de görüldüğü üzere $z \in (-\infty, +\infty)$ aralığında iken $f(z) \in [0,1]$ aralığında değişmektedir. Böylece lojistik fonksiyonun kullanılmasıyla, doğrusal olasılık modelindeki gibi $[0,1]$ aralığı dışına çıkılması engellenir. p bağımsız değişkenli model $z = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p (= \mathbf{x}\boldsymbol{\beta})$ olmak üzere lojistik fonksiyon,

$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)} = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)} = \frac{\exp(\mathbf{x}\boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\mathbf{x}\boldsymbol{\beta})} = p(x) \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan $1 - p(x) = \frac{1}{1 + \exp(z)}$ elde edilir. İstenilen durumun gerçekleşme olasılığının gerçekleşmeme olasılığına oranı olarak tanımlanan *odds değeri* (Hosmer vd., 2013, s.51) ise, Denklem (2.4)'teki gibidir.

$$odds = \frac{p(x)}{1 - p(x)} = \exp(\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}) \in [0, \infty) \quad (2.4)$$

Lojistik regresyon modelinde *odds oranı* (odds ratio-OR) ise iki farklı olasılık değerinin birbirine oranıdır ve $\exp(\boldsymbol{\beta})$ olarak ifade edilir. OR, ikili bağımlı değişken ile bağımsız değişken(ler) arasındaki ilişkinin bir ölçüsüdür (O'Connell, 2006, s.12). Bağımlı değişkenin bağımsız değişkenin etkisi ile kaç kat daha fazla gözlemlendiğini belirten OR'nin 1 olması, bağımsız değişkenin odds üzerinde bir etkisi olmadığı anlamına gelmektedir (O'Connell, 2006, s.12). Denklem (2.4)'ün her iki tarafının da doğal logaritması alınırsa logit dönüşüm elde edilir. Odds'un bu basit dönüşümünün pek çok avantajı bulunmaktadır. İlki, 0 ile sonsuz arası değerler alan OR'nin tahminlerine özgü çarpıklığı ortadan kaldırmaktadır (Agresti, 1994). Logit dönüşümle birlikte aralık $(-\infty, +\infty)$ şekline gelir ve böylelikle hem OR'den hem de olasılıktan kaynaklanan sınır problemi çözülmüş olur. Ayrıca dönüşüm sonucu elde edilen model parametrelere göre doğrusaldır. Bunun anlamı bağımsız değişkenlerin oddsun logaritması üzerindeki etkisinin toplamsal olmasıdır. Böylece modelin çözülmesi ve bağımsız değişkenlerin etkisinin basit bir şekilde yorumlanması kolaylaşmaktadır. Bunun yanı sıra klasik doğrusal regresyondaki model oluşturma stratejileri kullanılabilir (O'Connell, 2006, s.12).

Bu dönüşüm sayesinde model hem parametreler hem de değişkenler itibariyle doğrusal hale gelmiş olur (Hilbe, 2015, s.15).

$$\text{logit}(x) = \ln(odds) = \ln\left(\frac{p(x)}{1 - p(x)}\right) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta} \quad (2.5)$$

Lojistik regresyon modelinin parametreleri analitik olarak elde edilemediğinden, iteratif bir yöntem olan *En Çok Olabilirlik* (EÇO) tahmincisi kullanılmaktadır (Christensen, 1997, s.43). Tahmincinin amacı, anakütle ve anakütleden çekilen

örneklem arasındaki benzerlikten faydalanarak, söz konusu örneklemin çekilme olasılığını en çoklayan parametrenin tahmin edilmesidir (Powers ve Xie, 1999). Dolayısıyla, sonuçta ortaya çıkan tahminciler, gözlemlenen verilerle en iyi uyuşan tahmincilerdir (Hosmer vd., 2013, s.8).

Denklem (2.3)'de $p(x)$ ile ifade edilen lojistik fonksiyon aynı zamanda, bağımlı değişken Y 'nin 0 ya da 1 değerini aldığı durum için, x verilmişken $Y=1$ durumunun koşullu olasılığının vermektedir. Benzer şekilde, x verilmişken $Y=0$ durumunun koşullu olasılığı da Denklem (2.6)'da verildiği gibidir. Böylece $y_i = 1$ için (x_i, y_i) ikilisinin olabilirlik fonksiyonuna katkısı $p(x_i)$ iken, $y_i = 0$ için $1 - p(x_i)$ 'dir. Burada $p(x_i)$, x_i gözlemi için hesaplanan $p(x)$ 'in değerini vermektedir (Hosmer vd., 2013, s.8). (x_i, y_i) sıralı ikilisinin olabilirlik fonksiyonuna katkısı Denklem (2.7) ile ifade edilebilir.

$$p(x) = \frac{\exp(x\beta)}{1 + \exp(x\beta)} = P(Y = 1|x) \quad (2.6)$$

$$1 - p(x) = \frac{1}{1 + \exp(x\beta)} = P(Y = 0|x)$$

$$p(x_i)^{y_i}(1 - p(x_i))^{1-y_i} \quad (2.7)$$

Gözlemlerin bağımsız olduğu varsayıldığından, olabilirlik fonksiyonu Denklem (2.8)'deki gibi elde edilir.

$$\ell(\beta) = \prod_{i=1}^n p(x_i)^{y_i}(1 - p(x_i))^{1-y_i} \quad (2.8)$$

EÇO tahmincisinin temel mantığı, Denklem (2.8)'i maksimum yapan β parametre vektörünü tahmin etmektir. Logaritmik form ile çalışmak matematiksel açıdan daha kolay olduğundan, olabilirlik fonksiyonu Denklem (2.9)'daki gibi yazılır.

$$\mathcal{L}(\beta) = \ln(\ell(\beta)) = \sum_{i=1}^n [y_i \ln(p(x_i)) + (1 - y_i) \ln(1 - p(x_i))] \quad (2.9)$$

Denklem (2.9)'da ifade edilen log olabilirlik fonksiyonunu (*log-likelihood*) maksimize etmek için, fonksiyonun tüm $\beta_i, (i = 1, \dots, k)$ parametrelerine göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenerek Denklem (2.10) ve (2.11) ile ifade edilen olabilirlik denklemleri elde edilir (Hosmer vd., 2013, s.9).

$$\sum_{i=1}^n (y_i - p(x_i)) = 0 \quad (2.10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i (y_i - p(x_i)) = 0 \quad (2.11)$$

Lojistik regresyonda (2.10) ve (2.11) denklemlerindeki ifadeler $\beta_i, (i = 1, \dots, k)$ parametrelerine göre doğrusal olmadığından, denklemlerin çözülmesi doğrusal regresyonda olduğu gibi kolay değildir. Bu nedenle denklemlerin çözümü için iteratif yöntemler gerekmektedir (McCullagh ve Nelder, 1989). Denklem (2.10) ve (2.11)'in çözülmesi ile elde edilen parametre tahminlerine EÇO tahminleri denir ve $\hat{\beta}$ ile gösterilir. Benzer şekilde $p(x_i)$ 'nin EÇO tahmini $\hat{p}(x_i)$, x_i verilmişken $Y=1$ durumunun koşullu olasılığını vermektedir ve lojistik regresyon modeli için tahmin edilen değeri ifade etmektedir. Denklem (2.10)'dan elde edilen önemli bir sonuç, $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n \hat{p}(x_i)$ eşitliğinin elde edilmesidir ki bunun anlamı, gözlemlenen y değerlerinin toplamının tahmin edilen değerlerin toplamına eşit olmasıdır (Hosmer vd., 2013, s.9-10).

2.2. Multinomial Lojistik Regresyon

Bağımlı değişkenin kategori sayısı ikiden fazla olduğunda kullanılan ve ikili lojistik regresyonun basit bir uzantısı olan multinomial lojistik regresyon (MLR) analizinde de bağımsız değişkenler nicel, nitel veya her ikisi birden olabilmektedir.

İkili lojistik regresyonun, MLR'ye genişletilmesi matematiksel olarak oldukça basittir. Öncelikle bağımlı değişkenin kategorilerinden biri referans kategori olarak belirlenir. Diğer kategorilerin başarı olasılıkları referans kategorinin başarı olasılığı ile karşılaştırılır (Menard, 2002, s.91). Referans kategorinin seçimi keyfi ve araştırmacıya

bağlı olmakla birlikte, genellikle ilk ya da son kategori referans kategori olarak seçilmektedir. Referans kategorinin değiştirilmesi modelin formunu değiştirmez, ancak parametre tahminlerinin yorumlarında değişikliğe sebep olur (Kleinbaum ve Klein, 2002, s.273).

MLR’de bağımlı değişkenin kategori sayısı K ve $p_1, p_2, \dots, p_k$ başarı olasılıkları ($\sum_{i=1}^K p_i = 1$) olmak üzere, bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler (p tane) arasındaki ilişkiyi tanımlamak için, referans kategoriye göre her kategori için bir tane olacak şekilde, $K-1$ tane logit model tahmin edilir. K kategorili nominal bağımsız değişken için logit fonksiyonun genel hali Denklem (2.12)’de ifade edildiği gibidir.

$$\text{logit}_k(x) = \ln \left(\frac{P(Y = k|x)}{P(Y = 0|x)} \right) = \beta_{k0} + x\beta_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (2.12)$$

Örneğin, bağımlı değişkenin kategori sayısı üç ($Y = 0, 1, 2$) ve $Y = 0$ kategorisi referans kategori olsun. Bu durumda odds değerleri Denklem (2.13)’teki gibidir.

$$\text{odds}_1 = \frac{P(Y = 1)}{P(Y = 0)}, \quad \text{odds}_2 = \frac{P(Y = 2)}{P(Y = 0)} \quad (2.13)$$

Ayrıca diğer kategoriler için tahmin edilecek iki logit fonksiyon Denklem (2.14) ve Denklem (2.15)’de verildiği gibidir.

$$\text{logit}_1(x) = \ln \left[\frac{P(Y = 1|x)}{P(Y = 0|x)} \right] = \beta_{10} + \beta_{11}x_1 + \beta_{12}x_2 + \dots + \beta_{1p}x_p = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}_1 \quad (2.14)$$

$$\text{logit}_2(x) = \ln \left[\frac{P(Y = 2|x)}{P(Y = 0|x)} \right] = \beta_{20} + \beta_{21}x_1 + \beta_{22}x_2 + \dots + \beta_{2p}x_p = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}_2 \quad (2.15)$$

Bağımlı değişkenin her bir kategorisi için x verilmişken koşullu olasılıklar aşağıdaki gibidir. Burada $p_k(x) = P(Y = k|x)$, $k = 0, 1, 2$ şeklinde tanımlanmaktadır.

$$P(Y = 0|x) = \frac{1}{1 + \exp(\text{logit}_1(x)) + \exp(\text{logit}_2(x))} \quad (2.16)$$

$$P(Y = 1|x) = \frac{\exp(\text{logit}_1(x))}{1 + \exp(\text{logit}_1(x)) + \exp(\text{logit}_2(x))} \quad (2.17)$$

$$P(Y = 2|x) = \frac{\exp(\text{logit}_2(x))}{1 + \exp(\text{logit}_1(x)) + \exp(\text{logit}_2(x))} \quad (2.18)$$

Üç kategorili lojistik regresyon modelinde koşullu olasılık için genel bir ifade Denklem (2.19) ile verilebilir. Burada β_0 parametre vektörü ve $\text{logit}_0(x)$ sıfıra eşittir.

$$p_k(x) = P(Y = k|x) = \frac{\exp(\text{logit}_k(x))}{\sum_{k=0}^2 \exp(\text{logit}_k(x))} \quad (2.19)$$

MLR modelinin olabilirlik fonksiyonunu oluşturmak için, bir gözlemin grup üyeliğini belirtmek üzere her kategori için ayrı ayrı 0 veya 1 kodlu üç farklı ikili değişken tanımlanmaktadır. Değişkenler,

$$Y = \begin{cases} 0 \rightarrow Y_0 = 1, Y_1 = 0, Y_2 = 0 \\ 1 \rightarrow Y_0 = 0, Y_1 = 1, Y_2 = 0 \\ 2 \rightarrow Y_0 = 0, Y_1 = 0, Y_2 = 1 \end{cases} \quad (2.20)$$

şeklinde tanımlanabilir. MLR'de ikili lojistik regresyondaki gibi kategorik değerlerin olasılığını değerlendirmek ve parametreleri tahmin etmek için *EÇO* tahmincisini kullanmaktadır (Bayaga, 2010, s.289). MLR modelinin, n bağımsız gözlem için, olabilirlik fonksiyonu Denklem (2.21)'de verilmiştir (Hosmer vd., 2013, s.271).

$$\ell(\beta) = \prod_{i=1}^n [p_0(x_i)^{y_{0i}} p_1(x_i)^{y_{1i}} p_2(x_i)^{y_{2i}}] \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\beta) = \sum_{i=1}^n & y_{1i} \text{logit}_1(x_i) + y_{2i} \text{logit}_2(x_i) \\ & - \ln \left(1 + \exp(\text{logit}_1(x_i)) + \exp(\text{logit}_2(x_i)) \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

İkili lojistik regresyona benzer şekilde, Denklem (2.22) ile ifade edilen log-olabilirlik fonksiyonunun β parametre vektörüne göre ayrı ayrı türevleri alınıp sıfıra eşitlenir ve böylece $\hat{\beta}$ elde edilir.

2.3. Ordinal Lojistik Regresyon

Kategorik bağımlı değişken ordinal ölçeğe sahip olduğunda ise MLR yerine ordinal lojistik regresyon analizi kullanılmaktadır. Katsayıların yorumlanmasının kolaylığı ve hipotez testlerinin daha güçlü olması, ordinal lojistik regresyonun avantajları arasındadır. Ordinal modelin, multinominal modele kıyasla yorumlanmasının kolaylığı, tahmin edilen model sayısından kaynaklanmaktadır. Üç kategorili ordinal bağımlı değişken için, multinominal LR modeli iki farklı model tahmin etmektedir ve modellerdeki sabit ve eğim katsayıları farklıdır. Bununla birlikte ordinal LR modelinde tek model tahmin edilmektedir (Allison, 1999, s.136). Ordinal modellerin dezavantajı ise, veriler üzerine uygun olmayan kısıtlamalar getirmesidir. Bu nedenle ordinal model her kullanıldığında, kısıtlamalarının geçerli olup olmadığını test etmek önemlidir (Allison, 1999, s.133). Ordinal lojistik regresyon analizinde ardışık farklı bölünmelerden bağımsız olarak, her bir kategori için bağımsız değişkenlerin oddslar üzerinde aynı etkiye sahip olduğu varsayımı yapılmaktadır. Bu varsayım *paralellik* ya da *orantılı odds varsayımı* olarak bilinmektedir. Paralellik varsayımı, iki parçaya bölünen kategorilerden her biri için ayrı ayrı ikili lojistik regresyon uygulansa, bir bağımsız değişken için ortak bir odds oranının gözlemleneceğini ima eder (O'Connell, 2005, s.29). Başka bir deyişle, ordinal lojistik regresyonda k ordinal kategoriye sahip bağımlı değişkende $k-1$ tane logit model için tek bir eğim parametresi bulunur (Kleinbaum ve Klein, 2002, s.307). Varsayımın sağlanması bağımlı değişkenin kategorilerinin birbirine paralel olduğu anlamına gelmektedir (Fullerton ve Xu, 2012, s.183). İncelenen belirli bir ordinal model için paralellik varsayımının reddedilmesinin sebebi, bağımsız değişkenlerden en az birinin bağımlı değişkeninin kategorileri arasında farklı bir etkiye sahip olması olabilmektedir (Armstrong ve Sloan, 1989; Peterson ve Harrell, 1990). Burada önemli olan hangi değişken ya da değişkenlerin bu testin reddine sebep olduğunun belirlenebilmesidir.

2.4. Lojistik Regresyon Analizinin Varsayımları

Lojistik regresyon analizi için sağlanması gereken temel varsayımlar arasında; hataların bağımsızlığı, istenilen durumun gerçekleşme olasılığının gerçekleşmeme olasılığına oranı olarak tanımlanan odds değerinin logaritması (logit) ile sürekli bağımsız değişkenler (X) arasında doğrusal ilişki olması, bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmaması, aykırı gözlem bulunmaması ve gözlem sayısının yeterli olması sayılabilir (Stoltzfus, 2011, s.1099; Hilbe, 2015, s.32).

Lojistik regresyon analizinin varsayımları sağlanmadığında tahmin edilen modelde, sapmalı katsayılar, etkin olmayan tahminler ve geçersiz istatistiksel çıkarımlar sorunları ortaya çıkabilmektedir (Menard, 2002, s.67).

Genel olarak hem doğrusal hem de lojistik regresyon analizinde en önemli varsayım modelin doğru belirlenmiş olması, diğer bir ifadeyle spesifikasyon hatası olmamasıdır. Modelin doğru belirlenmesinin iki unsuru bulunmaktadır. Bunlar; modelin fonksiyonel yapısının doğru belirlenmesi ve modelde ilgisiz bağımsız değişkenlerin bulunmamasıdır. Spesifikasyon hatası olan bir modelde katsayılar sapmalı olacaktır (Menard, 2002, s.68). Ayrıca logit ile X arasındaki ilişki doğrusal olduğunda, X 'teki bir birim değişim, logitte lojistik regresyondaki katsayı kadar değişime sebep olurken, varsayım sağlanmadığında logitteki değişim sabit olmayıp X 'in değerine göre değişkenlik gösterecektir (Menard, 2002, s.70). Doğrusallık varsayımının kontrolü için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılan Hosmer ve Lemeshow (1989) tarafından önerilen Box-Tidwell dönüşümüdür. Burada modele $X \ln(X)$ terimi eklenerek anlamlı olup olmadığı kontrol edilmektedir. İlgili terim istatistiksel olarak anlamlı ise doğrusallık varsayımının sağlanmadığı sonucuna varılmaktadır. Bir diğer varsayım olan bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olmaması varsayımı sağlanmadığında ise lojistik regresyon katsayıları sapmasız ve olabildiğince etkin olacaktır, ancak katsayıların standart hataları büyük çıkma eğilimindedir. Çoklu doğrusal bağlantı sorununa yönelik genel bir çözüm, yüksek korelasyona sahip değişkenlerden bir ya da daha fazlasının modelden çıkarılmasıdır (Tabachnick ve Fidell, 2013).

Bunun yanı sıra, lojistik regresyon analizinde kusursuz bir sınıflandırma olmadığı, bir başka deyişle verilerde ayırma (separation) problemi olmadığı varsayılmaktadır. Bağımlı değişkenin kategorileri, bağımsız değişkenler yardımıyla kusursuz bir şekilde sınıflandırıldıysa, gerçekçi olmayan parametreler tahmin edilmektedir (Chib ve Greenberg, 1998). Bununla birlikte Albert ve Anderson (1984), tam ayırma probleminin varlığında MLR parametrelerinin EÇO tahminlerinin mevcut olmadığını (sonsuz olduğunu) göstermiştir. Ayrıca MLR analizinde örneklemin yeterli büyüklükte olmasına ve veri setinde aykırı gözlem bulunmamasına dikkat edilmelidir (Gahary, 2015, s.20).

Çok değişkenli veri setlerinde aykırı gözlemlerin varlığı anakütle parametrelerinin tahmininde sapmalara sebep olabilmektedir ve hata varyansını artırarak kullanılan istatistiksel testin gücünü azaltmaktadır (Leys vd., 2018, s.150). Çok değişkenli aykırı gözlemlerin belirlenmesinde kullanılan yöntemlerden biri olan Mahalanobis uzaklığı (MD), $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ p -boyutlu vektör olmak üzere, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$MD(x_i) = \sqrt{(x_i - \bar{x})' S^{-1} (x_i - \bar{x})} \quad (2.23)$$

Burada $\bar{x}$ örneklem ortalamasını, S ise x_i 'nin kovaryans matrisini göstermektedir. Çok değişkenli normal dağılım varsayımı altında, Mahalanobis uzaklıklarının dağılımı p serbestlik derecesinde χ^2 dağılımına uygunluk göstermektedir ve $MD(x_i) > \sqrt{\chi_p^2}$ eşitsizliğini sağlayan gözlemler aykırı gözlem olarak nitelendirilmektedir (Leys vd., 2018, s.142; Yorulmaz, 2016, s.13). Mahalanobis uzaklığı, aykırı gözlemlere karşı hassas ölçütler olan çok değişkenli ortalamalar ve kovaryans matrisine dayalı olarak hesaplandığından, çok değişkenli veri setlerinde aykırı gözlemlerin düzenli gözlem olarak (maskeleme etkisi) veya düzenli gözlemlerin aykırı gözlem olarak tespit edilmesi (süpürme etkisi) problemlerine sebep olabilmektedir (Daszykowski vd., 2007, s.211). Rousseeuw ve Leroy (1987), klasik tahmincilerde karşılaşılan maskeleme ve süpürme etkisinden dolayı, aykırı gözlem tespitinde klasik yöntemlerin

kullanılmasına şüpheyle yaklaşılması gerektiğini vurgulamışlardır. Bu sebeple dayanıklı (robust) yöntemlerin kullanılması önerilmektedir (Rocke ve Woodruff, 1996; Yorulmaz vd., 2021).

Tüm bu varsayımlar değerlendirildiğinde, analize başlamadan önce verinin kullanılan istatistiksel analizin varsayımlarını sağlayıp sağlamadığı değerlendirilmelidir ve uygun düzeltmeler yapılmalıdır. Alaka vd. (2016), işletme başarısızlığı çalışmalarında genellikle verinin yapısal özelliklerinin dikkate alınmadığını ifade etmiştir. Bazı çalışmalarda ise veriler, logaritmik dönüşüm veya standartlaştırma kullanılarak normalleştirilmektedir. Ancak dönüştürme yöntemleri verileri değiştirmekte ve ileriye yönelik tahmini zorlaştırmaktadır (Attari, 2018, s.44). Aykırı gözlemlerin düzeltilmesine yönelik diğer yöntem ise Barnett ve Lewis (1978) tarafından önerilen “Winsorizing”dir. Winsorizing, aykırı değerlerin ortalama ve varyans üzerindeki etkisini yumuşatan ve çarpık veya kalın kuyruklu verilerden daha dayanıklı tahmin edicilerin elde edilmesini sağlayan bir yöntemdir. Winsorizing yöntemi, dağılımın her iki kuyruğunun belirli bir yüzdesindeki aykırı gözlemlerin yerine, bir sonraki en yüksek (alt kuyrukta) ve en düşük (üst kuyrukta) değerleri yeniden atamaktadır (Blaine, 2018, s.1818). Bir başka ifadeyle, bu yöntem verileri dönüştürmek veya kırpma (trimming) yerine, üst ve alt kuyruktaki aykırı gözlemleri en yakın komşusu ile değiştirmektedir (Attari, 2018, s.44).

İkili lojistik regresyondaki varsayımlara ek olarak, MLR analizinde, bağımlı değişkenin kategorileri arasında bağımsızlık (Independence of Irrelevant Alternatives- IIA) olması varsayımı da yapılmaktadır (Garson, 2014, s.193). Bu varsayım bağımlı değişkenin herhangi bir kategorisini seçmenin başka bir kategorisini seçmeye bağlı olmadığı anlamına gelir. IIA varsayımının sınanmasında kullanılan testler, kısıtsız modelden tahmin edilen parametreler ile, kategorilerden en az birini hariç tutan kısıtlı modelden tahmin edilen parametrelerin karşılaştırılmasına dayanmaktadır. Test istatistiği anlamlıysa, multinominal lojistik regresyon modelinin uygun olmadığını gösteren IIA varsayımı reddedilmektedir (Long ve Freese, 2014, s.407). Hausman-McFadden ve Small-Hsiao testleri IIA varsayımının sağlanıp sağlanmadığının tespiti için kullanılan testlerdendir.

2.4.1. Hausman-McFadden Testi

Hausman ve McFadden (1984) tarafından geliştirilen testin aşamaları aşağıdaki gibidir (Long ve Freese, 2014, s.408).

- Kısıtsız model tahmin edilir ve $\hat{\beta}^f$ katsayıları elde edilir.
- Kategorilerden en az birinin çıkarılması ile elde edilen kısıtlı model tahmin edilir ve $\hat{\beta}^r$ katsayıları elde edilir.

Hausman-McFadden (HM) test istatistiği Denklem (2.24)'deki gibi tanımlanmaktadır.

$$HM = (\hat{\beta}^f - \hat{\beta}^r)' [\widehat{var}(\hat{\beta}^r) - \widehat{var}(\hat{\beta}^f)]' (\hat{\beta}^f - \hat{\beta}^r) \quad (2.24)$$

Burada $\widehat{var}(\hat{\beta}^r)$ ve $\widehat{var}(\hat{\beta}^f)$ kısıtlı ve kısıtsız modelin tahmini kovaryans matrislerini göstermektedir. Kısıtlı modeldeki parametre sayısı p olmak üzere, IIA varsayımı geçerliyse, HM test istatistiği asimptotik olarak χ_p^2 dağılmaktadır (Cheng ve Long, 2007, s.589).

2.4.2. Small-Hsiao Testi

Small-Hsiao (SH) testi, McFadden vd. (1981) tarafından geliştirilen testteki sıfır hipotezinin kabulüne yönelik sapmayı düzeltmek üzere geliştirilmiştir. Test istatistiğinin hesaplanması için öncelikle, örneklem rastgele olarak eşit büyüklükteki A ve B alt örneklerine bölünür. MLR modeli bu iki alt örnekleme göre tahmin edilir ve Denklem (2.25) ile verilen, katsayıların ağırlıklı ortalaması ($\hat{\beta}_{AB}^f$) hesaplanır.

$$\hat{\beta}_{AB}^f = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\beta}_A^f + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \hat{\beta}_B^f \quad (2.25)$$

Ardından bağımlı değişkenin belirli bir değerine sahip tüm durumları ortadan kaldırarak (J. Kategori), B alt örneğinden kısıtlanmış bir alt örnek oluşturulur ve $\hat{\beta}_B^r$ elde edilir. L_r kısıtlanmış alt örneğin olabilirlik fonksiyonu olmak üzere, Small-Hsiao istatistiği $SH = -2[L_r(\hat{\beta}_{AB}^{f*}) - L_r(\hat{\beta}_B^r)]$ şeklinde elde edilir. Kısıtlı modeldeki

parametre sayısı p olmak üzere, SH istatistiği asimptotik olarak χ_p^2 dağılmaktadır (Cheng ve Long, 2007, s.589).

2.5. Klasik Lojistik Regresyon Modelinin Değerlendirilmesi

Lojistik regresyon modelinin değerlendirilmesinde, doğrusal regresyon modelinde olduğu gibi, üç önemli aşama vardır. Bunlardan ilki, oluşturulan modelin genel yeterliliğinin değerlendirilmesidir. İkinci aşama, genel modelin yeterli olduğuna karar verilmişse, bağımsız değişkenlerden hangisinin anlamlı olduğunun belirlenmesi aşamasıdır. Üçüncü aşamada ise modelin gerekli varsayımları sağlayıp sağlamadığının değerlendirilmesi aşamasıdır (Menard, 2002, s.18).

2.5.1. Uyum İyiliği Ölçüleri

Lojistik regresyon modelinin kurulmasının ardından yapılması gereken, model başarısının incelenmesidir. Tahmin edilen modelin bağımlı değişkeni açıklamada ne kadar başarılı olduğunun belirlenmesinde çeşitli uyum iyiliği ölçüleri kullanılmaktadır (Robins ve Blevins, 1987, s.524-535; Hosmer ve Lemeshow, 1989, s. 285-300).

Doğrusal regresyon modelinde parametrelerin seçimi için kullanılan hata kareler toplamı (Sum of Squared Errors-SSE) kriterinin, lojistik regresyon modelindeki karşılığı *log olabilirlik (LL)* kriteridir. Genel olarak LL değeri $-2LL$ olarak kullanılmaktadır ve daha büyük $-2LL$ değeri, bağımlı değişkenin daha kötü tahmini göstermektedir (Menard, 2002, s.20). Tahmin edilen modelin başarısını değerlendirmenin bir diğer yolu da *sapma (deviance)* değerinin hesaplanmasıdır. Sapma, modelin gözlemlenen verileri ne kadar kötü ürettiğini temsil eder ve tahmin edilen modelin, çok iyi uyuma sahip olan ve doymuş (saturated) model adı verilen bir modelle karşılaştırılmasıyla bulunur (Simonoff, 1998, s.11). İki yuvalanmış modelin (Model 1 ve Model 2) uyumu, sapmaları arasındaki fark ile karşılaştırılabilir: $G = D_{m1} - D_{m2}$. G değeri uyum iyiliğini temsil etmektedir ve büyük örnekler için, Model 1 ile Model 2 arasında tahmin edilen parametre sayısı farkına eşit serbestlik derecesi ile yaklaşık olarak ki-kare dağılmaktadır. İstatistiksel olarak anlamlı olan G değeri,

Model 2'nin uyumunun Model 1'e göre daha iyi olduğu anlamına gelmektedir (O'Connell, 2005, s.14).

Küçük örneklerde ve modelde sürekli bağımsız değişken olduğunda ise model uyumunu değerlendirmek için alternatif yöntemler düşünülmelidir. Böyle durumlarda genel olarak başvurulmuş yöntem Hosmer ve Lemeshow (1980) ve Hosmer (1982) tarafından geliştirilen HL testidir.

Doğrusal regresyon modellerinde bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklama gücünü gösteren bir ölçüt olan R^2 , nitel tercih modellerinde $[0,1]$ aralığı dışında değer alabildiğinden kullanılamamaktadır. Bunun yerine Pseudo R^2 ölçütlerinin kullanılması önerilmektedir. Genellikle R^2 değerinden daha küçük çıkmakla birlikte 0.2 ile 0.4 arasında olması modelin uyumunun iyi olduğunu göstermektedir. Cox-Snell R^2 , Nagelkerke R^2 ve McFadden R^2 istatistikleri⁷ uyum iyiliğinin değerlendirilmesi amacıyla en sık kullanılan istatistiklerdir (Alpar, 2013, s.665).

2.5.2. Lojistik Regresyon Modellerinin Tahmin Performansının Değerlendirilmesi

Lojistik regresyon modelinin başarısını değerlendirmenin bir diğer yolu, sınıflandırma tablosunun kullanılmasıdır. Modellerin sınıflandırma başarılarının karşılaştırılması için duyarlılık (sensitivity), özgüllük (specificity), pozitif/negatif tahminci değer (positive/negative predictive value) ve doğru sınıflandırma oranı (accuracy-DSO) istatistikleri kullanılmıştır. Örnek sınıflandırma tablosu Tablo 2.1'de verilmiştir.

⁷ Pseudo R^2 istatistiklerinin formülleri; $McFadden R^2 = 1 - \frac{L_1}{L_0}$, $Cox - Snell R^2 = 1 - \left(\frac{L_0}{L_1}\right)^{\frac{2}{n}}$, $Nagelkerke R^2 = \frac{1 - \left(\frac{L_0}{L_1}\right)^{\frac{2}{n}}}{1 - (L_0)^{\frac{2}{n}}}$ şeklindedir. Burada L_0 ve L_1 sırasıyla kısıtlı ve kısıtsız modellerin log olabilirliklerini göstermektedir.

Tablo 2.1: Sınıflandırma tablosu

		Gözlenen		
		Sınıf 1	Sınıf 2	Sınıf 3
Tahmin	Sınıf 1	a	d	g
	Sınıf 2	b	e	h
	Sınıf 3	c	f	i

Toplam doğru tahmin sayısının toplam tahmin sayısına bölünmesiyle elde edilen doğru sınıflandırma oranı ve her bir kategori için duyarlılık, özgüllük, pozitif ve negatif tahminci değer ölçütleri Tablo (2.2)'de verildiği gibi hesaplanmaktadır (Lee vd., 2013, s.684-685).

Tablo 2.2: Kategorilere göre ölçütlerin hesaplanması

	Sınıf 1	Sınıf 2	Sınıf 3
<i>Duyarlılık</i>	$\frac{a}{a+b+c}$	$\frac{e}{d+e+f}$	$\frac{i}{g+h+i}$
<i>Özgüllük</i>	$\frac{e+f+h+i}{d+e+f+g+h+i}$	$\frac{a+c+g+i}{a+b+c+g+h+i}$	$\frac{a+b+d+e}{a+b+c+d+e+f}$
<i>Pozitif Tahminci Değer</i>	$\frac{a}{a+d+g}$	$\frac{e}{b+e+h}$	$\frac{i}{c+f+i}$
<i>Negatif Tahminci Değer</i>	$\frac{e+h+f+i}{e+h+f+i+b+c}$	$\frac{a+c+g+i}{a+c+g+i+d+f}$	$\frac{a+b+d+e}{a+b+d+e+g+h}$
<i>DSO</i>	$\frac{a+e+i}{a+b+c+d+e+f+g+h+i}$		

2.5.3. Katsayıların Anlamlılığının Sınanması

Olabilirlik fonksiyonunu kullanarak büyük örnek çıkarımı yapmak için kullanılan üç standart test vardır. Bunlar *Wald*, *Olabilirlik Oran (Likelihood Ratio-LR)* ve *Skor* testleridir. Bu üç test de EÇO tahmincilerinin büyük örnek özelliklerinden yararlanmaktadır. Wald'ın (1943) EÇO tahmincilerinin asimptotik sonuçlarına göre, lojistik regresyon modellerindeki parametre tahmincileri *büyük örneklerde* normal dağılıma sahiptir. Bu sebeple, lojistik regresyonda çıkarım için üç test de kullanılabilir (Agresti, 2002, s.172).

Anlamlılık testleri $H_0: \beta_i = 0$ hipotezine odaklanır. Wald testi sıfır hipotezi ($H_0: \beta_i = 0$) altında ve örnek büyüklüğü varsayımları sağlandığında, $z = \hat{\beta}_i / SE$ test istatistiği standart normal dağılıma sahiptir. Çift taraflı hipotez için alternatif olarak ki-kare dağılımı da kullanılabilir. Bu durumda $z^2 = (\hat{\beta}_i)^2 / SE^2$ test istatistiği 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir.

LR testinde, modeldeki bağımsız değişkenin anlamlılığını değerlendirmek için, kısıtsız ve kısıtlı modellerin olabilirlik fonksiyonunun maksimum değerleri karşılaştırılmaktadır. ℓ_0 sadece sabit içeren fonksiyonun maksimum değeri ve ℓ_1 tüm modelin olabilirlik fonksiyonunun maksimum değeri olmak üzere, test istatistiği Denklem (2.26)'daki gibi elde edilmektedir (Agresti, 2002, s.172). Bu istatistik, doğrusal regresyondaki kısmi F istatistiğinin payıyla aynı rolü oynamaktadır (Hosmer vd., 2013, s.13).

$$G = -2 \log \left(\frac{\ell_0}{\ell_1} \right) = -2(\log(\ell_0) - \log(\ell_1)) = -2(L_0 - L_1) \quad (2.26)$$

Test istatistiği, sıfır hipotezi altında 1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. LR testi, sapma (deviance) testi olarak da bilinmektedir. Sapma, doğrusal regresyondaki hata kareler toplamına karşılık gelmektedir. G test istatistiği modele ilave edilen bağımsız değişkenlerin modele olan katkılarının araştırılmasının yanı sıra, modelin genel geçerliliğinin test edilmesinde de kullanılmaktadır (Albayrak, 2006,

s.449). Hem LR hem de Wald testinde parametlerin EÇO tahminlerinin yapılması gerekmektedir. Tek bağımsız değişkenli model söz konusu olduğunda hesaplamalar kolaydır, ancak bağımsız değişken sayısı arttıkça hesaplamalar çok daha zor hale geleceğinden, parametre tahminlerini elde etmek için iteratif yaklaşımlardan yararlanılmaktadır.

Değişkenin öneminin belirlenmesinde kullanılan bir diğer test Skor testidir. Diğer testlerden farkı, katsayının hesaplanmasını gerektirmemesidir. Skor testinin hesaplamada sağladığı bu kolaylık, testin en büyük avantajı olarak belirtilmektedir. Ancak bazı istatistiksel programlarda olmaması testin kullanımını kısıtlamaktadır (Alpar, 2013, s.649) . Test log-olabilirlik fonksiyonunun türevlerinin dağılım teorisine dayanmaktadır. Genelde matris hesaplamaları gerektiren çok değişkenli bir testtir. Tek değişkenli durumda bu test, Denklem (2.10)'daki türev verildiğinde Denklem (2.11)'deki türevin koşullu dağılımına dayanmaktadır (Hosmer vd., 2013, s.15). Skor test istatistiği (ST) Denklem (2.27)'deki gibi ifade edilebilir.

$$ST = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\bar{y}(1 - \bar{y}) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (2.27)$$

ST istatistiği standart normal dağılıma sahiptir. Bahsedilen üç test, büyük örneklerde genellikle aynı sonucu vermektedir.

2.5.4. Katsayıların Yorumlanması

Tahmin edilen modelin uygun olduğu ve modeldeki değişkenlerin hem teorik hem de istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlendikten sonraki aşama hesaplanan katsayıların yorumlanmasıdır. Uygun herhangi bir modelin yorumlanması, modeldeki tahmin edilen parametrelerden çıkarımlar yapabilmemizi gerektirir. İstatistiksel modellerde, bağımsız değişkenler için hesaplanan katsayılar eğim katsayısı olarak bilinir ve bağımsız değişkendeki bir birim değişim sonucu bağımlı değişkenin bir fonksiyonunun eğimini temsil eder. Dolayısıyla katsayılar yorumlanırken dikkat edilecek iki önemli durum vardır. Birincisi bağımlı değişken ile bağımsız değişken

arasındaki fonksiyonel ilişkinin belirlenmesi, ikincisi ise bağımsız değişken için değişim biriminin uygun şekilde tanımlanmasıdır (Hosmer vd., 2013, 49). Burada belirlenmesi gereken ilk adım, bağımlı değişkeninin hangi fonksiyonunun bağımsız değişkenlerin doğrusal fonksiyonu olduğudur. Bu fonksiyona *bağlantı (link) fonksiyonu* denilmektedir. Doğrusal regresyonda bağlantı fonksiyonu birim fonksiyon iken, lojistik regresyonda lojistik fonksiyondur. Burada logit dönüşümü Denklem (2.5)'te verildiği gibidir. Burada x bağımsız değişkenleri vektörü, β katsayılar vektörünü göstermek üzere, en genel haliyle, x 'deki 1 birim değişim bağımlı değişkenin log-odds'unu β birim değiştirir şeklinde yorumlanmaktadır. Başka bir deyişle, diğer bağımsız değişkenler sabit varsayıldığında, ilgili bağımsız değişkendeki değişimin bağımlı değişkenin olasılığındaki değişimi ifade eder (Hilbe, 2015, s.49-50).

Bağımlı değişkenin kategori sayısının üç olduğu ($Y=0,1,2$) ve referans kategorinin "0" olduğu varsayalım. Kolaylık açısından tek bir iki kategorili bağımsız değişken ($x_1; (0,1)$) ele alınsın. Bu durumda MLR için odds oranları Denklem (2.28) ve (2.29)'da verildiği gibidir.

$$OR_1(x) = \left[\frac{P(Y = 1|x_1 = 1)/P(Y = 0|x_1 = 1)}{P(Y = 1|x_1 = 0)/P(Y = 0|x_1 = 0)} \right] = \exp(\beta_{11}) \quad (2.28)$$

$$OR_2(x) = \left[\frac{P(Y = 2|x_1 = 1)/P(Y = 0|x_1 = 1)}{P(Y = 2|x_1 = 0)/P(Y = 0|x_1 = 0)} \right] = \exp(\beta_{21}) \quad (2.29)$$

İki kategorili bağımsız değişken için ifade edilen Denklem (2.28) ve (2.29)'un, çok kategorili ve sürekli bağımsız değişkenler için genelleştirilmiş hali Denklem (2.30)'da verildiği gibidir.

$$OR_g(x) = \exp[\beta_{g1}(x_1^{**} - x_1^*)] \quad (2.30)$$

Burada x_1^* ve x_1^{**} , x_1 bağımsız değişkeninin herhangi iki kategorisini ve g bağımlı değişkenin, referans kategori hariç, kategorilerini göstermektedir (Kleinbaum ve Klein, 2002, s.275-277).

2.5.5. Model Seçim Yöntemleri

Model seçiminde temel amaç, modelde olması gereken bağımsız değişkenlerin belirlenmesidir. Uygulamada tek bir uygun model yerine birden fazla uygun model olabilmesi durumu söz konusudur. Aday bağımsız değişken sayısı arttıkça seçim süreci zorlaşmaktadır (Agresti, 2002, s. 211). Böylece daha karmaşık durumları ele almak için bir strateji ve ilişkili yöntemler geliştirilmesi gerekmektedir.

İstatistiksel model oluşturulurken cimrilik prensibi dikkate alınmaktadır. Bağımsız değişken sayısının en aza indirilmesinin sebebi, oluşturulan modelin daha kararlı ve kullanımının daha kolay olmasıdır. Modele eklenen bağımsız değişken sayısının artırılması, tahmin edilen standart hataların büyümesine sebep olmaktadır ve böylelikle modelin gözlemlenen verilere bağımlılığı artmaktadır (Hosmer vd, 2013, s.90).

Değişken seçiminde kullanılan yöntemlerden ilki, Hosmer vd. (2013) tarafından önerilen *amaca yönelik seçimdir*. Bu seçim süreci, her bir değişkenin tek değişkenli analizi ile başlar. Tek değişkenli analizde keyfi bir anlamlılık düzeyinde anlamlı olan değişkenler, çok değişkenli analiz için aday olarak seçilir. Burada değişkenlerin anlamlı olup olmadıklarını belirlemek için Wald testi kullanılmaktadır ve p-değeri 0,20 ya da 0,25 olarak alınmaktadır (Bursac vd., 2008, s.2). Bendel ve Afifi (1977) ile Mickey ve Greenland (1989) çalışmalarında, değişken seçiminde p-değeri için daha genel bir düzeyin (0,05 gibi) kullanılmasının, çoğunlukla önemli olduğu bilinen değişkenleri belirleyemediğini göstermişlerdir. Ancak daha büyük bir anlamlılık düzeyinin kullanılması, model geliştirilmesinin bu ilk aşamasında önemli olmayan değişkenlerin modele dahil edilmesine de sebep olabilmektedir. Bu nedenle, son modele ilişkin bir karara varılmadan önce, modele eklenen tüm değişkenlerin eleştirel olarak gözden geçirilmesi önemlidir (Hosmer vd., 2013, s.91). Amaca yönelik seçim

sürecinde aday değişkenler belirlendikten sonra çok değişkenli model tahmin edilir. Burada değişkenlerin anlamlılığını belirlemek için yine Wald testi yapılmaktadır. Belli bir anlamlılık düzeyinde, modele katkısı olmayan değişkenler çıkarılarak yeni model tahmin edilir. Değişken sayısı bakımından daha küçük olan yeni model, kısıtlı LR testi kullanılarak, eski model ile karşılaştırılmalıdır. Yeni modeldeki katsayılar, eski modeldeki katsayılara kıyasla %15 ya da %20 oranında bir değişiklik göstermişse, bu durum modelden çıkarılan değişken(ler)in kalan değişkenlerden bir ya da fazlasını önemli ölçüde etkilediği anlamına gelmektedir (Bursac vd., 2008, s.2). Hosmer vd. (2013) bu iteratif silme işleminde, tek seferde sadece birkaç değişken silinerek yavaş bir şekilde ilerlenmesini önermişlerdir. İlk model belirlendikten sonra önemli olan sürekli bağımsız değişkenler için doğrusallık varsayımının test edilmesidir. Doğrusallık varsayımını bozan değişkenler elendikten sonra elde edilen modele *ana etkiler modeli* denilmektedir. Ana etkiler modelindeki değişkenler arasındaki etkileşimlerin kontrol edilmesi gerekmektedir. Herhangi bir modelde, iki değişken arasındaki bir etkileşim, her bir değişkenin etkisinin, diğer değişkenin kategorileri üzerinde sabit olmadığı anlamına gelir. Bir etkileşim teriminin modele dahil edilip edilmeyeceğine dair nihai karar, istatistiksel kriterlere dayandırılmalıdır. Modeldeki herhangi bir etkileşim terimi istatistiksel olarak anlamlı olmalıdır (Hosmer vd., 2013, s.92). Etkileşim terimlerinin tek değişkenli analizi sonucunda anlamlı çıkan etkileşimler ana etkiler modeline eklendikten sonra, ikinci adımdaki gibi Wald testi yapılır ve anlamsız olan etkileşim terimleri modelden elenir. Elde edilen nihai modelin yeterliliği ve uyumu kontrol edilmelidir (Hosmer vd., 2013, s.93).

Önemli değişkenlerin belirlenmesi için sıklıkla başvurulanan yöntemlerden biri *adımsal seçim (stepwise) yöntemidir*. Goodman (1971) tarafından önerilen yöntem, ileriye doğru seçim (forward selection) ve geriye doğru eleme (backward elimination) olarak ikiye ayrılmaktadır. İleriye doğru seçim yönteminde, değişkenler sırasıyla modele eklenmektedir. Bu ekleme işlemi, yeni eklenen bağımsız değişken modelin uyum iyiliğine bir katkı sağlamayana kadar devam eder. Geriye doğru eleme yönteminde ise, karmaşık bir model ile başlanır ve istatistiksel olarak anlamsız değişkenler sırasıyla çıkarılır. Eleme işlemi model uyumunu düşürünceye kadar devam eder. Araştırmacılar

çoğunlukla, karmaşık bir modelden değişken çıkarmanın basit modele değişken eklemekten daha güvenilir olduğunu düşündüklerinden, geriye doğru eleme yöntemini tercih etmektedirler (Agresti, 2002, s.214).

Adımsal seçim süreçleri, ilgilenilen bağımlı değişkeni açıklama gücü en yüksek kabul edilen değişkenlerin içerildiği nihai modeli tanımlamayı amaçlar. Seçilen model en uygunmuş gibi, ilgilenilen olaylar için risk faktörleri olarak bu ilişkilerin gücü hakkında çıkarım yapılır. Bununla birlikte, bu yaklaşımla ilgili bir takım sınırlamalar vardır. Özellikle, yorumlama için kullanılan tek model yöntemi, yalnızca o nihai modeldeki değişkenleri içerir ve seçilmeyen değişkenleri ve model seçim sürecinden kaynaklanan belirsizliği göz ardı eder. Bunun yanı sıra belirli bir modelin "doğru" olduğuna olan güveni olduğundan fazla tahmin edebilir ve optimal olmayan kararlara yol açabilir (Draper, 1995; Kass ve Raftery, 1995; Leamer ve Leamer, 1978; Madigan ve Raftery, 1994; Raftery, 1996). Az sayıda değişkenin eklenmesi/çıkarılması, özellikle değişkenler arasında yüksek korelasyon olduğu durumda başka bir en iyi model oluşturabilir (Altman ve Andersen, 1989; Derksen ve Keselman, 1992; Harrell vd., 2001; Steyerberg vd., 2000). Bir diğer sınırlama, adımsal süreçlerin uygulanması sonucunda elde edilen değişkenlerin kullanılan bilgi kriterine bağlı olmasıdır. Farklı bilgi kriterinin kullanılması elde edilen nihai modelin değişmesine sebep olabilir (Prost vd., 2008, s.67). Katsayıların varyansı genellikle seçim önceden belirlenmiş gibi hesaplanır, bu da nihai modelin katsayılarının standart hatalarının ve p -değerlerinin olduğundan az tahmin edilmesine neden olur (Altman ve Andersen, 1989; Buckland vd., 1997; Chatfield, 1995). Bunun yanı sıra yöntemlerin istatistiksel geçerliliği güvenilir değildir. Çünkü bu yöntemlerde her seferinde tek bir değişkenin eklenmesi/çıkarılması ile ilgilenildiği için, görünürde iki yuvalanmış (nested) modelin karşılaştırılmasına dayanmaktadır. Ancak burada hesaplanan F istatistiklerinin F dağılımına sahip olduğu varsayımı sağlanmayabilir (bkz. Miller, 1990). Ayrıca gözlem sayısı küçük olduğunda, adımsal seçim süreçlerinin önemli değişkenleri seçme gücü ve dolayısıyla modelin tahmin gücü azalmaktadır (Chatfield, 1995). Adımsal model seçim süreçlerinin söz konusu kısıtlarından dolayı alternatif model seçim süreçlerine ihtiyaç duyulmuştur. Bu yöntemlerden biri *Rastlantısal Orman* (Random Forest-RF)

yöntemidir. RF, sınıflandırma ve regresyon problemlerinin yanı sıra değişken seçim yöntemi olarak da kullanılmaktadır (Kapwata ve Gebreslasie, 2016, s. 251). Diğer sınıflandırma yöntemlerinden farklı olarak RF, sınıflandırma yaparken doğrudan değişken seçimini gerçekleştirir (Qi, 2012). Değişkenlerin önemlerini belirlemek için RF'de yaygın olarak kullanılan iki farklı ölçü (variable importance measure-VIM) bulunmaktadır. Bunlar, Gini ve permütasyon önem ölçüsüdür (Breiman, 2001). Modeldeki tüm aday değişkenler için hesaplanan bu ölçütlerin yüksek olması, ilgili değişkenin bağımlı değişkeni açıklamadaki önemini göstermektedir.

Adımsal seçim süreçleri ile elde edilen model üzerinden yapılan çıkarımlar, model veya değişken seçim yönteminde örtük olan model belirsizliklerini koşullu olarak yok sayarak, seçilen en iyi model üzerinden gerçekleştirilir (Raftery vd., 1997; Viallefont vd., 2001). Bu yöntem, seçim sürecinden kaynaklanan belirsizliğin yanı sıra süreç esnasında seçilmeyen değişkenlerin belirsizliğini de yok saymaktadır. Bu sınırlamalar, mümkün tüm modellerin sonsal olasılıklarını dikkate alan, *Bayesyen Model Ortalaması* (Bayesian Model Averaging-BMA) yönteminin kullanılması ile giderilebilir (Wang vd., 2004, s.3451; Raftery vd., 1997). BMA yönteminde mümkün tüm modeller sonsal olasılıkları ile ağırlıklandırılarak model seçimindeki belirsizliğin giderilmesi amaçlanmaktadır. Model belirsizliğini dikkate alarak etkili ve anlamlı değişkenlerin seçimi için BMA yönteminin ve ardından ilgili bağımlı değişkenin tahmini için Bayesyen lojistik regresyon yönteminin birlikte kullanılması da önerilmiştir (Kabir vd., 2018, s.2).

2.6. Bayesyen Lojistik Regresyon

Bayesyen lojistik regresyonun aşamaları, tüm Bayesyen analizlerde olduğu gibi, aşağıdaki şekilde sıralanabilir.

- Verinin olabilirlik fonksiyonu elde edilir.
- Bilinmeyen tüm parametreler için önsel dağılım oluşturulur.
- Bayes teoremi kullanılarak tüm parametreler için sonsal dağılım elde edilir (Hilbe, 2015, s.127-128).

Bayesyen lojistik regresyonda, olabilirlik fonksiyonu $L(\beta)$, önsel olasılık $\pi(\beta)$ ile birleştirir. Önsel dağılım olarak en çok tercih edilen dağılım çok değişkenli normal dağılımdır. Genel regresyon modellerinde kullanılan eşlenik önsel dağılımlar, binomial modellerde kullanılamamaktadır. Bağımsız değişken sayısının az olduğu basit durumlarda, her bir kategori için bilinen parametreler ile beta önsel dağılımı belirlenebilir ve analitik sonsal dağılımlar elde edilebilir. Ancak bu durumda farklı gruplar arasında bağlantı, diğer bir ifadeyle bilgi aktarımı olmayacaktır (Wakefield, 2012, s.321).

Çalışmada lojistik regresyona Bayesyen yaklaşım, bağımlı değişkenin ikili ve multinominal olması durumlarına göre ayrı olarak incelenmiştir.

2.6.1. Bayesyen İkili Lojistik Regresyon Modeli

Bayesyen lojistik regresyon modeli, model parametrelerinin rastlantısal değişkenler olduğu varsayımı ile klasik lojistik regresyondan farklılaşmaktadır. Denklem (2.5) ile verilen eşitliği tek bağımsız değişken için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\text{logit}(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (2.31)$$

(2.31) modeli Bayesyen lojistik regresyon ile tahmin edildiğinde, modeldeki β_0 ve β_1 parametrelerinin bir dağılımı olduğu varsayımı yapılmaktadır. Parametreler için mevcut önsel bilgiye bağlı olarak, herhangi bir önsel dağılım kullanılabilmekle birlikte yaygın olarak (2.32)'de olduğu gibi normal dağılım seçilmektedir (Gelman vd., 2004; Ziembra, 2005; Wilhelmsen vd., 2009).

$$\begin{aligned} \beta_0 &\sim N(\mu_0, \sigma_0^2) \\ \beta_1 &\sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Burada genellikle μ için sıfır alınmaktadır ve σ büyük olarak (örneğin $\sigma = 1000$ gibi) seçilmektedir (Acquah, 2013, s.195). Önsel dağılımlarda varyans yerine *duyarlılık*

(precision) olarak adlandırılan τ_0 ve τ_1 parametreleri kullanılmaktadır. Bu seçimin nedeni duyarlılığın varyansla ters orantılı ($\tau_i = 1/\sigma_i^2, i = 0,1$) olmasıdır. Dolayısıyla önsel varyans büyük ise duyarlılık küçülecektir. Duyarlılığın küçük olması ise önsel dağılımın, veriler analiz edilmeden önce parametrenin olası değerlerini temsil etmesi açısından duyarlı olmadığı anlamına gelmektedir (Hosmer vd., 2013, s.410).

İkili lojistik regresyon modelinde, y iki kategorili bağımlı değişken, x bağımsız değişken(ler) ve β_0, β_1 tahmin edilmek istenen parametreler olmak üzere, Bayesyen lojistik regresyonda, Denklem (2.33)'te verilen sonsal dağılım belirlenmek istenmektedir.

$$f(\beta_0, \beta_1 | veri) \quad (2.33)$$

Klasik ikili lojistik regresyon analizinde gözlemlerin bağımsız olduğu varsayımı ile elde edilen Denklem (2.8)'deki olabilirlik fonksiyonu, Bayesyen lojistik regresyon için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f(veri | \beta_0, \beta_1) = \ell(veri | \beta) = \prod_{i=1}^n p(x_i)^{y_i} (1 - p(x_i))^{1-y_i} \quad (2.34)$$

Bayes teoremi ve Denklem (2.34) kullanılarak, Denklem (2.33) ile ifade edilen sonsal dağılım elde edilebilir.

$$f(\beta_0, \beta_1 | veri) = \frac{f(veri | \beta_0, \beta_1) f(\beta_0, \beta_1)}{f(veri)} \quad (2.35)$$

Burada $f(\beta_0, \beta_1)$; parametrelerin önsel dağılımını temsil etmektedir. Denklem (2.35) olası parametre değerleri üzerinden bir örnek olduğundan, $f(veri)$; sonsal olasılık toplamalarının 1 olması sağlamak için normalleştirme sabiti olarak ele alınır ve ihmal edilir (Hosmer vd., 2013, s.411).

$$f(veri) = \iint f(\beta_0, \beta_1) f(veri|\beta_0, \beta_1) d\beta_0 d\beta_1 \quad (2.36)$$

Başarı olasılıkları Denklem (2.34)'te yerine konulursa, daha açık bir gösterimle Denklem (2.37) elde edilebilir.

$$\ell(veri|\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)} \right)^{y_i} \times \left(1 - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)} \right)^{1-y_i} \quad (2.37)$$

Sonsal dağılım, önsel dağılım ve olabilirlik fonksiyonunun çarpımı ile orantılı olduğundan aşağıdaki gibi yazılabilir (Webster, 2011, s.41).

$$f(\beta_0, \beta_1|veri) \propto \prod_{i=1}^n \left(\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)} \right)^{y_i} \left(1 - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)} \right)^{1-y_i} \times \prod_{j=0}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_j - \mu_j}{\sigma_j} \right)^2 \right) \quad (2.38)$$

Esasen sonsal dağılım, gözlemlenen verilere dayanarak önsel dağılımı oluşturmak için kullanılan parametrelerin dağılımı hakkındaki inançların güncellenmesi anlamına gelmektedir. Denklem (2.35)'te verilen eşitliğin, özellikle de paydadaki integralin hesaplanması oldukça zordur. Bu işlemin yapılabilmesi için çeşitli nümerik yöntemler önerilmiştir. Ancak nümerik yöntemlerin kullanılması büyük veri setleri için olanaksız hale gelmektedir. Önerilen ikinci yol, sonsal dağılım için normal dağılım gibi asimptotik bir yaklaşım kullanmaktır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte simülasyon yöntemleri kullanılarak sonsal dağılıma yaklaşmak, asimptotik yaklaşımın

önüne geçmiştir. Simülasyon yöntemleri kullanılarak, gerçek sonsal dağılımı bulmak yerine, sonsal dağılımdan örnek çekerek gerçek dağılıma yaklaşmak son yıllarda sıklıkla kullanılan ve daha gerçekçi sonuçlar elde etmeyi sağlayan bir yol olarak karşımıza çıkmaktadır. Simülasyon yöntemlerinin, özel olarak MCMC'nin, kullanılması Bayesyen yaklaşımlarda hem işlem kolaylığı, hem de oluşturulan sonsal dağılımdan elde edilen parametre tahminlerinin doğruluğu açısından son derece önemli olmaktadır.

2.6.2. Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Modeli

Bağımsız değişken vektörü $x = [x_1, x_2, \dots, x_p]^t$, K kategorili bağımlı değişken vektörü $y = [y_1, y_2, \dots, y_K]^t$ olarak tanımlansın. Burada $k \in (1, \dots, K)$ olmak üzere $y_k = 1$ diğer durumlarda 0 olacak şekilde tanımlanmaktadır. Denklem (2.19) ile ifade edilen koşullu olasılık modeli K kategori için genelleştirilirse,

$$P(y_k = 1|x, \mathbf{B}) = \frac{\exp(\text{logit}_k(x))}{\sum_{k=1}^K \exp(\text{logit}_k(x))} \quad (2.39)$$

elde edilir. Burada $\mathbf{B} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]$ parametre matrisinin her bir sütunu sınıflardan birine karşılık gelen $\beta_k = [\beta_{k1}, \beta_{k2}, \dots, \beta_{kp}]^t$ şeklindeki bir parametre vektörüdür. Bu, ikili lojistik regresyonun multinomial duruma doğrudan genellemesidir. Denklem (2.22) ile verilen log-olabilirlik fonksiyonu ise K kategori için aşağıdaki gibidir.

$$\mathcal{L}(\beta) = \sum_{i=1}^n \left[\left(\sum_{k=1}^K y_{ki} \text{logit}_k(x_i) \right) - \ln \sum_{k=1}^K \exp(\text{logit}_k(x_i)) \right] \quad (2.40)$$

Görülmeyen verilerde doğru tahminlerde bulunabilmek için, MLR modelinde aşırı uyum (overfitting) probleminden kaçınmak gerekmektedir. Bunun için MLR'ye Bayesyen yaklaşımda, $\mathbf{B}$ 'nin önsel dağılımı için girdilerin çoğunun sıfır veya sıfıra yakın değerler alma olasılığı yüksek olan bir önsel dağılım kullanılması önerilmektedir. Normal dağılım ve Laplace dağılımı en fazla kullanılan önsel dağılımlar arasındadır (Madigan vd., 2005, s.510).

2.7. Klasik Lojistik Regresyon ve Bayesyen Lojistik Regresyonun Karşılaştırılması

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler ile birlikte, Bayesyen yöntemler pratikte uygulanabilir hale gelmiştir ve diğer yaklaşımların başarısız olduğu durumlarda model parametrelerinin tahmin edilmesini sağlamaktadır. Bayesyen çıkarım, örnekleme temelli tahmin yöntemleriyle yakından bağlantılı hale gelmiştir. Her ikisi de bir parametrenin olasılık/olasılık yoğunluk fonksiyonuna odaklanır. MCMC yöntemleri, sonsal dağılımdan elde edilen örnekleme yakınsayan tekrarlı örnekleme süreci gerçekleştirir. Gelman vd. (2004), Congdon (2006), Greenberg (2008), Kruschke (2010), Hosmer vd. (2013), Gelman vd. (2014) ve daha birçok yazar, Bayesyen yaklaşımların avantajlarını dile getirmektedir.

Bayesyen modeller gözlemlerden elde edilen bilgilerden yararlanır. Bu durum aynı zamanda yuvanlanmamış modellerin karşılaştırılmasına izin vererek model seçiminde iyileşmeye olanak sağlar. Bunun yanı sıra Bayesyen modellerdeki parametrelerin yorumlanması genellikle daha uygun olarak görülmektedir. Bayesyen yaklaşımlar parametreler için yoğunluk fonksiyonlarının tahminini sağladığından, çıkarım yapmak veya aralık tahminleri elde etmek için herhangi bir dağılım varsayımına gerek kalmaz. Bayesyen yaklaşımları klasik yaklaşımlardan ayıran en önemli özellik, araştırmacının veri kümesinde açıkça yer almayan ek bilgileri modele dahil etmelerine izin vermesidir. Bu son özellik, örneklem boyutunun küçük olduğu durumlar gibi birçok durumda çok kullanışlı olmaktadır, ancak sonuçları etkileyebilecek öznel seçimler nedeniyle tartışmaya da yol açar (Hosmer vd., 2013, s.409).

Bayesyen yaklaşım sahip olduğu avantajlar sebebiyle lojistik regresyon da dahil olmak üzere istatistiksel analizlerde giderek daha fazla kullanılmaktadır. Bayesyen lojistik regresyon ile klasik lojistik regresyon arasındaki temel fark, parametrelerin dağılımı ile ilgilidir (Gahayr, 2015). Bayesyen lojistik regresyon da, klasik yaklaşımın aksine, modeldeki parametrelerin rastlantısal değişkenler olduğu varsayılmaktadır. Parametrelerin önsel dağılımı için yaygın olarak normal dağılım kullanılmaktadır.

Bağımlı değişken kategorik iken parametrelerin tahmini için genel olarak EÇO yönteminin kullanıldığından söz edilmişti. Bu yöntemin asimptotik varsayımları olduğundan, örnek sayısı yeterli olmadığında tahmin sonuçlarına güvenilememektedir. Bu noktada lojistik regresyonda parametrelere dair ek bilginin kullanılmasıyla tahmin sonuçlarını güçlendiren Bayesyen yaklaşımların kullanılması tercih edilmektedir.

Klasik lojistik regresyon modelinde, model parametrelerinin tahmini, standart hataları ve parametrelere ait güven aralıkları oluşturulur. Ayrıca modeldeki parametrelerin istatistiksel anlamlılıklarını belirlemek için hipotez testleri kullanılır. Bayesyen lojistik regresyon modelinde ise parametrelerin dağılımı olduğu varsayıldığından, her bir parametrenin sonsal dağılımı hesaplanır ve bu dağılımların ortalaması veya medyanı, ilgili parametrenin sonsal tahmini olarak elde edilir. Benzer şekilde parametrelerin sonsal dağılımının standart sapması ve parametrelerin güvenilir aralıkları hesaplanmaktadır. Bayesyen lojistik regresyon modeli oluşturulurken, bilgi vermeyen önsel dağılım kullanıldığında, klasik lojistik regresyondan elde edilen sonuçlar benzese bile yorumlanmaları açısından farklılıklar bulunmaktadır (Hosmer vd., 2013, s.420). Klasik lojistik regresyon modelinde β (eğim parametresi) için %95 güven aralığının yorumu, anakütleden aynı birim mevcudunda n tane örnek çekilerek bunların her birinden β tahmin edilirse, uzun dönemde, ortalama olarak bu örneklerin %95'inden elde edilen güven aralığı, β 'yı kapsar şeklinde yapılmaktadır (Genceli, 2001 s.137). Bu sebeple gerçek parametrenin %95 güvenle aralıkta olduğuna inanılır. Bayesyen güvenilir aralık ise, gözlemlenen veri göz önüne alındığında, %95 olasılıkla aralıktaki değerlerin olasılığı olarak daha doğrudan yorumlanır. Güvenilir aralığın diğer bir avantajı, parametrenin sonsal dağılımından elde edilen örnekleme sahip olduğundan, aralığın parametre tahmini etrafında simetrik olacak şekilde oluşturulmasına gerek olmamasıdır (Hosmer vd., 2013, s.421).

Klasik lojistik regresyon ile Bayesyen lojistik regresyon arasında hipotez testlerinin yorumlanması açısından da farklılıklar bulunmaktadır. Lojistik regresyon modellerinde katsayıların veya modelin genel anlamlılığı üzerine değerlendirme yapılırken, klasik yaklaşıma göre ilgili test istatistiği hesaplanır ve dağılıma göre red bölgesine karar verilir. Bayesyen yaklaşımda ise hipotezlere (0,1) aralığında olasılık

verilmektedir. Olasılığı yüksek olan hipotezin lehine karar verilmektedir. Dolayısıyla Bayesyen yaklaşımda *hipotez testi* yerine *hipotezlerin karşılaştırılması* demek daha uygun olmaktadır (Zellner, 1996, s.292).

Bayesyen lojistik regresyonda modelleme, klasik lojistik regresyona benzer şekilde ilerler. Bununla birlikte, MCMC simülasyonlarının yapılması ve model çıktısını değerlendirme süreci, klasik analizden daha zor ve zaman alıcı olmaktadır (Hosmer vd., 2013, s.425).

2.8. Bayesyen Lojistik Regresyonda MCMC Algoritmaları

MCMC algoritmasının işleyişi, belirlenen başlangıç değerlerine duyarlıdır. Uygun olmayan başlangıç değerleri kullanıldığında, simülasyonun ilk değerleri gerçek sonsal dağılımı yansıtmayacaktır. Bayesyen lojistik regresyonda bu sorunu çözmeye yönelik uygulanan ilk yaklaşım, klasik lojistik regresyon modelinin parametre tahminlerini başlangıç değeri olarak kullanmaktır. Diğer bir yaklaşım ise “burn-in” kavramının kullanılmasıdır. Gelman vd. (2004) iterasyonların yarısının atılmasını önermiştir. Ayrıca Gelman vd. (2004) hesaplama süresi iterasyon sayısına bağlı olarak artacağı için, burn-in sayısının 200 gibi küçük bir sayı olarak belirlenmesini, daha sonra gerekirse artırılmasını önermektedir. (Hosmer vd., 2013, s.414).

Sonsal dağılımın doğru tahminlerini elde edebilmek için önemli olan diğer bir konu da önsel dağılımın belirlenmesidir. Bilindiği gibi MCMC algoritması kullanılarak yapılan Bayesyen analiz, gözlemlenen veriler ve seçilen önsel dağılım kullanılarak elde edilen sonsal dağılımından örnekleme yöntemidir. Bayesyen lojistik regresyonda seçilen önsel dağılım bilgi vermeyen önsel dağılım ise, sonsal dağılımdan elde edilen ortalama ve medyan, klasik lojistik regresyon modelindeki parametre tahmin değerine yakın olacaktır. Bununla birlikte sonsal dağılımın standart sapması da klasik lojistik regresyondaki parametre tahmininin standart hatasına yakındır. Çünkü önsel dağılımın duyarlılığı küçük olduğunda, olabilirlik fonksiyonunun sonsal dağılım içindeki ağırlığı artacaktır. Elde edilen MCMC örnekleme yakınsaklık şartlarını sağlar ve yeterli sayıda örnek elde edilirse, sonsal dağılımdan elde edilen özet istatistikler, klasik lojistik

regresyondan elde edilen en çok olabilirlik tahminlerine benzer olmalıdır (Hosmer vd., 2013, s.420).

Sonsal dağılımın ortalaması, önsel dağılımın ortalaması ve olabilirlik tahmininin ağırlıklı ortalamasıdır. Dolayısıyla duyarlılık, gözlemlenen verilere göre önsel dağılımın ortalamasına ne kadar ağırlık verileceğini belirlemektedir. Bir ortalamanın standart hatası örneklem büyüklüğünün bir fonksiyonu olduğundan, ağırlıklandırma örneklem büyüklüğüyle ilgilidir. Örneklem boyutunun arttırılması standart hatayı azaltır veya duyarlılığı arttırır. Bu nedenle önsel bilgiye ne kadar ağırlık verileceğinin belirlenmesi için, hem mevcut çalışmanın hem de konuyla ilgili daha önce yapılan çalışmaların örneklem büyüklükleri dikkate alınmalıdır. Mevcut örneklem büyüklüğü küçükken önceki çalışmaların büyükse, önsel dağılımın ağırlığını arttırılması daha uygun olmaktadır (Hosmer vd., 2013, s.424).

2.9. Bayesyen Model Seçim Kriterleri

Yuvalanmamış modeller dahil olmak üzere, Bayesyen lojistik regresyon modellerini karşılaştırmak, uygun modeli belirlemek ve değişken seçimi için önerilen çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemlerden en sık kullanılanları aşağıda yer almaktadır.

2.9.1. Bayes Faktör

Gözlemlenen veri ile kurulan iki rakip modelin $M1$ ve $M2$ olduğu düşünülürse, bu iki modeli karşılaştırmak için modellerin sonsal olasılıkları kullanılmaktadır. Denklem (1.6)'dan bu sonsal olasılıklar, iki model için de genel haliyle aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P(M|veri) = \frac{P(M)P(veri|M)}{P(veri)} \quad (2.41)$$

$M1$ ve $M2$ modellerinin sonsal olasılıkları sırasıyla $P(M1|veri)$ ve $P(M2|veri)$ olmak üzere, iki modelin sonsal olasılıkları birbirine oranlandığında Denklem (2.42) elde edilmektedir.

$$\frac{P(M2|veri)}{P(M1|veri)} = \frac{P(M2)P(veri|M2)}{P(M1)P(veri|M1)} = \frac{P(M2)}{P(M1)} \times \frac{P(veri|M2)}{P(veri|M1)} \quad (2.42)$$

Denklem (2.42)'deki ikinci terime **Bayes Faktör (BF)** adı verilmektedir. *BF* esasen koşullu olabilirlik fonksiyonlarının bir oranıdır ve Bayesyen modellerin karşılaştırılmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Karşılaştırılan Bayesyen modeller yuvalanmış ise *BF*, klasik lojistik regresyon modellerinin karşılaştırılmasında kullanılan LR testine eşit olacaktır.

Denklem (2.42)'de *BF* yalnız bırakıldığında Denklem (2.43) elde edilmektedir.

$$BF_{21} = \frac{P(veri|M2)}{P(veri|M1)} = \frac{P(M2|veri)}{P(M1|veri)} \times \frac{P(M1)}{P(M2)} \quad (2.43)$$

Başparmak kuralına göre, $\log_{10}(BF_{21}) > 2$ eşitsizliği sağlanırsa, M1 modeli ile karşılaştırıldığında M2 modeli kesin olarak desteklenir. Bununla birlikte $0,5 < \log_{10}(BF_{21}) < 2$ eşitsizliği sağlanırsa, M2 kısmen desteklenir. Son olarak $\log_{10}(BF_{21}) < 0.5$ eşitsizliği durumunda model seçimi için karar verilemez (Kass ve Raftery, 1995).

2.9.2. Sapma Bilgi Kriteri

Sapma Bilgi Kriteri (Deviance Information Criteria-DIC), Spiegelhalter vd. (2002) tarafından önerilen ve Bayesyen modellerin karşılaştırılmasında kullanılan ölçütlerden biridir. Sapma, olabilirliğin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$D(veri, M) = -2\log(p(veri|M)) \quad (2.44)$$

MCMC algoritmasının n kez çalıştırılması durumunda elde edilen parametre değerleri θ_i olarak tanımlansın. Bu durumda n simülasyon için ortalama sapma, Denklem (2.44)'ten yararlanarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(veri, \theta_i) \quad (2.45)$$

Böylece simülasyonların ortalama parametre değerlerinin sapması Denklem (2.46)'daki gibi olur.

$$\hat{D} = D(veri, \bar{\theta}_i) \quad (2.46)$$

DIC, Denklem (2.45) ile verilen ortalama sapmadır, ancak modele eklenen her bir parametre sapmayı azaltacağından, modeldeki parametre sayısına göre ceza terimi eklenmektedir. Bu sebeple *DIC*, Denklem (2.47) ile verilen "etkili parametre sayısı (effective number of parameters)" tahminini kullanır (Hosmer vd., 2013, s.428).

$$p_D = \bar{D} - \hat{D} \quad (2.47)$$

$$DIC = \bar{D} + p_D \quad (2.48)$$

Küçük *DIC* değeri daha iyi bir modeli işaret etmektedir. Başparmak kuralına göre, *DIC*'teki değişim 4'ten büyükse, daha küçük *DIC* değerine sahip model önemli ölçüde desteklenir (Spiegelhalter vd., 2002).

2.9.3. Sonsal Dağılımın Öngörü Kontrolü

Bir modelin verilere uygunluğunu kontrol etmek için kullanılan temel yöntemlerden bir diğeri, sonsal dağılımın öngörü kontrolüdür (posterior predictive checking). Bu yöntemde ortak sonsal öngörü dağılımından simüle edilmiş değerler elde edilir ve bu örnekler gözlemlenen verilerle karşılaştırılır. Simülasyonlar ve gözlemlenen veriler arasındaki farkın büyüklüğü, modelin uyumunun iyi olmadığına işaret etmektedir (Gelman vd., 2014, s.143).

2.9.4. Sonsal Dağılımın Grafiksel Öngörü Kontrolü

Grafiksel model kontrolünün temel fikri, gözlemlenen veriler ile tahmin edilen modelden simüle edilmiş değerleri birlikte gözlemlemektir. Böylelikle gerçek ile simüle edilmiş değerler arasındaki sistematik tutarsızlıkların belirlenmesi amaçlanmaktadır (Gelman vd., 2014, s.153). Bu amaçla üç tür grafik kullanılmaktadır. Bunlar;

- Tüm verilerin doğrudan görüntülenmesi.
- Verinin özet istatistikleri veya parametre çıkarımlarının görüntülenmesi. Bu gösterim, veri kümesi büyük olduğunda ve modelin belirli bir yönünün uyumuna odaklanmak istenildiğinde kullanışlı olmaktadır.
- Kalıntıların veya diğer tutarsızlık ölçülerinin görüntülenmesi

2.10. Bayesyen Yaklaşım ile İlgili Literatür Taraması

Groenewald ve Mokgatlhe (2005), Gibbs örnekleme yöntemi kullanarak lojit modelde parametrelerin marjinal sonsal dağılımlarından değerleri simüle etmek için bir yöntem önermiştir. Bu model ile rakip modellere kıyasla marjinal olabilirlikleri hesaplamının oldukça uygun olduğunu ifade etmiştir. Çalışmada biri medikal diğeri ise öğrencilerin iş beklentileri olmak üzere iki farklı uygulama yapılmıştır.

Cılız (2007), tezinde pırlanta taşının fiyatına etki eden unsurları Bayesyen ve Klasik regresyon yöntemleri ile analiz etmiştir. Elde ettiği bulgulara göre Bayesyen regresyon ile elde edilen parametreler EKK ile elde edilen parametrelere göre daha düşük standart sapmaya ve daha dar bir güvenilir aralığa sahiptir. Dolayısıyla Bayesyen yöntemin daha güvenilir ve tutarlı olduğunu belirtmiştir.

Ekici (2009), klasik ve Bayesci yaklaşımların kavramsal farklılıklarını ele aldığı çalışmada her iki yaklaşımdaki temel tanımlarla karşılaştırmalı bir analiz yapmıştır. Objektif ve sübjektif Bayesci yaklaşım ayrımını yaparak konuyla ilgili literatürdeki görüşlere yer vermiştir.

Webster (2011), Bayesyen lojistik regresyondan hareketle kredi skorlama modeli oluşturduğu tezinde önsel bilgi kullanımının finansal kuruluşlar için oldukça faydalı olduğunu belirtmiştir. Bunun yanı sıra erişilebilir veri miktarının artmasının ilgili önsel bilgi kullanımını azalttığını ifade etmiştir.

Cengiz vd. (2012), uygulamada sıklıkla kullanılan Bayesyen yaklaşımları ele almış ve MCMC yöntemlerinden Gibbs örneklemesi ile Metropolis algoritmasına değinmişlerdir. Ele aldıkları lojistik regresyon modelinin iki farklı uygulamasını yaparak Bayesyen yaklaşımın klasik yaklaşımlara göre daha iyi performans sergilediğini belirtmişlerdir.

Avcı (2013), 2011 yılında yapılmış olan farklı iki üniversitedeki önsel bilgiyi kullanarak Marmara Üniversitesi'nde 2013 yılında eğitim görmekte olan öğrencilerin kredi kartı sahipliğini etkilemede etkili olan demografik ve sosyo-ekonomik faktörleri analiz etmiştir. Yöntem olarak Bayesyen lojistik regresyon kullandığı çalışmada, klasik yaklaşımla Bayesyen yaklaşımı karşılaştırmış ve Bayesyen yaklaşımdan hesaplanan bilgi kriterlerinin değerlerinin daha düşük olduğunu göstermiştir. Önsel bilgiye başvurma esnekliğinden dolayı Bayesyen yaklaşımın klasik yaklaşıma göre daha avantajlı olduğunu ifade etmiştir.

Gasım (2013), Türkiye'de cari açığın belirleyicilerini klasik ve Bayesyen regresyonla 1980- 2012 dönemi için analiz ettiği tezinde, Bayesyen regresyondan elde edilen bilgi kriteri değerlerinin daha küçük olduğunu ve bu yöntemin daha uygun olduğunu ifade etmiştir.

Güner (2014), aylık kadın kıyafeti satış adedine ilişkin 1997 – 2013 yıllarına ait verilerle Bayesyen çerçevede sonsal dağılımın parametrelerini elde etmek için eşlenik ve Jeffreys Önsel dağılımlarından faydalanmıştır. Eşlenik önsel dağılımı ve Jeffreys önsel dağılımı ile elde edilen ortalama tahmin sonuçlarına göre, ek bilgi kullanıldıkça gerçek değerlere daha yakın sonuçlar elde edildiğini ifade etmiştir.

Aksoy ve Güner (2015), 2002 – 2014 yıllarına ait tekstil ihracat verilerini kullanmışlar ve talep tahmini için Bayesyen yaklaşımdan faydalanmışlardır. Çalışmada veri

döneminin bir kısmı önsel bilginin elde edilmesi için ayrılmış ve takip eden yıllar sırasıyla tahmin edilmiştir. Üçüncü güncelleme sürecinin ardından gerçek talep verileri % 3 hata payı ile Bayesyen yaklaşımdan elde edilebilmiştir.

Gahayr (2015), tezinde Somali’li gençlerin eğitim ve yaşlarına göre mutluluğunun modellenmesinde klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyondan yararlanmıştır. Uygulama bulgularına dayanarak Bayesyen çerçevede elde edilen tahminlerin daha doğru olduğunu ifade etmiştir.

Yılmaz (2016), klasik ve Bayesyen yaklaşımla iki kategorili lojistik regresyon ile OECD ülkelerinde yaşam memnuniyetini analiz ettiği tez çalışmasında, küçük örneklemelerde Bayesyen lojistik regresyonun klasik lojistik regresyona göre daha kullanışlı olduğunu ifade etmiştir.

Sigeze (2017), hanehalkı yağ tüketim tercihlerini etkileyen etmenlerin belirlenmesinde 2009 yılı Hanehalkı Bütçe Anketi mikro veri setiyle MCMC algoritması kullanarak multinominal probit modeli oluşturmuştur. Elde ettiği bulgulara göre Bayes yöntemi ve EÇO yöntemi ile elde edilen katsayıların anlamlılıkları ve işaretleri benzer sonuçlar vermektedir. Ancak her iki yöntemle elde edilen katsayıların büyüklükleri farklıdır.

Sigeze Güney (2018), Türkiye’de yoksulluğun belirleyicilerini ortaya koymak için Bayesyen panel multinominal lojistik regresyon modeli kullandığı doktora tez çalışmasında kapsamlı bir analiz yapmıştır. Klasik ve Bayesyen tahmin sonuçlarını ayrı ayrı ele alarak her iki yaklaşımdan elde edilen bulguları karşılaştırmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BİST’TE İŞLEM GÖREN İMALAT SEKTÖRÜNDEKİ İŞLETMELERİN FİNANSAL BAŞARISIZLIKLARININ TAHMİNİ

Sanayi sektörü içerisinde yer alan imalat sanayi, sürdürülebilir ekonomik büyümeye katkı sağlayan temel sektörlerden biridir. Kişi başına düşen milli gelirin belirlenmesinde önemli bir role sahip olan imalat sanayi sektörü, aynı zamanda teknolojik gelişmelerle birlikte diğer sektörleri de etkilediğinden, ülkelerin gelişmesinde kritik bir öneme sahiptir. Çin örneğinden de görülebileceği gibi, imalat sektöründe gerçekleşen üretim artışı ülkelerin ekonomik refah düzeyini arttırmalarını sağlamaktadır. Bununla birlikte imalat sanayi, ülke ekonomisine sağladığı katma değer ve istihdam ile sanayi sektörünün en önemli alt sektörü konumundadır. İmalat sanayi gelişmiş ülkeler için iyi ücretli istihdam anlamına gelirken özellikle gelişmekte olan ülkeler için ekonomik büyümenin motoru olarak görülmektedir. Büyüme ve kalkınmanın sağlanması için iyi bir imalat sanayine sahip olmak ülkeler için oldukça gereklidir (Şahin, 2015, s.82).

3.1. İmalat Sanayi Sektörünün Değerlendirilmesi

İktisadi kalkınma teorileri ülkelerin kalkınmaları için gerekli en önemli unsurun sanayideki gelişmeler olduğu yönündedir. Clark (1956) sanayileşmeyi ikincil sektör hacminin diğer sektörlerle göre daha hızlı genişlemesi olarak ifade etmektedir. Sanayileşme ile birlikte üretimde yeni teknolojilerin kullanımı artmaktadır ve katma değeri yüksek olan ürünlerin üretim faaliyetlerinde emek yoğunundan teknoloji yoğununa doğru bir dönüşüm gerçekleşmektedir (Şahin, 2015, s.87). Ülkeler açısından dört aşamada gerçekleşen sanayileşme sürecinin ilk aşaması, “ithalat ve makine kullanımı”dır. Bu aşamada ithal edilen makinenin kullanımı öğrenilerek işgücü verimliliği arttırılmaya çalışılır. İkinci aşama, “teknolojinin benimsenmesi”dir. Belirli bir süre sonra ithalatçı ülke makineyi daha iyi kullanmaya başlayacak ve sonrasında makinenin tamir ve bakımını da yapabilecek duruma gelecektir. Üçüncü aşama ise “taklit” sürecidir. Artık ithalatçı ülkede işletmeler geriye mühendislik yoluyla ithal

ettikleri makinelere benzer makine üretebilecek duruma gelirler ve böylelikle yeni bir sektör ortaya çıkmış olur. Son olarak dördüncü aşama, “yenilik ve ürün” sürecidir. Üretilen yeni makineler sayesinde sermaye derinliği ve verimlilik arttırılmış olur. Ülkelerin bu aşamaya gelebilmesi için Ar-Ge harcamalarını arttırmaları gerekmektedir. Bu aşamaya ulaşan ülkelerin piyasadaki rekabet gücü artar ve fiyat belirleme yetisine sahip olurlar (T.C. Kalkınma Bakanlığı, 2018, s.5-6). Türkiye sanayileşme sürecinde ikinci aşamada olan bir ülke konumundadır. Bunun sebebi Türkiye’nin sanayileşme sürecinde ağırlıklı olarak ithal ürünlerden yararlanmasıdır. Üretimini ithal edilen makinelerle yapan Türkiye, sanayi malı ihracatı yapmakla birlikte genellikle orta düzeyli teknolojiye sahip ürünleri ihraç etmektedir. Yüksek düzeyli teknolojiye sahip ürünlerin taklit edilebilmesi için gerekli yatırımlar nispeten yenidir (T.C. Kalkınma Bakanlığı, 2018, s.7).

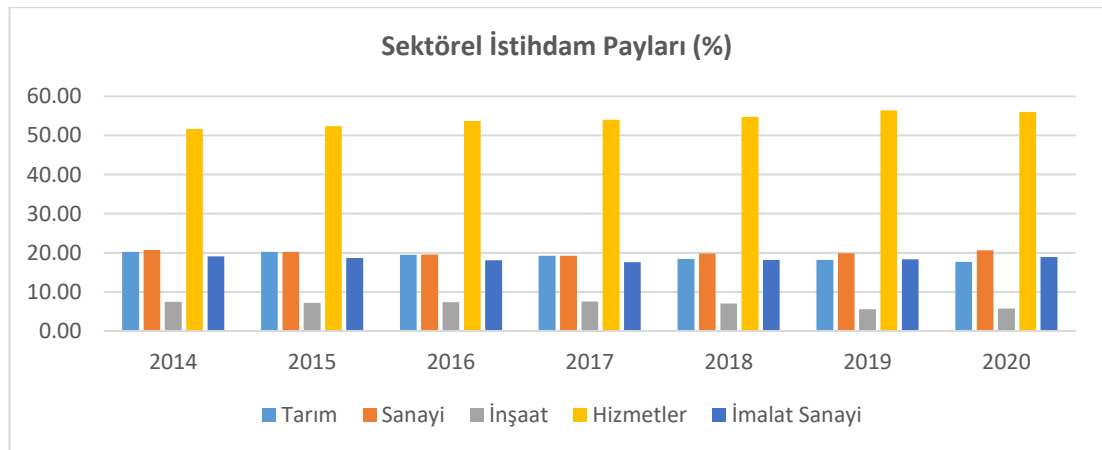
Türkiye’deki imalat sanayinin yapısındaki en önemli sorun yüksek teknolojili ürünlerin üretimdeki genel payının düşük olmasıdır. Türkiye’nin Avrupa Birliği pazarında en güçlü olduğu kategorinin düşük teknolojili ürünler olduğu görülmektedir. Bununla birlikte orta teknoloji düzeyindeki pazar payı ise artış göstermektedir. Ancak Türkiye’nin mevcut teknoloji durumuyla gelişmiş ülkelerdeki gibi uzun dönemli büyüme sağlaması mümkün görünmemektedir (T.C. Kalkınma Bakanlığı, 2014, s.10). Bir ülkedeki ihracata konu olan ürünlerin gelişmiş ülkelerdeki ihraç edilen ürünlere benzerlik durumunu ifade eden sofistikasyon düzeyi açısından bakıldığında, Türkiye’nin sofistikasyon düzeyinin gelişmiş ekonomilerle kıyaslandığında, oldukça düşük olduğu görülmektedir (T.C. Kalkınma Bakanlığı, 2014, s.13).

Türkiye hammadde açısından zengin bir kaynağa sahiptir ve coğrafik olarak böyle bir kaynağa sahip olmanın sanayileşme sürecinde önemli bir katkısı bulunmaktadır. Ancak Türkiye sahip olduğu hammaddenin önemli bir kısmını işlemeden ihraç etmektedir. Bunun yanı sıra sanayi tesislerinin çalışmasında kullanılan enerji kaynakları açısından bakıldığında, Türkiye’nin petrol ve doğalgaz gibi klasik enerji kaynaklarını kullandığı görülmektedir. Sanayinin gelişmesiyle birlikte enerji tüketiminin artması da bazı sorunları beraberinde getirmektedir. Üretimde enerji

kaynağı olarak kullanılan petrol ve doğalgazın ithalat yoluyla temin edilmesi Türkiye'nin enerji maliyetlerini arttırmaktadır ve bu durum sanayi sektörünün olumsuz etkilenmesine sebep olmaktadır (İmer, 2015, s.115). Bununla birlikte 2018 yılı itibariyle, çoğunlukla kurda meydana gelen artışlardan kaynaklanan enflasyon oranlarının artması yurtiçi talebin düşmesine sebep olmuştur. Talebin düşmesi imalat sanayi sektöründe kapasite kullanım oranlarının düşüşünü de beraberinde getirmiştir. Bir üretim kaleminde belli bir dönem içinde gerçekleşen üretim miktarının, tam kapasite ile üretebileceği maksimum üretim miktarına oranlanmasıyla elde edilen kapasite kullanım oranlarındaki düşüş, imalat sanayi sektörünün üretiminde azalma olduğu bilgisini vermektedir. İmalat sanayi sektöründeki kapasite kullanım oranı 2017 yılında 78.5 iken 2018 yılında 1.7 puan düşüşle 76.8 olarak gerçekleşmiştir. Alt sektörler açısından bakıldığında 2018 yılında en fazla düşüş “kok kömürü ve rafine edilmiş petrol ürünleri” sektörü olmuştur.

Türkiye’de sektörlerin toplam istihdam içindeki payı Şekil 3.1’de verilmiştir. İmalat sektörünün verimliliği diğer sektörlerle kıyasla daha yüksek olmasına rağmen, istihdam payı bakımından hizmetler sektörünün çok altında kalmıştır.

Şekil 3.1: Türkiye’deki sektörlerin toplam istihdam içindeki payları

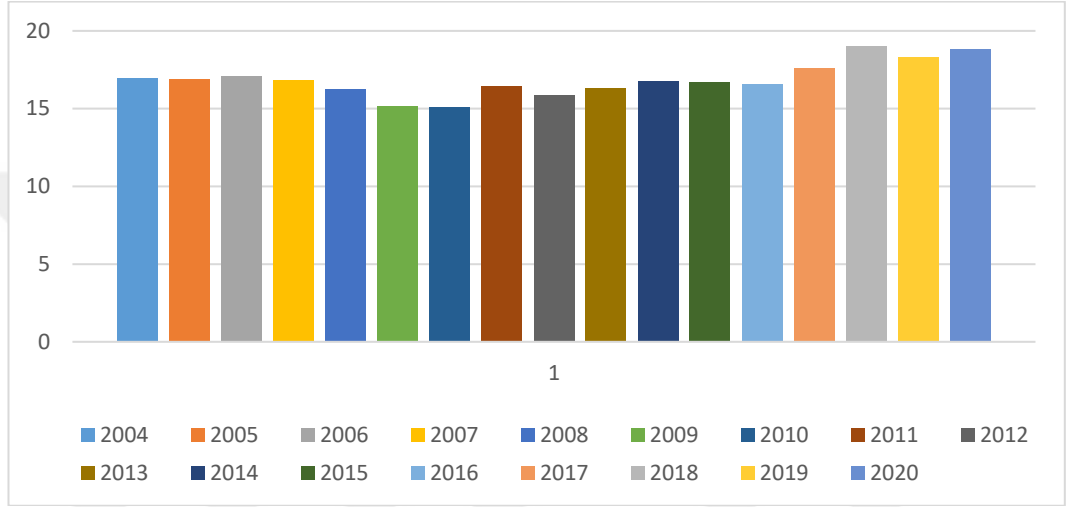


Kaynak: TÜİK

Ülkelerin sanayileşme düzeylerinin artması, imalat katma değerinin GSYİH içindeki payının da artmasını sağlamaktadır. Türkiye’nin imalat sanayi sektörünün katma değerinin 2004-2020 yılları arasındaki seyri Şekil 3.2’de verilmiştir. Buradan

hareketle 2004 yılında Türkiye'nin katma değeri %16.9, 2020 yılında ise %18.83 olarak gerçekleşmiştir. 2004 yılına kıyasla katma değerinin payında artış sağlandığı görülmektedir. Ancak Türkiye en yüksek katma değere (%19.04) 2018 yılında ulaşmıştır.

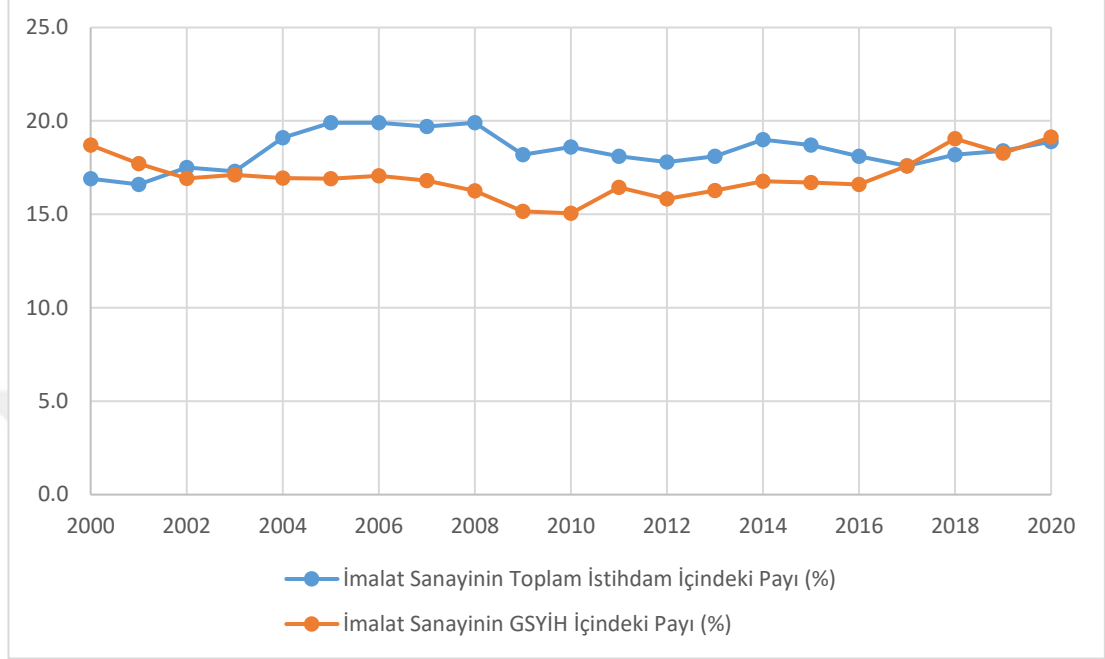
Şekil 3.2: Türkiye'nin imalat sanayi sektörünün katma değeri (%)



Kaynak: Dünya Bankası

İmalat sanayi sektörünün ekonomik büyümeye olan katkısı, sektörün GSYİH'deki payı ve toplam istihdam içindeki payı ile değerlendirilebilir. Türk imalat sanayi sektörünün ekonomideki yeri ve önemi Şekil 3.3 ile görülebilir. Türkiye'nin imalat sektöründeki istihdamının toplam istihdam içindeki payı 2000 yılında %16.9 iken 2020 yılında %18.9 seviyesine ulaşmıştır. Toplam GSYİH içindeki payı ise 2000 yılında %18.7 iken 2018 ve 2020 yılında sırasıyla %19, %19.1 olarak gerçekleşmiştir.

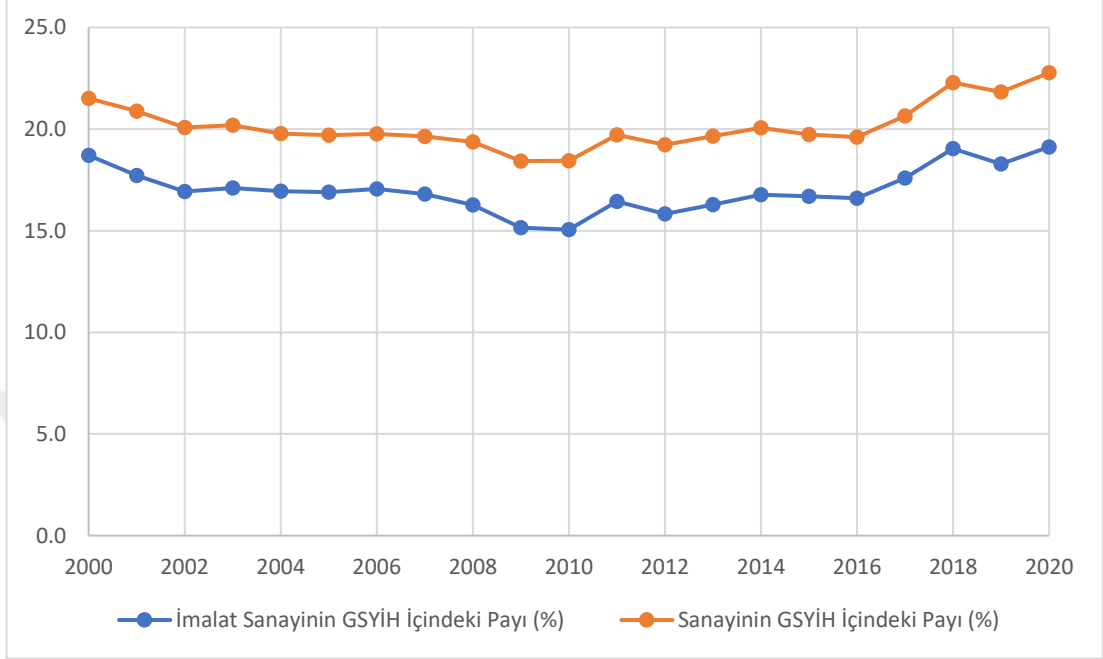
Şekil 3.3: İmalat sanayinin toplam istihdam ve gayrisafi yurtiçi hasıla içindeki paylarının karşılaştırılması



Kaynak: ILO ve TCMB

Buna ek olarak Türkiye'nin imalat sanayi sektörünün ve genel olarak sanayi sektörünün GSYİH içindeki paylarının 2000-2020 yılları arası karşılaştırılması Şekil 3.4'de verilmiştir. Sanayi sektörüne kıyasla imalat sanayinin GSYİH'daki payı daha az olarak gerçekleşmiştir. Öyle ki sanayi sektörünün GSYİH içindeki payı 2000 yılında %21.5 iken, imalat sanayinin GSYİH'daki payı %18.7 düzeyindedir. Benzer şekilde 2020 yılında sanayi sektörünün GSYİH'daki payı %22.8, iken imalat sanayide bu değer %19.1 olarak gerçekleşmiştir.

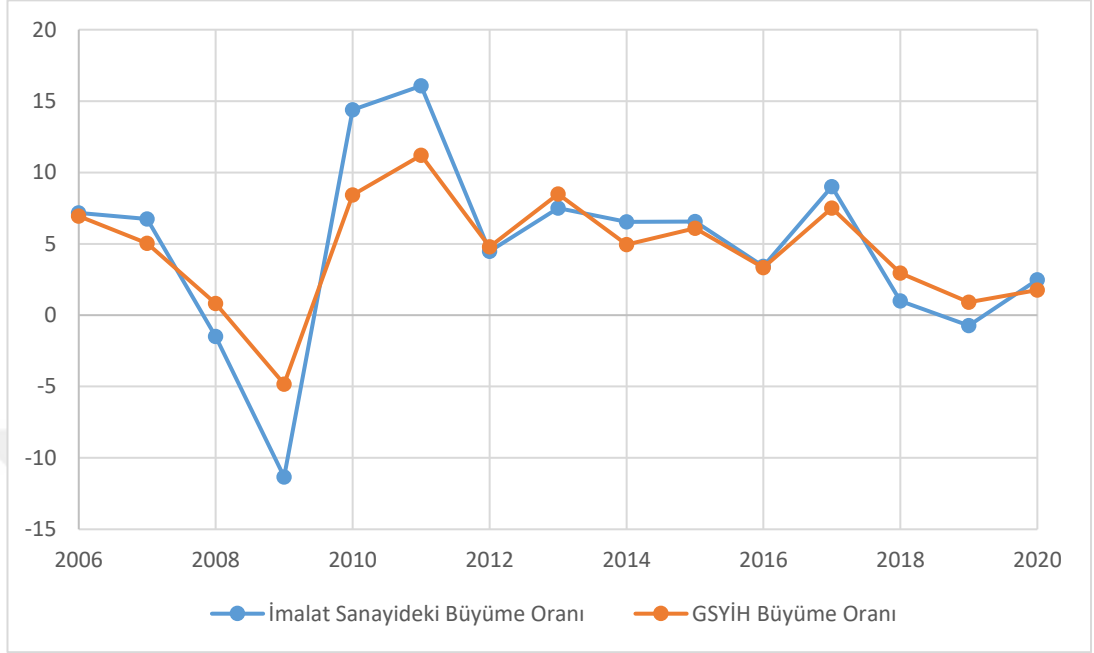
Şekil 3.4: İmalat sanayi ve sanayi sektörünün gayrisafi yurtiçi hasıla içindeki paylarının karşılaştırılması



Kaynak: TCMB

İmalat sanayinin ekonomideki durumunun izlenebilmesi için imalat sanayideki büyüme ile GSYİH'daki büyüme oranları da karşılaştırılabilir. Şekil 3.5 incelendiğinde imalat sanayideki ve GSYİH'daki büyüme oranları birlikte hareket etmekle birlikte ekonomik büyümenin pozitif olduğu dönemlerde imalat sanayi sektörünün büyüme oranının, GSYİH büyüme oranını aştığı görülmektedir. 2006 yılında imalat sanayi sektöründeki büyüme %7.2, GSYİH'daki büyüme %6.9 seviyesinde iken 2009 krizi döneminde sırasıyla %-11.3 ve %-4.8 şeklindedir. Kriz dönemi büyüme oranlarındaki bu azalış, 2010 yılı itibariyle pozitif büyüme şeklinde gerçekleşmekle birlikte 2020 yılındaki büyüme oranları 2006 yılına kıyasla daha düşüktür.

Şekil 3.5: İmalat sanayindeki büyüme ile ekonomik büyümenin karşılaştırılması



Kaynak: TCMB

Ülkelerin sanayileşme düzeyi, sanayi sektörünün ekonomideki göreceli payı ile yakından ilişkilidir. Sektörün GSYİH içindeki payı, sektörel olarak istihdam düzeyi ve sanayi ürünlerindeki ihracatın sektörel dağılımı, ülkelerin sanayileşme düzeyinin belirlenmesinde belirleyici rol oynamaktadır. Tüm bu durumlar değerlendirildiğinde, imalat sanayinin mevcut halinde bir sorun olduğu söylenebilir. “Çeşitlenmedeki başarımızı, üretimimizin teknolojik niteliğini ve sofistikasyonunu geliştirmede gösteremediğimiz açıktır. Türkiye’nin rekabet gücünü atırabilmesi ve dünyanın en büyük 10 ekonomisi arasına girebilmesi için, imalat sanayi teknolojik yapısını bu ülkelerdeki yapıya doğru dönüştürmesi gerekmektedir” (T.C. Kalkınma Bakanlığı, 2014, s.17).

İmalat sanayi sektörünün istihdam payının hizmetler sektöründen sonraki en yüksek paya sahip olması, GSYİH içindeki payının yüksek olması, imalat sanayideki büyüme ile ekonomik büyümenin paralellik göstermesi ve sanayi sektörü içindeki en önemli alt sektör olması, sektörün kritik bir konuma sahip olduğunu göstermektedir. İmalat sanayi sektörü sahip olduğu bu özelliklerden dolayı, ekonomik büyümenin sağlanması

için itici güçlerinden biridir. İmalat sanayindeki olumlu gelişmeler, Türkiye gibi gelişmekte olan ülkeler için ekonomik büyümeyi de olumlu yönde etkileyecektir. Bu nedenle çalışmada, imalat sanayi sektöründeki işletmelerin finansal başarı durumunun önemli olduğu düşünülmektedir.

3.2. Finansal Başarısızlık

Finansal başarısızlığın kesin bir tanımını yapmak zor olmakla birlikte, bir işletmenin faaliyet nakit akışlarının, ticari krediler veya faiz giderleri gibi cari yükümlülüklerini karşılamak için yeterli olmadığı ve işletmenin önlem almaya zorlandığı durum olarak tanımlanabilir (Wruck, 1990, s.425). Finansal başarısızlık, işletmenin bir sözleşmede temerrüde düşmesine ve aynı zamanda işletme ile alacalıkları ve özsermaye yatırımcıları arasında yeniden yapılanmaya sebep olabilir.

İşletmeler daha yüksek borç oranı üstlendikçe, finansal başarısızlık riskini artırmaktadır. Finansal başarısız işletmeleri tanımlamak için çeşitli terimler kullanılmaktadır. Bunlar arasından en yaygın kullanılanlar, iflas (bankruptcy), temerrüde düşme (default) ve borcunu ödeyememe (insolvency) şeklindedir (Altman ve Hotchkiss, 2006, s.4; Son, 2019, s.3). İflas, borçlunun borçlarını ödemek için sahip olduğu mülk ve varlıkların tasfiyesi için yasal bir süreç iken (Altman ve Hotchkiss, 1993), borcunu ödeyememe, bir kişinin (veya işletmenin) borçlarının varlıklarını aştığı bir finansal durumdur. Borcunu ödeyememe aynı zamanda likidite problemlerine işaret eden olumsuz bir performans göstergesi olarak da değerlendirilmektedir. Buradan hareketle, her iflas etmiş işletme borcunu ödeyememe finansal durumunu yaşamakla birlikte, her borcunu ödeyemeyen işletme iflas etmemektedir. Temerrüt ise, işletmenin alacaklıyla yaptığı anlaşmanın bir koşulunu ihlal ettiği ve yasal işlem yapılmasına neden olabileceği bir durumu ifade etmektedir (Son, 2019, s.3). Finansal başarısızlığın en uç durumu, yasal maliyetleri içerdiğinden çok pahalı olabilen ve işletmenin varlıklarını zararına satmasına yol açabilen, iflastır (Mamo, 2011, s.1). Finansal başarısızlık kavramı işletmenin finansal riskini tahmin etmeye yönelik çalışmalarda iflas kavramı yerine daha fazla tercih edilmektedir. Bu tercihin avantajı,

finansal başarısızlık kavramının tanımı gereği iflasa göre daha esnek olması ve böylelikle örnek büyüklüğünün daha geniş tutulabilmesidir (Aktaş, 1997).

Finansal başarısız olan işletmelerde temettü indirimleri, fabrika kapanışları, zarar, işten çıkarma, CEO istifaları ve hisse senedi fiyatlarında düşüş gibi olaylar gerçekleşebilir (Ross vd., 2013, s.928).

İşletmelerin finansal başarısızlık durumuyla başedebilmesinin çeşitli yolları vardır (Ross vd., 2013, s.930). Bunlar;

- Büyük varlıkların satışı
- Başka bir işletme ile birleşme
- Sermaye harcamalarını azaltmak
- Yeni menkul kıymet ihraç etmek
- Bankalar ve alacaklılarla pazarlık yapmak
- Özsermaye ile borç değişimi yapmak
- İflas başvurusunda bulunmak

İlk üç madde işletmenin varlıklarıyla ilgilidir. Diğer maddeler ise finansal yeniden yapılandırma örnekleridir. Finansal başarısızlık, hem varlıkların yeniden yapılandırılmasını hem de finansal yeniden yapılandırmayı (bilançodaki değişiklikler) içerebilir (Ross vd., 2013, s.931). Yeniden yapılandırma ile birlikte finansal başarısız olan işletmelerin faaliyetlerini devam ettirmeleri amaçlanmaktadır.

3.2.1. Finansal Başarısızlık Tahmininin Önemi

Kurumsal başarısızlığın önlenmesi ve öngörülmesine olan yoğun ilginin birçok sebebi bulunmaktadır. Öncelikle birçok paydaş (girişimci, yöneticiler ve çalışanlar) işletmenin başarısına bel bağlamaktadır. Finansal açıdan sıkıntılı bir işletmenin piyasa değeri, paydaşları büyük ölçüde etkileyebilecek şekilde düşmektedir. Ayrıca, işletme başarısızlığı, her bir paydaş için olumsuz şoklara neden olabilir ve bu nedenle işletme başarısızlığının hem ekonomik hem de sosyal maliyeti büyük olabilir (Andreev, 2006, s.3). Bununla birlikte işletmenin başarısızlığı sadece paydaşlar için değil, aynı zamanda işletmenin çevresi (hissedarlar, kredi veren kurumlar, yatırımcılar, müşteriler, hükümet) ve bir bütün olarak ülke ekonomisi için de çeşitli maliyetler

doğurur. Kredi veren kurumlar, borçlarının ödenmeme riskinden kendilerini korumak için müşterilerini takip etmek durumundadırlar. Yatırımcılar, portföylerini en yüksek karlılığı sağlayacak şekilde belirlemek isterler. Kredi veren kurumlar finansal başarısızlık tahmin modellerinden yararlanarak, kredi verdikleri işletmelerin başarısızlığa düşme riskini değerlendirip, kredi verip vermeme kararı alabilir. Benzer şekilde yatırımcılar da portföylerindeki düşük getirili hisse senetlerini çıkarıp yüksek getirili olanları ekleyebilir. Bunun yanı sıra bulaşma etkileri nedeniyle, geniş ilişki ağına sahip bir işletmenin başarısız olmasının maliyeti, bir ülkenin tüm ekonomisini olumsuz olarak etkilemektedir (Laitinen ve Kankaanpää, 1999). Bu nedenle işletme başarısızlığının istihdam ve bölgesel ekonomik refah açısından önemli sonuçları olabilir (Andreev, 2006, s.3). Sonuç olarak, işletme başarısızlığının tahmini sadece bireysel açıdan değil, bir bütün olarak toplum için de önemlidir. İşletmelerin finansal başarısının değerlendirilmesinde çoğunlukla finansal oranlardan yararlanılmaktadır. Bu sebeple başlıca finansal oranların açıklanması gerekli görülmektedir.

3.2.2. Finansal Oranlar

İşletmelerin finansal yapısı, kar/zarar durumu, borçları ve varlıkları hakkında bilgi sağlayan iki temel finansal tablo bulunmaktadır. Bunlar, bilanço ve gelir tablolarıdır. Bilanço tablosu işletmenin varlıkları, borçları (yükümlülükleri) ve özsermayesi ile ilgili bilgileri içermektedir. Gelir tablosunda ise belirli bir dönem içinde işletmenin elde ettiği tüm gelirler, giderler ve üretilen malların maliyetleri raporlanmaktadır. Aynı zamanda gelir tablosunda işletmenin dönem net kar/zarar bilgisine de ulaşılmaktadır (Tatar ve Üner, 1992, s.214). Bu tablolardan elde edilen finansal oranlar yardımıyla analizler yapılarak, işletmelerin gelecekte beklenen finansal durumu ile ilgili bilgi sahibi olunmaktadır.

Finansal oranlar başlıca dört ana başlıkta değerlendirilebilir. Bunlar;

- Likidite oranları
- Finansal (mali, kaldıraç) yapı oranları

- Karlılık oranları
- Faaliyet (devir hızı, etkinlik) oranları

şeklinde sıralanabilir.

Genel olarak likidite, varlığın değerinde nakde dönüşme hızı olarak tanımlanmaktadır. Bununla birlikte likidite oranları, işletmenin kısa vadeli yükümlülüklerini ödeme gücünü göstermektedir. En fazla kullanılan likidite oranları;

- Cari oran = Dönen varlıklar / Kısa vadeli yükümlülükler
- Asit-Test (likidite) oranı = (Dönen varlıklar - Stoklar) / Kısa vadeli yükümlülükler
- Nakit oran = (Hazır değerler + Menkul kıymetler) / Kısa vadeli yükümlülükler

şeklindedir.

Finansal yapı oranları, işletmenin yükümlülüklerinin dağılımı ve uzun vadeli yükümlülüklerini ödeme gücü hakkında bilgi veren oranlardır. Bu oranlar arasında en fazla kullanılanlar,

- Finansal kaldıraç oranı = Toplam yükümlülükler / Toplam varlıklar
- Kısa vadeli borç varlık oranı = Kısa vadeli yükümlülükler / Toplam varlıklar
- Uzun vadeli borç varlık oranı = Uzun vadeli yükümlülükler / Toplam varlıklar
- Borç özsermaye oranı = Toplam yükümlülükler / Özsermaye

şeklindedir.

Karlılık oranları, işletmenin gelirleri ve giderleri arasındaki pozitif fark olarak tanımlanan karın, varlıklara, satışlara veya özsermayeye oranlanmasıyla hesaplanmaktadır.

- Aktif karlılığı = Net kar / Toplam varlıklar
- Özsermaye karlılığı = Net kar / Özsermaye
- Brüt kar marjı = Brüt kar / Satışlar
- Net kar marjı = Net kar / Satışlar

- Faliyet kar marjı = Faaliyet karı (FVÖK) / Satışlar

Faaliyet oranları yardımıyla, işletmenin satılacak mal üretiminde varlıklarını etkin bir şekilde kullanılıp kullanılmadığıyla ilgili bilgi sahibi olunabilir. En fazla kullanılan faaliyet oranları,

- Alacak devir hızı = Satışlar / Ticari alacaklar
- Ortalama tahsil süresi = 365 / Alacak devir hızı
- Aktif devir hızı = Satışlar / Toplam varlıklar

şeklindedir.

Çalışmada bu oranlara ek olarak, işletme için önemli olduğu düşünülen kalemlerin geçmiş döneme göre değişimini ifade eden ve literatürde de kullanılan büyüme oranlarına da yer verilmiştir. Bunun yanı sıra toplam varlıkların veya satışların logaritması alınmasıyla elde edilen ve işletmenin büyüklüğü olarak ifade edilen oranlar da çalışmada bağımsız değişken adayları olarak alınmıştır.

3.2.3. Finansal Başarısızlık Tahmin Modelleri

Son 50 yılda işletme başarısızlığının tahmini konusu, kurumsal finans alanında önemli bir araştırma alanına dönüşmüştür. Birçok araştırmacı tarafından işletme başarısızlığını yüksek doğrulukla tahmin eden kurumsal iflas modelleri geliştirilmiştir. Modellerin tahmin doğruluğu üzerinde önemli etkisi olduğundan, tüm tahmin modellerinde değişken seçimi her zaman temel bir konu olmuştur ve finansal oranlardan bu konuda çok fazla yararlanılmaktadır. Bunun sebebi finansal tabloların işletmenin özelliklerini, bilgilerini ve finansal koşullarını uygun şekilde rapor etmesidir (Noor vd., 2012, s.1536).

3.2.3.1. İki Kategorili Başarısızlık Tahmin Modelleri

William H. Beaver (1966) finansal oranları işletmelerin iflas tahmininde kullanan ilk çalışmadır. Beaver, 1954-1964 yılları arasında 79 başarılı ve 79 başarısız işletmeyi ele aldığı çalışmasında, başlangıçta 6 grupta topladığı 30 finansal oran belirlemiştir. Sonrasında her grubu temsilen bir değişken belirleyerek 6 finansal oran ile analize

devam etmiştir. Beaver (1966) çalışmasında, işletme başarısızlığını tahmin etmede en önemli oranın nakit akışı/toplam borç olduğunu belirlemiştir. Ancak Beaver'ın oranları tek başına kullanması statik bir analiz olarak yorumlanmış ve eleştirilmiştir. Daha sonraları finansal oranların bağımsız değişken olarak ele alındığı modeller üzerine yoğunlaşmıştır. Altman (1968) işletmelerin başarısızlığını tahmin etmek için istatistiksel model kullanan ilk çalışmadır. Altman (1968), borsada işlem gören imalat sektöründe faaliyet gösteren 33 iflas eden ve 33 iflas etmeyen işletmeyi içeren çalışmasında, başlangıçta 22 finansal oran ele almıştır ve çoklu diskriminant analizi (ÇDA) kullanmıştır. Z-skor olarak bilinen modelde kullanılan bağımsız değişkenler;

X_1 : Net çalışma sermayesi/Toplam varlıklar, X_2 : Dağıtılmamış karlar/Toplam varlıklar, X_3 : Faiz ve vergi öncesi kar (FVÖK)/Toplam varlıklar, X_4 : Hisselerin piyasa değeri/Toplam borcun defter değeri, X_5 : Satışlar/Toplam varlıklar şeklindedir. Z-Skor modeli, işletmelerin gelecekteki gelişimini etkilediği düşünülen seçilmiş finansal oranların ve bu oranların ağırlıklarını etkileyen katsayılara bağlı olarak, işletmenin olası iflasını öngörmektedir (Taffler, 1982). Sonraları Altman (1983), Z-skor modelinin halka açık işletmeler için uygun olduğunu, diğer işletme grupları için modelin geçerli olmadığını vurgulamıştır ve Z' -skor modelini önermiştir. (Altman vd., 2017, s.136).

Bununla birlikte Altman (1983), Z-skor modelini imalat sektöründe olmayan işletmelerin başarısızlık tahmininde de kullanılabilmesi için modelde değişiklikler yapmıştır ve Z'' -skor modelini tahmin etmiştir. Z ve Z' modellerinde yer alan X_5 değişkeni, Z'' modelinde yer almamaktadır. Altman'ın imalat sektöründe yer almayan işletmelerde X_5 değişkenini kaldırma sebebi, bu oranın perakende ve hizmet sektöründe faaliyet gösteren işletmelerde imalat sektöründekilere göre daha yüksek çıkmasıdır (Hayes vd., 2010, s.125).

Altman (1968) ile başlayan finansal başarısızlık literatürüne günümüze kadar birçok katkı yapılmaya devam edilmiştir. Deakin (1972), Blum (1974), Libby (1975) ve Altman vd. (1977) çalışmaları da Altman (1968) gibi ÇDA'ni kullanmışlardır. Ancak ÇDA, aynı kovaryans matrisine sahip iki grup için normal dağılım varsayımına

dayanmaktadır. Bu varsayımların finansal veriler için çok kısıtlayıcı olduğu ileri sürülmüştür (Eisenbeis, 1977, s.875). Ayrıca Deakin (1972), değişkenler normalleştirildiğinde bile birkaç finansal oranın normal dağılım göstermediğini ileri sürmüştür. Hamer (1983) ise, finansal başarısızlık tahmin modellerinin duyarlılığını değerlendirmiş ve her bir değişken setindeki kovaryans matrislerinin istatistiksel olarak farklı olduğuna dikkat çekmiştir. Bu bağlamda Ohlson (1980), ÇDA yerine lojistik regresyon analizini (LR) kullanan ilk çalışma olmuştur. Zmijewski (1984) probit regresyon (PR) analizinin kullanılmasını önermiştir. Taffler (1984), Birleşik Krallık için ayrı bir Z-skor modeli oluşturmuştur. 1980'lerin ortalarında finansal başarısızlık literatürüne Recursive Partitioning Analysis ve Karar Ağaçları yöntemleri kazandırılmıştır (Marais vd., 1984; Frydman vd., 1985). 1980'lerin sonlarına doğru ise Yapay Sinir Ağları (YSA) gibi makine öğrenmesi yöntemleri finansal başarısızlık çalışmalarına uygulanmaya başlanmıştır. Fanning ve Cogger (1994), genelleştirilmiş uyarlanabilir sinir ağları, geri yayılım algoritması ve LR yöntemlerini karşılaştırmıştır. Elde edilen bulgulara göre genelleştirilmiş uyarlanabilir sinir ağları algoritmasının diğer yöntemlere göre sınıflandırma başarısının daha fazla olduğu görülmüştür. 2000'li yıllarda yine makine öğrenmesi yöntemlerinden olan Destek Vektör Makinesi (DVM) kullanılmaya başlanmıştır. Fan ve Palaniswami (2000) finansal başarısızlık tahmin edicilerinin seçimi için DVM kullanan ilk çalışma olmuştur. Shumway (2001), klasik muhasebe verileri ve hisse senedi piyasası verilerini dahil ederek hazard model tahmini yapmıştır. Chen vd. (2006) dört farklı yöntem (ÇDA, LR, karar ağaçları, YSA) ile model tahminleri yapmış ve modellerin Tip I ve Tip II hatalarını karşılaştırmıştır. Chung vd. (2008) oran analizi, ÇDA ve YSA yöntemlerinin işletmeleri sınıflandırma başarılarını incelemiştir. Sun ve Li (2012), değişken seçim prosedürü olarak adımsal ÇDA, adımsal LR ve temel bileşenler analizini kullanmıştır. Değişken seçimlerinden sonra işletme başarısızlığının tahmini için DVM yöntemini kullanmıştır. Acosta-González ve Fernández-Rodríguez (2014) finansal oranların seçim prosedürü için Genetik Algoritma kullanmıştır ve belirlenen değişkenlerle LR model tahmin etmiştir. Lin vd. (2012) finansal başarısızlık modeli oluştururken karşılaşılan temel sorunun, iflas eden işletme sayısının diğer kategorilere göre nispeten az sayıda olmasına vurgu yapmıştır. Bunun üzerine iflas eden işletmelerin sayısını genişletmek için dört farklı

başarısızlık tanımını birlikte değerlendirmişlerdir. Akış esaslı başarısız olan işletmeleri belirlemek için faiz karşılama oranını ve stok esaslı başarısız işletmeleri belirlemek için ise özsermaye oranını kullanmışlardır. İflas eden işletmeler, stok esaslı başarısız işletmeler, akış esaslı başarısız işletmeler ile başarılı işletmeleri ikili gruplara ayırarak ikili LR yöntemini kullanmışlardır. Sensini (2016) adımsal seçim prosedürü ile finansal oranları belirledikten sonra LASSO (En Küçük Mutlak Daralma ve Seçim Operatörü) yöntemini kullanmıştır.

İşletmeleri başarılı ve başarısız şeklinde sınıflandırarak oluşturulan iki kategorili bağımlı değişken kullanmanın avantajı, başarısız işletmeler kategorisinin hem çok sıkıntılı hem de nispeten daha az sıkıntılı işletmeleri birlikte içermesidir. Böylelikle başarısız işletmeler kategorisindeki gözlem sayısı artırılmış olmaktadır. Ancak bu şekilde oluşturulan iki kategorili bağımlı değişkene yapılan en önemli eleştiri, başarısız kategorisinin heterojen işletmelerden oluşmasıdır. Aksine, aynı kategori içindeki işletmeler homojen olmalıdır ve başarısız işletmelerin anakütlesini temsil etmelidir (Altman vd., 1981). Başarılı ve iflas şeklinde oluşturulan iki kategorili bağımlı değişken kullanmanın avantajı ise, araştırmacının çeşitli kaynaklardan yararlanarak iflas eden işletmeleri belirleyebilmesidir. Ayrıca finansal muhasebe bilgilerinin kullanıcıları, muhasebeciler ve araştırmacıların, finansal başarısızlığın geleneksel tanımı olarak iflası kullanma eğilimleri vardır (Ward, 2007, s.95). Bununla birlikte mevcut finansal başarısızlık literatürüyle ilgili iki sınırlama vardır. Finansal başarısızlık ile yapılan çalışmaların ilk ve en önemli sınırlaması, işletmeleri iflas eden ve başarılı şeklinde ayıran ikili bağımlı değişken kullanılmasıdır. Finansal başarısızlığın ikiye ayrılması, finansal başarısızlık sürecinin aşırı basit bir temsildir ve altta yatan gerçek yapıyı yakalama olasılığı düşüktür. İşletmeler sadece iflas eden ve başarılı olarak değil, aynı zamanda günden güne ve dönemden döneme değişen finansal başarısızlık durumu yaşamaktadır (Ward, 1994, s.548). Bunun yanı sıra iflas kavramı, kurumsal finansal sıkıntıların altında yatan ekonomik gerçeği her zaman yansıtmayabilir. Ayrıca başarısızlığın iki kategorili olarak ele alınması bazı teorik finansal başarısızlık modelleriyle de tutarsız olabilmektedir. Tabii ki, finansal sıkıntı yaşayan işletmelerin hepsinin sonu iflas ile sonuçlanmamaktadır. İşletmenin iflas

etmesi finansal başarısızlığın en uç noktasını temsil etmektedir. Bu sebeple finansal başarısızlık en iyi şekilde “finansal açıdan zayıf” olmaktan iflasa doğru bir geçiş olarak tasvir edilmelidir (Johnsen ve Melicher, 1994, s.270). Finansal başarısızlık literatürünün ikinci sorunu ise, doğrusal diskriminant analizi, ikili lojistik regresyon, probit regresyon ve MLR gibi temel modelleme yaklaşımlarına dayanmasıdır (Jones ve Hensher, 2007, s.90). Son yıllarda, kategorik bağımlı değişkenler için yapılan çalışmalar, temel tahmin tekniklerinin çok ötesine geçmiştir (bkz. Louviere vd., 2000; Hensher vd., 2005; Greene, 2005; Jones ve Hensher, 2007).

3.2.3.2. Çok Kategorili Başarısızlık Tahmin Modelleri

Kurumsal finansal sağlığın sürekliliğini yaklaşık olarak tahmin etmek için çok kategorili bağımlı değişken kullanan ilk çalışma Lau (1987)’dir. Lau (1987) çalışmasında işletmeleri finansal istikrar, temettü ödemelerinin atlanması veya azaltılması, kredi ödemelerinde temerrüt, koruma altına alınma, iflas ve tasfiye şeklinde beş kategoride ele almıştır. MLR analizinin kullanıldığı çalışmada doğru sınıflandırma olasılığı, Beaver (1966), Altman (1968), Deakin (1972), Blum (1974), Altman vd. (1977), Ohlson (1980) ve Zmijewski (1984) modelleri ile karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte, Lau’nun çalışmasının önemli bir sınırlaması, kullandığı istatistiksel yöntemden dolayı bağımlı değişkeninin ordinal yapısını modeline dahil etmemiş olmasıdır (Ward, 1994, s.549). Bu sınırlamanın sebebi, ordinal ölçekli bağımlı değişkenler için MLR’nin, ordinal lojistik regresyon modellerinden daha düşük tahmin performansına sahip olmasıdır (Agresti, 1984; Kennedy, 1992). Ward (1994), Lau’nun beş kategorili modeline benzer şekilde ordinal dört kategorili (sağlıklı işletmeler, hisse başına nakit temettüde yüzde kırktan fazla azalma yaşayan işletmeler, kredi anapara/faiz temerrüdü veya borç düzenlemesi yaşayan işletmeler, iflas eden işletmeler) model geliştirmiştir. Ward, tahmin modellerini oluşturmak için ordinal LR kullanarak ve böylece bağımlı değişkenin ordinal ölçeğini dahil ederek Lau’nun çalışmasının metodolojisini genişletmiştir.

Johnsen ve Melicher (1994), iflas etmeyen, finansal olarak zayıf ve iflas eden şeklinde üç kategorili bir bağımlı değişken ele almıştır. Çalışmasında Beaver (1966) ve Altman

vd. (1977) Zeta modellerini, ikili LR ve MLR yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir ve sonuçları karşılaştırmıştır. Ward ve Foster (1996) çalışmasında, Ward (1994)'deki gibi dört kategorili bağımlı değişken için ordinal LR yöntemini kullanmıştır. Barniv vd. (1997), YSA, ordinal LR ve nonparametrik ÇDA yöntemlerinin sınıflandırma performanslarını karşılaştırmıştır ve YSA'nın diğer yöntemlere göre daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır. Jones ve Hensher (2004) ise iflas etmeyen, iflas eden ve iflas başvurusunda bulunan işletme şeklinde ordinal üç kategorili bağımlı değişken oluşturmuştur. Daha önce kullanılan yöntemlerin (ÇDA, LR, PR, MLR) eksikliklerine değinerek iflas tahmininde sıralı karma lojistik (ordered mixed logistic) regresyon kullanan ilk çalışma olmuştur. Jones ve Hensher (2007) MLR yönteminin IIA varsayımını sağlamadığında daha güvenilir sonuçlar veren multinominal yuvalanmış lojistik regresyon yöntemini kullanmış ve bağımlı değişkeni iflas etmeyen, iflas eden, finansal açıdan sıkıntılı, iflas başvurusunda bulunan işletmeler şeklinde sınıflandırmıştır. Hensher vd. (2007) çalışmasında, Jones ve Hensher (2004)'in kullandığı sıralı karma lojistik regresyon modelinden daha gelişmiş bir model olan hata bileşeni logit modelini kullanmıştır. Hensher vd. (2007) iflas etmeyen, iflas eden, finansal açıdan sıkıntılı ve iflas başvurusunda bulunan işletmeler şeklinde nominal dört kategorili bağımlı değişken ele almıştır. Ward (2007) çalışmasında üç farklı kategorik bağımlı değişken oluşturmuştur. Bunlardan biri; kategorileri sağlıklı, hisse başına nakit temettüde yüzde kırktan fazla azalma yaşayan, kredi anapara/faiz temerrüdü veya borç düzenlemesi yaşayan ve iflas eden işletmeler olan ordinal dört kategorili değişkendir. Diğerleri ise; sağlıklı, hisse başına nakit temettüde yüzde kırktan fazla azalma yaşayan işletmeler ve sağlıklı, iflas eden işletmeler şeklinde iki kategorili değişkenlerdir. Ward (2007), ikili ve çok kategorili bağımlı değişkenler için sırasıyla LR ve ordinal LR yöntemlerinin sınıflandırma başarılarını karşılaştırmıştır. Andreev (2006) başarılı, iflas başvurusunda bulunan ve iflas eden işletmeler şeklinde oluşturduğu nominal üç kategorili bağımlı değişken ile MLR model tahmini yapmıştır. Yao (2009) ise nominal üç kategorili bağımlı değişken oluşturmuştur. DVM ile MLR yönteminin tahmin performansını karşılaştırdığı çalışmada, DVM'nin MLR'ye kıyasla daha iyi genellemeye sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Maharaulle (2011) başarılı, akış esaslı başarısız ve stok esaslı başarısız

işletmeler şeklinde nominal üç kategorili bağımlı değişken oluşturarak MLR model tahmin etmiştir.

İşletme başarısızlığının tahmin edildiği Türkçe literatürdeki çalışmalar incelendiğinde, iki kategorili bağımlı değişkenlerin kullanıldığı görölmüştür. Finansal başarısızlığın çok kategorili olarak değerlendirildiği bir çalışmaya rastlanmamıştır.

3.3. İmalat Sanayi İşletmelerinin Finansal Başarısızlığının Değerlendirilmesi

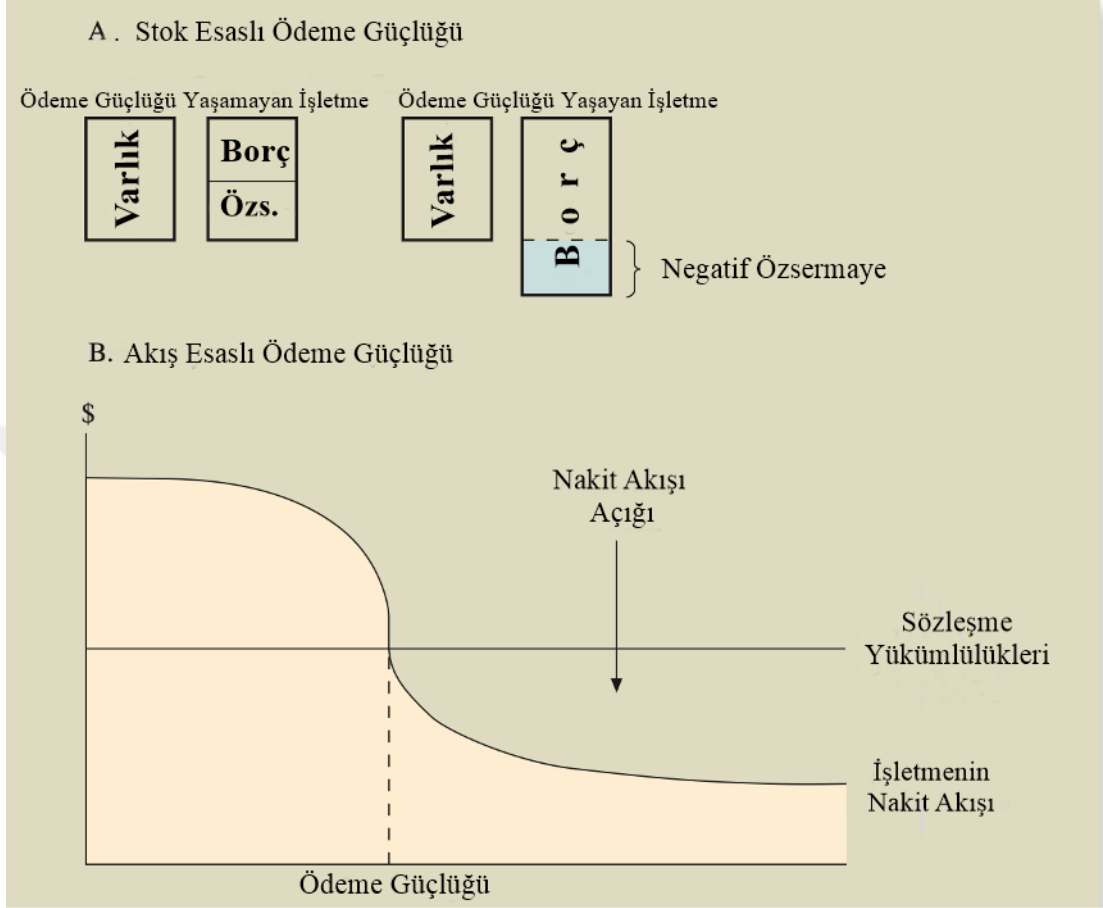
Finansal başarısızlık, iflas, temerrüt, borcunu ödeyememe, tasfiye gibi durumları içeren çok kapsamlı bir tanıma sahip olmakla birlikte belirsizlik içermektedir. Bu sebeple finansal başarısızlık tahmini yapılırken, kullanılan başarısızlık tanımının kapsamı ve sınırları önceden belirlenmelidir.

Altman (1983) ve Ross vd. (1999) finansal başarısızlığın iki şekilde ortaya çıktığını vurgulamıştır. Bunlar;

- Akış esaslı ödeme güçlüğü (flow-based insolvency)
- Stok esaslı ödeme güçlüğü (stock-based insolvency) şeklindedir.

Ödeme güçlüğü ile alakalı bu iki kavram şekil 3.6'da gösterilmektedir. Stok esaslı ödeme güçlüğü, işletme negatif net değere sahip olduğunda meydana gelir. Başka bir ifadeyle, işletmenin sahip olduğu toplam varlıklar, toplam yükümlölüklerinden daha azdır. Akış esaslı ödeme güçlüğü ise, işletmenin nakit akışı mevcut yükümlölükleri karşılamak için yetersiz olduğunda ortaya çıkmaktadır. Gerekli önlem alınmadığında, ödeme güçlüğü iflasa yol açabilir (Ross vd., 2013, s.929). İşletmeler için stok esaslı ödeme güçlüğünün, akış esaslı ödeme güçlüğünden daha ciddi olduğu düşünölmektedir (Lin vd., 2012, s.541).

Şekil 3.6: Akış ve stok esaslı ödeme güçlüğü gösterimi



Kaynak: (Ross vd., 2013, s.929)

İşletmenin akış esaslı ödeme güçlüğü ile karşı karşıya olup olmadığının belirlenmesi için Denklem (3.1) ile ifade edilen faiz karşılama oranı (interest coverage-IC) kullanılmaktadır (Hu ve Ansell, 2007).

$$\text{Faiz Karşılama Oranı} = \frac{FVÖK}{\text{Faiz Giderleri}} \quad (3.1)$$

Faiz karşılama oranı, işletmenin finansman riski bir başka ifadeyle vadesi gelen yükümlülükleri yerine getirememe olasılığı hakkında fikir sahibi olunmasını sağlamaktadır (Gürbüz ve Ergincan, 2004, s.102). Bunun yanı sıra, işletmenin yapmış olduğu faaliyetlerden elde ettiği kar (FVÖK) ile ödemekle yükümlü olduğu faiz

giderlerini kaç kez kazandığını göstermektedir. İşletme faiz giderlerini karşıyamıyorsa bu durum işletmeyi zor duruma sokarak iflas etmesinde sebebiyet verebilir (Çabuk ve Lazol, 2018, s.231).

Faiz karşılama oranının birden küçük çıkması, işletmenin faiz ödemelerini karşılamak için yeterli fona sahip olmadığını gösterir ve akış esaslı ödeme güçlüğüne işaret etmektedir.

Stok esaslı ödeme güçlüğü içerisinde bulunan işletmeleri belirlemek için ise Denklem (3.2) ile ifade edilen özsermaye oranı (insolvency ratio-IR) kullanılmaktadır.

$$\text{Özsermaye Oranı} = 1 - \frac{\text{Toplam Yükümlülükler}}{\text{Toplam Varlıklar}} \quad (3.2)$$

Özsermaye oranı, aynı zamanda Özsermaye/Toplam Varlıklar şeklinde de hesaplanabilir. Bu oran, işletmenin toplam varlıklarındaki, ortakların ve işletme sahibinin payını göstermektedir. Ayrıca işletmenin kredi değerinin belirlenmesinde de sıklıkla kullanılmaktadır. Özsermaye oranı yüksek olan bir işletmenin, uzun vadeli yükümlülüklerini ödemede herhangi bir zorluk yaşama olasılığının az olduğu söylenebilir. Buna ek olarak özsermaye oranının yüksek olması, işletmenin maliyeti daha düşük olan borçlardan yararlanmak yerine maliyeti daha fazla olan özsermayesini kullandığının da bir göstergesi olabilir (Gülbüz ve Ergincan, 2004, s.97). Genel itibariyle oranın %50 olması kabul görmekle birlikte özellikle Türkiye gibi enflasyon etkisinin çok fazla hissedildiği ülkelerde %30 kabul edilebilir bir oran olarak değerlendirilebilir (Çabuk ve Lazol, 2018, s.209). Özsermaye oranının ülkemizde %30'lara düşmesinde işletmelerdeki sermaye yetersizliğinin ve borçlanmanın daha avantajlı olmasının etkisi de vardır.

Özsermaye oranının negatif çıkması, işletmenin yükümlülüklerin varlıkları aştığı anlamına gelir ve stok esaslı başarısızlık sinyalini verir (Lin vd., 2012, s.541).

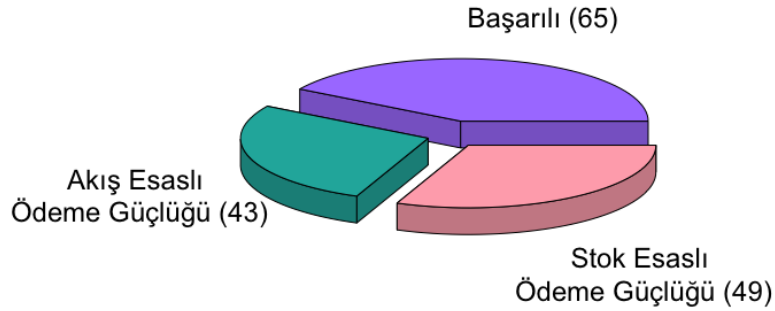
Türk imalat sanayinin finansal durumunun değerlendirilmesi amacıyla Borsa İstanbul'da işlem gören imalat sanayi işletmelerinin incelendiği bu çalışmada

işletmeler; başarılı, akış ve stok esaslı ödeme güçlüğüne düşen işletmeler şeklinde üç kategoriye ayrılmış ve akış esaslı ödeme güçlüğü için (3.1) denkleminde, stok esaslı ödeme güçlüğü için de (3.2) denkleminde yararlanılmıştır. Bu şekilde oluşturulan kategorik değişken, imalat sanayi işletmelerinin finansal başarısızlığını belirlemek amacıyla çalışmada kurulacak tüm klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon modellerinin bağımlı değişkeni olarak alınmıştır. Analize dâhil edilen işletmelerin faiz karşılaşma oranı 1’den büyükse ve özsermaye oranı %30’un üstündeyse, söz konusu işletmenin başarılı olduğu kabul edilmiştir. Buna göre bağımlı değişken;

$$Y = \begin{cases} 1, & \text{işletme başarılı} \\ 2, & \text{akış esaslı ödeme güçlüğü} \\ 3, & \text{stok esaslı ödeme güçlüğü} \end{cases} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Bağımlı değişken kategorileri ve kategorilerdeki işletme sayıları Şekil 3.7’de verilmiştir.

Şekil 3.7: Bağımlı değişkenin sınıflandırılması



Şekil 3.7 incelendiğinde işletmelerin yaklaşık %42’si başarılı, %27’si akış esaslı ödeme güçlüğü ve %31’i stok esaslı ödeme güçlüğü kategorilerine ayrılmıştır.

3.4. Veri Setinin Düzenlenmesi

Çalışmada kullanılan veriler Kamu Aydınlatma Platformu (KAP)’ndan elde edilmiş olup çalışmanın bağımlı değişkeninin oluşturulması için 2018 yılına ait kesit veri kullanılmıştır. Başarısızlığın bir yıl önceden öngörülmesi amacıyla bağımsız değişkenlerin oluşturulması için ise 2017 yılına ait veri setinden yararlanılmıştır. Böylece bir yıl öncesinden işletmelerin finansal durumu ile ilgili bilgi edinilmesi amaçlanmaktadır. Borsa İstanbul imalat sektöründe faaliyet gösteren 175 işletme ele alınmıştır. Bu işletmeler arasından, değişkenlerin hesaplanması için gerekli olan ilgili bilanço kalemi bulunmayan işletmeler elendikten sonra kalan 157 işletme ile analize devam edilmiştir.

Çalışmada kullanılacak finansal oranları belirlerken, literatürde daha önce yapılmış çalışmalar esas alınmıştır. Çalışmalarda ortak olarak kullanılan ve bağımlı değişkeni açıklama bakımından daha iyi olan değişkenlerin seçilmesine özen gösterilmiştir. Bu bağlamda 64 finansal oran bağımsız değişken adayları olarak ele alınmıştır. Bu değişkenler Tablo 3.1’de gösterilmiştir. Çalışmada bağımsız değişken adayları olarak alınan 64 finansal oranın korelasyon matrisi oluşturulmuş ve değişkenler arası korelasyon 0.70’den büyük olanlar çıkarılmıştır. Sonuçta 45 finansal oran ile analizlere devam edilmiştir. Bu finansal oranlar 6 alt bölüme ayrılmıştır. Bunlar likidite oranları (CO, ATO, NO, STDV, KVADV, HDTV), finansal yapı oranları (FKO, ÖZTV, DVTV, BO, FO, DUVÖZ, KVYTY, NÇSTV, NÇSTY, ÖZÖZUVY, NATY), karlılık oranları (AKO, ÖKO, BKM, NKM, ERO, KKO, BKTV, FVÖKNG, NGFGFG), faaliyet oranları (ADH, OAS, NÇSDH, AKDH, ÖZDH, HDDH, DUVDH, INT), büyüme oranları (TYBO, TVBO, DUVBO, NKBO, SABO, ÖZBO, SBO, FVÖKBO, NGD) ve işletme büyüklükleridir ($\log(TV)$, $\log(SA)$).

Tablo 3.1: Kullanılan finansal oranların tanımı

Oran Grubu	Değişken	Açıklama ve Formül
Likidite Oranları	CO	Cari oran = Dönen varlıklar/Kısa vadeli yükümlülükler
	ATO	Asit-test oranı = (Dönen varlıklar-stoklar-peşin ödenen giderler)/Kısa vadeli yükümlülükler
	NO	Nakit oran = (Hazır değerler+menkul kıymetler)/Kısa vadeli yükümlülükler
	STDV	Stoklar/Dönen varlıklar
	KVADV	Kısa Vadeli Alacaklar/Dönen Varlıklar
	HDTV	Hazır Değerler/Toplam Varlıklar
	HDTY	Hazır Değerler/Toplam Yükümlülükler
	LVTV	Likit Varlıklar/Toplam Varlıklar
	LVDV	Likit Varlıklar/Dönen Varlıklar
Finansal Yapı Oranları	FKO	Finansal Kaldıraç Oranı = Toplam Yükümlülükler/Toplam Varlıklar
	KVYTV	Kısa Vadeli Yükümlülükler/Toplam Varlıklar
	UVYTV	Uzun Vadeli Yükümlülükler/Toplam Varlıklar
	ÖZTV	Özsermaye/Toplam Varlıklar
	DVTV	Dönen Varlıklar/Toplam Varlıklar
	BO	Borçlanma Oranı = Toplam Yükümlülükler/Özsermaye
	FO	Finansman Oranı = Özsermaye/Toplam Yükümlülükler
	DUVÖZ	Duran Varlıklar/Özsermaye
	MDUVÖZ	Maddi Duran Varlıklar/Özsermaye
	KVYÖZ	Kısa Vadeli Yükümlülükler/Özsermaye
	KVYTY	Kısa Vadeli Yükümlülükler/Toplam Yükümlülükler
	NÇSTV	Net Çalışma Sermayesi/Toplam Varlıklar
	NÇSUVY	Net Çalışma Sermayesi/Uzun Vadeli Yükümlülükler
	NÇSTY	Net Çalışma Sermayesi/Toplam Yükümlülükler
	ÖZÖZUVY	Özsermaye/(Özsermaye+Uzun Vadeli Yükümlülükler)
	ÖZUVY	Özsermaye/Uzun Vadeli Yükümlülükler
	NATY	Nakit akışı/Toplam yükümlülükler
	DUVTY	Duran Varlıklar/Toplam Yükümlülükler
Karlılık Oranları	AKO	Aktif Karlılık Oranı = Net Kar/Toplam Varlıklar
	ÖKO	Özsermaye Karlılık Oranı = Net Kar/Özsermaye
	BKO	Borç Karlılık Oranı = Net Kar/Toplam Yükümlülükler
	BKM	Brüt Kar Marjı = Brüt Kar/Satışlar
	NKM	Net Kar Marjı = Net Kar/Satışlar

Tablo 3.1: (devam)

Karlılık Oranları	FKM	Faaliyet Kar Marjı = Faaliyet Karı (FVÖK)/Satışlar
	ERO	Ekonomik Rantabilite Oranı = FVÖK/Toplam Varlık
	FVÖKDUV	FVÖK/Duran Varlıklar
	KKO	Kümülatif Karlılık Oranı = Dağıtılmamış karlar/Toplam varlıklar
	BKTV	Brüt Kar/Toplam Varlıklar
	FVÖKNG	FVÖK/Net Gelir
	NGFGFG	(Net gelir+Finansman Giderleri)/Finansman Giderleri
Faaliyet Oranları	ADH	Alacak Devir Hızı = Satışlar/Ticari Alacaklar
	OAS	Ortalama Alacak Süresi = 360/Alacak Devir Hızı
	NÇSDH	Net Çalışma Sermayesi Devir Hızı = Satışlar/Net Çalışma Sermayesi
	AKDH	Aktif Devir Hızı = Satışlar/Toplam Aktif
	ÖZDH	Özsermaye Devir Hızı = Satışlar/Özsermaye
	MDUVDH	Maddi Duran Varlıklar Devir Hızı = Satışlar/Maddi Duran Varlıklar
	DVDH	Dönen Varlıklar Devir Hızı = Satışlar/Dönen Varlıklar
	HDDH	Satışlar/Hazır Değerler
	DUVDH	Duran Varlıklar Devir Hızı = Satışlar/Duran Varlıklar
	INT ⁸	No-Credit Interval = (Likit varlıklar-Kısa vadeli yükümlülükler)/(Faaliyet giderleri-amortismanlar)
Büyüme Oranları	TYBO	Toplam yükümlülükler büyüme oranı = $(TY_{2017}-TY_{2016})/TY_{2016}$
	TVBO	Toplam varlıklar büyüme oranı = $(TV_{2017}-TV_{2016})/TV_{2016}$
	DUVBO	Duran varlıklar büyüme oranı = $(DUV_{2017}-DUV_{2016})/DUV_{2016}$
	NKBO	Net kar büyüme oranı = $(NK_{2017}-NK_{2016})/NK_{2016}$
	SABO	Satışlar büyüme oranı = $(SA_{2017}-SA_{2016})/SA_{2016}$
	ÖZBO	Özsermaye büyüme oranı = $(ÖZ_{2017}-ÖZ_{2016})/ÖZ_{2016}$
	SBO	Sermaye büyüme oranı = $(S_{2017}-S_{2016})/S_{2016}$
	FVÖKBO	FVÖK büyüme oranı = $(FVÖK_{2017}-FVÖK_{2016})/FVÖK_{2016}$
	NGD	Net gelirdeki büyüme = $(NG_{2017}-NG_{2016})/([NG_{2017}]+[NG_{2016}])$

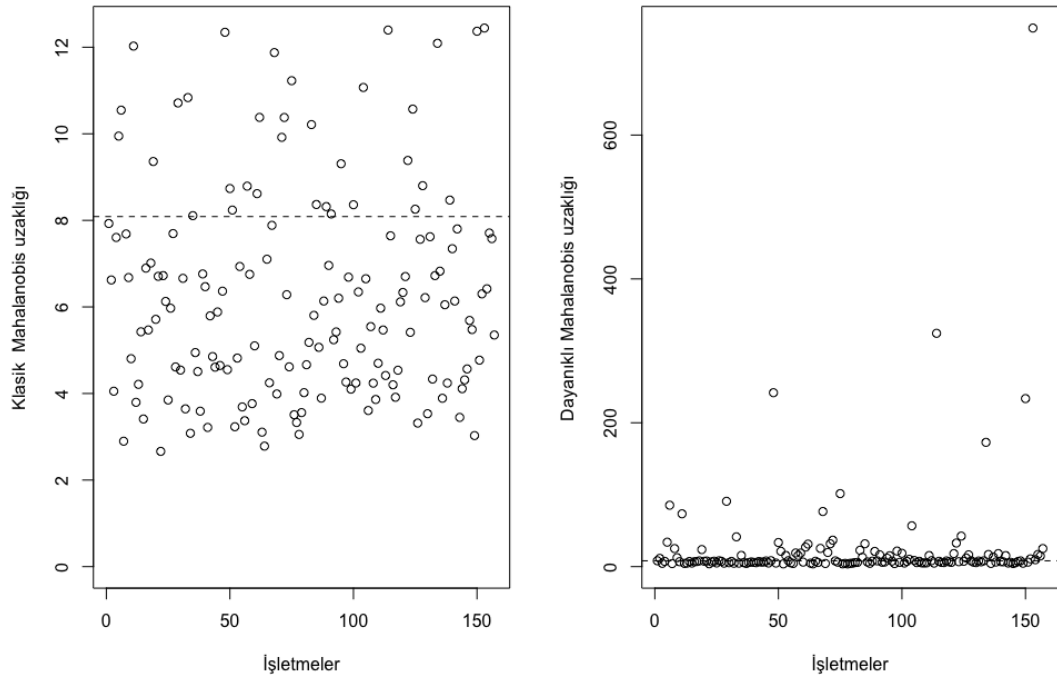
⁸ Beaver (1966) çalışmasında INT değişkenini faaliyet oranları (turnover ratios) sınıfında ele almıştır.

Tablo 3.1: (devam)

İşletme Büyüklüğü	Log(TV)	Log(Toplam varlıklar)
	Log(SA)	Log(Satışlar)
	Log(TV/GSYİH)	Log(Toplam varlıklar/GSYİH)

Aykırı gözlemlerin varlığı durumunda, ortalama ve varyans-kovaryans matrisine dayalı bir uzaklık ölçüsü olan klasik Mahalanobis uzaklığı, aykırı gözlemleri düzenli gözlem veya düzenli gözlemleri aykırı gözlem olarak belirleyebilmektedir. Bu sebeple çalışmada kullanılan veri setinde aykırı gözlemlerin tespit edilmesinde dayanıklı Mahalanobis uzaklıkları dikkate alınmıştır. Şekil 3.8’de klasik ve dayanıklı Mahalanobis uzaklıklarına göre aykırı gözlemlerin dağılımı gösterilmiştir.

Şekil 3.8: Klasik ve dayanıklı Mahalanobis uzaklıkları



Klasik Mahalanobis uzaklıklarına göre veri setindeki 157 işletmeden 33’ü aykırı gözlem olarak nitelendirilirken, dayanıklı Mahalanobis uzaklıklarına göre işletmelerin

61'inin aykırı gözlemler içerdği tespit edilmiştir. Bu durum klasik Mahalanobis uzaklığının maskeleye ve süpürme etkisine maruz kaldığını doğrular niteliktedir. Aykırı gözlem içeren işletmeler EK1 ve EK2'de verilmiştir.

Aykırı gözlemlerin varlığı durumunda modelin tahmin doğruluğu etkileneceğinden ilgili gözlemlerin dışlanması ya da düzeltilmesi gerekmektedir. Çalışmada gözlem sayısının yetersizliği düşünüldüğünde, aykırı gözlemlerin dışlanması yerine düzeltilmesi tercih edilmiştir. Aykırı gözlemlerin düzeltilmesi için ise Winsorize yöntemi kullanılmıştır. Verilerin Winsorize edilmesi için R yazılımından yararlanılmıştır.

2018 yılında Borsa İstanbul'da işlem gören işletmelerin finansal durumu üç aşamada değerlendirilecektir. İlk olarak adımsal seçim, rastlantısal orman ve Bayesyen ortalama gibi değişken seçim yöntemleri kullanılarak belirlenen farklı bağımsız değişkenlerle oluşturulan modeller tahmin edilecektir. Çalışmada daha sonra Altman, Beaver gibi literatürde öncü olan finansal başarısızlık modellerinin değişkenleri ile tahminler yapılacaktır. Son olarak da bağımsız değişken olarak literatürde kullanılan finansal oranlarla (3.3) ile tanımlanan bağımlı değişkenin klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon yöntemi ile tahmini yapılacaktır.

3.5. Değişken Seçim Yöntemleri ile Elde Edilen Modellerin Tahmini

Değişken seçim stratejilerinde temel amaç, modelde olması gereken bağımsız değişkenlerin çeşitli istatistiksel kriterlere dayanarak belirlenmesidir. Uygulamada her zaman tek bir uygun modelin varlığı söz konusu olmayabilir. Birden fazla uygun modelin varlığı durumunda model seçim yöntemlerinin kullanılması tercih edilebilir. Aday bağımsız değişken sayısının fazla olması durumunda bu yöntemlerin uygulanması ve doğru modelin belirlenmesinde zorluklar yaşanabilmektedir. Bu sebeple birçok yöntem geliştirilmiştir. Çalışmada değişken seçim yöntemlerinden geriye doğru adımsal, ileriye doğru adımsal ve eleme/ekleme durumlarının birlikte ele alındığı adımsal seçim yöntemleri kullanılmıştır. Adımsal yöntemlerde uygun modelin belirlenmesinde Akaike bilgi kriteri temel alınmıştır. Bu yöntemlere ek olarak,

değişken seçiminde nispeten daha yeni olan rastlantısal orman (RF) ve Bayesyen model ortalaması (BMA) yöntemleri de kullanılmıştır.



Tablo 3.2: Çeşitli değişken seçim yöntemlerinin doğru sınıflandırma oranlarının karşılaştırılması

Yöntem	Değişkenler	DSO		Algoritma	İterasyon	Burn-in
		Klasik	Bayesyen			
Geriye doğru adımsal	KVADV, DVTV, ÖZKO, BKM, ERO, ADH, ÖZDH, MDUVDH, TYBO, TVBO, DUVBO, NKBO, SABO, ÖZBO, log(TV), BKTV, DUVTY, HDTV, FVÖKNG, ÖZÖZUVY, INT, NGD	85.99	85.99	Gibbs	300000	150000
İleriye doğru adımsal	ÖZÖZUVY, AKO, DUVTY, DVTV, STDV, NGD, NKBO, BKTV, SBO	76.43	76.43	Gibbs	400000	40000
Adımsal	ÖZÖZUVY, AKO, DUVTY, DVTV, STDV, NGD, NKBO, BKTV, SBO	77.07	77.07	MH	200000	1000
RF	AKO, DUVTY, ÖZDH, ÖZUVY, ERO	77.71	77.71	Gibbs	200000	2000
BMA	AKO, ÖZDH, ÖZÖZUVY	74.52	73.89	MH	100000	10000

Not: ADH: Alacak devir hızı, AKO: Aktif karlılık oranı, BK: Brüt kar, BKM: Brüt kar marjı, DUV: Duran varlıklar DUVBO: Duran varlıklar büyüme oranı, DV: Dönen varlıklar, ERO: Ekonomik rantabilite oranı, HD: Hazır değerler, INT: No-credit interval, KVA: Kısa vadeli alacaklar, MDUVDH: Maddi duran varlıklar devir hızı, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NKBO: Net kar büyüme oranı, ÖZ: Özsermaye, ÖZBO: Özermaye büyüme oranı, ÖZDH: Özsermaye devir hızı, ÖZKO: Özsermaye karlılık oranı, ÖZUVY: Devamlı sermaye oranı, SABO: Satışlar büyüme oranı, SBO: Sermaye büyüme oranı, ST: Stoklar, TV: Toplam varlıklar, TVBO: Toplam varlıklar büyüme oranı, TY: Toplam yükümlülükler, TYBO: Toplam yükümlülükler büyüme oranı, UVY: Uzun vadeli yükümlülükler

Tablo 3.2’de ele alınan yöntemlerin seçtiği bağımsız değişkenler ve modellerin genel doğru sınıflandırma oranları verilmiştir. Buna göre geriye doğru adımsal seçim ile 22 değişken, ileriye doğru adımsal ve adımsal seçim ile 8 değişken, RF ile 5 değişken ve son olarak BMA ile 3 değişken seçilmiştir. Belirlenen değişkenler ile klasik ve Bayesyen MLR model tahminleri yapılmıştır. Sonsal dağılım zincirinin yakınsak olup olmadığının belirlenmesi için incelenmesi gereken iz, yoğunluk, otokorelasyon grafikleri, yakınsaklık testlerinin sonuçları, zincirlerin iterasyon sayısı her bir değişken seçim yöntemi için sırasıyla EK3, EK4, EK5, EK6 ve EK7’de gösterilmiştir. İlgili grafikler ve yakınsaklık testleri incelendiğinde, söz konusu beş yöntemle belirlenen değişkenler kullanılarak oluşturulan sonsal dağılım zincirlerinin yakınsak (geriye doğru adımsal hariç) olduğu söylenebilir. Geriye doğru adımsal seçim yöntemi ile oluşturulan modelden elde edilen sonsal dağılım zincirinin iterasyon sayısı arttırıldığında da yakınsama sağlanamamıştır. Bununla birlikte Tablo 3.2’de verilen beş modelin, multinominal lojistik regresyon yönteminin IIA varsayımını sağlayıp sağlamadığı da kontrol edilmiştir. Bulgulara göre adımsal seçim yöntemlerinin tümünde IIA varsayımının sağlanmadığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla tahmin edilen multinominal lojistik regresyon modelleri geçerli değildir. Geriye doğru adımsal seçim yöntemi ile elde edilen modelin doğru sınıflandırma oranı (%85.99) yüksek olmakla birlikte, katsayıların anlamlılığı ve büyüklüğü incelendiğinde istatistiksel olarak yorumlanabilir olmadığı görülmüştür. Modelin IIA varsayımını sağlamadığı ve sonsal dağılım zincirinin yakınsamadığı da göz önüne alındığında modelin, işletmelerin finansal başarısızlığının tahmininde kullanılmasının uygun olmadığı söylenebilir.

3.6. Literatürde Yer Alan Finansal Başarısızlık Modellerinin Tahmini

İşletmelerin finansal başarı durumunun belirlenmesi ile ilgili yapılan ilk çalışmalar olması ve diğer çalışmaların şekillenmesine öncülük etmesi bakımından literatürde önemli yere sahip olan Beaver, Altman, Taffler, Ohlson ve Zmijewski modellerinin karşılaştırılması amaçlanmıştır. Modellerin ortak özelliği, işletmelerin finansal başarı durumunu iflas/başarılı şeklinde iki kategorili olarak ele almasıdır. Bu çalışmaların farklı ülkelere birçok uyarlaması yapılmakla birlikte en fazla kullanılan model Altman

(1968) modelidir. Altman modelinin işletmelerin finansal başarısızlık literatüründe çok fazla kullanılmasının sebeplerinden ilki, bu alanda yapılmış ilk çalışma olmasıdır. İkincisi ise yüksek DSO'ya sahip olmasıdır. Burada amaç Beaver, Altman, Taffler, Ohlson ve Zmijewski modellerinin Türk imalat sanayi işletmelerine bir uyarlamasını yapmaktır. Bu çalışmanın üç kategorili bağımlı değişkeni ve modellerde kullanılan bağımsız değişkenler ile klasik ve Bayesyen MLR modelleri tahmin edilmiştir. Kullanılan algoritma, DSO, iterasyon ve burnin sayısı Tablo 3.3'te verilmiştir. MH algoritmasıyla oluşturulan Bayesyen modellerde bilgi vermeyen önsel dağılım kullanılmıştır. Modellere ilişkin sonsal dağılım zincirinin yakınsak olup olmadığının belirlenmesi için incelenmesi gereken iz, yoğunluk, otokorelasyon grafikleri, yakınsaklık testlerinin sonuçları, zincirlerin iterasyon sayısı her bir model için sırasıyla EK8, EK9, EK10, EK11, EK12 ve EK13'te gösterilmiştir. İlgili grafikler ve yakınsaklık testleri incelendiğinde, genel olarak modellerdeki her bir parametreye ait sonsal dağılım zincirinin yakınsak olduğu söylenebilir. Bunun yanı sıra Bayesyen Beaver ve Altman modellerinin DSO'sunda klasik modellere göre bir artış görülmektedir. Aksine Bayesyen Taffler (1980) modelinin DSO'su klasik yaklaşıma göre daha düşüktür. Denenen modeller arasında DSO'su en yüksek olan modelin (%81.53), 1970-1976 yılları arasında Birleşik Krallık' ta faaliyet gösteren işletmelerin iflas durumunun tahmin edilmesi için oluşturulan Ohlson (1980) modelinin Türk imalat sektörü uyarlaması olduğu görülmektedir. Birleşik Krallık'taki işletmelerin iflas tahmini için geliştirilen bir diğer model olan Taffler (1980) modelinin Türkiye imalat sanayi işletmelerine uyarlanmasıyla, diğer modellere kıyasla daha düşük bir doğru sınıflandırma başarısı (%65.61) elde edilmiştir. Ancak Tablo 3.3'te verilen modellerin, multinominal lojistik regresyon yönteminin IIA varsayımını sağlamadığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla tahmin edilen multinominal lojistik regresyon modelleri geçerli değildir. Dolayısıyla doğru sınıflandırma başarılarının yorumlanması da uygun olmamaktadır.

Tablo 3.3: Çeşitli finansal başarısızlık modellerinin doğru sınıflandırma oranlarının karşılaştırılması

Yöntem	Değişkenler	DSO		Algoritma	İterasyon	Burn-in
		Klasik	Bayesyen			
Beaver (1966)	NATY, NGTV, TYTV, NÇSTV, DVKVY, INT	78.98	79.62	MH	100000	10000
Altman (1968)	NÇSTV, DKTV, FVÖKTV, ÖZTY, SATV	77.07	78.34	MH	50000	5000
Taffler (1977)	VÖKKVY, DVTY, KVYTV, INT	73.25	73.25	MH	100000	1000
Ohlson (1980)	Log(TV/GSYİH), TYTV, NÇSTV, KVYDV, NGTV, NGD	81.53	81.53	MH	150000	15000
Taffler (1980)	NATY, TYLV, KVYTV, INT	66.24	65.61	MH	100000	10000
Zmijewski (1984)	NGTV, TYTV, DVKVY	80.89	80.89	MH	50000	5000

Not: DK: Dağıtılmamış karlar, DV: Dönen varlıklar, KVVY: Kısa vadeli yükümlülükler, LV: Likit varlıklar, NA: Nakit akışı, NÇS: Net çalışma sermayesi, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, ÖZ: Özsermaye, TV: Toplam varlıklar, TY: Toplam yükümlülükler, VÖK: Vergi öncesi kar

Değişken seçim yöntemleri ile belirlenen bağımsız değişkenlerle ve literatürde yer alan temel çalışmalardaki bağımsız değişkenlerle tahmin edilen modellerde, gerek istatistiksel açıdan yorumlanamadığı gerek doğru sınıflandırma oranlarının düşük oluşu gerek oluşturulan sonsal zincirin yakınsak olmayışı gerekse modellerde IIA varsayımının sağlanmaması gibi sebeplerden dolayı, çıkarım amaçlı kullanımının uygun olmadığı görülmüştür. Bu nedenle literatürde kullanılan finansal oranlardan yararlanarak Denklem (3.4) ile ifade edilen yeni bir modelin tahmini gerekli görülmüştür.

3.7. Klasik Multinomial Lojistik Regresyon Tahmini

İmalat sanayi işletmelerinin finansal başarı durumunun belirlenmesi amacıyla, Denklem (3.4)'de verilen MLR modelinin EÇÖ tahmininin elde edilmesi için, R yazılımından yararlanılmıştır. Bağımlı değişkenin kategorileri arasında herhangi bir sıralama olmamakla birlikte, tahmin sırasında referans kategori başarılı işletmeler (kategori 1) olarak alınmıştır. Tahmin edilecek MLR modeli, Denklem (3.4)'deki gibidir. Bu modelde kullanılan bağımsız değişkenlerin betimsel istatistikleri Tablo 3.4'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \text{logit}(x) &= \ln \left[\frac{P(Y = y|x)}{P(Y = 1|x)} \right] \\ &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 NO + \hat{\beta}_2 KVADV + \hat{\beta}_3 NGFGFG + \hat{\beta}_4 BO \\ &\quad + \hat{\beta}_5 BKM + \hat{\beta}_6 DUVDH + \hat{\beta}_7 NGD, \quad y = 2,3 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Tablo 3.4: Bağımsız değişkenlerin betimsel istatistikleri

Değişkenler	Minimum				Medyan				Ortalama				Maksimum			
	Başarılı	Akış	Stok	Genel	Başarılı	Akış	Stok	Genel	Başarılı	Akış	Stok	Genel	Başarılı	Akış	Stok	Genel
<i>NO</i>	0.008	0.010	0.009	0.008	0.156	0.106	0.100	0.113	0.314	0.202	0.142	0.230	1.373	1.281	0.666	1.373
<i>KVADV</i>	0.226	0.157	0.173	0.157	0.457	0.426	0.455	0.455	0.466	0.407	0.438	0.459	0.739	0.867	0.805	0.867
<i>NGFGFG</i>	-10.72	-9.130	-0.686	-10.72	2.953	0.704	1.154	1.426	4.508	0.573	1.183	2.392	19.079	6.881	4.377	10.079
<i>BO</i>	0.246	0.383	0.131	0.131	0.914	1.199	2.566	1.259	1.010	1.256	2.824	1.644	3.801	4.074	6.081	6.087
<i>BKM</i>	0.013	0.040	0.039	0.013	0.222	0.186	0.198	0.204	0.239	0.188	0.209	0.216	0.452	0.413	0.512	0.512
<i>DUVDH</i>	0.481	0.206	0.736	0.206	2.168	1.552	1.939	1.823	0.842	1.748	2.696	2.497	10.756	11.367	11.667	11.767
<i>NGD</i>	-0.935	-1	-1	-1	0.195	0.254	0.176	0.195	0.253	0.206	0.152	0.206	1	1	1	1

Not: BKM: Brüt kar marjı, BO: Borçlanma oranı, DUVDH: Duran varlıklar devir hızı, DV: Dönen varlıklar, FG: Faaliyet giderleri, KVA: Kısa vadeli alacaklar, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NO: Nakit oran.

MLR tahmin sonuçlarının değerlendirilmesinden önce, model varsayımlarının sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmelidir. Bu varsayımlar; bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı bulunmaması, bağımlı değişken kategorilerinin bağımsız olması (IIA varsayımı) ve veri setinde aykırı gözlemlerin olmaması şeklindedir. Çoklu doğrusal bağlantı varsayımının kontrolü için modeldeki değişkenlerin varyans şişirme faktörüne (variance inflation factor-VIF) bakılmıştır. Sonuçlar Tablo 3.5’te verilmiştir.

Tablo 3.5: Çoklu doğrusal bağlantının kontrolü

Değişkenler	VIF Kriteri
NO	1.34
KVADV	1.24
NGFGFG	1.16
BO	1.17
BKM	1.14
DUVDH	1.11
NGD	1.03

Elde edilen bulgulara göre değişkenlere ait VIF değerleri 5’ten küçük olduğundan modelde çoklu doğrusal bağlantı olmadığı sonucuna varılmıştır. IIA varsayımının kontrolü için Small-Hsiao (1985) testi yapılmıştır ve sonuçlar Tablo 3.6’da verilmiştir. Tablo 3.6 incelendiğinde bağımlı değişkenin kategorilerinin bağımsız olduğunu ifade eden sıfır hipotezi, 0.05 anlam düzeyinde reddedilememiştir. Dolayısıyla IIA varsayımı sağlanmaktadır.

Tablo 3.6: Small-Hsiao test sonuçları

Kategori	Test istatistiği	df	Prob
2	6.771	8	0.561
3	5.091	8	0.748

MLR varsayımları sağlandığından Denklem (3.4) ile verilen model tahmin edilebilir. Modelin EÇÖ tahmini Tablo 3.7’de verildiği gibidir.

Tablo 3.7: Klasik multinominal lojistik regresyon modelinin tahmin sonuçları

		$\hat{\beta}$	$exp(\hat{\beta})$	Std.hata	%2.5	%97.5
2	NO	0.083	1.0864	0.935	-1.750	1.916
	KVADV	0.051	1.0519	2.108	-4.080	4.182
	NGFGFG	-0.476***	0.6210	0.138	-0.748	-0.205
	BO	0.344	1.4099	0.425	-0.489	1.176
	BKM	-8.127***	0.0003	3.504	-14.996	-1.259
	DUVDH	-0.507***	0.6026	0.174	-0.848	-0.165
	NGD	0.080	1.0834	0.626	-1.148	-0.165
	Sabit	2.988**	19.849	1.495	0.057	5.919
3	NO	-3.129*	0.0438	1.606	-6.277	0.020
	KVADV	-4.568*	0.0104	2.442	-9.354	0.218
	NGFGFG	-0.225	0.7984	0.143	-0.505	0.055
	BO	2.196***	8.9895	0.478	1.259	3.133
	BKM	-1.818	0.1624	3.579	-8.832	5.197
	DUVDH	-0.076	0.9271	0.129	-0.329	0.177
	NGD	-0.863	0.4218	0.656	-2.149	0.422
	Sabit	0.188	1.2068	1.735	-3.212	3.588
LR (14)					137.27***	
Akaike Bilgi Kriteri					234.86	
Pseudo R²					<i>Cox-Snell</i>	0.58
					<i>Nagelkerke</i>	0.66
					<i>McFadden</i>	0.40

Not: *,** ve *** sırasıyla %10, %5 ve %1 anlam düzeylerini ifade etmektedir. BKM: Brüt kar marjı, BO: Borçlanma oranı, DUVDH: Duran varlıklar devir hızı, DV: Dönen varlıklar, FG: Faaliyet giderleri, KVA: Kısa vadeli alacaklar, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NO: Nakit oran.

Denklem (3.4) ile verilen MLR modelinin parametre tahminleri ve modelin uygunluğunun değerlendirilmesi için gerekli ölçütler Tablo 3.7'deki gibidir. Modelin genel anlamlılığının değerlendirilmesi için yapılan LR testine göre sıfır hipotezi reddedilmiştir ve modelin anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Modelin anlamlı olduğuna karar verildikten sonraki önemli aşama modelin uyum iyiliğinin değerlendirilmesidir. Bu aşamada Pseudo R² istatistiklerinden yararlanılabilir. Tablo 3.7 incelendiğinde bu istatistiklerin sırasıyla 0.58, 0.66, 0.40 değerlerini aldığı görülmektedir. Dolayısıyla tahmin edilen modelin uyumunun iyi olduğu söylenebilir.

Tahmin edilen model anlamlılık ve uyum iyiliği açısından yeterli görüldüğünden, katsayıların anlamlılığı ve yorumlanması aşamasına geçilebilmektedir. Bu aşamada sadece istatistiksel olarak anlamlı katsayılar yorumlanmıştır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre stok esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için NO'daki bir birimlik artış, bağıl riski (relative risk) 0.04 kat arttıracaktır. Bir başka deyişle, NO'da bir birimlik artış olduğunda, başarılı işletmeler kategorisinde olma durumu 0.04 kat daha olası olacaktır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre stok esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için KVADV'daki bir birimlik artış, bağıl riski 0.01 kat arttıracaktır. Bir başka deyişle, KVADV'da bir birimlik artış olduğunda, başarılı işletmeler kategorisinde olma durumu 0.01 kat daha olası olacaktır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre akış esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için NGFGFG'deki bir birimlik artış, bağıl riski 0.62 kat arttıracaktır. Bir başka deyişle, NGFGFG'de bir birimlik artış olduğunda, başarılı işletmeler kategorisinde olma durumu 0.62 kat daha olası olacaktır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre stok esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için BO'daki bir birimlik artış, bağıl riski 8.99 kat azaltacaktır. Bir başka deyişle, BO'da bir birimlik artış olduğunda, stok esaslı işletmeler kategorisinde olma durumu 8.99 kat daha olası olacaktır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre akış esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için BKM'deki bir birimlik artış, bağıl riski %0.3 kat arttıracaktır. Bir başka deyişle, BKM'de bir birimlik artış olduğunda, başarılı işletmeler kategorisinde olma bağıl durumu %0.3 kat daha olası olacaktır.

Modeldeki diğer değişkenler sabit tutulduğunda, başarılı işletmelere göre akış esaslı ödeme gücü içindeki işletmeler için DUVDH'deki bir birimlik artış, bağıl riski 0.60 kat arttıracaktır. Bir başka deyişle, DUVDH'de bir birimlik artış olduğunda, başarılı işletmeler kategorisinde olma durumu 0.60 kat daha olası olacaktır.

3.8. Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Tahmini

İmalat sanayi işletmelerinin finansal başarı durumunu değerlendirmek üzere ikinci aşamada Denklem (3.4)'de verilen MLR modelinin Bayesyen yaklaşım ile tahmin edilecektir. Bayesyen MLR yaklaşımının tercih edilmesinin sebebi, küçük örnekte daha iyi sonuçlar vermesidir. Ayrıca Bayesyen yaklaşım parametrelere ilişkin önsel bilgiden yararlandığı için modelin tahmin başarısını ve doğru sınıflandırma olasılığını arttıracakı düşünülmektedir. Tek zincir başlangıçta 50000 iterasyonla oluşturulmuştur ve yakınsamanın sağlanması için ilk 5000 iterasyon burn-in olarak atılmıştır. Yakınsamanın sağlanmadığı durumda ise iterasyon sayısı arttırılmıştır. MLR modelinin Bayesyen tahmini Metropolis-Hasting ve Gibbs algoritmaları kullanılarak elde edilmiştir. Kullanılan algoritmalarla elde edilen Bayesyen MLR tahmin sonuçları sırasıyla Tablo 3.9 ve Tablo 3.11'de verilmiştir.

Bayesyen analizlerin en önemli aşaması önsel dağılımın belirlenmesidir. Önsel dağılım, araştırmacının parametreler hakkındaki önsel bilgisini yansıtmaktadır. Bu önsel bilgilerin kaynağı, bir ekonomik modelin parametre kısıtları, daha önceki çalışmalarda parametre tahminleri veya basit bir ekonomik sezgi olabilir. İyi bir önsel için gerekli koşul, sonsal dağılım üzerinde aşırı bir etki yaratmaması, bunun yerine verilerin konuşmasına izin vermesidir. Bu genellikle, parametre uzayının küçük bir alt kümesine çok fazla olasılık ağırlığı koymayan, bilgi vermeyen önsel dağılım kullanılmasıyla sağlanabilir (Korteweg, 2011, s.5). Bu çalışmada önsel dağılımların tahmin başarısına etkisini görmek için hem bilgi veren hem bilgi vermeyen önsel dağılımlardan yararlanılmıştır. Hem Bayesyen doğrusal regresyon modellerinde hem de Bayesyen lojistik regresyon modellerinde sıklıkla kullanılan bilgi vermeyen önsel dağılım 0 ortalamalı ve yüksek varyanslı ($N(\mu = 0, \sigma^2 = 10000)$) normal dağılımdır (Acquah, 2013, s.195). Dağılımın parametreleri olan ortalama ve varyans, araştırmacının önsel bilgilerini yansıtacak şekilde belirlenebileceği için, bunun dışında kalan normal dağılımlar, bilgi veren önsel dağılımlar arasındadır. Bilgi veren önsel dağılımlar, geçmiş araştırma sonuçlarından elde edilebilir. Öyle ki araştırmacı, bir parametrenin (β) her zaman pozitif olduğunu ve %90 güven düzeyinde 6 ile 13

arasında olduğunu bilebilir. Bu durumda araştırmacı parametrenin önsel dağılımını $\beta \sim Uniform(6,13)$ şeklinde belirleyebilir.

Normal dağılımın başka bir alternatifi Student-t dağılımıdır. Student-t dağılımı, normal dağılıma göre daha kalın kuyrukludur ve bu sebeple zayıf bilgi veren bir önsel dağılım kullanılmak istenildiğinde tercih edilebilir. Bayesyen analizlerde Student-t dağılımı konum (location) parametreleri için kullanıldığında, aykırı gözlemlerin sonsal dağılım üzerindeki etkisi kaybolduğu için dayanıklı olarak kabul edilmektedir (Dawid, 1973). Cauchy dağılımı ise serbestlik derecesi 1 olan Student-t dağılımının özel bir halidir. Gelman vd. (2008) lojistik regresyon modelinde katsayılar için zayıf bilgi veren bir önsel dağılım olarak Cauchy dağılımının kullanılmasını önermiştir. Bunun sebebi kalın kuyruklu bir dağılım olan Cauchy dağılımının, büyük katsayıları aşırı küçültmekten (over-shrinking) kaçınmasıdır. Lojistik regresyonda meydana gelebilecek tam ayırma probleminin varlığında bile çıkarımlara olanak tanıyacak ölçüde (uniform dağılımın aksine) bir küçülme (shrinkage) sağlar.

Çalışmada Tablo 3.9 ve Tablo 3.11 ile verilen modellere ek olarak farklı önsel dağılımlardan yararlanılarak Bayesyen MLR modelleri tahmin edilmiştir.

Tablo 3.8: $N(0,0.0001)$ bilgi vermeyen önsel dağılım ile tahmin edilen 2016 yılına ait Bayesyen multinominal lojistik regresyon modeli

	$\hat{\beta}$	Std.hata	%2.5	Medyan	%97.5	
2	NO	2.896	2.508	-1.957	2.990	7.977
	KVADV	-1.150	5.222	-11.500	-1.044	8.854
	NGFGFG	-8.645	1.870	-12.873	-8.442	-5.651
	BO	-0.879	1.077	-2.911	-0.852	1.106
	BKM	2.288	8.645	-14.508	2.303	19.579
	DUVDH	0.299	0.373	-0.415	0.268	1.066
	NGD	0.028	1.387	-2.782	0.034	2.728
	Sabit	10.013	4.409	2.546	9.684	20.606
3	NO	-8.177	3.990	-16.660	-7.776	-1.418
	KVADV	-6.664	4.067	-14.188	-6.933	1.067
	NGFGFG	-1.166	0.592	-2.448	-1.111	-0.176
	BO	4.867	1.058	2.999	4.801	7.323
	BKM	-1.021	7.880	-16.459	-0.905	13.833
	DUVDH	0.011	0.275	-0.530	0.010	0.532
	NGD	-2.385	1.190	-5.164	-2.294	-0.214
	Sabit	-1.250	3.147	-7.256	-1.345	5.104

Not: BKM: Brüt kar marjı, BO: Borçlanma oranı, DUVDH: Duran varlıklar devir hızı, DV: Dönen varlıklar, FG: Faaliyet giderleri, KVA: Kısa vadeli alacaklar, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NO: Nakit oran.

Bunun yanı sıra, Tablo 3.8 ile verilen 2016 yılına ait Bayesyen model, bilgi vermeyen önsel dağılım kullanılarak tahmin edilmiş ve elde edilen parametre tahminleri ve standart hatalar, 2017 yılı için oluşturulan Bayesyen modelde bilgi veren önsel dağılım oluşturularak kullanılmıştır. Tahmin edilen tüm modellerin doğru sınıflandırma performanslarının karşılaştırılması amaçlanmıştır.

3.8.1. Metropolis-Hasting Algoritması

Tablo 3.9’da gösterilen Bayesyen model tahmini, bilgi vermeyen ($\beta_k \sim N(0, 0.0001)$) önsel dağılım ile elde edilen bağımsız zincir MH algoritmasına aittir. Zincir 50000 iterasyonla elde edilmiştir ve yakınsamanın sağlanması için ilk 5000 iterasyon atılmıştır. Bilgi vermeyen önsel dağılım kullanıldığından olabilirlik fonksiyonunun etkisi daha baskın hale gelmiştir ve klasik MLR yönteminden elde edilen parametre

tahminleri ile kıyaslandığında, sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 3.9: Bağımsız zincir örnekleme tahmin sonuçları

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	%2.5	Medyan	%97.5
<i>NO</i>	0.119	0.014	0.049	-1.853	0.135	2.005
<i>KVADV</i>	0.070	0.033	0.109	-4.218	0.071	4.281
<i>NGFGFG</i>	-0.547	0.003	0.008	-0.875	-0.541	-0.272
2 <i>BO</i>	0.380	0.008	0.023	-0.488	0.379	1.266
<i>BKM</i>	-9.328	0.063	0.186	-17.046	-9.204	-2.231
<i>DUVDH</i>	-0.587	0.004	0.010	-0.997	-0.574	-0.239
<i>NGD</i>	0.116	0.011	0.033	-1.200	0.114	1.400
<i>Sabit</i>	3.434	0.025	0.078	0.483	3.373	6.572
<i>NO</i>	-3.883	0.035	0.090	-8.006	-3.756	-0.679
<i>KVADV</i>	-5.171	0.041	0.128	-10.137	-5.189	-0.354
<i>NGFGFG</i>	-0.247	0.002	0.007	-0.539	-0.238	0.001
3 <i>BO</i>	2.514	0.010	0.026	1.554	2.487	3.582
<i>BKM</i>	-2.107	0.063	0.193	-9.896	-2.060	5.311
<i>DUVDH</i>	-0.090	0.002	0.007	-0.368	-0.088	0.184
<i>NGD</i>	-1.001	0.011	0.035	-2.389	-0.970	0.330
<i>Sabit</i>	0.230	0.031	0.092	-3.391	0.209	3.886

Not: BKM: Brüt kar marjı, BO: Borçlanma oranı, DUVDH: Duran varlıklar devir hızı, DV: Dönen varlıklar, FG: Faaliyet giderleri, KVA: Kısa vadeli alacaklar, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NO: Nakit oran.

Tablo 3.9 ile verilen Bayesyen model yorumlanmadan önce, zincirin yakınsaklığı kontrol edilmelidir. Çalışmada zincirin yakınsayıp yakınsamadığının incelenmesi için Monte Carlo hatası (MCSE), tanı testleri ve çeşitli grafiklerden yararlanılmıştır. Markov zincirindeki değişkenliğin bir ölçüsü olarak kullanılan MCSE, örneklenen değerlerin ortalaması ile gerçek sonsal ortalama arasındaki farkın bir tahminidir. Bir zincirin yakınsaması için MCSE'nin, sonsal dağılımın standart hatasının (SD) %5'inden küçük olması gerekmektedir. Tablo 3.9 incelendiğinde tüm parametreler için $MCSE < SD * 0.05$ koşulunun sağlandığı görülmektedir. Bu durumda Markov zincirinin yakınsadığı söylenebilir. Zincirin yakınsaklığının kontrol edilmesi için kullanılabilecek diğer yakınsaklık testleri sonuçları Tablo 3.10'da verilmiştir.

Tablo 3.10: Yakınsaklık testleri

		Geweke Test	Heidelberger-Welch	
		İstatistiği	Durağanlık	Yarı genişlik
		(Z)	(p-değeri)	(YG)
2	NO	0.102	0.470	0.230
	KVADV	-0.366	0.814	0.837
	NGFGFG	0.628	0.515	-0.009
	BO	0.351	0.465	0.038
	BKM	-0.405	0.774	-0.012
	DUVDH	1.741	0.184	-0.014
	NGD	-0.367	0.900	0.172
	Sabit	-0.010	0.862	0.013
3	NO	-0.266	0.965	-0.017
	KVADV	-0.057	0.853	-0.014
	NGFGFG	-0.547	0.655	-0.018
	BO	0.368	0.678	0.008
	BKM	0.159	0.930	-0.053
	DUVDH	1.379	0.117	-0.051
	NGD	0.566	0.540	-0.021
	Sabit	-0.308	0.768	0.242

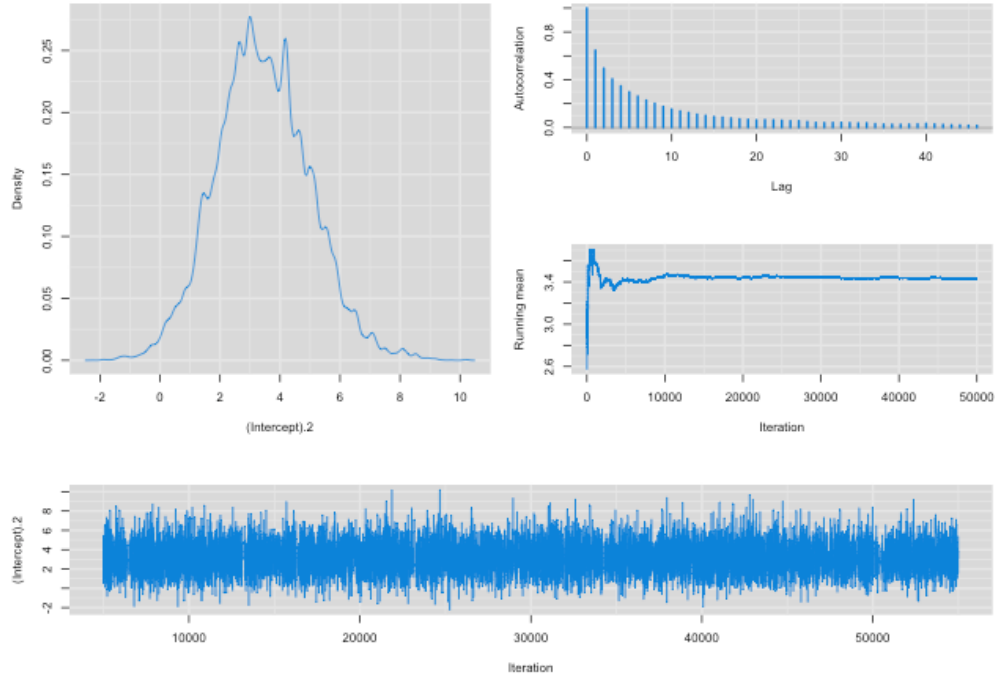
Not: Heidelberger-Welch testinin ilk aşaması olan durağanlık tespiti için H_0 : “zincir durağan bir dağılımdan gelmektedir” şeklindedir.

Tablo 3.10 ile verilen Geweke test sonuçlarına göre her bir katsayı için $|Z| < 2$ olduğu görülmektedir. Dolayısıyla yakınsamanın sağlandığı ve iterasyon sayısının yeterli olduğu söylenebilir. Heidelberger-Welch testinde ise tüm zincirler durağan olarak bulunmuştur. Ancak ikinci aşamaya geçildiğinde ise yarı genişlik testinden geçemeyen zincirler bulunduğu ($YG > 0.1$) görülmektedir. İterasyon sayısı 50000’den 150000’e çıkarıldığında, ikinci aşama için yakınsama sorununun çözüldüğü görülmüştür. Söz konusu zincirler diğer yakınsama sınamalarından geçtiği ve mevcut zincir ile iterasyon sayısı arttırılan zincirin sınıflama başarısına katkısı aynı olduğu için zincir bu haliyle bırakılmıştır.

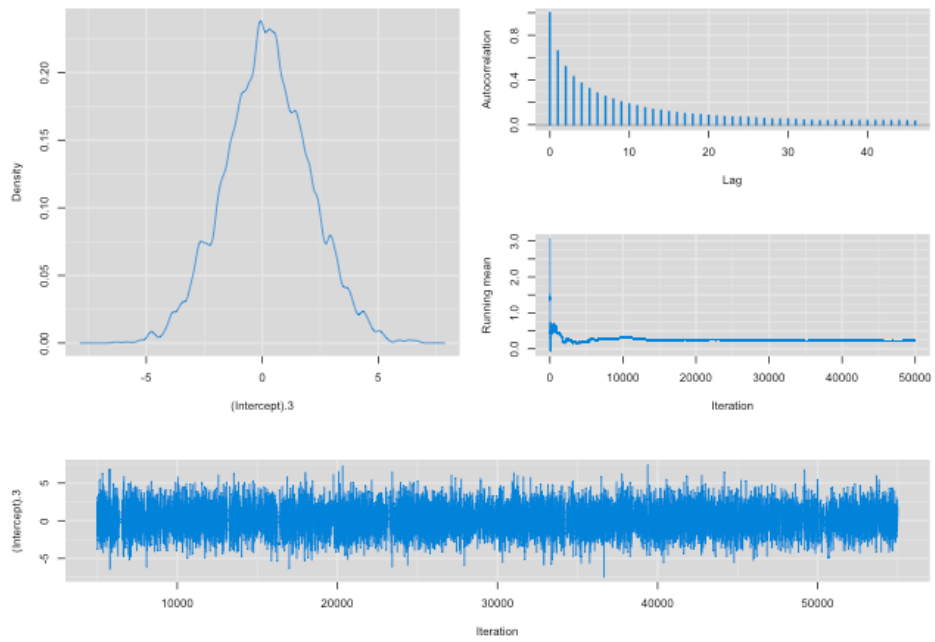
Oluşturulan zincirdeki yakınsaklığın kontrol edilmesi için MC hatası ve istatistiksel testlerin yanı sıra grafiksel yöntemlere de başvurulmuştur. Şekil 3.9’da, modelin parametrelerinin yakınsaklığının incelenmesi için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri verilmiştir.

Şekil 3.9: Bağımsız zincir MH algoritması ($N(0,0.0001)$) ile elde edilen parametrelere ilişkin grafikler

$\hat{\beta}_{01}$

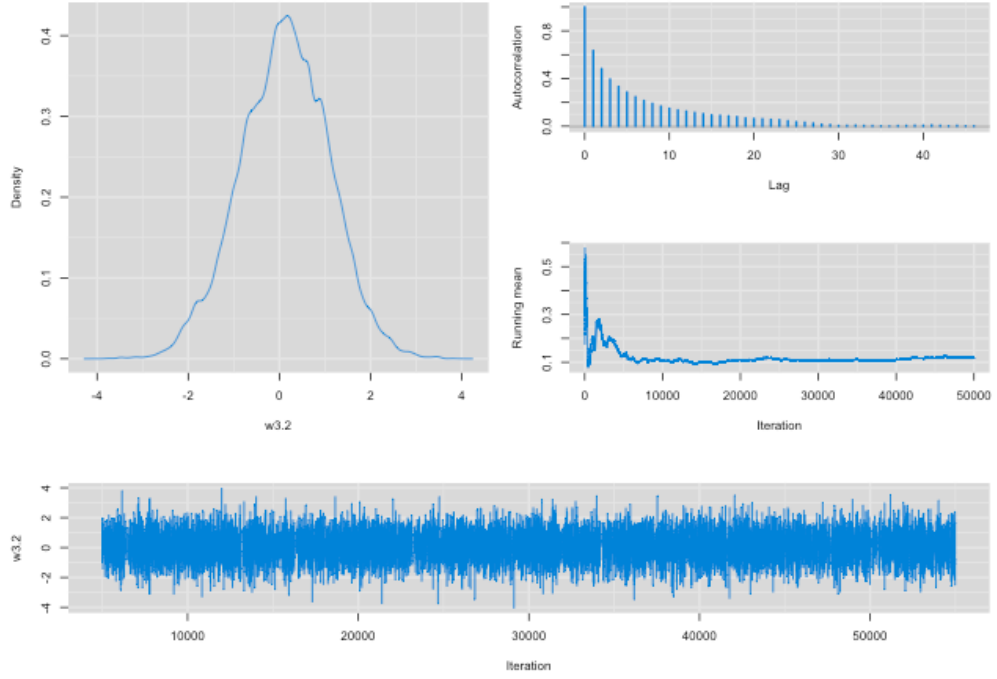


$\hat{\beta}_{02}$

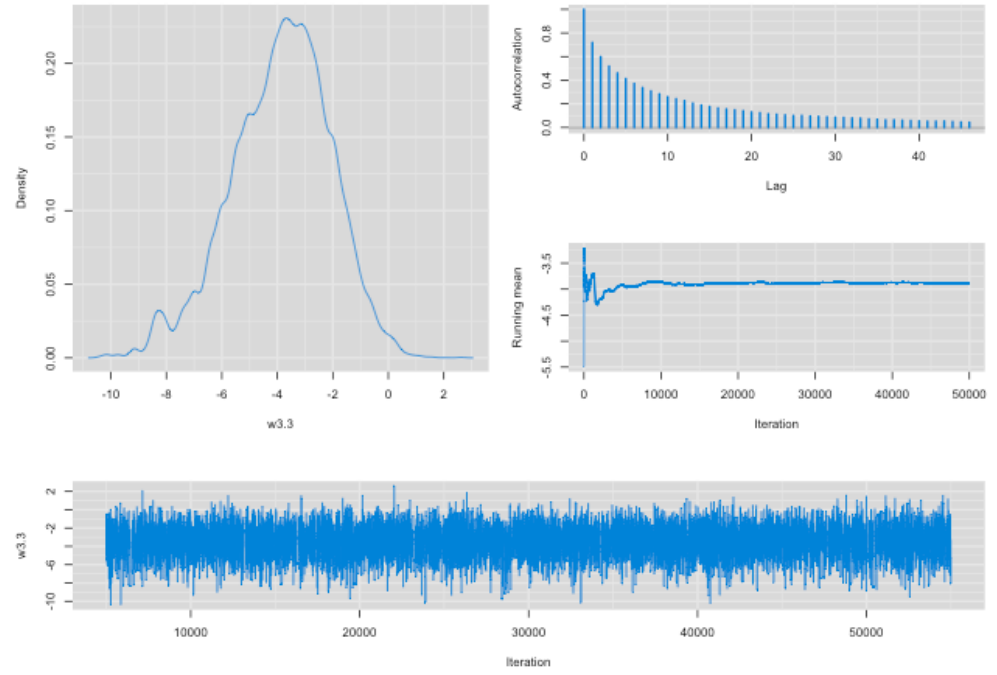


Şekil 3.9: (devam)

$\hat{\beta}_{11}$

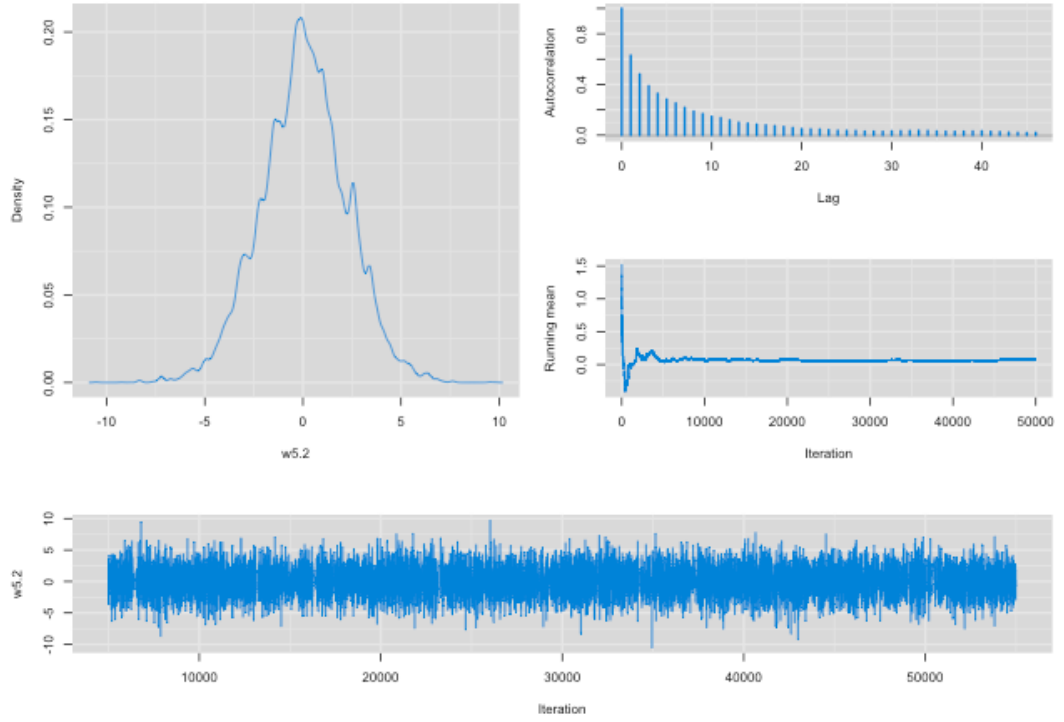


$\hat{\beta}_{12}$

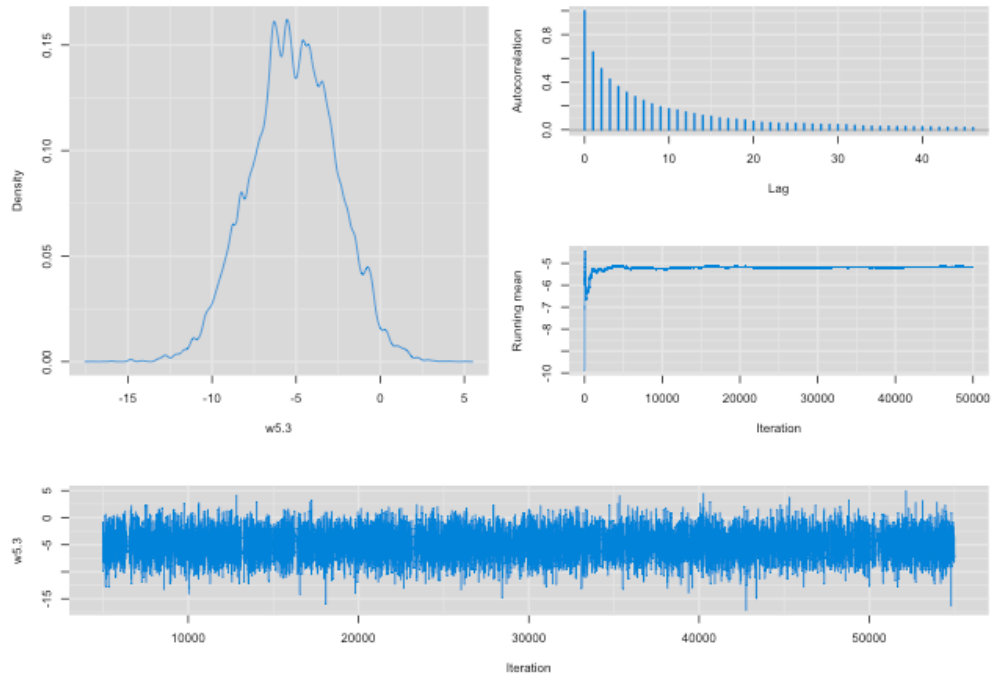


Şekil 3.9: (devam)

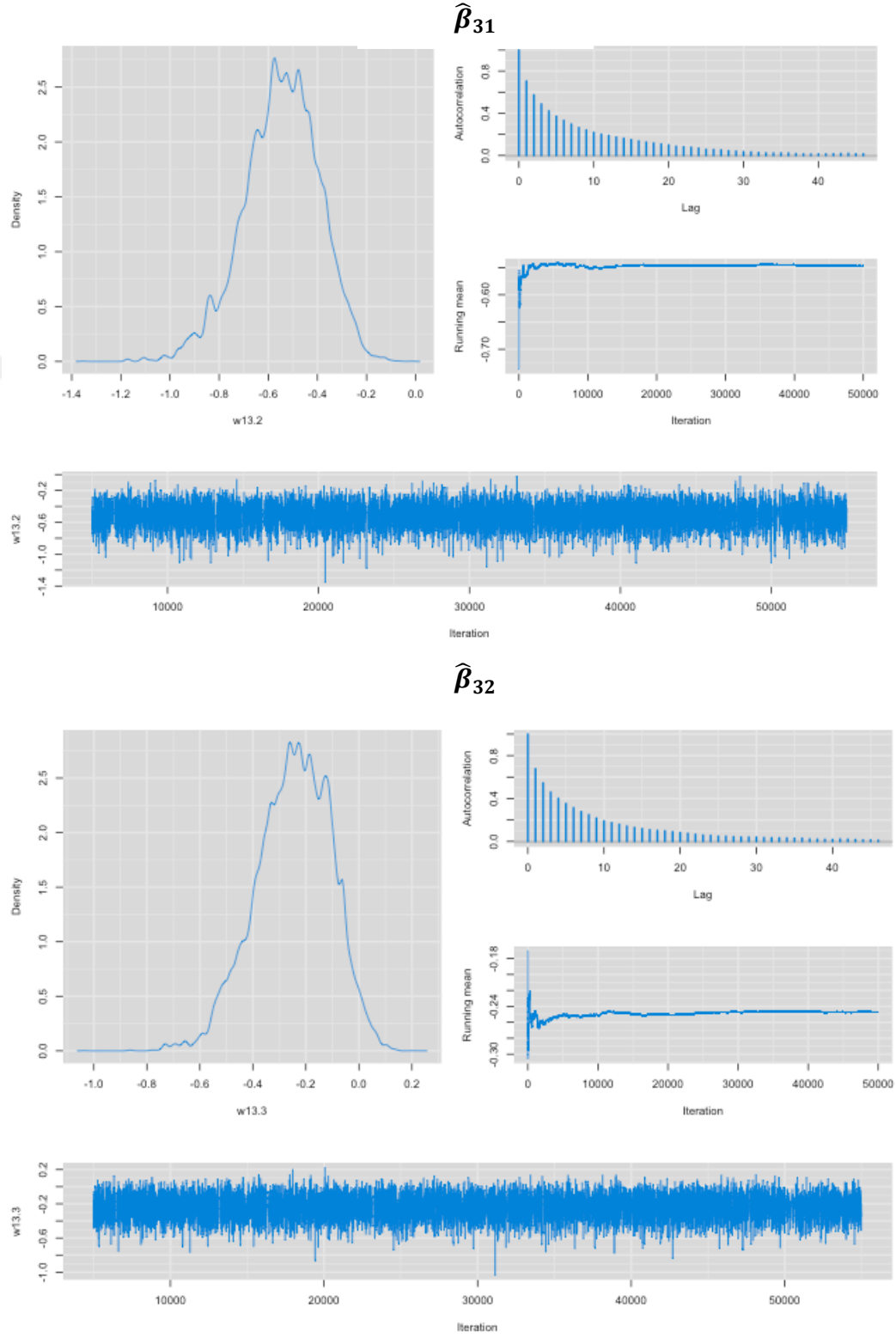
$\hat{\beta}_{21}$



$\hat{\beta}_{22}$

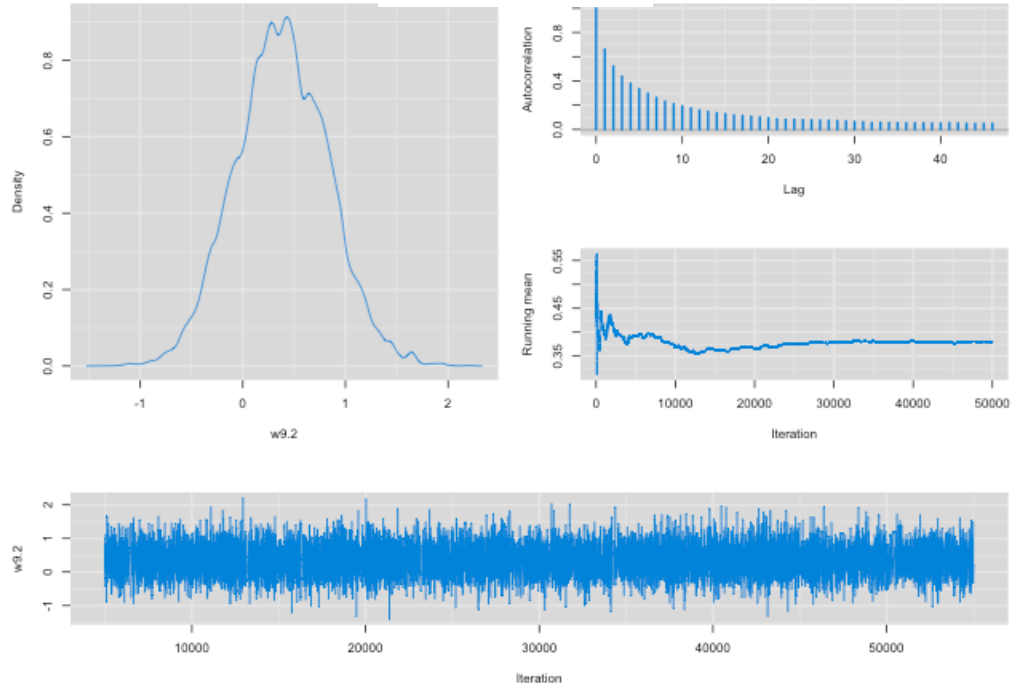


Şekil 3.9: (devam)

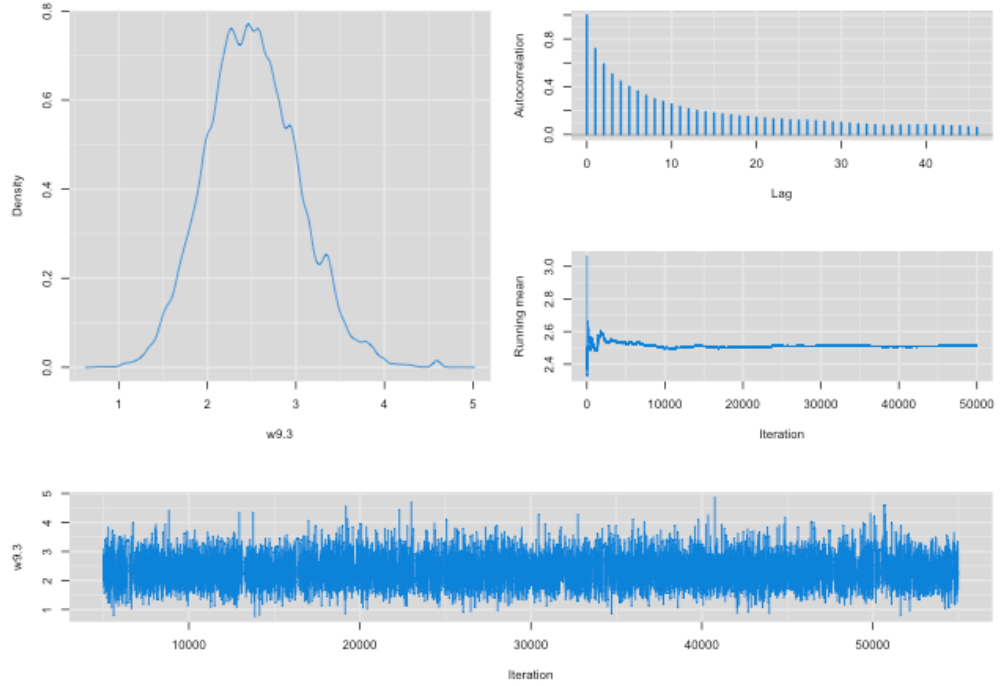


Şekil 3.9: (devam)

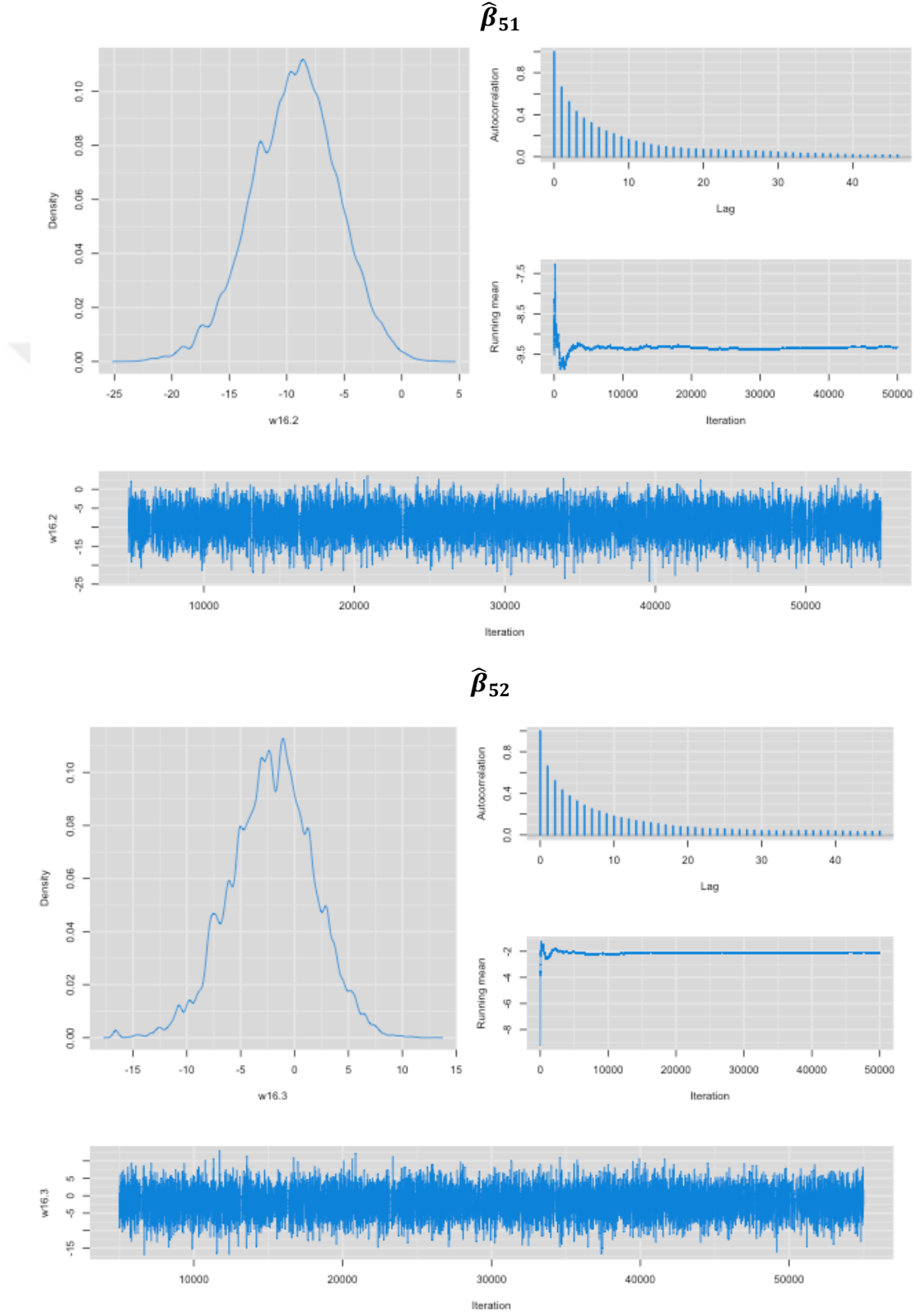
$\hat{\beta}_{41}$



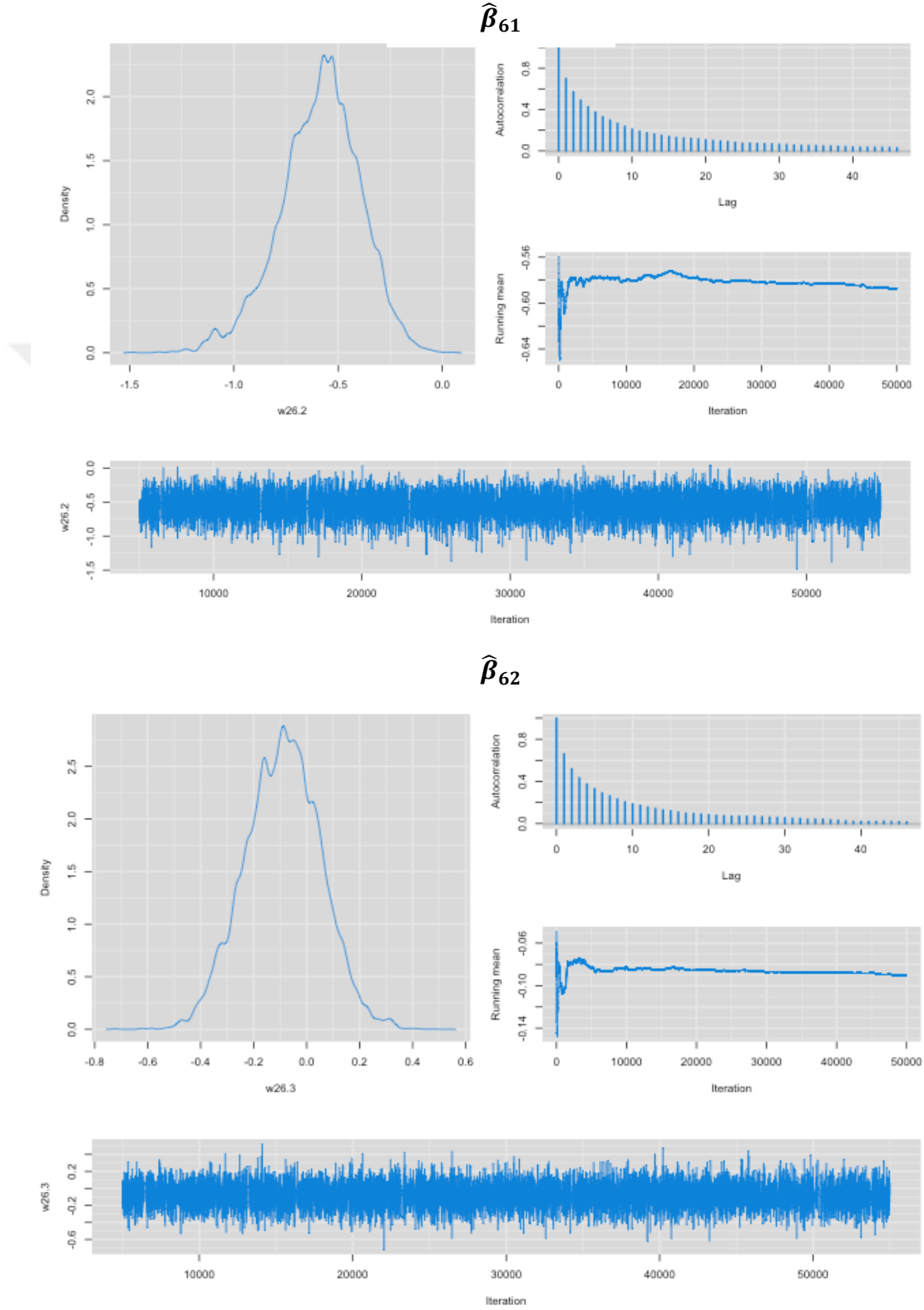
$\hat{\beta}_{42}$



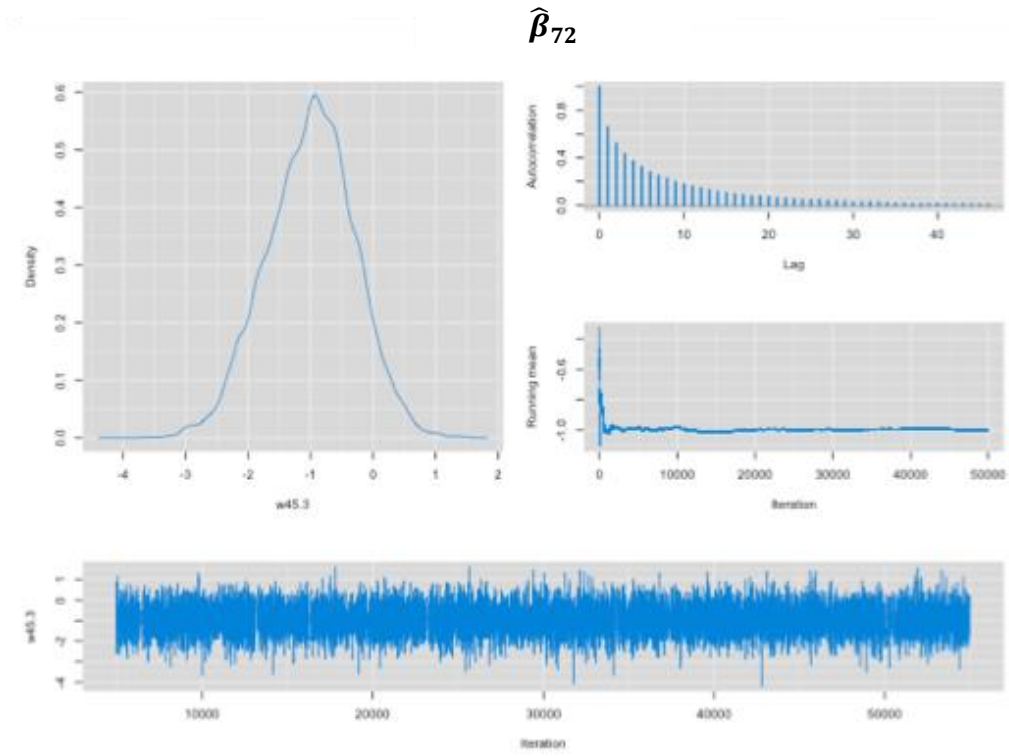
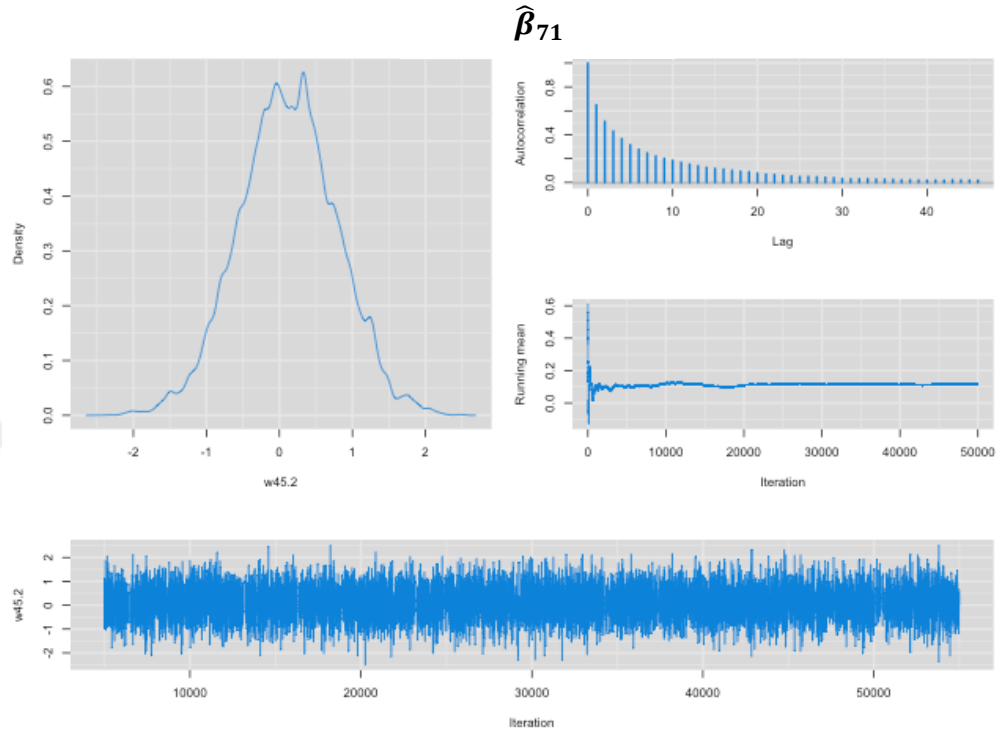
Şekil 3.9: (devam)



Şekil 3.9: (devam)



Şekil 3.9: (devam)



Şekil 3.9 ile gösterilen grafikte, $\hat{\beta}_{01}$ ve $\hat{\beta}_{02}$ sırasıyla $Y=2$ ve $Y=3$ kategorisine ait sabit terimleri, $\hat{\beta}_{11}$; $Y=2$ kategorisindeki NO değişkeninin katsayısını ve benzer şekilde $\hat{\beta}_{72}$; $Y=3$ kategorisindeki NGD değişkeninin katsayısını göstermektedir. Grafikte sol üstte kernel yoğunluk dağılımı, sağ üstte otokorelasyon fonksiyonu ve en altta iz grafiği verilmiştir. Buna göre; simülasyon ile elde edilen zincirde birbirini takip eden gözlemler arasında bağımlılığı ölçmek için kullanılan otokorelasyon grafiklerine bakıldığında, 16 parametre için de ilk 50 iterasyonda otokorelasyonların sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Bu durum yakınsamanın sağlandığına işaret etmektedir. Markov zincirinin sonsal dağılımı arama hızını belirten ve örneklenen gözlemler bölgesinde salınımı fazla olan rastlantısal bir dalgalanma göstermesi istenen iz grafikleri incelendiğinde de benzer şekilde tüm parametreler için yakınsamanın sağlandığı görülmektedir. Aynı zamanda sonsal dağılımın kernel grafiklerinin çan eğrisi şeklinde olması da parametre zincirlerinin yakınsaklığının bir işaretidir.

3.8.2. Gibbs Örnekleme

Tablo 3.11’de gösterilen Bayesyen model tahmini, bilgi vermeyen ($\beta_k \sim N(0, 0.0001)$) önsel dağılım ile elde edilen Gibbs örnekleme algoritmasına aittir. MH algoritması ile elde edilen zincir 50000 iterasyon ile yakınsamış olmasına rağmen, Gibbs örneklemesinde zincir 110000 iterasyonla oluşturulmuştur. Yakınsamanın sağlanması için ilk 10000 iterasyon atılmıştır. Klasik MLR yönteminden elde edilen parametre tahminleri ile kıyaslandığında, sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 3.11 ile verilen model için MCSE değerleri incelendiğinde tüm parametreler için $MCSE < SD * 0.05$ koşulunun sağlandığı görülmektedir. Bu durumda Markov zincirin yakınsadığı söylenebilir. Zincirin yakınsaklığının kontrol edilmesi için kullanılabilecek diğer yakınsaklık testleri sonuçları Tablo 3.12’de verilmiştir.

Tablo 3.11: Gibbs örnekleme tahmin sonuçları

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	%2.5	Medyan	%97.5	
2	NO	0.082	0.015	0.051	-1.967	0.102	2.024
	KVADV	0.030	0.072	0.111	-4.384	0.055	4.290
	NGFGFG	-0.547	0.002	0.008	-0.861	-0.541	-0.271
	BO	0.369	0.008	0.023	-0.500	0.361	1.271
	BKM	-9.409	0.081	0.187	-17.165	-9.285	-2.434
	DUVDH	-0.589	0.002	0.010	-1.007	-0.576	-0.245
	NGD	0.122	0.006	0.033	-1.183	0.124	1.426
	Sabit	3.494	0.058	0.079	0.560	3.431	6.740
3	NO	-3.886	0.024	0.090	-7.777	-3.750	-0.706
	KVADV	-5.284	0.079	0.128	-10.517	-5.219	-0.360
	NGFGFG	-0.249	0.001	0.007	-0.549	-0.241	0.000
	BO	2.495	0.011	0.026	1.548	2.471	3.577
	BKM	-2.137	0.087	0.191	-9.759	-2.098	5.258
	DUVDH	-0.086	0.002	0.007	-0.363	-0.086	0.193
	NGD	-0.998	0.006	0.035	-2.391	-0.990	0.355
	Sabit	0.310	0.065	0.090	-3.220	0.268	3.950

Not: BKM: Brüt kar marjı, BO: Borçlanma oranı, DUVDH: Duran varlıklar devir hızı, DV: Dönen varlıklar, FG: Faaliyet giderleri, KVA: Kısa vadeli alacaklar, NG: Net gelir, NGD: Net gelirdeki değişim, NO: Nakit oran.

Tablo 3.12: Yakınsaklık testleri

		Geweke Test	Heidelberger-Welch	
		İstatistiği	Durağanlık	Yarı genişlik
		(Z)	(p-değeri)	(YG)
2	NO	-0.428	0.184	0.350
	KVADV	-0.335	0.238	4.206
	NGFGFG	0.495	0.088	-0.006
	BO	0.018	0.209	0.039
	BKM	0.744	0.270	-0.016
	DUVDH	1.486	0.373	0.007
	NGD	-1.024	0.242	0.088
	Sabit	-0.161	0.248	0.032
3	NO	-0.186	0.309	-0.011
	KVADV	0.110	0.322	-0.026
	NGFGFG	0.234	0.212	-0.010
	BO	0.580	0.441	0.008
	BKM	-0.258	0.828	-0.074
	DUVDH	0.772	0.732	-0.035
	NGD	-0.999	0.436	-0.012
	Sabit	-0.140	0.424	0.412

Not: Heidelberger-Welch testinin ilk aşaması olan durağanlık tespiti için H_0 : “zincir durağan bir dağılımdan gelmektedir” şeklindedir.

Tablo 3.12’de katsayıların sonsal dağılımı için hesaplanan Geweke test sonuçlarına göre, her bir katsayı için $|Z| < 2$ olduğu görülmektedir. Dolayısıyla yakınsamanın sağlandığı ve iterasyon sayısının yeterli olduğu söylenebilir. Heidelberger-Welch testinde ise tüm zincirler durağan olarak bulunmuştur. Ancak ikinci aşamaya geçildiğinde ise yarı genişlik testinden geçemeyen zincirler bulunduğu ($YG > 0.1$) görülmektedir. İterasyon sayısı arttırıldığında, ikinci aşama için yakınsama sorununun çözüldüğü görülmüştür. Söz konusu zincirler diğer yakınsama sınamalarından geçtiği ve mevcut zincir ile iterasyon sayısı arttırılan zincirin sınıflama başarısına katkısı aynı olduğu için zincir bu haliyle bırakılmıştır.

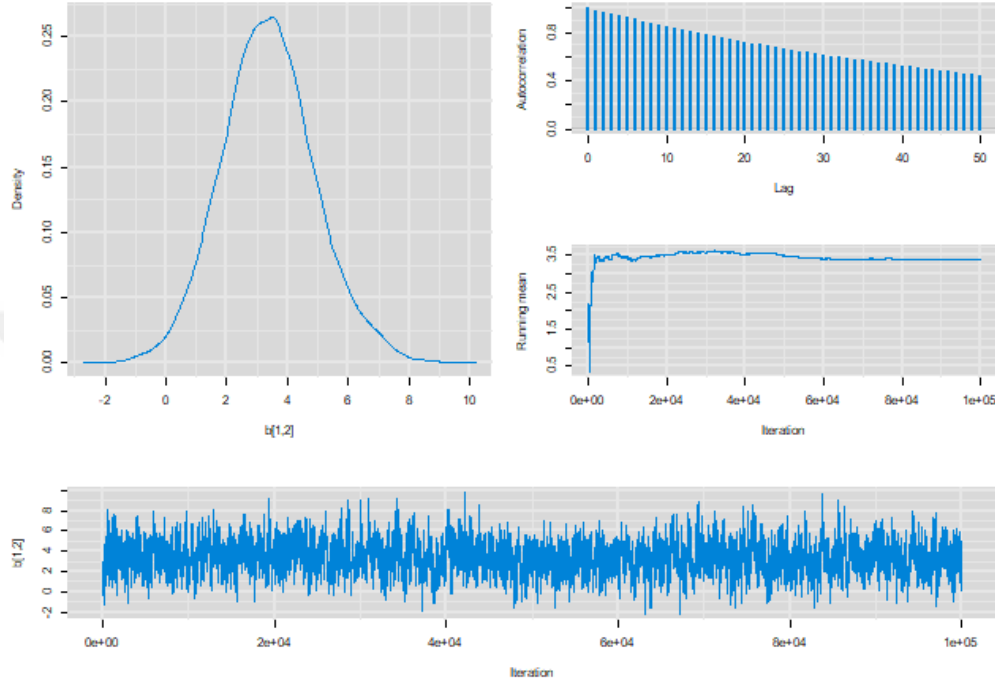
Oluşturulan zincirdeki yakınsaklığın kontrol edilmesi için MC hatası ve istatistiksel testlerin yanı sıra grafiksel yöntemlere de başvurulmuştur. Şekil 3.10’da, modelin parametrelerinin yakınsaklığının incelenmesi için iz, otokorelasyon ve sonsal yoğunluk grafikleri verilmiştir. MH algoritmasıyla elde edilen zincire kıyasla $\hat{\beta}_{01}, \hat{\beta}_{21}$,

$\hat{\beta}_{51}$, $\hat{\beta}_{02}$, $\hat{\beta}_{22}$, $\hat{\beta}_{42}$, $\hat{\beta}_{52}$ katsayılarına ilişkin zincirlerde ilk 50 iterasyonda otokorelasyon probleminin bulunduğu görülmektedir. İz grafiklerine bakıldığında ise sabit katsayılara ilişkin zincirelerde yakınsaklık problemi olmakla birlikte, diğer katsayılar için yakınsama sağlandığı söylenebilir. Özetle Gibbs algoritmasıyla yakınsak bir zincir elde etmek için MH algoritmasına kıyasla daha fazla iterasyon yapılması gerekmiştir.

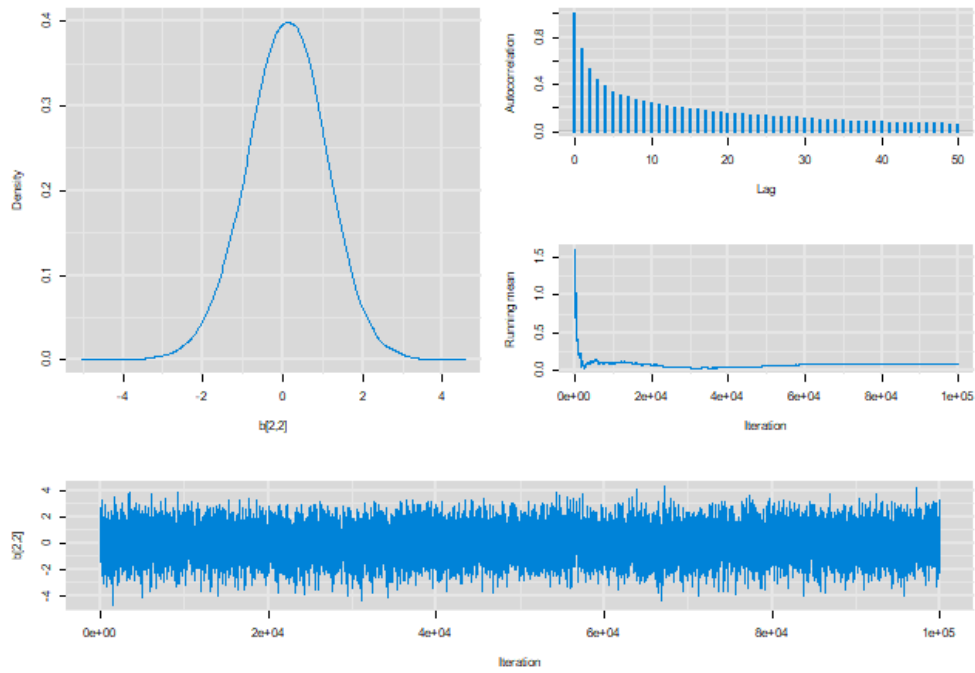


Şekil 3.10: Gibbs örnekleme ($N(0,0.0001)$) ile elde edilen parametrelere ilişkin grafikler

$\hat{\beta}_{01}$

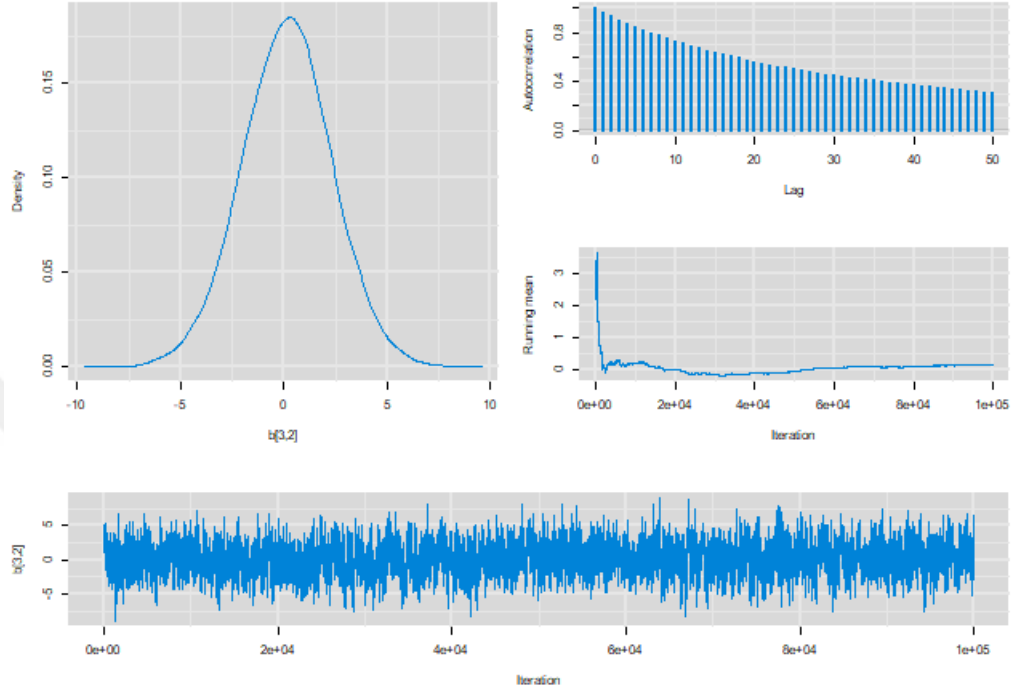


$\hat{\beta}_{11}$

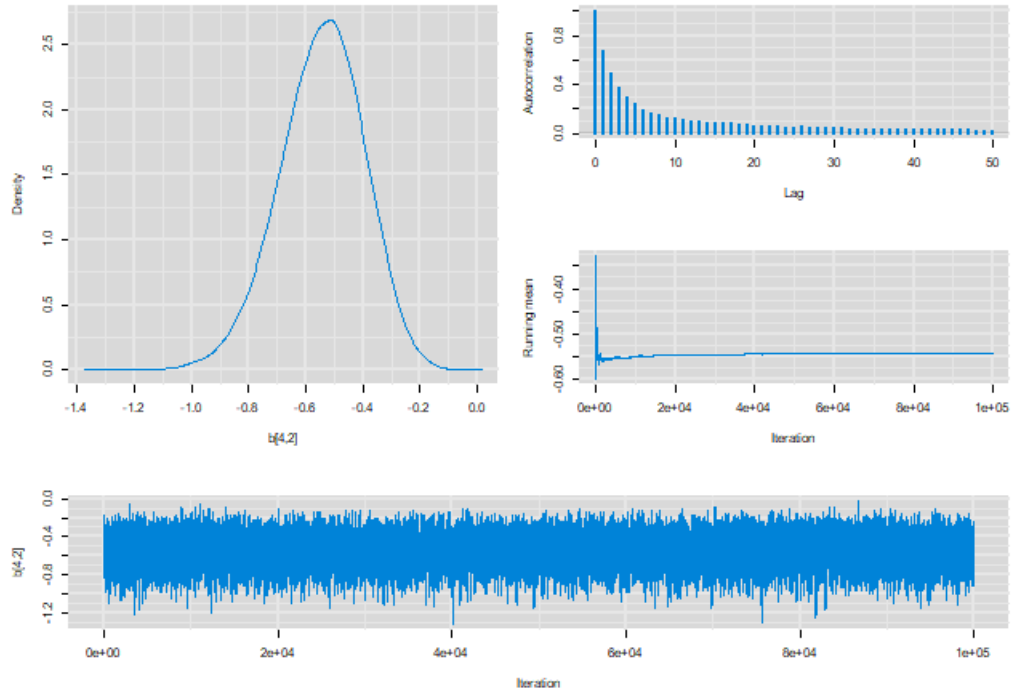


Şekil 3.10: (devam)

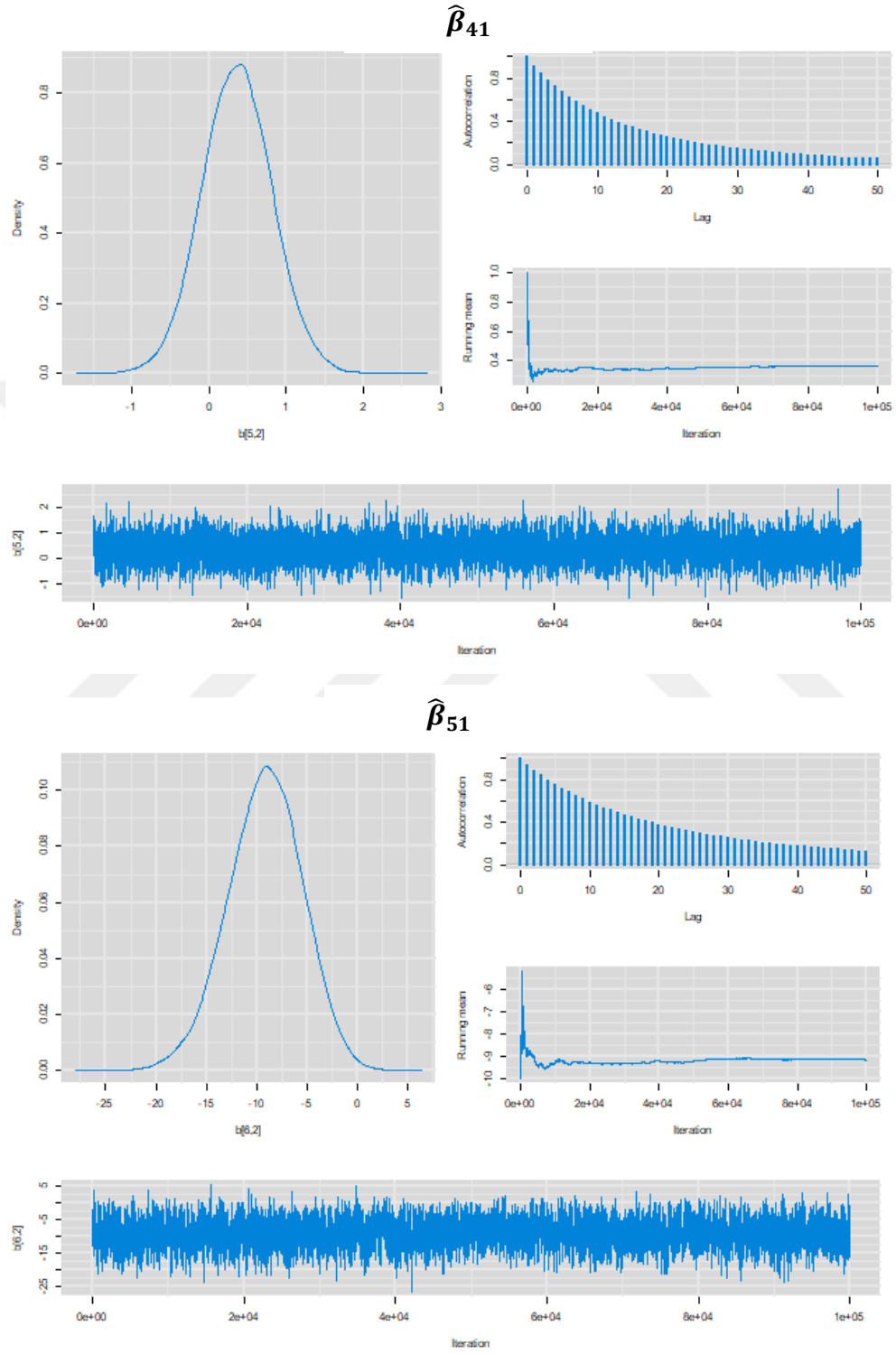
$\hat{\beta}_{21}$



$\hat{\beta}_{31}$

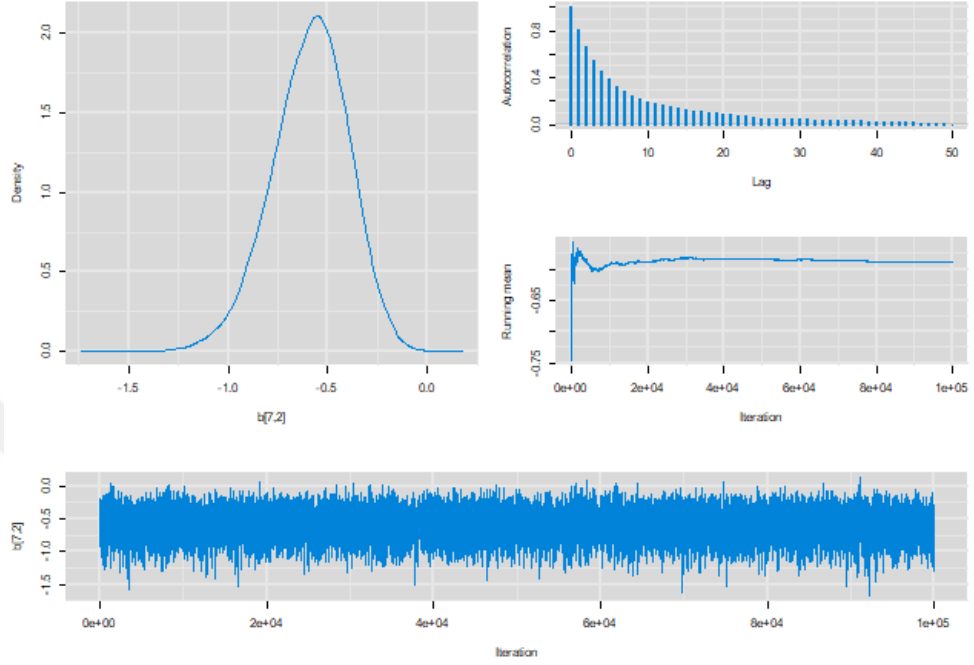


Şekil 3.10: (devam)

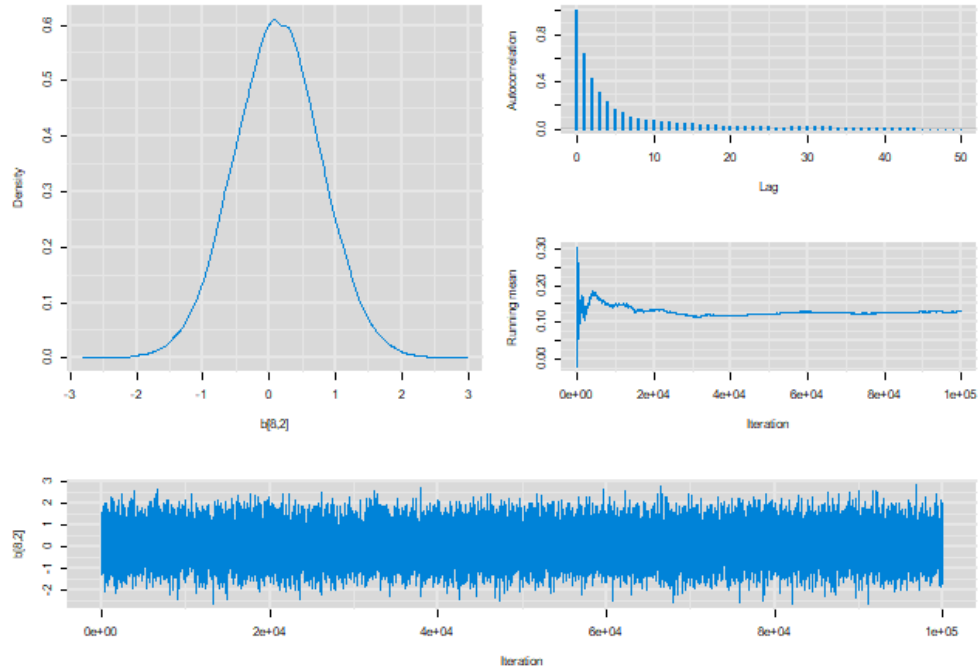


Şekil 3.10: (devam)

$\hat{\beta}_{61}$

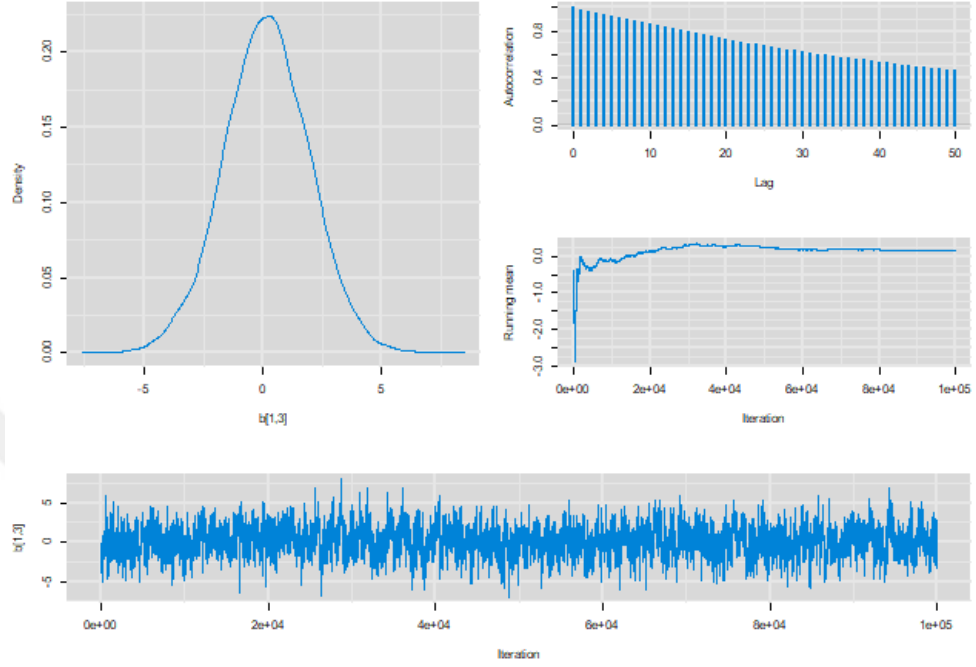


$\hat{\beta}_{71}$

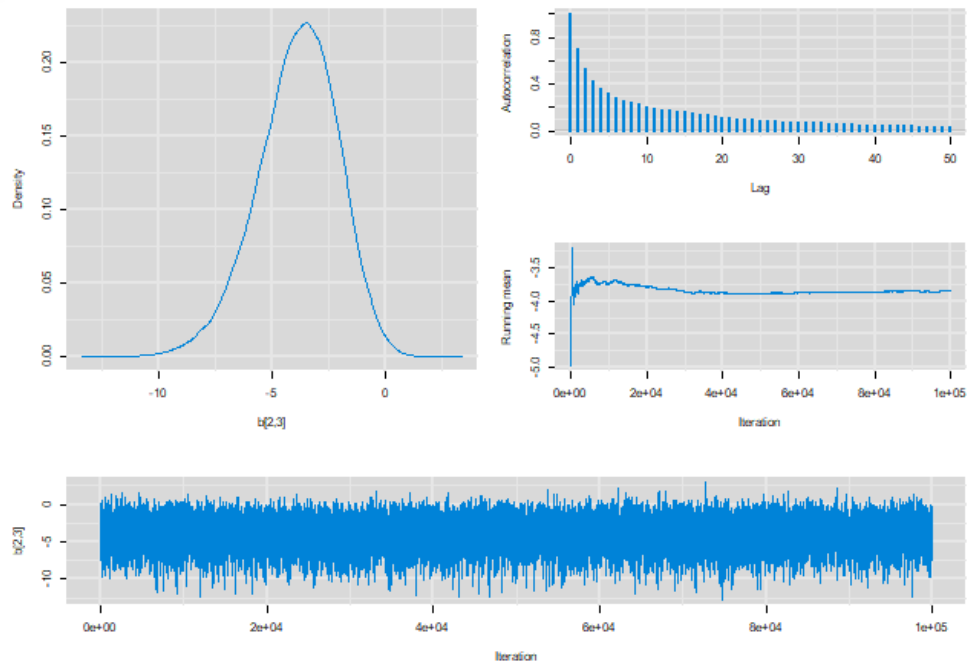


Şekil 3.10: (devam)

$\hat{\beta}_{02}$

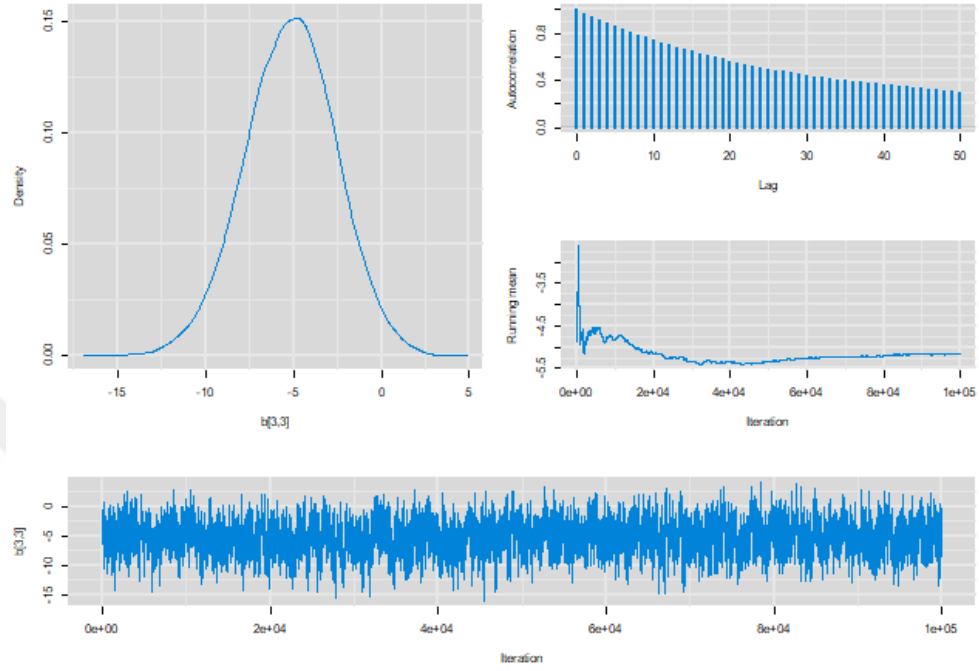


$\hat{\beta}_{12}$

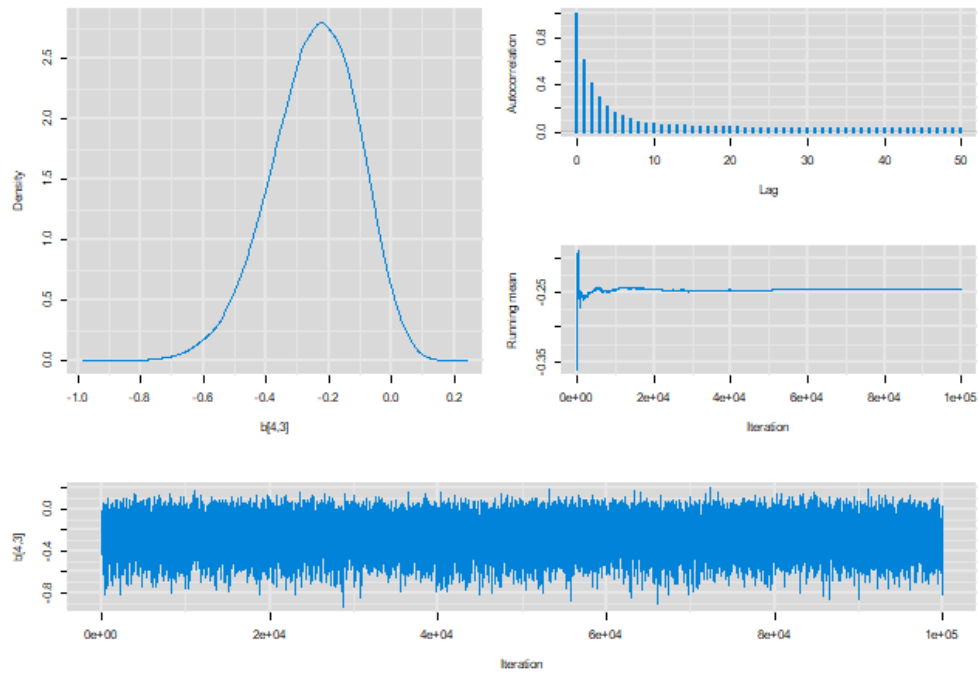


Şekil 3.10: (devam)

$\hat{\beta}_{22}$

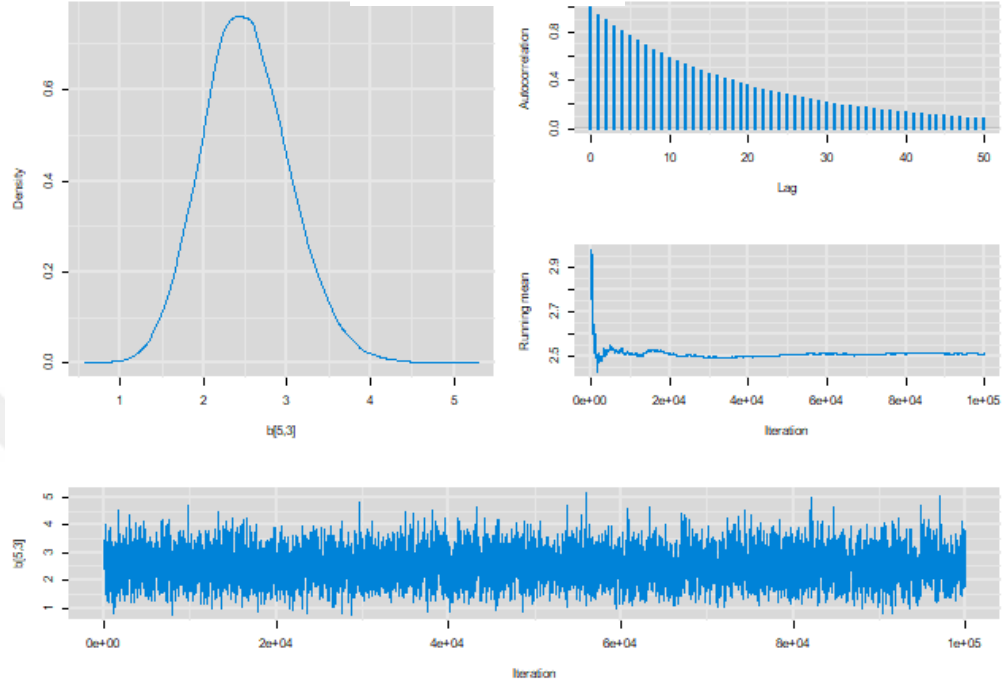


$\hat{\beta}_{32}$

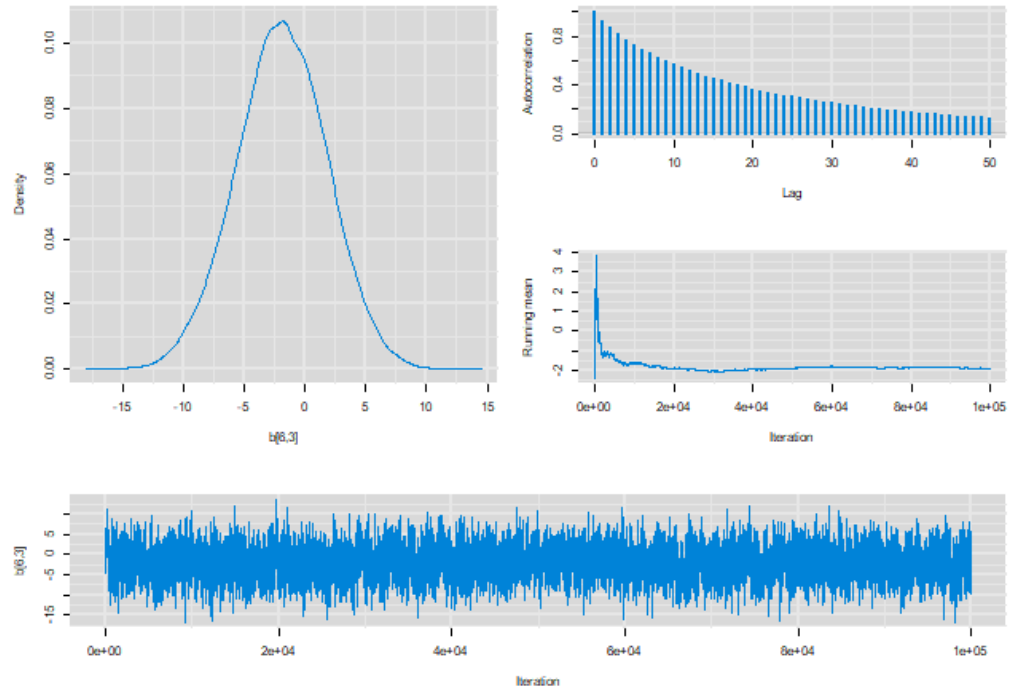


Şekil 3.10: (devam)

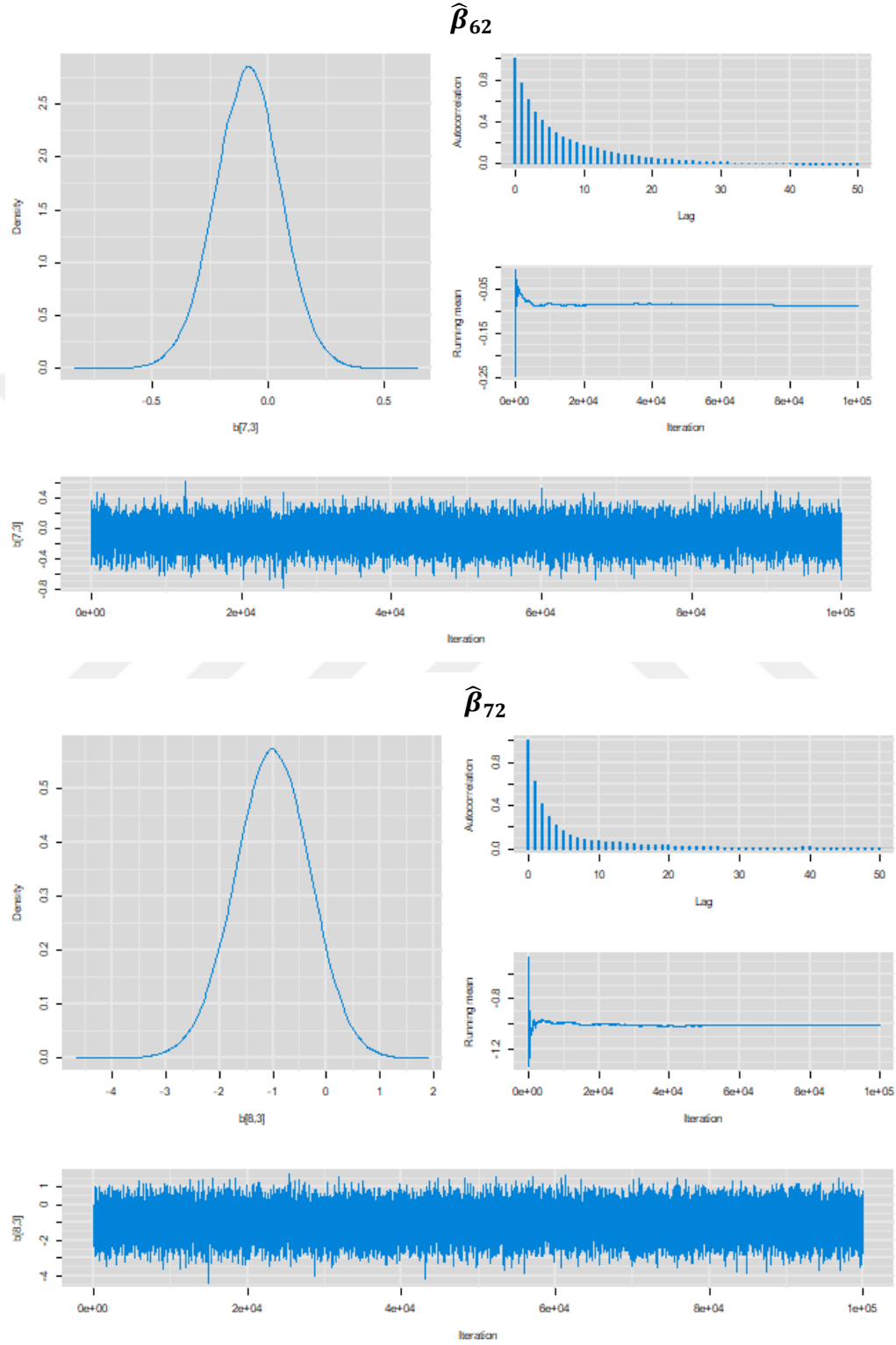
$\hat{\beta}_{42}$



$\hat{\beta}_{52}$



Şekil 3.10: (devam)



3.9. Klasik ve Bayesyen Multinomial Lojistik Regresyon Modellerinin Karşılaştırılması

İmalat sanayi işletmelerinin finansal başarı durumunun değerlendirilmesi için kurulan Denklem (3.4) modelinin klasik MLR, MH ile Gibbs algoritmaları kullanılarak elde edilen Bayesyen MLR tahmin sonuçları sırasıyla Tablo 3.7, Tablo 3.9 ve Tablo 3.11’de verilmiştir. Bu tablolarda sunulan sonuçlara ek olarak farklı önsel dağılımlar kullanılarak Bayesyen modeller tahmin edilmiştir. Farklı önsel dağılımlar ile Bayesyen modellerin oluşturulmasında yine MH ve Gibbs örnekleme algoritmalarından yararlanılmıştır. Modellerde kullanılan önsel dağılım parametreleri birçok deneme sonucunda belirlenmiştir. EÇO tahmincisi kullanılarak elde edilen klasik model ile farklı önsel dağılımlar kullanılarak elde edilen Bayesyen modellerin tahmin başarısının karşılaştırılması için çeşitli sınıflandırma ölçütleri kullanılmıştır. Bunlar duyarlılık, özgüllük, pozitif/negatif tahminci değer ve genel doğru sınıflandırma oranı şeklindedir.

Modellerin karşılaştırılmasına ilişkin sınıflandırma ölçütleri Tablo 3.13’de verilmiştir. Buna göre;

- Klasik model ile önsel dağılımın $N(0,0.0001)$ olarak alındığı MH ve Gibbs örnekleme algoritmalarıyla elde edilen Bayesyen modellerin, bahsedilen tüm sınıflandırma ölçütlerine göre aynı olduğu görülmektedir. Kurulan modellerdeki parametre tahmin değerleri birbirinden farklı olmakla birlikte sınıflandırma başarısı açısından bakıldığında önemli bir farklılık görülmemektedir. Kullanılan önsel dağılımın varyansı azaltılınca doğru sınıflandırma olasılığı %80.25 iken %80.89’a küçük bir artış göstermiştir.
- Çalışmada parametrelere ilişkin bilgi vermeyen önsel dağılımların yanı sıra bilgi veren önsel dağılımdan yararlanmak amacıyla bir önceki yıla ait model tahmin edilmiştir. Bu tahmin 2017 yılının değerleri bağımlı değişken olarak, 2016 yılının finansal oranları bağımsız değişken olarak oluşturulmuştur ve tahmin sonuçları Tablo 3.8’de verilmiştir. Böylece her bir parametre için ortalama ve standart hata bilgileri kullanılarak bilgi veren normal dağılım elde

edilmiştir ve bu dağılıma ait ölçütler Tablo 3.13'te $N(\beta_i, 1/\sigma_i^2)$ şeklinde ifade edilmiştir. Bilgi veren önsel dağılım ile oluşturulan Bayesyen modellerin doğru sınıflandırma oranlarına bakıldığında, hem klasik yaklaşım ile hem de bilgi vermeyen önsel dağılım ile elde edilen sınıflandırma başarısının altında kaldığı (%79.62) görülmektedir. Bu sonuç imalat sanayinde, 2017 yılının verilerinin 2018 yılı için yeterince bilgi vermediğini göstermektedir. Bu durumun makro ekonomik nedenleri ayrıca araştırılmalıdır.

- Bayesyen modellerin oluşturulmasında normal dağılımın yanı sıra uniform, Laplace, Cauchy ve t dağılımları da önsel dağılım olarak ele alınmıştır. Dağılımlara ait parametreler yapılan birçok deneme sonucu belirlenmiş olup en yüksek doğru sınıflandırma oranına (%82.17) sahip modelin, Cauchy dağılımı ile elde edildiği görülmektedir. Bununla birlikte MH algoritması kullanılarak oluşturulan modelin sınıflandırma başarısı, Gibbs örnekleme ile oluşturulan modele göre daha yüksek doğruluğa sahiptir.
- Duyarlılık, özgüllük, pozitif/negatif tahminci değerler açısından bakıldığında, stok kategorisinin doğru sınıflandırma oranlarının başarılı ve akış kategorilerine kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir. Diğer bir ifadeyle tahmin edilen modellerin, gerçekte stok esaslı başarısız olan işletmeleri yine stok kategorisine atama başarısı diğer kategorilere kıyasla daha yüksektir.

Tablo 3.13: Klasik ve Bayesyen multinominal lojistik regresyon modellerinin sınıflandırma başarılarının karşılaştırılması

Yöntem		DSO	Duyarlılık			Özgüllük			Poz. Tah. Değer			Neg. Tah. Değer		
			Başarılı	Akış	Stok	Başarılı	Akış	Stok	Başarılı	Akış	Stok	Başarılı	Akış	Stok
EÇO tahmini		80.25	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52
MH	N(0,0.0001)	80.25	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52
	N(0,0.01)	80.89	84.62	69.77	85.71	88.04	89.47	93.52	83.33	71.43	85.71	89.01	88.70	93.52
	$N(\beta_i, 1/\sigma_i^2)^9$	79.62	81.54	69.77	85.71	88.04	87.72	93.52	82.81	68.18	85.71	87.10	88.50	93.52
	Uniform(-10,5)	80.89	86.15	67.44	85.71	85.87	91.23	93.52	81.16	74.36	85.71	89.77	88.14	93.52
	Laplace(-1,1)	77.07	80.00	65.12	83.67	85.87	87.72	91.67	80.00	66.67	82.00	85.87	86.96	92.52
	Cauchy(13,6)	82.17	84.62	74.42	85.71	90.22	89.47	93.52	85.94	72.73	85.71	89.25	90.27	93.52
	$t(0,2.5,7)^{10}$	78.98	80.00	72.09	83.67	85.87	89.47	92.59	80.00	72.09	83.67	85.87	89.47	92.59
Gibbs	N(0,0.0001)	80.25	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52	83.08	69.77	85.71	88.04	88.60	93.52
	N(0,0.01)	80.89	84.62	69.77	85.71	88.04	89.47	93.52	83.33	71.43	85.71	89.01	88.70	93.52
	$N(\beta_i, 1/\sigma_i^2)$	79.62	81.54	69.77	85.71	88.04	87.72	93.52	82.81	68.18	85.71	87.10	88.50	93.52
	Uniform(-10,5)	80.25	84.62	67.44	85.71	86.96	89.47	93.52	82.09	70.73	85.71	88.89	87.93	93.52
	Laplace(-1,1)	77.07	80.00	65.12	83.67	85.87	87.72	91.67	80.00	66.67	82.00	85.87	86.96	92.52
	Cauchy(13,6)	81.53	83.08	74.42	85.71	90.22	88.60	93.52	85.71	71.11	85.71	88.30	90.18	93.52
	$t(0,2.5,7)$	79.62	80.00	74.42	83.67	86.96	89.47	92.59	81.25	72.73	83.67	86.02	90.27	92.59

⁹ Tablo 3.8 ile verilen bir önceki yıla ait parametre tahminleri ve standart hataları kullanılarak oluşturulan bilgi veren önsel dağılımı ifade etmektedir.

¹⁰ Gelman vd. (2008) tarafından önerilen önsel dağılım

SONUÇ

İşletme başarısızlığı, kısa vadeli borçları ödemede yaşanan güçlükten iflasa kadar uzanan oldukça geniş bir kavramdır. Büyüklüğü ve yaşına bakılmaksızın her işletme finansal başarısızlık yaşayabilir. Çeşitli iç ve dış etmenlerin sebep olduğu işletme başarısızlığı; yöneticiler, yatırımcılar, alacaklı kuruluşlar, çalışanlar, sendikalar, finansal analistler, dış denetçiler, hükümetler ve çeşitli düzenleyici kurumlar gibi birçok paydaşı etkileyebilir. Bununla beraber, çeşitli sektörlerde faaliyet gösteren birden çok işletmenin finansal başarısızlık yaşaması, sadece paydaşların etkilenmesinin ötesinde ülke ekonomisinde de olumsuz etkilere sebep olabilir. Tüm bu durumların önüne geçilebilmesi için işletmelerin tedbir alması gerekmektedir. Bu sebeple finansal başarısızlık riskinin önceden tahmin edilebilmesi son derece önem kazanmış ve yıllardır üzerinde çalışılan bir konu olmuştur. İşletmelerin sektörel yapıları ve faaliyet alanları farklılık gösterebilir. İşletmenin varlığını sürdürdüğü ülkedeki ekonomik koşullar ve politikaların değişiklik göstermesi, sektörel yapısı ve faaliyet alanı aynı olsa dahi, benzer işletmeler için farklı analiz sonuçlarının elde edilmesine sebep olabilir. Bu sebeplerden birçok başarısızlık modeli geliştirilmiştir ve geliştirilmeye devam etmektedir.

Türkiye’de faaliyet gösteren ve Borsa İstanbul’da işlem gören halka açık imalat sanayi sektöründeki işletmeler için finansal başarı durumunun tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla 2018 yılında faaliyetlerine devam eden 175 işletme ele alınmıştır. Eksik verileri olan işletmeler elendikten sonra kalan 157 işletme ile analize devam edilmiştir. İşletmelerin finansal başarı durumunun tahmininde finansal oranlardan yararlanılmıştır ve 64 finansal oran ele alınmıştır. İlk olarak bu finansal oranlar için korelasyon matrisi elde edilmiştir. Korelasyonları 0.70’ten fazla olan oranlar elenmiştir ve 45 finansal oran bağımsız değişken adayı olarak alınmıştır. Ardından verideki aykırı gözlemlerin belirlenmesi için dayanıklı Mahalanobis uzaklıkları dikkate alınmıştır. Veri sayısının yetersizliği göz önüne alındığında aykırı gözlemlerin dışlanması yerine düzeltilmesi tercih edilmiştir. Verinin düzeltilmesi için ise Winsorizing yöntemi kullanılmıştır.

Altman (1983) ve Ross vd. (1999)'nın finansal başarısızlığın iki şekilde ortaya çıktığı savından hareketle, işletmelerin başarısızlık durumu akış ve stok esaslı ödeme güçlüğü şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırılmanın yapılmasında faiz karşılama oranı ve öz sermaye oranından yararlanılmıştır. Faiz karşılama oranı 1'den küçük olan işletmeler akış esaslı ödeme güçlüğü şeklinde sınıflandırılırken, özsermaye oranı 0.30'dan küçük olan işletmeler stok esaslı ödeme güçlüğü şeklinde sınıflandırılmıştır. Bu iki başarısızlık durumuna sahip olmayan işletmeler ise, başarılı olarak değerlendirilmiştir. Böylelikle multinominal ölçekli bir bağımlı değişken elde edilmiştir. Çalışmada işletmelerin finansal başarısızlık durumunun değerlendirilmesi için;

- Klasik multinominal lojistik regresyon ile
- Bayesyen multinominal lojistik regresyon yöntemi

birlikte kullanılarak iki aşamalı tahmin yapılmıştır. Hem küçük örneklerde gösterdiği performansı hem de parametrelere ilişkin önsel bilgiyi analize dâhil etmesi bakımından önemli avantajlara sahip olan Bayesyen modeller MH ve Gibbs örnekleme algoritmaları kullanılarak oluşturulmuştur.

Çalışmada ayrıca tek bir en iyi model olmaması ve aday bağımsız değişken sayısı arttıkça değişken seçim sürecinde meydana gelebilecek belirsizliklerden dolayı, değişken seçiminde kullanılan yöntemlerden rastlantısal orman, Bayesyen model ortalaması ve adımsal seçim yöntemlerinden yararlanılmıştır. Klasik ve Bayesyen MLR sonucu elde edilen doğru sınıflandırma oranı en yüksek olan değişken seçim yönteminin geriye doğru adımsal seçim yöntemi olduğu görülmüştür. En düşük doğru sınıflama oranını veren model ise BMA yöntemiyle elde edilen modeldir. Geriye doğru adımsal seçim yöntemi ile elde edilen modelin katsayıların anlamlılığı ve büyüklüğü incelendiğinde istatistiksel olarak yorumlanabilir olmadığı görülmüştür. Ayrıca geriye doğru adımsal seçim yöntemi ile elde edilen Bayesyen tahmin sonuçlarına bakıldığında oluşturulan zincirin iterasyon sayısı arttırılsa da hiçbir yakınsaklık sınavasını geçemediği ve IIA varsayımını sağlamadığı ortaya konulmuştur. İleriye doğru adımsal, adımsal ve BMA yöntemleri ile seçilen finansal oranlarla oluşturulan

Bayesyen modellerin ise yakınsaklık kriterlerini sağladığı görülmüştür. Ancak adımsal seçim ve ileriye doğru adımsal seçim yöntemleriyle elde edilen modellerde de IIA varsayımının sağlanmadığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla sonsal dağılım zinciri yakınsak olsa dahi, modellerin çıkarım amacıyla kullanılması uygun değildir. RF yöntemi ile oluşturulan Bayesyen model ise diğer yakınsaklık sınamalarını geçmekle beraber, HW testine göre yakınsak bulunamamıştır. RF yöntemiyle oluşturulan modelde IIA varsayımı sağlanmakla birlikte, geriye doğru adımsal seçim yönteminde olduğu gibi, istatistiksel olarak yorumlanabilir değildir.

Ayrıca çalışmada, finansal başarı literatüründe önemli yere sahip olan ve literatürde sıklıkla ele alınan çeşitli finansal başarısızlık modelleri de karşılaştırma yapmak amacıyla Türk imalat sanayi işletmeleri için tahmin edilmiştir. Bunlar; Beaver (1966), Altman (1968), Taffler (1977), Ohlson (1980), Taffler (1980) ve Zmijewski (1983) çalışmalarıdır. Modellerin ortak özelliği, işletmelerin finansal başarı durumunu iflas/başarılı şeklinde iki kategorili olarak ele almasıdır. Burada amaç Beaver, Altman, Taffler, Ohlson ve Zmijewski modellerinin Türk imalat sanayi işletmelerine bir uyarlamasını yapmaktır. Bu çalışmanın üç kategorili bağımlı değişkeni ve modellerde kullanılan bağımsız değişkenler ile klasik ve Bayesyen MLR modelleri tahmin edilmiştir. Doğru sınıflama oranı en yüksek olan modelin Ohlson (1980) olduğu görülmektedir. En düşük doğru sınıflama oranına sahip model ise Taffler (1980) modelidir. Ancak Beaver, Altman, Taffler, Ohlson ve Zmijewski modellerinin, multinominal lojistik regresyonun IIA varsayımını sağlamadığı görülmüştür. Dolayısıyla tahmin edilen multinominal lojistik regresyon modelleri geçerli değildir. Bu sebeple doğru sınıflandırma başarılarının yorumlanması da uygun olmamaktadır.

Değişken seçim yöntemleri ve literatürde sıklıkla kullanılan modellerin yanı sıra oluşturulan bir diğer model ise; NO, KVADV, NGFGFG, BO, BKM, DUVDH ve NGD finansal oranları kullanılarak oluşturulan modeldir. Elde edilen modelde çoklu doğrusal bağlantı olmadığı, kategoriler arasında bağımsızlık varsayımının sağlandığı ve modelin uyumunun iyi olduğu görülmüştür. Modelin klasik MLR ile tahmininden elde edilen doğru sınıflandırma oranı %80.25 olarak bulunmuştur. Bu modelin Bayesyen tahmini ise;

- Bilgi vermeyen önsel dağılım kullanılarak,
- Çalışmada parametrelere ilişkin bilgi vermeyen önsel dağılımların yanı sıra bir önceki yıla ait model tahmin edilmiştir. Böylece her bir parametre için ortalama ve standart hata bilgileri kullanılarak elde edilen, bilgi veren normal dağılım kullanılarak,
- Dört farklı önsel dağılım kullanılarak

yapılmıştır. Bilgi vermeyen önsel dağılım kullanılarak elde edilen Bayesyen MLR tahmini ile elde edilen doğru sınıflandırma oranı beklenildiği gibi klasik yaklaşımdaki ile aynı olmuştur. Bayesyen yaklaşımda bilgi vermeyen önsel dağılımın yanı sıra uniform, Cauchy, Laplace ve t dağılımları da dikkate alınmıştır. Farklı önsel dağılımlar denendiğinde doğru sınıflandırma oranlarının değiştiği gözlenmiştir. En yüksek doğru sınıflandırma oranı (%82.17) Cauchy dağılımı ile elde edilirken, en düşük doğru sınıflandırma oranı (%77.07) Laplace dağılımı ile elde edilmiştir.

Sonuç olarak oluşturulan tüm alternatif modeller arasında hem multinominal lojistik regresyonun başta kategoriler arası bağımsızlık varsayımı olmak üzere tüm varsayımlarını karşılaması, hem istatistiksel olarak yorumlanabilir olması hem de yakınsaklık kriterlerini sağlaması bakımından Cauchy dağılımı ile elde edilen modelin en uygun model olduğu söylenebilmektedir.

Çalışmada elde edilen bulgular değerlendirildiğinde, uygun önsel dağılım belirlendiğinde, Bayesyen yaklaşımla elde edilen doğru sınıflandırma oranlarının az da olsa daha yüksek olduğu söylenebilmektedir. Parametrelere ilişkin önsel bilginin varlığı halinde doğru sınıflandırma başarısının artacağı düşünülmektedir.

Çalışmanın literatüre katkısı ise Türkiye’de faaliyet gösteren işletmelerin finansal başarısızlığı için iflas/ıflas etmeyen şeklinde ikili bir sınıflandırma yerine, yapılan Türkçe literatür taraması sonucunda bilindiği kadarıyla, çoklu başarı durumunu dikkate alan ilk çalışma olmasıdır.

Çalışmada işletmelerin başarısızlığının tahmin edilmesinde sadece finansal oranlardan yararlanılmıştır. Oysa modellere makro ekonomik değişkenler ve piyasa büyüklüğü gibi piyasa değişkenleri de dahil edilebilir.

KAYNAKÇA

- Acosta-González, E., & Fernández-Rodríguez, F.: “Forecasting Financial Failure of Firms via Genetic Algorithms”, **Computational Economics**, 2014, 43(2), 133–157.
- Acquah, H. D.: “Bayesian Logistic Regression Modelling via Markov Chain Monte Carlo Algorithm”, **Journal of Social and Development Sciences**, 2013, 4(4), 193–197.
- Agresti, A.: **Analysis of Ordinal Cathegorical Data**, New York, John Wiley & Sons, 1984.
- Agresti, Alan.: **Categorical Data Analysis**, John Wiley & Sons, 2nd Edition, 2002.
- Aksoy, H. K., & Güner, A.: “A Bayesian Approach to Demand Estimation”, **Procedia Economics and Finance**, 2015, 26, 777–784.
- Aktaş, R.: **Mali Başarısızlık (İşletme Riski) Tahmin Modelleri**, Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, 2. Baskı, 1997.
- Alaka, H. A., Oyedele, L. O., Owolabi, H. A., Ajayi, S. O., Bilal, M., & Akinade, O. O.: “Methodological approach of construction business failure prediction studies: a review”, **Construction Management and Economics**, 2016, 34(11), 808–842.
- Albayrak, A. S.: **Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri**, Asil Yayın Dağıtım, 2006.
- Albert, J.: **Bayesian Computation with R**, Springer, 2nd Edition, 2009.
- Alfons, A.: "robustHD: An R package for robust regression with high-dimensional data", **Journal of Open Source Software**, 2021, 6(67), 3786.
- Allison, P. D.: **Multiple regression: A primer**, Pine Forge Press, 1999.
- Alpar, R.: **Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler**, Ankara, Detay Yayıncılık, 4. Baskı, 2013.
- Altman, D. G., & Andersen, P. K.: “Bootstrap investigation of the stability of a Cox regression model”, **Statistics in Medicine**, 1989, 8(7), 771–783.

- Altman, E. I.: "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy", **The Journal of Finance**, 1968, 23(4), 589–609.
- Altman, E.I.: **Corporate Financial Distress: A Complete Guide to Predicting, Avoiding, and Dealing With Bankruptcy**, John Wiley & Sons, 1983.
- Altman, Edward I., Haldeman, R. G., & Narayanan, P.: "ZETA™ analysis: A new model to identify bankruptcy risk of corporations", **Journal of Banking and Finance**, 1977, 1(1), 29–54.
- Altman, Edward I., & Hotchkiss, E.: **Corporate Financial Distress and Bankruptcy: Predicting and Avoid Bankruptcy, Analyze and Invest in Distressed Debt**, John Wiley & Sons, 3rd Edition, 2006.
- Altman, Edward I., Iwanicz-Drozowska, M., Laitinen, E. K., & Suvas, A.: "Financial Distress Prediction in an International Context: A Review and Empirical Analysis of Altman's Z-Score Model", **Journal of International Financial Management and Accounting**, 2017, 28(2), 131–171.
- Altman, Edward I., Avery, R. B., Sinkey Jr, J. F., & Eisenbeis, R. A.: **Application of classification techniques in business, banking, and finance**, Jai Press, 1981.
- Altman, Edward I., & Hotchkiss, E.: **Corporate Financial Distress and Bankruptcy: Predict and Avoid Bankruptcy, Analyze and Invest in Distressed Debt**, New York, John Wiley & Sons, 1993.
- Ando, T.: **Bayesian Model Selection and Statistical Modeling**, CRC Press, 2010.
- Andreev, Y. A.: **Predicting Financial Distress : A Multinomial Logistic Approach To Spanish Firms**, PhD Thesis, Barcelona, Universitat Autònoma de Barcelona, 2006.
- Andrew, D. M., Kevin, M. Q., & Jong, H. P.: "MCMCpack: Markov Chain Monte Carlo in R", **Journal of Statistical Software**, 2011, 42(9), 1-21.
- Bayaga, A.: "Multinomial Logistic Regression: Usage and Application in Risk Analysis", **Journal of Applied Quantitative Methods**, 2010, 5(2), 288–297.

- Beaver, W. H.: "Financial Ratios As Predictors of Failure", **Journal of Accounting Research**, 1966, 71–111.
- Bendel, R. B., & Afifi, A. A.: "Comparison of Stopping Rules in Forward "Stepwise" Regression", **Journal of the American Statistical Association**, 1977, 72(357), 46–53.
- Berger, J. O.: **Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis**, Springer, 1985.
- Berger, J. O., & Bernardo, J. M.: "Estimating a product of means: Bayesian analysis with reference priors", **Journal of the American Statistical Association**, 1989, 84(405), 200–207.
- Berger, J. O., & Bernardo, J. M.: "On the development of the reference prior method", **Bayesian Statistics**, 1992, 4(4), 35–60.
- Bernardo, J. M.: "Reference posterior distributions for Bayesian inference", **Journal of the Royal Statistical Society: Series B**, 1979, 41(2), 113–128.
- Blaine, B. E.: "Winsorizing", **The SAGE Encyclopedia of Educational Research, Measurement, and Evaluation**, 2018, 1817–1818.
- Blum, M.: "Failing Company Discriminant Analysis", **Journal of Accounting Research**, 1974, 12(1), 1–25.
- Bolstad, W. M.: **Bayesian Statistics**, John Wiley & Sons, 2nd Edition, 2007.
- Box, G. E. P., & Tiao, G. C.: **Bayesian Inference in Statistical Analysis**, John Wiley & Sons, 1992.
- Box, G. E., & Tiao, G. C.: "Comparison of forecast and actuality", **Journal of the Royal Statistical Society: Series C**, 1976, 25(3), 195–200.
- Breiman, L.: "Random forests", **Machine Learning**, 2001, 45(1), 5–32.
- Brooks, S.: "Markov Chain Monte Carlo Method and Its Application", **Journal of the Royal Statistical Society: Series D**, 1998, 47(1), 69–100.
- Buckland, S. T., Burnham, K. P., & Augustin, N. H.: "Model selection: an integral part of inference", **Biometrics**, 1997, 603–618.

- Bursac, Z., Gauss, C. H., Williams, D. K., & Hosmer, D. W.: "Purposeful Selection of Variables in Logistic Regression", **Source Code for Biology and Medicine**, 2008, 3(1), 1-8.
- Çabuk, A., & Lazol, İ.: **Mali tablolar analizi**, Ekin Basım Yayın Dağıtım, 18. Baskı, 2018.
- Carlin, B. P., Chaloner, K., Church, T., & Matts, J. P.: "Bayesian Approaches for Monitoring Clinical Trials with an Application to Toxoplasmic Encephalitis Prophylaxis", **The Statistician**, 1993, 42(4), 355–267.
- Carlin, B. P., & Chib, S.: "Bayesian Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods", **Journal of the Royal Statistical Society: Series B**, 1995, 57(3), 473–484.
- Chatfield, C.: "Model uncertainty, data mining and statistical inference", **Journal of the Royal Statistical Society: Series A**, 1995, 158(3), 419–444.
- Chen, J., Marshall, B. R., Zhang, J., & Ganesh, S.: "Financial distress prediction in China", **Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies**, 2006, 9(2), 317–336.
- Cheng, S., & Long, J. S.: "Testing for IIA in the multinomial logit model", **Sociological Methods & Research**, 2007, 35(4), 583–600.
- Chib, S., & Greenberg, E.: "Analysis of multivariate probit models", **Biometrika**, 1998, 85(2), 347–361.
- Chib, Siddhartha, & Greenberg, E.: "Understanding the metropolis-hastings algorithm", **The American Statistician**, 1995, 49(4), 327–335.
- Christensen, R.: **Log-Linear Models and Logistic Regression**, Springer, 2nd Edition, 1997.
- Chung, K.-C., Tan, S. S., & Holdsworth, D. K.: "Insolvency Prediction Model Using Multivariate Discriminant Analysis and Artificial Neural Network for the Finance Industry in New Zealand", **International Journal of Business and Management**, 2008, 3(1), 19–29.
- Cılız, C.: **Bayesgil istatistik yöntemleri ile pırlanta fiyatının analizi**, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2007.

- Clayton, D. G.: "Generalized linear mixed models", **Markov Chain Monte Carlo in Practice**, 1996, 1, 275–302.
- Congdon, P.: "The development of gravity models for hospital patient flows under system change: A Bayesian modelling approach", **Health Care Management Science**, 2001, 4(4), 289–304.
- Congdon, P.: **Bayesian Statistical Modelling**, John Wiley & Sons, 2nd Edition, 2006.
- Cook, John D.: "Conjugate prior relationships", (Çevrimiçi) https://www.johndcook.com/blog/conjugate_prior_diagram/, 14.05.2021.
- Cowles, M. K., & Carlin, B. P.: "Markov chain Monte Carlo convergence diagnostics: a comparative review", **Journal of the American Statistical Association**, 1996, 91(434), 883–904.
- Daszykowski, M., Kaczmarek, K., Vander Heyden, Y., & Walczak, B.: "Robust statistics in data analysis-A review: Basic concepts", **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, 2007, 85(2), 203–219.
- Dawid, A. P.: "Posterior expectations for large observations", **Biometrika**, 1973, 60(3), 664–667.
- Deakin, E. B.: "A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure", **Journal of Accounting Research**, 1972, 10(1), 167.
- Derksen, S., & Keselman, H. J.: "Backward, forward and stepwise automated subset selection algorithms: Frequency of obtaining authentic and noise variables", **British Journal of Mathematical and Statistical Psychology**, 1992, 45(2), 265–282.
- Draper, D.: "Assessment and propagation of model uncertainty", **Journal of the Royal Statistical Society: Series B**, 1995, 57(1), 45–70.
- Eisenbeis, R. A.: "Pitfalls in the Application of Discriminant Analysis in Business, Finance, and Economics", **The Journal of Finance**, 1977, 32(3), 875–900.
- Ekici, O.: "İstatistikte Bayesyen ve Klasik Yaklaşımın Kavramsal Farklılıkları", **Balıkesir University Journal of Social Sciences Institute**, 2009, 12(21), 89-101.

- Fan, A., & Palaniswami, M.: "Selecting bankruptcy predictors using a Support Vector Machine approach", **Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks**, 2000, 6(2), 354–359.
- Fanning, K. M., & Cogger, K. O.: "A Comparative Analysis of Artificial Neural Networks Using Financial Distress Prediction", **Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management**, 1994, 3(4), 241–252.
- Frydman, H., Altman, E. I., & Kao, D. L.: "Introducing recursive partitioning for financial classification: the case of financial distress", **The Journal of Finance**, 1985, 40(1), 269–291.
- Fullerton, A. S., & Xu, J.: "The proportional odds with partial proportionality constraints model for ordinal response variables", **Social Science Research**, 2012, 41(1), 182–198.
- Gahary, K. M.: **Bayesian Estimation for Multinomial Logistic Regression**, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2015.
- Gamerman, D.: "Sampling from the posterior distribution in generalized linear mixed models", **Statistics and Computing**, 1997, 7(1), 57–68.
- Gamerman, Dani, & Lopez, H. F.: **Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference**, CRC Press, 2nd Edition, 2006.
- Garson, D. G.: **Logistic Regression: Binary and Multinomial**, Statistical Associates Publishing, 2014.
- Gasım, N.: **Bayesyen model ile doğrusal regresyon modellerinin karşılaştırılması üzerine bir uygulama**, Doktora Tezi, İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2013.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., & Rubin, D. B.: **Bayesian data analysis**, Chapman & Hall, 2nd Edition, 2004.
- Gelman, A., & Rubin, D. B.: "Inference from iterative simulation using multiple sequences (with discussion)", **Statistical Science**, 1992, 7, 457–472.

- Gelman, Andrew, **Bayesian Data Analysis**, CRC Press, 2014.
Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B.:
- Gelman, Andrew, "A Default Prior Distribution for Logistic and Other Regression Models", **Annals of Applied Statistics**, 2008, 2, 1360–1383.
Jakulin, A., Su, Y. S., & Pittau, M. G.:
- Geman, S., & Geman, D.: "Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images", **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 1984, 6(6), 721-741.
- Genceli, M.: **Ekonometri ve İstatistik İlkeleri**, Filiz Kitabevi, 2. Baskı, 2001.
- Geweke, J.: "Bayesian inference in econometric models using Monte Carlo integration", **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, 1989, 57(6), 1317–1339.
- Geweke, J.: **Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments**, Ed. by. J. M. Bernardo, J. O. B. Berger, A. P. Dawid, & A. F. M. Smith, Bayesian Statistics, Clarendon Press, 1992, 169–193.
- Geyer, C. J.: "Practical Markov Chain Monte Carlo", **Statistical Science**, 1992, 7(4), 473–483.
- Ghosh, J. K., Delampady, M., & Samanta, T.: **An Introduction to Bayesian Analysis, Theory and Methods**, Springer Texts in Statistics, 102, 2006.
- Ghosh, M.: "Hierarchical and Empirical Bayes Multivariate Estimation", **Lecture Notes-Monograph Series**, 1992, 17, 151–177.
- Gill, J.: **Bayesian Methods: A Social And Behavioral Sciences Approach**, Chapman & Hall/CRC, 2nd Edition, 2008.
- Gill, J.: **Bayesian Methods: A Social and Behavioral Sciences Approach**, CRC Press, 3rd Edition, 2015.
- Givens, G. H., & Hoeting, J. A.: **Computational Statistics**, John Wiley & Sons, 2nd Edition, 2013.

- Goddard, M.: "Introduction to Bayesian Statistics", **Course material for Armidale Animal Breeding Summer Course**, 2003, 135-162.
- Goodman, L. A.: "The Analysis of Multidimensional Contingency Tables: Stepwise Procedures and Direct Estimation Methods for Building Models for Multiple Classifications", **Technometrics**, 1971, 13(1), 33–61.
- Greenberg, E.: **Introduction to Bayesian Econometrics**, Cambridge University Press, 2008.
- Grego, J.: "Bayesian Data Analysis", **Technometrics**, 2004, 46(3), 363-364.
- Groenewald, P. C., & Mokgatlhe, L.: "Bayesian Computation for Logistic Regression", **Computational Statistics & Data Analysis**, 2005, 48(4), 857–868.
- Güner, A.: **Bayesci Yaklaşımda Eşlenik Aileleri Önseli İle Jeffreys Önselinin Karşılaştırılması**, Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2014.
- Gürbüz, A. O., & Ergincan, Y.: **Şirket Değerlemesi: Klasik ve Modern Yaklaşımlar**, İstanbul, Literatür Yayıncılık, 2004.
- Hamer, M. M.: "Failure Prediction: Sensitivity of Classification Accuracy to Alternative Statistical Methods and Variable Sets", **Journal of Accounting and Public Policy**, 1983, 2(4), 289–307.
- Hammersley, J. M., & Handscomb, D. C.: **The General Nature of Monte Carlo Methods**, In *Monte Carlo Methods*, Springer, 1964, 1-9.
- Harrell, F. E.: **Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis**, Springer, 806, 2001.
- Hastings, W. K.: "Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications", **Biometrika**, 1970, 57(1), 97-109.
- Hausman, J., & McFadden, D.: "Specification Tests for the Multinomial Logit Model", **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, 1984, 52(5), 1219–1240.

- Hayes, S. K., Hodge, K. A., & Hughes, L. W.: "A Study of the Efficacy of Altman's Z to Predict Bankruptcy of Specialty Retail Firms Doing Business in Contemporary Times", **Economics & Business Journal**, 2010, 3(1), 1-13.
- Heidelberger, P., & Welch, P. D.: "Simulation Run Length Control in the Presence of an Initial Transient", **Operations Research**, 1983, 31(6), 1109-1144.
- Hensher, D. A., Jones, S., & Greene, W. H.: "An error component logit analysis of corporate bankruptcy and insolvency risk in Australia", **Economic Record**, 2007, 83(260), 86-103.
- Hilbe, J. M.: **Practical Guide to Logistic Regression**, CRC Press, 2015.
- Hoff, P. D.: **A first course in Bayesian statistical methods**, Springer, 2009.
- Hosmer, D. W., & Lemeshow, S.: "Goodness of fit tests for the multiple logistic regression model", **Communications in Statistics-Theory and Methods**, 1980, 9(10), 1043-1069.
- Hosmer, D.W., & Lemeshow, S.: **Applied Logistic Regression**, John Wiley & Sons, 1989.
- Hosmer, David W, Lemeshow, S., & Sturdivant, R. X.: **Applied Logistic Regression**, John Wiley & Sons, 3rd Edition, 2013.
- Howson, C., & Urbach, P.: **Scientific Reasoning: The Bayesian Approach**, Open Court Publishing, 1993.
- Hu, Y. C., & Ansell, J.: "Measuring retail company performance using credit scoring techniques", **European Journal of Operational Research**, 2007, 183(3), 1595-1606.
- Ibrahim, J. G., & Laud, P. W.: "On Bayesian Analysis of Generalized Linear Models Using Jeffreys's Prior", **Journal of the American Statistical Association**, 1991, 86(416), 981-986.
- İmer, H.: **Türkiye İmalat Sanayiinde Sektörel Kümelenme Ve Rekabet Gücü: Seçilmiş Bölgeler İçin Bir Analiz**, Yüksek Lisans Tezi, İzmir, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2015.
- İpek, M.: **İstatistiğe Giriş II: Olasılık ve Tümdengelimci İstatistik**, İstanbul, Beta Yayınevi, 2006.

- Johnsen, T., & Melicher, R. W.: "Predicting corporate bankruptcy and financial distress: Information value added by multinomial logit models", **Journal of Economics and Business**, 1994, 46(4), 269-286.
- Jones, S., & Hensher, D. A.: "Modelling corporate failure: A multinomial nested logit analysis for unordered outcomes", **British Accounting Review**, 2007, 39(1), 89-107.
- Jones, S., & Hensher, D. A.: "Predicting Firm Financial Distress: A Mixed Logit Model", **The Accounting Review**, 2004, 79(4), 1011-1038.
- Kabir, G., Balek, N. B. C., & Tesfamariam, S.: "Sewer Structural Condition Prediction Integrating Bayesian Model Averaging with Logistic Regression", **Journal of Performance of Constructed Facilities**, 2018, 32(3), 1-10.
- Kapwata, T., & Gebreslasie, M. T.: "Random forest variable selection in spatial malaria transmission modelling in Mpumalanga Province, South Africa", **Geospatial Health**, 2016, 11(3), 251-262.
- Kass, R. E., Carlin, B. P., Gelman, A., & Neal, R. M.: "Markov Chain Monte Carlo in Practice: A Roundtable Discussion", **The American Statistician**, 1998, 52(2), 93-100.
- Kass, Robert E, & Raftery, A. E.: "Bayes Factors", **Journal of the American Statistical Association**, 1995, 90(430), 773-795.
- Kennedy, D. B.: "Classification techniques in accounting research: Empirical evidence of comparative performance", **Contemporary Accounting Research**, 1992, 8(2), 419-442.
- Kleinbaum, D. G., & Klein, M.: **Analysis of matched data using logistic regression**, In *Logistic regression: A self-learning text*, Springer, 2002, 227-265.
- Koop, G., Poirier, D. J., & Tobias, J. L.: **Bayesian Econometrics Methods**, Cambridge University Press, 2007.
- Korteweg, A.: "Markov Chain Monte Carlo Methods in Corporate Finance", **Bayesian Theory and Applications**, 2011, 1-44.
- Kroese, D. P., Taimre, T., & Botev, Z. I.: **Handbook of Monte Carlo Methods**, John Wiley & Sons, 2011.
- Kruschke, J. K.: **Doing Bayesian Data Analysis: A Tutorial with R and BUGS**, Academic Press, 2010.

- Laitinen, T., & Kankaanpää, M.: "Comparative Analysis of Failure Prediction Methods: The Finnish Case", **European Accounting Review**, 1999, 8(1), 67–92.
- Lam, P.: "Convergence Diagnostics", Lecture presented at Government 2002: Bayesian Statistics in Political Science Research, 2009.
- Lau, A. H. L.: "A Five-State Financial Distress Prediction Model", **Journal of Accounting Research**, 1987, 25(1), 127.
- Leamer, E. E., & Leamer, E. E.: **Specification searches: Ad hoc inference with nonexperimental data**, John Wiley & Sons, 1978.
- Lee, K., Ahn, H., Moon, H., Kodell, R. L., & Chen, J. J.: "Multinomial logistic regression ensembles", **Journal of Biopharmaceutical Statistics**, 2013, 23(3), 681–694.
- Leys, C., Klein, O., Dominicy, Y., & Ley, C.: "Detecting multivariate outliers : Use a robust variant of the Mahalanobis distance", **Journal of Experimental Social Psychology**, 2018, 74, 150–156.
- Libby, R.: "Accounting Ratios and the Prediction of Failure: Some Behavioral Evidence", **Journal of Accounting Research**, 1975, 13(1), 150.
- Lin, S. M., Ansell, J., & Andreeva, G.: "Predicting default of a small business using different definitions of financial distress", **Journal of the Operational Research Society**, 2012, 63(4), 539–548.
- Long, J. S., & Freese, J.: **Regression Models for Categorical Dependent Variables Using Stata**, Stata Press, 3rd Edition, 2014.
- Louvière, J. J., Hensher, D. A., & Swait, J. D.: **Stated Choice Methods: Analysis and Applications**, Cambridge University Press, 2000.
- Madigan, D., Genkin, A., Lewis, D. D., & Fradkin, D.: "Bayesian multinomial logistic regression for author identification", **AIP Conference Proceedings**, 2005, 803(1), 509–516.
- Madigan, D., & Raftery, A. E.: "Model Selection and Accounting for Model Uncertainty in Graphical Models Using Occam's Window", **Journal of the American Statistical Association**, 1994, 89(428), 1535–1546.

- Maharaulle, M. M. **Financial Distress Prediction: A Multinomial Logistic Approach to Small Companies**, University of Essex, 2011.
- Mamo, A. Q.: **Applicability of Altman (1968) Model in Predicting Financial Distress of Commercial Banks in Kenya**, Master Thesis, Nairobi, University of Nairobi, 2011.
- Marais, M. L., Patell, J. M., & Wolfson, M. A.: "The Experimental Design of Classification Models: An Application of Recursive Partitioning and Bootstrapping to Commercial Bank Loan Classifications", **Journal of Accounting Research**, 1984, 22, 87–114.
- McCullagh, P., & Nelder, J. A.: **Binary Data**, In *Generalized linear models*, Springer, 1989, 98–148.
- Menard, S.: **Applied Logistic Regression Analysis**, SAGE Publications, 2nd Edition, 2002.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., & Teller, E.: "Equations of State Calculations by Fast Computing Machines", **Journal of Chemical Physics**, 1953, 21, 1087–1091.
- Metropolis, Nicholas, & Ulam, S.: "The Monte Carlo Method", **Journal of the American Statistical Association**, 1949, 44(247), 335–341.
- Mickey, R. M., & Greenland, S.: "The Impact Of Confounder Selection Criteria On Effect Estimation", **American Journal of Epidemiology**, 1989, 129(1), 125–137.
- Miller, A. J.: **Subset Selection in Regression**, London, Chapman & Hall, 1990.
- Noor, Z., Iskandar, T. and, & Omar, N.: "Malaysian Companies Distress Prediction: DEA and Multinomial Logit Model", **PERKEM VII**, 2012, 2, 1536–1551.
- Ntzoufras, I.: **Bayesian Modeling Using WinBugs**, John Wiley & Sons, 2009.
- O’Connell, A. A.: **Logistic Regression Models for Ordinal Response Variables**, SAGE Publications, 2006.

- O'Hagan, A.: **Bayesian Statistics: Principles and Benefits**, In *Bayesian statistics and quality modelling in agro-food production chain (Wageningen UR Frontis Series)*, 2004, 31–45.
- Ohlson, J. A.: "Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy", **Journal of Accounting Research**, 1980, 18(1), 109.
- Öztürk, O.: **Bayesian Semiparametric Models for Nonignorable Missing Data Mechanisms In Logistic Regression**, Master Thesis, Middle East Technical University, 2011.
- Pateras, K.: **Bayesian Inference And Variable Selection in Normal and Binomial Regression Models with Applications in Medical Research**, Master Thesis, National and Kapodistrian University of Athens, 2013.
- Peterson, B., & Harrell, F. E.: "Partial Proportional Odds Models for Ordinal Response Variables", **Journal of the Royal Statistical Society: Series C**, 1990, 39(2), 205–217.
- Powers, D., & Xie, Y.: **Statistical Methods for Categorical Data Analysis**, Academic Press, 1999.
- Prost, L., Makowski, D., & Jeuffroy, M. H.: "Comparison of Stepwise Selection and Bayesian Model Averaging for Yield Gap Analysis", **Ecological Modelling**, 2008, 219(1–2), 66–76.
- Qi, Y.: **Random Forest for Bioinformatics**, In *Ensemble machine learning*, Springer, 2012, 307–323.
- Rachev, S. T., Hsu, J. S., Agasheva, B. S., & Fabozzi, F. J.: **Bayesian Methods In Finance**, John Wiley & Sons, 2008.
- Raftery, A. E., & Lewis, S. M.: "Comment: One Long Run with Diagnostics: Implementation Strategies for Markov Chain Monte Carlo", **Statistical Science**, 1992, 7(4), 493–497.
- Raftery, Adrian E., Madigan, D., & Hoeting, J. A.: "Bayesian Model Averaging for Linear Regression Models", **Journal of the American Statistical Association**, 1997, 92(437), 179–191.
- Raftery, Adrian E.: "Approximate Bayes Factors and Accounting for Model Uncertainty In Generalised Linear Models", **Biometrika**, 1996, 83(2), 251–266.

- Robert, C., & Casella, G.: **Introducing Monte Carlo Methods with R**, Springer, 2010.
- Robert, C. P.: **The Bayesian Choice: A Decision Theoretic Motivation**, Springer, 2001.
- Robert, C. P., & Casella, G.: **Monte Carlo Statistical Methods**, Springer, 1999.
- Robins, J. M., & Blevins, D.: "Analysis of Proportionate Mortality Data Using Logistic Regression Models", **American Journal of Epidemiology**, 1987, 125(3), 524–535.
- Rocke, D. M., & Woodruff, D. L.: "Identification of Outliers In Multivariate Data", **Journal of the American Statistical Association**, 1996, 91(435), 1047–1061.
- Ross, S. A., Westerfield, R., & Jaffe, J. F.: **Corporate Finance**, Irwin/McGraw-Hill, 1999.
- Ross, Stephan A., Westerfield, R. W., & Jaffe, J.: **Corporate Finance**, Irwin/McGraw-Hill, 10th Edition, 2013.
- Rousseeuw, P. J., & Leroy, A. M.: **Robust Regression and Outlier Detection**, John Wiley & Sons, 1987.
- Şahin, D.: **Türkiye’de İmalat Sanayinin Yapısal Dönüşümü ve Rekabet Gücündeki Değişim: Çin Ekonomisi ile Karşılaştırma**, Doktora Tezi, Erciyes, Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2015.
- Sensini, L.: "An Empirical Analysis of Financially Distressed Italian Companies", **International Business Research**, 2016, 9(10), 75.
- Shumway, T.: "Forecasting Bankruptcy More Accurately: A Simple Hazard Model", **Journal of Business**, 2001, 74(1), 101–124.
- Sigeze, Ç.: "Multinomial Probit Modelinde Bayes Yaklaşımı: Türkiye’de Yağ Tüketim Tercihinin İncelenmesi", **Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, 2017, 19(2), 441–459.

- Sigeze Güney, Ç. **Türkiye’de Dinamik Yoksulluğun Rassal Etkiler Multinomial Logit Model ile İncelenmesi**, Doktora Tezi, Adana, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2018.
- Simonoff, J. S.: "Logistic regression, categorical predictors, and goodness-of-fit: It depends on who you ask", **American Statistician**, 1998, 52(1), 10–14.
- Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P., & Van Der Linde, A.: "Bayesian Measures of Model Complexity and Fit", **Journal of the Royal Statistical Society: Series B**, 2002, 64(4), 583–639.
- Steyerberg, E. W., Eijkemans, M. J. C., Harrell Jr, F. E., & Habbema, J. D. F.: "Prognostic Modelling with Logistic Regression Analysis: A Comparison of Selection and Estimation Methods In Small Data Sets", **Statistics in Medicine**, 2000, 19(8), 1059–1079.
- Stoltzfus, J. C.: "Logistic regression: A brief primer", **Academic Emergency Medicine**, 2011, 18(10), 1099–1104.
- Suess, E. A., & Trumbo, B. E.: **Introduction to probability simulation and Gibbs sampling with R**, Springer Science & Business Media, 2010.
- Sun, J., & Li, H.: "Financial distress prediction using support vector machines: Ensemble vs. individual", **Applied Soft Computing Journal**, 2012, 12(8), 2254–2265.
- Syversveen, A. R.: "Noninformative Bayesian Priors. Interpretation and Problems with Construction and Applications", **Preprint Statistics**, 1998, 3(3), 1–11.
- T.C. Kalkınma Bakanlığı: "Onuncu Kalkınma Planı 2014-2018", **İmalat Sanayiinde Dönüşüm Özel İhtisas Raporu**, 2014.
- T.C. Kalkınma Bakanlığı: "On Birinci Kalkınma Planı 2019-2023", **İmalat Sanayii Politikaları Özel İhtisas Raporu**, 2018.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S.: **Using Multivariate Statistics**, Boston, MA: Pearson, 6th Edition, 2013.
- Taffler, R. J.: "Forecasting Company Failure in the UK Using Discriminant Analysis and Financial Ratio Data", **Journal of the Royal Statistical Society**, 1982, 145(3), 342–358.

- Taffler, R. J.: "Empirical Models for The Monitoring of UK Corporations", **Journal of Banking & Finance**, 1984, 8(2), 199–227.
- Tatar, T., & Üner, M.: **İşletmecilik İlkeleri**, Gazi Büro Yayınları, 1992.
- Tatlıldil, H.: **Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz**, Ankara, Ziraat Matbaacılık, 2002.
- Viallefont, V., Raftery, A. E., & Richardson, S.: "Variable selection and Bayesian model averaging in case-control studies", **Statistics in Medicine**, 2001, 20(21), 3215–3230.
- Wagenmakers, E. J., Lee, M., Lodewyckx, T., & Iverson, G. J.: **Bayesian versus Frequentist Inference**, In *Bayesian evaluation of informative hypotheses*, Springer, 2008, 181–207.
- Wakefield, J.: **Bayesian and Frequentist Regression Methods**, Springer Series in Statistics, 2012, 27(2).
- Walsh, B.: "Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling", Lecturer Notes for EEB, 2004.
- Wang, D., Zhang, W., & Bakhai, A.: "Comparison of Bayesian model averaging and stepwise methods for model selection in logistic regression", **Statistics in Medicine**, 2004, 23(22), 3451–3467.
- Ward, T. J.: "The Impact of the Response Measure Used for Financial Distress on Results concerning the Predictive Usefulness of Accounting Information", **Academy of Accounting and Financial Studies Journal**, 2007, 11(3), 85-107.
- Ward, T. J.: "An Empirical Study of the Incremental Predictive Ability of Beaver's Naive Operating Flow Measure Using Four-State Ordinal Models of Financial Distress", **Journal of Business Finance & Accounting**, 1994, 21(4), 547–561.
- Ward, T. J., & Foster, B. P.: "An Empirical Analysis of Thomas's Financial Accounting Allocation Fallacy Theory In A Financial Distress Context", **Accounting and Business Research**, 1996, 26(2), 137–152.
- Webster, G.: **Bayesian Logistic Regression Models for Credit Scoring**, PhD Thesis, Makhanda, Rhodes University, 2011.

- Wilhelmsen, M., Dimakos, X. K., Husebø, T., & Fiskaaen, M.: **Bayesian Modelling of Credit Risk Using Integrated Nested Laplace Approximations**, NR Publication, 2009.
- Wruck, K. H.: "Financial distress, reorganization, and organizational efficiency", **Journal of Financial Economics**, 1990, 27(2), 419–444.
- Yao, H.: "Three-state financial distress prediction based on support vector machine", **Lecture Notes in Computer Science**, 2009, 5552, 408–415.
- Yılmaz, A.: **İki Durumlu (Binary) Lojistik Regresyon Modeline Bayesci Bir Yaklaşım: OECD Örneği**, Yüksek Lisans Tezi, Van, Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2016.
- Yorulmaz, Ö.: **Dayanıklı İstatistiksel Yöntemler ve R Uygulamaları**, İstanbul, Beta Yayınevi, 2016.
- Yorulmaz, Ö., Kuzu Yıldırım, S., & Yıldırım, B. F.: "Robust Mahalanobis Distance Based Topsis To Evaluate The Economic Development Of Provinces", **Operational Research in Engineering Sciences: Theory and Applications**, 2021, 4(2), 102–123.
- Zellner, A.: "Models, prior information, and Bayesian analysis", **Journal of Econometrics**, 1996, 75(1), 51–68.
- Ziemba, A.: "Bayesian updating of generic scoring models", *Credit Scoring and Credit Control IX*, 7-9 September, Edinburgh, 2005.
- Zmijewski, M. E.: "Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models", **Journal of Accounting Research**, 1984, 22, 59–82.

EKLER

EK 1: Klasik Mahalanobis uzaklığına göre aykırı gözlem içeren işletmeler

AFYON	BSOKE	EGGUB	IHGZT	OZBAL	TKURU
AKCNS	DARDL	EPLAS	KARSN	PRZMA	VANGD
ALYAG	DERIM	ERSU	KATMR	ROYAL	VKING
AYES	DESA	FMIZP	KNFRT	SAMAT	
BOSSA	DOBUR	GEDZA	KRTEK	SASA	
BRMEN	EGEEN	HURGZ	MEGAP	SNPAM	

EK 2: Dayanıklı Mahalanobis uzaklığına aykırı gözlem içeren işletmeler

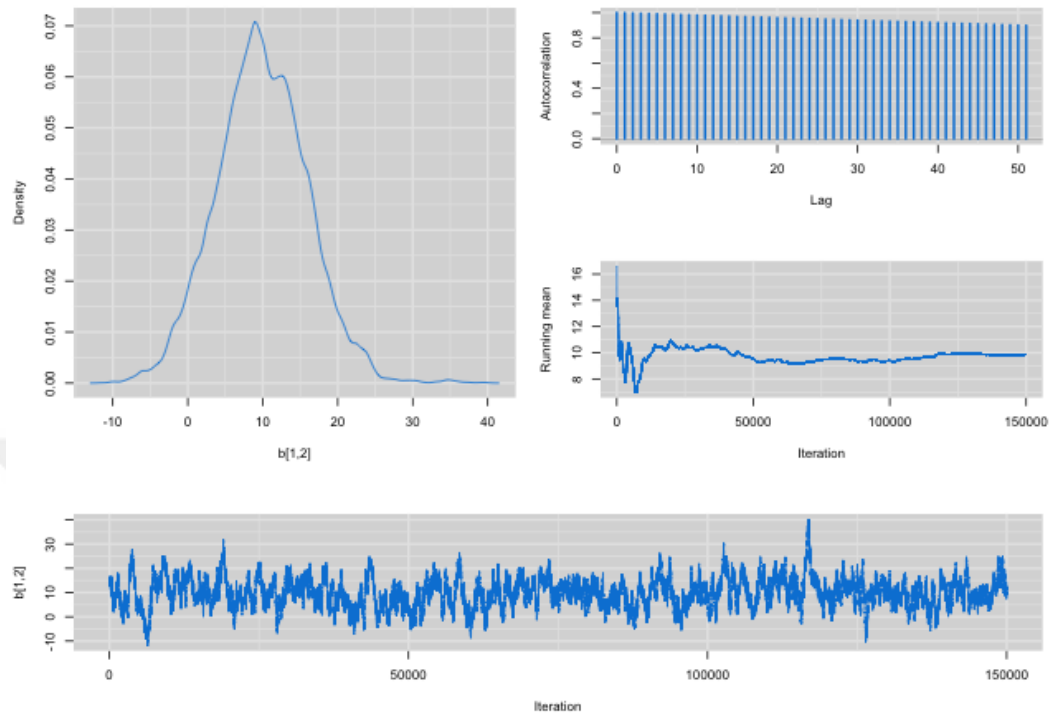
ACSEL	BSOKE	EGGUB	KATMR	PRKAB	VESTL
ADANA	DAGI	EMNIS	KLMSN	PRZMA	VKING
AFYON	DARDL	EPLAS	KNFRT	ROYAL	YATAS
AKCNS	DERIM	EREGL	KRDMA	SANFM	TBTAS
ALCAR	DESA	ERSU	KRTEK	SARKY	YONGA
ALKA	DGKLB	FMIZP	MAKTK	SNPAM	YUNSA
ALYAG	DIRIT	GEDZA	MEGAP	SODA	
AYES	DOBUR	HURGZ	MERKO	TBORG	
BFREM	DOGUB	IHEVA	ORMA	TKURU	
BOSSA	DURDO	IHGZT	OTKAR	TOASO	
BRMEN	EGEEN	KARSN	OZBAL	VANGD	

EK 3: Backward yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları

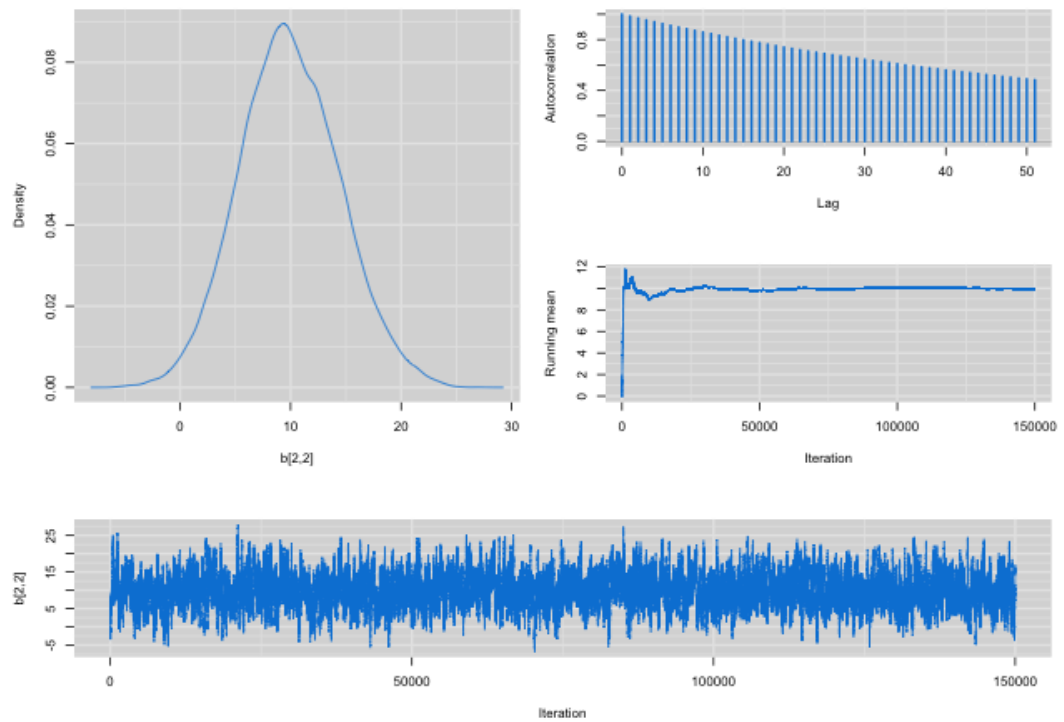
	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch Durağanlık	Yarı- Genişlik
<i>KVA/DV</i>	9.934	0.138	0.227	-1.118	0.491	0.027
<i>DV/TV</i>	-7.744	0.367	0.327	0.430	0.053	-0.076
<i>ÖZKO</i>	-10.847	0.185	0.348	-0.877	0.356	-0.030
2 <i>BKM</i>	21.387	0.448	0.502	0.877	0.370	0.035
<i>ERO</i>	-22.190	0.425	0.852	1.800	0.727	-0.032
<i>ADH</i>	0.226	0.004	0.008	0.230	0.068	0.036
<i>ÖZDH</i>	1.133	0.024	0.030	0.807	0.562	0.034
<i>MDUVDH</i>	-0.100	0.002	0.007	-0.190	0.218	-0.036
<i>TYBO</i>	-12.700	0.144	0.189	-0.119	0.359	-0.019
<i>TVBO</i>	26.307	0.404	0.475	0.096	0.374	0.024
<i>DUVBO</i>	-3.388	0.053	0.109	0.655	0.310	-0.026
<i>NKBO</i>	0.487	0.003	0.008	0.436	0.222	0.013
<i>SABO</i>	-6.856	0.063	0.151	-0.869	0.112	-0.015
<i>ÖZBO</i>	-2.738	0.083	0.164	-0.546	0.451	-0.051
<i>LOG(TV)</i>	-0.998	0.053	0.047	-0.247	0.206	-0.077
<i>BKTV</i>	-65.484	0.750	0.880	-1.215	0.356	-0.023
<i>DUVTY</i>	-1.161	0.026	0.039	0.381	0.071	-0.046
<i>HDTV</i>	22.834	0.276	0.498	-0.334	0.812	0.022
<i>FVÖKNG</i>	-0.233	0.001	0.006	-2.057	0.153	-0.012
<i>ÖZÖZUVY</i>	-1.200	0.385	0.291	0.074	0.693	-0.548
<i>INT</i>	0.029	0.000	0.002	-0.384	0.360	0.025
<i>NGD</i>	1.573	0.019	0.056	0.181	0.071	0.029
<i>Sabit</i>	9.871	0.446	0.303	0.053	0.396	0.098
. <i>KVADV</i>	-46.001	1.180	0.578	0.515	0.294	-0.031
<i>DVTV</i>	-112.963	4.044	1.184	1.134	0.474	-0.057
<i>ÖZKO</i>	13.444	0.368	0.443	-2.970	0.034	NA
3 <i>BKM</i>	-66.109	1.541	1.004	-0.071	0.333	-0.035

<i>ERO</i>	-78.908	1.165	1.354	2.149	0.081	-0.024
<i>ADH</i>	-1.527	0.040	0.031	0.366	0.426	-0.043
<i>ÖZDH</i>	-2.835	0.053	0.043	0.648	0.054	-0.027
<i>MDUVDH</i>	0.363	0.005	0.009	-2.019	0.001	NA
<i>TYBO</i>	-6.068	0.281	0.335	-0.327	0.217	-0.077
<i>TVBO</i>	14.507	0.612	0.670	0.389	0.127	0.064
<i>DUVBO</i>	-14.027	0.108	0.176	1.493	0.006	NA
<i>NKBO</i>	0.850	0.004	0.013	-0.420	0.016	NA
<i>SABO</i>	1.539	0.104	0.195	-1.904	0.161	0.113
<i>ÖZBO</i>	11.692	0.167	0.215	-1.415	0.084	0.027
<i>LOG(TV)</i>	4.700	0.112	0.093	-0.013	0.826	0.042
<i>BKTV</i>	41.717	1.131	0.842	-0.169	0.403	0.043
<i>DUVTY</i>	-87.295	2.924	0.711	1.143	0.502	-0.049
<i>HDTV</i>	-104.952	1.348	1.177	0.579	0.177	-0.026
<i>FVÖKNG</i>	-0.286	0.002	0.007	0.651	0.002	NA
<i>ÖZÖZUVY</i>	-30.330	0.733	0.442	-0.340	0.386	-0.041
<i>INT</i>	0.123	0.001	0.002	-0.789	0.002	NA
<i>NGD</i>	-8.476	0.069	0.109	1.723	0.005	NA
<i>Sabit</i>	191.622	2.629	1.466	-0.545	0.979	0.009

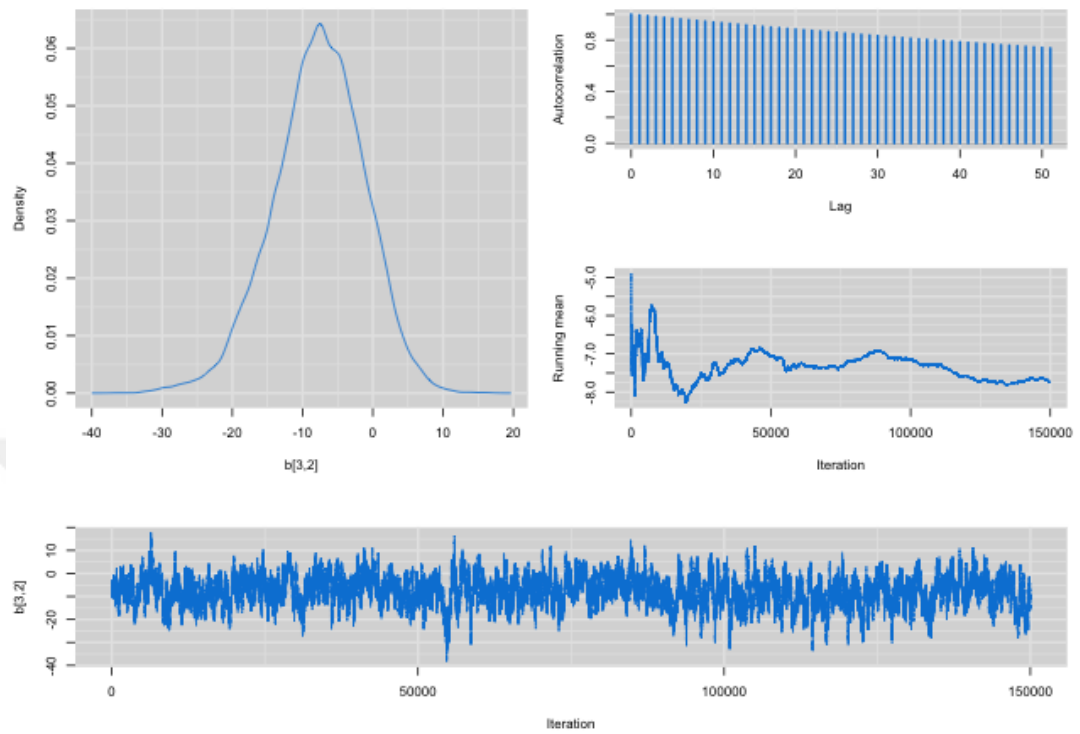
Diagnostics for b[1,2]



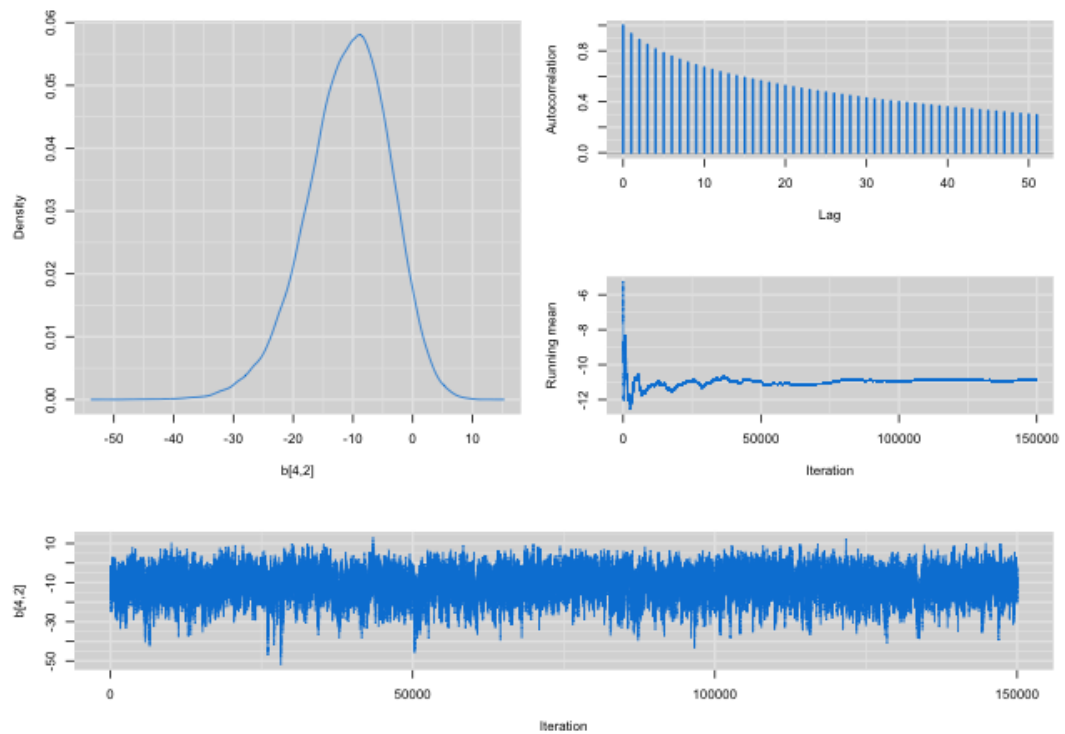
Diagnostics for b[2,2]



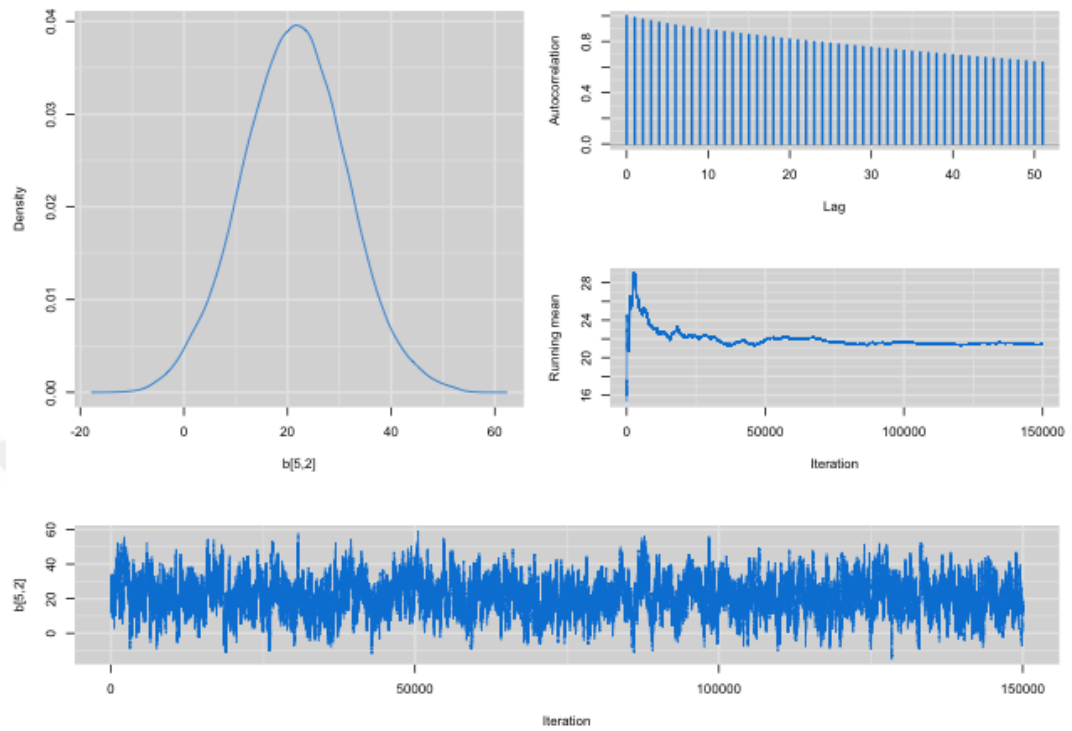
Diagnostics for b[3,2]



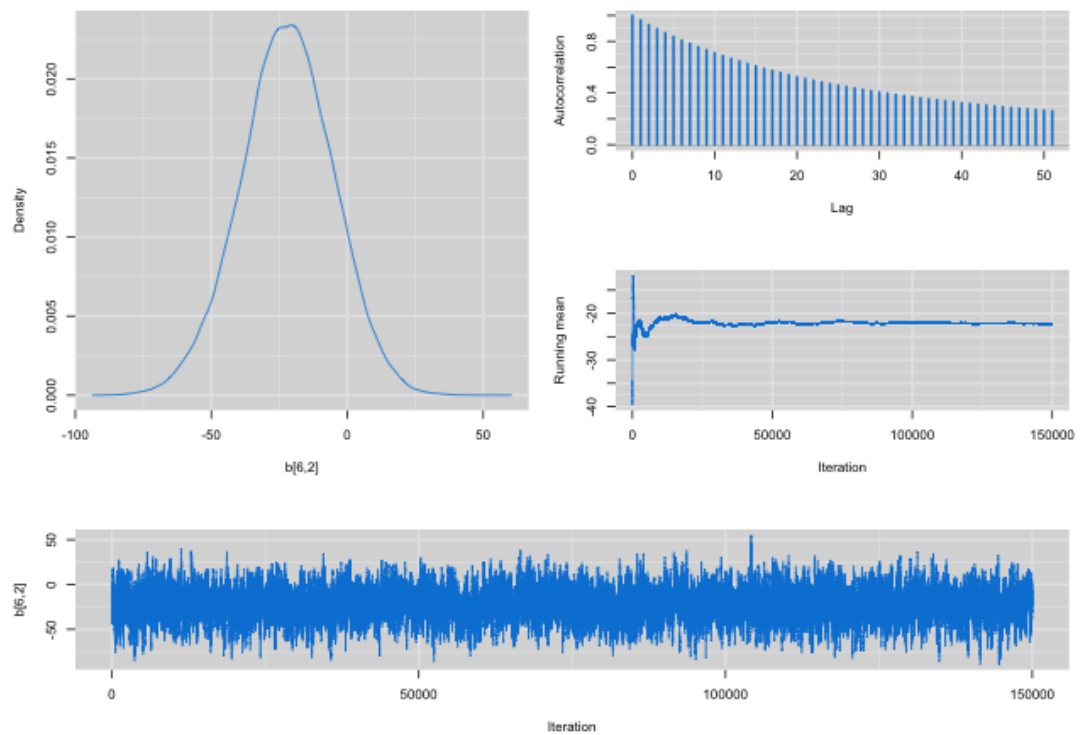
Diagnostics for b[4,2]



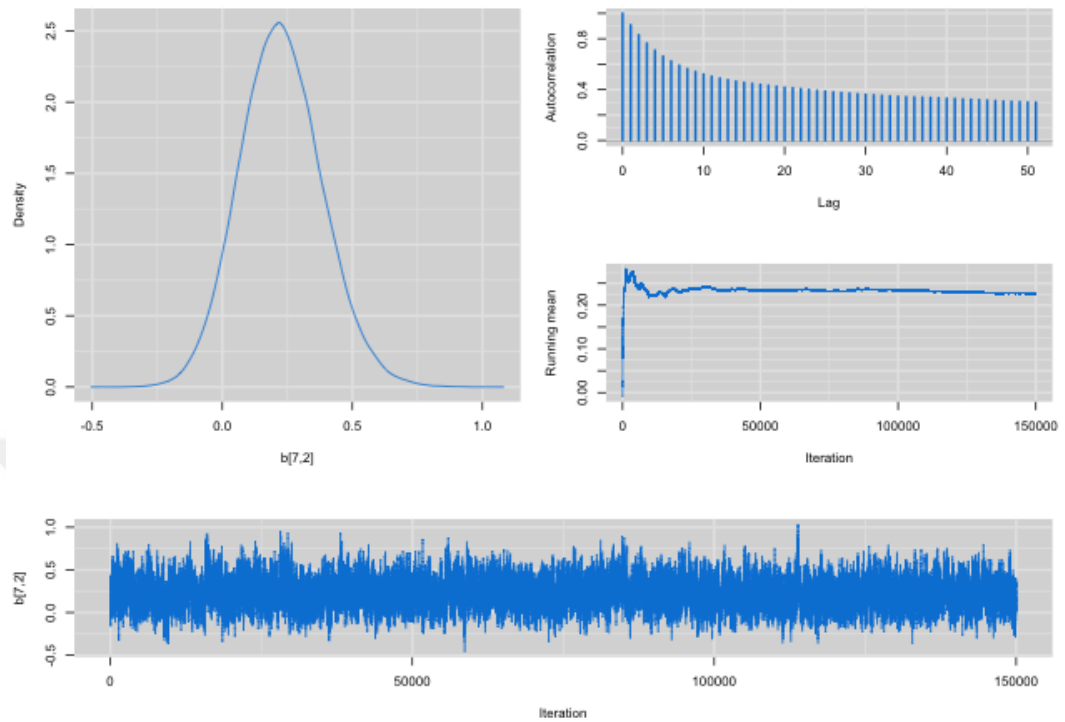
Diagnostics for b[5,2]



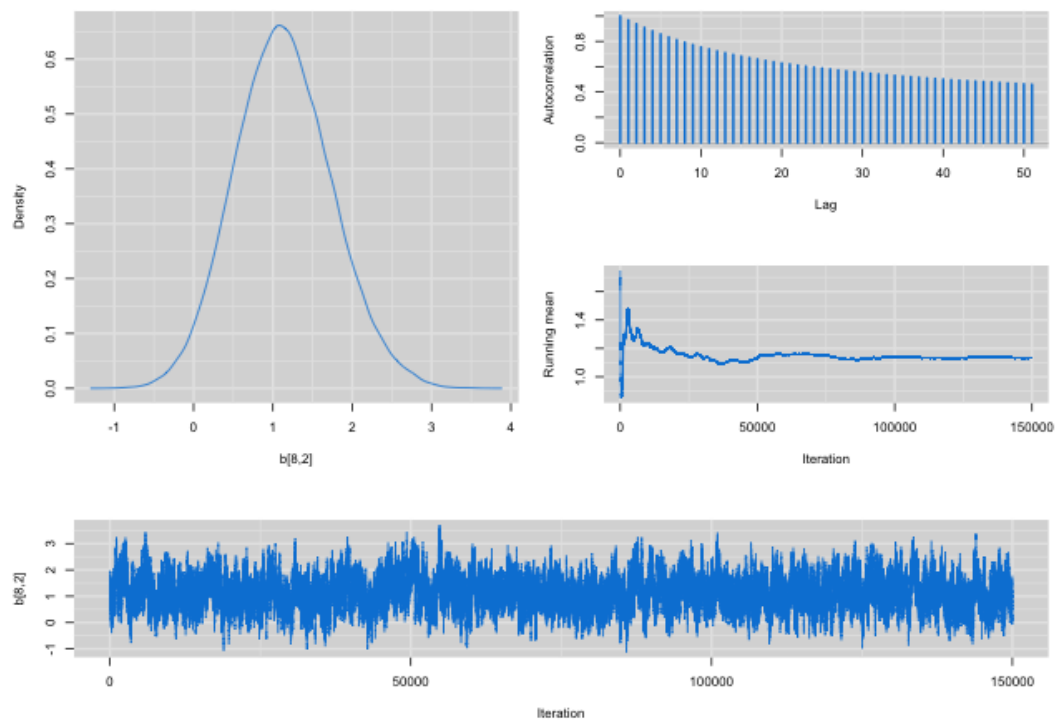
Diagnostics for b[6,2]



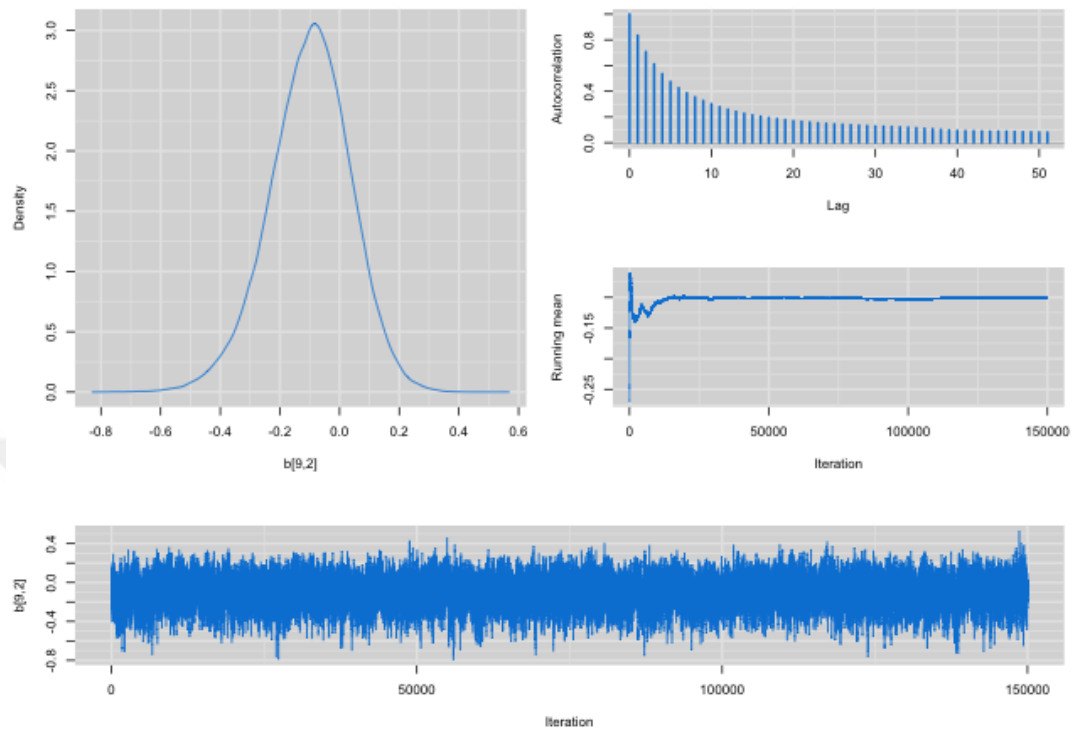
Diagnostics for b[7,2]



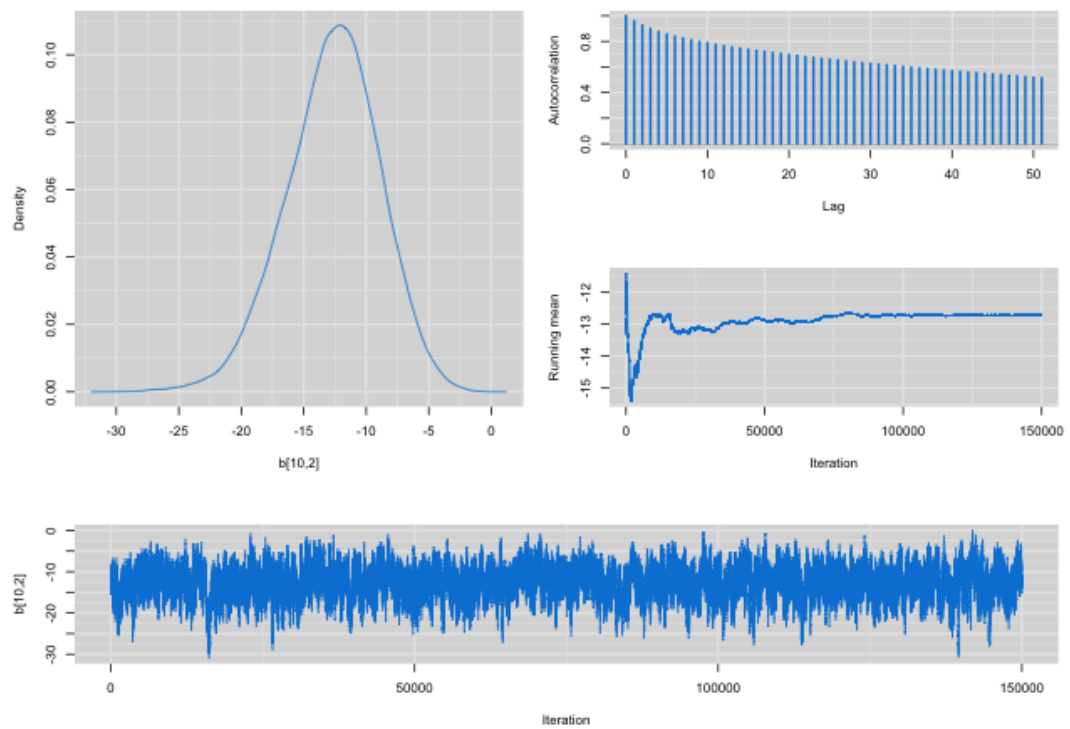
Diagnostics for b[8,2]



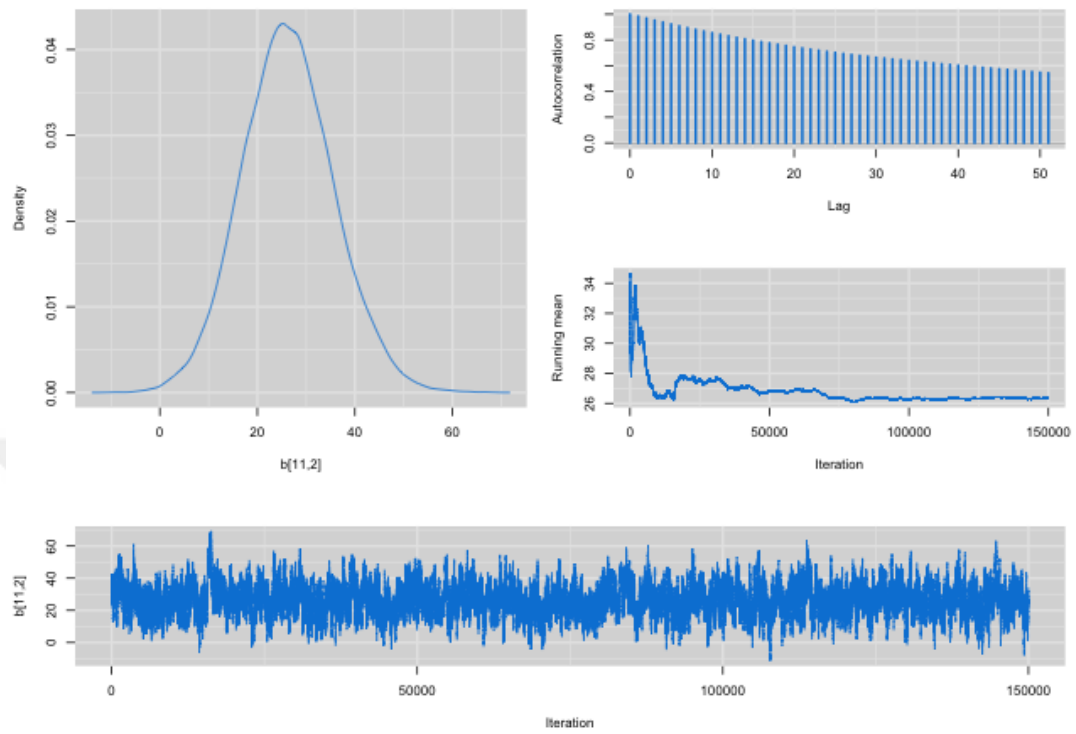
Diagnostics for b[9,2]



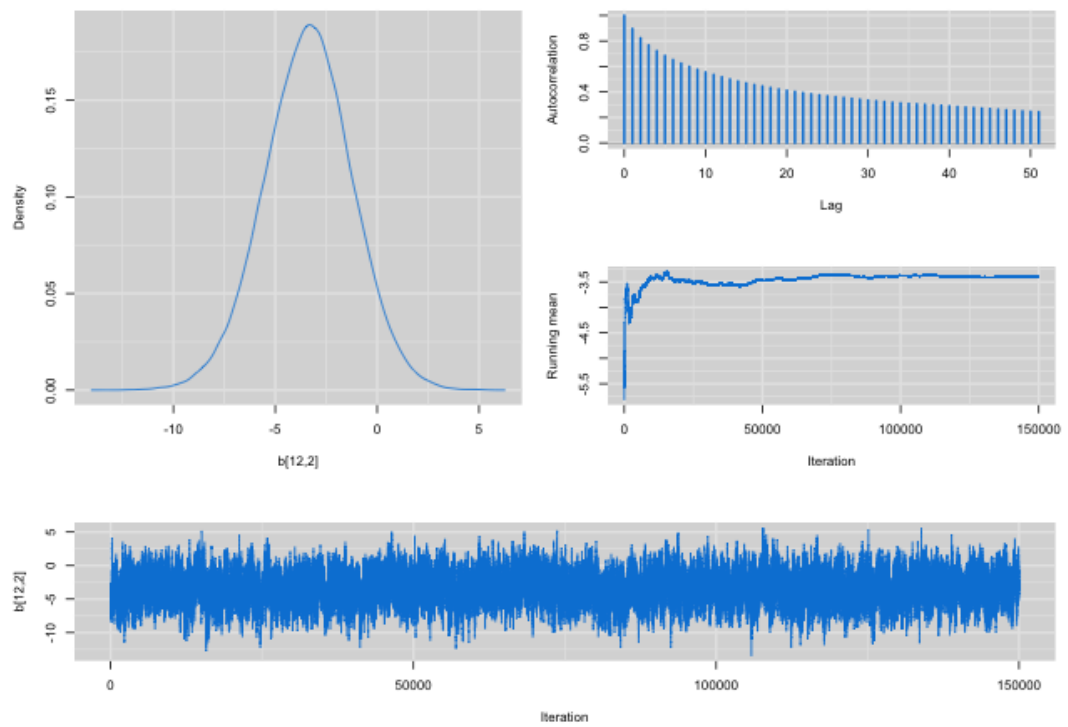
Diagnostics for b[10,2]



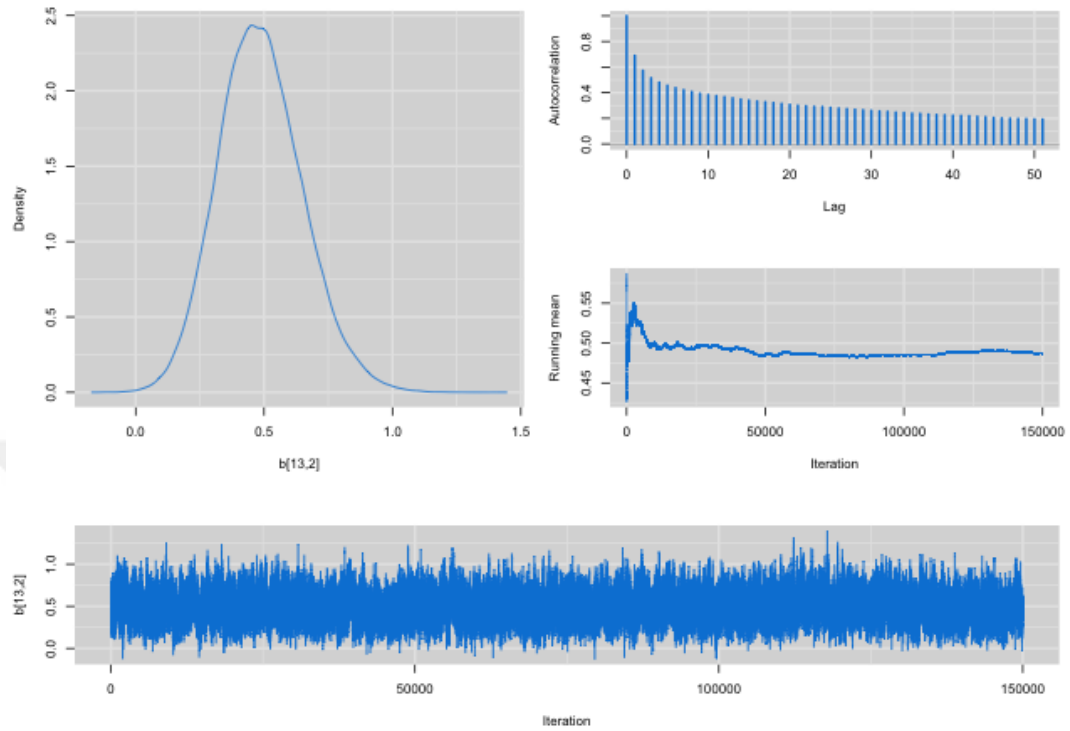
Diagnostics for b[11,2]



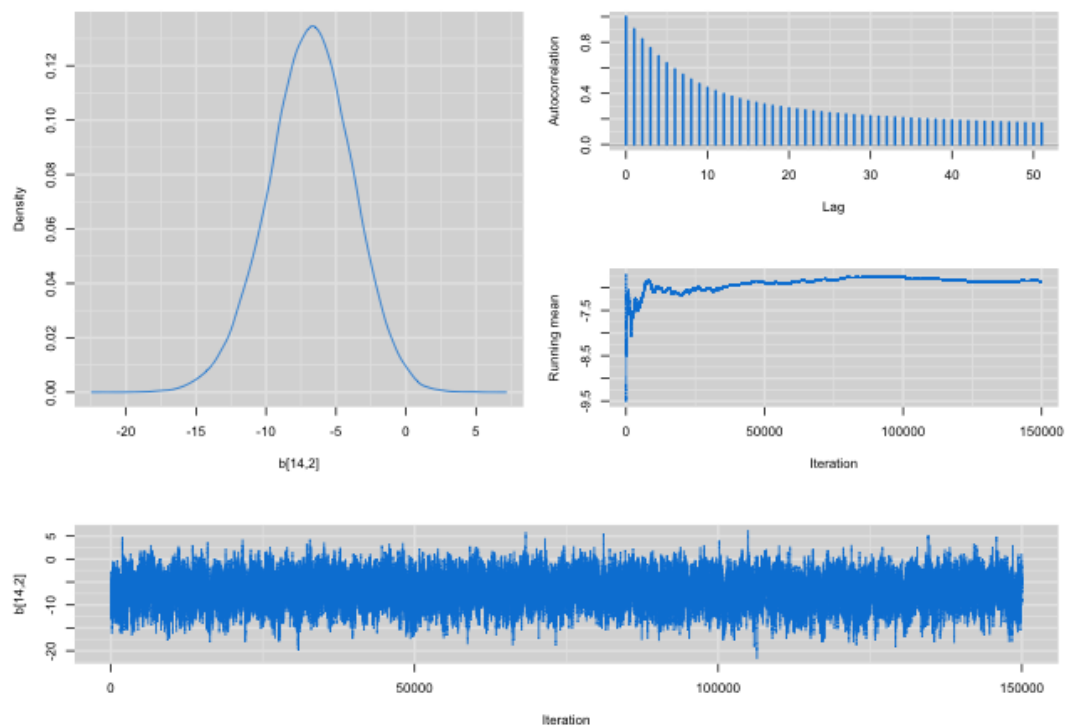
Diagnostics for b[12,2]



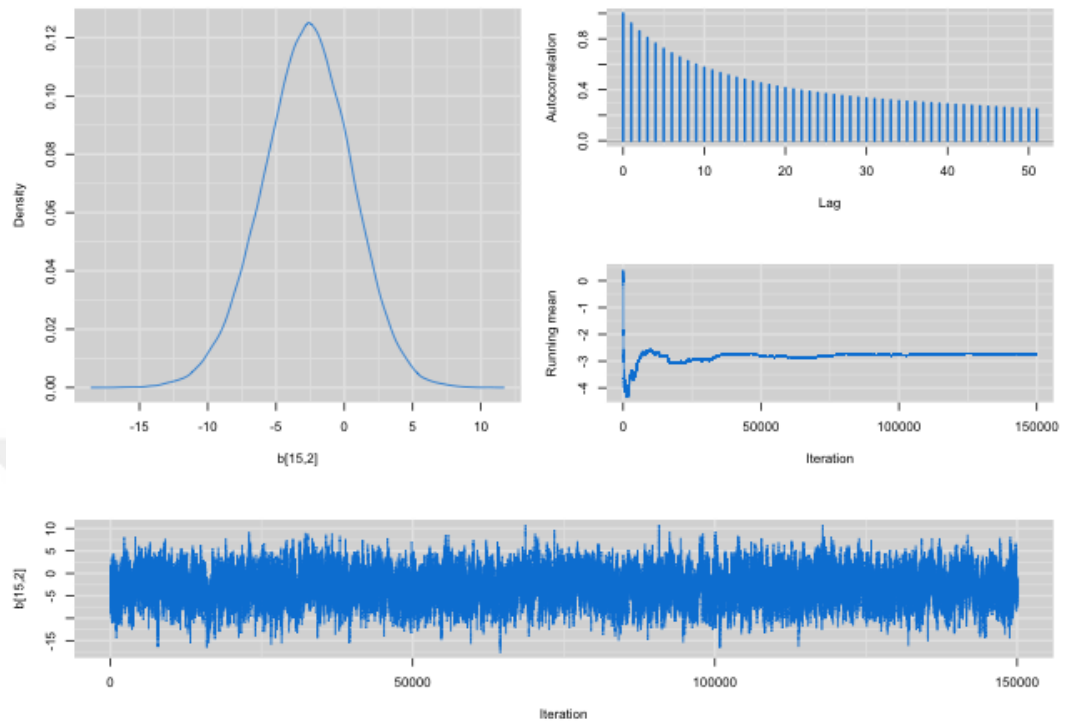
Diagnostics for b[13,2]



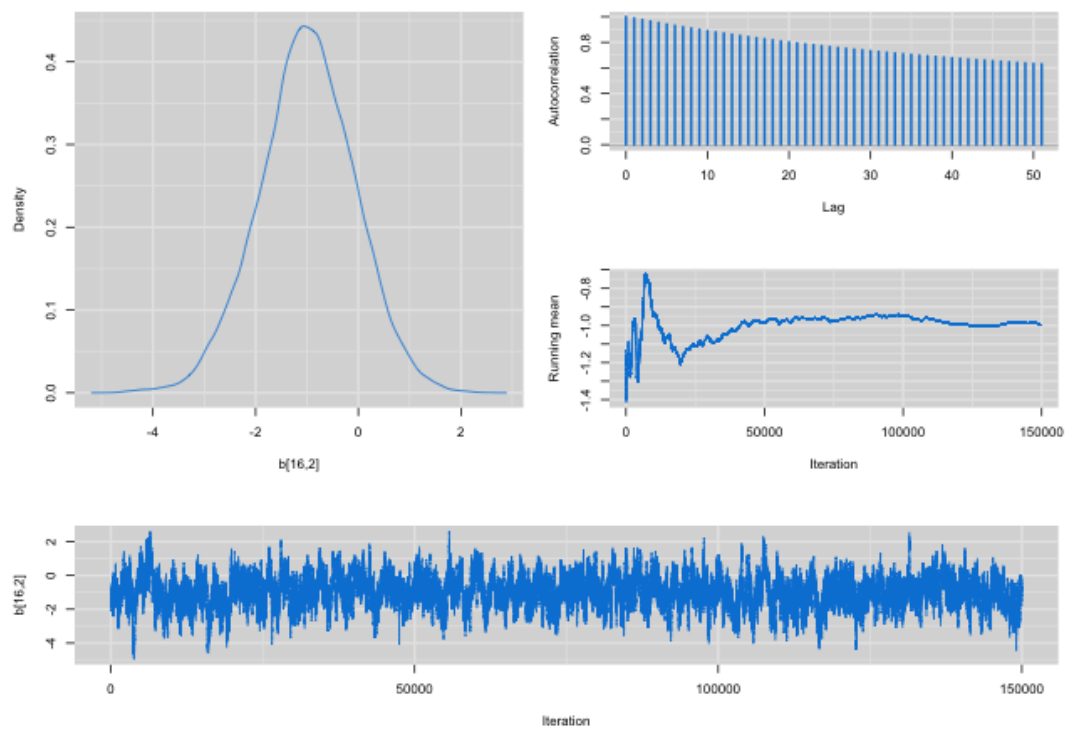
Diagnostics for b[14,2]



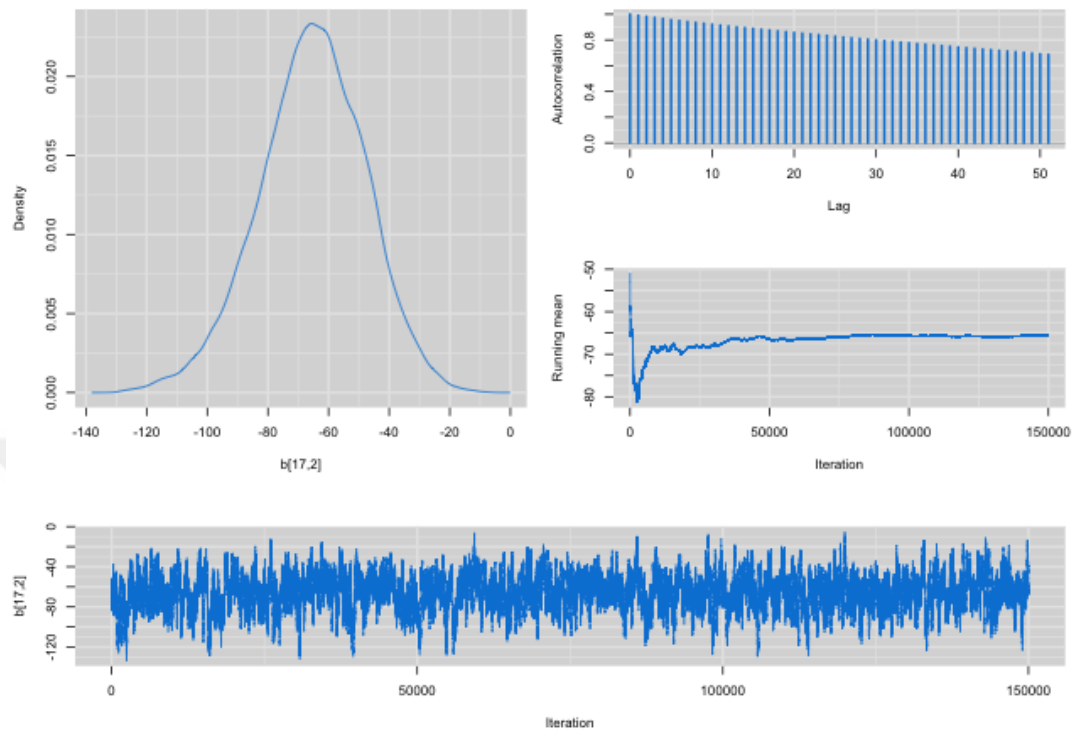
Diagnostics for b[15,2]



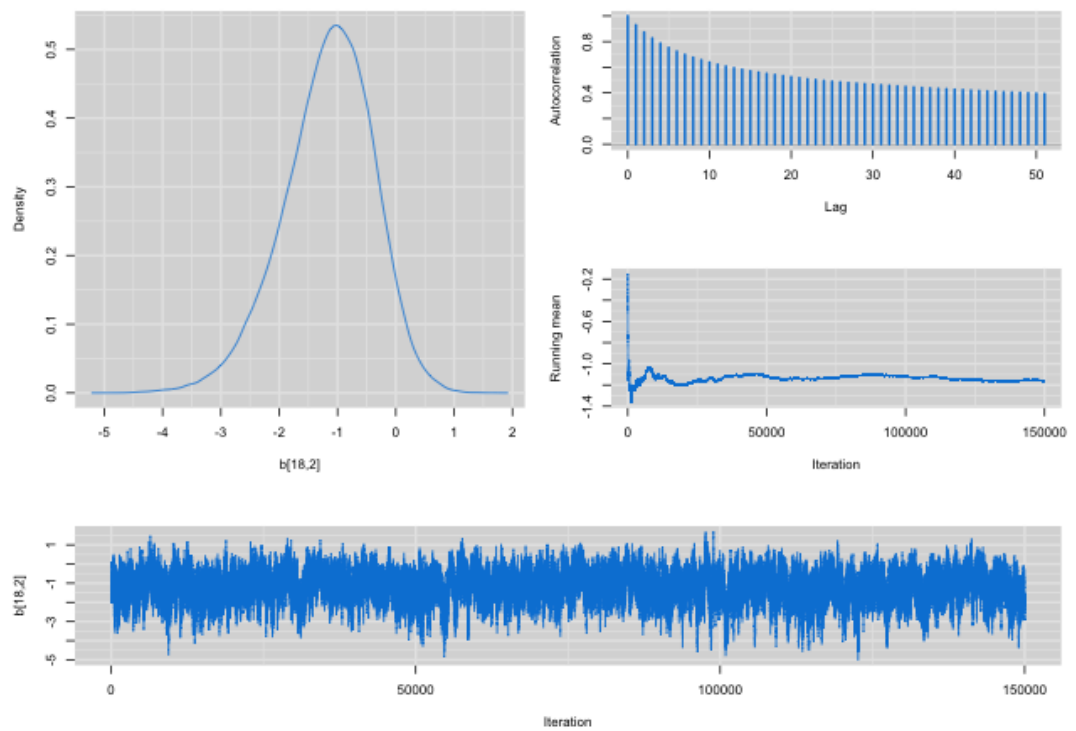
Diagnostics for b[16,2]



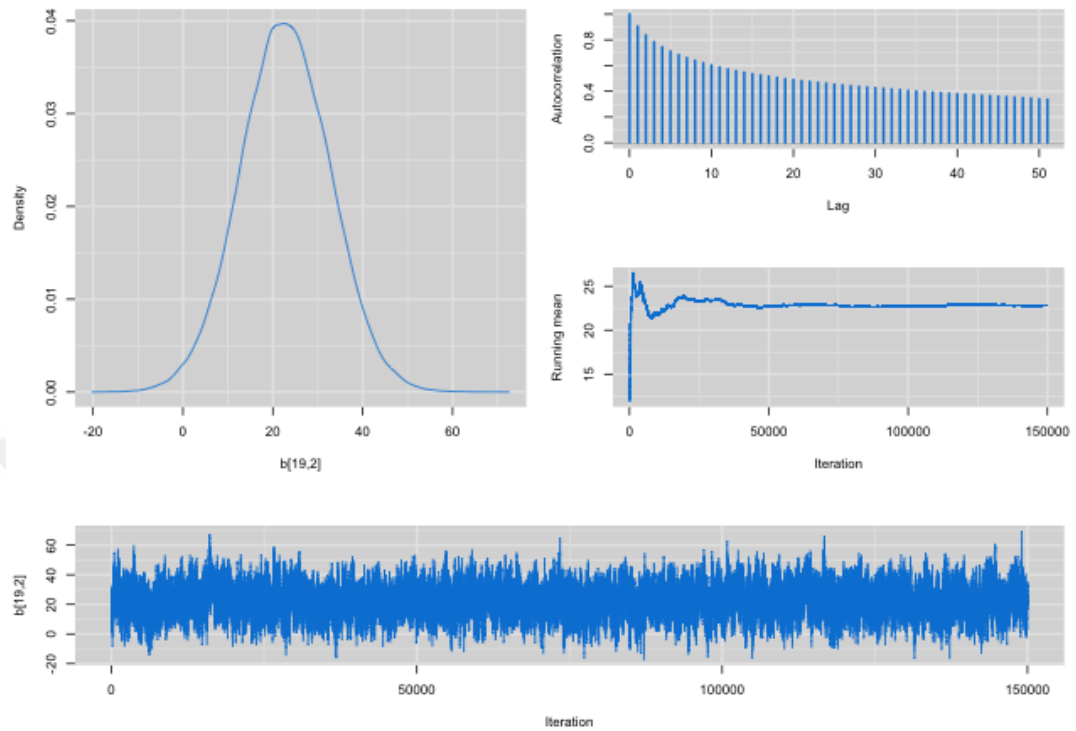
Diagnostics for b[17,2]



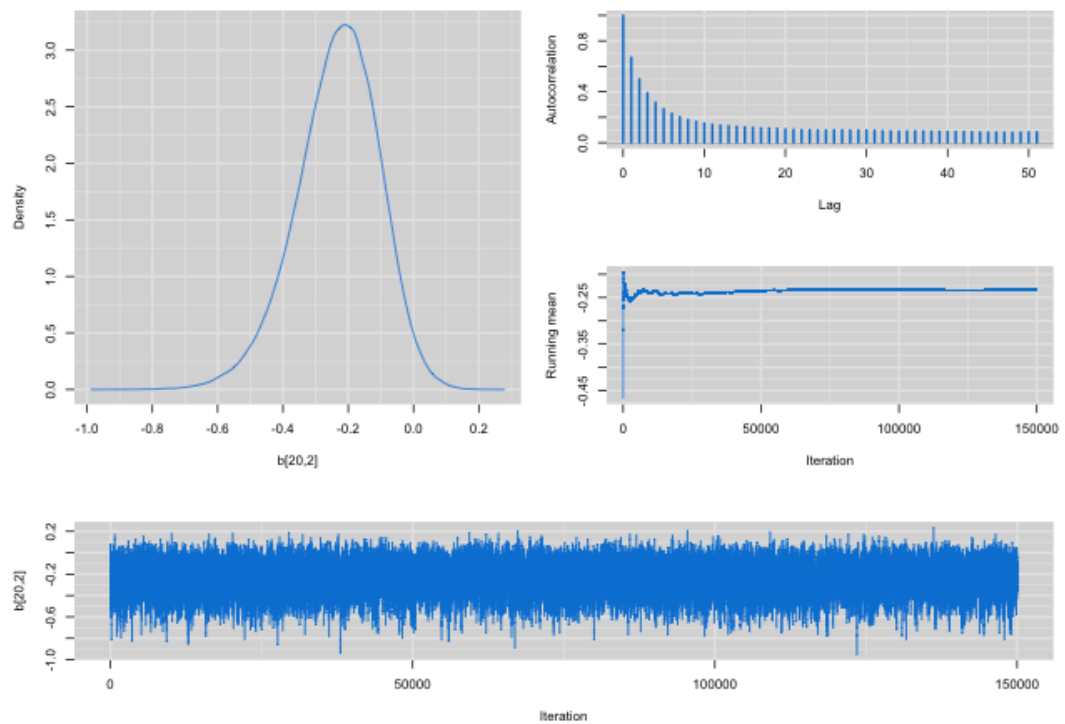
Diagnostics for b[18,2]



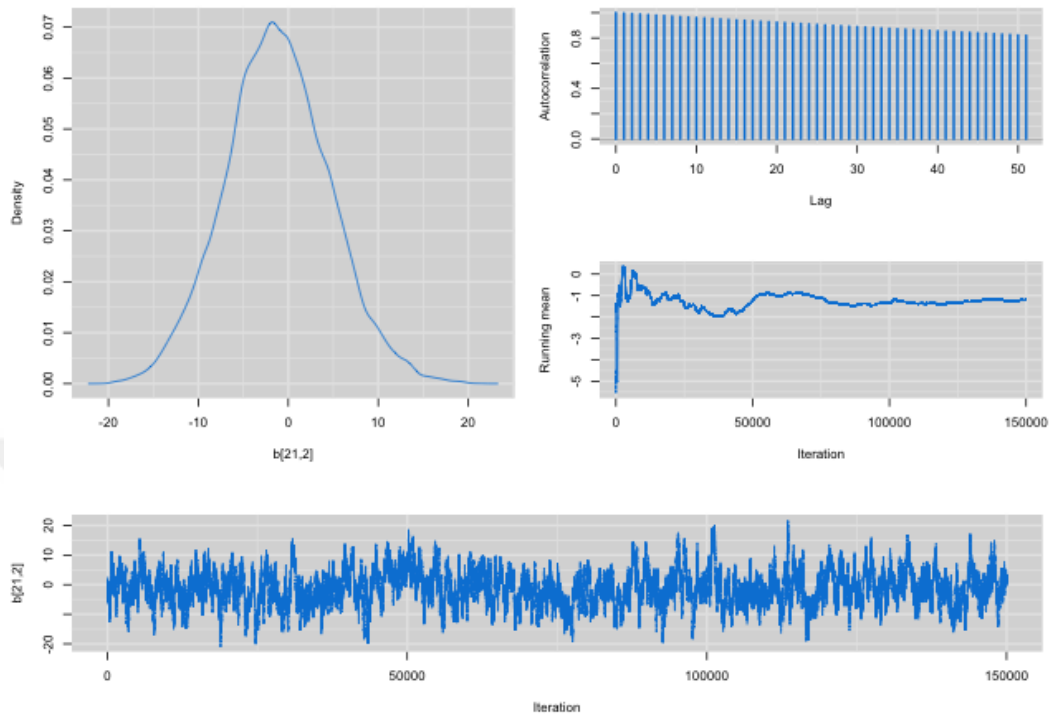
Diagnostics for b[19,2]



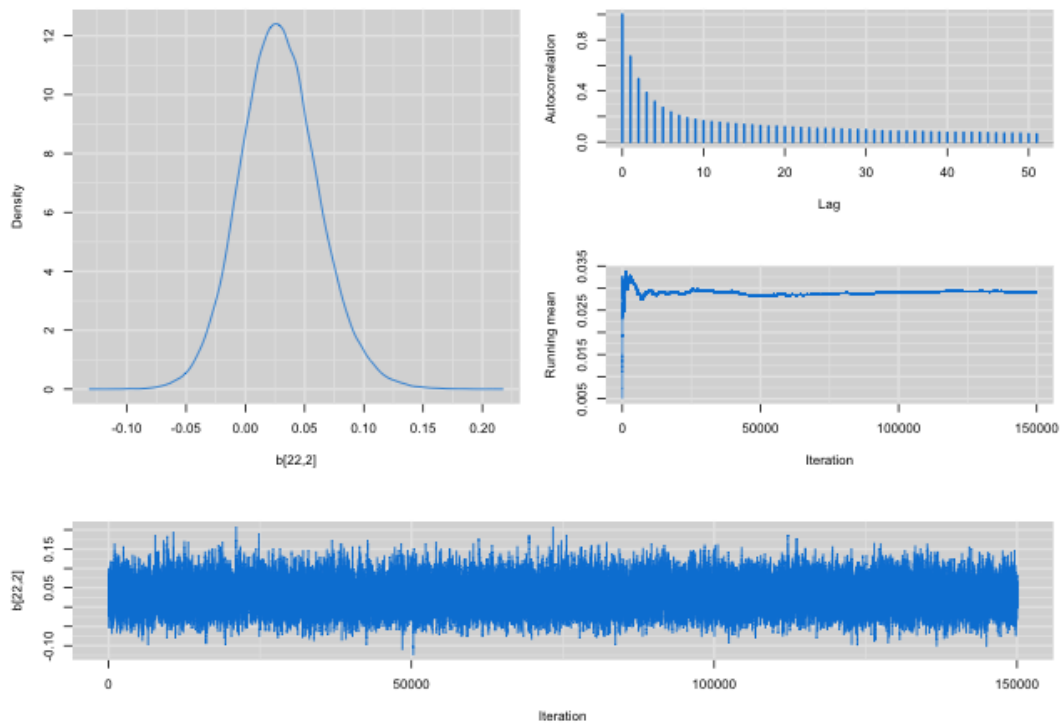
Diagnostics for b[20,2]



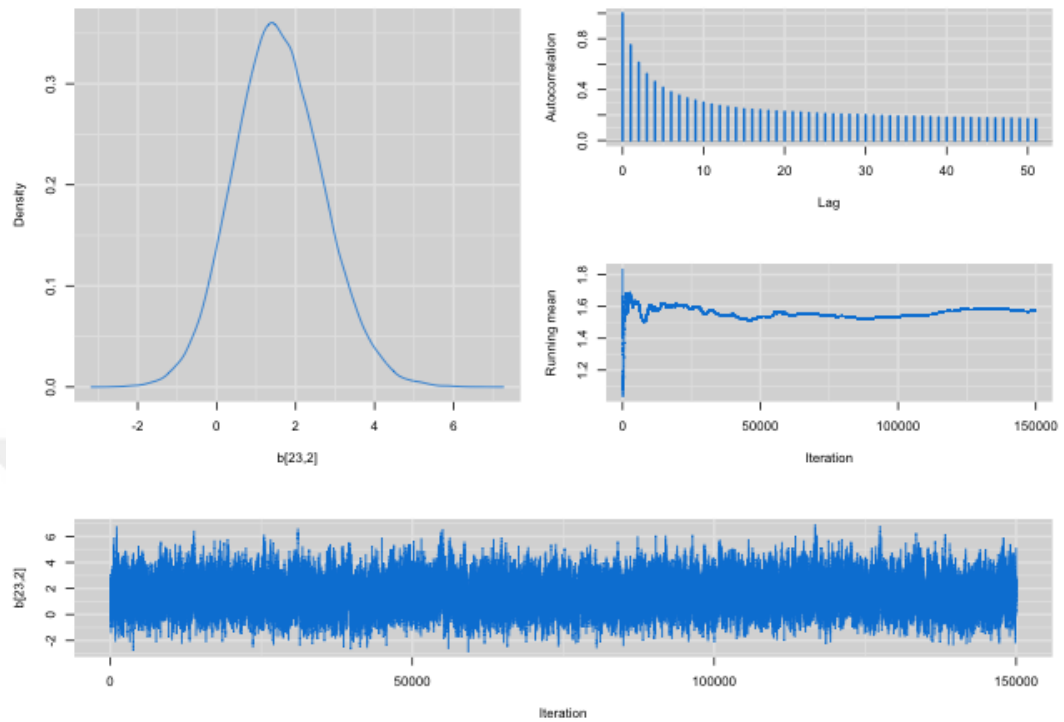
Diagnostics for b[21,2]



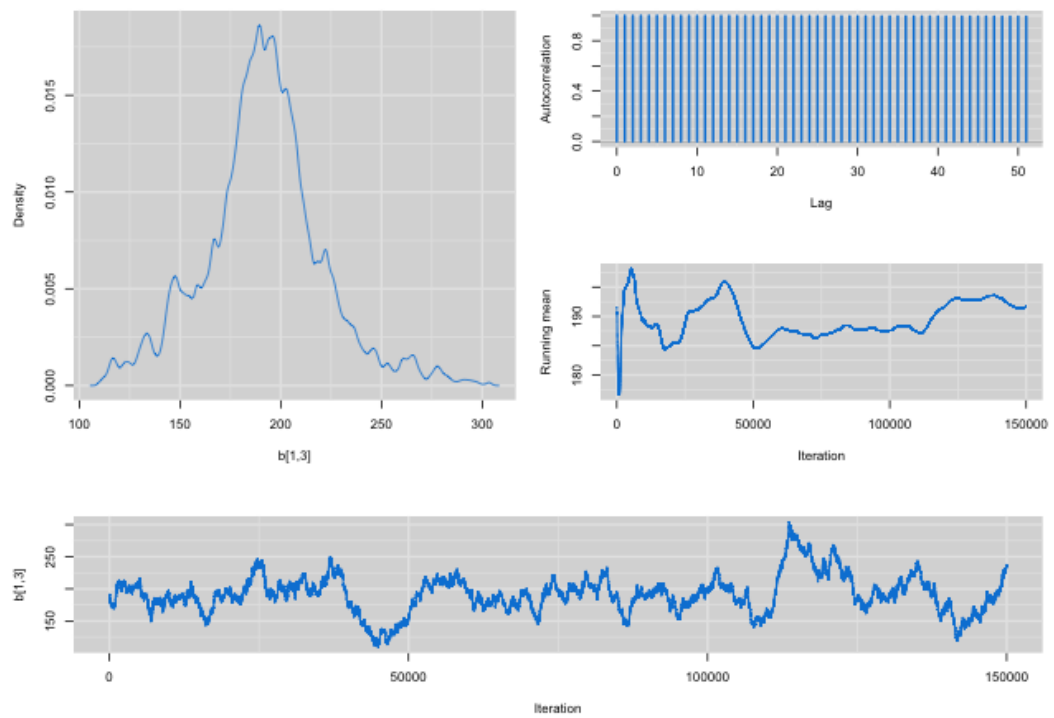
Diagnostics for b[22,2]



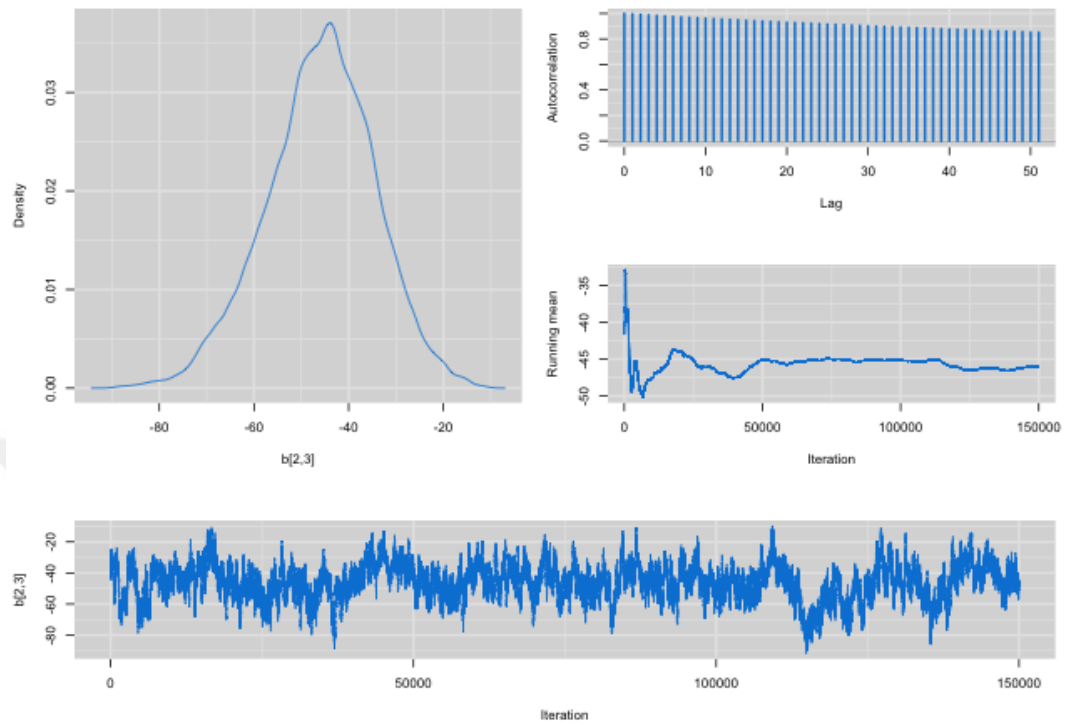
Diagnostics for b[23,2]



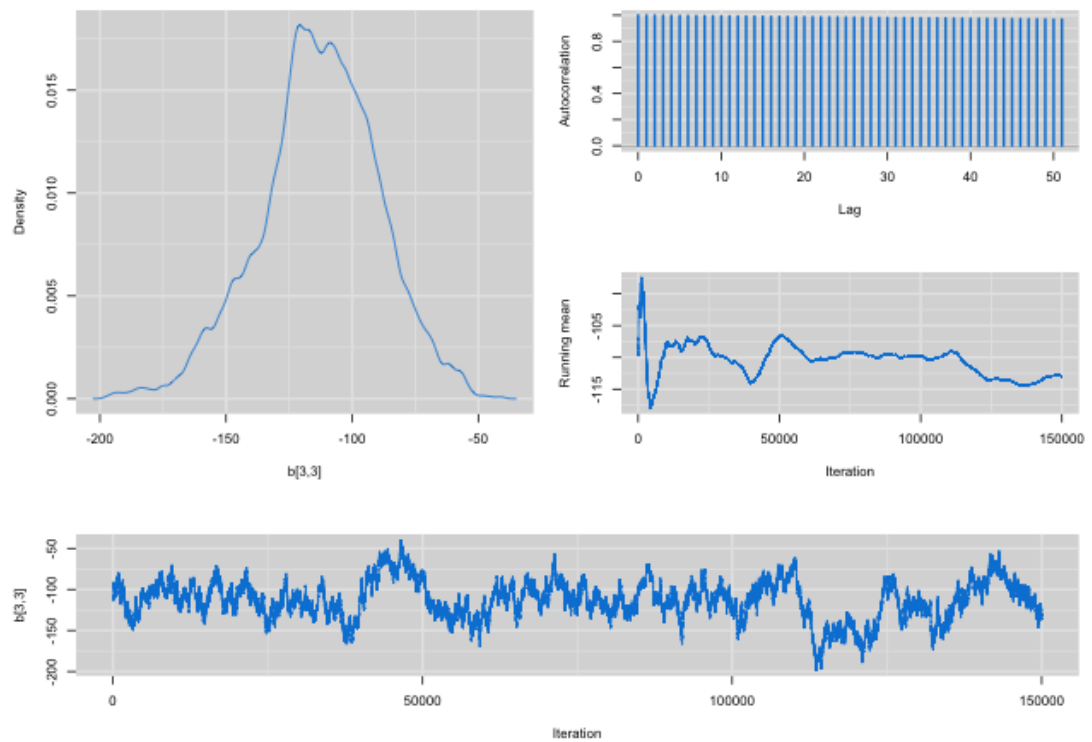
Diagnostics for b[1,3]



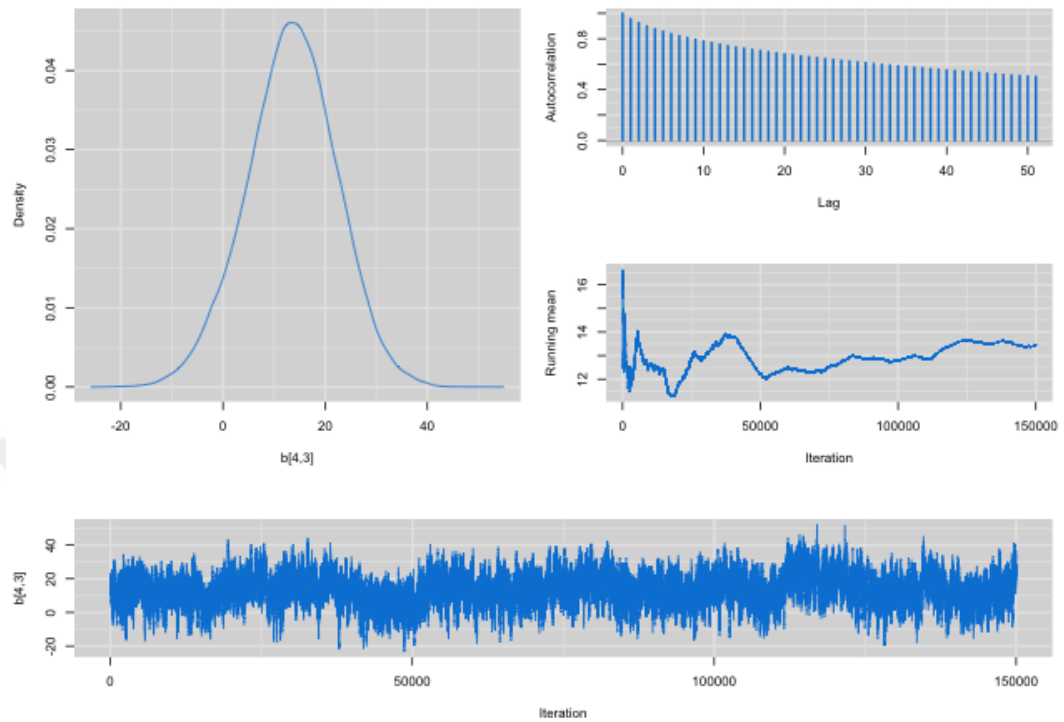
Diagnostics for b[2,3]



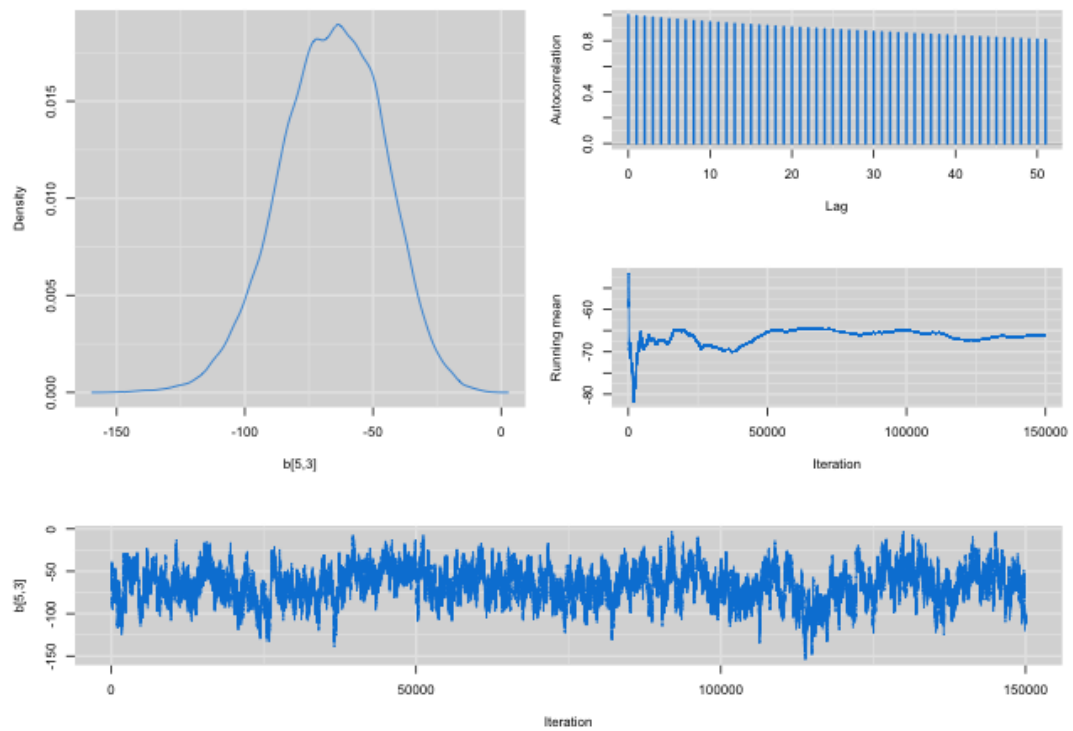
Diagnostics for b[3,3]



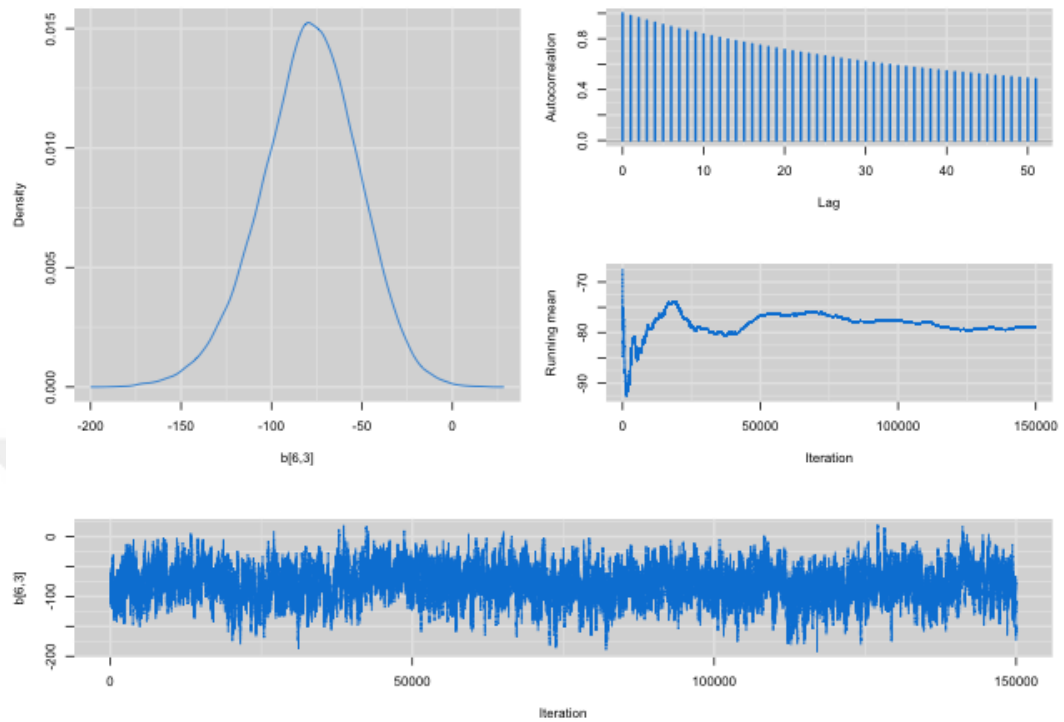
Diagnostics for b[4,3]



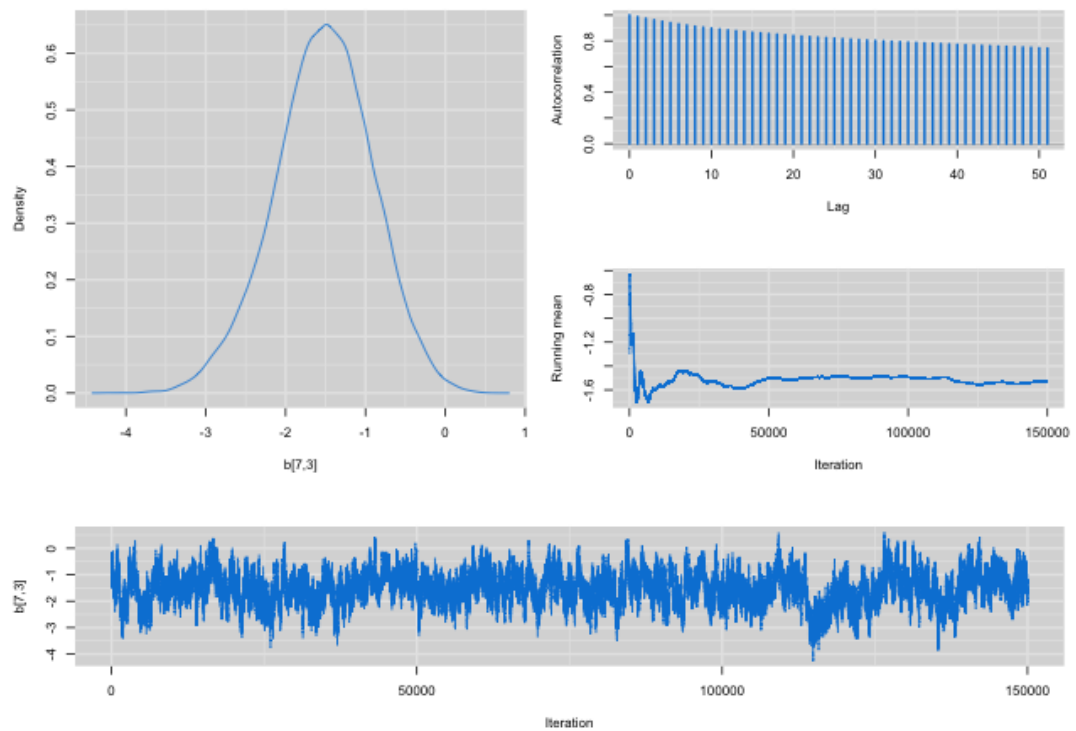
Diagnostics for b[5,3]



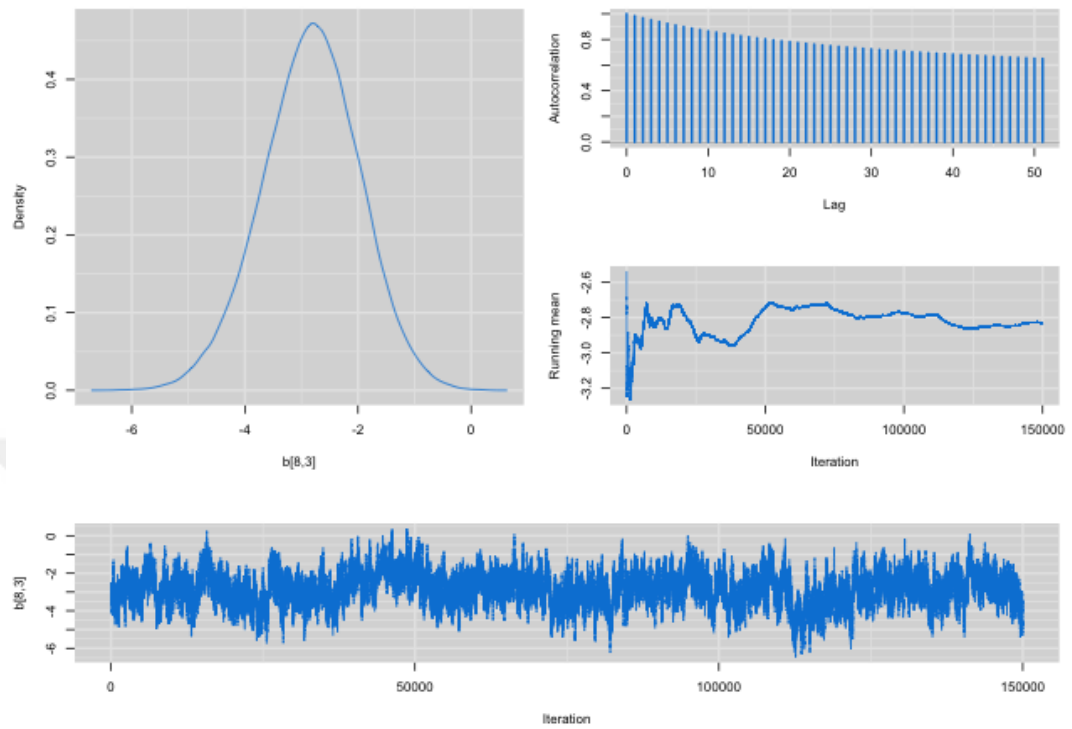
Diagnostics for b[6,3]



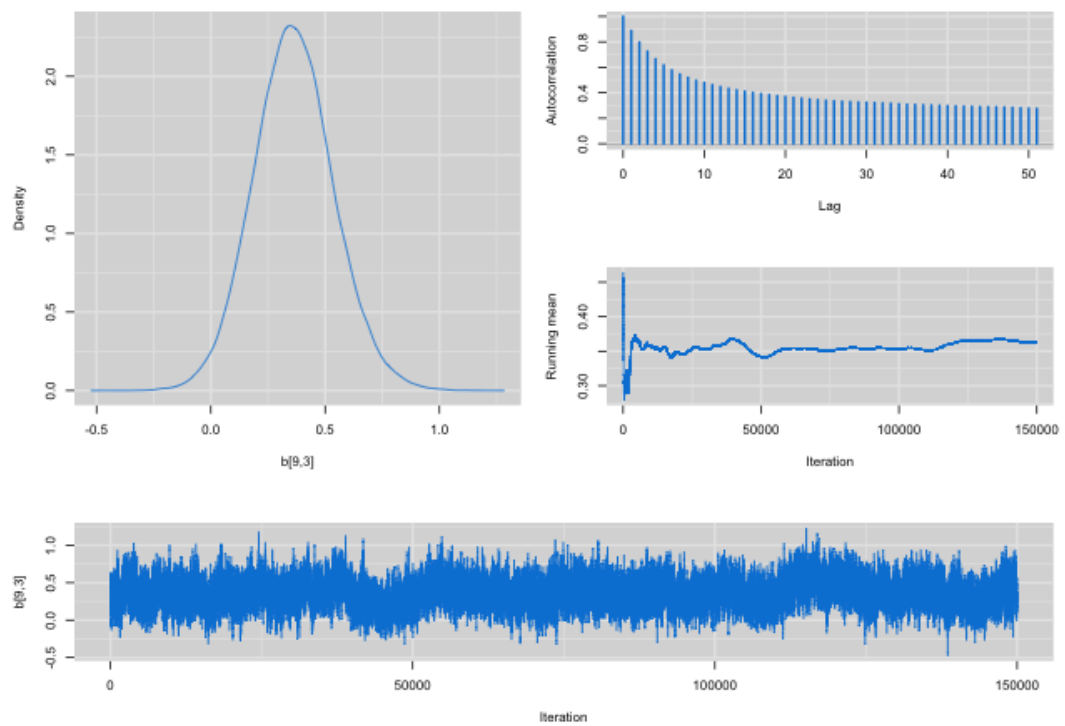
Diagnostics for b[7,3]



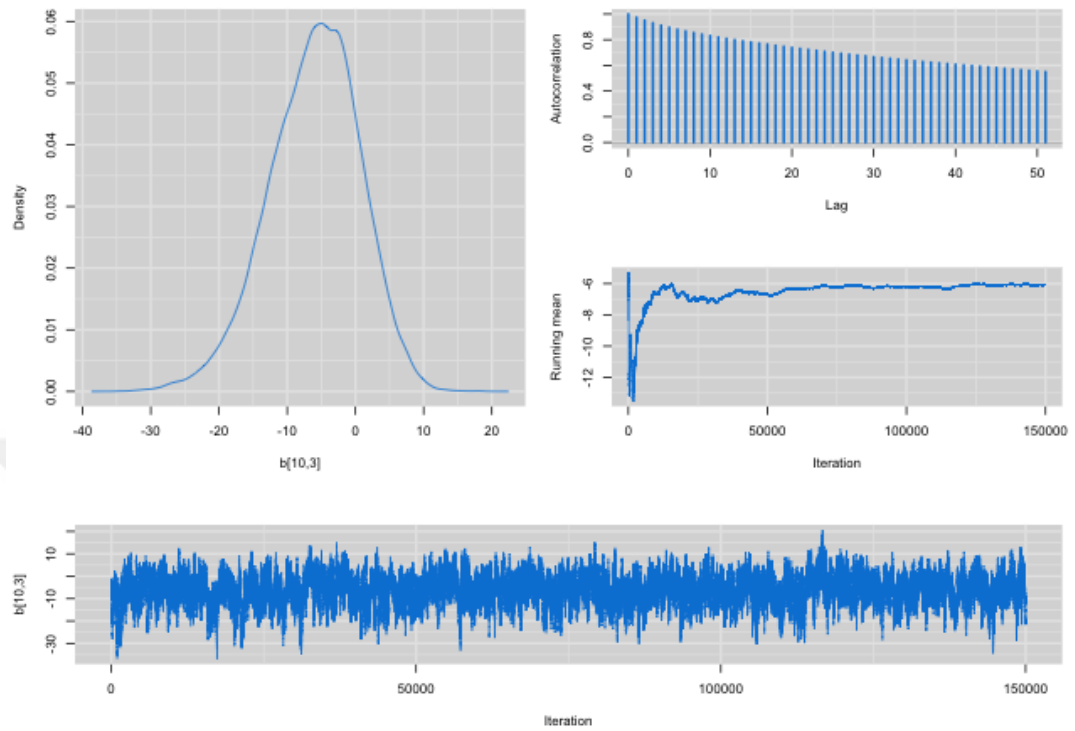
Diagnostics for b[8,3]



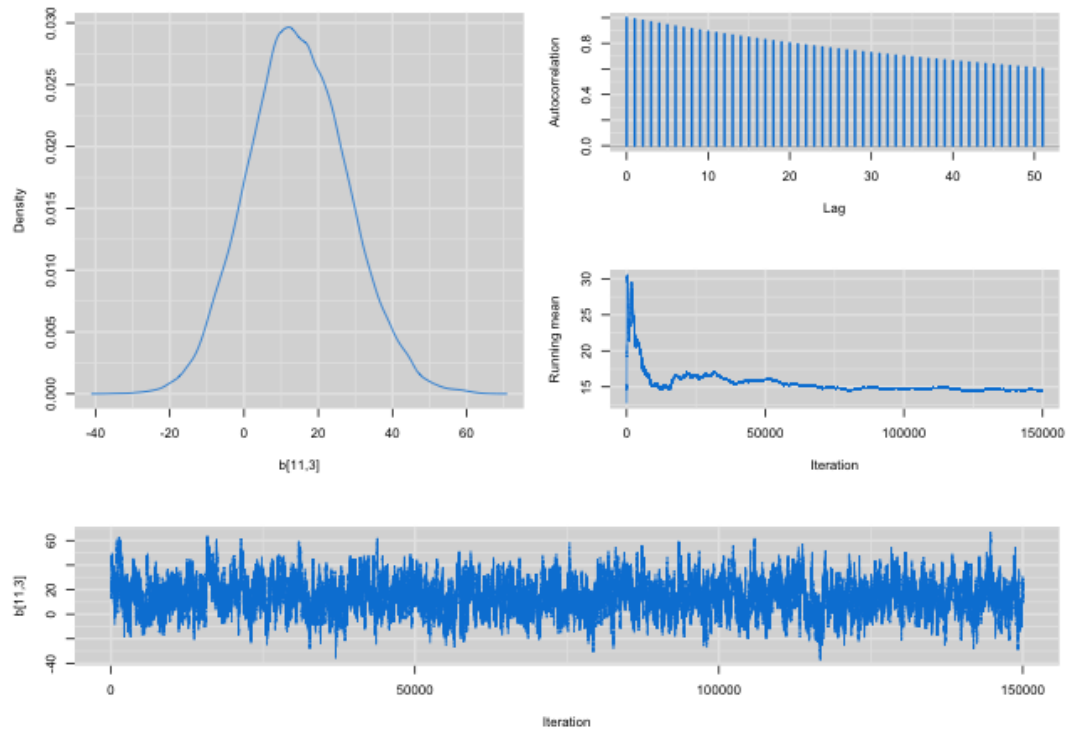
Diagnostics for b[9,3]



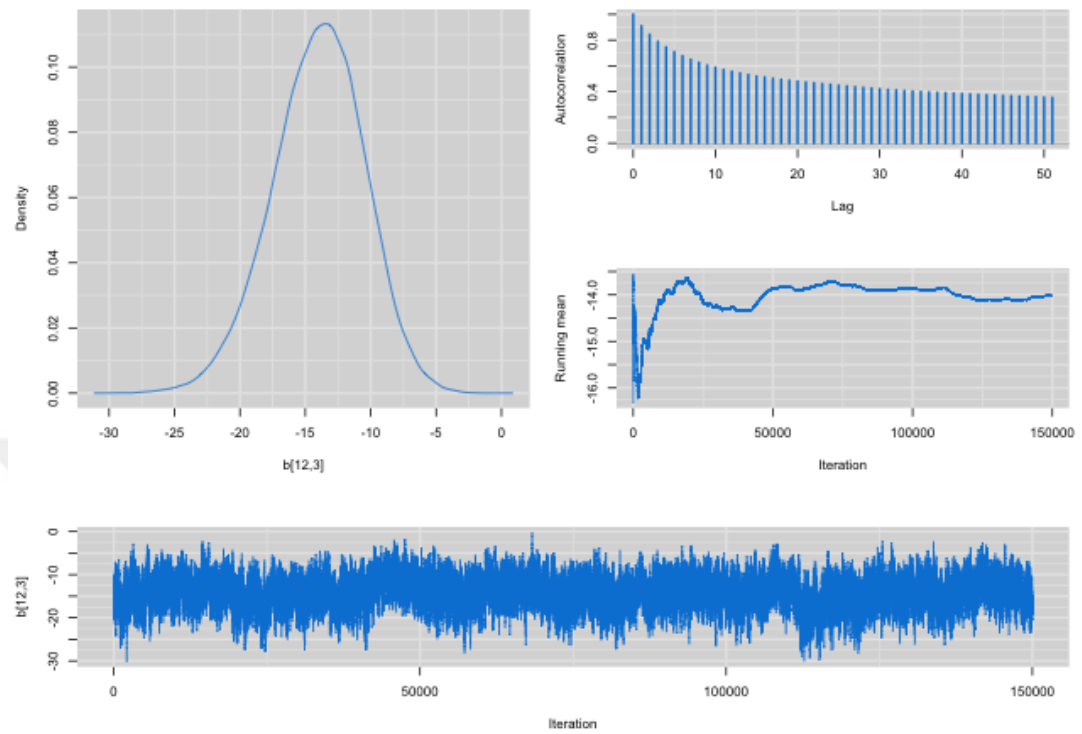
Diagnostics for b[10,3]



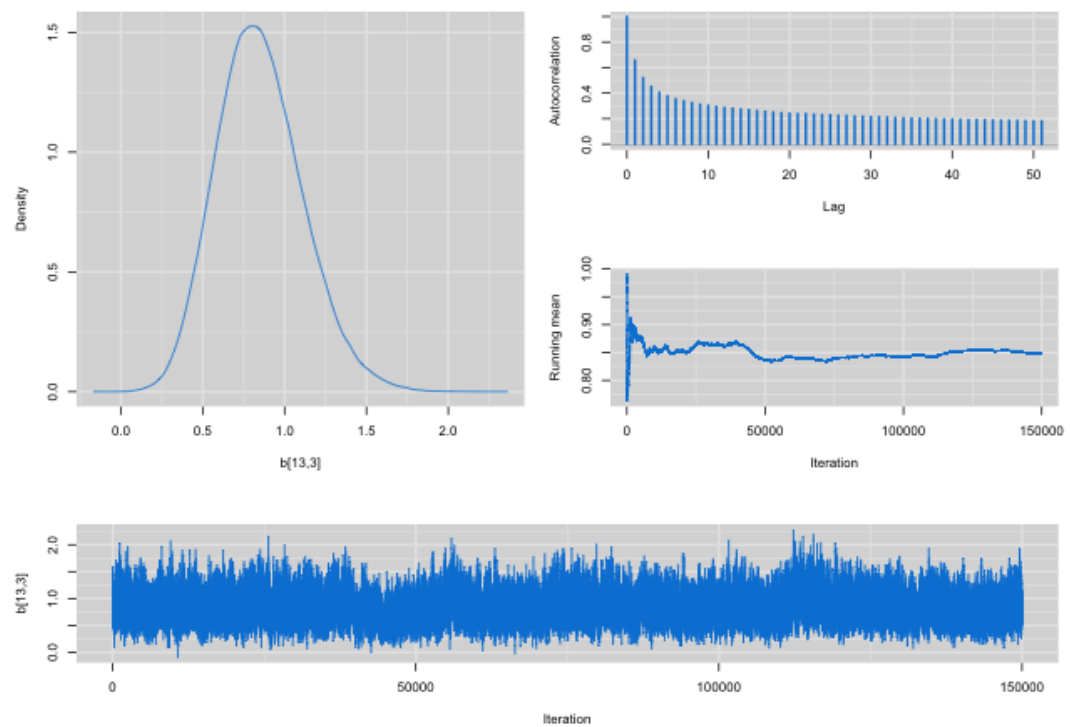
Diagnostics for b[11,3]



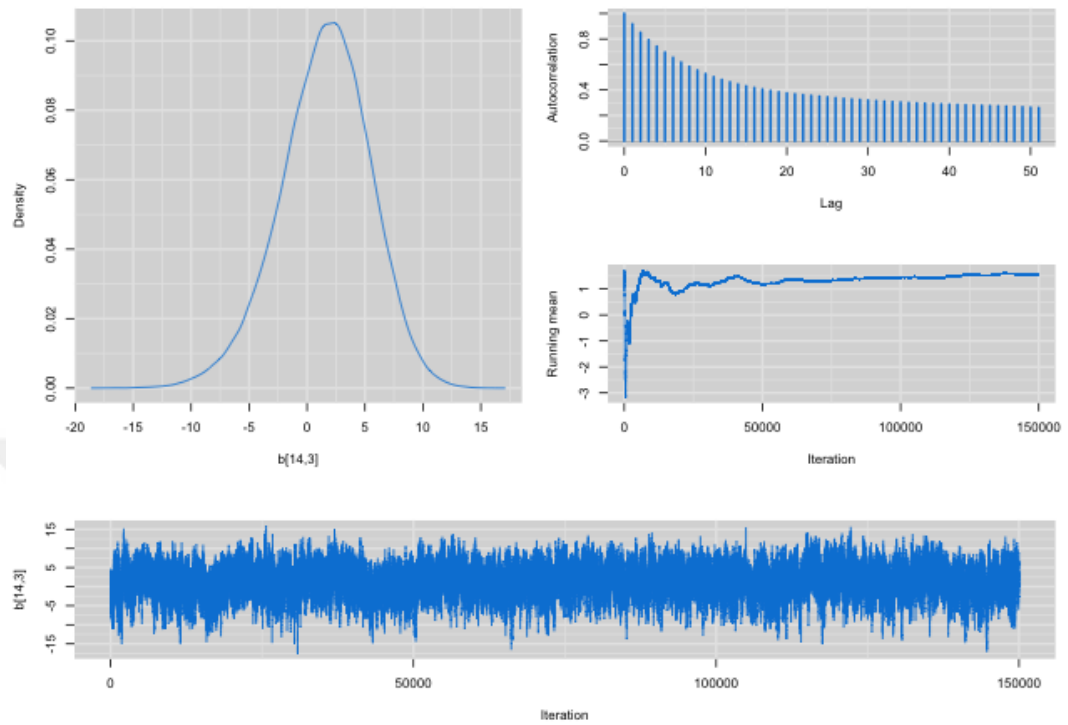
Diagnostics for b[12,3]



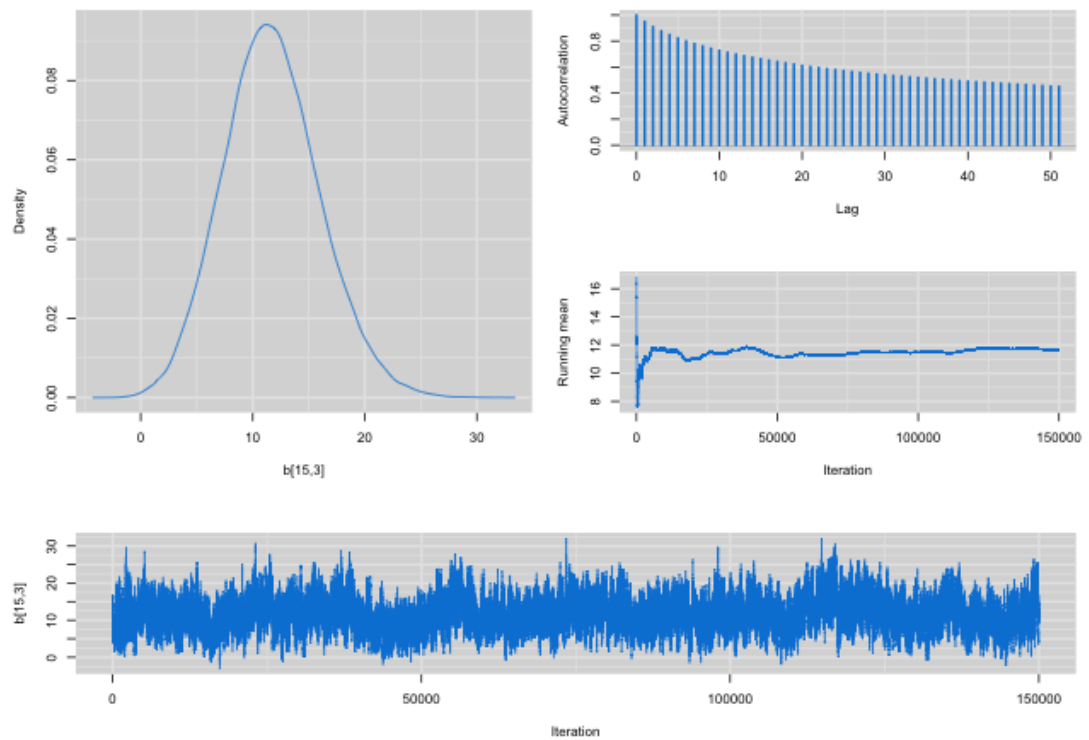
Diagnostics for b[13,3]



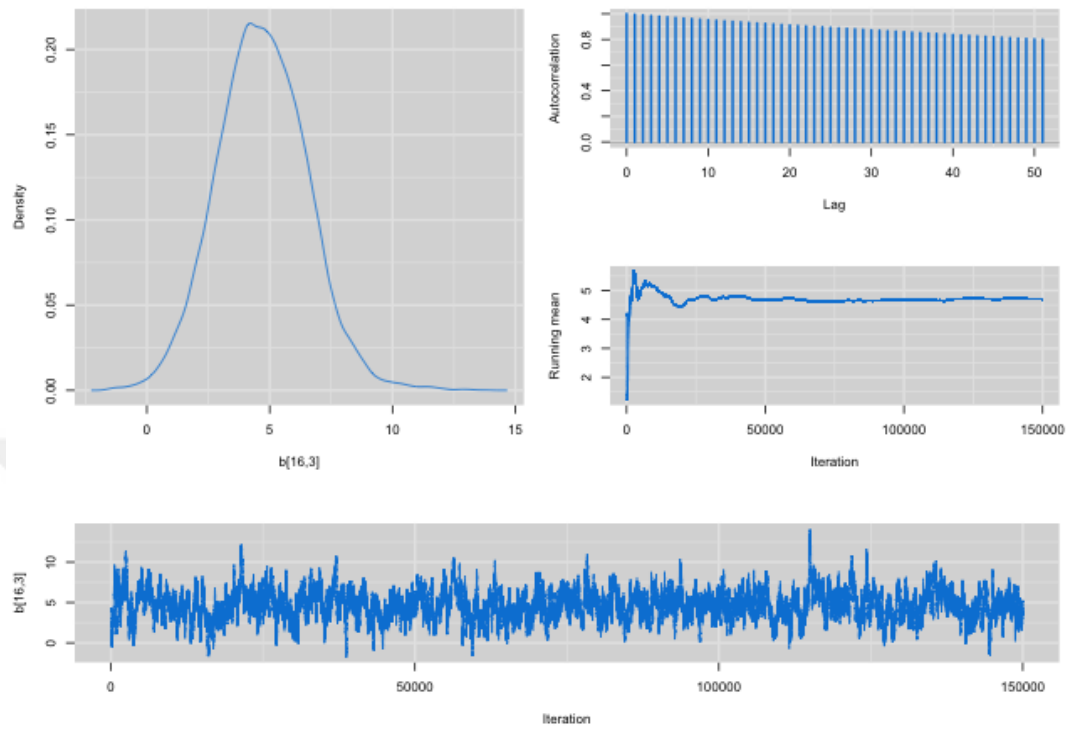
Diagnostics for b[14,3]



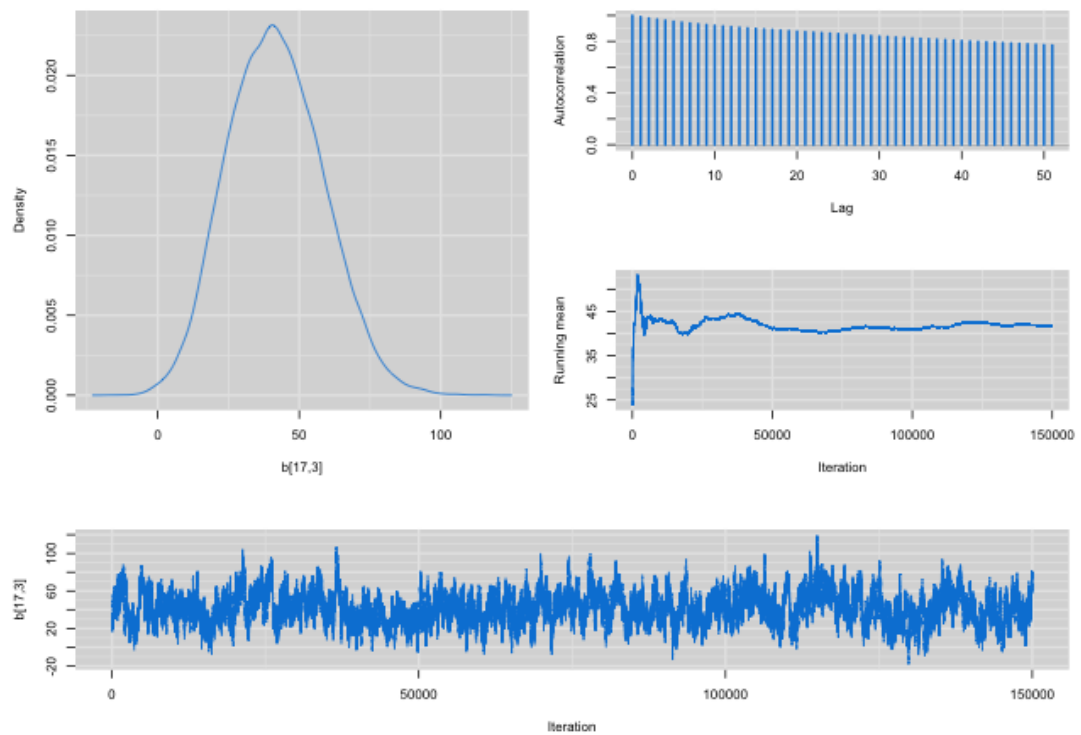
Diagnostics for b[15,3]



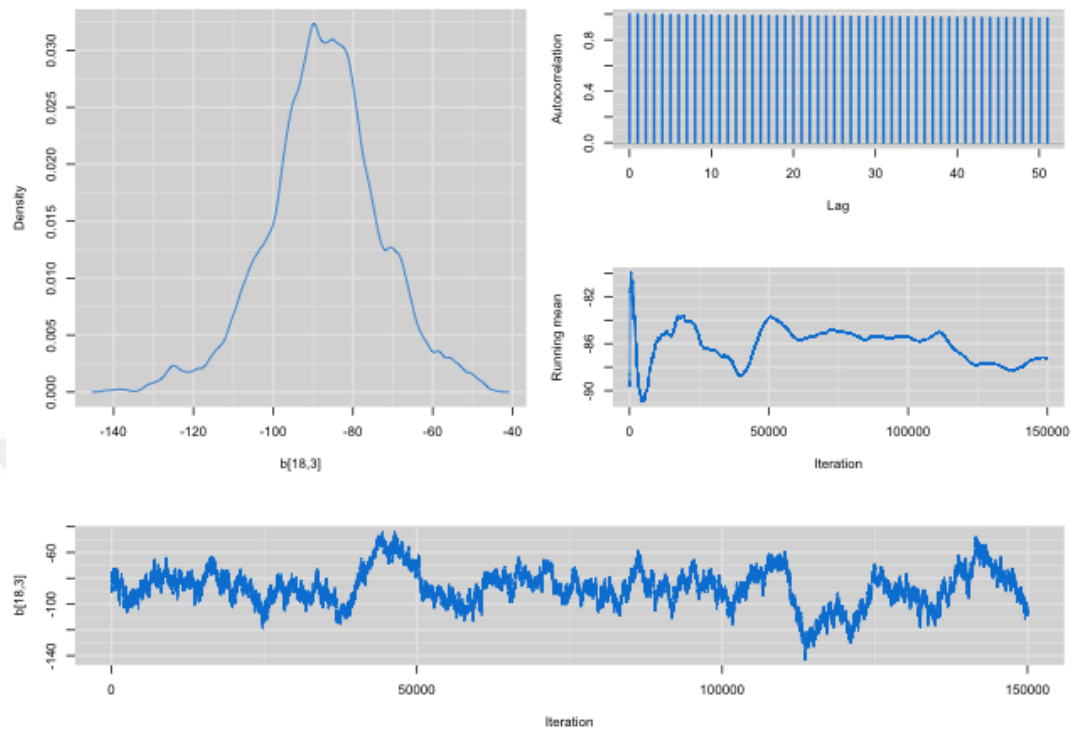
Diagnostics for b[16,3]



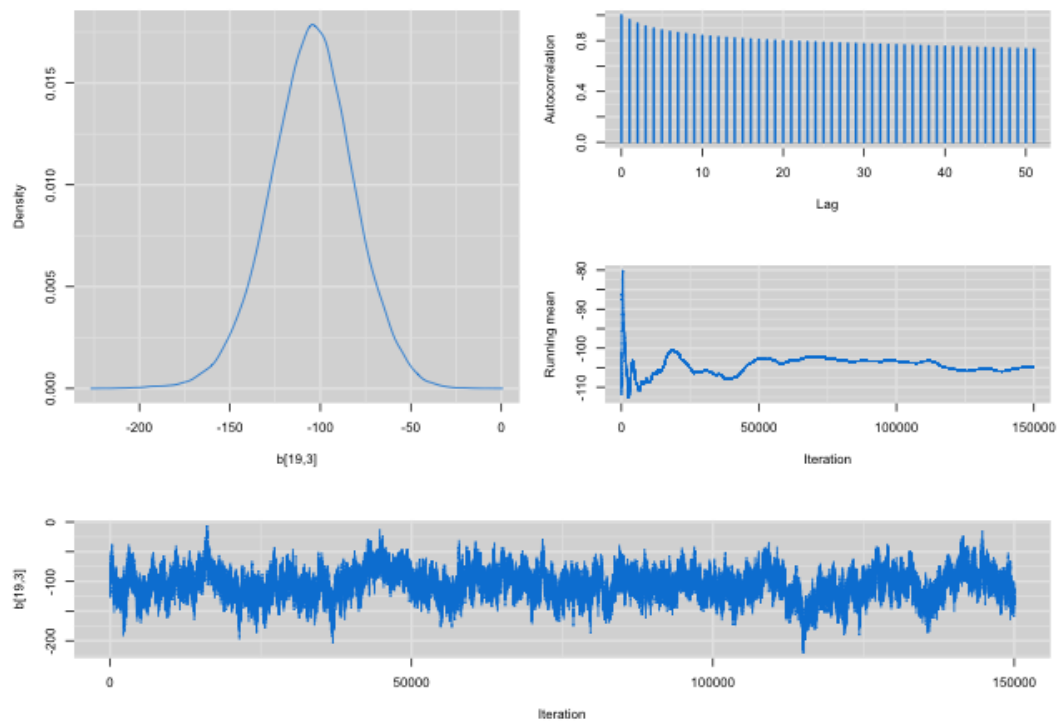
Diagnostics for b[17,3]



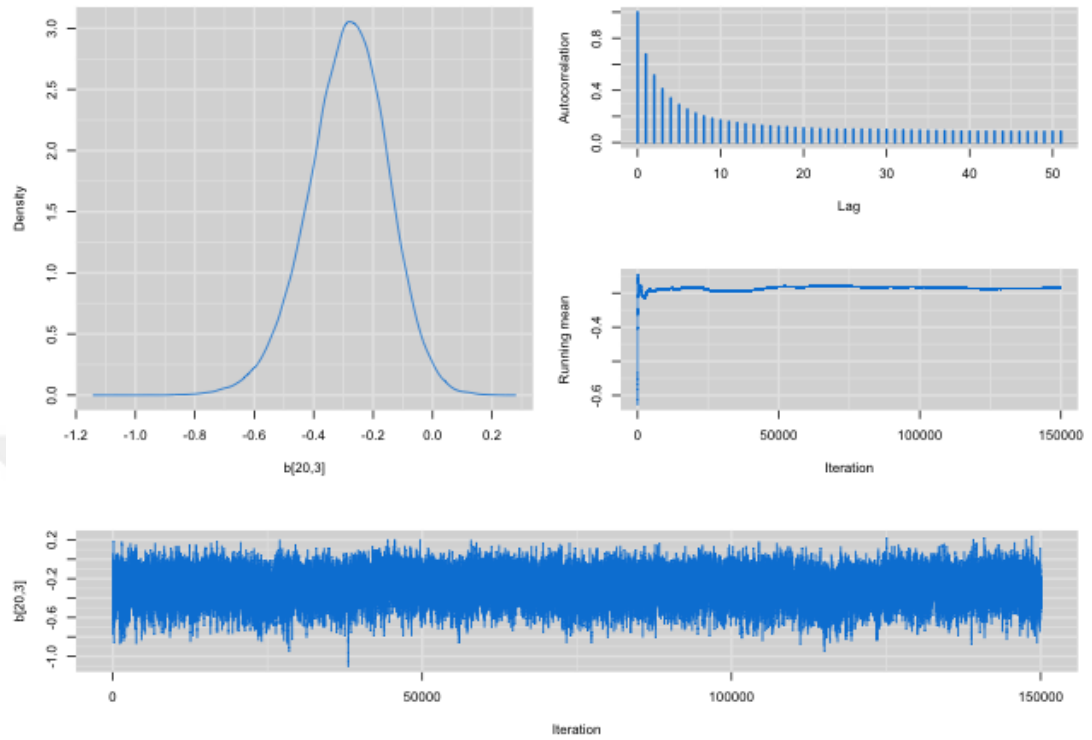
Diagnostics for b[18,3]



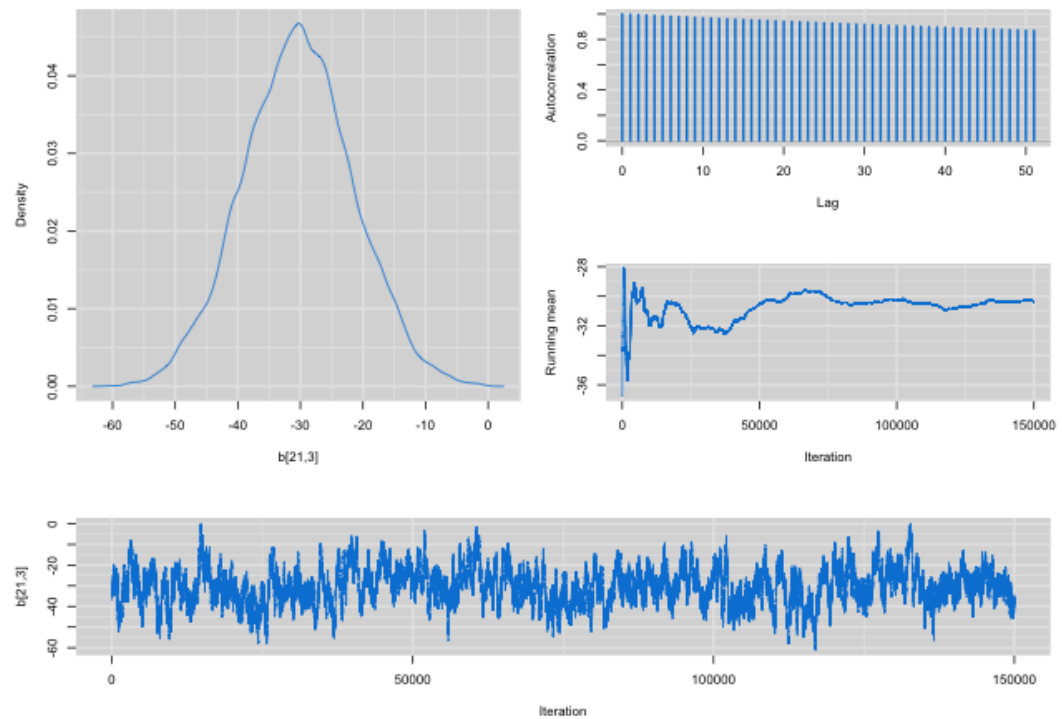
Diagnostics for b[19,3]



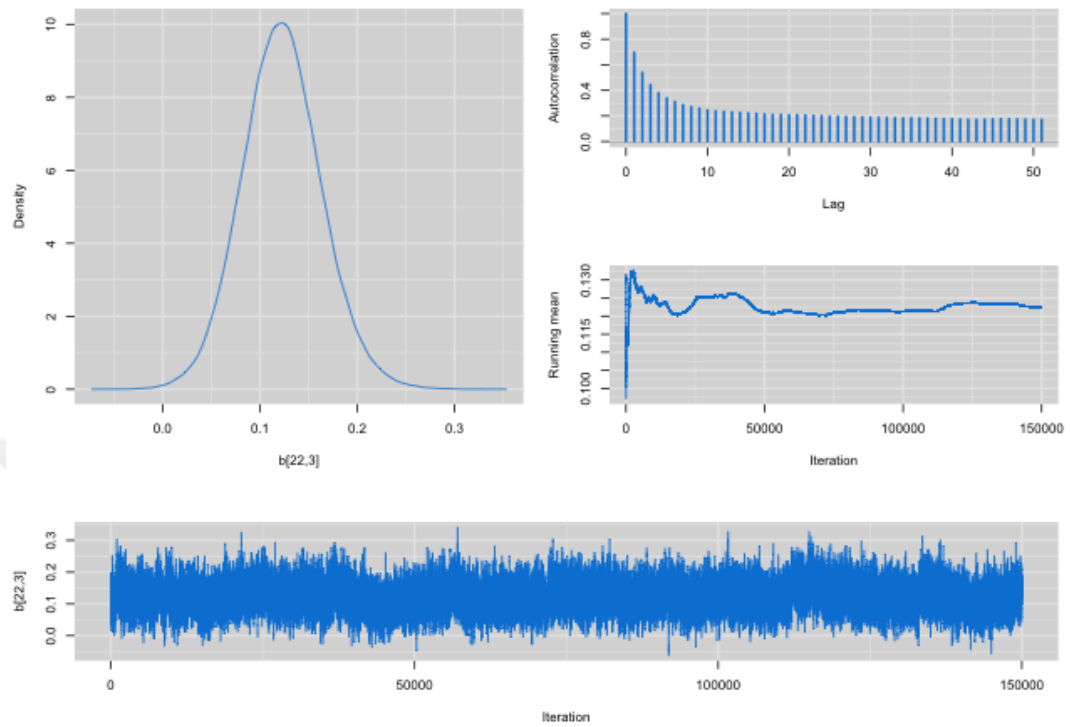
Diagnostics for b[20,3]



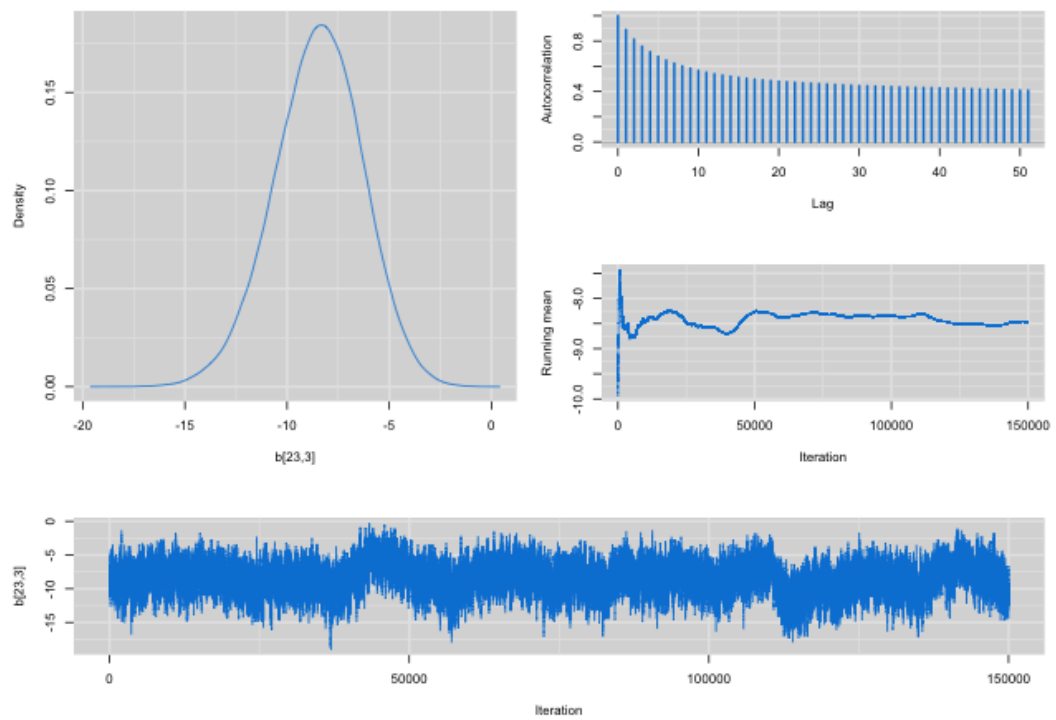
Diagnostics for b[21,3]



Diagnostics for b[22,3]



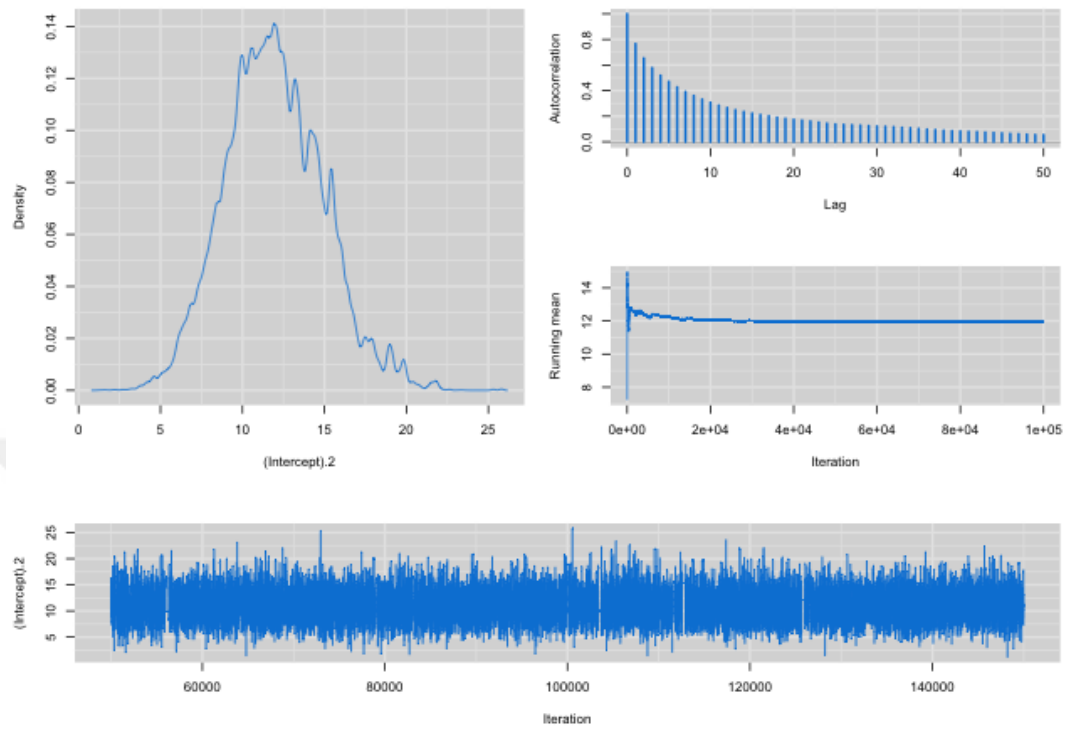
Diagnostics for b[23,3]



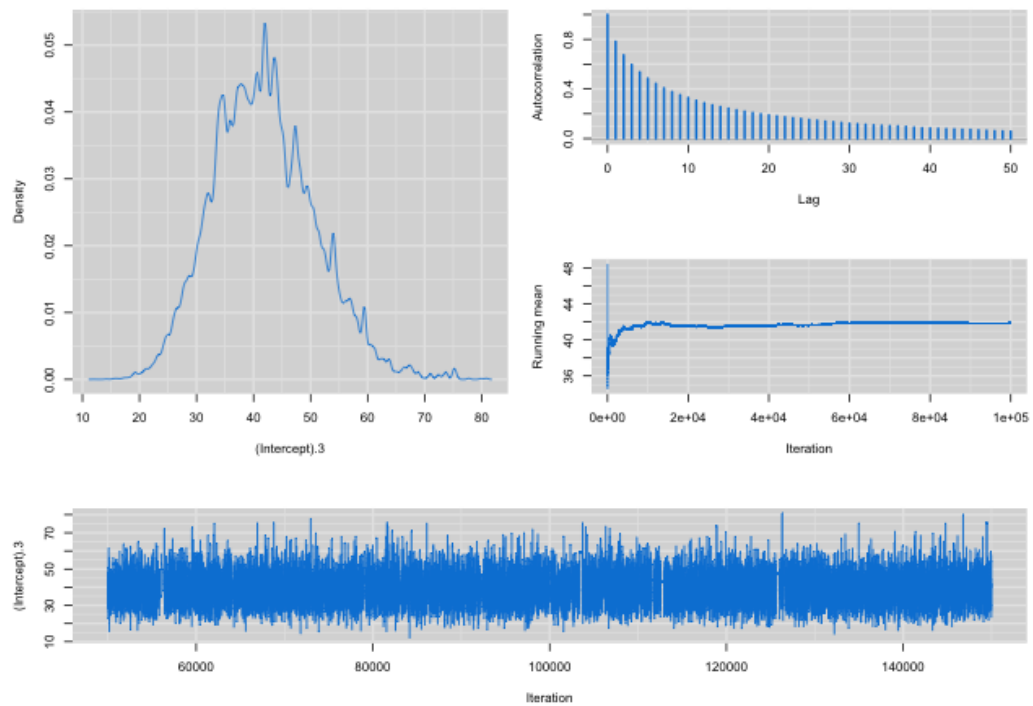
EK 4: Forward yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch		
					Durağanlık	Yarı-Genişlik	
2	ÖZÖZUVY	-3.434	0.052	0.151	-0.629	0.702	-0.023
	AKO	-34.101	0.157	0.482	-0.182	0.373	-0.009
	DUVTY	-0.724	0.009	0.030	-0.640	0.929	-0.022
	DVTV	-5.681	0.051	0.174	-0.379	0.903	-0.017
	STDV	-5.530	0.050	0.157	-1.918	0.356	-0.016
	NGD	0.959	0.011	0.040	1.296	0.590	0.022
	NKBO	0.256	0.002	0.006	1.393	0.203	0.013
	BKTV	-18.645	0.359	0.109	-1.544	0.562	-0.010
	SBO	0.535	0.004	0.012	-0.613	0.223	0.013
	Sabit	11.946	0.048	0.149	1.917	0.600	0.007
3	ÖZÖZUVY	-5.499	0.055	0.162	-0.036	0.952	-0.018
	AKO	-20.534	0.133	0.460	0.639	0.560	-0.011
	DUVTY	-21.211	0.082	0.255	0.829	0.220	-0.007
	DVTV	-36.513	0.149	0.500	0.995	0.125	-0.007
	STDV	2.409	0.055	0.183	-1.555	0.173	-0.016
	NGD	-1.666	0.013	0.046	0.343	0.309	-0.015
	NKBO	0.239	0.002	0.006	0.933	0.419	0.015
	BKTV	-2.782	0.232	0.075	-1.018	0.324	0.050
	SBO	0.310	0.003	0.011	-1.455	0.099	0.015
	Sabit	41.889	0.146	0.446	-0.605	0.249	0.006

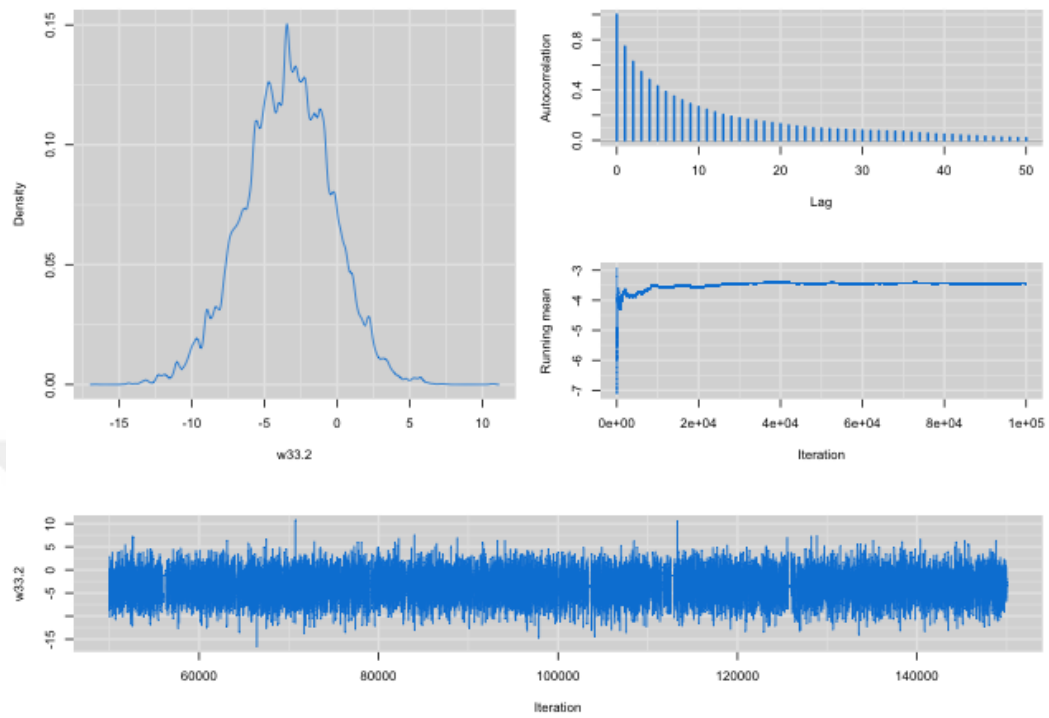
Diagnostics for (Intercept).2



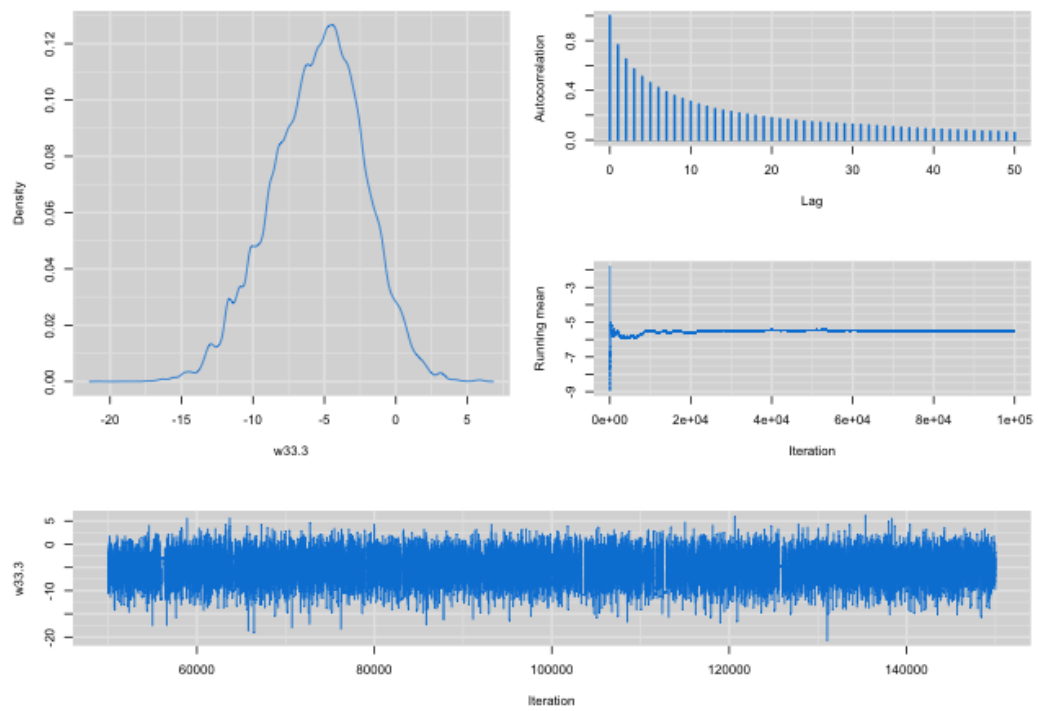
Diagnostics for (Intercept).3



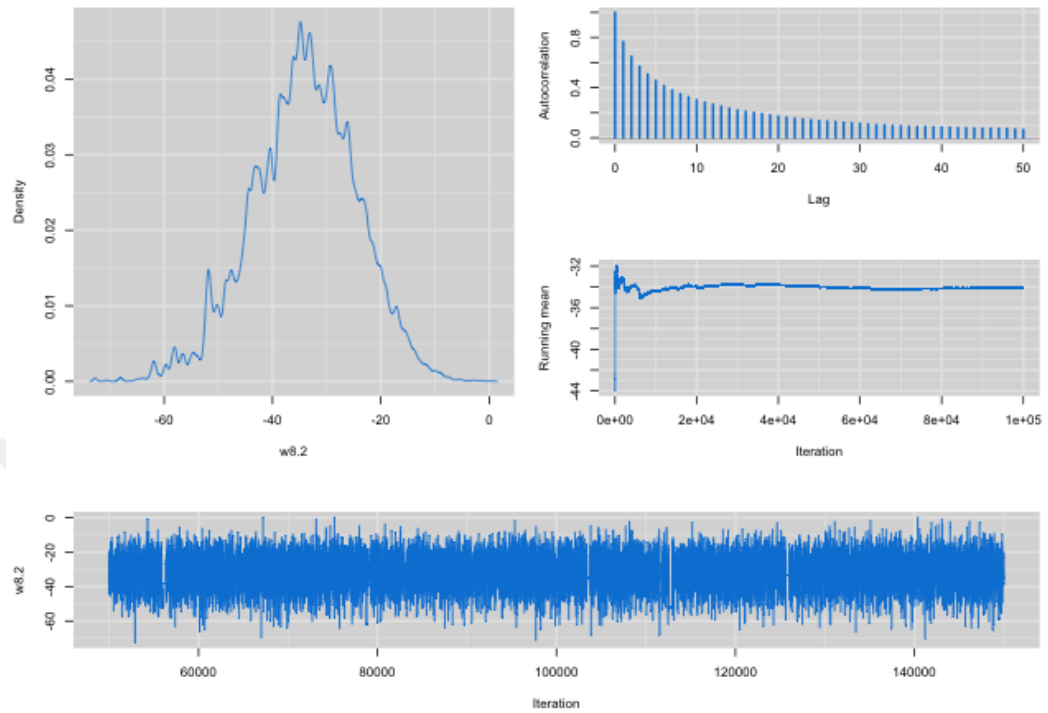
Diagnostics for w33.2



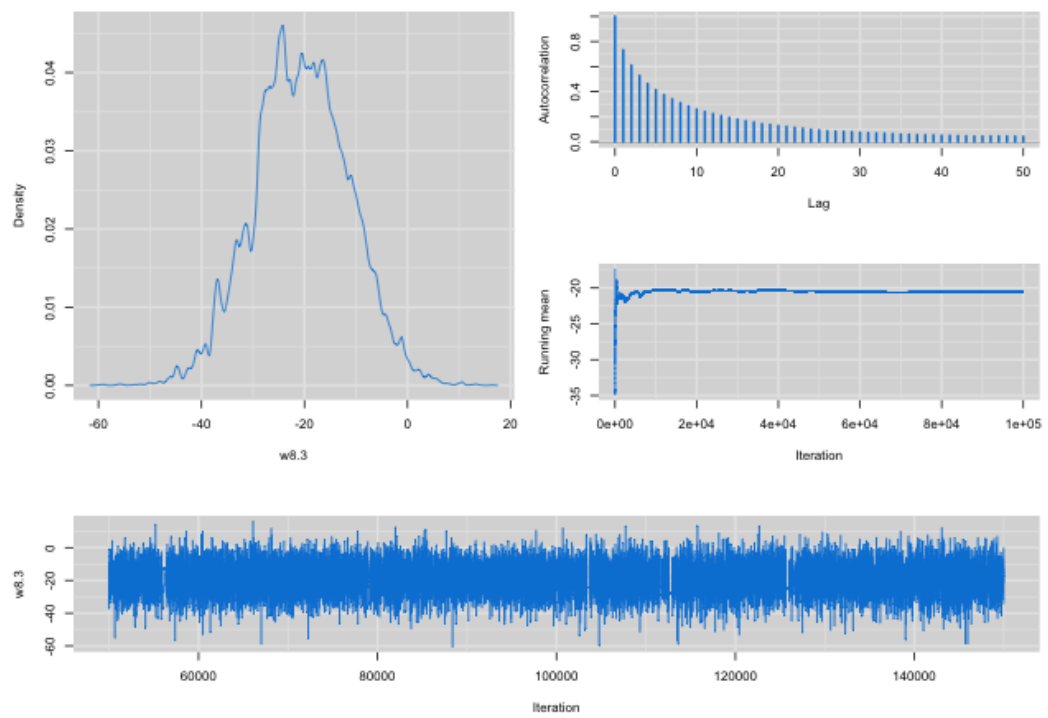
Diagnostics for w33.3



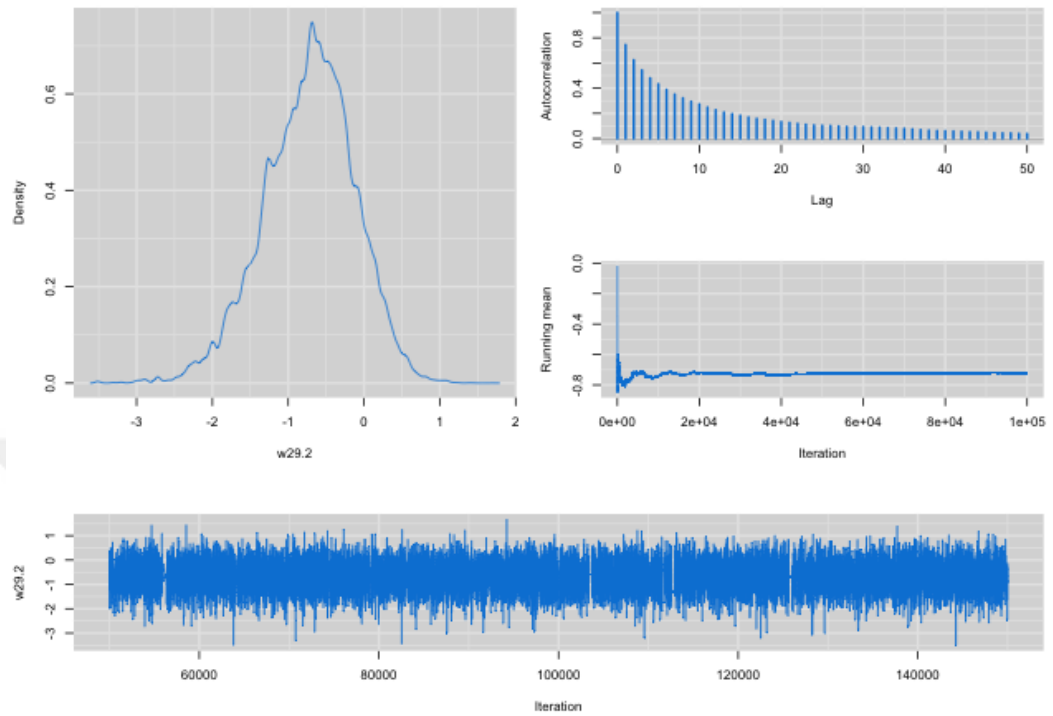
Diagnostics for w8.2



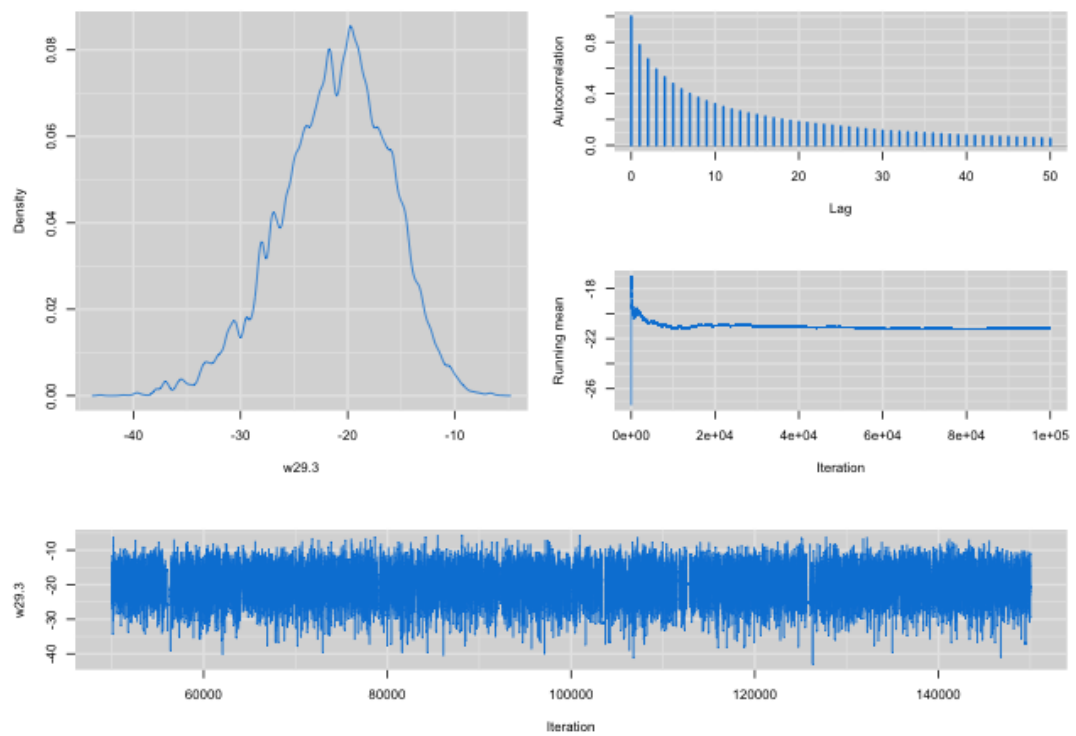
Diagnostics for w8.3



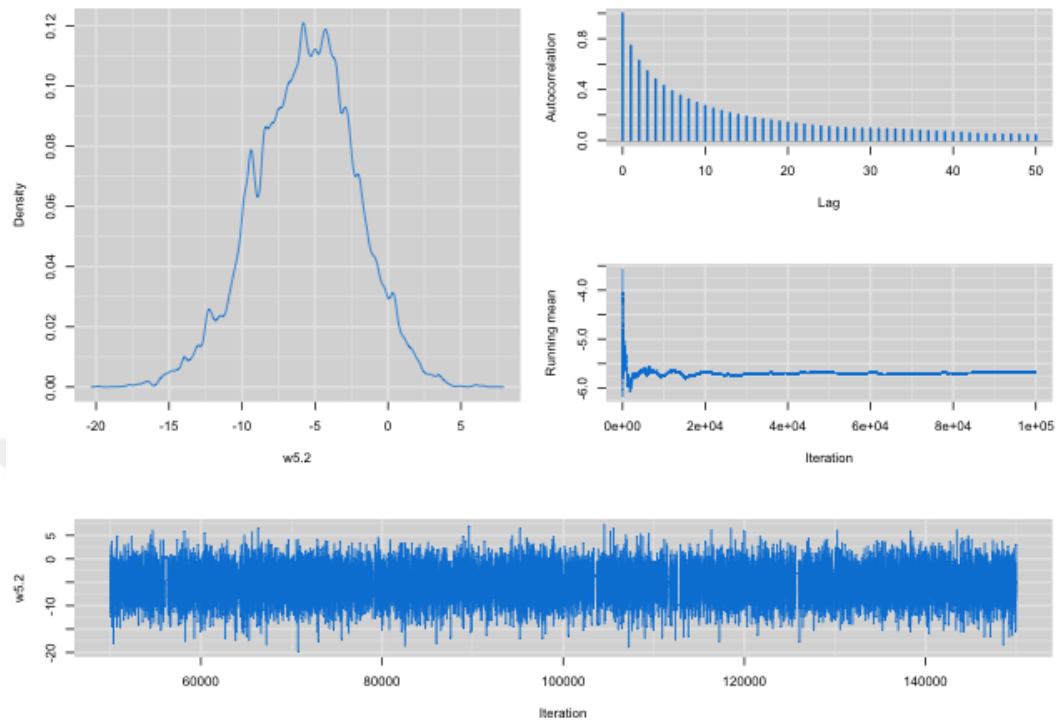
Diagnostics for w29.2



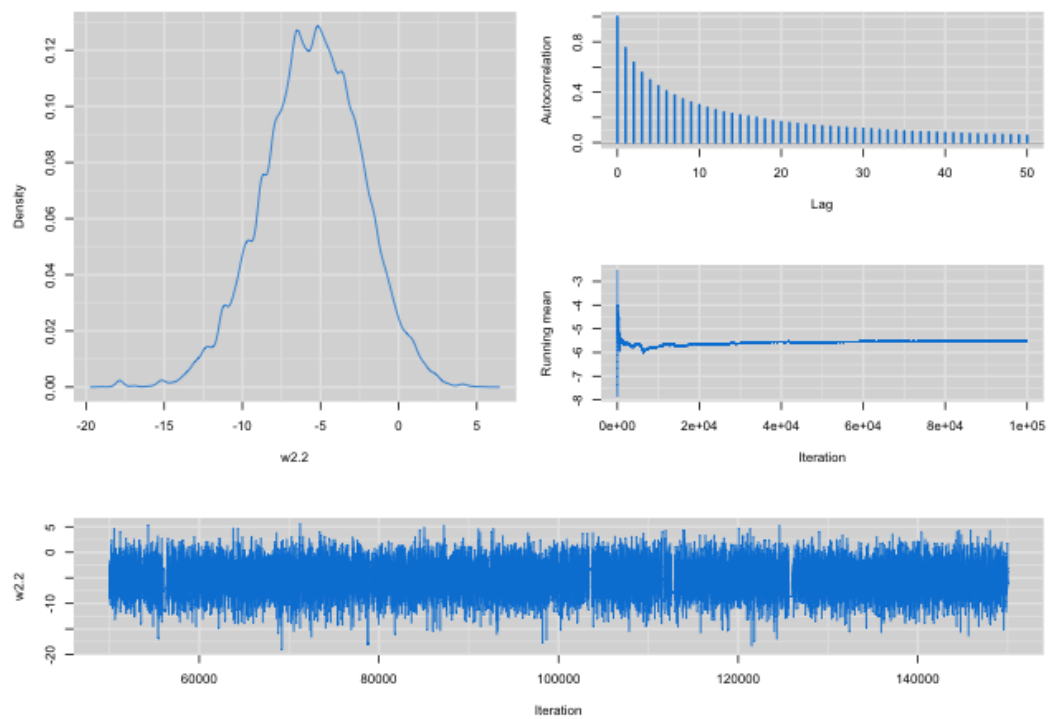
Diagnostics for w29.3



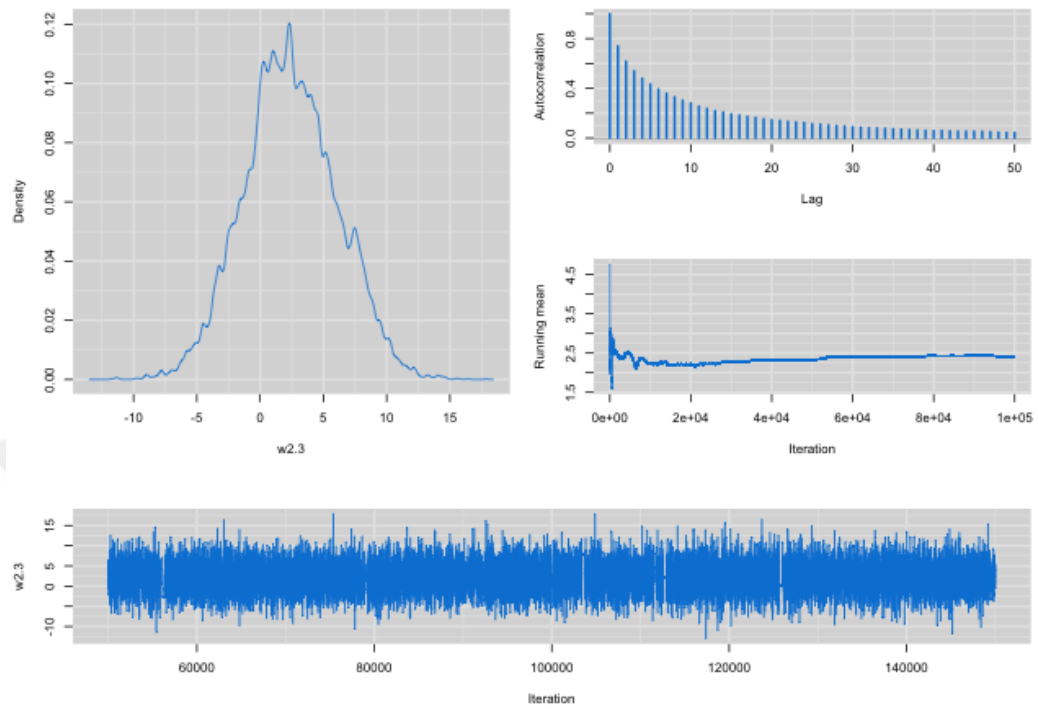
Diagnostics for w5.2



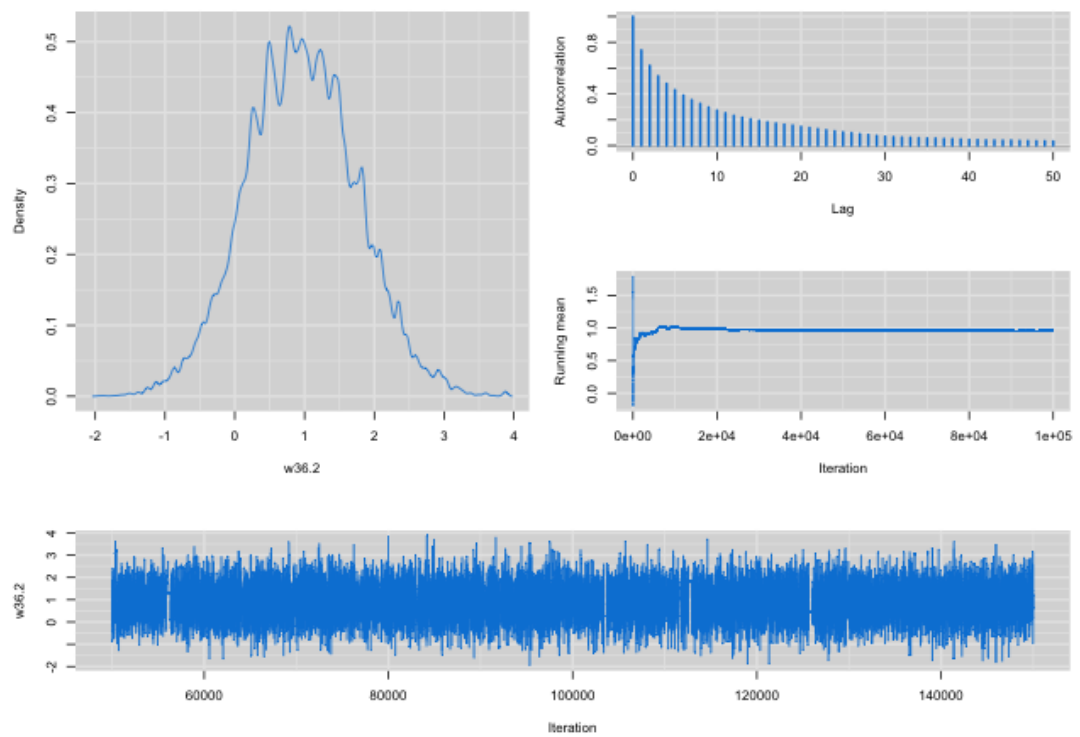
Diagnostics for w2.2



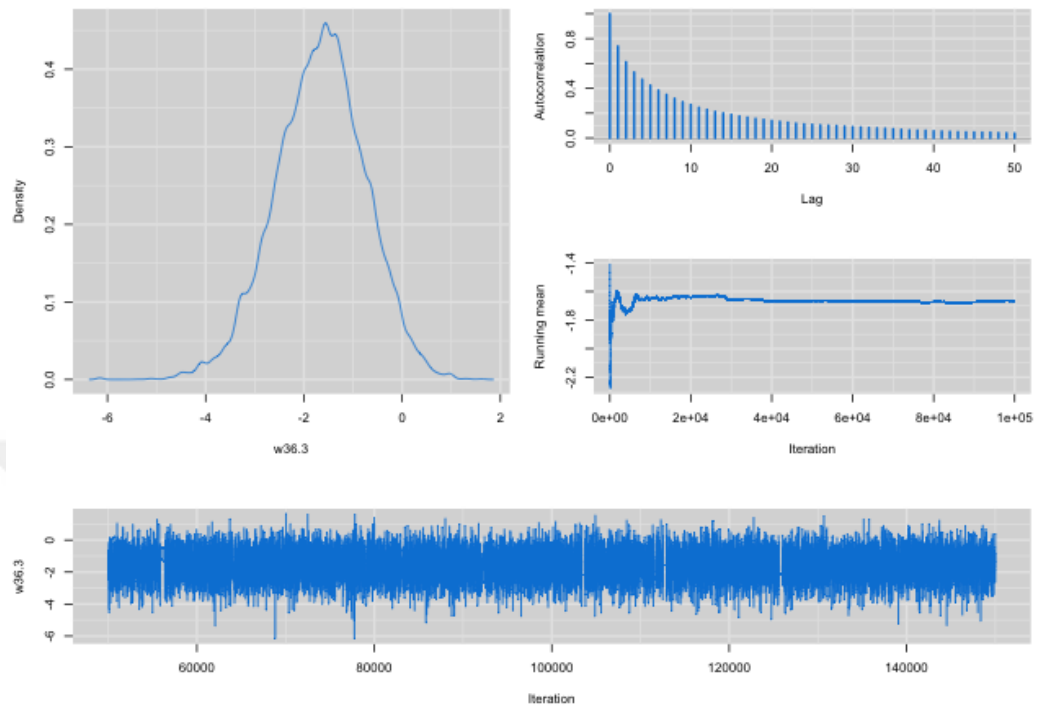
Diagnostics for w2.3



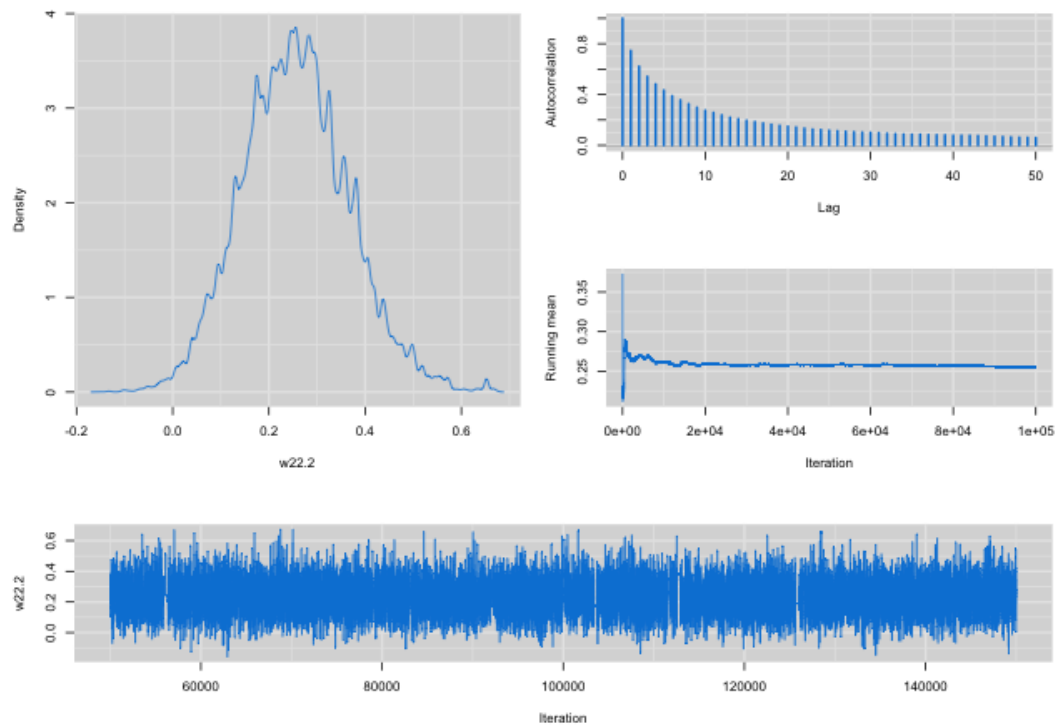
Diagnostics for w36.2



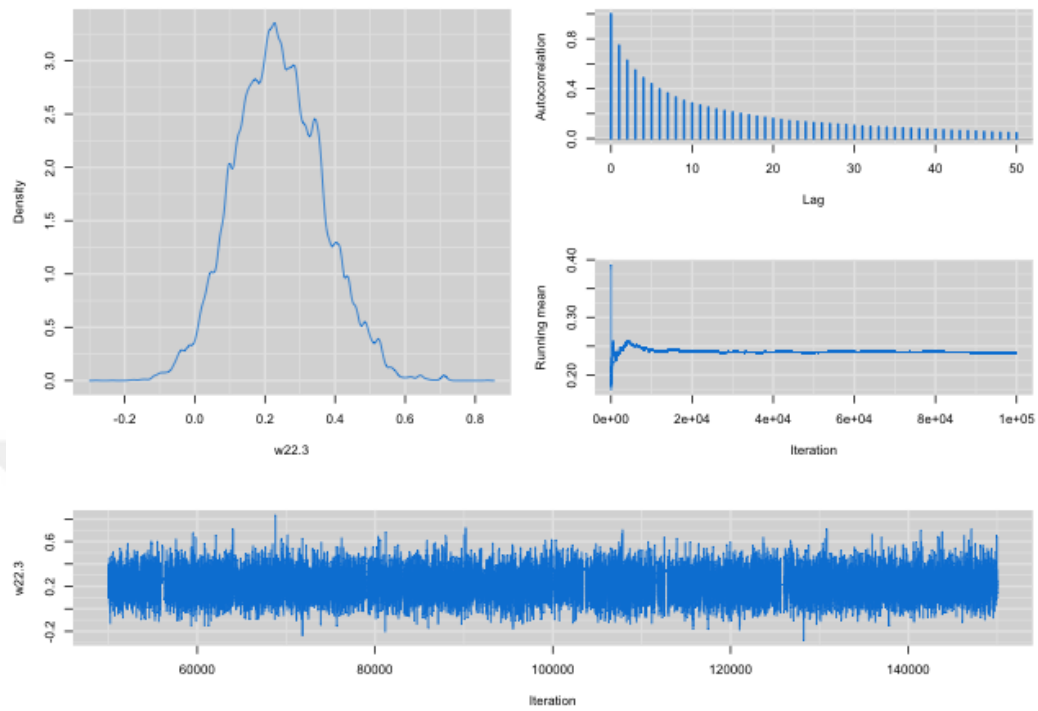
Diagnostics for w36.3



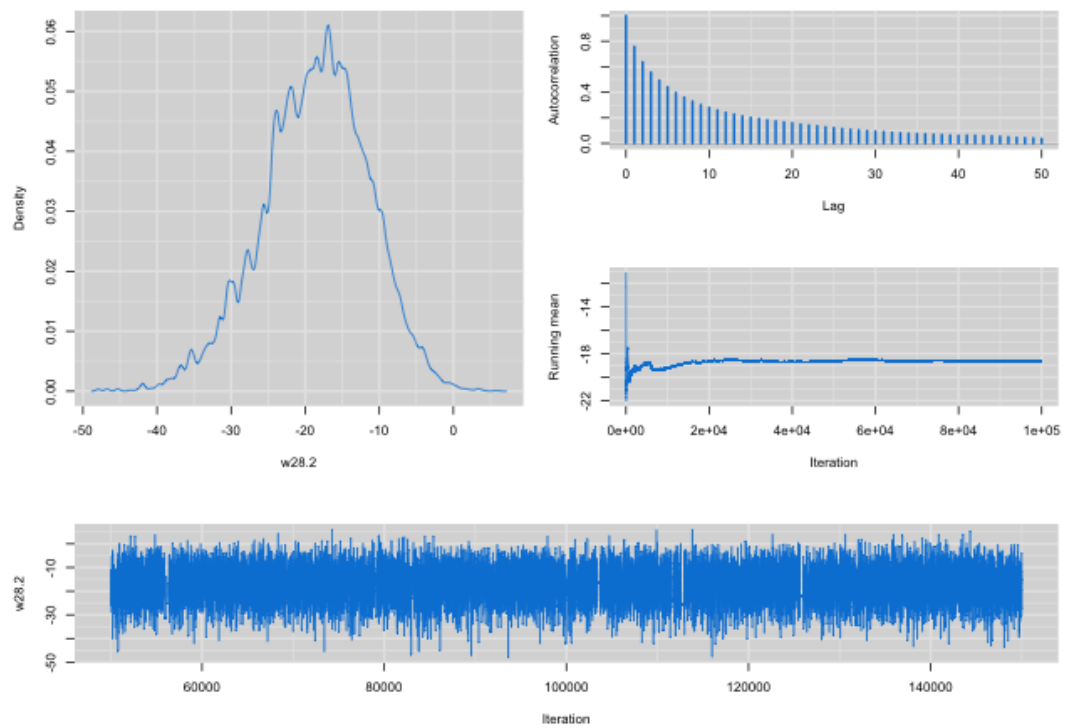
Diagnostics for w22.2



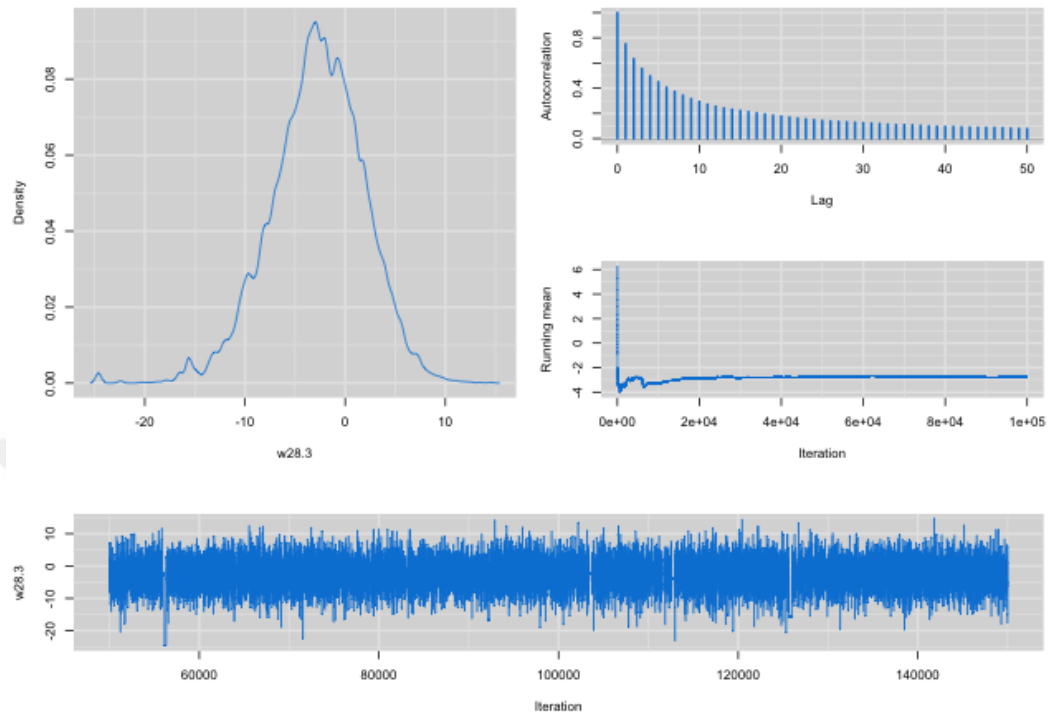
Diagnostics for w22.3



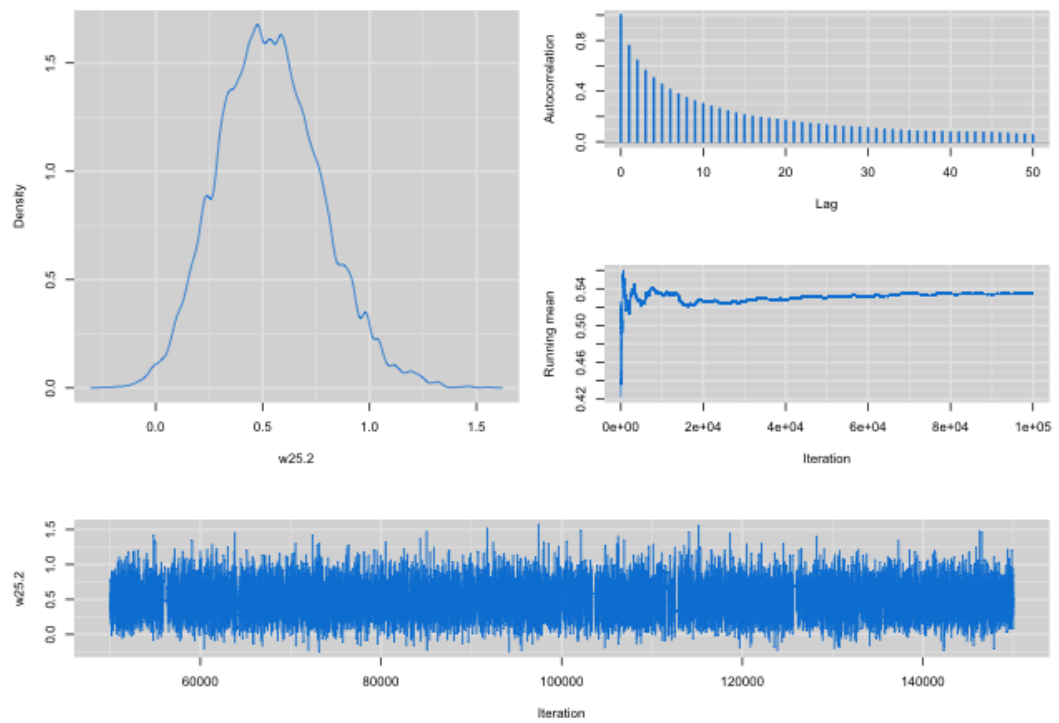
Diagnostics for w28.2



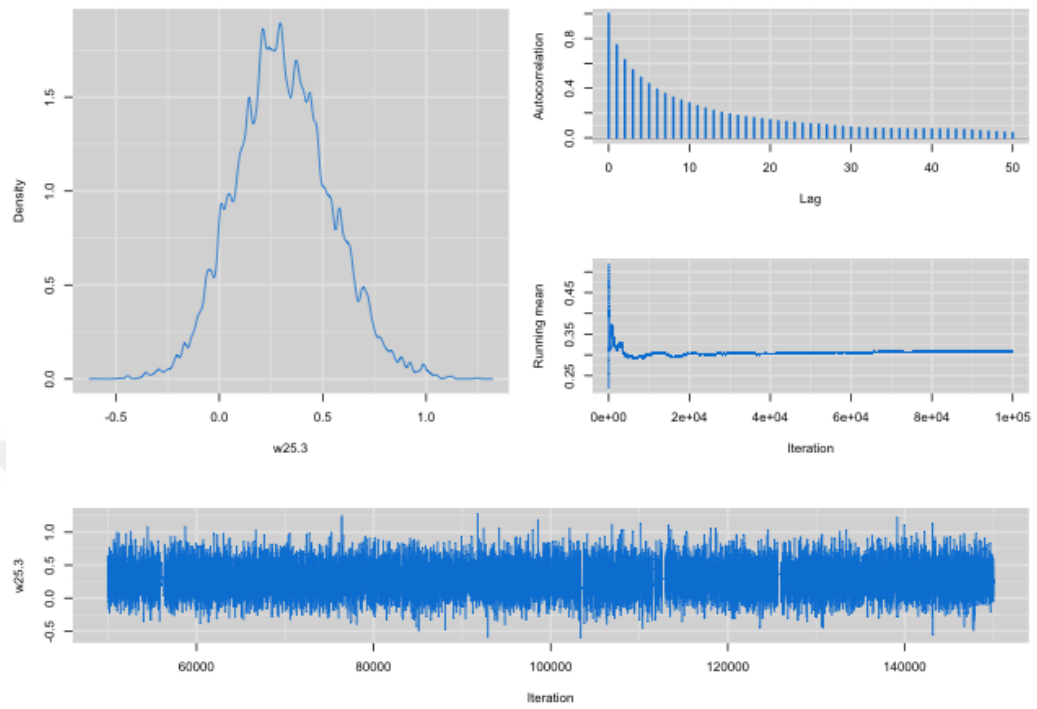
Diagnostics for w28.3



Diagnostics for w25.2



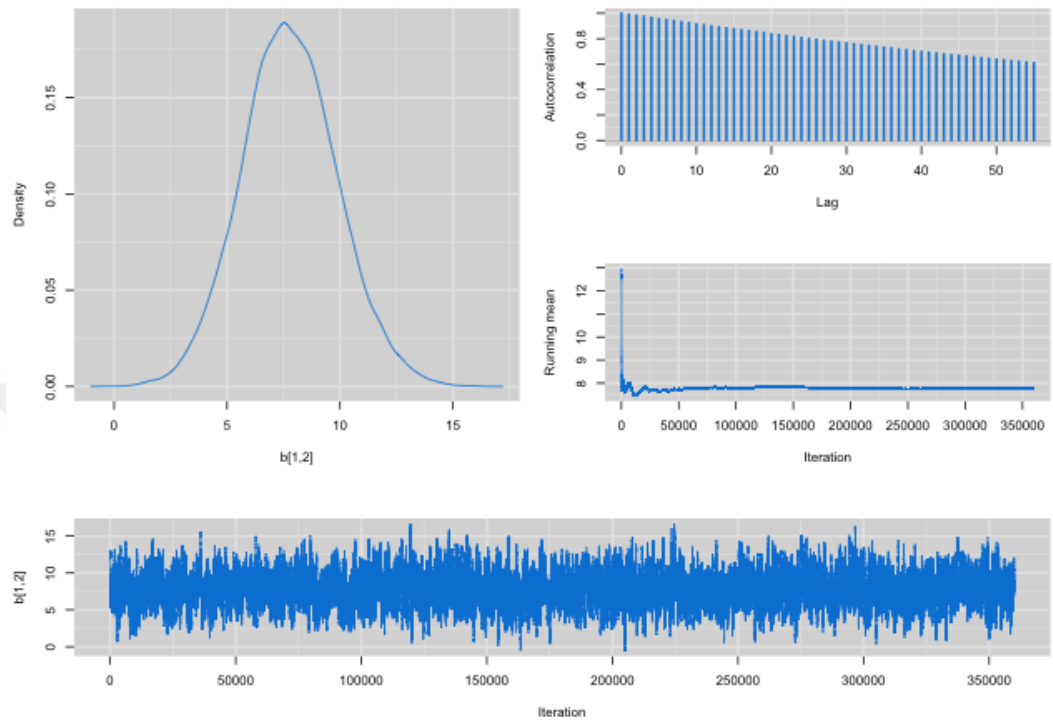
Diagnostics for w25.3



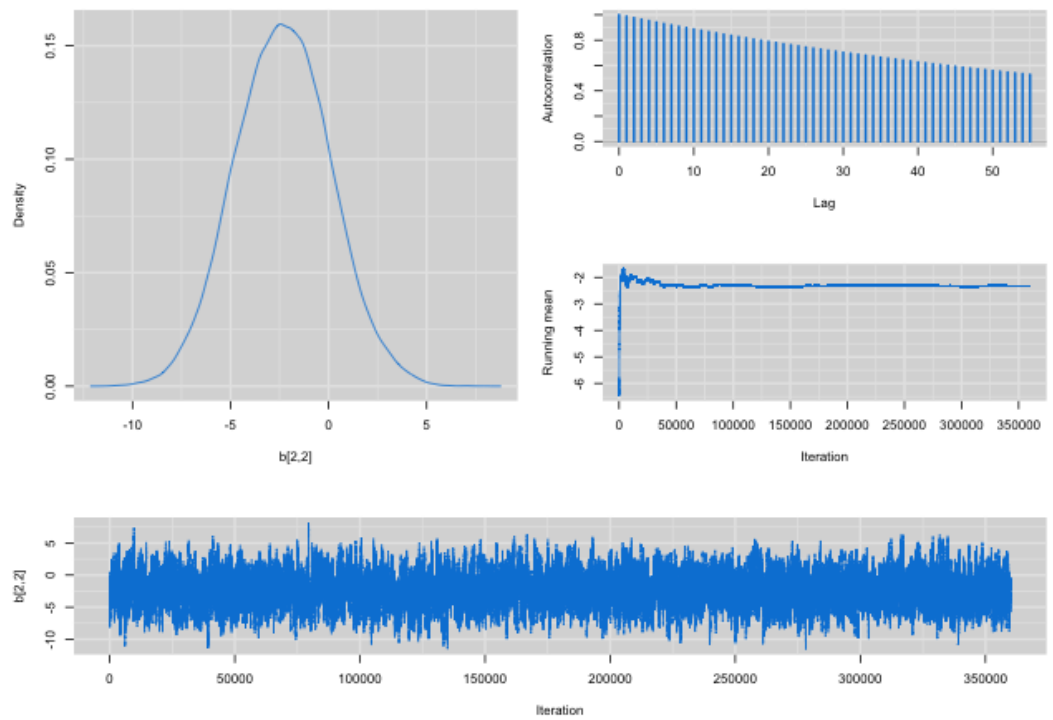
EK 5: Stepwise yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch		
					Durağanlık	Yarı-Genişlik	
2	<i>ÖZÖZUVY</i>	-2.330	0.051	0.122	0.578	0.851	-0.044
	<i>AKO</i>	18.473	0.026	0.276	-0.400	0.738	-0.003
	<i>DUVTY</i>	-0.477	0.008	0.025	-0.446	0.660	-0.031
	<i>DVTV</i>	-3.558	0.055	0.138	-0.303	0.823	-0.029
	<i>DTDV</i>	-3.131	0.027	0.118	-0.717	0.481	-0.015
	<i>NGD</i>	0.539	0.003	0.033	0.358	0.667	0.011
	<i>NKBO</i>	0.159	0.001	0.005	0.992	0.465	0.007
	<i>BKTV</i>	14.619	0.045	0.242	0.160	0.397	-0.006
	<i>SBO</i>	0.373	0.001	0.009	0.504	0.185	0.004
	<i>Sabit</i>	7.770	0.057	0.106	-0.159	0.856	0.014
	<i>ÖZÖZUVY</i>	-6.199	0.057	0.128	-0.446	0.612	-0.017
<i>AKO</i>	-11.205	0.032	0.283	-1.018	0.376	-0.005	
<i>DUVTY</i>	-10.358	0.085	0.114	0.390	0.863	-0.015	
<i>DVTV</i>	-14.593	0.174	0.229	0.344	0.779	-0.022	
<i>DTDV</i>	2.683	0.030	0.141	0.024	0.719	0.020	
<i>NGD</i>	-1.140	0.004	0.036	1.181	0.409	-0.007	
<i>NKBO</i>	0.146	0.001	0.005	1.281	0.463	0.007	
<i>BKTV</i>	-2.034	0.028	0.175	0.024	0.394	-0.025	
<i>SBO</i>	0.163	0.001	0.009	0.504	0.304	0.010	
<i>Sabit</i>	21.017	0.158	0.188	-0.283	0.886	0.014	

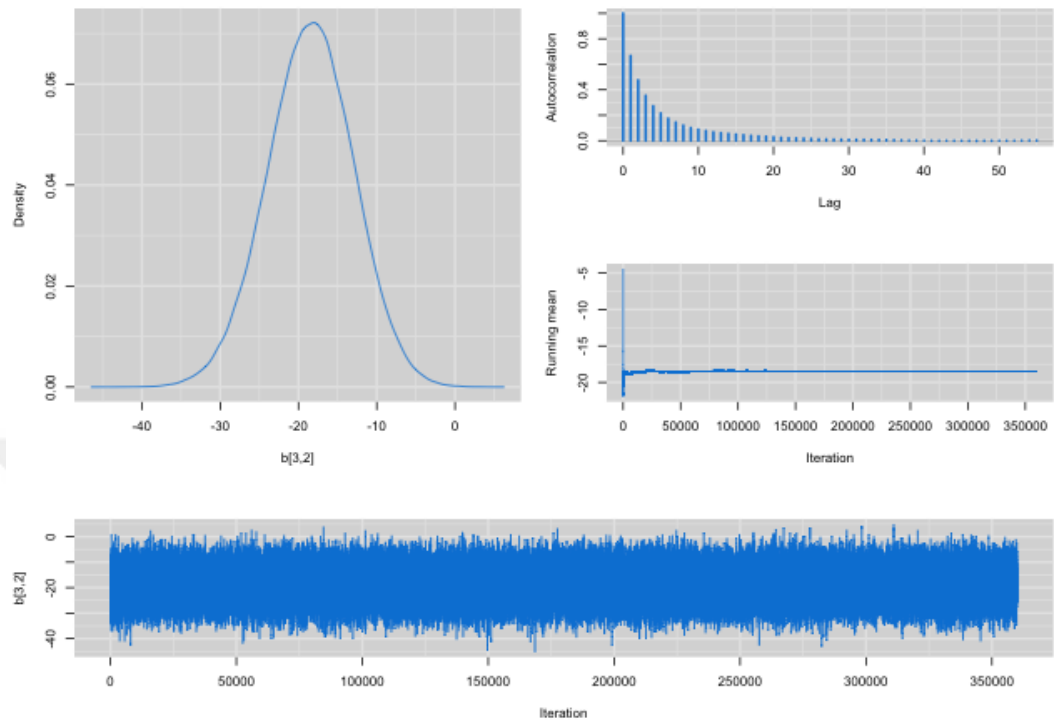
Diagnostics for b[1,2]



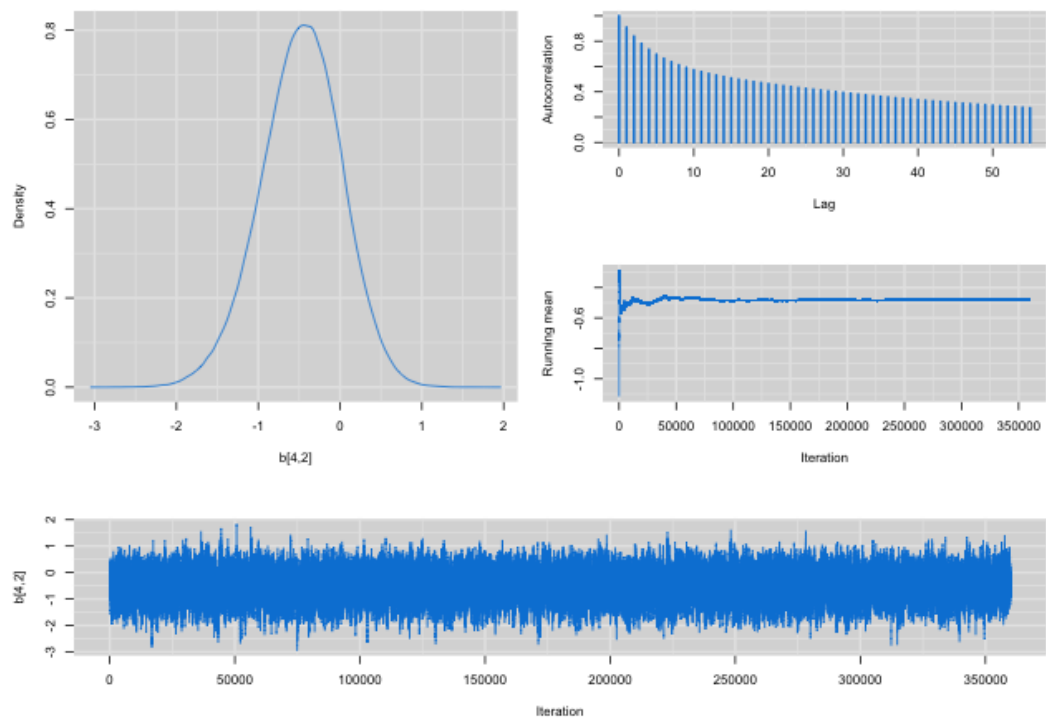
Diagnostics for b[2,2]



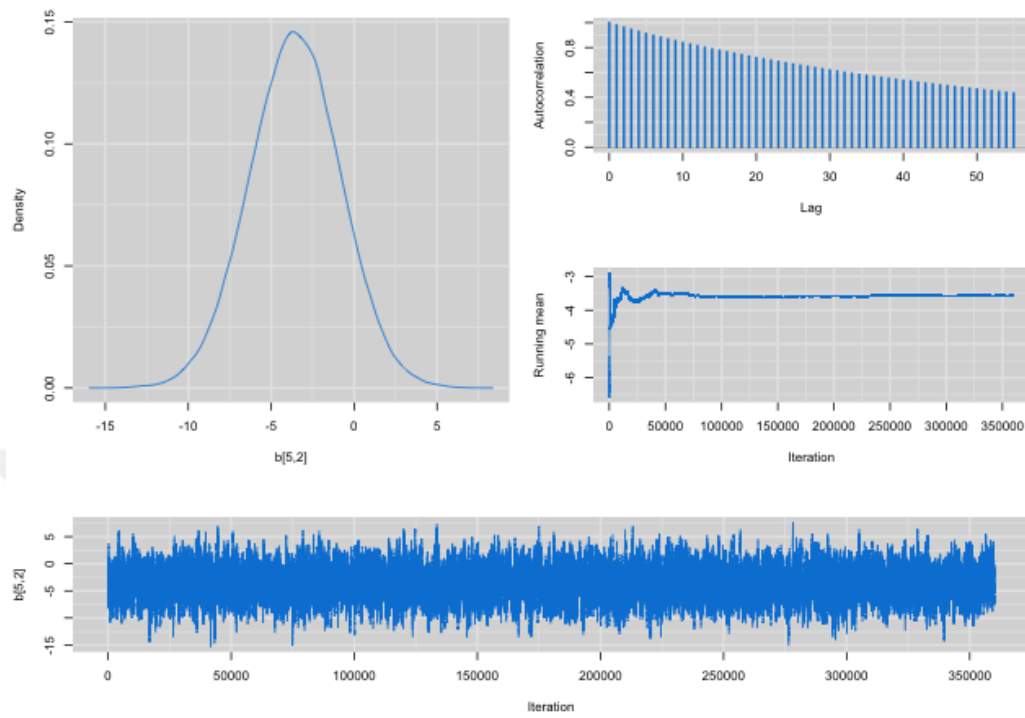
Diagnostics for b[3,2]



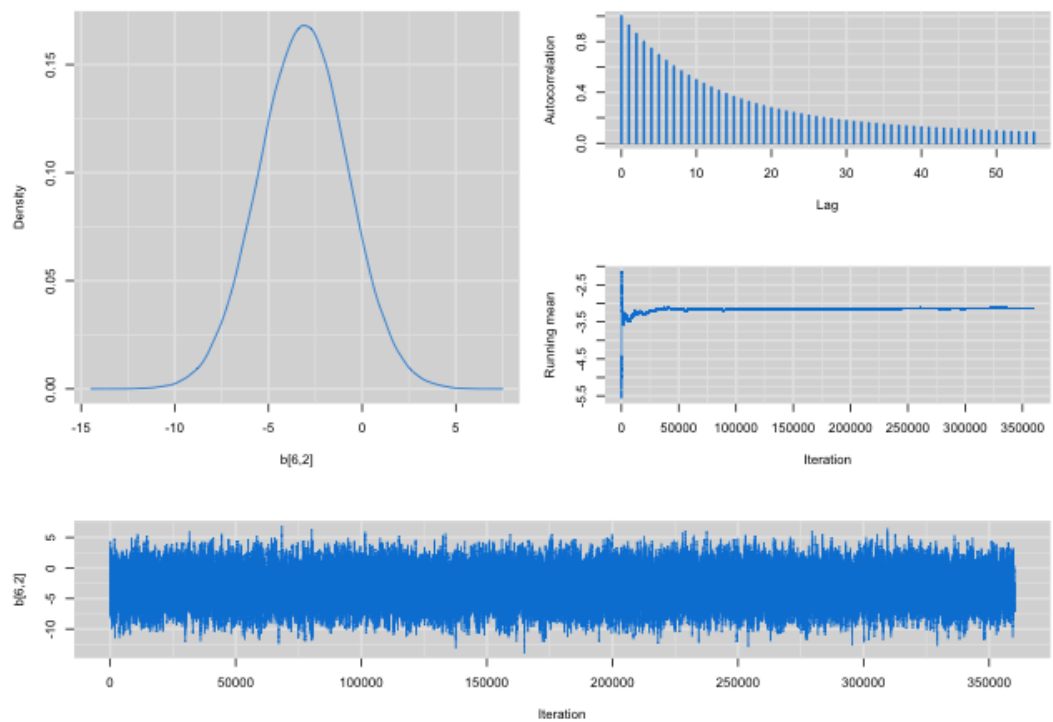
Diagnostics for b[4,2]



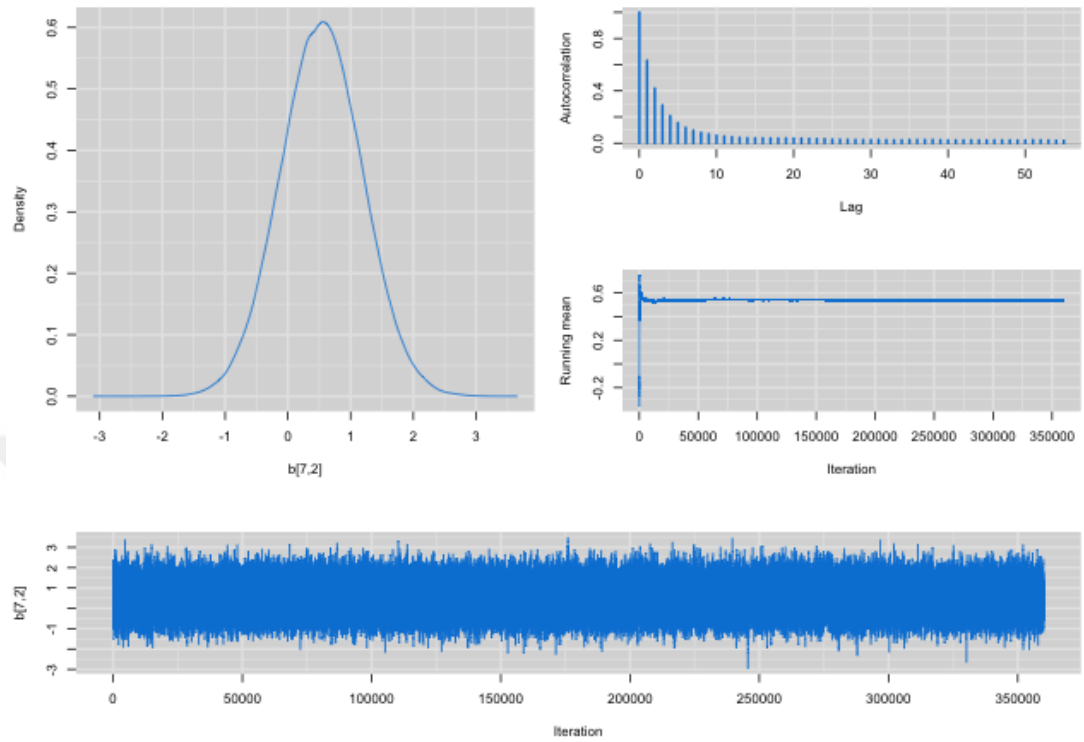
Diagnostics for b[5,2]



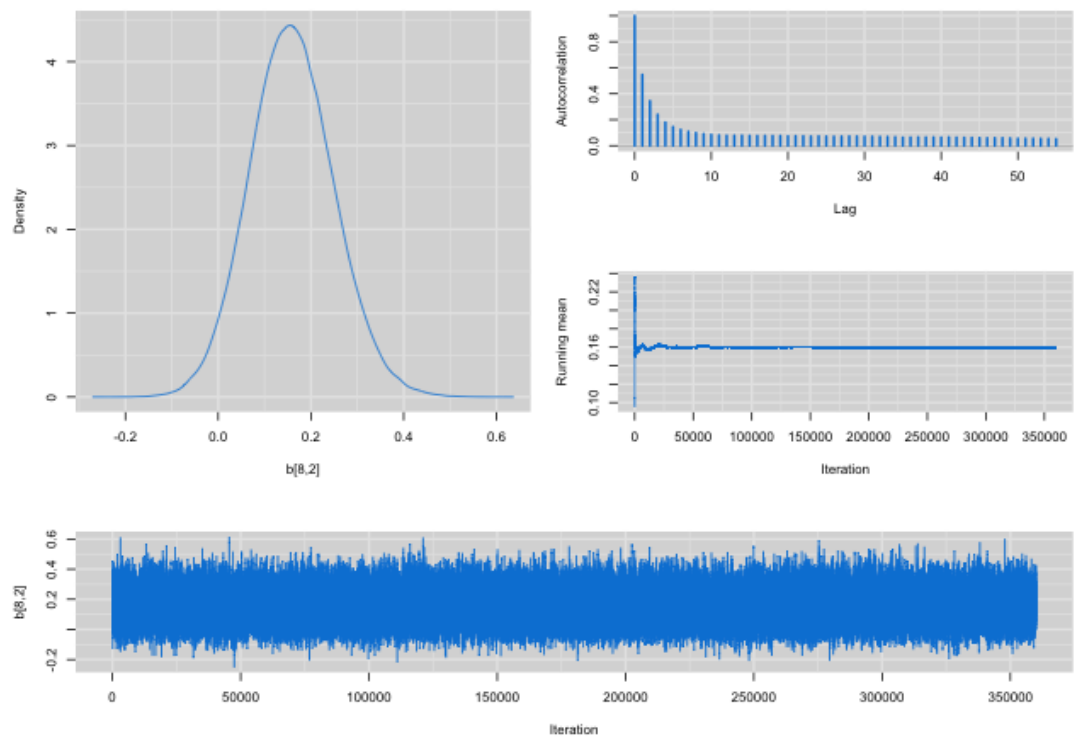
Diagnostics for b[6,2]



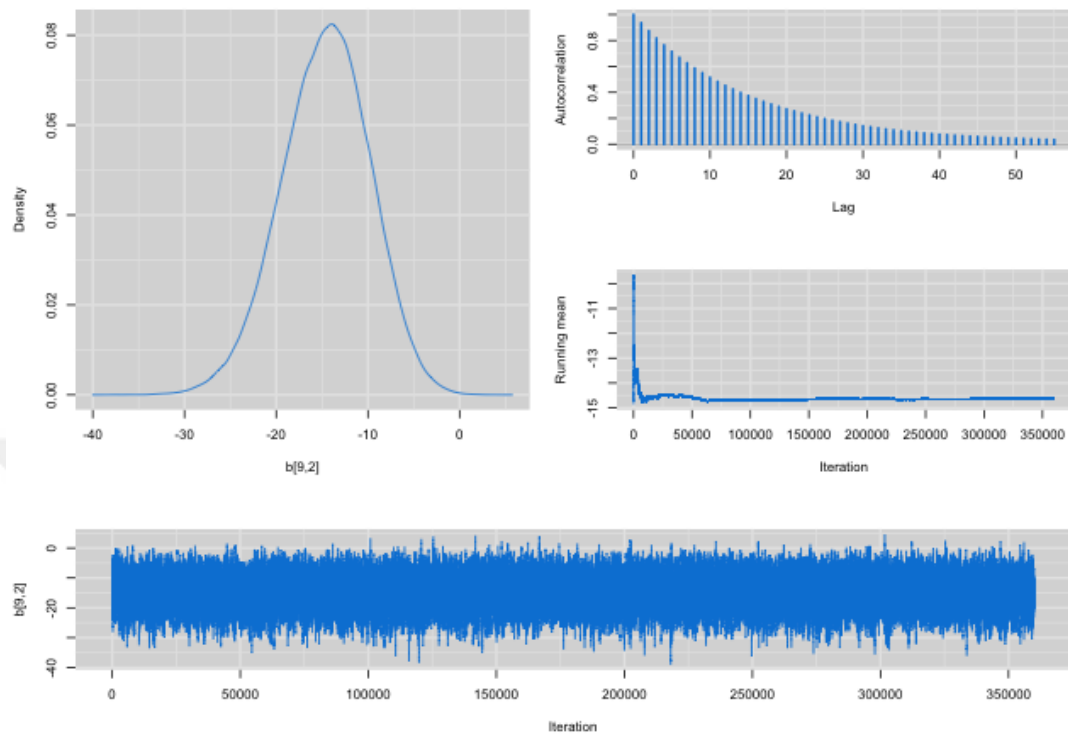
Diagnostics for b[7,2]



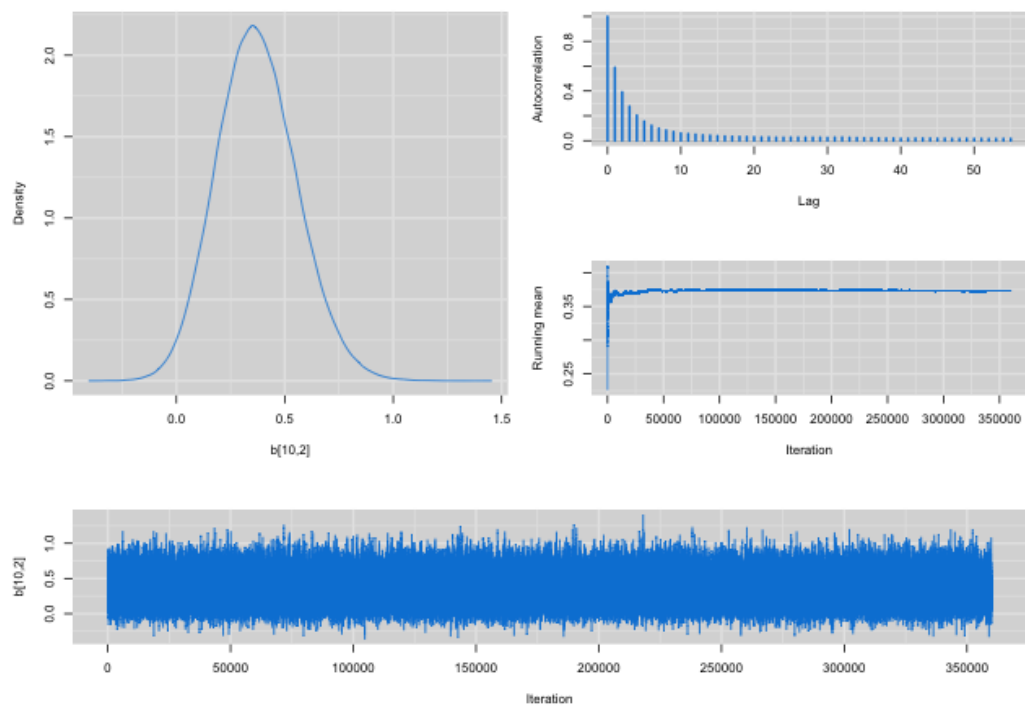
Diagnostics for b[8,2]



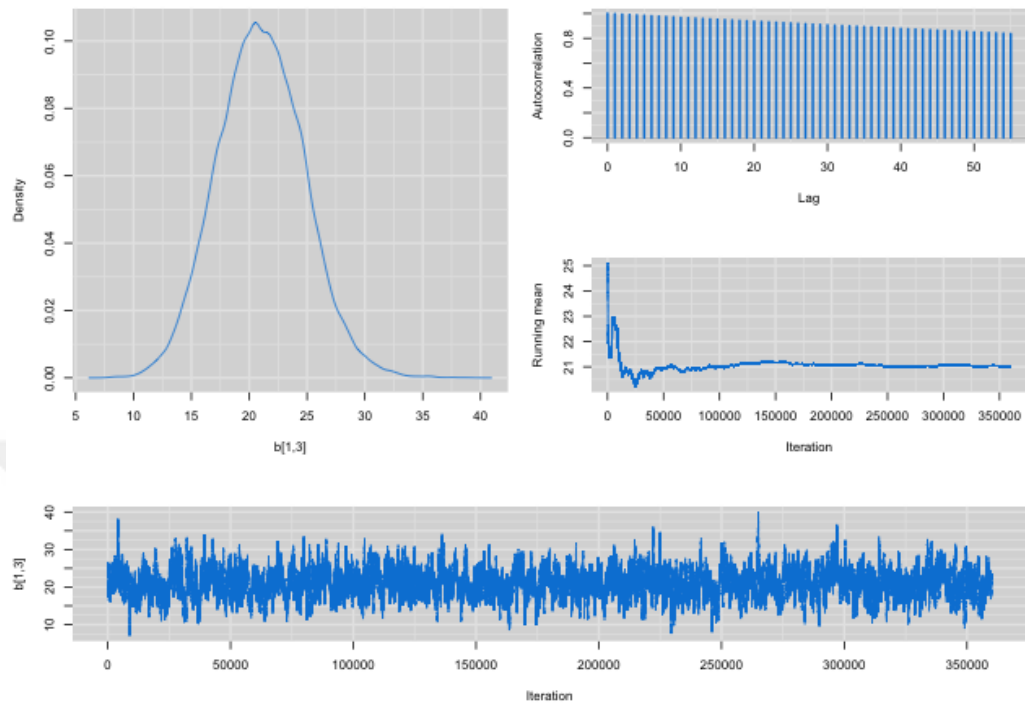
Diagnostics for b[9,2]



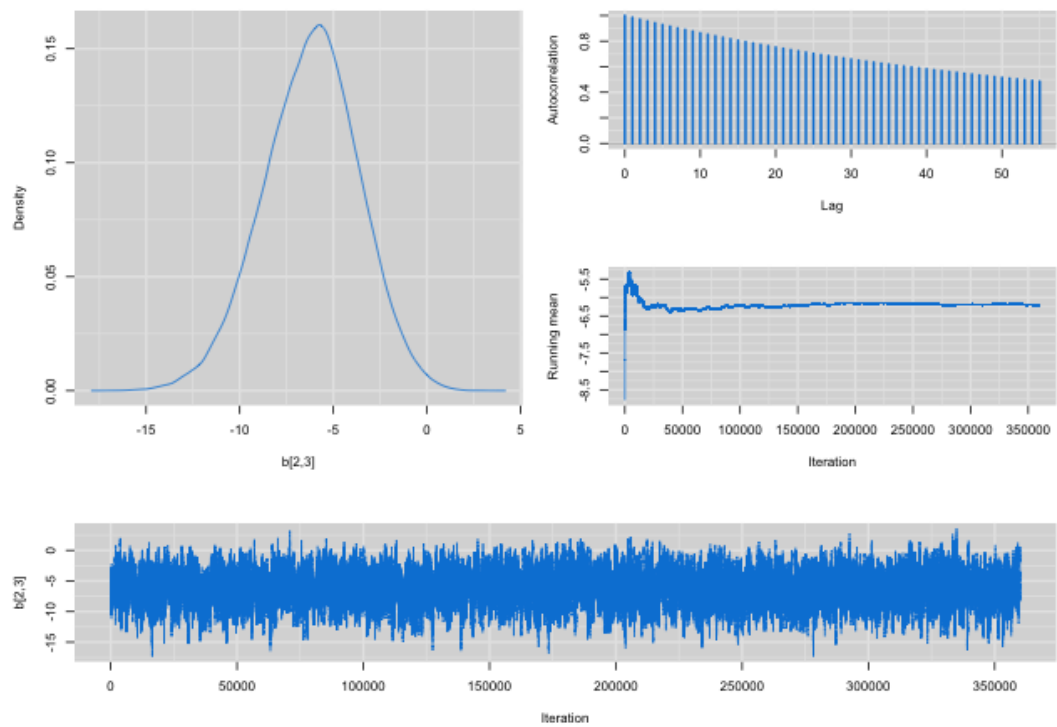
Diagnostics for b[10,2]



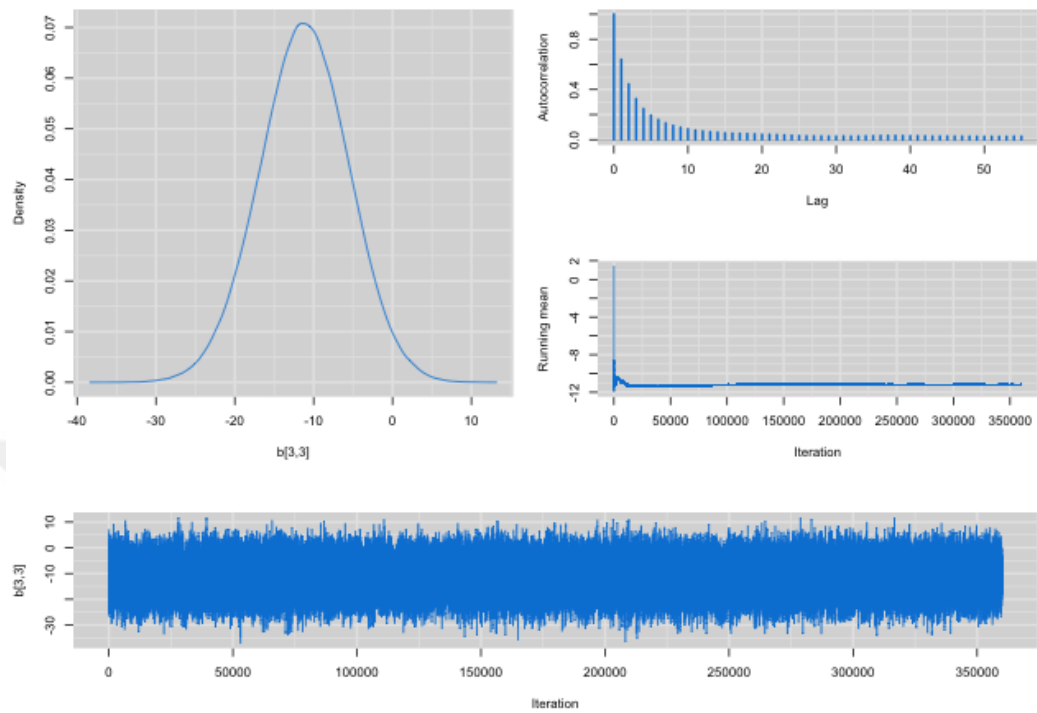
Diagnostics for b[1,3]



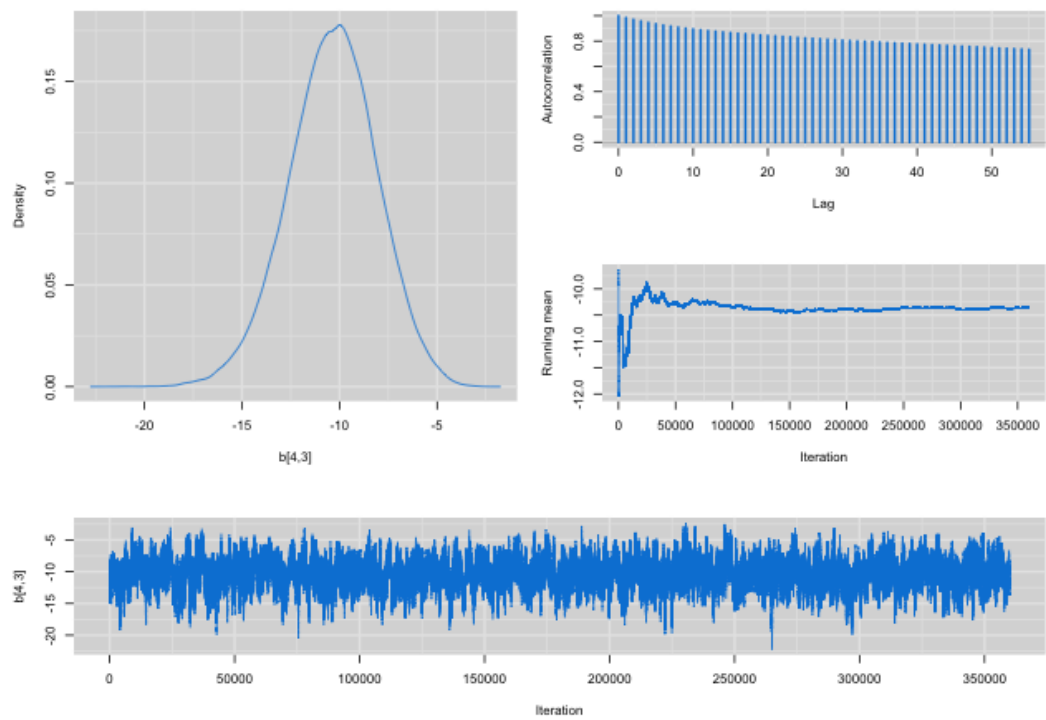
Diagnostics for b[2,3]



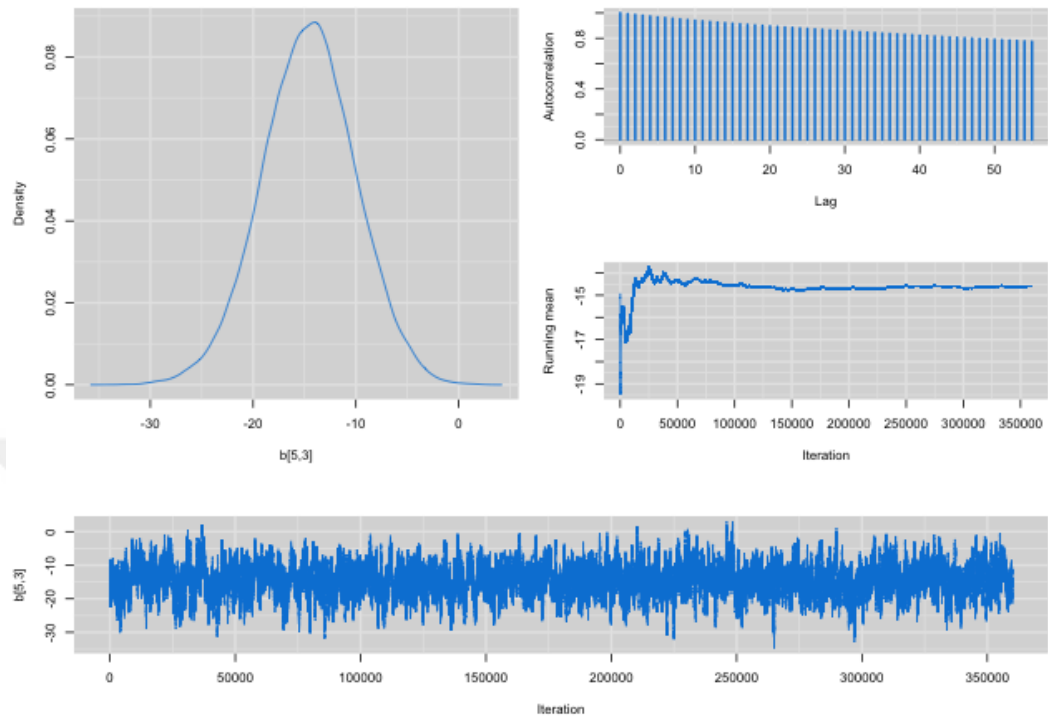
Diagnostics for b[3,3]



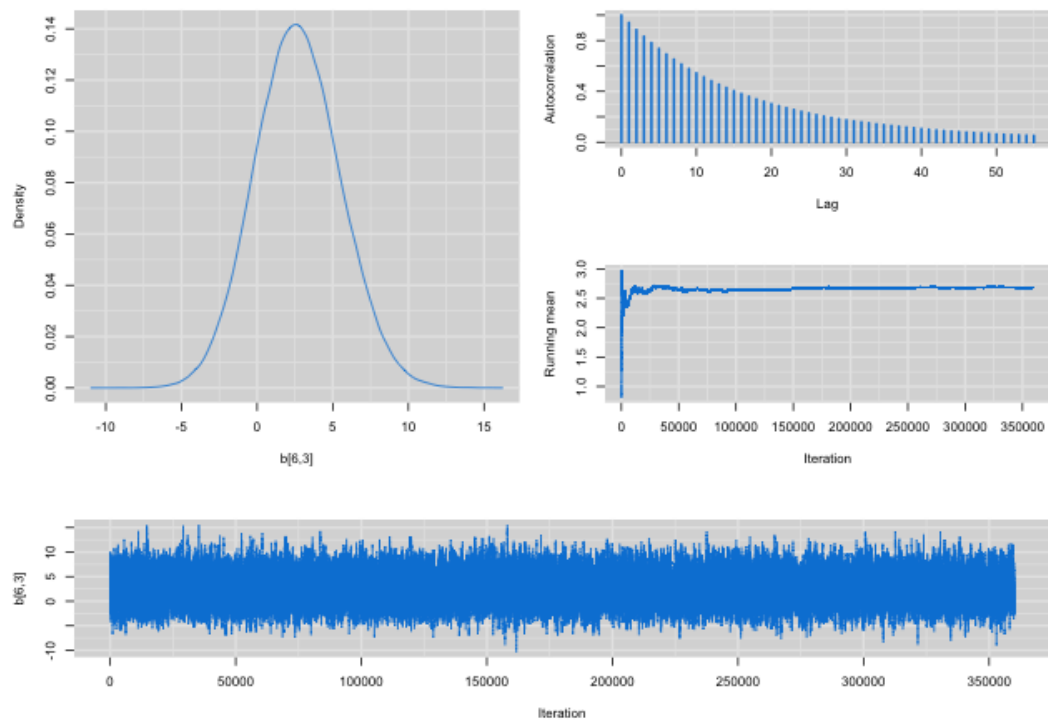
Diagnostics for b[4,3]



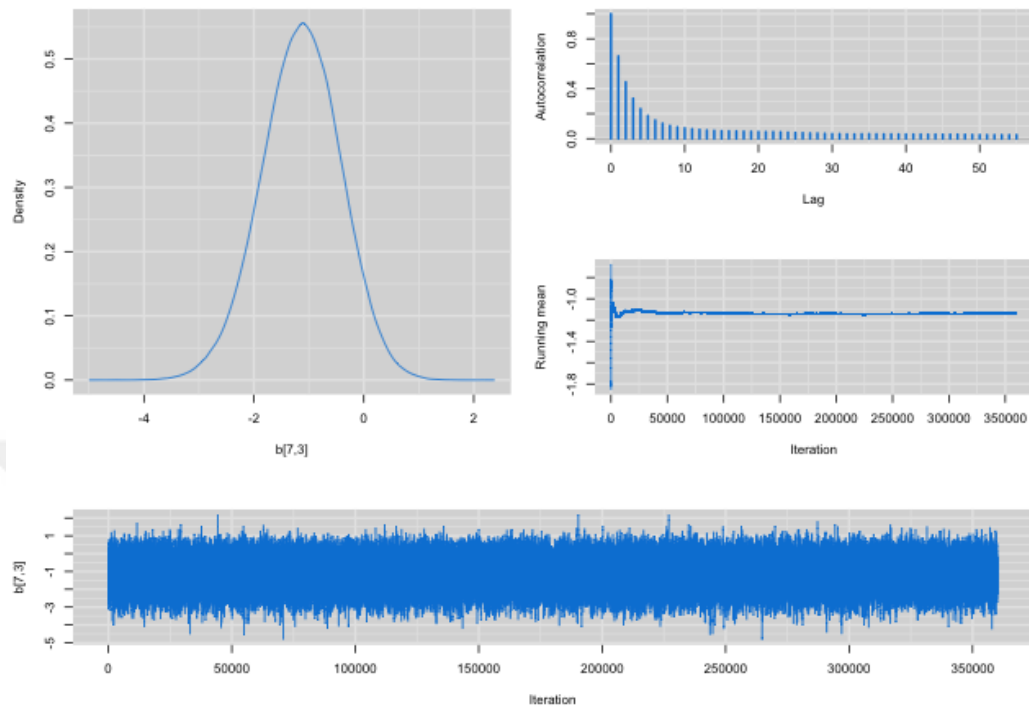
Diagnostics for b[5,3]



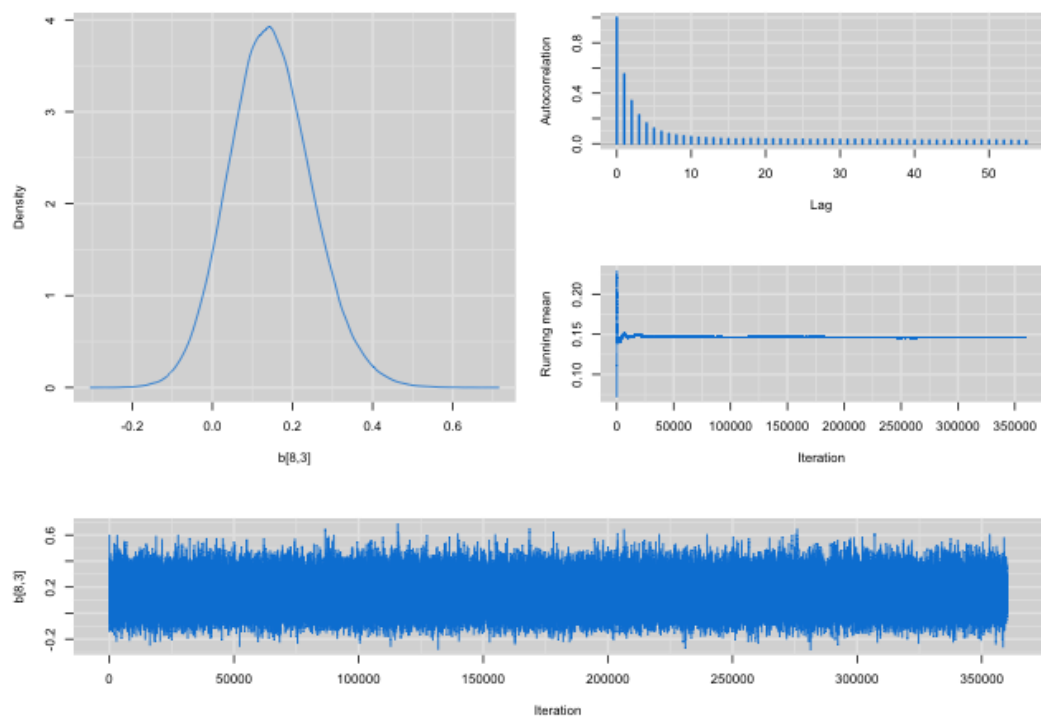
Diagnostics for b[6,3]



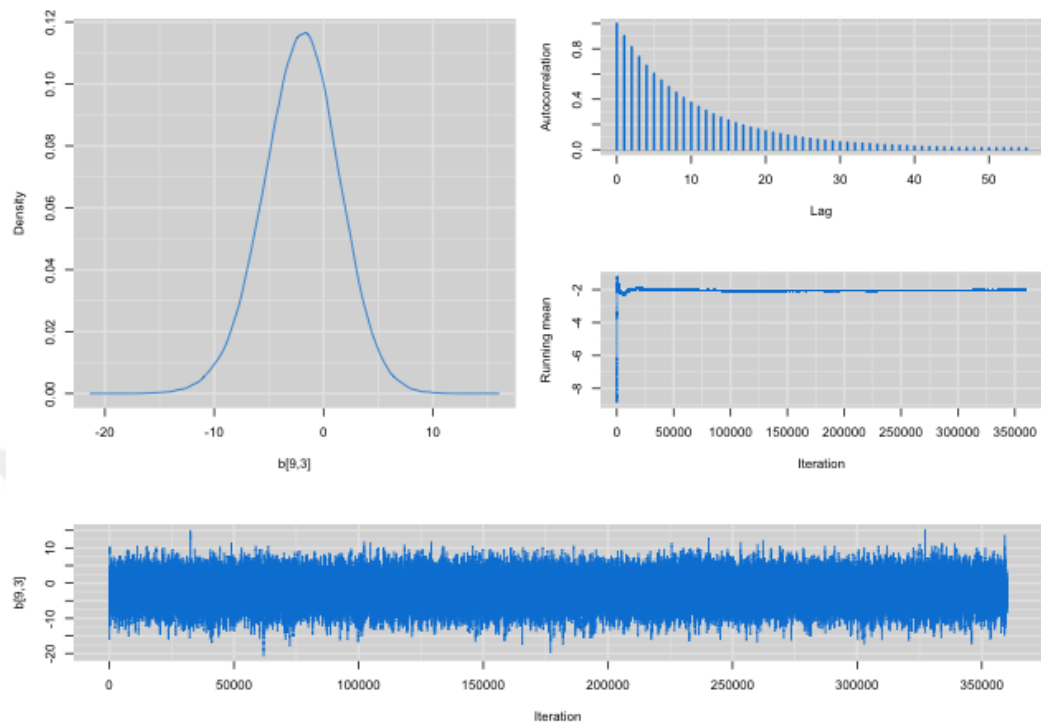
Diagnostics for b[7,3]



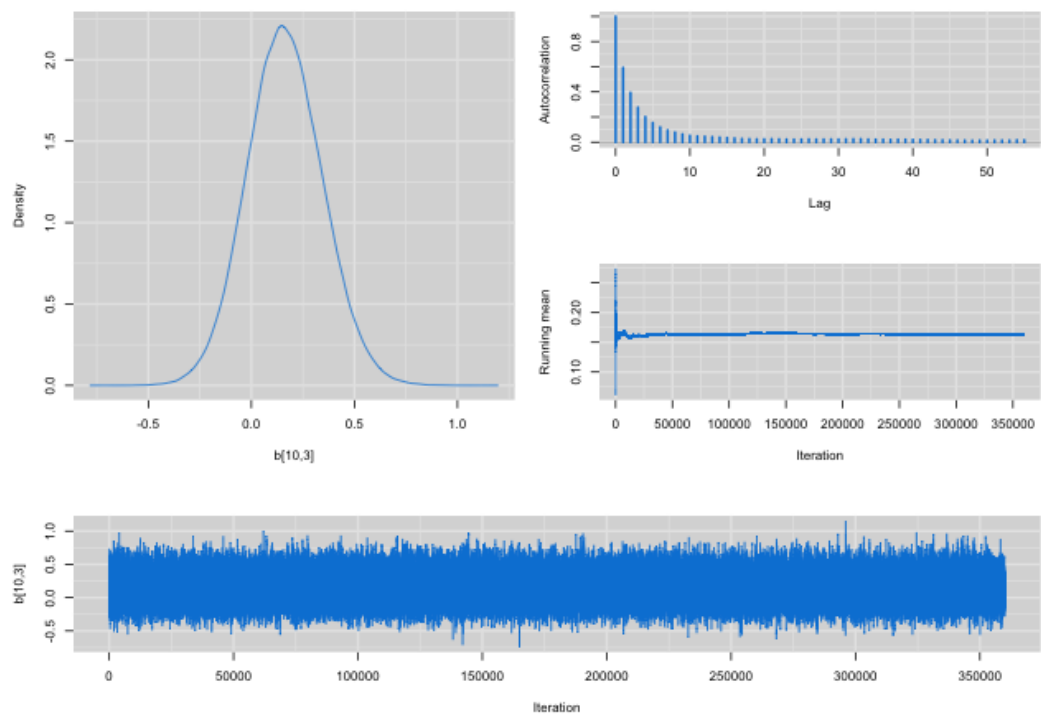
Diagnostics for b[8,3]



Diagnostics for b[9,3]



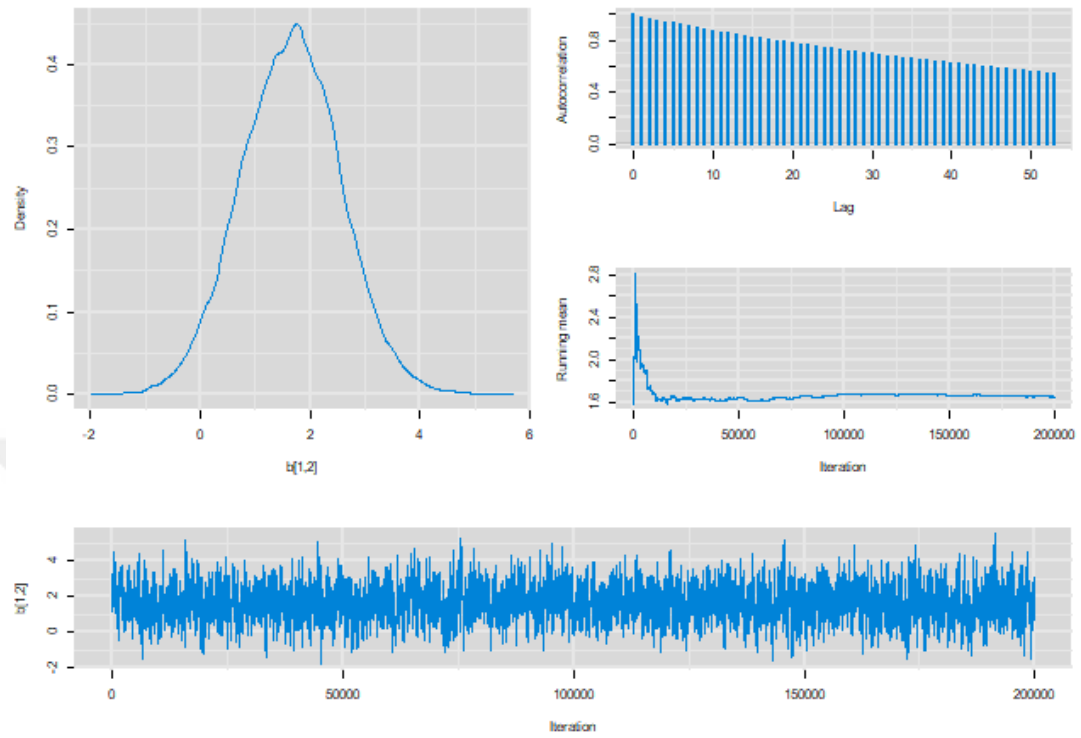
Diagnostics for b[10,3]



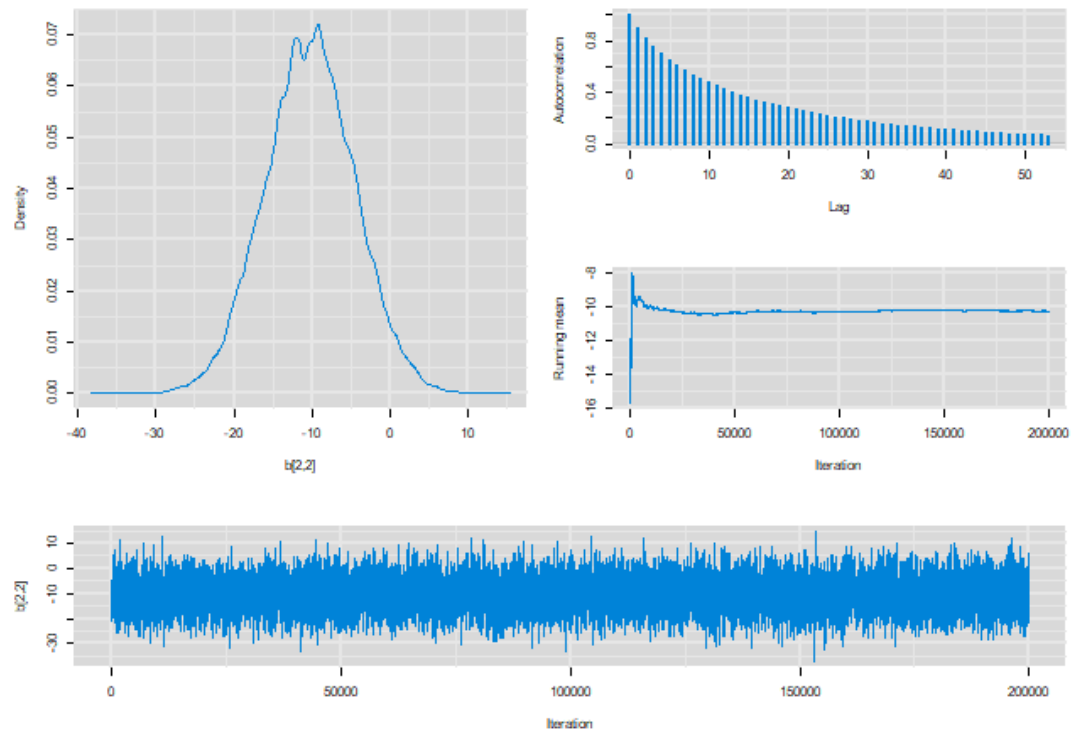
EK 6: RF yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
					Durağanlık	Yarı-Genişlik
<i>AKO</i>	-10.252	0.079	0.288	-0.114	0.681	-0.014
<i>DUVTY</i>	0.164	0.010	0.021	-0.178	0.311	0.120
<i>ÖZDH</i>	-0.020	0.006	0.012	-0.234	0.315	-0.546
2 <i>ÖZUVY</i>	-0.078	0.001	0.002	1.127	0.170	-0.012
<i>ERO</i>	-15.455	0.107	0.290	0.318	0.642	-0.012
<i>Sabit</i>	1.650	0.030	0.045	-0.044	0.471	0.031
<i>AKO</i>	-12.742	0.089	0.314	-1.140	0.058	-0.012
<i>DUVTY</i>	-4.426	0.053	0.063	0.084	0.894	-0.022
<i>ÖZDH</i>	0.166	0.007	0.011	0.111	0.808	0.067
<i>ÖZUVY</i>	-0.306	0.001	0.005	0.990	0.606	0.067
<i>ERO</i>	-7.972	0.136	0.308	0.736	0.140	-0.026
<i>Sabit</i>	5.448	0.069	0.075	-0.197	0.890	0.024

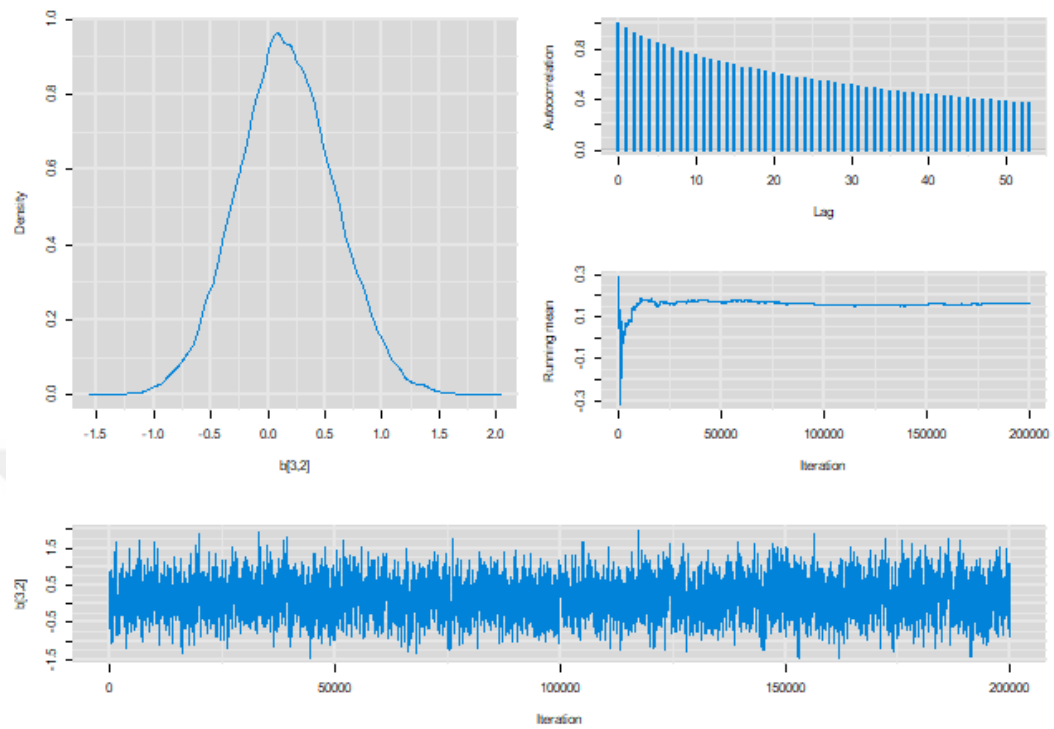
Diagnostics for b[1,2]



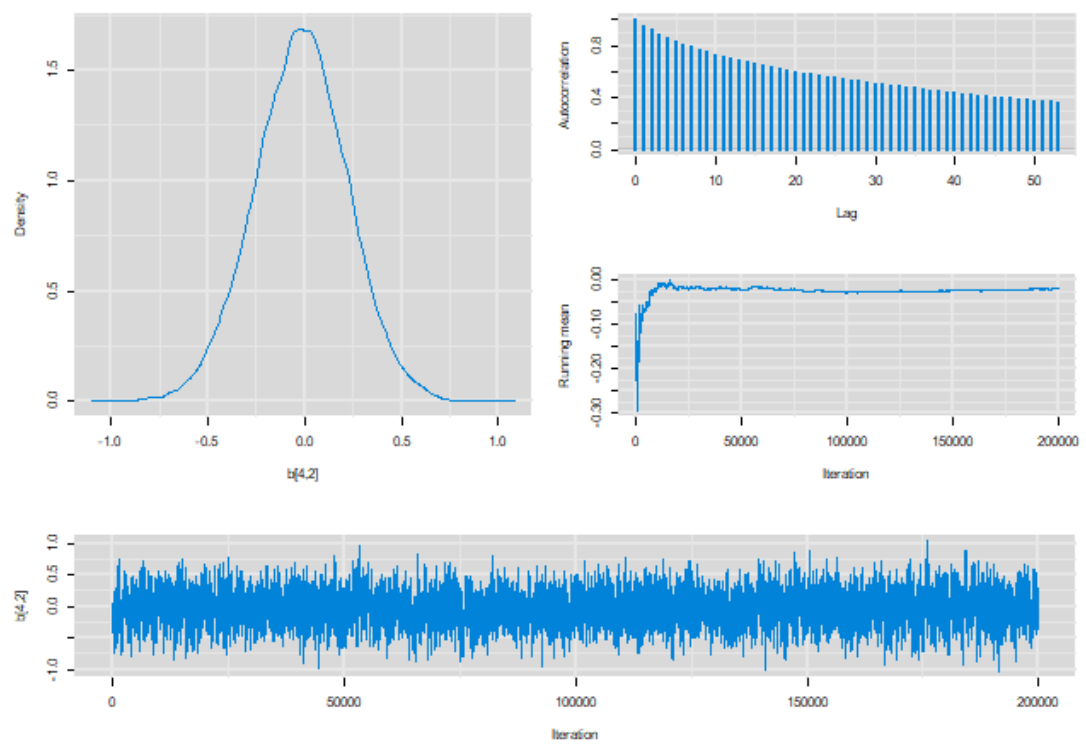
Diagnostics for b[2,2]



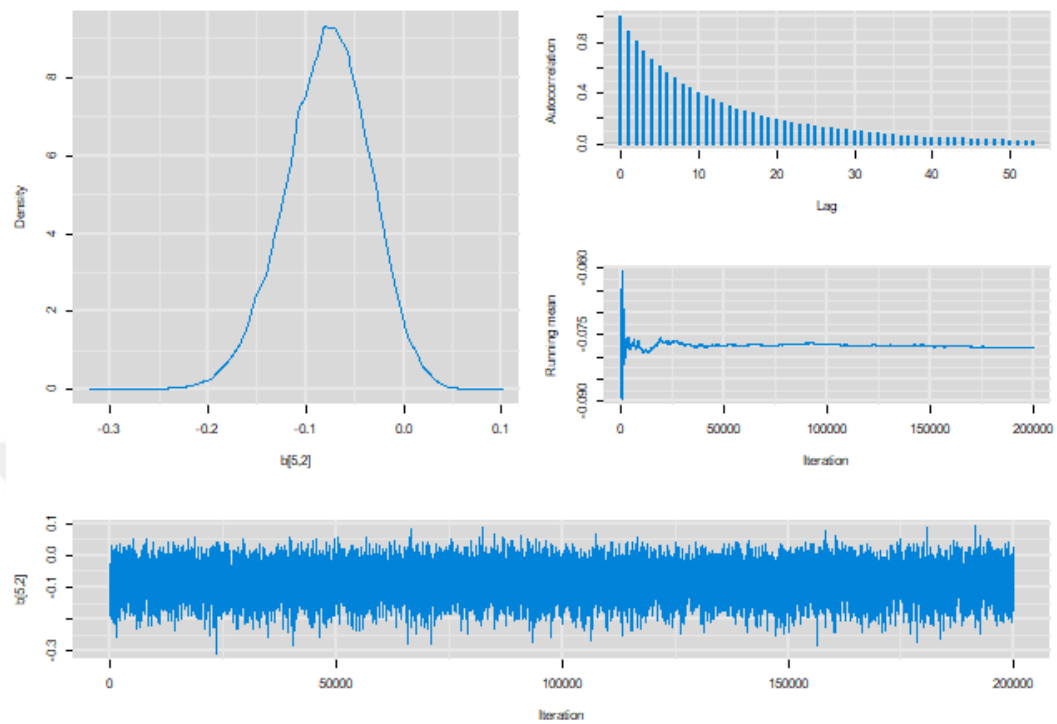
Diagnostics for b[3,2]



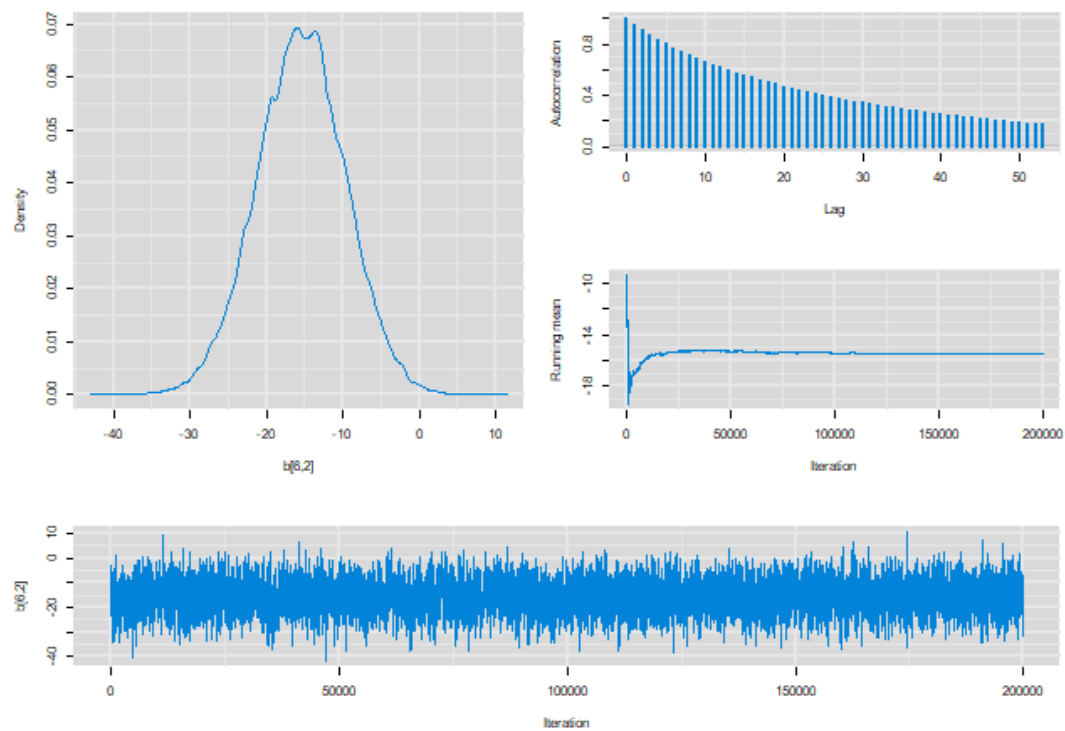
Diagnostics for b[4,2]



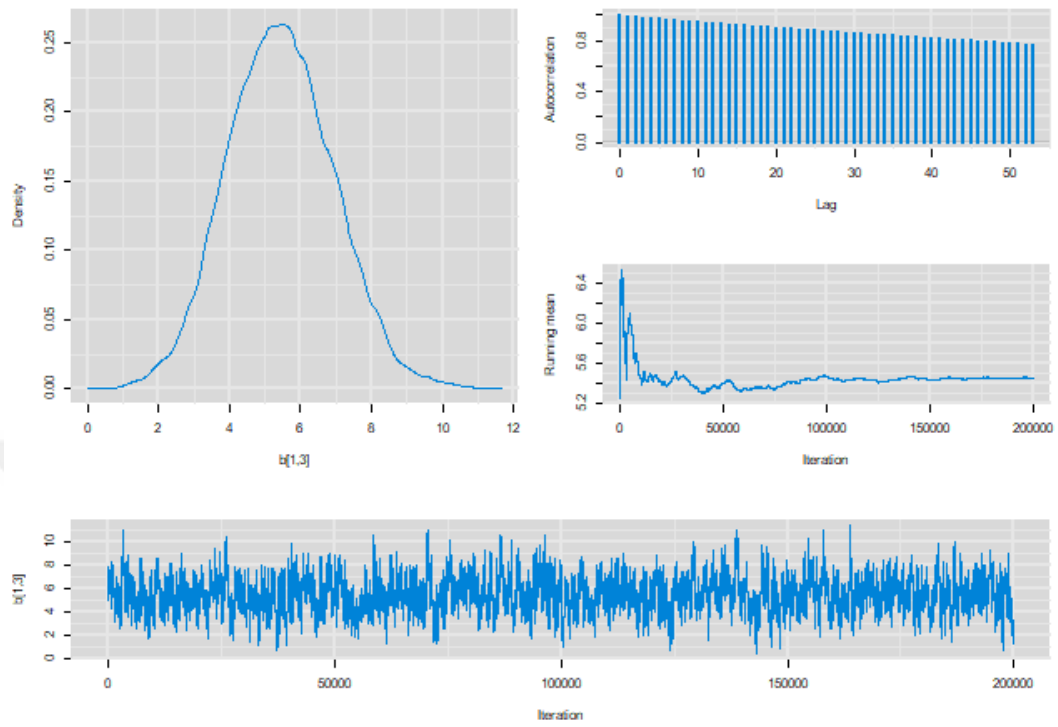
Diagnostics for b[5,2]



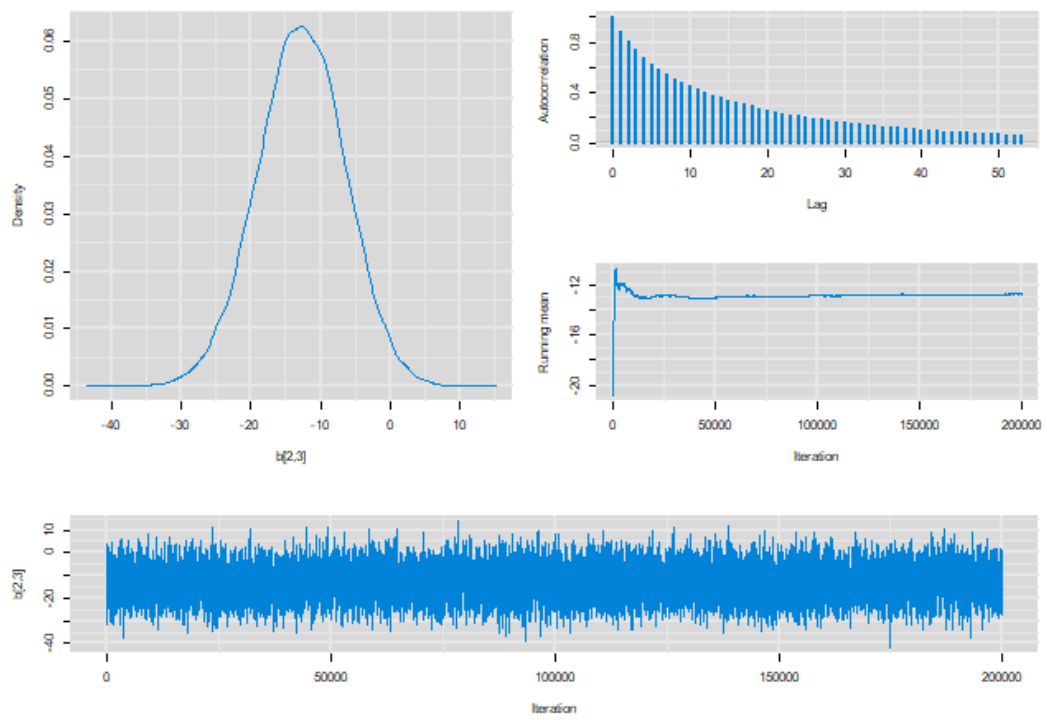
Diagnostics for b[6,2]



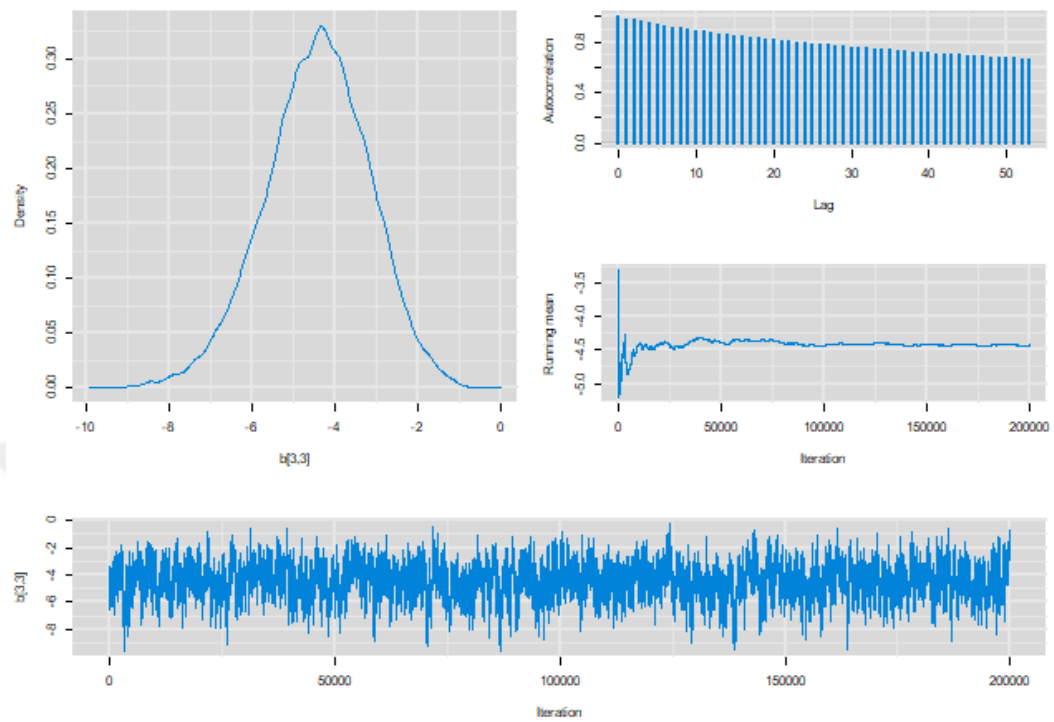
Diagnostics for b[1,3]



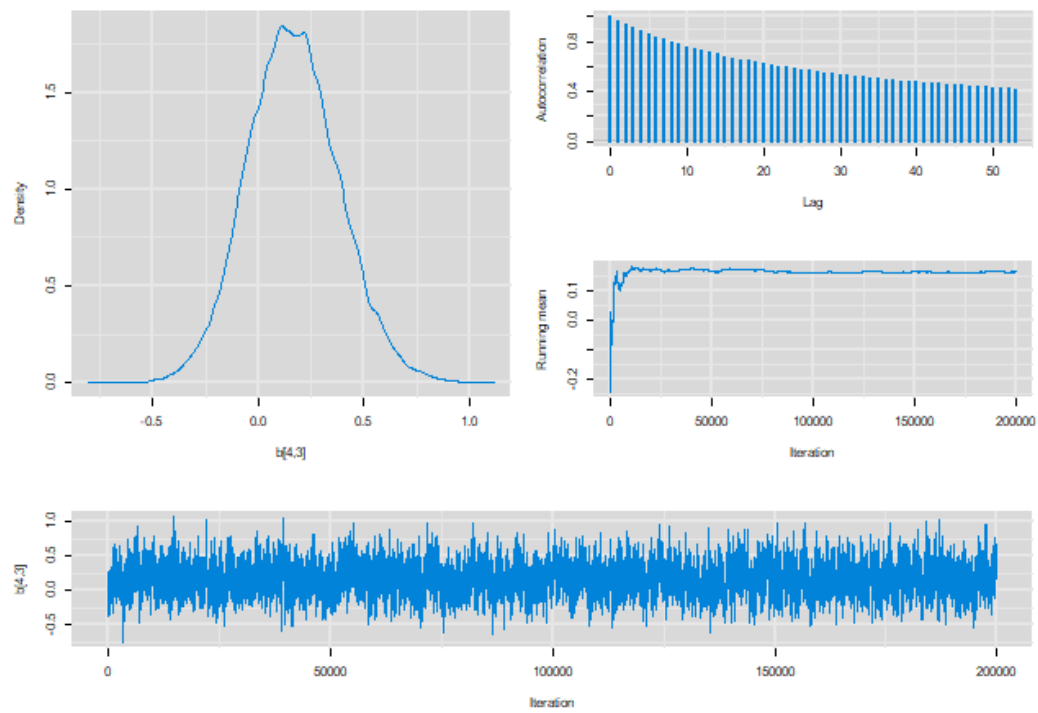
Diagnostics for b[2,3]



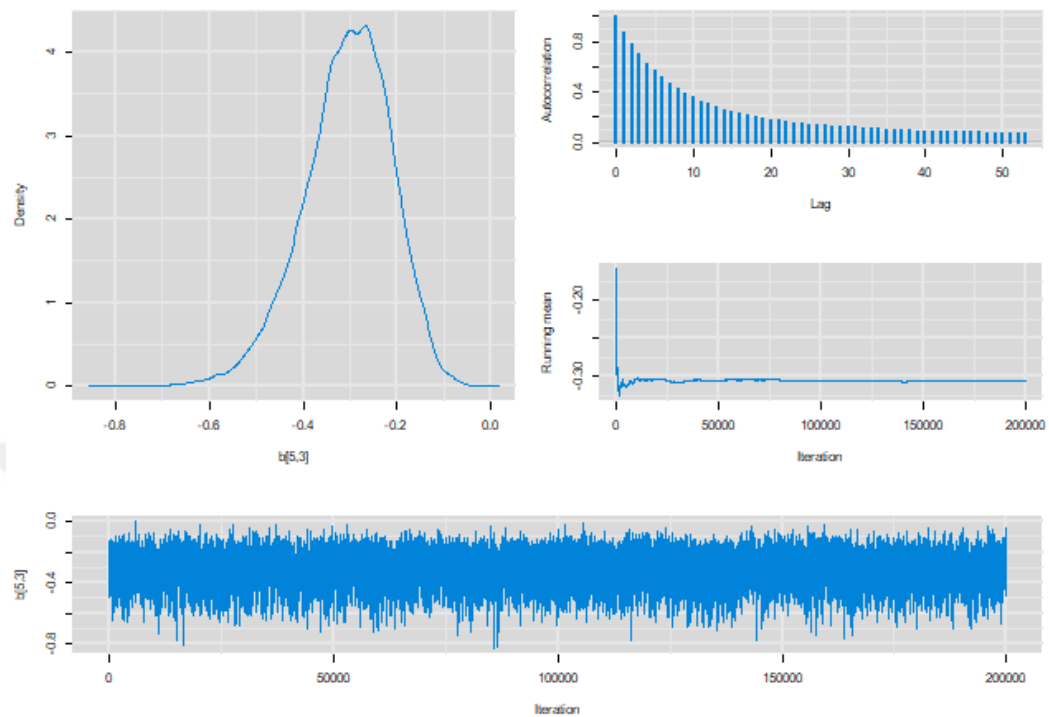
Diagnostics for b[3,3]



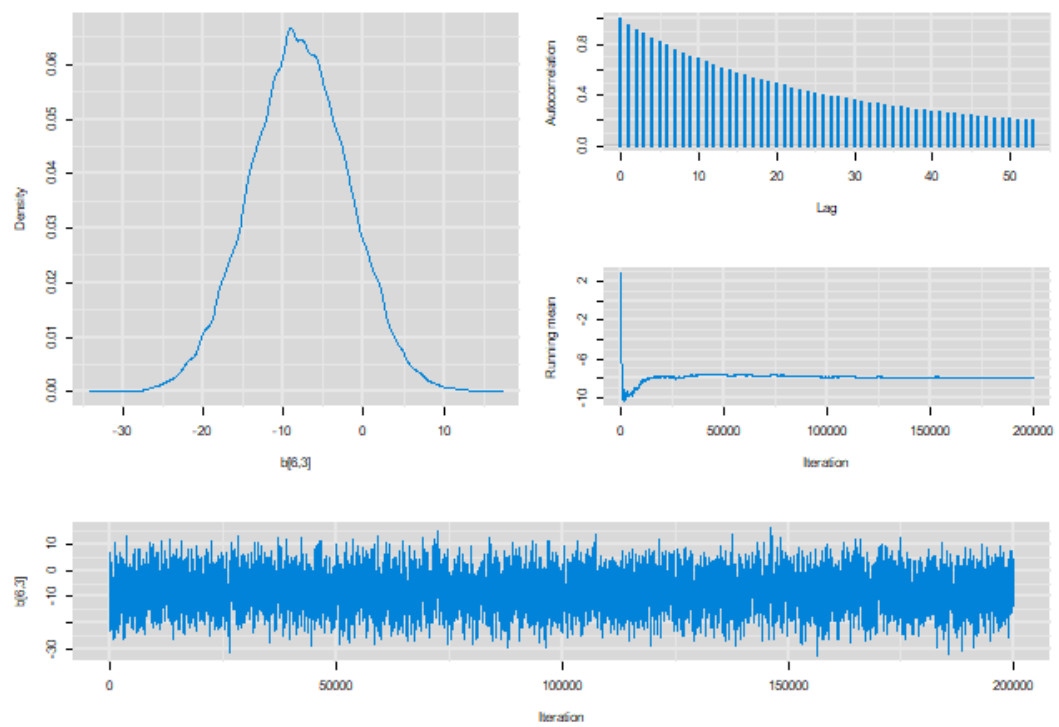
Diagnostics for b[4,3]



Diagnostics for b[5,3]



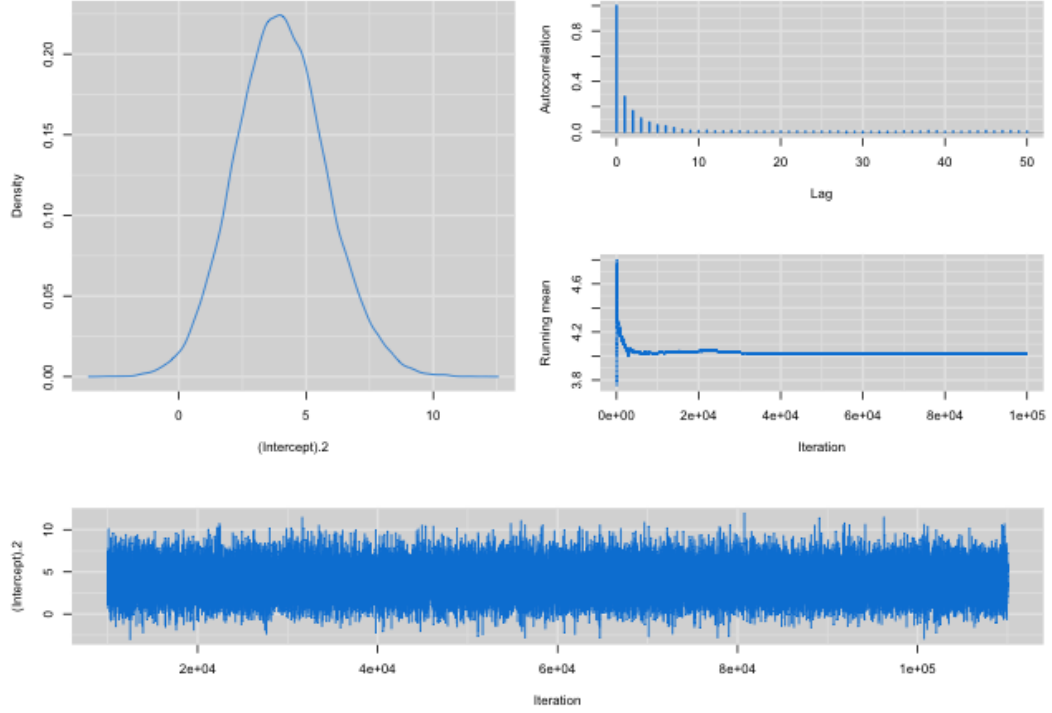
Diagnostics for b[6,3]



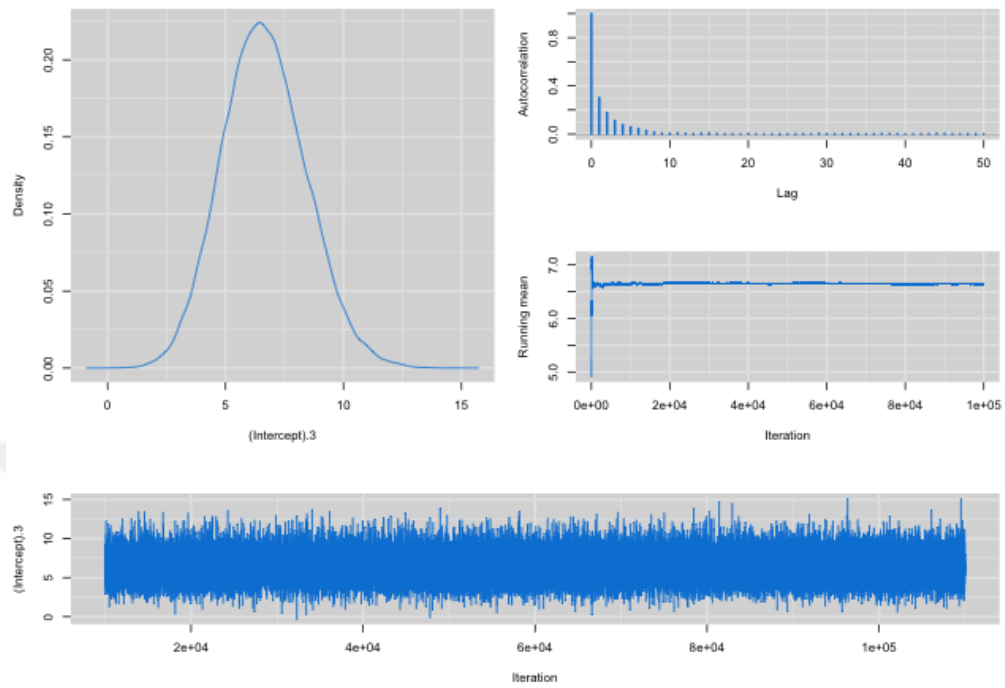
EK 7: BMA yöntemi ile elde edilen Bayesyen modele ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
					Durağanlık	Yarı-Genişlik
<i>AKO</i>	-30.365	0.034	0.320	-0.246	0.391	-0.002
<i>ÖZDH</i>	-0.122	0.001	0.011	0.315	0.683	-0.018
<i>ÖZÖZUVY</i>	-3.545	0.011	0.106	-0.178	0.827	-0.006
2 <i>Sabit</i>	4.020	0.009	0.089	0.086	0.890	0.004
<i>AKO</i>	-27.049	0.038	0.348	0.182	0.179	-0.003
<i>ÖZDH</i>	0.503	0.001	0.010	-0.918	0.408	0.004
<i>ÖZÖZUVY</i>	-9.433	0.012	0.112	0.196	0.759	-0.002
<i>Sabit</i>	6.646	0.010	0.089	-0.036	0.665	0.003

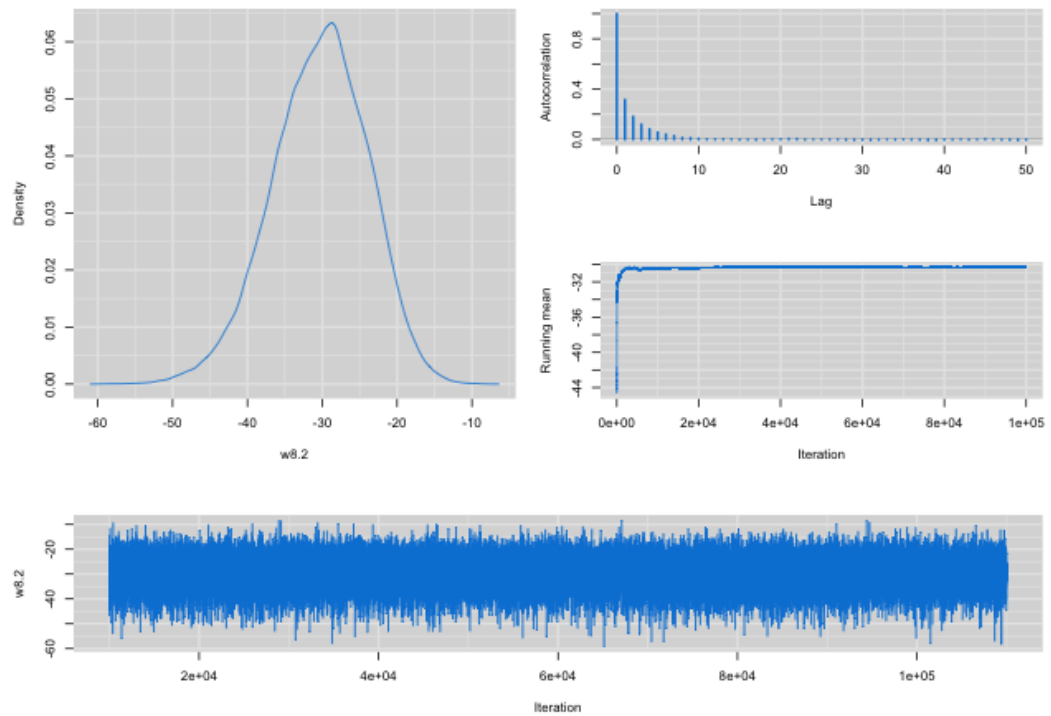
Diagnostics for (Intercept).2



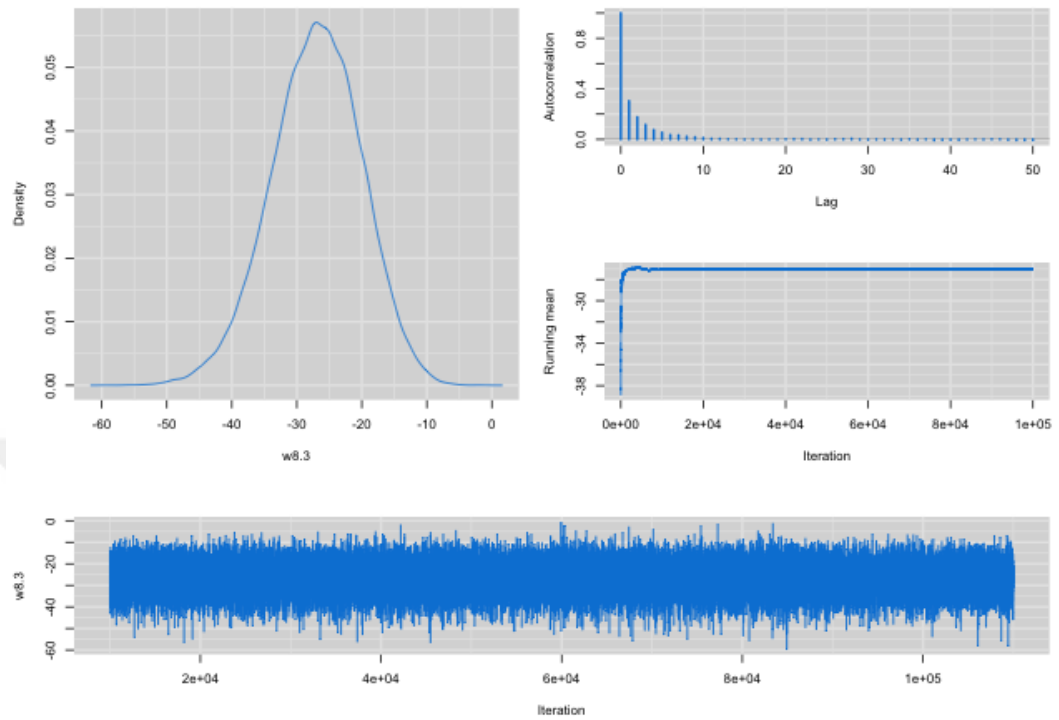
Diagnostics for (Intercept).3



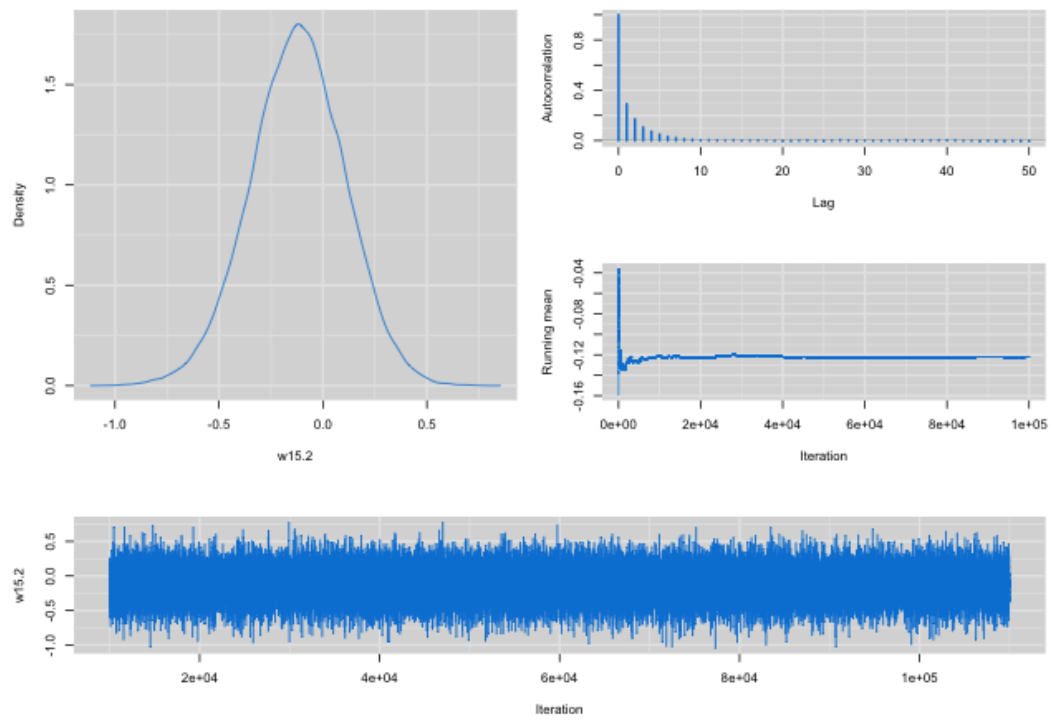
Diagnostics for w8.2



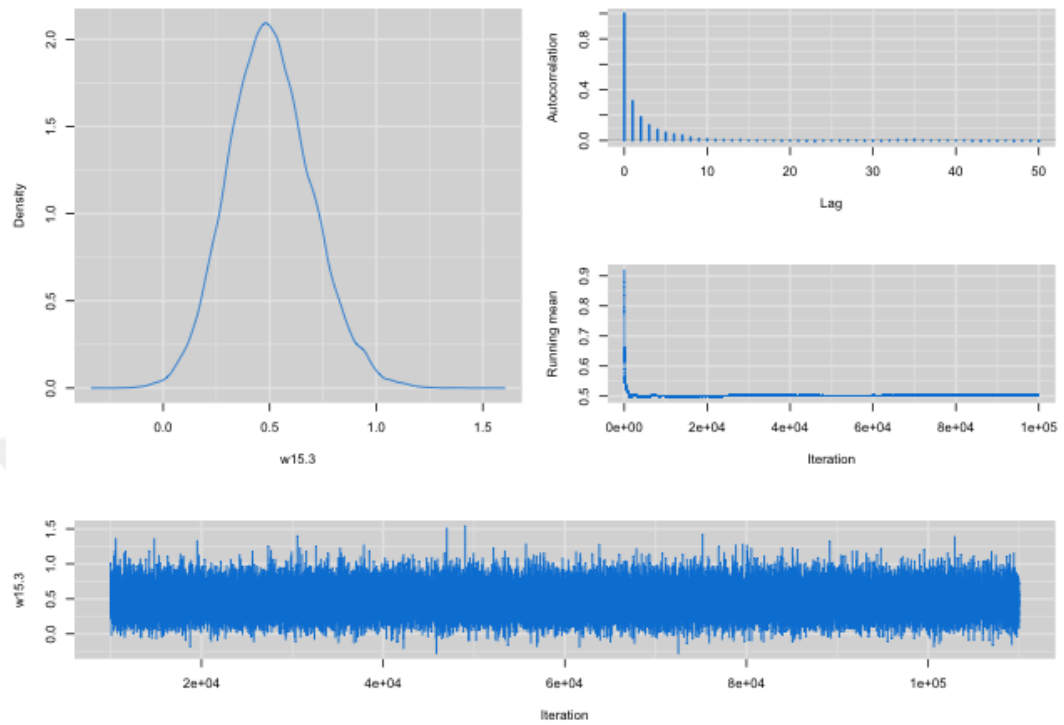
Diagnostics for w8.3



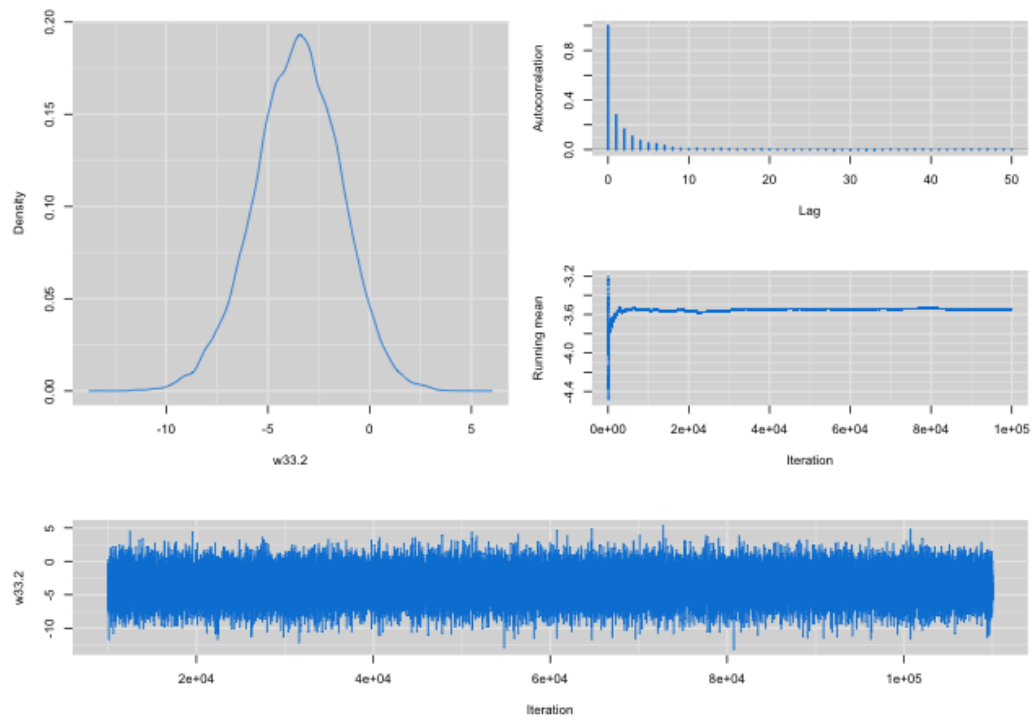
Diagnostics for w15.2



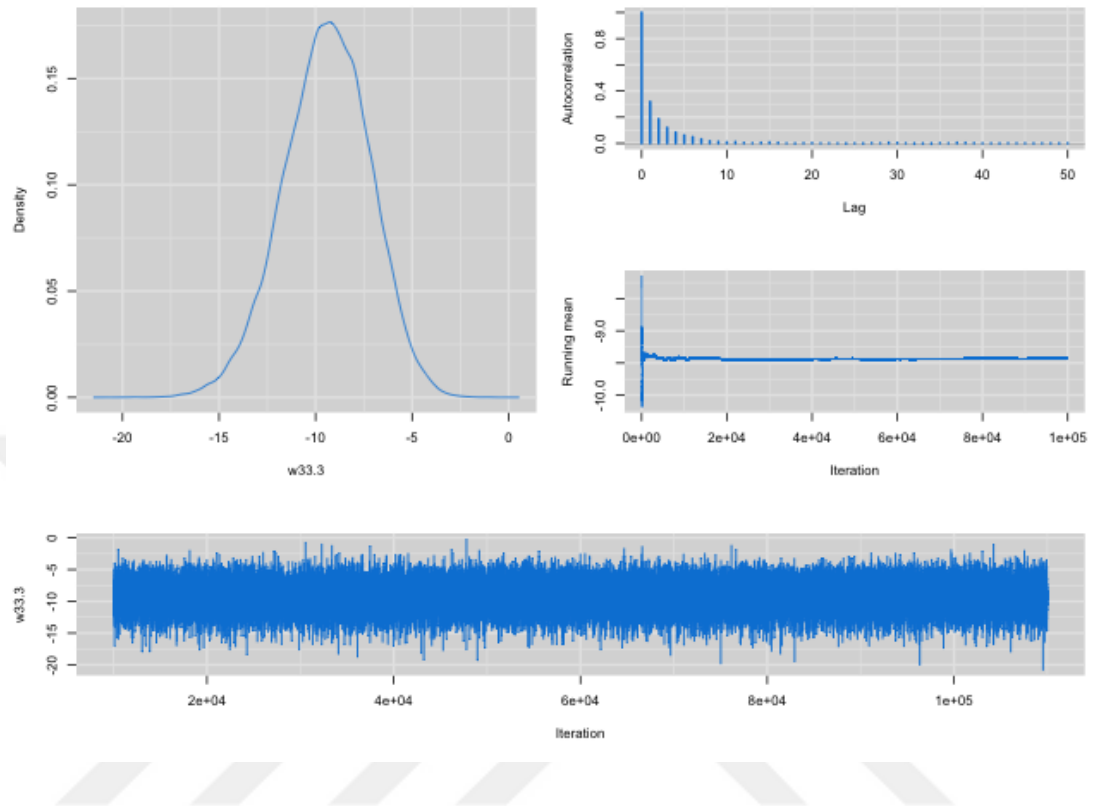
Diagnostics for w15.3



Diagnostics for w33.2



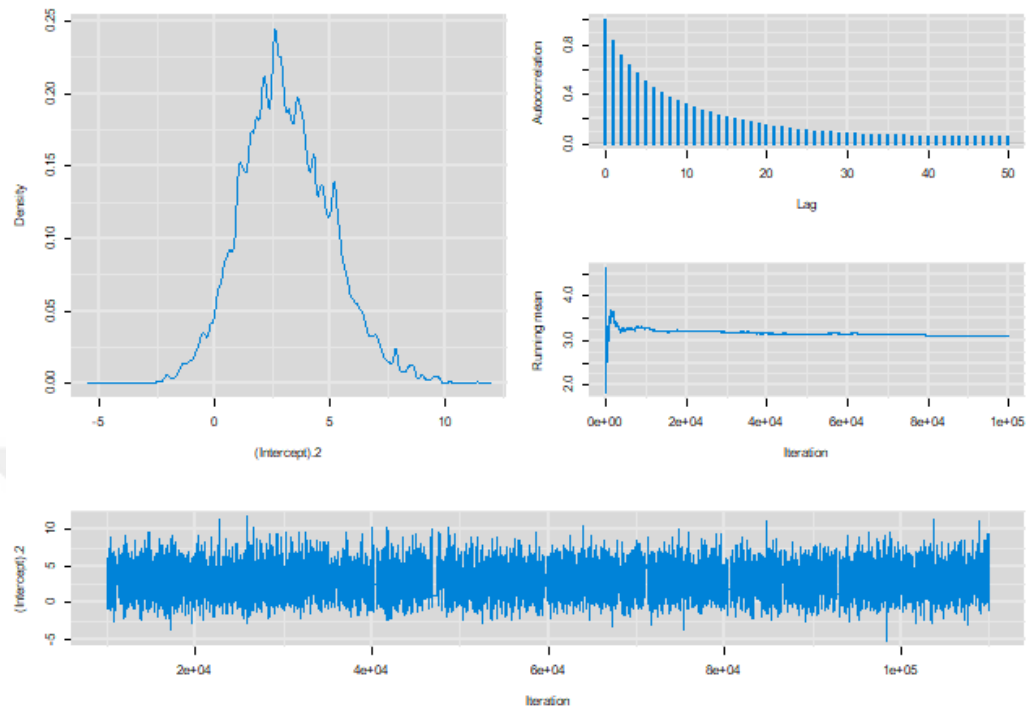
Diagnostics for w33.3



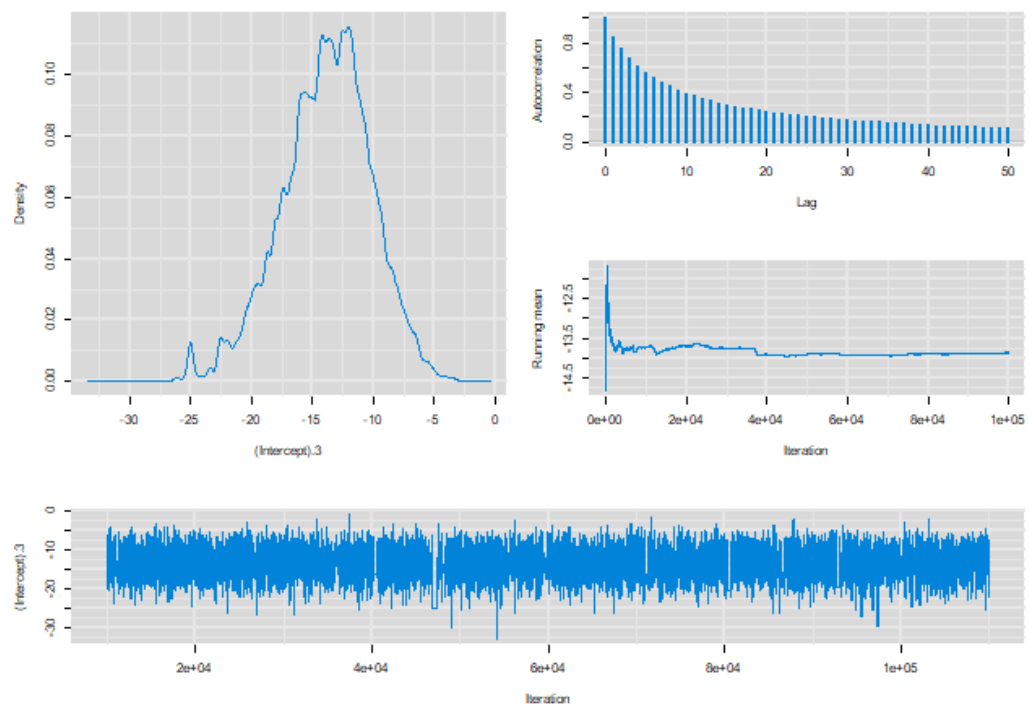
EK 8: Beaver (1966) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

		$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
						Durağanlık	Yarı-Genişlik
2	NATY	-12.532	0.104	0.281	-0.246	0.576	-0.013
	NGTV	1.173	0.242	0.658	-0.270	0.812	0.340
	TYTV	-3.864	0.045	0.135	-1.846	0.231	-0.020
	NÇSTV	-5.884	0.049	0.158	1.400	0.288	-0.015
	DVKVY	0.816	0.010	0.035	-1.457	0.234	0.023
	INT	-0.007	0.000	0.000	-1.291	0.134	-0.041
	Sabit	3.118	0.032	0.098	1.896	0.128	0.017
3	NATY	-7.238	0.218	0.495	-0.354	0.229	-0.048
	NGTV	-2.192	0.380	0.906	0.323	0.181	-0.278
	TYTV	22.352	0.137	0.255	-0.827	0.340	0.009
	NÇSTV	-0.031	0.084	0.262	-0.134	0.307	-4.791
	DVKVY	0.223	0.023	0.079	0.894	0.127	0.186
	INT	0.003	0.000	0.001	-0.210	0.418	0.114
	Sabit	-13.864	0.089	0.185	0.480	0.157	-0.009

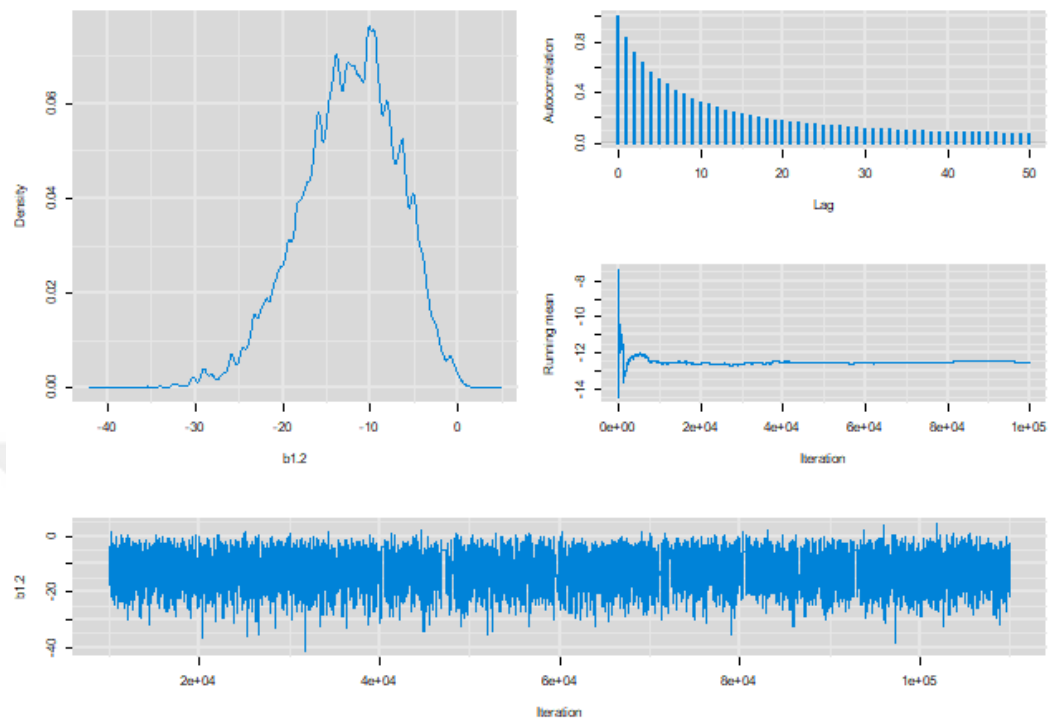
Diagnostics for (Intercept).2



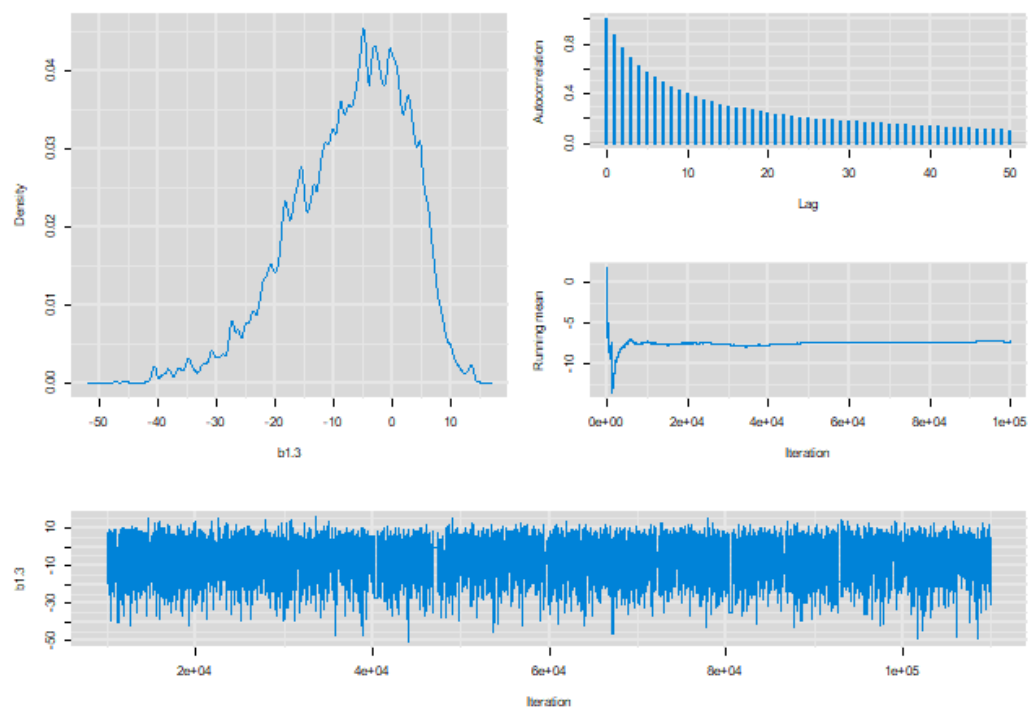
Diagnostics for (Intercept).3



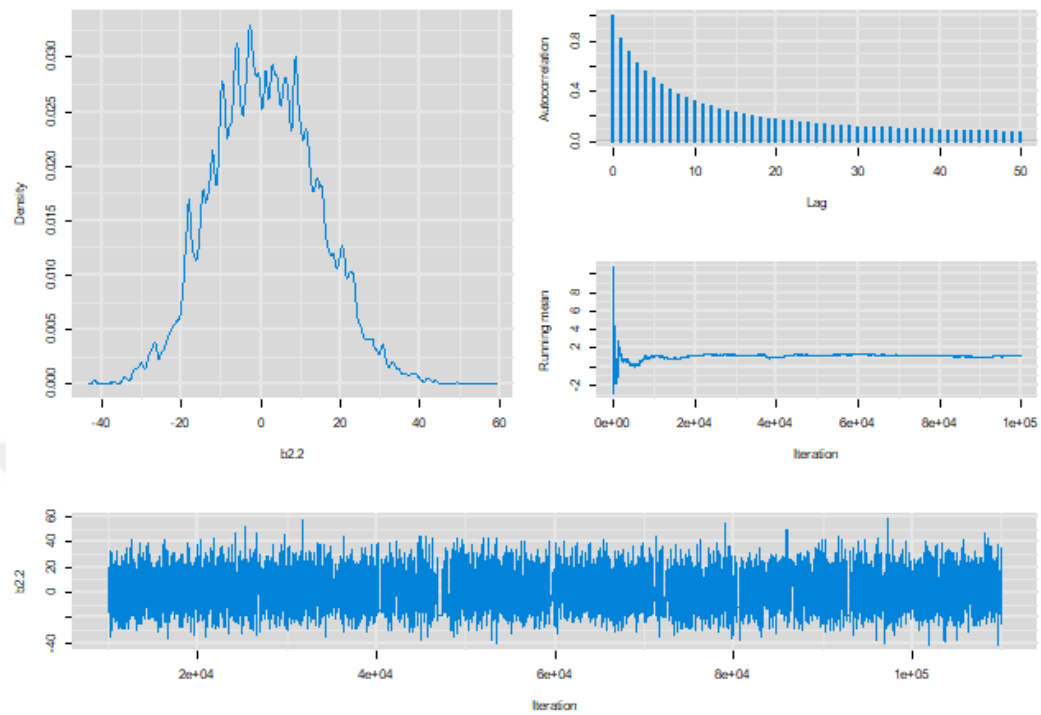
Diagnostics for b1.2



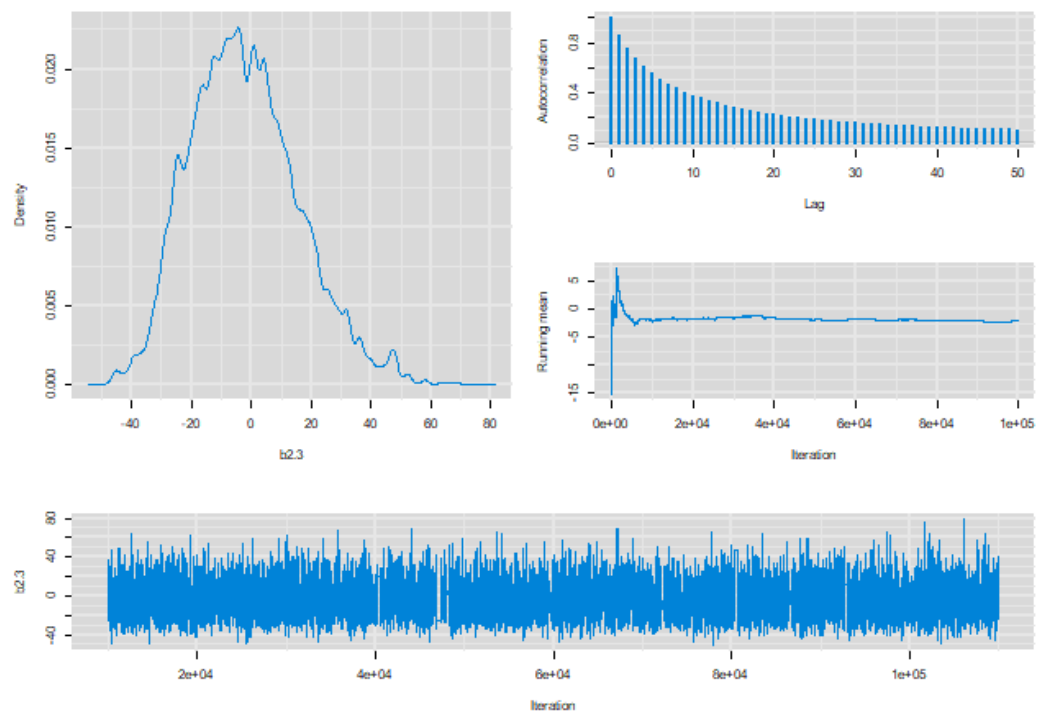
Diagnostics for b1.3



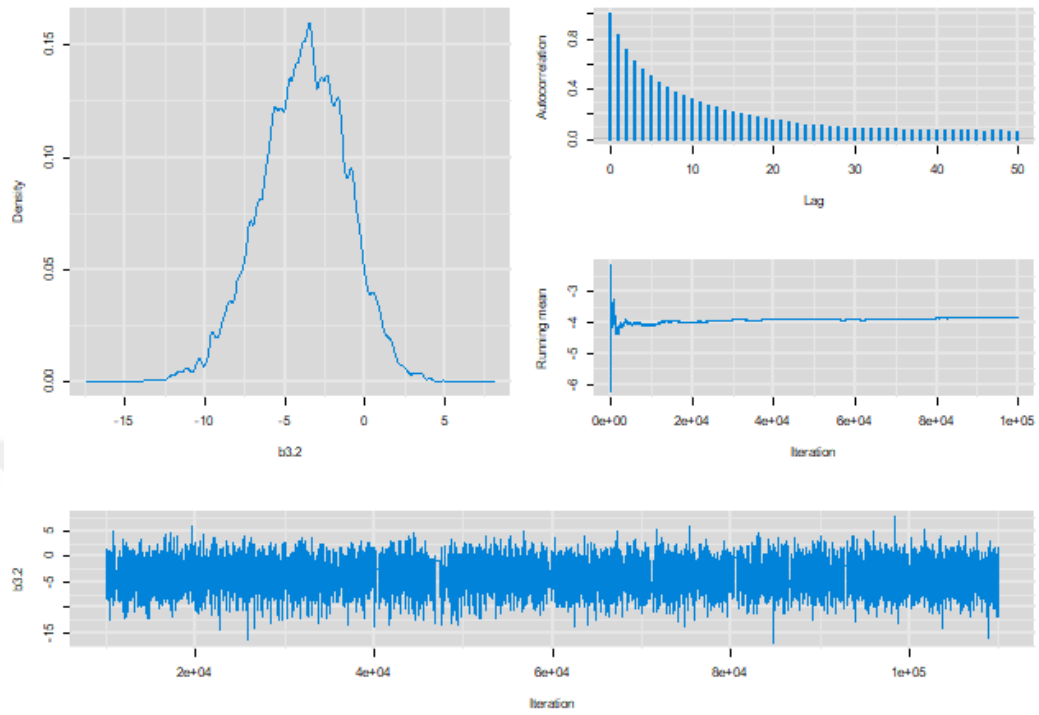
Diagnostics for b2.2



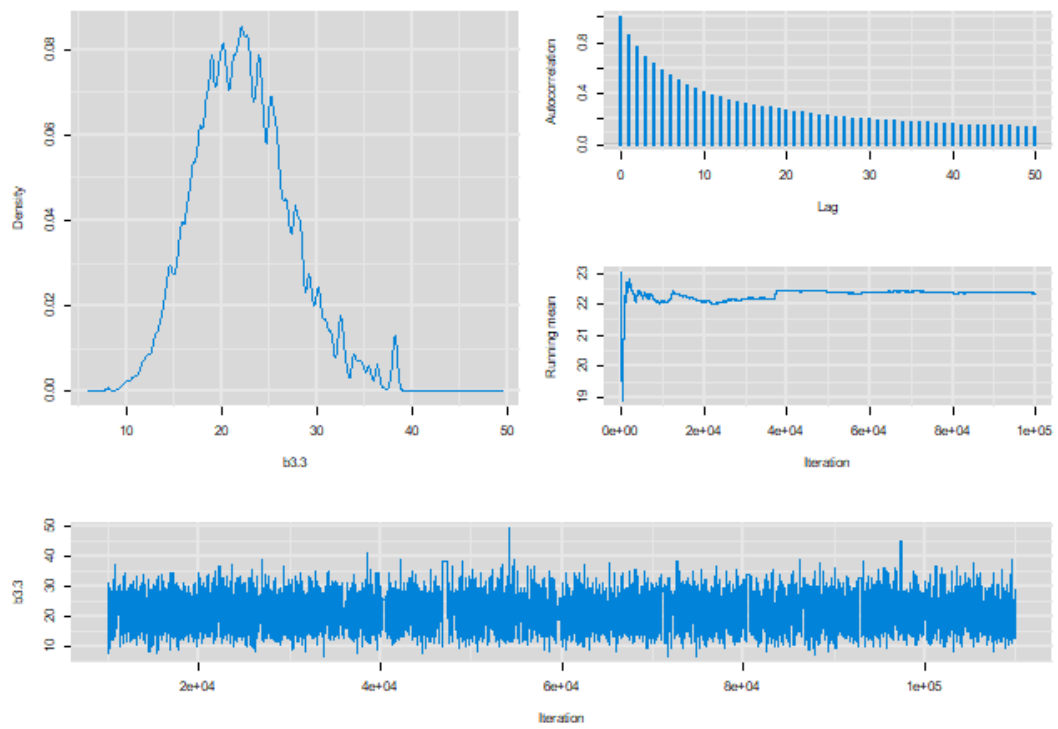
Diagnostics for b2.3



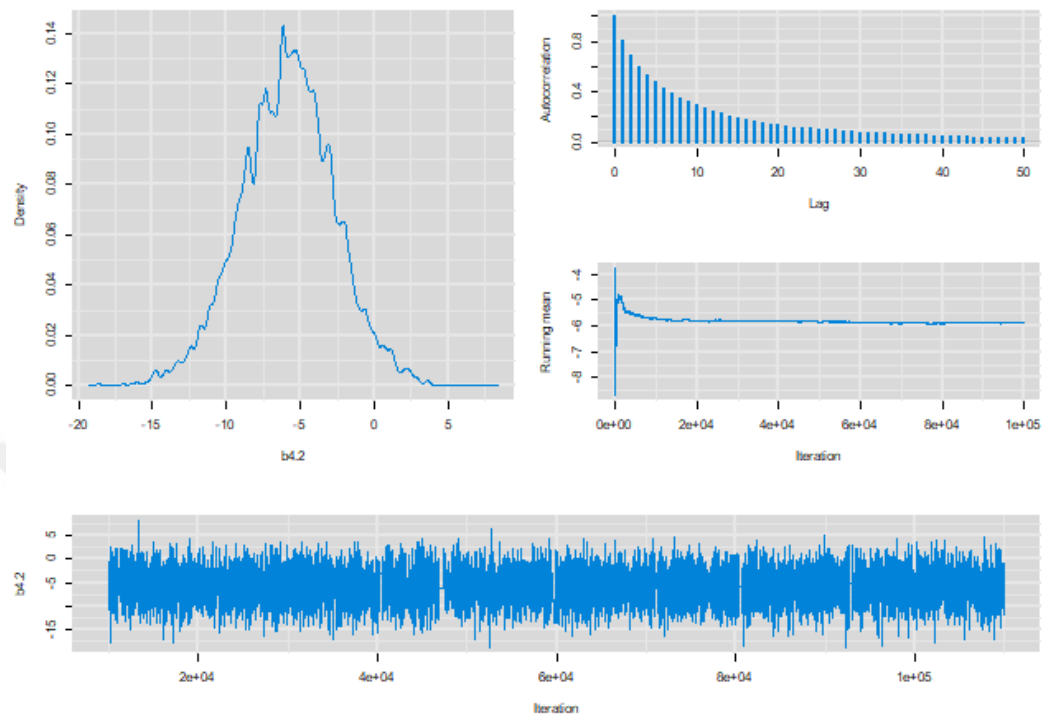
Diagnostics for b3.2



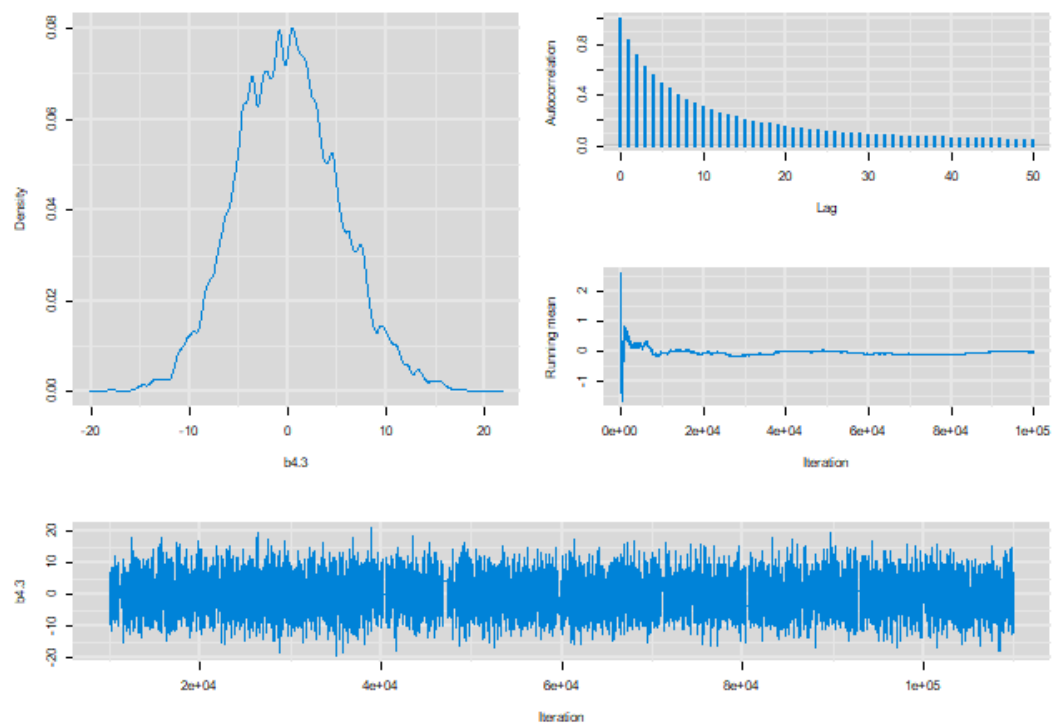
Diagnostics for b3.3



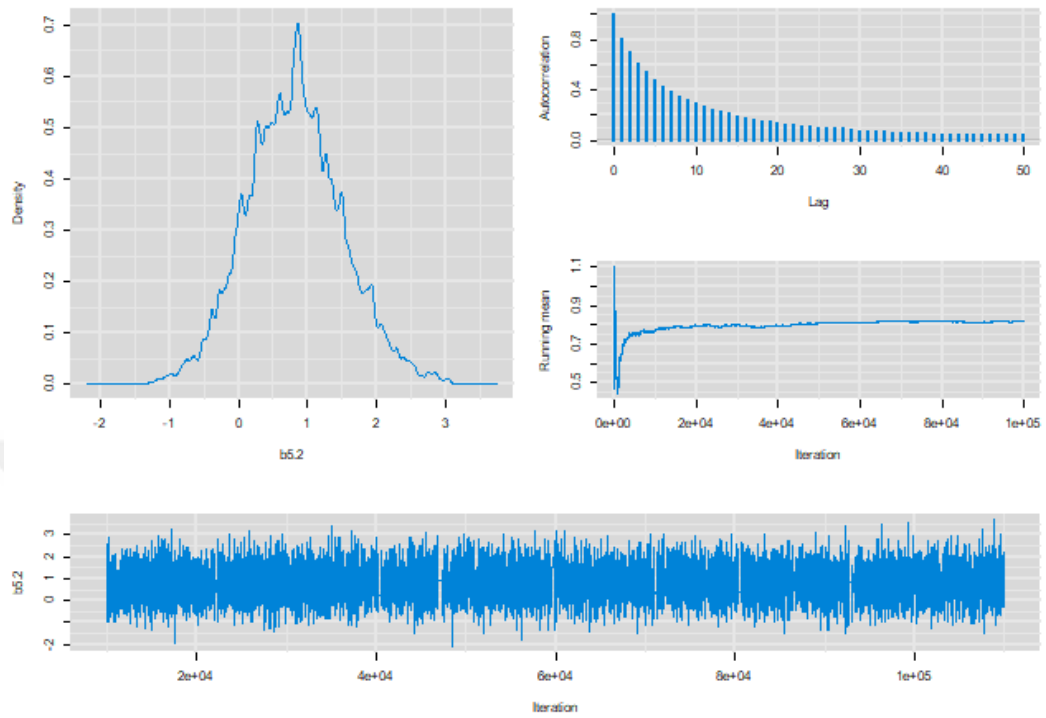
Diagnostics for b4.2



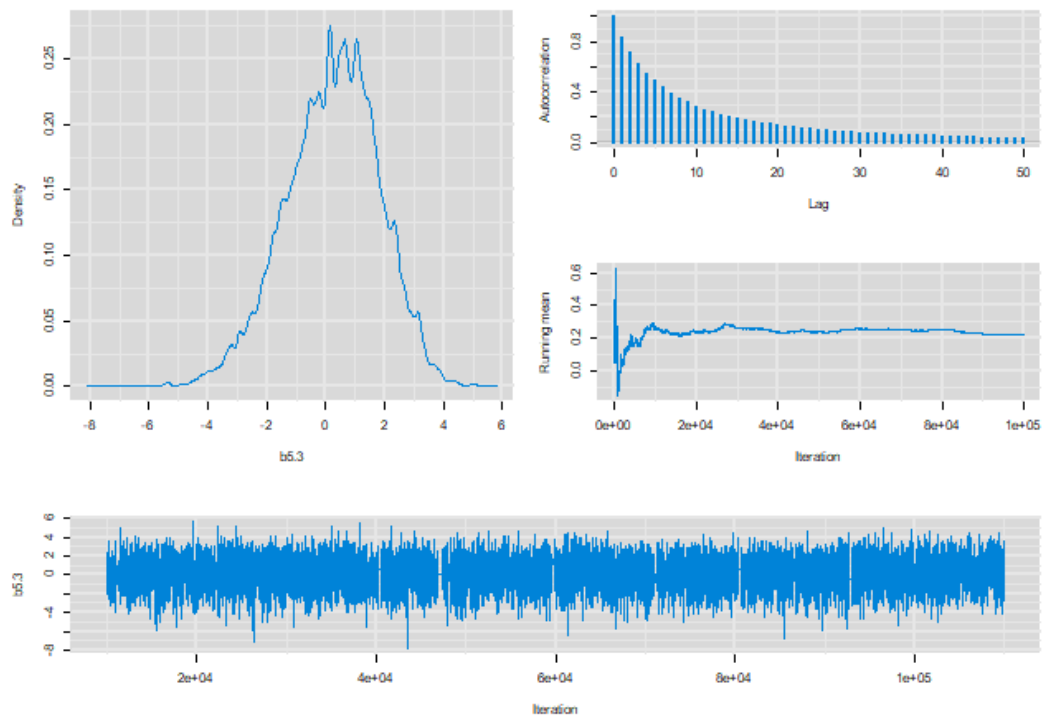
Diagnostics for b4.3



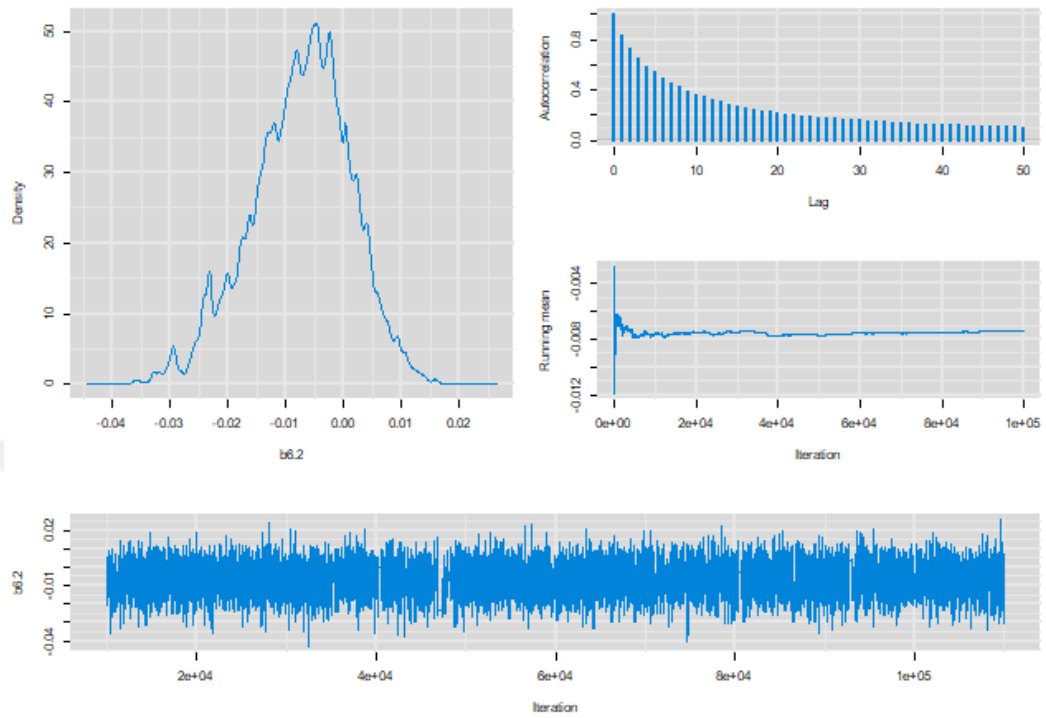
Diagnostics for b5.2



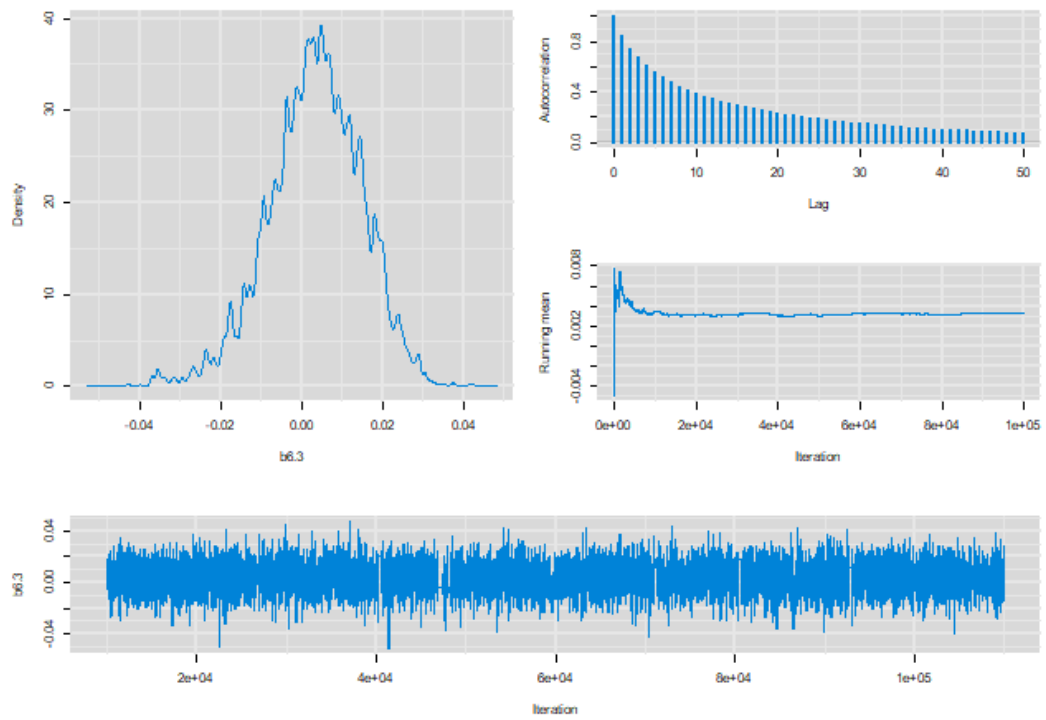
Diagnostics for b5.3



Diagnostics for b6.2



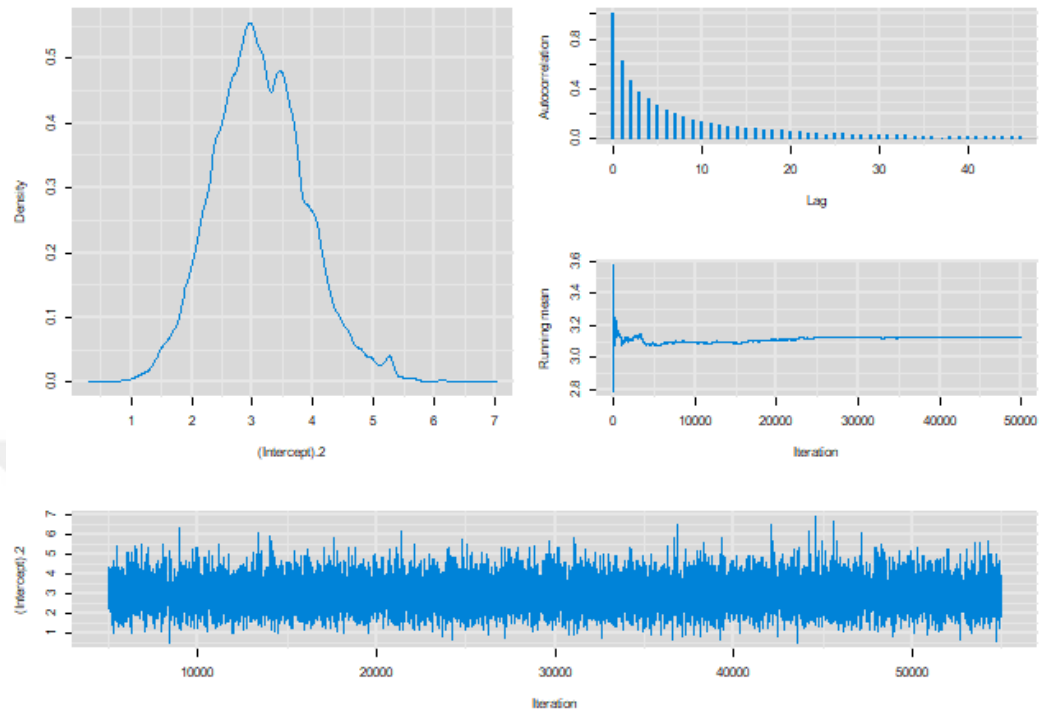
Diagnostics for b6.3



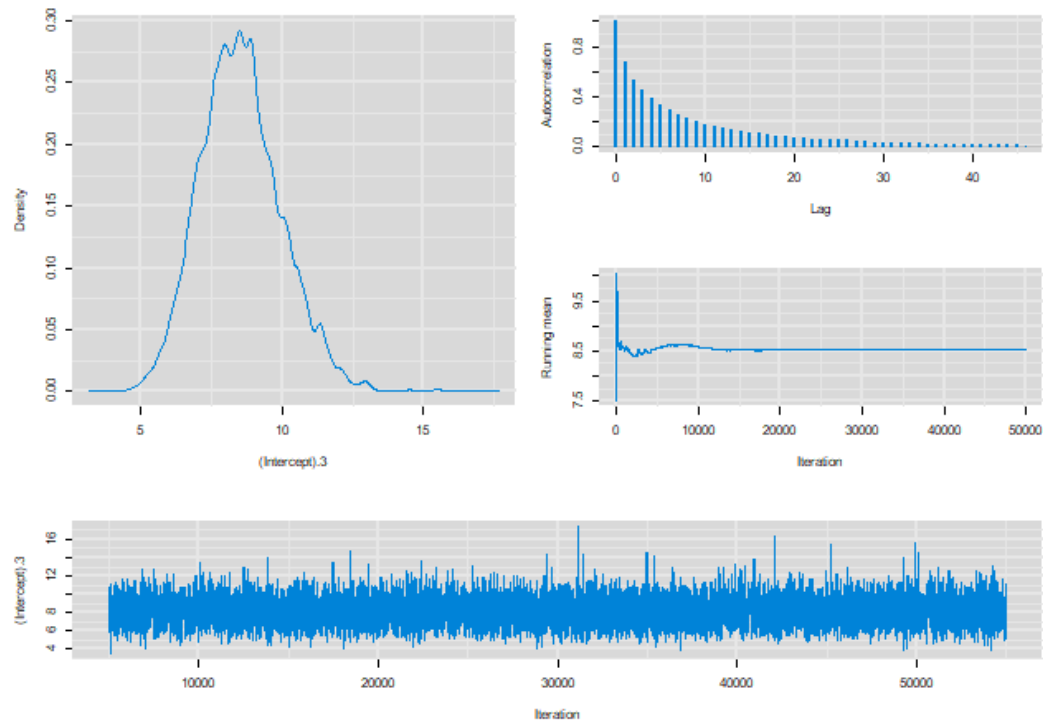
EK 9: Altman (1968) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

		$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
						Durağanlık	Yarı-Genişlik
2	<i>NÇSTV</i>	-1.644	0.024	0.091	0.464	0.163	-0.027
	<i>DKTV</i>	-4.058	0.032	0.104	0.944	0.140	-0.013
	<i>FVÖKTV</i>	-24.602	0.079	0.256	1.224	0.456	-0.006
	<i>ÖZTY</i>	-0.204	0.003	0.008	-0.056	0.579	-0.025
	<i>SATV</i>	-0.587	0.009	0.032	0.238	0.969	-0.028
	<i>Sabit</i>	3.125	0.011	0.038	-1.246	0.341	0.007
3	<i>NÇSTV</i>	1.173	0.035	0.118	1.692	0.438	0.053
	<i>DKTV</i>	1.503	0.066	0.222	-0.842	0.874	0.079
	<i>FVÖKTV</i>	-13.739	0.082	0.313	0.255	0.424	-0.012
	<i>ÖZTY</i>	-12.713	0.045	0.128	-0.826	0.349	-0.006
	<i>SATV</i>	-0.624	0.011	0.037	0.143	0.228	-0.030
	<i>Sabit</i>	8.534	0.024	0.072	0.364	0.540	0.005

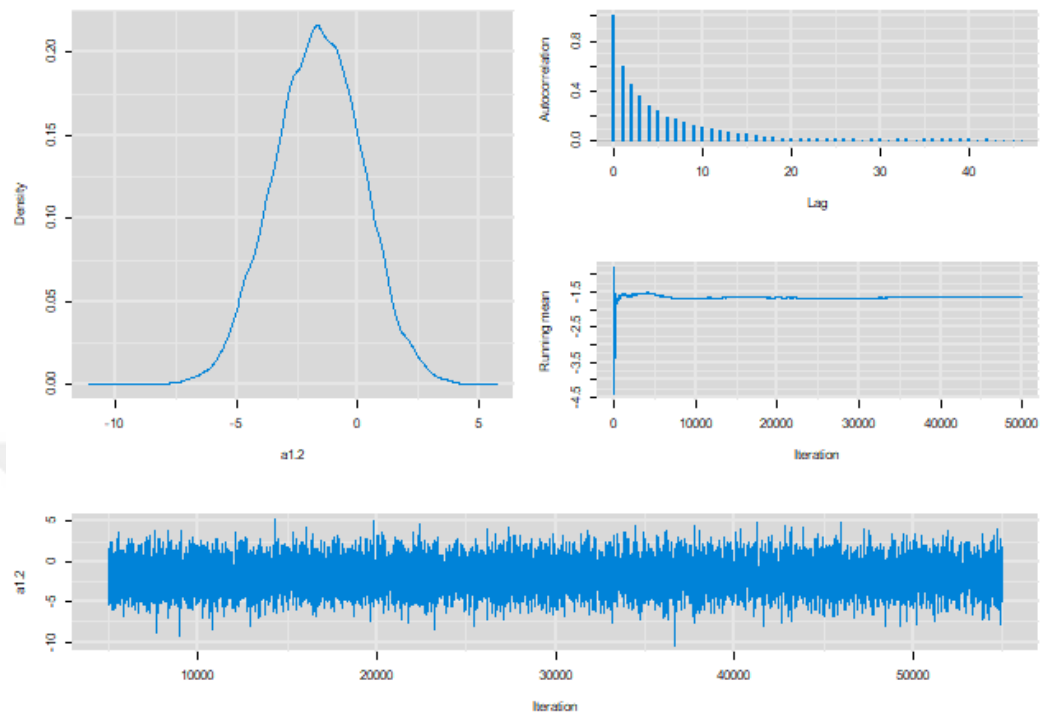
Diagnostics for (Intercept).2



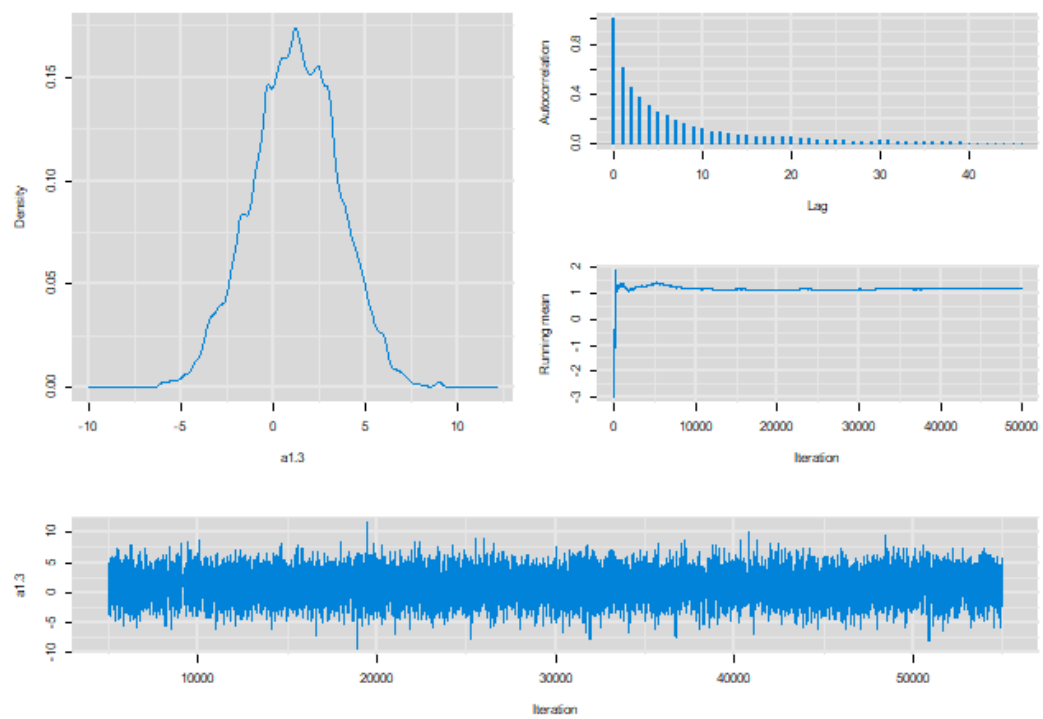
Diagnostics for (Intercept).3



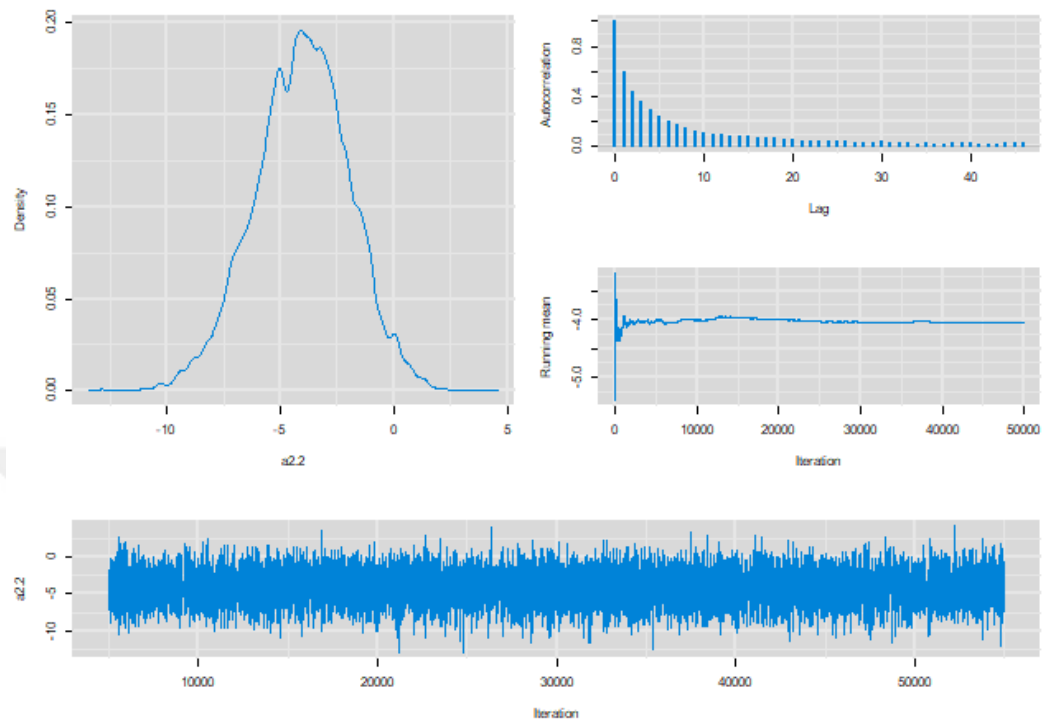
Diagnostics for a1.2



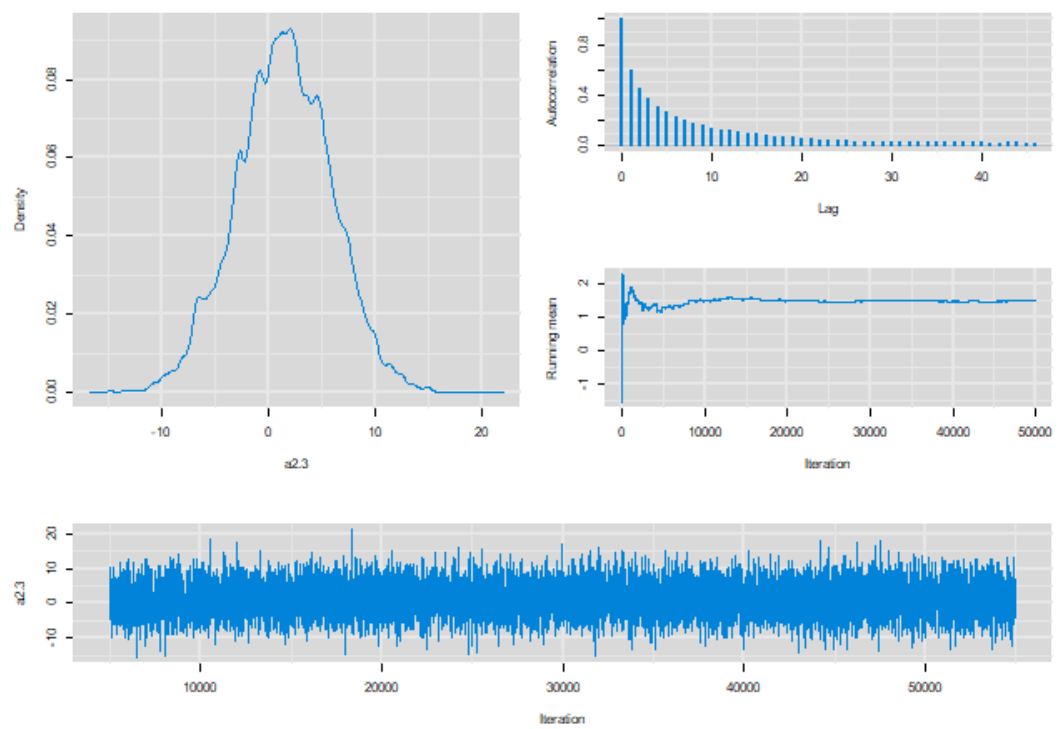
Diagnostics for a1.3



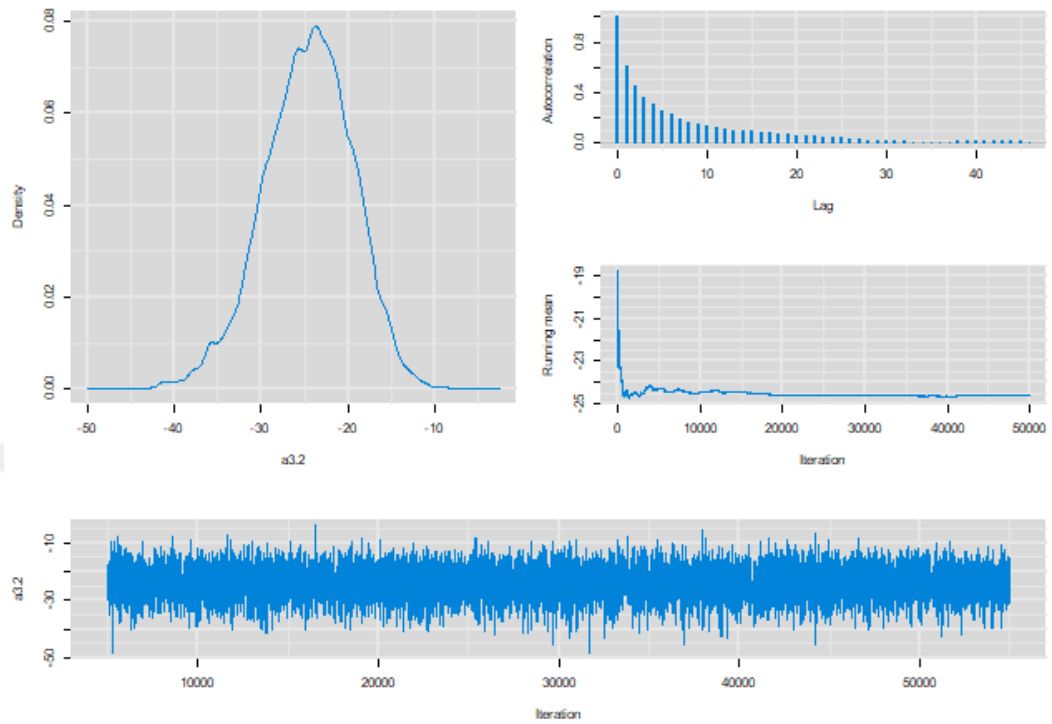
Diagnostics for a2.2



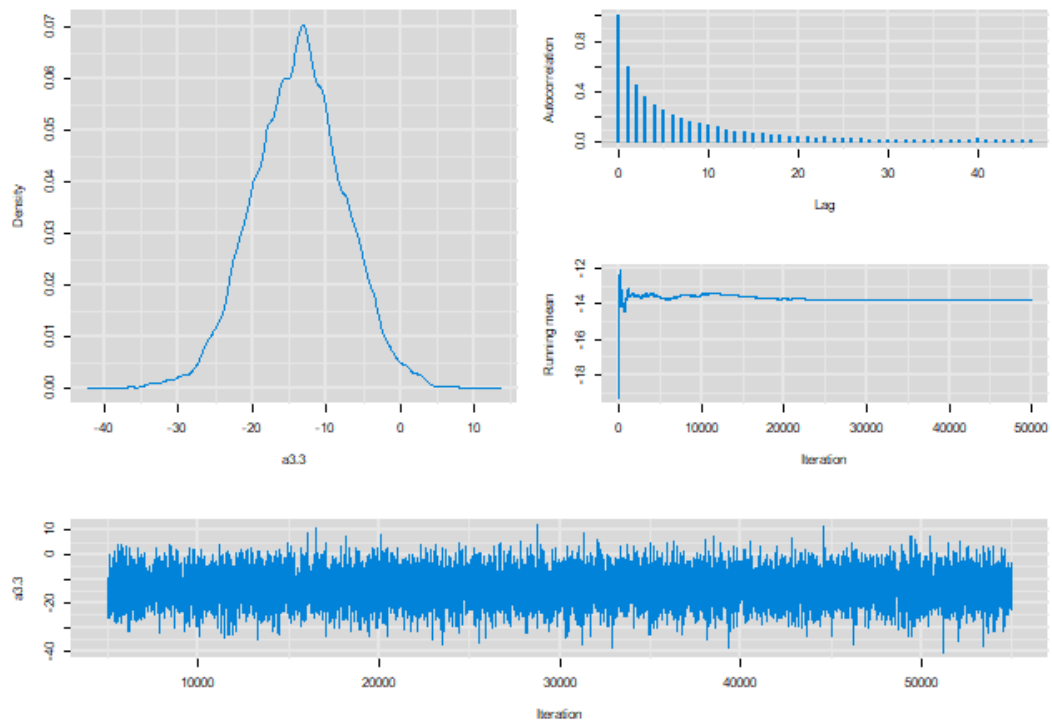
Diagnostics for a2.3



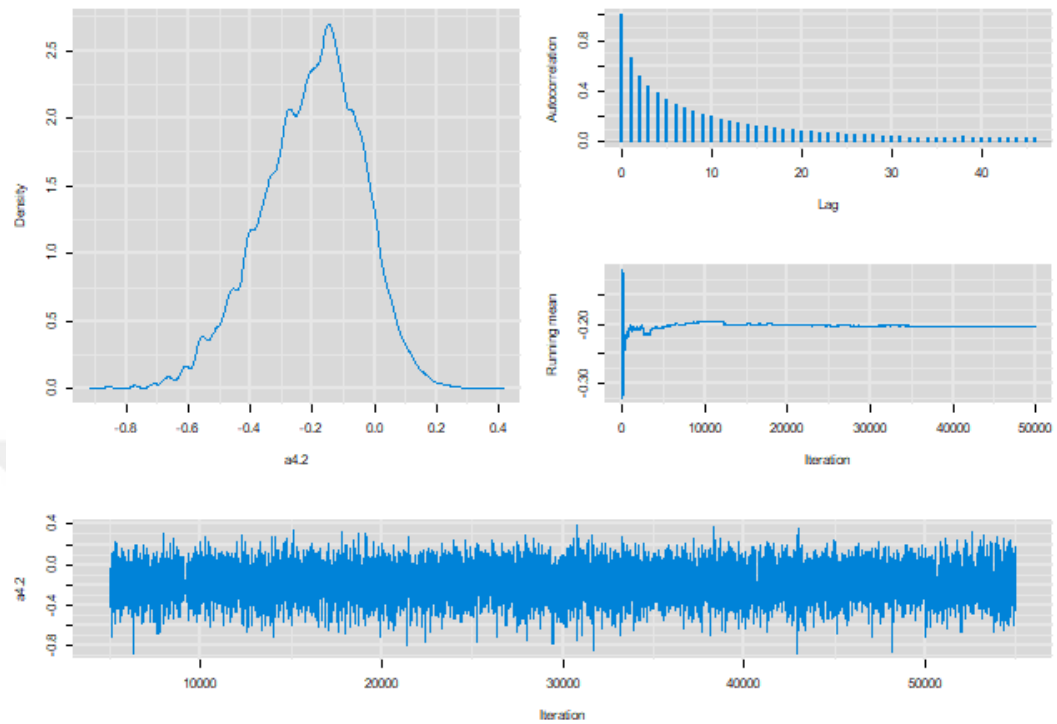
Diagnostics for a3.2



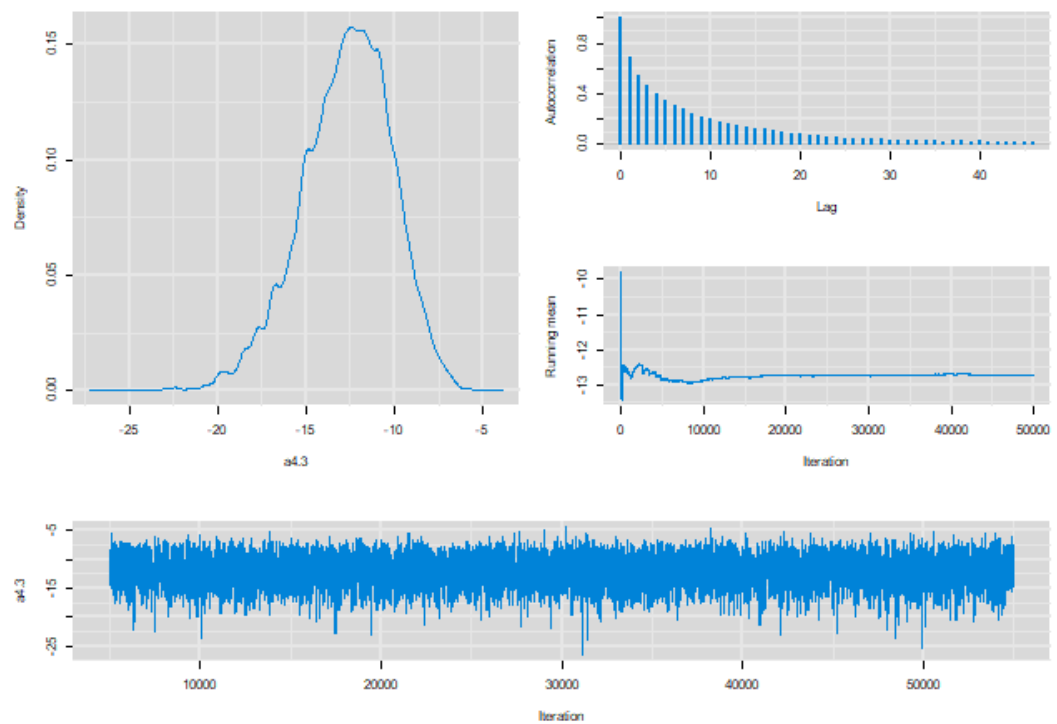
Diagnostics for a3.3



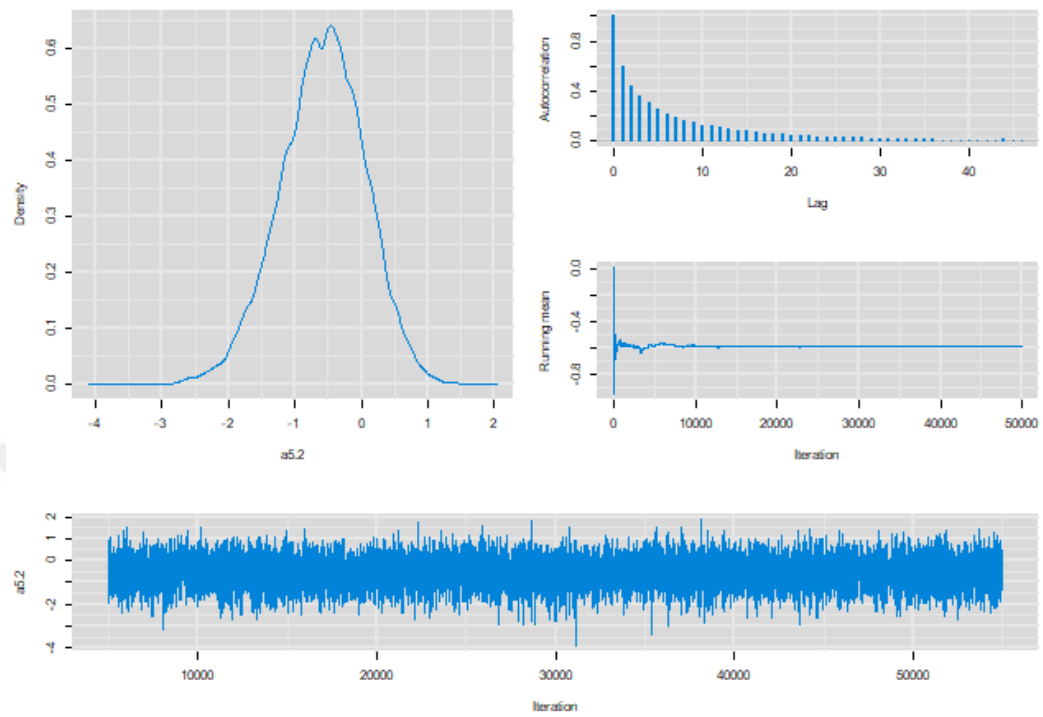
Diagnostics for a4.2



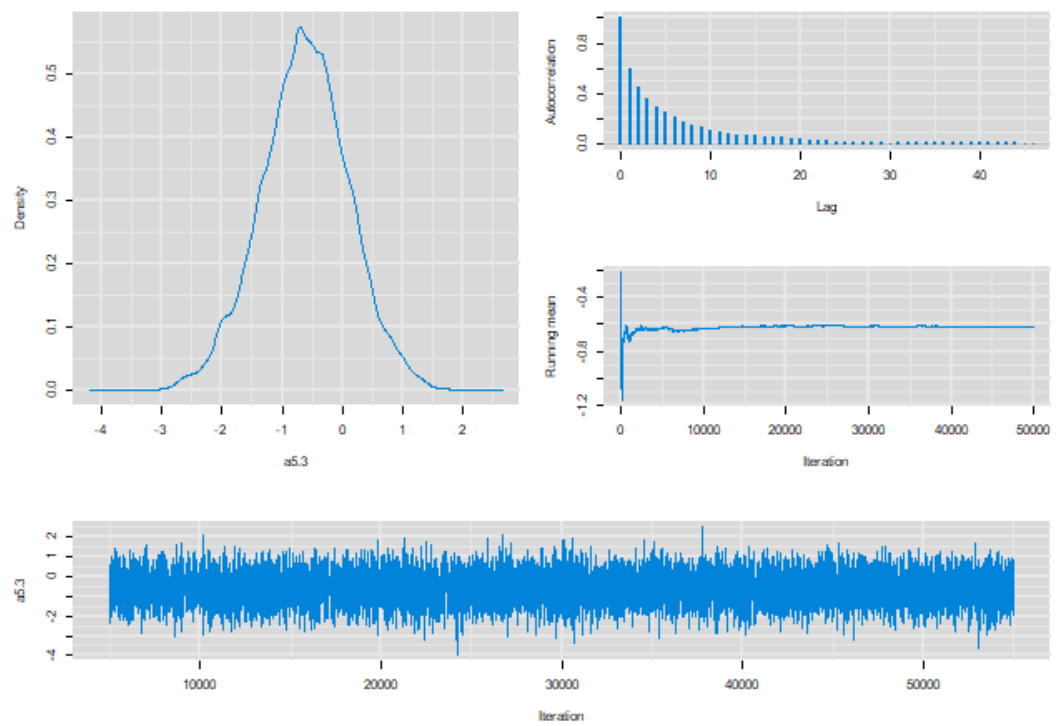
Diagnostics for a4.3



Diagnostics for a5.2



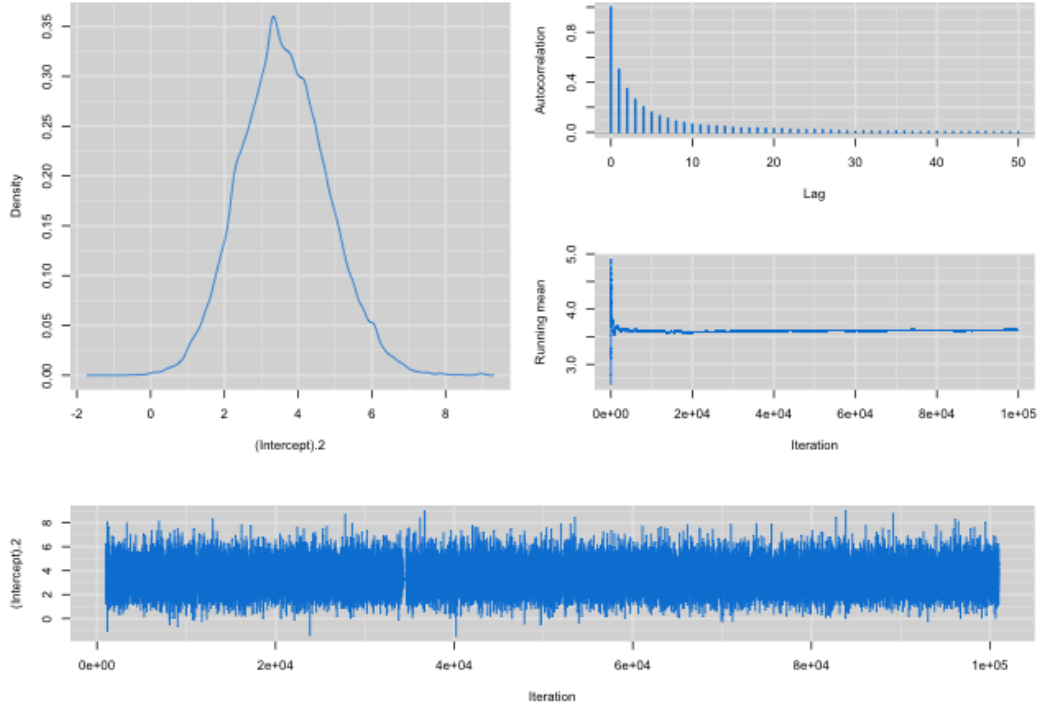
Diagnostics for a5.3



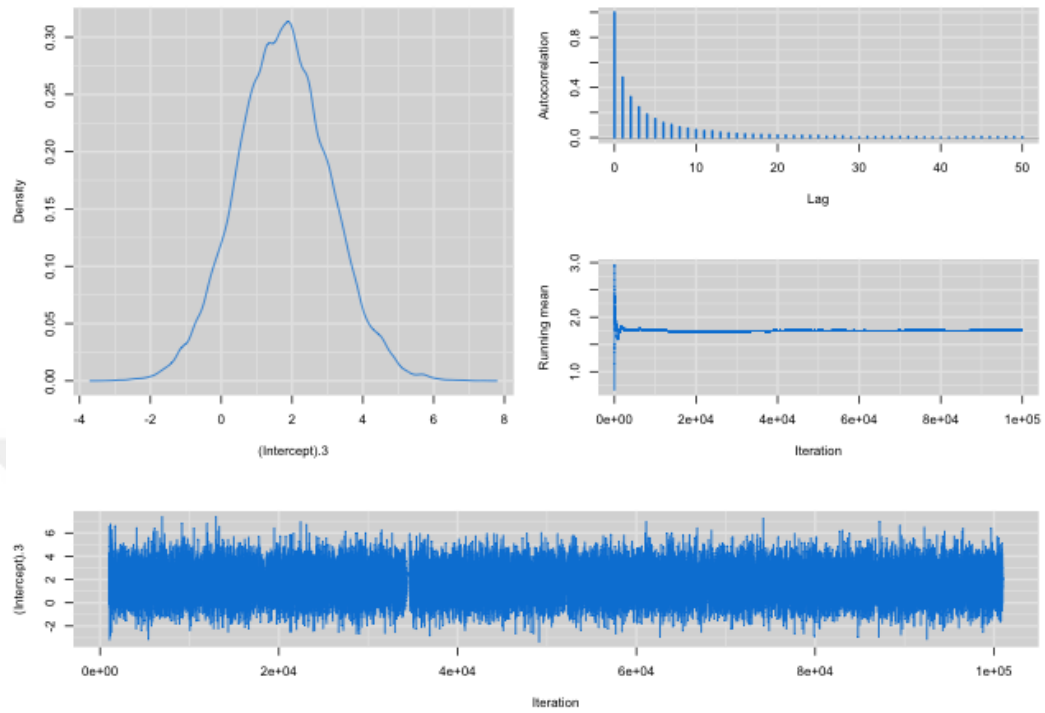
EK 10:Taffler (1977) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
					Durağanlık	Yarı-Genişlik
<i>VÖKKVY</i>	-7.556	0.013	0.081	-0.369	0.858	-0.003
<i>DVTY</i>	-0.286	0.005	0.027	1.657	0.067	-0.031
<i>KVYTV</i>	-6.709	0.019	0.112	-0.114	0.673	-0.005
2 <i>INT</i>	-0.003	0.000	0.000	-0.353	0.112	-0.021
<i>Sabit</i>	3.620	0.010	0.059	-0.851	0.122	0.005
<i>VÖKKVY</i>	-6.873	0.017	0.101	0.147	0.217	-0.005
<i>DVTY</i>	-4.035	0.010	0.060	-0.745	0.669	-0.005
<i>KVYTV</i>	6.600	0.021	0.121	0.229	0.468	0.006
3 <i>INT</i>	0.003	0.000	0.000	-0.557	0.221	0.018
<i>Sabit</i>	1.755	0.010	0.065	0.415	0.579	0.011

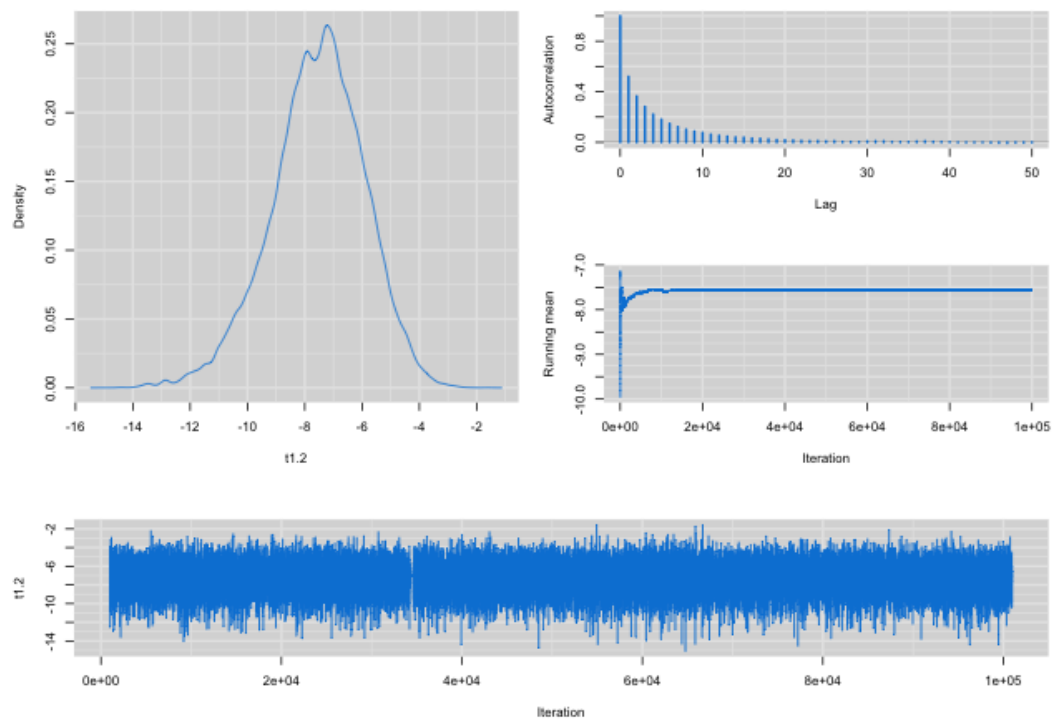
Diagnostics for (Intercept).2



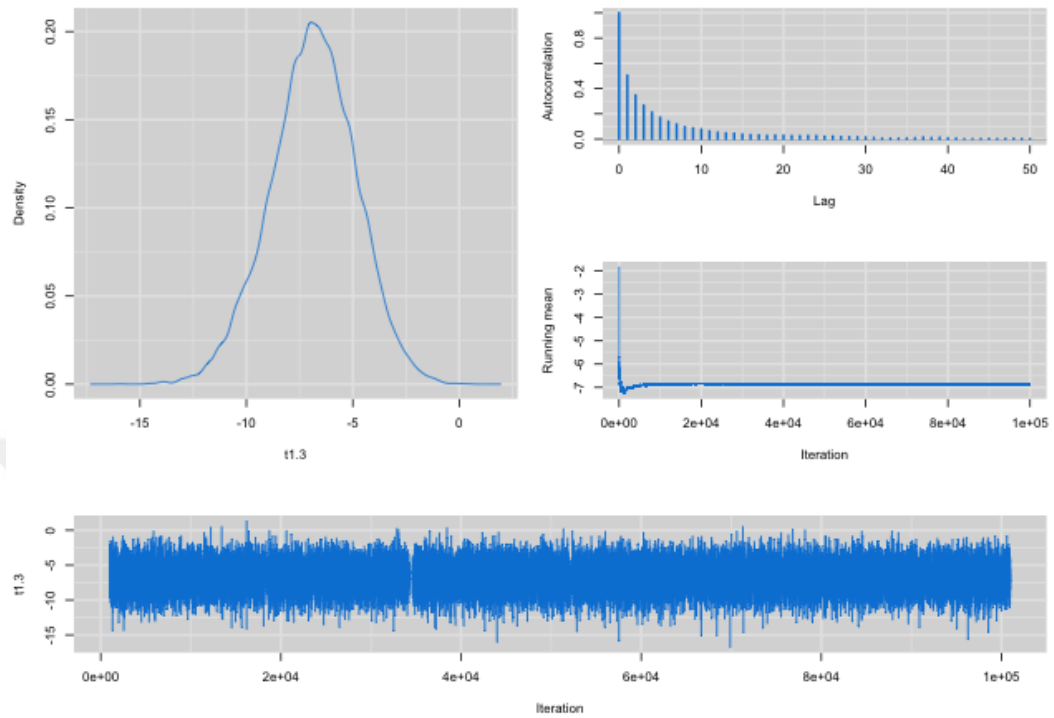
Diagnostics for (Intercept).3



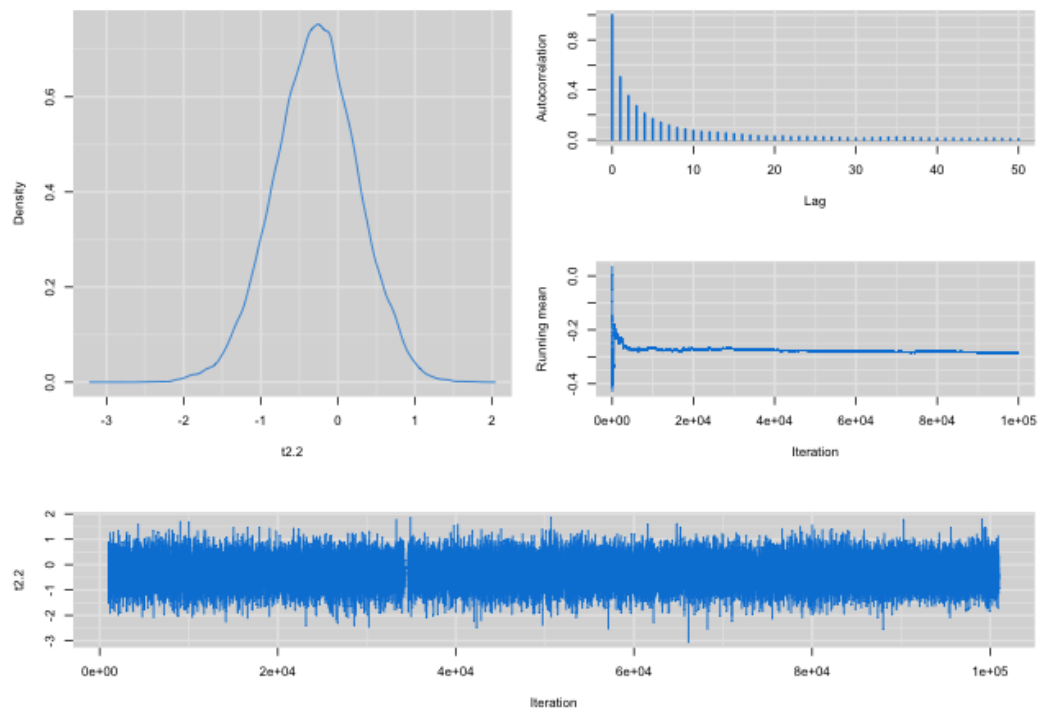
Diagnostics for t1.2



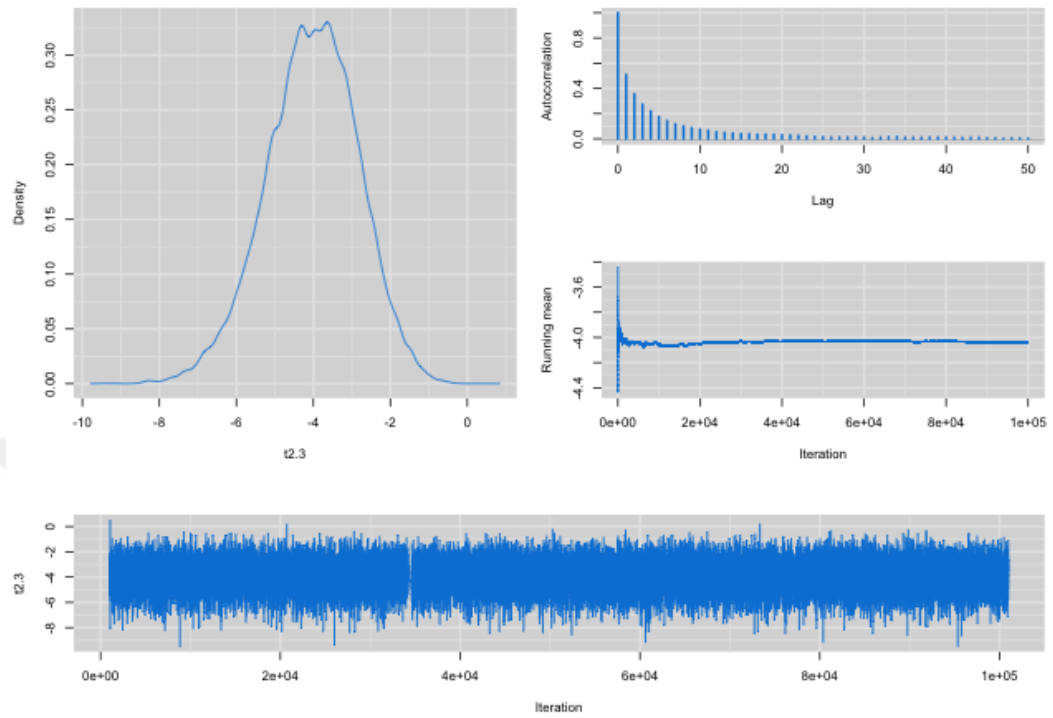
Diagnostics for t1.3



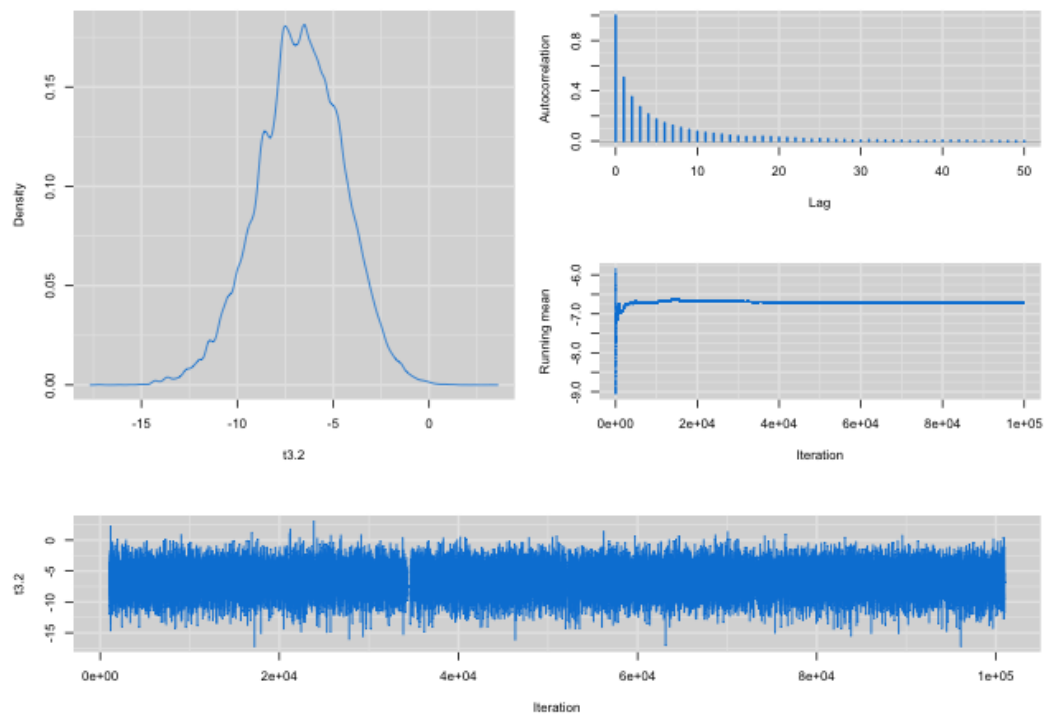
Diagnostics for t2.2



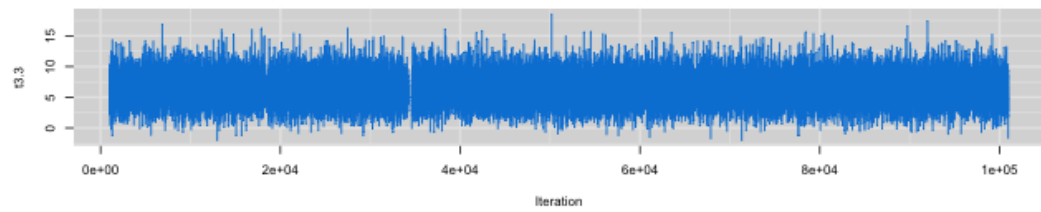
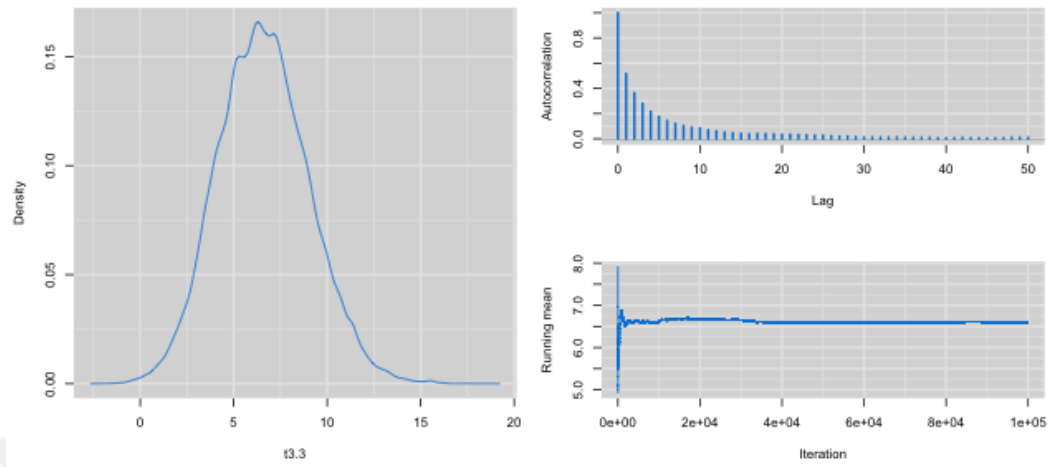
Diagnostics for t2.3



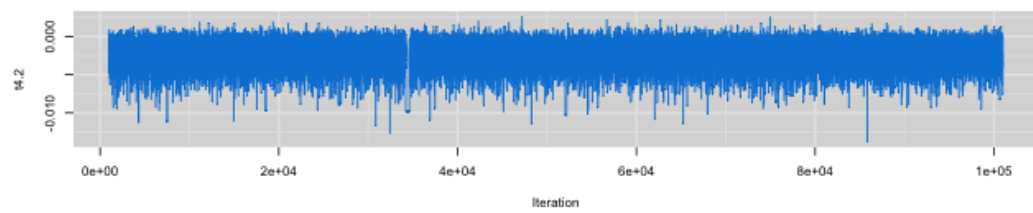
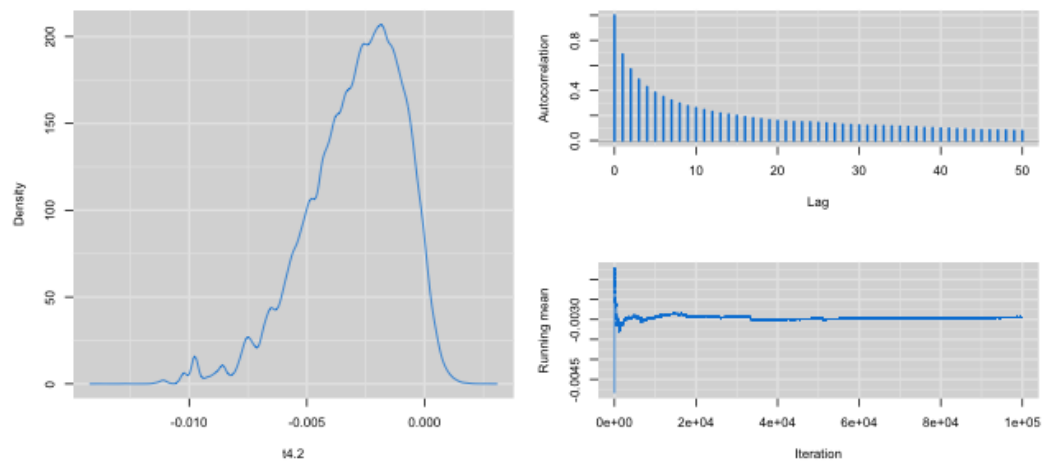
Diagnostics for t3.2



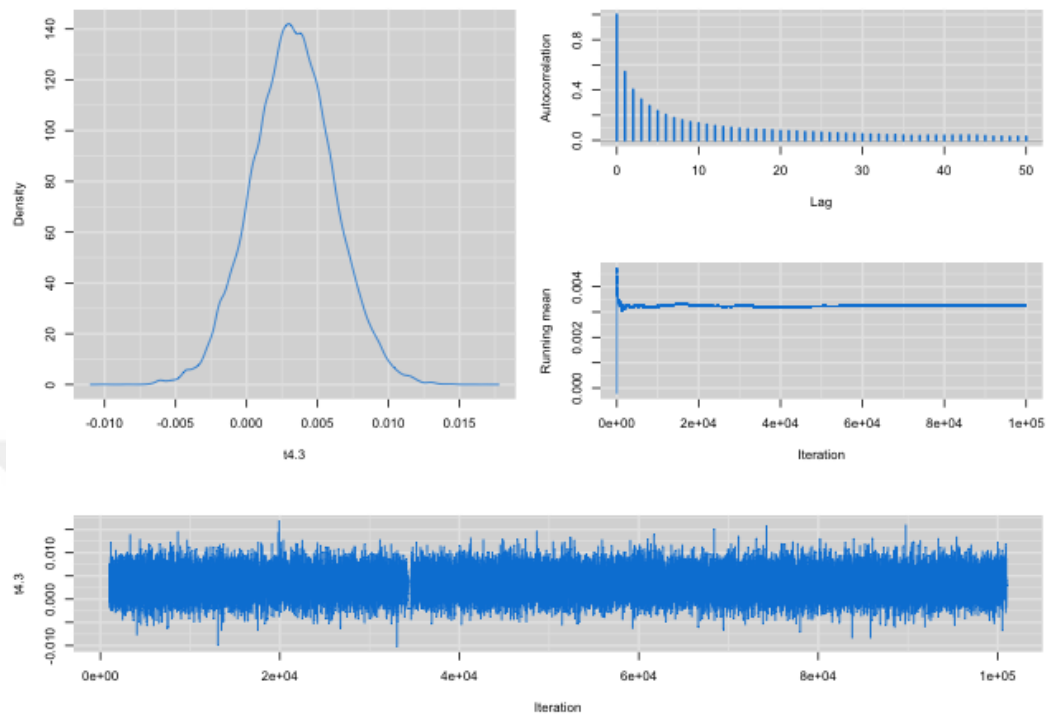
Diagnostics for t3.3



Diagnostics for t4.2



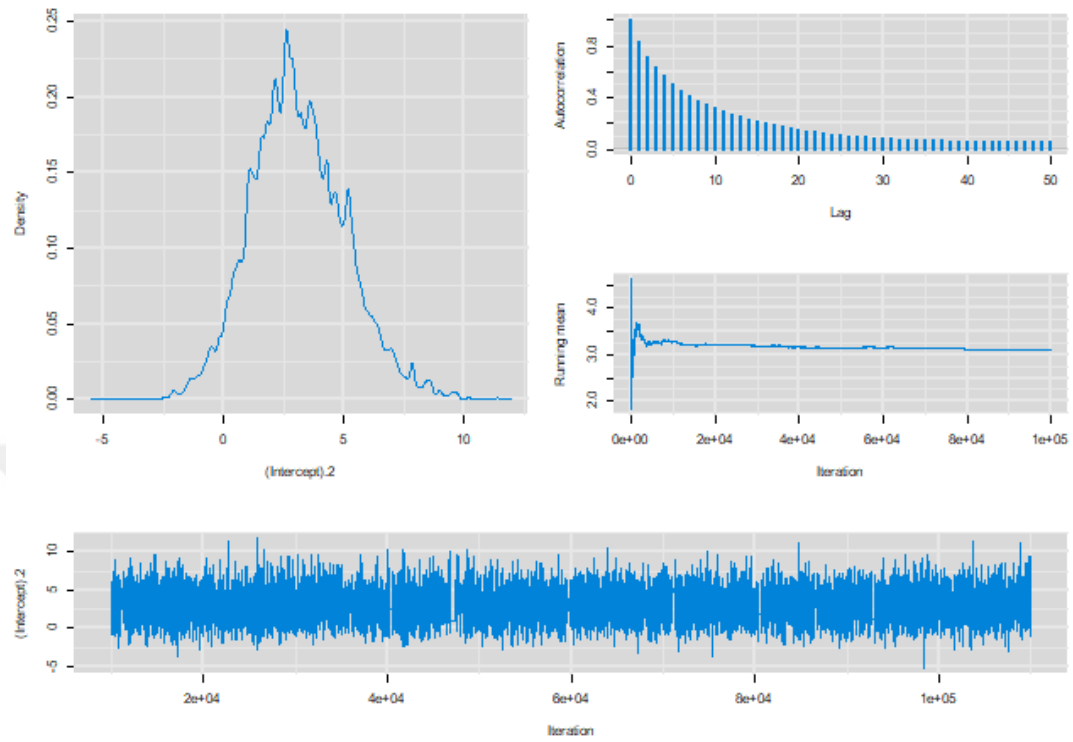
Diagnostics for t4.3



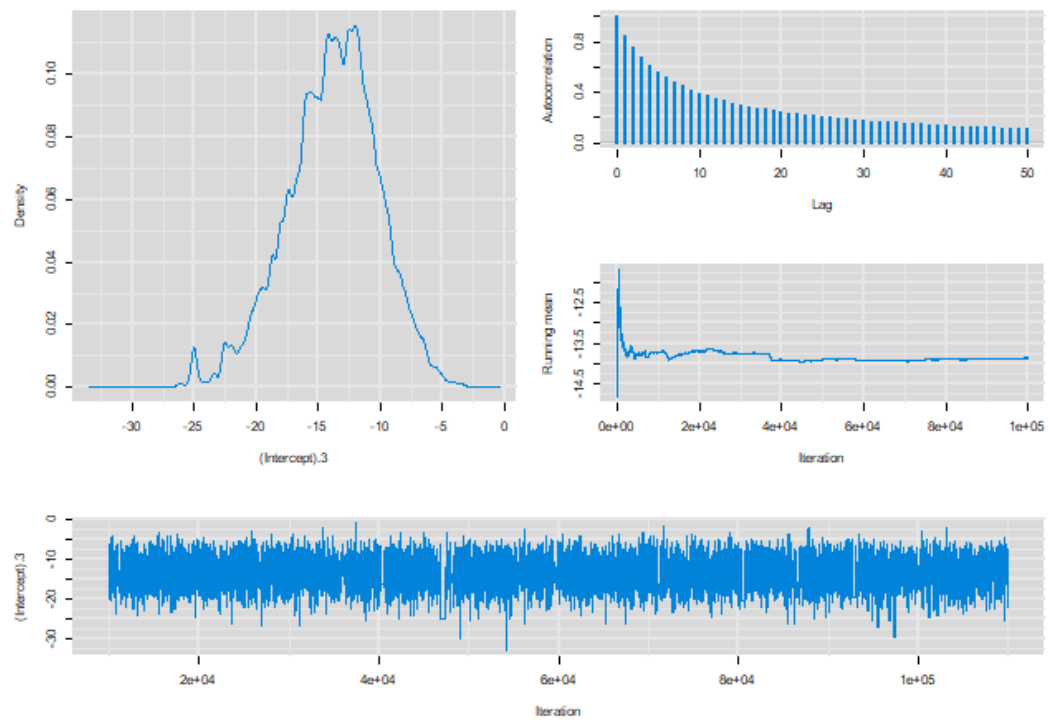
EK 11: Ohlson (1980) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch		
					Durağanlık	Yarı-Genişlik	
2	<i>Log(TV/GSYİH)</i>	0.377	0.004	0.021	0.102	0.718	0.019
	<i>TYTV</i>	-1.816	0.022	0.098	-1.232	0.216	-0.020
	<i>NÇSTV</i>	-1.001	0.040	0.164	0.624	0.487	-0.070
	<i>KVYDV</i>	0.804	0.022	0.081	1.248	0.710	0.052
	<i>NGTV</i>	-32.474	0.062	0.330	-0.223	0.954	-0.004
	<i>NGD</i>	0.485	0.005	0.026	-0.186	0.908	0.018
	<i>Sabit</i>	1.332	0.020	0.087	-0.683	0.801	0.027
3	<i>Log(TV/GSYİH)</i>	0.588	0.005	0.025	-0.327	0.892	0.016
	<i>TYTV</i>	24.217	0.064	0.237	0.003	0.166	0.005
	<i>NÇSTV</i>	2.953	0.065	0.288	0.452	0.603	0.040
	<i>KVYDV</i>	0.806	0.032	0.130	1.252	0.375	0.069
	<i>NGTV</i>	-23.094	0.075	0.395	0.276	0.725	-0.006
	<i>NGD</i>	-0.382	0.008	0.037	0.072	0.975	-0.037
	<i>Sabit</i>	-15.768	0.060	0.215	-0.699	0.104	-0.007

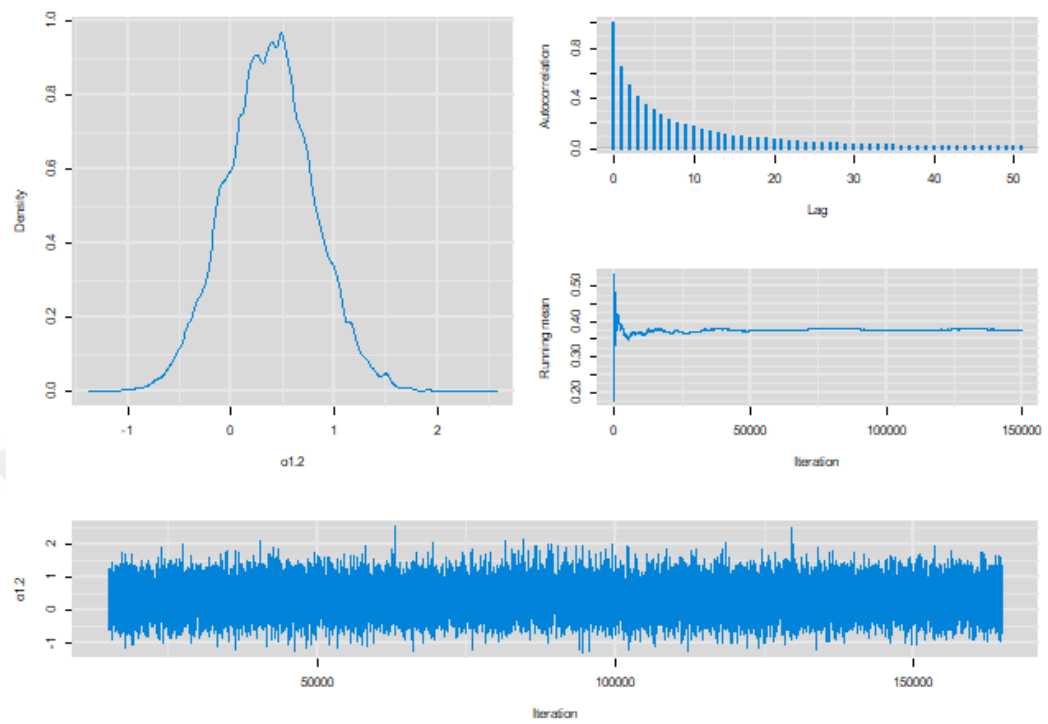
Diagnostics for (Intercept).2



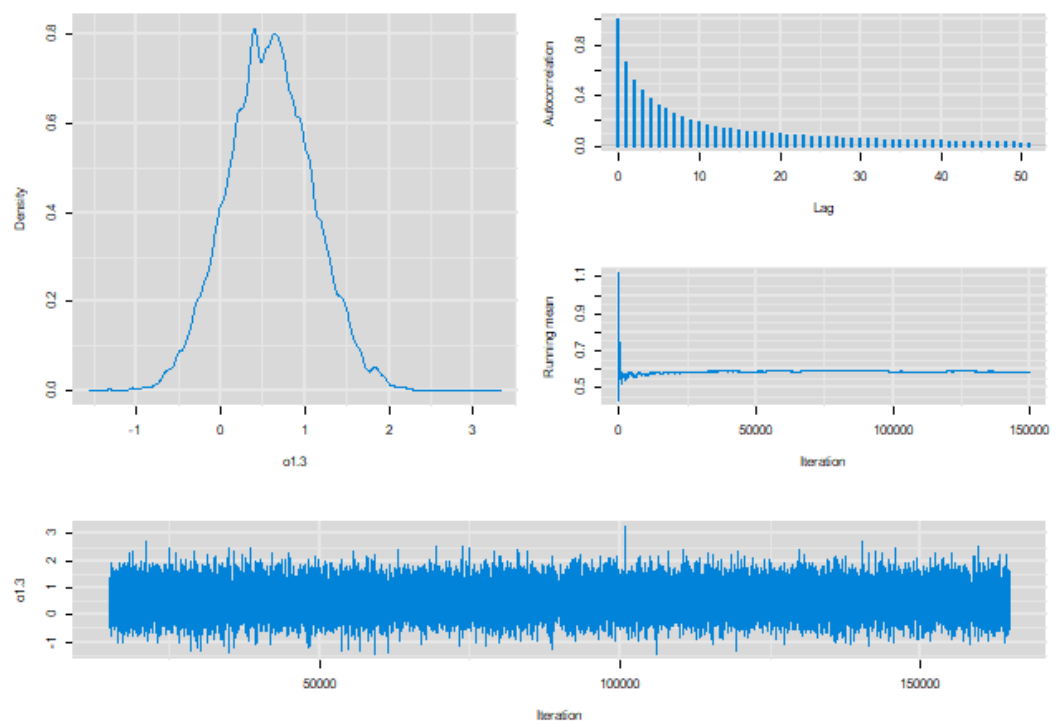
Diagnostics for (Intercept).3



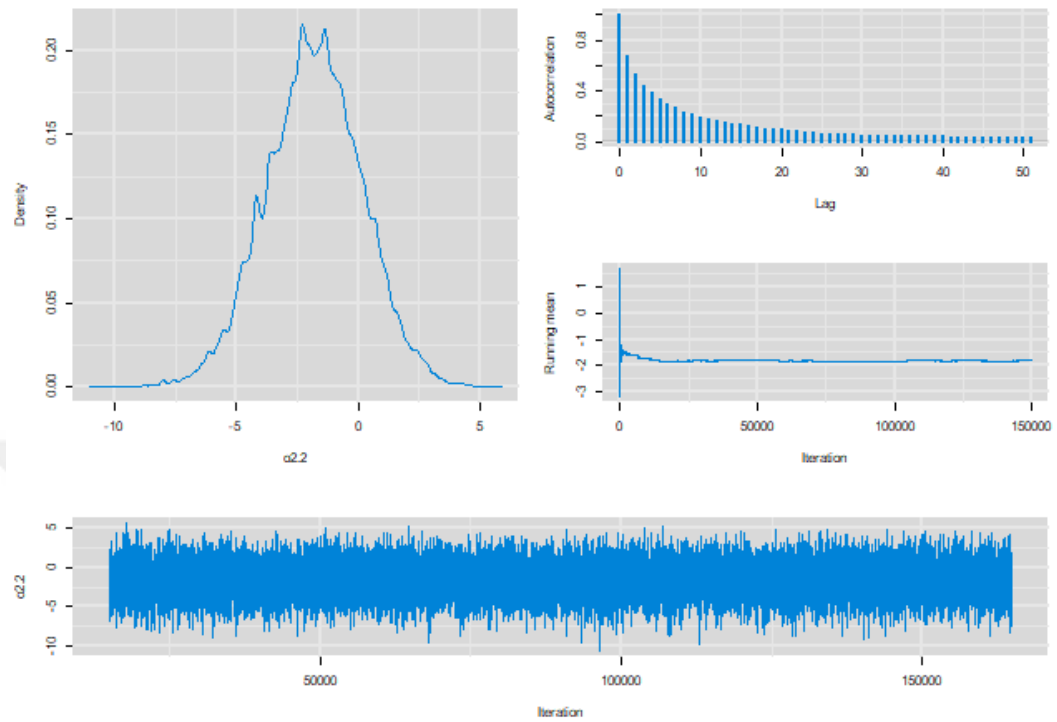
Diagnostics for $\sigma_{1.2}$



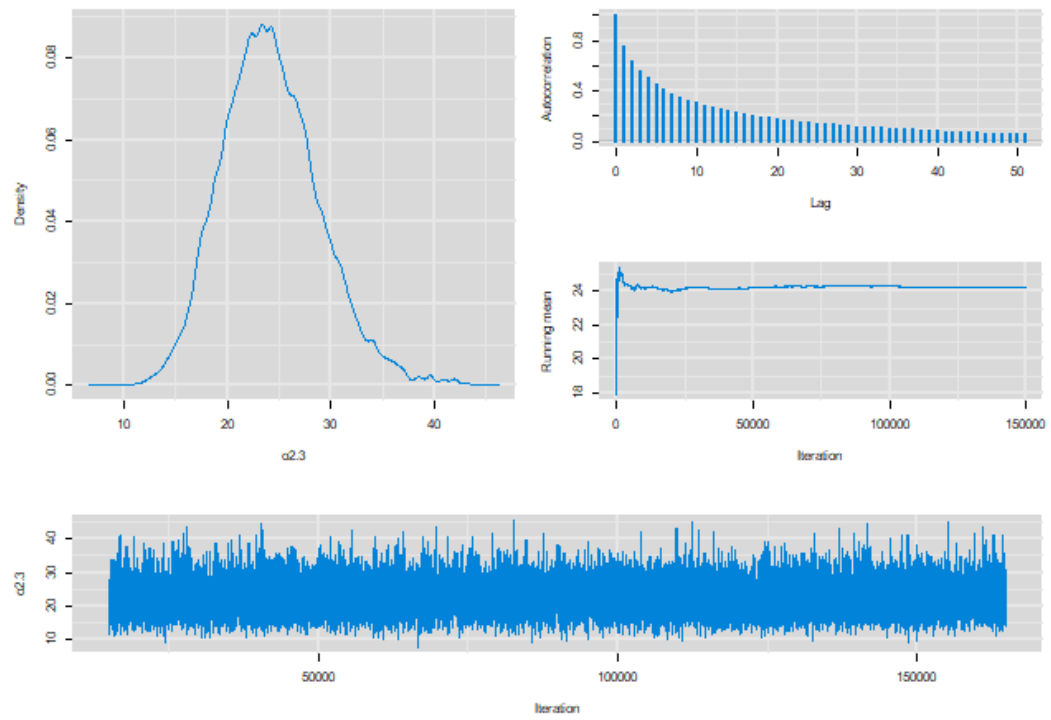
Diagnostics for $\sigma_{1.3}$



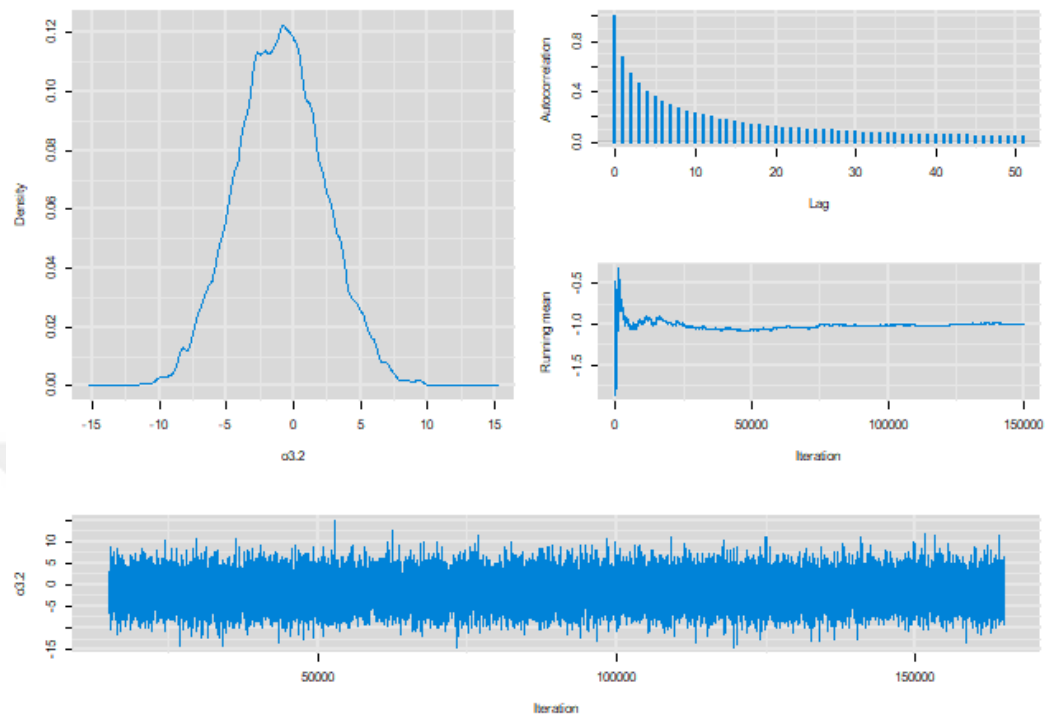
Diagnostics for $\alpha_{2.2}$



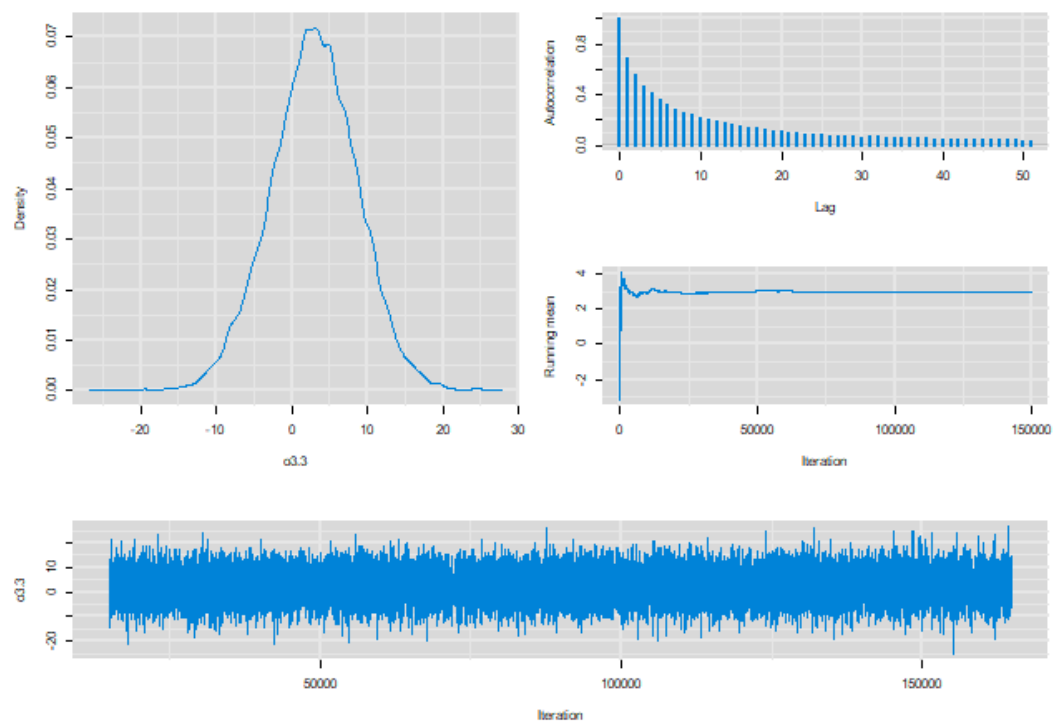
Diagnostics for $\alpha_{2.3}$



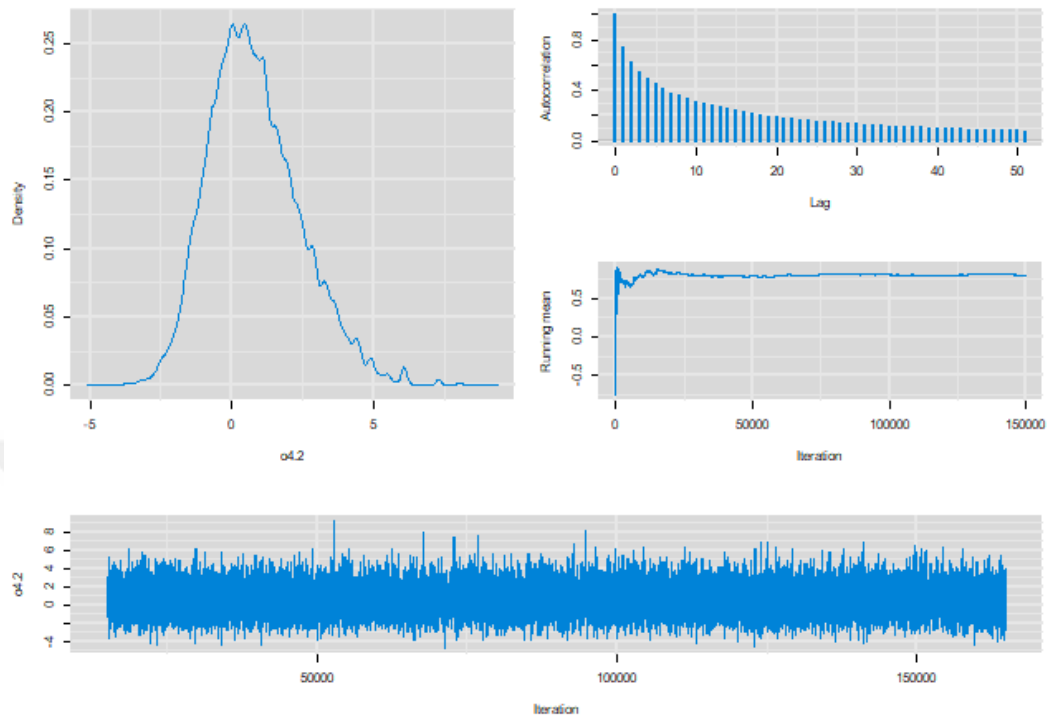
Diagnostics for σ_2



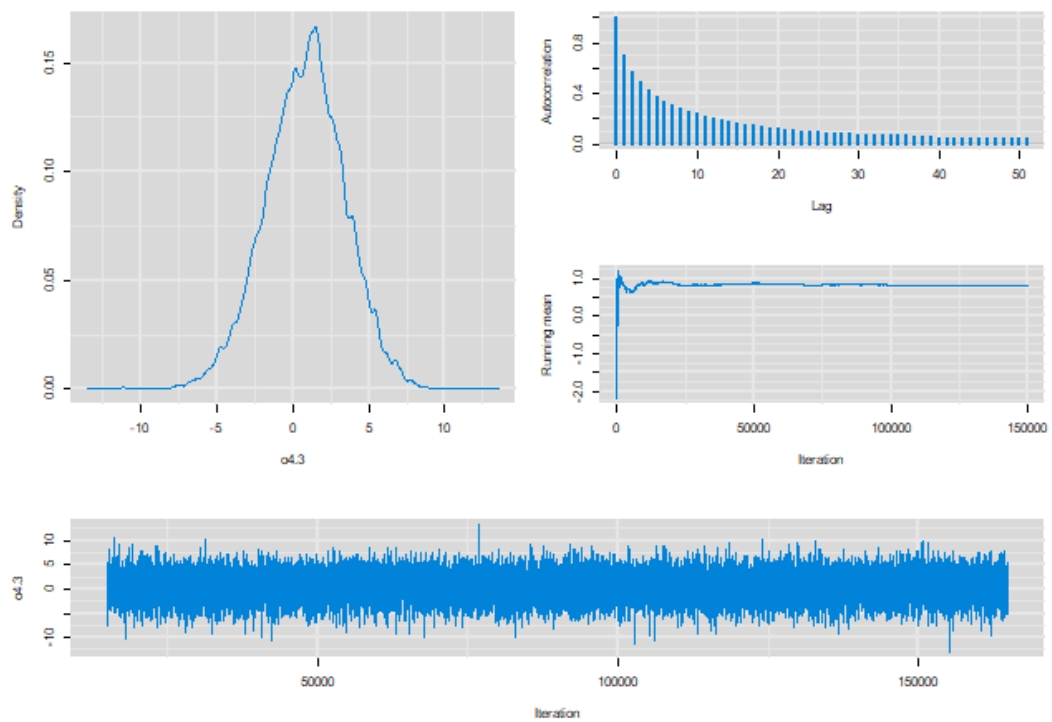
Diagnostics for σ_3



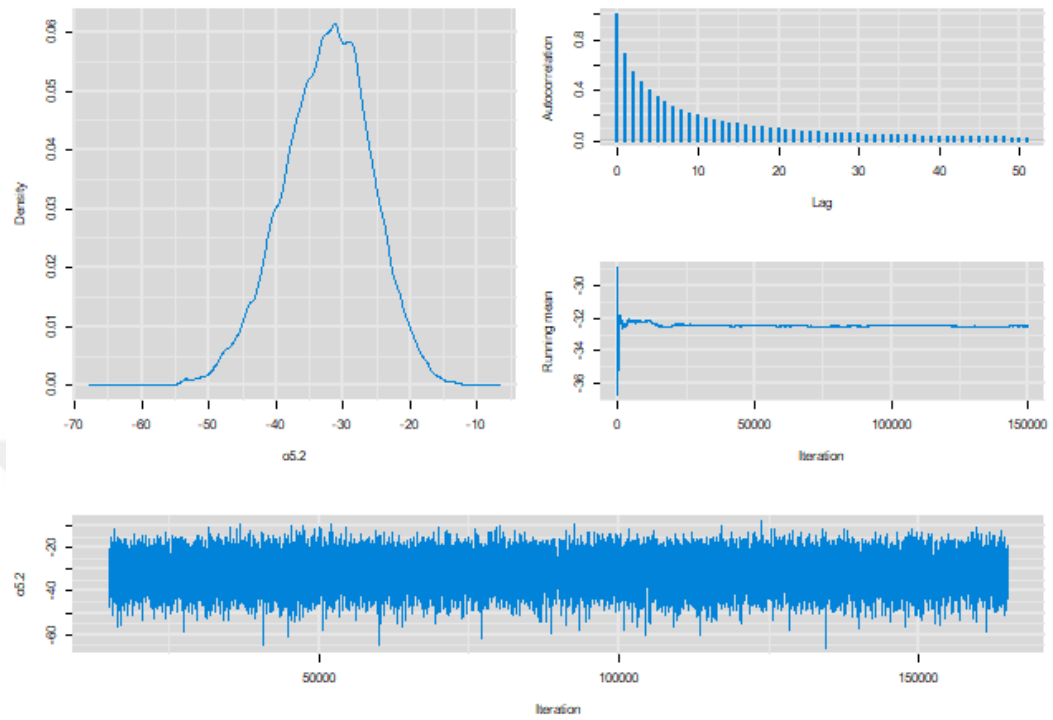
Diagnostics for $\alpha 4.2$



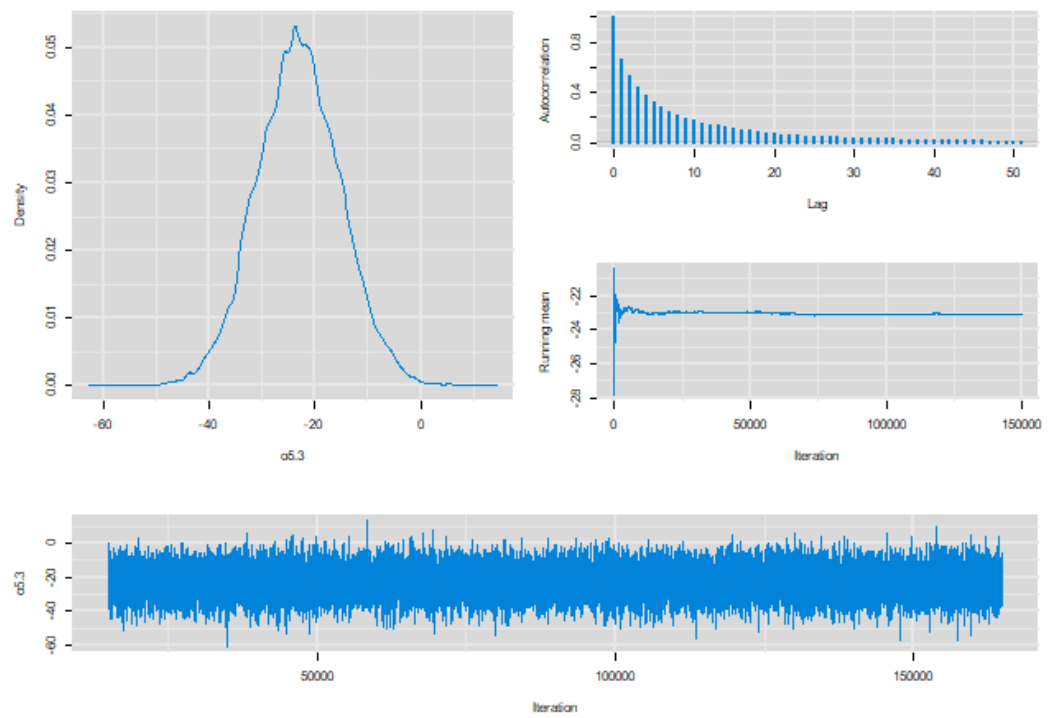
Diagnostics for $\alpha 4.3$



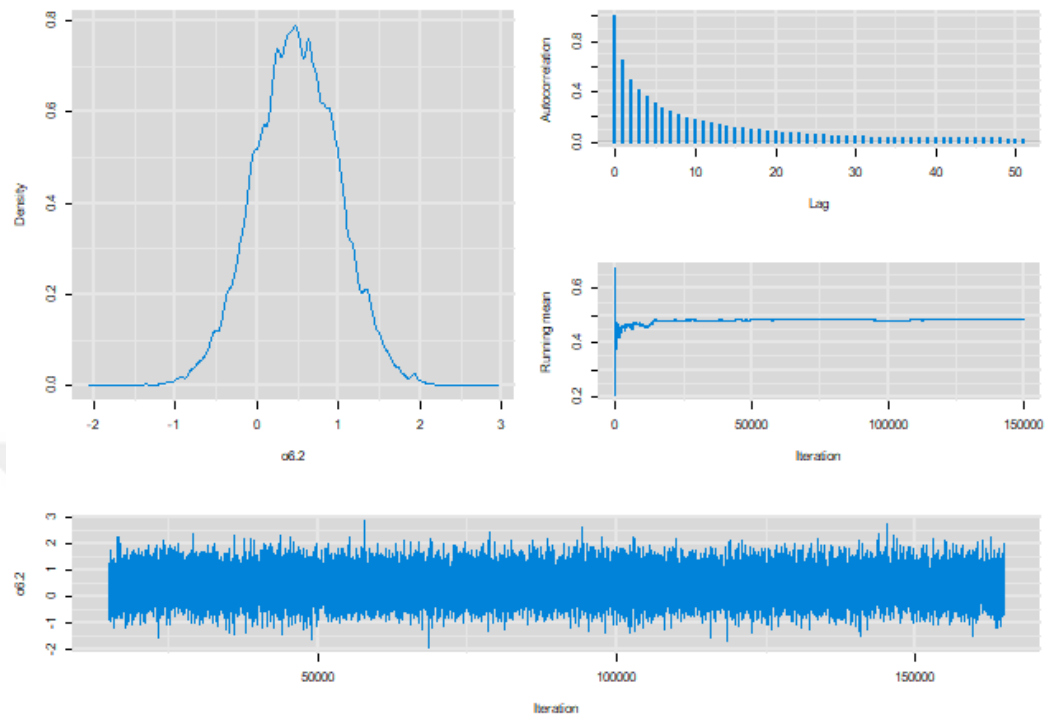
Diagnostics for $\sigma_5.2$



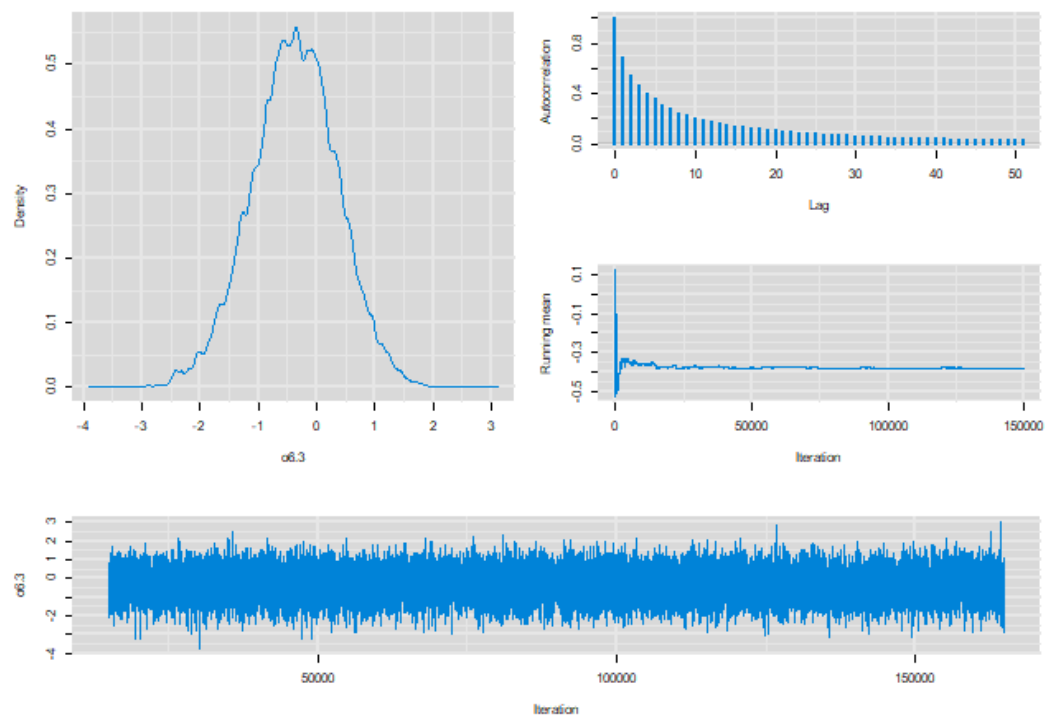
Diagnostics for $\sigma_5.3$



Diagnostics for o6.2



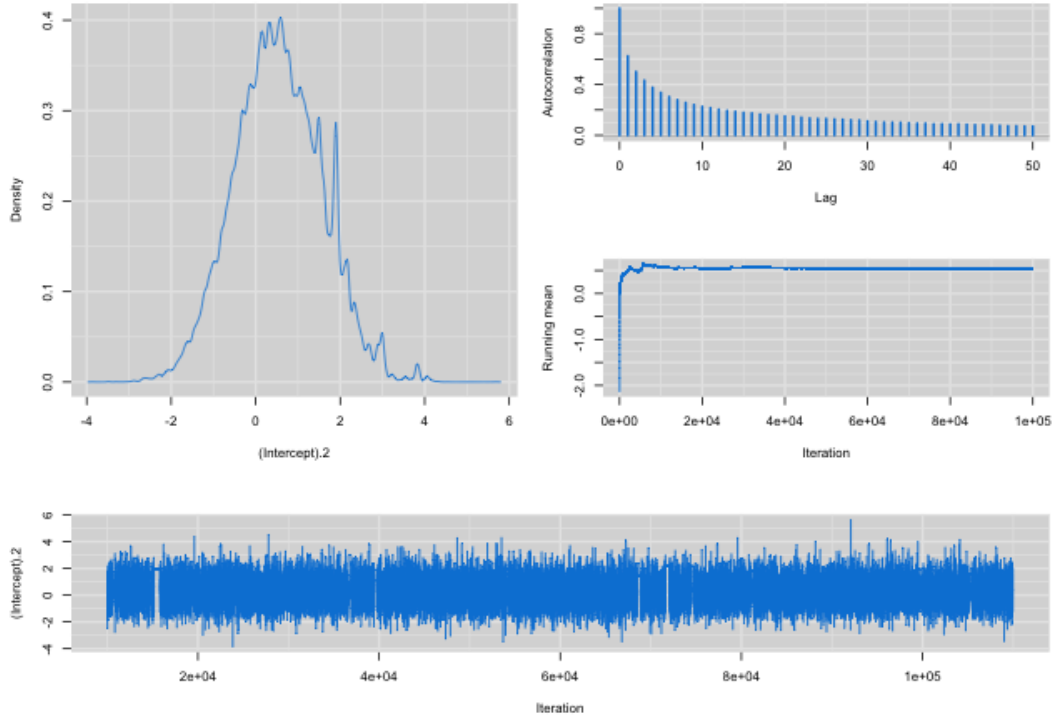
Diagnostics for o6.3



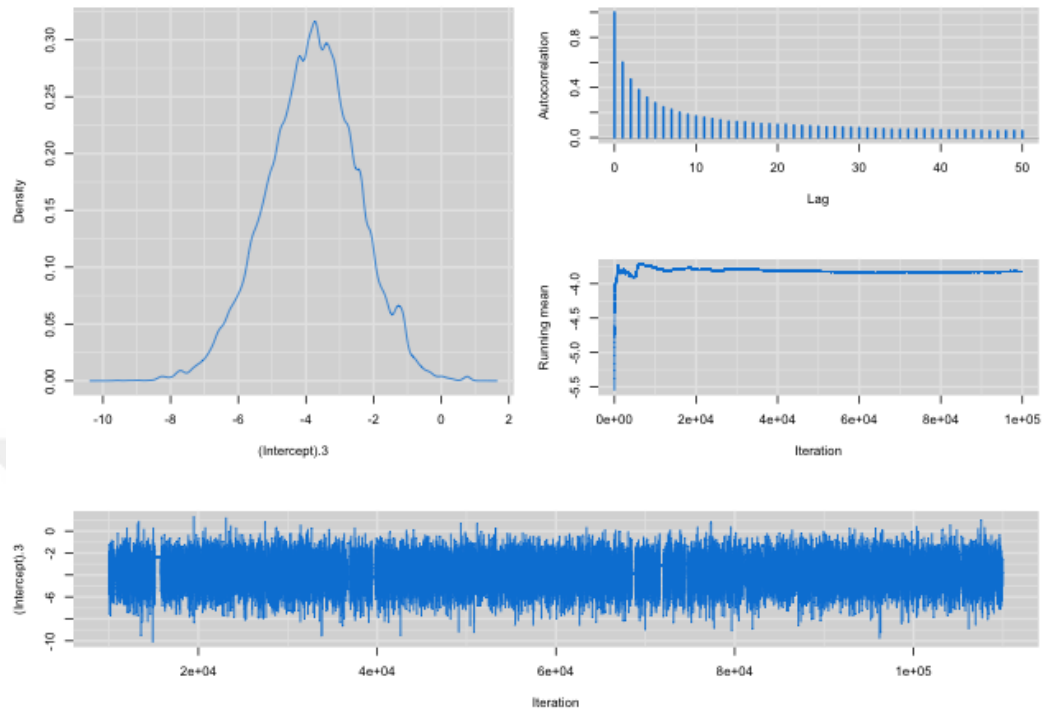
EK 12:Taffler (1980) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch		
					Durağanlık	Yarı-Genişlik	
2	NATY	-1.017	0.005	0.025	-0.855	0.370	-0.010
	TYLV	0.461	0.004	0.012	-0.784	0.553	0.016
	KVYTV	-4.104	0.027	0.105	0.117	0.920	-0.013
	INT	-0.003	0.000	0.000	-0.797	0.452	-0.031
	Sabit	0.545	0.015	0.052	0.266	0.683	0.054
3	NATY	-4.144	0.018	0.078	0.482	0.829	-0.008
	TYLV	0.757	0.004	0.014	-1.531	0.676	0.011
	KVYTV	7.261	0.026	0.114	-0.429	0.270	0.007
	INT	-0.004	0.000	0.000	-0.425	0.300	0.030
	Sabit	-3.824	0.017	0.068	1.335	0.431	-0.009

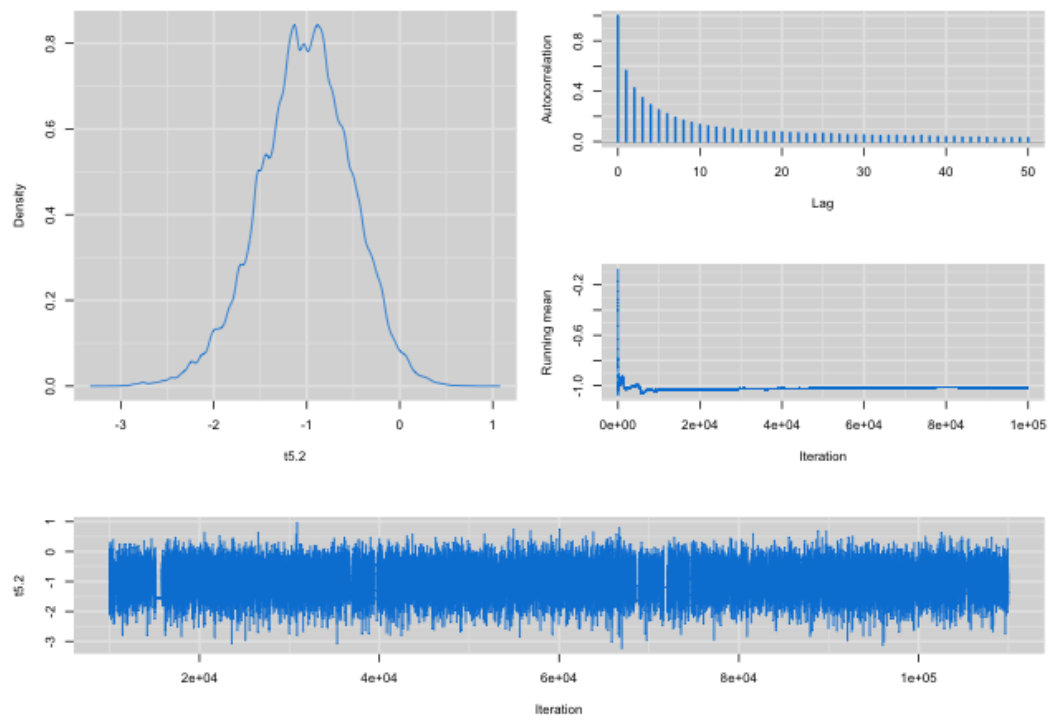
Diagnostics for (Intercept).2



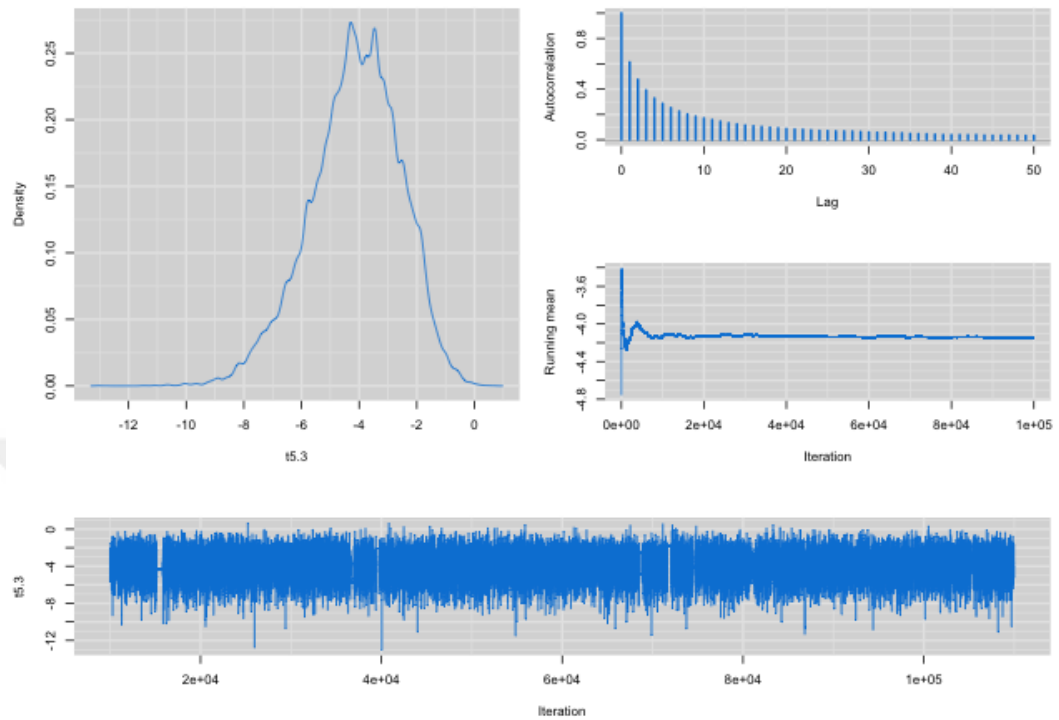
Diagnostics for (Intercept).3



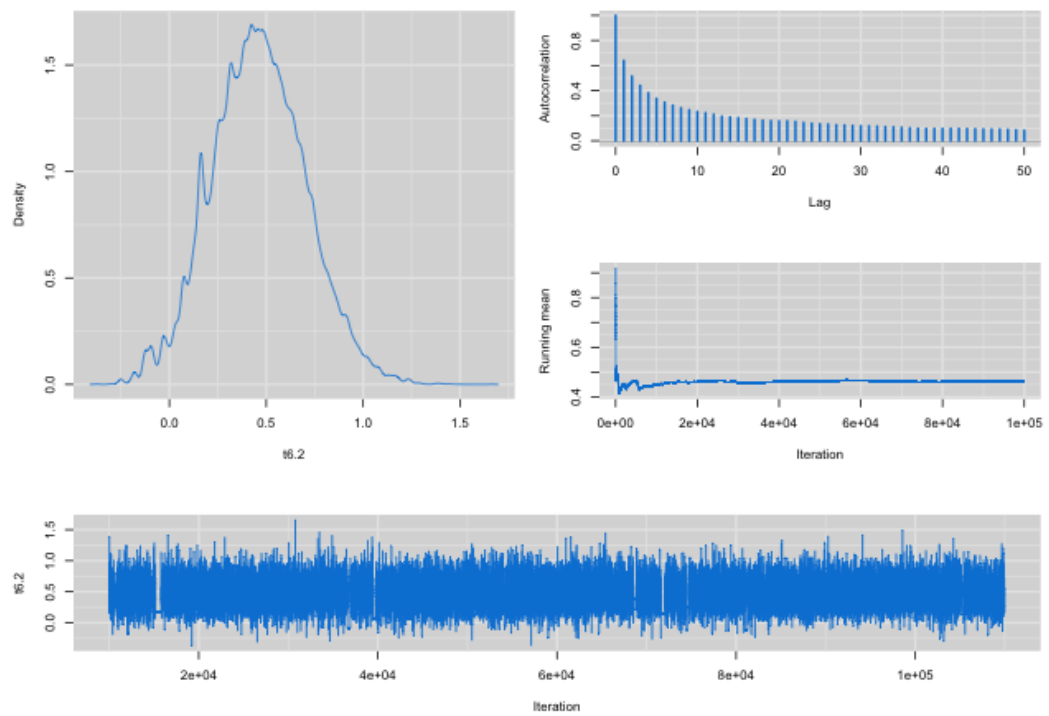
Diagnostics for t5.2



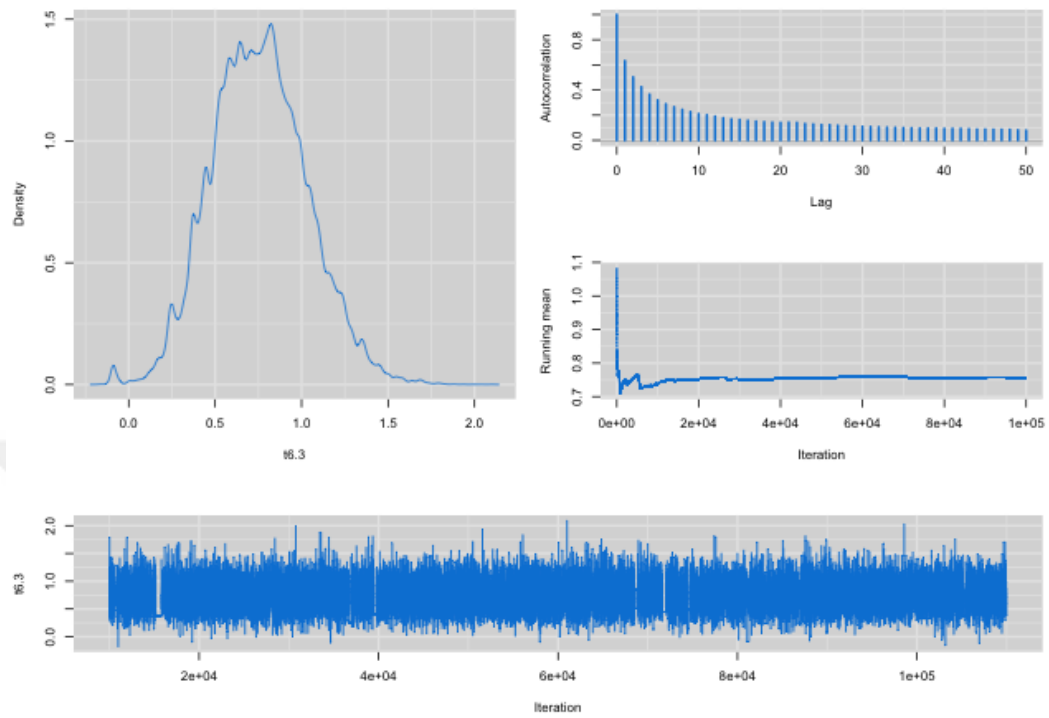
Diagnostics for t5.3



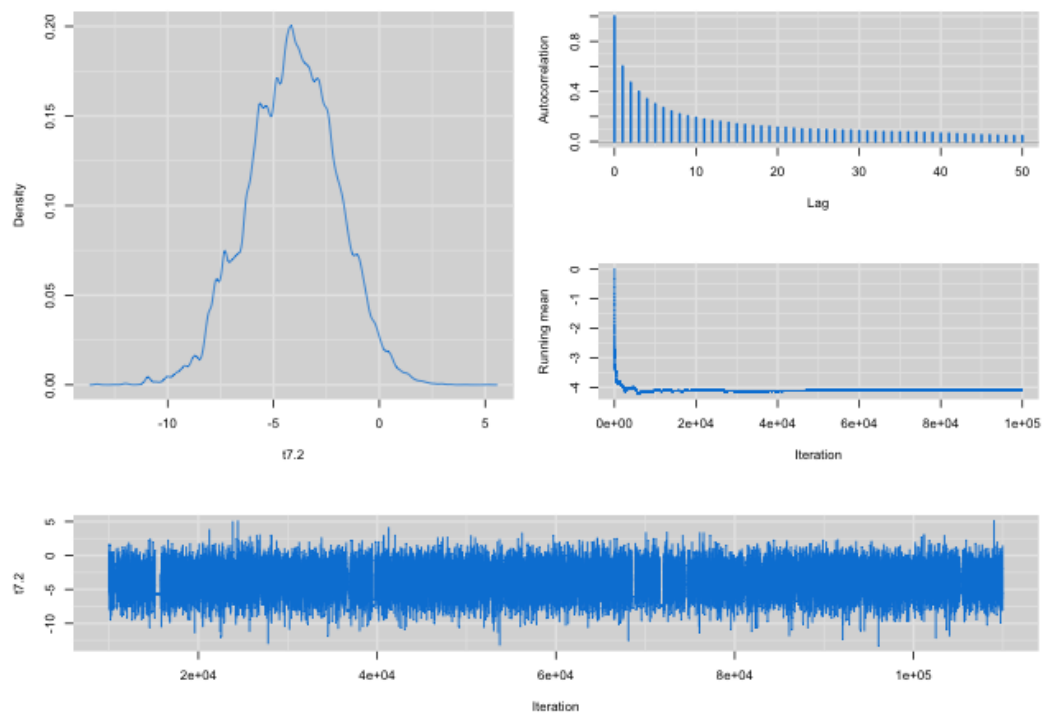
Diagnostics for t6.2



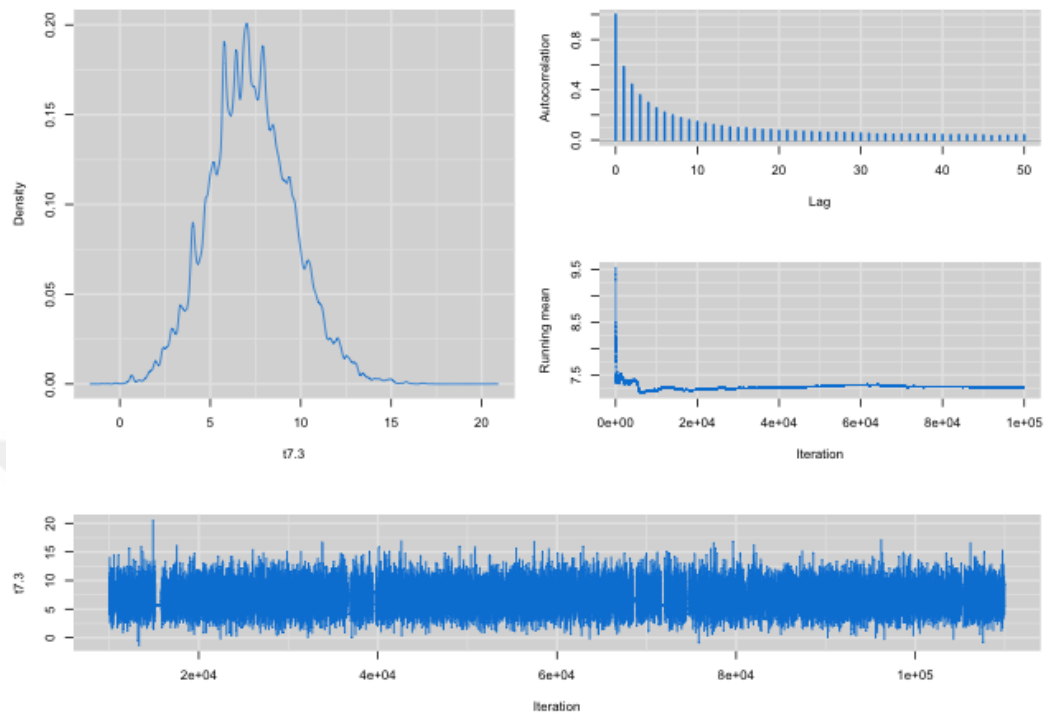
Diagnostics for t6.3



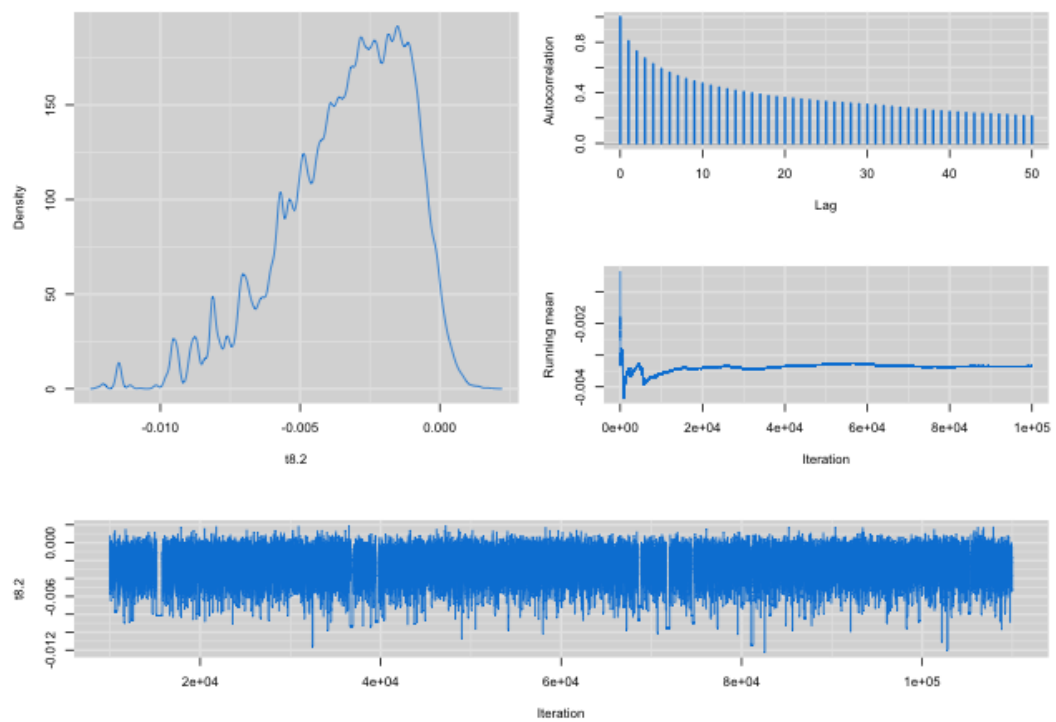
Diagnostics for t7.2

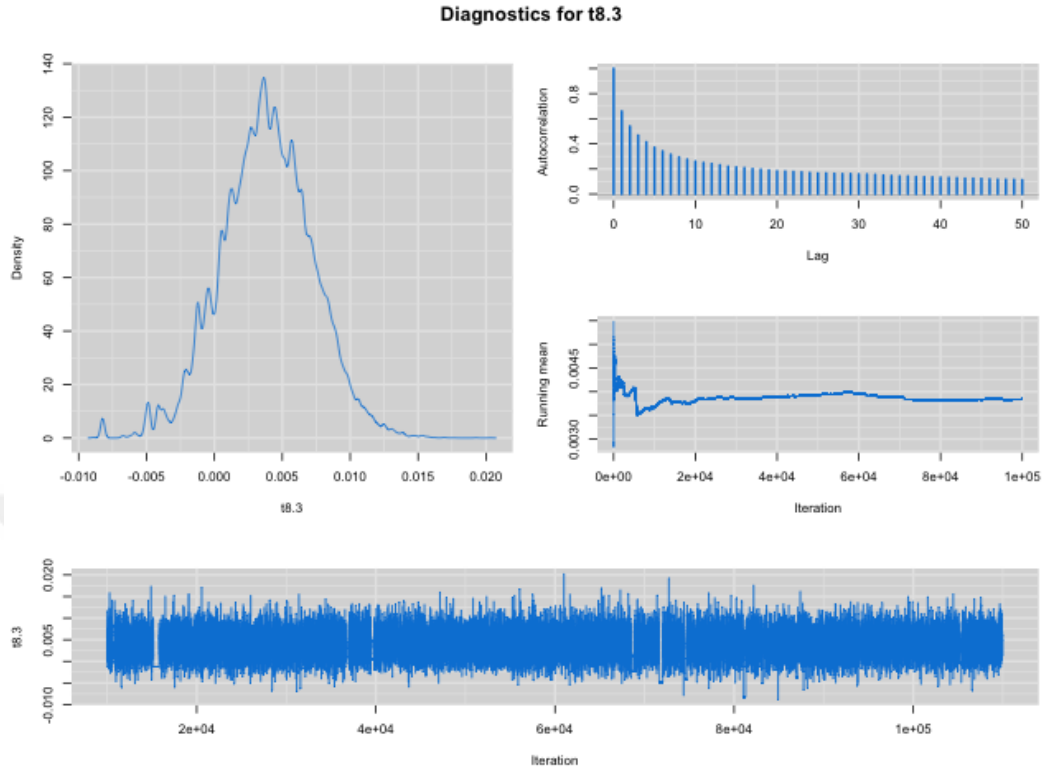


Diagnostics for t7.3



Diagnostics for t8.2

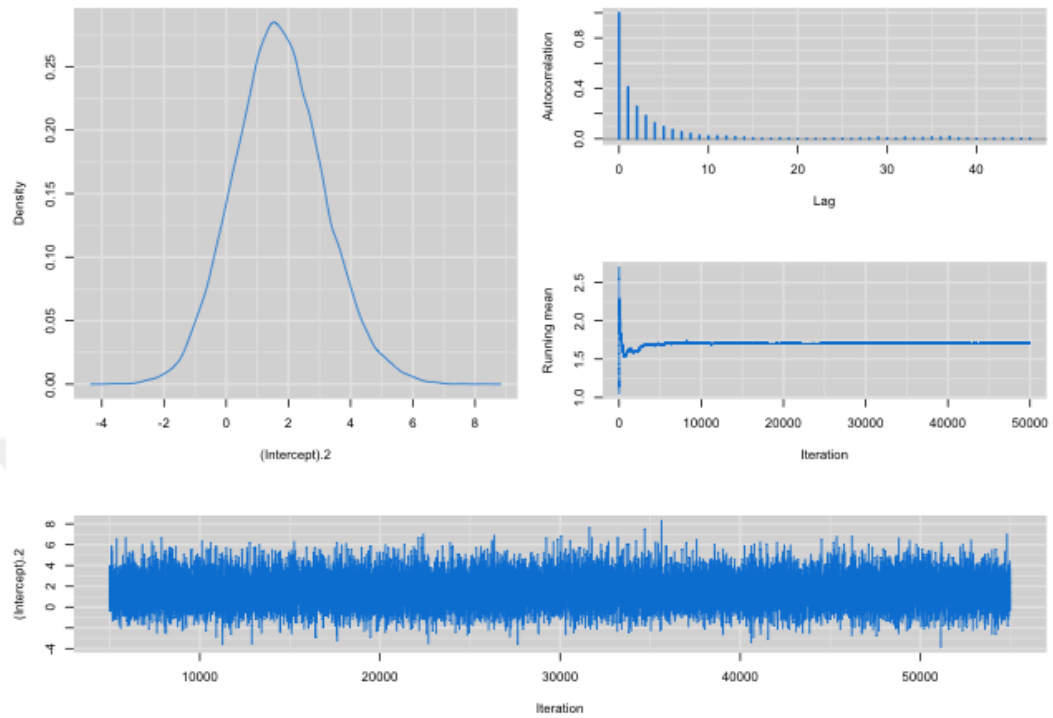




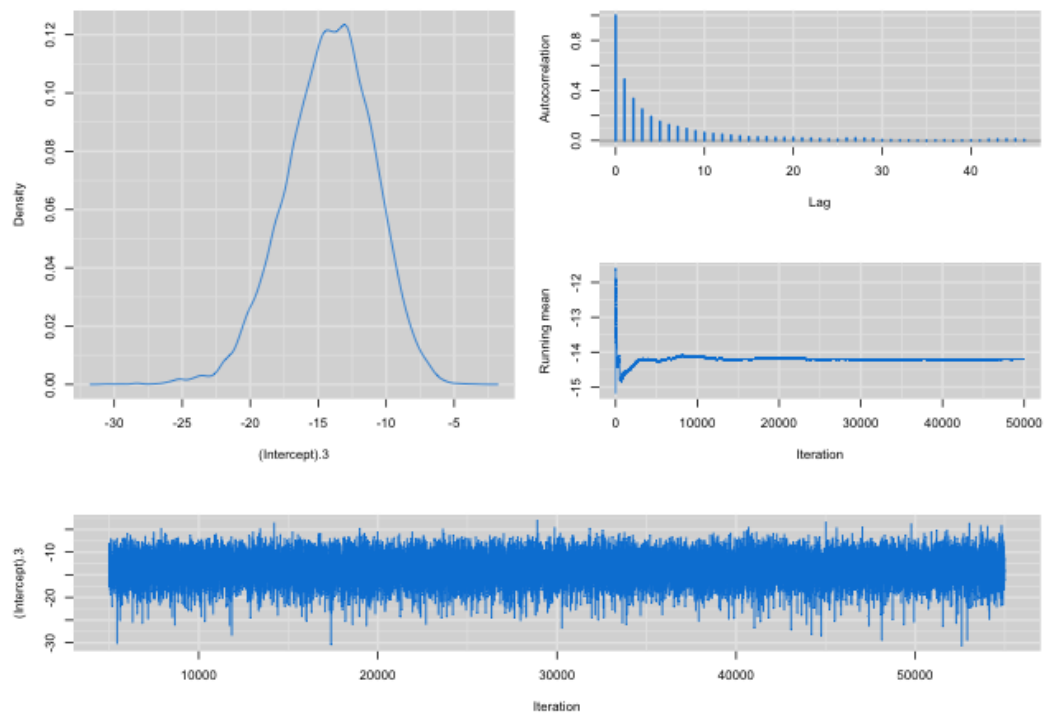
EK 13:Zmijewski (1984) modeline ilişkin tahmin sonuçları ve grafikler

	$\hat{\beta}$	MCSE	SD*0.05	Geweke Test İstatistiği	Heidelberger-Welch	
					Durağanlık	Yarı-Genişlik
<i>NGTV</i>	-28.471	0.053	0.277	-0.634	0.092	-0.004
<i>TYTV</i>	-0.609	0.019	0.102	0.094	0.681	-0.056
<i>DVKVY</i>	-0.251	0.003	0.017	0.700	0.727	-0.022
<i>Sabit</i>	1.703	0.013	0.072	-0.157	0.539	0.014
<i>NGTV</i>	-20.137	0.061	0.337	-0.222	0.721	-0.006
<i>TYTV</i>	22.245	0.048	0.210	0.652	0.894	0.004
<i>DVKVY</i>	0.560	0.006	0.033	-0.180	0.690	0.020
3 <i>Sabit</i>	-14.201	0.036	0.161	-0.392	0.835	-0.005

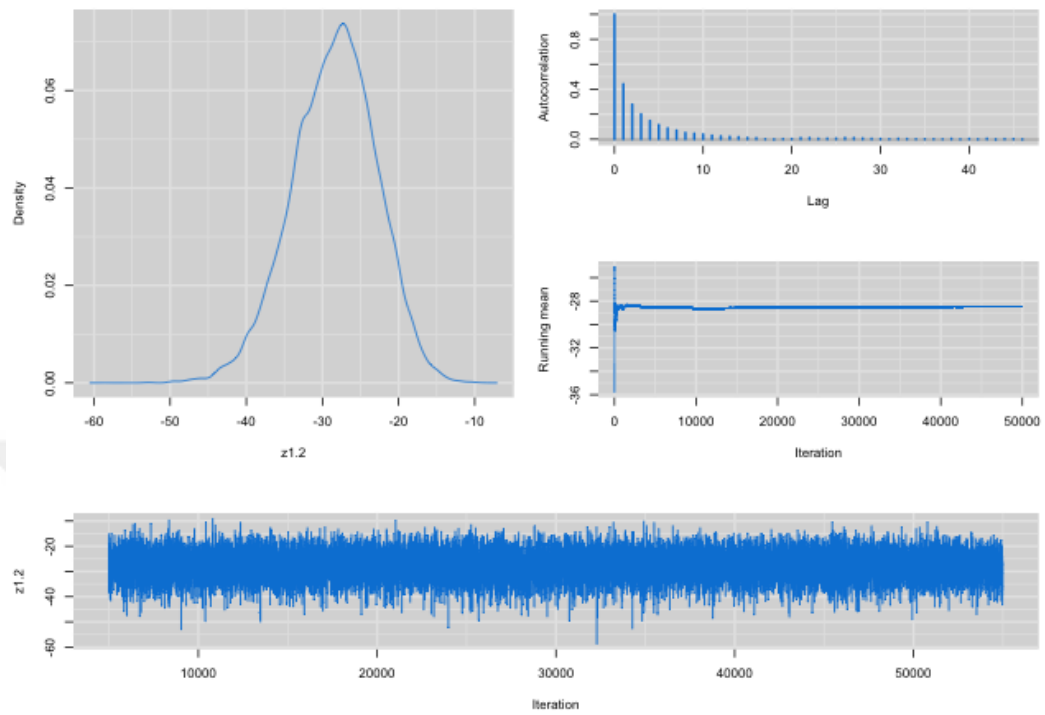
Diagnostics for (Intercept).2



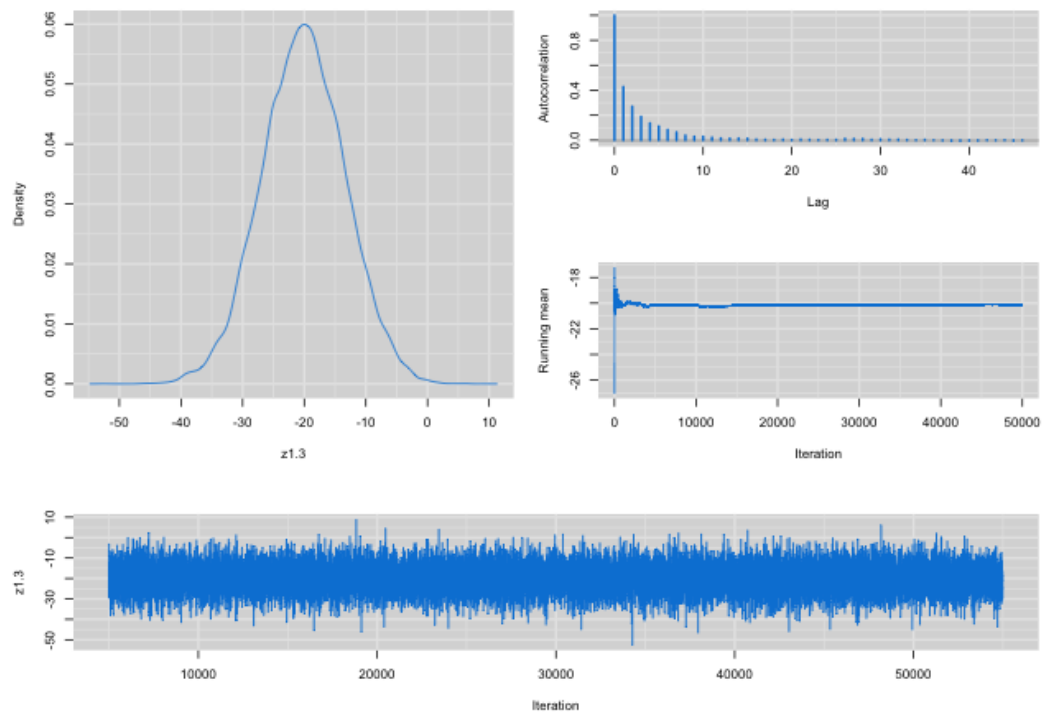
Diagnostics for (Intercept).3



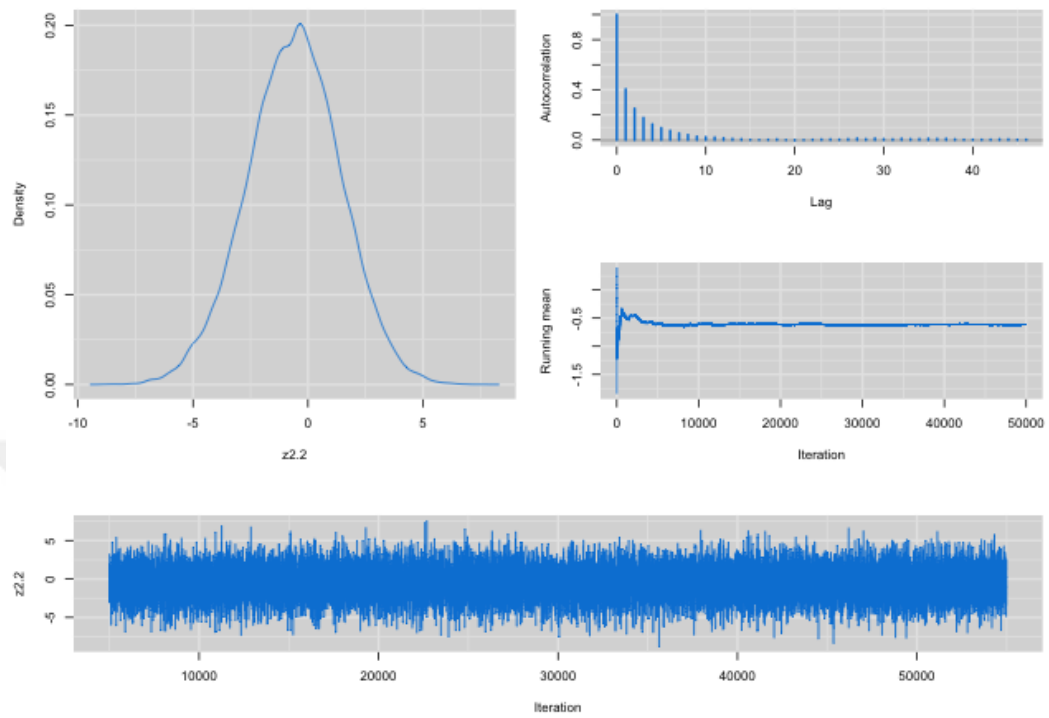
Diagnostics for z1.2



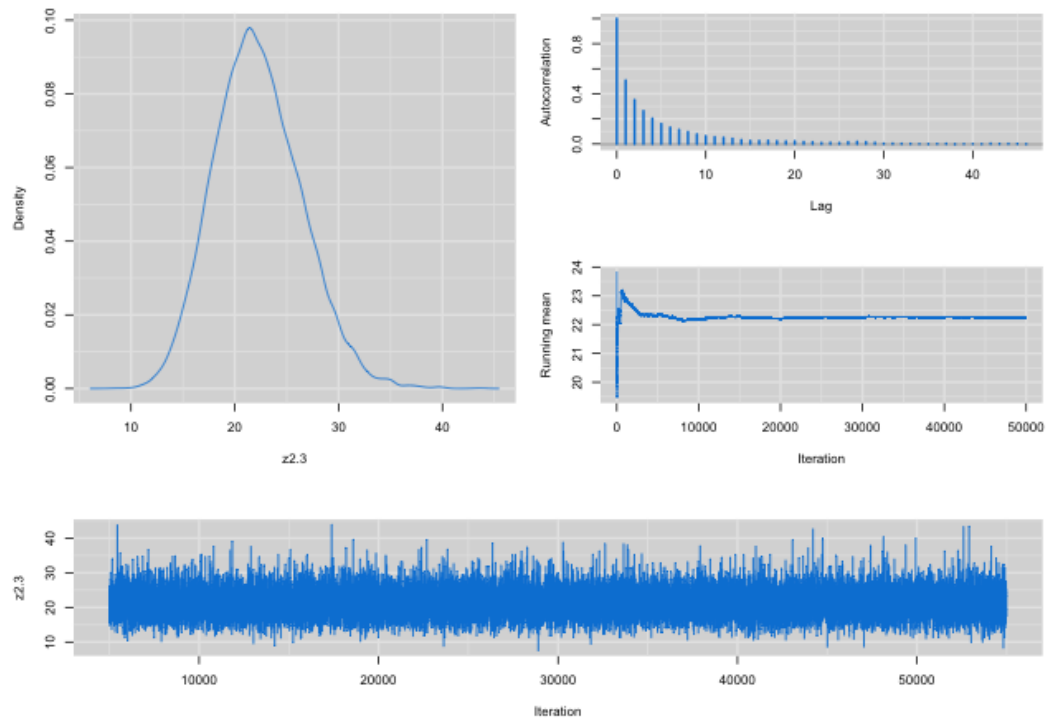
Diagnostics for z1.3



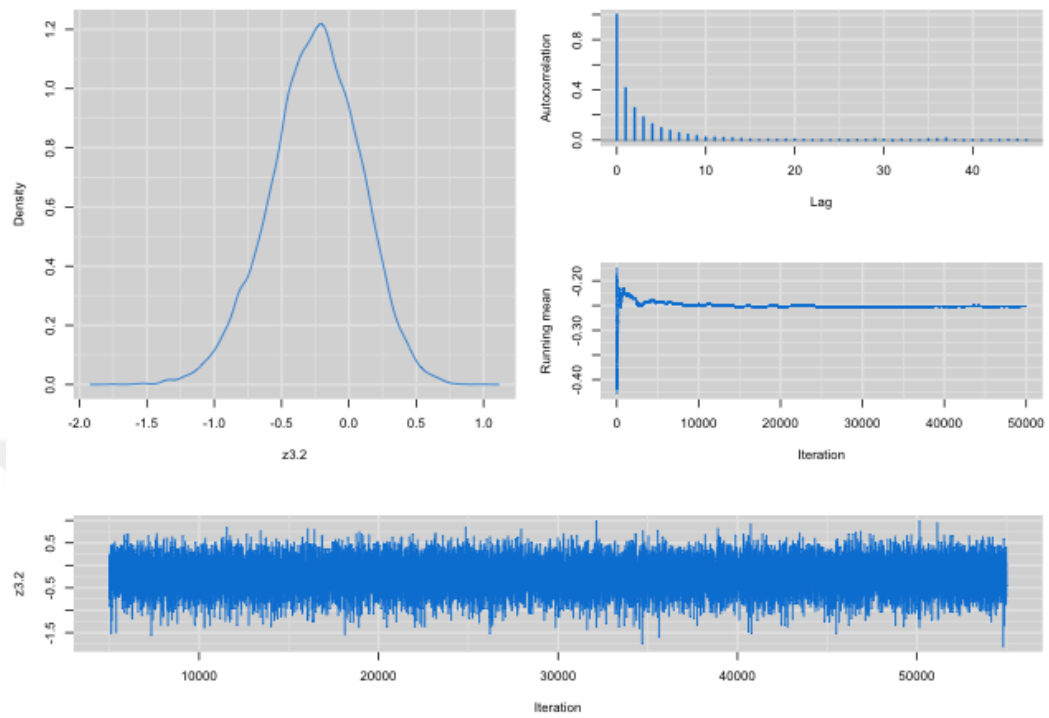
Diagnostics for z2.2



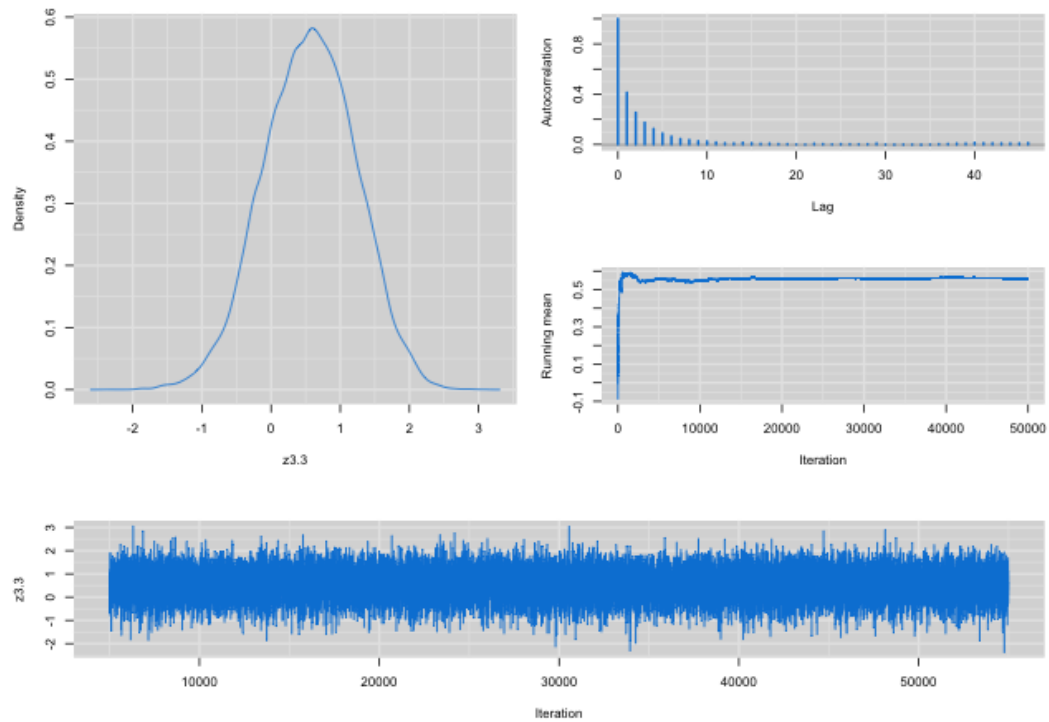
Diagnostics for z2.3



Diagnostics for z3.2



Diagnostics for z3.3



ÖZGEÇMİŞ

N. Melis ESENYEL İÇEN, İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik lisans eğitimini 2009-2013 yılları arasında, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri lisans eğitimini 2011-2014 yılları arasında, Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi İktisat lisans eğitimini 2010-2014 yılları arasında tamamlamıştır. 2015 yılında İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü, İstatistik Anabilim Dalında araştırma görevlisi olarak çalışmaya başlamıştır. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalında *Döviz Kurunun Tahmin Edilmesinde İstatistiksel Yöntemlerin Karşılaştırılması* başlıklı yüksek lisans tezini 2016 yılında tamamlamıştır. Yapay zeka yöntemleri, zaman serisi analizi, çok değişkenli istatistiksel analiz, Bayesyen yöntemler ve kategorik veri analizi konularında çalışmakta olan yazarın, ulusal ve uluslararası bilimsel çalışmaları bulunmaktadır.