

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

**BAZI PARAMETRİK OLMAYAN
İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLERİN İNCELENMESİ**

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ADANA, 2005

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BAZI PARAMETRİK OLMAYAN
İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLERİN İNCELENMESİ**

**Gülesen ÜSTÜNDAĞ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİMDALI**

**Bu tez / / 2005 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından Oybirliği /
Oyçokluğu İle Kabul Edilmiştir.**

İmza:.....	İmza:.....	İmza:.....
Prof. Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU	Prof. Dr. Altan ÇABUK	Doç. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR
DANIŞMAN	ÜYE	ÜYE

Bu tez Enstitümüz İstatistik Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

Kod No:

Prof.Dr. Aziz ERTUNÇ

Enstitü Müdürü

İmza ve Mühür

Bu çalışma Ç.Ü. Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.

Proje No: FEF.2004.YL52

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**BAZI PARAMETRİK OLMAYAN
İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLERİN İNCELENMESİ**

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİMDALI**

Danışman: Prof. Dr. Sadullah Sakallıoğlu

Yıl: 2005, Sayfa :191

Jüri: Prof. Dr. Sadullah Sakallıoğlu

Prof. Dr. Altan Çabuk

Doç. Dr. Selahattin Kaçıranlar

Parametrik olmayan istatistiksel yöntemler, parametrik bir testle ilgili bir veya daha fazla varsayım sağlanmadığında kullanılmak üzere parametrik istatistiksel yöntemlere alternatif olarak geliştirilmiştir

Bu çalışmada bazı parametrik olmayan istatistiksel yöntemler incelenmiştir. Bu amaçla, çalışmanın birinci bölümünde parametrik olmayan istatistiksel yöntemler hakkında ön bilgi verilmiş, bu yöntemlerin tarihsel gelişimi açıklanmış ve parametrik ile parametrik olmayan istatistikler arasındaki ilişki ele alınmıştır. İkinci bölümde tek örneklem ve iki bağımsız örneklem için bazı parametrik olmayan istatistiksel yöntemler incelenmiştir. Üçüncü bölümde değişimin eşitliği için parametrik olmayan istatistiksel testler üzerinde durulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Parametrik olmayan istatistik, İşaret testi, Mann-Whitney U testi, Siegel-Tukey testi, Moses testi

ABSTRACT

MSc THESIS

EXAMINATION OF SOME NONPARAMETRIC STATISTICAL PROCEDURES
--

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

**DEPARTMENT OF STATISTICS
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
UNIVERSITY OF ÇUKUROVA**

Supervisor: Prof.Dr. Sadullah Sakallıoğlu

Years: 2005, Pages :191

Jury: Prof. Dr. Sadullah Sakallıoğlu

Prof. Dr. Altan Çabuk

Assoc. Prof. Dr. Selahattin Kaçiranlar

Nonparametric statistical procedures employ as an alternative to the parametric statistical procedures when there is reason to believe one or more than one assumptions have been violated.

In this study, some nonparametric statistical procedures examined. For this purpose in the first chapter, some informations and a brief history of nonparametric statistical procedures are given and then the relations established between parametric and nonparametric statistics. In the second chapter, some nonparametric statistical procedures for the single sample and two independent samples are given. In the third chapter, nonparametric statistical tests for equal variability are examined.

Key Words: Nonparametric statistics, The sign test, The Mann-Whitney U test, The Siegel-Tukey test, The Moses test.

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanmasında bana destek olan ve hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen danışmanım sayın Prof. Dr. Sadullah Sakallıoğlu'na, İstatistik bilimine çok büyük katkılar yapmış ve yapmakta olan, Çukurova Üniversitesi İstatistik Bölümü'nün kurulmasında büyük emeği geçen sayın Prof. Dr. Fikri AKDENİZ hocama ve İstatistik bölümü öğretim elemanlarına teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca her zaman yanımda olan, maddi ve manevi katkılarını hiç bir zaman esirgemeyen, beni anlayışla karşılayan aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ.....	I
ABSTRACT.....	II
TEŞEKKÜR.....	III
İÇİNDEKİLER.....	IV
TABLolar DİZİNİ.....	VIII
1. GİRİŞ	1
1.1. Parametrik Olmayan (Nonparametrik) İstatistiksel Yöntemler	1
1.2. Parametrik ve Parametrik Olmayan İstatistikler Arasında Bir Köprü Olarak Rank Dönüşümleri	7
1.2.1. Tek Örneklem Veya İkili Eşleştirme Problemi	8
1.2.2. İki Bağımsız Örneklem Durumu	9
2. PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER	11
2.1. Wilcoxon İşaretlendirilmiş Ranklar Testi	11
2.1.1. Varsayımlar	11
2.1.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	11
2.1.3. Test Hesaplamaları.....	12
2.1.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması.....	14
2.1.5. Örnek.....	15
2.1.6. Büyük Örneklem İçin Wilcoxon T İstatistiğine Normal Yaklaşım	19
2.1.7. Wilcoxon İşaretlendirilmiş Ranklar Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi.....	21
2.1.8. Wilcoxon Test İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi	22
2.2. Tek Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiliği Testi	24
2.2.1. Varsayımlar	24
2.2.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	24
2.2.3. Test Hesaplamaları.....	25
2.2.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması.....	28
2.2.5. Örnek.....	29

2.2.6. Tek Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiği Testi İçin	
Güven Aralığının Hesaplanması	35
2.2.7. Normallik için Lilliefors Testi	37
2.3. Ki-Kare Uyum İyiği Testi	40
2.3.1. Varsayımlar	40
2.3.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	40
2.3.3. Test Hesaplamaları	41
2.3.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması	43
2.3.5. Örnek	44
2.3.6. $k > 2$ Olduğunda Bireysel Hücrelerin Karşılaştırılması	46
2.3.7. Ki-kare Uyumun İyiği Testi İçin Güven Aralığının Hesaplanması ..	49
2.3.8. Ki-kare Uyumun İyiği Testi İçin Süreklilik Düzeltmesi	51
2.3.9. Teorik Bir Kitle Dağılımı İçin Uyumun İyiğini Değerlendirmede	
Ki-kare Uyumun İyiği Testinin Uygulanması	52
2.3.10. Ki-kare Analizinin Heterojenliği	57
2.4. Tek Örneklem İçin Binom İşaret Testi	62
2.4.1. Varsayımlar	62
2.4.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	62
2.4.3. Test Hesaplamaları	63
2.4.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması	66
2.4.5. Örnek	67
2.4.6. Kitle Oranı İçin z Testi	70
2.4.6.1 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif	
Hipotez	71
2.4.6.2 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Test Hesaplamaları	72
2.4.6.3 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Test Sonuçlarının Yorumlanması	73
2.4.6.4 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Örnek	73
2.4.6.5 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Süreklilik Düzeltmesi	77
2.4.6.6 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Güven Aralığının Hesaplanması ..	78

2.4.6.7 Binom Dağılım Değişkeninde n Denemede m Nesnenin Başarısını Değerlendirmek İçin Kitle Oranı İçin z Testinin Genişlemesi	79
2.4.7. Medyan İçin Tek Örneklem Testi	82
2.4.8. Binom Dağılımı İçin Uyumun İyiliğinin Değerlendirilmesi.....	86
2.4.9. Tek Örneklem İçin Binom İşaret Testi'nin Kullanımını Açıklamak İçin Ek Örnek	89
2.5. Tek Örneklem Run Testi	92
2.5.1. Varsayımlar	92
2.5.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	92
2.5.3. Test Hesaplamaları.....	93
2.5.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması.....	94
2.5.5. Örnek.....	95
2.5.6. Büyük Örneklem Hacmi İçin Tek Örneklem Run Testine Normal Yaklaşım	97
2.5.7. Tek Örneklem Run Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi	99
2.5.8. İki'den Fazla Kategoriden Oluşan Veri İçin Run Testi.....	100
2.5.9. Serinin Rasgeleliği İçin Run Testi (Yukarı-Aşağı Run Testi)	102
2.5.10. Tek Örneklem Run Testinin Kullanımını Açıklayan Ek Örnekler ..	106
2.6. Mann-Whitney U Testi	110
2.6.1. Varsayımlar	110
2.6.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	110
2.6.3. Test Hesaplamaları.....	112
2.6.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması.....	114
2.6.5. Örnek.....	115
2.6.6. Büyük Örneklem Hacmi İçin Mann-Whitney U İstatistiğine Normal Yaklaşım	121
2.6.7. Mann-Whitney U Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi.....	123

2.6.8. Mann-Whitney U İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi	124
2.7. İki Bağımsız Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Testi	125
2.7.1. Varsayımlar	125
2.7.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	126
2.7.3. Test Hesaplamaları	128
2.7.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması	129
2.7.5. Örnek	130
3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER	134
3.1. Değişimin Eşitliği İçin Siegel-Tukey Testi	134
3.1.1. Varsayımlar	134
3.1.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	135
3.1.3. Test Hesaplamaları	136
3.1.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması	139
3.1.5. Örnek	139
3.1.6. Büyük Örneklemeler İçin Siegel-Tukey Test İstatistiğine Normal Yaklaşım	145
3.1.7. Siegel-Tukey Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi	146
3.1.8. Siegel-Tukey Test İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi	147
3.1.9. Değişimin Eşitliği İçin Siegel-Tukey Testi İçin $\theta_1 \neq \theta_2$ Olduğunda Skorların Düzeltilmesi	148
3.2. Değişimin Eşitliği İçin Moses Testi	152
3.2.1. Varsayımlar	152
3.2.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez	152
3.2.3. Test Hesaplamaları	154
3.2.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması	157
3.2.5. Örnek	157
KAYNAKLAR	164
ÖZGEÇMİŞ	167
EKLER	168

TABLolar DİZİNİ**SAYFA**

Tablo 2.1. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için veri tablosu hazırlama	13
Tablo 2.2. Örnek 2.1 için veri tablosu.....	17
Tablo 2.3. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için ranklandırma yöntemi	17
Tablo 2.4. Normal yaklaşım ile tie'ler için düzeltme.....	23
Tablo 2.5. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için	27
test istatistiğinin hesaplanması.....	27
Tablo 2.6. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için	34
test istatistiğinin hesaplanması.....	34
Tablo 2.7. Normallik için Lilliefors testi için test istatistiğinin hesaplanması.....	39
Tablo 2.8. Ki-kare testi için genel model.....	41
Tablo 2.9. Ki-kare testi için veri tablosu hazırlama	42
Tablo 2.10. Örnek 2.3 için ki-kare analizi özet tablosu	45
Tablo 2.11. $\pi_1=1/6$ ve $\pi_2=5/6$ olduğunda ki-kare özet tablosu	47
Tablo 2.12. Karşılaştırma için ki-kare özet tablosu	48
Tablo 2.13. Örnek 2.5'in ki-kare analizi için sınıf aralıkları	56
Tablo 2.14. Örnek 2.5 için ki-kare özet tablosu.....	57
Tablo 2.15. Örnek 2.6 için ki-kare heterojenlik analizi	61
Tablo 2.16. Tek örneklem için binom işaret testi için veri tablosu hazırlama	64
Tablo 2.17. Örnek 2.7 için tek örneklem için binom işaret testi için model.....	68
Tablo 2.18. Örnek 2.8 için ki-kare özet tablosu.....	76
Tablo 2.19. Örnek 2.10'un Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi ile analizi.....	85
Tablo 2.20. Örnek 2.11 için ki-kare özet tablosu.....	88
Tablo 2.21. Runların örnekle açıklanması	93
Tablo 2.22. Mann-Whitney U testi için veri tablosu hazırlama.....	112
Tablo 2.23. Mann-Whitney U testi için ranklandırma yöntemi.....	113
Tablo 2.24. Örnek 2.18 için veri tablosu.....	116
Tablo 2.25. Örnek 2.18 için. Mann-Whitney U testi için ranklandırma	117
Tablo 2.26. Kolmogorov-Smirnov test istatistiğinin hesaplanması.....	128
Tablo 2.27. Örnek 2.20 için Kolmogorov-Smirnov test istatistiğinin hesaplanması	130

Tablo 3.1. Siegel-Tukey testi için veri tablosu hazırlama.....	137
Tablo 3.2. Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma yöntemi ...	138
Tablo 3.3. Örnek 3.1. için veri tablosu.....	142
Tablo 3.4. Örnek 3.1. için değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma	143
Tablo 3.5. Düzeltilmiş skorlarını kullanan örnek 3.2 için veri tablosu.....	150
Tablo 3.6. Örnek 3.2 için değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma	150
Tablo 3.7. Örnek 3.4'ün analizinin özeti	159
Tablo 3.8. Mann-Whitney U testi ile örnek 3.4'ün analizi	160

1. GİRİŞ

1.1. Parametrik Olmayan (Nonparametrik) İstatistiksel Yöntemler

İstatistiksel tekniklerin gelişimi ilk kez 1733'te Abraham De Moivre (1667-1754) sonra 1809 yılında Carl Friedrich Gauss (1777-1855) ve Pierre Simon De Laplace'nin (1749-1827) normal dağılımı bulmasından sonra olmuştur. Bu gelişmeyi sağlayan başlıca istatistikçiler Sir Frances Galton (1822-1911), Karl Pearson (1857-1936), William S. Gosset (1876-1937), Sir Ronald A. Fisher (1890-1962), Jerzy Neyman (1894-1981) 'dır.

Kitle parametreleri ile ilgili hipotezlerin test edilmelerinde kullanılan Z testi, t testi, F testi gibi istatistiksel yöntemlere parametrik yöntemler denilmektedir. Parametrik testlerin kullanılabilmesi için varsayımlarının sağlanması ve ölçme düzeyinin yeterli olması gerekmektedir.

Parametrik bir testle ilgili bir veya daha fazla varsayım sağlanmadığında kullanılmak üzere parametrik istatistiksel yöntemlere alternatif olarak parametrik olmayan (nonparametrik) istatistiksel yöntemler geliştirilmiştir.

Parametrik olmayan yöntemlerin kullanılmaya başlanması parametrik yöntemler kadar eskiye dayanmasına rağmen gelişimi 1930'lu yıllardan sonra sağlanmıştır. İlk parametrik olmayan yöntem 1710 yılında John Arbuthnott tarafından kullanılan işaret testidir. Özellikle 1945 yılında Frank Wilcoxon'un, Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testini kullanmasından sonra parametrik olmayan testler hızla çoğalmıştır.

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi (Wilcoxon (1945,1949)) bir örneklemin, medyanı (θ) özel bir değere eşit olan kitleden alınıp alınmadığını test etmek için uygulanan parametrik olmayan bir yöntemdir. Parametrik olmayan testleri savunanlar normallik varsayımı bozulduğunda tek örneklem t testi yerine Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi'nin kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi'nin sonucu anlamlıysa; araştırmacı, yüksek olasılıkla örneklemin medyanı θ 'dan başka bir değer olan kitleden geldiğine karar verebilir.

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi'nde nesnelerin rankı orijinal aralık / oran skorları değildir, çünkü rank skorların farkı yerine özel olarak her bir nesnenin skoru ve kitle medyanının varsayılan değeri arasındaki gözlemlenen fark kullanılır. Bu nedenle bazı kaynaklar Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi'ni aralık / oran veri testi olarak kategorize eder. Buna karşın çoğu kaynak ranklandırma yönteminin test işleminin bir parçası olması nedeniyle ordinal veri içeren bir test olarak kategorize eder.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi , Kolmogorov (1933) tarafından inşa edildi. Daniel (1990), Kolmogorov'un testi ile Smirnov tarafından geliştirilen iki bağımsız örneklem için uyumun iyiliği testi arasındaki benzerlik fark edilerek test, tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi olarak ifade edilmiştir.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi bahsedilecek uyumun iyiliği testlerinden biridir. Uyumun iyiliği testleri , örneklemdeki skorların dağılımının, özel teorik ya da deneysel bir kitle (veya olasılık) dağılımına uyup uymadığını değerlendirmekte kullanılır. Uyumun iyiliğini test eden araştırmacı örneklemin özel tipte bir dağılımdan (örneğin normal dağılım) gelip gelmediğini kanıtlamak ister. Diğer taraftan, diğer istatistiksel testlerin çoğunda araştırmacı sıfır hipotezini reddetmeyi umar, yani bir ya da daha çok örneklemin özel bir kitleden ya da aynı kitleden gelmediğini kanıtlamak ister. Şuna da dikkat edilmelidir ki sıfır hipotezi reddedilirse, uyumun iyiliği için alternatif hipotez veri için daha uygun olacak bir dağılım öngörmez.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi, ki-kare uyumun iyiliği testinden farklı olarak sürekli değişkenler için kullanılmak üzere tasarlanmıştır. Diğer taraftan ki-kare uyumun iyiliği testi nominal / kategorik veri içeren kesikli bir değişken ile kullanılmak üzere tasarlanmıştır. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi, ordinal veri için bir test olarak kategorize edilir, çünkü kümülatif olasılık dağılımının kurulmasını gerektirir.

Ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirilen hipotez k hücrenin gözlenen frekansları ile onların beklenen frekansları

arasında fark olup olmadığıdır. Bir hücrenin beklenen frekansı olasılık teorisinin kullanılmasıyla ya da çalışılan değişken hakkındaki önceden var olan deneysel bilgilere dayanarak hesaplanır. Ki-kare uyumun iyiliği testinin sonucu anlamlıysa, araştırmacı örneklem tarafından temsil edilen kitlede yüksek olasılıkla k hücreden en azından birinin gözlenen frekansının beklenen frekansına eşit olmadığı sonucuna varabilir. Dikkat edilmelidir ki; aslında ki-kare uyumun iyiliği testi için test istatistiği $k = 2$ olduğunda binom dağılım değişkenine, $k > 2$ olduğunda çok terimli dağılım değişkenine yaklaşım sağlar. n 'in değeri büyüdükçe ki-kare, binom dağılımı ve çok terimli dağılıma daha iyi yaklaşır.

Tek örneklem için binom işaret testi, örneklem tarafından belirlenen iki kategoriden oluşan bir kitlede iki kategoriden birindeki gözlemlerin oranının belirli bir değere eşit olup olmadığını test etmekte kullanılır. Tek örneklem için binom işaret testi binom dağılımı üzerine kurulmuştur. Binom dağılımındaki temel varsayım n bağımsız gözlemin her birinin bir kitleden rasgele seçildiği ve her gözlemin $k = 2$ ayrık bağımsız kategorinin birinde sınıflandırılabilenidir. Binom dağılımına sahip bir kitlede bir gözlemin birinci kategoriye düşmesi olasılığı π_1 ve ikinci kategoriye düşmesi olasılığı π_2 olacaktır. $\pi_1 + \pi_2 = 1$ olması gerektiğinden $\pi_2 = 1 - \pi_1$ dir.

Binom dağılımı değişkeninin örnekleme dağılımı normal dağılıma çok benzemektedir. π_1 'in değeri 0,5'e daha yakın olduğunda ve n 'in değerleri daha büyük olduğunda normal yaklaşım daha iyidir. Merkezi limit teoremi nedeniyle n 'in küçük π_1 'in 0 ya da 1'e yakın değerleri için bile normal dağılım hala binom dağılımı değişkeninin örnekleme dağılımına iyi bir yaklaşım sağlar.

Tek örneklem için binom işaret testi temel kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π_1 'e eşitse bir örnekleme oluşturan n gözlemin x ya da daha çoğunun (veya x ya da daha azının) iki kategoriden birine düşmesi olasılığını hesaplamak için binom dağılımını kullanır. $k = 2$ kategori varsa tek örneklem için binom işaret testi ile değerlendirilen hipotez ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirilen hipotez ile aynıdır. İki testte aynı hipotez değerlendirildiğinden tek örneklem için binom işaret testi için kurulan hipotez şöyle de ifade edilebilir: Örneklem tarafından tanımlanan kitlede iki kategori için gözlenen frekanslar beklenen frekanslardan farklı mıdır? Ki-

kare uyumun iyiliği testi gibi tek örneklem için binom işaret testi de genel olarak küçük örneklem için kullanılır, çünkü n 'in büyük değerleri için binom olasılıklarının hesabı zordur.

Tek örneklem run (diziliş) testi N elemanlı bir serinin dağılımının rasgele olup olmadığını değerlendirmek için kurulan istatistiksel yöntemlerden biridir. Test her bir denemede $k = 2$ alternatiften birinin gerçekleşmesi gerektiği bir serideki runların sayısını değerlendirir. Seri içerisinde alternatiflerden biri n_1 denemede, diğeri n_2 denemede gerçekleşir. Böylece $n_1 + n_2 = N$ dir. Bir run; seri içerisindeki k alternatiften birinin gerçekleştiği ardışık denemelerin bir dizisidir. Minimum run uzunluğu bir deneme ve maksimum run uzunluğu serideki denemelerin toplam sayısı olan N 'e eşittir.

Mann-Whitney U testi iki kitleyi tanımlayan iki bağımsız örneklemin farklı medyan değerlerine sahip olup olmadığını (ya da iki kitledeki skorların rank sıralamasına göre dağılımlarının farklı olup olmadığını) test etmekte kullanılır. Hipotez testinde ordinal veri ile kullanılan bu test iki bağımsız örneklem olması durumunda kullanılır. Mann-Whitney U testi'nin sonucu anlamlıysa iki örneklemin medyanları arasında anlamlı bir fark vardır ve bunun sonucu olarak araştırmacı örneklemelerin yüksek olasılıkla farklı medyan değerlerine sahip kitlelerden alındığı kararına varır.

Mann-Whitney U testi adı altında tanımlanan testin iki şekli bağımsız olarak Mann ve Whitney (1947) ve Wilcoxon (1949) tarafından inşa edilmiştir. Burada anlatılan şekli yaygın olarak Mann-Whitney U testi olarak isimlendirilir. Wilcoxon (1949) tarafından inşa edilen şekli genellikle Wilcoxon-Mann-Whitney U testi olarak adlandırılır. Farklı eşitlikler ve farklı tablolar kullanılmasına rağmen testin iki şekli de benzer sonuçlar verir.

Temel kitle dağılımı için varyansların homojenliği varsayımı genel olarak Mann-Whitney U testi için kabul edilmediğinden, iki bağımsız örneklem t testi yerine varyansın homojenliği varsayımını bozan Mann-Whitney U testinin kullanımı uygundur. Mann-Whitney U testi'nin kullanılmasının önerilmesine bir sebep de aralık / oran verinin ranklandırılmasından dolayıdır, araştırmacı sapan değerlerin

etkisini azaltabilir veya yok edebilir. Sapan değerler değişkenliği aşırı derecede etkilediğinden iki ya da daha çok örneklem arasında varyansların heterojenliğinden sorumlu olabilir.

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi Smirnov (1939) tarafından inşa edilmiştir. Daniel (1990) Smirnov'un testi ve Kolmogorov (1933) tarafından geliştirilen tek örneklem için uyumun iyiliği testi arasındaki benzerlik fark edilerek test iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi olarak ifade edilmiştir.

Marascuilo ve McSweeney (1977), Siegel ve Castellan (1988) ve Daniel (1990), direkt olmayan (iki yanlı) alternatif hipotez değerlendirildiğinde iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi'nin dağılımsal farklara (yani yerel / merkezi eğilim, yayılım / değişebilirlik, çarpıklık, sivrilige göre farka) duyarlı olduğuna dikkat çekti. Direkt / tek yanlı alternatif hipotez değerlendirildiğinde test iki dağılımdaki skorların relatif büyüklüğünü değerlendirir.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi'nde olduğu gibi iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için test istatistiğinin hesaplanması iki kümülatif frekans dağılımının oluşturulmasını gerektirir. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi örneklemin kümülatif frekans dağılımı ile varsayılan teorik ya da deneysel kümülatif frekans dağılımını karşılaştırırken iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi iki bağımsız örneklemin kümülatif frekans dağılımlarını karşılaştırır. Eğer, iki örneklem aynı kitleden alınmışsa iki kümülatif frekans dağılımının aynı ya da birbiriyle benzer olması beklenir. İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için test işlemi iki kümülatif frekans dağılımı boyunca herhangi bir noktada önemli bir fark varsa örneklem yüksek olasılıkla farklı kitlelerden alınmıştır kararına varılabilir, prensibine dayanır.

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi ordinal veri için bir test olarak kategorize edilebilir, çünkü kümülatif olasılık dağılımlarının kurulmasını gerektirir. İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi, iki bağımsız örneklem için t testine parametrik olmayan bir alternatif olarak tanımlandığından t testinin normallik ve / veya varyansın homojenliği varsayımlarının bozulduğuna

inanıldığında iki bağımsız örneklem hakkında bir hipotezi değerlendirmek için yaygın olarak kullanılır.

Siegel ve Tukey (1960) tarafından inşa edilen değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi iki bağımsız örneklem içeren hipotezi test etme durumunda ordinal (rank-sıra) veri ile kullanılır. Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testinin sonucu anlamlıysa örneklem varyansları arasında önemli bir fark vardır ve bunun sonucu olarak araştırmacı kitlelerin tanımladığı örneklemelerin yüksek olasılıkla farklı varyanslı olduğu sonucuna varır.

İki bağımsız örneklemin varyanslarını karşılaştırmak için kullanılan parametrik olmayan testler; değişimin eşitliği için Siegel-Tukey ve Moses testidir. Bazı kaynaklar aynı hipotezi değerlendirmede uygun parametrik testin normallik varsayımının bozulduğuna inanıldığında varyansın homojenliği hipotezini değerlendirmek için parametrik olmayan testlerinin kullanımını önermişlerdir. Parametrik testlerin normallik varsayımının bozulduğunu işaret eden kanıt olmadığında; kaynaklar, genel olarak alternatif hipotezin daha güçlü test edilmesini sağladığından Siegel-Tukey testi ve Moses testi'ne (ya da dağılımın alternatif bir parametrik olmayan testi) karşı parametrik testi tercih ederler.

Değişimin eşitliği için Moses testi ve değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi arasındaki fark önemlidir. Değişimin eşitliği için Moses testi iki kitleden alınan örneklemelerin eşit medyanlı olduğunu varsaymaz.

Değişimin eşitliği için Moses testi'nde ranklar orijinal aralık / oran skorlar değildir. Bunun yerine ranklar skorların sapmalarının / farklarının kareleri toplamıdır. Bu sebepten dolayı bazı kaynaklar (örneğin Siegel ve Castellan (1988)) değişimin eşitliği için Moses testini aralık / oran verinin bir testi olarak kategorize ederler. Fakat çoğu kaynakta değişimin eşitliği için Moses testi test işleminin kritik kısmını ranklandırma yöntemi oluşturduğundan bir ordinal veri testi olarak kategorize edilmiştir.

1.2. Parametrik ve Parametrik Olmayan İstatistikler Arasında Bir Köprü Olarak Rank Dönüşümleri

Parametrik istatistiğin başlangıcından bu yana veri normal olmadığı zamanlarda problemleri normal istatistik teorisi çerçevesine uyarlamak uygulamalı istatistikçilerin karşı karşıya geldiği bir problemdir. Bu problemten ötürü iki farklı yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki veriyi normal dağılıma yakın bir forma dönüştürmek ve ikincisi dağılımsız bir yöntem kullanmaktır. İlk yaklaşım logaritma, karekök, arcsin ve böyle dönüşümleri ve hatta sapan değerlerin etkilerini azaltan robust yöntemini kapsar. İkinci yaklaşım veri ranklarını temel alan yöntemlerin büyük kısmını kapsar.

Bu iki yaklaşımı birleştirmenin bir yolu bazı parametrik olmayan yöntemleri dönüştürülmüş veriye parametrik yöntem olarak uygulamaktır. Kısaca bu yol veri yerine verinin ranklarını kullanmak ardından ranklara parametrik olan t , F ve böyle testleri uygulamaktır. Bu yaklaşım rank dönüşümleri yaklaşımı olarak adlandırılır. Bu yaklaşım Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi, Wilcoxon-Mann-Whitney testi, Kruskal-Wallis testi, Friedman testi, Spearman'ın rho testi ve bunun gibi bir grup parametrik olmayan yöntemde sonuç verir.

Gözlemlerin ranklarını tayin etmek için birkaç yol vardır. Genel olarak kullanılan yöntem şöyledir: gözlemlerin tamamı en küçüğünden en büyüğüne doğru sıralanır. Gözlemlerin en küçüğüne 1, ikinci en küçük gözlem değerine 2 sıra sayısı verilir ve bu şekilde devam edilerek en büyük gözlem değerine en yüksek sıra sayısı verilir. Aynı değerli gözlemler varsa (tie) bu gözlemler için verilmesi gereken sıra sayılarının ortalaması alınır ve bunların her birine bu ortalama sıra sayısı atanır.

Sonuç olarak bu yaklaşım yeterli parametrik yöntemlerin olmadığı durumlarda yeni parametrik olmayan yöntemleri geliştirmede faydalı bir araç olarak görülebilir.

1.2.1. Tek Örneklem Veya İkili Eşleştirme Problemi

$D_1, D_2, \dots, D_n; (X_i, Y_i)$ eşleştirilmiş ikilileri için $D_i = X_i - Y_i$ olan bağımsız rasgele değişkenler olsunlar. $E(D) = 0$ hipotezini test etmek için tek örneklem t istatistiği

$$t = \frac{\sum D_i}{\left[\frac{n}{n-1} \sum D_i^2 - \frac{1}{n-1} (\sum D_i)^2 \right]^{1/2}} \quad (1.1)$$

dir.

D 'ler normal dağıldığında parametrik test olarak $n-1$ serbestlik dereceli t dağılımı ile karşılaştırılır.

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için D 'ler yerine R_i işaretlendirilmiş rankları kullanılır. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için R_i işaretlendirilmiş rankları şöyle ifade edilebilir:

$$R_i = (D_i \text{'nin işareti}) * (|D_1|, \dots, |D_n| \text{ arasında } |D_i| \text{'nin rankı}) \quad (1.2)$$

T ile ifade edilen test istatistiği ise

$$T = (\sum R_i) / \left(\sqrt{\sum R_i^2} \right) \quad (1.3)$$

ile bulunur.

Hipotez, test istatistiği normal dağılıma göre çok büyük ya da çok küçük olduğunda reddedilir. n küçük ve tie yoksa tablo kullanılabilir.

Alternatif olarak tek örneklem t istatistiği işaretlendirilmiş ranklar üzerinden hesaplanabilir. Bunun için (1.4) ile verilen t_R değeri kullanılır.

$$t_R = \frac{\sum R_i}{\left[\frac{n}{n-1} \sum R_i^2 - \frac{1}{n-1} (\sum R_i)^2 \right]^{1/2}} \quad (1.4)$$

t_R değeri $n-1$ serbestlik dereceli t dağılımı ile karşılaştırılır. Dikkat edilirse;

$$t_R = \frac{T}{\left[\frac{n}{n-1} - \frac{1}{n-1} T^2 \right]^{1/2}} \quad (1.5)$$

dir. t_R , T 'nin monoton fonksiyonudur. Böylece t_R için kullanılan test T için kullanılan teste denktir.

1.2.2. İki Bağımsız Örneklem Durumu

$X_1, X_2, \dots, X_n$ ve $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ iki bağımsız rasgele örneklem olsun. $E(X) = E(Y)$ hipotezini test etmek için parametrik yöntem kullanılır. İki örneklem t istatistiği

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\left[\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})^2 \right) \frac{N}{nm(N-2)} \right]^{1/2}} \quad (1.6)$$

ile verilir. Burada $N = n + m$ 'dir ve t , $N - 2$ serbestlik dereceli t dağılımının değerleri ile karşılaştırılır.

Parametrik olmayan Wilcoxon-Mann-Whitney iki örneklem testi; veri ile 1'den N 'ye kadar olan R_i ranklarını yer değiştirmeyi önerir ve tieları dahil etmek için düzeltme ile standartlaştırılmış formu kullanır. Bu durum için test istatistiği

$$T = \frac{\frac{S - n(N+1)}{2}}{\left[\frac{nm}{N(N-1)} \sum_{i=1}^n R_i^2 - \frac{nm(N+1)^2}{4(N-1)} \right]^{1/2}} \quad (1.7)$$

dir. Burada $S = \sum_{i=1}^n R_i$ değeri X 'lerin ranklarının toplamıdır. Test istatistiği T standart normal dağılım ya da tie yoksa ve örneklem büyüklüğü 20'den küçükse Wilcoxon-Mann-Whitney kritik değerler tablosu ile karşılaştırılır.

Aşağıdaki rank dönüşüm yöntemi R_i ranklarına bağlı t -yi hesaplama ve eşitlik 1.6 için kullanılan t tablosunu kullanma üzerine kuruludur.

$$t_R = \frac{\frac{1}{n}S - \frac{1}{m} \left(\frac{N(N+1)}{2} - S \right)}{\left[\left(\sum_{i=1}^n R_i^2 - \frac{1}{n}S^2 - \frac{1}{m} \left(\frac{N(N+1)}{2} - S \right)^2 \right) \frac{N}{nm(N-2)} \right]^{1/2}} \quad (1.8)$$

t_R ile T arasında

$$t_R = \frac{T}{\left[\frac{N-1}{N-2} - \frac{1}{N-2} T^2 \right]^{1/2}} \quad (1.9)$$

şeklinde bir ilişki olduğu gösterilebilir.

t_R , T 'nin monoton fonksiyonudur, böylece tam olarak kritik değerler kullanılırsa iki test denktir.

2. PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

2.1. Wilcoxon İşaretlendirilmiş Ranklar Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.1.1. Varsayımlar

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

- a) Örneklem bir kitleden rasgele seçilmiştir.
- b) Nesnelerin her biri için elde edilen orijinal skorlar aralık / oran veri formatındadır.
- c) Kitlenin dağılımı simetriktir.

Son varsayım bozulduğunda Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi yerine tek örneklem için binom işaret testi uygulanır.

2.1.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır hipotezi

$$H_0 : \theta = \theta_1$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı özel bir değer olan θ_1 'e eşittir. Pozitif fark skorlarının rankları toplamı, negatif fark skorlarının rankları toplamına eşittir. Yani $\sum R^+ = \sum R^-$ dir. Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek hipotezler ;

i) $H_1 : \theta \neq \theta_1$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı özel bir değer olan θ_1 'e eşit değildir. Pozitif fark skorlarının rankları toplamı, negatif fark skorlarının rankları toplamına eşit değildir. Yani $\sum R^+ \neq \sum R^-$ dir. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

ii) $H_1 : \theta > \theta_1$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı özel bir değer olan θ_1 'den daha büyük bir değerdir. Pozitif fark skorlarının rankları toplamı, negatif fark skorlarının rankları

toplamından daha büyüktür. Yani $\sum R^+ > \sum R^-$ dır. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

$$iii) \quad H_1 : \theta < \theta_1$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı özel bir değer olan θ_1 'den daha küçük bir değerdir. Pozitif fark skorlarının rankları toplamı, negatif fark skorlarının rankları toplamından daha küçüktür. Yani $\sum R^+ < \sum R^-$ dır. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.1.3. Test Hesaplamaları

Veri için tablo hazırlanır. 1. kolonda nesne numaraları ve 2. kolonda nesnelerin skorları kaydedilir. 3. kolonda her bir nesne için fark skoru olarak adlandırılan D skoru hesaplanır. D, nesnenin skoru ile kitle medyanının varsayılan değeri $\theta = \theta_1$ arasındaki farktır. Yani $D = X - \theta$ dır. 4. kolonda fark skorlarının mutlak değerlerinin rankları gösterilir. 5. kolonda ise fark skorlarının mutlak değerlerinin işaretlendirilmiş rankları kaydedilir.

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi'nde fark skorlarını ranklandırmada aşağıdaki yöntem kullanılır:

a) Fark skorlarının mutlak değerleri ($|D|$) sıralanır.

b) Herhangi bir fark skoru sıfıra eşitse sıralanmaz. Sıfır olan fark skorlarını gösteren birimler analizden çıkarılır.

c) Fark skorlarının mutlak değerlerini sıralamada aşağıdaki işlem yapılır:

Fark skorlarının mutlak değerce en küçüğüne 1 , mutlak değerce ikinci en küçük fark skoruna 2 sıra sayısı değeri verilir ve bu şekilde devam edilerek mutlak değerce en yüksek fark skoruna en yüksek sıra sayısı verilir. Aynı değerli fark skorları (tie) varsa bu skorlar için verilmesi gereken sıra sayılarının ortalaması alınır ve bunların her birine bu ortalama sıra sayısı atanır.

d) Fark skorlarının mutlak değerlerinin ranklandırılmasından sonra her bir fark skorunun işareti, rankının önüne getirilir. Fark skorlarının işaretlendirilmiş rankları hazırlanan tablonun 5. kolonunda listelenir.

Tablo 2.1. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için veri tablosu hazırlama

Nesne numarası	X	$D = X - \theta$	$ D $ 'nin rankı	$ D $ 'nin işaretlendirilmiş rankı
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
				$\sum R^+$
				$\sum R^-$

Bu işlemlerin ardından pozitif işaretli rankların toplamı ($\sum R^+$) ve negatif işaretli rankların toplamı ($\sum R^-$) hazırlanan tablonun 5. kolonunun altında kaydedilir. (2.1) eşitliği bu değerlerin kontrol edilmesini sağlar. Burada n işaretlendirilmiş rankların sayısını göstermektedir.

$$\sum R^+ + \sum R^- = \frac{n(n+1)}{2} \quad (2.1)$$

Bir ya da daha fazla nesnenin fark skorunun sıfır olması durumunda bu skorların analizde kullanılmadığına ve böyle bir durumda (2.1) deki n değerinin sadece işaretlendirilen rank skorlarının sayısı olarak tanımlandığına dikkat edilmelidir.

2.1.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

Örneklem, medyan değeri varsayılan kitle medyanına eşit olan kitleden alınmışsa (yani sıfır hipotezi doğruysa) $\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerleri birbirine eşit olacaktır. $\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerleri birbirine eşit olduğunda, bu değerlerin ikisi de $[n(n+1)/4]$ 'e eşit olacaktır. $[n(n+1)/4]$ değeri yaygın olarak Wilcoxon T istatistiğinin beklenen değeri olarak bilinir.

$\sum R^+$ değeri, $\sum R^-$ değerinden önemli derecede büyükse, bu örneklemin yüksek olasılıkla kitle medyanının varsayılan değerinden daha büyük medyan değerine sahip bir kitleden alındığını gösterir. Diğer taraftan $\sum R^-$ değeri $\sum R^+$ değerinden önemli derecede büyükse, bu örneklemin yüksek olasılıkla kitle medyanının varsayılan değerinden daha küçük medyan değerine sahip bir kitleden alındığını gösterir.

$\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerlerinden daha küçük olanı Wilcoxon T test istatistiği olarak belirlenir. T değeri ekler kısmındaki Tablo 4'ün (Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testleri için kritik T değerleri tablosu) kullanılmasıyla yorumlanır. Tablo 4 iki yanlı ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik T değerlerini verideki işaretlendirilmiş rankların sayısına göre listeler. Sonucun anlamlı olabilmesi için; T'nin gözlemlenen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik T tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır.

$H_1 : \theta \neq \theta_1$ direkt olmayan alternatif hipotezinin desteklenmesi sadece $\sum R^+ > \sum R^-$ ya da $\sum R^+ < \sum R^-$ olmasıyla ilgili değildir. Sonucun anlamlı olabilmesi için T'nin hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır.

$H_1 : \theta > \theta_1$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için $\sum R^+$ değeri $\sum R^-$ değerinden daha büyük olmalıdır. Sonucun anlamlı olabilmesi için T'nin hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır.

$H_1 : \theta < \theta_1$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için $\sum R^-$ değeri $\sum R^+$ değerinden daha büyük olmalıdır. Sonucun anlamlı olabilmesi için T'nin hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır.

2.1.5. Örnek

Örnek 2.1. (Conover, W. J. ; 1999. Practical Nonparametric Statistics)

Bir market yöneticisi her bir satışta müşterilerin satın aldığı ürün sayısının medyanının 10 olduğunu düşünüyor. Bunun doğruluğunu test etmek için rasgele seçtiği 12 müşterinin kaç parça ürün aldığını gözlemliyor. Müşterilerin satın aldığı ürün sayısı şöyledir:

Müşteri	Ürün sayısı	Müşteri	Ürün sayısı
1	22	7	15
2	9	8	26
3	4	9	47
4	5	10	8
5	1	11	31
6	16	12	7

Veri müşterilerin satın aldığı ürün sayısının medyanının 10 olduğunu destekler mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : \theta = 10$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı 10'a eşittir. Yani $\sum R^+ = \sum R^-$ dır.

$$H_1 : \theta \neq 10$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı 10'a eşit değildir. Yani $\sum R^+ \neq \sum R^-$ dır.

$$H_1 : \theta > 10$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı 10'dan daha büyük bir değerdir. Yani $\sum R^+ > \sum R^-$ dir.

$$H_1 : \theta < 10$$

Örneklemin alındığı kitlenin medyanı 10'dan daha küçük bir değerdir. Yani $\sum R^+ < \sum R^-$ dir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Direkt alternatif hipotezlerden veri ile uyumlu olan kullanılır.

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.1'deki veri için Tablo 2.2. hazırlanmıştır. 12 nesnenin skorları Tablo 2.2.'nin 2. kolonuna kaydedildi. 3. kolonda her bir nesne için fark skoru yani nesnenin skoru ile kitle medyanının varsayılan değeri $\theta = 10$ arasındaki fark hesaplandı. 4. kolon ise fark skorlarının mutlak değerlerinin ranklarını göstermektedir.

2. nesnenin fark skoru mutlak değerce en küçük olduğundan 1 rankı verilir. Mutlak değerce ikinci en küçük fark skoru 10. nesneye ait olup 2 rankı ve mutlak değerce üçüncü en küçük fark skoru 12. nesneye ait olup 3 rankı verilir. Mutlak değerce dördüncü en küçük fark skoruna sahip iki nesne (4. ve 7.) olduğundan bunların birine 4 birine 5 rankını vermek yerine bu iki rankın ortalaması $(4 + 5)/2 = 4,5$ verilir. Bir sonraki rank sırası 6'dır. Sıralamadaki 6. yer için yine iki nesne (3. ve 6.) olup 6 ve 7 ranklarını kullanmak yerine bu iki rankın ortalaması $(6 + 7)/2 = 6,5$ rankı atanır. Mutlak değerce küçük olan fark skorundan büyük olan fark skoruna doğru bu şekilde devam edilerek, 5. nesneye 8 rankı, 1. nesneye 9 rankı, 8. nesneye 10 rankı, 11. nesneye 11 rankı verilir. En yüksek fark skoruna sahip olan 9. nesneye en yüksek rank 12 atanır. Bu ranklandırma yöntemi Tablo 2.3. kullanılarak daha kolay görülebilir.

Tablo 2.2. Örnek 2.1 için veri tablosu

Nesne	X	D = X - θ	D 'nin rankı	D 'nin işaretlendirilmiş rankı
1	22	12	9	9
2	9	-1	1	-1
3	4	-6	6,5	-6,5
4	5	-5	4,5	-4,5
5	1	-9	8	-8
6	16	6	6,5	6,5
7	15	5	4,5	4,5
8	26	16	10	10
9	47	37	12	12
10	8	-2	2	-2
11	31	21	11	11
12	7	-3	3	-3
				$\sum R^+ = 53$
				$\sum R^- = 25$

Tablo 2.3. Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için ranklandırma yöntemi

Nesne	2	10	12	4	7	3	6	5	1	8	11	9
D = X - θ	-1	-2	-3	-5	5	-6	6	-9	16	10	21	37
D	1	2	3	5	5	6	6	8	9	10	11	12
D nin rankı	1	2	3	4,5	4,5	5,5	5,5	8	9	10	11	12

Fark skorlarının mutlak değerce ranklandırılmasının ardından her bir fark skorunun işareti rankının önüne getirilir. Fark skorlarının işaretlendirilmiş rankları Tablo 2.2.'nin 5. kolonunda kaydedilmiştir.

Pozitif işaretli rankların toplamı $\sum R^+ = 53$ ve negatif işaretli rankların toplamı $\sum R^- = 25$ Tablo 2.2.'nin 5. kolonun altında kaydedilmiştir. Bu değerleri kontrol etmek amacıyla (2.1) eşitliği kullanılırsa

$$\sum R^+ + \sum R^- = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$53 + 25 = \frac{(12)(13)}{2} = 78$$

tanımlanan ilişkinin doğruluğu görülür.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerlerinden daha küçük olanı Wilcoxon T test istatistiği olarak belirlenir. $\sum R^- = 25$ değeri $\sum R^+ = 53$ değerinden daha küçük olduğundan $T = 25$ 'tir. T değeri ekler kısmındaki Tablo 4'ün kullanılmasıyla yorumlanır. Sonucun anlamlı olabilmesi için; T'nin gözlemlenen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik T tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır. $n = 12$ işaretlendirilmiş rank için iki yanlı 0,05 ve 0,01 Wilcoxon T kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 13$ ve $T_{0,01} = 7$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 Wilcoxon T kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 17$ ve $T_{0,01} = 9$ 'dur.

Sıfır hipotezi sadece, $T = 25$ değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük ise reddedilebileceğinden aşağıdaki kararı verebiliriz.

$H_1 : \theta \neq 10$ direkt olmayan alternatif hipotezinin desteklenmesi için T'nin hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır. Hesaplanan $T = 25$ değeri iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $T_{0,05} = 13$ 'ten daha büyük olduğundan $H_1 : \theta \neq 10$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenmez. $T = 25$ değeri iki yanlı 0,01 kritik tablo değeri $T_{0,01} = 7$ 'den daha büyük olduğundan $H_1 : \theta \neq 10$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,01 düzeyinde de desteklenmez.

$H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için $\sum R^+ > \sum R^-$ olmalıdır. $\sum R^+ > \sum R^-$ olduğundan veri $H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezi ile uyumludur. Sonucun anlamlı olabilmesi için T 'nin hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit daha küçük olmalıdır. Hesaplanan $T = 25$ değeri tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $T_{0,05} = 17$ 'den daha büyük olduğundan $H_1 : \theta > 10$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenmez. $T = 25$ değeri tek yanlı 0,01 kritik tablo değeri $T_{0,01} = 9$ 'dan daha büyük olduğundan $H_1 : \theta > 10$ direk alternatif hipotezi 0,01 düzeyinde de desteklenmez.

$H_1 : \theta < 5$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için $\sum R^+ < \sum R^-$ koşulu sağlanmalıdır. Bu koşul sağlanmadığından $H_1 : \theta < 5$ direk alternatif hipotezi desteklenmez.

iv) Sonuç

Müşterilerin satın aldığı ürün sayısı, medyan değeri 10'dan farklı bir kitleden gelmemiştir.

2.1.6. Büyük Örneklem İçin Wilcoxon T İstatistiğine Normal Yaklaşım

Yapılan çalışmada örneklem hacmi çok büyükse Wilcoxon T istatistiğine normal yaklaşım kullanılabilir. (2.2) eşitliği Wilcoxon T istatistiğine normal yaklaşım sağlar. Eşitlikteki T , Wilcoxon T'nin hesaplanan değeridir. Örnek 2.1 için bu değer $T = 25$ 'tir. n , daha önce bahsedildiği gibi işaretlendirilmiş rankların sayısıdır. Böylece örneğimizde $n = 12$ 'dir. Eşitliğin payındaki $[n(n+1)/4]$ değeri T 'nin beklenen değeri olarak tanımlanır. Eşitliğin paydası T istatistiğinin örnekleme dağılımının standart sapmasıdır.

$$z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (2.2)$$

Örnek 2.1 sadece 12 işaretlendirilmiş rank içermesine rağmen (çoğu kaynakta normal yaklaşım kullanmak için çok küçük bir değer olarak görülür) eşitliği açıklamak için kullanılacaktır. (2.2) küçük örneklem ile kullanılmasına rağmen Wilcoxon dağılımının tablosu kullanıldığında gözlemlenenle aynı sonucu verecektir. $T = 25$ ve $n = 12$ değerleri (2.2) de yerine yazılırsa;

$$z = \frac{25 - \frac{(12)(12+1)}{4}}{\sqrt{\frac{(12)(12+1)(2 \cdot 12 + 1)}{24}}} = -1,098$$

$z = -1,098$ değeri hesaplanır. Gözlemlenen $z = -1,098$ değeri ekler kısmındaki Tablo 1 (Normal Dağılım Tablosu) ile değerlendirilir. Tablo 1 de iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'tür.

$\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerlerinden daha küçük olanı T olarak seçildiğinden (2.2) ile hesaplanan z değeri daima negatif olacaktır ($\sum R^+ = \sum R^-$ olması durumunda $z = 0$ olacaktır). Bunun sonucu olarak sıfır hipotezini değerlendirme aşağıdaki şekilde yapılır:

a) Direkt olmayan alternatif hipotez kullanılırsa; z'nin gözlemlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilebilir.

b) Direkt alternatif hipotez kullanılırsa; z'nin gözlemlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük ise olası direkt alternatif hipotezlerden biri desteklenecektir. Hangi direkt alternatif hipotezin destekleneceği $\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerlerinden daha büyük olana göre tahmin edilir. Veri ile uyumlu direkt alternatif hipotez desteklenirse, sıfır hipotezi reddedilir.

Örnek 2.1 için normal yaklaşım kullanıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$H_1 : \theta \neq 10$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenmez. Çünkü z'nin hesaplanan mutlak değeri $z = 1,098$ iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ 'dan

daha küçüktür. Bu karar $H_1 : \theta \neq 10$ direkt olmayan alternatif hipotezini değerlendirmek için Wilcoxon dağılımının tablosu kullanıldığında verilen kararla uyumludur.

$H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezi veri bu alternatif hipotezle uyumlu ($\sum R^+ > \sum R^-$) olmasına rağmen z 'nin hesaplanan mutlak değeri $z = 1,098$ tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha küçük olduğundan desteklenmez. $H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezi 0,01 düzeyinde desteklenmez. Çünkü z 'nin hesaplanan mutlak değeri $z = 1,098$ tek yanlı 0,01 kritik tablo değeri $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha küçüktür. Wilcoxon dağılımının tablosu kullanıldığında, $H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde de desteklenmez.

$H_1 : \theta < 10$ direkt alternatif hipotezi desteklenmez. Çünkü veri bu alternatif hipotezle uyumlu değildir. ($\sum R^+ < \sum R^-$ olmasını gerektirir.)

2.1.7. Wilcoxon İşaretilendirilmiş Ranklar Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi

Çoğu kaynakta tanımlanmamasına rağmen Marascuilo ve McSweeney (1977) Wilcoxon test istatistiğine normal yaklaşım için süreklilik düzeltmesi olarak bilinen bir düzeltme faktörü kullanmışlardır. Wilcoxon test istatistiğine normal yaklaşım için süreklilik düzeltmesi (2.2)'nin payının mutlak değerinden 0,5 çıkarılmasını gerektirir. Böylece (2.3) Wilcoxon test istatistiğine normal yaklaşım için süreklilik düzeltmesi eşitliği olarak tanımlanır.

$$z = \frac{\left| T - \frac{n(n+1)}{4} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (2.3)$$

Örnek 2.1 için süreklilik düzeltmesi kullanılırsa $z = 1,06$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{\left| 25 - \frac{(12)(13)}{4} \right| - 0,5}{\sqrt{\frac{(12)(13)(25)}{24}}} = 1,06$$

$|z| = 1,06$ tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ ' ten daha küçük olduğundan $H_1 : \theta > 10$ direkt alternatif hipotezi desteklenmez. $z = 1,06$ ile bulunan sonuç Wilcoxon dağılımının tablosu kullanıldığında bulunan sonuçla uyumludur.

2.1.8. Wilcoxon Test İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi

(2.4) veride tie olan fark skorları bulunduğu bazı kaynaklarda (Daniel (1990), Marascuilo ve McSweeney (1977)) kullanılan, (2.2)'nin düzeltilmiş şeklidir. Tie düzeltmesi z 'nin mutlak değerinde önemsenmeyecek kadar küçük bir artışla sonuçlanır.

$$z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum t^3 - \sum t}{48}}} \quad (2.4)$$

Tablo 2.4., örnek 2.1 için tie düzeltmesi uygulamasını açıklamaktadır. Örnek 2.1 için veride tie ranklarının 2 kümesi vardır: Birinci küme 4. ve 7. nesneyi ve ikinci küme 3. ile 6. nesneyi içermektedir. Tie ranklarının her bir kümesinde içerilen rankların sayısı Tablo 2.4' ün üçüncü kolonundaki t değerlerini tanımlar. Tablonun son kolonunda iki t değerinin küpü alınır. Sonra $\sum t$ ve $\sum t^3$ hesaplanır.

İlgili değerler (2.4)'te yerine yazılırsa;

$$z = \frac{25 - \frac{(12)(12+1)}{4}}{\sqrt{\frac{(12)(12+1)(2 \cdot 12 + 1)}{24} - \frac{16-4}{48}}} = -1,099$$

elde edilir. $|z| = 1,099$ değeri tie düzeltmesi yapılmadan elde edilen $z = 1,098$ ' den önemsenmeyecek kadar büyüktür. İki metod arasındaki fark açıktır ve bu örnekte hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın, sıfır hipotezine göre karar değişmez.

Tablo 2.4. Normal yaklaşım ile tie'ler için düzeltme

Nesne	Rank	t	t ³
2	1		
10	2		
12	3		
4	4,5	2	8
7	4,5		
3	5,5	2	8
6	5,5		
5	8		
1	9		
8	10		
11	11		
9	12		
$\sum t = 4$			$\sum t^3 = 16$

2.2. Tek Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiiliği Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.2.1. Varsayımlar

Kolmogorov-Smirnov uyum iyiiliği testi şu varsayım üzerine kurulmuştur:

Örneklem rasgele bir örneklemidir.

2.2.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır hipotezi ve alternatif hipotez tanımlanırken şunlara dikkat edilmelidir:

a) Kolmogorov-Smirnov uyum iyiiliği testi için yöntem, örneklem dağılımı ve varsayılan kitle dağılımı için kümülatif olasılık dağılımının kurulmasını gerektirir. Test istatistiği herhangi bir noktada iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık olarak tanımlanır.

b) Sıfır hipotezi ve alternatif hipotez çerçevesinde, $F_0(X)$ notasyonu uyumun iyiiliğini değerlendirmek için örnekleme dağılımı için varsayılan teorik ya da deneysel kitle dağılımını gösterirken, $F(X)$ notasyonu örneklemin alındığı kitle için kümülatif olasılık dağılımını göstermektedir.

Sıfır hipotezi

$$H_0 : F(X) = F_0(X) , \quad X\text{'in her değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumludur. Sıfır hipotezini ifade etmenin diğer yolu şudur: örneklem varsayılan dağılımdan alınmışsa, hiç bir noktada örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyük değildir. Alternatif hipotez için aşağıdakilerden biri düşünülmelidir. Seçilen alternatif hipotez desteklenirse H_0 reddedilir.

Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek hipotezler;

$$i) \quad H_1 : F(X) \neq F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Bu alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu şudur: örneklem varsayılan dağılımdan alınmışsa, en az bir noktada örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında örneklem için kümülatif olasılık dağılımı varsayılan kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede büyük ya da önemli derecede küçüktür. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

$$ii) \quad H_1 : F(X) > F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Bu alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu şudur: örneklem varsayılan dağılımdan alınmışsa, en az bir noktada örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında örneklem için kümülatif olasılık dağılımı varsayılan kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede büyüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

$$iii) \quad H_1 : F(X) < F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Bu alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu şudur: örneklem varsayılan dağılımdan alınmışsa, en az bir noktada örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında örneklem için kümülatif olasılık dağılımı varsayılan kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede küçüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.2.3. Test Hesaplamaları

Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için yöntem, varsayılan kitle için kümülatif olasılık dağılımı ile karşılaştırmak için, örneklem verisi için kümülatif

olasılık dağılımının kurulmasını gerektirir. Bu amaçla hazırlanan Tablo 2.5. analizi oluşturan adımları özetlemektedir. Tablo 2.5.'in kolonlarındaki değerler aşağıdaki gibi oluşturulur:

A kolonuna orijinal skor değerleri sıralı olarak (yani X skorları) kaydedilir. Herhangi bir skor birden çok kez gözlenmişse tabloda bir kez kaydedilir.

B kolonundaki her bir satırda belirlenen μ ve σ değerlerine göre her bir X skoru için $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ eşitliği ile hesaplanan z skorları kaydedilir.

C kolonundaki her bir değer, normal dağılımda 0 ile z arasındaki olasılıkları gösterir.

D kolonunda varsayılan teorik dağılım için z değerine kadar olan kümülatif olasılıklar (oranlar) kaydedilir. D kolonundaki değerler yaygın olarak $F_0(X_i)$ notasyonu ile gösterilir, burada i alt indisi Tablo 2.5' teki i-inci skoru (satırı) göstermektedir.

E kolonunda örneklem dağılımındaki her bir X skoru için kümülatif oran kaydedilir. E kolonundaki değerler yaygın olarak $S(X_i)$ notasyonu ile gösterilir, burada i alt indisi Tablo 2.5.' teki i-inci skoru (satırı) göstermektedir.

F kolonunda örneklem ve teorik kümülatif oranlar farkının mutlak değerleri, başka bir deyişle E kolonu ve D kolonundaki oranlar arasındaki farkın mutlak değeri kaydedilir. Böylece $F_i = |E_i - D_i|$ veya $F_i = |S(X_i) - F_0(X_i)|$ 'dir.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiği, herhangi bir noktadaki örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık olarak tanımlandığından F kolonunda gözlemlenen mutlak değerce en büyük değer test istatistiği olacaktır.

G kolonunda ise teorik kümülatif oran ile bir önceki satır için örneklem kümülatif oranı arasındaki farkın mutlak değerleri, başka bir deyişle D kolonundaki oran ile bir önceki satır için E kolonundaki oran arasındaki farkın mutlak değerleri kaydedilir. Böylece $G_i = |E_{i-1} - D_i|$ veya $G_i = |S(X_{i-1}) - F_0(X_i)|$ 'dir.

Tablo 2.5. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiğinin hesaplanması

A (X)	B (z)	C (p)	D $F_0(X_i)=p\pm 0,50$	E $S(X_i)$	F $ S(X_i) - F_0(X_i) $	G $ S(X_{i-1}) - F_0(X_i) $
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.

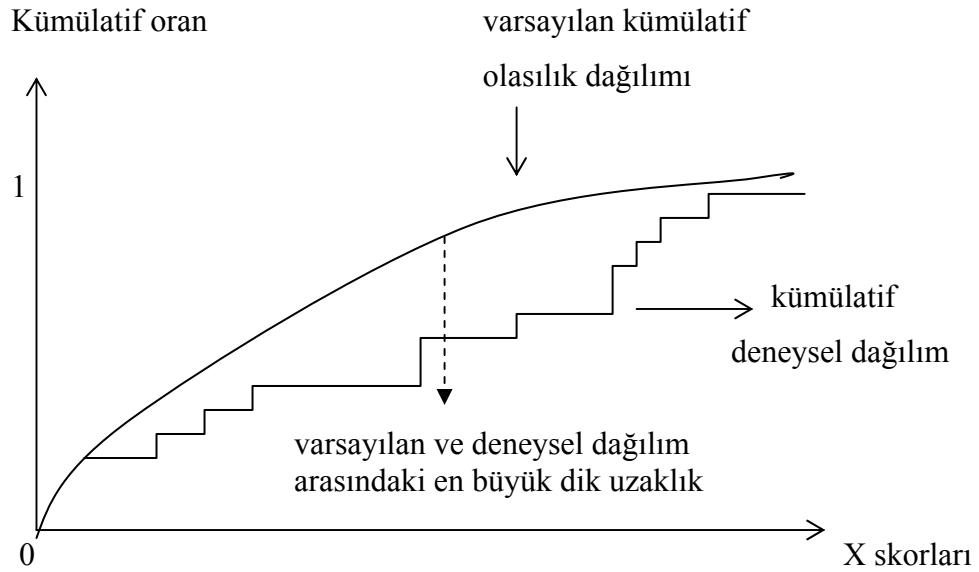
Önceden de bahsedildiği gibi tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiği, herhangi bir noktadaki örneklem kümülatif olasılık dağılımı ve varsayılan kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık olarak tanımlanır. Bununla birlikte matematiksel olarak; F kolonundaki değer kullanıldığında hala örneklem dağılımındaki skorların biri için kümülatif olasılık dağılımları arasında daha büyük dik uzaklık bulmak mümkündür. Değerlendirilen değişken sürekli varsayıldığından, örneklemdeki bazı skorlar için diğerinden daha büyük bir dik uzaklık varsa, bu değer F kolonunda kaydedilen M değeri yerine test istatistiği olarak tanımlanabilir. F kolonunda kaydedilen maksimum değerden daha büyük dik uzaklık olup olmadığını hesaplamanın yolu Tablo 2.5.'in G kolonundaki değerleri hesaplamaktır. G kolonunda hesaplanan en büyük değer (M' ile gösterilir.) F kolonunda hesaplanan M değerinden daha büyükse test istatistiği olarak M' kullanılır.

Kolmogorov-Smirnov test istatistiğini hesaplamanın alternatif bir yolu şekil 2.1.' deki gibi bir grafik çizmektir. Kolmogorov-Smirnov analizi için şekil 2.1. gibi bir grafik kullanıldığında bu grafik iki dağılımı içermelidir:

a) Varsayılan kümülatif olasılık dağılımı (yani D kolonunda hesaplanan değerlere dayanan eğri)

b) Kümülatif deneysel dağılım (örneklem dağılımı için kümülatif olasılıklara dayanan eğri (yani E kolonunda hesaplanan değerler)

İki dağılım için eğriler arasında bulunan en büyük dik uzaklık Kolmogorov-Smirnov test istatistiği olarak kullanılır. Böyle bir grafik M ve M' nün değerlerinin her ikisini belirlemede kullanılır.



Şekil 2.1. Kolmogorov-Smirnov analizi için kullanılan grafik

2.2.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiği, M ve M' değerlerinden büyük olanıdır. Test istatistiği ekler kısmındaki Tablo 5 (tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Herhangi bir noktada iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık (yani M ve M' değerlerinden büyük olanı) Tablo 5'te kaydedilen kritik tablo değerine eşit ya da bu değerden daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilir. Tablo 5'de kritik değerler örneklem büyüklüğüne göre verilmiştir.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için sıfır hipotezini değerlendirme işlemi aşağıdaki şekilde yapılır:

a) $H_1 : F(X) \neq F_0(X)$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; hesaplanan test istatistiği belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilir.

b) $H_1 : F(X) > F_0(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; hesaplanan test istatistiği belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha

büyük ise sıfır hipotezi reddedilir. Ayrıca iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki fark öyle olmalı ki, test istatistiğini tanımlayan noktaya göre; örneklem dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılık, varsayılan kitle dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılıktan daha büyük olmalıdır. Başka bir deyişle hazırlanan tablonun F ve G kolonlarında mutlak değer hesaplama yerine farkların işareti tespit edilirse, $H_1: F(X) > F_0(X)$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için pozitif işaret gereklidir. Böylece M en büyük dik uzaklıksa $S(X_i) > F_0(X_i)$ ve M' en büyük dik uzaklıksa $S(X_{i-1}) > F_0(X_i)$ olmalıdır.

c) $H_1: F(X) < F_0(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; hesaplanan test istatistiği belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilir. Ayrıca iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki fark öyle olmalı ki, test istatistiğini tanımlayan noktaya göre; örneklem dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılık, varsayılan kitle dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılıktan daha küçük olmalıdır. Başka bir deyişle hazırlanan tablonun F ve G kolonlarında mutlak değer hesaplama yerine farkların işareti tespit edilirse, $H_1: F(X) < F_0(X)$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için negatif işaret gereklidir. Böylece M en büyük dik uzaklıksa $S(X_i) < F_0(X_i)$ ve M' en büyük dik uzaklıksa $S(X_{i-1}) < F_0(X_i)$ olmalıdır.

2.2.5. Örnek

Örnek 2.2. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir araştırmacı migren hastalarının damardan verilen 100 mg dozundaki bir ilaca yanıt süresinin 90 sn ortalamalı ve 35 sn standart sapmalı (yani $\mu=90$ ve $\sigma=35$) normal dağılıma sahip olup olmadığını değerlendirmek için bir çalışma yapar. 30 migren hastası için ilacın alınmasıyla baş ağrısının kesilmesi arasında geçen süre kaydediliyor. 30 skor sırasıyla en küçükten en büyüğe doğru dizilerek

21, 32, 38, 40, 48, 55, 63, 66, 70, 75, 80, 84, 86, 90, 90, 93, 95, 98, 100, 105, 106, 108, 115, 118, 126, 128, 130, 142, 145, 155

şeklinde elde edilmiştir.

Veri, tanımlanmış parametrelerle normal dağılıma uyar mı?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : F(X) = F_0(X) , \quad X\text{'in her değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumludur.

Örnek 2.2 de öngörülen parametrelere göre sıfır hipotezi, verinin $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olan normal dağılımdan alındığını ifade eder.

$$H_1 : F(X) \neq F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Örnek 2.2 'de öngörülen parametrelere göre alternatif hipotez, verinin $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olan normal dağılımdan alınmadığını ifade eder.

$$H_1 : F(X) > F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Örnek 2.2 'de öngörülen parametrelere göre alternatif hipotez, verinin $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olan normal dağılımdan alınmadığını ifade eder.

$$H_1 : F(X) < F_0(X) , \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

Örneklemdaki verinin dağılımı varsayılan teorik kitle dağılımı ile uyumlu değildir. Örnek 2.2 'de öngörülen parametrelere göre alternatif hipotez, verinin $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olan normal dağılımdan alınmadığını ifade eder.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

ii) Test Hesaplamaları

Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için yöntem, varsayılan kitle için kümülatif olasılık dağılımı ile karşılaştırmak için, örneklem verisi için kümülatif olasılık dağılımının kurulmasını gerektirir. Tablo 2.6. örnek 2.2 için analizi oluşturan adımları özetlemektedir. Tablo 2.6.'nın kolonlarındaki değerler aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Örneklemdaki 30 nesnenin yanıt süresi skorlarının değerleri (yani X skorları) A kolonunda kaydedilmiştir. Skorlara karşılık gelen 29 satır vardır çünkü 90 skoru iki nesnede gözlenmiştir.

B kolonundaki her bir değer $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olduğunda, her bir X skoru için $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ eşitliği ile hesaplanan z skorlarıdır. Böylece her bir satır için $z = \frac{X - 90}{35}$ eşitliği kullanılır. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $X = 21$ olup, z değeri $z = \frac{21 - 90}{35} = -1,97$ hesaplanır. Son satırda ise $X = 155$ olup, z değeri $z = \frac{155 - 90}{35} = 1,86$ hesaplanır. Ortalamanın altındaki X skorları için negatif z değerleri, ortalamanın üstündeki X skorları için pozitif z değerleri elde edilecektir.

C kolonundaki her bir değer, normal dağılımda 0 ile z skoru arasındaki olasılıklardır. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $z = -1,97$ olup, normal dağılım tablosundan (tablo 1) 0 ile $z = -1,97$ skoru arasındaki olasılık 0,4756'dır. Son satırda ise $z = 1,86$ olup, normal dağılım tablosundan (tablo 1) 0 ile $z = 1,86$ skoru arasındaki olasılık 0,4686'dır.

D kolonundaki her bir değer, her bir satırdaki X değeri için $\mu=90$ ve $\sigma=35$ olan normal dağılımdaki kümülatif orandır. Bunu hesaplamamanın bir yolu da; X skoru için hesaplanan z skoru negatifse C kolonundaki değer 0,5'ten çıkarılır, X skoru için hesaplanan z skoru pozitifse C kolonundaki değer 0,5 ile toplanır ve bulunan değer D kolonuna yazılır. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $X = 21$ ve $z = -1,97$ 'dir. $0,5 - 0,4756 = 0,244$ oranı elde edilir. Son satırda ise $X = 155$ ve $z = 1,86$ olup, $0,5 + 0,4686 = 0,9686$ oranı elde edilir.

E kolonundaki her bir değer, örneklem dağılımındaki her bir X skoru için kümülatif oranı göstermektedir. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $X = 21$ 'in kümülatif oranı, onun kümülatif frekansı (1) örneklemdaki skorların toplam sayısı ($n=30$) ile bölünerek bulunur. Böylece $1/30 = 0,0333$ elde edilir. $X = 100$ olması durumunda örneklem dağılımındaki kümülatif frekans 19 olup kümülatif oran $19/30 = 0,6333$ 'tür. Son satırda yani $X = 155$ olması durumunda örneklem dağılımındaki kümülatif frekans 30 olup kümülatif oran $30/30 = 1$ 'dir.

F kolonundaki her bir değer, E kolonu ve D kolonundaki oranlar arasındaki farkın mutlak değeridir. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $D_i = F_0(X_i) = 0,244$ ve $E_i = S(X_i) = 0,0333$ olup $F_i = 0,0089$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$F_i = |E_i - D_i| = |S(X_i) - F_0(X_i)| = |0,0333 - 0,0244| = 0,0089$$

$X = 100$ olması durumunda $D_i = F_0(X_i) = 0,6141$ ve $E_i = S(X_i) = 0,6333$ 'tür. $F_i = 0,0192$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$F_i = |E_i - D_i| = |S(X_i) - F_0(X_i)| = |0,6333 - 0,6141| = 0,0192$$

Son satırda $X = 155$ olması durumunda $D_i = F_0(X_i) = 0,9686$ ve $E_i = S(X_i) = 1$ 'dir. $F_i = 0,0314$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$F_i = |E_i - D_i| = |S(X_i) - F_0(X_i)| = |1 - 0,9686| = 0,0314$$

F kolonunda gözlemlenen en büyük mutlak değer test istatistiği olacaktır. Tablo 2.6.'daki en büyük mutlak değer 0,0569 olup, bu değer test istatistiği olarak tasarlanır.

G kolonundaki her bir değer, o satır için D kolonundaki oran ile bir önceki satır için E kolonundaki oran arasındaki farkın mutlak değeridir. Birinci satırdaki durumu açıklayalım. Burada $D_i = F_0(X_i) = 0,244$ ve $E_{i-1} = S(X_{i-1}) = 0$ 'dır. (Dikkat edilirse $E_{i-1} = S(X_{i-1}) = 0$ değeri başlangıç değeri olarak alınmıştır; çünkü E kolonundaki birinci satırdaki 0,0333 değeri, başlangıçta 0,0333 elde etmek için 0' la toplanmıştır.) $G_i = 0,0244$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$G_i = |E_{i-1} - D_i| = |S(X_{i-1}) - F_0(X_i)| = |0 - 0,0244| = 0,0244$$

$X = 100$ olması durumunda $D_i = F_0(X_i) = 0,6141$ ve $E_{i-1} = S(X_{i-1}) = 0,6000$ 'dir. $G_i = 0,0141$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$G_i = |E_{i-1} - D_i| = |S(X_{i-1}) - F_0(X_i)| = |0,6000 - 0,6141| = 0,0141$$

Son satırda $X = 155$ olması durumunda $D_i = F_0(X_i) = 0,9686$ ve $E_{i-1} = S(X_{i-1}) = 0,9667$ 'dir. $G_i = 0,0019$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$G_i = |E_{i-1} - D_i| = |S(X_{i-1}) - F_0(X_i)| = |0,9667 - 0,9686| = 0,0019$$

Önceden de bahsedildiği gibi matematiksel olarak; F kolonundaki değer kullanıldığında hala örneklem dağılımındaki skorların biri için kümülatif olasılık dağılımları arasında daha büyük dik uzaklık bulmak mümkündür. Değerlendirilen değişken sürekli varsayıldığından, örneklemdeki bazı skorlar için diğerinden daha büyük bir dik uzaklık varsa, bu değer F kolonunda kaydedilen M değeri yerine test istatistiği olarak tanımlanabilir. F kolonunda kaydedilen maksimum değerden daha büyük dik uzaklık olup olmadığını hesaplamanın yolu Tablo 2.6.'nın G kolonundaki değerleri hesaplamaktır. Tablo 2.6.'daki en büyük değer 0,0667'dir, böylece test istatistiği $M' = 0,0667$ olur.

Tablo 2.6. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiğinin hesaplanması

A (X)	B (z)	C (p)	D $F_0(X_i)=p\pm 0,50$	E $S(X_i)$	F $ S(X_i)-F_0(X_i) $	G $ S(X_{i-1})-F_0(X_i) $
21	-1,97	0,4756	0,0244	1/30=0,0333	0,0089	0,0000-0,0244 =0,0244
32	-1,66	0,4515	0,0485	2/30=0,0667	0,0182	0,0333-0,0485 =0,0152
38	-1,49	0,4319	0,0681	3/30=0,1000	0,0319	0,0667-0,0681 =0,0014
40	-1,43	0,4236	0,0764	4/30=0,1333	0,0569=M	0,1000-0,0764 =0,0236
48	-1,20	0,3849	0,1151	5/30=0,1667	0,0516	0,1333-0,1151 =0,0182
55	-1,00	0,3413	0,1587	6/30=0,2000	0,0413	0,1667-0,1587 =0,0080
63	-0,77	0,2794	0,2206	7/30=0,2333	0,0127	0,2000-0,2206 =0,0206
66	-0,69	0,2549	0,2451	8/30=0,2667	0,0216	0,2333-0,2451 =0,0118
70	-0,57	0,2157	0,2843	9/30=0,3000	0,0157	0,2667-0,2843 =0,0176
75	-0,43	0,1664	0,3336	10/30=0,3333	0,0003	0,3000-0,3336 =0,0336
80	-0,29	0,1141	0,3859	11/30=0,3667	0,0192	0,3333-0,3859 =0,0526
84	-0,17	0,0675	0,4325	12/30=0,4000	0,0325	0,3667-0,4325 =0,0658
86	-0,11	0,0438	0,4562	13/30=0,4333	0,0229	0,4000-0,4562 =0,0562
90	0,00	0,0000	0,5000	15/30=0,5000	0,0000	0,4333-0,5000 =0,0667=M'
93	0,09	0,0359	0,5359	16/30=0,5333	0,0026	0,5000-0,5359 =0,0359
95	0,14	0,0557	0,5557	17/30=0,5667	0,0110	0,5333-0,5557 =0,0224
98	0,23	0,0901	0,5901	18/30=0,6000	0,0099	0,5667-0,5901 =0,0234
100	0,29	0,1141	0,6141	19/30=0,6333	0,0192	0,6000-0,6141 =0,0141
105	0,43	0,1664	0,6664	20/30=0,6667	0,0003	0,6333-0,6664 =0,0331
106	0,46	0,1772	0,6772	21/30=0,7000	0,0228	0,6667-0,6772 =0,0105
108	0,51	0,1950	0,6950	22/30=0,7333	0,0383	0,7000-0,6950 =0,0050
115	0,71	0,2611	0,7611	23/30=0,7667	0,0056	0,7333-0,7611 =0,0278
118	0,80	0,2881	0,7881	24/30=0,8000	0,0119	0,7667-0,7881 =0,0214
126	1,03	0,3485	0,8485	25/30=0,8333	0,0152	0,8000-0,8485 =0,0485
128	1,09	0,3621	0,8621	26/30=0,8667	0,0046	0,8333-0,8621 =0,0288
130	1,14	0,3729	0,8729	27/30=0,9000	0,0271	0,8667-0,8721 =0,0062
142	1,48	0,4306	0,9306	28/30=0,9333	0,0027	0,9000-0,9306 =0,0306
145	1,57	0,4418	0,9418	29/30=0,9667	0,0249	0,9333-0,9418 =0,0085
155	1,86	0,4686	0,9686	30/30=1,0000	0,0314	0,9667-0,9686 =0,0019

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için test istatistiği, ekler kısmındaki Tablo 5'te kaydedilen kritik tablo değerine eşit ya da bu değerden daha büyük ise sıfır hipotezi reddedilir. Tablo 5'te kritik değerler örneklem büyüklüğüne göre listelenmiştir. $n = 30$ için iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,242$ ve $M_{0,01} = 0,290$ 'dır ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,218$ ve $M_{0,01} = 0,270$ 'tir.

$H_1 : F(X) \neq F_0(X)$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; $M' = 0,0667$ iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,242$ ve $M_{0,01} = 0,290$ 'dan daha küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez.

$H_1 : F(X) < F_0(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; $M' = 0,0667$ tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,218$ ve $M_{0,01} = 0,270$ 'ten daha küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Aslında test istatistiği bu alternatif hipotezle uyumlu olmasına rağmen sonuç böyledir. (işaret dikkate alınırsa M' nün hesaplanan değeri negatiftir, çünkü $[F_0(X_i)=0,5000] > [S(X_{i-1})=0,4333]$ $M'=S(X_{i-1})-F_0(X_i)=0,4333-0,5000=-0,0667$)

$H_1 : F(X) > F_0(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; sıfır hipotezi reddedilemez. Bu alternatif hipotezin desteklenmesi için örneklem dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılık, varsayılan kitle dağılımı ile ilişkilendirilmiş kümülatif olasılıktan daha büyük olmalıdır.

vi) Sonuç

Veri, örneklemin $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ olan normal dağılımlı bir kitleden alındığını ifade eden sıfır hipotezi ile uyumludur.

2.2.6. Tek Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Uyum İyiliği Testi İçin Güven Aralığının Hesaplanması

Daniel (1990), örneklem kümülatif oranlar dağılımı için nasıl bir güven aralığı kurulacağını açıklamıştır. Kolmogorov-Smirnov test istatistiği için hesaplanan güven aralıkları limitlerin iki kümesinden (alt limitlerin kümesi ve üst limitlerin kümesi)

oluşur. Bu değerleri hesaplamak için gerekli noktalar hazırlanan tablonun E kolonundaki $S(X_i)$ skorlarıdır. (2.5) , örneklem için kümülatif olasılık dağılımı için herhangi bir noktada güven aralığı tanımlayan limitleri hesaplamak için genel eşitliktir.

$$CI_{(1-\alpha)} = S(X_i) \pm (M_{\alpha/2}) \quad (2.5)$$

Burada; $M_{\alpha/2}$, n -in verilen değeri için iki yanlı kritik tablo değeridir, dağılımın güven aralığı içine düşen oranı 1'den çıkarılırsa sonuç α 'ya eşit olacaktır.

Güven aralığı için üst limitler, tablonun E kolonundaki $S(X_i)$ değerlerinin her biri ilgili kritik değer ile toplanarak hesaplanır. Hesaplanan değerlerden herhangi biri 1'den büyükse, olasılık 1'den büyük olamayacağından bu $S(X_i)$ değeri için üst limit 1'e eşit alınır.

Güven aralığı için alt limitler, tablonun E kolonundaki $S(X_i)$ değerlerinin her birinden ilgili kritik değer çıkarılarak hesaplanır. Hesaplanan değerlerden herhangi biri 0'dan küçükse, olasılık 0'dan küçük olamayacağından bu $S(X_i)$ değeri için alt limit 0'a eşit alınır.

Yukarıda tanımlanan yöntemi örnek 2.2'ye uygulayalım. Örneklemin alındığı kitlenin kümülatif olasılık dağılımı için % 95'lik güven aralığını hesaplamak isteyelim. % 95'lik güven aralığı ile ilgilendiğimizden (2.5)'te $M_{\alpha/2}$ için kullanılacak değer $M_{0,05} = 0,242$ olarak bahsedilen iki yanlı 0,05 kritik tablo değeridir. Böylece Tablo 2.6.'nın E kolonundaki $S(X_i)$ değerlerinin her birine 0,242 ekleyeceğiz ya da her birinden 0,242 çıkaracağız.

Örneğin ilk $S(X_i)$ değeri ($X = 21$ skoru ile ilişkilendirilmiş) 0,0333'tür. Bu değer 0,242 ile toplanırsa 0,2753 elde edilir, bu o nokta için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki üst limittir. 0,0333'ten 0,242 çıkarıldığında elde edilen değer -0,2087'dir. Bu değer 0'dan küçük olduğundan bu noktadaki alt limiti 0'a eşit alırız.

$X = 90$ olması durumunda $S(X_i)$ değeri 0,5000'dir. Bu değer 0,242 ile toplanırsa 0,7420 elde edilir, bu o nokta için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki üst

limittir. 0,5000 'den 0,242 çıkarıldığında elde edilen değer 0,2580'dir, bu o nokta için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki alt limittir.

$X = 155$ olması durumunda $S(X_i)$ değeri 1'dir. 0,242 ile toplanırsa 1,242 elde edilir, Bu değer 1'den büyük olduğundan o nokta için üst limiti 1'e eşit alırız. 0,242 1'den çıkarıldığında elde edilen değer 0,7580 bu nokta için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki alt limittir.

Yukarıda tanımlanan yöntem örneklem için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki 29 noktanın hepsi için uygulanır. Alt ve üst limitlerin kümelerinin oluşturduğu sonuçlar güven aralığı tanımlar.

2.2.7. Normallik için Lilliefors Testi

Massey (1951), kitle parametreleri (yani μ ve σ) önceden bilinmediğinde fakat örneklem verisinden tahmin edildiğinde tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi'nden elde edilen sonucun çok ılımlı (yani testin istatistiksel gücünün parametrelerin değerleri bilindiğindeki gücünden daha az) olduğuna dikkat çekmiştir. Çeşitli kaynaklar Lilliefors'un (1967, 1969, 1973) çeşitli dağılımlar için (normal, üstel, gamma) kitle parametrelerinin değerleri bilinmediğinde ve bundan dolayı örneklem verisinden tahmin edildiğinde tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testini genişleterek tanımladığı testi önermişlerdir. Normallik için Lilliefors testi olarak burada tanımlanan yöntem kitle parametreleri μ ve σ 'dan biri ya da ikisi bilinmediğinde normal dağılım için uyumun iyiliğini değerlendirmek amacıyla tasarlanmıştır.

Normallik için Lilliefors testi için test yöntemi aşağıdakiler dışında tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için tanımlanan yöntemle aynıdır.

a) Örneklem ortalaması ($\bar{X}$) ve tahmin edilen kitle standart sapması ($\tilde{s}$), varsayılan kitle dağılımının ortalama ve standart sapması olarak kullanılır. Böylece Tablo 2.6'nın B kolonundaki z değerlerini hesaplamakta $\bar{X}$ ve $\tilde{s}$ değerleri kullanılır.

b) Tablo 5'teki kritik değerleri kullanmak yerine ekler kısmındaki Tablo 6'daki (normallik için Lilliefors testi için kritik değerler tablosu) değerler kullanılır.

Tablo 6'daki kritik değerleri kullanma durumunda; test istatistiği normallik için Lilliefors testi üzerine kurulduğunda, sıfır hipotezini reddetmek için, M ya da M' için hesaplanan değer (iki değerden hangisi büyükse), belirlenen önem düzeyinde Tablo 6'daki kritik tablo değerine eşit ya da kritik tablo değerinden daha büyük olmalıdır. Tablo 6'da kaydedilen değerler sadece kitle parametreleri μ ve σ 'nın ikisi de bilinmediğinde, örneklem verisinden tahmin edildiğinde kullanılabilir.

Tablo 2.7., örnek 2.2 için tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için kullanılan $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ değerlerini kullanmak yerine örneklem ortalaması ($\bar{X} = 90,07$) ve tahmin edilen kitle standart sapması ($\tilde{s} = 34,79$) değerlerini kullanarak yeniden düzenlenmiştir.

Tablo 2.7.'nin F ve G kolonlarında M ve M' için hesaplanan değerler $M = 0,0594$ ve $M' = 0,0667$ 'dir. $\bar{X} = 90,07$ ve $\tilde{s} = 34,79$ değerleri tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için kullanılan $\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ değerlerine çok yakın olduğundan Tablo 2.7.'nin satırlarındaki değerlerin Tablo 2.6.'nın satırlarındaki değerlere çok yakın hatta bazı durumlarda aynı olması sürpriz değildir, Tablo 2.7.'de gözlenen $M = 0,0594$ ve $M' = 0,0667$ değerleri, Tablo 2.6.'da tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi için hesaplanan $M = 0,0569$ ve $M' = 0,0667$ değerlerine çok yakın veya aynıdır. $M' = 0,0667$ değeri $M = 0,0569$ 'dan daha büyük olduğundan $M' = 0,0667$ normallik için Lilliefors testi için test istatistiği olarak tanımlanacaktır.

Tablo 5' te olduğu gibi Tablo 6' daki kritik değerler örneklem büyüklüğüne göre listelenmiştir. $n = 30$ için Tablo 6 kullanılırsa; tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri (iki yanlı 0,10 ve 0,02 kritik tablo değerlerine karşılık gelir.) $M_{0,05} = 0,161$ ve $M_{0,01} = 0,187$ 'dir. $M' = 0,0667$ bu kritik değerlerin ikisinden de küçük olduğundan normallik için sıfır hipotezi reddedilemez.

Tablo 2.7. Normallik için Lilliefors testi için test istatistiğinin hesaplanması

A (X)	B (z)	C (p)	D $F_0(X_i)=p\pm 0,50$	E $S(X_i)$	F $ S(X_i)-F_0(X_i) $	G $ S(X_{i-1})-F_0(X_i) $
21	-1,99	0,4761	0,0239	1/30=0,0333	0,0094	$ 0,0000-0,0239 =0,0239$
32	-1,67	0,4525	0,0475	2/30=0,0667	0,0192	$ 0,0333-0,0475 =0,0142$
38	-1,50	0,4332	0,0668	3/30=0,1000	0,0332	$ 0,0667-0,0668 =0,0001$
40	-1,44	0,4251	0,0749	4/30=0,1333	0,0594= M	$ 0,1000-0,0749 =0,0251$
48	-1,21	0,3869	0,1131	5/30=0,1667	0,0536	$ 0,1333-0,1131 =0,0202$
55	-1,01	0,3438	0,1565	6/30=0,2000	0,0438	$ 0,1667-0,1562 =0,0105$
63	-0,78	0,2823	0,2177	7/30=0,2333	0,0156	$ 0,2000-0,2177 =0,0177$
66	-0,69	0,2549	0,2451	8/30=0,2667	0,0216	$ 0,2333-0,2451 =0,0118$
70	-0,58	0,2190	0,2810	9/30=0,3000	0,0190	$ 0,2667-0,2810 =0,0143$
75	-0,43	0,1664	0,3336	10/30=0,3333	0,0003	$ 0,3000-0,3336 =0,0336$
80	-0,29	0,1141	0,3859	11/30=0,3667	0,0192	$ 0,3333-0,3859 =0,0526$
84	-0,17	0,0675	0,4325	12/30=0,4000	0,0325	$ 0,3667-0,4325 =0,0658$
86	-0,12	0,0478	0,4522	13/30=0,4333	0,0189	$ 0,4000-0,4522 =0,0522$
90	0,00	0,0000	0,5000	15/30=0,5000	0,0000	$ 0,4333-0,5000 =0,0667=M'$
93	0,08	0,0319	0,5319	16/30=0,5333	0,0014	$ 0,5000-0,5319 =0,0319$
95	0,14	0,0557	0,5557	17/30=0,5667	0,0110	$ 0,5333-0,5557 =0,0224$
98	0,23	0,0901	0,5901	18/30=0,6000	0,0099	$ 0,5667-0,5901 =0,0234$
100	0,29	0,1141	0,6141	19/30=0,6333	0,0192	$ 0,6000-0,6141 =0,0141$
105	0,43	0,1664	0,6664	20/30=0,6667	0,0003	$ 0,6333-0,6664 =0,0331$
106	0,46	0,1772	0,6772	21/30=0,7000	0,0228	$ 0,6667-0,6772 =0,0105$
108	0,52	0,1985	0,6985	22/30=0,7333	0,0348	$ 0,7000-0,6985 =0,0015$
115	0,72	0,2642	0,7642	23/30=0,7667	0,0025	$ 0,7333-0,7642 =0,0309$
118	0,80	0,2881	0,7881	24/30=0,8000	0,0119	$ 0,7667-0,7881 =0,0214$
126	1,03	0,3485	0,8485	25/30=0,8333	0,0152	$ 0,8000-0,8485 =0,0485$
128	1,09	0,3621	0,8621	26/30=0,8667	0,0046	$ 0,8333-0,8621 =0,0288$
130	1,15	0,3749	0,8749	27/30=0,9000	0,0251	$ 0,8667-0,8749 =0,0082$
142	1,49	0,4319	0,9319	28/30=0,9333	0,0014	$ 0,9000-0,9319 =0,0319$
145	1,58	0,4429	0,9429	29/30=0,9667	0,0238	$ 0,9333-0,9429 =0,0096$
155	1,87	0,4693	0,9693	30/30=1,0000	0,0307	$ 0,9667-0,9693 =0,0026$

2.3. Ki-Kare Uyum İyiliği Testi

(Kategorik / Nominal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.3.1. Varsayımlar

Ki-kare uyum iyiliği testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

a) Analizde kategorik / nominal veri kullanılır. Bu varsayım test verisinin karşılıklı k ayrık kategori için frekansları temsil etmesinde etkilidir.

b) Değerlendirilen veri n bağımsız gözlemin rasgele örnekleminden oluşmuştur. Bu varsayım her bir gözlemin veride yalnızca bir kez temsil edilebileceğini göstermektedir.

c) Her bir hücrenin beklenen frekansı 5 ya da 5'ten daha büyüktür. Bu varsayım bozulduğunda veriyi değerlendirmek için $k = 2$ ise tek örneklem için binom işaret testinin kullanılması önerilir. Bir ya da daha çok hücrenin beklenen frekansı 5'ten küçük ve $k > 2$ olduğunda veriyi değerlendirmek için çok terimli dağılım kullanılabilir.

2.3.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirilen hipotez k hücrenin gözlenen frekansları ile beklenen frekansları arasında fark olup olmadığıdır.

Sıfır ve alternatif hipotezin ifadesinde kitledeki bir hücrenin gözlenen frekansını göstermek için küçük Grek harfi omikron (ϕ) ve kitledeki bir hücrenin beklenen frekansını göstermek için küçük Grek harfi epsilon (ϵ) kullanılacaktır. Böylece ϕ_i ve ϵ_i sırasıyla kitledeki i-inci hücrenin gözlenen ve beklenen frekansını göstermektedir. Örneklem verisi için gözlenen ve beklenen frekanslara gelince O_i notasyonu i-inci hücrenin gözlenen frekansını, ve E_i notasyonu i-inci hücrenin beklenen frekansını göstermektedir.

Sıfır Hipotezi:

$$H_0 : \phi_i = \epsilon_i ,$$

tüm hücreler için

Örneklemin tanımladığı temel kitlede k hücrenin her biri için hücrenin gözlenen frekansı hücrenin beklenen frekansına eşittir. Örneklem verisine göre bu k hücrenin tümü için $O_i = E_i$ tahminini gösterir. Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek alternatif hipotez;

$$H_1 : O_i \neq E_i, \quad \text{en az bir hücre için}$$

Örneklemin tanımladığı temel kitlede k hücrenin en az biri için hücrenin gözlenen frekansı hücrenin beklenen frekansına eşit değildir. Veriye göre bu k hücrenin en azından biri için $O_i \neq E_i$ tahminini gösterir. Sıfır hipotezinin reddedilmesi bir hücre, iki hücre, . . . , $(k-1)$ hücre ya da k hücrenin gözlenen frekansı ve beklenen frekansı arasında uyumsuzluk sonucunda olabilir. Genel bir kural olarak, kaynaklar ki-kare uyumun iyiliği testi için alternatif hipotezi daima direkt olmayan şekilde ifade ederler.

2.3.3. Test Hesaplamaları

N gözlemin oluşturduğu bir kitleden rasgele seçilen n gözlemin her biri önceden tayin edilen karakteristik ya da başarının ölçüsüne dayanan k ayrık kategorinin birine tayin edilir. Veri k hücrenin oluşturduğu her bir hücrenin k kategoriden birini temsil ettiği tablo formunda özetlenmiştir. Tablo 2.8. ki-kare testi için genel modeli özetler. C_i i -inci hücre / kategori, O_i i -inci hücredeki gözlemlerin sayısını göstermektedir. Tablonun her bir hücresinde kaydedilen gözlemlerin sayısı hücrenin gözlenen frekansı olarak bilinir.

Tablo 2.8. Ki-kare testi için genel model

	Toplam gözlem sayısı					
Hücre / Kategori	C_1	C_2	...	C_i	...	C_k
Gözlenen Frekans	O_1	O_2	...	O_i	...	O_k
	n					

Ki-kare uyumun iyiliği testi için hesaplamalar gözlenen ve beklenen hücre frekanslarının birbirleriyle karşılaştırılmasını gerektirmektedir. Bu amaçla Tablo 2.9. gibi hesaplamaları özetleyen bir tablo hazırlanır. Tablo 2.9.'da her bir hücrenin gözlenen frekansı (O_i) 2. kolonda ve her bir hücrenin beklenen frekansı (E_i) 3. kolonda listelenir.

Tablo 2.9. Ki-kare testi için veri tablosu hazırlama

Hücre	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
	$\sum O_i$	$\sum E_i$	$\sum (O_i - E_i)$		χ^2

Bir hücrenin beklenen frekansını hesaplamak için aşağıdakilerden biri yapılmalıdır:

- Test modeli için uygun teorik olasılık yaklaşımını kullanmak,
- Var olan deneysel veriye dayanan olasılığı kullanmak.

Beklenen hücre frekanslarının hesaplanması için teorik olasılık yaklaşımı kullanılacaksa; olası durumların her birinin gerçekleşmesi olasılığı (π notasyonu ile gösterilir) $\pi = r / k$ olarak hesaplanır. Burada r belirli bir kategoride yer alabilecek gözlemlerin sayısı ve k herhangi bir denemede gerçekleşebilecek tüm durumların sayısını göstermektedir. Böylece k olasılığın toplamı 1'e eşit olmalıdır yani $\sum_{i=1}^k \pi_i = 1$ dir.

Her bir hücrenin beklenen frekansı toplam gözlem sayısı hücrenin olasılığıyla çarpılarak hesaplanır. Yani beklenen frekanslar

$$E_i = n\pi_i \quad (2.6)$$

ile hesaplanır. Burada n toplam gözlem sayısı, π_i bir gözlemin i -inci hücreye düşmesi olasılığıdır.

Beklenen hücre frekanslarının hesaplanmasının ardından, ki-kare uyumun iyiliği testi için test istatistiği

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right] \quad (2.7)$$

olarak hesaplanır.

Tablo 2.9.' da gözlenen ve beklenen frekansların toplamı aynı olmalıdır. Bu toplamların eşit olmaması hesaplamalarda hata yapıldığını gösterir. Bu ayrıca gözlenen ve beklenen frekanslar arasındaki farkların toplamının 0 olmasını gerektirir (yani $\sum (O_i - E_i) = 0$). 5. kolonda $(O_i - E_i)$ değerlerinin kareleri alındığından 6. kolondaki χ^2 değerini veren toplam daima pozitif bir değer olmalıdır. χ^2 sadece k hücrenin tümü için $O_i = E_i$ olduğunda sıfıra eşit olacaktır.

2.3.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

Gözlemlenen χ^2 değeri ekler kısmındaki Tablo 3 (Ki-kare dağılımının tablosu) ile değerlendirilir. Ki-kare uyumun iyiliği testinin sonuçlarını değerlendirmede serbestlik derecesi (df) olarak

$$df = k-1 \quad (2.8)$$

kullanılır.

Ki-kare uyumun iyiliği testi için hesaplanan ki-kare değerini değerlendirmek için Tablo 3 kullanıldığında şu yöntem izlenir. Ki-kare uyumun iyiliği testi için kritik

tablo değeri daima dağılımın sağ kuyruk uzantısından alınır. Böylece 0,05 kritik ki-kare tablo değeri ($\chi^2_{0,05}$) 95'inci yüzdelikteki kritik tablo değeri olacaktır. Aynı şekilde 0,01 kritik ki-kare tablo değeri ($\chi^2_{0,01}$) 99'uncu yüzdelikteki kritik tablo değeri olacaktır. Sıfır hipotezini reddetmek için ki-karenin gözlenen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır.

2.3.5. Örnek

Örnek 2.3. (Siegel, S. & Castellen, N. J. ; 1988. Nonparametric Statistics For The Behavioral Sciences)

At yarışı sevenler dairesel yarış pisti çevresinde iç kulvardaki atların daha avantajlı olduğunu düşünürler. Atların başlama kutusundaki kulvarlara dizilişleri önceden belirlenir. 8 kulvara sahip bir başlama kutusunda 1 numaralı kulvar yarış pistinin iç kısmındaki tırabzanlara en yakın kulvar, . . . , 8 numaralı kulvar yarış pistinin iç kısmındaki tırabzanlara en uzak kulvardır.

Hangi kulvardaki atın kazandığına göre sezonun ilk ayındaki 144 yarış sonucu şöyledir: 1 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 29 kez, 2 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 19 kez, 3 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 18 kez, 4 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 25 kez, 5 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 17 kez, 6 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 10 kez, 7 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 15 kez, 8 numaralı kulvarda yarışa başlayan atlar 11 kez yarış kazanmıştır.

Sezonun ilk ayındaki 144 yarış sonucuna göre kulvarlar için gözlenen frekans ile beklenen frekans arasında fark var mıdır?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : o_i = \varepsilon_i ,$$

tüm hücreler

için

Örneklemin tanımladığı temel kitlede 8 kulvarın her biri için gözlenen frekans ile beklenen frekans arasında fark yoktur.

$$H_1 : o_i \neq \varepsilon_i ,$$

en az bir hücre için

Örneklemin tanımladığı temel kitlede 8 kulvarın en az biri için gözlenen frekans ile beklenen frekans arasında fark vardır.

ii) Test Hesaplamaları

Tablo 2.10. örnek 2.3 için veri ve hesaplamaları özetlemektedir.

Tablo 2.10. Örnek 2.3 için ki-kare analizi özet tablosu

Hücre (kulvar no)	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	29	18	11	121	6,72
2	19	18	1	1	0,05
3	18	18	0	0	0
4	25	18	7	49	2,72
5	17	18	-1	1	0,05
6	10	18	-8	64	3,55
7	15	18	-3	9	0,50
8	11	18	-7	49	2,72
	$\sum O_i = 144$	$\sum E_i = 144$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 16,31$

Örnek 2.3' te beklenen hücre frekanslarının hesaplanması test modeli için teorik olasılıklara dayanmaktadır. Kulvarlar arasında fark olmadığı düşünülürse atların herhangi bir kulvarda yarış kazanma olasılığı eşittir. Her bir yarış sadece bir kazanan ile sonuçlanacağından bir gözlem sekiz kategoriden birine tayin edilir, böylece sekiz kulvarın her birinde toplam yarış sayısının $1/8$ ' i kadar yarış kazanılmalıdır. (2.6) kullanılarak her bir hücrenin beklenen frekansı

$$E_i = n\pi_i$$

$$E_i = (144)(1/8) = 18$$

olarak hesaplanır. Beklenen hücre frekanslarının hesaplanmasının ardından, (2.7) ile test istatistiğinin değeri

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left[\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \right] = 16,31$$

bulunur.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

Gözlenen $\chi^2=16,31$ değeri ekler kısmındaki tablo 3 (Ki-kare dağılımının tablosu) ile değerlendirilir. Serbestlik derecesi $df = 8 - 1 = 7$ olarak hesaplanır. $df = 7$ için 0,05 kritik ki-kare tablo değeri $\chi^2_{0,05}=14,07'$ dir. $df = 7$ için 0,01 kritik ki-kare tablo değeri $\chi^2_{0,01}=18,48'$ dir. Hesaplanan $\chi^2 = 16,31$ değeri $\chi^2_{0,05}=14,07'$ den daha büyük olduğundan sıfır hipotezi 0,05 düzeyinde reddedilir. Hesaplanan $\chi^2 = 16,31$ değeri $\chi^2_{0,01}=18,48'$ den daha küçük olduğundan sıfır hipotezi 0,01 düzeyinde reddedilemez.

iv) Sonuç

Bu örneklem değerlerine göre 0,01 düzeyinde yarış kazanma anlamında kulvarlar arasında fark yoktur.

2.3.6. $k>2$ Olduğunda Bireysel Hücrelerin Karşılaştırılması

Ki-kare uyumun iyiliği testi çerçevesinde bireysel hücreleri birbiriyle karşılaştırmak mümkündür. Bunu örneklerle açıklamak için örnek 2.4.'ü kullanacağız.

Örnek 2.4. (Conover, W. J. ; 1999. Practical Nonparametric Statistics)

Bir zar hilesiz olup olmadığını değerlendirmek için 600 kez atılıyor. 1, 87 kez; 2, 96 kez; 3, 108 kez; 4, 89 kez; 5, 122 kez ve 6, 98 kez görünüyor.

Örnek 2.4'te zarın 5 değerinin olduğu yüz için gözlenen frekans 122, diğer beş yüzdeki değerlerin gözlenen frekanslarından daha büyük müdür?

Dikkat edilirse bu diğer beş yüzdeki değerlerin herhangi biriyle bireysel olarak karşılaştırıldığında 5 değerinin olduğu yüzün daha yüksek olasılıkla gelip gelmeyeceğini sormakla aynı şey değildir. Bu soruyu cevaplamak için 6 değerinin olduğu yüz için gözlenen frekans belirlenen bir değer için gözlenen frekans ile karşılaştırılmalıdır.

Bunu yapmak için orijinal altı hücreli ki-kare tablosu bir hücre 5 (1. hücre) ve diğer hücre 1, 2, 3, 4, 6 (2. hücre) olarak tanımlanan iki hücreli tabloya parçalanır. 1. hücrenin beklenen frekansı $\pi_1=1/6$ 'dır; çünkü herhangi bir denemede zarın 5 bulunan yüzünün gelmesi şansı altıda birdir. Böylece $E_1 = (600)(1/6) = 100$ 'dür. 2. hücrenin beklenen frekansı $E_2 = (600)(5/6) = 500$ olarak hesaplanır. Dikkat edilirse 2. hücre için $\pi_2=5/6$ olasılığı diğer beş hücrenin olasılıklarının toplamıdır. Başka bir deyişle zarın görünen yüzünde 5'ten başka bir değer gelmesi şansı $5/6$ 'dır. Tablo 2.11. ele alınan problem için veriyi özetler.

Tablo 2.11. $\pi_1=1/6$ ve $\pi_2=5/6$ olduğunda ki-kare özet tablosu

Hücre	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
5	122	100	22	484	4,84
1,2,3,4,6	478	500	-22	484	0,97
	$\sum O_i = 120$	$\sum E_i = 120$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 5,81$

$k = 2$ hücre olduğundan $df = 2 - 1 = 1$ 'dir. Tablo 3 kullanılırsa $df = 1$ için $\chi^2_{0,05} = 3,84$ ve $\chi^2_{0,01} = 6,63$ 'tür. Gözlemlenen $\chi^2 = 5,81$ değeri $\chi^2_{0,05} = 3,84$ 'ten daha büyük olduğundan sıfır hipotezi 0,05 düzeyinde reddedilebilir.

$$\chi^2 = 5,81 < \chi_{0,01}^2 = 6,63$$

olduğundan sıfır hipotezi 0,01 düzeyinde reddedilemez.

Şuna da dikkat edilmelidir ki; araştırmacı ki-kare analizinde üç ya da daha çok hücreden oluşan bir tabloyu yeniden düzenleyerek daha az hücreden oluşan bir tabloya dönüştürme yoluyla serbestlik derecesini küçültebilir. Serbestlik derecesinin küçültülmesi sıfır hipotezinin reddedilme olasılığını arttıracaktır, çünkü belirlenen bir önem düzeyinde serbestlik derecesinin en küçük değeri ki-kare kritik tablo değerinin en küçük değerindedir. Bu strateji kullanılarak anlamlı şekilde sonuçlanmayan üç ya da daha çok hücreden oluşan bir tablo anlamlı şekilde sonuçlanabilecek uygun bir tabloya dönüştürülebilir. Açıktır ki eğer amaç veriden daha anlamlı bir sonuç elde etmekse öyle bir strateji kullanmak uygun olur.

Yukarıda anlatılanlara ilaveten başka karşılaştırmalar yapmak da mümkündür. Örneğin gelen yüzler 1,2,3 için gözlenen frekanslar ile 4,5,6 için gözlenen frekanslar karşılaştırılabilir. Böyle bir örnekte her birinin olasılığı $\pi_i = 1/2$ olan iki hücre olacaktır. Araştırmacı orijinal altı hücreli bir tabloyu üç hücreye de parçalayabilir, örneğin 1,2 ; 3,4 ; 5,6 . Böyle bir örnekte her bir hücrenin olasılığı $\pi_i = 1/3$ 'tür.

Karşılaştırmamızın bir diğer çeşidi de orijinal altı hücrenin yalnızca ikisi birbiriyle kıyaslanarak yapılabilir. Özel olarak 2 hücresiyle 3 hücresini kıyasladığımızı varsayalım. Tablo 2.12 böyle bir karşılaştırma için veriyi özetlemektedir.

Tablo 2.12. Karşılaştırma için ki-kare özet tablosu

Hücre	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
2	96	102	-6	36	0,35
3	108	102	6	36	0,35
	$\sum O_i = 204$	$\sum E_i = 204$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 0,70$

Dikkat edilirse yukarıdaki örnekte iki hücre kullanıldığından her bir hücrenin olasılığı $\pi_i = 1/2$ olacaktır. Her bir hücrenin beklenen frekansı iki hücredeki toplam gözlem sayısı (204) $\pi_i = 1/2$ ile çarpılarak bulunur. Böyle bir karşılaştırma yapıldığında kritik mesele araştırmacının sıfır hipotezini değerlendirirken α 'nın hangi değerini kullanacağıdır. $df = 1$ için $\alpha = 0,05$ kullanılırsa $\chi^2_{0,05} = 3,84$ 'tür. $\chi^2 = 0,70 < \chi^2_{0,05} = 3,84$ olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Yani 2 ve 3 hücreleri için gözlenen frekanslar arasında fark yoktur.

Şimdi karşılaştırma oluşturmak için alternatif bir yaklaşım sunulacaktır.

2.3.7. Ki-kare Uyumun İyiliği Testi İçin Güven Aralığının Hesaplanması

(Kitle Oranı İçin Güven Aralığı)

Bu kısımda tanımlanan yöntem tek boyutlu ki-kare tablosunda herhangi bir hücreye düşen durumun temel kitledeki oranı için güven aralığı hesaplamaya olanak sağlar. Bir hücre için gerçek kitle oranı π_i ile gösterilecektir. Aşağıda tanımlanan yöntem binom dağılımı değişkeni için güven aralığına büyük örneklem yaklaşımıdır. ($k = 2$ olduğunda ki-kare uyumun iyiliği testi modeline uygulanır.) Bu kısımda tanımlanan analizde $k > 2$ ise orijinal ki-kare tablosunun iki hücre içeren bir tabloya dönüştürülmüş olduğunu varsayacağız.

(2.9), $k = 2$ hücre bulunduğunda belirlenen hücrenin kitle oranı için güven aralığı hesaplamak için genel eşitliktir.

$$\left[p_1 - z_{(\alpha/2)} \sqrt{\frac{p_1 p_2}{n}} \right] \leq \pi_1 \leq \left[p_1 + z_{(\alpha/2)} \sqrt{\frac{p_1 p_2}{n}} \right] \quad (2.9)$$

Burada p_1 1. hücredeki gözlemlerin oranını göstermektedir. Varsayımlar altında analizde 1. hücre, gözlenen frekansı kalan $(k-1)$ hücrenin birleştirilen gözlenen frekansı ile karşılaştırılan hücredir. p_1 'in değeri 1. hücredeki gözlem sayısının (x notasyonu ile gösterilir) toplam gözlem sayısı (n notasyonu ile

gösterilir) ile bölünmesinden elde edilir. Yani $p_1 = x/n$ 'dir. $p_2 = 1 - p_1$ ' dir. p_2 değeri 2. hücredeki gözlemlerin oranı olarak tanımlanır. Varsayımlar altında analizde 2. hücre diğer $(k-1)$ hücrenin frekanslarının birleştirilmesiyle oluşur. p_2 1. hücrede bulunmayan gözlem sayısının toplam gözlem sayısına bölünmesiyle bulunabilir. Böylece $p_2 = (n - x)/n$ 'dir. $z_{(\alpha/2)}$ normal dağılım eğrisinin altına $\left[1 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]$ oranında alan düşüren kritik tablo değeridir. Dağılımın güven aralığı içine düşen oranı 1'den çıkarılırsa elde edilen değer α 'ya eşit olacaktır.

% 95' lik güven aralığı hesaplanmak istenirse (2.9)' da iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$; % 99' luk güven aralığı hesaplamak istersek (2.9)' da iki yanlı 0,01 kritik tablo değeri $z_{0,01} = 2,58$ kullanılır. (2.9)' daki $\sqrt{\frac{(p_1 p_2)}{n}}$ değeri kitle oranının tahmin edilen standart hatası olarak tanımlanır. Bu değer bir oranın örnekleme dağılımının tahmin edilen standart hatasıdır.

Örnek 2.4 için veri iki hücreden oluşmuş formda yeniden tanımlanırsa, (2.9) altı hücrenin her biri için güven aralığı hesaplamakta kullanılabilir. Böylece 5 hücresi için güven aralığı hesaplamak istersek ;

$$p_1 = x/n = 122 / 600 = 0,203 \quad \text{ve}$$

$$p_2 = (n - x)/n = (600 - 122) / 600 = 478 / 600 = 0,797$$

'dir. Bu değerler ve $z_{0,05} = 1,96$ değeri (2.9)' da yerine yazılırsa % 95' lik güven aralığı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} 0,203 - (1,96)\sqrt{\frac{(0,203)(0,797)}{600}} &\leq \pi_1 \leq 0,203 + (1,96)\sqrt{\frac{(0,203)(0,797)}{600}} \\ 0,203 - 0,032 &\leq \pi_1 \leq 0,203 + 0,032 \\ 0,171 &\leq \pi_1 \leq 0,235 \end{aligned}$$

Böylece araştırmacı % 95 'lik güvenle 0,171'ten 0,235'e kadar olan aralığın 5 hücresine düşen temel kitledeki durumların oranını içerdiğini söyleyebilir.. Diğer bir deyişle 5 hücresi için gerçek kitle oranı değerinin 0,171 ile 0,235 arasında bulunması olasılığı % 95 'tir.

En geniş aralık olan % 99 'luk güven aralığı $z_{0,01} = 2,58$ değerinin (2.9)' da kullanılmasıyla aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$0,203 - (2,58)\sqrt{\frac{(0,203)(0,797)}{600}} \leq \pi_1 \leq 0,203 + (2,58)\sqrt{\frac{(0,203)(0,797)}{600}}$$

$$0,203 - 0,042 \leq \pi_1 \leq 0,203 + 0,042$$

$$0,161 \leq \pi_1 \leq 0,245$$

Böylece araştırmacı % 99 'luk güvenle 0,161'den 0,245'e kadar olan aralığın 5 hücresine düşen temel kitledeki durumların oranını içerdiğini söyleyebilir. Diğer bir deyişle 5 hücresi için gerçek kitle oranı değerinin 0,161 ile 0,245 arasında bulunması olasılığı % 99' dur.

Yukarıda tanımlanan yöntem örnek 2.3 ve 2.4 'teki diğer beş hücre için tekrarlanabilir. Her örnekte bir hücrenin gözlenen frekansı diğer beş hücredeki gözlenen frekansların birleştirilmesiyle oluşur.

2.3.8. Ki-kare Uyumun İyiliği Testi İçin Süreklilik Düzeltmesi

Genel olarak ki-kare uyumun iyiliği testine göre ele alınmamasına rağmen (2.7)' ye süreklilik düzeltmesi uygulanabilir. Ki-kare uyumun iyiliği testine süreklilik düzeltmesi uygulamak için kesikli dağılıma sürekli dağılım yaklaşımı kullanılır. (2.10), ki-kare uyumun iyiliği testi için süreklilik düzeltmesi yapılmış ki-kare eşitliğidir.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left[\frac{(|O_i - E_i| - 0,5)^2}{E_i} \right] \quad (2.10)$$

Gözlenen ve beklenen frekansların her bir kümesi arasındaki farkların mutlak değerlerinden 0,5 çıkarılmasıyla (2.10)'daki ki-kare değeri (2.7) ile hesaplanan ki-kare değerinden daha küçük olacaktır. Süreklilik düzeltmesinin büyüklüğü örneklem büyüklüğü ile ters ilişkilidir. Ki-kare uyumun iyiliği testi için süreklilik düzeltmesi sadece $k=2$ hücre olması durumunda kullanılır. Düzeltmenin bu uygulaması kitle oranı için z testi gereğince ele alınır.

2.3.9. Teorik Bir Kitle Dağılımı İçin Uyumun İyiliğini Değerlendirmede Ki-kare Uyumun İyiliği Testinin Uygulanması

Veri analizinde araştırmacının örneklem verisinin dağılımının özel bir teorik kitle (ya da olasılık) dağılımına uyup uymadığını değerlendirmek isteyebileceği durumlar vardır. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi ve normallik için Lilliefors testi ile olduğu gibi ki-kare uyumun iyiliği testi bu amaç için kullanılabilir. Kolmogorov-Smirnov ve Lilliefors testlerinin sürekli değişkenlere ve ki-kare testinin kesikli değişkenlere uygulanması tasarlanmasına rağmen bu test bazen sürekli değişkenler için uyumun iyiliğini değerlendirmek için kullanılır. Sürekli değişkenler ile ki-kare uyumun iyiliği testinin en yaygın uygulaması kitle ortalaması ve standart sapması örneklem verisinden tahmin edildiğinde normal dağılım için uyumun iyiliğini değerlendirmektir. Kolmogorov-Smirnov testi (kitle ortalaması ve standart sapması için özel değerleri öngörür) ve normallik için Lilliefors testi (ki-kare testi gibi kitle ortalaması ve standart sapması örneklem verisinden tahmin edilir) bu amaç için daha uygun olmasına rağmen ki-kare testi daha az işlem gerektirdiği için sık sık kullanılır.

Ki-kare uyumun iyiliği testi teorik bir dağılım için uyumun iyiliğinin belirlenmesinde kullanıldığında (2.8) yani $df = k-1$ serbestlik derecesinin hesaplanması için uygun değildir. Örneklem verisinin dağılımının özel teorik bir dağılıma (normal, binom ya da Poisson dağılımı gibi) uyup uymadığını hesaplamada bir ya da daha çok kitle parametresini her bir hücrenin önceden hesaplanan beklenen

frekansından tahmin etmek gerekebilir. Böyle bir durumda (2.11) analiz için serbestlik derecesini hesaplamakta kullanılabilir.

$$df = k - 1 - w \quad (2.11)$$

Burada w tahmin edilen parametre sayısı olarak tanımlanır.

Aslında $df = k - 1 - w$ ki-kare uyumun iyiliği testinin serbestlik derecesini hesaplamak için genel eşitliktir. (2.8), $df = k - 1 - w$ eşitliğinde $w = 0$ olduğunu göstermektedir.

Örnek 2.5 normal dağılım için uyumun iyiliğini değerlendirmede ki-kare uyumun iyiliği testinin kullanılmasını açıklamak için kullanılacaktır. Örnek 2.5 tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi ve normallik için Lilliefors testinde kullanılan örnek 2.1 ile aynıdır. Bununla birlikte örnek 2.5’ te kitle ortalaması ve tahmin edilen standart sapmasının örneklem verisinden tahmin edildiği ifade edilmiştir. Örnek 2.5’ te verilen örneklem ortalaması $\bar{X} = 90,07$ ve tahmin edilen kitle standart sapması $\tilde{s} = 34,79$ değerleri (Lilliefors testi için de kullanıldı) örneklemdeki 30 skor için hesaplanmıştır.

Örnek 2.5 Örnek 2.2.’deki veriyi göz önüne alalım Kitle ortalaması ve standart sapması örneklem verisinden tahmin edilen $\bar{X} = 90,07$ ve $\tilde{s} = 34,79$ ’ dir.

Buna göre veri normal dağılıma uyar mı?

Ki-kare uyumun iyiliği testini kullanmak için araştırmacı öncelikle örneklem verisinden $\bar{X}$ ve $\tilde{s}$ değerlerini hesaplayarak kitle ortalaması (μ) ve standart sapması (σ) değerlerini tahmin etmelidir. İki kitle parametresinin tahmini (μ ve σ) gerektiğinden analiz için uygun olan serbestlik derecesi $df = k - 1 - 2$ olacaktır. Analizde kullanılan k değeri hücre sayısı olarak tanımlandığından en az dört hücre olmalıdır, çünkü $k = 4$ ’ten küçük olursa df ’nin değeri 1’den küçük olacaktır (bu imkansızdır). Ki-kare tablosundaki hücrelerin her biri bir sınıf aralığı olarak tanımlanacaktır. Bir sınıf aralığı gruplandırılmış frekans dağılımında skor değerlerinin aralık limitlerini belirtir. Ki-kare uyumun iyiliği testinin önceki uygulamalarında olduğu gibi her bir hücre / sınıf aralığı için beklenen frekans

hesaplanır ve gözlenen frekans ile karşılaştırılır. Örnek 2.5' te ki-kare uyumun iyiliği testi ile kurulan sıfır ve alternatif hipotez aşağıdaki gibidir.

H_0 : Örneklem normal dağılmış bir kitleden alınmıştır.

H_1 : Örneklem normal dağılmış bir kitleden alınmamıştır.

Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir.

Örnek 2.5' in ki-kare uyumun iyiliği testi ile analizi Tablo 2.13. ve tablo 2.14.'te özetlenmiştir. Tablo 2.14'te $n = 30$ skorun her biri on hücreden birine tayin ediliyor. Tablo 2.13.'te özetlenen on hücre normal dağılımın on desiline karşılık gelir. Bir desil bir dağılımı % 10 luk kısımlardan oluşan bloklara böler (ya da bloklar dağılımın % 10 luk oranına eşit olur). Normal dağılımda 10 desilin limitlerine karşılık gelen z skorları ekler kısmındaki Tablo 1'in kullanılmasıyla hesaplanmıştır. Böylece $z = -1,28$ için Tablo 1'in 3. kolonunda 0,1033 olduğundan $z = -1,28$ değeri 10. yüzdeliğin üst limitine karşılık gelir (yüzdelik olarak % 10 belirtildiğinde 0,1033 en yakın değerdir). $\bar{X} = 90,07$ ve $\tilde{s} = 34,79$ verildiğinde $X = \bar{X} + (z)(\tilde{s})$ eşitliğini kullanarak $X = 45,47$ değerine $z = -1,28$ 'in karşılık geldiğini hesaplayabiliriz. Bu eşitlik μ yerine $\bar{X}$ ve σ yerine $\tilde{s}$ kullanıldığında $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ eşitliğinin cebirsel dönüşümüdür. Böylece

$$X = 90,07 + (-1,28)(34,79) = 45,54$$

olduğunu gözleyebiliriz. Bu değer 45,54'ten daha küçük herhangi bir skorun 1. desile düştüğünü gösterir. $z = -0,84$ için Tablo 1'in 3. kolonunda 0,2033 bulunduğundan $z = -0,84$ değeri 20. yüzdeliğin üst limitine karşılık gelir (yüzdelik olarak % 20 belirtildiğinde 0,2033 en yakın değerdir). Böylece 2. desil %10 oranından % 20 oranına kadar olan skorlar ile tanımlanabilir. $z = -0,84$ olduğundan $X = \bar{X} + (z)(\tilde{s})$ eşitliğini kullanarak

$$X = 90,07 + (-0,84)(34,79) = 60,85$$

değerini hesaplayabiliriz. $X = 60,85$ değeri 2. desilin üst limitidir. Böylece 45,54'ten büyük fakat 60,85'ten küçük veya eşit skorlar 2. desile düşer. 1. ve 2. desiller için tanımlanan prosedür kullanılarak kalan sekiz desil için limitler hesaplanabilir, böylece Tablo 2.13. tamamlanır.

Genel bir kural olarak iki ya da daha çok skor $\bar{X}$ değerine eşitse skorların yarısı 5. desile ve diğer yarısı 6. desile atanır. Sadece bir skor $\bar{X}$ değerine eşitse o skor 5. ya da 6. desile rasgele atanır.

(2.6) kullanılırsa Tablo 2.14.'teki her bir hücre için beklenen frekans örneklem büyüklüğü ($n = 30$) ile 0,1 çarpılarak $E_i = (30)(0,1) = 3$ olarak elde edilir. 0,1 değeri her bir hücre normal dağılımın % 10'una karşılık gelen alan olarak tanımlandığından bu eşitlikte π_i olarak kullanılmıştır. Böylece bir gözlemin herhangi bir hücreye / desile düşme olasılığı 0,1'dir. (2.7) kullanılırsa örnek 2.5 için $\chi^2 = 3,31$ değeri hesaplanır. $k = 10$ hücre olduğundan ve $w = 2$ parametre tahmin edildiğinden serbestlik derecesi $df = 10 - 1 - 2 = 7$ dir. Tablo 3 kullanılırsa $df = 7$ için 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $\chi^2_{0,05} = 14,07$ ve $\chi^2_{0,01} = 18,48$ dir. Hesaplanan $\chi^2 = 3,31$ değeri bu değerlerin ikisinden de daha küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Böylece analiz verinin normal dağılımdan önemli derecede saptığını göstermez. Bu, aynı veri kümesi kullanıldığında tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi ($\mu = 90$ ve $\sigma = 35$ kitle parametreleri kullanıldığında) ve normallik için Lilliefors testi (ki-kare uyumun iyiliği testinde olduğu gibi tahmin edilen $\bar{X} = 90,07$ ve $\tilde{s} = 34,79$ değerleri kullanıldığında) ile elde edilen sonuçlarla uyumludur.

Tablo 2.13. Örnek 2.5'in ki-kare analizi için sınıf aralıkları

Hücre / Sınıf Aralığı / Desil	z değerleri için limitler	X değerleri için limitler
1. desil (0 dan 0,10 a kadar)	$z \leq -1,28$	$X \leq 45,54$
2. desil (0,10 dan 0,20 ye kadar)	$-1,28 < z \leq -0,84$	$45,54 < X \leq 60,85$
3. desil (0,20 den 0,30 a kadar)	$-0,84 < z \leq -0,52$	$60,85 < X \leq 71,98$
4. desil (0,30 dan 0,40 a kadar)	$-0,52 < z \leq -0,25$	$71,98 < X \leq 81,37$
5. desil (0,40 tan 0,50 ye kadar)	$-0,25 < z \leq 0$	$81,37 < X \leq 90,07$
6. desil (0,50 den 0,60 a kadar)	$0 \leq z \leq 0,25$	$90,07 \leq X \leq 98,77$
7. desil (0,60 tan 0,70 e kadar)	$0,25 < z \leq 0,52$	$98,77 < X \leq 108,16$
8. desil (0,70 ten 0,80 e kadar)	$0,52 < z \leq 0,84$	$108,16 < X \leq 119,29$
9. desil (0,80 den 0,90 a kadar)	$0,84 < z \leq 1,28$	$119,29 < X \leq 134,60$
10. desil (0,90 dan 1 e kadar)	$1,28 < z$	$134,60 < X$

Dikkat edilirse çalışmada örneklem büyüklüğünün küçük olması nedeniyle her bir hücrenin beklenen frekansı 3 bir çok kaynakta ki-kare uyumun iyiliği testi için kabul edilen minimum değerden daha küçüktür. Beklenen frekans değerleri ki-kare tablosunda daha az hücre kullanılmasıyla arttırılabilir. Başka bir deyişle dörtte

birlik bloklar kullanılabilir ya da her bloğun durumların % 20 sini içerdiği bloklar kullanılabilir. Bu örneği dörtte birlik veya % 20'lik bloklar için yapalım.

Tablo 2.14. Örnek 2.5 için ki-kare özet tablosu

Hücre / Sınıf Aralığı/ Desil	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1. desil	4	3	1	1	0,33
2. desil	2	3	-1	1	0,33
3. desil	3	3	0	0	0,00
4. desil	2	3	-1	1	0,33
5. desil	2	3	-1	1	0,33
6. desil	5	3	2	4	1,33
7. desil	4	3	1	1	0,33
8. desil	2	3	-1	1	0,33
9. desil	3	3	0	0	0,00
10. desil	3	3	0	0	0,00
	$\sum O_i = 30$	$\sum E_i = 30$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 3,31$

2.3.10. Ki-kare Analizinin Heterojenliği

Bir araştırmacının aynı uyumun iyiliği hipotezini değerlendirmek için m ($m \geq 2$) bağımsız çalışma yaptığını ve hiç bir çalışmanın sonucunun istatistiksel açıdan anlamlı olmadığını varsayalım. Buna karşın verinin gözle incelenmesi m çalışmanın her birinde kullanılan k kategorinin gözlenen frekansları için farkların tutarlı olduğunu akla getirsin. Araştırmacı çalışmalarında kullandığı örneklemelerin oldukça küçük olmasından dolayı istatistiksel gücün yetersiz olduğundan, anlamlı

sonuçlar bulunamadığından şüphelenir. Analizin gücünü arttırmak için m çalışma için veriyi bir tabloda birleştirir ve bu tabloyu ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirir. Bu yöntem ki-kare heterojenlik analizi olarak adlandırılır.

Ki-kare heterojenlik analizi ile değerlendirilen sıfır hipotezi ve alternatif hipotez aşağıdaki gibidir.

H_0 : m örneklem aynı kitleden alınmıştır. (yani kitle homojendir.)

H_1 : m örneklem en azından ikisi aynı kitleden alınmamıştır. (yani kitle heterojendir.)

Ki-kare heterojenlik analizini açıklamak için aşağıdaki örneği ele alalım.

Örnek 2.6. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir araştırmacı özel coğrafik bir bölgenin göllerinde üç farklı türdeki balık sayısının eşit dağıldığı hipotezini değerlendirmek ister. Bir yıllık periyot süresince dört ayrı çalışma yapar ve her bir çalışmayı ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirir. Hiç bir çalışmadan anlamlı bir sonuç elde edilmemesine rağmen verinin gözle incelenmesi 3. türün 1. ve 2. türden daha yaygın ve 1. türün en az yaygın olduğunu önermektedir. Çünkü araştırmacı ki-kare analizi için anlamlı olmayan sonuçların istatistiksel gücün yetersiz olduğundan şüphelenmektedir. Araştırmacı dört çalışma için veriyi birleştirir ve birleştirilmiş veriyi analiz eder. Araştırmacı birleştirilmiş veride haklı çıkabilir mi?

Tablo 2.15. örnek 2.6 için verinin analizini özetler. Tablo 2.15' in A kısmı dört çalışmanın her biri için ki-kare uyumun iyiliği analizini göstermektedir. Her bir çalışma için 2. kolon türlerin gözlenen frekanslarını içerir. Her bir çalışmadaki beklenen frekans toplam gözlem sayısının 1/3'üdür. (yani $E_i = (n)(1/3)$)

Ki-kare heterojenlik analizinde aşağıdaki yöntem kullanılır:

a) Her bir çalışma için ki-kare değeri hesaplanır.

b) Her bir çalışma için bireysel olarak gözlenen (a) daki m ki-kare değerinin toplamı hesaplanır. Ki-kare değeri olarak tanımlanan bu değer χ^2_{sum} ile gösterilir. Ayrıca m çalışma için serbestlik dereceleri toplamı hesaplanır. Serbestlik derecesinin bu değeri $df = k - 1$ ' in m kez toplanmasıyla elde edilir ve df_{sum} ile gösterilir.

c) m çalışma için veri bir tabloda birleştirilir ve χ^2_{pooled} ile gösterilen ki-kare değeri birleştirilmiş veri için hesaplanır. df_{pooled} ile gösterilen birleştirilmiş veri için serbestlik derecesi $df = k-1$ e eşittir.

d) Ki-kare heterojenlik analizi gerçekte m örneklem homojense m ki-kare değerinin toplamının (χ^2_{sum}) yaklaşık olarak birleştirilmiş veri için hesaplanan ki-kare değeri (χ^2_{pooled}) ile aynı olacağı öncülü üzerine kurulur. Bunu hesaplamak için (b) de gözlenen m ki-kare değerinin toplamı (c) de gözlenen birleştirilmiş ki-kare değeri arasındaki farkın mutlak değeri hesaplanır. Gözlenen fark ki-kare heterojenlik değeridir ve χ^2_{het} ile gösterilir. Böylece $\chi^2_{het} = |\chi^2_{sum} - \chi^2_{pooled}|$ dur. Sıfır hipotezi χ^2_{sum} ile χ^2_{pooled} arasında çok büyük fark olduğunda reddedilir. Test istatistiği olarak tanımlanan χ^2_{het} değerinin serbestlik derecesi m çalışma için serbestlik dereceleri toplamı df_{sum} ile birleştirilmiş veri için gözlenen serbestlik derecesi df_{pooled} 'un farkıdır. Böylece $df_{het} = df_{sum} - df_{pooled}$ olur. Sıfır hipotezini reddetmek için χ^2_{het} değeri belirlenen önem düzeyinde df_{het} için kritik tablo değerinden daha büyük ya da kritik tablo değerine eşit olmalıdır.

e) Sıfır hipotezi reddedilirse veri birleştirilemez. Buna karşın eğer sıfır hipotezi kabul edilirse veri birleştirilebilir ve χ^2_{pooled} için hesaplanan değer uyumun iyiliği hipotezini değerlendirmek için kullanılabilir.

Zar (1999) eğer $k = 2$ hücre varsa (yani $df = 1$ ise) birleştirilmiş veri için tablonun süreklilik için düzeltme kullanılarak yeniden değerlendirilebileceğini ve süreklilik düzeltmesi yapılmış χ^2_{pooled} değerinin uyumun iyiliği hipotezinin değerlendirilmesi için kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Tablo 2.15'teki dört çalışma için hesaplanan ki-kare değerleri $\chi^2_1 = 3,33$; $\chi^2_2 = 4,30$; $\chi^2_3 = 5,04$; $\chi^2_4 = 5,20$ ' dir. Dört ki-kare tablosunun her birinde $k = 3$ hücre olduğundan her bir tablo için $df = k - 1 = 2$ ' dir. Böylece dört çalışma için kullanılan serbestlik dereceleri toplamı $df_{sum} = (4)(2) = 8$ ' dir. Birleştirilmiş veri için

$k = 3$ hücre olduğundan bu tablo için serbestlik derecesi $df_{pooled} = k - 1 = 2$ ' dir. Dört çalışma için ki-kare değerlerinin toplanmasıyla

$$\chi_{sum}^2 = 3,33 + 4,30 + 5,04 + 5,20 = 17,87$$

değeri hesaplanır. Tablo 2.15.'in B kısmında $\chi_{pooled}^2 = 16,90$ hesapladığımızdan heterojenlik için ki-kare değeri $\chi_{het}^2 = |\chi_{sum}^2 - \chi_{pooled}^2| = |17,87 - 16,90| = 0,97$ ' dir. Bu ki-kare değerini yorumlamak için kullanılan serbestlik derecesi $df_{het} = df_{sum} - df_{pooled} = 8 - 2 = 6$ dır. $df = 6$ için Tablo 3' teki 0,05 ve 0,01 ki-kare kritik tablo değerleri $\chi_{0,05}^2 = 12,59$ ve $\chi_{0,01}^2 = 16,81$ 'dir. Hesaplanan $\chi_{het}^2 = 0,97$ $\chi_{0,05}^2 = 12,59$ 'dan daha küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez. Başka bir deyişle dört örneklemin homojen olduğu (yani aynı kitleden geldiği) sonucuna varırız. Böylece araştırmacı tek tabloda birleştirilmiş veriyi kullanmakta haklı çıkar.

Önceden bahsedildiği gibi Tablo 2.15' in B kısmındaki $\chi^2 = 16,90$ değeri birleştirilmiş veri için hesaplandı. Birleştirilmiş veri için ki-kare tablosunda $k = 3$ hücre bulunduğundan $df = k - 1 = 2$ ' dir. $df = 2$ için Tablo 3' teki 0,05 ve 0,01 ki-kare kritik tablo değerleri $\chi_{0,05}^2 = 5,99$ ve $\chi_{0,01}^2 = 9,21$ ' dir. Hesaplanan $\chi_{pooled}^2 = 16,90$ değeri kritik tablo değerlerinin ikisinden de daha büyük olduğundan birleştirilmiş veri için uyumun iyiliği üzerine kurulan sıfır hipotezi 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de reddedilebilir. Başka bir deyişle birleştirilmiş veriye göre hücrelerin / türlerin en az birinde beklenen ve gözlenen frekanslar arasında fark vardır, sonucuna varabiliriz. Açıkthat ki tüm karşılaştırmaları yapmadan araştırmacı hücre / tür 3 için gözlenen frekansın beklenen frekansın önemli derecede üzerinde olmasına karşın hücre / tür 1 için gözlenen frekansın beklenen frekansın önemli derecede altında olmasından şüphelenmektedir.

Tablo 2.15. Örnek 2.6 için ki-kare heterojenlik analizi

A . Dört Bireysel Çalışmanın Ki-kare Analizi					
Çalışma 1					
Hücre / Tür	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	10	15	-5	25	1,67
2	15	15	0	0	0
3	20	15	5	25	1,67
	$\sum O_i = 45$	$\sum E_i = 45$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2_1 = 3,33$
Çalışma 2					
Hücre / Tür	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	13	20	-7	49	2,45
2	21	20	1	1	0,05
3	26	20	6	36	1,80
	$\sum O_i = 60$	$\sum E_i = 60$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2_2 = 4,30$
Çalışma 3					
Hücre / Tür	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	19	25	-6	36	1,44
2	22	25	-3	9	0,36
3	34	25	9	81	3,24
	$\sum O_i = 75$	$\sum E_i = 75$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2_3 = 5,04$
Çalışma 4					
Hücre / Tür	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	12	20	-8	64	3,20
2	22	20	2	4	0,20
3	26	20	6	36	1,80
	$\sum O_i = 60$	$\sum E_i = 60$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2_4 = 5,20$
Dört çalışma için ki-kare değerleri toplamı = $\chi^2_{sum} = 3,33 + 4,30 + 5,04 + 5,20 = 17,87$					

B. Birleştirilmiş Verinin Ki-kare Analizi					
m=4 çalışma için birleştirilmiş veri					
Hücre / Tür	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	54	80	-26	676	8,45
2	80	80	0	0	0
3	106	80	26	676	8,45
	$\sum O_i = 240$	$\sum E_i = 240$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2_{pooled} = 16,90$
C.Ki-kare Analizinin Heterojenliği					
Ki-kare heterojenlik= $\chi^2_{het} = \left \chi^2_{sum} - \chi^2_{pooled} \right = 17,87 - 16,90 = 0,97$					

2.4. Tek Örneklem İçin Binom İşaret Testi

(Kategorik / Nominal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.4.1. Varsayımlar

Tek örneklem için binom işaret testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

- n gözlem birbirinden bağımsızdır.
- Bir gözlemin birinci kategoriye düşmesi olasılığı π_1 ve ikinci kategoriye düşmesi olasılığı π_2 olmak üzere her gözlemin $k = 2$ ayrık bağımsız kategorinin birinde sınıflandırılabilir. $\pi_1 + \pi_2 = 1$ olması gerektiğinden $\pi_2 = 1 - \pi_1$ olur.

2.4.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır Hipotezi $H_0 : \pi_1 = \pi^*$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'a eşittir. Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek hipotezler;

Alternatif Hipotezler

i) $H_1 : \pi_1 \neq \pi^*$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'a eşit değildir. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1 notasyonu ile gösterilir) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'dan önemli derecede büyük ya da önemli derecede küçük olmalıdır.

$$ii) \quad H_1 : \pi_1 > \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'dan daha büyüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'dan önemli derecede büyük olmalıdır.

$$iii) \quad H_1 : \pi_1 < \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'dan daha küçüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'dan önemli derecede küçük olmalıdır.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.4.3. Test Hesaplamaları

Tek örneklem için binom işaret testi temel kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π_1 'e eşitse bir örneklemi oluşturan n gözlemin x ya da daha çoğunun (veya x ya da daha azının) iki kategoriden birine düşmesi olasılığını hesaplamak için binom dağılımını kullanır. Binom dağılımındaki temel varsayım n bağımsız gözlemin her birinin bir kitleden rasgele seçildiği ve her gözlemin $k = 2$ ayrık bağımsız kategorinin birinde sınıflandırılabilenidir. Binom dağılımına sahip bir kitlede bir gözlemin birinci kategoriye düşmesi olasılığı π_1 ve ikinci kategoriye düşmesi olasılığı π_2 olacaktır. $\pi_1 + \pi_2 = 1$ olması gerektiğinden $\pi_2 = 1 - \pi_1$ olur. Binom

dağılımının ortalaması (μ , beklenen değer olarak da bilinir) (2.12) ile ve standart sapması (σ) (2.13) ile hesaplanır.

$$\mu = n\pi_1 \quad (2.12)$$

$$\sigma = \sqrt{n\pi_1\pi_2} \quad (2.13)$$

Tablo 2.16. tek örneklem için binom işaret testi için veriyi özetlemekte kullanılabilir. x notasyonu 1. kategorideki gözlemlerin sayısını ve $(n-x)$ notasyonu 2. kategorideki gözlemlerin sayısını göstermek için kullanılır.

Tablo 2.16. Tek örneklem için binom işaret testi için veri tablosu hazırlama

Kategori		Toplam
1	2	
x	$n-x$	n

1. kategorideki gözlemlerin oranı $p_1 = n_1 / n$ dir, burada n_1 1. kategorideki gözlemlerin sayısıdır ve 2. kategorideki gözlemlerin oranı $p_2 = n_2 / n$ dir, burada n_2 2. kategorideki gözlemlerin sayısıdır. (2.14) n gözlemden x tanesinin iki kategoriden birine düşmesi olasılığını hesaplamak için kullanılır.

$$P(x) = \binom{n}{x} (\pi_1)^x (\pi_2)^{n-x} \quad (2.14)$$

(2.14)' teki $\binom{n}{x}$ terimi binom katsayısı olarak adlandırılır ve (2.15) ile hesaplanır.

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \quad (2.15)$$

Binom olasılıklarının hesaplanması oldukça zahmetli olduğundan bu olasılıklar daha yaygın olarak tablo kullanımı ile bulunur. Ekler kısmındaki Tablo 7 (binom dağılımı bireysel olasılıklar tablosu) kullanılarak herhangi bir hesaplama gerek duymadan olasılık değerleri gözlenebilir. Bu değerler Tablo 7'nin n için olan kısmında x satırı ve π kolonunun kesiştiği yerdedir.

Buna karşın binom olasılık değeri sıfır hipotezini değerlendirmek için yeterli bilgi sağlamaz. Bize gereken gerçek olasılık 1. kategorideki gözlemlerin sayısına eşit veya 1. kategorideki gözlemlerin sayısından daha büyük bir değer gözlenme olasılığıdır. Böylece 1. kategori için x ya da daha büyük bir frekans gözlenme olasılığı hesaplanmalıdır. x 'ten daha büyük değerler için de olasılıkları hesaplamalıyız. Bu olasılıkların her biri (2.14) ile hesaplanabilir fakat Tablo 7'yi kullanmak bize hız kazandırır. (2.16) $P(x$ ya da daha büyük) ile tanımlanan kümülatif olasılıkların hesaplanmasını özetler.

$$P(\geq x) = \sum_{r=x}^n \binom{n}{r} (\pi_1)^r (\pi_2)^{n-r} \quad (2.16)$$

Bu olasılık değerini hesaplamanın daha etkili bir yolu da ekler kısmındaki Tablo 8' i (binom dağılımı kümülatif olasılıklar tablosu) kullanmaktır. Tablo 8 kullanıldığında n için x satırı ve π kolonunun kesiştiği hücreyi buluruz. Bu hücredeki değer n gözlemde x ya da daha çok gözlemin 1. kategoriye düşmesi olasılığıdır. Tablo 8 x 'in özel bir değere eşit ya da daha küçük olması olasılığını hesaplamak için kullanılabilir. Bunun için $(x+1)$ değerinin kullanılmasıyla elde edilen kümülatif olasılık 1'den çıkarılır.

Dikkat edilirse Tablo 7 ve 8 de π için listelenen değerlerin hiç biri 0,5' ten büyük değildir. Sıfır hipotezinde ifade edilen π_1 değeri 0,5' ten büyük olduğunda tabloları kullanmak için aşağıdaki yöntem izlenir:

- a) π değeri π_2 'nin değeri yani $\pi_2 = 1 - \pi_1$ olarak yeniden tanımlanır.
- b) x değerlerinin her biri n değerinden çıkarılır ve elde edilen değerler analiz için tablo kullanımında x değerleri olarak kullanılır.

2.4.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

a) Direkt olmayan alternatif hipotez kullanıldığında; x 'e eşit ya da daha uçta bir değer gözlenme olasılığı $\alpha/2$ ye eşit ya da $\alpha/2$ den daha küçükse sıfır hipotezi reddedilir. (Burada α önceden belirlenmiş bir değerdir. $p_1 = x/n$ oranı π_1 den daha büyükse x 'ten daha uçta bir değer x 'in gözlenen değerinden daha büyük olacaktır, $p_1 = x/n$ oranı π_1 den daha küçükse x 'ten daha uçta bir değer x 'in gözlenen değerinden daha küçük olacaktır.

b) Temel kitle oranının belirlenen değerin üzerinde olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanıldığında sıfır hipotezini reddetmek için şu iki koşul sağlanmalıdır:

1) 1. kategoride gözlenen durumların oranı p_1 sıfır hipotezinde öngörülen π_1 den daha büyük olmalıdır.

2) x 'e eşit ya da daha büyük bir değer gözlenme olasılığı α 'nın önceden belirlenmiş değerine eşit ya da bu değerden daha küçüktür.

c) Temel kitle oranının belirlenen değerin altında olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanıldığında sıfır hipotezini reddetmek için şu iki koşul sağlanmalıdır:

1) 1. kategoride gözlenen durumların oranı p_1 sıfır hipotezinde öngörülen π_1 den daha küçük olmalıdır.

2) x 'e eşit ya da daha küçük bir değer gözlenme olasılığı α 'nın önceden belirlenmiş değerine eşit ya da bu değerden daha küçüktür.

2.4.5. Örnek

Örnek 2.7. (Siegel, S. & Castellen, N. J. ; 1988. Nonparametric Statistics For The Behavioral Sciences)

Stresin etkilerini araştıran bir araştırmacı stresin öğrenme üzerine etkisinin olup olmadığını değerlendirmek amacıyla bir deney tasarlar. 15 kişiye kravat bağlamanın iki farklı yöntemi öğretilmiştir. İlk olarak öğretilen A yönteminin ardından ikinci olarak stres altında B yöntemi öğretilmiştir. Dört hafta sonra bu kişilerden A veya B yöntemlerinden tercih ettikleri yöntem ile kravat bağlamaları istenmiştir. 13 kişi A yöntemini, 2 kişi B yöntemini kullanarak kravat bağlamıştır.

A yöntemi ile B (stres altında öğrenme) yöntemi arasında anlamlı bir fark var mıdır?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : \pi_1 = 0,5$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı 0,5'e eşittir. Yani A ve B yöntemi arasında anlamlı bir fark yoktur, stresin öğrenme üzerinde bir etkisi yoktur.

$$H_1 : \pi_1 \neq 0,5$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı 0,5'e eşit değildir. Yani A ve B yöntemi arasında anlamlı bir fark vardır, stresin öğrenme üzerinde etkisi vardır.

$$H_1 : \pi_1 > 0,5$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı 0,5'ten daha büyüktür. Yani A ve B yöntemi arasında anlamlı bir fark vardır, stres öğrenmeyi olumsuz yönde etkilemektedir.

$$H_1 : \pi_1 < 0,5$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1. kategorideki gözlemlerin gerçek oranı 0,5'ten daha küçüktür. Yani A ve B yöntemi arasında anlamlı bir fark vardır, stres öğrenmeyi olumlu yönde etkilemektedir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Direkt alternatif hipotezlerden veri ile uyumlu olan kullanılır.

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.7' deki sıfır ve alternatif hipotez şu gerçeği belirtmektedir ki stresin öğrenme üzerine etkisi yoksa herhangi bir herhangi bir kişinin A veya B yöntemini seçme olasılığı 0,5 olacaktır. Böylece A yöntemi için beklenen / teorik olasılık $\pi_1 = 0,5$ ile gösterilir. Stresin öğrenme üzerine etkisi yoksa herhangi bir herhangi bir kişinin B yöntemini seçme olasılığı da 0,5 olacaktır. Böylece A yöntemi için de beklenen / teorik olasılık $\pi_2 = 0,5$ ile gösterilir. Dikkat edilirse $\pi_1 + \pi_2 = 1$ olur. Örnek 2.7'de sorulan soru şudur: $n = 15$ ve $\pi_1 = \pi_2 = 0,5$ ise 13 ya da daha çok gözlemin iki kategoriden birine düşmesi olasılığı nedir? Tablo 2.17. örnek 2.7'yi özetlemektedir. x notasyonu 1. kategorideki gözlemlerin sayısını ve $(n-x)$ notasyonu 2. kategorideki gözlemlerin sayısını göstermek için kullanılır.

Tablo 2.17. Örnek 2.7 için tek örneklem için binom işaret testi için model

Kategori		Toplam
1 (Ayöntemi)	2 (Byöntemi)	
$x=13$	$n - x = 15 - 13 = 2$	$n=15$

Örnek 2.7'de 1. kategorideki gözlemlerin oranı $p_1 = 13 / 15 = 0,87$ 'dir (yani $p_1 = n_1 / n$ dir, burada n_1 1. kategorideki gözlemlerin sayısıdır) ve 2. kategorideki gözlemlerin oranı $p_2 = 2 / 15 = 0,13$ ' dir (yani $p_2 = n_2 / n$ dir, burada n_2 2. kategorideki gözlemlerin sayısıdır). n gözlemden x tanesinin iki kategoriden birine düşmesi olasılığını hesaplamak için (2.14) kullanılır.

Örnek 2.7 için binom katsayısı $\binom{15}{13}$ olacaktır. Kombinasyon ifadesinde

$n = 15$ toplam gözlem sayısı ve $x = 13$ 1.kategori (A yöntemi) için gözlenen frekanstır. Böylece 15 gözlem içinde tam olarak 13 A yöntemi gözlenmesi olasılığı ($P(13 / 15)$ notasyonu ile gösterilir) $P(13 / 15) = 0,0032$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P(13/15) = \binom{15}{13} (0,5)^{13} (0,5)^2 = \frac{15!}{13!(15-13)!} (0,5)^{13} (0,5)^2 = 0,0032$$

Binom olasılıklarının hesaplanması oldukça zahmetli olduğundan bu olasılıklar daha yaygın olarak tablo kullanımı ile bulunur. Ekler kısmındaki Tablo 7 (binom dağılımı bireysel olasılıklar tablosu) kullanılarak herhangi bir hesaplama gerek duymadan 0,0032 değeri gözlenebilir. 0,0032 değeri Tablo 7'nin $n = 15$ için olan kısmında $x = 13$ satırı ve $\pi = 0,5$ kolonunun kesiştiği yerdedir.

Buna karşın 0,0032 değeri sıfır hipotezini değerlendirmek için yeterli bilgi sağlamaz. Bize gereken gerçek olasılık 1. kategorideki gözlemlerin sayısına eşit veya 1. kategorideki gözlemlerin sayısından daha büyük bir değer gözlenme olasılığıdır. Böylece örnek 2.7 durumunda 1. kategori için 13 ya da daha büyük bir frekans gözlenme olasılığı hesaplanmalıdır. Başka bir deyişle toplam gözlem sayısı $n = 15$ ise 13, 14, 15 A yöntemi gözlenmesi olasılığını hesaplamak istiyoruz. 13 A yöntemi gözlenmesi olasılığını 0,0032 olarak hesaplamıştık. Şimdi 14 ve 15 değerleri için olasılıkları hesaplamalıyız. Bu olasılıkların her biri (2.14) ile hesaplanabilir fakat Tablo 7'yi kullanmak bize hız kazandırır. Tablo 7'yi kullanmayla $n = 15$ ve $\pi = 0,5$ için 1. kategoride tam olarak $x = 14$ gözlem gözlenme olasılığı $P(14 / 10) = 0,0005$ ve 1. kategoride tam olarak $x = 15$ gözlem gözlenme olasılığı $P(15 / 15) = 0,0000$ 'dır. Bu üç olasılık $P(13 / 15)$, $P(14 / 15)$ ve $P(15 / 15)$ 'in toplamı 15 gözlem içinde 13 ya da daha çok A yöntemi gözlenmesi olasılığı olarak tanımlanır. Böylece;

$$P(13, 14 \text{ ya da } 15 / 15) = 0,0032 + 0,0005 + 0,0000 = 0,0037$$

dir.

$P(13, 14 \text{ ya da } 15 / 15) = 0,0037$ değerini hesaplamanın daha etkili bir yolu da ekler kısmındaki Tablo 8' i (binom dağılımı kümülatif olasılıklar tablosu) kullanmaktır. Tablo 8 kullanıldığında $n = 15$ için $x = 13$ satırı ve $\pi = 0,5$ kolonunun kesiştiği hücreyi buluruz. Bu hücredeki 0,0037 değeri $n = 15$ gözlemde 3 ya da daha çok A yöntemi gözlenmesi olasılığıdır.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$\alpha = 0,05$ ise direkt olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ desteklenir, çünkü elde edilen olasılık $0,0037 < \alpha / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ 'ten daha küçüktür. Benzer şekilde $\alpha = 0,01$ ise direkt olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ desteklenir, çünkü elde edilen olasılık $0,0037 < \alpha / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$ 'ten daha küçüktür.

$\alpha = 0,05$ ise direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 > 0,5$ desteklenir, çünkü elde edilen olasılık $0,0037 < \alpha = 0,05$ 'ten daha küçüktür. Aynı sebepten $\alpha = 0,01$ ise direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 > 0,5$ desteklenir, çünkü elde edilen olasılık $0,0037 < \alpha = 0,01$ 'den daha küçüktür.

$\alpha = 0,05$ ise direk alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 < 0,5$ desteklenmez, çünkü $p_1 = 0,87$ sıfır hipotezinde tahmin edilen $\pi_1 = 0,5$ 'ten daha büyüktür.

Özetlersek; örnek 2.7'nin tek örneklem için binom işaret testi ile analizinin sonuçları araştırmacının gerçek kitle oranının $0,5$ olduğunu ifade eden sıfır hipotezini reddeder.

iv) Sonuç

Veri stresin öğrenmeyi olumsuz etkilediğini, stres altında öğrenmenin zor olduğunu destekler.

2.4.6. Kitle Oranı İçin z Testi

Örneklem çok büyük olduğunda tek örneklemle binom işaret testi için test istatistiği ki-kare dağılımına yaklaştırılabilir. Bir alternatif ve denk yaklaşım normal dağılımın kullanılmasıyla gözlenebilir. Normal dağılım kullanıldığında kitle oranı için z testi olarak adlandırılan test, tek örneklemle binom işaret testi için test istatistiğine yaklaşır. Kitle oranı için z testi için kullanılan sıfır ve alternatif hipotez tek örneklemle binom işaret testi için kullanılan sıfır ve alternatif hipotez ile aynıdır.

Kaynaklar kitle oranı için z testi ile kullanılacak minimum örneklem büyüklüğü için kabul edilebilir değer konusunda aynı fikirde olmamalarına rağmen genel fikir π_1 'in (ya da π_2) 0 ya da 1 'e çok yakın değeri için normal yaklaşımın

gerçekleşmesi için daha büyük örneklem hacmi gerekmektedir. Minimum kabul edilebilir örneklem büyüklüğü ile ilgili olarak öneride bulunan kaynaklar arasında $n\pi_1$ ve $n\pi_2$ değerlerinin ikisinin de 5'ten büyük olması gerektiğini ifade eden Freund (1984), Marascuilo ve McSweeney (1977) bulunmaktadır. Daniel (1990) n-in en azından 12 ye eşit olması gerektiğini ifade etmektedir. Diğer taraftan Siegel ve Castellan (1988) π_1 0,5'e yakinken testin kullanılabileceğini $n > 25$ fakat π_1 1'e ya da 0'a yakın olduğunda $n\pi_1\pi_2$ değerinin 9'dan büyük olması gerektiğini ifade etmiştir. Çeşitli kaynaklarda farklı kriterlerin şart koşulmasından dolayı özellikle π_1 ya da π_2 'nin değeri 0'a ya da 1'e çok yakın olduğunda küçük örnekleme dayalı normal yaklaşım için sonuçların yorumlanmasında bir ortak anlayış kullanılmalıdır. Örneklem hacmi küçük olduğunda normal yaklaşım 1. tip hatanın artmasına sebep olacaktır. Hata oranı daha ılımlı bir test yapılarak (yani daha düşük bir α düzeyi kullanılarak) düzeltilebilir. Bununla birlikte daha pratik bir alternatif, süreklilik düzeltmesi yapılmış test istatistiğinin kullanılmasıdır. Aşağıda açıklandığı gibi kitle oranı için z testi için süreklilik düzeltmesi kullanıldığında test istatistiği genel olarak örneklem hacmi küçük veya π_1 ve π_2 'nin değerleri 0,5'ten uzak olsa bile binom dağılımına mükemmel bir yaklaşım sağlar.

2.4.6.1 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Kitle oranı için z testi için kullanılan sıfır ve alternatif hipotez tek örnekleme binom işaret testi için kullanılan sıfır ve alternatif hipotez ile aynıdır.

$$\text{Sıfır Hipotezi} \quad H_0 : \pi_1 = \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1.kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'e eşittir. Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek hipotezler;

Alternatif Hipotezler

$$i) \quad H_1 : \pi_1 \neq \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1.kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'a eşit değildir. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile

değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1 notasyonu ile gösterilir) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'dan önemli derecede büyük ya da önemli derecede küçük olmalıdır.

$$ii) \quad H_1 : \pi_1 > \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1.kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'dan daha büyüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'ten önemli derecede büyük olmalıdır.

$$iii) \quad H_1 : \pi_1 < \pi^*$$

Örneklemin tanımladığı kitlede 1.kategorideki gözlemlerin gerçek oranı π^* 'dan daha küçüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir. Desteklemek için verideki 1. kategorideki gözlemlerin oranı (p_1) varsayılan kitle oranı $\pi_1 = \pi^*$ 'dan önemli derecede küçük olmalıdır.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Direkt alternatif hipotezlerden veri ile uyumlu olan kullanılır.

2.4.6.2 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Test Hesaplamaları

Kitle oranı için z testi için test istatistiği (2.17) ile hesaplanır.

$$z = \frac{p_1 - \pi_1}{\sqrt{\frac{\pi_1 \pi_2}{n}}} \quad (2.17)$$

(2.17)' nin paydası $\sqrt{\pi_1 \pi_2} / n$ oranın örnekleme dağılımının standart sapmasıdır ve yaygın olarak oranın standart hatası olarak bilinir.

(2.18), (2.17)' nin alternatif bir formudur ve aynı z değerini verir.

$$z = \frac{x - n\pi_1}{\sqrt{n\pi_1\pi_2}} \quad (2.18)$$

Binom dağılımının ortalaması $\mu = n\pi_1$ ve standart sapması $\sigma = \sqrt{n\pi_1\pi_2}$ 'dir. (2.18)' in payındaki $\mu = n\pi_1$ değeri 1. kategorideki gözlemlerin beklenen sayısı olarak tanımlanır. Bu beklenen değer 1. kategorideki gözlem sayısından çıkarılır. (2.18)' in paydası binom dağılım değişkeninin standart sapmasıdır.

2.4.6.3 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Test Sonuçlarının Yorumlanması

Direkt olmayan alternatif hipotez kurulursa; z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da iki yanlı kritik tablo değerinden daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

Kitle oranının sıfır hipotezinde ifade edilen değerden daha büyük olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kurulursa; z 'nin işareti pozitif ve z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da tek yanlı kritik tablo değerinden daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

Kitle oranının sıfır hipotezinde ifade edilen değerden daha küçük olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kurulursa; z 'nin işareti negatif ve z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da tek yanlı kritik tablo değerinden daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

2.4.6.4 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Örnek

Örnek 2.8 kitle oranı için z testinin kullanılmasını açıklamak için kullanılacaktır. Ayrıca örnek 2.8' e ki-kare uyumun iyiliği testi uygulandığında aynı sonuç elde edileceği de gösterilecektir.

Örnek 2.8. (Conover, W. J. ; 1999. Practical Nonparametric Statistics)

Bir paranın hileli olup olmadığını değerlendirmek için bir deney yapılır. Paranın 200 kez atılması sonucunda 96 tura ve 104 yazı geliyor.

Sonuçlar paranın hileli olduğunu gösterir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Örnek 2.7' de olduğu gibi örnek 2.8 gerçek kitle oranının 0,5 olup olmadığı hipotezini değerlendirir. Böylece sıfır hipotezi ve direkt olmayan alternatif hipotez şöyledir:

$$H_0 : \pi_1 = 0,5$$

$$H_1 : \pi_1 \neq 0,5$$

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.8 için sıfır hipotezi $\pi_1 = 0,5$ üzerine kuruludur ve biliriz ki $\pi_2 = 1 - \pi_1 = 0,5$ tir. Verilen bilgilerden p_1 ve p_2 değerleri $p_1 = 96/200 = 0,48$ ve $p_2 = (200 - 96)/200 = 104/200 = 0,52$ olarak hesaplanır. İlgili değerler (2.17)' de yerine yazılırsa $z = -0,57$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{0,48 - 0,50}{\sqrt{\frac{(0,5)(0,5)}{200}}} = -0,57$$

Binom dağılımının ortalaması $\mu = n\pi_1$ olduğundan $\mu = (200)(0,5) = 100$ dür. (2.18)' in paydası binom dağılım değişkeninin standart sapmasıdır. Böylece örnek 2.8 için $\sigma = \sqrt{(200)(0,5)(0,5)} = 7,07$ dir. (2.18)'in kullanılmasıyla (2.17) ile hesaplanan değer aynısı $z = -0,57$ elde edilir.

$$z = \frac{96 - (200)(0,5)}{\sqrt{(200)(0,5)(0,5)}} = -0,57$$

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

Elde edilen $z = -0,57$ değeri ekler kısmındaki Tablo 1 (normal dağılım tablosu) ile karşılaştırılır. Tablo 1 deki iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri

$z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ dir ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ tür.

Üç alternatiften hangisi kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenemez, çünkü mutlak değer $z = 0,57$ iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ dan daha küçüktür. $H_1 : \pi_1 > 0,5$ direkt alternatif hipotezi desteklenemez, çünkü desteklenmesi için z 'nin işareti pozitif olmalıdır. $H_1 : \pi_1 < 0,5$ direkt alternatif hipotezi desteklenemez, çünkü z 'nin işareti negatif olmasına rağmen $|z| = 0,57$ tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ ten daha küçüktür.

iv) Sonuç

Paranın hileli olduğu kararına varamayız.

Önceden bahsedildiği gibi $k = 2$ kategori olduğunda ki-kare uyumun iyiliği testi de tek örneklemle binom işaret testi için test istatistiğine büyük örneklem yaklaşımı sağlar. Ki-kare uyumun iyiliği testine dayalı büyük örneklem yaklaşımı kitle oranı için z testi ile aynı sonuçların gözlenmesini sağlayacaktır ve aynı veri kümesi için hesaplanan ki-kare değeri ile gözlemlenen z değeri arasındaki ilişki daima $\chi^2 = z^2$ olacaktır. Tablo 2.18. örnek 2.8' in tek örneklem için binom işaret testi ile aynı hipotezi değerlendiren ki-kare uyumun iyiliği testi ile analiz sonuçlarını özetlemektedir.

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Ki-kare uyumun iyiliği testi kullanıldığında sıfır hipotezi ve direkt olmayan alternatif hipotez aşağıdaki formda ifade edilebilir.

$$H_0 : o_i = \varepsilon_i \quad \text{iki hücre için}$$

$$H_1 : o_i \neq \varepsilon_i \quad \text{iki hücre için}$$

ii) Test Hesaplamaları

Tablo 2.18. örnek 2.8' in tek örneklem için binom işaret testi ile aynı hipotezi değerlendiren ki-kare uyumun iyiliği testi ile analizi için test hesaplamalarını özetlemektedir.

Tablo 2.18. Örnek 2.8 için ki-kare özet tablosu

Hücre	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
Tura	96	100	-4	16	0,16
Yazı	104	100	4	16	0,16
	$\sum O_i = 200$	$\sum E_i = 200$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 0,32$

Tablo 2.18.'de her bir hücrenin beklenen frekansı hücre için varsayılan kitle oranı $n = 200$ ile çarpılarak hesaplanır. Yani (2.5)'i kullanarak $E_i = n\pi_i = (200)(0,5) = 100$ elde edilir. $k = 2$ olduğunda ki-kare analizi için kullanılacak serbestlik derecesi $df = k - 1 = 2 - 1 = 1$ 'dir.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$\chi^2 = 0,32$ değeri ekler kısmındaki Tablo 3 (ki-kare dağılım tablosu) ile değerlendirilir. $df = 1$ için 0,05 ve 0,01 ki-kare kritik tablo değerleri $\chi^2_{0,05} = 3,84$ ve $\chi^2_{0,01} = 6,63$ tür. Gözlenen $\chi^2 = 0,32$ değeri $\chi^2_{0,05} = 3,84$ ten daha küçük olduğundan $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa sıfır hipotezi reddedilemez. $H_1 : \pi_1 < 0,5$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa desteklenmez, çünkü $\chi^2 = 0,32$ değeri tek yanlı kritik tablo değeri $\chi^2_{0,05} = 2,71$ den daha küçüktür.

Önceden de bahsedildiği gibi (2.17) ve (2.18) ile elde edilen z değerinin karesi alınırsa, bu değer daima aynı veri için hesaplanan χ^2 değerine eşit olacaktır. Böylece bu örnekte $z = -0,57$ ve $(-0,57)^2 = 0,32$ olup $\chi^2 = 0,32$ dir. Ayrıca belirlenen önem düzeyinde kritik z tablo değerinin karesi karşılık gelen önem düzeyinde ki-kare kritik tablo değerine eşit olacaktır. Bu 0,05 ve 0,01 düzeylerinde iki yanlı kritik z ve χ^2 değerleri için doğrulanmaktadır.

$$(z_{0,05} = 1,96)^2 = (\chi^2_{0,05} = 3,84) \text{ ve } (z_{0,01} = 2,58)^2 = (\chi^2_{0,01} = 6,63) \text{ dir.}$$

iv) Sonuç

Veri paranın hileli olduğu kararını vermemize izin vermez.

2.4.6.5 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Süreklilik Düzeltmesi

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi ve ki-kare uyumun iyiliği testi'nde anlatıldığı gibi kesikli bir olasılık dağılımını tahmin etmek için sürekli bir dağılım kullanıldığında süreklilik için düzeltme kullanılması önerilir. Çoğu kaynak binom dağılımına normal dağılım yaklaşımı kullanıldığında bu düzeltmeyi önerir, çünkü bu düzeltme 1. tip hata oranını ayarlar. (2.19) ve (2.20), (2.17) ve (2.18)' in süreklilik düzeltmesi yapılmış versiyonudur.

$$z = \frac{[p_1 - \pi_1] - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{\pi_1 \pi_2}{n}}} \quad (2.19)$$

$$z = \frac{[x - n\pi_1] - 0,5}{\sqrt{n\pi_1\pi_2}} \quad (2.20)$$

Süreklilik düzeltmesi eşitliklerinin her biri örnek 2.8 için veriye uygulanırsa $z = -0,49$ elde edilir.

$$z = \frac{[p_1 - \pi_1] - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{\pi_1 \pi_2}{n}}} = \frac{[0,48 - 0,5] - \frac{1}{(2)(200)}}{\sqrt{\frac{(0,5)(0,5)}{200}}} = -0,49$$

$$z = \frac{[x - n\pi_1] - 0,5}{\sqrt{n\pi_1\pi_2}} = \frac{[96 - 100] - 0,5}{\sqrt{(200)(0,5)(0,5)}} = -0,49$$

(2.19) ve (2.20) ile hesaplanan z 'nin mutlak değeri 0,49 iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ ve tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha küçüktür. Böylece hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. Dikkat edilirse süreklilik düzeltmesi yapılmış z 'nin mutlak değeri $|z| = 0,49$ (2.17) ve (2.18) ile elde edilen z 'nin mutlak değeri $|z| = 0,57$ den daha küçüktür. Çünkü bir süreklilik düzeltmesi denklemi daima z için daha küçük bir mutlak değerle sonuçlanır. Bu sıfır hipotezini daha ılımlı test etmeyi sağlar. Daha küçük bir örneklem hacmi için süreklilik düzeltmesi yapılmış ve yapılmamış eşitliklerle hesaplanan değerler arasındaki farklar daha büyüktür.

Ki-kare uyumun iyiliği testi için süreklilik düzeltmesi eşitliği olarak bahsedilen (2.17) aynı veri ile kullanılabilir ve (2.19) ve (2.20) ile elde edilen sonuçlarla aynı sonucu verecektir. Eşitlik 3.6 kullanıldığında 2 hücre vardır ve her bir hücrenin beklenen frekansı 100 dür. İki hücrenin gözlenen frekansları 96 ve 104 tür. Böylece her bir hücre için $|O_i - E_i| - 0,5 = 3,5$ tir. Böylece;

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left| \frac{(|O_i - E_i| - 0,5)^2}{E_i} \right| = \frac{(3,5)^2}{100} + \frac{(3,5)^2}{100} = 0,245$$

Dikkat edilirse $(0,49)^2 = 0,245$ 'tir. Süreklilik düzeltmesi yapılmış $\chi^2 = 0,245$ değeri anlamlı değildir, çünkü iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $\chi^2_{0,05} = 3,84$ 'ten daha küçüktür.

Örnek 2.8 durumunda süreklilik için düzeltme kullanılması sıfır hipotezine göre kararı değiştirmemesine rağmen bu daima olacak bir durum değildir.

2.4.6.6 Kitle Oranı İçin z Testi İçin Güven Aralığının Hesaplanması

Ki-kare uyumun iyiliği testinde tanımlanan (2.9) kitle oranı için z testi için de güven aralığı hesaplamak için kullanılabilir. (2.9) örnek 2.8 için 1.kategori için % 95’lik güven aralığı hesaplamada aşağıdaki gibi kullanılır.

$$p_1 - z_{(\alpha/2)} \sqrt{\frac{p_1 p_2}{n}} \leq \pi_1 \leq p_1 + z_{(\alpha/2)} \sqrt{\frac{p_1 p_2}{n}}$$

$$0,48 - (1,96) \sqrt{\frac{(0,48)(0,52)}{200}} \leq \pi_1 \leq 0,48 + (1,96) \sqrt{\frac{(0,48)(0,52)}{200}}$$

$$0,48 - 0,069 \leq \pi_1 \leq 0,48 + 0,069$$

$$0,411 \leq \pi_1 \leq 0,549$$

Böylece araştırmacı % 95 güvenle 0,411’den 0,549’a kadar olan aralığın kitledeki 1. kategorideki durumların gerçek oranını içerdiğini söyleyebilir. 2. kategori için kitle oranı için % 95’lik güven aralığı 0,069 değeri $p_2 = 0,52$ ile çıkarılarak ve toplanarak elde edilir. Böylece; $0,451 \leq \pi_2 \leq 0,589$ elde edilir.

2.4.6.7 Binom Dağılım Değişkeninde n Denemede m Nesnenin Başarısını Değerlendirmek İçin Kitle Oranı İçin z Testinin Genişlemesi

Binom dağılım değişkeninde n denemede m nesnenin her birinin değerlendirilmesi durumu için veri analizinde kullanılan yöntem aslında kitle oranının analizi için tek örneklem z testinin genişlemesidir, yani binom dağılım değişkeni üzerine kuruludur.

Bu işlem için (2.21) kullanılır.

$$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}} \quad (2.21)$$

Burada m örneklemdeki nesnelerin sayısı, $\mu = n\pi_1$ ve $\sigma = \sqrt{n\pi_1\pi_2}$ dir. m nesne olduğunda, m nesne için örneklem dağılımının standart sapması, (2.21)' in paydası, $\sigma/\sqrt{m}$ dir.

Örnek 2.9 binom dağılım değişkeninde n denemede m nesnenin her birinin değerlendirilmesi durumunu örneklemektedir. Örnek, örnek 2.8 için kullanılan analizin dışında m nesnenin içerilmesi tasarımını içermektedir.

Örnek 2.9. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir araştırmacı 10 kişilik bir grubun duygusal zekasını ortaya çıkarıp çıkarmadığını değerlendirmek için bilgisayar tarafından seçilen 200 ikili sayının (özel olarak 0 ve 1 değerleri) listesini kullandığı bir deney hazırlar. Asistanlarından biri bu amaçla bilgisayar tarafından rasgele seçilen 200 ikili sayının listesini hazırlar ve bu sayılara konsantre olur. Asistan bunu yaparken diğer odadaki 10 deneğin her biri 200 denemenin her biri için sayının değerini doğru tahmin etmeye çalışır. 200 denemede doğru tahminlerin sayısı her bir denek için şöyledir:

102, 104, 100, 98, 96, 80, 110, 120, 102, 128.

Grubun tamamı duygusal zekanın kanıtı olabilir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Örnek 2.9 için sıfır ve alternatif hipotez örnek 2.8 için kurulanlarla özdeştir. Tek fark örnek 2.8'de H_0 ve H_1 tek nesneye göre skorların kitlesi için ifade edildi, örnek 2.9'da ise örneklemde tanımlanan m nesneye göre skorların kitlesi için ifade edilmiştir.

$$H_0 : \pi_1 = 0,5$$

$$H_1 : \pi_1 \neq 0,5$$

$$H_1 : \pi_1 > 0,5$$

$$H_1 : \pi_1 < 0,5$$

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.9'u değerlendirmek için (2.21) kullanılır. Dikkat edilirse örnek 2.9' da $m=10$ nesnenin her biri $n=200$ deneme için test edilmiştir. Her bir denemede doğru tahminde bulunma olasılığı $\pi_1 = 0,5$ ve her bir denemede yanlış tahminde bulunma olasılığı $\pi_2 = 0,5$ varsayılıyor. Binom dağılımı değişkeni ile çalışıldığından her bir nesne için doğru cevapların beklenen sayısı, hatta $m=10$ nesnelik grup için beklenen ortalama doğru cevap sayısı $\mu = n\pi_1$ dir. Önceden de bahsedildiği gibi tek nesne için örnekleme dağılımının standart sapması $\sigma = \sqrt{n\pi_1\pi_2}$ ile tanımlanır. m nesne olduğunda, m nesne için örnekleme dağılımının standart sapması, (2.21)' in paydası, $\sigma/\sqrt{m}$ dir.

Örnek 2.9' da 10 nesne tarafından yapılan doğru tahminlerin ortalama sayısı $\bar{X} = 1040/10 = 104$ olarak hesaplanır. $n=200$, $\pi_1 = 0,5$ ve $\pi_2 = 0,5$ değerleri için $\mu = (200)(0,5) = 100$ ve $\sigma = \sqrt{(200)(0,5)(0,5)} = 7,07$ dir. İlgili değerler (2.21)' de yerine yazılırsa $z=1,79$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{104 - 100}{\frac{7,07}{\sqrt{10}}} = 1,79$$

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

Elde edilen $z=1,79$ değeri Tablo 1 ile değerlendirilir. $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü $z=1,79$ değeri iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ 'dan daha küçüktür.

$H_1 : \pi_1 > 0,5$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir, çünkü $z=1,79$ değeri pozitif ve tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha büyüktür. Bu alternatif hipotez 0,01 düzeyinde desteklenmez, çünkü $z=1,79$ değeri tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha küçüktür.

$H_1 : \pi_1 < 0,5$ direkt alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü desteklenmesi için z 'nin işaretinin negatif olması gerekir.

iv) Sonuç

Eğer alternatif duyu ve bilgi aktarımının bilişsel açıklamaları ortaya çıkarabilirse bile bu deney duygusal zekanın kanıtı olarak yorumlanabilir.

2.4.7. Medyan İçin Tek Örneklem Testi

Binom işaret testi kullanıldığında kitle medyanına ilişkin hipotezi değerlendirmek için nedenler vardır. Özellikle, test dağılımının medyanının üzerindeki ve altındaki skorların belirlenmiş bir sayısının olasılığını hesaplamak için kullanılabilir. Tek örneklem için binom işaret testi burada anlatıldığı şekilde kullanıldığında medyan için tek örneklem testi olarak adlandırılır.

Tek örneklem için binom işaret testinin bu uygulaması örnek 2.10 ile açıklanacaktır.

Örnek 2.10. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

30 yaşında sağlıklı bir erkek için kandaki kolesterol düzeyinin medyanının 200 mg / 100 ml olduğunu varsayalım. Geçen ay kalp krizi geçirmiş 30 yaşındaki erkelerin oluşturduğu grup için kan kolesterolü okumaları gözlenmiştir. 11 erkeğin kan kolesterolü skorları şöyledir:

230, 167, 250, 345, 442, 190, 200, 248, 289, 262, 301.

Örneklem tarafından tanımlanan kitlenin kolesterol düzeyinin medyanının 200'den başka bir değer olduğu kararına varılabilir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Medyan dağılımının 50. yüzdeliği olarak tanımlandığından gerçekte kitlenin medyanı 200'e eşitse örneklemin yarısının kan kolesterolü okumalarının 200'ün üzerinde (yani $p_1 = 0,5$) ve örneklemin yarısının kan kolesterolü okumalarının 200'ün altında (yani $p_2 = 0,5$) olması umulabilir. Örnek 2.10 için sıfır hipotezi ve direkt olmayan alternatif hipotez $H_0 : \pi_1 = 0,5$; $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ formunda ifade edilebileceği gibi

$$H_0 : \theta = 200$$

$$H_1 : \theta \neq 200$$

formunda da ifade edilebilir. Bu formatın kullanılmasıyla sıfır hipotezi örneklemin tanımladığı kitlenin medyanının 200'e eşit olduğunu ifade eder ve alternatif hipotez örneklemin tanımladığı kitlenin medyanının 200'e eşit olmadığını ifade eder.

$$H_1 : \theta > 200$$

$$H_1 : \theta < 200$$

ii) Test Hesaplamaları

Kitlenin medyanı hakkında bir hipotezi test etmek için tek örneklem için binom işaret testi kullanıldığında varsayılan kitle medyanının üzerine ve altına düşen durumların sayısı hesaplanmalıdır. Herhangi bir skor medyana eşitse veriden elenir. Bu yöntemin kullanılmasıyla kan kolesterolü 200 olan kişinin skoru veriden atılır ve kalan 10 skorun 8'i varsayılan medyan değerinin üzerinde 2'si altındadır. Böylece toplam 10 gözlem varsa bir kategoride (yani medyanın üzerinde) 8 ya da daha çok gözlem bulunması olasılığını hesaplamak isteriz. Ekler kısmındaki tablo 8 kullanıldığında $n = 10$ için $x = 8$ satırı ve $\pi = 0,5$ kolonunun kesiştiği hücreyi buluruz. Bu hücredeki 0,0547 değeri $n = 10$ gözlemde 8 ya da daha çok gözlemin medyanın üzerinde bulunması olasılığıdır.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$\alpha = 0,05$ ise direkt olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ desteklenmez, çünkü elde edilen 0,0547 değeri $\alpha / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ 'ten daha büyüktür. Aynı sebepten $\alpha = 0,01$ ise direk olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,5$ desteklenmez, çünkü elde edilen 0,0547 değeri $\alpha / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$ 'ten daha büyüktür.

$\alpha = 0,05$ ise direk alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 > 0,5$ desteklenmez, çünkü elde edilen 0,0547 değeri $\alpha = 0,05$ 'ten daha büyüktür. Aynı sebepten $\alpha = 0,01$ ise direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 > 0,5$ desteklenmez, çünkü elde edilen 0,0547 değeri $\alpha = 0,01$ 'den daha büyüktür.

$\alpha = 0,05$ ise direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 < 0,5$ desteklenmez, çünkü $p_1 = 0,8$ sıfır hipotezinde tahmin edilen $\pi_1 = 0,5$ 'ten daha büyüktür. $H_1 : \pi_1 < 0,5$ direk alternatif hipotezi veri ile uyumlu değildir.

iv) Sonuç

Örnek 2.10'un medyan için tek örneklem testi ile analizinin sonucunda medyanın 200'den başka bir değer olduğunu ifade eden direkt olmayan alternatif hipotez desteklenmez. Ayrıca medyanın 200'den büyük bir değer olduğunu ifade eden direkt alternatif hipotez desteklenir.

Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi kitle medyanıyla ilgili alternatif hipotezin tek örneklem için binom işaret testi veya medyan için tek örneklem testinden daha güçlü test edilmesini sağlar. Bu, örnek 2.10 için kurulan $H_0 : \theta = 200$ sıfır hipotezini değerlendirmek için Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi kullanılarak açıklanacaktır.

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : \theta = 200$$

$$H_1 : \theta \neq 200$$

$$H_1 : \theta > 200$$

$$H_1 : \theta < 200$$

ii) Test Hesaplamaları

Tablo 2.19. örnek 2.10' un Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi kullanılarak yapılan analizi özetler.

$\sum R^- = 4$ ($\sum R^+$ ve $\sum R^-$ değerlerinden küçük olanı) olduğundan hesaplanan Wilcoxon istatistiği $T = 4$ 'tür.

Tablo 2.19. Örnek 2.10'un Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi ile analizi

Nesne	X	$D = X - \theta$	$ D $ 'nin rankı	$ D $ 'nin işaretlendirilmiş rankı
1	230	30	2	2
2	167	-33	3	-3
3	250	50	5	5
4	345	145	9	9
5	442	242	10	10
6	190	-10	1	-1
7	200	0	-	-
8	248	48	4	4
9	289	89	7	7
10	262	62	6	6
11	301	101	8	8
				$\sum R^+ = 51$
				$\sum R^- = 4$

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$T = 4$ değeri ekler kısmındaki Tablo 4 (Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi için kritik T değerleri tablosu) ile değerlendirilir. Tablo 4'ün kullanılmasıyla $n = 10$ işaretlendirilmiş rank için iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 8$ ve $T_{0,01} = 3$; tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 10$ ve $T_{0,01} = 5$ 'tir. Sıfır hipotezi sadece hesaplanan $T = 4$ değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha küçükse reddedilebileceğinden şu karara varırız:

$H_1 : \theta \neq 200$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir, çünkü $T = 4$ iki yanlı kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 8$ 'den daha küçüktür. 0,01

düzeyinde desteklenmez, çünkü $T = 4$ iki yanlı kritik tablo değerleri $T_{0,01} = 3$ ’ ten daha büyüktür.

$H_1 : \theta > 200$ direkt alternatif hipotezi hem 0,05 hem de 0,01 düzeyinde desteklenir, çünkü

a) Veri $H_1 : \theta > 200$ direkt alternatif hipotezi ile uyumludur. Başka bir deyişle $H_1 : \theta > 200$ direkt alternatif hipotezi $\sum R^+ > \sum R^-$ gerçeği ile uyumludur.

b) Gözlenen $T = 4$ değeri tek yanlı kritik tablo değerleri $T_{0,05} = 10$ ve $T_{0,01} = 5$ ’ ten daha küçüktür.

$H_1 : \theta < 200$ direkt alternatif hipotezi veri ile uyumlu olmadığından desteklenmez. Bu alternatif hipotezin desteklenmesi için $\sum R^- > \sum R^+$ olmalıdır.

Böylece örnek 2.10 Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi ile değerlendirilirse $H_1 : \theta \neq 200$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir ve $H_1 : \theta > 200$ direkt alternatif hipotezi hem 0,05 hem de 0,01 düzeyinde desteklenir.

iv) Sonuç

Aynı veri tek örneklem için binom işaret testi veya medyan için tek örneklem testi ile değerlendirildiğinde alternatif hipotezlerin hiç biri desteklenmez. Açıkça ki Wilcoxon işaretlendirilmiş ranklar testi alternatif hipotezin tek örneklem için binom işaret testi veya medyan için tek örneklem testi’nden daha güçlü test edilmesini sağlar.

2.4.8. Binom Dağılımı İçin Uyumun İyiiliğinin Değerlendirilmesi

Araştırmacı verinin binom dağılımına sahip kitleden alındığı hipotezini değerlendirmek isteyebilir. Örnek 2.11 bu hipotezin ki-kare uyumun iyiliği testi ile nasıl değerlendirilebileceğini açıklamak için kullanılacaktır.

Örnek 2.11. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir hayvan biyologu Patagonian tilkilerinin dişilerinin albino yavru doğurması olasılığının 0,25 olduğunu iddia ediyor. Dünyadaki hayvanat

bahçelerindeki 100 doğumun her birindeki albino yavru sayısı kaydediliyor. 14 doğumda albino yavru olmuyor; 1 albino yavru olan doğum sayısı 30 ; 2 albino yavru olan doğum sayısı 35 ; 3 albino yavru olan doğum sayısı 18 ; 4 albino yavru olan doğum sayısı 2 ; 5 albino yavru olan doğum sayısı 1 ; 6 albino yavru olan doğum yoktur.

Veri $\pi_1 = 0,25$ ile binom dağılımına sahip bir kitle tanımlar mı?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Örnek 2.11'e göre ki-kare uyumun iyiliği testi ile değerlendirilecek sıfır hipotezi ve alternatif hipotez şöyledir:

$$H_0 : o_i = e_i \quad \text{tüm hücreler için}$$

$$H_1 : o_i \neq e_i \quad \text{en az bir hücre için}$$

Sıfır hipotezi ve alternatif hipotez aşağıdaki gibi de kurulabilir.

H_0 : Örneklem $\pi_1 = 0,25$ ile binom dağılımına sahip bir kitleden alınmıştır.

H_1 : Örneklem $\pi_1 = 0,25$ ile binom dağılımına sahip bir kitleden alınmamıştır.

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.11'in ki-kare uyumun iyiliği testi ile analizi Tablo 2.20. ile özetlendi. Bu tablo $k = 7$ hücreden oluşmuştur ve her bir hücrede bir doğumdaki albino yavru sayını gösterilmektedir. Tablo 2.20.'nin 2. kolonu albino yavru için gözlenen frekansları içerir. Her bir hücre için beklenen frekans (2.6) kullanılarak elde edilir. Özel olarak toplam gözlem (doğum) sayısı olarak tanımlanan 100 değeri $n = 6$ (bir doğumdaki yavru sayısı) ve $\pi_1 = 0,25$ olduğundan x 'in verilen değeri için Tablo 7'deki uygun binom olasılığı ile çarpılır. Bu binom olasılıkları şöyledir: $x = 0$ ($p = 0,1780$) ; $x = 1$ ($p = 0,3560$) ; $x = 2$ ($p = 0,2966$) ; $x = 3$ ($p = 0,1318$) ; $x = 4$ ($p = 0,0330$) ; $x = 5$ ($p = 0,0044$) ; $x = 6$ ($p = 0,0002$) . Böylece veri $\pi_1 = 0,25$ ile binom dağılımına sahip ise 6 yavrudan oluşan bir doğumda albino yavruların sayısı ile aşağıdaki olasılıklar ilişkilendirilmiştir:

0 albino yavru: $p = 0,1780$; 1 albino yavru: $p = 0,3560$; 2 albino yavru: $p = 0,2966$; 3 albino yavru: $p = 0,1318$; 4 albino yavru: $p = 0,0330$; 5 albino yavru: $p = 0,0044$; 6 albino yavru: $p = 0,0002$.

Tablo 2.20.'nin 3. kolonundaki beklenen frekanslar 100 ile az önce verilen binom olasılıklarının her birinin çarpımıdır. Beklenen frekansın hesaplanmasını örneklemek için 1. satırda gözlenen 17,80 değerini ele alalım. $E_i = (100)(0,1780) = 17,80$ olarak bulunur.

Tablo 2.20. Örnek 2.11 için ki-kare özet tablosu

Hücre	O_i	E_i	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
0	14	17,80	-3,80	14,44	0,81
1	30	35,60	-5,60	31,36	0,88
2	35	29,66	5,34	28,52	0,96
3	18	13,18	4,82	23,23	1,76
4	2	3,30	-1,30	1,69	0,51
5	1	0,44	0,56	0,31	0,71
6	0	0,02	-0,02	0,0004	0,02
	$\sum O_i = 100$	$\sum E_i = 100$	$\sum (O_i - E_i) = 0$		$\chi^2 = 5,65$

(2.13) kullanılarak örnek 2.11 için $\chi^2 = 5,65$ değeri hesaplanır. $k = 7$ hücre olduğundan ve $w = 0$ parametre tahmin edildiğinden (2.13)' ü kullanarak analiz için serbestlik derecesi $df = 7 - 1 = 6$ dır.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

Tablo 3'ün kullanılmasıyla $df = 6$ için 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $\chi^2_{0,05} = 12,59$ ve $\chi^2_{0,01} = 16,81$ 'dir. Hesaplanan $\chi^2 = 5,65$ değeri bu değerlerin ikisinden de daha küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilemez.

iv) Sonuç

Örnek 2.11' in ki-kare uyumun iyiliği testi ile analizi verinin binom dağılımından saptığını göstermez.

Dikkat edilirse $\pi_1 = 0,25$ değerini kullanmak yerine, kitle oranı örneklem verisinden tahmin edilseydi; df 'nin değeri 1 azalacaktı. Yani $df = 7 - 1 - 1 = 5$ olacaktı. Bunun sebebi serbestlik derecesi bulunurken tahmin edilen parametre sayısının çıkarılmasıdır. Örnek 2.13'te albino yavruların oranı $p_1 = n_1/N = 167/600 = 0,278$ dir. Burada n_1 100 doğumdaki toplam albino yavru sayısı ve N 100 doğumdaki toplam yavru sayısıdır. ($N = (6)(100) = 600$). p_1 değeri kitle oranı π_1 'in en iyi tahmini olarak tanımlanır.

0,278 değeri π_1 olarak tanımlanırsa beklenen frekanslar Tablo 2.20' nin 3. kolonunda kaydedilenlerden farklı olacaktır. $\pi_1 = 0,278$ değeri Tablo 7'de listelenmediğinden, bu tablo beklenen frekansları hesaplamada binom olasılıklarını bulmakta kullanılamaz. Sonuç olarak $n = 6$, $\pi_1 = 0,278$ ve $\pi_2 = 1 - 0,278 = 0,722$ olduğundan x 'in değerleri (0, 1, 2, 3, 4, 5 ve 6) için uygun binom olasılıklarını hesaplamak için (2.14)'ü kullanabiliriz ve sonra beklenen frekansları hesaplamak için binom olasılık sonuçlarını kullanabiliriz. (her bir olasılığı 100 ile çarpalım.)

2.4.9. Tek Örneklem İçin Binom İşaret Testi'nin Kullanımını Açıklamak İçin Ek Örnek

Örnek 2.12 sıfır hipotezinde ifade edilen π 'nin değeri 1'e çok yakın olduğunda tek örneklem için binom işaret testini kullanacaktır. Ayrıca kitle oranı için z testinin süreklilik düzeltmesi yapılmış versiyonunun π_1 'in değeri 0,5 'ten çok uzak olsa bile binom dağılımına mükemmel bir yaklaşım sağladığı açıklanmıştır.

Örnek 2.12. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir biyolog halkın ender görülen bir hastalığa yakalanma oranının erkeklerde % 90 ve kadınlarda % 10 olduğunu iddia eden bir teori geliştirmiştir. Hastalığa yakalanan 10 kişiden 7'sinin erkek, 3'ünün bayan olduğunu belirtmektedir.

Veri biyolog'un teorisini destekler mi?

Verilen bilgi $\pi_1 = 0,9$ ve $\pi_2 = 0,1$ ile binom dağılım değişkenini işaret ettiğinden, veri tek örneklem için binom işaret testi ile değerlendirilebilir.

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Biyolog'un teorisi aşağıdaki sıfır hipotezi ve direkt olmayan alternatif hipoteze dayanır:

$$H_0 : \pi_1 = 0,9$$

$$H_1 : \pi_1 \neq 0,9$$

ii) Test Hesaplamaları

Veri erkek ve kadın olmak üzere iki kategorideki gözlemlerin sayısından oluşmaktadır. İki kategorideki gözlemlerin ayrı ayrı oranları $p_1 = 7/10 = 0,7$ ve $p_2 = 3/10 = 0,3$ 'tür. Böylece $\pi_1 = 0,9$ verildiğinde; toplam 10 gözlem varsa 1. kategoride 7 ya da daha az gözlem olması olasılığını hesaplamak gerekir. Dikkat edilirse $p_1 = 0,7$ $\pi_1 = 0,9$ 'dan daha küçük olduğundan $x = 7$ 'den daha uçta bir değer 7'den daha küçük bir değer olacaktır.

$\pi = \pi_1 = 0,9$ Tablo 7 ya da 8'de listelenmediğinden π için, π_2 için listelenen olasılığı kullanılır. $\pi_1 = 0,9$ ise x 'in (yani 1. kategorideki gözlem sayısının) 7'ye eşit ya da daha az olması olasılığı; $\pi_2 = 0,1$ ise x 'in (yani 2. kategorideki gözlem sayısının) 3'e eşit ya da daha büyük olması olasılığı ile eşit olacaktır. Tablo 8'den bu gözlemlerin olasılığı ($x = 3$ satırı ile $\pi = 0,1$ kolonunun kesiştiği yerdeki değer) 0,0702'ye eşit olacaktır. Aynı değer Tablo 7'den $\pi = 0,1$ için x 'in 3'e eşit ya da daha büyük olması olasılıkları toplanarak gözlenebilir. Böylece toplam 10 gözlem varsa erkelerin 7 ya da daha az olması olasılığı 0,0702'dir.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

0,0702 değeri iki yanlı 0,05 değeri $\alpha/2 = 0,025$ ve tek yanlı 0,05 değeri $\alpha = 0,05$ 'ten daha büyük olduğundan ne direkt olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,9$ ne de veri ile uyumlu direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 < 0,9$ desteklenir. Başka bir deyişle $p_1 = 0,7$ (erkeklerin gözlenen oranı) varsayılan $\pi_1 = 0,9$ 'un önemli derecede altında değildir. $p_2 = 0,3$ 'e göre kadınların gözlenen oranı beklenen değer $\pi_2 = 0,1$ 'in önemli derecede üzerinde değildir.

iv) Sonuç

Veri, biyolog'un teorisini destekler. Yani veri $\pi_1 = 0,9$ ve $\pi_2 = 0,1$ ile binom dağılım değişkenine sahiptir.

Örnek 2.11'i değerlendirmek için kitle oranı için z testi kullanıldığında (2.17) (süreklilik düzeltmesi yapılmamış) aşağıdaki sonucu verir:

$$z = \frac{0,7 - 0,9}{\sqrt{\frac{(0,9)(0,1)}{10}}} = -2,11$$

(2.19) (süreklilik düzeltmesi eşitliği), (2.17) ile aynı paydaya sahiptir, fakat payı $1/(2)(10) = 0,05$ azalır. Böylece $z = -1,58$ değeri elde edilir. $z = 2,11$ mutlak değeri iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ ve tek yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,01} = 1,65$ 'ten daha büyük olduğundan süreklilik düzeltmesi olmadan hem direkt olmayan alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 \neq 0,9$ hem de direkt alternatif hipotez $H_1 : \pi_1 < 0,9$ 0,05 düzeyinde desteklenir. Süreklilik düzeltmesi kullanıldığında gözlenen $z = 1,58$ mutlak değeri az önce verilen kritik tablo değerlerinden daha küçüktür. Bundan dolayı hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. Bu sonuç tam olarak binom olasılıkları kullanıldığında elde edilen sonuç ile uyumludur. Böylece π_1 'in 0,5 'ten çok uzak olması durumunda bile kitle

oranı için z testi için süreklilik düzeltmesi eşitliği, tam olarak binom olasılıklarının mükemmel bir tahminini sağlar.

2.5. Tek Örneklem Run Testi

(Kategorik / Nominal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.5.1. Varsayımlar

Tek örneklem run testi şu varsayım üzerine kuruludur:

Her bir denemede $k = 2$ alternatiften biri gerçekleşir. Seri içerisinde alternatiflerden biri n_1 denemede, diğeri n_2 denemede gerçekleşir. Böylece $n_1 + n_2 = N$ 'dir.

2.5.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Tek örneklem run testi N elemanlı bir serinin dağılımının rasgele olup olmadığını değerlendirmek için kurulan istatistiksel yöntemlerden biridir.

Sıfır Hipotezi

H_0 : Örneklemin alındığı temel kitledeki olaylar rasgele dağılmıştır.

Alternatif Hipotezler

i) H_1 : Örneklemin alındığı temel kitledeki olaylar rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

ii) H_1 : Örneklemin alındığı temel kitledeki olaylar çok az run'a sahip olduğundan dolayı rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

iii) H_1 : Örneklemin alındığı temel kitledeki olaylar çok fazla run'a sahip olduğundan dolayı rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

ii) ve iii) 'deki direkt alternatif hipotezler ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.5.3. Test Hesaplamaları

Seri içerisindeki k alternatiften birinin gerçekleştiği ardışık denemelerin bir dizisine run denir. Minimum run uzunluğu bir deneme ve maksimum run uzunluğu serideki denemelerin toplam sayısı olan N ’e eşittir. Run’ın uzunluğunu hesaplamayı örnekle açıklamak için Tablo 2.21.’de gösterilen üç seriyi düşünelim. Her bir seri $n = 10$ denemeden oluşmuştur. Her bir denemede bir para atılıyor ve gelen tura (T) ya da yazı (Y) kaydediliyor.

Tablo 2.21. Runların örnekle açıklanması

Deneme:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A serisi :	T	T	Y	T	T	Y	Y	Y	T	Y
B serisi :	Y	T	Y	T	Y	T	Y	T	Y	T
C serisi :	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

A ve B serilerinde $n_1 = 5$ tura ve $n_2 = 5$ yazı vardır. C serisinde $n_1 = 10$ tura ve $n_2 = 0$ yazı vardır.

A serisinde 6 run vardır. Run 1; 1. ve 2. denemeden (T’den), Run 2; 3. denemeden (Y’den), Run 3; 4. ve 5. denemeden (T’den), Run 4; 6., 7. ve 8. denemelerden (Y’den), Run 5; 9. denemeden (T’den), Run 6; 10. denemeden (Y’den) oluşur. Bu durum, aşağıdaki gibi tüm runların altları çizilerek görsel olarak özetlenebilir. Dikkat edilirse tüm runlar aynı alternatifi içeren dizilerden oluşur. Böylece:

T T Y T T Y Y Y T Y

B serisinde 10 run vardır. Sırasıyla her bir denemede farklı bir alternatif gerçekleştiğinden denemelerin her biri ayrı bir run oluşturur. Böylece:

Y T Y T Y T Y T Y T

C serisinde 1 run vardır. Bunun sebebi her bir denemede aynı alternatifin gerçekleşmesidir. Böylece:

T T T T T T T T T T

Verilen bir denemede yüksek olasılıkla hangi alternatifin görüleceğini ortaya koyan bir model ortaya koyulmadığından sezgisel olarak üç seri içerisinde rasgele seri tanımına en fazla uyması beklenen serinin A serisi olduğunu söyleyebiliriz.

Tek örneklem run testi için test istatistiği, rasgele serideki runların sayısının bazı değer aralıklarının içine düşmesi beklenmesi varsayımına dayanır. Böylece serideki runların sayısı herhangi bir minimum değerden daha küçük ya da herhangi bir maksimum değerden daha büyükse, seri rasgele değildir. N denemelik serideki runların sayısının minimum ve maksimum kabul edilebilir değerinin hesaplanması runların sayısına göre hatta seri içerisindeki iki alternatifin her birinin gerçekleşme frekansına göre yapılabilir.

Dikkat edilmelidir ki tek örneklem run testi , $\pi_1 = \pi_2 = 0,5$ (para atılması durumu için) için binom dağılımı değişkeni ile çok yaygın kullanılmasına rağmen, temel kitledeki π_1 ve π_2 değerlerinin 0,5'e eşit olmasını gerektirmez. Run testi'nin hipotezi temel kitledeki π_1 ve π_2 değerlerine göre değerlendirmediyi ve bu değerlerle ilgili herhangi bir varsayım yapmadığına dikkat edilmelidir. Tek örneklem run testi için test istatistiği veri / serideki alternatiflerin her birinin gerçekleşme oranının (yani $p_1 = n_1/N$ ve $p_2 = n_2/N$) bir fonksiyonudur.

2.5.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

Hesaplanan r değeri ekler kısmındaki Tablo 9 (tek örneklem run testi için kritik değerler tablosu) kullanılarak yorumlanır. Tablo 9'da listelenen kritik değerler sıfır hipotezinin sadece iki yanlı test / direkt olmayan alternatif hipotez kullanılırsa

0,05 düzeyinde ve tek yanlı test / direkt alternatif hipotez kullanılırsa 0,025 düzeyinde değerlendirilmesinde kullanılır. Tek örneklem run testi için Tablo 9'da çok küçük örneklem için kritik değerler kaydedilmemiştir, çünkü tabloda kullanılan önem düzeyleri özel bir minimum değer altındaki örneklem büyüklüğü için hesaplanamaz. Diğer önem düzeyleri için kritik değerlerin bulunduğu tek örneklem run testi için daha hassas tablolar Swed ve Eisenhart (1943) ve Beyer (1968) tarafından tasarlanmıştır.

Tablo 9'daki kritik r değerlerine dikkat edilirse seride gerçekleşen alternatiflerin her birinin n_1 ve n_2 değerleri ile tanımlanan frekanslarına göre listelenmiştir. Tablo 9'da n_1 ve n_2 değerlerinin kesiştiği yerdeki hücreye bakılır. Uygun hücrede üstteki değer r değeri için alt limite eşit iken alttaki değer r değeri için üst limite eşittir. Bu değerlere göre test işlemi aşağıdaki gibidir.

Direkt olmayan alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için r değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo üst limit değerine eşit veya daha büyük olmalı ya da belirlenen önem düzeyinde kritik tablo alt limit değerine eşit veya daha küçük olmalıdır.

Çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için r değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo alt limit değerine eşit veya daha küçük olmalıdır.

Çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için r değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo üst limit değerine eşit veya daha büyük olmalıdır.

2.5.5. Örnek

Örnek 2.13. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir para 20 kez atılıyor. Paranın her bir atılışından önce denek paranın tura (T) ya da yazı (Y) geleceği konusunda tahminde bulunuyor. Her bir denemeden sonra tahmininin doğru ya da yanlış olduğunu söylüyor. 20 para atışı için gerçek sonuçlar aşağıdaki gibi listelenmiştir:

T T T Y Y Y T T Y Y T Y T Y T Y Y Y T T

Araştırmacı serinin rasgele olup olmadığını değerlendirecek ve ona göre karar verecektir. Analiz serinin rasgele olmadığını önerir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

H_0 : Seri rasgele dağılmıştır.

H_1 : Seri rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

H_1 : Seri, temel kitledeki olaylar çok az run'a sahip olduğundan dolayı rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

H_1 : Seri, temel kitledeki olaylar çok fazla run'a sahip olduğundan dolayı rasgele olmayan bir şekilde dağılmıştır.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Direkt alternatif hipotezlerden veri ile uyumlu olan kullanılır.

ii) Test Hesaplamaları

Tek örneklem run testi için test istatistiğini hesaplamak için seride iki alternatifin her birinin kaç kez görüldüğü ve serideki runların sayısı hesaplanmalıdır. Böylece örnek 2.13' te tanımlanan seri $n_1 = 10$ tura ve $n_2 = 10$ yazıdan oluşmuştur. Dikkat edilirse $n_1 + n_2 = N = 20$ dir. Tek örneklem run testi için tanımlanan test istatistiğinin $r = 11$ run olduğu görülür. Runlar;

T T T Y Y Y T T Y Y T Y T Y T Y Y Y T T

den oluşmaktadır.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$n_1 = n_2 = 10$ için Tablo 9 kullanılırsa r için alt ve üst kritik tablo değerleri $r = 6$ ve $r = 16$ dır. Böylece direkt olmayan alternatif hipotez kullanılırsa, ($\alpha = 0,05$ ile) r 'nin gözlenen değeri 6'ya eşit ya da daha azsa veya 16'ya eşit ya da daha fazlaysa anlamlıdır. Başka bir deyişle; veri 6'dan daha az ya da 16'dan daha fazla run'a sahipse anlamlıdır. $r = 11$ bu aralığın içine düştüğünden direkt olmayan alternatif hipotez desteklenmez.

Çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; ($\alpha = 0,025$ ile) sadece r 'nin gözlenen değeri 6'ya eşit ya da daha azsa anlamlıdır. $r = 11$ değeri 6'dan büyük olduğundan çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez desteklenmez.

Çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; ($\alpha = 0,025$ ile) sadece r 'nin gözlenen değeri 16'ya eşit ya da daha fazlaysa anlamlıdır. $r = 11$ değeri 16'dan daha küçük olduğundan çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez desteklenmez.

Aslında daha detaylı tablolar kullanılırsa 0,05 veya 0,01 düzeylerinde ne direkt olmayan alternatif hipotez ne de direkt alternatif hipotezlerden biri desteklenir. Böylece analiz hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezinin reddedilemeyeceğini gösterir.

iv) Sonuç

İlgili önem düzeyinde serinin rasgele olduğunu söyleyebiliriz.

2.5.6. Büyük Örneklem Hacmi İçin Tek Örneklem Run Testine Normal Yaklaşım

Normal dağılım tek örneklem run testinin dağılımına tam yaklaşım için büyük örneklem hacmi / seri ile kullanılabilir. Büyük örneklem yaklaşımı genel olarak Tablo 9'da verilenlerden daha büyük örneklem için kullanılır. (2.22), tek örneklem run testine normal yaklaşım için kullanılır.

$$z = \frac{r - u_r}{\sigma_r} = \frac{r - \left[\frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}} \quad (2.22)$$

Yukarıdaki eşitliğin payındaki $\left[\frac{2n_1n_2}{(n_1 + n_2)} + 1 \right]$ terimi , N gözlemden oluşan rasgele bir serideki runların örnekleme dağılımının ortalaması olarak

tanımlanır. Bu değer u_r notasyonu ile gösterilir. Örneğin; $n_1 = 10$ ve $n_2 = 10$ verildiğinde dağılım gerçekten rasgele ise gözlemden beklenen runların sayısının en iyi tahmini $\mu_r = 11$ dir. (2.22)' nin paydası test istatistiğinin normal yaklaşım için örnekleme dağılımının beklenen standart sapmasıdır. Bu değer σ_r notasyonu ile gösterilir.

(2.22), örnek 2.13 için veri ile kullanılırsa $z = 0$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{11 - \left[\frac{(2)(10)(10)}{10 + 10} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{(2)(10)(10)[(2)(10)(10) - 10 - 10]}{(10 + 10)^2 (10 + 10 - 1)}}} = \frac{0}{(2)(18)} = 0$$

$\mu_r = 11$ ve $\sigma_r = (2)(18)$ olduğundan analizin sonucu $z = (11 - 11)/(2)(18) = 0$ olarak bulunur. $z = 0$ gözlenen değeri ekler kısmındaki Tablo 1 (normal dağılım tablosu) ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır. İki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ 'dir. Tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'tür.

Sıfır hipotezini değerlendirmek için aşağıdaki yol izlenir:

a) Direkt olmayan alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır. Örnek 2.13'te direkt olmayan alternatif hipotez desteklenmez, çünkü $z = 0$ gözlenen değeri yukarıdaki iki yanlı kritik tablo değerlerinin ikisinden de daha küçüktür.

b) Çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için aşağıdakiler doğru olmalıdır:

1. z 'nin gözlenen değeri negatif bir sayı olmalıdır.

2. z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır.

Örnek 2.13'te çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez desteklenmez, çünkü $z = 0$ gözlenen değeri negatif bir sayı değildir (ve hatta $z = 0$ gözlenen değeri tek yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ ten daha küçüktür).

c) Çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez kullanılırsa; sıfır hipotezini reddetmek için aşağıdakiler doğru olmalıdır:

1. z 'nin gözlenen değeri pozitif bir sayı olmalıdır.

2. z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır.

Örnek 2.13' te çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez desteklenmez, çünkü $z = 0$ gözlenen değeri pozitif bir sayı değildir (ve hatta $z = 0$ gözlenen değeri tek yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ ' ten daha küçüktür).

Böylece normal yaklaşım kullanıldığında Tablo 9'daki kritik değerlerin kullanılması durumunda olduğu gibi hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. Sonuçta serinin rasgele olmadığı kararına varamayız.

2.5.7. Tek Örneklem Run Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi

Çoğu kaynakta tanımlanmamasına rağmen Siegel ve Castellan (1988) tek örneklem run testine normal yaklaşım için süreklilik düzeltmesi kullandılar. Süreklilik düzeltmesi eşitliği (2.23), daima (2.22) ile bulunan değerden daha küçük bir z mutlak değeri bulunmasını sağlar.

$$z = \frac{[r - \mu_r] - 0,5}{\sigma_r} \quad (2.23)$$

Örnek 2.13' teki veri için (2.23) kullanılırsa $z = -0,23$ değeri hesaplanır. Mutlak değer olarak $z = 0,23$ iki yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ ve tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha küçük olduğundan hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın (süreklilik düzeltmesi kullanılsa bile) sıfır hipotezi reddedilemez. Böylece süreklilik düzeltmesi yapıldığında da serinin rasgele olmadığı kararına varamayız.

2.5.8. İki'den Fazla Kategoriden Oluşan Veri İçin Run Testi

Wallis ve Roberts (1956) ve Zar (1999) veri iki kategoriden daha fazla kategori içerdiğinde tek örneklem run testi için (2.24) ve (2.25)' i önermişlerdir. (2.24), örnekleme dağılımının ortalamasını (μ_r yani runların beklenen sayısı) ve (2.25) örnekleme dağılımının standart sapmasını (σ_r) göstermektedir. İki kategori olduğunda (2.24), (2.22)' nin payının sağ tarafındaki terime (yani u_r) ve (2.25), (2.22)' nin paydasına eşittir. μ_r ve σ_r 'nin hesaplanan değerleri tek örneklem run testi için normal yaklaşımda yani (2.22)'de yerine yazılır. (Bunun süreklilik düzeltmesi versiyonu (2.23)' te kullanılabilir.) z 'nin hesaplanan değeri iki kategoride olduğu gibi yorumlanabilir.

$$\mu_r = \frac{N(N+1) - \sum n_i^2}{N} \quad (2.24)$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{\sum n_i^2 [\sum n_i^2 + N(N+1)] - 2N \sum n_i^3 - N^3}{N^2(N-1)}} \quad (2.25)$$

(2.24) ve (2.25) eşitliklerinde kullanılan notasyona göre k kategoriden her biri için gözlemlerin sayısı $n_1, n_2, \dots, n_k$ olacaktır. n_i i -inci kategori için gözlemlerin sayısı olarak tanımlandığından $N = \sum n_i$ dir.

İkiden fazla kategori olduğunda tek örneklem run testini bir örneklem açıklamak için her bir denemede A, B ya da C yüzlerinden birinin geldiği üç yüzlü bir zar olduğunu ve aşağıdaki sonuçların gözlemlendiğini varsayalım.

A A B C C B A A B B C C A C B A A B B B

Runların her birinin altı çizili olup toplam 12 run vardır. n_1 denemelerde görülen A'ların sayısı, n_2 denemelerde görülen B'lerin sayısı ve n_3 denemelerde görülen C'lerin sayısı ise $n_1 = 7$, $n_2 = 8$, $n_3 = 5$ ve $N = 20$ 'dir. $\sum n_i^2 = 7^2 + 8^2 + 5^2 = 138$ ve $\sum n_i^3 = 7^3 + 8^3 + 5^3 = 980$ olarak hesaplarız. (2.24), (2.25) ve (2.22)'de yerine yazılırsa $z = -1,06$ değerini hesaplarız.

$$\mu_r = \frac{20(20+1) - 138}{20} = 14,1$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{138[138 + 20(20+1)] - (2)(20)(980) - (20)^3}{(20)^2(20-1)}} = 1,98$$

$$z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} = \frac{12 - 14,1}{1,98} = -1,06$$

(2.22)'nin payından 0,5 çıkarılmasıyla süreklilik düzeltmesi kullanılırsa;

$$z = \frac{[r - \mu_r] - 0,5}{\sigma_r} = \frac{[12 - 14,1] - 0,5}{1,98} = -0,81$$

elde edilir. $z = 1,06$ ve $z = 0,81$ mutlak değerleri iki yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ ve tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha küçük olduğundan hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. Böylece

serinin rasgele olmadığı kararına varamayız. z 'nin işaretinin negatif olması sadece runların gözlenen sayısının beklenen sayısından daha az olduğunu gösterir.

Bu kısımda tanımlanan analiz için Tablo 9 kullanılamaz, çünkü Tablo 9 sadece iki kategori için tasarlanmıştır.

2.5.9. Serinin Rasgeleliği İçin Run Testi (Yukarı-Aşağı Run Testi)

Bu kısımda tanımlanan test tek örneklemle serinin rasgeleliği için run testinin farklı bir şeklidir. Bu test yukarı-aşağı run testi olarak da bilinir. Seri teriminin kullanılmasının nedeni seri şeklindeki olayların sonucunun analiz edilmesidir. Wallis ve Moore (1941) tarafından bulunan serinin rasgeleliği için run testi (Schmidt ve Taylor (1970) ve Zar (1999) tarafından da incelendi) veri kategorik form yerine sayısal olarak değerlendirilğinde kullanılır. Böyle bir durumda araştırmacı skorların dizilişindeki değişimin yönünün rasgele sırada olup olmadığını belirlemek ister. Bu test çerçevesinde yöndeki her bir değişim yeni bir runın başlangıcı olarak tanımlanacaktır. Runların toplam sayısı veri kümesindeki yön değişimlerinin toplam sayısıdır. Aşağıdaki 10 skorum kümesini düşünelim.

+ - + + - - - - +
2, 3, 1, 6, 7, 4, 3, 2, 1, 7

Dikkat edilirse + işareti skor solundakinden daha büyükse ve – işareti skor solundaki skordan daha küçükse skorum sağ üstüne kaydedilmiştir. Runlar tek örneklem için run testinde olduğu gibi hesaplanır. Böylece + veya – işaretlerinin her bir dizisi bir run oluşturur. Yukarıdaki örnekte 5 run vardır. İlk iki run bir + ve bir – işaretinden, üçüncü run iki + işaretinden, dördüncü run dört – işaretinden ve beşinci run bir – işaretinden oluşmuştur. Dikkat edilirse + ve – işaretlerinin toplam sayısı skorların toplam sayısından daha azdır.

Serinin rasgeleliği için run testi için değerlendirilen sıfır hipotezi; veri kümesindeki yönde ard arda gelen değişikliklerin (yani runların) dağılımı rasgeledir. Direkt olmayan alternatif hipotez; veri kümesindeki yönde ard arda gelen değişikliklerin (yani runların) dağılımı rasgele değildir. Alternatif hipotez direkt olarak da kurulabilir. Özel olarak yöndeki değişimin aşırı sayıda olduğu rasgele

olmayan model (runların beklenen sayıdan daha fazla olması) ya da yöndeki değişimin çok az sayıda olduğu rasgele olmayan model (runların beklenen sayıdan daha az olması) tahmininde bulunulabilir.

Zar (1999) $N < 50$ olduğunda serinin rasgeleliğiyle ilgili run testi için tam olasılıkları veren tablo hazırlamıştır. Buna karşın büyük örneklem hacmi için (genel olarak 50 ya da daha fazla deneme) test sonuçlarını değerlendirmek için (2.28) kullanılabilir. Dikkat edilirse bu eşitlik tek örneklem için run testine normal yaklaşım için kullanılan eşitlikle aynı olmasına rağmen serinin rasgeleliği için run testi durumunda runların beklenen sayısını (μ_r) hesaplamak için (2.26) ve runların standart sapmasını (σ_r) hesaplamak için (2.27) kullanılır. z 'nin hesaplanan değeri tek örneklem run testi için hesaplananla aynı şekilde yorumlanır. Bu test ile sıfır hipotezini reddetmek için runların sayısının çok büyük ya da çok küçük olması gerekecektir ve böylece veri ile rasgeleliğin olmadığı kararına varılır.

$$\mu_r = \frac{2N - 1}{3} \quad (2.26)$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{16N - 29}{90}} \quad (2.27)$$

$$z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \quad (2.28)$$

Örnek 2.14' teki örneklem hacmi normal yaklaşım için öngörülenden daha küçük olmasına rağmen testi açıklamak için kullanılacaktır. Çok ılımlı bir test sağladığından 1. tip hata oranını azaltmak için süreklilik düzeltmesi kullanılması tercih edilebilir.

Örnek 2.14. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Konteynerlara süt döken bir makine üzerine bir kalite kontrol çalışması yapılır. Makine tarafından ard arda dizili 21 konteyner'a dağıtılan süt miktarı (litre olarak) şöyledir:

190, 199, 200, 178, 177, 176, 198, 190, 165, 176, 201, 178, 199, 176, 199, 178, 167, 187, 191, 191, 189.

Dağıtılan süt miktarındaki birbirini izleyen artma ve azalmalar rasgele midir?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

H_0 : Dağıtılan süt miktarındaki birbirini izleyen artma ve azalmalar rasgeledir.

H_1 : Dağıtılan süt miktarındaki birbirini izleyen artma ve azalmalar rasgele değildir.

ii) Test Hesaplamaları

Aşağı-yukarı değişimlerin dizisi aşağıdaki gibi özetlenir:

+ + - - - + - - + + = ± = ± - - + + 0 =

20 sembol yukarıdaki gibi kaydedilir. (Toplam gözlem sayısından 1 eksiktir.) Bir ölçümden diğerine artış olduğunu gösteren 9 + , bir ölçümden diğerine azalma olduğunu gösteren 10 – ve değişiklik olmadığını gösteren 1 sıfır (191 için) vardır. Veride bir ya da daha çok sıfır tanımlandığında sıfırın + olarak sayılmasıyla veya sıfırın – olarak sayılmasıyla runların sayısı hesaplanabilir. Sıfır + olarak sayılırsa runların toplam sayısı 12'ye eşit olacaktır. Sıfır – olarak sayılırsa 11. runa dahil olur ve sonraki – 12. runı oluşturur. Sıfır – olarak sayılsa bile hala 12 run olacaktır. Bazı durumlarda bir sıfır tanımlanırsa sıfırın + ya da – olarak görünmesine göre runların sayısı için farklı bir toplam gözlenecektir. Bu doğru olduğunda test istatistiği her bir run değeri için gözlenir ve karar iki değere dayanarak verilir. Veride tanımlanan sıfır birden fazla ise herhangi bir sıfırın + ya da – sayılmasıyla oluşabilecek tüm kombinasyonlar düşünüldüğünden analiz oldukça zahmetli olabilir. Böyle bir durumda tek örneklem için run testinin ya da rasgeleliğin bazı alternatif testlerinin kullanılması tavsiye edilebilir. Örnek 2.14 için veri (2.26) – (2.28) ile değerlendirilecektir. Bu örnek için toplam gözlem sayısı olarak tanımlanan $N = 21$ ve runların sayısı olarak tanımlanan $r = 12$ 'dir.

$$\mu_r = \frac{(2)(21) - 1}{3} = 13,67$$

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{(16)(21) - 29}{90}} = 1,85$$

$$z = \frac{12 - 13,67}{1,85} = -0,90$$

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

$|z| = 0,90$ iki yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ ve tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ ' ten daha küçük olduğundan hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. $r = 12$ gözlenen değeri rasgele dağılımda runların beklenen sayısına yakındır. z 'nin işaretinin negatif olması runların gözlenen sayısının beklenen değerden daha küçük olduğunu gösterir.

$r = 12$ gözlenen değeri Zar'ın (1999) kritik değerler tablosu kullanılsa bile anlamlı olmayacaktır. $N = 21$ için bu tabloda iki yanlı kritik 0,05 tablo değerleri 9; 18 ve tek yanlı kritik 0,05 tablo değerleri 10; 18 dir. Anlamlı olabilmesi için r 'nin gözlenen değeri her bir ikilideki ilk değerden küçük ya da eşit veya her bir ikilideki ikinci değerden büyük ya da eşit olmalıdır. $r = 12$ gözlenen değeri kritik değerlerin arasında olduğundan sıfır hipotezi kabul edilir.

iv) Sonuç

(2.28) ya da Zar'ın (1999) kritik değerler tablosundan hangisi kullanılırsa kullanılsın dağıtılan süt miktarı için serinin rasgele olmadığı kararına varamayız.

2.5.10. Tek Örneklem Run Testinin Kullanımını Açıklayan Ek Örnekler

Örnek 2.13' te olduğu gibi örnek 2.15 ve 2.16 $N = 20$, $n_1 = n_2 = 10$ ve $r = 11$ olan serileri içermektedir. Özdeş veri kullanıldığından dolayı bu örnek, örnek 2.13 ile aynı sonucu verecektir. Örnek 2.13 ve örnek 2.15 – 2.16' da seriler rasgelelik

içeriyorsa temel kitlede $\pi_1 = \pi_2 = 0,5$ varsaymak mümkündür. Başka bir deyişle temel kitledeki her bir alternatifin gerçekleşme olasılığı eşittir. Örnek 2.17 temel kitlede $\pi_1 \neq \pi_2 \neq 0,5$ olduğunda tek örneklem run testinin uygulanmasını açıklar.

Örnek 2.15. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir meteorolojist Temmuz 1995'te ard arda 20 gün için öğlen 12 deki nem düzeylerinin 1990 'dan 1994'e kadar Temmuz ayı boyunca kaydedilen ortalama nemliliğin altında veya üstünde olmasına göre rasgele olarak dağılıp dağılmadığını hesaplamak için bir çalışma hazırlar. 20 gün için nem düzeylerinin Temmuz ortalamasının üstünde (+) veya altında (-) olmasına göre liste aşağıda kaydedilmiştir.

+ + + - - - + + - - + - + - - - + +

Veri derece okumalarının serisinin rasgele olduğunu gösterir mi?

Örnek 2.16. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Antidepresan ilaçların etkisi üzerine yapılan bir çalışmada 20 klinik depresif hastanın her biri rasgele olarak iki deney grubundan birine tayin edilir. 6 ay için bir gruba antidepresan ilaç ve diğer gruba placebo verilir. 6 ay sonra iki gruptaki denekler bir psikiyatrist kurulu tarafından grup üyeliklerine göre depresyon için değerlendiriliyorlar. Her bir denek 100 puan üzerinden değerlendiriliyor. (Daha büyük bir değer depresyon düzeyinin daha fazla olduğunu gösterir.) İki grup için depresyon değerleri aşağıdaki gibidir:

İlaç grubu : 20, 25, 30, 48, 50, 60, 70, 80, 95, 98

Placebo grubu : 35, 40, 42, 52, 55, 62, 72, 85, 87, 90

Veri gruplar arasında fark olduğunu gösterir mi?

Aynı tasarımı değerlendirmek için alternatif yöntemlerden daha az güçlü olduğundan iki bağımsız değişkeni içeren bir tasarımı değerlendirmede tek örneklem run testi yaygın olarak kullanılmaz. Yine de örnek 2.16 öyle bir durumdaki uygulamayı açıklamak için kullanılacaktır. 20 deneğin skorları grup üyeliklerine göre

sırasıyla aşağıdaki gibidir: (Burada D ilaç grubunu, P placebo grubunu göstermektedir.)

20 25 30 35 40 42 48 50 52 55 60 62 70 72 80 85 87 90 95 98
D D D P P P D D P P D P D P P P P D D

Runlar önceki örneklerdeki gibi değerlendirilir. Bu örnekte seride gözlenen skorların hangi gruptan geldiğine göre iki kategori kullanıldı. Skorlar sırasıyla dizildiğinde gruplar arasında fark varsa bir gruptaki skorların çoğunun serinin soluna düşmesi ve diğer gruptaki skorların çoğunun serinin sağına düşmesi beklenir. Daha açık olarak, ilaç etkili ise ilaç grubundaki skorların çoğunluğu serinin soluna düşecektir, tahmini yapılır. Böyle bir durumda runların sayısı az olacaktır. Böylece runların sayısı belirlenmiş önem düzeyinde kritik tablo değerinin alt limitine eşit ya da daha azsa verinin modelinin rasgele olmadığı kararına varılabilir. Böyle bir durumda araştırmacı gruplar arasında anlamlı bir fark olduğu sonucuna varır. Örnek 2.16 için veri örnek 2.13 ve 2.15 ile gözlemlenenle aynı olduğundan $n_1 = n_2 = 10$ ve $r = 11$ 'dir. Verinin analizi serinin rasgele olmadığını göstermez ve böylece bir gruptan diğerine fark olduğu kararına varamayız.

Örnek 2.16 için başka iki olanaklı modeli düşünelim. Aşağıda gösterilen ilk model $r = 2$ run içermektedir. Tablo 9 'da 0,05 düzeyinde $n_1 = n_2 = 10$ için elde edilen değer 6 olup, runların sayısı 6'ya eşit ya da daha az olduğundan sonuç anlamlıdır. Böylece aşağıda gösterilen model grupların iki farklı kitle tarafından tanımlandığı kararına yol açacaktır.

D D D D D D D D D D P P P P P P P P P P

Şimdi aşağıdaki modeli düşünelim.

D D D D D P P P P P P P P P P D D D D D

Yukarıdaki model $r = 3$ run içerdiğinden 0,05 düzeyinde anlamlıdır. Ancak modelin incelenmesi iki grubun ortalama ya da medyan değerlerini karşılaştıran belki de farkın anlamlı olmamasıyla sonuçlanacak bir test önerir. Bu, ilaç alan gruptaki gözlemlerin en yüksek beş ve en düşük beş skordan oluşmasına dayanır. Böylece ilaç grubunun başarısı merkezi eğilim ölçüsü ile özetlenir, öyle bir değer belki de placebo grubu için gözlemlenen temel değere (serinin ortasında kümelenen skorlara) yakın olacaktır. Yine de verinin modeli gruplar arasında varolan skorların değişkenliğine göre fark olduğunu önerir. Başka bir deyişle, ilaç alan insanların yarısı olumlu cevap vermekte iken diğer yarısı olumsuz cevap vermektedir. Diğer taraftan placebo grubundaki insanların çoğu dağılımın ortasında gözlenen skorlara sahiptir. Yukarıdaki örnek böyle durumlarda tek örneklem run testinin böyle tasarımlar için daha yaygın olarak kullanılan diğer testlerden, özellikle iki bağımsız değişken için t testi ve Mann-Whitney U testi'nden (ikisi de merkezi eğilim ölçüsünü değerlendirir), daha faydalı olduğunu gösterir.

Örnek 2.17. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir fabrika yöneticisi, kalite kontrol mühendisinin cam paketleme makinesini değerlendirmesini ister. Yönetici, mühendise paketleme işlemi boyunca camların % 10'u çatlarken % 90'ının bozulmadan kaldığını söylemiştir. Bazı çevresel şartların makinenin kırılma noktasını değiştirdiğinden şüphelenilmektedir. Bu durumu değerlendirmek için kalite kontrol mühendisi makine tarafından iki haftalık periyot boyunca paketlenen 1000 parça camdan oluşan bir seriyi kaydeder. Seride 890 parça camın bozulmadığını ve 110 parçanın kırıldığını görüyor. Seride sadece 4 run olduğunu hesaplıyor. Veri serinin rasgele olmadığını gösterir mi?

Örnek 2.17' de $N = 1000$, $n_1 = 890$, $n_2 = 110$ ve $r = 4$ tür. Bu değerler (2.22)'de yerine yazılırsa $z = -3,12$ değeri hesaplanır. Bu eşitliğin kullanılmasıyla runların beklenen sayısı için hesaplanan $\mu_r = 196,8$ değeri $r = 4$ gözlenen değerinden aşırı derecede fazladır.

$$z = \frac{4 - \left[\frac{(2)(890)(110)}{890 + 110} + 1 \right]}{\sqrt{\frac{(2)(890)(110)[(2)(890)(110) - 890 - 110]}{(890 + 110)^2 (890 + 110 - 1)}}} = -3,12$$

Tablo 9'un kullanılmasıyla hesaplanan mutlak değer $z = 3,12$ iki yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha büyüktür. Böylece direkt olmayan alternatif hipotez 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. z 'nin gözlenen değeri negatif olduğundan çok az run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. Açıkça çok fazla run olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotez desteklenemez.

Örnek 2.17' ye dikkat edilirse yönetici kalite kontrol mühendisine camın kırılma olasılığının $\pi_2 = 0,1$; sağlam olma olasılığının $\pi_1 = 0,9$ olduğunu söylemiştir. Böylece denemede gerçekleşmesi olası iki alternatifin olasılıkları eşit değildir. İki kategorinin her birinde durumların gözlenen olasılıkları $p_1 = 890/1000 = 0,89$ ve $p_2 = 110/1000 = 0,11$ değerleri $\pi_1 = 0,9$ ve $\pi_2 = 0,1$ değerlerine çok yakındır. Tek örneklem run testi'nde önceden de bahsedildiği gibi gözlenen oranlar varsayılan kitle oranlarından önemli derecede farklı ise test böyle bir farkı belirtmeyecektir ve kitle oranları ile uyumlu olsa da olmasa da runların analizi serideki oranların değeri üzerine kuruludur. Örneklem verisi için hesaplanan oranların kitle oranları ile uyumlu olup olmadığı sorusu serinin rasgele olup olmamasıyla ilişkilidir. Buna karşın tek örneklem için binom işaret testi ve ki-kare uyum iyiliği testi bu soruyu değerlendirmekte kullanılan uygun testlerdir.

2.6. Mann-Whitney U Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.6.1. Varsayımlar

Mann-Whitney U testi aşağıda varsayımlara dayanmaktadır:

- a) Her bir örneklem tanımladığı kitleden rasgele seçilmiştir.
- b) İki örneklem birbirinden bağımsızdır.
- c) Gözlenen sürekli rasgele değişkendir.

Aslında bir çok parametrik olmayan testte yaygın olan bu varsayım genellikle mecbur tutulmamaktadır. Böyle testlerde sık sık kesikli bir rasgele değişken tanımlayan bağımlı bir değişken kullanılır.

d) Örneklemelerin alındığı temel kitleler biçim olarak aynıdır. Buna karşın temel kitle dağılımının biçimi normal olmayacaktır.

Mann-Whitney U testini kullanmayla değerlendirilen rank-sıralama verisine göre aşağıdakilerden biri doğrudur:

- a) Veri rank-sıralama formatındadır, çünkü skora uygun tek format budur.
- b) Veri aralık / oran formatından rank-sıralama formatına dönüştürülür, çünkü araştırmacı iki örneklem t testi için normallik varsayımının bozulduğuna inanmıştır.

Dikkat edilirse araştırmacı aralık / oran veriyi ranklara dönüştürülürse bilgi feda edilir. Bazı araştırmacılar bundan dolayı iki örneklem t testi için bir ya da daha çok varsayım bozulmasına rağmen Mann-Whitney U testi gibi parametrik olmayan testleri kullanmakta isteksizliklerini dile getirmişlerdir.

2.6.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır hipotezi

$$H_0: \theta_1 = \theta_2$$

1. grubu gösteren kitlenin medyanı, 2. grubu tanımlayan kitlenin medyanına eşittir. Veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşittir, şeklinde ifade edilebilir (yani $\sum R_1 = \sum R_2$). Genel bir kural olarak bunu ifade etmenin yolu, örneklem büyüklüğü

eşit olmayan tasarımlar için de geçerlidir, iki grubun ranklarının ortalamaları eşittir. (yani $\overline{R_1} = \overline{R_2}$)

Alternatif hipotezler

$$i) \quad H_1: \theta_1 \neq \theta_2$$

1. grubu gösteren kitlenin medyanı, 2. grubu tanımlayan kitlenin medyanına eşit değildir. Veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşit değildir, şeklinde ifade edilebilir (yani $\sum R_1 \neq \sum R_2$). Genel bir kural olarak bunu ifade etmenin yolu, örneklem büyüklüğü eşit olmayan tasarımlar için de geçerlidir, iki grubun ranklarının ortalamaları eşit değildir (yani $\overline{R_1} \neq \overline{R_2}$). Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

$$ii) \quad H_1: \theta_1 > \theta_2$$

1. grubu gösteren kitlenin medyanı, 2. grubu tanımlayan kitlenin medyanından daha büyüktür. Veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından daha büyüktür, şeklinde ifade edilebilir. (yani $\sum R_1 > \sum R_2$) Genel bir kural olarak bunu ifade etmenin yolu, örneklem büyüklüğü eşit olmayan tasarımlar için de geçerlidir, 1. grubun ranklarının ortalaması 2. grubun ranklarının ortalamasından daha büyüktür. (yani $\overline{R_1} > \overline{R_2}$) Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

$$iii) \quad H_1: \theta_1 < \theta_2$$

1. grubu gösteren kitlenin medyanı, 2. grubu tanımlayan kitlenin medyanından daha küçüktür. Veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından daha küçüktür, şeklinde ifade edilebilir (yani $\sum R_1 < \sum R_2$). Genel bir kural olarak bunu ifade etmenin yolu, örneklem büyüklüğü eşit olmayan tasarımlar için de geçerlidir, 1. grubun ranklarının ortalaması 2. grubun ranklarının ortalamasından daha küçüktür (yani $\overline{R_1} < \overline{R_2}$). Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.6.3. Test Hesaplamaları

Mann-Whitney U testi ile veriyi analiz etmek için Tablo 2.23'teki gibi bir tablo hazırlanır.

Tablo 2.22. Mann-Whitney U testi için veri tablosu hazırlama

| Nesne
Numarası | Grup 1 | | Nesne
Numarası | Grup 2 | |
|--|--------|------------|--|--------|------------|
| | X_1 | R_1 | | X_2 | R_2 |
| Nesne 1,1 | | R_{1i} | Nesne 2,1 | | R_{2i} |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| Nesne 1, n_1 | | R_{1n_1} | Nesne 2, n_2 | | R_{2n_2} |
| $\sum_{i=1}^{n_1} R_{1i}$ | | | $\sum_{i=1}^{n_2} R_{2i}$ | | |
| $\overline{R}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_{1i}}{n_1}$ | | | $\overline{R}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} R_{2i}}{n_2}$ | | |

Nesnelerin orijinal aralık / oran skorları X_1 ve X_2 ile gösterilen kolonlarda kaydedilir. Bunlar, bitişik kolonlar R_1 ve R_2 'de ise skorların her birine tayin edilen rank sıraları gösterilir.

Mann-Whitney U testi için ranklandırma yöntemi Tablo 2.23. gibi bir tablo hazırlanarak yapılır. Tablo 2.22. ve 2.23.'te her bir nesneyi belirten sayı nesnenin kendi grubunda kaçınıcı sırada olduğunu göstermelidir, böylece j,i -inci nesne j -inci gruptaki i -inci nesnedir. ($j = 1,2$)

Tablo 2.24' te özetlenen aşağıdaki yöntem rankları tayin etmede kullanılır:

a) N skorun tümü büyüklüklerine göre en düşük skordan en yüksek skora doğru artan sırada soldan sağa doğru sıralanır. Bu işlem Tablo 2.24' ün 2. satırında yapılır.

b) Tablo 2.23.' ün 3. satırında N skorun tümüne bir rank değeri verilir. Soldan sağa doğru en soldakine (en düşük skora) 1, soldan ikinciye (tie yoksa ikinci en düşük skor olacaktır) 2 ve böyle devam ederek en sağdaki skora (tie yoksa en yüksek skor olacaktır) N rank değeri verilir.

c) Tablo 2.23.' ün 3. satırındaki ranklar, veride tie skorları olduğunda düzeltilmelidir. Özel olarak örneğin iki ya da daha çok nesne aynı skora sahipse tüm tie skorlara rankların ortalama değeri verilir. Bu düzeltme Tablo 2.23.' ün 4. satırında yapılır.

Tablo 2.23. Mann-Whitney U testi için ranklandırma yöntemi

| | |
|------------------------|-------------------------|
| Nesne numarası | . . . |
| X skoru | en küçük . . . en büyük |
| Tie düzeltilmemiş rank | 1 . . . N |
| Tie düzeltilmiş rank | . . . |

Dikkat edilirse burada tanımlanan ranklandırma yöntemi en düşük skora 1, ikinci en düşük skora 2, . . . , en yüksek skora N verme şeklindedir. Özel olarak isteğe göre en yüksek skora 1, ikinci en yüksek skora 2 ve böyle devam ederek en düşük skora N verilerek de ranklandırma yapılabilir. Bu ranklandırma yöntemi kullanılırsa Tablo 2.24' te kullanılan rankların karşısı gözlenecektir. Fakat Mann-Whitney U testi'nin sonuçlarını yorumlamada iki ranklandırma yöntemi aynı sonucu verecektir. Bundan dolayı Mann-Whitney U testi'nde hatta rank sıralama içeren diğer testlerde en düşük skora 1, en yüksek skora N rank değeri atanan ranklandırma yöntemi kullanılır.

Nesnelerin tümüne bir rank tayin edilmiştir. Grupların her biri için rankların toplamı hesaplanır. Tablo 2.23'te hesaplanan bu değerler $\sum R_1$ ve $\sum R_2$ 'dir.

Grupların ikisi için rankların toplamını hesaplamaya bağlı olarak (2.29) ve (2.30) eşitlikleri kullanılarak U_1 ve U_2 değerleri hesaplanır.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_1 \quad (2.29)$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum R_2 \quad (2.30)$$

Dikkat edilirse U_1 ve U_2 değerleri asla negatif olamaz. Negatif değer gözlenirse bu, ranklandırmada ya da hesaplamalarda hata yapıldığını gösterir.

(2.31), U_1 ve U_2 için doğru değerlerin hesaplandığını doğrulamak için kullanılabilir.

$$n_1 n_2 = U_1 + U_2 \quad (2.31)$$

(2.31)' deki ilişki doğrulanmazsa bu skorları ranklandırmada ya da U değerlerinin hesaplanmasında hata yapıldığını gösterir.

2.6.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinin küçük olanı gözlenen U istatistiği olarak tasarlanır. U 'nun değeri ekler kısmındaki Tablo 10 (Mann-Whitney U testi için kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Tablo 10'da kritik U değerleri her bir gruptaki nesnelerin sayısına göre listelenmiştir. Sonucun anlamlı olabilmesi için U 'nun gözlenen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha az olmalıdır.

2.6.5. Örnek

Örnek 2.18. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Yeni antidepresan bir ilacın etkisini değerlendirmek için 10 klinik depresif hasta iki gruptan birine rasgele olarak tayin ediliyor. 5 hasta 6 aylık periyot boyunca antidepresan ilaç verilen birinci gruba, diğer 5 hasta aynı 6 aylık periyot boyunca placebo verilen ikinci gruba tayin ediliyorlar. İki gruptaki hastaların depresyon düzeyleri eşit varsayılıyor. 6 ay geçtikten sonra 10 hastanın hepsi psikiyatrist tarafından depresyon düzeylerine göre sınıflandırılıyor. Her bir gruptaki 5 hasta için psikiyatristin depresyon sınıflandırması (en depresif hasta en yüksek değeri almıştır) aşağıdadır:

1. grup: 11, 1, 0, 2, 0

2. grup: 11, 11, 5, 8, 4

Veri antidepresan ilacın etkili olduğunu gösterir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0: \theta_1 = \theta_2$$

Antidepresan ilaç verilen grubun medyanı, placebo verilen grubun medyanına eşittir. Örnek 2.18 için veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğundan bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşittir, yani $\sum R_1 = \sum R_2$ şeklinde ifade edilebilir.

$$H_1: \theta_1 \neq \theta_2$$

Antidepresan ilaç verilen grubun medyanı, placebo verilen grubun medyanına eşit değildir. Örnek 2.18 için veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğundan bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşit değildir, yani $\sum R_1 \neq \sum R_2$ şeklinde ifade edilebilir.

$$H_1: \theta_1 > \theta_2$$

Antidepresan ilaç verilen grubun medyanı, placebo verilen grubun medyanından büyüktür. Örnek 2.18 için veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit

olduğundan bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından daha büyüktür, yani $\sum R_1 > \sum R_2$ şeklinde ifade edilebilir.

$$H_1: \theta_1 < \theta_2$$

Antidepresan ilaç verilen grubun medyanı, placebo verilen grubun medianından küçüktür. Örnek 2.18 için veride iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu; 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından daha küçüktür, yani $\sum R_1 < \sum R_2$ şeklinde ifade edilebilir.

ii) Test Hesaplamaları

Örnek 2.18 için veri Tablo 2.24. 'te özetlenmiştir. Deneyde kullanılan deneklerin toplam sayısı $N = 10$ 'dur. 1. grupta $n_1 = 5$ ve 2. grupta $n_2 = 5$ denek vardır. Nesnelerin orijinal aralık / oran skorları X_1 ve X_2 ile gösterilen kolonlarda kaydedilmiştir. Bitişik kolonlar R_1 ve R_2 'de ise skorların her birine tayin edilen rank sıraları gösterilmiştir.

Tablo 2.24. Örnek 2.18 için veri tablosu

| | 1. Grup | | | 2. Grup | |
|---|---------|-----------------|---|---------|-----------------|
| | X_1 | R_1 | | X_2 | R_2 |
| Nesne 1,1 | 11 | 9 | Nesne 2,1 | 11 | 9 |
| Nesne 1,2 | 1 | 3 | Nesne 2,2 | 11 | 9 |
| Nesne 1,3 | 0 | 1,5 | Nesne 2,3 | 5 | 6 |
| Nesne 1,4 | 2 | 4 | Nesne 2,4 | 8 | 7 |
| Nesne 1,5 | 0 | 1,5 | Nesne 2,5 | 4 | 5 |
| | | $\sum R_1 = 19$ | | | $\sum R_2 = 36$ |
| $\bar{R}_1 = \frac{\sum R_1}{n_1} = \frac{19}{5} = 3,8$ | | | $\bar{R}_2 = \frac{\sum R_2}{n_2} = \frac{36}{5} = 7,2$ | | |

Örnek 2.18 için ranklandırma Tablo 2.25.' te gösterilmiştir. Tablo 2.24. ve 2.25' te her bir nesneyi belirten sayı nesnenin kendi grubunda kaçınıcı sırada olduğunu göstermelidir, böylece i, j -inci nesne j -inci gruptaki i -inci nesnedir.

Tablo 2.25.' in 2. satırında N skorun tümü büyüklüklerine göre en düşük skordan en yüksek skora doğru artan sırada soldan sağa doğru sıralanmıştır.

Tablo 2.25..'in 3. satırında N skorun tümüne bir rank değeri verilmiştir. Soldan sağa doğru en soldakine (en düşük skora) 1, soldan ikinciye (tie yoksa ikinci en düşük skor olacaktır) 2 ve böyle devam ederek en sağdaki skora (tie yoksa en yüksek skor olacaktır) N rank değeri verilmiştir.

Tablo 2.25.' in 3. satırındaki ranklar veride tie skorları olduğundan düzeltilmelidir. Bu düzeltme Tablo 2.26' nın 4. satırında yapılmıştır. Örneklendirmek için; 3,1 ve 5,1 nesnelerinin ikisi 0 skoruna sahiptir. 0'ın iki skoru toplam 10 skor arasında en düşük skorlar olduğundan rank olarak bu skorlardan birine 1 diğerine 2 değeri verilebilir. Bununla birlikte bu skorların ikisi aynı olduğundan her ikisine aynı rankın verilmesi daha adil olur. Bunu yapmak için iki skorun ranklarının ortalaması hesaplanır. Böylece iki rank tie düzeltmesi için toplanır ve 2'ye bölünür. Sonuçta $(1+2)/2 = 1,5$ değeri 0 skorunu alan iki tie için rank değeridir. Verinin içerdiği bir diğer tie kümesi 11'in skor olarak gözlendiği 1,1; 1,2 ve 2,2 nesneleridir. Bu üç skora önceden 8, 9, 10 atandığından bu üç rankın ortalaması $(8+9+10)/3 = 9$ 11'in skor olarak gözlendiği nesnelerin her birine atanır.

Tablo 2.25. Örnek 2.18 için Mann-Whitney U testi için ranklandırma

| | | | | | | | | | | |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nesne numarası | 3,1 | 5,1 | 2,1 | 4,1 | 5,2 | 3,2 | 4,2 | 1,1 | 1,2 | 2,2 |
| Depresyon skoru | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 | 11 | 11 | 11 |
| Tie düzeltilmemiş rank | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Tie düzeltilmiş rank | 1,5 | 1,5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 9 | 9 |

Bu kısımda kullanılan ranklandırma yöntemi örnek 2.18 ile kullanılırsa ve araştırmacı tek yanlı alternatif hipotezi kullanmaya karar verirse direkt alternatif hipotez $H_1: \theta_1 > \theta_2$ kullanılır. Çünkü o antidepresan alan 1. grubun 2. gruptan daha düşük medyan skoruna sahip olduğunu ve böylece 2. grup için rankların toplamının / ortalama rankın daha düşük olduğunu tahmin eder.

Nesnelerin tümüne bir rank tayin edilmiştir. Grupların her biri için rankların toplamı hesaplanır. Tablo 2.24. 'te hesaplanan bu değerler $\sum R_1 = 19$ ve $\sum R_2 = 36$ 'dır. Grupların ikisi için rankların toplamını hesaplamaya bağlı olarak (2.29) ve (2.30) eşitlikleri kullanılarak U_1 ve U_2 değerleri hesaplanır. (2.29) ve (2.30)' u kullanmayla $U_1 = 21$ ve $U_2 = 4$ değerleri hesaplanır.

$$U_1 = (5)(5) + \frac{5(5+1)}{2} - 19 = 21$$

$$U_2 = (5)(5) + \frac{5(5+1)}{2} - 36 = 4$$

(2.31), U_1 ve U_2 için doğru değerlerin hesaplandığını doğrulamak için kullanılabilir. (2.31) ile tanımlanan ilişkinin

$$(5)(5) = 21 + 4 = 25$$

sağlandığı görülmektedir.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinin küçük olanı gözlenen U istatistiği olarak tasarlanır. $U_2 = 4$ değeri $U_1 = 21$ 'den daha küçük olduğundan $U = 4$ 'tür. U 'nun değeri ekler kısmındaki tablo 10 ile değerlendirilir. Tablo 10'da kritik U değerleri her bir gruptaki nesnelerin sayısına göre listelenmiştir. $n_1 = 5$ ve $n_2 = 5$ için iki yanlı 0,05

ve 0,01 kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 2$ ve $U_{0,01} = 0$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 4$ ve $U_{0,01} = 1$ 'dir. Anlamlı olabilmesi için U 'nun gözlenen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha az olmalıdır.

Gözlenen değer $U = 4$ yukarıdaki kritik tablo değerlerine eşit ya da daha az olduğundan $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa sıfır hipotezi reddedilebilir. $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir, çünkü $U = 4$ tek yanlı kritik tablo değeri $U_{0,05} = 4$ 'e eşittir. Veri $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi ile uyumludur, çünkü 1. gruptaki rankların ortalaması 2. gruptaki rankların ortalamasından daha azdır. $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi 0,01 düzeyinde desteklenmez, çünkü $U = 4$ gözlenen değeri tek yanlı kritik tablo değeri $U_{0,01} = 1$ 'den daha büyüktür. $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü $U = 4$ gözlenen değeri iki yanlı kritik tablo değeri $U_{0,05} = 2$ 'den daha büyüktür.

Veri $H_1: \theta_1 > \theta_2$ direkt alternatif hipotezi ile uyumlu olmadığından bu alternatif hipotez desteklenmez. $H_1: \theta_1 > \theta_2$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için 1. gruptaki rankların ortalaması 2. gruptaki rankların ortalamasından daha büyük olmalıdır. (ayrıca U 'nun hesaplanan değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha az olmalıdır.)

iv) Sonuç

Araştırmacı antidepresan ilacı alan gruptaki (1.grup) depresyon derecesinin daha düşük olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotezi kullanılırsa sıfır hipotezi reddedilebilir.

Örnek 2.19 Mann-Whitney U testi ile değerlendirilen ilave bir alıştırma. Bu aşağıdaki açıdan örnek 2.18'den farklıdır:

a) Orijinal skorlar rank-sıra formatındadır. Böylece skorları aralık / oran formatından ranklara dönüştürmeye ihtiyaç yoktur.

b) Örneklem büyüklükleri eşit değildir. $n_1 = 6$ ve $n_2 = 7$ 'dir.

Örnek 2.19. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Logarithm Üniversitesi'nde matematik eğitmeni Dr. Radical iki sınıfa ileri analiz dersi vermektedir. Sınıf 1'de 6 öğrenci ve sınıf 2'de 7 öğrenci vardır. Eğitmen sınıf 1'de programlı bir ders kitabı ve sınıf 2'de klasik bir ders kitabı kullanır. Dönemin sonunda kullanılan ders kitabı türünün öğrencilerin başarılarını etkileyip etkilemediğini değerlendirmek için diğer matematik eğitmeni Dr. Root iki sınıftaki 13 öğrenciyi matematik yeteneklerine göre sıralar. En düşük rank en iyi öğrenciyi göstermektedir. İki sınıftaki öğrencilerin ranklandırılması aşağıdadır:

Sınıf 1: 1, 3, 5, 7, 11, 13

Sınıf 2: 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12

Örnek 2.19 ile Mann-Whitney U testini kullanmayla aşağıdaki değerler hesaplanır.

$$\sum R_1 = 40 \quad \sum R_2 = 51$$

$$U_1 = (6)(7) + \frac{6(6+1)}{2} - 40 = 23$$

$$U_2 = (6)(7) + \frac{6(7+1)}{2} - 51 = 19$$

$$23 + 19 = 42 \text{ olup}$$

$$U_1 + U_2 = n_1 n_2$$

nin sağlandığı görülür.

$U_2 = 19$ değeri $U_1 = 23$ 'ten daha küçük olduğundan $U = 19$ 'dur. Tablo 10'un kullanılmasıyla $n_1 = 6$ ve $n_2 = 7$ için iki yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 6$ ve $U_{0,01} = 3$ ve tek yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 8$ ve $U_{0,01} = 4$ tür. $U = 19$

gözlenen değerinin anlamlı olabilmesi için kritik tablo değerine eşit ya da daha az olması gerekmektedir. Bu durumda hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi $H_0 : \theta_1 = \theta_2$ reddedilemez.

2.6.6. Büyük Örneklem Hacmi İçin Mann-Whitney U İstatistiğine Normal Yaklaşım

Çalışmada kullanılan örneklem hacmi çok büyükse Mann-Whitney U istatistiğine yaklaşmak için normal dağılım kullanılabilir. Mann-Whitney U istatistiğine normal yaklaşımı öneren kaynaklar örneklem büyüklüğünün değeri için aynı fikirde olmamasına rağmen genel olarak o kaynaktaki U dağılımı tablosunda kaydedilenden daha büyük örneklem hacmi için kullanılması gerektiğini ifade etmişlerdir. (2.32), Mann-Whitney U test istatistiğine normal yaklaşımı sağlar.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \quad (2.32)$$

(2.32)' nin payındaki $n_1 n_2 / 2$ terimi sıfır hipotezi doğruysa U 'nun beklenen (ortalama) değeri olarak tanımlanır ve U_E notasyonu ile gösterilir. Başka bir deyişle iki grup denk ise $\bar{R}_1 = \bar{R}_2$ olması beklenir. Bu doğruysa $U_1 = U_2$ dir ve o zaman U_1 ve U_2 değerlerinin ikisi de $n_1 n_2 / 2$ 'ye eşit olacaktır. (2.32)' deki payda U istatistiğine normal yaklaşım için örnekleme dağılımının standart sapmasını göstermektedir.

Örnek 2.18 sadece $N = 10$ skor içermesine rağmen (çoğu kaynağın normal yaklaşım kullanmak için çok küçük gördüğü bir değer) (2.32)' yi açıklamak için kullanılacaktır. (2.32), küçük örneklem hacmi ile kullanılmasına rağmen Mann-Whitney U Dağılımı için tablo kullanıldığında elde edilen sonuç ile uyumlu bir sonuç elde edildiği görülecektir. Dikkat edilmelidir ki U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı

U olarak seçildiğinden z 'nin değeri daima negatif olacaktır. ($U_1 = U_2$ olması durumunda $z = 0$ dır.) U daha küçük değer olarak seçildiğinden beklenen değer $U_E = n_1 n_2 / 2$ den daha küçük olacaktır.

(2.32) kullanılarak

$$z = \frac{4 - \frac{(5)(5)}{2}}{\sqrt{\frac{(5)(5)(5+5+1)}{12}}} = -1,78$$

$z = -1,78$ değeri elde edilir. Elde edilen $z = -1,78$ değeri ekler kısmındaki tablo 1 (normal dağılım tablosu) ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır. İki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'tür. Sıfır hipotezinin değerlendirilmesi aşağıdaki şekilde yapılır.

a) $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilebilir.

b) Direkt alternatif hipotez kullanılırsa; z 'nin gözlenen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse iki direkt alternatif hipotezden uygun olanı desteklenir.

Buna göre örnek 2.18 için aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$|z| = 1,78$ belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olduğunda; $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa sıfır hipotezi reddedileceğine göre $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir, çünkü $|z| = 1,78$ tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ ' ten daha büyüktür. $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi 0,01 düzeyinde desteklenmez, çünkü $|z| = 1,78$ tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha küçüktür.

$H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü $|z| = 1,78$ iki yanlı 0,05 kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,96$ 'dan daha küçüktür.

Veri $H_1: \theta_1 > \theta_2$ direkt alternatif hipotezi ile uyumlu olmadığından bu alternatif hipotez desteklenmez. Bu alternatif hipotezin desteklenmesi için $\overline{R}_1 > \overline{R}_2$ koşulu sağlanmalıdır.

Normal yaklaşıma dayanan yukarıdaki sonuçlar Mann-Whitney U Dağılımı için tablo kullanıldığında elde edilen sonuç ile aynıdır.

Dikkat edilmelidir ki, aslında, U değerini tanımlamak için (2.32)' de U_1 ya da U_2 kullanılabilir. U_1 ve U_2 'den hangisi kullanılırsa z 'nin mutlak değeri aynı olur. Böylece örnek 2.18 için (2.32)' de $U_1 = 21$ kullanılırsa $z = 1,78$ değeri hesaplanır. sıfır hipotezinin durumuna z 'nin mutlak değerine göre karar verildiğinden $z = 1,78$ değeri $z = -1,78$ değeri ile aynı sonucu verecektir. Direkt alternatif hipotez ile ilgili karar etkilenmez, çünkü veri hala $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi ile uyumludur.

2.6.7. Mann-Whitney U Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi

Çoğu kaynakta kullanılmamasına rağmen Siegel ve Castellan (1988) Mann-Whitney test istatistiğine normal yaklaşım için süreklilik düzeltmesi kullanmıştır. Marascuilo va McSweeney (1977) z 'nin hesaplanan mutlak değeri belirlenen kritik tablo değerine yakın değilse süreklilik düzeltmesini genel olarak kullanmamışlardır. z 'nin mutlak değerini azaltan süreklilik düzeltmesi (2.32)' nin payındaki mutlak değerden 0,5 çıkarılmasını gerektirir. (2.32)' nin süreklilik düzeltmesi yapılmış şekli (2.33) ile verilmiştir.

$$z = \frac{\left[U - \frac{n_1 n_2}{2} \right] - 0,5}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \quad (2.33)$$

Örnek 2.18 ile süreklilik için düzeltme kullanılırsa $z = -1,67$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{\left[4 - \frac{(5)(5)}{2}\right] - 0,5}{\sqrt{\frac{(5)(5)(5+5+1)}{12}}} = -1,67$$

$|z| = 1,67$ tek yanlı kritik tablo değeri $z_{0,05} = 1,65$ 'ten daha büyük olduğundan $H_1: \theta_1 < \theta_2$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde hala desteklenir. Dikkat edilirse z 'nin süreklilik düzeltmesi yapılmış mutlak değeri, $z = 0$ 'ın düzeltilmemesi dışında, daima süreklilik düzeltmesi kullanılmadan hesaplanan z değerinden küçük olacaktır.

2.6.8. Mann-Whitney U İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi

Bazı kaynaklar veride tieların sayısı aşırı fazla olduğunda (2.32)' de tie düzeltmesi yapılmasını önermişlerdir. (2.34), Mann-Whitney U dağılımına normal yaklaşımda tie düzeltmesi için kullanılır. Bu eşitlik z 'nin mutlak değerini artırır.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \frac{n_1 n_2 \left[\sum_{i=1}^j (t_i^3 - t_i) \right]}{12(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}}} \quad (2.34)$$

(2.32) ve (2.34) arasındaki tek fark paydadaki $\left[n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1) / 12 \right]$ elemanının sağındaki terimdir. Bu çıkarmanın sonucu paydanın değeri küçülür, böylece z 'nin mutlak değeri artar. (2.34)' ün paydasındaki $\sum_{i=1}^j (t_i^3 - t_i)$ terimi verideki tieların sayısına göre hesaplanır. Örnek 2.18'de tieların $s = 2$ kümesi vardır.

Özel olarak tieların kümesi 0 skoru ile 2 nesne ve 11 skoru ile 3 nesne içerir.

$\sum_{i=1}^j (t_i^3 - t_i)$ örnek 2.18 için uygulanırsa;

$$\sum_{i=1}^j (t_i^3 - t_i) = [2^3 - 2] + [3^3 - 3] = 30$$

elde edilir. (2.34) kullanılarak tie düzeltmesi yapıldığında

$$z = \frac{4 - \frac{(5)(5)}{2}}{\sqrt{\frac{(5)(5)(5+5+1)}{12} - \frac{(5)(5)(30)}{12(5+5)(5+5-1)}}} = -1,80$$

değeri elde edilir. $z = -1,80$ ve düzeltilmemiş değer $z = -1,78$ arasındaki fark aşıkardır ve hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezine göre karar değişmez.

2.7. İki Bağımsız Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

2.7.1. Varsayımlar

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

a) İki örneklemdeki gözlemlerin tamamı rasgele seçilmiştir ve birbirinden bağımsızdır.

b) Ölçüm değerleri en azından ordinaldir.

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi ordinal veri için bir test olarak kategorize edilebilir, çünkü kümülatif olasılık dağılımlarının kurulmasını gerektirir. İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi, iki bağımsız örneklem için t testine parametrik olmayan bir alternatif olarak tanımlandığından t

testinin normallik ve / veya varyansın homojenliği varsayımlarının bozulduğuna inanıldığında iki bağımsız örneklem hakkında bir hipotezi değerlendirmek için yaygın olarak kullanılır.

2.7.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır ve alternatif hipotez tanımlanırken şunlara dikkat edilmelidir:

a) İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için yöntem, her bir örneklem için kümülatif olasılık dağılımının kurulmasını gerektirir. Test istatistiği herhangi bir noktada iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık olarak tanımlanır.

b) Sıfır ve alternatif hipotez çerçevesinde, $F_j(X)$ notasyonu j -inci örneklem alınıldığı kitle dağılımını göstermektedir. $F_j(X)$ notasyonu j -inci örneklem alınıldığı kitle için kümülatif olasılık dağılımı olarak da tanımlanabilir.

Sıfır hipotezi $H_0 : F_1(X) = F_2(X)$ X 'in her değeri için

1. kitleden alınan verinin dağılımı 2. kitleden alınan verinin dağılımı ile uyumludur. Sıfır hipotezini ifade etmenin diğer yolu: iki örneklem aynı kitleden alınmışsa, hiç bir noktada 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı ile 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyük değildir. Sıfır hipotezine karşıt olarak düşünülebilecek hipotezler;

i) $H_1 : F_1(X) \neq F_2(X)$ X 'in en az bir değeri için

1. kitleden alınan verinin dağılımı 2. kitleden alınan verinin dağılımı ile uyumlu değildir. Alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu: iki örneklem aynı kitleden alınmışsa, en az bir noktada 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı ile 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede büyük ya da önemli derecede küçüktür. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

ii) $H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ X'in en az bir değeri için

1. kitleden alınan verinin dağılımı 2. kitleden alınan verinin dağılımı ile uyumlu değildir. Alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu: iki örneklem aynı kitleden alınmışsa, en az bir noktada 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı ile 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede büyüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

iii) $H_1 : F_1(X) < F_2(X)$ X'in en az bir değeri için

1. kitleden alınan verinin dağılımı 2. kitleden alınan verinin dağılımı ile uyumlu değildir. Alternatif hipotezi ifade etmenin diğer yolu: iki örneklem aynı kitleden alınmışsa, en az bir noktada 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı ile 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık beklenenden daha büyüktür. İki dağılımın ayrıldığı maksimum sapma noktasında 1. örneklem için kümülatif olasılık dağılımı 2. örneklem için kümülatif olasılık dağılımından önemli derecede küçüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

2.7.3. Test Hesaplamaları

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi'nde olduğu gibi iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için test istatistiğinin hesaplanması iki kümülatif frekans dağılımının oluşturulmasını gerektirir. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi örneklemin kümülatif frekans dağılımı ile varsayılan teorik ya da deneysel kümülatif frekans dağılımını karşılaştırırken iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi iki bağımsız örneklemin kümülatif frekans dağılımlarını karşılaştırır. Tablo 2.26. analizi oluşturan adımları özetlemektedir.

Tablo 2.26. Kolmogorov-Smirnov test istatistiğinin hesaplanması

| A
(X_1) | B
$S_1(X)$ | C
(X_2) | D
$S_2(X)$ | E
$S_1(X) - S_2(X)$ |
|----------------|---------------|----------------|---------------|------------------------|
| . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . |

Tablo 2.26.'nın kolonlarında tanımlanan değerler aşağıdaki gibi oluşturulur:

A kolonuna 1. gruptaki nesneler için orijinal skor değerleri (yani X_1 skorları) kaydedilir. 1. gruptaki birden fazla nesneye aynı skor tayin edilmişse bu skorların her biri A kolonunun aynı satırında gösterilir.

B kolonundaki her bir değer A kolonunda kaydedilen X skorunun değeri ile ilişkilendirilen kümülatif oranı tanımlamaktadır. $S_1(X)$ notasyonu yaygın olarak B kolonunda kaydedilen 1. örneklem / grup için kümülatif oranları tanımlamak için kullanılır. B kolonundaki herhangi bir değer o satırdaki skor için 1. gruptaki kümülatif frekans 1. gruptaki toplam skor sayısı n_1 ile bölünerek elde edilir.

C kolonuna 2. gruptaki nesneler için orijinal skor değerleri (yani X_2 skorları) kaydedilir. 2. gruptaki birden fazla nesneye aynı skor verilmişse bu skorların her biri C kolonunun aynı satırında gösterilir.

D kolonundaki her bir değer C kolonunda kaydedilen X skorunun değeri ile ilişkilendirilen kümülatif oranı tanımlamaktadır. $S_2(X)$ notasyonu yaygın olarak D kolonunda kaydedilen 2. örneklem / grup için kümülatif oranları tanımlamak için kullanılır. D kolonundaki herhangi bir değer o satırdaki skor için 2. gruptaki kümülatif frekans 2. gruptaki toplam skor sayısı n_2 ile bölünerek elde edilir.

E kolonundaki değerler 1. grup için B'deki satırda ve 2. grup için D'deki satırda kaydedilen kümülatif oranlar arasındaki fark skorlarıdır.

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi test istatistiği herhangi bir noktada iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki en büyük dik uzaklık olarak

tanımlanır. E kolonunda elde edilen en büyük mutlak değer M ile gösterilen test istatistiğini tanımlar.

2.7.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi test istatistiği ekler kısmındaki Tablo 11 (iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Tablo 11'deki kritik değerler n_1 ve n_2 değerlerine göre listelenmiştir. İki kümülatif olasılık dağılımı boyunca herhangi bir noktada en büyük dik uzaklık (yani M değeri) Tablo 11'de kaydedilen kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için test istatistiğinin değerlendirilmesi aşağıdaki şekilde yapılır:

$H_1 : F_1(X) \neq F_2(X)$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; test istatistiğinin hesaplanan mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo M değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir.

$H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; hesaplanan test istatistiğinin mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo M değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir. Ayrıca iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki fark öyle olmalı ki test istatistiğini tanımlayan noktaya göre 1. örneklem için kümülatif olasılık 2. örneklem için kümülatif olasılıktan daha büyük (M 'nin değeri pozitif işaretli) olmalıdır.

$H_1 : F_1(X) < F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; test istatistiğinin hesaplanan mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo M değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilir. Ayrıca iki kümülatif olasılık dağılımı arasındaki fark öyle olmalı ki test istatistiğini tanımlayan noktaya göre 1. örneklem için kümülatif olasılık 2. örneklem için kümülatif olasılıktan daha küçük (M 'nin değeri negatif işaretli) olmalıdır.

2.7.5. Örnek

Örnek 2.20. Örnek 2.18 kullanılacaktır.

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : F_1(X) = F_2(X) \quad X\text{'in her değeri için}$$

$$H_1 : F_1(X) \neq F_2(X) \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

$$H_1 : F_1(X) > F_2(X) \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

$$H_1 : F_1(X) < F_2(X) \quad X\text{'in en az bir değeri için}$$

ii) Test Hesaplamaları

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için test yöntemi iki örneklem kümülatif olasılık dağılımını birbiriyle karşılaştırır. Tablo 2.27. analizi oluşturan adımları özetlemektedir. 1. grupta $n_1 = 5$ ve 2. grupta $n_2 = 5$ skor olmak üzere toplam $n = 10$ skor bulunmaktadır.

Tablo 2.27. Örnek 2.20 için Kolmogorov-Smirnov test istatistiğinin hesaplanması

| A
(X_1) | B
$S_1(X)$ | C
(X_2) | D
$S_2(X)$ | E
$S_1(X) - S_2(X)$ |
|----------------|---------------|----------------|---------------|------------------------|
| 0, 0 | $2/5 = 0,40$ | 4 | 0 | $0,40 - 0 = 0,40$ |
| 1 | $3/5 = 0,60$ | 5 | 0 | $0,60 - 0 = 0,60$ |
| 2 | $4/5 = 0,80$ | 8 | 0 | $0,80 - 0 = 0,80 = M$ |
| - | $4/5 = 0,80$ | - | $1/5 = 0,20$ | $0,80 - 0,20 = 0,60$ |
| - | $4/5 = 0,80$ | - | $2/5 = 0,40$ | $0,80 - 0,40 = 0,40$ |
| - | $4/5 = 0,80$ | - | $3/5 = 0,60$ | $0,80 - 0,60 = 0,20$ |
| 11 | $5/5 = 1,00$ | 11, 11 | $5/5 = 1,00$ | $1,00 - 1,00 = 0,00$ |

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

İki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi test istatistiği test istatistiği $M = 0,80$ ekler kısmındaki Tablo 11 (iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Tablo 11'deki kritik değerler n_1 ve n_2 değerlerine göre listelenmiştir. $n_1 = 5$ ve $n_2 = 5$ için iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,800$ ve $M_{0,01} = 0,800$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,600$ ve $M_{0,01} = 0,800$ 'dür.

a) $H_1 : F_1(X) \neq F_2(X)$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; sıfır hipotezi 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de reddedilecektir, çünkü mutlak değer $M = 0,80$ iki yanlı kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,800$ ve $M_{0,01} = 0,800$ 'e eşittir.

b) $H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; sıfır hipotezi 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de reddedilecektir, çünkü mutlak değer $M = 0,80$ tek yanlı kritik tablo değerleri $M_{0,05} = 0,600$ ve $M_{0,01} = 0,800$ 'e eşit ya da daha büyüktür. Ayrıca Tablo 2.28' in 3. satırı için $[S_1(X) = 0,80] > [S_2(X) = 0]$ olduğundan veri $H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi ile uyumludur. Başka bir deyişle M 'nin değerinin hesaplandığı noktaya göre 1. örneklem için kümülatif olasılık 2. örneklem için kümülatif olasılıktan daha büyüktür. (M 'nin değeri pozitifdir.)

c) $H_1 : F_1(X) < F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi kullanılırsa; sıfır hipotezi reddedilemez, çünkü bu alternatif hipotezin desteklenmesi için M 'nin değerinin hesaplandığı noktaya göre 2. örneklem için kümülatif olasılık 1. örneklem için kümülatif olasılıktan daha büyük olmalıdır. Yani Tablo 2.28' in 3. satırında M 'nin değeri negatif işaretle sonuçlanmalıdır.

iv) Sonuç

İki grup yüksek olasılıkla farklı kitlelerden alınmıştır kararına varılabilir. Daha özel olarak veri 1. grup için depresyon düzeylerinin 2. grup için depresyon düzeylerinden önemsiz derecede farklı olduğunu gösterir.

Aynı veri iki bağımsız örneklem için t testi ve Mann-Whitney U testi ile değerlendirildiğinde bu testlerin ikisinde de sadece araştırmacı 1. grup için depresyon

düzeyinin daha az olduğunu tahmin eden direkt alternatif hipotezi kullanırsa (ve sadece 0,05 düzeyinde) sıfır hipotezi reddedilebilir. Bu sonuç Kolmogorov-Smirnov testi ile elde edilen $H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi sonucuyla uyumludur. Bununla birlikte bu direkt alternatif hipotez Kolmogorov-Smirnov testi kullanıldığında hem 0,05 hem de 0,01 düzeyinde desteklenir. Ayrıca direkt olmayan alternatif hipotez Kolmogorov-Smirnov testi ile 0,05 ve 0,01 düzeylerinde desteklenir fakat t testi ve Mann-Whitney U testi kullanıldığında desteklenmez.

2.7.6. İki Bağımsız Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Testi İçin Örneklem Güven Aralığı Hesaplama

Tek örneklemle Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi'nde örneklem dağılımının kümülatif olasılıklar için güven aralığı bulunması yöntemi iki bağımsız örneklemle Kolmogorov-Smirnov testi'nde örneklemlerden her birinin kümülatif olasılıkları için güven aralığı hesaplamakta kullanılabilir. (2.5) güven aralığındaki noktaların her biri için üst ve alt limitleri hesaplamakta kullanılır. Böylece her bir örneklem için $M_{\alpha/2} S_j(X)$ değerlerinin her biriyle toplanır ve çıkarılır. Tablo 5'ten bulunan $M_{\alpha/2}$ değeri örneklemelerin her biri için güven aralığı kurmakta kullanılır. Böylece, eğer her bir örneklem için % 95'lik güven aralığı hesaplanmak istenirse $n_j = n_1 = n_2 = 5$ için iki yanlı kritik tablo değeri $M_{0,05} = 0,563$ (2.5)'teki $M_{\alpha/2}$ olarak tanımlanır.

Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi ile değerlendirilen örneklem için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki noktaları tanımlamakta $S(X_i)$ notasyonu kullanılırken, iki bağımsız örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi için kümülatif olasılık dağılımı üzerindeki noktaları tanımlamakta $S_j(X)$ notasyonu kullanılır. Tek örneklem için Kolmogorov-Smirnov uyumun iyiliği testi için sadece bir örneklem için güven aralığı hesaplanırken, iki

bağımsız örneklemle Kolmogorov-Smirnov testi için bağımsız örneklemelerin her biri için güven aralığı hesaplanır.

2.7.7. İki Bağımsız Örneklem İçin Kolmogorov-Smirnov Testinin Tek Yanlı Analizi'nde Büyük Örneklem Ki-kare Yaklaşımı

Siegel ve Castellan (1988) Goodman'ın (1988) gösterdiği (2.35)' in tek yanlı / direkt alternatif hipotez değerlendirildiğinde büyük örneklem hacmi için iyi bir yaklaşım sağladığına dikkat çekmiştir.

$$\chi^2 = 4M^2 \left(\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \right) \quad (2.35)$$

Hesaplanan χ^2 değeri ekler kısmındaki Tablo 3 ile değerlendirilir. Analizde daima $df = 2$ serbestlik derecesi kullanılır. $df = 2$ için Tablo 3'teki 0,05 ve 0,01 tek yanlı kritik tablo χ^2 değerleri $\chi^2_{0,05} = 5,99$ ve $\chi^2_{0,01} = 9,21$ 'dir. Hesaplanan χ^2 değeri yukarıdaki değerlerin birinden büyük ya da eşitse sıfır hipotezi bu önem düzeylerinde reddedilebilir. Örnek 2.20 için örneklem, büyük örneklem yaklaşımı için çok küçük olmasına rağmen bu duruma örnek vermek için kullanılacaktır. Örnek 2.20 için uygun değerler (2.35)' te yerine koyulduğunda $\chi^2 = 6,4$ değeri hesaplanır. $\chi^2 = 6,4$ değeri $\chi^2_{0,05} = 5,99$ 'den büyüktür fakat $\chi^2_{0,01} = 9,21$ 'den küçüktür. Sıfır hipotezi sadece 0,05 düzeyinde reddedilebilir. Böylece $H_1 : F_1(X) > F_2(X)$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir. Dikkat edilirse Tablo 11'deki kritik değerler kullanılırsa bu alternatif hipotez 0,01 düzeyinde de desteklenir. Bu, (2.35)' in küçük örneklem için kullanıldığında da ılımlı sonuç verdiği gerçeği ile uyumludur.

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

3.1. Değişimin Eşitliği İçin Siegel-Tukey Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

3.1.1. Varsayımlar

Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

- a) Her bir örneklem tanımladığı kitleden rasgele seçilecektir.
- b) İki örneklem birbirinden bağımsızdır.
- c) Verinin ölçüm düzeyi en azından ordinaldir.

d) İki kitleden alınan örneklemeler eşit medyana sahiptir. Bu varsayım bozulursa, ancak araştırmacı kitle medyanı değerlerini biliyorsa gruplardaki skorlar değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testinin kullanımına izin verecek şekilde düzeltiler. Buna karşın kitle medyanları bilinmez ve eşit olduklarını varsaymak arzu edilmez ise, değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testini kullanmak için uygun değildir. Kitle medyanlarının eşitliği varsayımı, iki bağımsız örneklem değerlendirildiğinde bir problem oluşturur. Aslında çoğu hipotez testinde iki ya da daha çok kitlenin medyanlarının (ya da ortalamalarının) eşit olup olmaması sorundur. Bundan dolayı Siegel ve Castellen gibi kaynaklar bu değerler bilinmediğinde onların örneklem medyanlarından tahmin edilmesinin uygun olmadığına dikkat çekmiştir.

Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi kullanılarak değerlendirilen rank-sıra veri ile ilgili olarak aşağıdakilerden biri doğrudur:

- a) Veri rank-sıra formundadır, çünkü skorlar için sadece bu form uygundur.

b) Veri aralık / oran formundan rank-sıra formuna dönüştürülebilir, çünkü araştırmacının benzer parametrik testlerin normallik varsayımının bozulduğuna inanması için sebepleri vardır.

3.1.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Sıfır hipotezi $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşittir. Veriye göre; iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu, 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşittir şekline dönüşür (yani $\sum R_1 = \sum R_2$). Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir) şudur: iki grubun ranklarının ortalaması eşittir (yani $\overline{R}_1 = \overline{R}_2$).

Alternatif hipotezler

i) $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşit değildir. Veriye göre; iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu, 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamına eşit değildir, şekline dönüşür (yani $\sum R_1 \neq \sum R_2$). Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); iki grubun ranklarının ortalaması eşit değildir (yani $\overline{R}_1 \neq \overline{R}_2$). Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

ii) $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından büyüktür. Veriye göre; iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu, (en düşük skora 1 rankı verilirse) 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından küçüktür, şekline dönüşür (yani $\sum R_1 < \sum R_2$). Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); 1. grubun ranklarının ortalaması 2. grubun ranklarının ortalamasından küçüktür (yani $\overline{R}_1 < \overline{R}_2$). Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

iii) $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından küçüktür. Veriye göre; iki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda bu, (en düşük skora 1 rankı verilirse) 1. grubun rankları toplamı 2. grubun rankları toplamından büyüktür, şekline dönüşür (yani $\sum R_1 > \sum R_2$). Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); 1. grubun ranklarının ortalaması 2. grubun ranklarının ortalamasından büyüktür (yani $\overline{R_1} > \overline{R_2}$). Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

3.1.3. Test Hesaplamaları

Analiz için veri Tablo 3.1. gibi bir tablo hazırlanarak özetlenir. Nesnelerin orijinal aralık / oran skorları X_1 ve X_2 olarak adlandırılan kolonlarda kaydedilir. Ardlarından gelen R_1 ve R_2 kolonları her bir skora tayin edilen rank sıralarını içermektedir. Analiz için ranklandırma Tablo 3.2.'de verilmiştir. Tablo 3.1. ve Tablo 3.2.'ye dikkat edilirse her bir nesnenin bireysel numarası hangi grupta olduğunu göstermektedir. Böylece nesne i, j i -inci gruptaki j -inci nesnedir.

Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için hesaplama yöntemleri iki testin farklı bir ranklandırma yöntemi kullanması dışında Mann-Whitney U testi ile aynıdır. Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için alternatif hipotezin tanımlanmasında direkt alternatif hipotez desteklendiğinde daha büyük varyanslı grubun ranklarının ortalaması daha küçük varyanslı grubun ranklarının ortalamasından daha küçük olacaktır. Diğer yandan Mann-Whitney U testi için direkt alternatif hipotez desteklendiğinde medyanı daha büyük grubun ranklarının ortalaması medyanı daha küçük grubun ranklarının ortalamasından büyüktür. Ortalama rankların sıralama pozisyonuna göre iki test arasındaki fark testlerin kullandığı farklı ranklandırma yöntemidir. Çünkü Mann-Whitney U testi için ranklandırma yöntemi merkezi eğilime göre (özel olarak medyan değeri), değişimin

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

eşitliği için Siegel-Tukey testi ile ranklandırma yöntemi değişimdeki farklara göre tasarlanmıştır. Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma yöntemi N skorun tamamının dağılımı içerisinde daha yüksek varyanslı gruptaki skorların dağılımı daha düşük varyanslı gruptaki skorların dağılımından daha uçta değerler olacaktır.

Tablo 3.1. Siegel-Tukey testi için veri tablosu hazırlama

| Nesne
Numarası | Grup 1 | | Nesne
Numarası | Grup 2 | |
|--|--------|------------|--|--------|------------|
| | X_1 | R_1 | | X_2 | R_2 |
| Nesne 1,1 | | R_{1i} | Nesne 1,2 | | R_{21} |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| . | . | . | . | . | . |
| Nesne $n_1, 1$ | | R_{1n_1} | Nesne $n_2, 2$ | | R_{2n_2} |
| $\sum_{i=1}^{n_1} R_{1i}$ | | | $\sum_{i=1}^{n_2} R_{2i}$ | | |
| $\overline{R}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_{1i}}{n_1}$ | | | $\overline{R}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} R_{2i}}{n_2}$ | | |

Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için Tablo 3.2.'de özetlenen ranklandırma yöntemi şöyledir:

a) N skorun tümü en solda en düşük skordan başlayarak ve sağa doğru skorları arttırarak büyüklüklerine göre dizilir. Bu işlem Tablo 3.2.'nin 2. satırında yapılır.

b) Ranklar şöyle tayin edilir: 1 rankı en düşük skora, 2 rankı en yüksek skora, 3 rankı 2. en yüksek skora, 4 rankı 2. en düşük skora ve 5 rankı 3. en düşük skora, 6 rankı 3. en yüksek skora tayin edilir ve 7 rankı 4. en yüksek skora, 8 rankı 4. en

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

düşük skora ve 9 rankı 5. en düşük skora, 10 rankı 5. en yüksek skora ve 11 rankı 6. en yüksek skora tayin edilir ve bu şekilde devam edilir. Dikkat edilirse ranklandırma yöntemi N skorun dağılımına dağılımın bir ucundan diğerine değişimle ranklar tayin eder. Bu yöntemi kullanmayla tayin edilen ranklar Tablo 3.2.'nin 3. satırında listelenir.

c) Tablo 3.2.'nin 3. satırındaki ranklar veride tanımlanan tie skorlar varsa düzeltilmelidir. Mann-Whitney U testi için tanımlanan yöntemin aynısı değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için de kullanılır. İki ya da daha çok nesne aynı skora sahipse tie skorların tümüne verilen rankların ortalaması rank olarak verilir.

Tablo 3.2. Değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma yöntemi

| | |
|----------------------------|-------------------------|
| Nesne Numarası | . . . |
| X Skoru | en küçük . . . en büyük |
| Tie Düzeltmesi Öncesi Rank | 1 . . . N |
| Tie Düzeltilmiş Rank | . . . |

Tie skorlarının her bir kümesi daima aynı gruptaki nesneleri içerir; tie düzeltmesi, tie düzeltmesi kullanılmazsa iki gruptaki ranklar için aynı toplamla ve aynı ortalamayla sonuçlanacaktır. Bundan dolayı bu koşullar altında hesaplanan test istatistiği tie düzeltmesi kullanılsa da kullanılmasa da aynı olacaktır. Diğer taraftan tielerin bir ya da daha çok kümesi iki gruptaki nesneleri içeriyorsa, tie düzeltilmiş ranklar test istatistiği için tie düzeltmesi kullanılmamışsa elde edilenden farklı bir değer verecektir. Dikkat edilirse bu kısımda tanımlanan ranklandırma yöntemi tersine işleyebilir. Özel olarak en yüksek skora 1 rankı, en düşük skora 2 rankı, ikinci en düşük skora 3 rankı, ikinci en yüksek skora 4 rankı, üçüncü en yüksek skora 5 rankı, vb. verilebilir. Bu ters ranklandırma yöntemi aynı test istatistiği ile sonuçlanacaktır. Böylece, sonuçta bu kısımda tanımlanan ranklandırma yöntemi ile sıfır hipotezine göre aynı sonuç elde edilecektir.

Nesnelerin her birine bir rank tayin edildikten sonra grupların her biri için rankların toplamı hesaplanır. İki grup için Mann-Whitney U testi için kullanılan (2.29) ve (2.30) kullanılarak U_1 ve U_2 değerleri hesaplanır. Mann-Whitney U testi için kullanılanla aynı eşitlikleri ve aynı dağılımı kullanmanın temelinde iki test için aynı örnekleme dağılımının kullanılması vardır. Mann-Whitney U testi'nde olduğu gibi hesaplamaları kontrol etmek için (2.31) kullanılabilir.

3.1.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak tasarlanır. U 'nun değeri ekler kısmındaki Tablo 10 (Mann-Whitney U istatistiği için kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için elde edilen U değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha az olmalıdır.

3.1.5. Örnek

Örnek 3.1. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

İki antidepresan ilacın etkisini değerlendirmek için 12 klinik depresif hasta iki gruptan birine rasgele tayin ediliyor. 6 hasta altı haftalık periyot boyunca Elatrix antidepresan ilacının verildiği 1. gruba tayin ediliyor. Diğer 6 hasta 6 hasta altı haftalık periyot boyunca Euphyria antidepresan ilacının verildiği 2. gruba tayin ediliyor. Başlangıçta iki gruptaki hastaların depresyon düzeylerinin eşit olduğu varsayılıyor. Altı hafta geçtikten sonra 12 hastanın hepsi psikiyatrist tarafından depresyon düzeylerine göre sınıflandırılıyor. Her bir gruptaki 6 hasta için psikiyatristin depresyon sınıflandırması (en depresif hasta en yüksek değeri almıştır) aşağıdadır:

1. grup : 10, 10, 9, 1, 0, 0

2. grup : 6, 6, 5, 5, 4, 4

Her bir grubun ortalama ve medyanlarının eşitliği iki ilacın farklı etkide olmadığına önerilmesiyle uyumludur. Buna karşın verinin incelenmesi 1. gruptaki deneklerin depresyon skorlarında büyük bir değişim olduğunu önerir. Daha özel olarak veri Elatrix antidepresan ilacının bazı hastalarda depresyonu azalttığını fakat diğerlerinde depresyonu arttırdığını önerir. Araştırmacı değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testini kullanarak iki grup içerisindeki değişimi karşılaştırarak karara varabilir. Bu parametrik olmayan testin kullanımı kitledeki önceki depresyon skorlarının dağılımının normal olmadığına inanmak için sebepler olduğu gerçeğine dayanır.

Veri iki grubun varyansları arasında anlamlı bir fark olduğunu gösterir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşittir.

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşit değildir.

$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından büyüktür.

$$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından küçüktür.

ii) Test Hesaplamaları

Deneyde kullanılan deneklerin toplam sayısı $N = 12$ 'dir. 1. grupta $n_1 = 6$ ve 2. grupta $n_2 = 6$ denek vardır. Analiz için veri Tablo 3.3.'te özetlenmiştir. Nesnelerin orijinal aralık / oran skorları X_1 ve X_2 olarak adlandırılan kolonlarda kaydedilmiştir. R_1 ve R_2 kolonları her bir skora tayin edilen rank sıralarını içermektedir. Örnek 3.1. için ranklandırma Tablo 3.4.'de özetlenmiştir. Tablo 3.3. ve

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

Tablo 3.4.'e dikkat edilirse her bir nesnenin bireysel numarası hangi grupta olduğunu göstermektedir. Böylece nesne i, j i -inci gruptaki j -inci nesnedir.

Tablo 3.4.'te özetlenen aşağıdaki yöntem rankları tayin etmede kullanılmıştır:

$N = 12$ skorun tümü en solda en düşük skordan başlayarak ve sağa doğru skorları arttırarak büyüklüklerine göre dizilmiştir. Bu işlem Tablo 3.4.'ün 2. satırında yapılmıştır.

Ranklar şöyle tayin edilmiştir: 1 rankı en düşük skora (0) tayin edilir. 2 rankı en yüksek skora (10) tayin edilir ve 3 rankı 2. en yüksek skora (10) tayin edilir. 4 rankı 2. en düşük skora (0) ve 5 rankı 3. en düşük skora (1) tayin edilir. 6 rankı 3. en yüksek skora (9) tayin edilir ve 7 rankı 4. en yüksek skora (6) tayin edilir. 8 rankı 4. en düşük skora (4) ve 9 rankı 5. en düşük skora (4) tayin edilir. 10 rankı 5. en yüksek skora (6) tayin edilir ve 11 rankı 6. en yüksek skora (5) tayin edilir. 12 rankı 6. en düşük skora tayin edilir. Dikkat edilirse ranklandırma yöntemi $N = 12$ skorun dağılımına dağılımın bir ucundan diğerine değişimle ranklar tayin eder. Bu yöntemi kullanmayla tayin edilen ranklar Tablo 3.4.'ün 3. satırında listelenmiştir.

Tablo 3.4.'ün 3. satırındaki ranklar veride tanımlanan tie skorlar varsa düzeltilmelidir. İki ya da daha çok nesne aynı skora sahipse tie skorların tümüne verilen rankların ortalaması rank olarak verilir. Örneğin 5,1 ve 6,1 nesnelerinin ikisi de 0 skoruna sahiptir. Bu iki nesnenin skorlarına tayin edilen ranklar 1 ve 4 olduğundan iki rankın ortalaması $(1 + 4)/2 = 2,5$ iki nesneye tayin edilir. 1,1 ve 2,1 nesnelerinin ikisi de 10 skoruna sahiptir. Bu iki nesnenin skorlarına tayin edilen ranklar 3 ve 2 olduğundan iki rankın ortalaması $(3 + 2)/2 = 2,5$ iki nesneye tayin edilir. Kalan üç tie kümesi (2. gruba düşenler) için aynı yöntem kullanılır.

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

Tablo 3.3. Örnek 3.1. için veri tablosu

| | Grup 1 | | | Grup 2 | |
|--|--------|-------|--|--------|-------|
| | X_1 | R_1 | | X_2 | R_2 |
| Nesne 1,1 | 10 | 2,5 | Nesne 1,2 | 6 | 8,5 |
| Nesne 2,1 | 10 | 2,5 | Nesne 2,2 | 6 | 8,5 |
| Nesne 3,1 | 9 | 6 | Nesne 3,2 | 5 | 11,5 |
| Nesne 4,1 | 1 | 5 | Nesne 4,2 | 5 | 11,5 |
| Nesne 5,1 | 0 | 2,5 | Nesne 5,2 | 4 | 8,5 |
| Nesne 6,1 | 0 | 2,5 | Nesne 6,2 | 4 | 8,5 |
| $\sum R_1 = 21$ | | | $\sum R_2 = 57$ | | |
| $\overline{R}_1 = \frac{\sum R_1}{n_1} = \frac{21}{6} = 3,5$ | | | $\overline{R}_2 = \frac{\sum R_2}{n_2} = \frac{57}{6} = 9,5$ | | |

Dikkat edilirse örnek 3.1.’deki tie skorlarının her bir kümesi aynı gruptaki nesneleri içerir. Her zaman tie skorlarının her bir kümesi aynı gruptaki nesneleri içerir; tie düzeltmesi, tie düzeltmesi kullanılmazsa iki gruptaki ranklar için aynı toplamla ve aynı ortalamayla sonuçlanacaktır. Bundan dolayı bu koşullar altında hesaplanan test istatistiği tie düzeltmesi kullanılsa da kullanılmasa da aynı olacaktır. Diğer taraftan tieların bir ya da daha çok kümesi iki gruptaki nesneleri içeriyorsa, tie düzeltilmiş ranklar test istatistiği için tie düzeltmesi kullanılmamışsa elde edilenden farklı bir değer verecektir. Dikkat edilirse bu kısımda tanımlanan ranklandırma yöntemi tersine işleyebilir. Özel olarak en yüksek skora 1 rankı, en düşük skora 2 rankı, ikinci en düşük skora 3 rankı, ikinci en yüksek skora 4 rankı, üçüncü en yüksek skora 5 rankı, vb. verilebilir. Bu ters ranklandırma yöntemi aynı test istatistiği ile sonuçlanacaktır. Böylece, sonuçta bu kısımda tanımlanan ranklandırma yöntemi ile sıfır hipotezine göre aynı sonuç elde edilecektir.

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

Tablo 3.4. Örnek 3.1. için değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nesne Numarası | 5,1 | 6,1 | 4,1 | 5,2 | 6,2 | 3,2 | 4,2 | 1,2 | 2,2 | 3,1 | 1,1 | 2,1 |
| Depresyon Skoru | 0 | 0 | 1 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 9 | 10 | 10 |
| Tie Düzeltmesi Öncesi Rank | 1 | 4 | 5 | 8 | 9 | 12 | 11 | 10 | 7 | 6 | 3 | 2 |
| Tie Düzeltmiş Rank | 2,5 | 2,5 | 5 | 8,5 | 8,5 | 11,5 | 11,5 | 8,5 | 8,5 | 6 | 2,5 | 2,5 |

Nesnelerin her birine bir rank tayin edildikten sonra grupların her biri için rankların toplamı hesaplanır. Bu değerler $\sum R_1 = 21$ ve $\sum R_2 = 57$ 'dir. İki grup için Mann-Whitney U testi için kullanılan (2.29) ve (2.30) kullanılarak U_1 ve U_2 değerleri hesaplanır. Mann-Whitney U testi için kullanılanla aynı eşitlikleri ve aynı dağılımı kullanmanın temelinde iki test için aynı örnekleme dağılımının kullanılması vardır.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} - \sum R_1 = (6)(6) + \frac{(6)(6+1)}{2} - 21 = 36$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2 (n_2 + 1)}{2} - \sum R_2 = (6)(6) + \frac{(6)(6+1)}{2} - 57 = 0$$

Dikkat edilirse U_1 ve U_2 değerleri asla negatif olamaz. Negatif bir değer elde edilmesi ranklandırmada ya da hesaplamalarda hata yapıldığını gösterir.

Mann-Whitney U testi'nde olduğu gibi hesaplamaları kontrol etmek için (2.31) kullanılabilir.

$$n_1 n_2 = U_1 + U_2$$

$$(6)(6) = 36 + 0 = 36$$

nın sağlandığı görülür.

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak tasarlanır. $U_2 = 0$, $U_1 = 36$ 'dan daha küçük olduğundan $U = 0$ dır. U 'nun değeri ekler kısmındaki tablo 10 ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için elde edilen U değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha az olmalıdır. $n_1 = 6$ ve $n_2 = 6$ için iki yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 5$ ve $U_{0,01} = 2$ ve tek yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 7$ ve $U_{0,01} = 3$ 'tür.

$U = 0$ değeri iki yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 5$ ve $U_{0,01} = 2$ 'den daha küçük olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. $U = 0$ değeri tek yanlı kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 7$ ve $U_{0,01} = 3$ 'ten daha küçük olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi de 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. Bu direkt alternatif hipotez desteklenir, çünkü $\overline{R}_1 < \overline{R}_2$ 1. grubun skorlarındaki değişim 2. grubun skorlarındaki değişimin daha büyük olduğunu gösterir. $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü bu alternatifin hipotezin desteklenmesi için 2. grubun skorlarındaki değişim 1. grubun skorlarındaki değişimin daha büyük olduğunu gösteren $\overline{R}_1 > \overline{R}_2$ olmalıdır.

iv) Sonuç

Araştırmacı Elatrix ilacını alan grubun (1. grup) depresyon skorlarındaki değişimin Euphyria ilacını alan grubun (2. grup) depresyon skorlarındaki değişimden daha büyük olduğu kararına varabilir.

3.1.6. Büyük Örneklemeler İçin Siegel-Tukey Test İstatistiğine Normal Yaklaşım

Mann-Whitney U testinde olduğu gibi Siegel-Tukey test istatistiğine yaklaşım için büyük örneklemeler ile normal dağılım kullanılabilir. Mann-Whitney dağılımına büyük örneklem yaklaşımı için kullanılan (2.32) Siegel-Tukey test istatistiğine büyük örneklem yaklaşımı için de kullanılabilir.

Mann-Whitney U testinde bahsedildiği gibi (2.32)'nin payındaki $n_1 n_2 / 2$ terimi sıfır hipotezi doğruysa U 'nun beklenen değeri olarak tanımlanır. Bu Siegel-Tukey test istatistiğine yaklaşım için normal dağılım kullanıldığında da geçerlidir. Böylece iki kitlenin varyansları aslında eşitse $\overline{R}_1 = \overline{R}_2$ ve sonuç olarak $U_1 = U_2 = n_1 n_2 / 2$ olması beklenir.

Örnek 3.1 $N = 12$ skor içermesine rağmen (çoğu kaynağın normal yaklaşım kullanmak için çok küçük olarak gördüğü bir değer) normal yaklaşıma örnek vermek için kullanılacaktır. (2.32) küçük örneklem hacmi ile kullanılmasına rağmen Mann-Whitney U dağılımını için tablo kullanıldığında elde edilen sonuç ile uyumlu bir sonuç elde edilecektir. U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak seçildiğinden z 'nin değeri daima negatif olacaktır. ($U_1 = U_2$ olması durumunda $z = 0$ olması dışında)

(2.32)'yi kullanmayla $z = -2,88$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{0 - \frac{(6)(6)}{2}}{\sqrt{\frac{(6)(6)(6 + 6 + 1)}{12}}} = -2,88$$

Elde edilen $z = -2,88$ değeri ekler kısmındaki Tablo 1 (normal dağılım tablosu) ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır. İki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05

ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'tür. Sıfır hipotezini değerlendirilmesi aşağıdaki şekilde yapılır:

a) $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilebilir.

b) Direkt alternatif hipotez kullanılırsa z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse iki olanaklı alternatif hipotezden biri desteklenir. Desteklenen direkt alternatif hipotez veri ile uyumludur.

Yukarıdaki yöntem örnek 3.1 için kullanılırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

Elde edilen $z = 2,88$ mutlak değeri iki yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ 'den daha büyük olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. Elde edilen $z = 2,88$ mutlak değeri tek yanlı kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha büyük olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi de 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir. $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi desteklenmez, çünkü veri ile uyumlu değildir.

3.1.7. Siegel-Tukey Testine Normal Yaklaşım İçin Süreklilik Düzeltmesi

Çoğu kaynakta tanımlanmamasına rağmen Mann-Whitney U testine normal yaklaşım için kullanılan süreklilik düzeltmesi değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için de kullanılabilir. Örnek 3.1 için (2.33) (Mann-Whitney U testi için süreklilik düzeltmesi eşitliği) kullanılırsa $z = -2,80$ değeri hesaplanır.

$$z = \frac{\left[U - \frac{n_1 n_2}{2} \right] - 0,5}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{\left[0 - \frac{(6)(6)}{2} \right] - 0,5}{\sqrt{\frac{(6)(6)(6+6+1)}{12}}} = -2,80$$

Elde edilen $|z| = 2,80$ iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha büyüktür. Böylece süreklilik düzeltmesi kullanılmayan durumda olduğu gibi $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi ve $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi'nin ikisi de 0,05 ve 0,01 düzeylerinin ikisinde de desteklenir.

3.1.8. Siegel-Tukey Test İstatistiğine Normal Yaklaşım İçin Tie Düzeltmesi

Mann-Whitney U testine normal yaklaşımın anlatılmasında bahsedildiği gibi bazı kaynaklar veride tanımlanan tieların sayısı fazla olduğunda (2.34)'ü kullanmayı önermişlerdir. İki test aynı örnekleme dağılımını kullandığından aynı tie düzeltmesi değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testine normal yaklaşım için de kullanılabilir. Örnek 3.1 için (2.34) (Mann-Whitney tie düzeltmesi eşitliği) kullanmayla $z = -2,91$ değeri hesaplanır. Dikkat edilirse örnek 3.1'de her biri iki tiedan oluşan $s = 5$ tie kümesi vardır. Böylece (2.34) için $\sum_{i=1}^s (t_i^3 - t_i) = 5[(2)^3 - 2] = 30$ dur.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} - \frac{n_1 n_2 \left[\sum_{i=1}^s (t_i^3 - t_i) \right]}{12(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 - 1)}}$$

$$z = \frac{0 - \frac{(6)(6)}{2}}{\sqrt{\frac{(6)(6)(6+6+1)}{12} - \frac{(6)(6)(30)}{12(6+6)(6+6-1)}}} = -2,91$$

$z = -2,91$ değeri ile tie düzeltmesi kullanılmamış $z = -2,88$ değeri arasındaki fark aşıkardır ve sonuç olarak hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezine göre karar etkilenmez.

3.1.9. Değişimin Eşitliği İçin Siegel-Tukey Testi İçin $\theta_1 \neq \theta_2$ Olduğunda Skorların Düzeltilmesi

Kitle medyanları biliniyorsa fakat eşit değilse değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testini kullanmak için skorların düzeltilmesi gerekmektedir. Böyle bir durumda skorların ranklandırılması için iki kitle medyanı arasındaki fark yüksek medyanlı kitleyi tanımlayan grubun skorlarının her birinden çıkarılır (ya da düşük medyanlı kitleyi tanımlayan grubun skorlarının her birine eklenir). Bu düzeltme yöntemi örnek 3.2 ile açıklanmıştır.

Örnek 3.2. (Sheskin, D.J.; 2003. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures)

Bir matematik öğretmeni iki öğretme metodunun başarıya göre değişimin farklı derecesiyle sonuçlanıp sonuçlanmayacağını değerlendirmek için farklı öğrenci gruplarına iki farklı öğretim metodu uygular. Ön çalışmada iki grubun eşit matematik yeteneğine sahip öğrencilerden oluştuğu hesaplanıyor. 5 öğrenciden oluşan 1. gruba geleneksel ders kitapları ve anlatım yöntemi kullanılarak öğretim (A metodu) yapılıyor. 6 öğrenciden oluşan 2. gruba bilgisayar paket programları kullanılarak öğretim (B metodu) yapılıyor. Kurs sonunda iki grubun final sınavı skorları karşılaştırılıyor. Final sınavı skorları (final sınavındaki maksimum skor 15 ve minimum skor 0'dır) şöyledir:

1. grup: 7, 5, 4, 3, 3

2. grup: 13, 12, 7, 7, 4, 3

Araştırmacı kitledeki verinin normal dağıldığına inanmadığından nesnelerin skorlarını rank-sıra olarak seçmeye karar verir.

Veri analizinde değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi kullanılırsa, gruplar içindeki değişimde anlamlı bir fark var mıdır?

Veriden 1. grup medyan skoru 4 ve 2. grup medyan skorunun 7 olduğu görülür. Grupların medyanları arasında 3 birim fark vardır. Veriyi değerlendirmek için Mann-Whitney U testi kullanılırsa direkt olmayan ya da direkt alternatif hipotezlerden hangisi kullanılırsa kullanılsın $H_0: \theta_1 = \theta_2$ sıfır hipotezi 0,05 düzeyinde reddedilemez.

Aslında 2. grubun tanımladığı kitlenin medyanının 1. grubun tanımladığı kitlenin medyanından 3 birim daha büyük olduğu doğrudur. $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ sıfır hipotezini değerlendirmek için değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi kullanmak için grupların medyan değerleri eşit olmalıdır. Bu, daha yüksek medyanlı gruptaki her bir skordan kitle medyanları arasındaki fark çıkarılarak yapılabilir. Böylece Tablo 3.5.'te 2. gruptaki nesnelerin her birinin skorundan 3 çıkarılır. Tablo 3.5.'teki skorlar Siegel-Tukey test yöntemine göre sıralanmıştır. Ranklar Tablo 3.5.'te özetlenmiştir.

(2.29) ve (2.30) kullanılırsa $U_1 = 8$ ve $U_2 = 22$ değerleri hesaplanır.

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum R_1 = (5)(6) + \frac{(5)(5+1)}{2} - 37 = 8$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum R_2 = (5)(6) + \frac{(6)(6+1)}{2} - 29 = 22$$

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

Tablo 3.5. Düzeltilmiş X_2 skorlarını kullanan örnek 3.2 için veri tablosu

| | Grup 1 | | | Grup 2 | |
|--|--------|-------|---|--------|-------|
| | X_1 | R_1 | | X_2 | R_2 |
| Nesne 1,1 | 7 | 6 | Nesne 1,2 | 10 | 2 |
| Nesne 2,1 | 5 | 7 | Nesne 2,2 | 9 | 3 |
| Nesne 3,1 | 4 | 9,5 | Nesne 3,2 | 4 | 9,5 |
| Nesne 4,1 | 4 | 9,5 | Nesne 4,2 | 4 | 9,5 |
| Nesne 5,1 | 3 | 5 | Nesne 5,2 | 1 | 4 |
| | | | Nesne 6,2 | 0 | 1 |
| $\sum R_1 = 37$ | | | $\sum R_2 = 29$ | | |
| $\overline{R}_1 = \frac{\sum R_1}{n_1} = \frac{37}{5} = 7,4$ | | | $\overline{R}_2 = \frac{\sum R_2}{n_2} = \frac{29}{6} = 4,83$ | | |

Tablo 3.6. Örnek 3.2 için değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi için ranklandırma

| Nesne Numarası | 6,2 | 5,2 | 5,1 | 3,1 | 4,1 | 3,2 | 4,2 | 2,1 | 1,1 | 2,2 | 1,2 |
|----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Depresyon Skoru | 0 | 1 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 7 | 9 | 10 |
| Tie Düzeltmesi Öncesi Rank | 1 | 4 | 5 | 8 | 9 | 11 | 10 | 7 | 6 | 3 | 2 |
| Tie Düzeltilmiş Rank | 1 | 4 | 5 | 9,5 | 9,5 | 9,5 | 9,5 | 7 | 6 | 3 | 2 |

(2.31)' i kullanmayla örneklem büyüklüğü ile U_1 ve U_2 'nin hesaplanan değerleri arasındaki ilişki doğrulanır.

$$n_1 n_2 = U_1 + U_2 = (5)(6) = 8 + 22 = 30$$

$U_1 = 8$ değeri $U_2 = 22$ 'den daha küçük olduğundan $U = 8$ 'dir. $n_1 = 5$ ve $n_2 = 6$ için Tablo 10'un kullanılmasıyla iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 3$ ve $U_{0,01} = 1$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $U_{0,05} = 5$ ve $U_{0,01} = 2$ 'dir. Elde edilen $U = 8$ değeri yukarıdaki kritik tablo değerlerinin hepsinden daha büyük olduğundan direkt ya da direkt olmayan hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi 0,05 düzeyinde de 0,01 düzeyinde de reddedilemez.

Örnek 3.2 ile değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testine normal yaklaşım kullanılırsa da hangi alternatif hipotez kullanılırsa kullanılsın sıfır hipotezi reddedilemez. Çünkü bu durumda hesaplanan mutlak değer $z = 1,28$ iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha küçüktür.

$$z = \frac{8 - \frac{(5)(6)}{2}}{\sqrt{\frac{(5)(6)(5+6+1)}{12}}} = -1,28$$

Böylece veri iki öğretim metodunun farklı varyanslı kitleleri tanımladığını göstermez.

3.2. Değişimin Eşitliği İçin Moses Testi

(Ordinal Veri İle Kullanılan Parametrik Olmayan Test)

3.2.1. Varsayımlar

Değişimin eşitliği için Moses testi aşağıdaki varsayımlar üzerine kurulur:

- a) Her bir örneklem tanımladığı kitleden rasgele seçilecektir.
- b) İki örneklem birbirinden bağımsızdır.
- c) Her bir nesnenin gözlenen orijinal skoru aralık / oran veri formundadır ve bağımlı değişken sürekli bir değişkendir.

d) Kitlelerden alınan örneklemeler şekil yönünden benzerdir.

Değişimin eşitliği için Moses testi ve değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi arasındaki büyük fark önemlidir. Değişimin eşitliği için Moses testi iki kitleden alınan örneklemelerin eşit meydanlı olduğunu varsaymaz.

Değişimin eşitliği için Moses testi'nde ranklar orijinal aralık / oran skorlar değildir. Bunun yerine ranklar skorların sapmalarının / farklarının kareleri toplamıdır. Bu sebepten dolayı bazı kaynaklar (örneğin Siegel ve Castellan (1988)) değişimin eşitliği için Moses testini aralık / oran verinin bir testi olarak kategorize ederler. Burada değişimin eşitliği için Moses testi test işleminin kritik kısmını ranklandırma yöntemi oluşturduğundan bir ordinal veri testi olarak kategorize edilmiştir.

3.2.2. Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

Değişimin eşitliği için Moses testi'nde test istatistiği Mann-Whitney U testi ile hesaplanır.

Sıfır hipotezi $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşittir. Mann-Whitney U testi analizi çerçevesinde tanımlandığında, iki grubun örneklem büyüklüğü eşitse; bu, 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamı 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları

toplamına eşittir şekline dönüşür. Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir) şudur: iki grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması eşittir.

Alternatif hipotezler

$$i) \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşit değildir. Mann-Whitney U testi analizi çerçevesinde tanımlandığında, iki grubun örneklem büyüklüğü eşitse; bu, 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamı 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamına eşit değildir, şekline dönüşür. Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); iki grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması eşit değildir. Bu direkt olmayan alternatif hipotezdir ve iki yanlı test ile değerlendirilir.

$$ii) \quad H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından büyüktür. Mann-Whitney U testi analizi çerçevesinde tanımlandığında, iki grubun örneklem büyüklüğü eşitse; bu (en düşük skora 1 rankı verilirse), 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamı 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamından daha büyüktür, şekline dönüşür. Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalamasından daha büyüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

$$iii) \quad H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansından küçüktür. Mann-Whitney U testi analizi çerçevesinde tanımlandığında, iki grubun örneklem büyüklüğü eşitse; bu (en düşük skora 1 rankı verilirse), 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamı 2. grubun fark

skorlarının karelerinin toplamının rankları toplamından daha küçüktür, şekline dönüşür. Bunu ifade etmenin daha genel bir yolu (farklı örneklem büyüklükleri içeren tasarımlarda da kullanılabilir); 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalamasından daha küçüktür. Bu direkt alternatif hipotezdir ve tek yanlı test ile değerlendirilir.

Yukarıdaki alternatif hipotezlerden sadece biri kullanılır. Araştırmacının seçtiği alternatif hipotez desteklenirse sıfır hipotezi reddedilir.

3.2.3. Test Hesaplamaları

Değişimin eşitliği için Moses testi'nde test istatistiğinin hesaplanması aşağıdaki şekilde yapılır.

a) Değişimin eşitliği için Moses testi için yöntem orijinal aralık / oran skorların alt örneklemde parçalanmasını gerektirir. Bir alt örneklem bir örneklemde alınan skorların bir kümesidir. Alt örneklemdeki skorların sayısı örneklemdeki skordan daha azdır.

b) 1. gruptaki n_1 skor her biri k skordan oluşan m_1 (burada $m_1 > 1$) alt örnekleme bölünür. m_1 alt örneklemin her biri için k skorun seçimi rasgele olmalıdır. Alt örneklemde oluşturmada yerine koymadan örnekleme kullanılacaktır. Başka bir deyişle 1. gruptaki n_1 skorun her biri m_1 alt örneklemin sadece birinde kullanılır.

c) 2. gruptaki n_2 skor her biri k skordan oluşan m_2 (burada $m_2 > 1$) alt örnekleme bölünür. m_2 alt örneklemin her biri için k skorun seçimi rasgele olmalıdır. Alt örneklemde oluşturmada yerine koymadan örnekleme kullanılacaktır. Başka bir deyişle 2. gruptaki n_2 skorun her biri m_2 alt örneklemin sadece birinde kullanılır.

d) Dikkat edilirse alt örneklem hangi gruptan alınırsa alınsın tüm alt örneklem aynı sayıda skordan (yani k skordan) oluşacaktır. Buna karşın her bir gruptan alınan alt örneklem sayısının eşit olmasına gerek yoktur. Başka bir

deyişle m_1 ve m_2 eşit olmak zorunda değildir. Her bir alt örneklemdaki skorların sayısı öyle olmalıdır ki m_1k ve m_2k çarpımları mümkün olduğunca skorların sayısı kadar olmalıdır. $m_1k = n_1$ ve $m_2k = n_2$ olması en iyi durum olmasına rağmen bunu başarmak (yani $m_1 + m_2$ alt örneklemden N skorun tümünün içerilmesi) çoğunlukla mümkün olmamaktadır.

Alt örneklemelerin oluşturulmasını örneklendirmek için $n_1 = 20$ ve $n_2 = 20$ olduğunu varsayalım. 1. gruptaki veri kullanılarak her biri $k = 5$ skordan oluşan $m_1 = 4$ alt örneklem oluşturulabilir. Böylece 1. gruptaki $n_1 = 20$ skorun her biri alt örneklemlerden birinin içinde olacaktır. 2. gruptaki veri kullanılarak her biri $k = 5$ skordan oluşan $m_2 = 4$ alt örneklem oluşturulabilir. Böylece 2. gruptaki $n_2 = 20$ skorun her biri alt örneklemlerden birinin içinde olacaktır. 1. grupta sadece 18 nesne olduğunu (yani $n_1 = 18$ ve $n_2 = 20$) varsayalım. Her bir alt örneklemden $k = 5$ skor kullanılırsa sadece $m_1 = 3$ alt örneklem (1. gruptaki 18 skorun 15'inin oluşturduğu) oluşturulabilir. Böyle bir durumda 1. gruptaki 3 skor analizden çıkarılacaktır. Analizde her biri $k = 5$ skordan oluşan $m_1 = 3$ alt örneklem ve her biri $k = 5$ skordan oluşan $m_2 = 4$ alt örneklem kullanılacaktır. Analizde $n_1 = 18$ ve $n_2 = 20$ nesnenin daha fazlasının içerilmesi için her bir alt örneklemden $k = 4$ skor kullanabiliriz. Bu durumda analizde her biri $k = 4$ skordan oluşan $m_1 = 4$ alt örneklem ve her biri $k = 4$ skordan oluşan $m_2 = 5$ alt örneklem kullanılacaktır. Böyle bir durumda 1. gruptaki 2 skor analizden çıkarılacaktır. Açıktır ki, $n_1 = 18$ ve $n_2 = 20$ ise analizde nesnelerin tümünün içerilmesi için her bir alt örneklemden $k = 2$ skor olmalıdır. Bu durumda analizde her biri $k = 2$ skordan oluşan $m_1 = 9$ alt örneklem ve her biri $k = 2$ skordan oluşan $m_2 = 10$ alt örneklem kullanılacaktır.

Daniel (1990) k , m_1 ve m_2 değerlerinin hesaplanmasında Shorack'ın (1969) belirttiği aşağıdaki kriterlere dikkat çekmiştir:

- i) k mümkün olduğunca büyük olmalı, fakat 10'dan büyük olmamalıdır.

ii) m_1 ve m_2 değerleri anlamlı olacak kadar büyük olmalıdır. Bunun anlamı, m_1 ve m_2 değerleri Mann-Whitney U testi'ndeki minimum örneklem büyüklüğü kadar olmalıdır.

e) 1. gruptan alınan m_1 alt örneklemin her birinin ortalaması hesaplanır. Her bir alt örneklem içerisinde şunlar yapılmalıdır:

i) Alt örneklemdaki k skorun her birinden alt örneklemin ortalaması çıkarılır.

ii) Fark skorlarının her birinin karesi alınır.

iii) k fark skorunun karelerinin toplamı bulunur. $\sum D_{1i}^2$ notasyonu 1. gruptaki i -inci alt örneklem için fark skorlarının karelerinin toplamı olarak tanımlanır. $m_1 \sum D_{1i}^2$ 1. grup için skorların toplamı olacaktır.

f) 2. gruptan alınan m_2 alt örneklemin her birinin ortalaması hesaplanır. Her bir alt örneklem içerisinde şunlar yapılmalıdır:

i) Alt örneklemdaki k skorun her birinden alt örneklemin ortalaması çıkarılır.

ii) Fark skorlarının her birinin karesi alınır.

iii) k fark skorunun karelerinin toplamı bulunur. $\sum D_{2i}^2$ notasyonu 2. gruptaki i -inci alt örneklem için fark skorlarının karelerinin toplamı olarak tanımlanır. $m_2 \sum D_{2i}^2$ 2. grup için skorların toplamı olacaktır.

g) Mann-Whitney U testi için kullanılan yöntem değişimin eşitliği için Moses testi için test istatistiğini hesaplamak için kullanılır.

Sıfır hipotezi doğruysa 1. ve 2. gruptaki fark skorlarının karelerinin toplamı için rank sıralamalarının düzgün olarak dağılmış olması ve sonuç olarak 1. grup için ranklar toplamı $\sum D_{1i}^2$ skorlarının 2. grup için ranklar toplamı $\sum D_{2i}^2$ skorlarına eşit ya da çok yakın olması umulur.

3.2.4. Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak tasarlanır. U değeri ekler kısmındaki Tablo 10 (Mann-Whitney U istatistiği için kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir.

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezinin desteklenmesi için 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalamasına eşit olmamalıdır. Yani $\overline{R_1} \neq \overline{R_2}$ olmalıdır.

$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalamasından büyük olmalıdır. Yani $\overline{R_1} > \overline{R_2}$ olmalıdır.

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalaması 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının ortalamasından büyük olmalıdır. Yani $\overline{R_1} < \overline{R_2}$ olmalıdır.

3.2.5. Örnek

Örnek 3.3 değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi ile değerlendirilen örnek 3.1 ile aynıdır. Örnek 3.3'te kitle medyanları eşit olmamasına rağmen bu, değişimin eşitliği için Moses testinin bir varsayımı değildir.

Her bir grubun ortalama ve medyanlarının eşitliği iki ilacın farklı etkide olmadığını önerilmesiyle uyumludur. Buna karşın verinin incelenmesi 1. gruptaki deneklerin depresyon skorlarında büyük bir değişim olduğunu önerir. Daha özel olarak veri Elatrix antidepresan ilacının bazı hastalarda depresyonu azalttığını fakat diğerlerinde depresyonu arttırdığını önerir. Araştırmacı değişimin eşitliği için Moses testini kullanarak iki grup içerisindeki değişimi karşılaştırarak karara varabilir. Bu

parametrik olmayan testin kullanımı kitledeki önceki depresyon skorlarının dağılımının normal olmadığına inanmak için sebepler olduğu gerçeğine dayanır.

Veri iki grubun varyansları arasında anlamlı bir fark olduğunu gösterir mi?

i) Sıfır Hipotezine Karşıt Alternatif Hipotez

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

1. grubun tanımladığı kitlenin varyansı 2. grubun tanımladığı kitlenin varyansına eşittir.

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

ii) Test Hesaplamaları

Değişimin eşitliği için Moses testi için tanımlanan yöntem örnek 3.3'ü değerlendirmek için kullanılacaktır. Tablo 3.7. analizin temelini oluşturan grupların her birinden alt örneklemelerin seçilmesini özetlemektedir. Deneyde kullanılan toplam nesne sayısı $N = 12$ 'dir ve 1. grupta $n_1 = 6$ ve 2. grupta $n_2 = 6$ nesne vardır. Çalışmada küçük örneklem kullanmanın bir sonucu olarak her bir alt örneklem $k = 2$ skordan oluşacaktır ve böylece 1. grup için $m_1 = 3$ alt örneklem ve 2. grup için $m_2 = 3$ alt örneklem olacaktır. $m_1 k = (3)(2) = 6$ ve $m_2 k = (3)(2) = 6$ olduğundan $N = 12$ skorun tümü analizde kullanılır. Önceden de bahsedildiği gibi alt örneklemelere skorların tayini rasgeledir. Bu örnekte alt örneklemelerin her birine skorları seçmek için rasgele sayılar tablosu kullanılmıştır.

3. DEĞİŞİMİN EŞİTLİĞİ İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN TESTLER

Gülesen ÜSTÜNDAĞ

Tablo 3.7. Örnek 3.4'ün analizinin özeti

| 1. Grup | | | | |
|--------------|-----------|-------------------|---------------------|--|
| Alt örneklem | $\bar{X}$ | $(X - \bar{X}_i)$ | $(X - \bar{X}_i)^2$ | $\sum (X - \bar{X}_i)^2 = \sum D_{1i}^2$ |
| 1) 1, 10 | 5,5 | -4,5 ; 4,5 | 20,25 ; 20,25 | 40,5 |
| 2) 10, 0 | 5 | 5 ; -5 | 25 ; 25 | 50 |
| 3) 9, 0 | 4,5 | 4,5 ; -4,5 | 20,25 ; 20,25 | 40,5 |
| 2. Grup | | | | |
| Alt örneklem | $\bar{X}$ | $(X - \bar{X}_i)$ | $(X - \bar{X}_i)^2$ | $\sum (X - \bar{X}_i)^2 = \sum D_{2i}^2$ |
| 1) 4, 4 | 4 | 0 ; 0 | 0 ; 0 | 0 |
| 2) 5, 6 | 5,5 | -0,5 ; 0,5 | 0,25 ; 0,25 | 0,5 |
| 3) 5, 6 | 5,5 | -0,5 ; 0,5 | 0,25 ; 0,25 | 0,5 |

Tablo 3.7. deki bilgiler şöyle özetlenebilir:

a) 1. kolon her bir alt örneklemdeki 2 skoru listeler. Her bir satır ayrı bir alt örneklem içerir.

b) 2. kolon her bir alt örneklemin ortalamasını ($\bar{X}$) listeler.

c) 3. kolon alt örneklemdeki her bir skordan alt örneklemin ortalamasının çıkarmayla elde edilen fark skorlarını ($X - \bar{X}$) listeler.

d) 4. kolon her bir alt örneklem için fark skorlarının karelerini $((X - \bar{X})^2)$ listeler. (3. kolondaki skorların kareleri)

e) 5. kolon her bir alt örneklem için fark skorlarının karelerinin toplamını $(\sum (X - \bar{X})^2 = \sum D_{ji}^2)$ listelemektedir. Yani 5. kolondaki değerler 4. kolondaki değerlerin toplamıdır. Dikkat edilirse $\sum D_{ji}^2$ notasyonu j -inci gruptaki i -inci alt örneklemdeki fark skorlarını karelerinin toplamı olarak tanımlanır. 5. kolondaki değerler Tablo 3.8.'deki Mann-Whitney U testi ile değerlendirilir.

Tablo 3.8. Mann-Whitney U testi ile örnek 3.4'ün analizi

| 1. Grup | | 2. Grup | |
|--|------|-----------------|------|
| $\sum D_{1i}^2$ | Rank | $\sum D_{2i}^2$ | Rank |
| 40,5 | 4,5 | 0 | 1 |
| 50 | 6 | 0,5 | 2,5 |
| 40,5 | 4,5 | 0,5 | 2,5 |
| $\sum R_1 = 15$ | | $\sum R_2 = 6$ | |
| $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} - \sum R_1 = (3)(3) + \frac{(3)(3+1)}{2} - 15 = 0$ $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2 (n_2 + 1)}{2} - \sum R_2 = (3)(3) + \frac{(3)(3+1)}{2} - 6 = 9$ | | | |

iii) Test Sonuçlarının Yorumlanması

U_1 ve U_2 değerlerinden küçük olanı U istatistiği olarak tasarlanır. $U_1 = 0$ değeri $U_2 = 9$ 'dan daha küçük olduğundan $U = 0$ 'dır. U değeri ekler kısmındaki Tablo 10 (Mann-Whitney U istatistiği için kritik değerler tablosu) ile değerlendirilir. Örnek 3.4'teki durumda her bir grupta üç skor vardır. Böylece $n_1 = 3$ ve $n_2 = 3$ 'tür. Örneklem hacminin küçük olması nedeniyle tablo 10 ne iki yanlı 0,05 ve 0,01 ne de tek yanlı 0,01 kritik değerini listeler. Buna karşın tek yanlı 0,05 kritik değerini listelemiştir. Tek yanlı 0,05 kritik değeri $U_{0,05} = 0$ 'dır. Anlamlı olabilmesi için U 'nun elde edilen değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha küçük olmalıdır. $U = 0$ değeri $U_{0,05} = 0$ 'e eşit olduğundan veri ile uyumlu direkt alternatif hipotez 0,05 düzeyinde desteklenir. Bu alternatif hipotez $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ dir.

İki grubun örneklem büyüklüğü eşit olduğunda $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının

ranklarının toplamı (hatta ortalaması) 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının toplamından (hatta ortalamasından) büyük olmalıdır. Yani $\sum R_1 > \sum R_2$ ve $\overline{R}_1 > \overline{R}_2$ olmalıdır. Örnek 3.4'te $\sum R_1 = 15 > \sum R_2 = 6$ ve $\overline{R}_1 = 5 > \overline{R}_2 = 2$ olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir.

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezinin desteklenmesi için 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının toplamı (hatta ortalaması) 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının toplamından (hatta ortalamasından) büyük olmalıdır. Yani $\sum R_1 < \sum R_2$ ve $\overline{R}_1 < \overline{R}_2$ olmalıdır. Örnekte bunun karşısı doğru olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi desteklenemez.

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezinin desteklenmesi için 1. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının toplamı (hatta ortalaması) 2. grubun fark skorlarının karelerinin toplamının ranklarının toplamına (hatta ortalamasına) eşit olmamalıdır. Yani $\sum R_1 \neq \sum R_2$ ve $\overline{R}_1 \neq \overline{R}_2$ olmalıdır. Bu doğrudur ve hesaplanan $U = 0$ değeri elde edilebilecek olanaklı U değerlerinden daha küçüktür. Fakat önceden de bahsedildiği gibi örneklem hacminin küçük olması nedeniyle $n_1 = 3$ ve $n_2 = 3$ için iki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri tablo 10'de listelenmemiştir.

iv) Sonuç

Araştırmacı Elatrix ilacını alan grubun (1. grup) depresyon skorlarının değişiminin Euphyria ilacını alan gruptan (2. grup) daha büyük olduğu kararına varabilir.

Aynı veri değişimin eşitliği için Siegel-Tukey testi ile değerlendirildiğinde $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ve $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezlerinin ikisi de hem 0,05 hem de 0,01 düzeyinde desteklenir. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ sıfır hipotezini değerlendirmek için bu alternatif yöntem Moses testi'nden daha anlamlı sonuç verir. Moses testinin istatistiksel gücü daha azdır.

3.2.6. Büyük Örneklem Hacmi İçin Moses Test İstatistiğine Normal Yaklaşım

Mann-Whitney U test istatistiğine büyük örneklem normal yaklaşımı için çok küçük olmasına rağmen örnek 3.4 için bu değer (2.32) ile hesaplanacaktır.

$$z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{0 - \frac{(3)(3)}{2}}{\sqrt{\frac{(3)(3)(3+3+1)}{12}}} = -1,96$$

Elde edilen $|z| = 1,96$ ekler kısmındaki Tablo 1 (normal dağılım tablosu) ile değerlendirilir. Anlamlı olabilmesi için z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde kritik tablo değerine eşit ya da daha büyük olmalıdır. İki yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ve tek yanlı 0,05 ve 0,01 kritik tablo değerleri $z_{0,05} = 1,65$ ve $z_{0,01} = 2,33$ 'tür.

Sıfır hipotezini değerlendirmede aşağıdaki yöntem kullanılır:

a) $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi kullanılırsa; z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde iki yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse sıfır hipotezi reddedilebilir.

b) Direkt alternatif hipotez kullanılırsa; z 'nin elde edilen mutlak değeri belirlenen önem düzeyinde tek yanlı kritik tablo değerine eşit ya da daha büyükse iki olanaklı direkt alternatif hipotezden biri desteklenir. Desteklenen direkt alternatif hipotez veri ile uyumlu olandır.

Hesaplanan $|z| = 1,96$ $z_{0,05} = 1,96$ 'ye eşittir fakat $z_{0,01} = 2,58$ 'den daha küçüktür. Bu nedenle $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir; fakat 0,01 düzeyinde desteklenmez. Hesaplanan mutlak değer $z = 1,96$ $z_{0,05} = 1,65$ 'ten büyüktür fakat $z_{0,01} = 2,33$ 'ten daha küçüktür. Bu nedenle

$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi 0,05 düzeyinde desteklenir; fakat 0,01 düzeyinde desteklenmez.

Süreklilik düzeltmesi eşitliği (2.33), $z = 1,96$ ’dan daha küçük bir mutlak değer verir. Hesaplanan mutlak değer $z = 1,75$ $z_{0,05} = 1,65$ ’ten büyüktür; fakat $z_{0,01} = 2,33$ ’ten daha küçüktür. Bu nedenle $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ direkt alternatif hipotezi sadece 0,05 düzeyinde desteklenir. Hesaplanan mutlak değer $z = 1,75$ $z_{0,05} = 1,96$ ve $z_{0,01} = 2,58$ ’den daha küçük olduğundan $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ direkt olmayan alternatif hipotezi desteklenmez. Böylece süreklilik düzeltmesi ile elde edilen sonuç Tablo 10’daki değerler kullanıldığında elde edilen sonuçla aynıdır.

$$z = \frac{\left[U - \frac{n_1 n_2}{2} \right] - 0,5}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{\left[0 - \frac{(3)(3)}{2} \right] - 0,5}{\sqrt{\frac{(3)(3)(3+3+1)}{12}}} = -1,75$$

KAYNAKLAR

- BAILER, A. J.; . 1988. "Testing Variance Equality with Randomization Tests". J. Of Statistical Comp. and Simulation, 31, 1 –8.
- BEAN, S. J. and TSOKOS, C. P.; 1980. "Developments in Nonparametric Density Estimation", International Statistical Review,, 48, 267 – 287.
- BOYETT, J. M. and SHUSTER, J. J.; 1977. "Nonparametric One-Sided Tests in Multivariate Analysis with Medical Applications". J. of American Statistical Association, 72, 665 – 668.
- COHEN, B. H.; 2001. Explaining Psychological Statistics. 2nd Edition, New York, John Wiley and Sons.
- CONOVER, W. J.; 1988. Practical Nonparametric Statistics. 3rd Edition, New York, John Wiley and Sons.
- CONOVER, W. J. and IMAN, R. L.; 1981. "Rank Transformations As A Bridge Between Parametric and Nonparametric Statistics". The American Statistician. 35, 124 – 129.
- DAHIYA, R. C. and GURLAND, J.; 1973. "How Many Classes In The Pearson Chi-Square Test?". J. of American Statistical Association,, 68, 707 – 712.
- DANIEL, W. W.; 1991. Applied Nonparametric Statistics. 2nd Edition, Boston, PWS Kent Publishing Company.
- FALK, R. W. and GREENBAUM, C. W.; 1995. "Significance Tests Die Hard". Theory and Psychology. 5, 5 – 98.
- GEHAN, E. A.; 1965. "A Generalized Wilcoxon Test for Comparing Arbitrarily Singly-Censored Samples". Biometrika,. 52, 203 – 224.
- HAGEN, R. L.; 1997. "In Praise of The Null Hypothesis Statistical Test". American Psychologist. . 52, 15 – 24.
- HIGGINS, J. J.; 2004. "An Introduction to Modern Nonparametric Statistics" Brooks/Cole Thomson Learning Inc..USA.
- KHAMIS, H. J.; 1990. "The δ Corrected Kolmogorov-Smirnov Test For Goodness-of-Fit". J. of Statistical Plan. Infer.. 24, 317 – 355.

- LILLIEFORS, H. W.; 1967. "On the Kolmogorov-Smirnov Test For Normality with Mean and Variance Unknown", J. of American Statistical Association. 62, 399 – 402.
- LILLIEFORS, H. W.; 1969. "On the Kolmogorov-Smirnov Test For The Exponential Distribution with Mean Unknown". J. of American Statistical Association. 64, 387 – 389.
- LUNDBROOK, J. and DUDLEY, H.; 1998. "Why Permutation Tests Are Superior To The t And F Tests In Biomedical Research". The American Statistician, 52, 127 – 132.
- MARASCUILO, L. A. and MCSWEENEY, M. ; 1977. Nonparametric and Distribution Free Metod For The Social Sciences. Monterey, CA. Brooks/Cole Publishing Company.
- MASSEY, F. J.; 1951. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. J. of American Statistical Association. 46, 68-78.
- O'BRIEN, P. C. ; 1976. "A Test For Randomness". Biometrics. 32, 391 – 401.
- O'BRIEN, P. C. and DYCK, P. J.; 1985 "A Runs Test Based On Runs Lengths". Biometrics. 41, 237 – 244.
- PETO, R.; 1972. "Rank Tests of Maximal Power Against Lehmann-Type Alternatives". Biometrika. 59, 472 – 475.
- PRENTICE, R. L.; 1978. "Linear Rank Tests with Right Censored Data" Biometrika. 65, 167 – 180.
- RAMSEY, P. H. and RAMSEY, P. P.; 1988 "Evaluating The Normal Approximation to The Binomial Test". J. of Educational Statistics. 13, 173 – 182.
- SHESKIN, D. J.; 2004. "Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures." .Third Edition, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida.
- SIEGEL, S.; 1956; Nonparametric Statistics For The Behavioral Sciences. McGraw-Hill Kogakusha Ltd.
- SIEGEL, S. and CASTELLAN, N. J.; 1988. Nonparametric Statistics For The Behavioral Sciences. 2nd Edition. New York, John Wiley and Sons.

- SWED, F. S. and EISENHART, C. ; 1943. "Tables For Testing Randomness Of Grouping In A Sequence Of Alternatives. Annals Of Mathematical Statistics. 14, 66-687.
- WALD, A. and WOLOLFOWITZ, J. ; 1940. "On A Test Whether Two Samples Are From The Same Population". Annals of Mathematical Statistics. 36, 401-409.
- WALLIS, W. A. and ROBERTS, H. V. ;1956. Statistics A New Aproach. Gloence,IL, Freee Pres.
- ZAR, J. H. ; 1990. Biostatistical Analysis. 4th Edition. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında Adana'nın Seyhan ilçesinde doğdum. İlkokulu Yıldırım Beyazıt İlköğretim Okulu ve ortaokulu Yirmi Üç Nisan İlköğretim Okulu'nda okudum. Lise öğrenimimi ise Adana Kız Lisesi'nde tamamladım.1998 yılında Ç.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünü kazandım. 2002 yılında bu bölümden mezun oldum ve aynı yıl Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimime başladım. Halen Ç.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü'nde yüksek lisans öğrencisi olarak eğitimime devam etmekteyim.

EKLER

| | |
|--|-----|
| TABLO 1 NORMAL DAĞILIM TABLOSU | 169 |
| TABLO 2 STUDENT’S T DAĞILIMI TABLOSU | 174 |
| TABLO 3 Kİ-KARE DAĞILIMI TABLOSU | 175 |
| TABLO 4 WİLCOXON İŞARETLENDİRİLMİŞ RANKLAR TESTİ İÇİN KRİTİK
T DEĞERLERİ TABLOSU | 176 |
| TABLO 5 TEK ÖRNEKLEM İÇİN KOLMOGOROV-SMİRNOV UYUMUN
İYİLİĞİ TESTİ KRİTİK DEĞERLER TABLOSU | 177 |
| TABLO 6 NORMALLİK İÇİN LİLLİEFORS TESTİ KRİTİK DEĞERLER
TABLOSU | 178 |
| TABLO 7 BİNOM DAĞILIMI BİREYSEL OLASILIKLAR TABLOSU | 179 |
| TABLO 8 BİNOM DAĞILIMI KÜMÜLATİF OLASILIKLAR TABLOSU | 182 |
| TABLO 9 TEK ÖRNEKLEM RUN TESTİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER TABLOSU
..... | 185 |
| TABLO 10 MANN-WHITNEY U İSTATİSTİĞİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER
TABLOSU | 186 |
| TABLO 11 İKİ BAĞIMSIZ ÖRNEKLEM İLE KOLMOGOROV-SMİRNOV TEST
İSTATİSTİĞİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER TABLOSU | 190 |

Tablolar; SHESKİN, D. J.;2004. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures. , Third Edition ‘dan alınmıştır.

TABLO 1 NORMAL DAĞILIM TABLOSU

| z | p (μ 'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat | z | p (μ 'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|-----|----------------------|----------------------|---------|-----|----------------------|----------------------|---------|
| .00 | .0000 | .5000 | .3989 | .45 | .1736 | .3264 | .3605 |
| .01 | .0040 | .4960 | .3989 | .46 | .1772 | .3228 | .3589 |
| .02 | .0080 | .4920 | .3989 | .47 | .1808 | .3192 | .3572 |
| .03 | .0120 | .4880 | .3988 | .48 | .1844 | .3156 | .3555 |
| .04 | .0160 | .4840 | .3986 | .49 | .1879 | .3121 | .3538 |
| .05 | .0199 | .4801 | .3984 | .50 | .1915 | .3085 | .3521 |
| .06 | .0239 | .4761 | .3982 | .5] | .1950 | .3050 | .3503 |
| .07 | .0279 | .4721 | .3980 | .52 | .1985 | .3015 | .3485 |
| .08 | .0319 | .4681 | .3977 | .53 | .2019 | .2981 | .3467 |
| .09 | .0359 | .4641 | .3973 | .54 | .2054 | .2946 | .3448 |
| .10 | .0398 | .4602 | .3970 | .55 | .2088 | .2912 | .3429 |
| .11 | .0438 | .4562 | .3965 | .56 | .2123 | .2877 | .3410 |
| .12 | .0478 | .4522 | .3961 | .57 | .2157 | .2843 | .3391 |
| .13 | .0517 | .4483 | .3956 | .58 | .2190 | .2810 | .3372 |
| .14 | .0557 | .4443 | .3951 | .59 | .2224 | .2776 | .3352 |
| .15 | .0596 | .4404 | .3945 | .60 | .2257 | .2743 | .3332 |
| .16 | .0636 | .4364 | .3939 | .6] | .2291 | .2709 | .3312 |
| .17 | .0675 | .4325 | .3932 | .62 | .2324 | .2676 | .3292 |
| .18 | .0714 | .4286 | .3925 | .63 | .2357 | .2643 | .3271 |
| .19 | .0753 | .4247 | .3918 | .64 | .2389 | .2611 | .3251 |
| .20 | .0793 | .4207 | .3910 | .65 | .2422 | .2578 | .3230 |
| .21 | .0832 | .4168 | .3902 | .66 | .2454 | .2546 | .3209 |
| .22 | .0871 | .4129 | .3894 | .67 | .2486 | .2514 | .3187 |
| .23 | .0901 | .4090 | .3885 | .68 | .2517 | .2483 | .3166 |
| .24 | .0948 | .4052 | .3876 | .69 | .2549 | .2451 | .3144 |
| .25 | .0987 | .4013 | .3867 | .70 | .2580 | .2420 | .3123 |
| .26 | .1026 | .3974 | .3857 | .7] | .2611 | .2389 | .3101 |
| .27 | .1064 | .3936 | .3847 | .72 | .2642 | .2358 | .3079 |
| .28 | .1103 | .3897 | .3836 | .73 | .2673 | .2327 | .3056 |
| .29 | .1141 | .3859 | .3825 | .74 | .2704 | .2296 | .3034 |
| .30 | .1179 | .3821 | .3814 | .75 | .2734 | .2266 | .3011 |
| .31 | .1217 | .3783 | .3802 | .76 | .2764 | .2236 | .2989 |
| .32 | .1255 | .3745 | .3790 | .77 | .2794 | .2206 | .2966 |
| .33 | .1293 | .3707 | .3778 | .78 | .2823 | .2177 | .2943 |
| .34 | .1331 | .3669 | .3765 | .79 | .2852 | .2148 | .2920 |
| .35 | .1368 | .3632 | .3752 | .80 | .2881 | .2119 | .2897 |
| .36 | .1406 | .3594 | .3739 | .81 | .29] | .2090 | .2874 |
| .37 | .1443 | .3557 | .3725 | .82 | .2939 | .2061 | .2850 |
| .38 | .1480 | .3520 | .3712 | .83 | .2967 | .2033 | .2827 |
| .39 | .1517 | .3483 | .3697 | .84 | .2995 | .2005 | .2803 |
| .40 | .1554 | .3446 | .3683 | .85 | .3023 | .1977 | .2780 |
| .41 | .1591 | .3409 | .3668 | .86 | .3051 | .1949 | .2756 |
| .42 | .1628 | .3372 | .3653 | .87 | .3078 | .1922 | .2732 |
| .43 | .1664 | .3336 | .3637 | .88 | .3106 | .1894 | .2709 |
| .44 | .1700 | .3300 | .3621 | .89 | .3133 | .1867 | .2685 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat | z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|-------|----------------|----------------------|---------|-------|----------------|----------------------|---------|
| .90 | .3159 | .1841 | .2661 | 1.35 | .4115 | .0885 | .1604 |
| .91 | .3186 | .1814 | .2637 | 1.36 | .4131 | .0869 | .1582 |
| .92 | .3212 | .1788 | .2613 | 1.37 | .4147 | .0853 | .1561 |
| .93 | .3238 | .1762 | .2589 | 1.38 | .4162 | .0838 | .1539 |
| .94 | .3264 | .1736 | .2565 | 1.39 | .4177 | .0823 | .1518 |
| .95 | .3289 | .1711 | .2541 | 1.40 | .4192 | .0808 | .1497 |
| .96 | .3315 | .1685 | .2516 | 1.41 | .4207 | .0793 | .1476 |
| .97 | .3340 | .1660 | .2492 | 1.42 | .4222 | .0778 | .1456 |
| .98 | .3365 | .1635 | .2468 | 1.43 | .4236 | .0764 | .1435 |
| .99 | .3389 | .1611 | .2444 | 1.44 | .4251 | .0749 | .1415 |
| 1.00 | .3413 | .1587 | .2420 | 1.45 | .4265 | .0735 | .1394 |
| 1.01 | .3438 | .1562 | .2396 | 1.46 | .4279 | .0721 | .1374 |
| 1.02 | .3461 | .1539 | .2371 | 1.47 | .4292 | .0708 | .1354 |
| 1.03 | .3485 | .1515 | .2347 | 1.48 | .4306 | .0694 | .1334 |
| 1.04 | .3508 | .1492 | .2323 | 1.49 | .4319 | .0681 | .1315 |
| 1.05 | .3531 | .1469 | .2299 | 1.50 | .4332 | .0668 | .1295 |
| 1.06 | .3554 | .1446 | .2275 | 1.51 | .4345 | .0655 | .1276 |
| 1.07 | .3577 | .1423 | .2251 | 1.52 | .4357 | .0643 | .1257 |
| 1.08 | .3599 | .1401 | .2227 | 1.53 | .4370 | .0630 | .1238 |
| 1.09 | .3621 | .1379 | .2203 | 1.54 | .4382 | .0618 | .1219 |
| 1.10 | .3643 | .1357 | .2179 | 1.55 | .4394 | .0606 | .1200 |
| 1.11 | .3665 | .1335 | .2155 | 1.56 | .4406 | .0594 | .1182 |
| 1.12 | .3686 | .1314 | .2131 | 1.57 | .4418 | .0582 | .1163 |
| i. 13 | .3708 | .1292 | .2107 | 1.58 | .4429 | .0571 | .1145 |
| 1.14 | .3729 | .1271 | .2083 | 1.59 | .4441 | .0559 | .1127 |
| 1.15 | .3749 | .1251 | .2059 | 1.60 | .4452 | .0548 | .1109 |
| 1.16 | .3770 | .1230 | .2036 | 1.61 | .4463 | .0537 | .1092 |
| 1.17 | .3790 | .1210 | .2012 | 1.62 | .4474 | .0526 | .1074 |
| 1.18 | .3810 | .1190 | .1989 | 1.63 | .4484 | .0516 | .1057 |
| 1.19 | .3830 | .1170 | .1965 | 1.64 | .4495 | .0505 | .1040 |
| 1.20 | .3849 | .1151 | .1942 | 1.65 | .4505 | .0495 | .1023 |
| 1.21 | .3869 | .1131 | .1919 | 1.66 | .4515 | .0485 | .1006 |
| 1.22 | .3888 | .1112 | .1895 | 1.67 | .4525 | .0475 | .0989 |
| 1.23 | .3907 | .1093 | .1872 | 1.68 | .4535 | .0465 | .0973 |
| 1.24 | .3925 | .1075 | .1849 | 1.69 | .4545 | .0455 | .0957 |
| 1.25 | .3944 | .1056 | .1826 | 1.70 | .4554 | .0446 | .0940 |
| 1.26 | .3962 | .1038 | .1804 | i. 71 | .4564 | .0436 | .0925 |
| 1.27 | .3980 | .1020 | .1781 | 1.72 | .4573 | .0427 | .0909 |
| 1.28 | .3997 | .1003 | .1758 | 1.73 | .4582 | .0418 | .0893 |
| 1.29 | .4015 | .0985 | .1736 | 1.74 | .4591 | .0409 | .0878 |
| 1.30 | .4032 | .0968 | .1714 | 1.75 | .4599 | .0401 | .0863 |
| 1.31 | .4049 | .0951 | .1691 | 1.76 | .4608 | .0392 | .0848 |
| 1.32 | .4066 | .0934 | .1669 | 1.77 | .4616 | .0384 | .0833 |
| 1.33 | .4082 | .0918 | .1647 | 1.78 | .4625 | .0375 | .0818 |
| 1.34 | .4099 | .0901 | .1626 | 1.79 | .4633 | .0367 | .0804 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|------|----------------|----------------------|---------|
| 1.80 | .4641 | .0359 | .0790 |
| 1.81 | .4649 | .0351 | .0775 |
| 1.82 | .4656 | .0344 | .0761 |
| 1.83 | .4664 | .0336 | .0748 |
| 1.84 | .4671 | .0329 | .0734 |
| 1.85 | .4678 | .0322 | .0721 |
| 1.86 | .4686 | .0314 | .0707 |
| 1.87 | .4693 | .0307 | .0694 |
| 1.88 | .4699 | .0301 | .0681 |
| 1.89 | .4706 | .0294 | .0669 |
| 1.90 | .4713 | .0287 | .0656 |
| 1.91 | .4719 | .0281 | .0644 |
| 1.92 | .4726 | .0274 | .0632 |
| 1.93 | .4732 | .0268 | .0620 |
| 1.94 | .4738 | .0262 | .0608 |
| 1.95 | .4744 | .0256 | .0596 |
| 1.96 | .4750 | .0250 | .0584 |
| 1.97 | .4756 | .0244 | .0573 |
| 1.98 | .4761 | .0239 | .0562 |
| 1.99 | .4767 | .0233 | .0551 |
| 2.00 | .4772 | .0228 | .0540 |
| 2.01 | .4778 | .0222 | .0529 |
| 2.02 | .4783 | .0217 | .0519 |
| 2.03 | .4788 | .0212 | .0508 |
| 2.04 | .4793 | .0207 | .0498 |
| 2.05 | .4798 | .0202 | .0488 |
| 2.06 | .4803 | .0197 | .0478 |
| 2.07 | .4808 | .0192 | .0468 |
| 2.08 | .4812 | .0188 | .0459 |
| 2.09 | .4817 | .0183 | .0449 |
| 2.10 | .4821 | .0179 | .0440 |
| 2.11 | .4826 | .0174 | .0431 |
| 2.12 | .4830 | .0170 | .0422 |
| 2.13 | .4834 | .0166 | .0413 |
| 2.14 | .4838 | .0162 | .0404 |
| 2.15 | .4842 | .0158 | .0396 |
| 2.16 | .4846 | .0154 | .0387 |
| 2.17 | .4850 | .0150 | .0379 |
| 2.18 | .4854 | .0146 | .0371 |
| 2.19 | .4857 | .0143 | .0363 |
| 2.20 | .4861 | .0139 | .0355 |
| 2.21 | .4864 | .0136 | .0347 |
| 2.22 | .4868 | .0132 | .0339 |
| 2.23 | .4871 | .0129 | .0332 |
| 2.24 | .4875 | .0125 | .0325 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|------|----------------|----------------------|---------|
| 2.25 | .4878 | .0122 | .0317 |
| 2.26 | .4881 | .0119 | .0310 |
| 2.27 | .4884 | .0116 | .0303 |
| 2.28 | .4887 | .0113 | .0297 |
| 2.29 | .4890 | .0110 | .0290 |
| 2.30 | .4893 | .0107 | .0283 |
| 2.31 | .4896 | .0104 | .0277 |
| 2.32 | .4898 | .0102 | .0270 |
| 2.33 | .4901 | .0099 | .0264 |
| 2.34 | .4904 | .0096 | .0258 |
| 2.35 | .4906 | .0094 | .0252 |
| 2.36 | .4909 | .0091 | .0246 |
| 2.37 | .4911 | .0089 | .0241 |
| 2.38 | .4913 | .0087 | .0235 |
| 2.39 | .4916 | .0084 | .0229 |
| 2.40 | .4918 | .0082 | .0224 |
| 2.41 | .4920 | .0080 | .0219 |
| 2.42 | .4922 | .0078 | .0213 |
| 2.43 | .4925 | .0075 | .0208 |
| 2.44 | .4927 | .0073 | .0203 |
| 2.45 | .4929 | .0071 | .0198 |
| 2.46 | .4931 | .0069 | .0194 |
| 2.47 | .4932 | .0068 | .0189 |
| 2.48 | .4934 | .0066 | .0184 |
| 2.49 | .4936 | .0064 | .0180 |
| 2.50 | .4938 | .0062 | .0175 |
| 2.51 | .4940 | .0060 | .0171 |
| 2.52 | .4941 | .0059 | .0167 |
| 2.53 | .4943 | .0057 | .0163 |
| 2.54 | .4945 | .0055 | .0158 |
| 2.55 | .4946 | .0054 | .0155 |
| 2.56 | .4948 | .0052 | .0151 |
| 2.57 | .4949 | .0051 | .0147 |
| 2.58 | .4951 | .0049 | .0143 |
| 2.59 | .4952 | .0048 | .0139 |
| 2.60 | .4953 | .0047 | .0136 |
| 2.61 | .4955 | .0045 | .0132 |
| 2.62 | .4956 | .0044 | .0129 |
| 2.63 | .4957 | .0043 | .0126 |
| 2.64 | .4959 | .0041 | .0122 |
| 2.65 | .4960 | .0040 | .0119 |
| 2.66 | .4961 | .0039 | .0116 |
| 2.67 | .4962 | .0038 | .0113 |
| 2.68 | .4963 | .0037 | .0110 |
| 2.69 | .4964 | .0036 | .0107 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|------|----------------|----------------------|---------|
| 2.70 | .4965 | .0035 | .0104 |
| 2.71 | .4966 | .0034 | .0101 |
| 2.72 | .4967 | .0033 | .0099 |
| 2.73 | .4968 | .0032 | .0096 |
| 2.74 | .4969 | .0031 | .0093 |
| 2.75 | .4970 | .0030 | .0091 |
| 2.76 | .4971 | .0029 | .0088 |
| 2.77 | .4972 | .0028 | .0086 |
| 2.78 | .4973 | .0027 | .0084 |
| 2.79 | .4974 | .0026 | .0081 |
| 2.80 | .4974 | .0026 | .0079 |
| 2.81 | .4975 | .0025 | .0077 |
| 2.82 | .4976 | .0024 | .0075 |
| 2.83 | .4977 | .0023 | .0073 |
| 2.84 | .4977 | .0023 | .0071 |
| 2.85 | .4978 | .0022 | .0069 |
| 2.86 | .4979 | .0021 | .0067 |
| 2.87 | .4979 | .0021 | .0065 |
| 2.88 | .4980 | .0020 | .0063 |
| 2.89 | .4981 | .0019 | .0061 |
| 2.90 | .4981 | .0019 | .0060 |
| 2.91 | .4982 | .0018 | .0058 |
| 2.92 | .4982 | .0018 | .0056 |
| 2.93 | .4983 | .0017 | .0055 |
| 2.94 | .4984 | .0016 | .0053 |
| 2.95 | .4984 | .0016 | .0051 |
| 2.96 | .4985 | .0015 | .0050 |
| 2.97 | .4985 | .0015 | .0048 |
| 2.98 | .4986 | .0014 | .0047 |
| 2.99 | .4986 | .0014 | .0046 |
| 3.00 | .4987 | .0013 | .0044 |
| 3.01 | .4987 | .0013 | .0043 |
| 3.02 | .4987 | .0013 | .0042 |
| 3.03 | .4988 | .0012 | .0040 |
| 3.04 | .4988 | .0012 | .0039 |
| 3.05 | .4989 | .0011 | .0038 |
| 3.06 | .4989 | .0011 | .0037 |
| 3.07 | .4989 | .0011 | .0036 |
| 3.08 | .4990 | .0010 | .0035 |
| 3.09 | .4990 | .0010 | .0034 |
| 3.10 | .4990 | .0010 | .0033 |
| 3.11 | .4991 | .0009 | .0032 |
| 3.12 | .4991 | .0009 | .0031 |
| 3.13 | .4991 | .0009 | .0030 |
| 3.14 | .4992 | .0008 | .0029 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|------|----------------|----------------------|---------|
| 3.15 | .4992 | .0008 | .0028 |
| 3.16 | .4992 | .0008 | .0027 |
| 3.17 | .4992 | .0008 | .0026 |
| 3.18 | .4993 | .0007 | .0025 |
| 3.19 | .4993 | .0007 | .0025 |
| 3.20 | .4993 | .0007 | .0024 |
| 3.21 | .4993 | .0007 | .0023 |
| 3.22 | .4994 | .0006 | .0022 |
| 3.23 | .4994 | .0006 | .0022 |
| 3.24 | .4994 | .0006 | .0021 |
| 3.25 | .4994 | .0006 | .0020 |
| 3.26 | .4994 | .0006 | .0020 |
| 3.27 | .4995 | .0005 | .0019 |
| 3.28 | .4995 | .0005 | .0018 |
| 3.29 | .4995 | .0005 | .0018 |
| 3.30 | .4995 | .0005 | .0017 |
| 3.31 | .4995 | .0005 | .0017 |
| 3.32 | .4995 | .0005 | .0016 |
| 3.33 | .4996 | .0004 | .0016 |
| 3.34 | .4996 | .0004 | .0015 |
| 3.35 | .4996 | .0004 | .0015 |
| 3.36 | .4996 | .0004 | .0014 |
| 3.37 | .4996 | .0004 | .0014 |
| 3.38 | .4996 | .0004 | .0013 |
| 3.39 | .4997 | .0003 | .0013 |
| 3.40 | .4997 | .0003 | .0012 |
| 3.41 | .4997 | .0003 | .0012 |
| 3.42 | .4997 | .0003 | .0012 |
| 3.43 | .4997 | .0003 | .0011 |
| 3.44 | .4997 | .0003 | .0011 |
| 3.45 | .4997 | .0003 | .0010 |
| 3.46 | .4997 | .0003 | .0010 |
| 3.47 | .4997 | .0003 | .0010 |
| 3.48 | .4997 | .0003 | .0009 |
| 3.49 | .4998 | .0002 | .0009 |
| 3.50 | .4998 | .0002 | .0009 |
| 3.51 | .4998 | .0002 | .0008 |
| 3.52 | .4998 | .0002 | .0008 |
| 3.53 | .4998 | .0002 | .0008 |
| 3.54 | .4998 | .0002 | .0008 |
| 3.55 | .4998 | .0002 | .0007 |
| 3.56 | .4998 | .0002 | .0007 |
| 3.57 | .4998 | .0002 | .0007 |
| 3.58 | .4998 | .0002 | .0007 |
| 3.59 | .4998 | .0002 | .0006 |

| z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat | z | p (μ'den z'ye) | p (z'den
kuyruğa) | ordinat |
|------|----------------|----------------------|---------|------|----------------|----------------------|---------|
| 3.60 | .4998 | .0002 | .0006 | 3.80 | .4999 | .0001 | .0003 |
| 3.61 | .4998 | .0002 | .0006 | 3.81 | .4999 | .0001 | .0003 |
| 3.62 | .4999 | .0001 | .0006 | 3.82 | .4999 | .0001 | .0003 |
| 3.63 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.83 | .4999 | .0001 | .0003 |
| 3.64 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.84 | .4999 | .0001 | .0003 |
| 3.65 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.85 | .4999 | .0001 | .0002 |
| 3.66 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.86 | .4999 | .0001 | .0002 |
| 3.67 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.87 | .4999 | .0001 | .0002 |
| 3.68 | .4999 | .0001 | .0005 | 3.88 | .4999 | .0001 | .0002 |
| 3.69 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.89 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.70 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.90 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.71 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.91 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.72 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.92 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.73 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.93 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.74 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.94 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.75 | .4999 | .0001 | .0004 | 3.95 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.76 | .4999 | .0001 | .0003 | 3.96 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.77 | .4 999 | .0001 | .0003 | 3.97 | 1.0000 | .0000 | .0002 |
| 3.78 | .4999 | .0001 | .0003 | 3.98 | 1.0000 | .0000 | .0001 |
| 3.79 | .4999 | .0001 | .0003 | 3.99 | 1.0000 | .0000 | .0001 |
| | | | | 4.00 | 1.0000 | .0000 | .0001 |

TABLO 2 STUDENT'S T DAĞILIMI TABLOSU

| İki yanlı | .80 | .50 | .20 | .10 | .05 | .02 | .01 | .001 |
|-----------|------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Tek yanlı | .40 | .25 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 | .0005 |
| <i>p</i> | .60 | .75 | .90 | .95 | .975 | .99 | .995 | .9995 |
| <i>df</i> | | | | | | | | |
| 1 | .325 | 1.000 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 636.619 |
| 2 | .289 | .816 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 31.598 |
| 3 | .277 | .765 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 12.924 |
| 4 | .271 | .741 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 8.610 |
| 5 | .267 | .727 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 6.869 |
| 6 | .265 | .718 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.959 |
| 7 | .263 | .711 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 5.408 |
| 8 | .262 | .706 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 5.041 |
| 9 | .261 | .703 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.781 |
| 10 | .260 | .700 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.587 |
| 11 | .260 | .697 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.437 |
| 12 | .259 | .695 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 4.318 |
| 13 | .259 | .694 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 4.221 |
| 14 | .258 | .692 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 4.140 |
| 15 | .258 | .691 | 1.341 | 1.753 | 2.13 i | 2.602 | 2.947 | 4.073 |
| 16 | .258 | .690 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 4.015 |
| 17 | .257 | .689 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.965 |
| 18 | .257 | .688 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.922 |
| 19 | .257 | .688 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.883 |
| 20 | .257 | .687 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.850 |
| 21 | .257 | .686 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.819 |
| 22 | .256 | .686 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.792 |
| 23 | .256 | .685 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.767 |
| 24 | .256 | .685 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.745 |
| 25 | .256 | .684 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.725 |
| 26 | .256 | .684 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.707 |
| 27 | .256 | .684 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.690 |
| 28 | .256 | .683 | 1.313 | i. 701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.674 |
| 29 | .256 | .683 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.659 |
| 30 | .256 | .683 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.646 |
| 40 | .255 | .681 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.551 |
| 60 | .254 | .679 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.460 |
| 120 | .254 | .677 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 | 3.373 |
| ∞ | .253 | .674 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.291 |

TABLO 3 Kİ-KARE DAĞILIMI TABLOSU

| <i>p</i> | .005 | .010 | .025 | .050 | .100 | .900 | .950 | .975 | .990 | .995 | .999 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <i>df</i> | | | | | | | | | | | |
| 1 | .0393 | .0157 | .0982 | .0393 | .0158 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 | 10.83 |
| 2 | .0100 | .0201 | .0506 | .103 | .211 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.60 | 13.82 |
| 3 | .072 | .115 | .216 | .352 | .584 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 | 16.27 |
| 4 | .0207 | .297 | .484 | .711 | 1.064 | 7.78 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 | 18.47 |
| 5 | .412 | .554 | .831 | 1.145 | 1.61 | 9.24 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 | 20.52 |
| 6 | .676 | .872 | 1.24 | 1.64 | 2.20 | 10.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 | 22.46 |
| 7 | .989 | 1.24 | 1.69 | 2.17 | 2.83 | 12.02 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.28 | 24.32 |
| 8 | 1.34 | 1.65 | 2.18 | 2.73 | 3.49 | 13.36 | 15.51 | 17.53 | 20.09 | 21.96 | 26.13 |
| 9 | 1.73 | 2.09 | 2.70 | 3.33 | 4.17 | 14.68 | 16.92 | 19.02 | 21.67 | 23.59 | 27.88 |
| 10 | 2.16 | 2.56 | 3.25 | 3.94 | 4.87 | 15.99 | 18.31 | 20.48 | 23.21 | 25.19 | 29.59 |
| 11 | 2.60 | 3.05 | 3.82 | 4.57 | 5.58 | 17.28 | 19.68 | 21.92 | 24.72 | 26.76 | 31.26 |
| 12 | 3.07 | 3.57 | 4.40 | 5.23 | 6.30 | 18.55 | 21.03 | 23.34 | 26.22 | 28.30 | 32.91 |
| 13 | 3.57 | 4.11 | 5.01 | 5.89 | 7.04 | 19.81 | 22.36 | 24.74 | 27.69 | 29.82 | 34.53 |
| 14 | 4.07 | 4.66 | 5.63 | 6.57 | 7.79 | 21.06 | 23.68 | 26.12 | 29.14 | 31.32 | 36.12 |
| 15 | 4.60 | 5.23 | 6.26 | 7.26 | 8.55 | 22.31 | 25.00 | 27.49 | 30.58 | 32.80 | 37.70 |
| 16 | 5.14 | 5.81 | 6.91 | 7.96 | 9.31 | 23.54 | 26.30 | 28.85 | 32.00 | 34.27 | 39.25 |
| 17 | 5.70 | 6.41 | 7.56 | 8.67 | 10.09 | 24.77 | 27.59 | 30.19 | 33.41 | 35.72 | 40.79 |
| 18 | 6.26 | 7.01 | 8.23 | 9.39 | 10.86 | 25.99 | 28.87 | 31.53 | 34.81 | 37.16 | 42.31 |
| 19 | 6.84 | 7.63 | 8.91 | 10.12 | 11.65 | 27.20 | 30.14 | 32.85 | 36.19 | 38.58 | 43.82 |
| 20 | 7.43 | 8.26 | 8.59 | 10.85 | 12.44 | 28.41 | 31.41 | 34.17 | 37.57 | 40.00 | 43.32 |
| 21 | 8.03 | 8.90 | 10.28 | 11.59 | 13.24 | 29.62 | 32.67 | 35.48 | 38.93 | 41.40 | 46.80 |
| 22 | 8.64 | 9.54 | 10.98 | 12.34 | 14.04 | 30.81 | 33.92 | 36.78 | 40.29 | 42.80 | 48.27 |
| 23 | 9.26 | 10.20 | 11.69 | 13.09 | 14.85 | 32.01 | 35.17 | 38.08 | 41.64 | 44.18 | 49.73 |
| 24 | 9.89 | 10.86 | 12.40 | 13.85 | 15.66 | 33.20 | 36.42 | 39.36 | 42.98 | 45.56 | 51.18 |
| 25 | 10.52 | 11.52 | 13.12 | 14.61 | 16.47 | 34.38 | 37.65 | 40.65 | 44.31 | 46.93 | 52.62 |
| 26 | 11.16 | 12.20 | 13.84 | 15.38 | 17.29 | 35.56 | 38.89 | 41.92 | 45.64 | 48.29 | 54.05 |
| 27 | 11.81 | 12.88 | 14.57 | 16.15 | 18.11 | 36.74 | 40.11 | 43.19 | 46.96 | 49.64 | 55.48 |
| 28 | 12.46 | 13.56 | 15.31 | 16.93 | 18.94 | 37.92 | 41.34 | 44.46 | 48.28 | 50.99 | 56.89 |
| 29 | 13.21 | 14.26 | 16.05 | 17.71 | 19.77 | 39.09 | 42.56 | 45.72 | 49.59 | 52.34 | 58.30 |
| 30 | 13.79 | 14.95 | 16.79 | 18.49 | 20.60 | 40.26 | 43.77 | 46.98 | 50.89 | 53.67 | 59.70 |
| 40 | 20.71 | 22.16 | 24.43 | 26.51 | 29.05 | 51.80 | 55.76 | 59.34 | 63.69 | 66.77 | 73.40 |
| 50 | 27.99 | 29.71 | 32.36 | 34.76 | 37.69 | 63.17 | 67.50 | 71.42 | 76.15 | 79.49 | 86.66 |
| 60 | 35.53 | 37.48 | 40.48 | 43.19 | 46.46 | 74.40 | 79.08 | 83.30 | 88.38 | 91.95 | 99.61 |
| 70 | 43.28 | 45.44 | 48.76 | 51.74 | 55.33 | 85.53 | 90.53 | 95.02 | 100.43 | 104.22 | 112.32 |
| 80 | 51.17 | 53.54 | 57.15 | 60.39 | 64.28 | 96.58 | 101.88 | 106.63 | 112.33 | 116.32 | 124.84 |
| 90 | 59.20 | 61.75 | 65.65 | 69.13 | 73.29 | 107.56 | 113.15 | 118.14 | 124.12 | 128.30 | 137.21 |
| 100 | 67.33 | 70.06 | 74.22 | 77.93 | 82.36 | 118.50 | 124.34 | 129.56 | 135.81 | 140.17 | 149.45 |

**TABLO 4 WILCOXON İŞARETLENDİRİLMİŞ RANKLAR TESTİ İÇİN
KRİTİK *T* DEĞERLERİ TABLOSU**

| Tek yanlı önem düzeyi | | | | | Tek yanlı önem düzeyi | | | | |
|-----------------------------------|-----|-----|----|----|-----------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| <u>.05 .025 .01 .005</u> | | | | | <u>.05 .025 .01 .005</u> | | | | |
| İki yanlı önem düzeyi | | | | | İki yanlı önem düzeyi | | | | |
| <u>.10 .05 .02 .01</u> | | | | | <u>.10 .05 .02 .01</u> | | | | |
| <i>n</i> | | | | | <i>n</i> | | | | |
| 5 | 0 | - | - | - | 28 | 130 | 116 | 101 | 91 |
| 6 | 2 | 0 | - | - | 29 | 140 | 126 | 110 | 100 |
| 7 | 3 | 2 | 0 | - | 30 | 151 | 137 | 120 | 109 |
| 8 | 5 | 3 | 1 | 0 | 31 | 163 | 147 | 130 | 118 |
| 9 | 8 | 5 | 3 | 1 | 32 | 175 | 159 | 140 | 128 |
| 10 | 10 | 8 | 5 | 3 | 33 | 187 | 170 | 151 | 138 |
| 11 | 13 | 10 | 7 | 5 | 34 | 200 | 182 | 162 | 148 |
| 12 | 17 | 13 | 9 | 7 | 35 | 213 | 195 | 173 | 159 |
| 13 | 21 | 17 | 12 | 9 | 36 | 227 | 208 | 185 | 171 |
| 14 | 25 | 21 | 15 | 12 | 37 | 241 | 221 | 198 | 182 |
| 15 | 30 | 25 | 19 | 15 | 38 | 256 | 235 | 211 | 194 |
| 16 | 35 | 29 | 23 | 19 | 39 | 271 | 249 | 224 | 207 |
| 17 | 41 | 34 | 27 | 23 | 40 | 286 | 264 | 238 | 220 |
| 18 | 47 | 40 | 32 | 27 | 41 | 302 | 279 | 252 | 233 |
| 19 | 53 | 46 | 37 | 32 | 42 | 319 | 294 | 266 | 247 |
| 20 | 60 | 52 | 43 | 37 | 43 | 336 | 310 | 281 | 261 |
| 21 | 67 | 58 | 49 | 42 | 44 | 353 | 327 | 296 | 276 |
| 22 | 75 | 65 | 55 | 48 | 45 | 371 | 343 | 312 | 291 |
| 23 | 83 | 73 | 62 | 54 | 46 | 389 | 361 | 328 | 307 |
| 24 | 91 | 81 | 69 | 61 | 47 | 407 | 378 | 345 | 322 |
| 25 | 100 | 89 | 76 | 68 | 48 | 426 | 396 | 362 | 339 |
| 26 | 110 | 98 | 84 | 75 | 49 | 446 | 415 | 379 | 355 |
| 27 | 119 | 107 | 92 | 83 | 50 | 466 | 434 | 397 | 373 |

TABLO 5 TEK ÖRNEKLEM İÇİN KOLMOGOROV-SMİRNOV UYUMUN İYİLİĞİ TESTİ KRİTİK DEĞERLER TABLOSU

| Tek yanlı | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| İki yanlı | .20 | .10 | .050 | .02 | .010 |
| $n = 1$ | .900 | .950 | .975 | .990 | .995 |
| 2 | .684 | .776 | .842 | .900 | .929 |
| 3 | .565 | .636 | .708 | .785 | .829 |
| 4 | .493 | .565 | .624 | .689 | .734 |
| 5 | .447 | .509 | .563 | .627 | .669 |
| 6 | .410 | .468 | .519 | .577 | .617 |
| 7 | .381 | .436 | .483 | .538 | .576 |
| 8 | .358 | .410 | .454 | .507 | .542 |
| 9 | .339 | .387 | .430 | .480 | .513 |
| 10 | .323 | .369 | .409 | .457 | .489 |
| 11 | .308 | .352 | .391 | .437 | .468 |
| 12 | .296 | .338 | .375 | .419 | .449 |
| 13 | .285 | .325 | .361 | .404 | .432 |
| 14 | .275 | .314 | .349 | .390 | .418 |
| 15 | .266 | .304 | .338 | .377 | .404 |
| 16 | .258 | .295 | .327 | .366 | .392 |
| 17 | .250 | .286 | .318 | .355 | .381 |
| 18 | .244 | .279 | .309 | .346 | .371 |
| 19 | .237 | .271 | .301 | .337 | .361 |
| 20 | .232 | .265 | .294 | .329 | .352 |
| 21 | .226 | .259 | .287 | .321 | .344 |
| 22 | .221 | .253 | .281 | .314 | .337 |
| 23 | .216 | .247 | .275 | .307 | .330 |
| 24 | .212 | .242 | .269 | .301 | .323 |
| 25 | .208 | .238 | .264 | .295 | .317 |
| 26 | .204 | .233 | .259 | .290 | .311 |
| 27 | .200 | .229 | .254 | .284 | .305 |
| 28 | .197 | .225 | .250 | .279 | .300 |
| 29 | .193 | .221 | .246 | .275 | .295 |
| 30 | .190 | .218 | .242 | .270 | .290 |
| 31 | .187 | .214 | .238 | .266 | .285 |
| 32 | .184 | .211 | .234 | .262 | .281 |
| 33 | .182 | .208 | .231 | .258 | .277 |
| 34 | .179 | .205 | .227 | .254 | .273 |
| 35 | .177 | .202 | .224 | .251 | .269 |
| 36 | .174 | .199 | .221 | .247 | .265 |
| 37 | .172 | .196 | .218 | .244 | .262 |
| 38 | .170 | .194 | .215 | .241 | .258 |
| 39 | .168 | .191 | .213 | .238 | .255 |
| 40 | .165 | .189 | .210 | .235 | .252 |
| $n > 40$ | $1.07/\sqrt{n}$ | $1.22/\sqrt{n}$ | $1.36/\sqrt{n}$ | $1.52/\sqrt{n}$ | $1.63/\sqrt{n}$ |

**TABLO 6 NORMALLIK İÇİN LİLLİEFORS TESTİ KRİTİK DEĞERLER
TABLOSU**

| | | | | | |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Tek yanlı | .20 | .15 | .10 | .05 | .01 |
| İki yanlı | .40 | .30 | .20 | .10 | .02 |
| $n = 4$ | .300 | .319 | .352 | .381 | .417 |
| 5 | .285 | .299 | .315 | .337 | .405 |
| 6 | .265 | .277 | .294 | .319 | .364 |
| 7 | .247 | .258 | .276 | .300 | .348 |
| 8 | .233 | .244 | .261 | .285 | .331 |
| 9 | .223 | .233 | .249 | .271 | .311 |
| 10 | .215 | .224 | .239 | .258 | .294 |
| 11 | .206 | .217 | .230 | .249 | .284 |
| 12 | .199 | .212 | .223 | .242 | .275 |
| 13 | .190 | .202 | .214 | .234 | .268 |
| 14 | .183 | .194 | .207 | .227 | .261 |
| 15 | .177 | .187 | .201 | .220 | .257 |
| 16 | .173 | .182 | .195 | .213 | .250 |
| 17 | .169 | .177 | .189 | .206 | .245 |
| 18 | .166 | .173 | .184 | .200 | .239 |
| 19 | .163 | .169 | .179 | .195 | .235 |
| 20 | .160 | .166 | .174 | .190 | .231 |
| 25 | .142 | .147 | .158 | .173 | .200 |
| 30 | .131 | .136 | .144 | .161 | .187 |
| $n > 30$ | $.736/\sqrt{n}$ | $.768/\sqrt{n}$ | $.805/\sqrt{n}$ | $.886/\sqrt{n}$ | $1.031/\sqrt{n}$ |

TABLO 7 BİNOM DAĞILIMI BİREYSEL OLASILIKLAR TABLOSU

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 1 | 0 | .9500 | .9000 | .8500 | .8000 | .7500 | .7000 | .6500 | .6000 | .5500 | .5000 |
| | 1 | .0500 | .1000 | .1500 | .2000 | .2500 | .3000 | .3500 | .4000 | .4500 | .5000 |
| 2 | 0 | .9025 | .8100 | .7225 | .6400 | .5625 | .4900 | .4225 | .3600 | .3025 | .2500 |
| | 1 | .0950 | .1800 | .2550 | .3200 | .3750 | .4200 | .4550 | .4800 | .4950 | .5000 |
| | 2 | .0025 | .0100 | .0225 | .0400 | .0625 | .0900 | .1225 | .1600 | .2025 | .2500 |
| 3 | 0 | .8514 | .7290 | .6141 | .5120 | .4219 | .3430 | .2746 | .2160 | .1664 | .1250 |
| | 1 | .1354 | .2430 | .3251 | .3840 | .4219 | .4410 | .4436 | .4320 | .4084 | .3750 |
| | 2 | .0071 | .0270 | .0574 | .0960 | .1406 | .1890 | .2389 | .2880 | .3341 | .3750 |
| | 3 | .0001 | .0010 | .0034 | .0080 | .0156 | .0270 | .0429 | .0640 | .0911 | .1250 |
| 4 | 0 | .8145 | .6561 | .5220 | .4096 | .3164 | .2401 | .1785 | .1296 | .0915 | .0625 |
| | 1 | .1715 | .2916 | .3685 | .4096 | .4219 | .4116 | .3845 | .3456 | .2995 | .2500 |
| | 2 | .0135 | .0486 | .0975 | .1536 | .2109 | .2646 | .3105 | .3456 | .3675 | .3750 |
| | 3 | .0005 | .0036 | .0115 | .0256 | .0469 | .0756 | .1115 | .1536 | .2005 | .2500 |
| | 4 | .0000 | .0001 | .0005 | .0016 | .0039 | .0081 | .0150 | .0256 | .0410 | .0625 |
| 5 | 0 | .7738 | .5905 | .4437 | .3277 | .2373 | .1681 | .1160 | .0718 | .0503 | .0312 |
| | 1 | .2036 | .3280 | .3915 | .4096 | .3955 | .3602 | .3124 | .2592 | .2059 | .1562 |
| | 2 | .0214 | .0729 | .1382 | .2048 | .2637 | .3087 | .3364 | .3456 | .3369 | .3125 |
| | 3 | .0011 | .0081 | .0244 | .0512 | .0879 | .1323 | .1811 | .2304 | .2757 | .3125 |
| | 4 | .0000 | .0004 | .0022 | .0064 | .0146 | .0284 | .0488 | .0768 | .1128 | .1562 |
| | 5 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0010 | .0024 | .0053 | .0102 | .0185 | .0312 |
| 6 | 0 | .7351 | .5314 | .3771 | .2621 | .1780 | .1176 | .0754 | .0467 | .0277 | .0156 |
| | 1 | .2321 | .3543 | .3993 | .3932 | .3560 | .3025 | .2437 | .1866 | .1359 | .0938 |
| | 2 | .0305 | .0984 | .1762 | .2458 | .2966 | .3241 | .3280 | .3110 | .2780 | .2344 |
| | 3 | .0021 | .0146 | .0415 | .0819 | .1318 | .1852 | .2355 | .2765 | .3032 | .3125 |
| | 4 | .0001 | .0012 | .0055 | .0154 | .0330 | .0595 | .0951 | .1382 | .1861 | .2344 |
| | 5 | .0000 | .0001 | .0004 | .0015 | .0044 | .0102 | .0205 | .0369 | .0609 | .0938 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0007 | .0018 | .0041 | .0083 | .0156 |
| 7 | 0 | .6983 | .4783 | .3206 | .2097 | .1335 | .0824 | .0490 | .0280 | .0152 | .0078 |
| | 1 | .2573 | .3720 | .3960 | .3670 | .3115 | .2471 | .1848 | .1306 | .0872 | .0547 |
| | 2 | .0406 | .1240 | .2097 | .2753 | .3115 | .3177 | .2985 | .2613 | .2140 | .1641 |
| | 3 | .0036 | .0230 | .0617 | .1147 | .1730 | .2269 | .2679 | .2903 | .2918 | .2734 |
| | 4 | .0002 | .0026 | .0109 | .0287 | .0577 | .0972 | .1442 | .1935 | .2388 | .2734 |
| | 5 | .0000 | .0002 | .0012 | .0043 | .0115 | .0250 | .0466 | .0774 | .1172 | .1641 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0013 | .0036 | .0084 | .0172 | .0320 | .0547 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0006 | .0016 | .0037 | .0078 |
| 8 | 0 | .6634 | .4305 | .2725 | .1678 | .1001 | .0576 | .0319 | .0168 | .0084 | .0039 |
| | 1 | .2793 | .3826 | .3847 | .3355 | .2670 | .1977 | .1373 | .0896 | .0548 | .0312 |
| | 2 | .0515 | .1488 | .2376 | .2936 | .3115 | .2965 | .2587 | .2090 | .1569 | .1094 |
| | 3 | .0054 | .0331 | .0839 | .1468 | .2076 | .2541 | .2786 | .2787 | .2568 | .2188 |
| | 4 | .0004 | .0046 | .0185 | .0459 | .0865 | .1361 | .1875 | .2322 | .2627 | .2734 |
| | 5 | .0000 | .0004 | .0026 | .0092 | .0231 | .0467 | .0808 | .1239 | .1719 | .2188 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0002 | .0011 | .0038 | .0100 | .0217 | .0413 | .0703 | .1094 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0012 | .0033 | .0079 | .0164 | .0312 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0007 | .0017 | .0039 |

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 9 | 0 | .6302 | .3874 | .2316 | .1342 | .0751 | .0404 | .0207 | .0101 | .0046 | .0020 |
| | 1 | .2985 | .3874 | .3679 | .3020 | .2253 | .1556 | .1004 | .0605 | .0339 | .0176 |
| | 2 | .0629 | .1722 | .2597 | .3020 | .3003 | .2668 | .2162 | .1612 | .1110 | .0703 |
| | 3 | .0077 | .0446 | .1069 | .1762 | .2336 | .2668 | .2716 | .2508 | .2119 | .1641 |
| | 4 | .0006 | .0074 | .0283 | .0661 | .1168 | .1715 | .2194 | .2508 | .2600 | .2461 |
| | 5 | .0000 | .0008 | .0050 | .0165 | .0389 | .0735 | .1181 | .1672 | .2128 | .2461 |
| | 6 | .0000 | .0001 | .0006 | .0028 | .0087 | .0210 | .0424 | .0743 | .1160 | .1641 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0003 | .0012 | .0039 | .0098 | .0212 | .0407 | .0703 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0013 | .0035 | .0083 | .0176 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0008 | .0020 |
| 10 | 0 | .5987 | .3487 | .1969 | .1074 | .0563 | .0282 | .0135 | .0060 | .0025 | .0010 |
| | 1 | .3151 | .3874 | .3474 | .2684 | .1877 | .1211 | .0725 | .0403 | .0207 | .0098 |
| | 2 | .0746 | .1937 | .2759 | .3020 | .2816 | .2335 | .1757 | .1209 | .0763 | .0439 |
| | 3 | .0105 | .0574 | .1298 | .2013 | .2503 | .2668 | .2522 | .2150 | .1665 | .1172 |
| | 4 | .0010 | .0112 | .0401 | .0881 | .1460 | .2001 | .2377 | .2508 | .2384 | .2051 |
| | 5 | .0001 | .0015 | .0085 | .0264 | .0584 | .1029 | .1536 | .2007 | .2340 | .2461 |
| | 6 | .0000 | .0001 | .0012 | .0055 | .0162 | .0368 | .0689 | .1115 | .1596 | .2051 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0001 | .0008 | .0031 | .0090 | .0212 | .0425 | .0746 | .1172 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0014 | .0043 | .0106 | .0229 | .0439 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0016 | .0042 | .0098 |
| 11 | 0 | .5688 | .3138 | .1673 | .0859 | .0422 | .0198 | .0088 | .0036 | .0014 | .0004 |
| | 1 | .3293 | .3835 | .3248 | .2362 | .1549 | .0932 | .0518 | .0266 | .0125 | .0055 |
| | 2 | .0867 | .2131 | .2866 | .2953 | .2581 | .1998 | .1395 | .0887 | .0513 | .0269 |
| | 3 | .0137 | .0710 | .1517 | .2215 | .2581 | .2568 | .2254 | .1774 | .1259 | .0806 |
| | 4 | .0014 | .0158 | .0536 | .1107 | .1721 | .2201 | .2428 | .2365 | .2060 | .1611 |
| | 5 | .0001 | .0025 | .0132 | .0388 | .0803 | .1321 | .1830 | .2207 | .2360 | .2256 |
| | 6 | .0000 | .0003 | .0023 | .0097 | .0268 | .0566 | .0985 | .1471 | .1931 | .2256 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0003 | .0017 | .0064 | .0173 | .0379 | .0701 | .1128 | .1611 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0011 | .0037 | .0102 | .0234 | .0462 | .0806 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0018 | .0052 | .0126 | .0269 |
| 12 | 0 | .5404 | .2824 | .1422 | .0687 | .0317 | .0138 | .0057 | .0022 | .0008 | .0002 |
| | 1 | .3413 | .3766 | .3012 | .2062 | .1261 | .0712 | .0368 | .0114 | .0075 | .0029 |
| | 2 | .0988 | .2301 | .2924 | .2835 | .2323 | .1678 | .1088 | .0639 | .0339 | .0161 |
| | 3 | .0173 | .0852 | .1720 | .2362 | .2581 | .2397 | .1954 | .1419 | .0923 | .0537 |
| | 4 | .0021 | .0213 | .0683 | .1329 | .1936 | .2311 | .2367 | .2128 | .1700 | .1208 |
| | 5 | .0002 | .0038 | .0193 | .0532 | .1032 | .1585 | .2039 | .2270 | .2225 | .1934 |
| | 6 | .0000 | .0005 | .0040 | .0155 | .0401 | .0792 | .1281 | .1766 | .2124 | .2256 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0006 | .0033 | .0115 | .0291 | .0591 | .1009 | .1489 | .1934 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0024 | .0078 | .0199 | .0420 | .0762 | .1208 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0015 | .0048 | .0125 | .0277 | .0537 |
| 12 | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0008 | .0025 | .0068 | .0161 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0010 | .0029 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 |

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x | | | | | | | | | | | |
| n | | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 13 | 0 | .5133 | .25 | .1209 | .0550 | .0238 | .0097 | .0037 | .0013 | .0004 | .0001 |
| | 1 | .3512 | .3672 | .2774 | .1787 | .1029 | .0540 | .0259 | .0113 | .0045 | .0016 |
| | 2 | .1109 | .2448 | .2937 | .2680 | .2059 | .1388 | .0836 | .0453 | .0220 | .0095 |
| | 3 | .0214 | .0997 | .1900 | .2457 | .2517 | .2181 | .1651 | .1107 | .0660 | .0349 |
| | 4 | .0028 | .0277 | .0838 | .1535 | .2097 | .2337 | .2222 | .1845 | .1350 | .0873 |
| | 5 | .0003 | .0055 | .0266 | .0691 | .1258 | .1803 | .2154 | .2214 | .1989 | .1571 |
| | 6 | .0000 | .0008 | .0063 | .0230 | .0559 | .1030 | .1548 | .1968 | .2169 | .2095 |
| | 7 | .0000 | .0001 | .0011 | .0058 | .0186 | .0442 | .0833 | .1312 | .1775 | .2095 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0001 | .0011 | .0047 | .0142 | .0336 | .0656 | .1089 | .1571 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0009 | .0034 | .0101 | .0243 | .0495 | .0873 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0006 | .0022 | .0065 | .0162 | .0349 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0012 | .0036 | .0095 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0016 |
| 14 | 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 |
| | 0 | .4871 | .2288 | .1028 | .0440 | .0178 | .0068 | .0024 | .0008 | .0002 | .0001 |
| | 1 | .3593 | .3559 | .2539 | .1539 | .0832 | .0407 | .0181 | .0073 | .0027 | .0009 |
| | 2 | .1229 | .2570 | .2912 | .2501 | .1802 | .1134 | .0634 | .0317 | .0141 | .0056 |
| | 3 | .0259 | .1142 | .2056 | .2.501 | .2402 | .1943 | .1386 | .0845 | .0462 | .0222 |
| | 4 | .0037 | .0349 | .0998 | .1720 | .2202 | .2290 | .2022 | .1549 | .1040 | .0611 |
| | 5 | .0004 | .0078 | .0352 | .0860 | .1468 | .1963 | .2178 | .2066 | .1701 | .1222 |
| | 6 | .0000 | .0013 | .0093 | .0322 | .0734 | .1262 | .1759 | .2066 | .2088 | .1833 |
| | 7 | .0000 | .0002 | .0019 | .0092 | .0280 | .0618 | .1082 | .1574 | .1952 | .2095 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0003 | .0020 | .0082 | .0232 | .0510 | .0918 | .1398 | .1833 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0003 | .0018 | .0066 | .0183 | .0408 | .0762 | .1222 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0003 | .0014 | .0049 | .0136 | .0312 | .0611 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0010 | .0033 | .0093 | .0222 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0019 | .0056 |
| 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0009 | |
| 15 | 14 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 |
| | 0 | .4633 | .2059 | .0874 | .0352 | .0134 | .0047 | .0016 | .0005 | .0001 | .0000 |
| | 1 | .3658 | .3432 | .2312 | .1319 | .0668 | .0305 | .0126 | .0047 | .0016 | .0005 |
| | 2 | .1348 | .2669 | .2856 | .2309 | .1559 | .0916 | .0476 | .0219 | .0090 | .0032 |
| | 3 | .0301 | .1285 | .2184 | .2501 | .2252 | .1700 | .1110 | .0634 | .0318 | .0139 |
| | 4 | .0049 | .0428 | .1156 | .1816 | .2252 | .2186 | .1192 | .1268 | .0780 | .0417 |
| | 5 | .0006 | .0105 | .0449 | .1032 | .1651 | .2061 | .2123 | .1859 | .1404 | .0916 |
| | 6 | .0000 | .0019 | .0132 | .0430 | .0911 | .1472 | .1906 | .2066 | .1914 | .1527 |
| | 7 | .0000 | .0003 | .0030 | .0138 | .0393 | .0811 | .1319 | .1771 | .2013 | .1964 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0005 | .0035 | .0131 | .0348 | .0710 | .1181 | .1647 | .1964 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0001 | .0007 | .0034 | .0116 | .0298 | .0612 | .1048 | .1527 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0001 | .0030 | .0096 | .0245 | .0515 | .0916 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0006 | .0024 | .0074 | .0191 | .0417 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0016 | .0052 | .0139 |
| | 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0010 | .0032 |
| | 14 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 |
| 15 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | |

TABLO 8 BİNOM DAĞILIMI KÜMÜLATİF OLASILIKLAR TABLOSU

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 2 | 1 | .0975 | .1900 | .2775 | .3600 | .4375 | .5100 | .5775 | .6400 | .6975 | .7500 |
| | 2 | .0025 | .0100 | .0225 | .0400 | .0625 | .0900 | .1225 | .1600 | .2025 | .2500 |
| 3 | 1 | .1426 | .2710 | .3859 | .4880 | .5781 | .6570 | .72M | .7840 | .8336 | .8750 |
| | 2 | .0072 | .0280 | .0608 | .1040 | .1562 | .2160 | .2818 | .3520 | .4252 | .5000 |
| | 3 | .0001 | .0010 | .0034 | .0080 | .0156 | .0270 | .0429 | .0640 | .0911 | .1250 |
| 4: | 1 | .1855 | .3439 | .4780 | .5904 | .6836 | .7599 | .8215 | .8704 | .0085 | .9375 |
| | 2 | .0140 | .0523 | .1095 | .1808 | .2617 | .3483 | .4370 | .5248 | .6090 | .6875 |
| | 3 | .0005 | .0037 | .0120 | .0272 | .0508 | .0831 | .1265 | .1792 | .2415 | .3125 |
| | 4 | .0000 | .0001 | .0005 | .0016 | .0039 | .0081 | .0150 | .0256 | .0410 | .0625 |
| 5 | 1 | .2262 | .4095 | .5563 | .6723 | .7627 | .8310 | .8840 | .9222 | .9497 | .9688 |
| | 2 | .0226 | .0815 | .1648 | .2627 | .3672 | .4718 | .5716 | .6630 | .7438 | .8125 |
| | 3 | .0012 | .0086 | .0266 | .0579 | .1035 | .1631 | .2352 | .3174 | .4069 | .5000 |
| | 4 | .0000 | .0005 | .0022 | .0067 | .0156 | .0308 | .0540 | .0870 | .1312 | .1875 |
| | 5 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0010 | .0024 | .0053 | .0102 | .0185 | .0312 |
| 6 | 1 | .2649 | .4686 | .6229 | .7379 | .8220 | .8824 | .9246 | .9533 | .9123 | .9844 |
| | 2 | .0328 | .1143 | .2235 | .3447 | .4661 | .5798 | .6809 | .7667 | .8364 | .8906 |
| | 3 | .0022 | .0158 | .0473 | .0989 | .1694 | .2557 | .3529 | .4557 | .5585 | .6562 |
| | 4 | .0001 | .0013 | .0059 | .0170 | .0376 | .0705 | .1174 | .1792 | .2553 | .3438 |
| | 5 | .0000 | .0001 | .0004 | .0016 | .0046 | .0109 | .0223 | .0410 | .0692 | .1094 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0007 | .0018 | .0041 | .0083 | .0156 |
| 7 | 1 | .3017 | .5217 | .6794 | .7903 | .8665 | .9176 | .9510 | .9720 | .9848 | .9922 |
| | 2 | .0444 | .1497 | .2834 | .4233 | .5551 | .6706 | .7662 | .8414 | .8976 | .9375 |
| | 3 | .0038 | .0257 | .0738 | .1480 | .2436 | .3529 | .4677 | .5801 | .6836 | .7734 |
| | 4 | .0002 | .0027 | .0121 | .0333 | .0706 | .1260 | .1998 | .2898 | .3917 | .5000 |
| | 5 | .0000 | .0002 | .0012 | .0047 | .0129 | .0288 | .0556 | .0963 | .1529 | .2266 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0013 | .0038 | .0000 | .0188 | .0357 | .0625 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0006 | .0016 | .0037 | .0078 |
| 8 | 1 | .3366 | .5695 | .7275 | .8322 | .8999 | .9424 | .9681 | .9832 | .9916 | .9961 |
| | 2 | .0572 | .1869 | .3428 | .4967 | .6329 | .7447 | .8309 | .8936 | .9368 | .9648 |
| | 3 | .0058 | .0381 | .1052 | .2031 | .3215 | .4482 | .5722 | .6846 | .7199 | .8555 |
| | 4 | .0004 | .0050 | .0214 | .0563 | .1138 | .1941 | .2936 | .4059 | .5230 | .6367 |
| | 5 | .0000 | .0004 | .0029 | .0104 | .0273 | .0580 | .1061 | .1737 | .2604 | .3633 |
| | 6 | .0000 | .0000 | .0002 | .0012 | .0042 | .0113 | .0253 | .0498 | .0885 | .1445 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0013 | .0036 | .0085 | .0181 | .0352 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 | .0007 | .0017 | .0039 |
| 9 | 1 | .3698 | .6126 | .7684 | .8658 | .9249 | .9596 | .9793 | .9899 | .9954 | .9980 |
| | 2 | .0712 | .2252 | .4005 | .5638 | .6997 | .8040 | .8789 | .9295 | .9615 | .9805 |
| | 3 | .0084 | .0530 | .1409 | .2618 | .3993 | .5372 | .6627 | .7682 | .8505 | .9102 |
| | 4 | .0006 | .0083 | .0339 | .0856 | .1657 | .2703 | .3911 | .5174 | .6386 | .7461 |
| | 5 | .0000 | .0009 | .0056 | .0196 | .0489 | .0988 | .1717 | .2666 | .3786 | .5000 |
| | 6 | .0000 | .0001 | .0006 | .0031 | .0100 | .0253 | .0536 | .0994 | .1658 | .2539 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0000 | .0003 | .0013 | .0043 | .0112 | .0250 | .0498 | .0898 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0014 | .0038 | .0091 | .0195 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0008 | .0020 |

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 10 | 1 | .4013 | .6513 | .8031 | .8926 | .9437 | .9718 | .9865 | .9965 | .9975 | .9990 |
| | 2 | .0851 | .2639 | .4557 | .6242 | .7560 | .8507 | .9140 | .9536 | .9767 | .9893 |
| | 3 | .0115 | .0702 | .1198 | .3222 | .4744 | .6172 | .7384 | .8327 | .9004 | .9453 |
| | 4 | .0010 | .0128 | .0500 | .1209 | .2241 | .3504 | .4862 | .6177 | .7340 | .8281 |
| | 5 | .0001 | .0016 | .0099 | .0328 | .0781 | .1503 | .2485 | .3669 | .4956 | .6230 |
| | 6 | .0000 | .0001 | .0014 | .0064 | .0197 | .0413 | .0949 | .1662 | .2616 | .3770 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0001 | .0009 | .0035 | .0106 | .0260 | .0548 | .1020 | .1719 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0016 | .0048 | .0123 | .0274 | .0547 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0017 | .0045 | .0107 |
| | .10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0010 |
| 11 | 1 | .4312 | .6862 | .8327 | .9141 | .9578 | .9802 | .9912 | .9964 | .9986 | .9995 |
| | 2 | .1019 | .3026 | .5078 | .6779 | .8029 | .8870 | .9394 | .9698 | .9861 | .9941 |
| | 3 | .0152 | .0896 | .2212 | .3826 | .5448 | .6873 | .7999 | .8811 | .9348 | .9673 |
| | 4 | .0016 | .0185 | .0694 | .1611 | .2867 | .4304 | .5744 | .7037 | .8089 | .8867 |
| | 5 | .0001 | .0028 | .0159 | .0504 | .1146 | .2103 | .3317 | .4572 | .6029 | .7256 |
| | 6 | .0000 | .0003 | .0027 | .0117 | .0343 | .0782 | .1487 | .2465 | .3669 | .5000 |
| | 7 | .0000 | .0000 | .0003 | .0020 | .0016 | .0216 | .0501 | .0994 | .1738 | .2744 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0012 | .0043 | .0122 | .0293 | .0610 | .1133 |
| | .9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0006 | .0020 | .0059 | .0148 | .0327 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0007 | .0022 | .0059 |
| 12 | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0005 |
| | 1 | .4596 | .7176 | .8578 | .9313 | .9683 | .9862 | .9943 | .9918 | .9992 | .9998 |
| | 2 | .1184 | .3410 | .5565 | .7251 | .8416 | .9150 | .9576 | .9804 | .9917 | .9968 |
| | 3 | .0196 | .1109 | .2642 | .4417 | .6093 | .7472 | .8487 | .9166 | .9579 | .9807 |
| | 4 | .0022 | .0256 | .0922 | .2054 | .3512 | .5015 | .6553 | .7747 | .8655 | .9270 |
| | 5 | .0002 | .0043 | .0239 | .0726 | .1576 | .2763 | .4161 | .5618 | .6956 | .8062 |
| | 6 | .0000 | .0005 | .0045 | .0194 | .0544 | .1178 | .2127 | .3348 | .4131 | .6128 |
| | 7 | .0000 | .0001 | .0001 | .0039 | .0143 | .0386 | .0846 | .1582 | .2601 | .3872 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0001 | .0006 | .0028 | .0095 | .0255 | .0573 | .1117 | .1938 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0004 | .0011 | .0056 | .0153 | .0356 | .0730 |
| 13 | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0008 | .0028 | .0019 | .0193 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0011 | .0032 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0002 |
| | 1 | .4861 | .7458 | .8791 | .9450 | .9762 | .9903 | .9963 | .9987 | .9996 | .9999 |
| | 2 | .1354 | .3781 | .6017 | .7664 | .8733 | .9363 | .9704 | .9874 | .9951 | .9983 |
| | 3 | .0245 | .1339 | .2704 | .4983 | .6674 | .7975 | .8868 | .9421 | .9713 | .9888 |
| | 4 | .0031 | .0342 | .0961 | .2527 | .4157 | .5794 | .7211 | .8314 | .9011 | .9539 |
| | 5 | .0003 | .0065 | .0260 | .0991 | .2060 | .3457 | .4995 | .6470 | .7721 | .8668 |
| | 6 | .0000 | .0009 | .0053 | .0300 | .0802 | .1654 | .2841 | .4256 | .5732 | .7109 |
| | 7 | .0000 | .0001 | .0013 | .0070 | .0243 | .0624 | .1295 | .2288 | .3563 | .5000 |
| 13 | 8 | .0000 | .0000 | .0002 | .0012 | .0056 | .0182 | .0462 | .0977 | .1188 | .2905 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0010 | .0040 | .0126 | .0321 | .0698 | .1334 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0007 | .0025 | .0078 | .0203 | .0461 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0013 | .0041 | .0112 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0011 |
| | 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 |

| | | π | | | | | | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| n | x | .05 | .10 | .15 | .20 | .25 | .30 | .35 | .40 | .45 | .50 |
| 14 | 1 | .5123 | .7712 | .8972 | .9560 | .9822 | .9932 | .9976 | .9992 | .9998 | .9999 |
| | 2 | .1530 | .4154 | .6433 | .8021 | .8990 | .9525 | .9795 | .9919 | .9971 | .9991 |
| | 3 | .0301 | .1584 | .3521 | .5519 | .7189 | .8392 | .9161 | .9602 | .9830 | .9935 |
| | 4 | .0042 | .0441 | .1465 | .3018 | .4787 | .6448 | .7795 | .8757 | .9368 | .9713 |
| | 5 | .0004 | .0092 | .0467 | .1298 | .2585 | .4158 | .5773 | .7207 | .8328 | .9102 |
| | 6 | .0000 | .0015 | .0115 | .0439 | .1117 | .2195 | .3595 | .5141 | .6627 | .7880 |
| | 7 | .0000 | .0002 | .0022 | .0116 | .0383 | .0933 | .1836 | .3075 | .4539 | .6047 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0003 | .0024 | .0103 | .0316 | .0753 | .1501 | .2686 | .3953 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0000 | .0004 | .0022 | .0083 | .0243 | .0583 | .1189 | .2120 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0003 | .0017 | .0060 | .0176 | .0426 | .0898 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0002 | .0011 | .0039 | .0114 | .0287 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0006 | .0022 | .0065 |
| | 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0009 |
| | 14 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 |
| 15 | 1 | .5367 | .7941 | .9126 | .9648 | .9866 | .9953 | .9984 | .9995 | .9999 | .0000 |
| | 2 | .1710 | .4510 | .6814 | .8329 | .9198 | .9647 | .9858 | .9948 | .9983 | .9995 |
| | 3 | .0362 | .1841 | .3958 | .6020 | .7639 | .8732 | .9383 | .9729 | .9893 | .9963 |
| | 4 | .0055 | .0556 | .1773 | .3518 | .5387 | .7031 | .8273 | .9095 | .9576 | .9824 |
| | 5 | .0006 | .0127 | .0617 | .1642 | .3135 | .4845 | .6481 | .7827 | .8796 | .9408 |
| | 6 | .0001 | .0022 | .0168 | .0611 | .1484 | .2784 | .4357 | .5968 | .7392 | .8491 |
| | 7 | .0000 | .0003 | .0036 | .0181 | .0566 | .1311 | .2452 | .3902 | .5478 | .6964 |
| | 8 | .0000 | .0000 | .0006 | .0042 | .0173 | .0500 | .1132 | .2131 | .3465 | .5000 |
| | 9 | .0000 | .0000 | .0001 | .0008 | .0042 | .0152 | .0422 | .0950 | .1818 | .3036 |
| | 10 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0008 | .0037 | .0124 | .0338 | .0769 | .1509 |
| | 11 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0007 | .0028 | .0093 | .0256 | .0592 |
| | 12 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 | .0019 | .0063 | .0176 |
| | 13 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0003 | .0011 | .0037 |
| | 14 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0001 | .0005 |
| | 15 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 | .0000 |

**TABLO 9 TEK ÖRNEKLEM RUN TESTİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER
TABLOSU**

İki yanlı 0,05 ve tek yanlı 0,025 kritik tablo değerleri listelenmiştir.

| n_1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| n_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | | | | | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | | | | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | | | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 |
| 7 | | - | 9 | 10 | 11 | 11 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 8 | | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 9 | | - | - | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 10 | | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 8 | 9 |
| 11 | | - | - | - | 13 | 14 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 18 | 19 | 19 | 19 | 20 | 20 |
| 12 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 |
| 13 | - | - | - | - | 13 | 14 | 16 | 16 | 17 | 18 | 19 | 19 | 20 | 20 | 21 | 21 | 21 | 22 | 22 |
| 14 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| 15 | - | - | - | - | - | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 20 | 21 | 22 | 22 | 23 | 23 | 23 | 24 |
| 16 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 12 |
| 17 | - | - | - | - | - | 15 | 16 | 18 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 22 | 23 | 23 | 24 | 24 | 25 |
| 18 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 12 | 12 |
| 19 | - | - | - | - | - | - | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 23 | 24 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 20 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| | | | | | | - | 17 | 18 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 25 | 26 | 27 | 27 | 28 |

**TABLO 10 MANN-WHITNEY U İSTATİSTİĞİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER
TABLOSU**

İki yanlı ,05 değerler

| n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| n_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4 | | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| 5 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 6 | | | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| 7 | | | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| 8 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 36 | 38 | 41 |
| 9 | | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| 10 | | 0 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 |
| 11 | | 0 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 | 58 | 62 |
| 12 | | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 13 | | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 41 | 45 | 50 | 54 | 59 | 63 | 67 | 72 | 76 |
| 14 | | 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 22 | 26 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 59 | 64 | 67 | 74 | 78 | 83 |
| 15 | | 1 | 5 | 10 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
| 16 | | 1 | 6 | 11 | 15 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 |
| 17 | | 2 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 67 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 |
| 18 | | 2 | 7 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 55 | 61 | 67 | 74 | 80 | 86 | 93 | 99 | 106 | 112 |
| 19 | | 2 | 7 | 13 | 19 | 25 | 32 | 38 | 45 | 52 | 58 | 65 | 72 | 78 | 85 | 92 | 99 | 106 | 113 | 119 |
| 20 | | 2 | 8 | 13 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | 90 | 98 | 105 | 112 | 119 | 127 |

Tek yanlı ,05 değerler

| n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| n_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | 0 |
| 2 | | | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | | | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 11 |
| 4 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 5 | | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 20 | 22 | 23 | 25 |
| 6 | | 0 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 26 | 28 | 30 | 32 |
| 7 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 24 | 26 | 28 | 30 | 33 | 35 | 37 | 39 |
| 8 | | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 33 | 36 | 39 | 41 | 44 | 47 |
| 9 | | 1 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 |
| 10 | | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 48 | 51 | 55 | 58 | 62 |
| 11 | | 1 | 5 | 8 | 12 | 16 | 19 | 23 | 27 | 31 | 34 | 38 | 42 | 46 | 50 | 54 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 12 | | 2 | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 26 | 30 | 34 | 38 | 42 | 47 | 51 | 55 | 60 | 64 | 68 | 72 | 77 |
| 13 | | 2 | 6 | 10 | 15 | 19 | 24 | 28 | 33 | 37 | 42 | 47 | 51 | 56 | 61 | 65 | 70 | 75 | 80 | 84 |
| 14 | | 2 | 7 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 77 | 82 | 87 | 92 |
| 15 | | 3 | 7 | 12 | 18 | 23 | 28 | 33 | 39 | 44 | 50 | 55 | 61 | 66 | 72 | 77 | 83 | 88 | 94 | 100 |
| 16 | | 3 | 8 | 14 | 19 | 25 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 65 | 71 | 77 | 83 | 89 | 95 | 101 | 107 |
| 17 | | 3 | 9 | 15 | 20 | 26 | 33 | 39 | 45 | 51 | 57 | 64 | 70 | 77 | 83 | 89 | 96 | 102 | 109 | 115 |
| 18 | | 4 | 9 | 16 | 22 | 28 | 35 | 41 | 48 | 55 | 61 | 68 | 75 | 82 | 88 | 95 | 102 | 109 | 116 | 123 |
| 19 | | 04 | 10 | 17 | 23 | 30 | 37 | 44 | 51 | 58 | 65 | 72 | 80 | 87 | 94 | 101 | 109 | 116 | 123 | 130 |
| 20 | | 04 | 11 | 18 | 25 | 32 | 39 | 47 | 54 | 62 | 69 | 77 | 84 | 92 | 100 | 107 | 115 | 123 | 130 | 138 |

İki yanlı .01 değerler

| n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| n_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | 0 |
| 3 | | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 4 | | | | | | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| 5 | | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 6 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 | 18 | |
| 7 | | | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 21 | 22 | 24 | |
| 8 | | | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | |
| 9 | | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 27 | 29 | 31 | 33 | 36 | |
| 10 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | |
| 11 | | 0 | 2 | 5 | 7 | 10 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | |
| 12 | | 1 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 47 | 51 | 54 | |
| 13 | | 1 | 3 | 7 | 10 | 13 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 | 34 | 38 | 42 | 45 | 49 | 53 | 56 | 60 | |
| 14 | | 1 | 4 | 7 | 11 | 15 | 18 | 22 | 26 | 30 | 34 | 38 | 42 | 46 | 50 | 54 | 58 | 63 | 67 | |
| 15 | | 2 | 5 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 29 | 33 | 37 | 42 | 46 | 51 | 55 | 60 | 64 | 69 | 73 | |
| 16 | | 2 | 5 | 9 | 13 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 41 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 74 | 79 | |
| 17 | | 2 | 6 | 10 | 15 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 60 | 65 | 70 | 75 | 81 | 86 | |
| 18 | | 2 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 58 | 64 | 70 | 75 | 81 | 87 | 92 | |
| 19 | 0 | 3 | 7 | 12 | 17 | 22 | 28 | 33 | 39 | 45 | 51 | 56 | 63 | 69 | 74 | 81 | 87 | 93 | 99 | |
| 20 | 0 | 3 | 8 | 13 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 67 | 73 | 79 | 86 | 92 | 99 | 105 | |

Tek yanlı 0.01 Değerler

| n_1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|-------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|----|
| n_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | | | | | | | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 4 | | | | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | |
| 5 | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
| 6 | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 20 | 22 | |
| 7 | | 0 | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 23 | 24 | 26 | 28 | |
| 8 | | 0 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 | |
| 9 | | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 21 | 23 | 26 | 28 | 31 | 33 | 36 | 38 | 40 | |
| 10 | | 1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 22 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 38 | 41 | 44 | 47 | |
| 11 | | 1 | 4 | 7 | 9 | 12 | 15 | 18 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 41 | 44 | 47 | 50 | 53 | |
| 12 | | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 21 | 24 | 28 | 31 | 35 | 38 | 42 | 46 | 49 | 53 | 56 | 60 | |
| 13 | 0 | 2 | 5 | 9 | 12 | 16 | 20 | 23 | 27 | 31 | 35 | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 59 | 63 | 67 | |
| 14 | 0 | 2 | 6 | 10 | 13 | 17 | 22 | 26 | 30 | 34 | 38 | 43 | 47 | 51 | 56 | 60 | 65 | 69 | 73 | |
| 15 | 0 | 3 | 7 | 11 | 15 | 19 | 24 | 28 | 33 | 37 | 42 | 47 | 51 | 56 | 61 | 66 | 70 | 75 | 80 | |
| 16 | 0 | 3 | 7 | 12 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 76 | 82 | 87 | |
| 17 | 0 | 4 | 8 | 13 | 18 | 23 | 28 | 33 | 38 | 44 | 49 | 55 | 60 | 66 | 71 | 77 | 82 | 88 | 93 | |
| 18 | 0 | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 30 | 36 | 41 | 47 | 53 | 59 | 65 | 70 | 76 | 82 | 88 | 94 | 100 | |
| 19 | 1 | 4 | 9 | 15 | 20 | 26 | 32 | 38 | 44 | 50 | 56 | 63 | 69 | 75 | 82 | 88 | 94 | 101 | 107 | |
| 20 | 1 | 5 | 10 | 16 | 22 | 28 | 34 | 40 | 47 | 53 | 60 | 67 | 73 | 80 | 87 | 93 | 100 | 107 | 114 | |

**TABLO 11 İKİ BAĞIMSIZ ÖRNEKLEM İLE KOLMOGOROV-SMİRNOV
TEST İSTATİSTİĞİ İÇİN KRİTİK DEĞERLER TABLOSU**

| n_1 | n_2 | Tek yanlı | | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
|-------|-------|-----------|--|------|------|------|------|------|
| | | İki yanlı | | .20 | .10 | .05 | .02 | .01 |
| 3 | 3 | | | .667 | .667 | | | |
| 3 | 4 | | | .750 | .750 | | | |
| 3 | 5 | | | .667 | .800 | .800 | | |
| 3 | 6 | | | .667 | .667 | .833 | | |
| 3 | 7 | | | .667 | .714 | .857 | .857 | |
| 3 | 8 | | | .625 | .750 | .750 | .875 | |
| 3 | 9 | | | .667 | .667 | .778 | .889 | .889 |
| 3 | 10 | | | .600 | .700 | .800 | .900 | .900 |
| 3 | 12 | | | .583 | .667 | .750 | .833 | .917 |
| 4 | 4 | | | .750 | .750 | .750 | | |
| 4 | 5 | | | .600 | .750 | .800 | .800 | |
| 4 | 6 | | | .583 | .667 | .750 | .833 | .833 |
| 4 | 7 | | | .607 | .714 | .750 | .857 | .857 |
| 4 | 8 | | | .625 | .625 | .750 | .875 | .875 |
| 4 | 9 | | | .556 | .667 | .750 | .778 | .889 |
| 4 | 10 | | | .550 | .650 | .700 | .800 | .800 |
| 4 | 12 | | | .583 | .667 | .667 | .750 | .833 |
| 4 | 16 | | | .563 | .625 | .688 | .750 | .812 |
| 5 | 5 | | | .600 | .600 | .800 | .800 | .800 |
| 5 | 6 | | | .600 | .667 | .667 | .833 | .833 |
| 5 | 7 | | | .571 | .657 | .714 | .829 | .857 |
| 5 | 8 | | | .550 | .625 | .675 | .800 | .800 |
| 5 | 9 | | | .556 | .600 | .689 | .778 | .800 |
| 5 | 10 | | | .500 | .600 | .700 | .700 | .800 |
| 5 | 15 | | | .533 | .600 | .667 | .733 | .733 |
| 5 | 20 | | | .500 | .550 | .600 | .700 | .750 |
| 6 | 6 | | | .500 | .667 | .667 | .833 | .833 |
| 6 | 7 | | | .548 | .571 | .690 | .714 | .833 |
| 6 | 8 | | | .500 | .583 | .667 | .750 | .750 |
| 6 | 9 | | | .500 | .556 | .667 | .722 | .778 |
| 6 | 10 | | | .500 | .567 | .633 | .700 | .733 |
| 6 | 12 | | | .500 | .583 | .583 | .667 | .750 |
| 6 | 18 | | | .444 | .556 | .611 | .667 | .722 |
| 6 | 24 | | | .458 | .500 | .583 | .625 | .667 |
| 7 | 7 | | | .571 | .571 | .714 | .714 | .714 |
| 7 | 8 | | | .482 | .589 | .625 | .732 | .750 |
| 7 | 9 | | | .492 | .556 | .635 | .714 | .746 |
| 7 | 10 | | | .471 | .557 | .614 | .700 | .714 |
| 7 | 14 | | | .429 | .500 | .571 | .643 | .714 |
| 7 | 28 | | | .429 | .464 | .536 | .607 | .643 |
| 8 | 8 | | | .500 | .500 | .625 | .625 | .750 |
| 8 | 9 | | | .444 | .542 | .625 | .667 | .750 |
| 8 | 10 | | | .475 | .525 | .575 | .675 | .700 |
| 8 | 12 | | | .458 | .500 | .583 | .625 | .667 |
| 8 | 16 | | | .438 | .500 | .563 | .625 | .625 |
| 8 | 32 | | | .406 | .438 | .500 | .563 | .594 |

| | | Tek yanlı | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 |
|---------------------------------|-------|-----------|-------|-------|-------|-------|------|
| | | İki yanlı | .20 | .10 | .05 | .02 | .01 |
| n_1 | n_2 | | | | | | |
| 9 | 9 | .444 | .556 | .556 | .667 | .667 | |
| 9 | 10 | .467 | .500 | .578 | .667 | .689 | |
| 9 | 12 | .444 | .500 | .556 | .611 | .667 | |
| 9 | 15 | .422 | .489 | .533 | .600 | .644 | |
| 9 | 18 | .389 | .444 | .500 | .556 | .611 | |
| 9 | 36 | .361 | .417 | .472 | .528 | .556 | |
| 10 | 10 | .400 | .500 | .600 | .600 | .700 | |
| 10 | 15 | .400 | .467 | .500 | .567 | .633 | |
| 10 | 20 | .400 | .450 | .500 | .550 | .600 | |
| 10 | 40 | .350 | .400 | .450 | .500 | .576 | |
| 11 | 11 | .454 | .454 | .545 | .636 | .636 | |
| 12 | 12 | .417 | .417 | .500 | .583 | .583 | |
| 12 | 15 | .383 | .450 | .500 | .550 | .583 | |
| 12 | 16 | .375 | .438 | .479 | .542 | .583 | |
| 12 | 18 | .361 | .417 | .472 | .528 | .556 | |
| 12 | 20 | .367 | .417 | .467 | .517 | .567 | |
| 13 | 13 | .385 | .462 | .462 | .538 | .615 | |
| 14 | 14 | .357 | .429 | .500 | .500 | .571 | |
| 15 | 15 | .333 | .400 | .467 | .467 | .533 | |
| 16 | 16 | .375 | .375 | .438 | .500 | .563 | |
| 17 | 17 | .353 | .412 | .412 | .471 | .529 | |
| 18 | 18 | .333 | .389 | .444 | .500 | .500 | |
| 19 | 19 | .316 | .368 | .421 | .473 | .473 | |
| 20 | 20 | .300 | .350 | .400 | .450 | .500 | |
| 21 | 21 | .286 | .333 | .381 | .429 | .476 | |
| 22 | 22 | .318 | .364 | .364 | .454 | .454 | |
| 23 | 23 | .304 | .348 | .391 | .435 | .435 | |
| 24 | 24 | .292 | .333 | .375 | .417 | .458 | |
| 25 | 25 | .280 | .320 | .360 | .400 | .440 | |
| Diğer bütün büyük örneklem için | | 1.07K | 1.22K | 1.36K | 1.52K | 1.63K | |

Burada
$$K = \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$