



**BECERİ TEMELLİ SORULAR ARACILIĞIYLA ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL ANLAMA SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

Yusuf KARAMAN
Eskişehir 2024

**BECERİ TEMELLİ SORULAR ARACILIĞIYLA ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL ANLAMA SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ**

Yusuf KARAMAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Eskişehir

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Temmuz 2024

JURI VE ENSTITÜ SAYFASI

Yusuf KARAMAN tarafından hazırlanan “**Beceri temelli sorular aracılığıyla ortaokul öğrencilerinin kavramsal anlama süreçlerinin incelenmesi**” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 19/07/2024 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından başarılı olarak kabul edilmiştir.

Unvanı Adı Soyadı

Üye (Tez Danışmanı) : Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN
Üye : Prof. Dr. Tuba ADA
Üye : Doç. Dr. Abdullah ÖZKALE

Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun
..... tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

ÖZET

Beceri Temelli Sorular Aracılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi

YUSUF KARAMAN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Temmuz 2024

Danışman: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözerken kavramsal anlama süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, öğretim deneyi yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiş ve 7 ortaokul öğrencisi ile yaklaşık üç ay boyunca çalışılmıştır. Veri toplama araçları olarak işlemsel bilgi testi, beceri temelli matematik soruları, görüşmeler ve ek öğretim seansları kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiksel kavramları anlama ve uygulama süreçlerini daha derinlemesine incelemek amacıyla matematiksel sit kavramı kullanılmıştır. Beceri temelli sorular, zorluk düzeyi artan üç aşamalı bir yapıda düzenlenmiştir.

Bulgular, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerinin her aşamada belirgin bir ilerleme kaydettiğini göstermiştir. Öğrenciler, matematiksel kavramları ilişkilendirme ve problem çözme becerilerinde gelişme göstermişlerdir. Özellikle oran-orantı, olasılık, üslü ifadeler ve geometrik kavramlar gibi konularda kavramsal anlamalarının geliştiği gözlemlenmiştir. Araştırma sonuçları, beceri temelli testlerin öğrencilerin matematiksel kavramları anlama ve bu kavramları kullanarak problemleri çözme yeteneklerini geliştirmede etkili olduğunu ortaya koymuştur.

Bu çalışma beceri temelli soruların öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini ve matematiksel becerilerini geliştirmede önemli bir rol oynadığını göstermiştir. Öğretmenlere, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini ve matematiksel düşünme becerilerini artırmaya yönelik etkinlikler tasarımları önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Kavramsal anlama, Beceri temelli sorular, Matematiksel beceriler, Matematiksel sit

ABSTRACT

Examining 8th Grade Students' Conceptual Understanding Processes Through Skill-Based Questions

Yusuf KARAMAN

Department of Mathematics Education

Anadolu University Graduate School of Educational Sciences, July 2024

Advisor: Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN

This research aims to investigate middle school students' conceptual understanding processes while solving skill-based mathematics questions. The study employed a teaching experiment method, working with seven middle school students for approximately three months. Data collection tools included procedural knowledge tests, skill-based mathematics questions, interviews, and supplementary teaching sessions. The concept of mathematical site was used to examine students' processes of understanding and applying mathematical concepts in greater depth. Skill-based questions were structured in three stages of increasing difficulty.

Results showed significant progress in students' conceptual understanding levels at each stage. Students improved in relating mathematical concepts and problem-solving skills. Notably, conceptual understanding developed in areas such as ratio-proportion, probability, exponents, and geometric concepts. The research demonstrated that skill-based tests effectively enhanced students' abilities to understand mathematical concepts and apply them to problem-solving.

Conclusion: This study highlighted the crucial role of skill-based questions in improving students' conceptual understanding and mathematical skills. Teachers are recommended to design activities aimed at increasing students' conceptual understanding and mathematical thinking skills.

Keywords: Conceptual understanding, Skill-based questions, Mathematical skills, Mathematical situations

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezi olarak hazırladığım bu çalışmanın her aşamasında, engin bilgi ve tecrübesiyle bana yol gösteren, desteğini, fikirlerini, ilgisini ve yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen değerli danışmanım Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN' a en içten saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım. Kendisinin rehberliği ve teşviki, bu tezin ortaya çıkmasında ve akademik gelişimimde paha biçilmez bir rol oynamıştır.

Süreç boyunca bilgi ve deneyimleriyle bana çok şey katan, ufkumu genişleten ve akademik düşünce yapımı şekillendiren ve tez inceleme jürimdeki hocalarım Prof. Dr. Tuba ADA ve Doç. Dr. Abdullah ÖZKALE'ye teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Bu araştırmanın gerçekleşmesinde büyük katkısı olan, sabırla ve istekle çalışmaya katılan sevgili öğrencilerime ve Edebalı Ortaokulu öğretmen arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Son olarak, bu zorlu süreçte bana her zaman destek olan, güç veren canım oğlum Yiğit Ege KARAMAN'a teşekkürlerimi sunarım.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

19/07/2024

Yusuf KARAMAN

İÇİNDEKİLER

1. BİRİNCİ BÖLÜM.....	1
1.1 PROBLEM DURUMU.....	1
1.2 ARAŞTIRMANIN AMACI.....	3
1.3 ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ.....	4
1.4 ARAŞTIRMANIN KAPSAMI VE SINIRLARI	5
1.5 TEORİK ÇERÇEVE.....	5
1.5.1 Kavramsal anlama.....	5
1.5.2 Matematiksel Sit	7
1.5.3 Beceri Temelli Sorular.....	9
1.5.4 Literatür Taraması.....	11
2. YÖNTEM	19
2.1 ARAŞTIRMA TASARIMI.....	19
2.1.1 Öğretim Deneyi.....	19
2.1.2 Öğretim Deneyinin Planlanması	20
2.1.3 Katılımcılar	22
2.1.4 Pilot Uygulama	24
2.1.5 Öğretim Deneyi Uygulama Süreci.....	24
2.2 VERİ TOPLAMA ARAÇLARI	25
2.2.1 İşlemsel Bilgi Testi	25
2.2.2 Beceri Temelli Matematik Soruları	25
2.2.3 Görüşmeler.....	26
2.2.4 Ek Öğretim Seansları	26
2.3 VERİLERİN ANALİZİ.....	27
2.3.1 Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği	28
3. BECERİ TEMELLİ SORULARIN ÖN ANALİZLERİ	29
3.1 ORAN VE DAİRE GRAFİĞİ KAVRAMLARI BTMS AŞAMALARI.....	29
3.1.1 Aşama 1-4. Soru	31
3.1.2 Aşama 2-5. Soru	32
3.1.3 Aşama 3- 1. Soru	35
3.2 ÜSLÜ İFADELER VE GEOMETRİK KAVRAMLAR BTMS AŞAMALARI.....	37

3.2.1	Aşama-1 2. Soru	38
3.2.2	Aşama-2 1.Soru	40
3.2.3	Aşama-3 4.Soru	42
3.3	OLASILIK VE KARŞILAŞTIRMA BTMS AŞAMALARI	43
3.3.1	Aşama-1 3. Soru	44
3.3.2	Aşama-2 4. Soru	46
3.3.3	Aşama-3 3. Soru	47
3.4	ÇARPANLAR, KATLARLA İLGİLİ KAVRAMLAR BTMS AŞAMALARI	49
3.4.1	Aşama-1 5. Soru	50
3.4.2	Aşama-2 2. Soru	52
3.4.3	Aşama-3 2. Soru	53
3.5	ORANTI, OLASILIK VE İLGİLİ KAVRAMLAR BTMS AŞAMALARI.....	55
3.5.1	Aşama-1 1. Soru	56
3.5.2	Aşama-2 3.Soru	57
3.5.3	Aşama-3 5. Soru	59
4.	BULGULAR.....	61
4.1	ORAN VE DAİRE GRAFİĞİ KAVRAMLAR BTMS BULGULARI	61
4.1.1	Duru'nun Çözümleri	61
4.1.2	Yiğit'in Çözümleri	66
4.1.3	Bora'nın çözümleri.....	71
4.1.4	Irmak'ın Çözümleri	76
4.1.5	Oğuzhan'ın Çözümleri	80
4.1.6	Erdem'in çözümleri	85
4.1.7	Ahmet'in çözümleri.....	89
4.2	ÜSLÜ İFADELER VE GEOMETRİK KAVRAMLAR BTMS BULGULARI	93
4.2.1	Duru'nun Çözümleri	94
4.2.2	Yiğit'in Çözümleri.....	98
4.2.3	Bora'nın Çözümleri	101
4.2.4	Irmak'ın Çözümleri.....	105
4.2.5	Oğuzhan'ın çözümleri.....	109
4.2.6	Erdem'in Çözümleri	113
4.2.7	Ahmet'in Çözümleri	117

4.3	OLASILIK VE KARŞILAŞTIRMA BTMS BULGULARI.....	122
4.3.1	Duru'nun Çözümleri	122
4.3.2	Yiğit'in Çözümleri.....	126
4.3.3	Bora'nın Çözümleri	129
4.3.4	İrmağın Çözümleri.....	132
4.3.5	Oğuzhan'ın Çözümleri.....	136
4.3.6	Erdem 'in Çözümleri	139
4.3.7	Ahmet'in Çözümleri	142
4.4	ÇARPANLAR, KATLAR İLE İLGİLİ KAVRAMLAR BTMS BULGULARI	147
4.4.1	Duru'nun Çözümleri	147
4.4.2	Yiğit'in Çözümleri.....	149
4.4.3	Boranın Çözümleri.....	153
4.4.4	İrmak'ın Çözümleri.....	156
4.4.5	Oğuzhan'ın Çözümleri	158
4.4.6	Erdem'in Çözümleri	162
4.4.7	Ahmet'in Çözümleri	166
4.5	ORANTI, OLASILIK VE İLGİLİ KAVRAMLAR BECERİ TEMELLİ SORULARIN BULGULARI.....	171
4.5.1	Duru'nun Çözümleri	171
4.5.2	Yiğit'in Çözümleri.....	175
4.5.3	Bora'nın Çözümleri	179
4.5.4	İrmağın Çözümleri.....	183
4.5.5	Oğuzhan'ın Çözümleri.....	188
4.5.6	Erdem'in Çözümleri	191
4.5.7	Ahmet'in Çözümleri	194
5.	SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	201
5.1	ÖNERİLER	205
6.	KAYNAKÇA	208
7.	EKLER	1

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2-1.Öğretim deneyi Şeması	21
Şekil 3-1. Daire grafiği içeren problemlere yönelik lokal sit	29
Şekil 3-2. Oran ve Daire Grafiği Kavramları Aşama 1-4. Soru	30
Şekil 3-3. Oran daire grafiği 1. aşama 4.soru	31
Şekil 3-4. Oran daire grafiği 2.Aşama5. soru	32
Şekil 3-5. Oran daire grafiği kavramları 3.Aşama 1. Soru	35
Şekil 3-6. Üslü ifadeler içeren problemlere yönelik lokal sit	37
Şekil 3-7. Üslü ifade ve geometrik kavramlara yönelik problemlerin kavramları	38
Şekil 3-8. Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar 1.Aşama 2. Soru	38
Şekil 3-9.Üslü ifadeler 2.Aşama1.soru	40
Şekil 3-10.Üslü ifadeler 3.aşama 4.soru	42
Şekil 3-11. Olasılık içeren problemlere yönelik lokal sit	43
Şekil 3-12. Olasılık ve Karşılaştırma kavramları.....	44
Şekil 3-13.Olasılık 1.aşama 2.soru	44
Şekil 3-14.Olasılık 2.Aşama4. soru	46
Şekil 3-15.Olasılık 3.aşama 3. Soru.....	47
Şekil 3-16.Çarpanlar ve Katlar Kavramlarına Yönelik Lokal Sit.....	49
Şekil 3-17.Çarpanlar ve katlar 1. aşama 5.soru	50
Şekil 3-18.Çarpanlar ve katlar2.Aşama 2.soru	52
Şekil 3-19.Çarpanlar ve katlar 3.aşama 2.soru	53
Şekil 3-20.Oran Orantı Olasılık hesaplama gerektiren problem görevi	55
Şekil 3-21. Orantı, olasılık kavramları.....	55
Şekil 3-22.Orantı olasılık 1.aşama 1.soru	56
Şekil 3-23. Orantı olasılık2.Aşama 3. soru	57
Şekil 3-24.Orantı olasılık 3.aşama 5 soru	59
Şekil 4-1. Kavramlara Göre BMTS Bulguları	61
Şekil 4-2.Duru'nun 2-5. Soruya verdiği cevap	63
Şekil 4-3.Duru'nun kullandığı kavramlar.....	65
Şekil 4-4.Yiğit'in 1-4.Soruya verdiği cevap	66
Şekil 4-5.Yiğit'in 2-5 Soruya verdiği cevap	68
Şekil 4-6.Yiğit'in 3-1. Soruya verdiği cevap	69
Şekil 4-7.Yiğit'in kullandığı kavramlar	71

Şekil 4-8.Bora'nın kullandığı kavramlar	75
Şekil 4-9.Irmak'ın 1-4 soruya verdiği cevap	76
Şekil 4-10. Irmak'ın kullandığı kavramlar	80
Şekil 4-11.Oğuzhan'ın 1-4 soruya verdiği cevap	81
Şekil 4-12.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar	84
Şekil 4-13. Erdem'in 3-1. Soruya verdiği cevap	88
Şekil 4-14.Erdem'in kullandığı kavramlar	89
Şekil 4-15.Ahmet'in 3-1.soruya verdiği cevap.....	91
Şekil 4-16.Ahmet'in kullandığı kavramlar	92
Şekil 4-17. Oran ve Daire Grafiği BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit	93
Şekil 4-18.Duru'nun 1-2. Soruya verdiği cevap	94
Şekil 4-19.Duru'nun 2-1. Soruya verdiği cevap.....	96
Şekil 4-20.Duru'nun kullandığı kavramlar.....	97
Şekil 4-21.Yiğit'in 3–4. Soruya verdiği cevap	100
Şekil 4-22.Yiğit'in kullandığı kavramlar	101
Şekil 4-23.Bora'nın 2-1. Soruya verdiği cevap	103
Şekil 4-24.Bora'nın kullandığı kavramlar	105
Şekil 4-25. Irmak'ın 1-2. Soruya verdiği cevap.....	106
Şekil 4-26.Irmak'ın 2-1. Soruya verdiği cevap.....	107
Şekil 4-27.Irmak'ın kullandığı kavramlar	109
Şekil 4-28.Oğuzhan'ın 1-2. Soruya verdiği cevap.....	110
Şekil 4-29.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar	113
Şekil 4-30.Erdem'in 1-2. Soruya verdiği cevap	113
Şekil 4-31.Erdem'in 3–4. Soruya verdiği cevap	116
Şekil 4-32.Erdem'in kullandığı kavramlar	117
Şekil 4-33.Ahmet'in kullandığı kavramlar	120
Şekil 4-34.Üslü ifadeler ve Geometrik BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit	121
Şekil 4-35.Duru'nun 3-3. soruya verdiği cevap	124
Şekil 4-36.Duru'nun kullandığı kavramlar.....	125
Şekil 4-37.Yiğit'in 3-3. Soruya verdiği cevap	128
Şekil 4-38.Yiğit'in kullandığı kavramlar	129

Şekil 4-39.Bora'nın kullandığı kavramlar	132
Şekil 4-40.Irmak'ın 1-3. Soruya verdiği cevap.....	132
Şekil 4-41.Irmak'ın 2-4. Soruya verdiği cevap.....	134
Şekil 4-42.Irmak'ın kullandığı kavramlar	136
Şekil 4-43.Oğuzhan'ın 1-3. Soruya verdiği cevap	136
Şekil 4-44.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar	139
Şekil 4-45.Erdem'in 3-3. Soruya verdiği cevap	141
Şekil 4-46.Erdem'in kullandığı kavramlar	142
Şekil 4-47.Ahmet'nin 1-3. Soruya verdiği cevap	142
Şekil 4-48 Ahmet'in kullandığı kavramlar	145
Şekil 4-49.Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit.....	146
Şekil 4-50.Duru'nin 1-5. Soruya verdiği cevap	147
Şekil 4-51.Duru'nun kullandığı kavramlar.....	149
Şekil 4-52.Yiğit'in 3-2. Soruya verdiği cevap	152
Şekil 4-53.Yiğit'in kullandığı kavramlar	153
Şekil 4-54.Bora'nın kullandığı kavramlar	156
Şekil 4-55.Irmak'ın 2-2. Soruya verdiği cevap.....	157
Şekil 4-56.Irmak'ın kullandığı kavramlar	158
Şekil 4-57.Oğuzhan'ın 1-5. Soruya verdiği cevap	159
Şekil 4-58.Oğuzhan'ın 3-2. Soruya verdiği cevap	161
Şekil 4-59.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar	162
Şekil 4-60. Erdem'in 1-5. Soruya verdiği cevap	163
Şekil 4-61.Erdem'in kullandığı kavramlar	166
Şekil 4-62.Ahmet'in 1-5. Soruya verdiği cevap	166
Şekil 4-63.Ahmet'in 2-2 Soruya verdiği cevap	168
Şekil 4-64.Ahmet'in 3-2. Soruya verdiği cevap	169
Şekil 4-65.Ahmet'in kullandığı kavramlar	170
Şekil 4-66.Çarpanlar ve Katlar BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit.....	170
Şekil 4-67.Duru'nun 1. probleme verdiği cevap.....	171
Şekil 4-68.Duru'nun 2-3. Soruya verdiği cevap	173
Şekil 4-69.Duru'nun kullandığı kavramlar.....	175

Şekil 4-70.Yiğit'in 2-3. Soruya verdiği cevap.....	177
Şekil 4-71.Yiğit'in 3-5. Soruya verdiği cevap.....	178
Şekil 4-72.Yiğit'in kullandığı kavramlar	179
Şekil 4-73.Bora'nın 3-5. Soruya verdiği cevap	182
Şekil 4-74.Bora'nın kullandığı kavramlar	183
Şekil 4-75.Irmak'ın 1. probleme verdiği cevap.	184
Şekil 4-76.Irmak'ın 2-3. Soruya verdiği cevap.....	185
Şekil 4-77.Irmak'ın 3-5. Soruya verdiği cevap.....	186
Şekil 4-78.Irmak'ın kullandığı kavramlar	187
Şekil 4-79. Oğuzhan'ın 1. probleme verdiği cevap.	188
Şekil 4-80.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar	191
Şekil 4-81.Erdem'in kullandığı kavramlar	194
Şekil 4-82.Ahmet'in 2-3. Soruya verdiği cevap	196
Şekil 4-83.Ahmet'in kullandığı kavramlar.....	199
Şekil 4-84.Orantı ve Olasılık BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit	200

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 2-1. Katılımcıların Matematik Dersi İşlem Seviyelerine Göre Dağılımı	23
Tablo 2-2. Öğretim deneyi Uygula Süreci.....	24
Tablo 2-3. Beceri temelli sorulara ait kavramlar	26
Tablo 2-4. Öğrencilerin cevapları	27
Tablo 3-1. Oran Daire Grafiği Aşamaları	29
Tablo 3-2. Çözüm stratejisi ve kavramsal anlama tablosu	31
Tablo 3-3. Matematik Becerileri.....	32
Tablo 3-4. Oran ve Daire Grafiği Kavramlarının Aşamalardaki Kavramlar	33
Tablo 3-5. Matematik becerileri	34
Tablo 3-6. Çözüm Stratejileri ve kavramsal anlama.....	36
Tablo 3-7. Matematik becerileri	36
Tablo 3-7. (Devam) Matematik becerileri	37
Tablo 3-8. Üslü ifadeler ve Geometrik Kavram BTMS Aşamaları.....	37
Tablo 3-9. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	39
Tablo 3-10. Matematik becerileri	39
Tablo 3-11. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	41
Tablo 3-12. Matematik becerileri	41
Tablo 3-13. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	42
Tablo 3-14. Matematik becerileri	43
Tablo 3-15. Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Aşamaları	43
Tablo 3-16. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	45
Tablo 3-17. Matematik becerileri	45
Tablo 3-18. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	46
Tablo 3-19. Matematik becerileri	47
Tablo 3-20. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	48
Tablo 3-21. Matematik becerileri	48
Tablo 3-22. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	51
Tablo 3-23. Matematik becerileri	51
Tablo 3-24. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	52
Tablo 3-25. Matematik becerileri	52
Tablo 3-25. (Devam) Matematik becerileri	53

Tablo 3-26.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	54
Tablo 3-27.Matematik becerileri	54
Tablo 3-28.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	56
Tablo 3-29.Matematik becerileri	57
Tablo 3-30. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	58
Tablo 3-31.Matematik becerileri	58
Tablo 3-32.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama	60
Tablo 3-33.Matematik becerileri	60



KISALTMALAR DİZİNİ

BTMS: Beceri Temelli Matematik Soruları

LGS: Liselere Geçiş Sistemi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

MEB 2022: MEB LGS Çalışma Kitabı 2022



1. BİRİNCİ BÖLÜM

1.1 Problem Durumu

Matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel kavramları özümseyerek öğrenmeleri, kavramlar arası ilişkileri kurabilmeleri ve bu kavramları günlük hayat durumlarında uygulayabilmeleri hedeflenmektedir (NCTM, 2000; MEB, 2018a, MEB, 2024). Kavramsal anlama, öğrencilerin matematiksel fikirleri ve işlemleri anlamlandırmalarını ve kullanabilmelerini sağlar. Ezberden ziyade kavrayarak öğrenme, matematiğin daha derin ve kalıcı bir şekilde öğrenilmesini destekler (MEB, 2018a; NCTM, 2000; Skemp, 1976). Öğrencilerin problemleri çözerken, farklı yöntemler arama, tahminler yapma, problemlerin sınırlılıklarını inceleme, çıkarımlar yapma, soyutlama, keşfetme, düşüncelerini açıklama ve gerekçelendirme gibi üst düzey düşünme becerilerini geliştirmesi beklenmektedir (Fuson, Kalchman, & Bransford, 2005). Böylece öğrenciler, matematiği sadece kurallar ve işlemler bütünü olarak değil, anlamlı örüntüleri keşfetme ve problemleri çözme süreci olarak deneyimleyebilirler (Skemp, 1976).

Türkiye'de matematik eğitiminin niteliğini artırmak ve öğrencilere bilgi aktarımından ziyade 21. yüzyılın gerektirdiği becerilerle donatmak için beceri temelli yaklaşımların daha yaygın ve etkili bir şekilde uygulanması için çeşitli adımlar atılmaktadır. Öğretim programlarının ve ders materyallerinin beceri temelli sorular çerçevesinde güncellenmesi bu adımları desteklemektedir (MEB, 2018a; Erden, 2020; Kertil ve ark., 2021). Öğrencilere salt bilgi aktarmanın ötesinde, onların matematiği anlamlı şekilde öğrenmelerini, günlük hayatla ilişkilendirebilmelerini ve üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerini hedefleyen bir yaklaşıma doğru evrilmektedir. Beceri temelli sorular ve etkinlikler de öğrencilerin bu üst düzey düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmaktadır (Karabey & Erdoğan, 2023). Karabey ve Erdoğan'a göre, beceri temelli soruların öğrencilere farklı düşünme biçimlerini harekete geçirirken aynı zamanda matematiksel kavramları anlamalarını ve içselleştirmelerini desteklediği anlaşılmaktadır (Karabey & Erdoğan, 2023).

Matematik derslerinde beceri temelli soru yaklaşımları, uluslararası sınavlardaki performans ve PISA gibi programlara katılımı tetikleyen ulusal ve uluslararası faktörler tarafından da desteklenmiştir (MEB, 2019; Kabael, 2019; Duran ve Bahadır 2022). Ancak öğretmenler, mevcut müfredatın yoğunluğu ve soru çözüm sürecinin zaman alıcı olması nedeniyle, bu tür soruları derslerine sadece birkaç örnek olarak ekleyebildiklerini

veya ünite sonlarında ödev olarak verebildiklerini belirtmişlerdir. (Çolak, 2022). Ayrıca öğrencilerin, beceri temelli soruların uzun, karmaşık ve zor görünümü nedeniyle önyargılı yaklaştığı, çözmek istemediği ve okuduğunu anlama güçlükleri nedeniyle başarısızlık yaşadığı belirtilmiştir (Çolak, 2022). Bu bağlamda, öğrencilere ulaşan tüm materyallerin, özellikle ders kitaplarının beceri temelli sorular kapsamında gözden geçirilmesi, sınıf içi uygulamalarda bu tarz soruların daha yerleşik hale getirilmesi ve öğretmenlerin bu tür soruları etkili bir şekilde kullanmaları için desteklenmeleri önemlidir (Erden, 2020).

Literatür ve Millî Eğitim Bakanlığı raporlarından edinilen bulgular ışığında Türkiye'de beceri temelli sorulara geçişin, öğrencilerin matematiksel beceri ve düşünme kapasitelerini büyük ölçüde etkilediği ve bu alandaki eğitim uygulamalarının özenle tasarlanması gerektiği sonucuna varılmıştır. (MEB, 2019; Erden, 2020; Kertil, Dede & Ulusoy, 2021; Tortop, Cumalı, Çelenli & Taşpınar Şener, 2022). Öğrencilerin beceri ve yetkinliklerini artıracak, onları günlük hayatta problemlere çözüm üretebilecek bireyler olarak yetiştirecek eğitim yaklaşımları ön plana çıkarılmaktadır.

Ayrıca, beceri temelli soruların doğru şekilde değerlendirilmesi ve bunların öğrenci başarıları üzerindeki etkilerinin takip edilmesi de büyük önem taşımaktadır. Öğrencilerin bu tür sorular karşısında nasıl bir düşünce yapısı sergilediklerini analiz etmek, daha etkili öğrenme stratejileri geliştirmemize yardımcı olabilir. Öğrencilere kaliteli geri bildirimler sunmak, onları matematiksel düşünme süreçlerine daha aktif bir şekilde dahil etmek ve kendi öğrenme süreçlerinin sorumluluğunu almalarını teşvik etmek özellikle vurgulanmalıdır.

Bu tespitlerden hareketle bu araştırmada beceri temelli soruların öğrencilerin kavramsal anlama yapılarını nasıl şekillendirdiğini ortaya çıkarmak hedeflenmektedir. Bu amaçla, öğrencilerin beceri temelli soruları çözerken kurdukları kavramsal ilişkileri gözlemlemek için matematiksel sit kavramı kullanılmıştır. Öğrencilerin problem çözme sürecindeki sözlü ve yazılı ifadeleri, kullandıkları temsilleri, yaptıkları çıkarımları ve gerekçelendirmeleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu sayede öğrencilerin kavramları ne düzeyde anladıkları, kavramlar arası ilişkileri nasıl kurduklarını ve bilgilerini yeni durumlara nasıl transfer ettikleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırma, sekizinci sınıf öğrencilerinin beceri temelli soru çözme ortamlarında kavramsal ve işlemsel olarak anlama süreçlerini incelemektedir. Araştırmanın temel amacı, öğrencilerin beceri temelli matematik sorularını çözerken işlemsel ve kavramsal anlama yapıları arasındaki etkileşimi daha iyi anlamak ve bu yapıları geliştirmek için stratejiler sunmaktır.

21. yüzyılın gereksinimleri göz önüne alındığında, matematik eğitimi ve kavramsal anlamının öğrencilerin eleştirel düşünme, analitik akıl yürütme ve yaratıcı problem çözme becerilerini nasıl etkilediğini belirlemek önemlidir. NCTM'nin 1991'deki Matematik Öğretimi için Profesyonel Standartlarına göre, matematik sınıfları öğrencilerin fikirlerini paylaşarak tartıştığı ve matematiksel fikirleri keşfetmeleri için uygun ortamlar sağlamalıdır. Öğrencilere rutin algoritmalar yerine, gerçekten düşünmelerini gerektiren, birden fazla çözüm yolu olan, farklı temsil biçimleriyle ifade edilebilen ve akıl yürütmelerini paylaşmalarını isteyen anlamlı görevler verilmelidir. Bu tür görevlerle öğrenciler daha iyi kavramsal anlayış geliştirebilir ve üst düzey düşünme becerilerini güçlendirebilirler (Stein, Grover ve Henningsen, 1996).

Türkiye'de öğrencilere yönelik eğitim yaklaşımlarındaki yenilikler, bilgi aktarımından ziyade beceri kazandırma temelinde şekillenen öğretim programlarını kapsamaktadır (MEB, 2018'a). Bu bağlamdaki beceri temelli soruların öğrencilerde farklı düşünme yollarını teşvik ettiği ve matematiksel kavramsal anlama yapılarını geliştirdiği düşünülmektedir (MEB, 2018b). Matematik derslerinde beceri temelli soru yaklaşımları, uluslararası sınavlardaki performans ve PISA gibi programlara katılımı tetikleyen ulusal ve uluslararası faktörler tarafından da desteklenmiştir (MEB, 2019; Kabael, 2019; Duran ve Bahadır 2022).

Araştırma kapsamında bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır:

1-Ortaokul öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözerken kavramsal anlama süreçleri nasıl gelişir?

2-Ortaokul öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözerken matematiksel becerileri nasıl gelişir?

1.3 Araştırmanın Önemi

Matematiğin temel kavramlarının anlaşılması, öğrencilerin başarısı için kritik bir öneme sahiptir ve bu anlayışın öğretilmesi, öğretmenlerin öncelikli hedeflerinden biridir. Öğrenciler matematiği anlamlı bir şekilde öğrenmeli, yeni bilgileri deneyimlerinden ve önceki bilgilerinden aktif olarak inşa etmelidirler. Öğretmenler, öğrencilerin stratejilerini teşvik etmeli ve bunları daha genel fikirlerin ve sistematik yaklaşımların geliştirilmesinin yolları olarak kullanmalıdır (NCTM, 2000). 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı, kavramsal anlamamanın önemini vurgulayarak öğrencilerin matematiksel kavramları günlük hayatta kullanabilmelerini, problem çözme süreçlerinde kendi düşüncelerini ifade edebilmelerini ve matematiksel dili doğru kullanabilmelerini hedeflemiştir (MEB, 2018). 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı ise bu yaklaşımı daha da ileriye taşıyarak, kavramsal becerileri ve matematik alan becerilerini odağa almıştır. Yeni programda, matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil ve matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma gibi matematik alan becerileri ön plana çıkarılmıştır (MEB, 2024). Bu beceri temelli yaklaşım, öğrencilerin kavramsal anlamalarını derinleştirmelerini ve bu anlayışı çeşitli problem durumlarında kullanabilmelerini amaçlamaktadır. Bu çalışmanın önemi, öğrencilerin matematik problemlerini çözme süreçlerine odaklanmasından kaynaklanır. Öğrencilerle yapılan görüşmeler, onların problem çözme yaklaşımlarını ve bu yaklaşımların anlama düzeylerine etkisini incelemek açısından büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin matematik problemlerini çözüm süreçlerinde uyguladıkları işlemler ve belirledikleri stratejiler kavramsal anlamalarını nasıl etkilediği üzerine odaklanması, matematik eğitime ilişkin yöntemlerin geliştirilmesine yardımcı olabilecek değerli bilgiler sunmaktadır. Araştırma, öğrencilerin sadece algoritma ve formülleri ezberlemek yerine, matematiksel kavram ve prensipleri derinlemesine anlamalarının üst düzey düşünce becerilerini nasıl geliştirdiğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle, matematiksel kavramların ilişkisel olarak anlaşılmasını teşvik eden ve öğrencilerin kavramın uygulanabileceği çeşitli problem çözme durumlarına maruz kalmasının, kavramın uygulama alanını genişleteceğini belirtmektedir (Tan., 2017). Araştırmada ele alınacak bu önemli noktalar, eğitim stratejilerinin ve uygulamalarının öğrencilerin matematiksel anlama ve problem çözme becerilerini nasıl şekillendirdiğine dair temel bir bilgi sunmaktadır. Çalışma, öğrencilerin matematiksel işlemleri daha bağlamsal ve anlamlı bir şekilde nasıl kullandıklarını hem kavramsal anlama hem de

işlemsel becerileri nasıl geliştirdiklerini ve bunların matematik eğitimi içinde nasıl dengelenmesi gerektiğini incelemeyi amaçlamaktadır.

Araştırma, öğrencilerin çeşitli çözüm yollarını keşfetmelerinin ve kendi problemlerine yaratıcı çözümler geliştirmelerinin, sadece matematiksel becerileri değil, aynı zamanda üst düzey düşünme becerilerini ve problem çözme yeteneklerini geliştirmede de önemli olduğu vurgulanmaktadır. Bu çalışmayla, öğrencilerin matematiksel çabalarını ve kavramsal anlamalarını geliştirmelerine yardımcı olacak pedagojik yaklaşımların geliştirilebilir. Ayrıca, öğretmenlerin matematik öğretiminde nasıl daha etkili olabileceklerine dair kritik bilgiler sunar. Görüşmeler yoluyla elde edilen veriler, öğrencilerin sadece algoritmaları ezberlemek yerine, matematiksel kavramları günlük hayat bağlamında nasıl uyguladıklarını ve yorumladıklarını anlamak için kullanılabilir. Bu tür bilgiler, öğretmenlerin ders planlamalarını ve yöntemlerini kişiselleştirmelerine, aynı zamanda öğrencilerin bireysel öğrenme stillerine ve matematiksel düşünme yeteneklerine uygun dersler oluşturmalarına olanak tanır.

Araştırmanın sonuçlarının öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmeye yardımcı olacak, matematik eğitimindeki başarıyı artırarak öğrencileri 21. yüzyılın zorluklarına daha iyi hazırlayabilmek için matematik eğitiminde kullanılabilmesi ümit edilmektedir.

1.4 Araştırmanın Kapsamı ve Sınırları

Bu araştırmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. İlk olarak, bu çalışma sadece ortaokul öğrencilerine odaklanmaktadır ve diğer eğitim düzeylerindeki öğrencileri kapsamamaktadır. İkinci olarak, çalışma yalnızca beceri temelli sorulara verilen yanıtları incelemekte ve diğer değerlendirme araçlarını içermemektedir. Son olarak, araştırmanın yapıldığı çalışma grubu özelliği ve büyüklüğü de sınırlılıklar arasında yer almaktadır. Bu faktörler, çalışmanın sonuçlarının genellemesi açısından önemlidir.

1.5 Teorik Çerçeve

1.5.1 Kavramsal anlama

Kavramsal anlama, matematik eğitiminde kritik bir role sahiptir. Kavramsal anlama, matematiksel kavramların altında yatan anlamları, ilişkileri ve bağlantıları kavramayı içerir. Yani sadece işlemleri ezbere yapmaktan ziyade, kavramların özünü çözümsemeyi gerektirir. Skemp, bu konuya farklı bir açıdan yaklaşır. Skemp (1978),

kavramsal anlamayı "ilişkisel anlama" olarak adlandırır ve bunun "kuralların nedenleriyle birlikte bilinmesi" olduğunu vurgular. Ona göre kavramsal anlama, bilginin birbiriyle bağlantılı bir ağ oluşturmalarını sağlar. Skemp'e göre ilişkisel anlama, öğrencilere pek çok avantaj sağlar, daha esnek ve kalıcı bir öğrenmeye yol açar. Hiebert(1986)'e göre kavramsal anlama, bilginin parçaları arasındaki ilişkilerin zengin bir ağını ifade eder. Kavramlar arasındaki bağlantılar ne kadar çok ve güçlü olursa, kavramsal anlama da o kadar derin ve sağlam olur. Kavramsal bilgi, olguların ve yöntemlerin ezberden ötesine geçerek onların altında yatan nedenleri ve ilişkileri kavramayı gerektirir. Böylece bilgiler arası bağlantılar kurularak bütüncül bir anlayışa ulaşılır (Hiebert & Lefevre, 1986). Kavramsal anlama ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiler genellikle çift yönlüdür, yani işlemsel bilgideki gelişmeler kavramsal anlamadaki gelişmeleri desteklediği gibi kavramsal anlamadaki gelişmeler işlemsel bilgideki gelişmeleri destekler (Rittle-Johnson, Schneider ve Star, 2015).

Kavramsal anlama, sadece formülleri ezberlemek değil, matematiğin temel fikirlerini anlamak demektir. Öğrenci yeni bir şey öğrendiğinde, bunu önceden bildikleriyle birleştirir ve aralarında bağlantı kurar. Böylece matematik bilgisi, birbirinden ayrı parçalar yerine, birbiriyle ilişkili bir bütün haline gelir. (Yanık, 2015). Bu tanımla bağlantılı olarak, Rittle-Johnson (2017), matematik bilgisinin gelişimi ile ilgili kavramsal anlama için aşağıdaki göstergeleri vermiştir:

- Bir kavramın örneklerini değerlendirebilme
- Nicelikler arasında temsil sistemleri arasında çeviri yapabilme
- Nicelikleri karşılaştırabilme
- Kavramların tanımlarını oluşturabilme veya seçebilme

Rittle-Johnson'a (2017) göre kavramsal anlama göstergeleri soyut ve genel prensipleri anlama, örneklerini değerlendirebilme, farklı temsiller arasında ilişki kurabilme ve tanımlarını yapabilme olarak özetlenmiştir. Bu göstergeler, Kilpatrick, Swafford ve Findell'in (2001) "Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics" adlı kitabında tanımlanan matematik yeterliliği ile ilgili beş temel göstergesiyle de örtüşmektedir. Bu göstergelere göre, kavramsal anlaması gelişmiş öğrencilerin özellikleri şu şekildedir:

1. Matematiksel fikirleri farklı temsil biçimleriyle ifade edebilirler ve bu temsiller arasında bağlantı kurabilirler.

2. Matematiksel fikirleri ve işlemleri açıklayabilir, bu fikirlerin neden doğru olduğunu gösterebilir ve matematiksel argümanlar oluşturabilirler.
3. Öğrendikleri matematiksel kavramları yeni ve farklı bağlamlarda kullanabilir, problem çözme sürecinde bu kavramları uygulayabilirler.
4. Matematiksel kavramlar ve fikirler arasındaki ilişkileri fark edebilir, bu ilişkileri problem çözmede kullanabilir ve farklı matematiksel alanlar arasında bağlantı kurabilirler.
5. Matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerini kullanarak çıkarımlar yapabilir, genellemelere varabilir ve hipotezleri test edebilirler.

Bu beş gösterge, öğrencilerin matematiksel kavramları ne kadar anladıklarını, bunları ne ölçüde ilişkilendirebildiklerini ve uygulayabildiklerini ortaya koyar. Kavramsal anlama geliştikçe, öğrenciler temsiller arasında daha esnek geçişler yapabilir, fikirleri daha iyi açıklayabilir, farklı durumlara daha kolay uyarlayabilir, ilişkileri daha net görebilir ve daha etkin akıl yürütebilirler. Kavramsal anlama, matematik kavramlarının tarihsel gelişim sürecinde birbiriyle ilişkili olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Örneğin fonksiyon kavramı değişkenler arası değişim kavramıyla, teğet kavramı doğru kavramıyla ilişkili olarak gelişmiştir. Bu ilişkisel yapı, matematiğin doğasında var olan bir özelliktir (Özdemir Erdoğan & Erdoğan, 2024). Dolayısıyla kavramsal anlama, kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulmasını ve yapılandırılmasını gerektiren uzun soluklu bir süreçtir. Bu süreçte bireye sunulacak kavramlar arası ilişkiler ağının anlamlı ve tutarlı öğretme-öğrenme faaliyetleri ile desteklenmesi önemlidir.

1.5.2 Matematiksel Sit

Kavramsal anlamayı geliştirmek ve matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri görselleştirmek için Duchet ve Erdoğan (2005)'in matematiksel sit kavramı oldukça kullanışlı bir yaklaşımdır. Bu kavram, yukarıda bahsedilen ilişkilendirme ve kavramsal anlama süreçlerini anlamak ve göstermek için etkili bir araç olarak kullanılabilir. Matematiksel sit, belirli bir matematiksel nesnenin anlaşılması için ilgili olan matematiksel nesnelerin ve bu nesneler arasındaki ilişkilerin oluşturduğu bir ağ veya alan olarak tanımlanabilir. Bu kavram, öğrencilerin matematiksel kavramları ve işlemleri daha derinlemesine anlamalarını sağlamak amacıyla kullanılır. Duchet ve

Erdoğan (2005) matematiksel siti şu şekilde tanımlar: "Belirli bir bilimsel nesne n'in anlaşılması için ilgili görünen veya varsayılan matematiksel öğelerin alanı, n'in matematiksel siti olarak düşünülebilir. Bu nesnelerin ve ilişkilerin bazıları görünür, diğerleri gizlidir. Öğrenci konumundaki herhangi bir özne için, matematiksel sit, çalışmasına güvenilir bir referans veren, yeterince istikrarlı bir alan olan bir önem, araştırma ve deney alanı şeklinde ortaya çıkar." Matematiksel sit, öğrencinin çalışmasına rehberlik eden ve referans sağlayan istikrarlı bir yapı olarak işlev görür. Duchet ve Erdoğan (2005) ayrıca global sit ve lokal sit kavramlarını da ele alır. Global sit, belirli bir matematiksel kavramın veya nesnenin anlaşılması için gerekli olan tüm matematiksel nesneleri ve bu nesneler arasındaki ilişkileri kapsayan bütüncül bir ağıdır. Bu ağ, o matematiksel kavramın veya nesnenin epistemolojik ve didaktik analizine dayanır ve öğrencilerin o kavramı veya nesneyi tam anlamıyla öğrenebilmeleri için ihtiyaç duydukları tüm bileşenleri içerir. Yazarlar, global siti "ilgili tüm nesneleri ve ilişkileri içeren geniş ölçekli bir yapı" olarak tanımlamaktadır (Duchet & Erdogan, 2005).

Lokal sit ise, global sitin bir alt kümesidir ve belirli bir didaktik durumda odaklanılan nesneleri ve ilişkileri içerir. Lokal sitin inşası, global sitin epistemolojik ve didaktik analizine dayanır ve öğretim sürecinde yer alan nesneleri ve ilişkileri kapsar. Duchet ve Erdoğan, lokal siti "belirli bir didaktik durumda odaklanılan global sitin bir alt kümesi" olarak açıklamaktadır (Duchet & Erdoğan, 2005). Lokal sit, global matematiksel sitin içinden, belirli bir öğretim durumu veya etkinliği için seçilen ve o durumla doğrudan ilgili olan matematiksel nesnelerin ve bu nesneler arasındaki ilişkilerin oluşturduğu daha küçük ölçekli bir yapıdır.

Duchet ve Erdoğan'a göre, global sit, lokal sitlerin seçilmesi ve oluşturulması için bir çerçeve sağlar. Öğretmenler, global siti analiz ederek, belirli bir öğretim durumu veya etkinliği için hangi matematiksel nesnelerin ve ilişkilerin daha önemli ve gerekli olduğunu belirler ve lokal siti oluştururlar. Dolayısıyla, global sit, lokal sitlerin dayandığı temel yapıdır ve matematiksel kavramların veya nesnelerin kapsamlı bir şekilde anlaşılmasını sağlar (Duchet & Erdoğan, 2005). Bu sayede öğrencilerin matematiksel yeterliliğini daha kapsamlı bir şekilde ele alınması ve kavramsal anlama sürecini daha ayrıntılı olarak incelenmesi sağlanabilir.

Matematiksel sit kavramı, beceri temelli soruların analizinde de etkili bir şekilde kullanılabilir. Beceri temelli sorular, öğrencilerin çeşitli matematiksel becerileri

kullanmalarını gerektirdiğinden, bu soruların çözümünde kullanılan kavramlar ve ilişkiler ağını ortaya çıkarmak için matematiksel sit analizi yapılabilir. Ayrıca, matematiksel sit analizi, beceri temelli soruların tasarımı ve değerlendirilmesi süreçlerinde de kullanılabilir. Öğretmenler ve eğitimciler, bir sorunun gerektirdiği becerileri ve kavramsal ilişkileri daha net bir şekilde görebilir, böylece soruların zorluk seviyesini ve ölçtüğü becerileri daha iyi ayarlayabilirler.

1.5.3 Beceri Temelli Sorular

Beceri temelli sorular, öğrencilerin yalnızca bilgiyi hatırlamalarını değil, aynı zamanda, analiz, sentez ve değerlendirme gibi üst düzey düşünme becerilerini kullanmalarını gerektirir. Erdoğan (2024) Matematik Dünyası dergisinin 2024 yılı 1. sayısında yayımlanan "Beceri Temelli Sorular!" başlıklı makalesinde beceri temelli soruları, matematik alan becerilerinden veya bu becerilerle ilişkili becerilerden bir veya birkaçını işe koşmayı gerektiren bir sorudur şeklinde tanımlamıştır. Beceri temelli sorular, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini ölçmeyi amaçlayan uluslararası sınavların (PISA, TIMSS vb.) etkisiyle ortaya çıkmıştır. Türkiye'nin bu sınavlardaki başarısının istenilen düzeyde olmaması, eğitim sisteminde değişikliğe gidilmesi gerektiğini göstermiştir (Tortop ve ark., 2022).

Karabey ve Erdoğan'ın (2023) "K12 Beceriler Çerçevesi Türkiye Bütüncül Modeli Matematik Alan Becerileri" makalesinde belirtildiği gibi, matematik eğitiminde öğrencilerin matematiksel düşünme, problem çözme, veriyle çalışma ve matematiksel araçları kullanma gibi çeşitli becerileri bütünlük bir şekilde geliştirmeleri büyük önem taşımaktadır. Matematiksel becerilerin belirlenmesi, öğrencilerin kavramsal anlama ve analitik yeteneklerini incelemeyi hedefleyen araştırma deseniyle uyumludur. 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, matematik öğretimi ve öğrenimini destekleyen ve bu süreçlerle birlikte gelişen kavramsal beceriler ve matematik alan becerilerine öncelik vermiştir. Bu program, söz konusu becerilerin, eğilimler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri ve okuryazarlık becerileriyle karşılıklı etkileşim içinde gelişmesini amaçlamaktadır. K12 Beceriler Çerçevesi Türkiye Bütüncül Modeli ve 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, matematik eğitiminde öğrencilerin becerilerini geliştirirken, bilimsel araştırma sonuçlarını ve önerilerini dikkate alarak, öğrencilerin kavramsal anlama ve analitik düşünme yeteneklerini en etkili şekilde desteklemeyi hedeflemektedir.

Beceriler; kavramsal beceriler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri ve alan becerileri olarak üç ana kategoride ele alınmıştır.

- Kavramsal beceriler: Bireyin soyut fikirleri ve karmaşık süreçleri eyleme dönüştürürken zihinsel faaliyetlerinin bir ürünü olarak işe koştukları eylemler.
- Sosyal-duygusal öğrenme becerileri: Bireyin bireysel ve sosyal hedefler doğrultusunda duygularını yönetmek, empati yapmak, destekleyici ilişkiler kurmak ve sağlıklı benlik geliştirmek için gerekli bilgi, beceri ve eğilimleri edinip uygulaması.
- Alan becerileri: Belirli bir bilgi alanına (örneğin matematik, fen bilimleri, Türkçe, sosyal bilimler) özgü beceriler.

Matematik Alan Becerileri: K12 modelinde beş temel matematik alan becerisi belirlenmiştir:

- **Matematiksel Muhakeme:** Bilgi veya varsayımlar kullanarak mantığa yatkın çıkarımlarda bulunma süreci.
- **Matematiksel Problem Çözme:** Bireyin önceden karşılaşmadığı ya da farklı koşullarda karşılaştığı bir durumun içerdiği soruna matematiksel çözümler geliştirmesi.
- **Matematiksel temsil:** Matematikselleştirilebilir bir durumu, problemi, çözümü ya da ispatı anlamlandırma ve paylaşma için matematiksel süreçleri, olguları ve düşünceleri sergileme araçlarını kullanma.
- **Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme:** İstatistiksel bir problemi çözmek veya bir araştırma sorusuna yanıt bulmak için verilerden belirli süreç adımlarını takip ederek anlamlı sonuçlar çıkarma.
- **Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma:** Matematiği öğrenirken, matematiksel bir durumu incelerken, bir problemin çözümünü araştırırken, matematiği paylaşırken uygun araç ve teknolojiden yararlanma.

Bu beceriler, her biri kendi içinde bütünleşik beceriler ve süreç bileşenleri ile tanımlanmış ve modellenmiştir.

Millî Eğitim Bakanlığı, eğitim kalitesini yükseltmek ve öğrencilerin çağdaş becerilere sahip olmalarını sağlamak için beceri temelli soruları merkezi sınavlara dahil etmiştir. Öğrencileri çağın ve geleceğin gereksinimlerine uygun becerilerle donatmak temel amaçtır (MEB (2018c). 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematik alan becerileri, kavramsal beceriler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri ve okuryazarlık becerileri gibi çeşitli becerilerin geliştirilmesine vurgu yapılmaktadır. Program, bu becerilerin birbiriyle etkileşim içinde, bütüncül bir şekilde ele alınması gerektiğini vurgulamaktadır (MEB, 2024).

Beceri temelli sorular öğrenciler için zorlayıcı olabilir. Bu, bu tür soruların öğrencilere tanıdık olmayan günlük hayat durumlarını içermesi ve yüksek düzeyde düşünme becerilerini ölçmeyi amaçlaması daha önce karşılaşılmayan bir durum olabilir. Bu soruları çözmek için görsel okuma becerileri, yeterli matematiksel beceriler ve okuduğunu anlama becerileri gereklidir (Kedikli & Katrancı, 2022; Kertil vd., 2020).

Beceri temelli sorular, öğrencilerin çeşitli yeteneklerini geliştirmeye yardımcı olabilir. Bu sorular sayesinde öğrenciler daha iyi problem çözebilir, üst düzey düşünebilir ve bilgiyi daha anlamlı kullanabilir hale gelebilirler. (Ünsal & Kaba, 2022). Öğretmenler, bu soruların öğrencilerin problem çözme ve matematiksel düşünme yeteneklerini artırdığına ve öğrencilerin bilgi düzeyini aşan zorluklarla karşılaşarak daha fazla öğrendiğine inanmaktadır. Sorular aynı zamanda öğrencilerin günlük hayatla ilişkilendirme becerilerini geliştirme amacını taşır, bu da soruların basitten karmaşığa doğru ilerlemesiyle desteklenir (Tortop vd., 2022).

1.5.4 Literatür Taraması

Kavramsal Anlama ile İlgili Araştırmalar

Skemp (1978), matematik eğitiminde "ilişkisel anlama" ve "işlemsel anlama" olarak adlandırdığı iki farklı yaklaşımı ele almaktadır. İlişkisel anlama, matematiksel kavramların altında yatan mantığı ve ilişkileri kavrayarak öğrenmeyi ifade ederken, işlemsel anlama ise sadece kuralları ezberleyerek doğru sonuca ulaşmayı hedeflemektedir. Skemp, ilişkisel anlamamanın matematiğin özünü oluşturduğunu ve uzun vadede daha etkili olduğunu savunurken, işlemsel anlamamanın yaygın olarak tercih edilmesinin sebeplerini tartışmakta ve bunun matematik eğitimindeki temel problemlerden biri olduğunu vurgulamaktadır.

Hiebert ve Lefevre (1986), matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesinde kavramsal anlamamanın önemini incelemiştir. Araştırma, matematik bilgisinin kavramsal boyutuna yoğunlaşarak, öğrencilerin işlemsel anlamasının sağlam bir kavramsal bilgi altyapısına ihtiyaç duyduğunu savunmaktadır. Matematiksel ilişkileri kodlama ve bilgi birimleri arasındaki bağlantıları kurmadaki zorlukları ele alınmıştır. (Hiebert, 1986).

Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali'nin 2001'deki çalışması, matematik öğreniminde kavramsal anlama ve işlemsel becerilerin birbirini nasıl desteklediğini ve bu etkileşimin öğrenim sürecindeki önemini incelemektedir. Araştırma, çocukların matematik bilgilerini birbirini destekleyen bir süreçte, yani kavramsal ve işlemsel

bilgilerin birlikte geliştiği bir döngüde geliştirdiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca, problem temsillerinin doğru şekilde oluşturulmasının işlemsel bilginin gelişimine katkı sağladığını ortaya koymaktadır. Bu çalışma, matematik eğitiminde kavramsal anlama, işlemsel beceri ve problem temsili arasındaki ilişkilerin dikkatli bir şekilde analiz edilmesinin öğrencilerin öğrenimine nasıl yardımcı olabileceğini incelemektedir.

Rittle- Johnson ve Star, öğrencilerin matematikte denklem çözme yeteneklerini geliştirmek amacıyla, kavramsal anlamaları ve işlemsel esnekliklerini artırmaya yönelik farklı yöntemlerin etkinliğini incelemiştir. Bu bağlamda, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileri üzerinde yapılan bir çalışmada, öğrencilerin aynı çözüm stratejisi ile çözülen benzer problemleri, farklı problemleri ya da aynı problem üzerinde uygulanan çeşitli çözüm stratejilerini karşılaştırmalarının öğrenmeleri üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Elde edilen bulgular, farklı çözüm yöntemlerinin karşılaştırılmasının, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını ve işlemsel becerilerini esnek bir şekilde kullanmalarını desteklemede, problem türlerinin karşılaştırılmasına kıyasla daha etkili olduğunu ortaya koymuştur. Sonuçlar, matematik öğretiminde karşılaştırmalı yöntemlerin kullanılmasının önemini vurgulamaktadır. (Rittle- Johnson ve Star,2009)

Rittle-Johnson, Schneider ve Star, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkinin çift yönlü olduğunu, yani işlemsel bilginin kavramsal bilgiyi desteklediği gibi, kavramsal bilginin de işlemsel bilgiyi desteklediğini savunmaktadır. Matematik eğitimi araştırmacılarının, farklı öğretim yaklaşımlarının öğrenci öğrenimi üzerindeki etkisini ölçmek için sınıf ortamında deneyler ve gözlemler yoluyla veri toplanması gerektiğini savunuyorlar.

Taştepe (2018) araştırması cebirsel kesirler içeren denklemler bağlamında öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerinin gelişimini inceleyen bir araştırmadır. Araştırma sonuçlarına göre, katılımcıların işlem esneklikleri uygulama sürecinde gelişim göstermiş, bu gelişime en çok etki eden faktörün çoklu strateji bilgisi olduğu belirlenmiştir. Ayrıca işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki ilişki incelendiğinde, kesrin anlamı stratejisinin işlem esnekliğinde kullanılan ve kavramsal anlama ile en çok ilişkili strateji olduğu tespit edilmiştir. Taştepe, bu stratejinin özellikle kesrin bölüm anlamının farklı cebirsel kesir türlerine aktarılmasında önemli olduğunu vurgulamıştır. (Taştepe, 2018).

Yılmaz'ın (2022) yüksek lisans tezi, öğretmen adaylarının integral kavramındaki zorlukları inceleyerek belirsiz integral, belirli integral, geometrik yorum ve grafik çizimi gibi alt başlıklarda yaşadıkları güçlükleri ele almaktadır. Bulgular, öğrencilerin özellikle türevle olan ilişkiyi doğru bir şekilde anlamakta zorlandıklarını ve integrali soyut bir kavram olarak algıladıklarını göstermektedir. Ayrıca, katılımcıların matematik bilgilerini işlemsel bir düzeyde öğrendikleri, ancak kavramsal anlama düzeyinde zorlandıkları belirtilmiştir. Çalışma, öğretmen adaylarının matematiksel bilgileri kavramsal bir anlamaya dönüştürme ve bu bilgileri günlük yaşantılarıyla ilişkilendirme konusunda zorluklar yaşadıklarını vurgulayarak, matematik eğitimindeki önemli bir sorun alanını ortaya koymaktadır.

Dinçer (2022) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişken, bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramlarına yönelik bilgilerini ve olası kavram yanlışlarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının çoğunun değişken kavramını genel olarak doğru anladığını, ancak kavramın tek bir yönüne odaklanma eğiliminde olduklarını göstermiştir. Bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarında ise eksik öğrenmeler ve çeşitli kavram yanlışları tespit edilmiştir (Dinçer, 2022).

Akpınar ve Ekici (2022) 8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki kavramsal gelişimleri, matematik dersi öğretim programı etkinlikleri ile desteklendiğinde olumlu yönde etkilenmektedir. Akpınar ve Ekici (2022), öğrencilerin konu işlenmeden önce dönüşüm geometrisi ile ilgili kavram bilgilerinin olmadığını, ancak konu işlendikten ve etkinlikler yapıldıktan sonra kavramsal gelişim gösterdiklerini belirtmişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde, matematik dersinin sadece ders kitabından öğrenilmesinin zor olduğu, konunun öğretmenler tarafından uygun yöntemlerle işlenmesi ve etkinliklerin yapılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Kılcan (2006), ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölme konusundaki kavramsal bilgi düzeylerinin sınırlı olduğunu ortaya koymuştur. Arslan Kılcan (2006), dört ilköğretim matematik öğretmeni ile yaptığı çalışmada, öğretmenlerin çoğunlukla kesirlerle bölmede "ters çevirip çarpma" kuralına odaklandıklarını, bu kuralı neden kullandıklarını açıklamakta ve alternatif algoritmalar sunmakta zorlandıklarını belirlemiştir.

Bike Kalkan (2014) tezinde, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir alanındaki kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarını incelemeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin çoğunun doğrusal ilişki, doğrunun grafiği ve eğimi konularında zorluk yaşadığını ve kavram yanılgılarına sahip olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin kavramları daha çok işlemsel boyutta algıladıkları ve çoğunlukla ezberledikleri tespit edilmiştir.

Özcan ve diğerlerinin (2022) çalışması, sorgulamaya dayalı 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı kapsamında uygulanan GeoGebra destekli etkinliklerin, öğrencilerin farklı temsil sistemlerini kullanarak temsiller arası dönüşüm gerçekleştirmelerine ve kavramsal anlama süreçlerine katkı sağladığını ortaya koymuştur. GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımlarından faydalananak öğrencilerin çoklu temsiller arasında geçiş yapabilmelerinin kavramsal öğrenmelerini desteklediğini göstermesi bakımından literatüre katkı sağlamaktadır. (Özcan, Demir, Aksu, Urhan ve Zengin, 2022).

Türer (2022) yüksek lisans tezinin, amacı 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusundaki problem çözme ve problem kurma becerilerini incelemek ve bu süreçlerdeki kavramsal anlamalarını anlamaktır. Çalışma, bu amaç doğrultusunda belirlenen alt problemleri ele alarak, öğrencilerin problem çözme ve problem kurma uygulamalarındaki kavramsal anlama düzeylerini anlamayı hedeflemektedir. Araştırma, öğrencilerin temsil becerileri üzerine odaklanarak grafik oluşturma konusunda denklem ve tabloya kıyasla daha fazla eksiklik ve zorluk yaşandığını ortaya koymaktadır. Gözlemler, öğrencilerin bir taksi tarifesi problemine yönelik doğru cevap vermede, denklemleri doğru oluşturmalarına rağmen grafik okuma konusunda zorlandıklarını göstermektedir. Bike Kalkan'ın (2014) önceki araştırmalarıyla benzerlik gösteren bulgular, öğrencilerin temsil etme konusunda genellikle sözel temsili tercih ettiklerini, ancak grafik, tablo veya sözel ifade verilip denklem kurma becerisi konusunda bazı zorluklar yaşadıklarını vurgulamaktadır. Araştırma, temsil becerilerini anlama ve geliştirmede dengeli bir yaklaşımın önemini vurgulamakta ve öğrenci tercihlerini etkileyen faktörleri anlamak için önemli bir perspektif sunmaktadır.

Matematiksel Sit Kavramı Hakkında Yapılan Çalışmalar

Fındık (2019)'ın doktora tezi, matematik eğitiminde analiz konularının öğretimini incelemiştir. Matematiksel Sit (MS) modelini kullanarak limit, süreklilik ve türev kavramları arasındaki ekolojik ilişkileri araştırmıştır. Araştırma, bu kavramlar

arasındaki ilişkilerin doğru bir şekilde kurulmasının öğrencilerin türev kavramını daha iyi anlamalarına katkı sağladığını ve öğretim programının daha etkili bir şekilde yapılandırılmasına olanak sağladığını göstermektedir.

Silvy ve Delcroix (2009) Fransa'daki lise bitirme sınavında (baccalauréat) yer alan "Restitution Organisée de Connaissances" (ROC) adlı soru tipini analiz etmektedir. ROC soruları, öğrencilerin matematiksel bilgilerini organize etme ve sunma becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır. Sorulardaki ön koşullar (pré-requis), öğrencilerin Kartezyen bir yaklaşım benimsemelerine yardımcı olmaktadır. Soru tipleri sadece matematiksel bilgileri değil, aynı zamanda matematiksel becerileri de değerlendirmektedir. ROC'un uygulanması, öğretmenlerin ders içeriklerini ve öğretim yöntemlerini değiştirmelerine neden olmuş, daha fazla ispat ve argümantasyon öğretimine yer vermeye başlanmıştır. Makalede ROC sorularının matematiksel sit analizi yapılarak, sorunun matematiksel ve didaktik bağlamı incelenmiştir.

Silvy, C., Delcroix, A., & Mercier, A. (2013) bir öğretmenin belirli bir konuyu öğretmeye hazırlanırken bir sorunun "lokal sit" (site local d'une question) nin olası kullanımını gösteriyor. Çalışma, öğrencilerin bir konuyu incelerken karşılaşılabilecekleri zorlukları veya engelleri aşmak için derinlemesine bilinmesi gerekenler ile Shulman ve takipçilerinin pedagojik içerik bilgisi modellemesi arasındaki benzerlikleri tartışıyor.

Beceri Temelli Sorular ile ilgili Çalışmalar

Karaboğaz & Ergene (2023), ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmek için beceri temelli bir orantısal akıl yürütme testi geliştirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmacılar, dört farklı problem türünü içeren 40 problemlik bir taslak test hazırlamışlardır. Uzman görüşleri ve pilot uygulama sonrasında yapılan istatistiksel analizler neticesinde, nihai test 10 problemde oluşturulmuştur. 216 sekizinci sınıf öğrencisinden toplanan verilerle yapılan analizler sonucunda, geliştirilen testin geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacılar, geliştirilen bu testin ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin ölçülmesinde, oran ve orantı kavramlarına yönelik genel başarı düzeylerini ve farklı problem türlerine yönelik başarı düzeylerini belirlemede kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Uzun ve Ağaç (2023) tarafından yürütülen araştırma, öğretmenlerin yeni nesil matematik sorularına yönelik tutumlarını mercek altına almıştır. Araştırmada, öğretmenlerin bu tür sorulara genel olarak beceri geliştirme ve anlamlı öğrenme odaklı bir yaklaşım sergiledikleri; ancak, bazı öğretmenlerin soruların zorluk seviyesi ve yapısal özelliklerine odaklandığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerin, yeni nesil soruları uygulama konusunda karşılaştıkları zorluklar arasında zaman kısıtlamaları, sınıf mevcutlarının kalabalıklığı ve yetersiz öğretim kaynaklarının bulunması gibi faktörler ön plana çıkmıştır. Araştırma, öğretmenlerin bu yeniliklere adaptasyon sürecinde zorlandığını ve bu süreçte desteklenmelerinin önemine işaret etmiştir. Bu çalışma, eğitim politikaları ve uygulamaları açısından, öğretmenlere yeni nesil soru tiplerini etkili bir şekilde uygulayabilmeleri için gerekli desteklerin sağlanması gerektiğini vurgulamaktadır.

Çolak (2022) tarafından yapılan bir araştırmada, öğretmenlerin beceri temelli sorulara genel olarak olumlu yaklaştığı, ancak bazı soruların öğrenciler için gereksiz derecede karmaşık olduğu ve bilişsel düzeylerini aştığı gözlemlenmiştir. Araştırma, öğretmenlerin matematiksel becerileri günlük yaşam senaryolarıyla ilişkilendirme eğiliminde olduğunu ve yeni nesil soru formatlarının bu algıyı desteklediğini ortaya koymaktadır. Çalışma, öğrencilere sunulan kaynakların seçiminde dikkatli olunması gerektiğini ve öğretim materyallerinin öğrencilerin ihtiyaçlarına uygun bir şekilde düzenlenmesinin önemini vurgulamaktadır. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin soru türlerini değerlendirirken öğrencilerin bilişsel düzeylerini dikkate almaları ve soruları öğrenci merkezli bir yaklaşımla oluşturmalarının önemi üzerinde durulmaktadır.

Diler Kedikli ve Yasemin Katrancı (2022) tarafından gerçekleştirilen araştırma, ortaokul düzeyindeki öğrencilere yönelik beceri temelli matematik sorularının incelenmesine odaklanmıştır. Araştırmanın bulguları, incelenen soruların büyük bir kısmının görsel problemler içerdiğini ve bu görsellerin çoğunlukla günlük yaşam senaryolarıyla ilişkilendirildiğini ortaya koymuştur. Bu görsellerin bilgilendirici özellikte olduğu ve soruların genellikle teknolojik olmayan bağlamları yansıttığı belirlenmiştir. Kedikli ve Katrancı'nın (2022) çalışması, matematik eğitiminde görsel unsurların önemine dikkat çekerek, öğrencilerin matematiksel problemleri anlama ve çözme sürecindeki katkılarını vurgulamaktadır.

Yılmaz ve Şad (2022)'in gerçekleştirdiği çalışma, matematik derslerinde kullanılmak üzere beceri temelli soru yazımını kolaylaştıracak bir kontrol listesi

geliştirmeyi hedeflemiştir. Bu kontrol listesi, literatür taraması ve alanında uzman kişilerin görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır ve matematik öğretmenleri ile uzmanlara, beceri temelli soruları oluştururken ve değerlendirirken yol gösterici bir rehber olarak hizmet etmektedir. Araştırma, ulusal sınavların genellikle üst düzey düşünme becerilerini yeterince ölçemediğini ve daha çok alt düzey bilişsel becerilere odaklandığını ortaya koymuştur. Bu durum, eğitim süreçlerinde beceri temelli soruların önemini ve gerekliliğini bir kez daha vurgulamaktadır.

Kertil, M., Gülbağcı-Dede, H., ve Ulusoy, E. G. (2021) tarafından yürütülen araştırma, beceri temelli sorulara yönelik öğretmen görüşlerini, öğretmenlerin bu soruları sınıf içinde nasıl uyguladıklarını, bu sorulara ait kaynaklar hakkındaki görüşlerini ve mesleki gelişim ihtiyaçlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Karma yöntem kullanılarak tasarlanan bu araştırmada, nitel veriler öncelikle 10 ortaokul matematik öğretmeni ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden toplanmış, ardından bu verilere dayanarak bir anket geliştirilmiştir. Bu anket, İstanbul'da görev yapan 217 ortaokul matematik öğretmenine uygulanmıştır. Araştırma sonuçları, öğretmenlerin genel olarak beceri temelli sorulara olumlu yaklaştıklarını ve ders içinde bu tür soruları giderek daha fazla kullandıklarını göstermektedir. Öğretmenlerin, beceri temelli soruları yaygın olarak Millî Eğitim Bakanlığı'nın aylık örnek soruları ve özel yayınevlerinin kitapları gibi kaynaklardan temin ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin beceri temelli sorularla ilgili olarak hizmet içi eğitim ihtiyacı hissettikleri, özellikle soru yazımı ve öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirme konularında destek talep ettikleri ortaya çıkmıştır.

Erden (2020) çalışmasında, öğretmenlerin LGS sınavlarındaki beceri temelli soruların öğretim programları ve ders kitaplarıyla uyumlu olmadığını, bu konuda desteğe ihtiyaç duyduklarını ortaya koymuştur. Çalışma, beceri temelli sorularla ilgili eğitim alanında yapılması gerekenlere dikkat çekmektedir.

Duran ve Bahadır (2022), 2018-2022 yılları arasında matematik eğitiminde beceri temelli sorularla ilgili yapılan çalışmaları incelemiştir. Araştırmacılar, bu alandaki çalışmaların daha çok 8. sınıf düzeyinde yoğunlaştığını, nitel yöntemlerin tercih edildiğini, beceri temelli soruların öğrenciler için zorlayıcı olduğunu, ancak öğretim programlarıyla uyumlu olduğunu belirtmişlerdir. Bununla birlikte, ders kitaplarının öğrencileri bu tarz sorulara hazırlamada yetersiz kaldığı vurgulanmıştır.

Gün (2021) tarafından yapılan "Beceri Temelli Soruların Kullanımına İlişkin İlköğretim 8. Sınıf Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri" başlıklı yüksek lisans tez çalışmasında, matematik öğretmenlerinin beceri temelli soruların matematik dersi öğretim programı kazanımlarıyla uyumlu olduğunu düşündükleri, ayrıca 2020 LGS'de yer alan beceri temelli soruları da kazanımlarla uyumlu buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ancak öğretmenler, ders kitabı ve EBA'da yer alan ders içeriklerinin beceri temelli sorularla uyumlu olmadığı görüşündedirler.



2. YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmanın tasarımı, öğretim deneyinin planlanış şekli, veri toplama araçları, veri analizine yönelik bilgiler verilmiştir. Çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözerken sergiledikleri kavramsal anlama ve matematiksel beceri düzeylerini incelemek için öğretim deneyi modeli kullanılmıştır.

Öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini derinlemesine incelemek ve bu süreçleri geliştirmek amacıyla tercih edilmiştir. Öğretim deneyi sürecinde, öğrencilere beceri temelli matematik soruları uygulanmış, ardından birebir görüşmeler yapılmış ve gerektiğinde ek öğretim seansları düzenlenmiştir.

2.1 Araştırma Tasarımı

Araştırmada, 8. sınıf öğrencilerinin beceri temelli matematik sorularını çözerken sergiledikleri kavramsal anlama ve matematiksel beceri düzeylerini incelemek amacıyla nitel bir yaklaşım benimsenmiştir. Nitel araştırma, kişilerin ya da olayların izlenmesi ve olayların daha çok nedenlerini ve nasıl meydana geldiğini araştırmak için nitel veri toplama araçlarını kullanan bir araştırma yaklaşımıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Ayrıca, zihinsel bir sürecin incelenmesi, geniş çaplı bilgi edinilmesi ve uygulamada karşılaşılan sorunlara çözüm bulmak amaçlanan araştırma, nitel araştırma desenlerinden öğretim deneyi modeli seçilmiştir.

2.1.1 Öğretim Deneyi

Nitel araştırma metodolojileri arasında önemli bir yere sahip olan 'öğretim deneyi' modeli, araştırma için uygun bir desen olmuştur. Öğretim deneyi, öğrencilerin bilgi ve kavramları nasıl inşa ettiklerini anlamak için yürütülen deneysel bir araştırma sürecidir. Araştırmacılar, gerçek eğitim ortamlarında öğretim ve gözlem yaparak, öğrencilerin matematiksel düşünme ve anlayışlarını keşfetme fırsatı bulurlar. Öğretim deneyinin temel amacı, öğrencilerin tepkilerini ve öğrenme süreçlerini detaylı bir şekilde inceleyerek, mevcut öğretim modellerini değerlendirip yeni modeller ortaya koymaktır. Öğretim deneyleri, araştırma ile öğretim süreçlerinin birleştirilmesini hedefleyerek, detaylı incelemeye olanak tanır. Görüşmelerle katılımcıların zihinsel yapılarındaki dönüşümlerin, etkileşim ve gözlemler üzerinden yoğun bir biçimde analiz edilmesini sağlamıştır (Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneyinin en önemli

katkısı, öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini detaylı bir şekilde analiz etmesi ve öğretmenlere öğrencilerin matematiği algılayışları hakkında kaynak sağlayabilmesidir (Steffe & Olive, 2010).

Piaget'nin klinik görüşme yöntemi temel alınarak geliştirilen öğretim deneyi, öğretim süreçlerinin geliştirilmesine odaklanan deneysel bir yaklaşım sunmaktadır. Bu sayede, detaylı analizler yapılabilmeyi sağlamaktadır (Steffe ve Thompson, 2000). Matematiksel bilginin nasıl kazanıldığı ve öğrenme sürecini hangi faktörlerin etkilediğini detaylı bir şekilde analiz eden öğretim deneyi, öğrenme ve öğretim metotlarına dair hipotezler sunar ve bu hipotezleri deneyerek doğrulamayı amaçlayan bir nitel araştırma yaklaşımı olarak kabul edilir (Steffe, 1991).

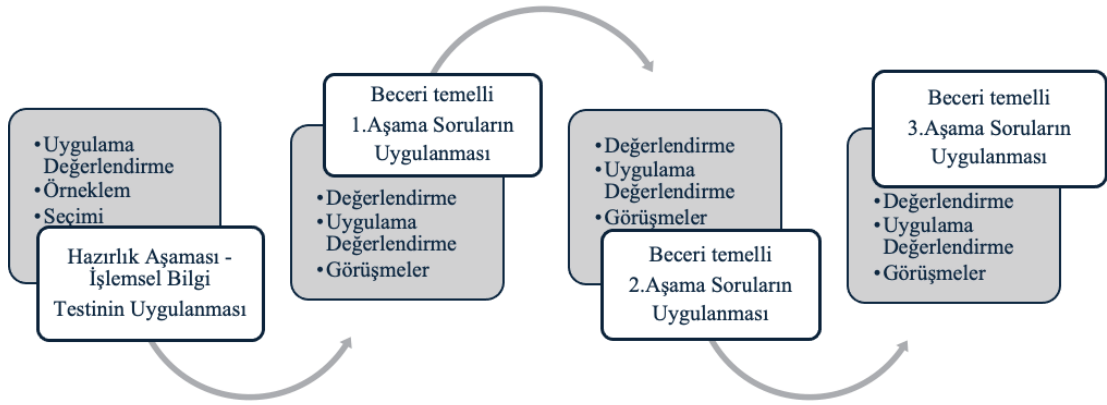
2.1.2 Öğretim Deneyinin Planlanması

Araştırma, öğrencilerin matematik işlem becerilerini ve bilgilerini ölçmek için işlemsel bilgi testi ile başlanmıştır. Bu test, araştırmaya katılacak öğrencileri belirlemek için önemli bir rol oynamıştır. İşlemsel Bilgi Testinin uygulanmasının temel nedenleri şunlardır:

- Öğrencilerin temel matematiksel işlem becerilerini değerlendirmek
- Araştırma için uygun çalışma grubunu belirlemek
- Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerini tespit etmek
- Beceri temelli soruları çözmek için gerekli olan temel işlemsel bilgi seviyesini sağlamak

İşlemsel Bilgi Testi, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini incelemeden önce, temel matematiksel işlemleri yapabilme yeteneklerini ölçmeyi amaçlamıştır.

İşlemsel bilgi testinde başarılı olan öğrencilere daha sonra üç aşamalı beceri temelli matematik testleri uygulanmıştır. Bu testler, öğrencilerin çeşitli konulardaki kavramsal anlama düzeylerini incelemek için aşamalı olarak tasarlanmıştır. Aşamaları geçemeyen öğrenciler için ek öğretim uygulaması yapılarak, onların da ilerleyebilmeleri sağlanmıştır.



Şekil 2-1. Öğretim deneyi Şeması

Şekil 2-1'de gösterilen Öğretim Deneyi Şeması, araştırma sürecinin döngüsel ve aşamalı yapısını açıkça ortaya koymaktadır. Bu şemaya göre, öğretim deneyi dört ana aşamadan oluşmaktadır:

- **Hazırlık Aşaması- İşlemsel Bilgi Testi:**
 - a. Araştırma sürecinin başlangıcında, işlemsel bilgiyi ölçecek bir testin uygulaması gerçekleştirilmiştir.
 - b. Bu test, belirli işlemsel bilgilere sahip öğrencilerin araştırmanın çalışma grubunu oluşturması amacıyla uygulanmıştır.
- **Uygulama- Aşamalı Beceri Temelli Testler:**
 - a. Seçilen öğrencilere, kavramsal anlama yapılarını değerlendirmek üzere üç aşamalı beceri temelli testler uygulanmıştır.
 - b. Her aşamanın sonunda, öğrencilerin çözüm yaklaşımları ve kavramsal anlama düzeyleri üzerine detaylı bir inceleme yapılmıştır.
- **Nitel Analiz- Görüşmeler:**
 - a. Öğrencilerle gerçekleştirilen her aşamadan sonra bire bir görüşmeler aracılığıyla, onların becerileri ve çözüm yöntemleri hakkında veriler toplanmıştır.
 - b. Elde edilen nitel veriler ile öğrencilerin kavramsal anlama ve beceri temelli soruları çözme stratejileri incelenmiştir.
- **Ek Öğretim ve İlerleme:**
 - a. Aşamalı testlerde zorlanan öğrencilere yönelik ek öğretim planlanarak ve bu öğrencilerin bir sonraki aşamaya geçişleri desteklenmiştir.

Öğretim deneyi, her aşamada beceri temelli testlerin uygulamasını ve değerlendirme sonrasında bulguların gözden geçirilmesi ve geliştirilmesi gerektiren döngüsel bir süreci kapsamaktadır. Şekil 2-1'de görüldüğü üzere, her aşama bir sonraki aşamayı beslemekte ve süreç döngüsel olarak ilerlemektedir. Bu döngüsel yapı, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerindeki gelişimi sürekli olarak izlemeye ve gerektiğinde müdahale etmeye olanak sağlamıştır.

Beceri temelli testlerinin tamamlanmasının ardından öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde, öğrencilerin düşünme biçimlerini, problem çözme teknikleri ve matematiksel kavramları nasıl kavradıkları hakkında sorular sorulmuş ve görüşme kaydedilerek kayıt altına alınmıştır. Görüşmeler, katılımcıların rahat ve sakin bir ortamda fikirlerini, deneyimlerini ve duygularını kapsamlı bir şekilde paylaşmalarını sağlamak için düzenlenmiştir. Testlerin hazırlanması ve güvenilirliği konusunda, MEB örnek soruları ve LGS de çıkmış sorular temel alınarak sorular belirlenmiştir. Bu sorular, alan uzmanları ve matematik öğretmenleri tarafından incelenmiş, onlardan elde edilen geri bildirimler doğrultusunda sorular üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Gözlem ve yarı-yapılandırılmış görüşme tekniği ile öğrencilerin matematiksel kavramsal anlama süreçlerini detaylı bir şekilde ortaya koymak için etkili bir yöntem olarak kullanılmıştır.

2.1.3 Katılımcılar

Katılımcı seçiminde ilk olarak, araştırmacının kolay erişebildiği, kendi öğretmenlik yaptığı sınıf kullanılarak kolay ulaşılabilir durum örnekleme uygulanmıştır. Bu seçim çalışmada pratiklik ve erişim açısından kolaylık sağlamıştır. Daha sonra, öğrencilerin matematik başarıları ve gönüllü katılımları gibi belirli kriterleri temel alan ölçüt örnekleme yöntemi ile katılımcılar daha detaylı belirlenmiştir. Ölçüt örnekleme, önceden hazırlanmış bir ölçüt listesi kullanılarak belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan her durumun çalışmasıdır. (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

2022-2023 eğitim öğretim yılında, araştırmacının katılımcılarının belirlenmesi amacıyla ilk olarak Kocaeli ilinde bulunan devlet ortaokulunda 30 8.sınıf öğrencisine çoktan seçmeli sorular içeren İşlemsel Bilgi Testi soruları yöneltilmiştir. Bu test, öğrencilerin temel matematiksel işlem becerilerini kapsamlı bir şekilde değerlendirmeyi amaçlamıştır.

Tablo 2-1.Katılımcıların Matematik Dersi İşlem Seviyelerine Göre Dağılımı

	Yiğit	Duru	Nehir	Bora	Erdem	Oğuz	Ahmet
Yüzde hesaplama	√	√	√	√	√	√	√
Daire alanı	√	√	√	√	√	√	√
Rasyonel sayıların üslü işlemleri	√	√	√	√	√	√	√
Cebirsel ifadelerle alan hesaplama	√	√	√	√	√	√	√
Tamsayıların çarpanlarını bulma	√	√	√	√	√	√	√
Ters Orantı problemi çözebilme	√	√	√	√	√	√	√
Kesirler ile işlemler	√	√	√	√	√	√	√
Denklem çözme	√	√	√	√	√	√	√
Cebirsel ifadeleri çarpma	√	√	√	√	√	√	√
Özdeşlikleri tanıma	√	√	√	√	√	√	√
Olasılık hesaplama	√	√	√	√	√	√	√

Tablo 2-1'de görüldüğü üzere, İşlemsel Bilgi Testi çeşitli konuları içermektedir. Testin tüm sorularına doğru cevap veren öğrenciler, bu temel işlem becerilere sahip oldukları varsayılarak araştırma için "başarılı" olarak değerlendirilmiştir.

Bu ölçüt, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini değerlendirmek için gereken temel işlemleri bildiklerini varsaymamızı sağlamıştır. Tablo 2-1'de gösterilen becerilere sahip olan öğrenciler, araştırmanın odak noktası olan kavramsal anlama ve problem çözme becerilerinin daha net bir şekilde incelenebilmesi için seçilmiştir. Bu işlemsel bilgiye sahip olmak, öğrencilerin daha karmaşık matematiksel kavramları anlamalarında ve beceri temelli soruları çözmelerinde temel oluşturmuştur.

Tabloda görüldüğü gibi, seçilen yedi öğrenci (Yiğit, Duru, Nehir, Bora, Erdem, Oğuz ve Ahmet) tüm bu becerilerde yeterlilik göstermiştir. Bu durum, araştırma grubunun matematiksel işlem becerileri açısından homojen ve yüksek düzeyde olduğunu göstermektedir. Bu homojenlik, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerindeki farklılıkları daha net bir şekilde ortaya çıkarmaya olanak sağlamıştır.

Araştırma için gerekli izin işlemleri tamamlandıktan sonra çalışma grubu seçimi tamamlanmıştır. Öğrenciler gönüllü olarak araştırmaya katılmışlardır. Bu amaçla velilerden ve öğrencilere “öğrenci izin formu” (Bkz. Ek 2) ve “veli izin formu” (Bkz. Ek 3) imzalatılmıştır. Çalışma grubundaki yedi öğrenci sekizinci sınıfta eğitim görmektedir. Bu grubun seçilmesinin nedeni, araştırmanın öğretim programında bu sınıf düzeyinde olması ve araştırmacı öğrencilerin matematik öğretmeni olduğu için öğrencileri gözlemleyebilecek ve ek öğretim fırsatları bulabilecek olmasıdır.

2.1.4 Pilot Uygulama

2022-2023 eğitim öğretim yılında, beceri temelli soruların (uygulama ve görüşme soruları) katılımcılar tarafından anlaşılabilirliği, öğrenci seviyesine uygun olup olmadığı ve araştırmanın hedeflediği amaçları ne derece kapsadığını tespit etmek amacıyla, aynı zamanda ek öğretim seanslarının taslak içeriklerini oluşturmak ve araştırmacının ilgili deneyimlerini geliştirmek için, iki sekizinci sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yürütülmüştür. Bu pilot çalışma, ilk ve son görüşmelerle birlikte iki katılımcı ile birebir yürütülen iki aşamadan oluşmuştur. Pilot çalışmanın tamamlanmasının ardından, ön değerlendirme ve görüşmeler tamamlanmış ve asıl araştırmanın öğretim seansları ve muhtemel durumları için gerekli hazırlıklar tamamlanmıştır.

2.1.5 Öğretim Deneyi Uygulama Süreci

Tablo 2-2. Öğretim deneyi Uygula Süreci

Aşama	Tarih	Süre	Aktivite
Hazırlık	Ocak 2023	60 Dk	İşlemsel Bilgi Testi
Seçim	Şubat 2023	-	Öğrenci Seçimi
Uygulama 1	Mart 2023	40 Dk	1. Aşama BTMS
Değerlendirme 1	Mart 2023	2 Gün	Kağıtların İncelenmesi
Görüşme 1	Nisan 2023	20 Dk	Birebir Görüşmeler
Uygulama 2	Nisan 2023	40 Dk	2.Aşama BTMS
Değerlendirme 2	Nisan 2023	2 Gün	Kağıtların İncelenmesi
Görüşme 2	Mayıs 2023	20 Dk	Birebir Görüşmeler
Ek Öğretim 2	Mayıs 2023	30 Dk	Ahmet İçin Ek Öğretim
Uygulama 3	Mayıs 2023	40 Dk	3.Aşama BTMS
Değerlendirme 3	Mayıs 2023	2 Gün	Kağıtların İncelenmesi
Görüşme 3	Haziran 2023	20 Dk	Birebir Görüşmeler
Ek Öğretim 3	Haziran 2023	30 Dk	Duru ve Irmak İçin Ek Öğretim
Ek Öğretim 4	Haziran 2023	30 Dk	Erdem İçin Ek Öğretim

Bu tablo, Ocak-Haziran 2023 arasında gerçekleştirilen öğretim deneyinin aşamalarını göstermektedir. Süreç, 30 öğrenciye uygulanan İşlemsel Bilgi Testi ile başlamış, 7 öğrenci seçilmiştir. Üç aşamalı Beceri Temelli Test uygulanmış, her aşama test, değerlendirme ve görüşmeleri içermiştir. Aşamalardan sonra ihtiyaç duyan öğrencilere özel ek öğretim seansları düzenlenmiştir. Tablo, öğretim deneyinin yapısını, zamanlamasını ve katılımcılarını özetlemektedir.

2.2 Veri Toplama Araçları

2.2.1 İşlemsel Bilgi Testi

Araştırmaya katılacak öğrencilerin belirlenmesi için öncelikle işlem becerilerini ölçen “İşlemsel Bilgi Testi” hazırlanmıştır. Öğrencilerin matematiksel becerilerini ve işlem düzeylerini ölçmek için hazırlanmış olan hazır bulunuşluk Tablo2-1’deki konulara ait işlemsel becerileri kapsamaktadır. İşlemsel bilgi testindeki sorular MEB’in kazanım kavrama testlerinden konulara göre seçilerek hazırlanmıştır. Böylece, testin içeriğinin öğretim programıyla uyumlu olması ve öğrencilerin sahip olması gereken temel işlemsel bilgi düzeyini ölçmesi sağlanmıştır. İşlemsel Bilgi Testinin sonuçlarına göre, tüm bu becerilerde yeterlilik gösteren öğrenciler araştırma için seçilmiştir. Tablo 2-1’de görüldüğü üzere, seçilen yedi öğrenci (Yiğit, Duru, Nehir, Bora, Erdem, Oğuz ve Ahmet) tüm bu becerilerde başarı göstermiştir. Seçilen öğrencilerin işlemsel bilgi düzeyinin yeterli ve homojen olduğu görülmektedir. Böylece, araştırmanın sonraki aşamalarında uygulanacak beceri temelli soruların çözümünde, öğrencilerin işlemsel bilgi eksikliğinden kaynaklanan zorluklar yaşaması önlenmiş ve kavramsal anlama düzeylerinin daha net bir şekilde ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.

2.2.2 Beceri Temelli Matematik Soruları

Araştırmanın uygulama aşamasındaki veri toplama aracı “Beceri Temelli Matematik Soruları” öğrencilerin kavramlar arasındaki kurdukları ilişkileri ortaya çıkarmaya yönelik olup onların kavramları anlama düzeylerinde nasıl ilerlediklerine göstermeyi amaçlamaktadır. “Beceri Temelli Matematik Soruları” (BTMS) veri toplama aracı üç aşamalı olarak düzenlenmiştir. Tablo 2-3’te gösterildiği gibi, her aşamada farklı matematiksel kavramları içeren sorular yer almaktadır. İlk aşamada, bir veya iki matematiksel kavramın yer aldığı problemler kullanılmıştır. Daha sonraki iki aşamada ise, problemlerin içerdiği kavram sayısı artırılmıştır, buna göre 2.aşamada iki ya da üç kavram, 3. aşamada ise üç kavram yer alırken içeriği de biraz daha zorlaştırılmıştır. Öğrencilere yöneltilen bu sorular, farklı günlerde uygulanmıştır. Bu süreçte, her bir aşamada aynı kavramları içeren soruların sıralaması bilinçli olarak karışık tutulmuştur. Böylece öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerinin aşamalı olarak gelişimi gözlemlenmiştir.

Tablo 2-3.Beceri temelli sorulara ait kavramlar

BTMS	Konu		
Aşama	Soru	numarası	
1.1	2.3	3.5	Orantı, Olasılık ve İlgili Kavramlar
1.2	2.1	3.4	Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar
1.3	2.4	3.3	Olasılık ve Karşılaştırma
1.4	2.5	3.1	Oran ve Daire Grafiği Kavramları
1.5	2.2.	3.2	Çarpanlar, Katlar İlgili Kavramlar

2.2.3 Görüşmeler

Öğretim deneyinde, müfredat uygulamalarını takip eden safhada, katılımcılarla bire bir gerçekleştirilen görüşmeler, bireylerin matematiksel problemleri çözme yaklaşımlarını ve kavramsal anlamayı yapılarını anlamaya yardımcı olmuştur. Görüşmeler, araştırma katılımcılarından detaylı veri toplanmasını ve böylece araştırmanın konusu hakkında "içeriden öğrenmeyi" sağlar. Ayrıca, görüşmeler, katılımcıların deneyimlerini, düşüncelerini, tutumlarını ve duygularını açıkça ifade etmelerini, araştırmacının da bu bilgileri detaylı bir şekilde anlamasını ve analiz etmesini sağlar (Dömbekci & Erişen, 2022). Araştırmada öğrencilerin işlemler üzerindeki testlerdeki çözümlerinin yanı sıra, matematiksel kavramları nasıl yorumladıkları ve ilişkilendirildikleri de değerlendirilmiştir. Bu bağlamda bulgular, katılımcıların karşılaştıkları problemleri çözmede hangi taktikleri benimsediğini, ne düzeyde bir anlayışa ulaştıklarını ve bu süreçte hangi tercihleri yaptıkları görüşmelerde elde edilmiştir.

2.2.4 Ek Öğretim Seansları

Aşamalarda yapılan uygulamalarda yeterli kavramsal anlama ilişkilerini kuramayan öğrencileri diğer aşamalara geçebilmeleri için gerekli olan öğretim desteği ayrı seanslarla dört öğrenciye verilmiştir. Tablo 2-4'te de görülebileceği gibi, Aşama-1'de öğrenciler soruları doğru cevaplamıştır. Aşama-2'de ise bir öğrenci oran-daire grafiği kavramlarına yönelik soruda kavramlar arasında ilişki kurmakta güçlük çekmiştir. Bu öğrenciyle yapılan görüşmelerden sonra bu kavramlarla ilgili öğretim seansı düzenlenmiştir. Bu öğretim etkinliğinde benzer bir soru sorularak sonraki aşamada aynı kategorideki bir üst soruya geçmesi sağlanmıştır. İlgili soru ek olarak sunulmuştur. Aşama-3'te, iki öğrenci çarpanlar ve katlar kavramlarına yönelik soruda

(3-2. Soru) çözüm bulamamıştır. Bu kavramların nasıl bir araya getirildiği ile ilgili bir öğretim seansı yapılmıştır. Aynı aşamada, başka bir öğrenci olasılık kavramlarına yönelik soruda (3-3. Soru) hata yapmıştır. Bu soruyla ilgili olarak da bir öğretim seansı gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2-4. Öğrencilerin cevapları

	Aşama-1					Aşama-2					Aşama-3				
	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5
Yiğit	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Duru	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	X	√	√	√
Irmak	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	X	√	√	√
Bora	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Erdem	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	X	√	√
Oğuz	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Ahmet	√	√	√	√	√	√	√	√	√	X	√	√	√	√	√

2.3 Verilerin Analizi

Veri analizi, nitel araştırmalarda öğrencilerin fikirlerini ve açıklamalarını anlamak ve keşfetmek için yapılır. Bu nedenle, analiz hem veri toplama sürecinde hem de süreç bittikten sonra da yapılabilir. (Büyüköztürk vd., 2016). Öğretim deneyi sürecinde beceri temelli sorular farklı zamanlarda uygulandıktan sonra aşamalarda kaydedilen çözümlere ait veriler değerlendirilmiş ve bu çözümler ile ilgili görüşmeler kaydedilmiştir. Öğrencilerin testlerini ve bunu takiben gerçekleştirilen görüşmelerin detaylı analizini yapılmıştır. Çolak (2022) araştırmasında beceri temelli matematik sorularının çözümünü incelemenin, öğretim metotlarını geliştirme ve öğrenci başarılarını artırma açısından önemini vurgulamıştır. Öğrencilerin testteki her bir soruya verdiği yanıtlar, ilgili kavramları ne ölçüde anladıklarını ortaya koymak için incelenmiştir. Bu analiz çalışması nitel analiz teknikleri kullanılarak yapılmıştır. Toplanan veriler öncelikle soru kategorilerine ayrılmış ve her kategoride verilen yanıtlar karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Aynı şekilde, öğrencilerle yapılan görüşmelerin kayıtları, araştırma için kolaylık sağlamıştır (Dömbekci & Erişen, 2022). Test verileri ve görüşme kayıtları, matematiksel kavramların öğrenci tarafından nasıl yapılandırıldığını ve hangi sorularda kavramsal anlama yapısının geliştiğinin veya gelişmediğinin anlaşılmasına olanak

tanımıdır. Test ile, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçleri ve kavramsal bilgilerinin, aşamalı beceri temelli olarak tasarlanan sorular yardımıyla detaylı değerlendirilmiştir.

2.3.1 Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği konusu, bilimsel çalışmaların temel ögesidir ve araştırma bulgularının güvenilirliği ve inandırıcılığı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Nicel yöntemlerde geçerlik ve güvenirlilik, belirli ölçüm araçlarının doğruluğu ve tutarlılığı ile ilgiliyken, nitel araştırmalarda bu kavramlar farklı bir boyut kazanır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Araştırmanın güvenilirliğini ve geçerliliğini artırmak için hazırlanan beceri temelli sorular, MEB çalışma kitaplarına bağlı olarak geliştirilmiştir. Sorular kaynaktan (MEB 2022) birebir alınmıştır veya görseller kullanılarak hazırlanmıştır. Bu sorular alanında uzman beş matematik öğretmenine (öğretmenlerin değerlendirmeleri Ek-8’de sunulmuştur) ve iki matematik eğitimcisinin görüşleri alınarak kontrol edilmiştir. Ayrıca pilot uygulama yapılarak öğrencilerin görüşmede araştırma problemlerinin çözümlerini yaparken kullandığı yöntemleri ifade edebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin anlama ve çözümleme süreçlerini birebir görüşmeler yoluyla incelenmiştir. Bu görüşmeler, soruların nasıl anlaşıldığı ve öğrenci çözümlerinin incelenmesi açısından geçerliliği sağlamaktadır (Dömbekci & Erişen, 2022). Soru analizinde güvenilirliğin artırılabilmesi için bütün soruların çözümünü ayrıntılı yapılmıştır. Ayrıca soruların analizinde K12 beceri çerçevesinden ve matematiksel sit analizinden faydalanılmıştır.

3. BECERİ TEMELLİ SORULARIN ÖN ANALİZLERİ

Uygulama sürecinde öğrencilere BTMS kapsamında karışık bir sıralama ile verilen sorular, bu bölümde konularına göre aşamalara uygun olarak gruplandırılarak ele alınacaktır. Sorular, öğrencilerin matematiksel işlemleri kullanma biçimlerini ve matematiksel kavramları nasıl ilişkilendirildiklerini görmek için tasarlanmıştır. Bu tasarımlar yapılırken sorulara ait lokal sit analizleri yapılmıştır.

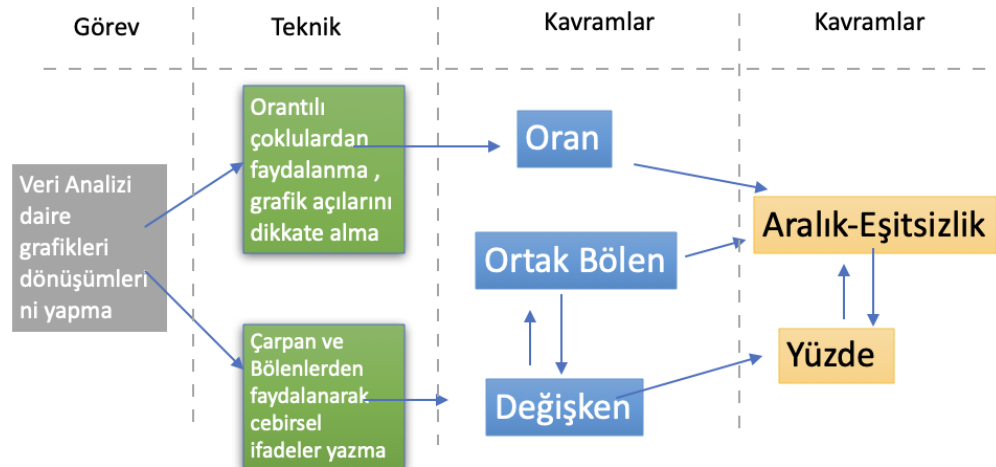
Öğretim deneyi kapsamında uygulanan beceri temelli soruların ön analizleri, soru çözüm süreçlerinin detaylı bir şekilde incelenmesini içermektedir.

Beceri temelli soruların ön analizi, problem çözme sürecindeki kavramsal ve işlemsel anlama düzeylerini değerlendirme amacı taşır. Yapılan bu analizin, öğrencilerin çözümlediği beceri temelli sorularda kullanılan becerileri tespit etmekte yardımcı olacağı öngörülmektedir.

3.1 Oran ve Daire Grafiği Kavramları BTMS Aşamaları

Tablo 3-1. Oran Daire Grafiği Aşamaları

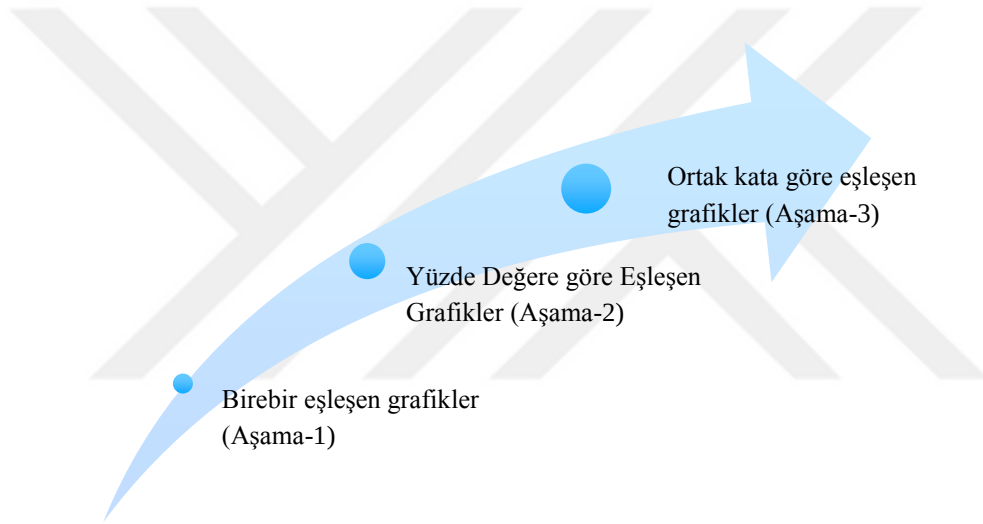
Oran ve Daire Grafiği Kavramları		
Aşama	BTMS soru numarası	Açıklama
1.Aşama	4. Soru	Oran ve daire grafiği kavramlarına yönelik açık uçlu soru.
2.Aşama	5. Soru	Oran ve daire grafiği kavramlarının işlendiği açık uçlu soru.
3.Aşama	1. Soru	Oran, daire grafiği, ortak kat ve eşitsizlik kavramlarını birleştiren açık uçlu soru.



Şekil 3-1. Daire grafiği içeren problemlere yönelik lokal sit

Bu soru grubuna ait lokal sit yukarıdaki şekilde ortaya çıkmaktadır.

Aşama 1’de, öğrencilerden grafikler arasındaki orantılı ilişkileri kurmaları ve bu ilişkilendirmeleri cebirsel ifadeler kullanarak iki grafik arasında kullanabilmeleri beklenmektedir. Aşama 2’de, öğrencilerden iki daire grafiği arasında farklı yüzde oranına bağlı olarak ilişki kurmaları beklenirken bu ilişkiye önceki soruya göre nasıl ulaşacakları belirlenecektir. Üçüncü aşamada ise öğrencilerin üç farklı daire grafiği arasındaki ilişkileri kurarken, cebirsel ifadeleri, kesir ve orantı ilişkilerini, kat ilişkilerini ve eşitsizlik kavramlarını kullanmaları gerekmektedir. "500'den az" olarak belirtilen eşitsizlik ile uyumlu olacak şekilde, grafiklerdeki açıları ve sayısal değerlere göre, uygun ortak katları bulma ve cebirsel ifadelerle temsil etmeleri gerekmektedir. Aşamaların kavramsal genişlemesi aşağıda şema ile gösterilmiştir.

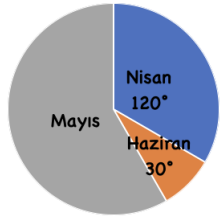


Şekil 3-2. Oran ve Daire Grafiği Kavramları Aşama 1-4. Soru

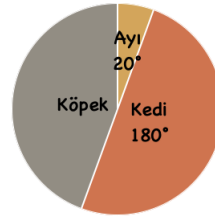
Aşağıdaki bölümde gruptaki her bir soru öğrencilerin çözüm süreçlerinde gözlenmesi beklenen beceriler açısından K12 beceri çerçevesinden incelenmektedir.

3.1.1 Aşama 1-4. Soru

Grafik 1. Barınaktaki Hayvan Sayısının Aylara Göre Dağılımı



Grafik 2. Nisan Ayı Hayvan Cinslerinin Dağılımı



Barınakta nisan ayında kedi ve köpek sayıları arasındaki fark 16'dır.
Haziran ayında barınaktaki hayvan sayısı bir önceki aya göre kaç azalmıştır ?

Şekil 3-3. Oran daire grafiği 1. aşama 4.soru

Bu soru, öğrencilerin grafikler arasındaki orantılı ilişkileri kurma ve cebirsel ifadeler kullanarak bu ilişkileri analiz etme becerilerini değerlendirmek için sorulmuştur. Soru, öğrencilerin verilen grafikler arasında matematiksel ilişki kurmalarını ve açık bir şekilde ifade etmelerini gerektirir. Öğrencilerin orantılarla kurdukları ilişkiler incelenecektir. Öğrencilerden orantılı miktarları cebirsel ifadelerle ifade etmeleri bekleniyor. Süreç boyunca, öğrencilerin matematiksel kavramları kullanma ve grafiklerle çalışma süreçleri değerlendirilecektir. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-2. Çözüm stratejisi ve kavramsal anlama tablosu

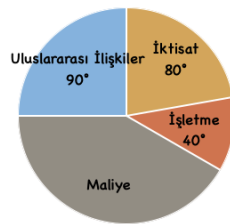
Kavramlar ve Açıklama Stratejiler	
Soruda hedeflenen	Grafikler arasındaki birebir ilişkinin kurularak cebirsel ifadelerle temsil edilmesi
Verilenler	1. Grafik 1: Barınaktaki hayvan sayısının aylara göre dağılımı. 2. Grafik 2: Nisan ayı hayvan cinslerinin dağılımı 3. Kedi ve köpek sayıları arasındaki fark: 16
Çözüm Stratejileri	1. Orantı Kullanımı: Grafik 2'den yola çıkarak, aylara göre hayvan sayısının orantılı dağılımını belirlemek. Dilimler arasındaki orantısal ilişkilerini kullanarak, haziran ayında barınaktaki hayvan sayısındaki azalmayı hesaplamak 2. Cebirsel yöntem: Grafik 2'de belirtilen hayvan cinslerinin dağılımını cebirsel ifadelerle temsil etmek ve kedi ile köpek sayıları arasındaki farkı cebirsel olarak ifade etmek.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Orantı Kullanımı: Daire grafiklerini kullanarak, veriler arasında oran ve orantı ilişkileri kurabilmek 2. Cebirsel İfadeleri yazma: Daire grafiklerini çözümlerken cebirsel ifadelerden yararlanarak, veriler arasındaki ilişkililerde kesir, kat ilişkileri kurabilmek

Tablo 3-3. Matematik Becerileri

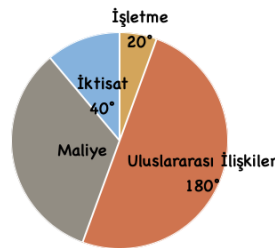
Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Sorunun temelinde, iki grafik (Grafik-1 ve Grafik-2) ve bu grafiklerdeki daire dilimlerinin açılarına göre temsil edilen sayısal değerler arasındaki ilişki yer alır. İlk adım, bu temel yapıyı ve sorunun neyi çözmeyi amaçladığını anlamaktır. Grafik-2'deki daire dilimlerini ve bu dilimlerin her birinin açısını inceleyerek, her bir dilimin temsil ettiği sayısal değerleri belirlemek
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Grafikler Arası İlişkinin Anlaşılması: İki grafik (Grafik-1 ve Grafik-2) arasındaki ilişkiyi anlamak ve bu ilişkiyi açık bir şekilde ifade etmek. Grafik-2'deki daire dilimlerinden elde edilen toplam sayısal değerlerin, Grafik-1'deki 120 derece dilimiyle nasıl ilişkilendirildiğini açıklamak. Matematiksel İlişkilerin Açıklanması: Grafik-2'deki daire dilimlerinden yola çıkarak elde edilen sayısal değerlerin toplamı ve bu toplamın Grafik-1'deki 120 derece dilimiyle ilişkisi üzerine yapılan matematiksel işlemlerin (cebirsal ifadeler, orantılar, oranlar) mantığını ve amacını açıklamak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Grafik-2 kedi köpek sayıları arasındaki farkın derece olarak kaç hayvan sayısına karşılık geldiğini, orantı ya da cebirsel ifadeler yardımıyla Grafik-2 toplam hayvan sayısını bulmak Grafik-1'in nisan ayı diliminin oran ilişkilerinden yararlanarak, diğer ayları bulmak
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Grafiklerdeki sayıları açılar yardımıyla orantılar kurarak bulmak veya kedi ile köpek sayıları arasındaki farkı cebirsel olarak ifade ederek daire dilimlerinin karşılık geldiği sayısal değerleri elde etmek
Matematiksel temsil	Matematiksel temsillerden Yararlanma: Grafiklerdeki orantılı ilişkileri ve kat ilişkilerini açıların ortak bölenlerinden yararlanarak cebirsel gösterimi kullanarak ifade etmek

3.1.2 Aşama 2-5. Soru

Grafik 1. Bir Fakülte'deki Bölümlere Yapılan Başvuruların Dağılımı



Grafik 2. Kabul Edilmeyen Başvuruların Dağılımı



Bir Fakülte'deki bölümlere yapılan başvurular Grafik 1'de, kabul edilmeyen başvurulara ait dağılım Grafik 2'de gösterilmiştir. Bu fakültenin maliye bölümüne yapılan başvuruların %80 kabul edildiğine göre İktisat bölümüne kabul edilen kişi sayısı yüzde kaçtır?

Şekil 3-4. Oran daire grafiği 2.Aşama 5. soru

Bu soruda öğrenciler, daire grafiklerindeki verilen açı değerleri üzerinden iki daire grafiği arasındaki yüzdelik değerlerin ilişkisini kurmaya çalışacaklardır. Süreç

boyunca, grafiklerdeki oranların sadeleştirilip genişletilmesi, açıların en büyük ortak bölenlerine bölünmesi ve cebirsel olarak grafikleri temsil edilmesi gerekmektedir. Ardından, cebirsel ifadelerin genişletilmesiyle grafikler arasında istenen yüzde oranına ulaşılması hedeflenmektedir. Öğrenciler iki grafik arasında maliye bölümüne ait kabul edilmeyen başvurulara ait yüzde değerini sağlamak amacıyla, kesirleri kullanarak sadeleştirme genişletme işlemi yapacaklardır. Süreçte, büyük sayılarla uğraşmak yerine basit cebirsel ifadelerin kullanılması, çözüme daha hızlı ve etkili bir şekilde ulaşılmasını sağlayabilir. Sorunun çözümü için, öğrencilerin grafiklerde açıların ortak bölenlerini kullanmaları ve cebirsel ifadeleri uygun şekilde genişletmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin oran, orantı, kesirler, en büyük ortak bölen ve cebirsel ifadeler gibi kavramlar arasında ilişkisel bağlantılar kurmaları beklenmektedir. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-4. Oran ve Daire Grafiği Kavramlarının Aşamalardaki Kavramlar

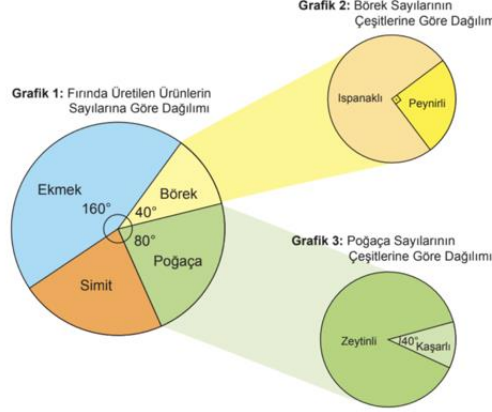
Kavramlar ve Açıklama	
Soruda hedeflenen	Grafikleri arasında ilişkinin yüzdelik oran üzerinden kurulması
Verilenler	1. İki daire grafiği. 2. Her bir grafikte açı değerlerine göre temsil edilen çeşitli kategoriler. 3. Maliye bölümünü kabul edilen başvurularına ait oran.
Çözüm Stratejileri	1. Cebirsel yöntem: Grafiklerdeki açıları en büyük ortak bölenlerine bölerek, sade cebirsel ifadelerle temsil etmek ve bu ifadeleri genişleterek istenen yüzde orana ulaşmak. 2. Orantı kullanımı: Kesirler ve orantılar arasındaki ilişkiyi anlama ve kullanmak. Grafikler verilen dilimlere ait açıların birbirinin katı olma durumlarından yararlanmak. Grafikler arasında orantı kullanarak yüzdelik değerleri elde etmek
Kavramsal anlama göstergesi	1. Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak: Grafikte daire dilimlerine ait verilen açıların orantısal ilişkilerinden yararlanmak. Grafikler arasında oran-orantı kullanarak yüzdelik değerler elde etmek. 2. Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki: Grafikteki açıların en büyük ortak bölenlerine göre cebirsel ifadeler belirlemek. Cebir ile ve kesirler, yüzdelik gibi kavramlar arasında bağlantılar kurabilmek.

Tablo 3-5. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: İlk olarak sorunun temelini oluşturan faktörleri ve detayları anlamak. Soru da maliye bölümüne kabul edilenlerin yüzdelik değeri %80 olarak verilirken Grafikte verilen değerlerin ise kabul edilmeyenlere ait olduğunu belirleme Grafik-1 ve Grafik-2'yi dikkatlice inceleyerek, her bir grafikte sunulan bilgileri ve bu bilgilerin nasıl ilişkili olduğunu ve bu ilişkileri cebirsel ifadeler ve denklemler aracılığıyla kurabilmek.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama Kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan ilişkilerin yorumlanması. Bu, matematiksel ifadelerin ve formüllerin pratik bağlamda nasıl uygulanacağını ve yorumlanacağını anlamayı içerir. Daire grafiklerindeki yüzdelik değerlerin karşılaştırılması ve bu değerlerin oran sorularıyla olan bağlantısını yorumlamayabilmeyi, maliye bölümüne kabul edilenlerin %80 olduğu ve kabul edilmeyenlerin Grafik-2'de gösterildiği bilgisinin analiz edebilmeyi gerektirir.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan matematiksel ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemlerini temel alarak çıkarımlar yapmak. Grafiklerde verilen yüzdelik değerler arasında matematiksel ilişkiler kurarak cebirsel ifadelerle bu ilişkileri açıklamak.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Grafik-1 ve Grafik-2 arasındaki ilişkiyi kurmak. Bu model, maliye bölümündeki kabul edilenlerin oranı ile kabul edilmeyenler arasındaki ilişkiyi kesirler, orantılar veya cebirsel ifadeler kullanarak ifade etmek. Grafik-1'deki maliye bölümündeki sayının, Grafik-2'deki daire diliminin %20'si olacak şekilde bir ilişki kurmak. Cebirsel çözüm için denklemleri kullanarak, gerekli adımları belirleme ve uygulamak.
Matematiksel temsil	Matematiksel temsillerden Yararlanma: Orantısal ilişkinin gösterimi: Sorunun çözümü, kabul edilenlerin ve kabul edilmeyenlerin oranlarını anlamayı ve bu oranları kullanarak hesaplamalar yapmayı içerir. Cebirsel temsil: Değişkenler kullanarak katsayılar yardımıyla dilimleri temsil etmeyi gerektirir. Yüzdelik gösterim: Maliye bölümüne kabul edilenlerin ve kabul edilmeyenlerin arasındaki ilişkinin yüzdelik gösterimi ve problem çözme aşamasında kullanımı
Matematiksel Problem Çözme	Yansıtma: Grafiklerdeki oranları ve yüzdelik değerleri değerlendirme, bu değerlerin matematiksel anlamını ve ilişkisini anlama yeteneği; önceki daire grafiği sorusunda tamsayı katlar ile kurduğu ilişkiyi rasyonel sayı katlarla kurabilmek.

3.1.3 Aşama 3- 1. Soru (MEB 2022)

Bir unlu mamuller fırınında sadece simit, poğaça, börek ve ekmeğin üretilmektedir. Bu fırında bir günde üretilen ürünlerin sayılarının dağılımı Grafik 1’de, börek ve poğaça sayılarının çeşitlerine göre dağılımları Grafik 2 ve Grafik 3’te gösterilmiştir.



Bu fırında bir günde üretilen ekmeğin sayısının 500’den az olduğu bilindiğine göre üretilen ıspanaklı börek sayısı en fazla kaçtır?

Şekil 3-5. Oran daire grafiği kavramları 3.Aşama 1. Soru

Sorunun amacı oran kavramı üzerinden öğrencilerin eşitsizlikler, ortak katlar ve veri analizi kavramları arasında bağlantılar kurmaları ve bu bağlantıları çözüm süreçlerinde kullanabilmeleridir. Öğrencilerin üç farklı daire grafiği arasındaki ilişkileri kurarken, cebirsel ifadeleri kullanabilmeleri, grafiklerdeki açıları ortak bölenleri kullanarak sadeleştirebilmeleri ve kurdukları denklemlerdeki bilinmeyenleri bularak grafik bölgeleriyle eşleştirmeleri beklenmektedir. Ayrıca soruda verilen üç grafik birbirinden bağımsız gibi görünse de öğrencilerin grafik-1 ile uyumlu olması için grafik-2 ve grafik-3’te belirleyecekleri değişkenlerin ortak katlarını bulmaları ve "500’den az olduğu" ifadesini eşitsizlik kavramını kullanarak ele almaları gereklidir. Aşama-3’teki bu soruda özellikle öğrencilerin orantılı çokluklar arasındaki ilişkiler arttıkça cebirsel ifadelere yönelimleri ve özellikle oran, yüzde, kesir ve ortak kat gibi değerleri ifade ederken çarpılabilir ve bölünebilir sayılarla daha sık işlem yapma eğilimlerine odaklanılacaktır. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-6. Çözüm Stratejileri ve kavramsal anlama

Kavramlar ve Açıklama Stratejiler	
Soruda hedeflenen	Verilen grafikler arasındaki orantılı ilişkilerin kurulması ve cebir kullanarak bu ilişkilerin analiz edilmesi.
Verilenler	1. Üç farklı daire grafiği 2. Grafik-1'deki verilerin "500'den az" ifadesi ile sınırlandırılması
Çözüm Stratejileri	1. Cebirsel yöntem: Grafik dilimlerine ait açıları en büyük ortak bölenlerine bölerek, verileri cebirsel ifadelerle temsil etmek. Grafik-2 ve Grafik-3'te ki verileri cebirsel ifadeler kullanarak veriler arasında uygun ortak katları bulmak. Ekmek sayısının 500'den az olma ifadesine uygun değer bulmak. 2. Orantı Kullanımı: Grafik dilimleri arasında orantısal ilişkileri anlamak ve kullanmak. Grafik-2 ve grafik-3 arasında ortak kat kullanmak. Ekmek sayısının 500'den az olma ifadesine uygun değer bulmak.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler: İki farklı daire grafiği değerlerini arasında farklı katları ilişkilendirmek. Daire grafiğindeki dilimlerine ait açıları ile oran ve orantıdan yararlanarak ilişkileri kurabilmek 2. Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme: Grafikteki dilimlerin açılarını en büyük ortak bölenlerine göre cebirsel olarak ifade edebilmek 3. Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek: Öğrencilerin, grafik 2 ve 3'teki veriler için cebirsel ifadeler kullanarak uygun ortak katları bulmaları ve bu bilgileri grafik 1' de belirtilen "500'den az" ifadesini gösteren eşitsizliği sağlayan değeri bulmak için ortak kat kullanmaları beklenmektedir. Oran ve orantı, ortak kat ve eşitsizlik kavramları arasındaki ilişkilerin kurulması gerekmektedir.

Tablo 3-7. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Üç daire grafiğinin her birindeki verileri ayrı ayrı inceleyerek, ekmek, börek ve poğaçaya üretim sayılarını ve bunların alt kategorilerinin kat ilişkilerini belirlemek, Değişkenleri işe koşturmak, Grafik-2 ve Grafik-3 arasındaki iki kat ilişkisini anlamak
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan ilişkilerin yorumlanması; Börek ve poğaçaya miktarı için daire grafiklerinde verilen açıların ne anlama geldiğini yorumlamak; grafikte börek miktarını gösteren daire dilimine ait açının 40° ve poğaçaya miktarına ait olanında 80° olmasından dolayı ortak kat aramak, seçilen değişkenleri uygun ortak katlarına göre değiştirmek. Bulanan değerlerin eşitsizliği sağlayıp sağlamadığını değerlendirmek
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma Sadeleştirme: Kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemlerini temel alarak çıkarımlar yapmak. Eşitsizlik: Belirlenen değişkenlere göre yazdığı cebirsel ifadenin "500'den az" ifadesine karşılık gelen eşitsizlik ifadesini sağladığını varsayarak elde ettiği değeri diğer ürünlere uygulayabilmek

Tablo 3-8.(Devam) Matematik becerileri

Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Grafik-1, Grafik-2 ve Grafik-3'teki her bir daire dilimine ait verilen açılar kullanarak veriler arasındaki ilişkileri ortak katlara dayanarak cebirsel ifadelerle belirlemek ve ekmek, börek ve poğaçaya üretim sayılarını ilişkilendiren denklemleri kurarak çözüm kümelerini bulmak.
Matematiksel temsil	Matematiksel temsillerden Yararlanma: Soruda verilen grafikler ve açılar gibi görsel bilgileri, cebirsel ifadeler, denklemler ve oranlar gibi matematiksel temsillere dönüştürerek kullanılır. Orantısal ilişkinin gösterimi: Grafikler arasındaki oranlarını anlamayı ve bu oranları kullanarak hesaplamalar yapmayı içerir. Cebirsel gösterimi: Değişkenler kullanarak katsayılar yardımıyla daire grafiğindeki her bir daire dilimine denk gelen değeri temsil etme
Matematiksel Problem Çözme	Yansıtma: Grafikler arasındaki tamsayı, rasyonel sayı kat olacak ilişkilerinden sonra eşitsizlik gerektiren tamsayı katlarla bu ilişkileri kurmak

3.2 Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar BTMS Aşamaları

Tablo 3-9. Üslü ifadeler ve Geometrik Kavram BTMS Aşamaları

ÜSLÜ İFADELER VE GEOMETRİK KAVRAMLAR

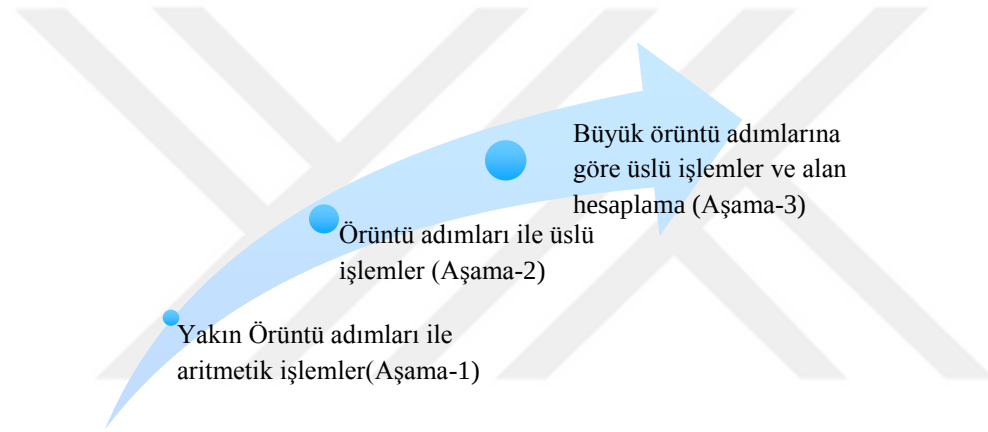
Aşama	BTMS Soru Numarası	Açıklama
1.Aşama	2. Soru	Üslü ifadeler ve geometrik kavramlarla örüntü oluşturma üzerine açık uçlu soru.
2.Aşama	1. Soru	Üslü ifadeler kullanılarak işlem bilgisi içeren örüntüler oluşturma üzerine açık uçlu soru.
3.Aşama	4. Soru	Üslü ifadeler, geometrik kavramlar ve örüntülerin birleştirildiği açık uçlu soru.

Görev	Teknik	Kavramlar	Kavramlar
Üslü ifadelerle ilgili temel kuralları anlar	Örüntü adımlarını kullanma Aritmetik hesaplama	Örüntü Adımları Üslü Çarpım Sayma	Alan Çevre Çarpım

Şekil 3-6. Üslü ifadeler içeren problemlere yönelik lokal sit

Bu soru grubuna ait lokal sit yukarıdaki şekilde ortaya çıkmaktadır.

Bu soruda, üslü ifadelerin geometrik kavramlarla olan ilişkileri incelenecek ve öğrencilerin bu konudaki çözüm yöntemleri değerlendirilecektir. Aşama-1’de, kareleri eş parçalara bölerek çevre hesaplamaları, kesirler ve üslü ifadelerle çalışmaları beklenmektedir. Bu aşamada çözümü aritmetik olarak hesaplamak mümkündür. Aşama-2’de Defter yapraklarının sayfa sayılarına göre üslü ifadelerle ilişki kurulması gerekmektedir. Çözümde örüntü ve üslü ifadelerle ilişki kurulması sağlanmıştır. Aşama-3’te 2’nin ardışık kuvvetlerini kullanarak karelerin alanlarını hesaplama ve daha büyük bir adımdaki (22. adım) alanı bulma üzerine çalışılır, üs ve adım sayısı ilişkisi incelenmesi gerekmektedir. Aşağıda aşamalar arasındaki kavramsal genişleme şema ile gösterilmiştir.



Şekil 3-7. Üslü ifade ve geometrik kavramlara yönelik problemlerin kavramları

3.2.1 Aşama-1 2. Soru



Şekil 3-8. Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar 1.Aşama 2. Soru

Adım adım bölünen bir karedeki boyalı bir karenin çevresini hesaplama sorusu, öğrencilerin farklı çözüm stratejileri geliştirerek problemi nasıl çözebileceklerini incelemeyi amaçlar. Bu soru, geometrik şekilli örüntülerde adım sayısı ile kesirler ve

üslü ifadeler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını ve uygulanmasını hedefleyen kavramsal anlamayı geliştirir. Çözüm sürecinde, öğrencilerin kesir değerlerini ve üslü ifadeleri kullanarak farklı matematiksel çözüm yolları geliştirmeleri ve problemi çözmeleri beklenir.

Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-10.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

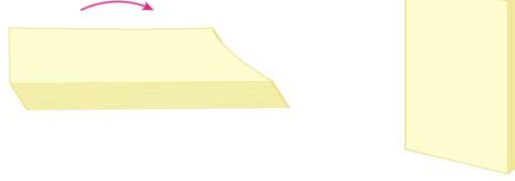
Kavramlar ve Stratejiler	Açıklama
Soruda hedeflenen Verilenler	Kareler ile oluşturulan bir örüntüde kenar değerini üslü ifadeler veya kesirler kullanarak çevre hesaplama Kare şeklinde bir kâğıt; her adımda daha fazla eş kareye ayrılarak oluşturulan bir örüntü
Çözüm Stratejileri	1. Kesirlerle çözüm: Her adımda oluşan karenin bir kenar uzunluğunu kesir olarak ifade edip, buradan çevre hesabı yapabilirler. 2. Üslü ifadelerle ilişkilendirme: Örüntü adım sayısı ile kenar uzunluğu arasında üslü ifadeler kullanarak bir örüntü bulup, bunu çevre hesabında kullanabilirler.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Kesirli işlemler: Kareyi eş birim karelere bölme işlemindeki aritmetik örüntüyü kesirler ile ifade etmek, işlemleri kesirleri kullanarak yapmak 2. Üslü ifadelerle örüntü ilişkisi: Geometrik şekiller örüntüsü ile üslü ifadelerle yapılan işlemler arasında bağlantı kurabilmek

Tablo 3-11. Matematik becerileri

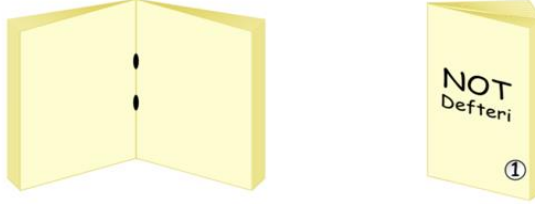
Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Karelerle oluşan örüntüdeki adımları incelemek.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Kesir değerlerini ve üslü ifadeleri, yorumlamaları beklenmektedir. Şeklin alanına göre ya da kenarın parça sayısını göre üslü ifadelerle oluşturulan örüntülerin yorumlanması, bu örüntülerin kuralını formüle etme ve farklı durumlarda uygulamak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Üslü ifadeler ile aritmetik örüntü arasındaki ilişkiyi belirlemek, adım sayısı ile kenarın parça sayısı arasındaki kuralı fark etmek
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Verilen adımdaki karenin çevresini hesaplamak için kesirlerle alan üzerinden veya her adım için üslü ifadeler yazarak sonuca ulaşmak.

3.2.2 Aşama-2 1.Soru (MEB 2022)

Dikdörtgen biçimindeki 2^6 tane kağıt aşağıdaki gibi köşeleri çakışacak biçimde üst üste konuluyor.



Üst üste konulan tüm kağıtlar yukarıdaki gibi ortadan ikiye katlanıyor. Elde edilen katlanmış kağıtlar tam ortadan zımbalanarak bir not defteri elde ediliyor.



Son olarak not defterinin tüm sayfalarına, en dıştaki sayfadan başlanarak 1, 2, 2^2 , 2^3 , ... şeklinde sırasıyla 2'nin doğal sayı kuvvetlerinden biri sayfa numarası olarak veriliyor.

Buna göre not defterinin tam ortasındaki kağıdın, 4 sayfasına verilen sayfa numaralarının çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4^{260}

B) 4^{255}

C) 8^{143}

D) 8^{135}

Şekil 3-9.Üslü ifadeler 2.Aşama 1.soru

Soru, yaprak sayısı verilmiş olan bir defterin sayfa sayılarına ilişkin bir problemin ele alındığı bu soru öğrencilerin sayfa sayılarıyla üslü ifadeleri eşleştirerek oluşturacakları bir örüntü sorusudur. Problem, sayfa numaralarının 2'nin doğal sayı kuvvetleri şeklinde olduğunu belirtmektedir ve defterin ortasında yer alan sayfa numaralarının çarpımını bulmayı hedeflenmektedir. İlk sayfanın numarasının 2^0 olduğu, belirtilmiştir. Soruda, öğrencilerin bir örüntü bularak ve sayfa sıralaması ve 2'nin kuvvetleri arasında bir ilişki kurarak yedinci adıma ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin çözümlerinde bu ilişkiyi kullanmaları gerekmektedir. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-12.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

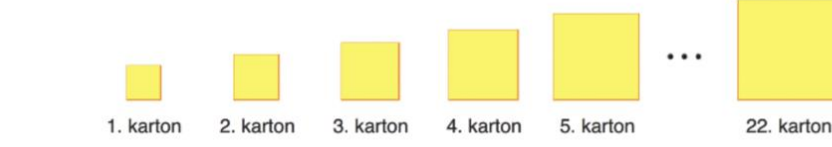
Kavramlar ve Stratejiler	Açıklama
Soruda hedeflenen	Kâğıt sayısına bağlı olarak üslü işlemler yaparak defterin sayfa sayısını hesaplamak. Defterin orta sayfalarının çarpımlarını üslü ifadelerle bulmak.
Verilenler	1. Sayfa sayıları 2'nin doğal sayı kuvvetleri olarak verilmiştir. 2. Birinci sayfa numarası 2^0 olarak belirtilmiştir.
Çözüm Stratejileri	1. Üslü ifadeleri kullanımı: Sayfa sayılarını 2'nin doğal sayı kuvvetleri olarak ifade etmek. Orta sayfa numaralarını bulma: Defterin tam ortasında bulunan sayfa numaralarını belirleme ve bu sayıların çarpımını hesaplamak. Örüntünün adımları ile üsler arasında ilişkiyi anlama: Üsler arasındaki adım ilişkisini kullanarak, defterin sayfa numaralarını ve ortasındaki sayfa numaralarını bulmak.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Üslü ifadeler ile Örüntüyü İlişkilendirme: Üslü ifadelerle işlemleri ile aritmetik örüntüleri ilişkilendirmek. 2. Örüntülerin ilişkilerini fark etmek: Örüntüde ilk terim ile son termin toplamının, dıştan içe doğru toplamın değişmeyeceğini fark etmek.

Tablo 3-13.Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Kâğıt sayısı ile yaprak sayısı ve sayfa sayısı arasındaki ilişkiyi belirlemek. Üslü ifadeler ve sayfa numaraları arasındaki ilişkiyi analiz etmek.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Üsler ifadelerin örüntü adımlarıyla ilişkisini, sayfa numaraları arasındaki örüntüyü yorumlamak, defterin ortasındaki sayfa numaralarının çarpımını bulmak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Üslü ifadeler ile aritmetik örüntü arasındaki ilişkiyi belirlemek, sayfa numaraları ile üsler arasındaki kuralı fark etmek.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Defterin tam ortasında bulunan sayfa numaralarını ve bu sayıların çarpımını bulmak için gerekli üslü ifadeleri ve aritmetik örüntüleri kullanarak çözüme ulaşmak

3.2.3 Aşama-3 4.Soru

Aşağıda soldan sağa doğru alanları santimetrekare cinsinden 2'nin ardışık doğal sayı kuvvetlerine eşit olan kare şeklinde 22 tane karton verilmiştir.



Birinci karton ile ikinci kartonun alanları farkı 2^0 cm^2 'dir.

Buna göre 22. Adımdaki karenin alanı kaç cm^2 dir?

Şekil 3-10.Üslü ifadeler 3.aşama 4.soru

Soruda, ilk iki karenin alanları arasındaki farktan yola çıkarak belirli bir adımdaki karenin alanını hesaplamak beklenmektedir. Üslü ifadeler ile adım sayıları arasında ilişki kurularak, istenen karenin alanı aritmetik örüntü yardımıyla bulunabilir. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-14.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	2'nin ardışık kuvvetlerinden oluşan bir örüntüde (büyüyen karelerin alanları), 22. adımdaki örüntü değerinin bulunması (22. karenin alanının hesaplanması)
Verilenler	- Alanları 2'nin ardışık kuvvetlerinden oluşan bir örüntü - İlk iki kare arasındaki alan farkı
Çözüm Stratejileri	- Karelerin Alanlarını Yazma: Karelerin alanlarını kullanarak 22. adıma kadar yazarak ulaşma - Üs ve Örüntünün Adım Sayısı İlişkisi: Üslü ifade edilen karenin alanı ve örüntüdeki adım sayısı arasındaki ilişkiyi kullanarak 22. adımdaki karenin alanını doğrudan yazmak.
Kavramsal anlama göstergesi	- Üslü ifadeler, Örüntüyü ve Alan Hesaplamayı İlişkilendirmek: Karelerin alanları ile üslü ifadelerle oluşturulmuş örüntüyü ilişkilendirmek. - Sayma ilkesi: Örüntü adımlarındaki alanları yazarak bulma.

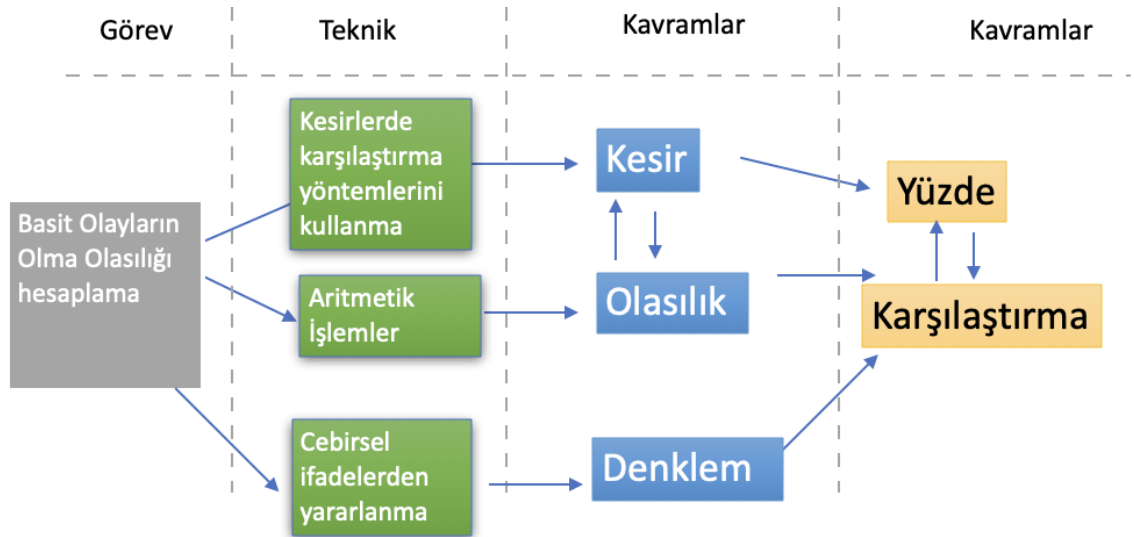
Tablo 3-15. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: 2'nin ardışık kuvvetlerinden oluşan şekil örüntüsündeki ilk iki adımdaki karelerin alanlarını belirlemek, karelerin alanlarını üslü ifadelerle ifade etmek
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: İlk iki kare arasındaki alan farkını kullanarak karelerin alanlarını belirlemek; bu bilgileri kullanarak 22. adımdaki karenin alanını hesaplama yöntemlerini örüntülerle ilişkilendirmek.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Karenin alanına ait üslü ifade ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi belirlemek.
Matematiksel Problem Çözme	Yansıtma: Üslü ifadeler ve adım adım devam eden şekiller veya sayılar arasındaki örüntü ilişkisini fark etmek ve çözüm sürecinde kullanmak.

3.3 Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Aşamaları

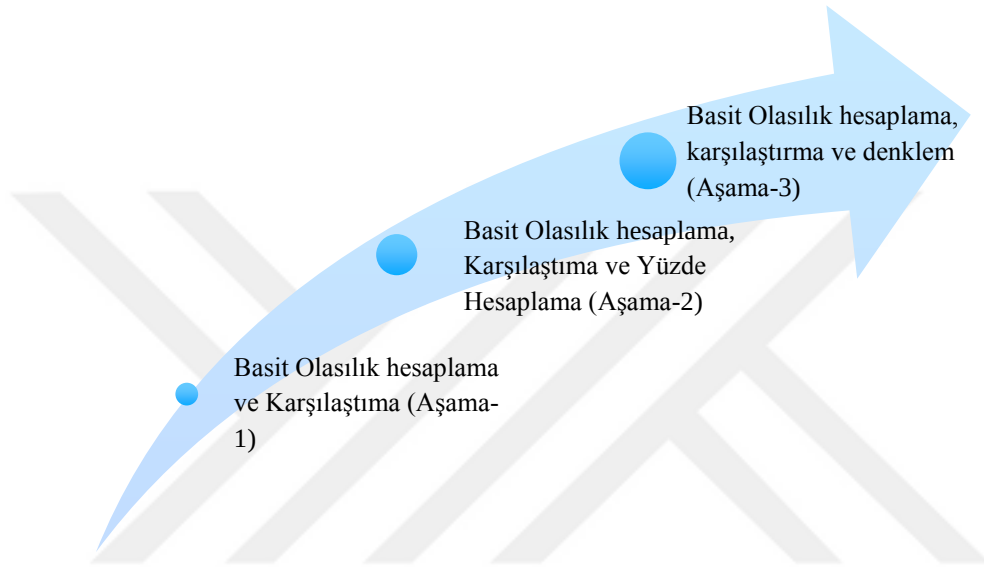
Tablo 3-16. Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Aşamaları

Olasılık ve Karşılaştırma		
Aşama	BTMS soru numarası	Açıklama
1. Aşama	3. Soru	Olasılık ve karşılaştırma içeren temel düzeyde açık uçlu soru.
2. Aşama	4. Soru	Olasılık, karşılaştırma ve yüzde ifadelerini içeren açık uçlu soru.
3. Aşama	3. Soru	Olasılık, karşılaştırma ve eşitsizlik kavramlarını içeren daha kompleks açık uçlu soru.



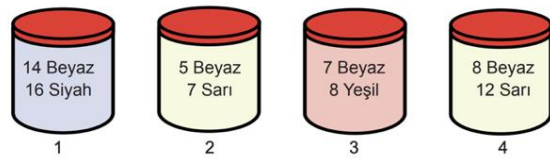
Şekil 3-11. Olasılık içeren problemlere yönelik lokal sit

Olasılık ve karşılaştırmaya yönelik soru grubunda öğrencilerden beklenen kavramlar ve teknikler yukarıda yer alan lokal sit analizi ile verilmiştir. İlk aşamada basit olasılık hesaplamalarıyla başlayan süreç, ikinci aşamada daha kapsamlı olasılık değerlerinin hesaplanması ve karşılaştırılmasıyla devam etmektedir. Üçüncü aşamada ise öğrencilerin bilinmeyen bir değişkeni içeren denklemler kullanarak bir problemin çözümünde olasılık değerlerini bulma yöntemleri incelenecektir. Aşamalardaki kavramsal genişleme aşağıdaki şema ile sunulmuştur.



Şekil 3-12. Olasılık ve Karşılaştırma kavramları

3.3.1 Aşama-1 3. Soru (MEB 2022)



1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Buna göre kaç numaralı kavanozdan alınan bilyenin beyaz renkli olma olasılığı en azdır?

Şekil 3-13. Olasılık 1. aşama 2. soru

Soru, öğrencilerden basit olasılık hesaplamaları yapmalarını sonrasında karşılaştırma yaparak en düşük olasılığı belirlemelerini istemektedir. Öğrencilerin olasılık değerlerini karşılaştırırken hangi yöntemleri tercih ettikleri incelenecektir. Bu yöntemler arasında payda eşitleme veya içler-dışlar çarpımı gibi çeşitli teknikler

bulunmaktadır. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

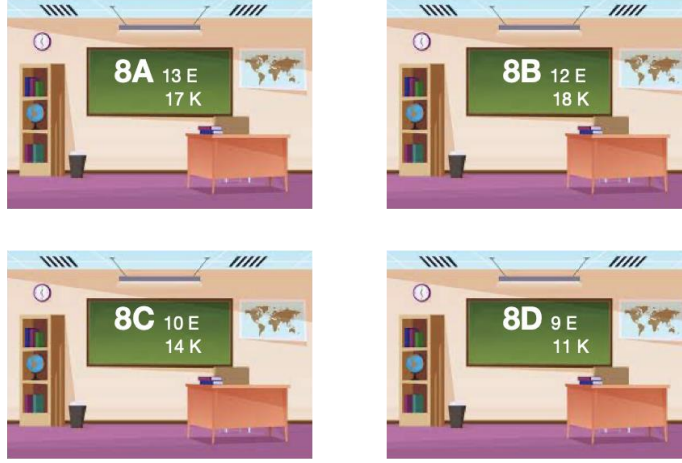
Tablo 3-17. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	Basit olasılık hesaplama, bu olasılıkları karşılaştırma ve en düşük olasılığa sahip olanı belirleme.
Verilenler	1. Kavanozlardaki bilge sayıları
Çözüm Stratejileri	1. Olasılık Değerlerini bulmak: Olasılık değerlerini kesirlerle ifade etmek. 2. Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi: Kesirlerin karşılaştırılmasında payda eşitleme yönteminin kullanılması. 3. Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi: Kesirlerin karşılaştırılmasında içler-dışlar çarpım yönteminin kullanılması.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Karşılaştırma ve Kesirler: Basit olasılık hesaplamalarını ve olasılık değerlerini kesirlerin karşılaştırılması konusuyla ilişkilendirmek amaçlanmaktadır. Ayrıca, olasılık değerlerini karşılaştırırken, kesirlerin karşılaştırılmasında kullanılan payda eşitleme veya içler-dışlar çarpımı gibi farklı yöntemlerin uygulanabilmesi hedeflenmektedir.

Tablo 3-18. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Basit olasılık hesaplamalarını yapma ve bu hesaplamalarda kesir değerlerini kullanmak.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Farklı olasılık değerlerini karşılaştırma ve en düşük olasılıklı seçeneği belirlemek.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Payda eşitleme ve içler-dışlar çarpım, yüzdeye çevirme gibi çeşitli karşılaştırma yöntemlerini seçmek.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Seçilen yöntem ile olasılık değerlerini karşılaştırmak.
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Yapılan olasılık hesaplamaları ve kesir karşılaştırmalarının sonuçlarını yorumlama ve bu sonuçların problem bağlamında ne anlama geldiğini anlamak.

3.3.2 Aşama-2 4. Soru



Görseldeki bilgilere göre okul müdürü Harun Bey 8A, 8B, 8C ve 8D sınıflarından seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı en çok ve en az olan sınıfları konferans salonunda toplamıştır. Konferans salonunda bulunan öğrencilerden bir başkan seçmek istemiştir. Seçilen öğrencinin erkek olma olasılığı yüzde kaçtır?

Şekil 3-14. Olasılık 2. Aşama 4. soru

Bu soruda öğrencilerden beklenen, erkek öğrenciler arasından bir başkan seçmek için en az ve en fazla erkek içeren olasılıklı sınıfların belirlenmesi ve yüzde olarak ifade edilmesi problemine odaklanmalarıdır. Öğrencilerin olasılık hesaplamalarında kesirleri tercih etmeleri ve karşılaştırma yaparken payda eşitleme ve içler-dışlar çarpımı gibi yaygın karşılaştırma teknikleri kullanmaları beklenmektedir. Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-19. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

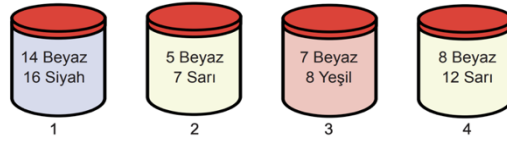
Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	Farklı sınıflardan bir erkek öğrenci başkanı seçme olasılıkları hesaplama ve en az ve en fazla olasılıklı sınıfları belirlemek
Verilenler	1. Sınıfların bilgileri 2. Sınıflarda bulunan kız, erkek öğrenci sayıları
Çözüm Stratejileri	1. Olasılık Değerleri bulmak; Olasılık hesaplamalarında kesirlerin kullanılması. 2. Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi: Kesirlerin karşılaştırılmasında payda eşitleme yönteminin kullanılması. 3. Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi: Kesirlerin karşılaştırılmasında içler-dışlar çarpım yönteminin kullanılması

Kavramsal anlama göstergesi	1. Karşılaştırma ve Kesirler: Basit olasılık hesaplamalarını ve kesirlerin karşılaştırılması konusunda ilişki kurabilmek. Ayrıca, farklı karşılaştırma yöntemlerini kullanabilmek. 2. Yüzde Hesaplama: Karşılaştırmanın sonunda değerlendirme yapmak ve elde edilen olasılık değerini yüzdeye çevirmek
-----------------------------------	---

Tablo 3-20. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Basit olasılık hesaplamalarını yapma ve bu hesaplamalar için kesir değerlerini kullanmak.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Farklı olasılık değerlerini karşılaştırma ve en düşük olasılıklı seçeneği belirlemek.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Payda eşitleme ve içler-dışlar çarpım, yüzdeye çevirme gibi çeşitli karşılaştırma yöntemlerini seçmek.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Seçilen yöntem ile olasılık değerlerini karşılaştırmak çözümün ikinci aşamasında yüzdelik oran yazma
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Yapılan olasılık hesaplamaları ve kesir karşılaştırmalarının sonuçlarını yorumlama ve bu sonuçların problem bağlamında ne anlama geldiğini anlamak.

3.3.3 Aşama-3 3. Soru (MEB 2022 kaynağındaki görsel kullanılmıştır)



1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?

Şekil 3-15. Olasılık 3. aşama 3. Soru

Soru, öğrencilerin beyaz misketleri seçme olasılığının en düşük olduğu kavanozu belirleme ve bu kavanozu beyaz misketler ekleyerek en yüksek olasılıklı hale getirme durumuna yönelik çözüm yöntemlerini ve kavramsal anlamalarını göstermektedir. Öğrencilerin çözüm yöntemleri, kavramsal anlamaları, olasılık hesaplamaları ve karşılaştırma yapabilme becerileri incelenecektir. Öğrencilerin kullanabilecekleri çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-21. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	Verilen bir durumda en az olma olasılığını belirleyebilme ve bu durumu en fazla olasılıklı olma haline dönüştürebilme (Beyaz misketlerin seçilme olasılığının en az olduğu kavanozu belirleme ve bu kavanoza beyaz misketler ekleyerek en fazla olasılıklı hale getirme)
Verilenler	1. Kavanozlardaki renklere göre bilye sayıları
Çözüm Stratejileri	1. Olasılık değeri hesaplama: Olasılık hesaplamalarında kesirleri kullanmak. 2. Karşılaştırma için Payda Eşitleme: Kesirleri karşılaştırırken payda eşitleme yöntemini kullanacakları. 3. Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpımı: Kesirleri karşılaştırırken içler-dışlar çarpım yöntemini kullanmak. 4. Denklem kullanımı: Olasılık değerinin değiştirilmesi aşamasında denklem kullanmak 5. Aritmetik Kullanımı: Olasılık değerinin değiştirilmesi için aritmetik işlemler yapmak
Kavramsal anlama göstergesi	1. Karşılaştırma ve Kesirler: Basit olasılık hesaplamalarını ve kesirlerin karşılaştırılması konusunda ilişki kurabilmek. Ayrıca, farklı karşılaştırma yöntemlerini kullanabilmek. 2. Denklem kurma: Denklem kurma veya değer vererek işlemsel yöntemleri kullanarak olasılık değerlerini karşılaştırma ve en uygun çözümü bulmak. 3. Aritmetik ilişkiler: Olasılık değerinin değiştirmek için pay ve paydayı artırarak karşılaştırmayı kontrol etmek

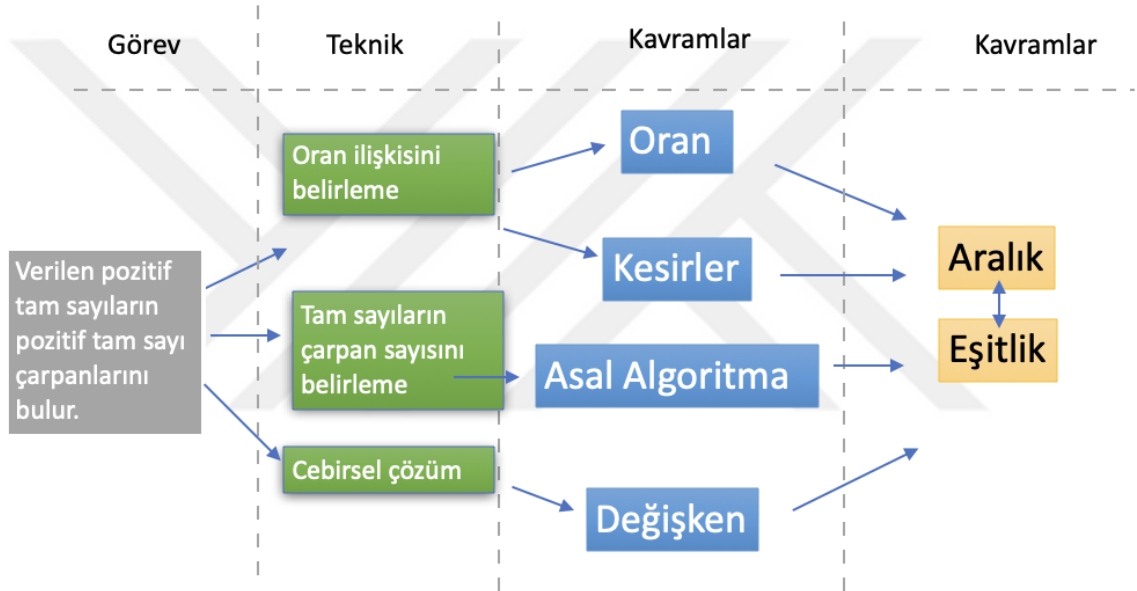
Tablo 3-22. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Basit olasılık hesaplamalarını yapma ve bu hesaplamalar için kesir değerlerini kullanmak.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Hesaplanan olasılık değerlerini karşılaştırma ve en düşük veya en yüksek olasılıklı durumu belirlemek
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Payda eşitleme ve içler-dışlar çarpımı gibi karşılaştırma yöntemlerini kullanarak, belirli bir durumda olasılık değerlerini nasıl artırıp azaltabileceğimiz üzerine mantıklı sonuçlara ulaşmak.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Kesirleri kullanarak olasılık hesaplamaları yapma, payda eşitleme ve içler-dışlar çarpımı yöntemlerini kullanarak karşılaştırma yapma ve en uygun yöntemi bulmak.
Matematiksel temsil	Matematiksel temsillerden Yararlanma: Olasılık değerlerini kesirler ile temsil etmek.
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Yapılan olasılık hesaplamaları ve kesir karşılaştırmalarının sonuçlarını yorumlama; bu sonuçların problemin çözümü bağlamında ne anlama geldiğini anlamak.

3.4 Çarpanlar, Katlarla İlgili Kavramlar BTMS Aşamaları

Çarpanlar, Katlarla İlgili Kavramlar

Aşama	BTMS soru numarası	Açıklama
1.Aşama	5. Soru	Çarpanlar ve katlar kavramlarına giriş yapan açık uçlu soru.
2.Aşama	2. Soru	Çarpanlar, katlar ve yüzde, olasılık kavramlarını içeren açık uçlu soru.
3.Aşama	2. Soru	Çarpanlar, katlar, daire grafiği ve oran kavramlarını birleştiren açık uçlu soru.

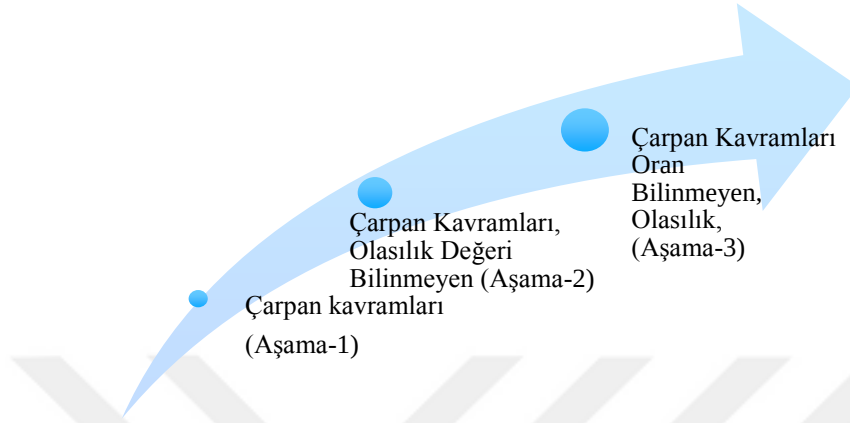


Şekil 3-16.Çarpanlar ve Katlar Kavramlarına Yönelik Lokal Sit

Çarpanlar ve Katlar ile ilgili aşamalarda sorulan sorulara ait çözümler ve kavramlara ait lokal sit yukarıda verilmiştir.

Aşama-1 'de ürün fiyatlarına bağlı olarak hesaplanan bir indirim formülü oluşturulurken çarpanlar ve katlar konusu ile ilgili kavramlar (çarpan, asal çarpan, çarpan sayısı) kullanılacaktır. Aşama-2'de, çarpan sayısı tek olan kartların çekilme olasılığının %10 olduğu bir durum için en düşük n değeri bulunacaktır. Bu aşamada, tam kare sayıları kullanılacak ve seçilen tam kare kart sayısı yüzde oranı ile eşleştirilecektir. %10'u kesir olarak ifade etmek ve bu kesri genişletmek, çözüm için kullanılacak yöntemler arasındadır. Aşama-3'de, öğrencilerden verilen bir tablo ve grafik kullanarak, seçilen iki sayının çarpanlarını ve bu bilgiyi oran kavramıyla

ilişkilendirmeleri beklenmektedir. Renk kodlaması ile çarpanları işaretleme, grafikteki daire dilimleri ve açılar, cebirsel ifadelerden yararlanma gibi çözüm stratejileri kullanılabilir. Aşamalardaki değişimler aşağıdaki şema ile sunulmuştur.



3.4.1 Aşama-1 5. Soru

1-5. Bir mağazada satılan dört ürünün fiyatları aşağıda verilmiştir.



Bir mağazada yukarıdaki ürünlere yapılan indirimler aşağıdaki gibi hesaplanıyor.

A -> Ürünün fiyatı

B -> Ürün fiyatının asal çarpan sayısı

C -> Ürün Fiyatının çarpan sayısı

$$\text{Ürünün indirim miktarı} = A \cdot \frac{B}{C}$$

Bu ürünlerden hangisinin indirim oranı **daha azdır**?

Şekil 3-17.Çarpanlar ve katlar 1. aşama 5.soru

Soru, ürün fiyatlarına bağlı olarak hesaplanan ve çarpanlar ve katlar kavramlarını içeren bir indirim formülü üzerine odaklanmaktadır. Sorunun temel amacı, ürün fiyatlarının asal çarpan sayısının çarpan sayısına oranı kullanılarak indirim miktarının bulunmasıdır. Bu soruda öğrencilerin, asal çarpanları ve çarpanları kullanarak indirim miktarlarını hesaplama yöntemlerini kullanmaları beklenmektedir.

Öğrencilerin kullanacakları çözüm stratejileri ve kavramsal anlama göstergeleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 3-23.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	Ürün fiyatlarına bağlı olarak hesaplanan indirim miktarı, fiyatın asal çarpan sayısının çarpan sayısına oranı kullanılarak belirleme
Verilenler	1. Fiyatın asal çarpan sayısının çarpan sayısına oranını içeren indirim formülü
Çözüm Stratejileri	1. Asal Algoritma: Ürün fiyatları ile işlem algoritması kullanarak asal bölenlerini ve bölenlerini belirlemek. İndirim oranlarını yüzde veya kesir olarak ifade etmek. 2. Üslerden yararlanma: Çarpan sayısını hesaplarken asal çarpanların üslerinden faydalanmak. İndirim Oranı İfade Etme: İndirim oranlarını yüzde veya kesir olarak ifade etmek. 3. Çarpanları yazma: İlgili sayıyı tam bölen pozitif tamsayıları yazarak bulmak. Asal çarpanları da bu yolla belirlemek.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Çarpan kavramları: Çarpanlar ve katlar konularındaki kavramları bilmek 2. Oransal karşılaştırma: İndirim miktarlarını doğru bir şekilde hesaplamak ve oranları doğru bir şekilde karşılaştırmak

Tablo 3-24. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Ürün fiyatlarının asal çarpan sayısının çarpan sayısına oranını kullanarak indirim miktarını hesaplama
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Asal çarpanların ve çarpan sayısının indirim miktarı hesaplamasındaki rolünü yorumlama; indirim oranlarını yüzde olarak ifade etme yöntemlerini geliştirmek.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: indirim oranı ve miktarını belirleme üzerine mantıklı sonuçlara ulaşmak.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Asal çarpanlara ayırarak, asal çarpan sayısını ve çarpan sayısını hesaplamak.
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Yapılan hesaplamaların sonuçlarını yorumlama; bu sonuçların problemin çözümü bağlamında ne anlama geldiğini anlamak.

3.4.2 Aşama-2 2. Soru (MEB 2022 kaynağındaki görsel kullanılmıştır.)



Yukarıda 1'den n'ye kadar olan doğal sayıların yazılı olduğu özdeş kartlar gösterilmiştir. Bu kartların hepsi boş bir torbaya atılmış ve bu torbadan rastgele bir kart çekilmiştir. Çekilen kartın üzerindeki sayının çarpan sayısının tek olma olasılığı %10'a eşittir. Buna göre n sayısı en az kaçtır?

Şekil 3-18.Çarpanlar ve katlar 2.Aşama 2.soru

Bu soru, 1'den n'ye kadar sıralanmış ve çarpan sayısı tek olan kartların çekilme olasılığının %10 olduğu bir durumu içermektedir. Sorunun amacı, en düşük n değerini bulmaktır. Öğrencilerden beklenen bu soruyu çözmek için tam kare sayıları kullanmaları ve seçilen tam kare kart sayısını yüzde oranı ile ilişkilendirmeleridir. . Bu süreç boyunca, öğrencilerin %10'u kesir olarak ifade etmeleri, kesri büyütme ve yazılı hesaplamalar veya zihinden işlemler yapmaları beklenmektedir.

Tablo 3-25.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Bölüm	Açıklama
Soruda hedeflenen	1'den n'ye kadar sıralanmış kartlar arasından, çarpan sayısı tek olanların çekilme olasılığı %10 olan bir durumda, n sayısının en düşük değerini bulma
Verilenler	1. Çarpan sayısı tek olan kartların çekilme olasılığı %10 2. 1'den n'ye kadar sıralanmış kartlar
Çözüm Stratejileri	1. Aritmetik çözüm: Tam kare sayıları belirleyerek çözüm sürecine başlamak. %10'u değerini kesir olarak ifade etme, uygun 'n' değerini sadeleştirme ve genişletme işlemleriyle belirleme.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Çarpan kavramları: Çarpanlar ve katlar konularındaki tamkare kavramını özelliklerini bilmek 2. Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme: Çarpan sayısı tek olan kartların çekilme olasılığını hesaplamak ve n sayısının en düşük değerini bulmak için gerekli kesir genişletme sadeleştirme işlemlerini yapmak.

Tablo 3-26.Matematik becerileri

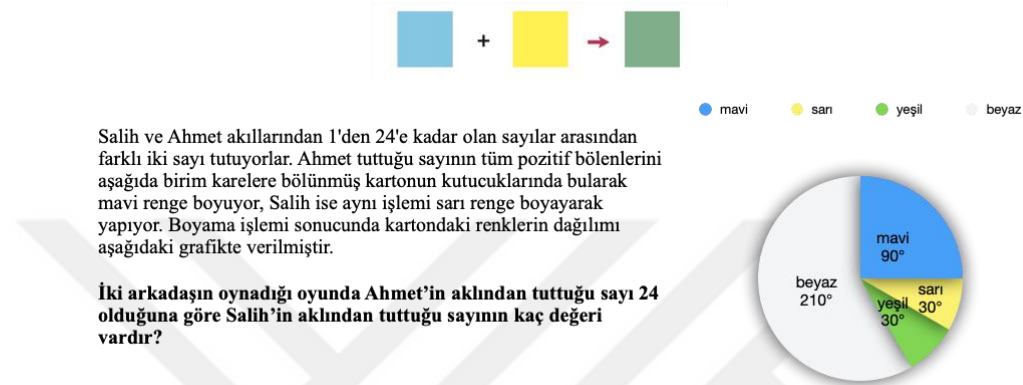
Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Sayıların çarpan sayılarını belirlemek ve bunlar arasında tek çarpan sayısına sahip olanları bulmak,
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Çarpan sayısının tek olması hakkında yorum geliştirme %10 olasılığı kesir olarak ifade etme ve bu oranı tam kare kart sayıları ile ilişkilendirme sürecini yorumlamak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Tamkare sayılar ile çarpan sayısı tek olan sayıları eşleştirmek

Tablo 3-27.(Devam)Matematik becerileri

Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Tam kare sayıları kullanarak, kesir olarak ifade edilen %10 olasılığını sağlayacak şekilde yazılı hesaplamalar veya zihinsel denemeler yaparak n sayısının en düşük değerini bulmak.
----------------------------	--

3.4.3 Aşama-3 2. Soru

Beyaz bir zeminin üzerini önce mavi renge, daha sonra sarı renge boyarsak zeminin rengi



Şekil 3-19.Çarpanlar ve katlar 3.aşama 2.soru

Bu soruda verilenler, 1'den 24'e kadar sıralanmış sayılar arasından iki kişi tarafından seçilen iki farklı sayının çarpanlarını gösteren bir grafik vardır. Bu grafikteki bilgileri kullanarak, seçilen sayıların çarpan sayılarını renklere göre hesaplamaları ve ortak çarpanları bulmaları bekleniyor. Bu soru, öğrencilerin çarpanlar ve katlar konusundaki temel matematik kavramlarını anlamalarını hedeflemektedir. Ayrıca, bu kavramları oranlar ve cebirsel ifadeler gibi diğer matematiksel konularla ilişkilendirme becerilerini de ölçmeyi amaçlamaktadır.

Öğrencilerin, verilen grafikteki renk kodlamasını ve daire dilimlerindeki açıları inceleyerek ortak çarpanların sayısını bulmaları bekleniyor. Bu, öğrencilerin cebirsel ifadeler kullanarak daha önce çözdükleri oran sorularına benzer bir yaklaşım kullanmalarını gerektirir. İki arkadaşın seçtikleri sayıların çarpanlarını mavi ve sarı renklerle boyamaları istenmiştir. Ortak seçilen sayıların renklerinin yeşil olması ortak çarpanların belirlenmesi incelenecektir.

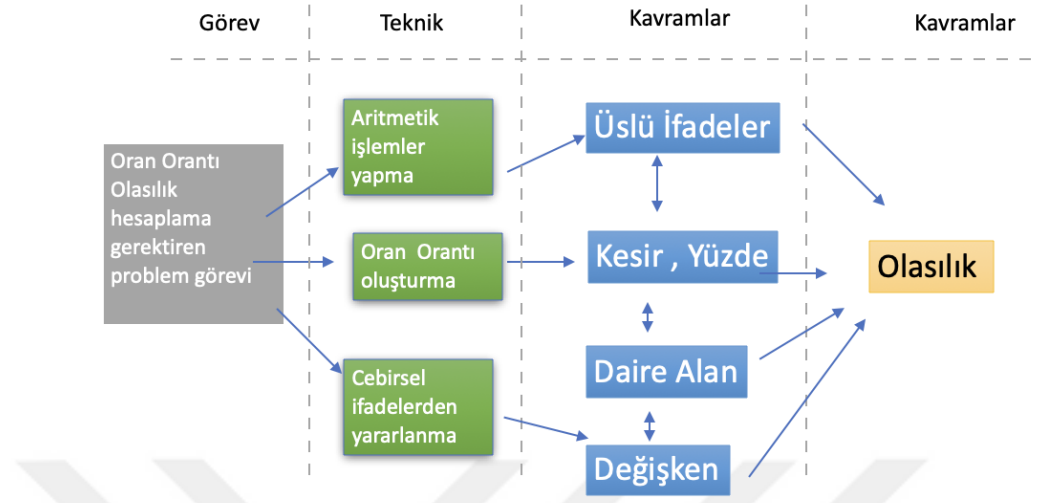
Tablo 3-28.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Başlık	Açıklama
Soruda hedeflenen	Verilen bir tablo ve grafik ile, seçilen iki sayının çarpanlarını belirleme ve bu bilgiyi oran kavramları ile ilişkilendirme.
Verilenler	1'den 24'e kadar sayıların bulunduğu bir tablo. 2. Seçilen iki sayının çarpanlarına dair bilgiler içeren bir grafik.
Çözüm Stratejileri	1. Cebirsel Çözüm; Grafikteki daire dilimlerine ait çarpan sayılarını belirlerken cebir kullanmak, çarpan sayılarını belirledikten sonra ortak çarpan kavramına göre çözüm üretmek. 1-24 arasındaki sayılardan ikisi ortak olmak şartıyla dört çarpanlı sayıları belirlemek. 2. Oran kullanımı: Grafikteki daire dilimlerinin açılara bağlı olarak oransal hesaplayarak, çarpan sayılarını bulmak, çarpan sayılarını belirledikten sonra ortak çarpan kavramına göre çözüm üretmek. 1-24 arasındaki sayılardan ikisi ortak olmak şartıyla dört çarpanlı sayıları listelemek belirlemek.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Çarpanlar ve Katlar ile Oran Kavramlarının İlişkilendirilmesi: Çarpanlar ve katlar kavramlarının grafikler aracılığıyla oran kavramları ile ilişkilendirmek 2. Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi: Grafikteki dilimlere ait açıları cebirsel ifadeler kullanılarak verilere ulaşmak. 3. Ortak Çarpan Kavramının Önemi: İki farklı sayının çarpanlarını yazarken, ortak çarpan kavramına dikkat etmek, Çözüm için gerekli olan dört çarpanlı olan tamsayıyı belirlerken ortak çarpanları dikkate almak.

Tablo 3-29.Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme:1'den 24'e kadar sıralanmış sayıların çarpanlarını ve bu çarpanların grafikte temsil edilen değerlerini bulmak. Renk kodlamasını kullanarak çarpanları ve ortak çarpanları belirlemek.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Grafikteki daire dilimlerinin açılarını kullanarak renk kodlamasını anlamak; çarpanlar, kare sayıları ve ortak çarpanlar arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Renk kodlaması ve grafikteki daire dilimlerinin açılarını aracılığıyla ortak çarpanların sayısını ve çarpanların oranlarla nasıl ilişkilendirilebileceğini belirleme ve yeşil rengin (ortak çarpan) çarpan sayısına ulaşmak.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Verilen tablo ve grafik bilgilerini kullanarak çarpanları ve ortak çarpanları belirleme; bu bilgileri oran kavramları ve cebirsel ifadelerle ilişkilendirmek.
Matematiksel temsil	Matematiksel temsillerden Yararlanma: Çarpanları, ortak çarpanları ve oranları renk kodlaması, grafikler ve cebirsel ifadeler kullanarak temsil etmek.
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Yapılan analizlerin ve hesaplamaların sonuçlarını yorumlama; grafiklerden elde edilen bilgilere göre dört çarpanlı ve ikisinin ortak olduğu sayıları seçebilmek

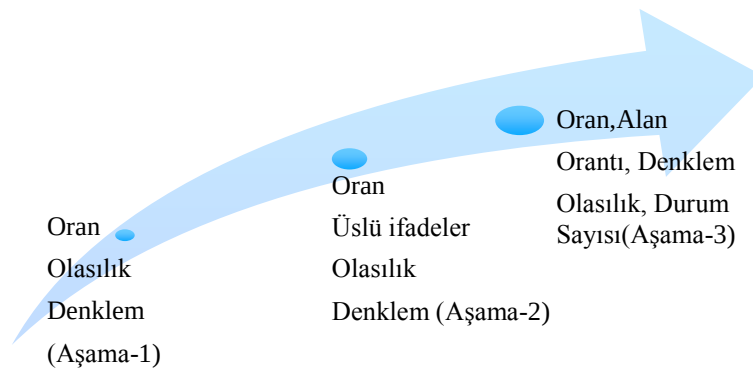
3.5 Orantı, Olasılık ve İlgili Kavramlar BTMS Aşamaları



Şekil 3-20. Oran Orantı Olasılık hesaplama gerektiren problem görevi

Orantı, olasılık kavramlarının bir arada kullanıldığı aşamalarda kullanılan kavramlar ve görevleri yukarıda Lokal sit analizinde gösterilmiştir.

Aşama-1’de öğrencilerden orantılı çoklukların olasılık değerinin hesaplanması istenmektedir. Bu soruda denklem ve olasılık kavramları ile karşılaşmaktadır. Aşama-2’de ilk aşamaya göre üslü ifade kavramı soruya eklenmiştir. Çözüm için öğrencilerden üslü ifadelerle işlemler yapıp yine olasılık hesaplanması istenmiştir. Aşama-3 de ise orantılı çoklukların yanında daire alan, kesir değerleri, olasılık seçimleri gibi kavramlarla işlem yapılması beklenmektedir. Aşamalardaki değişimler aşağıdaki şema ile sunulmuştur.



Şekil 3-21. Orantı, olasılık kavramları

3.5.1 Aşama-1 1. Soru

1-1.



Metin yukarıdaki havluları adetleri fiyatlarıyla orantılı olacak şekilde 520 TL ödeme yaparak satın almıştır.
Metnin aldığı havluların 5 TL'lik olma olasılığı kaçtır?

Şekil 3-22.Orantı olasılık 1.aşama 1.soru

Bu sorunun çözümü için üç farklı yaklaşım gösterilmiştir: denklem kurarak çözüm, tahmin yöntemiyle çözüm ve cebirsel olasılıkla çözüm. Tahmin yönteminde, deneme-yanılma ve tahmin becerileri işe koşulurken, denklem kurma doğrudan ve kesin bir yaklaşım sağlar. Cebirsel yaklaşımda ise kavramsal anlama becerileri öne çıkmaktadır. Bu noktada, öğrencilerin oran ve olasılık kavramlarını açık uçlu bir soruda uygulamaları ve bu kavramlar arasında bağlantılar kurmaları beklenmektedir. Öğrencilerin kesirler ve oranlar kullanarak olasılık hesaplamaları yapmaları, bu hesaplamaları karşılaştırmaları ve ifade etmeleri istenmektedir.

Tablo 3-30.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

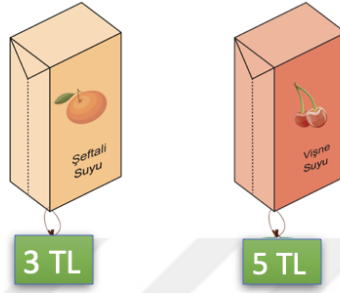
Kavramlar ve Açıklama Stratejiler	
Soruda hedeflenen	Orantılı çoklukların değişkenler ile sayıları temsil ederek olasılık değeri hesaplama
Verilenler	1. Toplam ödeme: 520 TL. 2. Havluların fiyatları
Çözüm Stratejileri	1. Eşitlik Kurarak Çözüm: Havlu sayılarını ve fiyatlarını içeren bir eşitlik sistemi kurarak, her bir havlu türünden kaç adet alındığını kesin olarak belirlemek. Havlu sayılarını belirleme süreci, denklem çözme adımlarını takip ederek bulmayı ya da eşitliği sağlamak için değer verme yöntemini de içerir. Olasılık değerini bulmak. 2. Orantısal çözüm: Orantılı miktarların cebirsel olarak ifade edilmesi ve havlu sayılarının değişkenler ile temsil etmek. Bu yöntem, havlu sayılarını değişkenlerin katsayılarıyla ilişkilendirme, her bir havlu türünden kaç adet alındığını ve bu durumların olasılık değerlerini hesaplamayı kapsar.
Kavramsal anlama göstergesi	1. Değişkenlerle temsili olasılıkla ilişkilendirmek: Orantılı havlu sayılarının değişkenlerle temsil edilmesi, havlu sayılarını hesaplamayı gerektirmeden değişkenlerin yardımıyla olasılık değerlerini belirlemek. 2. Eşitlik kullanımı: Havlu sayılarını orantılı değişkenlerle çarparak toplam fiyat bilgisine göre havlu sayılarını denklem kurarak bulmak.

Tablo 3-31. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Havlu sayılarını orantılı çoklukları ifade etmek, değişkenler kullanarak çözüm geliştirmek
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Eşitlik kurma, tahmin yöntemi ve cebirsel olasılık gibi çeşitli yöntemlerden yararlanmak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: Olasılık değerini havlu sayılarını temsil eden değişkenlerle hesaplamak
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Orantılı miktarları ve olasılık değerlerini hesaplamak için denklem kurma, tahmin yöntemi ve cebirsel olasılık yöntemlerini uygulamak.

3.5.2 Aşama-2 3.Soru (MEB 2022 kaynağındaki görsel kullanılmıştır)

2-3.



Bir markette satılan meyve sularının birer adetlerinin satış fiyatları verilmiştir. Bu markette satılan şeftali suları her birinde 45 adet , vişne suları ise her birinde 25 adet bulunan koliler halinde satılmaktadır.

Koliler halinde satılan bu meyve sularından alan Mert Bey'in hem şeftali hem de vişne suları için ödediği ücretler TL cinsinden 15 'in doğal sayı kuvvetine eşittir.

Mert'in bu kolilere ödediği **en az** ücret için aldığı kolilerin vişne suyu kolisi olma olasılığı kaçtır?

Şekil 3-23. Orantı olasılık 2.Aşama 3. soru

Bu soruyu çözmek için öncelikli adım, kutu sayıları ile kutu fiyatlarının çarpımlarının oluşturduğu sayıların üslü gösteriminin ve asal çarpanlarının bulunmasıdır. Öğrenciler, verilen bilgileri kullanarak her iki meyve suyunun koli fiyatlarını 15'in doğal sayı kuvvetleri olarak hesaplayabilirler. Bu işlemsel adımlar, öğrencilerin asal çarpanları ve üslü ifadeleri kavramasını ve bu bilgileri problem çözme senaryosunda kullanmasını gerektirir. Öğrencilerin şeftali suyu için 25 (5^2) ve vişne suyu için 27 (3^3) koli almaları gerektiğini belirlemeleri gerekmektedir. Bu sayılara göre vişne kolisini seçme olasılığı hesaplanabilir.

Tablo 3-32. Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

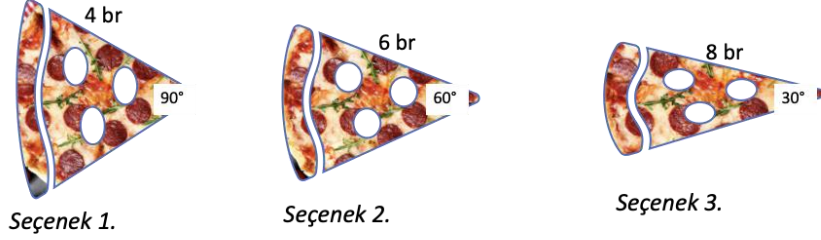
Başlık	Açıklama
Soruda hedeflenen	Üslü ifadeler ve asal çarpanlar kullanarak iki farklı meyve suyunun koli fiyatlarını 15'in doğal sayı kuvvetleri cinsinden hesaplama.
Verilenler	- İki meyve suyunun toplam fiyatı 15'in doğal sayı kuvvetlerinden biri olarak ifade edilmiştir. - Şeftali ve Vişne sularının birer koli fiyatları
Çözüm Stratejileri	- Üslü ifadelerle Çözüm: 15'in asal çarpanlarının 3 ve 5 olduğunu ve bu çarpanların üslerinin eşitliğini kullanarak, koli sayılarını belirlemek. Belirlenen koli sayılarına göre vişne kolisini seçme olasılığını hesaplamak. - Aritmetik işlemlerle Çözüm: Toplam ücreti 15'in doğal sayı kuvvetlerinin değerlerine göre bölme işlemleriyle deneyerek koli sayılarını belirlemek. Belirlenen koli sayılarına göre vişne kolisini seçme olasılığını hesaplamak.
Kavramsal anlama göstergesi	- Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme: Birer koli fiyatının ($135 = 3^3 \cdot 5^1$), toplam koli fiyatına ($15^3 = 3^3 \cdot 5^3$) göre üsleri eşitlemeyi sağlayacak sayıyı ($3^0 \cdot 5^2 = 25$) belirlemek. - Aritmetik Çözüm: Aritmetik çözüm için bölme ve çarpma işlemleriyle koli sayılarına ulaşmak. ($15^3 = 3375$)

Tablo 3-33. Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Problemde verilen bilgilerden hareketle, toplam fiyatın 15'in doğal sayı kuvvetleri şeklinde ifade edilebileceğini fark etmek ve şeftali ile vişne sularının koli sayılarını bulmak için gerekli ilişkileri belirlemek.
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: 15'in asal çarpanları ile meyve sularının koli sayılarını bu bilgilerle ilişkilendirmek.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: 15 sayısının asal çarpanlarını ve üslerini kullanarak, meyve sularının koli sayılarını ve vişne suyu kolisinin seçilme olasılığını hesaplama.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Asal çarpanlara ayırma ve üslerin eşitlenmesi yöntemlerini kullanarak, şeftali ve vişne sularının koli sayılarını ve olasılıklarını hesaplamak.
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Üslü işlemler ve aritmetik hesaplamalar sonucunda elde edilen meyve suyu miktarlarını kullanarak vişne suyu kolisinin seçilme olasılığını hesaplamak ve sonucu yorumlamak.

3.5.3 Aşama-3 5. Soru

Bir pizzacıda daire dilimleri şeklinde satılan pizzalar bulunmaktadır. Pizzalar alanlarıyla orantılı olacak şekilde fiyatlandırılmıştır. Pizza dilimlerinin seçenekleri aşağıda gösterilmiştir.



4 br yarıçaplı pizza diliminin fiyatı 36 TL dir. Bu pizzacıdan iki dilim pizza alan Deniz'in 100 TL'dan fazla ödeme olasılığı kaçtır? ($\pi=3$)

Şekil 3-24.Orantı olasılık 3.aşama 5 soru

Bu soruda, öğrencilere kavramsal anlama, problem çözme ve matematiksel düşünme fırsatı veren kapsamlı bir problem çözme senaryosu sunmaktadır. Öğrencilerin pizza dilimlerinin fiyatlarını hesaplamak için açılar, kesirler, alanlar, oran ve orantı gibi matematiksel kavramları kullanarak toplam fiyatının 100 TL'den az olma olasılığını belirlemeleri beklenmektedir. Öğrenciler, pizza dilimlerinin alanlarını hesaplamak, kesirleri kullanmak, oran-orantı hesaplamaları yapmak ve olasılık değerlerini bulmak için matematiksel kavramları birbiriyle ilişkilendirerek kullanmalıdır. Pizza dilimlerinin fiyatlarının alanlarıyla orantılı olması, öğrencilerin oran-orantı kavramlarını uygulamalarını gerektirir. Diğer pizza dilimlerinin fiyatlarını hesaplamak için ilk seçenekte verilen pizza diliminin alanı ve fiyatı arasındaki oranın, 100 TL'yi aşmayan iki dilimi seçimini hesaplamasında da öğrencilerin olasılık kavramını kullanması beklenmektedir. Öğrencilerin soruyu çözmek için açılar, kesirler, alanlar ve fiyatlar gibi çeşitli konuları ayrı ayrı incelemeleri beklenir.

Tablo 3-34.Çözüm stratejileri ve kavramsal anlama

Başlık	Açıklama
Soruda hedeflenen	Farklı açılarda ve uzunluklarda kesilmiş daire dilimi şeklindeki pizza dilimlerinin alanlarını ve fiyatlarını hesaplama ve iki rastgele seçilen pizza diliminin toplam fiyatının 100 TL'den az olma olasılığını belirleme.
Verilenler	1. Pizza dilimlerinin farklı açılarda ve uzunluklarda kesildiği. 2. Pizza dilimlerinin alanları ile fiyatlarının orantılı olduğu. 3. İlk seçenekte verilen pizza diliminin alanı ve fiyatı,
Çözüm Stratejileri	1. Oran ve Orantısal Çözüm: Daire alanlarını açı bilgilerine göre orantı ile ya da kesir bilgisiyle bulmak. Alan bilgisi ile fiyat bilgisi arasında orantı sabitini bularak diğer fiyatları belirlemek. 100 TL'nin altında kalan pizza dilimlerinden ikili seçimleri belirlemek
Kavramsal anlama göstergesi	1. Daire alanı ile Oran-Orantıyı ilişkilendirmek: Farklı açılarda verilen pizza dilimlerinin alanlarını orantı kurarak veya kesirler üzerinden hesaplamak. 2. Oran-Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek: Kesir bilgisi, bölme işlemi ve orantı hesaplamaları kullanılarak pizza dilimlerinin fiyatlarını belirlemek. Hesaplanan fiyatlar kullanılarak, 100 TL'yi aşmayan iki dilimi seçme olasılığını hesaplamak.

Tablo 3-35.Matematik becerileri

Beceri Kategorisi	Açıklama
Matematiksel Muhakeme	Çözümleme: Farklı açılarda ve uzunluklarda kesilmiş pizza dilimlerinin alanlarını bulma, fiyatlarını hesaplamak için orantıyı veya oranı anlamak
Matematiksel Muhakeme	Yorumlama: Pizza dilimlerinin alanları ile fiyatlarının orantılı olduğunu ve bu orantının fiyat hesaplamalarında nasıl kullanılacağını yorumlamak.
Matematiksel Muhakeme	Çıkarım Yapma: İlk seçenekte verilen pizza diliminin alanı ve fiyatının oranı kullanılarak diğer dilimlerin fiyatlarının nasıl hesaplanabileceğini çıkarım yapma; iki dilimin toplam fiyatının 100 TL'den az olma olasılığını hesaplamak.
Matematiksel Problem Çözme	Matematiksel Çözümler Geliştirme: Kesirler, oran ve orantı, alan hesaplamaları ile pizza dilimlerinin fiyatlarını belirlemek ve iki dilimin fiyatlarını bulmak
Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme	Bulgulara Ulaşma ve Yorumlama: Olasılık değeri için ikili seçimlerin 100 'den az olanların sayısı ile olasılık değerini yazmak

4. BULGULAR

Bulgular BTMS ön analiz bölümünde Şekil 4-1’de gösterildiği gibi oluşturulan soru gruplarına göre oluşturulan başlıklar altında her bir öğrencinin uygulama sürecindeki üç aşamada elde edilen verileri sunulacaktır.



Öğrenciler	Aşamalar	Her bir aşamada yapılan incelemeler
Duru Yiğit Bora Irmak Oğuzhan Erdem Ahmet	Aşama-1	1. Çözüm Stratejileri
	Aşama-2	2. Kavramsal Anlama Düzeyi
	Aşama-3	3. Matematiksel Beceriler

Şekil 4-1. Bulguların sunuş şeması

Her bir öğrencinin üç aşamadaki performansı sistematik bir şekilde analiz edilecek, böylece problem çözme süreçlerindeki gelişimleri, kavramsal anlayışlarındaki ilerlemeleri ve matematiksel becerilerindeki değişimler gözlemlenecektir.

4.1 Oran ve Daire Grafiği Kavramlar BTMS Bulguları

Bu bölümde, öğrencilerin oran ve daire grafiği kavramlarına ilişkin beceri temelli soruları nasıl çözdüğü incelenmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejileri, kavramsal anlama düzeyi ve matematiksel becerileri üç ana başlık altında değerlendirilmiştir.

4.1.1 Duru’nun Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, çözüm stratejisi olarak grafikteki dilimlerin açılarını ve bunlara bağlı değişkenleri kullanarak cebirsel çözüm yapmıştır. Verilen iki grafik için açı değerlerinin ortak bölenlerine göre değişkenler belirlemiş ve bu değişkenlerin katsayılarını kullanarak grafik dilimleri arasındaki ilişkileri kurmuştur. Değişkenlerle ifade edilen kat ilişkilerini kullanarak problemi çözmüştür (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Bu soruda ne tür stratejiler kullandın, Duru?

Duru: Şimdi ilk açılardan katları buldum. Kat yaptık. Sonra burada katları çıkarttım ve kat 16 oldu. Ondan sonra 18 katını buldum, 288 oldu. Nisan ayı dört katmış, 288 dört katsa, kat kaçtır? dedim ve 72 olduğunu hesapladım.

Öğretmen: Hepsinde böyle kat mı kullandın?

Duru: Evet.

Öğretmen: Neden?

Duru: Çünkü sayıları küçültünce daha kolay oluyor. Oranları ve kesirleri anlamak daha kolaylaşıyor ve cebirsel ifadelerle daha etkili çalışabiliyorum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, daire grafiklerinde yer alan oran ve orantı ilişkilerini açılara göre ortak bölenler aracılığıyla kurmuştur (Orantı Kullanımı). Grafik dilimlerine değişkenler atayarak, bu değişkenlerin katsayıları aracılığıyla bölümler arasında eşitlikleri kurmuş ve aradığı değerleri hesaplamıştır (Cebirsel İfadeleri Yazma). Grafikler arasında bire bir ilişkileri rahatlıkla kurabilmiştir (Orantı Kullanımı).

Matematiksel Beceriler

Matematiksel becerilerin incelenmesi sonucunda, öğrencinin çeşitli beceriler sergilediği gözlemlenmiştir. Matematiksel muhakeme kapsamında çözümleme becerisini, grafikteki açılara göre 'k' değişkenini atayarak ve bunu 'kat' olarak adlandırarak uygulamıştır. Yorumlama becerisi, bu katları kullanarak grafik-2'den nisan ayı verilerini çıkarma ve grafik-1 ile ilişkilendirerek haziran ve mayıs ayı değerlerini bulma şeklindedir. Çıkarım yapma becerisi, grafik-2'den elde edilen verileri grafik-1'e aktarma ve ilişkilendirme sürecinde gözlemlenmiştir. Matematiksel problem çözme alanında, matematiksel çözümler geliştirme becerisi, cebirsel ifadelerle temsil edilen kat ilişkilerini kullanarak problemleri çözme şeklinde kendini göstermiştir. Matematiksel temsil becerisi ise, grafiklerdeki verilerin açılara göre cebirsel temsiller kullanma ve açılar ile üretim miktarlarını cebirsel olarak ifade etmiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, çözüm stratejilerini uygularken cebirsel yöntemi kullanarak grafik dilimlerinin açılarını en büyük ortak bölenlerine bölmüş ve en sade cebirsel ifadelerle temsil etmiştir. Bu ifadeleri genişleterek istenen yüzde oranlara ulaşmıştır. Orantısal ilişkileri anlamış ve kullanmış, grafiklerde verilen dilimlere ait açılar birbiri katı olma durumlarından yararlanmıştır. İki grafik arasında maliye bölümüne ait kabul

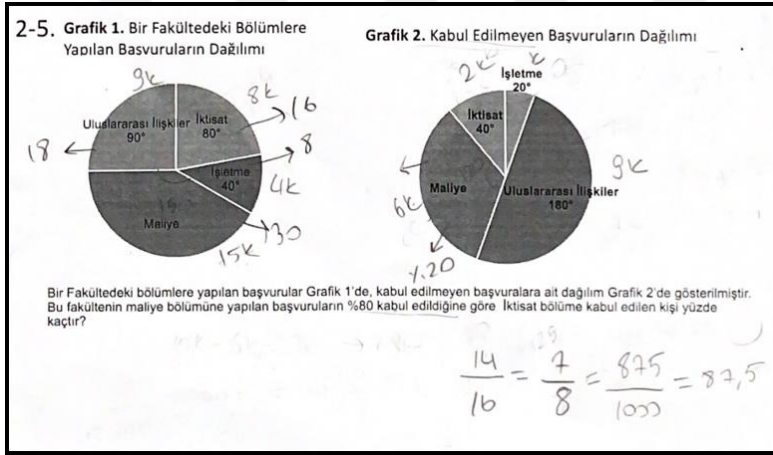
edilmeyen yüzde değerini sağlamak için yüzdelik oranları hesaplarken, grafik dilimlerinin açılarını ve oranları cebirsel değişkenlerle ifade etmiş, bu süreçte ortak bölenleri kullanmıştır. Ayrıca, oran yöntemleriyle verilen grafik dilimlerine ilişkin eksik bilgileri yüzde ifadelere dönüştürme sürecini gerçekleştirmiştir (Cebirsel Yöntem ve Yüzdelik Değerler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Maliye bölümdeki bağlantıyı nasıl kurdun?

Duru: Burada 6 kat %20 oluyordu, %100 ü de 30 olur. Başvuru yapanlar 15 kat 30 dedim. Kata 2 dedim. Diğer katları da böyle buldum. İktisat da 16 kabul edilenler 14 olduğu için, 7 / 8 oluyordu. Paydasını 1000 yapmak gerekiyordu.

Öğretmen: Neden?

Çünkü yüzde kaçtır diyor? Bunuda genişletmem gerekiyordu. Tam 100 olmadığı için 1000 yaptım.



Şekil 4-2. Duru'nun 2-5. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, daire grafikleri üzerinde yüzde hesaplamalarını ve oran kavramını değişkenler ve cebir kullanarak etkin bir şekilde uygulamıştır. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki) Ayrıca, grafikler arasında orantı ilişkileri doğrultusunda farklı oranlarda ve yüzde değerleri sağlayan ilişkileri kurabilmiştir. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) Bu ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemleriyle de pekiştirmiştir. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki)

Matematiksel Beceriler

Matematiksel muhakeme becerileri altında çözümleme becerisini, maliye bölümündeki ilişkiyi kurarken orantı kullanarak yüzde oranlarını hesaplarken kullanmıştır. Bu süreçte %20'nin 6 kat, %100'ün ise 30 kat olduğunu tespit etmiştir.

Yorumlama becerisi, iktisat bölümünde kabul edilenlerin oranını hesaplarken kesirleri ve orantıları kullanmasıyla anlaşılmaktadır. Yüzde hesaplamak için paydasını 1000 yapma stratejisini uygulamıştır. Çıkarım yapma becerisi, farklı oranlarda verilen grafikleri sadeleştirme ve genişletme yaparak istenen yüzde oranı denkleştirmesinde görülmüştür. Matematiksel problem çözme alanında, öğrenci matematiksel çözümler geliştirme becerisini sergilemiştir. Bu beceri, orantı ve kesir bilgisini kullanarak yüzde oranlarını hesaplama ve kat ilişkilerini kurarak çözüm yapma şeklinde kendini belli etmiştir. Matematiksel temsil becerisi, grafikler arasında cebirsel temsil kullanma ve maliye ile iktisat bölümleri arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etme şeklinde görülmüştür.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru'nun çözüm stratejisi, cebirsel yöntem olarak, Grafik-2 ve Grafik-3 için açılış değerlerinin en büyük ortak bölenlerini kullanarak değişkenler belirlemiş ve verileri cebirsel ifadelerle temsil etmiştir. Ortak kat bulma stratejisini uygulayarak, belirlediği değişkenlerin katsayılarıyla Grafik-2 ve Grafik-3 arasında ortak kat ilişkileri kurmuştur. Son olarak, eşitsizlik ifadesini oluşturma aşamasında, ekmek sayısının 500'den az olma koşulunu dikkate alarak bu eşitsizliği oluşturmuş ve maksimum değerleri bulmak için bu bilgileri cebirsel yöntemlerle problem çözümünde uygulamıştır (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Bu soruda ne tür stratejiler kullandın?

Duru: Katları buldum, ondan sonra ikinci grafikte dört kat ve dokuz kat oluyordu, sonra ekok 36 oldu? Ondan sonra onların katlarını buldum. 36 olunca az oluyordu. 500'den az olması gerekiyor ama en fazlayı bulmam gerekiyor, birinci grafikte üç katına aldım. İkinci grafikte 108 dört kat oluyor, kata 27 dedim.

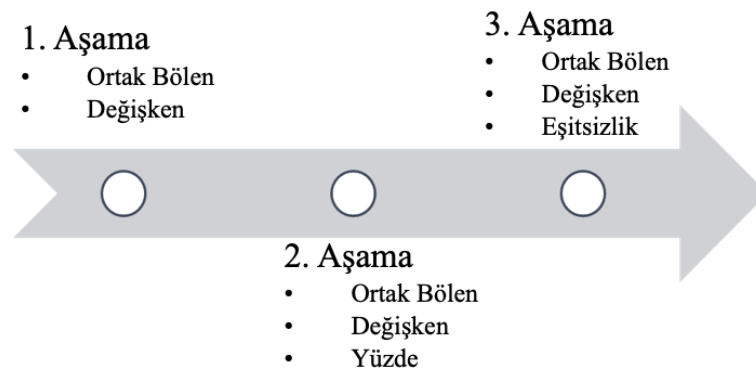
Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru'nun çözüm yöntemi incelendiğinde, açılara değişkenler atadığı ve bunları en küçük ortak kat kavramıyla ilişkilendirdiği görülmektedir. Bu yaklaşımı, oran ve orantı kavramını oldukça etkili bir şekilde kullandığını gösteriyor. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler) En fazla değeri bulma sürecinde eşitsizlik kavramlarını kullanmıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Duru, "en fazla değeri" bulma bağlamında eşitsizlik ve orantı kavramlarını bütünleştirerek daire grafiği verileri arasında bağlantı kurmuştur. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek). Grafikteki açılar ve bunların oranlı dağılımı ile

ilgili matematiksel ilişkileri anlayarak orantısal temsilleri kullanmıştır. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler) 500'den az ama en çok olması gereken sayıyı bulması gerektiğinde cebirsel düşünmeyi ve eşitsizlikleri işlerken değer vermeyi dikkate almıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Duru, orantısal temsilin yanı sıra cebirsel temsil kullanarak problemin çözümünü gerçekleştirmiştir. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme)

Matematiksel Beceriler

Duru, matematiksel muhakeme çözümleme becerisi ile grafik dilimlerinde açılımların ortak bölenlerine göre değişkenler ile kat ilişkilerini belirleyip; bu değişkenlerle ortak katları kullanarak çözümlenmiştir. Yorumlama becerisini, alt grafiklerde börek grafiğinde toplam dört kat (4k) ve poğaça grafiğinde toplam dokuz kat (9k) ilişkisini belirledikten sonra, bu grafikler için ortak kat olarak 36k'ya ulaşması ve daha sonra bu değeri eşitsizliği sağlaması için kullanmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma yeteneğini şu şekilde gözler önüne sermiştir: Belirlediği değişkenleri ortak katları bulduktan sonra veriler için değişken kullanmayı bırakarak orantılar ile devam etmeyi seçmiş ve "500'den az" ifadesine karşılık gelen değeri bulmuştur. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini ortak kat ve eşitsizlik kavramlarını kullanarak problemin gereksinimlerini karşılamasıyla sergilemiştir. Matematiksel temsil becerisinde, cebirsel ve orantısal temsilleri kullanarak problemleri çözmüştür. Yansıtma becerisini, çözümlerinde kat ilişkilerinin bulunduğu sorularda cebirsel ifadeler kullanmayı ve eşitlik kurmayı tercih etmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-3.Duru'nun kullandığı kavramlar

Duru'nun üç aşamayı da benzer şekilde çözdüğü aynı stratejilerle sonuca ulaşabildiği görülmüştür.

4.1.2 Yiğit'in Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

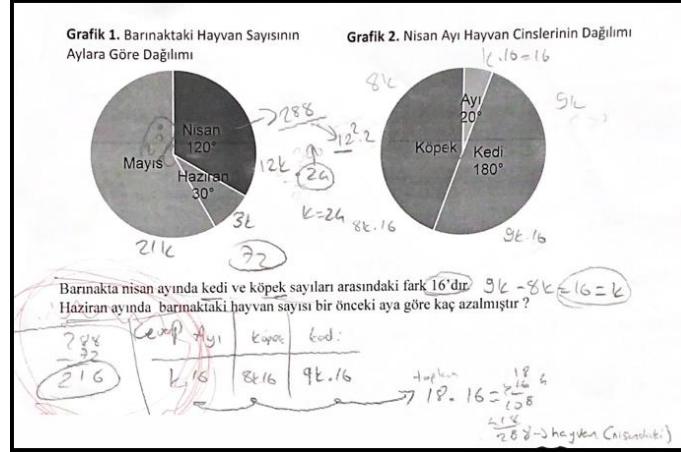
Yiğit, cebirsel yöntem olarak, grafiklerdeki verileri cebirsel ifadelerle temsil etmiş ve 'k' değişkeni tanımlayarak kat ilişkilerini kurmuştur. Nisan ayındaki toplam hayvan sayısını hesaplamış. Daha sonra, aylara göre hayvan sayılarını 10'a bölerek ve çeşitli çarpma işlemleri yaparak diğer aylardaki hayvan sayılarını bulmuştur. Yiğit, grafikteki açı değerlerini ortak bölenlerine göre oranları sadeleştirmiş ve değişken kullanarak kat ilişkilerini belirlemiştir (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl başladın?

Yiğit: Ben yine bunlara k verdim. Toplam 18k oldu. 18k ise Nisan ayındaki toplam hayvan sayısı etti. Ama bize kedi ve köpek sayıları arasındaki fark 16 demiş. $k=16$ olmuş. Nisan ayındaki toplam hayvan sayısı $16 \times 18 = 288$ hayvan var.

Öğretmen: Neden k vererek yapıyorsun?

Yiğit: İşlemleri daha basit buluyorum. Nisan 120, Mayıs 210, Haziran 30 ben bunları 10'a böldüm. Nisan 12 oldu $12^2 \times 2$ ise $k \times 12 \times 2$ demek; o zaman 3 ile 24 çarpınca haziranı 72 buldum.



Şekil 4-4. Yiğit'in 1-4. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, problemi çözerken cebirsel değişkenler kullanarak çözüm stratejisi geliştirmiştir. Bir oranı temsil etmek için 'k' değişkenini kullanmış ve bu değişken üzerinden eşitlikler kurarak problemi çözmüştür (Cebirsel İfadeleri Yazma). Açılar ve oranlar arasındaki bağlantıları ortak bölen kavramlarını kullanarak kurmuş, cebirsel

ifadelerle bu bağlantıları işlem yapabilecek düzeye getirerek sonucu bulmuştur (Orantı Kullanımı, Cebirsel İfadeleri Yazma).

Matematiksel Beceriler

Yiğit, matematiksel muhakeme alanında değişkenler kullanarak ve bu değişkenlere bir kat sayısı atayarak çözümleme becerisi sergilemektedir. Aynı zamanda yorumlama yeteneğini de kedi ve köpek sayıları arasındaki farkı " $k=16$ " olarak belirleyerek ve Nisan ayındaki toplam hayvan sayısını " $16 \times 18 = 288$ " şeklinde hesaplayarak kanıtlamıştır. Çıkarım yapma becerisi, grafikler arasındaki verileri cebirsel olarak ilişkilendirmesine yardımcı olmuştur. Bu bağlamda, Yiğit'in matematiksel problem çözme alanında çözümler geliştirme becerisi öne çıkmaktadır. O, grafikler arasındaki oranları kullanarak eşitlikler oluşturmuş ve bu yolla etkili çözümler üretmiştir. Matematiksel temsil becerisi, cebirsel ifadelerle açıları ve oranları ifade etme şeklinde kendini göstermiştir.

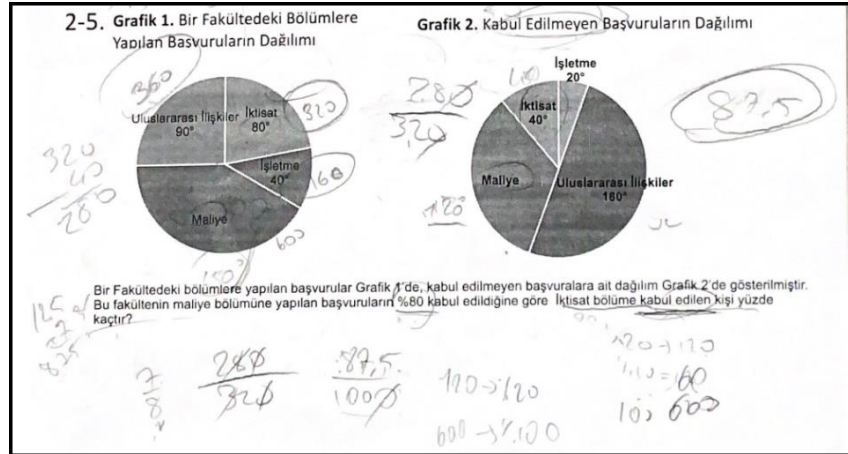
2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit orantıları kullanarak ve yüzde hesaplamalarını yaparak daire grafiklerini karşılaştırıp çözüme ulaşmıştır. Kesirleri yüzdeye dönüştürerek grafikler arası ilişkileri tespit etmiş ve matematiksel ilişkileri çözüme dönüştürmüştür. İlk aşamada çözüm yönteminden farklı şekilde yapılmıştır. Bu soruyu cebir kullanmadan oransal ilişkilerle çözmüştür (Orantısal ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Yiğit: Maliye 120° diğer grafikte ise 150° drece gözükyor. $\%20$ 'si kabul edilmiş. $\%10$ u 60° $\%100$ 'ü 600 olur. 1. Grafiğe göre 150° 600 e eşit ve oranı 4, hepsini dört ile çarpmam gerekiyor. İktisat da 80 4 ile çarptığımda 320 burada 40° kabul edilmeyenler, 280° kabul edilenler. Ne oluyor 280. 28 /32 en sade hali 7/8. Şimdi bunu yüzde yapamam 125 ile çarparsam $875 / 1000$ $\%87,5$ olur.



Şekil 4-5. Yiğit'in 2-5 Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit bu soruda orantıyı kullanmış ve yüzdelik hesaplamalara dayalı bir çözüm geliştirmiştir. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) Grafiklerin dereceleri ve yüzde değerlerini ilişkilendirip, bu bilgileri kullanarak orantısal işlem yapmıştır. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) Oran, orantı, yüzde ve kesir kavramlarını sistematik şekilde çözüm stratejisi için kullanmıştır. Grafikler arasında farklı oranlarda yüzde değerlere uygun ilişkileri orantı kavramıyla kurabilmiştir. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak)

Matematiksel Becerileri

Yiğit, çözümleme becerisi sayesinde, her iki grafikte sunulan verileri orantı kurarak incelemeye başlamıştır. Yorumlama becerisi, kesirler ve orantılar kullanarak kurulan ilişkileri anlamasına ve verilen ters yönergeyi doğru şekilde değerlendirmesine olanak sağlamıştır. Böylece, maliye bölümünün kabul edilen ve edilmeyen yüzdeleri arasındaki bağlantıları doğru bir şekilde kurabilmiştir. Çıkarım yapma becerisi, Yiğit'in kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak oluşturulan matematiksel ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemlerini temel alarak sonuçlara ulaşmasını mümkün kılmıştır. Matematiksel problem çözme alanında, Yiğit'in yüzde ilişkileri ve açı derecelerine göre iki grafik arasındaki yüzdellik oranı denkleştirebilmiştir. Aritmetik işlemleri kullanarak orantıları ve yüzde değerlerini kesirlerle ilişkilendirebilmiş ve bu ilişkileri somut sonuçlara dönüştürebilmiştir. Matematiksel temsil konusunda, Yiğit'in yüzde hesaplamaları ve orantısal temsil kullanma becerisi öne çıkmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

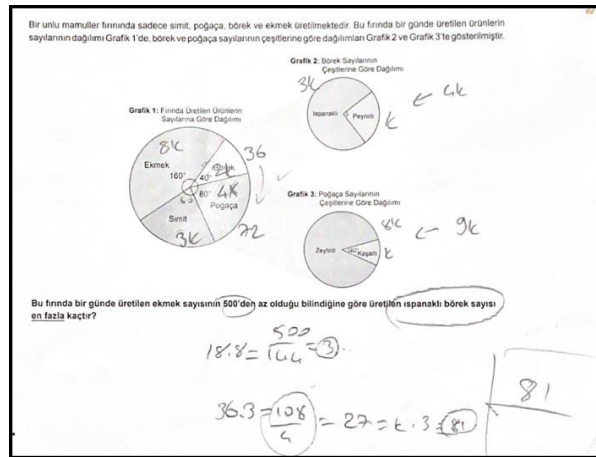
Yiğit, cebirsel yöntem olarak, daire grafiklerindeki oranları 'k' değişkeni ile temsil etmiş ve her bir gıda için cebirsel ifadeler oluşturmuştur (örneğin, börek için 36k, poğaça için 72k). Orantı kullanımını, grafiklerdeki katsayıları kullanarak gıdaların k değerlerini orantılı bir şekilde artırmıştır. Yiğit, öncelikle eşitsizliği göz önünde bulundurmuş ve ardından küçük daire grafiklerine baktığı yorumunu yapmıştır. Her bir gıdanın k değeri, daire grafiklerinin katsayıları ile orantılı olarak artmakta ve Yiğit, 500'e kadar olan sayıları katlayarak bu sayılara ulaşmıştır. Yiğit, böreğin k değerini 36k olarak, poğaçanın ise 72k olarak hesaplamış, ekmek için de k değerini 8 olarak bulmuş ve bu değerleri 18 ile çarparak 144'e ulaşmıştır. Ardından, beş yüzden az en büyük sayıyı elde etmek için 144'ü 3 katına çıkarmıştır (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Yiğit: Küçük daire grafiklerden ilerlememiz gerekiyor. Grafik-3. 9k , Grafik-2 4k , grafik-1 de poğaça böreğin iki katı; Börek 36k poğaça 72k olur. Ekmek 8k olur, 8k 18 sekizle çarparsak 144 olur 500' e kadar 3 kere katlarsak beş yüzden az en büyük sayıyı yaparım. börek $k=27$ üçle çarpınca 81 çıkar.

Öğretmen: Hangi ilişkileri buldun?

Yiğit: ortak kat kullandım.



Şekil 4-6. Yiğit'in 3-1. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, cebirsel bir yaklaşımla değerler atama yolunu seçmiştir. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme) Daha karmaşık bir eşitsizlik ilişkisini ortak katlar kullanarak

çözmüştür. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Cebirsel temsilden yararlanarak, sorunun çözümünde nicel ilişkileri kullanmıştır. Yiğit, sayılar, oranlar ve cebirsel ifadeler arasındaki ilişkileri başarıyla kurmuştur. Özellikle ekmek, börek ve poğaçaya arasındaki oranları anlamış ve bu oranları bir değişken üzerinden ifade edebilmiştir. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler). Eşitsizlik kavramı ile bu değeri istenen sayıdan az olmak şartıyla uygun aralıkta bulabilmiştir. Yiğit'in çözüm süreci, daire grafiklerindeki oransal ilişkileri cebirsel ifadelerle bağdaştırma ve eşitsizlik kavramını kullanma becerisini göstermiştir. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler, Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek)

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek üç daire grafiğinin her birindeki bilgileri ayrı ayrı incelemiştir. Bu süreçte, ekmek, börek ve poğaçaya üretim sayılarını ve bunların alt kategorilerin kat ilişkilerini belirlemek için değişkenleri etkili bir şekilde kullanmıştır. Ayrıca, Grafik-2 ve Grafik-3 arasındaki iki kat ilişkisini anlamak için ayrıntılı bir inceleme yapmıştır.

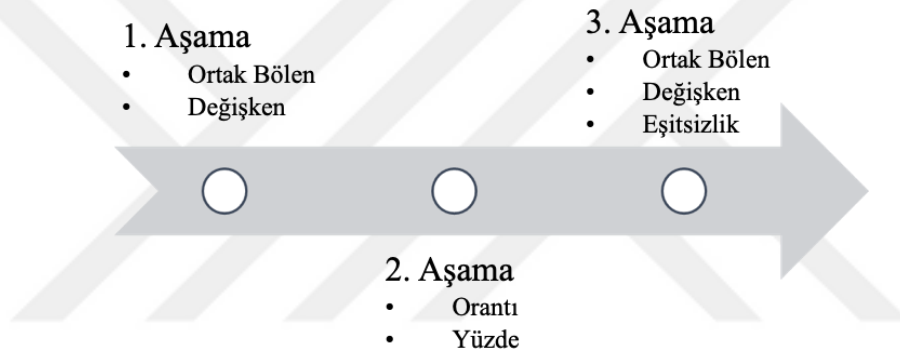
Yorumlama becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan ilişkileri başarıyla yorumlamasıyla sergilemiştir. Börek ve poğaçanın grafiklerdeki açılarının ne anlama geldiğini yorumlamak ve böreklerin 40 derece ve poğaçaların 80 derece olmasından dolayı ortak kat aramak gibi süreçlerde değişkenleri uygun ortak katlarına göre değiştirmiştir. Bulunan değerlerin "500'den az" eşitsizliğine uygun olup olmadığını da değerlendirmiştir.

Çıkarım yapma becerisini, çeşitli yollarla ortaya koymuştur. Kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan matematiksel ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemlerini temel alarak etkili çıkarımlar yapmıştır. Grafiklerde verilen değerler arasında matematiksel ilişkiler kurarak cebirsel ifadelerle bu ilişkileri açıklamak ve Grafik-2 ve Grafik-3'teki değişkenlerin Grafik-1'de uyumlu olması için ortak katlar kullanmıştır. Ayrıca, belirlenen değişkenlere göre "500'den az" eşitsizliğine uygun katlar aramış ve bu değişimi diğer ürünlere uygulamıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Grafik-1, Grafik-2 ve Grafik-3'teki açılar kullanılarak cebirsel ifadeler ve ortak katlar aracılığıyla ekmek, börek ve poğaçaya üretim sayılarını ilişkilendiren

matematiksel denklemler kurarak çözüm geliştirmesiyle sergilemiştir. Üç grafiği verilere uygun bir şekilde değişkenlerle ifade etmiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini soruda verilen grafikler ve açılar gibi görsel bilgileri, cebirsel ifadeler, denklemler ve oranlar gibi matematiksel temsillere dönüştürerek kullanmıştır. Bu süreçte, grafikler arasındaki oranları anlamayı ve bu oranları kullanarak hesaplamalar yapmayı içeren orantısal temsil, grafikler içinde dilimlerin grafiklere göre kesirler aracılığıyla temsil edilmesini içeren kesirlerle temsil ve değişkenler kullanarak katsayılar yardımıyla dilimleri temsil etmeyi gerektiren cebirsel temsil etmiştir. Yansıtma becerisini, çözümlerinde karmaşık kat ilişkilerinin bulunduğu sorularda cebirsel ifadeler kullanmayı ve eşitlik kurmayı tercih etmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-7.Yiğit'in kullandığı kavramlar

Yiğit 1. Aşamada Cebirsel ifadelerle kat ilişkileri kurup çözerken 2.Aşamada orantı kullanıp aritmetik ilişkiler kurmayı tercih etmiştir. Daha fazla kavramların olduğu 3. aşamada ise cebirsel ifadeler kullanmayı tekrar seçmiştir.

4.1.3 Bora'nın çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, grafikler arasındaki orantılı ilişkiyi kurmak ve bu ilişkiyi cebirsel ifadelerle temsil etmek için "k" değişkenini kullanarak başlamıştır. İlk grafikte k, 4k, 7k; ikinci grafikte ise k, 8k, 9k olarak değişkenler atayıp, k=16 bulmuştur. Bu değişkenleri kullanarak Nisan ayındaki toplam hayvan sayısını 288 olarak hesaplamış ve daha sonra toplam sayıyı 864 olarak bulmuştur. Bora, cebirsel yöntemi ve orantı

kullanımını grafikler arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak için kullanmıştır. Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Bora: k,4k,7k verdim (1. grafik) ve k,8k,9k (2. grafik) verdim. Sonra $k=16$ 'yı buldum.

18 ile 16'yı çarptım 288 'i buldum (2. grafik). 288 Nisan'a denk geldi. Tamamını

buldum (1. Grafik) 864 çıktı. 504'ten 72 çıkartarak buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın çözümü, cebirsel ifadelerin ve orantının ilişkilendirilmesini içermektedir. Cebir kullanımı değişken atama yöntemiyle, "k" değişkenini tanımlayarak ve bu değişken üzerinden ortak bölenlere kullanarak orantısal ilişkileri kurmuştur. (Cebirsel İfadeleri Yazma, Orantı Kullanımı) Eşitlikler ile grafikteki verilere ulaşabilmiştir. (Cebirsel İfadeleri Yazma)

Matematiksel Becerileri

Bora'nın matematiksel muhakeme becerisi, çözümleme, yorumlama ve çıkarım yapma becerilerini içermektedir. Çözümleme aşamasında, grafiklerdeki açıların ortak bölenlerini kullanarak dilimlere değişkenler atamış ve orantılı çokluklar yazarak işe başlamıştır. Yorumlama becerisi, iki grafik arasında eşit veriler için ilişkiler kurabilmesinde görülmüş, özellikle Grafik-2 ile Grafik-1 arasındaki verileri doğru anlamıştır. Çıkarım yapma becerisi, grafikler arasındaki verileri cebir kullanarak başarıyla ilişkilendirmesinde ve Grafik-1'de toplam veriye ulaşarak diğer ayları bularak ortaya çıkmıştır. Matematiksel problem çözme alanında, Bora cebirsel ifadelerle temsil etme ve kat ilişkileri ile orantıyı çözme yaklaşımını kullanmıştır. Kavramsal anlamayla ilgili olarak, açıları ortak bölenlerine göre cebirsel olarak katsayılar yardımıyla eşitlik kurmaya yönelmiş ve diğer grafik için orantı kullanmayı tercih etmiştir. Matematiksel temsil konusunda, açıları ve oranları cebirsel ifadelerle temsil etmiş, bu beceriyi hem problemi anlama hem de çözümü gerçekleştirme aşamalarında göstermiştir. Kat sayıları kullanarak grafikteki değerleri cebirsel olarak ifade etmiş ve değişkenler aracılığıyla problemi çözebilmek için gerekli matematiksel ilişkileri kurabilmiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, orantısal ilişkileri ve yüzdelik değerleri kullanarak çözüme ulaşmıştır. Daire grafiklerindeki açıları ile yüzdelik oranlar arasında ilişki kurmuştur. Öncelikle 150° 'nin %20'sini hesaplamış ve 30° 'ye denk getirmiştir. Daha sonra Grafik 2'de bu bilgiyi kullanarak, 120° 'ye karşılık gelen kabul edilmeyenlerin dilimini bulmuş ve

dolayısıyla 4°'nin bir kabul edilmeyen başvurana denk geldiğini tespit etmiştir. Kabul edilenlerin oranını hesaplamak için kabul edilmeyenlerin sayısı olan 10'a karşılık 80 kabul varsa, kabul edilenlerin oranını $\frac{7}{8}$ yani %87,5 olarak bulmuştur (Orantısal İlişkiler ve Yüzdelik değerler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Bora: Maliye başvuranının %20 kabul edilmeyenler olacak. 150°'nin yüzde %20 sini buldum. 30° çıktı. (Grafik 2) 120° 30 ise 4° 1 dir dedim. İktisat 10 olur. 80'e 10 kabul edilmeyen, 70'i kabul edilir. $\frac{7}{8}$ %87,5 olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora, daire grafikleri arasındaki ilişkileri çözümlemek için kesirler ve yüzdelik değerler arasındaki dönüşümü kullanmıştır. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki) Kesirleri yüzdeye dönüştürme süreci, orantısal düşünme becerisinin yanı sıra yüzde kavramının uygulanmasını gerektirmiştir (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak). Matematiksel ilişkilerin yorumlanmasında kesir ve yüzde gibi farklı matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanmıştır (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki).

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek grafikteki dilimlerin açılarını orantı kullanarak bölümlerin kişi sayılarını bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, problemin verilerini inceleyerek ve daire grafiği kullanarak maliye bölümüne kabul edilmeyen başvuru sayısını anlamasıyla sergilemiştir. Maliye bölümündeki oranı ve bu oranın daire grafiği üzerindeki karşılığını 150 derece olarak belirleyip, bu bilgiden yola çıkarak % 20 oranındaki açığı 30 derece olarak hesaplamıştır. Çıkarım yapma becerisiyle, farklı oranlarda verilen grafikleri sadeleştirme ve genişletme yaparak yüzde oran teşkil edecek şekilde denkleştirmeyi sağlamıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözmek için gerekli matematiksel ilişkileri kurarak ve hesaplamalar yaparak orantı kavramını kullanmasıyla sergilemiştir; daire grafiği üzerindeki açılar belirli yüzdelik oranlara dönüştürebilme becerisi göstererek çözüm gerçekleştirmiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, kesirleri, yüzdelik oranları ve orantılı çoklukları görsel, sayısal ve cebirsel olarak ifade etmiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, cebirsel yöntemi, Grafik-1'deki değişkenleri $4k$, k ve $2k$ şeklinde cebirsel ifadelerle temsil ederek kullanmıştır. Orantı kullanımı açısından, grafiklerdeki dilimlerin birbiriyle orantılı olduğunu belirlemiş ve bu orantısal ilişkiyi çözümünde kullanmıştır. Ortak kat bulma stratejisini uygulayarak, Grafik-2 ve Grafik-3 arasında ortak kat ilişkisi kurmuş ve ortak katın 36 olduğunu belirlemiştir. Bu ortak katı kullanarak toplam ekmek sayısının 144 olduğu bir durumu ele almış, ancak bu sayının 500'den küçük olması gerektiğini dikkate alarak toplam sayıyı 432 olarak bulmuştur. Bu sayıyı 144'ün bir katı olarak düşünecek olursak, Bora 432'yi dörde böldüğünde 108 elde etmiş ve bu 108 ekmek dilimini tekrar dörde bölerek 27 peynirli ve 81 ıspanaklı ekmeğin olduğu bir orantısal ilişki kurmuştur (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Bora: Grafik-1'de oranları kurdum. $4k$, k , $2k$ ve Grafik-2'nin 4'e Grafik-3 ün 9'a

bölünmesi gerekiyordu. Ortak katı 36'ydı. Burası 36 olunca 144 ekmek oluyordu.

500'den küçük olması için 432 olabiliyor, 144'ün katı; bunu dörde böldüm yine dörde böldüm. 27 peynirli 81 ıspanaklı olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora, cebirsel ifadeler, ortak katlar ve eşitsizlikler arasındaki ilişkileri kullanarak karmaşık bir problemi çözmüştür. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Grafiklerdeki açıların ortak bölenlerini kullanma süreci, cebirsel düşünme becerisini göstermiştir. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme)

Değişkenlerin katsayılarının ortak katlarını kullanması, orantısal düşünme becerisini ortaya koymuştur. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Bora, "500'den az" eşitsizliğini karşılayacak değerlerin bulunması sürecinde eşitsizlik kavramını etkin bir şekilde kullanmıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek)

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek üç farklı daire grafiğinin her birindeki bilgileri ayrı ayrı incelemiştir. Ekmek, börek ve poğaçaya üretim sayılarını ve bunların alt kategorilerinin kat ilişkilerini belirlemek için değişkenler yazarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurduğu ilişkileri yorumlamasıyla sergilemiştir. Börek ve

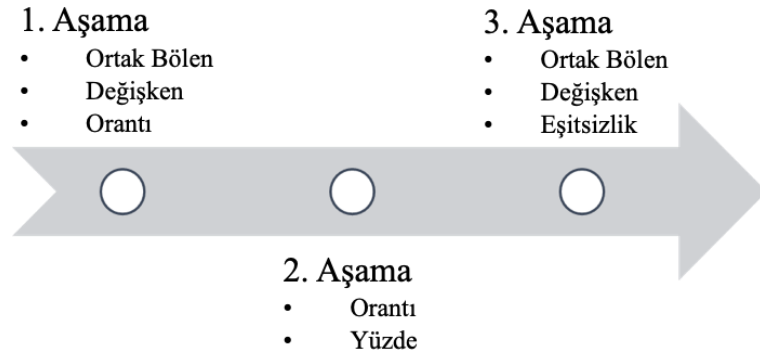
poğaçanın grafiklerdeki açıların değişkenlerinden ortak katı belirledikten sonra işlemlere sayılarla devam etmiştir. Ana grafikteki verileri aritmetik işlemlerle bulmuştur.

Çıkarım yapma becerisi, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan matematiksel ilişkileri sadeleştirme ve genişletme işlemleriyle yapmasında görülmüştür. Ayrıca, "500'den az" eşitsizliğine uygun katları aramıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Grafik-1, Grafik-2 ve Grafik-3'teki açıları kullanarak cebirsel ifadeler ve ortak katlar aracılığıyla ekmek, börek ve poğaçanın üretim sayılarını ilişkilendiren matematiksel denklemler kurmasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini orantısal temsil ve cebirsel temsil kullanarak göstermiştir. Orantısal temsilde, grafikler arasındaki oranları anlamış ve bu oranları kullanarak hesaplamalar yapmıştır. Cebirsel temsilde, grafikler içindeki dilimlerin açılarına göre değişkenler aracılığıyla temsiller kullanmıştır.

Yansıtma becerisini, çözümlerinde karmaşık kat ilişkilerinin bulunduğu sorularda cebirsel ifadeler kullanmayı ve eşitlik kurmayı tercih etmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-8. Bora'nın kullandığı kavramlar

Bora 1. Aşamada Cebirsel ifadelerle kat ilişkileri kurup ve Orantı ve aritmetik işlemler ile çözerken 2. Aşamada sadece orantı kullanıp aritmetik ilişkiler kurmayı tercih etmiştir. Daha fazla kavramların olduğu 3. aşamada ise cebirsel ifadeler kullanmayı tekrar seçmiştir.

4.1.4 Irmak'ın Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, Grafik-2 ye ait verileri cebirsel ifadelerle temsil ederek kat ilişkileri ve kesirlerden yararlanarak hesaplamayı orantısal çözümler yaparak gerçekleştirmiştir. Kedi ile köpek arasındaki farkı 16 olarak bulmuştur, buna göre nisan ayı ile grafik-1 ait toplam değeri hesaplamıştır. Diğer ayları ait değerleri aritmetik olarak hesaplamıştır (Orantı kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

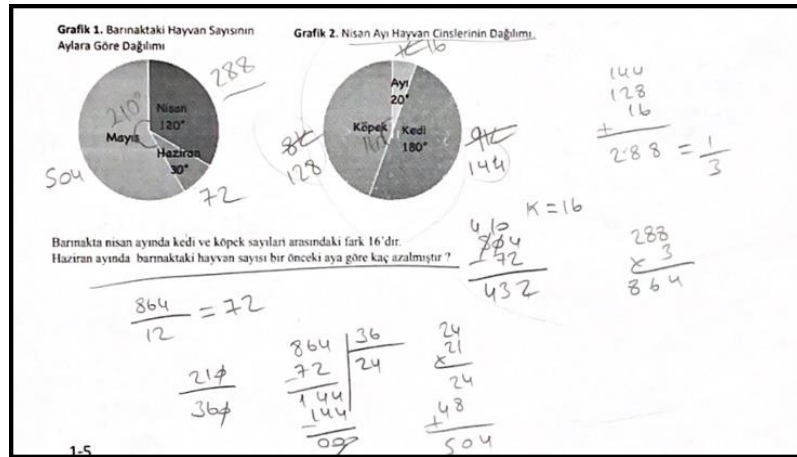
Öğretmen: Nasıl çözdün?

Irmak: Şuradakilere (2. grafiğe) kat verdim kat, 9 kat 8 kat; bir kat 16 oluyor dedim.

Kedi ile köpek arasındaki fark 16 olduğu için.... Sonra hepsi 288 çıkmış bu da Nisan ayı ; Nisan ayında 120 derece $\frac{1}{3}$ 'ü 288 ise tamamı

Öğretmen: 1. Grafikte kat kullanmadın di mi?

Irmak: Aslında dörde de bölebilirdim ama öyle yapmadım.



Şekil 4-9.Irmak'ın 1-4 soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, daire grafiğinde dilimleri açılarının ortak bölenleri ile uygun cebirsel değişkenlerle ifade edebilmektedir. (Cebirsel İfadeleri Yazma) Bu değişkenlerin katsayılarına göre değerler arasındaki ilişkiyi kesir değerlerine göre de kurmuştur. (Orantı Kullanımı) Kat ilişkilerinin daha belirgin olduğu durumlarda aritmetik çözüm yaparak verilere ulaşabilmektedir. (Orantı Kullanımı) İki grafik türünü çözerken farklı iki çözüm yöntemi kullanabilmektedir. (Orantı Kullanımı, Cebirsel İfadeleri Yazma)

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde, çözümleme becerisini göstererek grafikteki dilimlere ait açıların ortak bölenlerine göre değişkenler atayarak yapmıştır. Yorumlama becerisini, Grafik-1 dilimleri arasındaki ilişkiyi değişkenler ile kurması ve Grafik-2 için verilerin kesir değerlerine göre hesaplamayı seçmesiyle sergilemiştir. Açıların ortak bölenlerini değişkenlere dönüştürerek bir grafiğin verilerine cebir ile ulaşabilmiştir; diğerinde ise kesirler ile ilişki kurmuştur. Çıkarım yapma becerisiyle, grafikler arasındaki verileri cebir kullanarak başarıyla ilişkilendirmesi ve grafik-1'de toplam veriye ulaşarak diğer ayları bulmuştur.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, grafikteki verileri cebirsel ifadeler ile denkleme dönüştürüp bilinmeyen değerleri bulabilmiş ve grafikteki açıların kesir değerleri yardımıyla da çözümü gerçekleştirmiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, grafikleri açıları cebirsel ve kesir değerleriyle de temsil etmiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, orantısal ilişkileri ve yüzdelik değerleri kullanarak çözüme ulaşmıştır. Kesirler ile sadeleştirme ve genişletme yaparak orantısal ilişkileri etkin bir şekilde kullanmıştır. Kabul edilmeyenlerin oranını %20 olarak belirleyerek, bu bilgiyi kullanarak diğer değerleri hesaplamış ve iktisat bölümü için kabul oranını yüzde olarak bulmuştur (Orantısal İlişkiler ve Yüzdelik değerler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Grafikler arasındaki ilişkiyi nasıl kurdun?

Irmak: %80 kabul edildi diyor, burda kabul edilmeyenlerin grafiği vardı, Burda % 20 , 1/5 kabul edilmemiştir dedim. İkinci grafikte hepsine kat verdim 1/5 6 ise tamamı 30 dur dedim. 150 derecede 30 ise hepsini 1/5 olarak düşündüm. Hepsinin derecesini beşe böldüm , onlarda başvuru sayısı oluyordu. Sonra iktisadı soruyor. O yüzden 14/16 dedim ve yüzdesini buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, grafikler arasındaki bağlantıyı kurmak için kesirler ve yüzde hesaplamalarını kullanmıştır. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) %80 kabul ve %20 reddedilme oranlarını çözümleyerek, kesirler ve orantılar aracılığıyla sonuçlara ulaşmıştır. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) Irmak, bu yaklaşımıyla kesirler, yüzde

değerler ve daire grafiği kavramları arasında bağlantılar kurmuştur. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak)

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek sorunun temelini oluşturan verileri anlamak için ilk adım olarak, maliye bölümüne kabul edilenlerin %80 olduğunu ve kabul edilmeyenleri gösteren Grafik-2'yi çözümlemiştir. Burada verilen ters yönergeye uygun şekilde verilere ulaşmıştır. Yorumlama becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak kurulan ilişkileri yorumlamasıyla sergilemiştir. Daire grafiklerindeki yüzdelik değerlerin oluşturulmasını ve bu değerlerin oran sorularıyla olan bağlantısını yorumlayabilmiştir. Çıkarım yapma becerisini, kurulan matematiksel ilişkilerinde sadeleştirme ve genişletme işlemlerini yaparak kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Irmak, Grafik-1 ve Grafik-2 arasındaki ilişkiyi başarıyla kurmasıyla sergilemiştir. Bu model, maliye bölümündeki kabul edilenlerin oranı ile kabul edilmeyenler arasındaki ilişkiyi kesirler, orantılar kullanarak ifade etmektedir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini sorunun çözümünde orantısal temsil kullanmasıyla göstermiştir. Kesirlerle ve yüzde hesaplamalarıyla, maliye bölümüne kabul edilenlerin ve kabul edilmeyenlerin oranlarını anlamış ve bu oranları kullanarak hesaplamalar yapmıştır.

Yansıtma becerisini, grafiklerdeki oranları ve yüzdelik değerleri değerlendirme ve bu değerlerin matematiksel anlamını ve ilişkisini anlama becerisini sergilemesiyle göstermiştir. Daha önceki daire grafiği sorularında kurduğu tamsayı katlar ile ilişkiyi, tam sayı olmayan katlarla da kurabilmiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak'ın çözüm stratejisi, verilen problemi çözmek için orantı kullanarak sistematik yaklaşmıştır. İlk önce ekmek ve börek dilimlerinin açılarını temel alarak bu dilimler arasında bir orantı oluşturmuş. Sonra en küçük ortak katı hesaplayarak her bir dilimin kaç adet yapılması gerektiğini bulmuş. Verilen "500'den az" koşulunu karşılayabilmek için en küçük ortak katı daha büyük bir sayıya yükseltmiş ve adet sayılarını belirlemiştir (Orantı Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

İrmak: İlk önce şunlara kat verdim. Biri üç kat biri bir kat oluyordu. Bu da sekiz ve bir kat oluyordu. Sonra... 16 ile 9'un EKOK'unu buldum. (Börek ve Ekmek). Bu da 144 çıktı ama 500'den az dediği için biraz büyüttüm. Sonra 432 oldu. 432 ekmek dedim. 160 derece 432 ise 80 derece yarısı oluyor diyip yarısını buldum. Bu da dörtte biri oluyor. Onların da katlarını yapmıştım. Dört katı oluyordu. Bir kat 27 oluyor. Üç kat ise 81 olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

İrmak, daire grafiklerindeki açılar arasında orantısal ilişkiler kurarak problemi çözmeye başlamıştır. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler) Grafikteki dilimlerin açılarını kat ilişkileri kullanarak ifade etmiş, "Biri üç kat biri bir kat oluyordu" diyerek cebirsel düşünme becerisini göstermiştir. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme)

Börek ve ekmek dilimlerinin açıları için en küçük ortak katı (EKOK) bularak ortak kat kavramını etkili bir şekilde kullanmıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) "500'den az" koşulunu sağlamak için EKOK değerini uygun şekilde büyütmesi, eşitsizlik kavramını anladığını ve uyguladığını göstermektedir. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek)

Matematiksel Beceriler

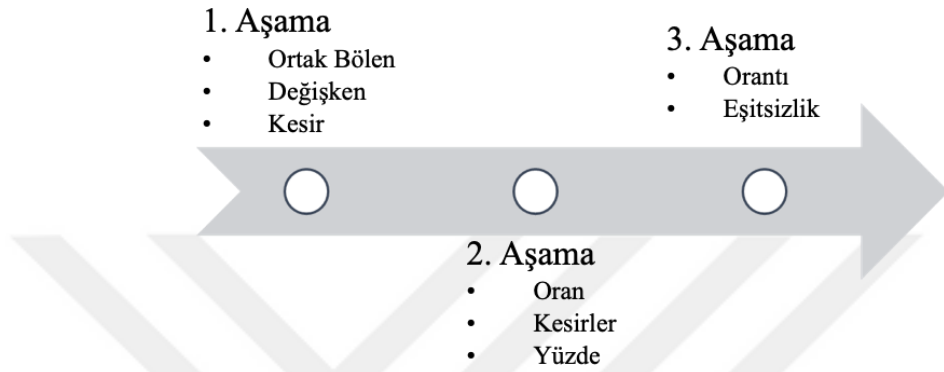
Matematiksel Muhakeme becerisinde İrmak, çözümleme becerisini göstererek börek ve poğaçaya daire grafikleri için değişkenler atayarak başlamış, ekmek, börek ve poğaçaya üretim rakamlarını ve bu ürünler arasındaki kat ilişkilerini tespit etmiştir. Yorumlama becerisini, börek ve poğaçanın grafiklerdeki açılara göre değişkenlerin ortak katlarını tespit ettikten sonra sayılarla işlemlere devam etmesi ve ana grafik için bu sayılarla aritmetik işlemlerle çözüme ulaşmasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenlerle oluşturulan matematiksel ilişkiler üzerinden sadeleştirme ve genişletme işlemleri yaparak eşitsizliğin değerine ulaşmasıyla göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini grafiklerdeki açıları kullanarak oluşturduğu cebirsel ifadeler ve ortak katlarla matematiksel denklemler kurarak çözümler üretmesiyle sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini orantısal temsil, kesirlerle temsil ve cebirsel temsil kullanarak göstermiştir. Grafikler

arasındaki oranları hesaplamış, grafik içindeki dilimleri kesirler ve cebirsel ifadelerle temsil etmiştir.

Yansıtma becerisini, çözüm sürecini gözden geçirerek, orantısal yöntemlerin etkili olduğunu ve karşılaşılan kavramları değerlendirerek aritmetik çözümlere yönelmesiyle sergilemiştir.



Şekil 4-10. Irmak'ın kullandığı kavramlar

Irmak 1 ve 2. Aşamalarda soruları orantı ile cebirsel ifadeleri kesir kavramıyla ilişkilendirirken 3. aşamadaki soruyu aritmetik olarak orantı kullanarak çözümünü aritmetik olarak çözebilmiştir.

4.1.5 Oğuzhan'ın Çözümleri

1. Aşama

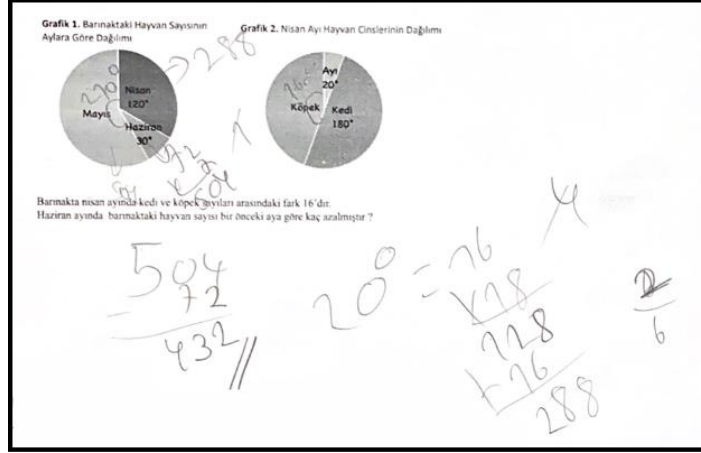
Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, orantısal ilişkileri etkin bir şekilde kullanarak çözüme ulaşmıştır. Grafiklerdeki açılar ile sayısal değerler arasında ilişki kurmuş, köpek ile kedi arasındaki sayısal farkın 16 olduğunu ve bu farkın daire grafiğinde 20° 'ye karşılık geldiğini belirlemiştir. Bu bilgiyi kullanarak, 20° 16'ya eşitse, tam daire için (360°) bu farkın ne olacağını bulmak için orantı yöntemi kullanmıştır. Nisan ayı için 288, haziran ayı için Nisan'ın dörtte biri olan 72 ve mayıs ayı için haziran ayının yedi katı olan 504 değerlerine ulaşmıştır (Orantı kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Oğuzhan: Köpek ile kedi arasında fark 16 imiş, aralarında 20° fark var 20° 16 ise 360° 18 ile çarpınca 16'yı 288 oluyor. Burası nisan ayı 288, haziran nisanın 4 de 1'i 288'i

4'e böldüm 72, Mayıs ise haziran ayının 7 katı, zaman 6 ile çarpınca arasında farkı buluyorsunuz.



Şekil 4-11. Oğuzhan'ın 1-4 soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama

Oğuzhan, orantılı çokluklara göre kesir bilgisinin kullanmıştır. Oğuzhan, kesir ve orantı kavramlarını bir arada cevaba ulaşmak için kullanılmıştır. Nisan, mayıs ve haziran aylarına ait sayıları hesaplamıştır. (Orantı kullanımı)

Matematiksel Beceriler

Matematiksel Muhakeme becerisinde, çözümleme becerisini göstererek Grafik-2'de verileri orantıyı kullanarak elde etmiş ve Grafik-1'de ilişkiyi kesirler ile kurarak verilere ulaşmıştır. Yorumlama becerisini, açılar ve sayısal değerler arasındaki orantıyı yorumlayarak, ay bazında üretim sayılarını hesaplamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, Grafik-2'de kedi köpek sayıları arasındaki farkın derece olarak kaç hayvan sayısına karşılık geldiğini, orantı ile bulması ve Grafik-2 toplam hayvan sayısını, grafik-1'in nisan ayı dilimine ilişkilendirip diğer ayları aritmetik işlemler ile bulmasıyla göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problem çözmede, oran ve kesir bilgisi, matematiksel ifadelerin ve çözümün bulunması için bir araya getirmesiyle anlaşılmıştır.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini orantı kurarak, her aya özgü verilerin daire grafik üzerindeki temsili büyüklüklerini tespit etmesi ve bu temsillerle ilgili matematiksel işlemleri gerçekleştirmesiyle göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, grafikleri çözümlerken, oranları bulmak için açılarının yüzdelik değerlerini kullanmıştır. Grafiklerin dilimlerindeki açıları bilinmeyen bir değişken k ile ifade ederek, sorunun çözümünü kolaylaştıracak şekilde tanımlanarak, orantısal ilişkiler kurmak için kullanılmıştır (Cebirsel yöntem ve Yüzdelik değerler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: Burada k, x bilinmeyen değer vermek soruyu daha rahat çözmek için kullanılabilir. Oranlı yapmam gerekiyordu. Aynı zamanda açıları bulmam gerekiyordu. Yüzdesi ile oranlamam gerekiyordu.

Kavramsal Anlama

Oğuzhan, sorunun çözümünü orantı kullanarak ve grafik açılarını cebirsel değişkenler olarak ifade ederek yapmıştır. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki) Grafikler arasındaki yüzdelik oranı, cebirsel ifadeler ve orantılar kullanarak hesaplamıştır. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak) Matematiksel ilişkileri sadeleştirme ve genişletme yaparak çözüme ulaşmıştır. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki) Oğuzhan, bu soruda cebir kullanarak etkili bir çözüm stratejisi geliştirmiştir. (Cebirsel ifadeler ve yüzdelik ilişki)

Matematiksel Beceriler

Matematiksel Muhakeme becerisinde, çözümleme becerisini göstererek Grafik-1 ve Grafik-2'yi inceleyerek, iki grafik arasındaki ilişkileri cebirsel ifadeler aracılığıyla değişkenlerle ifade ederek kullanmıştır. Yorumlama becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler kullanarak ilişkileri sadeleştirme ve genişletme ile kurmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, kesirler, orantılar ve cebirsel değişkenler ile kurulan matematiksel ilişkilerinde sadeleştirme ve genişletme işlemlerini yaparak kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini grafik dilimlerindeki açıları ortak bölenler ile değişken olarak ifade ederken orantı kullanarak yüzdelik orana ulaşmasıyla anlaşılmıştır.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini grafikler arasındaki oran ilişkisini cebirsel ve orantısal temsil kullanarak ifade etmesiyle göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, problemi çözerken cebirsel yöntem kullanmış ve değişkenler 'k' atayarak matematiksel ilişkileri kurmuştur. Özellikle daire grafiği ile uyum sağlayacak ortak katları bulmak için en büyük ortak bölen yöntemini ve en küçük ortak kat kavramını uygulamıştır. Bu süreçte değişken olarak seçtiği 'k' değerini ayarlayarak verilen koşulları sağlamış ve ekmek için 144k formülünü kullanarak istenen eşitsizlik koşulu altında bir sonuç bulmuştur (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün? İlişkiyi nasıl kurdun?

Oğuzhan: Ortak katlarının buluyorum. Önce en büyük ortak bölenleri ile katlarını buldum. k değerlerini verdim. Sonra daire grafiği ile uyumlu olmadı ortak kat buldum. Ekoklarına göre yaptım. Tekrar yapınca uyumlu oldu. $k=3$ çıktı, ispanağa 27k vermiştim. 81 çıktı.

Öğretmen: 500'den az olduğunu nasıl ayarladın?

144k çıkmış ekmek, 500 az olması 3 verdim 432 oldu.

Kavramsal Anlama

Oğuzhan, çözüm yaparken cebirsel ifadeleri grafikleri anlamak için etkin bir şekilde kullanmıştır. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme, Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler) Oran kavramını denklem ve eşitlikler oluşturmak için başarıyla uygulamıştır. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler)

Ortak bölen ve ortak kat kavramlarını problem çözümünde etkili bir şekilde kullanmıştır. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Oğuzhan, k değerini 3 olarak belirleyerek, eşitsizlik koşullarını sağlaması için istenen değerleri bulmuştur. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek)

Oğuzhan'ın çözüm süreci, daire grafiklerindeki oransal ilişkileri cebirsel ifadelerle bağdaştırma becerisini göstermiştir. (Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler, Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme) Ayrıca, ortak bölen ve ortak kat kavramlarını kullanarak eşitsizlik koşullarını sağlayan değerleri bulma becerisini ortaya koymuştur.

Matematiksel Beceriler

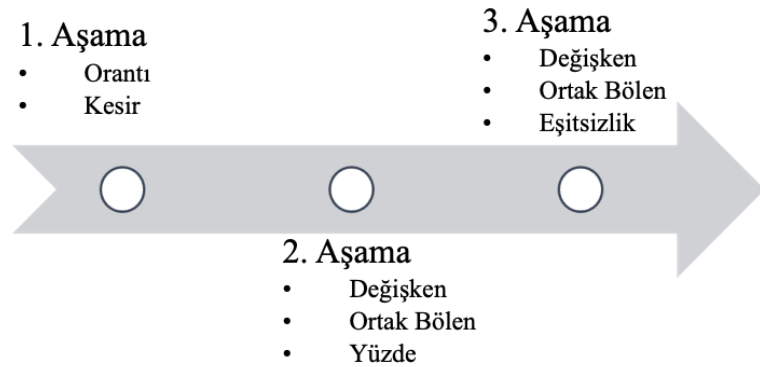
Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek çözüm sürecini, cebirsel ifadelerin kullanılması ve orantı ilişkilerinin kurulması ile gerçekleştirmiştir. Cebirsel yöntemler kullanarak ortak katların bulunması

ve k değerlerinin atanması gerçekleştirilmiştir. Yorumlama becerisini, verilen eşitsizliği dikkate alarak, "500'den az" koşulunu sağlayacak şekilde (k) değerini ayarlayıp, sonucun 432 olmasını sağlamasıyla sergilemiştir. Burada, ekmek için $144k$ formülü kullanılmış ve k için 3 değeri verilerek 500'den az bir sonuç olan 432'ye ulaşılmıştır. Daire grafiği verilerine uygun değerlerin ortak katları bulunarak belirlenmesinde ve en küçük ortak kattan hareketle ayarlanmasında kullanılmıştır. Çıkarım yapma becerisini, değişkenler kullanarak ilişkiler kullanmış, değişkenlerin katsayılarına göre ekmek sayısının "500'den az" ifadesine karşılık gelen eşitsizlik ifadesini değer vererek kontrol etmesiyle göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, kat ilişkileri ve cebirsel ifadeler kullanarak 500'den az olması gereken koşulu karşılamak için k değişkenlerini kullanmıştır. Oğuzhan'ın, belirli bir değerın altında kalması gereken aralığı cebirsel ifadeler ve orantı ilişkisi kullanarak belirlediği görülmektedir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini sorunun çözümünde orantısal ve cebirsel temsillerden yararlanmasıyla göstermiştir.

Yansıtma becerisini, çözüm sürecini gözden geçirerek, kat ilişkilerinin yoğun olduğu ve karşılaşılan kavramları değerlendirerek cebirsel çözümlere yönelmesiyle sergilemiştir.



Şekil 4-12.Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar

Oğuzhan ilk aşamada orantı ve aritmetik işlemler kullanmıştır. Diğer aşamalarda ise cebirsel ifadeler yardımıyla soruları çözmüştür.

4.1.6 Erdem'in çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, cebirsel yöntem ve orantısal ilişkileri birlikte kullanarak problemi çözmeyi başarmıştır. Grafiklerdeki açıları çözümleyerek, Grafik-2'de 20° 'nin katlarını kullanmış, grafiklerdeki açıları en büyük ortak bölenlerine bölerek değişkenlerle temsil etmiştir. Kedi ve köpek arasındaki farkı ve Nisan ayının değerini eşitlik kurarak hesaplamış, bu süreçte değişkenlerle istenen değerlere ulaşmıştır. Grafik-1'de ise orantısal ilişkileri kullanarak aritmetik yolla değerlere ulaşmıştır. Bu da cebir ve orantılar arasındaki ilişkiyi anlama ve kullanma stratejisini yansıtmaktadır. (Cebirsel yöntem ve Orantı kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: k ile yaptım. 20° 'nin katlarına ayırdım. (Grafik-2) 20° 'ye bölünce hepsi 18k olur.

Kedi 9k ,köpek 8k eder. Aradaki fark k eder. $k=16$ olur. 18k ise 288 Nisan ayını verir.

Grafik (1) Mayıs aile haziran ayı arasındaki fark 180° nisan ayını 2° 'ye bölüp 3 ile çarparsak 180° 'yi buluruz.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Grafikteki dilimlerin açılarının ortak bölenlerine göre cebirsel olarak katsayılar yardımıyla eşitlik kurmaya yönelmiş, diğer grafikteki veriler için orantı kullanmayı tercih etmiştir. (Cebirsel İfadeleri Yazma, Orantı Kullanımı)

Erdem, bu aşamada, dilimlere ait açıların ortak bölenlerini cebirsel değişkenlere dönüştürerek ve ikinci grafik için verileri orantısal olarak hesaplayarak soruyu çözmüştür. (Cebirsel İfadeleri Yazma, Orantı Kullanımı) Grafikteki dilimlerin açıların ve kat ilişkilerinin cebirsel olarak temsil edilmesi ve orantı kullanımını beraber kullanılmıştır. (Cebirsel İfadeleri Yazma, Orantı Kullanımı)

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek 'k' değişkeni kullanarak ve grafikteki dilimlerin açıları 20° 'nin katlarına bölerek cebirsel temsiller ile değişkenlerin katsayıları üzerinden çözümleme yapmıştır. Yorumlama becerisini, k değişkeninin değerini bulmak için kedi ve köpek arasındaki farkı kullanması ve bu farkın k olduğunu belirleyip; $k=16$ sonucuna ulaşmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, Grafik-2'de cebirsel ifadelerle verilere ulaşım

grafik-1 ile ilişkilendirdikten sonra grafik-1'de aritmetik işlemlerle verilere ulaşarak kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini nisan ayı üretimini ve diğer aylar arasındaki ilişkiyi cebirsel ifadeler ve orantı kullanarak hesaplamasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini açıları ve üretim sayılarını cebirsel olarak temsil etmesiyle göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, orantı kullanarak ve grafik dilimlerinin açılarını genişleterek veya sadeleştirerek kesir olarak ifade ederek yüzdelik orana ulaşmıştır. Maliye bölümünün %20'sini hesaplamak için açıları ve oranları kullanmıştır (Orantısal İlişkiler ve Yüzdelik değerler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl buldun?

Erdem: Maliyenin %20 sini buldum (Grafik-2) 120° miş. 30° etmesi lazım.

Sadeleştirdim 4 ile , diğerlerini de dörtle sadeleştirdim. Sonra iktisat 10 çıktı. Birinci grafikte 80 de 10 kabul edilenler ama kabul edilmeyenleri 80 de 70 yapacaktık % 87.5 olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Orantı ve kesir bilgisi ile grafikler arasında yüzdelik değere göre ilişki kurmuştur. Erdem, grafikler arasındaki yüzdelik oranları kesir bilgileri ve orantı ile hesaplayarak soruyu aritmetik işlemlerle çözmüştür. Kesir işlemleri yaparken kullandığı sadeleştirme ve genişletme işlemlerini denkliği sağlamak için kullanmıştır. (Orantı ve yüzde ilişkileri kurmak)

Matematiksel Beceriler

Matematiksel Muhakeme becerisinde, çözümleme becerisini göstererek maliyetin %20'sini ve diğer bölümlerin oranlarını bulmak için orantıyı kullanmıştır. Yorumlama becerisini, maliyet ve kabul oranlarını sadeleştirerek ve orantılar arasındaki ilişkiyi yorumlayarak çözüm bulmasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, grafikler arasında orantılar ve kesirler ile genişletme ve sadeleştirme işlemleriyle ilişkileri ortaya çıkarmasıyla sergilemiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini maliyetin %20'sini ve diğer bölümlerin oranlarını hesaplamak için orantı ve kesir bilgisini kullanmasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini maliyet ve kabul oranlarını kesir olarak temsil etmesiyle göstermiştir. Bu, matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuçlara ulaşabildiğini göstermektedir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, cebirsel yöntem ve orantı kullanarak soruyu çözmüştür. Peynirli ve ıspanaklı poğaçalar için grafikteki açıların ortak bölenlerine göre k değerleri vererek ve ortak katlarına göre hesaplamalar yaparak soruyu çözmüştür. Ortak kat bulma stratejisini, poğaç ve börek çeşitlerini eşitlemek için en küçük ortak katı (EKOK) kullanarak uygulamış ve bu değeri 36 olarak bulmuştur. Eşitsizlik ifadesini oluşturma aşamasında, ekme sayısının 500'den az olma koşulunu dikkate almış ve bu eşitsizliği kullanarak $144k$ 'yı 3 ile çarparak uygun değeri bulmuştur (Cebirsel Yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

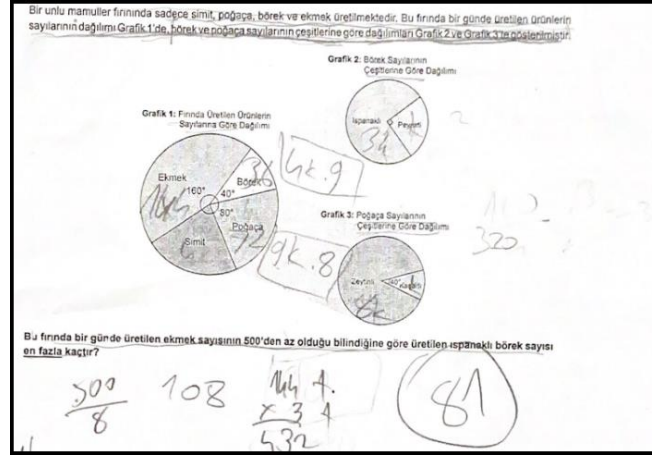
Erdem: Peynirlere k , ıspanaklara $3k$, Poğaç da ise kaşarlıya k zeytinli $8k$ dedim.

Poğaç çeşitleri $9k$ oldu. Börek çeşitleri ise $4k$ oldu. Bunları eşit olacak şekilde en az 36 oluyor. Börek $36k$ çıktı burdan ekmeğin bağlantısını kurdum. 4 katı olduğu için $144k$ çıktı. Katlarına bakacağız. 500'den az olması için 3 ile çarpacağız. 3 katını olacak.

Böreği burdan 27 oldu peynirli olan, ıspanaklı ise 3 ile çarpacağız.

Öğretmen: Eşitlemeyi nasıl yaptın?

Ekokuna baktım.



Şekil 4-13. Erdem'in 3-1. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem, bu soruyu çözerken cebirsel ifadeler, ortak bölen, ortak kat ve eşitsizlik kavramlarını kullanmıştır. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme, Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek) Cebirsel ifadeleri ve kat ilişkilerini ortak bölenlere en sade katsayılar kullanarak değişkenler atamıştır. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme) Poğaçya ve börek çeşitlerinin değerlerini ortak katlara göre hesaplamıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek, Daire grafikleri ve Orantısal ilişkiler) 500'den az olması gereken değerleri bulmak için uygun aralığı ayarlamıştır. (Ortak Kat ve Eşitsizlik kavramlarını kullanabilmek). Erdem, cebirsel ifadeler ile sayı kavramları arasında geçişleri sistematik bir şekilde kurabilmiştir. (Ortak bölen ve Cebir İlişkilendirme)

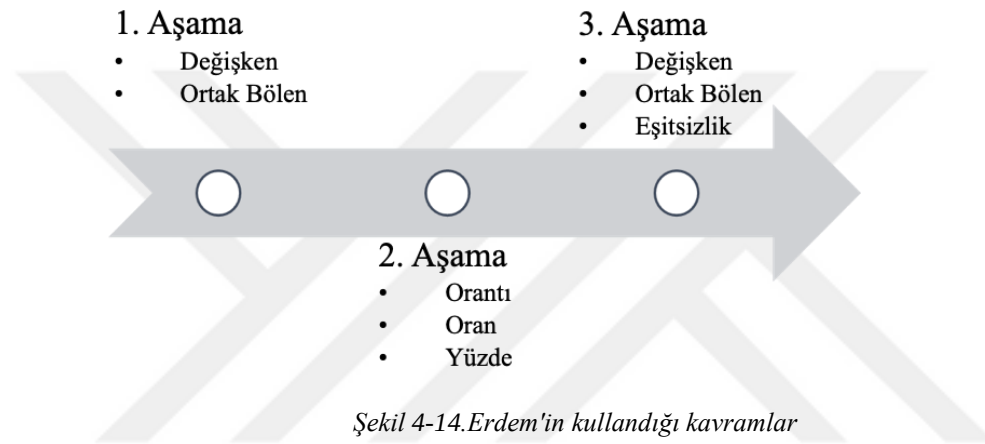
Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek börek ve poğaçya grafiklerindeki dilimlere ait açıların ortak bölenlerine göre değişkenler belirlemiştir. Yorumlama becerisini, börek ve poğaçya grafiklerine atanan değişkenlerin katsayılarının ortak kata sahip olması gerektiğini hesaplaması ve ekmeğin ise 500'den az olması için gerekli ortak katlara göre ayarlanması olarak anlaşılmıştır. Çıkarım yapma becerisini, değişkenler arasındaki ilişkileri kullanarak göstermiştir. Değişkenlere göre yazdığı cebirsel ifadenin "500'den az" ifadesine karşılık gelen eşitsizlik ifadesini, değerler vererek kontrol etmiş ve bu beceriyi etkin bir şekilde kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini ürün çeşitlerinin katlarını cebirsel ifadeler ve kat ilişkileri kullanarak hesaplaması ve ürünler arası ilişkiyi kurmasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini ürün çeşitlerinin katlarını ve aralarındaki ilişkileri cebirsel ve orantısal olarak temsil etmesiyle göstermiştir.

Yansıtma becerisini, kat ilişkilerinin yoğun olduğu ve karşılaşılan kavramları değerlendirerek cebirsel çözümlere yönelmesiyle sergilemiştir.



Erdem 1. aşamada cebirsel çözüm yaparken ikinci aşamada orantı ile çözüm yapmayı seçmiştir. Son aşamada ise cebirsel çözüm gerçekleştirmiştir.

4.1.7 Ahmet'in çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, cebirsel yöntem ve orantısal ilişkileri etkin bir şekilde kullanarak çözüme ulaşmıştır. Grafiklerdeki açıları değişkenlerle temsil etmiş, grafiklerdeki açıları en büyük ortak bölenlerine bölerek değişkenlerle temsil etmiştir. Denklemler kurarak ve kat ilişkilerini kullanarak, değişkenleri kullanarak ve istenen değerlere ulaşmıştır. Orantısal ilişkileri de kullanarak orantılar arasındaki ilişkiyi anlamış ve uygulamıştır. Grafik-1 ve Grafik-2'deki verileri karşılaştırarak, grafikler verilen dilimlere ait açıların birbirinin katı olma durumlarından yararlanmıştır. Katsayılar aracılığıyla ilişkiler kurarak, iki grafik arasındaki bağlantıları analiz etmiş ve bu süreçte yüzdelik değerleri

de göz önünde bulundurmuştur (Cebirsel yöntem). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Ahmet: Denklem ile çözdüm yine, $k, 4k$ (Grafik 1). Grafik-2 de $8x, 9x$ dedim. $4k = 18x$ dedim. Sonra $9x - 8x = x$ ve $x = 16$ oluyor. $18x = 288$ buldum. 4'e böldüm. Haziran ayı 72, Mayıs Ayı ise 504 oluyor. Çıkarttım 432 oldu.

Öğretmen: Neden denklem kullandın?

Ahmet: Daha kolay düşünülüyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet grafiklerdeki verilere ait açıları ortak bölenlerine göre cebirsel olarak katsayılar yardımıyla değişkenler ile ifade edip eşitlik kurmuştur. Ahmet, cebirsel ifadeler ile sayılar kavramlarını verilerine ulaşmak için kullanmıştır. (Cebirsel İfadeler Yazma)

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek grafiklerdeki dilimlerin açılarını ortak bölenlerine göre bölerek 'k' ve 'x' değişkenlerini belirlemiştir. Grafik-1 için 'k', ikinci grafik için 'x' değişkenini kullanmıştır. Yorumlama becerisini, $9x - 8x = x$ formülü ile x'in değerini 16 olarak bulması ve bu değeri kullanarak $18x$ 'in 288 olduğunu hesaplamasıyla göstermiştir. Bu, Haziran ve mayıs ayları arasındaki farkı bulmasını sağlamıştır. Çıkarım yapma becerisini, Ahmet grafik-2'de denklemler yardımıyla sayıları bularak ve bu sayıları grafik-1 ile ilişkilendirerek nisan ayı dilimiyle diğer ayları bularak kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini denklemleri çözerek ve cebirsel ifadelerle orantılı ilişkiler kurarak Mayıs ve haziran ayları arasındaki farkı hesaplamasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini sorunun çözümünde açıları ve oranları cebirsel ifadelerle temsil etmesiyle göstermiştir.

2.Aşama

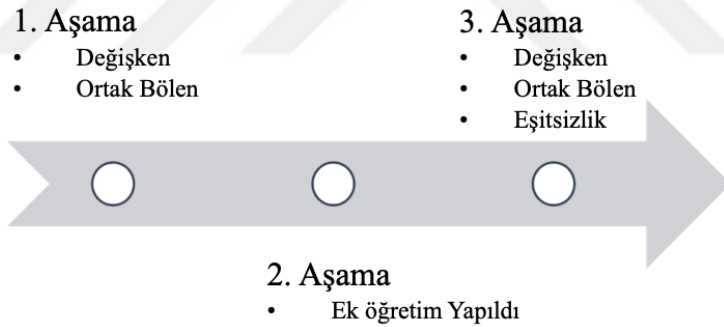
Bu aşamada Ahmet için belirli bir çözüm stratejisi veya kavramsal anlama göstergesi belirtilmemiştir, çünkü soru çözülemedi ve ek öğretim yapıldı. Ek öğretimde benzer bir soru Ahmet'e yöneltildi. Bu soru EK-4 olarak sunulmuştur.

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümlene becerisini göstererek grafiklerdeki dilimleri değişkenlerle ifade ederek çözümlene yapmıştır. Yorumlama becerisini, 108'in hem dörde hem de 9'a bölünebilen bir sayı olduğunu fark etmesi ve bu sayıyı temel alarak peynirli ve ıspanaklı poğaçaya sayılarını hesaplamasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisi, değişkenler kullanarak ilişkiler kurması, ana grafikte ekmekler için yazdığı cebirsel ifadenin "500'den az" ifadesine karşılık gelen eşitsizlik ifadesini değer vererek kontrol etmesi ile anlaşılmaktadır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini ortak katları kullanarak ve deneyerek problemi çözmesi, orantı ilişkilerini kurması ve eşitsizlik koşullarını dikkate almasıyla sergilemiştir.

Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini problemin çözümünde cebirsel ifadeleri ve orantıyı kullanarak matematiksel ilişkileri temsil etmesiyle göstermiştir.

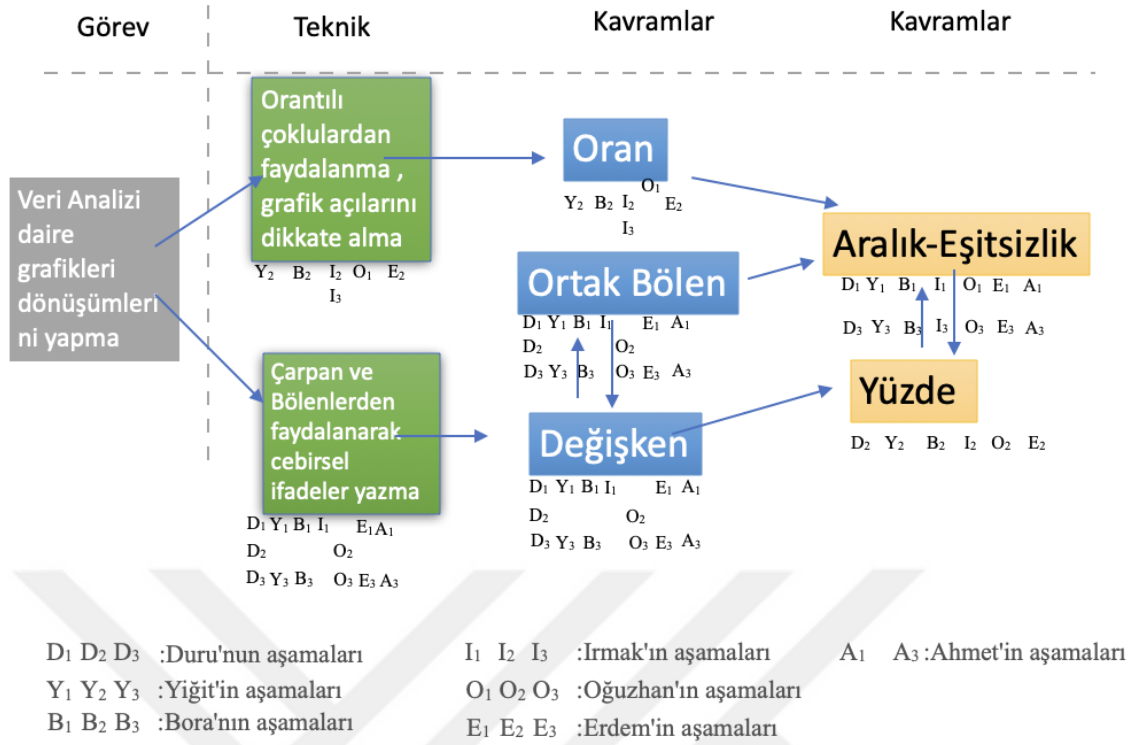
Yansıtma becerisini, çözüm sürecini gözden geçirerek, kat ilişkilerinin yoğun olduğu durumları ve karşılaşılan kavramları değerlendirip cebirsel çözümlere yönelerek sergilemiştir.



Şekil 4-16. Ahmet'in kullandığı kavramlar

Ahmet 1 ve 3. aşamalarda cebirsel ifadeleri kullanarak çözüm gerçekleştirmiştir.

Oran ve Daire Grafiği BTMS Bulgularına Genel Bakış



Şekil 4-17. Oran ve Daire Grafiği BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramlara Yönelik Lokal Sit

Bu lokal sit, öğrencilerin oran ve daire grafiği kavramlarını kullanırken sergiledikleri kavramsal anlama düzeyini ve problem çözme stratejilerini görsel olarak özetlemektedir. Görselde, öğrencilerin (Duru, Yiğit, Bora, Irmak, Oğuzhan, Erdem ve Ahmet) bu konudaki becerilerinin gelişimini üç aşamada gözlemleyebiliyoruz.

Öğrencilerin kullandıkları temel kavramlar arasında oran, orantı, yüzde, kesir, açı ölçüleri ve alan hesaplamaları yer almaktadır. Öğrencilerin isimlerinin baş harflerinin yanında yer alan indisler, her bir öğrencinin farklı aşamalarda hangi kavramları kullandığını açıkça göstermektedir.

4.2 Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar BTMS Bulguları

Bu bölümde, öğrencilerin üslü ifadeler ve Geometrik kavramlarına ilişkin beceri temelli soruları nasıl çözdüğü incelenmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejileri, kavramsal anlama düzeyi ve matematiksel becerileri üç ana başlık altında değerlendirilmiştir.

4.2.1 Duru'nun Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejisi

Duru, boyalı bir karenin çevresini hesaplariken kesirlerle çözüm ve üslü ifadelerle ilişkilendirme stratejilerini kullanmıştır. Yedinci adımda, 64 kare olduğunu tespit ederek bir kenarda 8 birim kare olacağını anlamıştır. Daha sonra her bir küçük karenin bir kenarının ölçüsünü $\frac{1}{8}$ metre olarak tespit etmiş ve karenin toplam çevresini hesaplamak için bu değeri 4 kenar ile çarpmış ve sonucu $\frac{1}{2}$ metre olarak bulmuştur (Kesirlerle çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

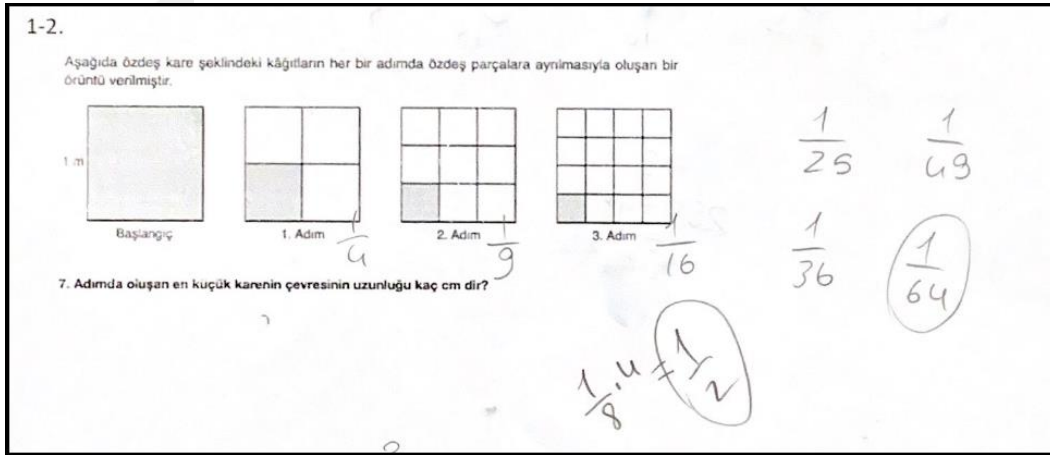
Öğretmen: İkinci soruda anladığın ilişki nedir?

Duru: tam kareler, ondan sonra yedinci adımı buldum. $1 \div 64$ oldu. Ondan sonra bir kenarı 1 metre olduğu için sekiz tane kare olur dedim. Ondan sonra $1 \div 8$ dedim.

Sonra dört kenarı var dedim 4 ile çarpım $\frac{1}{2}$ çıktı.

Öğretmen: Peki 20. Adımı sorsaydık nasıl bulurdun?

Duru: Birinci adım ikinin karesi ... öyle öyle 20. adım 21'in karesi olurdu. Bir fazlası, ilişki var.



Şekil 4-18.Duru'nun 1-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, adımlar arasında tam kare sayılarla bir ilişki olduğunu fark etmiştir. Kenarın hangi adımda kaç eş parçaya bölünmesi gerektiğini düşünerek ve her adımın bir önceki adıma göre bir fazla küçük kareye bölünmesi gerektiğini göstererek aritmetik işlemlerle çözüm yapmıştır.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek adım sayısına bağlı olarak bir karenin kenarlarının nasıl bölüneceğini çözümlenmiştir. Her adımda, kenarların her birinin bir önceki adıma göre bir fazla eş parçaya bölündüğünü aritmetik bir örüntü ile anlamış ve bu örüntüyü kullanarak çevre hesaplamalarını yapmıştır. Yorumlama becerisini, kesir kavramını ve tam kare sayılarını kullanarak, her adımdaki kenar uzunluklarını anlamak için uygulamıştır. Çıkarım yapma becerisini, adım sayısı ile karenin kenar parça sayıları arasında bir ilişki olduğu çıkarımını yapması ve bu çıkarımı, problemin çeşitli adımlarını çözmek için kullanmasıyla göstermiştir. Örneğin, 7. adımda her kenarın 8 eş parçaya bölünmesi gerektiğini ve problemin genel kalıbını bulmuştur.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Duru'nun çözümünde kesirler ve alan hesaplaması veya adım sayısı ile ilgili üslü ifadeler arasında ilişki kurarak karenin çevresini hesaplamak gibi farklı matematiksel yolları izlemesiyle sergilemiştir. Duru, karenin çevresini hesaplarken, her adım için kenarın alt bölümlerine bölerek kesirleri kullanmıştır. Yedinci adımda, kenar 8 eş parçaya bölündüğü için, her bir küçük kare $1/64$ 'lük bir alanı kaplar.

Duru, bu soruda örüntüleri tanıma, kesirleri kullanma ve geometrik şekillerin özelliklerini anlama becerilerini birleştirerek karmaşık bir problemi çözme becerisi göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, sayfa sayısını belirlemek için üslü ifadeleri kullanma kuralı anlamıştır: sayfa sayısı, üzerindeki üssün bir fazlasıdır. Bu bilgiyle, 256 sayfalık kitap için $2^8 = 256$ olur, çünkü 2^7 ile işlemi başlatıp bir ekleme yapmak 256 sayfa sayısına ulaşılmasını sağlar. Kitabın tam ortasındaki dört sayfa sayısını bulurken, 2^8 'in yarısı, yani 2^7 ifadesini kullanmıştır (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

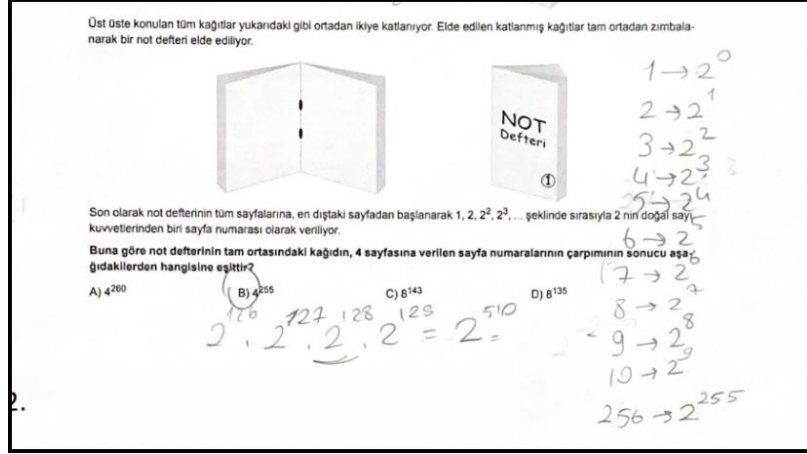
Öğretmen: sayfa numaraları nasıl anladın?

Sayfa sayısı üssün bir fazlası oluyor. 256 sayfa 2^{255} oluyor. *Öğretmen:* Peki kağıdın tam ortasındaki dört sayfa?

tam ortası 2128 mi? evet

Öğretmen: Etrafındaki sayıları nasıl anladın?

Deneyerek, bir fazlası oluyordu üssün, oradan buldum.



Şekil 4-19. Duru'nun 2-1. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, üslü ifadeleri kullanma konusunda işlemsel bilgisi ile doğru sonuçlara ulaşmıştır. Sayfa sayılarının nasıl organize edildiğini ve üs kavramının bu sayfalara nasıl uygulandığını adım sayısı ve üs arasında örüntüyü fark etmiştir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek kâğıt sayısı ile sayfa sayılarını hesaplayarak problemin çözümüne başlamıştır. Yorumlama becerisini, cevaplarından, üslü ifadeler ile sayfa sayılarının ilişkisini kurması ve orta sayfaların belirlenmesini sağlamasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, kullandığı üslü ifadeleri ve sayfa düzenini örüntüler ile ilişkilendirmesiyle göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini üslü ifadelerle probleme yaklaşılarak ve sayfaların düzenini anlayarak problemin çözüm yolunu geliştirmesiyle sergilemiştir. Duru, bu süreçte üslü ifadeler ve örüntüler gibi matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, üslü ifadelerin oranlarını kullanarak adım sayısı ve karenin alanı arasındaki ilişkiyi çözümlemiştir. Kendi ifadesine göre, "Birinci karton adım sayısının sekiz fazlası" olup, bu bilgiyi kullanarak "22.'yi bulmak için de 2^{30} sonucuna varmıştır (Üs ve Örüntünün Adım Sayısını İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Duru: Birincisi 2^9 oluyor. Birinci karton adım sayısının sekiz fazlası oluyor. 22.'yi bulmak için de 2^{30} oluyor.

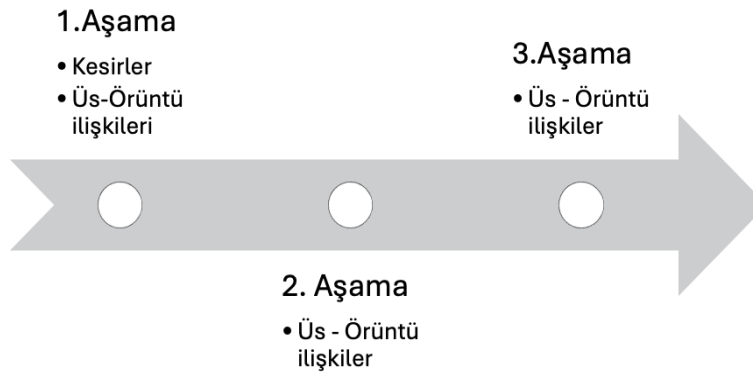
Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, karelerin alanlarını 2'nin doğal sayı kuvvetleri arasındaki farktan yola çıkarak hesaplamıştır. Duru üslü ifadeler ve geometrik şekillerin alanlarını örüntülerle bağlantı kurup 22. adımdaki karenin alanına ulaşabilmiştir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek üslü ifadelerin alanlar arasındaki farkla ilk karenin alan değerini bularak başlamıştır. Yorumlama becerisini, karelerin alanlarının üslü ifadelerle ilişkilendirmesi ve artan değerleri adım sayısına bağlı olarak ifade etmesiyle göstermiştir. Çıkarım yapma becerisiyle, üslü ifadeler ve geometrik şekiller arasındaki bağlantıyı örüntü kurarak sonuç çıkarmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde ise, yansıtma becerisini Duru'nun, 2'nin doğal sayı kuvvetleri hakkındaki bilgilerini kullanarak, bu bilginin problemin çözümünde uygulanacağını anlaması ve yansıtmasıyla sergilemiştir. Duru, bu süreçte üslü ifadeler, geometrik örüntüler ve problem çözme stratejileri gibi matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır.



Şekil 4-20.Duru'nun kullandığı kavramlar

Duru üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

4.2.2 Yiğit'in Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit üslü ifadelerle ilişkilendirme ve kesirlerle çözüm yöntemlerini birleştirmiştir. Birim kenar sayısındaki artışı her adımda tam kareler sayılar ile ifade etme üzerine kurulmuştur. Her adımda kare sayısının sırasıyla 2^2 , 3^2 , 4^2 ... gibi üslü ifadeler olduğunu belirtiyor. Örüntünün adım sayısına göre yedinci adımda 64 kare olduğunu bulup kenardaki 8 kare sayısına göre işlem yaparak en küçük karenin çevresine ulaşmıştır (Üslü ifadelerle İlişkilendirme). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın, 7. adımındaki karenin...

Yiğit: Başlangıçta bir kare var, 1. adımda 4 kare var yani 2^2 , diğerinde de 9 tane kare var 32 dedim. 3. adımda da 16 kare var; 4^2 . Şimdi bunların üsleri aynı hep birer birer artıyor her adımda; Bu adımlarla bir ilişkisi var.Tabıyla adım sayısı fark hep 1 oluyor. Yedinci adım... adımlar küçük oluyor tabandan. O zaman taban sekiz, 64 tane kare var. Sekize sekizlik bir kare yapıyoruz bundan. Yani bir tarafı $1/8$; $1/8$ çarpı 4 yani bunları sadeleştirerek $1/2$...

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, kesirleri ve üslü ifadeleri kullanarak geometrik şekil örüntüleri arasındaki ilişkiyi kurmuş ve bu sayede aritmetik işlemler ve üslü ifadeler ile örüntüyü anlama amacına ulaşmıştır. Ayrıca, üslü ifadelerin her adımda bir artmasının yanı sıra, kesirlerin paydasındaki tam kare ifadeleri yorumlayarak karenin çevresini bulmuştur.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini verilen şekli her adımdaki karelerin sayısını üslü ifadelerle ilişkilendirmesiyle sergilemiştir. Yorumlama becerisini, matematiksel ifadeleri ve verileri yorumlayarak, karelerin her adımda nasıl arttığını anlaması ve örüntünün oluşması sürecinde oluşan kesirleri kullanarak çevre hesaplaması yapmasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisiyle de tam kare sayıları kullanarak ve kenarın parça sayısı ile adım sayısı arasında bir ilişki kurarak genel bir örüntüyü fark etmiştir. Her adımın tam kare sayılarıyla ilişkilendirilebileceği ve bu sayıların çevre hesaplamalarında kullanılabileceği çıkarımını yapmıştır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit, problemin çözümü için üslü ifadeleri kullanma ve örüntüyü anlama stratejisini uygulamıştır. Yiğit, kâğıt sayısını doğru bir şekilde 2'nin kuvveti olarak ifade etmekte ve sonrasında bu bilgiyi kullanarak defterin ortasındaki sayfa numaralarını belirlemektedir. Bu durumda, Yiğit 64 yaprağın olduğu bir durumda toplam sayfa sayısının 2^6 , 64 yaprakta iki tarafı olacak şekilde her yaprakta 2 sayfa olarak düşünerek 256 sayfa olacağını bulmuş ve daha sonra bu bilgiyi kullanarak orta sayfa numaralarını 127 ve 128 olarak doğrulamıştır (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Yiğit: 2^6 tane kâğıt varsa 2^2 ile çarpmam gerekiyor. 2^8 sayfa olduğunu anladım yani 256 sayfa. 256 sayfa varsa ... önce anlamaya çalıştığım şekilde denedim. Bir yaprakta 4 sayfa varsa ortası 2 oluyor. O zaman bir yanı 127 128 129 130 var. Yani üsleri sayfa numarasından bir eksik, o zaman 127. sayfa üssü 126 diğerleride 129'a kadar gidiyor. Hemen toplamadım. 126'yı dörtle çarptım 1,2,3 yanında topladım. 510 oluyordu. 2^{510} ise 4^{255} oluyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit'in yaklaşımında, üslü ifade kavramını ve işlemsel ilişkileri anlama düzeyi yüksektir. Problemi çözümlerken mantıklı bir yol izlediğinden ve yapraklardaki sayfa sayısını bularak merkezi sayfa numaralarını 127 ve 128 olarak tespit ettiğinden, bu anlama düzeyinin sağlandığı görülmektedir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek üslü ifadeleri kullanarak sayfa sayısını bularak başlamıştır. Yorumlama becerisini, problemin ortasındaki sayfa numaralarını yorumlama becerisini sergilemesi ve küçük bir örnekle üsleri gerçek sayfa numaralarına bağlamasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, defterin ortasındaki iki sayfanın numaralarını bulmak için sayfa sayısı ile üs arasındaki ilişkiyi kullanarak göstermiştir. Bu şekilde, üsleri doğru bir şekilde 126, 127, 128 ve 129 olarak bulmuştur.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Yiğit'in probleme yaklaşımı, üslü ifadeleri ve konuyla ilgili başka kavramları kullanarak bir problem çözüm yolu oluşturma becerisini göstermesiyle sergilemiştir. Özellikle, bir yaprakta 4 sayfa olduğunu ve dolayısıyla ortasının 2 sayfa olduğunu

belirtmesi, problemi daha küçük, yönetilebilir parçalara ayırdığını ve bu parçaların üzerinden problemi genel bir çözüm stratejisine dönüştürdüğünü göstermektedir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit ilk olarak, karelerin alanlarını üslü ifadelerin oranlarını kullanarak bulma yoluna gitmiştir. İki ardışık karenin alan farkını 2'nin 9. kuvveti olarak algılayarak ve daha sonra bu örüntüyü kullanarak 22. adım için gerekli olan üssü tespit etmiştir (Üs ve Örüntünün Adım Sayısını İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

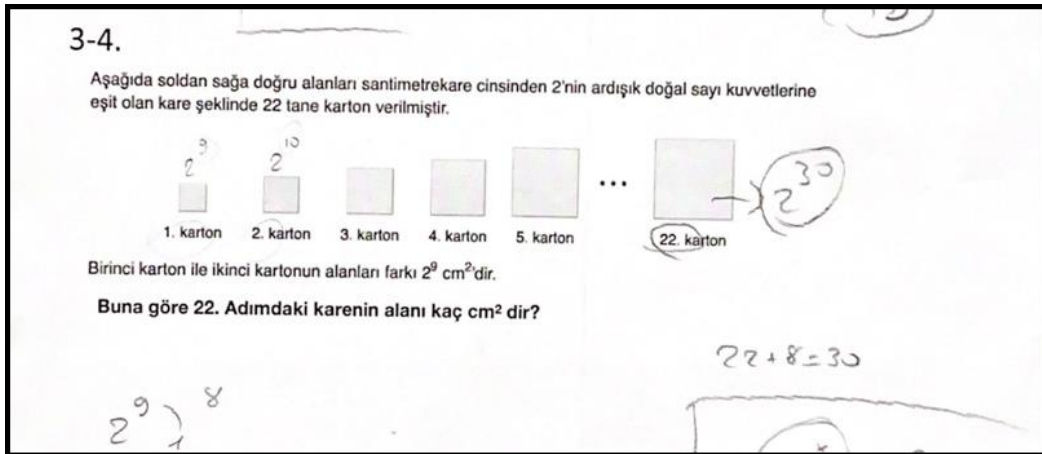
Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Yiğit: 1.ve 2. kartonların farkı 2 üssü 9 ise 1. 2 üssü 9 oluyor. *Öğretmen:* 22.'yi nasıl anladın?

Yiğit: Şöyle bir kural var. 2⁹ karton adımı 1 , 210 adımı 2.

O zaman aradaki fark 8 ; 2³⁰



Şekil 4-21. Yiğit'in 3-4. Soruya verdiği cevap

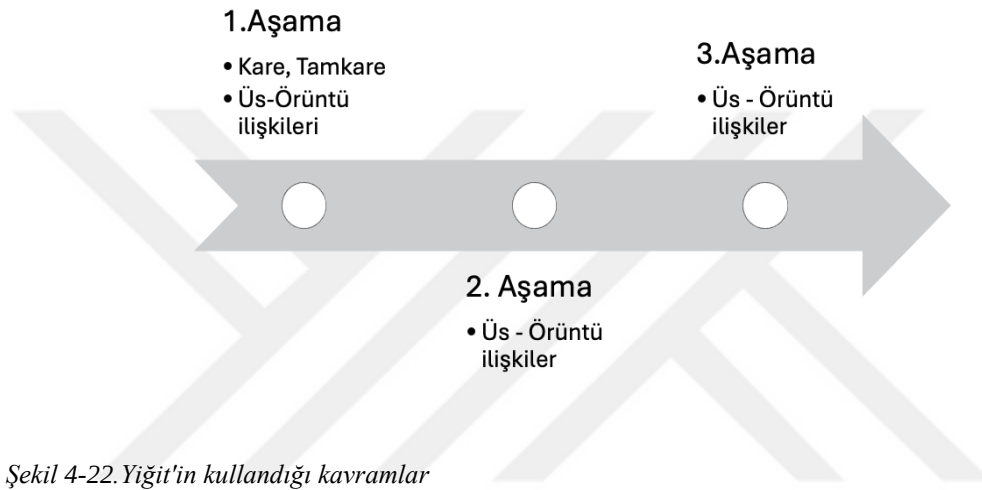
Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit'in kavramsal anlama düzeyi, üslü ifadeler ve geometrik alanlar arasında ilişki kurarak örüntüyü algılayabilme becerisini göstermektedir. "2⁹ karton adımı 1, 2¹⁰ adımı 2" örneğinde, adım sayıları ile üsleri ilişkilendirerek ve ardışık adımlar arasındaki farkın sabit kaldığını belirterek bu anlayışını ortaya koymuştur.

Matematik Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisi problemin matematiksel yapısını anlaması ve üslü ifadeleri karenin alanını hesaplarken doğru bir şekilde kullanmasıyla anlaşılabilir. Yorumlama becerisi, kartonlarla oluşturulan örüntünün

adım sayıları ve üs ilişkisini net olarak ifade ederek 22. adımı hesaplamasında ortaya çıkmıştır. Çıkarım yapma becerisi, problemdeki verilen bilgilerden hareketle adım ve üs arasındaki ilişkiyi kavraması ve genel bir kural olarak formüle etmesinde görülmüştür. Matematiksel problem çözme alanında, Yiğit'in yansıtma becerisi öne çıkmaktadır. Öğrenilmiş matematik kavramlarını yeni ve bilinmeyen durumlara uygulama becerisi ile kendini göstermiştir. Kendi ifadeleri ve çözüm stratejileri üzerinden, kendi düşünme süreçlerini yansıtarak, problemi çözerken ne öğrendiğini ve hangi stratejilerin işe yaradığını anlamıştır.



Yiğit üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

4.2.3 Bora'nın Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora'nın yaklaşımı kesirlerle çözüm ve üslü ifadelerle ilişkilendirme stratejilerinin birleşimidir, her bir adımda üzerinde çalışılan karenin kenarlarını eşit parçalara bölerek ve bunun sonucu olarak ortaya çıkan kesirleri kullanarak çevreyi hesaplamaktır. 7. adımda kareyi sekiz eşit parçaya böldüğünü ve kenarların uzunluğunu $1/8$ olarak belirlediğini ve çevreyi bulmak için bu değeri dörtle çarptığını belirtmiştir (Kesirlerle çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Bora: 1. Adımda ikiye bölünmüş, yedinci adımda sekize bölünür. $1/8$ olur dörtle çarptım. Çevreyi buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora, kesir kavramlarını anlama ve aritmetik işlemlere uygulama becerisi göstermiştir. Kenarları kesir olarak ifade etme ve bu kesirleri çevrenin hesaplanmasında kullanması, matematiksel ilişkiler arasında bağ kurabilmiştir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde öğrenci, çözümleme becerisini göstererek bir kareyi eş parçalara bölmenin aritmetik örüntüyü oluşturan detayları fark etmiştir. Yorumlama becerisini, kesir değerleri ve üslü ifadeleri yorumlaması, kenar uzunluğunun veya alan büyüklüğünün nasıl değiştiğini değerlendirmesiyle gözler önüne sermiştir. Çıkarım yapma becerisiyle aritmetik örüntülerle üslü ifadeler arasında ilişkiler kurmuş ve adım sayısı ile kenarın parça sayısı arasında sabit bir fark olduğunu anlamıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini istenen çevreyi hesaplayabilmek için kesirler, üslü ifadeler ve örüntü arasında ilişkiler kurarak sonuçlara varmasıyla sergilemiştir. Öğrenci, bu süreçte örüntüleri tanıma, kesirleri kullanma ve geometrik şekillerin özelliklerini anlama becerilerini birleştirerek karmaşık bir problemi çözme yoluna doğru ilerlemektedir.

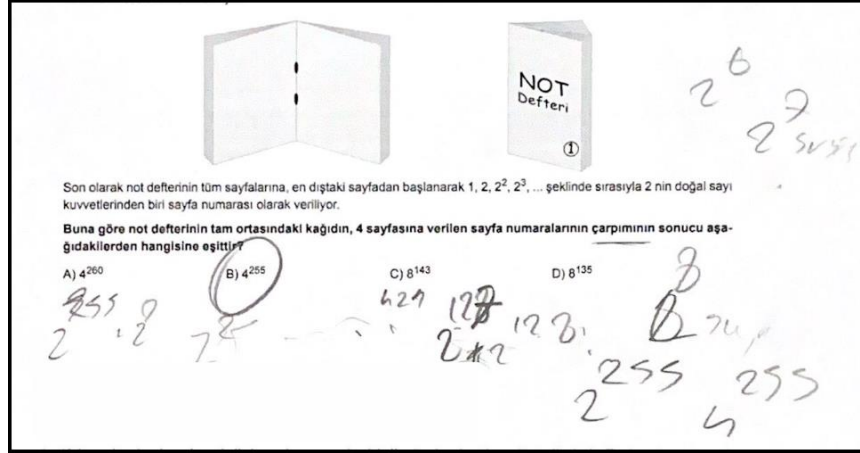
2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora'nın çözüm yöntemi, üslü ifadelerle ile hesaplama yaparak orta sayfa numaralarını bulma üzerine kuruludur. Defterin başı ve sonu arasındaki sayfa numaralarının çarpımı olan 2^{255} sayısından yola çıkarak, orta sayfa numaralarının çarpımının da bu sayıyı verdiğini fark etmiştir (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Bora: Bunların ortası $2^{126} 2^{127} 2^{128} 2^{129}$ Bunları çarpacaktım. 2^{255} ve 2^{255} . Bunlarda çarpınca 4^{255} . Aslında hepsinin çarpımı aynı, en dıştaki ile brinci sayfanın çarımı da 2^{255} yapıyor.



Şekil 4-23. Bora'nın 2-1. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın orta sayfa numaralarını ve defterin başındaki ve sonundaki sayfaların çarpımını çözümlerken sergilediği zihinsel işlemler, üslü ifadelerle çalışma konusunda işlemsel bilgisinin yeterli olduğuna işaret etmektedir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek sayfa sayısı ile yaprak sayısını ilişkilendirerek, kâğıt ve sayfa sayısını belirleyerek başlamıştır. Sayfa numaralarından yola çıkarak defterin yaprak sayısını belirlemiştir. Yorumlama becerisini, üsler arasındaki ilişkiyi ve sayfa numaraları arasındaki ilişkiyi yorumlayarak, defterin ortasındaki sayfa numaralarını hesaplamak için gereken mantığı anlamasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisiyle verilen aritmetik örüntüde (sayfa numaralarının çarpımında), orta sayfalara doğru ilerledikçe ilk ve son sayfa numarasının toplamının sabit kaldığını fark etmiş, böylece örüntüyü anlamış ve sayılarla ilişkilendirmiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Bora'nın defterin tam ortasındaki sayfa numaralarını ve bu sayıların çarpımını bulabilmesi, gerekli matematiksel çözümleri geliştirebildiğini ortaya koymasıyla sergilemiştir. Bu süreçte üslü ifadeleri ve aritmetik örüntüleri doğru bir şekilde kullandığı ve mantıklı sonuçlara ulaştığı görülmüştür. Bora'nın problem çözme süreci,

sayfalar arası ilişkileri üslü ifadeler ve aritmetik örüntülerle analiz etme ve bu analizden yola çıkarak örüntüleri genelleme becerisini de içermektedir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, karelerin alanlarını hesaplariken üslü ifadelerin üslerini doğrudan kullanmıştır. İlk karenin üssünü 2^9 olarak belirlemiş ve ardından ilk adım ile karenin üsleri arasındaki farkı hesaplamıştır. Bulduğu 8'lik farkı, 22. adımın üssüne ekleyerek doğru sonuca ulaşmıştır (Üs ve Örüntünün Adım Sayısını İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Bora: 1. 2^9 du. 1 ile 9'u çıkardım aradaki fark 8'di. 22'yi sekiz ekledim 2^{30} oldu.

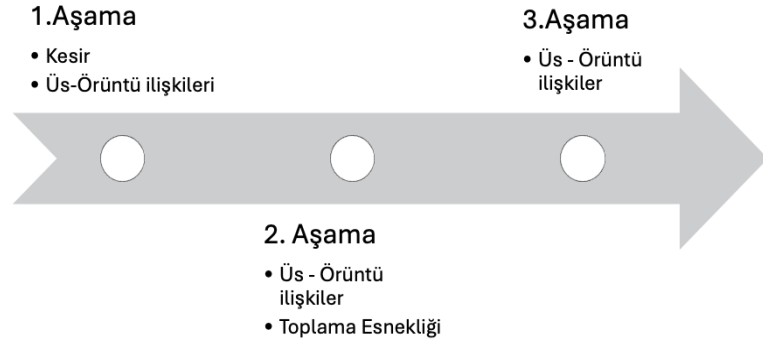
Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın kavramsal anlama düzeyi, üslü ifadeler ve onların geometrik şekil örüntüleri arasındaki bağlantıları kurma becerisinden anlaşılabilir. Problemi çözme sürecinde kullandığı, üslerin arasındaki farkı bulma ve bu farkı kullanarak sonuç elde etme yöntemi, kavramlar arasında ilişki kurabildiğini ve bunları uygulayabildiğini göstermektedir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek üslü ifadeler ile adım sayıları arasındaki farkı bulma sürecini, ilk karenin alanını bularak başlatmıştır. Yorumlama becerisini, üsler arasında sabit bir fark olup olmadığını keşfederek adımlara göre diğer alanları bulmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini ise Bora'nın verilen iki üslü ifadenin değerlerinden yola çıkarak genel bir kural çıkarabilmiş olmasından gelir. Problemden 22. adım için gereken üssü hesaplamak amacıyla, üsler arasındaki sabit farkı kullanarak doğru sonucu çıkararak bulmasıyla göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde ise, yansıtma becerisini Bora'nın öğrencinin üslü ifadeleri ve adım sayılarını ilişkilendirmesi, bu bilgiyi kullanarak farklı üslü ifadelerin değerini hızlıca bulmasını sağlamasıyla sergilemiştir.



Şekil 4-24.Bora'nın kullandığı kavramlar

Bora üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

4.2.4 Irmak'ın Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

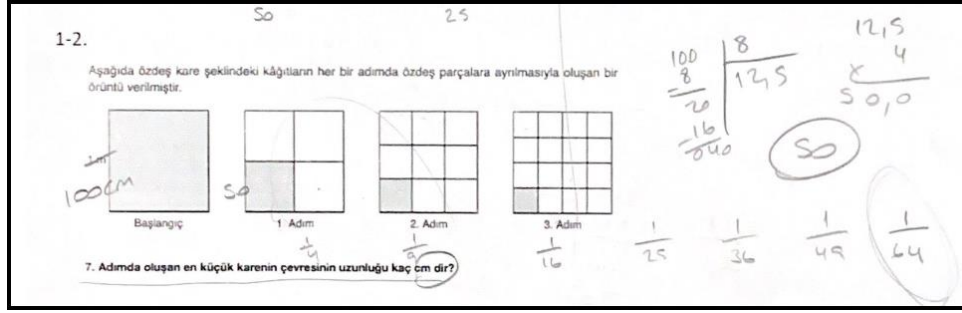
Irmak kesirlerle çözüm ve üslü ifadelerle ilişkilendirme stratejilerini birleştirmiştir. Her adımında şeklin alanını kesir değerleri göre yazmıştır. Bu değer karekökleri ile ilişkilendirerek kenar uzunluğunu bulmuştur. Bu mantıkla 7. adımda $1/64$ değerine, yani 8×8 'lik bir kareye ulaştığını ve bunu dörtle çarparak çevreyi hesapladığını ifade etmiştir (Kesirlerle çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmelerde çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır.

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Irmak: Bunda da $1/4$ $1/9$ diye yazdım 7. de $1/64$ çıktı. Bir kenarında sekiz kare oluyor. Yüzü de sekize böldüm. dört ile çarptım.

Öğretmen: 20 . adımı sorsaydı yazarak mı yapardın?

Irmak: galiba bir fazlası , bir fazlasının karesi $n+1$ ile bir şey



Şekil 4-25. Irmak'ın 1-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, üslü ifadeler ve kesirler arasında ilişkiyi görebilmiştir. Şeklin alan değeriyle karekök değerlerini örüntü ile ilişkilendirmiştir. Bu ilişkiyi geometrik bir probleme, yani karenin alanının ve çevresinin hesaplanmasına uygulayabilmiştir. Matematiksel örüntüleri gözlemleme ve bu örüntülerden genellemeler yapabilmıştır. Irmak örüntünün doğasını anlamış ve bu örüntüyü daha ileri adımlara uygulamak için bir metot geliştirmeye çalışmıştır. "bir fazlasının karesi $n+1$ ile bir şey" ifadesi, her adımın kenarında oluşan kare sayısının bir önceki sayının karesinden türetilbileceği ($(n+1)^2$ gibi bir formül kullanılabileceği) genel bir kural bulmaya çalıştığını göstermiştir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek sorunun verilerini kesirlerle çalışarak; her adımda bir kenarın kaç eşit parçaya bölündüğünü kesirlerle ifade etmiş ve bir kenarında toplam 8 kare olduğunu ve buna göre işlem yaptığını ifade etmiştir. Yorumlama becerisini, 7. adımda elde ettiği $1/64$ kesir değerini kullanarak 7. adım için genel bir kural ortaya koymaya çalışması, adım sayısına göre değişen kenarın parça sayısını belirlemesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisiyle her adımda bölme işlemiyle elde ettiği aritmetik örüntüden çıkarım yaparak, genel bir formül oluşturmaya çalışmış ve bu süreçte cebirsel düşünmeyi kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Irmak'ın kesirler ve üslü ifadelerle çalışarak, çözüm geliştirebilmesiyle sergilemiştir. Bir kenarı belli bir sayıda kareye bölme ve bu sayıyı karenin alanı veya çevresi ile ilişkilendirerek matematiksel ilişkileri keşfettiği ve bunları çözümlerine ilave ettiği görülmektedir.

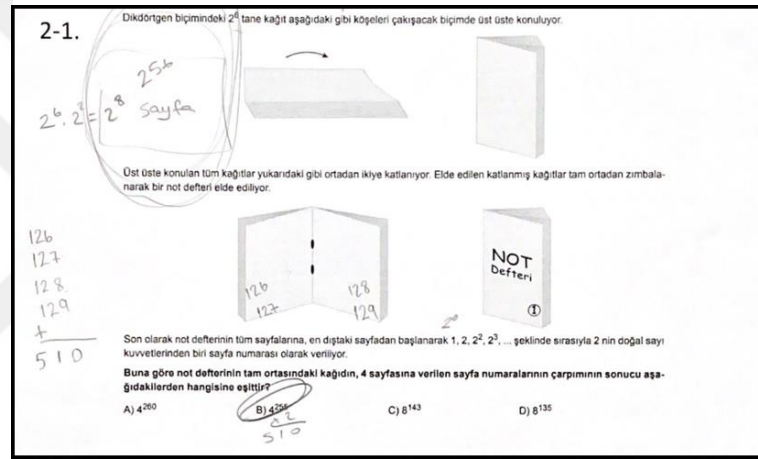
2.Aşama

Çözüm Stratejiler

Irmak'ın çözümünde üslü ifadelerin işlemlerini geometrik kavramlarla ilişkilendirildiği gözlemlenmiştir. Öğretmenin sorusu üzerine Irmak, ortadaki sayfaların üslerinin "yarısı olması gerektiğini, 0'dan başladığı için bir eksiğinden başladım, 2^{127} dedim" şeklinde ifade ederek, üslü ifadeler ve sayfa numaraları arasında mantıklı bir ilişki kurmuştur. Irmak, çözüm stratejisinde toplam sayfa sayısının yarısını hesaplayıp, bu bilgiyi defterin tam ortasındaki sayfa numaralarını üslü biçimde ifade etmede kullanmıştır (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Ortadaki sayfaların üslerini nasıl anladın?

Irmak: ortaya geline yarısı olması gerekiyor, 0 üstten başladığı için bir eksiğinden başladım, 2^{127} dedim.



Şekil 4-26. Irmak'ın 2-1. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak'ın diyaloglarından ve çözümlerinden, üslü ifadeler ve aritmetik örüntüler arasındaki ilişkiyi anladığı çıkarılabilir. Ortadaki sayfaların üslerini hesaplarken, kağıtların bölünme adımlarını ve bu adımların sayfa numaralarına nasıl yansıtıldığını göstermiştir. Bu tür bir çözüm gösterimi, bir kağıtların sürekli olarak eş parçalara bölünmesinin ve bu durumun üslü ifadelerle dönüştürülmesinin, kavramsal anlamda kavrandığını göstermektedir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek sayfa sayısını bularak başlamış, sayfa numaralarının üslü ifadelerle ifade edilebileceğini ve bunun defterin orta sayfalarını belirleyebileceğini çözümlemiştir. Yorumlama becerisini, defterin tam ortasının toplam sayfa sayısının yarısı olması gerektiğini

anlaması ve bir defterdeki sayfa sayısının 2'nin üssü şeklinde ifade edilebileceğini ve bu durumda defterin tam ortası sayısının bir eksiğinin üs olarak kullanılacağını anlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisiyle ise "bir eksiğinden başladım" yorumuyla, üslü ifadelerle dair bir çıkarım yapmış, verilen adım sayısı ve üslü ifadeler arasındaki ilişkiyi anlamıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Irmak'ın üslü ifadelerle çalışarak ve defterin ortasındaki sayfayı bulmak için toplam sayfa sayısının yarısını belirleyerek doğru bir çözüm bulmasıyla sergilemiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, üslü ifadelerle ilgili problemi çözerken, örüntüyü üsler ile adım sayısı arasındaki artış miktarını kullanarak çözüm yapmıştır. "Bir iki tanesini yazdım, Hepsi sekiz fazlası oluyordu üsleri" demesi, öncelikle örüntüyü gözlemleyerek başlamış ve ardından bu gözlemini kullanarak 22. terimi tespit etmesiyle sonuçlandırmıştır. Bu süreçte sadece kilit noktaları kullanmış ve genel bir kural elde edilmiştir (Üs ve Örüntünün Adım Sayısını İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: 22.'yi nasıl buldun?

Irmak: Bir iki tanesini yazdım Hepsi sekiz fazlası oluyordu üsleri. Sonra 22.'yi yazdım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

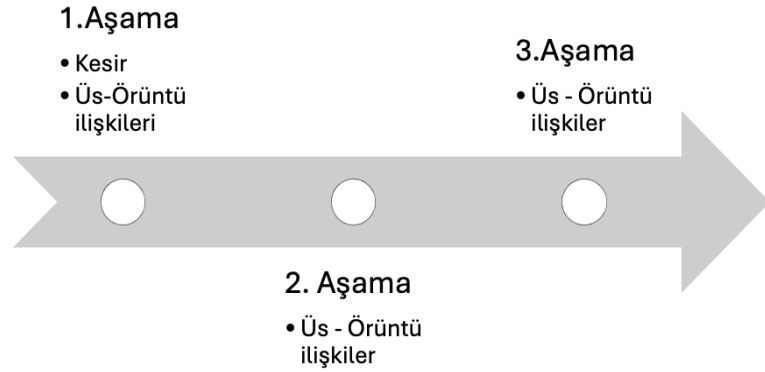
Irmak'ın kavramsal anlama düzeyi, üslü ifadelerle adım sayıları arasındaki ilişkiyi anlamasında ortaya çıkmıştır. Üs ile adım sayısı arasındaki 8'lik farkı belirleyip, bu bilgiyi 22. adımı bulmak için kullanmıştır.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek 2'nin doğal sayı kuvvetleriyle ilgili örüntünün artış şeklini çözümleyerek başlamıştır. Yorumlama becerisini, üsteki artış örüntüsünü anladıktan sonra, 22. adımı hesaplamak için kullanarak göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini ise örüntüdeki ilişkileri ve üsler arasındaki sabit farkı keşfederek 22. adım için doğru üssü bulmasıyla sergilemiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde ise, yansıtma becerisini Irmak'ın üslü ifadeler, kesirler ve geometrik kavramlar arasında kurduğu güçlü ilişkiler, örüntüleri hızlıca tanıması ve genelleştirmesi, farklı problem türlerine uygun stratejiler

geliştirmesi, üslü ifadelerle ilgili bilgilerini çeşitli alanlara yansıtma becerisini göstermesiyle sergilemiştir.



Şekil 4-27.Irmak'ın kullandığı kavramlar

Irmak üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

4.2.5 Oğuzhan'ın çözümleri

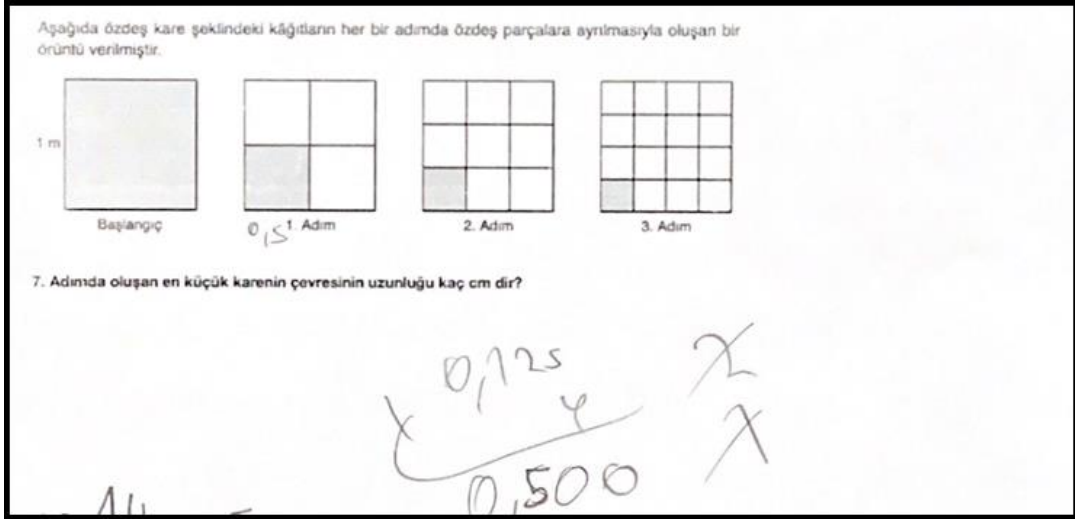
1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Öğrenci Oğuzhan, sorulan problemin çözümüne yaklaşırken pratik bir şekilde ondalık kesir değerlerini kullanarak çözüm stratejisi geliştirmiştir. "Her adımda o adımdan 1 fazla kareye bölünüyor" ifadesiyle adımlar arasında bir örüntü olduğunu fark etmiş ve "1'i sekize bölünce 0,125 çıkması lazım" demesiyle doğrudan 7. adım için gerekli kesir değerini hesaplayarak çevrenin dört katı olduğunu anlamıştır (Kesirlerle çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmelerde çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır.

Öğretmen:Nasıl yaptın?

Oğuzhan: Buna 7.adımda diyor. Her adımda o adımdan 1 fazla kareye bölünüyor. 1'i sekize bölünce 0,125 çıkması lazım. Sonra çevresi 4 ile çarpınca bulunuyor.



Şekil 4-28. Oğuzhan'ın 1-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan'ın yaklaşımı, bir örüntü adım sayısı ve kesir değerlerini (ondalık kesir) birlikte düşünme becerisini göstermiştir. Ayrıca, bir karenin çevresinin hesaplanmasını; sorunun geometrik boyutuna aritmetik bilgilerini ilave etmiştir. Aritmetik ile geometrik kavramlarını birleştirebilmiştir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek soruda verilen 7. adımda, her adımın sayısından 1 fazla kareye bölündüğünü belirtmiş ve 7. adımda kenarın 8 eşit parçaya bölünmesi gerektiğini fark etmiştir. Yorumlama becerisini, örüntünün kuralına göre bir kenar uzunluğu için ondalık ifade yazarak karenin çevresi bulmasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini ise 0,125 değeri üzerinden kesir bilgisiyle çevreyi hesaplaması ve örüntünün adım sayısını oluşan şeklin kesir değeriyle çıkarım yapmasıyla göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Oğuzhan'ın probleme matematiksel bir çözüm geliştirme sürecinde, kesirleri ve çevre hesaplamalarını kullanma konusunda, her adımda karenin belli bir şekilde bölünmesi ve bu durumun çevresinin hesaplanmasına etkisi gibi özgün bir probleme özel strateji geliştirebilmesiyle sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuz, üslü ifadeleri ile çözme yöntemini kullanarak defterin sayfa sayısını belirlemiş ve buradan yola çıkarak defterin orta sayfasını bulmuştur. Oğuz, defterin

ortadaki sayfalarındaki numaraları belirleyerek çarpmıştır (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmelerde çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Oğuzhan: Kaç sayfa olduğunu şöyle anladım. 2^6 kâğıt vermiş bu şekilde katlayınca 4 katına çıkması gerekiyor. 2^8 sayfa oluyor. 2^0 ile başladığından dolayı burda orta sayfayı ikiye bölerek anladım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuz'un defterin katlanma işlemi sonucu sayfa sayısındaki artışın üslü bir ilişkiyle açıklanabileceği kavramını anladığı anlaşılmaktadır. Ayrıca, verilen başlangıç sayısı ve katlama işlemiyle ilgili aritmetik bilgileri gereken şekilde yorumlamış ve kavramsal olarak uygulamıştır.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuz, çözümleme becerisini göstererek katlama işlemiyle sayfa sayısının nasıl değişeceğini çözümlemekte, sürecin her adımında sayfa sayısının üslü bir ilişki ile çarpılacağını belirtmiştir. Yorumlama becerisini, verilen toplam sayfa sayısını defterin ortasına, işlemle ayırarak yorumlaması ve bu durumdan " 2^8 sayfa oluyor" sonucuna ulaşmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, 2^0 ile başlayan bir durumda sayfa sayısının ikiye katlanmasından orta sayfayı bulma yöntemine kadar olan durumlarda kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Oğuz'un verilen bilgiler kullanarak ve belirli bir üslü düzeni anlayarak problem çözüm yolunu nasıl geliştirebileceğini göstermesiyle sergilemiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, problemde öne sürülen üslü ifadeler ve geometrik kavramlar arasındaki ilişkiyi bulmak için öncelikle 1. ve 2. şekil arasında bir fark olduğunu ve bu farkın 2^9 olduğunu belirlemiştir. Daha sonra, 5. ile 22. arasında 17 fark olduğunu gözlemleyerek direkt olarak bu farkı kenar uzunluğuna eklemiş ve sonucu elde etmiştir. Bu yöntem, tüm adımları tek tek hesaplamak yerine, örüntüdeki adımlar arasındaki ilişkiyi kullanarak hızlı bir hesaplama yapmasını sağlamıştır (Üs ve Örüntünün Adım Sayısını İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl buldun ilişkiyi?

Oğuzhan: 1. ile 2. Arasında 2^9 fark varmış. O zaman ardarda sıralandığı için öyle buldum.

Öğretmen: Hepsini 22.ye kadar saydın mı ?

Oğuzhan: 5. İle 22. Arasında 17 fark olduğu için direk ekledim. 2^{30} oldu bir kenarı.

Çarpınca buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

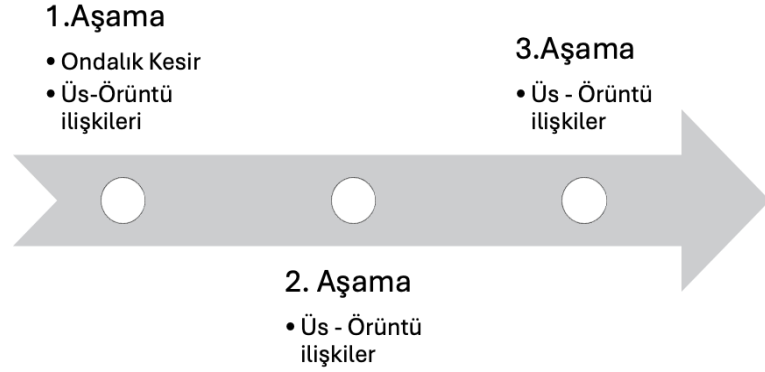
Oğuzhan 2'nin doğal sayı kuvvetlerinin örüntüsü içerisinde nasıl arttığını gözlemlemiş ve bu gözlemlerini problem çözme sürecine aktarmıştır. Çözümlerinde sadece gerekli olan karelerin alanlarını ifade etmek suretiyle sade ve etkili bir çözüm sunmuş, üs ile adım sayısı arasındaki ilişkinin farkının 8 olduğunu belirlemiştir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek birinci ve ikinci adım arasındaki farkın 2^9 olduğunu gözlemlemiş ve bu farkı, ardışık sayıların bir örüntü oluşturmak için kullanmış ve böylece bir sonraki adımlardaki sayıları tahmin etmiştir. Yorumlama becerisini, ardışık adımların sayıları arasındaki ilişkiyi kurarak, 22. adım sayısını tespit etmek için 5. adım ile 22. adım arasındaki 17 farkını hesaba katmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini ise 5. ile 22. arasında 17 fark olduğunu fark edip, bu bilgiyi kullanarak doğrudan 22. adımda karenin kenar uzunluğunu çıkarabilmesiyle göstermiştir. Ardından, kenar uzunluğundan yola çıkarak, karenin alanını hesaplamak için uzunluğu karesini alarak 2^{30} ifadesine ulaşmıştır. Bu basamaklı çıkarma ve toplama işlemi, Oğuzhan'ın üsler arasındaki sabit ilişkileri algılayarak büyük sayılarla çalışma becerisini gösterir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde ise, yansıtma becerisini Oğuzhan'ın 17 farkını doğrudan ekleyerek ve sonucu çıkararak yaptığı işlem sade ve etkili olmasıyla sergilemiştir. Farkı kullanarak, bir kenarın uzunluğunu doğrudan 2^{30} olarak hesaplamıştır. Ardından, bir kenarın uzunluğunu dört ile çarparak bir karenin çevresini hesaplamıştır.

Şekil 4-29. Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar



Oğuzhan üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

4.2.6 Erdem'in Çözümleri

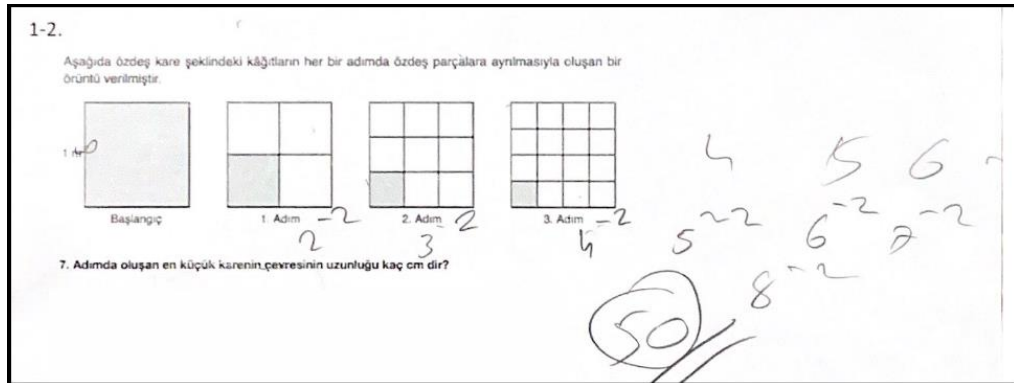
1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem problemi çözerken, her adımda şeklin bölünme sayısı üzerinde bir örüntü fark etmiş ve bu örüntüyü üslü ifadelerle çözüm yöntemiyle ilişkilendirmiştir. 1. adımda 2^{-2} kullanarak ve 7. adımda 8^{-2} olarak düşünmüştür. Bu takip edilen strateji, Erdem'in problemi kesirlerle değil, doğrudan üslü ifadelerle çözmüştür (Üslü İfadelerle ilişkilendirme). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: 1. Adımın 2^{-2} , 7. adımda 8^{-2} Hep bir fazlası üs oluyordu. 100'ü sekize bölecektik, Çevresi için dörtle ile çarpacaktık.



Şekil 4-30. Erdem'in 1-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem'in açıklamasından, üslü ifadeler kavramlarına ve onların geometrik ifadelerle olan ilişkileri kurabilmektedir. Soruyu çözerken, öğrencinin artan üs değerlerini kesir değerlerine dönüştürerek ve bunları çarparak çevre hesaplaması yapabilmektedir.

Matematik Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisi her adımda kenarın bir fazla parçaya bölündüğünü gözlemleyerek, örneğin 1. adımda kenar 2 parçaya bölündüğünde (2^{-2}), 7. adımda ise 8 parçaya bölündüğünde (8^{-2}) üssün her seferinde bir fazla olduğunu fark etmesiyle ifade edilebilir. Yorumlama becerisi, her bir adımdaki değişimi bir önceki adıma göre üs olarak yorumlaması ve bunları kesir hesaplamalarıyla dönüştürmesi, aldığı bilgiyi ve olguları çevre hesaplama probleminin bağlamına uygulayabilmesinde ortaya çıkmıştır. Çıkarım yapma becerisi, sorunun çözüm sürecinde üssün her adımda bir fazla olmasının farkına varması ve bunu çevre hesaplaması için kullanarak çıkarım yapmasında görülmüştür. Matematiksel problem çözme alanında, Erdem'in matematiksel çözümler geliştirme becerisi, problem içinde bir düzeni sağlayabilmesinde kendini göstermiştir. Erdem'in adım adım üslü ifadeleri kullanması ve bunları problemin çözümüne bağlayabilmesi, bu beceriyi ortaya koymaktadır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem'in kâğıt sayısından kâğıt sayısını doğru hesaplayarak, defterin ortasında bulunması gereken numaraları bulmuştur. Üslü ifade ederek gerekli çarpımı yapabilmiştir (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Buldun?

Erdem: 2^6 kâğıt olduğu için 2^8 sayfa olur. Tam ortasında 127 ve 128. sayfalar önünde 126 ve 129 olur. Hepsi 2^{510} olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem, üslü ifadeler ve aritmetik işlemler arasında ilişki kurarak kavramsal anlamayı göstermiştir. Erdem 2^6 kâğıt olduğu için 2 üzeri 8'ya eşit 256 sayfa olacağını matematiksel olarak ifade etmiştir.

Matematiksel Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisini defterin tam ortasındaki sayfa numaralarını bulmak için üslü ifade kavramını kullanarak göstermiştir.

2^6 kâğıt olduğu bilgisiyle 2^8 sayfa olduğunu hesaplamış ve bu çözümlemeyi yola çıkarak 127 ve 128 sayfalarının ortada olduklarını bulmuştur. Yorumlama becerisi, çözümünde 2^8 kâğıdın 256 sayfayı temsil ettiğini ve bu sayfaların orta sayfalarını temsil eden sayıların önünde ve arkasında hangi sayfaların bulunduğunu tespit ederek ortaya çıkmıştır. Çıkarım yapma becerisini, kâğıt ve sayı ilişkisi konusundaki çıkarımını, 127 ve 128 sayfalarının tam ortada yer aldıkları ve bunların önünde ve arkasında gelen sayfaların da bir örüntüyü takip ettiğini görmesi ve bu örüntüyü çıkarmalarında kullanmıştır. Matematiksel problem çözme alanında, Erdem problem çözme sürecinde matematiksel çözümler geliştirme becerisini, toplam sayfa sayısının yarısını belirleyerek ve ortada yer alan sayfa numaralarını ve yanındaki sayfaları tespit ederek göstermiştir. Üs ve sayfa sayısı arasında kurduğu ilişki sayesinde, defterin ortasındaki kâğıtları ve bunların yer aldığı sayfaları (127 ve 128) belirlemiştir. Erdem'in bulduğu toplam, sayfa numaralarının bir aritmetik ilişkisini temsil etmektedir.

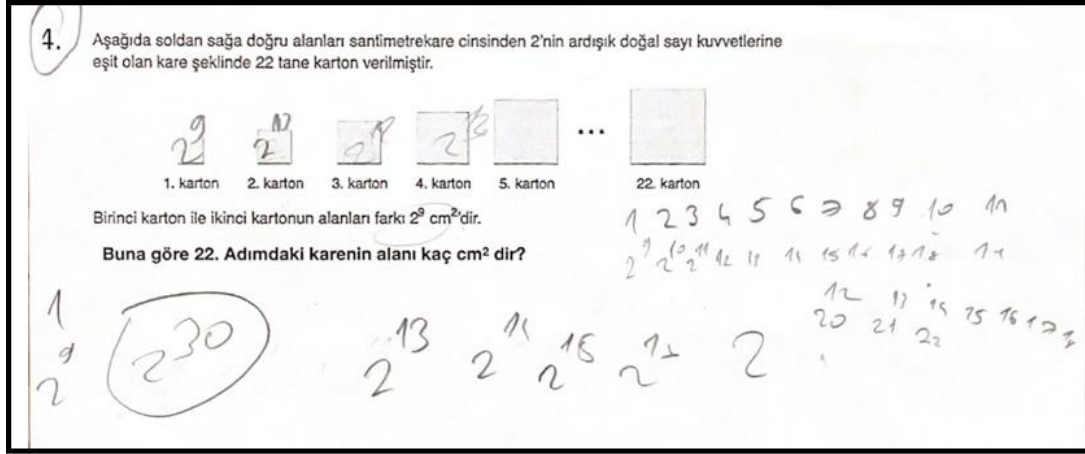
3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, 3.Aşama 4. Soru 'da karelerin alanları ve üsler arasındaki ilişkiyi çözmek için, iki ardışık karenin üslerindeki adım sayısı ile farkın 2^8 olduğunu örüntüyü yazarak belirlemiştir. Bunu dikkate alarak, 1. ve 2. karelerin alanları arasındaki ilişkiyi keşfetmiştir. Ardından doğrudan 22. kare için gerekli olan üssü yazarak bulmuştur, 22. adımıdaki kartona 8 eklenerek 2^{30} kuvvetini fark etmiştir (Karelerin Alanlarını Yazma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: 29 ve 210 olacakmış. 1. ve 2. Karton aralarında 28 bir fark oluyor. 22. kartona 8 eklersem üssü 2 30 oluyor



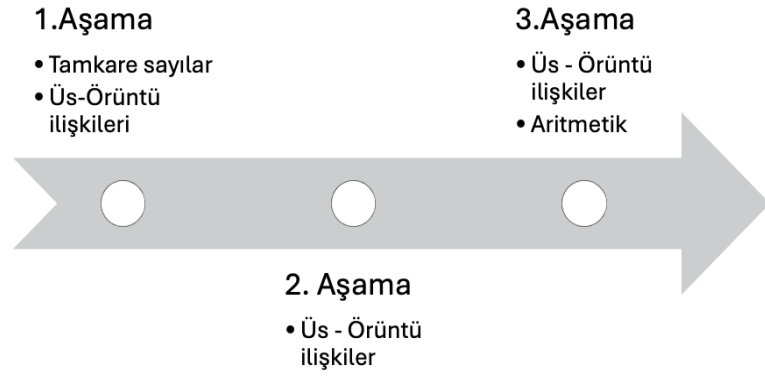
Şekil 4-31.Erdem'in 3-4. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem'in 2'nin doğal sayı kuvvetleri arasındaki farkı anlayarak ve bu farkı ilk karenin alanını bulmak için kullanarak gösterdiği kavramsal anlama düzeyi üslü ifadeleri arasındaki ilişkileri bulabilecek seviyededir. Örüntü ve üslü ifadeler arasında ilişkiyi uzun uzun yazarak bulmayı tercih etmiştir.

Matematik Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisi ilk iki karton arasında 2^9 bir fark olduğunu fark etmesiyle kendini göstermiştir. Bu fark, her kartonda veya adımda üsler arasındaki ilişkiyi anlamasına yardımcı olmuştur. Yorumlama becerisi, kartonların alanları ile adım sayısı arasındaki farkı ve bu farkın eklenmesi gerektiğini anlamış ve 22. adımı bulmak için üslü ifadeleri yazmayı tercih etmiştir. Çıkarım yapma becerisi, karton sayısı ile üsler arasındaki ilişkinin oransal yönünü doğru bir şekilde yorumlayarak göstermesinde görülmüştür. Matematiksel problem çözme alanında, Erdem'in yansıtma becerisi; üslü ifadeler ve örüntüler konusunda derinlemesine bir anlama düzeyi yansıtmaktadır. Erdem, üslü ifadeleri geometrik kavramlarla ve örüntülerle karmaşık problemleri çözebilmektedir.



Şekil 4-32.Erdem'in kullandığı kavramlar

Erdem üslü ifadeler ile örüntüler arasında ilk iki aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir. Üçüncü aşamayı ise uzun uzun yazarak keşfetmiştir.

4.2.7 Ahmet'in Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, her adımı ilgili sayının karesi olarak değerlendirerek üslü ifadeler kullanarak yöntem geliştirmiştir. 7. adımda 8'in karesini kullanarak çözüme yaklaşmıştır. Verilen uzunluğu 8'e bölerek bir kenarın uzunluğunu bulmuş ve çevreyi hesaplamak için bu değeri dörtle çarpmıştır (Üslü İfadelerle İlişkilendirme). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün ?

Ahmet: İkinci karesi , üçün karesi... şeklinde yazmış yedinci adımda sekizin karesi olacak.

100cm'yi sekize böldüm. Kenarı buldum. Dört ile çarptım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in çözüm süreci, üslü ifadeler ve kesirler arasındaki ilişkiyi kavradığını göstermektedir. Özellikle, her adımın geometrik şekil örüntüsünü ve bu örüntülerin matematiksel ifadelerle nasıl ilişkilendirileceğini anlamıştır. Ahmet, üslü ifadeleri kullanarak her adımdaki kare sayısının nasıl hesaplanabileceğini ve bu bilginin karenin çevresini bulmak için nasıl kullanılabileceğini açıkça göstermiştir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümlene becerisini göstererek her adım için kenarın karesini alarak (2'nin karesi, 3'ün karesi...) bir dizi oluşturmuştur. Bu dizinin bir kuralına göre, 7. adımda 8'in karesini alarak devam etmiştir. Yorumlama becerisini, üslü ifadeler ve kesirler arasındaki ilişkiyi yorumlayarak, her adımdaki kare sayısını ve bu karelerin çevresini hesaplayabilmesiyle ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, örüntünün adımları için üslü ifadelere uygun çözüm stratejisini belirlerken kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözmek için üslü ifadeler ve kesirler arasındaki ilişkiyi kullanarak matematiksel çözümler geliştirmesiyle sergilemiştir. Her adımda kare sayısını hesaplamayı ve bu bilginin çevre hesaplaması için kullanmayı, problem için çözüm yolları üretmiştir. Ahmet, bu süreçte matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuçlara ulaşmıştır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, üslü ifadeler kullanarak defterin tam ortasındaki sayfaları bulma yöntemine başvurmuştur. Soruda istenen orta sayfa numaralarını toplam sayfa sayısını yarısını bularak üslü bir biçimde ifade ederek soruyu çözmüştür. Böylece, defterdeki kağıt sayısı ile üs arasında 2'nin doğal kuvvetlerini kullanarak bir ilişki kurmuştur (Üslü İfadelerin Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Ahmet: Bu soruda numarasının bir eksiği kadar üs oluyor. 2^6 kağıtta 2^8 sayfa oluyor. 127, 128, 129,130 ortadaki sayfaları çarpıyoruz. 2^{510} oluyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in soruyu çözme biçimi, üslü ifadeleri ve onların bir aritmetik örüntü içindeki kullanımı arasındaki ilişkiyi anlama ve uygulama becerisini göstermiştir. Ayrıca, defterin tam ortasındaki sayfaları belirleyebilme ve toplam sayfa sayısının yarısını hesaplayabilme becerisi, kavramsal anlama düzeyine işaret eder.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümlene becerisini göstererek kâğıt ve sayfa numaraları arasındaki ilişkiyi anlamakta kullanmıştır. Kâğıt sayısını temsil eden üslü ifadeyi 2^6 'yı kullanarak toplam sayfa sayısını 256 bulmuştur. Yorumlama becerisini, ortadaki sayfa numaralarının üssün bir fazla olduğu düşüncesinden kaynaklanmasıyla ifade etmiştir. Sayfa numaralarının 127, 128, 129 ve 130 olduğunu belirleyip ve sayılardan üsleri belirleyerek çarparak üslerin toplamını bulmuştur. Çıkarım yapma becerisini, matematiksel örüntüyü fark ederek ve bu örüntüyü kullanarak, ortadaki sayfaların numaraları bulurken kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Ahmet'in sorunu çözerken geliştirdiği matematiksel çözümler, üslü ifade kavramını doğru şekilde kullanmasını ve defterin tam ortasındaki sayfa numaralarını bularak çözüm stratejisine uygulamasını içermesiyle sergilemiştir. Ahmet'in üslü ifadeleri sayfa sayılarına dönüştürme ve kâğıt-sayı ilişkisini kullanarak problemi çözmek için stratejik bir yaklaşım geliştirdiği görülmektedir. Ahmet, bu süreçte matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuçlara ulaşmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, üslü ifadelerin geometrik kavramlarla ilişkisi bağlamında problemi çözmek için doğrudan gözlem ve çıkarımlar yapmıştır. 2. adımın yarısının 2^9 olduğunu belirleyerek, ardından 1. adımın bu değer olduğunu ve numarasının sekiz fazlasının üssü olduğu için 2^{30} olduğunu hızlı bir şekilde çıkarım yaparak sonuca varmıştır (Üs ve Örüntünün Adım Sayısı İlişkisi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Ahmet: 2. Adımı yarısı 2^9 olduğu için , birinci adım 2^9 dur. Numarasının sekiz fazlası üs olduğu için 2^{30} oldu

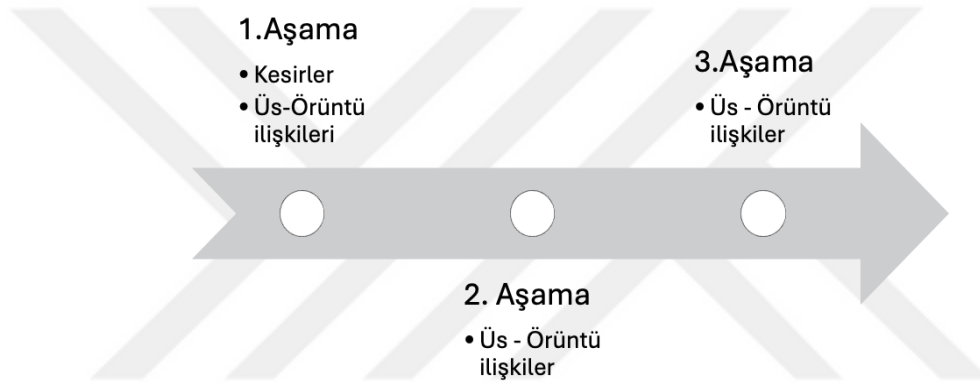
Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in farkın 8 oluşunu gözlemleyip bunu kullanarak üs ile adım sayısı arasında, bir geometrik dizide ya da üslü ifadelerdeki bir örüntüyü kullanarak ilgili adımlar arasındaki ilişkiyi bulabilmektedir.

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümlene becerisini göstererek verilen adımın yarısının üssü olarak alınabileceğini belirtmiş ve 2. adımın yarısı olan 2^9 ile ilgili bir bağlantı kurmuştur. Yorumlama becerisini, karenin alanlarını ifade ederken kullanılan üsleri incelemesi ve üslü ifadelerin örüntüsünü anlamasıyla kullanmıştır. Çıkarım yapma becerisini, verilen bir adımın üssü ile ilgili bir örüntüyü fark ederek ve bu örüntüyü kullanarak gerekli çıkarımları yaparak sonuca ulaşmasıyla göstermiştir.

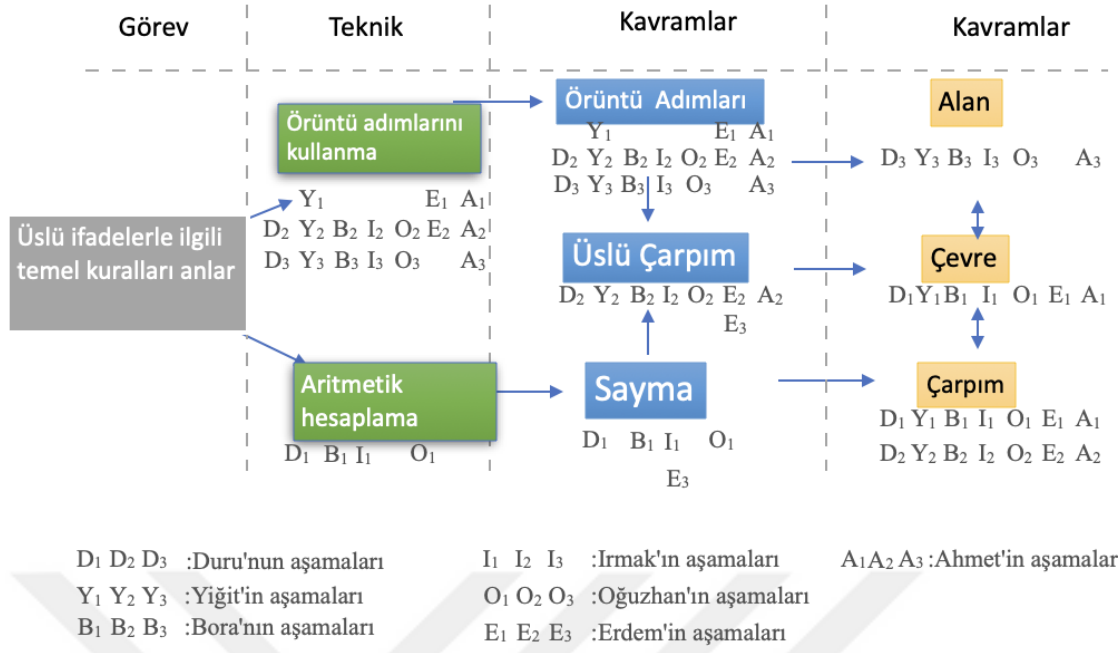
Matematiksel Problem Çözme becerisinde, yansıtma becerisini Ahmet'in matematik becerileri ve kavramsal anlama düzeyi, üslü ifadeler ve örüntüler konusunda ilişkileri görebilmesiyle sergilemiştir. Üslü ifadeleri geometrik kavramlarla ilişkilendirerek ve örüntüleri fark ederek karmaşık problemleri çözebilmektedir.



Şekil 4-33. Ahmet'in kullandığı kavramlar

Ahmet üslü ifadeler ile örüntüler arasında bütün aşamalarda üs ve örüntü arasındaki ilişkileri fark etmiştir.

Üslü ifadeler ve Geometrik Kavramlar BTMS Bulgularına Genel Bakış



Şekil 4-34.Üslü ifadeler ve Geometrik BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramlara Yönelik Lokal Sit

Bu lokal sit, öğrencilerin üslü ifadeler ve geometrik kavramlar konularındaki kullandıkları teknikleri ve kavramları görsel olarak özetlemektedir. Görselde, öğrencileri (Duru, Yiğit, Bora, Irmak, Oğuzhan, Erdem ve Ahmet) farklı aşamalarda gözlemleyebiliyoruz. Öğrencilerin isimlerinin baş harflerinin yanında yer alan indisler, her bir öğrencinin farklı aşamalarda hangi kavramları kullandığını açıkça göstermektedir. Böylece öğrencilerin kavramsal gelişimleri ve çözüm stratejilerindeki ilerlemeleri aşama aşama takip edilmektedir.

4.3 Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Bulguları

Bu bölümde, öğrencilerin olasılık ve karşılaştırma kavramlarına ilişkin beceri temelli soruları nasıl çözdüğü incelenmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejileri, kavramsal anlama düzeyi ve matematiksel becerileri üç ana başlık altında değerlendirilmiştir.

4.3.1 Duru'nun Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, olasılıkları karşılaştırmak için içler-dışlar çarpımı yöntemini kullanıyor. Duru, bir alternatif olarak payda eşitleme yöntemini de düşünmüş fakat kendi yaptığı yöntemi daha basit ve anlaşılır bulduğunu ifade etmiştir (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Üçüncü soruda olasılıkları buldun nasıl anladın?

Duru: Çünkü bunları 21 ile çarpacaktık. Sonra bunu bununla çarparsam 25 oluyor. Bunu bununla çarpınca daha küçük sayı oldu diye

Öğretmen: Çapraz mı çarptın? Başka nasıl yapabiliriz?

Duru: Evet. İkisini 60'ta eşitledik evet payda eşitleme.

Öğretmen: Hangisi daha kolay senin için?

Duru: Benim yaptığım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Olasılıkların nasıl karşılaştırıldığı ve basit olasılık hesaplamaları hakkında bilgi sahibidir. Kendisine daha kolay gelen yöntemi bulma ve kullanma becerisi, kavramsal anlama düzeyinde sadeliği işaret etmektedir (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek olasılık hesaplamalarını yaparken kesirleri doğru bir şekilde uygulamış ve olasılık değerlerini hesaplamıştır. Yorumlama becerisini, farklı olasılık değerlerini karşılaştırarak kavanozlar arasından en düşük ve en yüksek olasılıklı sonuçların olacağını belirlemesiyle göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, payda eşitleme ve içler-dışlar çarpımı gibi yöntemlerle çeşitli karşılaştırma yöntemlerini seçerek ve yüzdeye dönüştürme işlemleri yaparak kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini soru kapsamında, seçilen yöntemleri kullanarak olasılık değerlerini

karşılaştırmak ve yüzdelik oranları yazarak problemi çözme becerisini kullanmasıyla sergilemiştir.

Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma becerisini yapılan olasılık hesaplamalarını yaparken ve kesir karşılaştırmalarının sonuçlarını yorumlarken, bu sonuçların ne anlama geldiğini anlayarak verilerle çalışma ve dayalı karar verme becerisini göstermesiyle sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, kavanozların olasılık değerleri hesapladıktan sonra kesirleri karşılaştırmak için paydaları eşitlemeyi tercih etmiştir, Buna göre çözüme devam ederek yüzdelik değere ulaşmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: karşılaştırmayı nasıl yaptın?

Duru: Paydaları eşitledim. Toplam 50 tane oluyordu, burada 21 tane erkek oluyordu, yüzde sordu için %42 .

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, kesirleri karşılaştırmak ve yüzde hesaplaması yapmak arasında ilişki kurmuş, yani toplam sayıya göre bireylerin yüzdesini bulmuştur. Duru'nun karşılaştırdığı kesirleri toplayarak genişleterek yüzde değerine dönüştürebilmiştir (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek sınıflara ait olasılık değerlerini bularak çözmeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, payda eşitleme kullanarak yaptığı karşılaştırmayı doğru bir şekilde yorumlaması ve yüzdelik değer ile yanıt vermesiyle ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, payda eşitleme ve hesaplama gibi yöntemleri pratik bir soru bağlamında kullanarak, öğrencilerin çeşitli sınıflardan bir erkek öğrenci başkanı seçme olasılıklarını yüzde olarak belirleyebilecek matematiksel çıkarımlar yapmayı başararak göstermiştir.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemde verilen sayıları kullanarak ve payda eşitleme yöntemiyle çözümler geliştirmesiyle ortaya koymuştur. Kesirleri genişleterek yüzdeye dönüştürme sürecini de içerisine katacak şekilde bu yöntemi uygulamıştır.

Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini Duru'nun çözümü, olasılık değerleri bulma konusunda ve karşılaştırma konusunda elde ettiği veriler ile doğru yüzdelik sonucu hesaplayarak, veriye dayalı karar verme sürecinde etkili bir yol izlediğini göstermesiyle sergilemiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, problemin çözümünde olasılık değerlerini hesapladıktan sonra paydaları eşitleme yöntemini kullanmıştır. Çözümün devam da olasılık değerini aritmetik olarak artırmayı seçmiştir (Olasılık Değerlerini bulmak, Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl karşılaştırma yaptın?

Duru: Burada paydaları eşitledim.

Öğretmen: Evet

Duru: En az dördüncü oluyordu.

Duru: Sonra birinci ile paydalarını eşitledim.

Öğretmen: Neden birinci ile eşitledin?

Duru: Çünkü en fazla o, en fazlayı geçmesi gerekiyor. O o öyle olunca en az üç tane koymamız gerekiyor.

Öğretmen: Onu nasıl anladın?

Duru: Bir ve iki denedim olmadı, üç denedim oldu.

3-3

Kavanoz	Beyaz	Siyah	Yeşil	Sarı
1	14	16		
2	5	7		
3	7		8	
4	8			12

1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?

3

Şekil 4-35.Duru'nun 3-3. soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, olasılık değerlerini kesirlerle karşılaştırırken paydaları eşitleme yöntemini kullanmıştır. En düşük olasılıklı kavanozu en yüksek olasılıklı hale getirmek için aritmetik hesaplama yöntemini tercih etmiştir. Pay ve paydadaki değişimlerin

oluşturduğu yeni değerleri karşılaştırarak sonuca ulaşmıştır. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

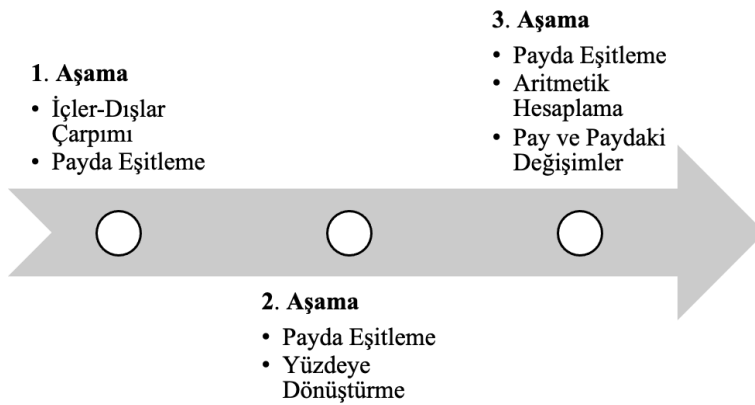
Matematik Becerileri

Matematiksel muhakeme becerileri açısından Duru, öncelikle çözümleme becerisini olasılık değerlerini hesaplayarak göstermiştir. Yorumlama becerisini, "En az dördüncü oluyordu" ifadesini kullanarak, verilen bilgiler üzerinden hangi kavanozdan beyaz renk bilye seçilme olasılığının en düşük olduğunu anlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini ise "En fazlayı geçmesi gerekiyor" ve "En az üç tane koymamız gerekiyor" ifadeleriyle, olasılık değerini artırmak için gereken minimum bilye miktarını belirleyerek göstermiştir.

Matematiksel temsil becerileri açısından, kesirleri olasılık değerlerinin temsili olarak kullanarak temsillerden yararlanma becerisini sergilemiştir.

Matematiksel çözümler geliştirme becerisi kapsamında, en yüksek olasılık değerini geçmek için kaç adet bilye eklemesi gerektiğini bulmak amacıyla aritmetik bir çözüm yöntemi geliştirmiştir.

Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi açısından, sorunu çözerken deneme yöntemini kullanarak hangi kararın soruna daha iyi bir çözüm sunduğunu belirlemiştir. Bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini, sayıları deneyerek bulduğu sonucu, deney sonuçlarına dayalı bir yorumlama olarak göstermiştir.



Şekil 4-36.Duru'nun kullandığı kavramlar

4.3.2 Yiğit'in Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra karşılaştırılabilir olmaları adına olasılık değerlerinin paydalarını eşitlemiştir. Çözüm stratejilerinde belirtilen "Payda Eşitleme" ile çözmüştür (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Hesapladığın olasılık değerlerinden 4.'ünün daha az olasılıklı olduğunu nasıl anladın?

Yiğit: Bunların paydalarının ortak bir katı var.

Öğretmen: Neden Payda eşitledin?

Yiğit: Toplamları eşit olsaydı daha çabuk ayırt edebilirdim.

Öğretmen: Başka bir çözüm yolu biliyor musun?

Yiğit: sadeleştirerek, çapraz çarparak içler dışlar çarpımı yaparak bulabilirdim. Ama uzun sürerdi.

Kavramsal Anlama

Yiğit, paydalar eşit olduğunda olasılık değerlerinin daha kolay karşılaştırılabileceğini belirtmiştir. Paydaların ortak bir katı bularak, olasılık değerlerini karşılaştırmış ve en büyük olasılık değerini belirleyebilmiştir (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematiksel Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisi olasılık değerlerini hesaplayarak çözüme başlamasıyla kendini göstermiştir. Yorumlama becerisi, olasılık değerlerini karşılaştırmayı payda eşitleme ile yapmayı seçmesi ve beyaz renkli olma olasılığı en az ve en çok olan olasılık değerlerini belirleyebilmesinde ortaya çıkmıştır. Çıkarım yapma becerisi, farklı karşılaştırma yöntemlerini bilmesi ve bunlar arasında en pratik olanı seçmeyi tercih etmesiyle, payda eşitleme ve içler-dışlar çarpımı yapmayı bilmesi ve bu yöntemlerden hangisinin daha verimli olacağını ayırt edebilmesinde görülmüştür.

Matematiksel problem çözme alanında, Yiğit'in matematiksel çözümler geliştirme becerisi, seçilen çözüm yöntemi ile olasılık değerlerini karşılaştırarak problemi analiz etmesi ve uygun yöntemleri kullanarak karşılaştırılabilir veriler elde

etmesinde kendini göstermiştir. Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi, bulgulara ulaşma ve yorumlama sürecinde etkili bir yol izlediğini göstermektedir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit olasılık değerlerini hesapladıktan sonra paydaları 120 olarak eşitleyerek, farklı paydaları olan olasılık değerlerini karşılaştırılabilir hale getirmiştir. Yiğit, en çok ve en az erkek öğrencinin bulunduğu sınıfları belirlemiş ve bunu yüzde olarak ifade etmiş, böylece soruda istenilen karşılaştırmayı yapmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Karşılaştırdın olasılıkları?

Yiğit: Burda farklı paydalar var, bunları 120 de eşitledim. Erkekleri sorduğu için en çok D’de en az da B’de var bu iki sınıfta bir yerde topluyor. 50 oluyor paydası yüzde için 2 ile çarpmam gerekiyor. Yüzde 50 de 21 ikiyle çarparak %42 yapıyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit olasılık değerleri kesirleri karşılaştırma ve yüzde hesaplarını bu soruda bir arada kullanırken olasılık değerlerini sistemli bir şekilde kategorize ederek değerlendirme yapabilmıştır (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel muhakeme alanında, çözümleme becerisi olasılık değerlerini hesaplayarak çözüme başlamasıyla görülmüştür. Yorumlama becerisi, kesirleri genişletmiş ve bu genişletilmiş kesirleri yüzde değerlerine dönüştürmüş; olasılık değerlerini yüzde olarak ifade ederek karşılaştırmasında ortaya çıkmıştır. Çıkarım yapma becerisi, payda eşitleme sonucu elde edilen değerleri kullanarak sonuçlar hakkında doğru çıkarımlar yapması ve erkek olma olasılıkları en çok ve en az olanları saptayabilmesinde görülmüştür.

Matematiksel problem çözme alanında, Yiğit’in karşılaştırma için kesirleri kullanarak bir sorunu çözmesi ve kesirlerden yüzdeye geçiş yapabilmek için gerekli matematiksel işlemleri başarıyla tamamlaması, problem çözme becerisini göstermektedir. Matematiksel çözümler geliştirme becerisi, standart bir format kullanarak çözüm üretmesinde kendini göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit olasılık değerlerini hesapladıktan sonra tüm paydaları aynı sayıya eşitleyerek, kıyas yapılabilir hale getirerek karşılaştırma yapmıştır. En çok olasılık değeri oluştururken aritmetik olarak pay ve paydayı artırmayı seçmiştir. Oluşan değer karşılaştırmasını içler dışlar yöntemiyle yapmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak, Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Yiğit: Kutularda farklı sayıda toplar var, Paydaları 60 yaptım. Paylarla karşılaştırdım.

7/15'den büyük bir olasılık istiyor. Çapraz çarparak bunları ...

Öğretmen: Neden burda çapraz çarptın?

Yiğit: Aynı şey oluyor.

3-3.

1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?

3-4.

Şekil 4-37. Yiğit'in 3-3. Soruya verdiği cevap

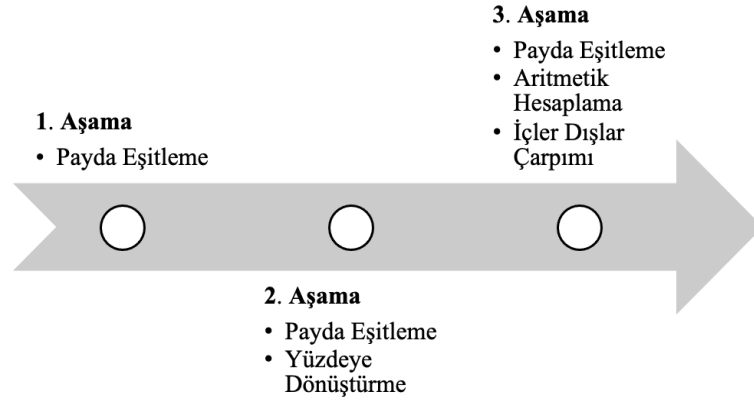
Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, olasılık değerlerini karşılaştırmak için önce paydaları ortak bir değere dönüştürmüştür. En yüksek olasılık değerini oluşturma sürecinde aritmetik artırma yöntemini kullanmıştır. Daha sonra karşılaştırmayı içler dışlar çarpımı yöntemiyle yapabilmıştır. Bu yöntemin de benzer bir karşılaştırma yöntemi olduğunu belirtmiştir. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

Matematik Becerileri

Yiğit, olasılık değerlerini belirleyerek çözümlemeye başlamış ve "7/15'ten büyük bir olasılık istiyoruz" ifadesiyle verilen bilgileri yorumlayarak aradığı olasılığı tanımlamıştır. İçler dışlar çarpım yöntemini kullanarak çapraz çarpma işlemiyle gerekli sonucu çıkarmış ve farklı bir karşılaştırma yöntemini üç aşamanın sonunda sergilemiştir. Olasılık değerlerini kesirleri ile işlemler yaparak matematiksel temsilleri kullanmıştır. Yiğit, içler dışlar çarpımını kullanarak özel bir durumu çözmüş ve

kullandığı karşılaştırma yöntemini değiştirmiştir. Değerleri yorumlayarak bir olasılık değerinin yeterince büyük olup olmadığını anlamıştır.



Şekil 4-38. Yiğit'in kullandığı kavramlar

4.3.3 Bora'nın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, olasılık değerlerini bulduktan sonra karşılaştırma yapmak için içler-dışlar çarpımı yöntemini kullanmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın en az oranı?

Bora: Karşılaştırdım.

Öğretmen: Nasıl karşılaştırdın?

Bora: Mesela $8/20$ ve $7/15$ şunları çarptım 140 burası da 120 ...

Öğretmen: İçler dışlar çarpımı?

Bora: Evet

Öğretmen: Başka yol biliyor musun?

Bora: Payda eşitlemek

Kavramsal Anlama Düzeyi:

Bora'nın içler-dışlar çarpımı kullanarak kesirleri karşılaştırabilmesi, kesir kavramını ve farklı kesirlerin birbiriyle ilişkisini anladığını göstermektedir. Olasılık hesaplamaları ve karşılaştırma yaparken matematiksel kavramları uygulayabilmektedir (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini hesaplayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, sonuçları

karşılaştırırken ve en düşük olasılık değerini bulurken kesirlerin büyüklüklerini anlama ve sıralama yoluyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, kendisine sunulan içler-dışlar çarpımı yöntemi dışında başka bir yöntem (payda eşitleme) de bildiğini ifade ederek ve çeşitli karşılaştırma yöntemleri arasından seçim yaparak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde ise, matematiksel çözümler geliştirme becerisini temel kesir işlemlerini kullanarak ve alternatif karşılaştırma yöntemlerinin farkında olarak, uygun metotları uygulama konusunda sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra kesirleri karşılaştırırken içler ve dışlar çarpımı yöntemini kullanmaya devam etmiştir. En az ve en çok olasılık değerine sahip olan sınıfları birleştirerek gerekli yüzdelik değeri belirleyebilmiştir (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Burda karşılaştırmayı nasıl yaptın?

Bora: Yine çarptım (içler dışlar). 50 de 21 çıkmıştı. 2 ile çarptım yüzde 42 oldu.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora olasılık değerlerini kesirlerle karşılaştırma yaparak ve yüzde hesaplamalarını bir arada kullanabilmiştir (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini hesaplayarak çözüme başlamıştır. Yorumlama becerisini, erkek olma olasılığı en az ve en çok olasılık değerine sahip olan sınıfları belirleyerek ve birleştirerek sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, olasılık değerlerine içler dışlar çarpımı yaparak belirlediği sınıfları birleştirmiş ve olasılık değerini yüzdeye dönüştürerek kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini yüzde hesaplamasını yapabilmek için kesirleri genişletme ve içler dışlar çarpımı gibi yöntemleri kullanarak sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde ise, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini problem çözme sürecinde olasılık değerlerini karşılaştırarak ve yeni olasılık değerlerini yüzde olarak ifade ederek göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, olasılık değerlerini ve kesirlerin değerlerini zihinsel olarak karşılaştırarak ve ardından içler dışlar yöntemini kullanarak olasılıkları analiz etmiştir. Eklenen değeri bulmak için deneme yöntemi kullanmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak, Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: En az olanı nasıl anladın?

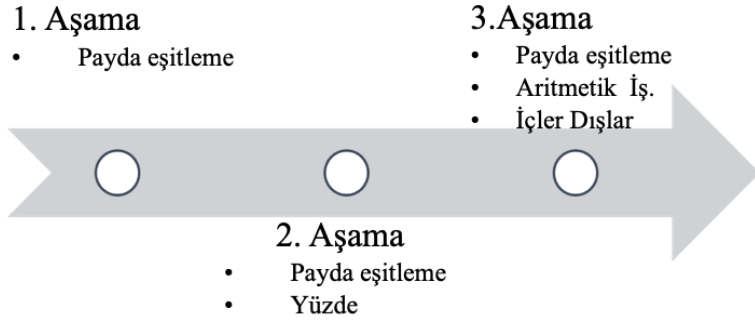
Bora: İçler dışlar yaptım. Sonra da 2 ekledim. Sonra 3'ü denedim çıktı.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora, olasılık değeri üzerinde zihinsel işlem yapma becerisi göstermiştir. Kesirleri kullanarak ilgili olasılık kavramlarını anlamış olduğu görülmektedir. Aritmetik işlemleri zihinden yaparak ve deneme yöntemini kullanarak daha ekonomik bir çözüm yolu bulmuştur. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini hesaplayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, en az olan olasılığı tespit etmek için içler dışlar yöntemini kullanarak ve nereye kaç tane bilye ekleyeceğini belirleyerek sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, deneme yaparak 2 ve sonra 3 bilye ekleyip durumları test etmesiyle kullanmıştır. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini sorunun çözümünde kesirleri ve içler dışlar yöntemini kullanarak sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini deneme yöntemiyle en yüksek olasılığa ulaşmak için gereken adımları belirleyerek ve kendine has bir yöntem benimseyerek göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini denemeler sonucu elde ettiği çıktıları değerlendirerek en az olanı belirleyerek ortaya koymuştur.



Şekil 4-39. Bora'nın kullandığı kavramlar

4.3.4 Irmağın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

İrmak, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra karşılaştırma yapmak için paydaları eşitleme stratejisini kullanmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

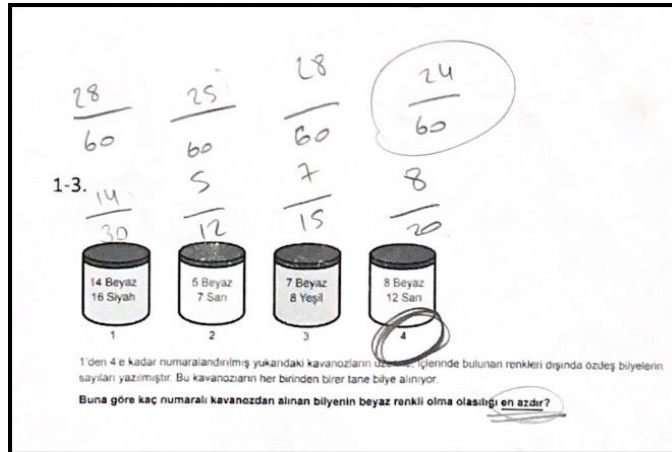
Öğretmen: Karşılaştırmayı nasıl yaptın?

İrmak: paydalarını eşitledim.

Öğretmen: Neden payda eşitledin?

İrmak: Normalde kat ilişkisine bakıyorum, hepsi ikiden fazlaydı. o yüzden onu yapamadım, hepsi birbirine yakın zaten.

Öğretmen: Başka bir yol var mı? İrmak: Payı paydaya bölerdim.



Şekil 4-40. İrmak'ın 1-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, payda eşitlemenin dışında, kesirlerin karşılaştırılmasında kat ilişkisine bakma yöntemini de düşünmüştür ancak diğer bir yöntemle yönelmiştir. Ayrıca, kesirleri ondalık sayılara dönüştürmek amacıyla payı paydaya bölerdim dediği stratejiyi işaret ederek, alternatif bir yöntem konusunda da bilgi sahibi olduğunu belirtmiştir (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek öncelikle olasılık değerlerini belirlemiştir. Yorumlama becerisini, payda eşitleme stratejisini kullanarak olasılık değerlerini büyüklükleri arasındaki farkları anlayıp doğru bir şekilde karşılaştırarak ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, farklı bir yöntem bulmaya çalışarak ve değerler birbirine yakın olduğu için olasılık değerlerini payda eşitleyerek karşılaştırma yaparak kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, sorunun çözümleme ve yorumlama adımlarında çözüm stratejileri belirleyip uygulayarak becerisini sergilemiştir.

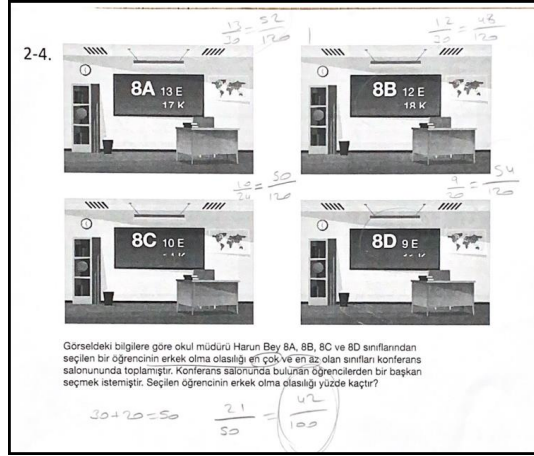
2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra paydaları yakın olan kesirler arasında karşılaştırma yapabilme kolaylığı için payda eşitleme yöntemini tercih etmiş. Eşitlenmiş paydalar arasından en küçük ve en büyük payları belirlemiştir. Kesir değerini yüzdelik ifadeye çevirmek için standart bir işlem olan genişletmeyi kullanarak paydayı 100'e çıkarmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Irmak: paydaları yakın olduğu için paydaları eşitledim. En az olanı B olanı, en fazla da D, iki sınıfın toplam öğrenci sayısı 50, erkekleri buldum 21 oldu. 21/50 yüzde istediği için yine paydasını eşitledim (100'e genişletme).



Şekil 4-41. Irmak'ın 2-4. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Olasılık kavramını, kesirlerin karşılaştırılması ve yüzdeye dönüştürülmesi konularında kavramsal anlama düzeyini etkili şekilde kullanmıştır (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek sınıfların olasılık değerlerini tespit etmiştir. Yorumlama becerisini, kararı verirken neden payda eşitlemeyi kullandığını açıklayarak ve matematiksel işlemler ile bu işlemlerin sonucu olan yüzde değerlerini yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, verilen bilgilerden yola çıkarak en düşük ve en yüksek olasılık değerini seçmiş ve bu seçimi yaparken payda eşitlemeyi kullanmayı tercih ederek göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini öğretmenin "Nasıl seçtin?" sorusuna verdiği cevapla çözümü nasıl geliştirdiğini açıklayarak ve eğitimde öğrendiği stratejileri etkin bir şekilde kullandığını ortaya koyarak sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini eşitlenen payda sayesinde elde ettiği 21/50 ve genişletme sonucu elde ettiği yüzde değerini kullanarak bulgulara ulaşmış ve bu bulguları yüzde ifadesi olarak yorumlamıştır.

3. Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, olasılık değerlerini hesaplayarak payda eşitleme yöntemini kullanarak karşılaştırma yapmış ve olasılık değerini artırmak için deneme yöntemiyle aritmetik işlem yapmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak, Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl karşılaştırdın?

Irmak: Ben yine bunların paydalarını eşitledim. Öyle olunca da en küçük 4. ıkıyor.

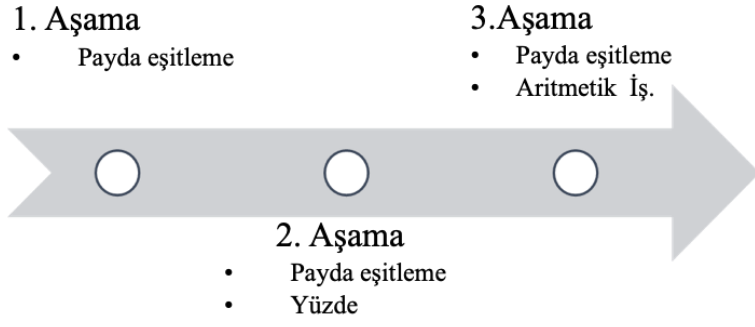
Buna bir tane eklese en büyüklerinden küçük oluyordu. Ben de iki tane ekledim.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, kesirleri payda eşitleme ve ardından en küçük değeri bulma yöntemini kullanmıştır. Bu yaklaşım, Irmak'ın kesirler ve olasılıklar konusundaki temel matematiksel kavramları anladığını ve aritmetik işlemlerle değişiklikleri kontrol edebildiğini göstermiştir. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümlene becerisini göstererek olasılık değerlerini hesaplayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, en küçük olasılık değerinin hangisi olduğunu payda eşitleyerek karşılaştırma yaparak ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, belirli bir durumda en küçük olasılık değerine sahip seçeneği bularak ve bu olasılık değerini daha yüksek yapacak şekilde iki adet bilye daha ekleyerek artırmak göstermiştir. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini payda eşitleme yöntemi kullanarak kesirleri karşılaştırma sürecinde matematiksel bir temsili kullanarak sergilemiştir. Matematiksel Problem özme becerisinde, mevcut olasılık değerlerini değiştirmek için aritmetik işlemler uygulayarak ve deneme yöntemini kullanarak pratik çözüm getirmiştir. Matematiksel çözümler geliştirme becerisini, en yüksek olasılığa ulaşabilmek için bir tane daha eklersek en büyüklerden küçük oluyordu diyerek, bundan dolayı bir tane daha ekleyerek, iki tane eklemeyi tercih ederek kullanmıştır. Veri ile çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, olasılıkları karşılaştırma işlemini paydaları eşitleyerek başarıyla gerçekleştirmiştir. Bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini, kesirleri karşılaştırma işlemi sonucunda en düşük olanı bularak ve olasılığı artırmak için ne kadar eklemesi gerektiğini belirleyerek sergilemiştir.



Şekil 4-42. Irmak'ın kullandığı kavramlar

4.3.5 Oğuzhan'ın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, olasılık değerlerini hesaplayarak içler dışlar çarpımı yaparak iki kesri karşılaştırmış. Bu yolla en küçük olasılık değerini belirlemiştir (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: 1. ile 3.'nün olasılıkları eşitti onları eledim. 4. daha küçük Öğretmen: Nasıl anladın küçük olduğunu?

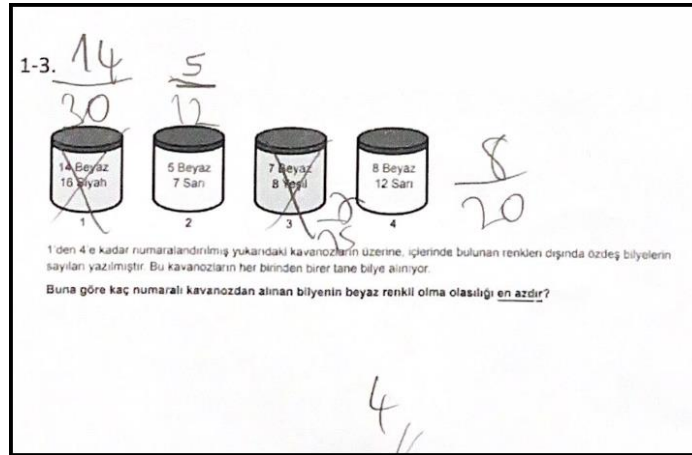
Oğuzhan: İçler dışlar çarpımı yaptım.

Öğretmen: Neden içler dışlar çarpımı yaptın?

Oğuzhan: Daha kolay olduğu için..

Öğretmen: Başka bir yöntem biliyor musun?

Oğuzhan: Orantı kullanabilirim.



Şekil 4-43. Oğuzhan'ın 1-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan'ın karşılaştırırken içler dışlar çarpımını tercih etmesi, kesirlerin pay ve paydalar arasındaki ilişkiyi çözümleyerek hızlı ve etkin bir şekilde sonuca ulaşmayı sağlar (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini bularak çözüme başlamıştır. Yorumlama becerisini, içler dışlar çarpımını kullanarak hangi değerin daha küçük olduğunu "daha kolay" olduğunu belirterek anlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, alternatif olarak orantı yöntemini düşünmesi ve farklı yöntemler arasından seçim yapabilmesi ile en uygun olanı uygulayabilmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, sorunu çözerken olasılık değerlerini doğru bir şekilde bulması ve karşılaştırma için içler dışlar çarpım yöntemini seçmesiyle hem doğru sonuca ulaşılabilirlik hem de verimli yöntemler kullanılabilirlik açısından becerisini sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuz sınıflara ait olasılık değerlerini bulduktan sonra karşılaştırma yaparken kesirlerin paydalarını eşitleme stratejisini kullanmıştır. "En yakın katına eşitledim" ifadesi, verilen kesirlerin paydalarını karşılaştırmak üzere aynı değere getirme işlemi uyguladığını gösterir. Payda eşitlemenin ardından, kesir değerini yüzde olarak ifade etmek amacıyla payda genişletme işlemi yapmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün? Karşılaştırmayı nasıl yaptın?

Oğuzhan: Eşitledim. En yakın katına eşitledim.

Öğretmen: Neden eşitledin?

Oğuzhan: En büyük ve en küçüğü yazmak için .

Kavramsal Anlama Düzeyi

Problemi çözerken, en büyük ve en küçük kesir değerlerini belirleyebilmek için payda eşitleme yöntemi tercih etmiştir. Oğuzhan'ın bu işlemi yaparken, kesirleri karşılaştırma ve yüzde hesaplama gibi temel matematik kavramlarını anladığı ve uygulayabildiği anlaşılmaktadır (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek sınıflara ait olasılık değerlerini bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, bütün sınıfların olasılık değerlerine göre sıralama yaparak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisiyle, karşılaştırma yaparken kullandığı yöntemi değiştirerek paydaları en yakın ortak katla eşitlemenin uygun olacağını düşünmüştür. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözerken sadece doğru cevaba ulaşmakla kalmayıp, aynı zamanda karşılaştırma yapmak için kullandığı stratejiyi değiştirerek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini karşılaştırma yaparken olasılık verileriyle çalışarak payda eşitleme yöntemini kullanması ve paydaları eşitleyerek elde ettiği sonuçları en büyük ve en küçük olasılık değerlerini yazmak için kullanmasıyla göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Kesirleri zihinsel karşılaştırma ve ardından deneme yaparak en çok olasılık değerini bulmayı hedeflemiştir. İçler dışlar çarpımını kullanarak kendi hesaplamalarını kontrol etmiştir, bu yüzden matematiksel ispat ve doğrulama metotlarından faydalanmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak, Karşılaştırma için İçler-Dışlar Çarpım Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: 1. ve 3. Eşit olasılıklıydı. 1. ve 3. 2. 'den daha büyüktü. 2 ise 4.'den büyüktü.

En az olanın en büyüğü geçmesini istiyor. O yüzden 1 versem; 9/20 oluyor.

Oğuzhan: Olmuyor ki! 3 versem 11/23

Öğretmen: Nasıl kontrol ediyorsun?

Oğuzhan: 20 ile 14, 30 ile 8 çarparak içler dışlar çarpımıyla kontrol ediyorum.

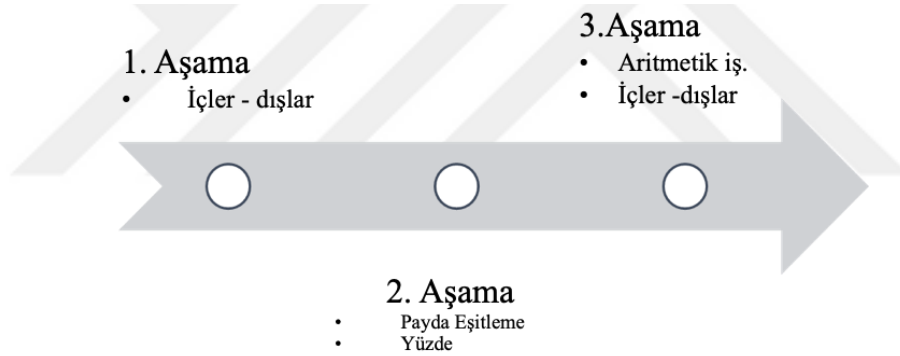
Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan, basit olasılık hesaplarını ve kesirleri zihinden karşılaştırarak anlayabilmiştir. Kesirlerle işlem yapma konusundaki anlayışını göstermiş ve bu kesirleri kullanarak olasılık değerini daha büyük hale getirmeyi aritmetik olarak zihinden yapabilmiştir. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek olasılıkları değerlerini bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama

becerisini, olasılık değerlerini büyüklüklerine göre karşılaştırarak hangi olasılığın daha büyük olduğunu yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisine göre, farklı miktarlar ekleyerek en büyük değeri elde etmeye çalışmış ve içler dışlar yöntemiyle kontrol etmiştir. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini kesirlerin karşılaştırılmasında ve kontrolünde içler dışlar çarpımını kullanarak matematiksel temsilleri etkili bir şekilde kullanarak sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, en büyük olasılık değerini bulma hedefine ulaşmak için birden fazla deneme yaparak problem çözme sürecini etkin bir şekilde yürütmüştür. Matematiksel çözümler geliştirme becerisini, birden fazla cevap deneyerek ve kontroller yaparak göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, karar verme sürecini olasılık değerlerini karşılaştırmaya ve çarparak kontrol etmeye dayandırmıştır. Bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini, problem çözme sürecinin sonunda elde ettiği sonuçları kesir karşılaştırmalarıyla yorumlayarak ve en uygun çözümü bulmak için bulgularını değerlendirerek sergilemiştir.



Şekil 4-44. Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar

4.3.6 Erdem 'in Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, olasılık değerlerinin bularak kesirleri karşılaştırmak için payda eşitleme yöntemini tercih etmiştir; bu yöntem, kesirlerin paylarını eşit paydalar üzerinden doğrudan karşılaştırabilme avantajını sağlar (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Olasılıkları nasıl karşılaştırdın?

Erdem: Payda eşitledim.

Öğretmen: Neden Payda eşitledin?

Erdem: Eşitleyince hepsinin paylarını karşılaştırırız.

Öğretmen: Başka bir yol biliyor musun?

Erdem: Bölerek yapabiliriz. Payda eşitlemek daha basit geldiği için kullandım. Çok virgül olabilir.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem, payda eşitlemenin kesirleri karşılaştırmak için neden kullanışlı bir yöntem olduğunun farkındadır. Hepsinin paylarını daha rahat bir şekilde karşılaştırabileceğini belirtmiştir. Erdem, olasılıkları karşılaştırmak için bölme işlemi yöntemini de biliyor ancak payda eşitlemenin daha basit ve anlaşılır olduğunu belirtmiştir (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, payda eşitlemenin diğer yöntemlere göre neden daha basit olduğunu ve neden tercih ettiğini açıklayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, payda eşitlemeyi tercih etmediği takdirde "çok virgül" olabileceğini belirterek, bölme işleminin potansiyel karmaşıklığını öngörmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, öncelikle olasılık değerlerini doğru bir şekilde bulduğu ve daha sonra kesirlerin paylarını karşılaştırmak için payda eşitleme yöntemini kullanarak problemi çözme sürecini tamamladığı anlaşılmıştır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

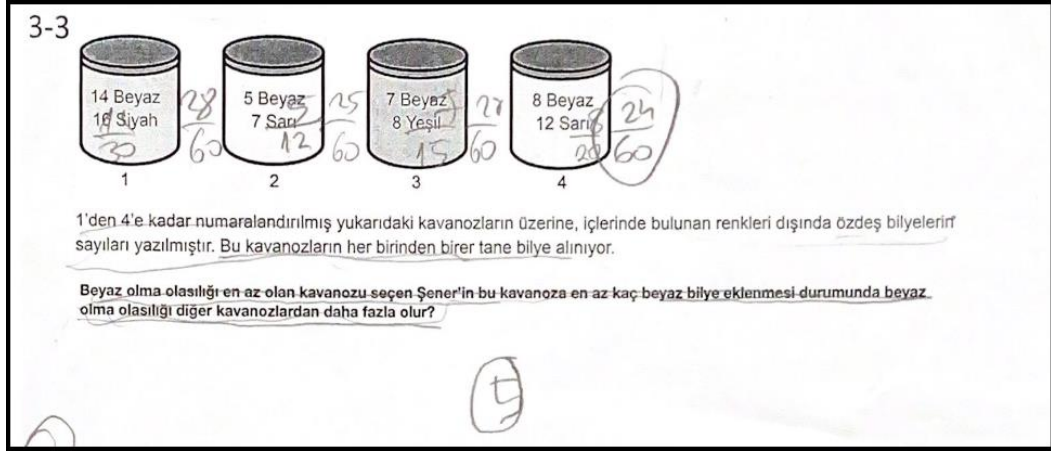
Erdem'in sınıflar ait olasılık değerlerini hesapladıktan sonra payları karşılaştırmak için paydaları eşitlemesi yapmış ve yüzdeye çevirerek kontrolünü sağlamıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Neden karşılaştırmayı payda eşitleyerek yaptın?

Erdem: Paydaları eşit olmadığı için payları karşılaştırmak için eşitledim.

Öğretmen: Yüzdeye nasıl çevirdin?

Erdem: 50 de 21 ise 100'de kaçtır dedim.



Şekil 4-45.Erdem'in 3-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

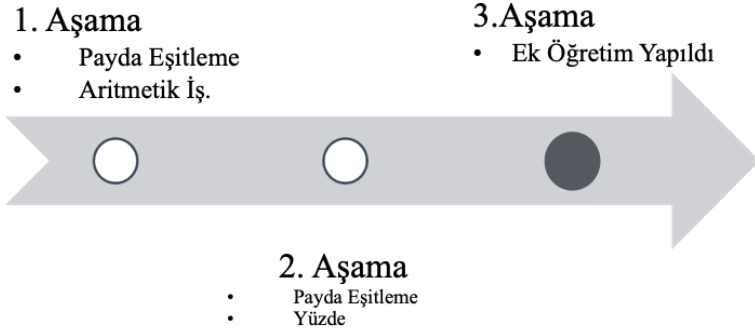
Erdem, olasılık kavramları ile kesirleri karşılaştırmayı tamamlamak ve olasılıkları yüzde cinsinden ifade etmek için gerekli olan payda eşitleme ve orantısal düşünme kavramlarını anlamış ve uygulamıştır (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini bularak başlamıştır. Yorumlama becerisini, olasılık değerlerini karşılaştırma yaparken payda eşitlemeyi ve orantısal düşünmenin yüzde hesabına nasıl uygulanacağını yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, karşılaştırma yöntemlerini yüzde değerine dönüştürmek için orantısal bir ifade kullanarak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemin verilmesine uygun şekilde stratejik adımlar uygulayarak ve kesirlerin karşılaştırılması ile yüzde olarak ifade edilmesi gibi belirli bir amaç uğruna matematiksel işlemleri birleştirerek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde; bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini bulduğu olasılık değerlerini yüzde gibi değerlere dönüştürmeyi planlayarak ve sonucu bularak kullanmıştır.

3.Aşama

Erdem'in ilgili soruda belirli bir çözüm yolunu seçtiği, ancak yanlış bir sonuç üretmiştir. Paydayı eşitleyerek başladığını, ancak paydayı değiştirmedeği için yanlış yaptığına dair geri bildirim verilmiştir.



Şekil 4-46.Erdem'in kullandığı kavramlar

4.3.7 Ahmet'in Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

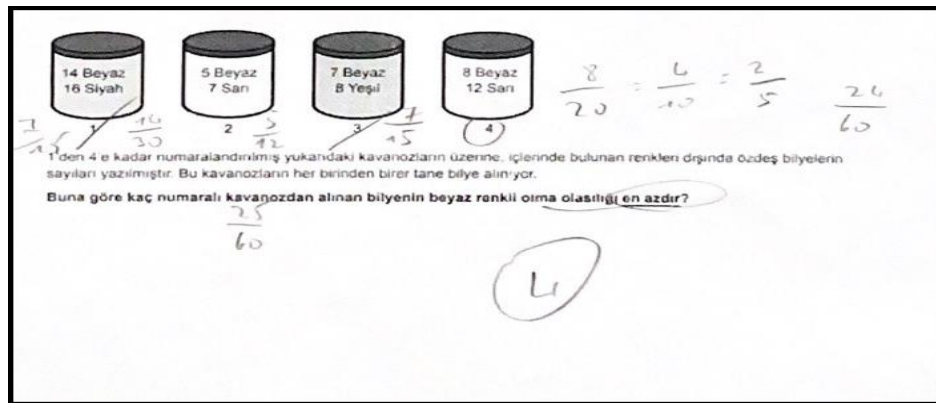
Ahmet, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra kesirleri karşılaştırmak için pay da eşitleme yöntemini kullanmıştır (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Karşılaştırmayı nasıl yaptın?

Ahmet: Payda eşitleyerek karşılaştırdım.

Öğretmen: Neden?

Ahmet: Payları karşılaştırmak için payı küçük olan daha küçük olur.



Şekil 4-47.Ahmet'nın 1-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Olasılık kavramını kesirlerin payda eşitlemeyi, payları daha kolay karşılaştırmak olduğunu biliyor. Ayrıca, payı küçük olan kesrin daha az olasılığa sahip olduğunu farkında olarak temel kesir kavramlarını uygulamıştır (Karşılaştırma ve Kesirler).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, payda eşitleme kullanma sebebinin payları karşılaştırmak için basit ve etkili bir yol olduğunu açıklayarak ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, olasılık hesaplarken ve kesirleri karşılaştırırken hangi yöntemin daha uygun olduğuna dair bir çıkarım yaparak ve payları doğrudan karşılaştırabileceği bir yöntemi seçerek göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, öğrendiği matematiksel yöntemleri uygulayarak ve olasılık değerlerini bulduktan sonra payda eşitleme yöntemiyle çözüm yaparak becerisini sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, olasılık değerlerini hesapladıktan sonra sorulan probleme çözüm bulma sürecinde özellikle payda eşitleme yöntemini kullanarak, payları karşılaştırılabilir hale getirmiştir. En büyük ve en küçük olasılığa sahip sınıfları belirlemek için bu stratejiyi tekrar kullanmış ve sonrasında yüzde hesaplamasını gerçekleştirmiştir (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl karşılaştırdın?

Ahmet: Payda eşitleyerek 60'a tamamladım. 8D en çok olan oluyor. En az ise 8B oluyor. Toplayınca 50 de 21 oluyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in kavramsal anlaması, karşılaştırma ve orantısal düşünme kavramlarını içermektedir. Yaptığı işlemler, farklı kavramları bir arada kullanabildiğini göstermektedir (Karşılaştırma ve Kesirler, Yüzde Hesaplama).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek olasılık değerlerini hesaplayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, iki sınıfın verdiği olasılığı eşit payda üzerinden belirleyerek bunu yorumlamış ve "8D en çok olan, en az ise 8B oluyor" demekle en çok ve en az olasılık değerine sahip sınıfları belirterek sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, "Toplayınca 50 de 21 oluyor" ifadesiyle, çıkarım yaparak karşılaştırdığı değerlerin yüzde cinsinden ifadesini bularak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler

geliştirme becerisini kesirleri eşit paydalara dönüştürmek ve bu bilgiyi toplam olasılığı bulmak için kullanarak sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini matematiksel işlemleri tamamlayıp sonuçları rasyonel bir şekilde yorumlayarak kullanmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, çözüm için olasılık değerlerini hesapladıktan sonra paydaları eşitleme yöntemini kullanarak başlamış ve aritmetik işlemlerle olasılık değerini artırmak için deneme yöntemine başvurduğunu göstermiştir (Olasılık Değerlerini bulmak ve Karşılaştırma için Payda Eşitleme Yöntemi ve Aritmetik Kullanımı). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl buldun?

Ahmet: Paydaları eşitleyerek buldum. 1 ekleyince olmadı, 2 ekleyince 5/11 yine geçemedi, bu sefer 3 ekledim deneyince oldu.

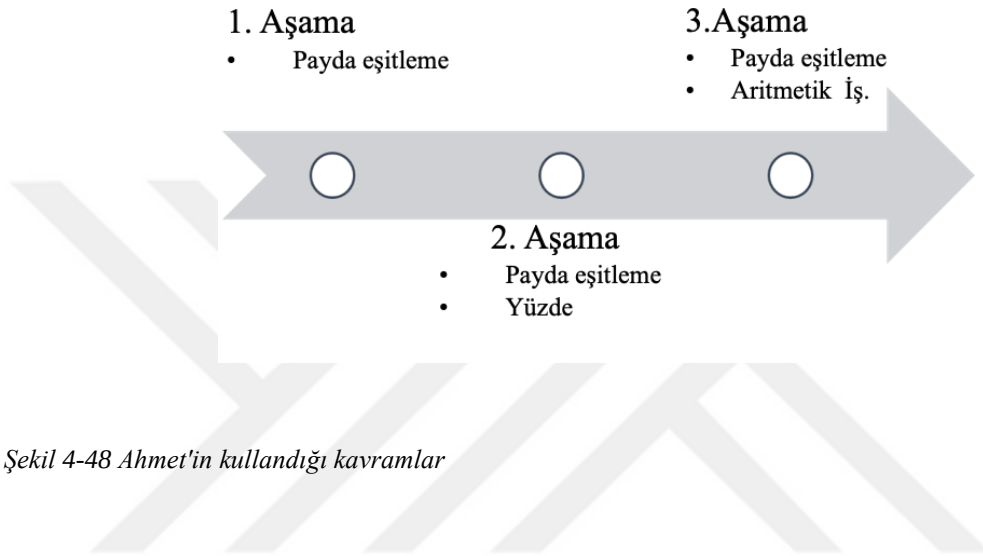
Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet, bu soruyu çözerken paydaları eşitleyerek karşılaştırma yapmıştır. Bu yaklaşım, onun kesirlerle ilişkileri rahatça kurabildiğini göstermektedir. Ayrıca, aritmetik işlemler kullanarak kesrin değerini en yüksek olasılıklı hale getirmek için gerekli artırmayı yapabildiğini göstermiştir. (Karşılaştırma ve Kesirler, Aritmetik ilişkiler)

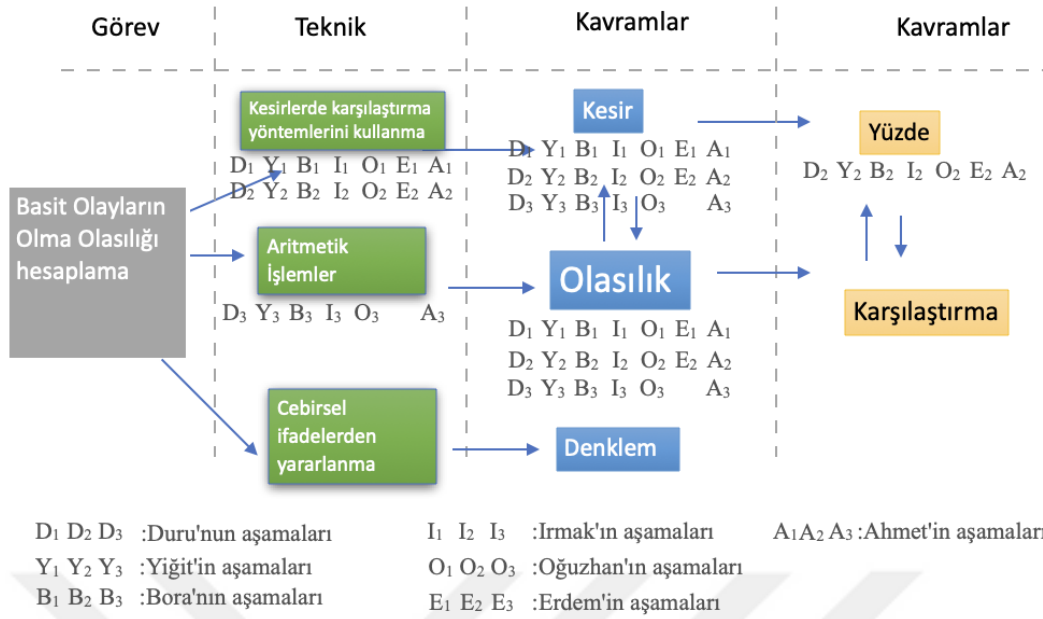
Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek olasılıkları hesaplayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, bilye ekleyerek olasılık artışını gözlemleyerek ve değerleri karşılaştırarak yorum yaparak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, her denemesinden sonra sonuçlara bakarak daha fazla miktarda beyaz misket eklemenin gerekliliğini payda eşitleyerek karşılaştırma yaparak göstermiştir. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini kesirlerin payda eşitlemelerini kullanarak matematiksel temsilleri uygun şekilde kullanarak sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, deneme yöntemiyle çözüm sürecini ilerletmiş ve farklı çözümler üretmeye çalışmıştır. Matematiksel çözümler geliştirme becerisini, en uygun çözüme ulaşmak için artan miktarları deneyerek ve çeşitli çözümler geliştirebildiğini göstererek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, değerlendirmeyi gerektiren bir problemin çözümünde deneme

yoluyla veri toplamış ve bu verilere dayanarak kararlar almıştır. Bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini, yaptığı denemelerden sonra elde ettiği sonuçları yorumlayabilmiş ve olasılığı artırmak için ne kadar daha eklemesi gerektiğine karar vererek göstermiştir.



Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Bulgularına Genel Bakış



Şekil 4-49.Olasılık ve Karşılaştırma BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramalara Yönelik Lokal Sit

Bu lokal sit, öğrencilerin olasılık ve karşılaştırma BTMS kullanırken sergiledikleri kavramsal anlama düzeyini ve problem çözme stratejilerini görsel olarak özetlemektedir. Görselde, öğrencilerin (Duru, Yiğit, Bora, Irmak, Oğuzhan, Erdem ve Ahmet) bu konudaki becerilerinin gelişimini üç aşamada gözlemleyebiliyoruz. Öğrencilerin kullandıkları temel kavramlar arasında olasılık, yüzde, kesirler ve karşılaştırma yer almaktadır. Öğrencilerin isimlerinin baş harflerinin yanında yer alan indisler, her bir öğrencinin farklı aşamalarda hangi kavramları kullandığını açıkça göstermektedir.

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümlene becerisini göstererek algoritmik işlemleri kullanarak ve çarpan sayılarını hesaplama gibi metodik yaklaşımları benimseyerek soruyu çözmeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, paydalarına bakarak sorunun çözümüne yönelik yaptığı karşılaştırmalar ile oranları yorumlayarak ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini; çarpan sayılarını asal çarpanlar ve üslü ifadeler kullanarak bulması, indirim oranlarını hesaplaması ile orantısal düşünme ve pratik çözüm yöntemleri uygulaması şeklinde kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini çarpan sayılarını ve indirim miktarlarını bulmak için algoritmik işlemler ve zihinden işlemler kullanarak, bilgiyi yaratıcı bir şekilde kullanarak ve yeni çözümler üreterek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini çarpan sayısını hesaplamak için asal çarpanları ve üslü ifadeleri kullanarak verileri formüle göre elde etmiş ve karşılaştırma yaparak göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, çarpan sayısının tek olma durumunu anlayarak işlemler yapmıştır. Verilen yüzde oranını sadeleştirerek başlayıp $1/10$ ifadesinden yola çıktığı ve çarpan sayısının tek olduğu durumları irdelerken bu oranı genişlettiği görülmektedir. Duru'nun kağıt üzerinde deneme yaparak ve sistemli bir şekilde işlem yaparak " $7/70$ " ve sonunda " $8/80$ " sonucuna ulaştığı belirtilmektedir (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: neden 80 yazdın?

Duru: 1 / 10 denedim, sonra onun kağıtlarını yaptım, tek olma olasılığı; tam kare sayıları yazdım. Ben genişlettim, işte 7 / 70 En son 8 / 80 oldu. 80'e kadar sekiz tane tam kare olduğu için öyle yaptım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, çarpanlar ve katlar konusunda tamkare sayıların çarpan sayılarının tek olması gerektiğini bilmektedir. Uygun aralığı kesirleri genişletme işlemi ile ilişkilendirerek bulmuştur (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

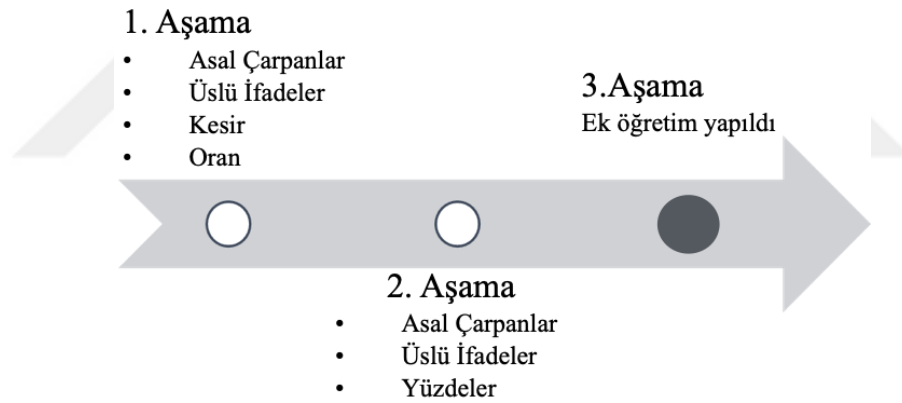
Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümlene becerisini göstererek tam kare sayıların tek çarpan sayısına sahip olduğunu çözümlenmiştir. Yorumlama

becerisini, 1/10 olasılık değerini genişletme işlemiyle uygun örnek uzay eleman sayısını bularak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, sonucu bulmak için tamkare sayılarla ve kesirlerle çalışması gerektiğini anlayarak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini çarpan sayısının tek olma ihtimalini sonuca ulaştırmak için yaratıcı bir strateji benimseyerek ve oranları düzgün bir şekilde genişleterek çözüm bulmasıyla sergilemiştir.

3.Aşama

Duru'nun "3.Aşama 2. Soru" üzerindeki ifadesi, öğrencinin çözümleme sürecinin bir noktada tıkanığını göstermektedir. Duru bu aşamada 24'ün bölenlerini bulmuş, ancak sorunun bir sonraki adımını nasıl gerçekleştireceğini anlayamamış. Duru, 24'ün bölenlerini çözümleme aşamasında tespit etmiş fakat bu bilgileri yorumlayıp, sorunun devamında nasıl kullanacağını anlamamıştır.

Duru: 24'ün bölenlerini buldum. Sonra ne yapacağımı anlamadım.



Şekil 4-51.Duru'nun kullandığı kavramlar

4.4.2 Yiğit'in Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit, çarpan sayılarını asal çarpanları üslü ifadeler olarak yazarak aritmetik işlemler kullanarak indirim oranını hesaplamıştır. Kesirleri paydalarına bakarak karşılaştırmıştır. Oranları bulurken indirim miktarlarını da hesaplamıştır (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın?

Yiğit: İndirim oranı azdır? Burda verilenleri yaptım. $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ bu da $\frac{1}{6}$ buda $\frac{1}{4}$ oluyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, bu bilgilerini kullanarak formüldeki verileri kesirlere dönüştürmüş, kesirleri sadeleştirmiş ve kesirlerin payda değerlerine göre karşılaştırabilmiştir. Kesirler ve çarpanlar arasındaki ilişkiyi anlamıştır (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek sayıların asal çarpanlarını üslü ifadeler şeklinde yazarak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, çeşitli indirim oranları arasındaki ilişkiyi görüp indirim oranının az olduğunu yorumlaması ve sayısal verileri karşılaştırabilmesi ile sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, çarpan sayısını bulmak için asal çarpanların üslü ifadesini kullanarak aritmetik işlem uygulayarak kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini çarpan ve asal çarpanları kullanarak indirim oranını hesaplama sürecinde stratejik düşünme sergileyerek göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini sonucunu yorumlama ve öğretmenin sorusuna "İndirim oranı azdır?" şeklinde yanıt vermesiyle sergilemiştir. Bu, elde ettiği veriler üzerinde düşündüğünü ve bunları mantıklı bir yargıya bağladığını göstermektedir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit, tamkare sayıların özelliğini (çarpan sayısının tek olması) ve çarpan sayıları ilişkisini kullanarak sorunu çözerken belirli bir strateji izlemiştir. Yüzde oranını sadeleştirme ve genişletme yoluyla uygun aralığı bulma stratejisini kullandığı görülüyor (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: İkinci soruyu anlat.

Yiğit: Burda tamkare sayıları yazmam gerekiyor. Çünkü tamkare sayıların çarpan sayısı tektir. 1 verirsem $\frac{1}{10}$ olması için 10 olması gerekiyor paydası ama 10'a kadar 1,4,9, var olmaz. Eğer 64 verirsem sekiz tane tamkare var. $\frac{8}{80}$ olur 80'den küçük 64'den büyük başka tamkare sayı yok. Seksen diyebilirim.

Kavramsal Anlama

Yiğit'in tamkare sayıların çarpan sayısının tek olacağını bilmesi, temel matematiksel kavramları anladığını gösterir. Yiğit, yüzde oranının nasıl

sadeleştirileceğini ve genişletileceğini bilmekte ve bu bilgiyi problem çözümünde etkin bir şekilde kullanmaktadır (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzak Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek sorunun gerektirdiği tamkare sayıları yazarak sistemli bir yaklaşım sergilemiştir. Yorumlama becerisini, verilen bilgileri kullanarak $1/10$ oranını bulmak için belli bir payda değerine ulaşılması gerektiğini yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, tamkare sayılar ile genişletme işlemlerini bir arada kullanmayı düşünerek ve 64 sayısının uygun tamkare olduğunu ve $8/80$ oranını sağladığını bularak kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini matematik problemlerinde alternatif stratejiler geliştirebilme becerisini yansıtarak ortaya koymuştur. Bu problemde, uygun tamkare sayı aralığını tespit eden stratejiyi uygulayarak doğru sonucu elde etme kabiliyetini göstermiştir.

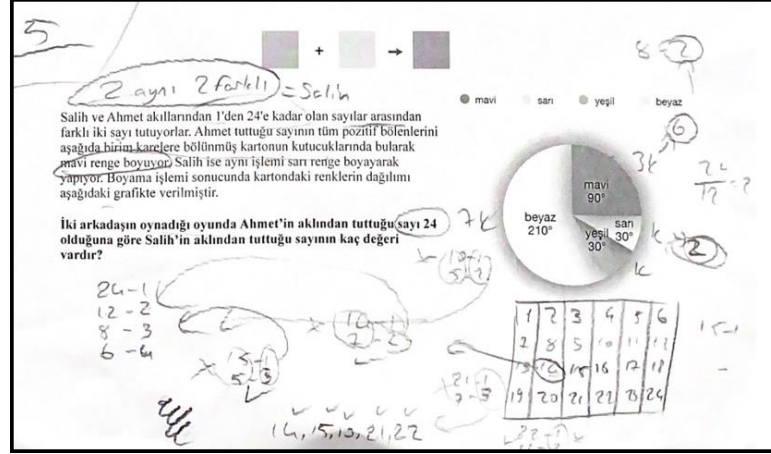
3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit, verilen daire grafiğini inceleyerek toplam sayıyı belirlemiş ve bu toplamdaki parçaların oranlarını hesaplamıştır. Grafiği dilimlerinde değişken kullanarak 'k' değerini atamış ve mavi ve sarı bölgelerin çarpan sayılarını hesaplamıştır. Ortak çarpan sayısını belirleyerek uygun sayıları çarpanlarına göre belirlemiştir (Cebirsel Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Yiğit: daire grafiğinde $3k$, k , k ve $7k$ yapıyor. Burda 24 sayı var, $k=2$ oluyor. Mavi 6, sarı da 2 olacak; Ahmet'in sekiz böleni var, Salih'in dört tane böleni olan sayı seçmem gerekiyor. Onlarda 14,15,10,21,22



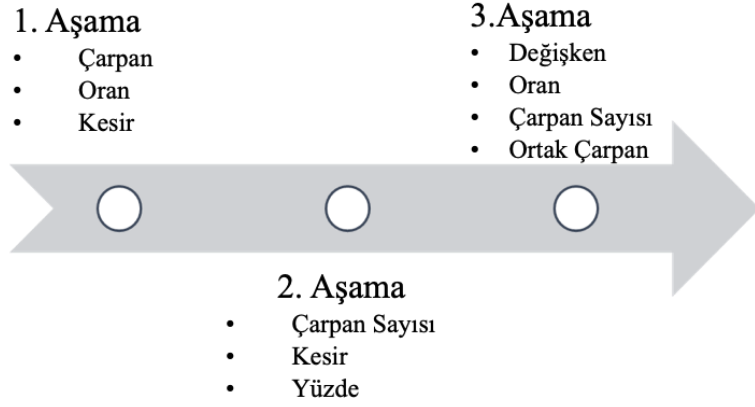
Şekil 4-52. Yiğit'in 3-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal anlama Düzeyi

Yiğit, çarpan ve katlar kavramlarını, grafikleri kullanarak cebirsel ilişkilerle verileri ulaşmayı başarmıştır. Ortak çarpan kavramını sorunun çözümünde etkili bir şekilde ifade etmiştir. Grafikte açılar arasında cebirsel ilişkiler tanımlayarak çarpan sayılarını bulmuştur. Çarpan sayısına göre uygun sayıları belirleyebilmektedir (Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi, Ortak Çarpan Kavramı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümlene becerisini göstererek problemde verilen grafiğin üç farklı kategoriye bölündüğünü belirleyerek grafikteki dilimlere 'k' değişkeni atayarak başlamıştır. Yorumlama becerisini, grafikte sarı ve mavi ile oluşan ortak bölgenin renginin (yeşil) ortak çarpan olması gerektiğini doğru şekilde anlayarak uygun sayıları aramasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, daire grafiğinin dilimlerinden ve 'k' ifadesinden hareketle, problemde istenen, dört tane bölüne olan ve iki ortak çarpana sahip sayıları tespit etmek için gerekli olan çıkarımları yaparak ve dikkatli bir şekilde şartlara uygun sayıları belirleyerek göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini çarpanlar ve katlar gibi temel kavramların yanı sıra, oranlar ve cebirsel ifadeler gibi kavramları bir arada kullanarak bir çözüm geliştirebilmesiyle sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini analiz ettiği bilgileri kullanarak 14, 15, 10, 21 ve 22 sayılarının çarpanlarını yazarak ve hangi sayıların problemde belirtilen şartları karşıladığını kontrol ederek bulgulara ulaşmasıyla göstermiştir.



Şekil 4-53. Yiğit'in kullandığı kavramlar

4.4.3 Boranın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, çarpan sayılarını asal çarpanları üslü ifadeler olarak yazarak algoritmik işlemler uygulayarak belirlemiştir. İndirim oranları arasındaki karşılaştırmaları belirlemiş ve bu oranlardan $1/6$ 'nın en az olduğunu doğru bir şekilde tespit etmiştir (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: İndirim oranı daha az olanı nasıl anladın?

Bora: $1/4$ $1/3$ $1/6$ değerlerinden $1/6$ daha azdı.

Öğretmen: Nasıl anladın? İçler dışlar çarpımı mı yaptın?

Bora: Hayır biliyordum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın çarpan sayılarını bulmadaki işlemsel algoritma bilgisinin iyi olduğu çözümlerinden de anlaşıldığı üzere çarpan kavramlarını tanımaktadır. Bora'nın kesirler ve oranlar ile ilgili temel kavramları anladığı ve bu kavramları uygulamalı bir şekilde karşılaştırma yaparak kullanabildiği görülmektedir (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek ürünlerin çarpan sayılarını asal çarpanların üslü ifadeleri ile bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, indirim oranlarını karşılaştırırken kesirlerin paydaları arasındaki ilişkileri anlamış ve indirim oranları miktarları bulmadan doğru

şekilde yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisiyle, indirim oranlarını karşılaştırarak en düşük oranı hızlıca belirlemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini öğretmenin sorularına verdiği yanıtlar aracılığıyla oran, çarpan ve asal çarpanlar gibi matematiksel kavramları kavradığını ve bu kavramları çözümde uygulayabildiğini göstererek ortaya koymuştur. Kendi bilgi seviyesi ile matematiksel işlemlere başvurmadan indirim oranının en az olan değeri doğru şekilde belirlemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini çarpan kavramlarına ve kesir değerleriyle ilişkili işlem becerilerini uyumlu bir şekilde ifade ederek göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora, çarpan sayısının tek olduğu durumları tespit edip, bunların tamkare sayılar olduğunu anladığını söylemiştir. Bu da bize Bora'nın problemin koşullarını analiz edip bu koşulları karşılayan örüntüyü (tamkare sayılar) fark ettiğini gösterir (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Bora: Burda çarpan sayısı tek olan tamkare sayıdır. 1,4,9, 16,80 ' e kadar almam lazım. 81 de %10 u aşıyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın, çarpan sayısının tek olduğu ve tamkare sayılar arasındaki ilişkiyi algılayışı, kavramsal anlama düzeyinin yüksek olduğunu işaret ediyor (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek sayıların çarpan sayısını incelerken tamkare olup olmadığını tek sayıda çarpan sayısı olması gerekliliğine göre değerlendirmiştir. Yorumlama becerisini, problemin koşullarını yorumlayıp tek çarpan sayısına sahip sayıları uygun örnek uzay eleman sayısı için genişletmeyi düşünerek sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, %10'luk indirim sınırını kullanarak ilgili tamkare sayıları hızla belirlemesi ve 81 sayısının bu sınırı aştığını belirtmesiyle göstermiştir. Bu, verilen koşullardan mantıklı sonuçlar çıkarma becerisini yansıtmaktadır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözerken verilen sayısal bilgileri

kullanarak matematiksel çözümler geliştirmesi ve problem çözme sürecinde gerekli matematiksel muhakemeleri yaparak doğru sonuca ulaşmasıyla sergilemiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora problemi çözmek için "24'ün çarpanlarını bulup, iki tane ortak ve iki tane ortak olmayan çarpanlı sayıları yazma" diye belirttiği sayıları belirlemiş, diğer daire diliminin ortak çarpanları dahil 4 çarpanlı olacağını hesaplamıştır (Cebirsel Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

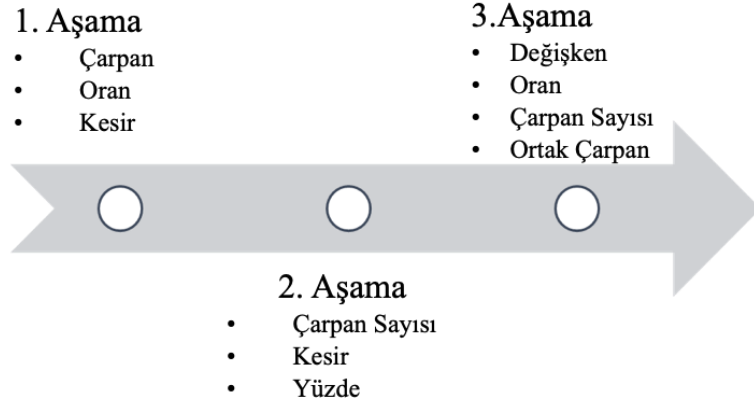
Bora: 24'ün çarpanlarını buldum. İki tane ortak olan iki tane ortak olmayan çarpanlı sayı olacaktı öyle olan sayıları yazdım.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın gerekli olan dört bölünebilen tamsayılar arasından, iki ortak çarpanı sahip olan tamsayıyı, asal çarpanların ilişkileriyle anlamıştır. Bu sayıları belirlerken grafikte cebirsel ifadeleri de kullanmıştır. Grafikte 'k' ile belirtilen çarpan sayılarını bulup sayıları tablo ile göstermiştir (Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi, Ortak Çarpan Kavramı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek çarpan sayılarını bulmak için cebir kullanmış ve grafikte eşitlik kurarak verileri elde etmiştir. Yorumlama becerisini, çarpanların ve katların grafikler aracılığıyla oran kavramları ile ilişkilendirilmesinde ve sarı ile mavi renklerin birleşerek oluşturduğu ortak rengin (yeşil) ortak çarpan sayısını temsil ettiğini doğru anlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisiyle, belirlenen çarpanları kullanarak şartlara uygun sayıları ortak çarpanları dikkate alarak belirleyebilmiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini matematiksel temsil kullanarak oranları çözümleme, cebirsel ifadeleri kullanıp oran soruları için çözümler geliştirme becerilerini sergileyerek göstermiştir. Matematiksel temsil becerisinde, matematiksel temsillerden yararlanma becerisini kullanmıştır. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini verilen şartlara uygun sayıyı aralıktan seçmesi ve matematiksel verileri analiz edip onlara dayalı doğru kararlar verebilmesiyle sergilemiştir.



Şekil 4-54. Bora'nın kullandığı kavramlar

4.4.4 Irmak'ın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Asal çarpan ve çarpan sayılarını zihinden bulabilmiştir, Irmak, indirim oranlarını eşit olan seçenekleri elemek gibi bir strateji izlemiştir. İndirim miktarlarını hesaplayarak karşılaştırma yapmıştır (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Irmak: Bunlar eşitti, bunları eledim. Sonra kalanların paydası küçük olan mı daha büyük ? denedim buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Asal çarpan ve çarpan sayılarını zihinden hesaplayabilmesi, bu kavramları iyi düzeyde anladığını göstermektedir. İşlem algoritmalarını yapmadan kesir değerlerine ulaşmıştır. Kesirleri karşılaştırma yaparken "kalanların paydası küçük olan mı daha büyük?" sorusunu sormakla, kesirleri nasıl karşılaştıracağını bildiğini ve payda büyüklüğünün kesir değeri üzerindeki etkisini anladığını göstermiştir (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek ürünlerin çarpan sayılarını bularak kesir değerlerine ulaşarak çözümleme yapmıştır. Yorumlama becerisini, indirim oranlarını karşılaştırma yaparken kesir değerlerini doğru bir şekilde yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, paydanın büyüklüğünün indirim miktarı üzerinde etkili olduğunu çıkarım yaparak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, çarpan sayılarını ve indirim oranlarını

hesaplamak gibi işlemler yaparak matematiksel çözümler geliştirmiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, ürünlerin çarpan sayılarına göre indirim oranları karşılaştırmayı ve indirim miktarlarına da bakmayı değerlendirerek bu beceriyi ortaya koymuştur.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, yüzde oranını sadeleştirerek ve $1/10$ 'u genişleterek uygun aralığı bulmuş. Soruyla ilgili verilen koşulları değerlendirerek ve tamkare sayıların özelliklerinden faydalanarak çözüme ulaşmıştır (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın?

Irmak: 1 oluyor, tamkareler oluyor, yüzde onu sadeleştirdim, $1/10$ oluyor. $8/80$

2-2.

1	2	3	4	...	n
---	---	---	---	-----	---

Yukarıda 1'den n'ye kadar olan doğal sayıların yazılı olduğu özdeş kartlar gösterilmiştir. Bu kartların hepsi boş bir torbaya atılmış ve bu torbadan rastgele bir kart çekilmiştir. Çekilen kartın üzerindeki sayının çarpan sayısının tek olma olasılığı $\%10$ 'a eşittir. Buna göre n sayısı **en az** kaçtır?

1 ve tamkareler
 $\frac{10}{100} = \frac{2}{20}$
80

Şekil 4-55. Irmak'ın 2-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Çarpan sayısının tek olma durumunun tamkare sayılarda gerçekleştiğini bilmesi, yüzde hesaplamalarında sadeleştirme yapabilmesi, oransal ilişkileri karşılaştırması kavramsal anlama düzeyini yansıtmaktadır (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek verilen problemde çarpan sayısının tek olma durumunu çözümleyerek tam kare sayıları belirlemiş ve yazmıştır. Yorumlama becerisini, $\%10$ oranını yüzde olarak basitleştirip ardından $1/10$ 'a dönüştürebildiğini ve bu oranı kullanarak problem çerçevesinde $8/80$ 'e ulaştığını belirterek sergilemiştir. Bu açıklama, oran ve yüzdeleri bağlantılı bir şekilde dönüştürdüğünü göstermektedir. Çıkarım yapma becerisini, problemi çözmek için tamkare sayılar arasında bir ilişki kurarak, yüzde oranını sadeleştirip genişleterek uygun bir aralık bulması ve bu aralık içindeki 8 tam kare sayıyı kullanarak çarpan

sayısının ne olması gerektiğini çıkarım yapmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, sorunun çözümünde yüzde hesaplama tekniklerini ve oranları doğru bir şekilde uygulayarak kesin ve anlaşılır çözümler geliştirmiştir. Orantısal düşünmeyi kullanarak ve tamkare ya da çarpanların yapılarına dair bilgiyi stratejik bir şekilde çözüme uyarlamıştır.

3.Aşama

Irmak, sorunun çözümünde özellikle daire grafiği ve oranları kullanarak ve katları hesaplayarak bir yaklaşım benimsemiştir. Grafikteki dilimlerin çarpan sayılarını bulmuştur. Çözüm için dört çarpanlı sayı belirlemesi gerektiğini bulmuştur ancak iki tanesini ortak olarak düşünmediği için soruyu yanlış yanıtlamıştır. Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın? Neler gördün?

Irmak: Daire Grafiği , Bölenler , Oranlar...

Ben ilk bunlara da kat verdim. Kat 12 çıktı.Otuz sayı var ve bir tane de ortak renk olduğu için ,ben de otuzun bir böleni olacak, 15 dedim. 15 olması için 3 tane daha maviye ekliyorduk. Yani 6,15 kat 30 ise onları yine iki ile çarpmam gerekiyordu 2 sarı ve 2 yeşil oluyor. Öyle olunca da o diğerinin tuttuğu sayı ise dört bölenli olmak zorunda kalıyor. Dört bölenleri saydım sekiz çıktı.

1. Aşama

- Çarpan
- Oran
- Kesir

3.Aşama

- Ek öğretim Yapıldı

2. Aşama

- Çarpan Sayısı
- Kesir
- Yüzde

Şekil 4-56.Irmak'ın kullandığı kavramlar

4.4.5 Oğuzhan'ın Çözümleri

1.Aşama

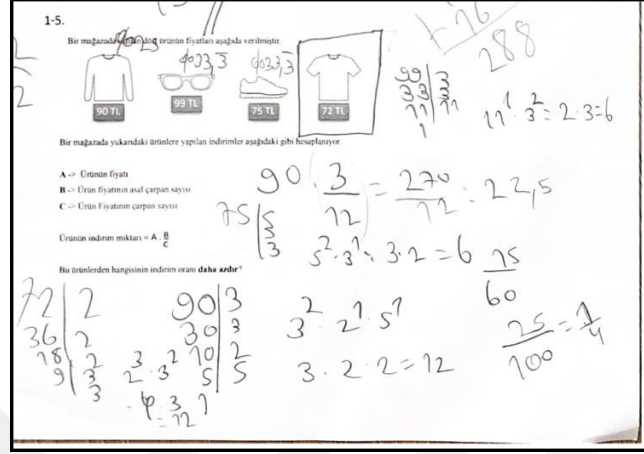
Çözüm Stratejileri

Oğuzhan probleme çarpan sayılarını asal çarpanların üslü şekilde yazılmasıyla bularak başlamıştır. Kesirlerin yüzdelik olarak ifadesini bulmuş ve bu sayede oranları

karşılaştırabilmiştir (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün? En az olanı nasıl anladın?

Oğuzhan: Yüzdelik buldum. $1/4$ ve $1/6$ arasında $1/6$ daha az çıkıyor.



Şekil 4-57. Oğuzhan'ın 1-5. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan'ın asal çarpanlar ve çarpan sayılarını işleme koyma şekli kavramları anladığı ve bildiğini göstermektedir. Oranları kesir değerlerinden yüzde değerlerine çevirerek zihinden bölme yaparak karşılaştırma yapmıştır. Yüzdelere ile çalışmayı karşılaştırma yaparken kullanmıştır (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek soruyu asal çarpanları bulmak, çarpan sayılarını hesaplamak ve bu verileri oranlara çevirmek gibi adımlara çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, yüzdelik değerler bulduktan sonra elde ettiği sonuçları anlamlandırma becerisini göstermiş ve " $1/6$ 'nın $1/4$ 'ten daha az olduğunu" dediği gibi, bulgularını yorumlayarak net bir sonuca ulaşmasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, elde ettiği verileri kullanarak en az yüzdeliği olan oranı belirleyerek kullanmıştır. Karşılaştırma yaparken yüzdelere arasında daha az yüzde değeri olanı zihinden işlem yaparak anlamıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini karşılaştığı probleme matematiksel araçlar ve algoritmalar kullanarak sistemli bir şekilde çözümler geliştirerek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini

kesirleri yüzdeliklere dönüştürmüş ve bu oranları karşılaştırarak karar vererek göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, tamkare sayıların tek çarpan sayısına sahip olduğu bilgisini kullanarak soruyu çözmüş. 36, 49 ve 64 gibi tam kare sayılar üzerinden giderek uygun oranı bulduğu aralığı bulmuştur (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın?

Oğuzhan: Tamkare olanlar tek çarpan sayısına sahip olduğundan dolayı, $6.6 = 36$ 40 olsa olmuyor. $7.7 = 49$ 50 olsa olmuyor. $8.8 = 64$ 80 olsa oluyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan'ın, soruda bahsedilen çarpan sayısının tek olma durumunu ve tam kare sayılar ile olan ilişkisini anladığı açıkça görülmektedir. Ayrıca yüzdeler ile sadeleştirme genişletme işlemlerini zihinden yapabilmıştır (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek tek çarpan sayılarına sahip sayıları; tam kare sayıları belirleyerek işe başlamıştır. Yorumlama becerisini, tamkarelerin $1/10$ oranda olması için uygun örnek uzay eleman sayısını bularak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, çarpan sayılarını değerlendirerek ve oranı genişleterek doğru sonuçlara ulaşmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemin çözümüne katkıda bulunan bilgileri ve koşulları doğru bir şekilde tanımlayarak ve bunları uygun bir şekilde kullanarak sergilemiştir. Ayrıca, çarpanlar ve katlar gibi temel matematik kavramlarını kullanarak ve bunları bir problemin belirli koşulları ile ilişkilendirerek, problemi çözmek için gerekli adımları belirlemiştir.

3.Aşama

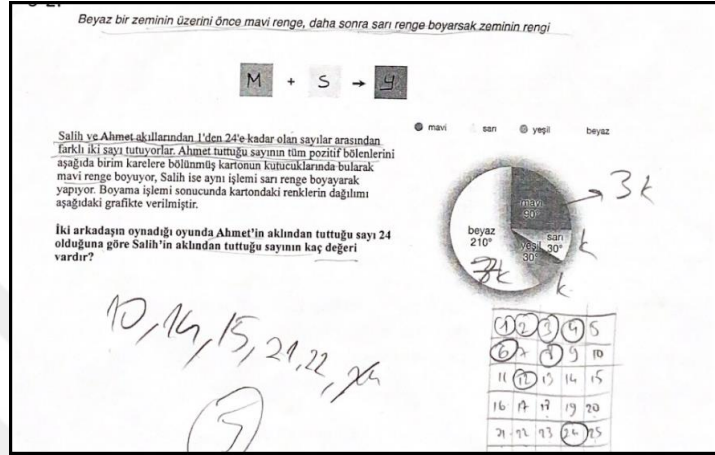
Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, soruda belirtilen şartları yerine getirecek sayıyı bulma sürecinde, öncelikle çarpan sayısına odaklanmıştır. Bu sayıları belirlemek için Orantı kurup 15° 'nin 1 çarpan ifade edeceğini bulmuştur. Ahmet'in 8 çarpanlı bir sayıya sahip olması gerektiğini ve Salih'in ise 4 çarpanlı olması gerektiğini grafikte belirtmiştir (Cebirsel

Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: Ahmet'in 8 tane çarpanlı sayısı, salih'in 4 çarpanlı olması gerekir. Bunun iki tanesi ortak. 10 da iki ortak iki çarpan var bu oldu, 14 ve 15 de olur. 21 de olur. 22 de olacak. 5 tane çıkar.



Şekil 4-58. Oğuzhan'ın 3-2. Soruya verdiği cevap

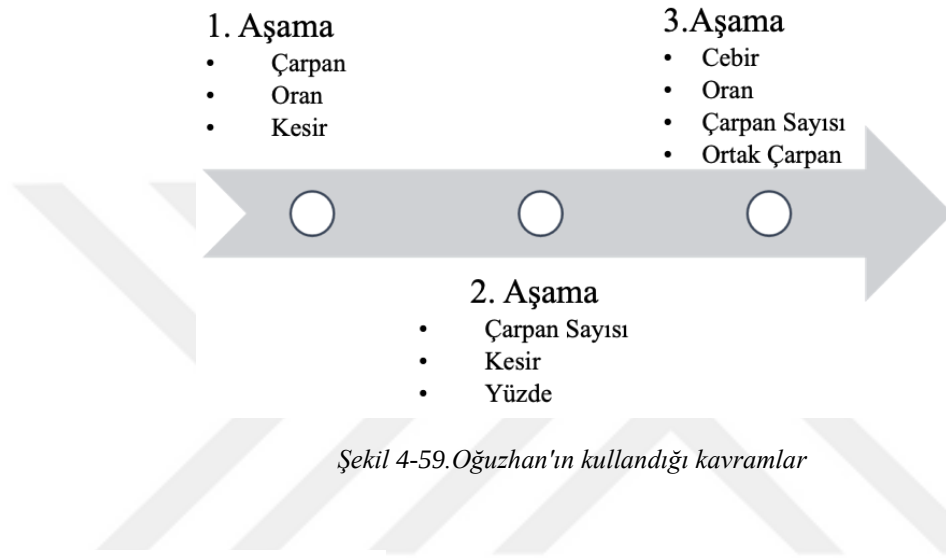
Kavramsal Anlama Düzeyi

Çarpanlar ve katlar kavramlarının grafikler aracılığıyla oran ve orantı kavramları ile ilişkilendirmesini başarıyla yapmıştır. Grafikteki dilimler arasında oranlar ve çarpanlarla ilgili sayıları, Oğuzhan orantı kullanarak çözüm bulmuştur. İki farklı sayının çarpanlarını yazarken, ortak bölen kavramına dikkat etmiştir (Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi, Ortak Çarpan Kavramı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek ilk adım olarak çarpan sayısına dikkat etmiş ve Ahmet için sekiz çarpanlı, Salih için ise dört çarpanlı sayılar olması gerektiğini grafikteki verilere göre hesaplayabilmiştir. Yorumlama becerisini, Ahmet'in ve Salih'in çarpan sayılarını ve bu çarpanların ortak çarpan sayılarını değerlendirerek ve yeşil rengin ortak çarpanları oluşturduğunu anlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, Salih'e ait sayıyı seçmek için ortak çarpanları dikkate alarak tablo oluşturarak ikisi ortak olan ikisi ortak olmayan uygun sayıları işaretlemesiyle ve sayıların çarpanlarını zihinden kontrol etmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini çözüm sürecinde doğru orantı ile çarpan sayılarını

belirleyerek ve oran kavramlarını kullanarak sergilemiştir. Uygun sayıları belirlemek için tablodaki sayıları ortak çarpan sayısı iki olacak şekilde ayarlamıştır. Matematiksel temsil becerisinde, grafikte kullandığı değişkenler çarpan sayılarını temsil etmekte ve orantı ve oransal ile temsiller kullanmıştır. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini belirli sayıların çarpan listesini yaparak ve zihninde çarpanlarını düşünerek başlamış, belirlediği çarpanlara sahip ve iki ortak çarpanı olan sayıları seçerek göstermiştir.



Şekil 4-59. Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar

4.4.6 Erdem'in Çözümleri

1. Aşama

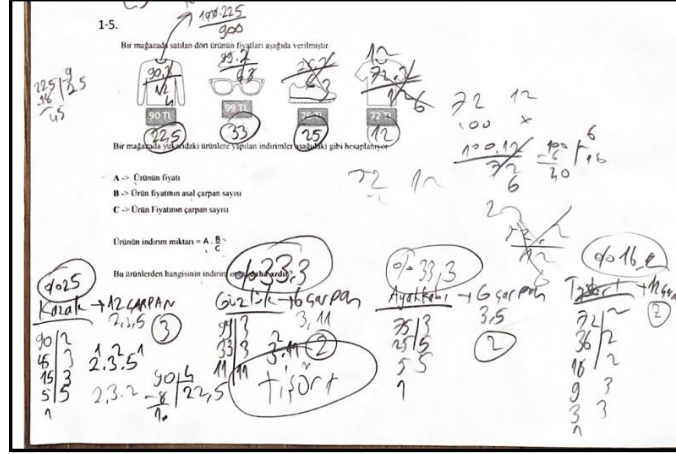
Çözüm Stratejileri

Erdem, bir problemi çözmek için öncelikle asal çarpanlarına işlem algoritması kullanarak üslü bir şekilde yazarak çarpan sayılarını üslü ifadelerden yararlanarak bulmuştur. Kesir değerlerinin indirim oranlarını belirlemiş ve ardından bu miktarlardan yüzde hesaplaması yapmıştır (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: Önce indirim miktarlarını buldum, sonra yüzdesini hesapladım.

Örneğin 90 da 22,5'se 100 de kaçtır? dedim %25 çıktı.



Şekil 4-60. Erdem'in 1-5. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem'in, oranları ve yüzdeyi kesirlerle ilişkilendirerek çözüm sürecine ilave ederek, çarpan ve katlarla ilgili kavramlarla bir arada kullanabilmiştir. Ayrıca yüzde hesaplama yapısını doğru biçimde kullanabilmesi karşılaştırma yapabilmesini de sağlamıştır (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek ürünlerin çarpan sayılarını hesaplayarak başlamış ve çarpan sayılarını bulmak için asal çarpan algoritması kullanmıştır. Yorumlama becerisini, oransal karşılaştırma sonucunda elde ettiği yüzde değerlerini (örneğin %25 değerini) yorumlayarak problemde istenen indirim miktarıyla ilişkilendirmesiyle ve yüzdelik değere dayanarak karşılaştırmalar yapmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, yüzde hesaplama ve oranları belirleme konusunda kesin ve uygulanabilir bilgilere dayanarak etkili bir şekilde kullanabilmiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problem çözme sürecinde çarpanlar ve katlar konularındaki temel kavramları anlamış ve bunları daha ileri düzey matematiksel öğelerle birleştirerek sergilemiştir. İndirim miktarlarını ve sonuçları yüzdelikle ilişkilendirmiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini problemi çözerken ulaştığı sonuçları mantıklı bir şekilde yorumlayarak ve bu bulguları nasıl elde ettiğini açıkça ifade ederek göstermiştir. İndirim oranlarıyla ilgili bulgularını, hesaplamaları ve yüzde dönüşümüyle ilave ederek doğru bir şekilde anlamlandırmıştır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, çarpan sayısının tek olduğu durumun karekökü tam sayı olan sayılarla sınırlı olduğunu bilmektedir ve bu bilgiyi kullanarak, bir sayının tam kare olup olmadığını tespit etmiştir. Yüzde oranını sadeleştirerek ve genişleterek $1/10$ oranının 80 üzerinden 8 tam kare olması gerektiğini anlayıp ve bu uygun aralığı belirlemiştir (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl buldun?

Erdem: Çarpan sayısı tek olanlar karekök olan sayılardır. Yani karekök tamsayı çıkan sayılardır. $1/10$ 'u 80 tane olursa 8 tane tamkare olması gerekiyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Kavramsal olarak Erdem, çarpan sayılar ve tam kare sayılar arasındaki ilişkiyi net bir şekilde kavramıştır. Karekökü tam sayı çıkan sayıların çarpan sayısının tek olacağını anlaması, Çarpanlar ve katlar matematik kavramlarını anladığını gösterebilir (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek sayıları çarpan sayısına göre ayırt ederek başlamıştır. Yorumlama becerisini, çarpan sayısı tek olan sayıların karekökünün tam sayı olduğu bilgisini doğru bir şekilde yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, $1/10$ oranını 80 üzerinden değerlendirerek 8 tam kare sayı olması gerektiğini çıkarmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözmek için matematiksel bilgileri stratejik bir şekilde kullanarak ve net bir çözüme ulaşma sürecinde mantıklı adımlar atarak sergilemiştir. $1/10$ oranının 80 tane misket için ne anlama geldiğini hesaplayarak çözüm yapmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Grafikteki dilimleri cebirsel ifadelerle temsil ederek çarpan sayısına göre verilere ulaşmıştır. Ortak iki çarpan olacağını bulmuştur. Tablodaki sayıların iki ortak, iki ortak olmayan dört çarpanlı uygun sayıları işaretleyerek sonuca ulaşmıştır (Cebirsel Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Erdem: Tablo yardımıyla yaptım. 24'ün çarpanlarının yuvarlak içine aldım. Daire grafiğinden kat yaparak renkleri çarpan sayılarını buldum. Yeşiller beraber olduğu için , sarı ile yeşilin 2 şer 4 çarpanı varmış.

Öğretmen: Nasıl kontrol ettin?

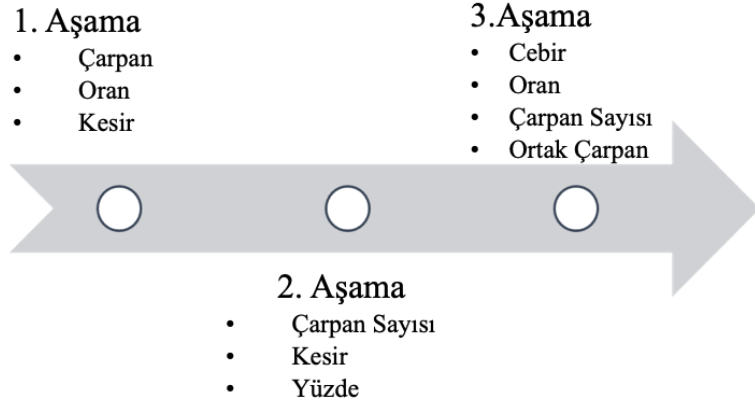
Erdem: Sırasıyla ilerledim. Sırayla kontrol ettim. Çarpanlarının denedim. Ortak olanları kontrol ettim.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem, matematiksel kavramları grafik ve çarpan kavramlarını ilişkilendirebilmiştir. Çarpan ve katlar kavramlarını, bunları tablo ve daire grafikleri ile görselleştirerek ve çarpan sayılarını renk kodlamasıyla tanımlayarak kullanmaktadır. Bu teknikleri kullanarak, sayılardaki çarpanları ve özellikle ortak çarpanları tespit etme yöntemini anlamış ve uygulamıştır (Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi, Ortak Çarpan Kavramı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek daire grafiğindeki oranlarla ve çarpan sayılarını renklere göre işaretleyerek çarpan sayılarını belirlemiştir. Yorumlama becerisini, Ahmet ve Salih'in çarpan sayılarını dikkate alarak yeşil renk için ortak çarpan sayısını belirleyebilmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, ortak çarpan sayısına uygun olarak Salih'in seçebileceği sayıları belirlemesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini grafikleri çözümleyerek çarpan sayılarını şekli cebirsel bir yaklaşımla sunarak ve ortak çarpan kavramına da dikkat ederek tablodaki sayıları belirlemesiyle sistematik bir yaklaşım sergileyerek göstermiştir. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini grafikteki verileri cebirsel olarak temsil ederek sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Verilere Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma becerisini grafikteki verilere ulaştıktan sonra çarpan sayısına göre iki ortak olan çarpanlı sayıları belirleyebilmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-61.Erdem'in kullandığı kavramlar

4.4.7 Ahmet'in Çözümleri

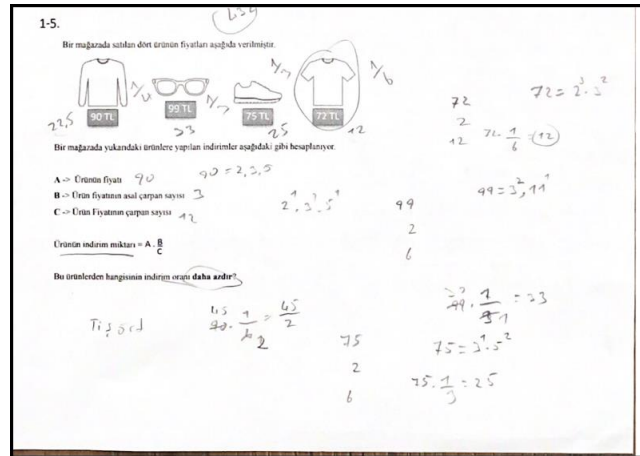
1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, ürünlerin çarpan sayılarını belirlemek için asal çarpan algoritması ile çarpan sayısını bulmak için üslü ifadeleri kullanmıştır. İndirim oranlarını belirlemek için kesirleri kullanmıştır. Paydası en büyük olan kesrin en küçük olasılığı temsil ettiği yönünde bir çözüm stratejisi geliştirmiştir (Asal Algoritma, Üslerden yararlanma). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın az olan olasılığı?

Ahmet: 1/6 1/3 ve 1/4 oluyorlar. Paydası büyük olan daha azdır.



Şekil 4-62.Ahmet'in 1-5. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet, çarpanları ve katları tanımakla kalmayıp, asal çarpanlarına ayırma ve üslü ifadeleri işleme dahil etme becerisini göstererek, bu kavramları bir arada kullanmış.

Üslü ifadeleri kullanılması, matematik kavramlarını bir arada ilişkiler kurarak kullanabilmiştir (Çarpan kavramları, Oransal karşılaştırma).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek problemi çözerken asal çarpanlarına ayırarak çarpan sayılarını bularak işe başlamıştır. Yorumlama becerisini, elde edilen sonuçları belirli bir kavramsal çerçevede yorumlayarak, indirimleri hesaplamayı ve bunların oranlarla ilişkilendirilebileceğini göstererek sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, verilen oranlardan indirim miktarlarına ulaşmak için karşılaştırma yapma becerisini göstererek sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini kesirler ve üslü ifadeleri kullanarak pratikte karmaşık bir matematiksel problemi çözmüş ve çarpan sayısına dayalı indirim oranları formülüyle etkili matematiksel çözümler geliştirebilmesiyle göstermiştir. Üslü ifadelerin işe koşulması ve kesir işlemleri gibi farklı matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurma becerisi göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini sonuçları aktarırken kullandığı formülasyon ve yaptığı hesaplamalarla matematiksel bulgulara ulaşma ve bunları doğru bir şekilde yorumlayarak sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

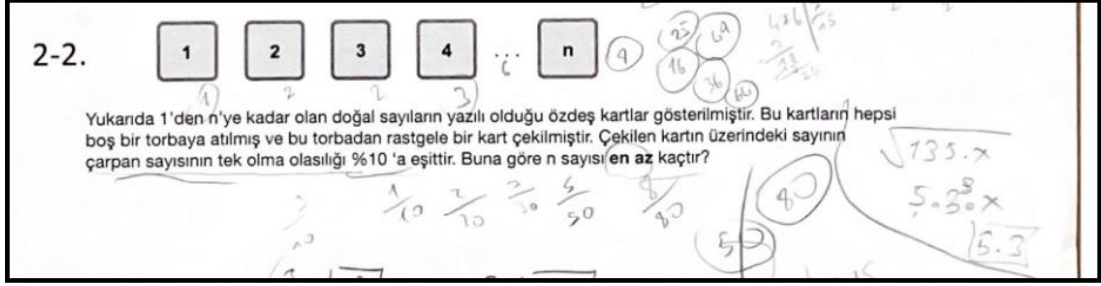
Tamkare sayıların çarpan sayısının tek olduğunu soruyu çözerken adımlardaki sayıları denedikten sonra tamkare olanların istenen durumu sağladığını keşfetmiştir. Buna bağlı olarak genişletme ve sadeleştirme işlemleriyle uygun aralığı bulmuştur (Aritmetik ilişkiler). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın hangi sayıları sayacağını?

Ahmet: Tamkare sayılara baktım.

Öğretmen: Tek tek mi bakmıştın?

Ahmet: Evet 80'e kadar yazdım.



Şekil 4-63.Ahmet'in 2-2 Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet, çarpan sayısının tek olma durumunun tam kare sayılarla sınırlandığını bilmektedir. Yüzde oranı bu sayıları belirlemek için sadeleştirme ve genişletme ile kullanabilir (Çarpan kavramları, Denk Kesir Üreterek Örnek Uzay Belirleme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek tam kare sayıların hangileri olduğunu tek tek kontrol etmiş ve problemin gerektirdiği sayıları belirleme konusunda bir çözümleme yapmıştır. Yorumlama becerisini, dizide bulunan sayıları çarpan sayılarına göre ayırt etmesi gerektiğini anladıktan sonra aralık belirlemek için genişletme ve sadeleştirme işlemlerini işe koşmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, özellikle problemde geçen '%10' ifadesini ve $\frac{1}{10}$ kesrini sağlamak için denemeler yapmaya başlamasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini tamkare sayıların listesini çıkararak verilen problem için gereken özel sayıları bulma sürecini organize bir şekilde ele almasıyla sergilemiştir. Problemde, belirli bir yüzde oranın toplam içerisinde kaç tane tamkare sayının karşılık geleceğini bulmuştur.

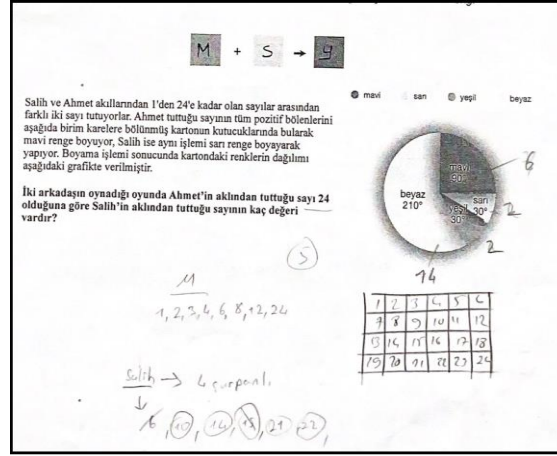
3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet 24'ün Çarpanlarını ayırarak başlamıştır. Grafikte sekiz çarpanlı dilimi fark edip diğer çarpan sayılarını hesaplayabilmiştir. Ortak çarpan sayısını iki olarak belirleyerek uygun sayıları seçmeyi başarmıştır (Cebirsel Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Ahmet: Daire grafiğini 24 sayıya göre yaptım. Mavi de sekiz çarpan oluyor, sarının 2 tane 2 tane maviyle 4 çarpanlı sayıları aradım



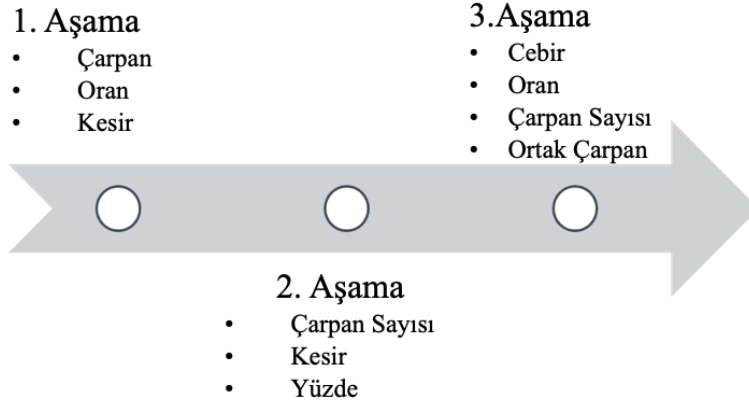
Şekil 4-64. Ahmet'in 3-2. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in stratejisi, çarpan ve katlarla ilgili kavramları bildiğini ortaya koymaktadır. Çarpanlar ve katlar arasındaki ilişkiyi ve bu ilişkileri oran problemleriyle çözebilmektedir. Grafikteki renklerin dağılımına göre ortak çarpan kavramlarına dikkat edip gerekli sayılara ulaşabilmektedir (Grafik ve Cebirsel İfadelerin İlişkilendirilmesi, Ortak Çarpan Kavramı)..

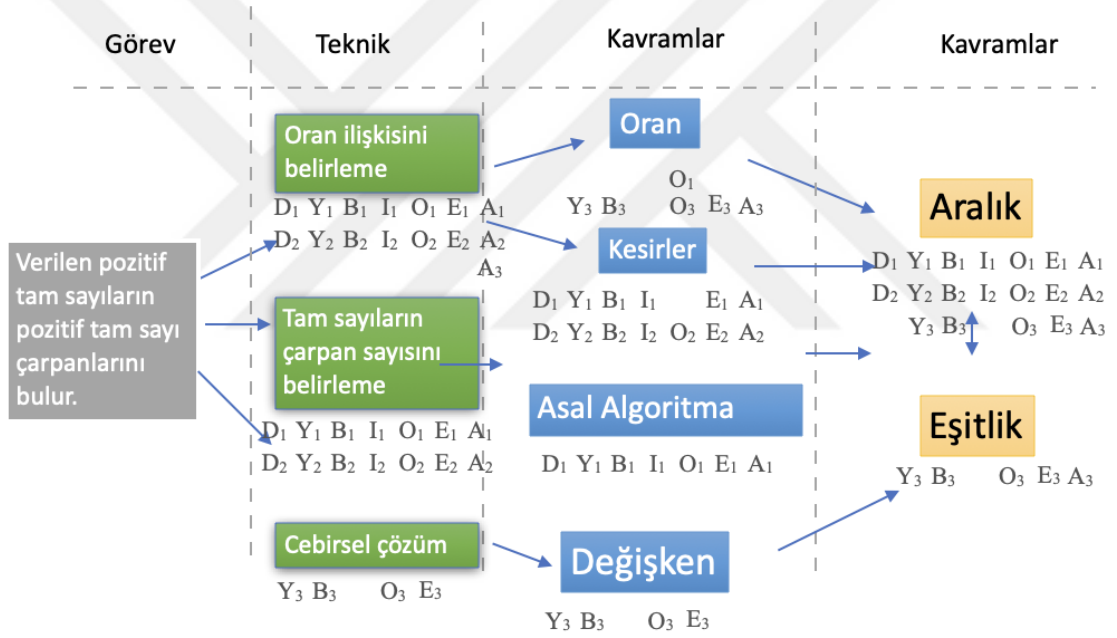
Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek grafikteki oranları dikkate alarak renklere ait çarpan sayılarını bulmuştur. Yorumlama becerisini, Ahmet ve Salih'in çarpan sayılarını bularak ortak çarpan sayısının grafikte ilişkisini doğru anlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, Salih için uygun sayıları dört çarpanlı sayılar içinden uygun olmayan sayıları eleyerek uygun olanları çözüme dahil etmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini soruyla karşılaştığında grafik bilgilerini, renk kodlamasını ve sayıları bulmayı tercih ederek ve problemi adım adım nihai bir çözüme ulaştırarak sergilemiştir. Matematiksel temsil becerisinde, temsillerden yararlanma becerisini sorunu anlamak ve çözüm üretmek için mevcut verileri ve daire grafiğinin görsel temsilini kullanarak göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Verilere Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini problem çözme sürecinde verilere dayalı kararlar alarak ve sayı ve çarpanları analiz ederken sadece verilen bilgilerle yola çıkarak mantıklı sonuçlara vararak sergilemiştir.



Şekil 4-65. Ahmet'in kullandığı kavramlar

Çarpanlar ve Katlar BTMS Bulgularına Genel Bakış



Şekil 4-66.Çarpanlar ve Katlar BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramlara Yönelik Lokal Sit

Bu lokal sit, öğrencilerin çarpanlar ve katlar BTMS kullanırken sergiledikleri kavramsal anlama düzeyini ve problem çözme stratejilerini görsel olarak özetlemektedir. Görselde, öğrencilerin (Duru, Yiğit, Bora, Irmak, Oğuzhan, Erdem ve Ahmet) bu konudaki becerilerinin gelişimini üç aşamada gözlemleyebiliyoruz.

Öğrencilerin kullandıkları temel kavramlar arasında oran, kesirler, çarpanlar, asal çarpanlar, cebir yer almaktadır. Öğrencilerin isimlerinin baş harflerinin yanında yer alan indisler, her bir öğrencinin farklı aşamalarda hangi kavramları kullandığını açıkça göstermektedir.

4.5 Orantı, Olasılık ve İlgili Kavramlar Beceri Temelli Soruların Bulguları

Bu bölümde, öğrencilerin orantı ve olasılık kavramlarına ilişkin beceri temelli soruları nasıl çözdüğü incelenmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejileri, kavramsal anlama düzeyi ve matematiksel becerileri üç ana başlık altında değerlendirilmiştir.

4.5.1 Duru'nun Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Orantılı çoklukları havlu sayılarını temsil etmek için cebirsel değişkenler kullanmaktadır. Bu değişkenleri havlu fiyatlarıyla çarparak toplam tutarı cebirsel olarak yazmıştır. Toplam tutarın 530 TL olması için değişkene değer vererek değişkenin değerini hesaplamıştır. Daha sonra olasılık değerini yazabilmiştir (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Duru: Bu bunun üç katı, bu da dört katı. İlk sayı denedim. Küçüğü az sayıda denedim. Sonra denediğim sayıları katladım.

Öğretmen: Sonra doğru olduğunu nasıl anladın?

Duru: denedim. İlk önce çarptım paralarını ve kaç tane olduklarını çarptım teker teker, sonra topladım. Doğru çıktı, sonra orantıyı kurdum, olma olasılığını buldum. O da $1 \div 8$ çıktı.

Metin yukarıdaki havluları fiyatlarıyla orantılı olacak şekilde 520 TL ödeme yaparak satın almıştır. Metnin aldığı havlaların 5 TL'lik olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 320 \\ 20 \\ \hline 480 \\ 520 \end{array}$$
$$\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

Şekil 4-67. Duru'nun 1. probleme verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, orantı kavramını kullanarak ve olasılık hesaplamalarını değişkenleri kullanarak cebirsel bir çözüm yapmıştır. $1/8$ olarak bulunan olasılık değeri, havlu sayılarına ulaşarak hesaplanmıştır (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek problemi anlamak için orantı kavramını kullanmış ve değişken miktarları orantılı olarak ifade edebilmiştir. Yorumlama becerisini, sistematik bir deneme ve tahmin etme şeklinde bir yöntem kullanarak ve çözüm sürecinde yaptığı işlemlerin değerlendirmesine yardımcı olmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, paraların çarpımlarını ve elde edilen sayıların toplamını hesaplayarak ve bu sonuçların soruda verilen toplam ödemeye uygun olup olmadığını kontrol ederek doğru cevabın doğruluğunu sağlamasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini orantılı değişkenlere değer vererek bir denklem kurma, bulduğu değerler ile orantı oluşturma ve olasılık hesaplama şeklinde gelişmiş bir matematiksel düşünme örneği sergileyerek göstermiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru'nun çözüm stratejisi, matematiksel problemleri kısa yoldan çözmüştür. 15'in asal çarpanları üzerinden gittiği zaman, 3 ve 5 sayılarının üst değerlerini dikkate alarak, üsleri eşitleme yolunu tercih etmektedir. 3^3 ve 5^3 gibi ifadeler arasında gerekli eşitlemeyi yapmak için 5^2 ve 3^3 yazarak koli sayılarını bulmuştur. Duru $27/52$ oranını belirleyerek sonuca ulaşmıştır (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün? Bu sayıları nasıl buldun?

Duru: 15'in kuvvetine; normalde 3×5 olması gerekiyor. Mesela burada 33 var 53 yapmam gerekiyordu. O yüzden beş üstü iki eklemem gerekiyordu. Diğerinde de 53 oluyordu onda da 33 eklemem gerekiyor oda 27 oldu. 15'in doğal sayı kuvveti yapmamız için üç ve beşin olması gerekiyordu. Eşit olmaları...

Öğretmen: evet

Duru: Sonra toplamaları 52 oluyor. Vişneyi sorduğu için $27 \div 52$ oluyor.

2-3.

$$\begin{array}{r} 135 \\ 3 \overline{) 135} \\ \underline{45} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$


3 TL

$$\begin{array}{r} 125 \\ 5 \overline{) 125} \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$


5 TL

Bir markette satılan meyve sularının birer adetlerinin satış fiyatları verilmiştir. Bu markette satılan şeftali suları her birinde 45 adet, vişne suları ise her birinde 25 adet bulunan koliler halinde satılmaktadır. Koliler halinde satılan bu meyve sularından alan Mert Bey'in hem şeftali hem de vişne suları için ödediği ücretler TL cinsinden 15'in doğal sayı kuvvetine eşittir. Mert'in bu kolilere ödediği en az ücret için aldığı kolilerin vişne suyu kolisi olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 125 \\ 25 \overline{) 125} \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 52 \end{array}$$

Şekil 4-68.Duru'nun 2-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru, işlem yoğunluğunu azaltmak için verimli bir yol belirlemiştir. Duru'nun sayıları asal çarpanlarına ayırma, üsleri eşitleme ve doğal sayı kuvvetlerinin nasıl çalıştığını kavrama düzeyi, matematiksel işlemleri ve ilişkileri çözümleme etme, mantıksal olarak sonuç çıkarma ve ilişkilendirme becerisine işaret etmektedir. Duru, 15'in kuvvetleri konusunda, 15'in 3 ve 5'in çarpımından oluştuğunu bilerek işleme başlamıştır. 3^3 ve 5^3 ifadelerini kullanarak, eksik olan kuvvetleri eklemesi gerektiğini ve sonuç olarak 27 ve 52 sayılarını elde ettiğini belirtmiştir. Bu işlemi yaparken, bölme ve çarpma gibi temel işlemleri kullanmadan kolayca asal çarpanlara ayırma ve üslerle çalışmıştır (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek asal çarpanları ve üsleri kullanarak toplam fiyatı 15'in kuvveti olacak şekilde hesaplayabilme becerisini sergilemiştir. Yorumlama becerisini, 15'in asal çarpanlarını (3 ve 5) ve ilişkili üsleri kullanarak 15'in üçüncü kuvvetini yani 3 ve 5'in eşit kuvvetlerini elde edecek şekilde koli sayılarını hesaplayabilmesiyle göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, 3^3 ve 5^3 'ün sayısının aslında 15'in kuvvetleri olması gerektiği çıkarımını yapması ve 3^3 'ü 5^3 haline getirmek için beşin karesini ve 5^3 'ü 3^3 haline getirmek için üçün küpünü eklemesi gerektiğini fark etmesiyle sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini sonuçları 27 ve 52 olarak bulması ve vişne koli sayısını çözümlemek için bu bulguları $27 \div 52$ şeklinde oranlayarak yorumlamasıyla sergilemiştir. Duru, elde edilen

sayıların miktar olduğunun farkındadır ve bu bilgiyi olasılık hesaplamalarında kullanmaktadır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Duru, soruda belirtilen dilimlerin alanını ve fiyatını bulmak için daire dilimlerinin alanını hesaplayıp orantı kurmuş ve olasılık değerlerini çiftli seçimler yaparak bulmuştur. Dilimlerin derece açılarına göre kesirlerini belirleyerek fiyatlarını orantısal olarak hesaplamıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Beşinci soruda karşılaştığın matematiksel kavramlar nelerdir?

Duru: Alan var, olasılıkları bulmamız lazım, orantı da var.

Öğretmen: nasıl yaptın?

Duru: Birincisi 36 liraymış, ilk bunun alanını buldum. 48 oldu. Ama bu 90° o yüzden dörtte birini buldum. 12, demek ki bunun üç katı oluyormuş parası.

İkincisinde de alanı buldum 108, 60° olduğu için altıda birini buldum. Buda 18 oldu.

Bunun da üç katı 54 TL.

Üçüncüye de aynı şeyi yaptım. İkişer ikişer topladım. 100 TL'ye geçen olasılık $2 \div 6$ oldu.

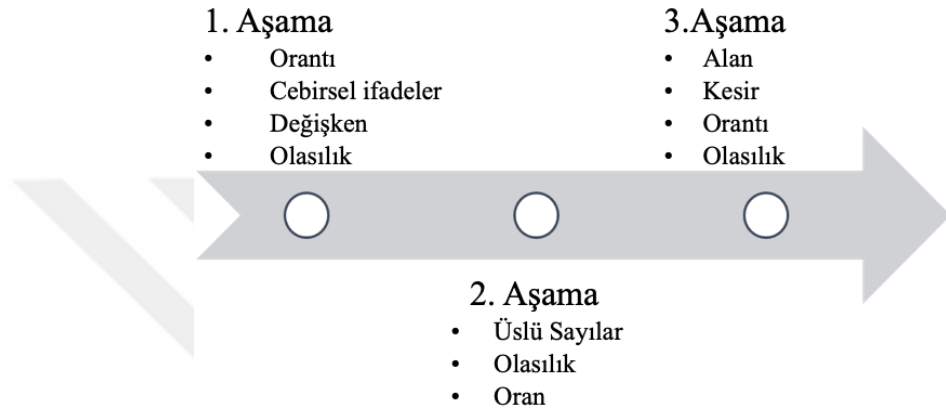
Kavramsal Anlama Düzeyi

Duru'nun alan ve orantının yanı sıra, olasılık kavramını da anlayarak uygulamıştır. Dairenin dilimlerinin alanlarını hesaplarken, daire dilimlerinin merkez açılarına göre kesir değerlerini doğru bir şekilde belirleyip, karşılık gelen dilimlerin fiyatlarını buna göre orantılı olarak hesaplamıştır. Bölme işlemi doğru ve etkili bir şekilde kullanılmıştır. Duru, 100 TL'nin altında olması gereken iki daire dilimi seçme olasılığını da sistemli bir şekilde hesaplamıştır (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Duru, çözümleme becerisini göstererek dilimlerin alanlarını bularak çözümlemeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, fiyatların alanlar ile orantılı olduğunu anlayıp bu orantının nasıl kullanılacağını yorumlayarak sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, ilk dilimin alanı ve fiyat oranını kullanarak diğer dilimler için fiyatları hesaplaması ve bu fiyatlara göre 100₺'nin altında olacak şekilde seçimler yapmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, problem çözüm yolları geliştirme becerisini farklı daire dilimlerinin alan ve fiyat

hesaplamalarını gerçekleştirirken dilim sayılarını bilerek bölme yapması, alanların fiyatlarla üç kat ilişkili olduğunu fark ederek diğer alanların üç katı ile diğer fiyatları belirlemesi ve ikili seçimler yaparak olası durum sayısını bularak çözümü yapmasıyla sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini alan ve fiyat hesaplamaları sonucunda elde ettiği fiyatları değerlendirerek, 100 TL altında kalacak şekilde ikili seçimler yaparak toplam durum sayısını belirlerken verileri sistemli şekilde yorumlamasıyla göstermiştir.



Şekil 4-69.Duru'nun kullandığı kavramlar

4.5.2 Yiğit'in Çözümleri

1.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit soruya orantılı değişkenleri kullanarak yaklaşmış. Soru içinde verilen fiyat ve miktarlar arasındaki ilişkiyi anlamış ve bu bilgilerle bir denklem oluşturmuş. Denklemi çözerek "k" değişkeninin değerini belirlemiş ve sonuca ulaşmıştır (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: 1. Soruyu nasıl yaptın?

Yiğit: şimdi fiyatları miktarlarıyla orantılı diyor. Bunlar 5, 15 ve 20 besin katları bunları beşe bölerek 1k 3k ve 4k yazabiliriz. Toplam 520 TL ödeme yapıyor. Buradaki k ile fiyatları çarptım. 130k yaptık 520 / 130 yapacağız. O zaman k'yı bulabiliriz. 'k' ne oluyor? 4, o zaman 5 TL olanlardan 4 tane kullanır. Diğerlerinden 32 tane havlu var. 4/32 1/8 olasılığı olur.

Öğretmen: Bu soruda kullandığın yöntemin ne olduğunu biliyor musun?

Yiğit: oran, denklem

Öğretmen: Nasıl denkleme dönüştürdün?

Yiğit: 520 TL 130k ya eşitledim.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit'i oran kavramını cebirsel ifadeler kullanarak problemin çözümüne ulaştığını görülmektedir. Denklemin ne olduğunu ve nasıl kurulduğunu anlamaktır. Bu kavramlar ile olasılık kavramını başarıyla birleştirmiştir (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek verilen bilgileri çözümlemiş ve orantılı çoklukları temsil için "k" değişkenini atayarak gereken adımları belirlemiştir. Yorumlama becerisini, orantılı değişkenlerle fiyatlara göre eşitlik kurması ve havlu sayılarını bulduktan sonra olasılık değerini hesaplayabilmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, denklemin çözümünü bulduktan sonra 'k' değerinin genel olarak tüm havluların sayılarını temsil ettiği çıkarımını yapmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini problemi çözmek için cebirsel yöntemlerden oran ve denklemleri kullanarak sergilemiştir.

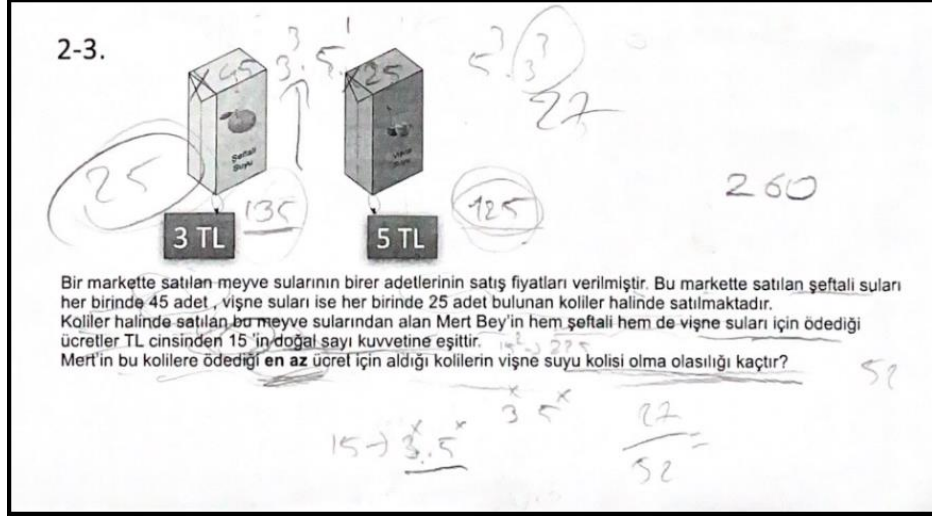
2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Yiğit'in çözüm stratejileri, asal çarpanlara ayırma, üslerle çalışma ve oran kavramını içermektedir. Matematiksel düşünce yapısını kullanarak, 15'in doğal sayı kuvvetlerini, yani 3 ve 5'in üslerini ele almakta ve bu üsleri eşitlenmiş hale getirerek sayıları düzenlemektedir. 135 sayısını değerlendirirken, bu sayıdaki 3 ve 5 üslerinin doğru orantılı olması gerektiğini anlıyor ve şeftali suyu için 25 adet koli alınması gerektiğine varıyor. Ayrıca, vişne suyu için de 27 kolinin toplamıyla birlikte 52 koli olduğunu belirleyerek, koli başına düşen oran, yani olasılığı $27/52$ olarak hesaplıyor (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: 3. Soruyu nasıl çözdün anlatır mısın?

Yiğit: Şeftali ve Vişne suları için ödediği ücretler 15'in doğal sayı kuvvetleri, 15'in doğal sayı dediğimiz $3x \cdot 5x$. tir. 135 de 3 ve 5 var burda kuvvelerin eşit olması gerekiyor. 3 de eşitleniyor. Yani şeftalinden 25 tane alması gerekiyor. Vişne yani 27, $27 + 25 = 52$ Yapıyor $27/52$ oluyor cevap



Şekil 4-70. Yiğit'in 2-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit, 15'in doğal sayı kuvvetlerinin 3^x ve 5^x şeklinde olduğunu ve bu sayıların üslerinin eşitlenmesi gerektiğini anlamıştır. Ayrıca 135 sayısını asal çarpanlara ayırarak 3^3 ve 5^1 olarak yazmış ve bu şekilde sayılar arasında doğru ilişkilendirme yapmıştır. Yiğit, asal çarpanlara ayırmayı ve bu çarpanlara uygun üssü bulmayı anladığı anlaşılmaktadır. Sayıların asal çarpanlarına ve üslerine doğrudan odaklanarak, hesaplama sürecini uygulayabilmektedir (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek 15'in doğal sayı kuvvetlerini, yani 3 ve 5'in kuvvetlerini kullanarak şeftali ve vişne sularının fiyatlarını bulmuştur. Yorumlama becerisini, 15'in asal çarpanlarının 3 ve 5 olduğunu ve koli fiyatlarının bu sayıların kuvvetlerinin eşit olduğunu düşünmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, 135'in 3^3 ve 5^1 olduğunu fark ederek ve bu kuvvetlerin eşit olmasını düşünerek; 3^3 ve 5^3 kuvvetlerini eşit şekilde oluşturacak şekilde şeftaliden 25 koli alınması gerektiğini belirtmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini algoritma kullanmadan zihnen asal çarpanlara ayırma ve üs eşitleme işlemi yaparak matematiksel bir çözüm geliştirebilmesiyle sergilemiştir. Bu çözüm yoluyla, koli sayısını bulabilmiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara

ulaşma becerisini elde ettiği sonuçları toplam olarak $27+25=52$ şeklinde ifade etmesi ve vişneyi temsil eden 27'nin bu toplam içindeki oranını hesaplamasıyla göstermiştir.

3.Aşama

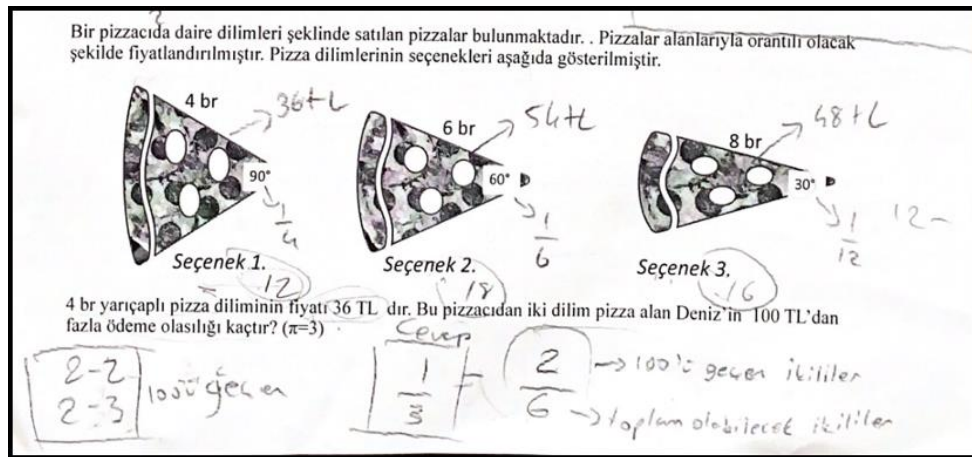
Çözüm Stratejileri

Yiğit, her bir dilimin daire dilimleri olduğunu ve 90 derecelik bir dilimin dairenin dörtte biri olduğunu bildiğinden, daire alan formülünü kullanarak her bir dilimin alanını hesaplayıp kesir değerleriyle çarpmıştır. Ayrıca, dilimlerin fiyatlarının alan ile orantılı olduğunu tespit ederek 12 birimlik alan için 36 TL olan fiyatlandırmadan yola çıkarak, diğer dilimlerin fiyatlarının da aynı orantıda olması gerektiğini anlamıştır. Toplam altı seçenek arasından 100 TL'yi geçmeyen iki dilimi seçebilmenin olasılığını tespit ederek $1/3$ olasılığa ulaşmıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Yiğit: Bir dairede 90 derecede bir dairenin $1/4$ 'ü Dairenin alanını hesaplayıp dörde böldüm, Diğerlerini de öyle yaptım. Burada alanlarıyla orantılı olacak diyor. Alanı 12 olanın fiyatı 36 TL oluyor.

O zaman diğerinde aynı şekilde hesaplanacak. Toplam altı seçenek var i 100 TL'yi geçen iki tane var. Olasılık $1/3$ çıkar.



Şekil 4-71. Yiğit'in 3-5. Soruya verdiği cevap

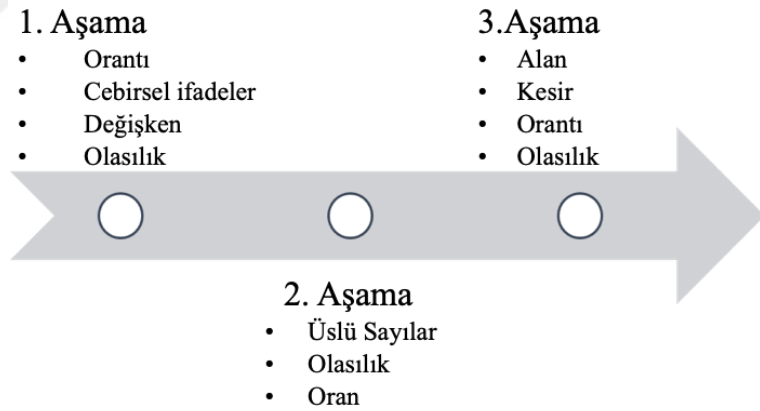
Kavramsal Anlama Düzeyi

Yiğit'in dilimler için kesir değerlerini yazmıştır. Fiyatların daire dilim alanlarıyla doğru orantılı olduğunu anlamıştır. Olasılık verileri ile sitemli şekilde seçimler yaparak örnek uzayı belirlemiştir. Daire alan, orantı, olasılık, kesirler ile

verimli bir şekilde çözüm gerçekleştirmiştir (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Yiğit, çözümleme becerisini göstererek daire alan formülünü yazarak başlamış ve daire alanlarını kesir değerlerine göre hesaplamıştır. Yorumlama becerisini, fiyat ve alan arasındaki orantıyı yorumlayarak diğer dilimlerin fiyatlarını hesaplamasıyla ortaya koymuştur. Çıkarım yapma becerisini, olasılık değeri için uygun olan ikili seçimleri değerlendirerek, 100 TL'nin altında olan olasılığa çıkarımda bulunmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel problem çözüm yolları geliştirme becerisini problemi kesir ve orantı kullanarak çözdüğü aritmetik işlemleri bir düzen içinde çözmesiyle sergilemiştir. Olası durum sayılarını yazarak elde ettiği verilere göre hesaplamalar yapmıştır. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini daire alanlarına ulaşp fiyatlar hakkında orantı ile tüm dilimlerin fiyatlarını bulmasıyla ve fiyatlar arasından uygun seçimleri doğru şekilde seçmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-72. Yiğit'in kullandığı kavramlar

4.5.3 Bora'nın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora'nın kullandığı strateji, belirli oranların (k, 3k, 4k) deneme yöntemiyle tahmini bir k değeri ile uygun sonucu bulmaya çalışmış olmasıdır. Orantılı çoklukları 530 TL değere ulaşınca kadar olası değeri denemiştir. 'k' değerini bulunca olasılık

değerini bulmuştur (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Bora: k,3k,4k oranlarını deneyerek çarptım. Çıkmayınca azalttım.1/8 buldum.

Öğretmen: Neden böyle çözdün?

Bora: Bildiğim çözüm yolu, orantı ile çözdüm.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora, sorunun çözümünde orantı kavramını ve denklemini kullanarak kavramsal anlamaya sahip olduğunu göstermiştir. Orantılı değişkenlerle çalışmak, bu tip matematiksel ilişkileri anlamıştır. Eşit değer elde etme göreviyle cebirsel ifadeleri olasılık kavramı ile ilişkilendirmeyi başarmıştır (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek soruyu çözmek için orantılı değişkenler belirleyerek çözmeye başlamıştır. Yorumlama becerisini, belirlediği değişkenleri havlu fiyatlarının toplamı olacak şekilde değer vererek toplam fiyatı sağladığını kontrol etmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, değer vererek deneme yapma stratejisini uygulayarak 1/8 olasılığa ulaşmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini öncelikle orantıyı dikkate alarak bir başlangıç yapması ve sonuçları değerlendirerek deneme yöntemiyle ayarlamalar yapmasıyla göstermiştir. Bora, sorunun çözümü için aritmetik yöntemlere göre bir yaklaşım geliştirmiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Bora'nın çözüm stratejileri, asal çarpanlara ayırma, üslerle işlem yapma ve oranları tespit etmeyi içermektedir. Şeftali suyunun ücretini asal çarpanlarına ve üslerine ayırarak çözümleyen eden Bora, 3 TL olan şeftali suyunun koli fiyatını 45 ile çarptığında $3^3 \cdot 5^1$ TL tuttuğunu ve bu durumun 25 adet koliden kaynaklandığını tespit etmiştir. Toplam 52 koliye ulaşıyor ve 3 ve 5'in üslerinin 15'in kuvvetlerini nasıl oluşturduğunu göz önünde bulundurarak işlem yapmıştır. Vişne suyunun ücretini benzer bir biçimde çözümleyerek, 33 TL'nin 27 adet koliye karşılık geldiğini belirtmiştir. Ardından toplamda 52 adet koli olduğunu ve bunların olasılık hesabında 27/52'lik bir

oran oluşturduğunu bulmuştur (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl anladın Kutu sayılarını?

Bora: Şeftali 3 TL idi, 45 tanesi $3^3 \cdot 5^1$ yapıyor. 25 tane olacaktı. 15'in kuvveti olacağı için katlanacaktı. 5^2 buldum. Diğeri de bu şekilde $3^3 = 27$. Topladım 52 çıktı. 27/52'yi buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın asal çarpanları ve üslü ifadeleri kullanma, üsleri eşitleme ve bu süreçte olasılık hesaplamalarına geçiş yapma gibi kavramları anladığını ve bu bilgileri birbiriyle ilişkilendirerek matematiksel sonuçlara ulaştığını göstermektedir (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek 15'in bir kuvveti olacak şekilde asal çarpanları ve bu çarpanların üsleriyle ilgili çözümlemeleri koli sayılarına ulaşmak için kullanmıştır. Yorumlama becerisini, verilen problemi şeftali ve vişne suyunun fiyatlarını 15'in kuvvetlerine eşitleyecek şekilde sayılar seçerek koli sayılarını bulmasıyla sergilemiştir. Örneğin, 45'i $3^2 \times 5^1$ biçiminde ifade ederek 5^2 koli olması gerektiğini fark etmiştir. Çıkarım yapma becerisini, üslü ifadeler ile çalışarak fiyatların çarpımında kullanılan sayıların koli adetlerini belirlemede kullanarak göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini şeftali ve vişne suyu için toplam koli sayısını 52 olarak belirlemesi ve vişne suyunun olasılığını 27/52 olarak hesaplamasıyla göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

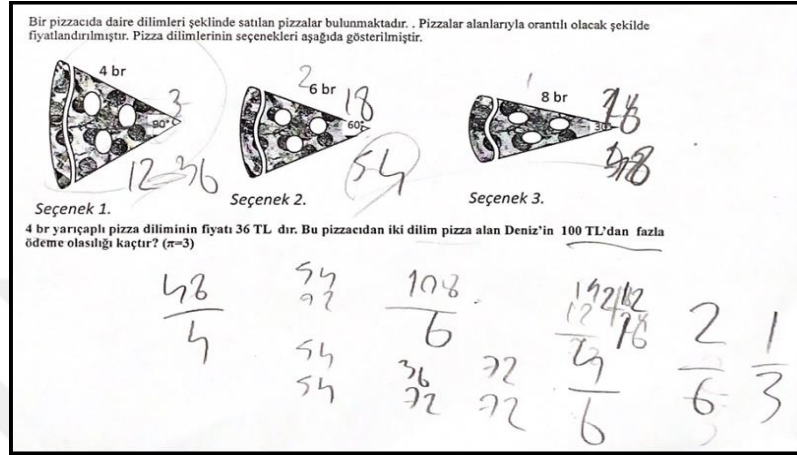
Bora, daire dilimlerinin alanlarını bularak, derecelere göre böldüğünü ve daha önce belirlenen bir orantı sabitini (12 birim alan için 36 TL) kullanarak diğer dilimlerin fiyatlarını hesaplamıştır. Fiyatları ikili eşleştirmeler şeklinde yazarak kontrol etmiş

olasılık değerini bulmuştur (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Bora: Alanları buldum derecelere göre böldüm. 12 br' alanı olan 36 TL idi. 3 kat ilişki vardır diğerlerini de de öyle buldum.



Şekil 4-73. Bora'nın 3-5. Soruya verdiği cevap

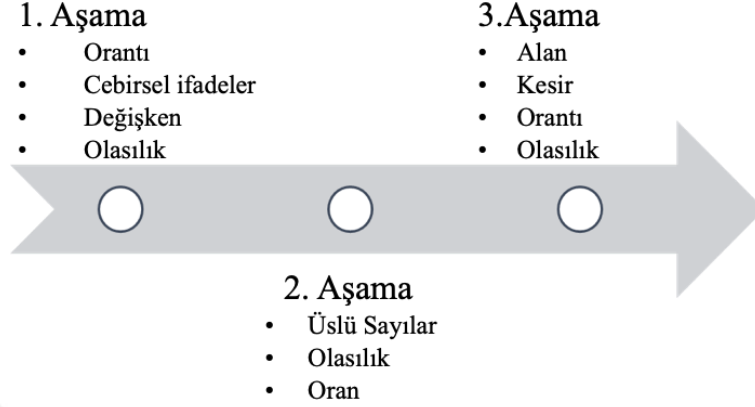
Kavramsal Anlama Düzeyi

Bora'nın daire alanı konusundaki bilgisinin yanı sıra, daire dilimlerinin açılara göre kaç parça olacağını bilmesi, parça bütün ilişkisini dikkate alarak bölme yapmıştır. Orantı sabitini bulabilmesi, verilen oran ilişkileri fiyatları bulmasını sağlamıştır. İkili seçimler yaparak uygun kombinasyonlar ile olası durum sayısını tespit etmiştir. Böylece olasılığı hesaplayabilmiştir (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematiksel Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Bora, çözümleme becerisini göstererek daire dilimlerinin alanlarını parça bütün ilişkisine göre bölerek hesaplamıştır. Yorumlama becerisini, her daire diliminin fiyatını bulduğu orantı sabiti ile çarpım yaparak belirlemesiyle göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, ikili seçimlerin olasılık değerlerini hesaplama sürecinde kombinasyonları zihinden kontrol ederek uygun olanları seçme gibi stratejiler geliştirmesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini daire dilimlerinin alanlarını zihinden bulma becerisi ve orantı sabitini keşfederek diğer fiyatları hesaplama yöntemiyle sergilemiştir. Bu, çözüm için doğru adımları takip ettiğini göstermektedir.

Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini bir soruda verilen orantıyı anlaması ve bunu kullanarak daire dilimlerinin fiyatlarını bulması, bu bulgularla seçimler yapmasıyla göstermiştir.



Şekil 4-74. Bora'nın kullandığı kavramlar

4.5.4 Irmağın Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

İrmak, orantı kavramını kullanarak ve verilen bilgiler arasındaki ilişkiyi "kat" terimi ile tanımlayarak çözüm stratejisini belirlemiştir. Oranı kullanarak ve farklı "kat" değerlerini havlu fiyatları ile çarparak çözüme ulaşmıştır (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

İrmak: Daire grafiği gibi,

Öğretmen: Bu soruyu çözmene yardımcı olan yöntem nedir?

İrmak: Kat, onun adı kat değil mi? 1 kat, 3 kat, 4kat sonra onları fiyatları ile çarptım. 1kat 4 oluyor.

1-1.

65 195 260

5K
45K
80K
+
130K

$\frac{520}{130} = 4$
 $K = 4$

260
195
+ 65
520

13
15
65
3
195

Metin yukarıdaki havluları fiyatlarıyla orantılı olacak şekilde 520 TL ödeme yaparak satın almıştır.
Metnin aldığı havlaların 5 TL'lik olma olasılığı kaçtır?

$16 + 12 + 4 = 32$

$\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

1 2 3 4 5 6 7

Şekil 4-75. Irmak'ın 1. probleme verdiği cevap.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Katsayıları ve orantı ilişkisini kavrayarak, bu kavramları sorunun çözüm sürecine dahil edebilmiştir. İşlem adımlarını sistematik olarak kurgulayarak denklem çözümünde kullanmıştır (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek orantılı çoklukların kullanımıyla ilgili soruyu anlamış ve değişkenler arasındaki ilişkiyi düzenleyerek çözüme ulaşmıştır. Yorumlama becerisini, orantılı çoklukları "Kat" kavramını tanımlayarak ve kat sayılarını havlu fiyatları ile çarparak soruyu eşitlik kurarak çözüme ulaşmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, orantılı çoklukları değişkenler ile eşitliğe dönüştürmeyi planlamasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini eşitlikleri çözmek için gerekli işlem sırasını bilerek uygulamasıyla sergilemiştir. Irmak, bu durumda hem orantıları hem de muhtemel çıktıları hesaplayarak ve kat sayılarını pratikte uygulayarak matematiksel sorunları çözmedeki yeterliliğini göstermiştir.

2. Aşama

Çözüm Stratejileri

Irmak, üslü ifadelerle ve asal çarpanların eşit kuvvetlerini bularak problemi çözmüştür. Irmak, verilen sayıların bölenlerini incelerken, her iki durumda da kuvvetlerin 3 olması gerektiğine dikkat çekmektedir. "Tamamlama" olarak ifade ettiği bu yöntemle, eksik olan üs değerlerini belirtmiştir ve böylece vişne suyunun kutu sayısını 27 olarak tespit etmiştir. Sayıların üs bilgilerini mantıklı sonuçlara varmak için

kullanmıştır ve kutuların sayısını topladıktan sonra 27/52 olan oranı bulmuştur (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Irmak: Bölenlerini buldum, ikisinin de üssünün de 3 olması gerekiyordu. Tamamlama mı deniyor? Diğerinde de üsleri 3'e tamamladım, vişnenin kutu sayısını 27 olarak buldum. iki kolinin sayısını topladım. 27/52 oldu?

2-3.

Bir markette satılan meyve sularının birer adedlerinin satış fiyatları verilmiştir. Bu markette satılan şeftali suları her birinde 45 adet , vişne suları ise her birinde 25 adet bulunan koliler halinde satılmaktadır. Koliler halinde satılan bu meyve sularından alan Mert Bey in hem şeftali hem de vişne suları için ödediği ücretler TL cinsinden 15 in doğal sayı kuvvetine eşittir.

Mert'in bu kolilere ödediği en az ücret için aldığı kolilerin vişne suyu kolisi olma olasılığı kaçtır?

Şekil 4-76.Irmak'ın 2-3. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

İrmak, koli sayısını belirlerken asal çarpanlara ayırma yöntemini ve oran kavramları arasındaki ilişkiyi anlamıştır. Üslü ifadelerle çalışarak olasılık değerlerini bulmak için gerekli verilere ulaşabilmiştir (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisi kapsamında, İrmak 15 sayısının asal çarpanlarını 3 ve 5 olarak belirlemiş ve üslü ifadeleri kullanarak fiyatı 15'in kuvveti şeklinde çözümlenmiştir. Yorumlama becerisini, vişnenin kutu sayısını toplam fiyatı 15'in kuvveti olacak şekilde belirlemesiyle ve şeftali ve vişne suyunun koli fiyatlarını asal çarpanlarına ve üslü ifadeler kullanarak problemi yorumlamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, asal çarpanlarına ayırma ve üslü ifadelerde çarpma (tamamlama) işleminin özellikleriyle bulmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini göstermiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma becerisini sayıları

doğru bir şekilde toplayarak toplam koli sayısını 52 olarak bulması ve vişne suyunun oranını 27/52 olarak hesaplamasıyla göstermiştir.

3.Aşama

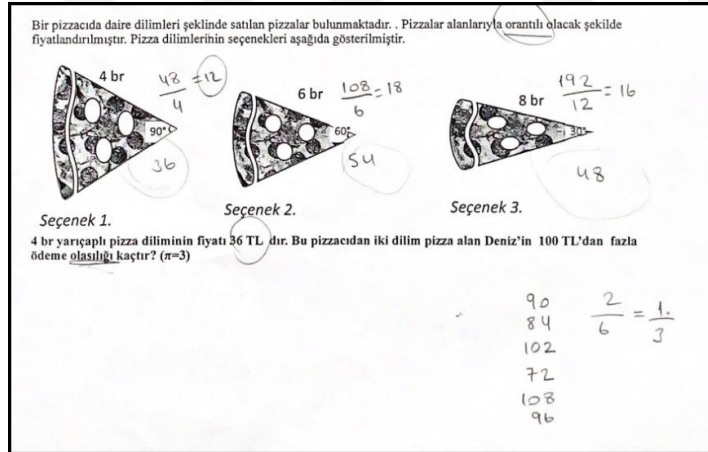
Çözüm Stratejileri

Irmak, daire dilimlerinin alanlarını bulmak için dairesel ölçüm ve kesir bilgilerini kullanmıştır. Her bir dilimin 360 derecelik daire içindeki açılal payına göre kesirsel değerini belirlemektedir ve bu değerleri alan formülü ile ilişkilendirmektedir. İşlemsel stratejisini açıkça, bir dilimin 1/4 oranında olduğunu bularak ve bu oranı alan hesaplamasında kullanarak göstermiştir. Sonrasında, orantılı fiyatlandırma bilgisini kullanarak diğer dilimlerin fiyatlarını belirlemiştir ve olasılık değeri için ikili seçimleri yapıp olası durumları hesaplamıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Nasıl Çözdün?

Irmak: Bunların alanlarını buldum. 360 da 90 ise 1/4 dedim. 48 alanı oluyor. 1/4 'ü 12 br2 oluyor. 36 TL ise 3 katı dedim. Sonra diğerlerine de aynısını yaptım ücretleri buldum. Sonra ücretleri toplayarak buldum.



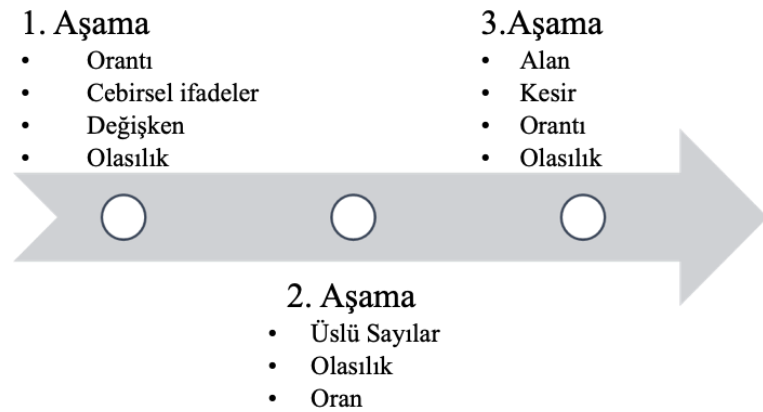
Şekil 4-77.Irmak'ın 3-5. Soruya verdiği cevap

Kavramsal Anlama Düzeyi

Irmak, daire alan formülü ve oran-orantı ilişkilerini başarıyla kurmuştur. Dairesel bir dilimin alanını ve orantısal fiyatını hesaplama sürecinde zihinden işlemler de yapmıştır. İki farklı ürün arasından ikili seçim sayısını bulurken tüm durumları yazmıştır. Bu değerleri arasından olasılık değerini yazabilmiştir (Oran- Orantı ile Olasılık ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Irmak, çözümleme becerisini göstererek verilen pizza dilimlerinin alanlarını bularak işe başlamıştır. Pizza dilimlerinin açlarına ve uzunluklarına dayanarak kesirler yoluyla alanı hesaplamıştır. Yorumlama becerisini, pizza dilimlerinin alanları ile fiyatlarının orantılı olduğunu ve bu orantının nasıl kullanılacağını yorumlama becerisini göstererek sergilemiştir. $\frac{1}{4}$ dilim için alan ve fiyat orantısını anlamış ve bu bilgiyi diğer dilimlerin fiyat hesaplaması için aktarmıştır. Çıkarım yapma becerisini, verilen bilgileri değerlendirerek çıkarımlarda bulunmuş ve ikili seçimler sırasında verilen bir dilimin alanı ve fiyatı arasındaki oranı kullanarak diğer dilimlerin fiyatlarını hesaplamasıyla göstermiştir. Ayrıca, toplam fiyatının 100 TL'den az olma olasılığını da hesaplayarak bu beceriyi etkin bir şekilde kullanmıştır. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini olasılık değeri için yapılan ikili seçimlerde kendini göstermektedir. 100 TL'den az olan kombinasyonların sayısını bulmak için gerekli hesaplamaları yaparak ve bu hesaplamaların sonuçlarına dayanarak olasılığı yazmıştır. Irmak, verileri organize etme ve bu verilerden mantıklı sonuçlar çıkarma becerisi sayesinde, veriye dayalı karar verebilmiştir. Matematiksel problem çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini kesirleri, oran ve orantıyı kullanarak ve fiyatları alan hesaplamalarıyla birleştirerek pizza dilimlerinin her birinin fiyatını bularak problemi çözmesiyle sergilemiştir. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini olasılık değeri için yapılan ikili seçimlerde kendini göstermektedir. 100 TL'den az olan kombinasyonların sayısını bulmak için gerekli hesaplamaları yaparak ve bu hesaplamaların sonuçlarına dayanarak olasılığı yazmıştır.



Şekil 4-78. Irmak'ın kullandığı kavramlar

4.5.5 Oğuzhan'ın Çözümleri

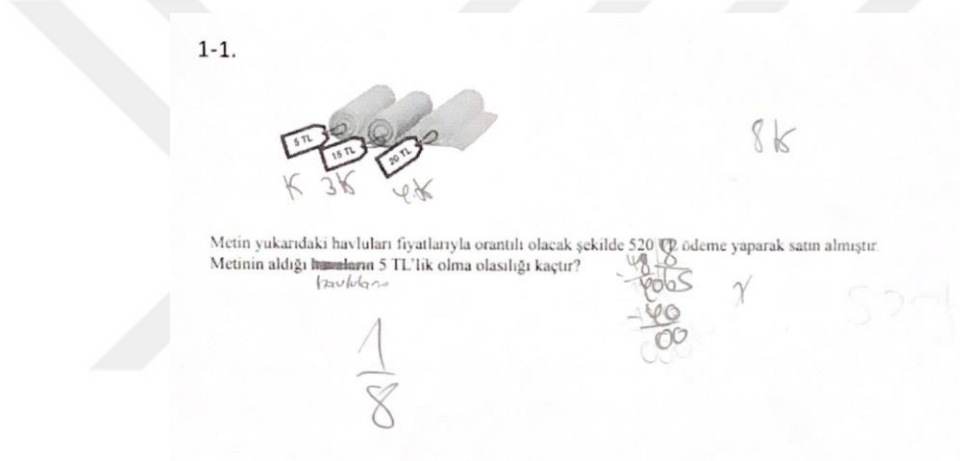
1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan'ın kullandığı çözüm stratejisi, verilen oranlara (k, 3k, 4k) göre toplamı hesaplayıp bu oranları doğru bir şekilde anlayarak sorunun cevabına ulaşmayı başarmıştır. Bu yaklaşımla toplamı 8k olarak bulmuş ve 1k'nın beklenen olasılık değeri olduğunu belirtmiştir (Orantısız çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl yaptın?

Oğuzhan: 5,15, ve 20 k,3k,4k topladım 8k oldu 8k da 1k olması lazım. Doğru orantılıydı.



Şekil 4-79. Oğuzhan'ın 1. probleme verdiği cevap.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan, orantı kavramını anlamış ve bu kavramı verilen bilgileri değerlendirerek soruyu çözmeye kullanmıştır. Havlu sayılarının orantılı olduğu değişkenlerle sayıların temsil edildiğinin farkındadır (Değişkenlerle temsili olasılıkla ilişkilendirmek).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek orantılı çoklukları cebir ile değişken yazarak havlu sayılarını temsil ederek başlamıştır. Yorumlama becerisini, soruyu anlama ve çözme sürecinde orantılılık ilkesini kullanarak yorumlaması ve böylece havlu sayılarını eşitlik kurmadan bulabileceğini fark etmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, verilen oranları toplayarak ve bu toplamı doğru orantılı olması beklenen bir değerle kıyaslayarak

çıkarımlarda bulunmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini orantı konusundaki anlaması ve bu kavramsal bilgiyi pratikte kullanmasıyla sergilemiştir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuzhan, koli fiyatlarını asal çarpanlarına ayırarak ve üslü ifadeler ile çözmeyi planlamış, bu işlemi algoritma kullanmadan zihinden gerçekleştirmiştir. Sayıların asal çarpan ve üs bilgilerini zihninde eşitlemiştir. Üsleri eşitleyerek gerekli koli sayısını tespit etmiş, bu sayının miktarını anlamış ve olasılık hesaplarında kullanma becerisi göstermiştir. Oğuzhan, tüm bu adımlarla çözümü daha az işlemle ve etkin bir şekilde tamamlamayı başarmıştır (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: Üslü ifadelerle gösterdim. Üslü ifadelerle gösterince ortak çarpanlarını olduğunu fark ettim. Birbirinin çarpanları olduğunu fark ettim.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Oğuzhan, koli fiyatlarının asal çarpanlarına ayırarak üslü ifadeler kullanılması gerektiğini ve bu üslerin eşitlenmesi yoluyla gerekli koli sayısının bulunabileceğini anlamıştır. Böylece Oğuzhan'ın üslü ifade ve asal çarpanlar gibi matematiksel kavramlarını çözümlerken etkili bir şekilde kullanmıştır. Oğuzhan'ın sayıları inceleyerek aralarındaki çarpım ilişkilerini belirleyebilmesi koli sayılarını bulmasını sağlamıştır (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuz, çözümlene becerisini göstererek koli fiyatlarını asal çarpanlarına ayırarak ve bu çarpanları üslü ifadelerle göstererek çözmeyi planlamıştır. Yorumlama becerisini, koli fiyatlarıyla koli sayısının çarpımını 15'in doğal sayı kuvveti olacak şekilde belirlemesi ve asal çarpanları üslü ifade şeklinde yazarak başarıyla bulmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, üslü ifadelerle çarpma işlemini asal çarpanlarla ilişkilendirerek koli sayılarını belirlemesiyle göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini koli sayılarını asal çarpanlarına ayırma ve üsleri eşitleme ile bulduğu ve bu sayıların miktarını anlama becerisini sergilemesiyle göstermiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Oğuz, daire alanını hesaplayarak başlamıştır. Ardından, oran-orantı ilişkisini kurmuş ve bu bilgiyi kullanarak her dilim için fiyat hesaplaması yapmıştır. Uygun olan ikili seçimlerini seçenekler olarak belirlemiştir. Olasılık değerini yazmıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Bu soruda hangi kavramlar var?

Oğuzhan: Daire alanı, oran, olasılık var.

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Oğuzhan: 4 yarıçapıyla alını buldum. 48 br^2 Fakat bu doksan derecelik o yüzden dörde böleceğim. 12 br^2 alanı var. 12 alan 36 TL oluyorsa 3 katı bir oran var. Bunun alanı 18 br^2 olduğu için 54 TL diğeri 48 TL çıktı. Toplayarak sırayla yazarak durum sayısını buldum.

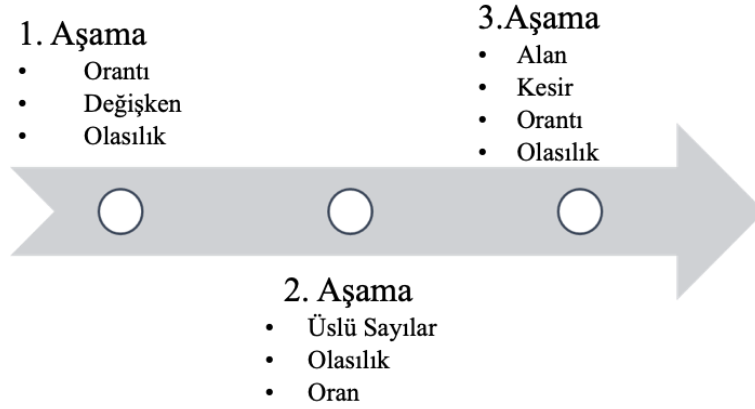
Kavramsal Anlama Düzeyi

Daire ve dilim alanlarını zihinsel işlemlerle hesaplamıştır. İlk dilimin fiyat bilgisini kullanarak, diğer dilimlerin fiyatlarını hesaplamak için bir orantı sabiti oluşturmuştur. Oğuz, olasılık hesaplamalarında ise durum sayısını, zihinden toplayarak seçenekleri belirlemiştir (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Oğuzhan, çözümleme becerisini göstererek sorunun çözümüne dairenin alanını hesaplayarak başlamıştır. Örneğin, 90 derecelik bir dilime karşılık gelen alanı işlem basamaklarını açıkça anlatarak ve bu alanı 4 ile bölerek dilim pizzanın alanına ulaşmıştır. Yorumlama becerisini, dilimlerin alanlarını fiyatlarıyla orantılı olduğunu yorumlayarak diğer seçeneklerin fiyatlarını bulmasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisini, olası durumları pizza fiyatlarının 100₺'nin altında olacak olanları seçerek hesaplamasıyla kullanmıştır. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini olasılık değeri için gerekli olan durum sayısını belirleyerek, 100 TL'den az olan iki dilim seçimi yapma olasılığını hesaplamasıyla sergilemiştir. Oğuzhan bu süreçte, sıraya göre yazarak ve durumları sayarak sistematik bir yaklaşım benimsemektedir. Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini farklı dilim

kombinasyonlarının fiyatlarını toplayarak ve olasılığı hesaplayarak, matematiksel verileri kullanabilme ve bu verilere dayalı kararlar vermesiyle göstermiştir.



Şekil 4-80. Oğuzhan'ın kullandığı kavramlar

4.5.6 Erdem'in Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, orantıları belirleyerek ve bunları kullanarak orantılı değişkenleri hesaplama stratejisini uygulamaktadır. Fiyatları oranlarıyla (bir kat, üç kat, dört kat) çarparak toplam tutarı (130k) bulmuş ve k değerini çözmüştür ($k=4$). Sayısal değerler yerine oranlarla çalışarak çözüm bulmuştur (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: Bir kat, üç kat, dört kat bunları fiyatlarıyla çarpacağız. Bunlar adetleriydi.

$130k=520$. $k=4$ olur. 4 tane 12 tane ve 16 tane var. $4/32$ olur.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem, orantı kavramını başarıyla anladığını ve fiyatları orantılı miktarlarla çarparak sonuca ulaştığını göstermektedir. Orantılı değişkenler arasındaki ilişkinin cebirsel olarak temsil edilmesi ve eşitlik kullanımıyla ortaya çıkmıştır (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek verilenleri anlayıp orantılı değişkenler belirleyip denklem kurmuştur. Yorumlama becerisini, orantılı değişkenler ile denklem kurarak değişkenin değerini hesaplaması ve orantı ile eşitlik kavramlarını birlikte uygulamasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma

becerisini, değişkenin değerini ($k=4$) bularak verilen toplam fiyatla ilişkili aritmetik bir işlem yaparak çıkarım yapması ve daha sonra bu değeri diğer adetleri hesaplamak için kullanmasıyla göstermiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini Erdem'in matematiksel problem çözme ve çözüm geliştirme yaklaşımının etkin problemlere yaratıcı ve sistemli yollarla yaklaşmayı gerektirdiği anlaşılmaktadır. Orantılı değişkenleri kullanarak olasılık değeri hesaplamak ve cebirsel ifadeleri temsil olarak kullanmak, problemin çözümünde önemli rol oynamıştır.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, problem çözme sürecinde uzun işlemler nedeniyle zaman kaybedince sayıları asal çarpanlarına ayırmak ve üslü ifadelerle göstermek gibi daha hızlı ve etkili bir yöntemle geçmiştir. Üs bilgilerini ve asal çarpanları zihninden çalışarak kullanmış, sayıları böylece üsleri eşitleyerek doğru koli sayısına ulaşmıştır. Sonuç olarak, Erdem daha az işlemle ve zaman kaybetmeden problemi çözmeyi başarmıştır. Bu metot, Erdem'in matematiksel düşünme becerisini ve zihinden işlem kabiliyetini göstermektedir (Üslü ifadelerle Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Bu soruda yöntem değiştirmişsin, Neden?

Erdem: Öyle devam edemezdim, uzun işlem olduğu için zaman kaybettim. 3^3 ve 5^3 tamamlamaya çalıştım. 25 ve 5'i çarpınca 125 yapıyor. $5^3.3^3$ 'e böleceğiz. Elimizde 27 kalacak, yani 27 tane vişne kutusu olduğu anlamına geliyor. Diğerini de aynı şekilde yapmam gerekiyor.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem'in soruda, asal çarpanlara ayırma ve üsleri eşitleme gibi stratejileri kullanarak elde ettiği sonuçlar, koli sayılarını hesaplama konusunda, uzun süreli hesaplamalar yerine, asal çarpanlar ve üslü ifadeleri kullanarak sayıları tamamlama yoluyla daha verimli bir çözüm oluşturmuştur (Üslü ifadeler ile asal çarpanları ilişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümlene becerisini göstererek öncelikle fiyat değerini $3^3 \times 5^3$ şeklinde yazarak başlamıştır. Bu fiyat değerini bir kolinin fiyatına (125 ve 135) ayrı ayrı bölerek devam etmiştir. Yorumlama becerisini, asal çarpanlarla ve üslü ifadelerle işlemleri ilişkilendirerek koli sayılarını bulmasıyla sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, toplam fiyat ve bir kolinin fiyatı için asal çarpanları belirlemenin kolaylığını anlamasıyla işe koşturmuştur. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini kendi yöntemiyle bulduğu çarpan ve ürünleri hesaplayarak, koli sayısının miktarını (vişne kutusu sayısını) doğru bir şekilde tespit etmeyi başararak sergilemiştir.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Erdem, daire dilimlerinin alanlarını bulduktan sonra bu alanları pizza dilimlerinin fiyatlarına dönüştürmek için kullanılan orantı sabitini belirlemiştir. Bu sabiti tüm dilimlerin fiyatını hesaplamada kullanarak problemi çözmüştür. Uygun ikilileri belirlerken seçenekleri çizerek kontrol sağlamış ve olasılık değerini hesaplamıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmenle Diyalog

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Erdem: 4 br dilim pizzanın alanı 12 br^2 , 12 br^2 36 TL imiş. 1 br^2 3 TL olur. Diğerlerini de aynı şekilde hesapladım.

Öğretmen: Olasılığı nasıl anladın?

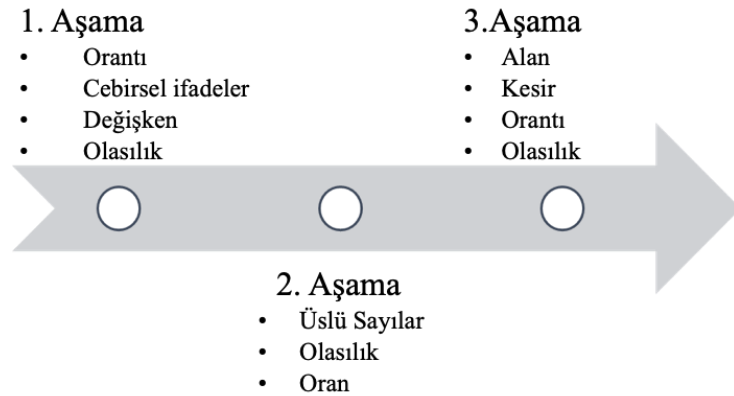
Erdem: Hepsini denedim, 1 tane 1.den bir tane 2.den ...

Kavramsal Anlama Düzeyi

Erdem'in alan hesaplaması ve ardından orantıyla fiyat hesaplaması, daire alanı ve orantı işlemlerini zihinsel olarak yapmıştır. Erdem'in mümkün olan tüm ikili seçimleri göz önünde bulundurduğunu ve bu durumların sayısını çizerek soruyu çözdüğünü görülmektedir (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Erdem, çözümleme becerisini göstererek pizzanın dilimlerinin alanını hesaplamayla başlamıştır. Yorumlama becerisini, dilimlerin alanını kullanarak birim alan başına düşen fiyatı orantılı bir şekilde hesaplamasıyla sergilemiştir. Her birim alan için belirlenen 3 TL'yi, diğer dilimlerin alanlarıyla çarparak her bir dilimin fiyatını bulmuştur. Çıkarım yapma becerisine göre olasılık değerinin çıkarımında mümkün olan tüm dilim kombinasyonlarını incelemiştir. Erdem'in çıkarım süreci, farklı dilim kombinasyonlarından ikililer seçerek olası toplam fiyatların 100 TL'den az olma durumlarını listelediği anlaşılıyor. Olasılık değerini hesaplarken, mümkün olan tüm kombinasyonları göz önünde bulundurmuş ve toplam fiyatı 100 TL altında olanlar için durumların sayısını bulmuştur. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini sorunun çözümünde verilen bilgileri kullanarak somut adımlar atması ve bu sayede sorunu basit bir matematiksel modelle çözme becerisini göstermesiyle sergilemiştir. Alan ve orantı ilişkisini anlayıp, bunu farklı pizzaların maliyetini tahmin ederken kullanmıştır. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini çeşitli pizza dilimlerinin alanlarını ve fiyatlarını hesaplayarak, olasılık değerini belirlerken görsellerin üzerinde çizimler yaparak uygunluğunu kontrol etmesiyle göstermiştir.



Şekil 4-81. Erdem'in kullandığı kavramlar

4.5.7 Ahmet'in Çözümleri

1. Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, değişkenleri orantılı olarak ifade ederek çözüme başlamış ($x, 3x, 4x$). Bu ifadeyi kullanarak, fiyatlarıyla çarptığı ve toplam maliyeti cebirsel bir eşitlikle ifade ettiği ($130x=520$) görülür. Daha sonra bu eşitlikten x 'in değerini ($x = 4$) bulmasıyla problemi çözmüştür (Eşitlik Kurarak Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümlü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Ahmet: Hepsini orantılı olacaksa $x, 3x, 4x$ olur. Önce fiyatlarıyla çarpım. Toplayınca $130x=520$ oluyor. $x = 4$ buldum. 5 TL olanların kaç tane olduğunu buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in orantı kavramına olan anlayışı, orantılı değişkenlerin oranlarını doğru şekilde belirlemesine ve kullanmasına olanak tanımıştır. Bu kavramsal anlama, sorunun cebirsel çözümüne doğrudan bir yol sağlamıştır (Eşitlik Kullanımı).

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek orantılı çokluklar için değişkenler belirleyerek başlamıştır. Yorumlama becerisini, orantılı değişkenlerle eşitliği kurarak havlu sayılarını hesaplaması ve toplam fiyat ile ilişkilendirerek x değerini bulmasıyla göstermiştir. Çıkarım yapma becerisiyle, ilgili değişkenler arasında orantılı ilişkileri belirleyebilmiş ve x değerini cebirsel olarak çözerek doğru sonuca ulaşabilmiştir. Bu sürecin bir parçası olarak, 5 TL olan havluların sayısını da bulmuş; bu, verilen bir değerle başlayarak diğer değişkenler üzerinde çıkarımlar yapabilmiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini orantılı değişkenler ve eşitlikler üzerinden ilerlemesiyle sergilemiştir. Bu, Ahmet'in orantı ve cebirin temel kavramlarını iyi anladığını göstermektedir.

2.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, "Orantı, Olasılık ve İlgili Kavramlar" konusunun 2.Aşama3. Sorusuna başlangıçta çarpma işlemi kullanarak çözüm bulmayı denemiş, ancak başarılı olamamıştır. Bu deneyimden sonra, öğretmenin "Nasıl çözdün?" sorusuna, "Başlangıçta çarparak yapmak istedim olmadı, 15'in 3. kuvvetini hesaplayarak bölerek buldum." şeklinde yanıt vermiştir. Ahmet'in stratejisi, işlem yoğunluğunu azaltmak için asal

Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümlene yeteneğini göstererek önce problemin çarpmaya dayalı bir yöntemle çözümünü denemiş, ancak bu yöntemin işe yaramadığını fark etmiştir. Bunun üzerine, toplam fiyatı 15'in 3. kuvveti olarak belirleyerek, bu değer üzerinden bölme işlemi yapmayı tercih etmiştir. Yorumlama becerisini, toplam fiyat bilgisine göre üslü ifadeleri ayrı ayrı bölerek elde ettiği koli sayılarının miktarını olasılık hesaplamalarında kullanabileceğini belirtmesiyle sergilemiştir. Çıkarım yapma becerisini, 15'in 3. kuvvetini hesaplayarak bölme işlemi yapmaya karar vermesi ve çözüm stratejisinin faydalarından yararlanmasıyla kullanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini üslü ifadelerle çalışarak gerekli koli sayısını bulmasıyla sergilemiştir. Bu hem bir çözüme ulaştığını hem de aritmetik işlemler konusunda kesin ve net sonuçlar alabileceğini göstermiştir. Ahmet, bu süreçte matematiksel kavramları etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuçlara ulaşmıştır.

3.Aşama

Çözüm Stratejileri

Ahmet, bir pizza diliminin alanının 12 br^2 olduğunu hesaplamış. Daire diliminin alanını kesirsel ifade ettiği açıdan yola çıkarak sonucu elde etmiştir. Ahmet, belirtilen bir dilimin fiyatının alanla orantılı olduğunu görmüş (12 br^2 için 36 TL) ve orantı sabitini (1 br^2 başına 3 TL) hesaplamıştır. Daha sonra bu sabiti, diğer dilimlerin alanlarını bulmak için kullanarak, her bir dilimin fiyatını hesaplamış. Ahmet, 100 TL altında kalmak koşuluyla iki dilim pizza seçme olasılığını bulmuş. Hangi dilimlerin birlikte seçildiğinde toplam maliyetin 100 TL'yi geçmeyeceğini belirlemek için tüm olası ikili kombinasyonları değerlendirmiş ve geçmeyen durumların oranını hesaplamıştır (Oran ve Orantısal Çözüm). Öğrenciyle yapılan görüşmede çözümü aşağıdaki şekilde anlatmıştır:

Öğretmen: Nasıl çözdün?

Ahmet: Alanlarını hesapladım 12 br^2 oldu. Fiyatı 36 TL çıktı. Alanına göre 3 katıydı.

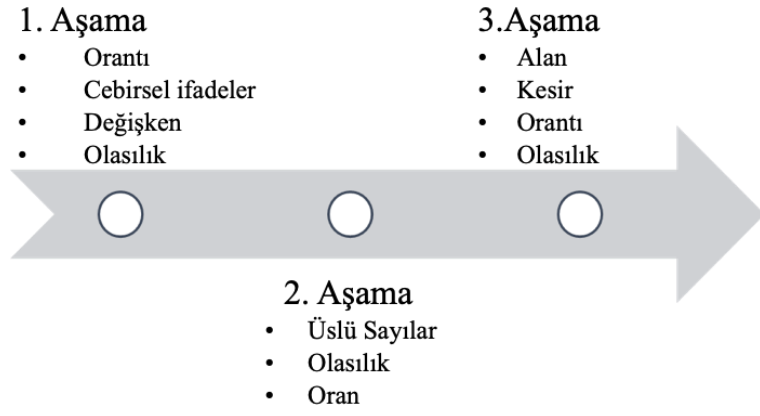
Diğerlerinin alanlarını da üçle çarpтым. 100 TL'yi geçenleri yazınca $1/3$ buldum.

Kavramsal Anlama Düzeyi

Ahmet'in daire alanını, pizza dilimlerinin açıları ile ilişkili bir şekilde hesaplayabilmiştir. Orantı sabitini ile çalışarak diğer fiyatları bulmuştur. Ahmet'in 100 TL altında kalan ikili seçimleri bulma süreci, olasılık hesaplamalarını ve karar verme şekli fiyatlar arasında çizimler ile toplamaları kontrol ettiği görülmektedir (Oran- Orantı ile Olasılığı ilişkilendirmek, Daire Alan ile Orantı İlişkilendirme).

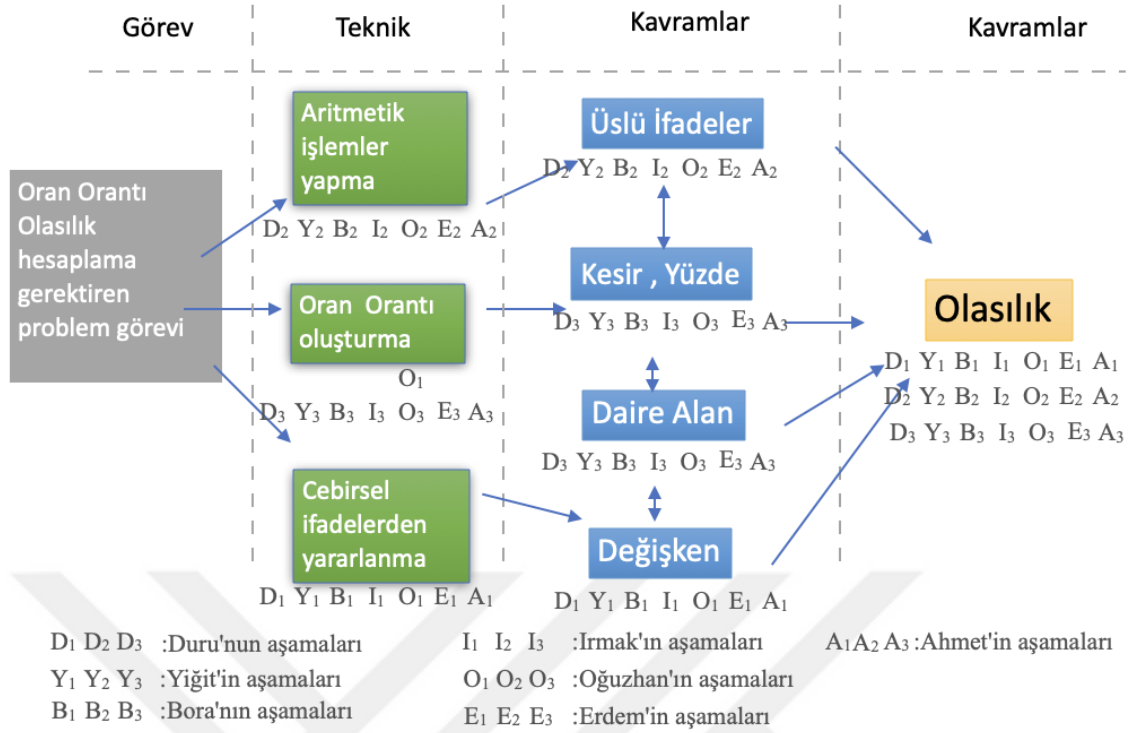
Matematik Becerileri

Matematiksel Muhakeme becerisinde Ahmet, çözümleme becerisini göstererek daire dilimlerinin alan hesaplamasıyla başlamıştır. Yorumlama becerisini, birim başına düşen fiyatı bulmuş ve diğer daire dilimlerinin alanlarını üç katına çıkararak (alanları 3 ile çarparak) fiyatlarını hesaplamasıyla sergilemiştir. Burada, orantı kavramını kullanarak alan arttıkça fiyatın nasıl artacağını yorumlamış ve uygulamıştır. Çıkarım yapma becerisini, olasılık hesaplamasında 100 TL'yi geçmeyecek şekilde iki dilim pizza seçimleri yaptıktan sonra, olası tüm ikili kombinasyonları çizerek göstermesiyle sergilemiştir. Matematiksel Problem Çözme becerisinde, matematiksel çözümler geliştirme becerisini daire alanlarını parça sayısı ile bölerek orantılı fiyatları bulabilmesiyle sergilemiştir. Çözüm sistematik bir yaklaşımla adım adım ilerlemiştir. Problemin verilerini kullanarak olasılık durumlarını belirleyerek hesaplamalar yapabilmıştır. Veriye Dayalı Karar Verme becerisinde, bulgulara ulaşma ve yorumlama becerisini toplam maliyetin 100 TL'yi geçip geçmeyeceğini belirlemek üzere hangi dilim kombinasyonlarının bu limit altında olduğunu tespit ederek olasılık hesaplarını yapması ve $1/3$ sonucuna ulaşmasıyla göstermiştir.



Şekil 4-83. Ahmet'in kullandığı kavramlar

Orantı ve Olasılık BTMS Bulgularına Genel Bakış



Şekil 4-84.Orantı ve Olasılık BTMS Aşamalarında Öğrencilerin Kullandıkları Teknikler ve Kavramlara Yönelik Lokal Sit

Bu lokal sit, öğrencilerin olasılık ve karşılaştırma BTMS kullanırken sergiledikleri kavramsal anlama düzeyini ve problem çözme stratejilerini görsel olarak özetlemektedir. Görselde, öğrencilerin (Duru, Yiğit, Bora, Irmak, Oğuzhan, Erdem ve Ahmet) bu konudaki becerilerinin gelişimini üç aşamada gözlemleyebiliyoruz. Öğrencilerin kullandıkları temel kavramlar arasında olasılık, yüzde, kesirler ve daire alan, cebir ve olasılık yer almaktadır. Öğrencilerin isimlerinin baş harflerinin yanında yer alan indisler, her bir öğrencinin farklı aşamalarda hangi kavramları kullandığını açıkça göstermektedir.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmada öğrencilerin BTMS çözme sürecinde, yedi öğrenci üzerinde üç aşamalı bir çalışma yürütülmüş ve her aşamada farklı düzeyde hazırlanan problemlerin çözüm yaklaşımlarıyla ilgili görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Yaklaşık üç ay boyunca öğrencilerin kavramsal anlama ve matematiksel becerileri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Öğrencilerin, özellikle problemleri çözerken kullandıkları kavramları fark etme ve bu kavramları nasıl ilişkilendirdikleri incelenmiştir.

Oran ve daire grafiği kavramları ile ilgili BTMS öğrencilerin kavramsal anlama düzeyleri ve matematiksel becerileri aşamalı olarak gelişme göstermiştir. İlk aşamada grafikler arasındaki orantılı ilişkileri kurma ve cebirsel ifadelerle temsil etme becerileri sergilenirken, ikinci aşamada iki daire grafiği arasındaki yüzde oranına dayalı ilişkiler kurulabilmiştir. Üçüncü aşamada ise cebirsel ifadeler, kesirler, orantı, kat ilişkileri ve eşitsizlik kavramları kullanılarak daha karmaşık ilişkiler çözümlenmiştir. Öğrencilerin çözüm stratejilerinde denklemden orantıya veya kesirlerden orantıya geçiş yapmaları, onların kavramsal anlama düzeylerini farklı şekillerde kullandıklarını göstermektedir. Farklı yöntemleri seçmelerinin nedeni, her öğrencinin kendine özgü düşünme biçimine sahip olması ve matematiksel çözüm yöntemleri geliştirme becerisini gösterilmiştir. Oran ve daire grafiğiyle ilgili sonuçlar, görsel öğeler içeren beceri bazlı matematik sorularının kullanılmasının, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini ve matematiksel çözümler geliştirme becerilerini artırdığını göstermektedir. Bu sonuç araştırmalarda elde edilen özellikle günlük yaşamla ilişkilendirilmiş ve teknolojik olmayan bağlamlarda belirlenen soruların öğrencilerin öğrenmelerini daha anlamlı ve kalıcı kıldıklarını gösteren sonuçları destekler niteliktedir (Kedikli & Katrancı, 2022; Hançer, 2023).

Üslü ifadeler ve geometri kavramlarıyla ilgili bulgulara göre öğrenciler, üslü ifadeler, geometrik kavramlar, örüntüler, kesirler ve aritmetik işlemler gibi çeşitli matematiksel kavramları kullanmaktadırlar. BTMS çözme sürecinde bu kavramlar arasında bağlantılar kurarak etkili stratejiler geliştirmişlerdir. Üslü ifadelerin geometrik yorumunu örüntülere bağlı olarak kavradıkça, öğrenciler karelerin alanlarını ve çevrelerini hesaplamak için üslü ifadeleri kullanarak problem çözme stratejilerine dönüştürmüşlerdir. Kavramsal anlamının, öğrencilerin daha ekonomik çözümler

geliştirmesine yol açtığı ve bu stratejilerin de kavramsal anlamayı pekiştirdiği ve genişlettiği görülmüştür.

Olasılık ve karşılaştırma içeren BTMS’de öğrenciler, olasılık hesaplama, kesir karşılaştırma, payda eşitleme, içler dışlar çarpımı, deneme gibi çeşitli matematiksel kavram ve stratejileri etkin şekilde kullanmışlardır. Strateji seçimlerinde esneklik göstererek soruya en uygun yöntemi belirleyebilmişlerdir.

Çarpanlar ve katlar kavramları ile ilgili BTMS öğrenciler asal çarpanlar, üslü ifadeler, kesirler, oranlar ve yüzdeler gibi kavramları da birbiriyle ilişkilendirerek problemleri çözmüşlerdir. Öğrenciler temel kavramları anladıklarında, uygun stratejileri uygulayarak problemleri daha verimli bir şekilde çözebilirler (Star, 2001). Çarpanlar ve katlar konusuyla ilgili BTMS ilk aşamada, öğrenciler asal çarpanlara ayırma ve üslü ifadeler kullanarak çarpan sayılarını belirleme gibi temel kavramları kullanmışlardır. İkinci aşamada, tam kare sayıların çarpan sayısının tek olduğunu kavramak gibi daha karmaşık kavramları anlamışlar ve ilişkileri kurmayı başarmışlardır. Üçüncü aşamada, stratejik düşünme ve problem çözme becerileri belirginleşmiş; öğrenciler grafik ve tablo kullanarak çarpanları ve katları belirlemişlerdir. Kavramsal ve işlemsel bilgiyi beraber kullanarak daha karmaşık problemleri çözebilmişlerdir.

Orantı ve olasılık kavramlarıyla ilgili BTMS ilk aşamasında, öğrenciler temel orantı ve olasılık kavramlarını kullanarak denklemleri kurmuş ve çözmüşlerdir. Orantılı değişkenler ve olasılık hesaplamaları yaparak, verilen toplam tutar üzerinden doğru sonuçlara ulaşmışlardır. İkinci aşamada, üslü ifadeler ve asal çarpanlar gibi daha karmaşık matematiksel kavramlar eklenmiştir. Öğrenciler, üslü ifadeler ve asal çarpanları kullanarak, verilen problemleri çözmüşlerdir. Üçüncü aşamada, daire alanları, kesirler ve olasılık seçimleri gibi daha ileri düzey matematiksel kavramlar eklenmiştir. Öğrenciler, daire dilimlerinin alanlarını hesaplayarak ve orantı kavramını kullanarak fiyat hesaplamaları yapmışlardır. Bu aşamada, öğrencilerin kavramsal anlama düzeyleri daha da artmış ve çeşitli matematiksel kavramları bir arada kullanarak problem çözme becerilerini geliştirmişlerdir. İlk aşamada temel orantı ve olasılık kavramlarını anlamış ve uygulamışlarken, ikinci aşamada üslü ifadeler ve asal çarpanlar gibi daha karmaşık kavramları anlamış ve uygulamışlardır. Üçüncü aşamada ise daire alanları, kesirler ve orantı kavramlarını bir arada kullanarak daha ileri düzey problem

özme becerilerini geliştirmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel muhakeme, yorumlama ve çıkarım yapma gibi matematik becerileri aşamalara göre artmış ve daha karmaşık problemleri çözme yetenekleri gelişmiştir.

Bu araştırma kapsamında uygulanan üç aşamalı değerlendirme, farklı öğrencilerin kavramsal anlayışlarındaki gelişimi, eksikleri, strateji kullanımındaki çeşitliliği ve esnekliği ayrıntılı bir şekilde gözler önüne sermiştir. Öğrencilerin çözüm sürecinde ortaya koydukları kavramlar ve stratejiler arasında güçlü bir ilişki gözlemlenmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin kavramsal anlama ve stratejileri kullanma etkinliği de aşamalar ilerledikçe artış göstermiştir. Bu sonuç literatürü destekler nitelikte olup araştırmalar kavramsal anlama düzeyleri ile strateji kullanımları arasında güçlü bir ilişki olduğu öğrencilerin kavramları ne kadar iyi anlarırsa, o kadar uygun stratejileri belirleyip uygulayabildiklerini göstermektedir (Rittle- Johnson & Alibali, 1999).

Öğrencilerin, BTMS özme sürecinde gösterdikleri kavramsal anlama düzeylerindeki değişim, matematiksel becerilerinin gelişiminde önemli bir etki olarak ortaya çıkmıştır. Başlangıçta temel becerileri ve kavramları kullanan öğrenciler, ilerleyen aşamalarda üst düzey düşünme becerilerini sergilemişlerdir. Kavramlar arasında bağlantılar kurma, cebirsel ifadeleri kullanma ve problem çözme stratejilerini geliştirme konularında ilerleme kaydedilmiştir. Benzer bir sonuç Adams & Lowery (2007) tarafından da elde edilmiş öğrencilerin matematiksel kavramları anlamak ve yorumlamak için günlük deneyimlerinden yararlandıklarında ve kavramsal anlamayı bu deneyimlerle ilişkilendirdiklerinde, matematiksel muhakemelerini geliştirdikleri ve matematik öğrenme süreçlerine katkıda bulduklarını ifade etmektedirler. Stein, Grover ve Henningsen (1996) da bu çalışmada elde edildiği gibi öğrencilerin farklı matematiksel kavramlar arasında bağlantılar kurmalarını ve bu kavramları problem çözmek için uygulamalarını gerektiren görevlerle meşgul olduklarında, kavramsal anlayışlarında ve problem çözme becerilerinde önemli gelişmeler göstereceklerini belirtmektedir.

Baki (2006), kavramsal anlama ilişkin çok sayıda çalışma yapılmasına rağmen, ülkemizde matematik eğitiminde işlemsel öğrenmeye öncelik verildiğini belirtmiştir. Okullarda ve işlemsel bilgiyi öne çıkaran ulusal sınavlarda işlemsel öğrenme,

öğrencilerin bir kısmının başarılı olmasına yardımcı olmuştur (Baki, 2006; Baştürk, 2005). Ancak araştırmalar, öğrencilerin işlemsel bilgi eksikliği olmasa da kavramsal anlama ve matematikte yetersiz performans gösterdiğini göstermiştir (Baki, 2006; Baki ve Kartal 2004; Bekdemir ve Işık, 2007; MEB PISA Raporu, 2022). Bundan dolayı, BTMS çözümünde işlemsel bilginin önemi yadsınamaz. Ancak, işlemsel bilgiyle birlikte kavramsal anlamanın da geliştirilmesi, öğrencilerin farklı problem çözme stratejileri geliştirmelerine ve matematik becerilerini esnek bir şekilde kullanmalarına olanak tanımaktadır. Bu araştırmada işlemsel bilgisi tam olan öğrenciler seçildiğinde, onların kavramsal ilişkilendirmeler yapabildikleri ve farklı çözüm stratejileri geliştirebildikleri görülmüştür.

Beceri temelli sorular, son yıllarda Türkiye'de matematik eğitiminde önemli bir gündem maddesi haline gelmiştir. Araştırmalarda Liselere Geçiş Sistemi (LGS) sınavlarında kullanılmaya başlanan BTMS, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır. Mantık-muhakeme, yorumlama, analitik düşünme, problem çözme, okuduğunu anlama, sonuç çıkarma, eleştirel düşünme ve bilimsel süreç becerileri gibi becerileri geliştirmeyi amaçladığını genel olarak belirtmişlerdir (Erden ,2020; Sanca ve vd., 2021; Karakeçe 2021; Kertil,vd. 2021;Yılmaz ve Şad, 2022). Ancak yapılan araştırmalar, beceri temelli soruların uygulanmasında bazı zorluklar yaşandığını ortaya koymaktadır. Bu zorlukların temelinde, Türkiye'de daha önce uygulanan matematik öğretim programlarında beceri temelli soruların dayandığı becerilerin net bir şekilde belirlenmemiş olması yatmaktadır. Öğretmenler ve öğrenciler, uzun yıllardır alışık oldukları geleneksel soru tiplerinden farklı olarak, beceri temelli sorulara geçişin ilk aşamalarında gerek kaynak yetersizliğinden gerekse eksik anlatımlar içeren sorular nedeniyle önyargılar geliştirmiş olabilirler. Erden (2020) de çalışmasında öğretmenlerin beceri temelli soruların "yeni öğretim süreçleri, kaynak eksikliği, okuma alışkanlığı ve hizmet içi eğitim ihtiyacı" gibi zorluklarla ilişkilendirildiğini ortaya koymuştur. Yeşil (2024) çalışmasında benzer şekilde öğretmenlerin müfredatı yetiştirme kaygısıyla beceri temelli sorulara yeterince yer veremediği ve öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirdiklerini tespit etmiştir. Bu zorluklar, öğretmenlerin beceri temelli soruları etkili bir şekilde kullanabilmeleri için gerekli desteğe ve kaynaklara sahip olmadıklarını düşündüklerini göstermektedir. Erdoğan (2024) özel yayınevleri tarafından hazırlanan bazı soruların "bağlamlarının,

görsellerinin, dilsel ifadelerinin ve matematiksel çözümlerinin" tartışmaya açık olduğunu belirtmiştir. Bu durum, matematik eğitiminde kullanılan kaynakların niteliğine ilişkin soru işaretleri oluşturmakta; öğretmen ve öğrencilerin bu kaynaklara olan güvenini azaltmaktadır. Ancak beceri temelli soruların öğrencilerin kavramsal anlamalarını geliştirdiği ve problem çözme yeteneklerini pekiştirdiği de bir gerçektir. Bu çalışmanın sonuçları, öğretmenlere, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini ve matematiksel düşünme becerilerini artırmaya yönelik etkinliklerin tasarlanması konusunda önemli bilgiler sunmaktadır. Bu sorular, birden fazla matematik kavramını bir arada kullanmayı gerektirdiğinden, öğrencilerin ilişkilendirme ve matematik becerilerini de geliştirmektedir. Dolayısıyla beceri temelli soruların etkili bir şekilde uygulanabilmesi için öncelikle bu soruların dayandığı becerilerin açıkça belirlenmesi ve kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulduğu soruların öğretimde kullanılması gerekmektedir.

Program içeriğinde öğrenme çıktıları, alan becerileri, kavramsal beceriler, eğilimler gibi bileşenler açıkça belirtilmiş ve öğretme-öğrenme süreçleri bu bileşenler arasındaki ilişkiler dikkate alınarak tasarlanmıştır. Matematik öğretiminde beceri temelli yaklaşımın etkili bir şekilde uygulanabilmesi için öncelikle hedeflenen becerilerin açıkça belirlenmesi, bu becerilerin gelişim süreçlerinin modellenmesi ve öğretim programlarının, ders içeriklerinin, öğretme-öğrenme yaşantılarının ve ölçme-değerlendirme süreçlerinin belirlenen beceriler odağında bütüncül bir şekilde tasarlanması gerektiği savunulabilir. Bu açıdan bakıldığında bu çalışmanın öğretmenler için örnek bir uygulama olacağı düşünülmektedir. Bu sayede, beceri temelli sorular matematik alanında daha verimli bir şekilde kullanılabilir ve öğrencilerin kavramları bir arada bulmasıyla daha kalıcı bir öğrenme sağlanabilir.

5.1 Öneriler

1. Öğretmenlere yönelik öneriler:

- Öğretmenler, beceri temelli soruları derslerinde kullanırken, öğrencilerin hem kavramsal anlama düzeylerini hem de işlemsel becerilerini geliştirmeye odaklanması önerilebilir.
- Öğretmenler, öğrencilerin farklı çözüm stratejileri geliştirmelerini teşvik etmeli ve onlara esnek düşünme becerileri kazandırmak için çeşitli fırsatlar sunulabilir.

- Öğretmenler, beceri temelli soruların dayandığı becerileri net bir şekilde anlamalı ve bu becerileri öğrencilere etkili bir şekilde aktarması önerilebilir.
- Beceri temelli soruların farklı sınıf düzeylerinde ve farklı öğrenci gruplarıyla (örneğin, öğrenme güçlüğü olan öğrenciler) nasıl kullanılabileceğine dair araştırmalar yapılması önerilebilir.
- Kavramsal anlamayı destekleyen etkinliklerin tasarlanması: Öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını sağlayacak interaktif ve uygulamalı etkinlikler geliştirilmelidir.
- Kavramlar arası ilişkilerin vurgulanması: Farklı matematiksel kavramlar arasındaki bağlantılar gösterilerek öğrencilerin bütüncül bir anlayış geliştirmelerine yardımcı olunmalıdır.

2. Öğretmen eğitime yönelik öneriler:

- Öğretmen yetiştirme programları, öğretmen adaylarına beceri temelli soruların nasıl uygulanacağı konusunda kapsamlı bir eğitim sağlanması önerilebilir.
- Öğretmen adayları, kavramsal anlama ve işlemsel bilgi arasındaki dengeyi sağlama konusunda bilgilendirilebilir.

3. Eğitim politikalarına yönelik öneriler:

- Millî Eğitim Bakanlığı, beceri temelli soruların öğretim programlarına etkili bir şekilde entegre edilmesi için gerekli düzenlemeler yapılabilir.
- Beceri temelli soruların uygulanmasında ve kavramsal anlamının önemine yönelik öğretmenlere destek sağlanmalı, hizmet içi eğitimler ve kaynaklar sunulabilir.

4. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler:

- Beceri temelli soruların farklı sınıf düzeylerindeki ve farklı matematik konularındaki etkileri araştırılmalıdır.
- Kavramsal anlamının farklı sınıf seviyelerinde nasıl geliştiği incelenerek, eğitim programlarının etkinliği değerlendirilmelidir.
- Beceri temelli soruların uzun vadeli etkileri, boylamsal çalışmalarla incelenmesi önerilebilir.
- Öğretmenlerin beceri temelli soruları uygulama sürecindeki deneyimleri ve karşılaştıkları zorluklar nitel araştırmalarla detaylı incelenebilir.

- Matematiksel sit kavramının cebir, geometri, olasılık gibi farklı matematik alanlarında kullanımı ve öğrencilerin kavramsal ilişkilendirmeleri araştırılabilir.
- Beceri temelli soruların cebirsel bağlamda incelenmesinin yanı sıra, geometrik bağlamda da incelenmesi önerilebilir. Öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini ve uzamsal yeteneklerini geliştirmek için beceri temelli geometri sorularının kullanılması faydalı olabilir. Gelecekteki araştırmalar, beceri temelli soruların geometrik düşünme ve uzamsal beceriler üzerindeki etkisini inceleyebilir.



6. KAYNAKÇA

- Adams, T. L., & Lowery, R. M. (2007). *An analysis of children's strategies for reading mathematics. Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 161-177.
<https://doi.org/10.1080/10573560601158479>
- Akpınar, E. ve Ekici, G. (2022). 8. sınıf matematik dersi öğretim programı etkinliklerinin öğrencilerin dönüşüm geometrisi ünitesindeki kavramsal gelişimlerine etkisinin değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(1), 303-346.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (3. Baskı). Trabzon: Derya Kitabevi.
- Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1), 27-46.
- Baştürk, S. (2005). Üniversite giriş sınavına hazırlanma sürecinin öğrencilerin matematik öğrenmeleri üzerine olumsuz yansımaları. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 18, 17-28.
- Bekdemir, M., & Işık, A. (2007). İlköğretim öğrencilerinin cebir öğrenme alanında kavram ve işlem bilgilerinin değerlendirilmesi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 33-48.
- Bike Kalkan, D. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları* (Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Bransford, J. D., & Donovan, M. S. (2005). Scientific inquiry and how people learn. In M. S. Donovan & J. D. Bransford (Eds.), *How students learn: History,*

mathematics, and science in the classroom (pp. 397-420). *National Academies Press*.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.

Çolak, Z. (2022). *Matematik öğretmenlerinin beceri temelli sorulara yönelik algılayışları* (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Dinçer, B. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişken, bağımlı ve bağımsız değişken terimlerine yönelik kavramsal anlama düzeyleri ve kavram yanılgıları. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 13(2), 981-994.

Duchet, P., & Erdogan, A. (2005). Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis. In Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4) (pp. 386-395). Sant Feliu de Guíxols, Spain

Duran, B., & Bahadır, E. (2022). Matematik eğitiminde beceri temelli sorulara ilişkin araştırmaların tematik analizi ve matematik eğitime yansımaları. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (13), 538-550.

Erdem, Ö., & Sarpkaya Aktaş, G. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yaşadıkları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli öğretimin değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* (TURCOMAT), 9(2), 312-338. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.333612>

Erden, B. (2020). Türkçe, matematik ve fen bilimleri dersi beceri temelli sorularına ilişkin öğretmen görüşleri. *Academia Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 5(2), 270-292.

- Eroğlu, D., & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.
- Erdoğan, A. (2024). Beceri temelli sorular! *Matematik Dünyası*, (2024-1), 119.
- Fuson, K. C., Kalchman, M., & Bransford, J. D. (2005). Mathematical understanding: An introduction. In M. S. Donovan & J. D. Bransford (Eds.), *How students learn: History, mathematics, and science in the classroom* (pp. 217-256). *National Academies Press*.
- Hançer, Y. (2023). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Beceri Temelli Soru Kavramına İlişkin Görüşleri ve Öğretim Sürecinde Kullanım Durumları*. Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). *Lawrence Erlbaum Associates*.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). *Information Age*.
- Karabey, B., & Erdoğan, A. (2024). Beceri temelli sorular! *Matematik Dünyası*, (2024-1), 119.
- Karakeçe, B. (2021). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin beceri temelli sorulara ilişkin değerlendirmeleri*. (Tez No: 669846) [Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi].

- Kedikli, D., & Katrancı, Y. (2022). Beceri temelli ortaokul matematik sorularının incelenmesi. *Yaşadıkça Eğitim*, 36(3), 673-696. <https://doi.org/10.33308/26674874.2022363446>
- Kertil, M., Dede, H., & Ulusoy, E. (2020). Skill-based mathematics questions: What do middle school mathematics teachers think and how do they implement? *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(3), 711-741. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.774651>
- Kılcan, S. (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle bölmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyleri* (Yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: *National Academy Press*.
- MEB PISA Raporu. (2005). *PISA 2003 projesi ulusal nihai rapor*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB (2018a). *Matematik Dersi Öğretim Programı* (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara: MEB.
- MEB (2018b). Ortaöğretime Geçiş Sistemi Örnek Sorular. Ankara: MEB.
- MEB (2022) MEB 8. Sınıf LGS Çalışma Kitabı <http://meb.ai/Ulpc4Fi>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018a, b). 2023 eğitim vizyonu. https://2023vizyonu.meb.gov.tr/doc/2023_EGITIM_VIZYONU.pdf
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2019). *PISA 2018 Türkiye Ön Raporu*. http://pisa.meb.gov.tr/wpcontent/uploads/2020/01/PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf

- National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. *National Academies Press*. <https://doi.org/10.17226/9822>
- National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2002). Learning and understanding: Improving advanced study of mathematics and science in U.S. high schools. *National Academies Press*. <https://doi.org/10.17226/10129>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2010). Developing essential understanding of functions for teaching mathematics in grades 9-12. Author.
- Özcan, Ş., Demir, M., Aksu, N., Urhan, S., & Zengin, Y. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin çember konusundaki kavramsal anlamalarının incelenmesi: 5E öğrenme modeli ile ters yüz edilmiş sınıf yaklaşımı*. Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 9(1), 110-133. <https://doi.org/10.21666/muefd.988366>
- Özdemir Erdoğan, E., & Erdoğan, A. (2023). Matematik kavramlarını ilişkilendirme. *Matematik Öğretiminde İlişkilendirme*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175-189.
- Rittle-Johnson, B. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*, 11(3), 184-190
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1102-1118). Oxford University Press.

- Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 75-110). Psychology Press.
- Sarı S, (2012). 7. Sınıf cebirsel ifadeler ve denklemler konusunun üstbilişin desteklendiği bir yöntemle öğretiminin kavramsal ve işlemsel öğrenmeye etkisi (Yüksek Lisans Tezi) Hacettepe Üniversitesi. Ankara
- Sanca M, Artun H, Bakırcı, H, Murat O, (2021). Ortaokul beceri temelli soruların yeniden yapılandırılmış bloom taksonomisine göre değerlendirilmesi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18(1). 219-248.
<https://doi.org/10.33711/yyuefd.859585>
- Star, J. R. (2001). *Re-conceptualizing Procedural Knowledge: Innovation and Flexibility in Equation Solving*. Unpublished doctoral dissertation, University of Michigan, Ann Arbor.
- Steffe, L. P., & Olive, J. (2010). *Children's Fractional Knowledge*. Springer.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267- 307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.
<https://doi.org/10.2307/1163292>
- Tan, C. W. (2017). Working with concept-based curricula for mathematics. In L. Tan, L. Ponnusamy, & C. Quek (Eds.), *Curriculum for high ability learners* (pp. 195-214). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-2697-3_12

- Taştepe, M. (2018). *Cebirsel kesirli ifadeler ve problem çözme süreçleri* (doktora tezi), Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.
- Tortop, F., Cumali, A., Çelenli, M., & Şener, Z. (2022). LGS sınavındaki beceri temelli matematik sorularına yönelik öğretmen görüşleri. *Erciyes Journal of Education*, 6(2), 99-126. <https://doi.org/10.32433/eje.1076448>
- Türer, G. (2022). *8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerde problem çözme ve kurma süreçlerine ilişkin kavramsal anlamalarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Silvy, C. and Delcroix, A. (2009). Site mathématique d'une ROC : une nouvelle façon d'interroger un exercice ? *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 14, 103-122.
- Silvy, C., Delcroix, A., & Mercier, A. (2013). Enquête sur la notion de « pedagogical content knowledge », interrogée à partir du « site local d'une question ». *Éducation et didactique*, 7(1), 33-58.
- Yanık, H. B. (2016). Kavramsal ve işlemsel anlama. In E. Bingölbali, S. Arslan, & Zembat, İ. Ö. (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler* (sf. 101-116). Ankara, Turkey: Pegem Akademi.
- Yeşil, H. G. (2024). *Ortaokul öğrencilerinin matematik dersindeki beceri temelli sorularda karşılaştığı zorluklara ilişkin görüşleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Konya.
- Yılmaz, R. (2022). *İntegral kavramının öğretimi ve kavramsal bilgi* (yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eskişehir

7. EKLER

EK 1- Araştırma İzin Yazıları (Etik Kurul Onay Belgesi)	
EK 2-Öğrenci Katılım Formu	
EK 3-Veli Onam Formu	
EK 4-Ahmet'in Öğretim Seansında Çözdüğü Soru	
EK 5-İşlemsel Bilgi Testi	
EK 6- Beceri Temelli Sorular	
EK 7- Pilot Uygulama.....	
EK 8- Uzman Görüşleri	



T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Yusuf KARAMAN
Kurumu / Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma yapılacak iller	Kocaeli
Araştırma yapılacak eğitim kurumu ve kademesi	İzmit Sebati Ortaokulu
Araştırmanın konusu	Beceri Temelli Sorular Anasılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi
Üniversite / Kurum onayı	Var / ☒ YOK
Araştırma/proje/ödev/tez önerisi	Tez önerisi
Veri toplama araçları	İstatistik Bilgi Verisi Klinik Görüşme Araştırma Beceri Temelli Sorular
Görüş istenilecek Birim/Birimler	
KOMİSYON GÖRÜŞÜ	
Uygundur.	
Komisyon kararı	Oybirliği / Oyçokluğu ile alınmıştır.
Muhallif üyenin Adı ve Soyadı:	Gerekçesi:

KOMİSYON



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Beceri Temelli Sorular Aracılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN
TEZ YAZARI:	Yusuf KARAMAN
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Prof. Dr. Fatime GÜNEŞ
(Başkan İkt. ve İdari BİL. Fak.)

Prof. Dr. M. Yükan UYUMUZ
(Başkan Yardımcısı İkt. ve İdari BİL. Fak.)

KATILMADI

Prof. Dr. Fatime GÜNEŞ
(Edebiyat Fak.)

KATILMADI

Prof. Dr. Yıldız UZUNER
(Eğitim Fak.)

Prof. Dr. Erkan YÜKSEL
(İletişim BİL. Fak.)

Prof. Dr. Hanım UYUMUZ
(Eğitim Fak.)



T.C.
KOCAELİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99332089-605.01-75675534
Konu : Araştırma İzni
(Yusuf KARAMAN)

05.05.2023

İZMİT İLÇE MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans öğrencisi Yusuf KARAMAN'ın " *Beceri Temelli Sorular Aracılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi* " konulu çalışmasını ilimiz İzmit Edebali Ortaokulunda uygulama talebi, komisyonumuzca uygun görülmüş olup, Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Millî Eğitim Temel Kanunu ile Türk Millî Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanununa ve yürürlükteki diğer tüm düzenlemelerde belirtilen hüküm, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili okul, ilçe millî eğitim müdürlükleri tarafından gerçekleştirilmek üzere, gönüllülük esasına göre, anket çalışmasının İlçe Millî Eğitim Müdürlükleri ve Okul Müdürlüklerinin denetimi, gözetimi ve sorumluluğunda yapmasının uygun görüldüğüne ilişkin, 04/05/2023 tarih ve E-99332089-605.01-75609619 sayılı Valilik Onayı ekte gönderilmiştir.

Gereğini rica ederim.

Mustafa DOĞAN
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek:Valilik Onayı ve Ekleri (13 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Kozluk Mahallesi İnaönü Caddesi No:32
41040 İzmit/ KOCAELİ
Telefon No : 0 (262) 322 12 69
E-Posta: stratejigelistirme41@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Bilgi için: Emel SAĞLAM YAVUZ
Unvan : Şef
İnternet Adresi: Faks:

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 3bfd-292b-3da2-a547-d7f9 kodu ile teyit edilebilir.

EK 2-Öğrenci Katılım Formu

Sayın Katılımcımız

Katılacağınız bu çalışma, "Beceri Temelli Sorular Aracılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi" adıyla, Yusuf KARAMAN. tarafından 0102/2023 - 01/06/2023 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Beceri temelli matematik soruları aracılığıyla sekizinci sınıf öğrencilerinin sayılar ve cebir kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir. Kavramsal anlama boyutunda öğrencilerin beceri temelli sorularda kurdukları kavramsal ilişkiler incelenecektir. İşlemsel boyutunda ise benzer sorularda farklı işlemsel bilgi ve becerilerini kullanma düzeyleri incelenecektir.

Araştırmanın Nedeni: Tez çalışması

Araştırmanın Yapılacağı Yer : Edebali ORTAOKULU İzmit KOCAELİ

Araştırma Uygulaması: Anket, Görüşme ve Gözlem

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul/kurum yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çalışmada sizden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir. Veriler sadece araştırmada kullanılacak ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacaktır.

Uygulamalar, kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden rahatsız hissederseniz cevaplama işini yarıda bırakabilirsiniz.

Katılımı onaylamadan önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Yusuf KARAMAN

İletişim Bilgileri :

Yukarıda bilgileri bulunan araştırmaya katılmayı kabul ediyorum.

.../.../.....

İsim-Soyisim

İmza:

Katılımcı Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK 3-Veli Onam Formu

VELİ ONAM FORMU

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “**Beceri Temelli Sorular Aracılığıyla Ortaokul Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Süreçlerinin İncelenmesi**” adıyla, 0102/2023 - 01/06/2023 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Beceri temelli matematik soruları aracılığıyla sekizinci sınıf öğrencilerinin sayılar ve cebir kavramlarına ilişkin kavramsal anlama ve işlemsel anlama süreçlerini incelemektir. Kavramsal anlama boyutunda öğrencilerin beceri temelli sorularda kurdukları kavramsal ilişkiler incelenecektir. İşlemsel boyutunda ise benzer sorularda farklı işlemsel bilgi ve becerilerini kullanma düzeyleri incelenecektir.

Araştırma Uygulaması: Test/ Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı’nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamada ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar ve alınan ses kayıtları tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Yusuf KARAMAN

İletişim bilgileri : Edebali Ortaokulu Matematik Öğretmeni

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....’in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../.....

İsim-Soyisim İmza:

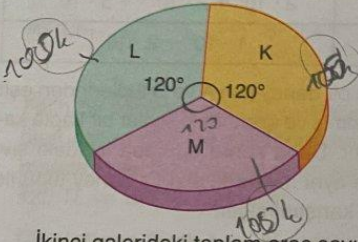
Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

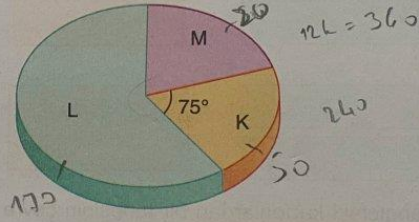
EK 4-Ahmet'in Öğretim Seansında Çözdüğü Soru

15. Aşağıdaki daire grafiklerinde iki farklı galeride bulunan K, L ve M marka araçların sayıca dağılımı verilmiştir.

Grafik 1: Birinci Galerideki Araçların Dağılımı



Grafik 2: İkinci Galerideki Araçların Dağılımı



İkinci galerideki toplam araç sayısı birinci galerideki toplam araç sayısının %80'ine eşit ve ikinci galerideki L marka araç sayısı birinci galerideki L marka araç sayısından %70 fazladır.

Buna göre birinci galerideki M marka araç sayısı ikinci galerideki M marka araç sayısının yüzde kaçına eşittir?

- A) 250 B) 300 C) 400 D) 500

$$100 \cdot \frac{4}{5}$$

$$\frac{100}{5}$$

EK 5-İşlemsel Bilgi Testi

1. % 17'si 425 olan sayı kaçtır?

A) 5500 B) 4500 C) 3500 D) 2500

2. Bir tekerlek iki tam tur döndüğünde 180 cm yol alıyor.

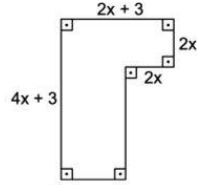
Bu tekerleğin yarıçapının uzunluğu kaç santimetredir? (π yerine 3 alınız.)

A) 30 B) 25 C) 15 D) 10

3. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{2}{27}$ B) $-\frac{2}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{2}{27}$

- 4.



Yukarıdaki şeklin alanını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2x+6)^2$ B) $(2x+3)^2$
C) $(4x-3)^2$ D) $(4x+3)^2$

5. 18 sayısını bölen pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 39 B) 36 C) 32 D) 28

6. Bir portakal bahçesindeki portakallar aynı hızda çalışan 6 işçi tarafından 8 günde toplanabiliyor.

Bu işçilerden ikisi gelmekten vazgeçtiğine göre bahçedeki portakallar kalan işçiler tarafından kaç günde toplanır?

A) 12 B) 18 C) 20 D) 24

7. $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{7}{10}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{10}$

8. $4x + 10 = 2x + 36$ olduğuna göre x kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 13

9. $(2x + y) \cdot (2x - y)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^2 - y^2$ B) $4x^2 - y^2$
C) $(2x-y)^2$ D) $4x^2 + y^2$

10. Bir kolideki sağlam yumurtaların sayısının 3 katı, kırık yumurtaların sayısının 5 katına eşittir.

Bu koliden rastgele seçilen bir yumurtanın kırık olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{8}$

11. Bir buketteki 20 çiçekten 5 tanesi kırmızı diğerleri sarı veya beyaz renklidir.

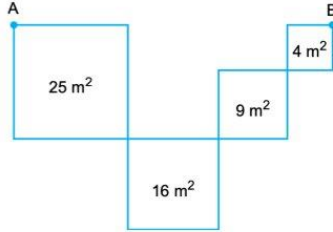
Buketten rastgele seçilen bir çiçeğin kırmızı olma olasılığı sarı olma olasılığına eşit olduğuna göre bukette kaç tane beyaz renkli çiçek vardır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

12. $\sqrt{32}$ sayısı aşağıdaki sayılardan hangisi ile çarpılırsa sonuç 20 ile 30 arasında bir doğal sayı olur?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{8}$ C) $\sqrt{18}$ D) $\sqrt{24}$

13.



Yukarıdaki şekilde alanları 25 m^2 , 16 m^2 , 9 m^2 ve 4 m^2 olan karelerin köşeleri uç uca eklenmiştir.

Buna göre karelerin köşelerinde bulunan A noktasından B noktasına kenarlar kullanılarak gidilen en kısa uzaklık kaç metredir?

- A) 14 B) 24 C) 32 D) 34

14. Bir kutudaki bilyeler dörderli ve altışarlı sayıldığında her seferinde 3 bilye artıyor.

Bu kutudaki bilye sayısının 400'den fazla olduğu bilindiğine göre bilye sayısı en az kaçtır?

- A) 403 B) 411 C) 423 D) 435

15. Aşağıdakilerden hangisinde verilen iki sayı aralarında asaldır?

- A) 3 ve 12 B) 21 ve 33
C) 2 ve 36 D) 6 ve 35

16. $4\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6\sqrt{5} - \sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$
C) $5\sqrt{10}$ D) $6\sqrt{5} + \sqrt{3}$

17. I. $3\sqrt{12} \cdot 4\sqrt{3} = 72$
II. $\sqrt{28} : \sqrt{7} = 4$
III. $\sqrt{18} \cdot \sqrt{20} = 60$
IV. $\sqrt{30} : \sqrt{6} \cdot \sqrt{5} = 1$

Yukarıdaki eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

18.



Yukarıdaki sayı doğrusunda A ile gösterilen sayı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\sqrt{150}$ B) $\sqrt{155}$ C) $\sqrt{158}$ D) $\sqrt{168}$

19. $5^7 \cdot 3^3 \cdot 2^8$ işleminin sonucunun bilimsel gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2,7 \cdot 10^8$ B) $2,7 \cdot 10^7$
C) $5,4 \cdot 10^7$ D) $5,4 \cdot 10^8$

20. Kenar uzunlukları 540 cm ve 780 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir salonun tabanı birbirine eş ve kenar uzunluğu santimetre cinsinden tam sayı olan kare şeklindeki mermerlerle hiç boşluk kalmayacak şekilde kaplanacaktır.

Bu iş için en az kaç mermer gereklidir?

- A) 17 B) 22 C) 54 D) 117

EK 6- Beceri Temelli Sorular

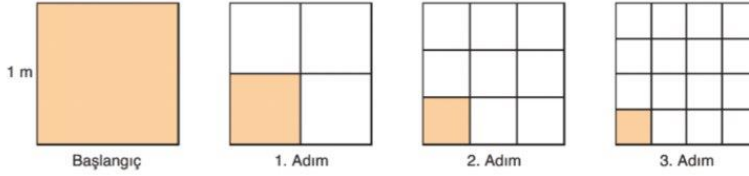
1-1.



Metin yukarıdaki havluları fiyatlarıyla orantılı olacak şekilde 520 TL ödeme yaparak satın almıştır. Metnin aldığı havaların 5 TL'lik olma olasılığı kaçtır?

1-2.

Aşağıda özdeş kare şeklindeki kâğıtların her bir adımda özdeş parçalara ayrılmasıyla oluşan bir örüntü verilmiştir.



7. Adımda oluşan en küçük karenin çevresinin uzunluğu kaç cm dir?

1-3.

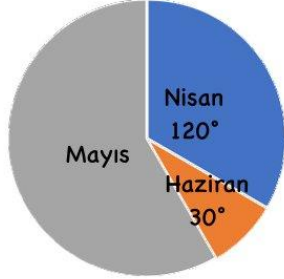


1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

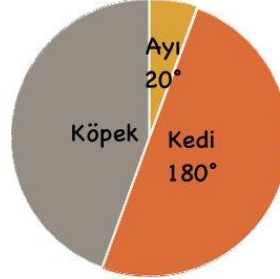
Buna göre kaç numaralı kavanozdan alınan bilyenin beyaz renkli olma olasılığı en azdır?

1-4.

Grafik 1. Barınaktaki Hayvan Sayısının Aylara Göre Dağılımı



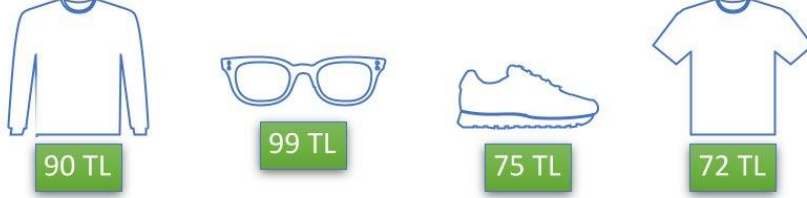
Grafik 2. Nisan Ayı Hayvan Cinslerinin Dağılımı



Barınakta nisan ayında kedi ve köpek sayıları arasındaki fark 16'dır.
Haziran ayında barınaktaki hayvan sayısı bir önceki aya göre kaç azalmıştır ?

1-5.

Bir mağazada satılan dört ürünün fiyatları aşağıda verilmiştir.



Bir mağazada yukarıdaki ürünlere yapılan indirimler aşağıdaki gibi hesaplanıyor.

A -> Ürünün fiyatı

B -> Ürün fiyatının asal çarpan sayısı

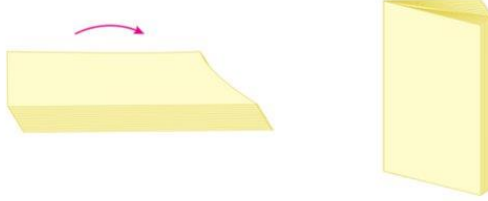
C -> Ürün Fiyatının çarpan sayısı

$$\text{Ürünün indirim miktarı} = A \cdot \frac{B}{C}$$

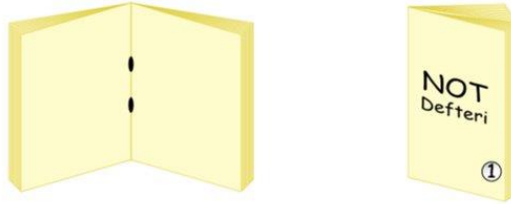
Bu ürünlerden hangisinin indirim oranı **daha azdır**?

2-1.

Dikdörtgen biçimindeki 2^6 tane kağıt aşağıdaki gibi köşeleri çakışacak biçimde üst üste konuluyor.



Üst üste konulan tüm kağıtlar yukarıdaki gibi ortadan ikiye katlanıyor. Elde edilen katlanmış kağıtlar tam ortadan zimbala-narak bir not defteri elde ediliyor.



Son olarak not defterinin tüm sayfalarına, en dıştaki sayfadan başlanarak 1, 2, 2^2 , 2^3 , ... şeklinde sırasıyla 2 nin doğal sayı kuvvetlerinden biri sayfa numarası olarak veriliyor.

Buna göre not defterinin tam ortasındaki kağıdın, 4 sayfasına verilen sayfa numaralarının çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4^{260}

B) 4^{255}

C) 8^{143}

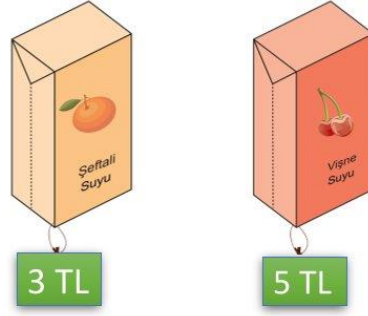
D) 8^{135}

2-2.



Yukarıda 1'den n'ye kadar olan doğal sayıların yazılı olduğu özdeş kartlar gösterilmiştir. Bu kartların hepsi boş bir torbaya atılmış ve bu torbadan rastgele bir kart çekilmiştir. Çekilen kartın üzerindeki sayının çarpan sayısının tek olma olasılığı %10 'a eşittir. Buna göre n sayısı en az kaçtır?

2-3.

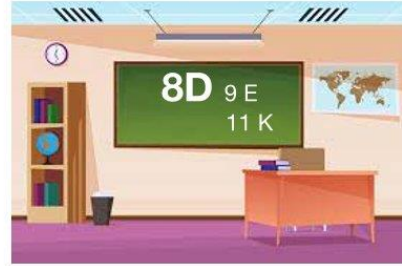


Bir markette satılan meyve sularının birer adetlerinin satış fiyatları verilmiştir. Bu markette satılan şeftali suları her birinde 45 adet , vişne suları ise her birinde 25 adet bulunan koliler halinde satılmaktadır.

Koliler halinde satılan bu meyve sularından alan Mert Bey'in hem şeftali hem de vişne suları için ödediği ücretler TL cinsinden 15 'in doğal sayı kuvvetine eşittir.

Mert'in bu kolilere ödediği **en az** ücret için aldığı kolilerin vişne suyu kolisi olma olasılığı kaçtır?

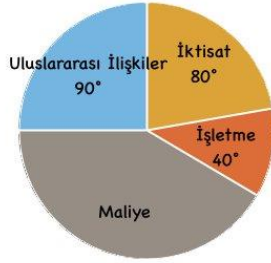
2-4.



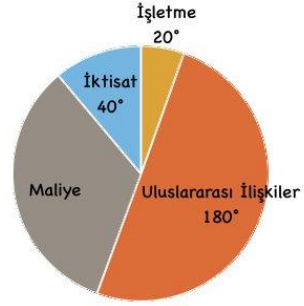
Görseldeki bilgilere göre okul müdürü Harun Bey 8A, 8B, 8C ve 8D sınıflarından seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı en çok ve en az olan sınıfları konferans salonunda toplamıştır. Konferans salonunda bulunan öğrencilerden bir başkan seçmek istemiştir. Seçilen öğrencinin erkek olma olasılığı yüzde kaçtır?

2-5.

Grafik 1. Bir Fakülte'deki Bölümlere Yapılan Başvuruların Dağılımı



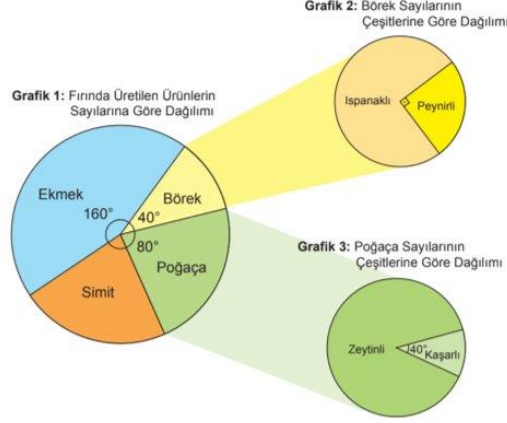
Grafik 2. Kabul Edilmeyen Başvuruların Dağılımı



Bir Fakülte'deki bölümlere yapılan başvurular Grafik 1'de, kabul edilmeyen başvurulara ait dağılım Grafik 2'de gösterilmiştir. Bu fakültenin maliye bölümüne yapılan başvuruların %80 kabul edildiğine göre İktisat bölümüne kabul edilen kişi yüzde kaçtır?

3-1.

Bir unlu mamuller fırınında sadece simit, poğaça, börek ve ekmek üretilmektedir. Bu fırında bir günde üretilen ürünlerin sayılarının dağılımı Grafik 1'de, börek ve poğaça sayılarının çeşitlerine göre dağılımları Grafik 2 ve Grafik 3'te gösterilmiştir.



Bu fırında bir günde üretilen ekmek sayısının 500'den az olduğu bilindiğine göre üretilen ıspanaklı börek sayısı en fazla kaçtır?

3-2.

Beyaz bir zeminin üzerini önce mavi renge, daha sonra sarı renge boyarsak zeminin rengi



● mavi ● sarı ● yeşil ● beyaz

Salih ve Ahmet akıllarından 1'den 24'e kadar olan sayılar arasından farklı iki sayı tutuyorlar. Ahmet tuttuğu sayının tüm pozitif bölenlerini aşağıda birim karelere bölünmüş kartonun kutucuklarında bularak mavi renge boyuyor, Salih ise aynı işlemi sarı renge boyayarak yapıyor. Boyama işlemi sonucunda kartondaki renklerin dağılımı aşağıdaki grafikte verilmiştir.

İki arkadaşın oynadığı oyunda Ahmet'in aklından tuttuğu sayı 24 olduğuna göre Salih'in aklından tuttuğu sayının kaç değeri vardır?



3-3.

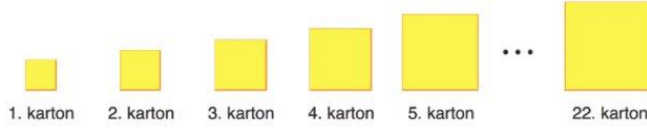


1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?

3-4.

Aşağıda soldan sağa doğru alanları santimetrekare cinsinden 2'nin ardışık doğal sayı kuvvetlerine eşit olan kare şeklinde 22 tane karton verilmiştir.

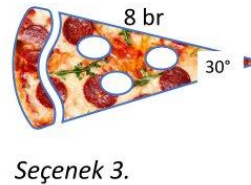
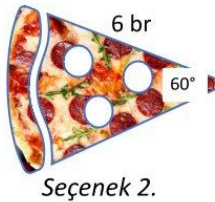
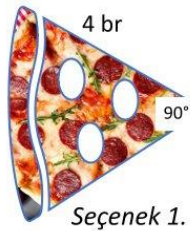


Birinci karton ile ikinci kartonun alanları farkı 2^9 cm^2 'dir.

Buna göre 22. Adımdaki karenin alanı kaç cm^2 dir?

3-5.

Bir pizzacıda daire dilimleri şeklinde satılan pizzalar bulunmaktadır. Pizzalar alanlarıyla orantılı olacak şekilde fiyatlandırılmıştır. Pizza dilimlerinin seçenekleri aşağıda gösterilmiştir.



4 br yarıçaplı pizza diliminin fiyatı 36 TL dir. Bu pizzacıdan iki dilim pizza alan Deniz'in 100 TL'dan fazla ödeme olasılığı kaçtır? ($\pi=3$)

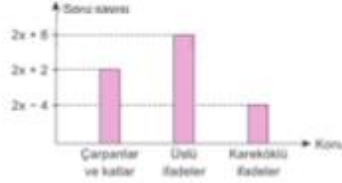
EK 7- Pilot Uygulama

Kemal'in bir haftada üç dersten çözdüğü toplam soru sayısının derslere göre dağılımı, aşağıdaki daire grafiğinde; matematik dersinden çözdüğü soruların konulara göre sayıları ise sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Grafik : Çözülen Soruların Derslere Göre Dağılımı



Grafik : Matematikten Çözülen Soruların Konularına Göre Sayıları



Kemal'in, kareköklü ifadeler konusundan çözdüğü soru sayısı, Türkçe dersinden çözdüğü toplam soru sayısından 134 soru eksik olduğuna göre Kemal, bu üç dersten, toplam kaç soru çözmüştür?

A) 336

B) 360

C) 384

D) 408

Görüşme 1.

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ahmet : Sütun grafiğindeki cebirsel ifadeleri toplayarak matematiğin toplam soru sayısını $6x + 6$ oldunu buldum. Türkçe'ye soru sayısı ait $(10x + 10)$ ifadesini buldum. Sonra karekök ifadeler soru sayısından çıkarttım. $8x + 6$ buldum. Bunları 134'e eşitledim, x 'i 15 buldum. Bu derslerin toplamı $24x + 24$ gibi bişeydi. x 'i 15 yaptım 384 çıktı.

Öğretmen : Bu soruyu çözebilmek için önemli olanlar nelerdi?

Ahmet : Denklem, veri analizi

Öğretmen : Başka bir şey var mı?

Ahmet: Oranlama mı? Oranlamayı bilmek gerekir.

Görüşme 2.

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Bora : Orantı kullandım. 90° 'de $(6x + 6)$ 360° 'de ise bunun 4 katı $(24x + 24)$ olur. Bu tamamı

Öğretmen: Türkçe verilerini nasıl buldun ?

Bora: $(24x + 24)$ 'ü 3 'e böldüm bu da 120° oluyor. 3 de 1'i bu diye...

Fen ile Matematiği toplayıp tamamından çıkararak türkçeyi buldum.

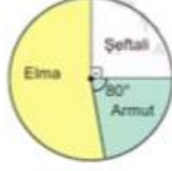
$(10x + 10)$ dan $(2x - 4)$ 'ü çıkararak 134'e eşitledim. x 15 çıktı.

24 ile 15 'i çarpтым, 24 ekledim.

Elma, şeftali ve armut üretilen bir bahçeden, bir yılda toplam 1440 kg ürün elde edilmiştir.

Aşağıda verilen daire grafiğinde bu meyvelerin ağırlıklarına göre dağılımı, tabloda ise satış oranları verilmiştir.

Grafik: Üretilen Meyvelerin Ağırlıklarına Göre Dağılımları



Tablo: Meyvelerin Satış Oranı

Meyve	Satış Oranı
Elma	%60
Armut	%70
Şeftali	%80

Verilenlere göre bu bahçede bir yılda üretilen meyvelerin toplam kaç kilogramı satılmamıştır?

Görüşme 1-

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Bora - Açılışın oranlarını en sade halini buldum. $19k$, $9k$ ve $8k$ bunların toplamı $36k = 1440$ yaptım. $k=40$ çıktı. 760 kg elmanın %40 ını hesapladım. 320 kg armutun %30'unu hesapladım. 360 kg şeftalinin %20'ini hesapladım. 472 çıktı.

Görüşme 2-

Öğretmen: Nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Ahmet : bu verilen katlarını yazdım. $9k$, $8k$ ve $29k$ toplam $46k=1440$. Burdan k çıkmadı.En başta hata yapmışım.

Öğretmen: Açılış mı yanlış buldun?

Ahmet: yok yapamıyorum.

EK-8 Uzman Görüşleri



1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen İ.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	Olasılıkları hesaplandıktan sonra kesir sıralama yapılabilir.	Kesirle ifade edip payda işleyerek karşılaştırma yapılabilir. İçler dışlar çarpımı yapılabilir.	Payda eşitleyerek karşılaştırma yapılır.	Olasılık kavramı bilen bir öğrenci kesir kavramıyla karşılaştırm yapılabilir	Soruyu anlama analiz mahkeme yoluyla çözebilir
Sorudaki kavramlar nelerdir	Olasılık hesabı kavramı, kesirleri sıralama ve devirli ondalık gösterim kavramları.	olasılık, daha fazla, daha az olasılık	Bir olayın olma olasılığı ,deney , çıktı örnek uzay ,olasılık karşılaştırma, kesir sıralama	Olasılık , kesirleri karşılaştırma, yanına yakınlık tama yakınlık	Olasılık , kesirleri karşılaştırma
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Kolay orta zor olarak gruplandırarsak zor bir sorudur.	zor	orta dereceli zorluk. grubu	Orta	Orta
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?	soru kökü "beyaz olma olasılığı en az olan kavanozu seçen Şener'in bu kavanoza en az kaç beyaz bilye eklenmesi durumunda beyaz olma olasılığı diğer kavanozlardan daha fazla olur?"			-	-



Görseledeki bilgilere göre okul müdürü Harun Bey 8A, 8B, 8C ve 8D sınıflarından seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı en çok ve en az olan sınıfları konferans salonunda toplamıştır. Konferans salonunda bulunan öğrencilerden bir başkan seçmek istemiştir. Seçilen öğrencinin erkek olma olasılığı yüzde kaçtır?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	Basit olasılık hesabı, kesirleri sıralama, yüzde olarak ifade etme	Kesirde payda eşitleme yapılarak karşılaştırma yapılabilir.		Önce olasılık değeri bulunup sonra payda işleme veya tama yakınlık şeklinde karşılaştırma yapılabilir	Tüm durumları listelemek ,
Sorudaki kavramlar nelerdir	Basit olasılık, kesirleri sıralama, Yüzdeler	Yüzde,olasılık, kesir	Örnek Uzay, Olasılık, olasılık karşılaştırma	Olasılık ,kesiler	Olasılık , kesirler, kesirleri karşılaştırma
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta güçlükte bir sorudur	Kolay	Orta	Orta	Kolay
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?				-	-



1'den 4'e kadar numaralandırılmış yukarıdaki kavanozların üzerine, içlerinde bulunan renkleri dışında özdeş bilyelerin sayıları yazılmıştır. Bu kavanozların her birinden birer tane bilye alınıyor.

Buna göre kaç numaralı kavanozdan alınan bilyenin beyaz renkli olma olasılığı en azdır?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	basit olasılık hesabı yapılabilir küçükten büyüye sıralama yapılır. Diğer renkli bilye sayısına göre yüzde hesaplanır	Oran Kesir Karşılaştırma yapılarak çözülebilir.		olasılık konusuyla çözülebilir	Veriler düzenini problemi anlama
Sorudaki kavramlar nelerdir	Basit olayların olması, kesirleri sıralama	Oran, Kesir	Örnek Uzay, Olasılık, olasılık karşılaştırma	olasılık, kesirleri karşılaştırma	olasılık, kesirleri karşılaştırma
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	kolay orta zor olarak orta güçlükte	Kolay	Kolay	kolay	kolay
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?				-	-

Dikdörtgen biçimindeki 2^6 tane kağıt aşağıdaki gibi köşeleri çakışacak biçimde üst üste konuluyor.



Üst üste konulan tüm kağıtlar yukarıdaki gibi ortadan ikiye katlanıyor. Elde edilen katlanmış kağıtlar tam ortadan zimbalanarak bir not defteri elde ediliyor.



Son olarak not defterinin tüm sayfalarına, en dıştaki sayfadan başlanarak 1, 2, 2^2 , 2^3 , ... şeklinde sırasıyla 2'nin doğal sayı kuvvetlerinden biri sayfa numarası olarak veriliyor.

Buna göre not defterinin tam ortasındaki kağıdın, 4 sayfasına verilen sayfa numaralarının çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4^{260}

B) 4^{255}

C) 8^{143}

D) 8^{135}

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	Üslü sayılar da işlemler ile çözülebilir	Üssün Üssü ve Üslü sayılarla işlemlerle çözülebilir.		üslü sayılar ve örüntü kuralını belirleyerek çözüm yapılabilir	örüntü-üslü sayılarla örüntü bağıntısını oluşturmak
Sorudaki kavramlar nelerdir	Üslü ifadeler de çarpma kavramı	Üslü Sayılar	Üslü Sayılar, Üslü Sayılarla Çarpma işlemi, Örüntü	üslü sayılar, örüntü	üslü sayılar , örüntü kuralı
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta güçlükte sorudur	Çok Zor 3	Orta	zor	zor
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?					-

Aşağıda soldan sağa doğru alanları santimetrekare cinsinden 2'nin ardışık doğal sayı kuvvetlerine eşit olan kare şeklinde 22 tane karton verilmiştir.



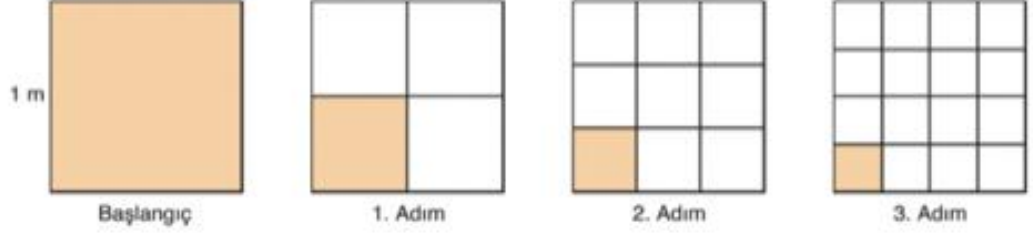
Birinci karton ile ikinci kartonun alanları farkı 2^0 cm^2 'dir.

Buna göre 22. Adımdaki karenin alanı kaç cm^2 dir?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğiniz yöntem -teknik nedir?	Ardışık sayılar kullanılarak örüntü kuralı takip edilerek üslü sayılarla işlemler en büyük kare alanı bulunabilir	Örüntü kullanılabilir.		üslü sayılar ve örüntü kuralını belirleyerek çözüm yapılabilir	örüntü-üslü sayılarla örüntü bağıntısını oluşturmak
Sorudaki kavramlar nelerdir	Üslü sayılar,örüntü	Üslü Sayılar Örüntüler	Üslü Sayılarla İşlemler, Karenin alanı	üslü sayılar, örüntü	üslü sayılar , örüntü kuralı
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Kolay bir soru	Orta	Orta	zor	orta
Soru içim düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?		-			

Aşağıda özdeş kare şeklindeki kâğıtların her bir adımda özdeş parçalara ayrılmasıyla oluşan bir örüntü verilmiştir.

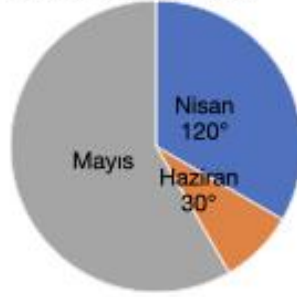


7. Adımda oluşan en küçük karenin çevresinin uzunluğu kaç cm dir?

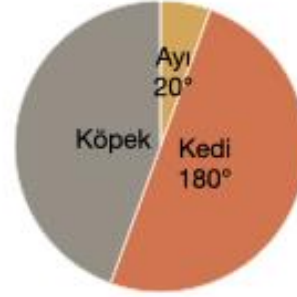
Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	Örüntünün kuralını bularak en küçük karenin bir kenarı ile karenin çevresi hesaplanabilir	Örüntü Kullanılabilir.		Örüntü kuralından her adımdan azalış kuralını bulup çözüme ulaşır	örüntü oluşturma, kesirlerle örüntü yoluyla bağıntı oluşturma
Sorudaki kavramlar nelerdir	Örüntü, uzunluk birimleri arasında dönüşüm, kare çevre	Örüntü , üslü Sayılar	Kare, örüntü	örüntü, çevre	kesir,
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Kolay bir soru	Kolay	Kolay	kolay	orta
Soru içim düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?					-

Grafik 1. Barınaktaki Hayvan Sayısının Aylara Göre Dağılımı



Grafik 2. Nisan Ayı Hayvan Cinslerinin Dağılımı

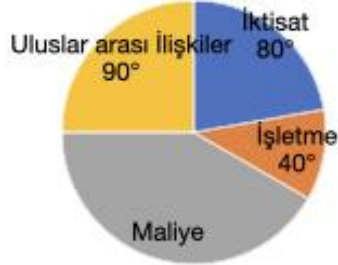


Barınakta nisan ayında kedi ve köpek sayıları arasındaki fark 16'dır.
Haziran ayında barınaktaki hayvan sayısı bir önceki aya göre kaç azalmıştır ?

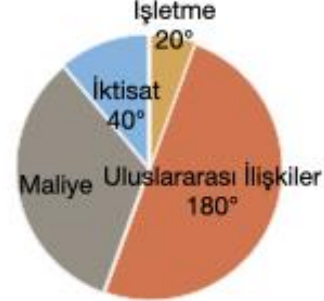
Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğiniz yöntem-tekni nedir?	Daire grafiğindeki tanımlar cebirsel olarak ifade edilebilir bu ifadeler oranlandıktan sonra hayvan sayısı bulunabilir.	Daire Grafiği Okuma, verileri arası dönüşümler		verilerin dağılımı, daire grafiği konusunun yardımıyla çözülebilir, oran ve orantı da diğer bir yöntem olabilir.	oran ve orantı yoluyla ,çözülebilir.
Sorudaki kavramlar nelerdir	Grafik okuma yorumlama	Oran Karşılaştırma	Daire, Ver Analizi, Oran Orantı,Yüzdeler		oran,orantı
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta güçlükte bir soru	kolay	Orta	orta	Orta
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?				-	

Grafik 1. Bir Fakülte'deki Bölümlere Yapılan Başvuruların Dağılımı



Grafik 2. Kabul Edilmeyen Başvuruların Dağılımı

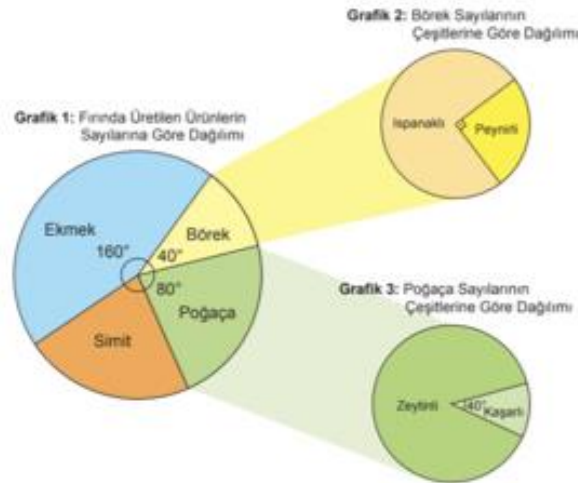


Bir Fakülte'deki bölümlere yapılan başvurular 1. Grafikte, kabul edilmeyen başvurulara ait dağılım 2. Grafikte gösterilmiştir. Bu fakültenin maliye bölümüne yapılan başvuruların %80 kabul edildiğine göre Uluslararası ilişkiler bölümüne kabul edilen kişi yüzde kaçtır?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen İ.
Sorunun çözümü için önerebileceğiniz yöntem -teknik nedir?	Grafikte cebirsel ifade kullanılarak bölümlerin yüzde ile hesaplanması gerçekleştirilebilir.	Grafik okuma ile Oranlar kullanılarak yüzde hesapları yapılabilir.		verilerin dağılımı, daire grafiği okuma yöntemiyle ve orantı kullanılarak çözülebilir	sayısal verilerde akıl yürütme kullanılarak çözülebilir
Sorudaki kavramlar nelerdir	Grafik okuma, yüzde, cebirsel ifade	Yüzde, Oran ,Grafik	Daire, Ver Analizi, Oran Orantı,Yüzdele r	yüzde ,grafik,o ran ve orantı	oran orantı, yüzde
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta	Kolay	Orta	orta zor	zor
Soru içim düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?	-				

Bir unlu mamuller fırınında sadece simit, poğaç, börek ve ekmek üretilmektedir. Bu fırında bir günde üretilen ürünlerin sayılarının dağılımı Grafik 1’de, börek ve poğaç sayılarının çeşitlerine göre dağılımları Grafik 2 ve Grafik 3’te gösterilmiştir.



Bu fırında bir günde üretilen ekmek sayısının 500'den az olduğu bilindiğine göre üretilen ıspanaklı börek sayısı en fazla kaçtır?

Tablo 1

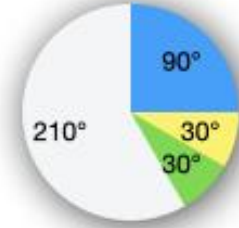
	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen İ.
Sorunun çözümü için önerebileceğini z yöntem -teknik nedir?	Verilen açıların katlarını alarak orantı kurulabilir.	Oran,Orantı kullanılarak çözülebilir.		grafik daire okuma , otan orantı oluşturma yoluyla ,çözülebilir	verileri düzenleyerek ,oran ve orantı ile çözülebilir.
Sorudaki kavramlar nelerdir	Grafik Okuma, Oran orantı	Oran ,Kesir Karşılaştırma,	Daire, Ver Analizi, Oran Orantı,Yüzde ler	Yüzde , grafik oran orantı	Oran orantı
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta	Zor	ZOr	Orta	Zor
Soru içim düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?	-				

Beyaz bir zeminin üzerini önce mavi renge, daha sonra sarı renge boyarsak zeminin rengi yeşile döner. Buna renk karışımından yeni renk elde etme denir.



● mavi ● sarı ● yeşil ● beyaz

Salih ve Ahmet akıllarından 1'den 24'e kadar olan sayılar arasından farklı iki sayı tutuyorlar. Ahmet tuttuğu sayının tüm pozitif bölenlerini aşağıda birim karelere bölünmüş kartonun kutucuklarında bularak mavi renge boyuyor, Salih ise aynı işlemi sarı renge boyayarak yapıyor. Boyama işlemi sonucunda kartondaki renklerin dağılımı aşağıdaki grafikte verilmiştir.



İki arkadaşın oynadığı oyunda Ahmet'in aklından tuttuğu sayı 24 olduğuna göre Salih'in aklından tuttuğu sayının kaç değeri vardır?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğin iz yöntem -teknik nedir?	Çarpan Sayısına göre grafik okuma yöntemiyle çözülebilir.			Çarpanlara ayırma ortak çarpanları ve orantı kurma yoluyla çözülebilir.	mantıksal akıl yürütme, orantı oran kullanarak çözülebilir
Sorudaki kavramlar nelerdir	Doğal Sayıların Çarpanları, Grafik Okuma		Daire, Çarpanlar ve Katılar, Oran Orantı	Pozitif bölen kavramı, çarpanlara ayırma	oran orantı, ortak çarpan
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Orta Güçlük		Orta	zor	zor
Soru içim düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?	-				



Yukanda 1'den n'ye kadar olan doğal sayıların yazılı olduğu özdeş kartlar gösterilmiştir. Bu kartların hepsi boş bir torbaya atılmış ve bu torbadan rastgele bir kart çekilmiştir. Çekilen kartın üzerindeki sayının çarpan sayısının tek olma olasılığı %10 'a eşittir. Buna göre n sayısı en az kaçtır?

Tablo 1

	Öğretmen Ç.	Öğretmen B.	Öğretmen A	Öğretmen SÇ.	Öğretmen I.
Sorunun çözümü için önerebileceğiniz yöntem-teknik nedir?	Çarpan Sayısı tek olanların bir asal sayının karesi olduğunu düşünerek %10 olasılığı düşünerek yapılabilir.			pozitif tam sayıların çarpanları , mantık yürütme ile çözülebilir.	Akil yürütme, muhakeme teknikleri ile çözülebilir
Sorudaki kavramlar nelerdir	Basit olasılık, yüzde, Çarpanlar Bölünler			tam kare, çarpanlara ayırma	üslü sayı, çarpanlar, asal çarpan
Soru zorluk düzeyi bakımından nasıl grup bir grupta olmalıdır?	Kolay	Orta	Zor	zor	zor
Soru için düzeltme, görüş ve önerileriniz var mıdır?					-