



T.C.
KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

BELİRSİZ PARAMETRELER İÇEREN
MONTAJ HATTI DENGELEME
PROBLEMLERİNİN GRİ DOĞRUSAL
PROGRAMLAMA YARDIMI İLE
MODELLENMESİ

Mehmet KILINÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran-2023
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Mehmet KILINÇ tarafından hazırlanan “Belirsiz Parametreler İçeren Montaj Hattı Dengeleme Problemlerinin Gri Doğrusal Programlama Yardımı ile Modellenmesi” adlı tez çalışması 05/07/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Doç. Dr. Erdal AYDEMİR

.....

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Alper DÖYEN

.....

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Yakup ATASAGUN

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mevlüt UYAN
Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Mehmet KILINÇ

09/06/2023

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BELİRSİZ PARAMETRELER İÇEREN MONTAJ HATTI Dengeleme PROBLEMLERİNİN GRİ DOĞRUSAL PROGRAMLAMA YARDIMI İLE MODELLENMESİ

Mehmet KILINÇ

**Konya Teknik Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı**

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Alper DÖYEN

2023, 140 Sayfa

Jüri

**Dr. Öğr. Üyesi Alper DÖYEN
Doç. Dr. Erdal AYDEMİR
Dr. Öğr. Üyesi Yakup ATASAGUN**

Dünyada gerçekleşen olaylar ve oluşan durumlarda her zaman kesinlik olmayabilir. Faaliyet gösterdiği alanda rakiplerine üstünlük sağlamak isteyen firmalar da süreçlerindeki belirsizlik durumlarını hesaba katarak çalışmalarını şekillendirmek zorundadırlar.

Belirsizliğin sayısallaştırılması gereken alanların karşımıza çıkması ile de farklı teoriler ortaya atılmıştır. Bu teorilerden birisi de eksik bilgi ile karmaşık sistemlerin modellenmesi ve çözümlenebilmesi amacıyla ortaya çıkan Gri Sistem Teorisi (GST)'dir. GST, belirsizlik durumlarını gri sayılar vasıtasıyla sayısallaştırmayı amaçlamaktadır. Gri sayılar alt ve üst limitleri belirli fakat gerçek değerleri tam olarak bilinmeyen sayılardır.

Doğrusal programlama modelindeki en az bir parametrenin gri sayı ile ifade edilen belirsizliğe sahip olması durumunda model Gri Doğrusal Programlama (GDP) olarak adlandırılır. GDP, sistemlerle ilişkili zayıf veya eksik bilgiye sahip problemlerle başa çıkma yeteneğine sahiptir ve belirsizlik altında karar verme problemleri için kuvvetli bir araçtır.

Montaj hattı dengeleme problemlerine ait parametrelerde belirsizlik durumları ile karşı karşıya kalılabilmekte ve ilgili belirsizliğin planlamaya dahil edilmesi gerekebilmektedir. Bu tez çalışmasında da montaj hattı dengeleme problemlerinin parametrelerindeki belirsizliklerin matematiksel modele dahil edilmesi ve çözülmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda belirsiz parametreler gri sayılar ile ifade edilmiş ve problemler GDP ile çözülmüştür. Gri operasyon süreleri ve/veya gri çevrim sürelerine sahip Düz ve U-şekilli montaj hatları için Tip-1 ve Tip-2 problemlerini çözmek amacıyla GDP modelleri oluşturulmuş ve farklı çözüm yaklaşımları ile çözülmüştür. Elde edilen çözümler referans alınan çalışmalardaki çözümler ile karşılaştırılmış, elde edilen hat etkinlik değerleri ile memnuniyet derecesi değerlerine göre bulunan çözümlerin üstünlükleri belirtilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Belirsizlik, Gri Doğrusal Programlama, Gri Sistem Teorisi, Montaj Hattı Dengeleme Problemi, Optimizasyon.

ABSTRACT

MS THESIS

MODELING OF ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEMS WITH UNCERTAIN PARAMETERS BY THE AID OF GREY LINEAR PROGRAMMING

Mehmet KILINÇ

**Konya Technical University
Institute of Graduate Studies
Department of Industrial Engineering**

Advisor: Asst. Prof. Dr. Alper DÖYEN

2023, 140 Pages

Jury

**Asst. Prof. Dr. Alper DÖYEN
Assoc. Prof. Dr. Erdal AYDEMİR
Asst. Prof. Dr. Yakup ATASAGUN**

Events and situations occurring in the world may not always be certain. Companies that want to gain an edge over their competitors in the field in which they operate must also shape their work by taking into account the uncertainty in their processes.

With the emergence of fields where uncertainty should be digitized, different theories have been put forward. One of these theories is Grey System Theory (GST), which emerged in order to model and analyze complex systems with incomplete information. GST aims to quantify uncertainty situations by means of grey numbers. Grey numbers are numbers that have definite upper and lower limits, but whose exact values are not known.

If at least one parameter in the linear programming model has uncertainty expressed with a grey number, the model is called Grey Linear Programming (GLP). GLP is capable of dealing with systems-related problems with poor or incomplete information and is a powerful tool for decision-making problems under uncertainty.

Uncertainty situations may be encountered in the parameters of assembly line balancing problems and the related uncertainty may need to be included in the planning. In this thesis, it is aimed to include the uncertainties in the parameters of assembly line balancing problems into the mathematical model and solve them. In this context, uncertain parameters are expressed with grey numbers and the problems are solved with GLP. GLP models have been created and solved with different solution approaches to solve Type-1 and Type-2 problems for Straight and U-shaped assembly lines with grey operation times and/or grey cycle times. The solutions obtained were compared with the solutions in the reference studies, and the superiorities of the solutions found according to the obtained line efficiency values and the satisfaction degree values were stated.

Keywords: Assembly Line Balancing Problem, Grey Linear Programming, Grey System Theory, Optimization, Uncertainty.

ÖNSÖZ

Tez çalışmamın konusunun belirlenmesi, planlanması, araştırılması, yürütülmesi ve son halinin oluşturulmasına dek tüm süreçlerde ilgi ve desteğini son derece hissettiğim, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalışmamı bilimsel temellere dayandırarak şekillendiren sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Alper DÖYEN'e, tez çalışmam süresince maddi ve manevi destekleri ile varlığını her daim hissettiren değerli hocam sayın Prof. Dr. Murat DARÇIN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mehmet KILINÇ
KONYA-2023

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	4
2.1. Gri Sistem Teorisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar	4
2.2. Gri Doğrusal Programlama ile İlgili Yapılan Çalışmalar	6
2.3. Montaj Hattı Dengelemede Belirsizlik ile İlgili Yapılan Çalışmalar	8
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	14
3.1. Gri Sistem Teorisi	14
3.1.1. Gri Sistemlerin Temel İlkeleri	16
3.1.2. Gri Sistem Teorisinin Kapsamı.....	18
3.2. Belirsizlik Kavramı	21
3.2.1. Gri Belirsizlik	21
3.2.2. Bulanık Belirsizlik	22
3.2.3. Stokastik Belirsizlik	22
3.2.4. Gri Sistem Teorisi ile Bulanık Mantık ve İstatistik Arasındaki Temel Farklılıklar	23
3.3. Gri Sayılar.....	24
3.3.1. Gri İşlemler	25
3.3.2. Grilik Derecesi	28
3.4. Gri Doğrusal Programlama.....	29
3.4.1. Gri Doğrusal Programlama Problemleri Çözümü İçin Geliştirilmiş Bazı Çözüm Yöntemleri.....	31
3.5. Montaj Hattı Dengeleme.....	38
3.5.1. Montaj Hattı Dengeleme ile İlgili Temel Kavramlar.....	38
3.5.2. Montaj Hattı Dengeleme Problemleri	40
4. UYGULAMA	43
4.1. Tip-1 BMHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi	44
4.2. Tip-2 BMHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi	46
4.3. U-Şekilli MHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi	48
4.4. GDP Problemleri Çözümünde Kullanılacak Beyazlaştırma Temelli Çözüm Yaklaşımları.....	51
4.5. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP	55
4.5.1. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Kritik Model ve Çözümü	58

4.5.2. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP İdeal Model ve Çözümü.....	59
4.5.3. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü.....	59
4.5.4. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü	61
4.5.5. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü.....	62
4.5.6. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi.....	63
4.6. Gri Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlama İlişkisi	65
4.7. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP.....	65
4.7.1. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi ve Çözümü	68
4.7.2. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü	69
4.7.3. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü.....	70
4.7.4. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü.....	71
4.7.5. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi.....	72
4.8. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 Montaj Hattı Dengeleme Problemi.....	74
4.8.1. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi ve Çözümü.....	76
4.8.2. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Kritik Model ve Çözümü	77
4.8.3. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İdeal Model ve Çözümü.....	78
4.8.4. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü	79
4.8.5. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü	80
4.8.6. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü.....	82
4.8.7. Gri İşlem Süreli U-Şekilli MHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi.....	83
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	86
KAYNAKLAR	89
EKLER	95

SİMGELER VE KISALTMALAR

Kısaltmalar

BDP	: Bulanık Doğrusal Programlama
BMHDP	: Basit Montaj Hattı Dengeleme Problemi
DP	: Doğrusal Programlama
GDP	: Gri Doğrusal Programlama
GST	: Gri Sistem Teorisi
MHDP	: Montaj Hattı Dengeleme Problemi

1. GİRİŞ

Hayatın her alanında karşımıza çıkan belirsizlik durumu üretim sistemlerinde de kendisini göstermektedir. Üretilen ürünün özelliklerinde veya üretim, stok, taşıma, talep tahmini, satış fiyatı vb. konularda karşılaşılan belirsizlikler planlama aşamasında mevcut zorluklara yenilerini eklemektedir. Üretim planlama problemi için parametrelerde belirsizliğin olmadığı durumlarda doğrusal programlama yardımı ile etkili çözüm elde edilebilir olsa da belirsizlik durumlarında belirsizliği de dikkate alacak şekilde bir planlama aracına ihtiyaç vardır.

Matematiksel programlama tekniklerinden biri olan Doğrusal Programlama (DP), herhangi bir işletmenin sahip olduğu sınırlı kaynakların (bütçe, makine, işgücü, malzeme vb.) en yüksek seviyede değer ve katkı sağlayacak, etkili ve verimli kullanılacak şekilde en iyi biçimde tahsisinde yöneticiye yardımcı olan bir karar verme tekniğidir. DP; bankacılık, eğitim, üretim, turizm, lojistik, ziraat vb. çeşitli alanlarda en iyileme problemlerinin çözümünde başarıyla kullanılmaktadır. DP, karşılıklı ilişkileri doğrusal olan ve sınırlı kaynaklarla çevrili iki veya daha fazla değişkenin, belirlenen amacı en iyileyecek edecek şekilde miktarlarını bulma yöntemidir.

Klasik DP model formu, kesin ve sabit parametre değerleriyle oluşturulur. Gerçek hayat problemlerinde ise parametreler her zaman net değerler ile ifade edilemeyebilir. Belirsizlik içeren parametrelerin kesin değerler ile ifade edilmesi riskler oluşturacaktır. Bu durumda modelleme yapabilmek için ise karar parametreleri bir belirsizlik biçiminde ele alınmalıdır. Belirsizliklerin uygun olasılık dağılımları veya üyelik fonksiyonları kullanılarak bulanık sayılarla ifade edilemediği durumlarda gri sayıların kullanılması gerekebilir.

Hakkında bilgi sahibi olunan sistem verileri beyaz, bilgi sahibi olunmayan sistem verileri siyah renk ile ifade edilmektedir. Gerçekte sistemlerin bazıları ne siyah ne beyaz renk ifade edilemediğinden iki rengin bir kombinasyonu olarak gri ile nitelendirilmektedir. “Gri”, eksik bilgi ile bir kısım bilenen, bir kısım bilinmeyen, hakkında bir dereceye kadar bilgi sahibi olunan veridir. Deng (1989), bir gri sayıyı, alt ve üst limiti belirli olan bir sayı olarak tanımlamıştır. Başka bir deyişle, gri sayı, tam değeri bilinmeyen ancak sahip olduğu aralığı bilinen bir sayıdır. Gri sayılarda aralık içerisindeki değerlerden herhangi birinin diğerlerine kıyasla herhangi bir üstünlüğü bulunmamakta, eşit önem derecesine sahip olmaktadır. Gri sayının net değeri veya sayıya ait herhangi bir

olasılık bilinmemektedir, ancak sahip olduğu aralığa ait en büyük ve en küçük değerleri bilinmektedir.

Bir doğrusal programlama problemi, amaç fonksiyonunda ve/veya kısıtlarda gri sayı içeriyorsa Gri Doğrusal Programlama (GDP) problemi olarak adlandırılır. GDP, belirsizliğin gri sayılar aracılığıyla klasik doğrusal programlama sürecine dahil edilmesidir. Doğrusal programlama problemine ait modeldeki girdi parametrelerinin en az bir tanesinde gri sayılar varsa, problem GDP olarak adlandırılır. GDP, doğrusal programlamanın yöntem ve ilkelerini Gri Sistem Teorisi ile birleştirmektedir.

Üretim planlama problemlerindeki belirsizliklerin gri sayılar ile ifade edilmesi ve GDP kullanılması belirsizlik altında karar verme açısından güçlü bir araç olmuştur. GDP'nin kullanım kolaylığı ve elde edilen sonuçların kalitesi, üretim planlama problemleri için gri doğrusal programlamanın önemini artırmıştır.

Üretim firmalarının esas amacı kar maksimizasyonudur. Karı maksimize etmek için de etkili bir üretim planlama çalışması gerekmektedir. Üretim planlarında yapılacak en ufak bir iyileştirme ile firmalar ciddi karlılık oluşturabilmektedir. Belirsiz parametrelere sahip üretim planlama probleminin GDP ile doğru şekilde modellenmesi ve uygun çözüm yöntemi yardımıyla çözülmesi, firmayı rekabet içerisinde bulunduğu firmalardan bir adım öne taşıyacak, elde edilen sonuçlar doğrultusunda sistematik ve bilimsel temellere dayalı üretimi sağlamış olacaktır. Ayrıca, belirsizlik durumlarından kaynaklanabilecek darboğaz ve kaos oluşumlarının önüne geçilmesi, üretimde sürekliliğinin sağlanması bakımından oldukça önemlidir. Benzer şekilde firma, ileride oluşabilecek diğer belirsizlik durumlarına ait parametreleri üretim sürecine dahil edebilecek ve belirsizlik durumlarında izlemesi gereken yolu da belirleyebilecektir.

Bu tezin amacı, montaj hattı dengeleme problemlerinin parametrelerindeki belirsizliklerin gri sayılar yardımı ile gri doğrusal programlama kullanılarak modellenmesi ve uygun çözüm yöntemi ile çözümlenmesidir. Bu sayede, belirsiz parametreler içeren montaj hattı dengeleme problemlerinin modellenmesinde GDP'nin kullanılabilirliği araştırılacaktır. Ayrıca, literatürde daha önce çözülen belirsiz parametreler içeren montaj hattı dengeleme problem örnekleri, halihazırda mevcut olan ve önerilen GDP yöntemleri ile çözülerek GDP'nin etkinliği de incelenecektir.

Montaj hattı dengeleme problemlerinden Tip-1 olarak ifade edilen, bilinen bir çevrim süresi için istasyon sayısının minimizasyonunu amaçlayan problemin yanı sıra Tip-2 olarak ifade edilen ve açılacak istasyon sayısının bilindiği durumlarda çevrim süresi

minimizasyonunu amaçlayan problemlerin hem düz hem de U-şekilli hatlarda uygulanışı ele alınacaktır.

Tez çalışmasının Giriş bölümünden sonra ikinci başlık olan Kaynak Araştırması kısmında literatür incelenecek ve tez çalışmasının literatüre yapacağı katkı açıklanacaktır. Üçüncü bölüm olan Materyal ve Yöntem kısmında tez çalışmasında kullanılacak olan Gri Doğrusal Programlama yöntemi tanıtılacak, yöntemin neden ve ne şekilde kullanılacağı açıklanacak, çözüm yöntemlerine değinilecektir. Dördüncü başlık olan Uygulama kısmında tez çalışmasında oluşturulacak montaj hattı dengeleme problemlerinin GDP ile çözüm yaklaşımları anlatıldıktan sonra literatürden elde edilen örnek problemlerin GDP yöntemleri ile çözümleri gösterilecektir. Beşinci başlık olan Sonuçlar ve Tartışma kısmında elde edilen sonuçların değerlendirilmesi yapılacak ve detaylı çıkarımlar vurgulanacaktır. Kaynaklar kısmında çalışma boyunca yararlanılan kaynaklar yer alacaktır. Tez çalışmasında kullanılacak matematiksel modeller, Ekler başlığını oluşturacaktır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Gri Sistem Teorisi (GST) ortaya atıldığı günden bu yana belirsizliği ön plana alması ve etkili çözümlerin elde edilmesi neticesinde adından sıkça söz ettirmiştir. Belirsizliği konu edinen çalışmalar incelendiğinde karar verme ve tahmin konularında oldukça fazla sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu sebeple kaynak araştırmasında ilk olarak GST'nin uğraş alanlarına ait çeşitli çalışmalara yer verilmiştir.

İkinci alt başlıkta ise belirsizliğin GDP ile ele alındığı çalışmalara yer verilmiştir. GDP, GST'nin felsefesinde ilerlemesi ve belirsizliğin sayısallaştırılması ile çözümlerin tatmin ediciliği sayesinde çeşitli alanlardaki problemlere uygulanmıştır. Farklı çözüm yöntemleri ile farklı sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar üzerinden yapılan çıkarımlar dahilinde matematiksel alanda uğraş veren araştırmacılara ilham kaynağı da olmuştur. Temelinde belirsizliğin olması ve belirsizliğin algılanış şeklinin çeşitliliği araştırmacıların dikkatini çekmiştir.

Üçüncü kısımda ise bu tezin de konusu olan belirsizlik altında montaj hattı dengeleme problemi ile ilgili çalışmalara değinilmiştir. Literatürde çeşitli varyasyonlarına ait çok sayıda probleme sahip montaj hatlarında oluşan belirsizlik durumlarına karşın farklı yöntemler ile çözümler elde edilen çalışmalar incelenmiştir. Bu sebeple bu alandaki çalışmalardan da bahsedilerek bakış açıları elde edilmiş, tezin incelenen çalışmalardan farklılaşacağı yön belirtilmiştir.

2.1. Gri Sistem Teorisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Gri Sistem Teorisi Çinli bilim insanı Julong Deng tarafından 1982 yılında yayınlanan "Gri Sistemler ile Kontrol Problemleri" adlı çalışmada bahsedildiği zamandan günümüze kadar birçok çalışmaya konu olmuştur. Bu doğrultuda birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır. Aşağıda GST kullanılarak yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir.

Deng (1989) tarafından yayınlanan "Gri Sistem Teorisine Giriş" başlıklı makale ile gri sistem teorisinin matematiksel işlemleri, fonksiyonları ve kullanım alanlarına yoğun bir ilgi başlamıştır.

Xu ve Wen (1997), gri tahmin modelini uluslararası hava taşımacılığındaki yolcu sayısını tahmin etmek için kullanmışlardır.

Wang ve Hsu (2008), Tayvan'daki yüksek teknoloji endüstrisindeki trendleri ve çıktıları tahmin etmek için genetik algoritma kullanan bir GST temelli bir çalışma sunmuşlardır.

Shen vd. (2009), bilgi güvenliğini sağlamak için gri sistem teorisini kullanan bir çalışma yayınlamışlardır. GST kullanılarak elde edilen gri veriler, bir şifreleme sistemi için şifreleme algoritmasına gömülmüştür.

Xu vd. (2009), otoyoldaki trafik güvenlik düzeyini değerlendirmek için Gri Sistem Teorisi ve yapay sinir ağları yöntemlerini birlikte uygulamış ve geliştirdikleri yöntemin daha avantajlı olduğunu sayısal bir örnekle göstermişlerdir.

Zhongmin ve Xizu (2009), aralıklı gri sayılar kullanılarak kritik yolun bir ağ planı aracılığıyla belirlenebileceğini ve çok amaçlı bir çözüm üretmek için öznel ve nesnel faktörlerin birlikte çözülebileceğini göstermişlerdir.

Turskis ve Zavadskas (2010), nakliye maliyetleri, finansal durum, üretim özellikleri, standartlar, tedarikçi performansı vb. çok sayıda kriterin göz önüne alındığı tedarikçi seçim problemi için yeni bir GST tabanlı çok kriterli analiz yöntemi geliştirmişlerdir.

Köse vd. (2011), klasik ekonomik sipariş miktarı modeli için talep belirsizliğinin gri sistem modeli ile grileştirilmesi ve aynı sistemin bulanık mantıkla çözülmesinin sonuçlarını değerlendirmişlerdir.

Köse vd. (2013), belirsizliğin olduğu ortamlarda personel seçimi problemlerini çözmek amacıyla GST'ye dayalı hibrit bir yaklaşım önermişler, negatif çalışan istihdamının yüksek maliyeti nedeniyle yönetimde önemli bir süreç olduğunu belirtmişlerdir.

Wang vd. (2016), çalışmalarında daha iyi ortaklar seçmek amacıyla oluşturdukları karar verme problemi için GST'ye ve Veri Zarflama Analizine dayalı bir yaklaşım önermişlerdir. Çalışmada dünyanın çeşitli bölgelerinde faaliyet gösteren ve kendini ispatlamış 20 otomobil işletmesinin 2009-2012 yıllarını kapsayan reel verileri kullanılmıştır. Hedef karar verme birimi olarak Nissan Motor seçilmiş ve 19 aday arasından Nissan için mümkün olan en iyi iki ortakların Renault ve Daimler olduğu sonucuna varılmıştır.

Huang ve Wu (2018), çalışmalarında Çin'deki patent geliştirme trendini incelemişlerdir. Sınırlı bilgi ile çalışılabilen ve kısa dönemli tahminler için iyi bir yöntem olan gri tahmin yöntemini kullanmışlardır. GST'nin doğrusal regresyon, üstel düzeltme ve hareketli ortalama yöntemlerine kıyasla sadece kısa vadeli tahminlerde değil,

istatistiksel verilerin artması durumunda da önemli seviyede doğruluğa sahip olduğunu ve trendin istikrarlı bir şekilde büyüdüğünü göstermişlerdir.

Tran (2018), GST ve Veri Zarflama Analizini birlikte kullanmıştır. Vietnam tarım endüstrisinde faaliyet gösteren işletmeler arasındaki olası iş birliklerinin etkinliğini ölçmüş ve en uygun stratejik ortakları bulmak için bir model sunmuştur.

Akyüz ve Bilgil (2022), çalışmalarında GST'yi Türkiye'nin Araştırma ve Geliştirme (Ar-Ge) harcamalarını tahmin etmek için kullanmışlardır. 2011-2020 yıllarını kapsayan Ar-Ge harcamaları verileri TÜİK (Türkiye İstatistik Kurumu)'ten alınarak 2021-2030 yıllarının tahmini Standart Gri Model (GM (1,1)) ve Üstel Gri Model (EXGM (1,1)) kullanılarak yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, 2021-2030 yılları için Ar-Ge harcamaları tahmin edilmiştir. Üstel Gri Model yönteminin tahmin kesinliğinin daha yüksek olduğu belirlenmiş ve önümüzdeki on yıl içerisinde ülkemizin Ar-Ge harcamalarının üstel bir şekilde artacağı öngörüsünde bulunulmuştur.

Aydemir ve Gazeloğlu (2022), çalışmalarında Covid19 salgın sürecinde OECD20 ülkeleri için elde edilen ithalat ve ihracat verilerine dayanarak bu verileri gri ilişkisel analiz yöntemini kullanarak analiz etmişlerdir. Kullandıkları yöntemle göre Türkiye'nin ithalat ve ihracat verileri referans seri olarak alınmış ve diğer 19 ülkenin Türkiye ile karşılaştırmalı gri etki katsayıları elde edilmiştir. Elde edilen katsayılara göre yapılan analizlerin, Türkiye'nin ithalat ve ihracattaki gelecek stratejilerine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Şen (2023), çalışmasında Türkiye'de mobil temassız ödeme sistemlerinin kullanımına olan talebi önümüzdeki yıllar için gri tahmin modeli kullanarak tahmin etmiştir. Talep tahmininin belirlenmesinde, gri tahmin modelini kullanmıştır. Çalışmadaki verilerin bir kısmı tahmin için, bir kısmı da tahmin sonuçlarının analizi için kullanılmış ve çalışma neticesinde yüksek netlik sonuçları elde edilmiştir.

2.2. Gri Doğrusal Programlama ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Ekonomi, endüstri, tarım, tıp, coğrafya, sosyal vb. pek çok alanda kullanım kolaylığı sebebi ile uygulaması bulunan GDP problemlerinin ortaya çıkışı 1990'larda başlamış ve yapılan çalışmaların sayısı arttıkça daha da ilgi çekmiştir. Modern bilim ve teknolojiye bağlı olarak GDP alanında yeni model önerilerinin ortaya çıktığı gözlenmektedir. Aşağıda GDP kullanılarak yapılan çalışmalardan bahsedilmiştir.

Huang vd. (1992), GDP'yi bir belediye katı atık yönetim sistemi için atık akış tahsis planlaması problemine uygulamışlardır. Sonuçlar hem alt hem de üst limit amaç fonksiyonu durumları için kabul edilebilir çözümlerin üretilebileceğini göstermektedir.

Huang ve Moore (1993), yaptıkları çalışmada su kaynakları planlamasında GDP'yi geliştirmiş ve uygulamışlardır.

Galvez vd. (2008), çalışmalarında gri programlama ve gri sistemin proses tasarımına potansiyel uygulamasını analiz etmişlerdir. Gri programlama örneği için esnek ısı değişim ağının tasarımı kullanılmıştır. Kullanılan teknikler gri doğrusal programlamayı ve gri karışık tamsayılı doğrusal programlamayı dikkate almaktadır.

Sun ve Wu (2011), çalışmalarında arazi kullanım yapısının Qinghe ilçesindeki kullanılmayan arazilerin oranının ayarlanması gerektiğini GDP modeli çözümleyerek göstermiştir.

Weiqin vd. (2011), çalışmalarında acil durumun en az gecikme süresini hedef olarak ve acil durumların talep ve süresi olarak gri sayıları kullanarak gri doğrusal programlama modelini oluşturmuş, acil durum mallarının çoklu arz noktalarından çoklu talep noktalarına çizelgelemesini incelemiş ve önerdikleri modelin geçerliliğini bir uygulama örneği ile doğrulamışlardır. Bu sebeple, gri doğrusal programlamanın acil durum yönetiminde yaygın bir uygulama olasılığına sahip olduğunu göstermişlerdir.

Mahdiraji vd. (2011), proje yönetiminde GDP kullanmıştır. Faaliyetlere ilişkin süreler ve maliyetlerin gri sayılardan oluştuğu bir problemi iki amaçlı olarak çözümlenmişlerdir. İlk amaç maliyetler göz önüne alındığında projenin önceden tanımlanmış bir zamanda tamamlanmasını ve ikinci amaç süreler göz önüne alındığında projenin en erken zamanda tamamlanmasını içermektedir.

Mokhtari (2016), üretim maliyetlerinin belirsiz parametreler içerdiği üretim planlama problemini ele almış, belirsizlikle mücadele için problemi GDP'ye dönüştürmüştür. Mokhtari, GDP'yi belirsizliğin optimizasyon sürecine etkili bir şekilde iletilmesine izin veren klasik doğrusal programlamanın gelişmiş bir versiyonu olarak tanımlamaktadır.

Kara (2018), çalışmasında süt işletmesinin satın alma planlaması için bit model önermiştir. Önerilen model sayesinde, diğer işletmelere kıyasla daha kısa sürede daha yüksek üretim miktarlarına ulaşılmıştır. Tamsayılı Programlama (TP) modeli ile Gri Tamsayılı Programlama modelleri karşılaştırılmıştır. Gri Tamsayılı Programlama ile bazı parametrelerin farklı değerleri için kritik, ideal ve ortalama beyazlaştırma modelleri çözümlenmiştir. Ayrıca Gri Programlamanın ideal modelinin çözümü TP modeli ile

karşılaştırılmıştır. Bu satın alma planlaması sayesinde işletme, hayvan başına birim maliyeti düşürmekte ve yatırımın işletmeye geri dönüşünü hızlandırmaktadır.

Aydemir vd. (2020), bir belirsizlik durumunda sağ taraftaki parametreler için gri sayılarla bir doğrusal programlama modeli sunmuşlardır. Modelleri, bir bulanık doğrusal programlama modelinin sonuçlarını ve gri doğrusal programlama modelini karşılaştırır ve alternatif üretim planlaması için etkili çözümler bulmuştur. Çalışmaları, bulanık bir doğrusal programlama modeline göre gri doğrusal programlama modelini endüstriyel bir çözüm olarak kullanmak için daha etkili bir plan ürettiğini göstermiştir.

Pourofoghi vd. (2022), çalışmalarında gri sayıların merkez ve genişlik tanımlarını kullanarak, gri ulaşım probleminin arz ve talep duyarlılık analizi için bir algoritma sunmuş ve önerilen yöntemi bir örnekle açıklamışlardır.

Pourofoghi (2022), çalışmasında, gri bir ortamda gri sayılara sahip bir doğrusal programlama problemini ele almıştır. Gri doğrusal programlama problemlerini çözmek için önerilen yöntemlerin çoğu, gri sayıları beyazlatarak ve problemi ortak bir doğrusal programlama problemine dönüştürerek yapılır. Ancak, bahsedilen çalışmada, nihai cevapta orijinal problem verilerindeki belirsizliği korumak için gri doğrusal programlama problemini normal bir doğrusal programlama problemine dönüştürülmeden doğrudan çözüm elde etmek için çalışılmıştır. Bu amaçla, istenen teoremleri ispatlayarak gri doğrusal programlama problemlerini çözmek için başlangıç simpleks algoritmasına dayalı bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemin önceki yöntemlerden daha basit olduğu ve önerilen konseptin gerçek ve pratik durumlar için yararlı olduğu da vurgulanmıştır. Yöntemin etkinliğini göstermek için, bir gri doğrusal programlama örneği de çözülmüştür.

2.3. Montaj Hattı Dengelemede Belirsizlik ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Ağpak ve Gökçen (2007), çalışmalarında stokastik geleneksel ve U-Şekilli hat dengeleme problemi için şans kısıtlı 0-1 tamsayılı programlama modelleri geliştirmişlerdir. Bu modeller literatürde iyi bilinen birçok test problemi için çözülmüş ve hesaplama sonuçları verilmiştir. Ayrıca stokastik durumdan kaynaklanan sistem güvenilirliğini artırmak için bir hedef programlama yaklaşımı da sunmuşlardır.

Gurevsky vd. (2012), çalışmalarında E-tipi Basit Montaj Hattı Dengeleme Problemini (SALBP-E), görev sürelerinin varyasyonları altında incelemişlerdir. Görevlerin belirsizliğini, işlem sürelerindeki küçük bozulmalarla modellemişlerdir. Tip-

1, Tip-2 ve Tip-E için sonuçlar elde edilmiştir. Elde edilen sonuçların sadece teorik olarak değil, aynı zamanda tasarımcıların belirli görevler için işlem süresinin değişkenliğini hesaba kattığı ve/veya istenen verimlilik veya tasarlanan bir montaj hattının sağlamlık düzeyi hakkında yalnızca yaklaşık bilgileri kullandığı montaj hatlarının ön tasarım aşamasında da yararlı olabileceği belirtilmiştir.

Hazır ve Dolgui (2013), çalışmalarında belirsizlik altında hat dengelemeyi ele almışlardır. Çalışma süreleri belirsiz olarak varsayılmış ve robust optimizasyon tekniği kullanılmıştır. Aksamalara karşı koruma sağlayan tasarımlar üretmek olan çalışmada iki matematiksel model sunulmuş ve çözüm algoritmaları geliştirilmiştir. İlk model, aralık belirsizliğini dikkate alan temel bir model; ikincisi, belirsizliği bir istasyondaki işlem sayısının bir fonksiyonu olarak ele alma avantajına sahip bir modeldir.

Zacharia ve Nearchou (2013), çalışmalarında bulanık görev sürelerine sahip tek modelli bir montaj hattı dengeleme problemini ele almışlardır. Burada Tip-E bulanık basit montaj hattı dengeleme problemi, iş istasyonu sayısı ve çevrim süresinin bir kombinasyonunun yanı sıra hattın verimini maksimize edecek ilgili hat dengesini bulmaktan ibarettir. İlk olarak, üçgen bulanık üyelik fonksiyonları tarafından sunulan görevlerin işlem süreleri ile problemin bir formülasyonu verilmiş, daha sonra, çözümü için Genetik Algoritmaya (GA) dayalı bir meta-sezgisel yöntem geliştirilmiştir. Önerilen çözüm yaklaşımının performansı, açık literatürden alınan çoklu kıyaslama test problemleri üzerinde incelenmiş ve tartışılmıştır. Sonuçlar, geliştirilen yaklaşım için hem çözüm süresi hem de kalite açısından oldukça tatmin edici bir performans göstermiştir.

Moreira vd. (2015), çalışmalarında görev sürelerinin çalışana bağlı ve belirsiz olduğu, olası değerlerin aralıklarla ifade edildiği durumu ele almışlardır. Amaçları az sayıda istasyona görev ve işçi atamaktır. Problemleri için iki karma tamsayılı programlama formülasyonu önermişler ve bu formülasyonların belirli bir işçi grubunu montaj hattına entegre etmesi gereken özel durumu ele alacak şekilde nasıl uyarlanabileceğini açıklamışlardır. Ayrıca, problemi en iyi şekilde çözmek için gereken sürenin yalnızca bir kısmında yüksek kaliteli çözümler sağlayan hızlı bir sezgisel yapı da sunmuşlardır. Hesaplama sonuçları, deterministik muadili yerine robust optimizasyon problemini çözenin faydalarını göstermektedir.

Alavidoost vd. (2015), çalışmalarında bulanık görev süreli çok amaçlı düz ve U-şekilli montaj hattı dengeleme problemlerini ele almışlardır. Problemler ile; istasyon sayısını en aza indirmek, bulanık hat verimini en üst düzeye çıkarmak, yüzde bulanık atıllığı en aza indirmek ve bulanık pürüzsüzlük indeksinin en aza indirilmesi hedeflerini

karşılamayı planlamışlardır. Başlangıçta, iki problem formüle edilir ve gerçek dünyadaki üretim sistemlerinde sıklıkla meydana gelen belirsizlik ve değişkenlikten dolayı, görevlerin işlem süresi üçgen bulanık sayılar olarak kabul edilmiştir. Daha sonra problemi çözmek için hibrit çok amaçlı bir genetik algoritma önerilmiştir. Son olarak, önerilen yöntemin performansını mevcut olanlarla karşılaştırmak için sayısal örnekler sunulmuştur. Sonuçlar, önerilen algoritmanın önemli ölçüde daha iyi performans gösterdiği belirtilmiştir.

Doğan ve Sakallı (2016), yaptıkları çalışmada bulanık görev süreli Tip-2 montaj hattı dengeleme probleminin çözümü için bir algoritma geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri algoritmayı savunma sanayisinde faaliyet gösteren bir firmadaki havan mühimmatlarına ait tapan montaj hattında uygulamışlardır. Farklı durumlara göre elde edilen sonuçlar karar aşamasında fikir vermesi açısından sunulmuştur.

Urban ve Chiang (2016), çalışmalarında görev sürelerinde önemli değişkenlik olduğunda, tempolu hatlara bir alternatif olarak hızı olmayan senkron hatların kullanılmasını önermişlerdir. Tempolu senkron üretim hatları ve hızsız asenkron hatlar için hat dengeleme problemi üzerine çok sayıda araştırma yapılmış olsa da pratik önemine rağmen, hızsız senkron konfigürasyona nispeten az odaklanıldığını belirterek çalışmalarını bahsedilen alana taşımışlar ve uygun bir model formüle ederek ve simülasyonun yanı sıra aşırı değer teorisini kullanan çeşitli çözüm metodolojileri geliştirip değerlendirerek, stokastik görev sürelerine sahip bu tür üretim hattını ele almışlardır. Hızlanmayan senkron sistemlerin tasarımı ve işletimi hakkında fikir edinmek için hesaplama sonuçlarını sunmuşlardır.

Tang vd. (2017), çalışmalarında çoklu kısıtlamalara sahip stokastik iki taraflı montaj hattı dengeleme problemini çözmek için, hem küresel arama için yeni bir öğretme-öğrenme tabanlı optimizasyon algoritmasını hem de değişken komşu arama algoritmasını birleştiren hibrit bir öğretme-öğrenme tabanlı optimizasyon (HTLBO) yaklaşımı önermişlerdir. Özellikle, seçilen görevlerin öncelik değerinin çoklu eşikleri tarafından tanımlanan kısıtlamaların çoğunu karşılamasını sağlamak ve görevler arasındaki sıra bağımlılığı ile ilgili boşta kalma sürelerini azaltmak için yeni bir öncelik tabanlı kod çözme yaklaşımı geliştirmişlerdir. Kıyaslama problemlerindeki deneysel sonuçlar, geliştirilen kod çözme yaklaşımının hem olağanüstü verimliliğini hem de evrenselliğini göstermekte ve 11 algoritma arasındaki karşılaştırma, önerilen algoritmanın etkinliğini ortaya koymuştur.

Salehi vd. (2018), çalışmalarında çok amaçlı montaj hattı dengeleme problemini incelemişlerdir. İstasyonların sayısı, ekipman satın alma maliyeti, işçinin zamana bağlı ücreti ve işçiye bağlı kalitesizlik düzeyi gibi hedefler eş zamanlı olarak işçi tahsisi ve ekipman tahsisi olanakları ile en aza indirilmektedir. Problem ayrıca bulanık bir ortamda formüle edilmiş ve iki aşamalı yeni bir hibrit bulanık etkileşimli yaklaşım önerilmiştir. İlk aşamada, bulanık formülasyon, inandırıcılığa dayalı şans kısıtlamalı bir programlama yaklaşımı kullanılarak net, çok amaçlı bir formülasyona dönüştürülmüş. Daha sonra ikinci aşamada, elde edilen net çok amaçlı formülasyon, yeni bir hibrit bulanık programlama yaklaşımı ile çözülmüştür. Önerilen yaklaşımı değerlendirmek için, hesaplamalı deneyler için üretilmiş iki örnek ve giysi üretim endüstrilerinden bir vaka çalışması kullanılmıştır. Çalışma sonuçları, önerilen yaklaşımın literatürdeki iyi bilinen yaklaşımlara üstünlüğünü kanıtlamaktadır.

Özcan (2018), makalesinde paralel montaj hatlarını stokastik görev süreleriyle dengeleme problemini ele almıştır. Problemi modellemek ve çözmek için şans kısıtlı, parçalı doğrusal, karma tamsayılı programlama formülasyonu ve tabu arama algoritması önermiştir. Şans kısıtlı, parçalı doğrusal, karma tamsayılı programlama ve tabu arama algoritmasının amacı, belirli bir çevrim süresi için istasyon sayısını en aza indirmektir. Problem için istasyon sayısına ilişkin basit bir alt sınır hesaplaması önermiş ve önerilen şans kısıtlı, parçalı doğrusal, karma tamsayılı programlama kullanılarak örnek bir problemi çözmüştür. Önerilen tabu arama algoritmasını test etmek için literatürden alınan bir dizi test problemini çözmüş ve önerilen çözüm metodolojilerinin bazı hesaplama özelliklerini vermiştir. Hesaplama sonuçları ile, önerilen algoritmanın problem için çok etkili ve başarılı olduğunu göstermiştir.

Pereira ve Alvarez-Miranda (2018), çalışmalarında görev sürelerinde belirsizlik içeren bir montaj hattı dengeleme problemini incelemişlerdir. Belirsizlikle başa çıkmak için, operasyon sürelerindeki değişiklikleri idare edecek robust bir formülasyon ileri sürmüşlerdir. Problemi çözmek için birkaç alt sınır, baskınlık kuralları ve bir numaralandırma prosedürü önermişlerdir. Bu yöntemler, literatürden türetilen farklı örnekler kullanılarak hesaplamalı bir deneyde test edilmiş ve deneyin sonuçları, yöntemin daha büyük örnekleri daha kısa çalışma sürelerinde çözebildiğini göstermiştir. Ayrıca, bir çözümü belirsizliğe karşı korumanın maliyeti de araştırılmıştır. Sonuçlar, bir montaj hattını orta düzeyde belirsizliğe karşı korumanın, küçük miktarlarda ek kaynaklar (istasyonlar) pahasına elde edilebileceğini vurgulamaktadır.

Babazadeh ve Javadian (2019), çalışmalarında düz ve U-Şekilli montaj hattı dengeleme problemlerini ele almaya almışlardır. Literatürde montaj hattının deterministik modellerini geliştirmek için birçok çaba sarf edilmiş olsa da belirsiz koşullarda olanlara pek dikkat edilmediğine değinmişlerdir. Montaj hattı dengeleme problemleri için yeni bir bulanık model önermenin yanı sıra, görev sürelerine ait belirsizliği karşılayabilmek için üçgen bulanık sayılar kullanmışlardır. Bu amaçla, iki çelişkili amaç, kısıtlar kümesi açısından aynı anda dikkate alınıp, hattın etkinliği maksimize edilmek istenmiştir. Problemin çözmek için, uygun yöntem ihtiyacına yanıt olarak yeni bir onarım mekanizması kullanan değiştirilmiş bir Baskın Olmayan Sıralama Genetik Algoritması (NSGA-II) önermişlerdir. Önerilen model ve algoritmanın geçerliliği bir kıyaslama testi problemi ile değerlendirilmiş ve kanıtlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, kesin bir çözüm prosedürü uygulayan kıyaslamamanın aksine, önerilen algoritmanın şaşırtıcı çözümleri daha etkili bir prosedürle sunabildiğini ortaya koymuştur.

Arık vd. (2019), çalışmalarında yıllık talep ve görev sürelerinin belirsiz olduğu ve gri sayılarla kodlandığı Tip 1 basit montaj hattı dengeleme problemleri için bir karma tamsayılı programlama modeli sunmuşlardır. Gri sistem teorisi ve gri sayılar, amacın toplam iş istasyonu sayısını en aza indirmek olduğu bir basit montaj hattı dengeleme problemindeki parametrelerin belirsizliğini göstermek için kullanılmıştır. Gri talep ve gri görev süreleri ile Tip 1 basit montaj hattı dengeleme problemleri için 0-1 tamsayılı matematiksel model önermişlerdir. Talebe bağlı olarak elde edilen çevrim süresi ve görev sürelerindeki belirsizliğin hem alt hem de üst sınırlarını karşılamak için minimum iş istasyonu sayısını bulmayı amaçlamışlardır. Önerilen matematiksel modelden elde edilen sonuçlar, görevler ve iş istasyonları arasında öncelik ilişkilerini bozmadan bir görev-iş istasyonu atamasını ve her bir iş istasyonundaki görev sürelerinin toplamının gri çevrim süresinden küçük veya ona eşit olduğunu göstermektedir.

Bu bölümde bahsedilmiş olan tüm çalışmalar Tablo 2.1’de sınıflandırılarak gösterilmiştir.

Tablo 2.1: Kaynak Araştırması

Gri Sistem Teorisi	Gri Doğrusal Programlama	Montaj Hattı Dengeleme
Deng (1989)	Huang vd. (1992)	Ağpak ve Gökçen (2007)
Xu ve Wen (1997)	Huang ve Moore (1993)	Gurevsky vd. (2012)
Wang ve Hsu (2008)	Galvez vd. (2008)	Hazır ve Dolgui (2013)
Shen vd. (2009)	Sun ve Wu (2011)	Zacharia ve Nearchou (2013)

Xu vd. (2009)	Weiqin vd. (2011)	Moreira vd. (2015)
Zhongmin ve Xizu (2009)	Mahdiraji vd. (2011)	Alavidoost vd. (2015)
Turskis ve Zavadskas (2010)	Mokhtari (2016)	Doğan ve Sakallı (2016)
Köse vd. (2011)	Kara (2018)	Urban ve Chiang (2016)
Köse vd. (2013)	Aydemir vd. (2020)	Tang vd. (2017)
Wang vd. (2016)	Pourofoghi vd. (2022)	Salehi vd. (2018)
Huang ve Wu (2018)	Pourofoghi (2022)	Özcan (2018)
Tran (2018)		Pereira ve Alvarez (2018)
Akyüz ve Bilgil (2022)		Babazadeh ve Javadian (2019)
Aydemir ve Gazeloğlu (2022)		Arık vd. (2019)
Şen (2023)		

Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi (YÖKTEZ) incelendiğinde “Gri Doğrusal Programlama” başlığı altında tezin yazılma tarihi dikkate alındığında montaj hattı dengeleme ile ilişkili herhangi bir tez çalışması bulunmamaktadır. Tüm literatür incelendiğinde ise Arık vd. (2019) çalışması dışında montaj hattı dengeleme problemlerinde GDP’yi kullanan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Arık vd. (2019) çalışmasında ele alınandan farklı tipteki montaj hattı dengeleme problemlerini de GDP ile modellemesi ve farklı çözüm yöntemleri uygulaması nedeniyle bu tez çalışmasının öncül bir çalışma olacağı ve literatüre oldukça önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

Tez çalışmasının temelini Gri Doğrusal Programlama oluşturmaktadır. GDP'nin de felsefe olarak GST'yi temel alması bakımından GDP'den önce GST'ye değinilmesi uygun olacaktır. GST anlatıldıktan sonra belirsizliğin GST temelinde ele alınmasının sebeplerinin anlaşılması açısından belirsizlik kavramı hakkında detaylı bilgi verilecektir. Daha sonra bulanık, stokastik ve gri belirsizlik anlatılacaktır. Gri belirsizliğin stokastik ve bulanık belirsizlik ile arasındaki farklara değinilecektir. Gri doğrusal programlama ve grilik derecesi anlatılacak, GDP için literatürdeki bazı çözüm yöntemleri açıklanacak ve montaj hattı dengeleme problemleri hakkında genel bilgi verilecektir.

3.1. Gri Sistem Teorisi

Bilim ve teknolojinin gelişmesiyle birlikte ortaya çıkan sistem teorilerinden biri de Gri Sistem Teorisidir. GST'nin bahsedildiği ilk makale olan, "Control Problems of Grey Systems" (Gri Sistemler ile Kontrol Problemleri) başlıklı araştırma makalesi 1982 yılında Çinli bilim insanı Prof. Julong Deng tarafından yayımlanmıştır. Bu makale, kısa sürede yaygınlaşmış ve birçok bilim insanı ve araştırmacının çalışmaları ile teorinin farklı yapıları geliştirilmiştir. GST, belirsizlik durumlarını sayısallaştırmayı amaçlayan tekniklerden biri olmuş ve özellikle Bulanık Mantık yaklaşımına alternatif bir yöntem olarak sunulmuştur (Deng, 1989).

GST'nin ana çalışma alanları; tahmin, sistem analizi, modelleme, optimizasyon, karar verme ve kontrol teknikleridir. GST'nin amacı, gizli ve karmaşık sistemler için analiz ve çözüm sağlamak üzere teori, teknikler, fikirler ve kavramlar geliştirmektir (Deng, 1989).

Gri sistem teorisinin temel özelliği, sınırlı miktarda mevcut bilgiyi en iyi şekilde kullanma yeteneğidir. Gri sistem teorisinin geleneksel yöntemlerden farklı olarak temel özelliği, belirsiz sistemlerin davranışını tahmin etmek için çok sınırlı miktarda veriye ihtiyaç duymasıdır (Deng, 1986).

GST, karmaşık sistemlerin modellenenilmesi ve çözümlenebilmesi için eksik bilgi ile de çalışabilmektedir. Belirsiz sistemler ile çalışma konusunda bulanık veya stokastik yöntemler ile sonuç elde edilemeyen sistemlerin analizlerini veya tepkilerini sınırlı sayıda veri ile tahminleyebilmesi ortaya çıkışındaki temel yaklaşım olmuştur. Eksik bilgi ve

belirsizliğin olduğu durumlarda dahi anlamlı sonuçlar elde edebilir olması GST'nin tercih sebeplerini arttırmaktadır (Liu ve Lin, 2006).

Ekonomik, sosyal, endüstriyel, tarımsal, fiziksel, biyolojik ve benzeri birçok sistem ilgi alanından isimlendirilirken, gri sistemlere verilen isim ise çalışılan konunun bilgi düzeyine göre seçilir (Liu ve Lin, 1998).

Gri sistem teorisinde mükemmel bilgiye sahip yani belirsizliğin olmadığı bir sistem beyaz renk ile sembolize edilir. Tam tersi özelliklere sahip yani tam bilgiye sahip olmayan sistem ise siyah olarak nitelendirilmektedir. Sadece kısmi bilgi içeren sistemlere "Gri Sistemler" denir (Lin ve diğerleri, 2004). Buna göre herhangi bir sistem hakkında tüm bilgiler biliniyorsa beyaz sistem, herhangi bir bilgi bilinmiyorsa siyah sistem, bir kısım bilgi sahibi olunan sistemler için gri sistem tanımları kullanılmaktadır. Siyah, gri ve beyaz sistemlerin farklı açılardan karşılaştırılması Tablo 3.1'de sunulmaktadır.

Tablo 3.1: Siyah, Gri ve Beyaz Sistemlerin Karşılaştırılması (Liu ve Lin, 2006)

	Siyah	Gri	Beyaz
Bilgi	Bilinmiyor	Tam değil	Biliniyor
Görünüm	Karanlık	Gri	Parlak
Süreç	Yeni	Geçiş aşamasında	Eski
Özellik	Keşmekeş	Kompleks	Düzenli
Yöntem	Olumsuz	Değişken	Olumlu
Davranış	Hoşgörü	Tolerans	Katı
Sonuç	Sonuç yok	Birden fazla çözüm	Tek çözüm

Bir sistemin gri özelliğe sahip olabilmesi için aşağıdaki dört koşuldan birinin oluşması gerekir (Lin ve diğerleri, 2004):

- Sistemi oluşturan parametreler hakkında bilgi eksikliği,
- Sistemin yapısı hakkında bilgi eksikliği,
- Sistemin limitleri hakkında bilgi eksikliği,
- Sistemdeki değişikliklerin davranışı hakkında bilgi eksikliği.

Bahsedilen dört durumdan her biri bilgi eksikliğine işaret etmektedir. Bu durumlardan en az bir tanesinin olduğu sistem beyaz olmaktan uzaklaşmakta ve siyah sistem olmaya yaklaşırsa da sistem hakkında bazı bilgilerin mevcut olması nedeni ile siyah sistem olarak da isimlendirilememektedir. Dolayısıyla hem sistemi oluşturan parametreler hem de sistemin yapısı, sınırları ya da davranışı hakkında bilgi eksikliği sistemin gri bir yapı içinde kalmasına neden olur (Bayramoğlu, 2012).

Genellikle tam olmayan, değişken, eksik bilgi ve varsayımlar altında modeller oluşturmak ve kararlar almak durumunda kalırız. Hayattaki olayların, sistemlerin ve

süreçlerin bazıları tamamen siyah veya tamamen beyaz değildir. Kendimizi bir tüketici olarak düşünürsek; ileriki yıllarda almak istediğimiz otomobilin gelecekteki fiyatı, otomobili aldıktan sonra katlanmak zorunda kalabileceğimiz masraf, otomobili kullanabileceğimiz süre ve bu süre sonunda satmak istediğimizde talep edeceğimiz fiyat gibi konuların hiçbiri tam olarak bilinemeyeceğinden bahsedilen konuların her biri birer gri sistemi ifade etmektedir. Sistem parametreleri (faktörleri), parametreler arasındaki ilişki, sistemin çalışma yapısı ve şeklinin belirsiz olduğu durumlar gri sistemlerin karakteristik özellikleridir (Bayramoğlu, 2012).

3.1.1. Gri Sistemlerin Temel İlkeleri

Başta Prof. Deng olmak üzere birçok bilim insanı tarafından Gri Sistemler hakkında önemli ilkeler ortaya atılmıştır. Bu ilkeler aşağıdaki gibi altı ana başlık altında açıklanabilir (Liu ve Lin, 2006).

3.1.1.1. Bilgisel Farklılıklar İlkesi

Bu ilkeye göre bilginin varlığına işaret eden "farklılık" kavramı, her bilgi parçasının içinde kendine özgü bir tür "farklılık" taşımasını ifade eder. Örneğin X durum/olay Y durum/olaydan farklıdır dendiğinde, X durum/olay bilgisinin Y durum/olay için geçerli olmadığı ve X ve Y durumları/olayları arasında farklılık olduğu belirtilmektedir. Eldeki bilgiler de zaman içinde değişebilir. Günümüz dünyasındaki gelişmeler, daha önce sahip olduğumuz bilgilerden ileri düzeyde bilgi elde etmemizi sağlamakta ve başlangıçta sahip olduğumuz bilgilerden bir farklılık içermektedir.

3.1.1.2. Çok Çözümlülük İlkesi

Eksik veya net olmayan bilgiler içeren bir sorunun tek bir çözümü yoktur. Tek bir çözüm olmama ilkesi GST için esastır ve teoriye esneklik sağlar. Gri Hedefler bu ilkenin bir sonucu olarak ortaya çıkar. Yani tek bir hedef yerine sınırlandırılmayan birçok hedef tanımlanabilir. Örneğin; üniversite mezunu bir öğretmen tek bir şehir dışında başka bir şehre atanmayı düşünmüyorsa, hedeflediği şehre atanma şansı çok sınırlıdır. Öte yandan, benzer niteliklere sahip başka bir üniversite mezunu öğretmen tek bir şehir yerine birden

fazla şehri değerlendirirse, belirlediği illerden birine atanma şansı daha yüksektir. Bu, çok sayıda hedef belirlemenin bunlardan birine ulaşma şansını artırmasıyla açıklanabilir.

3.1.1.3. Asgari Bilgi İlkesi

GST'nin sahip olduğu en önemli özellik, minimum miktardaki bilgiyi en iyi şekilde kullanabilme yeteneğidir. Bu ilke, "az" ve "çok" kavramlarının diyalektik birleşimi olarak tanımlanabilir. GST'nin diğer bir avantajı da "küçük örneklem" ve/veya "düşük kaliteli bilgi"den kaynaklanan belirsiz problemlerle başa çıkabilmesidir. Minimum bilgi miktarı, GST'nin hâkim olduğu ana alandır. Mevcut bilgi miktarı "gri" ve "gri olmayan" arasındaki farkı belirler. Herhangi bir asgari miktarda bilginin yeterli keşfi ve uygulanması, GST'de kullanılan temel problem çözme mantığını oluşturur.

3.1.1.4. Tanıma Temeli İlkesi

Bilgi, bilme ve anlamlandırma için bir temel oluşturur. Bu ilkeye göre, tanıma eylemi bilgiye dayalı olmalıdır. Bilgi olmadan herhangi bir şeyin anlaşılması mümkün değildir. Tam ve kesin bilgilerle, net bir tanıma eylemi gerçekleştirilirken, tam ve kesin olmayan bilgilerle, net olmayan gri bir tanımlama yapılabilir.

3.1.1.5. Yeni Bilginin Önceliği İlkesi

Yeni bilgi parçaları eski bilgi parçalarından daha önemlidir. Yeni Bilginin Önceliği İlkesi, GST'nin bilgi görüşünün temel taşıdır. Yeni bilgilere öncelik verildiğinde gri tahmin, gri modelleme, gri analiz ve gri karar verme süreçlerinden daha iyi sonuçlar alınacaktır. “Eskinin yerini yeni alır” modeli, yeni bilginin önceliği ilkesini yansıtır. Yeni bilgiler elde edildikçe, gri öğeleri beyazlatmak için altta yatan motivasyon güçlenir. Yeni Bilginin Önceliği İlkesi, bilginin genellikle zamana bağlı olduğunun bir göstergesidir.

3.1.1.6. Griliğin Mutlaklığı İlkesi

Bilginin eksikliği ve belirsizliği genel ve mutlaklıdır. Bilginin bütün tamlık halleri göreceli ve geçicidir. Bu, mevcut belirsizliğin daha ortadan kalkmadığı ve yeni

belirsizliğin ortaya çıkmak üzere olduğu andır. Bilginin sürekli çoğalması sayesinde dünyayı tanıma ve anlama yolculuğunda her zaman yeni bir adım atılmaktadır. Bitmeyen ilmi ile insanın dünyayı tanıma ve anlama yolculuğunu da sonsuz kılar. Bu nedenle, bilginin griliği mutlak ve sonsuzdur.

3.1.2. Gri Sistem Teorisinin Kapsamı

Gri Sistem Teorisi;

- ✓ Sosyal
- ✓ Endüstriyel
- ✓ Çevresel
- ✓ Ekonomik
- ✓ Yönetimsel
- ✓ Eğitimsel
- ✓ Askeri

vb. sistemler arası ilişkilerin analizinde, model oluşturmada, tahmin ve karar verme problemlerinde sıklıkla kullanılan bir yöntemdir (Wen, 2004). Verinin eksik olduğu belirsiz durumlarda doğrusal ve doğrusal olmayan sistemleri açıklamayı mümkün kılabilmesi, GST'nin kapsamının geniş olmasını sağlamıştır. GST'nin uğraş alanı çok geniş olsa da altı temel başlık altında incelemek mümkündür (Deng, 1989). Bu başlıklar;

- Gri Üretim
- Gri İlişkisel Analiz
- Gri Modelleme
- Gri Tahminleme
- Gri Karar Verme
- Gri Kontrol

3.1.2.1. Gri Üretim

Sistem ihtiyaçları doğrultusunda yeni bilgilerin türetilmesine gri üretim denir. Ana amacı, tüm gri sistemlerde rastgeleliği azaltarak süreçteki düzeni göstermektir. Karmaşık bir veri kümesindeki kuralları ortaya çıkarmaktan ve ardından bu kurala dayalı olarak yeni bilgileri ortaya çıkarmaktan oluşur (Wen ve diğerleri, 1999).

Mevcut verileri kullanarak sistem gereksinimleri için yeni veriler üretmeyi hedefleyen ve klasik teorilerden kabul edilen olasılık teorisi ve istatistik, yeni veriler oluşturmak için bilinen bazı dağılımlara uyan yeterince büyük bir örnek gerektirir. Ancak bazı durumlarda yeterli örneklem büyüklüğüne ulaşılsa bile bilinen sınırlı sayıda dağılım kullanıldığı için geçerli bir sonuç elde etmek mümkün olmayabilir. Gri sistem teorisi, incelenen sistemin verileri karmaşık olsa bile, bu karmaşık verilerde sistemin temel özelliklerini yansıtan gizli ipuçları olduğuna inanır.

3.1.2.2. Gri İlişkisel Analiz

Gri ilişkisel analiz, iki farklı sistem veya bir sistem içindeki iki alt sistem arasındaki zamanla değişen ilişkiyi ölçmektedir. Gri ilişki, analiz edilen öğeler arasındaki benzer veya farklı noktaları temsil eder (Aydemir, 2013).

Veri sayısının az, faktör sayısının fazla olduğu durumlarda istatistiksel temelli regresyon analizi yöntemlerinin başarısı sınırlıdır. Az sayıda veri setinde birden fazla değişken arasındaki hem niceliksel hem de niteliksel ilişkileri değerlendirebilme yeteneği, gri ilişkisel analizi güçlü kılar.

3.1.2.3. Gri Modelleme

Yapay bir kavram yardımıyla fark denklemlerini türevlenebilir denklemlere dönüştürme işlemine gri modelleme denir. Belirsizliklerin ve bilgi eksikliğinin olduğu sistemlerde tahmin, analiz ve karar verme ile sistemi anlama ve yorumlama temellidir (Wen ve diğerleri, 2002). Gri modelleme üç farklı şekilde yapılmaktadır:

1. GM (1,1): Bir grup türevlenebilir denklem içeren bir zaman serisi tahmin modelidir. GM(1,1) notasyonu, gri modeli tek değişkenli birinci dereceden türevlenebilir denklemlerle ifade etmek için kullanılır.
2. GM (1,N): N değişkenli birinci dereceden türevlenebilir denklemlere sahip bir modeldir ve genellikle dinamik faktör analizi için kullanılır.
3. GM (0,N): Türev bilgisi gerektirmeyen N değişkenli denklemlerden oluşan bir gri model türüdür. Bu yöntem çok boyutlu korelasyon analizinde kullanılabilir.

3.1.2.4. Gri Karar Verme

Belirli bir amaç doğrultusunda farklı sonuçlara yol açabilecek birden fazla sayıda alternatif arasından en iyisini seçme süreci karar verme olarak adlandırılmaktadır. Karar problemlerini çözmek amacıyla gri modellerin diğer yöntemlerle entegre olarak kullanılması olarak tanımlanabilir. Gri karar verme, karar sürecine gri parametreler ekleyerek veya gri modellerle entegre klasik karar verme yöntemlerini kullanarak geleneksel karar verme yöntemlerinden farklılaşmaktadır (Wen ve diğerleri, 1999).

3.1.2.5. Gri Kontrol

Gri parametrelerle oluşturulan sistemlerin kontrolüne “gri kontrol” denir. Bir sistemin verileri analiz edilerek, sistemin gelecekte sergileyebileceği davranış ortaya konur. Geleceğe yönelik öngörü verileri elde edildiğinde geri bildirim için kullanılır ve yeni kontrol mekanizmaları oluşturulur (Deng, 1982).

3.1.2.6. Gri Tahmin

Gri Tahmin, birçok alanda kullanılan ve tatmin düzeyi yüksek sonuçlar veren bir tahmin modelidir. Gri tahmin modelinin kurulabilmesi için tahmini yapılacak problemin en az dört gecikmeli verisine ihtiyaç vardır (Akay ve Atak, 2007).

Gri sistemden türetilen gri tahmin modeli, bir sistemdeki değişiklikleri inceleyerek seriler ve veriler arasındaki ilişkiyi araştırdıktan sonra sistem için geçerli bir tahminde bulunur. Gri tahmin modelinin önemli avantajları; en az dört veri içeren bir zaman serisi olduğunda tahmin için kullanılabilmesi, az veri olduğunda bile bilinmeyen bir sistemi tanımlayabilecek özelliklere sahip olması ve karar vericiler geçmiş verilere sınırlı erişime sahip olduğunda bile tahmin için uygun bir model olmasıdır (Lim ve diğerleri, 2008). Tablo 3.2'de geleneksel yöntemler ile gri yöntem çeşitli unsurlar açısından karşılaştırılmıştır (Wen, 2004).

Tablo 3.2: Tahmin İçin Kullanılan Matematiksel Modellerin Karşılaştırılması (Wen, 2004)

Matematiksel Model	Tahmin İçin Gerekli Minimum Veri Sayısı	Veri Türü	Tahmin Dönemi
Basit Üstel	5-10 arası	Eşit ağırlıklı	Kısa
Holt's	10-15 arası	Aynı trendde ve düzenli	Kısa ve orta
Winter's	En az 5	Aynı trendde ve düzenli	Kısa ve orta
Regresyon	En az 10-20 arası	Aynı trendde ve düzenli	Kısa ve orta
Box-Jenkins Yönt.	En az 50	Eşit aralıklı	Kısa, orta ve uzun
Gri Yöntem	Sadece 4	Eşit ve eşit olmayan aralıklı	Kısa, orta ve uzun

Yukarıdaki tablodan da görüleceği üzere diğer geleneksel yöntemlere göre daha az matematiksel işlem gerektiren ve optimize edilmesi gereken daha az parametre bulunan Gri Tahmin yönteminin daha kullanışlı olduğu söylenebilir.

3.2. Belirsizlik Kavramı

Bilgi eksiklikleri birçok sistem için olağan bir durumdur ve bu eksiklikler neticesinde belirsizlikler de ortaya çıkmaktadır. Geliştirilen birçok teori belirsizlikler ile çalışmayı hedeflemektedir. Bulanık belirsizlik, stokastik belirsizlik ve gri belirsizlik gibi kavramlar da geliştirilen teoriler vasıtasıyla belirsizlik kavramına farklı tanımlar yapılarak elde edilen farklı yaklaşımlar sonucu ortaya çıkmıştır. Belirsizlik kavramı altında şekillenen ve birbirinden farklı tanımlamalara sahip olan bu kavramları dikkate almak önemlidir. Bu alt kavramların tanımlanması gri belirsizlik kavramının daha iyi anlaşılması için de faydalı olacaktır.

3.2.1. Gri Belirsizlik

Gri belirsizlik, sistemde veya sistemin elamanlarında eksik bilginin olmasıdır. Gri belirsizlik ile ilgili örnek vermek gerekirse; A 'nın aşağıdaki gibi tanımlanan bir gri bilgi parçası olduğu varsayalım ve x , bir bilinmeyen; S , boş olmayan bir küme ($S \neq \emptyset$); S' , S 'nin bir alt kümesi; $U = \{x \in S\}$ ve $A = \{x \in S'\}$ olsun. Böylece, gri belirsizlik, bilinmeyen belirli bir değerinin ne olması gerektiği konusundaki belirsizliktir. Yani, $U = \{x \in S\}$ ve S ise reel sayılar kümesini gösterdiğinde, $S' = [2,3]$, $A = \{x \in S'\}$ iken; gri bilginin bir parçası olan A , şöyle bir belirsizliği göstermektedir: x 'in $[2,3]$ aralığındaki bir reel sayı olduğu bilinmekte ancak x 'in gerçek değeri tam olarak bilinmemektedir. Bu durumda, kesin sınırları olan

ancak içsel değeri tam olarak bilinmeyen gri bir bilgiden bahsedilmektedir (Liu ve Lin, 2006).

Gri belirsizliğe gerçek hayattan da örnek verilecek olursa; “Bir öğrenci, 4’lük sisteme göre mezuniyet diploma notunun en az 3.5 olmasını hedeflemektedir” ifadesinde sınırları belirli ([3.5,4]) fakat içsel değeri tam olarak bilinmeyen bir gri bilgi parçasından söz edilir. Bir bilinmeyen olarak mezuniyet diploma notu hedefi, sınırlar içerisindeki bir değerdir ve tam olarak bilinmemektedir. Bu durumda mezuniyet diploma notu hedefi, bir gri bilgiyi temsil etmektedir (Liu ve diğerleri, 2011).

3.2.2. Bulanık Belirsizlik

Bulanık bir bilgi parçasının içselliği bilinir ancak sınırları tam olarak bilinmez. Örneğin, "başarılı mühendis" kavramı bulanıktır. Çünkü tüm insanlar başarılı sayılmanın içsel durumunu bilirler. Ancak başarılı olma durumunu da içine alan ve diğerlerinin başarılı olmadığını gösteren bir kriter belirlemek oldukça zordur. Bu durum, içselliği olan ancak sınırları tam olarak bilinmeyen bulanık bir bilgi parçasını ifade etmektedir (Liu ve diğerleri, 2011).

x , bir bilinmeyen; S , boş olmayan bir küme; $U=\{x \in S\}$ ve $A=\{x \in S\}$ ve $x=e \in S'$ ’ye ilişkin üyelik derecesi α_e olduğunda α_e , 0 ile 1 aralığında bir değer alır ($0 \leq \alpha_e \leq 1$). Bu tanımdaki A , bir bulanık bilgi parçası olarak adlandırılır. Bulanık belirsizliğe aşağıdaki gibi gerçek hayattan bir örnek verilebilir (Liu ve Lin, 2006).

Bulanık belirsizliğe gerçek hayattan örnek vermek gerekirse; Bay X, A derneğine üye olmasına rağmen dernek çalışmalarına katılmıyorsa Bay X’in üyelik derecesi 0 ile 1 arasında olacaktır fakat asla 0 veya 1 olmayacaktır. Üyelik derecesinin 0 olmama sebebi Bay X’in A derneğine üye olması iken, üyelik derecesinin 1 olmama sebebi ise dernek faaliyetlerine katılım sağlamamadır. Eğer Bay X dernek çalışmalarına da katılırsa üyelik derecesi 1 olacaktır fakat bu durumda da üyelik derecesinin 1 olarak devam edip etmeyeceği belirsizdir ve bulanık belirsizlik, 1 olan üyelik derecesinin devam etmeme ihtimalini dikkate almaktadır (Bayramoğlu, 2012).

3.2.3. Stokastik Belirsizlik

Stokastik belirsizlik, ilgilenilen durumun meydana gelme şansı ile ilgilidir. Bu şansın belirlenmesi, geçmiş gözlem değerlerindeki istatistiksel örüntü tanımına bağlıdır.

Stokastik belirsizlik durumlarında, herhangi bir durumun meydana gelme şansı olasılıklarla ifade edilir.

X , bir bilinmeyen; S , boş olmayan bir küme; $U=\{x \in S\}$, $A=\{x \in S\}$ ve $x=e$ olma olasılığı α_e , $x=e \in S$ olması durumunu ifade eder. Burada α_e ; $0 \leq \alpha_e \leq 1$ ve $\sum_{e \in S} \alpha_e = 1$ şartlarını birlikte taşır. Bu tanımdaki A , stokastik bilgi parçası olarak adlandırılır. Örneğin; üreticisi olduğumuz ürüne ait dışarıdan tedarik ettiğimiz hammadde fiyatı ile ilgili yapılan satın alma araştırması sonucunda ilgili hammadde fiyatının diğer ay %60 olasılıkla artış göstereceği varsayalım. Bu durumda üretici olarak diğer ay zamlı şekilde almak yerine şu an satın alma seçeneği kuvvetle muhtemel tercih edilecektir. Ancak ilgili hammaddenin fiyatının artma ihtimalinin %60 olması, bu artışın bir sonraki ay gerçekleşeceğine dair kesin bir garanti vermemektedir. Bu stokastik belirsizliği gösterir (Liu ve Lin, 2006).

3.2.4. Gri Sistem Teorisi ile Bulanık Mantık ve İstatistik Arasındaki Temel Farklılıklar

Gri Sistem Teorisi ile Bulanık Mantık Teorisi (BMT) matematiksel altyapı açısından benzerlikler göstermektedir. Bu sebeple bu iki yöntemi birbirinden ayırt edebilmek adına iki teori arasındaki farklara değinmek faydalı olacaktır.

GST ve BMT arasındaki temel fark, belirsizlik kavramının her iki teori açısından da farklılık göstermesidir. GST'deki belirsizlikler, mevcut verilerin yetersiz olmasından ve dolayısıyla sistemin onu tam olarak tanımlamamasından kaynaklanmaktadır. GST, tanımlanmış bir aralıktaki belirsizliklerle ilgilenirken, BMT, sınırları belirsiz ancak bir içsellığe sahip belirsizlik durumlarıyla ilgilenmektedir (Wen, 2004).

GST ve BMT ile kurulan modeller, veri kullanımı açısından iki temel şekilde farklılık göstermektedir. Bunlardan ilki, GST analiz için en az dört veriye ihtiyaç duyarken, BMT'nin hem modelleme hem de analiz süreçlerinde deneyime dayalı verilere ihtiyaç duymasıdır. İkinci fark, verilerin dağılımı ile ilgilidir. GST'de verilerin dağılımı için herhangi bir ön koşul yoktur. BMT'de ise üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır (Yao ve Chi, 2004; Wang ve diğerleri, 2005; Wen, 2004).

Tablo 3.3, her üç yöntem arasındaki temel farklılıkları özetlemektedir.

Tablo 3.3: GST ile Bulanık Mantık ve İstatistik Arasındaki Temel Farklılıklar (Liu ve Lin, 2010)

Karşılaştırma Kriteri	Gri Sistem Teorisi	Stokastik Süreçler	Bulanık Matematik
Çalışma Konusu	Gri Belirsizlik	Stokastik Belirsizlik	Bulanık Belirsizlik
Temel Kümeler	Gri belirsiz kümeler	Kantor kümeler	Bulanık kümeler
Yöntemler	Bilgi kapsamlı	Olasılık dağılımları	Üyelik fonksiyonları
Süreç	Gri seri üretimi	Frekans dağılımları	Marjinal örnekleme
Gereklilikler	Dağılımdan bağımsız	Tipik olasılık dağılımları	Tecrübe
Vurgu	İçsellik	İçsellik	Dışsallık
Amaç	Gerçeklik kuralları	İstatistiki kurallar	Kavramsal ifadeler
Karakteristik	Küçük örneklem	Büyük örneklem	Tecrübe

Tablo 3.3'te de görülebileceği gibi, her üç yöntemin de kendi özgü özellikleri ve aralarında birçok fark vardır. Az sayıda veri ile sonuç üretebildiği ve veriler için herhangi bir istatistiksel önkoşul bulunmadığı için GST'nin bulanık mantık ve istatistiksel yöntemlerin kullanımının uygun olmadığı alanlara çözüm getirmeyi amaçladığı söylenebilir.

3.3. Gri Sayılar

Gri sayılar, gerçek değerleri tam olarak bilinmeyen ancak değer aralığı bilinen sayılardır. Gri sayılar bir aralık veya sayı dizisi olarak kullanılmaktadır. Gri sayı çeşitlerine aşağıda yer verilmiştir (Lin ve diğerleri, 2007).

Sadece alt sınırı olan gri sayılar: Bu tür gri sayılar $\otimes \in [\underline{a}, \infty)$ veya sadece $\otimes(\underline{a})$ şeklinde gösterilir. $\underline{a}$, gri sayının alt limit değerini temsil etmektedir.

Sadece üst sınırı olan gri sayılar: Bu tür gri sayılar $\otimes \in (-\infty, \overline{a}]$ veya sadece $\otimes(\overline{a})$ şeklinde gösterilir. $\overline{a}$, gri sayının üst limit değerini temsil etmektedir.

Aralıklı gri sayılar: Hem alt hem de üst sınırları olan gri sayılar, aralıklı gri sayılar olarak ifade edilir ve $\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}]$ şeklinde gösterilirler.

Sürekli ve kesikli gri sayılar: Bir aralık veya sayılabilir sayıda değer alan gri sayılar kesikli gri sayılardır. Değer kümesi bir aralığı kapsayan gri sayılar, sürekli gri sayılardır.

Beyaz ve siyah sayılar: $\otimes \in (-\infty, \infty)$ ise $\otimes$ alt ve üst limite sahip değildir veya $\otimes \in (\otimes_1, \otimes_2)$ ise, $\otimes$ için alt ve üst limitler gri sayılardır. Bu durumda $\otimes$ siyah sayı olarak adlandırılır. $\otimes \in [\underline{a}, \overline{a}]$ ve $\underline{a} = \overline{a}$ ise bu sayı beyaz sayıdır.

Temel ve temel olmayan gri sayılar: Kendisini temsil edebilecek beyaz bir sayının bulunamayacağı gri sayılar temel gri sayılardır. Bazı bilgiler yardımıyla beyaz bir sayı ile temsil edilebilen sayılar, temel olmayan gri sayılardır. Burada bahsedilen beyaz sayı, gri sayının beyazlaştırılması ile elde edilir.

3.3.1. Gri İşlemler

Gri işlemler, matematikteki sayı aralıkları işlemlerine benzer şekilde gerçekleştirilir. $a_1 < a_2$ ve $b_1 < b_2$ olmak üzere $\otimes_1 \in [a_1, a_2]$ ve $\otimes_2 \in [b_1, b_2]$ iki gri sayı olsun. Bu iki sayı arasında yapılacak dört temel işlem alt başlıklarda verilmiştir:

Toplama işlemi: Gri toplama işlemi aşağıdaki gibidir:

$$\otimes_1 + \otimes_2 \in [a_1 + b_1, a_2 + b_2] \quad (3.1)$$

Çıkarma işlemi: Çıkarma işlemi için toplama işlemine göre çıkarılacak ifadenin tersi alınarak iki ifade toplanır. Aralıklı sayıların toplamaya göre tersi için sınırlar eksi işaretiyle çarpılır. Bu durumda büyüklük-küçüklük durumları değişeceğinden sınırlar yer değiştirir. Gri çıkarma işlemi aşağıdaki gibidir:

$$-\otimes_2 \in [-b_2, -b_1] \rightarrow \otimes_1 - \otimes_2 \in [a_1 - b_2, a_2 - b_1] \quad (3.2)$$

Çarpma işlemi: Aralık gri sayılarda çarpma işlemi aşağıdaki şekilde yapılmaktadır

$$\otimes_1 \cdot \otimes_2 \in [\min(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2), \max(a_1 \cdot b_1, a_1 \cdot b_2, a_2 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2)] \quad (3.3)$$

Sayı ile çarpma işlemi: $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere; c sayısının negatif ya da pozitif olma durumuna göre çarpma işlemleri aşağıda verilen denklemler ile gerçekleştirilmektedir.

$$c > 0 \Rightarrow c \cdot \otimes_1 \in [c \cdot a_1, c \cdot a_2] \quad (3.4)$$

$$-c > 0 \Rightarrow (-c) \cdot \otimes_1 \in [-c \cdot a_2, -c \cdot a_1] \quad (3.5)$$

Kuvvet alma: $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere; c sayısının negatif ya da pozitif olma durumuna göre kuvvet alma işlemleri aşağıda verilen denklemler ile gerçekleştirilmektedir.

$$c > 0 \Rightarrow \otimes_1^c \in [a_1^c, a_2^c] \quad (3.6)$$

$$-c > 0 \Rightarrow \otimes_1^{-c} \in [(1/a_2)^c, (1/a_1)^c] \quad (3.7)$$

Bölme işlemi: Gri sayılarda bölme işlemi, çarpma işlemine göre bölen sayının tersi alınarak çarpma işlemi uygulanarak gerçekleştirilir. Aralıklı sayıların çarpmaya göre tersi için sınırları çarpmaya göre ters çevrilir. Bu durumda büyüklük -küçüklük durumları değişeceği için sınırlar değişmelidir. Bölen sayının sınır değerleri buradaki çarpmaya göre ters çevrileceğinden sınır değerlerin sıfıra eşit olmaması gerekir. Gri bölme işlemi aşağıdaki gibidir:

$$\otimes_2^{-1} \in [1/b_2, 1/b_1] \Rightarrow \otimes_1 \cdot \otimes_2^{-1} \in [\min(a_1/b_1, a_1/b_2, a_2/b_1, a_2/b_2), \max(a_1/b_1, a_1/b_2, a_2/b_1, a_2/b_2)] \quad (3.8)$$

3.3.1.1. Gri Sayıların Beyazlaştırılması

Gri sayıların beyazlaştırma fonksiyonları yardımıyla net, beyaz sayılara dönüştürülmesi işlemi gri sayıların beyazlaştırılması olarak adlandırılmaktadır. Literatürde gri sayıların beyazlaştırılması için iki yöntem üzerinde durulmaktadır. Birincisi, belirli bir a sayısı etrafında değişen $\otimes(a)$ gri sayısıdır. “ a ” sayısı etrafındaki değişim değeri ε_a olarak alınırsa; $\otimes(a)$ gri sayısı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\otimes(a) = a + \varepsilon_a \quad (3.9)$$

Burada yer alan değişim değerinin $\varepsilon_a = 0$ olarak alınması durumunda $\otimes(a)$, beyaz sayı olacaktır. Beyazlaştırılmış gri sayı değeri $\tilde{\otimes}$ ile ifade edilmek üzere, $\otimes(a)$ gri sayısının beyazlaştırılmış değeri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\tilde{\otimes}(a) = a \quad (3.10)$$

Bunun yanı sıra ikinci tip beyazlaştırma, alt ve üst sınıra sahip olan aralık gri sayılar için uygulanan beyazlaştırma işlemidir. $\otimes \in [a_1, a_2]$ bir aralık gri sayı olmak üzere beyazlaştırılmış sayı değeri aşağıda verilen formüller yardımıyla gri sayıların alt ve üst limit değerlerinin durumuna göre hesaplanmaktadır:

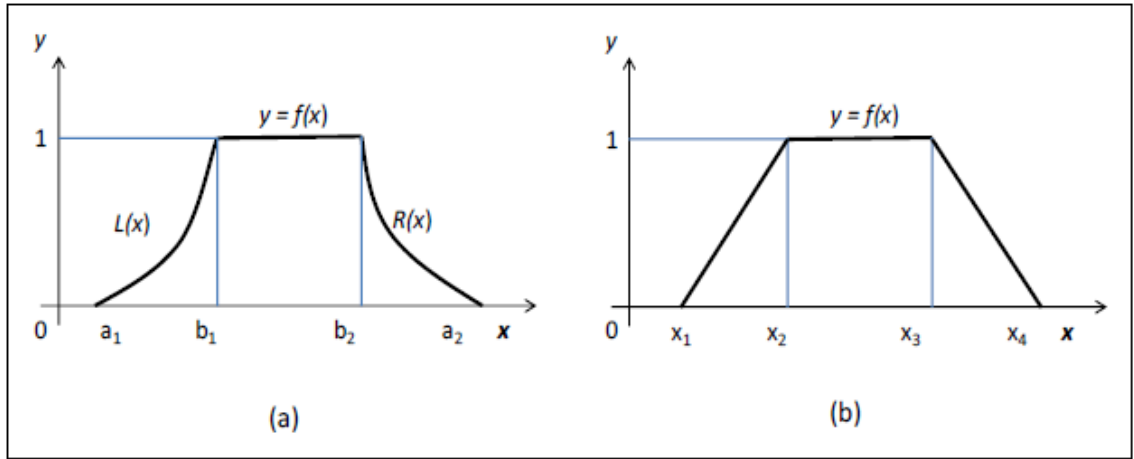
$$\tilde{\otimes} = \alpha * a_1 + (1-\alpha) * a_2, \alpha \in [0,1] \text{ (a) veya } \tilde{\otimes} = (1-\alpha) * a_1 + \alpha * a_2, \alpha \in [0,1] \text{ (b)} \quad (3.11)$$

Bu tez çalışmasında çevrim süresi ve görev süreleri ile işlem yapılacağından (b) kısmındaki formül kullanılacaktır. Çünkü süreler artma eğilimindedir ve grilik durumu arttıkça üst limite yaklaşılması daha doğaldır.

Ağırlık değeri olarak ifade edilen α değeri 0 ile 1 arasında değerler almaktadır. Eğer ağırlık değeri $\alpha=0,5$ olarak alınırsa, beyazlaştırma değeri “eşit ağırlıklı ortalama beyazlaştırma” olarak ifade edilir.

Ağırlık değeri her zaman 0,5 olmak durumunda olmadığı gibi; incelenen duruma göre veri özellikleri de dikkate alınarak farklı beyazlaştırma ağırlık fonksiyonları oluşturulmaktadır. Beyazlaştırma işleminde kullanılacak olan ağırlık değerleri de bu beyazlaştırma ağırlık fonksiyonları yardımı ile elde edilmektedir (Özerkeçe, 2016).

Tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu, sabit bir başlangıç ve bitiş noktasından ve solda artan sürekli fonksiyondan ve sağda azalan sürekli fonksiyondan oluşur (Aydemir, 2013). Tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu Şekil 3.1’de gösterilmektedir.



Şekil 3.1: Tipik Beyazlaştırma Ağırlık Fonksiyonu (Liu ve Lin, 2006)

Şekildeki;

- $L(x)$: Artan fonksiyon (sol taraf)
- $R(x)$: Azalan fonksiyon (sağ taraf)
- $[b_1, b_2]$: Pik alan
- a_1 : Başlangıç noktası
- a_2 : Bitiş noktası
- b_1 ve b_2 : Dönüş noktaları
- $f(x)$: Tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu

Programlama ve modellemede kolaylık sağlaması açısından Şekil 3.1(b)'deki doğrusal gösterim tercih edilmektedir. Buna göre tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu şu şekildedir:

$$f(x) = \begin{cases} L(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, & x \in [x_1, x_2) \\ 1, & x \in [x_2, x_3] \\ R(x) = \frac{x_4 - x}{x_4 - x_3}, & x \in (x_3, x_4] \end{cases} \quad (3.12)$$

3.3.2. Grilik Derecesi

Gri sayıların grilik derecesi g^0 , tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu Şekil 3.2(b) dikkate alındığında Liu ve Lin (2006)' e göre:

$$g^0 = \frac{2 |b_1 - b_2|}{b_1 + b_2} + \text{enb} \left\{ \frac{|a_1 - b_1|}{b_1}, \frac{|a_2 - b_2|}{b_2} \right\} \quad (3.13)$$

şeklinde. Buradaki g^0 , iki parçanın toplamı şeklinde ifade edilmektedir. Bu parçalardan ilki Şekil 3.1(a)'daki $[b_1, b_2]$ kapalı aralığı ile ifade edilen pik alanı boyunca grilik derecesi ve ikincisi Şekil 3.1(a)'daki $L(x)$ ve $R(x)$ fonksiyonları altında kalan alan için grilik derecesidir. Bu sebepten dolayı en büyük (maksimum) değerler için:

$$\text{enb} \left\{ \frac{|a_1 - b_1|}{b_1}, \frac{|a_2 - b_2|}{b_2} \right\} = 0 \quad (3.14)$$

ise,

$$g^0 = \frac{2 |b_1 - b_2|}{b_1 + b_2} \quad (3.15)$$

elde edilir. Bu şekilde elde edilen tipik beyazlaştırma ağırlık fonksiyonu yatay bir çizgidir. Eğer:

$$\frac{2 |b_1 - b_2|}{b_1 + b_2} = 0 \quad (3.16)$$

ise gri sayı $\otimes = b = b_1 = b_2$ şeklinde temel bir değere sahip olur. Eğer $g^0 = 0$ olursa $\otimes$, beyaz sayı olacaktır.

3.4. Gri Doğrusal Programlama

Gri Doğrusal Programlama (GDP), belirsizliğin gri sayılar vasıtasıyla klasik doğrusal programlama sürecine etkili bir şekilde dahil edilmesidir. Doğrusal Programlama (DP) modelindeki girdi parametrelerinden biri veya daha fazlası gri sayılara sahipse, modele GDP adı verilir (Mahmoudi ve diğerleri, 2019).

GDP, sistemlerle ilgili zayıf, eksik veya belirsiz problemlerle başa çıkma yeteneğine sahiptir ve belirsizlik altında karar verme problemleri için yararlı araçlar sağlar (Mujumdar ve Karmakar, 2008).

GDP, doğrusal programlamanın yöntem ve ilkelerini gri sistem teorisiyle birleştirir (Ardabili ve diğerleri, 2020). GDP'nin başlıca avantajları arasında;

- ✓ Belirsiz ve eksik bilgiyle belirsizlik altında karar verme için güçlü bir araç olması,
- ✓ Olasılık dağılımı ve üyelik fonksiyonları bulanık mantıkta olduğu gibi tanımlanmasa bile iyi çalışması,
- ✓ Gri sistem yaklaşımı ile gri sayıların deterministik beyaz sayılara dönüştürülebilmesi,

gösterilebilir.

Klasik DP modelinin iki dezavantajı vardır. Birincisi, gerçek dünyadaki birçok değişken ve katsayı belirsizlik içerir ve değişkenleri belirli, net sayılarla ifade etmek yüksek risk taşımaktadır ve DP modeli yalnızca belirli sayılarla ilgilenebilir. İkincisi, DP modellerinin çözümleri, programlamanın verimliliğini etkileyebilecek çok küçük katsayı değişikliklerine bile genellikle çok duyarlıdır. Bu nedenle belirsiz parametrelerin kullanımı model çözümlerini çok fazla değiştirecektir. DP'nin duyarlılık analizleri, model çözümlerinin belirsizliğini yansıtmak için yeterli değildir. GST ve gri optimizasyon veya gri matematiksel programlama, model parametrelerindeki belirsizlikleri doğrudan bir optimizasyon çerçevesine dahil eden yöntemlerden oluşur. Bu yöntemler; doğrusal, tamsayı, kare, hedef programlama gibi farklı optimizasyon yöntemleri için farklı prosedürler içerir. Bununla birlikte, model parametrelerinin gri belirsizliği, deterministik gerçek sayılar yerine gri sayılar olarak temsil edilerek ele alınabilir. Böylece gri sisteme göre optimizasyon problemi çeşitli şekillerde yazılabilir.

Gri bir sayı, uygulamalarda genellikle “ $\otimes$ ” sembolü ile ifade edilir ve a gri sayısı alt ve üst limitleri ile $\otimes(a) \in [\underline{a}, \bar{a}]$ şeklinde gösterilir. Diğer bir tür; a gri sayısının “ $a^\pm$ ” simgesiyle gösterilmesidir. Her iki gösterim de alt ve üst limite sahip gri sayıyı ifade etmektedir ve GDP'nin genel formu tanıtılırken kullanılmaktadır.

Genel bir DP problemi için, gri parametrelili GDP'nin genel formu aşağıdaki denklemlerde gösterilmektedir.

$$\text{Max } f^{\mp} = C^{\mp} X^{\mp} \quad (3.17)$$

$$A^{\mp} X^{\mp} \leq b^{\mp} \quad (3.18)$$

$$X^{\mp} \geq 0 \quad (3.19)$$

Eşitlik (3.17)-(3.19)'de $C^{\mp}$, gri amaç fonksiyonu katsayılar vektörünü, $A^{\mp}$, gri kısıtlayıcı katsayılar matrisini, $b^{\mp}$, gri sağ taraf değerleri vektörünü ve $X^{\mp}$, gri sürekli veya gri tamsayı karar değişkenleri vektörünü ifade etmektedir. DP'deki deterministik varsayım, C, A ve b katsayılarının hepsinin kesin olarak bilinmesidir (Riabacke, 2006). Doğrusal bir optimizasyon problemi, amaç fonksiyonunda ve/veya kısıtlama setinde bir gri sayı içeriyorsa gri lineer optimizasyon problemi olarak adlandırılacaktır.

Gri doğrusal programlamanın standart formda ayrıntılı gösteriminde; gri kısıtlayıcı katsayılar matrisine ait $a_{ij}^{\mp} = [a_{ij}^-, a_{ij}^+]$, gri sağ taraf değerleri vektörüne ait $b_i^{\mp} = [b_i^-, b_i^+]$ ve gri amaç fonksiyonu katsayılar vektörüne ait $c_j^{\mp} = [c_j^-, c_j^+]$ olacaktır. Model parametrelerinde bu gri sayıların kullanılması ile model çözümleri, karar değişkenlerinin optimal değerlerini $(x_j^{\mp})_{opt} = [(x_j^-)_{opt}, (x_j^+)_{opt}]$ ve amaç fonksiyonun en iyi değerini $f_{opt}^{\mp} = [f_{opt}^-, f_{opt}^+]$, gri sayılar olarak sunacaktır. GDP, karar vericilerin oluşturulan alternatifleri doğrulaması için yararlı olan karar değişkenleri için uygun aralıklar sağlamaktadır.

Model parametrelerindeki gri sayıların beyazlaştırılarak modele eklenmesi sonucu klasik doğrusal programlama yardımı ile çözüm elde edilen yöntemler de mevcuttur. Bu şekilde çözüm elde edilen GDP'ye ait bir başka gösterimde;

$$\text{Max } S = C(\otimes)X \quad (3.20)$$

$$A(\otimes)X \leq b(\otimes) \quad (3.21)$$

$$X \geq 0 \quad (3.22)$$

ifadesi de gri parametrelili doğrusal programlamayı göstermektedir. Bu tanımda da $C(\otimes)$ bir gri vektörü, $A(\otimes)$ bir gri matrisi, $b(\otimes)$ kısıtlar vektörünü ve X de gri parametrelili doğrusal programlamanın gri karar vektörünü belirtmektedir.

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_{ij} \in [0,1]$, $i=1,2,\dots,m$ ve $j=1,2,\dots,n$ olsun. Gri parametrelerin beyazlaştırma değerleri de sırasıyla aşağıdaki gibi olsun.

$$\tilde{c}_j(\otimes) = \alpha_j \bar{c}_j + (1 - \alpha_j) \underline{c}_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.23)$$

$$\tilde{b}_i(\otimes) = \beta_i \bar{b}_i + (1 - \beta_i) \underline{b}_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (3.24)$$

$$\tilde{a}_{ij}(\otimes) = \gamma_{ij} \bar{a}_{ij} + (1 - \gamma_{ij}) \underline{a}_{ij}, i = 1, 2, \dots, m \text{ ve } j = 1, 2, \dots, n \quad (3.25)$$

Yukarıdaki $\tilde{C}(\otimes)$ ve $\tilde{b}(\otimes)$ beyazlaştırma vektörlerini, $\tilde{A}(\otimes)$ beyazlaştırma matrisini vermektedir. O halde;

$$\text{Max } S = \tilde{C}(\otimes)X \quad (3.26)$$

$$\tilde{A}(\otimes)X \leq \tilde{b}(\otimes) \quad (3.27)$$

$$X \geq 0 \quad (3.28)$$

ifadesine gri parametrelili doğrusal programlamanın konumlandırılmış programlaması denir. Bu tanımda geçen α_j ($j=1,2, \dots, n$) amaç fonksiyonu katsayıları vektörünün konumlandırılmış katsayılarını, β_i ($i= 1,2,\dots,m$) sağ taraf değerleri vektörünün konumlandırılmış katsayılarını ve γ_{ij} ($i= 1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n$) de kısıtlayıcı katsayılar matrisinin konumlandırılmış katsayılarını göstermektedir (Liu ve Lin 2006).

3.4.1. Gri Doğrusal Programlama Problemleri Çözümü İçin Geliştirilmiş Bazı Çözüm Yöntemleri

Bu tez çalışmasında GDP’de elde edilen çözümler ulaşılan sonuca göre iki farklı şekilde oluşmaktadır. Bunlardan ilki aralıklı çözüm yöntemidir. Aralıklı çözüm yöntemi olarak nitelendirilmesinin sebebi, gri parametrelere ait değerlerin probleme ve matematiksel modele direkt olarak işlenmesi ve bu sebeple elde edilen çözüm değerinin alt ve üst limite sahip kapalı aralıkta olmasıdır. İkincisi ise, gri parametrelere ait değerlerin beyazlaştırılarak problemin klasik DP modeline dönüştürüldükten sonra çözülmesi sonucunda elde edilen çözümün beyaz değer ile ifade edildiği durumdur.

GDP’de optimal çözümler elde edilemese de tatmin edici çözüme ulaşma çabası önemlidir. Bir değerlendirme kriteri olan ve tatmin edici çözümleri elde etmede kullanılan

tanımlamalar ve memnuniyet derecesini hesaplamada kullanılan formül aşağıda verilmiştir (Liu ve Lin, 2006).

Eğer, $\alpha=\beta=1$ ve $\gamma=0$ ise konumlandırılmış DP (1,1,0)'a gri parametrelili doğrusal programlamanın bir ideal modeli denir. Bu modelin optimum değeri $\max \bar{S}$ ile gösterilir. İdeal modeli gösteren bu durum ele alınan durumların en iyi şekilde (örneğin üretim yapan bir firmadaki kaynakların en elverişli şekilde kullanıldığı, en gelişmiş üretim teknolojisinin yanında işgücünden de en iyi şekilde yararlanıldığı vb. durum) gerçekleştiği durumdur. Gerçekte çok az sayıda firmanın ideal modele sahip duruma ulaştığı görülmektedir. Eğer problem bir minimizasyon problemi olsaydı bu modelin optimum değeri $\min \underline{S}$ ile gösterilecekti. Çünkü minimizasyon problemlerinde amaç fonksiyonu değerinin alabileceği en küçük değer ideal modele karşılık gelmektedir.

Eğer, $\alpha=\beta=0$ ve $\gamma=1$ ise konumlandırılmış DP (0,0,1)'a gri parametrelili doğrusal programlamanın bir kritik modeli denir. Bu modelin optimum değeri $\max \underline{S}$ ile gösterilir. Kritik modeli gösteren bu durum ele alınan durumların en kötü şekilde (örneğin üretim yapan bir firmadaki kaynakların en elverişsiz şekilde kullanıldığı, en geri kalmış üretim teknolojisinin yanında işgücünden de en verimsiz şekilde yararlanıldığı vb. durum) gerçekleştiği durumdur. Gerçekte çok sayıda firmanın kritik modele yakın durumda olduğu görülmektedir. İşletmelerin bu durumdan kurtulabilmeleri için üretim sistemini değiştirme, üretim planında değişime gitme, yönetim seviyesinde yenilikler getirme vb. değişime başvurmaları önerilmektedir. Eğer problem bir minimizasyon problemi olsaydı bu modelin optimum değeri $\min \bar{S}$ ile gösterilecekti. Çünkü minimizasyon problemlerinde amaç fonksiyonu değerinin alabileceği en büyük değer kritik modele karşılık gelmektedir.

Eğer, $\alpha=\beta=\gamma=\theta$ olduğunda pozisyonlu DP(θ)'e ise, gri parametrelili doğrusal programlamanın bir θ konumlu programlama modeli denir. Bu modelin θ konumlu optimum değeri $\max S(\theta)$ olarak gösterilir. $\theta=0,5$ ise DP(0,5)'e Ortalama Beyazlaştırma Programlama denir. Gri parametrelili doğrusal programlamanın en tipik olanı ise ortalama beyazlaştırma programlamadır.

$\forall \alpha, \beta, \gamma, \theta \in [0,1]$, olduğunda

$$\max \underline{S} \leq \max S(\alpha, \beta, \gamma) \leq \max \bar{S} \quad (3.29)$$

$$\max \underline{S} \leq \max S(\theta) \leq \max \bar{S} \quad (3.30)$$

elde edilmektedir.

Sabit $\alpha, \beta, \gamma \in [0,1]$ için,

$$\mu(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\max \underline{S}}{\max S(\alpha, \beta, \gamma)} \right) + \frac{1}{2} \frac{\max S(\alpha, \beta, \gamma)}{\max \bar{S}} \quad (3.31)$$

ifadesine konumlandırılmış $DP(\alpha, \beta, \gamma)$ 'nın memnuniyet derecesi denir. $DP(\alpha, \beta, \gamma)$ 'nın memnuniyet derecesi, $\max S(\alpha, \beta, \gamma)$ 'ın konumlandırılmış optimum değeri ile kritik modelin $\max \underline{S}$ optimum değeri ve ideal modelin $\max \bar{S}$ optimum değeri arasındaki ilişkiyi yansıtmaktadır. $\max \bar{S}$ değeri $\max S(\alpha, \beta, \gamma)$ 'e yaklaştıkça $\mu(\alpha, \beta, \gamma)$ daha da büyüdüğü gibi, $\max S(\alpha, \beta, \gamma)$ değeri de $\max \underline{S}$ 'e yaklaştığında $\mu(\alpha, \beta, \gamma)$ daha da küçülmektedir.

$\forall \alpha, \beta, \gamma, \theta \in [0,1]$, olduğunda $0 \leq \mu(\alpha, \beta, \gamma) \leq 1$ olacağından, bir modelin GDP ile çözümlenmesi sonucunda memnuniyet derecesi $\mu(\alpha, \beta, \gamma) \geq 0,5$ olduğunda çözümün kabul edilebilir bir çözüm olduğu çıkarımı yapılabilmektedir. Kara (2018) da yapmış olduğu çalışmada memnuniyet derecesinin 0,5 değerinden büyük olması durumunu kabul edilebilir olarak belirtmiştir. Bu tez çalışmasında da memnuniyet derecesi 0,5 değerinden büyük olduğunda ilgili çözüm kabul edilebilir olarak değerlendirilecektir.

GDP'nin ortaya çıkışından itibaren çeşitli çözüm yöntemleri de geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Örneğin Liu ve Lin (2006), gri sayıların sahip olduğu aralıktan beyazlaştırma yöntemi ile tek bir değer elde ederek problemi deterministik olarak çözmüşlerdir. Rosenberg (2009) de gri doğrusal programlama için iki aşamalı bir yöntem kullanarak gri sayıların uç noktaları olarak nitelendirilen alt ve üst limit değerlerini kullanarak amaç fonksiyonunun alt ve üst sınırlarını bulmaya çalışmıştır. Mahmoudi ve diğerleri (2019), GDP için çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Önerdikleri yöntemin uygun çözüm üretme yeteneğini de Liu ve diğerleri (2009) ile Li ve diğerleri (2014) ile test etmiş ve başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Ardabili ve diğerleri (2020), gri sayılardan elde edilen merkezi ve genişlik değerlerine göre gri sayıların beyazlaştırılması suretiyle hesaplama kolaylığına sahip, grilik içeren problemlere uygulanabilir güncel bir model önermişlerdir. Önerdikleri modeli hem Mahmoudi ve diğerleri (2019) ile hem de Mahmoudi ve diğerlerinin (2019) karşılaştırma yaptığı Liu ve diğerleri (2009) ile Li ve diğerleri (2014) modelleri ile karşılaştırmışlardır. Karşılaştırma sonucunda elde ettikleri sonuçların uygulanabilir olduğunu gri sistem teorisini referans alarak göstermişlerdir. Aşağıda, GDP alanında yapılmış ilk çalışmalardan olan ve optimizasyon problemleri için

çözüm sunan Huang vd. (1992) tarafından önerilen yöntem, Mahmoudi vd. (2019) tarafından önerilen yöntem ve Ardabili vd. (2020) yöntemleri sunulacaktır.

3.4.1.1. Huang GDP İkili Etkileşimli Algoritma Yaklaşımı

GDP problemlerini çözmek amacıyla Huang vd. (1992) amaç fonksiyonu ve kısıtlardaki karar değişkenleri ile model parametreleri arasındaki ikili etkileşimli algoritmaya dayalı bir çözüm tekniği geliştirmişlerdir. Bu çözüm tekniği, GDP problemini iki beyazlaştırılmış alt probleme ayrıştırmaya ve bu şekilde problemi standart doğrusal programlama tekniği ile çözümlemeye odaklanmıştır. Amaç fonksiyonun üst limiti f_{opt}^+ ve alt limiti f_{opt}^- ayrı ayrı alt problem şeklinde ele alınarak optimizasyona tabi olmaktadır. Bir alt problem için sonuç bulunduğunda (örneğin f_{opt}^+ elde edildiğinde) diğer alt probleme (f_{opt}^- bulunması için oluşturulan probleme) parametre olarak eklenmektedir. Sonuç olarak; iki aşamalı, belirsizliğin bulunmadığı deterministik bir çözüm tekniği sayesinde GDP problemine ait çözüm elde edilebilmektedir. Bu yöntemde $c_j^\pm$ katsayılarının işaretlerine göre gruplandırma yapılmaktadır. Amaç fonksiyonun gri katsayısı olan $c_j^\pm \in [c_j^-, c_j^+]$ 'nin alt ve üst limitinin her ikisi de sıfırdan büyük veya pozitifse ($c_j^- \geq 0$ ve $c_j^+ \geq 0$) bir gruba, alt ve üst limitinin her ikisi de negatifse ($c_j^- < 0$ ve $c_j^+ < 0$) farklı bir gruba ait olacaktır. Bu grupların gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$c_j^\pm \geq 0, j=1,2,...,k_1 \quad (3.32)$$

$$c_j^\pm < 0, j= k_1+1, k_1+2,...,n \quad (3.33)$$

Sağ taraf sabitlerine ait olan 'b' katsayısının deterministik olduğu veya 0'dan büyük pozitif bir gri sayıdan oluştuğu maksimizasyon probleminin model gösterimi için belirsizliğin olmadığı iki adet deterministik alt problemden oluşan basitleştirilmiş form aşağıdaki gibidir.

$$\text{Max } f^+ = \sum_{j=1}^{k_1} (c_j^+ \cdot x_j^+) + \sum_{j=k_1+1}^n (c_j^+ \cdot x_j^-) \quad (3.34)$$

$$b_i^- = b_i^+ \text{ ise Kısıt } \sum_{j=1}^{k_1} (a_{ij}^- \cdot x_j^+) + \sum_{j=k_1+1}^n (a_{ij}^+ \cdot x_j^-) \leq b_i, \forall_i \quad (3.35)$$

$$b_i^- > 0 \text{ ise Kısıt } \sum_{j=1}^{k_1} [a_{ij}^- \cdot x_j^+ / b_i^-] + \sum_{j=k_1+1}^n [a_{ij}^+ \cdot x_j^- / b_i^-] \leq 1 \quad (3.36)$$

$$x_j^\pm \geq 0, \forall_j \quad (3.37)$$

(3.34)-(3.37) denklemlerinin oluşturduğu matematiksel model çözüldüğünde (3.32)'deki gruba ait üst sınır değerleri ve (3.33)'deki gruba ait alt sınır değerleri için karar değişkenlerine ait çözüm değerleri elde edilir. Bu değerler aşağıdaki ikinci alt probleme parametre olarak eklenir.

$$\text{Max } f^- = \sum_{j=1}^{k_1} (c_j^- \cdot x_j^-) + \sum_{j=k_1+1}^n (c_j^- \cdot x_j^+) \quad (3.38)$$

$$b_i^- = b_i^+ \text{ ise } \sum_{j=1}^{k_1} (a_{ij}^+ \cdot x_j^-) + \sum_{j=k_1+1}^n (a_{ij}^- \cdot x_j^+) \leq b_i, \forall_i \quad (3.39)$$

$$b_i^- > 0 \text{ ise } \sum_{j=1}^{k_1} [a_{ij}^+ \cdot x_j^- / b_i^-] + \sum_{j=k_1+1}^n [a_{ij}^- \cdot x_j^+ / b_i^-] \leq 1, \forall_i \quad (3.40)$$

$$x_j^+ \geq (x_j^-)_{opt}, j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n \quad (3.41)$$

$$x_j^- \leq (x_j^+)_{opt}, j = 1, 2, \dots, k_1 \quad (3.42)$$

(3.38)-(3.42) denklemlerinin oluşturduğu ikinci alt problem için karar değişkeni sayısı yarıya düşmekle birlikte geriye kalan ve bilinmeyen karar değişkenleri için model çözümlenir, optimal değerler elde edilir ve amaç fonksiyonu ve karar değişkenlerine ait gri değerlerin tamamına ulaşılmış olur. Eğer problem bir minimizasyon problemi ise ilk önce $\text{Min } f^-$ alt problemi çözümlenmeli, bu çözümden elde edilen karar değişkenlerine ait değerler daha sonra oluşturulan $\text{Min } f^+$ problemine eklenerek çözümlenmelidir.

Modeldeki $c_j^\pm$ katsayılarının sıfıra eşit veya büyük ile sıfırdan küçük şeklinde sadece iki gruba ayrılması ve diğer durumlar için (örneğin $c_j^- < 0$ ve $c_j^+ \geq 0$ gibi) bir çözümün olmaması Huang vd.nin (1992) modelinin kapsamlı olmadığına göstergesidir (Acar, 2021).

3.4.1.2. Mahmoudi ve Diğerleri Yöntemi

Mahmoudi vd.nin (2019) önerdikleri model ile Huang vd. (2019) modeli algoritmik açıdan benzerlik gösterse de farklılıklar bulunmaktadır. Mahmoudi vd. (2019) iki adet beyazlaştırılmış alt probleme ait modeli çok amaçlı modelleme yöntemine göre modellemiş, doğrusal programlama ile çözümlenmişlerdir. Amaç fonksiyonu katsayılarını ifade eden 'c'nin farklı değerleri için Huang vd.nin (1992) modelindeki eksik kısım olan, değerlerden birinin negatif diğerinin pozitif olması durumunu ifade eden (örneğin $[-2,2]$ gibi) aralık için, problemin iki amaçlı olarak çözümlenmesini mümkün kılmaktadır. Mahmoudi vd.ne (2019) göre eğer; gri sayılardan oluşan amaç fonksiyonu gri katsayısı

olan $c_j^\pm \in [c_j^-, c_j^+]$, alt ve üst limit değerlerinin işaretlerinin her ikisi de pozitifse $c_j^\pm \geq 0$, $j=1,2,\dots,n$ grubuna aittir, alt ve üst limit değerlerinin işaretlerinin her ikisi de negatifse $c_j^\pm < 0$, $j= n+1,n+2,\dots,m$ grubuna aittir. Son olarak eğer alt ve üst limit değerlerinin işaretlerinin birisi negatif birisi pozitif ise $c_j^- < 0$ ve $c_j^+ \geq 0$, $j= m+1,m+2,\dots,k$ grubuna aittir. Mahmoudi ve diğerlerinin oluşturduğu model aşağıda verilmiştir.

$$\text{Max } Z = \lambda f^+ + (1 - \lambda) f^- \quad (3.43)$$

$$f^+ = \sum_{j=1}^n c_j^+ x_j^+ + \sum_{j=n+1}^m c_j^+ x_j^- + \sum_{j=m+1}^k c_j^+ x_j^+ \quad (3.44)$$

$$f^- = \sum_{j=1}^n c_j^- x_j^- + \sum_{j=n+1}^m c_j^- x_j^+ + \sum_{j=m+1}^k c_j^- x_j^- \quad (3.45)$$

Kısıtlar;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^- x_j^+ + \sum_{j=n+1}^m a_{ij}^+ x_j^- + \sum_{j=m+1}^k a_{ij}^- x_j^+ \leq b_i^+ \quad (3.46)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}^+ x_j^- + \sum_{j=n+1}^m a_{ij}^- x_j^+ + \sum_{j=m+1}^k a_{ij}^+ x_j^- \leq b_i^- \quad (3.47)$$

$$x_j^+ + x_j^- \geq \varepsilon, \quad \forall_j \quad (3.48)$$

$$f^+ - f^- \geq \varepsilon \quad (3.49)$$

$$f^- \geq 0 \quad (3.50)$$

$$x_j^+ \geq 0, \quad \forall_j \quad (3.51)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.52)$$

Amaç fonksiyonu denkleminde (3.43) bulunan ve 0 ile 1 aralığında bir değer alması gerektiği belirtilen (3.52 numaralı denklem) ve amaç fonksiyonunun alt ve üst limitlerine verilen önemi belirleyen parametre olan Lambda (λ), 0.5 alınarak her iki amacın da eşit düzeyde sağlanmasını garanti etmektedir. Mahmoudi vd. (2019), aynı işaretli $c_j^\pm$ kullandığı prosedürü farklı işaretli $c_j^\pm$ için de uygulamışlardır. Epsilon (ε) değeri 0.001 olarak alınmıştır. Huang'ın (1992) çalışmasında kısıt sağ taraf sabiti olarak kullanılan 'b'nin alt ve üst limit değerlerinin her ikisi de kullanılıyorken, Mahmoudi ve diğerlerinin (2019) çalışmasında bir kısıt denklemi için 'b'nin alt limit değeri kullanılıyorken bir başka kısıt denkleminde 'b'nin üst limit değeri kullanılmaktadır. Bu açıdan Huang ve Mahmoudi vd. algoritmaları birbirinden farklılık göstermektedir.

3.4.1.3. Ardabili Merkezi ve Genişlik Tabanlı GDP Yöntemi

Ardabili vd.nin (2020) geliştirdikleri yöntem, gri sayıları önce beyazlaştırmakta daha sonra klasik doğrusal programlama ile çözmektedir. Yöntem, herhangi bir GDP problemi için gri sayıların merkezi ve genişlik kavramlarını kullanmaktadır. Bununla birlikte yöntemin beş adet basit adımı bulunmakta ve kolayca uygulanabilmektedir. Aşağıda beş adım açıklanmaktadır.

Adım 1: 'c', 'a' ve 'b' katsayılarının merkezi değerlerinin bulunması; deterministik bir değer olan beyazlaştırılmış sayı x_m alt ve üst limit değerlerinin ortalaması olarak hesaplanır.

$$x_m = 1/2(x^- + x^+) \quad (3.53)$$

Adım 2: Karar değişkenlerinin merkezi değerlerinin bulunması; katsayıların beyaz değerleri olan merkezi değerleri elde edildikten sonra klasik doğrusal programlama modelinde yerine konularak çözülür ve karar değişkenlerinin merkezi değerleri bulunur.

Adım 3: 'c', 'a' ve 'b' katsayılarının genişliklerinin bulunması; gri sayının genişliği x_w gösterilir ve alt ve üst limit değerlerinin arasındaki farkın yarısına eşittir.

$$x_w = 1/2(x^+ - x^-) \quad (3.54)$$

Gri Sistem Teorisinde genişlik, alt ve üst limitler arasındaki farka eşit olsa da (3.13) Ardabili ve diğerleri çalışmalarında bu değer yarısını kullanmışlardır.

Adım 4: Katsayıların genişlik değerlerinin DP modeline konulması; elde edilen genişlik değerleri ile klasik DP modeli çözülür ve karar değişkenleri ile amaç fonksiyonunun genişlik değerlerine ulaşılır.

Adım 5: Gri karar değişkenleri ve gri amaç fonksiyonu değerlerinin bulunması; optimal merkezi değerlere, optimal genişlik değerlerinin çıkarılıp karar değişkenlerinin ve amaç fonksiyonunun gri sayılar olarak alt limit değerleri, eklenmesi ile de üst limit değerleri bulunmaktadır.

$$x^- = x_m - x_w \text{ ve } x^+ = x_m + x_w \quad (3.55)$$

$$x^\pm = [x^-, x^+] = [x_m - x_w, x_m + x_w] \quad (3.56)$$

$$f^\pm = [f^-, f^+] = [f_m - f_w, f_m + f_w] \quad (3.57)$$

Ardabili vd.nin (2020) yöntemi, diğer yöntemler gibi yüksek işlem hacmi ve karmaşıklık gerektirmemektedir. Önerilen yöntemi diğer yöntemlerle çeşitli prosedürleri kullanarak kıyaslamışlar ve önerdikleri yöntemin diğer yöntemlerden daha uygun olduğunu göstermişlerdir (Acar, 2021).

3.5. Montaj Hattı Dengeleme

Henry Ford'un 1913'te geliştirdiği yürüyen bant sistemini ilk defa otomobil fabrikasında uygulaması, değişim ve gelişim gösteren montaj işleminin en önemli kilometre taşlarından biridir (Gen ve diğerleri, 2008). İşçilerin yarı mamul halindeki otomobile gitmesi yerine, yürüyen bant sistemi ile otomobilin işçilerin (iş istasyonlarının) önünden belirli bir hızda geçmesi planlanmıştır. Henry Ford tarafından yapılan bu yenilik, birim zamanda üretilen otomobil sayısını artırma olanağı sağlamış ve işgücündeki israfı azaltmaya yardımcı olmuştur (Küçükkoç, 2011).

Belirli bir ürünün üretimi için yapılması gereken işlerin yapıldığı iş istasyonlarından oluşan bir üretim süreci olan montaj hatları, yürüyen bant sistemi veya çeşitli malzeme taşıma sistemleri ile birbirine bağlanır (Baybars, 1986).

3.5.1. Montaj Hattı Dengeleme ile İlgili Temel Kavramlar

Montaj hattı dengeleme problemine değinmeden önce montaj hattı ile ilgili temel kavramlara değinmek faydalı olacaktır. Aşağıda ilgili kavramlar açıklanmaktadır.

Montaj: Bitmiş bir ürün oluşturmak için farklı parçaları bir araya getirme ve birleştirme işlemidir. Ürünü oluşturan parçalar, parçaların montaj sırası ve parçaların montajı için gereken süre öncelik diyagramları ile gösterilir.

Montaj Hattı: Bir taşıma sistemi ile birbirine bağlı belirli sayıda ardışık istasyondan oluşan, istasyonlar arasında malzemelerin sabit bir hızla taşındığı, her istasyonda belirlenmiş görevlerin yapıldığı ve ürünün görevler sonunda hattı terk ettiği üretim hattıdır.

Görev/Operasyon: Montaj hattında yapılması gereken toplam işin en küçük parçasıdır. Hattaki toplam iş, bölünebilecek en küçük parçalara bölünmeye çalışılır.

Görev/Operasyon Süresi: Bir görevin tamamlanması için gereken süredir. Montaj hattı dengeleme problemlerinde bu süreler deterministik olduğu gibi deterministik olmama durumları da vardır.

İstasyon: Montaj hattında yapılacak toplam işi oluşturan görevlerin, bu görevler arasındaki öncelik ilişkileri dikkate alınarak gerçekleştirildiği yerdir.

İstasyon Süresi: Montaj hattındaki bir istasyonda gerçekleştirilen görevlerin sürelerinin toplamıdır.

Çevrim Süresi: Hattın sonundan arka arkaya iki ürün çıkışı arasında geçen süredir. Bir montaj hattının çevrim süresi, montaj hattındaki tüm görevlerin sürelerinin en büyüğünden büyük veya ona eşittir. Bu bağlamda görev sürelerinin en büyüğü, çevrim süresi için alt sınır oluşturmaktadır.

İstasyon Boş Süresi: Montaj hattı çevrim süresi ile hat üzerinde açık bir istasyonun istasyon süresi arasındaki farktır.

Toplam Boş Süre: Montaj hattını oluşturan tüm istasyonların boş sürelerinin toplamıdır.

Denge Gecikmesi: Toplam boş sürenin, ürünün hat boyunca geçirdiği süreye oranıdır. Hat etkinlik ölçümü olarak kullanılır.

Hat Etkinliği: Toplam görev sürelerinin, ürünün hatta geçirdiği süreye oranıdır. Hat etkinlik ölçümü olarak kullanılır.

Düzgünlük İndeksi: Her bir istasyon süresinin en büyük istasyon süresinden farklarının kareleri toplamının kareköküne eşittir. Düzgünlük indeksi değeri sıfır olan hatlar kusursuz dengeli hatlardır.

Öncelik Diyagramı: İşin niteliğine uygun olarak bazı görevler başlamadan önce bir başka görevlerin tamamlanması gerekebilir. Bir montaj hattındaki bu öncelik ilişkileri öncelik diyagramı ile ifade edilir.

3.5.2. Montaj Hattı Dengeleme Problemleri

Montaj hattı dengeleme problemleri çeşitli kriterlere göre sınıflandırılmaktadırlar. En yaygın kabul gören hali; amaca göre, üretilen ürün çeşitliliğine göre ve hattın yerleşimine göre olan sınıflandırmadır (Küçükkoç, 2020). Tablo 3.4’de montaj hattı dengeleme problemlerinin sınıflandırılması yer almaktadır.

Tablo 3.4: MHD Problemlerinin Sınıflandırılması (Küçükkoç, 2020)

Problemin Amacı	Ürün Çeşitliliği	Hattın Yerleşimi
• Tip-1 • Tip-2 • Tip-E • Tip-F	• Tek Modelli • Çok Modelli • Karışık Modelli	• Düz • U-Şekilli • İki-Taraflı • Paralel

Problemin amacına göre yapılan sınıflandırma dört gruba ayrılmaktadır ve bu problemlerin açıklamaları aşağıdaki gibidir:

- Tip-1 MHD Problemi: Verilen bir çevrim süresi değeri kısıtı altında istasyon sayısı minimize edilmektedir.
- Tip-2 MHD Problemi: Verilen bir istasyon sayısı değeri kısıtı altında çevrim süresi minimize edilmektedir.
- Tip-E MHD Problemi: Hem istasyon sayısı hem de çevrim süresi değerleri biliniyor iken hat etkinliğinin maksimizasyonu amaçlanmaktadır.
- Tip-F MHD Problemi: Hem istasyon sayısı hem de çevrim süresi değerleri biliniyor iken uygun bir hat dengesi amaçlanmaktadır.

Bir diğer sınıflandırma kriteri olan ürün çeşitliliğine göre sınıflandırma da kendi içerisinde gruplara ayrılmaktadır (Küçükkoç, 2020):

- Tek Modelli Montaj Hatları: Hat üzerinde tek bir ürünün seri olarak üretildiği hatlardır.
- Çok Modelli Montaj Hatları: Hat üzerinde birden fazla ürünün üretildiği hatlardır.
- Karışık Modelli Montaj Hatları: Hat üzerinde bir ürünün birden fazla modelinin karışık şekilde eşzamanlı olarak üretildiği hatlardır.

Küçükkoç (2020)’a göre son sınıflandırma kriteri olan hattın yerleşimine (konfigürasyonuna) göre de dört alt grup bulunmaktadır:

- Düz Montaj Hatları: İstasyonların malzeme taşıma sistemlerinin tek bir tarafında olacak şekilde doğrusal olarak yan yana yerleştirildiği hatlardır.
- U-Şekilli Montaj Hatları: Doğrusal hatların 'U' şekline çevrilmesi ile oluşturulan hatlardır. Kaynakların daha etkin bir şekilde kullanılması ve/veya birim zamandaki çıktı miktarının artırılması amaçlanmaktadır.
- İki Taraflı Montaj Hatları: Hattın her iki tarafına da istasyonların kurulması ile elde edilen hatlardır.
- Paralel Montaj Hatları: Birden fazla hattın, aralarında ortak istasyon kurulmasına imkân verecek şekilde yan yana yerleştirilmesi ile oluşturulan hatlardır.

Yukarıda yer verilen sınıflandırmadaki birden fazla özelliğin birleştirilmesi ile hibrit hat modelleri de oluşturulabilmektedir. Hibrit hatlar, birleşim neticesinde avantajlar sunsa da hattın kurulması ve yönetilmesi konusunda dezavantajlar içerebilmektedirler.

Her ne kadar Küçükkoç (2020)'daki sınıflandırmada bulunmasa da bu tez çalışmasının oluşturulmasının temel fikri olan montaj hattı dengeleme problemlerinde oluşabilecek belirsizliğin çıktısı olan görev sürelerinin durumu da farklı bir sınıflandırma konusu olabilmektedir. Görev sürelerinde herhangi bir rastgeleliğin bulunmadığı deterministik görev süreli montaj hattı dengeleme problemleri, görev sürelerinin ortalaması ve standart sapması bilinen bir dağılıma uyduğu kabul edilen stokastik görev süreli montaj hattı dengeleme problemleri, bulanık mantık kavramı doğrultusunda geliştirilen görev sürelerinin bulanık sayılarla ifade edildiği bulanık görev süreli montaj hattı dengeleme problemleri ve bu tez çalışmasında kullanılacak olan alt ve üst limit değerlerinden oluşan aralıklı görev süreli montaj hattı dengeleme problemleri bahsedilen sınıflandırma içerisine dahil edilebilmektedir.

Belirsizliğin her alanda olduğu gibi üretim sistemlerinde çalışanların performansı, işyeri koşulları vb. etmenlere bağlı olarak kendini göstermesi ve bunun sonucunda değişebilen görev sürelerinin kapalı aralıklarla ifade edilip gri sayılarla kodlanabilir olması ele alınmıştır.

Ardabili vd.nin (2020) yönteminin çeşitli GDP problemlerine uygulandığı, Huang vd. (1992) ile Mahmoudi vd. (2019) yöntemlerine göre daha uygun sonuçlar elde ettiği de önceki bölümde (3.4.1.3 numaralı başlık) belirtilmişti. Fakat Ardabili vd. çözüm yöntemindeki genişlik değerlerinin bulunarak doğrusal programlama ile çözüm elde edilmesi adımının (*Adım 3*), montaj hattı dengeleme problemlerinde uygulanması olurluluk açısından problem oluşturmaktadır. Örneğin; çevrim süresinin [15,17] kapalı aralığına sahip gri sayı olduğu, hattaki görevlerden birine ait görev süresinin de [4,6.5]

zaman birimi arasında değişebileceği bir montaj hattı düşünölsün. Açılan istasyona atanan görev sürelerinin toplamı çevrim süresi değeriinden küçük veya eşit olması gerektiğini ifade eden kısıt ele alındığında en kötü şartların gerçekleşeceği düşünöldüğünde bile, ilgili görev süresinin alabileceği en yüksek değeri olan 6.5 zaman birimi değeri çevrim süresinin alt sınırı olan 15 zaman birimi değeriinden de küçük olduğundan teknik olarak atama yapılabilecek, model atama hatası vermeyecektir. Fakat Ardabili vd. (2020) tarafından önerilen yöntemle göre oluşturulacak modelde çevrim süresi genişlik değeri 1 zaman birimi $((17-15)/2=1)$ olmasına rağmen ilgili görev süresine ait genişlik değeri 1.25 zaman birimi $((6.5-4)/2=1.25)$ olacak ve doğrusal programlamanın doğası gereği model atama hatası verecektir. Bu sebeple Ardabili vd.nin (2020) yöntemi ile ele alınan MHDP için her zaman olurlu çözüm elde edilemeyebilir. Bu sebeple bu tez çalışmasında hem uygun sonuçlar üretebilmek hem de elde edilen sonuçları karşılaştırabilmek adına farklı çözüm yöntemleri kullanılacaktır.

4. UYGULAMA

Bu başlıkta ilk önce literatürde sıklıkla karşılaşılan Tip-1 ve Tip-2 Basit Montaj Hattı Dengeleme Problemleri (BMHDP) tanıtılacak ve gri sayılarla ifade edilen parametrelere sahip olmaları durumunda kullanılacak olan GDP modelleri verilecektir (Bölüm 4.1 ve 4.2). Buradaki “Basit” kavramı, tek modelli ve düz hat için kolaylık olması açısından kullanılmaktadır.

Daha sonra, U-şekilli hatlar için Tip-1 ve Tip-2 problemleri tanıtılıp, yine gri sayılarla ifade edilen parametrelere sahip olması durumunda kullanılacak olan GDP modelinden bahsedilecektir (Bölüm 4.3).

Her problem tipi için literatürden bir örnek problem seçilmiş, bu problem için altı farklı çözüm yaklaşımı uygulanarak altı farklı çözüm elde edilmiştir.

Bu yaklaşımlardan birincisi gri parametrelerin alt ve üst sınırlarına göre ayrı ayrı kısıtların oluşturulup modele eklenmesi ve elde edilen GDP modelinin bir bütün olarak çözülmesi yaklaşımıdır. Bu yaklaşım, Arık vd. (2019) tarafından gri talep ve gri işlem süreli Tip-1 BMHDP için önerilmiştir (Bölüm 4.1’de anlatılmaktadır). Bu tez çalışmasında ise aynı yaklaşım temel alınarak hem düz hatlar için Tip-2 (Bölüm 4.2’de anlatılmaktadır), hem de U-şekilli hatlar için (Tip-1 ve Tip-2 olmak üzere) GDP modelleri önerilmiştir (Bölüm 4.3’de anlatılmaktadır).

Diğer beş çözüm yaklaşımı ise gri parametrelere ait değerlerin beş farklı şekilde beyazlaştırılarak farklı beyaz sayılarla ilgili MHDP modelinin çözümü neticesinde elde edilmiştir. Beyaz sayılarla elde edilen tüm bu çözüm yaklaşımları Bölüm 4.4’te detaylandırılmıştır.

İlk ele alınacak örnek problem, Arık vd. (2019) tarafından çözülen gri talep ve gri işlem süreli Tip-1 Basit Montaj Hattı Dengeleme Problemi’dir (BMHDP). Bu örnek probleme ait veriler ve tüm çözüm yaklaşımları neticesinde elde edilen çözümler Bölüm 4.5 içerisinde sunulmuştur.

Bir diğer problem de Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) ile GDP ilişkisinden (Bölüm 4.6) bahsedildikten sonra ele alınacaktır. Burada çalışılacak problem Doğan ve Sakallı (2016) problemidir. Görev süreleri üçgensel bulanık sayılardan oluşan Tip-2 BMHDP’nin görev süreleri gri sayılar ile temsil edilecek şekilde revize edilecektir. Daha sonra bu gri görev süreleri kullanılarak problem, tüm çözüm yaklaşımları ile sırasıyla çözülecektir. Örnek probleme ait veriler ve tüm çözüm yaklaşımları neticesinde elde edilen çözümler Bölüm 4.7’de verilmiştir.

Ele alınacak son problem ise U-şekilli hatlarda Tip-1 ve Tip-2 MHDP'nin GDP yardımı ile modellenmesi ve çözümlenmesini içermektedir. Zhang vd. (2009) tarafından kullanılan problem örneği kullanılacaktır. Örnek probleme ait veriler ve tüm çözüm yaklaşımları neticesinde elde edilen çözümler Bölüm 4.8 içerisinde sunulmuştur.

Ele alınacak her üç problem için de elde edilen sayısal sonuçlar neticesinde çıkarımlar yapılacaktır.

4.1. Tip-1 BMHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi

Çevrim süresi verilmiş iken istasyon sayısını minimize etmek amacı ile oluşturulan Tip-1 BMHDP'ne ait doğrusal programlama matematiksel modeli notasyonları ile aşağıdaki gibidir:

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
$K_{\max}$	: maksimum istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi ($i=1,2,\dots,N$)
k	: istasyon indeksi ($k=1,2,\dots, K_{\max}$)
C	: çevrim süresi
t_i	: i görevinin işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonuna atanmışsa 1, diğer durumda 0
z_k	: 'k' istasyonu açılmışsa 1, diğer durumda 0

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^{K_{\max}} z_k \quad (4.1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} x_{ik} = 1, \forall i \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{ik} \leq C \cdot z_k, \forall k \quad (4.3)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0, \forall (r,s) \in S \quad (4.4)$$

$$x_{ik}, z_k \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.5)$$

Üretim sistemlerinde kendini gösteren belirsizlik montaj hattı dengeleme problemleri için de önem arz etmektedir. İstasyon sayısını minimize etmeye çalışırken dikkat edilmesi gereken parametrelerden biri olan işlem süreleri operatörler, makineler ve kullanılan malzemenin durumuna göre her daim net bir değer ile ifade edilememektedir. Bu değişkenliğin göz önünde bulundurulması gerekliliğinden dolayı işlem sürelerinin gri sayılar ile ifade edilmesi uygun olacaktır. Bir diğer parametre olan çevrim süresi de görev sürelerindeki değişkenliğin meydana getireceği değişkenlik neticesinde gri sayılarla ifade edilmelidir. Gri sayılar ile ifade edilen problem GDP problemine dönüşecektir. Parametrelerdeki ilgili durumlar dikkate alındığında Tip-1 BMHDP'ne ait GDP modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
$K_{\max}$	: maksimum istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi (i=1,2,...,N)
k	: istasyon indeksi (k=1,2,..., $K_{\max}$)
$C^{\pm}$	: gri çevrim süresi
$t_i^{\pm}$	: i görevinin gri işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonuna atanmışsa 1, diğer durumda 0
z_k	: 'k' istasyonu açılmışsa 1, diğer durumda 0

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^{K_{\max}} z_k \quad (4.6)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} x_{ik} = 1, \forall i \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i^{\mp} x_{ik} \leq C^{\mp} \cdot z_k, \forall k \text{ ve } \pm \quad (4.8)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0, \forall (r,s) \in S \quad (4.9)$$

$$x_{ik}, z_k \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.10)$$

4.2. Tip-2 BMHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi

Tip-2 BMHDP ile Tip-1 BMHDP ele alınan amaç açısından birbirinden farklıdır. Tip-2 BMHDP açılacak istasyon sayısının bilindiği durumlarda çevrim süresinin minimizasyonunu amaçlamaktadır. Çevrim süresinin düşük olması, iki ürün üretimi arasında geçen sürenin düşük olmasını sağlayacağından firma için ciddi kar avantajı sağlayacaktır. Firmalar, düşük çevrim süresini fazla sayıda istasyon ile sağlayacaklarının farkında olsalar da istasyon açma maliyetlerinin fazla olması, istasyon için istihdam gerekliliği, istasyon açılması için uygun yerin sağlanması vb. sebepler neticesinde istasyon açma durumlarından kaçınma eğilimi gösterebilmektedir. Bu sebeple, mevcut istasyonlar dahilinde çevrim süresini minimize etmek amacı ile Tip-2 BMHDP ile çalışılmaktadır. Tip-2 BMHDP'ne ait doğrusal programlama modeli notasyonları ile aşağıdaki gibidir:

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
K	: istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi ($i=1,2,\dots,N$)
k	: istasyon indeksi ($k=1,2,\dots,K$)
t_i	: i görevinin işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonuna atanmışsa 1, diğer durumda 0
C	: çevrim süresi

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } C \quad (4.11)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1, \forall i \quad (4.12)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{ik} \leq C, \forall k \quad (4.13)$$

$$\sum_{k=1}^K k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0, \forall (r,s) \in S \quad (4.14)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.15)$$

Tıpkı Tip-1 BMHDP için kendini gösteren belirsizlik, Tip-2 BMHDP için de önem arz etmektedir. Çevrim süresini minimize etmeye çalışırken belirsizliğin etkisinin görüldüğü parametreler net bir değer ile ifade edilememektedir. Değişkenliğin göz önünde bulundurulması gerekliliğinden dolayı işlem sürelerinin gri sayılar ile ifade edilmesi uygun olacaktır. Görev süreleri gri sayılar ile ifade edilen problem, GDP problemine dönüşecektir. Öte yandan, problemin girdilerinden biri olan istasyon sayısı ise daha önceden belirlenmiş olması dolayısı ile değişkenlik göstermeyecektir. Parametrelerdeki ilgili durumlar dikkate alındığında Tip-2 BMHDP'ne ait GDP modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
K	: istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi (i=1,2,...,N)
k	: istasyon indeksi (k=1,2,..., K)
$t_i^\pm$	: i görevinin gri işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonuna atanmışsa 1, diğer durumda 0
C	: çevrim süresi

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } C \quad (4.16)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1, \forall i \quad (4.17)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i^\mp x_{ik} \leq C, \forall k \text{ ve } \pm \quad (4.18)$$

$$\sum_{k=1}^K k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0, \forall (r,s) \in S \quad (4.19)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.20)$$

4.3. U-Şekilli MHDP ve Gri Doğrusal Programlama İlişkisi

U-Şekilli MHDP için kullanılacak model, basit (tek modelli, düz) montaj hattı dengeleme problemleri için kullanılan model referans alınarak oluşturulmuştur. Fakat basit (düz, tel modelli) montaj hatlarında olduğu gibi sadece görevlerin hangi istasyona atandıkları değil aynı zamanda hattın şeklinden kaynaklı ön veya arka kısmında bulunma durumları da ele alınmaktadır. Bu sebeple düz modellere ek olarak farklı karar değişkenleri eklenmektedir. Farklı karar değişkenlerinden kaynaklı atama ve çevrim süresi kısıtları da uygun olarak düzenlenecektir. Bunun yanında öncelik ilişkileri kısıtı hattın şeklinden kaynaklı olarak büyük farklılıklar oluşturmaktadır. U-Şekilli montaj hatlarının giriş ve çıkışı aynı yöndedir. Bu bağlamda hattın içerisindeki işçinin hattın hem ön hem de arka kısmındaki görevleri yerine getirebilmesi sebebiyle problem uygun şekilde düzenlenecektir (Karakoç, 2020). U-Şekilli montaj hattı dengeleme problemine ait çevrim süresinin bilindiği durumlarda açılacak istasyon sayısının minimizasyonunu hedefleyen Tip-1 DP matematiksel modeli notasyonları ile aşağıdaki gibidir:

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
$K_{\max}$	: maksimum istasyon sayısı
i, r, s	: iş/görev indeksi ($i=1, 2, \dots, N$)
k	: istasyon indeksi ($k=1, 2, \dots, K_{\max}$)
C	: çevrim süresi
t_i	: i görevinin işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r, s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür.

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun ön kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
w_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun arka kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
z_k	: 'k' istasyonu açılmışsa 1, diğer durumda 0

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } \sum_{k=1}^{K_{\max}} z_k \quad (4.21)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (x_{ik} + w_{ik}) = 1, \forall i \quad (4.22)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i (x_{ik} + w_{ik}) \leq C \cdot z_k, \forall k \quad (4.23)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(x_{rk} - x_{sk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.24)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(w_{sk} - w_{rk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.25)$$

$$x_{ik}, w_{ik}, z_k \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.26)$$

Basit (tek modelli, düz) montaj hatları için bahsedilen belirsizlik durumları U-şekilli montaj hatları için de geçerlidir. İlgili parametrelerin gri sayılarla ifade edilmesi ile problem, GDP problemine dönüşecektir. Çevrim süresi ve görev süreleri gri sayılar olan U-Şekilli Tip-1 MHDP için GDP modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
K_{max}	: maksimum istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi (i=1,2,...,N)
k	: istasyon indeksi (k=1,2,..., K_{max})
$C^{\pm}$	: gri çevrim süresi
$t_i^{\pm}$	: i görevinin gri işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun ön kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
w_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun arka kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
z_k	: 'k' istasyonu açılmışsa 1, diğer durumda 0

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } \sum_{k=1}^{K_{max}} z_k \quad (4.27)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (x_{ik} + w_{ik}) = 1, \forall i \quad (4.28)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i^{\pm} (x_{ik} + w_{ik}) \leq C^{\pm} \cdot z_k, \forall k \text{ ve } \pm \quad (4.29)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(x_{rk} - x_{sk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.30)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(w_{sk} - w_{rk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.31)$$

$$x_{ik}, w_{ik}, z_k \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.32)$$

U-Şekilli MHDP'ne ait açılacak istasyon sayısının bilindiği durumlarda çevrim süresinin minimizasyonunu hedefleyen Tip-2 DP matematiksel modeli notasyonları ile aşağıdaki gibidir:

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
K_{max}	: maksimum istasyon sayısı
i,r,s	: iş/görev indeksi (i=1,2,...,N)
k	: istasyon indeksi (k=1,2,..., K_{max})
t_i	: i görevinin işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun ön kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
w_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun arka kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
C	: çevrim süresi

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } C \quad (4.33)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (x_{ik} + w_{ik}) = 1, \forall i \quad (4.34)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i(x_{ik} + w_{ik}) \leq C, \forall k \quad (4.35)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(x_{rk} - x_{sk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.36)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(w_{sk} - w_{rk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.37)$$

$$x_{ik}, w_{ik} \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.38)$$

Önceki durumlara benzer şekilde bu modelde de ilgili parametrelerin gri sayılarla ifade edilmesi ile problem, GDP problemine dönüşecektir. Çevrim süresi ve görev süreleri gri sayılar olan U-Şekilli Tip-2 MHDP için GDP modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

Notasyonlar:

N	: iş sayısı
$K_{\max}$	: maksimum istasyon sayısı
i, r, s	: iş/görev indeksi ($i=1,2,\dots,N$)
k	: istasyon indeksi ($k=1,2,\dots, K_{\max}$)
$t_i^{\pm}$	: i görevinin gri işlem süresi
S	: öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in S$	: bir öncelik ilişkisi; 'r' görevi 's' görevinin komşu öncülüdür

Karar Değişkenleri:

x_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun ön kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
w_{ik}	: 'i' görevi 'k' istasyonunun arka kısmına atanmışsa 1, diğer durumda 0
C	: çevrim süresi

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min } C \quad (4.39)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} (x_{ik} + w_{ik}) = 1, \forall i \quad (4.40)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i^{\pm} (x_{ik} + w_{ik}) \leq C, \forall k \text{ ve } \pm \quad (4.41)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} (K_{\max} - k + 1)(x_{rk} - x_{sk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.42)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{\max}} (K_{\max} - k + 1)(w_{sk} - w_{rk}) \geq 0, \forall (r, s) \in S \quad (4.43)$$

$$x_{ik}, w_{ik} \in \{0,1\}, \forall i, k \quad (4.44)$$

4.4. GDP Problemleri Çözümünde Kullanılacak Beyazlaştırma Temelli Çözüm Yaklaşımları

Gri sayılardan oluşan problemi çözmek amacı ile gri sayılar 5 farklı beyazlaştırma yöntemi ile beyazlaştırılacak ve modeller oluşturulacaktır. İlk model olan kritik gri

model, $\alpha=\beta=0$ ve $\gamma=1$ olduğunda konumlandırılmış DP (0,0,1)'e tekabül eden durumdur. Modeldeki amaç fonksiyonu katsayıları ile sağ taraf değerlerinin grilik derecelerinin 0 (sıfır) olduğu ve kısıtlardaki karar değişkenlerine ait katsayıların grilik derecelerinin 1 (bir) olduğu durumu göstermektedir. Fakat bu tez çalışmasında MHDP ele alınacağından ve MHDP'de amaç fonksiyonu Tip-1 problemi için istasyon sayısı değerini, Tip-2 problemi için çevrim süresi değerini ifade ettiğinden ve bu sebeple amaç fonksiyonuna ait herhangi bir katsayı bulunmayacağından konumlandırılmış DP (-,0,1) olarak ifade edilmesi daha uygun olacaktır. Bu sebeple diğer modellerde de konumlandırılmış DP ifade edilirken bahsedilen durum geçerli olacak, amaç fonksiyonu katsayıları için kullanılan ifade çizgi (-) ile gösterilecektir. Kritik model, MHDP için mümkün olan en kötü senaryoyu yansıtmaktadır. Çünkü, gri çevrim süresinin alt limit değeri ve gri görev sürelerinin üst limit değerleri ile modelin oluşturulması ve çözülmesi anlamına gelmektedir. Model klasik doğrusal programlama modeline dönüşmüş olur ve uygun çözücü ile çözülür. Bu durumun gerçekte oluşabilmesi çok zor bir ihtimaldir. Çünkü görev süresine ait aralık değerlerinin her birinin üst sınır değerinin oluşması pek beklenen bir durum değildir. Bu durum tüm görevlerde tam aksamaların yaşandığı, işlerin gerçekleştirilebilecek en geç zamanda gerçekleştirilebilmesi anlamına gelmektedir. Firmalar gerçekte aksamalar yaşasalar dahi bu duruma düşmek istemeyecektir.

İkinci model olan ideal gri model, $\alpha=\beta=1$ ve $\gamma=0$ olduğunda konumlandırılmış DP (1,1,0)'a tekabül eden durumdur. Modeldeki amaç fonksiyonu katsayıları ile sağ taraf sabitlerinin grilik derecelerinin 1 (bir) olduğu ve kısıtlardaki karar değişkenlerine ait katsayıların grilik derecelerinin 0 (sıfır) olduğu durumu göstermektedir. Kritik modelde anlatılan durum burada da geçerli olduğundan konumlandırılmış DP (-,1,0) olarak ifade edilecektir. Bu durum MHDP için mümkün olan en iyi senaryoyu yansıtmaktadır. Çünkü, gri çevrim süresinin üst limit değeri ve gri görev sürelerinin alt limit değerleri ile modelin oluşturulması ve çözülmesi anlamına gelmektedir. Model klasik doğrusal programlama modeline dönüşmüş olur ve uygun çözücü ile çözülür. Bu durumun da gerçekte oluşabilmesi oldukça zor bir ihtimale dayanır. Çünkü görev sürelerine ait aralık değerlerinin her birinin alt sınır değerinin oluşması da pek beklenen bir durum değildir. Bu durum hiçbir aksamanın olmadığı, işlerin gerçekleştirilebilecek en erken zamanda gerçekleştirilebilmesi anlamına gelmektedir. Firmalar gerçekte bu duruma ulaşmaya çalışsalar dahi aksamalar ve gecikmeler doğaldır.

Üçüncü model, grilik derecesi modelidir. Bu modelde gri sayılara ait grilik dereceleri ilgili denklem (3.15 numaralı denklem) yardımı ile bulunur. Bulunan grilik derecesi ilgili denklemde yerine konarak (3.11 numaralı denklem) beyazlaştırma işlemi gerçekleştirilir ve beyaz sayı elde edilir. Model klasik doğrusal programlama modeline dönüşmüş olur ve uygun çözücü ile çözülür. Grilik derecesi, alt ve üst limit değerleri arasındaki fark değerine göre elde edildiğinden dördüncü model olan ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modeline göre avantaj sağlayacağı düşünülmektedir.

Dördüncü model ise ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelidir. Bu model, $\alpha=\beta=\gamma=0.5$ olduğunda konumlandırılmış DP (0.5,0.5,0.5)'a tekabül eden durumdur. Bu modelde gri sayılara ait grilik derecesinin 0,5 olduğu kabul edilir ve gri sayılar bu değer referans alınarak beyazlaştırılır. Ortalama ağırlıklı beyazlaştırma işlemi alt ve üst limit değerlerinin ortalaması olarak da nitelendirilebilir. Kritik modelde anlatılan durum burada da geçerli olduğundan konumlandırılmış DP (-,0.5,0.5) olarak ifade edilecektir. Model klasik doğrusal programlama modeline dönüşmüş olur ve uygun çözücü ile çözülür. Bu model alt ve üst limit değerlerine eşit önem derecesi verilmiş gibi de yorumlanabilmektedir. Pratikte görev süreleri çok kez ölçüldüğünde bulunan değerlerin ortalaması alındığında da bulunan değerlerin ortalama ağırlıklı beyazlaştırılmış değere çok yakın olabileceği düşünüldüğünde, ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelinin kullanımı diğer modellerle karşılaştırma açısından da faydalı olacaktır.

Beşinci ve son model ortalama grilik derecesi modelidir. Aydemir'in (2013) çalışmasında kullanmış olduğu bu modelde her bir gri sayı için bulunan grilik derecelerinin ortalaması alınarak ortalama grilik derecesi elde edilir ve beyazlaştırma denklemi yardımı ile (3.11 numaralı denklem) tüm gri sayılara uygulanarak beyazlaştırılmış sayılar elde edilir. Elde edilen sayılar ile model klasik doğrusal programlama modeline dönüşmüş olur ve uygun çözücü ile çözülür. Burada dikkat edilmesi gereken husus gri sayılara ait grilik derecelerinin ortalaması alınırken karşımıza çıkmaktadır. Görev süresi deterministik olan görev, grilik derecelerinin ortalaması alınırken hesaba katılmamalıdır. Eğer sıfır grilik derecesi hesaba katılırsa yanıltıcı sonuçlar elde edilebilir. Örneğin 4 farklı görevden oluşan bir montaj hattını ele alalım. Birinci, ikinci ve üçüncü görev sürelerine ait grilik derecelerinin hepsinin 0,36 olduğu varsayalım. Dördüncü göreve ait sürenin ise deterministik olduğu düşünölsün. Bu durumda ele alınacak ortalama grilik derecesi yine 0,36 olmalıdır. Fakat toplam grilik derecesi olan 1,08 dörde bölünürse 0,27 elde edilir ki bu da daha az grilik derecesi

anlamına gelir ve mevcut olandan daha az değişkenliği göz önüne alarak hatalı sonuçlar elde etme durumunu oluşturur.

Bahsedilen beş modelde de hesaplama kolaylığı açısından ele alınabilecek bir diğer durum da görev sürelerine ait deterministik sayılarla alakalıdır. Deterministik sayılar da alt ve üst limit değerleri birbirine eşit gri sayı gibi ele alındığında hem hesaplamada hem de bütünlük oluşturma açısından uygun olacaktır. Örneğin görev süresi 7 dakika olan bir görevi $[7,7]$ kapalı aralığında göstermek daha uygundur. Çünkü grilik derecesi $((2*|7-7|)/(7+7)=0$ işlemi sonucunda) 0 (sıfır) elde edilecek ve ilgili beyazlaştırma fonksiyonunda yerine konduğunda $((7*(1-0))+(7*0))=7$ yine 7 (yedi) beyazlaştırılmış görev süresi elde edilebilecektir. Bu sebeple bu tez çalışmasında deterministik görev süreleri, alt ve üst limit değerleri birbirine eşit gri sayılar şeklinde gösterilecektir.

Yukarıda bahsedilen tüm modeller matematiksel programlama ve optimizasyon için tasarlanmış yüksek seviyeli bir dil olan GAMS (The General Algebraic Modeling System (Türkçesi ile Genel Cebirsel Modelleme Sistemi)) programında kodlanacak ve CPLEX çözücüsü yardımı ile çözülecektir.

Belirsizlik temelinde oluşturulan bir modelin çözümünün kesinlik içermemesi beklenmektedir. Bu sebeple bu tez çalışmasında çeşitli modeller oluşturulacak ve elde edilecek çözümler dahilinde çıkarımlar yapılacaktır. Bu çıkarımlar sayesinde en uygun atama hakkında fikir sahibi olunacaktır. Farklı modeller neticesinde elde edilecek sonuçlar için bir karşılaştırma kriteri belirlemek faydalı olacaktır. Bu tez çalışmasında da literatürde sıklıkla karşılaştırma kriteri olarak kullanılan ve hattın ne derecede etkin olduğunu gösteren bir ölçüt olan hat etkinliği değerinden yararlanılacaktır. Hat etkinliğine ait formül aşağıdaki gibidir.

HE	: Hat Etkinliği,	
TGS	: Toplam Görev Süresi,	
M	: İstasyon Sayısı,	
C	: Çevrim Süresi,	
HE	: $(100*TGS) / (M*C)$	(4.45)

formülünden elde edilir. Hat etkinlik değeri ne kadar yüksekse sonuç o denli kabul edilebilir olmaktadır.

Hat etkinlik değerinin tek başına çok yüksek çıkması her zaman kabul edilebilir olmayabilir. Örneğin hattaki görevlere ait sürelerin değişmediği kabul edilirse, çevrim süresi azaldıkça hat etkinlik değeri artacaktır fakat bu her zaman mümkün olmayabilir. Çünkü diğer etkenler sabit olduğunda çevrim süresinin düşürülmesi çoğu zaman istasyon sayısının arttırılması ile mümkün olmaktadır. Bu da hem istasyon açma maliyeti hem de gerekirse istihdam maliyeti anlamlarına geldiğinden firmalar için ciddi yük oluşturabilmektedir. Bu sebeple hat etkinlik değerinin yanında, gri sayıların çeşitli yöntemler ile beyazlaştırıldıktan sonra modele eklenmesi ve çözülmesi ile elde edilecek optimal değerlerin memnuniyet derecesi de bir başka değerlendirme kriteri olacaktır.

4.5. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP

Bu bölümde gri talep ve gri işlem süreli Tip-1 BMHDP'nin GDP modeli üzerinde çalışılacaktır. Burada kullanılacak MHDP, Arık vd.nin (2019) çalışmalarında ele almış oldukları problemidir.

Arık vd. (2019) çalışmalarında ilk olarak talep belirsizliği ele almışlardır. Çünkü talepteki belirsizlik, ürün yeni geliştirilmişse ve ne kadar iyi satılacağına dair bilgi eksikliği varsa ortaya çıkmaktadır. Satışlar hakkında talep tahmin teknikleri vasıtası ile çok güçlü tahminler yapılabiliyor olsa da gelecek her daim belirsizlik içermektedir. Bu sebeple Arık vd. de belirsizliği gri sayılar yardımı ile modele dahil etmişlerdir. Talebin belirsiz olması çevrim süresinin de belirsizliğine sebep olacaktır. Çünkü çevrim süresi, toplam kullanılabilir sürenin talebe bölünmesi ile elde edilmektedir. Bu sebeple çevrim süresi de gri sayı ile ifade edilecektir. İlgili formüller aşağıdaki gibidir.

$$C \text{ (çevrim süresi)} = \text{Yıllık Kapasite (dakika)} / D \text{ (talep)} \quad (4.46)$$

olduğundan, talep gri sayı ile gösterildiğinde çevrim süresi ($C^\pm$) de gri sayı ile gösterilecek ve formül aşağıdaki halini alacaktır.

$$C^\mp = \left[\frac{\text{Yıllık Kapasite (dakika)}}{D^\mp} \right] \quad (4.47)$$

Gri sayı olan çevrim süresinin ($C^\pm$), $[C^-, C^+]$ kapalı aralığı şu şekilde belirlenebilir.

$$C^\mp = [C^-, C^+] = \left[\frac{\text{Yıllık Kapasite (dakika)}}{D^+}, \frac{\text{Yıllık Kapasite (dakika)}}{D^-} \right] \quad (4.48)$$

Modeldeki görev süreleri de gri sayılardan oluşan parametrelerden biridir. İnsan faktörünün öneminin yüksek olduğu üretim ortamlarında, otomatik sistemler ve/veya

robotlarla kıyaslandığında insanların esnek ve öngörülemez olma eğilimlerinin olabileceği açıktır. Bu sebepten dolayı, insanlar tarafından üzerinde çalışılan çeşitli görevlere ait sürelerin alt ve üst limitlere sahip kapalı aralıklar olarak gösterilmesi uygun olacaktır. Görev $i \in \{1,2,3,\dots,n\}$ 'nin gri işlem süresi $t_i^\pm$ de $[t_i^-, t_i^+]$ kapalı aralığı ile gösterilsin.

Probleme ait bilgiler ise şu şekildedir. Ele alınacak ürün 14 görev içermektedir. Ürüne ait talep belirsizdir ve yıllık 12000 ile 18000 birim arasında olabileceği tahmin edilmektedir. Bu sebeple talep, gri sayı olarak, $D^\pm = [12000, 18000]$ şeklinde gösterilmektedir. Firma bir günde tek vardiya halinde 8 saat, yılda ise 300 gün çalışmaktadır. Parametreler aşağıdaki Tablo 4.1'de de verilmiştir. Bu veriler ışığında çevrim süresi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

Tablo 4.1: Arık vd. (2019) Problemi Parametreleri

Parametreler	Değerler
Görev Sayısı	14
Yıllık Belirsiz Talep	[12000,18000]
Yılda Çalışılan Gün Sayısı	300
Bir Çalışma Günündeki Vardiya Sayısı	1
Bir Vardiyadaki Çalışma Süresi (Saat)	8

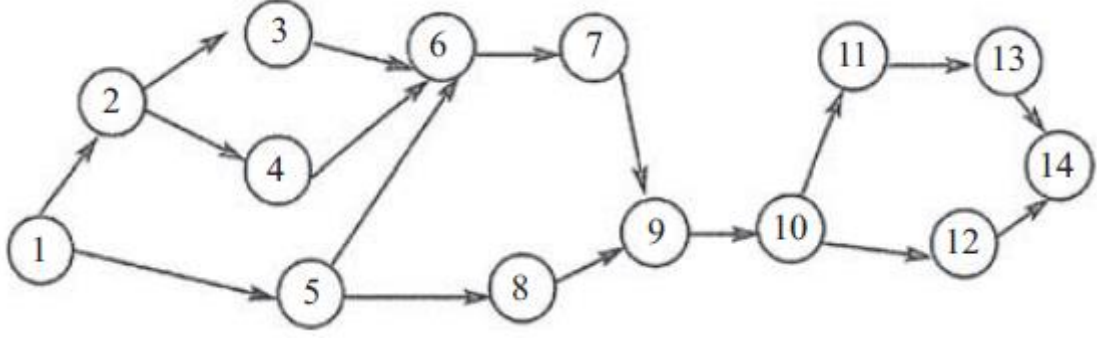
$$C^\mp = [C^-, C^+] = \left[\frac{8 \cdot 60 \cdot 300}{18000}, \frac{8 \cdot 60 \cdot 300}{12000} \right] = [8, 12] \quad (4.49)$$

Görev süreleri de talep miktarları gibi belirsizdir ve kapalı aralıklara sahip gri sayılar şeklinde ' i ' indeksi ile gösterilmektedir ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$). Zaman birimi cinsinden görev süreleri ($t_i^\pm$) ve her bir göreve ait öncüller Tablo 4.2'de verilmiştir. Ürüne ait görevler arasındaki öncelik ilişkileri Şekil 4.1'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2: Arık vd. (2019) Problemi Gri Görev Süreleri

i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$	Öncüller	i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$	Öncüller
1	[1,1.3]	-	8	[8,12]	5
2	[2,2.6]	1	9	[2,3]	7-8
3	[3,4.5]	2	10	[3,4.5]	9

4	[4,6]	2	11	[4,7.6]	10
5	[2,3.6]	1	12	[5,8.5]	10
6	[4,4.4]	3-4-5	13	[6,9.6]	11
7	[6,6.6]	6	14	[7,10.5]	12-13



Şekil 4.1: Arık ve Diğerleri (2019) Problemi Görevler Arası Öncelik İlişkileri

Görev sürelerinin ve çevrim süresinin gri sayılar olması sebebi ile gerekli minimum istasyon sayısı da gri sayı olacaktır. Bu sebeple minimum istasyon sayısı $[K^+]$ = $[K^-, K^+]$ ile gösterilmektedir ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$K^{\mp} = \left\lceil \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^{\mp}}{c^{\mp}} \right\rfloor \right\rceil \quad (4.50)$$

Denklem (4.28), gri sayıların aritmetik işlemleri dikkate alınarak aşağıdaki gibi tekrardan yazılabilir:

$$K^{\mp} = [K^-, K^+] = \left[\min \left\{ \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^-}{c^-} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^+}{c^-} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^-}{c^+} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^+}{c^+} \right\rfloor \right\}, \max \left\{ \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^-}{c^-} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^+}{c^-} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^-}{c^+} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\sum_{i=1}^n t_i^+}{c^+} \right\rfloor \right\} \right] \quad (4.51)$$

İş istasyonlarına görevleri atamadan önce, gereken toplam iş istasyonu sayısı hesaplanmalıdır. Denklem (4.29) kullanılarak, gerekli teorik minimum iş istasyonu sayısı $[K^{\pm}] = [5, 11]$ olarak hesaplanmıştır. İlgili matematiksel karmaşıklığı azaltmak için, probleme ait gerekli iş istasyonu sayısı $K = K^+$ olarak ele alınmıştır. Bu nedenle, gerekli iş istasyonu sayısı K , 11'e eşit olacaktır.

Problemdeki gri sayılara ait hem alt hem de üst limit değerlerini aynı anda hesaba katarak çözüm sağlayan matematiksel modele Arık vd. (2019) makalesinden ulaşılabilir. Elde edilen atama sonuçları ve diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Arık vd. Yöntemi Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı
1	1-2-3-5	[8,12]
2	4-6	[8,10.4]
3	8	[8,12]
4	7	[6,6.6]
5	9-10	[5,7.5]
6	11	[4,7.6]
7	12	[5,8.5]
8	13	[6,9.6]
9	14	[7,10.5]
Hat Etkinliği = $[100 \cdot (84.7 / (9 \cdot 12)), 100 \cdot (57 / (9 \cdot 8))] = [78.46, 79.16]$		

Sonuçlar incelendiğinde 9 istasyona atanan görevler ve %80'e yakın hat etkinlik değeri görülmektedir. Oluşturulan modeldeki gri sayıların beyaz sayılara çevrilerek net değerler ile problemin çözülmesi hedeflendiğinden daha önce bahsedilen beş ayrı model oluşturulacak ve elde edilen çözümler Arık vd.nin 2019 yılında elde etmiş oldukları çözüm ile kıyaslanacaktır.

4.5.1. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Kritik Model ve Çözümü

Bölüm 4.4'te bahsedildiği üzere beyazlaştırma temelli oluşturulacak ilk model kritik modeldir. Model, problemdeki gri çevrim süresine ait alt limit değeri ve gri görev sürelerine ait üst limit değerleri ile oluşturulacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-1'de yer almaktadır.

Model, elde edilen beyaz sayılar ile 11 istasyon için çözümlendiğinde çevrim süresi 8 zaman birimi olmasına rağmen sekizinci istasyona ait görev süresinin 12, on ikinci istasyona ait görev süresinin 8.5, on üçüncü istasyona ait görev süresinin 9.6 ve on dördüncü istasyona ait görev süresinin 10.5 zaman birimi ile çevrim süresinden yüksek olması sebebiyle çevrim süresi kısıtının sağlanamamasından uygun bir çözüm elde edilememiştir. Bu sebeple herhangi bir atama yapılamadığından, bu örnek için kritik model diğer modeller ile karşılaştırılamayacaktır.

4.5.2. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP İdeal Model ve Çözümü

Beyazlaştırma temelli oluşturulacak ikinci model ideal modeldir. Model, problemdeki gri çevrim süresine ait üst limit değeri ve gri görev sürelerine ait alt limit değerleri ile oluşturulacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-2’de yer almaktadır.

Model 11 istasyon için çözümlendiğinde görevlerin 5 istasyona atandığı ve bazı istasyonların boş kaldığı görülmektedir. İstasyon numaralarında bütünlük olması açısından (örneğin 10 numaralı istasyonun dolu 2 numaralı istasyonun boş kalmaması için) modeldeki istasyon sayısı 5 olarak modele işlenmiş ve Ek-2’deki GAMS modeli bu şekilde güncel hali ile eklenmiştir. Modele ait atama sonuçları ve diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.4’te verilmiştir.

Tablo 4.4: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP İdeal Model Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı
1	1-2-3-4-5	12
2	6-8	12
3	7-9-10	11
4	11-13	10
5	12-14	12
Hat Etkinliği = $100 \cdot (57 / (5 \cdot 12)) = 95.00$		

Probleme ilişkin ideal modelin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde 5 istasyona atanmış görev süreleri toplamı 57 zaman birimi, hat etkinlik değerinin de %95.00 gibi oldukça iyi bir değer olduğu görülmektedir. Firmanın isteyeceği en iyi senaryoyu gösteren bu duruma ilişkin detaylı çıkarımlar, diğer modeller de çözümlendikten sonra yapılacaktır.

4.5.3. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Beyazlaştırma temelli oluşturulacak üçüncü model grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerleri kullanılarak oluşturulacaktır.

Grilik derecelerinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-3'te yer almaktadır.

Gri sayıların grilik dereceleri yardımı ile beyazlaştırılmış değerleri aşağıdaki gibidir.

Çevrim Süresi için; grilik derecesi = $2 * |12-8| / (8+12) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(8 * (1-0,4)) + (12 * 0,4) = 9,6$ olmaktadır.

Görev 1 için; grilik derecesi = $2 * |1,3-1| / (1+1,3) = 0,26$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(1 * (1-0,26)) + (1,3 * 0,26) = 1,08$ olmaktadır.

Görev 2 için; grilik derecesi = $2 * |2,6-2| / (2+2,6) = 0,26$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(2 * (1-0,26)) + (2,6 * 0,26) = 2,16$ olmaktadır.

Görev 3 için; grilik derecesi = $2 * |4,5-3| / (3+4,5) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(3 * (1-0,4)) + (4,5 * 0,4) = 3,6$ olmaktadır.

Görev 4 için; grilik derecesi = $2 * |6-4| / (4+6) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(4 * (1-0,4)) + (6 * 0,4) = 4,8$ olmaktadır.

Görev 5 için; grilik derecesi = $2 * |3,6-2| / (2+3,6) = 0,57$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(2 * (1-0,57)) + (3,6 * 0,57) = 2,91$ olmaktadır.

Görev 6 için; grilik derecesi = $2 * |4,4-4| / (4+4,4) = 0,1$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(4 * (1-0,1)) + (4,4 * 0,1) = 4,04$ olmaktadır.

Görev 7 için; grilik derecesi = $2 * |6,6-6| / (6+6,6) = 0,1$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(6 * (1-0,1)) + (6,6 * 0,1) = 6,06$ olmaktadır.

Görev 8 için; grilik derecesi = $2 * |12-8| / (8+12) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(8 * (1-0,4)) + (12 * 0,4) = 9,6$ olmaktadır.

Görev 9 için; grilik derecesi = $2 * |3-2| / (2+3) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(2 * (1-0,4)) + (3 * 0,4) = 2,4$ olmaktadır.

Görev 10 için; grilik derecesi = $2 * |4,5-3| / (3+4,5) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(3 * (1-0,4)) + (4,5 * 0,4) = 3,6$ olmaktadır.

Görev 11 için; grilik derecesi = $2 * |7,6-4| / (4+7,6) = 0,62$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(4 * (1-0,62)) + (7,6 * 0,62) = 6,23$ olmaktadır.

Görev 12 için; grilik derecesi = $2 * |8,5-5| / (5+8,5) = 0,52$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(5 * (1-0,52)) + (8,5 * 0,52) = 6,81$ olmaktadır.

Görev 13 için; grilik derecesi = $2 * |9,6-6| / (6+9,6) = 0,46$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(6 * (1-0,46)) + (9,6 * 0,46) = 7,66$ olmaktadır.

Görev 14 için; grilik derecesi = $2*|10,5-7|/(7+10,5) = 0,4$ iken beyazlaştırılmış sayı = $(7*(1-0,4))+(10,5*0,4) = 8,4$ olmaktadır.

Model 11 istasyon için çözümlendiğinde görevlerin 10 istasyona atandığı ve bir istasyonun boş kaldığı görülmektedir. İstasyon numaralarında bütünlük olması açısından (örneğin 10 numaralı istasyonun dolu 2 numaralı istasyonun boş kalmaması için) GAMS modelindeki istasyon sayısı 10 olarak işlenmiştir. Modele ait atama sonuçları ve diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.5: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı
1	1-2	3.24
2	4-5	7.71
3	3-6	7.64
4	7	6.06
5	8	9.6
6	9-10	6
7	12	6.81
8	11	6.23
9	13	7.66
10	14	8.4
Hat Etkinliği = $100*(69.36/(10*9.6)) = 72.25$		

Probleme ilişkin grilik derecesi modelinin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde 10 istasyona atanmış görev süreleri toplamı 69.36 zaman birimi, hat etkinlik değerinin de %72,25 olduğu görülmektedir. Firmanın problemine ait başka bir senaryoyu gösteren bu duruma ilişkin detaylı çıkarımlar, diğer modeller de çözümlendikten sonra verilecektir.

4.5.4. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü

Beyazlaştırma temelli oluşturulacak dördüncü model ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerlerinin 0,5 olduğu kabul edilerek oluşturulacaktır. Bu modele merkezi model de

denebilir. Çünkü bir nevi gri sayıların alt ve üst limit değerlerinin ortalaması alınmış olacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-4'te yer almaktadır.

Model 11 istasyon için çözümlendiğinde görevlerin 8 istasyona atandığı ve bazı istasyonların boş kaldığı görülmektedir. İstasyon numaralarında bütünlük olması açısından GAMS modelindeki istasyon sayısı 8 olarak işlenmiştir. Modele ait atama sonuçları ve diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı
1	1-2-3-5	10
2	4-6	9.2
3	8	10
4	7-9	8.8
5	10-11	9.55
6	13	7.8
7	12	6.75
8	14	8.75
Hat Etkinliği = $100 \cdot (70.85 / (8 \cdot 10)) = 88.56$		

Probleme ilişkin ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelinin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde 8 istasyona atanmış görev süreleri toplamı 70.85 zaman birimi, hat etkinlik değerinin de %88.56 olduğu görülmektedir.

4.5.5. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Beyazlaştırma temelli oluşturulacak beşinci ve son model ortalama grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerlerinin ortalaması alınarak oluşturulacaktır. Modeldeki grilik derecelerinin ortalamasının alınması sonucunda $((0.26+0.26+0.4+0.4+0.57+0.1+0.1+0.4+0.4+0.4+0.62+0.52+0.46+0.4)/14 \cong 0.38)$ elde edilen değer (0.38) her bir sayı için beyazlaştırma fonksiyonunda yerine

yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-5’te yer almaktadır.

Bu model de tıpkı grilik derecesi ve ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelinde olduğu gibi 11 istasyon için çözümlendiğinde görevlerin 8 istasyona atandığı ve bazı istasyonların boş kaldığı görülmektedir. İstasyon numaralarında bütünlük olması açısından GAMS modelindeki istasyon sayısı 8 olarak işlenmiştir. Modele ait atama sonuçları ve diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ort. Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı
1	1-2-3-5	9.51
2	4-6	8.9
3	8	9.51
4	7-9	8.61
5	10-11	8.93
6	13	7.36
7	12	6.32
8	14	8.32
Hat Etkinliği = $100 \cdot (67.46 / (8 \cdot 9.51)) = 88.67$		

Probleme ilişkin ortalama grilik derecesi modelinin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde 8 istasyona atanmış görev süreleri toplamı 67.46 zaman birimi, hat etkinlik değerinin de %88.67 gibi ortalama ağırlıklı beyazlaştırma modeline çok yakın bir değer olduğu görülmektedir.

4.5.6. Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi

Gri talep ve gri işlem süreli Tip-1 BMHDP modelleri çözümlenmiş ve kayda değer sonuçlar elde edilmiştir. Oluşturulan beş modele ve bu problemin referans alındığı Arık vd.nin (2019) makalesinde önerilen GDP modeline ait çözüm değerleri Tablo 4.8’de toplu olarak verilmiştir.

Tablo 4.8: Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Oluşturulan Modellere Ait Çözüm Değerleri

Model	İstasyon Sayısı	Çevrim Süresi	Hat Etkinliği (%)
Kritik M.	-	-	-
İdeal M.	5	12	95.00
Grilik Derecesi M.	10	9.6	72.25
Ort. Ağır. Beyazlaştırma M.	8	10	88.56
Ort. Grilik Derecesi M.	8	9.51	88.67
Arık vd. (2019) GDP M.	9	[8,12]	[78.46-79.16]

Arık vd. (2019), GDP modeli oluştururken gri sayıların hem alt hem de üst limitlerini aynı anda modele dahil etmiş ve çözüm elde etmişlerdir. Elde edilen hat etkinlik değerinden daha iyi sonuçlar elde edilip edilemeyeceği, daha az istasyon ile problemin çözümlenip çözümlenemeyeceği sorguları sonucunda bahsedilen modeller oluşturulmuş ve çözümler elde edilmiştir. Modeller incelendiğinde referans alınan Arık vd. (2019) GDP modeline kıyasla grilik derecesi modeli hariç tutularak bakıldığında diğer tüm modellerde hat etkinlik değeri daha yüksek çıkmıştır. Bu durum belirsizlik altında oluşturulan modellerin başarısının bir göstergesidir.

Modellere ait memnuniyet dereceleri hesaplanmak istense de kritik modele ait uygun bir çözüm elde edilemediğinden memnuniyet dereceleri hesaplanamayacaktır.

En yüksek hat etkinlik değeri ideal model ile elde edilmiştir. Ancak ideal modeldeki 12 zaman birimi olan çevrim süresi çözülen diğer üç modele göre teorikte daha az üretim adedi anlamına geldiğinden (üretilecek adet = toplam kullanılabilir süre / çevrim süresi) pek tercih edilmeyecektir. Aynı zamanda ideal model hiçbir aksamının olmadığı, arzu edilen en iyi koşulların gerçekleştiği durumu ifade etmektedir ki bu durum pratikte pek rastlanan bir durum değildir.

Grilik derecesi modeli 10 istasyon açılması gerektiği sonucunu vermiştir ve bu durum Arık vd. (2019) çözümünden de kötü bir sonuç verdiğinden bu problem için kullanışlı olmayacaktır. 8 istasyon sonucunu veren diğer iki model incelendiğinde ortalama grilik derecesi modeli ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modeline nazaran daha yüksek hat etkinlik değeri ve üretim adedi sunmaktadır (ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelinin çevrim süresi ortalama grilik derecesi modelinin çevrim süresinden fazladır).

Tercih edilecek modele bakıldığında en yüksek hat etkinlik değerini veren ideal modele ait atama sonuçlarının, herhangi bir aksaklık konusunda sıkıntılar doğurabileceği açıktır. Belirsizliği farklı şekillerde ele alan ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modeli ve ortalama grilik derecesi modelinin aynı atama sonucunu vermesi tutarlılık açısından bu problem için avantaj sağlamıştır. Sonuç olarak hat etkinlik değeri ve çevrim süresi dört senaryoya göre değişse de 8 istasyon sonucunu veren modellere göre işleri atamanın faydalı olacağı tavsiye edilmektedir.

4.6. Gri Doğrusal Programlama ve Bulanık Doğrusal Programlama İlişkisi

Gerek GDP gerekse Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) belirsizliği sayısallaştırarak çözümler sunma gayreti içerisindedir. Bulanık doğrusal programlama bulanık sayıları kullanırken gri doğrusal programlama gri sayıları kullanmaktadır. Bulanık sayıların üçgensel bulanık sayı ve yamuksal bulanık sayı gibi farklı çeşitleri bulunur ve literatürde sıklıkla kullanılmışlardır. Gri sayıların ise alt ve üst limitleri belirli kapalı aralıkla ifade edilen tek bir formu bulunmaktadır.

Gri ve bulanık sayıların belirsizliği sayısallaştırma amacı ile oluşturuldukları düşünüldüğünde, bu benzerliği göz önüne alarak bu tez çalışmasında daha önce üçgensel bulanık sayılar ile oluşturulmuş ve çözülmüş problemler GDP yardımı ile modellenecek ve çözülecektir. Sonuçlarda elde edilen sayısal değerler neticesinde BDP ile GDP ilgilenilen problem nezdinde karşılaştırılacaktır.

4.7. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP

Bu bölümde Tip-2 BMHDP'nin gri işlem süreli GDP modeli üzerinde çalışılacaktır. Burada ele alınan montaj hattı dengeleme problemi, Doğan ve Sakallı (2016) kullanmış olduğu problemidir.

Doğan ve Sakallı (2016), modelinde görev süreleri belirsiz olarak ele alınmıştır. Çalışma incelendiğinde sürelerin üçgensel bulanık sayılar olarak ele alındığı görülmektedir. Üçgensel bulanık sayılar alt ve üst limite ek olarak muhtemel sürenin de eklenmesi ile oluşturulmaktadır. Örneğin; (22,24,26) ilgili görev süresine ait alt limitin 22, muhtemel sürenin 24 ve üst limitin 26 olduğu üçgensel bulanık sayıyı göstermektedir.

GDP'nin yapısı gereği gri sayıların sadece alt ve üst limit değerlerinin olması gerekliliğinden, model oluşturulurken üçgensel bulanık sayılara ait sadece alt ve üst limit

değerlerinin kullanılacağı kapalı aralık oluşturulacaktır. Elde edilen gri sayılar neticesinde daha önceki bölümlerde anlatılan beyazlaştırma temelli kritik, ideal, grilik derecesi, ortalama ağırlıklı beyazlaştırma, ortalama grilik derecesi modelleri yanında Arık vd.nin (2019) çözüm yaklaşımından esinlenerek Tip-2 problemi için geliştirilen GDP model önerisi de oluşturulacak ve çözümler elde edilecektir.

Görev $i \in \{1,2,3,\dots,n\}$ 'nin gri işlem süresi $t_i^\pm$ de $[t_i^-, t_i^+]$ kapalı aralığı ile gösterilecektir. Probleme ait bilgiler ise şu şekildedir. Ele alınacak problem 50 görev içermektedir. Görevlere ait süreler ve öncelik ilişkileri Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4.9: Doğan ve Sakallı (2016) Problemi Üçgensel Bulanık Görev Süreleri ve Öncüller

i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller	i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller
1	(5 5 5)	-	26	(30 40 48)	25
2	(6 6 6)	-	27	(13 13 13)	26
3	(4 4 4)	-	28	(9 9 9)	27
4	(5 5 5)	1-2-3	29	(12 12 12)	28
5	(6 6 6)	4	30	(15 16 21)	29
6	(4 4 4)	5	31	(18 24 29)	30
7	(8 8 8)	6	32	(10 10 10)	-
8	(5 5 5)	7	33	(9 9 9)	-
9	(6 6 6)	-	34	(10 10 10)	-
10	(9 9 9)	8-9	35	(29 34 44)	34
11	(8 9 12)	10	36	(7 11 13)	35
12	(6 6 6)	-	37	(9 9 9)	31-36
13	(5 5 5)	11	38	(9 9 9)	37
14	(18 20 25)	12-13	39	(9 9 9)	38
15	(20 24 30)	-	40	(9 9 9)	39
16	(13 16 17)	15	41	(3 3 3)	40
17	(21 23 28)	16	42	(9 9 9)	41
18	(10 10 10)	14	43	(14 16 21)	42
19	(8 8 8)	18	44	(20 20 20)	32-43
20	(7 7 7)	17-19	45	(22 22 22)	44
21	(12 13 16)	20	46	(7 8 12)	45
22	(5 5 5)	21	47	(8 8 8)	46

23	(10 10 10)	22	48	(5 5 5)	33
24	(10 10 10)	23	49	(8 9 12)	47-48
25	(12 14 18)	24	50	(6 6 6)	49

Bu çalışmada gri sayılar kullanılacağından, üçgensel bulanık sayıların alt ve üst limit değerlerinden oluşan gri görev süreleri ve öncüller Tablo 4.10'da verilmiştir.

Tablo 4.10: Doğan ve Sakallı (2016) Problemi Gri Görev Süreleri ve Öncüller

i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+] \text{ (sn)}$	Öncüller	i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+] \text{ (sn)}$	Öncüller
1	[5,5]	-	26	[30,48]	25
2	[6,6]	-	27	[13,13]	26
3	[4,4]	-	28	[9,9]	27
4	[5,5]	1-2-3	29	[12,12]	28
5	[6,6]	4	30	[15,21]	29
6	[4,4]	5	31	[18,29]	30
7	[8,8]	6	32	[10,10]	-
8	[5,5]	7	33	[9,9]	-
9	[6,6]	-	34	[10,10]	-
10	[9,9]	8-9	35	[29,44]	34
11	[8,12]	10	36	[7,13]	35
12	[6,6]	-	37	[9,9]	31-36
13	[5,5]	11	38	[9,9]	37
14	[18,25]	12-13	39	[9,9]	38
15	[20,30]	-	40	[9,9]	39
16	[13,17]	15	41	[3,3]	40
17	[21,28]	16	42	[9,9]	41
18	[10,10]	14	43	[14,21]	42
19	[8,8]	18	44	[20,20]	32-43
20	[7,7]	17-19	45	[22,22]	44
21	[12,16]	20	46	[7,12]	45
22	[5,5]	21	47	[8,8]	46
23	[10,10]	22	48	[5,5]	33
24	[10,10]	23	49	[8,12]	47-48

25	[12,18]	24	50	[6,6]	49
----	---------	----	----	-------	----

Doğan ve Sakallı (2016), problemlerini çözmek amacı ile bir yaklaşım önermişler ve çözümler elde etmişlerdir. Çözümlerin hepsi 11 istasyon için yapılmıştır. Elde edilen çözüm değerleri Tablo 4.11’de verilmiştir.

Tablo 4.11: Doğan ve Sakallı (2016) Problemi Çözüm Değerleri

Model	Optimistic	Most Probable	Pessimistic	Dönüşüm
Çevrim Süresi	52	54	63	55
Hat Etkinliği (*100)	91.43	95.62	91.92	94.55

Çözüm değerleri incelendiğinde ‘Optimistic’ modeli görev sürelerine ait alt limit değerleri ile oluşturulduğu için bu tez çalışmasındaki ideal modele, ‘Pessimistic’ modeli görev sürelerine ait üst limit değerleri ile oluşturulduğu için bu tez çalışmasındaki kritik modele karşılık geldiğinden bu problem için tekrardan kritik ve ideal model oluşturulmayacaktır.

4.7.1. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi ve Çözümü

Bu model, Arık vd. nin (2019) Tip-1 BMHDP için önerdiği GDP yaklaşımına dayanarak Tip-2 BMHDP için önerilen ve Bölüm 4.2’de ayrıntılı şekilde anlatılmış olan modeldir. Model, problemdeki gri sayılara ait hem alt hem de üst limit değerleri aynı anda modele işlenecek şekilde oluşturulmuştur. Geliştirilen GDP modelinin GAMS kodları EK-6’da yer almaktadır. Model, Doğan ve Sakallı (2016) problemindeki 11 istasyon sonucuna göre çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.12’de verilmiştir.

Tablo 4.12: Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-5-6-7-8-9	[49,49]
2	10-11-12-15	[43,57]
3	13-14-16-32	[46,57]

4	17-18-19-20-34	[56,63]
5	21-22-23-24-25	[49,59]
6	26-27	[43,61]
7	28-35	[38,53]
8	29-30-31	[45,62]
9	36-37-38-39-40-41-42	[55,61]
10	43-44-45	[56,63]
11	33-46-47-48-49-50	[43,52]
Hat Etkinliği = $[100 \cdot (523 / (11 \cdot 56)), 100 \cdot (637 / (11 \cdot 63))] = [84.90, 91.92]$		

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi [56,63], hat ekinlik değeri [84.90,91.92] elde edilmiştir.

4.7.2. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Oluşturulacak ikinci model grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerleri kullanılarak oluşturulacaktır. Grilik derecelerinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Grilik derecesi değerleri ve beyazlaştırılmış sayılar elde edilmesi işlemleri daha önce anlatıldığından (4.5.3 numaralı başlık) bu kısımda tekrardan anlatılmayacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-7’de yer almaktadır. Model 11 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.13’de verilmiştir.

Tablo 4.13: Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-5-6-15	54
2	7-34-35	53.16
3	8-9-12-16-17	54.07
4	10-11-13-14-18	53.88
5	19-20-21-22-23-24	53.14
6	25-26	52.71
7	27-28-29-30	51

8	31-36-37-38	51.75
9	39-40-41-42-43	46.8
10	32-44-45	52
11	33-46-47-48-49-50	47.23
Hat Etkinliği = $100 \cdot (569.74 / (11 \cdot 54.07)) = 95.79$		

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 54.07 zaman birimi olarak elde edilmiş ve hat etkinlik değeri de %95.79 ile Doğan ve Sakallı (2016)'nın elde ettiği en iyi hat etkinlik değerinden dahi daha iyi sonuç vermiştir.

4.7.3. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü

Üçüncü model ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerinin 0,5 alınması ile oluşturulacaktır. Grilik derecelerinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-8'de yer almaktadır. Model 11 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.14'te verilmiştir.

Tablo 4.14: Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-5-6-15	55
2	9-16-17-34	55.5
3	7-8-12-35	55.5
4	10-11-13-14-18	55.5
5	19-20-21-22-23-24	54
6	25-26	54
7	27-28-29-30	52
8	31-36-37-38	51.5
9	39-40-41-42-43	47.5
10	32-44-45	52

11	33-46-47-48-49-50	47.5
Hat Etkinliği = $100 \cdot (580 / (11 \cdot 55.5)) = 95.00$		

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 55.5 zaman birimi, hat etkinlik değeri %95.00 olarak elde edilmiştir.

4.7.4. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Dördüncü model, ortalama grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerlerinin ortalamasının alınarak her bir gri sayı için kullanılması ile oluşturulacaktır. Modeldeki grilik derecelerinin ortalamasının alınması işlemi daha önceki bölümlerde anlatıldığından (başlık 4.5.5) burada anlatılmayacaktır. Ortalama grilik derecesi 0.39759 olarak elde edilmiştir. Ortalama grilik derecesinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-9'da yer almaktadır. Model 11 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.15'te verilmiştir.

Tablo 4.15: Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-15-34	53.98
2	5-6-12-16-17	54.37
3	7-8-9-35	53.96
4	10-11-13-14-18	54.37
5	19-20-21-22-23-24	53.59
6	25-26	51.55
7	27-28-29-30	51.39
8	31-36-37-38	49.76
9	39-40-41-42-43	46.78
10	32-44-45	52
11	33-46-47-48-49-50	46.58
Hat Etkinliği = $100 \cdot (568.33 / (11 \cdot 54.37)) = 95.03$		

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 54.37 zaman birimi, hat etkinlik değeri %95.03 olarak elde edilmiştir.

4.7.5. Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi

Gri işlem süreli Tip-2 BMHDP modelleri çözümlenmiş ve kayda değer sonuçlar elde edilmiştir. Oluşturulan modellere ve bu problemin referans alındığı Doğan ve Sakallı (2016) modeline ait çözüm değerleri Tablo 4.16’da toplu olarak verilmiştir.

Tablo 4.16: Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Modellere Ait Çözüm Değerleri

Model	İstasyon Sayısı	Çevrim Süresi (sn)	Hat Etkinliği (%)
Önerilen GDP Modeli	11	[56,63]	[84.90-91.92]
Kritik M.	11	63	91.92
İdeal M.	11	52	91.43
Grilik Derecesi M.	11	54.07	95.79
Ort. Ağır. Beyazlaştırma M.	11	55.5	95.00
Ort. Grilik Derecesi M.	11	54.37	95.03
Doğan ve Sakallı (2009) M.	11	55	94.55

Arık vd.nin (2019) Tip-1 problemleri için önerdikleri modelleme yaklaşımına dayanarak Tip-2 problemleri için geliştirilen GDP model önerisi gri sayıların direkt olarak probleme işlendiği durumu gösterdiğinden net değerler yerine aralık ile çalışma ortamı sunan durumlarda tercih edilebilir. Doğan ve Sakallı (2016) çalışmalarında net değerler ile çözüm elde ettikleri için burada da beyazlaştırılmış sayılar ile çözüm sağlanan modellerin kıyaslanması önemlidir.

Çevrim süresi değerlerine bakıldığında ideal modele ait çevrim süresi 52 sn ile en iyi değeri gösterse de hat etkinlik değeri önerilen model harici diğer tüm modellerden düşük çıkmıştır. Tablo 4.16’da en dikkat çeken model grilik derecesi modelidir. Çünkü, Doğan ve Sakallı (2016) modeline kıyasla hat etkinlik değeri yüksek, çevrim süresi düşük elde edilmiştir ki bu durum tercih edilebilirlik açısından ciddi farklılık oluşturmuştur. Aynı zamanda ortalama grilik derecesi modeli de Doğan ve Sakallı (2016) modeline kıyasla hat etkinlik değeri yüksek, çevrim süresi düşük elde edilmiş olsa da grilik derecesi modeli daha düşük çevrim süresi sayesinde daha fazla üretim adedi imkanı sunacaktır.

Ortalama ağırlıklı beyazlaştırma modeli hat etkinlik değeri Doğan ve Sakallı (2016) modeline kıyasla yüksek olsa da çevrim süresi daha yüksek olduğundan daha az üretim adedi sunacaktır.

Gri sayıları beyazlaştırarak çözüm elde eden 5 modele ait memnuniyet derecelerini hesaplamak amacıyla maksimizasyon problemleri için verilen memnuniyet derecesi formülü (denklem 3.31) minimizasyon problemleri için aşağıdaki halini alacaktır:

$$\text{Sabit } \alpha, \beta, \gamma \in [0,1] \text{ için,}$$

$$\mu(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2} \frac{\min \underline{S}}{\min S(\alpha, \beta, \gamma)} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\min S(\alpha, \beta, \gamma)}{\min \bar{S}} \right) \quad (4.52)$$

ifadesine konumlandırılmış $DP(\alpha, \beta, \gamma)$ 'nın memnuniyet derecesi denir. $DP(\alpha, \beta, \gamma)$ 'nın memnuniyet derecesi, $\min S(\alpha, \beta, \gamma)$ 'ın konumlandırılmış optimum değeri ile ideal modelin $\min \underline{S}$ optimum değeri ve kritik modelin $\min \bar{S}$ optimum değeri arasındaki ilişkiyi yansıtmaktadır. $\min \bar{S}$ değeri $\min S(\alpha, \beta, \gamma)$ 'e yaklaştıkça $\mu(\alpha, \beta, \gamma)$ daha da küçüldüğü gibi, $\min S(\alpha, \beta, \gamma)$ değeri de $\min \underline{S}$ 'e yaklaştığında $\mu(\alpha, \beta, \gamma)$ daha da büyümektedir.

$\forall \alpha, \beta, \gamma, \theta \in [0,1]$, olduğunda $0 \leq \mu(\alpha, \beta, \gamma) \leq 1$ olacağından, bir modelin GDP ile çözümlenmesi sonucunda memnuniyet derecesi $\mu(\alpha, \beta, \gamma) \geq 0,5$ olduğunda çözümün kabul edilebilir bir çözüm olduğu çıkarımı yapılabilmektedir. Çevrim süresi referans alındığında modellere ait çevrim süresi değerleri ve memnuniyet dereceleri aşağıdaki Tablo 4.17'de verilmiştir.

Tablo 4.17: Modellere Ait Çevrim Süresi Değerleri ve Memnuniyet Dereceleri

Model	Kritik	İdeal	Grilik Derecesi	Ort. Ağırlıklı Beyazlaştıma	Ort. Grilik Derecesi
Çevrim Süresi	63	52	54.07	55.5	54.37
Memnuniyet Derecesi	0.4127	0.5873	0.5517	0.5280	0.5467

Sonuçlar incelendiğinde kritik model hariç diğer tüm modellerin memnuniyet derecesinin 0.5'ten daha büyük olması çözümün kabul edilebilirliği açısından önemlidir.

Öte yandan grilik derecesi modelinin memnuniyet derecesinin ideal modele yakın olması da grilik derecesi modelinin tercih edilebilirliğini arttırmıştır.

4.8. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 Montaj Hattı Dengeleme Problemi

Bu bölümde U-Şekilli MHDP'nin gri işlem süreli GDP modeli üzerinde çalışılacaktır. Burada ele alınan montaj hattı dengeleme problemi, Zhang vd.nin (2009) de kullanmış olduğu Fonseca vd. (2005) ve Tsujimura vd.den (2005) bir test problemidir.

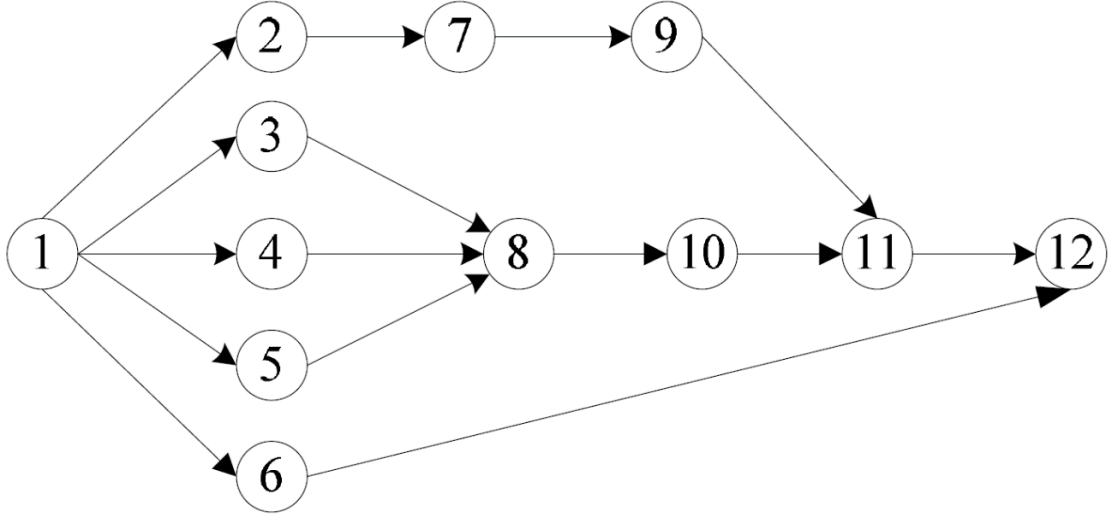
Zhang vd. (2009) modelinde görev süreleri yanında çevrim süresi de belirsiz olarak ele alınmıştır. Çalışma incelendiğinde sürelerin üçgensel bulanık sayılar olarak ele alındığı görülmektedir. GDP'nin yapısı gereği gri sayıların sadece alt ve üst limit değerlerinin olması gerekliliğinden, gri sayılar olan çevrim süresi $C^{\pm}$, $[C^-, C^+]$ kapalı aralığı ile, görev $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 'nin gri işlem süresi $t_i^{\pm}$ de $[t_i^-, t_i^+]$ kapalı aralığı ile gösterilecektir.

Elde edilen gri sayılar neticesinde daha önceki bölümlerde anlatılan kritik, ideal, grilik derecesi, ortalama ağırlıklı beyazlaştırma, ortalama grilik derecesi modelleri yanında Arık vd.nin (2019) modelleme yaklaşımına dayanarak U-şekilli hatlar için geliştirilen model önerisi de oluşturulacak ve çözümler elde edilecektir.

Probleme ait bilgiler ise şu şekildedir. Ele alınacak problem 12 görev içermektedir. Çevrim süresi (49,50,51) olarak verilmiştir. Görevlere ait süreler Tablo 4.18'de öncelik ilişkileri diyagramı Şekil 4.2'de verilmiştir.

Tablo 4.18: Zhang vd. (2009) Problemi Üçgensel Bulanık Görev Süreleri

i	$t_i^{\pm} = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller	i	$t_i^{\pm} = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller
1	(5 6 8)	-	7	(15 16 18)	2
2	(3 5 6)	1	8	(3 5 6)	3-4-5
3	(7 8 9)	1	9	(5 7 8)	7
4	(8 10 11)	1	10	(11 15 17)	8
5	(5 7 8)	1	11	(9 10 11)	9-10
6	(16 18 20)	1	12	(16 18 19)	11



Şekil 4.2: Zhang vd. (2009) Problemi Görevler Arası Öncelik İlişkileri

Bu çalışmada gri sayılar kullanılacağından, üçgensel bulanık sayıların alt ve üst limit değerlerinden oluşan gri görev süreleri Tablo 4.19’da verilmiştir. Bu bağlamda çevrim süresi de $C^\pm = [49, 51]$ olacaktır.

Tablo 4.19: Zhang vd. (2009) Problemi Gri Görev Süreleri

i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller	i	$t_i^\pm = [t_i^-, t_i^+]$ (sn)	Öncüller
1	[5,8]	-	7	[15,18]	2
2	[3,6]	1	8	[3,6]	3-4-5
3	[7,9]	1	9	[5,8]	7
4	[8,11]	1	10	[11,17]	8
5	[5,8]	1	11	[9,11]	9-10
6	[16,20]	1	12	[16,19]	6-11

Çevrim süresinin bilindiği durumlarda istasyon sayısının minimizasyonunu amaçlayan bu modelde gerekli minimum istasyon sayısı önceki problemde olduğu gibi (denklem 4.51 kullanılarak) hesaplanarak gerekli teorik minimum iş istasyonu sayısı $[K^\pm] = [3, 3]$ olarak hesaplanmıştır. İlgili matematiksel karmaşıklığı azaltmak için, probleme ait gerekli iş istasyonu sayısı $K = K^+$ olarak ele alınırsa, gerekli iş istasyonu sayısı K , 3’e eşit olacaktır.

4.8.1. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi ve Çözümü

Bu model, Arık vd.nin (2019) Tip-1 BMHDP için önerdiği GDP yaklaşımına dayanarak U-Şekilli Tip-1 MHDP için önerilen ve Bölüm 4.3'te ayrıntılı şekilde anlatılmış olan GDP modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait hem alt hem de üst limit değerleri aynı anda modele işlenecek şekilde oluşturulmuştur. Geliştirilen matematiksel modelin GAMS kodları EK-10'da yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.20'de verilmiştir.

Tablo 4.20: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-7	12	[39,51]
2	3-5-9	6	[33,45]
3	-	4-8-10-11	[31,45]
Hat Etkinliği = $[100 \cdot (103 / (39 \cdot 3)), 100 \cdot (141 / (51 \cdot 3))] = [88.03-92.16]$			

Probleme ilişkin modelin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde 3 istasyona atanmış görevlerin her istasyona 4 görev olacak şekilde eşit olarak dağıldığı, hat etkinlik değerinin de makul bir aralık olduğu görülmektedir. Ancak çözüme ait görev süreleri toplamını gösteren dördüncü sütun incelendiğinde çevrim süresinin azaltılıp azaltılamayacağı düşünülerek Tip-1 problemi Tip-2 problemine dönüştürülüp çözülecektir. U-Şekilli Tip-2 MHDP için önerilen GDP modeli Bölüm 4.3'te verilmiştir. Bu modele ait GAMS kodları Ek 11'de yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler Tablo 4.21'de verilmiştir.

Tablo 4.21: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP İçin Geliştirilen Model Önerisi Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-4-5-6	-	[34,47]

2	-	10-11-12	[36,47]
3	2-3-7-8	9	[33,47]
Hat Etkinliği = $[100*(103/(36*3)), 100*(141/(47*3))] = [95.37-100.00]$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi alt limit için 3 zaman birimi, üst limit için ise 4 zaman birimi aşağı çekilmiş, bu durum da hat etkinlik değerinin oldukça yüksek seviyelere çıkmasını sağlamıştır. Elde edilen çözüm değerleri neticesinde hem çevrim süresinin problemin orijinal halinin aşağısında bir değer alması hem de öncelik ilişkilerinde herhangi bir pürüze sebep olmadığı göz önüne alındığında elde edilen çözüm oldukça tatmin edicidir.

4.8.2. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Kritik Model ve Çözümü

İkinci model kritik modeldir. Model, problemdeki gri çevrim süresine ait alt limit değeri ve gri görev sürelerine ait üst limit değerleri ile oluşturulacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-12’de yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve görev sürelerine ait üst limit değerlerinin hepsinin çevrim süresinin alt limiti olan 49 zaman biriminden de düşük olması sebebiyle çevrim süresi kısıtını sağladığından uygun bir çözüm elde edilmiştir. Modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.22’de verilmiştir.

Tablo 4.22: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Kritik Model Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-5-7-9	-	48
2	3	6-12	48
3	-	4-8-10-11	45
Hat Etkinliği = $100*(141/(48*3)) = 97.92$			

Modelin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde, çevrim süresinin düşürülebileceği düşüncesi ile kritik model Tip-2 problemine dönüştürülüp yeniden çözülecektir. Oluşturulan matematiksel modele ait GAMS kodları Ek 13’te yer almaktadır. Model 3

istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.23'te verilmiştir.

Tablo 4.23: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Kritik Model Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-4-5-6	-	47
2	3	9-11-12	47
3	2	7-8-10	47
Hat Etkinliği = $100 * (141 / (47 * 3)) = 100.00$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 1 zaman birimi aşağı çekilmesi, hat etkinlik değerinin %100.00 olmasını ve hattın mükemmel şekilde dengelenmesini sağlamıştır. Aynı zamanda istasyonların her birine 4 görev olacak şekilde eşit sayıda ve görevlerin istasyonların ön ve arka kısımları boş kalmayacak şekilde atanmış olması da çözümün bir diğer olumlu sonucudur.

4.8.3. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İdeal Model ve Çözümü

Oluşturulacak üçüncü model ideal modeldir. Model, problemdeki gri çevrim süresine ait üst limit değeri ve gri görev sürelerine ait alt limit değerleri ile oluşturulacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-14'te yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.24'te verilmiştir.

Tablo 4.24: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İdeal Model Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-5-7-8-9	-	51
2	-	11-12	25
3	-	6-10	27
Hat Etkinliği = $100 * (103 / (51 * 3)) = 67.32$			

Modelin çözümüne ait sonuçlar incelendiğinde, hat etkinlik değerinin oldukça düşük, ikinci ve üçüncü istasyonun çevrim süresinin neredeyse yarısı kadar boş kalması sebebiyle ideal model Tip-2 problemine dönüştürülmüş ve çözülmüştür. Oluşturulan matematiksel modele ait GAMS kodları Ek 15'te yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.25'te verilmiştir.

Tablo 4.25: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP İdeal Model Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2	11-12	33
2	6	8-9-10	35
3	3-4-5	7	35
Hat Etkinliği = $100 \cdot (103 / (35 \cdot 3)) = 98.10$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 16 zaman birimi gibi neredeyse eskiye kıyasla üçte biri oranında daha düşük seviyeye inmiş, görevler istasyonlara çok daha dengeli şekilde atanmış ve bu durum da hat etkinlik değerinin %98.10 olarak elde edilmesini sağlamıştır. Aynı zamanda istasyonların her birine 4 görev olacak şekilde eşit sayıda ve görevlerin istasyonların ön ve arka kısımları boş kalmayacak şekilde atanmış olması da çözümün bir diğer olumlu sonucudur.

4.8.4. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Oluşturulacak dördüncü model grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerleri kullanılarak oluşturulacaktır. Grilik derecelerinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Grilik derecesi değerleri ve beyazlaştırılmış sayılar elde edilmesi işlemleri daha önce anlatıldığından (4.5.3 numaralı başlık) bu kısımda tekrardan anlatılmayacaktır. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-6'da yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.26'da verilmiştir.

Tablo 4.26: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-7-9	-	33.31
2	5	6-12	39.78
3	-	3-4-8-10-11	44.42
Hat Etkinliği = $100 * (117.51 / (44.42 * 3)) = 88.18$			

Sonuçlar incelendiğinde, modelde birinci istasyon çevrim süresinin yaklaşık olarak dörtte biri oranında boş kalmıştır. Bu sebeple grilik derecesi modeli Tip-2 problemine dönüştürülmüş ve çözülmüştür. Oluşturulan matematiksel modele ait GAMS kodları Ek 17’de yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.27’de verilmiştir.

Tablo 4.27: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-3-4	12	39.34
2	5-6	9-11	39.05
3	2-7-8-10	-	39.12
Hat Etkinliği = $100 * (117.51 / (39.34 * 3)) = 99.57$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 5.08 zaman birimi daha düşük seviyeye inmiş ve bu durum da hat etkinlik değerinin oldukça yükselmesini sağlamıştır. Aynı zamanda birinci istasyonun hem ön hem de arka kısımlarına görevler atanmış, boş alan dolmuştur.

4.8.5. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli ve Çözümü

Beşinci model ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerinin 0,5 alınması ile oluşturulacaktır. Grilik derecelerinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar

elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-18’de yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.28’de verilmiştir.

Tablo 4.28: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-7-9	-	34
2	5	6-12	42
3	-	3-4-8-10-11	46
Hat Etkinliği = $100 \cdot (122 / (46 \cdot 3)) = 88.41$			

Sonuçlar incelendiğinde, bu modelde de çevrim süresinin iyileştirilebileceği düşüncesi sonucunda ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modeli Tip-2 problemine dönüştürülmüş ve çözülmüştür. Oluşturulan matematiksel modele ait GAMS kodları Ek 19’da yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.29’da verilmiştir.

Tablo 4.29: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-4-5	12	40
2	2-3-8-10	11	41
3	6-7-9	-	41
Hat Etkinliği = $100 \cdot (122 / (41 \cdot 3)) = 99.19$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 5 zaman birimi daha düşük seviyeye inmiş ve bu durum da hat etkinlik değerinin oldukça yükselmesini sağlamıştır.

4.8.6. Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli ve Çözümü

Son model ortalama grilik derecesi modelidir. Model, problemdeki gri sayılara ait grilik derecesi değerlerinin ortalamasının alınarak her bir gri sayı için kullanılması ile oluşturulacaktır. Ortalama grilik derecesinin beyazlaştırma fonksiyonunda yerine yazılması ile beyazlaştırılmış sayılar elde edilecektir. Probleme ait matematiksel modelin GAMS kodları EK-20’de yer almaktadır.

Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.30’da verilmiştir.

Tablo 4.30: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-2-3-4-5-7	-	49.35
2	-	10-11-12	40.11
3	-	6-8-9	27.74
Hat Etkinliği = $100 \cdot (117.2 / (49.35 \cdot 3)) = 79.16$			

Sonuçlar incelendiğinde, modelde üçüncü istasyonun çevrim süresinin neredeyse yarısı kadar boş kalması sebebi ile ortalama grilik derecesi modeli Tip-2 problemine dönüştürülmüş ve çözülmüştür. Oluşturulan matematiksel modele ait GAMS kodları Ek 21’de yer almaktadır. Model 3 istasyon için çözümlenmiş ve modele ait atama sonuçları ile diğer bilgiler aşağıdaki Tablo 4.31’de verilmiştir.

Tablo 4.31: Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler (Ön Kısım)	Görevler (Arka Kısım)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1	9-11-12	39.11
2	2-6	8-10	38.98
3	3-4-5-7	-	39.11
Hat Etkinliği = $100 \cdot (117.2 / (39.11 \cdot 3)) = 99.89$			

Sonuçlar incelendiğinde çevrim süresi 10.24 zaman birimi gibi kayda değer şekilde daha düşük seviyeye inmiş ve bu durum da hat etkinlik değerinin oldukça yükselmesini sağlamıştır.

4.8.7. Gri İşlem Süreli U-Şekilli MHDP Çözümlerinin Değerlendirilmesi

Gri işlem süreli U-Şekilli MHDP modelleri çözümlenmiş ve sonuçlar elde edilmiştir. Oluşturulan altı modelin ve bu problemin referans alındığı Zhang vd.nin (2009) modeline ait çözüm değerleri Tablo 4.32’de verilmiştir.

Tablo 4.32: Gri İşlem Süreli U-Şekilli MHDP Modellere Ait Çözüm Değerleri

Model	İstasyon Sayısı	Çevrim Süresi (sn)	Hat Etkinliği (%)
Önerilen Model	3	[36,47]	[95.37-100.00]
Kritik M.	3	47	100.00
İdeal M.	3	35	98.10
Grilik Derecesi M.	3	39.34	99.57
Ort. Ağır. Beyazlaştırma M.	3	41	99.19
Ort. Grilik Derecesi M.	3	39.11	99.89
Zhang vd. (2009) M.	3	(49 50 51)	(62.4, 86.8, 100)

Karşılaştırma yapmadan önce Zhang vd.ne ait modelin çözüm değerleri verildiğinde inceleme açısından kolaylık sağlanacaktır. Çözüm değerleri Tablo 4.33’te verilmiştir.

Tablo 4.33: Gri İşlem Süreli U-Şekilli MHDP Zhang vd. (2009) Çözüm Değerleri

İstasyon (k)	Görevler ($i \in \{1,2,3,\dots,14\}$)	Görev Süreleri Toplamı (sn)
1	1-4-11-12	(38,44,49)
2	2-3-5-7-8-9	(38,48,55)
3	6-10	(27,33,37)
Hat Etkinliği = (0.624, 0.868, 1)		

Sonuçlar incelendiğinde tüm çözümler 3 istasyon sonucunu verdiği için istasyon sayısı kıyaslanmayacaktır. Arık vd. (2019) modeli uzantılı geliştirilen model önerisi ile

Zhang vd.nin modelinin karşılaştırılması önemlidir. Hat etkinlik değerlerine bakıldığında geliştirilen modelin sunmuş olduğu hat etkinlik değeri aralığı, Zhang vd.nin elde etmiş olduğu değere kıyasla oldukça yüksektir. Aynı zamanda Zhang vd.nin çözümüne göre ikinci istasyonda görev süreleri toplamı 55 saniye olabilmektedir ve bu durum çevrim süresi değerinin üzerine çıkmaktadır. Arık vd. (2019) modeli uzantılı geliştirilen model önerisi hem alt hem de üst limit değerlerini aynı anda modele dahil ettiği için çevrim süresini aşma gibi bir durum söz konusu değildir. Aksine çevrim süresinin en çok 47 zaman birimi olabileceğini ve mevcut problemdeki üst sınır olan 51 zaman birimine kıyasla daha çok üretim yapılabileceğini garanti etmesi açısından da fayda sağlamaktadır.

Çevrim süresi referans alındığında modellere ait çevrim süresi değerleri ve memnuniyet dereceleri aşağıdaki Tablo 4.34'te verilmiştir.

Tablo 4.34: Modellere Ait Çevrim Süresi Değerleri ve Memnuniyet Dereceleri

Model	Kritik	İdeal	Grilik Derecesi	Ort. Ağırlıklı Beyazlaştırma	Ort. Grilik Derecesi
Çevrim Süresi	47	35	39.34	41	39.11
Memnuniyet Derecesi	0.3723	0.6277	0.5263	0.4907	0.5314

Sonuçlar incelendiğinde ideal, grilik derecesi ve ortalama grilik derecesi modellerinin memnuniyet derecesinin 0.5'ten daha büyük olması çözümün kabul edilebilirliği açısından önemlidir. Öte yandan ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modelinin memnuniyet derecesinin de 0.5 değerine çok yakın olması tercih edilebilirliğini göstermektedir.

Gri sayılar yerine net değer olarak ifade edilen beyaz sayılar ile çözüm sağlayan modeller incelendiğinde hat etkinlik değerlerinin birbirine çok yakın ve tatmin edici olduğu görülmektedir. Kritik model, görev sürelerine ait belirsizliğin tüm görevler için en üst seviyede olacağını göz önüne almasına rağmen mükemmel şekilde dengelenerek %100 hat etkinliğine ulaşmıştır. Fakat bu noktadaki temel risk, hattın her 47 saniyede bir ürün çıkaracağına ilişkin plan yapılması dahilinde gecikmelerin yüksek seviyede olmadığı durumlarda hatalı yönlendirmelere sebep olma ihtimalidir. Beyaz sayılar ile çözüm sunan modellerden kritik ve ideal model hariç diğer modeller, çevrim süresi baz alındığında birbirlerine yakın değerler sunmuşlar ve %99'un üzerinde hat etkinlik değeri

ile kayda değer sonuçlar elde etmişlerdir. Bu sebeple ilgili modeller tercih sebebi olabilir. Ancak özellikle ortalama grilik derecesi modelinin hem hat etkinlik değerinin %99.89 gibi çok yüksek seviyede hem de çevrim süresinin düşük olmasından kaynaklı memnuniyet derecesinin diğer iki modele kıyasla (grilik derecesi ve ortalama ağırlıklı beyazlaştırma gri modeli) yüksek olması tercih edilebilme noktasında ciddi farklılık oluşturmaktadır.

Arık vd. (2019) tarafından önerilen ve bu tez çalışmasında da farklı tip problemler için uyarlanan gri sayıların alt ve üst sınır değerleriyle birlikte modelde kullanıldığı modelleme yaklaşımı, belirsizliği gri sayılar ile hesaba katma yeteneği yanında hem çevrim süresi hem de hat etkinlik değeri göz önüne alındığında net değerler yerine aralık ile çalışma ortamı sunan durumlarda tercih edilebilir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Ürün üreten işletmeler, üretim düzeylerini en yüksek seviyeye çıkaracak, aynı zamanda üretim, satın alma ve pazarlama maliyetlerini de düşürecek bir sistemin arayışı içindedir. Yönetimin sorumlu olduğu alanlardan biri olan firma içi üretimin sürekliliğini sağlamak hele ki gelişen, değişen ve rekabetçi piyasa şartlarında oldukça zordur. Yöneticinin de işletme için doğru karar modelini inşa ederken, belirsizlikleri de hesaba katması firmaya ciddi avantajlar sağlayacaktır. Bu bağlamda karar vericinin karar modelini oluştururken belirsizlikleri de hesaba katacak bir yöntemi kullanması, elde edilecek sonucun geçerliliği ve uygulanması açısından kritik öneme sahiptir. Belirsizliğin sayısallaştırılması aşamasında karşı karşıya kalınan zorluğun üstesinden gelebilmek için çok çeşitli yöntemler çok çeşitli problemlere uyarlanmış ve çözümler elde edilmeye çalışılmıştır.

Belirsizliği inceleyen teorilerden birisi de Gri Sistem Teorisi'dir. GST'nin, belirsizliğin bulunduğu sistemlerin modellenenebilmesi ve çözümlenebilmesi için eksik bilgi ile çalışabilmesi en büyük avantajlarından. Belirsiz sistemleri ele alan bulanık veya stokastik yöntemler ile kıyaslandığında sonuç elde edilemeyen sistemlerin analizlerini sınırlı sayıda veri ile başarabilmesi yöntemin güçlü yanlarından.

Belirsizliğin gri sayılar aracılığıyla klasik doğrusal programlama sürecine etkili bir şekilde dahil edilmesine imkân sağlayan Gri Doğrusal Programlama, doğrusal programlama modelindeki girdi parametrelerinden bir veya daha fazlasının gri sayılara sahip olması durumudur. Üretim planlama noktasında da belirsizliğin kendini sık göstermesi ve çıktılardaki etkisi üretim planlama alanında da GDP'nin adından söz ettirmesine sebep olmuştur. Planlamanın temelinde bulunan geleceği şekillendirme düşüncesi ve geleceğin doğasında bulunan belirsizlik etkisi sebebiyle, planlama ihtiyacını karşılamak adına bu tez çalışmasında GDP yardımı ile montaj hattı dengeleme problemi ele alınmıştır.

Montaj hattı problemlerinin girdi parametrelerini oluşturan görev süreleri ve çevrim süresi her zaman net değerler ile ifade edilememektedir. Belirsizlik durumlarında ilgili sürelerin gösteriminde ve hesaplamalarda farklılıklar olacaktır. Bu tez çalışmasında belirsiz süreler gri sayılar ile ifade edilmiş ve GDP yardımı ile çözümlenmiştir.

Tezde; Tip-1 BMHDP, Tip-2 BMHD ve U-Şekilli MHDP (Tip-1 ve Tip-2) problemleri GDP ile modellenmiştir. Kullanılan modelleme yaklaşımı Arık vd. (2019) tarafından Tip-1 BMHDP çözümü için önerilmiştir. Tezde diğer problem tipleri için de

aynı yaklaşım temel alınarak GDP modelleri geliştirilmiştir. Bu GDP modelleme yaklaşımı ile gri parametrelerin alt ve üst limitleri birlikte kullanılarak yine aralıklı (alt ve üst limitleri olan) çözüm değerleri elde edilebilir. Bu aralıklı çözümden başka, gri parametre değerlerinin farklı beyazlaştırma yöntemleri ile beyazlaştırılıp, MHDP modellerine elde edilen beyaz değerli parametre değerlerinin girilmesi ile beş farklı beyaz değerli çözüm daha elde edilmektedir.

İncelenen problem tipleri (Tip-1 BMHDP, Tip-2 BMHD ve U-Şekilli MHDP) için literatürdeki çalışmalardan elde edilen örnek problemler yukardaki yaklaşımlarla çözülmüş ve referans alınan çalışmadaki çözümle birlikte elde edilen tüm çözümler karşılaştırılmıştır.

Tip-1 BMHDP için Arık vd. (2019)'nin ele aldığı problem beyazlaştırma yöntemleri ile çözülmüştür. Elde edilen çözümler ile Arık vd. (2019)'nin kendi önerdikleri modelleme yaklaşımı çözümü açılacak istasyon sayısı ve hat etkinlik değerleri bakımından karşılaştırılmış, oluşturulan modellerin üstünlüklerine sayısal değerler ile değinilmiştir.

Daha sonra Tip-2 MHDP için Doğan ve Sakallı (2016)'nın problem örneği kullanılmıştır. Arık vd. (2019)'nin modelleme yaklaşımına dayanarak geliştirilen GDP modeli ile aralıklı çözüm elde edilmiştir. Aynı zamanda gri sayılardan elde edilmiş beyaz sayılar ile oluşturulmuş modeller kullanılarak çözümler elde edilmiştir. Çözümlerdeki çevrim süresi, hat etkinlik değerleri ve memnuniyet dereceleri karşılaştırılmış, oluşturulan modellerin üstünlüklerine sayısal değerler ile değinilmiştir.

Son olarak görev süreleri ve çevrim süresi üçgensel bulanık sayılardan oluşan U-Şekilli MHDP'yi GDP ile çözmek amacıyla görev süreleri ve çevrim süresi gri sayılara dönüştürülmüş, Arık vd. (2019) modelleme yaklaşımı kullanılarak U-Şekilli montaj hatları için hem Tip-1 hem de Tip-2 problemlerini çözmek amacıyla GDP modelleri geliştirilmiştir. Aynı zamanda gri sayılardan elde edilmiş beyaz sayılar ile oluşturulmuş modeller de U-Şekilli montaj hatları için çözülmüş ve hat etkinlik değerleri ile memnuniyet dereceleri referans alınarak karşılaştırılmıştır.

İncelenen tüm problem tipleri için GDP çözüm yaklaşımlarının genel olarak oldukça başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

İleriki çalışmalarda çözümleri çeşitlendirebilmek adına farklı beyazlaştırma yöntemleri de kullanılabilir. Örneğin, Aydemir'in (2020) çalışmasında yapmış olduğu gibi n'inci dereceden grilik derecesi kullanılarak gri sayılardan elde edilen değerlerin tekrar işleme dahil edilmesi ile yüksek hassasiyete sahip beyaz değerler elde edilerek

özmler yapılabilir. Aynı zamanda bu tez çalışmasında geliştirilen modeller ileriki çalışmalarda Tip-E, Tip-F problemlerine, karışık modelli, paralel, iki taraflı vb. montaj hatlarına da uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- ACAR, Ö. Ü. E. (2021). BÖLÜM XV GRİ DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE UYGULAMA ÖRNEKLERİ.
- Ağpak, K., & Gökçen, H. (2007). A chance-constrained approach to stochastic line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1098-1115.
- Akay, D., & Atak, M. (2007). Grey prediction with rolling mechanism for electricity demand forecasting of Turkey. *energy*, 32(9), 1670-1675.
- Alavidoost, M. H., Tarimoradi, M., & Zarandi, M. F. (2015). Fuzzy adaptive genetic algorithm for multi-objective assembly line balancing problems. *Applied soft computing*, 34, 655-677.
- Amoozad Mahdiraji, H., Razavi Hajiagha, S. H., & Pourjam, R. (2011). A grey mathematical programming model to time-cost trade-offs in project management under uncertainty. *IEEE*.
- Ardabili, J. A., Salokolaei, D. D. & Ofoghi, F. P. (2020). Application of center and width concepts to solving grey linear programming. *International Journal of applied and computational mathematics*, 6, 1-12.
- Arık, O. A., Köse, E., & Forrest, J. (2019). Simple assembly line balancing problem of Type 1 with grey demand and grey task durations. *Grey Systems: Theory and Application*.
- Aydemir, E. (2013). *Kusurlu ürünleri içeren ekonomik üretim miktarı modelinin gri sistem teorisi yaklaşımıyla geliştirilmesi: Endüstriyel bir araştırma* (Doctoral dissertation, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Aydemir, E. (2020). A New Approach for Interval Grey Numbers: n-th Order Degree of Greyness. *Journal of Grey System*, 32(2).
- Aydemir, E., Bedir, F., & Özdemir, G. (2013). Gri Sistem Teorisi ve Uygulamaları: Bilimsel Yazın Taraması. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 18(3), 187-200.
- Aydemir, E., Yılmaz, G., & Oruc, K. O. (2020). A grey production planning model on a ready-mixed concrete plant. *Engineering Optimization*, 52(5), 817-831.
- Aydemir, E., & Gazeloğlu, C. (2022). Import and Export Data Behavior Analysis for OECD20 Countries in Covid19 Process using Grey Incidence Method.
- Babazadeh, H., & Javadian, N. (2019). A novel meta-heuristic approach to solve fuzzy multi-objective straight and U-shaped assembly line balancing problems. *Soft Computing*, 23(17), 8217-8245.

- Baybars, I. (1986). A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management science*, 32(8), 909-932.
- Bayramoğlu, M. F. (2012). *Yüksek Volatilite dönemlerinde Gri Sistem Teorisi Destekli markowitz portföy Optimizasyonu*. Marmara Üniversitesi (Turkey).
- Dang, S. L. Y., & Forrest, J. (2009, October). On positioned solution of linear programming with grey parameters. In 2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (pp. 751-756). IEEE.
- Deng, J. L. (1986). Grey forecasting and decision. *Huazhong University of Science and Technology Press, Wuhan*, 97-134.
- Doğan, A., & Sakallı, Ü. S. (2016). Bulanık İşlem Zamanlı Geleneksel Montaj Hattı Dengeleme Problemi İçin Yeni Bir Yaklaşım: Savunma Sanayii Uygulaması. *Kırıkkale Üniversitesi Uluslararası Mühendislik Araştırma ve Geliştirme Dergisi*, 8(1), 31-50.
- Fonseca, D. J., Elam, M., Karr, C. L., & Guest, C. L. (2005). A fuzzy logic approach to assembly line. *Mathware & soft computing*, 2005, vol. 12, núm. 1.
- Gálvez, E. D., Cisternas, L. A., Patiño, P. S., & Ossandon, K. L. (2008). Applications of grey programming to process design. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 25, pp. 671-676). Elsevier.
- Gen, M., Cheng, R., & Lin, L. (2008). *Network models and optimization: Multiobjective genetic algorithm approach*. Springer Science & Business Media.
- Gurevsky, E., Battaia, O., & Dolgui, A. (2012). Balancing of simple assembly lines under variations of task processing times. *Annals of operations research*, 201, 265-286.
- Hazır, Ö., & Dolgui, A. (2013). Assembly line balancing under uncertainty: Robust optimization models and exact solution method. *Computers & Industrial Engineering*, 65(2), 261-267.
- Huang, G., Baetz, B. W., & Patry, G. G. (1992). A grey linear programming approach for municipal solid waste management planning under uncertainty. *Civil Engineering Systems*, 9(4), 319-335.
- Huang, J. C., & Wu, T. J. (2018). Development trend of quantity of patents of China patent law. *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography*, 21(2), 399-403.
- Jong, Y. (2012). A Satisfaction Degree of Optimal Value for Grey Linear Programming. *arXiv preprint arXiv:1207.3901*.
- Ju-Long, D. (1982). Control problems of grey systems. *Systems & control letters*, 1(5), 288-294.

- Julong, D. (1989). Introduction to grey system theory. *The Journal of grey system*, 1(1), 1-24.
- Kara, H. (2018). Gri tam sayılı doğrusal programlama metodu ile entansif hayvancılık işletmesinde satın alma planlaması: Konya (Ereğli) örneği.
- Kose, W., Temiz, İ., & Erol, S. (2011). Grey system approach for economic order quantity models under uncertainty. *Journal of Grey System*, 23(1), 71-82.
- Köse, E., Aplak, H. S., & Kabak, M. (2013). An integrated approach based on grey system theory for personnel selection. *Ege Academic Review*, 13(4), 461-472.
- Küçükkoç, İ. (2011). *Karışık modellenli montaj hattı dengeleme problemleri ve genetik algoritmalar ile bir uygulama* (Master's thesis, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Küçükkoç, İ. (2020). *Montaj Hattı Planlama Modelleme ve Optimizasyon*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Li, Q. X., Liu, S., & Wang, N. A. (2014). Covered solution for a grey linear program based on a general formula for the inverse of a grey matrix. *Grey Systems: Theory and Application*.
- Lim, D., Anthony, P., Mun, H. C., & Wai, N. K. (2008, March). Assessing the accuracy of Grey System Theory against Artificial Neural Network in predicting online auction closing price. In *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists* (Vol. 1).
- Lin, Y., Chen, M. Y., & Liu, S. (2004). Theory of grey systems: capturing uncertainties of grey information. *Kybernetes*, 33(2), 196-218.
- Liu, S., & Lin, Y. (2006). *Grey information: theory and practical applications*. Springer Science & Business Media.
- Liu, S., & Lin, Y. (2010). *Grey systems: theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- Liu, S., Forrest, J., & Yang, Y. (2011, September). A brief introduction to grey systems theory. In *Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services* (pp. 1-9). IEEE.
- Mahmoudi, A., Liu, S., Javed, S. A., & Abbasi, M. (2019). A novel method for solving linear programming with grey parameters. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 36(1), 161-172.
- Mokhtari, H. (2016). A single machine capacitated production planning problem under uncertainty: a grey linear programming approach. *International Journal of Engineering*, 29(4), 524-529.

- Moreira, M. C. O., Cordeau, J. F., Costa, A. M., & Laporte, G. (2015). Robust assembly line balancing with heterogeneous workers. *Computers & Industrial Engineering*, 88, 254-263.
- Mujumdar, P. P., & Karmakar, S. (2008). Grey fuzzy multi-objective optimization. Fuzzy multi-criteria decision making: theory and applications with recent developments, 453-482.
- Özcan, U. (2018). Balancing stochastic parallel assembly lines. *Computers & Operations Research*, 99, 109-122.
- Özer, F., Ömürbek, V., & Acar, D. (2016). Gri temelli maliyet tahmini. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 21(2), 453-461.
- Pereira, J., & Álvarez-Miranda, E. (2018). An exact approach for the robust assembly line balancing problem. *Omega*, 78, 85-98.
- Pourofoghi, F., Salokolaei, D. D., & Abraham, A. (2022). Designing Transportation Problem Under Grey Linear Programming Based on Sensitivity Analysis. In *Intelligent and Fuzzy Techniques for Emerging Conditions and Digital Transformation: Proceedings of the INFUS 2021 Conference*, held August 24-26, 2021. Volume 1 (pp. 666-675). Springer International Publishing.
- Riabacke, A. (2006). Managerial Decision Making Under Risk and Uncertainty. *IAENG International Journal of Computer Science*, 32(4).
- Rosenberg, D. E. (2009). Shades of grey: a critical review of grey-number optimization. *Engineering Optimization*, 41(6), 573-592.
- Salehi, M., Maleki, H. R., & Niroomand, S. (2018). A multi-objective assembly line balancing problem with worker's skill and qualification considerations in fuzzy environment. *Applied Intelligence*, 48, 2137-2156.
- Shen, V. R., Chung, Y. F., & Chen, T. S. (2009). A novel application of grey system theory to information security (Part I). *Computer Standards & Interfaces*, 31(2), 277-281.
- Sifeng, L., & Yi, L. (1998). An introduction to grey systems: Foundations, methodology and applications. *Grove City: IIGSS academic Publisher*, 8-40.
- Sun, A. Q., & Wu, K. N. (2011, August). Optimization of land use structure applying grey linear programming and analytic hierarchy process. In *2011 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC)* (pp. 3146-3150). IEEE.
- Şen, H. (2023). Estimating Mobile Contactless Payment Systems Usage in Turkey Using Grey Prediction Model. *The European Journal of Research and Development*, 3(1), 86-96.

- Tang, Q., Li, Z., Zhang, L., & Zhang, C. (2017). Balancing stochastic two-sided assembly line with multiple constraints using hybrid teaching-learning-based optimization algorithm. *Computers & Operations Research*, 82, 102-113.
- Tanyaş, M., & Baskak, M. (2003). Üretim planlama ve kontrol.
- Tsujimura, Y., Gen, M., & Kubota, E. (1995). Solving fuzzy assembly-line balancing problem with genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 29(1-4), 543-547.
- Tran, T. T. (2018). An Application of Grey System Theory and DEA in Strategic Alliance in Vietnamese Agricultural Industry. *International Journal of Analysis and Applications*, 16(6), 921-948.
- Turskis, Z., & Zavadskas, E. K. (2010). A novel method for multiple criteria analysis: grey additive ratio assessment (ARAS-G) method. *Informatica*, 21(4), 597-610.
- Urban, T. L., & Chiang, W. C. (2016). Designing energy-efficient serial production lines: The unpaced synchronous line-balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 248(3), 789-801.
- Wang, C. H., & Hsu, L. C. (2008). Using genetic algorithms grey theory to forecast high technology industrial output. *Applied mathematics and computation*, 195(1), 256-263.
- Wang, C. N., Nguyen, X. T., & Wang, Y. H. (2016). Automobile industry strategic alliance partner selection: The application of a hybrid DEA and grey theory model. *Sustainability*, 8(2), 173.
- Wang, J., Ma, Z., & Li, L. (2005). Detection, mining and forecasting of impact load in power load forecasting. *Applied mathematics and computation*, 168(1), 29-39.
- Weiqin, T., Congjun, R., & Li, L. (2011). Grey Linear Programming Problem of Commodities' Scheduling in Large-scale Emergency. *Journal of Grey System*, 23(3).
- Wen, K. L., Chang, T. C., & Wu, J. H. (1999). Data preprocessing on grey relational analysis. *The Journal of Grey System*, 11(2), 139-141.
- Wen, K.L., Y.F. Huang ve F.H. Chen. (2002) .Grey Prediction Model and Its Applications, CWCi Publisher.
- Wen, K.L, Y.F. Huang ve W.G. Chang. (2003). Grey Relational Model and Its Applications, Gaudi Publisher.
- Wen, K. L. (2004). *Grey systems: modeling and prediction*. Yang's Scientific Research Institute.

- Xu, Q. Y., & Wen, Y. H. (1997). The application of Grey model on the forecast of passenger of international air transportation. *Transportation Planning Journal*, 26(3), 525-555.
- Xu, X., Chen, B., & Gan, F. (2009, March). Traffic Safety Evaluations Based on Grey Systems Theory and Neural Network. In 2009 WRI World Congress on Computer Science and Information Engineering (Vol. 5, pp. 603-607). IEEE.
- Yao, A. W., & Chi, S. C. (2004). Analysis and design of a Taguchi–Grey based electricity demand predictor for energy management systems. *Energy Conversion and Management*, 45(7-8), 1205-1217.
- Zacharia, P. T., & Nearchou, A. C. (2013). A meta-heuristic algorithm for the fuzzy assembly line balancing type-E problem. *Computers & Operations Research*, 40(12), 3033-3044.
- Zhang, Z., Cheng, W., Song, L., & Yu, Q. (2009, August). A heuristic approach for fuzzy U-shaped line balancing problem. In 2009 Sixth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (Vol. 4, pp. 228-232). IEEE.
- Zhongmin, S., & Xizu, Y. (2009, November). Critical path for a grey interval project network. In 2009 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS 2009) (pp. 697-701). IEEE.

EKLER

EK-1 Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Kritik Model GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*14/
k istasyon indeksi /1*11/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /8/;

parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 1.3

2 2.6

3 4.5

4 6

5 3.6

6 4.4

7 6.6

8 12

9 3

10 4.5

11 7.6

12 8.5

13 9.6

14 10.5

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","5")=1;

P("2","3")=1;

P("2","4")=1;

P("3","6")=1;

P("4","6")=1;

P("5","6")=1;

P("5","8")=1;

P("6","7")=1;

P("7","9")=1;

P("8","9")=1;

P("9","10")=1;

P("10","11")=1;

P("10","12")=1;

P("11","13")=1;

P("12","14")=1;

P("13","14")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0

$z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti;

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,x(i,k)*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,**ord**(k)*x(r,k)-**ord**(k)*x(s,k))=l=0;

model kritik /all/;

solve kritik **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,z.l;

EK-2 Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP İdeal Model GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*14/
k istasyon indeksi /1*5/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /12/;

parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 1

2 2

3 3

4 4

5 2

6 4

7 6

8 8

9 2

10 3

11 4

12 5

13 6

14 7

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","5")=1;

P("2","3")=1;

P("2","4")=1;

P("3","6")=1;

P("4","6")=1;

P("5","6")=1;

P("5","8")=1;

P("6","7")=1;

P("7","9")=1;

P("8","9")=1;

P("9","10")=1;

P("10","11")=1;

P("10","12")=1;

P("11","13")=1;

P("12","14")=1;

P("13","14")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti;

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,x(i,k)*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s) $\$(P(r,s))$.. **sum**(k,**ord**(k)*x(r,k)-**ord**(k)*x(s,k))=l=0;

model ideal /all/;

solve ideal **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,z.l;

EK-3 Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*14/
k istasyon indeksi /1*10/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /9.6/;

parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 1.08

2 2.16

3 3.6

4 4.8

5 2.91

6 4.04

7 6.06

8 9.6

9 2.4

10 3.6

11 6.23

12 6.81

13 7.66

14 8.4

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","5")=1;

P("2","3")=1;

P("2","4")=1;

P("3","6")=1;

P("4","6")=1;

P("5","6")=1;

P("5","8")=1;

P("6","7")=1;

P("7","9")=1;

P("8","9")=1;

P("9","10")=1;

P("10","11")=1;

P("10","12")=1;

P("11","13")=1;

P("12","14")=1;

P("13","14")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0

$z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti;

amac.. $\text{obj} = e = \text{sum}(k, z(k));$

kisit1(i).. $\text{sum}(k, x(i, k)) = e = 1;$

kisit2(k).. $\text{sum}(i, x(i, k) * t(i)) = l = C * z(k);$

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. $\text{sum}(k, \text{ord}(k) * x(r, k) - \text{ord}(k) * x(s, k)) = l = 0;$

model grilik /all/;

solve grilik **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l, z.l;

EK-4 Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*14/
k istasyon indeksi /1*8/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /10/;

parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 1.15

2 2.3

3 3.75

4 5

5 2.8

6 4.2

7 6.3

8 10

9 2.5

10 3.75

11 5.8

12 6.75

13 7.8

14 8.75

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","5")=1;

P("2","3")=1;

P("2","4")=1;

P("3","6")=1;

P("4","6")=1;

P("5","6")=1;

P("5","8")=1;

P("6","7")=1;

P("7","9")=1;

P("8","9")=1;

P("9","10")=1;

P("10","11")=1;

P("10","12")=1;

P("11","13")=1;

P("12","14")=1;

P("13","14")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0

$z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti;

amac.. $\text{obj} = e = \text{sum}(k, z(k));$

kisit1(i).. $\text{sum}(k, x(i, k)) = e = 1;$

kisit2(k).. $\text{sum}(i, x(i, k) * t(i)) = l = C * z(k);$

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. $\text{sum}(k, \text{ord}(k) * x(r, k) - \text{ord}(k) * x(s, k)) = l = 0;$

model merkezi /all/;

solve merkezi **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l, z.l;

EK-5 Gri Talep ve Gri İşlem Süreli Tip-1 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*14/
k istasyon indeksi /1*8/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /9.51/;

parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 1.11

2 2.23

3 3.57

4 4.75

5 2.6

6 4.15

7 6.23

8 9.51

9 2.38

10 3.57

11 5.36

12 6.32

13 7.36

14 8.32

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","5")=1;

P("2","3")=1;

P("2","4")=1;

P("3","6")=1;

P("4","6")=1;

P("5","6")=1;

P("5","8")=1;

P("6","7")=1;

P("7","9")=1;

P("8","9")=1;

P("9","10")=1;

P("10","11")=1;

P("10","12")=1;

P("11","13")=1;

P("12","14")=1;

P("13","14")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0

$z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti;

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,x(i,k)*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,**ord**(k)*x(r,k)-**ord**(k)*x(s,k))=l=0;

model ortgrilik /all/;

solve ortgrilik **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,z.l;

EK-6 Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP İçin Önerilen Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*50/

k istasyon indeksi /1*11/

m görev suresi erken ve gec indeksi /1*2/;

alias (i,r,s);**table**

t(i,m) i görevinin erken ve gec suresi

1	2	3
1	5	5
2	6	6
3	4	4
4	5	5
5	6	6
6	4	4
7	8	8
8	5	5
9	6	6
10	9	9
11	8	12
12	6	6
13	5	5
14	18	25
15	20	30
16	13	17
17	21	28
18	10	10
19	8	8
20	7	7
21	12	16
22	5	5
23	10	10
24	10	10
25	12	18
26	30	48
27	13	13
28	9	9
29	12	12
30	15	21
31	18	29
32	10	10
33	9	9
34	10	10
35	29	44
36	7	13
37	9	9
38	9	9

39 9 9
 40 9 9
 41 3 3
 42 9 9
 43 14 21
 44 20 20
 45 22 22
 46 7 12
 47 8 8
 48 5 5
 49 8 12
 50 6 6
 ;

Parameter

P(r,s) oncelik iliskisine sahip gorev ikilileri;

P("1","4")=1;
 P("2","4")=1;
 P("3","4")=1;
 P("4","5")=1;
 P("5","6")=1;
 P("6","7")=1;
 P("7","8")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","10")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","13")=1;
 P("12","14")=1;
 P("13","14")=1;
 P("14","18")=1;
 P("15","16")=1;
 P("16","17")=1;
 P("17","20")=1;
 P("18","19")=1;
 P("19","20")=1;
 P("20","21")=1;
 P("21","22")=1;
 P("22","23")=1;
 P("23","24")=1;
 P("24","25")=1;
 P("25","26")=1;
 P("26","27")=1;
 P("27","28")=1;
 P("28","29")=1;
 P("29","30")=1;
 P("30","31")=1;
 P("31","37")=1;
 P("32","44")=1;
 P("33","48")=1;
 P("34","35")=1;

```

P("35","36")=1;
P("36","37")=1;
P("37","38")=1;
P("38","39")=1;
P("39","40")=1;
P("40","41")=1;
P("41","42")=1;
P("42","43")=1;
P("43","44")=1;
P("44","45")=1;
P("45","46")=1;
P("46","47")=1;
P("47","49")=1;
P("48","49")=1;
P("49","50")=1;

```

Variables

C cevrim suresi
obj amac fonksiyonunun degeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac
kisit1 atama kisiti
kisit2 cevrim suresi kisiti
kisit3 oncelik iliskileri kisiti
kisit4 astar kisiti
kisit5 enamel kisiti;

```

amac.. obj=e=C;
kisit1(i).. sum(k,x(i,k))=e=1;
kisit2(k,m).. sum(i,x(i,k)*t(i,m))=l=C;
kisit3(r,s)$ (P(r,s)).. sum(k,ord(k)*x(r,k)-ord(k)*x(s,k))=l=0;
kisit4.. x('44','10')=e=1;
kisit5.. x('45','10')=e=1;

```

```

model t2onerilen /all/;
solve t2onerilen minimizing obj using MIP;
display obj.l;
display x.l;

```

EK-7 Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*50/

k istasyon indeksi /1*11/;

alias (i,r,s);

Parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 5

2 6

3 4

4 5

5 6

6 4

7 8

8 5

9 6

10 9

11 9.6

12 6

13 5

14 20.28

15 24

16 14.07

17 23

18 10

19 8

20 7

21 13.14

22 5

23 10

24 10

25 14.4

26 38.31

27 13

28 9

29 12

30 17

31 23.15

32 10

33 9

34 10

35 35.16

36 10.6

37 9

38 9

39 9

40 9
 41 3
 42 9
 43 16.8
 44 20
 45 22
 46 9.63
 47 8
 48 5
 49 9.6
 50 6
 /;

Parameter

$P(r,s)$ öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

$P("1","4")=1;$
 $P("2","4")=1;$
 $P("3","4")=1;$
 $P("4","5")=1;$
 $P("5","6")=1;$
 $P("6","7")=1;$
 $P("7","8")=1;$
 $P("8","10")=1;$
 $P("9","10")=1;$
 $P("10","11")=1;$
 $P("11","13")=1;$
 $P("12","14")=1;$
 $P("13","14")=1;$
 $P("14","18")=1;$
 $P("15","16")=1;$
 $P("16","17")=1;$
 $P("17","20")=1;$
 $P("18","19")=1;$
 $P("19","20")=1;$
 $P("20","21")=1;$
 $P("21","22")=1;$
 $P("22","23")=1;$
 $P("23","24")=1;$
 $P("24","25")=1;$
 $P("25","26")=1;$
 $P("26","27")=1;$
 $P("27","28")=1;$
 $P("28","29")=1;$
 $P("29","30")=1;$
 $P("30","31")=1;$
 $P("31","37")=1;$
 $P("32","44")=1;$
 $P("33","48")=1;$
 $P("34","35")=1;$
 $P("35","36")=1;$

```

P("36","37")=1;
P("37","38")=1;
P("38","39")=1;
P("39","40")=1;
P("40","41")=1;
P("41","42")=1;
P("42","43")=1;
P("43","44")=1;
P("44","45")=1;
P("45","46")=1;
P("46","47")=1;
P("47","49")=1;
P("48","49")=1;
P("49","50")=1;

```

Variables

C cevrin suresi

obj amac fonksiyonunun degeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrin suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti

kisit4 astar kisiti

kisit5 enamel kisiti;

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k))=e=1$;

kisit2(k).. $\sum(i, x(i,k)*t(i))=l=C$;

kisit3(r,s) $\$(P(r,s))$.. $\sum(k, ord(k)*x(r,k)-ord(k)*x(s,k))=l=0$;

kisit4.. $x('44','10')=e=1$;

kisit5.. $x('45','10')=e=1$;

model t2grilik /all/;

solve t2grilik minimizing obj using MIP;

display obj.l;

display x.l;

EK-8 Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli
GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*50/

k istasyon indeksi /1*11/;

alias (i,r,s);

Parameter

t(i) i görevinin suresi

/

1 5

2 6

3 4

4 5

5 6

6 4

7 8

8 5

9 6

10 9

11 10

12 6

13 5

14 21.5

15 25

16 15

17 24.5

18 10

19 8

20 7

21 14

22 5

23 10

24 10

25 15

26 39

27 13

28 9

29 12

30 18

31 23.5

32 10

33 9

34 10

35 36.5

36 10

37 9

38 9

39 9
 40 9
 41 3
 42 9
 43 17.5
 44 20
 45 22
 46 9.5
 47 8
 48 5
 49 10
 50 6
 /;

Parameter

P(r,s) oncelik iliskisine sahip gorev ikilileri;

P("1","4")=1;
 P("2","4")=1;
 P("3","4")=1;
 P("4","5")=1;
 P("5","6")=1;
 P("6","7")=1;
 P("7","8")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","10")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","13")=1;
 P("12","14")=1;
 P("13","14")=1;
 P("14","18")=1;
 P("15","16")=1;
 P("16","17")=1;
 P("17","20")=1;
 P("18","19")=1;
 P("19","20")=1;
 P("20","21")=1;
 P("21","22")=1;
 P("22","23")=1;
 P("23","24")=1;
 P("24","25")=1;
 P("25","26")=1;
 P("26","27")=1;
 P("27","28")=1;
 P("28","29")=1;
 P("29","30")=1;
 P("30","31")=1;
 P("31","37")=1;
 P("32","44")=1;
 P("33","48")=1;
 P("34","35")=1;

```

P("35","36")=1;
P("36","37")=1;
P("37","38")=1;
P("38","39")=1;
P("39","40")=1;
P("40","41")=1;
P("41","42")=1;
P("42","43")=1;
P("43","44")=1;
P("44","45")=1;
P("45","46")=1;
P("46","47")=1;
P("47","49")=1;
P("48","49")=1;
P("49","50")=1;

```

Variables

C cevrim suresi

obj amac fonksiyonunun degeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti

kisit4 astar kisiti

kisit5 enamel kisiti;

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k))=e=1$;

kisit2(k).. $\sum(i, x(i,k)*t(i))=l=C$;

kisit3(r,s) $\$(P(r,s))$.. $\sum(k, ord(k)*x(r,k)-ord(k)*x(s,k))=l=0$;

kisit4.. $x('44','10')=e=1$;

kisit5.. $x('45','10')=e=1$;

model t2ort /all/;

solve t2ort minimizing obj using MIP;

display obj.l;

display x.l;

EK-9 Gri İşlem Süreli Tip-2 BMHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*50/

k istasyon indeksi /1*11/;

alias (i,r,s);

Parameter

t(i) i görevinin süresi

/

1 5

2 6

3 4

4 5

5 6

6 4

7 8

8 5

9 6

10 9

11 9.59

12 6

13 5

14 20.78

15 23.98

16 14.59

17 23.78

18 10

19 8

20 7

21 13.59

22 5

23 10

24 10

25 14.39

26 37.16

27 13

28 9

29 12

30 17.39

31 22.37

32 10

33 9

34 10

35 34.96

36 9.39

37 9

38 9

39 9

40 9
 41 3
 42 9
 43 16.78
 44 20
 45 22
 46 8.99
 47 8
 48 5
 49 9.59
 50 6
 /;

Parameter

$P(r,s)$ öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

$P("1","4")=1;$
 $P("2","4")=1;$
 $P("3","4")=1;$
 $P("4","5")=1;$
 $P("5","6")=1;$
 $P("6","7")=1;$
 $P("7","8")=1;$
 $P("8","10")=1;$
 $P("9","10")=1;$
 $P("10","11")=1;$
 $P("11","13")=1;$
 $P("12","14")=1;$
 $P("13","14")=1;$
 $P("14","18")=1;$
 $P("15","16")=1;$
 $P("16","17")=1;$
 $P("17","20")=1;$
 $P("18","19")=1;$
 $P("19","20")=1;$
 $P("20","21")=1;$
 $P("21","22")=1;$
 $P("22","23")=1;$
 $P("23","24")=1;$
 $P("24","25")=1;$
 $P("25","26")=1;$
 $P("26","27")=1;$
 $P("27","28")=1;$
 $P("28","29")=1;$
 $P("29","30")=1;$
 $P("30","31")=1;$
 $P("31","37")=1;$
 $P("32","44")=1;$
 $P("33","48")=1;$
 $P("34","35")=1;$
 $P("35","36")=1;$

```

P("36","37")=1;
P("37","38")=1;
P("38","39")=1;
P("39","40")=1;
P("40","41")=1;
P("41","42")=1;
P("42","43")=1;
P("43","44")=1;
P("44","45")=1;
P("45","46")=1;
P("46","47")=1;
P("47","49")=1;
P("48","49")=1;
P("49","50")=1;

```

Variables

C cevrin suresi
obj amac fonksiyonunun degeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonuna atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrin suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti

kisit4 astar kisiti

kisit5 enamel kisiti;

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k))=e=1$;

kisit2(k).. $\sum(i, x(i,k)*t(i))=l=C$;

kisit3(r,s) $\$(P(r,s))$.. $\sum(k, ord(k)*x(r,k)-ord(k)*x(s,k))=l=0$;

kisit4.. $x('44','10')=e=1$;

kisit5.. $x('45','10')=e=1$;

model t2ortgrilik /all/;

solve t2ortgrilik minimizing obj using MIP;

display obj.l;

display x.l;

EK-10 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İçin Önerilen Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/

k istasyon indeksi /1*3/

m cycle time ve görev süreleri erken ve gec indeksi /1*2/;

alias (i,r,s);**scalar**

Kmax max istasyon sayısı /3/;

table

t(i,m) i görevinin erken ve gec süresi

1 2**1** 5 8**2** 3 6**3** 7 9**4** 8 11**5** 5 8**6** 16 20**7** 15 18**8** 3 6**9** 5 8**10** 11 17**11** 9 11**12** 16 19

;

parameter

c(m) çevrim süresi alt ve üst değer

/

1 49**2** 51/;**sadece komşu öncüller***Parameter**

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","3")=1;

P("1","4")=1;

P("1","5")=1;

P("1","6")=1;

P("2","7")=1;

P("3","8")=1;

P("4","8")=1;

P("5","8")=1;

P("6","12")=1;

P("7","9")=1;

P("8","10")=1;

```
P("9","11")=1;
P("10","11")=1;
P("11","12")=1;
```

Variables

obj amac fonksiyonunun degeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismina atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismina atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k,m).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i,m))=l=c(m)*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model uonerilen /all/;

solve uonerilen **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-11 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP İçin Önerilen Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/

k istasyon indeksi /1*3/

m görev suresi erken ve gec indeksi /1*2/;

alias (i,r,s);**Scalar**

Kmax max istasyon sayisi /3/;

table

t(i,m) i görevinin erken ve gec suresi

1 2**1** 5 8**2** 3 6**3** 7 9**4** 8 11**5** 5 8**6** 16 20**7** 15 18**8** 3 6**9** 5 8**10** 11 17**11** 9 11**12** 16 19

;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","3")=1;

P("1","4")=1;

P("1","5")=1;

P("1","6")=1;

P("2","7")=1;

P("3","8")=1;

P("4","8")=1;

P("5","8")=1;

P("6","12")=1;

P("7","9")=1;

P("8","10")=1;

P("9","11")=1;

P("10","11")=1;

P("11","12")=1;

Variables

C çevrim suresi

obj amac fonksiyonunun degeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

x(i,k) i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0

w(i,k) i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;kisit2(k,m).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i,m))=l=C;kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;**model** uonerilent2 /all/;**solve** uonerilent2 **minimizing** obj **using** MIP;**display** obj.l;**display** x.l,w.l;

EK-12 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Kritik Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /49/
 Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
 /
 1 8
 2 6
 3 9
 4 11
 5 8
 6 20
 7 18
 8 6
 9 8
 10 17
 11 11
 12 19
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun değeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model ualtlimit /all/;

solve ualtlimit **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-13 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Kritik Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

Scalar

Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin suresi
 /
 1 8
 2 6
 3 9
 4 11
 5 8
 6 20
 7 18
 8 6
 9 8
 10 17
 11 11
 12 19
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

C çevrim suresi
 obj amac fonksiyonunun değeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

x(i,k) i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0

w(i,k) i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k) + w(i,k)) = e = 1$;kisit2(k).. $\sum(i, (x(i,k) + w(i,k)) * t(i)) = l = C$;kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. $\sum(k, (K_{\max} - \text{ord}(k) + 1) * (x(r,k) - x(s,k))) = g = 0$;kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. $\sum(k, (K_{\max} - \text{ord}(k) + 1) * (w(s,k) - w(r,k))) = g = 0$;**model** ualtlimitt2 /all/;**solve** ualtlimitt2 **minimizing** obj **using** MIP;**display** obj.l;**display** x.l,w.l;

EK-14 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP İdeal Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /51/
 Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
 /
 1 5
 2 3
 3 7
 4 8
 5 5
 6 16
 7 15
 8 3
 9 5
 10 11
 11 9
 12 16
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun değeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model uustlimit /all/;

solve uustlimit **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-15 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP İdeal Model GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

Scalar

Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin suresi
 /
 1 5
 2 3
 3 7
 4 8
 5 5
 6 16
 7 15
 8 3
 9 5
 10 11
 11 9
 12 16
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

C çevrim suresi
 obj amac fonksiyonunun değeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

x(i,k) i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0

w(i,k) i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C;kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;**model** uustlimitt2 /all/;**solve** uustlimitt2 **minimizing** obj **using** MIP;**display** obj.l;**display** x.l,w.l;

EK-16 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /49.08/
 Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
 /
 1 6.38
 2 5
 3 7.5
 4 8.95
 5 6.38
 6 16.89
 7 15.55
 8 5
 9 6.38
 10 13.57
 11 9.4
 12 16.51
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun değeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model ugrilik /all/;

solve ugrilik **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-17 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları**Sets**

i görev indeksi /1*12/
 k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

Scalar

Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
 /
 1 6.38
 2 5
 3 7.5
 4 8.95
 5 6.38
 6 16.89
 7 15.55
 8 5
 9 6.38
 10 13.57
 11 9.4
 12 16.51
 /;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
 P("1","2")=1;
 P("1","3")=1;
 P("1","4")=1;
 P("1","5")=1;
 P("1","6")=1;
 P("2","7")=1;
 P("3","8")=1;
 P("4","8")=1;
 P("5","8")=1;
 P("6","12")=1;
 P("7","9")=1;
 P("8","10")=1;
 P("9","11")=1;
 P("10","11")=1;
 P("11","12")=1;

Variables

C çevrim süresi
 obj amaç fonksiyonunun değeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0

$w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k) + w(i,k)) = e = 1$;

kisit2(k).. $\sum(i, (x(i,k) + w(i,k)) * t(i)) = l = C$;

kisit3(r,s) $\$(P(r,s))$.. $\sum(k, (Kmax - ord(k) + 1) * (x(r,k) - x(s,k))) = g = 0$;

kisit4(r,s) $\$(P(r,s))$.. $\sum(k, (Kmax - ord(k) + 1) * (w(s,k) - w(r,k))) = g = 0$;

model ugrilikt2 /all/;

solve ugrilikt2 **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l;

EK-18 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*12/
k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /50/
Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
/
1 6.5
2 4.5
3 8
4 9.5
5 6.5
6 18
7 16.5
8 4.5
9 6.5
10 14
11 10
12 17.5
/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
P("1","2")=1;
P("1","3")=1;
P("1","4")=1;
P("1","5")=1;
P("1","6")=1;
P("2","7")=1;
P("3","8")=1;
P("4","8")=1;
P("5","8")=1;
P("6","12")=1;
P("7","9")=1;
P("8","10")=1;
P("9","11")=1;
P("10","11")=1;
P("11","12")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun değeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model uortalama /all/;

solve uortalama **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-19 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Ortalama Ağırlıklı Beyazlaştırma Gri Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*12/
k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

Scalar

Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi

/

1 6.5

2 4.5

3 8

4 9.5

5 6.5

6 18

7 16.5

8 4.5

9 6.5

10 14

11 10

12 17.5

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","3")=1;

P("1","4")=1;

P("1","5")=1;

P("1","6")=1;

P("2","7")=1;

P("3","8")=1;

P("4","8")=1;

P("5","8")=1;

P("6","12")=1;

P("7","9")=1;

P("8","10")=1;

P("9","11")=1;

P("10","11")=1;

P("11","12")=1;

Variables

C çevrim süresi

obj amaç fonksiyonunun değeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

x(i,k) i gorevi k istasyonunun on kismına atanmıssa 1 degilse 0

w(i,k) i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmıssa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C;kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;**model** uortalamat2 /all/;**solve** uortalamat2 **minimizing** obj **using** MIP;**display** obj.l;**display** x.l,w.l;

EK-20 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-1 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*12/
k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

scalar C cycle time /49.75/
Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi
/
1 6.12
2 4.12
3 7.75
4 9.12
5 6.12
6 17.5
7 16.12
8 4.12
9 6.12
10 13.24
11 9.75
12 17.12
/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;
P("1","2")=1;
P("1","3")=1;
P("1","4")=1;
P("1","5")=1;
P("1","6")=1;
P("2","7")=1;
P("3","8")=1;
P("4","8")=1;
P("5","8")=1;
P("6","12")=1;
P("7","9")=1;
P("8","10")=1;
P("9","11")=1;
P("10","11")=1;
P("11","12")=1;

Variables

obj amac fonksiyonunun değeri;

Binary Variables

$x(i,k)$ i gorevi k istasyonunun on kismına atanmissa 1 degilse 0
 $w(i,k)$ i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmissa 1 degilse 0
 $z(k)$ k istasyonu acilmissa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=**sum**(k,z(k));

kisit1(i).. **sum**(k,x(i,k)+w(i,k))=e=1;

kisit2(k).. **sum**(i,(x(i,k)+w(i,k))*t(i))=l=C*z(k);

kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(x(r,k)-x(s,k)))=g=0;

kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. **sum**(k,(Kmax-ord(k)+1)*(w(s,k)-w(r,k)))=g=0;

model uortgrilik /all/;

solve uortgrilik **minimizing** obj **using** MIP;

display obj.l;

display x.l,w.l,z.l;

EK-21 Gri İşlem Süreli U-Şekilli Tip-2 MHDP Ortalama Grilik Derecesi Modeli GAMS Kodları

Sets

i görev indeksi /1*12/
k istasyon indeksi /1*3/;

alias (i,r,s);

Scalar

Kmax max istasyon sayısı /3/;

parameter

t(i) i görevinin süresi

/

1 6.12

2 4.12

3 7.75

4 9.12

5 6.12

6 17.5

7 16.12

8 4.12

9 6.12

10 13.24

11 9.75

12 17.12

/;

Parameter

P(r,s) öncelik ilişkisine sahip görev ikilileri;

P("1","2")=1;

P("1","3")=1;

P("1","4")=1;

P("1","5")=1;

P("1","6")=1;

P("2","7")=1;

P("3","8")=1;

P("4","8")=1;

P("5","8")=1;

P("6","12")=1;

P("7","9")=1;

P("8","10")=1;

P("9","11")=1;

P("10","11")=1;

P("11","12")=1;

Variables

C çevrim süresi

obj amaç fonksiyonunun değeri;

Positive Variable

C;

Binary Variables

x(i,k) i gorevi k istasyonunun on kismına atanmıssa 1 degilse 0

w(i,k) i gorevi k istasyonunun arka kismına atanmıssa 1 degilse 0;

Equation

amac

kisit1 atama kisiti

kisit2 cevrim suresi kisiti

kisit3 oncelik iliskileri kisiti(1)

kisit4 oncelik iliskileri kisiti(2);

amac.. obj=e=C;

kisit1(i).. $\sum(k, x(i,k) + w(i,k)) = e = 1;$ kisit2(k).. $\sum(i, (x(i,k) + w(i,k)) * t(i)) = l = C;$ kisit3(r,s)\$ (P(r,s)).. $\sum(k, (Kmax - ord(k) + 1) * (x(r,k) - x(s,k))) = g = 0;$ kisit4(r,s)\$ (P(r,s)).. $\sum(k, (Kmax - ord(k) + 1) * (w(s,k) - w(r,k))) = g = 0;$ **model** uortgrilikt2 /all/;**solve** uortgrilikt2 **minimizing** obj **using** MIP;**display** obj.l;**display** x.l,w.l;