

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**BELİRSİZLİK ALTINDA FARKLI YAPILARDAKİ ÇOK ÜRÜNLÜ MAKSİMUM AKIŞ ŞEBEKE
ENGELLEME PROBLEMİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Aleyna ŞAHİN

**OCAK 2022
TRABZON**



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**BELİRSİZLİK ALTINDA FARKLI YAPILARDAKİ ÇOK ÜRÜNLÜ MAKSİMUM AKIŞ
ŞEBEKE ENGELLEME PROBLEMİ**

Aleyna ŞAHİN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"ENDÜSTRİ YÜKSEK MÜHENDİSİ"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 30 / 12 / 2021

Tezin Savunma Tarihi : 17 / 01 / 2022

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK

Trabzon 2022

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın amacı, ark kapasiteleriyle ilgili kesin bir bilgiye ulaşamayan bulanık ortamdaki çok ürünlü maksimum akış şebeke engelleme problemi için çözüm önerileri sunmaktır. Çalışma kapsamında bu problemin çözümü için, ürünlerin önem ağırlıklarına sahip olma, farklı sayıda başlangıç-bitiş düğümleri içermeye durumlarının da dikkate alındığı genel bir bulanık matematiksel model önerilmiştir. Önerilen bu model, farklı yapılarıdaki şebeke örnekleri üzerinde test edilmiş ve saniyeler içinde çözümler alınmıştır.

Yüksek lisans tez sürecim boyunca ihtiyaç duyduğum her anda kıymetli bilgisini ve zamanını benimle paylaşan, yardım ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK'e, özellikle tez yazım sürecimde destekleriyle beni teşvik eden ve bu süreci benim için kolaylaştıran hocalarım Arş. Gör. Dr. Ertuğrul AYYILDIZ, Arş. Gör. Gül İMAMOĞLU ve Arş. Gör. Miraç MURAT'a, hayatım boyunca aldığım her kararda arkamda olan ve beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan canım aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Aleyna ŞAHİN
Trabzon 2022

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Belirsizlik Altında Farklı Yapılardaki Çok Ürünlü Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK’in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri kendim topladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 17/01/2022

Aleyna ŞAHİN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VII
SUMMARY.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Yayın Taraması.....	2
1.2.1. Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemlerine İlişkin Yayın Taraması.....	3
1.2.2. Bulanık Maksimum Akış Problemlerine İlişkin Yayın Taraması.....	11
1.3. Literatüre Katkı.....	14
2. METODOLOJİ.....	15
2.1. Problemin Tanımlanması.....	15
2.2. Varsayımlar.....	15
2.3. Sınırlamalar.....	16
2.4. Bulanık Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemi Matematiksel Modeli.....	16
2.5.1. Takipçi Modeli.....	18
2.5.2. Takipçi Dual Modeli.....	19
2.5.3. Lider İki Seviyeli Engelleme Modeli.....	20
2.5.4. Lider Tek Seviyeli Engelleme Modeli.....	21
3. UYGULAMA.....	23
3.1. Tek Başlangıç Tek Bitişli ÇÜ-MAŞEP.....	23
3.2. Tek Başlangıç Tek Bitişli Önem Ağırlıklı ÇÜ-MAŞEP.....	34
3.3. Farklı Sayılarda Başlangıç-Bitiş Düğümü İçeren ÇÜ-MAŞEP.....	43
3.4. Farklı Boyutlardaki Şebekeler için Model Performans Analizi.....	49
4. BULGULAR VE İRDELEME.....	55
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	58
6. KAYNAKLAR.....	60

7. EKLER	68
ÖZGEÇMİŞ	



ÖZET

BELİRSİZLİK ALTINDA FARKLI YAPILARDAKİ ÇOK ÜRÜNLÜ MAKSİMUM
AKIŞ ŞEBEKE ENGELLEME PROBLEMİ

Aleyna ŞAHİN

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK
2022, 69 Sayfa, 1 Sayfa Ek

Bu çalışmada, ark kapasiteleri ile ilgili bulanık bilgilerin varlığında, çelişen amaçlara sahip iki karşıt taraftan oluşan çok ürünlü maksimum akış şebeke engelleme problemi (ÇÜ-MAŞEP) incelenmiştir. Problemden takipçi şebeke boyunca çoklu ürün akışını maksimize etmeye çalışırken, lider yasaklama bütçesini göz önünde bulundurarak takipçinin elde ettiği toplam akış miktarını minimize etmeye çalışır. Bu çalışmada, ÇÜ-MAŞEP ilk kez bulanık bir ortamda incelenmiştir. Oluşturulan bulanık tabanlı model, ürünler için çoklu başlangıç & çoklu bitiş düğümlerinin dikkate alınmasına ve ürünlere önem ağırlıkları verilmesine izin verecek şekilde formüle edilmiştir. Bunu takiben, model performansını test etmek ve akış miktarlarındaki değişiklikleri izlemek için farklı büyüklükteki şebekeler üzerinde ve farklı α kesi seviyeleri için bir dizi durum üzerinden hesaplamalı analizler yapılmıştır. Modelin, izlenebilirlik açısından tüm oluşturulan şebekelerde saniyeler içinde en hayati (engellenmiş) arklar hakkında en uygun bilgiyi sağlaması göz önünde bulundurularak, operasyonel düzeyde kısıtlamalara karşı güçlendirme stratejilerini planlamak için verimli olduğu vurgulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Maksimum akış problemi, Şebeke engelleme problemi, Bulanık optimizasyon modeli, Belirsizlik

Master Thesis

SUMMARY

MULTI COMMODITY MAXIMUM FLOW NETWORK INTERDICTION PROBLEM CONSIDERING UNCERTAINTY

Aleyna ŞAHİN

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Industrial Engineering Graduate Program
Supervisor: Ph.D. Assistant Professor Gökhan ÖZÇELİK
2022, 69 Pages, 1 Page Appendix

This study investigates the multi-commodity maximum flow network interdiction problem (MC-MFNIP) consisting of two opposite sides who have conflicting aims in the presence of uncertainty regarding arc capacities. In this problem, while the follower tries to maximize the multi-commodity flow throughout the network, the leader attempts to minimize the total flow quantity that the follower has achieved using the limited interdiction resource. In this study, the MC-MFNIP is studied under a fuzzy environment for the first time. To this end, the fuzzy-based optimization model is formulated to allow considering multiple-source & multiple-sink nodes for the commodities and prioritizing the commodities. Following that, computational analyses are performed through a set of cases regarding the different sized networks and α -cut levels to test the model performance and track the changes in the flow quantities. It is highlighted that the model is efficient to plan fortification strategies versus interdictions at an operational level because the model provides optimal information about the most vital (interdicted) arcs within seconds in all generated networks in terms of tractability.

Keywords: Maximum flow problem; Network interdiction problem; Fuzzy optimization model; Uncertainty

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Yıllara göre ŞEP ve MAŞEP yayın sayıları	4
Şekil 2. Bulanık üçgensel sayılara ilişkin üyelik fonksiyonu değerleri.....	18
Şekil 3. $G(15, 30)$ şebeke yapısı	24
Şekil 4. Her bir R engelleme bütçesi için α kesi seviyelerine göre amaç fonksiyonu değerlerindeki değişiklikler.....	26
Şekil 5. $R=0$ için ürün bazlı akış gösterimi	28
Şekil 6. $R=1$ için ürün bazlı akış gösterimi	29
Şekil 7. $R=2$ için ürün bazlı akış gösterimi	31
Şekil 8. $R=3$ için ürün bazlı akış gösterimi	32
Şekil 9. $R=4$ için ürün bazlı akış gösterimi	33
Şekil 10. $R=5$ için elde edilen şebeke yapısı	33
Şekil 11. Senaryo 1 ve 2 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri.....	35
Şekil 12. Senaryo 3 ve 4 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri.....	38
Şekil 13. Senaryo 5 ve 6 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri.....	39
Şekil 14. Senaryo 7 için ürün bazlı akış sonuçları grafiği.....	40
Şekil 15. Tüm senaryolar için engelleme bütçesine bağlı ürün akışları grafikleri	42
Şekil 16. $R=0, \alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği.....	45
Şekil 17. $R=1, \alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği.....	46
Şekil 18. $R=5, \alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği.....	47
Şekil 19. $R=10, \alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği.....	48
Ek Şekil 1. Her bir R engelleme bütçesi için farklı sayıda başlangıç-bitiş sayılarını dikkate alan senaryolara ilişkin α kesi seviyelerine göre amaç fonksiyonu grafikleri.....	68

TABLolar DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1. Maksimum akış şebeke engelleme çalışmaları	6
Tablo 2. Engelleme bütçesi altında $\alpha=0,0$ - $\alpha=0,5$ kesi seviyeleri için amaç fonksiyonu değerleri	25
Tablo 3. Engelleme bütçesi altında $\alpha=0,6$ - $\alpha=1,0$ kesi seviyeleri için amaç fonksiyonu değerleri	25
Tablo 4. $R=0$ için ürün bazlı akış sonuçları.....	27
Tablo 5. $R=1$ için ürün bazlı akış sonuçları.....	29
Tablo 6. $R=2$ için ürün bazlı akış sonuçları.....	30
Tablo 7. $R=3$ için ürün bazlı akış sonuçları.....	31
Tablo 8. $R=4$ için ürün bazlı akış sonuçları.....	32
Tablo 9. Farklı ürün önem ağırlıklarına sahip senaryolar	34
Tablo 10. Senaryo 1 ve 2 için ürün bazlı akış sonuçları.....	35
Tablo 11. Senaryo 3 ve 4 için ürün bazlı akış sonuçları.....	37
Tablo 12. Senaryo 5 ve 6 için ürün bazlı akış sonuçları.....	38
Tablo 13. Senaryo 7 için ürün bazlı akış sonuçları.....	40
Tablo 14. $R=0$ için $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde senaryo bazlı akış sonuçları	41
Tablo 15. Her bir senaryo için başlangıç-bitiş düğümü bilgileri.....	43
Tablo 16. $R=0$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları	44
Tablo 17. $R=1$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları	46
Tablo 18. $R=5$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları	47
Tablo 19. $R=10$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları	48
Tablo 20. $G(20,43)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar	50
Tablo 21. $G(48,117)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar	51
Tablo 22. $G(80,205)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar	52
Tablo 23. $G(120,317)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar.....	54

SEMBOLLER DİZİNİ

Semboller	Açıklamalar
a	: Üçgensel bulanık sayı alt değeri
A	: Arkılar kümesi
$\tilde{A}$	: Bulanık küme
b	: Üçgensel bulanık sayı orta değeri
c	: Üçgensel bulanık sayı üst değeri
G	: Şebeke
i	: Düğüm indisi
j	: Düğüm indisi
k	: Ürün indisi
K	: Ürünler kümesi
n_1	: Şebeke üzerinde dikeydeki düğüm sayısı
n_2	: Şebeke üzerinde yataydaki düğüm sayısı
N	: Düğümler kümesi
r_{ij}	: i . düğümden j . düğüme olan arkın engellenme maliyeti
R	: Toplam engelleme bütçesi
$s_{(k)}$	: k ürünü için başlangıç düğümü indisi
$S_{(k)}$	: k ürünü için başlangıç düğümleri kümesi
$t_{(k)}$	: k ürünü için bitiş düğümü indisi
$T_{(k)}$	: k ürünü için bitiş düğümleri kümesi
$\widetilde{u}_{ij}$	: i . düğümden j . düğüme bulanık akış miktarı
u_{ij}^a	: Bulanık alt akış değeri
u_{ij}^b	: Bulanık orta akış değeri
u_{ij}^c	: Bulanık üst akış değeri
w_k	: k ürünü için önem ağırlığı
x_{ijk}	: i . düğümden j . düğüme k . ürün için akış miktarı
Z	: Amaç fonksiyonu değeri
α	: Kesi seviyesi

β_{ij}	: i. düğümünden j. düğüme olan arkın engellenmeme kararı
γ_{ij}	: i. düğümünden j. düğüme olan arkın engellenme kararı
δ_{ij}	: Kapasite kısıtlarının dual değişkeni
λ_{ik}	: Akış dengeleme kısıtlarının dual değişkeni
μ_A	: Bulanık A kümesinin üyelik değeri

Kısaltmalar

Açıklamalar

AD1	: Ürün 1 için Akış Değeri
AD2	: Ürün 2 için Akış Değeri
AD3	: Ürün 3 için Akış Değeri
Ark E.	: Ark Engelleme
ÇÜ-MAŞEP	: Çok Ürünlü Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemi
D. Olmayan	: Doğrusal Olmayan
Düğüm E.	: Düğüm Engelleme
GB	: Gigabyte
GHz	: Gigahertz
Maks	: En Büyük
MAŞEP	: Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemi
MAP	: Maksimum Akış Problemi
Min	: En Küçük
NP	: Non Deterministic Polynomial Time
RAM	: Random Access Memory
S-1	: Senaryo 1
S-2	: Senaryo 2
S-3	: Senaryo 3
S-4	: Senaryo 4
S-5	: Senaryo 5

S-6 : Senaryo 6
S-7 : Senaryo 7
ŞEP : Şebeke Engelleme Problemi



1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

İçinde bulunduğumuz çağda artan terör faaliyetleri göz önüne alındığında, iletişim, ulaşım veya altyapı şebekelerinin güvenliği, üzerinde durulması gereken çok önemli bir konudur. Hal böyle olunca, özellikle şebekeler üzerindeki zarar verici ve yıkıcı faaliyetler için şebeke engelleme probleminin (ŞEP) önemi artmıştır. ŞEP'ler, takipçi ve lider olarak adlandırılan karşıt iki tarafın tutumlarını araştırmaya odaklanır ve genel olarak, bu iki karşıt tarafın tutumları en kısa yol ŞEP, maksimum akış ŞEP, sensör yerleştirme problemleri, bir şebekenin güvenlik açığı analizi, şebekedeki en hayati bileşenlerin bulunması vb. gibi farklı kavramlar açısından ele alınabilir. Bu problemlerde oyun teorisi ilkeleri izlenerek birbiriyle çelişen amaçlar formüle edilmeye çalışılmaktadır. Çok ürünlü maksimum akış şebeke engelleme problemleri (ÇÜ-MAŞEP) bunlardan biridir. Bu problemde takipçi şebeke boyunca çoklu ürün akışını maksimize etmek isterken lider, engelleme bütçesi dikkate alınarak takipçinin elde ettiği toplam akış miktarını minimize etmeye çalışır. Bu alandaki çalışmaların çoğu deterministik tekniklerle ele alınsa da (Bkz: Tablo 1), problemin doğası gereği bazı belirsizliklerle karşılaşılabilir. Böyle durumlarda, ortamdaki belirsizliğin üstesinden gelebilmek için stokastik, robust (sağlam) ve bulanık modeller kullanılabilir. Stokastik teknikler, senaryoların dağılımıyla ilgili en yaygın olanları ele alırken, robust yaklaşımlar tüm olası durumları göz önünde bulundurarak en kötü durum senaryolarına odaklanır. Ayrıca, belirsizliklerle ilgili bir dağılım bilgisi yoksa, belirsizliği gidermek için bulanık kümeler tanımlanarak bulanık tabanlı teknikler kullanılabilir. MAŞEP ile ilgili mevcut literatürde, belirsizliğin göz önünde bulundurulduğu hemen hemen tüm çalışmalarda stokastik veya robust modeller (Lei vd. 2018; Sadeghi ve Seifi, 2019; Zhang vd., 2019; Disser ve Matuschke, 2020) ele alınmaktadır, ancak belirsizlikle başa çıkmak için herhangi bir bulanık yaklaşımın kullanıldığı bir çalışma bulunmamaktadır.

Belirsiz gözlemler veya olası karışıklıklar, bir şebekedeki kapasiteleri ve akışları doğru bir şekilde ifade etmeyi zorlaştırır. Ayrıca ark kapasiteleri zamanla değişebilir. Bu nedenle bu değerlerin bulanık sayılarla temsil edilmesi daha doğru ve geçerli bir çözüm sunmaktadır (Tyshchuk, 2002; Kureichik ve Gerasimenko, 2019). Bu bağlamda, ele alınan bu çalışma, MAŞEP'ler için bulanık ark kapasitelerini göz önünde bulundurarak literatürdeki boşluğu

doldurmayı amaçlamaktadır. Çalışma kapsamında oluşturulan bulanık tabanlı optimizasyon modeli, ark kapasiteleri hakkında bulanık bilgilerin varlığında ürünler için çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümlerinin dikkate alınmasına ve ürünlere önem ağırlığı (öncelik değeri) tanımlanmasına izin verecek şekilde formüle edilmiştir. Tüm bu durumları kapsayacak şekilde genel bir formda oluşturulan matematiksel model üzerinden farklı α kesi seviyeleri dikkate alınarak varsayımsal olarak oluşturulan farklı büyüklükteki şebeke örnekleri için hesaplamalı analizler gerçekleştirilebilmektedir.

Bu çalışmada, önerilen bulanık tabanlı optimizasyon modeli çözülerek aşağıdaki araştırma sorularının yanıtlanacağı düşünülmektedir.

- Bulanık ark kapasitelerinin dikkate alındığı ÇÜ-MAŞEP'te amaç fonksiyonu değerlerinin α kesi seviyeleri açısından değişkenliği nedir?
- Bulanık bir ortamda ele alınan ÇÜ-MAŞEP için ürün önem ağırlıklarının ürün bazlı akış miktarları üzerindeki etkileri nelerdir?
- Bulanık bir ortamda ele alınan ÇÜ-MAŞEP için çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümlerini dikkate almanın amaç fonksiyon değeri üzerinde etkileri nelerdir?

Çalışmanın geri kalan kısmı şu şekilde organize edilmiştir. Bölüm 1.2'de, hem maksimum akış şebeke engelleme problemi hem de bulanık maksimum akış problemi ile ilgili mevcut akademik literatür gözden geçirilmiştir. Bölüm 2'de ÇÜ-MAŞEP tanımlanmış ve takipçi ve lider için ilgili bulanık optimizasyon modelleri ayrı ayrı sunulmuştur. Bölüm 3'te farklı yapılarıdaki şebeke örnekleri için uygulama çalışmalarına yer verilmiştir. Bölüm 4'te, elde edilen bulgular değerlendirilmiş ve irdelenmiştir. Son olarak Bölüm 5'te ise çalışmanın sonuçlarına ve gelecekteki çalışmalar için önerilere yer verilmiştir.

1.2. Yayın Taraması

Maksimum akış problemi, bağlantıları (ark) kapasiteli olan bir ağ üzerinde başlangıç (kaynak) düğümünden bitiş (batak) düğümüne sağlanabilecek en yüksek miktartlı akışı belirleme problemidir. Bu akış; malzeme, elektrik, su, kimyasal ve nükleer ürünleri içeren fiziksel bir akış olabileceği gibi, bilgi akışı şeklinde de olabilir. Bu problemin çözümü için Ford ve Fulkerson (1956), yaptıkları çalışmada, günümüzde “Ford-Fulkerson Algoritması” olarak bilinen algoritmayı önermişlerdir. Maksimum akış problemleri (MAP), çoğunlukla deterministik olarak çalışılmıştır. Fakat ortamdaki belirsizlik nedeniyle stokastik, robust

(sağlam) ve bulanık yapıda ele alınan çalışmalar da mevcuttur. Bu çalışmada da maksimum akış problemi bulanık ortamda ele alınmıştır ve bulanık maksimum akış problemi ile ilgili yapılan çalışmaları içeren yayın taramasına 1.2.2. başlığında yer verilmiştir.

1.2.1. Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemlerine İlişkin Yayın Taraması

Son yıllarda maksimum akış problemi, şebeke engelleme çerçevesinde de çalışılmaya başlanmıştır. Şebeke engelleme problemi, lider (saldırgan) ve takipçi (savunucu) olarak adlandırılan iki tarafın bulunduğu bir Stackelberg oyunu gibi düşünülebilir. Bu problemlerde takipçi, şebeke için optimum işleyişi bulmayı amaçlarken; lider ise bütçesi doğrultusunda düğüm veya arklarda kesintiler meydana getirerek bu optimum şebekeyi engellemeyi amaçlamaktadır. Bu problem temel olarak Ford ve Fulkerson (1956) tarafından yapılan çalışmada ele alınmıştır. Ford ve Fulkerson (1956) yaptıkları bu çalışmada geliştirdikleri teoriyle, şebeke üzerindeki maksimum akış ile minimum kesi kümesinin kapasitelerinin eşit olduğunu belirtmişlerdir. Burada bahsedilen kesi kümesi, ortadan kaldırıldığında şebeke üzerindeki düğümler arasında kopukluğa yol açacak arklar kümesidir ve bu kümenin kapasitesi, ortadan kaldırılan (kesilen) arkların kapasiteleri toplamına eşittir.

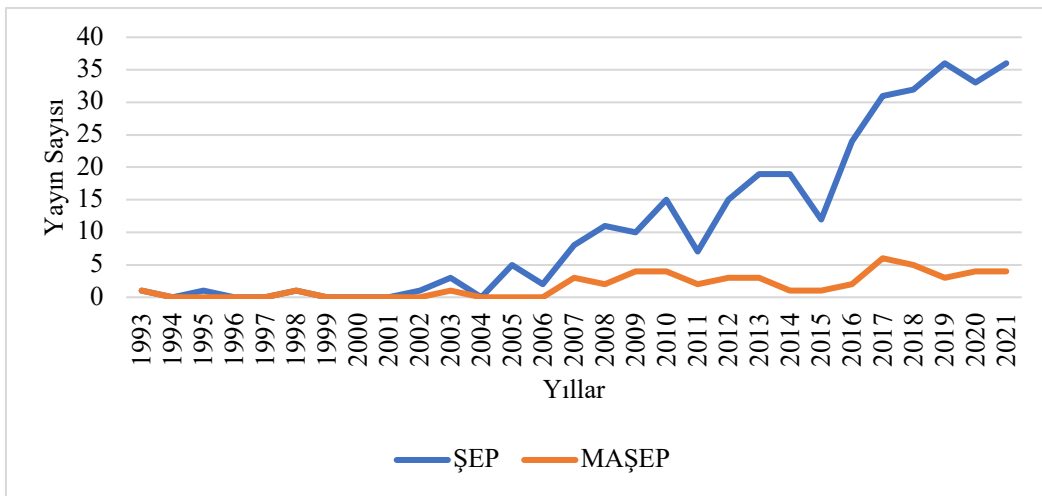
Şebeke engelleme üzerine yapılan ilk çalışmalarda çoğunlukla şebekeyi analiz etme üzerine yoğunlaşmıştır. Bu analiz, şebeke üzerindeki kritik düğüm veya arkların belirlenmesine yöneliktir. Amaç, şebekeden kaldırıldığında şebekeye en büyük zararı verecek düğüm ve/veya arkları bulmaktır. Wollmer (1963) ve Lubore vd. (1971) yaptıkları çalışmalarda şebeke üzerindeki kritik arkı, Wollmer (1964), Ratliff vd. (1975), Malik vd. (1989), Ball vd. (1989) ise kritik arkları belirlemeyi amaçlamışlardır. Şebeke üzerindeki kritik düğüm veya düğümleri belirlemeye yönelik Corley ve Chang (1974), Nardelli vd. (2003), Jun ve Yue-jin (2005), Zhao vd. (2009), Veremyev vd. (2015) çalışmalar gerçekleştirmiştir. Corley ve David (1982)'in çalışması ise hem kritik arkları hem de kritik düğümleri belirlemeye yöneliktir. Bunların yanı sıra Church vd. (2004) çalışmasında olduğu gibi şebeke üzerinde maksimum bağlantısızlığa sebebiyet verecek faaliyetleri bulmayı hedefleyen çalışmalar da mevcuttur.

Şebeke engelleme problemleri çoğunlukla maksimum akış şebeke engelleme veya en kısa yol şebeke engelleme problemleri olarak karşımıza çıkmaktadır. En kısa yol şebeke engelleme çalışmalarından dikkat çeken bazı çalışmalar şunlardır: Fulkerson ve Harding (1977), Ball (1989), Israeli ve Wood (2002), Khachiyan vd. (2008), Bayrak ve Bailey (2008),

Yates ve Sanjeevi (2013), Yates vd. (2014), Xiao vd. (2014), Borrero vd. (2015), Song ve Shen (2016), Sefair ve Smith (2016), Sadeghi vd. (2017), Ayyıldız vd. (2018).

Ayrıca, sensör yerleştirme şebeke engelleme [Pan vd. (2003), Morton ve Pan (2005), İranlı vd. (2005) vs.], proje şebeke engelleme [Kasımoğlu ve Akgün (2021)], tesis yerleşim yeri (*p median*) engelleme [O’Kelly (1987), Campbell (1992), Kara ve Tansel (2003) vs.], tedarik zincirinde şebeke engelleme [McMasters ve Mustin (1970), Prince vd. (2013), Jabarzare vd. (2020)] gibi alanlarda da çalışmalar mevcuttur.

Maksimum akış şebeke engelleme için kritik düğüm/arkları belirlemeye yönelik öncü çalışmalar olarak Steinrauf (1991) tarafından hazırlanan “Şebeke Engelleme Modelleri” isimli tezi ve Wood (1993) tarafından hazırlanan “Deterministik Şebeke Engelleme” isimli makaleyi gösterebiliriz. Wood (1993), MAŞEP’in bir "min-maks" formülasyonunu geliştirmiş ve onu tek seviyeli bir tam sayılı programlama modeline indirmiştir. Wood'un (1993) formülasyonlarından önceki çalışmaların çoğu vaka bazlıdır ve genelleştirilemez. Bu çözüm yaklaşımı sayesinde ŞEP ile ilgili çalışmalarda artış gözlemlenmiştir. Bu konunun literatürdeki yerini göstermek için Scopus veri tabanındaki “başlık, özet, anahtar kelimeler” bölümü kullanılarak ayrı ayrı “şebeke engelleme problemi” ve “maksimum akış şebeke engelleme problemi” aramaları yapılmıştır. 1993 ve 2021 yılları arasında İngilizce dilindeki tüm çalışmalar seçilmiş ve Şekil 1’de gösterilmiştir. Toplamda ŞEP ile ilgili 322 ve MAŞEP ile ilgili 50 yayın olduğu görülmüştür. MAŞEP ile ilgili bu 50 yayının %80’i (40 adet) makalelerden, %12’si (6 adet) bildirilerden ve %8’i (4 adet) kitap bölümlerinden oluşmaktadır.



Şekil 1. Yıllara göre ŞEP ve MAŞEP yayın sayıları

Bu grafikte yer almasa da ilgili alanda yapılan yüksek lisans ve doktora tezleri de mevcuttur.

Doğrudan veya dolaylı olarak maksimum akış şebeke engelleme problemi üzerine yapılan çalışmalar; şebeke yapısı, engelleme süreci özellikleri ve metodoloji başlıkları altında incelenmiştir. Şebeke yapısı başlığında; şebekedeki arkların tipi (yönlü veya yönsüz), ürün (commodity) sayısı (tek veya çok), başlangıç ve bitiş düğümleri sayısına (tek veya çok) göre incelemeler yapılmıştır. Engelleme süreci özellikleri başlığında; engellenenin tipi (ark engelleme veya düğüm engelleme, kesikli veya sürekli engelleme) ve engelleme karakteristiği (deterministik, stokastik, robust, bulanık) belirlenmiştir. Metodoloji başlığında ise; oluşturulan modelin amaç fonksiyonu sayısı (tek veya çok) ve çözüm için kullanılan metot/metotlar (doğrusal matematiksel modelleme, doğrusal olmayan matematiksel modelleme, sezgisel yöntemler, yaklaşımsal yöntemler, ayrıştırma yöntemleri) irdelenmiştir. Bu çalışmalar Tablo 1’de gösterilmiş ve tabloda dikkat çeken çalışmalar ayrıca açıklanmıştır.

Tablo 1, ilgili çalışmaların çoğunluğunun, deterministik bir ortamda tek ürünlü tek bir başlangıç ve bitiş düğümü olan yönlü şebekelerde ark kısıtlamalarının dikkate alındığı MAŞEP için tek amaçlı bir doğrusal optimizasyon modeli sunduğunu ortaya koymaktadır. Yalnızca birkaç çalışmada, tek ürünlü MAŞEP'teki belirsizliklerle başa çıkmak için stokastik ve robust yaklaşımlar kullanılmıştır.

Tabloda ilk olarak Steinrauf (1991) tarafından hazırlanan yüksek lisans tezine yer verilmiştir. Bu tezde maksimum akış çerçevesinde şebeke engelleme modelleri anlatılmıştır. Uygulama olarak ise Bolivya’da kokain üretimi için gerekli kimyasal maddelerin yönsüz (çift yönlü) bir şebeke üzerinde maksimum akışını minimum yapma problemi ele alınmıştır. Bu problem, farklı başlangıç ve bitiş düğümleri sayısı (tek ve çok) ve farklı engelleme tipleri (ark engelleme ve düğüm engelleme) için doğrusal karışık tam sayılı matematiksel model kullanılarak ayrı ayrı çözdürülmüştür.

Wood (1993) yaptığı çalışmada deterministik maksimum akış şebeke problemlerinin çözümü için esnek tam sayılı matematiksel modeller geliştirmiştir. Farklı şebeke yapıları için geliştirdiği modellerle bu alandaki çalışmalara öncülük etmiştir.

Tablo 1. Maksimum akış şebeke engelleme çalışmaları

Çalışmalar	Şebeke yapısı			Engelleme süreci özellikleri								Metodoloji									
	Akış tipi		Ürün sayısı	Başlangıç-bitiş sayısı		Engelleme tipi		Engelleme karakteristiği		Amaç fonksiyonu		Çözüm yöntemi									
	Yönlü	Yönsüz	Tek	Çok	Tek	Çok	Ark E.	Düğüm E.	Kesikli	Süreklili	Deterministi	Stokastik	Robust	Bulanık	Tek	Çok	Doğrusal	D. Olmayan	Sezgisel	Yaklaşımsal	Ayrıştırma
Steinrauf (1991)	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓		✓				✓		✓				
Wood (1993)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓				✓		✓				
Washburn ve Wood (1995)	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓				✓		✓				
Chern ve Lin (1995)	✓		✓			✓	✓		✓	✓	✓				✓		✓				
Cormican vd. (1998)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓		✓	✓	
Whiteman (1999)	✓		✓			✓		✓	✓		✓				✓	✓	✓				
Bingöl (2001)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓		✓	✓	
Burch vd. (2003)		✓	✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				✓
Lim ve Smith (2007)	✓			✓	✓		✓		✓	✓	✓				✓		✓		✓		
Smith vd. (2007)	✓			✓	✓		✓		✓	✓	✓				✓		✓				✓
Royset ve Wood (2007)	✓		✓			✓	✓		✓		✓					✓	✓				
Altner (2008)	✓		✓		✓		✓		✓			✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓
Janjarassuk ve Linderoth (2008)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓		✓	✓	✓
Rocco ve Ramirez-Marquez (2009)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓				✓		
Ramirez-Marquez ve Rocco (2009)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓				✓		
Rocco vd. (2009)	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓		✓					✓		✓	✓		
Altner vd. (2010)		✓	✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓			✓	
Rocco vd. (2010)	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓		✓					✓		✓	✓		
Akgün vd. (2011)		✓		✓	✓		✓		✓		✓				✓		✓			✓	
Lunday ve Serali (2012a)	✓		✓		✓		✓			✓	✓				✓		✓	✓	✓	✓	
Lunday ve Serali (2012b)	✓		✓		✓		✓		✓	✓	✓				✓		✓	✓			
Malaviya vd. (2012)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Zheng ve Castanon (2012a)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				✓
Zheng ve Castanon (2012b)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓				✓
Granata vd. (2013)		✓	✓		✓			✓	✓		✓				✓		✓				
Rad ve Kakhki (2013)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				✓
Sullivan ve Smith (2014)		✓	✓			✓	✓		✓		✓				✓		✓				
Keshavarzi ve Fathabadi (2015)		✓	✓			✓	✓		✓	✓	✓				✓		✓				
Janjarassuk ve Nakrachata-Amon (2015)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓				✓		

Tablo 1'in devamı

Çalışmalar	Şebeke yapısı			Engelleme süreci özellikleri						Metodoloji											
	Akış tipi		Ürün sayısı	Başlangıç-bitiş sayısı		Engelleme tipi		Engelleme karakteristiği		Amaç fonksiyonu		Çözüm yöntemi									
	Yönlü	Yönsüz	Tek	Çok	Tek	Çok	Ark E.	Düğüm E.	Kesikli	Süreklili	Deterministik	Stokastik	Robust	Bulanık	Tek	Çok	Doğrusal	D. Olmayan	Sezgisel	Yaklaşım	Ayrıştırma
Baffier vd. (2016)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Gua vd. (2016)	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓		✓				✓			✓	✓	✓	
Zhang ve Fan (2017)	✓			✓	✓		✓		✓	✓	✓				✓		✓				
Chestnut ve Zenklusen (2017a)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓			✓	
Chestnut ve Zenklusen (2017b)		✓	✓		✓		✓		✓		✓				✓				✓		
Sawaya ve Ghaddar (2017)	✓			✓	✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Soleimani-Alyar ve Ghaffari-Hadigheh (2017)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓			✓			✓
Rad ve Kakhki (2017)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Soleimani-Alyar ve Ghaffari-Hadigheh (2018)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓				
Baycık vd. (2018)	✓			✓		✓	✓		✓		✓				✓		✓				
Lei vd. (2018)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓				
Ashraf (2018)	✓			✓		✓		✓		✓	✓				✓		✓		✓		
Özçelik ve Gencer (2018)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Enayaty-Ahangar vd. (2019)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				✓
Zhang vd. (2019)	✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓		✓		✓		
Sadeghi ve Seifi (2019)	✓		✓		✓		✓		✓			✓			✓		✓			✓	
Jabarzare vd. (2020)	✓			✓		✓	✓		✓		✓				✓		✓		✓		✓
Wu vd. (2020)		✓	✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Disser ve Matuschke (2020)	✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓		✓				
Afsharirad (2020)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓		✓		✓		
Shen vd. (2021)	✓			✓	✓		✓		✓		✓				✓		✓				
Mirzaei vd. (2021)	✓			✓		✓	✓		✓	✓		✓			✓		✓				✓
Boeckmann ve Thielen (2021)	✓		✓		✓		✓		✓		✓				✓				✓		
Bu çalışma	✓		✓		✓	✓	✓		✓				✓		✓		✓				

Washburn ve Wood (1995), çalışmalarında engelleme değişkenini, “engelleme olasılığı” şeklinde sürekli bir değişken olarak tanımlamışlardır. Ayrıca ark engellenmenin yanında düğüm engelleme yapısını da incelemişlerdir. Kullandıkları modellerde gerekli yerlerde doğrusallaştırma işlemleri yaparak, problemlerini doğrusal olarak çözdürmüşlerdir.

Cornican vd. (1998) yaptıkları çalışmada, Wood (1993)’un deterministik olarak ele aldığı bir problemi stokastik yapıda incelemişlerdir. Problemin çözümü için ardışık yaklaşımsal algoritma (sequential approximation algorithm) ve daha büyük boyutlu problemler için ise Benders ayrıştırma algoritmasını (Benders decomposition algorithm) kullanmışlardır.

Bingöl (2001) yaptığı yüksek lisans tezinde, maksimum akış şebeke engelleme problemlerinin çözümü için, Lagrange gevşetmesine dayalı sezgisel bir algoritma önermiştir.

Lim ve Smith (2007) yaptıkları çalışmada, yönlü bir şebeke üzerinde çok ürünlü (multicommodity) şebeke engelleme problemini hem kesikli hem de sürekli engelleme tipleri için çözmüşlerdir. Çözüm yöntemi olarak kesikli engelleme için doğrusal programlama, sürekli engelleme için ise bölümlleme algoritması (partitioning algorithm) ve geliştirdikleri bir sezgisel algoritma kullanmışlardır. Smith vd. (2007) yaptıkları bir diğer çalışmada ise gerçek dünya senaryolarında engelleyici konumundaki liderin engelleme kararını mutlak bir rasyonellik içerdiğinin varsayılamayacağını ileri sürerek üç farklı profildeki lider eylemleri için optimum şebeke tasarım algoritmaları önermişlerdir. Bu üç profil şu şekildedir: Bütçe bazında engelleme, engellemesiz durumda arkaların ilettiği akış bilgilerine dayalı olarak en yüksek miktarlı akış yapan arkı engelleme (akış bazlı engelleme), takipçinin maksimum akışını minimum yapacak yönde optimum engelleme. Çalışmada bu üç profil için ayrı ayrı problemler oluşturmuş ve güçlü bir şekilde NP-Hard olan bu problemlerin çözümü için tam sayılı programlama ve ayrıştırma algoritmaları kullanmışlardır.

Royset vd. (2007) iki amaçlı (engelleme maliyetini en aza indirmek ve maksimum akışı en aza indirmek) maksimum akışlı şebeke engelleme probleminin Pareto optimal çözümüne yönelik yeni bir algoritma tanımlamışlardır. Algoritmada, bu iki amaçlı problemi Lagrange gevşetmesi ve özel bir dal-sınır algoritması kullanılarak çözülen bir dizi tek amaçlı problem aracılığıyla tanımlamışlardır. Geliştirdikleri bu algoritmanın standart bir tam sayılı programlama çözücüsüne göre daha hızlı çalıştığını ortaya koymuşlardır.

Janjarassuk ve Linderoth (2008), ark engelleme değişkeninin Bernoulli rastgele değişkeni olduğu maksimum akış şebeke engelleme probleminin stokastik bir versiyonunu

incelemişlerdir. Dualite ve doğrusallaştırma teknikleri kullanarak bir deterministik karma tam sayılı programlama modeli formüle etmişlerdir. Daha büyük boyutlu örneklerin çözümü için de ayrıştırma, örnekleme (sampling), paralel hesaplama (parallel computing) ve sezgisel yöntemler kullanmışlardır.

Rocco ve Ramirez-Marquez (2009), deterministik şebeke engelleme problemini çözmek için evrimsel bir algoritma sunmuşlardır. Bu algoritma, potansiyel şebeke engelleme stratejileri oluşturmak için Monte Carlo simülasyonu, stratejilerin maksimum akışını analiz etmek için Ford-Fulkerson algoritmasını ve evrimsel bir çözüm bulma tekniğini uygulayan üç aşamalı bir sürece dayanmaktadır. Önerdikleri bu algoritmayı farklı boyutlu şebekeler üzerinde denemişler ve algoritmanın optimum sonucu bulmada başarılı olduğunu kanıtlamışlardır. Ramirez-Marquez ve Rocco (2009), deterministik şebeke engelleme probleminin çözümüne yönelik geliştirdikleri evrimsel algoritmayı, bu çalışmalarında stokastik şebeke engelleme probleminin çözümü için uyarlamış ve önermişlerdir. Rocco vd. (2010), bu kez geliştirdikleri evrimsel algoritmayı çok amaçlı deterministik şebeke engelleme problemlerinin çözümü için sunmuşlardır.

Altner vd. (2010), maksimum akış şebeke engelleme problemi için iki sınıf polinomsal olarak ayrılabilen geçerli eşitsizlikler sunmuşlardır. Standart tam sayı programının bütünlük boşluğunun, sundukları geçerli eşitsizliklerle güçlendirildiğinde bile bir sabitle sınırlı olmadığını kanıtlamışlardır.

Akgün vd. (2011), önceden belirlenmiş $k \geq 3$ düğüm grupları arasındaki maksimum akış şebeke engelleme probleminin çözümü için matematiksel modeller önermiş ve örnek şebekeler üzerinde model performansını test etmişlerdir.

Granata vd. (2013), yaptıkları çalışmada Kritik Bozulma Yolu kavramını tanıtmışlar ve engelleme kararını kritik düğüm engelleme şeklinde ele almışlardır. Problemin çözümü için karma tam sayılı doğrusal programlama formülasyonu önermişlerdir.

Sullivan ve Smith (2014), saldırıların düğüm veya ark konumlarıyla sınırlı kalmayıp şebekenin bulunduğu bölgenin herhangi bir yerinde gerçekleşebildiği Öklid maksimum akış şebeke engelleme problemini tanıtmışlar ve gerçek bir coğrafi ağ üzerinde uygulamasını göstermişlerdir.

Janjarassuk ve Nakrachata-Amon (2015), stokastik maksimum akış şebeke engelleme problemini iki aşamalı bir stokastik tam sayılı programlama modeli olarak formüle etmişlerdir. Birinci aşama çözümü için tavlama benzetimi sezgisel algoritmasını, ikinci aşama için ise Ford-Fulkerson algoritmasını kullanmışlardır.

Guo vd. (2016), yasa dışı bir şebeke akışını en iyi şekilde engellemeye yönelik bir çalışma sunmuşlardır. Çözüm yöntemi olarak Stackelberg oyun modeli, sütun ve kısıt oluşturma yaklaşımı, yeni açgözlü ve sezgisel yöntemleri barındıran kapsamlı bir yaklaşım önermişlerdir.

Chestnut ve Zenklusen (2017a), robust maksimum akış şebeke engelleme problemini ele almış ve çözümü için bir yaklaşımsal algoritma önermişlerdir. Aynı yıl yayımladıkları bir diğer çalışmada ise çok amaçlı maksimum akış şebeke engelleme probleminin çözümü için sertlik teoremi ile tamamladıkları bir yaklaşımsal algoritma önermişlerdir (Chestnut ve Zenklusen (2017b)).

Soleimani-Alyar ve Ghaffari-Hadigheh (2017), şebeke üzerindeki maksimum akışın ve aynı zamanda engelleme eyleminin birkaç dönemde gerçekleştiği çok periyotlu maksimum akış şebeke engelleme problemi için yeni bir formülasyon sunmuşlardır. Çözüm yöntemi olarak doğrusal olmayan programlama temelli Genelleştirilmiş Benders ayrıştırma algoritmasını kullanmışlardır. 2018 yılında yaptıkları çalışmada ise, belirsiz ark kapasiteli şebeke engelleme problemi için bir model önermişlerdir. Stokastik olarak ele aldıkları bu problem için, belirsiz değişken doğrusal olduğunda veya zikzak çizdiğinde ilgili modelin deterministik iki seviyeli karışık tam sayılı optimizasyon problemine dönüştürülebileceğini göstermişlerdir. Çözüm yöntemi olarak da bu eşdeğer deterministik optimizasyon modelini önermişlerdir (Soleimani-Alyar ve Ghaffari-Hadigheh (2018)).

Baycık vd. (2018), fiziksel akış (uyuşturucu madde) ve bilgi akışı içeren bir tedarik zincirinde katmanlı bir şebeke engelleme çalışması yapmışlardır. Fiziksel akış, yalnızca gerekli bilgi akışı sağlandığında aktifleşmektedir. Çalışmada bu iki akışı, iki ürün (commodity) gibi düşünmüş ve problemi çok ürünlü olarak yapılandırmışlardır. Çözüm yöntemi olarak ise doğrusal programlama yöntemlerine başvurmuşlardır.

Özçelik ve Gencer (2018), rekabet ortamındaki firmaların tedarik süreçleri için şebeke engelleme yaklaşımına dayalı model önerileri sunmuşlardır. Çalışma kapsamında, bütçe belirlemeye yönelik ve bütçe bazında engelleme çalışmalarının yanı sıra bütçenin etkin kullanımına yönelik geliştirdikleri bir hedef programlama modeline de yer vermişlerdir. Problemi hem kesikli hem de sürekli engelleme durumları için ayrı ayrı ele almışlardır.

Zhang vd. (2019), iletişim bağlantılarının ve hesaplama düğümlerinin arızaları altında, dağıtılmış bir bilgi işlem ağının sağlamlığını incelemişlerdir. Ayrıca iletişim bağlantılarını ve hesaplama kaynaklarını ortadan kaldırarak maksimum akışı en aza indiren bir şebeke

engelleme problemi üzerine çalışmışlardır. Problemin çözümü için matematiksel programlar kullanmış ve polinomal zamanlı yaklaşımsal algoritmalar geliştirmişlerdir.

Sadeghi ve Seifi (2019), stokastik sınırlamalar altında bazı yasadışı malların akışının (uyuşturucu kaçakçılığı vb.) engellenmesi problemi üzerine çalışmışlardır. Belirsizliği, literatürdeki diğer birçok stokastik şebeke engelleme problemlerinde olduğu gibi dışsal belirsizlik olarak değil, engelleyecinin (lider) kararlarının olasılık ölçülerini değiştirebileceği içsel belirsizlik olarak ele almışlardır.

Disser ve Matuschke (2020) robust şebeke engelleme problemini incelemişlerdir. Engelleme bağlantı sayısının 2 olduğu problem üzerinde çalışmış ve bu problemin NP Hard olduğunu belirtmişlerdir. Problemin çözümü için doğrusal programlama yöntemini, bunun yanı sıra büyük boyutlu problemler için ise yaklaşımsal algoritmaları önermişlerdir.

Mirzaei vd. (2021), maksimum akış şebeke engelleme problemini yasa dışı mal kaçakçılığı yapılan şebeke örneği üzerinde çalışarak polisin faaliyetlerini düzenlemeyi amaçlamışlardır. Çok ürünlü, çoklu başlangıç-bitiş düğümü içeren bu problemde lider (polis) ve takipçinin (kaçakçı) birbirlerinin performansı hakkında eksik bilgiye (asimetrik bilgi) sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Problemi belirsiz koşullar içeren stokastik programlama çerçevesinde ele almışlar ve çözüm yöntemi olarak iki aşamalı melez bir yöntem önermişlerdir.

Bu çalışmada ise daha önce literatürde hiç çalışılmamış olan bulanık tabanlı maksimum akış şebeke engelleme problemi üzerine çalışılmıştır. Ark kapasiteleri üçgensel bulanık sayılarla ifade edilmiş ve farklı yapılardaki yönsüz ve çok ürünlü şebekeler için doğrusal matematiksel modeller oluşturulmuştur. Oluşturulan modeller, ürünlerin farklı sayılarda başlangıç-bitiş düğümleri içermeye, önem ağırlığına sahip olma durumlarını da dikkate alacak şekilde genel bir yapıda sunulmuş ve farklı büyüklükteki şebeke örnekleri için IBM ILOG CPLEX 12.7 Optimization Studio programı kullanılarak çözdürülmüştür.

1.2.2. Bulanık Maksimum Akış Problemlerine İlişkin Yayın Taraması

Literatüre bakıldığında, maksimum akış şebeke engelleme problemleri için belirsizliğin üstesinden gelmek amacıyla bulanık tabanlı optimizasyon modellerinin önerildiği görülmektedir. Bu çalışmalarda çoğunlukla farklı bulanık kümeler kullanılarak ark kapasitelerine ilişkin bulanık bilgilerin olduğu durumlar ele alınmıştır.

Chanas ve Kolodziejczyk (1982), ark kapasitelerinin bulanık olduğu maksimum akış problemi üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmada, önceden belirlenmiş ark kapasitesi kotasını aşan belli bir miktarın kabul edilebilir olduğunu belirtmişler ve tam sayılı ark kapasitelerini bu doğrultuda aralıklı bulanık sayılar olarak ele almışlardır. Problemi, kısmen belirsiz bir doğrusal programlama çerçevesinde temsil etmiş ve problemin çözümü için tam sayılı akış değerleriyle çalışan bir algoritma sunmuşlardır. Chanas ve Kolodziejczyk (1984), daha önce sundukları algoritmayı gerçek değerli akışlarla çalışmışlardır.

Hernandes vd. (2007), çalışmalarında bulanık maksimum akış problemi için bir algoritma önermişlerdir. Ford-Fulkerson algoritmasına dayalı olarak geliştirdikleri bu algoritmada, artırımı grafik tekniğini kullanmışlar ve bu algoritmanın literatürdeki diğer algoritmaların aksine karar vericiden sağlanan şebeke akış bilgisine ihtiyaç duymadığını belirtmişlerdir. Çalışmalarında, bulanık yamuksal ark kapasitelerine sahip bir şebeke örneğini hem kendi geliştirdikleri algoritmayı hem de Chanas ve Kolodziejczyk (1984) tarafından geliştirilen algoritmayı kullanarak ayrı ayrı çözmüş ve karşılaştırmalı sonuçları vermişlerdir. Sonuç olarak ise kendi algoritmalarının Chanas ve Kolodziejczyk tarafından geliştirilen algoritmaya göre daha verimli olduğunu; özellikle büyük boyutlu şebekelerde, artırımı grafik tekniği kullanımının diğer algoritmada kullanılan minimum kesi tekniğine göre daha kolay oluşunun, geliştirdikleri algoritmanın büyük bir avantajı olduğunu belirtmişlerdir.

Kumar vd. (2009), bulanık maksimum akış probleminin çözümü için sıralama fonksiyonunun kullanıldığı yeni bir algoritma önermişlerdir. Ark kapasitelerinin bulanık üçgensel sayılarla ifade edildiği bir şebeke örneğiyle de algoritmayı açıklamışlardır.

Rajesh vd. (2015), ark kapasitelerinin bulanık simetrik olmayan üçgensel sayılarla ifade edildiği bulanık maksimum akış probleminin çözümü için bir algoritma önermişlerdir. Önerdikleri algoritmayı 7 düğümlü örnek bir şebeke üzerinde açıklamışlardır.

Simon vd. (2015), bulanık maksimum akış probleminin çözümü için bulanık doğrusal programlama yöntemini önermişlerdir. Ark kapasitelerinin bulanık üçgensel sayılarla ifade edildiği iki farklı örnek çözmüşlerdir.

Rostami ve Ebrahimnejad (2016), yaptıkları çalışmada geçiş sürelerinin, kapasitelerin ve sonuç olarak arklardaki akışların aralıklı değer aldığı bir şebeke yapısını dikkate almışlardır. Bu şebeke yapısı için maksimum akışı sağlayan en hızlı başlangıç-bitiş akış algoritmaları üretmişlerdir.

El-Sherbeny vd. (2017), hiper ağılarda bulanık zaman-pencereli bulanık maksimum akış problemi üzerine çalışmışlardır. Zaman ifadelerinin ve ark kapasitelerinin aralıklı bulanık sayılarla ifade edildiği problem için genetik algoritma sınıfına ait yeni bir algoritma önermişlerdir.

Han vd. (2014), belirsiz şebekelerdeki maksimum akış problemi üzerine çalışmışlardır. Önce şebekenin maksimum akış işlevi kavramını tanıtmışlar ve daha sonra belirsizlik teorisi çerçevesinde, belirsizlik dağılımını ve belirsiz şebekenin maksimum akışının beklenen değerini vermek için 99-Yöntemi'ni kullanmışlardır.

Kaml (2017), bulanık tip-2 yöntemini kullanarak bulanık en kısa yol ve bulanık maksimum akış problemlerine çözüm önerisi sunmuştur.

Kureichik ve Gerasimenko (2019), bina tahliyesi üzerine, özellikle de tehlikeli bölgeden zarar gören azami sayının verilen zaman dilimi içinde güvenli bölgeye boşaltılması üzerine çalışmışlardır. Göz önüne aldıkları bina modeli için, ark kapasiteleri ve zaman parametreleri zaman içinde değişiklik gösterdiğinden dinamik yapıya sahip ulaşım ağını bulanık yapıda temsil etmişler. Problemin çözümü için yeni bir algoritma önermişler ve bu algoritmayı kullanarak bulanık üçgensel sayılar içeren sayısal bir örnek çözmüşlerdir.

Gerasimenko ve Rozenberg (2020), belirsiz koşullarda dinamik ağılarda acil durum tahliye planlaması probleminin çözümüne yönelik bir yöntem önermişlerdir. Önerdikleri yöntem, bulanık dinamik bir ulaştırma ağında en erken varışın maksimum akışını bulmaya dayalı olarak her zaman aralığında maksimum mağdur sayısını taşımayı içerir. Yaptıkları çalışmanın ana katkısı, akıştan ayrılma zamanına bağlı olarak değişebilen ve bulanık bir biçimde temsil edilen ark kapasitelerini ve geçiş sürelerini çalıştıran bir yöntem önermektir. Sayıları bulanıklaştırma tekniğini, hesaplamaları kolaylaştırmak için göstermişlerdir. Önerdikleri algoritmayı test etmek için Bolşoy Tiyatrosu Moskova, Rusya ve çevresinde bir vaka çalışması yapmışlardır. Çalışmada kullandıkları ağ; 4 başlangıç, 2 bitiş düğümü içeren 15 düğüm ve 18 ark içermektedir. Ark kapasitelerini bulanık üçgensel sayılar şeklinde ifade etmişlerdir. Gerasimenko vd. (2021), kapasiteleri sınırlı olan sığınaklara daha fazla mağduru ulaştırmak için tahliye sürecine ara depolama kavramını dahil etmişlerdir. Ara depolama ile bulanık koşullarda maksimum dinamik tahliyeyi simüle etmek için bir vaka çalışması yapmışlardır. Tereddütlü bulanık ortamda ara barınakları sıralamak için bir yöntem geliştirmiş ve uygulamışlardır.

1.3. Literatüre Katkı

Çalışmanın literatüre katkısı üç farklı bakış açısından değerlendirilmiş ve bunlar aşağıda açıklanmıştır.

- ✓ Teorik açıdan, ÇÜ-MAŞEP için ilk kez ark kapasitelerinin bulanık olarak dikkate alındığı bulanık tabanlı optimizasyon modeli sunulmuştur. Ürünler için önem ağırlıkları tanımlaması da bu problem için ilk kez yapılmıştır.
- ✓ Yönetimsel açıdan, model ÇÜ-MAŞEP ile ilgili herhangi bir şebeke üzerinden yetkililere güçlendirme stratejilerini geliştirebilmeleri için riskli veya en hayati arklar olarak adlandırılan engellenmiş arklar hakkında, bulanık bir ortam altında bilgi üretir.
- ✓ Pratik açıdan, model kabul edilebilecek optimal çözümleri saniyeler içinde verir. İzlenebilirlik açısından verimli bir modeldir.

2. METODOLOJİ

2.1. Problemin Tanımlanması

ÇÜ-MAŞEP, bir şebeke üzerinde çatışan amaçları olan iki tarafın tutumlarına odaklanır. Problemden, takipçi (savunucu) şebeke boyunca çoklu ürün akışını maksimize etmeye çalışırken, lider (saldırgan) belli bir engelleme bütçesi dahilinde takipçi tarafından elde edilen toplam akışı minimize etmeye çalışır. Liderin engelleme kararı, arkın tamamen engellenmesi veya engellenmemesini belirtmeye yönelik kesikli bir yapıdadır. Bu tür problemlere, şehir şebeke suyuna bir terör saldırısı olduğunda suya katılan zehrin şebeke suyuna yayılması problemi, yasa dışı mal kaçakçılığı (uyuşturucu kaçakçılığı vb.) örnek olarak verilebilir ve ortamdaki belirsizlik nedeniyle ark kapasiteleri hakkında kesin bilgilere ulaşılamıyor olabilir. Bu amaçla, ark kapasiteleri hakkında bulanık bilgilerin bulunduğu ÇÜ-MAŞEP için, ürünler için önem ağırlığını ve çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümlerini dikkate alan bulanık tabanlı bir optimizasyon modeli oluşturulmuştur.

2.2. Varsayımlar

- Model, doğrusal bir yapıdadır.
- Şebekeyi lider ve takipçi olarak adlandırılan iki taraf kullanmaktadır. İki taraf da bilinçlidir ve eşit bilgiye sahiptir.
- Şebekedeki toplam düğüm ve ark sayıları ve bunların birbirleriyle ilişkileri (şebekenin şematik yapısı) önceden bilinmektedir. Birbirleriyle bağlantısı olmayan düğümler arasında akış sağlanamaz.
- Şebekedeki arklar yönsüzdür. Düğümler arası çift yönlü aktarım yapılabilmektedir (i'den j'ye ve j'den i'ye).
- Şebeke, çok ürünlü (multicommodity) yapıdadır ve ürün sayısı önceden bilinmektedir. Her ürünün kendine özgü başlangıç düğüm(ler)i ve bitiş düğüm(ler)i vardır ve başlangıç-bitiş düğüm çiftleri arasında bir kural yoktur. Toplam akışı maksimum yapacak şekilde başlangıç ve/veya bitiş düğümlerinin hepsi veya bazıları kullanılabilir.
- Problem, bulanık ortamda ele alınmıştır (Ark kapasiteleri bulanıktır).

- Engellemeler, ark engelleme şeklinde yapılmaktadır ve engelleme değişkeni kesikli yapıdadır.
- Sayıca engelleme yapılmaktadır. Engelleme bütçesi, engellenecek toplam ark sayısını ifade etmektedir ve önceden bilinmektedir.

2.3. Sınırlamalar

- Model, şebekeyi kullanan tarafların bilinçli olmadığı durumlar için kullanışlı değildir.
- Model, şebekeyi kullanan taraflardan birinin daha fazla bilgiye sahip olduğu durumlar için (asimetrik bilgi) kullanışlı değildir.
- Engellemelerin düğüm engelleme şeklinde yapıldığı problemler için elverişli değildir.
- Sürekli engellemeye ihtiyaç duyulan problemler için elverişli değildir.

2.4. Bulanık Maksimum Akış Şebeke Engelleme Problemi Matematiksel Modeli

$G = (N, A)$: N düğümler kümesinden ve A yönsüz arklar kümesinden oluşan G şebekesini ifade etmektedir. Problemin modellenmesi aşamasında kullanılan indisler, kümeler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda tanımlanmıştır.

Problemin çözümü için aşamalı olarak dört farklı model oluşturulmuş ve elde edilen nihai model ile uygulama çalışmaları yapılmıştır. Bu modeller sırasıyla şunlardır:

- i. Şebekedeki maksimum akışı bulmayı amaçlayan Takipçi Modeli
- ii. Takipçi Modeli'nin dualinin alınmasıyla oluşturulmuş Takipçi Dual Modeli
- iii. Engelleme bütçesi altında takipçinin maksimum akışını minimum yapmayı amaçlayan Lider İki Seviyeli Engelleme Modeli
- iv. Lider İki Seviyeli Engelleme Modeli'nin dualinin alınarak tek seviyeye indirgenmesiyle oluşturulmuş Lider Tek Seviyeli Engelleme Modeli

İndisler ve Kümeler:

i veya j : Şebeke üzerinde yer alan düğüm indisleri ($i \neq j$), ($i \in N, j \in N, (i, j) \in A$)

k : Ürün indisi ($k \in K$)

$s_{(k)}$: k ürünü için başlangıç düğümü indisi ($s_{(k)} \in S_{(k)}$)

$t_{(k)}$: k ürünü için bitiş düğümü indisi ($t_{(k)} \in T_{(k)}$)

N : Düğümler kümesi

A : Arklar kümesi

K : Ürünler kümesi

$S_{(k)}$: k ürünü için başlangıç düğümleri kümesi

$T_{(k)}$: k ürünü için bitiş düğümleri kümesi

Parametreler:

w_k : k ürünü için önem ağırlığı

$\widetilde{u}_{ij}$: i . düğümden j . düğüme bulanık akış miktarı

r_{ij} : i . düğümden j . düğüme olan arkın engellenme maliyeti

R : Toplam engelleme bütçesi

Karar Değişkenleri:

x_{ijk} : i . düğümden j . düğüme k . ürün için akış miktarı

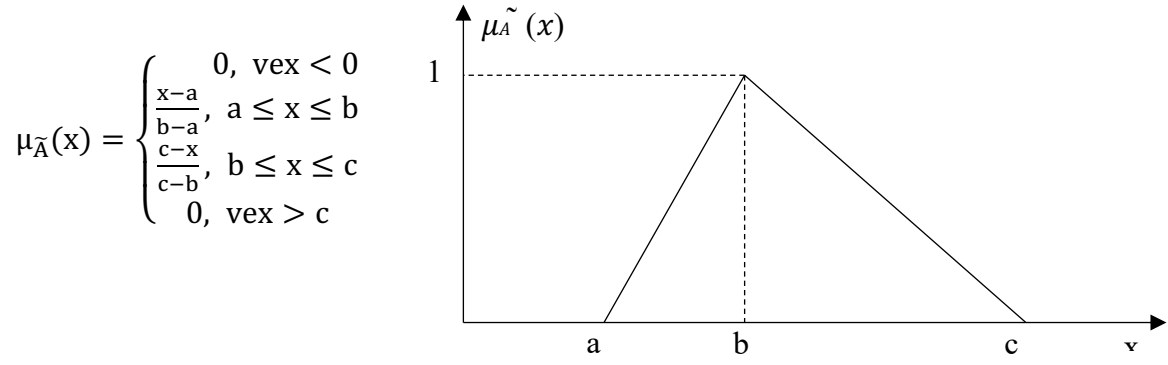
λ_{ik} : Akış dengeleme kısıtlarının dual değişkeni

δ_{ij} : Kapasite kısıtlarının dual değişkeni

$\gamma_{ij} \begin{cases} 1, i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme olan ark engellenirse} \\ 0, \text{ diğer durumlarda} \end{cases}$

$\beta_{ij} \begin{cases} 0, i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme olan ark engellenirse} \\ \delta_{ij}, \text{ diğer durumlarda} \end{cases}$

Problemde, ark kapasiteleri bulanık üçgensel sayılarla ifade edilmiştir. Bu üçgensel sayılara ilişkin üyelik fonksiyonları aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi ifade edilir.



Şekil 2. Bulanık üçgensel sayılara ilişkin üyelik fonksiyonu değerleri

Burada bulanık küme $\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x): x \in A)\}$ ile temsil edilir ve üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$, $\mu_A(x): x \rightarrow [0, 1]$ şeklinde ifade edilir. a, b ve c sayıları; a en küçük değeri, b orta değeri ve c en büyük değeri ifade edecek şekilde sıralı sayılardır. Bu sayılar (10, 20, 30) gibi simetrik (eşit değer aralıklı) olabileceği gibi simetrik olmayan yapıda da olabilir. Çalışma kapsamında kullanılan ark kapasiteleri simetrik olmayan yapıdadır. Kapasitelerin bu şekilde bulanık yapıda ele alınmasıyla birlikte problem, bulanık doğrusal programlama modeli olarak ifade edilmiştir. Çözüm yaklaşımı olarak ise Jimenez vd. (2000) tarafından geliştirilen ve Parra vd. (2005) tarafından uyarlanan yaklaşım kullanılmıştır.

2.5.1. Takipçi Modeli

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Maks } Z = \sum_k w_k(x_{t(k)s(k)k}) \quad (1)$$

Kısıtlar:

Dual değişkenler

$$\sum_{s(k)} \sum_j x_{s(k)jk} - \sum_{s(k)} \sum_j x_{js(k)k} - x_{t(k)s(k)k} = 0 \quad \forall k \in K \quad : \lambda_{s(k)k} \quad (2)$$

$$\sum_j x_{ijk} - \sum_j x_{jik} = 0 \quad \forall i \in N - \cup_k (S(k), T(k)), \forall k \in K \quad : \lambda_{ik} \quad (3)$$

$$\sum_{t(k)} \sum_j x_{t(k)jk} - \sum_{t(k)} \sum_j x_{jt(k)k} - x_{t(k)s(k)k} = 0 \quad \forall k \in K \quad : \lambda_{t(k)k} \quad (4)$$

$$\sum_k (x_{ijk} + x_{jik}) \leq \tilde{u}_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad : \delta_{ij} \quad (5)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (6)$$

(1) numaralı ifade ile modelin, her bir k ürünü için şebeke içindeki toplam akış miktarlarının, ürünün önem ağırlığıyla çarpılmış toplamının maksimize edilmesi şeklindeki

amaç fonksiyonu belirtilmiştir. Ürünlerin önem ağırlıklarının belirtilmediği durumlar için bu w_k parametreleri “1” değerini alacaktır. (2), (3) ve (4) numaralı eşitlikler akış dengeleme kısıtlarıdır. (5) numaralı eşitsizlik ile yönsüz olarak tanımlanan şebekede her bir (i, j) arkının tüm k ürünleri için sağlanan toplam akış miktarlarının toplamının bulanık ark kapasiteleri ile sınırlandırıldığı belirtilmiştir. Bu eşitsizlikte bulanık ark kapasitelerini gösteren $\tilde{u}_{ij}$ ifadesi Jimenez vd. (2000) tarafından geliştirilen yöntemle göre düzenlenmiş ve oluşan yeni ifade, aşağıda (5*) gösterildiği gibi yeniden yazılmıştır.

$$\sum_k (x_{ijk} + x_{jik}) \leq (\alpha) \left(\frac{u_{ij}^a + u_{ij}^b}{2} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{u_{ij}^b + u_{ij}^c}{2} \right) \quad \forall (i, j) \in A \quad : \delta_{ij} \quad (5^*)$$

(5*) numaralı eşitsizlikte ark kapasiteleri α parametresine bağlı olarak ifade edilmiştir. Bu parametre, ortamdaki bulanıklık düzeyiyle (doğru bilgiye erişebilme gücü) doğru orantılı olarak $[0-1]$ aralığında sürekli değer alır. Örneğin, α 'nın 0 olarak belirlenmesi, doğru bilgiye erişilebilirlik düzeyinin çok yüksek olduğunu; 1 olarak belirlenmesi ise bu düzeyin çok düşük olduğunu, ortamdaki bulanıklık düzeyinin çok yüksek olduğunu ifade eder. (6) numaralı eşitsizlik ile karar değişkenleri için pozitiflik kısıtları sağlanmıştır.

2.5.2. Takipçi Dual Modeli

Bu dual model, liderin iki seviyeli engelleme modelinin (MinMaks) tek bir seviyeye indirgenmesine yardımcı olmak için oluşturulmuştur.

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min } Z = \sum_{(i,j) \in A} \left((\alpha) \left(\frac{u_{ij}^a + u_{ij}^b}{2} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{u_{ij}^b + u_{ij}^c}{2} \right) \right) \delta_{ij} \quad (7)$$

Kısıtlar:

$$\lambda_{ik} - \lambda_{jk} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (8)$$

$$\lambda_{jk} - \lambda_{ik} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

$$\lambda_{t(k)k} - \lambda_{s(k)k} \geq w_k \quad \forall k \in K, \forall s(k) \in S_{(k)}, \forall t(k) \in T_{(k)} \quad (10)$$

$$\lambda_{ik}: \text{ sınırsız} \quad \forall i \in N, \forall k \in K \quad (11)$$

$$\delta_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (12)$$

(7) numaralı ifade ile modelin amaç fonksiyonu gösterilmiştir. Takipçi modelinde (2), (3), (4) numaralı kısıt kümelerinin sağ taraf sabitleri 0 değerini aldığı için yalnızca (5*) numaralı kısıt kümesine karşılık gelen dual değişkenle sağ taraf sabiti çarpımından elde edilen ifade, takipçi dual modelinin amaç fonksiyonunu oluşturur. Eşitsizlik (8-12) ile de takipçi modelindeki karar değişkenlerine karşılık oluşturulan kısıt kümeleri ifade edilmiştir.

2.5.3. Lider İki Seviyeli Engelleme Modeli

Amaç fonksiyonu:

$$\text{MinMaks } Z = \sum_k w_k(x_{t(k)s(k)k}) \quad (13)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{s(k)} \sum_j x_{s(k)jk} - \sum_{s(k)} \sum_j x_{js(k)k} - x_{t(k)s(k)k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (14)$$

$$\sum_j x_{ijk} - \sum_j x_{jik} = 0 \quad \forall i \in N - \cup_k (S(k), T(k)), \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{t(k)} \sum_j x_{t(k)jk} - \sum_{t(k)} \sum_j x_{jt(k)k} - x_{t(k)s(k)k} = 0 \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_k (x_{ijk} + x_{jik}) \leq \left((\alpha) \left(\frac{u_{ij}^a + u_{ij}^b}{2} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{u_{ij}^b + u_{ij}^c}{2} \right) \right) (1 - \gamma_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A \quad (17)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} \gamma_{ij} \leq R \quad (18)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \quad (19)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (20)$$

Kısıt kümeleri (13-16) ile takipçinin iç maksimizasyon problemi ifade edilmiştir. (17) numaralı eşitsizlikle; engellenen arklar için ($\gamma_{ij} = 0$) kapasitenin sıfırlanması, engellenmeyen arklar için ($\gamma_{ij} = 1$) ise toplam akışın bulanık ark kapasiteleri ile sınırlandırılması amaçlanmıştır. (18) numaralı eşitsizlikle, ark engelleme bütçesi (R) sınırlaması altında yapılabileceği ifade edilmiştir. Kısıt kümeleri (19-20), sırasıyla karar değişkenleri için pozitiflik ve 0-1 değeri alma sınırlamalarıdır.

2.5.4. Lider Tek Seviyeli Engelleme Modeli

Amaç fonksiyonu:

$$\text{MinMin } Z = \sum_{(i,j) \in A} \left((\alpha) \left(\frac{u_{ij}^a + u_{ij}^b}{2} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{u_{ij}^b + u_{ij}^c}{2} \right) \right) (1 - \gamma_{ij}) \delta_{ij} \quad (21)$$

Kısıtlar:

$$\lambda_{ik} - \lambda_{jk} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (22)$$

$$\lambda_{jk} - \lambda_{ik} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (23)$$

$$\lambda_{t(k)k} - \lambda_{s(k)k} \geq w_k \quad \forall k \in K, \forall s(k) \in S(k), \forall t(k) \in T(k) \quad (24)$$

$$\lambda_{ik}: \text{ sınırsız} \quad \forall k \in K, \forall i \in N \quad (25)$$

$$\delta_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (26)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (27)$$

Lider modelinin son halini elde etmek için liderin iki seviyeli “MinMaks” modeli, bir minimizasyon modeli olan tek seviyeli “MinMin” bulanık tabanlı optimizasyon modeline indirgenmiştir. Bu dönüşümde, iç maksimizasyon modeli, γ_{ij} ’nin geçici olarak sabitlenmesiyle dual modele dönüştürülmüş ve ardından γ_{ij} serbest bırakılmıştır.

Dönüşümden sonra amaç fonksiyonunun (21) doğrusal olmadığı görülmektedir. Bu nedenle modelin doğrusallaştırılması için $(1 - \gamma_{ij})\delta_{ij}$ ifadesi yerine modele yeni bir pozitif karar değişkeni (β_{ij}) eklenmiştir. Ayrıca bu doğrusallaştırmayı sağlamak için, M yeterince büyük bir sayı olmak üzere kısıt seti (32) de modele eklenmiştir. Genel olarak, liderin modelinin son hali aşağıdaki gibi sunulmaktadır.

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min } Z = \sum_{(i,j) \in A} \left((\alpha) \left(\frac{u_{ij}^a + u_{ij}^b}{2} \right) + (1 - \alpha) \left(\frac{u_{ij}^b + u_{ij}^c}{2} \right) \right) \beta_{ij} \quad (28)$$

Kısıtlar:

$$\lambda_{ik} - \lambda_{jk} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (29)$$

$$\lambda_{jk} - \lambda_{ik} + \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \quad (30)$$

$$\lambda_{t(k)k} - \lambda_{s(k)k} \geq w_k \quad \forall k \in K, \forall s(k) \in S(k), \forall t(k) \in T(k) \quad (31)$$

$$\beta_{ij} + M\gamma_{ij} - \delta_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (32)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} \gamma_{ij} \leq R \quad (33)$$

$$\lambda_{ik}: \text{sınırsız} \quad \forall k \in K, \forall i \in N \quad (34)$$

$$\delta_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (35)$$

$$\beta_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A \quad (36)$$

$$r_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (37)$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (38)$$

ÇÜ-MAŞEP için önerilen bu bulanık tabanlı optimizasyon modeli, ürün önem ağırlıkları ve çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümleri bulundurma durumu dikkate alınarak genel bir biçimde formüle edilmiştir. Ürünlerin birbirlerine göre önemlerinin farklı olduğu durumda, k . ürünün önemini ifade eden her bir w_k 'nin $0 \leq w_k \leq 1$ olarak tanımlanması tavsiye edilir. Burada tüm ürünlerin önem ağırlıklarının toplamı 1'e eşit olmalıdır. Benzer şekilde, ürünler için önem ağırlıklarının belirtilmediği durumlar için her w_k 1'e eşit olarak alınır veya $\sum w_k = 1$ olacak şekilde ağırlıklar eşit olarak dağıtılır. Bu çalışmada önem ağırlıklarının belirtilmediği durumlar için her w_k değeri 1 olarak alınmıştır.

3. UYGULAMA

Bu bölümde, oluşturulan matematisel modellerin hesaplamalı analizleri dört farklı başlık altında verilmiştir. Bu analizler sırasıyla şu şekildedir:

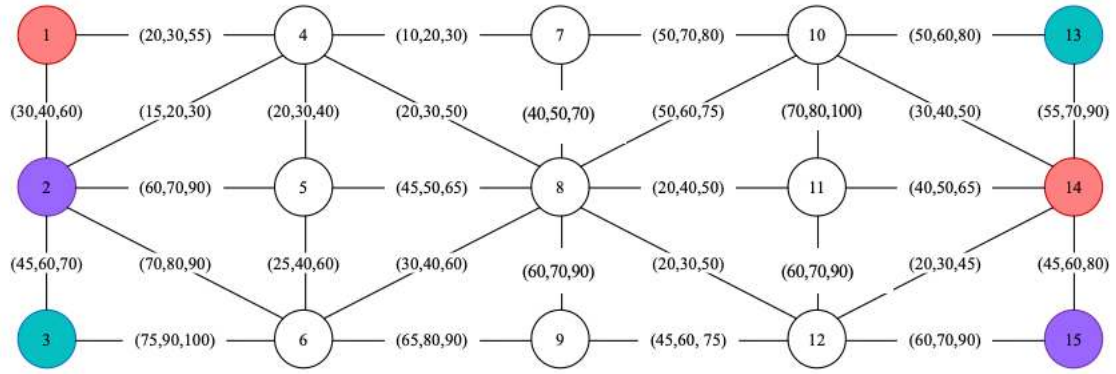
- $G(15, 30)$ yapısındaki 3 ürünlü, tek başlangıç tek bitişli bir şebeke üzerinde model performansı detaylı bir şekilde analiz edilmiştir.
- Aynı şebeke üzerinde ($G(15, 30)$) ürünlerin farklı önem ağırlıkları için sonuçlar ayrı ayrı hesaplanmış ve bir duyarlılık analizi sunulmuştur.
- $G(48, 117)$ yapısındaki 4 ürünlü bir şebeke üzerinde farklı başlangıç ve bitiş sayıları için sonuçlar test edilmiş ve yorumlanmıştır.
- Tek başlangıç ve tek bitiş düğümlü farklı boyutlardaki ($G(15, 30)$, $G(20, 43)$, $G(48, 117)$, $G(80, 205)$ ve $G(120, 317)$) şebekeler için model ayrı ayrı çalıştırılmış ve bir performans analizi sunulmuştur.

Çalışmada kullanılan tüm şebekeler dikdörtgen ızgara biçimindedir. $N = n_1 \times n_2$; n_1 dikeydeki düğüm sayısını (satır sayısı), n_2 yataydaki düğüm sayısını (sütun sayısı) temsil edecek şekilde N , şebekedeki toplam düğüm sayısını ifade eder. Çalışma kapsamında kullanılan şebekeler sırasıyla, 3×5 , 5×4 , 8×6 , 8×10 ve 10×12 ızgara yapısında tanımlanmıştır.

Tüm hesaplamalar 2.7 GHz, i5 7200U işlemci ve 8 GB RAM'e sahip bir bilgisayarda IBM ILOG CPLEX 12.7 Optimization Studio kullanılarak gerçekleştirilmiş ve saniyeler içinde çözümler alınmıştır. Çalışma kapsamında engellemeler sayıca engelleme şeklinde yapıldığı için açıklanan örneklerde her bir arkin engelleme maliyeti 1 birim olarak kabul edilmiştir.

3.1. Tek Başlangıç Tek Bitişli ÇÜ-MAŞEP

Bu bölümde, 3×5 formunda $G(15, 30)$ özellikli üç ürünlü bir şebeke için uygulama çalışması yapılmıştır. Şebekenin şematik gösterimi Şekil 3'teki gibidir.



Şekil 3. $G(15, 30)$ şebeke yapısı

Önerilen bulanık tabanlı ÇÜ-MAŞEP'i net bir şekilde açıklayabilmek için Şekil 3'te gösterilen şebeke yapısı ele alınmıştır. Bu örnekte, ürünler için önem ağırlıkları yok sayılmıştır ($w_k=1, \forall k \in K$) ve her ürün birer başlangıç ve bitiş düğümüne sahiptir. Ürün 1 kırmızı renkle, ürün 2 mor renkle ve ürün 3 yeşil renkle belirtilmiştir. Bu ürünlere ait başlangıç ($S_{(k)}$) ve bitiş ($T_{(k)}$) düğümleri aşağıda gösterildiği gibi ifade edilir.

$$S_{(1)} = \{1\} \quad T_{(1)} = \{14\}$$

$$S_{(2)} = \{2\} \quad T_{(2)} = \{15\}$$

$$S_{(3)} = \{3\} \quad T_{(3)} = \{13\}$$

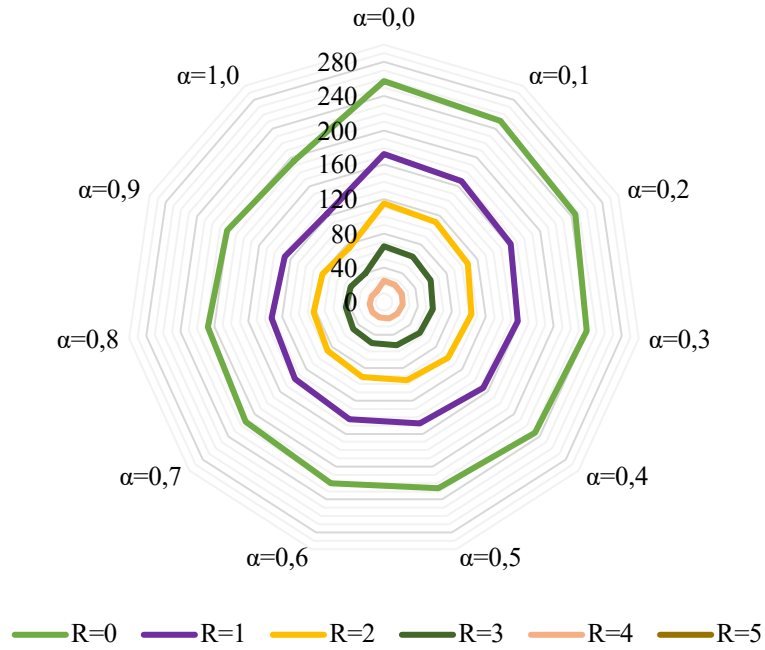
Bu örnek için oluşturulan model her α kesi seviyesi için akışın tam olarak engellenmesi sağlanana kadar çalıştırılmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 2 ve Tablo 3'te özetlenmiştir. Her bir engelleme bütçe seviyesi için amaç fonksiyonu değerlerindeki değişiklikler ise Şekil 4'teki grafikte gösterilmiştir.

Tablo 2. Engelleme bütçesi altında $\alpha=0,0$ - $\alpha=0,5$ kesi seviyeleri için amaç fonksiyonu değerleri

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)						Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,0$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,2$	$\alpha=0,3$	$\alpha=0,4$	$\alpha=0,5$	
R=0	-	257,50	251,25	245,00	238,75	232,50	226,25	1,84
R=1	(6-9)	172,50	167,50	162,50	157,50	152,50	147,50	1,81
R=2	(5-8), (6-9)	115,00	111,00	107,00	103,00	99,00	95,00	1,76
R=3	(5-8), (6-8), (6-9)	65,00	62,50	60,00	57,50	55,00	52,50	1,80
R=4	(1-4), (2-5), (2-6), (3-6)	25,00	-	-	-	-	-	1,78
	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	25,00	24,00	23,00	22,00	21,00	20,00	
R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,82
	(7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Ortalama işlem süreleri (sn.)		1,79	1,80	1,83	1,77	1,81	1,82	

Tablo 3. Engelleme bütçesi altında $\alpha=0,6$ - $\alpha=1,0$ kesi seviyeleri için amaç fonksiyonu değerleri

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)					Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,6$	$\alpha=0,7$	$\alpha=0,8$	$\alpha=0,9$	$\alpha=1,0$	
R=0	-	220,00	213,75	207,50	201,25	195,00	1,84
R=1	(6-9)	142,50	137,50	132,50	127,50	122,50	1,81
R=2	(5-8), (6-9)	91,00	87,00	83,00	79,00	75,00	1,76
R=3	(5-8), (6-8), (6-9)	50,00	47,50	45,00	42,50	40,00	1,80
R=4	(1-4), (2-5), (2-6), (3-6)	-	-	-	-	-	1,78
	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	19,00	18,00	17,00	16,00	15,00	
R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,82
	(7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
Ortalama işlem süreleri (sn.)		1,82	1,79	1,80	1,83	1,80	



Şekil 4. Her bir R engelleme bütçesi için α kesi seviyelerine göre amaç fonksiyonu değerlerindeki değişiklikler

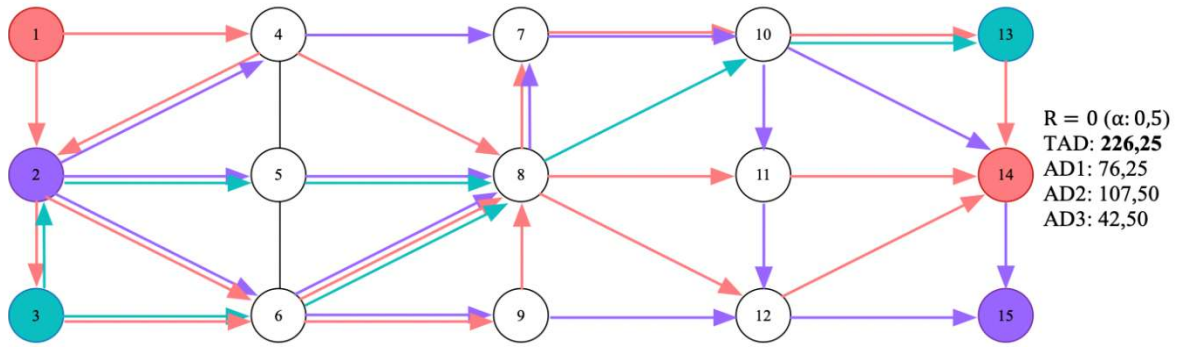
Tablolar ve grafik incelendiğine dikkat çekici bazı sonuçlarla karşılaşmıştır. Bunlardan ilki, tüm R engelleme bütçe seviyeleri için, α değeri arttıkça elde edilen amaç fonksiyonu değerinin azalmasıdır. Üçgensel bulanık sayıların üst ve alt sınırları α kesi seviyesi arttıkça daralmaktadır (Yılmaz vd., 2020). Bu nedenle, belirli bir engelleme bütçe seviyesi dikkate alındığında, α kesi değeri arttıkça model çözümünün esnekliğinin azalması sebebiyle amaç fonksiyonu değerlerinin (toplam akış miktarı) azaldığı ve problem maksimizasyon tipinde olduğu için elde edilen sonuçların kötüleştiği gözlemlenmiştir. İkinci bir dikkat çekici sonuç, belirli bir R engelleme seviyesinde α değeri değiştikçe engellenen arkların da değişebileceğidir. Örneğin R=4 bütçe seviyesinde, $\alpha = 0,0$ için bir alternatif çözümle karşılaşılrken ((1-4), (2-5), (2-6), (3-6) arklarının engellenmesiyle, (4-8), (5-8), (6-8), (6-9) arklarının engellenmesi durumlarının aynı amaç fonksiyonu değerine sahip olması), diğer tüm α değerleri için kabul edilebilir tek bir engelleme planı bulunmaktadır. Ayrıca R=5 için şebeke üzerindeki toplam akışın sıfırlandığı da dikkat çekmektedir. Bu durum şunu göstermektedir: Şebeke üzerinde öyle kritik beş ark engellenmiştir ki artık herhangi bir ürün için başlangıç düğümünden bitiş düğümüne akış sağlanabilecek kesintisiz bir yol bulunmamaktadır. Bundan sonraki her bütçe seviyesi için de ($R \geq 5$) aynı sonuçla karşılaşılacaktır.

Tüm bunlara ek olarak, değişen α ve R değerleri için kullanılan program üzerinde modelin çözüm verme süresi ayrı ayrı ölçülmüş ve ortalama işlem süreleri tablolarda gösterilmiştir. Her iki durum için de yaklaşık iki saniye gibi kısa bir sürede çözümlere ulaşılmıştır.

Yapılan analizde toplam akış sonuçlarının yanı sıra ürün bazlı akış sonuçlarına ilişkin incelemelerde de bulunulmuştur. Aşağıda, şebeke üzerinde ürün bazlı akışa ilişkin tüm sonuçlar, α kesi seviyesi 0,5'e göre her bir engelleme bütçe seviyesi için tablolar yardımıyla gösterilmiş ve ilgili sonuçlar şebekeler üzerinde görselleştirilmiştir. Tablo 4-8 arası sırasıyla R=0, R=1, R=2, R=3 ve R=4 engelleme bütçeleri için ürün akışlarını; Şekil 5-9 arası da aynı şekilde bu sonuçların şebeke üzerindeki yansımalarını göstermektedir. Şebeke üzerinde gösterilen siyah kesintisiz çizgiler kullanılmayan arkları, siyah kesikli çizgiler engellenmiş arkları, kırmızı oklar ürün 1 için akış yönünü, mor oklar ürün 2 için akış yönünü, yeşil oklar ise ürün 3 için akış yönünü göstermektedir. Ayrıca TAD: Toplam Akış Değeri, AD1: Ürün 1 için Toplam Akış Değeri, AD2: Ürün 2 için Toplam Akış Değeri, AD3: Ürün 3 için Toplam Akış Değeri anlamlarına gelmektedir.

Tablo 4. R=0 için ürün bazlı akış sonuçları

Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış	Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış	Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Düğüm (i)
1	4	1	33,75	2	4	2	20,00	2	5	3	30,00
1	2	1	42,50	2	5	2	22,50	3	6	3	12,50
2	6	1	15,00	2	6	2	65,00	3	2	3	30,00
2	3	1	28,75	4	7	2	20,00	5	8	3	30,00
3	6	1	28,75	5	8	2	22,50	6	8	3	12,50
4	2	1	1,25	6	8	2	5,00	8	10	3	42,50
4	8	1	32,50	6	9	2	60,00	10	13	3	42,50
6	8	1	25,00	7	10	2	47,50				
6	9	1	18,75	8	7	2	27,50				
7	10	1	20,00	9	12	2	60,00				
8	7	1	20,00	10	11	2	12,50				
8	11	1	25,00	10	14	2	35,00				
8	12	1	31,25	11	12	2	12,50				
9	8	1	18,75	12	15	2	72,50				
10	13	1	20,00	14	15	2	35,00				
11	14	1	25,00								
12	14	1	31,25								
13	14	1	20,00								



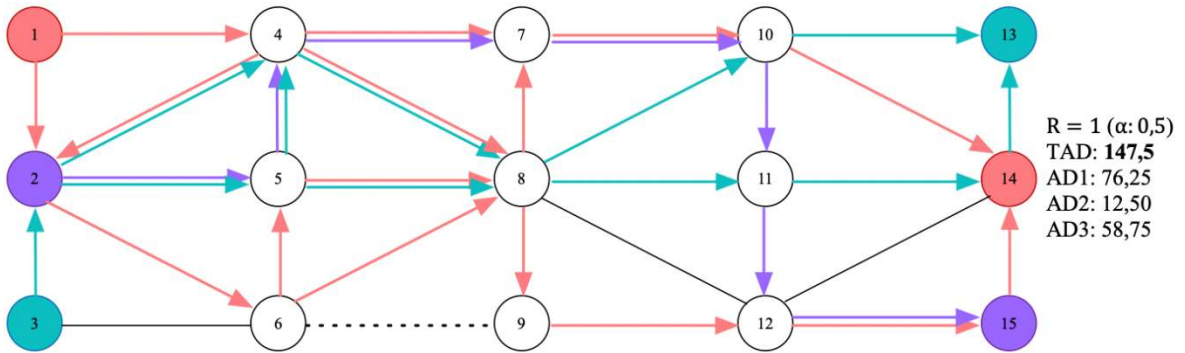
Şekil 5. R=0 için ürün bazlı akış gösterimi

Tablo 4’te, her bir ürün için düğümler arası gerçekleşen akışlar açıkça belirtilmiştir. Şekil 5’te ise şebeke üzerinde tabloda gösterilen akış yönleri görselleştirilmiştir. Şekil üzerinden hangi arkların ne yoğunlukta kullanıldığı kolaylıkla görülebilmektedir. Örneğin (6-8) arkı, her üç ürün için de akış sağlayan tek arktır. Benzer şekilde (2-3), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (5-8), (6-9), (7-8), (7-10), (10-13) arkları üzerinden de ikişer ürün için akış sağlanmaktadır. Fakat bu durum, ilgili arkların şebeke üzerinde en kritik arklar olduğunu göstermez. Örneğin, üzerinden üç ürün akışı da gerçekleşen (6-8) arkı için toplam akış miktarı 42,5 birim (ürün 1 için 25, ürün 2 için 5 ve ürün 3 için 12,5) olurken, üzerinden tek ürün akışı gerçekleşen (12-15) arkı için bu miktar 72,5 birimdir. Tablodaki değerlerle birlikte bakıldığında, şebeke üzerindeki en yüksek akışın (2-6) ve (6-9) arkları üzerinden sağlandığı görülmektedir. (2-6) arkı üzerinden ürün 1 için 15 ve ürün 2 için 65 birim olmak üzere toplam 80 birimlik akış, (6-9) arkı üzerinden ise ürün 1 için 18,75 ve ürün 2 için 60 birim olmak üzere toplam 78,75 birimlik akış sağlanmaktadır. Bir sonraki aşamada yapılacak bir birimlik engelleme ile bu iki arkın birinin engelleneceği ön görülmektedir. Fakat şebekeye en büyük zararı verecek engelleme kararı için tek etken, üzerinden en büyük akışın sağlandığı arkı engelleme yönünde olmayabilir. Bu kararın alınmasında arkın şebeke üzerindeki konumu, kendisinden önceki ve sonraki düğümlerle olan bağlantıları da önemli rol oynamaktadır. Bu durumda, bu örnek için ilk olarak (6-9) arkının engellenmesinin daha stratejik bir karar olacağı yorumu çıkarılabilir. Çünkü 6 numaralı düğüme (2-6) arkı üzerinden ürün 1 için 15 birim, ürün 2 için 65 birim; (3-6) arkı üzerinden ürün 1 için 28,75 birim ve ürün 3 için 12,5 birim olmak üzere gelen toplam 120,75 birimlik akışın ürün 1 için 18,75 birim ve ürün 2 için 60 birim olmak üzere 78,75 birimi (6-9) arkı üzerinden sağlanmaktadır. Bu arkın engellenmesi (2-6) arkı üzerindeki akışın iletimini de büyük oranda sekteye uğratacağından şebekeye (2-6) arkının engellenmesine kıyasla daha büyük zarar verecektir.

Genel olarak bakıldığında şebeke üzerinde; ürün 1 için 76,25 birim, ürün 2 için 107,5 birim ve ürün 3 için 42,5 birim olmak üzere toplam 226,25 birimlik akış gerçekleşmiştir. Bir birimlik engelleme sonrası hem bu değerlerin hem de tek tek ürün akışlarının nasıl değiştiği Tablo 5 ve Şekil 6 üzerinden gösterilmiştir.

Tablo 5. R=1 için ürün bazlı akış sonuçları

Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış	Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış
1	2	1	42,50	2	5	2	12,50
1	4	1	33,75	4	7	2	12,50
2	6	1	58,75	5	4	2	12,50
4	2	1	16,25	7	10	2	12,50
4	8	1	10,00	10	11	2	12,50
4	7	1	7,50	11	12	2	12,50
5	8	1	16,25	12	15	2	12,50
6	8	1	42,50	2	5	3	53,75
6	5	1	16,25	2	4	3	5,00
7	10	1	16,25	3	2	3	58,75
8	9	1	60,00	4	8	3	22,50
8	7	1	8,75	5	8	3	36,25
9	12	1	60,00	5	4	3	17,50
10	14	1	16,25	8	11	3	37,50
12	15	1	60,00	8	10	3	21,25
15	14	1	60,00	10	13	3	21,25
				11	14	3	37,50
				14	13	3	37,50



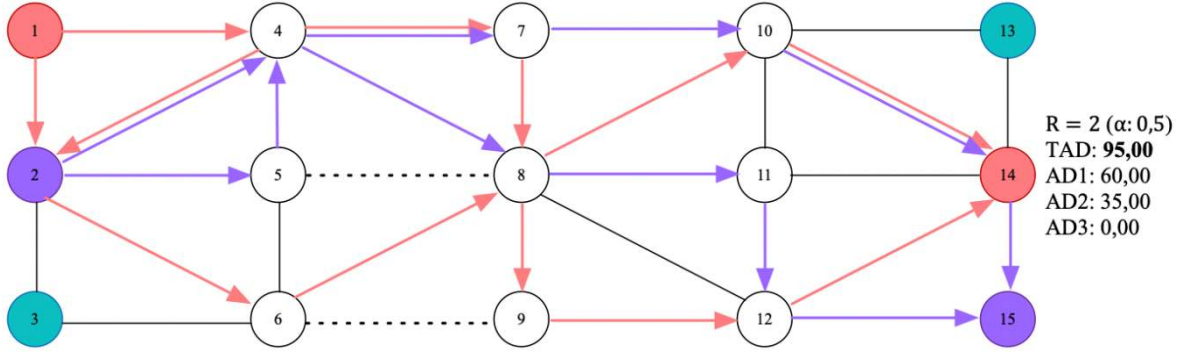
Şekil 6. R=1 için ürün bazlı akış gösterimi

Model sonuçlarından, R=1 birimlik engelleme bütçesi altında şebekeye en büyük zararın (6-9) arkının yok edilmesiyle verileceği görülmüştür. Bu engelleme ile şebekede toplam 78,75 birimlik akış kesilmiş ve toplam akış miktarı 226,25'ten 147,5 birime düşmüştür. Ürün 1 için toplam akış miktarı değişmemiş olup, ürün 2 için 95 birimlik (107,5 – 12,5) kesinti, ürün 3 için ise 16,25 birimlik (58,75 – 42,5) artış gerçekleşmiştir. Yapılan engelleme sonucu 6 düğümüne gelen akış miktarında gözle görülür bir azalış meydana gelmiştir. Engellenmesiz durumda 6 düğümüne (2-6) arkı üzerinden ürün 1 için 15 birim, ürün 2 için 65 birim; (3-6) arkı üzerinden ürün 1 için 28,75 birim ve ürün 3 için 12,5 birim olmak üzere gelen toplam 120,75 birimlik akışın ürün 1 için 18,75 birim ve ürün 2 için 60 birim olmak üzere 78,75 birimi (6-9) arkı üzerinden sağlanmaktaydı. Yeni durumda bu düğüme yalnızca (2-6) arkı üzerinden ürün 1 için 58,75 birimlik akış gelmekte ve bu akış da 42,5 birimi (6-8), 16,25 birimi (6-5) arkı üzerinden olmak üzere iki arka bölünerek dağıtılmaktadır. Sonuç olarak (6-9) arkının engellenmesi 6 düğümünün etkinliğini de zayılatmış ve bu durumdan da en çok ürün 2 için sağlanan akış olumsuz etkilenmiştir.

Aşağıda R=2 engelleme bütçesi ile çalıştırılan model ile elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, engellemelerin kümülatif olarak ilerlemediğidir. Yani model, (6-9) arkının engellenmiş olduğu şebeke üzerinden yeni bir arkın daha engellenmesi kararını aldırmaya yönelik değil, sıfırdan toplam iki birimlik engelleme kararı aldırmaya yönelik çalıştırılır. Bundan sonraki tüm engelleme bütçe seviyeleri için de bu durum aynı mantık üzerinden ilerler.

Tablo 6. R=2 için ürün bazlı akış sonuçları

Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış	Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış
1	2	1	26,25	2	4	2	5,00
1	4	1	33,75	2	5	2	30,00
2	6	1	42,50	4	7	2	2,50
4	2	1	16,25	4	8	2	32,50
4	7	1	17,50	5	4	2	30,00
6	8	1	42,50	7	10	2	2,50
7	8	1	17,50	8	11	2	32,50
8	9	1	22,50	10	14	2	2,50
8	10	1	37,50	11	12	2	32,50
9	12	1	22,50	12	15	2	32,50
10	14	1	37,50	14	15	2	2,50
12	14	1	22,50				

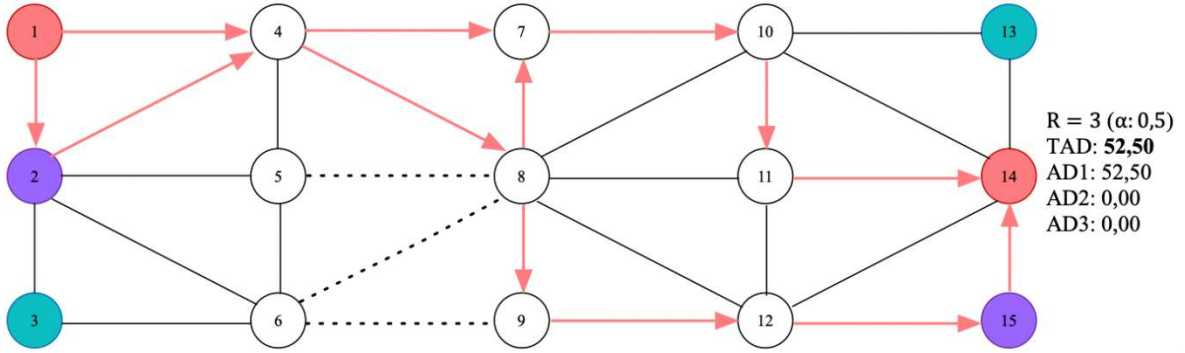


Şekil 7. R=2 için ürün bazlı akış gösterimi

R=2 birimlik bütçe altında $\alpha = 0,5$ kesi seviyesi için kabul edilebilir optimum sonuç, (6-9) ve (5-8) arklarının engellenmesi yönünde olmuştur. Bu durumda ürün 3 için akış tamamen sıfırlanmış, ürün 1 için 60 birime düşmüş, ürün 2 içinse 35 birim olarak gerçekleşmiş ve toplamda şebeke üzerinde 95 birimlik akış sağlanmıştır. Burada dikkat çekici nokta, ürün 2 için gerçekleşen akışın R=1 engelleme bütçesi altındaki toplam akışına göre artmış olmasıdır. Genel olarak bakıldığında, önceki duruma göre şebekedeki akış üzerinde 52,5 birimlik (147,5 – 95) bir azalış gerçekleşmiştir. Bu fark ürün akışları üzerinde; ürün 1 için 16,25 birimlik azalış, ürün 3 için 58,75 birimlik azalış ve ürün 2 için 22,5 birimlik artış şeklinde kendini göstermiştir.

Tablo 7. R=3 için ürün bazlı akış sonuçları

Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış
1	2	1	18,75
1	4	1	33,75
2	4	1	18,75
4	7	1	20,00
4	8	1	32,50
7	10	1	51,25
8	7	1	31,25
8	9	1	1,25
9	12	1	1,25
10	11	1	51,25
11	14	1	51,25
12	15	1	1,25
15	14	1	1,25

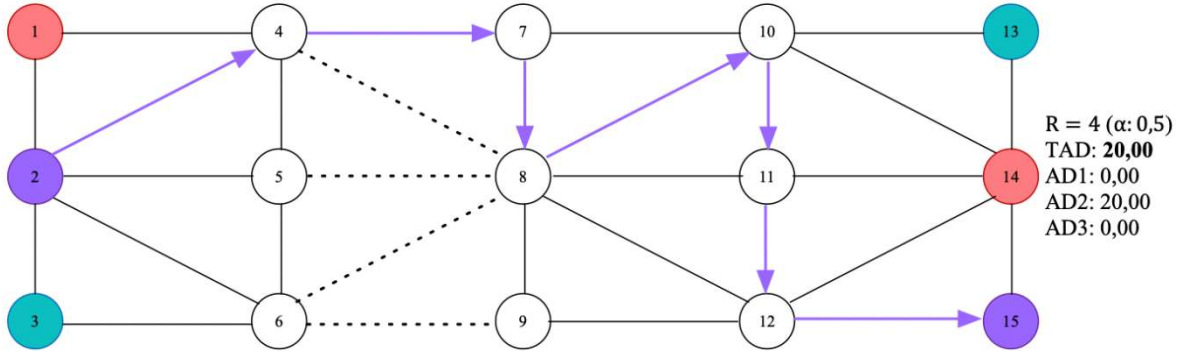


Şekil 8. R=3 için ürün bazlı akış gösterimi

R=3 birimlik engelleme ile (6-9), (5-8) ve (6-8) arkları engellenmiş ve toplam akışa en çok katkıda bulunan 5 ve 6 düğümleri etkin bir biçimde kullanılamaz hale gelmiştir. Şebekenin merkezinde bulunan ve sekiz arkı üzerinden geçiren 8 düğümünün etkinliği de kendisine bağlı iki arkın ((5-8) ve (6-8)) etkisiz hale getirilmesiyle zayıflatılmıştır. Önceki durumla kıyaslandığında şebeke üzerindeki toplam akış ürün 1 için 7,5 birim, ürün 2 için 35 birim olmak üzere 42,5 birim daha azalmıştır. Ürün 2 için de toplam akış sıfırlanmış ve sadece ürün 1 için akış sağlanır olmuştur.

Tablo 8. R=4 için ürün bazlı akış sonuçları

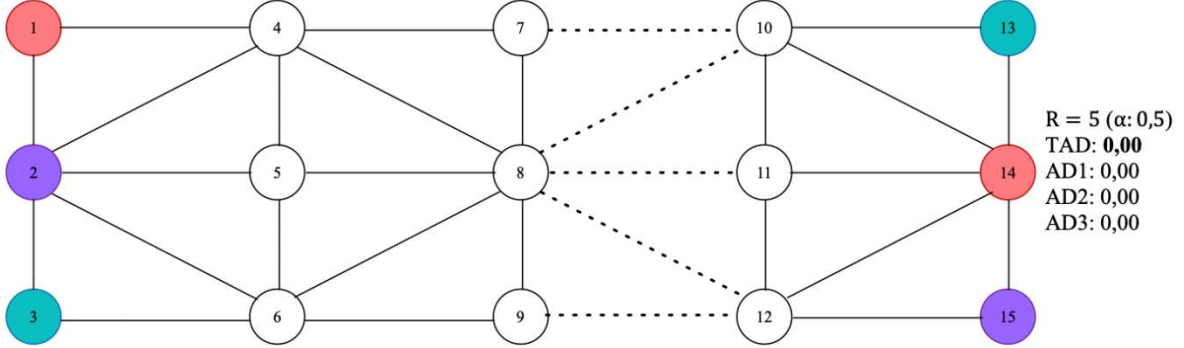
Düğüm (i)	Düğüm (j)	Ürün (k)	Akış
2	4	2	20,00
4	7	2	20,00
7	8	2	20,00
8	10	2	20,00
10	11	2	20,00
11	12	2	20,00
12	15	2	20,00



Şekil 9. R=4 için ürün bazlı akış gösterimi

R=4 bütçesi dahilinde (6-9), (5-8), (6-8) ve (4-8) arkları engellenmiş ve 8 düğümünün etkinliği bir seviye daha azaltılmıştır. Tüm bu engellemeler neticesinde bu sefer de ürün 1 için akış sıfırlanmış ve şebeke üzerinde sadece ürün 2 için akış sağlanmıştır. Toplam akış değeri de 32,5 birim azalarak 20 birime düşmüştür.

Bir sonraki bütçe seviyesi R=5 için şebeke üzerindeki tüm akış sıfırlanmıştır. İlgili durumun şebeke üzerindeki gösterimi Şekil 10'daki gibidir.



Şekil 10. R=5 için elde edilen şebeke yapısı

Bu bütçe altında öyle kritik beş ark engellenmiştir ki her üç ürün için de bitiş düğümlerine ulaşmak olanaksız hale gelmiştir. Böylelikle ürün akışları, tamamlanamayacağı için başlatılamaz ve model sonucunda amaç fonksiyonu (toplam akış miktarı) 0 değerini alır. Dolayısıyla, bu şebeke üzerinde akışın tamamen kesilebilmesi için engelleme bütçesinin en az 5 birim olması gerekmektedir, denilebilir.

3.2. Tek Başlangıç Tek Bitişli Önem Ağırlıklı ÇÜ-MAŞEP

Bu bölümde, bir önceki bölümdeki uygulamadan farklı olarak ürünlerin farklı önem ağırlıklarına sahip olduğu varsayılmıştır. Her bir ürün $0 \leq w_k \leq 1$ olacak şekilde w_k önem ağırlığıyla birlikte modellenmiş ve bu durumun şebeke üzerindeki ürün bazlı akışa ve toplam akışa etkilerini ortaya çıkarmak için bir duyarlılık analizi sunulmak istenmiştir. Bu amaçla, ürün önem ağırlıklarına ilişkin rastgele bir dizi senaryo oluşturulmuş ve buna eşit önem ağırlıklı durum da eklenmiştir (Senaryo 7). İlgili senaryolar Tablo 9’da gösterilmiştir ve Şekil 3’te verilen G(15,30) şebekesi için uygulanmıştır. Tabloda $w(1)$, $w(2)$ ve $w(3)$ ile sırasıyla ürün 1, ürün 2 ve ürün 3 için önem ağırlıkları ifade edilmiştir.

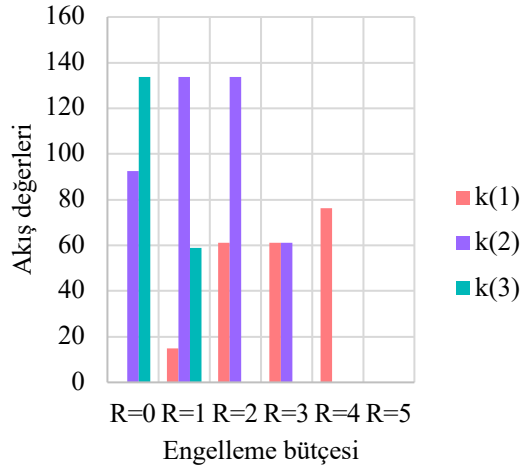
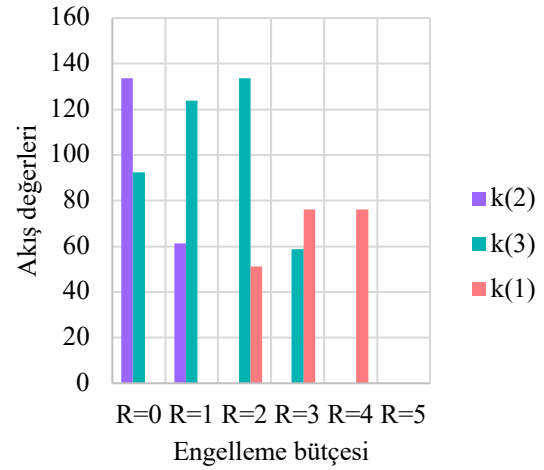
Tablo 9. Farklı ürün önem ağırlıklarına sahip senaryolar

	Ürünlerin önem ağırlıkları		
	$w(1)$	$w(2)$	$w(3)$
Senaryo 1	0,10	0,30	0,60
Senaryo 2	0,10	0,60	0,30
Senaryo 3	0,30	0,10	0,60
Senaryo 4	0,30	0,60	0,10
Senaryo 5	0,60	0,10	0,30
Senaryo 6	0,60	0,30	0,10
Senaryo 7	0,33	0,33	0,33

Her bir engelleme bütçe düzeyine göre, ürün tabanlı akışlar açısından elde edilen deneysel sonuçlar, $\alpha = 0,5$ kesi seviyesi için senaryolar bazında hem tablo şeklinde verilmiş hem de grafikler yardımıyla görselleştirilmiştir. Tablo 10-16 arası, sırasıyla Senaryo 1-7 için bütçe düzeyinde $\alpha = 0,5$ kesi seviyesi için engellenen arklar ve ürün tabanlı akış bilgilerini vermekte, Şekil 11-17 arası da benzer şekilde bütçe düzeyinde ürün akış grafiklerini göstermektedir. Burada $k(1)$, $k(2)$ ve $k(3)$ sırasıyla ürün 1, ürün 2 ve ürün 3’ü temsil etmektedir. Tüm α kesi seviyeleri için toplam akış miktarı ve ürün bazlı akış bilgilerini içeren deneysel sonuçlar ise Özçelik’te (2020) verilmiştir.

Tablo 10. Senaryo 1 ve 2 için ürün bazlı akış sonuçları

	Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)				Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)		
			k(1)	k(2)	k(3)				k(1)	k(2)	k(3)
Senaryo 1	R=0	-	0,00	92,50	133,75	Senaryo 2	R=0	-	0,00	133,75	92,50
	R=1	(3-6)	15,00	133,75	58,75		R=1	(12-15)	0,00	61,25	123,75
	R=2	(10-13), (13-14)	61,25	133,75	0,00		R=2	(12-15), (14-15)	51,25	0,00	133,75
	R=3	(10-13), (12-15), (13-14)	61,25	61,25	0,00		R=3	(3-6), (12-15), (14-15)	76,25	0,00	58,75
	R=4	(2-3), (3-6), (12-15), (14-15)	76,25	0,00	0,00		R=4	(2-3), (3-6), (12-15), (14-15)	76,25	0,00	0,00
		(10-13), (12-15), (13-14), (14-15)	76,25	0,00	0,00			(10-13), (12-15), (13-14), (14-15)	76,25	0,00	0,00
	R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00		R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00

Senaryo 1 (α kesi seviyesi = 0,5)Senaryo 2 (α kesi seviyesi = 0,5)

Şekil 11. Senaryo 1 ve 2 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri

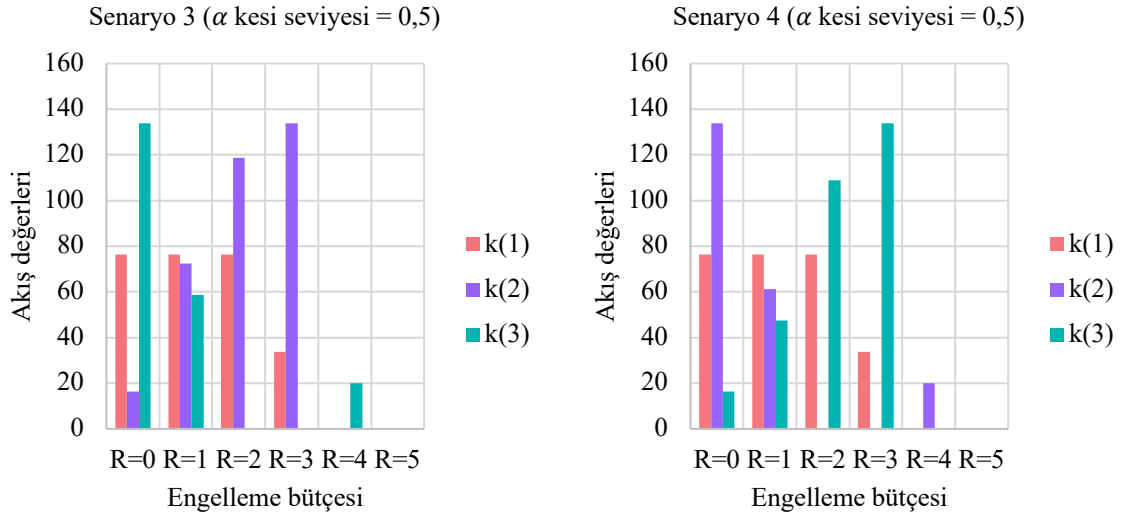
Senaryo 1 ve 2 için gerçekleşen akış sonuçları Tablo 10 ve Şekil 11 üzerinden gösterilmiştir. Senaryo 1 için ürünlerin önem ağırlıkları sırasıyla 0,1- 0,3 - 0,6 olup önem sıralamaları ürün 3 - ürün 2 - ürün 1 şeklindedir. Senaryo 2 için ise bu ağırlıklar sırasıyla 0,1 - 0,6 - 0,3 olup önem sıralamaları ürün 2 - ürün 3 - ürün 1 şeklindedir. Her iki senaryoda da

herhangi bir engelleme olmadığında ürünlerin toplam akışları önem ağırlıklarıyla doğru orantılı olacak şekilde değer almıştır. Engelleme bütçesi altında, amaç fonksiyonu katsayısı en yüksek olan ürünün akışını aksatmak şebekeye en büyük zararı vereceğinden ilk olarak bu yönde bir engelleme kararı alınır. Yukarıdaki tablo ve grafiklerden de görülebileceği gibi bu ürünlerin (en yüksek önem ağırlıklı ürünler) akışları önce tüm ürünler içinde en yüksek değeri almış, daha sonra $R=1$ bütçesi altında büyük oranda zarar görmüş ve $R=2$ bütçesi altında tamamen engellenmiştir. Öte yandan, orta seviyedeki önem ağırlığına sahip ürünlerin akışları $R=2$ bütçe seviyesine kadar artmış veya sabit kalmış, $R=3$ seviyesinde azalmış ve $R=4$ seviyesi itibarıyla tamamen engellenmiş; en düşük önem ağırlığına sahip ürünlerin akışları ise $R=0$ için sağlanmamış, artan bütçe seviyelerinde kademeli olarak yükselmiş veya sabit kalmıştır. $R=4$ bütçe seviyesinde yalnızca en düşük önem ağırlıklı ürüne ilişkin akış sağlanmıştır ve $R=5$ bütçe seviyesinde ise şebekedeki toplam akış tamamen engellenmiştir. Burada dikkat çekici bir nokta, $R=4$ seviyesine kadar her iki senaryo için engellenen arkların farklılık göstermesidir. Bunun sebebi, Senaryo 1’de önem ağırlıklarına göre sırasıyla ürün 3, ürün 2 ve ürün 1’in akışının engellenmesine öncelik verilirken Senaryo 2’de bu sıralamanın ürün 2, ürün 3 ve ürün 1 yönünde olmasıdır. Örneğin $R=1$ bütçe seviyesi için engellenen arklara bakıldığında, ürün 3’ün akışı için şebeke üzerindeki en kritik arkın (3-6), ürün 2 için ise (12-15) olduğu söylenebilir. $R=2$ ve $R=3$ bütçe seviyelerinde de benzer sebepten dolayı senaryo bazında farklı engellemeler yapılmıştır. $R=4$ bütçe seviyesinde ise her iki senaryo için de önem ağırlığı yüksek olan ilk iki ürünün akışı tamamen sıfırlanmıştır. Bu ürünler sırasıyla Senaryo 1 için ürün 3 ve ürün 2, Senaryo 2 için ise ürün 2 ve ürün 3 olup aynı ürünlerdir. Dolayısıyla engellenen arklar $R=4$ bütçe seviyesinde her iki senaryo için de ortaktır ve alternatif oluşturur.

Tablo 11. Senaryo 3 ve 4 için ürün bazlı akış sonuçları

	Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)				Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)		
			k(1)	k(2)	k(3)				k(1)	k(2)	k(3)
Senaryo 3	R=0	-	76,25	16,25	133,75	Senaryo 4	R=0	-	76,25	133,75	16,25
	R=1	(3-6)	76,25	72,50	58,75		R=1	(12-15)	76,25	61,25	47,50
	R=2	(10-13), (13-14)	76,25	118,75	0,00		R=2	(12-15), (14-15)	76,25	0,00	108,75
	R=3	(1-2), (10-13), (13-14)	33,75	133,75	0,00		R=3	(1-2), (12-15), (14-15)	33,75	0,00	133,75
	R=4	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	0,00	0,00	20,00		R=4	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	0,00	20,00	0,00
	R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00		R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00

Senaryo 3 ve 4'e ilişkin akış sonuçları Tablo 11 ve Şekil 12 üzerinden gösterilmiştir. Senaryo 3 için ürünlerin önem ağırlıkları sırasıyla 0,3- 0,1 - 0,6 olup önem sıralamaları ürün 3 - ürün 1 - ürün 2 şeklindedir. Senaryo 4 için ise bu ağırlıklar sırasıyla 0,3 - 0,6 - 0,1 olup önem sıralamaları ürün 2 - ürün 1 - ürün 3 şeklindedir. Genel anlamda bu senaryolarda da Senaryo 1 ve 2'ye benzer sonuçlarla karşılaşmıştır. Engellemeler, öncelikle önem ağırlığı en yüksek olan ürünün (Senaryo 3 için ürün 3, Senaryo 4 için ürün 2) akışını aksatacak şekilde yapılmış ve bu durum ürünler bazında toplam akışa yansımıştır. Burada farklı olarak dikkat çeken nokta, Senaryo 3'te ürün 3'ün Senaryo 4'te de ürün 2'nin akışlarının önce R=2 ve R=3 bütçe seviyelerinde sıfırlanmalarına rağmen, R=4 bütçe seviyesinde değer almalarıdır. İlk dört senaryo birlikte değerlendirildiğinde R=4 bütçe seviyesi için karşılaşılan farklılık haricinde, senaryolardaki ürünlerin en yüksek önem ağırlıklı ürün benzerliklerine göre engelleme planları da benzerlik göstermektedir. Örneğin Senaryo 1 ve 3'ün her ikisinde de en yüksek önem ağırlıklı ürün 3'tür ve bu ürünün akışının tamamen engellenmesi sağlanana kadar (R=2 bütçe seviyesine kadar) yapılan engellemeler her iki senaryoda da ortaktır. Benzer durum, ürün 2'nin en yüksek önem ağırlığına sahip olduğu Senaryo 2 ve 4 için de geçerlidir. R=3 bütçe seviyesinde, artık akışı aksatılacak ürün öncelikleri değiştiği için senaryolar bazında engellenen arklar da değişmiştir.



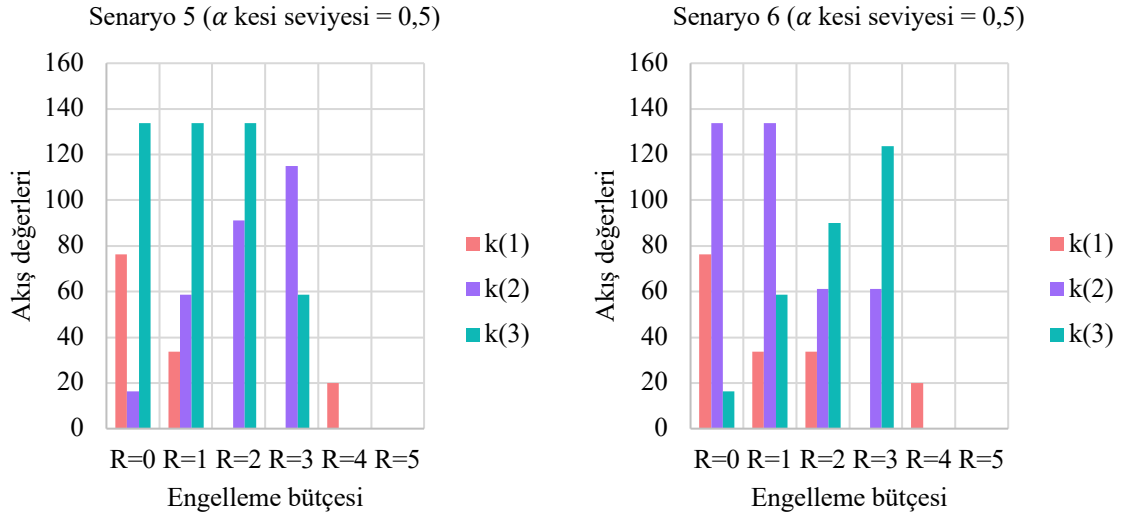
Şekil 12. Senaryo 3 ve 4 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri

Tablo 12. Senaryo 5 ve 6 için ürün bazlı akış sonuçları

	Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)				Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)		
			k(1)	k(2)	k(3)				k(1)	k(2)	k(3)
Senaryo 5	R=0	-	76,25	16,25	133,75	Senaryo 6	R=0	-	76,25	133,75	16,25
	R=1	(1-2)	33,75	58,75	133,75		R=1	(1-2)	33,75	133,75	58,75
	R=2	(1-2), (1-4)	0,00	91,25	133,75		R=2	(1-2), (12-15)	33,75	61,25	90,00
	R=3	(1-2), (1-4), (3-6)	0,00	115,00	58,75		R=3	(1-2), (1-4), (12-15)	0,00	61,25	123,75
	R=4	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	20,00	0,00	0,00		R=4	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	20,00	0,00	0,00
	R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00		R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6), (7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00

Senaryo 5 ve 6 için gerçekleşen akış sonuçları Tablo 12 ve Şekil 13 üzerinden gösterilmiştir. Senaryo 5 için ürünlerin önem ağırlıkları, sırasıyla 0,6 - 0,1 - 0,3 olup önem sıralamaları ürün 1 - ürün 3 - ürün 2 şeklindedir. Senaryo 6 için ürünlerin önem ağırlıkları, sırasıyla 0,6 - 0,3 - 0,1 olup önem sıralamaları ürün 1 - ürün 2 - ürün 3 şeklindedir. Bu bilgiler doğrultusunda Tablo 12 ve Şekil 12 incelendiğinde dikkat çekici bir sonuçla karşılaşılmıştır. R=0 bütçe seviyesi için en yüksek değerli akışın, beklenenin aksine orta seviyede önem ağırlığına sahip ürünler için sağlandığı görülmüştür. Bu bütçe seviyesinde ürün 1 için toplam akış değeri 76,25 birim olup bu değer, önem ağırlığının 0,3 olduğu Senaryo 3 ve 4'teki akış

değeriyle aynıdır. Buradan, ürün 1 için sağlanabilecek maksimum akışın 76,25 birim olduğu sonucu çıkarılabilir. Bu durum, farklı engelleme bütçeleri için engellenen arkları ve toplam akış değerlerini de etkilemiştir. Örneğin Senaryo 5’te $R=2$ bütçe seviyesi için ürün 1’in akışı tamamen engellenirken, Senaryo 6’da α kabul edilebilir sonuç, orta seviyede önem ağırlığına sahip ürün 2’nin akışının aksatılmasına öncelik verildiğinde ortaya çıkmıştır.

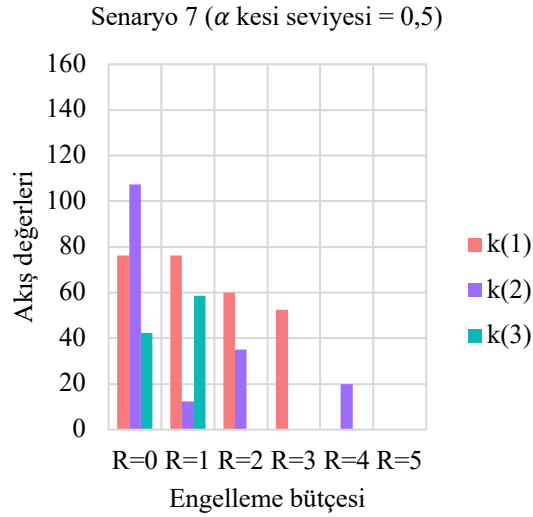


Şekil 13. Senaryo 5 ve 6 için ürün bazlı akış sonuçları grafikleri

Senaryo 7, eşit önem ağırlıklı durumu ifade etmektedir ve bu senaryo için ürün bazlı elde edilen sonuçlar, bir önceki bölümde anlatılmış olan önem ağırlıklarının yok sayıldığı örnek sonuçlarıyla aynıdır.

Tablo 13. Senaryo 7 için ürün bazlı akış sonuçları

	Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri ($\alpha=0,5$)		
			k(1)	k(2)	k(3)
Senaryo 7	R=0	-	76,25	107,50	42,50
	R=1	(6-9)	76,25	12,50	58,75
	R=2	(5-8), (6-9)	60,00	35,00	0,00
	R=3	(5-8), (6-8), (6-9)	52,50	0,00	0,00
	R=4	(4-8), (5-8), (6-8), (6-9)	0,00	20,00	0,00
	R=5	(1-4), (2-4), (2-5), (2-6), (3-6)	0,00	0,00	0,00
		(7-10), (8-10), (8-11), (8-12), (9-12)	0,00	0,00	0,00



Şekil 14. Senaryo 7 için ürün bazlı akış sonuçları grafiği

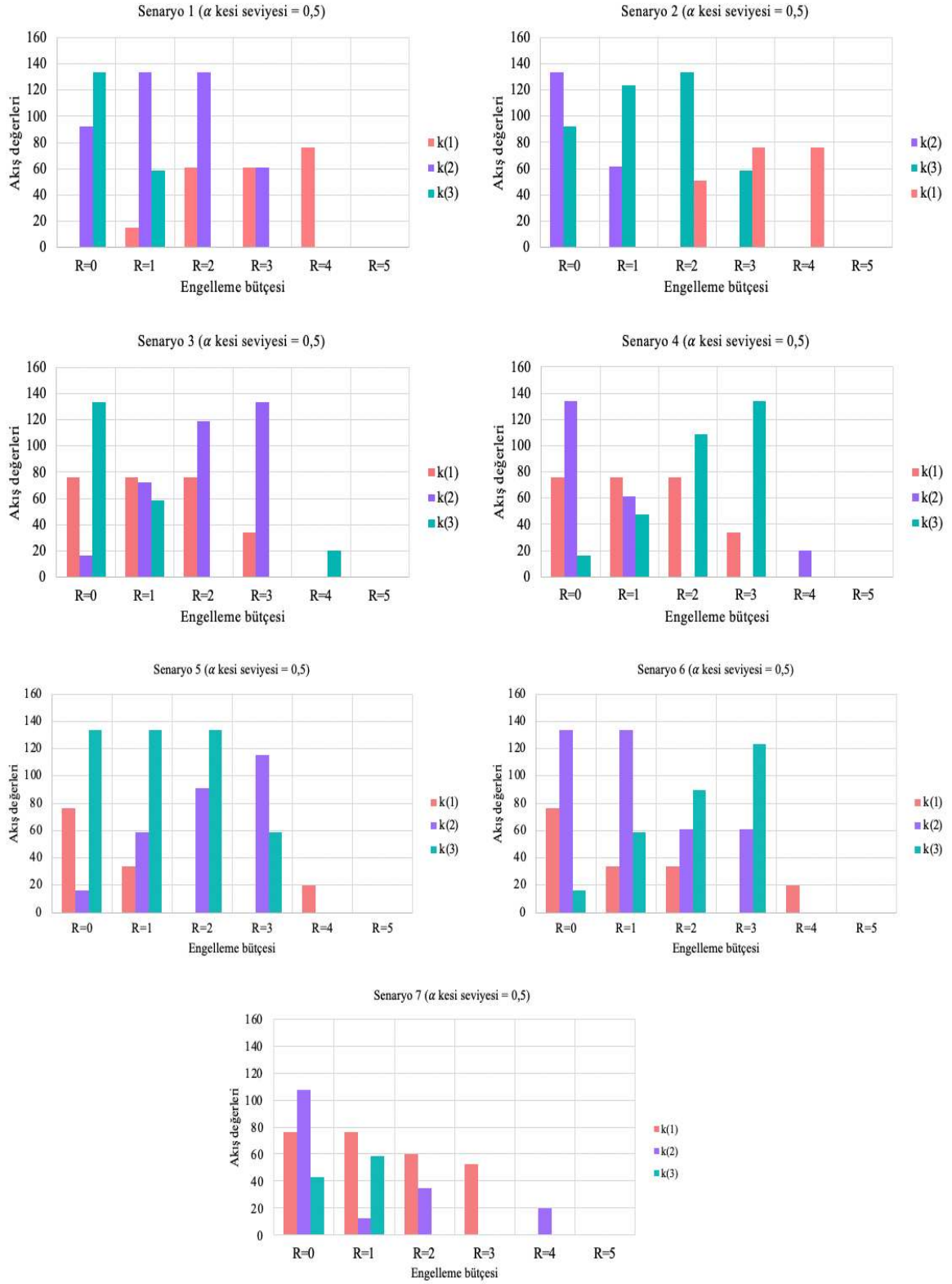
Tüm bu senaryo sonuçlarının karşılaştırmalı analizi için engelleme bütçesine bağlı ürün akış değerlerini gösteren sütun grafikleri Şekil 15'te toplu olarak verilmiştir. Genel olarak bakıldığında Senaryo 7'de ürün akışları daha dengeli dağılırken, diğer senaryolarda önem ağırlıkları farkı dolayısıyla toplam ürün akışları arasındaki farklar daha yüksektir. Engelleme bütçesi altında, öncelikle şebeke üzerinde en yüksek akışa sahip ürünün toplam akışını aksatmaya yönelik kararlar alınır. Bu ürün, genellikle ilgili senaryo için en yüksek önem ağırlıklı ürün olurken, şebekenin o ürün için sağlayabileceği maksimum akışın düşük olması sebebiyle - senaryo 5 ve 6'da olduğu gibi - farklılık da gösterebilmektedir. Şebekenin

her bir ürünün akışı için ne kadar etkin kullanıldığını göstermek üzere, $R=0$ bütçe seviyesi için ürünlerin senaryolar bazında önem ağırlıkları değişimine göre aldıkları toplam akış değerleri Tablo 14’te özetlenmiştir.

Ürün 1 için senaryolar bazında değişen önem ağırlığı değerine bağlı olarak toplam akışlar incelendiğinde, senaryo 1 ve 2’de 0,10 önem ağırlığında ürün 1 için hiç akış sağlanmazken diğer tüm senaryolarda (0,30-0,33-0,60 önem ağırlıkları için) aynı miktarda (76,25 birim) akış sağlanmıştır. Bu ürün için önem ağırlığının 0,30’dan 0,33’e, 0,33’ten 0,60’a çıkması sonucu değiştirmemiştir. Bu durum, kullanılan şebekenin ürün 1 için maksimum 76,25 birimlik akışa izin verdiğini göstermektedir. Ürün 2 ve 3 için de benzer bir inceleme yapıldığında, her iki ürün de 0,10 önem ağırlıklı senaryolarda 16,25 birimlik toplam akış değerine sahip olmuştur. 0,30’luk önem ağırlığında senaryolar bazında minimum 92,50 ve maksimum 133,75 birim; 0,60’lık önem ağırlığına sahip oldukları tüm senaryolarda da 133,75 birimlik toplam akışa ulaşmıştır. 0,30 önem ağırlığı düzeyinde sağlanabilen 133,75 birimlik toplam akışın 0,60 önem ağırlığında da aynı miktarda sağlanması, bu iki ürün için şebekede maksimum 133,75 birimlik akışın sağlanabileceğini göstermektedir. Son olarak, tüm ürünlerin eşit önem ağırlığına sahip olduğu senaryo 7 incelendiğinde, en yüksek akışın ürün 2 için sağlandığı görülmektedir. Bu durum, şebekenin ürün 2’nin akışı için daha etkin kullanıldığı göstermektedir.

Tablo 14. $R=0$ için $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde senaryo bazlı akış sonuçları

	S-1		S-2		S-3		S-4		S-5		S-6		S-7	
	w	Akış	w	Akış	w	Akış	w	Akış	w	Akış	w	Akış	w	Akış
Ürün 1	0,10	0,00	0,10	0,00	0,30	76,25	0,30	76,25	0,60	76,25	0,60	76,25	0,33	76,25
Ürün 2	0,30	92,50	0,60	133,75	0,10	16,25	0,60	133,75	0,10	16,25	0,30	133,75	0,33	107,50
Ürün 3	0,60	133,75	0,30	92,50	0,60	133,75	0,10	16,25	0,30	133,75	0,10	16,25	0,33	42,50



Şekil 15. Tüm senaryolar için engelleme bütçesine bağlı ürün akışları grafikleri

3.3. Farklı Sayılarda Başlangıç-Bitiş Düzümü İçeren ÇÜ-MAŞEP

Bu bölümde 8×6 ızgara yapısında 4 ürünlü $G(48,117)$ şebekesi için farklı sayıda başlangıç ve bitiş düğümleri içermesi durumu altında amaç fonksiyonu değerindeki (toplam akış miktarı) değişimlerin izlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, şebeke üzerinde her ürün için başlangıç ve bitiş sayılarının farklılaştığı bazı olası senaryolar oluşturulmuş ve bu senaryolara ilişkin bilgiler Tablo 15'te verilmiştir. Şebekeye ilişkin ark kapasiteleri bilgileri ise Özçelik'te (2020) verilmiştir.

Tablo 15. Her bir senaryo için başlangıç-bitiş düğümleri bilgileri

Senaryolar	Ürünler (k)	Başlangıç düğümleri ($S_{(k)}$)	Bitiş düğümleri ($T_{(k)}$)
1	1	{1}	{45}
	2	{4}	{48}
	3	{6}	{41}
	4	{8}	{42}
2	1	{1}	{37, 44, 45, 46}
	2	{4}	{40, 46, 47, 48}
	3	{6}	{33, 41, 42, 43}
	4	{8}	{34, 42, 43, 44}
3	1	{1, 2, 3, 4}	{45}
	2	{4, 5, 6, 7}	{48}
	3	{1, 2, 6, 8}	{41}
	4	{3, 6, 7, 8}	{42}
4	1	{1, 2, 3, 4}	{37, 44, 45, 46}
	2	{4, 5, 6, 7}	{40, 46, 47, 48}
	3	{1, 2, 6, 8}	{33, 41, 42, 43}
	4	{3, 6, 7, 8}	{34, 42, 43, 44}

Deneyisel sonuçlar, Ek Şekil 1'de α kesi seviyelerine göre her bir engelleme bütçe seviyesi için gösterilmektedir. Ayrıca, Özçelik'te (2020) α kesi seviyelerine göre her bir engelleme bütçesi altında engellenen arkların bilgilerini içeren senaryo bazlı sonuçlar da sunulmaktadır.

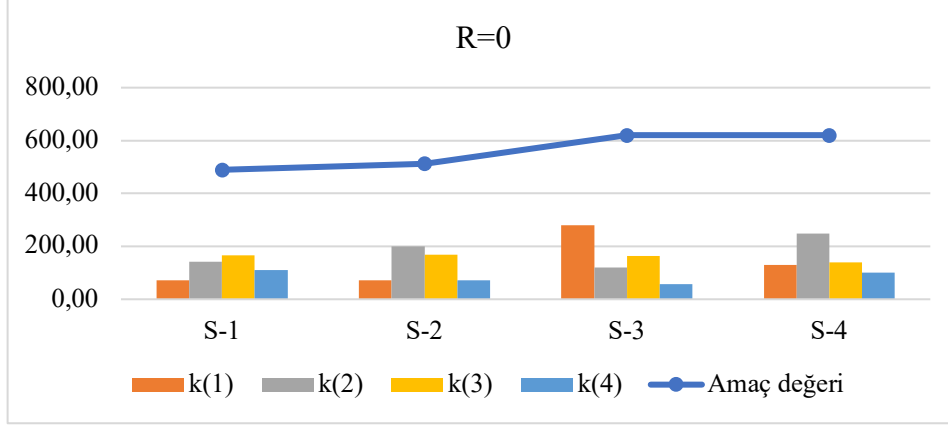
Ek Şekil 1'deki grafikler incelendiğinde, tüm R bütçelerinde α kesi seviyesi arttıkça bulanık ark kapasitelerinin sınır değerleri daraldığı için, amaç fonksiyonu değerinin azaldığı görülmektedir. Ayrıca, çoklu başlangıç ve/veya çoklu bitiş düğüm sayısının, her bir ürün

akışı için başlangıç-bitiş düğümleri arasındaki ilişki alternatiflerini etkilediğinden amaç fonksiyonu üzerinde doğrudan bir etkisi olduğu yine bu grafiklerden yapılabilecek çıkarımlar arasındadır. Beklendiği gibi, Senaryo 1, R=8'e kadar diğer senaryolardan daha düşük amaç fonksiyonu değerlerine sahiptir ve bu senaryo için tüm akış R=8 bütçe seviyesinde engellenmiştir. Benzer şekilde Senaryo 4'ün, başlangıç-bitiş düğümleri arasındaki ilişki alternatifleri sayısının diğer senaryolara göre daha fazla olması sebebiyle daha büyük amaç fonksiyonu değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Senaryo 3 ve 4, R=5'e kadar amaç fonksiyon değeri açısından benzer bir seyir izlerken, ilerleyen engelleme bütçelerinde Senaryo 4 diğer senaryolara göre en yüksek amaç fonksiyonu değerine sahip olma özelliğini korumuştur. Bu sonuçlara göre, Senaryo 2 ve 3 hakkında net bir çıkarım yapmak biraz daha zordur. Senaryo 3, R=9'a kadar Senaryo 2'den daha büyük amaç fonksiyonu değerlerine sahip olmuştur ve bu senaryoda R=11 için tüm akışlar engellenmiştir. Ancak Senaryo 2 için tüm akış R=13 bütçe seviyesinde engellenmiştir. Bu durumda, daha fazla bitiş düğümü içeren Senaryo 2'nin, daha fazla başlangıç düğümü içeren Senaryo 3'e kıyasla, engellemelere göre daha dayanıklı olduğunu söylemek mümkündür. Ayrıca hem daha fazla başlangıç hem de daha fazla bitiş düğümü içeren Senaryo 4, engellemelere karşı en dayanıklı olan senaryodur, denilebilir.

Tüm bu genel değerlendirmeye ek olarak, aşağıda dört farklı bütçe seviyesi için (R=0, R=1, R=5, R=10) $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde ürün bazlı akış sonuçlarına ve engellenen ark bilgilerine yer verilmiştir.

Tablo 16. R=0, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları

Senaryolar	Engellenen ark	Amaç değeri	k(1)	k(2)	k(3)	k(4)
S-1	-	489,50	71,00	141,00	166,00	111,50
S-2	-	512,50	71,00	199,50	169,25	72,75
S-3	-	620,50	279,50	120,00	164,50	56,50
S-4	-	620,50	130,86	249,36	138,98	101,30



Şekil 16. $R=0$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği

Tablo 16, engellenmenin olmadığı durumda ($R=0$) $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçlarını göstermektedir. Bu tablo üzerinden senaryo bazlı incelemeler yapıldığında, her bir senaryo için en yüksek akışın sağlandığı ürünün değiştiği gözlenmektedir. Tek başlangıç ve tek bitiş düğümü içeren Senaryo 1 için en yüksek miktarlı akış 166 birimle ürün 1 için sağlanmıştır. Her bir ürün için başlangıç düğümlerinin aynı kalıp, bitiş düğüm sayılarının arttığı tek başlangıç çok bitiş düğümleri içeren Senaryo 2’de akış miktarı en çok değişen ürün, ilk senaryoya göre 58,5 birimlik artışla ürün 2 olmuştur ve bu senaryo için en yüksek miktarlı akış bu ürün için sağlanmıştır. Senaryo 1’den Senaryo 2’ye geçildiğinde ürün 1’in akış miktarının değişmediği, ürün 2 ve 3’ün arttığı, ürün 4’ün ise azaldığı gözlemlenmiş, toplam amaç değerinin ise 23 birimlik bir artış gösterdiği belirlenmiştir. Bitiş düğümlerinin tek ve Senaryo 1’deki gibi sabit kalırken başlangıç düğüm sayılarının arttığı, çok başlangıç tek bitiş düğümlerini içeren Senaryo 3’te toplam amaç değeri Senaryo 1’e göre 131 birim artmış ve 620,5 birime ulaşmıştır. Bu senaryoda ürün bazlı en büyük akış, Senaryo 1’e göre 208 birimlik ciddi bir artış göstererek, 279,5 birimle ürün 1 için gerçekleşmiştir. Diğer tüm ürünler için ise toplam akış değerleri Senaryo 1’e göre azalmıştır. Çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümleri içeren Senaryo 4 için ise sonuçlar incelendiğinde amaç fonksiyonu değerinin 620,5 birimle Senaryo 3’ün amaç fonksiyonu değeriyle aynı olduğu gözlenmiştir. Fakat ürün akışları bazında değerlendirildiğinde bu iki senaryonun farklılık gösterdiği görülmektedir. Senaryo 4’te en yüksek miktarlı akış 249,36 birimle ürün 2 için sağlanmıştır.

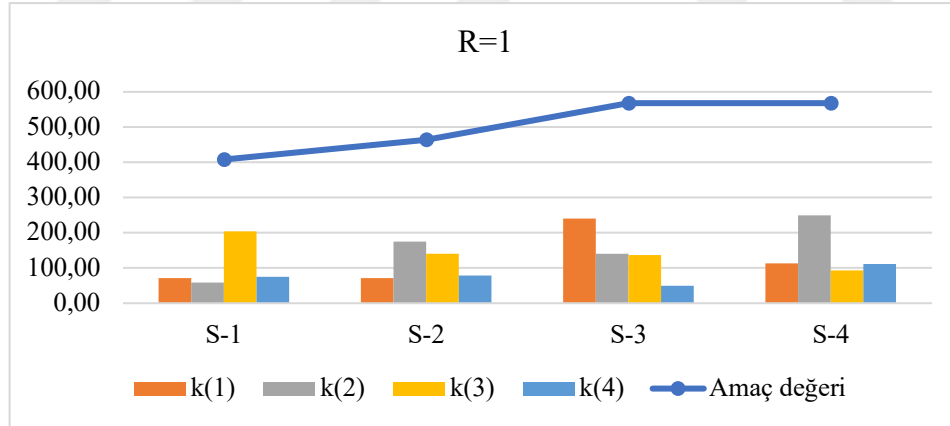
Bunlara ek olarak, ürün 3’ün başlangıç-bitiş düğümleri değişiminden en az etkilenen ürün olduğu, ürün 4’ün ise hiçbir durumda en yüksek akışa sahip olamadığı da tablo üzerinden yapılabilecek çıkarımlar arasındadır. Tablo 16’daki tüm bu veriler Şekil 16’daki grafik yardımıyla da görselleştirilmiştir.

Aşağıda Tablo 17’de $R=1$ engelleme bütçesi altında $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları gösterilmiş, Şekil 17 üzerinden de bu sonuçlar görselleştirilmiştir.

Tablo 17. $R=1$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları

Senaryolar	Engellenen ark	Amaç değeri	k(1)	k(2)	k(3)	k(4)
S-1	(40-48)	408,00	71,00	59,50	203,13	74,38
S-2	(6-14)	464,00	71,00	175,50	139,50	78,00
S-3	(2-10)	568,00	240,00	141,00	137,00	50,00
S-4	(2-10)	568,00	112,94	250,00	93,22	111,83

Tablo incelendiğinde, Senaryo 3 ve 4 için engellenen arklar ve amaç değerlerinin aynı olmasına rağmen ürün bazlı akış sonuçlarının yine farklılık gösterdiği gözlenmektedir. Senaryo 1 ve 2’de ise amaç değerleriyle birlikte engellenen ark bilgilerinin de farklılık göstermesi dikkat çekmektedir. Ayrıca ürün 1’in akışın hem Senaryo 1’de hem de Senaryo 2’de engellemeden etkilenmeyerek 71 birim olarak kalması, dikkat çekici bir başka sonuçtur.



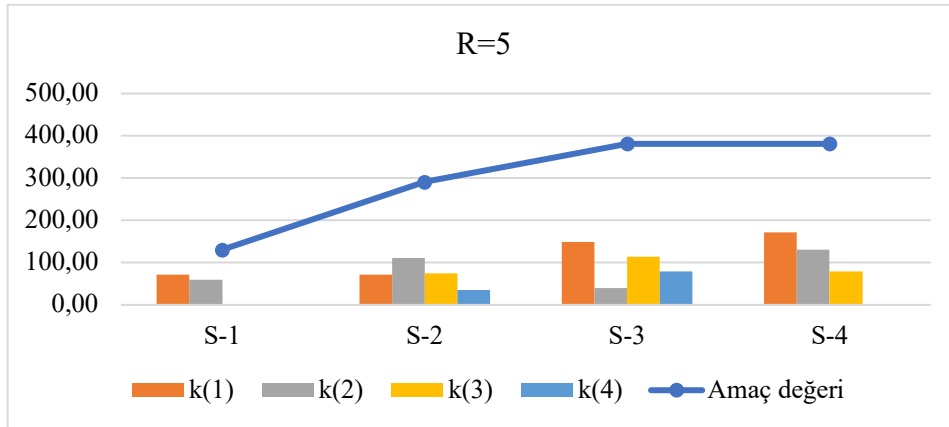
Şekil 17. $R=1$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği

$R=5$ engelleme bütçesi altında , $\alpha=0,5$ için elde edilen sonuçlar aşağıda Tablo 18 ve Şekil 18 üzerinden gösterilmiştir.

Tablo 18. $R=5$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları

Senaryolar	Engellenen arklar	Amaç değeri	k(1)	k(2)	k(3)	k(4)
S-1	(33-41), (34-41), (34-42), (42-43), (40-48)	130,50	71,00	59,50	0,00	0,00
S-2	(6-14), (4-12), (6-15), (4-11), (8-16)	291,00	71,00	110,50	75,00	34,50
S-3	(2-10), (6-14), (2-11), (4-12), (2-9)	381,00	149,00	39,50	113,50	79,00
S-4	(2-10), (6-14), (2-11), (4-12), (2-9)	381,00	171,00	131,00	79,00	0,00

Bu engelleme bütçesi altında farklı olarak dikkat çeken bir sonuç, tümü olmasa bile engellenen arklardan ikisinin ((6-14) ve (4-12)) Senaryo 2 ve Senaryo 3-4'te ortak oluşudur. Bu durum, (6-14) ve (4-12) arklarının çoklu sayıda başlangıç ve/veya bitiş düğümü içeren senaryolar için şebekedeki toplam akışın sağlanması üzerinde kritik etkilerinin olduğunu göstermektedir. Senaryo 1 için engellenen arklar ise diğer tüm senaryodakilerden tümüyle farklılık göstermektedir. Ayrıca Senaryo 1'de $R=5$ için ürün 3 ve 4'ün akışının tamamen kesildiği dikkat çekmektedir. Benzer şekilde Senaryo 4'te de ürün 4'ün akışı tamamen engellenmiştir. Senaryo 1 ve 2'de ürün 1 için sağlanan akışın, $R=5$ bütçe seviyesinde de hiç kesintiye uğramadan 71 birim olarak kalması ise Tablo 18'den çıkarılan bir başka dikkat çekici sonuçtur.

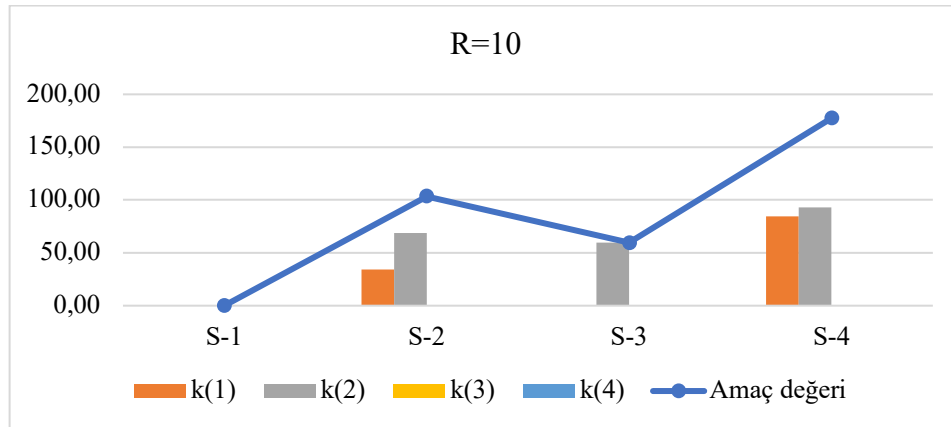
Şekil 18. $R=5$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği

Son olarak $R=10$ engelleme bütçesi altında , $\alpha=0,5$ için elde edilen sonuçlar aşağıda Tablo 19 ve Şekil 19 üzerinden gösterilmiştir.

Tablo 19. $R=10$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları

Senaryolar	Engellenen arklar	Amaç değeri	k(1)	k(2)	k(3)	k(4)
S-1	(1-2), (1-9), (33-41), (34-41), (34-42), (40-48), (42-43), (47-48)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S-2	(6-14), (4-12), (6-15), (4-11), (8-16), (5-13), (3-4), (6-13), (7-15), (1-9)	103,50	34,50	69,00	0,00	0,00
S-3	(33-41), (34-41), (34-42), (36-45), (37-45), (38-45), (40-48), (42-43), (44-45), (45-46)	59,50	0,00	59,50	0,00	0,00
S-4	(2-10), (6-14), (2-11), (4-12), (2-9), (4-11), (6-15), (8-16), (5-13), (6-13)	177,50	84,50	93,00	0,00	0,00

Bu bütçe seviyesi altında artık Senaryo 3 ve 4 için ortaya çıkan sonuçlar (hem engellenen arklar hem de amaç fonksiyonu değerleri) tamamen farklılaşmıştır. Engellenen arklar üzerinden bir değerlendirme yapıldığında, Senaryo 1 ve 3'te beşer arkın, Senaryo 2 ve 4'te ise yedişer arkın ortak olduğu ve bu senaryo gruplarının birbirlerine yakın sonuçlar ürettikleri gözlenmektedir. Senaryo 1'de şebekedeki tüm akış engellenmişken Senaryo 3'te yalnızca ürün 2 için bir akış söz konusudur. Senaryo 2 ve 4'te ise ürün 1 ve 2 için akış sağlanmaktadır. Elde edilen sonuçlardan hareketle bu şebeke için, yüksek bütçeli engelleme durumuna karşı çoklu bitiş düğümü içermenin, çoklu başlangıç düğümü içermeye nazaran daha avantajlı olduğu söylenebilir.

Şekil 19. $R=10$, $\alpha=0,5$ için ürün bazlı akış sonuçları grafiği

3.4. Farklı Boyutlardaki Şebekeler için Model Performans Analizi

Bu çalışma kapsamında oluşturulan bulanık tabanlı optimizasyon modelinin performansı, açıklayıcı örnek için ele alınan $G(15, 30)$ şebekesinin yanı sıra, $G(20, 43)$, $G(48, 117)$, $G(80, 205)$ ve $G(120, 317)$ şebekeleri üzerinde hem R engelleme bütçeleri hem de α kesi seviyeleri bazında ortalama işlem süreleri (sn.) cinsinden test edilmiştir. Tüm bu şebekeler için ark kapasiteleri bilgileri Özçelik'te (2020) verilmiştir.

$G(20, 43)$ şebekesi üzerinde farklı ve tek sayıda başlangıç/bitiş düğümlerine sahip dört ürünün akışı gerçekleşmektedir. Benzer şekilde sırasıyla $G(48, 117)$, $G(80, 205)$ ve $G(120, 317)$ şebekelerinde dört, beş ve beş ürün akışı mevcuttur. Her bir şebekede, engelleme bütçesi 0,00; 0,25; 0,50; 0,75; 1,00 α kesi seviyeleri için toplam maksimum akış miktarı sıfıra eşit oluncaya dek artırılmıştır. Deneysel sonuçlar, oluşturulan tüm örnekler için farklı α kesi seviyelerine göre farklı engelleme bütçeleri için ulaşılan işlem süreleri ve amaç fonksiyonu değerleri açısından Tablo 20-23 arasında sırasıyla özetlenmiştir. Elde edilen sonuçlardan beklendiği gibi, α kesi seviyesi arttıkça bulanık ark kapasitelerinin sınır değerleri daraldığı için tüm R seviyelerinde amaç fonksiyonu değeri azalmaktadır. Ayrıca R seviyesi arttıkça da amaç fonksiyonu değeri azalmaktadır. Son olarak, oluşturulan şebeke örnekleri için α kabul edilebilir çözümler, şebekenin boyutuyla orantılı olarak 1 saniyeden 12 saniyeye kadar değişen süreler içinde elde edilmiştir.

Tablo 20, $G(20, 43)$ şebekesi için engelleme bütçesi altında farklı α kesi seviyeleri için elde edilen sonuçları göstermektedir. Bu şebeke, 5×4 ızgara yapısında tanımlanmıştır ve üzerinden dört ürünün akışı sağlanmaktadır. Bu ürünlere ilişkin başlangıç ve bitiş düğümleri kümeleri tek elemanlı olup aşağıdaki gibidir.

$$S_{(1)} = \{1\} \quad T_{(1)} = \{19\}$$

$$S_{(2)} = \{2\} \quad T_{(2)} = \{20\}$$

$$S_{(3)} = \{4\} \quad T_{(3)} = \{16\}$$

$$S_{(4)} = \{5\} \quad T_{(4)} = \{17\}$$

Tablo 20. $G(20,43)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)					Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,00$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	
R=0	-	269,00	242,75	216,50	190,25	164,00	1,97
R=1	(12-18)	225,00	202,50	180,00	157,50	135,00	1,91
R=2	(12-13), (12-18)	183,00	164,25	145,50	126,75	108,00	1,89
R=3	(12-13), (12-18), (17-18)	143,00	128,00	113,00	98,00	83,00	1,85
R=4	(2-8), (12-13), (12-18), (17-18)	103,00	91,75	80,50	69,25	58,00	1,87
R=5	(2-8), (8-12), (12-13), (12-18), (17-18)	65,00	57,50	50,00	42,50	35,00	1,90
R=6	(2-8), (7-8), (8-12), (12-13), (12-18), (17-18)	30,00	26,25	22,50	18,75	15,00	1,98
R=7	(3-4), (4-8), (8-9), (8-14), (13-14), (14-18), (18-19)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,97
Ortalama işlem süreleri (sn.)		1,95	1,89	2,13	1,90	1,90	

Tablo üzerinden bütçe bazında yapılan engellemelere bakıldığında, R=3 seviyesine kadar hiçbir ürünün direkt başlangıç noktasından çıkan veya direkt bitiş düğümüne gelen bir arkının engellenmediği görülmektedir. Dolayısıyla bu örnek için, ara düğümleri birbirine bağlayan arkların şebekenin toplam akışı üzerinde daha etkili olduğu ve öncelikle bu arkların engellenmesinin daha kabul edilebilir bir çözüm sunduğu söylenebilir.

Tablo 21, $G(48, 117)$ şebekesi için engelleme bütçesi altında farklı α kesi seviyeleri için elde edilen sonuçları göstermektedir. Bu şebeke, 8×6 ızgara yapısında tanımlanmıştır ve üzerinden dört ürünün akışı sağlanmaktadır. Bu ürünlere ilişkin başlangıç ve bitiş düğümleri kümeleri tek elemanlı olup aşağıdaki gibidir.

$$S_{(1)} = \{1\} \quad T_{(1)} = \{45\}$$

$$S_{(2)} = \{4\} \quad T_{(2)} = \{48\}$$

$$S_{(3)} = \{6\} \quad T_{(3)} = \{41\}$$

$$S_{(4)} = \{8\} \quad T_{(4)} = \{42\}$$

Tablo 21. $G(48, 117)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)					Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,00$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	
R=0	-	572,00	530,75	489,50	448,25	407,00	3,43
R=1	(40-48)	483,00	445,50	408,00	370,50	333,00	3,44
R=2	(34-41), (34-42)	404,00	381,50	-	-	-	3,51
	(40-48), (47-48)	-	-	348,50	314,75	281,00	
R=3	(33-41), (34-41), (34-42)	313,00	294,25	275,50	256,75	238,00	3,54
R=4	(33-41), (34-41), (34-42), (40-48)	224,00	209,00	194,00	179,00	164,00	3,46
R=5	(33-41), (34-41), (34-42), (42-43), (40-48)	153,00	141,75	130,50	119,25	108,00	3,49
R=6	(33-41), (34-41), (34-42), (42-43), (40-48), (47-48)	86,00	78,50	71,00	63,50	56,00	3,53
R=7	(1-9), (33-41), (34-41), (34-42), (42-43), (40-48), (47-48)	42,00	38,25	34,50	30,75	27,00	3,50
R=8	(1-2), (1-9), (33-41), (34-41), (34-42), (42-43), (40-48), (47-48)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,40
Ortalama işlem süreleri (sn.)		3,50	3,49	3,48	3,48	3,47	

Bu şebekede, R=1 engelleme bütçe seviyesinde ilk olarak, ürün 2'nin bitiş düğümüne direkt bağlı olan (40-48) arkı engellenmiştir. R=2 seviyesinde ise $\alpha=0,00$ - $\alpha=0,25$ için kabul edilebilir en uygun sonuç ürün 3 ve ürün 4'ün bitiş düğümlerine direkt bağlanan (34-41) ve (34-42) arklarının engellenmesi yönünde olurken, $\alpha=0,50$ - $\alpha=0,75$ - $\alpha=1,00$ için ürün 2'nin bitiş düğümüne direkt bağlı olan iki arkın ((40-48) ve (47-48)) engellenmesi yönünde olmuştur. Bu örnek için genel olarak bakıldığında, engelleme bütçesi altında α kabul edilebilir uygun çözümlerin öncelikle ürünlerin bitiş düğümlerine direkt bağlı arkların engellenmesiyle sağlandığı görülmektedir.

Tablo 22, $G(80, 205)$ şebekesi için engelleme bütçesi altında farklı α kesi seviyeleri için elde edilen sonuçları göstermektedir. Bu şebeke, 8×10 ızgara yapısında tanımlanmıştır ve üzerinden beş ürünün akışı sağlanmaktadır. Bu ürünlere ilişkin başlangıç ve bitiş düğümleri kümeleri tek elemanlı olup aşağıdaki gibidir.

$$S_{(1)} = \{1\} \quad T_{(1)} = \{77\}$$

$$S_{(2)} = \{3\} \quad T_{(2)} = \{78\}$$

$$S_{(3)} = \{5\} \quad T_{(3)} = \{80\}$$

$$S_{(4)} = \{7\} \quad T_{(4)} = \{73\}$$

$$S_{(5)} = \{8\} \quad T_{(5)} = \{75\}$$

Tablo 22. $G(80, 205)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)					Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,00$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	
R=0	-	498,00	456,75	415,50	374,25	333,00	6,12
R=1	(8-16)	449,00	411,50	374,00	336,50	299,00	6,19
R=2	(6-7), (8-16)	401,00	367,25	333,50	299,75	266,00	6,23
R=3	(8-16), (77-78), (78-79)	354,00	-	-	-	234,00	6,30
	(2-3), (6-7), (8-16)	-	324,00	294,00	264,00	-	
R=4	(6-7), (8-16), (77-78), (78-79)	306,00	279,75	253,50	227,25	201,00	6,19
R=5	(6-7), (8-16), (77-78), (78-79), (79-80)	259,00	236,50	214,00	191,50	169,00	6,22
R=6	(6-7), (8-16), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	212,00	193,25	174,50	155,75	137,00	6,21
R=7	(6-7), (7-15), (8-16), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	168,00	153,00	138,00	123,00	108,00	6,24
R=8	(1-9), (6-7), (7-15), (8-16), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	124,00	112,75	101,50	90,25	79,00	6,25
R=9	(1-9), (6-7), (7-15), (8-15), (8-16), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	82,00	74,50	67,00	59,50	52,00	6,18
R=10	(1-2), (1-9), (6-7), (7-15), (8-15), (8-16), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	40,00	36,25	32,50	28,75	25,00	6,21
R=11	(1-2), (1-9), (6-7), (7-15), (8-15), (8-16), (70-78), (72-80), (77-78), (78-79), (79-80)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6,26
Ortalama işlem süreleri (sn.)		6,27	6,22	6,21	6,22	6,24	

Bu şebekede, R=1 engelleme bütçe seviyesinde ürün 5'in, R=2'de ise hem ürün 5'in hem de ürün 4'ün başlangıç düğümünlerine direkt bağlı olan arklar engellenmiştir. R=3 seviyesinde ise α kesi seviyesinde farklı engelleme sonuçlarıyla karşılaşılmıştır. $\alpha=0,00$ ve $\alpha=1,00$ için kabul edilebilir en uygun sonuçlar ürün 5'in başlangıç düğümüne direkt bağlı

(8-16) arkı ve ürün 2'nin bitiş düğümüne direkt bağlı (77-78), (78-79) arklarının engellenmesi yönünde olmuştur. $\alpha=0,25$ - $\alpha=0,50$ - $\alpha=0,75$ için ise ürün 2, 4 ve 5'in başlangıç düğümlerine direkt bağlı üç arkın ((2-3), (6-7), (8-16)) engellenmesi yönünde olmuştur. Tüm engelleme seviyelerine genel olarak bakıldığında, engellenen arkların ürünlerin başlangıç ve/veya bitiş düğümleriyle direkt bağlantılı olanlar üzerinden ilerlediği görülmektedir.

Son olarak G(120,317) şebekesi için engelleme bütçesi altında farklı α kesi seviyeleri için elde edilen sonuçlar Tablo 23 üzerinden gösterilmektedir. Bu şebeke, 10×12 ızgara yapısında tanımlanmıştır ve üzerinden beş ürünün akışı sağlanmaktadır. Bu ürünlere ilişkin başlangıç ve bitiş düğümleri kümeleri tek elemanlı olup aşağıdaki gibidir.

$$S_{(1)} = \{1\} \quad T_{(1)} = \{117\}$$

$$S_{(2)} = \{3\} \quad T_{(2)} = \{120\}$$

$$S_{(3)} = \{6\} \quad T_{(3)} = \{112\}$$

$$S_{(4)} = \{8\} \quad T_{(4)} = \{111\}$$

$$S_{(5)} = \{10\} \quad T_{(5)} = \{114\}$$

Bu şebeke için elde edilen sonuçlara bakıldığında, her bütçe seviyesinde ürünlerin bitiş düğümleriyle direkt bağlantılı arkların engellendiği görülmektedir. Yalnızca R=7 ve R=8 seviyelerinde ürün 5'in başlangıç düğümüyle direkt bağlantılı, R=10 ve R=11 seviyelerinde ise ürün 1'in başlangıç düğümüyle direkt bağlantılı arkların da bu seviyelerde engellenen arklara dahil olduğu gözlenmektedir. Bu örnekte de şebeke üzerindeki tüm akışın kesilmesi, bir önceki örnekte açıklanan G(80,205) şebekesinde olduğu gibi R=11 bütçe seviyesinde gerçekleşmiştir.

Tablo 23. $G(120, 317)$ şebekesi için elde edilen sonuçlar

Engelleme bütçesi	Engellenen arklar	Amaç fonksiyonu değeri (farklı α kesi seviyeleri için)					Ortalama işlem süreleri (sn.)
		$\alpha=0,00$	$\alpha=0,25$	$\alpha=0,50$	$\alpha=0,75$	$\alpha=1,00$	
R=0	-	658,00	613,00	568,00	523,00	478,00	10,96
R=1	(101-111)	581,00	539,75	498,50	457,25	416,00	11,11
R=2	(101-111), (102-112)	508,00	470,50	433,00	395,50	358,00	11,04
R=3	(101-111), (102-112), (110-120)	439,00	-	-	-	-	11,09
	(101-111), (102-111), (102-112)	-	405,25	371,50	337,75	304,00	
R=4	(101-111), (102-111), (102-112), (110-120)	370,00	343,75	317,50	-	-	11,30
	(101-111), (102-111), (102-112), (112-113)	-	-	-	290,00	260,00	
R=5	(101-111), (102-111), (102-112), (110-120), (119-120)	304,00	281,50	259,00	236,50	214,00	11,10
R=6	(101-111), (102-111), (102-112), (110-120), (112-113), (119-120)	245,00	226,25	207,50	188,75	170,00	11,04
R=7	(10-20), (101-111), (102-111), (102-112), (110-120), (112-113), (119-120)	188,00	173,00	158,00	143,00	128,00	11,08
R=8	(9-10), (10-20), (101-111), (102-111), (102-112), (110-120), (112-113), (119-120)	137,00	125,75	114,50	103,25	92,00	11,15
R=9	(101-111), (102-111), (102-112), (104-114), (110-120), (112-113), (113-114), (114-115), (119-120)	86,00	78,50	71,00	63,50	56,00	11,06
R=10	(1-11), (101-111), (102-111), (102-112), (104-114), (110-120), (112-113), (113-114), (114-115), (119-120)	42,00	38,25	34,50	30,75	27,00	11,08
R=11	(1-2), (1-11), (101-111), (102-111), (102-112), (104-114), (110-120), (112-113), (113-114), (114-115), (119-120)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,00
Ortalama işlem süreleri (sn.)		11,08	11,07	11,08	11,09	11,11	

4. BULGULAR VE İRDELEME

Bu çalışma kapsamında, ark kapasiteleri hakkında bulanık bilgiler içeren şebekeler üzerinde çok ürünlü maksimum akış şebeke engelleme problemi ele alınmış ve bu problemin çözümüne yönelik matematiksel modeller oluşturulmuştur. Oluşturulan modellerde ürünlerin farklı sayılarda başlangıç ve bitiş düğümü içermeye durumları, farklı önem ağırlıklarına sahip olabilme durumları da dikkate alınmış ve tüm bu durumlar için örnek şebekeler üzerinde uygulama çalışmaları yapılmıştır.

Öncelikle 3×5 ızgara yapısındaki üç ürünlü $G(15, 30)$ şebekesi üzerinde tüm α kesi seviyeleri için engelleme bütçesi altında elde edilen amaç fonksiyonu değerleri (toplam akış değerleri) analiz edilmiştir. Değişen α kesi seviyelerinin amaç fonksiyonu ve engellenen arklar üzerindeki etkileri açıklanmıştır. Daha sonra $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde ürün bazlı akış sonuçları tüm engelleme bütçe seviyeleri için tek tek incelenmiştir. Elde edilen model sonuçları hem tablo şeklinde hem de şebeke üzerinde şematik olarak detaylıca gösterilmiştir. Bu sayede, bütçe seviyesi altında hangi ark/arkların engelleneceği kararının stratejik olarak nasıl alındığı yorumlanmıştır. Engellenmenin olmadığı durumda $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde en yüksek miktarlı akış 107,5 birimle ürün 2 için gerçekleşmiştir. Bu durum için şebeke üzerindeki toplam akış miktarı ise 226,25 birimdir. $R=1$ bütçe seviyesinde ilk olarak ürün 2'nin akışını büyük oranda kesintiye uğratacak bir engelleme yapılmış ve bu engelleme sonucu ürün 2'nin akışı 95 birimlik bir kesintiye uğrayarak 12,5 birime düşmüştür. Toplam akış ise 147,5 olarak gerçekleşmiştir. $R=2$ bütçe seviyesinde yapılan engellemeler sonucu ürün 3'ün akışı tamamen kesilmiş, ürün 2 için ise bir önceki engelleme seviyesine göre akış miktarı artmış ve 35 birim olmuştur. Toplam akış ise 95 birim olarak sağlanmıştır. $R=3$ 'te hem ürün 2'nin hem de ürün 3'ün akışı tamamen kesilmiş, yalnızca ürün 1 için toplam 52,5 birimlik akış sağlanır olmuştur. $R=4$ 'te ise ürün 1 ve ürün 3 için sağlanan akışlar tamamen kesilmiş, yalnızca ürün 2 için toplam 20 birimlik akış gerçekleşmiştir. Son olarak $R=5$ bütçe seviyesinde tüm ürünler için akışlar kesilmiş ve amaç fonksiyonu 0 değerini almıştır. Her bir bütçe seviyesi altında ürünler bazında gerçekleşen toplam akışların belli bir düzen olmaksızın değişmesi engellenen arkların kümülatif olarak ilerlemediğini göstermektedir. Farklı bütçe seviyeleri için model ayrı ayrı çalıştırılmış ve elde edilen sonuçlar (engellenen arklar, ürünlerin akışları, toplam akışlar) bu doğrultuda yorumlanmıştır.

Uygulamanın ikinci kısmında, bir önceki bölümde ele alınan örnek şebeke üzerinde ürünlerin önem ağırlıklarının olduğu varsayılarak yedi farklı senaryo oluşturulmuş ve her bir ürün için değişen önem ağırlıkları değerlerinin bulunduğu bu senaryolar çözdürülerek bir duyarlılık analizi sunulmuştur. Burada amaç, ürünlerin önem ağırlıkları katsayılarıyla modellenmesi sonucu toplam akış miktarlarının ve engellenen arkların nasıl değişeceğini gözlemlemektir. Ayrıca şebekenin her bir ürünün akışı için ne kadar etkin kullanılabileceği de bu analizlerle ortaya çıkarılmıştır. Yapılan incelemeler sonucu engellemesiz durumda ürün 1 için sağlanan akışın önem ağırlığının 0,30; 0,33; 0,60 olduğu tüm senaryolar için değişmeden 76,25 birim olarak gerçekleştiği ve dolayısıyla şebeke üzerinde bu ürün için maksimum 76,25 birimlik akış sağlanabileceği görülmüştür. Ürün 2 ve 3 için ise şebekenin daha etkin kullanıldığı ve her iki ürün için de sağlanabilecek maksimum akışın 133,75 birim olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca engelleme bütçesi altında her bir senaryoda hangi arkların neden engellendiği de ürünlerin önem ağırlığı katsayılarıyla ilişkilendirilerek detaylıca anlatılmıştır.

Uygulamanın üçüncü kısmında, 8×6 ızgara yapısındaki dört ürünlü $G(48,117)$ şebekesi üzerinden ürünlerin farklı sayılarda başlangıç-bitiş düğümlerine sahip olmaları durumlarının model sonuçlarına etkileri araştırılmıştır. Bu amaçla her bir ürün için; tek başlangıç-tek bitiş, tek başlangıç-çok bitiş, çok başlangıç-tek bitiş, çok başlangıç-çok bitiş durumlarını içeren dört farklı senaryo oluşturulmuştur. Bu senaryolar ayrı ayrı çözdürülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Engelleme bütçeleri altında her bir senaryodan elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, çok başlangıç çok bitiş düğümlerine sahip Senaryo 4'ün engellemelere karşı en dayanıklı senaryo olduğu ve bu senaryo için toplam akışın $R=15$ bütçe seviyesinde kesildiği görülmüştür. Senaryo 2 ve 3 karşılıklı değerlendirildiğinde tek başlangıç çok bitiş düğümleri içeren Senaryo 2'de tüm akışın $R=13$ bütçe seviyesinde, çok başlangıç tek bitiş düğümleri içeren Senaryo 3'te ise $R=11$ 'de kesildiği tespit edilmiştir. Bu durumda bu örnek için çok sayıda bitiş düğümü içermenin çok sayıda başlangıç düğümü içermeye göre yüksek seviyedeki engelleme bütçesi altında daha fazla avantaj sağladığı söylenebilir. Tek başlangıç tek bitiş düğümlerine sahip Senaryo 1'de de beklendiği gibi daha düşük bir bütçe seviyesinde, $R=8$ 'de, tüm akış kesilmiştir. Oluşturulan senaryolara ilişkin $\alpha=0,5$ kesi seviyesinde $R=0$, $R=1$, $R=5$, $R=10$ bütçe seviyeleri için ürün bazlı akış sonuçları da gösterilmiştir. Her bir durum için senaryolar bazında ürünler için sağlanan akış miktarları ve engellenen arklar yorumlanmıştır.

Son olarak, çalışma kapsamında oluşturulan bulanık tabanlı optimizasyon modeli farklı büyüklükteki şebeke örnekleri için ayrı ayrı çalıştırılmış ve model performansı test edilmiştir. $G(20, 43)$ şebekesi için her bir α kesi seviyesi ve R bütçe düzeyi altında modelin işlem süresi ortalama 2 saniye olarak hesaplanmıştır. Benzer şekilde $G(48, 117)$ şebekesi için bu süre 3,5-4 saniye, $G(80, 205)$ için 6 saniye ve $G(120, 317)$ için ise 11 saniye civarındadır. Bu işlem sürelerine bakıldığında modelin operasyonel düzeyde oldukça hızlı çözüm verdiği ve daha büyük boyutlu şebekeler için de işlevsel olarak kullanılabileceği söylenebilir.



5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, ark kapasiteleri ile ilgili bulanık bilgiler içeren ÇÜ-MAŞEP ele alınmıştır. Çözüm yöntemi olarak, ürünler için önem ağırlıklarına sahip olma ve çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümleri bulundurma durumlarını dikkate alan bulanık tabanlı bir optimizasyon modeli önerilmiştir. Önerilen model farklı amaçlar için çalıştırılmış ve her bir engelleme bütçe düzeyini dikkate alınarak model performansını test etmek ve farklı α kesi seviyelerinde akış miktarlarındaki değişiklikleri izlemek için farklı büyüklükteki şebekeler ve bir dizi problem üzerinden hesaplamalı analizler gerçekleştirilmiştir. Deneysel sonuçlar, önerilen modelin, oluşturulan tüm şebekeleri α kabul edilebilir optimum sonuçları elde edecek şekilde saniyeler içinde çözebildiğini ve bütçeler bazında engelleme planlarını ortaya koyabildiğini göstermiştir. Farklı önem ağırlıklarına sahip ürünlerle çalışıldığında, amaç fonksiyonuna katkısı nispeten yüksek olduğu için, liderin öncelikle yüksek öneme sahip olan ürünün akışını engelleme eğiliminde olduğu fark edilmiştir. Ayrıca, farklı yapılardaki örnekler üzerinden yapılan analizler sonucu çoklu başlangıç ve çoklu bitiş düğümlerinin varlığının engellemelere karşı dayanıklılık sağladığı tespit edilmiştir.

Bu çalışmanın yeniliği aşağıdaki gibi çeşitli açılardan sunulmaktadır:

- i. Teorik açıdan, ÇÜ-MAŞEP için ilk kez ark kapasitelerinin bulanık olarak dikkate alındığı bulanık tabanlı optimizasyon modeli sunulmuştur. Ürünler için önem ağırlıkları tanımlaması da bu problem için ilk kez yapılmıştır.
- ii. Yönetimsel açıdan model, ÇÜ-MAŞEP ile ilgili herhangi bir şebeke üzerinden yetkililere güçlendirme stratejilerini geliştirebilmeleri için riskli veya en hayati arklar olarak adlandırılan engellenmiş arklar hakkında, bulanık bir ortam altında bilgi üretir.
- iii. Pratik açıdan, model kabul edilebilecek optimal çözümleri saniyeler içinde verir. İzlenebilirlik açısından verimli bir modeldir.

Bu nedenlerle bu çalışma, herhangi bir engelleme problemini bulanık bir ortamda inceleyen araştırmacı veya akademisyenlere ileriki çalışmalarda öncü olmayı hedeflemektedir. İlerleyen yıllarda bu çalışma şu yönlerden genişletilebilir:

- i. ÇÜ-MAŞEP, aynı anda hem takipçi tarafından elde edilen toplam akış miktarını hem de engelleme bütçesini en aza indiren çok amaçlı bir optimizasyon problemi olarak incelenebilir.

- ii. Asimetrik bilginin olduğu, yani lider ve takipçinin şebeke hakkında farklı bilgi seviyelerine sahip olduğu durum için değeriendirilebilir.
- iii. Son olarak, engelleme başarı oranlarına veya maliyetlerine bağlı olarak değışen çoklu engelleme bütçeleri modele dahil edilebilir. Bu şekilde modele farklı engelleme kaynakları eklenerek arkların kısmi engellenmeleri de incelenebilir.



6. KAYNAKLAR

- Afsharirad, M., 2020. Approximation algorithm for maximum flow network interdiction problem, Iranian Journal of Numerical Analysis and Optimization, 10, 1, 1-18.
- Akgün, İ., Tansel, B. Ç. ve Wood, R. K., 2011. The multi-terminal maximum-flow network-interdiction problem, European Journal of Operational Research, 211, 2, 241-251.
- Altner, D. S., 2008. Advancements on problems involving maximum flows, Doctoral Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- Altner, D. S., Ergun, Ö. ve Uhan, N. A., 2010. The maximum flow network interdiction problem: valid inequalities, integrality gaps, and approximability, Operations Research Letters, 38, 1, 33-38.
- Ashraf, U., 2018. PROSE–Proactive Resilience in Internet of Things: Targeted Attacks and Countermeasures, IEEE Sensors Journal, 18, 24, 10049-10057.
- Ayyıldız, E., Özçelik, G. ve Demirci, E., 2018. Multiple-sink shortest path network interdiction problem. Sigma, 9, 4, 395-403.
- Baffier, J. F., Suppakitpaisarn, V., Hiraishi, H. ve Imai, H., 2016. Parametric multiroute flow and its application to multilink-attack network, Discrete Optimization, 22, 20-36.
- Ball, M. O., Golden, B. L. ve Vohra, R. V., 1989. Finding the most vital arcs in a network, Operations Research Letters, 8, 2, 73-76.
- Baycik, N. O., Sharkey, T. C. ve Rainwater, C. E., 2018. Interdicting layered physical and information flow networks, IIE Transactions, 50, 4, 316-331.
- Bayrak, H., ve Bailey, M. D., 2008. Shortest path network interdiction with asymmetric information, Networks: An International Journal, 52, 3, 133-140.
- Bingol, L., 2001. A Lagrangian heuristic for solving a network interdiction problem, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California.
- Boeckmann, J. ve Thielen, C., 2021. A $(B+1)$ -approximation for network flow interdiction with unit costs, Discrete Applied Mathematics.
- Borrero, J. S., Prokopyev, O. A. ve Sauré, D., 2016. Sequential shortest path interdiction with incomplete information, Decision Analysis, 13, 1, 68-98.
- Burch, C., Carr, R., Krumke, S., Marathe, M., Phillips, C. ve Sundberg, E., 2003. A decomposition-based pseudoapproximation algorithm for network flow

- inhibition, *Network Interdiction and Stochastic Integer Programming*, Boston, MA, Springer, 51-68.
- Chanas, S. ve Kołodziejczyk, W., 1982. Maximum flow in a network with fuzzy arc capacities, *Fuzzy Sets and Systems*, 8, 2, 165-173.
- Chern, M. S. ve Lin, K. C., 1995. Interdicting the activities of a linear program—A parametric analysis, *European Journal of Operational Research*, 86, 3, 580-591.
- Chestnut, S. R. ve Zenklusen, R., 2017a. Interdicting structured combinatorial optimization problems with $\{0, 1\}$ -objectives, *Mathematics of Operations Research*, 42, 1, 144-166.
- Chestnut, S. R. ve Zenklusen, R., 2017b. Hardness and approximation for network flow interdiction, *Networks*, 69, 4, 378-387.
- Church, R. L., Scaparra, M. P. ve Middleton, R. S., 2004. Identifying critical infrastructure: the median and covering facility interdiction problems, *Annals of the Association of American Geographers*, 94, 3, 491-502.
- Corley Jr, H. W. ve Chang, H., 1974. Finding the n most vital nodes in a flow network, *Management Science*, 21, 3, 362-364.
- Corley, H. W. ve David, Y. S., 1982. Most vital links and nodes in weighted networks, *Operations Research Letters*, 1, 4, 157-160.
- Cormican, K. J., Morton, D. P. ve Wood, R. K., 1998. Stochastic network interdiction, *Operations Research*, 46, 2, 184-197.
- Disser, Y. ve Matuschke, J., 2020. The complexity of computing a robust flow, *Operations Research Letters*, 48, 1, 18-23.
- El-Sherbeny, N. A. ve Turabah, K. S. A., 2017. Algorithm of fuzzy maximum flow problem with fuzzy timewindows in hyper network, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 116, 4, 863-874.
- Enayaty-Ahangar, F., Rainwater, C. E. ve Sharkey, T. C., 2019. A logic-based decomposition approach for multi-period network interdiction models, *Omega*, 87, 71-85.
- Ford Jr, L. R. ve Fulkerson, D. R., 1956. Maximal flow through a network, *Canadian Journal of Mathematics*, 8, 399-404
- Fulkerson, D. R. ve Harding, G. C., 1977. Maximizing the minimum source-sink path subject to a resource constraint, *Mathematical Programming*, 13, 1, 116-118.
- Gerasimenko, E. ve Rozenberg, I., 2020 January. Earliest arrival dynamic flow model for emergency evacuation in fuzzy conditions, *IOP Conference Series: Materials*

Science and Engineering, Krasnoyarsk, Russia, IOP Publishing, 734, 1, 012147.

- Gerasimenko, E., Kureichik, V. ve Kuliev, E., 2021 August. Maximum Dynamic Flow Model for Hesitant Fuzzy Evacuation with Intermediate Storage at Nodes, International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems, Cham, Springer, 1, 696-704.
- Granata, D., Steeger, G. ve Rebennack, S., 2013. Network interdiction via a critical disruption path: branch-and-price algorithms, Computers ve Operations Research, 40, 11, 2689-2702.
- Guo, Q., An, B., Zick, Y. ve Miao, C., 2016 January. Optimal interdiction of illegal network flow, International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-16), New York, 2507-2513.
- He, M., Du, G. X., Zhang, X. ve Zheng, Z., 2018. A cooperative network interdiction model and its optimization solution algorithm, International Journal of Computational Intelligence Systems, 11, 1, 560-572.
- Hernandes, F., Lamata, M. T., Takahashi, M. T., Yamakami, A. ve Verdegay, J. L., 2007 July. An algorithm for the fuzzy maximum flow problem, IEEE International Fuzzy Systems Conference, London, IEEE, 1-6.
- Iranli, A., Fatemi, H. ve Pedram, M., 2005 April. Lifetime-aware intrusion detection under safeguarding constraints, IPSN 2005: Fourth International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, California, IEEE, 189-194.
- Israeli, E. ve Wood, R. K., 2002. Shortest-path network interdiction, Networks: An International Journal, 40, 2, 97-111.
- Jabarzare, Z., Zolfagharinia, H. ve Najafi, M., 2020. Dynamic interdiction networks with applications in illicit supply chains, Omega, 96, 102069.
- Janjarassuk, U. ve Linderoth, J., 2008. Reformulation and sampling to solve a stochastic network interdiction problem, Networks: An International Journal, 52, 3, 120-132.
- Janjarassuk, U. ve Nakrachata-Amon, T., 2015 December. A simulated annealing algorithm to the stochastic network interdiction problem, 2015 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), Singapore, IEEE, 230-233.
- Jimenez López, M., Rodríguez Uría, M. V., Parra, M. D. M. A. ve Terol, A. B., 2000. Solving a possibilistic linear program through compromise programming, Mathware and Soft Computing, 7, 2-3, 175-184.
- Johnson, M. P. ve Gutfraind, A., 2011 September. Evader interdiction and collateral damage, International Symposium on Algorithms and Experiments for Sensor

Systems, Wireless Networks and Distributed Robotics, Berlin, Springer, 86-100.

- Kaml, B. S., 2017. Fuzzy type-2 in Shortest Path and Maximal Flow Problems, Global Journal of Pure and Applied Mathematics, 13, 9, 6595-6607.
- Karabulut, E., Aras, N. ve Altinel, İ. K., 2017. Optimal sensor deployment to increase the security of the maximal breach path in border surveillance, European Journal of Operational Research, 259, 1, 19-36.
- Kasımoğlu, F. ve Akgün, İ., 2021. Project management in a competitive environment: Interdicting a CPM based project and its implications, RAIRO-Operations Research, 55.
- Keshavarzi, R. ve Fathabadi, H. S., 2015. Multi-Source-Sinks Network Flow Interdiction Problem, International Journal Of Academic Research, 7, 2.
- Khachiyan, L., Boros, E., Borys, K., Elbassioni, K., Gurvich, V., Rudolf, G. ve Zhao, J., 2008. On short paths interdiction problems: Total and node-wise limited interdiction, Theory of Computing Systems, 43, 2, 204-233.
- Kumar, A., Bhatia, N. ve Kaur, M., 2009 December. A new approach for solving fuzzy maximal flow problems, International Workshop on Rough Sets, Fuzzy Sets, Data Mining, and Granular-Soft Computing, Berlin, Heidelberg, Springer, 278-286
- Kureichik, V. ve Gerasimenko, E., 2019 July. A fuzzy maximum dynamic flow model for emergency building evacuation. 2019 IEEE 17th International Conference on Industrial Informatics (INDIN), Finland, IEEE, 1, 1663-1667.
- Lei, X., Shen, S. ve Song, Y., 2018. Stochastic maximum flow interdiction problems under heterogeneous risk preferences, Computers ve Operations Research, 90, 97-109.
- Lim, C. ve Smith, J. C., 2007. Algorithms for discrete and continuous multicommodity flow network interdiction problems, IIIE Transactions, 39, 1, 15-26.
- Lubore, S. H., Ratliff, H. D. ve Sicilia, G. T., 1971. Determining the most vital link in a flow network, Naval Research Logistics Quarterly, 18, 4, 497-502.
- Lunday, B. J. ve Sherali, H. D., 2012a. Minimizing the maximum network flow: models and algorithms with resource synergy considerations, Journal of the Operational Research Society, 63, 12, 1693-1707.
- Lunday, B. J. ve Sherali, H. D., 2012b. Network interdiction to minimize the maximum probability of evasion with synergy between applied resources, Annals of Operations Research, 196, 1, 411-442.

- Malaviya, A., Rainwater, C. ve Sharkey, T., 2012. Multi-period network interdiction problems with applications to city-level drug enforcement, IIE Transactions, 44, 5, 368-380.
- Malik, K., Mittal, A. K. ve Gupta, S. K., 1989. The k most vital arcs in the shortest path problem, Operations Research Letters, 8, 4, 223-227.
- Mirzaei, M., Al-e, S. M. J. M. ve Shirazi, M. A., 2021. A maximum-flow network interdiction problem in an uncertain environment under information asymmetry condition: Application to smuggling goods, Computers ve Industrial Engineering, 162, 107708.
- Morowati-Shalilvand, S., Shahmorad, S., Mirnia, K. ve Mehri-Tekmeh, J., 2019. Quickest flow over time network interdiction: mathematical formulation and a solution method, Operational Research, 1-31.
- Morton, D. P. ve Pan, F., 2005 December. Using sensors to interdict nuclear material smuggling, IIE Annual Conference Proceedings, Atlanta, Institute of Industrial and Systems Engineers (IIE), 1.
- Naoum-Sawaya, J. ve Ghaddar, B., 2017. Cutting plane approach for the maximum flow interdiction problem, Journal of the Operational Research Society, 68, 12, 1553-1569.
- Özçelik, G., Multi-commodity maximum flow network interdiction problem under fuzzy environment (problem-parameters-and-results), Github- gozcelik87 repository, <https://github.com/gozcelik87/problem-parameters-and-results.git> 06/12/2020
- Özçelik, G. ve Gencer, C., 2018. A goal programming model that ensures efficient usage of limited interdiction resource in the procurement game, Croatian Operational Research Review, 9, 1, 75-85.
- Pan, F., Charlton, W. S. ve Morton, D. P., 2003. A stochastic program for interdicting smuggled nuclear material, Network interdiction and stochastic integer programming, Boston, MA, Springer, 1-19.
- Parra, M. A., Terol, A. B., Gladish, B. P. ve Uriá, M. R., 2005. Solving a multiobjective possibilistic problem through compromise programming, European Journal of Operational Research, 164, 3, 748-759.
- Prince, M., Smith, J. C. ve Geunes, J., 2013. A three-stage procurement optimization problem under uncertainty, Naval Research Logistics (NRL), 60, 5, 395-412.
- Rad, M. A. ve Kakhki, H. T., 2013. Maximum dynamic network flow interdiction problem: New formulation and solution procedures, Computers ve Industrial Engineering, 65, 4, 531-536.
- Rad, M. A. ve Kakhki, H. T., 2017. Two extended formulations for cardinality maximum flow network interdiction problem, Networks, 69, 4, 367-377.

- Rajesh, B., Ismail Mohideen, S. ve Prassanna J., 2015. Flow Distribution Network with Triangular Intuitionistic Fuzzy Number as EDGE Weight, International Journal Of Engineering Research & Technology (IJERT) RACMS, 3, 33.
- Ramirez-Marquez, J.E. ve Rocco, C.M., 2009. Stochastic network interdiction optimization via capacitated network reliability modeling and probabilistic solution discovery, Reliability Engineering ve System Safety, 94, 5, 913-921.
- Ratliff, H. D., Sicilia, G. T. ve Lubore, S. H., 1975. Finding the n most vital links in flow networks, Management Science, 21, 5, 531-539.
- Rocco, C. M. ve Ramirez-Marquez, J. E., 2009. Deterministic network interdiction optimization via an evolutionary approach, Reliability Engineering ve System Safety, 94, 2, 568-576.
- Rocco, C. M., Salazar, D. E. ve Ramirez-Marquez, J. E., 2009 February. Multi-objective network interdiction using evolutionary algorithms, 2009 Annual Reliability and Maintainability Symposium, Texas, IEEE, 170-175.
- Rocco, C. M., Ramirez-Marquez, J. E. ve Salazar, D. E., 2010. Bi and tri-objective optimization in the deterministic network interdiction problem, Reliability Engineering ve System Safety, 95, 8, 887-896.
- Rostami, R. ve Ebrahimnejad, A., 2016. On solving maximum and quickest interval-valued flows over time, Journal of Intelligent ve Fuzzy Systems, 30, 1, 347-358.
- Royset, J. O. ve Wood, R. K., 2007. Solving the bi-objective maximum-flow network-interdiction problem, INFORMS Journal on Computing, 19, 2, 175-184.
- Sadeghi, S., Seifi, A. ve Azizi, E., 2017. Trilevel shortest path network interdiction with partial fortification, Computers ve Industrial Engineering, 106, 400-411.
- Sadeghi, S. ve Seifi, A., 2019. Stochastic Maximum Flow Network Interdiction with Endogenous Uncertainty, International Journal of Supply and Operations Management, 6, 3, 200-212.
- Salimifard, K. ve Bigharaz, S., 2020. The multicommodity network flow problem: state of the art classification, applications, and solution methods, Operational Research, 1-47.
- Sefair, J. A. ve Smith, J. C., 2016. Dynamic shortest-path interdiction, Networks, 68, 4, 315-330.
- Shen, Y., Sharkey, T. C., Szymanski, B. K. ve Wallace, W. A., 2021. Interdicting interdependent contraband smuggling, money and money laundering networks, Socio-Economic Planning Sciences, 101068.

- Simon, D., Tella, Y. ve Yohanna, J., 2015. The Solution of Maximal Flow Problems Using the Method Of Fuzzy Linear Programming, The International Journal Of Engineering And Science (IJES), 4, 3, 21-31.
- Smith, J. C., Lim, C. ve Sudargho, F., 2007. Survivable network design under optimal and heuristic interdiction scenarios, Journal of global optimization, 38, 2, 181-199.
- Soleimani-Alyar, M. ve Ghaffari-Hadigheh, A., 2017. Solving multi-period interdiction via generalized Bender's decomposition, Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series, 33, 3, 633-644.
- Soleimani-Alyar, M. ve Ghaffari-Hadigheh, A., 2018. Uncertain Network Interdiction Problem, Journal of Uncertain Systems, 12, 2, 141-150.
- Song, Y. ve Shen, S., 2016. Risk-averse shortest path interdiction, INFORMS Journal on Computing, 28, 3, 527-539.
- Steinrauf, R. L., 1991. Network interdiction models, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California.
- Sullivan, K. M. ve Cole Smith, J., 2014. Exact algorithms for solving a Euclidean maximum flow network interdiction problem, Networks, 64, 2, 109-124.
- Tyshchuk, R. V., 2002 June. Maximum flows in fuzzy networks with funnel-shaped nodes, 13th EURO Conference: Handling Uncertainty in the Analysis of Traffic and Transportation Systems, Bari, Italy, 10-13.
- Uppala, A. K., Ranka, R., Thakkar, J. J., Kumar, M. V. ve Agrawal, S., 2017. Selection of green suppliers based on gscm practices: Using fuzzy mcdm approach in an electronics company. Handbook of research on fuzzy and rough set theory in organizational decision making, IGI Global, 355-375.
- Washburn, A. ve Wood, K., 1995. Two-person zero-sum games for network interdiction, Operations research, 43, 2, 243-251.
- Whiteman, P. S. B., 1999. Improving single strike effectiveness for network interdiction, Military Operations Research, 15-30.
- Wollmer, R. D., 1963. Some methods for determining the most vital link in a railway network, RM-3321-ISA, The Rand Corporation, California.
- Wollmer, R., 1964. Removing arcs from a network, Operations Research, 12, 6, 934-940.
- Wood, R. K., 1993. Deterministic network interdiction, Mathematical and Computer Modelling, 17, 2, 1-18.
- Wu, K., Zhang, Z., Hu, X., Sun, B. ve Chen, C., 2020 April. Vulnerability Analysis of Wireless Sensor Networks via Maximum Flow Interdiction, Internet of Things as a Service, Cham, Springer, 310-317.

- Xiao, K., Zhu, C., Zhang, W., Wei, X. ve Hu, S., 2014 November. Stackelberg network interdiction game: nodal model and algorithm, 2014 5th International Conference on Game Theory for Networks, Beijing, China, IEEE, 1-5.
- Yates, J. ve Sanjeevi, S., 2013. A length-based, multiple-resource formulation for shortest path network interdiction problems in the transportation sector, International Journal of Critical Infrastructure Protection, 6, 2, 107-119.
- Yates, J., Wang, X. ve Chen, N., 2014. Assessing the effectiveness of k-shortest path sets in problems of network interdiction, Optimization and Engineering, 15, 3, 721-749.
- Yilmaz, O. F., Ozcelik, G. ve Yeni, F. B., 2020. Lean holistic fuzzy methodology employing cross-functional worker teams for new product development projects: A real case study from high-tech industry, European Journal of Operational Research, 282, 3, 989-1010.
- Zhang, J., Lee, H. W. ve Modiano, E., 2019 March. On the robustness of distributed computing networks, 2019 15th International Conference on the Design of Reliable Communication Networks (DRCN), Coimbra, Portugal, IEEE, 122-129.
- Zhang, P. ve Fan, N., 2017. Analysis of resource for interdiction on multicommodity network flows, Journal of Global Optimization, 67, 3, 495-525.
- Zheng, J. ve Castanón, D. A., 2012a December. Dynamic network interdiction games with imperfect information and deception, 2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Maui, HI, USA, IEEE, 7758-7763.
- Zheng, J., ve Castanón, D. A. 2012b December. Stochastic dynamic network interdiction games, 2012 American Control Conference (ACC), Montréal, Canada, IEEE, 1838-1844.

7. EKLER



Ek Şekil 1. Her bir R engelleme bütçesi için farklı sayıda başlangıç-bitiş sayılarını dikkate alan senaryolara ilişkin α kesi seviyelerine göre amaç fonksiyonu grafikleri

ÖZGEÇMİŞ

2013 yılında Trabzon Lisesinden mezun olduktan sonra aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümünde lisans eğitime başladı. 2017 yılında lisans eğitimini tamamlayıp yine aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalında tezli yüksek lisans eğitime başladı. Şubat 2021 tarihi itibarıyla Karadeniz Teknik Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başlayan Aleyna ŞAHİN iyi derecede İngilizce bilmektedir.

