



**BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
KAVRAMSAL, ALGORİTMİK VE SEZGİSEL
YÖNLERDEN ALAN ÖLÇME İNCELENMESİ**

Doktora Tezi

Büşra ÖZTÜRK

Eskişehir 2025

**BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL, ALGORİTMİK VE
SEZGİSEL YÖNLERDEN ALAN ÖLÇME GELİŞİMLERİNİN İNCELENMESİ**

Büşra ÖZTÜRK

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Haziran 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Büşra ÖZTÜRK' ün “Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Yönlerden Alan Ölçme Gelişimlerinin İncelenmesi” başlıklı tezi 26/06/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalında Matematik Eğitimi Programında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

		<u>Ünvanı Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Danışman)	:	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI	
Üye	:	Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE	
Üye	:	Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	
Üye	:	Prof. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ	
Üye	:	Doç. Dr. Candaş UYGAN	

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

BEŞİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KAVRAMSAL, ALGORİTMİK VE SEZGİSEL YÖNLERDEN ALAN ÖLÇME GELİŞİMLERİNİN İNCELENMESİ

Büşra ÖZTÜRK

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Temmuz 2025

Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı, beşinci sınıf öğrencilerinin kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçme gelişimlerini incelemek ve bu gelişimi tahmini öğrenme yörüngeleri çerçevesinde değerlendirmektir. Bu amaçla, alan ölçme konulu tahmini öğrenme yörüngeleri çerçevesinde öğretim deneyi araştırma deseni olarak kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını, odak öğrenci olarak seçilen beşinci sınıf düzeyinde öğrenim 5 öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcıların seçilmesinde ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu nitel çalışmada veriler, odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğretim süreçlerine ait video kayıtları ve bireysel veya grup çalışma kağıtlarından toplanmıştır. Araştırmanın bulguları, TÖY çerçevesinde tasarlanan öğretim dizilerinin gerçekleştirilmesiyle beş odak öğrencinin de kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçmeye ilişkin gelişimi olduğunu göstermiştir. Araştırma, yapılandırılmış öğretimsel etkinliklerin alan ölçmeye ilişkin üç bileşenin gelişimini desteklediğini ortaya koyarken, araştırmanın sonuçlarına ve gelecek araştırmalara öneriler sunmuştur.

Anahtar Sözcükler: Üçlü bileşen modeli, Kavramsal bileşen, Algoritmik bileşen, Sezgisel bileşen, Tahmini öğrenme yörüngeleri, Alan ölçme.

ABSTRACT

INVESTIGATION OF FIFTH GRADE STUDENTS' CONCEPTUAL, ALGORITHMIC AND INTUITIVE ASPECTS OF AREA MEASUREMENT DEVELOPMENT

Büşra ÖZTÜRK

Department of Mathematics and Science Education

Doctorate Program in Mathematics Education

Graduate School of Anadolu University, Month 2025

Supervisor: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The aim of this study is to examine the conceptual, algorithmic and intuitive development of fifth grade students in area measurement and to evaluate this development within the framework of hypothetical learning trajectories. For this purpose, a teaching experiment was used as a research design within the framework of estimated learning trajectories on area measurement. The participants of the study consisted of 5 fifth grade students selected as focus students. Criterion sampling method was used in selecting the participants. In this qualitative study, data were collected from clinical interviews with focus students, video recordings of teaching processes and individual or group worksheets. The findings of the study showed that five focus students developed conceptually, algorithmically and intuitively in area measurement with the implementation of the teaching sequences designed within the framework of HLT. While the study revealed that structured teaching activities supported the development of the three components related to area measurement, suggestions were presented for the results of the study and future research.

Keywords: Ternary component model, Conceptual component, Algorithmic component, Intuitive component, Hypothetical learning trajectories, Area measurement.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Büşra ÖZTÜRK

TEŞEKKÜR

Bu doktora tez çalışması, altı yılı aşkın süren doktora eğitimim boyunca değerli hocalarımdan edindiğim bilgi ve deneyimler ışığında, çalışma azmimle ortaya koyduğum emeğin bir ürünüdür. Hem ders sürecimde hem de doktora tezimin her aşamasında engin bilgilerinden yararlandığım, bu çalışmanın şekillenmesinde önemli katkıları olan, süreç her ne kadar yorucu olsa da teşvik edici ve destekleyici tutumuyla her zaman bana rehberlik eden kıymetli danışmanım Prof. Dr. Dilek TANIŞLI'ya tüm kalbimle teşekkürü borç bilirim.

Tez izleme komitesinde yer alarak, gerçekleştirdiğim araştırmaya ilişkin değerli öneriler sunan ve süreç boyunca çalışmamın gelişimine katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN ve Prof. Dr. Elif TÜRKNÜKLÜ'ye; tez savunma jürime katılan ve değerli fikirleriyle çalışmamın olgunlaşmasını sağlayan değerli jüri üyeleri Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE ve Doç. Dr. Candaş UYGAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Doktora Programı ile tanıştığım, birlikte ders aldığım, kendinden çok şey öğrendiğim ve çalışma azmine hayran kaldığım değerli arkadaşım Dr. Ayşe İLHAN'a, bana verdiği motivasyon desteği ve yol gösterici tutumu için çok teşekkür ederim.

Hem tezimin veri toplama sürecinde kamera ve gerekli ekipmanları sağlayan hem de tez yazma sürecimde “Ne aşamadasın, ne zaman bitiyor” sorularıyla beni takip eden sevgili babam Gazi ÇELİK'e, tezime doğrudan katkısı yok gibi gözüküyor olsa da arka planda işlerimi kolaylaştırarak bana destek olan sevgili annem Aynur ÇELİK'e sonsuz şükranlarımı sunuyorum. Sizin varlığınız ile süreç birçok anlamda kolaylaştı.

Hem yüksek lisans tezimi hem de doktora tezimi yazma sürecinde, bana sabır ve anlayışla yaklaşarak beni sürekli desteklediği için sevgili eşim Mahmut ÖZTÜRK'e çok teşekkür ediyorum. Ve yüksek lisans tezimi tamamladığımda 10 aylık, doktora tezimi tamamladığımda ise 9 yaşında olan büyük oğlum Nihat Asım ve doktora tezimi yazma sürecinde doğan, tezimi tamamladığımda ise 16 aylık olan küçük oğlum Kerem Akın varlığınıza sonsuz şükürler olsun. Siz geldiniz, yol meşakkatli de olsa her zaman önceliğim siz oldunuz. Sizinle vaktin ne kadar değerli olduğunu daha iyi anladım. İlerde sizlerin de güzel işler yaptığınızı görmek umuduyla. Bu tezi oğullarım Nihat Asım ve Kerem Akın'a ithaf ediyorum...

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tezi hazırlarken (örneğin ChatGPT, Gemini, DALL-E vb.) üretken yapay zekâ programlarından destek almadığımı beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Bu tez çalışmasının hazırlanması, yürütülmesi, verilerin analizi vb. aşamalarının herhangi birinde üretken yapay zekâ programlarından yararlanmadığımı beyan ederim.

Büşra ÖZTÜRK

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI.....	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	v
TEŞEKKÜR	vi
ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI	vii
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiv
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xxx
1 GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı ve Problemi	6
1.3 Araştırmanın Önemi	6
1.4 Varsayımlar.....	7
1.5 Sınırlılıklar	7
1.6 Tanımlar	8
2 KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR.....	9
2.1 Matematiksel Etkinliklerde Üçlü Bileşen Modeli	9
2.1.1 Kavramsal bileşen.....	10
2.1.2 Algoritmik bileşen.....	11
2.1.3 Sezgisel bileşen	12
2.2 Alan Ölçme.....	13
2.2.1 Alan ölçmede tahmin stratejileri.....	16

2.3 Öğrenme Yörüngeleri.....	18
2.4 İlgili Araştırmalar.....	21
2.4.1 Üçlü bileşen modeli ile ilgili araştırmalar.....	21
2.4.2 Alan ölçme ile ilgili araştırmalar.....	25
2.4.3 Öğrenme yörüngeleri ile ilgili araştırmalar	32
3 YÖNTEM	36
3.1 Araştırma Deseni	36
3.1.1 Öğretim deneyi.....	36
3.1.2 Öğretim deneyinin uygulama süreci	37
3.1.3 Araştırmacının rolü.....	38
3.2 Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi	39
3.3 Pilot Çalışma	41
3.4 Katılımcılar	42
3.5 Verilerin Toplanması.....	43
3.5.1 Klinik görüşmeler	43
3.5.2 Öğretim dizileri.....	46
3.5.3 Çalışma kağıtları.....	48
3.6 Verilerin Analizi	49
3.7 Geçerlik ve Güvenirlik	54
3.7.1 Geçerlik.....	54
3.7.2 Güvenirlik.....	56
3.8 Etik Hususlar	56
4 BULGULAR.....	58
4.1 Ön Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular	58
4.1.1 Yavuz'un ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları.....	59
4.1.2. Şafak'ın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları	67

4.1.3 Sena'nın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları	76
4.1.4 Umay'ın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları.....	84
4.1.5 Zuhâl'in ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları.....	91
4.2 Birinci Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular.....	99
4.2.1 Birinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular	100
4.2.2 İkinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular	109
4.2.3 Üçüncü hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular	123
4.2.4 Dördüncü hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular.....	131
4.3 Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Bulgular	140
4.3.1 Yavuz'un ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları	141
4.3.2 Şafak'ın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları.....	153
4.3.3 Sena'nın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları.....	166
4.3.4 Umay'ın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları	179
4.3.5 Zuhâl'in ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları	191
4.4 İkinci Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular	203
4.4.1 Beşinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular.....	204
4.4.2 Altıncı hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular	216
4.4.3 Yedinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular	230
4.4.4 Sekizinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular.....	254
4.5 Son Klinik Görüşmeye İlişkin Bulgular	270
4.5.1 Dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular	273
4.5.2 Düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin bulgular.....	283
4.5.3 Paralelkenarın alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular	288
4.5.4 Üçgenin alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular	303
4.5.5 Birleşik şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin bulgular	312
4.5.6 Algılama süreci bileşen düzeylerine ilişkin bulgular	316

5 SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	318
5.1 Sonuç.....	318
5.1.1 Alan kavramına ilişkin sonuçlar	318
5.1.2 Alan ölçmeye ilişkin sonuçlar	319
5.1.3 Tahmine ilişkin sonuçlar	324
5.1.4 Kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreç bileşenlerine ilişkin sonuçlar	325
5.2 Tartışma	326
5.2.1 Alan kavramına ilişkin tartışma.....	326
5.2.2 Alan ölçmeye ilişkin tartışma	330
5.2.3 Tahmine ilişkin tartışma	347
5.2.4 Kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreç bileşenlerine ilişkin tartışma	349
5.3 Öneriler.....	352
5.3.1 Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler	352
5.3.2 Gelecek araştırmalara yönelik öneriler	354
KAYNAKÇA.....	1
EKLER	
ÖZ GEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1 Alan Ölçmede Üç Bileşeni Belirleme.....	12
Tablo 3.1 Odak Öğrencilerin Kişisel Bilgileri.....	43
Tablo 3.2 Klinik Görüşme Sorularının Amaç, Kapsam ve Sayısına İlişkin Bilgiler...	45
Tablo 3.3 Matematik Öğretimi Ders Programında Beşinci Sınıf Alan Ölçme Kazanımları.....	46
Tablo 3.4 Öğretim Dizilerindeki Amaç ve Öğretimsel Etkinlikler.....	47
Tablo 3.5 Örnek Makro Analiz	50
Tablo 3.6 Algılama Süreçlerine İlişkin Bileşenlerin Düzeylerini Belirlemede Örnek Ölçütler.....	52
Tablo 4.1 Yavuz'un Ön Klinik Görüşme Bulguları.....	59
Tablo 4.2 Şafak'ın Ön Klinik Görüşme Bulguları.....	67
Tablo 4.3 Sena'nın Ön Klinik Görüşme Bulguları.....	76
Tablo 4.4 Umay'ın Ön Klinik Görüşme Bulguları.....	84
Tablo 4.5 Zühal'in Ön Klinik Görüşme Bulguları.....	93
Tablo 4.6 TÖY'ün Amaçları ve Geçen Süre.....	102
Tablo 4.7 TÖY 1 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	102
Tablo 4.8 TÖY 2 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler	111
Tablo 4.9 TÖY 3 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	126
Tablo 4.10 TÖY 4 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	135
Tablo 4.11 Yavuz'un Ara Klinik Görüşme Bulguları.....	145

TABLÖLAR DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Tablo 4.12 Şafak'ın Ara Klinik Görüşme Bulguları.....	157
Tablo 4.13 Sena'nın Ara Klinik Görüşme Bulguları.....	171
Tablo 4.14 Umay'ın Ara Klinik Görüşme Bulguları.....	184
Tablo 4.15 Zuhâl'in Ara Klinik Görüşme Bulguları.....	196
Tablo 4.16 İkinci Öğretim Dizisine İlişkin TÖY Amaçları ve Geçen Süreleri.....	208
Tablo 4.17 TÖY 5 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	209
Tablo 4.18 TÖY 6 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	221
Tablo 4.19 TÖY 7 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler.....	236
Tablo 4.20 TÖY 8 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler	259
Tablo 4.21 Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşme Bulguları.....	276

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1 ÖY'ün Bileşenleri.....	20
Şekil 2.2 Üçlü Bileşen Modeli İle İlgili Araştırmalar	26
Şekil 2.3 Alan Ölçmeye İlişkin Ulusal Alan Yazın.....	27
Şekil 2.4 Alan Ölçmeye İlişkin Uluslararası Alan Yazın.....	28
Şekil 2.5 ÖY ile İlgili Araştırmalar.....	33
Şekil 3.1 Öğretim Deneyinin Uygulama Süreci.....	38
Şekil 3.2 Araştırmanın Uygulanmasında İzlenen Adımlar.....	40
Şekil 3.3 Veri Analizine İlişkin Aşamalar.....	49
Şekil 4.1 Ön Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar.....	58
Şekil 4.2 Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Soru.....	60
Şekil 4.3 Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Soru.....	64
Şekil 4.4 Yavuz'un Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri.....	67
Şekil 4.5 Düzgün Olmayan Şeklin Alanı İle İlgili Soru	75
Şekil 4.6 Şafak'ın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	76
Şekil 4.7 Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Soru	80
Şekil 4.8 Sena'nın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	84
Şekil 4.9 Umay'ın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	93
Şekil 4.10 Zuhul'in Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri.....	101
Şekil 4.11 Ölçülecek Niteliğe Karar Verme Konulu Birinci Hafta Öğretim Süreci	103
Şekil 4.12 Birinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	111
Şekil 4.13 Alan Ölçmede Kaplama Konulu İkinci Hafta Öğretim Süreci.....	112
Şekil 4.14 İkinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	124

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Şekil 4.15 Ölçüm Sonucunu Birim İle İfade Etme Konulu Üçüncü Hafta Öğretim Süreci.....	126
Şekil 4.16 Üçüncü Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar.....	135
Şekil 4.17 Dikdörtgenin Alan Formülünü Oluşturma Konulu Dördüncü Hafta Öğretim Süreci.....	136
Şekil 4.18 Dördüncü Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	143
Şekil 4.19 Ara Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar	144
Şekil 4.20 Yavuz'un Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri.....	157
Şekil 4.21 Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölmeye İlişkin Soru Görseli	161
Şekil 4.22 Şafak'ın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	171
Şekil 4.23 Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölmeye İlişkin Soru Görseli	176
Şekil 4.24 Sena'nın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	183
Şekil 4.25 Umay'ın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri	196
Şekil 4.26 Zuhâl'in Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri.....	208
Şekil 4.27 Aynı Alana Sahip Farklı Dikdörtgenler Oluşturma Konulu Beşinci Hafta Öğretim Süreci	210
Şekil 4.28 Beşinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	221
Şekil 4.29 Şekillerin Alanlarını Tahmin Etme Konulu Altıncı Hafta Öğretim Süreci	222
Şekil 4.30 Altıncı Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	235
Şekil 4.31 Paralelkenarın Alan Bağıntısını Oluşturma Konulu Yedinci Hafta Öğretim Süreci	236
Şekil 4.32 Yedinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar.....	259
Şekil 4.33 Üçgenin Alan Bağıntısını Oluşturma Konulu Sekizinci Hafta Öğretim Süreci	260
Şekil 4.34 Sekizinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar	275
Şekil 4.35 Son Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar	276

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Şekil 4.36 Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri.....	322



GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 3.1 Klinik Görüşme Esnasında Kameranın Konumu.....	44
Görsel 3.2 Kameraların açısı.....	48
Görsel 3.3 MAXQDA Üzerinde Araştırmanın Arayüzü.....	53
Görsel 3.4 Örnek Kod İlişkileri Tarayıcısı Görseli.....	54
Görsel 4.1 Yavuz’un birim karelerle ölçmeye ilişkin çizimi.....	63
Görsel 4.2 Yavuz’un Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümü.....	65
Görsel 4.3 Yavuz’un Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	66
Görsel 4.4 Şafak’ın Mavi Renkli Karelerle Satır-Sütun Yapılandırması.....	71
Görsel 4.5 Şafak’ın Birim Uzunluğunu Kullanarak Ölçmeye İlişkin Çizimi.....	72
Görsel 4.6 Şafak’ın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Çizimi.....	74
Görsel 4.7 Şafak’ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	75
Görsel 4.8 Sena’nın Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölçmede Satır-Sütun Yapılandırması.....	79
Görsel 4.9 Sena’nın Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Çizimleri.....	80
Görsel 4.10 Sena’nın Dikdörtgenin Alanını Hesaplamaya İlişkin Birim Kare Çizimi.....	82
Görsel 4.11 Sena’nın Birleşik Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	83
Görsel 4.12 Umay’ın Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	87
Görsel 4.13 Umay’ın Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	88

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.14 Umay'ın Şekillerin Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri.....	89
Görsel 4.15 Umay'ın Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	91
Görsel 4.16 Zuhall'in Birim Karelerle Ölçmede Numaralandırma Stratejisi.....	95
Görsel 4.17 Zuhall'in Birim Uzunluğunu Ölçmede Dikdörtgen Birim Çizimi.....	96
Görsel 4.18 Zuhall'in Dikdörtgenin Alan Ölçümünde Birim Kare Çizimi.....	98
Görsel 4.19 Zuhall'in Birleşik Şekillerin Alanlarını Ölçmeye İlişkin Çizimi.....	99
Görsel 4.20 Zuhall'in Bireysel Oluşturduğu Çokgenler.....	103
Görsel 4.21 Şafak'ın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler.....	104
Görsel 4.22 Sena'nın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler.....	105
Görsel 4.23 Yavuz'un Bireysel Oluşturduğu Çokgenler.....	106
Görsel 4.24 Umay'ın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler.....	107
Görsel 4.25 Yavuz, Şafak ve Zuhall'in Plastik Kapak İle Kaplama Görseli.....	113
Görsel 4.26 Umay ve Sena'nın Plastik Kapak İle Kaplama Görseli.....	114
Görsel 4.27 Umay'ın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları.....	115
Görsel 4.28 Sena'nın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları.....	116
Görsel 4.29 Zuhall, Yavuz ve Şafak'ın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları...	116
Görsel 4.30 Beyaz Tahta Üzerinde Oluşturulan Şeklin Görseli.....	126
Görsel 4.31 Umay'ın Şeklin Kenarlarına Çentikler Atarak Satır ve Sütun Sayısını Bulmaya İlişkin Görsel.....	129
Görsel 4.32 Şafak'ın Şeklin Üzerinde Parçalama Stratejisini Kullanması.....	129

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.33 Şafak'ın Kenarlara Yakın Yerlerde Birim Kare Kullanımı.....	130
Görsel 4.34 Yavuz, Umay ve Zuhal'in Çalışma Kağıdında Yaptıkları Eylemler.....	131
Görsel 4.35 Şafak ve Sena'nın Çalışma Kağıdında Yaptığı Eylemler.....	132
Görsel 4.36 Zuhal, Şafak ve Yavuz'un Dikdörtgenlerin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri.....	135
Görsel 4.37 Sena ile Umay'ın Dikdörtgenlerin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri.....	138
Görsel 4.38 Yavuz ve Zuhal'in Dikdörtgen Şekillerin Alanlarını Hesaplamada Satır-Sütun Çarpımı.....	140
Görsel 4.39 Yavuz'un Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri.....	145
Görsel 4.40 Yavuz'un Farklı İki Şeklin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	145
Görsel 4.41 Standart Olmayan Birimlerle Ölçmeye İlişkin Soru Görseli.....	146
Görsel 4.42 Yavuz'un Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Çizimleri.....	148
Görsel 4.43 Yavuz'un Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	149
Görsel 4.44 Yavuz'un Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	150
Görsel 4.45 Yavuz'un Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Çözümü.....	151
Görsel 4.46 Yavuz'un Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	152

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.47 Yavuz'un Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	153
Görsel 4.48 Yavuz'un Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Oluşturdukları Dikdörtgenler.....	154
Görsel 4.49 Şafak'ın Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri.....	157
Görsel 4.50 Şafak'ın Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Eylemleri.....	158
Görsel 4.51 Şafak'ın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri.....	160
Görsel 4.52 Şafak'ın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	161
Görsel 4.53 Şafak'ın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	163
Görsel 4.54 Şafak'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	164
Görsel 4.55 Şafak'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	165
Görsel 4.56 Şafak'ın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	166
Görsel 4.57 Şafak'ın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri.....	167
Görsel 4.58 Sena'nın Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Eylemleri.....	170
Görsel 4.59 Sena'nın Standart Olmayan Birimlerle Ölçmeye İlişkin Çizimi.....	172
Görsel 4.60 Sena'nın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri.....	174

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.61 Sena'nın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	175
Görsel 4.62 Sena'nın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	176
Görsel 4.63 Sena'nın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	177
Görsel 4.64 Sena'nın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	178
Görsel 4.65 Sena'nın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri....	179
Görsel 4.66 Sena'nın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri.....	180
Görsel 4.67 Umay'ın Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri.....	183
Görsel 4.68 Umay'ın Alanları Karşılaştırma ve Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	184
Görsel 4.69 Umay'ın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri.....	186
Görsel 4.70 Umay'ın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli.....	187
Görsel 4.71 Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alanını Bulmaya İlişkin Soru Görseli.....	188
Görsel 4.72 Umay'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	189
Görsel 4.73 Umay'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	190
Görsel 4.74 Umay'ın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	191

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.75 Umay'ın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Çizdiği Dikdörtgenlerin Alan Ölçümü.....	192
Görsel 4.76 Zuhâl'in Alanları Karşılaştırma ve Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	196
Görsel 4.77 Zuhâl'in Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Çizimi.....	198
Görsel 4.78 Zuhâl'in Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Çizimleri.....	199
Görsel 4.79 Zuhâl'in Dikdörtgenin Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	200
Görsel 4.80 Zuhâl'in Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	201
Görsel 4.81 Zuhâl'in Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	202
Görsel 4.82 Zuhâl'in Şekillerin Alanlarını Karşılaştırma ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	203
Görsel 4.83 Zuhâl'in Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri.....	204
Görsel 4.84 Yavuz ve Sena'nın Oluşturduğu Dikdörtgenlere İlişkin Görseller.....	209
Görsel 4.85 Şafak'ın Alanı 18 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi.....	212
Görsel 4.86 Zuhâl'in Alanı 18 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi.....	212
Görsel 4.87 Yavuz'un Alanı 18 cm^2 Olan Farklı Dikdörtgen Çizimleri.....	213
Görsel 4.88 Umay'ın İstenilen Alana Sahip Oluşturamadığı Dikdörtgen Çizimi.....	213
Görsel 4.89 Sena'nın İstenilen Alana Sahip Oluşturamadığı Dikdörtgen Çizimi.....	214
Görsel 4.90 Sena'nın Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi.....	214
Görsel 4.91 Şafak'ın Alanı 24 cm^2 Olan Farklı Dikdörtgen Çizimi.....	215
Görsel 4.92 Umay, Yavuz ve Zuhâl'in Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimleri.....	215

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.93 Umay'ın Noktalı Zeminde Oluşturduğu Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi.....	216
Görsel 4.94 Yavuz, Sena, Zuhale Ve Şafak'ın Noktalı Zeminde Oluşturdukları Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimleri.....	216
Görsel 4.95 Umay, Zuhale ve Şafak'ın Verilen Dikdörtgenlere Ait Tahmin Değerleri ve Alan Ölçümleri.....	221
Görsel 4.96 Şafak'ın Altıncı Şeklin Alanını Tahmin ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri...	223
Görsel 4.97 Yavuz'un Altıncı Şeklin Alanını Tahmin ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	223
Görsel 4.98 Umay'ın Altıncı Dikdörtgenin Alan Tahmini ve Ölçümüne İlişkin Görseli.....	224
Görsel 4.99 Sena'nın Dikdörtgenlerin Alan Tahmini ve Ölçümlerine İlişkin Eylemleri.....	224
Görsel 4.100 Zuhale'in Altı Numaralı Dikdörtgenin Alan Tahmini ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	224
Görsel 4.101 Ankara İli'nin İlçelere Ayrılmış Haritası.....	225
Görsel 4.102 Sena'nın Öğretim Süreci Başında Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Yaptığı Eylemler.....	227
Görsel 4.103 Yavuz'un Ankara İli'nin Yüzey Ölçümü İçin Birim Kare Çizimi.....	230
Görsel 4.104 Zuhale'in Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Yaptığı Eylemler.....	231
Görsel 4.105 Şafak'ın Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Gerçekleştirdiği Eylemler.....	231

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.106 Sena'nın Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Yaptığı Eylemler.....	235
Görsel 4.107 Umay ve Sena'nın Paralelkenarın Alan Tahmini ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	237
Görsel 4.108 Yavuz, Şafak ve Zuhal'in Paralelkenarların Alan Tahminine İlişkin Eylemleri.....	239
Görsel 4.109 Yavuz ve Şafak'ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırması..	240
Görsel 4.110 Zuhal, Sena ve Umay'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	243
Görsel 4.111 Umay'ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırmada Eylemleri.....	243
Görsel 4.112 Paralelkenarda Dikdörtgeni Yapılandırmada Yükseklik Çizimi.....	244
Görsel 4.113 Farklı Paralelkenarlarda Yükseklik Çizimleri.....	244
Görsel 4.114 Şafak'ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırmada Yükseklik Çizimi.....	245
Görsel 4.115 Yavuz'un Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırması.....	246
Görsel 4.116 Yavuz ve Sena'ya Ait Farklı Paralelkenarların Alan Tahminleri ve Alan Ölçümleri.....	248
Görsel 4.117 Öğrencilerin Paralelkenarda Farklı Yükseklik Çizimleri.....	250
Görsel 4.118 Zuhal'in Kareli ve Noktalı Zeminlerde Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	250
Görsel 4.119 Umay'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	251

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.120 Sena, Yavuz ve Şafak'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	253
Görsel 4.121 Zuhal ve Umay'ın Paralelkenarların İstenilen Ölçülerini Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	254
Görsel 4.122 Yavuz, Şafak ve Sena'nın Paralelkenarların İstenilen Ölçülerini Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	255
Görsel 4.123 Zuhal, Umay, Şafak, Yavuz ve Sena'nın İstenilen Alana Sahip Paralelkenar Çizimleri.....	259
Görsel 4.124 Üçgen Şeklini Dikdörtgen Olarak Yapılandırma.....	259
Görsel 4.125 Kareli Zeminde Verilen Üçgen Görseli.....	260
Görsel 4.126 Öğrencilerin Üçgeni Paralelkenar Olarak Yapılandırma Eylemleri.....	261
Görsel 4.127 Odak Öğrencilerin Üçgenleri Yapılandırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri.....	262
Görsel 4.128 Dik ve Geniş Açılı Üçgenlerde Yükseklik Çizimleri.....	264
Görsel 4.129 Zuhal ve Umay'a ait Dar Açılı Üçgenlerde Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri.....	264
Görsel 4.130 Zuhal, Umay ve Şafak'ın Dik Açılı Üçgenlerde Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri.....	265
Görsel 4.131 Zuhal, Şafak ve Sena'nın Geniş Açılı Üçgende Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri.....	266
Görsel 4.132 Odak Öğrencilerin Dar ve Dik Açılı Üçgen Çizimleri.....	268

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.133 Odak Öğrencilerin İstenilen Alana Sahip Geniş Açılı Üçgen Çizimleri.....	269
Görsel 4.134 Zuhal'in Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	270
Görsel 4.135 Sena ve Yavuz'un Birleşik Şekillerin Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	271
Görsel 4.136 Şafak ve Umay'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	279
Görsel 4.137 Odak Öğrencilerin Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri...	280
Görsel 4.138 Odak Öğrencilerin Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Dikdörtgen Çizimi.....	281
Görsel 4.139 Yavuz'un Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	282
Görsel 4.140 Sena'nın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	283
Görsel 4.141 Şafak'ın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	284
Görsel 4.142 Umay'ın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	284
Görsel 4.143 Zuhal'in Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Tahmin ve Hesaplamaya Ait Eylemleri.....	286
Görsel 4.144 Yavuz'un Düzgün Olmayan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	287
Görsel 4.145 Sena'nın Tuz Gölü'nün Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	288

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.146 Şafak'ın Tuz Gölü'nün Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	289
Görsel 4.147 Umay'ın Tuz Gölü'nün Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	289
Görsel 4.148 Zuhâl'in Tuz Gölü'nün Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	290
Görsel 4.149 Yavuz'un Oluşturduğu Paralelkenarın Alan Ölçümü.....	292
Görsel 4.150 Şafak'ın Paralelkenar Çizimine İlişkin Görsel.....	293
Görsel 4.151 Sena'nın Paralelkenar Çizimine İlişkin Görsel.....	294
Görsel 4.152 Umay'ın Birim Kareli Zeminde Paralelkenar Çizimi.....	295
Görsel 4.153 Zuhâl'in Birim Kareli Zeminde Paralelkenar Çizimi.....	297
Görsel 4.154 Yavuz'un Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	298
Görsel 4.155 Sena'nın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	298
Görsel 4.156 Şafak ve Umay'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri...	299
Görsel 4.157 Zuhâl'in Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri.....	299
Görsel 4.158 Yavuz'un Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Paralelkenar Çizimleri.....	300
Görsel 4.159 Yavuz'un Paralelkenar ile Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri.....	300
Görsel 4.160 Sena'nın Aynı Alana Sahip Farklı Şekiller Oluşturmaya İlişkin Eylemleri.....	301
Görsel 4.161 Umay'ın Aynı Alana Sahip Paralelkenar ve Dikdörtgen Oluşturmaya İlişkin Eylemleri.....	302
Görsel 4.162 Şafak'ın Paralelkenarın Alanını Hesaplama İlişkin Eylemleri.....	304

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.163 Zuhâl'in Aynı Alana Sahip Paralelkenarları Oluşturmaya Ait Çizimleri.....	304
Görsel 4.164 Yavuz'un Üçgen Oluşturmaya İlişkin Çizimleri.....	305
Görsel 4.165 Şafak'ın İstenilen Alana Sahip Üçgen Çizimi.....	306
Görsel 4.166 Sena'nın İstenilen Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri.....	308
Görsel 4.167 Zuhâl'in İstenilen Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri.....	309
Görsel 4.168 Umay'ın İstenilen Alana Sahip Üçgen Çizimleri.....	310
Görsel 4.169 Yavuz'un Aynı Alana Sahip Üçgen Oluşturmada Dar Açılı Üçgen Çizimi.....	310
Görsel 4.170 Yavuz'un Üçgen İle Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Dikdörtgen Çizimi.....	311
Görsel 4.171 Şafak'ın Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgenlerin Çizimi.....	311
Görsel 4.172 Şafak'ın Aynı Alana Sahip Geniş Açılı Üçgen Çizimi.....	312
Görsel 4.173 Sena'nın Aynı Alana Sahip Şekillerin Uzunluk Bilgilerine İlişkin Görsel.....	313
Görsel 4.174 Umay'ın Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgenlerin Çizimi.....	313
Görsel 4.175 Zuhâl'in Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgen Çizimleri.....	314
Görsel 4.176 Yavuz'un Birleşik Şeklin Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri.....	315
Görsel 4.177 Şafak'ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	316
Görsel 4.178 Sena'nın Birleşik Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri.....	317
Görsel 4.179 Umay'ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	318

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

Sayfa

Görsel 4.180	Zuhal'in Birleşik Şeklin Alanına Bulmaya İlişkin Eylemleri.....	318



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

- TÖY** : Tahmini Öğrenme Yörüngesi
ÖY : Öğrenme Yörüngesi
MEB : Milli Eğitim Bakanlığı



1 GİRİŞ

Bu bölümde ilk olarak, problem durumu, araştırmanın amacı, araştırma problemleri, araştırmanın önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Matematik, bireylerin zihninde sıklıkla sayılarla işlem yapmak veya doğru cevabı bulmak için kullanılan bir araç gibi canlanmaktadır. Bir bilim dalı olan matematik aslında yalnızca sayılarla işlem yapma veya hesaplama gerektiren sığ bir algıdan ziyade; genelleme yapma, modelleme ve akıl yürütme gibi üst düzey bilişsel becerileri de kapsayan bir düşünme biçimidir (NCTM, 2000; Schoenfeld, 1992). Matematiksel düşünme, bir problem durumunda çözüm süreci hakkında fikir üretmeyi, öğrenilen kavramlarla ilgili ilişkilendirme yaparak farklı genellemeler yapmayı, gerçek yaşam durumlarından hareketle üst düzey soyutlamalara doğru bir ilerleyişi ve bireyin düşündüğünü gerekçelendirerek açıklamasını içermektedir (Polya ve Conway, 1957; Sfard, 1991; Baki, 2018; Altun, 2022). Bu bağlamda, matematik öğretiminin sadece bilgi aktarımına değil; öğretim süreçlerinde matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesine de odaklanması gerekmektedir. 2024-2025 öğretim yılında uygulanmaya devam eden 2018 ve ilk kez uygulanmaya konan 2024 matematik dersi öğretim programlarında da öğrencilerin matematik düşünürü olmalarına yönelik vurgu açıkça ortaya koyulmaktadır. Örneğin, 2018 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesini programın temel amaçları arasında göstermekte olup, öğrencilerin bu becerilerini geliştirerek matematiksel durumlar arasında uygulanabilir bilgiler üretmesini de hedeflemektedir. 2024 Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında geliştirilen öğretim programında ise matematik öğretimi, öğrencilerin matematik düşünme süreçlerini geliştirecek şekilde desteklemeyi amaçlamaktadır. Model, öğrencilerin bilgiyi üreten bireyler olmalarını teşvik ederek; matematiksel düşünme biçimlerini geliştirmeyi merkeze alan yapılandırmacı yaklaşıma dayanan bir anlayışla, öğrencilerin bilişsel gelişimini anlamlı öğrenme ile desteklemeyi amaçlamaktadır (MEB, 2024). Bu amaçlar doğrultusunda öğrencilerin matematiksel düşünme gelişimlerinin sağlanmasında öğretme-öğrenme süreçlerinde öğrencileri aktif kılan yapılandırmacı yaklaşımın benimsenmesi önemlidir.

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı, bireyin bilgiyi doğrudan pasif bir şekilde almadığını; öğrenme sürecine aktif olarak katılımını ve önceki deneyimleriyle yeni bilgileri

ilişkilendirmeyi çevresiyle etkileşim içerisinde gerçekleştirdiği düşüncelerini temel alır (Piaget, 1970; Von Glasersfeld, 1995). Bilişsel yapılandırmacılık ise bu temel görüşü kabul ederek, öğrenme sürecinde bireyin zihinsel süreçlerine daha fazla odaklanır ve derinleştirmeyi inceler. Özellikle Piaget'nin bilişsel kuramı çerçevesinde, öğrenciler yeni durumlar ile karşılaştıklarında ön bilgileri ile bilişsel bir denge kurmaya çalışırlar ancak süreçte karşılaştıkları bilişsel çelişki durumlarında ise yeni bilgi arasında bir ilişkilendirme yaparak anlamlı öğrenme gerçekleştirirler (Piaget ve Inhelder, 1967). Bu açıdan bakıldığında, bilişsel yapılandırmacılık matematik öğretimi ve öğrenme için önemli bir çerçeve sunmaktadır (Piaget, 1970; Cobb, 1994; von Glasersfeld, 1995). Bu doğrultuda, matematik öğretiminde öğrencilerin zihinsel gelişimlerini destekleyecek yapılandırılmış öğretimsel etkinliklere olan ihtiyaç önem arz etmektedir. Öğrencileri aktif hale getiren ve merkeze alan bu etkinliklerin bir öğrenme amacı ile yapılandırılması gerekmektedir. Ancak matematiksel etkinlikler sadece algoritmik işlemleri değil, konunun kavramsal ve sezgisel yönünü de ele almalıdır. Bu bağlamda, Piaget'nin yapılandırmacı kuramına ek olarak Fischbein'in ortaya koyduğu üçlü bileşen modeli öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin anlamalarını ortaya çıkarmada önemli bir çerçeve sunmaktadır. Bu modele göre, matematiksel etkinliklerin üç yönü olduğu, etkili bir matematik öğretimi için yapılandırılan matematiksel etkinliklerin bu üç bileşenin birbirini destekleyecek ve bütünleşmesine olanak sağlayacak şekilde uygulanması gerekmektedir.

Üçlü bileşen modelinde, kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenler yer almakta olup alan yazında bilgi türü olarak da ifade edilmektedir (Egodawatte, 2011). Kavramsal bileşen, matematiksel kavramlara ilişkin tanımları, ilişkilendirmeleri ve özelliklerin anlaşılmasını; algoritmik bileşen, formüllerin, stratejilerin ve belirli prosedürlerin kullanımını; sezgisel bileşen ise bireyin önceki deneyimlerine dayalı çoğu zaman bilinçsizce yapılan çıkarımlarını, içsel inançlarını ve görsel izlenimlerle geliştirdikleri anlık düşüncelerini içerir (Fischbein, 1990; 1994). Matematiksel kavramların anlamlandırılması ve ilişkilendirilerek daha soyut düzeylere ilerleyişinin desteklenmesi açısından bu üç bileşenin birlikte işlenebilmesi kritik öneme sahiptir (Tall ve Vinner, 1991; Zazkis ve Leikin, 2008). Fischbein'in üçlü bileşen modeli, öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili düşünme biçimlerine ait algılama süreçlerini ayrıştırmalı bir şekilde ele almayı mümkün kılar. Ancak bu üç bileşenin bütünleşerek ve birbirlerini destekleyecek biçimde gelişebilmesi için, yalnızca bilişsel kuramlar temelinde yapılan

açıklamalar yeterli değildir. Dolayısıyla öğrenme ortamlarının niteliği bu noktada belirleyici unsur haline gelir. Bu açıdan, bilişsel yapılandırmacı yaklaşım ile tasarlanan öğrenme ortamlarının, öğrencilerin zihinsel olarak üç bileşenin gelişimini destekleyecek şekilde planlanması gereklidir. Bu planlamanın dayandığı temel araçlardan biri, öğrenme yörüngeleridir.

Öğrenme yörüngeleri matematik eğitimi alan yazına ilk olarak Simon tarafından 1995 yılında tahmini öğrenme yörüngesi (hypothetical learning trajectory) olarak ortaya atılmıştır. Tahmini öğrenme yörüngesi, belirli matematiksel kavramların yapılandırılması için öğrencilerin izleyebilecekleri varsayımsal öğrenme yollarını, bilişsel gelişim düzeylerini ve uygun öğretimsel müdahaleleri öngörmeye çalışır (Simon, 1995). Benzer şekilde Simon gibi öğrencilerin öğrenme düzeylerine odaklanan Clements ve Sarama'nın (2004; 2009) ortaya koydukları öğrenme yörüngeleri de öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamak amacıyla öğretim tasarımları yapmaya odaklanır. Bu modelde öğrenme yörüngesi üç ana bileşenden oluşur:

1. **Öğrenme hedefi** (matematiksel hedef),
2. **Öğrencilerin düşünme biçimleri** (gelişimsel aşamalar),
3. **Öğretimsel görevler** (öğrencilerin hedefe ulaşmasını sağlayacak etkinlikler).

Öğrenme yörüngeleri, **yapılandırmacı yaklaşıma** uygun olarak öğrencilerin düşünce biçimlerini kendi deneyimleriyle inşa ettikleri bir süreç olarak ele alır ve öğretimsel etkinliklerin bu süreci nasıl destekleyebileceğine dair sistematik bir çerçeve sunar. Bu çalışmada ise Tahmini Öğrenme Yörüngesi (TÖY) çerçevesinde öğretim deneyinin gerçekleştirilmesi planlandığından öğrenme amacı olarak beşinci sınıf düzeyinde alan ölçme konusu ele alınmıştır.

Ölçme, matematikte üzerinde önemle durulması gereken öğrenme alanlarından biridir. Çünkü uzunluk, alan, hacim, ağırlık gibi ölçme türleri günlük yaşamla doğrudan ilişkilidir ve çok boyutlu düşünmeyi teşvik etmede kritik öneme sahiptir (Lehrer, 2003). Ölçme, nesnelerin belirli bir nicel özelliğini seçilen bir birimle karşılaştırma sürecidir (NCTM, 2000; Van de Walle, 2012). Bu bağlamda, ölçme öğrenme alanı öğrencilerin karşılaştırma sürecinde, aynı niteliğe sahip birim belirleme, tahmin ile miktar algısını geliştirme gibi soyut nicelikleri somutlaştırarak anlamlandırmalarını sağlayan ve matematiksel pek çok kavramla (kesirler, cebir, veri, orantısal akıl yürütme, geometri ve sayılarla işlemler gibi)

ilişkili bir öğrenme alanıdır (Lehrer, 2003; Van de Walle vd., 2012). Bu nedenle ölçüm, algoritmik olarak öğretilmesi gereken teknik bir beceriden daha fazlasıdır.

Alan ölçme ise matematikteki önemli ölçme kavramlarından birisidir. Alan ölçümü, yalnızca formül bilgisine indirgenemeyecek kadar farklı matematiksel süreçlerin bir araya geldiği, çok boyutlu ve karmaşık bir öğrenme alanıdır (Lehrer, Jenkins ve Osana, 1998; Battista, 2007). Alan ölçme; bir şeklin yüzeyinin ölçülebilirliğini anlamlandırma, iki boyutlu düzlemsel kapalı bir yüzeyi birimlerle kaplama ile birim ile ölçüm arasındaki ilişkiyi kurmada sürekli bir nicelik olduğunu fark etme gibi karmaşık bilişsel süreçleri içermektedir. Özellikle uzunluk ölçmeden alan ölçmeye geçişin anlamlandırılmasında, öğrencilerin hem zihinde birim algısının oluşması hem de çok boyutlu niceliksel durumları zihinsel olarak ilişkilendirebilme becerileri önem arz etmektedir (Lehrer, 2003; Clements ve Stephan, 2004). Buna karşın, araştırmalar öğrencilerin sıklıkla alan kavramını bir uzunluk ölçümü olarak gördüklerini, birim kareler ile alan ölçmeyi ilişkilendirmede karmaşa yaşadıklarını ve düzlemsel şekillerin alan ölçümünde kullanılan yöntemlere ilişkin öğrencilerin kavramsal anlayışlarının yeterince gelişmediğini ortaya koymaktadır (Stephan ve Clements, 2003; Battista, 2007; Zacharos, 2006). Alan ölçmeye ilişkin kavramsal bilgi düzeyinin yeterli düzeyde olmaması birçok öğrenme zorluklarına ve kavram yanılgılarına yol açmaktadır. Alan yazındaki araştırmalar, öğrencilerin alan-çevre karmaşası yaşamalarını (Dağlı, 2010; Olkun vd., 2014; Tan Şişman ve Aksu, 2016; Gülsoy, 2020; Divrik ve Pilten, 2021), zihinde bir birim algısı olarak kareyi anlamlandıramadıklarını (Kamii ve Kysh, 2006; Olkun vd., 2014; Alkan; 2019; Ağaçdiken, 2021; Biscaino vd., 2022), alan kavramını anlamada zorluklar yaşanmasından kaynaklı alan formüllerini etkin bir şekilde kullanamadıklarını (Battista vd., 1998; Zacharos, 2006; Cavanagh, 2008; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Olkun vd., 2014; Ağaçdiken, 2021), alan korunumunu kavrayamadıklarını ve düzensiz şekillerin alanlarını ölçmede farklı stratejiler ile ilişkilendiremediklerini (Maher ve Beattys, 1986; Casa vd., 2006; Machaba, 2016; Tossavainen vd., 2016; Gülsoy, 2020) ortaya koymaktadır. Alan kavramına ve alan ölçmeye ilişkin bu zorluklarla karşılaşılmasının temel sebeplerinden biri, öğrencilerin alan kavramını anlamlandırmadan, alan ölçmede “en x boy veya kısa kenar x uzun kenar” gibi formül kullanımlarının ön planda olduğu öğretim süreçlerinden kaynaklanan öğretici engellerdir (Stephan ve Clements, 2003; Zacharos, 2006).

Bu durum, öğretim süreçlerinde formül odaklı öğretimin alan ölçmenin anlamlandırılmasında yeterli olmadığını ve bütüncül bir öğretim yaklaşımının gerekliliğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla öğretim süreçlerinde alan kavramını anlamlandırmayı ve alan ölçmenin doğasına uygun şekilde yapılandırılmış etkinliklere ihtiyaç doğmaktadır (Stephan ve Clements, 2003; Battista, 2007). Araştırmacılara göre sınıf içi öğretimde, yapılandırılmış etkinliklerin alan ölçme için temel nitelikteki alt kavramlara odaklı düzenlenmesi gerektiğini belirtmektedir. Öğretmenler alan ölçmenin temel kavramlarını öğrencilerin zihninde geliştirebilmelerini destekleyebilmek amacıyla, öncelikle etkinliklerin somut deneyimler ile inşa etmeli, öğrencilerin somut deneyimlerle karşılaşmalarını sağlamalı ve daha sonra standart veya standart olmayan birimlerle ölçmeye yönelik çok yönlü ölçme durumlarına yer verilmesi gerekir (Lehrer vd., 1998; Battista, 2004; Clements ve Sarama, 2009). Nitekim somut işlemler olarak tanımlanan dönemin (7-11 yaş) ilkokul sınıf düzeylerine denk gelmesi, öğrencilerin ilkokul düzeyinde uzunluk ve alan ölçme kavramlarını somut nesneler ile deneyimleyerek anlamlı bağlar kurabileceğinin mümkün olduğunu göstermektedir (Piaget ve Inhelder, 1967). Etkinliklerin uygulama sürecinde ise öğrencilerin sadece algoritmik işlemlerine yönelik açıklamalarına bağlı kalınmamalı ve alan ölçmenin zihinlerinde oluşan anlamına yönelik açıklamalarını yapmada destekleyici olunmalıdır (Stephan ve Clements, 2003). Bu nedenle, alan ölçme öğretiminde, ezberci öğretimden tamamen uzak, öğrencilerin kavramları zihinlerinde yapılandırabilmelerine olanak sağlayan ve öğrencileri merkeze alan yapılandırmacı yaklaşıma dayalı öğrenme ortamlarının tasarlanmasına ihtiyaç olduğu anlaşılmaktadır. Özellikle alan ölçme gibi çok boyutlu bir kavramın bilişsel olarak yapılandırılmasında öğrenciler, ilk aşamalarda sezgisel yaklaşımları ağırlıklı kullanırken; öğretim süreci ilerledikçe kavramsal ilişkileri kurabilir ve öğrenme hedeflerinin gerçekleştirilmesiyle anlamlı ve üst düzey algoritmik adımlar izleyebilirler. Bu bağlamda, öğrencilerin alan ölçme kavramını yapılandırabilmeleri için tasarlanacak öğrenme ortamlarının, kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerini destekleyecek şekilde planlanması gerekmektedir. Bu noktada, Fischbein'in üçlü bileşen modeli, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin düşünme biçimlerindeki gelişimlerini incelemek için anlamlı bir çerçeve sunmaktadır. Alan yazındaki araştırmalar, bu üç bileşenin matematiksel düşünmenin çok boyutluluğunu açıklamada ve sezgisel bileşenin diğer iki bileşen üzerindeki etkisini göz önünde bulundurmada Fischbein'in üçlü bileşen modelinin güçlü bir araç sunduğunu belirtmişlerdir (Egodawatte, 2011; Carvalho vd.,

2021; Biscaino vd., 2022; Furquim vd., 2022). Biscaino vd. (2022) bu üç bileşenin etkileşimlerinin tanımlanmasını ile anlaşılmasının zor olduğunu ve matematiksel etkinliklerde analiz, gözlem ve deneysel sorulara ihtiyaç olduğunu savunmuşlardır. Bu bağlamda, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin üst düzey bilişsel yapılandırmaları için uygun öğrenme ortamlarının ve bir öğrenme amacı güden matematiksel etkinliklerin tasarlanması kritik öneme sahiptir. Bu doğrultuda, öğrenme yörüngeleri (Simon, 1995; Clements ve Sarama, 2004) öğrencilerin alan ölçme kavramını nasıl geliştireceklerine dair varsayımsal bir yol sunan, deneysel ve kuramsal temellere dayalı öğretim planlamalarına olanak sağlar.

1.2 Araştırmanın Amacı ve Problemi

Bu çalışmada 5. sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yörüngesi aracılığıyla kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçme gelişimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu genel amaç bağlamında aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Öğretim süreci öncesi 5.sınıf öğrencilerinin alan ölçmeye ilişkin bilgileri, yaşadıkları güçlükleri ve kavram yanılgıları nelerdir?
2. Öğretim sürecinde öğrencilerin tahmini öğrenme yörüngesi aracılığıyla kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçme gelişimleri nasıldır?

1.3 Araştırmanın Önemi

Alan ölçme konusu, özellikle ilkökul düzeyinde birçok araştırmacının ilgisini çekmiş ve bu bağlamda öğrencilerin alan kavramını geliştirmelerine yönelik çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Lehrer vd., 1998; Battista, 2007; Clements ve Sarama, 2009; Brady ve Lehrer, 2020; Var ve Altun, 2021; Gözüyılmaz, 2024). Bu çalışmalar genellikle öğrencilerin alanı birim karelerle kaplama, sayma, formül oluşturma ya da ölçme stratejileri geliştirme süreçlerine odaklanmaktadır. Ulusal ve uluslararası alan yazın incelendiğinde, alan ölçme ile ilgili birçok çalışmanın kavram yanılgılarını, birim algısını veya formülü uygulamalarında hataların neler olduğuna odaklandıkları görülmüştür (Dağlı, 2010; Olkun vd., 2014; Tan Şişman ve Aksu, 2016; Gülsoy, 2020; Divrik ve Pilten, 2021; Ağaçdiken, 2021; Biscaino vd., 2022). Ancak bu çalışmaların çoğu, öğrencilerin bilişsel süreçlerini Fischbein'in üçlü bileşen modelini temel alarak incelememektedir. Uluslararası alan yazında tahmini öğrenme yörüngeleri aracılığıyla alan ölçme gelişimini ele alan çalışmalar olsa da, Fischbein'in üçlü bileşen modeli ile

sistematik bir şekilde kullanan çok az araştırma bulunmaktadır (Miller, 2013). Ulusal alan yazında ise Clement ve Sarama'nın öğrenme yörüngesi yaklaşımını alan ölçmeye doğrudan uyarlayan veya Fischbein'in üçlü bileşen modelini ele alan herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu araştırmada, alan ölçme sürecine bilişsel yapılandırmacı yaklaşımı temelinde, Fischbein'in üçlü bileşen modeli çerçevesinde yaklaşarak, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin düşünme biçimlerinin gelişimini bütüncül bir biçimde incelemek amaçlanmaktadır. Aynı zamanda Clements ve Sarama'nın (2004) öne sürdüğü öğrenme yörüngesinin üç bileşeni kapsamında öğrencilerin gelişim süreçleri izlenmiş ve uygun öğrenme ortamları yapılandırılmıştır. Bu araştırmanın, bu yönüyle alan yazında önemli bir boşluğu doldurması ve hem kuramsal hem de öğretimsel açıdan alan yazına özgün katkılar sunması hedeflenmektedir.

1.4 Varsayımlar

Bu araştırma için üç varsayım ifade edilebilir:

1. Tüm veri toplama araçlarının katılımcılara aynı şartlar altında uygulandığı,
2. Araştırmacının çalışmanın sonuçları üzerinde etkisini en aza indirmek için gerekli tedbirlerin alındığı,
3. Araştırmanın veri toplama araçlarını geliştirme sürecinde başvuru uzman görüşlerinin yeterli ve geçerli olduğu varsayılmıştır.

1.5 Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıda sunulmuştur:

1. Araştırma, 2021-2022 eğitim-öğretim yılı Ankara il merkezindeki bir devlet ortaokulunun 5. sınıf düzeyindeki bir şubeden elde edilen veriler ile sınırlıdır.
2. Araştırma toplamda 36 ders saati ile sınırlıdır.
3. Araştırma sadece alan ölçme bağlamında incelenmiştir.
4. Araştırmanın verileri, araştırmacı tarafından hazırlanan öğretim dizileri, klinik görüşmeler ve çalışma kağıtlarından elde edilen verilerle sınırlıdır.
5. Nitel veriler, amaçlı olarak matematik başarı düzeylerine göre seçilen katılımcılar ile sınırlıdır.
6. Bu çalışmada, sınıfların teknolojik imkanlarının yeterli olmamasından kaynaklı dinamik matematik yazılımları kullanılamamış ve sanal ortamlar oluşturulamamıştır.

1.6 Tanımlar

Araştırmada kullanılan temel kavramlar aşağıda sunulmuştur. Bu kavramlar hakkında ayrıntılı bilgi, kuramsal çerçeve içinde verilmiştir.

Kavramsal Bileşen (Conceptual Component): Matematiksel bir kavramın tanımını anlamlandırma, alt kavramlar arasında ilişki kurma ve kavramın doğasını derinlemesine anlama becerisini ifade eder. Bu tür bilgi, öğrencinin yalnızca ne yapacağını değil, neden yaptığını da bilmesini sağlar (Fischbein, 1994).

Algoritmik Bileşen (Algorithmic Component): Matematiksel bir problemin çözümünde izlenen adımların veya stratejilerin nasıl gerçekleştirileceğine dair bilgiye sahip olma ve gerekçelendirebilme becerisinden oluşur. Bu bilgi türü, genellikle otomatikleşmiş stratejilere dayanır ve kavramın anlamından bağımsız çalışabilir (Fischbein, 1994).

Sezgisel Bileşen (Intuitive Component): Bireyin doğrudan deneyimlerine, görsel algılarına veya günlük yaşantılarına dayanarak geliştirdiği, çoğu zaman kavramsal bilgiye dayanmayan öngörülerini içerir. Bu bilgi türü, öğrenme sürecinin başlangıcında etkili olmakla birlikte bazen yanlış yargılara da yol açabilir (Fischbein, 1994).

Tahmini Öğrenme Yörüngesi (Hypothetical Learning Trajectory): Öğretim amaçları, öğretimlerde kullanılan etkinlikler ve görevler, öğrencilerin düşünme süreçlerindeki değişimin tahmini” olmak üzere üç bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenler öğretmene belirli bir öğretim amacını belirlerken bir gerekçe sağlamakta ve bu amaçtan hareketle de öğretmen, öğrenmenin nasıl devam edeceği konusundaki tahmine dayanarak amaçlara karar verebilmektedir (Simon, 1995).

Öğrenme Yörüngesi (Learning Trajectory): Öğrencilerin belirli bir matematiksel kavramı öğrenirken geçmeleri varsayılan bilişsel düzeylerin öğretim hedefleri, öğrenme etkinlikleri ve beklenen düşünme biçimleri ile yapılandırılmış öngörü planıdır (Clements ve Sarama, 2004).

2 KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, üçlü bileşen modeli, alan ölçme ve TÖY ile ilgili kuramsal açıklamalara ve paralelinde ilgili konularda yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.1 Matematiksel Etkinliklerde Üçlü Bileşen Modeli

Üçlü bileşen modelinde Fischbein (1994), matematiğin iki bakış açısına göre değerlendirilebileceğini belirtmektedir. Bu bakış açıları; matematiğin kitaplarda yer alan tümdengelimli bir bilgi bütünü oluşu ile bir insan etkinliği oluşudur. Matematiğin mantık ve tutarlılık ile yapılandırılmış bir bilgi bütünü olması, keşfetmeyi destekleyen etkinliklerin oluşumuna engel olmaz. Aksine, matematik eğitimcilerinin istediği öğrencilerin insan etkinliği olan bu matematiği anlamlandırmalarıdır. Matematiksel kavramların anlamlandırılması sürecinde, öğrenciler bilişsel çelişkiler yaşayabilir ve yeni durumlara uyum sağlamada farklı bağlantılar kurarak matematiksel kavramı birçok yönüyle keşfedilebilmesi gerçekleşebilir. Bu bağlamda, öğrencilerin sadece matematiği teoreme giden yollar bütünü olarak görmelerinin yanı sıra matematiksel kavramlarla ilgili farklı ilişkilendirmeler yapmaları, algoritmalarının doğruluğunu göstermeleri ile gerekçelendirmede sadece kavramsal olarak değil sezgisel olarak da değerlendirme yapabilmeleri gerekmektedir (Fischbein, 1994). Fischbein (1990) alan yazının öğrencilerin matematiksel kavramlarla ve işlemlerle başa çıkmasını incelemede, öğrencilerin kendiliğinden gerçekleştirdikleri eylem ve stratejilerinin izlenmesinin önemli olduğunu ancak kavramsal veya algoritmik yönden sınıflandırmanın yeterli olmadığını belirtmiştir. Fischbein (1994), matematiğe dair bilginin farklı yaklaşımlar ile ele alındığını vurgulasa da, insan etkinliği olarak matematiksel etkinliklerinin üç temel bileşeninin olduğunu ve bileşenlerin etkileşimde olması gerektiğini vurgulamıştır. Üç bileşenden algoritmik veya sezgisel bileşenin kavramsal bileşenden bağımsız olarak baskınlaşması yanlış çözümlere veya anlamlandırmalara yol açabilir. Örneğin, Tirosh vd. (2022) yaptıkları çalışmada, öğrencilerin bölme işleminin sonucu küçülteceği fikrine sahip olmalarının sezgisel bileşenden kaynaklı olduğunu belirtmişlerdir. Ancak rasyonel sayılarda bu sezginin doğru işlemediğini $4: 0,5=8$ algoritmik işlemiyle fark ettiklerini gözlemlemişlerdir. Bu algoritmanın anlaşılmasında ise somut materyallerin, örneğin dört elmanın her birini yarıya bölmek şeklinde kullanılabileceğini önermişlerdir. Carvalho vd. (2021) yaptıkları çalışmada öğrencilere “*Bir yol üç aşamada restore edilecek. İlk aşamada yolun $\frac{1}{6}$ ‘sı, ikinci aşamada $\frac{1}{4}$ ‘ü restore edilecektir. Üçüncü aşamaya hangi kesir*

denk gelir?” sorusuna yöneltmişlerdir. Öğrencilerden bazılarının $\frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ işlemini yapması, soruyu sezgisel bileşen bağlamında anlamlandıramadıklarını ve kesirlerle çıkarma işlemine ilişkin kavramsal ve algoritmik bileşenin zayıf düzeyde olduğunu gösterirken; kesrin parça-bütün ilişkisini de kuramadığını göstermiştir. Fischbein (1994) ise çalışmasında, örnek olarak “5 kg elma 15 TL ise 7 kg elma ne kadar tutar” bağlamını vermiştir. Öğrencilerin bazıları 1 kg elmanın fiyatını bulduktan sonra 7 ile çarpmışlar ve 21 TL bulmuşlardır. Bunun üzerine “7 işçi bir işi 28 günde bitiriyorsa, 5 işçi kaç günde bitirir?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrenciler bu sorunun orantı ile ilgili olduğunu ifade edip sonucu 20 gün olarak bulmuşlardır. Öğrencilerden çözümlerini analiz etmeleri istendiğinde ise işçi sayısının azalması durumunda gün sayısının artacağını sezgisel yönden fark etmişlerdir. Bu açıdan bakıldığında, ezbere gerçekleştirilen bir algoritmanın sezgisel yönün önüne geçtiği ve hatalı çözüme sebep olduğu görülmüştür. Ancak doğrudan sezgisel bir yoruma başvurmak hataya yol açsa da, algoritmik durumların da doğrudan uygulanması yanlış çözümlere yol açabilmektedir. Bu bağlamda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenlerin daha ayrıntılı olarak inceleyelim.

2.1.1 Kavramsal bileşen

Fischbein’in üçlü bileşen modelinde, matematiksel etkinliklerin bileşeni veya yönü olarak belirttiği ilk bileşen; kavramların anlamlandırılmasında etkili olan kavramsal bileşendir. Kavramsal bileşen; aksiyom, teorem, tanım ve kanıtları içerir (Fischbein, 1994). Kavramsal bileşenin içeriği, pür matematiğe karşılık gelse de matematiksel etkinliklerin bir yönü olduğu gerçeğini değiştirmemektedir. Matematiksel düşünme sürecinde, kavramsal bileşenin aktif olması ve öğrenci tarafından keşfedilebilir, düzenlenebilir ve kontrol edilebilir olması gerekmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken durum, öğrencilerin bunu kendiliğinden elde etmesinin zor olacağıdır. Nitekim Piaget de çocukların öğrenilen kavramda soyutlamalar yapabilmelerinin yaşa bağlı olarak geliştiğini ancak bilişsel kontrolleri sağlayabilmelerinin soyut işlemler dönemine (12 yaş ve sonrası) denk geldiğini belirtmiştir. Dolayısıyla Fischbein (1990) öğrencilere matematiğin kavramsal yönünü olabildiğince erken dönemde verilmesi gerektiğini belirtirken, ilişkilendirmelerden ve anlamlandırmalardan uzak bir öğrenme sürecinin daha fazla kavram yanılgısı veya sezgisel engellerin oluşmasına sebep olacağını vurgulamıştır. Bu noktada alan yazında sıklıkla kavram yanılgılarının varlığının araştırıldığı alan ölçme konusuna ilişkin öğretim süreçlerinin kavramsal bileşen

bağlamında tasarlanması önem arz etmektedir. Öğrencilerin alan kavramını tanımlayabilmesi, bir şeklin yüzeyinin kapladığı yer ile alanı anlamlandırabilmesi, alanın iki boyutlu oluşunun farkında olmaları, alan ölçmede birim algısının varlığı, bir şeklin yüzeyini satır-sütun olarak yapılandırma ile alan formülü arasında ilişki kurabilmesi kavramsal bileşen örneklerindendir. Bu anlamda alan ölçme öğreniminde kavramsal bileşenin rolü oldukça önemlidir. Nitekim yapılan araştırmalar da, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin yaşanan zorlukların giderilmesinde, kavramsal alt yapının önemine vurgu yapmaktadır (Quthred ve Mitchelmore, 2000; Clements ve Sarama, 2009; Machaba, 2016; Tossavainen vd., 2016).

2.1.2 Algoritmik bileşen

Üçlü bileşen modelinde yer alan, problem çözme süreçlerinde genellikle baskın olarak görülen bileşen ise algoritmik bileşendir. Matematik sadece bir işlemler bütünü olmadığından, matematiksel akıl yürütmede kavram ile ilgili formülü veya kuralı ezberlemek yeterli olmamaktadır (Fischbein, 1994). Nitekim öğrenciler alışıldık olmayan bir matematiksel durumla karşılaştıklarında ilgili stratejileri kullanmakta zorluk yaşamaktadır. Bir formülün veya kuralın anlamlandırılmasında, kavramsal gerekçelendirmelerin öğrenciye verildiği durumlarda formül veya kurallar unutulmaktadır. Nitekim 3. ve 4. sınıf düzeyinde öğrenim gören öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin temel kavramlar ile karşılaşmadan algoritmik odaklı öğrenim görmesi, kavram yanılgılarının oluşmasına ve yaşanan zorlukların artmasına sebep olmaktadır. Öğrencilerin neyi neden yaptıklarının farkında olmaları ise matematiksel düşünme süreçlerinde kavramın anlamı ile ilgili stratejiyi rahatlıkla ilişkilendirebilmelerini desteklemektedir.

Alan ölçme bağlamında; alan formüllerini kullanma, birim kareleri sayma stratejileri, problem durumlarında belirli adımları izleme, şekli parçalama ile birleştirme ve çizim stratejileri algoritmik bileşen kapsamındadır. Clements ve Sarama (2009), alan ölçmede birimleri sayma stratejileri olarak; tek tek sayma, sistematik bir şekilde sayma, ardışık toplamalı sayma ve dikdörtgenin alan formülü ile sayma olarak sunmuşlardır. Bu sayma stratejileri de algoritmik bileşen kapsamında ele alınmaktadır.

2.1.3 Sezgisel bileşen

Matematiksel düşünme süreçlerinde etkili olan üçüncü bileşen ise sezgisel bileşendir. Sezgisel bileşen; sezgisel biliş, sezgisel anlayış veya sezgisel çözüm olarak da ifade edilmektedir. Matematiksel etkinliklerin sezgisel yönü, öğrencileri herhangi bir gerekçe sunmaya ihtiyacı olduğunu hissetmeden doğrudan kabul ettikleri bilgileri içerir. Sezgisel olarak kabul edilen bilgi, bazen matematiksel akıl yürütmede zorluklar çıkarabilir veya bazen de doğrularla uyum sağlayabilir. Ancak doğrulanamayan sezgisel bilgilerin, kavramların öğrenilmesinde bilişsel çelişkilere yol açtığı ve kavram yanılgılarına sebep olduğu bilinmektedir (Fischbein, 1994). Öğrencilerin sezgisel bilgileri ise daha çok günlük veya eğitimsel deneyimleri ile oluşturdukları içsel inançlara dayanır. Öğrencilerin bir şeklin alanını tahmin etmede daha büyük veya daha küçük şeklinde karşılaştırma yapmaları günlük deneyimlerinden kaynaklı olabilir. Örneğin, aşırı genelleştirilmiş alan formülü ise eğitimsel deneyimlere dayalı sezgisel bir yöndür. Fischbein'e göre sezgiler, bireyin bilgiyi hızlı ve doğru bir şekilde işlemesini sağlar. Ancak bu sezgilerin yanlış veya eksik öğrenmelerden kaynaklı kavram yanılgılarına yol açtığı fark edildiğinde düzeltilmelidir. Bu noktada öğrencilerin alan ölçmenin iki boyutlu oluşundan bağımsız olarak; tek boyuta göre veya görünüm odaklı karşılaştırma yapmaları, rastgele veya göz kararı tahminde bulunmaları, şekillerin benzerliğine dayalı çıkarımlar yapmaları ve düzgün şekillerin alanlarının ölçülebileceği düşüncesi sezgisel bileşenin eksik kavramsal anlayıştan kaynaklı olduğunu gösteren ve kavram yanılgısına yol açan örneklerdir.

Üçlü bileşen modeli bağlamında, alan yazında farklı konularda öğrencilerin görevler üzerinde hata analizlerinin veya bileşenlerin etkileşimleri ortaya koyulmuştur. Ancak alan yazında alan ölçme ile üçlü bileşen modelini ilişkilendiren bir araştırma olmadığından; bu çalışma kapsamında öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri yanıtlar üzerinden alan ölçme ve üçlü bileşen ilişkisini yansıtan örnek Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1

Alan Ölçmede Üç Bileşeni Belirleme

<i>Tuz Gölü'nün alanını nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Tahminen 20 santimetrekare var gibi. Önceki alan şeylerinde gözümün aklımın önüne geliyor. Oradan yola çıkarak. Gözümle baktım ve o şekilde karar verdim." açıklamasında bulunmuştur. Alan ölçümü için "Biraz zor. Çünkü çok eğimli ve çıkıntılı bir şekil olduğu için. Alanını bulabiliriz ama zor. Düzgün bir şekil olsaydı daha kolay olurdu. Kare, dikdörtgen veya üçgen olabilirdi."</i>	Kavramsal Bileşen: Öğrencinin düzgün olmayan şekillerin alan ölçümünde birim kare ile tam kaplama fikrine sahip olması ve alan ölçümünü satır-sütun yapılandırma ile ilişkilendirmesi kavramsal bileşene işaret eder. Algoritmik Bileşen: Öğrencinin şeklin alan ölçümünde belirli adımları izlemesi örneğin, 1 santimetrelilik çentikler atma-satır oluşturma-sütun

açıklamasında bulunmuş ve yaklaşık bir değer bulabileceğini belirtmiştir. Gerçekleştirdiği eylemleri ise “<i>Bu çıkıntıyı bir dikdörtgen olarak düşünsem ve böyle ölçsem yaklaşık bir sonuç çıkabilir. İçini karelere bölebiliriz. Kareleri sayıp tahmini bir ölçüm bulabiliriz. İçine aldığı yerleri saymalıyız. Yaklaşık 51 santimetrekare. Tam kare olmayan yerler vardı. 51 santimetrekare bulmuştuk. 3 tane çıkarsak 48 santimetrekare olur.</i>” ifadesi ile açıklamıştır.	oluşturma- birim kare çizimi-birim kareleri sayma gibi eylemleri algoritmik bileşene işaret eder. Sezgisel Bileşen: Öğrencinin düzgün olmayan şekli alanını tahmin etmede, bilinen şekillerin alanlarını referans alması, deneyime bağlı olarak tahminde bulunması, düzgün şekillerin alanlarının daha kolay ölçülebileceği düşüncesi ve dikdörtgen olarak zihinsel görselleştirme yapması gibi eylemler sezgisel bileşene işaret eder.

2.2 Alan Ölçme

Ölçme türlerinden biri olan alan ölçme, düzlemdeki iki boyutlu şeklin kapladığı yüzeyin miktarını niceliksel olarak belirleme sürecidir (Sarama ve Clements, 2009). Matematiksel olarak bakıldığında alan birim kareler ile ölçülür ve bu ölçüm ise günlük yaşamdaki birçok problem durumunu çözmeye yardımcı olur. Alan kavramının anlamlandırılmasında, şeklin kapladığı yer, yüzey ve alan ifadelerinin arasındaki ilişkinin doğru tanımlanması gerekir. Bu açıdan bakıldığında, alan ölçme sadece bir formülü kullanma becerisi değil; ölçmenin temelleri hakkında kavramsal anlayışın geliştirilmesi sürecidir. Alan ölçmeye ilişkin araştırmalar, belirli bir ölçüm sonucunu belirlemeye yönelik becerilerin işlemsel adımları öğretmekten daha karmaşık olduğu konusunda ortak paydada buluşmaktadır (Zacharos, 2006; Cavanagh, 2008; Clements ve Sarama, 2009; Akkuş, Akkaş ve Yıldırım, 2018; Gürefe, 2018). Bu noktada, öğrencilerin alanı zihinsel olarak yapılandırmasında; alanın niteliksel ve niceliksel yönlerine dikkat edilmesi önemlidir. Alan ölçme en az dört temel kavramdan oluşmaktadır: a) bölümleme, b) birimin yinelenmesi, c) alan korunumu ve d) bir dizinin yapılandırılması (Stephan ve Clements, 2001). Söz konusu temel kavramların doğru bir şekilde yapılandırılmasının, öğrencilerin alan ve alan ölçmenin farklı olduğu düşüncesinin oluşmasına ve kavramları tanımlarıyla anlamlandırmalarında kritik öneme sahiptir. Bu dört temel kavram bağlamında olmakla birlikte, birçok araştırmacı öğrencilerin alanı nasıl öğrendiklerini veya gelişim süreçlerinin nasıl olduğuna ilişkin benzer temel kavramlar ve bilişsel gelişimsel düzeyleri belirlemişlerdir (Lehrer vd.,1998; Battista, 2007; Clements ve Sarama, 2009). Araştırmacıların ortaya koydukları temel kavramlar ve gelişimsel düzeyler, farklı görev veya yöntem kullansalar da alan ölçmenin doğasına uygun şekilde verildiğinden paralellik göstermektedir. Alan ölçümüne ilişkin gelişimsel yaklaşımlar, öğrencilerin bu kavramı sezgisel olarak deneyimlemeyle başladığını, öğretimsel etkinlikler ile kavramsal yapılandırmanın gerçekleştiğini ve iki boyutlu bir şeklin ölçümüne ilişkin algoritmik bağıntıları oluşturabildiklerini ele almaktadır. Örneğin,

Lehrer vd. (1998), ikinci ve dördüncü sınıf öğrencilerinin sınıflarında yaptıkları çalışmaları gözlemleyerek; kaplama ve alt bölümlere ayırma gelişimsel değişiklikleri alan ölçme için gerekli temel kavramlar olarak tanımlamışlardır. Öğrencilerin deneyimler yoluyla, alanı görsel bir büyüklük olarak algılamalarından birimlerle ölçülebilen matematiksel bir kavram olarak yapılandırılmasına doğru bir bilişsel ilerleme olacağını belirtmişlerdir. Bu düzeyler; A/L: alan/uzunluk karmaşasını önleme, SF: kaplama yaparken alanı ölçmede boşluk kalmaması ve üst üste gelmeme, IU: Özdeş alan birimlerini bilinçli kullanma, AS: alanı tahmin etmek için ek stratejiler kullanır ve IS: Düzgün olmayan şekillerin alan ölçüsünü bulur. Lehrer vd. (1998)'nin bu yaklaşımı, öğrencilerin alan ölçme sürecinde karşılaşılabilecekleri zorlukları öngörmede destek sağlamakla birlikte öğretim sürecinin tasarlanması açısından da önemli bir ipucu sağlamaktadır. Quthred ve Mitchelmore (2000) ise birinci sınıftan beşinci sınıfa kadar öğrenim gören çocuklarla çalışmış, kaplama, numaralandırma ve alt bölümlere ayırmayı temel alan beş gelişimsel düzey belirlemiştir. Bu düzeyler; eksik kaplama, ilkel kaplama, birimlerden oluşmuş dizi kaplama, ölçüme göre oluşturulan dizileri kaplama ve dizilerin farkında olarak hesaplama yoluyla ölçüm sonucunu bulmadır. Bu düzeyler ise öğrencilerin alanı ölçme sürecinde kaplama stratejilerinin gelişmesi ile satır-sütun ilişkisini kurabildiklerini, daha sistematik ve nicel bir ölçme anlayışına ulaşabildiklerini göstermektedir.

Battista (2007) ise ikinci ve beşinci sınıf öğrencilerinin; belirli bir alanı kaplamada kullandıkları stratejileri belirlemiştir. Öğrencilerin alan ölçmedeki gelişiminin, birim yerleştirme ve bileşik birimleri organize etme süreci olarak iki temel bilişsel sürecin yapılandırılması ile olacağını savunmuştur. Bu iki temel bilişsel süreç kapsamında; birimleri yanlış yerleştirme ve bileşik birimleri oluşturamama, birimleri yerleştirme ile bileşik birimleri organize etmede başlangıç, birimleri doğru yerleştirerek çift sayma hatalarını kaldırma, bileşik birimleri organize etme ancak yanlış yerleştirme, birimleri doğru yerleştirerek bileşik birimleri uygun biçimde kullanma ve birim yerleştirme ile bileşik birimleri organize ederek kullanma düzeylerini belirlemiştir. Battista (2007) bu gelişimsel düzeyler ile öğrencilerin alan ölçme sürecinin kaplama deneyimleriyle başladığını, birimlerin sistematik olarak yerleştirilmesi ile satır-sütun yapılandırmasının farkına vardıklarını ve daha niceliksel yaklaşımlar geliştirdiklerini ortaya koymuştur. Son olarak Clements ve Sarama (2009) ise bu süreci uzun yıllar süren araştırmalar sonucunda geliştirmişler ve alan ölçümünde bir öğrenme yolunun oluşturulmasında kaplama,

numaralandırma, alt bölümlere ayırma ve mekânsal yapılandırma temel bilişsel süreçlerini entegre etmişlerdir. Clements ve Sarama (2009) alan ölçmeye ilişkin ÖY'nin bileşeni olan sekiz gelişimsel düzey belirlemişlerdir. Bu düzeyler; alanı sezgisel olarak fark etme, alanları sezgisel karşılaştırma, alan ölçmede kaplamayı tek yönde (yatay veya dikey) yapma, ilkel kaplama, alanı birim ile ilişkilendirme ve tekrarlama, kısmi satır yapılandırma, satır-sütun yapılandırma ve dizi yapılandırmadır. Bu düzeyler, alan ölçmenin sezgisel anlayış ile başladığını, sistematik birim kaplamalarıyla satır-sütun yapılandırmanın kavramsal olarak gerçekleştiği ve algoritmik bir adım olan çarpma yoluyla hesaplamaların anlamlandırıldığını göstermektedir. Dört grup araştırmacının farklı yaş ve sınıf düzeylerinde çalışmış olmaları, farklı gelişimsel düzeyler belirlemelerine yol açsa da temelde alan ölçmenin gelişimine ilişkin ortak paydada buluştukları görülmektedir. Ayrıca verilen çalışmaların ilkökul düzeyinde yapılmış olmaları, dikdörtgenin alan ölçümüne ilişkin gelişimsel bir yola işaret etmektedir. Bu noktada, doğru bir gelişimsel ilerleme için öğrencilere alan ölçmenin yapılandırılmasında bulundukları düzeylere göre etkinlikler ve görevler sağlanmalıdır (Battista vd., 1998). Casa vd. (2006) ve Medrano (2016) yaptıkları çalışmaları ile alan kavramının ve formülünün kullanımının farklı şekiller üzerinde genişletilmesi ile alan ve çevre kavramlarının ve formüllerinin birbirinden farklı olduğunun öğrenciler tarafından keşfetmeye olanak sağlayacak etkinlikler tasarlanması gerektiğini desteklemektedir. Ancak ilkökul düzeyinde iki boyutlu bir şeklin alanını ölçmede dizi yapılandırmayı gerçekleştiremeyen öğrenciler, kısa yoldan “en x boy” veya “kısa kenar x uzun kenar” algoritmalarını anlamlandırmadan kullanmaktadırlar. Bu durum ise alan ölçmede formül odaklı öğretimin bir sonucu olmakla birlikte birçok kavram yanılgısına sebep olmakta ve farklı şekillerin alan ölçümleri için de aşırı genelleştirme yapmalarına yol açmaktadır (Cullen ve Barrett, 2020). Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin geliştirdiği hesaplama süreçlerine değil, algoritmaların ne anlama geldiğine odaklanmaları önemlidir (Lehrer vd., 1998). Öğrencilerin alan hakkında alanı anlamlandırma ve karşılaştırma ile ilgili ilk fikirlerinin oluşması için verilen şekillerin alanlarının bölünmesi ve yeniden birleştirme durumları ile karşılaşmaları gerekir. Daha sonra standart olmayan birimlerle kaplama yaparak şeklin ölçümünde uygun birimi araştırma etkinlikleri yapılmalı ve standart birimlere olan ihtiyacın doğmasına yönelik görevler tanımlanmalıdır. Bu ilerleme ile gerçekleşen bir öğretim sürecinde; öğrenciler iki boyutlu bir şekli satır ve sütun bölümlerine rahatlıkla ayırabilir ve birim kareler ile dikdörtgenin boyutlarını

ilişkilendirerek mekânsal yapılandırmayı gerçekleştirebilir (Lehrer vd, 1998; Battista, 2003; Clement ve Sarama, 2009).

Clements ve Sarama (2009), öğretim sürecinin çocukların zihinsel yapılarını destekleyecek şekilde tasarlanması gerektiğini belirtirlerken; alan ölçümünün sadece dikdörtgen şekli ile sınırlı kalmaması gerektiğini ve farklı şekillerin alan ölçümünün genel olarak kavramsal gelişimi destekleyeceğini vurgulamışlardır. Ancak alan ölçme öğretiminin çoğu zaman dikdörtgen ve kare gibi düzenli şekillerle sınırlı kalması, öğrencilerin paralelkenar, üçgen, yamuk gibi daha karmaşık şekillerin ve hatta düzgün olmayan şekillerin alan ölçümünde zorlandıkları görülmüştür. Farklı şekillerin alan ölçümüne ilişkin uygulamalar, öğrencilerin alan ve alan ölçümüne ilişkin kavramsal anlayışlarını desteklemede kritik öneme sahiptir. Çünkü dikdörtgen ve karenin alanını hesaplamada öğrenciler kaplama veya alan formülünü doğrudan uygulayabilirken, farklı şekiller söz konusu olduğunda bilişsel bir çelişkiye düşmektedirler. Bu çelişkinin giderilmesinde Battista (2007), öğrencilerin karmaşık şekillerin alanını ölçmede parçalama, yeniden yapılandırma ve eş alanlara dönüştürme gibi daha üst düzey bilişsel süreçlerin gerçekleşmesi gerektiğini belirtir.

2.2.1 Alan ölçmede tahmin stratejileri

Bir şeklin alanının ölçüm sürecinde kullanılan tahmin stratejileri, öğrencilerin ölçüm sonucunu bulmadan önce şeklin kapladığı alan ile ilgili öngöründe bulunmalarına olanak sağlayan önemli bir bilişsel düşünme sürecidir. Bu stratejiler, özellikle ölçme öncesi düşünme biçimleri hakkında önemli fikirler sağlar ve genellikle sezgisel yaklaşımlara dayanır. Öğrencilerin önceki deneyimlerinden, şeklin görüntüsüne veya benzer şekillerin alanlarından yola çıkarak gerçekleştirdikleri alan tahminlerinin genellikle alan ölçümü ile tutarlı olmadığı görülmektedir. Bu durum, sezgisel yaklaşımın her zaman mantıklı veya matematiksel olarak doğru olmayabileceğini ortaya koyar (Fischbein, 1993).

Araştırmalar, öğrencilerin bir şeklin alanını tahmin ederken; şeklin boyutuna, biçimine veya farklı şekillerle karşılaştırma yoluna başvurdıklarını belirtmişlerdir (Battista,2004; Yuberta vd., 2011). Bu süreçte öğrencilerin, bir şekli daha önce karşılaştıkları alan ölçümlerine göre karşılaştırma yaptıkları, boyutlarına göre büyük-küçük gibi nitel karşılaştırmalardan nicel tahminlere doğru gelişimin söz konusu olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca Lehrer vd.(2003), tahmin becerilerinin gelişmesinde alan ölçümüne ilişkin önceki

deneyimlerin ve zihinde bir birim algısının oluşmasının belirleyici olduğunu vurgulamışlardır.

Alan yazın incelendiğinde; ölçmede öğrencilerin tahmin stratejilerini ele alan birçok çalışmanın olduğu ve öğrencilerin kullandıkları ölçümsel tahmin stratejilerini tespit ettikleri görülmüştür (Hildreth, 1983; Van de Walle, 2004; Gooya vd., 2011; Çilingir ve Tümnüklü, 2009; Aydoğdu, 2020; Budak ve Şengül, 2021; Kılıç ve Olkun, 2021; Tiryaki, 2022; Çınar ve Biber, 2024). Bu araştırmada alan ölçmeye ilişkin stratejiler tespit edildiğinden; ölçümsel tahmin stratejilerinin açıklamaları alan ölçmeye uyarlanmış ve örnekler ile aşağıda sunulmuştur.

- Karşılaştırma: Bu stratejide, herhangi bir şekil ile tahminde bulunacağımız şekil karşılaştırılır. Karşılaştırma yapmada, esas alınan şeklin alan ölçüsünün bilinmesi gerekir (Hildreth, 1983). Örneğin, bir dikdörtgenin alanını tahmin etmede bilinen bir şeklin alanına eşit olduğunu söylemek (Gooya vd., 2011).
- Referans noktası kullanma: Bu stratejide, alan ölçüsünün tahmin edileceği şekil ile daha önce öğrenilmiş (zihindeki) bir ölçü ile karar verilir. Öğrencilerin ihtiyaç duyacakları referans noktası ile ilgili kullanışlı bir bilgiye sahip olmaları demektir (Van de Walle, 2004). Örneğin, bu masanın alanı $2 m^2$ dir. Beyaz tahtanın alanı da bu masanın yaklaşık 5 katıdır. O zaman beyaz tahta $10 m^2$ dir.
- Birim tekrarlama stratejisi: Bu stratejide, bir şeklin alanını tahmin ederken zihinsel olarak yinelenen birimleri kullanma ve bu birimleri saymak söz konusudur (Hildreth, 1983). Örneğin, bir dikdörtgenin alanını tahmin etmede, parmağının ucunu birim kare olarak kabul etme ve şeklin yüzeyinde birimi tekrarlama işlemi yapmaktır.
- Sıkıştırma: Bu stratejide, alan ölçüsü tahmin edilecek bir şeklin yaklaşık tahmin sonucunu bularak, daha az veya daha fazla olan iki ölçüm kullanılarak tahminde bulunma söz konusudur (Gooya vd., 2011; Hildreth, 1983). Örneğin “ $23 cm^2$ lik bir alan için 20 ila $30 cm^2$ ” şeklinde tahminde bulunmadır (Hildreth, 1983).
- Yeniden ayarlama: Bu stratejide kişilerin yaptıkları tahminleri tekrar gözden geçirip yeni bir tahminde bulunması söz konusudur (Hildreth, 1983; Aydoğdu, 2020).
- Önceki bilgiyi kullanma: Bu stratejide kişinin alan tahmininde bulunacağı şekil veya birim ile ilgili daha önce kazanmış olduğu bilgiyi kullanması söz konusudur.

Örneğin, daha önce alan ölçüsünü bildiği bir yüzey veya şekilden hareketle tahminde bulunacağı şeklin alanını tahmin etmedir (Gooya vd., 2011).

- Parçalama: Bu stratejide alt bölümlere ayrılmış birim veya şekilleri parçalama kullanılır (Hildreth, 1983; Van de Walle, 2004). Örneğin bir birleşik şeklin alanını tahmin etmede; şekli dikdörtgen veya üçgen gibi şekillere parçalama ve şekillerin alanlarını ayrı ayrı tahmin ederek toplam alanı bulma yapılabilir. (Van de Walle, 2004).
- Gözünde Canlandırma: Zihinde bir alan ölçüsünü canlandırıp,ölçeceğimiz şekillerin alanlarını ona göre tahminde bulunmadır. Örneğin, birim kareyi gözünde canlandırma veya bir şekli zihinde canlandırarak tahminde bulunmadır (Aydoğdu, 2020).
- Rastgele tahmin yapma: Bu tahmin stratejisinde göz kararı ya da bakarak anladım gibi ifadeler kullanılarak tahmin yapılır (Segovia ve Castro, 2009). Örneğin, kişinin bir yüzeyin veya şeklin alanını tahmin ederken daha önce bildiği bir şeklin alanı varsa göz kararı şeklin alanını tahmin etmesidir (Gooya vd., 2011). Herhangi bir strateji kullanılmadığında örneğin “Bence öyle, “Tahminimce” veya “Öyle gözüküyor” tarzında cevaplar rastgele tahmin olarak alınabilir.
- Formül Kullanma: Alan tahminlerinde öğrencilerin sadece formül kullanarak tahmin yaptığı stratejilerdir (Tiryaki, 2022). Örneğin; öğrenciler dikdörtgenin, paralelkenarın ve üçgenin alan bağıntısını kullanabilirler.

Bu çalışmada alan ölçümünü tahmin etmede; öğrenciler şeklin alanını tahmin ederken formül kullanıyor ve tahmin sonucunu belirtiyorsa bu strateji formül kullanma olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin verilen şekillerin alanlarını tahmin etmede formül kullanmak için şeklin kenar uzunluklarını tahmin etmede kullandıkları stratejiler varsa daha önce verilen stratejiler de dikkate alınmıştır. Ayrıca tahmin stratejileri üçlü bileşen modelinde yer alan sezgisel bileşen kapsamında ele alınmıştır.

2.3 Öğrenme Yörüngeleri

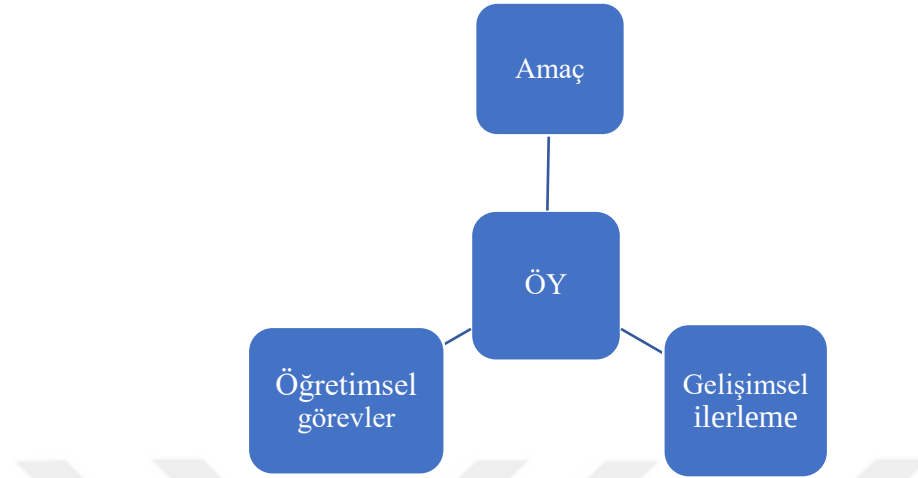
Öğrenme yörüngeleri, birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde tanımlansalar da temelde aynı bileşenleri içerir. İlk kez TÖY Simon (1995) tarafından tanımlanmış ve “öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyecek öğretimsel kararların alınmasında yol gösterici olan varsayımsal bir rota” olarak açıklamıştır. Simon’a göre bir TÖY, öğrencilerin ön bilgi düzeylerinden yola çıkarak öğrenme hedefine doğru nasıl bir

yol haritası çizilebileceğinin ve dolayısıyla öğretmenlerin zihninde bir kurgunun oluşmasına olanak sağlamaktadır. Confrey ve Maloney (2010) ise ÖY'lerin bilişsel düşünme süreçlerinin ilerlemesinde sabit veya doğrusal olmadığını, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde kavramsal anlamalarının yapılandırılmasında dinamik bir yapı olduğunu belirtmişlerdir. Clements ve Sarama (2004) ise ÖY'lerin bir öğrenme amacından, bu amaca ulaşmak için öğrencilerin düşünme ve öğrenme düzeylerinin varsayımsal gelişimsel ilerlemesinden ve öğretimsel etkinliklerinden oluştuğunu belirtmişlerdir. ÖY'ler öğrencilerin neler yaptıklarını ve nasıl düşündüklerini incelemeye fırsat sunarken, öğretim tasarımlarının gerçekleştirilmesinde de kritik öneme sahiptir. Bu çalışmada Clement ve Sarama'nın ÖY yaklaşımı benimsenmiştir. Matematik eğitimi alan yazını incelendiğinde Confrey ve Maloney ile Clements ve Sarama'nın yaklaşımları oldukça ön planda olduğu görülmüştür. Confrey ve Maloney (2010) ÖY'yi sosyokültürel bakış açısından ele alırken, bu çalışmanın amacı bir sınıf ortamı bağlamında etkileşimle gerçekleşen bilişsel süreç ilerlemesinin daha çok birey odaklı olmasından dolayı Clements ve Sarama'nın ÖY çerçevesinin daha uygun olduğu düşünülmüştür.

Clements ve Sarama'nın ÖY yaklaşımı, bilişsel yapılandırmacı kuramı temel almaktadır. Bu yaklaşımda, öğrencinin ön bilgileri ile yeni deneyimler edinerek kendi bilişsel düşünme sürecini yapılandırmasını inşa etmesi esas alınır (Clements ve Sarama, 2004). Öğrencinin bilgiyi yapılandırma sürecinde aktif olmasını ve öğrenme sürecinin zihinsel temsiller ve kavramsal dönüşümler ile gerçekleşmesini vurgulamaktadır. Piaget öğrencinin bulunduğu gelişimsel düzeye göre öğrenme deneyimleriyle karşılaşmasını vurgularken; Vygotsky öğrenmenin sosyal etkileşim ve rehberin yol göstericiliği ile desteklenebileceğini savunur. Clements ve Sarama'nın ÖY yaklaşımı ise bu iki yaklaşımı bütünleştirerek öğrencinin bilişsel gelişimini desteklemeyi amaçlamaktadır. Ancak ÖY bilişsel teoriler gibi durağan bir gelişim basamaklarını içermediği gibi esnek ve düzenlenebilir bir yapıdan oluşmaktadır. ÖY'nin bileşenleri incelendiğinde, üç bileşenden oluştuğu görülmüştür. Bunlar; öğrenme amacı (matematiksel hedef), öğrencilerin düşünme süreçleri (gelişimsel aşamalar) ve öğretimsel görevler (öğrencilerin hedefe ulaşmasını sağlayacak etkinlikler) şeklindedir (Clements ve Sarama, 2004, s.21). ÖY'nin bileşenleri Şekil 2.1'de verilmiştir.

Şekil 2.1

ÖY'ün Bileşenleri



Amaç (Matematiksel hedef): Matematiksel fikirleri içermektedir. Öğrencilerin ulaşması beklenen söz konusu alana ilişkin öğrenme hedeflerini kapsamaktadır. Örneğin; alan ölçmede kaplama fikrini oluşturma, ölçüm sonucunu birim ile ifade etme gibi öğrenme amaçları TÖY'ün tasarlanmasında en önemli bileşenlerden biridir.

Gelişimsel İlerleme (Matematiksel düşünme süreçleri): Öğrencinin belirlenen matematiksel öğrenme amacına ulaşana kadar geçmesi beklenen bilişsel düşünme süreç düzeylerini içermektedir. Gelişimsel ilerleme, öğrencinin belirli bir matematik öğrenme alanına ilişkin kavramsal anlayışının ve becerilerinin gelişmesinde takip edeceği varsayılan bireye özgü öğrenme rotası olarak ifade edilmektedir. Bu bağlamda, öğretmenlerin veya araştırmacıların, öğrencilerin neler yaptığı ve nasıl düşündüklerine ilişkin bilgi edinmesinde ve bilişsel düzeylerine göre öğretimsel etkinliklerin tasarlanmasında gelişimsel yol yardımcı olmaktadır (Clements ve Sarama, 2009).

Öğretimsel görevler (Matematiksel etkinlikler): Öğrencilerin bulundukları gelişimsel düzeylerdeki düşünme biçimlerine göre tasarlanan öğretimsel etkinlik ve görevleri içermektedir. Bu görevler öğrencilerin aktif bir şekilde düşünüp keşfederek, matematiksel kavram ile ilgili üst düzey düşünme becerilerine ulaşmasını ve konu ile ilgili farklı bağlamlara genellemeler yapmasında destekleyici role sahiptir. Örneğin; aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma öğrenme amacına yönelik geometri tahtasında istenilen alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma etkinliği ile görevler.

Çalışma kapsamında Clements ve Sarama'nın amaç, gelişimsel ilerleme ve öğretimsel görevler şeklindeki üç bileşeni öğrenme-öğretme sürecini planlamada dikkate alınsa da alan ölçme yörüngeleri ilkokul öğrencilerine yönelik olduğundan, bu yörüngeler geliştirilerek bu çalışmaya özel alan ölçmeye ilişkin tahmini öğrenme yörüngeleri oluşturulmuştur.

2.4 İlgili Araştırmalar

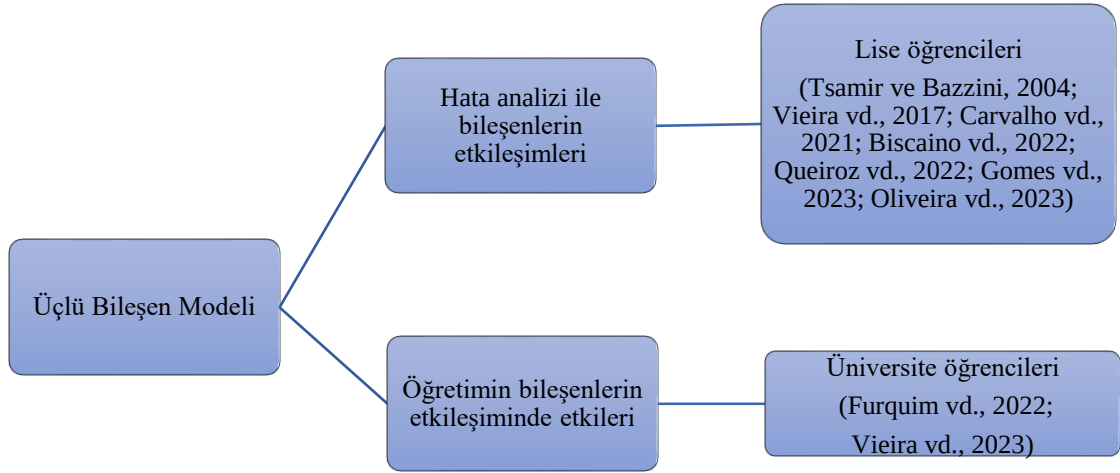
Bu bölümde, üçlü bileşen modeli, alan ölçme ve ÖY'ler ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir. Ayrıca ÖY ile ilgili araştırmalar ise alan ölçmeye veya üçlü bileşen modeline destek verecek şekilde sunulmuştur.

2.4.1 Üçlü bileşen modeli ile ilgili araştırmalar

Bu araştırmada, beşinci sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yörüngeleri aracılığıyla kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçme gelişimlerinin incelenmesi amaçlandığından; ilgili araştırmalarda özellikle alan ve alan ölçme üzerine yapılan araştırmalar dikkate alınmıştır. Ayrıca üçlü bileşen modeli yönünde araştırmalar da söz konusudur. Bu iki konuyu doğrudan ele alan çalışma yoktur. Bu yüzden ilgili araştırmalarda öğrenciler üzerine yapılan ve çalışmaya destek verecek çalışmalar ele alınmıştır. Şekil 2.2'de Fischbein'in üçlü bileşen modelini farklı konu bağlamlarında ele alan ilgili araştırmalara ilişkin sınıflandırma verilmiştir.

Şekil 2.2

Üçlü Bileşen Modeli ile İlgili Araştırmalar



Şekil 2.2’de görüldüğü gibi, alan yazın incelendiğinde Fischbein’in üçlü bileşen modeli ile ilgili araştırmaların daha çok hata analizi amaçlı lise düzeyindeki öğrenciler ile yapıldığı ve bileşenlerin etkileşimini inceledikleri görülmüştür (Tsamir ve Bazzini, 2004; Vieira vd., 2017; Carvalho vd., 2021; Biscaino vd., 2022; Queiroz vd., 2022; Oliveira vd., 2023; Gomes vd., 2023). Tsamir ve Bazzini (2004) yaptıkları çalışmada, lise öğrencilerinin cebirsel eşitsizliklerle ilgili görevlerin çözümlerinde prototip olarak denklem çözümlerini sezgisel olarak kullandıklarını ortaya çıkarmışlardır. Vieira vd. (2017) ise lise düzeyinde öğrenim görmekte olan bir öğrenciye dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğunun yarısı olup olmadığını doğrulama ile ilgili bir problem durumu sunmuşlar, öğrencinin üçgeni inşa ederken kavramsal bilgisinin yeterli olmadığını ve sezgisel yönün algoritmik bileşene ait durumların ortaya çıkmasında engelleyici olduğunu tespit etmişlerdir. Carvalho vd. (2021), lise birinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla ilgili bir sorunun çözümünde; parça-bütün ilişkisini anlamada, kesirlerle ilgili işlemlerde ve payda eşitleme gibi temel algoritmik adımlarda zorluk yaşadıkları tespit etmişlerdir. Fischbein’in üçlü bileşen modeli bağlamında; sezgisel yönden kesirlerle çıkarma işleminde payların eşitliğine dikkat etmeleri, algoritmik yönden payda eşitleme yapmadan kesirlerle işlem yapmaları ve kavramsal yönden kesirlere ilişkin sembolik temsilleri anlamlandıramamaları zorluklar olarak tespit edilmiştir. Queiroz vd. (2022) ise yaptıkları araştırmada, üçgen benzerliği konusuna

ilişkin lise birinci sınıf öğrencilerinin öğrencilerin sorular ile ilk karşılaşmalarında sezgisel yönden yaklaştıkları, daha sonra algoritmik açıdan çözümler ürettiklerini gözlemlemişlerdir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin benzerlik kavramını anlamada üç bileşen arasında dengesizlikler yaşadığı ve bu zorlukların matematiksel bilgilerinin eksikliğinden kaynaklandığı sonucuna varılmıştır. Benzer olarak Oliveira vd. (2023) ise yaptıkları araştırmada, çubuk grafiğini okuma ve yüzdeleri hesaplamayı içeren bir sorunun çözümünde; öğrencilerin çözümlerinde algoritmik ve sezgisel bileşenin baskın olduğunu ancak kavramsal bileşenin zayıf kaldığını belirtmişlerdir. Gomes vd. (2023) yaptıkları araştırmada, lise birinci sınıf öğrencilerinin öğrencilerin üçgenin iç açılarına ilişkin bir sorunun çözümünde; üçgenin dış açıların ölçülerinin toplamı ile ilgili kavramsal zorluk yaşadıklarını ve hatalarının denklemler ile ilgili bilgi eksikliğinden de kaynaklandığını göstermiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin yaptıkları hataların algoritmik ve kavramsal bileşenin etkileşimsizliğinden kaynaklı olduğunu ve beklenmeyen hatalar yaptıklarını ortaya koymuştur.

Biscaino vd. (2022) yaptıkları çalışmada, liseye yeni başlayan öğrencilerin çevre ve alan hesaplamaları ile ilgili soruların çözümünü analiz etmeyi ve yaşadıkları zorlukları ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Verilerin hata analizinde, Fischbein'in üçlü bileşen modeli teorik çerçeve olarak benimsenmiştir. Araştırmanın bulguları, sezgisel bileşen bağlamında; öğrencilerin alanı “kapalı bir şeklin yüzeyinin büyüklüğü” olarak algılamaları, kare veya dikdörtgen şekillerinden farklı bir şekil ile karşılaştıklarında sezgisel açıklamaları ve tek boyuta dikkat ederek daha geniş görünen şeklin alanının daha fazla olacağı algılarının olduğunu ortaya çıkarmıştır. Algoritmik bileşen bağlamında; ezberlenmiş alan formüllerini kullanma ve şeklin özelliklerine dikkat etmeden formül uygulamasında yapılan hatalar sunulmuştur. Kavramsal bileşen açısından bakıldığında ise, öğrencilerin alan kavramını anlamlandıramaması, alan ölçmede birim algısının gelişmemesi ve alan birimi yerine uzunluk birimini kullanmaları tespit edilmiştir. Çevreye ilişkin ise, sezgisel bileşen bağlamında; “etrafını dolaşmak” gibi açıklamaların varlığı ve girintili-çıkıntılı şekillerin görüntüsünün büyüklüğüne dikkat ederek çevresinin daha fazla olacağı düşüncesi sunulmuştur. Algoritmik bileşen bağlamında; ezbere kullanılan çevre hesabı formülü ve hatalı formül uygulamaları görülmüştür. Kavramsal bileşen bağlamında ise alan-çevre karmaşası yaşanması ve tek boyutlu uzunluk ölçüsü olarak çevreyi düşünmeleri bulgular arasındadır. Araştırma ile öğrencilerin kavramsal ve

işlemsel zorluklar yaşadığını ve soruların çözümünde üç bileşeni birbiriyle ilişkilendiremedikleri sonucuna varılmıştır.

Üniversite öğrencileri ile yapılan araştırmalar ise öğrencilerin öğretim öncesi ve sonrası bileşenlerin etkileşimlerini karşılaştırmak amaçlı yapılmıştır (Furquim, 2022; Vieira vd., 2023). Furquim (2022) çalışmasında, üniversite öğrencilerinin fonksiyonların tanımı ve çoklu gösterimlere ilişkin bilgilerini öğretim öncesi ve sonrasında karşılaştırmayı amaçlamıştır. Araştırma kapsamında, öğrencilerin çözümleri hata analizlerine göre sınıflandırılmış ve üçlü bileşen modeli çerçevesinde incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, öğretim öncesi öğrencilerin fonksiyonları tanımlamada zorlandıklarını ve alt temel kavramlara ilişkin yeterli bilgiye sahip olmadıklarını ve öğretim sonrası ise doğru tanımlayan öğrenci sayısının arttığını göstermiştir. Öğretim sürecinin gerçekleştirilmesiyle alışılmış grafik örneklerine olan eğilimin de azaldığı görülmüştür. Araştırmanın sonuçları, öğretim süreci ile öğrencilerin sezgisel ve kavramsal bileşen arasında geçişlerin sık sık olduğunu ve bu geçişlerin algoritmik bileşen ile ilişkilendirmenin kolaylaşmasına olanak sağladığını ortaya koymuştur.

Vieira vd. (2023) yaptığı çalışmada, gerçekleştirilen iki öğretimin sayı dizileri konusu ile ilgili soruların çözümünde kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenlerin etkileşimi üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Katılımcıları matematik lisans düzeyinde öğrenim gören öğrencilerden oluşan çalışmada, sayı dizileri ile ilgili bir anket uygulanmış ve öğrencilerin anket yanıtlarına göre klinik görüşmeler gerçekleştirilerek veriler toplanmıştır. Bulgular, katılımcıların sorulara ilişkin çözümlerindeki açıklamalarında algoritmik ve sezgisel yönlerin ağırlıklı olduğunu ve kavramsal yönle ilişkili anlamlandırmalarının eksik kaldığını ortaya koymuştur. Araştırmada gerçekleştirilen öğretim sürecinde öğrencilerin yeterli gerekçe sunmada gelişim gösteremedikleri sonucuna varmışlardır. Araştırmacı, gerçekleştirilecek öğretim süreçlerinin tasarlanmasında öğrencilerin kavram ile ilgili yaşayabilecekleri bilişsel zorlukların bilinmesi ve konuya ilişkin kavramsal tanımların anlamlandırılmasını destekleyecek temel durumları öğrencilerin deneyimlemesini gerektiğini vurgulamıştır.

Özetle, üçlü bileşen modeli bağlamında sadece öğrenciler üzerine yapılan çalışmaların olduğu ve üç bileşenin etkileşimine dair incelemelerin yoğunlukta yoğunluğunda olduğu görülmüştür. İlgili araştırmalar, öğrencilerin düşünme biçimlerinin ortaya çıkarılmasında üçlü bileşenin güçlü bir araç olduğunu, görevler bazında ortaya çıkarılan hataların veya

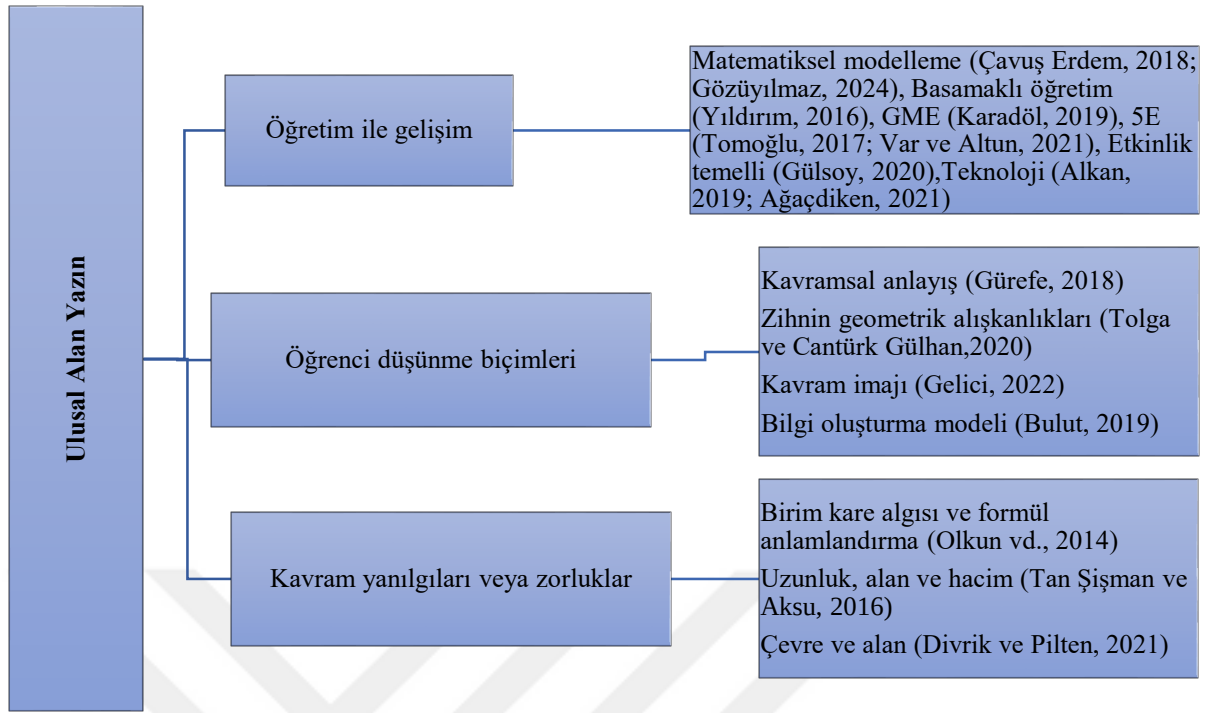
yaşanılan zorlukların öğretimi planlama sürecinde dikkat alınması gerektiğini ve çeşitli çözümlerin sınıflarda tartışılarak kavramlar arası ilişkilere veya farklılıklara dikkat çekilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Özellikle öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin ileri düzeye taşınması, kavram ile ilgili derinlemesine anlayışın gelişmesi ve bilişsel bileşen süreçlerinde bütüncül olarak bir gelişim gösterebilmeleri için öğretimsel etkinliklerin üç bileşenin bütünleşmesini ve etkileşime girmesini destekleyecek şekilde tasarlanması gerektiğini belirtmişlerdir. Sonuç olarak, hem alan ölçmeyi hem de üçlü bileşen modelini doğrudan ilişkilendiren çalışmaya rastlanmadığı için bu çalışma alan yazındaki boşluğu doldurmada önemli bir görevi üstlenmektedir.

2.4.2 Alan ölçme ile ilgili araştırmalar

Alan yazın incelendiğinde, alan ölçme konusunu ele alan çok fazla çalışma olduğu görülmüştür. Bu çalışmada, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin gelişimleri incelendiğinden; alan yazında öğrencilerin alan ve alan ölçme konusunda düşünme süreçlerini ortaya çıkarmayı hedefleyen, yaşadıkları zorlukları veya kavram yanlışlarını ortaya koyan çalışmalara yer verilmiştir. Ayrıca alan ölçme konusunu ele alan farklı öğretim yöntemleriyle yürütülen ders tasarımlarının etkililiğini inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır. Şekil 2.3'te ulusal alan yazında alan ölçmeye ile ilgili çalışmaların ele aldıkları konulara göre sınıflandırmaları verilmiştir.

Şekil 2.3

Alan Ölçmeye İlişkin Ulusal Alan Yazın



Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, ulusal alan yazında öğretim ile alan ölçmenin gelişiminin ele alındığı çalışmalar yoğunluktadır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin baz alındığı çalışmaların alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlayışının gelişmesinde etkili olduğu (Çavuş Erdem, 2018; Gözüyılmaz, 2024) basamaklı öğretim yönteminin öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin bilişsel becerilerinin gelişiminde etkili olduğu (Yıldırım, 2016) ve matematiksel modelleme ile basamaklı öğretimi ele alan çalışmada ise her iki yöntemin de alan ölçmedeki akademik başarıyı artırdığını ancak matematiksel modellemenin daha etkili olduğu (Bayer, 2022) ortaya konmuştur. Karadöl (2019) yüksek lisans tezinde, gerçekçi matematik eğitimi (GME) destekli öğretim yönteminin alan ölçmeye ilişkin öğrenci başarısını ve öğrenme kalıcılığı üzerinde etkili olduğu görülmüştür. Etkinlik temelli öğretim yönteminin öğrencilerin alan ölçme üzerinde özellikle kavramsal bilgileri lehine olumlu bir gelişme olduğu (Gülsoy, 2020); yapılandırmacı yaklaşımı temel alan 5E modelinin uygulandığı öğretim süreçlerinin de alan ölçmeye ilişkin bilişsel becerilerin gelişiminde etkili olduğunu ve alan ölçme ile ilgili kazanımların yapılandırıldığı yapılan çalışmalarla (Tomoğlu, 2017; Var ve Altun, 2021) ortaya konmuştur. Teknoloji bağlamında ise Alkan (2019) doktora tezinde, dijital oyun ile tasarlanan bir öğrenme ortamının öğrencilerin alan ölçme gelişimlerinde; Battista (2003)'nın tanımladığı düzeylerde ilk seviyeden son seviyeye çıktılarını tespit etmiştir. Benzer olarak Ağaçdiken (2001) ise tezinde, dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin alan ölçmede yaşadıkları

zorlukların giderilmesinde etkili olduğunu, alan ölçmede tam kaplama fikrinin farkındalığının alan korunumu ile birim algısının kavramsallaştırılmasında etkili olduğunu ve alan formülünün kavramsallaştırılmasında ise birim ile ölçülen yüzeyin boyutları arasındaki ilişkinin kurulmasının büyük öneme sahip olduğunu gözlemlemiştir.

Öğrenci düşünme biçimleri bağlamında ise 8. Sınıf öğrencilerinin alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlayışlarını inceleyen Gürefe (2018), araştırmasında öğrencilerin alan ile çevre kavramları arasında ilişki kurabildiklerini, alan ölçümünde sayma, formül kullanma ve çok adımlı stratejileri kullandıklarını gözlemlerken, alan ölçme ile formül kullanmayı kavramsal olarak ilişkilendiremediklerini ortaya koymuştur. Tolga ve Cantürk Gülhan (2020) ise 6. sınıf öğrencilerinin üçgen ve paralelkenarın alanını ölçmeye ilişkin zihnin geometrik alışkanlarını inceledikleri çalışmada, öğrencilerin ilişkilendirme alışkanlığına dair geometrik şekli tamamlamada veya parçalama ile farklı şekiller elde edebilmeleri gözlemlenirken; alan bağıntısını oluşturma anlamında genelleme yapmakta zorlanmalarını ise genelleme becerisinde yeterli olmadıklarını gözlemlemiştir. Gelici (2022) doktora tezinde, öğretim süreci boyunca öğrencilerin çevre ve alan kavramlarına ilişkin kavram imajlarında kavramsal bilgi yönünden gelişim olduğunu ve farklı kanıtsal şemalar kullandıklarını ortaya koymuştur. Bulut (2019) ise doktora tezinde, tezinde, altıncı sınıf öğrencilerinin üçgenin alanını ölçmeye ilişkin bilişsel yapılandırma süreçlerini incelemiş, paralelkenarın alan bağıntısını oluşturan ve kullanabilen öğrencilerin üçgenin alan bağıntısını da rahatlıkla oluşturabildiklerini gözlemlemiştir.

Son olarak ulusal alan yazında, öğrencilerin yaşadıkları zorlukları veya kavram yanlışlarını çıkarmayı amaçlayan çalışmalarda ise benzer olarak; öğrencilerin birim kareyi ve alan formülü anlamlandırmada zorluk yaşadıkları, sıklıkla alan-çevre kavram yanlışısını yaşadıklarını, bölümlene altındaki alanın sabit olmadığı düşüncesine sahip oldukları, alan formülünü ezbere uyguladıkları ve birim kare ile alan formülü arasında ilişkilendirme kurmakta zorlandıkları ortaya koyulmuştur (Olkun vd., 2014; Tan Şişman ve Aksu, 2016; Divrik ve Pilten, 2021). Araştırmalar tespit edilen kavram yanlışlarının; öğrencilerin alan ölçümüne ilişkin temel kavramları, kavramlar arası ilişkileri ve formülleri anlamlandıramadıklarından kaynaklı olduğu konusunda ortak paydada buluşmaktadır.

Uluslararası alan yazında ise bu araştırmaya katkı sağlayacağı düşünülen ve öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin anlayışlarını incelemeyi amaçlayan çalışmalar detaylı olarak ele

alınmıştır. Şekil 2.4'te uluslararası alan yazında sıklıkla karşılaşılan alan ölçmeye ilişkin çalışmalar sınıflandırılarak verilmiştir.

Şekil 2.4

Alan Ölçmeye İlişkin Uluslararası Alan Yazın



Şekil 2.4'te görüldüğü gibi, uluslararası alan yazında öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlayışlarını inceleyen araştırmaların; öğrencilerin kavram yanlışlarını da ortaya çıkardıkları görülmüştür (Kami ve Kysh, 2006; Zacharos, 2006; Cavanagh, 2008). Kami ve Kysh (2006) araştırmalarında, farklı sınıf düzeylerinde öğrenim gören öğrencilerin alan ölçmede birimi algılamakta ve sınıf düzeyleri ilerledikçe alan ölçmede birimleri saymanın azaldığı ancak genel olarak alan formülünü anlamlandırmada zorluk yaşadıklarını gözlemlemişlerdir. Benzer olarak Zacharos (2006) çalışmasında, öğrencilerin alan formülünü doğru uyguladıkları görülse de stratejiyi açıklamada yeterli gerekçe sunmakta zorlandıklarını ve dikdörtgen veya paralelkenarın alan bağıntısını farklı şekillerin alan ölçümünde de kullanmalarını kavram yanlışlığı olarak tespit etmiştir. Canavagh (2008) ise çalışmasında, çoğu öğrencinin nicel yaklaşımla alanı “uzunluk x genişlik” olarak belirtmelerinin alan kavramını anlamlandırmada yeterli kavramsal düzeyde olmadıklarını gösterdiğini ve dikdörtgenin alan formülünün aşırı genellemesinden kaynaklı paralelkenarın alanını hesaplamada eğik kenarı yükseklik olarak kabul etme, alan-çevre karmaşası ve üçgenin alan bağıntısını adlandıramama yaşanan zorluklar olarak ortaya koymuştur.

Battista vd.(1998) yaptıkları çalışmada, ilkokul öğrencilerinin dikdörtgenin karelerle kaplanması ile oluşan dizilerin yapılandırılmasını ve bu diziler üzerindeki sayma stratejilerini incelemişlerdir. Araştırmalarında, öğrencilerin uzamsal yapılandırmayı tek boyutlu mu yoksa satır-sütun yapısı olarak mı benimsediklerine dikkat edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, çoğu öğrencinin tek boyutlu düşünerek satırlardaki kareleri saydıklarını ve az sayıdaki öğrencilerin ise satır-sütun yapılandırmasını fark ederek alan formülünü ilişkilendirebildikleri ortaya konmuştur. Sonuç olarak, bir dikdörtgenin mekânsal olarak yapılandırılması öğrencilerin alan formülünü anlamlandırmasında kritik bir bilişsel süreçtir. Araştırmacılar, alan ölçmeye ilişkin öğretim sürecinde mekânsal yapının anlaşılabilmesi için öğrencileri destekleyecek ve teşvik ederek öğrenme ortamlarının oluşturulması gerektiğini savunmuşlardır.

Quthred ve Mitchelmore (2000) yaptıkları çalışmada, ilkokul öğrencilerinin dikdörtgenin alanını ölçmede kullandıkları kaplama stratejilerini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Öğrencilere alan ölçmeye ilişkin matematiksel görevler verilmiş ve gözlem formları ile çözümleri gözlenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin dikdörtgenin alanını ölçmedeki kaplama stratejilerini öğrenmede üç temel ilkeye dikkat çekmişlerdir. Bunlar; kaplama, numaralandırma ve alt bölümlenmedir. Araştırmacılar, öğrencilerin alan ölçümünde kullandıkları stratejilerini beş gelişimsel düzeye göre sınıflandırmışlardır. Bu düzeyler; tamamlanmamış kaplama, eksik kaplama, birimden inşa edilen dizi kaplama, dizileri ölçme, dizi inşa etme ve dizileri ima etmek, ölçme yapmak. Bu ilkelere göre alan ölçmenin bilişsel gelişiminin sezgisel yaklaşım ile başladığı, yapılandırılmış görevler ile kavramsal anlayışın geliştiği ve alan formülünü anlamlı bir algoritma olarak kullanmaya doğru ilerlediğini göstermektedir. Araştırmacılar, kaplama stratejilerini öğrenme sürecinde, birimin boyutu ile dikdörtgenin boyutları arasında ilişki kurma, alan formülünü açıklayabilme ve uzunluk ile alan ölçümü arasında ilişkinin farkında olmaya yönelik öğretim süreçlerinin düzenlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır.

Casa vd.(2006) çalışmalarında öğrencilerden düzgün olmayan iki şeklin alanını tahmin etmede kullandıkları stratejileri gözlemlemişlerdir. Araştırmanın bulgularına göre, şeklin biçiminden dolayı etkili bir alan formülü olmadığından öğrenciler, yüzeydeki birim kare sayısını belirleme odaklı stratejileri bir arada kullanmışlardır. Çalışma boyunca gerçekleştirilen öğretim sürecindeki sınıf tartışmaları ile alan ölçümü için farklı stratejiler

kullanmaya yöneldikleri görülmüştür. Öğrencilerin düzgün olmayan şeklin alan ölçümünde; kareleri sayma, satır-sütun yapılandırma, yarım birimleri birleştirerek tam kara sayma ve ekleme, şeklin dış hatlarını belirleyen satır-sütunlar belirleme ve sonra şeklin yüzeyinde olmayan birim kareleri çıkarma ile bir tam birim kare yapmak için farklı yarım kareleri bir araya getirme stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Çalışma sonucunda, alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlamının anlamlı gelişim gösterdiği ortaya konmuştur. Araştırmacılar, öğrencilerin matematiksel olarak ihtiyaçlarını karşılayacak ve alan ölçme konusundaki anlayışlarının gelişimine destek olacak zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarının tasarlanması gerektiğini vurgulamışlardır.

Kospentaris vd. (2011) yaptıkları çalışmada, öğrencilere alanları karşılaştırma ve alan korunumu içeren altı açık uçlu sorular vermişler ve öğrencilerin gerçekleştirdiği eylemler ile ilgili görüşmeler gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin çoğunun kavramsal anlayış ve geometrik muhakeme sürecinden uzak stratejileri benimsedikleri ve zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Problem durumlarında öğrencilerin ön bilgi yetersizliğinden de kaynaklı görsel odaklı yaklaşıtları ve sezgisel yöntemleri sıklıkla tercih ettikleri gözlenmiştir. Sezgisel yaklaşımlar; şekillerin eşliği ile alanların eşitliği kavramlarını karıştırma ile tek boyuta dikkat ederek şeklin kenar uzunluklarının daha fazla olması durumunda alanının da daha fazla olacağı düşüncesidir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin problem durumlarında sezgisel ve görsel odaklı hareket ettikleri, soruların karmaşıklığı arttığında farklı stratejilerin kullanımı görülse de anlamlı kavramsal alt yapının var olmaması ortaya konmuştur. Araştırmanın sonucunda; öğrencilerin strateji kullanımlarında kavramsal geometrik muhakeme, görsel algı ve sezgisel deneyimlerin etkili olduğunu ve görsel algının kavramsal düşünme sürecini çoğunlukla engellediği ortaya koyulmuştur. Araştırmacılar, bu üç faktörün tutarlı ve bilimsel olarak bir bütün haline gelebilmesi için öğretim sürecinde daha fazla üzerinde durulması gerektiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, alan korunumunun önemine dikkat çekmişler ve öğretim programlarında daha fazla vurgu yapılması gerektiğini önermişlerdir.

Miller (2013) doktora tezinde, farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin birim kare olmayan alan ölçü birimleri ile alanı yapılandırma ve sayma stratejilerini incelemek amacıyla öğrencilerle görüşmeler gerçekleştirilmiş ve alan ölçümüne ilişkin görevlerdeki eylemleri analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları, öğrencilerin alan ölçme görevlerinde standart olmayan alan ölçme birimleriyle olan farklı stratejilerinin; alan ölçme ve çizim

becerilerinin gelişimin de etkili olduğunu göstermiştir. Benzer olarak Cullen ve Barrett (2020) ise yaptıkları çalışmada, öğrencilerin kare ve kare olmayan birimlerle iki boyutlu bir düzlemi nasıl yapılandırdıklarını incelemişlerdir. Araştırmanın bulguları, birimlerin şekli ne olursa olsun öğrencilerin anlayışlarının tahmini bir öğrenme yörüngesinin adımlarıyla ve dört bilişsel düşünme düzeyi ile uyumlu olduğunu göstermiştir. Bu düzeyler; tamamlanmamış birimleştirici, başlangıç birimleştirici, bileşik birimleştirici ve soyutlanmış birimleştiricidir. İki grup araştırmacı ortak olarak; sınıf seviyelerinin artmasının gelişimi tek başına desteklemediğini, öğretim ve deneyim ile bu gelişimin gerçekleşeceğini belirtmişlerdir. Araştırmacılar benzer olarak, öğrencilere ızgaralı bölge olan durumların verilmesinin algısal destek sağlamasının yanında stratejilerinin çeşitlenmesini etkilediğini ve öğrencilerin birim şeklinden bağımsız olarak satır-sütun yapılandırmaya yönlendirilmesi gerektiği vurgulamışlardır.

Medrano (2018) araştırmasında, lise ikinci sınıf öğrencilerinin çokgenlerin alan ölçüsünü bulmada; şekli yeniden yapılandırmayı nasıl yaptıklarını incelemeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin alan ölçüsünü bulmada zorluk yaşamalarının sebebini, formül odaklı öğretimlerinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Bu amaçla etkinlik dizisi gerçekleştirmişlerdir. Birinci etkinlikte tangram parçaları ile, ikinci etkinlikte ise ızgaralar aracılığıyla öğrencilerin şekillerin yeniden yapılandırmalarında gelişim olduğunu gözlemlenmiştir. Sonuç olarak, bu etkinliklerin öğrencilerin çokgenleri yeniden yapılandırabilmelerinde ve algısal, söylemsel ve işlemsel anlayışlarında etkili olduğu ortaya konmuştur.

Lehmann (2022), 8. sınıf öğrencilerinin birleşik şekillerin alanlarını bulmada kullandıkları stratejileri tespit etmeyi çalışmasında amaç olarak belirlemiştir. Araştırmada, ortaokul öğrencilerinin birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada zorlandıkları görülmüştür. Araştırmacı, birleşik şekillerin alanının hesaplayabilen bir öğrencinin alan ölçmede bilişsel olarak önemli bir düzeyde olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada; şekilleri parçalama, elde edilen şekillerin alanlarını bulma ve toplam alanı hesaplama stratejilerinin sıklıkla kullandıkları tespit edilmiştir.

Özetle, araştırmacılar alan ölçmenin öğretilmesinde; birim algısının gelişmesi için somut materyaller kullanılmasının, yapılandırılmış etkinliklerin kavramsal anlamayı destekleyecek şekilde tasarlanmasının ve kavram yanlışlarının aktif müdahalelerle

giderilmesinin önemine vurgu yapmışlardır. Özellikle alan ölçümünün kavramsal yönden ele alınmasının, alan ölçmeye ilişkin bilişsel süreçlerin gelişiminde ve farklı ilişkilendirmeler yaparak kavramlar arasında bağlantılar kurmayı desteklemesi kritik öneme sahiptir. Araştırmacılar öğretmenlere öneri olarak ise öğrencilerin nasıl düşündüğünü anlamak için sözel ifadeler de bulunmaları için teşvik edilmeleri ve alan ölçmede farklı bağlam veya durumlarla karşılaşmalarını sağlanması gerektiğini belirtmişlerdir.

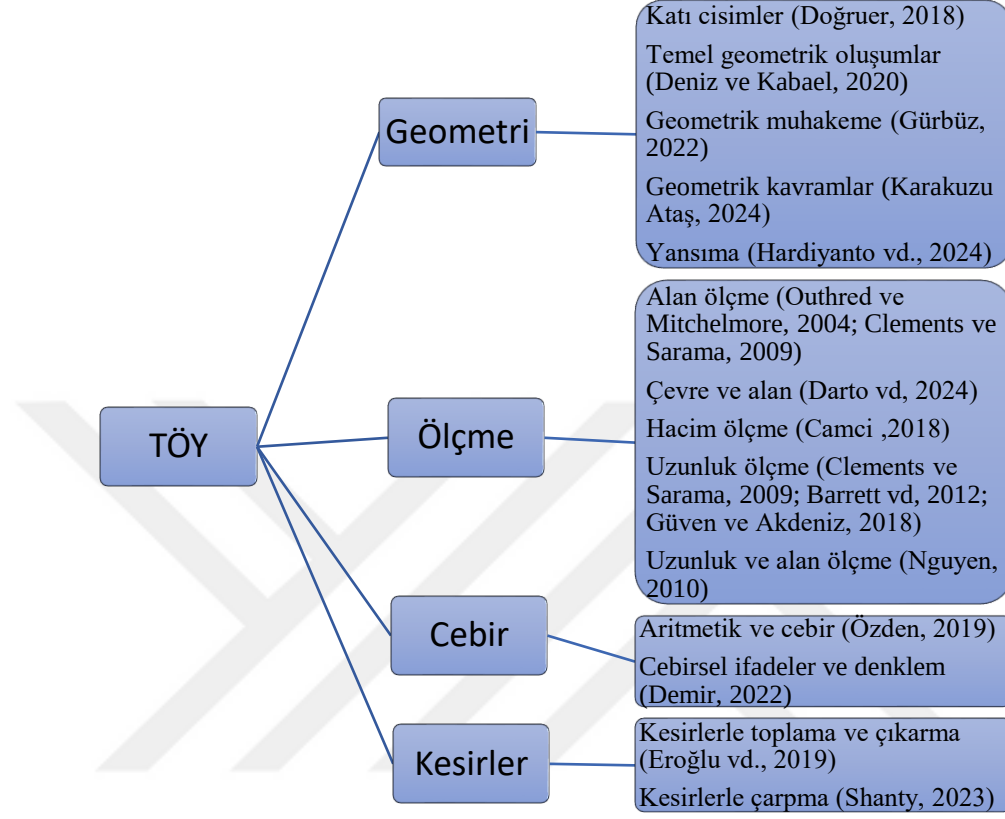
2.4.3 Öğrenme yörüngeleri ile ilgili araştırmalar

Öğrenme yörüngeleri ile ilgili çalışmalara bakıldığında ise farklı konu bağlamlarında dağılım olduğu görülmüştür. Öğrenciler üzerine yapılan araştırmalar öğrenme alanlarına göre Şekil 2.5'te sınıflandırılarak verilmiş ancak alan ölçme veya üçlü bileşen modeli ile ilişkili veya bu araştırmaya destek olabilecek çalışmalara detaylı yer verilmiştir.

Şekil 2.5'te görüldüğü gibi, alan yazın incelendiğinde ÖY ile ölçme öğrenme alanına ilişkin; sadece uzunluk ölçmeyi (Clements ve Sarama, 2009; Barrett vd, 2012; Güven ve Akdeniz, 2018), uzunluk ve alan ölçmeyi birlikte (Nguyen, 2010), sadece alan ölçmeyi (Quthred ve Mitchelmore, 2004; Clements ve Sarama, 2009), çevre ve alan ölçmeyi birlikte (Darto vd., 2024) ve hacim ölçmeyi (Camci, 2018) ele alan araştırmaların mevcut olduğu görülmüştür.

Şekil 2.5

ÖY ile İlgili Araştırmalar



Alan ölçme bağlamında Quthred ve Mitchelmore (2004) araştırmalarında, ilkökul öğrencilerinin kareler ile dikdörtgen yüzeyinde satır-sütun yapılandırmasını ve çizim stratejilerini incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma kapsamında, öğrencilerin dizileri yapılandırmadaki çizimleri ve kare tasarımları algılanan yapısal benzerliklere göre sınıflandırılmıştır. Araştırmanın bulguları, ÖY sürecinde öğrencilerin birim kareleri tek tek çizme ile başlayıp daha sonra satır-sütun yapılandırmasına geçiş yaptıklarını ve satır-sütun yapılandırmada çizgi çekme stratejilerinin etkili bir yöntem olduğunu ortaya koymuştur. Araştırmacılar, bu çalışma ile alan ölçmeye ilişkin ÖY'nin temelleri oluşturmuşlar ve öğrencilerin dizileri yapılandırma sürecinde düşünme süreçlerinin de düzeylerini tanımlamışlardır. Bu anlamda, alan ölçmeye ilişkin bilişsel düzeyleri ortaya koymak ve ÖY oluşturmak amacına yönelik temel nitelikte olan bir çalışmadır.

Clements ve Sarama (2009) uzunluk ve alan ölçmeye ilişkin ÖY'lerini; uzun süreli tasarım temelli araştırmalar, sınıf içi gözlemler ve öğretim deneyleri ile geliştirmişlerdir. Building Blocks Projesi kapsamında, 3-8 yaş çocuklar için matematiksel düşünmeyi

destekleyen dijital ve somut materyalleri ve bu materyallerin yer aldığı ÖY'lere dayalı müfredatı geliştirmeyi amaçlamışlardır. Okul öncesi ve ilkokul düzeyindeki çocukların hatalı genellemelerini ve çözüm yollarını dikkatle incelemişler ve gözlemlere dayanan benzer düşünme biçimlerini sınıflandırarak gelişimsel düzeyler belirlemişlerdir. Bu düzeyler, sıralı ancak esnek bir yapıya sahiptir. Dolayısıyla öğrenciler ileri-geri geçişler yapabilir. ÖY'ler, alan ölçmenin sezgisel anlayış ile başladığını, sistematik birim kaplamalarıyla satır-sütun yapılandırmanın kavramsal olarak gerçekleştiğini ve algoritmik bir adım olan çarpma yoluyla hesaplamaların anlamlandırıldığına işaret etmektedir.

Nguyen (2010) doktora tezinde, uzunluk ve alan ölçmeye ilişkin öğrenme yörüngelerinin yapılandırılmasında öğrencilerin iç birimleri nasıl oluşturduklarını ve eş bölümlenmenin rolünü incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda, on düzeyli bir öğrenme yörüngesi oluşturulmuştur. Bu düzeyler; tanımlama, sabit dönüşümlerin korunumu, uzunluk ve alanın doğrudan karşılaştırılması, parçalama ile birleşimin korunumu, uzunluğun dolaylı karşılaştırılması, farklı dikdörtgenlerin aynı alana sahip olabileceği fikri, alan ölçümünün birim ölçüsüne göre olacağı düşüncesi, alan birimlerinde niteliksel akıl yürütme, alan ölçmede birimleri kullanma ve farklı ölçülere sahip alan birimleri arasındaki oran ilişkisini kurmadır. Araştırma sonucunda, bu öğrenme yörüngesinin alan ölçmede farklı birimler kullanmada ilişkilendirmelerini desteklediğini ve kesirler ile oran konuları ile de nicel alan ölçümüne temel oluşturduğu gözlenmiştir. Araştırmacı, bu öğrenme yörüngesinin öğretim programlarına dahil edilmesi durumunda, uzunluk ve alan ölçmeye ilişkin zihinsel yapıların desteklenmesinin sağlanacağını belirtmiştir.

Barrett vd. (2012) yaptıkları çalışmada, daha önce Clements ve Sarama (2009)'da tasarladıkları uzunluk ölçümüne ilişkin ÖY'nin test edilmesini ve geliştirilmesini amaçlamışlardır. Araştırma kapsamında, her bir öğrenci ile ölçme görevi döngüleri gerçekleştirilmiş ve uzun dönemli gözlemler yapılmıştır. Araştırmanın bulguları, dikdörtgenin kenarları üzerindeki aralıklara sayılabilir birimler olarak dikkat etmenin; tutarlı uzunluk ölçme düzeyine ilerlemek için yeterli bir öğretim desteği olmadığını, ölçümde tam kavrayış için cetvellerdeki boşlukları, kare birimleri ve sayı etiketlemeyi aynı anda kullanmanın gerekliliğini göstermiştir. Çalışma ile uzunluk ölçmede tutarsızdan tutarlı sayma stratejilerine doğru bir gelişimin ana hatlarının öğrenme yörüngeleri ile ortaya çıktığı ve yörüngenin geliştirilmesi için revizeler yapılması

gerektiği sonucuna varmışlardır. Araştırmacılar, uzunluk ölçmedeki kavramsal ilerleyişin sağlıklı olması adına; öğrenme yörüngeleri ile birlikte birim ve sayı sistemini birlikte kullanmanın önemini vurgulamışlardır.

Darto vd. (2024) yaptıkları çalışmada, bir balıkçı havuzu bağlamını ele alarak; dikdörtgen şeklinin çevresini ve alanını ölçmeye ilişkin öğrencilerin öğrenme yörüngelerini oluşturmayı amaçlamışlardır. ÖY, beş yapılandırılmış etkinlikten oluşmaktadır. Etkinliklere bağlı görevler sırasıyla; havuzun dikdörtgen şeklinde görsel bir temsilini oluşturma, dikdörtgenin etrafına kibrit çöpler yerleştirme ve bir dikdörtgenin çevresini belirleme, havuzun çevresini belirleme, havuzun çevresini hesaplama ve dikdörtgenin çevresini hesaplamaya ilişkin formülü oluşturmadır. Araştırmanın sonuçları, öğrenme yörüngesinin öğrencilerin dörtgenler hakkında anlama yeteneklerini geliştirdiğini ve uygulama için etkili bir araç olduğunu göstermiştir.

Sonuç olarak, ÖY ile alan ölçmeyi ele alan çalışmaların; ÖY'nin etkili bir öğretim aracı olduğunu, öğrencilerin bilişsel gelişimlerinin ÖY ile sistemli bir şekilde geliştirilebileceği ve incelenebileceği ile iyi yapılandırılmış etkinliklerin öğrencilerin öğrenme yörüngelerini ortaya çıkarmada büyük önem arz ettiğini vurgulamışlardır.

3 YÖNTEM

Bu araştırmanın amacı kapsamında tahmini öğrenme yörüngeleri çerçevesinde tasarlanan sınıf tabanlı bir öğretim deneyinde beşinci sınıf öğrencilerinin alan ölçmeye ilişkin ön bilgilerini, yaşadıkları güçlükler ile kavram yanlışlarını ortaya çıkarmak ve gelişimlerini kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden incelemektir. Bu bağlamda araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, katılımcılar, verilerin toplanması ve analizi ile geçerlik ve güvenilirlik süreçlerinde nitel araştırma yaklaşımları benimsenmiştir.

3.1 Araştırma Deseni

Araştırmada tahmini öğrenme yörüngeleri çerçevesinde beşinci sınıf öğrencilerinin alan ölçmeye ilişkin algısal süreçlerinin gelişimlerinin sağlanması amaçlanmış, tasarlanan araştırma ortamı ile öğrencilerin hem birbirleriyle hem de öğretmen ile etkileşimleri ön planda tutulmuştur. Böylece araştırmadan çok yönlü ve seçkin veriler elde edebilmek hedeflenmiştir. Bu bağlamda araştırmanın hedefleri ile örtüşen ve matematik eğitiminde de genellikle tercih edilen öğretim deneyi (teaching experiment) araştırma deseni olarak kullanılmıştır.

3.1.1 Öğretim deneyi

Öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini incelemeyi ve bu süreç içerisinde öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini anlamayı amaçlayan nitel bir araştırma yöntemidir (Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneylerinin tasarlanmasında klinik görüşmeler kritik öneme sahiptir. Sebebi ise, Piaget tarafından geliştirilen klinik görüşmeler ile öğrencilerin mevcut bilgilerini ortaya çıkararak; öğrencilerin düşünme süreçleri hakkında bilgi verir (Ginsburg, 1997). Bu anlamda, güncel olarak yapılandırmacı öğrenme kuramına dayanan öğretim deneyleri klinik görüşmelerden daha kapsamlı olup; araştırmacının aktif bir şekilde öğretim sürecine katıldığı ve klinik görüşmelerin öğretimle bütünleştiği etkileşimli ve dinamik bir kavramsal bir araçtır (Cobb ve Steffe, 1983). Yapılandırmacı yaklaşımı temel alan öğretim deneyleri, öğrencilerin öğretimsel etkinlikler sürecinde matematiksel kavrama ilişkin eylemlerini ve eylemlerinin araştırmacı tarafından gözlemlenerek bilişsel bilgi yapılarını ortaya çıkarmak amacıyla yapılandırılmış öğrenme ortamlarında gerçekleştirilir. Bu süreçte, öğretim yoluyla araştırmacı öğrencilerin matematiksel kavrama ilişkin düşünme biçimlerini anlamaya çalışır, bu biçimleri geliştirmeye yardımcı olacak görevleri öğretim sürecine ekler ve öğrencilerin bilişsel düşünme süreçlerini adım adım izler (Cobb, 2000).

Öğretim deneyi yönteminin diğer bir önemli unsuru da öğrencilere sunulan görevlerin varsayımsal olarak düzenlenmesine ve süreç içerisinde varsayımların test edilebilmesine olanak sağlamasıdır. Bu süreç, TÖY ile ilişkilidir. Bu ilişki, ele alınan varsayımların matematiksel kavramın bilişsel olarak yapılandırılmasında ve ilgili matematiksel kavramın nasıl öğretilmesi gerektiği konusunda öğretim deneyleri kavramsal bir araç rolünü üstlenmektedir. Ayrıca öğretim deneyi kapsamında söz konusu varsayımların kanıtlanma veya reddedilme gibi durumları bulunmadığından, öğretim deneyleri nicel deneysel araştırmalardan bu yönden ayrılmaktadır (Cobb ve Steffe, 1983).

Öğretim deneylerinde, araştırmacının aynı zamanda öğretmen rolünü de üstlenmesi; araştırmacı-öğretmen ile öğrenciler arasında etkileşimin uzun süreli olmasına olanak sağladığından bu yöntemin en özgün yönlerinden biridir (Cobb ve Steffe, 1983; Steffe ve Thompson, 2000). Bu çift yönlü rol, araştırmacıya öğrencilerin eylemlerini gözleme fırsatının yanında düşünme süreçlerini yapılandırmaya yönelik öğretimsel müdahaleler bulunmasına da olanak sağlar. Araştırmacı-öğretmen, öğrencilerin düşünme süreçlerinde fark ettiği hataları veya karşılaştıkları zorlukları gidermeye çalışmalı ve öğrencilerin neyi nasıl öğrenebileceklerine ilişkin derinlemesine çıkarımlar yapmalıdır (Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmacının öğretmen olması, sınıf içi dinamiklere hâkim olma, öğrenci-öğretmen etkileşimini yönetme ve öğretim sürecindeki varsayımsal kararları araştırmanın amacına uygun olacak şekilde yönlendirme bakımından avantaj sağlar.

3.1.2 Öğretim deneyinin uygulama süreci

Bu araştırmada kullanılan öğretim deneyinde Fischbein'in üçlü bilişsel bileşen modeli kuramsal çerçevesi doğrultusunda yapılandırmacı yaklaşım ilkeleri benimsenmiştir. Öğretim deneyi, öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden gelişimini incelemek amacıyla kullanılmıştır. Yapılandırmacı yaklaşım bağlamında, öğrencilerin aktif bir şekilde öğretim sürecine dahil olmaları, araştırmacı-öğretmenin belirli bilgi ve düşünme biçimlerinin dayatılmamasına ve keşfederek bilişsel düşünme biçimlerinin yapılandırılmasına olanak sağlanmıştır. Şekil 3.1'de öğretim deneyinin uygulama süreci aşamaları sunulmuştur.

Şekil 3.1

Öğretim Deneyinin Uygulama Süreci



Şekil 3.1’de görüldüğü gibi öğretim deneyinin uygulama süreci, öğrencilerin ön bilgilerini, yaşadıkları zorlukları ve kavram yanlışlarını tespit etmek; kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenler bağlamında düzeylerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerle başlamıştır. Sürecin başında gerçekleştirilen ön klinik görüşmeler, TÖY’ün öğrenme amacına uygun olarak öğrencilerin alanı anlamlandırma, alanları karşılaştırma, standart olmayan ve standart birimlerle ölçme, birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş ve birleşik ile düzgün olmayan şekillerin alanlarını ölçme becerilerine yönelik olarak beşinci sınıf düzeyindeki odak öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler sonucunda elde edilen bulguların analiz edilmesiyle; alan ölçmeye ilişkin TÖY oluşturulmuş ve birinci öğretim dizisi kapsamında dört haftalık öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından, öğrencilerin ön klinik görüşmelere göre bilgi yapılandırmalarının nasıl olduğu ve üç yönden ne düzeyde olduklarını belirlemek için ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ara klinik görüşmelerden elde edilen bulguların analiz edilmesiyle; tasarlanan TÖY’de gerekli revizeler yapılmış ve ikinci öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. İkinci öğretim dizisi kapsamında dört haftalık öğretim süreci tamamlanmış ve öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin üst düzey genellemeleri ne düzeyde yapabildiklerini tespit etmek amacıyla son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

3.1.3 Araştırmacının rolü

Araştırmacı, lisans ve yüksek lisans eğitimlerini ilköğretim matematik eğitimi alanında tamamlamış ve 10 yıldır MEB’e bağlı çeşitli devlet ortaokullarında matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Araştırmacı doktora eğitimi sürecinde, nitel araştırma

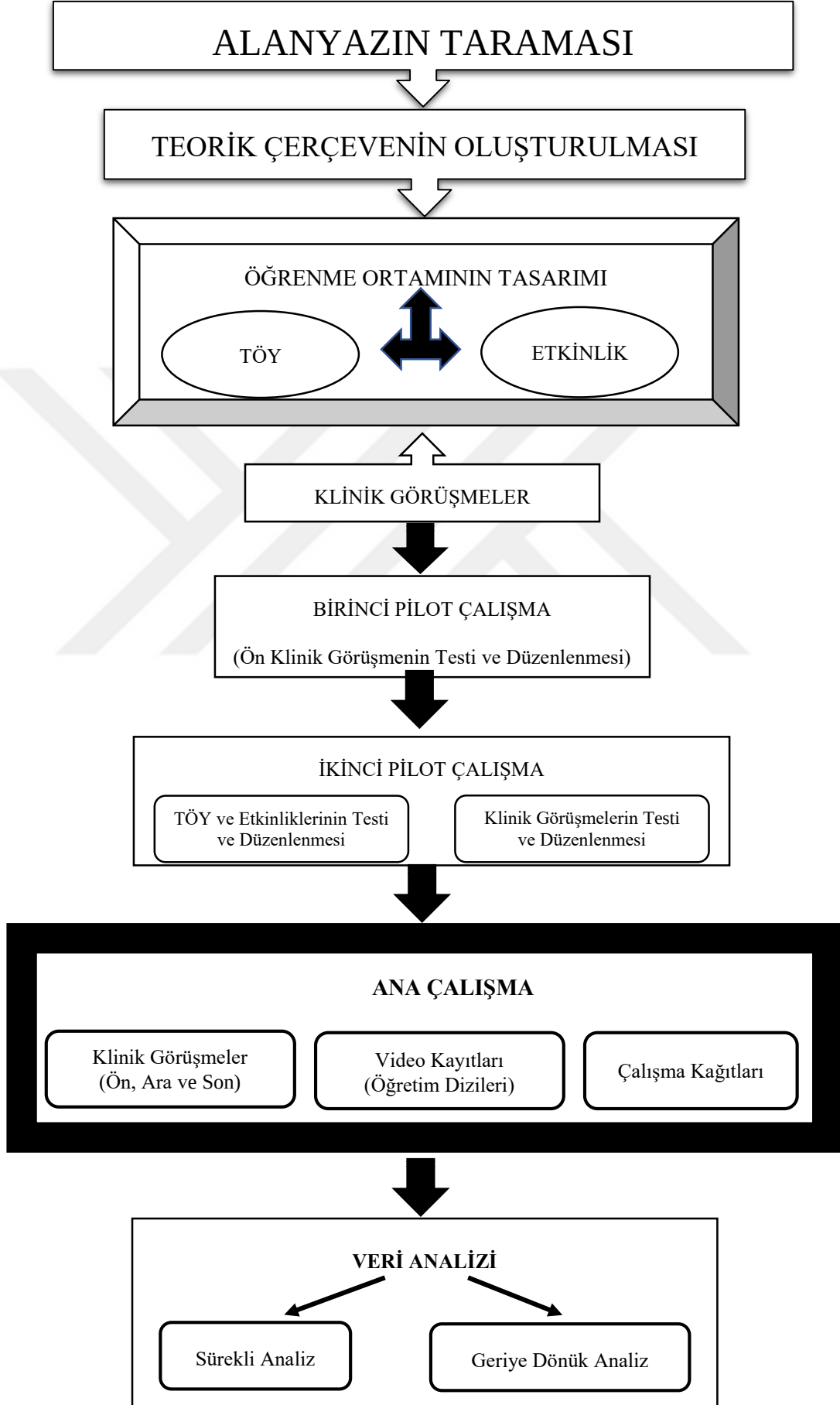
yöntemleri, öğrenci merkezli öğretim stratejileri ile öğretim yöntemleri gibi konularda dersler almış ve öğrencilerin ölçmeye ilişkin stratejilerini ortaya çıkarmada uygulamalı araştırmalar yapmıştır. Öğretim deneylerinin ayırt edici özelliklerinden birisi de yaygın olarak araştırmacının öğretmen rolünü benimsemesidir (Cobb ve Steffe, 1983). Araştırmacı, çalışmanın gerçekleştirildiği okulda matematik öğretmeni olarak görev yapmakta olup, uygulama sürecinde araştırmacı-öğretmen rolünü üstlenmiştir. Öğretmen rolünde öğrencilerin öğretim sürecinde derse aktif katılımlarını sağlamak, tartışmaları yönlendirmek ve gereksinim duyulduğunda öğrencilere rehberlik ederek öğretim deneyinin uygulama sürecini yürütmüştür. Araştırmacı rolünde ise öğrencilerin TÖY’lerde yer alan öğretimsel etkinlikler üzerinde nasıl çalıştıklarını, odak öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini ve etkinliklerin işlevselliğini sürekli analizini yapmıştır (Cobb ve Steffe,1983; Cobb, 2000). Araştırma kapsamında klinik görüşmeler, öğretim dizilerine ilişkin plan ve etkinlikler ise alanda akademik ve mesleki deneyime sahip uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte tasarlanmıştır.

3.2 Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Araştırma sürecinde öncelikle alan yazın taraması yapılmış, teorik çerçeve oluşturulmuş ve buna uygun olarak araştırma ortamı tasarlanmıştır. TÖY çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyi ile öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenlerin gelişiminin incelenmesi amaçlandığından, araştırma ortamı; TÖY, öğretimsel etkinlikler ve klinik görüşmeler etrafında biçimlendirilmiştir. Hazırlanan TÖY’lerin, öğretimsel etkinliklerin ve klinik görüşmelerin işlevselliğini kontrol etme ve gerekli düzenlenmelerin yapılması amacıyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma ile eş zamanlı gerçekleştirilen ana çalışmada ise odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğretim süreçlerine ait video kayıtları ve öğretimsel etkinliklerin yer aldığı çalışma kağıtları aracılığıyla veriler toplanmıştır. Toplanan veriler, sürekli ve geriye dönük olmak üzere iki aşamada analiz edilmiştir. Araştırmada izlenen aşamalar, Şekil 3.2’de sunulmuştur.

Şekil 3.2

Araştırmanın Uygulanmasında İzlenen Adımlar



3.3 Pilot Çalışma

Pilot çalışma sürecinde, ön klinik görüşme sorularının araştırmacı tarafından hazırlanmasının ardından iki uzman matematik eğitimcisinin görüşleri alınmıştır. Matematik eğitimcileri aynı zamanda devlet ortaokullarında matematik öğretmeni olarak da görev yapmaktadırlar. Uzman görüşlerinin alınmasının ardından gerekli düzeltmeler yapılmış ve 5. sınıf düzeyindeki bir öğrenci ile birinci pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Birinci pilot için seçilen öğrenci, araştırmanın uygulandığı okuldan farklı bir okulda öğrenim görmekte olup, orta başarı düzeyine sahip olan bir kız öğrencidir. Birinci pilot klinik görüşme sürecinde, öğrencinin açıklamaları ve eylemlerini daha detaylı incelemek için video kaydı alınmıştır. Görüşmeye ait video kayıtları tekrar izlenmiş ve pilot çalışma için gerekli revizeler araştırmacı tarafından yapılmıştır. Birinci pilot ön klinik görüşmenin gerçekleştirilmesiyle soru sayısının azaltılmasına, sonda soruların artırılmasına ve anlaşılmayan soruların değiştirilmesine karar verilmiştir. Örneğin, birinci olarak bir şeklin alanının neresi olduğu veya alanının nasıl ölçülebileceği sorusunu anlamlandırmada zorluk yaşanılmasından dolayı; alan yerine kapladığı yer ve alan ölçümü yerine yüzey ölçümü ifadelerinin kullanılmasına karar verilmiştir. İkinci karar olarak halının yüzey ölçümü yerine öğrenci masasının yüzeyinin ölçümü şeklinde sorunun değiştirilmiştir. Öğrencinin birim kareli zeminde verilen şekillerde sadece sayma stratejisini kullanmasından dolayı birleşik ve düzgün olmayan şekiller çizgisiz kağıt üzerinde verilmesi uygun görülmüştür. Alan korunumu ile ilgili birim kareli zeminde eş alanlara sahip farklı şekillerin verilmesine ve ilgili soru ile ilgili sonda soruların artırılması da alınan kararlardandır. Alınan kararlara göre birinci pilot sonrası ön klinik görüşme üzerinde revizeler yapıldıktan sonra ikinci pilot çalışma için ön klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Hazırlanan ön klinik görüşme sorularının anlaşılabilirliğini ve öğrencilerin düşünme biçimlerini ortaya çıkarmada yeterli olup olmadığını test etmek için, 2021-2022 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde araştırmanın uygulandığı okuldaki uygulamanın yapıldığı sınıftan farklı bir şubeyi seçmiş ve bu sınıftan matematik ders başarı düzeyleri, düşük, orta ve yüksek olan altı öğrenciyi odak öğrenci olarak belirlemiştir. Öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler video kaydına alınmış ve uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte sürekli analize tabi tutularak makro analizler gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu makro analizler sonucunda klinik görüşme sorularında değişiklikler yapılmıştır. İkinci pilot ön klinik görüşmelere göre, öğrencilerin ön bilgileri, yaşadıkları güçlükler ve kavram yanılgılarının neler olduğunun ortaya çıkarılması ile alan

yazındaki tahmini öğrenme yörüngeleri de dikkate alınarak iki öğretim dizisinden oluşan TÖY hazırlanmıştır. TÖY çerçevesinde tasarlanan öğretim dizisi plan ve etkinliklerinin işlevselliğini değerlendirmek ve öğretim deneyi sürecini yönetme konusunda deneyim edinmek amacıyla öğretim deneylerinin pilot çalışması gerçekleştirilmiştir. İkinci pilot çalışmanın aşamaları, ana çalışmanın çalışmalarıyla aynı biçimde ve sekiz haftalık bir zaman diliminde yürütülmüştür. İkinci pilot çalışmalara başladıktan iki hafta sonra ana çalışmanın uygulamalarına başlanarak, ikinci pilot ile ana çalışma eş zamanlı yürütülmüştür. İkinci pilot çalışmalar ışığında ön klinik görüşmeler sorularından alan korunumu ile ilgili bir soru silinmiş ve ana çalışma için hazır hale getirilmiştir. Öğretim dizilerine ilişkin ise tangram parçaları verilerek öğrencilerden farklı şekilleri oluşturmaları istenmiş ancak öğrencilerin oluşturdıkları şekillerin çeşitliğinden kaynaklı istenilen amaca uygun etkinlik gerçekleştirilemediğinden, eş dikdörtgenler verilerek farklı şekilleri oluşturmalarını istenmesi şeklinde revize yapılmıştır. Pilot çalışma esnasında yaşanan teknik sıkıntıların tecrübe edilmesiyle ana çalışmada bu zorlukların yaşanmaması için gerekli önlemler alınmıştır.

3.4 Katılımcılar

Araştırmanın katılımcısını, 2021-2022 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde Ankara ilindeki bir devlet ortaokulunda 5. sınıfta öğrenim görmekte olan 28 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın başlangıcında yüksek, orta ve düşük başarı düzeylerine sahip her bir düzeyden 2 öğrenci olacak şekilde 6 öğrenci katılımcı olarak belirlenmiştir. Ancak araştırmanın ön klinik görüşme bulguları ve birinci hafta öğretim süreci gerçekleştirildikten sonra başka bir okula nakil gitmesinden dolayı düşük başarı düzeyine sahip bir öğrenci çalışmadan ayrılmıştır. Dolayısıyla araştırmanın katılımcıları beş öğrenciden oluşmaktadır. Öğretim dizilerinin uygulama sürecinde grup tartışmalarının gerçekleştirildiği durumlarda, gruptaki öğrencilerin seçiminde öğrencilerin başarı düzeylerine, birbirleriyle uyumlu çalışmalarına ve daha rahat iletişim kurabilmelerine dikkat edilmiştir. Katılımcıların (odak öğrenciler) belirlenmesinde, farklı başarı düzeylerine sahip olan öğrencilerin gelişim süreçlerinin incelenmesi ve ortaya çıkarılması amacıyla -araştırmacının öğretmenlik yaptığı okuldaki öğrenciler arasından- amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme, araştırmacı tarafından oluşturulan bir ölçüt listesini karşılayan durumların üzerine çalışılmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018, 118-123). Öğrencilerin katılımcı olarak

seçilmesinde belirlenen ölçüt olarak, Matematik dersi öğretim programında (2018) geometri ve ölçme öğrenme alanına ait dikdörtgenin alanını ölçme konusunun kazanımlarının 5. sınıfta yer almasından dolayı öğrencilerin beşinci sınıfta öğrenim görmeleri, öğrencilerin düşük, orta ve yüksek başarı düzeyinde olmak üzere farklı başarı düzeylerine sahip olmaları ve 2021-2022 eğitim-öğretim yılı birinci dönemine ait matematik dersi karne notları baz alınmıştır. Belirlenen ölçütlere göre öğrencilerin gönüllü olmasına dikkat edilmiş ve gerçek isimleri bulgulara kullanılmamıştır. Yüksek başarı düzeyine sahip odak öğrenciler Yavuz ile Şafak, orta başarı düzeyine sahip odak öğrenciler Umay ile Sena ve düşük ders başarı düzeyine sahip odak öğrenci Zuhale kodlamasıyla araştırmada yer almıştır. Sınıf içi etkinliklere katılan diğer öğrenciler için ise “sınıf” kodu kullanılmıştır. Odak öğrencilerin kişisel bilgileri Tablo 3.1.’de verilmiştir.

Tablo 3.1
Odak Öğrencilerin Kişisel Bilgileri

Öğrencilerin Kod İsimleri	Doğum Yılı	Sosyo-Ekonomik Durumu	Ders Başarı Düzeyi
Zuhale	2011	Orta	Düşük
Umay	2011	Zayıf	Orta
Sena	2011	Orta	Orta
Şafak	2011	Orta	Yüksek
Yavuz	2011	Orta	Yüksek

3.5 Verilerin Toplanması

Araştırmada veriler; odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerden, öğretim dizilerinin uygulama süreçleri esnasında alınan video kayıtlarından ve etkinliklerde kullanılan öğrenci çalışma kağıtlarından elde edilmiştir. Veri toplama araçları ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıda sunulmuştur.

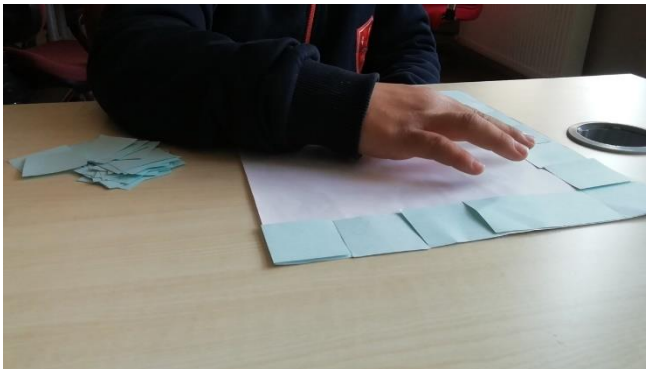
3.5.1 Klinik görüşmeler

Görüşme sorularının ve öğretimin dizilerinin tasarlanmasında, alan yazın incelenmiş ve alan ölçmenin karakteristik ilerleyişi bağlamına dikkat edilmiştir. Bu karakteristikler, sezgisel algılama, kaplama fikri, ölçüm biriminin farkındalığı, sayma, satır-sütun yapılandırma ve alan formülünü oluşturmaktır. Öğretim dizilerinin tasarlanmasında, alan ölçmeye ilişkin öğrencilerin tahmini öğrenme yörüngelerinin oluşturulabilmesi amacıyla sahip oldukları alan ölçmeye ilişkin ön bilgileri, yaşadıkları zorluklar ve varsa kavram yanlışlarının ortaya çıkarılması önem arz etmektedir. Bunun için klinik görüşmelerin yapılması amaçlanmıştır. Bu amaçla öncelikle alan yazın taraması yapılmış ve alan

yazındaki alan ölçmeye ilişkin öğrenci düşünme biçimleri, kavramsal anlayışları, kavram yanılgıları ve farklı algılama süreçleri dikkate alınmıştır. Ayrıca ilköğretim matematik dersi öğretim programı (2018) ve alan yazında halihazırda bulunan tahmini öğrenme yörüngeleri (Clements ve Sarama, 2009; Miller, 2013) dikkate alınarak, beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin sahip olabileceği tahmin edilen muhtemel bilgi ve beceriler incelenmiştir. Edinilen bilgiler doğrultusunda ve ilkökul 3.ve 4. sınıf alan ölçme kazanımları da dikkate alınarak, alan kavramı ve alan ölçme bağlamında beşinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin ön bilgilerinin ne olması gerektiği ve neleri yapabilecekleri göz önünde bulundurularak ön klinik görüşme soruları hazırlanmıştır. Araştırmada uzman bir matematik eğitmcisi ile birlikte odak öğrencilerle yapılacak görüşmeler için ön, ara klinik görüşme soruları hazırlanmış ve bu sorular için matematik öğretmeni de olan iki uzman matematik eğitimcisinden de görüş alınmıştır. Bu bağlamda araştırmacı-öğretmen tarafından araştırmanın başında ön klinik görüşmeler, birinci öğretim dizisinin tamamlanmasından sonra ara klinik görüşmeler ve ikinci öğretim dizisi sonunda son klinik görüşmeler olmak üzere her bir odak öğrenci ile her biri yaklaşık 45 dakika süren üçer klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler okulda bulunan ve öğrenci olmayan sınıflarda gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşmeler esnasında tablet kamerası kullanılmış ve tüm klinik görüşmeler video kaydına alınmıştır. Görsel 3.1’de görüldüğü gibi, kamera öğrencinin yüzünü almayacak ve öğrencinin sorulara ilişkin eylemlerini kayıt alacak şekilde sabitlenmiştir.

Görsel 3.1

Klinik Görüşme Esnasında Kameranın Konumu



Öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşme soruları EK-7’de, klinik görüşme sorularının amaç, kapsam ve sayısına ilişkin bilgiler ise Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2*Klinik Görüşme Sorularının Amaç, Kapsam ve Sayısına İlişkin Bilgiler*

Klinik Görüşmeler	Amaç	Kapsam	Soru sayısı
Ön Klinik Görüşme Soruları	➤ Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma ➤ Standart Olmayan Birimler ile Ölçme ➤ Standart Birimler ile Ölçme ➤ Birim Karelerden Dikdörtgenin Boyutlarına Geçiş ➤ Birleşik ve Düzgün Olmayan Şekillerin Alanlarını Hesaplama	➤ Alan kavramını tanımlama (1) ➤ Aynı alana sahip iki dikdörtgeni karşılaştırma (1) ➤ Standart olmayan birimlerle bir dikdörtgenin alanını ölçme (3) ➤ Birim kare ile çentikli durumlar ve kareli zeminde aynı alana sahip farklı şekiller (3) ➤ Kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alanını hesaplama ile alan ölçüsü verilen dikdörtgenler oluşturma (2) ➤ Dikdörtgenlerden oluşan birleşik şekil (1) ➤ Düzgün olmayan bir şekil (1)	12
Ara Klinik Görüşme Soruları	➤ Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma ➤ Standart Olmayan Birimler ile Ölçme ➤ Standart Birimler ile Ölçme ➤ Birim Karelerden Dikdörtgenin Boyutlarına Geçiş ➤ Birleşik Şekillerin Alanlarını Hesaplama ➤ Paralelkenarın alan bağıntısını hissetme ➤ Üçgenin alan bağıntısını hissetme ➤ Çevre ve Alan	➤ Alanı olan şekilleri belirleme (1) ➤ Düzensiz bir şekil ile karenin alanını karşılaştırma (1) ➤ Üçgen ve dikdörtgen birimler ile dikdörtgen kaplama (2) ➤ Birim kare ile noktalı durumlar (2) ➤ Kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alanını hesaplama (1) ➤ Birleşik şekillerin alanlarını tahmin (1) ➤ Birim kareli zeminde paralelkenar(1) ➤ Dik üçgen ile dikdörtgenin alanını karşılaştırma(1) ➤ Çevre uzunluğu verilen şeklin alanını ölçme (1)	11
Son Klinik Görüşme Soruları	➤ Dikdörtgenin Alan Bağıntısını Kullanma ➤ Düzgün Olmayan Şekillerin Alanlarını Hesaplama ➤ Paralelkenarın Alan Bağıntısını Kullanma ➤ Üçgenin Alan Bağıntısını Kullanma ➤ Birleşik Şekillerin Alanlarını Hesaplama	➤ Dikdörtgen şeklinin alanını tahmin ve ölçme (1) ➤ Düzensiz şeklin alanını ölçme (1) ➤ Gölün alanını ölçme (1) ➤ Paralelkenarın alanını ölçme (3) ➤ Üçgenin alanını ölçme (2) ➤ Birleşik şeklin alanını ölçme (1)	9

3.5.2 Öğretim dizileri

TÖY çerçevesinde hazırlanan öğretim deneyi, haftada en az üç ders saati olmak üzere her biri dört hafta süren iki öğretim dizisinden oluşmaktadır. Her bir öğretim dizisi dört haftadan oluşmakta olup toplam sekiz haftadan oluşmaktadır. Öğretim süreçlerinin planlanmasında, uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte haftalık ele alınacak öğrenme amaçlarına yönelik genel bir plan yapılmış ve bu plana yönelik ilgili haftalık öğretimsel etkinlikler hazırlanmıştır. Ders planlarının hazırlanmasında Matematik Öğretim Programı (2018)'de ele alınan kazanımlar da dikkate alınarak; öğretimsel etkinlikler, genellikle öğrencilerin aşına oldukları günlük yaşam bağamları ile ilişkilendirilmeye çalışılarak kurgulanmaya çalışılmıştır. Tablo 3.3'te beşinci sınıf düzeyinde öğretim programında yer alan kazanımlar verilmiştir.

Tablo 3.3

Matematik Öğretimi Ders Programında Beşinci Sınıf Alan Ölçme Kazanımları

M.5.2.4. Alan Ölçme
Terimler veya kavramlar: santimetrekaire, metrekaire
Semboller: cm^2 , m^2
M.5.2.4.1. Dikdörtgenin alanını hesaplar, santimetrekaire ve metrekaireyi kullanır.
a) Kare, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır.
b) Ayrıca alan kavramını anlamlandırmaya yönelik çalışmalara yer verilir.
M.5.2.4.2. Belirlenen bir alanı santimetrekaire ve metrekaire birimleriyle tahmin eder.
Tahminlerin ölçme yaparak kontrol edilmesine yönelik çalışmalara yer verilir.
M.5.2.4.3. Verilen bir alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.
a) Kenar uzunlukları doğal sayı olacak biçimde sınırlandırılır.
b) Geometri tahtası, noktalı kâğıt ve benzeri araçlarla yapılan çalışmalara yer verilir.
M.5.2.4.4. Dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.

Öğretim dersleri için hazırlanan alan ölçmeye ilişkin tahmini öğrenme yörüngesi ders planları EK-5'te, öğretim derslerinde amaç ve öğretimsel etkinlikleri de haftalık olarak Tablo 3.4'te verilmiştir. Bu etkinlikler, öğrencilerin üçlü bileşen modeli bağlamında alan ölçmeye gelişimlerinin desteklenebilmesi için tasarlanmış ve her bir bileşenin etkinliklerde yeri belirlenmiştir. (Bkz. EK-5)

Tablo 3.4*Öğretim Dizilerindeki Amaç ve Öğretimsel Etkinlikler*

Hafta	Amaç	Kapsam
Birinci Hafta	Ölçülecek niteliğe karar verme	• Çokgenlerin isimlendirilmesi ve temel elemanlarını belirleme • Ölçülebilecek özellikleri belirleme • Bir şeklin yüzeyini belirleme ve ölçme ihtiyacının hissettirilmesi
İkinci Hafta	Alan ölçmede kaplama fikri	• Belirli bir alanı kaplama yaparak ölçme • Aynı niteliğe sahip birimler ile tam kaplama
Üçüncü Hafta	Ölçüm sonucunu birim ile ifade etme	• Dörtgen şeklinin alanını ölçme • Verilen şekillerin alanlarını ölçme
Dördüncü Hafta	Dikdörtgenin alan formülünü oluşturma	• Dikdörtgenin alanı ile birim kare sayısını ilişkilendirme • Dikdörtgenin alanını satır ve sütun ilişkisinden yararlanarak bulma
Beşinci Hafta	Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	• Alan ölçüsü verilen dikdörtgenleri oluşturma • Dikdörtgenin alan ölçümü ile kullanılan birim karenin ölçüleri arasındaki ilişkiyi fark etme
Altıncı Hafta	Düzgün ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin ve ölçme	• Düzgün şekillerin alanlarını tahmin etme • Düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etme
Yedinci Hafta	Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma	• Paralelkenar şeklini yapılandırma • Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturmada tabanı belirleme ve yükseklik çizimi • Paralelkenarın alanını hesaplama
Sekizinci hafta	Üçgenin alan bağıntısını oluşturma ve birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	• Üçgen şeklini yapılandırma • Üçgenin alanını hesaplama • Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama

Öğretim dizilerinin uygulama sürecinde veri kaybını önlemek amacıyla öğretim dersleri, video kaydına alınmış ve kayıt işlemi için üç profesyonel kamera ve bir telefon kamerası kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Profesyonel kameralardan ikisi odak öğrencilerin olduğu grupları görecektir (Bkz. Görsel 3.2a) ve diğeri ise tahtaya odaklı olacak şekilde (Bkz. Görsel 3.2b) yerleştirilmiştir.

Görsel 3.2a

Grupları gören kameraların açısı



Görsel 3.2b

Tahtaya odaklı kamera açısı



3.5.3 Çalışma kağıtları

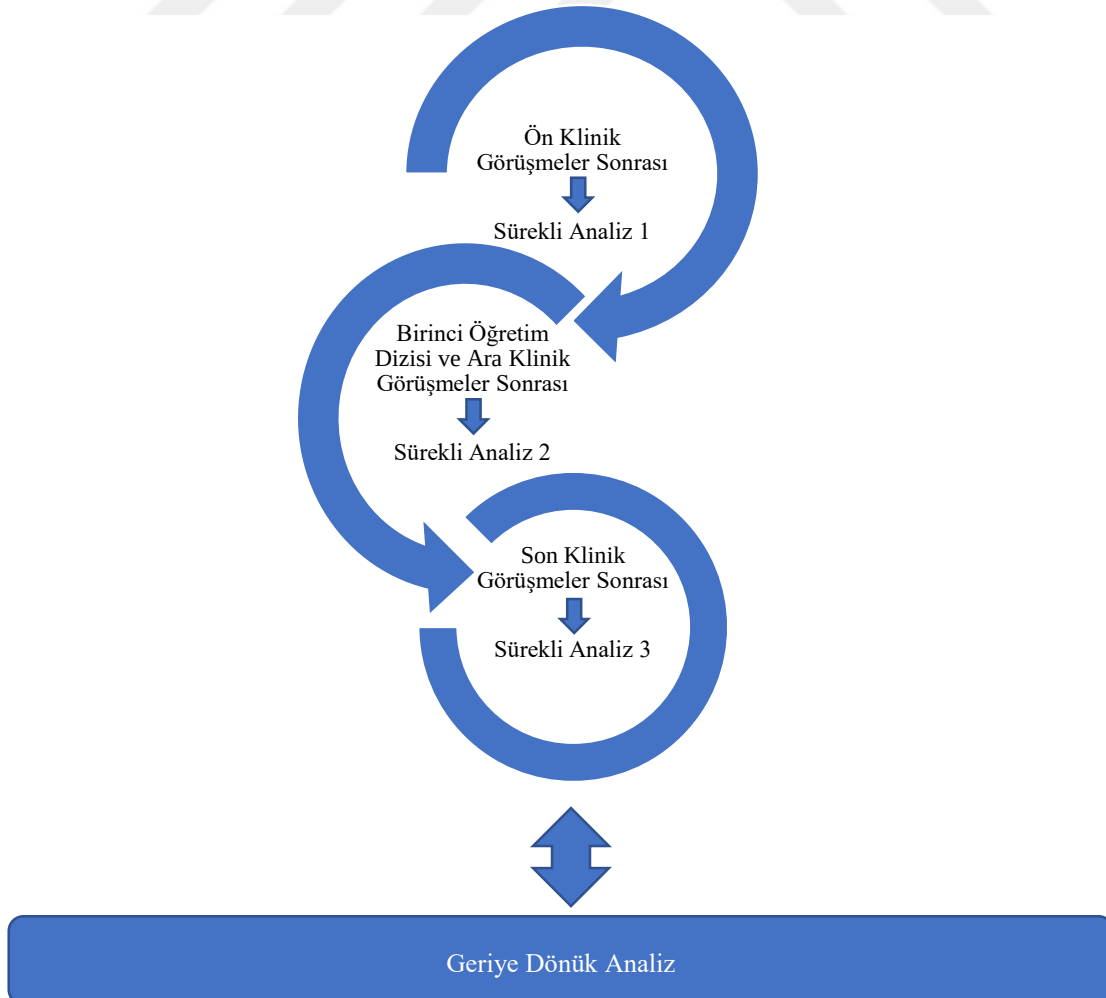
Her bir TÖY’de yer alan öğretimsel etkinlikler ile ilgili çalışma kağıtları hazırlanmış, bağlama göre öğrencilerin araştırmacı-öğretmen tarafından kendilerine verilen çalışma kağıtlarında yer alan etkinlikler üzerine bireysel çalışmaları veya grup olarak tartışmaları istenmiştir. Çalışma kağıtları, etkinliklerin tamamlaması ve sınıf tartışmalarının gerçekleştirilmesinden sonra geri alınmıştır. Odak öğrencilerin etkinliklere ait çalışma kağıtları üzerinde yaptıkları açıklamaları ve eylemlerini görmek amacıyla, odak öğrencilerin bulunduğu iki farklı grubun başına bir kamera yerleştirilmiştir. TÖY’de yer alan haftalık etkinlikleri içeren çalışma kağıtları EK-6’da verilmiştir.

3.6 Verilerin Analizi

Bu çalışmada, verilerin analizi; öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen öğretim süreçleri boyunca sürekli analiz (ongoing analysis) ve öğretim sürecinin tamamlanmasından sonra geriye dönük analiz (retrospective analysis) ile gerçekleştirilmiştir. Sürekli analiz, veri toplama ile analizin eş zamanlı yürütüldüğü ve öğrencilerin gelişimlerini desteklemek amacıyla müdahaleler yapılmasına olanak sağlar (Cobb vd., 2003). Bu noktada araştırmacı öğrencilerin açıklamaları, eylemleri ve bilgilerine göre öğretim sürecine ilişkin düzenlemeler yapabilir. Geriye dönük analiz ise araştırmanın sürecine dair ve tüm veri setinin incelenmesinde bütüncül bir bakış açısı sağlar (Steffe ve Thompson, 2000). Bu analiz ile, öğrencilerin ön klinik görüşmelerden son klinik görüşmelere kadar olan süreç boyunca ulaştıkları bilişsel düşünme biçimleri detaylı incelenmesine ve gelişimin nasıl ilerlediğine ilişkin detaylı bilgi verir. Araştırmanın veri analiz sürecinde kullanılan iki analiz biçimine ilişkin aşamalar Şekil 3.3'te verilmiştir.

Şekil 3.3

Veri Analizine İlişkin Aşamalar



Şekil 3.3’te görüldüğü gibi, sürekli analiz sürecinde; iki araştırmacı klinik görüşmelere ve haftalık öğretim süreçlerine ilişkin video kayıtlarını izlemiş ve öğrenci çalışma kağıtlarını da inceleyerek makro analizler gerçekleştirmişlerdir. Makro analizler dikkate alınarak, öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve yapılandırılan eylemler/kavramlar tespit edilerek; haftalık öğretim süreçlerine ilişkin plan, etkinlik ve görevler revize edilmiştir. Tablo 3.5’te makro analize ilişkin sınıf tartışmalarına örnek sunulmuştur.

Tablo 3.5

Örnek Makro Analiz

2. HAFTA SINIF UYGULAMASI MAKRO ANALİZİ Çalışma yaprağı 1: Standart olmayan birimlerle ölçme
Tüm Sınıf Tartışmaları Öğretmen ders kitabının kapağının yüzey ölçümünü nasıl tahmin ettiklerini sordu. Sınıf tartışmasına geçildi. Yavuz, plastik kapakla ölçtüğümüzde tahminimize yakın bir sonuç çıktı ama kapakların boyutları eşit olmadığı için farklı sonuçlar çıktı, biz de en yakın olan sonucu yazdık diyor. Öğretmen kitabın kapağının yüzeyini tam olarak ölçebildiniz mi diye soruyor. Yavuz, hayır, kitap dikdörtgen, kapaklar da yuvarlak olduğu için tam bir ölçüm sonucu çıkaramadık diyor. Öğretmen şekilden dolayı mı diye soruyor. Zuhale, evet, yuvarlak olduğu için diyor. Şafak, ama kapakların boyutları da farklı diyor. Ahmet, silgi de kitap ta dikdörtgendi, o yüzden ölçebildik, yarımaları da birleştirdik, tam oldu diyor. Emir, kafamızda canlandırarak kitabın üzerine yerleştirdik, tüm kapakları kullanarak kaç tane yerleştirdiğimizi bulabiliriz diyor. (22.35- 26.27 mtlk izle) Öğretmen tüm kapakları yerleştirmeden kaç tane sığdığını bulabilir miyiz diye soruyor. Sena, bence kitabın bir kenarını kapakla doldururuz, bir de şu tarafını doldururuz, kısa kenarında kaç tane sığırsa o kadar uzun kenarında da vardır, yani sığan sayıları çarparsak buluruz, buraya 7 tane sığar, buraya da 6 tane, çarpabiliriz diyor. Öğretmen neden 7 ile 6 yı çarpıyoruz diye soruyor. Sena, uzunlukları yine aynı, buradaki kapakların hepsi de aynı olacak, yine saydığımızda aynı olur diyor. Şafak, şeklin yüzeyinde kısa kenarı satır, uzun kenarı sütun olarak düşündüğümüzde çarpınca içine kaç tane sığar bulabiliriz diyor. Öğretmen kapak ile tam kaplayabildik mi diye soruyor. Umay, aralarda boşluklar kaldı diyor. Elif, kapakla tamamen kaplayamadık diyor. (26.30- 30.00 mtlk izle) Öğretmen doğru bir ölçüm oldu mu diye soruyor. Umay ve Zuhale, evet diyor. Ömer, kapak dairesel olduğu için kitabın köşelerinde boşluk kalıyor, o yüzden doğru bir ölçüm olmaz diyor. Yavuz, şeklin çevre uzunluğu ile uyumsuzluğu var diyor. Öğretmen nasıl bir şekil kullanmalıyız ki hepimizde aynı ölçüm sonucu çıksın diye soruyor. Şafak, kitabın benzer şekilleri gibi dikdörtgen gibi çeşitli şeylerle ölçebiliriz diyor. Emir, kitabın yüzeyine uygun bir kâğıt ile ölçebiliriz diyor. Zuhale, karelerle ölçebiliriz diyor. Sena dikdörtgen ve Yavuz üçgen diyor. (30.04-34.40 mtlk izle)

Tablo 3.5 (Devam)

Örnek Makro Analiz

Öğretmen hangi şekil yüzeyi ölçmek için daha uygundur diye soruyor. Emir, kare, üçgen ve dikdörtgen kullansak belli boşluklar kalacak diyor. Sena, Dikdörtgen de olabilir, eğer tabana uygunsa boşluk kalmayabilir diyor. Yavuz, karenin her kenarı eşit olduğu için daha uygun diyor. Zehra, karenin uzunlukları aynı ama dikdörtgenin değil diyor. Öğretmen iki farklı alana sahip renkli kareleri gösterdi. Elimdeki karelerden hangi kareyi kullanmak daha uygun olur diye sordu. Ahmet, büyük kullanırsak çabuk dolar, bence büyük daha uygun olur diyor. Şafak, büyük kullanırsak bazı yerler boş kalır. Buçuklu olur. Bence küçük olmalı diyor. Yavuz, bence küçük daha iyi olur, kalan boşlukları daha iyi kapatabiliriz diyor. Sena, küçük daha uygun olur diyor. (34.42-40.00 mtlk izle)

Araştırmanın geriye dönük analiz sürecinde ise odak öğrencilerle gerçekleştirilen üç klinik görüşmenin ve öğretim süreçlerine ilişkin video kayıtlarının dökümleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen tüm veri seti (görüşmeler, öğretim videoları, çalışma kağıtları) araştırmacılar tarafından bağımsız olarak mikro analize tabi tutulmuştur. Bu süreçte araştırmacılar odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmelerden elde edilen verilere göre tema, alt tema ve kodlar belirleyerek öğrencilerin yaşadıkları zorluklar, kavram yanlışları ve mevcut bilgi düzeyleri çıkarılmıştır. Öğretim dizilerine ilişkin analizler sonucunda ise, öğrencilerin yaşadıkları zorluklar ve yapılandırılan eylemler/kavramlara ilişkin alt tema ve kodlar belirlenmiştir. Tüm veri seti üzerinden bağımsız olarak yapılan analizler de dikkate alınarak tema, alt tema ve kodların düzenlenmesi gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın amacı bağlamında, alan ölçmenin kavramsal, algoritmik ve sezgisel gelişimlerinin incelenmesi için öğrencilerle yapılan her bir klinik görüşme bulgularından elde edilen alt tema ve kodlara ilişkin algılama süreçlerine göre bulundukları bileşen düzeyleri belirlenmiştir. Öğrencilerin algılama süreçlerine ilişkin bileşen düzeyleri Tablo 3.6' daki örnek ölçütlere göre belirlenmiştir. Klinik görüşmeler bazında ilgili bağlamlar farklılaştığından; bileşenlerin düzeyleri her soru bağlamı için farklı tanımlanmıştır (Bkz. EK-8). İlgili bulgulara göre, kavramsal bileşen düzeyleri yüksekten düşüğe doğru K3, K2, K1; algoritmik bileşen düzeyleri yüksekten düşüğe doğru A3, A2, A1; sezgisel bileşen düzeyleri yüksekten düşüğe doğru S3, S2, S1 olarak kodlanmıştır.

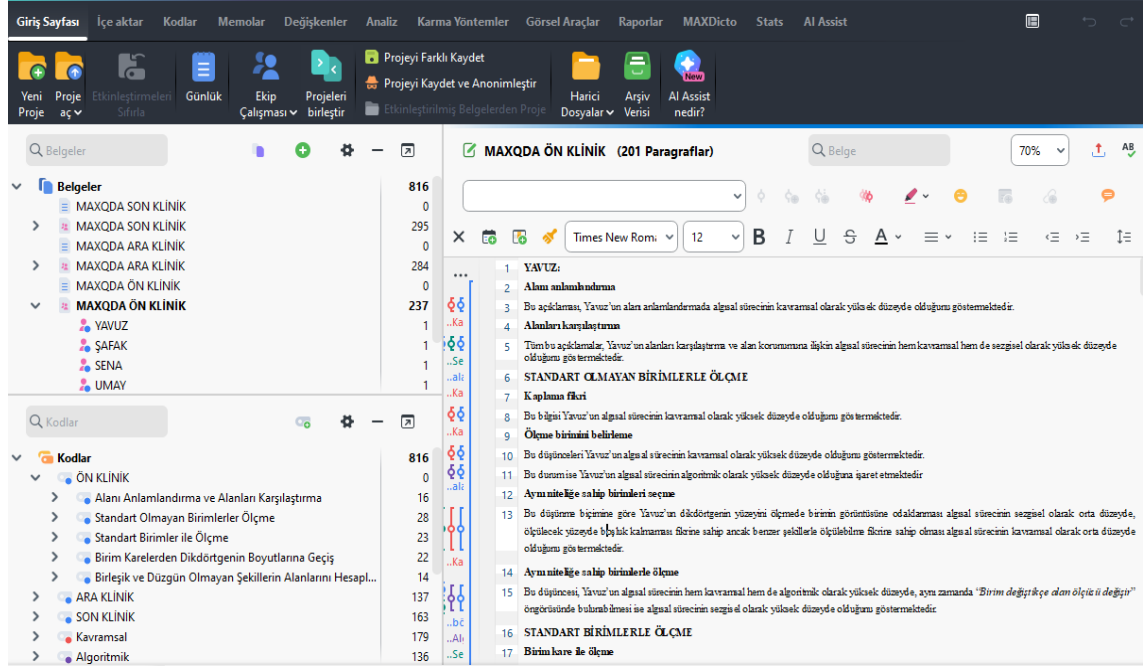
Tablo 3.6*Algılama Süreçlerine İlişkin Bileşenlerin Düzeylerini Belirlemede “Örnek” Ölçütler*

Kavramsal Bileşen Düzeyleri		
Düzyey	Tanım	Örnek Öğrenci İfadesi
Yüksek (K3)	Alan kavramını birimlerle ilişkilendirebilir. Alan bağıntısına ilişkin gerekçelendirmeler yapar. Alanı ölçme ve hesaplamanın temel kavramlarını doğru bir şekilde uygular.	“Bir dikdörtgenin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpılmasıyla bulunur çünkü alan, yüzeyin kapladığı miktardır ve birim karelerle ölçülür.”
Orta (K2)	Alanı kaplama, sayma veya çarpma yoluyla hesaplar ancak birim algısı eksik veya yüzey kavramı soyut değil.	“12 tane kare var. O zaman $12cm^2$. Çünkü hepsini kapladı”
Düşük (K1)	Alanı uzunluk veya çevreyle karıştırır. Birim kare fikri yok.	“Alanı kenar uzunluklarını toplayarak bulabilirim”
Algoritmik Bileşen Düzeyleri		
Yüksek (A3)	Uygun formülü seçer, birimle ilişkilendirir, gerektiğinde strateji değiştirir.	“Dikdörtgenin alanı dik kenar uzunluklarının çarpımı ile bulunur. Birim kareleri satır-sütunlara göre çizibilirim”
Orta (A2)	Formülü uygular ama ne yaptığını açıklayamaz veya hatalı formül kullanımı vardır.	“Paralelkenarın alanını yükseklik ile tabanı çarparak buluyoruz. Öyle yapıyorduk”
Düşük (A1)	Formül yok, işlem yapma becerisi sınırlı, tek tek sayma	“Tek tek kareleri sayarım”
Sezgisel Bileşen Düzeyleri		
Yüksek (S3)	Ölçmeden önce akıl yürütme yapar, tahminlerini birime dayandırır.	“Bir satıra 5 kare sığıyor. 3 satır varsa 15 olabilir.” “Parmağımın ucu yaklaşık 1 cm^2 olsa satır ve sütun çarpımı ile 24 cm^2 olabilir”
Orta (S2)	Görsel karşılaştırma ile karar verir ama birime dayalı akıl yürütme yok.	“Bence bu daha büyük gibi, onun alanı daha fazla”
Düşük (S1)	Göz kararı tahmin yapar, sezgiye göre yanlış genellemeler kurar.	“Bu dikdörtgen daha geniş olduğundan alanı daha fazladır.”

Verilerin görselleştirilmesi için ilgili her bir klinik görüşmeye ilişkin alt tema ve kodlar MAXQDA programına işlenmiş, bileşenler de kategori olarak belirlenmiş ve alt tema veya kodlar ilgili bileşen düzeyine işlenmiştir. Görsel 3.3’te yazılıma ilişkin arayüz sunulmuştur.

Görsel 3.3

MAXQDA Üzerinde Araştırmanın Arayüzü



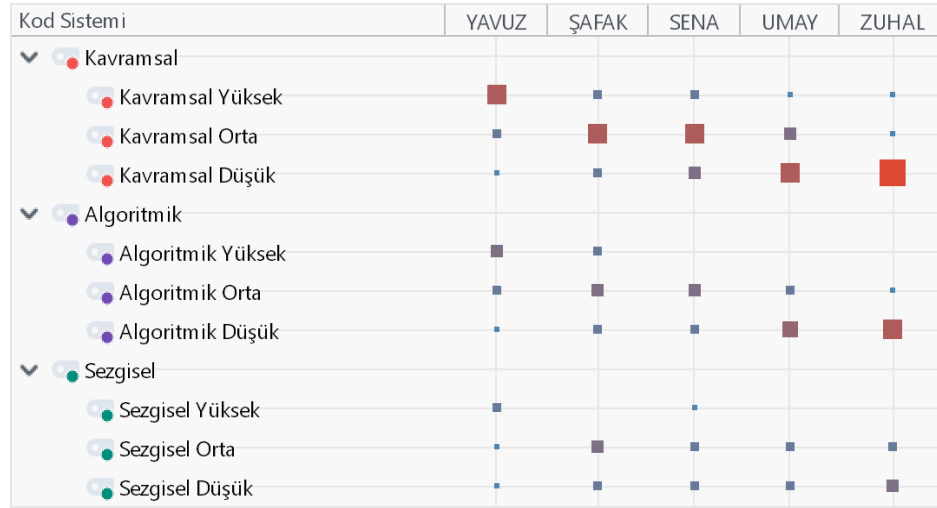
Görsel 3.3'te görüldüğü gibi, sol üstte belgeler ve bu belgelerin kodlanma değerleri, sol altta kod, kategori ve temalar, sağda ise kodlanan örnek bir belge görünümü yer almaktadır. Araştırmanın klinik görüşmelerine ilişkin bulgular belge olarak yazılıma yüklenmiş ve yazılımın bir işlevi olan Odak Grup Deşifreleri ile odak öğrencilere ait bulgular öğrenci bazında gruplandırılmıştır. Bileşenler bağlamında yapılan analiz sonuçları ise MAXQDA yazılımının bir aracı olan Kod İlişkileri Tarayıcısı ile görselleştirilmiş ve bulgular bölümünde sunulmuştur.

Kod İlişkileri Tarayıcısı, kodlar arasındaki ilişkilerin ortaya koyulmasına, kodların yoğunlukların belirlenmesine ve bulgulardaki kodların kesişiminin görselleştirilmesine olanak tanır. Görsel 3.4'te ön klinik görüşme verilerine göre odak öğrencilerin sahip oldukları bileşen düzeylerin genel dağılımına ilişkin kod ilişkileri tarayıcısı çıktısına örnek sunulmuştur. Kod ilişkileri tarayıcısı çıktısında yer alan renkli kareler, satırda yer alan tema/kategorilerin yoğunluğunu göstermektedir. Bu araştırmada, odak öğrencilerin üç bileşen bağlamında alan ölçme gelişimlerini daha ayrıntılı ve görsel olarak gösterebilmek için bu aracın kullanılması tercih edilmiştir. Görsel 3.4'te sunulan örnekte olduğu gibi, kod ilişkileri tarayıcısı çıktısında görülen her renk farklı bir frekans değerini temsil edip; karelerin boyutları ise frekans değerleriyle orantılıdır. Örneğin, kahverengi renkteki kareler (Yavuz-kavramsal yüksek; Şafak ve Sena- kavramsal orta ve Umay-

kavramsal düşük) aynı frekans değerine sahiptir. Bulgularda, odak öğrencilerin görüşme verilerine göre sahip oldukları üç bileşen düzeyleri kod ilişkileri tarayıcısının ait görseller ile verilmiş olup, sütun bazlı frekans dağılımını sunmaktadır.

Görsel 3.4

Örnek Kod İlişkileri Tarayıcısı Görseli



3.7 Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırma, nitel bir yöntem olan öğretim deneyi ile gerçekleştirildiğinden; geçerlik ve güvenirlik nitel araştırmanın doğasına uygun şekilde sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliğin sağlanması amacıyla birden fazla strateji kullanımı önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bir nitel araştırmanın geçerli ve güvenilir oluşu inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabilirlik (dış geçerlilik), tutarlık (iç güvenirlik) ve teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) kavramları ile belirlenmektedir (Lincoln ve Guba, 1985'ten akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018).

3.7.1 Geçerlik

Geçerlik, araştırma bağlamında ele alınan konunun olabildiğince tarafsız olarak doğru biçimde gözlemlenmesi anlamını içermektedir (Kirk ve Miller, 1986'dan akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu kapsamda inandırıcılık (iç geçerlik) ve aktarılabilirlik (dış geçerlik) kavramlarının sağlanması amacıyla kullanılan stratejiler açıklanmıştır.

i. İnandırıcılık (İç geçerlik)

Bu araştırmanın inandırıcılığının sağlanması amacıyla, uzun süreli etkileşim, veri çeşitlemesi (üçgenleme), uzman incelemesi ve bilgisayar programlarının kullanımı stratejileri kullanılmıştır. Uzun süreli etkileşimde, araştırmacı birincil veri kaynakları ile (katılımcı, ortam ve veri seti) görüşmeler ve öğretim süreçleri yoluyla uzun süre etkileşimde bulunmuştur. Bu süreçte, bir eğitim-öğretim dönemi boyunca odak öğrencilerle hem sınıf uygulamaları hem de klinik görüşmeler sırasında etkileşim kurulmuştur. Veri çeşitlemesinde, araştırma kapsamında farklı veri toplama yöntemleri kullanılarak verilerin çeşitliliği artırılmış ve birbirini teyit etmesi sağlanmıştır. Veri çeşitliliğinin sağlanmasında; klinik görüşmeler ve öğretim süreçlerine ait video kayıtları ve öğrencilere ait çalışma kağıtları kullanılmıştır. Uzman incelemesinde, araştırma süresince uzman üç matematik eğitimi araştırmacısı araştırmayı inceleyerek; araştırmanın deseni, veri toplama araçları, verilerin analizi ve bulguların yazımı süreçleri ile ilgili araştırmacıya geri bildirimde bulunmuşlardır. Kodlama ve tema belirleme sürecinde, uzman bir matematik eğitimcisi ile bağımsız analizler yapılmış ve kodlayıcılar arasında uzlaşa sağlanmıştır. Bilgisayar programlarının kullanılmasında, klinik görüşme verileri MAXQDA programı kullanılarak depolanmış ve üçlü bileşen bağlamında analiz edilmiştir. Araştırmanın geçerliğini artırmada kullanılan dört stratejiye ek olarak, odak öğrencilerle gerçekleştirilen klinik görüşmeler ve tüm sınıf ile yürütülen uygulamalara ilişkin diyaloglar doğrudan alıntı yapılarak verilmiştir.

ii. Aktarılabilirlik (Dış geçerlik)

Nitel araştırmalar, nicel araştırmalardaki gibi örnekleme ait sonuçların genellenmesi söz konusu olmayıp, sonuçların benzer özelliklere sahip katılımcı, araştırma ortamı ve bağlamların aktarılabilirliği kavramı söz konusudur. Bu araştırmanın aktarılabilirliğinin sağlanması amacıyla, amaçlı örnekleme ve ayrıntılı betimleme stratejileri kullanılmıştır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmış ve kullanılan ölçütler açıklanmıştır. Ayrıntılı betimlemede ise katılımcıların özellikleri ve araştırma ortamı detaylı açıklanmış ve araştırmanın verileri temalara göre düzenlenerek doğrudan alıntılar yanında katılımcıların çizim ve çözümlerine ilişkin görseller ile desteklenmiştir. Okuyucular, ayrıntılı betimleme sayesinde edindikleri bilgileri farklı araştırma ortamlarına aktarıp aktaramayacağına karar verebilir.

3.7.2 Güvenirlik

Güvenirlik, araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili bir konudur (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Ancak nitel araştırmalarda bulguların aynısını bulmak yerine elde edilen verilerden anlamlı sonuçlar çıkarmak güvenilirliği karşılamaktadır (Merriam, 1998). Bu kapsamda iç güvenilirlik (tutarlılık) ve dış güvenilirlik (teyit edilebilirlik) kavramlarının sağlanması amacıyla kullanılan stratejiler açıklanmıştır.

i. Tutarlılık (İç güvenilirlik)

Tutarlılık, araştırmanın bulgularının ve yorumlarının, tutarlı bir sürecin ürünü olmasını ifade etmektedir. Bu araştırmanın tutarlılığının sağlanması amacıyla tutarlılık incelemesi ve araştırma sürecinin ayrıntılı betimlenmesi stratejileri kullanılmıştır. Tutarlılık incelemesinde, araştırmanın amacına uygun olacak şekilde klinik görüşme soruları öğrencilere yöneltilmiş, verilerin derinlemesine incelenmesi ve analiz edilmesinde, araştırmacı ile uzman bir matematik eğitincisi birlikte karşılaştırmalar yaparak yorumlamalar gerçekleştirmişlerdir. Elde edilen sonuçların doğruluğunu tespit etmek amacıyla ek verilere başvurulmuştur. Araştırma sürecinin ayrıntılı betimlenmesinde ise araştırmanın yöntemi, veri toplama ve analizi ile ilgili tüm süreçler açık ve ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

ii. Teyit edilebilirlik (Dış güvenilirlik)

Teyit edilebilirlik, araştırmacının veri toplama, bulguları raporlama ve sonuçları ortaya koymada; yorumlarının kendi varsayımlarından veya kişisel inançlarından etkilenmediğini gösterme çabasıdır. Bu araştırmanın teyit edilebilirliğinin sağlanması amacıyla üst paragraflarda bahsedilen veri çeşitlemesine ek olarak veri toplama araçları, kapsamaları açıkça belirtilen eklerde sunulmuş ve araştırmanın pilot çalışması gerçekleştirildikten sonra alınan kararlar detaylı açıklanmıştır. Ayrıca veri analiz sürecinde esas alınan üçlü bileşen modeli teorik çerçevesine ve makro analize ilişkin göre örnek kesitler ile araştırmacı-öğretmenin detaylı özellikleri sunulmuş ve öğretim yapılan sınıfın fotoğrafları verilmiştir.

3.8 Etik Hususlar

Bu araştırmanın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davranılmıştır. Araştırmanın yürütülmesi için Anadolu Üniversitesi Etik Kurulu'ndan gerekli onay (Bkz. EK-1),

uygulamanın yapılacağı okulun idaresinden alınan yazılı onay ve Ankara İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden uygulama okulunda araştırmanın gerçekleştirilmesi için gerekli izinler EK-2'de sunulduğu gibi alınmıştır. Bununla birlikte araştırmada katılımcı olan öğrencilerin gönüllü olarak çalışmaya katılmalarına dikkat edilmiş, öğrencilere araştırmanın kapsamı ile ilgili bilgi verilmiş ve 'Öğrenci Gönüllü Katılım Formu' (Bkz. EK-3)'nu doldurmalarını istenmiştir. Gönüllük esasında dayalı olduğu için araştırma sürecinde bir öğrenci çalışmadan ayrılmıştır. Öğretim dersleri video ile kaydedileceğinden, pilot ve ana çalışmanın yapıldığı sınıftaki öğrencilerin velileri bilgilendirilerek onayları EK-4'te sunulan onam formu ile alınmıştır. Gizlilik esasına dikkat edilerek öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamış ve yüzlerinin görünmemesine özen gösterilmiştir. Ayrıca araştırma kapsamında alan yazından yararlanılan tüm veri ve bilgilere ilişkin kaynak gösterilmiş, bu kaynaklara kaynakçada yer verilmiş ve bu araştırma Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla taranmıştır.

4 BULGULAR

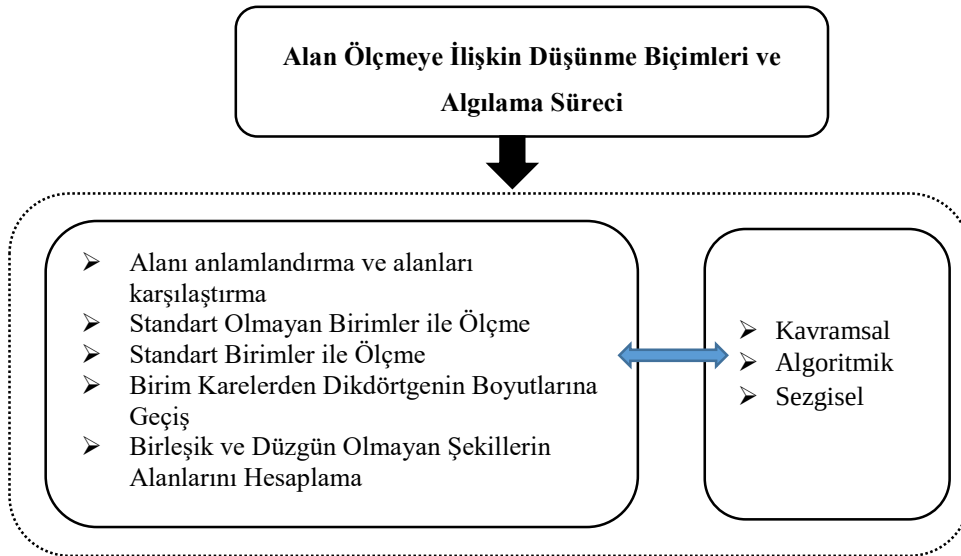
Bu bölümde araştırma sürecinde toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular, birinci öğretim dizisinden elde edilen bulgular, ara klinik görüşmelerden elde edilen bulgular, ikinci öğretim dizisinden elde edilen bulgular ve son klinik görüşmelerden elde edilen bulgular şeklinde alt başlıklar altında sunulmuştur.

4.1 Ön Klinik Görüşmelere İlişkin Bulgular

Ön klinik görüşmelerde yüksek başarı düzeyine sahip iki, orta başarı düzeyine sahip iki ve düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin alan ölçme sürecine yönelik ön bilgileri, yaşadıkları güçlükler ve olası kavram yanılgıları ile alan ölçmeye ilişkin kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçleri ortaya çıkarılmıştır. Böylece öğretim deneyi sürecinde öğrencilerin alan ölçmeye ait düşünme biçimleri ve algısal süreçlerine yönelik nasıl gelişim gösterdiğini incelemek mümkün olacaktır. Ön klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular Şekil 4.1’de sunulan tema ve alt temalar üzerinden beş öğrencinin yaklaşımıyla sunulmuştur. Öğrencilerin kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçleri en yüksek düzeyden en düşük düzeye sırasıyla 3, 2, 1 şeklinde ifade edilmiştir.

Şekil 4.1

Ön Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar



4.1.1 Yavuz'un ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Yüksek başarı düzeyine sahip Yavuz'un ön klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerine göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.1'de sunulmuştur.

Tablo 4.1

Yavuz'un Ön Klinik Görüşme Bulguları

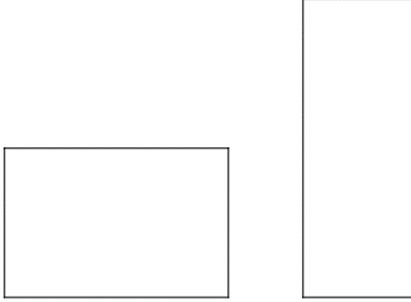
Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	
- İç bölge - Sezgisel karşılaştırma - Alan korunumuna sahip	K3 S3
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3, A3
✓ Alan formülünü kullanma	
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirme	K3, A3, S3
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede boyutları ilişkilendirmede bölünebilme fikri	
✓ Birim değiştikçe alan ölçüsünün değişmesi	
Standart birimler ile ölçme	
✓ Birim kare ile ölçmede - formül odaklı - birim kare sayma - tahmin yok	A2,S1
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede formül odaklı	K3, A3
✓ Alan korunumunda dikdörtgenin alan formülünü kullanma	K3, A2
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Tahmin etme: bölme fikri	K3, A3, S3
✓ Alanı hesaplamada formül kullanma	
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada alan birimini anlamlandıramama	K1, A1
Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada parçalama stratejisi	K2, A3
✓ Düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri	K2

Tablo 4.1'de görüldüğü gibi Yavuz, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin alan kavramının ne olduğunu “iç bölge (dikdörtgenin içi)” olarak ifade etmiştir. Şekil 4.2'de

verilen farklı boyutlardaki iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırırken ise “Göz kararı daha büyük gözüküyor” açıklamasında bulunmuştur.

Şekil 4.2

Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Soru



Hangi dikdörtgenin alan ölçümünün daha büyük olduğuna karar verirken de “İki kenarına dikkat ediyorum. Çarpsak nasıl olur diye. Alanı iki kenarını çarparak buluyorduk” şeklinde düşündüğünü ifade etmiştir. Yavuz’un bu açıklamasından dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırırken sezgisel olarak karar verdiği ancak alan formülü ile de ilişkilendirebildiği görülmektedir. Ayrıca “Şeklin duruşu değişse de yüzey ölçümü değişmez çünkü kapladığı yer değişmez” şeklinde ifadesi alan korunumuna sahip olduğuna işaret etmektedir.

Verilen bir dikdörtgenin alanını standart olmayan birimlerle ölçmesi istendiğinde Yavuz’un alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirebildiği ayrıca boyutları ilişkilendirirken de bölünebilme fikrine sahip olduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Araştırmacı: Tam kaplayabildin mi?

Yavuz: Hayır.

Araştırmacı: Neden kaplayamadın?

Yavuz: Fasulyenin şekli uymadı. Boşluklar kaldı.

Araştırmacı: Boşluk kalmaması için fasulyeleri üst üste koysak olur mu?

Yavuz: Öyle olmaz bence. Alan hesaplayacaksak artan kısımlar da olur.

Yanlış olur.

Araştırmacı: Kaç tane fasulye kullandın?

Yavuz: 2-4-6-8-10-12. 12 tane.

Diyalogda görüldüğü gibi Yavuz bir şeklin yüzeyini ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir. Ölçme yaparken kaplama fikrine sahip olan Yavuz ölçme birimini belirlemede ise ölçülecek yüzey ile birimin aynı niteliğe sahip olması gerektiğinin farkındadır. Buna ilişkin olarak araştırmacı ve Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Küpün yüzeyini kullanarak kenar uzunluklarını nasıl ölçebilirsin?

Yavuz: Küpün yüzeyi kare olduğu için içine yerleştirirdim.

Araştırmacı: Para ile neden ölçemeyiz?

Yavuz: Yuvarlak olduğu için boşluklar kalırdı. Kenarlarında ya da ortalarında (iç kısmını gösteriyor). Çubuk ile eşit uzunlukta ise ölçebiliriz.

Araştırmacı: Yüzeyini ölçebilir miyiz?

Yavuz: Küp ile yine ölçebiliriz. İçten bakarak ölçebiliriz. Para ile ölçemeyiz. Çubuk ile üstteki gibi eş uzunlukta ise ölçebiliriz.

Araştırmacı: Çubuk ile nasıl ölçersin? Mesela bu kalem bir çubuk olsa?

Yavuz: Ama eşit uzunlukta değil. O yüzden ölçemem.

Araştırmacı: Eşit uzunlukta olsaydı?

Yavuz: O zaman ölçebilirdim. Mesela cetvel varsa çubuğu böyle koyup ölçerdik ya da çubuğu ölçerdim (kenarın üzerine koyup)

Araştırmacı: Çubukları nasıl yerleştirdin?

Yavuz: Bu şekilde yerleştirdim. Yan yana koyarak.

Araştırmacı: Yüzeyinin ölçüm sonucunu nasıl ifade edebiliriz?

Yavuz: Mesela burası 4 cm olsa (kısa kenar) kaç tane çubuk koyduğuma bakarım. 8 tane sığıyor. Onunla da ölçebiliriz. Ya da burası (uzun kenar) ile de eşit uzunlukta bir çubuk koyarız. Bir tane koyarsak yeterli olacak. 4 cm ile buranın uzunluğunu çarpabiliriz.

Araştırmacı: Çubuklar ile neyi ölçmüş oluyoruz o zaman?

Yavuz: Kenarlarını.

Araştırmacı: Yüzeyini ölçebilir miyiz?

Yavuz: Hayır ölçemeyiz.

Diyaloğa göre Yavuz, küpün yüzeyinin kare olması ve dikdörtgenin kenarlarına boşluk kalmadan yerleştirilebileceğinden dolayı kenar uzunluklarını ölçmede uygun olabileceği, çubuğun uzunluğunun ise dikdörtgenin kenar uzunlukları ile eşit olması halinde ölçmede uygun olabileceğini belirtmiştir. Çubuğun ise dikdörtgenin yüzeyini ölçmede uygun olmayacağını ancak dikdörtgenin kenar uzunlukları çubuk ile ölçülürse alan formülü ile dikdörtgenin yüzeyinin bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca

Yavuz'un "Çubuk ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulup, dikdörtgenin yüzeyi kenar uzunluklarını çarparak bulunabilir" düşüncesi, dikdörtgenin kenar uzunluklarından yararlanarak alan formülünü kullanmaya yöneldiğini göstermektedir.

Bir dikdörtgenin alanının hangi şekiller ile ölçülebileceği sorusuna yönelik Yavuz'un aynı niteliğe sahip birimleri seçerken, "İki üçgen kare eder" ifadesi görsel odaklı hareket ettiğini göstermiştir. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Araştırmacı: Her şeklin alanı üçgen, dikdörtgen veya kare şekillerle ölçülebilir mi?

Yavuz: Dikdörtgen ve karenin kenarları hem düz hem de diğer şekillere göre daha uygun, boşluk kalmaz. Üçgen ile boşluk kalacağı için olmaz. İki tane dik üçgen olursa boşluk kalmaz.

Diyaloğa göre Yavuz'un şekillerin görüntüsüne dikkat ederek aynı niteliğe sahip birimleri seçtiği söylenebilir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme yapması istediğinde ise Yavuz ölçme biriminin alanı ile ölçülecek yüzeyin alanını ilişkilendirmiş ve "Kâğıdın alanını ve küçük dikdörtgenlerin alanını ölçeriz. Bölme işlemi yaparız. Dikdörtgenin alanı değişmiyor ama bunların uzun ve kısa kenarı uzunluğu ile alakası olabilir" açıklamasında bulunmuştur. Bu süreçte farklı boyutlara sahip kareler ile ölçme yaparken, ölçme biriminin kenar uzunlukları ile ölçülecek yüzeyin kenar uzunluklarının ilişkisini açıklayarak bölme yapılabileceğini belirtmiştir. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Sarı kareler ile kaplayabildik ama mavi kareler ile kaplayamadık. Bunun sebebi ne olabilir?

Yavuz: Karelerin kenarları tüm yerleştirdiğimizde dikdörtgenin tüm kenarları ile uyuyor.

Araştırmacı: Mavi kareleri nasıl oluşturmuş olabilirim?

Yavuz: Bütün uzunlukları eşit olacak şekilde.

Araştırmacı: Tam kaplayabildiğimizi nasıl düşünmüş olabilirim?

Yavuz: A4 kâğıdının iki kenarını ölçeriz. O iki kenarına da bölünebilecek bir sayı seçeriz.

Diyaloğa göre, Yavuz'un ölçme birimi olarak verilen karenin bir kenar uzunluğunun dikdörtgenin kenar uzunluklarına tam bölünebilmesi gerektiğini açıkladığı

görülmektedir. Yavuz aynı zamanda “Birim değıştikçe alan ölçüsü değışir” öngörüsünde de bulunmuştur.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda Yavuz’dan birim karelerle bir kısmı kaplı dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde, alanı tahmin edememiş ve bir birim karenin kenar uzunluğunun verilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Daha sonra Görsel 4.1’de görüldüğü gibi birim kareleri çizerek tamamlamış ve bir sütundaki kareleri (4) ritmik sayarak birim kare sayısını hesaplamıştır. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.1

Yavuz’un Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Çizimi



Araştırmacı: Dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?

Yavuz: Zihinden yapamayız. Uzunlukları verilmemiş. Eğer uzunluklar verilseydi kalemimiz olsaydı bunları özdeş şekilde kenarlar çizip karelerin bir kenarını alabilirdik. Karelerin kenar uzunluklarına göre bu kenarların uzunluklarını bulup yine çarpabilirdik.

Araştırmacı: Kaç kareden oluştuğunu bulabilir misin?

Yavuz: Zihinden bulamam.

Araştırmacı: Kalem kullanabilirsin. Kaç tane kareden oluşur?

Yavuz: Bence bulabiliriz. Bu kenarlardan şöyle kenarlar çizebiliriz (çizgileri uzatarak kareleri belirliyor) Böyle ölçebiliriz.

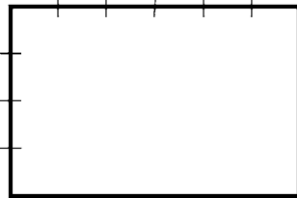
Araştırmacı: Kaç tane kare sığar?

Yavuz: 24 tane. 4-8-12-16-20-24.

Diyaloğa göre, Yavuz dikdörtgenin alanı ile ilgili herhangi bir tahminde bulunamadığı, formül odaklı olduğu ve alanını ise birim kareleri sayarak bulduğu görülmektedir. Yavuz’dan bu sefer Şekil 4.3’te görülen kenarları üzerinde çentikler bulunan dikdörtgen verildiğinde, bu çentiklerden yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Şekil 4.3

Birim uzunluğunu ölçmeye ilişkin soru



Yavuz: Burada boşluklar var. Eğer bu boşluklar özdeş ise birinin uzunluğunu bulurum. Bu kenarları ölçmemize gerek yok. Mesela bir tanesi 3 cm ise burada 4 tane var. Çarparım. Yüzeyin alanını bulurum yüzeyin ölçümünü bulurum.

Araştırmacı: Şeklin kenarındaki çizgiler ne anlama geliyor olabilir?

Yavuz: Onlar şeklin yüzeyini ya da kenarını oluşturan şekiller olabilir.

Araştırmacı: Özdeş olması ne demek?

Yavuz: Bu aralıklar özdeş olmasaydı hepsini tek tek ölçmeye çalışırdık.

Araştırmacı: Şeklin yüzeyini ölçmek için yardımcı oluyor mu?

Yavuz: Oluyor.

Diyaloğa göre Yavuz'un dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki çentiklerin arasındaki uzunlukların özdeş olabileceğini, özdeş mesafeler olması halinde bir uzunluğun bulunması ile dikdörtgenin kenar uzunluklarının bulunabileceğini ifade ettiği görülmüştür. Yavuz'un birimin uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirebildiği ve dikdörtgenin alan ölçümü için alan formülünün kullanılması gerektiği fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Kareli zemin üzerinde verilen aynı alana sahip üç farklı geometrik şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Yavuz'un alan korunumuna sahip olduğu, dikdörtgenin alanını formül kullanarak, diğer şekillerin alanlarını birim kareleri sayarak bulduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Yavuz: Alanlarının ölçüm sonucunu kareli kâğıt olduğu için, bu karelerin her bir kenar uzunluğunu 1 birim olarak ifade edersek burada 2 birim var. 2 ile 4 ü çarpalım. Dikdörtgenin yüzeyi 8 birim diyebiliriz. 8 kare. İkinci şekilde yarımları sayarız. Bir kare ediyor diyebiliriz. Hepsini saydığımızda 8 oldu. Üçüncü şekilde düz yerleri 1 birim, çapraz yerleri yarım olur. Birleştirdiğimizde 8 kare oldu.

Araştırmacı: Ölçüm sonuçları aynı fakat şekiller farklı. Bunun bir sebebi olabilir mi?

Yavuz: Kenar uzunlukları farklı olabilir ama alanları aynı olabilir. Kapladığı yerler aynı olabilir.

Araştırmacı: Şeklin duruşunu değiştirsek veya parçalarının yerini değiştirsek bu şeklin alanı değişir mi?

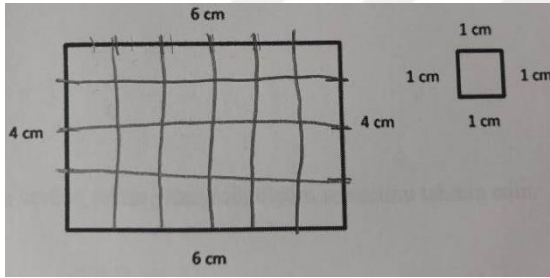
Yavuz: Değişmez. Buradan alıp buraya koyduğumuzda azalıp artacak. Alan olarak istiyorsak dikdörtgenden diğer şekilleri elde edebiliriz.

Diyaloğa göre Yavuz’un şekillerin kareli zemin üzerinde verilmesinden yararlandığı ve birim karelerin kenar uzunluklarını 1 birim olarak kabul ettiği görülmüştür. Kenar uzunlukları farklı olsa da aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği ve şeklin biçiminin değişmesi veya parçalama ile yeni şekiller elde edilmesi halinde kapladığı yerin yani alanının değişmeyeceği fikrine sahip olduğu söylenebilir.

Kenar uzunlukları verilen birim kareden yararlanarak dikdörtgenin alanını bulma ile ilgili Görsel 4.2’de verilen soruda, Yavuz’un dikdörtgenin alanını tahmin ederken bölme stratejisi kullanarak birim kare ile dikdörtgenin boyutlarını ilişkilendirebildiği ve alanı hesaplamada formül kullandığı görülmüştür.

Görsel 4.2

Yavuz’un Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümü



Bir dikdörtgenin alan ölçüsünü birim karelerden yararlanarak tahmin etmede, Yavuz’un “Dikdörtgenin kenar uzunluklarını karenin kenar uzunluklarına bölerek bulabilirim” ifadesi bölme stratejisini kullandığını ve birim karenin uzunluğunun verilmesinden yararlanarak dikdörtgenin bir satırına kaç tane birim kare sığabileceğini zihinden bulmuştur. Yavuz’un dikdörtgenin alanını tahmin etmede birim kareyi referans aldığı görülmüştür.

Verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Yavuz’un birim karelerden yararlanarak bir dikdörtgenin alanını bulmak için alan formülünü kullanmanın yanı sıra çizim ve sayma stratejilerini de kullanarak “...bu 6 cm yi özdeş 6 tane parçaya bölerdim. 4 cm yi de 4 er özdeş parçaya bölerdim. Sonra onları birleştirirdim. Saydığımızda 6 ve 4 yine 24 çıkıyor” şeklinde açıklama yapmıştır.

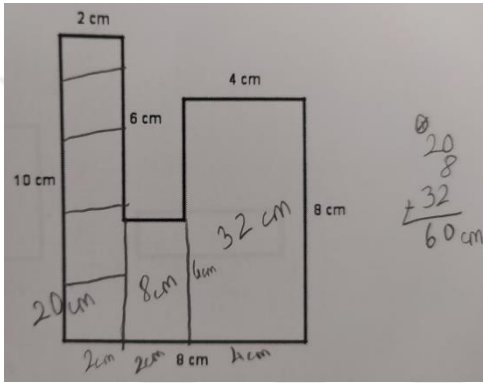
Aynı alana sahip (36 cm^2) farklı dikdörtgenler oluşturması istendiğinde, Yavuz “...Oluşturamazdım, cm^2 küçük bir alan olduğu için kare olabilirdi. Kare olsaydı kenar

uzunlukları eşit olurdu. Bir kenarı 36 cm olur. Kare haricinde dikdörtgen oluşturamayız” şeklinde açıklama yapmış, alan birimini de anlamlandıramadığı için bu görevde başarılı olamamıştır. Yavuz’un cm^2 alan biriminden kaynaklı sadece bir kare oluşabileceği düşüncesi bu cevabı vermesinde etkili olmuştur.

Birleşik bir şeklin alan ölçüsünü bulması istendiğinde, Yavuz’un şekli farklı dikdörtgen parçalara ayırması ve alan formülünü kullanarak tüm alanı hesaplamasına ilişkin örnek Görsel 4.3 verilmiştir.

Görsel 4.3

Yavuz’un Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri



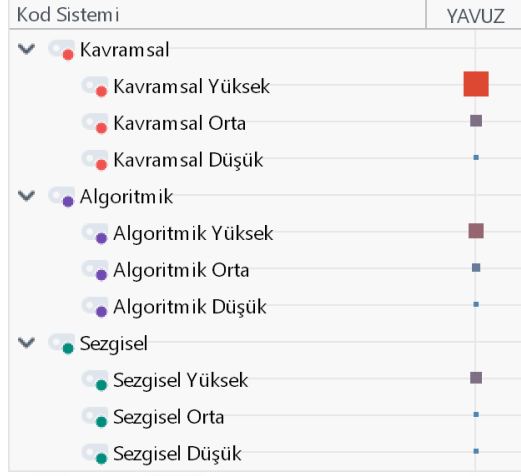
Görsel 4.3’ te Yavuz’un birleşik şekillerin alanlarını bulmada farklı stratejileri kullandığı ancak alan ölçüsünü uzunluk olarak ifade ettiği görülmektedir.

Düzensiz olmayan şeklin alan ölçümünün sorgulandığı soruda, Yavuz’un “Düzensiz olmayan şekiller de yer kaplar, bir yüzeyi vardır fakat tam ölçüsü bulunamaz” açıklaması bu şekillerin alanlarının da ölçülebileceği fikrine sahip olduğuna işaret etmektedir.

Ön klinik görüşme bulgularına göre, Yavuz’un alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.4’te sunulmuştur.

Şekil 4.4

Yavuz'un Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Yavuz'un alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de tüm bileşenlerde yüksek düzeyde ağırlıklı olduğu Şekil 4.4'te görülmektedir.

4.1.2. Şafak'ın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Yüksek başarı düzeyine sahip Şafak'ın ön klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2

Şafak'ın Ön Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	
• Somut örnek-masa yüzeyi	K2
• Tek boyuta göre karşılaştırma-alan çevre karmaşası • Alan korunumu var	K2, A1, S1
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K2, A2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K2, A1, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme-boyutları ilişkilendirmede kaplama ve satır-sütun çarpımı ✓ Birim değiştikçe alan ölçüsünün değişmesi	K2, A3, S2

Tablo 4.2 (Devam)*Şafak'ın Ön Klinik Görüşme Bulguları*

Standart birimler ile ölçme	
✓ Birim kare ile ölçmede satır-sütun çarpımı	K3, A3, S1
✓ Tahminde birim tekrarlama stratejisi	
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede çizim ve alan formülü odaklı	K1, A2
✓ Alan korunumuna sahip	K2, A2
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Tahminde birim kareyi referans alma	K1, A2, S2
✓ Alanı hesaplamada alan-çevre karmaşası	
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada alan birimini anlamlandıramama	K1, A1
Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada parçalama stratejisi	K2, A2
✓ Düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri	K2

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi Şafak, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin bir şeklin alanının neresi olduğunu herhangi bir nesne ile ilişkilendirerek “masa yüzeyi”, bir dikdörtgenin alanını ise masa yüzeyinden hareketle “Dikdörtgenin yüzeyi yani içi” olarak açıklamıştır. Farklı boyutlardaki iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırırken ise “Bununki genişlik olarak büyük. Bununkinin ise kenarları yani etrafı daha geniş.” açıklamasında bulunmuştur. Şafak’ın dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırırken genişliğe göre yani tek boyutuna odaklanarak karar verdiği görülmektedir. Hangi dikdörtgenin daha fazla yer kapladığına ilişkin ise “Eşit gibi. Bunu da böyle genişlettiğimizde (kısa kenarını artırmak) bunun da aynı uzunlukta kenarları.” şeklinde açıklamada bulunmuştur. İki dikdörtgenin eşit yer kapladıklarını “Cetvel kullanarak gösterebilirdim. Böyle ölçerdim. (İkinci şeklin uzun kenarını). (Birinci şeklin uzun kenarını ölçtü.) Kenar uzunlukları ile söyledim. Birincisinin 3 ise (kısa kenarı) ikincisinin 5,5 (uzun kenarı). Birincisinin 4,5 ise (uzun kenarı) ikincisinin ise 2 diyelim. Bu şekilde karar verebiliriz. Ama farklı. Birinci daha geniş. Daha fazla yer kaplar. Bütün kenar uzunluklarını toplarsak karar verebiliriz.” şeklinde açıklamıştır. Bu durum alan-çevre karmaşası yaşadığını göstermektedir. Alan ölçümlerini karşılaştırırken tek boyuta odaklı karar vermesi ise şekillerin kapladığı yer ile alanlarının farklı olduğu fikrine, buna karşın “Bir şeklin duruşunun değişmesi ile kapladığı yer değişmez, yine birinci şekil büyük olur” şeklinde açıklaması ise alan korunumuna sahip olduğunun göstergeleridir.

Verilen dikdörtgen şeklin alanını standart olmayan birimlerle ölçmesi istendiğinde, Şafak’ın kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip

birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede boyutları ilişkilendirerek kaplama yaptığı görülmüştür.

Şafak verilen dikdörtgenin yüzeyinin fasulyeler ile tam kaplayamadığını ifade ederek nedenini “Tek tek saydım. 17 tane kullandım ama boşluklar kaldı. Fasulyenin şekli düz değil hocam. Çokgenlerde böyle yuvarlağın yarısı olur ya o öyle sayılmaz. Kare gibi köşeleri olsaydı sayılırdı.” açıklamasında bulunmuştur. Tam kaplama için üst üste koymanın uygun olup olmayacağını “Olmayız çünkü üstünden düşebilir. Böyle bir masada üst üste bir şeyler koysak düşebilir. Biz kâğıtla yapıyoruz ama gerçek durumda düşme ihtimali var. O altını göremiyoruz ama orada da boşluk var.” şeklinde açıklamıştır. Ayrıca Şafak’ın kaplama yaparken fasulyeleri dikdörtgenin yüzeyine sütunları yineleyerek yerleştirdiği de görülmüştür. Dolayısıyla Şafak’ın bir şeklin alanını ölçmede ölçme birimlerinin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahip olduğu söylenebilir.

Ölçme yaparken kaplama fikrine sahip olan Şafak, önceki paragrafta ifade ettiği gibi (kare gibi köşeli olsaydı) ölçülecek alan ile birimin aynı niteliğe sahip olması gerektiğinin de farkındadır. Şafak’ın bu düşüncesine ilişkin farklı bir diyalog örneği aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Küp ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçebilir misin?

Şafak: Küpün kenar uzunluklarını öğrenebilirsek o küpü dizerek öğrenebiliriz bir kenarını. Para ile ölçemeyiz çünkü kenarları boşlukta kalır. Mesela para yuvarlak ama buraya yetişmiyor (köşesini gösteriyor). Çubuk ile ölçebiliriz. Çubukları dizerek ölçeriz. (Yan yana dizerek yüzeyinde gösteriyor).

Araştırmacı: Kenarları neresi?

Şafak: Buralar. Çubuk ile uygun olur ölçebiliriz.

Araştırmacı: Küp ile dikdörtgenin yüzeyini ölçebilir misin?

Şafak: Ölçebiliriz. Çünkü küpler kare gibi olduğu için çizerek veya koyarak uzunluklarını ölçebiliriz. Küpleri yerleştirdikten sonra mesela 3-6-9 diye sayabiliriz. Para ile ölçemeyiz içine sığmıyor. Kenarları dışta kalıyor. Yüzeyini ölçemeyiz çünkü boşluk kalıyor, eksik olur. Çubuk ile ölçebiliriz. Çubuğun uzunluğunu bilsek dizerek toplayarak bulabiliriz.

Diyaloğa göre, Şafak’ın küp ve çubuk ile dikdörtgenin kenar uzunluklarının ölçülebileceğini ancak paranın şeklinden dolayı dikdörtgenin kenarlarında boşluk kalacağı için ölçülemeyeceğini ifade ettiği görülmektedir. Dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünde ise benzer düşünceye sahiptir. Küpün yüzeylerinin kare olmasından yararlanarak dikdörtgen şeklinin yüzeyinin ölçülebileceğini ve ölçüm sonucunun sayma

ile bulunabileceğini belirtmiştir. Dikdörtgen şeklinin yüzeyinin çubuk ile de ölçülebileceğini ve çubuğun uzunluğundan yararlanarak kaç tane çubuk kullanıldıysa toplam uzunluğunun ise dikdörtgenin yüzey ölçüm sonucu olarak ifade edilebileceği fikrine sahip olduğu görülmüştür.

Bir dikdörtgenin alanının hangi şekiller ile ölçülebileceği sorusuna yönelik Şafak'ın “Küçük kare şeklinde bir eşya ile veya madde, cisim ile ölçebiliriz. Küçük küçük koyarak. Onların zaten uzunluklarını biliyoruz. Alıyoruz çünkü. Uzunluklarını ölçerim öyle. Yüzeyini yani” açıklaması ile bir dikdörtgenin yüzeyini ölçmede kare şeklinin uzunlukları bilindiği takdirde kullanılabileceğini ifade ettiği görülmektedir. Bir dikdörtgenin yüzeyini ölçmede kare, dikdörtgen ve üçgen şekillerinin uygun olabileceğini ifade ederken, “İki üçgen kare eder. Böyle olursa üçgeni kullanabiliriz” düşüncesi görsel odaklı hareket ettiğinin bir göstergesidir. Ayrıca bir şeklin yüzeyinin ölçülebilmesi için birimin uzunluklarının bilinmesi ve kenar uzunlukları eşit bir birimin kullanılması gerektiğini de ifade etmiştir. Kullanılan birimin kare olması halinde, dikdörtgenin yüzey ölçümünün bulunması için karenin bir kenar uzunluğu ile kullanılan kare miktarının çarpılması gerektiği fikrine sahip olduğu da görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Araştırmacı: Kare ile kaplayabiliriz dedin. Karenin bir kenar uzunluğunu bilmem yeterli mi?

Şafak: Bir uzunluğunu bilmem yeterli değil. Tüm kenar uzunluklarını bilmemiz gerekir. Kareleri yerleştirdikten sonra yüzeyini buluruz. Diyelim ki kenar uzunluğu 3 cm 10 tane kare kullansak 3 ile 10'u çarparsak 30 olur yüzeyi.

Araştırmacı: Bu şekiller ile ölçebilmemizin sebebi nedir?

Şafak: Boyutlarını bilmemiz. Sayı, köşe veya kenarlarını bilmemiz.

Araştırmacı: Yüzeyi ölçmek için hangisi en uygunu?

Şafak: Kare derim. Bütün köşeleri veya kenarları aynı. Aynı eşkenar üçgen gibi veya eşkenar dörtgen gibi.

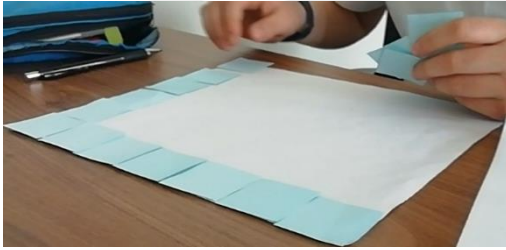
Diyaloğa göre, Şafak'ın kare şeklinin kenar uzunlukları eşit olduğu için dikdörtgen şeklinin yüzeyinin ölçümünde daha uygun olduğu fikrine sahip olduğu ve dikdörtgenin yüzeyin ölçüsünü bulmada hatalı strateji kullandığı görülmektedir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme yapması istediğinde ise Şafak'ın kaplama yaparak boyutları ilişkilendirdiği görülmüştür. Şafak sarı karelerle neden kaplayamadığına dair “Boyutları çok büyük olduğu için. A4 kâğıdının boyutuna göre kare olsa olabilir. Mesela

bunu küçültürsek te çizebiliriz kareler. Büyük karenin boyutu çok fazla olduğu için ayarlayamadık hocam. Küçük kareler olunca boyutlarını ayarlayabildik.” açıklamasında bulunmuştur. Şafak’ın her kare ile dikdörtgen şeklinin yüzeyinin ölçülemeyeceğini ve kareler ile dikdörtgenin boyutlarının uygun olmadığından dolayı tam kaplanamadığını ifade ettiği görülmektedir. Şeklin tam kaplanıp kaplanamayacağını nasıl anlayabileceğini ise bir satır ve bir sütuna kareleri yerleştirdikten sonra “Kaplayabiliriz. Burada 7 tane burada da 7 tane var. 49 kare kullanabilirim.” şeklinde açıklamıştır. Şafak’ın Görsel 4.4’te dikdörtgenin bir satır ve bir sütununu kaplama yapıp, satır ve sütundaki birim kare sayılarını çarparak toplam birim kare sayısını bulduğu görülmüştür. Şafak boyutları ilişkilendirirken kaplama yaptıktan sonra “Birim değiştikçe alan ölçüsü değişir” öngörüsünde bulunabilmiştir.

Görsel 4.4

Şafak’ın Mavi Renkli Karelerle Satır-Sütun Yapılandırması

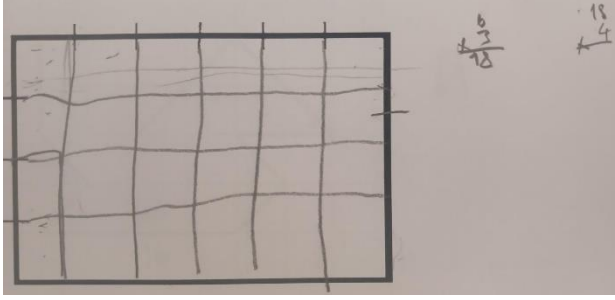


Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Şafak’ın birim karelerle bir kısmı kaplı dikdörtgenin alan ölçümünü tahmin etmesi istendiğinde “Burada bir kare var. Buraya da eklersek 3 olur (2.satır) 4 olur. Sıra sıra atlamış gibi. Zihinden 7 kare derim. Yok, 6 olur. Bu boşluk 6 olur. 21.Zaten burayı bulduk. 6. Bunu bir sola kaydırsak 7. Bunları kaydırsak 9. Üç eklersek 12. Burada da 3 var (sağ üst köşe) zihinden 15 olur.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Diğer yandan birim tekrarlama stratejisini kullanmasına karşın birim kareleri sayarken sistematik olmayan bir yol izlediği de görülmüştür. Daha sonra Şafak birim kareler ile kaplı dikdörtgenin alanını hesaplarken satır ve sütundaki birim kare sayısını çarpmıştır.

Şafak’tan bu sefer Görsel 4.5’te görülen kenarları üzerinde çentikler bulunan dikdörtgen verildiğinde, bu çentiklerden yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Görsel 4.5

Şafak'ın Birim Uzunluğunu Kullanarak Ölçmeye İlişkin Çizimi



Şafak: Burada zaten çizgileri vermiş. Bunları devam ettirerek yüzey ölçümünü bulabilirim. Bir karenin yüzeyini bilsek bunları devam ettirerek çizsek bulabiliriz.

Araştırmacı: Şeklin kenarındaki çizgiler ne anlama geliyor olabilir?

Şafak: Devam ettirip kareler çizmek için.

Araştırmacı: Şeklin yüzeyini ölçmede yardımcı olur mu?

Şafak: Evet yardımcı olur.

Araştırmacı: Daha fazla işaret verseydi yine ölçüm sonucunu bulabilir miydın?

Şafak: Bulabilirdim.

Araştırmacı: Daha fazla işaret çizerken neye dikkat etmeliyiz?

Şafak: Mesela biz buraya bir çizgi çezeceğiz bununla bunun eşit olduğuna dikkat etmemiz gerekir(Karşılıklı gelmesine, aynı hizada olmalı).

Araştırmacı: Çizerek gösterebilir misin?

Şafak: Sütun oluşturmak için uzun kenardaki çizgiden aşağı uzatıyor. Önce sütunlar yani dikey çizgiler. Sonra satırlara geçti. Bu karelerin uzunluklarını bilsek bulabiliriz. Mesela bu karenin kenarı 3 cm olsun. 6 tane kare var. 6 ile 3 ü çarpabiliriz. 18 yani buranın bir kenar uzunluğu (uzun kenar) yüzeyi dediği için 18 ile 4 ü çarpabiliriz.

Diyaloğa göre, dikdörtgenin kenarlarındaki çentikler Şafak'a birim kareleri çizmeye yönlendirmiştir. Şafak daha sonra çentikler arası uzunluğuna değer vererek uzun kenarı doğru hesaplamış, ancak aynı işlemi kısa kenara uygulamadan alanı hatalı bulmuştur. Şafak dikdörtgenin alanının dik kenar uzunlukları çarpımı olduğu fikrine sahiptir ancak birim kareler ile bu ilişkiyi kuramamaktadır.

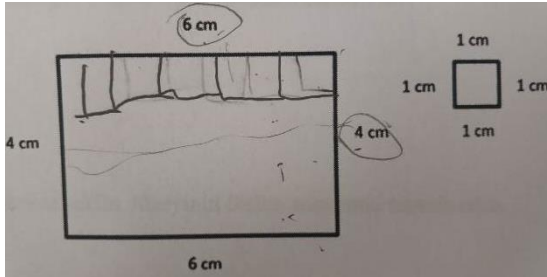
Kareli düzlem üzerinde aynı alana sahip üç farklı şeklin alanlarının sorulduğu soruda ise, Şafak'ın alan korunumuna sahip olduğu ve çokgenlerin alanlarını birim kareleri sayarak bulduğu görülmüştür. Bu düşüncesini Şafak "Birincisinin (dikdörtgen) 8 olur karelerle. İkincisinin de (dörtgen) 8. Yarım yarım vermiş. Bu üçgeni böyle tamamlarsak bir kare olur. Böyle tamamlarsak 8 olur. Üçüncüsünün de (dik üçgen) 8. Şekiller farklı olabilir.

Bunların şekillerine göre ölçüm yapabiliriz. Kare de olur, üçgen de olur” şeklinde açıklamıştır. Şafak’ın tüm şekillerde birim kareleri saydığı ve şekillerin farklı olsa da alan ölçümlerinin aynı olabileceği fikrine sahip olduğu görülmüştür. Ayrıca şeklin duruşu veya parçalarının yer değişimi olsa da alan ölçümünün değişmeyeceğini “Değişmez. Terse de dönse yine aynı sonuca ulaşırız. Parçaları değiştirsek te değişmez. Buradan alıp buraya veriyoruz. Parçalar aynı” şeklinde açıklamıştır.

Kenar uzunlukları verilen birim kareden yararlanarak, kenar uzunlukları 6 cm ve 4 cm olan dikdörtgenin alanını bulma ile ilgili soruda, Şafak alan ölçüsünü tahmin ederken birim kareleri referans almış ve “Üst satıra 6 tane kare sığar. Bu kareler 1 cm ise her bir yanı 6 cm...” şeklinde dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu, karenin bir kenar uzunluğu ile ilişkilendirmiştir. Ancak toplam kare sayısının ne olduğuna dair alan-çevre karmaşası yaşayarak hatalı tahminde bulunmuştur. Bu süreçte alan yerine karşılıklı kenar uzunluklarını toplayarak dikdörtgenin çevre uzunluğunu hesaplamıştır. Toplam kare sayısını dikdörtgen üzerinde göstermesi istendiğinde ise Görsel 4.6’da görüldüğü gibi, kareleri yerleştirmeye çalışmış ve “...6 şar 6 şar alta doğru inebiliriz. 4 er 4 er de ileri ilerleyebiliriz. 20 olur yine” şeklinde açıklama yapmıştır. Açıklamasında da görüldüğü gibi, Şafak sadece kenarlara yerleşen birim karelere odaklanmış ve toplamsal düşünerek yineleme eylemini hatalı olarak gerçekleştirmiştir.

Görsel 4.6

Şafak’ın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Çizimi



Sayma yapmadan daha farklı yolla nasıl yapılacağı sorulduğunda ise kenar uzunluklarını çarparak “Kenar uzunluklarından yola çıkarak ta bulabiliriz. Mesela 6 cm belirlemiş. Burası da 4 cm. 6 cm ile 4 cm yi çarparsak aaa 24 oldu. Değişiyor demek” şeklinde alanı hesaplamıştır. Ancak farklı bir sonuç çıkması Şafak’ı şaşırtmıştır. Şafak diğer sorularda da görüldüğü gibi, dik kenar uzunlukları çarpımını birim kare sayısı ile ilişkilendiremediğinden hata yapmaya devam etmektedir.

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmaları istendiğinde, Şafak'ın aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmadağı ve alan birimini anlamlandıramadığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek sunulabilir:

Araştırmacı: Alanı deyince ne anlıyorsun?

Şafak: 36 santimetrelık bir alanı dikdörtgene bölerek yani dikdörtgenler oluşturarak.

Araştırmacı: Santimetrekare ne demek?

Şafak: Alan demek. Alana göre boyutları ayarlamak. Cetvel kullanarak boyutlara bölerek.

Araştırmacı: Boyutları nasıl olur?

Şafak: İki santimetrelık yani iki dikdörtgen kullanarak mi yapayım?

Araştırmacı: Sen bilirsın.

Şafak: 36 yi 2 ye bölerek iki tane oluşturabiliriz.

Araştırmacı: Dikdörtgeni çizebilir misin?

Şafak: Kısa kenarlarına 18 cm yazdı.

Araştırmacı: Buraların (uzun kenar) uzunluğu ne olacak?

Şafak: Geriye kalanlar. Düşünüyor.

Araştırmacı: Başka Dikdörtgen oluşturabilir misin?

Şafak: Farklı sayılara bölerek te oluşturabiliriz. Mesela 4 e bölersek 4 tane karenin bölündüğü yer olur. 36 yi 4 e bölersek 9 ar bölerek yapabiliriz. Dikdörtgen çizdi. Kısa kenarları 9 cm olur.

Araştırmacı: Diğer kenarlarının uzunluğu ne olacak?

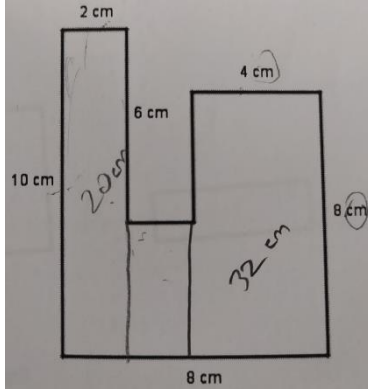
Şafak: Uzun kenarlarının 9 dan fazla olması lazım. Herhangi bir uzunluk olabilir.

Diyaloğa göre, Şafak'ın farklı dikdörtgenler oluşturmada 36 sayısının bölünebildiği sayıları kullandığı ve bulduğu sayıları ise dikdörtgenlerin kısa kenar uzunlukları olarak kabul ettiğı görülmüştür.

Birleşik bir şeklin alan ölçüsünü bulması istendiğinde, Şafak'ın birleşik şekillerin alanlarını bulmada parçalama ve alan formülü stratejilerini kullandığı Görsel 4.7'de verilmiştir.

Görsel 4.7

Şafak'ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri

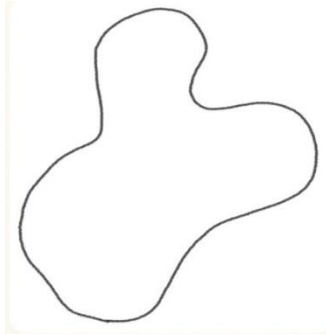


Görsel 4.7’de görüldüğü gibi Şafak’ın alan ölçülerini uzunluk olarak ifade etmiş ve ortadaki dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulamadığı için alan ölçüsünü de hesaplayamamıştır.

Düzgün olmayan şeklin alan ölçümünün sorgulandığı Şekil 4.5’ te verilen soruya ilişkin, Şafak’ın “Düzgün olmayan şekiller de yer kaplar, tahmin edebiliriz, bir yüzeyi vardır fakat hesaplanması zordur” açıklaması, düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikrine sahip olduğunu göstermiştir.

Şekil 4.5

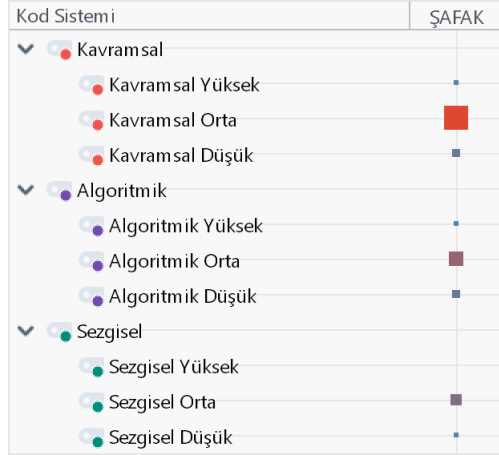
Düzgün Olmayan Şeklin Alanı İle İlgili Soru



Ön klinik görüşme bulgularına göre, Şafak’ın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.6’da sunulmuştur.

Şekil 4.6

Şafak'ın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Şafak'ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de tüm bileşenlerde orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.1.3 Sena'nın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Orta başarı düzeyine sahip Sena'nın ön klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.3'te sunulmuştur.

Tablo 4.3

Sena'nın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	
• Kenar ve iç bölge	K3
• Tek boyuta göre karşılaştırma • Alan korunumu var	K2, S1
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K2, A1, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme-boyutları ilişkilendirmede kaplama yapma ✓ Birim değiştikçe alan ölçüsünün değişmesi	K2, A2, S2

Tablo 4.3 (Devam)*Sena'nın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Bulguları*

Standart birimler ile ölçme	
✓ Birim kare sayma-bir sütunu yineleme	K1, A2, S1
✓ Tahmin yok	
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede kenar uzunluklarını ölçme	K1
✓ Alan korunumuna sahip	K2, A2
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Tahminde birim kareyi referans alma	K2, A2, S3
✓ Alanı hesaplamada çizim ve sayma	
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada alan birimini anlamlandıramama	K1, A1
Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada alan-çevre karmaşası	K1, A1
✓ Düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri	K2

Tablo 4.3'te görüldüğü gibi Sena, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin bir şeklin yüzeyinin neresi olduğunu “kenar ve iç bölge” olarak ifade etmiştir. Farklı boyutlardaki iki farklı dikdörtgenin alanlarını karşılaştırırken ise tek boyuta göre dikdörtgenlerin alan ölçümlerini karşılaştırabildiği görülmüştür. Alanları karşılaştırırken “Bunun kenarları daha uzun olduğu için. Daha uzun duruyor. Diğerinin daha kısa. Uzun olunca da aynı şey oluyor. Geniş olunca da.” açıklamasında bulunmuştur. Verilen iki dikdörtgenin alanlarının karşılaştırılmasında ise dikdörtgenlerin uzun kenarlarına göre görsel odaklı karar verdiği söylenebilir. Alan ölçümlerini karşılaştırırken tek boyuta odaklı karar vermesi ise şekillerin kapladığı yer ile ilgili düşüncesini etkilemiştir. Ayrıca Sena'nın “Bir şeklin duruşunun değişmesi ile kapladığı yer değişmez” şeklinde ifadesi ile alan korunumunun varlığından söz edilebilir.

Verilen dikdörtgen şeklin alanını standart olmayan birimlerle ölçmesi istendiğinde Sena'nın alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede boyutları ilişkilendirerek kaplama yaptığı görülmüştür.

Sena'nın verilen dikdörtgen şeklini fasulyeler ile tam kaplayamadığı görülürken, neden kaplayamadığına ilişkin ise “17 tane fasulye kullandık ama boşluklar kaldı.” şeklinde açıklama yapmıştır. Tam kaplama için üst üste koymanın uygun olup olmayacağına dair ise “Üst üste koyarsak biraz daha kapanmış olur ama tam kaplanmaz” ifadesiyle açıklamıştır. Ayrıca Sena kaplama yaparken fasulyeleri dikdörtgen şeklinin kenarlarına

daha sonra içine yerleştirmiştir. Sena bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Ölçme yaparken kaplama fikrine sahip olan Sena, ölçme birimini belirlemede ise ölçülecek yüzey ile birimin aynı niteliğe sahip olması gerektiğinin farkındadır. Sena küp ile çubuğun kullanılarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçülebileceğini, para ile ölçülemeyeceğini ifade etmiştir. “Küp kare olduğu için kenar uzunlukları ölçülebilir” açıklaması ile küpün yüzeyinin kare olmasından dolayı uygun olacağı fikrine sahiptir. Dikdörtgen şeklinin alanının ölçümü ile ilgili araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Küp, para, çubuk hangilerini kullanarak dikdörtgenin yüzeyini ölçebilirsin?

Sena: Küp ile yüzeyini ölçebiliriz. Yüzeyi iki tane küpten oluşabilir deriz (İçine yerleştirerek gösteriyor). Para ile ölçemeyiz. Yine boşluklar kalır. Çubuk ile ölçeriz. Tek tek içine koyarak. Çubukların santimetresi olduğunu buluruz. Kaç tane çubuk varsa çarpıyoruz.

Diyaloğa göre Sena, dikdörtgen şeklinin yüzeyini ölçmede küpün yüzeyinin kare olmasından dolayı uygun olacağı, paranın şeklinin yuvarlak olmasından dolayı şeklin yüzeyinde boşluk kalmasından için uygun olmayacağını ifade etmiştir. Ayrıca dikdörtgen şeklinin alan ölçümünü çubuğun uzunluğunu birim olarak kabul edip toplam birim ölçüm sonucu olarak ifade edilebileceği fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede bir nesnenin yüzeyine dikkat ederken, çubuğun düz olmasından dolayı görsel odaklı karar verdiği de görülmektedir.

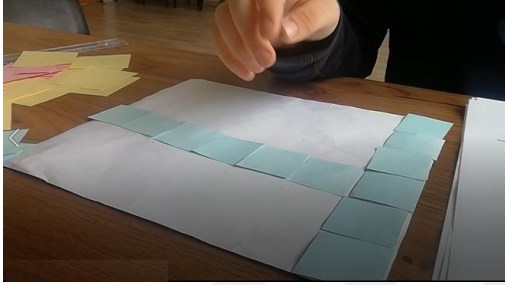
Bir dikdörtgen şeklinin alanının hangi şekiller ile ölçülebileceği sorusuna yönelik Sena’nın “Dikdörtgeni dikdörtgen ile ölçmek daha kolay hem daha net. Dikdörtgene benzeyen kare de olabilir. Her ikisi de uygun olur.” açıklaması, bir dikdörtgenin alanını ölçmede aynı niteliğe sahip birimin dikdörtgen şekline benzer olması fikrine sahip olduğunu ve görsel odaklı hareket ettiğini göstermiştir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme yapması istediğinde ise Sena’nın kaplama yaparak boyutları ilişkilendirdiği görülmüştür. Sena sarı karelerle neden kaplayamadığına dair “Kaplayamadım. Kareler biraz daha uzun olsaydı yetişirdi, tam kaplayabilirdik demek ki her kare ile olmuyormuş” açıklamasında bulunmuştur. Sena her kare ile dikdörtgen şeklinin alanının ölçülemeyeceğinin farkındadır. Şeklin tam kaplanıp kaplanamayacağını

nasıl anlayabileceğini ise “Bence hepsini yerleştirmek gerekmez. Mavi kareler sarı karelere göre daha küçük. Yarısı kadar. O boşluklara doldurabiliriz, bu kare sığar. Mesela burada 6 tane var. 6-12-18-24-30-36. Tam kaplanabilir.” şeklinde açıklamıştır. Kullanılan karelerin boyutlarını karşılaştırdığı ve buna göre tam kaplama yapılabileceği düşüncesine sahip olduğu görülmüştür. Sena Görsel 4.8’deki dikdörtgenin bir satır ve bir sütununu kaplayarak, toplamda kaç sütundan oluşacağını bulmuş ve toplamsal düşünerek birim kareleri saymıştır. Sena boyutları ilişkilendirirken kaplama yaptıktan sonra “Birim değiştikçe alan ölçüsü değişir” öngörüsünde bulunabilmiştir.

Görsel 4.8

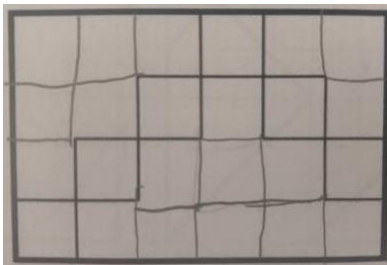
Sena’nın Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölçmede Satır-Sütun Yapılandırması



Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Sena’nın birim karelerle bir kısmı kaplı dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde alanı tahmin edememiş ve daha sonra Görsel 4.9’da görüldüğü gibi birim kareleri çizip tamamladıktan sonra bir sütundaki kareleri (4) ritmik sayma ile toplam birim kare sayısını hesaplamıştır. Buna ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Görsel 4.9

Sena’nın Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Çizimleri



Araştırmacı: Verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü tahmin edebilir misin?

Sena:

Araştırmacı: Bu karelerden yola çıkarak bu dikdörtgen kaç kareden oluşuyor?

Sena: Bir kare bu kadarsa buraya 4 tane sığıyor. 4-8-12-16-20.

Diyaloğa göre, Sena'nın dikdörtgenin alanını toplamsal düşünerek birim kareleri sayarak bulmasına karşın alan ölçümü için herhangi bir tahminde bulunamadığı görülmektedir. Sena'dan bu sefer Şekil 4.7'de görülen kenarları üzerinde çentikler bulunan dikdörtgen verildiğinde bu çentiklerden yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Buna ilişkin diyalog örnek olarak sunulabilir:

Şekil 4.7

Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Soru



Araştırmacı: Dikdörtgenin yüzeyinin ölçümü ile ilgili ne diyebilirsin?

Sena: Bilmiyorum. Belki cetvelle olabilir.

Araştırmacı: Şeklin kenarlarındaki işaretler ne anlama geliyor olabilir?

Sena: Uzunlukların eşit olduğunu gösteriyor.

Araştırmacı: Şeklin yüzeyini ölçmede sana yardımcı olur mu?

Sena: Sadece uzunluklarının eşit olduğunu anlıyorum.

Araştırmacı: Bir şeklin yüzeyini nasıl ölçersin?

Sena: Ölçerek (kenarlarını gösteriyor). Bir şekil koyarak, bir eşya olabilir.

Diyalogda da görüldüğü gibi, Sena dikdörtgen şekli üzerinde verilen çentiklerin uzunluk ölçümü ile ilgili olduğunu ve özdeş aralıklara sahip olduğunu ifade etmiştir. Çentiklerin Sena'ya sadece dikdörtgenin kenar uzunlukları ile ilgili bilgi verdiği ancak bu bilgiyi alan ölçmeye transfer edemediğini göstermektedir.

Birim kareli zemin üzerinde verilen aynı alana sahip üç farklı şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Sena'nın alan korunumuna sahip olduğu ve çokgenlerin alanlarını birim kareleri sayarak bulduğu görülmüştür. Sena tüm şekillerde birim kareleri saydığını ve şekillerin farklı olsa da yüzey ölçümlerinin aynı olabileceğini "Kareli kâğıttan oluştuğu için dikdörtgen 8 kareden oluşur. İkinci ve üçüncü şekilde de yarımları birleştirince 8 kare olur. Şekiller farklı olsa da ölçümleri aynı olabilir" şeklinde açıklamıştır. Ayrıca "Şeklin duruşunu değiştirsek yüzey ölçümleri değişmez. Parçaları değiştirsek artırmadık ve

eksiltmedik, değişmez” şeklindeki açıklaması, şeklin duruşu veya parçalarının yer değişimi olsa da alan ölçümünün değişmeyeceği fikrine sahip olduğunu göstermiştir.

Kenar uzunluğu verilen birim kareden yararlanarak dikdörtgenin alanının bulma ile ilgili soruda, dikdörtgenin alan ölçüsünü tahmin ederken Sena’nın karenin bir kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirerek karar verdiği görülmüştür. Buna ilişkin diyalog örnek olarak verilebilir:

Araştırmacı: Dikdörtgenin ilk satırına tahmini kaç tane kare sığar?

Sena: Uzun kenarı 6 cm, kısa kenarı 4 cm. İlk satırına 6 tane kare sığar.

Araştırmacı: Dikdörtgenin tahmini yüzey ölçümü için ne diyebilirsiniz?

Sena: İcini de mi dolduracağız? Kenarları doldurunca 6-6 12 olur. Kenarında 4 tane daha olur 16 olur. Bence 23 veya 24 kare.

Diyaloga göre, Sena dikdörtgenin kenar uzunluklarından yararlanarak bir satır ve bir sütuna kaç tane kare sığabileceğini tahmin etmesi birim kareyi referans aldığını göstermektedir. Sena dikdörtgenin kenarları boyunca kaç kare sığabileceğini bulduktan sonra dikdörtgenin alanı için bir tahminde bulunmuştur.

Sena’nın verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmak için ise Görsel 4.10’da görüldüğü gibi birim kareleri çizdiği ve toplam birim kare sayısını bulmak için sayma yaptığı görülmüştür Buna ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Dikdörtgenin yüzey ölçümü için ne diyebilirsiniz?

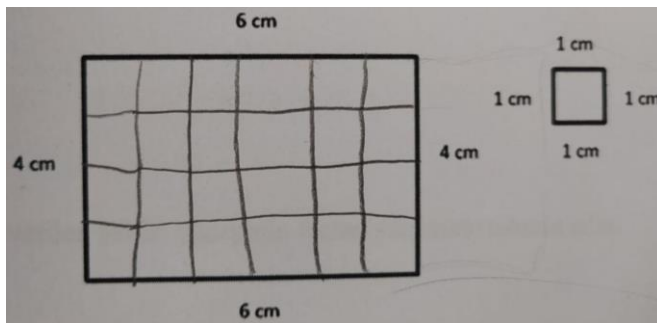
Sena: (Çizim yapmaya başlıyor. İlk sütunu çizdi. 4 kareye böldü. Satırları çizdi. Sütunları çizdi) 6-12-18-24 kare.

Araştırmacı: Bir şeklin yüzeyini ölçmek için her seferinde kareleri saymalı mıyız?

Sena: Kareleri saymalıyız. Mesela bu satırda 6 tane var. 6-12.. diye sayabiliriz.

Görsel 4.10

Sena’nın Dikdörtgenin Alanını Hesaplamaya İlişkin Birim Kare Çizimi



Diyaloğa ve Görsel 4.10'a göre Sena'nın birim kare verildiğinde, dikdörtgenin alan ölçümünü çizim yaparak bulduğu ve bir şeklin yüzeyine kaç tane kare sığabileceğini bulmada satır- sütun ilişkisi kurmadan kenar uzunluklarının eşit bölünmesi gerektiği fikrine sahip olduğu görülmektedir. Buna karşın dikdörtgen şeklini birim kareler ile kaplarken sistematik çizim yapamadığı da görülmüştür.

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturması istendiğinde, Sena'nın aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturamadığı, alan birimini anlamlandıramadığı ve alan-çevre karmaşası yaşadığı görülmüştür. Buna ilişkin diyalog örnek olarak sunulabilir:

Sena: Alanı deyince kapladığı yer anlıyorum. Santimetrekare deyince 2 ile çarpılması olabilir. 30 santimetre desek.

Araştırmacı: Kenarları mı 36 santimetre olacak?

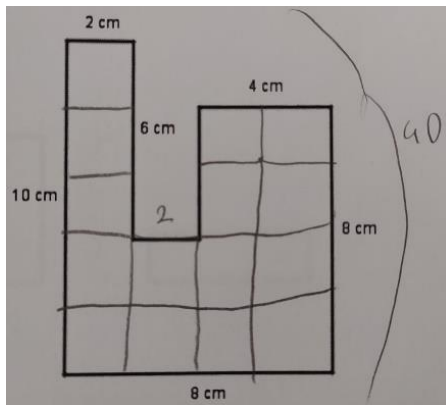
Sena: Alanı mı 36 santimetre olacak? Toplamı mı 36 olur. 36'yı 4'e böleriz, kare çıkar. Kenarları 9 santimetre olur (Bir dikdörtgen çizdi) Uzun kenarlarına 9 santimetre yazdı, kısa kenarlarına 8 yazsak 36 santimetre olmaz. Uzun kenarlar 10 santimetre, kısa kenarlar 8 santimetre olur.

Diyaloğa göre, Sena'nın alanı verilen dikdörtgeni oluşturamadığı ve cm^2 birimini anlamlandıramadığı görülmüştür. cm^2 alan biriminden kenar uzunlukları eşit bir dikdörtgen olabileceğini düşündüğü ancak çevre uzunluğuna göre bir kare şekli oluşturulabileceği fikrine sahip olduğu görülmüştür.

Birleşik bir şeklin alan ölçüsünü bulması istendiğinde, Sena'nın birleşik şeklin çevre uzunluğunu hesapladığı Görsel 4.11'de verilmiştir.

Görsel 4.11

Sena'nın Birleşik Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Sena'nın birleşik şeklin yüzeyinde birim kare çizimi yaptığı görülmesine karşın şeklin kenar uzunluklarını toplayarak çevre uzunluğunu bulmuştur.

Düzgün olmayan şeklin alan ölçümünün sorgulandığı soruda ise, Sena'nın sadece düzgün olan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikrine sahip olduğunu görülmüştür. Bu düşüncesine ilişkin diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Bu şekil bir yer kaplar mı?

Sena: Bu şekil yer kaplıyor. Yüzeyi yani içini düzgün bir şekil olmadığı için bulamayız. Cetvel dik olduğu için cetvelle de olmaz.

Araştırmacı: Bu şeklin yüzeyini ölçebilir miyiz?

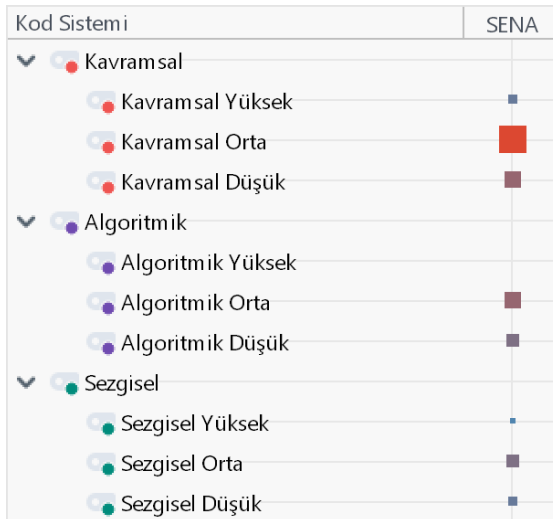
Sena: Bozuk para ile ölçebiliriz. Fakat boşluklar kalırdı. Kalan boşluklara da başka şekilleri koyardık, şekil sayısını sayardık.

Diyaloga göre, Sena düzgün olmayan şekillerin de yer kapladığını ancak cetvel ile kenar uzunluklarının ölçülemeyeceğinden dolayı yüzeyinin de ölçülemeyeceğini ifade etmiştir. Ayrıca şekle benzer olmasından dolayı bozuk paranın kullanılabileceğini ve boşluk kalmaması için de farklı şekillerin de kullanılarak şeklin kaplanabileceğini ifade etmiştir. Sena'nın tam kaplama fikrine sahip olduğu ancak şekil ile birimin benzerliğine dikkat ettiği görülmüştür.

Ön klinik görüşme bulgularına göre, Sena'nın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.8'de sunulmuştur.

Şekil 4.8

Sena'nın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Sena'nın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de tüm bileşenlerde orta düzeyde ağırlıklı olduğu Şekil 4.8'de görülmektedir.

4.1.4 Umay'ın ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Orta başarı düzeyine sahip Umay'ın ön klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda algısal sürecinin kavramsal, algoritmik ve sezgisel düzeylere göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.4

Umay'ın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	
Somut örnek-masa yüzeyi	K2
- Tek boyuta göre karşılaştırma - Alan korunumu var	K2, S1
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede görsel odaklı	K1, A1, S1
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme-boyutları ilişkilendirmede kaplama yapma	K2, A2, S2
✓ Birim değiştikçe alan ölçüsünün değişmesi	
Standart birimler ile ölçme	
✓ Birim kare ile ölçmede çevre odaklı	K1, A1, S1
✓ Tahmin yok	
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede çevre odaklı	K1, A2
✓ Alan korunumuna sahip değil	K1, A1
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Tahminde birim tekrarlama stratejisi	K1, A1, S2
✓ Alanı hesaplamada alan-çevre karmaşası	
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada alan birimini anlamlandıramama	K1, A1
Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada alan-çevre karmaşası	K1, A1
✓ Düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülemeyeceği fikri	K1

Tablo 4.4'te görüldüğü gibi Umay, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin alan kavramının ne olduğunu “masa yüzeyi” ile ilişkilendirdiği ancak kavramı açıklayamadığı, somut örneklerle gösterebildiği görülmüştür. Farklı boyutlardaki iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırırken ise tek boyuta göre dikdörtgenlerin alan ölçümelerini karşılaştırabildiği görülmüştür. Alanları karşılaştırırken “Bunun yüzeyi daha geniş olduğu için buraya

baktım (kısa kenar). Daha kısa olduğu için bu küçük” açıklamasında bulunmuştur. Verilen iki dikdörtgenin alanlarının karşılaştırılmasında, dikdörtgenlerin kısa kenarlarına göre karar verdiği görülmüştür. Hangi dikdörtgenin daha fazla yer kapladığına ilişkin ise “Kapladığı boyutu anlıyorum yani uzunluğuna göre” şeklinde düşündüğünü ifade etmiştir. Bir şeklin kapladığı yer ile şeklin tek boyutunu ele aldığı söylenebilir. Ayrıca Umay’ın “Bir şeklin duruşunun değişmesi ile kapladığı yer değişmez” şeklinde ifadesiyle alan korunumunun varlığından söz edilebilir.

Verilen dikdörtgen şeklin alanını standart olmayan birimlerle ölçmesi istendiğinde, Umay’ın kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirleme ile aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede boyutları ilişkilendirerek kaplama yaptığı görülmüştür. Umay’ın verilen dikdörtgen şeklini fasulyeler ile tam kaplayamadığını, ise “Bunların boyutu buna göre değil. Boyutu küçük olduğu için tam sığmıyor. Aralarında boşluk kaldı” şeklinde açıklamıştır. Tam kaplama için üst üste koymanın uygun olup olmayacağına dair de “Hayır yine tam kapatmazdı. Boşluklar kalırdı” açıklamasını belirtmiştir. Umay bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Ölçme yaparken kaplama fikrine sahip olan Umay’ın “Çubuk ve küp düz oldukları için dikdörtgenin kenar uzunlukları ve yüzeyi ölçülebilir” açıklaması ölçme birimini belirlerken görsel odaklı olduğunu ve “Yüzeyi cetvel veya metre ile ölçülebilir” ifadesi ise alan-çevre karmaşası yaşadığını göstermiştir.

Bir dikdörtgen şeklinin alanının hangi şekiller ile ölçülebileceği sorusuna yönelik Umay’ın “Kare ve dikdörtgen düz olduğu için tam kaplanabilir” açıklaması, bir dikdörtgenin yüzeyini ölçmede aynı niteliğe sahip birimin dikdörtgen şekline benzer olmasına dikkat ettiğini ve görsel odaklı hareket ettiğini göstermiştir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme yapması istendiğinde ise Umay kaplama yaparak boyutları ilişkilendirmiş ve sarı karelerle neden kaplayamadığına dair “Sarı karelerin boyutları büyük olduğu için tam kaplayamadık. Daha küçük olsaydı tam kaplayabilirdik. Kenar uzunluklarının eşit olması önemli. Eşit olsaydı tam sığardı” açıklamasında bulunmuştur. Bu süreçte farklı boyutlara sahip kareler ile ölçme yaparken, kareler ile dikdörtgenin boyutlarının birbirine uygun olmadığından dolayı tam kaplanamadığını ifade ettiği görülmüştür. Şeklin tam kaplanıp kaplanamayacağını nasıl anlayabileceğini

“Hepsini yerleştirmemiz gerekir. Tam kaplayabildiğimizi yine yerleştirerek bulabiliriz 7-14-21-28-35-42 tane kare” şeklinde açıklamıştır. Dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu karenin bir kenar uzunluğuna böldüğü ve bulduğu uzunluğu dörde bölerek karenin kenar uzunluğunu bulmaya çalıştığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Araştırmacı: Sarı kareler ile tam kaplayamadın. Mavi kareler ile kaplayabildin. Sebebi ne olabilir?

Umay: Mavi kareler birbirine eşit. Hem de küçük oldukları için.

Araştırmacı: Bu kareleri nasıl oluşturmuş olabilirsin?

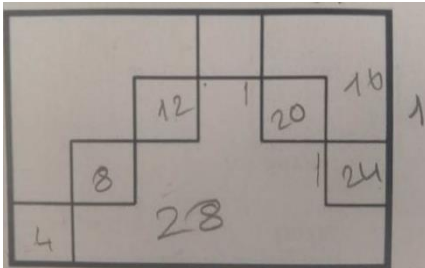
Umay: Birbirine eşit olacak şekilde, küçük olarak. Ölçerek karar vermiş olabilirsiniz, cetvel ile ölçerek. Mesela 42 cm ise 7 ye bölerim. 6 çıkar. 6'yı 4'e bölmeliyiz. Ama tam böleliyorum.

Diyaloga göre Umay'ın mavi kareler ile hatalı strateji kullanımı görülürken, sarı karelerle toplam kare sayısını satırdaki kare sayısını yineleyerek (sayma) bulmuştur. Boyutları ilişkilendirirken ise kaplama yaptıktan sonra “*Birim değiştikçe alan ölçüsü değişir*” öngörüsünde bulunabildiği görülmüştür.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Umay'ın birim karelerle bir kısmı kaplı dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde alanı tahmin edememiş ve dikdörtgenin alan ölçümü ile çevre uzunluğu arasında karmaşa yaşadığı görülmüştür. Görsel 4.12’de görüldüğü gibi, dikdörtgenin alanının birim kare ile ölçülebileceğini ancak birim karelerin çevre uzunluklarının toplamı ile dikdörtgenin alanının ölçümünün bulunabileceğini ifade etmiştir. Bu düşüncesine ilişkin diyalog örnek olarak verilebilir:

Görsel 4.12

Umay'ın Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Umay: Bir kare kaç cm ise onu toplayarak bulabilirim.

Araştırmacı: Nasıl bulursun?

Umay: Kenarlarıyla çarpacağım. Buranın 4 kenarı olduğu için bir kare 1 cm olduğundan 4 ile 1 i çarpırım. Bütün karelerin yüzeylerini toplarım. En son

hepsini birbiriyle toplan (Karelerin içine yazıyor, çevrelerini ve topluyor).

Dikdörtgenin kenarlarını da ekledi. 28 dir.

Araştırmacı: Kareleri vermiş olmasının sebebi ne olabilir?

Umay: Kare ile ölçülebileceğinden dolayı.

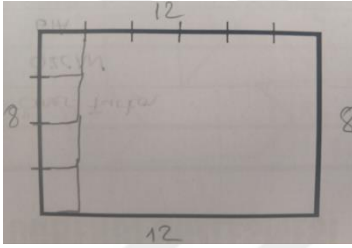
Araştırmacı: Farklı yollar ile bulabilir miydin?

Umay: Cetvel yardımıyla bulabilirdim (Kenar uzunluklarını toplayacak aynı şekilde).

Diyalogda da görüldüğü gibi, Umay bir dikdörtgenin alanının ölçümü ile birim kareleri ilişkilendirememiştir. Umay'dan bu sefer Görsel 4.13'te görülen kenarları üzerinde çentikler bulunan dikdörtgen verildiğinde, bu çentiklerden yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır.

Görsel 4.13

Umay'ın Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Umay, dikdörtgen şekli üzerinde verilen çentiklerin uzunluk ölçümüyle ilgili olduğunu ve özdeş aralıklara sahip olduğunu “Çizgiler bir parçası. 4'e bölünmüş, aralarındaki ölçümü veriyor, aralarının eşit olmasına dikkat edilmiş” şeklinde açıklamıştır. Çentiklerin dikdörtgenin alanını ölçmede sadece kenar uzunluklarını bulmada yardımcı olduğu ve kenar uzunluklarının toplamı ile alan ölçümünün bulunabileceği fikrine sahip olması, dikdörtgenin alan ölçümü ile çevre uzunluğu arasında karmaşa yaşadığına işaret etmektedir. Bu düşüncesine ilişkin diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Şeklin yüzeyini ölçmede yardımcı olur mu?

Umay: 2 cm ise 2-4-6-8 diye bir kenarını bulurum. Bu da 2 cm ise 2-4-6-8-10.

12. Burası buna eşit olduğu için burası da 12 (uzun kenarları). Buralar da 8 olur.

Araştırmacı: Bu dikdörtgenin yüzeyinin ölçüm sonucu için ne diyebilirsin?

Umay: Hepsini toplan. 40 olur.

Araştırmacı: Çizim yaparak bu şeklin yüzeyinin ölçüsünü bulabilir misin?

Umay: Bunun içine büyük bir dikdörtgen koyabilirim ya da kare çizebilirim.

Bir sütuna 4 tane çizdi. Hepsini çizerek bulabilirim.

Araştırmacı: Çizdiğin kareler bu dikdörtgenin neyi olabilir?

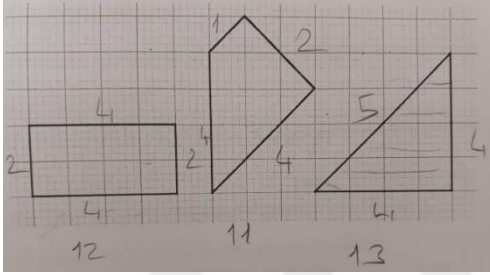
Umay: Dikdörtgenin kenarları toplamı olabilir.

Diyaloğa göre Umay şekil üzerinde verilen çentiklerin eşit uzunlukta olduğunu ifade ederek, bu uzunluklara değer atamış ve dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirlemiştir. Ancak kenar uzunluklarından hareketle dikdörtgenin alanını hesaplayamamış, bunun yerine çevre uzunluğunu bularak alan-çevre karmaşası yaşamıştır.

Kareli düzlem üzerinde aynı alana sahip üç farklı şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Görsel 4.14'te görüldüğü gibi Umay şekillerin alan ölçümelerini bulurken birim karelerden yararlanmış ancak şekillerin çevre uzunluklarını bulmuştur. Diyalog örnek olarak sunulmuştur.

Görsel 4.14

Umay'ın Şekillerin Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri



Umay: Kenarlarını saymalıyım ve toplamam gerek.

Araştırmacı: Hangisi daha fazla yer kaplar?

Umay: Üçüncü şekil.

Araştırmacı: Bir şeklin duruşu değişirse yüzeyinin ölçümü değişir mi?

Umay: Değişir. Şeklin duruşu değil de boyutu önemlidir.

Araştırmacı: Boyut derken neyi kastediyorsun?

Umay: Şeklin büyüklüğü.

Araştırmacı: Şeklin büyüklüğünü nasıl buluyorsun?

Umay: Kenar uzunluklarını toplayarak buluyorum ve şekilleri karşılaştırabiliyorum.

Diyaloğa göre Umay'ın bu soruda da alan -çevre karmaşası yaşadığı görülürken, şeklin büyüklüğünün (boyut) çevre uzunluğu ile ilişkili olduğu fikrine sahiptir.

Kenar uzunlukları verilen birim kareden yararlanarak dikdörtgen şeklinin alanını bulma ile ilgili soruda, Umay'ın dikdörtgenin alanını tahmin ederken birim tekrarlama stratejisini kullandığı ve alanı hesaplamada alan-çevre karmaşası yaşadığı görülmüştür.

Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Umay: (Parmaklarıyla sayıyor). 6 tane sığar. Her bir kenarı 1 santimetre olduğu için 1 ile 6'yı çarptım. Tamamına ise bunlar da 4 olmalı. 6 12 18 24.

Araştırmacı: Çizim yaparak kaç tane kare sığdığını gösterebilir misin?

Umay: (İçine dikdörtgenler çizmeye başladı. Kare gibi 7 tane dikdörtgen çizdi. İlk satıra kenar uzunluklarına dikkat etmedi. Kareleri rastgele çizdi) Olmadı. En alt satıra 9 kare çizdi.

Araştırmacı: 6 tane demiştin?

Umay: Tam kaplayamadığım için farklı çıktı, kareleri ben yanlış çizmiş olabilirim. Yüzeyini bulmak için toplardım.

Diyalogda görüldüğü gibi, Umay parmağı ile bir birim karenin bir kenar uzunluğunu ölçmüş ve dikdörtgenin bir satırı ile eşleştirerek toplam birim kare sayısını ritmik sayma ile ifade etmiştir. Dikdörtgen şeklinin yüzeyini çizim yoluyla birim kareler ile kaplayamazken, dikdörtgenin alan ölçümü ile birim kare sayısını ilişkilendiremediği de görülmüştür.

Verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Umay'ın dikdörtgen şeklinin çevre uzunluğunu bulma fikrine sahip olduğu görülmüştür. Bu düşüncesine ilişkin diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Bir şeklin yüzeyini ölçmek için kareleri saymalı mıyız?

Umay: Hayır. Kenar uzunluklarını toplamam yeterli.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları daha fazla bir dikdörtgen olsaydı nasıl olurdu?

Umay: Karelerin cm sine göre yapardım. Burası 7 cm ise 7 eş kareye bölerim.

Araştırmacı: Her seferinde kareleri çizmem gerekir mi?

Umay: Kareleri saymam gerekir. Cetvel ile kolay yoldan sayabilirim.

Diyaloğa göre, Umay'ın diğer sorularda da olduğu gibi bir şeklin alan ölçümü ile birim kare sayısı arasında ilişki kuramadığı ve dikdörtgenin alan ölçümünü kısa yoldan çevre uzunluğu ile bulabileceğini de ifade ettiği görülmektedir.

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturması istendiğinde, Umay'ın aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturamadığı, alan birimini anlamlandıramadığı ve alan-çevre karmaşası yaşadığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir:

Araştırmacı: Alan deyince ne anlıyorsun?

Umay: Alan deyince dikdörtgenin oluşturduğu yer.

Araştırmacı: Santimetrekare deyince ne anlıyorsun?

Umay: Bir eşyanın kapladığı miktar.

Araştırmacı: 36 santimetrekarelik dikdörtgen nasıl oluşturabilirsin?

Umay: 4'e bölssem her bir tarafı 9 santimetre çıkıyor.

Araştırmacı: Bu bir dikdörtgen mi oldu?

Umay: Hayır, kare.

Araştırmacı: Başka oluşturabilir misin?

Umay: 9 santimetre olmalı kenarları. 10 santimetre de olabilir. 4 kenarı da 10 santimetre.

Araştırmacı: Alanı 36 santimetrekare olur mu?

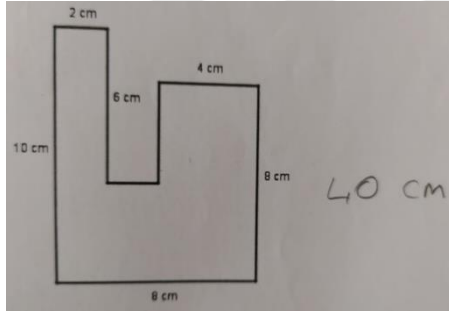
Umay: Hayır, başka oluşturamam. 9 eş parçaya ayıramadığım için.

Diyaloğa göre, Umay'ın alanı verilen dikdörtgeni oluşturamadığı ve cm^2 birimini anlamlandıramadığı görülmüştür. cm^2 alan biriminin kenar uzunlukları eşit bir dikdörtgen olabileceğini düşündüğü ancak çevre uzunluğuna göre bir kare şekli oluşturduğu görülmüştür.

Birleşik bir şeklin alan ölçüsünü bulması istendiğinde, Umay'ın birleşik şeklin alanını bulmada şeklin çevre uzunluğunu hesapladığı Görsel 4.15'te verilmiştir.

Görsel 4.15

Umay'ın Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



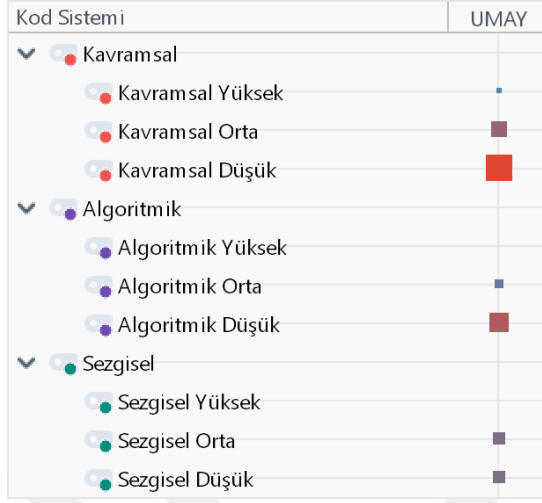
Görsel 4.15'e göre Umay'ın alan ölçüsü ile çevre uzunluğu arasında karmaşa yaşadığı söylenebilir.

Düzgün olmayan bir şeklin alan ölçümünün sorgulandığı soruda, Umay'ın "Bu şekil bir yer kaplar fakat tam çizgisi olmadığı yani yuvarlak olduğu için yüzeyi ölçülemez" açıklaması sadece düzgün olan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikrine sahip olduğunu göstermiştir.

Ön klinik görüşme bulgularına göre, Umay'ın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.9'da sunulmuştur.

Şekil 4.9

Umay'ın Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Umay'ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal ve algoritmik bileşenlerde düşük düzeyde, sezgisel bileşende orta ve düşük düzeyde ağırlıklı olduğu Şekil 4.9'da görülmektedir.

4.1.5 Zuhal'in ön klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Düşük başarı düzeyine sahip Zuhal'in ön klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.5'te sunulmuştur.

Tablo 4.5

Zuhal'in Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	
• Tek boyuta odaklanma	K1
• Tek boyuta göre karşılaştırma • Alan korunumu yok	K1, A1
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede uzunluk odaklı	K1, A1, S1
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K1, S1
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme-boyutları ilişkilendirmede kaplama yapma	K2, A1, S2

Tablo 4.5 (Devam)*Zuhal'in Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Bulguları*

Standart birimler ile ölçme		
✓ Birim kare ile ölçmede kenar uzunluklara odaklı		K1, A2, S1
✓ Tahmin yok		
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede çizim		K1, A1
✓ Alan korunumuna sahip değil		K1, A1
Birim karelerden dikkdörtgenin boyutlarına geçiş		
✓ Tahmin etmede birim kareyi referans alma		K1, A1, S2
✓ Alanı hesaplamada çizim ve sayma		
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada alan-uzunluk karmaşası		K1, A1
✓ Alan birimini anlamlandıramama		
Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama		
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada alan-çevre karmaşası		K1, A1
✓ Düzgün olmayan şekillerin alanlarının ölçülemeyeceği fikri		K1

Tablo 4.5’de görüldüğü gibi Zuhal, bir şeklin alanını “Yüzeyi yani genişliği demek” şeklinde ifade etmiştir. Zuhal’in alan kavramını açıklayamadığı ve tek boyuta odaklandığı görülmüştür. Farklı boyutlardaki iki dikkörtgenin alanlarını karşılaştırırken “Görüntü farkı var büyüklük küçüklük farkından. Bu kalın kısa olduğu ve bu da ince uzun olduğu için kararsız kaldım” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamasına göre şeklin görüntüsüne dikkat edip tek boyuta göre dikkörtgenlerin alan ölçümlerini karşılaştırabilmiştir. Hangi dikkörtgenin daha fazla yer kapladığına ilişkin ise “İnce ve uzun olan daha az yer kaplar” şeklinde düşündüğünü ifade etmiştir. Bir şeklin kapladığı yer ile şeklin tek boyutunu ele aldığı görülmüştür. Ayrıca Zuhal’in “Kalınlığı (uzun kenarı) fazla olan daha fazla yer kaplar” şeklinde ifadesi alan korunumuna sahip olmadığına işaret etmektedir.

Verilen dikkörtgen şeklin alanını standart olmayan birimlerle ölçmesi istendiğinde, Zuhal’in kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede uzunluk odaklı olduğu, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede boyutları ilişkilendirerek kaplama yaptığı görülmüştür.

Zuhal verilen dikkörtgen şeklini fasulyeler ile tam kaplayamamış ve neden kaplayamadığına ilişkin ise “Fasulyeler arasında boşluklar kaldı.” şeklinde açıklama yapmıştır. Tam kaplama için üst üste koymanın uygun olup olmayacağını ise “Hayır yine boşluklar kalır” şeklinde açıklamıştır. Zuhal bir şeklin yüzeyini ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Ölçme yaparken kaplama fikrine sahip olan Zuhâl'in, ölçme birimini belirlemede ise uzunluk odaklı birim seçtiği görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhâl arasında geçen diyalog örnek sunulabilir:

Araştırmacı: Küpü kullanarak bu dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçebilir misin?

Zuhâl: Ölçebilirim. Küpün cm sini ya da m sini biliyorsam ölçebilirim. Bilmiyorsam ölçemem.

Araştırmacı: Para ile ölçebilir misin?

Zuhâl: Hayır.

Araştırmacı: Neden ölçemezsin?

Zuhâl: Para yuvarlak bir cisim olduğu için tam çıkmaz.

Araştırmacı: Çubuk ile ölçebilir misin?

Zuhâl: Ölçebilirim.

Araştırmacı: Küp, para veya çubuk ile dikdörtgenin yüzeyini ölçebilir misin?

Zuhâl: Yine uzunluklarını biliyorsam küpleri koyarım sonra toplarım. Uzunluklarını toplarım. Para ile ölçemem yuvarlak olduğu için.

Araştırmacı: Çubuk ile ölçebilir miyim?

Zuhâl: Küp gibi santimetresini ya da metresini biliyorsam içine koyarım, toplarım.

Araştırmacı: Fasulyelerle ile yerleştirdiğimizde 16 fasulye kullanmıştık yüzeyinin ölçümünü verir mi?

Zuhâl: Bunların ölçüsünü vermediği için bulamayız.

Araştırmacı: Fasulyelerin ölçüsünü verseydi bulabilir miydık?

Zuhâl: Bulabilirdik.

Diyaloğa göre Zuhâl'in şeklin kenar uzunluklarını ve alanını ölçmede uzunluk birimine odaklandığı, küpün ve çubuğun uzunluğu biliniyorsa ölçmede uygun olacağını ve kullanılan birimlerin uzunluklarının toplamı ile alan ölçüsünün bulunabileceğini ifade ettiği görülmüştür. Dikdörtgen şeklinin yüzeyini ölçmede, paranın yuvarlak olduğu için yüzeyde boşluk kalacağından uygun olmayacağını da ifade etmiştir.

Bir dikdörtgenin alanının hangi şekiller ile ölçülebileceği sorusuna yönelik Zuhâl'in "Köşeleri ve kenarları düz olduğu için kare ve dikdörtgeni kullanabiliriz fakat dikdörtgen daha uzun olduğu için daha kısa sürer." açıklaması, bir dikdörtgenin alanını ölçmede birimin şekline dikkat ederek görsel odaklı hareket ettiğini göstermiştir.

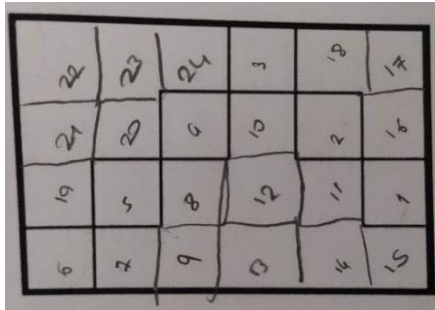
Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme yapması istediğinde ise Zuhâl'in kaplama yaparak boyutları ilişkilendirdiği görülmüştür. Zuhâl'in sarı karelerle neden kaplayamadığına dair "Hayır boşluklar kaldı. Kareler büyük olduğu için olmadı. Sayısı yetmedi. Daha küçük

olmalıydı. Boyutu yani.” açıklamasında bulunmuştur. Zuhâl’in her kare ile dikdörtgen şeklinin yüzeyinin ölçülemeyeceği ve kareler ile dikdörtgenin boyutlarının uygun olmadığı için tam kaplanamadığını ifade ettiği görülmüştür. Şeklin tam kaplanıp kaplanamayacağını nasıl anlayabileceğimizi ise “Kâğıdın yüzeyini kapatacak kadar yerleştirmemiz gerekiyor. Mavi kareleri tek tek saydım. Tam kaplanabildi” şeklinde açıklamıştır. Zuhâl, tam kaplama ile birimleri sayarak dikdörtgenin yüzeyinin ölçülebileceği fikrine sahiptir. Zuhâl’in boyutları ilişkilendirirken kaplama yaptıktan sonra “Birim değıştikçe alan ölçüsü değışir” öngörüsünde bulunabilmiştir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Zuhâl’den birim karelerle bir kısmı kaplı dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde, alanı tahmin edememiş ve “Ama karelerin ölçülerini bilmeden bulamam” ifadesi ile bir birim karenin kenar uzunluklarının verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Verilen karelerden yararlanarak birim kareleri tamamlamış ve dikdörtgenin içine kaç tane kare sığabileceğini ifade etmiştir. Görsel 4.16’ya göre Zuhâl’in birim kareleri sistematik olmayan bir şekilde çizim ve numaralandırma yaptığı görülmektedir.

Görsel 4.16

Zuhâl’in Birim Karelerle Ölçmede Numaralandırma Stratejisi



Zuhâl’den bu sefer kenarları üzerinde çentik bulunan dikdörtgen verildiğinde bu çentiklerden yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Zuhâl’in dikdörtgenin alanının ölçüsünü bulmada çizim yaptığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhâl arasında geçen diyalog örnek sunulabilir:

Araştırmacı: Şeklin kenarlarındaki işaretler ne anlama geliyor olabilir?

Zuhâl: Bir şey çizmek için. Dikdörtgen çizebilirim (Üst satıra 4 tane Dikdörtgen çizdi. Kısa kenardaki çentiklerden uzattı).

Araştırmacı: Kaç tane dikdörtgenden oluşuyor?

Zuhâl: 16 tane. Tek tek saydım.

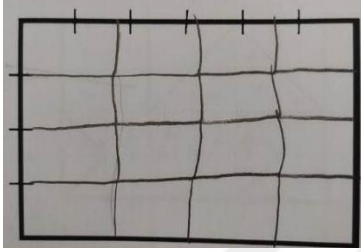
Araştırmacı: Bu işaretler çizilirken neye dikkat edilmiş olabilir?

Zuhal: Hepsinin eşit olmasına. Çizgilerin kalınlıklarına yani şekillerin eşit olması için.

Diyalogda'da görüldüğü gibi Zuhal, dikdörtgen şekli üzerinde verilen çentiklerin dikdörtgen çizmek için bir ipucu olduğunu ve özdeş aralıklara sahip olduğunu ifade etmiştir. Görsel 4.17'ye göre çentiklerden yararlanarak dikdörtgeninin yüzeyine dikdörtgen birimler çizdiği görülmektedir. Zuhal, dikdörtgen birimlerin sayısı ile dikdörtgen şeklinin alan ölçüsünün bulunabileceği fikrine sahiptir.

Görsel 4.17

Zuhal'in Birim Uzunluğunu Ölçmede Dikdörtgen Birim Çizimi



Kareli düzlem üzerinde verilen aynı alana sahip üç farklı şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Zuhal'in alan korunumuna sahip olmadığı ve şekillerin alanını ölçmede kenar uzunluklarına odaklandığı görülmüştür. Zuhal verilen şekillerin alanını ölçmeye ilişkin “Bunları şekilsiz ölçemeyiz ki. Cetvel, açıölçer olmadan. Karelerin ölçülerini bilmediğimiz için de bulamayız.” açıklamasında bulunmuştur. Zuhal şekillerin içindeki karelerin sayılabileceğini “İçindeki kareleri sayarız ama onun içinde de var onları saymamız lazım. Birincisi 8 kare. İkincisinde yarım kareler var. Yarımları birleştirebiliriz. Yine 8 kare. Üçüncüsü de 8 oluyor.” şeklinde açıklamıştır. Zuhal'in her bir şeklin alan ölçümünü bulmada kenar uzunluklarının ölçülmesi gerektiği fikrine sahip olduğu görülürken şekillerin içindeki birim kareleri saydığı görülmüştür. Ayrıca şeklin duruşu veya parçalarının yer değişimi olsa da yüzey ölçümünün değişmeyeceğini “Değişmezdi. Çünkü içindeki kare sayısını artırmıyoruz ya da azaltmıyoruz. İkinci şekilde iki üçgeni aldım. Farklı bir yere koydum. Yüzeyi değişir ama kare sayısı değişmez.” şeklinde açıklamıştır. Şeklin biçimi değişince yüzey ölçümünün değişmeyeceğini ifade ederken, şekillerin yüzey ölçümlerinin neden aynı olduğuna dair açıklama getirememiştir. Şekillerin kapladıkları yerleri karşılaştırması istendiğinde ise

“Üçüncü şekil büyük. 8 kareden oluşuyor ama büyük gibi duruyor.” şeklinde yüzey ölçümlerine dikkat etmeden şeklin biçimine dikkat ettiği de görülmüştür.

Kenar uzunlukları verilen birim kareden yararlanarak dikdörtgenin alanının bulma ile ilgili soruda, bir dikdörtgenin alan ölçüsünü tahmin ederken Zuhâl’in birim kareyi referans alarak sütun yinleme ve ritmik saymadan yararlandığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhâl arasında geçen diyalog örnek verilebilir:

Zuhâl: 24 tane sığar. Eğer buraya (sütun) 4 tane sığarsa 4-8-12-16-20-24.

Araştırmacı: Bir satıra kaç tane sığar?

Zuhâl: 6 tane.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Zuhâl: Tahminen öyle duruyor. Uzunlukları kullanmadım.

Diálogo göre, Zuhâl’in birim kareyi referans alarak bir sütuna kaç tane kare sığabileceğinden yola çıkarak alan ölçümünü tahmin ettiği görülmüştür. Dikdörtgenin ve birim karenin kenar uzunlukları verildiği için dikdörtgenin alan ölçümü için tahmin de bulunabilmiştir. Verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Zuhâl Görsel 4.18’deki gibi birim kareleri çizmeye çalışmış ve toplam birim kare sayısını bulmak için sayma yapmıştır. Buna ilişkin araştırmacı ve Zuhâl arasında geçen diyalog örnek sunulabilir:

Araştırmacı: Bir şeklin yüzeyini ölçmek için her seferinde bu kareleri saymalı mıyız?

Zuhâl: Ölçülerini biliyorsak gerek yok. Zaten dikdörtgenin yüzeyini ölçebilecek bir şey varsa karelere gerek yok.

Araştırmacı: Karelere hareket etsek kare sayısını sadece tek tek sayarak mı buluruz?

Zuhâl: Evet tek tek saymam gerekir.

Araştırmacı: 24 kare bu dikdörtgene nasıl sığar gösterebilir misin?

Zuhâl: (Bir sütuna tek tek kareleri çiziyor. Ve bu şekilde her sütunu tek tek çizerek tamamladı) 24 kare bu kadar oldu (sağda boşluk kaldı)

Araştırmacı: Buralara sığmaz mı kare?

Zuhâl: Sığar. Çizmeye devam ediyor. 32 kare sığdı.

Araştırmacı: Ölçüm sonucu 24 kare mi doğru 32 kare mi sence?

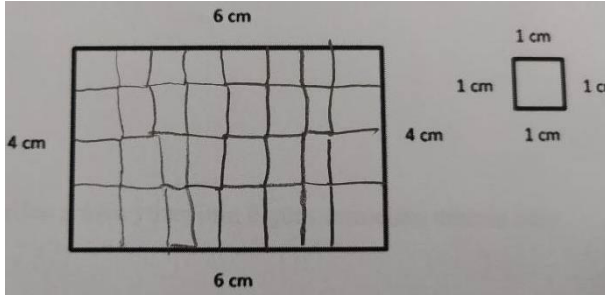
Zuhâl: 32 bence çünkü 32 kare sığdı.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları daha büyük bir şekil versem o şeklin yüzey ölçümünü nasıl bulursun?

Zuhâl: Eğer bir şeklin yani bu kare gibi biliyorsak uzunluğunu onu yerleştirerek bulabiliriz.

Görsel 4.18

Zuhal'in Dikdörtgenin Alan Ölçümünde Birim Kare Çizimi



Diyalogda da görüldüğü gibi, Zuhal bir dikdörtgenin alanını ölçmek için dikdörtgenin kenar uzunluklarının bilinmesi gerektiğini ve birim karelere gerek olmadığını ifade etmiştir. Görsel 4.18’de tüm yüzeye karelerin nasıl sığıldığını gösterebilmek için kenar uzunluklarına dikkat etmeden çizim yaptığı ve çizim sonucu oluşan birim kare sayısını dikdörtgenin gerçek alan ölçümü olarak kabul ettiği görülmektedir.

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturması istendiğinde, Zuhal’in aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturamadığı, alan birimini anlamlandıramadığı ve “İki kenarı 36 cm olabilir” açıklaması ile alan-uzunluk karmaşası yaşadığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhal arasında geçen diyalog örnek verilebilir:

Araştırmacı: Masanın alanı deyince ne anlıyorsun?

Zuhal: Büyüklüğü. Kapladığı alan.

Araştırmacı: Santimetrekare deyince ne anlıyorsun?

Zuhal: Aklıma gelmiyor.

Araştırmacı: Alanı 36 santimetrekarelik dikdörtgen nasıl oluşturabilirim?

Zuhal: Cetvelle.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları ne olmalı?

Zuhal: Eşit olmalı. Bir dikdörtgen çiziyor. Buraları 36 cm ise (uzun kenar) bu ikisi de 36 cm dir. Ama bu ikisinin uzunluğu farklıdır. 30 cm yazdı.

Araştırmacı: Başka dikdörtgen oluşturabilir miyiz?

Zuhal: Evet. Burası 36 değil de 20 olur. 7 değil de olur.

Araştırmacı: Alanı 36 santimetrekare olur mu?

Zuhal: Olmaz.

Araştırmacı: Nasıl oluşturabiliriz?

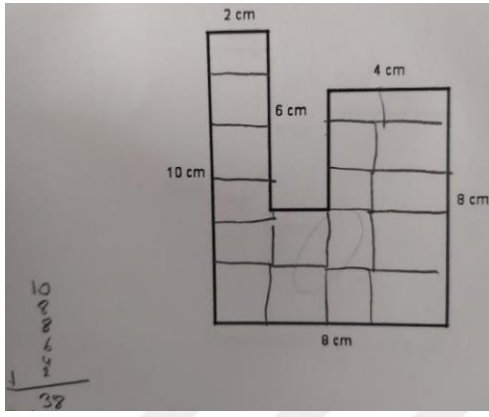
Zuhal: Aynısı olmaz yine aynı ölçüler çıkar. 36 santimetrekare dediği için iki tane 36 cm olur.

Diyaloğa göre, Zuhal’in aynı alana sahip dikdörtgenleri oluştururken alan ölçüsünü dikdörtgenin uzun kenarı olarak kabul ettiği ve cm^2 birimini anlamlandıramadığı görülmektedir.

Birleşik bir şeklin alan ölçüsünü bulması istendiğinde, Zuhal'in şeklin çevre uzunluğunu hesapladığı ve kaplama fikrinin devam ettiği görülmüştür. Kenar uzunlukları toplamı ile şeklin yüzeyine çizdiği birim sayısının farklı çıkmasına ilişkin “Karelerin ölçülerini bilmediğimiz için farklı çıktı. Bu şekle bakarak karar veremem. Karelerin kenar uzunluklarını bilmem lazım” şeklinde açıklama yapmıştır. Görsel 4.19'a göre Zuhal'in şekli dikdörtgenler ile kapladığı ve birleşik şeklin yüzey ölçümünde alan-çevre karmaşası yaşadığı görülmüştür.

Görsel 4.19

Zuhal'in Birleşik Şekillerin Alanlarını Ölçmeye İlişkin Çizimi



Düzgün olmayan şeklin alan ölçümünün sorgulandığı soruda, Zuhal'in sadece düzgün olan şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikrine sahip olduğunu görülmüştür. Buna ilişkin diyalog örnek sunulabilir:

Araştırmacı: Bu şeklin yüzeyinin ölçümünü bulabilir miyiz?

Zuhal: Hayır çok zor. Yamuk yumuk çünkü.

Araştırmacı: Bu şekil bir yer kaplar mı?

Zuhal: Evet kaplar.

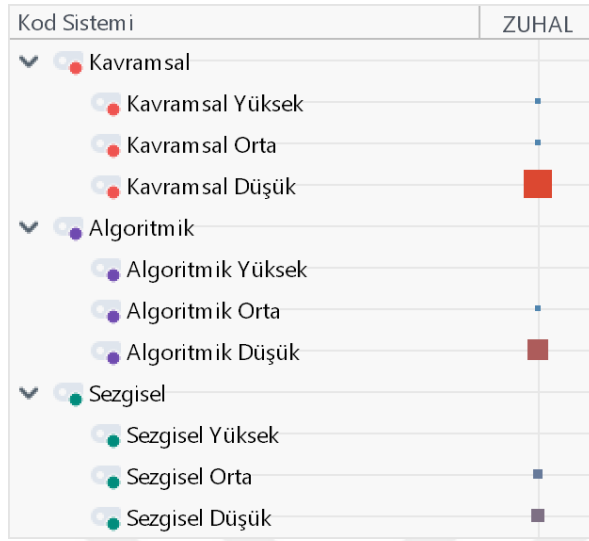
Araştırmacı: Cetvel yardımcı olur mu?

Zuhal: Hayır yardımcı olmaz. Çünkü düz değil. Kare, üçgen, dikdörtgen olsa ölçebilirdik. Çünkü hiçbir yeri birbirine eşit değil.

Diyaloğa göre, Zuhal düzgün olmayan şekillerin de yer kapladığını fakat cetvel ile kenar uzunluklarının ölçülemeyeceğinden dolayı yüzeyinin de ölçülemeyeceğini ifade etmiştir. Ön klinik görüşme bulgularına göre, Zuhal'in alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.10'da sunulmuştur.

Şekil 4.10

Zuhal'in Ön Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Şekil 4.10'da Zuhal'in alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de tüm bileşenlerde düşük düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.2 Birinci Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

Birinci öğretim dizisi ara klinik görüşmelere kadar devam eden dört haftalık tahmini öğrenme yörüngelerinden oluşmaktadır. Bu bölümde birinci öğretim dizisinde yer alan dört tahmini öğrenme yörüngesine ait bulgulara yer verilmiştir. Öğretim sürecinde sınıftaki uygulamalar öğrencilerin gruplara ayrılması ile gerçekleştirilmiştir. Odak öğrenciler aynı grupta yer alırken, sınıftaki diğer öğrenciler ile farklı gruplar oluşturulmuştur. Tahmini öğrenme yörüngelerinin amaçları ve geçen süreleri Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6

TÖY'ün Amaçları ve Geçen Süre

TÖY Sırası	AMAÇ	ZAMAN
1.TÖY	Ölçülecek Niteliğe Karar Verme	1. hafta
2.TÖY	Alan Ölçmede Kaplama Fikri	2. hafta
3.TÖY	Ölçüm Sonucunu Birim ile İfade Etme	3.hafta
4.TÖY	Dikdörtgenin Alan Formülünü Oluşturma	4.hafta

4.2.1 Birinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Ön klinik görüşmelerden elde edilen veriler doğrultusunda odak öğrencilerin ön bilgileri, yaşadığı güçlükler ve kavram yanlışları belirlenmiştir. Hem bu bulgular hem de araştırma konusu dikkate alınarak TÖY 1 oluşturulmuştur. TÖY 1 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.7’de sunulmuştur.

Tablo 4.7

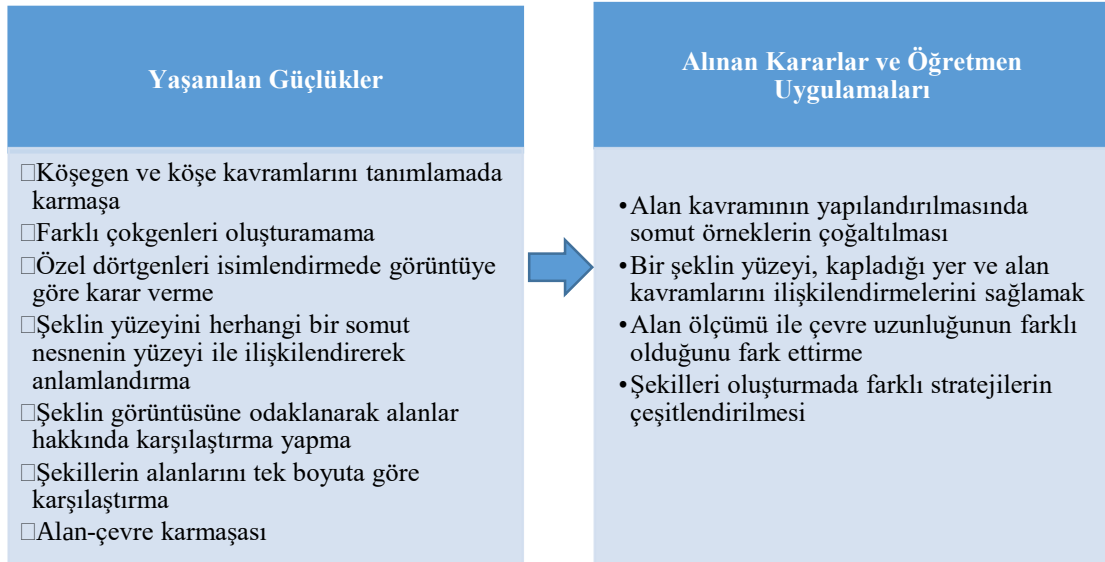
TÖY 1 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 1		
Amaç: Ölçülecek Niteliğe Karar Verme		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Çokgenlerin isimlendirilmesi ve temel elemanlarını belirleme	• Dikdörtgenlerden farklı şekiller oluşturma ve temel elemanlarını belirleme
İkinci Adım	Ölçülebilecek özellikler	• Şekillerin hangi özelliklerinin ölçülebileceğini sorgulama
Üçüncü Adım	Bir şeklin yüzeyini belirleme ve ölçme ihtiyacının hissettirilmesi	• Oluşturulan şekillerin hangisinin daha fazla yer kapladığını sorgulama • Yüzeyleri nasıl ölçülür?

TÖY 1 kapsamında uygulanan etkinlikler ile görevler, bireysel ve sınıf tartışmaları ile yürütülmüştür. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar ile öğretmen uygulamaları Şekil 4.11’de sunulmuştur.

Şekil 4.11

Ölçülecek Niteliğe Karar Verme Konulu Birinci Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.11’de görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin köşegen ve köşe kavramlarını tanımlamada karmaşa yaşadığı, farklı çokgenleri oluşturmada zorlandıkları, özel dörtgenleri isimlendirmede görüntüye göre karar verdikleri, şeklin yüzeyini herhangi bir somut nesnenin yüzeyi ile ilişkilendirerek anlamlandırabildikleri,

şeklin görüntüsüne odaklanarak alanlar hakkında karşılaştırma yapmaları, şekillerin alanlarını tek boyuta göre karşılaştırmaları ve alan-çevre karmaşası yaşamaları yaşanan güçlükler arasındadır.

Şekil 4.11’de görüldüğü gibi öğretmen bu güçlükleri aşmak için şekilleri oluşturmada farklı stratejilerin çeşitlendirilmesine örnekler sunmuş, bir şeklin yüzeyi, kapladığı yer ve alan kavramlarını ilişkili tanımlar yapmış, alan kavramının yapılandırılmasında ve alan ölçümü ile çevre uzunluğunun farklı olduğuna ilişkin günlük hayattan temsili somut örnekler vermiştir.

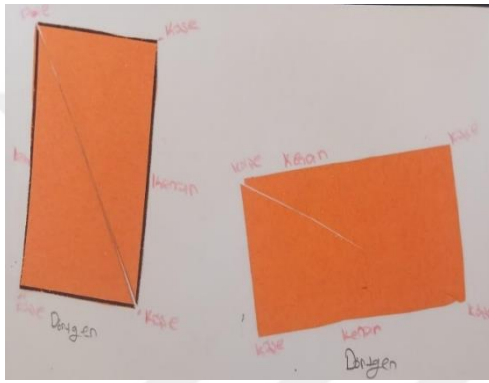
Birinci adım olarak çokgenlerin isimlendirilmesi ve temel elemanlarını belirleme amacına yönelik verilen dikdörtgenlerden farklı şekiller oluşturma görevi gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin verilen dikdörtgenlerden yararlanarak farklı şekiller elde etmeleri, elde edilen çokgenleri isimlendirmeleri ve çokgenlerin temel elemanlarını belirlemeleri istenmiştir. Öğretim sürecinde odak öğrencilerin tümünün çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebildikleri görülürken, Yavuz, Şafak ve Sena çokgenleri kenar sayılarına göre isimlendirebilmişler ancak özel dörtgenleri isimlendirmede odak öğrencilerden Umay ve Zuhal’in zorluk yaşadığı görülmüştür. Verilen dikdörtgenler ile farklı şekiller oluştururken Yavuz “Köşegen çizip kessek” şeklinde kullanacağı stratejiyi belirtmesi üzerine köşegen kavramı üzerine sınıf tartışması gerçekleştirilmiştir. Araştırmacının köşegenin ne olduğuna dair sorusunu Şafak, karşılıklı köşeleri işaret ederek “Karenin bir tarafından diğer tarafına birleştiren çizgi” şeklinde ifade etmiştir. Yavuz köşegeni “Komşu olmayan iki köşeyi birleştiren” şeklinde tanımlarken, Umay “Köşegen çapraz bir şekilde çizilebilir” açıklaması ile köşegenin çizimine vurgu yapmıştır. Zuhal’in “Köşegen, köşelerdir” şeklinde ifadesi köşe ve köşegen kavramlarının ne olduğuna dair zorluk yaşadığını göstermektedir. Sınıf içerisinde farklı bir öğrenci ise “Köşegeni çizmeden katlayarak yapsak?” şeklinde farklı bir strateji sunmuştur. Öğretmen öğrencilerden gelen açıklamalar ve stratejiler üzerine köşegeni ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçası olarak tanımlamış ve farklı stratejilerin kullanımı ile de farklı şekiller elde edilebileceğini belirtmiştir.

Öğrencilere adım ve görevlere uygun gerçekleştirecekleri eş dikdörtgenler verilmiştir (Bkz. EK-5a). Etkinlikler bireysel gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışma yapılmıştır. Etkinlik sürecinde dikdörtgenlerden elde edilen üçgenler ile nasıl şekiller oluşturabileceklerine dair Zuhal’in “Sadece üçgen mi yapmalıyız? Şekiller birbirinden

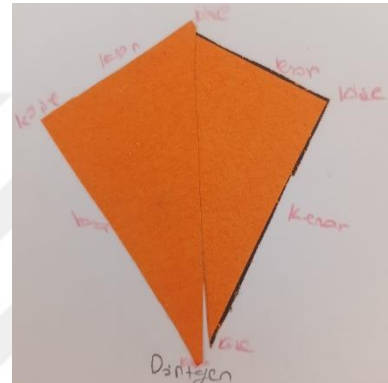
farklı olmak zorunda mı?” açıklaması farklı şekiller oluştururken zorlandığını göstermiştir. Zuhâl’in Görsel 4.20’de görülen çokgenleri oluşturabildiği, çokgenleri isimlendirebildiği ve oluşturduğu şekillerin temel elemanlarını belirleyebildiği görülmüştür. Görsel 4.20a ve Görsel 4.20b’de Zuhâl’in aynı şekilleri farklı biçimlerde oluştururken görsel odaklı hareket ettiği, Görsel 4.20a ve Görsel 4.20c’de ise özel çokgenlerin isimlendirmelerinde zorluk yaşadığı ve kenar sayısına göre genel isim kullandığı görülmüştür.

Görsel 4.20

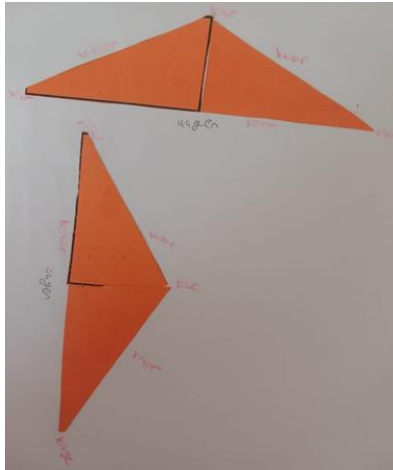
Zuhâl’in Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



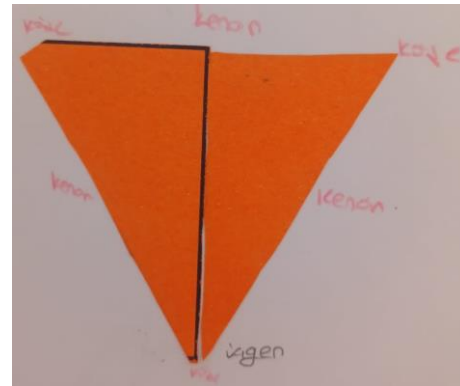
(a)



(c)



(b)

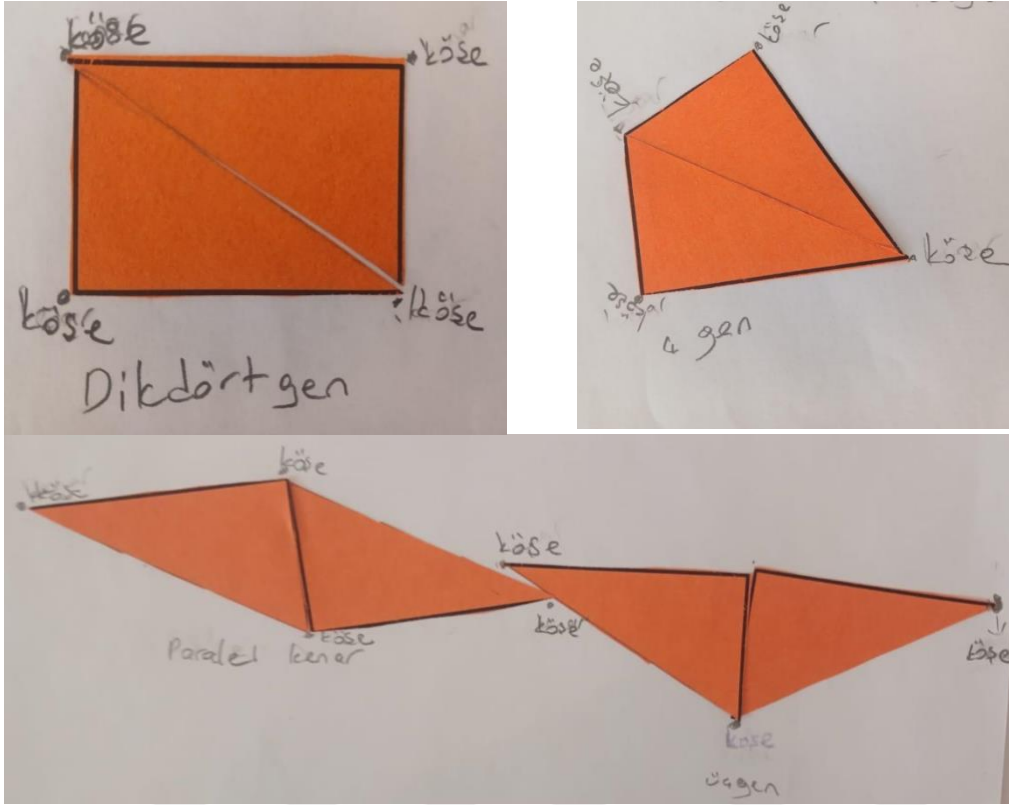


(ç)

Şafak’ın ise Görsel 4.21’de verilen üçgen şeklindeki parçalar ile farklı şekiller elde edebildiği, çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebildiği ve özel çokgenleri de isimlendirebildiği görülmüştür.

Görsel 4.21

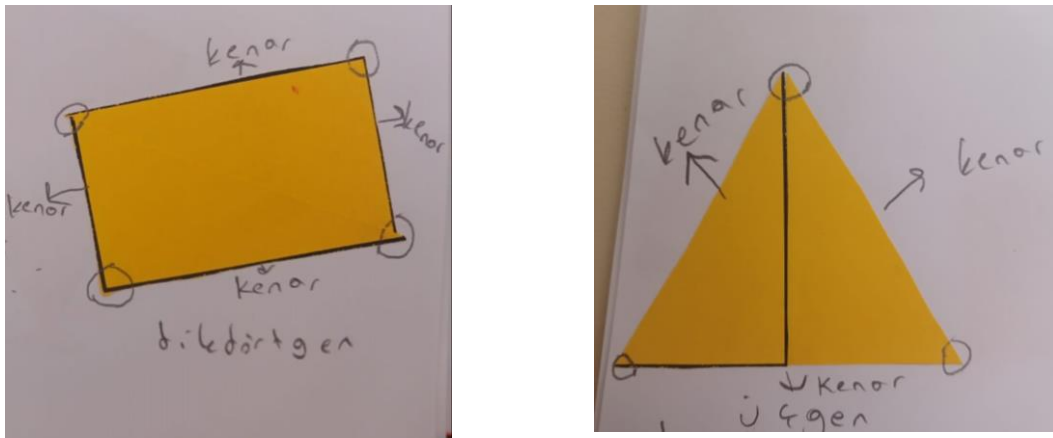
Şafak'ın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



Sena'nın eş üçgenlerden farklı şekiller oluşturabildiği, çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebildiği ve özel çokgenleri isimlendirebildiği Görsel 4.22'de verilmiştir. Ayrıca eş üçgenler ile farklı üçgenler oluşturabildiği Görsel 4.22b ve Görsel 4.22c'de görülürken, farklı paralelkenarlar oluşturabildiği Görsel 4.22ç ve Görsel 4.22d' de görülmektedir.

Görsel 4.22

Sena'nın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler

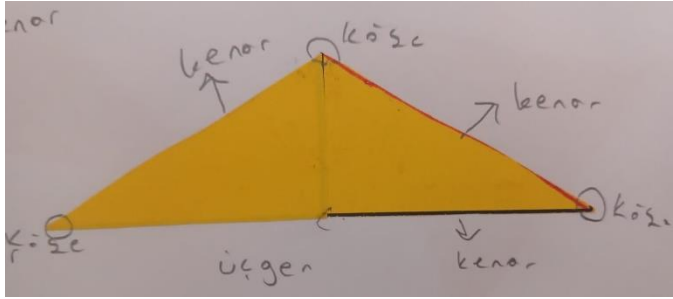


(a)

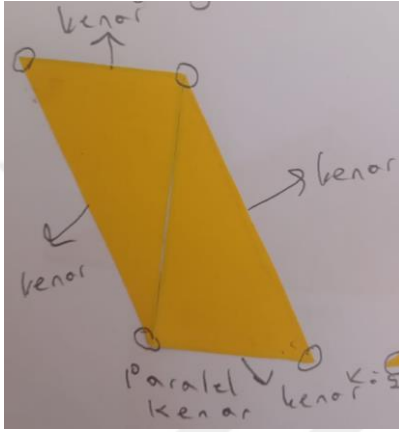
(b)

Görsel 4.22 (Devam)

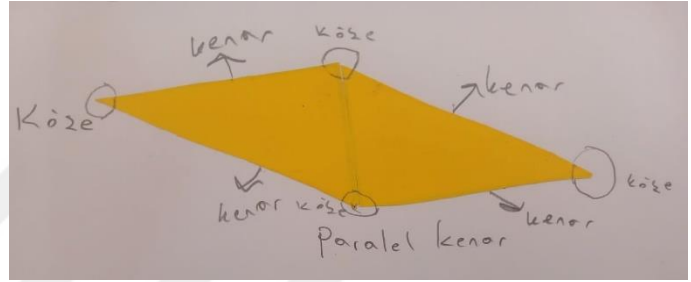
Sena'nın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



(c)



(ç)

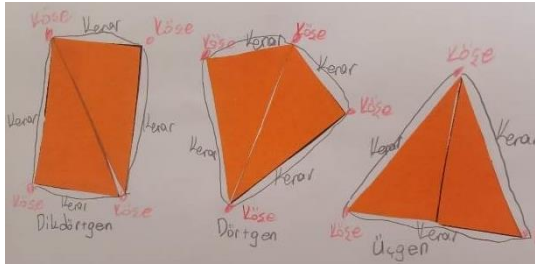


(d)

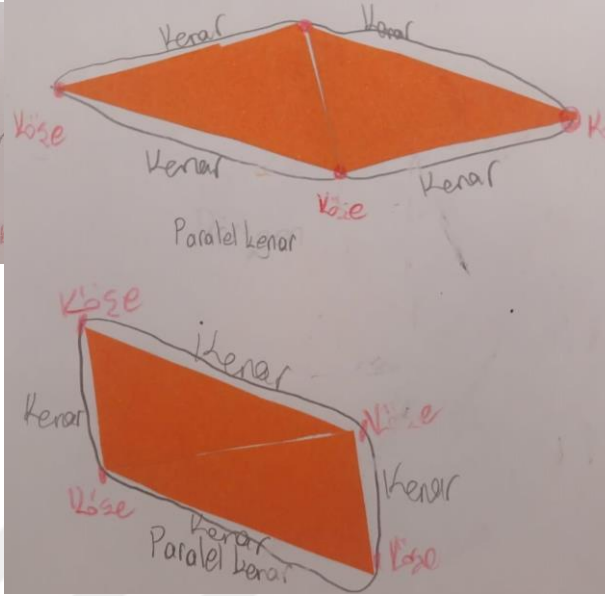
Yavuz'un oluşturduğu şekli isimlendirirken, "Bu şekil ne oluyor?" sorusuna araştırmacı kaç kenarı olduğundan yararlanabileceğini belirtmiştir. Yavuz ise "O zaman dörtgen. Bunun özel ismini mi yazmalıyım? Dikdörtgen olabilir" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Yavuz'un farklı şekiller oluşturabildiği, çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebildiği ve isimlendirebildiği Görsel 4.23'de verilmiştir. Ayrıca Yavuz'un eş üçgenlerden oluşan farklı paralelkenarlar oluşturabildiği de Görsel 4.23b'de görülmektedir.

Görsel 4.23

Yavuz'un Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



(a)

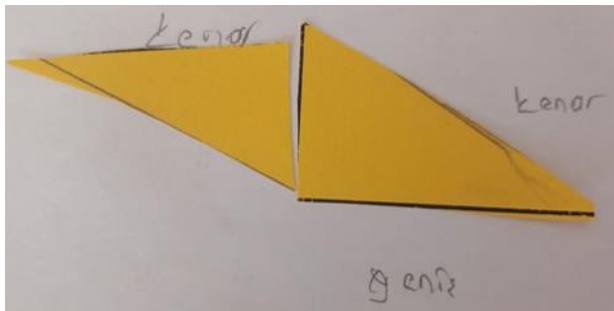


(b)

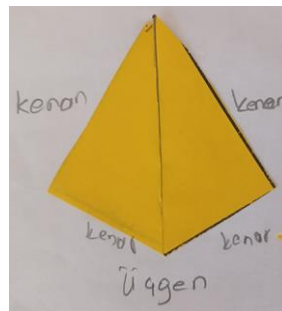
Umay ise eş üçgenlerden farklı şekiller oluşturma etkinliğinde, farklı şekiller oluşturabilirken çokgenlerin isimlendirmelerinde zorluk yaşadığı Görsel 4.24'de görülmektedir. Görsel 4.24a ve Görsel 4.24b'de çokgenin kenar sayısına dikkat etmeden görsel odaklı karar verdiği, Görsel 4.24c' de ise kenar sayısına dikkat ettiği ancak üçgenin bir kenar uzunluğuna dikkat ederek tek boyuta göre görsel odaklı isimlendirme yaptığı görülmektedir. Umay, Görsel 4.24ç'de oluşturduğu çokgeni dikdörtgen olarak isimlendirebilirken, Görsel 4.24d' de oluşturduğu çokgeni yamuk olarak isimlendirmiştir. Dikdörtgen şekillerin biçiminden kaynaklı isimlendirmede güçlük yaşamasında prototip örneklerin etkili olduğu söylenebilir.

Görsel 4.24

Umay'ın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



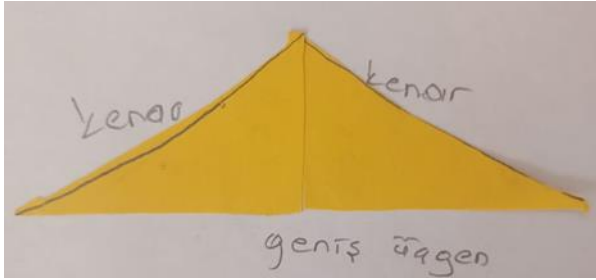
(a)



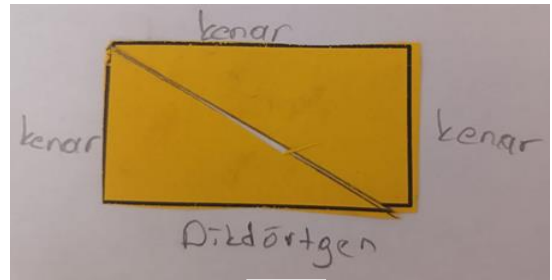
(b)

Görsel 4.24 (Devam)

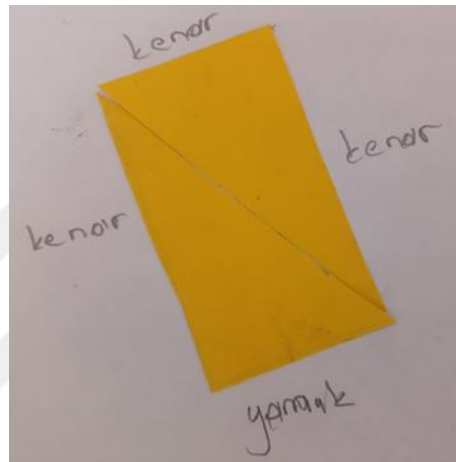
Umay'ın Bireysel Oluşturduğu Çokgenler



(c)



(ç)



(d)

Eş dikdörtgenlerden elde edilen eş üçgenler ile farklı şekiller oluşturma etkinliğinde, öğrencilerin farklı şekilleri oluştururken zorlandıkları ve aynı şekilleri farklı biçimlerde oluşturdukları ancak farklı şekil olarak kabul ettikleri görülmüştür. Şekillerin biçimleri değişmesi durumunda farklı şekillerin oluşabileceği fikrine sahip olmaları, alan korunumu ile ilgili zorluk yaşandığını göstermiştir. Oluşturulan şekillerin isimlendirilmesinde görsel odaklı ve şeklin kenar uzunluğuna yani tek boyuta göre karar verdikleri görülmüştür. Sınıf tartışmaları ile çokgenlerin isimlendirilmesinde kenar sayısına dikkat edilmesi gerektiği yapılandırılmıştır. Ayrıca dikdörtgen şeklinden parçalama stratejisi ile farklı şekilleri yapılandırabilmişlerdir.

İkinci adımda ise bu şekillerin ölçülebilen özelliklerini belirleme amacına yönelik, oluşturdukları şekillerin ölçülebilir özelliklerini belirleme amacı ile etkinlik sürdürülmüştür. Şekillerin kenar uzunlukları ile yüzeyinin ölçülebilir olduğu ve şekillerin

kenar uzunluklarını ölçme aracıyla ölçülebileceği fikrine sahip oldukları görülmüştür. Öğretmenin sınıf tartışma sürecini başlatmaya dair “Oluşturduğumuz şekillerin hangi özelliklerini ölçebiliriz?” sorusuna Sena “Kenarlarını ölçebiliriz.”, Yavuz ise “Yüzeyini ölçebiliriz.” şeklinde yanıt vermişlerdir. Sınıftan farklı bir öğrenci ise “Köşelerini ölçebiliriz. Sayısını.1-2-3-4 diye” açıklamasında bulunmuştur. Öğretmenin “Kenar uzunluklarını nasıl ölçebiliriz” sorusuna Zuhale “Uzunluğunu cetvelle ölçebiliriz.” ve Şafak ise “Cetvelle veya ipele ölçebiliriz” şeklinde açıklama yapmıştır. Tüm sınıftaki öğrencilerin şekillerin kenar uzunluklarının ve yüzeyinin ölçülebileceği konusunda hem fikir oldukları ancak şeklin yüzeyinin nasıl ölçülebileceği konusunda fikir belirtmedikleri görülmüştür.

Ölçülebilir özelliklerin belirlenmesi etkinliğinde ise öğrencilerin şekillerin kenar uzunluklarını ölçme aracıyla ölçülebileceğini ifade ederlerken, yüzeyi için görüş belirtmekte zorlandıkları görülmüştür. Ön klinik görüşme bulgularında olduğu gibi yüzeyi tanımlarken somut bir nesnenin yüzeyi ile açıklamaya çalışmışlardır. Oluşturulan şekillerin hangisinin daha fazla yer kapladığına ilişkin öğrencilerin görsel odaklı ve kenar uzunluklarına dikkat ederek tek boyuta göre karar vermeleri yaşanan zorluklar arasındadır. Şekillerin aynı parça miktarına sahip fakat kapladığı yerlerin farklı olmasının düşünülmesi alan korunumu ile ilgili de güçlük yaşadıklarını göstermiştir. Araştırmacı alan kavramının yapılandırılmasında somut örneklerin çoğaltılması, somut örnek olmadan bir şeklin yüzeyinin nasıl açıklanabileceği ve bir şeklin kapladığı yerin neresi olduğuna dair müdahalelerde bulunmuştur. Sınıf tartışmaları ile aynı sayıda üçgen kullanıldığı için şekillerin kapladığı yerlerin aynı olduğu ve yüzey ile kapladığı yer kavramının aynı anlama geldiği zihinsel eylemi yapılandırılmıştır.

Üçüncü adımda bu şeklin yüzeyini belirleme ve ölçme ihtiyacının hissedilmesi amacına yönelik, şekillerin ölçülebilir özelliklerinden yüzeyin ne olduğu, hangi yüzeyin daha fazla yer kapladığı ve yüzeyin nasıl ölçülebileceğine dair tüm sınıf ile tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Sınıf tartışmalarına göre bir şeklin yüzeyinin ölçümünün şeklin kapladığı yer anlamına geldiği ve aynı parça miktarına sahip şekillerin kapladığı yerin aynı olması fikrinin geliştiği görülmüştür. Diğer yandan öğrencilerin şeklin yüzeyini anlamlandırmada somut nesneler kullandıkları, şeklin görüntüsüne odaklanarak yüzeyleri karşılaştırabildikleri ve yüzeyin ölçümünde çevre uzunluğu hesabı yapmaları yaşanan güçlükler arasında gözlenmiştir.

Bir şeklin yüzeyinin neresi olduğuna ilişkin sınıf tartışması sırasında Şafak, bir şeklin yüzeyini somut bir nesnenin yüzeyi ile ilişkilendirerek “Mesela masanın yüzeyi diyoruz. Burası yani üstünün tamamı.” açıklamasında bulunmuştur. Bir şeklin yüzeyinin nasıl ölçülebileceğine dair Umay’ın “Kenar uzunluklarını toplayarak.” ifadesi üzerine, sınıftan bir öğrencinin “Ama o çevresi” açıklamasında bulunmuştur. Sena ise “Üstüne bir şey koyarak. Bildiğimiz bir eşya gibi.” şeklinde kaplama fikri ile ilişkili düşüncesini belirtmiştir. Öğrencilerin şeklin yüzeyini anlamlandırmada somut örnek kullanması, alan-çevre karmaşası yaşaması ve nesne ile ölçme düşüncelerinin olmasından dolayı öğretmen bir şeklin yüzeyini şeklin kapladığı yer olarak ta ifade edilebileceğini ancak bir nesnenin (üç boyutlu) sadece iki boyutlu olan yüzeyinden yararlanılabileceğini vurgulamıştır. Öğretmen oluşturulan farklı şekillerin alanlarının karşılaştırılması ile ilgili öğrencilerden hangi şeklin yüzeyinin daha fazla yer kapladığı ile ilgili düşüncelerini ifade etmelerini istemiştir. Şafak “Karar veremiyorum” şeklinde ifade ederken, Zuhal’in “Hepsi eşit gibi duruyor” açıklaması görsel odaklı karar verdiğine işaret etmektedir. Sena’nın “Bence bu üçgen” açıklaması görsel odaklı olduğunu gösterirken, Yavuz’un “Bence hiçbirisi değil. Aynı üçgenlerden oluşuyor” ifadesi ise kavramsal bir açıklama yaptığını göstermiştir. Farklı bir öğrencinin ise “Paralelkenar. Daha geniş duruyor” açıklaması, öğrencinin tek boyuta göre sezgisel olarak karşılaştırma yaptığını işaret etmektedir. Sınıf tartışma süreci sonunda öğrencilerin şekillerin yüzeylerinin ölçümlerinin kapladığı yer anlamına geldiği ve farklı şekillerin yüzey ölçümlerinin aynı olabileceği fikrinin yapılandırıldığını Sena’nın “Hepsinde aynı sayıda üçgen kullandık.”, Zuhal’in “Hepsinde eşit kapladığı yer aynı” açıklamaları göstermektedir.

Bir şeklin yüzeyinin ölçümü ile ilgili etkinlikte ise Sena kaplama fikrini destekler nitelikte düşüncesini ifade ederken, tüm öğrencilerin yüzey ölçümü ile ilgili zorluk yaşadığı görülmüştür. Bir şeklin yüzey ölçümünün kenar uzunluklarının toplamı ile bulunabileceği öğrencilerin alan-çevre karmaşası yaşadığını göstermiştir. Kenar uzunlukları toplamı ile bir şeklin çevre uzunluğunun ölçüldüğü, çevre ile yüzey kavramlarının farklı olduğu ile ilgili sınıf tartışmaları yapılmıştır.

Birinci hafta sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.12’de sunulmuştur.

Şekil 4.12

Birinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
☐ Köşegen kavramını açıklayabilme ☐ Çokgenleri kenar sayılarına göre isimlendirebilme ☐ Çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebilme ☐ Şekillerin kenar uzunluklarının ve yüzeyinin ölçülebilir olması ☐ Bir şeklin yüzeyini anlamlandırmada kapladığı yer fikri ☐ Alan kavramını tanımlama ☐ Aynı parça miktarına sahip şekillerin kapladığı yerin aynı olması

Şekil 4.12’de görüldüğü gibi, öğretim sürecinde görevlerin gerçekleştirilmesiyle öğrencilerin köşegen kavramını açıklayabildikleri, çokgenleri kenar sayılarına göre isimlendirebilmeleri, çokgenlerin temel elemanlarını belirleyebilmeleri, şekillerin kenar uzunluklarının ve yüzeyinin ölçülebilir olması fikrine sahip olmaları, bir şeklin yüzeyini anlamlandırmada kapladığı yer ile ilişki kurabildikleri, alan kavramını tanımlayabildikleri ve aynı parça miktarına sahip şekillerin kapladığı yerin aynı olduğu fikrine sahip olmaları yapılandırılan eylemler/kavramlar arasında olduğu söylenebilir. Odak öğrencilerin çoğunun bir şeklin yüzeyini ölçme için akıl yürütmede zorluk yaşamalarının görülmesi üzerine, TÖY2’de farklı standart olmayan birimlerle kaplama etkinlikleri gerçekleştirilmesine karar verilmiştir.

4.2.2 İkinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY2 oluşturulmuştur. Birinci hafta sonunda alınan kararlar da göz önünde bulundurularak ikinci hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 2 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.8’de sunulmuştur.

Tablo 4.8

TÖY 2 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 2 Amaç: Alan Ölçmede Kaplama Fikri		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Belirli bir alanı kaplama yaparak ölçme	Ders kitabının ön yüzünün alanının tahmin edilmesi ve gerçek alan ölçümü

Tablo 4.8 (Devam)

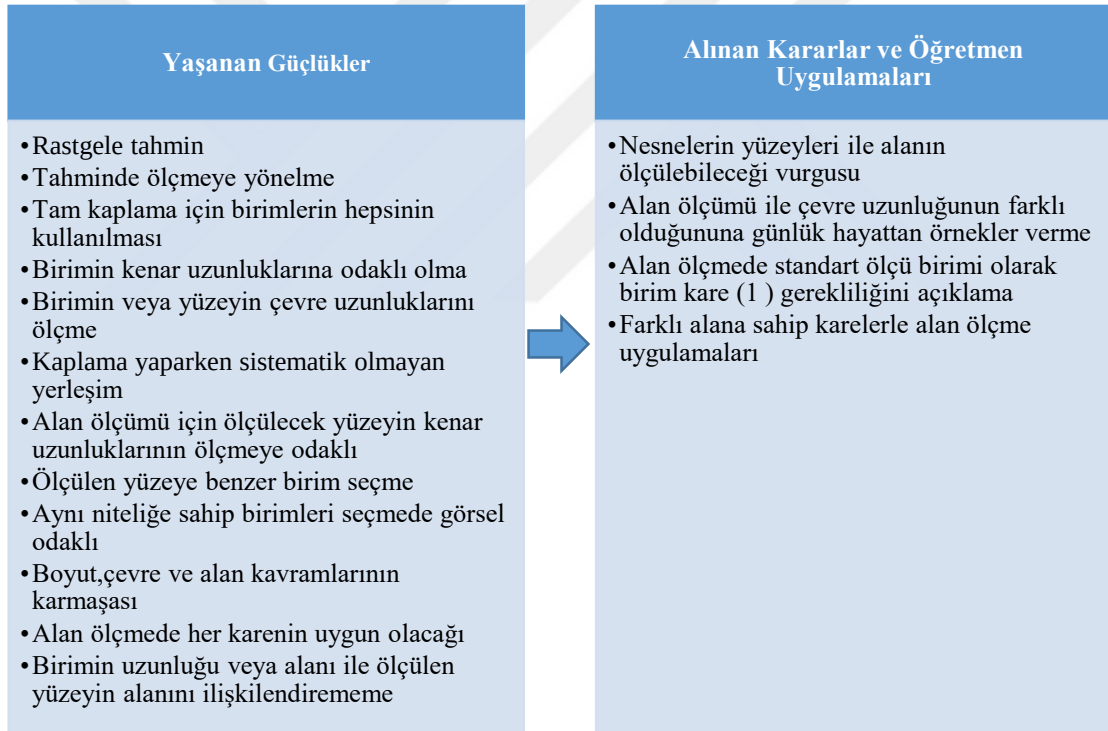
TÖY 2 Kapsamında Hazırlanan Görev ve Etkinlikler

İkinci Adım	Aynı niteliğe sahip birimler ile tam kaplama	Ders kitabının ön yüzünün alanının hangi şekiller ile ölçmenin daha uygun ve doğru ölçüm olduğunu sorgulama

Tablo 4.8’de görüldüğü gibi TÖY 2 kapsamında ele alınan etkinlik ve görevler odak grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.13’de sunulmuştur.

Şekil 4.13

Alan Ölçmede Kaplama Konulu İkinci Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.13’de görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin rastgele tahminde bulunmaları, tahminde ölçmeye yönelmeleri, tam kaplama için satır-sütun ilişkisini kuramamaları, alan ölçümü için birimin veya yüzeyin kenar uzunlukları ile çevre uzunluklarını ölçmeye odaklı olmaları, kaplama yaparken birimleri sistematik olmayan şekilde yerleştirmeleri, ölçülen yüzeye benzer birim seçmeleri, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olmaları, boyut, çevre ve alan kavramlarının karmaşası, alan ölçmede her karenin uygun olacağı ve birimin uzunluğu veya alanı ile ölçülen

yüzeyin alanını ilişkilendirememeleri yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için nesnelerin yüzeyleri ile bir şeklin alanını ölçülebileceği vurgusu yapmış, alan ölçümü ile çevre uzunluğunun farklı olduğuna dair günlük hayattan örnekler vermiş, alan ölçmede standart ölçü birimi olarak birim kare (1) gerekliliğini açıklamış ve farklı alana sahip karelerle alan ölçme uygulamaları gerçekleştirmiştir.

Birinci adım olarak belirli bir alanın ölçülmesinde kaplama fikrinin hissedilmesi amacına yönelik ders kitabı kapağının alan ölçümünü standart olmayan birimlerle tahmin etme etkinliği gerçekleştirilmiştir. İlk olarak ders kitabının kapağının alan ölçümü ile ilgili sınıftaki tüm öğrencilerin fikirlerini paylaşmaları istenmiştir. Odak öğrencilerin ders kitabının bir yüzünün alan ölçümü ile ilgili kenar uzunlukları odaklı ve belirli ölçüler ile açıklama yaptığı görülürken, sınıftaki bazı öğrencilerin boyut, çevre ve alan kavramlarını ifade ettiği görülmüştür.

Araştırmacı “Ders kitabınızın kapağının alanı nasıl ölçülebilir?” sorusunu sorarak derse başlamıştır. Umay “Kenar uzunluklarını ölçerek”, Sena ise “Ders kitabının kapağına bildiğimiz bir şeyi koyarak bulabiliriz.” şeklinde yanıt vermiştir. Umay’ın alan ve çevre ölçmeyi karıştırdığı, Sena’nın ise alanı ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu görülmüştür. Araştırmacı Sena’nın açıklamasına dikkat çekmiş, tüm sınıf bu düşüncede mutabık kalmış ancak bu fikre gerekçe sunan olmamıştır. Öğretmen ders kitabının kapağının bir yüzey olduğunu, bu yüzeyin kapladığı yerin ölçümünün alan olarak ifade edildiği ve alan ölçümü için bilinen bir nesnenin yüzeyi veya bir şekil kullanılabileceğini belirtmiştir. Günlük hayat ile ilişkilendirmeleri adına okul bahçesinin etrafının uzunluğunun çevre uzunluğu olduğunu, kapladığı yerin ise alanı olduğu somut örneğini vermiştir. Daha sonra öğretmen, standart olmayan birimlerle kaplama ile alan tahmini ve gerçek alan ölçümü etkinliğini başlatmıştır.

Sınıftaki öğrenciler ilk olarak üçer kişilik gruplara ayrılmıştır. Öğrencilere adım ve görevlere uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (EK-6a) dağıtılmıştır. Grup tartışmaları süresince konu ile ilgili etkinlik kâğıdındaki soruları cevaplamaları istenmiş ve sınıf tartışması sırasında paylaşabilecekleri ifade edilmiştir. Öğrencilerden ders kitabının kapağının yüzeyini standart olmayan birimler olarak kabul edilen farklı nesnelerle kaplandığında kaç tane plastik kapak, silgi ve not defteri sığabileceğini tahmin etmelerini ve tahmin sonuçlarını not almalarını, daha sonra gerçek ölçüm sonuçlarını bulmaları ve not almaları istenmiştir. Gerçek ölçüm sonucunu bulma etkinliği

gerçekleştirildikten sonra gerçek ölçüm sonuçlarını nasıl buldukları, tahminleri ile gerçek ölçüm sonuçları arasında fark olup olmadığı ile ilgili grup tartışmaları başlatılmıştır.

Grup tartışması sürecinde ders kitabının yüzeyine kaç tane kapak sığabileceğini tahmin etmede odak öğrencilerden Zuhale “Bir kapağın burasını ölçmeyecek miyiz?” açıklaması ile birimin çevresinin ölçülmesi gerektiğini ifade etmiş, Yavuz ise dikdörtgen şeklinde kitabın uzun kenarını göstererek “Buralara kaç tane sığacak, onu bulacağız. Bence burasına 6 tane sığar” şeklinde bir satıra kaç tane kapak sığabileceğini tahmin etmiştir. Şafak ise bir plastik kapağın çapını ölçmüş ve dikdörtgen şeklinde kapağın uzun kenar uzunluğunu plastik kapağın çap uzunluğuna bölmüştür. Grup tartışması sürecinde öğrenciler dikdörtgen şeklinin kısa kenarına ve uzun kenarına kaç tane kapak sığabileceğini düşünerek çarpım yapmış ve tahmin sonuçlarını ifade etmişlerdir. Gerçek alan ölçümü için ise kapakları yerleştirmişler ancak Zuhale’in “48 bulduk ama olmuyor kapaklar düşüyor köşeye gelenler” açıklaması ile plastik kapak ile tam kaplama yapılamadığının farkında olduğu görülmüştür. Plastik kapak ile alan ölçümünde, ders kitabının kenarlarına farklı sayıda plastik kapak gelebileceğinden farklı ölçüm sonucu elde etmişler ve Yavuz “Buraya 6 tane, buraya da 8 tane olursa 48 tane olur. Ama buraya 9 olursa 4 tane oluyor” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamaya göre, Yavuz’un şeklin farklı kenarlarında yer alan kapak sayılarını çarptığı görülmektedir. Üç öğrencinin birlikte yaptıkları kaplama örneği Görsel 4.25’de sunulmuştur.

Görsel 4.25

Yavuz, Şafak ve Zuhale’in Plastik Kapak İle Kaplama Görseli



Görsel 4.25’de görüldüğü gibi grup üyelerinin kaplama yaparken, kapakları kenar uzunluklarına yerleştirdikleri görülmektedir. Şeklin kenar uzunluklarına yaklaşık kaç tane plastik kapak sığdığını gördükten sonra farklı kenarlardaki kapak sayılarını çarpmışlardır.

Odak öğrencilerden Umay’ın ise parmağını referans alarak ders kitabının yüzeyine kaç tane kapak sığabileceğini tahmin ettiği görülmüştür. Sena ise göz kararı bir tahminde

bulunmuştur. Gerçek alan ölçümü için ise Umay ve Sena'nın Görsel 4.26'da görüldüğü gibi kitabın yüzeyine kapakları yerleştirdiği ve tek tek saydıkları görülmüştür.

Görsel 4.26

Umay ve Sena'nın Plastik Kapak İle Kaplama Görseli



Plastik kapak ile alan tahmini ve gerçek ölçüm sonuçlarına ait grup tartışması gerçekleştirildikten sonra ders kitabının yüzeyini silgi ile ölçme etkinliği başlatılmıştır. Ders kitabının kapağının alan ölçümünün tahmininde, Yavuz silgiyi parmaklarının arasına alıp aralık yapmış ve belirlediği parmak aralığıyla ders kitabının uzun kenarını ölçmüştür. Zuhal'in ise "Çok fazla silgimizin olması lazım" açıklamasında bulunması, ölçüm için tam kaplama yapılması gerektiğini destekler niteliktedir. Şafak ise "Cetvel ile ölçelim, silgiyi de ölçelim" diyerek ders kitabının ve silginin kenar uzunluklarına dikkat çekmiştir. Zuhal ise cetvel ile ölçümün gerçek ölçümü vereceğini "Hayır olmaz. Gerçek sonucu olur o zaman. Tahmin edelim" açıklaması ile düşüncesini belirtmiştir. Yavuz ise ders kitabının kapağının kısa ve uzun kenarına tahmini ne kadar silgi sığacağını bulup çarpım yapmıştır. Zuhal ise gerçek alan ölçümü için silginin ölçülmesi gerektiğini ifade ederken, Yavuz "Üzerine yerleştirelim" ifadesi kaplama fikrini destekler niteliktedir. Grup tartışması sonucunda gerçek alan ölçümünde kesin bir sonuç bulamamaları da Zuhal "Daha fazla olmaz zaten. 5 diyelim. O zaman 20 olur" açıklaması gerçek alan ölçümünü yaklaşık değer ile ifade ettiklerini görülmüştür.

Umay ise silgiyi satır ve sütuna öteleyerek yerleştirip "Satıra 3 buçuk desek. Zihninden işlem yapıyorum. Tahmini 47" düşüncesini belirtmiştir. Umay'ın zihinden işlem yapmayı tahmin olarak kabul ettiği ve silgiyi farklı biçimlerde yerleştirip gerçek alan ölçümü için değer belirlediği görülmüştür. Sena ise boşluk kalacağı için gerçek alan ölçümünün bulunamayacağını "Ama burası kalıyor. Boşluk kalıyor ama. Gerçek sonucu bulamayız ki. Toplasak koyduklarımızı 42 ama boşluk vardı." şeklinde ifade etmesi, tam kaplama fikrine sahip olduğuna işaret etmektedir.

Görsel 4.27

Umay'ın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları

Kitabın yüzeyini ölçelim.

	Tahmin	Gerçek sonuç
Plastik kapaklar	36	48
Silgi	40	42
Not defteri	10	10

Silgi ile alan tahmini ve gerçek ölçüm sonuçlarına ait grup tartışmaları gerçekleştirildikten sonra ders kitabının yüzeyini not defteri ile ölçme etkinliği başlatılmıştır. Ders kitabının kapağının alan ölçümünün tahmininde grup tartışması sürecinde odak öğrencilerin ders kitabının yüzeyini not defteri ile kaplama yaptıkları görülürken, Zuhâl'in "Not defterlerinin boyutları değişik olur ki. Diğerlerinin farklı çıkabilir. Tek doğru şey kapak olur." açıklamasında bulunmuştur. Zuhâl'in kapak, silgi ve not defterinden en doğru ölçümün kapak ile olacağı fikrine sahip olduğu görülmüştür. Şafak ise "4 tane olur. Ama not defterinin boyutu çok büyük" şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Zuhâl öğretmene "Öğretmenim bizim tahmini sonucumuz ile gerçek sonucumuz aynı çıkıyor. Silgi ile ölçmüştük. Şu kadarcık bir yer kalıyor." açıklaması ile düşüncesini belirtirken, not defteri ile ölçümde boşluk kalmadığını ifade etmiştir. Odak öğrencilerden Umay ise satırda ve sütunda ne kadar yer kapladığını görmek için not defterini yatay yerleştirmiş, öteleme yapmış ve satır-sütuna sığan not defteri sayısını çarpmıştır. Bulduğu sonucu ise alan tahmini ile gerçek alan ölçümü olarak kabul etmiştir. Sena ise "İki tane farklı not defteri var. Bunun ile 4 tane sığar. Küçük olanı büyüğün üstüne koysak yaklaşık 5 tane sığar. Gerçek sonucu 6 olur" şeklinde iki tane farklı not defteri için alan tahmininde bulunmuş ve alan ölçümü için farklı değerler söylemiştir. Odak grup öğrencilerinin birinci adıma ait görevlerin olduğu etkinlik kağıdı yanıtları aşağıda verilmiştir (Bkz. Görsel 4.28 ve Görsel 4.29).

Görsel 4.28*Sena'nın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları*

Kitabın yüzeyini ölçelim.

	Tahmin	Gerçek sonuç
Plastik kapaklar	40	48
Silgi	27	41
Not defteri	5	6

Görsel 4.29*Zuhal, Yavuz ve Şafak'ın Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Notları*

Kitabın yüzeyini ölçelim.

	Tahmin	Gerçek sonuç
Plastik kapaklar	48	48
Silgi	20	20
Not defteri	4	4
Kare	30	35

Grup tartışmaları gerçekleştirildikten sonra öğrencilerin verilen etkinlik kağıdındaki (EK-6a) soruları yanıtlamaları istenmiştir. “Verilen farklı nesnelerle kapağın yüzey ölçümünü nasıl tahmin ettiniz” birinci sorusuna yönelik, Sena “Bakarak anladık”, Yavuz, Şafak ve Zuhal “Bir eşyanın nesnenin üzerinde kapladığı boyuta bakarak” ve Umay ise “Bir cismin ölçüsünü kafamızda canlandırarak” açıklamalarında bulunmuştur. Tahminde Sena’nın rastgele tahminde bulunduğu, Yavuz, Şafak ve Zuhal’in nesne ile yüzeyi karşılaştırma yaptıkları, Umay’ın ise gözünde canlandırma yaptığı görülmüştür. Sınıftaki öğrencilerin oluşturduğu farklı gruplardan “Boyutunu kafamızda hesaplayarak canlandırdık”, “Tahminimizi gerçek sonuca en yakın alan sayıyı yazdık”, “Elimizle şeklin boyutunu ölçtük ve elimizle ölçmeye başladık”, “Biz öncelikle silginin boyutuna baktık, zihinden işlem yaparak tahminde bulunduk” ve “Gözümüzde canlandırdık” gelen açıklamaları ise tahminde gözünde canlandırma, rastgele tahmin, birim tekrarlama stratejilerini kullanıldığını göstermiştir. Öğrencilerin belirli bir yüzeyin alanının tahmin

ederken zihinden canlandırdıkları, görüntüye göre yaklaşık değerle ifade ettikleri ve parmak, karış gibi standart olmayan uzunluk birimlerinden yararlandıkları görülmüştür.

“Tahminleriniz ile gerçek ölçüm sonuçlarınız neden farklı çıktı?” ikinci sorusuna yönelik, Sena “Çünkü bakarak aynı şeyi anlayamadık”, Yavuz, Şafak ve Zuhal “kaydırma ve göz yanılması olabilir”, Umay “Çünkü tahmin ederken cevabı kafamızda canlandırdığımız için sonuç farklı çıkar” açıklamalarında bulunmuştur. Sınıftaki öğrencilerin oluşturduğu farklı gruplardan ise “Nesnenin boyutunu kafamızda uydurduğumuz için nesne ile aynı boyutta olmadığı için farklı çıkar”, “Elimizdeki şeklin boyutunu ölçerken elimiz giderek küçüldüğü için sonuçlar farklı çıktı”, “Biz nesnenin boyutunu kafamızda canlandırırken tam boyutunu düşünemedik” ve “Biz tahmin yaparken zihinden yaptık ama gerçek sonuçta ise ölçerek bulduk” açıklamaları gelmiştir. Öğrencilerin tahmin ile alan ölçüm sonuçlarının farklılığına ilişkin zihinden düşünme ile gerçek ölçmenin farklılığından kaynaklı hata olduğunu gerekçe olarak sunmuşlardır.

“Doğru ölçüm nasıl olur?” üçüncü sorusuna yönelik, Sena “Sabit sonuç çıkararak malzemelerle ölçerek olur”, Yavuz, Şafak ve Zuhal “Standart ölçü birimlerine göre” ve Umay ise “O cisimle ölçerek” açıklamalarında bulunmuştur. Sınıftaki öğrencilerin oluşturduğu farklı gruplardan ise “Ölçerek gerçek sonuca ulaşabiliriz.”, “Doğru ölçüm cetvel vb. gibi kişiye göre değişmeyen aletlerle yapılır.”, “Doğru ölçüm şekille ölçerek olur.” ve “Nesneyi ölçülecek yüzeyin üzerine koyarız ve ölçeriz.” açıklamaları gelmiştir. Bir şeklin yüzeyinin doğru ölçümü için standart ölçü biriminin gerekliliği, şekil veya nesnenin bir yüzünün kullanımı ile alan ölçmenin uygun olacağını ifade etmişlerdir.

Kitabın yüzeyinin ölçümünde boşluk kaldığı durumlar için “Boşluklar için ne yapmalı?” dördüncü sorusuna yönelik, Sena “Kullandığımız eşyanın bir parçasının uzunluğunu biliyorsak koyabiliriz. Ardından toplarız”, Yavuz, Şafak ve Zuhal “Daha küçük parçalar kullanılmalı” ve Umay ise “O cismin küçüğü kullanılmalı” açıklamalarında bulunmuşlardır. Sınıftaki öğrencilerin oluşturduğu farklı gruplardan ise “Oraları çeyrek veya yarım olarak hesaplarız.”, “Yarım olarak sayılmalı ve 2 yarımı 1 tam olarak sayılmalı.” ve “Doğru ölçüm yapmalıyız.” yanıtları gelmiştir. Yüzeyin ölçümünde birimlerin “Üst üste gelse olur mu?” beşinci sorusuna yönelik, tüm gruplar “Olmaz” yanıtını vermiştir. Öğrencilerin tam kaplama için daha küçük birimler kullanılması gerektiği fikrine sahip iken birimin uzunluğu veya alanı ile ilgili yorum yapamadıkları görülmüştür.

Grup tartışmaları sona erdikten sonra nasıl tahmin ettikleri, gerçek ölçüm sonuçlarını nasıl buldukları, tahminleri ile gerçek ölçüm sonuçları arasında fark olup olmadığı ile ilgili sınıf tartışmaları gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin kaplama için kullandıkları nesnelerden plastik kapağın alan ölçümü için şeklinden dolayı uygun olmadığı, boşluk kaldığı için tam kaplama yapılamadığı ve doğru ölçüm olmadığı fikrine sahip oldukları görülmüştür. Standart olmayan birimlerden silgi ile not defterinin şekillerinin ölçülen yüzeyin şekline benzer olmasından dolayı ölçme için uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur.

Yavuz: Plastik kapakla ölçtüğümüzde tahminimize yakın bir sonuç çıktı ama kapakların boyutları eşit olmadığı için farklı sonuçlar çıktı. Biz de en yakın olan sonucu yazdık.

Araştırmacı: Kitabın kapağını tam olarak ölçebildiniz mi?

Yavuz: Hayır hocam. Kitap dikdörtgen, kapaklar da yuvarlak olduğu için tam bir ölçüm sonucu çıkaramadık.

Araştırmacı: Şekilden dolayı mı?

Zuhal: Evet. Yuvarlak olduğu için.

Şafak: Ama kapakların boyutları da farklı.

Sınıf: Tahminimiz gerçek sonuca göre 2 katıydı. Kapaklar ile hemen hemen ölçebildik gibi.

Sınıf: Silgi de dikdörtgendi. Kitap ta dikdörtgendi. O yüzden ölçebildik. Yarımları da birleştirdik. Tam oldu.

Sınıf: Kafamızda canlandırarak kitabın üzerine yerleştirdik. Tüm kapakları kullanarak kaç tane yerleştirdiğimizi bulabiliriz.

Araştırmacı: Tüm kapakları yerleştirmeden kaç tane sığdığını bulabilir miyiz?

Sena: Bence kitabın bir kenarını kapakla doldururuz. Bir de şu tarafını doldururuz. Kısa kenarında kaç tane sığdıysa o kadar uzun kenarında da vardır. Yani sığan sayıları çarparsak buluruz. Buraya 7 tane sığar, buraya da 6 tane. Çarpabiliriz.

Araştırmacı: Neden 7 ile 6'yı çarpıyoruz?

Sena: Uzunlukları yine aynı. Buradaki kapakların hepsi de aynı olacak. Yine saydığımızda aynı olur.

Yavuz: Şeklin yüzeyinde kısa kenarı satır, uzun kenarı sütun olarak düşündüğümüzde çarpınca içine kaç tane sığar bulabiliriz.

Araştırmacı: Kapak ile tam kaplayabildik mi?

Umay: Aralarda boşluklar kaldı.

Sınıf: Kapakla tamamen kaplayamadık.

Araştırmacı: Doğru bir ölçüm oldu mu?

Umay: Olmadı

Zuhal: Olmadı.

Sınıf: Kapak dairesel olduğu için kitabın köşelerinde boşluk kalıyor. O yüzden doğru bir ölçüm olmaz.

Yavuz: Şeklin çevre uzunluğu ile uyumsuzluğu var.

Diyaloğa göre öğrencilerin ders kitabının kapağının yüzeyini plastik kapağın şeklinden dolayı boşluklar kaldığından tam kaplayamadıklarını ve gerçek alan ölçümü için doğru bir ölçüm olmadığı fikrine sahip oldukları görülmektedir. Standart olmayan birimlerle alan tahmini ile alan ölçümlerinin farklı çıktığını ifade ederlerken, sınıftan bir öğrenci kapak ile yaklaşık ta olsa ölçebildiklerini ifade etmiştir. Farklı bir öğrenci ise silginin ölçülecek yüzey ile aynı şekle sahip olmasından dolayı ölçüm için uygun olabileceği ve boşluk kalması durumunda yarımaların da birleştirilebileceğini ifade etmiştir. Farklı bir öğrenci ise tahmin etkinliklerinde, zihinlerinde standart olmayan birimler olarak kullanılan nesnelerin ölçülecek yüzeye nasıl sığdığını canlandırdıklarını ifade etmiş ve gerçekte kaç kapak sığdığını bulmak için ise tüm kapakları yerleştirdiklerini ifade etmişlerdir. Sena ise kenarlarına yerleştirdikten sonra kısa yoldan çarpım ile bulunabileceğini söylemiş, Yavuz ise bu düşünceyi destekler şekilde “Şeklin yüzeyinde kısa kenarı satır, uzun kenarı sütun olarak düşündüğümüzde çarpınca içine kaç tane sığar bulabiliriz.” açıklamasını yapmıştır. Sena ve Yavuz’un birimler ile satır-sütun ilişkisi kurabildiği söylenebilir. Tüm sınıftaki öğrencilerin bir şeklin alanını ölçmede birimler ile tam kaplama yapılması ve boşluk kalmamasına dikkat edilmesi gerektiği konusunda mutabık kaldıkları görülmüştür.

Belirli bir alanı kaplama yaparak ölçme etkinliğinde, odak öğrencilerin çoğunun bir şeklin bir yüzünü ölçmede öncelikle şeklin kenar uzunluklarını ölçmeye yönelmeleri, kullanılan birimin boyutuna ve yüzeye benzer olmasına dikkat etmeleri yaşanan zorluklar arasındadır. Grup ve sınıf tartışmaları ile odak öğrencilerin tümünün bir şeklin yüzeyini doğru ölçüm için kullanılan birimlerin yüzeyi tam kaplaması gerektiği, şekillerin bir yüzünün birimler ile ölçülebileceği, standart olmayan birimlerin boyutuna göre alan ölçümünün değişmesi, alan tahmininde referans kullanma ve birimler ile satır-sütun ilişkisinin kurulması zihinsel eylemleri yapılandırılmıştır.

İkinci adım olarak aynı niteliğe sahip birimler ile tam kaplama fikrinin geliştirilmesi amacıyla yönelik ders kitabının kapağının alanını farklı alan ölçüsüne sahip kareler ile ölçme etkinliği gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden ders kitabının kapağının alanını hangi şekiller ile ölçmenin daha uygun olacağı ve doğru ölçümün nasıl gerçekleştirileceği ile ilgili fikirlerini paylaşımları istenmiştir. Öğrencilerin aynı niteliğe sahip birimleri seçtiği ancak ölçülecek yüzeye benzer şekillerin uygun olduğu fikrine sahip olmaları birimleri seçmede görsel odaklı olduklarını göstermiştir. Bir şeklin yüzeyinin ölçümünde kare şeklinin en uygun birim olduğunda mutabık olmuşlar ancak birim kare fikrini geliştirememişlerdir. Öğretmenin “Nasıl bir şekil kullanmalıyız ki hepimizde aynı ölçüm sonucu çıksın?” sorusu ile sınıf tartışma süreci başlatılmıştır. Şafak “Kitabın benzer şekilleri gibi dikdörtgen gibi çeşitli şeylerle ölçebiliriz.” şeklinde ifade ederken, Zuhal ise “Karelerle ölçebiliriz.” açıklamasında bulunmuştur. Sınıftan odak öğrenciler dışında bir öğrenci ise “Kitabın yüzeyine uygun bir kâğıt ile ölçebiliriz” şeklinde ifade ederken, Sena dikdörtgen, Yavuz ise üçgen olarak ifade etmiştir. Umay ise fikir belirtmemiştir. Odak öğrencilerden Umay hariç diğer öğrencilerin aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ancak ölçülecek yüzeyin şekline benzer birimlerin uygun olacağı fikrine sahip oldukları görülmüştür. Araştırmacının “Hangisi yüzeyi ölçmek için daha uygundur?” sorusuna ise Sena “Dikdörtgen de olabilir. Eğer tabana uygunsa boşluk kalmayabilir” yanıtını verirken, Zuhal “Kare. Çünkü kitabın belirli bir şeyi var. Üçgen ve dikdörtgen kullansak belli boşluklar kalacak.” açıklamasında bulunmuştur. Sena’nın kullanılan dikdörtgen ölçülerinin ölçülecek yüzeye uygun olması gerektiği fikrine sahip olduğu görülürken, Zuhal’in ise kare şeklinin uygun birim olduğunu ancak yetersiz gerekçe sunduğu görülmüştür. Sınıftan başka bir öğrenci ise “Karenin her kenarı eşit olduğu için daha uygun. Karenin uzunlukları aynı ama dikdörtgenin değil.” açıklaması ile kare şeklinin en uygun birim olduğunu vurgularken, farklı bir öğrenci ise “Kitap dikdörtgen olduğu için dikdörtgen kullanabiliriz.” ifadesi ile ölçülecek yüzeye benzer birim olması gerektiğine dair açıklamada bulunmuştur. Araştırmacı öğrencilerden farklı fikirler geldikten sonra kare şeklindeki renkli kağıtları göstererek “Elimdeki karelerden hangi kareyi kullanmak daha uygun olur?” sorusuyla tartışmaya müdahale etmiştir. Sınıftan bir öğrenci “Büyük kullanırsak çabuk dolar. Bence büyük daha uygun olur.” fikrine sahip iken, farklı bir öğrenci ise “Büyük kullanırsak bazı yerler boş kalır. Buçuklu olur. Bence küçük olmalı” yanıtını vermiştir. Yavuz ise “Bence küçük daha iyi olur. Kalan boşlukları daha iyi kapatabiliriz.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Sena ise “Küçük daha uygun

olur.” demiştir. Öğrencilerin verilen karelerin boyutlarına büyük/küçük olarak dikkat ettikleri, alanı küçük olan birim karenin daha uygun olacağı fikrine sahip oldukları ve birim ile yüzeyin ölçülerini ilişkilendiremedikleri söylenebilir.

Öğrencilerin düşüncelerini ifade etmesi üzerine, öğrencilerden ders kitabının kapağının verilen renkli kareler kullanarak tam kaplama yapılıp yapılamayacağını, tam kaplama için kaç tane kare kullanılması gerektiğini tahmin etmelerini ve gerçek ölçüm sonuçlarını da bularak not etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden grup olarak tartışma süreçlerini gerçekleştirdikten sonra etkinlik kağıdında verilen soruları cevaplamaları istenmiş ve yanıtlarını sınıf tartışması sırasında da paylaşabilecekleri ifade edilmiştir. Odak öğrencilerin kare şekli ile alan tahmini ve gerçek alan ölçümüne ilişkin tartışmalar aşağıda sunulmuştur.

Zuhal’ın “Buraya 4 tane sığar bence (kısa kenar). 4 tane olsa boşluk kalacak. 5 tane olsa dışarıda kalacak biraz.” İfadesi tahminde gözünde canlandırma stratejisini kullandığı görülürken, Şafak’ın tahmin için “Ölçelim” yanıtını verdiği görülmüştür. Yavuz’un parmaklarıyla karenin bir kenar uzunluğunu ölçüp satırda kaç tane kare sığabileceğini bulması ise birim tekrarlama stratejisini kullandığını göstermiştir. Grup tartışması ile kısa kenarına 6, uzun kenarına 6 tane kare sığabileceğine karar verip satır ve sütundaki kare sayısını çarptıkları görülmüştür. Zuhal, Şafak ve Yavuz’un tahminde farklı stratejiler kullanarak, ölçülecek yüzeyin kenar uzunluklarına kaç kare sığacaklarını bulmuşlar ve tahminde formül kullanma stratejisi ile ortak karara varmışlardır. Gerçek alan ölçümü için ise kareleri yerleştirip bakmışlar, Zuhal “Kareyi yerleştirelim. 7 diyelim. Tam sığmıyor. O zaman 35 olur.” derken, Yavuz “Kaydırarak kareyi burası 5, burası da 6 gibi.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Şafak’ın “Kareleri uzun kenarına yerleştirdik 6 ya da 7 oluyor. Tam sığmıyor. Kısa kenarına da yaklaşık 5 oluyor” açıklaması ile öğrencilerin ölçülecek yüzeyin kare ile tam sığmadığını fark ettikleri görülmüştür.

Odak öğrencilerden Sena’nın ise tahminde gözünde canlandırma stratejisini kullandığı ve alan tahminini “Tahminen 43” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Gerçek alan ölçümü için ise “Yerleştirelim kaydırarak. Buraya 8 tane sığarsa buraya da 5 olur. Her birinde 8 tane varsa gerçek sonucu 40.” şeklinde ifade etmiştir. Umay ise parmaklarıyla kaç tane kare sığabileceğine bakarken “1 kareyi koyarsak buraya 6 tane sığsa buraya da 5 olur (parmaklarıyla kaç tane gelebileceğine bakıyor). Tahminen 31” yaptığı açıklama, tahminde birim tekrarlama ve formül kullanma stratejisini kullandığını göstermiştir.

Gerçek alan ölçümü için ise “Döndürerek yerleştirtince 7 tane buraya oluyor. Buraya da 5. Çarpınca gerçek sonucu 35 oluyor.” yanıtını vermiştir. Sena ve Umay’ın gerçek alan ölçümü için kareleri yineleme ile satır ve sütundaki kare sayısını bularak çarpım yapması, ölçülecek yüzeyde kareler ile satır-sütun ilişkisi kurduklarına işaret etmektedir.

Grup tartışmaları bittikten sonra kare şekli ile alan tahmini ve gerçek alan ölçümü ile ilgili sınıf tartışması gerçekleştirilmiştir. Zuhal bulunduğu grubu temsilen “Biz 30 tahmin ettik. Buraya 5 tane, buraya 6 tane. Ama gerçek sonucu 35 çıktı. Buraya 5 tane, buraya 7 tane sığırdı.” açıklamasında bulunmuştur. Sena “Biz tahmini 43 bulduk. Gerçek sonucu 40 bulduk”, Umay ise “Tahmini 31 düşündük. Gerçek sonucu 35 bulduk.” şeklinde tahminlerini ve gerçek alan ölçümlerini ifade etmişlerdir. Zuhal kareleri kaydırarak bulduklarını ancak “İlla ki kayma olmuş olabilir. Doğru değildir bence. 6 da olabilir 7 de. Ama tam eşit değil.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Öğrencilerin tahmin etmede benzer stratejiler kullandığı görülürken, alan ölçümünü ise yaklaşık değerler ile ifade ettiği görülmüştür. Araştırmacının “Nasıl bir kare kullansaydık daha uygun olurdu?” sorusuna ise Zuhal “Biraz daha küçük olsaydı kareler boşluklar dolardı. 7’yi tam yapamadık. Yarısı dışarıda kaldı. Boşluk kaldı. 6 buçuk gibi. Çarparsak 30 ya da 35 olur.” şeklinde ifade etmiştir. Sınıftan farklı bir öğrenci ise “orta boyutta bir kare seçseydik olabilirdi” açıklamasında bulunmuştur. Odak öğrenciler de dahil olmak üzere, birim ile ölçülen yüzey arasında ilişki kurmakta zorlandıkları görülürken, tam kaplama fikrine sahip oldukları ve aynı niteliğe sahip birimlerden en uygunu kare şekli olduğu fikrinde mutabık kalmışlardır. Araştırmacı ise bir şeklin yüzeyinin her dikdörtgen veya kare ile kaplanamayacağını, yüzeye uygun şeklin seçilmesi gerektiğini ve alan ölçmede standart ölçü birimi olarak birimlerin (1 cm^2) kullanılması gerekliliğini vurgulamıştır.

İkinci hafta tahmini öğrenme yörüngesini uygulama sürecinde özetle öğrencilerin bir şeklin yüzeyinin ölçüsünü tahmin etmede zorlandıkları, kenar uzunluklarını ölçmeye yöneldikleri, zihinlerinden görüntüye göre gerekçe sunmadan tahminlerini yaklaşık değerle ifade ettikleri görülmüştür. Uzunluk ölçmede standart olmayan parmak, karış gibi birimleri alan tahmininde referans kabul ederek strateji olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin ön klinik görüşme bulgularında da görülen bir şeklin yüzeyini ölçmede kenar uzunluklarına odaklı olmaları, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı ve kullanılan birimin ölçülecek yüzeye benzer olması yaşadıkları güçlükler arasındadır. Yaşadıkları bu güçlüklerden ötürü standart olmayan farklı birimler ile yüzeyi kaplama

etkinlikleri gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin boşluk kalma ve çakışık kaplama durumlarına dikkat ettikleri, tam kaplama ile doğru ölçüm yapılacağı fikri yapılandırılmıştır. Öğretim öncesi tam kaplama için tüm yüzeyin birim ile kaplanması fikrine sahip iken öğretim sonrası satır ve sütun ilişkisini yapılandırıldıkları görülmüştür. Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı hareket ederlerken, öğretim sürecinde kare şeklinin alan ölçmede en uygun birim olduğunda mutabık kalmışlardır. Ancak kare ile tam kaplama yapılamadığı durumlarda karenin boyutlarına dikkat etmişler, birim ile ölçülecek yüzey arasındaki ilişkiyi açıklayamamışlardır. Ön klinik görüşme ve birinci tahmini öğrenme yörüngesi uygulama sürecinde de görülen, alan-çevre karmaşası ikinci hafta öğretim sürecinde kavram yanılgısı olmaktan çıktığı görülmüştür.

İkinci hafta tahmini öğrenme yörüngesini uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandırıldığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.14’te sunulmuştur.

Şekil 4.14

İkinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
• Tahminde birimin uzunluğunu parmak uzunluğu ile referans alma • Alan tahmininde referans kullanma • Tam kaplama fikri • Yüzeyi ölçmede şekil veya nesne yüzeyinin kullanımı • Standart olmayan birimlerin boyutuna göre ölçümün değişmesi • Standart olmayan birimin kenar uzunluğu ile yüzeyin kenar uzunluğunu ilişkilendirme • Satır-sütun ilişkisi ve çarpım • Alanı ölçmede standart ölçü birimin gerekliliği • Kare şeklinin ölçmede en uygun birim olduğu • Alan ve çevre kavramlarının farklı olduğu

Şekil 4.14’te görüldüğü gibi öğretim sürecinde görevlerin gerçekleştirilmesiyle odak öğrencilerin tahminde birimin uzunluğunu standart olmayan birimler ile referans alma ve alan tahmininde referans kullandıkları, tam kaplama fikrinin gelişmesi, yüzeyi ölçmede şekil veya nesne yüzeyinin kullanımı, standart olmayan birimlerin boyutuna göre ölçümün değişmesi fikri, standart olmayan birimin kenar uzunluğu ile yüzeyin kenar uzunluğunu ilişkilendirmeleri, alan ölçmede satır-sütun ilişkisi kurarak çarpım yapmaları, alanı ölçmede standart ölçü birimin gerekliliği fikri, kare şeklinin ölçmede en uygun birim

olduğu ve alan ile çevre kavramlarının farklı olduğu fikirleri yapılandırılan eylemler/kavramlar arasında olduğu söylenebilir.

4.2.3 Üçüncü hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY3 oluşturulmuştur. İkinci hafta sonunda alınan kararlar da göz önünde bulundurularak üçüncü hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 3 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.9’da sunulmuştur.

Tablo 4.9

TÖY 3 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 3		
Amaç: Ölçüm sonucunu birim ile ifade etme		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Dörtgen şeklinin alanını ölçme	Elektrik bandıyla oluşturulan dörtgenin alanını birim ile ifade etme
İkinci Adım	Verilen şekillerin alanlarını ölçme	Alanları karşılaştırma ve alanı birim kare ile ifade etme

Tablo 4.9’da görüldüğü gibi TÖY 2 kapsamında ele alınan etkinlik ve görevler odak grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.15’de sunulmuştur.

Şekil 4.15

Ölçüm Sonucunu Birim İle İfade Etme Konulu Üçüncü Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.15’de görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin rastgele tahminde bulunarak yetersiz gerekçe sunmaları, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olmaları, şeklin kenar biçimlerine göre benzer birim seçmeleri ve parçalı birimlerden oluşan şeklin alanını ölçmede güçlük yaşamalarından dolayı çevre odaklı olmaları yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için yüzey kavramı için görsel ve somut temsil kullanmıştır.

Birinci adım olarak verilen şekillerin alanlarını birim ile ifade etme amacına yönelik, parçalı birimlerden oluşan bir dörtgenin alanını bulma görevi gerçekleştirilmiştir. Beyaz tahtada oluşturulan dörtgenin alanını ölçmek için hangi stratejilerin kullanılabileceği, nasıl tahmin edecekleri, parçalı birimler hakkında neler yapılabileceği ve nasıl bir ölçme birimi (kare) kullanırsak daha doğru ölçüm olacağı üzerine öğrencilerin fikirlerini paylaşımları istenmiştir. Öğretim sürecinde odak öğrencilerin tümünün şeklin alan ölçüsünü bulmak için aynı niteliğe sahip şekillerle kaplama yapılması ve toplam birim sayısının bulunması gerektiği fikrine sahip oldukları görülmüştür. Araştırmacı beyaz tahta üzerine elektrik bandı ile Görsel 4.30’daki gibi parçalı birimlerden oluşan bir dörtgen şekli oluşturmuş ve “Oluşturacağım şeklin ismi nedir acaba düşünelim” sorusu ile dikkat çekmeye çalışmıştır. Zuhal “Dikdörtgen bence. İki dik kenarı oluştu”. Şafak “Üçgen de çıkabilir, yamuk ta” şeklinde tahminlerini ifade etmişlerdir. Şekli oluşturduktan sonra Umay “Bu bir dörtgen” açıklamasında bulunmuştur.

Görsel 4.30

Beyaz Tahta Üzerinde Oluşturulan Şeklin Görseli



Araştırmacının “Hangi şekillere dörtgen deriz?” sorusuna yönelik ise Zuhal “Yamuk”, Şafak “Paralelkenar”, Yavuz “Dört kenarı olan kapalı şekillere”, sınıftan farklı bir öğrenci ise “Eşkenar dörtgen” yanıtını vermiştir. Umay’ın şekli isimlendirebildiği, Zuhal ve Şafak’ın özel dörtgenleri örnek verdiği ve Yavuz’un ise dörtgeni tanımlayabildiği görülmüştür. Öğrenciler tahtada oluşturulan şeklin dörtgen olduğu konusunda mutabık

kalmışlardır. Araştırmacı “ Bu şeklin alan ölçümünü yani ne kadar yer kapladığını nasıl bulacağız?” sorusu ile şeklin alan ölçümüne dikkat çekmiş ve öğrencilerin fikirlerini paylaşmalarını istemiştir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur.

Zuhal: Kenarlarını ölçsek.

Sınıf: Kareye benzemiyor. Buna benzeyen bir üçgen, geometrik cisim kullansak.

Zuhal: Toplasak desem olmuyor.

Sınıf: Buna benzeyen bir şekil yok. Çeşit çeşit şekiller kullanabiliriz. Üçgen, kare olabilir.

Araştırmacı: Amacımız bunun yüzeyini kaplamak mı?

Sena: Evet. Karelerin ayrı bir ölçüsü olur. Üçgenlerin ayrı bir ölçüsü olur. Kaç tane üçgen, kaç tane kare olduğunu toplardım.

Araştırmacı: Karelerin ölçüsü, üçgenlerin ölçüsü derken neyi kastediyorsunuz?

Sınıf: Çevresi.

Yavuz: Çevre ile alan farklı ama kenar uzunlukları toplamı çevre.

Araştırmacı: Kitabın yüzey ölçümünü nasıl bulmuştuk?

Zuhal: Kapak, silgi, not defteri ve kareler ile kaplamıştık. Bunu da kareler ile kaplayabiliriz.

Sınıf: Üçgen şeklini kullanmalıyız. Bir yere kare gelecekse 2 tane üçgen koyarız.

Sınıf: Arkadaşlarım bazı yerlerde üçgen ve bazı yerlerde kare kullanalım diyor ama onların da aynı alanları olması lazım ki ölçtüğümüz şey aynı çıksın.

Araştırmacı: Sınıfımızın tabanına bakalım. Hep aynı karelerden oluşmuş değil mi?

Sınıf: O şekli karelerden oluşuyor şeklinde düşünsek ama tam oluşmamış. O zaman oraları yarım olarak sayacağız. İki tane yarım 1 tam olarak saya saya kare sayısını bulacağız.

Araştırmacı: Boşluklar kalacak. Boşlukları ne yapmalı?

Yavuz: Farklı şekilleri kullanmak istiyoruz ama tek bir şekil kullanacaksak bu şekil dik üçgen olabilir. Bu şeklin köşelerine üçgen koyabiliriz. Üçgenin alanını kuralla bulabiliriz. İki dik kenarını çarpıp 2 ye böleriz.

Sena: Kareleri yerleştirsek taşan yerleri kesebiliriz.

Sınıf: Daha önceki derste kitabı kaplarken köşelerdeki boşlukları birleştirip 1 tam yapmıştık

Zuhal: Üçgen taraflarını karenin yarısı şeklinde yapsak.

Diyalogda da görüldüğü üzere Zuhal şeklin biçiminden dolayı şeklin kenar uzunlukları odaklı ölçmeye yönelmiştir. Zuhal'in alan ölçme ile çevre uzunluğunun farklı olduğunun farkında olmasına karşın şeklin bilinen bir şekil (kare ve dikdörtgen) olmayışı alan ölçmede zorlandığını göstermiştir. Odak öğrencilerin çoğunun aynı niteliğe sahip ancak yüzeye benzer şekillerle ölçmeye yöneldiği görülmüştür. Sena'nın şeklin alan ölçüsünün toplam birim sayısı ile bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülse de sınıftan farklı bir öğrenci ise alan ölçümü için aynı alana sahip şekiller kullanılması gerektiğini ve ölçüm sonucunu kullanılan birim ile ifade edileceğini belirtmiştir. Yavuz'un ise şeklin kenarlarından dolayı alan ölçmede dik üçgenin birim olarak kullanılabileceğini ve üçgenin alan bağıntısına dikkat çekmesi formül odaklı olduğunu göstermiştir. Şafak ise Yavuz'un fikrini desteklemiş ve şeklin kenarlarına yakın yerlerde üçgen birim kullanılabileceğini belirtmiştir. Sınıftaki öğrenciler şeklin alanını ölçmede kare şeklinin kullanılmasında mutabık olmuşlar, boşlukların kalması durumunda üçgen şeklini yarım birim olarak kabul etmelerine üzerine sınıf tartışması sürdürülmüştür.

Araştırmacı: Kaç kareden oluştuğunu nasıl bulacağız?

Umay: Kareleri kaydırarak yerleştirebiliriz. Üstünde boşluk kaldı. Buraya 7 tane sığar. Alt tarafa da aynı şekilde yerleştirsek 7 tane sığar. Ama üçgen kaldı. Sonrasını bilmiyorum.

Sınıf: Parçaları kaydırsak bir tam kare yapsak bu şekli. Karşı tarafı da 7. Dört köşeyi de yapabiliriz. Ama tam yapamam. Düzgün şekilde yapsak. Ama bunun uzunluğunu ölçmeliyiz. Burası 52 cm. Yeni bir kare oluşturarak cm lerini toplayarak. Sonucunu 4 e bölssek. Yeni bir kare oluşturacağız. Daha düzgün olacak. Kenar uzunlukları aynı olacak. Bir daha ölçeceğiz.

Zuhal: Arkadaşımız 7 kare sığdığını bulmuştu. Yukarıdan aşağı indikçe bir kare küçülüyor. 7 ile 7 toplarız. 1 azalarak gider. 6-5-4-3. Toplarsak 32 olur. Burası kaldı. Buraya da bakabiliriz. Buradan da 3 ün hizasına kadar 7 şer sığar. 4 tane 7 oluyor. Toplam 60.

Sınıf: Üçgenleri kessek olmaz mı? Bir kare elde etsek. Karenin içini saysak. Her birine 5 tane sığıyor. 5 er 5 er saysak. 25 olur. Geriye kalanları da sayıp eklersek olur. Kareleri yerleştireceğiz.

Şafak: Köşelere üçgen koysak daha iyi olur. Kare tam sığmıyor.

Araştırmacı: Üçgen ile kareyi nasıl ilişkilendireceğiz? Kaç tane kareden oluşur nasıl diyeceğiz?

Sınıf: Buraya 3 tane sığdı (çentikler atarak belirliyor)

Sena: Orada kalan yarımaları 1 kare ediyor gibi düşüneceğiz.

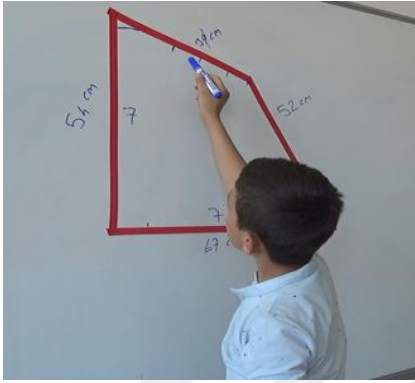
Araştırmacı: Bir şeklin alanını bulmak için içindeki kare sayısını bulmalıyız.

Umay: o zaman boşluklardaki yarımları da birleştirince toplam kare sayısını bulabiliriz.

Umay dörtgen şeklinin kareler ile kaplanabileceğini belirtmiş ve kareleri öteleyerek bir satır ve bir sütunda kaç kare olduğunu bulmuştur. Görsel 4.31’de görüldüğü gibi, şeklin kenarlarına birimin kenar uzunlukları aralığında çentikler atarak satır ve sütunları oluşturmak istemiştir. Ancak şeklin yüzeyini kareler ile tam kaplayamamış ve boşluklar kaldığını ifade etmiştir.

Görsel 4.31

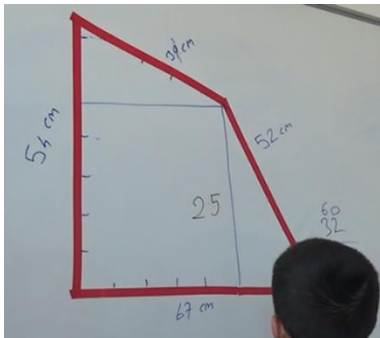
Umay’ın Şeklin Kenarlarına Çentikler Atarak Satır ve Sütun Sayısını Bulmaya İlişkin Görsel



Sınıftan farklı bir öğrenci ise şekli kareye tamamlamak gerektiği fikrini öne sürmüştü ve düzgün bir şekil haline getirip çevre uzunluğunun ölçülebileceğini ifade etmiştir. Bazı öğrencilerin şeklin biçiminden dolayı alan ölçme yerine çevre uzunluğuna yöneldiği görülmüştür. Zuhail ise kareler ile satırları kaplamış ve toplam birim kare sayısını bulmuştur. Şafak ise toplam kare sayısını bulmak için şekli parçalayıp kare şeklinin elde edilebileceğini ve geriye kalan bölgelere ise kaç kare sığacağını da bularak toplam kare sayısının bulunabileceğini sunmuştur. Şafak’ın şekil üzerinde yaptığı eylemler Görsel 4.32’de verilmiştir.

Görsel 4.32

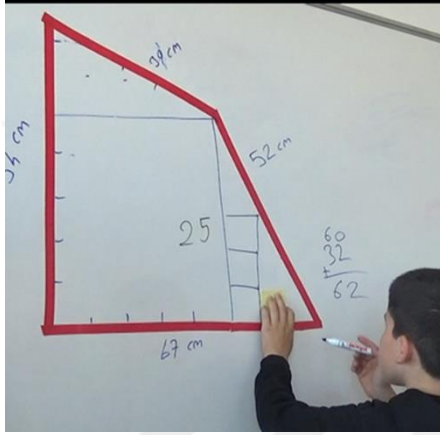
Şafak’ın Şeklin Üzerinde Parçalama Stratejisini Kullanması



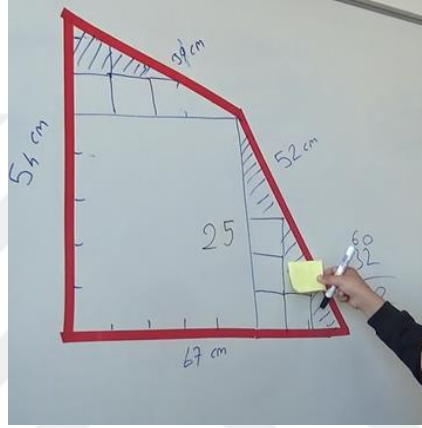
Öğrencilerin şeklin kareler ile tam kaplama, kenarlara yakın yerlerde yarım birimler kullanma ve toplam birim sayısı ile alanın bulunabileceği fikrinde mutabık oldukları görülmüştür. Görsel 4.33a'da Şafak şekil üzerinde parçalama stratejisi ile elde ettiği karenin alanını satır-sütun sayısının çarpımı ile bulmuş ve Görsel 4.33b'de ise üçgenler üzerinde birim kare çizimi yapmış, yarım birimleri birleştirerek birim kare kabul etmiş ve toplam birim kare sayısını bulmuştur.

Görsel 4.33

Şafak'ın Kenarlara Yakın Yerlerde Birim Kare Kullanımı



(a)



(b)

Beyaz tahtada oluşturulan dörtgenin alanını ölçme etkinliğinde, odak öğrencilerin tümünün alan ölçmede aynı niteliğe sahip ancak kenar biçimlerine dikkat ederek benzer birimler seçme fikrinin ağırlıklı olduğu yaşanan zorluklar arasındadır. Sadece Zuhâl'in şeklin biçiminden dolayı çevre odaklı olduğu görülmüştür. Araştırmacı yüzey için somut örnekler vererek müdahalelerde bulunmuştur. Sınıf tartışmaları ile bir şeklin yüzeyini ölçmede birimin kullanılması, birimlerin eş alanlara sahip olması, kare şeklinin alan ölçmede uygunluğu ve yüzeyi kaplayan toplam birim sayısının alanı vereceği zihinsel eylemleri yapılandırılmıştır. Ayrıca alan ölçmede çentikler ile satır-sütun oluşturmaları ve şekli parçalayarak alan ölçüsünü bulma yapılandırılan eylemler arasındadır.

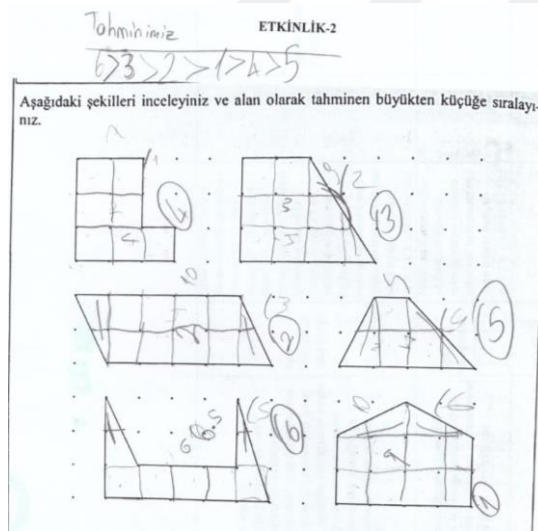
İkinci adımda verilen şekillerin alanlarını ölçme amacına yönelik, verilen şekillerin alanlarını karşılaştırma ve alanı birim kare ile ifade etme ile ilgili görevler grup tartışmaları ile gerçekleştirilmiştir. Grup tartışmalarına göre odak öğrencilerin tümünün parçalı birimlerden oluşan şekillerin alanlarını karşılaştırırken noktalar arası mesafelere dikkat ettikleri ve şekilleri daha önce bildikleri şekiller haline getirmeye çalıştıkları

görülmüştür. Alan ölçümleri için ise noktalı zeminden yararlanarak birim kare oluşturdukları, birim kareleri sayma yaptıkları ve parçalı birimleri sayarken birim kare elde etmeye dikkat ettikleri görülmüştür.

Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6b) dağıtılmış ve etkinlikler grup tartışması ile gerçekleştirilmiştir. Odak grup tartışmalarında şekillerin alanlarını karşılaştırmada Zuhal “İlki daha büyük. Bunda çok yarım var. Bu küçük (3.soldaki şekil)” ve Yavuz “Alanına göre tahmin edeceğiz. Sayılar yazalım üzerine. Yarımları olan daha küçük duruyor. En küçük bu olabilir” şeklinde düşüncelerini belirtmişlerdir. Umay’ın ise gruptaki arkadaşlarının düşüncelerine katıldığı görülmüştür. Görsel 4.34’de Yavuz, Umay ve Zuhal’in bulunduğu gruba ait şekillerin alanlarını karşılaştırarak tahmini sıralama yaptıkları ve alan ölçümü için birim kare çizimi yaptıkları görülmektedir.

Görsel 4.34

Yavuz, Umay ve Zuhal’in Çalışma Kağıdında Yaptıkları Eylemler

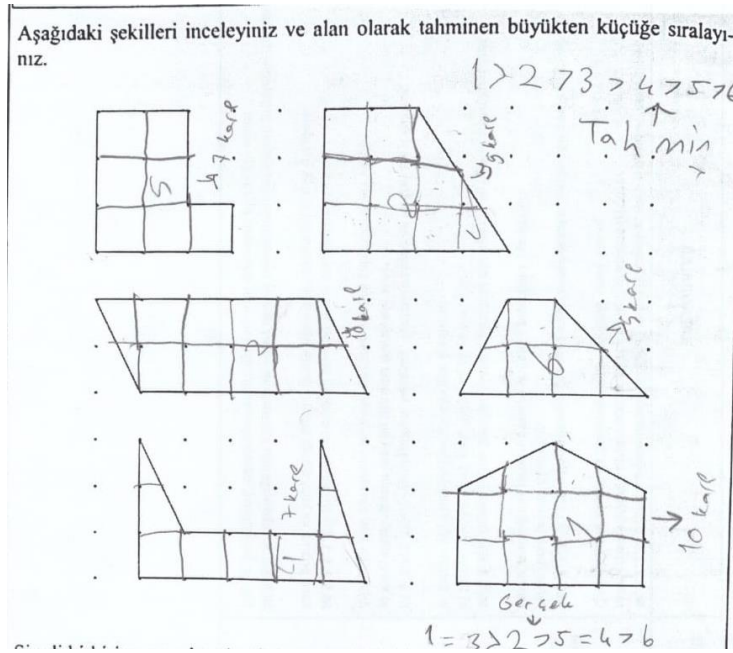


Şekillerin alanlarını tahmin ve ölçümüne ilişkin Zuhal “Göz kararı ile tahmin ettik. Bazıları doğru çıktı. Noktaları birleştirince gerçek sonucu bulduk” açıklamasında bulunmuştur. Umay ise “Birkaçı hariç tahminimiz ile gerçek ölçüm sonuçlarımız aynı çıktı.” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Görsel 4.34’te görüldüğü gibi, 6 numaralı şeklin daha fazla yarım birimlerden oluştuğunu düşünerek alanının daha az olacağını tahmin etmişler ve alan ölçümü için birim kareleri çizip sayma yapmışlardır. Şafak ise grubunu temsilen “Göz kararı tahmin ettik, dört tanesi doğru çıktı. Noktaları kullandık ve alanlarını bulduk.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Sena ise “Çizgiler çizince gerçek

ölçüm sonuçlarını bulduk. Tahminimiz ile gerçek alanlardan bazıları farklı çıktı. Göz kararı tahmin etmiştik ama bazıları yanlış oldu.” açıklamasını yapmıştır. Şafak ve Sena’nın şekiller üzerinde birim kareleri oluşturdukları ve alan ölçümü için birim kareleri saydıkları Görsel 4.35’te görülmektedir. Grup tartışmalarında odak öğrencilerin tümünün şekillerim biçimine göre görsel odaklı tahmin ettikleri ve gerçek alan ölçümü için birim kareleri oluşturup sayma yaptıkları görülmüştür.

Görsel 4.35

Şafak ve Sena’nın Çalışma Kağıdında Yaptığı Eylemler



Noktalı zeminde verilen şekillerin alanlarını karşılaştırma ve alan ölçümü etkinliğinde ise odak öğrencilerin çoğunun bir şeklin alanını tahmin etmede rastgele tahminde bulunmaları ve gerekçe sunmadan “göz kararı”, “bakarak anladık” ifade etmeleri yaşanan zorluklar arasındadır. Grup tartışmaları ile şekillerin alanlarını birim kareyi referans olarak gözlerinde canlandırma ile tahmin etmeleri, tahminlerinin alan ölçümüne yaklaşması, şekillerin kenarlarına yakın yerlerde parçalı birim ile birim kare ilişkisini kurmaları ve şekillerin alan ölçümünü birim kare ile ifade etmeleri yapılandırılan zihinsel eylemlerdir.

Üçüncü hafta tahmini öğrenme yörüngesini uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.16’da sunulmuştur.

Şekil 4.16

Üçüncü Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
• Alan ölçmede eş birimlerin kullanımı • Alan ölçmede birim kare ile tam kaplama fikri • Alan ölçümünün birim kare sayısını vermesi • Satır-sütun oluşturma • Geometrik şekillerin alanlarının parçalanabileceği fikri • Alan ölçmede bilinen şekillerin yüzeylerinden yararlanma • Kenara yakın yerlerde parçalı birim ile birim kare ilişkisi kurma • Alan tahmininde birim kareyi referans alma • Tahminlerin alan ölçümüne yaklaşması • Şeklin alanını birim kare ile ifade etme

Şekil 4.16’da görüldüğü gibi, öğretim sürecinde görevlerin gerçekleştirilmesiyle öğrencilerin alan ölçmede eş birimlerin kullanılması gerektiği fikrine sahip olmaları, alan ölçmede birim kare ile tam kaplama fikrinin gelişmesi, alan ölçümü ile birim kare sayısını ilişkilendirmeleri, şekli satır-sütun olarak yapılandırmaları, geometrik şekillerin alanlarının parçalanabileceği fikrinin gelişmesi, alan ölçmede bilinen şekillerin yüzeylerinden yararlanmaları, kenara yakın yerlerde parçalı birim ile birim kare ilişkisi kurmaları, alan tahmininde birim kareyi referans almaları, tahminlerinin alan ölçümüne yaklaşması ve şeklin alanını birim kare ile ifade edebilmeleri yapılandırılan eylemler/kavramlar arasında olduğu söylenebilir.

4.2.4 Dördüncü hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY4 oluşturulmuştur. Üçüncü hafta sonunda alınan kararlar da göz önünde bulundurularak üçüncü hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 4 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (Bkz.EK-5) içerikleri Tablo 4.10’da sunulmuştur.

Tablo 4.10

TÖY 4 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 4		
Amaç: Dikdörtgenin alan formülünü oluşturma		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Dikdörtgenin alanı ile birim kare sayısını ilişkilendirme	Verilen iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırma
İkinci Adım	Dikdörtgenin alanını satır ve sütun ilişkisinden yararlanarak bulma	Verilen dikdörtgen şekillerin alan ölçümünü kısa yoldan bulma

Tablo 4.10’da görüldüğü gibi TÖY 4 kapsamında ele alınan etkinlikler ve görevler bireysel, odak grup tartışmaları ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.17’de sunulmuştur.

Şekil 4.17

Dikdörtgenin Alan Formülünü Oluşturma Konulu Dördüncü Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.17’de görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin görsel odaklı tahminde bulunmaları, hatalı birim kare çizimleri, alan-uzunluk ölçü birimi karmaşası yaşamaları, en-boy ile genişlik-yükseklik kavramlarında karmaşa olması ve birim karenin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirmede yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için somut örnekleri çoğaltarak müdahaleler de bulunmuştur.

Birinci adım olarak dikdörtgenin alanı ile birim kare sayısını ilişkilendirme amacına yönelik verilen iki dikdörtgen şeklinin alanlarını karşılaştırma görevi gerçekleştirilmiştir.

Dikdörtgen şekillerin alanlarını nasıl karşılaştırdıkları, yüzeylerine kaç birim kare sığacağını ve birim karelerin dikdörtgen şekline nasıl sığacağını göstermeleri üzerine öğrencilerin fikirlerini paylaşmaları istenmiştir. Öğrencilere adım ve görevlere uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı dağıtılmıştır (Bkz.EK-6c). Etkinlikler grup tartışmaları ile gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışmalar yapılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecinde odak öğrencilere ait grup tartışması aşağıda sunulmuştur.

Şafak: (İlk küçük karenin kenar uzunluklarını ölçüyor.)

Yavuz: (Tahmin etmek için parmakları ile kareleri yerleştirmeye çalışıyor.)

Şafak: Tahminen Birinci dikdörtgenin alanı ikinci dikdörtgenden büyüktür.

Zuhal: Bence birinci daha büyüktür.

Zuhal: Toplarsak iki tane 8, 16 olur. İki tane 5 daha 26 olur. Toplarsak iki tane 10, 20 olur. İki tane 4 daha 28 olur. Aynı yüzey ölçüsüne sahip bir şekil diyor. Buna göre yapalım. 26 santimetrelilik olacak. Ama çevre oluyor. Şu kare ile tekrar ölçelim.

Şafak: (Satırları çiziyor. 4 ile 9'u çarptı. 36 olur. Üzerine 2 ekleyip 38 buldu. Son sütundaki yarımaları birleştirip üzerine ekliyor)

Zuhal: Birinci dikdörtgende 5-10-15-20-25-30-35-40-45 kare var. 45 cm olur. İkinci dikdörtgende 30 kare var.

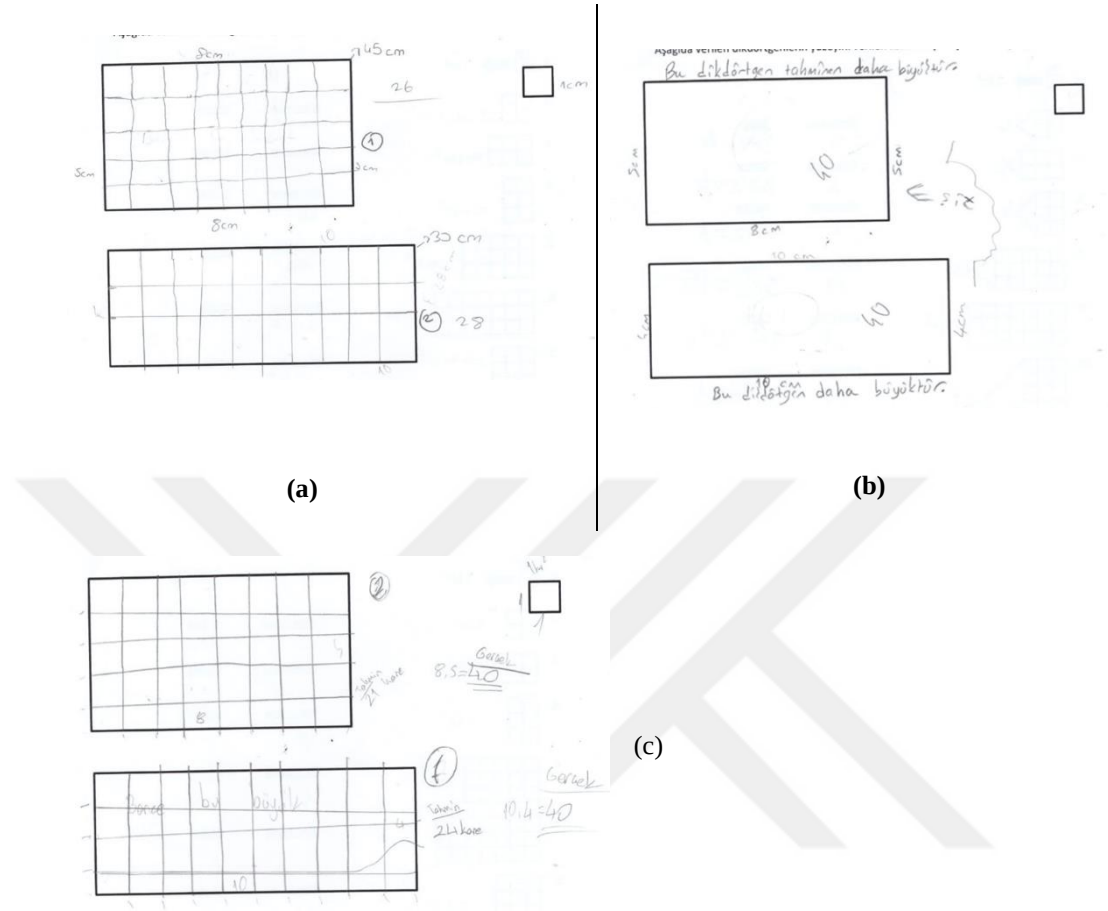
Umay: Bence alttaki daha büyüktür.

Sena: Gördüğüm kadarıyla yukarıdaki daha büyük.

Diyalogda da görüldüğü gibi, Şafak birim kareyi referans alarak dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırmış ve birinci dikdörtgenin alanının daha fazla olduğuna karar vermiştir. Zuhal önce dikdörtgenlerin kenarlarına kaç kare sığabileceğini düşünmüş ve bulduğu birim kare sayılarını toplamıştır. Ancak yaptığı işlemin çevre uzunluğu olduğunun farkına varmış ve birim kare ile ölçmeye karar vermiştir. Zuhal'in alan-çevre karmaşasına ilişkin kavram yanlışlığının ortadan kalktığı görülmektedir. Görsel 4.36a'da görüldüğü gibi, Zuhal dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ölçmüş ancak yüzeyinde hatalı birim kare çizimi yaptığından alan ölçümünü de hatalı bulmuştur. Ayrıca dikdörtgenlerin alan tahmini ile alan ölçümlerinin oldukça uzak çıktığı görülmüştür.

Görsel 4.36

Zuhal, Şafak ve Yavuz'un Dikdörtgenlerin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri



Şafak, Görsel 4.36b’de görüldüğü gibi, dikdörtgenlerin alan ölçümü için kenar uzunluklarını ölçmüş ve kenar uzunluklarının çarpımı ile alanlarını bulmuştur. Alan ölçümü ile iki dikdörtgenin de eş alanlara sahip olduğunu fark etmiştir. Yavuz, ise, parmağının ucunu birim kare kabul edip dikdörtgenlerin yüzeyine kaç birim kare sığacağını tahmin etmiş ve ikinci dikdörtgenin alanının daha fazla olacağını düşünmüştür. Görsel 4.36c’de görüldüğü gibi, dikdörtgenlerin alan ölçümü için çentikler atarak birim kareleri çizmiş ve satır-sütun sayısını çarpmıştır. Yavuz satır-sütun sayısını doğru belirleyebilmiş ancak düzensiz birim kare çizimi yaptığı görülmektedir.

Grup tartışmaları gerçekleştirildikten sonra etkinlik sınıf tartışması ile sürdürülmüştür. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur.

Şafak: Üstteki kare geniş ama alttaki dikdörtgen daha fazla çıktı.

Zuhal: Önce bu kareyi kullanarak dikdörtgenin içini doldurduk. Sonra 45 santimetrekare çıktı. İlk dikdörtgen daha büyük demiştik. Göz kararı ile baktığımızda daha geniş olduğu için. Kareleri de 1 cm ölçerek çizdik. Hepsini 1 cm olduğu için ikincisi 30 cm çıktı. Farklı çıktı.

Yavuz: Tahmin ettiğimde birincisini daha büyük düşünmüştüm ama ölçünce ikisini de 40 santimetrekare buldum. İçlerinde 40 tane kare var. İki dikdörtgen de eşit.

Sınıf1: Kısa kenarı 5 cm, uzun kenarını da 8 cm ölçtük. Yan kenarları 5 cm olduğuna göre 5 sıra vardır. Uzun kenarında da 8 cm olduğu için 5 ile 8 i çarptık. 40 oldu. İkinci dikdörtgende yan kenarları 4 cm, uzun kenarları 10 cm. Bunları da çarpınca 40 tane kare sığar. Eşit yani.

Sınıf2: Biz kenarlarını ölçtük. Kenarlarını topladık.

Sınıf3: Ama o çevre oluyor.

Sınıf4: İkincisini büyük olarak düşünmüştük ama eşit ikisi de 40.

Sena: Birinci olanı daha büyük tahmin ettim. Sonra kareyi ölçtüm. 1 santimetrekare. Sonra 1 cm ile her tarafını doldurdum. Kenarları yarım kaldı. Yarımları 1 saydım. 36 kare oldu. İkincisi de 40 kare oldu.

Umay: İkinciye daha büyük tahmin ettim ama ikisi de eşit çıktı.

Sena: Kısa kenarı 5 cm olduğu için 5 tane kare sığar.

Zuhal: Uzun kenarı da 8 cm olduğu için 8 tane kare sığar. 8 ile 5'i çarpabiliriz.

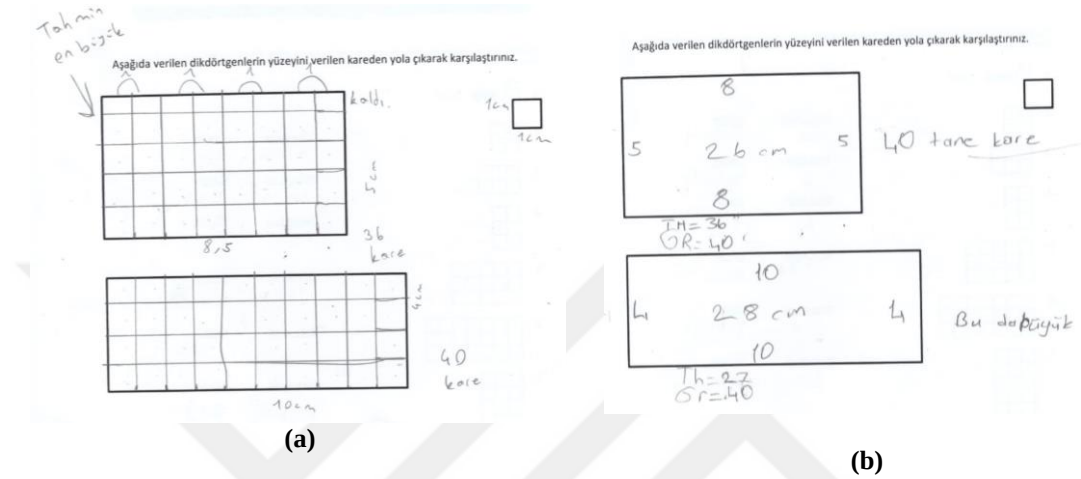
Diyaloğa göre, Şafak'ın dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırma ve tahminde yanıldığını fark ettiği görülürken eş dikdörtgenlerin alan ölçümlerini hatalı bulmuştur. Zuhal'in ise Şafak'ın düşüncesine benzer şekilde, karşılaştırma ve tahminde görüntüye dikkat ederek birinci dikdörtgenin geniş durduğunu düşünmüş ancak hatalı çizim yaptığı için alan ölçümlerini hatalı bulmuştur. Ayrıca Zuhal alan birimini uzunluk birimi olarak ifade etmiştir. Yavuz ise dikdörtgenlerin alanlarını karşılaştırdığında birinci dikdörtgenin alanını daha fazla olduğunu düşünmüş ancak iki dikdörtgenin alanlarının eşit ve 40 cm^2 kare olduğunu bulmuştur. Yavuz alan ölçü birimini cm^2 olarak ifade ederken, birim kare sayısı ile alanı ilişkilendirebildiği görülmüştür. Sınıftan farklı bir öğrenci ise dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını ölçüp kaç satırdan ve sütundan oluştuğunu bulmuş ve satır-sütun sayılarını çarparak dikdörtgenlerin eşit alanlara sahip olduğuna karar verdiğini ifade etmiştir.

Odak öğrencilerden Sena ise birinci dikdörtgenin alanının daha fazla olduğunu düşünmüş, Görsel 4.37a'da görüldüğü gibi birinci dikdörtgeni kareler ile kaplamış ancak

hatalı ölçüm yapmıştır. İkinci dikdörtgenin alan ölçümünü doğru bulduktan sonra kenar uzunlukları ile birim kare sayısını ilişkilendirmiş ve iki dikdörtgenin de eşit alanlara sahip olduğunu bulmuştur.

Görsel 4.37

Sena ile Umay'ın Dikdörtgenlerin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri



Umay ise Görsel 4.37b’de görüldüğü gibi, diğer arkadaşlarından farklı olarak ikinci dikdörtgenin alanının daha fazla olacağını tahmin ettiğini belirtmiş ancak birinci dikdörtgeni tahmini olarak daha fazla olarak not almıştır. Alan ölçümleri için ise kenar uzunlukları ile birim kare sayısını ilişkilendirmiş ve kenar uzunluklarını çarparak alan ölçümlerini eşit bulmuştur.

Gerçekleştirilen sınıf tartışmasıyla Zuhal’in dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birim kare sayısını ilişkilendirebildiği ve dikdörtgenlerin alan ölçümlerini kısa yoldan bulabileceğini fark ettiği görülmüştür. Araştırmacının öğrencilerin alan ölçü birimlerini uzunluk olarak ifade etmeleri üzerine “Alan ölçü birimi ne olur?” sorusu ile öğrencilerin dikkatini çekmiştir. Sena “40 kare” şeklinde ifade ederken, sınıftan farklı bir öğrenciden “Metre mi” yanıtı gelmiştir. Bunun üzerinde sınıftan farklı bir öğrenci ise “Bir örnek verebilir miyim? Evi alacağımız zaman salonu için metre kareyi kullanabiliriz.” açıklaması ile alan ölçü birimini günlük hayat ile ilişkilendirmiştir. Yavuz’un “Sıraların yüzeyi santimetrekare olabilir.”, Sena’nın “Askılığın yüzeyi” ve Zuhal’in “Silginin yüzeyi gibi küçük yerlerin alanı cm^2 olabilir” yanıtları ile sınıf içerisinde örnekler verdikleri görülmüştür.

Dikdörtgenin alanı ile birim kare sayısını ilişkilendirme etkinliğinde, odak öğrencilerin çoğunun dikdörtgenleri alanlarını rastgele tahmin etmeleri, alan ölçümlerinde hatalı birim kare çizimleri ve alan ölçü birimlerini uzunluk birimi olarak ifade etmeleri yaşanan zorluklar arasındadır. Alan ölçü birimleri ile uzunluk ölçü birimleri arasındaki ilişkiyi yapılandırabilmeleri için ise günlük hayattan örnekler vermeleri istenmiş ancak sadece Yavuz'un birim karelerin alanının 1 cm^2 olduğundan dikdörtgenin alanının cm^2 olarak ifade edildiği fikrine sahip olduğu görülmüştür. Grup ve sınıf tartışmaları ile dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birim karenin bir kenar uzunluğunu ilişkilendirebilmişler, dikdörtgenin alan ölçümü için satır-sütun oluşturma ve satır-sütun sayılarını çarpma yapılandırılan eylemler arasında yer almıştır.

İkinci adım olarak dikdörtgenin alanını satır ve sütun ilişkisinden yararlanarak bulma amacına yönelik, verilen dikdörtgen şekillerin yüzeylerine kaç tane kare sığabileceğini kısa yoldan nasıl bulma görevi gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinde odak öğrencilerin çoğunun yüzeyi küçük olan alanlarda birim kareleri saydıkları, yüzey büyüdükçe satır ve sütun sayılarını çarparak birim kare sayısını buldukları görülmüştür. Öğrencilere adım ve görevlere uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı dağıtılmıştır (Bkz. EK-6c). Etkinlikler önce bireysel gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışmalar yapılmıştır. Etkinliğin uygulama sürecinde odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Kare sayılarını nasıl buldunuz?

Sınıf: Tek tek saydım. Büyük olan uzun sürer diye 13 ile 12 yi çarptım.

Sena: Ben tek tek saymadım. Bir satırına baktım. 5-10-15 diye buldum.

Sınıf: Bir kenarında 12 var. Diğer kenarında 13.

Şafak: Kısa yoldan yapmak için öyle yapıyoruz. Tek tek saymak yerine çarpıyoruz.

Sınıf: Ben ikişer ikişer saydım.

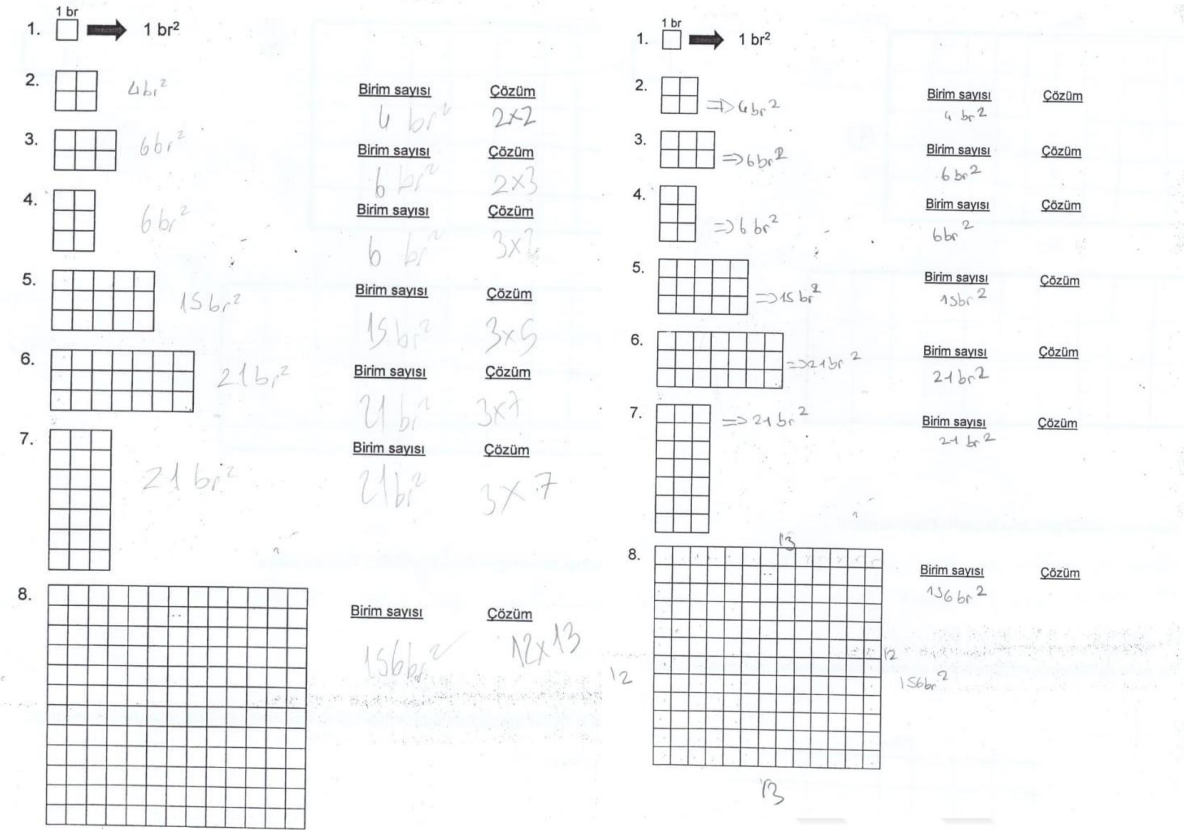
Umay: 2 satır var, 3 tane sütun var. Çarpınca 6 kare oluyor.

Sena: 21 kare var. 3 yatay, 7 dikey var.

Diyaloğa göre, öğrencilerin birim karelerden oluşan şekiller verildiğinde, şekillerin alanlarını birim kare sayısını bularak ifade ettikleri, satır ve sütun ilişkisinden yararlandıkları görülürken, satır-yatay veya sütun-dikey gibi kavramlarını kullandıkları görülmektedir. Odak öğrencilerden Zuhal ve Yavuz'a ait şekillerin alanlarını hesaplamada yaptıkları eylemler örnek olarak Görsel 4.38'te verilmiştir.

Görsel 4.38

Yavuz ve Zuhal'in Dikdörtgen Şekillerin Alanlarını Hesaplama Satır-Sütun Çarpımı



Sınıf tartışması gerçekleştirildikten sonra araştırmacı kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alanı ile ilgili “Kısa kenarı 16 cm, uzun kenarı 20 cm olan bir dikdörtgenin alanı hakkında ne diyebilirsiniz?” sorusunu yöneltmiştir. Şafak “En ile boyu çarparak kısa yoldan bulabiliriz.320” yanıtını vermiştir. Şafak’ın bu yanıtı üzerine en-boy, genişlik-uzunluk kavramlarının dikdörtgenin hangi kenarları olarak ifade edilebileceğine öğretmen dikkat çekmiştir. Şafak hariç sınıftaki öğrencilerin fikir belirtmedikleri görülmüş ve öğretmen ise beyaz tahtanın yüzeyi ile sınıf kapısının yüzeyini ve kenar uzunluklarını incelemelerini istemiştir. Sena’nın “Kapının boyu deyince uzunluğunu anlıyorum. Kapıya bakınca dikdörtgenin uzun kenarı oluyor” açıklamasını yapmıştır. Yavuz ise “Kendi boyumuz gibi düşünürsek. Yani boyumuzun uzunluğu evet kapının boyu yerden yüksekliği olur bence de” düşüncesi ile Sena’nın fikrini desteklemiştir. Sınıftan farklı bir öğrenci ise “Tahtanın boyu da kapının boyu gibi düşünürsek kısa kenarı olmalı. Kendi boyumu düşündüğümde öyle oluyor” demiştir. Umay ise “O zaman değişiyor. Ben karıştırıyorum genelde. Dikdörtgenin kısa kenarını en gibi düşünüyordum.” yanıtını vermiştir. Şafak ise “Ben dikdörtgenin kısa kenarı en, uzun

kenarı boy olarak düşünmüştüm. O zaman tersi mi oluyor?” sorusunu yöneltmesi üzerine öğretmen dikdörtgenin her zaman kısa kenarının uzunluk veya boy, uzun kenarının genişlik veya en olmayacağını, kapının boyunun aynı zamanda uzunluk olduğunu, kapının boyunun eninden fazla olduğunu ve tahtanın boyunun ise eninden daha az olduğuna dikkat çekmiştir.

Dikdörtgenin alanını satır ve sütun ilişkisinden yararlanarak bulma etkinliğinde ise odak öğrencilerin çoğunun dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birim karelerin kenar uzunluklarını ilişkilendirebildikleri görülürken, birim karelerin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirmede zorluk yaşadıkları ve en-boy veya genişlik-yükseklik kavramlarında karmaşa yaşadıkları görülmüştür. Araştırmacı en-boy veya genişlik-yükseklik kavramlarına ilişkin somut örnekleri çoğaltarak müdahalede bulunmuştur. Öğrencilerin öğretim sürecinin başında dikdörtgenlerin gerçek alan ölçümleri için birim kare çizimine ve saymaya yöneldikleri görülürken, öğretim sürecinde bireysel çalışmalar ve sınıf tartışmaları ile dikdörtgenin alan formülünü yapılandırmışlardır.

Dördüncü hafta tahmini öğrenme yörüngesini uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.18’de sunulmuştur.

Şekil 4.18

Dördüncü Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
□ Satır ve sütun yapılandırma ile birim kare çizimi • Dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birimin kenar uzunluklarını ilişkilendirme • Kenar uzunlukları ile satır-sütun sayılarını ilişkilendirme • Dikdörtgenin alan ölçümü için satır-sütun sayısının çarpımı • Dikdörtgenin alan formülünü oluşturma

Öğretim sürecinde görevlerin gerçekleştirilmesiyle, öğrencilerin satır ve sütun yapılandırma ile birim kare çizimi yapmaları, dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birimin kenar uzunluklarını ve satır-sütun sayılarını ilişkilendirmeleri, dikdörtgenin alan ölçümü için satır-sütun sayısının çarpma ve dikdörtgenin alan formülünü oluşturma yapılandırılan eylemler/kavramlar olarak gösterilebilir. Birimin alanı ile dikdörtgenin alanını

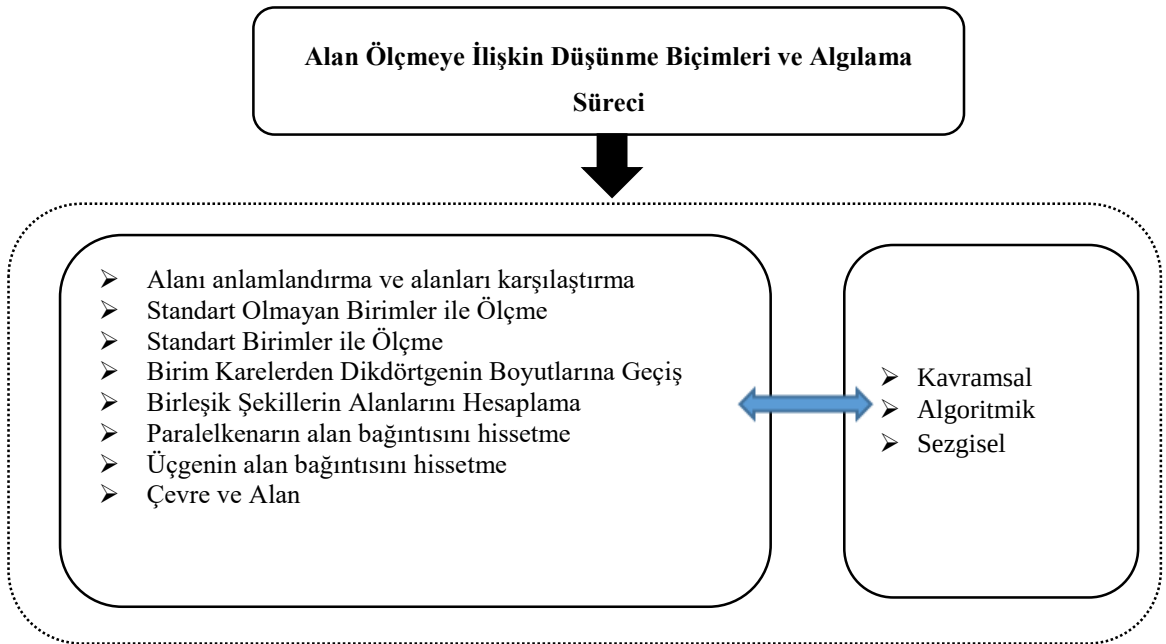
ilişkilendirmede ve alan birimini anlamlandırmada zorlukların devam etmesi üzerine TÖY5'te farklı birimlerle alan ölçümüne ilişkin etkinliklere yer verilmesine karar verilmiştir.

4.3 Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Bulgular

Ön klinik görüşmeler tamamlandıktan sonra dört tahmini öğrenme yörüngesinin öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Odak öğrencilerin öğretim süreçleri boyunca alan ölçmeye ilişkin tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını anlamak, kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerindeki gelişimlerini incelemek ve bundan sonra gerçekleştirilecek tahmini öğrenme yörüngelerinin öğretim süreçlerine devam etmek için odak öğrencilerle ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ara klinik görüşme soruları ile yüksek başarı düzeyine sahip iki, orta başarı düzeyine sahip iki ve düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin öğretim deneyi sürecinde alan ölçmeye ait düşünme biçimleri ve algısal süreçlerine yönelik nasıl gelişim gösterdiğini incelemek mümkün olacaktır. Ara klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular Şekil 4.19'da sunulan tema ve alt temalar üzerinden beş öğrencinin yaklaşımıyla sunulmuştur. Öğrencilerin kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçleri en yüksek düzeyden en düşük düzeye sırasıyla 3, 2, 1 şeklinde ifade edilmiştir.

Şekil 4.19

Ara Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar



4.3.1 Yavuz'un ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Yüksek başarı düzeyine sahip Yavuz'un ara klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerine göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.11'de sunulmuştur.

Tablo 4.11

Yavuz'un Ara Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanları karşılaştırma ve Alanı anlamlandırma	
- Sezgisel karşılaştırma - Parçalama stratejisi - Alan formülü - Şekli dikdörtgene tamamlama	K3, A3, S3
- Kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri - Kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikri	K3
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede en uygunu kare	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede satır-sütun çarpımı	K3, A3, S2
Standart birimler ile ölçme	
- Tahminde gözünde canlandırma ve formül kullanma - Birim kare ile ölçmede - Kenar uzunluklarını ilişkilendirme ve bölme - Alan formülü - Çentik kullanımı	K3, A3, S3
- Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede alan formülü - Birim değiştikçe alan ölçüsü değişir - Standart alan ölçü birimi ise alan ölçüsü aynı çıkar	K3, A3, S3

Tablo 4.11 (Devam)

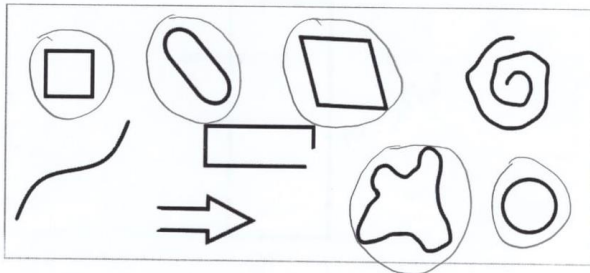
Yavuz'un Ara Klinik Görüşme Bulguları

Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Alanı hesaplamada • Alan formülü • Birim ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmede bölme • İki alanı ilişkilendirmede bölme	K3, A3, S3
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada • Alan formülü • Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma	K3, A3, S3
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada • Alan formülünü kullanma • Parçalama stratejisi	K3, A3, S3
✓ Tahminde formül kullanma ve parçalama stratejisi	
Üçgenin alan bağıntısını hissetme	
✓ Alanları karşılaştırmada görsel odaklı ✓ Alanı hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullanma ✓ Alanı hesaplamada üçgeni dikdörtgene tamamlama	K3, A3, S3
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	
Çevre uzunluğunu kenar uzunlukları toplamı ile tanımlama Çevre uzunlukları aynı, alan ölçüleri farklı olabileceği fikri Farklı alanlara sahip dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma	K3, A3

Tablo 4.11’de görüldüğü gibi Yavuz, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin farklı görsellerden oluşan Görsel 4.39’daki soruya, “Kapalı şekillerin alanları ölçülebilir çünkü diğer şekillerde boşluk olduğu için bunların hem alanı yoktur hem bulamayız. Mesela şu iki şekil de (ok işareti ve kapalı olmayan dikdörtgen açık olduğu için alanı sonsuza kadar uzar.” yanıtını vermiştir. Kapalı olmayan çizimlerin alanlarının ölçülemeyeceği ve sadece uzunluklarının ölçülebileceği düşüncesinin, uzunluk-alan kavramlarının farklı olduğu ve alanın sınırlı bölge olması ile ilişkilendirdiği görülmüştür.

Görsel 4.39

Yavuz'un Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri

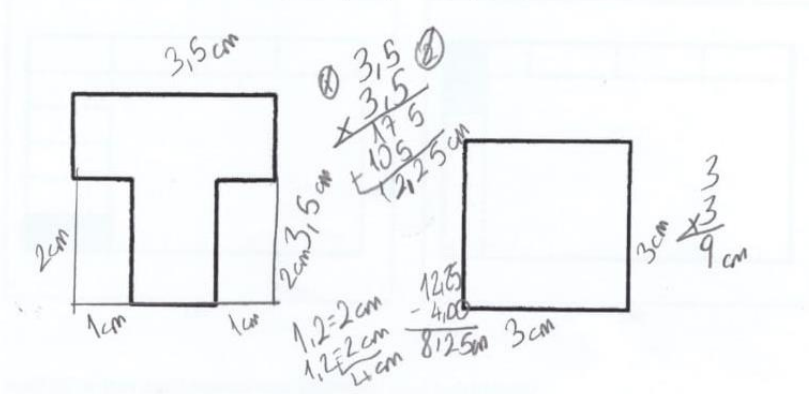


Görsel 4.40’da verilen farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırırken Yavuz “İkisi de eşit çünkü. T şeklindeki, kare şeklini tam ortadan bölünüp te sağ parçayı yan yatırıp diğerinin üzerine koymuş gibi.” açıklamasında bulunmuştur. Yavuz’un bu açıklamasından şekillerin alanlarını karşılaştırırken, şekli zihinde parçaladığı ve sezgisel karşılaştırma yaptığı görülmüştür.

Görsel 4.40

Yavuz’un Farklı İki Şeklin Alanlarını Karşılaştırma ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

1) Aşağıda iki şekil verilmiştir. Hangisinin yüzeyi daha büyüktür?



Yavuz farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırdıktan sonra birinci şeklin alan ölçümünü bulmak için şekli dikdörtgene tamamlamış ve “12,25 santimetrekare hayali dikdörtgenin alanı. Hayali çizdiğimiz kenarların alanını bulup toplam hayali dikdörtgenin alanından çıkarırız. 1 cm ile 2 cm çarparsız 2 santimetrekare. Toplam 4 santimetrekare. 12,25 - 4 = 8, 25 santimetrekare. İkincisi daha büyük çıktı” şeklinde açıklama yapmıştır. İkinci şekil olan karenin alanını ise kenar uzunluklarının çarpımı ile bulmuştur. Kenar uzunluklarını neden çarptığına ilişkin “Kare şeklinin iki kenarını çarpıp buluruz. Ölçüyor. 3 cm çıktı. 3 cm 3 satır ve 3 sütunu gösteriyor. Alanını bulmak için iki kenarının uzunluğunu çarpmamız lazım. 3x3= 9 santimetrekare.” açıklamasında bulunmuştur.

Standart olmayan birimler ile ölçmeye ilişkin Yavuz’un alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede en uygun birimin kare şekli olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede alan formülünü kullandığı görülmüştür.

Bir dikdörtgen üzerinde dağınık yerleştirilmiş üçgen birimlerin olduğu Görsel 4.41’de verilen soruda, Yavuz’un alan ölçmede tam kaplama fikrine sahip olduğu, alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ve en uygun birimin kare şekli olduğu fikrine sahip olduğu görülmüştür. Üçgen birimlerin yerleşimi ile ilgili “Tam kaplayamadım.

Dağınık yerleştirmiş ve şekillerin durumunu yanlış düzenlemiş. Burada üçgenleri doğru düzenlemiş ama burada boşluklar kalmış. Alanı bu şekilde bulunamaz” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamasına göre Yavuz, bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Görsel 4.41

Standart Olmayan Birimlerle Ölçmeye İlişkin Soru Görseli



Hangi şekiller ile dikdörtgen şeklinin tam kaplanabileceğine ilişkin ise “Kare, dikdörtgen gibi şekiller ile. Ama en uygunu kare olur çünkü dikdörtgenin uzun ve kısa kenarları olduğu için tam denk gelmeyebilirdi.” yanıtını vermiştir. Yavuz’un tüm açıklamalarına göre, kare, dikdörtgen ve üçgenin alan ölçmede birim olarak kullanılabileceği düşüncesi, alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçilmesi fikrine sahip olduğunu göstermiştir. Aynı niteliğe sahip birimlerden kare ve dikdörtgen şekillerin düz olmasından dolayı tam kaplama için daha uygun olduğu ifade etmiş ve dikdörtgenin alanını ölçmek için en uygun birimi kare olarak seçmesinde kare şeklinin özelliklerini dikkate aldığı görülmüştür.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmenin sorgulandığı, bir kısmı dikdörtgen birimler ile kaplı verilen iki dikdörtgen şeklinin alanı ile ilgili Görsel* de verilen soruya ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Yavuz: A resminde dikdörtgen şekline kısa kenarına kaç adet yatayda sığdığını göstermiş. Hem kısa kenarına hem uzun kenarına. B şeklinde de uzun ve kısa kenarına kaç tane sığdığını göstermiş ama hem dikey hem yatay olarak göstermiş.

Araştırmacı: A şeklinde tam kaplayabilmiş mi?

Yavuz: İsterse tam kaplayabilir. İkincisinde de tam kaplayabilir

Araştırmacı: Dikdörtgenlerin alanları hakkında ne diyebilirsin?

Yavuz: Bence eşittir ama B şeklinde dikey olarak bulamaz çünkü buraya da yatay koyduğu için 3 tane koysa üste gelir. A şeklinde hepsini yatay koyduğu için olabilir ama şurada küçük bir boşluk var.

Araştırmacı: Her şekilde kaplayabilmek için nasıl bir şekle ihtiyacım var?

Yavuz: Kare. Çünkü tüm kenarlarının uzunlukları birbirine eşit olduğu için her şekilde kaplayabiliriz.

Araştırmacı: Kare birim verilseydi alanını nasıl bulurdun?

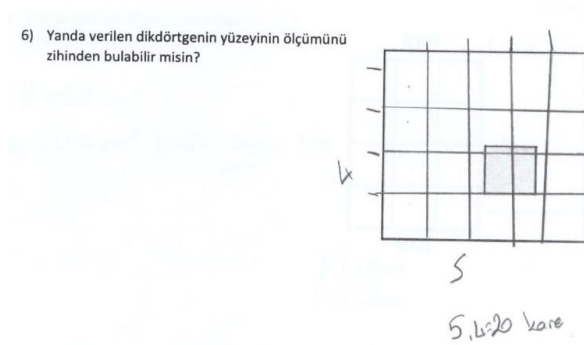
Yavuz: Kare sayısını bulurdum. Satır ve sütundaki kare sayısını çarpardım.

Diyalogda görüldüğü gibi Yavuz, dikdörtgen birimlerin kullanılarak şeklin kenarlarına kaç birim sığdığının gösterildiğini, dikdörtgen birimler ile de tam kaplama yapılabileceğini ancak boşluk kaldığını ifade etmiş ve birimlerin üst üste geldiğini fark etmiştir. Dikdörtgen birim ile tam kaplama yapılamayacağını fark etmiş ve kare birimin kenar uzunluklarının eşit olduğundan her şekilde tam kaplama yapılabileceğini ifade etmiştir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Yavuz'dan içerisinde bir birim kare verilmiş dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde, alanını gözünde canlandırma ve formül kullanma stratejilerini kullanmıştır. Daha sonra Görsel 4.42'de görüldüğü gibi dikdörtgenin kenar uzunlukları ile birim karenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmiş ve birim kare sayısını bulmuştur. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.42

Yavuz'un Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Çizimleri



Araştırmacı: Tahmini kaç kareden oluşur?

Yavuz: Bu tarafa 4 ya da 5 tane sığar (bir sütuna). Aynı şekilde buraya da sığar. Bence 25 kare sığar.

Araştırmacı: Gerçek sonucunu nasıl bulabilirsin?

Yavuz: Bunun kenarlarını ölçerim. Bunun (kare) sütun kısmını ölçersem bunun da dikey kısımlarını ölçerdim. Sonra uzun olanı kısa olana bölerdim. Yatayda da aynı şekilde yapardım. Sonra onları çarpardım.

Araştırmacı: Çizerek yapabilir misin

Yavuz: Bunun uzunluğunu bulurum. Kenar uzunluğu 1 cm. İçine de 1 cm de

bir sütun çizdim. Aynı şekilde satırda da çizdim. Her attığım çiziklerden çizgiler çekerdim. 5x4 ten 20 kare olur. Kenar uzunluklarını 1 cm ye bölüp her satıra kaç tane sığdığını görürüm.

Araştırmacı: Daha fazla kare verseydi alanı değişir miydi

Yavuz: Eşit uzunlukta mı?

Araştırmacı: Aynı kare evet

Yavuz: Alanı değişmezdi

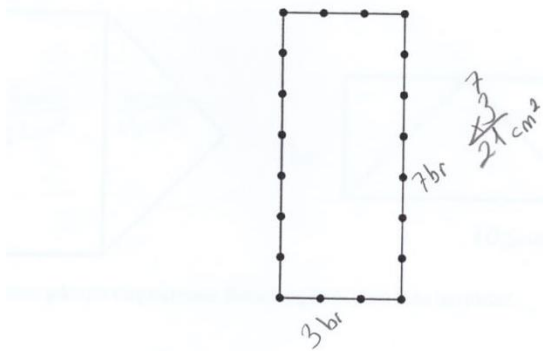
Diyalogdan da görüldüğü gibi Yavuz'un dikdörtgenin alanını birim kareleri referans alarak, dikdörtgenin kenar uzunluklarına kaç tane sığabileceğini tahmin etmiş ve satır-sütundaki birim kare sayısını çarpmıştır. Dikdörtgenin içine kaç tane birim kare sığacağını ise dikdörtgenin kenar uzunluklarını birim karenin kenar uzunluklarına böldükten sonra bulduğu sayıları çarpabileceğini ifade etmiştir. Ayrıca çizim ile de birim kare sayısını bulabileceğini ve dikdörtgenin kenarlarına çentikler atarak satır ve sütunları oluşturabileceğini belirtmiştir.

Yavuz'dan bu sefer Görsel 4.43'te görülen kenarları üzerinde noktalar bulunan dikdörtgen verildiğinde, bu noktalardan yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerine ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak sunulmuştur.

Görsel 4.43

Yavuz'un Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli

5) Aşağıda verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?



Araştırmacı: Verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?

Yavuz: Öncelikle eğer birim olarak ise her bir nokta arasını sayarım. Bir de alan dediği için farklı kenarlarını çarparım. Eğer uzunluk olarak istiyorsa cetvel ile ölçerdim ya da her bir birim arası 1 cm ise yine birim ya da santimetrekare olarak bulurdum.

Araştırmacı: Alanını bulmanı istesem nasıl bulursun?

Yavuz: Santimetre olarak mı birim olarak mı? Noktalar arası 1 cm. Burada 3 br, burada 7 br var. $3 \times 7 = 21$ br kare ya da santimetrekare.

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı yine ölçüm sonucunu bulabilir miydın?

Yavuz: Bulabilirdim

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı nerelere koyarsın?

Yavuz: Aralara koyardım ya da noktalar arası mesafeyi biraz daha daraltırdım. Tam ortalarına koyarız. Diğer noktaya koysak tam bir birim olmaz. Tam ortaya koyarsak üçü arasında mesafe aynı olur.

Araştırmacı: Bulduğumuz sonuç ilk sonuca göre nasıl değişir?

Yavuz: Birim olarak biraz daha büyük olur. Cm olarak yine aynı çıkar. Santimetre standart bir ölçü birimi olduğu için.

Araştırmacı: Alanı büyümüş olur mu?

Yavuz: Büyümez.

Diyaloğa göre, Yavuz'un dikdörtgenin kenarları üzerindeki noktaların arasındaki mesafelerin özdeş olduğu düşüncesinden yola çıkarak, uzunluğun 1 birim veya 1 cm olarak kabul edilebileceğini ve alan ölçü biriminin birim kare veya cm^2 olacağını belirtmiştir. Noktalar arasındaki mesafelerin toplamının dikdörtgenin kenar uzunluklarını vereceğini ifade etmiş, kenar uzunluklarının cetvel ile de ölçülerek bulunabileceğini belirtirmiş ve alan ölçümü için farklı kenar uzunluklarının çarpılması gerektiği fikrine sahip olduğu görülmüştür. Daha fazla nokta olması durumunda noktaların eşit mesafeler olacak şekilde yerleştirilmesi gerektiği, birim olarak alan ölçümünün daha fazla çıkacağını ancak cm^2 alan ölçüsünün aynı çıkacağı öngörüsünde bulunabilmiştir.

Kenar uzunlukları verilen Görsel 4.44'teki dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Yavuz'un dikdörtgenin alanını bulmak için alan formülünü kullandığı, bölme stratejisi kullanarak birim ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ve birimin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirebildiği görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

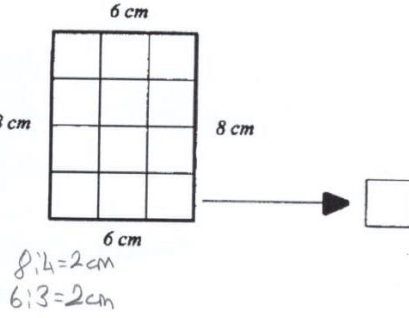
Görsel 4.44

Yavuz'un Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

9) Yanda verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü söyleyebilir misiniz?

$$8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$$

$$48 : 12 = 4 \text{ cm}^2 \text{ küçük karenin alanı}$$



Yavuz: Dikdörtgenin alan ölçüsü 6 ile 8'i çarparsınız 48 santimetrekare.

Araştırmacı: Neden çarpıyoruz?

Yavuz: 8 cm satırı, 6 cm sütunu gösteriyor.

Araştırmacı: İçinde kaç tane kare var?

Yavuz: 12 kare.

Araştırmacı: Bu dikdörtgenin neyini ifade ediyor?

Yavuz: Dikdörtgene ne kadar sığdığını.

Araştırmacı: 48 santimetrekare deyince ne anlayacağız?

Yavuz: 1 santimetrekarelik 48 tane kare var demek.

Araştırmacı: Neden içinde 12 kare var?

Yavuz: Uzunlukları tam 1 cm olmayabilir

Araştırmacı: Uzunluklarını nasıl bulacağız?

Yavuz: İstersek ölçebiliriz istersek de 48 santimetrekareyi 12 ye bölebiliriz. 4 santimetrekare. Yani küçük karelerin alanı.

Araştırmacı: Bir kenar uzunluğunu bulabilir misiniz?

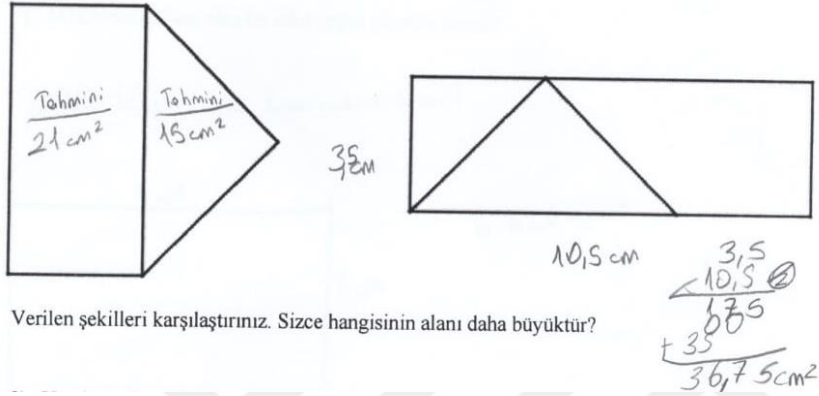
Yavuz: Her kenarı eşit olduğu için 4 ü 2 ye bölebiliriz ya da kısaca mesela 8 santimetrekarelik kenara 4 tane sığmış. 8'i 4 e böleriz. 2 cm çıkar. Aynı şekilde 6'yı 3'e bölersek 2 çıkar.

Diyaloğa göre Yavuz'un dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada alan formülünü kullanarak kenar uzunluklarını çarptığı ve neden çarpım yaptığına ilişkin ise kenar uzunlukları ile satır-sütun sayısını ilişkilendirebildiği görülmüştür. Alan ölçüsünü 48 cm^2 olarak ifade etmiş ve alan ölçümünün kenar uzunlukları 1 cm olan birim karelerin sayısını verdiğini belirtmiştir. Şekil üzerinde 12 karenin olmasına ilişkin ise karelerin kenar uzunluklarının 1 cm olmayacağı öngörüsünde bulunmuştur. Bölme stratejisi ile dikdörtgenin alanından yola çıkarak küçük karelerin alanlarının bulunabileceğini açıklamıştır. Ayrıca ölçme biriminin kenar uzunlukları ile ölçülecek yüzeyin kenar uzunluklarını da bölme stratejisi ile ilişkilendirebildiği görülmüştür.

Görsel 4.45’de verilen aynı alana sahip iki farklı birleşik şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Yavuz’un alan korunumuna sahip olduğu, dikdörtgenin alanını formül kullanarak bulurken özel çokgenin alanını şekli parçalayarak bulduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.45

Yavuz’un Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Çözümü



Yavuz: (Şekilleri yerleştirdi) İki üçgeni elde edip kare elde edebiliriz.

Araştırmacı: Kaç parça kullanmış oldun?

Yavuz: 4 tane

Araştırmacı: Bunda kaç parça kullandın?

Yavuz: 4 tane

Araştırmacı: Alanları hakkında ne diyebilirsin?

Yavuz: Bence alanları eşit çünkü aynı özdeş şekilleri kullanarak oluşturduk.

Araştırmacı: Tahmini kaç santimetrekaredir?

Yavuz: Bu dikdörtgenin bu kenarı 7 cm (uzun) burası da 3 cm dir. Dikdörtgen 21. Üçgenin bu alanı da 15 olabilir. (İçine yazdı) toplam 36 santimetrekare.

Araştırmacı: Gerçek sonucu nasıl bulabilirsiniz?

Yavuz: İki şeklin alanları aynı olduğu için bu dikdörtgen şeklinden dik kenar uzunluklarını çarpabiliriz. Kısa kenarı 3 cm. 3,5. Uzun kenarı 10,5. Çarparsak 36,75 santimetrekare.

Diyaloğa göre, Yavuz’un şekillerin alanlarını karşılaştırırken tangram parçalarını kullandığını, her iki şekilde de eşit sayıda parça kullandığı ve alanlarının eşit olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Birinci şeklin alanını tahmin ederken dikdörtgen ve üçgen şekillerin alanlarını uzunluklara tahmini değer atayarak bulmuştur. Tahmin etmede, parçalama stratejisi kullandığı görülürken, dikdörtgen parçanın alanından yola çıkarak üçgen parçanın alanını tahmin etmesi referans kullanma stratejisini ve formül kullanma

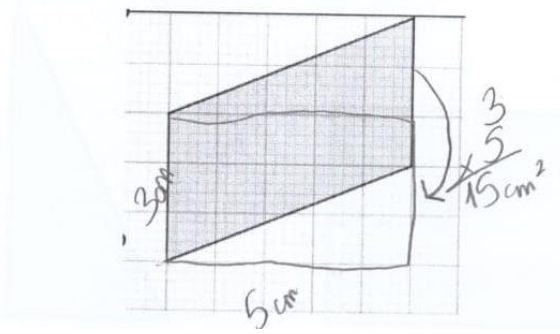
stratejisini bir arada kullandığını göstermiştir. Gerçek alan ölçümü için ise dikdörtgenin alan formülünü kullanmıştır. Görüldüğü üzere, alan tahmini ile gerçek alan ölçümü değer olarak birbirine çok yakındır. Yavuz'un kenar uzunlukları farklı olsa da aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği, şeklin biçiminin değişmesi veya parçalama ile yeni şekiller elde edilmesi halinde alanının değişmeyeceği ve alan korunumu fikrine sahip olduğu söylenebilir.

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturması istendiğinde, Yavuz'un aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabildiği, alan formülünü kullandığı ve verilen paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildiği Görsel 4.46'da sunulmuştur.

Görsel 4.46

Yavuz'un Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

7) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu bulabilir misin?



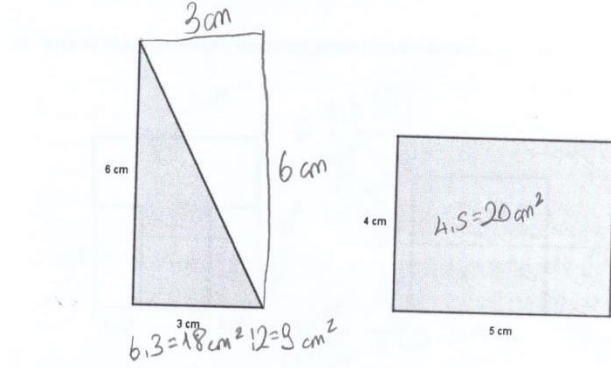
Görsel 4.46'da verilen paralelkenarın alanı sorulduğunda, Yavuz “Öncelikli kenarlarını ölçebiliriz. Çevresini ölçüp paralelkenarı dikdörtgen şekline çevirebiliriz. Bu kenarı bu tarafa indirebiliriz. Şuraya kadar indirsek şöyle bir dikdörtgen olurdu. Satır ve sütunlarını yani kenarlarını bulup çarpabiliriz. 5 cm, burası da 3 cm. 5 ile 3 ü çarpalım 15 santimetrekare çıkar.” yanıtını vermiştir. Bu yanıtına göre, paralelkenarın alanını bulmak için dikdörtgen şeklinden ve alan formülünden yararlandığı görülmüştür. Yavuz'un paralelkenar ile dikdörtgenin aynı alana sahip olduğunun farkında olduğu ve üzerinde somut işlem yapmadan paralelkenarı bir dikdörtgen olarak zihinden görselleştirebildiği söylenebilir.

Bir üçgen şekli ile dikdörtgen şeklinin alanlarının karşılaştırılması ve alan ölçümlerinin istendiği Görsel 4.47'de verilen soruda, Yavuz'un alanları karşılaştırırken sezgisel karar verdiği, alan ölçüsünü bulmada üçgen şeklini dikdörtgen şekli olacak şekilde tamamladığı ve dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülmüştür.

Görsel 4.47

Yavuz'un Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

10) Aşağıda verilen üçgen ile dikdörtgenin alanını nasıl karşılaştırırsın?



Yavuz “Dikdörtgenin alanı daha büyük gözüküyor. Dikdörtgenin alanını 4 ile 5’i çarpabiliriz. 20 cm^2 eder.” yanıtını vermiştir. Üçgenin alanı ile ilgili ise “Buna eşit hayali bir üçgen daha çizebiliriz. Aynı şekilde burası 3 cm, burası 6 cm olur. 6 ile 3 ü çarpabiliriz. 18 santimetrekare. Ama bir üçgeni kendimiz çizdiğimiz için 18 santimetrekareyi 2 ye böleriz. 9 santimetrekare. Yani dikdörtgen daha büyük” açıklamasında bulunmuştur. Alanları karşılaştırırken sezgisel olarak karar vermiş ve dikdörtgenin alanını alan formülü ile hesaplamıştır.

Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin oluşturulması istendiği soruda, Yavuz’un çevre uzunluğunun şeklin kenar uzunlukları toplamı olduğunun farkında olduğu, çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenlerin olabileceği fikrine sahip olduğu ve alan formülünü kullandığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Çevresi 20 cm olan bir dikdörtgen çizebilir misin?

Yavuz: Çizebiliriz. 20 cm yani çevresi. 2 ye bölersek 10 cm yani kısa kenarı ile uzun kenarının toplamı 10 cm olan bir dikdörtgen çizebiliriz. 4 cm ile 6 cm diyebiliriz. (Çiziyor). Dikdörtgeni tamamlarız. Buraları da 4 ve 6 olur.

Araştırmacı: Bir dikdörtgen daha oluşturabilir misin?

Yavuz: Onu da 2 ye 8 lik yapabiliriz.

Araştırmacı: Çevreleri aynı olunca alanları da aynı olur mu?

Yavuz: Bence olmaz

Araştırmacı: Sence hangisinin alanı daha büyüktür?

Yavuz: Bence bu (4 e 6 lik olan)

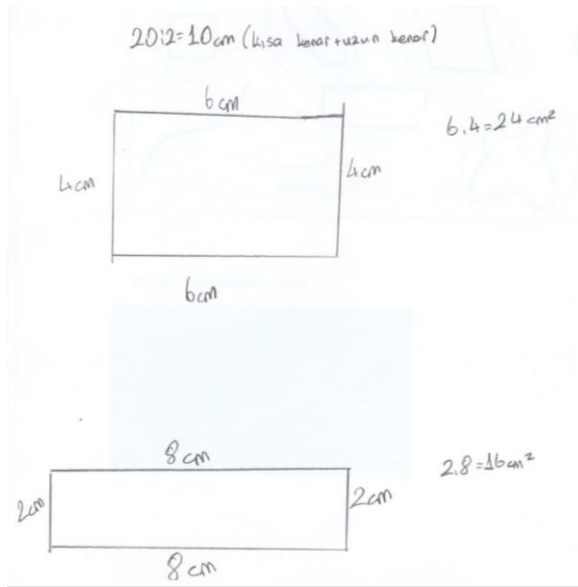
Araştırmacı: Alanlarını bulabilir misin?

Yavuz: Farklı iki kenarını çarpalım. Birincisi 24 santimetrekare, ikincisi 16 santimetrekare.

Yavuz'un diyalogda da görüldüğü gibi, çevre uzunluğunu ikiye bölerek dikdörtgenin kısa kenarı ile uzun kenarı toplamını bulduğu ve farklı dikdörtgenler oluşturabildiği görülmüştür. Çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenleri Görsel 4.48'deki gibi oluşturmuş ve alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını bulmuştur.

Görsel 4.48

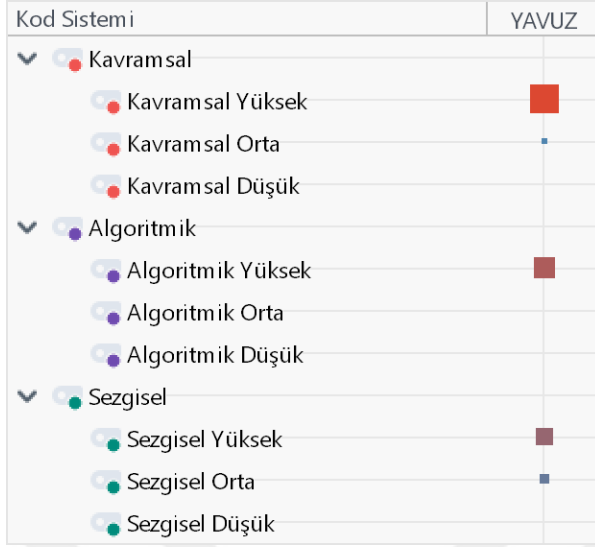
Yavuz'un Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Oluşturdukları Dikdörtgenler



Ara klinik görüşme bulgularına göre, Yavuz'un alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.20'de sunulmuştur.

Şekil 4.20

Yavuz'un Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Şekil 4.20’de Yavuz’un alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de tüm bileşenlerde yüksek düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.3.2 Şafak’ın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Yüksek başarı düzeyine sahip Şafak’ın ara klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.12’de sunulmuştur.

Tablo 4.12

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanları karşılaştırma ve Alanı anlamlandırma	
- Görsel odaklı karşılaştırma - Birim kareler ile ölçme - Birleşik şeklin alanını bulmada karmaşa	K2, A2, S2
- Kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri - Kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikri	K3
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede en uygunu kare	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirme (birim karelerin alanlarının toplamı)	K3, A2
Standart birimler ile ölçme	
- Tahminde birim kareyi referans alma - Birim kare ile ölçmede - Satır-sütun çarpımı - Çizim	K2, A2, S2
- Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede - Sayma - Çizim - Birim değiştikçe alan ölçüsü değişir	K2, A2, S3

Tablo 4.12 (Devam)

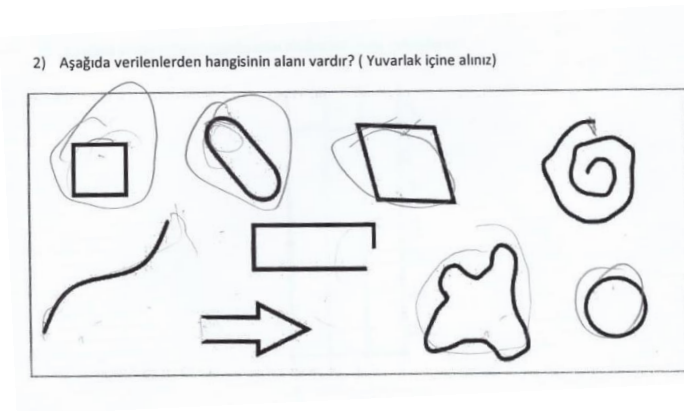
Şafak'ın Ara Klinik Görüşme Bulguları

Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Alanı hesaplamada - Alan formülü - Birim ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmede bölme - İki alanı sezgisel ilişkilendirme	K3 ,A3, S3
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada çevre odaklı	K1, A1, S1
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada - Alan formülü - Parçalama stratejisi	K3, A3 , S3
✓ Tahminde gözünde canlandırma ve formül kullanma	
Üçgenin alan bağıntısını hissetme	
✓ Alanları karşılaştırmada çevre odaklı	K2, A3, S2
✓ Alanı hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullanma	
✓ Üçgenin alanını hesaplamada üçgeni dikdörtgene tamamlama	
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	
✓ Çevre uzunluğu, şeklin kenar uzunluklarının toplamı	K3, A3
✓ Çevre uzunlukları aynı, alan ölçüleri farklı olabilir	
✓ Farklı alanlara sahip dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma	

Tablo 4.12’de görüldüğü gibi Şafak, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin farklı şekil ve çizimlerden oluşan görseller verilen Görsel 4.49’daki soruda, kare ve paralelkenarı işaretlemiş ve “Hem içleri kapalı hem içleri de ayrı olsaydı başka yerleri de ölçerdik. Kapalı alanlar daha mantıklı.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır.

Görsel 4.49

Şafak'ın Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri



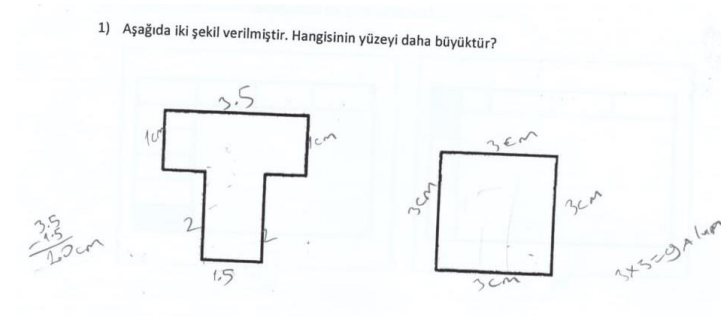
Düzgün olmayan ancak kapalı olan şekillerin alanları ile ilgili ise “Alanları vardır. Tam bulamayız ama tahminen bulabiliriz. Ama onun için değişik nesneler lazım. Mesela

kareyi ölçmek için küçük kareler veya cetvel gibi şeyler kullanabiliriz ama bunlarda eğri olduğu için (oval şekil) yuvarlak daire şeklinde olduğu için yapamayız.” şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Düzgün olmayan şekillerin alanını ölçmede tahmin etme ve farklı birimler kullanma gereksinimini dile getirmiştir. Kapalı olmayan çizimlerin alanlarının ölçülemeyeceğini sadece uzunluklarının ölçülebileceği ile ilgili ise “Diğerlerinin boşluk olduğu için olmuyor. Kapalı olması lazım. Açıklıkları var. Çizginin yok. Bu içini göstermiyor. Sadece uzunluğunu ölçebiliriz.” açıklamasında bulunmuştur. Tüm bu açıklamalara göre, uzunluk ve alan kavramlarının farklı olduğu ve alanın sınırlı bölge olduğu fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırırken ise Şafak “T harfi şeklindeki şekil dikey olarak büyük göstermiş. Kare şekli ise kenar uzunlukları eşit olduğu için büyük göstermiş. Ama hangisi daha fazla ona bir şey diyemem. Kare daha büyük gözüküyor.” açıklamasında bulunmuştur. Şafak’ın bu açıklamasından şekillerin alanlarını karşılaştırırken, görsel odaklı ve tek boyuta göre karar verdiği görülmüştür. Şafak Görsel 4.50’ de verilen farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırdıktan sonra verilen iki şeklin kenar uzunluklarını ölçmüş ve üzerine yazmıştır. Kare şeklinin alan ölçümünü bulmak için kenar uzunluklarını çarpmış ve “Sütunlarıyla, satırlarıyla ölçebiliriz. Bir kenarı 3 cm hepsi aynı olduğu için 3cm. 3 ü satır, 3ü sütun olarak düşünebiliriz. Yani alanını ölçersek $3 \times 3 = 9$.” şeklinde açıklama yapmıştır. Birinci şeklin alan ölçümüne ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek verilebilir.

Görsel 4.50

Şafak’ın Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Eylemleri



Araştırmacı: Diğer şeklin alanını nasıl bulabiliriz?

Şafak: Bunu bilmiyorum. (Kenar uzunluklarını ölçüyor)

Araştırmacı: Kenar uzunluklarını bulsak yardımcı olur mu?

Şafak: Olabilir. Üstteki 5,5 cm, alttaki 1,5. (Birbirinden çıkardı 2 buldu, yan altlara 2 cm yazdı. Üst yanlara 1 cm yazdı).

Araştırmacı: Diğerinde satır ve sütunu kullanabilirim demiştin bunda da kullanabilir miyiz?

Şafak: Tahminen kullanılabilir.

Araştırmacı: Satır ve sütun dediklerin ne?

Şafak: Bundan 3 satır 3 sütun alanını karede bulabiliriz ama diğerinde yapabileceğimi sanmıyorum.

Araştırmacı: Satır ve sütunlara ayırdığında ne elde ediyorsun?

Şafak: Yüzeyini yani alanını.

Araştırmacı: İçinde hangi şekiller oluşuyor?

Şafak: Kareler

Araştırmacı: Diğerinde de kareler elde edebilir miyiz?

Şafak: Elde ederiz fakat bilmiyorum.

Diyaloğa göre, Şafak şeklin kenar uzunluklarını ölçmüş ve şeklin üzerine yazmıştır. İkinci şeklin (kare) alanını bulmada satır ve sütunların oluşturulabileceğini ancak birinci şekilde oluşturamayacağını ifade etmiştir. Şeklin kenar uzunluklarını ondalıklı bulması, alan ölçümünü hesaplayamamasına sebep olmuştur. Ayrıca Şafak’ın kare gibi düzenli şekiller için daha kolay sezgisel çıkarımlar yaparken, birleşik şekil gibi daha karmaşık şekillerde zorluk yaşadığı görülmüştür.

Standart olmayan birimler ile ölçmeye ilişkin Şafak’ın alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirebildiği görülmüştür.

Bir dikdörtgen üzerinde dağınık yerleştirilmiş üçgen birimlerin olduğu soruda, Şafak’ın alan ölçmede tam kaplama fikrine sahip olduğu, aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ve en uygun birimin kare şekli olduğu fikrine sahip olduğu görülmüştür.

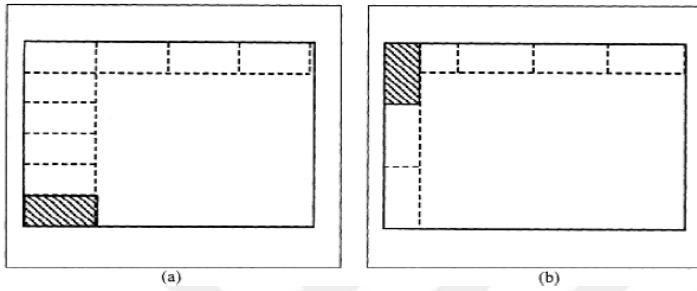
Üçgen birimlerin yerleşimi ile ilgili “Şekiller ile dikdörtgen oluşturmaya çalışılmış. Parçaları üst üste yerleştirmişler. Tam kaplanamamış. Alanını bulmak için olabilir ama böyle doğru ölçüm olmaz. Bazıları üst üste gelmiş, bazıları dışarı taşmış. Yani hiçbir net sonuç ortaya çıkmaz.” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamaya göre Şafak, bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir. Hangi şekiller ile tam kaplanabileceğine ilişkin ise “Kareler ile dikdörtgen şekiller ile vb.” açıklama yapmıştır. Şafak’ın tüm açıklamalarına göre, kare, dikdörtgen ve üçgenin alan ölçmede birim olarak kullanılabileceği düşüncesi alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçtiğini gösterirken, aynı niteliğe sahip birimlerden

hangi şeklin dikdörtgenin alanını ölçmek için en uygun olduğu sorusuna ise “Kare. Karenin her kenarı birbirine eşittir.” açıklamasında bulunmuştur.

Şekil 4.21’de verilen aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmenin sorgulandığı, bir kısmı dikdörtgen birimler ile kaplı verilen iki dikdörtgen şeklinin alanı ile ilgili soruya ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Şekil 4.21

Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölmeye İlişkin Soru Görseli



Şafak: Alanını bulmaya çalıştıklarını görüyorum. Şuradan anladım. Çizerek ne yaptıklarını anlamaya çalışabiliyoruz. Mesela bir dikdörtgeni boyamışlar. Bunlarla etrafını nasıl kaplayabileceklerini içini gösteriyor, o dikdörtgenin olduğu satırı nasıl alanını ölçebileceğimizi gösteriyor.

Araştırmacı: Burada dikdörtgenleri nasıl yerleştirmişler?

Şafak: Satır ve sütun olarak yapmaya çalışmışlar

Araştırmacı: Diğerinde nasıl yerleştirmişler?

Şafak: Satır yok. Dikey olarak yerleştirmişler.

Araştırmacı: Sence hangisinde doğru ölçümü elde ederiz?

Şafak: A şeklindeki ama o da taşmış. İkinci şekilde burada kare oluşmuş. Dikdörtgenleri üst üste koymuş. Bu yüzden olmaz.

Araştırmacı: Bu dikdörtgenin alanını nasıl ölçebiliriz?

Şafak: Kareler yerleştirebilirdik. Karenin yüzey ölçümünü, alanını biliyorsak diğerlerini toplayarak bulabiliriz.

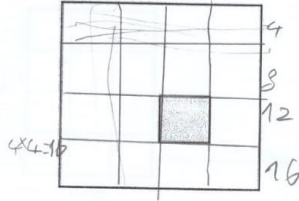
Diyalogda görüldüğü gibi Şafak, alan ölçme için dikdörtgen birimlerin kullanılarak satır-sütun oluşturmak istendiğini ve ikinci dikdörtgende ise dikdörtgenlerin üst üste geldiğini fark etmiştir. Ancak dikdörtgen ile tam kaplama yapılamayacağını fark etmiş ve kare birimin kullanılabileceğini ifade etmiştir. Dikdörtgenin alan ölçümünü ise birim karenin alanları toplamı ile bulunabileceğini belirtmesi, dikdörtgenin alanı ile birimin alanı arasında ilişki kurduğuna işaret etmektedir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Şafak'tan içerisinde bir birim kare verilmiş dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde birim kareyi referans almış ve satır yineleyerek sayma yapmıştır. Daha sonra Görsel 4.51'de görüldüğü gibi birim kareden yararlanarak satır-sütunları oluşturmuş ve satır-sütun sayısını çarparak birim kare sayısını bulmuştur. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.51

Şafak'ın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri

6) Yanda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?



Şafak: Göz kararı ile tahminen bulabilirim. Mesela hocam 1 cm diyelim. Burada bir (karenin sağ) burada da iki tane olduğunu düşünelim (karenin solu). Bir satırda 4 tane kare var. 4-8-12-16. 16 tane kare var.

Araştırmacı: Çizerek gösterebilir misin?

Şafak: Karenin çizgilerini kullanarak satır ve sütun oluşturuyor. (Çizgilerini sağa sola aşağı indiriyor)

Araştırmacı: Saymadan kısa yoldan yapabilir miyiz?

Şafak: Yapabiliriz. Bir satırda 4 tane kare var. Bir sütunda da 4 kare var. $4 \times 4 = 16$ deyip kısa yoldan bulabiliriz

Araştırmacı: Daha fazla kare verseydi bu şeklin alanı değişir miydi?

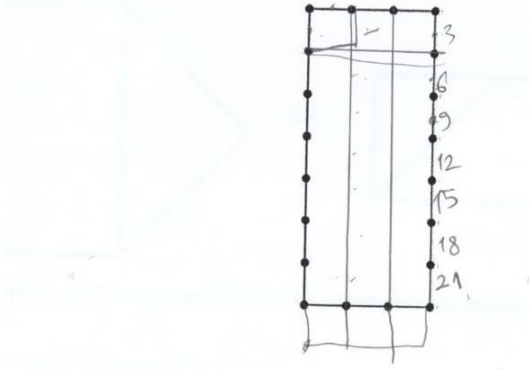
Şafak: Bence değişmezdi. Kapladığı yer aynı. Sadece içinde daha fazla kare olacak. Yani benim bulduğlarımdan.

Diyalogda da görüldüğü gibi, Şafak birim karenin kenar uzunluğunu 1 cm olarak kabul etmiş ve birim kareyi referans alıp satırdaki birim sayısını yineleyerek tahminde bulunmuştur. Ancak birim karenin bulunduğu yere göre alanı hatalı tahmin etmiştir. Dikdörtgenin alan ölçümü için satır ve sütun sayısını çarpmış ve dikdörtgenin içine kaç tane birim kare sığacağını ise çizim ile satır-sütun oluşturarak göstermiştir. Ancak çizim yaptığında birim karelerin eş olmadığını fark etmemiş ve hatalı alan ölçümü yapmıştır. Şafak'tan bu sefer Görsel 4.52'de görülen kenarları üzerinde noktalar bulunan dikdörtgen verildiğinde, bu noktalardan yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerine ilişkin diyalog sunulabilir:

Görsel 4.52

Şafak'ın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli

5) Aşağıda verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?



Şafak: Noktalardan yararlanarak cetvelle çizilebilir. Düzgünce kareler oluşturabiliriz (bir kare çizdi daha sonra satırı oluşturdu, sonra ilk sütunu çizdi içine kareler koymadan, diğer sütunları oluşturdu)

Araştırmacı: Tek tek çizmeli miyiz?

Şafak: Gerek yok. Bir yerde 3 tane var (bir satırda) 3 er 3 er artırabilirim 3-6-9-12-15-18-21 tane kare var (yanlarına yazdı)

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı yine ölçüm sonucunu bulabilir miydin?

Şafak: Bulabilirdim. O zaman ekleme yaparak yapabilirdim. Mesela buradan artırarak (Çizgiyi aşağı çekti ve bir satır daha eklenmiş oldu)

Araştırmacı: Bu dikdörtgen yine aynı kalacak ama bu noktaları aralarına yerleştireceğim. Nasıl yerleştirebilirim?

Şafak: Düşünüyorum.

Araştırmacı: Nereleere koymalıyım noktaları?

Şafak: Bunların orta kısımlarına koyarak etrafında daha çok kare oluşturabilirim.

Araştırmacı: Bulduğun yüzey ölçümü ilk sonuca göre büyük mü küçük mü olur?

Şafak: Küçük olur çünkü kare sayısını artırıyoruz. İlk sonuç küçük olur. Dikdörtgenin yüzeyi aynı kalır ama alan ölçümü büyümüş olur.

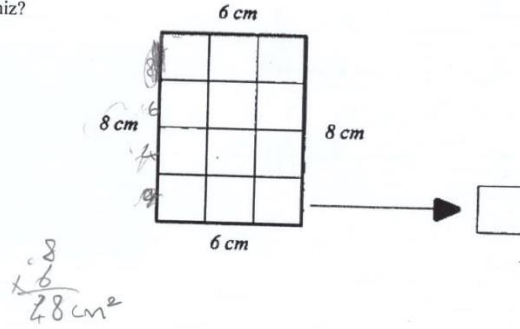
Diyaloğa göre Şafak dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki noktalar ile kareler oluşturabileceğini ifade etmiş ve dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki noktalardan yararlanarak bir satır ve üç sütun oluşturmuştur. Dikdörtgenin alan ölçümünü ise satırdaki birim kare sayısını yineleyerek sayma ile hesaplamıştır. Daha fazla nokta olması durumunda dikdörtgenin yüzeyinin değişmeyeceği ancak alan ölçümünün daha fazla çıkacağı öngörüsünde bulunabilmiştir.

Kenar uzunlukları verilen Görsel 4.53'teki dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Şafak'ın dikdörtgenin alanını bulmak için alan formülünü kullandığı, bölme stratejisi kullanarak birim ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ve birimin alanı ile dikdörtgenin alanını sezgisel olarak ilişkilendirebildiği görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Görsel 4.53

Şafak'ın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

9) Yanda verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü söyleyebilir misiniz?



Araştırmacı: Kenar uzunluklarından yola çıkarak alanı bulabilir misin?

Şafak: 8 demiş ama 4'e bölmüş. 2 şer 2 şer yapmış. 2 şerli yapmış. Etrafı 2 şerli. $6 \times 8 = 48$ santimetrekare

Araştırmacı: Ama içinde 12 tane kare var bunun sebebi ne?

Şafak: Alanının geniş olması. Mesela kare ve dikdörtgen gibi değil. Bu karenin 3'te 3'lük yeri var. O dikdörtgenin ise 4'te 4'ük yeri var. Yani farklı hocam.

Araştırmacı: Burada 48 buldun ya bu ne demek?

Şafak: Birim karesi yani santimetrekaresi. İçindeki kare sayısını veriyor. Biz şu yüzden yaptık. 8'i 2 ye bölmemin sebebi 1 tane karenin kenar uzunluğu. Bir kenarının 2 cm olmasından dolayı 12 kare var.

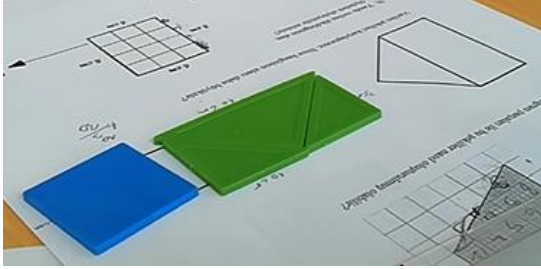
Diyaloğa göre, Şafak dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada alan formülünü kullanarak kenar uzunluklarını çarpıp ve neden çarpım yaptığına ilişkin ise alan ölçümünün birim kare sayısını verdiğini belirtmiştir. Dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu kenar üzerinde bulunan kare sayısına bölerek birim karenin kenar uzunluğunu bulması, birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını bölme stratejisi ile ilişkilendirebildiğini göstermektedir.

Görsel 4.54'te verilen aynı alana sahip iki farklı birleşik şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Şafak'ın alan korunumuna sahip olduğu, özel çokgen ile dikdörtgen şeklinin

parçalama stratejisiyle aynı alana sahip olduğunu fark ettiği ve şekillerin alanlarını dikdörtgenin alan formülü ile bulduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak sunulabilir.

Görsel 4.54

Şafak'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Görseli



Araştırmacı: Kaç tane parça kullandın?

Şafak: 4 tane

Araştırmacı: Aynı parçaları kullanarak bu şekli de oluşturabilir misin?

Şafak: Evet.

Araştırmacı: Peki bu iki şeklin alanları hakkında ne diyebilirsiniz?

Şafak: Gözle bu daha büyük ama diğeri daha büyük gözüküyor ama alanları aynı.

Araştırmacı: Sence tahmini kaç santimetrekare?

Şafak: Burası uzun kenarı 10 cm kenarlarına da 3 cm desek yaklaşık 40 santimetrekare diyebilirim

Araştırmacı: Gerçek ölçüm sonucunu bulabilir misin?

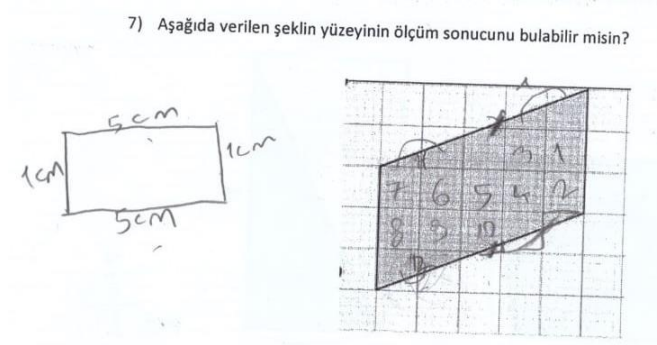
Şafak: Uzun kenarı 10,5 cm, kısa kenarını 3,5 cm buldu. $3,5 \times 10,5 = 36,75$ çıktı.

Diyaloğa göre, Şafak'ın şekillerin alanlarını karşılaştırırken tangram parçalarını kullandığı, her iki şekilde de eşit sayıda parça kullandığı ve birinci şeklin daha büyük gözüküğünü ancak alanlarının eşit olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Birinci şeklin alanını tahmin etmek yerine dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin etmiş ve tahmini kenar uzunluklarını çarpmıştır. Şafak'ın şeklin alanını tahmin etmede gözünde canlandırma ve formül kullanma stratejilerini kullandığı görülmektedir. Gerçek alan ölçümü için ise dikdörtgenin alan formülünü kullanmıştır. Görüldüğü üzere, alan tahmini ile gerçek alan ölçümü değer olarak birbirine yakın bulmuştur. Şafak'ın kenar uzunlukları farklı olsa da aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği, şeklin biçiminin değişmesi veya parçalama ile yeni şekiller elde edilmesi halinde alanının değişmeyeceği ve alan korunumu fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmaları istendiğinde, Şafak'ın aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmakta zorlandığı görülmüştür (Bkz.Görsel 4.55).

Görsel 4.55

Şafak'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

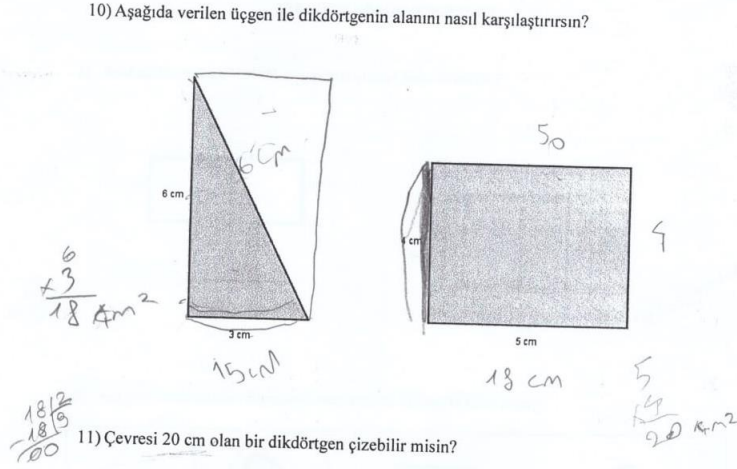


Görsel 4.55'te verilen paralelkenarın alanı sorulduğunda, Şafak "Ekleme yaparak bulabiliriz düzgün bir kare oluşturup yapabiliriz. Bunun yarımını alıp buna ekleyebiliriz. O zaman bir kare olur. Birleştirdiklerini çiziyor. İçlerini sayalım. (Tek tek içine yazıyor.) 12. Küçük olanları birleştirdim. 12 kare oldu." yanıtını vermiştir. Bu yanıtına göre, birim kareler ile hatalı sayma yaptığı görülmüştür. Şafak'tan aynı alana sahip bir dikdörtgen oluşturmaları istendiğinde ise "12 tane kare bulduk ya bunları bölerek bir tane kare yapabiliriz. Mesela 12 tane var ya uzun kenarlarını 5 cm yaparak. 10 cm ediyor. Buralara da 1 cm yapsak 12 santimetrelilik bir yer yapabiliriz." şeklinde düşüncesini açıklamış ve kenarları üzerinde 12 kare olacak şekilde çevre uzunluğu 12 cm olan bir dikdörtgen oluşturduğu görülmüştür. Araştırmacı "Bulduğun 12 kare bu şeklin neyini veriyor?" sorusunu sorduğunda, Şafak "Alanı" yanıtını vermiş ve kenarları toplamının da çevre olacağını ifade etmiştir.

Bir üçgen şekli ile dikdörtgen şeklinin alanlarının karşılaştırılması ve alan ölçümlerinin istendiği Görsel 4.56'da verilen soruda, Şafak'ın alanları karşılaştırılması istendiğinde üçgenin iki kenarının eşit olabileceğini düşünmüş ve şekillerin çevre uzunluklarını hesaplamıştır.

Görsel 4.56

Şafak'ın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Alanları karşılaştırmaya ilişkin “Üçgen daha küçük gözüküyor. Burasını şöyle çevirirsek burası da 6 cm olur. Dikdörtgen daha büyük.” açıklamasında bulunmuştur. Alanları karşılaştırmada sezgisel olarak karşılaştırma yapmasına ve üçgeni dikdörtgen olarak zihinsel görselleştirmesine karşın çevre uzunluğu odaklı olduğu görülmüştür. Kenar uzunluklarını toplayarak neyi bulduğu sorusuna ise “Çevre” yanıtını vermiştir. Şafak dikdörtgenin alan ölçümü sorulduğunda “Dikdörtgenin alanını bulabilirim. 5 ile 4 ü çarptım. 20 santimetrekare” yanıtını vermiştir. Üçgenin alanı ile ilgili ise “Üçgende eşitsizlik çıkıyor. Mesela bunu hayal gücüyle buraya çekersek burası 6 cm olur ama 3 cm’nin karşı tarafı olmadığı için yapamıyoruz. Ama buraya da böyle bir üçgen koysak dikdörtgen olur.” açıklamasında bulunmuştur. Üçgen şeklini hayali olarak bir dikdörtgene tamamlamış ve “Kareler koyabiliriz ya da satır veya sütunu çarpabiliriz. $6 \times 3 = 18$. Alanı 18. Üçgenin alanını da 18’i 2 ye bölerek hani iki tanesinin birleşimi oldu ya yaparak bulabiliriz. $18 : 2 = 9$.” yanıtını vermiştir. Şafak’ın bu açıklamalarına göre üçgenin ve dikdörtgenin alanını hesaplamada dikdörtgenin alan formülünden yararlandığı ve üçgeni dikdörtgen olarak yapılandırabildiği görülmektedir.

Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin oluşturulması istendiği soruda, Şafak’ın çevre uzunluğunun şeklin kenar uzunlukları toplamı olduğunun farkında olduğu, çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenlerin olabileceği fikrine sahip olduğu ve alan formülünü kullandığı görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Çevresi 20 cm olan bir dikdörtgen çizebilir misin? Çevresi deyince aklına ne geliyor?

Şafak: Karenin dışındaki yani kenarları. (20-14=6 yazdı.) Uzun kenarı 7 cm, kenarları da 3 cm olabilir.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Şafak: Kenarları 20 cm demiş. Ben kafadan iki tane yedi 14 oluyor. Sonra 6'yı 2'ye böldüm 3 oldu. (Uzun kenarlarına 6 cm yazdı. Kısa kenarlarına 4 yazdı).

Araştırmacı: Çevreleri aynı ise alanları da aynı olabilir mi?

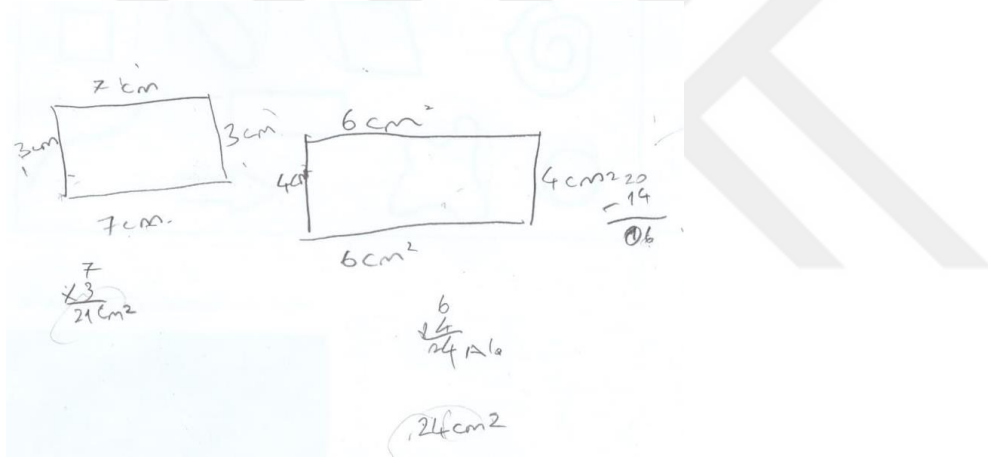
Şafak: Aynı olmayabilir.

Araştırmacı: Bulabilir misin?

Şafak: Birincisi $4 \times 6 = 24$ santimetrekare. İkincisi. $7 \times 3 = 21$ santimetrekare. Alanları farklı çıktı.

Görsel 4.57

Şafak'ın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri

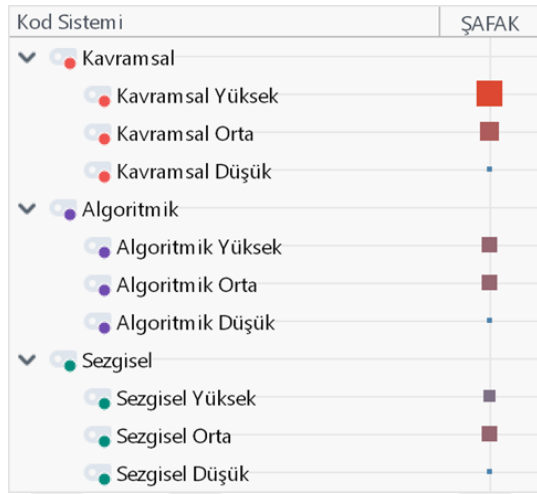


Şafak'ın diyalogda da görüldüğü gibi, dikdörtgenin uzun kenarını belirledikten sonra dikdörtgenin çevre uzunluğundan uzun kenarların toplamını çıkarmış ve kısa kenarların toplamını ikiye bölerek bir kısa kenar uzunluğunu bulmuştur. Çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenleri Görsel 4.57'deki gibi oluşturmuş ve alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını bulmuştur.

Ara klinik görüşme bulgularına göre, Şafak'ın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.22'de sunulmuştur.

Şekil 4.22

Şafak'ın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Şekil 4.22’de Şafak’ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal bileşende yüksek, algoritmik bileşende yüksek ile orta ve sezgisel bileşende orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.3.3 Sena’nın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Orta başarı düzeyine sahip Sena’nın ara klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.13’te sunulmuştur.

Tablo 4.13

Sena’nın Ara Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanları karşılaştırma ve Alanı anlamlandırma	
- Görsel odaklı karşılaştırma - Birim kareler ile ölçme - Birleşik şekillerin alanını ölçmede karmaşa	K2, A2, S2
- Kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri - Kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikri	K3

Tablo 4.13 (Devam)*Sena'nın Ara Klinik Görüşme Bulguları*

Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede birim kare	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirme (birim karenin alanı x birim kare sayısı)	K3, A3
Standart birimler ile ölçme	
✓ Tahminde gözünde canlandırma ✓ Birim kare ile ölçmede - Satır-sütun çarpımı - Çizim	K2, A2, S2
✓ Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede - Satır-sütun çarpımı - Çizim ✓ Birim değişikçe alan ölçüsü değişir	K2, A2, S3
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Alanı hesaplamada - Alan formülü - İki alanı ilişkilendirmede bölme	K3, A3
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada - Sayma - Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma	K2, A2
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada - Alan formülü - Parçalama stratejisi ✓ Tahminde birim tekrarlama stratejisi	K3, A3, S2
Üçgenin alan bağıntısını hissetme	
✓ Alanları karşılaştırmada görsel odaklı ✓ Alanı hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullanma ✓ Üçgenin alanını hesaplamada kaplama fikri	K2, A2, S2
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	
✓ Çevre uzunluğunu kenar uzunlukları toplamı ile tanımlama ✓ Farklı alanlara sahip dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma	K3, A3

Tablo 4.13'te görüldüğü gibi Sena, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin farklı şekil ve çizimlerden oluşan görseller verilen soruda, “Alanını ölçmek için şeklin ucunun kapalı olması gerekirdi. Net bir sonuç için kapalı ve düzgün olması gerekir. Ama boş olanları seçemeyiz. Bunun uzunluğunu ölçebiliriz.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Kapalı olmayan çizimlerin alanlarının ölçülemeyeceği ve sadece uzunluklarının ölçülebileceği

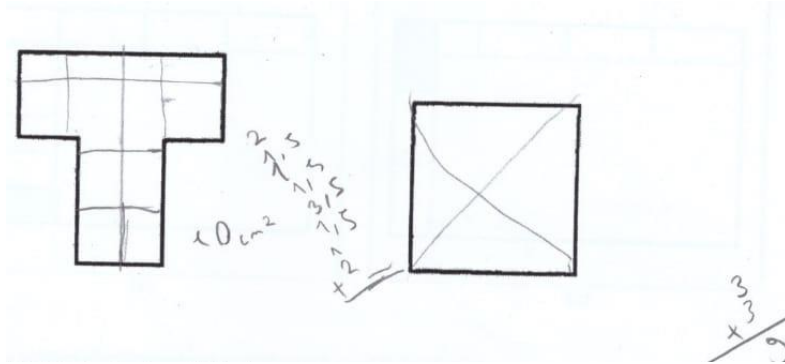
düşüncesinin, uzunluk-alan kavramlarının farklı olduğu ve alanın sınırlı bölge olması ile ilişkilendirdiği görülmüştür.

Ayrıca düzgün olmayan şekillerin alanlarının tam ölçülemeyeceğini “Yüzeyini bir ip ile ölçebiliriz. Mesela ip ile ölçeriz. Buna tam geldiyse olur. Etrafını bulmuş oluruz ama yüzeyini bulamayız. Yüzeyini ya da bozuk paralar ile veya kareler ile boşluk kalmayacak şekilde yerleştirebiliriz. Ama yüzeyi düz olmadığı için boşluklar kalır. Fazlalıklar kalır bunları tam sayabiliriz. Diğerlerinin tam bir ölçüsünü bulamayız” şeklinde açıklamıştır. Ayrıca Sena düzgün olmayan şekillerin alanını ölçmede yaklaşık bir ölçüm sonucu bulunabileceğini ve farklı birimler kullanma gereksinimini dile getirmiştir.

Görsel 4.58’de verilen farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırırken ise “Bence T harfi şeklindeki şeklin alanı daha büyük. Bunun daha büyük gözüküyor. Bunun kenarları daha büyük olduğu için. Bu şeklin alanı tahmini 6 ya da 8 olabilir. Kare şeklinin ise 7 olabilir” açıklamasında bulunmuştur. Bu yanıtına göre nasıl tahmin ettiğine ilişkin “1 santimetrekareler olarak. Buna daha büyük olduğu için sığabilir diye düşündüm.” açıklamasını yapmıştır. Sena’nın bu açıklamasından şekillerin alanlarını karşılaştırırken, görsel odaklı ve tek boyuta göre karar verdiği görülmürken, alanı birim kare sayısı ile tahmin ettiği görülmüştür. Farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırdıktan sonra gerçek alan ölçümüne ilişkin Sena ile araştırmacı arasında geçen diyalog örnek verilebilir.

Görsel 4.58

Sena’nın Alanları Karşılaştırmaya İlişkin Eylemleri



Araştırmacı: Gerçek sonucunu nasıl bulabilirsin?

Sena: Cetvel ile. Santimetrekare için böyle yapabiliriz. (Kenarlarını ölçtü ve kareler çizdi)

Araştırmacı: Kenar uzunluklarından yola çıkarak bu şeklin alanını bulabilir miyiz?

Sena: İçinde Kaç tane kare olduğunu bulurum. Yüzeyini bu şekilde bulabilirim. Birincisi 10 santimetre çıktı. İkincisi 9 santimetre. Birincisi daha büyük. Kenar uzunluklarını toplayacağım.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarını toplayınca alanını mı bulmuş oluyoruz?

Sena: Hayır çevresini.

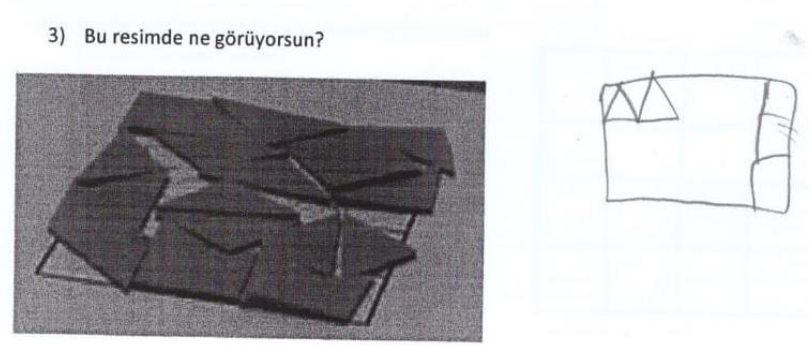
Diyaloğa göre, Sena verilen iki şeklin kenar uzunluklarını ölçmüş ve “santimetrekare için böyle yapabiliriz” diyerek kenar uzunluğu 1 cm olacak şekilde şeklin yüzeyine birim kareler çizmek istemiştir. Ancak hatalı birim kare çizimi yapmış ve şeklin alanını yarım kareleri birleştirip tam sayarak birim kare sayısını bulmuştur. Kare şeklinin alan ölçümünü bulmak için kenar uzunluklarını çarpmış ve 9 cm^2 bulmuştur. Gerçek alan ölçümünü nasıl yaptığına ilişkin birim kare sayısını bulduğunu ve T şeklindeki alanın daha büyük olduğunu ifade etmiştir. Şeklin kenar uzunluklarının kullanılarak alanının hesaplanmasına ilişkin ise kenar uzunluklarını toplamayı düşünmüş ancak çevre uzunluğunu bulabileceğini ifade etmiştir. Sena’nın kare şeklinin alanını bulmada alan formülünü kullanması, birleşik şeklin alanını bulmada kaplama fikrine sahip olması ancak hatalı birim kare çizimi yapması birleşik şekillerin alanlarını bulmada zorluk yaşadığını göstermiştir.

Standart olmayan birimler ile ölçmeye ilişkin Sena’nın alan ölçmede kaplama, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olma ve aynı niteliğe sahip birimleri seçmede birim kare fikrine sahip olduğu görülürken, aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede iki alanı ilişkilendirebildiği görülmüştür.

Bir dikdörtgen üzerinde dağınık yerleştirilmiş üçgen birimlerin olduğu Görsel 4.59’da verilen soruda, Sena’nın alan ölçmede tam kaplama fikrine sahip olduğu, aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ve en uygun birimin kare şekli olduğu fikrine sahip olduğu görülmüştür.

Görsel 4.59

Sena'nın Standart Olmayan Birimlerle Ölçmeye İlişkin Çizimi



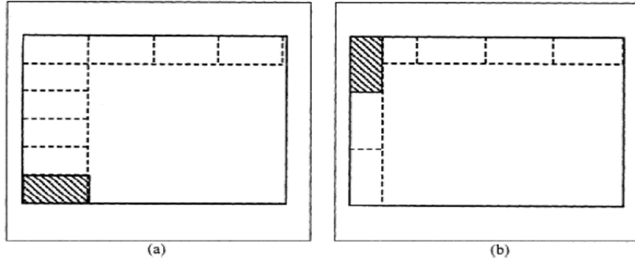
Üçgen birimlerin yerleşimi ile ilgili “Dikdörtgen yapılmaya çalışılmış hatta bozmuşlar. Dağınık yerleştirmişler. Bazıları sığmıyor. Tam kaplayamamış. Alanını bulmak isteniyor ama bu parçaları tam birleştiresek bulabiliriz. Burada kapladığı alan yok. Boşluklar kalmış. Kendi başlarına olmaları gerekiyor, üst üste gelemez.” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamaya göre Sena, bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Hangi şekiller ile dikdörtgenin tam kaplanabileceğine ilişkin ise “Mesela dikdörtgen olduğu için üçgen ile tam kaplanmaz. Boşluk kalır aralarında. Bir dikdörtgen veya kare ile olabilir. Bunun ölçüsüne göre olabilir. Ama olmayabilir de. 2 santimetrelilik dikdörtgen ile kaplayıp taşan yerleri 1 santimetrelilik kesip çıkarabiliriz.” yanıtını vermiştir. Sena'nın bu açıklaması, kare, dikdörtgen ve üçgenin alan ölçmede birim olarak kullanılabileceği, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birimleri seçilmesi ve birimin kenar uzunluğunun 1 cm olması gerektiği fikrine sahip olduğunu göstermiştir. Ayrıca aynı niteliğe sahip birimlerin ölçüsü ile ölçülecek yüzeyin ölçülerinin ilişkili olması gerektiğinin farkındadır. Dikdörtgen, kare veya üçgen şekillerinden hangisinin dikdörtgenin alanını ölçmek için en uygun olduğu sorusuna ise “Kare. Çünkü kare her şekle sığabilir. Her tarafı eşit olduğu için. Zaten santimetrekare diyoruz.” açıklamasında bulunmuştur. Tüm bu açıklamalara göre, Sena'nın alan ölçü birimini anlamlandırabildiği ve birim kare fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmenin sorgulandığı, bir kısmı dikdörtgen birimler ile kaplı verilen iki dikdörtgen şeklinin alanı ile ilgili Şekil*deki soruya ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Şekil 4.23

Aynı Niteliğe Sahip Birimlerle Ölmeye İlişkin Soru Görseli



Sena: Dikdörtgen ile kaplıyorlar.

Araştırmacı: Birincisinde tam kaplayabilmişler mi?

Sena: Şurada biraz boşluk kalmış. İkincisinde üst üste gelmiş.

Araştırmacı: Dikdörtgenin alanını bulurken bu şekilde üst üste gelse olur mu?

Sena: Hayır. 7 tane dikdörtgen var. 7.parca olmayınca burada boşluk kalır. O da yarım alıp geçiyor. Ama burada da fazlalık kalıyor.

Araştırmacı: Dikdörtgen yerleştirmek uygun olmuş mu?

Sena: Kare de fazla gelebilirdi. Boşluk ta kalabilirdi.

Araştırmacı: Nasıl bir kare kullansaydık boşluk kalmazdı?

Sena: Bunun ölçüsüne göre bir kare olabilirdi.

Araştırmacı: Kare ile tamamen kapladığımızda ölçüm sonucunu nasıl ifade ederiz?

Sena: Bir karenin ölçüsünü bilirsek yani alanını. Buna kaç tane kare sığdıracağımızla çarpabiliriz.

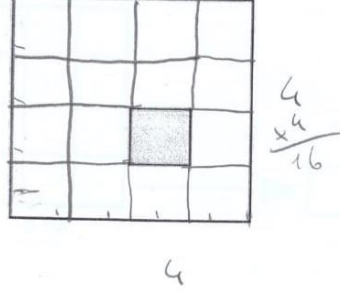
Diyalogda görüldüğü gibi Sena, dikdörtgen birimler ile tam kaplama yapılamayacağını fark etmiş ve kare birim olması halinde de boşluk kalabileceğini ifade etmiştir. Alanı ölçülecek dikdörtgen ile kare birimin ölçülerinin uyumlu olması gerektiğini belirtmiş ve birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpımı ile dikdörtgenin alanının bulunabileceğini ifade etmiştir. Tüm bu açıklamalara göre, Sena'nın aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede dikdörtgenin alanı ile birimin alanını ilişkilendirebildiği görülmektedir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Sena'dan içerisinde bir birim kare verilmiş dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde birim kareyi referans almış ve zihinden hayali olarak kaplama yapmıştır. Daha sonra Görsel 4.60'da görüldüğü gibi dikdörtgenin kenar uzunlukları üzerinde satır ve sütun için çentikler atmış ve satır-sütun sayısını çarparak birim kare sayısını bulmuştur. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.60

Sena'nın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri

6) Yanda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?



Sena: Bu karenin ölçümünü aklımda tutarım. Bunu buraya yerleştiriyormuş gibi şeklinde düşünürüm.

Araştırmacı: Tahmini kaç kareden oluşur?

Sena: 16.

Araştırmacı: Gerçek ölçüm sonucu nasıl bulursun?

Sena: Bu kareyi ölçerim önce sonra bu kareyi çizerim içine. 1 cm

Araştırmacı: Kareleri tek tek çizecek miyiz?

Sena: Sadece bir satır ile sütunu çizerek yapabiliriz. (Kenarlarını 1 cm olarak çizikler atarak satır ve sütun belirlemeye çalıştım.) 5 ile 5 i çarparsak 25 olur.

Araştırmacı: Bu çizgileri birleştirdiğinde bu karelerden elde eder misin?

Sena: Kare daha büyük duruyor

Araştırmacı: Karenin bulunduğu yer sana ipucu veriyor mu?

Sena: Karenin köşelerini uzatarak tamamladı. 4-8-12-16 oldu. 16 kare

Araştırmacı: Daha fazla kare verseydi alanı değişir miydi?

Sena: Alanı aynı kalırdı ama sadece kare sayısı fazla olurdu

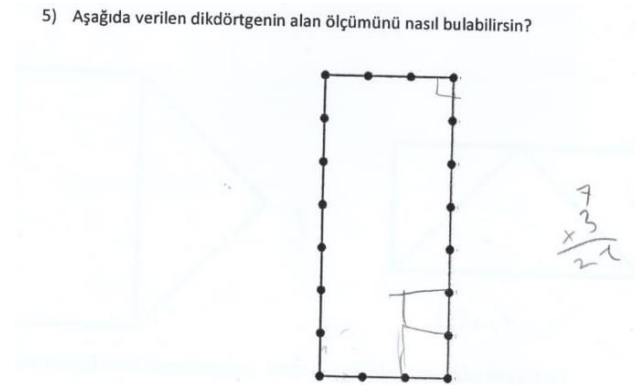
Diyaloğa göre, Sena dikdörtgenin alan tahmininde birim karenin kapladığı yeri referans olarak dikdörtgenin yüzeyini birim karelerle zihinden kaplama yapmış ve tahmini birim kare sayısını 16 bulmuştur. Buna göre Sena'nın tahminde gözünde canlandırma stratejisini kullandığı görülmektedir. Dikdörtgenin alan ölçümü için ise birim karenin kenar uzunluğunu 1 cm olarak ölçmüş ve dikdörtgenin kenarları üzerine 1 cm aralıklarla çentikler atmaya karar vermiştir. Ancak dikdörtgenin kısa kenarına attığı çentikler arası mesafelerin farklı olmasına karşın 1 cm olarak kabul etmiştir. Daha sonra 5 satır ve 5 sütun kabul ederek çarpmış ve birim kare sayısını 25 bulmuştur. Ancak çizim yaptığında birim karelerin eş olmadığını fark etmemiş ve hatalı alan ölçümü yapmıştır. Çentikler yardımıyla birim kareleri oluşturması istendiğinde ise birim karenin daha büyük durduğunu ifade etmiş ve verilen birim kareden yararlanarak satır-sütun oluşturarak birim

kare sayısını 16 bulmuştur. Sena'nın hem çizim ile hem de birim karenin bulunduğu yere göre alan ölçümünü hatalı bulduğu görülmüştür.

Sena'dan bu sefer Görsel 4.61' de görülen kenarları üzerinde noktalar bulunan dikdörtgen verildiğinde bu noktalardan yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.61

Sena'nın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli



Sena: Alan ölçüsünü 1 santimetrelilik kareler ile veya 2 santimetrelilik kareler ile bulabilir.

Araştırmacı: Şeklin kenarlarındaki noktalar ne anlama geliyor olabilir

Sena: Bir tane kare çizmek için olabilir.

Araştırmacı: Bu noktaları kullanarak bu şeklin yüzeyini bulabilir miyiz

Sena: Bulabiliriz. Mesela bunlarla kare oluşturarak yapabilirim.

Araştırmacı: Tek tek çizmeli miyiz?

Sena: Hayır mesela burada 4 nokta var 3 tane kare çıkıyor. Burada 8 yani 7 tane çıkıyor. 7 ile 3 ü çarptığımda 21 kare çıkıyor.

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı ölçüm sonucunu bulabilir mıydın?

Sena: Bulabilirdik

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı ölçüm sonucunu nasıl değiştirdi?

Sena: Daha fazla çıkardı ama bu şeklin yüzeyi aynı kalırdı. Çünkü sadece noktalar büyüyor. İçine çizdiğimiz kare sayısı artıyor.

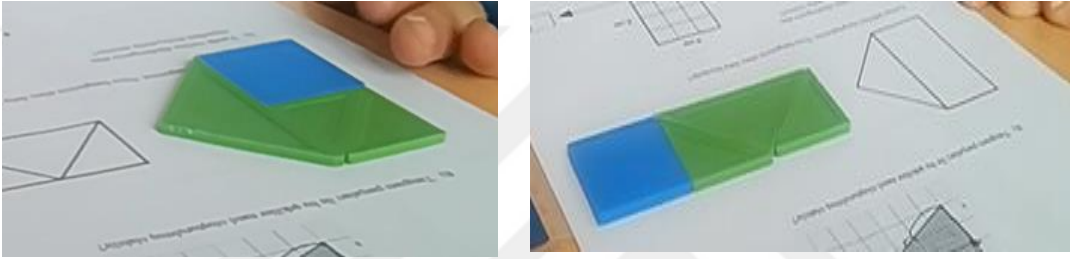
Diyaloğa göre, Sena dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki noktalar ile kareler oluşturabileceğini ifade etmiş ve alan ölçümü için satır-sütundaki kare sayısını çarparak toplam birim kare sayısını bulmuştur. Alan ölçümünün farklı kenar uzunluklarına sahip birim kareler ile bulunabileceğinin farkında olup çizim yaparak ta birim kare sayısını

bulabileceğini ifade etmiştir. Daha fazla nokta olması durumunda dikdörtgenin yüzeyinin değişmeyeceği ancak alan ölçümünün daha fazla çıkacağı öngörüsünde bulunabilmiştir.

Görsel 4.62’de verilen aynı alana sahip iki farklı birleşik şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Sena’nın alan korunumuna sahip olduğu, parçalama stratejisiyle özel çokgen ile dikdörtgen şeklinin aynı alana sahip olduğunu fark ettiği ve şekillerin alanlarını dikdörtgenin alan formülü ile bulduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.62

Sena’nın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Görseli



Sena: (Üçgenlerin aynı kenarlarını birleştirdi. Kareyi en son büyük üçgeni koydu. Hızlı yaptı)

Araştırmacı: Kaç parça kullandın?

Sena: 4 parça.

Araştırmacı: Aynı parçaları kullanarak bunu elde edebilir misin?

Sena: Yine 4 parça kullandım.

Araştırmacı: Alanları hakkında ne diyebilirsin?

Sena: İkisi de aynı yer kaplar. Aynı parçaları kullandım çünkü. Bir şey değişmedi.

Araştırmacı: Tahmini kaç santimetredir?

Sena: 26 olabilir.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Sena: 1 cm şu kadar olabilir ona göre karar verdim. Bir parmağı ile gösteriyor.

Araştırmacı: Gerçek sonucunun bulabilir misin?

Sena: (1 cm ölçtü. Sonra kenarlarını ölçtü). Kısa kenarı 3,5 cm, uzun kenarı 10,5 cm çıktı.

Araştırmacı: Alanını bulabilir miyiz??

Sena: $3,5 \times 10,5 = 36,75$ santimetrekare.

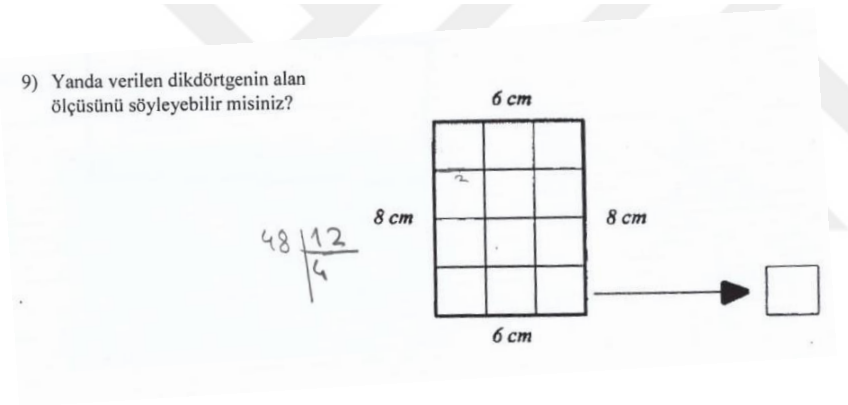
Diyaloğa göre Sena’nın şekillerin alanlarını karşılaştırırken tangram parçalarını kullandığı görülürken, her iki şekilde de eşit sayıda parça kullandığını ve alanlarının eşit

olduğunu ifade ettiği görülmüştür. İki şeklin alanını tahmin etmede 1 cm yi referans olarak almış ve tahmini bir değerde bulunmuştur. Gerçek alan ölçümü için ise dikdörtgenin alan formülünü kullanmıştır. Görüldüğü üzere, alan tahmini ile gerçek alan ölçümünü değer olarak birbirine oldukça uzak bulmuştur. Sena'nın kenar uzunlukları farklı olsa da aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği, şeklin biçiminin değişmesi veya parçalama ile yeni şekiller elde edilmesi halinde alanının değişmeyeceği ve alan korunumu fikrine sahip olduğu söylenebilir.

Görsel 4.63'te kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Sena'nın dikdörtgenin alanını bulmak için alan formülünü kullandığı ve bölme stratejisi kullanarak birimin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirebildiği görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.63

Sena'nın Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Sena: 8 ile 6'yı çarpardım. 48 eder.

Araştırmacı: 48 ne demek?

Sena: 48 santimetrekare. 1 santimetrekarelik 48 tane kare sığar

Araştırmacı: Şu an kaç tane kare var?

Sena: 12 tane.

Araştırmacı: Bu karelerin kenar uzunlukları ile ilgili ne söyleyebilirsin?

Sena: 2.

Araştırmacı: 2 olduğunu nasıl buldun?

Sena: Aklımda canlandırdım. 48'i 12'ye bölssem 4 çıkar. Her bir karenin alanı 4 santimetrekare. Bu yüzden her kenarı 2 cm.

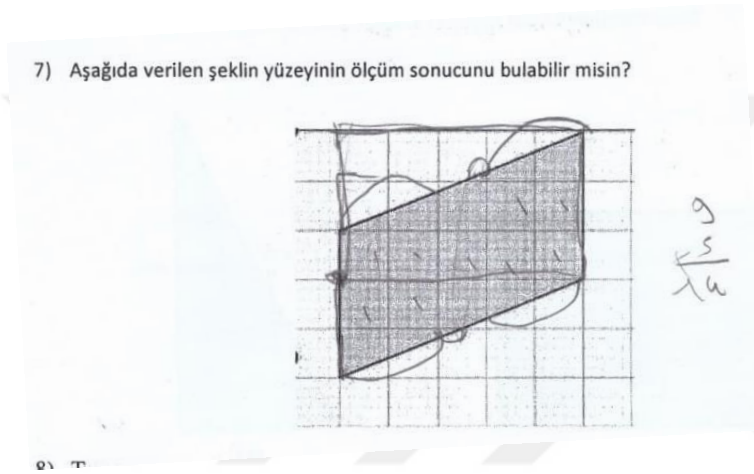
Diyaloğa göre Sena'nın dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada alan formülünü kullanarak kenar uzunluklarını çarptığı görülmüştür. Alan ölçüsünü 48cm^2 olarak ifade etmiş ve ölçüm sonucunun kenar uzunlukları 1 cm olan birim karelerin sayısını verdiğini

belirtmiştir. Şekil üzerinde 12 karenin olmasına ilişkin ise dikdörtgenin alanını birim kare sayısına böldüğünü ve bir birim karenin alanından yola çıkarak kenar uzunluğunu 2 cm bulduğunu açıklamıştır. Sena'nın birimin alanı ile dikdörtgenin alanını bölme stratejisi ile ilişkilendirebildiği görülmektedir.

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmaları istendiğinde, Sena'nın alan ölçmede sayma yaptığı, verilen paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildiği (Bkz.Görsel 4.64) ancak şekillerin aynı alana sahip olduğun farkında olmadığı görülmüştür.

Görsel 4.64

Sena'nın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



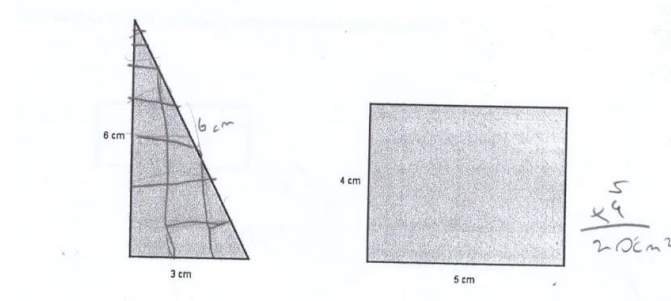
Görsel 4.64'te verilen paralelkenarın alanı sorulduğunda, Sena "Kareler ile bulurum. Kareler 1 santimetrelilik ise ama ölçelim. 1 cm evet. Köşesi boşluğa denk gelen kare için bunu tam saymalı mıyım? 9 tane tam kare çıktı. 5 tane oldu. Toplam 14 tane oldu". yanıtını vermiştir. Paralelkenarın alanını bulmak için birim kareleri saydığı görülmektedir. Sena'dan aynı alana sahip bir dikdörtgen oluşturmaları istendiğinde ise paralelkenardan dikdörtgen şeklini yapılandırabilmiş ve dikdörtgenin alanını "3 er 3 er sayarım. 3-6-9-12-15" şeklinde birim kareleri ritmik sayarak bulmuştur. Tüm açıklamalarına göre, Sena'nın paralelkenar ile dikdörtgenin alanlarının eşit olduğunun farkında olmadığı görülmektedir.

Bir üçgen şekli ile dikdörtgen şeklinin alanlarının karşılaştırılması ve alan ölçümlerinin istendiği Görsel 4.65'de verilen soruda, Sena'nın alanları karşılaştırırken görsel odaklı olduğu ve dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülmüştür.

Görsel 4.65

Sena'nın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

10) Aşağıda verilen üçgen ile dikdörtgenin alanını nasıl karşılaştırırsın?



Alanları karşılaştırılması istendiğinde Sena, “İkisinin alanı aynı bence. Dikdörtgenin alanı 5 ile 4 ü çarptım. 20 santimetrekare” yanıtını vermiştir. Alanları karşılaştırırken sezgisel olarak karar vermiş ve dikdörtgenin alanını alan formülü ile hesaplamıştır. Üçgenin alanı ile ilgili ise “Burayı ölçeriz. 6 ile 3 ü çarpsak? Kareler çizebiliriz. Göz kararı ile yerleştiririz. Yarımları 1 tam kabul edebiliriz. 9 buldum.” açıklamasında bulunmuştur. Üçgenin alanını hesaplamada kenar uzunluklarını çarpmaya yönelmiş ancak üçgeni birim kareler ile kaplayarak gerçek alan ölçümünü bulmuştur. Alanları karşılaştırmada sezgisel olarak alanlarının eşit olduğunu düşünmüş ancak gerçek alan ölçümlerine göre dikdörtgenin alanını daha fazla bulmuştur.

Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin oluşturulması istendiği soruda, Sena'nın çevre uzunluğunun şeklin kenar uzunlukları toplamı olduğunun farkında olduğu ve aynı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamada alan formülünü kullandığı görülmüştür (Bkz. Görsel 4.66). Buna ilişkin araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Çevre uzunluğu 20 cm olan farklı dikdörtgenler çizebilir misin?

Sena: Bir uzun kenarı 9 cm olsa diğer kenarları da 1 cm olur.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarına nasıl karar verdin?

Sena: Uzunluğu 4'e bölerek kare yapabilirdim ama dikdörtgen olduğu için kısa kenarı az olacak. Uzun kenarı 10 olmaz. 9 olabilir. Uzun kenarına 8 cm kısa kenarına 1 cm yazdı. Uzun kenarı 7, kısa kenarı 3 cm olabilir.

Araştırmacı: Hangisinin alanı daha büyük sence?

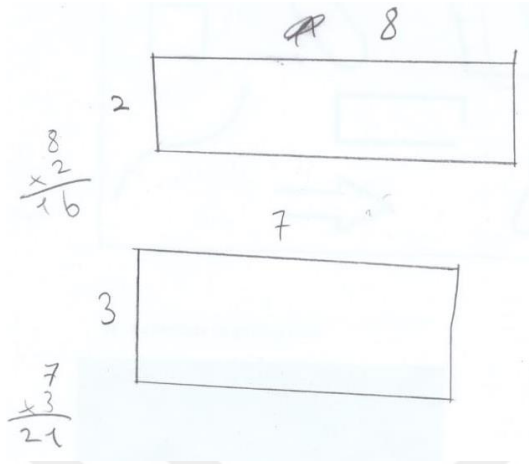
Sena: Aynı çünkü çevresi aynı ise alanı da aynı olur.

Araştırmacı: Alanlarını bulabilir misin?

Sena: $8 \times 3 = 24$, $3 \times 7 = 21$

Görsel 4.66

Sena'nın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri



Sena'nın diyalogda da görüldüğü gibi, dikdörtgenin uzun kenarını belirledikten sonra dikdörtgenin çevre uzunluğundan uzun kenarların toplamını çıkarmış ve kısa kenarların toplamından bir kısa kenar uzunluğunu bulmuştur. Çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenleri Görsel 4.66'daki gibi oluşturmuş ve alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını bulmuştur. Ayrıca çevre uzunluğuna sahip şekillerin alanlarının da aynı olacağını düşünmüş ancak alan formülü ile alanlarının farklı olabileceğini fark etmiştir. Ara klinik görüşme bulgularına göre, Sena'nın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.24'te sunulmuştur.

Şekil 4.24

Sena'nın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri

Kod Sistemi	SENA
▼ Kavramsal	
Kavramsal Yüksek	■
Kavramsal Orta	■
Kavramsal Düşük	
▼ Algoritmik	
Algoritmik Yüksek	■
Algoritmik Orta	■
Algoritmik Düşük	
▼ Sezgisel	
Sezgisel Yüksek	■
Sezgisel Orta	■
Sezgisel Düşük	

Şekil 4.24'te Sena'nın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal bileşende yüksek, algoritmik bileşende yüksek ile orta ve sezgisel bileşende orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.3.4 Umay'ın ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Orta başarı düzeyine sahip Umay'ın ara klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda algısal sürecinin kavramsal, algoritmik ve sezgisel düzeylere göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.14'te sunulmuştur.

Tablo 4.14

Umay'ın Ara Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanları karşılaştırma ve Alanı anlamlandırma	
- Görsel odaklı karşılaştırma - Birim kareler ile ölçme - Birleşik şekillerin alanını ölçmede karmaşa	K2, A2, S2
- Kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri - Kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikri	K3
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede satır-sütun çarpımı	K2, A2
Standart birimler ile ölçme	
- Tahminde birim kareyi referans alma ve formül kullanma - Birim kare ile ölçmede alan formülü ve çizim	K3, A3, S2
- Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede - Alan formülü - Çizim - Birim değişikçe alan ölçüsü değişir	K3, A3, S3

Tablo 4.14 (Devam)

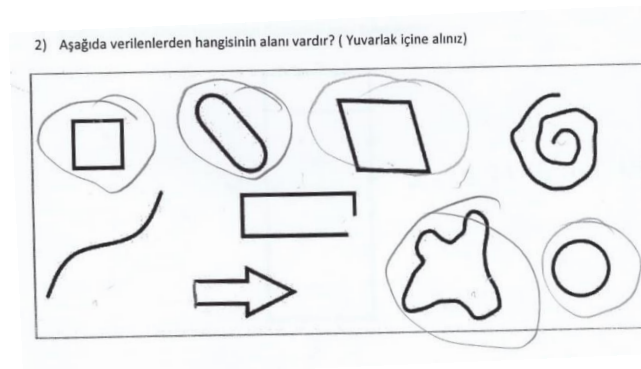
Umay'ın Ara Klinik Görüşme Bulguları

Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Alanı hesaplamada • Alan formülü • Birim ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmede bölme	K2, A3
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada • Alan formülü • Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma	K3, A3, S3
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada karmaşa ✓ Tahminde rastgele tahmin	K1, A1, S1
Üçgenin alan bağıntısını hissetme	
✓ Alanları karşılaştırmada görsel odaklı ✓ Alanı hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullanma ✓ Üçgenin alanını hesaplamada birim kare sayma	K2, A2, S2
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	
✓ Çevre uzunluğu, şeklin kenar uzunluklarının toplamı ✓ Çevre uzunlukları aynı, alan ölçüleri farklı olabilir ✓ Farklı alanlara sahip dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma	K3, A3

Tablo 4.14'te görüldüğü gibi Umay, bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin farklı şekil ve çizimlerden oluşan Görsel 4.67'de verilen soruda, "Kapalı şekillerin alanları ölçülebilir çünkü bunların kapladığı bir alan var. Diğer şekillerin bazı kenarları birbiriyle birleşmiyor. Cetvelle uzunlukları ölçülebilir" şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Kapalı olmayan çizimlerin alanlarının ölçülemeyeceğini sadece uzunluklarının ölçülebileceği fikrine sahip olması ise uzunluk ve alan kavramlarının farklı olduğu ve alanın sınırlı bölge ile ilişkili olduğuna göre açıklama yapmıştır.

Görsel 4.67

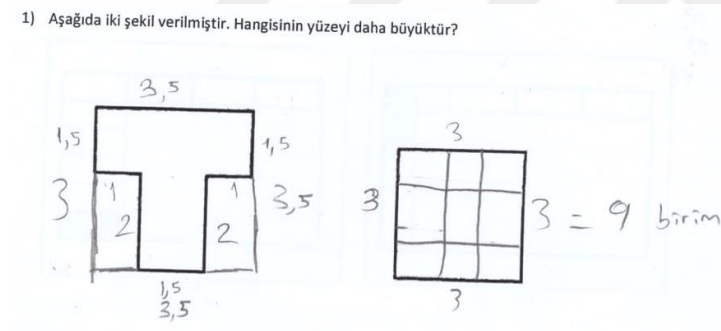
Umay'ın Alanı Anlamlandırmaya İlişkin İşaretlemeleri



Görsel 4.68’de verilen farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırırken ise “Bana göre karenin yüzeyi daha büyük. Göz kararıyla T harfi şeklindeki şekil bana göre daha küçük.” açıklamasında bulunmuştur. Umay’ın bu açıklamasından şekillerin alanlarını karşılaştırırken, görsel odaklı karar verdiği görülmüştür. Umay farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırdıktan sonra verilen iki şeklin kenar uzunluklarını ölçmüş ve üzerine yazmıştır. Kare şeklinin alan ölçümünü bulmak için kenar uzunluklarını çarpmış ve “Sütun, satır olarak yapabiliriz. 3 ile 3 ü çarpabiliriz.” şeklinde açıklama yapmıştır. Satır-sütunu nasıl oluşturduğuna ilişkin ise “Eşit uzunlukta olmasına dikkat etmeliyiz. Her bir şey 1 cm olabilir” açıklamasında bulunurken, cetveli karenin kenarlarına koyarak 1 cm’lik işaretlemeler yapmış, satır-sütun oluşturmuş ve karenin alan ölçümünü 9 birim kare olarak ifade etmiştir. Birinci şeklin alan ölçümüne ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek verilebilir.

Görsel 4.68

Umay’ın Alanları Karşılaştırma ve Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Araştırmacı: Birinci şeklin alanını nasıl bulabiliriz?

Umay: Şuradaki satırı buraya ekleyebiliriz. (Bir kareye tamamlamaya çalıştı. Kenarları aşağı indirdi. Uzunluğunu ölçtü. 3,5 cm çıktı).

Araştırmacı: Nasıl bulabiliriz alanını?

Umay: 3,5 leri toplayarak ya da 4 ile çarparak

Araştırmacı: O zaman neyi bulmuş oluyorsun?

Umay: Çevresini.

Araştırmacı: Alanını nasıl bulacağız?

Umay: İki tane yarım bir bütün elde edebiliriz. Ya da 4 satır 4 sütun yapabiliriz. Sonra karşılıklı kenarları topluyor. 3,5 ile 3,5, 7. 7 satır 7 sütun olur.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Umay: Karşılıklı kenarlarını topladım.

Araştırmacı: Alanını bulabilir miyiz?

Umay: Bulamayız bence.

Diyaloğa göre, Umay birinci şeklin alanını bulmada şekli kare şekline tamamlamış ve kenar uzunluklarını ölçmüştür. Kenar uzunluklarını toplamak istemiş ancak çevre uzunluğunu bulacağının farkına varmış ve satır-sütun oluşturmaya karar vermiştir. Şeklin kenar uzunluklarının buçuklu bulması, hatalı strateji kullanmasına ve alan ölçümünü hesaplayamamasına sebep olmuştur. Umay'ın kare gibi düzenli şekiller için daha kolay sezgisel çıkarımlar yaparken, birleşik şekil gibi daha karmaşık şekillerde zorluk yaşadığı görülmüştür.

Standart olmayan birimler ile ölçmeye ilişkin Umay'ın alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı ve düzenli şekillerin belirli alan ölçüsünün olduğu fikri ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede alan formülünü kullandığı görülmüştür.

Bir dikdörtgen üzerinde dağınık yerleştirilmiş üçgen birimlerin olduğu soruda, Umay'ın alan ölçmede tam kaplama fikrine sahip olduğu, alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ve en uygun birimin kare şekli olduğu fikrine sahip olduğu görülmüştür. Üçgen birimlerin yerleşimi ile ilgili “Parçalarla buradaki dikdörtgeni doldurmaya çalışıyor. Yamuk yumuk. Tam yerleşmemiş. Alanını bulmak isteniyor ama bu parçaları tam birleştirsek bulabiliriz. Burada kapladığı alan yok. Boşluklar kalmış.” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamaya göre Umay, bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Hangi şekiller ile tam kaplanabileceğine ilişkin ise “Kare ile. Çünkü karenin belirli bir alanı var. Bu da dikdörtgen olduğu için tam sığar. Dikdörtgen de olabilir çünkü bu şekiller düz. Bunların alanını kolaylıkla bulabilirim.” açıklama yapmıştır. Umay'ın tüm açıklamalarına göre, kare, dikdörtgen ve üçgenin alan ölçmede birim olarak kullanılabileceği düşüncesi alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçtiğini gösterirken, aynı niteliğe sahip birimlerden kare ve dikdörtgen şekillerin düz olmasının tam kaplama için daha uygun olduğunu belirttiği görülmektedir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmenin sorgulandığı, bir kısmı dikdörtgen birimler ile kaplı verilen iki dikdörtgen şeklinin alanı ile ilgili soruya ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir:

Umay: Sütun ve satır görüyorum. A dikdörtgeninde 5 satır, 4 sütun. B dikdörtgeninde üst üste gelmiş.

Araştırmacı: Neden bu dikdörtgenleri yerleştirmiş olabilir?

Umay: Alanını bulmaya çalışıyor olabilir.

Araştırmacı: Alanları hakkında ne diyebiliriz?

Umay: A şeklindekine 5 satır, 4 sütun.

Araştırmacı: Sonuç olarak ne diyebiliriz?

Umay: 20 birim kare yok dikdörtgen.

Araştırmacı: B şekli için ne diyebiliriz?

Umay: B için bir şey diyemeyiz. Şu yarım dikdörtgen tüm şeyi bozar. O yüzden bulamayız.

Araştırmacı: Her şekilde kaplayabilmek için nasıl bir şekil kullanmak gerekir?

Umay: Düz bir şekil olması lazım. Kare olabilir. Kenarları eşit olduğu için.

Araştırmacı: Sana kare verseydi nasıl bulurdun?

Umay: İçine sığdırarak. Kaç tane kare varsa alanı o olurdu.

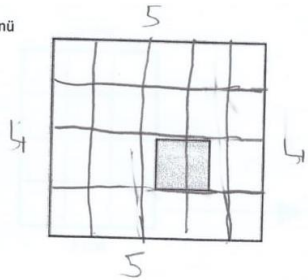
Diyalogda görüldüğü gibi Umay, alan ölçme için dikdörtgen birimlerin kullanılarak satır-sütun oluşturulduğunu ve ikinci dikdörtgende ise dikdörtgenlerin üst üste geldiğini fark etmiştir. Ancak (a) şeklindeki dikdörtgende boşluk kaldığını fark etmemiş ve satır-sütun sayısının çarpımı ile 20 birim dikdörtgen olarak alanı ifade etmiştir. (b) şeklindeki dikdörtgende ise tam kaplama yapılamayacağını fark etmiş ve düz ve kenar uzunlukları eşit bir şekil olan kare biriminin kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Umay'dan içerisinde bir birim kare verilmiş dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde birim kareyi referans alma ve formül kullanma stratejilerini kullanmıştır. Daha sonra Görsel 4.69'da görüldüğü gibi dikdörtgenin kenar uzunluklarını çarpmış ve birim kare sayısını bulmuştur. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.69

Umay'ın Standart Birimlerle Ölçmenin Sorgulandığı Soruya İlişkin Eylemleri

6) Yanda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?



Umay: Bir birim kare. 1 santimetre kare.

Araştırmacı: Tahmini kaç kareden oluşur?

Umay: 32.

Araştırmacı: Nasıl düşündün?

Umay: Göz kararı. 1 santimetre kare ya buraya 4 tane düşüyor. İşte öyle sütun satır gibi düşündüm.

Araştırmacı: Gerçek sonucunu bulabilir misin?

Umay: Cetvel ile ölçüyor. 4 cm buldu. Uzun kenarını 5 cm buldu.

Araştırmacı: Şimdi kaç tane kare sığdığını bulabilir misin?

Umay: 20 tane

Araştırmacı: Nasıl sığdığını gösterebilir misin?

Umay: 4 tane satır çizerim. Şimdi sütunu çizerim. İçinde 20 birim kare oldu.

Araştırmacı: Daha fazla kare verseydi alan değişir miydi?

Umay: Bence değişmezdi. Kenar uzunlukları aynı kaldığı için.

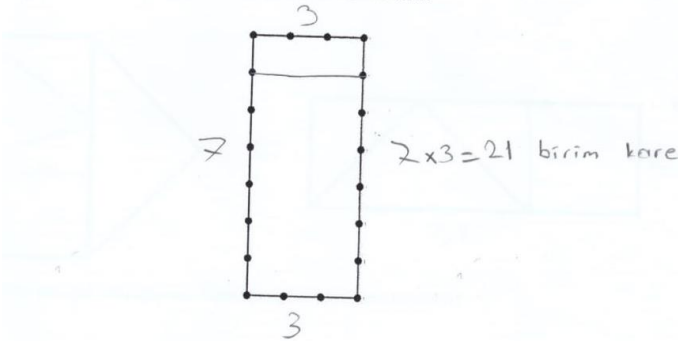
Diyalogda da görüldüğü gibi, Umay alanı 1 cm^2 olan birim kareyi referans alarak tahminde bulunmuştur. Ayrıca göz kararı tahminde bulunduğunu, bir satıra ve bir sütuna kaç birim kare sığabileceğini düşündüğünü ifade etmesine karşın alan ölçümüne göre oldukça uzak tahminde bulunmuştur. Dikdörtgenin içine kaç tane birim kare sığacağını ise dikdörtgenin kenar uzunluklarını çarparak hesaplamıştır. Ayrıca çizim ile de satır-sütun oluşturarak kaç tane birim kare sığacağını göstermiştir.

Umay'dan bu sefer Görsel 4.70'de görülen kenarları üzerinde noktalar bulunan dikdörtgen verildiğinde bu noktalardan yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.70

Umay'ın Kenarları Üzerinde Noktalar Verilen Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Görseli

5) Aşağıda verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?



Umay: Sütun satır yapabiliriz.

Araştırmacı: Şeklin kenarlarındaki noktalar ne anlama geliyor olabilir?

Umay: Satır ve sütunu hatırlatıyor. Noktalardan yararlanarak oluşturabilirim ama cetveli kullanmam lazım. Cetvel ile noktaları birleştirerek.

Araştırmacı: Kısa yoldan bulabilir misin?

Umay: İki dik kenar uzunluğunu çarparak.

Araştırmacı: Nasıl yani?

Umay: 7 ile 3 ü çarpırım. Uzun kenarına 7 yazdı. Kısa kenarına 3 yazdı. 21.

Satır ve sütundaki karelerden dolayı. 21 kare vardır.

Araştırmacı: Farklı bir yolla yapabilir misin?

Umay: Satır ve sütunları çizerim. Kareleri toplarım. Toplam 21 çıktı zaten.

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı yine ölçüm sonucunu bulabilir miydin?

Umay: Bulabilirdim. Daha fazla çıkardı. Kenar uzunlukları artardı.

Araştırmacı: Dikdörtgenin kapladığı yer değişir miydi?

Umay: Hayır değişmezdi. Yine kapladığı alan aynı.

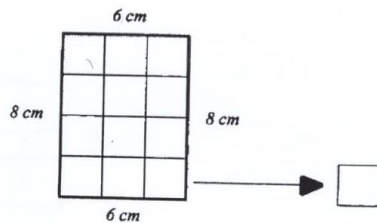
Diyaloğa göre, Umay dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki noktalar ile satır-sütun oluşturabileceğini ifade etmiş ve kenar uzunluklarını çarpmıştır. Satır ve sütundaki kare sayısının toplam birim kare sayısını vereceğinin farkında olup çizim yaparak ta birim kare sayısını bulabileceğini ifade etmiştir. Daha fazla nokta olması durumunda ise dikdörtgenin kapladığı yerin değişmeyeceği ancak alan ölçümünün daha fazla çıkacağı öngörüsünde bulunabilmiştir.

Kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alanını bulma ile ilgili Görsel 4.71’de verilen soruda, Umay’ın dikdörtgenin alanı hesaplamada alan formülünü kullandığı ve aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabildiği görülmüştür.

Görsel 4.71

Kenar Uzunlukları Verilen Dikdörtgenin Alanını Bulmaya İlişkin Soru Görseli

9) Yanda verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü söyleyebilir misiniz?



Görsel 4.71’de verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada, Umay’ın dikdörtgenin alanını bulmak için alan formülünü kullandığı ve bölme stratejisi kullanarak birim ile

dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirebildiği görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Alanını ölçebilir misin?

Umay: 48 cm^2

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Umay: Kısa kenarı 6 cm, uzun kenarı 8 cm. İki dik kenarı çarptım. İçindeki karelere de bakabiliriz. Ama 12 tane kare var.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarından yola çıkarak 12'yi bulabilir miyiz?

Umay: Her bir birim kare 2 cm ise bulabiliriz.

Araştırmacı: 2 cm olduğunu nasıl buldun?

Umay: 8 in olduğu yerde 4 tane var. O yüzden her biri 2 olur.

Araştırmacı: Ama niye bunun içinde 12 kare var?

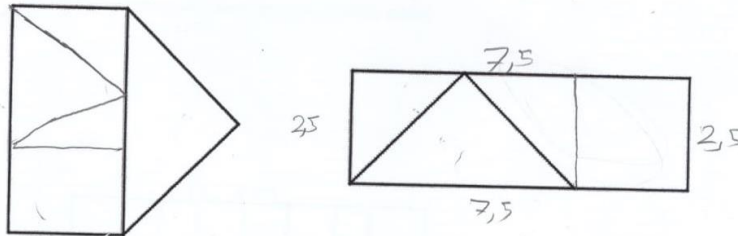
Umay: Karelere kenar uzunlukları 2 cm olduğu için.

Diyaloğa göre, Umay dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada alan formülünü kullanarak kenar uzunluklarını çarptığı ve alan ölçümünün birim kare sayısını da vereceğinin farkında olduğu görülmüştür. Dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu kenar üzerinde bulunan kare sayısına bölerek birim karenin kenar uzunluğunu bulması, birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını bölme stratejisi ile ilişkilendirebildiğini göstermektedir. Ancak dikdörtgenin alanı ile birimlerin alanı ile ilgili bir açıklama yapamamıştır.

Görsel 4.72'de sunulan aynı alana sahip iki farklı birleşik şeklin alanlarının sorulduğu soruda, Umay'ın alanı tahmin etmede ve gerçek alan ölçümünü bulmada zorluk yaşarken, çevre uzunluğuna odaklı olduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.72

Umay'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Verilen şekilleri karşılaştırınız. Sizce hangisinin alanı daha büyüktür?

Araştırmacı: Sence hangisinin alanı daha büyüktür?

Umay: İkincisinin.

Araştırmacı: Neden onun alanı daha büyük nasıl buldun?

Umay: Göz kararı. Kâğıdı yan çevirip bakıyor. Diğeri küçük gözüküyor.

Araştırmacı: Tangram parçaları ile nasıl oluşturulmuş olabilir?

Umay: İkisinde de üçgen kullanılmış. İkincisinde küçük bir üçgen daha var (solunda). Şuraya da bir üçgen çizsem. İki küçük üçgen, kare ve büyük üçgen çıkmış.

Araştırmacı: Birincisinde nasıl kullanmış olabilir?

Umay: Dikdörtgen üzerinde bir kare oluşturuyor ama aklına gelmiyor.

Araştırmacı: Alan ölçüleri hakkında ne diyebilirsin?

Umay: 15 santimetrekare.

Araştırmacı: Gerçek alanını nasıl bulabilirsin?

Umay: Cetvel ile ölçerim. Uzun kenarı 7,5 cm. Kısa kenarı 2,5 cm.

Araştırmacı: Alanını nasıl bulabilirsin?

Umay: Karşılıklı kenarlarını toplayarak. 20 cm. Kenarlarını toplamı.

Araştırmacı: Alanı mı 20 cm.

Umay: Hayır.

Araştırmacı: Alanını bulabilir miyiz?

Umay: Hayır bulamıyorum.

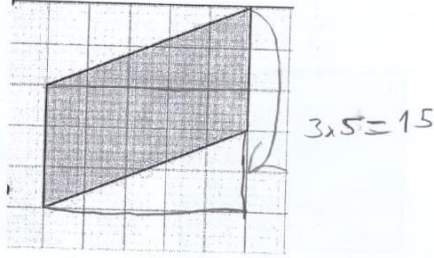
Diyaloğa göre Umay'ın şekillerin alanlarını karşılaştırırken tangram parçaları ile ikinci şekli oluşturabildiği ancak birinci şekli oluşturamadığı ve göz kararı ikinci şeklin alanının daha fazla olduğunu ifade ettiği görülmektedir. Birinci şeklin alanını tahmin ederken tahmini bir değerde bulunmuş ancak şeklin alan ölçümünü bulamadığı görülmüştür. Görüldüğü üzere, Umay birleşik şekillerden oluşan alanları tahmin etme ve alan ölçümünü bulmada zorluk yaşamakta ve bu zorluk yaşadığı durumlarda çevre uzunluğunu bulmaya odaklanmaktadır.

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturması istendiğinde, Umay'ın aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabildiği, alan formülünü kullandığı ve verilen paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildiği görülmüştür (Bkz. Görsel 4.73).

Görsel 4.73

Umay'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

7) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu bulabilir misin?



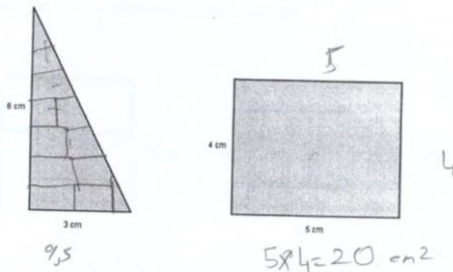
Görsel 4.73'teki paralelkenarın alanı sorulduğunda, Umay “Bence bulabiliriz. Şuradaki kenarı şura ile birleştiresem olabilir. (Alt kenarı sağa doğru çekiyor. Üst tarafı aşağı çekip dikdörtgen oluşturuyor). İçindeki kareleri toplayarak bulabiliriz. 15 kare. Bir sütun ve bir satırı çarparsak $3 \times 5 = 15$. Bu şekil ile dikdörtgen şekli aynı alana sahip” yanıtını vermiştir. Bu yanıtına göre, paralelkenarın alanını bulmak için dikdörtgen şeklinden ve alan formülünden yararlandığı görülmektedir. Umay'ın paralelkenar ile dikdörtgenin aynı alana sahip olduğunun farkında olduğu ve üzerinde somut işlem yapmadan paralelkenarı bir dikdörtgen olarak zihinden görselleştirebildiği söylenebilir.

Bir üçgen şekli ile dikdörtgen şeklinin alanlarının karşılaştırılması ve alan ölçümlerinin istendiği Görsel 4.74'te verilen soruda, Umay'ın alanları karşılaştırırken görsel odaklı olduğu, dikdörtgenin alan formülünü kullandığı ve üçgenin alan ölçümünde kaplama fikri olduğu görülmüştür.

Görsel 4.74

Umay'ın Üçgen ve Dikdörtgenin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

10) Aşağıda verilen üçgen ile dikdörtgenin alanını nasıl karşılaştırırsın?



Alanları karşılaştırılması istendiğinde Umay, “Dikdörtgenin alanı daha büyüktür. Üçgen görüntü olarak daha küçük geldi. Dikdörtgenin alanını bulabilirim. 5 ile 4 ü çarptım. 20 santimetrekare” yanıtını vermiştir. Alanları karşılaştırırken sezgisel olarak karar vermiş

ve dikdörtgenin alanını alan formülü ile hesaplamıştır. Üçgenin alanı ile ilgili ise “Üçgenin alanını bulamayız. Bence kısa yolu yoktur. Kareler ile kaplanıp yarımları da sayabiliriz” açıklamasında bulunmuştur. Alanları karşılaştırmada sezgisel olarak doğru karar vermiş ancak gerçek alan ölçümlerini bulamadığı için doğruluğunu gösterememiştir.

Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin oluşturulması istendiği soruda, Umay’ın çevre uzunluğunun şeklin kenar uzunlukları toplamı olduğunun farkında olduğu, çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenlerin olabileceği fikrine sahip olduğu ve alan formülünü kullandığı görülmüştür (Bkz.Görsel 4.75). Buna ilişkin araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Çevre uzunluğu 20 cm olan farklı dikdörtgenler çizebilir misin?

Çevre deyince ne anlıyorsun?

Umay: Kenarları toplamı. (Uzun kenarı 8 cm, kısa kenarı 2 cm olacak şekilde çiziyor).

Araştırmacı: 8 ve 2 ye nasıl karar verdin?

Umay: Karşılıklı kenarları topladım.8 ile 8’i topladım geriye 4 kalıyor o yüzden 2 cm olur.

Araştırmacı: Başka oluşturabilir misin?

Umay: Evet. İki tane daha oluşturabilirim. Uzun kenarı 7 cm kısa kenarı 3 cm.

Araştırmacı: Çevreleri aynı olduğu için alanları da aynı olabilir mi?

Umay: Olamaz.

Araştırmacı: Alanlarını bulabilir misin?

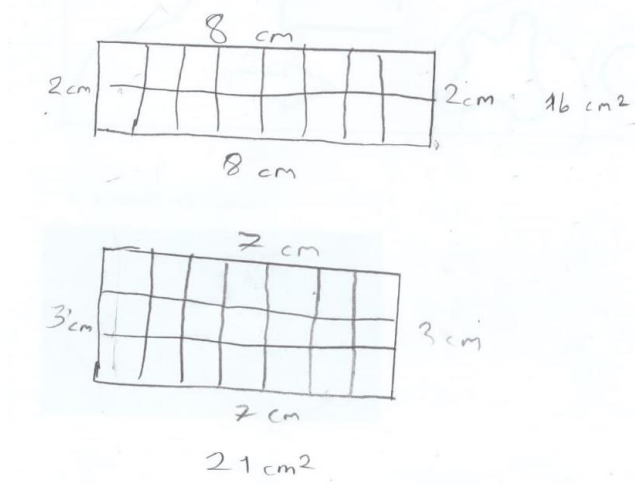
Umay: (İkinci dikdörtgeni 3 satıra böldü. Cetveli alt uzun kenara koydu. Sütunlar çizdi. 3-6-9-12-1-18-21 saydı). 21 santimetrekare. (Birinci dikdörtgende de aynı şeyi yapmaya başladı. 2 satır çizdi). 8 sütun oluşturdum ritmik saydı 16 santimetrekare.

Araştırmacı: Kısa yoldan nasıl bulabilirsin?

Umay: 8 ile.

Görsel 4.75

Umay'ın Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Çizdiği Dikdörtgenlerin Alan Ölçümü



Umay'ın diyalogda da görüldüğü gibi, dikdörtgenin uzun kenarını belirledikten sonra dikdörtgenin çevre uzunluğundan uzun kenarların toplamını çıkarmış ve kısa kenarların toplamından bir kısa kenar uzunluğunu bulmuştur. Çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenleri Görsel 4.75'teki gibi oluşturmuş, alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını bulmuş ve alan ölçümünü birim kare çizimi ile de doğrulamıştır.

Ara klinik görüşme bulgularına göre, Umay'ın alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.25'te sunulmuştur.

Şekil 4.25

Umay'ın Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri

Kod Sistemi	UMAY
▼ Kavramsal	
Kavramsal Yüksek	■
Kavramsal Orta	■
Kavramsal Düşük	■
▼ Algoritmik	
Algoritmik Yüksek	■
Algoritmik Orta	■
Algoritmik Düşük	■
▼ Sezgisel	
Sezgisel Yüksek	■
Sezgisel Orta	■
Sezgisel Düşük	■

Şekil 4.25'te Umay'ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal ile algoritmik bileşende yüksek ve sezgisel bileşende orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.3.5 Zuhâl'in ara klinik görüşmeye ilişkin bulguları

Düşük başarı düzeyine sahip Zuhâl'in ara klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel bakış açısına göre alan ölçmeye ilişkin bulguları Tablo 4.15' te sunulmuştur.

Tablo 4.15

Zuhâl'in Ara Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Alanları karşılaştırma ve Alanı anlamlandırma	
- Görsel odaklı karşılaştırma - Alan formülü - Birleşik şeklin alanını birim kareler ile ölçmede karmaşa	K2, A2, S2
- Kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği fikri - Kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikri	K3
Standart olmayan birimlerle ölçme	
✓ Kaplama fikri	K3
✓ Ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma	K3
✓ Aynı niteliğe sahip birimleri seçmede en uygunu kare	K2, S2
✓ Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede birim kareleri sayma	K2, A2, S2
Standart birimler ile ölçme	
- Tahminde rastgele tahmin - Birim kare ile ölçmede karmaşa	K2, A1, S1
- Birim uzunluğunu kullanarak ölçmede alan formülü ve çizim - Birim değişikçe alan ölçüsü değişir	K3, A3, S3

Tablo 4.15*Zuhal'in Ara Klinik Görüşme Bulguları*

Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	
✓ Alanı hesaplamada • Alan formülü • İki alanı ilişkilendirmede bölme	K3, A3
✓ Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada • Birim kare sayma • Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma	K3, A2, S3
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Birleşik şekillerin alanlarını bulmada • Alan formülü • Parçalama stratejisi ✓ Tahmin yok	K3, A3, S1
Üçgenin alan bağıntısını hissetme	
✓ Alanları karşılaştırmada zihinde görselleştirme ✓ Alanı hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullanma ✓ Üçgenin alanını hesaplamada üçgeni dikdörtgene tamamlama	K3, A3, S3
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	
✓ Çevre uzunluğunu kenar uzunlukları toplamı ile tanımlama ✓ Çevre uzunlukları aynı, alan ölçüleri farklı olabileceği fikri ✓ Farklı alanlara sahip dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma	K3, A3

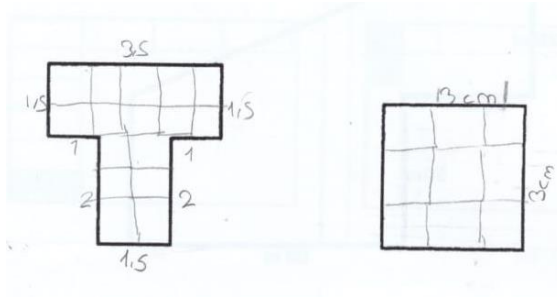
Tablo 4.15’de görüldüğü gibi, Zuhal bir şeklin alanını anlamlandırmaya ilişkin soruda sadece kare ve paralelkenarı işaretlemiş ve “Karenin ve paralelkenarın alanını ölçebiliriz. Düzgün şekiller olduğu için. Dikdörtgenin ucu açık olduğu için ölçemeyiz. Birleşseydi ölçebilirdik. Ataş gibi duran şekli bunu ölçemeyiz. Buraları oval olduğu için.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Düzgün olmayan ancak kapalı olan şekillerin alanları ile ilgili ise “Belki şuraları kare olsaydı tam ölçebilirdik. Diğer şekilleri (ölçebiliriz ama net sonuç bulamayız. Yaklaşık olarak ölçebiliriz. Ama çevresini ölçebiliriz” şeklinde düşüncesini belirtmiştir.

Düzgün olmayan şekillerin alanının ölçüm sonucunun yaklaşık olarak bulunabileceği, çevre uzunluklarının tam olarak ölçülebileceği ve kare gibi düzgün bir şekil olması durumunda tam alan ölçümü yapılabileceği öngörüsü, görsel odaklı karar vermesini etkilemiştir. Tüm bu açıklamalara göre, Zuhal’in kapalı olmayan çizimlerin alanlarının ölçülemeyeceği, alan-çevre kavramlarının farklı ve alanın sınırlı bölge olduğu fikrine sahip olduğu görülmektedir.

İki farklı şeklin alanlarını karşılaştırırken ise Zuhal “Yüzeyi daha büyük bence karenin. Karenin kenarları eşit olduğu için. Ölçmedim, ölçmediğim için bu şekilde karar verdim. Diğeri de yani birinci şekilde kare olsaydı ama eşit olmazlardı.” açıklamasında bulunmuştur. Zuhal’in bu açıklamasından şekillerin alanlarını karşılaştırırken, görsel odaklı ve kare şeklinin özelliklerine göre karar verdiği görülmüştür. Zuhal farklı iki şeklin alanlarını karşılaştırdıktan sonra verilen iki şeklin kenar uzunluklarını ölçmüş ve üzerine Görsel 4.76’daki gibi yazmıştır. Kare şeklinin alan ölçümünü bulmak için kenar uzunluklarını çarpmış ve “İki tane olduğu için. 3 ile 3 ü çarpıyoruz. Şeklin alanı 9 santimetrekare.” şeklinde açıklama yapmıştır. Kenar uzunluklarını neden çarpıtığına ilişkin “Kapladığı yeri buluyoruz, 9 santimetrekare satır ve sütun sayısını veriyor. 3 satır ve 3 sütun. 9 tane kareden oluşur.” yanıtını vermiştir. Bu açıklamalarına göre, alan ölçümü ile birim kare sayısını ilişkilendirebildiği söylenebilir. Ayrıca kenar uzunluklarına dikkat etmeden kare şeklinin yüzeyine 9 birim kareyi yerleştirmiş ancak hatalı çizim yapmıştır. Birinci şeklin alan ölçümüne ilişkin araştırmacı ile Zuhal arasında geçen diyalog örnek verilebilir.

Görsel 4.76

Zuhal’in Alanları Karşılaştırma ve Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Araştırmacı: Birinci şeklin yüzeyini nasıl buluruz?

Zuhal: İple ölçebiliriz (Derste bir arkadaşının verdiği örnek aklına geldi) daha sonra çarpabiliriz.

Araştırmacı Uzunluğunu nasıl bulacaksın?

Zuhal: Cetvel ile. Şeklin yukarısı 3,5 cm.

Araştırmacı Napalm şimdi?

Zuhal: Kenarlarını toplarız ama çevreyi buluruz.

Araştırmacı Alanı bulmak için ne yapabiliriz?

Zuhal: Çarpabiliriz.

Araştırmacı Nasıl?

Zuhal: Düşünüyor. Belki içine şekiller çizebiliriz. Kare, üçgen, dikdörtgen.

Yüzeyi 16 kareden oluşuyor. Birincisinin yüzeyi daha büyük.

Diyaloğa göre, Zuhal birinci şeklin alanını bulmada önce ip ile kenar uzunluklarını ölçme fikrini sunmuş ancak cetvel ile kenar uzunluklarını ölçmeye karar vermiştir. Kenar uzunluklarını toplamının şeklin çevre uzunluğunu vereceğinin farkında olduğu görülmüştür. Alan ölçümü için şeklin kenar uzunluklarının çarpılabileceğini ifade etmesi dikdörtgenin alan formülünü aşırı genelleme yaptığına işaret etmektedir. Daha sonra şeklin alan ölçümü için aynı niteliğe sahip birimlerle kaplama yapılabileceğini ifade etmiş ancak hatalı birim kare çizimi yapmış ve şeklin alanını birim kareleri sayarak hatalı bulmuştur. Zuhal'in kare gibi düzenli şekiller için daha kolay sezgisel çıkarımlar yaparken, birleşik şekil gibi daha karmaşık şekillerde zorluk yaşadığı görülmüştür.

Standart olmayan birimler ile ölçmeye ilişkin Zuhal'in alan ölçmede kaplama fikrine sahip olduğu, ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip birim olması gerektiği, aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel odaklı olduğu ve aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede birim karelerle sayma yaptığı görülmüştür.

Bir dikdörtgen üzerinde dağınık yerleştirilmiş üçgen birimlerin olduğu soruda, Zuhal'in alan ölçmede tam kaplama fikrine sahip olduğu, aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği ve en uygun birimin kare şekli olduğu fikrine sahip olduğu görülmüştür. Üçgen birimlerin yerleşimi ile ilgili "Altında kağıt var ona göre yerleştirmişler. Boşluklar kalmış. Mesela köşede üçgen olsaydı kapanırdı. Taşma olmuş. Bazıları da üst üste gelmiş. Tam yerleşseydi dikdörtgenin yüzeyinin ölçüsü bulunabilirdi." açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamaya göre Zuhal, bir şeklin alanını ölçmede birimlerin yüzeyi tam kaplaması, aralarında boşluk kalmaması ve çakışık olmaması fikrine sahiptir.

Hangi şekiller ile dikdörtgenin tam kaplanabileceğine ilişkin ise "Birbirine eşit şekiller ile. Kare, dikdörtgen." yanıtını vermiştir. Ayrıca üçgen ile tam kaplansaydı dikdörtgenin alan ölçüsünün bulunabileceğini de belirtmiştir. Dikdörtgen veya kare şekillerinden hangisinin dikdörtgenin alanını ölçmek için en uygun olduğu sorusuna ise "Dikdörtgeni yerleştirirken hep yatay ya da hep dikey olmasına dikkat ederim ama dikdörtgen ile ölçerken taşabilir uzunluğu. Kare taşmaz." açıklamasında bulunmuştur. Tüm bu açıklamalara göre, Zuhal'in alan ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçebildiği, alan

ölçmede eş birimlerin kullanılması gerektiği ve en uygun birimin kare fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmenin sorgulandığı, bir kısmı dikdörtgen birimler ile kaplı verilen iki dikdörtgen şeklinin alanı ile ilgili soruya ilişkin araştırmacı ile Zuhal arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Zuhal: İki tane dikdörtgen var. Dikdörtgenlerin içine dikdörtgenler çizilmiş. Birincisinde yatay çizmiş. İkincisinde dikey ve yatay çizilmiş.

Araştırmacı: Bu dikdörtgenler ile bu şekli kaplayabilir miyiz?

Zuhal: Evet. Kaplayabiliriz. Ama boşluk kalmış. Biraz uzatsak olur ama diğerleri ile aynı olmaz. İkinci şekilde bir parça altta kalmış. Dikey olarak kaplasaydı belki olabilirdi. Kare ile tam kaplayabilirdi ama orta boylu kare olması lazım.

Araştırmacı: Kareleri yerleştirebilseydik alan ölçümünü nasıl ifade ederdik?

Zuhal: Kareleri sayarız. Mesela 16 kare deriz.

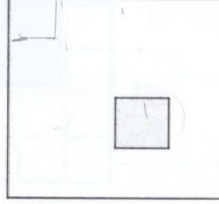
Diyalogda görüldüğü gibi Zuhal, alan ölçme için dikdörtgen birimlerin farklı biçimlerde yerleştirildiğini ve ikinci dikdörtgende ise dikdörtgen birimlerin üst üste geldiğini fark etmiştir. Dikdörtgen ile tam kaplama yapılamayacağını fark etmiş, kare birimin kullanılabileceğini ifade etmiş ancak karenin boyutu ile ilgili sezgisel bir açıklama yapmıştır. Zuhal'in dikdörtgenin alan ölçümünün birim kare sayısı ile bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Standart birimlerle ölçmenin sorgulandığı soruda, Zuhal'den içerisinde bir birim kare verilmiş dikdörtgenin alanını tahmin etmesi istendiğinde birim kareyi referans alarak hayali olarak köşelere kare çizimi yaptığını ve göz kararı karar verdiğini belirtmiştir. Daha sonra Görsel 4.77'de görüldüğü gibi dikdörtgenin kenar uzunlukları üzerinde satır ve sütun için çentikler atmış ve satır-sütun sayısını çarparak birim kare sayısını bulmuştur. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.77

Zuhal'in Birim Karelerle Ölçmeye İlişkin Çizimi

6) Yanda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?



Zuhal: Zihinden bulamam.

Araştırmacı: Kaç tane kareden oluşur tahmini?

Zuhal: Düşünüyorum. 10 diyor.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Zuhal: Bu kareden göz kararı şeklinde baktım. Köşelere çizerek.

Araştırmacı: Gerçek sonucunu nasıl bulabilirsin?

Zuhal: Ölçerek.

Araştırmacı: Karelerden yola çıkarak bulabilir misin?

Zuhal: Ben bunu buraya çizdiğimde olmuyor. Ölçerek çizersen bulabilirim. Elimde çizersen oynama yapabilirim. Küçük karenin uzunluklarını bilsem bulabilirim.

Araştırmacı: Karenin bulunduğu yer sana ipucu veriyor mu?

Zuhal: Yanına ekleyerek mi yapacağım. Ya da alanı bulduktan sonra onu çıkaracağız. (Cetvel ile küçük karenin kenarını ölçtü. Dikdörtgenin kenarını ölçtü. 1 cm işaretliyor.) Uğraştırır. Tek tek çiziceğim.

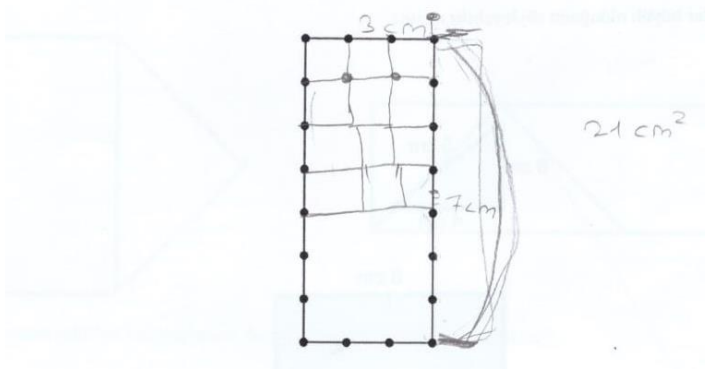
Diyalogda da görüldüğü gibi, Zuhal birim kareyi gözünde canlandırıldığını belirtse de dikdörtgenin alanını rastgele tahmin etmiştir. Dikdörtgenin alan ölçümü için ise yüzeyin birim kareler ile kaplanabileceği fikrine sahip olmasına karşın dikdörtgenin uzun kenarına attığı çentiklerin birim karenin hizasına gelmemesinden ötürü zorluk yaşamıştır.

Zuhal'den bu sefer Görsel 4.78'de görülen kenarları üzerinde noktalar bulunan dikdörtgen verildiğinde bu noktalardan yola çıkarak birim uzunluğu hakkında düşüncesi sorgulanmıştır. Bu süreçteki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Görsel 4.78

Zuhal'in Birim Uzunluğunu Ölçmeye İlişkin Çizimleri

5) Aşağıda verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?



Araştırmacı: Bu şeklin kenarlarındaki noktalar ne anlama geliyor olabilir?

Zuhal: Kare çizerek veya ölçerek bulabiliriz alanını. İki nokta arasını ölçüyor 1 cm buluyor.

Araştırmacı: Bundan yola çıkarak alanını bulabilir misin?

Zuhal: Uzun kenarı 7 cm olur diyor. Kısa kenarlarına 3 cm yazıyor.

Araştırmacı: Alanını sorduğunda nasıl bulursun?

Zuhal: 7 ile 3 ü çarpıyoruz. 21 santimetrekare olur.

Araştırmacı: Bu ne demek? 21 santimetrekare.

Zuhal: Dikdörtgenin içinde kaç tane kare olduğunu söylüyor.

Araştırmacı: Kareleri gösterebilir misin?

Zuhal: (Tek tek kareleri çizdi)

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı yine ölçüm sonucunu bulabilir miydin?

Zuhal: Bulabilirdik. Zaten noktalı kâğıt olsaydı şuralarda da nokta olsaydı daha rahat olurdu, en azından kareler eşit olurdu.

Araştırmacı: Daha fazla nokta olsaydı alanı değişir miydi?

Zuhal: 8 değil de 9 nokta olsaydı araları 8 cm olurdu.

Araştırmacı: Şekil değişmeden noktalar daha fazla olsaydı? Ölçüm sonucu farklı çıkar mıydı?

Zuhal: Farklı çıkardı ve ölçüm sonucu fazla çıkardı. Aralıklar daha kısa olurdu. O yüzden ölçüm sonucu değişirdi

Araştırmacı: Peki şeklin kapladığı yer değişir miydi?

Zuhal: Değişmezdi çünkü aynı şekil. Ama noktalar artacağı için noktalar arasındaki uzunluklar kısalırdı. Sonuç farklı çıkıyor ama aynı yeri kaplıyor.

Diyaloğa göre Zuhal, dikdörtgen şeklinin kenarları üzerindeki noktalar ile kareler oluşturabileceğini ifade etmiş ve alan ölçümü için kenar uzunluklarının da ölçülebileceğini belirtmiştir. Noktalar arası mesafeyi 1 cm ölçtükten sonra kenar uzunluklarını belirlemiş ve alan formülü ile alanı hesaplamıştır. Ayrıca alan ölçüm

açıklamıştır. Zuhâl'in Birimin alanı ile dikdörtgenin alanını bölme stratejisi ile ilişkilendirebildiği söylenebilir.

Aynı alana sahip farklı iki birleşik şeklin alanlarının sorulduğu Görsel 4.80'de verilen soruda, Zuhâl'in alan korunumuna sahip olduğu, parçalama stratejisiyle özel çokgen ile dikdörtgen şeklinin aynı alana sahip olduğunu fark ettiği ve şekillerin alanlarını dikdörtgenin alan formülü ile bulduğu görülmüştür. Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhâl arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.80

Zuhâl'in Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Zuhâl: 4 parça kullandım.

Araştırmacı: Aynı parçaları kullanarak ikinci şekli yapabilir misin?

Zuhâl: Büyük üçgeni kullanıyor. Yine 4 parça kullandım.

Araştırmacı: Hangisinin alanı daha büyük, alanları hakkında ne diyebilirsiniz?

Zuhâl: İkinci şekil yayıldığı için bence daha büyük ama aynı sayıda parça kullandık. O yüzden eşit.

Araştırmacı: Tahmin de bulunabilir misin?

Zuhâl: Ne dersem yanlış olur.

Araştırmacı: Gerçek sonucu bulabilir misin?

Zuhâl: Ölçerek bulabilirim. İkinci şekilden hareket ediyor. Uzun kenarı 10 cm. Kısa kenarı 3,5 cm. Normalde dikdörtgen olduğu için çarpıyoruz.

Araştırmacı: Çarpınca neyi buluyoruz?

Zuhâl: Alanını buluyoruz

Araştırmacı: Kısa yoldan neyi bulmuş oluyoruz?

Zuhâl: İçindeki kare sayısını.

Araştırmacı: Ne buldun?

Zuhâl: 35 santimetrekare.

Araştırmacı: Peki birinci şeklin alanı için ne diyebiliriz?

Zuhâl: O da aynı 35 santimetrekare

Diyaloğa göre Zuhâl'in şekillerin alanlarını karşılaştırırken tangram parçalarını kullandığı görülürken, her iki şekilde de eşit sayıda parça kullandığını ve görsel olarak dikdörtgen şeklinin daha büyük gözüktüğünü ancak alanlarının eşit olduğunu ifade ettiği

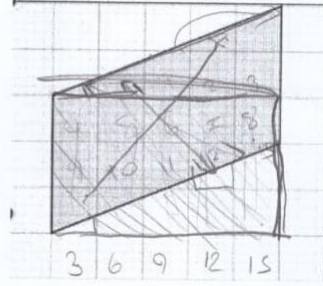
görülmektedir. İki şeklin alanını tahmin etmede zorlanmış ve tahmini bir değer de bulunamamıştır. Gerçek alan ölçümü için ise dikdörtgenin alan formülünü kullanmıştır. Zuhâl'in kenar uzunlukları farklı olsa da aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği, şeklin biçiminin değişmesi veya parçalama ile yeni şekiller elde edilmesi halinde alanının değişmeyeceği ve alan korunumu fikrine sahip olduğu söylenebilir.

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmaları istendiğinde, Zuhâl'in aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabildiği, sayma yaptığı ve verilen paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildiği görülmüştür (Bkz. Görsel 4.81).

Görsel 4.81

Zuhâl'in Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

7) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu bulabilir misin?

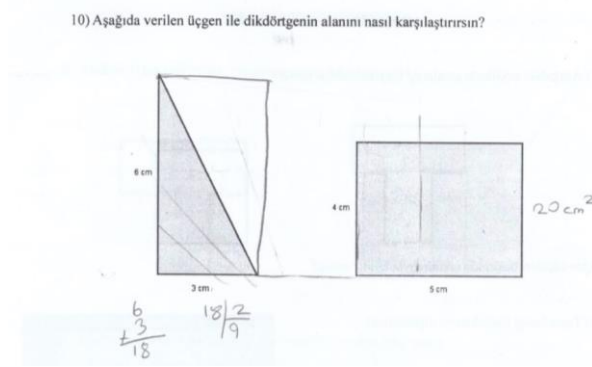


Görsel 4.81'deki paralelkenarın alanı sorulduğunda, Zuhâl "Kareli kağıt vermiş. Sayarak bulabilirim. 15 kare oldu" yanıtını vermiştir. Paralelkenarın alanını bulmak için birim kareleri tek tek saydığı, birim kareleri numaralandırdığı ve yarım birimleri tam sayarak birim kareleri sayısını bulduğu görülmüştür. Farklı bir yoldan alanını bulmaya ilişkin ise "Ölçerek bulabilirdik. Uzun kenarı ile kısa kenarını. Sonra çarpardık. Ama bu dikdörtgen değil. Başka bir yol aklıma gelmiyor" açıklamasında bulunmuştur. Zuhâl'den aynı alana sahip bir dikdörtgen oluşturmaları istendiğinde ise paralelkenardan dikdörtgen şeklini yapılandırabilmiş ve dikdörtgenin alanını "Ölçerek ve çarparak bulabilirim. Kareleri sayarak ta bulabilirim. 3-6-9-12-15 tane kare." şeklinde birim kareleri ritmik sayarak bulmuştur.

Bir üçgen şekli ile dikdörtgen şeklinin alanlarının karşılaştırılması ve alan ölçümlerinin istendiği Görsel 4.82'de verilen soruda, Zuhâl'in alanları karşılaştırırken görsel odaklı olduğu ve dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülmüştür.

Görsel 4.82

Zuhal'in Şekillerin Alanlarını Karşılaştırma ve Ölçüme İlişkin Eylemleri



Alanları karşılaştırılması istendiğinde Zuhal, “Dikdörtgenin alanı daha büyüktür. Birincisi yarım. Bu tam geldi. Sanki bu birinci şekli tamamlamış gibi.” yanıtını vermiştir. Alanları karşılaştırırken sezgisel olarak karar vermiş ve dikdörtgenin alanını alan formülü ile hesaplamıştır. Üçgenin alanı ile ilgili ise “6 ile 3 ü çarpıyoruz. Ama bu bir dikdörtgen değil. Altı ile 3 ü toptasam çevre olur. Bence böyle bulamayız. Ama dikdörtgen yapıp bulabiliriz. 18 santimetrekare çıkıyor zaten. 18’i 2 ye bölssem 9.” açıklamasında bulunmuştur. Üçgenin alanını hesaplamada kenar uzunluklarını çarpmaya yönelmiş ancak dikdörtgen olmadığını belirtmiş ve üçgen şeklini dikdörtgene tamamlamıştır. Oluşturduğu dikdörtgenin alanını alan formülü kullanarak hesaplamış ve üçgenin alanı için dikdörtgenin alanının yarısını bulmuştur.

Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin oluşturulması istendiği soruda, Zuhal’in çevre uzunluğunun şeklin kenar uzunlukları toplamı olduğunun farkında olduğu, çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenlerin olabileceği fikrine sahip olduğu ve aynı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamada alan formülünü kullandığı görülmüştür (Bkz. Görsel 4.83). Buna ilişkin araştırmacı ile Zuhal arasında geçen diyalog örnek olarak verilebilir.

Araştırmacı: Çevresi deyincede ne anlıyorsun?

Zuhal: Bütün köşelerinin toplamı, uzunluklarının, kenarlarının yani.

Araştırmacı: Nasıl bir dikdörtgen olabilir?

Zuhal: Uzun kenarları 9, kısa kenarları 1 cm. Çizmeye başlıyorum. (Yatay çiziyor)

Araştırmacı: Başka bir dikdörtgen daha oluşturabilir miyiz?

Zuhal: 3’e 8’lik olabilir mi?

Araştırmacı: Kontrol edelim.

Zuhal: Olmuyor. 7 ye 3’lük olur.

Araştırmacı: Nasıl düşünüyorsun?

Zuhal: 9'a 1'lik buldum ya uzun kenarını düşürdüm kısa kenarını büyüttüm.

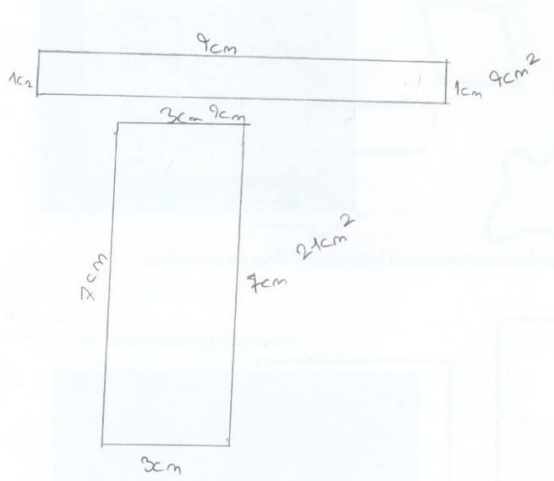
Çizmeye başlıyor. Dikey de çizebilirim diyor.

Araştırmacı: İkisinin de çevreleri aynı alanlarını bulabilir misin?

Zuhal: $7 \times 3 = 21$ diğerrinin $9 \times 1 = 9$. Çevreleri aynı ama alanları farklı.

Görsel 4.83

Zuhal'in Aynı Çevre Uzunluğuna Sahip Dikdörtgen Çizimleri

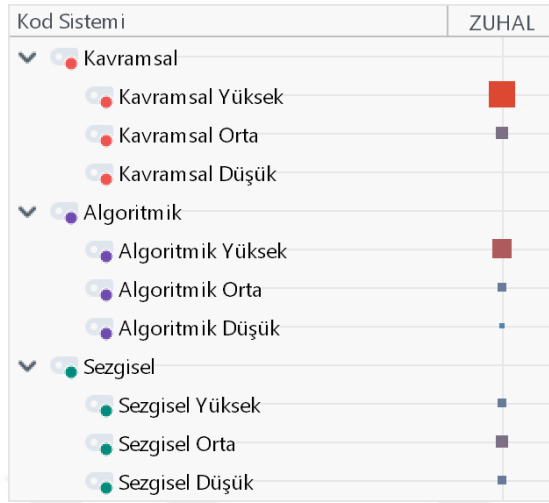


Zuhal'in diyalogda da görüldüğü gibi, dikdörtgenin uzun kenarını belirledikten sonra dikdörtgenin kısa kenarını belirlemiş ve toplamalarının çevre uzunluğunu vermesine dikkat etmiştir. Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı kenar uzunluklarına sahip dikdörtgenler oluşturmak için ise uzun kenarını azaltırken kısa kenarını artırdığını belirtmiştir. Çevre uzunlukları aynı alanları farklı dikdörtgenleri Görsel 4.83'teki gibi oluşturmuş ve alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamıştır.

Ara klinik görüşme bulgularına göre, Zuhal'in alan ölçmeye ilişkin algılama süreç bileşenlerine ait düzeyler belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.26'da sunulmuştur.

Şekil 4.26

Zuhal'in Ara Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri



Şekil 4.26’da Zuhal’in alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal ile algoritmik bileşende yüksek ve sezgisel bileşende orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

4.4 İkinci Öğretim Dizisine İlişkin Bulgular

İkinci öğretim dizisi son klinik görüşmelere kadar devam eden dört haftalık tahmini öğrenme yörüngelerinden oluşmaktadır. Bu bölümde ikinci öğretim dizisinde yer alan dört tahmini öğrenme yörüngesine ait bulgulara yer verilmiştir. Öğretim sürecinde sınıftaki uygulamalar öğrencilerin gruplara ayrılması ile gerçekleştirilmiştir. Odak öğrenciler aynı grupta yer alırken, sınıftaki diğer öğrenciler ile farklı gruplar oluşturulmuştur. Tahmini öğrenme yörüngelerinin amaçları ve geçen süreleri Tablo 4.16’da verilmiştir.

Tablo 4.16

İkinci Öğretim Dizisine İlişkin TÖY Amaçları ve Geçen Süreleri

TÖY Sırası	AMAÇ	ZAMAN
5.TÖY	Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	5. hafta
6.TÖY	Düzgün ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin ve ölçüm	6. hafta

Tablo 4.16 (Devam)

İkinci Öğretim Dizisine İlişkin TÖY Amaçları ve Geçen Süreleri

7.TÖY	Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma	7.hafta en az 2 hafta
8.TÖY	Üçgenin alan bağıntısını oluşturma ve birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	8.hafta en az 2 hafta

4.4.1 Beşinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY5 oluşturulmuştur. Ön klinik görüşme bulgularından elde edilen alan-çevre kavram yanılgısının, ara klinik görüşme bulgularına göre ortadan kalktığı görüldüğünden beşinci hafta öğretim sürecinde ele alınmamıştır. Ara klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve dördüncü hafta sonunda alınan kararlar da göz önünde bulundurularak beşinci hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 5 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.17’de sunulmuştur.

Tablo 4.17

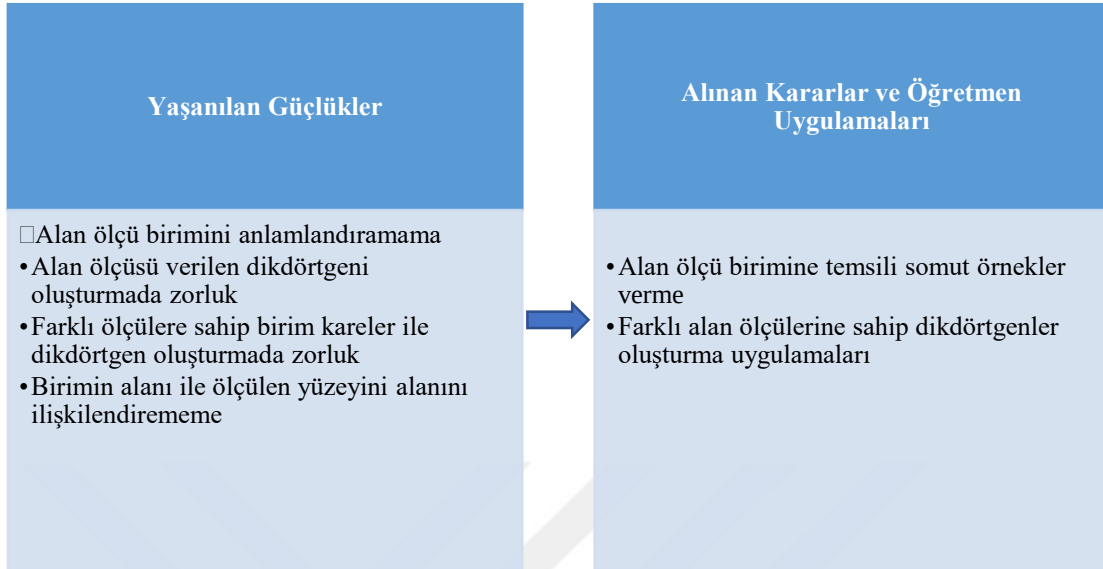
TÖY 5 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 5		
Amaç: Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Alan ölçüsü verilen dikdörtgenleri oluşturma	Geometri tahtasında istenilen alan ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler oluşturma
İkinci Adım	Dikdörtgenin alan ölçümü ile kullanılan birim karenin ölçüleri arasındaki ilişkiyi fark etme	Kareli ve noktalı zeminde istenilen alan ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler oluşturma

Tablo 4.17’de görüldüğü gibi TÖY 5 kapsamında ele alınan etkinlikler ve görevler bireysel ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.27’ de sunulmuştur.

Şekil 4.27

Aynı Alana Sahip Farklı Dikdörtgenler Oluşturma Konulu Beşinci Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.26’da görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin alan ölçü birimini anlamlandırmada, alan ölçüsü verilen dikdörtgeni oluşturmada, farklı ölçülere sahip birim kareler ile dikdörtgen oluşturmada ve birimin alanı ile ölçülen yüzeyini alanını ilişkilendirmede güçlük yaşamaları yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için alan ölçü birimi ile ilgili somut örnekleri çoğaltmış ve farklı alan ölçülerine sahip dikdörtgenler oluşturma uygulamaları gerçekleştirmiştir.

Birinci adım olarak alan ölçüsü verilen dikdörtgenleri oluşturma amacına yönelik geometri tahtasında istenilen alan ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler oluşturma görevi sınıf tartışmaları ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden 30 cm^2 nin ne anlama geldiği, dikdörtgenin yüzeyinde kaç tane birim kare olduğu ile birim karelerin ölçüleri hakkında tartışmaları ve geometri tahtasında farklı dikdörtgenler oluşturmaları istenmiştir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıfla birlikte gerçekleştirilen tartışmalar aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Geometri tahtası ile neler yapılabilir? Geometri tahtası nasıl oluşturulmuş olabilir? Geometri tahtası üzerindeki çiviler neye göre yerleştirilmiş olabilir?

Sınıf: Geometri tahtasında farklı şekiller oluşturabiliriz.

Yavuz: Her bir karenin arası 1 cm olacak şekilde oluşturulmuş.

Sınıf: ölçülerek oluşturulmuş olabilir.

Araştırmacı: Geometri tahtasında 30 santimetrekarelik bir şekil oluşturabilir misiniz?

Yavuz: Şeklin içinde 30 çivinin arasını yaparız. 30 çivi alacak şekilde. İki kenarı 30 olacak şekilde yaparız.

Araştırmacı: Santimetrekaire ne demekti?

Sınıf: Bir şeklin alanı.

Yavuz: Karenin her kenarı 1 cm eder. İki kenarını çarpınca 1 santimetrekaire olur.

Araştırmacı: Neden santimetrekaire üzerinde 2 yazıyor?

Sena: İçindeki kareden geliyor 1 birim kare mesela 1 cm de olabilir bir kenarı. O zaman 1 santimetrekairelik şekil.

Sınıf: Kare o şekil

Umay: 2, kare anlamında olduğu için.

Zuhal: Kare aslında üslü ifadelerden geliyor.

Şafak: Birim karesi anlamında. Defterimize yazıyorduk. 5 üssü 2 yi 5 in karesi diye okuyorduk.

Sınıf: Aynı şeyi iki kez çarpınca kare yazıyorduk.

Umay: O zaman uzunlukları çarpınca da iki tane cm yi çarpınca santimetrekaire mi olur?

Araştırmacı: Evet.

Diyaloğa göre, Yavuz'un 30 cm^2 alan ölçü biriminden kenar uzunlukları 30 cm olan bir kare şeklini oluşturma fikrine sahip olduğu görülmektedir. Araştırmacı öğrencilerden farklı bir yanıt gelmemesi üzerine müdahalede bulunmuş, alan ölçü biriminin (cm^2) ne anlama geldiğini sormuştur. Bu soruya yanıt olarak, Yavuz karenin kenar uzunluklarının çarpımı ile Sena, alan ölçü birimini birim karenin alanı ile ilişkilendirerek açıklamıştır. Umay, Zuhal ve Şafak'ın ise üslü ifadeler ile ilişkilendirebildiği görülmektedir. Öğrencilerin söylenebilir. Tüm sınıftaki öğrencilerin alan ölçü birimlerini anlamlandırabildiği, farklı konularla ilişkilendirebildiği ve alan ölçü birimi ile $1cm^2$ lik birim kareyi ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Araştırmacı öğrencilerin alan ölçü birimlerini somut örnekler ile ilişkilendirebilmeleri adına “Hangi yüzeylerin alanları için santimetrekaire kullanmak uygundur?” sorusunu yöneltmiştir. Odak öğrencilerden Sena “Silginin yüzeyi.”, Umay “Modemin yüzeyi”, Zuhal “Lambanın yüzeyi (kare şeklinde)” Yavuz “Defterin yüzeyi.” ve Şafak ise “Kitabın yüzeyi” gibi sınıf içerisinde bulunan yüzeylerden örnekler vermişlerdir. m^2 alan ölçü birimi ile ifade edilen bölgeler ile ilgili örnekler vermeleri istendiğinde ise Sena “Tahtanın yüzeyi.”, Umay “Kapının yüzeyi”, Zuhal “Okulun bahçesi.” Yavuz “Duvardaki kolonların yüzeyi” ve Şafak ise “Bir evin metrekaresi” örneklerini vermiştir. Şafak'ın verdiği örnekten sonra araştırmacı “Bu ev

140 m^2 deyince ne anlıyoruz?” sorusu ile müdahalede bulunmuştur. Sınıftan bir öğrenci evin büyüklüğü, farklı bir öğrenci ise odaların büyüklüğü açıklamasında bulunmuştur. Şafak ise “Evin alanı” yanıtını vermiştir. Araştırmacı uzunluk ölçme için cm veya m gibi uzunluk ölçme birimleri kullanılırken, alan ölçümleri için cm^2 veya m^2 kullanılabileceğini ve verdikleri yanıtlara göre küçük bölgelerin alanları için cm^2 biriminin daha uygun olduğunu vurgulamıştır. Daha sonra araştırmacı alanı 8 cm^2 olan bir dikdörtgeni geometri tahtasında nasıl oluşturabileceklerini sormuştur. Zuhal’ın “Alanında 8 tane kare var demek.” açıklamasına göre birim kare sayısı ile alan ölçüsünü ilişkilendirebildiği görülmektedir. Yavuz ve Sena ise satır ve sütun ilişkisinden yararlanmış ancak farklı biçimlerde dikdörtgenler oluşturmuşlardır. Yavuz’un 2 satır ve 4 sütundan oluşacak şekilde oluşturduğu dikdörtgen Görsel 4.84a’da ve Sena’nın 4 satır ve 2 sütundan oluşan dikdörtgeni oluşturduğu ana ilişkin görsel Görsel 4.84b’de verilmiştir. Umay “Kısa kenarı 1, uzun kenarı 8 olabilir.” ve Şafak ise “Uzun kenarı 4, kısa kenarı 2 cm olabilir.” açıklaması ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirterek farklı dikdörtgenler oluşturulabileceğini belirtmişlerdir.

Görsel 4.84

Yavuz ve Sena’nın Oluşturduğu Dikdörtgenlere İlişkin Görseller



(a)



(b)

Alanı 8 cm^2 olan dikdörtgenleri oluşturmaya ilişkin görevin gerçekleştirilmesinin ardından alan ölçüsü 48 cm^2 olan farklı dikdörtgenlerin nasıl oluşturulabileceğine ilişkin sınıf tartışmaları gerçekleştirilmiştir. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere sınıf tartışmasına ait diyalog örnek olarak sunulmuştur:

Araştırmacı: 48 cm^2 dikdörtgen deyince ne anlıyoruz?

Sınıf: Alanının 48 cm^2 olduğunu.

Yavuz: İçinde 48 tane kare olduğunu anlıyoruz.

Araştırmacı: Alanı 48 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında ne diyebilirsiniz?

Umay: 12 tane satır, 4 tane sütun olabilir.

Yavuz: 1'e 48 olabilir.

Sınıf: Kısa kenarı 6 cm, uzun kenarı 8 cm.

Araştırmacı: İçindeki kare sayısını kısa yoldan nasıl buluyorduk?

Şafak: Satır ve sütun çarpıyorduk.

Sena: Farklı iki kenarını çarpınca 48 olması lazım.

Sınıf: 3'e 16 olabilir.

Zuhal: 2'e 24 lük olur.

Araştırmacı: Kısa kenarı 5 cm olur mu?

Sena: olmaz. 48 çift sayı. Beşer beşer sayınca 48 olmuyor. 5 ile tam çarpınca olmaz.

Diyaloğa göre, verilen alan ölçüsünden Yavuz'un birim kare sayısı olarak belirttiği ve Umay'ın ise dikdörtgenin yüzeyindeki satır-sütun sayısını belirlediği görülmektedir. Alan ölçüsü verilen farklı dikdörtgenlerin nasıl oluşturulduğuna ilişkin düşüncelerini sorgulamak için araştırmacı müdahalede bulunmuş ve dikdörtgenin alanını kısa yoldan birim kare sayısı olarak nasıl bulunabileceğine dikkat çekmiştir. Şafak'ın satır-sütun sayısının çarpımı ile ifade ederken, Sena'nın farklı kenar uzunluklarının çarpıldığında alan ölçüsünü vereceğini ifade ettiği görülmüştür. Sınıftan farklı bir öğrenci alanı 48 cm^2 olan farklı bir dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirtirken, Zuhal de aynı alana sahip farklı bir dikdörtgenin kenar uzunluklarına örnek vermiştir. Araştırmacı dikdörtgenin kısa kenarına öğrencilerden farklı örnekler gelmesi üzerine, kısa kenarının 5 cm olup olmayacağını sormuş ve Sena ise 5 ile çarpınca 48 cm^2 yi vermediği için olmayacağı yanıtını vermiştir. Odak öğrenciler de dahil sınıftaki tüm öğrencilerin bir dikdörtgenin alanını satır-sütun sayısının çarpımı veya alan formülü ile bulunabileceğinin farkında oldukları ve aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturabildikleri görülmüştür. Dikdörtgenin alan ölçüsünü bulmada birim karelerin alanının 1 cm^2 olması fikrine sahip olmaları ise dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirlerken 48 sayısının bölünebildiği sayıları bulmaya yöneltmiştir.

Geometri tahtasında istenilen alan ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler oluşturma etkinliğinde, alan ölçüsü verilen dikdörtgeni oluşturmakta ve ölçü birimini anlamlandırmada zorluk yaşadıkları ancak alan ölçme birimlerini günlük hayatla ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Yaşanan zorluklardan ötürü araştırmacı istenilen alan ölçülerine sahip farklı dikdörtgenler oluşturma ile ilgili farklı uygulamalar

gerçekleştirerek müdahaleler de bulunmuştur. Sınıf tartışmaları ile odak öğrencilerin tümünün verilen alan ölçüsünden yola çıkarak aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturabilme, alan ölçü birimini anlamlandırabilme ve dikdörtgenleri oluşturmada satır-sütun sayısının çarpımı ile alan formülünü kullanarak dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleyebilme eylemlerini yapılandırmışlardır.

İkinci adımda dikdörtgenin alan ölçümü ile kullanılan birim karenin ölçüleri arasındaki ilişkiyi fark etme amacına yönelik, kareli ve noktalı zeminde istenilen alan ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler oluşturma görevler gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı “ Kareli zeminde 18 cm^2 lik bir dikdörtgeni nasıl oluşturabiliriz?” sorusunu yöneltmiş ve öğrencilerin farklı dikdörtgenler oluşturmalarını istemiştir Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri kareli kağıt dağıtılmış ve etkinlikleri bireysel gerçekleştirmeleri istenmiştir. Genel olarak öğrenciler alan formülü ile aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleyebilmektedir. Araştırmacı bireysel gerçekleştirilen etkinlik sürecinde öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiş ve odak öğrencilerde dahil olmak üzere sınıftaki öğrenciler ile diyaloglar gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile odak öğrenciler arasında gerçekleşen diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Alanı 18 cm^2 olan dikdörtgenleri kareli kâğıtta oluşturalım.

Yavuz: karenin kenar uzunlukları 2 cm mi?

Şafak: içinde 18 kare mi olması lazım.

Araştırmacı: Alanı 18 cm^2 olacak.

Zuhal: Bir karenin kenar uzunluğunu ölçtüm. 2 cm çıktı. Hepsini 2 cm olduğu için bir dikdörtgen oluşturdum. (Kısa kenarı 2 cm, uzun kenarı 18 cm)

Araştırmacı: Birlikte bakalım. Dikdörtgenin içinde kaç tane kare var?

Zuhal: 9 tane.

Araştırmacı: Kenar uzunlukları nedir?

Şafak: 2 cm ye 18 cm.

Araştırmacı: Bu 18 santimetrekarelik bir alan mıdır?

Zuhal: Değil.

Araştırmacı: Alanı kaç santimetrekaredir?

Zuhal: 36 cm^2 .

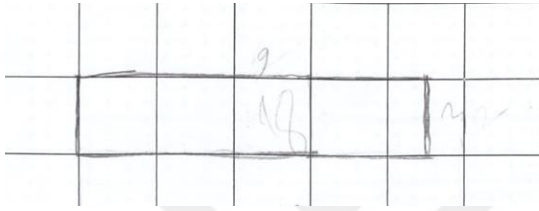
Araştırmacı: Nasıl buldun?

Zuhal: 2 ile 18’i çarptım.

Diyalogda da görüldüğü gibi, öğretmen öğrencilerden alanı 18 cm^2 olan bir dikdörtgeni kareli zeminde oluşturmalarını istemiş ancak odak öğrenciler de dahil sınıftaki öğrenciler zorluk yaşamıştır. Yavuz karelerin kenar uzunluklarının 1 cm den fazla olduğunu fark etmiş ve kenar uzunluklarını ölçmüştür. Şafak ise alanı 18 cm^2 olan bir dikdörtgenin 18 birim kareden oluşacağı ön bilgisini sunmuştur. Öğretmen herhangi bir müdahalede bulunmadan alan ölçüsünün 18 cm^2 olduğunu vurgulamıştır. Görsel 4.85'te Şafak'ın alanı 18 cm^2 olan dikdörtgen çizimi verilmiştir.

Görsel 4.85

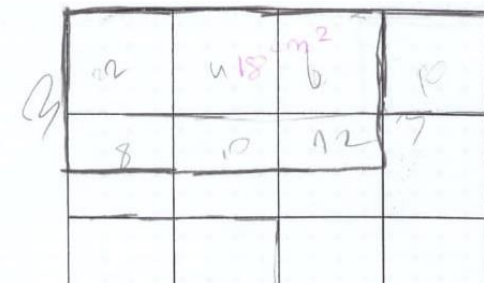
Şafak'ın Alanı 18 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi



Zuhal ise birim karenin kenar uzunluklarını ölçmüş ancak dikdörtgenin kenar uzunluklarını hatalı belirlemiştir. Zuhal dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirlemede, birim karenin kenar uzunluğunun 2 cm olmasından dolayı dikdörtgenin kısa kenar uzunluğunu 2 cm belirlemiş ancak uzun kenarını 18 cm belirlemiştir. Zuhal 1 cm^2 lik birim karelerden yola çıkarak dikdörtgeninin yüzeyinde satır sayısı 1, sütun sayısı 9 olacak şekilde çizim yapmıştır. Araştırmacı kenar uzunluklarına dikkat çekmiş, Zuhal alan formülünü kullanarak oluşturduğu dikdörtgenin alanının 36 cm^2 olduğunu fark etmiş ve daha sonra istenilen alana sahip Görsel 4.86'daki dikdörtgeni oluşturabilmiştir.

Görsel 4.86

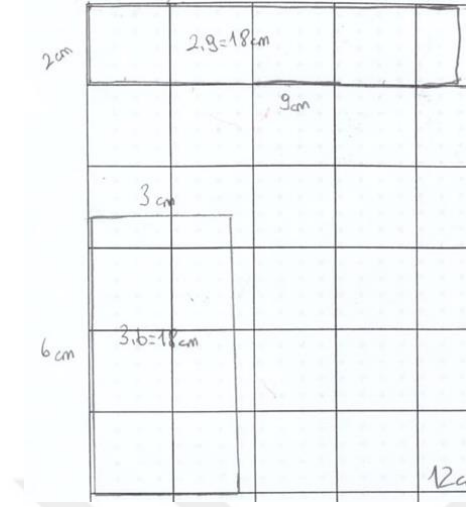
Zuhal'in Alanı 18 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi



Yavuz ise Görsel 4.87'de verilen kenar uzunlukları 2 cm - 9 cm ve 3 cm - 6 cm olacak şekilde farklı dikdörtgenler oluşturabilmiştir.

Görsel 4.87

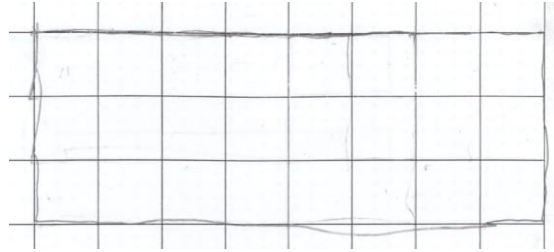
Yavuz'un Alanı 18 cm^2 Olan Farklı Dikdörtgen Çizimleri



Araştırmacı öğrencilerin zorluk yaşamaları üzerine “Alanı 18 cm^2 olan bir dikdörtgeni kareli zeminde oluşturmakta zorlandınız. Dikdörtgenin alan ölçüsü ne olmalıydı ki bu karelerin üzerine tam gelirdi?” sorusunu yöneltmiştir. Sınıftan bir öğrenci “Kısa kenarı 3 cm, uzun kenarı 6 cm olabilirdi.” şeklinde kenar uzunluklarını belirtirken, Umay “Kağıtta tam olmuyor.” yanıtını vermiş, karelerin alanlarını 1 cm^2 olan birim kareler olarak düşündüğü ve istenilen alana sahip dikdörtgeni oluşturamadığı Görsel 4.88’de görülmektedir. Odak öğrenciler de dahil olmak üzere sınıftaki öğrencilerin verilen alan ölçüsüne ait dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirleyebilme de zorluk yaşamazken, kareli zeminde oluşturmakta zorlandıkları görülmüştür.

Görsel 4.88

Umay'ın İstenilen Alana Sahip Oluşturamadığı Dikdörtgen Çizimi



Sena'nın da alanı 18 cm^2 olan dikdörtgeni oluşturmakta zorlandığı görülmüş ve oluşturduğu dikdörtgen çizimi Görsel 4.89’da verilmiştir.

Görsel 4.89

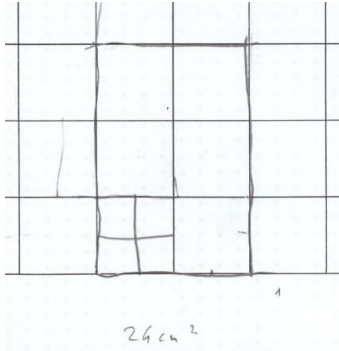
Sena'nın İstenilen Alana Sahip Oluşturamadığı Dikdörtgen Çizimi



Araştırmacı bu durumda “1 santimetre karelik birim kareler olsaydı oluşturmak daha kolay olurdu” vurgusunu yapmış ve öğrencilerden alanı 24 cm^2 olan dikdörtgenler oluşturmalarını istemiştir. Sena “2’ye 12 olursa olur.” şeklinde düşüncesini belirtmiş, farklı bir öğrenci ise “6 ya 4 olabilir.” yanıtını vermiştir. Sena’nın “Bir karenin iki kenarını çarpınca 4 santimetre karelik olduğu için 24 santimetre karelik dikdörtgenin içine 6 tane sığar.” ifadesi ise birimin alanı ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirebildiğini göstermektedir. Odak öğrencilerden Sena’nın alanı 24 cm^2 olan bir dikdörtgeni oluşturabildiği ve birimin alanını 1 cm^2 lik birim kareler ile ilişkilendirebildiği Görsel 4.90’da sunulan çiziminden görülmüştür.

Görsel 4.90

Sena'nın Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi



Şafak’ın “Ben 4’e 6 lık yaptım.” yanıtına göre öğretmen “Kenar uzunlukları mı 4 cm ve 6 cm?” şeklinde geri dönüşte bulunmuş ve Şafak ise “Hayır. 4 kareye 6 kare.” açıklamasında bulunmuştur. Araştırmacı Şafak’tan kenar uzunluklarını belirtmesini istemiş ve Şafak “O zaman kenar uzunlukları 8 cm ve 12 olur. Alanı 24 santimetre kare olmuyor. 4’e 6 olmuyorsa 2 ye bölsek 2 ye 3 olur. İçinde 6 kare olur.” açıklaması ile dikdörtgenin nasıl oluşturulabileceğinin fark ettiği ve birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirebildiği görülmektedir. Görsel 4.91’de Şafak’ın alanı 24 cm^2 olan farklı dikdörtgen çizimleri verilmiştir.

Görsel 4.91

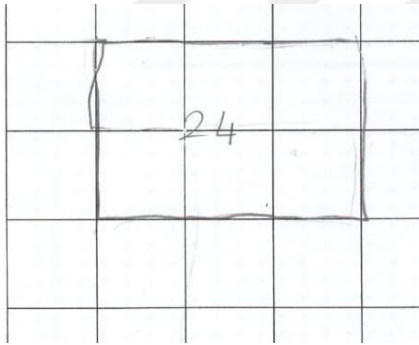
Şafak'ın Alanı 24 cm^2 Olan Farklı Dikdörtgen Çizimi



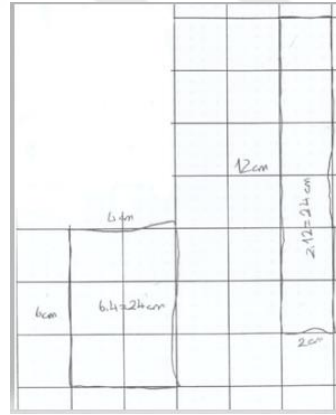
Umay'ın Görsel 4.92a'da, Yavuz'un Görsel 4.92b' de ve Zuhal'in Görsel 4.92c'de alanı 24 cm^2 olan dikdörtgenlere ait çizimleri verilmiştir. Zuhal'in birimlerin kenar uzunluklarını ritmik saydığı görülürken, Yavuz'un kenar uzunluklarını belirleyerek farklı dikdörtgenler oluşturduğu ve alan formülünü kullandığı görülmüştür. Umay ise satır ve sütun sayısına dikkat ederek dikdörtgeni oluşturabilmiştir.

Görsel 4.92

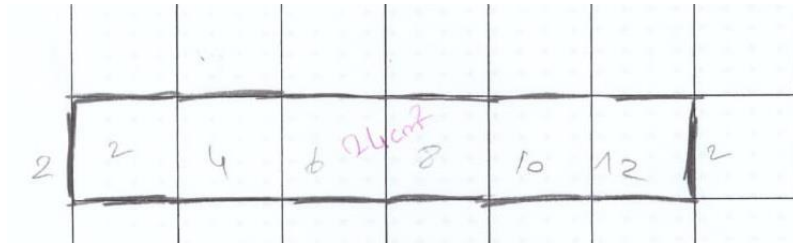
Umay, Yavuz ve Zuhal'in Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimleri



(a)



(b)



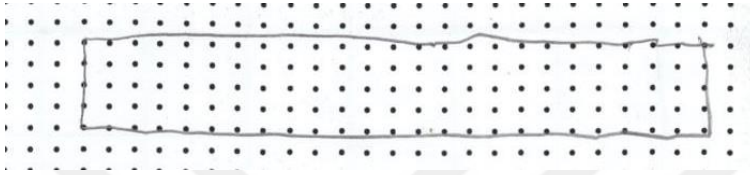
(c)

Öğretmen kareli zeminlerde öğrencilerin istenilen alanlara sahip dikdörtgenler oluşturabildiklerini gözlemlemiş ve ikinci görev olarak öğrencilerden alanı 24 cm^2 olan bir dikdörtgeni noktalı zeminde oluşturmalarını istemiştir. Odak öğrencilerin tümü iki nokta arası uzunluğun 0,5 cm olduğu noktalı zeminde, istenilen alan ölçüsüne sahip farklı

dikdörtgenler oluşturabilmiştir. Araştırmacının “Noktalı zeminde alanı 24 cm^2 olan farklı dikdörtgenler oluşturalım” ifadesiyle öğrenciler noktalar arası mesafeyi ölçmüşler ve “yarım cm”, “0,5 cm” olarak ifade etmişlerdir. Birimin kenar uzunluğundan yola çıkarak Umay “4 tanesi 1 santimetrekare olur” düşüncesini belirtmiş ve dikdörtgenleri oluşturmada birimin alanından yararlandığı görülmüştür. Umay’ın noktalı zeminde alanı 24 cm^2 olan dikdörtgen çizimi Görsel 4.93’te verilmiştir.

Görsel 4.93

Umay’ın Noktalı Zeminde Oluşturduğu Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimi

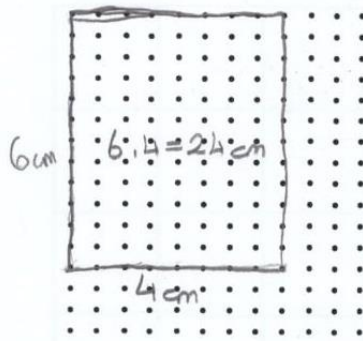


Sınıftan farklı bir öğrenci “1 cm ve 24 cm olur. Yani 2 kareye 48 olur” açıklamasında bulunmuştur. Yavuz “4 e 6 santimetrelilik yani 8 e 12 nokta arası aralık olmalı.”, Sena “2 ye 12 cm olmalı. 4 e 24 nokta arası.” ve Şafak ise “1 e 24 lik. 2 nokta arası ve 48 nokta arası giderim” yanıtını vermiştir. Odak öğrencilerden Yavuz’un Görsel 4.94a’da, Sena’nın Görsel 4.94b’de, Şafak’ın Görsel 4.94c’de ve Zuhal’in Görsel 4.94d’de oluşturdukları dikdörtgenler örnek olarak verilmiştir. Dikdörtgenleri oluşturmada Yavuz ve Sena’nın alan formülünü kullandığı, Zuhal’in iki birimin kenar uzunluğunun 1 cm olmasına dikkat ederek karar verdiği ve Şafak’ın ise dört birimin alanının 1 cm^2 olduğuna dikkat ettiği görülmüştür.

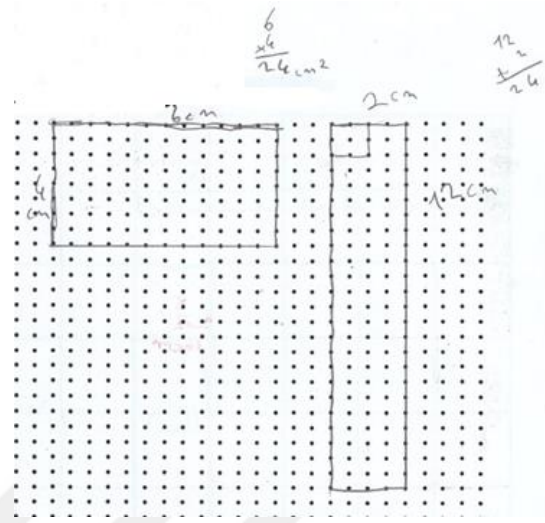
Dikdörtgenin alan ölçümü ile kullanılan birim karenin ölçüleri arasındaki ilişkiyi fark etme etkinliğinde ise odak öğrencilerin çoğu kenar uzunlukları 2 cm olan birim karelerden oluşan kareli zeminde aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmakta ve birimin kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar uzunluğunu ilişkilendirmekte zorlanmıştır. Ayrıca birim karelerin şeklin yüzeyini tam kaplamadığı durumlarda kararsız kalmaları da yaşanan zorluklar arasındadır. Gerçekleşen diyaloglar ve bireysel çalışmalar ile aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluştururken birimin ölçüleri ile verilen alan ölçüsünün ilişkili olduğu zihinsel eylemi yapılandırılmıştır.

Görsel 4.94

Yavuz, Sena, Zuhale Ve Şafak'ın Noktalı Zeminde Oluşturdukları Alanı 24 cm^2 Olan Dikdörtgen Çizimleri



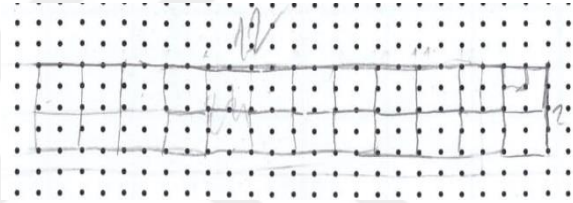
(a)



(b)



(c)



(d)

Beşinci hafta tahmini öğrenme yörüngesini uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.28'de sunulmuştur.

Şekil 4.28

Beşinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

- Alan ölçü birimini, birim karenin alanı ile anlamlandırma
- Aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanma
- Alanı verilen dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulma
- Alan ölçüsünü farklı birim kareler ile ilişkilendirebilme
- Birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirebilme
- Verilen alana sahip dikdörtgenleri farklı birim kareli zeminlerde oluşturma

Şekil 4.28’de görüldüğü gibi öğretim sürecindeki görevlerin gerçekleştirilmesiyle, alan ölçü birimini birim karenin alanı ile anlamlandırabilmeleri, aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri oluşturmada alan formülünü kullanmaları, alan ölçüsünü farklı birim kareler ile ilişkilendirebilmeleri ve birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirmeleri yapılandırılan eylemler/kavramlar olarak gösterilebilir.

4.4.2 Altıncı hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY6 oluşturulmuştur. Ara klinik görüşmelerden elde edilen bulgulara göre beşinci hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 5 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.18’de sunulmuştur.

Tablo 4.18

TÖY 6 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

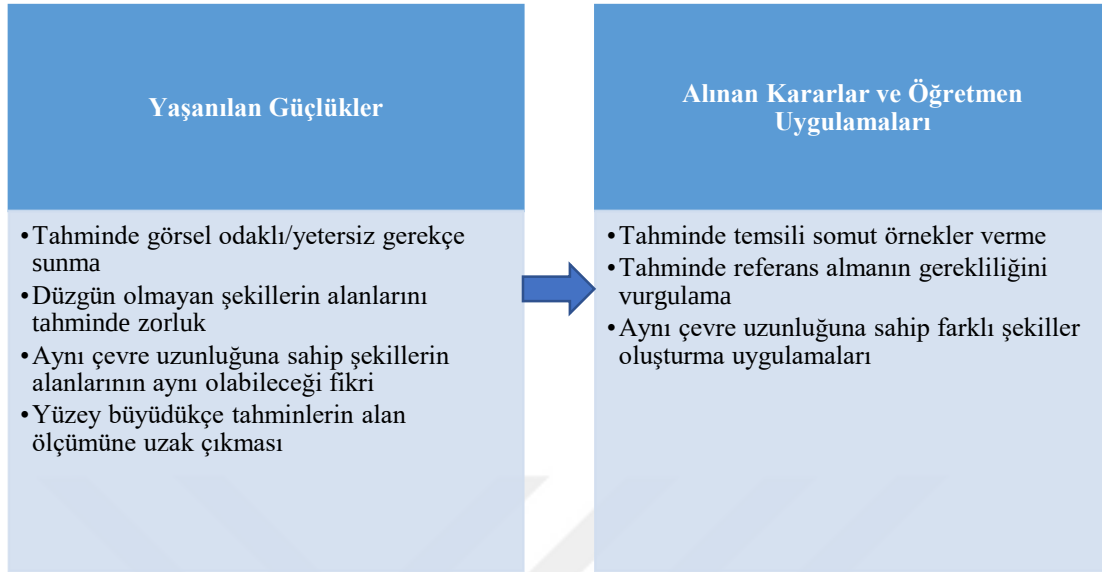
TÖY 6		
Amaç: Şekillerin alanlarını tahmin etme ve uygun birimleri seçme		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Düzgün şekillerin alanlarını tahmin etme	Verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etme ve uygun birimleri seçme
İkinci Adım	Düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etme	Ankara İli’nin haritasının yüzey ölçümünü tahmin etme ve alan ölçümünü hesaplama

Tablo 4.18’de görüldüğü gibi TÖY 6 kapsamında ele alınan etkinlikler ve görevler bireysel ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.29’da sunulmuştur.

Şekil 4.29’da görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin tahminde görsel odaklı rastgele tahminde bulunmaları, düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahminde güçlük yaşamaları, aynı çevre uzunluğuna sahip şekillerin alanlarının aynı olabileceği fikri ve şeklin yüzeyi büyüdükçe tahminlerin alan ölçümüne uzak çıkması yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için tahminde temsili somut örnekler vermiş, tahminde referans almanın gerekliliğini vurgulamış ve aynı çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturma uygulamaları gerçekleştirmiştir.

Şekil 4.29

Şekillerin Alanlarını Tahmin Etme Konulu Altıncı Hafta Öğretim Süreci



Birinci adım olarak düzgün şekillerin alanlarını tahmin etme amacına yönelik Verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etme ve uygun birimleri seçme görevi gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden verilen dikdörtgen şekillerin alanlarını tahmin etmeleri ve nasıl tahmin ettikleri hakkında fikirlerini paylaşımları istenmiştir. Öğretim sürecinde odak öğrenciler de dahil olmak üzere tüm öğrenciler, verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmede birim kareyi referans almışlar, gözünde canlandırma, birim tekrarlama, rastgele tahmin ve formül kullanma gibi farklı stratejiler kullanmışlardır.

Araştırmacı “Aileniz ile sizin odanıza halı almak için alışverişe çıktınız. Ama odanızın ölçülerini bilmiyorsunuz. Nasıl karar verirsiniz?” sorusu ile derse giriş aşamasında dikkat çekmeye çalışmıştır. Bu soruya yönelik, Umay “Halının ölçülerini bilirsek zihinden odamıza yerleştirebiliriz”, Zuhal “Halıyı yerleştirerek bulabiliriz”, Sena “Halının alanını bilmiş olsaydık tahmin edebilirdik”, Şafak “Halının kenar uzunluklarını bilirsek odamızın kenar uzunluğunu da tahmin edip buna göre seçebiliriz” ve Yavuz “Halının belirli bir ölçüsü vardır. Alan ve kenar uzunlukları gibi. Alanını aklımızdan hayali olarak odamıza yerleştirebiliriz ama odaya bakarak tahmin etmek daha doğru olur” yanıtlarını vermiştir. Tahmin etmede Umay ve Sena’nın alanları karşılaştırma, Şafak’ın kenar uzunluklarını karşılaştırma, Yavuz’un gözünde canlandırma ve Zuhal’in somut işlem gibi stratejilere uygun açıklamaları görülmektedir. Araştırmacı öğrencilerden gelen yanıtlar üzerine, bir şeklin alanını tahmin ederken bilinen bir şeklin alanından yararlanılabileceğini veya o şekli referans alıp yerleştirme yapılabileceği gibi farklı stratejilerin kullanılabileceğini

vurgulamıştır. Daha sonra öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6d) dağıtılmış ve etkinlikleri bireysel gerçekleştirmeleri istenmiştir.

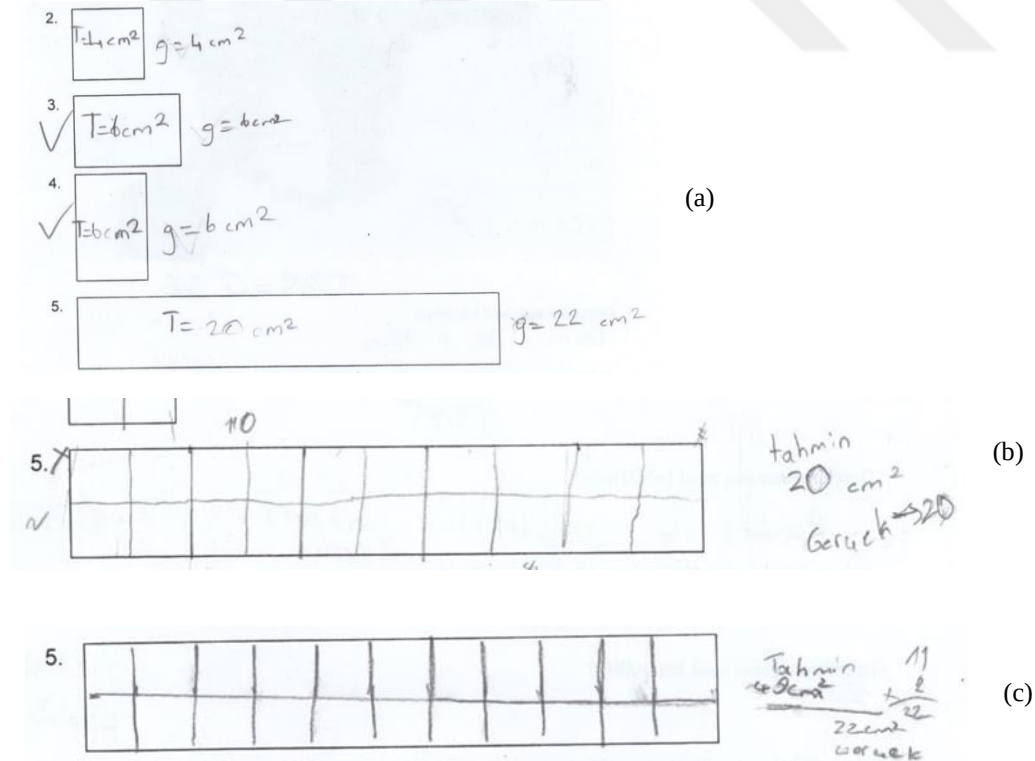
Etkinlik kâğıdında verilen şekillerin alanlarını tahmin etmelerini, nasıl tahmin ettiklerini not almalarını ve şekillerin alan ölçümünü bireysel gerçekleştirmeleri istenmiştir. Araştırmacı odak öğrencilerin nasıl tahmin ettiğine ilişkin gözlemler yapmış ve bireysel diyaloglar gerçekleştirmiştir. Yavuz'un tahmin için “ Yaklaşık sonucunu yazabilir miyim?” sorusunu yöneltilmiş ve gözünde canlandırma ile dikdörtgenlerin alan tahmini yaklaşık değer olarak not almıştır. Zuhal ise verilen 1 cm^2 lik birim karenin kenar uzunluklarını ölçmüş ve birim karenin kenar uzunluğunu referans alarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin etmiştir. Alan ölçümü için dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçmüş, birim kare çizip kenar uzunluklarını çarpmıştır. Şafak yüzeyi daha az olan dikdörtgenlerin alan tahmininde gözünde canlandırma yaparken, yüzeyi daha fazla olan şekillerde rastgele tahminde bulunmuştur. Sena'nın “Göz kararı kaç tane kare olduğunu tahmin ettim.” açıklaması, tahminlerinin alan ölçümüne oldukça yakın çıktığından gözünde canlandırma stratejisini kullandığını göstermektedir. Alan ölçümü için ise kenar uzunluklarını cetvel ile ölçüp alan formülü ile hesaplamıştır. Umay'ın “Parmağımı kare gibi düşünüp şeklin üzerinde yerleştirdim ve kare sayısını tahmin ettim.” ifadesi ise tahmin etmede birim tekrarlama stratejisini kullandığını göstermiştir. Etkinliğin bireysel gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrenciler merkezde olmak üzere tüm sınıftaki öğrenciler ile gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Umay'ın “Sütun ile satırı çarpınca kare sayısını buluruz. Üçüncü şekli 6 santimetrekare buldum. Kenar uzunluklarını ölçtüm. 3 cm ve 2 cm. 3 ile 2 yi çarpınca 6 santimetrekare çıkıyor.” açıklamasına göre, alan tahmini ile alan ölçümünün eşit çıktığı ve satır-sütun sayısının çarpımı veya alan formülü ile alan ölçümünün bulunabileceğinin farkındadır. Umay'ın Görsel 4.95a'da ilk üç şeklin tahmin ile alan ölçümlerini eşit bulduğu ve beş numaralı şeklin alan tahmininin alan ölçümüne oldukça yakın olduğu görülmektedir. Zuhal ise “En başta bir tane kare vermişler ya. İçine bunları çizmiş gibi öyle düşünerek hesapladık. 6 tane çıktı. Gerçek ölçümünde ise kareleri çizdik.” açıklamasını yapmıştır. Zuhal'in tahmin etmede 1 cm^2 lik birim kareyi referans aldığı, tahmini ile alan ölçümünün eşit olduğu ve alan ölçümü için birim kare çizimi yaptığı görülmektedir. Görsel 4.95b'de Zuhal'in ilk üç şeklin alan tahmini ve ölçümlerini eşit ve doğru bulduğu görülürken, beş numaralı şeklin alan tahminini alan ölçümüne oldukça yakın bulmuş

ancak hatalı birim kare çiziminden dolayı alan ölçümünü hatalı bulduğu görülmektedir. Şafak “ 40 santimetrekare olarak tahmin etmişim ama 22 santimetrekare çıktı. Hani birinci de 1 santimetrekare diyor ya bunu hayal gücü olarak bu kareyi aşağıya kaydırıyormuş gibi düşündüm. Hani biz kareyi kaydırarak alanı ölçüyorduk ya onun gibi yapmaya çalıştım.” şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Bu açıklamasına göre Şafak’ın beş numaralı şeklin alanına ait tahminde bulunurken birim tekrarlama stratejisini kullandığı ancak alan ölçümüne oldukça uzak tahminde bulunduğu görülmektedir. Sınıftan farklı bir öğrenci ise “Göz kararı olarak tahmin ettim. Buraya 2 satır, buraya da 11 sütun sığar diye düşündüm. Parmağımla da baktım saydım. Kenar uzunluklarına kaç tane kare sayısını tahmin edip çarptım. Gerçek ölçüm sonucu ile çok yakın çıktı” açıklamasını yaparken, başka bir öğrenci de “Kenar uzunluklarını cetvel varmış gibi tahmin ettim ve tahmin sonuçlarımı çarptım” şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Odak öğrenciler de dahil olmak üzere sınıftaki öğrencilerin ilk üç şeklin alanlarını tahmin etmede zorluk yaşamadıkları ve tahmini değerleri ile alan ölçümlerinin eşit çıktığı görülmüştür.

Görsel 4.95

Umay, Zuhal ve Şafak’ın Verilen Dikdörtgenlere Ait Tahmin Değerleri ve Alan Ölçümleri



Öğrencilerin eylem ve açıklamalarına göre, referans kullanma birim tekrarlama ve formül kullanma stratejilerini kullanıldığı görülmüştür. Araştırmacı ise tahmin etmede alanı 1 cm^2 olan birim kareyi referans kabul ederek farklı stratejiler kullandıklarını vurgulamıştır. Umay ise şekillerin hem kenar uzunlukları ölçmede hem de birim karelerin çiziminde birim karenin kolaylık sağladığını ifade etmiştir. Sınıf tartışması öğrencilerin verilen son şeklin alanlarını nasıl tahmin ettiklerine ilişkin olacak şekilde sürdürülmüştür.

Araştırmacı: 6. şeklin alanını nasıl tahmin ettiniz?

Sınıf: Tahminim 56 cm^2 . Gerçek sonucum 167 cm^2 . Ölçerek buldum. Cetvel ile.

Araştırmacı: Nasıl yaptın gösterir misin?

Sınıf: Cetvel ile ölçerek kareleri çizdik.

Sınıf: Yaklaşık olarak yatay ve dikeye ne kadar kare sığar onu düşündük ve çarptık.

Şafak: Tahmini 100 santimetrekare sığar diye düşündüm. Gerçek alan ölçümünü ise bir karenin alanı 1 cm^2 . Dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçtüm. Daha sonra çarptım.

Yavuz: Birim kareden yararlanarak tahmin ettim. Kenarlarına küçük çizgiler attım. Dikey kısmı 7 yatay kısmı 8 buldum. Çarpınca 56 cm^2 oldu.

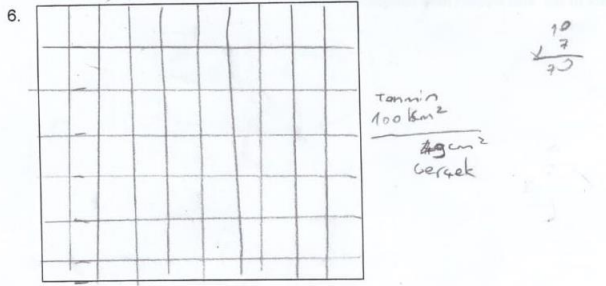
Umay: Tahmini 38 cm^2 buldum. Ne kadar sığar diye düşündüm. İki dik kenarını çarpınca 42 cm^2 buldum.

Araştırmacı: Bazılarınız yerleştirmeye çalışmış bazılarınız parmak ile kaç tane sığar bakmış ve tahmin etmiş.

Diyaloğa göre, öğrencilerin verilen dikdörtgenin alanını tahmin ederken birim kare çizimi yaptıkları, satır ve sütuna yaklaşık kaç tane birim kare sığacağını tahmin ettikleri ve tahmin sonuçlarını çarptıkları görülmektedir. Şafak'ın şeklin alanını tahmin etmede rastgele tahminde bulunduğu görülürken, tahminin alana ölçümüne oldukça uzak olduğu görülmüş ve Görsel 4.96'da görüldüğü gibi hatalı birim kare çizimi yapması alan ölçümünü hatalı bulmasına sebep olmuştur.

Görsel 4.96

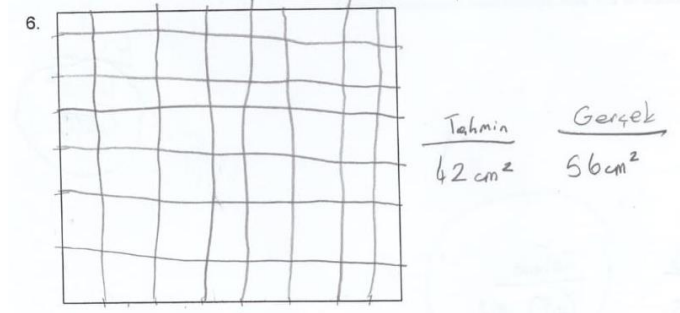
Şafak'ın Altıncı Şeklin Alanını Tahmin ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Yavuz ise verilen birim kareye dikkat etmiş, dikdörtgenin kenarlarına çentikler atmış, satır-sütun sayısını bulup çarpım yaptığını ve alan ölçümünü 56 cm^2 bulunduğunu belirtmiştir. Yavuz tahmini alan değerini alan ölçümüne oldukça yakın bulsa da, hatalı birim kare çizimi ile alanı hatalı bulmuştur. Yavuz'un çizimi Görsel 4.97'de verilmiştir.

Görsel 4.97

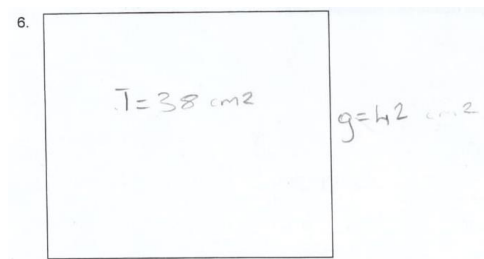
Yavuz'un Altıncı Şeklin Alanını Tahmin ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Umay ise ne kadar kare sığabileceğini tahmin etmiş ve yaklaşık bir değer belirtmiştir. Alan ölçümü için ise kenar uzunluklarını çarpmış ancak Görsel 4.98'de görüldüğü gibi hatalı ölçme yapmıştır.

Görsel 4.98

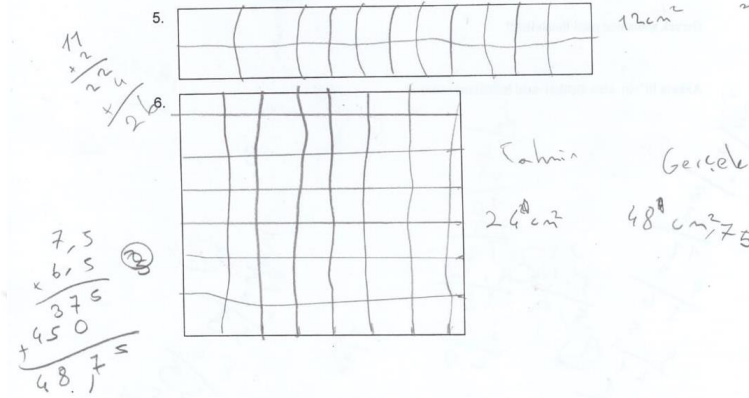
Umay'ın Altıncı Dikdörtgenin Alan Tahmini ve Ölçümüne İlişkin Görseli



Odak öğrencilerden Sena'nın ise beş ve altı numaralı şekillere ilişkin tahminleri alan ölçümüne oldukça uzak çıkmıştır. Odak öğrencilerden sadece Sena Görsel 4.99'da görüldüğü gibi altı numaralı şeklin alan ölçümünü doğru bulmuştur.

Görsel 4.99

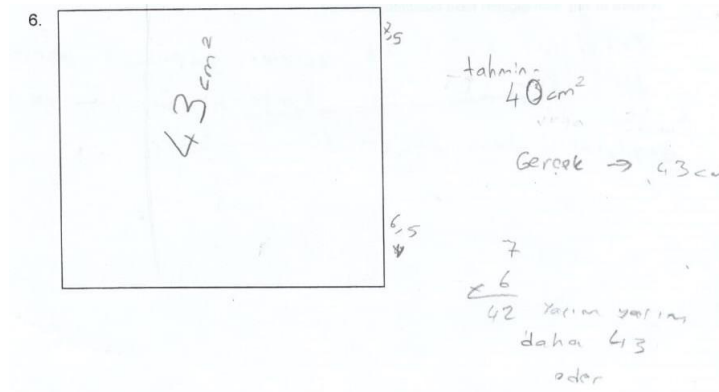
Sena'nın Dikdörtgenlerin Alan Tahmini ve Ölçümlerine İlişkin Eylemleri



Düşük başarı düzeyine sahip olan Zuhul'in ise altı numaralı şeklin tahmini alan değerini alan ölçümüne oldukça uzak bulmuş ve Görsel 4.100'de görüldüğü gibi dikdörtgenin kenar uzunluklarını doğru ölçmesine karşın alan ölçümünü hatalı bulmuştur. Alan ölçümünü bulmada, kenar uzunluklarındaki buçukları yarım kabul edip çarpım sonucuna eklediği görülmüştür.

Görsel 4.100

Zuhul'in Altı Numaralı Dikdörtgenin Alan Tahmini ve Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Verilen şekillerin alanlarını tahmin etme etkinliğinde, şekillerin yüzeyleri büyüdükçe odak öğrencilerin çoğunun tahmini alan değerleri ile alan ölçümlerinin birbirinden uzaklaştığı, alan ölçümünde ise birim kareler ile çizim yapmak yerine alan formülü ile alan ölçümünü hesapladıkları görülmüştür. Ancak dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının buçuklu olması durumlarında, kenar uzunluklarını en yakın tam sayıya yuvarlayarak

çarpım yapmaları alan ölçümünü hatalı bulmalarına sebep olmuştur. Bireysel ve sınıf tartışmaları ile öğrencilerin verilen dikdörtgenlerin alanlarını birim kareyi referans olarak yaklaşık değerler ile tahmin edebilmeleri ve farklı stratejilerle alan formülünü ilişkilendirebilmeleri yapılandırılan zihinsel eylemlerdir.

İkinci adım olarak düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etme amacına yönelik Görsel 4.101’de verilen Ankara İli’nin kağıt üzerinde yüzey ölçümünü tahmin etme görevi gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden nasıl tahmin ettikleri ve alan ölçümünün nasıl bulunabileceği ile ilgili fikirlerini paylaşımları istenmiştir. Etkinliğin giriş aşamasında odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Görsel 4.101

Ankara İli’nin İlçelere Ayrılmış Haritası



Araştırmacı: Alanını nasıl bulabiliriz?

Sınıf: Alanını bulmak zor. Alanını ölçecek bir cisim yok.

Sena: Bunu bir iple ölçeriz. Ölçüm sonucu kaç cm ise yazarız ama o da çevresini verir.

Sınıf: Kareler ile ölçeriz. Ama bazı yerler kalacak. Kalan yerleri de yarım yarım birleştirerek bir kare oluştururuz. Kaç tane kare olduğunu buluruz.

Yavuz: İp ya da tel ile esnek ve kıvrılabilen bir şey ile kare gibi bir şekil oluştururuz. O telin en fazla kaplayabileceği alanı buluruz. Daha sonra şeklin etrafını tel veya ip ile kaplarız. Eğer tam kaplıyorsa o sonucu elde ederiz.

Araştırmacı: Sizce bu harita kağıt üzerinde kaç santimetrekaredir? Tahmin edelim. Daha önceki dersimizde dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmiştik.

Düzgün olmayan bir şeklin alanını tahmin etmeleri ve gerçek alan ölçümünü bulması istendiği soruya ilişkin, öğrenciler ip veya tel ile çevre uzunluğunu ölçebileceklerini, alan

ölçümünün zor olacağını çünkü şeklin alanını ölçmede kullanılabilecek bir cisim olmadığını ifade etmişlerdir. Sena da diğer öğrenciler gibi düşünmüş ancak şeklin çevre uzunluğunu ölçebileceğini belirtmiştir. Yavuz ise arkadaşlarının fikirleri üzerine, ip veya tel kullanarak bir kare şekli oluşturabileceğini, bu kare şeklinin alanını bulabileceğini ve bu nesneleri kullanarak şeklin etrafını kaplayabileceğini ifade etmiştir. İp veya tel şeklin etrafının ile tam kaplanması durumunda, elde edilen kare ile düzgün olmayan şeklin alanının eş olacağını belirtmiştir.

Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz.EK-6d) dağıtılmış ve etkinlikleri bireysel gerçekleştirmeleri istenmiştir. Araştırmacı odak öğrenciler merkezde olmak üzere öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiş ve gerçekleştirilen bireysel diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Yavuz: (Cetvel ile kağıt üzerinde çizimler yaptı).Tahmini 63 santimetrekare buldum.

Umay: Soruyu anlamadım.

Araştırmacı: Daha önceki dersimizde dikdörtgenlerin alanlarını nasıl tahmin etmiştik?

Umay: Ama düzgün şekillerdi onlar.

Şafak: Tahminen 60 cm^2 .

Sena: (Haritayı düzgün bir şekil haline getirmek için çizimler yaptı. Ve cetvel ile ölçüm yaptı. Şeklin kenarlarını cetvel ile oluşturdu)

Umay: Bulamadım.

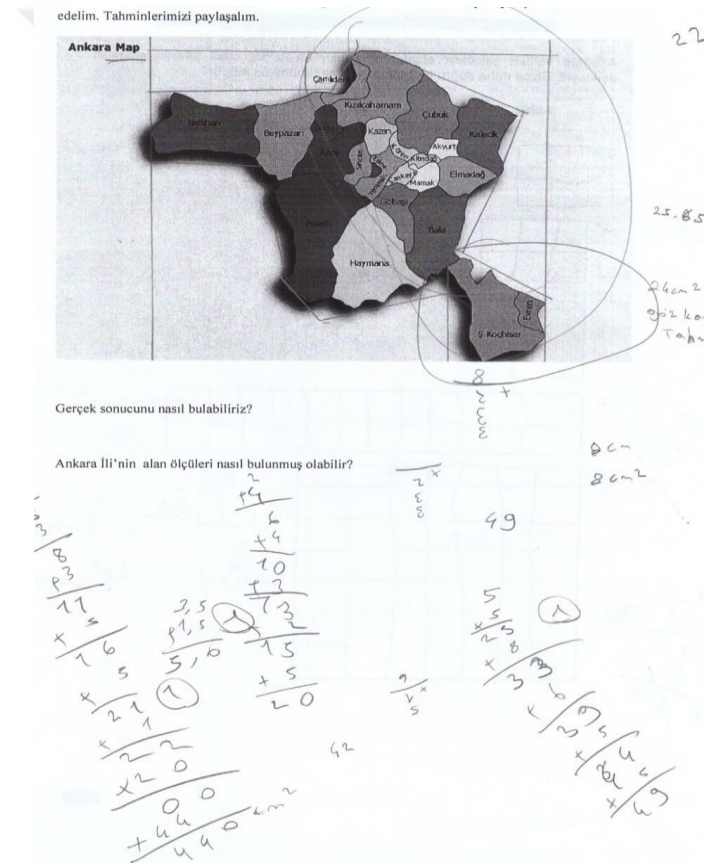
Sena: Kenar uzunluklarını ölçemeyeceğim için düz çizgiler çizdim. Kenar uzunluklarını çaptım.

Zuhal'in "Bir parmağımız 1 santimetrekare olsa" şeklinde düşüncesini belirtmesi, şeklin alanını tahmin ederken birim tekrarlama stratejisini kullandığı göstermektedir. Umay ise "Bu düzgün değil. Yaklaşık bulabilirim. Ben düzgün bir şekil haline getireceğim. (Karış ile şeklin genişliğini ölçmeye çalıştı. Bir parmak uzunluğunu şeklin kenarları üzerinde gezdirdi. Daha sonra parmaklarını yüzey içinde yerleştirme yaparak saydı)" açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasına göre, verilen yüzeyi zihninde düzgün bir şekil olarak görselleştirdiği, kenar uzunluklarını tahmin etmeye çalıştığı ancak düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede zorluk yaşadığı ve düzgün olmayan şeklin alan ölçümünü ise yaklaşık değer olarak bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmektedir. Yavuz ise Ankara İli'nin haritasını sınırlı bir bölge ve düzgün bir şekil haline getirmek

için cetvel ile çizimler yaptığı ve parçalama stratejisi ile alanı 55 cm^2 olarak tahmin ettiği görülmüştür. Nasıl tahmin ettiğine ilişkin “ 55 cm^2 dir. Her bir bölümü yani ilçeyi veya ilçeleri 5'er cm^2 olarak tahmin ettim” açıklamasını yapmıştır. Şafak'ın ise “Tahminen 60 cm^2 .” Şeklinde düşüncesini belirtmiş olması, gözünde canlandırma ile yaklaşık bir değer belirttiği göstermektedir. Sena ise Görsel 4.102'deki gibi haritayı düzgün bir şekil haline getirmek için çizimler yapmış ve yaptığı çizimleri şeklin kenar uzunlukları olarak kabul edip cetvel ile ölçmüştür. Sena'nın düzgün olmayan şeklin alanı için kenar uzunluklarını çarpması dikdörtgenin alan formülünü genellediğine işaret etmektedir.

Görsel 4.102

Sena'nın Öğretim Süreci Başında Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Yaptığı Eylemler



Verilen etkinliğin bireysel gerçekleştirilmesinin ardından sınıf tartışması başlatılmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleşen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Sınıf: Tahmin ettim. Alanına bakarak. Parmağımı 1 diye düşündüm. 50 antimetrekare .Sena: buldum. Göz kararı. Etrafını tam olarak ölçemeyeceğim için bu şekilde çizdim, sınırlandırdım. Bunların hepsini topladım.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarının toplamı ile mi alanı buldun?

Sena: Hayır bu çevresi. Şimdi buraları ayrı ayrı düşünüp kenarlarını çarpacağım.

Sınıf: Ben parmağımı 1 santimetre kare düşündüm. Bu şekilde tek tek saydım. 50 santimetre kare buldum. Yarımları da bir kare saydım.

Araştırmacı: Sence tahminin doğru mudur?

Sınıf: Bilmiyorum ama yanlış olabilir. Doğru sonucu bulamayız tam olarak.

Umay: Göz kararı tahmin ettim. Parmak ile ölçtüm.

Araştırmacı: Gerçek ölçüm sonucunu nasıl bulacağız?

Umay: Parmak ile yaklaşık bulabildim.

Sınıf: Tahminim 100 santimetre kare.

Sınıf: Göz kararı. 48 santimetre kare.. Alanı içinde yani 48 kare varmış. İp ile ölçsek kareye çevirsek olur mu?

Şafak: Hocam o zaman çevresi olur.

Sınıf: Çevresini ölçsek ve aynı çevreye sahip bir kare oluştursak onun alanı olur mu?

Araştırmacı: Çevresi ve alanı aynı bir şekil mi oluşturalım? Dikdörtgen de oluşturabilir miyiz?

Sınıf: Evet kare veya dikdörtgen.

Araştırmacı: 36 santimetrelik bir kare veya dikdörtgen, nasıl oluşturabiliriz?

Umay: 36 yı 4 e bölssek bir kenarı 9 cm çıkar karenin her bir kenarı 9 cm olur.

Araştırmacı: Oluşturduğum karenin alanını nasıl bulabiliriz?

Zuhal: Kareler çizebiliriz.

Sena: Kenar uzunluklarını çarpabiliriz.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarını neden çarpıyoruz?

Şafak: Yüzeyini bulmak için.

Yavuz: Satır ve sütunlardan dolayı.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarını çarpınca ölçü birimi ne olur?

Zuhal: İki tane cm çarpınca santimetre kare olur.

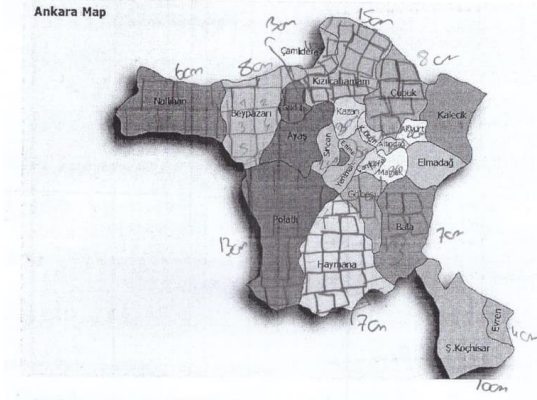
Diyaloğa göre, Sena'nın şeklin alanını rastgele tahmin ettiği ancak alan ölçümünde zorluk yaşadığından kenar uzunluklarını çarpmayı düşündüğü görülmektedir. Sınıftan farklı bir öğrencinin tahmin etmede birim tekrarlama stratejisi ile alanı tahmin ettiği ve alan ölçümünün tam bulunamayacağı fikrine sahip olduğu görülmektedir. Umay'ın ise parmak ile birim kareleri yinelemesi ise birim tekrarlama stratejisini kullandığını göstermektedir. Sınıftan başka bir öğrencinin ise gözünde canlandırma stratejisi ile alanı tahmin ettiği ancak alan ölçümü için ip ile şeklin etrafını ölçme, ölçüm sonucuna göre kare şekli oluşturma ve bu karenin alanını bulma fikrine sahip olduğu görülmektedir. Şafak ip ile ölçmenin şeklin çevre uzunluğunu vereceğinin farkındadır.

Araştırmacı öğrencilerin aynı çevre uzunluğuna sahip şekillerin aynı alana sahip olabileceği ile ilgili karmaşa yaşamalarından ötürü çevre uzunluğu 36 cm olan bir kare veya dikdörtgen oluşturmalarını isteyerek müdahalede bulunmuştur. Umay'ın kenar uzunlukları 9 cm olan bir kare oluşturulabileceğini belirtirken, Zuhal birim kare çizimiyle Sena, Yavuz ve Şafak kenar uzunluklarının çarpımı ile karenin alanının hesaplanabileceğinin farkındadır. Zuhal'in ise iki uzunluk biriminin çarpımının alan ölçüsünü vereceğinin farkında olduğu görülmüştür. İstenilen çevre uzunluğuna sahip kare şeklini oluşturma ve alan ölçümü hesaplanmasının ardından sınıf tartışması sürdürülmüştür. Umay "6 ile 12'yi çarpabiliriz. 72 cm^2 deriz." şeklinde dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirlemiş ve alanını hesaplamış, Sena ise "Alanları farklı çıktı" ifadesi ile

Görsel 4.104

Zuhal'in Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Yaptığı Eylemler

6) Aşağıda Ankara İli'nin haritası verilmiştir.

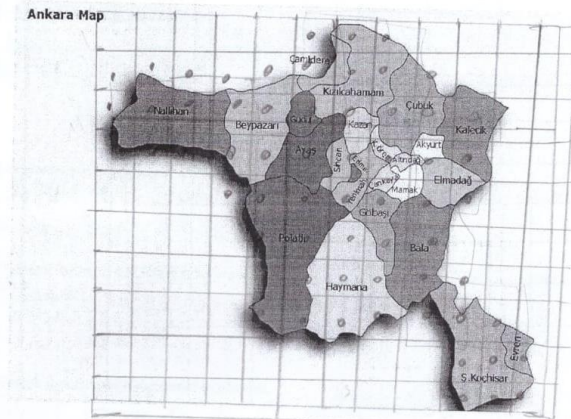


Şafak ise “Farklı kare veya dikdörtgenler oluşturarak harita üzerinde alanlarını bulup toplayabiliriz.” açıklaması ile Ankara İli’nin haritasının yüzeyinde parçalama stratejisi ile farklı şekiller oluşturulabileceğini ve bu şekillerin alanlarının toplamı ile toplam alanı bulabileceklerini ifade etmiştir. Araştırmacı ise boşluklara dikkat çekmiş ve neler yapılabileceğini sorgulamıştır. Şafak ise göz kararı tahmin edilebileceğini ve toplam alandan çıkarılabileceğini belirtmiştir. Şafak’ın ifade ettiği stratejiden farklı olarak Ankara İli’nin yüzey ölçümünde, şekli sınırlı bölge ve düzgün bir şekil haline getirdiği, 1 cm aralıklı çentikler atarak satır-sütun olarak yapılandığı ve birim kare çizimi yaptığı görülmüştür. Görsel 4.105’te görüldüğü gibi, düzgün olmayan şeklin alanını hesaplamada, birim kareler üzerine noktalar koyarak sayma yapmış ve tahminine oldukça yakın alan ölçümünü 62 cm^2 bulmuştur.

Görsel 4.105

Şafak'ın Ankara İli'nin Yüzey Ölçümünde Gerçekleştirdiği Eylemler

6) Aşağıda Ankara İli'nin haritası verilmiştir.



Altıncı hafta tahmini öğrenme yörüngesinin uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.30’da sunulmuştur.

Şekil 4.30

Altıncı Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
• Tahminde zihinsel görselleştirme • Tahminde farklı stratejilerin kullanımı • Tahminde yeterli gerekçe sunma • Düzgün olmayan şekillerin alanlarını ölçme • Aynı çevre uzunluğuna sahip şekillerin alanlarının farklı olabileceği fikri

Şekil 4.30’da görüldüğü gibi, öğretim sürecinde görevlerin gerçekleştirilmesiyle, tahminde zihinsel görselleştirme yapmaları, farklı stratejilerin kullanımı ile yeterli gerekçe sunma, düzgün olmayan şekillerin alanlarını ölçme ve aynı çevre uzunluğuna sahip şekillerin alanlarının farklı olabileceği fikri yapılandırılan eylemler/kavramlar olarak gösterilebilir.

4.4.3 Yedinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY 7 oluşturulmuştur. Ara klinik görüşmelerden elde edilen bulgulara göre yedinci hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 7 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.19’da sunulmuştur.

Tablo 4.19

TÖY 7 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 7 Amaç: Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Paralelkenar şeklini yapılandırma	• Verilen benzer ve farklı paralelkenarların alanlarını karşılaştırma, tahmin etme ve alan ölçümlerini bulma
İkinci Adım	Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturmada tabanı belirleme ve yükseklik çizimi	• Kareli ve noktalı zemin üzerinde verilen paralelkenarların dikdörtgen olarak yapılandırma ve paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma

Tablo 4.19 (Devam)

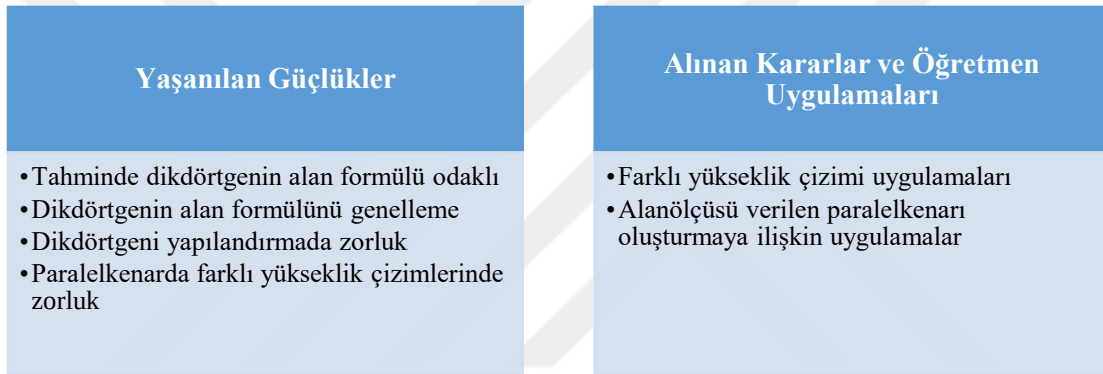
TÖY 7 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

Üçüncü Adım	Paralelkenarın alanını hesaplama	Verilen paralelkenarların alanlarını hesaplama ve istenilen alanlara uygun paralelkenarlar oluşturma

Tablo 4.19’da görüldüğü gibi TÖY 7 kapsamında ele alınan etkinlikler ve görevler bireysel, grup ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.31’de sunulmuştur.

Şekil 4.31

Paralelkenarın Alan Bağıntısını Oluşturma Konulu Yedinci Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.31’de görüldüğü gibi öğretim sürecinde, öğrencilerin paralelkenarın alanını tahminde ve alan ölçümünde dikdörtgenin alan formülü odaklı olmaları, dikdörtgeni yapılandırmada ve paralelkenarda farklı yükseklik çizimlerinde güçlük yaşamaları yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için farklı yükseklik çizimi uygulamaları ve alan ölçüsü verilen paralelkenarları oluşturmaya ilişkin uygulamalar gerçekleştirmiştir.

Birinci adım olarak paralelkenar şeklini yapılandırma amacına yönelik verilen benzer ve farklı paralelkenarların alanlarını karşılaştırma, tahmin etme ve alan ölçümünü bulma görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6e) dağıtılmıştır. Etkinlikler grup tartışması ile gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışma yapılmıştır. Verilen benzer paralelkenarlardan dikdörtgeni yapılandırma amacına yönelik tahmin etme ve alan ölçümünü bulma görevine ilişkin Sena ve Umay’ın olduğu gruba ait diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Umay: $3 > 1 > 2$. Sıraladıktan sonra paralelkenarları yan yana tutup karşılaştırma yapıyor

Araştırmacı: Karar verdiniz mi? Hangisinin alanı en büyük?

Sena: 3 en büyük. $3 > 1 > 2$.

Araştırmacı: Verdiğim A4 kağıtlara tahminen alan sıralamasını paralelkenarlarını yapıştırınız.

Umay: Siz yanlış yaptınız. 1 daha büyüktür bence.

Araştırmacı: Arkadaşınızla tartışarak paralelkenarların alanı tahmini kaç santimetrekaredir tahmin ediniz.

Sena: (Kağıtta paralelkenarın iki kenar uzunluğunu ölçmüş, çarpım yapmış ve tahmini sonuçları çarpım ile bulmuş)

Umay: (Paralelkenarların kenar uzunluklarını tahmin etmiş ve tahminlerini çarpmış. Tahmini alanları çarpım ile bulmuş.) Göz kararı kenar uzunlukları tahmin ettim. Dikdörtgen gibi düşündüm.

Araştırmacı: Gerçek alan ölçümelerini nasıl bulabilirsiniz?

Umay: Ölçerek, kenar uzunluklarını ölçsek.

Sena: Paralelkenarın alanı taban çarpı yükseklik

Araştırmacı: Nereden biliyorsun? Neden çarpıyoruz açıklayabilir misin?

Sena: Kitaptan.

Araştırmacı: Daha önceki bildiğin bilgilerden yararlanarak, bir şeklin alanını nasıl ölçüyordun? Ona dikkat edebilirsin.

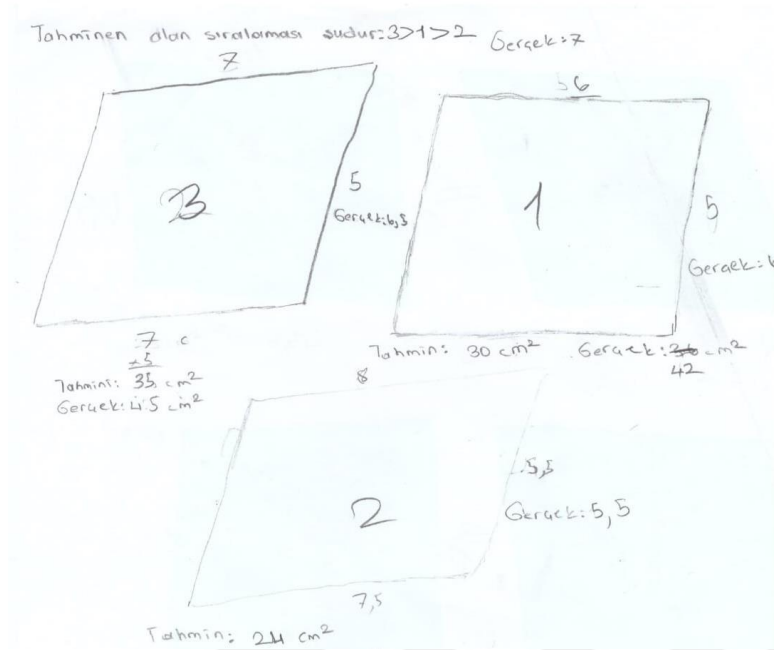
Sena: Kenar uzunluklarını çarptım.

Umay: Bir kenara 1 santimetrelilik kareler kaç tane sığar diye baktım. Uzun kenarına 7 tane, kısa kenarına yaklaşık 6 veya 7 tane oluyor. Gerçek alan ölçümünü 45 santimetrekare buldum. Tahminim 35 santimetrekare idi.

Diyaloğa göre odak öğrencilerden Umay'ın paralelkenarları karşılaştırırken yan yana tutarak görsel karşılaştırma yaptığı görülürken, Sena'nın da görsel odaklı karar verdiği görülmektedir. Sena ve Umay'ın paralelkenarların kenar uzunluklarını tahmin ettikleri ve tahmini uzunlukları çarparak alan için tahmini bir değer belirttikleri görülmektedir. Görsel 4.107'de Sena ve Umay'ın paralelkenarlara ilişkin alan tahminleri ve alan ölçümleri görülmektedir. Grup tartışması sırasında Umay'ın paralelkenarın alanını ölçme için kenar uzunluklarını çarpma fikrine sahip olmasına karşın paralelkenarı zihinden satır-sütun olarak yapılandığı ve satır-sütun sayısının çarpımı ile alan ölçümünü doğru bulduğu görülmüştür. Sena'nın ise paralelkenarın alan bağıntısını kullanma fikrine sahip olduğu ancak alan bağıntısı için sadece ders kitabında gördüğünü gerekçe olarak sunmuştur.

Görsel 4.107

Umay ve Sena'nın Paralelkenarın Alan Tahmini ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Verilen benzer paralelkenarlardan dikdörtgeni yapılandırma amacına yönelik tahmin etme ve alan ölçümünü bulma görevine ilişkin Yavuz, Şafak ve Zuhal'in olduğu gruba ait diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Yavuz: $1>3>2$. göz kararı karar verebiliriz.

Yavuz: Bence 20 santimetrekare. 1.şekil

Zuhal: Bence 10 santimetrekare. Göz kararı karar verdim.

Şafak: Kare çizerek. Buraya 6 tane sığabilir buraya da 5 tane çarpınca 30 olur.

Yavuz: Ben de 5 e 4 diye tahmin ettim. Çarpınca 20 santimetrekare bence.

İkinci şekli aslında kare yapsak. Bence diğerine göre daha küçük. Birinci 25 ise bu 20. (Grup olarak üçüncü şekli de yaklaşık 15 santimetrekare tahmin ettiler. Göz kararı karar verdiler)

Araştırmacı: Nasıl karar verdiniz?

Yavuz: Ben yükseklik ve tabana göre tahmin ettim.

Araştırmacı: Neden yükseklik ve taban?

Yavuz: Paralelkenarın alanını bulmak için yükseklik ile tabanı çarpıyoruz.

Araştırmacı: Neden çarpıyoruz?

Yavuz: Satır ve sütunu çarpınca alanını bulabiliriz. Dikdörtgende öyle yapıyorduk.

Zuhal: Birim karelerle de ölçebiliriz. (2.şekli birim karelere böldü ama düzensiz çizim)

Şafak: Dikdörtgen gibi yapsak.

Yavuz: Bbir kare iki üçgen olur.

Yavuz: Tamam işte dikdörtgen. Paralelkenarın kısa kenarından kestim. Bir kare ile iki üçgen buldum. İki üçgeni birleştirince dikdörtgen oldu. Kare ile de dikdörtgeni birleştirince dikdörtgen oldu. Kenarlarını ölçtüm. 7 cm ve 6 cm. çarpınca 42 santimetrekare oldu.

Araştırmacı: Oluşturduğun dikdörtgen ile paralelkenarın alanı aynı mıdır?

Yavuz: Aynıdır.

Araştırmacı: Neden aynıdır?

Zuhal: Çünkü değişmiyor. o taraftan alıp diğer tarafa ekliyoruz.

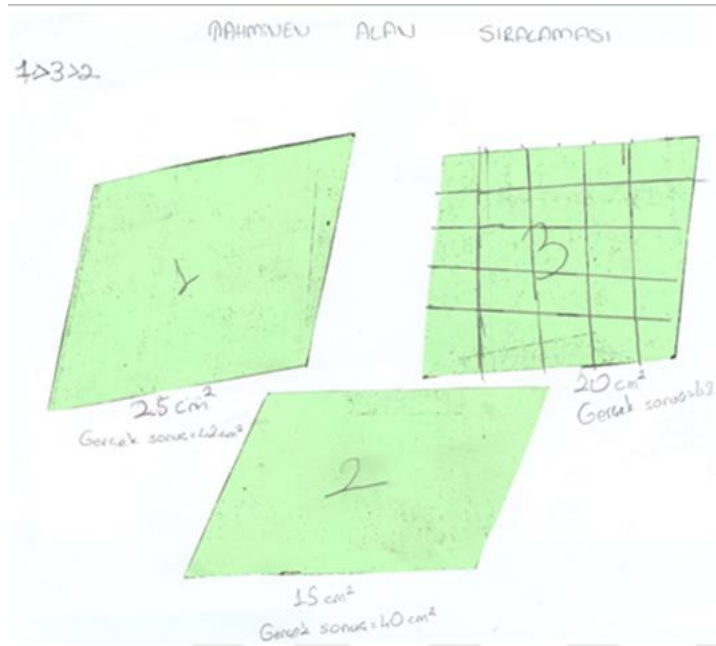
Şafak: Şekil değişiyor ama aynı parçalar.

Yavuz: Paralelkenarın kendi parçaları değişmediği için alan değişmez.

Diyaloğa göre, paralelkenarın alanlarını tahmin etmede Yavuz'un görsel olarak karşılaştırma yaptığı, Zuhal'in rastgele tahminde bulunduğu ve Şafak'ın ise kenar uzunluklarına sığabilecek birim kare sayısını tahmin ederek çarpım yaptığı görülmektedir. Gruptaki öğrencilerin birinci paralelkenarın alanını tahmin ettikten sonra karşılaştırma stratejisi ile diğer iki paralelkenarın alanını da tahmin ettikleri görülmüştür. Yavuz'un tahminde paralelkenarın alan bağıntısı odaklı olduğu görülmesine karşın dikdörtgende satır-sütun yapılandırmayı gerekçe olarak sunmuştur. Grup tartışması sırasında Yavuz, Şafak ve Zuhal'in paralelkenarların alan tahmini ve alan ölçümüne ilişkin gerçekleştirdiği eylemler Görsel 4.108'de verilmiştir. Grup tartışması sırasında paralelkenarların alan ölçümüne ilişkin, Zuhal düzensiz kare çizimi yaptığı görülürken, Şafak'ın paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma fikrine sahip olduğu ve yükseklik ile tabanı çarptığı görülmüştür. Yavuz ise paralelkenarı parçalayarak bir dikdörtgen olarak yapılandırmış ve alan formülü ile alanı hesaplamıştır. Yavuz, Şafak ve Zuhal'in paralelkenar ile dikdörtgenin alanının eş olacağı ve şeklin değişmesine rağmen alanın aynı kalacağı fikrinde mutabık kalmışlardır.

Görsel 4.108

Yavuz, Şafak ve Zuhal'in Paralelkenarların Alan Tahminine İlişkin Eylemleri



Grup tartışmalarına göre, odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarları görsel odaklı karşılaştırdıkları, tahmin etmede Umay ve Sena'nın paralelkenarların kenar uzunluklarını gözünde canlandırma stratejisi ile tahmin edip çarpım yaptıkları, Yavuz'un paralelkenarı satır-sütun olarak zihinde görselleştirme stratejisini kullanarak çarpma yapması, formül kullanması ve parçalama fikrine sahip olması gibi farklı strateji kullandığı görülmüştür. Şafak'ın ise paralelkenarın kenar uzunluklarına kaç tane birim kare sığabileceğini parmağı ile yerleştirme yaparak çarpma yapması da birimi tekrarlama stratejisini kullandığını göstermiştir. Zuhal'in ise paralelkenarın alanını rastgele tahmin ettiği görülmüştür. Paralelkenarın alan ölçümünde Yavuz ve Şafak'ın paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandıkları, Umay ve Sena'nın dikdörtgenin alan formülünü genelledikleri ve Zuhal'in ise birim kare çizimi yaptığı görülmüştür.

Grup tartışmaları tamamlandıktan sonra odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Sınıf: 3>2>1. Yan yana karşılaştırdık. Gerçek ölçüm sonucunu ise karelerle bulduk. İçine kareler çizdik. Kaç tane kare olduğunu saydım.

Şafak: Parmağımızla koyup böyle böyle tahmin ettim. Gerçek alan ölçümü için dikine çizdim. Paralelkenarı dikdörtgen yapmak için. Dikme ile tabanı çarptım.

Sınıf: Makasın ucunu 1 cm olacak şekilde açtık ve kenar uzunluğunu tahmin ettik.

Sınıf: Paralelkenarları üst üste koyarak tahmin ettik. Kenar uzunluklarını ölçtük.

Sınıf: Göz kararı ile ölçtük. Gerçek alan ölçümü için 1 santimetrekareler çizdik.

Umay: 1 santimetrekarelik kareyi gözümüzde canlandırdık. Kenarlarına kaç tane sığabilir diye düşündük. Sonra tahminlerimizi çarptık. 35 santimetrekare.

Sena: Tahmini birim kareleri hayal ederek 1 cm, 1 cm kaç tane sığar diye düşündük. Sonra çarptık. Kenar uzunluklarını ama yanlış bulmuşuz.

Zuhal: Önce karşılaştırdık.

Yavuz: Göz kararı enine ve boyuna bakarak karşılaştırdım. Yükseklik ve tabanı tahmin ettim. Gerçek alan ölçümü için ise kenarlarından kestik. İki üçgen ve bir kare elde ettik.

Araştırmacı: Arkadaşınız şu şekilde yapmış. Bu parçayı alıp buraya taşımış. Yeni elde ettiğimiz dikdörtgen ile paralelkenarın alanı aynı mıdır?

Zuhal: Paralelkenarın alanı ile dikdörtgenin alanı aynı.

Sena: Aynıdır.

Umay: Aynıdır.

Araştırmacı: Neden aynıdır?

Sınıf: Dikdörtgenden türemiş.

Şafak: Aynı parçayı alıp oraya koyuyoruz. Değişmez.

Yavuz: Biz 42 santimetrekare bulduk.

Sena: Biz 45,5 santimetrekare bulduk.

Araştırmacı: Dikdörtgen gibi mi düşündünüz?

Sena: Evet.

Araştırmacı: Ama bu bir dikdörtgen değil. Dikdörtgenin kısa ve uzun kenarı birbirine dikti. Paralelkenar farklı bir şekil.

Umay: Ben de Sena'nın dediği gibi. Buraya 6 tane sığar dedim. Ama 7 çıktı. Bu kenarına da 5 tane dedim ama 6 çıktı. 7 ile 6'yı çarptım. 42 santimetrekare.

Sınıf: Parmağımızın uzunluğunu ölçtük. Gerçek alan ölçümü için kenar uzunluklarını cetvel ile ölçüp çarptık.

Araştırmacı: Paralelkenarın alanını kısa yoldan nasıl bulabiliriz? Kısa kenarı ve uzun kenarı çarpmak doğru mu?

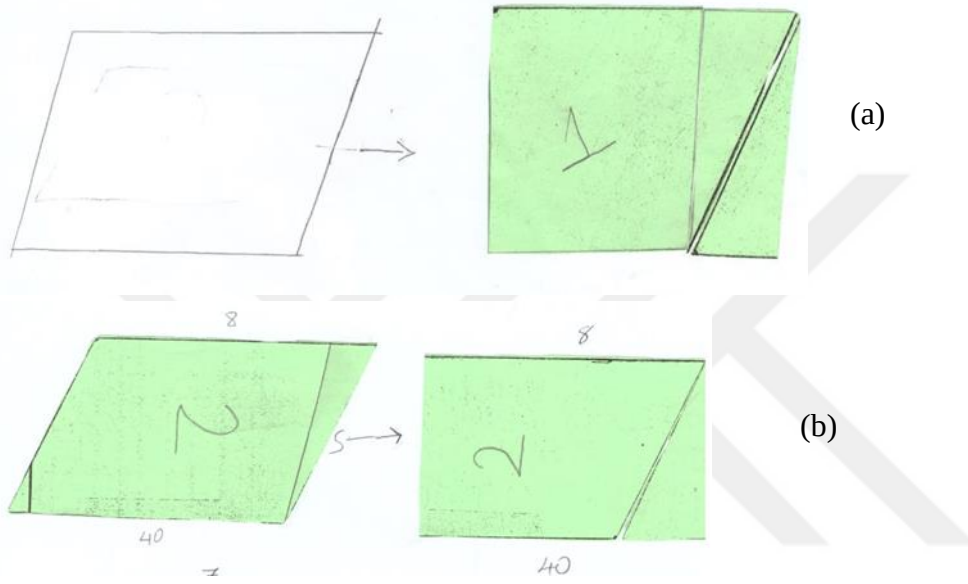
Diyaloğa göre, öğrencilerin paralelkenarların alanlarını şekilleri üst üste veya yan yana koyarak görsel odaklı karşılaştırdıkları, tahmin etmede karşılaştırma, rastgele tahmin ve makas ucunun aralığını veya parmak uzunluğunu 1 cm olarak referans alarak birim tekrarlama ile kenar uzunluklarını tahmin ederek çarpım yaptıkları görülmüştür.

Alan ölçümü için ise öğrencilerin çoğunun birim kare çizimi, birim kareleri sayma ve kenar uzunluklarını çarpım yaptıkları görülmüştür. Umay ise paralelkenarı satır-sütun

olarak zihinsel görselleştirmesi ile alan ölçümünü bulmuştur. Sena alan ölçümü için kenar uzunluklarını çarpmış ancak sınıf tartışması sırasında hatalı bulduğunun farkına varmıştır. Paralelkenarın alan ölçümü için parçalama stratejiyle Yavuz'un Görsel 4.109a'da ve Şafak'ın Görsel 4.109b'de dikdörtgen yapılandırabildiği ve alanı hesaplayabildikleri görülmektedir.

Görsel 4.109

Yavuz ve Şafak'ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırması

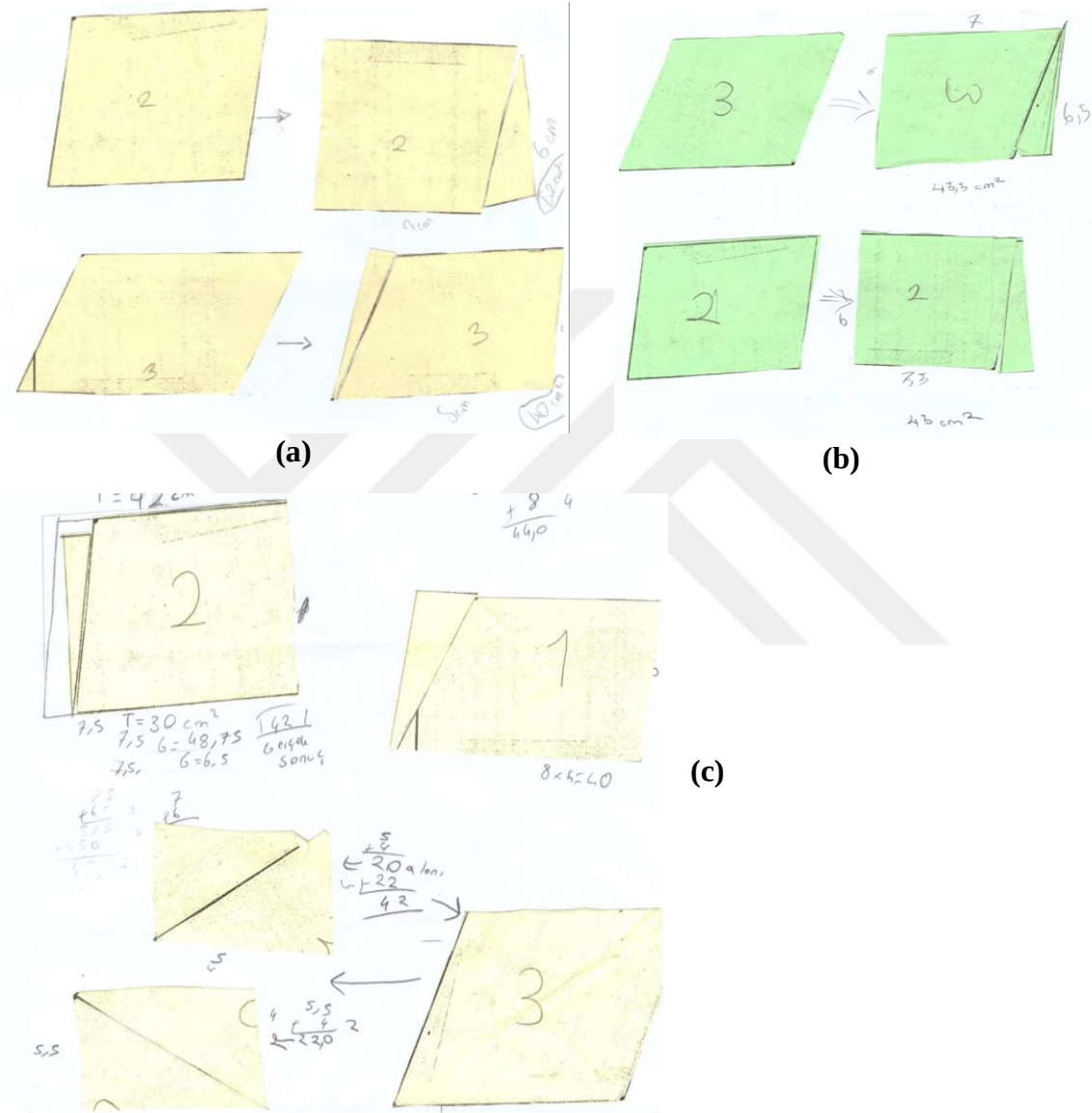


Araştırmacı paralelkenarın alanını kısa yoldan nasıl bulabileceğine dikkat çekmiş ancak Yavuz ve Şafak hariç sınıftaki öğrencilerden herhangi bir açıklama gelmemiştir. Bunun üzerine paralelkenarlardan dikdörtgen elde etmelerini, alan ölçüm görevini bireysel gerçekleştirmeleri ve eylemlerini açıklamaları istenmiştir. Paralelkenarların alan ölçümleri için Zuhale "Dikdörtgene tamamladık" açıklamasını yapmış ancak neden dikdörtgen olarak yapılandırıldığının gerekçesini açıklayamamıştır. Görsel 4.110a'da Zuhale'nin paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırmakta zorlandığı görülmektedir. Sınıftan farklı bir öğrenci "Paralelkenarın içine kareler sığmaz ama dikdörtgenin içine küçük kareler sığabilir." şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Yavuz ise "Paralelkenarın bir parçasının değişmiş hali dikdörtgen olarak bulduk. Sonra bir ucunu keserek diğer ucuyla birleştirerek dikdörtgen elde ettik. Dik kenar uzunluklarını çarptık çünkü dikdörtgenin alanını buluyorduk." ifadesi ile paralelkenarın alan ölçümü gerçekleştirdiği eylemlerini açıklamıştır. Görsel 4.110b'de Sena'nın paralelkenarların alan ölçümünde, birinci ve ikinci şekilde parça taşıma ile dikdörtgene dönüştürdüğü, üçüncü paralelkenarın alanını

farklı iki dikdörtgen şekline parçalayarak alanların toplamı ile bulduğu görülmektedir. Umay'ın ise paralelkenarların alan ölçümüne ilişkin eylemleri Görsel 4.110c'de verilmiştir.

Görsel 4.110

Zuhal, Sena ve Umay'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Öğrencilerin verilen paralelkenarları dikdörtgen olarak yapılandırmaları ve alan ölçümlerini bulmaları tamamlanmasının ardından araştırmacı paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki ilişkiye dikkat çekmek amacıyla “Oluşturduğunuz dikdörtgenlerin kısa kenarı paralelkenarın neyi oluyor?” sorusu ile sınıf tartışmasını başlatmıştır. Odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışmasına ait diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Umay: Yüksekliği.

Araştırmacı: Ne demek yükseklik?

Sınıf: Dikme.

Araştırmacı: Nasıl çiziyoruz dikmeyi?

Sınıf: T harfi oluşturacak şekilde.

Sena: Üçgeni oluşturan.

Yavuz: Dikme yani paralelkenarın tabanında 90 derece oluşturacak şekilde bir çizgi.

Araştırmacı: Hepiniz bir tane köşe seçip düz bir çizgi çizmişsiniz. Bu çizgiye, dik doğru parçasına yükseklik diyoruz. Neden köşeyi seçtiniz çizdiniz, farklı bir yerden de çizilebilir mi?

Sınıf: Seçtiğimiz yerden o parçayı alıp diğer tarafa yerleştirirsek tam bir dikdörtgen veya kare olabilir.

Araştırmacı: Ortadan çizebilir miydik yükseklik?

Sınıf: Ortadan ikiye de olur. Soldaki parçayı sağa taşıdığımızda yine dikdörtgen olur.

Diyaloğa göre, Umay'ın dikdörtgenin kısa kenarı ile paralelkenarın yüksekliğinin aynı olduğunun farkında olduğu görülürken, öğrencilerin yükseklik kavramını tanımlamada dikme, T harfine benzerlik, dik üçgenin bir kenarı, tabanda 90 derece oluşturan dikme veya çizgi olarak tanımladığı görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin farklı yükseklik çizimleri ile paralelkenarların dikdörtgen olarak ta yapılandırılabilceğinin farkında olduğu görülmüştür. Araştırmacı Umay'dan beyaz tahtaya bir paralelkenar çizmesini istemiş ve paralelkenar-dikdörtgen şekillerinin benzer ve farklı olan özellikleri hakkında sınıf tartışmasını sürdürmüştür. Sınıf tartışmasına ait diyaloglar aşağıda sunulmuştur.

Umay: (Tahtada paralelkenar çizmeye çalıştı ancak zorlandı)

Araştırmacı: Paralelkenar çizerken neye dikkat etmeli?

Sınıf: Paralel olması.

Araştırmacı: Neyin paralel olması?

Şafak: Boyuna olan kenarın biraz eğik olmasına dikkat etmeliyiz.

Yavuz: Dikdörtgen gibi kısa ve uzun kenarı var ama enine göre boyu eğik olan bir şekil.

Araştırmacı: Paralelkenarın özelliklerini söyleyebilecek olan var mı?

Sınıf: Karşılıklı kenarlarının eşit olması lazım

Sena: Bir de isminden de anlaşılıyor paralel olmalı.

Zuhal: Paralelkenarın karşılıklı kenarlarını çizerken cetveli aynı doğrultuda tutup sağa doğru ötelemiş ve karşı kenarını çizmiştir.

Araştırmacı: Biz neden paralelkenarı dikdörtgen yapmaya çalıştık? (önceki dersimizde)

Sınıf: Alanını bulmak için.

Sınıf: Dikdörtgenin içine 1 santimetrekarelik kareler sığar ama paralelkenarda boşluk kalıyor.

Şafak: Paralelkenar daha eğik olduğu için kareli kağıda koyunca taşabilir.

Umay: Dikdörtgene çevirdiğimizde birim karelerle daha kolay bulabiliriz.

Yavuz: birbirine dik iki kenarı çarpıyorduk kısa yoldan

Araştırmacı: Paralelkenar ile dikdörtgenin benzer özellikleri nelerdir?

Sınıf: Karşılıklı kenarları eş. Uzunlukları birbirine eşittir.

Araştırmacı: Dikdörtgen ile çok benziyorlar ama bir farkları var ne olabilir?

Sınıf: Dikdörtgenin kenarları dik ve yatay olardı.

Şafak: Dikdörtgenin köşeleri 90 derece.

Umay: (Cetveli köşeye koyarak yükseklik çizdi. Yükseklik çizdiği soldaki üçgeni silip sağ tarafa ekledi. Bir dikdörtgen elde etti. Sağ tarafa eklerken sağ üst köşeye cetveli koydu. Soldaki üçgenin tabanı kadar ölçüp köşeden aşağı çizdi.)

Diyaloğa göre, şekillerin benzer özelliklerine ilişkin Şafak'ın paralelkenarı görsel olarak dikdörtgene benzettığı, Yavuz'un dikdörtgen ve paralelkenarın karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olduğu ancak dikdörtgenden farklı olarak paralelkenarın enine göre boyunun eğik olduğu ve Sena'nın karşılıklı kenarların paralel olması gerektiği şekil bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Şafak ve Umay dikdörtgenin şeklinden dolayı birim karelerle tam kaplanabileceği fikrine sahiptir. Yavuz ise paralelkenarın alanının dikdörtgenin alan formülü ile kısa yoldan bulunabileceğini belirtmiştir. Şekillerin farklı özelliklerine ilişkin ise Şafak'ın Şafak ise dikdörtgenin açılarına dikkat çekmiştir. Sınıf tartışması ile Umay Görsel 4.111'de verilen paralelkenarı çizebilmiş, paralelkenarın bir köşesinden cetvel yardımıyla tabana yükseklik çizdiği ve çizdiği yükseklik ile oluşan üçgeni silip paralelkenarın sağ tarafına ekleyerek dikdörtgen elde ettiği görülmektedir.

Görsel 4.111

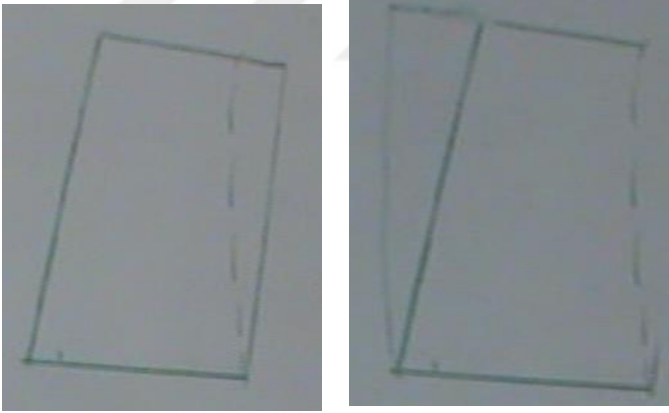
Umay'ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırma Eylemleri



Araştırmacı Umay'ın yükseklik çizimine dikkat çekmiş, Sena ise yeni dikdörtgenin kısa kenarı olduğunu vurgulamıştır. Araştırmacı paralelkenar şeklinden dikdörtgen elde edebilmek için farklı stratejiler olabileceğine dikkat çekmiş ve sınıftan bir öğrencinin beyaz tahtada yükseklik çizimleri Görsel 4.112' de verilmiştir.

Görsel 4.112

Paralelkenarda Dikdörtgeni Yapılandırmada Yükseklik Çizimi

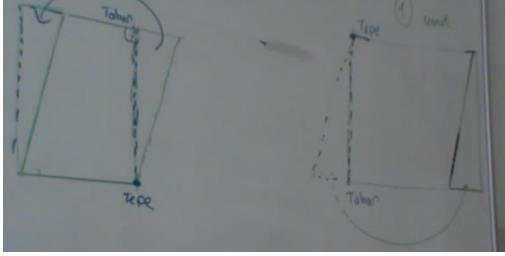


Beyaz tahtada çizilen paralelkenardaki yüksekliğin yeni dikdörtgenin uzun kenarı olduğuna Zuhal dikkat çekmiş, araştırmacı bir paralelkenarda seçilen tabana ait yüksekliğin değişebileceğini ve elde edilen dikdörtgenin farklı kenarlarına eşit olabileceğini vurgulamıştır. Sınıftan farklı bir öğrenci “Niye tabandan çizmiş ki” şeklinde düşüncesini belirtmiş ve araştırmacı ise “Tabanı alt taraf mı olmalı?” sorusunu yöneltmiştir. Şafak “O zaman paralelkenarların duruşuna göre taban veya yükseklik değişebilir. “ yanıtını vermiştir. Yavuz ise “Karşılıklı kenarlar eşit olduğu

için taban ile üst kenarda aynıdır.” açıklamasını yapmıştır. Araştırmacı öğrencilerin açıklamaları ve yükseklik çizimlerini Görsel 4.113’teki gibi görselleştirmiştir.

Görsel 4.113

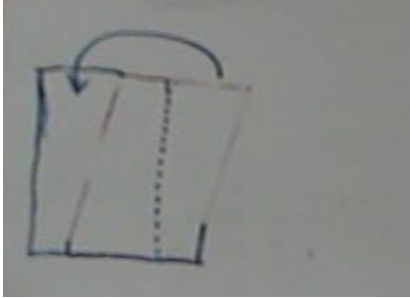
Farklı Paralelkenarlarda Yükseklik Çizimleri



Şafak ise paralelkenarı farklı bir şekilde yapılandırabileceğini ifade etmiş, paralelkenarın çizimini yaptıktan sonra karşılıklı kenarlar arasında yükseklik çizimi ve dikdörtgen olarak yapılandırması Görsel 4.114’te verilmiştir.

Görsel 4.114

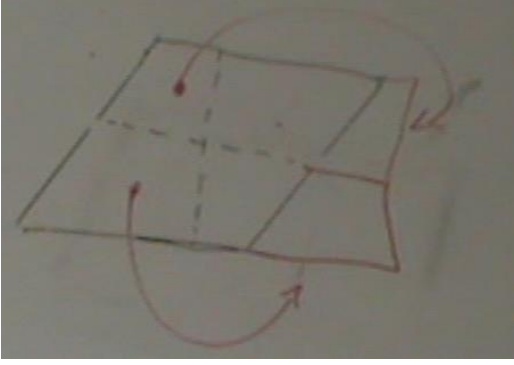
Şafak’ın Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırmada Yükseklik Çizimi



Araştırmacı öğrencilerin farklı stratejilerin olabileceğini belirtmiş, Sena ise “Ben daha önceki dersimizde geniş bir paralelkenar vardı. Ben onu katlayıp çizip iki dikdörtgen elde etmiştim.” yanıtını vermiş, Tahtada bir paralelkenar çizimi yaptıktan sonra paralelkenarı parçalamış ancak nasıl iki dikdörtgen elde edebileceği konusunda zorluk yaşamıştır. Yavuz ise Sena’nın stratejisini, paralelkenarı parçalamış ve şekillerin yerlerini değiştirerek iki dikdörtgen elde edilebileceğini Görsel 4.115’teki gibi göstermiştir.

Görsel 4.115

Yavuz'un Paralelkenarı Dikdörtgen Olarak Yapılandırması



Araştırmacı ise kullanılan bu stratejilerin dikdörtgenin alan formülünden yararlanarak paralelkenarın alanını bulmak için olduğunu vurgulamıştır. Araştırmacı paralelkenarın alanını dikdörtgene dönüştürmeden kısa yoldan nasıl bulunabileceğini sormuş ve Sena “Dikme ile yani yükseklik ile tabanı çarpma ile.” yanıtını vermiştir. Benzer paralelkenarların alan ölçümü göreviyle Yavuz, Şafak ve Sena’nın paralelkenarın alan bağıntısını yapılandığı görülmüştür.

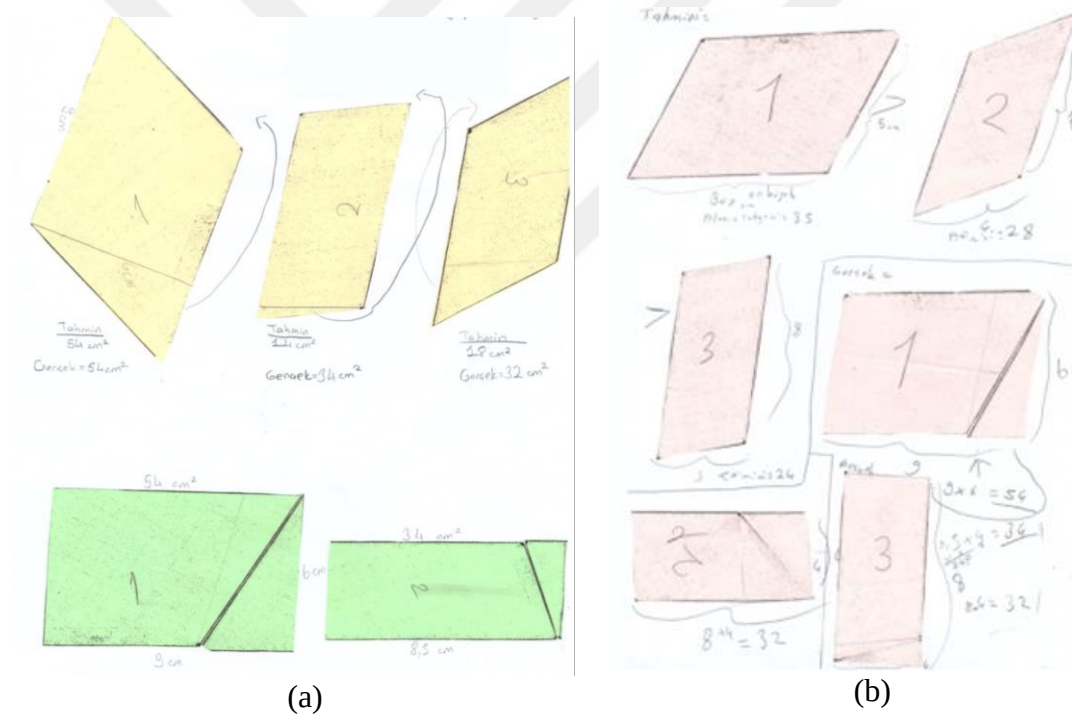
Araştırmacı paralelkenarın dikdörtgene dönüştüğünde korunan veya değişen özelliklerine dikkat çekmek amacıyla soru yöneltmiştir. Sena “Alanı değişmez. Parça eksiltmedik veya artırmadık.”, sınıftan farklı öğrenciler “Açısı değişir.”, “Çevre değişmez.” yanıtlarını verirken, Yavuz “Değişebilir. Uzun kenarları aynı ama kısa kenarları aynı değil.” açıklamasını yapmıştır. Alanın değişmeyeceği konusunda öğrencilerin mutabık kaldıkları görülmesine karşın çevre uzunlukları ile ilgili farklı düşüncelerin olduğu görülmüştür. Umay ise “Ölçebilir miyim? Çevresi 28 cm idi. Dikdörtgenin 27 cm oldu.” açıklamasını yapmış ve paralelkenar ile dikdörtgenin kenar uzunluklarının farklı olduğunu çevre uzunluklarını bularak göstermiştir. Tüm sınıftaki öğrencilerin parçanın taşınması durumunda şeklin uzunluklarının değişebileceğinden çevre uzunluğunun da değişebileceği konusunda mutabık kaldıkları görülmüştür.

Birinci adımın ilk görevinin tamamlanmasının ardından ikinci görev olarak, öğrencilerden paralelkenarın alanı için buldukları yöntemin tüm paralelkenarlar için de geçerli olup olmadığını test etmeleri için göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz.EK-6e) dağıtılmıştır. Etkinlikler bireysel gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışma yapılmıştır. Grup tartışması sürecinde araştırmacı odak öğrencileri gözlemlemiş ve öğrencilerin bireysel çalışmalarına dikkat etmiştir. Yavuz’un

paralelkenarları görsel olarak karşılaştırma yaptığı ve alanlarına göre sıraladığı Görsel 4.116a'da görülmektedir. Yavuz birinci paralelkenarın kenar uzunluklarını tahmin edip çarpmış ve alanı için tahmini bir değer belirlemiştir. Diğer paralelkenarların kenar uzunluklarını ise karşılaştırma stratejisi ile tahmin etmiş ve çarpım yaparak tahmini bir değer belirtmiştir. Odak öğrencilerden Sena, Umay, Şafak ve Zuhal'in de görsel odaklı paralelkenarları karşılaştırma yaptıkları görülürken, Görsel 4.116b'de Sena ve Umay'ın kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptıkları, Şafak ve Zuhal'in ise yaklaşık değerler belirttiği görülmüştür. Paralelkenarların alan ölçümleri için odak öğrencilerin tümünün paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırırları ve alanı hesaplayabildikleri görülmüştür.

Görsel 4.116

Yavuz ve Sena'ya Ait Farklı Paralelkenarların Alan Tahminleri ve Alan Ölçümleri



Verilen etkinliğin bireysel gerçekleştirilmesinin ardından farklı paralelkenarların verildiği etkinlikle ilgili odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Sınıf: Dikey paralelkenarda üstten alıp aşağıya taşıyoruz.

Araştırmacı: Paralelkenarın içinde çizdiğin çizgi yeni dikdörtgenin neyi oluyor?

Sena: Kısa kenarı veya uzun kenarı.

Araştırmacı: 2. şekildeki bu çizgi dikdörtgenin hangi kenarı olur?

Sena: Kısa kenarı

Araştırmacı: 3. şekilde hangi kenarı olur?

Sınıf: Uzun kenarı.

Araştırmacı: Tahtaya paralelkenar çizdi. bu paralelkenarı nasıl dikdörtgen yapabiliriz? Nereden kesip taşıyabiliriz?

Düşük: Düz bir çizgi olması lazım.

Sınıf: Yükseklik

Sınıf: (Tahtada yükseklik çizimi yaptı)

Araştırmacı: Sen çizirken köşeden çizdin. Köşeyi kullanmadan da çizebilir miyiz?

Sena: (Tahtada çizdi)

Araştırmacı: Bu çizdiği çizginin solundaki parçayı taşısak dikdörtgen olur mu?

Şafak: Evet olur.

Araştırmacı: O zaman birden fazla yükseklik çizilebilir

Araştırmacı: Yüksekliklerin hepsi paralelkenarın içinde mi olmalı?

Yavuz: Hayır. (Yükseklik çizimi yaptı)

Sınıf: Dışarıdan yükseklik çizdiğimizde nasıl dikdörtgen oluşur?

Araştırmacı: Önce yükseklik deyince ne anlıyorsunuz? Yükseklik ne demek?

Şafak: Mesela sizin boyunca.

Araştırmacı: Güzel bir örnek. Başımdan ayak parmak ucuma kadar dik uzunluk. Paralelkenarda ise başı olarak tepe kısmını hangi kenarı kabul ediyorsanız karşı kenarına (taban) çizdiğiniz dik çizgi yükseklik olur ve istediğini yerden çizebilirsiniz. Bu doğru parçalarını istediğiniz yere kaydırabilirsiniz. Mesela Sena'nın çizdiği yükseklikten gösterelim. Bu parçayı buradan buraya aldığınızda hangi şekil oluşuyor?

Zuhal: Dikdörtgen

Araştırmacı: Sena'nın çizdiği bu doğru parçası bu dikdörtgenin neyi olur?

Umay: Kısa kenarı.

Araştırmacı: Dikdörtgenin uzun kenarı paralelkenarın hangi uzunluğuna eşittir?

Zuhal: Tabanı.

Yavuz: İki dik kenarını çarpınca dikdörtgenin alanını buluruz.

Araştırmacı: Parçayı taşıdığımızda dikdörtgen ile paralelkenarın alanı eşit olur mu? Değişir mi?

Sınıf: Eşittir.

Zuhal: Değişmez.

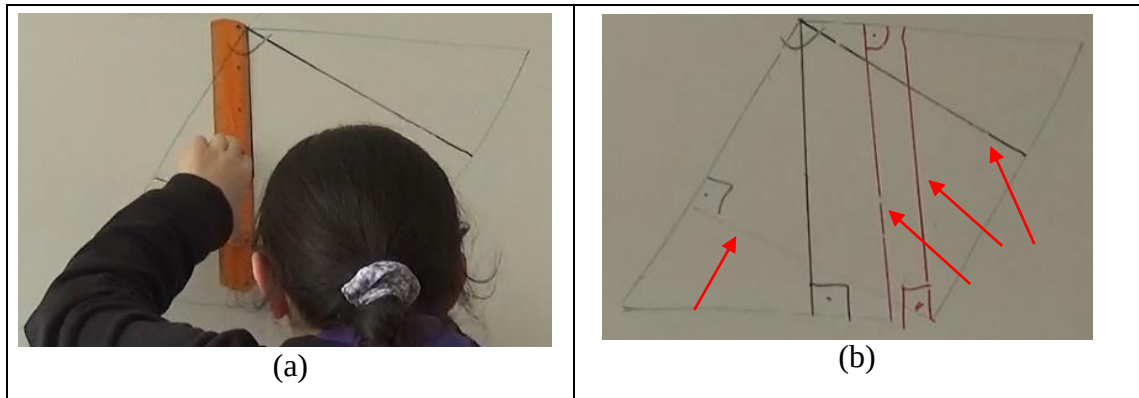
Araştırmacı: Paralelkenarı her seferinde dikdörtgene dönüştürmek yerine kısa yoldan alanını nasıl bulabiliriz?

Şafak: Yükseklik çarpı taban yapabiliriz.

Diyalogda görüldüğü gibi, odak öğrencilerde dahil olmak üzere sınıftaki öğrencilerin dikey konumda olan paralelkenarlarda yükseklik çiziminde herhangi bir köşe belirledikleri ve bu yüksekliğin olduğu üçgen parçayı taşıyarak paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri görülmektedir. Araştırmacı herhangi bir köşeyi kullanmadan farklı bir yükseklik çiziminin nasıl yapılabileceğine dikkat çekmiştir. Sena beyaz tahta üzerinde Görsel 4.117a’da verilen yükseklik çizimini yapmıştır. Araştırmacı ise paralelkenar şeklinde farklı yüksekliklerin çizilebileceğini vurgulamış ve tüm sınıftaki öğrenciler bu fikirde mutabık kalmışlardır. Sınıftan farklı öğrencilerin yükseklik çizimleri Görsel 4.117b’de verilmiştir. Öğrencilerin yükseklik çizimlerini paralelkenarların yüzeyinde çizmeleri üzerine araştırmacı şeklin dışından da yükseklik çizilip çizilemeyeceğine dikkat çekmiştir. Yavuz, paralelkenarın dışında da yükseklik çizilebileceğini belirtirken Görsel 4.117c’ deki gibi yükseklik çizimini göstermiştir. Şafak’ın yükseklik kavramı için insan vücudunun boy uzunluğu örneğini vermesi üzerine araştırmacı somut bir örnek ile yükseklik tanımını yapmış ve yükseklik olarak çizilen doğru parçalarını istediğimiz yere kaydırılabileceğini vurgulamıştır. Şafak’ın ise Görsel 4.117ç’de gönye ile paralelkenarların yan kenarlarına yükseklik çizimi yaptığı görülmektedir. Odak öğrenciler de dahil olmak üzere sınıftaki öğrencilerin paralelkenar ile dikdörtgenin aynı alana sahip olduğu, paralelkenarın yüksekliğinin dikdörtgenin kısa veya uzun kenarı olabileceği ve yükseklik çizimleriyle paralelkenarın dikdörtgen olarak yapılandırılabilceği fikrinde mutabık oldukları görülmüştür.

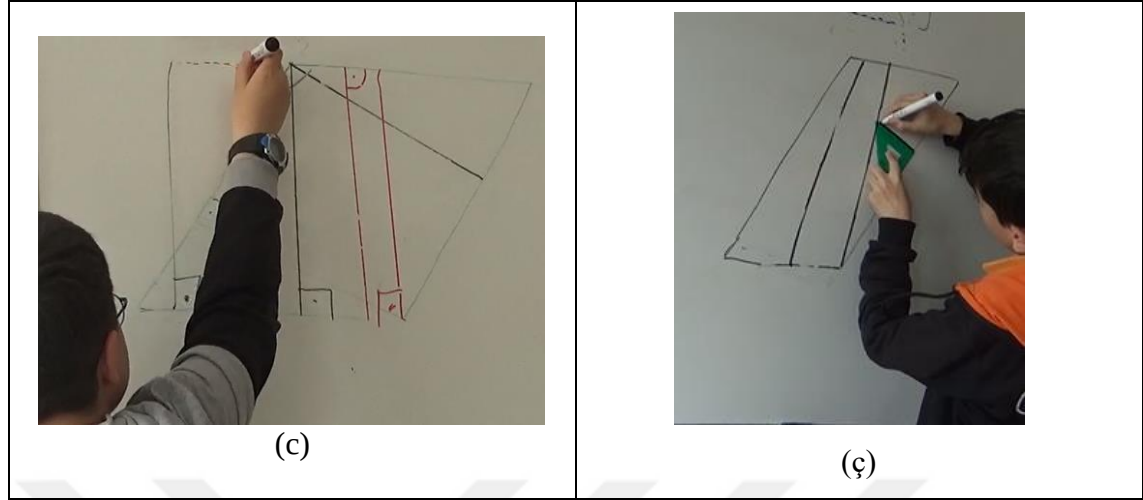
Görsel 4.117

Öğrencilerin Paralelkenarda Farklı Yükseklik Çizimleri



Görsel 4.117 (Devam)

Öğrencilerin Paralelkenarda Farklı Yükseklik Çizimleri



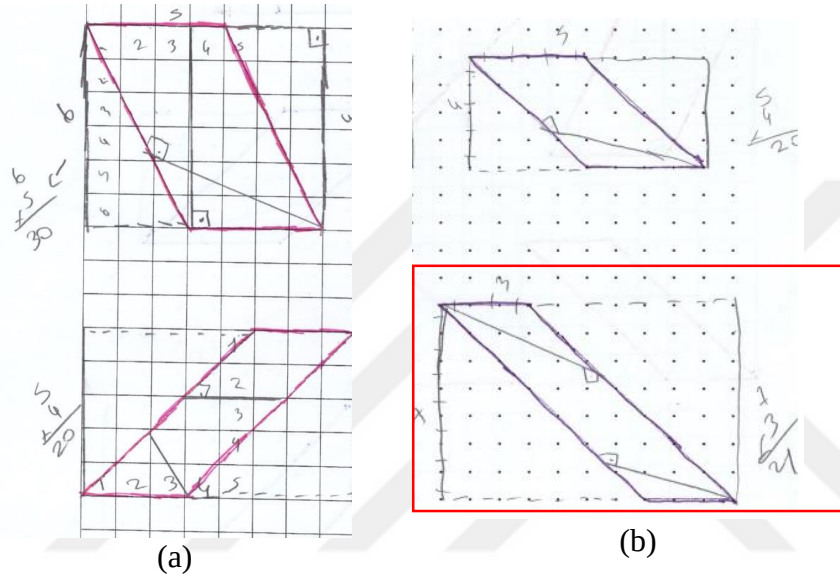
Paralelkenar şeklini yapılandırma etkinliğinde, odak öğrencilerin paralelkenarın alanını tahmin ederken görsel tahmin, tahmini kenar uzunluklarını çarpma, tahmini satır-sütun sayısının çarpımı, en-boy karşılaştırma, parmağı birim kare olarak referans alıp zihinden kaplama gibi tahmin stratejileri kullandıkları ve birim kare çizimleri yaptıkları görülmüştür. Paralelkenarların alan ölçümü için ise dikdörtgenin alan formülünü genelleyerek paralelkenarların farklı iki kenar uzunluğunu çarpmaları ve paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırmada görülen güçlükler yaşanan zorluklar arasındadır. Grup ve sınıf tartışmaları ile öğrencilerin paralelkenar şeklini dikdörtgen şekli olarak yapılandırabilmeleri, dikdörtgene dönüştürmede yükseklikten yararlanmaları, paralelkenarda farklı yükseklik çizimleri yapabilmeleri, alan korunumunun farkında olmaları, parçalama stratejisi ile bir şeklin farklı şekillerden oluşabildiğini fark etmeleri ve aynı alana sahip farklı şekillerin elde edilebildiği zihinsel eylemleri yapılandırılmıştır.

İkinci adım olarak paralelkenarın alan bağıntısını oluşturmada tabanı belirleme ve yükseklik çizimi amacına yönelik, kareli ve noktalı zemin üzerinde verilen paralelkenarların dikdörtgen olarak yapılandırma ve paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden kareli veya noktalı zeminde verilen paralelkenarlarda taban belirleme, seçilen tabana ait yükseklik çizimi ve alan hesaplama ile ilgili görevleri gerçekleştirmeleri istenmiştir. Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6e) dağıtılmış ve etkinlikler bireysel gerçekleştirilmiştir. Zuhâl'in paralelkenarları dikdörtgene tamamladığı, paralelkenarların yükseklik uzunluklarını doğru belirleyebildiği ancak satır-sütun olarak yapılandırma

fikrine sahip oluşu tabanı belirlemede karmaşa yaşamasına sebep olmuştur. Görsel 4.118a'da paralelkenarların yüksekliklerini satır olarak kabul ederek kaç birim kare olacağını saydığı ve tabanı için ise kenara denk gelen birimleri kabul ettiği görülmektedir. Görsel 4.118b'de noktalı zeminde verilen sadece kırmızı işaretli paralelkenarda taban ve yükseklik uzunluklarını belirleyebildiği ve alan ölçümleri bulabildiği görülmektedir.

Görsel 4.118

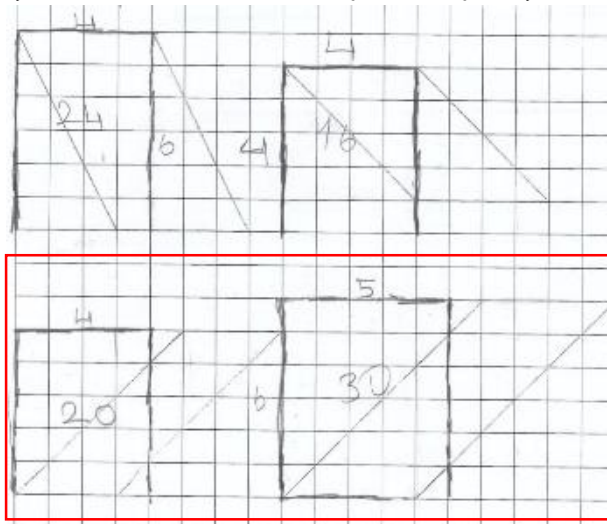
Zuhal'in Kareli ve Noktalı Zeminlerde Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Odak öğrencilerden Umay'ın ise paralelkenarları dikdörtgen olarak yapılandırabildiği ancak kırmızı işaretli iki paralelkenarda tabanı belirlemede karmaşa yaşaması alan ölçümünü hatalı bulmasına sebep olmuştur. Görsel 4.119'da görüldüğü gibi paralelkenarın tabanını kenar kabul eden dikdörtgenler oluşturmuş ve alan bağıntısı ile paralelkenarların alan ölçümlerini hesaplamıştır.

Görsel 4.119

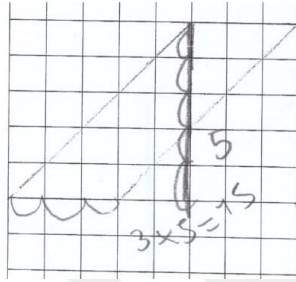
Umay'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



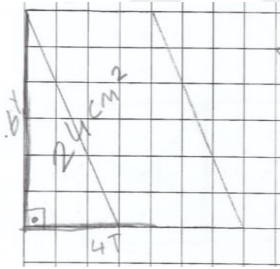
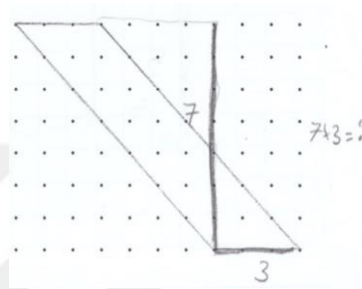
Odak öğrencilerden Sena, Şafak ve Yavuz'un ise verilen paralelkenarların yükseklik, taban uzunluklarını belirleyebildikleri ve alan bağıntısı ile paralelkenarların alan ölçümlerini doğru buldukları görülmüştür. Görsel 4.120a'da Sena'nın, Görsel 4.120b'de Yavuz'un ve Görsel 4.120c'de Şafak'ın paralelkenarların alan ölçümüne ilişkin eylemleri örnek olarak verilebilir.

Görsel 4.120

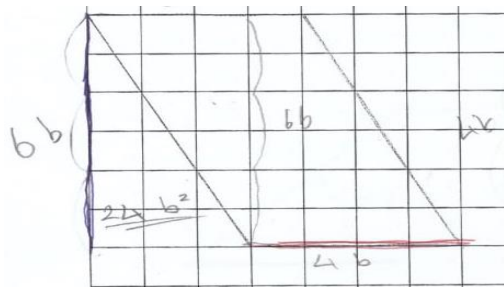
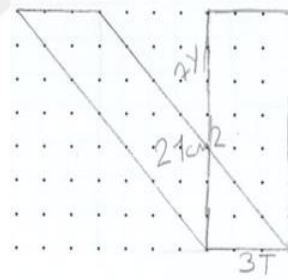
Sena, Yavuz ve Şafak'ın Paralelkenarların Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



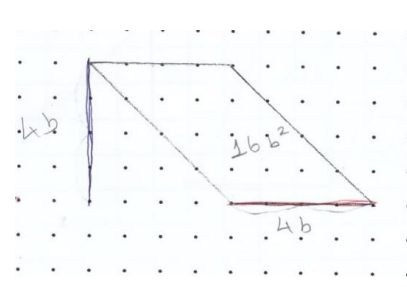
(a)



(b)



(c)



Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma etkinliğinde ise odak öğrencilerden Zuhal ve Umay'ın paralelkenarın alanını ölçmede taban uzunluğunu belirlemede karmaşa yaşamaları yaşanan zorluklar arasındadır. Bireysel gerçekleştirilen görevler ile odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarların taban-yükseklik uzunluklarını belirleme ve paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma eylemleri yapılandırılmıştır

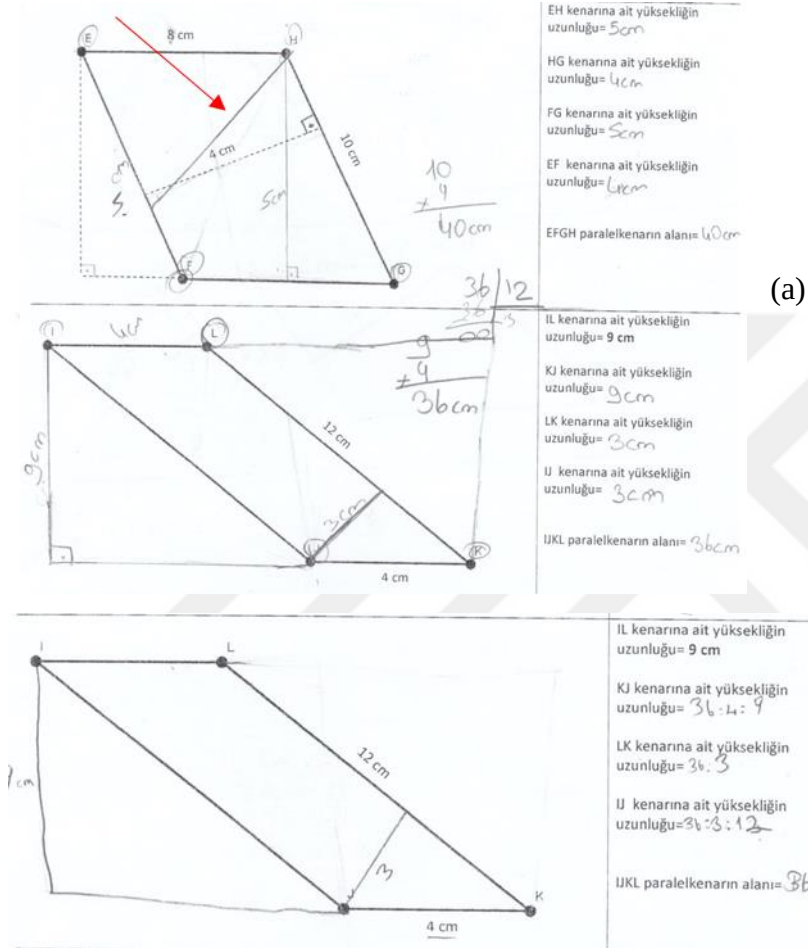
Üçüncü adım olarak paralelkenarın alanını hesaplama amacına yönelik verilen paralelkenarların alanlarını hesaplama ve istenilen alanlara uygun paralelkenarlar oluşturma görevi gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerden verilen paralelkenarların yükseklik ile taban uzunluklarını belirlemeleri ve alan ölçümlerini bulmaları istenmiştir. Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz.EK-6e) dağıtılmıştır. Etkinlikler bireysel gerçekleştirilmiş daha sonra tüm sınıfla tartışma yapılmıştır. Öğrencilerin paralelkenarların yükseklik ve taban uzunluklarını belirleyebildikleri, alan ölçümleri için yükseklik ile taban uzunluklarını çarptıkları ve paralelkenarları dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri görülmüştür. Öğrencilerin bireysel olarak verilen görevi gerçekleştirmesinin ardından odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Zuhal'in “ Yüksekliği bulmada sorun yaşadım. EF kenarına ait yüksekliği çizmede zorlandım.” açıklamasında bulunmuş ve farklı yüksekliklerin uzunluklarını belirlemede zorluk yaşadığı görülmüştür. Umay'ın alan ölçümü için “Ben alanını bulmak için yükseklik ile dik gelen kenarı çarptım.” ifadesi paralelkenarın alan bağıntısını kullandığını göstermiştir. Sınıftan farklı bir öğrencinin ise “Yükseklik 4 cm. taban ile çarpınca 40 buldum. 40 ı da 8 e bölünce 5 buldum.” açıklaması, farklı tabana ait yüksekliğin uzunluğunu bulmada alan ölçüsünü taban uzunluğuna böldüğünü göstermektedir. Yavuz'un “[EH] ile [FG] karşılıklı kenarlar yani uzunlukları eşit olduğu için yükseklikleri de eşit.” açıklaması ise eş tabanlara ait yüksekliklerin de eş olacağı fikrine sahip olduğunu göstermektedir. Odak öğrenciler de dahil olmak üzere sınıftan farklı öğrencilerin farklı kenarlara ait yükseklikleri belirleyebildikleri ve alan ölçümünü farklı taban ve tabana ait yüksekliklerin çarpımı ile bulunabileceğinin farkında oldukları görülmüştür. Ancak araştırmacı öğrencilerin paralelkenarın içinde yükseklik çiziminde zorluk yaşamazken, dışarıdan çiziminde zorluk yaşadığını fark etmiştir. Görsel 4.121a'da Zuhal'in ve Görsel 4.121b'de ise Umay'ın paralelkenarın alanlarını hesaplayabildiği ve istenilen yükseklik uzunluklarını paralelkenarın alan ölçümünü taban uzunluğuna bölerek

bulduğu görülmektedir. Sadece Zuhâl'in paralelkenarda farklı yükseklik çizimlerinde (kırmızı işaretli) zorluk yaşadığı görülmüştür.

Görsel 4.121

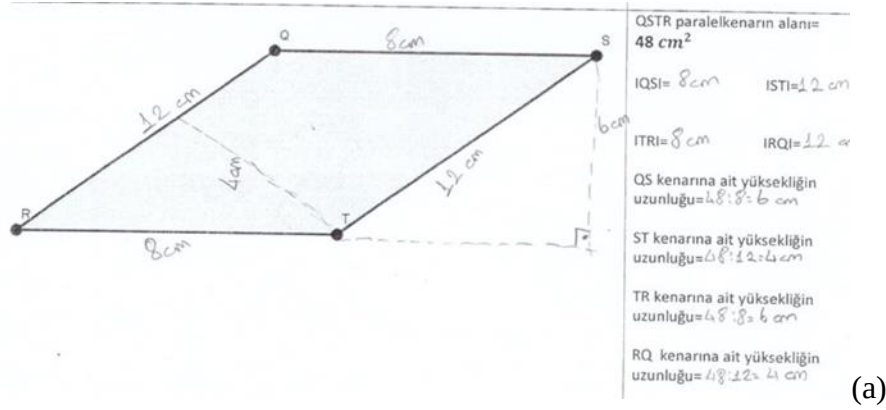
Zuhâl ve Umay'ın Paralelkenarların İstenilen Ölçülerini Bulmaya İlişkin Eylemleri



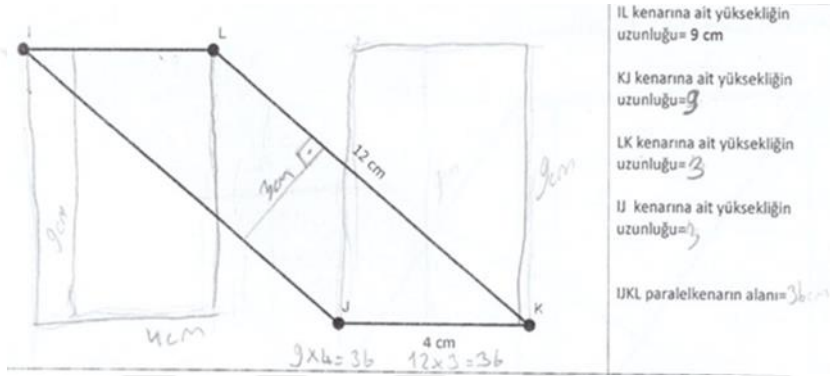
Odak öğrencilerden Yavuz'un Görsel 4.122a'da, Şafak'ın Görsel 4.122b'de ve Sena'nın Görsel 4.122c'de verilen bilgilere göre paralelkenarların yükseklik ve taban uzunluk belirleyebildikleri, farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri, paralelkenarın alan bağıntısını kullandıkları ve alan ölçüsü verilen paralelkenarların istenen uzunluklarını belirleyebildikleri görülmektedir. Ayrıca Şafak'ın paralelkenarların alan ölçümünde, paralelkenarın yükseklik ve tabanını dikdörtgen şekli olarak yapılandığı da görülmüştür.

Görsel 4.122

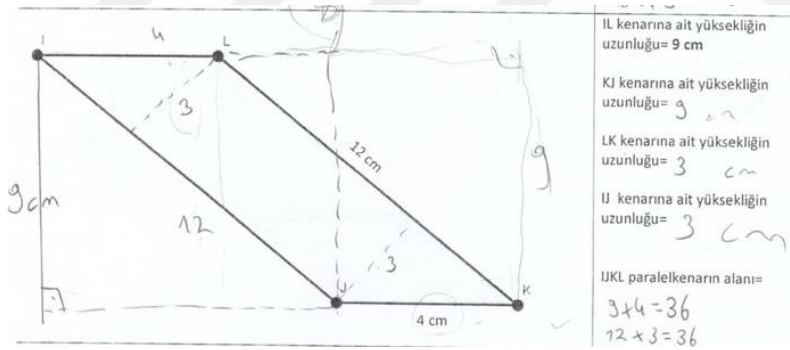
Yavuz, Şafak ve Sena'nın Paralelkenarların İstenilen Ölçülerini Bulmaya İlişkin Eylemleri



(a)



(b)



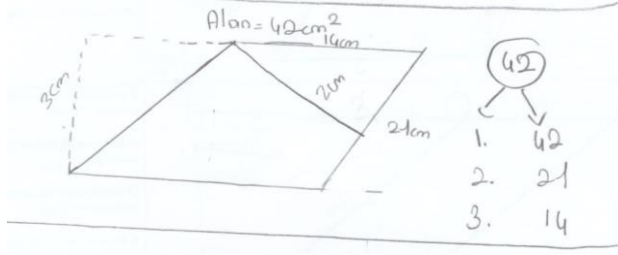
(c)

Araştırmacı sınıftaki bazı öğrencilerin zorluk yaşaması üzerine ek olarak alan ölçüsü verilen (42 cm^2) paralelkenarları oluşturma ve taban-yükseklik uzunluklarını belirleme görevlerini gerçekleştirmelerini istemiştir. Görsel 4.123a'da Zuhâl'in ve Görsel 4.123b'de Umay'ın istenilen alana sahip paralelkenarlar oluşturabildiği, paralelkenarların yükseklik-taban uzunluklarını belirleyebildiği ve farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri görülmektedir. Şafak, Yavuz ve Sena'nın istenilen alana sahip paralelkenar oluşturabildiği, alan bağıntısı ile ilişkilendirerek yükseklik-taban uzunluklarını belirleyebildiği ve farklı yükseklik çizimleri yapabildiği görülmüştür. Görsel 4.123c'de

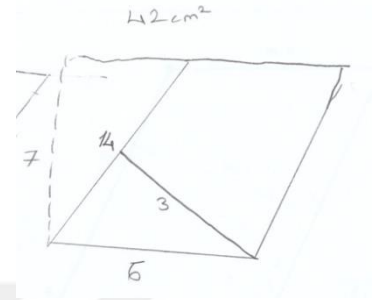
Şafak'ın paralelkenarın çiziminde dikdörtgen şeklini kullandığı, Görsel 4.123ç'de Yavuz'un oluşturduğu paralelkenar çizimi ve Görsel 4.123d'de Sena'nın istenilen alana sahip birden fazla paralelkenar oluşturabildiği görülmektedir.

Görsel 4.123

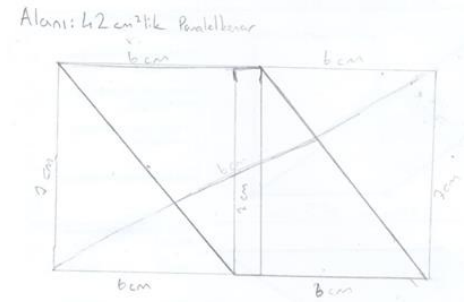
Zuhal, Umay, Şafak, Yavuz ve Sena'nın İstenilen Alana Sahip Paralelkenar Çizimleri



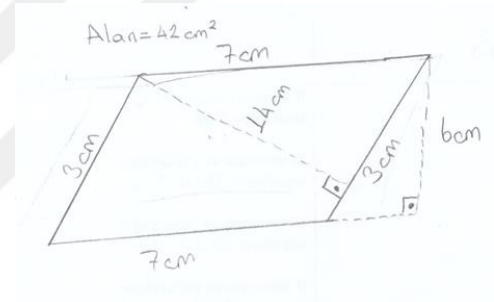
(a)



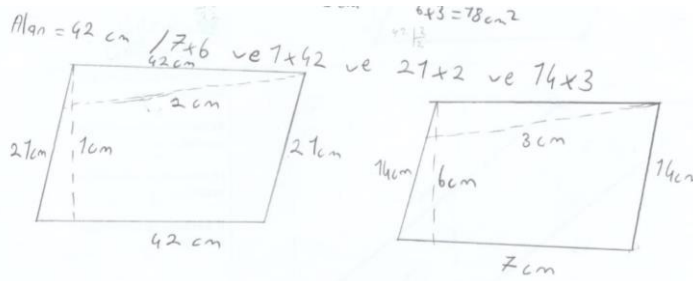
(b)



(c)



(ç)



(d)

Paralelkenarın alanlarını hesaplama etkinliğinde ise Zuhal'in paralelkenar ile dikdörtgen arasında ilişki kurmasına karşın paralelkenarın alanı ölçmede zorluk yaşamıştır. Sınıftaki öğrencilerden benzer zorluk yaşayanların görülmesinden dolayı araştırmacı alan ölçüsü verilen farklı paralelkenarlar oluşturma ve paralelkenarda yükseklik çizimi uygulamaları gerçekleştirmiştir. Odak öğrencilerin çoğunun bireysel ve sınıf tartışmaları ile paralelkenarın alanını hesaplama ve istenilen alana sahip paralelkenarlar oluşturma zihinsel eylemleri yapılandırılmıştır.

Yedinci hafta tahmini öğrenme yörüngesinin uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.32'de sunulmuştur.

Şekil 4.32

Yedinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
• Paralelkenarın tahmininde farklı strateji kullanımı • Paralelkenar ile dikdörtgeni ilişkilendirme • Paralelkenardan dikdörtgen yapılandırma • Paralelkenarda farklı yükseklik çizimleri • Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma • Paralelkenarın alanını hesaplama • Paralelkenarların taban-yükseklik uzunluklarını belirleme • Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturma

Öğretim süreciyle paralelkenarın tahmininde farklı strateji kullanımı, paralelkenar ile dikdörtgeni ilişkilendirme, paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma, paralelkenarda farklı yükseklik çizimleri, paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma, paralelkenarların taban-yükseklik uzunluklarını belirleme ve aynı alana sahip farklı şekiller oluşturma yapılandırılan eylemler/kavramlar olarak gösterilebilir. Öğrencilerin farklı yükseklik çizimlerinde zorlukların devam etmesi üzerine TÖY 8’te paralelkenarda farklı yükseklik çizimlerini ele alan uygulamaların yer verilmesine karar verilmiştir.

4.4.4 Sekizinci hafta öğretim sürecine ilişkin bulgular

Odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular ve araştırma konusu bağlamında ele alınması gereken kavramlar dikkate alınarak TÖY 8 oluşturulmuştur. Ara klinik görüşmelerden elde edilen bulgulara göre sekizinci hafta öğretim dizisi gerçekleştirilmiştir. TÖY 8 kapsamında hazırlanan görev ve etkinliklerin (EK...) içerikleri Tablo 4.20’de sunulmuştur.

Tablo 4.20

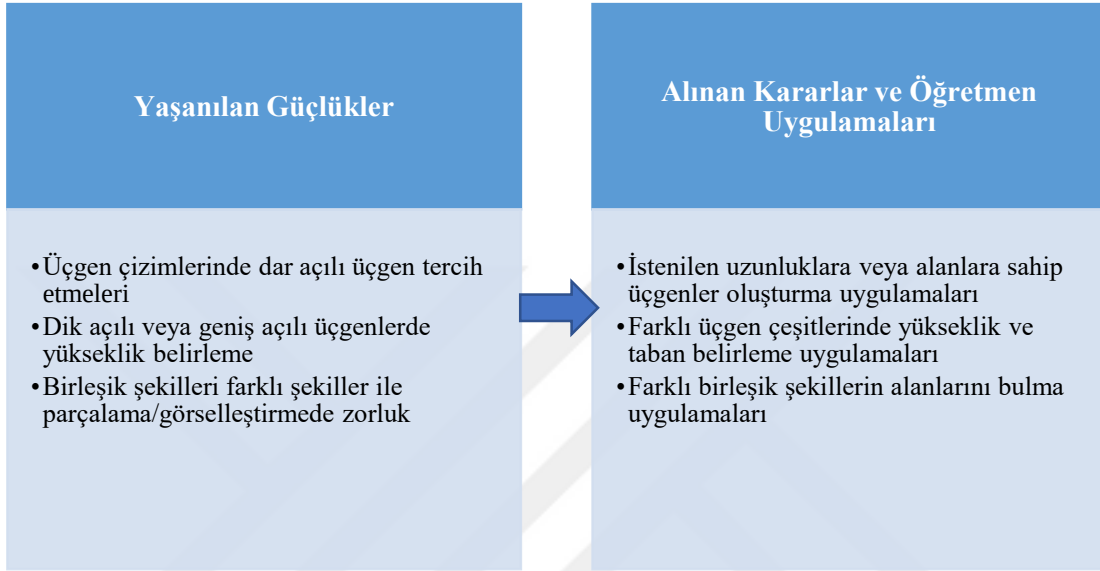
TÖY 8 Kapsamında Hazırlanan Etkinlikler ve Görevler

TÖY 8 Amaç: Üçgenin alan bağıntısını oluşturma ve birleşik şekillerin alanlarını bulma		
	Etkinlik	Görev
Birinci Adım	Üçgen şeklini yapılandırma	• Kareli ve noktalı zemin üzerinde verilen üçgenlerin paralelkenar olarak yapılandırılması ve alan bağıntısını oluşturma
İkinci Adım	Üçgenin alanını hesaplama	• Verilen üçgenlerde yükseklik çizimi, yükseklik uzunluklarını belirleme ve alan hesaplama • İstenilen alanlara uygun üçgenler oluşturma
Üçüncü Adım	Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	• Verilen şekillerin alanlarını bulma

Tablo 4.20’de görüldüğü gibi TÖY 8 kapsamında ele alınan etkinlikler ve görevler bireysel, ve sınıf tartışmaları yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bu süreçte yaşanan güçlükler ve alınan kararlar/öğretmen uygulamaları Şekil 4.33’te sunulmuştur.

Şekil 4.33

Üçgenin Alan Bağıntısını Oluşturma Konulu Sekizinci Hafta Öğretim Süreci



Şekil 4.33’te görüldüğü gibi öğretim sürecinde, üçgen çizimlerinde dar açılı üçgen tercih etmeleri, dik açılı veya geniş açılı üçgenlerde yükseklik belirlemede güçlük yaşamaları, birleşik şekilleri farklı şekiller ile parçalama/görselleştirmede güçlük yaşanan zorluklar arasındadır. Öğretmen bu zorlukları aşmak için istenilen uzunluklara veya alanlara sahip üçgenler oluşturma uygulamaları, farklı üçgen çeşitlerinde yükseklik ve taban belirleme uygulamaları ve farklı birleşik şekillerin alanlarını bulma uygulamaları gerçekleştirmiştir.

Birinci adım olarak üçgen şeklini yapılandırma amacına yönelik kareli ve noktalı zemin üzerinde verilen üçgenlerin paralelkenar olarak yapılandırılması ve alan bağıntısını oluşturma görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinin başında öğrencilerden üçgenlerin alan ölçümlerinin nasıl bulunabileceğine ilişkin fikirlerini paylaşmaları istenmiştir. Daha sonra öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6f) dağıtılmıştır. Etkinlikler önce bireysel gerçekleştirilmiş daha sonra sınıf tartışmaları yapılmıştır. Üçgenlerin alanlarını ölçmeye ilişkin odak öğrenciler merkezde olmak üzere gerçekleştirilen sınıf tartışması aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Peki verilen üçgenin alanını nasıl bulabiliriz?

Sınıf: Üçgeni kareye eşitleyebiliriz. Köşesinden uzatıp tamamlayabiliriz.

(Tahtada çizim yaptı. Sağına ve soluna bir üçgen ekledi. Dikdörtgen oluşturdu.)

Araştırmacı: Alanda değişiklik olur mu?

Umay: Fazladan parça ekledi alan değişir.

Yavuz: Üçgen dik açılı olmadığı için bunu paralelkenara tamamlayabiliriz.

Üçgenin aynısını ters çevirip üçgenin yanına ekleyebiliriz. o zaman paralelkenar çıkar. Bunun da taban ile yüksekliğini çarpınca sonucu vermez çünkü üçgen yarıdır. o yüzden ikiye bölmemiz lazım.

Zuhal: İçindeki kareleri sayarak.

Araştırmacı: Kısa yoldan nasıl yapabiliriz?

Sınıf: Üçgeni ortadan ikiye bölsək bir parçayı sola koysak. (Tahtada çizim yaptı)

Şafak: Hocam o zaman bir dikdörtgen olur.

Sınıf: İçindeki kare sayısını bulmak için kısa kenarı ile uzun kenarını çarparsak.

Sena: Paralelkenar olunca yükseklik çarpı taban yaparız çünkü dikdörtgene tamamlarız. Ondan sonra üçgen de dikdörtgenin yarısı olduğu için ikiye böleriz.

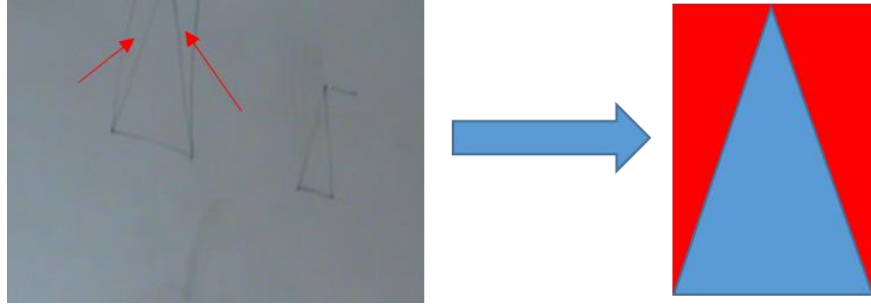
Araştırmacı: Paralelkenara mı tamamlamalıyız dikdörtgene mi?

Sena: Bunu dikdörtgene tamamladık. Paralelkenarda yükseklik ile taban çarpımı dikdörtgende iki dik kenarın çarpımıydı. Çarpma yaptıktan sonra ikiye böleceğiz.

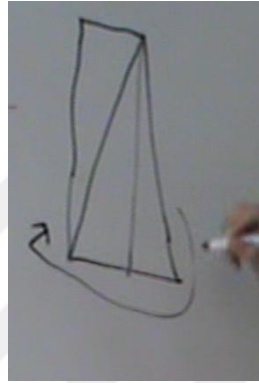
Diyaloğa göre, sınıftan bir öğrencinin Görsel 4.124a’ da görüldüğü gibi üçgenin sol ve sağ taraflarına (kırmızı ok ile gösterilen) birer üçgen ekleme ile bir dikdörtgene tamamladığı görülmektedir. Umay’ın oluşturulan şekle göre fazladan parça eklendiğinde alanın değişeceğinin farkında olduğu, Yavuz’un ise dik açılı üçgen olmadığı için verilen üçgene eş farklı bir üçgenin ters çevrilip eklenerek paralelkenar elde edilebileceğini ve paralelkenarın alanının yarısı ile üçgenin alanının bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmektedir. Araştırmacı tüm üçgenler için geçerli bir yöntemin olup olmadığına ve üçgenin alanının kısa yoldan nasıl bulunabileceğine dikkat çekmiş sınıftan farklı bir öğrenci tahtada çizim yaparak Görsel 4.124a’da görüldüğü gibi üçgeni iki eş parçaya ayırmış ve parçalardan birini sola taşımıştır. Sena ise Görsel 4.124b’deki üçgeni dikdörtgene tamamlandığını ancak paralelkenarın alan bağıntısı ile dikdörtgenin alan bağıntısının ilişkili olduğunu ve paralelkenarın alan bağıntısını açıkladığı görülmektedir.

Görsel 4.124

Üçgen Şeklini Dikdörtgen Olarak Yapılandırma



(a)

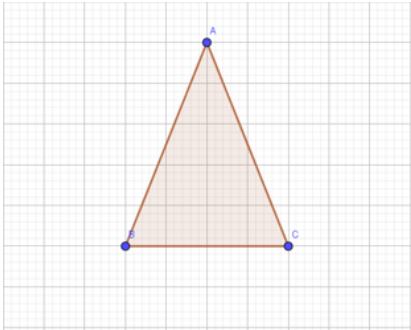


(b)

Araştırmacı ise verilen üçgenin her zaman dikdörtgene dönüştürülemeyeceğini ve tüm üçgenler için geçerli yöntemin paralelkenar olarak yapılandırma olduğunu vurgulamıştır. Görsel 4.125’de verilen üçgenin paralelkenar olarak yapılandırılmasına ve alan ölçümüne ilişkin sınıf tartışması sürdürülmüştür.

Görsel 4.125

Kareli Zeminde Verilen Üçgen Görseli



Araştırmacı: O zaman üçgeni nasıl paralelkenara dönüştürebiliriz? Kareli kağıt üzerinde yapmaya çalışalım.

Şafak: Ters çevirip koyabilirim.

Araştırmacı: Parça değişimi yapabilirsiniz. Üçgenin üzerine 1 diyelim. bu üçgenin alanını nasıl bulabiliriz?

Sınıf: (Tahtada çizim yaptı)

Araştırmacı: Bu üçgen ile paralelkenarın alanı hakkında ne diyebilirsiniz?

Zuhal: Eşittir. (tüm sınıf eşit mutabık)

Araştırmacı: Burada üçgenin hangi uzunluğu değişmiştir?

Yavuz: Üçgenin tabanı yarıya indi.

Araştırmacı: Üçgenin herhangi bir kenarında değişiklik yapmadan kenarını taban kabul eden bir paralelkenar oluşturabilir misiniz?

Yavuz: (Tahtada çizim yaptı)

Araştırmacı: İlk üçgen ile paralelkenarın alanı hakkında ne diyebilirsiniz? (Odak öğrenciler dahil hepsi hayır dedi. Eşit değil.)

Araştırmacı: Neden aynı değil?

Sena: Yeni bir parça ekledik.

Sınıf: Parça ekleme yaptık aynı olmaz.

Araştırmacı: Bu iki üçgenin alanı hakkında ne diyebilirsiniz?

Sınıf: Bir üçgenin alanını 2 ile çarpınca paralelkenarın alanını buluruz.

Şafak: Paralelkenarın alanını bulursak yarısı da ilk üçgeni verir.

Sınıf: Yükseklik çarpı taban yapmalıyız.

Sınıf: Paralelkenarın yarısına böleriz.

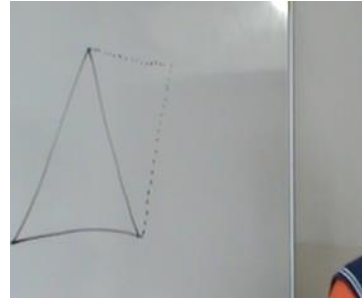
Diyaloğa göre, Şafak'ın üçgeni paralelkenar olarak yapılandırırken eş üçgenlerin kullanılabileceğinin farkında olduğu ve sınıftan farklı bir öğrencinin ise verilen üçgene eş bir üçgen ekleme yapmadan parça değişimiyle paralelkenar şeklini yapılandığı görülmektedir. Görsel 4.126a'da oluşturulan üçgen ile paralelkenarın alanlarının eş olduğu konusunda öğrencilerin mutabık kaldıklarının görülmesi üzerine, araştırmacı oluşturulan üçgenin hangi uzunluklarının değiştiğine dikkat çekmiş, Yavuz ise üçgenin kenar uzunluğunun yarısının paralelkenarın tabanı olduğunu fark etmiş ve beyaz tahtada Görsel 4.126b'de görüldüğü gibi verilen üçgeni paralelkenar olarak yapılandırabilmiştir. Odak öğrenciler de dahil tüm sınıftaki öğrencilerin üçgen şeklinin paralelkenar şekli olarak yapılandırılması gerektiği ve paralelkenarın alanının yarısının üçgenin alanını vereceği konusunda hemfikir oldukları görülmüştür.

Görsel 4.126

Öğrencilerin Üçgeni Paralelkenar Olarak Yapılandırma Eylemleri



(a)

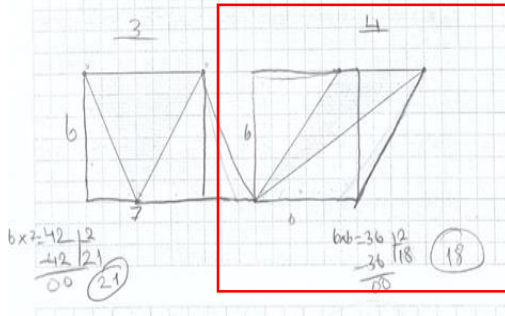


(b)

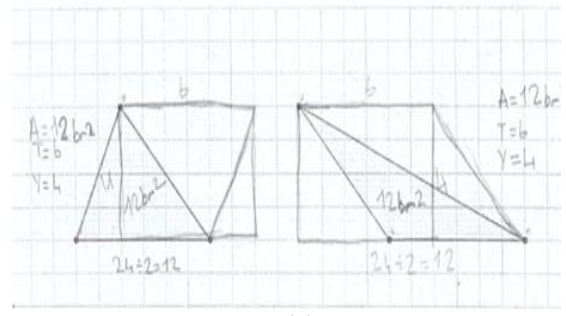
Üçgenin paralelkenar olarak yapılandırılması gerekliliğine ilişkin sınıf tartışmasının tamamlanmasının ardından, öğrencilerden kareli zeminde verilen üçgenleri paralelkenar olarak yapılandırmaları ve paralelkenara ait taban ile yüksekliği belirlemelerini bireysel olarak gerçekleştirmeleri istenmiştir. İlk görev etkinliği sürecinde odak öğrenciler ile araştırmacı arasında üçgenlerin alan ölçümlerinin nasıl bulunabileceğine ilişkin bireysel diyaloglar gerçekleştirilmiş, Şafak “Paralelkenarın yarısı olduğu için paralelkenarın alan formülünden yararlanabiliriz.” Sena “Taban çarpı yükseklik bölü 2.” ve Zuhail ise “Yükseklik ile tabanı çarpıp 2 ye böleriz.” açıklamalarında bulunmuştur. Görsel 4.127a’da Zuhail’in, Görsel 4.127b’de Sena’nın, Görsel 4.127ç’de Şafak’ın ve Görsel 4.127d’de Yavuz’un tüm verilen üçgenleri paralelkenar olarak yapılandırabildikleri, paralelkenarların taban- yükseklik uzunluklarını belirleyebildikleri ve paralelkenar alanının yarısı ile üçgenlerin alan ölçümlerini hesaplayabildikleri görülmektedir. Görsel 4.127c’de ise Umay’ın (kırmızı işaretli) geniş açılı bir üçgeni paralelkenar olarak yapılandırmada karmaşa yaşamasından ötürü paralelkenarın taban uzunluğunu hatalı belirlemiş ve üçgenin alanını hatalı hesaplamıştır. Diğer üçgenlerin paralelkenar olarak yapılandırılmasında ve alan ölçümlerinde hata görülmemiştir. Ayrıca Umay ve Şafak’ın üçgen, paralelkenar ve dikdörtgen şekillerini ilişkilendirerek çizimler yaptıkları da görülmüştür.

Görsel 4.127

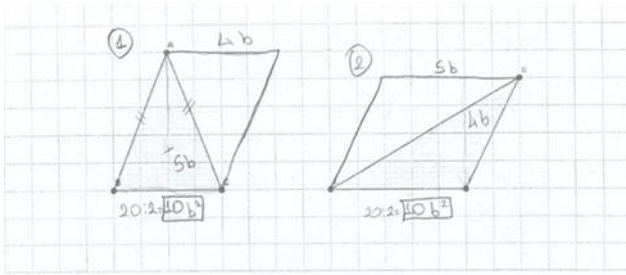
Odak Öğrencilerin Üçgenleri Yapılandırma ve Alan Ölçümlerine İlişkin Eylemleri



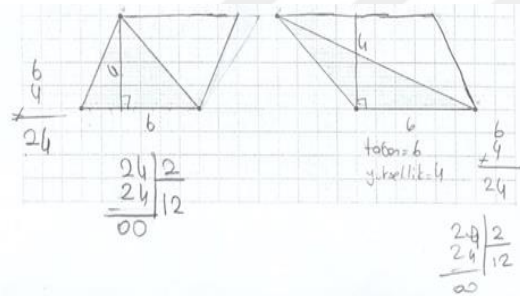
(c)



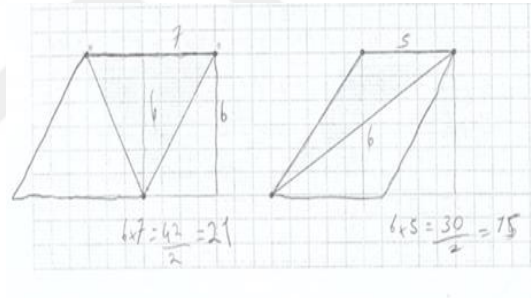
(ç)



(d)



(a)



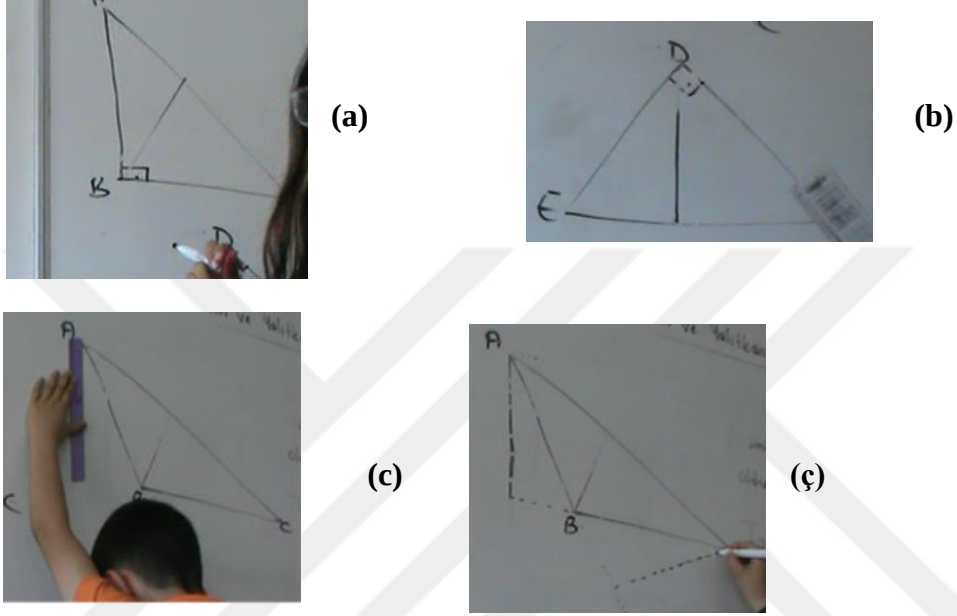
(b)

Odak öğrencilerden sadece Zuhail ve sınıftaki bazı öğrencilerin dik açılı ve geniş açılı üçgenlerde yükseklik çiziminde zorlandıklarının fark edilmesi üzerine, araştırmacı beyaz tahtaya bir dik açılı üçgen çizimi yapmış ve “ Dik açılı bir üçgen olduğunda yükseklik çizimi nasıl olur? [BC] kenarına ait yükseklik?” sorusunu yöneltmiştir. Yavuz “ AB kenarı olur.” yanıtını verirken, Sena ise “AB kenarına ait BC kenarı olur” yanıtını vermiştir. Görsel 4.128a’da Zuhail’in ve Görsel 4.128b’de sınıftan farklı bir öğrencinin yükseklik çizimleri verilmiştir. Öğrencilerin dik açılı üçgenlerde üçgenin dik kenarlarının yükseklik olabileceği konusunda hemfikir oldukları görüldükten sonra geniş açılı üçgende yükseklik çizimine dikkat çekilmiştir. Umay “BC kenarın ait ise A’dan çizmeliyiz. İçeriden olmuyor.” açıklamasını yapmış ve Görsel*c’de geniş açılı üçgende dışarıdan yükseklik çizimi yapabildiği görülmektedir. Sınıftan farklı bir öğrenci “Karşı

köşesinden çizmeliyiz.” ve Sena ise “C köşesinden çizmeli. Yine dışarıdan çizebiliriz.” açıklamasını yapmıştır. Yavuz’un ise Görsel 4.128ç’de geniş açılı üçgende dışarıdan yükseklik çizimi yapabildiği görülmektedir.

Görsel 4.128

Dik ve Geniş Açılı Üçgenlerde Yükseklik Çizimleri



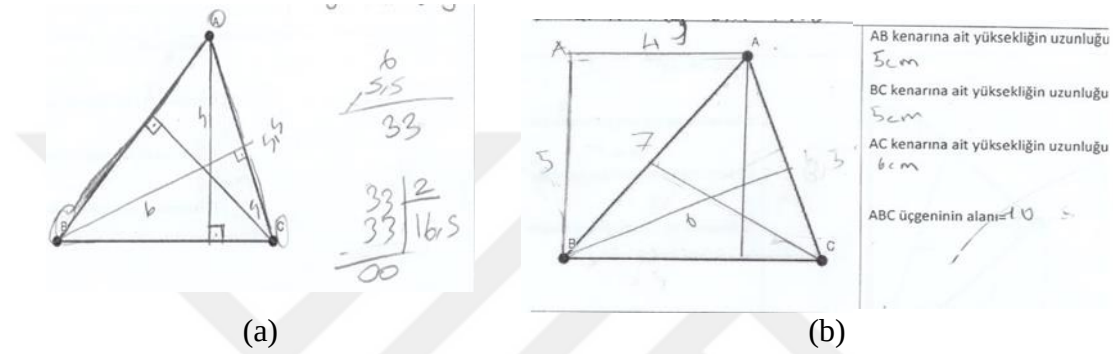
Üçgen şeklini yapılandırma etkinliğinde, her üçgenin dikdörtgen olarak yapılandırılabilceği ile üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı fikrine sahip olmaları ve farklı üçgenlerde yükseklik çizimlerinde güçlük yaşamaları yaşanan zorluklar arasındadır. Araştırmacı farklı yükseklik çizimleri uygulamaları ile müdahalelerde bulunmuştur. Bireysel çalışmalar ve sınıf tartışmaları ile tüm üçgenler için geçerli yöntemin paralelkenarı yapılandırma olduğu ve üçgenin bir kenarını taban kabul eden paralelkenarlar oluşturarak üçgenin alan bağıntısını oluşturmaları yapılandırılan eylemlerdir.

İkinci adım olarak üçgenin alanını hesaplama amacına yönelik verilen üçgenlerde yükseklik çizimi, yükseklik uzunluklarını belirleme ve alan hesaplama görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere göreve uygun gerçekleştirecekleri etkinlik kâğıdı (Bkz. EK-6f) dağıtılmıştır ve bireysel gerçekleştirmeleri istenmiştir. Odak öğrencilerden Zuhal ve Umay’ın üçgende farklı yükseklik çizimlerinde zorlandıkları görülürken, üçgende istenilen uzunlukları bulmada odak öğrencilerin tümünde taban ve yükseklik uzunluklarını belirlemede tam sayıları tercih ettikleri ve kenar uzunluklarını yuvarlayarak

alan ölçümünde kullandıkları görülmüştür. Odak öğrencilerden sadece Umay'ın dar açılı üçgeni dikdörtgen olarak yapılandığı, dikdörtgenin alan formülünün yarısı ile üçgenin alanını hatalı bulduğu görülmüştür. Umay hariç diğer öğrencilerin alan ölçümünde üçgenin alan bağıntısını kullandıkları görülmüştür. Odak öğrenciler için Görsel 4.129a'da Zuhâl'e ve Görsel 4.129b'de Umay'a ait dar açılı üçgenlerde yüksekliği belirleme ve alan ölçümüne ilişkin eylemleri örnek olarak verilmiştir.

Görsel 4.129

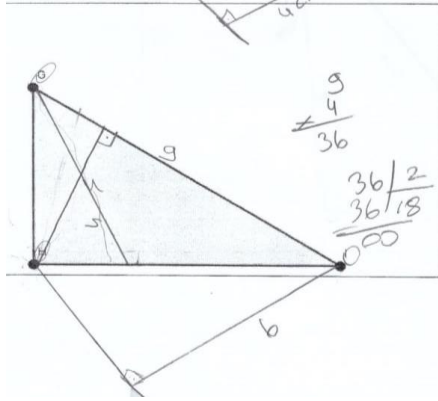
Zuhâl ve Umay'a ait Dar Açılı Üçgenlerde Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri



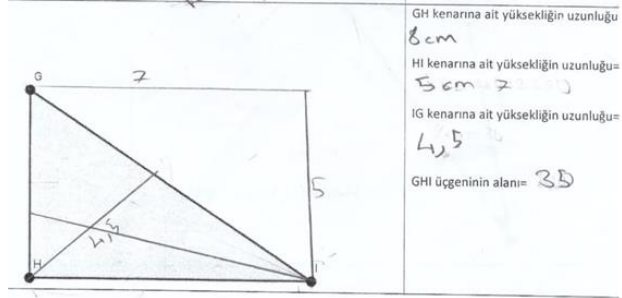
Dik açılı üçgende yükseklik belirleme ve alan ölçümüne ilişkin Sena ve Yavuz'un dik açılı üçgenin yükseklik ve taban uzunluklarını belirledikleri ve alan ölçümü için alan bağıntısını kullandıkları görülmüştür. Şafak'ın ise Görsel 4.130c'de dik üçgeni dikdörtgene tamamladığı ve dikdörtgenin alan formülünün yarısı ile üçgenin alanını bulduğu görülmektedir. Zuhâl'in Görsel 4.130a'da üçgenin en uzun kenarına yükseklik çizebildiği görülürken, dik kenarlara ait yüksekliğin uzunluğunu belirlemede zorluk yaşadığı görülmüştür. Ayrıca Zuhâl'in üçgenin alan ölçümünde alan bağıntısını kullandığı görülmesine karşın taban olarak kabul ettiği üçgenin kenarını hatalı ölçtüğünden alan ölçümünü de hatalı bulmuştur. Umay Görsel 4.130b'de görüldüğü gibi dik üçgenin dik kenar uzunluklarını doğru belirlemesine karşın üçgeni bir dikdörtgene tamamlamış ve dikdörtgenin kenar uzunluklarını hatalı ölçtüğünden alan ölçümünü hatalı bulmuştur.

Görsel 4.130

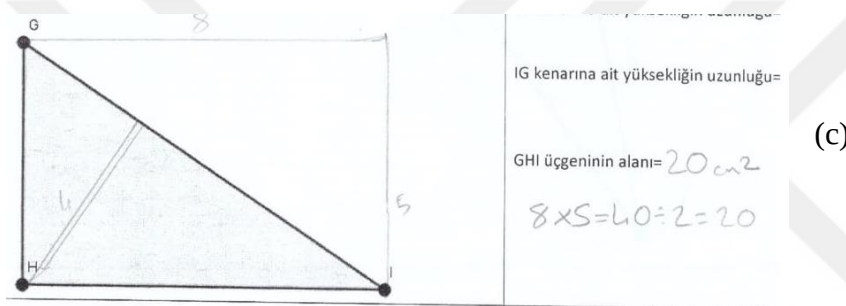
Zuhal, Umay ve Şafak'ın Dik Açılı Üçgenlerde Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri



(a)



(b)

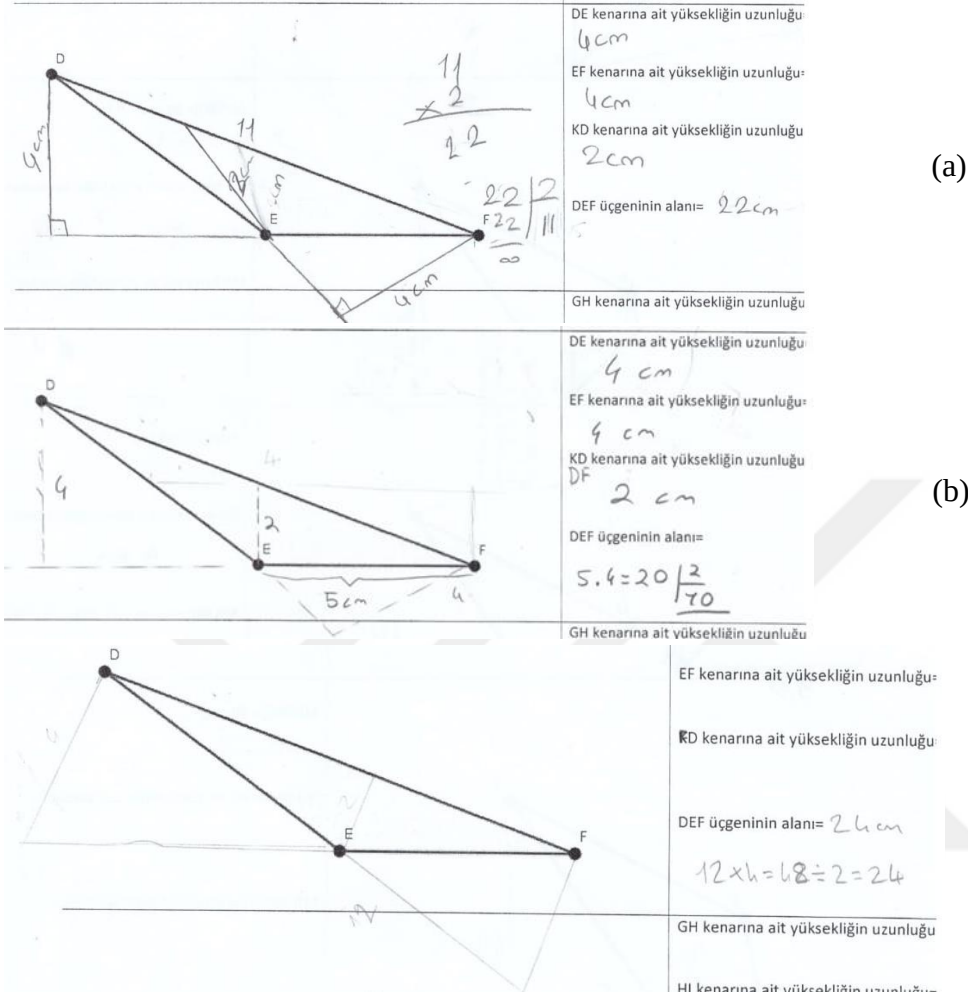


(c)

Geniş açılı üçgende yükseklik belirleme ve alan ölçümüne ilişkin odak öğrencilerin tümünün geniş açılı üçgende dışarıdan yükseklik çizimi yapabildikleri görülmüştür. Ancak Görsel 4.131a'da Zuhal'in ise [DF] kenarına ait yüksekliği çizmekte zorlandığı ve taban uzunluğunun hatalı ölçümünden dolayı üçgenin alan ölçümünü de hatalı bulduğu görülmektedir. Şafak'ın Görsel 4.131b'de dışarıdan yükseklik çizimlerinde dikdörtgene tamamlamaya odaklı olması üçgenin taban uzunluğunu belirlemede karmaşa yaşamasına ve alan ölçümünü hatalı bulmasına sebep olmuştur. Sena, Umay ve Yavuz'un üçgenin bir kenarını taban kabul eden yüksekliklerin uzunluklarını belirleyebildiği ve alan ölçümü için alan bağıntısını kullandıkları görülmüştür. Görsel 4.131c'de Sena'nın yükseklik belirleme ve alan ölçümüne ilişkin eylemleri örnek olarak verilmiştir.

Görsel 4.131

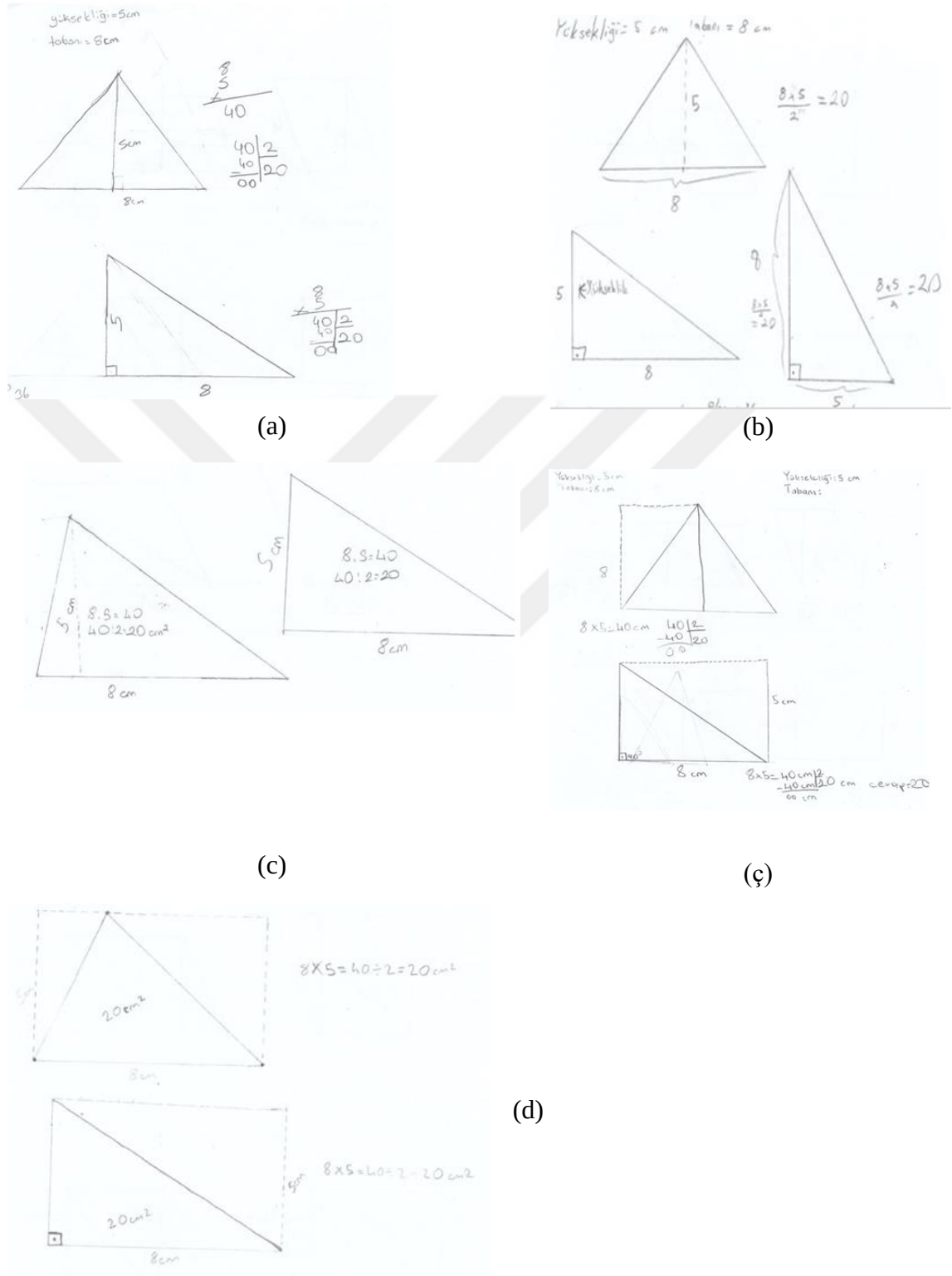
Zuhal, Şafak ve Sena'nın Geniş Açılı Üçgende Yükseklik Belirleme ve Alan Ölçümleri



Araştırmacının sınıftaki bazı öğrencilerin zorluk yaşadığını gözlemlemesi üzerine, ek olarak verilen uzunluk bilgilerine göre üçgen oluşturma ile alanlarını hesaplama ve alan ölçüsü verilen üçgeni oluşturma görevleri gerçekleştirilmiştir. İlk olarak öğrencilerden taban uzunluğu 8 cm ve bu tabana ait yüksekliği 5 cm olan bir üçgen oluşturmaları istenmiştir. Odak öğrencilerin tümünün istenilen uzunluklara sahip dar ve dik açılı üçgenler oluşturabildikleri ve üçgenlerin alanlarını hesaplayabildikleri görülmüştür. Görsel 4.132a'da Zuhal'in, Görsel 4.132b'de Sena'nın ve Görsel 4.132c'de Yavuz'un alan bağıntısı ile Görsel 4.132ç'de Umay'ın ve Görsel 4.132d'de Şafak'ın dikdörtgen yapılandırma ile üçgenlerin alanlarını hesapladıkları görülmektedir.

Görsel 4.132

Odak Öğrencilerin Dar ve Dik Açılı Üçgen Çizimleri

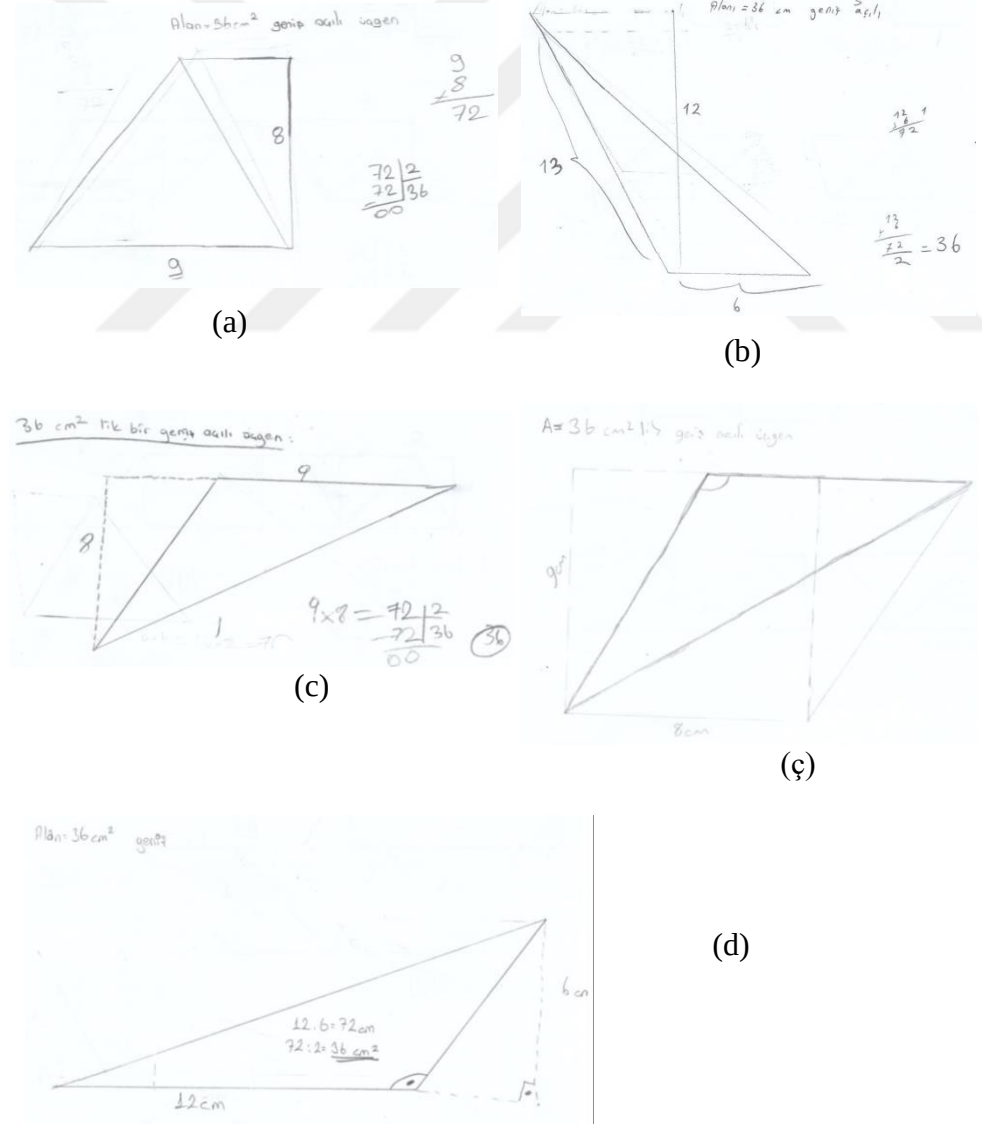


Öğrencilerin istenilen uzunluklara sahip dar ve dik açılı üçgen oluşturmalarının ardından araştırmacı alanı 36 cm^2 olan geniş açılı bir üçgen oluşturmalarını istemiştir. Odak öğrencilerden Sena, Umay, Şafak ve Yavuz'un verilen alan ölçüsüne sahip geniş açılı

üçgen oluşturabildikleri görülmüştür. Ancak Zuhal'in Görsel 4.133a'da geniş açılı üçgen oluşturamadığı, şeklin taban uzunluğunun geniş olmasını geniş açılı üçgen olarak kabul ettiği, yüksekliği 8 cm ve tabanı 9 cm olan bir dar açılı üçgen çizimi yaptığı ve alan bağıntısı ile alan ölçümünü doğruladığı görülmektedir. Görsel 4.133b'de ise Sena'nın taban uzunluğu 6 cm ile yükseklik uzunluğu 12 cm, Görsel 4.133c'de Umay'ın taban uzunluğu 9 cm ile yükseklik uzunluğu 8 cm, Görsel 4.133ç'de Şafak'ın paralelkenar yapılandırma ile taban uzunluğu 8 cm ile yükseklik uzunluğu 9 cm ve Görsel 4.133d'de Yavuz'un taban uzunluğu 6 cm ile yükseklik uzunluğu 12 cm olan üçgen çizimleri görülmektedir.

Görsel 4.133

Odak Öğrencilerin İstenilen Alana Sahip Geniş Açılı Üçgen Çizimleri



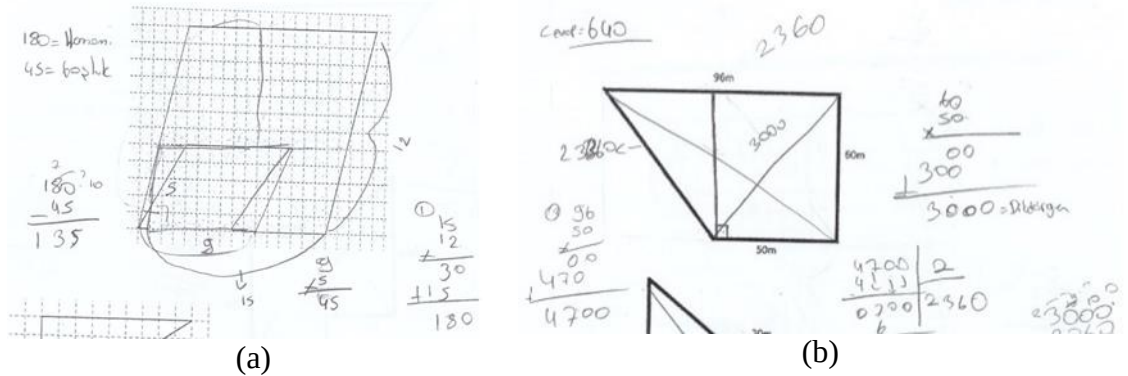
Üçgenin alanını hesaplama etkinliğinde, öğrencilerin üçgende farklı yükseklik çizimlerinde ve üçgende yükseklik-taban belirlemede karmaşa yaşamaları yaşanan zorluklar arasındadır. Araştırmacı ek olarak istenilen ölçülere sahip farklı üçgenler oluşturma uygulamaları ile müdahalede bulunmuştur. Bireysel çalışmalar ile üçgende yükseklik çizimi, taban ve tabana ait yükseklik belirleme, istenilen ölçülere sahip farklı üçgenler oluşturabilme ve üçgenin alanını hesaplayabilme eylemleri yapılandırılmıştır.

Yaşanan güçlükler arasında öğrencilerin üçgen çizimlerinde dar açılı üçgen tercih etmeleri, dik açılı veya geniş açılı üçgenlerde yükseklik belirlemenin olduğu söylenebilir.

Üçüncü adım olarak birleşik şekillerin alanlarını hesaplama amacına yönelik verilen verilen şekillerin alanlarını bulma görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin birleşik şekillerden parçalama ile farklı şekiller elde ettikleri, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen şekillerinin alan bağıntılarını kullandıkları, birleşik şekilleri dikdörtgen veya kare gibi şekillere tamamladıkları ve alan korunumuna dikkat ettikleri görülmüştür. Ancak odak öğrencilerin birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada farklı strateji kullanımları görülse de işlemsel hatalardan kaynaklı hatalı alan hesaplamalarının olduğu da görülmüştür. Odak öğrencilerden Zuhâl'in birleşik şekilleri parçalayarak farklı şekiller elde etmede zorluk yaşadığı görülmüştür. Zuhâl'in birleşik şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin gerçekleştirdiği eylemler, Görsel 4.134'de iki örnek ile gösterilmiştir. Görsel 4.134a'da paralelkenarın alan bağıntısını kullanarak toplam alandan boş kısmın alanını çıkardığı, Görsel 4.134b'de parçalama stratejisi ile farklı şekiller elde ettiği ve dikdörtgenin alan formülünü kullandığı ancak üçgenin alanını hatalı hesapladığı görülmektedir.

Görsel 4.134

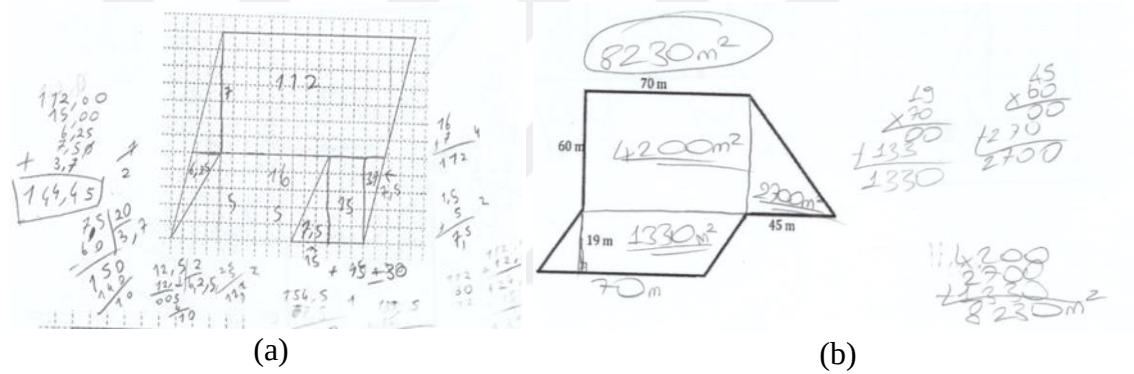
Zuhâl'in Birleşik Şekillerin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Sena, Umay, Şafak ve Yavuz'un birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada geometrik şekillerin parçalanabileceği fikrine sahip oldukları, parçalama stratejisini kullanarak paralelkenar, dikdörtgen ve üçgen şekillerini elde edebildikleri, verilen uzunluklardan yararlanarak şekillerin alan hesaplamasında gerekli uzunlukları bulabildikleri ve dikdörtgen, paralelkenar ve üçgenin alan bağıntılarını kullandıkları görülmüştür. Sena ve Yavuz'un verilen tüm birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada parçalama stratejisini kullandıkları ve elde ettikleri şekillerin alanlarını alan bağıntıları ile hesaplayarak toplam alanı buldukları gözlemlenmiştir. Sena'nın Görsel 4.135a'da ve Yavuz'un Görsel 4.135b'de birleşik şekillerin alanlarını bulmaya ilişkin eylemleri birer örnek ile verilmiştir.

Görsel 4.135

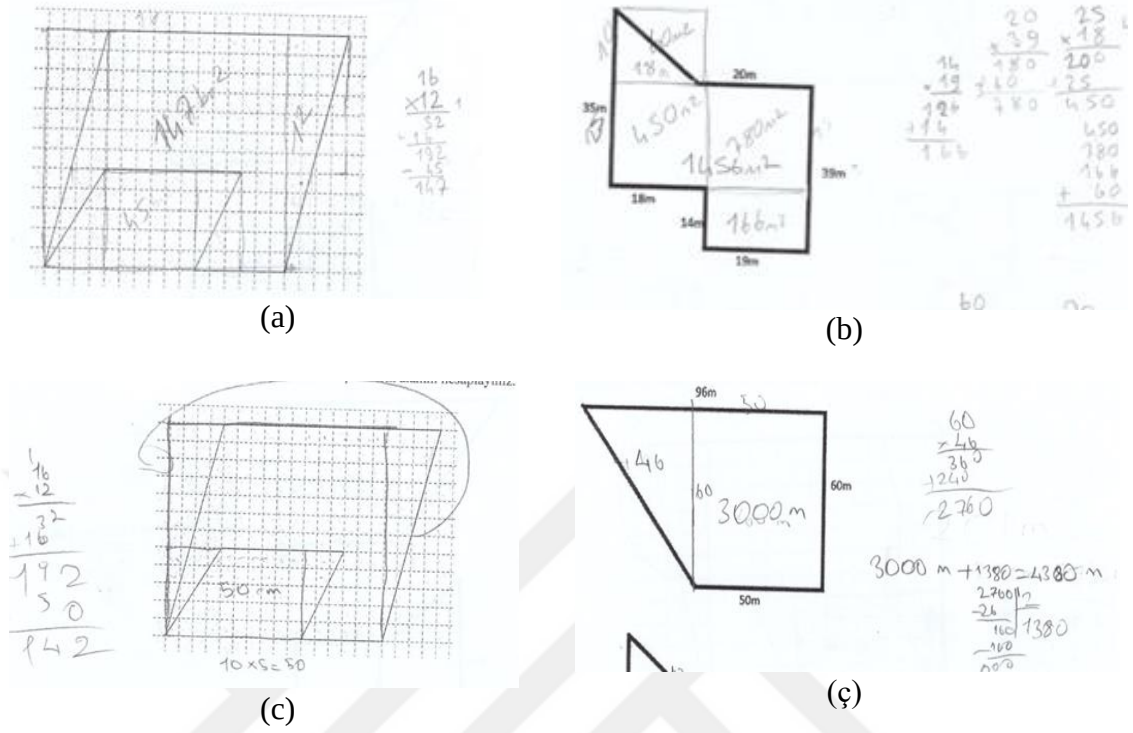
Sena ve Yavuz'un Birleşik Şekillerin Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri



Şafak'ın sadece Görsel 4.136a'da paralelkenarın alan ölçümünü alan bağıntısı ile bulduğu ve toplam alandan boş kısmın alanını çıkardığı, Görsel 4.136b'de diğer birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada ise parçalama stratejisini kullandığı ve elde ettiği şekillerin alanlarını alan bağıntıları ile hesaplayarak toplam alanı bulduğuna ilişkin örnek görülmektedir. Umay'ın Görsel 4.136c'de birinci şekilde paralelkenarın alanını hesapladığı ve boş kısmın alanını çıkardığı, diğer şekillerin alanını ise hatalı hesapladığı görülmüştür. Görsel 4.136ç'de ise verilen şekli parçalamış, dikdörtgenin alanını bulmuş ancak üçgenin alanını hesaplamada hata yapmıştır.

Görsel 4.136

Şafak ve Umay'ın Birleşik Şekillerin Alanlarını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri



Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama etkinliğinde öğrencilerin çoğunun farklı stratejilerle şekillerin alanlarını hesaplayabildikleri görülmüştür. Sadece Zuhal'in birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada güçlük yaşaması zorluklar arasındadır. Araştırmacı farklı birleşik şekillerin alanlarını bulma uygulamaları gerçekleştirerek müdahaleler de bulunmuştur. Odak öğrencilerin çoğunun birleşik şekillerin alanlarını hesaplayabilmeleri ve farklı şekillerin alan bağıntıları ile ilişki kurabilmeleri yapılandırılan eylemlerdir.

Sekizinci hafta tahmini öğrenme yörüngesinin uygulama süreci sonunda öğrencilerin yapılandığı gözlenen eylemler/kavramlar Şekil 4.34'te sunulmuştur.

Şekil 4.34

Sekizinci Hafta Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar

Yapılandırıldığı Gözlenen Eylemler/Kavramlar
•Üçgeni paralelkenar olarak yapılandırma •Paralelkenarın alan bağıntısı ile üçgenin alan bağıntısını oluşturabilme •Paralelkenar ve üçgende farklı yükseklik çizimleri yapabilme •Birleşik şekillerden farklı şekiller elde etme •Birleşik şekillerde farklı stratejilerle alanı hesaplama •Birleşik şekillerde dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen bağıntılarını kullanma

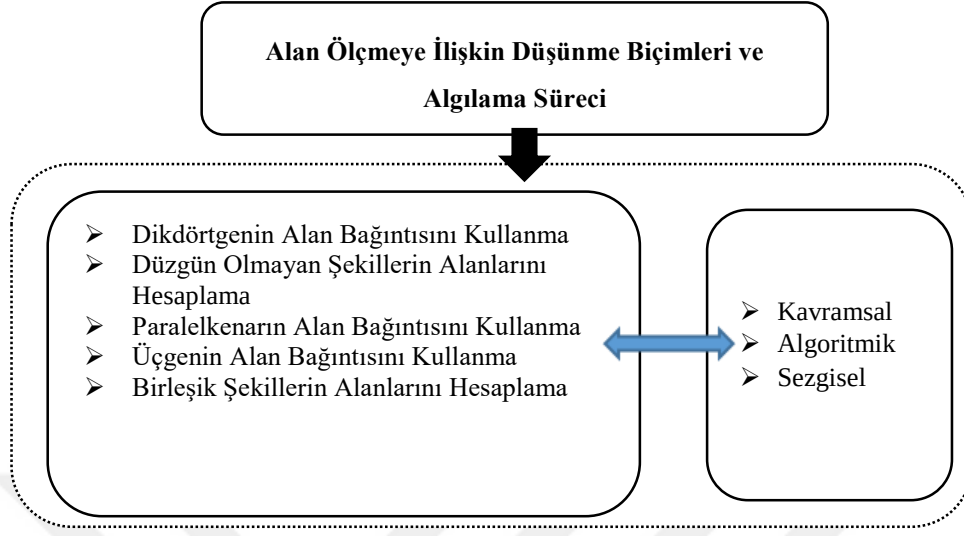
Şekil 4.34’te görüldüğü gibi, öğretim süreciyle üçgeni paralelkenar olarak yapılandırma, üçgenin alan bağıntısını oluşturabilme, paralelkenar ve üçgende farklı yükseklik çizimleri yapabilme, birleşik şekillerden farklı şekiller elde etme ve birleşik şekillerin alanlarını farklı stratejilerle ile hesaplama ve birleşik şekillerde dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen bağıntılarını kullanma yapılandırılan eylemler/kavramlar arasındadır.

4.5 Son Klinik Görüşmeye İlişkin Bulgular

Ara klinik görüşmeler tamamlandıktan sonra dört tahmini öğrenme yörüngesinin öğretim süreci gerçekleştirilmiştir. Odak öğrencilerin öğretim süreçleri boyunca alan ölçmeye ilişkin tartışılan noktaları nasıl yapılandırdıklarını anlamak, kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerindeki gelişimlerini incelemek amacıyla son klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son klinik görüşme soruları ile yüksek başarı düzeyine sahip iki, orta başarı düzeyine sahip iki ve düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin öğretim deneyi sürecinde alan ölçmeye ait düşünme biçimleri ve algısal süreçlerine yönelik nasıl gelişim gösterdiğini incelemek mümkün olacaktır. Son klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular Şekil 4.35’de sunulan tema ve alt temalar üzerinden beş öğrencinin yaklaşımıyla sunulmuştur. Öğrencilerin kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçleri en yüksek düzeyden en düşük düzeye sırasıyla 3, 2, 1 şeklinde ifade edilmiştir.

Şekil 4.35

Son Klinik Görüşme Verilerine İlişkin Tema ve Alt Temalar



Odak öğrencilerin son klinik görüşme sorularına verdiği yanıtlar ve yapılan analizler sonucunda kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreçlerine göre dikdörtgenin alan bağıntısını kullanma düşünme biçimine ilişkin bulguları Tablo*’da sunulmuştur.

Tablo 4.21

Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşme Bulguları

Alan Ölçmeye İlişkin Düşünme Biçimleri ile Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreçleri	
Düşünme Biçimleri	Algılama Süreçleri
Dikdörtgenin alanını ölçme	
✓ Tahminde • Birim tekrarlama (Y, S) • Formül kullanma (Y, Ş, S) • Karşılaştırma (Ş) • Gözünde canlandırma (U) • Birim kareyi referans alma (Z) ✓ Alanı hesaplamada • Alan formülünü kullanma (Y, Ş, S, U, Z) • Çizim (Z)	K3 (Y, Ş, S, U, Z) A3 (Y, Ş, S) S3 (Y, Ş, S) S2 (U, Z)
✓ Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma • Alan formülünü kullanma (Y, Ş, S, U, Z) • Çevre uzunlukları farklı (Y, Ş, S, U, Z) • Çevre= (kısa kenar + uzun kenar).2 (Y, Ş, S, U) • Çevre = Kenar uzunluklarının toplamı (Z)	K3 (Y, Ş, S, U, Z) A3 (Y, Ş, S, U, Z)

Tablo 4.21 (Devam)*Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşme Bulguları*

✓ Farklı birim karelerle alan ölçme - Tahmin • Parçalama (Y) • Gözünde canlandırma (Y) • Formül kullanma (Y) • Birim kareyi referans alma (Ş, S, U, Z) - Alanı hesaplama • Parçalama (Y, S, U) • Alan formülünü kullanma (Y, S) • Birim karenin alanı x birim kare sayısı (Ş, U) • Dikdörtgene tamamlama (Z) • Birim kare çizimi (U, Z) • Birim karenin alanında karmaşa (U, Z)	K3 (Y, Ş, S) K2 (U, Z) A3 (Y, Ş, S) A2 (U, Z) S3 (Y) S2 (Ş, S, U, Z)
Düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	
✓ Tahmin • Görselleştirme (Y) • Birim tekrarlama (Y) • Formül kullanma (Y) • Gözünde canlandırma (Ş) • Parçalama (S) • Birim kareyi referans alma (S) • Rastgele tahmin (Z) • Tahmin yok (U) ✓ Alanı hesaplama • Parçalama (Y, S,) • Düzgün şekiller elde etme (Y, S) • Dik. alan formülünü ve üçgenin alan bağıntısını kullanma (Y, S) • Dikdörtgene tamamlama (Ş, U) • Satır-sütun yapılandırma (Ş, U, Z) • Satır-sütun çarpımı (U) • Birim kareleri sayma (Ş, Z)	K3 (Y, Ş, S, U, Z) A3 (Y, Ş, S, Z) A2 (U) S3 (Y, S) S2 (Ş, Z) S1 (U)
Paralelkenarın alanını ölçme	
✓ Paralelkenar oluşturma • Şekil bilgisini kullanma (Y, Ş, S, U, Z) • Prototip paralelkenar çizimi (Y, • Tahmin ▪ Gözünde canlandırma (Y, S, U) ▪ Formül kullanma (Y) ▪ Dik. yapılandırma ve referans noktası kullanma (Ş) ▪ Rastgele tahmin (Z) • Alanı hesaplamada ▪ Dikdörtgen yapılandırma (Y, Ş, S, U) ▪ A= yükseklik x taban (Y, S) ▪ Dik. alan formülü kullanma (Ş, U) ▪ Dik. alan formülünü genelleme (Z)	K3 (Y, Ş, S, U) A3 (Y, S) A2 (Ş, U) A1 (Z) S3 (Ş, S, U) S2 (Y) S1 (Z)

Tablo 4.21 (Devam)

Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşme Bulguları

✓ Paralelkenarın alanını hesaplama • Tahminde ▪ Karşılaştırma (Y, U) ▪ Referans noktası kullanma (Ş) ▪ Gözünde canlandırma (S, U, Z) ▪ Formül kullanma (Y, S, U) • Alanı hesaplamada ▪ A= yükseklik x taban (Y, S, ▪ Dik. yapılandırma ve alan formülünü kullanma (Ş, U) ▪ Dik. alan formülünü genelleme (Z)	K3 (Y, Ş, S, U) K1 (Z) A3 (Y, S) A2 (Ş, U) S3 (Y, Ş, U) S2 (S) S1 (Z)
✓ Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturma • A= yükseklik x taban (Y, S, U) • Dik. yapılandırma ve alan formülünü kullanma (Ş) • Farklı paralelkenarların taban ve yükseklik uzunluğunu belirleme (Y, Ş, S, U) • Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleme (Y,Ş, S, U) • Dik. alan formülünü genelleme (Z)	K3 (Y, Ş, S, U) K1 (Z) A3 (Y, S, U) A2 (Ş) A1 (Z)
Üçgenin alanını ölçme	
✓ Üçgenin alanını hesaplama • Paralelkenar yapılandırma (Y) • Alan bağıntısını kullanma (Y, Ş, S, U, Z) • Dikdörtgen yapılandırma (U)	K3 (Y, Ş, S) K2 (U, Z) A3 (Y, S, Z) A2 (Ş, U) S2 (U)
✓ Aynı alana sahip farklı üçgenler oluşturma • Alan bağıntısını kullanma (Y,Ş, S, U, Z) • Dikdörtgen yapılandırma (Y, U) • Paralelkenar yapılandırma (Y, Ş, S)	K3 (Y, Ş, S) K2 (U, Z) A3 (Y, Ş, S, Z) A2 (U)
Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	
• Parçalama stratejisi (Y, Ş, S, • Dikdörtgene tamamlama (U, Z) • Dikdörtgenin alan formülünü kullanma (Y, Ş, S, U) • Paralelkenarın alan bağıntısını kullanma (Y, Ş, S) • Üçgenin alan bağıntısını kullanma (Y, Ş, S)	K3 (Y, Ş, S) K2 (U) K1 (Z) A3 (Y, Ş, S) A2 (U) A1 (Z) S3 (Y, Ş, S) S2 (U) S1 (Z)

4.5.1 Dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular

Tablo 4.21’de görüldüğü gibi verilen dikdörtgen şeklinin alanını tahmin etmeleri istendiğinde, Yavuz, Şafak ve Umay’ın dikdörtgenin kenar uzunluklarını farklı stratejiler ile tahmin ettikten sonra çarpım yaptığı; Sena ve Zuhale’in ise birim kareyi referans alarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptıkları görülmüştür. Yavuz parmak aralıklarıyla, Şafak parmak uzunluğuyla ve Umay ise göz kararı dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin etmiştir. Yavuz nasıl tahmin ettiğine ilişkin “Kısa ve uzun

kenarının alanını göz kararı tahmin ettim. Kısa kenarı 4 cm, uzun kenarı 7 cm. Tahmin 28 cm^2 açıklamasında bulunmuştur. Yavuz'un bu açıklamasına göre dikdörtgenin alanını tahminde parmak aralıklarıyla kenar uzunluklarını tahmin etmesi önceki bilgiyi kullanma, göz kararı ifadesi ancak oldukça yakın tahmin etmesi gözünde canlandırmaya ve çarpım yapması ise formül kullanma stratejisine işaret etmektedir. Şafak ise nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Tahmin etmek için parmağımı kullanabilirim. (Cetvele parmağını yerleştiriyor) Parmağımın yaklaşık ölçüsü 6 cm. Burası 5 cm dir. Yaklaşık 10 cm olabilir. Tahmini 50 santimetrekaredir. Alanını bulmak için dik kenar uzunluklarını çarpıyorduk." açıklamasında bulunmuştur. Şafak'ın bu açıklaması, cetvel ile parmak uzunluğunu ölçtükten sonra dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin etmesi karşılaştırma ve çarpım yapması formül kullanma stratejilerinin kullanımını göstermektedir. Umay da nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Dik kenar uzunluklarını çarparak alanını bulurum. Önce kısa kenarı ile uzun kenarını tahmin ederim. Sonra tahminlerimi çarpırım. Kısa kenarı 4 cm uzun kenarı 6 cm. Tahmini 24 santimetrekare. Gerçek sonuca yakın olması için bu şekilde kenarlarını tahmin ediyorum. Direk tahmini alanı söylersem yakın olmaz." açıklamasında bulunmuştur. Tüm bu açıklamalara göre Yavuz, Şafak ve Umay'ın ortak olarak formül kullanma stratejisini kullanarak alan ölçümünü tahmin etmesine karşın; alan ölçümüne en yakın Yavuz tahmin de bulunmuştur. Ayrıca Umay'ın kenar uzunluklarını oldukça yakın tahmin etmesine karşın tahmini alan ölçümüne oldukça uzak çıkmıştır.

Sena ve Zuhal ise dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin etmede birim kareyi referans almışlar ancak Sena parmak ucunu birim kare kabul ederek şeklin kenar uzunluklarına yerleştirmiş, kenarlarına kaç tane birim kare sığacağını bulmuş ve çarpım yapmıştır. Nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Karelerle sayabiliriz. Burası 4 olsa, burası da 6 olsa 4 kere 6 24 santimetrekare. Tahminim 24 santimetrekare." açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklamasına göre Sena'nın birim tekrarlar ve formül kullanma stratejilerini kullandığı görülmektedir. Zuhal ise birim kareyi referans almış ancak bir satıra kaç tane birim kare sığabileceğini önce doğru tahmin etmiş, daha sonra tahminini değiştirmiş ve satır yineleme ile birim karelerle sayma yapmış olmasına karşın tahmini alan ölçümüne oldukça uzak çıkmıştır. Nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Birim kare ile tahmin edebilirim. Cetvel kullanmadan. 8 tane gibi. Burayı saysam, ama burası 6 olur. 6-12-18-24 tane olur." açıklamasında bulunmuştur. Zuhal'in açıklamasına göre, dikdörtgenin alanını tahmin etmede birim kareyi referans alma ve tahminini değiştirmesi ise yeniden ayarlama stratejisini kullandığını göstermiştir.

Verilen dikdörtgenin alan ölçümü için ise odak öğrencilerin tümü şeklin kenar uzunluklarını cetvel ile ölçüp dikdörtgenin kenarlarının üzerine yazmışlardır. Dikdörtgenin alan ölçümü için Yavuz'un "Satır ve sütundan dolayı. İçindeki birim kare sayısını bulmak için satır ve sütun sayısını çarpıyoruz. Cetvel ile kısa ve uzun kenarını ölçeriz. Kısa kenarı 4 cm, uzun kenarı 8 cm olduğu için dik iki kenarı çarpıyoruz. 32 santimetrekare olur." açıklaması, dikdörtgenin alan formülünü kullandığını ve gerekçe olarak alan ölçümü için birim kare sayısı ile satır-sütun ilişkisini kurduğunu göstermektedir. Yavuz'un tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak "Tahminde tam olarak bilemiyoruz. Göz kararı bulduğumuz için. Ama cetvelde tam ölçülerini bulabiliyoruz." açıklamasını sunmuştur. Ayrıca alan ölçü birimini kullandığı da görülmektedir. Dikdörtgenin alan ölçümü için Şafak ise "Yükseklik ile tabanı çarpınca alan oluyor. Kısa kenarı böyle tabanlar halinde (satır) bir de sütunlar var. Kareler oluşuyor. Satır ile sütunu çarpınca tüm kareleri buluyoruz. Satır ve sütundan dolayı. Yükseklik ile tabanı çarpınca buluyoruz. Bir kenarı 4 cm, diğer dik 8 cm. ikisini çarpınca 32 santimetrekare olur." şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Şafak'ın bu açıklamalarına göre, dikdörtgenin alan formülünü kullandığını ve gerekçe olarak alan ölçümü için birim kare sayısı ile satır-sütun ilişkisini kurduğunu göstermektedir. Ayrıca dikdörtgenin alan formülünü yükseklik ile taban çarpımı olarak ta ifade ettiği görülmüştür. Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak "Ben parmağım ile ölçerek tahmin ettim. Demek ki parmağımın uzunluğunu yanlış düşünmüşüm. Ama cetvel ile tam sonucu bulabiliriz" açıklamasını sunmuştur. Ayrıca alan ölçü birimini kullandığı da görülmektedir. Sena "Ölçerek bulabilirim. Uzun kenarı 8 cm, kısa kenarı 4 cm. Satır ve sütun sayısını çarpığımız zaman alanını yani içindeki birim kare sayısını buluyoruz. 8 çarpı 4 ten 32 santimetrekare." şeklinde dikdörtgenin alan ölçümü için açıklamasını yapmıştır. Sena'nın bu açıklamalarına göre dikdörtgenin alanını hesaplamada, dikdörtgenin alan formülünü kullanması ve satır-sütun sayısının çarpımının birim kare sayısını vereceğini gerekçe olarak sunması dikdörtgenin alan ölçümü ile birim kare sayısını ve alan formülünü ilişkilendirebildiğine işaret etmektedir. Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak "Birimsiz bir ölçüyle ölçüsünü tahmin ettiğim için." açıklamasını sunmuştur. Dikdörtgenin alan ölçümü için Umay da "Yine aynı şekilde içinde 1 santimetrelilik kareler olduğunu düşünerek dik kenar uzunluklarını çarpıyoruz. Yani satır çarpı sütun. Kısa kenarı 4 cm, uzun kenarı 8 cm. Gerçek alan 32 santimetrekare olur." şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Umay'ın bu açıklamalarına göre

dikdörtgenin alanını hesaplamada, dikdörtgenin alan formülünü kullanması ve satır-sütun sayısının çarpımının birim kare sayısını vereceğini gerekçe olarak sunması dikdörtgenin alan ölçümü ile birim kare sayısını ve alan formülünü ilişkilendirebildiğine işaret etmektedir. Dikdörtgenin alan ölçümü için Zuhal ise “Alanını bulmak için cetvel ile ölçüp kısa kenar ile uzun kenarını çarpabiliriz. Dikdörtgenin alanını kısa bir şekilde bulmak için. Kare çizmektenense.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Neden çarpım yaptığına ilişkin ise “Kareler 1 santimetrelilik olduğu için cetvelde cm olarak yapacağız. 1 santimetrekare ler çizsek te aynı çıkar. Cetvel ile ölçsek te aynı çıkar. Uzun kenarı 8 cm çıkıyor, kısa kenarı 4 cm çıkıyor. Çarpınca 32 santimetrekare çıkıyor.” gerekçesini sunmuştur. Zuhal’in bu açıklamalarına göre dikdörtgenin alanını hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülürken, dikdörtgenin kenarlarına çentikler atarak satır ve sütun oluşturarak birim karelerle dikdörtgeni tam kapladığı Görsel 4.137d’de sunulmuştur. Tüm açıklamalara ve eylemlere göre, Zuhal’in alan ölçümü ile birim kare sayısı, satır-sütun çarpımını ve alan formülünü ilişkilendirebildiği görülmektedir. Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak “ Göz kararı tahmin etmişim. Önce 8 demiştim. Doğruymuş. Ama 6 gibi geldi. Ondan yanlış çıktı.” açıklamasını sunmuştur. Tüm bu açıklamalara göre, dikdörtgenin alan formülünü kullandığını ve gerekçe olarak alan ölçümü için birim kare sayısı ile satır-sütun ilişkisini kurduğunu göstermektedir.

Odak öğrencilerin dikdörtgenin alan ölçümü için gerçekleştirdiği eylemler Görsel 4.137’de sunulmuştur.

Görsel 4.137

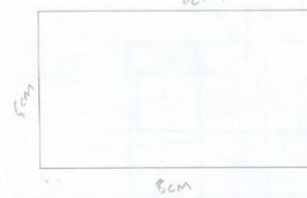
Odak Öğrencilerin Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

Aşağıda verilen dikdörtgen şeklinin alanını tahmin ediniz.



a (Yavuz)

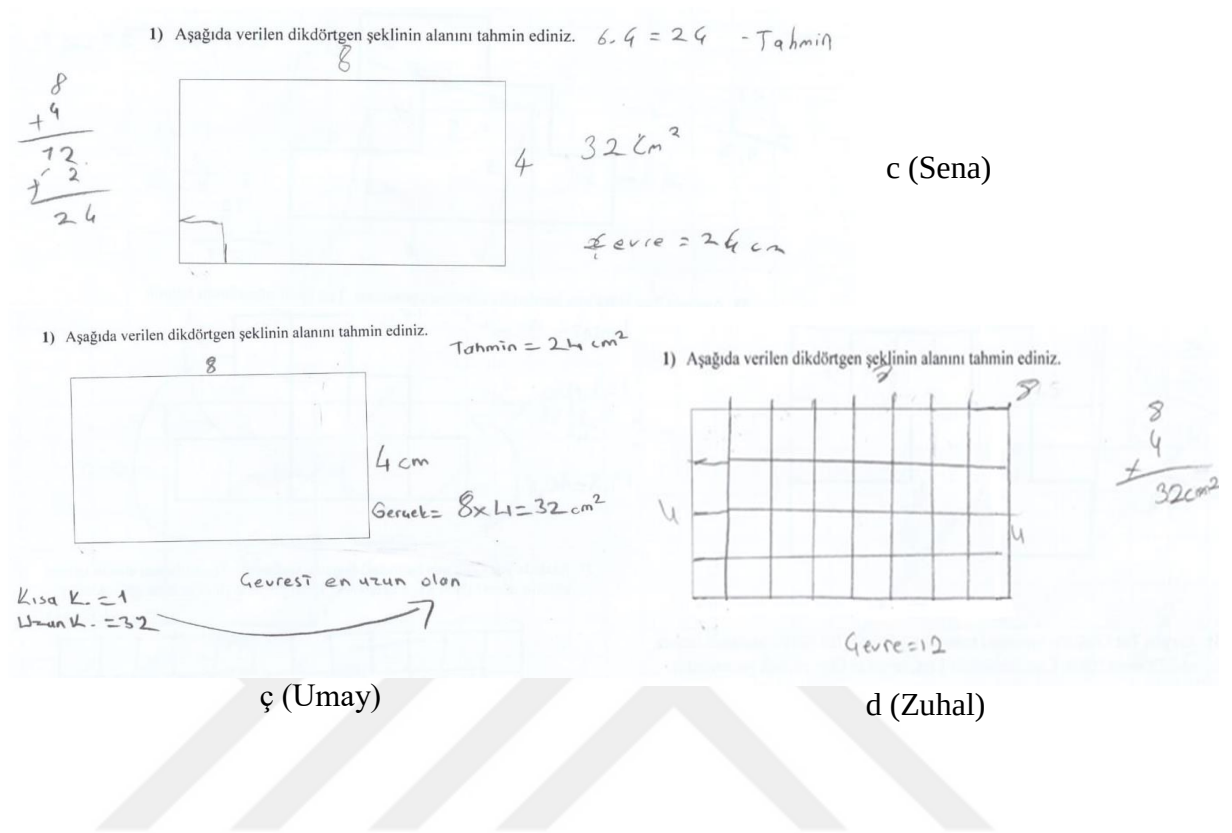
1) Aşağıda verilen dikdörtgen şeklinin alanını tahmin ediniz.



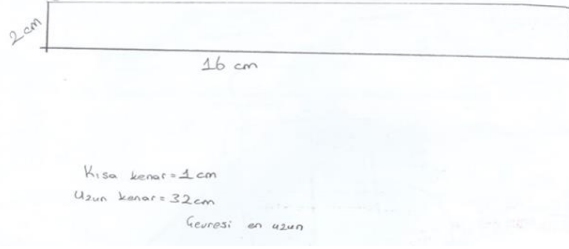
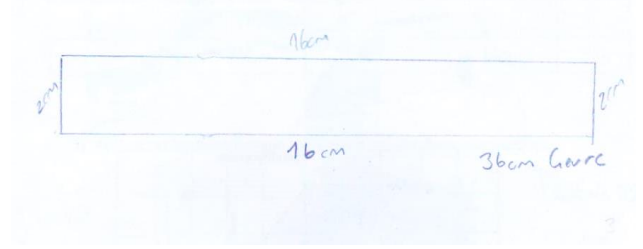
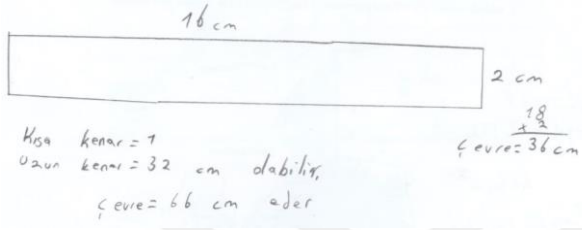
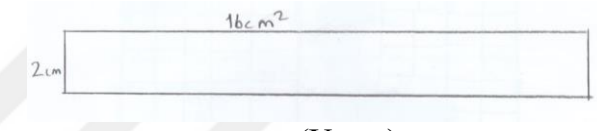
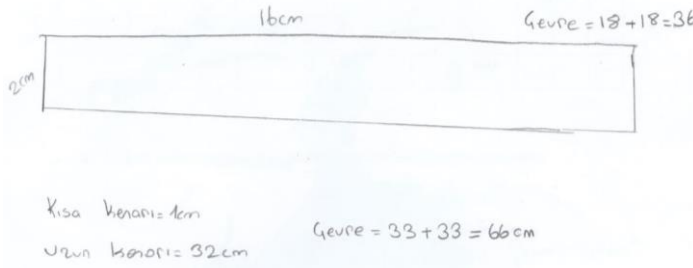
b (Şafak)

Görsel 4.137 (Devam)

Odak Öğrencilerin Dikdörtgenin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmada, odak öğrencilerin tümü dik kenar uzunlukları çarpımı istenilen alanı verecek şekilde dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını belirleyebilmişler, aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunluklarının farklı olabileceğinin farkında oldukları ve çevre uzunluğunu hesaplayabildikleri görülmüştür. Yavuz, Şafak, Sena ve Umay'ın benzer açıklamalarla "Çevreleri farklı olabilir. Kısa kenarı ile uzun kenarını toplayıp 2 ile çarpabilirim." şeklinde çevre uzunluğunun nasıl bulunduğunu belirtmişlerdir. Umay ayrıca aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmada, "Kısa kenarı 1, uzun kenarı 32 cm olabilir. 32'nin çarpanlarını bularak düşündüm. Kısa kenarı 2 cm, uzun kenarı 16 cm de olabilir." ifadesi ile dikdörtgenlerin farklı kenar uzunluklarını belirleyebildiğini ifade etmiştir. Zuhal ise dikdörtgenlerin çevre uzunluğunu, kenar uzunluklarını toplayarak bulmuştur. Görsel 4.138'de odak öğrencilerin istenilen alana sahip oluşturdukları dikdörtgen çizimleri sunulmuştur.

Görsel 4.138*Odak Öğrencilerin Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Dikdörtgen Çizimi***a.(Yavuz)****b.(Şafak)****c. (Sena)****ç.(Umay)****d. (Zuhal)**

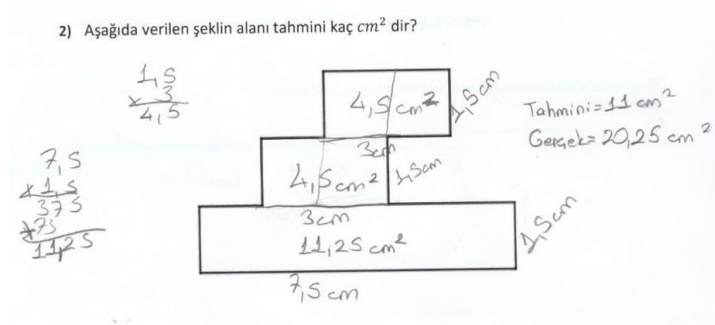
Kısa kenar uzunlukları 1,5 cm olan üç dikdörtgenin birleşiminden oluşan şeklin alanını tahmin etmesi istendiği soruda; Yavuz'un şekli zihinsel görselleştirme ile üç dikdörtgene parçaladığı ve her bir dikdörtgenin kenar uzunluklarını tahmin edip çarparak toplam alanı bulduğu görülmüştür. Yavuz nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Bence 15 santimetrekare olabilir. Hepsinin kısa kenarı 1 cm olarak düşünersek ve dikdörtgenlere ayırırsak buraları da 2 cm olur. O zaman bu iki dikdörtgenin alanını toplayınca 4 santimetrekare olur. Bunun da kısa kenarı 1 cm ve uzun kenarı 7 cm olursa 7 santimetrekare olur. Toplam alan tahmini 11 santimetrekare olur." açıklamasında bulunmuştur. Yavuz'un bu açıklaması, tahminde parçalama, gözünde canlandırma ve formül kullanma stratejilerini kullandığını göstermektedir. Şafak, Sena, Umay ve Zuhal'in ise şeklin alanını tahmin etmede, birim kareyi referans alarak yaklaşık değer belirttikleri görülmüştür. Şafak ve Zuhal şekli birim karelere bölmüş ve nasıl tahmin ettiklerine ilişkin benzer olarak "Bunu mesela 1

santimetrekare olarak düşünebilirim. Bir karenin kenarı 1 cm olması lazım. Yani tahmini 9 santimetrekaredir.” açıklamasında bulunmuşlardır. Umay ise benzer olarak birim kareler bölerek parçalamış ancak daha sonra birim kareleri taşıyarak bir kare şekli elde etmiştir. Nasıl tahmin ettiğine ilişkin ise “Tahmini 9 santimetrekare. Üç kareyi taşıyarak 9 buldum. Her bir karenin kenarını 1 cm olarak düşündüm.” açıklamasında bulunmuştur. Bu açıklaması, Umay’ın tahminde parçalama ile birlikte birim kareyi referans alma stratejisini kullandığını göstermektedir. Sena’nın ise “Bunları 1 birim kare olarak düşünürsek tahmini 9 santimetrekare olur. Ama biraz büyük gibi.” açıklaması, şekli hayali olarak birim karelerle kapladığı ve birim kare sayısını tahmin ettiğini gösterirken; 1 cm^2 lik birim karelerden farklı birim kare olduğunu sezgisel olarak fark ettiğini göstermiştir.

Şeklin alanını hesaplamada ise Yavuz ve Sena parçalama stratejisini kullandıkları, Şafak ve Umay’ın birim karenin alanı ile şeklin alanını ilişkilendirebildikleri ve Zuhâl’in ise birim kare çizimi ile dikdörtgene tamamlamaya odaklı olduğu görülmüştür. Yavuz “Buraları dikdörtgen olarak çizebiliriz. 3 tane farklı dikdörtgen oluşur. Burası 3 cm olur. Burası 1.5 cm çıkıyor. Burası da 7,5 cm çıkıyor. Tek tek alanlarını bulalım. Dikdörtgenlerin ikisi 4,5 santimetrekare çıkıyor. 11, 25 santimetrekare olur büyük dikdörtgen. Toplayınca 20,25 santimetrekare çıktı.” ifadesi ile Görsel 4.139’da gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır.

Görsel 4.139

Yavuz’un Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

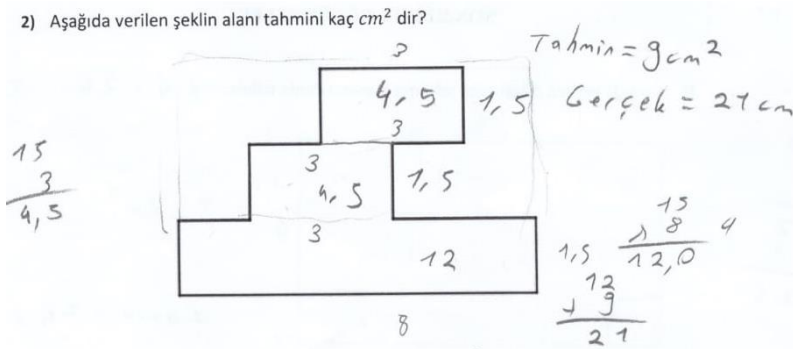


Yavuz’un şeklin alanını hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullandığı ve dikdörtgenlerin alanlarını toplayarak toplam alanı bulduğu görülmüştür. Ayrıca Görsel 4.139’da kenar uzunlukları ve alan ölçü birimlerinin doğru kullandığı da görülmektedir. Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak “Ben biraz daha düşük

hesapladım. Buraları 1 er cm olarak kabul ettiğim için. Baktığımda 1 santimetrelilik bir karenin kenarı gibi düşündüm. Aslında baktığımda içine 1 er santimetrelilik kareler sığar diye düşünmüştüm. 1 er santimetrelilik 20 tane kare sığar. 0,25 santimetrekare de artar.” açıklamasını sunmuştur. Bu açıklamasına göre, tahminde 1 cm^2 lik birim kareler ile sezgisel hareket etmiş ancak alan ölçümü ile hatalı tahminde bulunduğu fark etmiş ve gerekçesi ile açıklamıştır. Sena da benzer olarak “Dikdörtgenlere bölebilirim. En alttaki dikdörtgenin kısa kenarı 1,5; uzun kenarı 8 cm. Üstteki iki dikdörtgen aynı. Kısa kenarları 1,5, uzun kenarları 3 cm. 1,5 çarpı 8, 12 olur. 1,5 çarpı 3, 4,5 olur. 12 ile 9’u toplarsak 21 santimetrekare olur.” ifadesi ile Görsel 4.140’da gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Ancak Sena’nın oluşturduğu dikdörtgenlerden en alttaki dikdörtgenin uzun kenarını 8 cm kabul etmiştir. Sena’nın şeklin alanını hesaplamada dikdörtgenin alan formülünü kullandığı, dikdörtgenlerin alanlarını toplayarak toplam alanı bulduğu ve alan ölçü birimini kullandığı görülmüştür. Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak “Ben 1 cm olarak düşünmüştüm ama bu kareler yaklaşık 2 santimetrelilik ” açıklamasını sunmuştur. Bu açıklaması, tahminde 1 cm^2 lik birim kareleri referans olarak sezgisel hareket ettiğini gösterirken, alan ölçümü ile hatalı tahminde bulunduğu fark ettiği görülmüştür. Ancak birim karelerin kenar uzunlukları ölçüsünü yaklaşık olarak ifade etmiştir.

Görsel 4.140

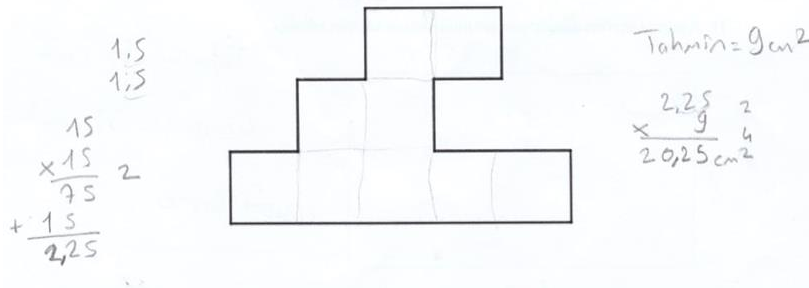
Sena’nın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Şafak’ın ise şeklin alanını, birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpımı ile bulması iki alanı ilişkilendirebildiğini göstermiştir. Şeklin alan ölçümüne ilişkin “Ölçerim. Bu tam olarak 1 cm değil. 1,5 cm olduğuna göre burası 3 cm (karelere böldü). Bu karelerin alanları 1,5 ile 1,5 i çarpınca 2,25 santimetrekare. Toplam alanı 2,25 ile 9 kare olduğu için çarpacağım” ifadesi ile Görsel 4.141’de gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır.

Şafak'ın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

2) Aşağıda verilen şeklin alanı tahmini kaç cm^2 dir?

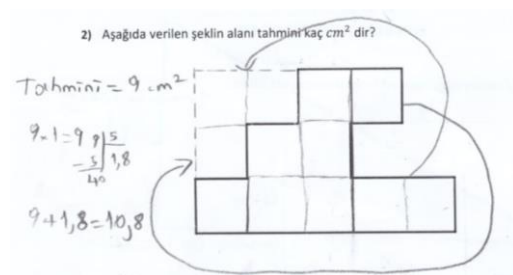


Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak “Ben 1 santimetrekare olarak düşünmüştüm ama 1,5 santimetrelilik kareler olduğu için. İlk bakınca 1 santimetrekareler aklıma geldi.” açıklamasını sunmuştur. Bu açıklamasına göre, tahminde 1 cm^2 lik birim kareler ile sezgisel hareket etmiş ancak alan ölçümü ile hatalı tahminde bulunduğu fark etmiş ve gerekçesi ile açıklamıştır.

Umay'ın ise şekli parçalama ile düzgün bir şekil oluşturduğu görülürken, alan ölçümü için birim karenin alanı ile birim kare sayısını çarpması iki alanı ilişkilendirebildiğini göstermiştir. Şeklin alan ölçümüne ilişkin “Gerçekte her bir karenin kenar uzunluğu 1,5 cm olduğu için 9 ile 1,5'i çarptım. Gerçek alan 13,5 santimetrekare çıktı.” ifadesi ile Görsel 4.142’ de gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Ancak kenar uzunluğu 1 cm olan birim karenin alanının 1 cm^2 olması ile kenar uzunluğu 1,5 cm olan birim karenin alanının da $1,5\text{ cm}^2$ olacağı karmaşasını yaşadığı söylenebilir. Şafak ve Umay'ın açıklamaları ve eylemleri, şeklin alanını hesaplamada birim karenin alanı ile şeklin alanını ilişkilendirebildiklerini, farklı birim kareler ile de ölçüm yapılabileceğinin farkında olduklarını ve alan ölçü birimlerini kullanabildiklerini göstermiştir.

Görsel 4.142

Umay'ın Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Tahmin ve Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

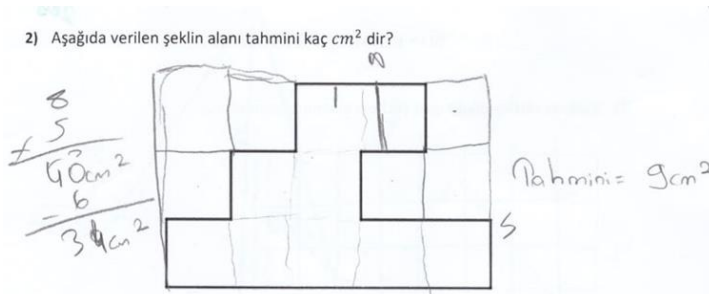


Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak ise Umay “Tahminim farklı çıkmasının sebebi ben 1 santimetrelilik kareler olarak düşünmüştüm. Yarım santimetrelerle kaçırdım.” açıklamasını sunmuştur. Bu açıklamasına göre, tahminde 1 cm^2 lik birim kareler ile sezgisel hareket etmiş ancak alan ölçümü ile hatalı tahminde bulunduğu fark etmiş ve birim karelerin kenar uzunluklarının farklı olması gerekçesi ile açıklamıştır.

Zuhal ise şeklin alan ölçümü için birim kare çizimi yapmış ve “Kareleri eşit çizerek. Ben çizgilerden çizdim kareleri ama belki eşit olmayabilir. Cetvel ile 1 santimetrelilik çizerek tam çıkabilir. Mesela burası tam 1,5 çıktı. Burası da 3 çıktı. Bence kareler ile olmayacak çünkü eşit çıkmadı.” ifadesi ile Görsel 4.143’te gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Zuhal 1 cm^2 lik birim kareler ile tam kaplama yapamayacağını fark etmiş ve şeklin alanını bulmada zorluk yaşamıştır. Zorluk yaşaması üzerine Zuhal şekli dikdörtgene tamamlamış ve “Dikdörtgene tamamlasak. Cetvel ile ölçmeliyim. Alanını daha kolay bulabilirim. Burası 8 cm, burası da 5 cm olur. Çarparsak 40 santimetrekare. Ama sonradan ekleme yaptık. Alan değişir. Yarıya mı bölssem. Eklediklerimi 1 cm olarak saysam 40’dan çıkarsak. 6 kare. 34 santimetrekare.” açıklamasını yapmıştır. Zuhal birim karelerin alanını hesaplayamadığı için 1 cm^2 olarak kabul edip toplam alandan çıkarmış ancak alan ölçümünü hatalı bulmuştur. Ayrıca alan ölçü birimini kullandığı da Görsel 4.143’te görülmektedir.

Görsel 4.143

Zuhal’in Farklı Birim Karelerden Oluşan Şeklin Alanını Tahmin ve Hesaplamaya Ait Eylemleri



Tahmini ile alan ölçümünün farklı çıkmasına ise gerekçe olarak “Ben 1 santimetrelilik kareler olarak düşünmüştüm ama 1,5 cm imiş. Dikdörtgene çevirince alan büyüdü. Bu yüzden fark çok çıktı.” açıklamasını sunmuştur. Bu açıklamasına göre tahminde 1 cm^2 lik birim kareler ile sezgisel hareket etmiş, hatalı tahminde bulunmasına alanın artmasını ve birim karelerin kenar uzunluklarının farklı olmasını gerekçe olarak sunmuştur.

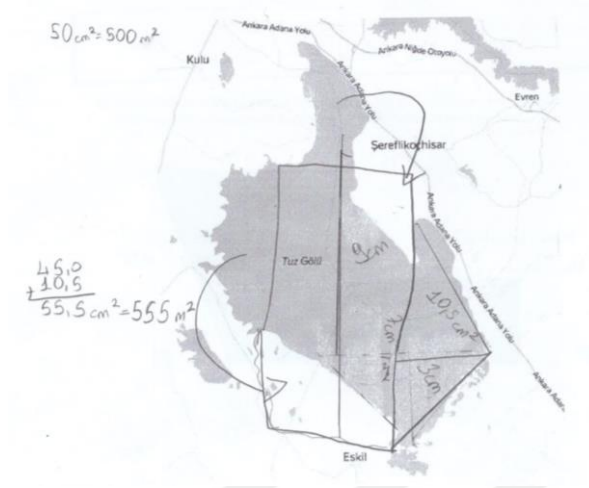
4.5.2 Düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin bulgular

Düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede; Yavuz verilen şekli dikdörtgen olarak görselleştirip dik kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptığı, Şafak'ın yaklaşık değer belirttiği, Sena'nın zihinsel görselleştirme ile düzgün şekiller olarak parçalama yaptığı ve birim kareyi referans aldığı, Umay'ın tahminde bulunamadığı ve Zuhal'in ise birim kareyi referans alarak yaklaşık değer belirttiği görülmüştür. Yavuz nasıl tahmin ettiğine ilişkin “Bence bu alt taraf 5 cm. En alt uçtan ortaya kadar 10 cm olur. Kalan parçaları da boşluklara doldurursak 50 santimetrekare olur.” açıklamasında bulunmuştur. Yavuz'un bu açıklaması, düzgün olmayan şekli dikdörtgen gibi zihinsel görselleştirme yaptığını, parmak aralıklarıyla dik kenar uzunluklarını tahmin etmesi önceki bilgiyi kullanma stratejisini ve farklı kenar uzunluklarının çarpımı ise formül kullanma stratejisini kullandığını göstermektedir. Şafak nasıl tahmin ettiğine ilişkin “Tahminen 20 santimetrekare var gibi. Önceki alan şeylerinde gözümün aklımın önüne geliyor. Oradan yola çıkarak. Gözümle baktım ve o şekilde karar verdim.” açıklamasında bulunmuştur. Şafak'ın düzgün olmayan şekli tahmin etmede, gözünde canlandırma ve deneyime bağlı olarak sezgisel tahmin de bulunduğu ancak alan ölçümüne oldukça uzak tahminde bulunduğu görülmüştür. Sena ise “Tahmin etmek için dikdörtgene tamamlayabilirim. Ya da dikdörtgenlere bölebirim. Mesela buradaki (üstteki) dikdörtgenin için 2-4-6-8, burası 8 olabilir. Tahminim 47 santimetrekare. Dikdörtgen ve karelerin içindeki kare sayısına bakarak tahmin ettim.” ifadesi ile nasıl tahmin ettiğini açıklamıştır. Sena'nın düzgün olmayan şekli tahmin etmede, şekli dikdörtgen ve kare gibi bilinen şekiller olarak görselleştirmesi parçalama stratejisini ve her bir şeklin alanını birim kare sayısı ile tahmin etmesi birim kareyi referans alma stratejisini kullanması ile alan ölçümüne oldukça yakın tahminde bulunduğu görülmüştür. Umay'ın “Kenarları düz olmadığı için tahmin edemem. Düzgün bir şekil olsaydı kenar uzunluklarını tahmin ederdim.” açıklaması ise, düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede zorluk yaşadığını göstermiştir. Zuhal ise nasıl tahmin ettiğine ilişkin “Tahmin ederken de bunda kare çizebiliriz. Zor bir şekil olduğu için tahmin edemiyorum. Şekil düzgün olmadığı için. Ama 25 santimetrekare olabilir. Göz kararı bakarak.” açıklamasında bulunmuştur. Zuhal'in düzgün olmayan şekli tahmin etmede, birim karenin referans alınabileceğinin farkında olsa da düzgün bir şekil olmadığı için tahminde zorlanmasına karşın görsel odaklı rastgele tahmin de bulunduğu görülmüştür.

Tuz Gölü'nün kağıt üzerindeki alanını hesaplamada ise Yavuz ve Sena'nın şekli parçalayarak farklı şekiller elde ettiği, dikdörtgenin alan formülünü ve üçgenin alan bağıntısını kullandıkları görülmüştür. Yavuz'un Görsel 4.144'te düzgün olmayan şeklin alanını ölçmede gerçekleştirdiği eylemler sunulmuştur.

Görsel 4.144

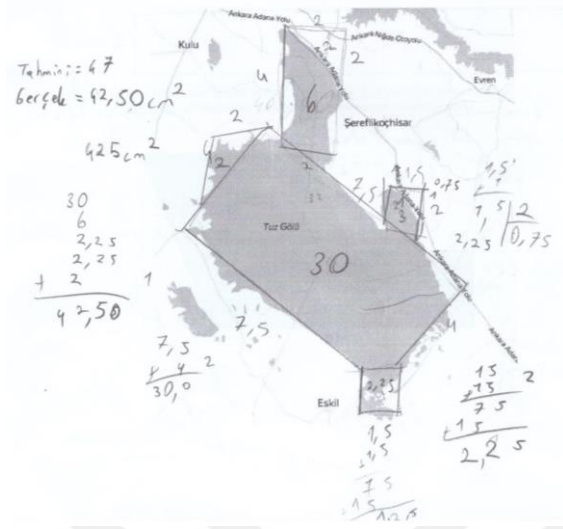
Yavuz'un Düzgün Olmayan Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri



Görsel 4.144'te görülen gerçekleştirdiği eylemleri ise “Kağıt üzerine birim kareler çizebiliriz. Ben boşlukları doldurarak yapmıştım ya yine öyle yapabilirim. Gerçek ölçüm sonuçlarını bulurum. 5 ile 6'yı çarpalım. 30 santimetrekare olur. Aşağıdaki yere de üçgen çizebiliriz. Üçgenin yüksekliği de 3 cm. Burası yaklaşık 7, 5 santimetrekare olur. 30 santimetrekareye 7,5 ekleriz. Ama ben burayı yanlış yaptım. Biraz daha uzatmalıyım. Burası 6 değil de 9 cm olur. 45 santimetrekare olur. Yükseklik 3 cm, taban 7 cm. çarpıp ikiye bölersek 10,5. 45 ile 10,5 toplarsak 55,5 santimetrekare olur.” ifadesi ile açıklamıştır. Yavuz'un bu açıklamasına göre düzgün olmayan şekilden parçalama stratejisi ve parça yer değişimi ile düzgün şekiller elde etmeye çalıştığı, dikdörtgen ve üçgen şekillerini elde ettiği alanı hesaplamada şekillerin alan bağıntılarını kullandığı ve tahmini ile alan ölçümünün yakın çıktığı görülmüştür.

Sena'nın Görsel 4.145'te düzgün olmayan şeklin alanını ölçmede gerçekleştirdiği eylemler sunulmuştur.

Sena'nın Tuz Gölü'nün Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

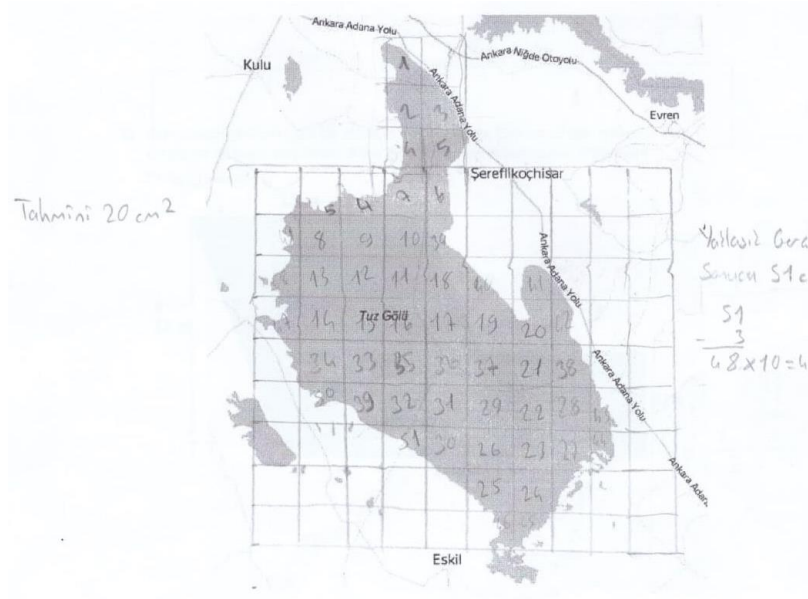


Tuz Gölü'nün kağıt üzerindeki alanını hesaplamada ise Sena'nın şekli parçalayarak farklı şekiller elde ettiği, dikdörtgenin alan formülünü ve üçgenin alan bağıntısını kullandığı görülmüştür. Görsel 4.145' te görülen gerçekleştirdiği eylemleri ise “Yine bölebilirim. Dışarıda kalanları da sonradan ekleyeceğim. Bazı dikdörtgenlerin köşelerinde boşluklar kaldı. Bunları çıkartabiliriz. Üçgenlerin alanlarını bulmalıyım. Dik bir üçgen. Kenarlarını çarpıp ikiye böleceğiz. Artanları da üçgen olarak çizip ekleyebilirim. Hepsini topladığımda 47,5 santimetrekare.” ifadesi ile açıklamıştır. Sena'nın açıklamaları ve eylemlerine göre, düzgün olmayan şekilden parçalama stratejisi ile düzgün şekiller elde etmeye çalıştığı, dikdörtgen ve üçgen şekillerini oluşturduğu, şekillerin içindeki boşlukların alanlarını çıkardığı ve alanı hesaplamada şekillerin alan bağıntılarını kullandığı ve tahmini ile alan ölçümünün çok yakın çıktığı görülmüştür.

Tuz Gölü'nün kağıt üzerindeki alanını hesaplamada Şafak, Umay ve Zuhal'in ortak olarak birim kare çizimi yaptıkları görülse de; Şafak'ın şekli düzgün bir şekil olarak görselleştirdiği, çentikler atarak satır ve sütunları oluşturduğu ve alanı birim kareleri sayarak bulduğu, Umay'ın ölçülen yüzeyi dikdörtgen şekline tamamlayarak sınırlı bir bölge haline getirdiği, satır-sütun yapılandırma ile alan formülünü kullandığı ve Zuhal'in şekli satır-sütun olarak yapılandırarak birim kareleri sayma yaptığı görülmüştür. Görsel 4.146'da Şafak'ın düzgün olmayan şeklin alanını hesaplamada gerçekleştirdiği eylemler sunulmuştur.

Görsel 4.146

Şafak'ın Tuz Gölü'nün Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri



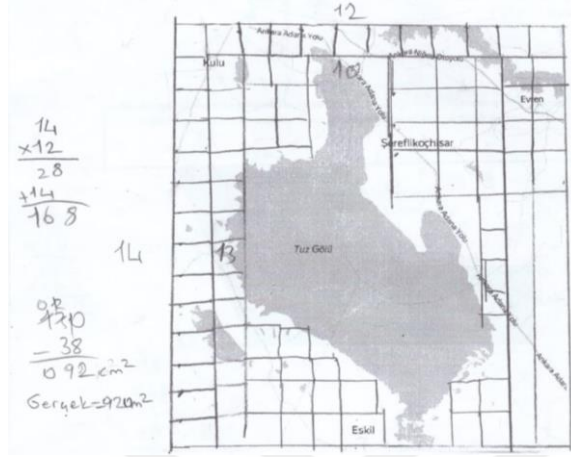
Alan ölçümü için Şafak “Biraz zor. Çünkü çok eğimli ve çıkıntılı bir şekil olduğu için. Alanını bulabiliriz ama zor. Düzgün bir şekil olsaydı daha kolay olurdu. Kare, dikdörtgen veya üçgen olabilirdi.” açıklamasında bulunmuş ve yaklaşık bir değer bulabileceğini belirtmiştir. Şekil* de görülen gerçekleştirdiği eylemleri ise “Bu çıkıntıyı bir dikdörtgen olarak düşünsem ve böyle ölçsem yaklaşık bir sonuç çıkabilir. İçini karelere bölebiliriz. Kareleri sayıp tahmini bir ölçüm bulabiliriz. İçine aldığı yerleri saymalıyız. Yaklaşık 51 santimetrekare. Tam kare olmayan yerler vardı. 51 santimetrekare bulmuştuk. 3 tane çıkarsak 48 santimetrekare olur.” ifadesi ile açıklamıştır. Tahmini ile alan ölçümünün farkının fazla çıkmasına ise gerekçe olarak “ Onu ben de bilmiyorum. Daha önceden gördüğüm şekiller üzerinden hareket ettim.” açıklamasını sunmuştur. Tüm bu açıklamalarına göre, Şafak’ın şeklin alan ölçümünde belirli adımları izlediği ve düzgün şekillerin alanlarının daha kolay ölçülebileceğinden düzgün olmayan şekli dikdörtgen olarak zihinsel görselleştirme yaptığı görülmektedir.

Umay ise alan ölçümü için Görsel 4.147’de gerçekleştirdiği eylemleri “İçine 1 santimetrelilik kareler çizmeliyim. Tamamını bulurum. Tuz Gölü’nün içindeki dikdörtgeni bulurum. Boşluklardaki kareleri teker teker saydım. Dikdörtgenin alanından çıkardım.” ifadesi ile açıklamıştır. Umay’ın açıklamaları ve eylemlerine göre, düzgün olmayan şeklin alanını hesaplamada şekli düzgün bir şekil olarak görselleştirdiği, 1 cm aralıklarla

noktalar atarak satır ve sütunları oluşturduğu, birim kare çizimi yaptığı ve dikdörtgenin alan formülünü kullandığı görülmektedir.

Görsel 4.147

Umay'ın Tuz Gölü'nün Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri



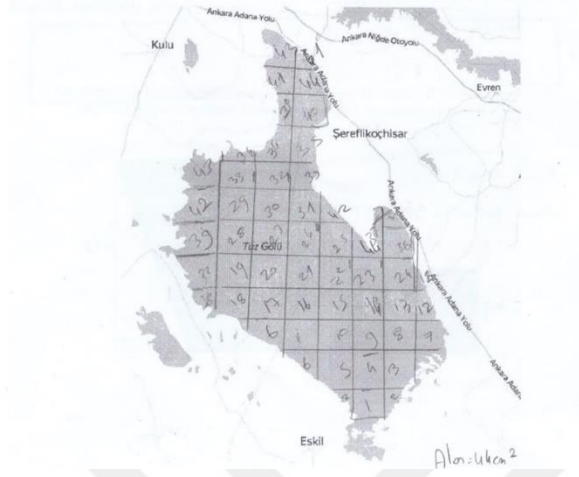
Ancak Umay'ın Görsel 4.147'de görüldüğü gibi, düzgün olmayan şekillerin alan ölçümünde hatalı birim kare çizimi yapması ve boş alana denk gelen birim karelerin alanlarını çıkarmamasından dolayı şeklin alanını hatalı hesaplamıştır.

Zuhal ise alan ölçümü için Görsel 4.148'de görülen gerçekleştirdiği eylemleri ise "Kareler çizerek. Tam net çıkar mı bilmiyorum ama bir yer kaplar. Yine de bulabiliriz. Yarım kareleri birleştirebiliriz. Mesela bu ikisini birleştirsek 44 santimetrekaire oldu." ifadesi ile açıklamıştır. Zuhal'in açıklamaları ve eylemlerine göre, düzgün olmayan şeklin alanını hesaplamada şeklin bir yer kapladığı ve birim karelerle kaplama yapılabileceği fikirlerine sahip olduğu görülürken, satır ve sütun oluşturmada 1 cm aralıklar oluşturduğu ve birim kareleri numaralandırarak sayma yaptığı görülmüştür.

Zuhal şeklin tahmini alanı ile gerçek alan ölçümünün farkının fazla çıkmasına ise gerekçe olarak "Ben göz kararı yaptım, içine kareleri koymadığım için." açıklamasını sunmuştur.

Görsel 4.148

Zuhal'in Tuz Gölü'nün Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri



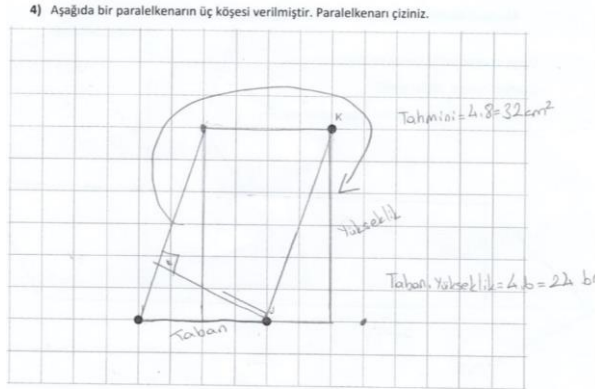
4.5.3 Paralelkenarın alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular

Paralelkenarın alanını ölçmeye ilişkin, paralelkenar oluşturma, paralelkenarın alanını hesaplama ve aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturma düşünme biçimleri ortaya çıkmıştır. Birim kareli düzlem üzerinde verilen farklı üç nokta ile paralelkenar oluşturmaları istendiğinde, odak öğrencilerin şekil bilgisini kullanarak oluşturabildiği paralelkenarlar oluşturabildiği görülmüştür. Yavuz, Görsel 4.149'da verilen paralelkenarı oluşturabilmiş ve paralelkenarın çiziminde “Önce şu noktaları birleştirelim. Paralelkenarın diğer kenarını çizebilmek için burada noktalar arasında 4 birim kare var. Bu K den de sola doğru 4 birim çiziceğiz. Karşılıklı kenarları birbirine eşit olmalı. Bu noktaları birleştiririz.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklaması, Yavuz'un paralelkenarın taban uzunluğunu dikkate alarak karşı kenarını çizmesinde karşılıklı kenarların eşit olması gerektiği fikrine sahip olduğuna işaret etmektedir.

Görsel 4.149'da görüldüğü gibi, Yavuz verilen köşe noktalarından yararlanarak tek bir prototip paralelkenar çizimi ve farklı yükseklik çizimleri yapmıştır.

Görsel 4.149

Yavuz'un Oluşturduğu Paralelkenarın Alan Ölçümü



Oluşturduğu paralelkenarın alanını tahmin etmesi istendiğinde “Bence 32 santimetrekaredir. K noktasından alt tarafa 8 karedir diye düşündüm. Bu tabanı 4 olduğundan $4 \times 8 = 32$ santimetrekare çıktı.” açıklamasını yapmış ve tahminde paralelkenarın alan bağıntısını kullandığı görülmüştür. Paralelkenarın alanını hesaplamada ise araştırmacı ile Yavuz arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Gerçek sonucunu nasıl bulabilirsin?

Yavuz: Bir köşesinden başlayıp mesela K noktasından inen buraya dik inen (tabanın hizasına) bir dikme çizeriz. Tabanını bulup çarpmalıyız.

Araştırmacı: Neden çarpıyoruz?

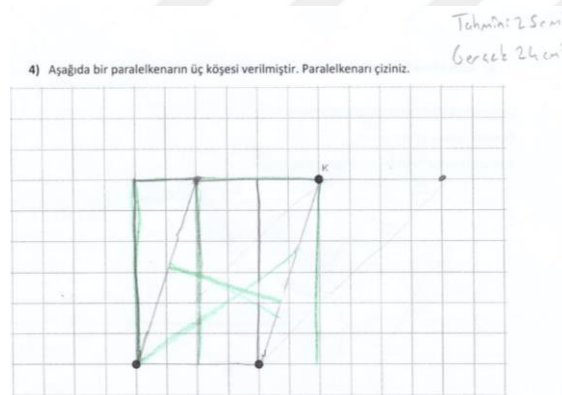
Yavuz: Paralelkenar bir dikdörtgenin parçasından alınmış gibidir. Buradan dik bir şekilde alabiliriz. (Sol köşeden al tabana dikme). Bu parçanın aynısını şuraya çizebiliriz. Bir dikdörtgen oluştu. Dik kenar uzunluklarını çarpınca dikdörtgen oluşur. Kısa kenar paralelkenarın tabanı, uzun kenar ise paralelkenarın yüksekliği olur. Yükseklik 6 kare, taban 4 kare. Çarpınca 24 birim kare olur.

Diyaloğa göre Yavuz’un paralelkenarın K köşesinden çizilen yüksekliği tabana dik inen bir dikme olarak ifade ettiği ve taban ile dikmenin uzunluğunun çarpılması ile alanın bulunabileceğini söylemiştir. Yükseklik ile tabanın neden çarpıldığına ilişkin ise paralelkenarın dikdörtgen olarak yapılandırılabilirliğini, dikdörtgenden oluştuğunu ve parça değişimi ile dikdörtgenin oluşacağını gerekçe olarak sunmuştur. Yapılandırılan dikdörtgenin farklı kenarları ile paralelkenarın yükseklik-taban uzunluklarını ilişkilendirebildiği, dikdörtgenin alan formülü ile paralelkenarın alan bağıntısı arasında ilişki kurduğu ve alanı hesaplamada paralelkenarın alan bağıntısını kullanabildiği görülmüştür.

Şafak'ın Görsel 4.150'de görüldüğü gibi şekil bilgisini kullanarak paralelkenar oluşturabilmiştir. Paralelkenarın çiziminde “Paralelkenar normalde 4 köşelidir ama üç köşe vermiş. Karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğu için I dan J ye 4 birim karelik mesafe var. K den diğer köşeye de 4 birim karelik mesafe olması lazım.” açıklaması, Şafak'ın paralelkenarın köşe sayısı dikkat ettiği ve taban uzunluğunu dikkate alarak karşı kenarını çizmesinde karşılıklı kenarların eşit olması gerektiği fikrine sahip olduğuna işaret etmektedir. Verilen köşe noktalarından yararlanarak farklı paralelkenar çizimleri yapabilmiş ve “K dan sağa doğru 4 birimlik gidince de dördüncü köşe belirlenebilir.” açıklamasında bulunmuştur. Oluşturduğu paralelkenarın alanını tahmin etmesi istendiğinde ise “Paralelkenarı dikdörtgene dönüştürmemiz lazım. Tahmini 25 birim kare. Önceki hatalardan ders alarak.” açıklamasını yapmış, tahminde dikdörtgen olarak görselleştirme fikrine sahip olduğu, önceki bilgiyi kullanma stratejisini kullandığı ve alan ölçümüne oldukça yakın yaklaşık değer belirttiği görülmüştür. Paralelkenarın alanını hesaplamada ise araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur:

Görsel 4.150

Şafak'ın Paralelkenar Çizimine İlişkin Görsel



Araştırmacı: Gerçek alan ölçümünü nasıl bulursun?

Şafak: Burada 4 kare var. Burada da 6. Çarpınca 24 birim kare. (

Araştırmacı: Neden dikdörtgene dönüştürdün? Paralelkenarın alanı ile dikdörtgenin alanı hakkında ne diyebilirsin?

Şafak: Alan aynı kalıyor çünkü paralelkenarı düzleştiriyoruz daha kolay bir ölçüm olması için.

Araştırmacı: Dikdörtgene dönüştürmeden paralelkenarın alanını kısa yoldan nasıl bulabilirsin?

Şafak: Kareleri sayabilirim. Farklı bir şey aklıma gelmiyor.

Araştırmacı: Dikdörtgenin uzun kenarı paralelkenarın neyi olabilir?

Şafak: Yüksekliği. Yüksekliği farklı yerlerden de çizebilirim (yeşil ile çizilenler) tam dik olmasına dikkat ediyorum.

Araştırmacı: KJ kenarına ait yüksekliği çizebilir misin?

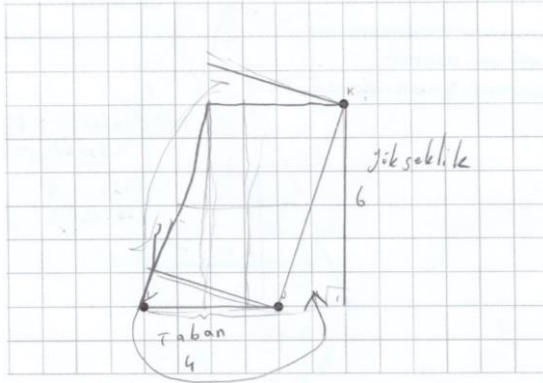
Şafak: I dan çizsem. Ama bu dik olmadı. Dışarıdan çizebilirim. Bu şekilde olabilir (soldaki ters L)

Diyaloğa göre, Şafak'ın paralelkenarın alanını daha kolay bir ölçüm için dikdörtgen olarak yapılandırılabilceği ve kareleri sayma ile de alanın bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmüştür. Yapılandırılan dikdörtgenin uzun kenarı ile paralelkenarın yüksekliğini ilişkilendirebildiği ve farklı yükseklik çizimleri yapabildiği görülmüştür.

Birim kareli zemin üzerinde verilen farklı üç nokta ile paralelkenar oluşturması istendiğinde, Sena'nın şekil bilgisini kullanarak oluşturduğu paralelkenar çizimi Görsel 4.151'de verilmiştir.

Görsel 4.151

Sena'nın Paralelkenar Çizimine İlişkin Görsel



Paralelkenarın çiziminde “Burası 4 birim olduğu için karşısı da 4 olmalı. Paralelkenarın kenarları paralel olduğu için eşit olmalı.” açıklaması, Sena'nın paralelkenarın taban uzunluğunu dikkate alarak karşı kenarını çizmesinde karşılıklı kenarların eşit olması ve paralel olması gerektiği fikrine sahip olduğuna işaret etmektedir. Verilen köşe noktalarından yararlanarak tek bir prototip paralelkenar çizimi ve paralelkenara ait farklı yükseklik çizimleri yaptığı görülmüştür. Oluşturduğu paralelkenarın alanını tahmin etmesi istendiğinde “Tahmini burası 4 yüksekliği 6 olabilir. Çarptığımda 24 birim kare olur.” açıklamasını yapmış ve gözünde canlandırma ile formül kullanma stratejisini kullanarak alan ölçümüne eş tahminde bulunduğu görülmüştür. Paralelkenarın alanını hesaplamada ise araştırmacı ile Sena arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Gerçek sonucunu nasıl bulursun?

Sena: Yüksekliği ile tabanını çarpmalıyım. Yüksekliği de bu kenarı düzeltsem bulabilirim

Araştırmacı: Neden çarpıyorsun?

Sena: Paralelkenarın alanını dikdörtgene çevirip böyle bulabiliriz. Yüksekliği 6, tabanı 4 olur. Bu dikdörtgen geliyor.

Araştırmacı: Nasıl dikdörtgenden geliyor, açıklayabilir misin?

Sena: Soldaki parçayı paralelkenarın sağına taşıdığımızda bir dikdörtgen oluyor. Dikdörtgenin alanından yararlanmış oluyorum.

Araştırmacı: Yükseklik çizerken nelere dikkat ediyorsun?

Sena: Tabana dik olmasına. Yüksekliği içeriden de çizebilirim.

Araştırmacı: Başka yükseklikler çizebilir misin?

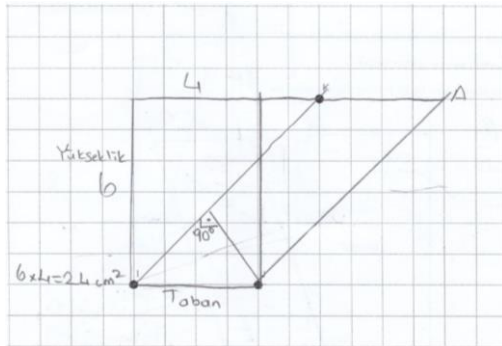
Sena: Mesela bu kenarı taban sayarsak buna dik çizmeliyiz. Köşeden karşı kenara çizebilirim. Dışarıdan veya içeriden de olabilir. Paralelkenarı çevirince daha rahat görebiliyorum.

Diyaloğa göre Sena'nın ve paralelkenar ile dikdörtgenin alanını ilişkilendirebildiği ve paralelkenarın alanını hesaplamada alan bağıntısını kullandığı görülmektedir. Paralelkenara ait yükseklik çiziminde ise yüksekliğin tabana dik olmasına ve seçilen köşeden karşı kenara çizilmesine dikkat ettiği, kağıdı hareket ettirip paralelkenarı farklı açıdan duruşunda dışarıdan yükseklik çiziminin daha kolaylık olduğunu ifade etmiştir.

Umay'ın Görsel 4.152'de verilen paralelkenarın çiziminde taban uzunluğunu dikkate alarak karşı kenarını çizmesinde karşılıklı kenarların eşit olması gerektiği fikrine sahip olduğu ve paralel kenarları çizmek için ise cetvelin duruşunu değiştirmeden 4 birim öteleyerek çizmesi paralelkenarın şekil bilgisini kullandığına işaret etmektedir.

Görsel 4.152

Umay'ın Birim Kareli Zeminde Paralelkenar Çizimi



Oluşturduğu paralelkenarın alanını tahmin etmesi istendiğinde “ Paralelkenarın alanı tahmini 24 santimetrekaredir. Kaç tane kare olduğuna bakarak tahmin edebilirim.” açıklamasını yapmış ve gözünde canlandırma stratejisi ile alan ölçümüne eş tahminde

bulunduğu görülmüştür. Paralelkenarın alanını hesaplamada ise araştırmacı ile Umay arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur:

Araştırmacı: Gerçek alan ölçümünü nasıl bulursun?

Umay: Gerçek sonucunu ise bu paralelkenardan kestiğim parçayı buraya taşıdım. Burada oluşan dikdörtgendeki kareleri saydım. Kısa yoldan 6 ile 4 ü de çarpabilirim 24 çıktı.

Araştırmacı: Paralelkenarın alanını kısa yoldan nasıl bulabilirsin?

Umay: Taban çarpı yükseklik. Ama dikdörtgene çevirerek bulmak bana daha kolay geliyor.

Araştırmacı: Yüksekliği çizerken neye dikkat ettin?

Umay: Düz olmasına dikkat ettim. Karelerin kenarları 1 ya eğer bu düz olmasa daha farklı bir sonuç çıkabilir.

Araştırmacı: Başka yükseklik çizebilir misin?

Umay: Çizebilirim. KI kenarına ait bu şekilde çizebilirim.

Araştırmacı: Bu kenara ait yükseklik çizebilir misin?

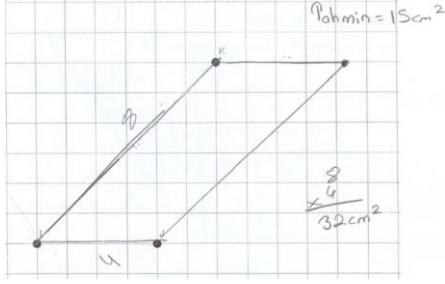
Umay: I dan düzgün bir çizgi çizemediğim için çizemem. (Sağ kenar)

Diyalogda da görüldüğü gibi, Diyaloga göre, Umay'ın paralelkenarın alanını daha kolay bir ölçüm için dikdörtgen olarak yapılandırılabilceği, dikdörtgenin alan formülünün kullanılabilmesinin yanı sıra paralelkenarın alan bağıntısı ile de alanın bulunabileceği fikrine sahip olduğu görülmüştür. Paralelkenara ait yükseklik çiziminde ise yüksekliğin düz olmasına dikkat ettiği ve J köşesinden [KI] kenarına yükseklik çizebildiği ancak I köşesinden [AJ] kenarına yükseklik çizmede[Ö47] zorlandığı görülmüştür.

Zuhal'in paralelkenarın çiziminde taban uzunluğunu dikkate alarak karşı kenarını çizmesinde karşılıklı kenarların eşit olması gerektiğine dikkat etmesi paralelkenarın şekil bilgisini kullandığına işaret etmektedir. Görsel 4.153'te verilen oluşturduğu paralelkenarın alanını tahmin etmesi istendiğinde "Tahminim 15 santimetrekaredir." açıklamasını yapmış ve tahminde göz kararı yaklaşık değer belirtmesi rastgele tahmin stratejisini kullandığını göstermiştir. Paralelkenarın alanını hesaplamada ise "Satır ve sütun sayısına bakmalıyım. Sütun 4 tane olur. Paralelkenarın uzun kenarını ölçtüğümde 8 oluyor yani satır sayısı 8 olur. Alanını bulmak için 4 ile 8'i çarpırım. 32 santimetrekare olur. Bu dikdörtgen için de geçerli." açıklamasını yapmıştır. Zuhal'in bu açıklamasına göre, paralelkenarın alanını hesaplamada kısa ve uzun kenarlarını çarpıldığı, çarpım yapmasına ilişkin satır-sütun sayısı ile açıkladığı ve dikdörtgenin alan formülünü genellediği görülmektedir.

Görsel 4.153

Zuhal'in Birim Kareli Zeminde Paralelkenar Çizimi



Verilen paralelkenarın alanını tahmin etme ve alanını hesaplamanın sorgulandığı soruda, Zuhal'in alanı tahmin etmede paralelkenarın farklı kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptığı, alanı hesaplamada ise paralelkenarın kısa ve uzun kenarlarını çarpıtığı görülmüştür.

Verilen paralelkenarın alanını tahmin etme ve hesaplamanın sorgulandığı soruda, tahmin etmede Yavuz ve Sena'nın paralelkenarın yükseklik ve taban uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptığı ve Şafak'ın yaklaşık değer belirttiği görülmüştür. Umay paralelkenarı zihinden dikdörtgen olarak görselleştirmiş ve birim kareyi referans alarak kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yapmıştır. Zuhal ise paralelkenarın farklı kenar uzunluklarını tahmin edip çarpım yaptığı görülmüştür.

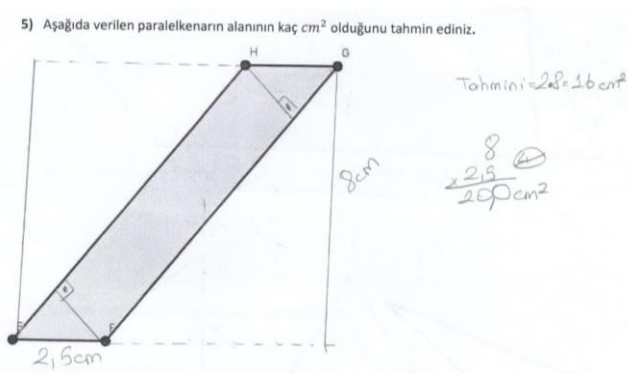
Yavuz nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Burası 2 cm olur. Yükseklik çizecek olursak ta 8 cm olur. Çarparsak 16 santimetrekare olur. Tahmin ederken uzunlukların kaç cm olduğuna bakıyorum." açıklamasını yapmış ve uzunluklarını tahmin ederken parmak aralıkları ile ölçme yaptığı görülmüştür. Yavuz'un paralelkenarın alanını tahmin etmede, önceki bilgiyi kullanma stratejisi ile kenar uzunluklarını tahmin ettiği ve formül kullanma stratejisini kullandığı görülürken; tahmini ile gerçek alan ölçümünün oldukça yakın çıkmıştır. Sena ise "Tabanı 3 cm olabilir. Uzun kenarı da 11 cm olabilir. Yüksekliği de bu şekilde çizebilirim. Yüksekliği de 10 cm olabilir. Tahmini 3 çarpı 10 dan 30 santimetrekare olur." açıklamasını yapmış ve yükseklik ve taban uzunluklarını sezgisel olarak yaklaşık değer ile tahmin edip alan bağıntısını kullandığı görülmektedir. Ancak kenar uzunluklarını gözünde canlandırma stratejisi ile gerçek uzunluklara yakın tahmin etmesine karşın formül kullanma stratejisini kullanmasından sonra tahmini alan ile alan ölçümü oldukça uzak çıkmıştır. Şafak nasıl tahmin ettiğine ilişkin "Tahmini 25 santimetrekaredir. Önceki alanlardan aklıma geldi." açıklaması yapmış ve deneyime bağlı

sezgisel tahminde bulunması önceki bilgiyi kullanma stratejisine işaret etmesine karşın tahmininin alan ölçümüne oldukça uzak çıktığı görülmüştür. Umay ise paralelkenarı dikdörtgen olarak görselleştirdikten sonra “Ben yine aynı dikdörtgen olmasına çalıştım. Gözümde 1 santimetrelik kareler canlandırdım. Uzun kenarı 8, kısa kenarını 3 buldum. 8 cm yi bulurken şöyle parmaklarımı koyarak, parmaklarımın arası kaç cm olabilir diye tahmin ediyorum. 8 ile 3 ü çarpıp 24 santimetrekare olur.” ifadesi ile nasıl tahmin ettiğini açıklamıştır. Umay’ın tahmin etmede, gözünde canlandırma stratejisini, karşılaştırma ve formül kullanma stratejilerini kullandığı ve alan tahmini ile gerçek alan ölçümünün oldukça yakın çıktığı görülmüştür. Zuhal ise “Önce kenarlarını tahmin ederim. Kısa kenarı 3 cm uzun kenarı 10 cm bence. Çarparsam 30 santimetrekare olur.” açıklaması yapmıştır. Zuhal’in bu açıklamasına göre, tahmin etmede paralelkenarın kısa ve uzun kenarlarını gözünde canlandırma stratejisi ile oldukça yakın tahmin ederken; çarpım yapması ile tahmini ile alan ölçümünün oldukça uzak çıktığı görülmüştür.

Paralelkenarın alanını hesaplamada ise Yavuz ve Sena’nın paralelkenarın alan bağıntısını kullandığı, Şafak ve Umay’ın paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırdıktan sonra dikdörtgenin alan formülünü kullandığı ve Zuhal’in paralelkenarın kısa ve uzun kenarlarını çarptığı görülmüştür. Yavuz “Taban ile yüksekliği bulup çarpabiliriz. Tabanı da 2,5 cm olur. Çarpınca 20 santimetrekare çıktı. Tahminimle yakın çıktı.” ifadesi ile Görsel 4.154’te paralelkenarın alanını hesaplamada gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır.

Görsel 4.154

Yavuz’un Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

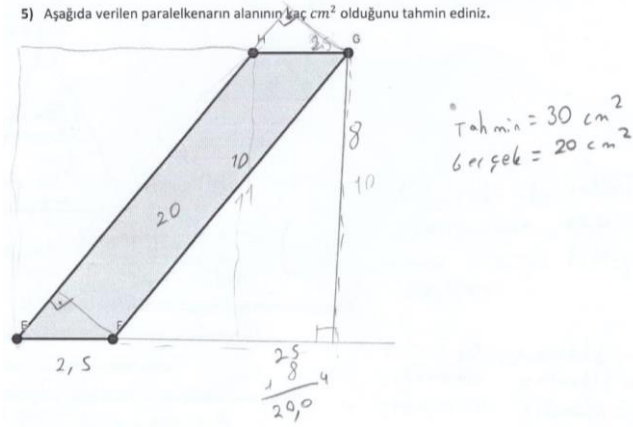


Ayrıca Yavuz’un cetvelini Görsel 4.154’te verilen paralelkenarın F köşesine koyduğu ve cetveli G köşesinin hizasında sağa doğru kaydırarak dışarıdan yükseklik çizimi yaptığını görülmüştür. Yavuz alan tahmini ile gerçek alan ölçümünü karşılaştırarak çok yakın çıktığını fark etmiş ve yükseklik çizimlerinde paralelkenarın köşelerini dikkate almıştır.

Sena da benzer olarak paralelkenarın alanını hesaplamada “Ölçmeliyiz. Tabanı 2,5 cm, uzun kenarı 10 cm. Yüksekliği ise 8 cm. 2,5 ile 8 i çarparsam gerçek alan 20 santimetrekare olur.” ifadesi ile Görsel 4.155’te gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Sena’nın paralelkenarın alanını hesaplamada alan bağıntısını kullandığı görülürken, farklı yükseklik çizimleri de yapabildiği görülmüştür.

Görsel 4.155

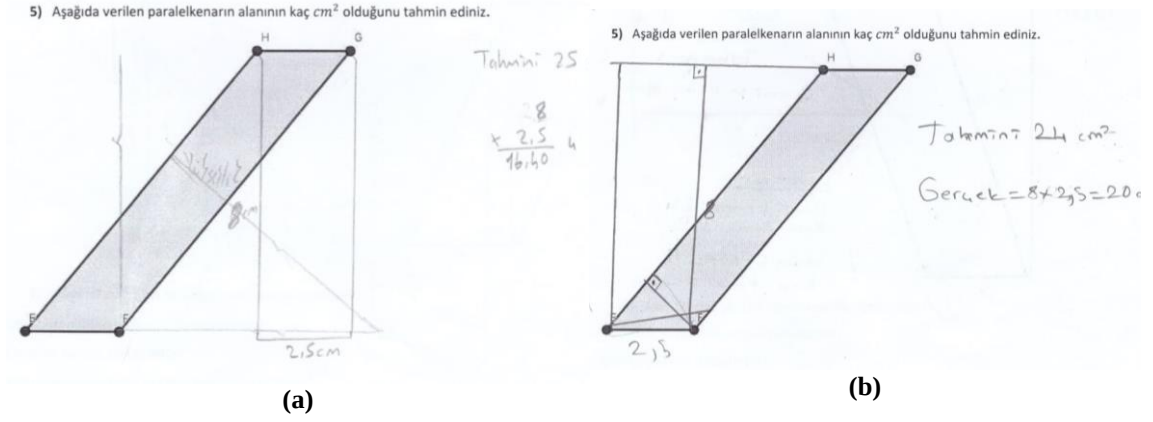
Sena’nın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Şafak ve Umay ise paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırmışlar ve alanı hesaplamak için dikdörtgenin alan formülünü kullanmışlardır. Şafak paralelkenarın alanını hesaplamada ise “Bunu önce dikdörtgen yapmalıyım. Köşeden aşağıda dik çizip aynı taban ve yükseklik olacak şekilde. Bu kenarı buraya aldım. Bu uzunluk 8 cm ama paralelkenarın uzun kenarı 10 cm. Alanları eşit olabilir. Dikdörtgene çevirince daha kolay oluyor.” ifadesi ile Görsel 4.156a’da gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Şafak paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırırken, paralelkenarın tabanı [EF]’yi [HG] kenarına dik hizalı olacak şekilde taşıdığı, [EF] kenarını dikdörtgenin kısa kenar uzunluğuna eş olacak şekilde çizdiği ve farklı yükseklik çizimleri de yapabildiği görülmüştür. Umay ise “2,5 ile 8 i çarptım. 20 santimetrekare oldu.” açıklamasını yapmış ve Görsel 4.156b’de paralelkenarda farklı yükseklik çizimleri yapabildiği de görülmektedir.

Görsel 4.156

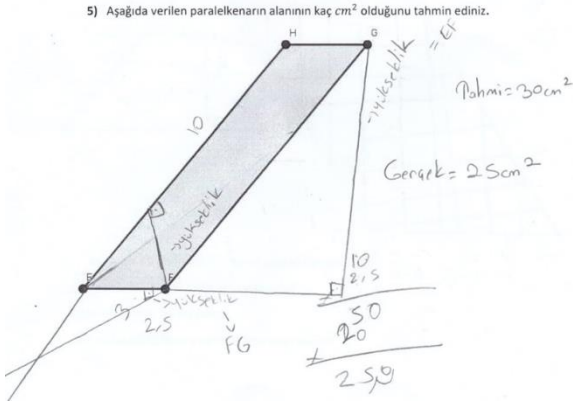
Şafak ve Umay'ın Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri



Zuhal ise paralelkenarın alanını hesaplamada ise “Ölçerim. Kısa kenarı 2,5 cm, uzun kenarı 10 cm olur. Çarpınca 25 santimetrekare.” ifadesi ile Görsel 4.157’de gerçekleştirdiği eylemleri açıklamıştır. Zuhal’in paralelkenarın alanını hesaplamada kısa ve uzun kenarlarını çarpması, dikdörtgenin alan formülünü genellediğine işaret etmektedir.

Görsel 4.157

Zuhal'in Paralelkenarın Alan Ölçümüne İlişkin Eylemleri

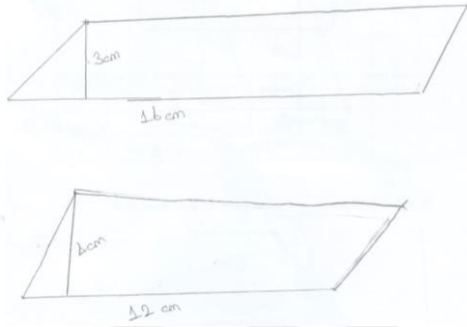


Alanı 48 cm^2 olan farklı paralelkenarlar oluşturmaları istenilen soruda, Yavuz, Şafak, Sena ve Umay'ın istenilen alana sahip paralelkenarları oluşturabildikleri ancak Zuhal'in karmaşa yaşadığı görülmüştür. Yavuz, Sena ve Umay paralelkenarın alan bağıntısı ile farklı paralelkenarların taban ve yükseklik uzunluklarını belirleyebilmişlerdir. Şafak ise dikdörtgen ile paralelkenarın ilişkisi ile dikdörtgenin alan formülünü kullanarak paralelkenarların taban ve yükseklik uzunluklarını belirleyebilmiştir.

Yavuz Görsel 4.158’de görüldüğü gibi aynı alan sahip taban ve yükseklik uzunlukları farklı paralelkenarları oluştururken taban uzunluğunu belirledikten sonra yüksekliği çizmiş ve karşılıklı kenarların paralel olması için cetvelin duruşunu değiştirmeden çizim yapmıştır.

Görsel 4.158

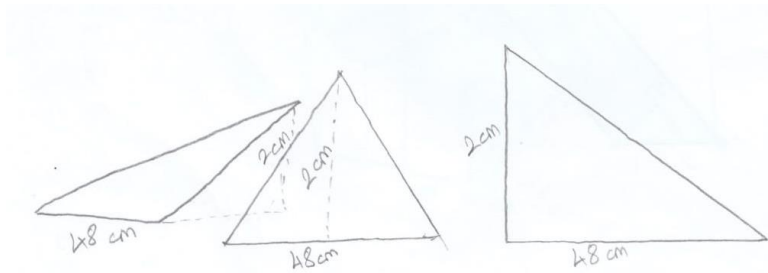
Yavuz’un Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Paralelkenar Çizimleri



Paralelkenar ile aynı alana sahip farklı bir şekil ile ilgili “Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler de çizebiliriz. Kısa kenarı 3, uzun kenarı 16 cm veya kısa kenarı 4, uzun kenarı 12 cm olabilir” açıklamasını yaptığı görülürken, Görsel 4.159’da görüldüğü gibi aynı alana sahip farklı üçgenleri de oluşturabilmiştir. Yavuz’un açılarına göre aynı alana sahip dar, dik ve geniş açılı üçgenlerin taban ve yükseklik uzunluklarını ve aynı alana sahip farklı şekilleri oluşturmada alan bağıntısını kullanarak şekillerin farklı uzunluklarını da belirleyebilmiştir.

Görsel 4.159

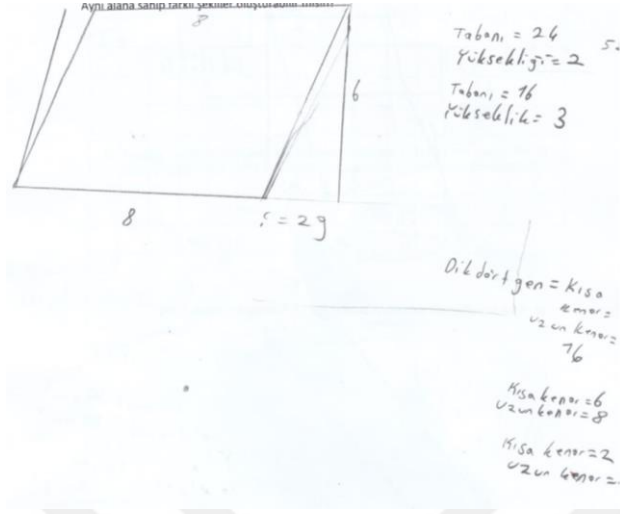
Yavuz’un Paralelkenar ile Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri



Görsel 4.160’da görüldüğü gibi Sena paralelkenarın taban uzunluğunu 8 cm belirleyip çizdikten sonra dışarıdan yükseklik çizimi yapmış, cetvel ile karşılıklı paralelkenarları çizmiş ve paralelkenarı oluşturmuştur.

Görsel 4.160

Sena'nın Aynı Alana Sahip Farklı Şekiller Oluşturmaya İlişkin Eylemleri



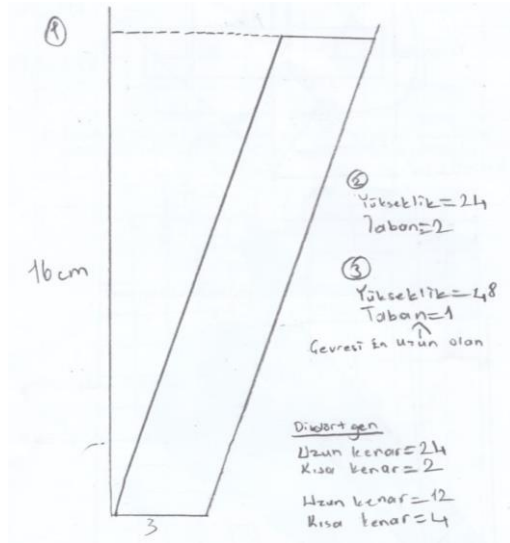
Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturmaya ilişkin “6 kere 8, 48 dir. Taban çarpı yüksekliğin 48 olduğu aklıma geliyor. Tabanı 8, yüksekliği 6 olabilir. Sol kenarı biraz daha yatay çizmeliyim. Taban 24 cm, yükseklik 2 cm olabilir. Tabanı 16 cm, yüksekliği 3 cm olabilir.” açıklaması, paralelkenarın alan bağıntısı ile farklı paralelkenarların yükseklik ve taban uzunluklarını belirleyebildiğini göstermektedir. Aynı alana sahip farklı şekiller için ise “Dikdörtgen olabilir. Paralelkenarda olduğu için yükseklik kısa kenar, taban uzun kenar olabilir.” açıklamasını yapmış ve dikdörtgenlerin farklı kenar uzunluklarını not almıştır (Bkz. Görsel 4.160)

Umay ise Görsel 4.161’de görüldüğü gibi paralelkenarı oluşturmada, taban uzunluğunu belirledikten sonra yüksekliği dışarıdan çizmiş ve karşılıklı kenarları paralel olması için cetvelin duruşunu değiştirmeden çizim yapmıştır.

Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturmaya ilişkin “Oluşturabilirim. Yükseklik çarpı taban alanı verir. 48 in çarpanlarına bakmalıyım. Mesela 24 çarpı 2. 16 çarpı 3 olabilir. 16 ya 3’lük olan çizmeye çalışayım. Ama nasıl yapsam? Tabanı 3 cm olacak” açıklamasını yapmış ve tabanı 3 cm olacak şekilde bir doğru parçası çizmiştir. Çizdiği doğru parçasının soluna cetveli dik koyarak 16 cm uzunluğunda bir yükseklik çizmiş, cetveli koyduğu yeri değiştirmeden sağa doğru yatık koyup paralelkenarın sol kenarını çizmiş ve cetvelin duruşunu değiştirmeden sağa doğru öteleyerek karşı kenarı çizmiştir.

Görsel 4.161

Umay'ın Aynı Alana Sahip Paralelkenar ve Dikdörtgen Oluşturmaya İlişkin Eylemleri

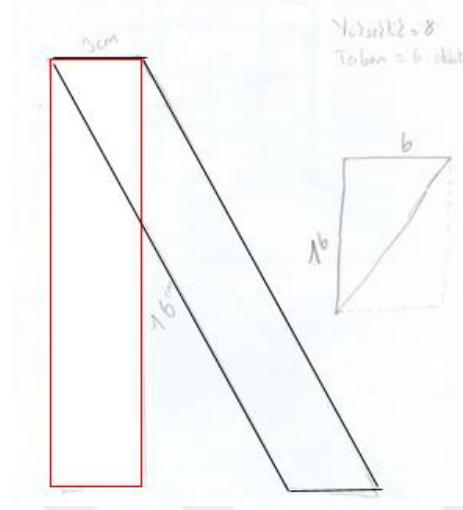


Cetveli neden kaydırıldığına ilişkin ise “Çünkü paralelkenarın karşısındaki kenarının da uzunluğu aynı olması gerekiyor. Aynı zamanda duruşunun da aynı olması lazım. Yükseklik 16 cm burası. Yüksekliği içeriden de çizebilirim.” açıklamasını sunmuştur. Umay'ın açıklamalarına ve eylemlerine göre, paralelkenarı oluşturmada karşılıklı kenarların paralel ve eşit uzunlukta olmasına dikkat ettiği, çizimde cetveli araç olarak kullandığı, paralelkenarın alan bağıntısı ile yükseklik ve taban uzunluklarını belirleyebildiği ve dışarıdan yükseklik çizimi ile paralelkenarı oluşturabildiği görülmüştür. Aynı alana sahip farklı şekiller için ise “Dikdörtgen olabilir. Dik kenar uzunluklarının çarpımı 48 santimetrekare olacak şekilde.” açıklamasını yapmış ve dikdörtgenlerin farklı kenar uzunluklarını belirleyebilmiştir.

Şafak ise Görsel 4.162’de görüldüğü gibi paralelkenarı oluşturmak için aynı alana sahip bir dikdörtgen oluşturmuş ve dikdörtgenin farklı uzunlukları ile paralelkenarın taban ve yükseklik uzunluklarını belirleyebilmiştir. Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturmaya ilişkin araştırmacı ile Şafak arasında geçen diyalog aşağıda sunulmuştur.

Görsel 4.162

Şafak'ın Paralelkenarın Alanını Hesaplama İlişkin Eylemleri



Araştırmacı: Alanı 48 santimetrekare deyince aklına ne geliyor?

Şafak: Bir kenarı 16 cm, bir kenarı da 3 cm olabilir.

Araştırmacı: Paralelkenarın kenar uzunlukları mı bu şekilde olmalı?

Şafak: Hayır. Dikdörtgen olarak düşünüyorum. Önce dikdörtgeni oluşturmahıym.

Araştırmacı: Uzunlukları nasıl buldun?

Şafak: 16 ile 3 ü çarpınca 48 olduğu için. Dikdörtgenin alanından yararlandım. (Dikdörtgenin üst kısa kenarını paralelkenarın tabanı olarak kabul edip aynı yüksekliğe sahip olacak şekilde paralelkenar çizdi)

Araştırmacı: Paralelkenar üzerinde gösterebilir misin?

Şafak: Tabanı 3 cm, yüksekliği 16 cm olacak.

Araştırmacı: Başka paralelkenar oluşturabilir misin?

Şafak: Yine dikdörtgen şeklinde düşündüğümde uzun kenarı 8 cm, kısa kenarı 6 cm olabilir. Paralelkenar için düşündüğümde 8 cm yükseklik, 6 cm taban olur.

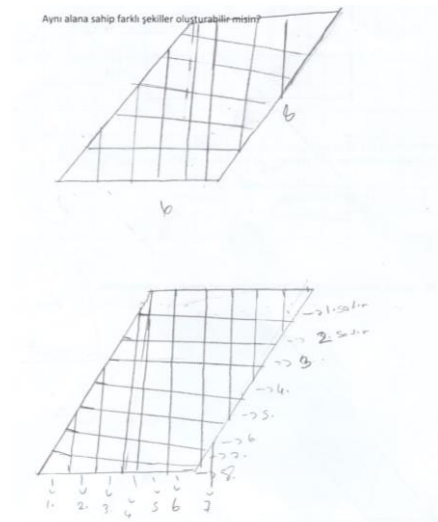
Diyalogda görüldüğü gibi, Şafak alanı 48 cm^2 olan bir dikdörtgen çizmiş ve bu dikdörtgenin uzun kenarını yükseklik, kısa kenarını taban kabul ederek bir paralelkenar oluşturmuştur. Dikdörtgenin alan formülü ile kenar uzunluklarını belirleyebildiği ve yüksekliği 8cm, tabanı 6 cm olan bir paralelkenarın da oluşturulabileceğini belirttiği görülmüştür. Aynı alana sahip farklı şekilleri oluşturmaya ilişkin “Dikdörtgen olabilir. Üçgen olabilir. İki tane üçgen bir paralelkenar veya bir dikdörtgen yapıyor. Önce alanı bulup ikiye böleriz. Kenar uzunluklarının çarpımı 96 olması lazım. O zaman 16 ile 6 olabilir.” açıklamasını yapmış ve üçgenin alan bağıntısından yararlanarak yükseklik ile

taban uzunluklarını belirleyebildiği dik üçgenin çizimi ise Görsel 4.162’de görülmektedir.

Zuhal ise kenar uzunluklarının çarpımı 48 cm^2 olacak şekilde paralelkenar çizimi yapmış ve paralelkenarı satır-sütun olarak yapılandırmıştır. Görsel 4.163’te görüldüğü gibi paralelkenarı oluşturmada, kenar uzunluklarını belirledikten sonra karşılıklı kenarların paralel olması için cetvelin duruşunu değiştirmeden çizim yapmıştır. Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturmaya ilişkin “48 santimetrekarelik bir alan 6 ya 8 olabilir. 6 sütun, 8 satır olabilir. Kısa yoldan alanı bulmak için çarpınca 48 olmalı “açıklamasını yapmış ve paralelkenarın alanını satır ile sütun sayısının çarpımı olduğunu belirtmiştir. Zuhal’in açıklamalarına ve eylemlerine göre, paralelkenarı oluşturmada karşılıklı kenarların paralel ve eşit uzunlukta olmasına dikkat ettiği, çizimde cetveli araç olarak kullandığı ancak paralelkenarın alanı için dikdörtgenin alan formülünü genellediği görülmektedir. Aynı alana sahip farklı şekiller için ise “Dikdörtgen olabilir. 2 ye 24 cm olabilir. Birim kareleri çizmek dikdörtgende daha kolay ama paralelkenarda zor oluyor. Çünkü kenarları paralel olduğu için, dikdörtgenin dik ve iki kenarı birbirine eşit olduğu için kareler tam sığıyordu. Ama paralelkenarda yarımalar kalıyor. Onları da birleştirerek bulabiliriz.” şeklinde açıklaması, şekillerin alan ölçümünde birim kare ile kaplama fikrinin devam ettiği ve dikdörtgenin alan formülünü genellediğine işaret etmektedir.

Görsel 4.163

Zuhal’in Aynı Alana Sahip Paralelkenarları Oluşturmaya Ait Çizimleri



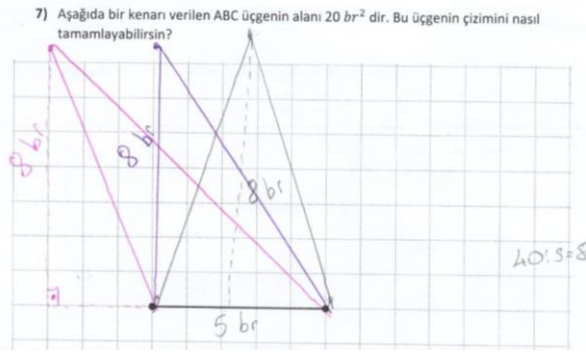
4.5.4 Üçgenin alan bağıntısını kullanmaya ilişkin bulgular

Üçgenin alanını ölçmeye ilişkin, üçgen oluşturma ve aynı alana sahip farklı üçgenler oluşturma düşünme biçimleri ortaya çıkmıştır. Birim kareli zemin üzerinde verilen aynı doğrultudaki iki nokta ile üçgen oluşturmaları istendiğinde, Yavuz, Şafak, Sena ve Zuhale'in alan bağıntısını kullanarak üçgenler oluşturabildiği görülmüştür. Umay ise dikdörtgen yapılandırarak dar açılı üçgen oluşturmada karmaşa yaşarken, istenilen alana sahip dik açılı üçgen oluşturabilmiştir.

Yavuz, Görsel 4.164'teki üçgen çizimleri ile ilgili "Burası 5 birim. Üçgenin tabanı olarak kabul ederek 5 ile neyi çarpıp ikiye bölmüdüğünde 20 olur, 8 olmalı. Yani yüksekliği 8 olmalı. 40'ı 5'e bölersek 8 çıkar zaten. Şu şekilde çizebilirim" açıklamasını yapmıştır.

Görsel 4.164

Yavuz'un Üçgen Oluşturmaya İlişkin Çizimleri

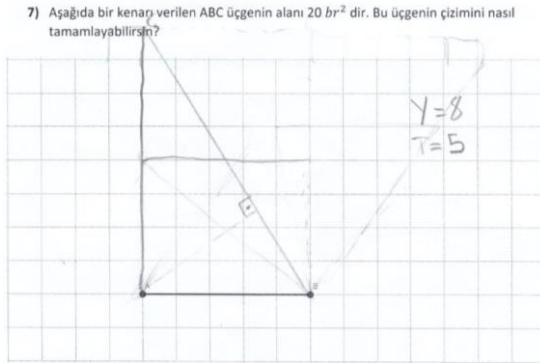


Yavuz'un üçgenin taban uzunluğunu dikkate alarak yükseklik uzunluğunu belirlediği, yükseklik olarak çizdiği doğru parçasının tepe noktasını köşe olarak kabul ettiği ve aynı yüksekliğe sahip açılara göre dar, dik ve geniş açılı üçgenler oluşturabildiği görülmüştür. Ayrıca dar açılı üçgende yüksekliği tabana dik çizmiş, dik açılı üçgende dik kenarı yükseklik olarak kabul etmiş ve geniş açılı üçgende dışarıdan yükseklik çizimi yapmıştır.

Şafak, Görsel 4.165'teki üçgen çizimleri ile ilgili "İkiye bölünce 20 olması için 40 olmalı. 5 ile 8 i çarpınca 40 olur." açıklamasını yapmıştır.

Görsel 4.165

Şafak'ın İstenilen Alana Sahip Üçgen Çizimi

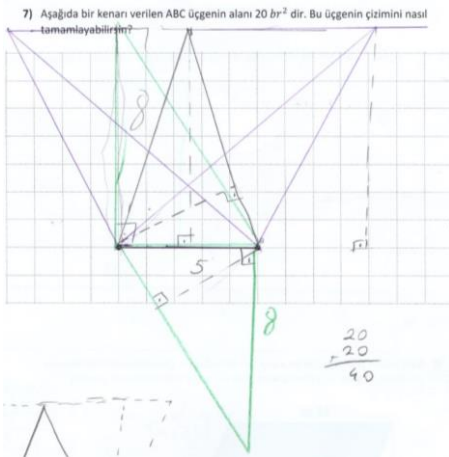


Şafak'ın üçgenin alan bağıntısı ile taban uzunluğunu dikkate alarak yükseklik uzunluğunu belirlediği, yükseklik olarak çizdiği doğru parçasının tepe noktasını köşe olarak kabul ettiği ve aynı yüksekliğe sahip dik açılı üçgen oluşturabildiği Görsel 4.165'te görülmektedir. Farklı üçgen çizimi ile ilgili “ Geniş açılı üçgen çizebilirim. Şöyle bir paralelkenar oluşturulabilir. Ama olmadı. Biraz daha büyük yapmalıyım. Ama bu da dik açılı oldu. Dik açılı üçgen daha kolay oluyor.” açıklamasını yapmış ve farklı üçgen çiziminde zorluk yaşadığı görülmüştür.

Sena, Görsel 4.166'daki üçgen çizimleri ile ilgili “Üçgenin alanını taban çarpı yükseklik bölü 2 ile bulabiliriz. 20 ile 20 yi toplayınca 40 olur. Tabanı 5 ise 5 ile neyi çarpınca 40 olur. 8 birim yükseklik olacak. Tabanın orta noktasını bulmalıyım. Dar açılı bir üçgen olur. Yükseklik aynı kalmak şartıyla dik üçgen veya geniş açılı üçgen de çizebilirim.” açıklamasını yapmıştır.

Görsel 4.166

Sena'nın İstenilen Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri



Üçgen oluşturmaya ilişkin Sena'nın üçgenin alan bağıntısı ile taban uzunluğunu dikkate alarak yükseklik uzunluğunu belirlediği, yükseklik olarak çizdiği doğru parçasının tepe noktasını köşe olarak kabul ettiği ve aynı yüksekliğe sahip açılara göre dar, dik ve geniş açılı üçgen oluşturabildiği Görsel 4.166'da görülmektedir. Farklı üçgen çizimi ile ilgili dar açılı üçgen çiziminde tabanın orta noktasını dikkate alarak yüksekliği çizmiş ve yüksekliğin aynı kalması şartıyla dik ve geniş açılı üçgenlerin çizilebileceğini de göstermiştir.

Zuhal de benzer olarak üçgen oluşturmada taban ve yükseklik uzunluklarının çarpımının alan ölçümünü vermesine dikkat etmiş ve üçgen çizimine ilişkin araştırmacı ile Zuhal arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Zuhal: Bir tane köşe seçtim. Ortak olmasına dikkat ederek çizdim.

Araştırmacı: Alanının 20 birim kare olduğunu gösterebilir misin?

Zuhal: Kenarlarını çarpıp ikiye bölsük.

Araştırmacı: Neden çarpıp ikiye bölüyoruz?

Zuhal: Biz dikdörtgenin alanını bulmayı yani ikisini çarparak yaptık ama üçgen daha küçük olduğu için ikiye bölüyorduk.

Araştırmacı: Kenar uzunluklarını bulabilir misin?

Zuhal: Burası 5 (tabanı saydı). Burası da 6.

Araştırmacı: Neden burayı saydın?

Zuhal: Ortasından geçiyor. Kenarları dik olmadığı için sayamadım. Ortasından geçen dikliği saydım. 5 ile 6'yı çarpıp ikiye bölünce 15 oluyor. 20 olmadı.

Araştırmacı: Nasıl 20 santimetrekare olmalı?

Zuhal: Bu üçgeni biraz daha uzatsam. 5 ile neyi çarpıp 2 ye bölsem diye düşünsem. 8 olabilir. (8 birim olacak şekilde üçgenin yüksekliğini artırdı ve çizdi. Yüksekliği 8 yaptı sonra üçgeni tamamladı)

Araştırmacı: Bu ortasından çizdiğin bu üçgenin neyi oluyor?

Zuhal: Yüksekliği.

Araştırmacı: Her üçgenin alanı için kısa bir yol var mıdır?

Zuhal: Bu şekilde yükseklik ile tabanı bulup 2 ye böleriz.

Araştırmacı: Bu kısa yol nereden geliyor?

Zuhal: Paralelkenarda satır ile sütunu çarpıyorduk. Yüksekliği çiziyorduk. Burada kenarları eşit olmadığı için biz derste de öyle yaptık. Yükseklik ile tabanı çarpıp ikiye bölüyorduk.

Araştırmacı: Geniş açılı bir üçgen çizebilir misin?

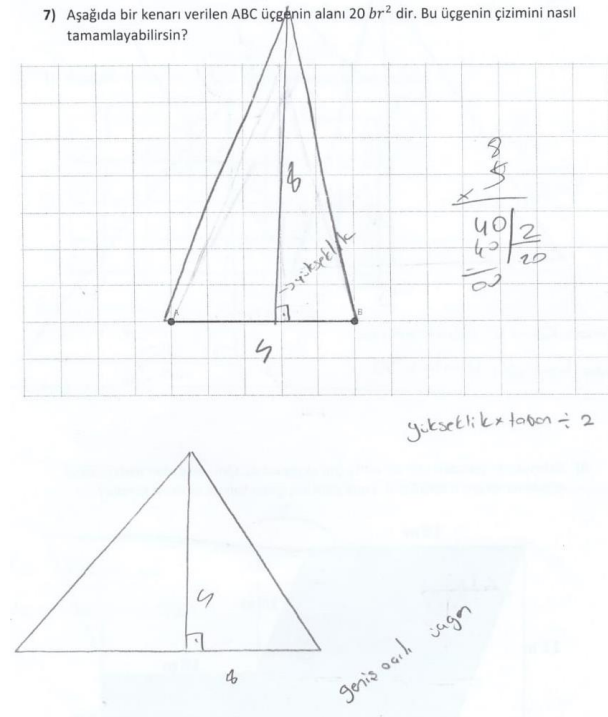
Zuhal: Kısa kenarını 8 cm, şey kenarını 5 yapsak. (Dar açılı bir üçgen çizdi) .

Bu çizdiğimde kenarları daha geniş, açık olduğu için geniş açılı üçgen olur.

Diyalogda görüldüğü gibi, Zuhal üçgenin taban uzunluğunu 5 br kabul etmiş ancak üçgenin ortasından geçen diklik olarak belirttiği yüksekliği 6 br olarak belirlemiştir. Yükseklik ile taban uzunluğunu çarpıp ikiye böldüğünde istenilen alanı vermediğini fark etmiş ve yüksekliğin 8 br olacağına karar vermiştir. Zuhal'in üçgenin alan bağıntısı ile taban ve yükseklik uzunluğunu belirleyebilmiş ve paralelkenar ile üçgenin alanlarını ilişkilendirmiş ancak yeterli gerekçe sunamamıştır. Farklı üçgen çizimi ile ilgili ise oluşturduğu Görsel 4.167' deki üçgen ile ilgili “ Kısa kenarını 8 cm, şey kenarını 5 yapsak. (dar açılı bir üçgen çizdi) . Üstteki üçgende kenarları daha kapalı. Bu çizdiğimde kenarları daha geniş, açık olduğu için geniş açılı üçgen olur.” açıklamasını sunmuş ancak aynı alana sahip dar açılı üçgen oluşturmuştur.

Görsel 4.167

Zuhal'in İstenilen Alana Sahip Oluşturduğu Üçgen Çizimleri



Umay ise dar açılı üçgen oluşturmada dikdörtgen yapılandırma yaparken, dik açılı üçgende taban ve yükseklik uzunluklarının çarpımının alan ölçümünü vermesine dikkat etmiştir. Üçgen çizimine ilişkin araştırmacı ile Umay arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Umay: Burası 5 cm. Bunu dikdörtgene çevirmeliyim. Bunun için şöyle bir çizgi çizmeliyim (4 santimetrelilik bir dik doğru parçası çizdi)

Araştırmacı: Neden dikdörtgen?

Umay: Paralelkenar da çizebilirim ama dikdörtgen çizmek daha kolay. Sonra paralelkenara dönüştürebilirim.

Araştırmacı: Burada üçgen çizmeni istiyor.

Umay: Hmm üçgen. Aynı şekilde yapabilirim yine.

Araştırmacı: Çizerken neye dikkat etmen gerekiyor?

Umay: Dikdörtgen çizeceğim ya dikdörtgenin alanı 40 birim olmalı. İçinde bir tane daha üçgen kullandığımız için üçgen 20 birim olur. Şöyle bir üçgen çizdim (yüksekliği 4 birim). Böyle olunca düşük bir sonuç çıkar. Bunu büyütmeliyim. 8 birim olmalı.

Araştırmacı: Neden 8 olmalı?

Umay: Çünkü bunu dikdörtgene çevirdiğimde 8 çarpı 5, 40 olacak şekilde. Ama nasıl yapsam dikdörtgeni.

Araştırmacı: Neden dikdörtgene dönüştürmeliyiz?

Umay: ABC üçgeninin alanını bulmak için.

Araştırmacı: Kısa yoldan üçgenin alanı bulunabilir mi?

Umay: Benim bildiğim yöntem bu şekilde (Üçgenin tabanının sol ve sağ uçlarından 8 birimlik doğru parçaları çizdi). Bu şekilde 5'e 8'lik bir dikdörtgen oluştu. Bu üçgen bu dikdörtgenin yarısı.

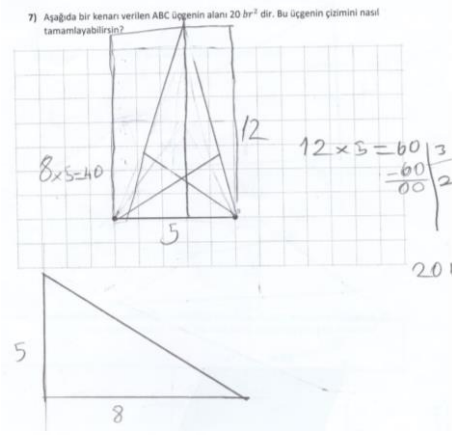
Araştırmacı: Yarısı olduğuna nasıl karar verdin?

Umay: Bence bir üçgenden bir dikdörtgenin tam alanını bulamayız. Bir tane daha üçgene ihtiyacımız var. Bu ikisi birleşince dikdörtgenin alanını kapatırız.

Diyalogda görüldüğü gibi, Umay'ın önce alanı 20 santimetrekare olan bir dikdörtgen oluşturmaya karar verdiği ve aynı alana sahip paralelkenar da çizilebileceği fikrine sahip olduğu ancak dikdörtgen çiziminin daha kolay olduğunu belirttiği görülmektedir. Oluşturduğu üçgeni dikdörtgene tamamlamak için iki üçgen çizimi daha yapmış, oluşturduğu üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu düşünmüş ve dikdörtgenin içinde oluşturduğu üçgenlerin eş alanlara sahip olduğunu düşünerek yükseklik uzunluğunu 12 cm kabul etmiştir. Farklı üçgen çizimi ile ilgili ise dik açılı üçgen için dikdörtgenin iki üçgenden oluştuğu fikrine sahip olduğu ve yüksekliği 8 cm olan bir dik üçgen oluşturduğu Görsel 4.168'de verilmiştir.

Görsel 4.168

Umay'ın İstenilen Alana Sahip Üçgen Çizimleri

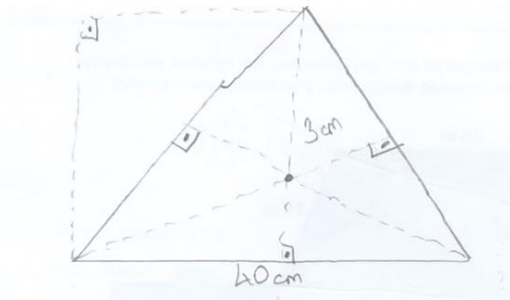


Tüm bu açıklamalara göre, Umay dar açılı üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu sezgisel olarak hissetmiş ancak görsel olarak üç üçgen olmasından dolayı karmaşa yaşamıştır.

Alanı 60 cm^2 olan üçgenler oluşturmaları istenilen soruda, odak öğrencilerin tümü istenilen alana sahip üçgeni oluşturabilmiş ve alan bağıntısı ile farklı üçgenlerin taban ve yükseklik uzunluklarını belirleyebilmiştir. Görsel 4.169'da görüldüğü gibi Yavuz istenilen alana sahip üçgenin çizimini, tabanı çizdikten sonra yüksekliği çizerek yapmış ve dar açılı üçgende yükseklikleri bir noktada kesişecek şekilde çizmiştir.

Görsel 4.169

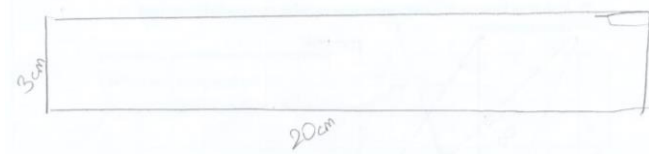
Yavuz'un Aynı Alana Sahip Üçgen Oluşturmada Dar Açılı Üçgen Çizimi



Üçgen ile aynı alana sahip farklı şekiller ile ilgili “Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar veya dikdörtgenler de çizebiliriz. Üçgenin alanı, paralelkenarın alanının yarısıdır. O yüzden 60'ın 2 katını aldım. Paralelkenarda yükseklik ile taban çarpımı 60 olur. Dikdörtgenin de kısa ve uzun kenarı çarpımının 60 olması lazım. Kısa kenarı 3 cm, uzun kenarı 20 cm olabilir.” açıklamasını yaptığı görülürken, Görsel 4.170'de görüldüğü gibi aynı alana sahip dikdörtgen çizimi de yapabilmıştır.

Görsel 4.170

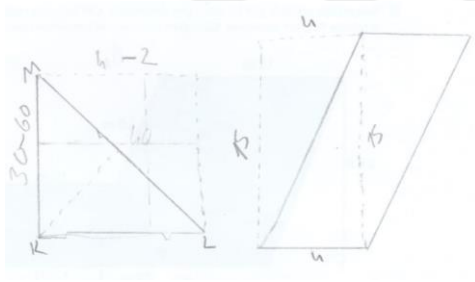
Yavuz'un Üçgen İle Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Dikdörtgen Çizimi



Şafak ise Görsel 4.171’de görüldüğü gibi istenilen alana sahip üçgenleri, dikdörtgen veya paralelkenar olarak yapılandırarak oluşturmuştur. Üçgen oluşturmaya ilişkin “Alanı 60 santimetrekare ise 120 olması lazım. Dik açılıyı tercih ediyorum. Daha kolay oluyor. Kenar uzunlukları 30 cm ile 4 cm olabilir. 60 cm ile 2 cm olabilir. Şekilleri paralelkenar veya dikdörtgene tamamlamak daha kolay oluyor.” açıklamasını yapmıştır. Aynı alana sahip farklı şekiller için “Paralelkenar olabilir. Öncelikle bir yükseklik çizmemiz lazım. Sonra ölçmeliyim. Burası 15 cm burası da 4 cm olmalı.” şeklinde düşüncesini belirttiği görülürken, hayali bir dikdörtgen çizimi yaptığı da Görsel 4.171’de görülmektedir.

Görsel 4.171

Şafak'ın Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgenlerin Çizimi



Aynı alana sahip farklı bir üçgen daha oluşturması istendiğinde ise “Geniş açılı üçgen olabilir belki. Şimdi aklıma geldi. Bunu bir paralelkenara çeviriyoruz. O paralelkenarı da dikdörtgene çeviriyoruz.” açıklamasını sunmuş ve Görsel 4.172’deki geniş açılı üçgeni oluşturmuştur.

Görsel 4.172

Şafak'ın Aynı Alana Sahip Geniş Açılı Üçgen Çizimi



Sena'nın da benzer olarak istenilen alana sahip üçgeni, paralelkenarın yarısı olacak şekilde yapılandırarak oluşturabileceğinin farkında olduğu ve farklı üçgenlerin yükseklik ile taban uzunluklarını belirleyebildiği Görsel 4.173'de görülmektedir. Üçgen oluşturmaya ilişkin “Yükseklik ile tabanı çarpınca 120 olması lazım. Paralelkenara dönüştürebiliriz. Bu üçgenin aynısından ekleyeceğiz. Paralelkenarı elde ettik. Paralelkenarın alanını yükseklik ile taban ile bulduğumuz için çarpıyoruz. Paralelkenarın yarısı olduğu için 2 ye bölüyoruz. “açıklaması, üçgen oluşturmada alan bağıntısını kullandığına ve paralelkenarın alanı ile üçgenin alanını ilişkilendirdiğine işaret etmektedir. Aynı alana sahip farklı şekiller için “Dikdörtgen olabilir. Kısa kenarı 2, uzun kenarı 30 olabilir. Kısa kenarı 3, uzun kenarı 20 olabilir. Paralelkenar da olabilir. Dikdörtgende bulduğumuz uzunluklar ile aynı ama kısa kenar yükseklik, uzun kenar taban olabilir.” şeklinde düşüncesini belirtmiştir.

Görsel 4.173

Sena'nın Aynı Alana Sahip Şekillerin Uzunluk Bilgilerine İlişkin Görsel

Paralel Kenarın Yarısı

Paralel kenarda aynı olur
Kısa kenar = yükseklik
uzun kenar = taban

8) Alanı 60 cm^2 olan bir üçgeni nasıl oluşturabilirsin?

Çevre uzunlukları hakkında ne diyebilirsin?

Çizerken nelere dikkat ettin?

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabilir misin?

Dik dörtgen = Kısa kenar = 2
uzun kenar = 20
Kısa kenar = 3

Yükseklik ile tabanı çarptığımızda 120 ederse 2 ye böldüğümüzde 60 cm^2 olur.

Taban = 60 yükseklik = 2
Taban = 40 yükseklik = 3
Taban = 20 yükseklik = 6
Taban veya yükseklik yer değiştirilebilir.

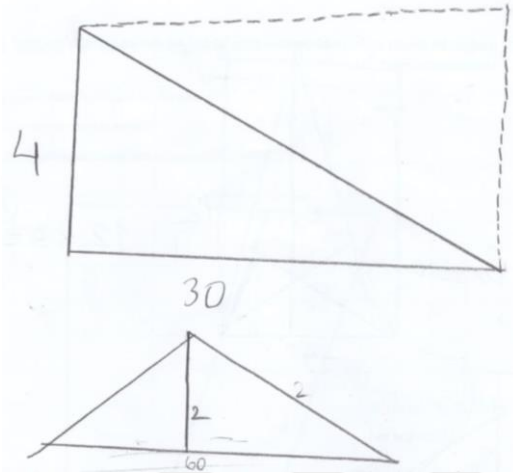
Aynı alana sahip farklı üçgen oluşturmaları istendiğinde ise “Yükseklik ile tabanı çarptığımızda 120 ederse 2 ye böldüğümüzde 60 santimetrekare olur. Tabanı 60 cm, yüksekliği 2 cm, tabanı 40 cm, yüksekliği 3 cm veya tabanı 20 cm, yüksekliği 6 cm olabilir. Taban veya yükseklikler yer değiştirebilir” açıklamasını sunmuştur. Tüm açıklamalarına göre, Sena'nın aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabildiği söylenebilir.

Umay ise Görsel 4.174'de görüldüğü gibi istenilen alana sahip dik açılı üçgeni dikdörtgen olarak yapılandırarak, dar açılı üçgeni de alan bağıntısı ile oluşturmuştur. Üçgen oluşturmaya ilişkin “Dik açılı bir üçgen çizmek daha kolay. 60 çarpı 2 den 120 olmalı.

4'e 30'luk olabilir çünkü bir tane dikdörtgen çizsem yarısı olacak.” açıklaması, üçgenin alanı ile dikdörtgenin alanı arasında ilişki kurduğuna işaret etmektedir. Aynı alana sahip farklı üçgen oluşturması istendiğinde ise “Dar açılı üçgen de oluşturabilirim. Tabanı 60, yüksekliği 2 olabilir” açıklamasını sunmuş ve Görsel 4.174'teki dar açılı üçgeni oluşturmuştur.

Görsel 4.174

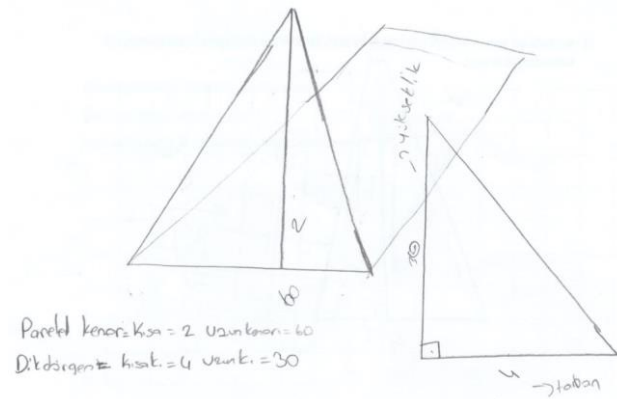
Umay'ın Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgenlerin Çizimi



Zuhal'in üçgen oluşturmaya ilişkin “Bir şey ile bir şeyi çarpınca 120 olması lazım. Biz üçgenin alanını yükseklik çarpı taban bölü iki yapıyorduk. Neye bölersek 60 çıkar? 120'yi ikiye bölersek 60 çıkar 60'a 2 olabilir.” açıklaması, üçgen oluşturmada alan bağıntısını kullanarak yükseklik ile taban uzunluklarını belirleyebildiğine işaret etmektedir. Görsel 4.175'de istenilen alana sahip oluşturduğu dar ile dik açılı üçgenlerin çizimi verilmiştir.

Görsel 4.175

Zuhal'in Aynı Alana Sahip Oluşturduğu Farklı Üçgen Çizimleri



Aynı alana sahip farklı şekiller için “Paralelkenar olabilir. Kısa kenarı 2, uzun kenarı 60 olabilir. Dikdörtgen olabilir. Kısa kenarı 4, uzun kenarı 30 olabilir.” şeklinde düşüncesini belirtmiştir. Aynı alana sahip farklı üçgen oluşturması istendiğinde ise “Dik açılı üçgen olabilir. Bir kenarının dik olması lazım. 30’a 4 olabilir. Alanı 60 olması için.” açıklamasını sunmuştur.

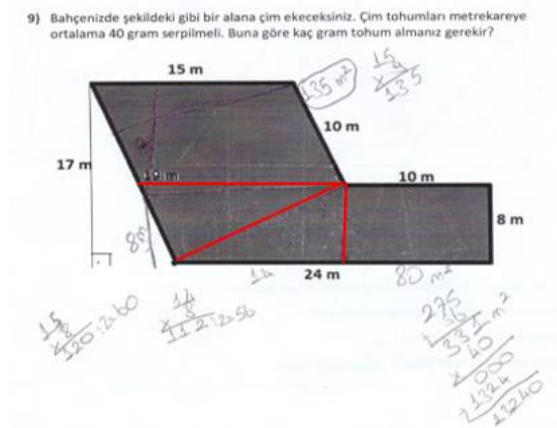
4.5.5 Birleşik şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin bulgular

Birleşik şekillerin alanlarını hesaplamanın sorgulandığı soruda, Yavuz, Şafak ve Sena’nın birleşik şekli farklı şekiller olarak zihinsel görselleştirebildikleri, parçaladıkları ve farklı şekillerin alan bağıntılarını kullanabildikleri görülmüştür. Umay’ın dikdörtgene tamamlama ve boş bölge olan üçgenlerin alanlarını çıkarma stratejilerini kullandığı görülse de karmaşa yaşadığı ve Zuhal’in de benzer olarak dikdörtgene tamamlama yaptığı görülse de uzunluk bilgilerini kullanamadığından zorluk yaşadığı görülmüştür.

Görsel 4.176’da görüldüğü gibi, Yavuz birleşik şekilden parçalama ile bir paralelkenar, iki üçgen ve bir dikdörtgen elde etmiştir. Yavuz, paralelkenarın alanını alan bağıntısını kullanarak $135m^2$, tabanı 15 m ve yüksekliği 8 m olan dik üçgen ile tabanı 14 m ve yüksekliği 8 m olan dik üçgenin alanını alan bağıntısını kullanarak $120m^2$ ve $56m^2$ bulurken, dikdörtgenin alanını alan formülü ile $80m^2$ bulmuştur. Şekillerin alanlarını hesapladıktan sonra alanları toplamış ve toplam alanı alan ölçü birimi ile ifade etmiştir. Yavuz’un paralelkenar ve üçgenin taban ile yükseklik uzunluklarını belirleyebilmesi de şekildeki uzunluk bilgilerini kullanabildiğini ve alan ile ilişkilendirebildiğini göstermiştir.

Görsel 4.176

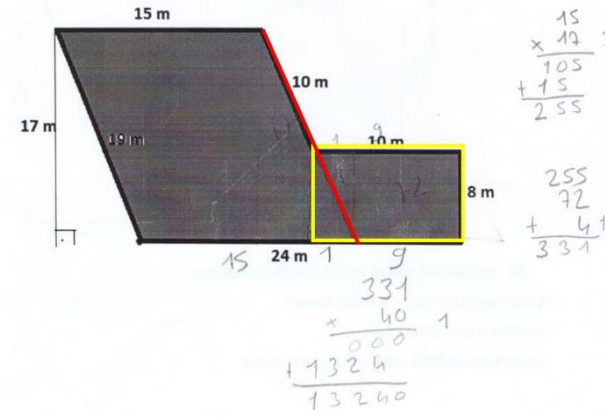
Yavuz’un Birleşik Şeklin Alanını Hesaplamaya İlişkin Eylemleri



Görsel 4.177’de görüldüğü gibi, Şafak ise birleşik şekilden parçalama ile bir paralelkenar, bir üçgen ve bir dikdörtgen elde etmiştir.

Görsel 4.177

Şafak’ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri



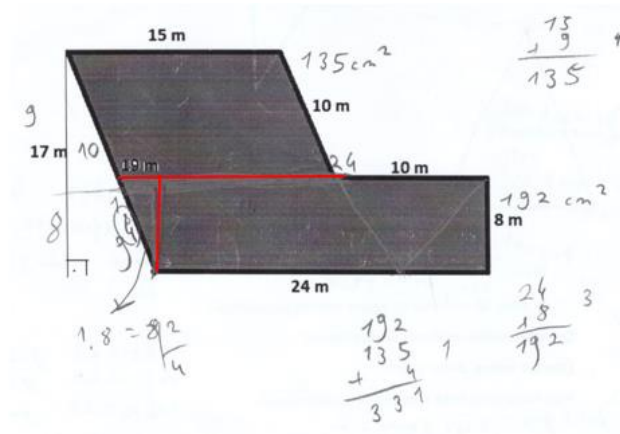
Şafak, Görsel 4.177’deki birleşik şeklin alanını bulmaya ilişkin eylemlerini “Önce alanını bulmam gerekir. Bölerek bulabilirim. Burada bir paralelkenar var. Burayı da paralelkenara dönüştürebilirim (sağ alt taraftaki). Paralelkenarın alanını 15 ile 17’yi çarparak bulabiliriz. 255 m kare çıkıyor. Burada yamuk oluştu. Burada bir üçgenin alanını bulup bunun alanından çıkartabiliriz. Dikdörtgenin alanı 80 metre kare. Üçgenin alanı 8 ile 1’i çarpınca ikiye bölünce 4 olur. Hepsini toplarım.” şeklinde açıklamıştır. Paralelkenarın alanını alan bağıntısını kullanarak 255 m^2 , tabanı 1 m ve yüksekliği 8 m olan dik üçgenin alanını alan bağıntısını kullanarak 4 m^2 bulurken, dikdörtgenin alanını alan formülü ile 72 m^2 bulmuştur. Şekillerin alanlarını hesapladıktan sonra toplamış ve toplam alanı alan ölçü birimi ile ifade etmiştir. Şekillerin parçalamaya ilişkin “Paralelkenar büyük bir alan kaplıyor. 17 m lik bir ipucu var. Onu görünce yani yüksekliği görünce paralelkenarı gördüm. Bulduğumuz sonuç ile 40’ı çarpacağız.” şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Şafak’ın paralelkenar ve üçgenin taban ile yükseklik uzunluklarını belirleyebilmesi de şekildeki uzunluk bilgilerini kullanabildiğini ve alan ile ilişkilendirebildiğini göstermiştir.

Görsel 4.178’de görüldüğü gibi, Sena ise birleşik şekilden parçalama ile bir paralelkenar, bir üçgen ve bir dikdörtgen elde etmiştir. Sena, birleşik şeklin alanını bulmaya ilişkin eylemlerini “Öncelikle bahçenin alanını bulmalıyım. Parçalayabilirim. Şöyle bölsem burada paralelkenar oluşur. Sağ tarafta farklı bir şekil oluşur. Alt tarafta da dikdörtgen ve üçgen oluşur. Alanlarını bulup toplayabilirim. Dikdörtgen olduğu için dik kenar

uzunluklarını çarpınca bulurum. Yüksekliği bulursam taban çarpı yükseklikten paralelkenarın alanı 15 çarpı 9'dan 135 olur. Üçgenin alanı kaldı. Üçgenin alanını 1 çarpı 8 bölü 2'den 4 olur. Hepsini toplayınca 331." şeklinde açıklamıştır.

Görsel 4.178

Sena'nın Birleşik Şeklin Alanını Ölçmeye İlişkin Eylemleri

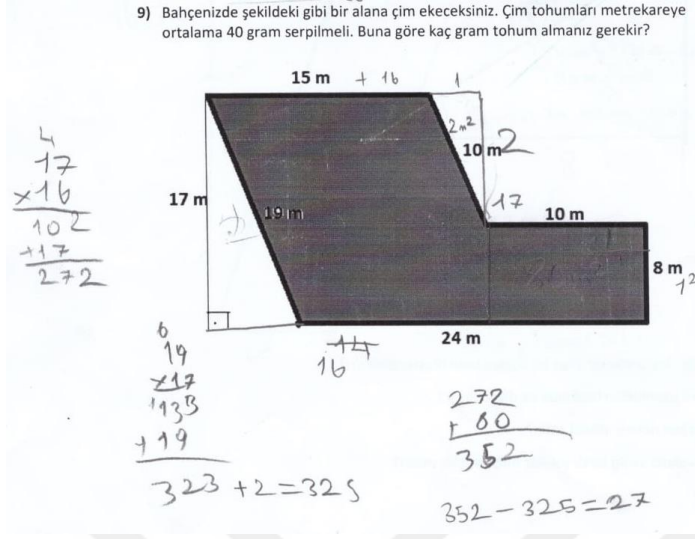


Paralelkenarın alanını alan bağıntısını kullanarak 135 m^2 , tabanı 1 m ve yüksekliği 8 m olan dik üçgenin alanını alan bağıntısını kullanarak 4 m^2 bulurken, dikdörtgenin alanını alan formülü ile 192 m^2 bulmuştur. Şekillerin alanlarını hesapladıktan sonra toplamış ve toplam alanı alan ölçü birimi ile ifade etmiştir. Şekillerin parçalamaya ilişkin "Karşılıklı kenarlar birbirine paralel olunca öyle olduğunu anladım." şeklinde düşüncesini açıklamıştır. Sena'nın eylemleri ve açıklamalarına göre, birleşik şekli farklı şekiller olarak zihinsel görselleştirebildiği, birleşik şeklin alanı ile farklı şekillerin alanlarını ilişkilendirebildiği söylenebilirken, paralelkenar ve üçgenin taban ile yükseklik uzunluklarını belirleyebilmesi de şekildeki uzunluk bilgilerini kullanabildiğini ve alan ile ilişkilendirebildiğini göstermiştir.

Görsel 4.179'da görüldüğü gibi, Umay ise birleşik şekilden parçalama ile bir dikdörtgen ve tamamlama ile de farklı bir dikdörtgen elde etmiş ancak şeklin alan ölçümünü hatalı bulmuştur.

Görsel 4.179

Umay'ın Birleşik Şeklin Alanını Bulmaya İlişkin Eylemleri

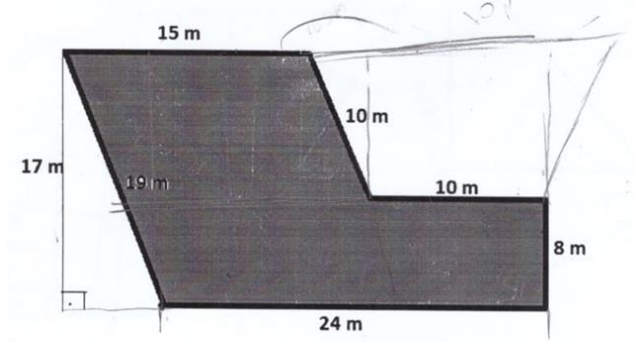


Umay, Görsel 4.179'daki birleşik şeklin alanını bulmaya ilişkin eylemlerini “1 kare metrekare olursa her birine 40 g tohum olur. Kare sayılarını bulmam gerekir. Şu şekilde düzenleyebilirim. Burada bir dikdörtgen oluşur. Burada 16 ile 17'yi çarpınca dikdörtgenin alanını bulurum. Üçgenleri fazladan ekledim. Bu üçgenlerin alanlarını çıkarmam lazım. Soldaki üçgende 19 ile 17'yi çarpıyım. Sağdaki üçgende ise 2 ile 1'i çarpısam 2 metre kare olur. Topladığımda 272 ile 60'ı toplayınca 332 olur. Sonrasında çıkarırım.” şeklinde açıklamıştır. Umay'ın birleşik şeklin bir kısmını dikdörtgene tamamladığı, alan formülü ile dikdörtgenlerin alanlarını 272 m^2 ve 80 m^2 bulabildiği görülürken, eklediği üçgenlerin alanlarını çıkarmayı düşünmüş ancak üçgenlerin alanlarını hesaplamada hata yapmıştır. Umay'ın eylemleri ve açıklamalarına göre, birleşik şekli farklı şekiller olarak zihinsel görselleştirebildiği, birleşik şeklin alanı ile farklı şekillerin alanlarını ilişkilendirebildiği söylenebilirken, üçgenin alanını bulmada iki kenarını çarpması karmaşa yaşadığını göstermektedir.

Zuhal de benzer olarak Görsel 4.180'deki gibi birleşik şekli dikdörtgene tamamlamış ancak birleşik şeklin alanını bulmada zorluk yaşamıştır.

Görsel 4.180

Zuhal'in Birleşik Şeklin Alanına İlişkin Eylemleri



Zuhal, birleşik şeklin alanını bulmaya ilişkin “Önce alanını bulmam gerek. Paralelkenara dönüştürsem. Burayı cetvel ile ölçsem. Ortaya dikdörtgen çıktı. Kısa kenarı 17 m, uzun kenarı bulmam lazım. Cetvel ile ölçsem. Eklediğim alanları çıkarmam lazım. Ama şurayı bulamadım. Şekilden dolayı yapamadım. Mesela burayı bölsek ve eklesek buraya.” açıklamasını yapmıştır. Zuhal'in açıklamasına göre birleşik şeklin alanını farklı şekillerden oluştuğunu zihinsel olarak görselleştiremediği, dikdörtgen şekline tamamladığı ancak uzunluk bilgilerinden yararlanamadığı ve üçgenlerin alanını hesaplayamadığı için birleşik şeklin alanını bulmada zorluk yaşadığı görülmektedir.

4.5.6 Algılama süreci bileşen düzeylerine ilişkin bulgular

Son klinik görüşme bulgularına göre, odak öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerine ait bileşenlerin düzeyleri belirlenmiş ve her bir bileşenin genel dağılımı Şekil 4.36'da sunulmuştur.

Şekil 4.36

Odak Öğrencilerin Son Klinik Görüşmeye İlişkin Algılama Bileşen Düzeyleri

Kod Sistemi	YAVUZ	ŞAFAK	SENA	UMAY	ZUHAL
▼ Kavramsal					
Kavramsal Yüksek	■	■	■	■	■
Kavramsal Orta				■	■
Kavramsal Düşük					■
▼ Algoritmik					
Algoritmik Yüksek	■	■	■	■	■
Algoritmik Orta		■		■	■
Algoritmik Düşük					■
▼ Sezgisel					
Sezgisel Yüksek	■	■	■	■	■
Sezgisel Orta	■	■	■	■	■
Sezgisel Düşük				■	■

Şekil 4.36’da görüldüğü gibi, Yavuz ve Sena’nın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri kavramsal ile algoritmik bileşende yüksek, sezgisel bileşende farklı bağlamlara göre değişse de yüksek düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir. Şafak’ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri kavramsal bileşende yüksek, farklı bağlamlara göre değişse de algoritmik ve sezgisel bileşenlerde de yüksek düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir. Umay’ın alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal bileşende yüksek, algoritmik ve sezgisel bileşende orta düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir. Zuhal’in alan ölçmeye ilişkin algılama sürecindeki bileşenlerin düzeyleri farklı bağlamlara göre değişse de kavramsal bileşende orta, algoritmik bileşende yüksek ve sezgisel bileşende düşük düzeyde ağırlıklı olduğu görülmektedir.

5 SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen sonuçlar açıklanmış, araştırmanın sonuçları alan yazın taramasına bağlı olarak tartışılmış ve araştırmanın sonuçlarına ve gelecek araştırmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.1 Sonuç

Bu araştırmada 5.sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yörüngesi aracılığıyla kavramsal, algoritmik ve sezgisel yönlerden alan ölçme gelişimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç bağlamında araştırmadan elde edilen sonuçlar, dört başlıkta sunulmuştur. Bu dört başlık;

1. Alan kavramına ilişkin sonuçlar
2. Alan ölçmeye ilişkin sonuçlar
3. Tahmine ilişkin sonuçlar
4. Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Algılama Süreç Bileşenlerine İlişkin Sonuçlar

şeklinde belirlenmiştir.

5.1.1 Alan kavramına ilişkin sonuçlar

- Öğretim süreci öncesi alanı anlamlandırmada, Yavuz ve Sena'nın alanı 'iç bölge' olarak tanımlamaları zorluk yaşadıklarını göstermezken, Şafak ve Umay'ın alanı sadece somut örnek ile açıklayabilmeleri ve Zuhal'in ise alanı genişlik olarak ifade etmesi zorluk yaşadıklarına işaret etmektedir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrencilerin tümünün alan kavramını anlamlandırabildikleri, kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği ve kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikrine sahip oldukları ortaya çıkmıştır.
- Öğretim öncesi odak öğrencilerin çoğunun alanları karşılaştırmada dikdörtgenin tek bir boyutuna (genişlik veya uzunluk) odaklı karar vermeleri de yaşanan zorluklar arasındadır. Sadece Yavuz dikdörtgenlerin alanlarını sezgisel karşılaştırma yaparken aynı zamanda alan formülü ile ilişkilendirme yapmıştır. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinden sonra odak öğrencilerin çoğu şekillerin alanlarını karşılaştırırken alanın iki boyutlu oluşuna dikkat ederek

görsel odaklı karar vermişlerdir. Sadece Yavuz sezgisel karşılaştırma yaparken aynı zamanda parçalama stratejisini de kullanmıştır.

- Alan korunumunun varlığı gözlemlenen öğrencilerin şekillerin alanlarını alan formülü veya birim kareleri sayma ile bulabildikleri görülmüştür. Alan korunumunu gözlemlenmeyen öğrencilerin ise alan-çevre veya alan-uzunluk karmaşası yaşadıkları tespit edilmiştir. Birinci hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrencilerin tümünde bir şeklin yüzey ölçümü ile kapladığı yerin dikdörtgen şeklinden parçalama stratejisi ile farklı şekiller elde edilebileceği ve geometrik şekillerin parçalanabileceği fikri gelişmiştir. Odak öğrencilerin tümünde şeklin parçalanması durumunda şeklin yüzey ölçümünün değişmeyeceği fikrine sahip olmaları ise alan korunumunun geliştiğine işaret etmektedir.
- Öğretim öncesi alan ve çevre kavramları arasında karmaşa yaşayan öğrencilerin birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesiyle çevre ile alan kavramlarının farklı olduğu fikrine sahip oldukları ve çevre uzunlukları aynı alan ölçüleri farklı dikdörtgenleri oluşturabildikleri gözlemler arasında yer almıştır.

5.1.2 Alan ölçmeye ilişkin sonuçlar

5.1.2.1 Dikdörtgenin alanını ölçme

- Öğretim öncesi odak öğrencilerin çoğu ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma fikrine sahip oldukları gözlemlenirken; aynı niteliğe sahip birimleri seçmede ise odak öğrencilerin tümünün görsel odaklı karar vererek ölçülen yüzeye benzer birimleri seçmeleri gözlemler arasında yer almıştır. Sadece düşük başarı düzeyine sahip olan Zuhal'in öğrencinin ölçme birimini belirlemede birimin uzunluğuna odaklı olması, uzunluk ölçme ile alan ölçme arasında karmaşa yaşadığını göstermiştir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinden sonra odak öğrencilerin çoğunun aynı niteliğe sahip birimleri seçmede “en uygun birim” olarak kareyi seçtikleri gözlemlenirken, sadece Sena'nın birim kare açıklamasının olduğu ve Umay'ın ise görsel odaklı karar verdiği gözlemlenmiştir.
- Öğretim öncesi standart birimlerle ölçmede, odak öğrencilerin verilen birim kareyi kullanarak dikdörtgenin alan ölçme sürecine daha kolay uyum sağladıkları gözlemlenmiştir. Birim kare verilen durumlarda öğrencilerin çoğunun birim kare ile alan ölçmeyi ilişkilendirebildiği ancak çentiklerin verildiği durumda

çoğunluğun ipuçlarını kullanarak birim kare fikrini oluşturmakta zorlandıkları ve alan-çevre karmaşası yaşadıkları gözlemler arasında yer almıştır. Üçüncü hafta öğretim sürecinde odak öğrencilerin çoğu parçalı birimlerden oluşan şeklin alanını ölçmede çentikler ile satır-sütun oluşturabilmişlerdir. Birinci öğretim dizilerinin gerçekleştirilmesiyle standart birimlerle ölçmede, odak öğrencilerin tümünün hem birim kare verilen durumlarda hem de noktaların verildiği durumda ipuçlarını kullanarak birim kare fikrini oluşturabildikleri gözlemler arasında yer almıştır. Birim kare verilen veya ipuçları verilen durumlarda alan formülü, satır-sütun çarpımı ve çizim stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir. Ancak odak öğrencilerin çoğunun birim karenin verildiği konuma görsel odaklı dikkat etmeleri hatalı alan ölçümüne sebep olmuştur.

- Standart ve standart olmayan birimlerle ölçme etkinliklerinin gerçekleştirilmesi ile öğrencilerin alan-çevre karmaşasına ilişkin kavram yanlışlarının ortadan kalktığı ve alan ölçmede tam kaplama fikrinin geliştiği gözlemlenmiştir.
- Öğretim öncesi odak öğrencilerin tümünün uzunluk birimi ile alan ölçü birimi arasında karmaşa yaşaması, verilen alan ölçü birimini anlamlandırabilmesinin ve aynı alana sahip farklı şekiller oluşturmada zorluk yaşamalarına sebep olmuştur. Odak öğrencilerin çoğunu dikdörtgenin alanını ölçü birimi ile ifade etmedikleri de görülmüştür. Sadece Yavuz alanı cm^2 ile, diğer öğrenciler ise birim kare sayısı veya uzunluk olarak ifade etmiştir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma ile ilgili beşinci hafta etkinliklerinin gerçekleştirilmesiyle odak öğrencilerin alan ölçü birimini anlamlandırabildikleri ve aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri de oluşturma ile alan ölçü birimini kullanma sıklıklarının arttığı gözlemlenmiştir.
- Öğretim sürecinin başında, odak öğrencilerinin çoğunun dikdörtgenin alan ölçümü için hatalı birim kare çizimi yapmaları birimin boyutları ile dikdörtgenin boyutlarını ilişkilendiremediklerini göstermiştir. Üçüncü hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesi ile odak öğrencilerin tümü birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirerek satır-sütun çarpımı ile alan ölçümünü doğru bulmuşlardır. Ancak odak öğrencilerin çoğunun birimin alanı ile ölçülen yüzeyin alanını ilişkilendirmede zorluk yaşadıklarının gözlemlenmesi üzerine farklı birim karelerle alanı ölçme etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından iki alanı ilişkilendirmede, şeklin

alanını bulmak için birim karelerin alanları toplamı veya birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpımı stratejileri tespit edilmiştir.

- Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrencilerin tümünün kare şekli gibi düzenli şekillerde satır-sütun çarpımı veya alan formülü ile alanı hesaplayabildikleri ancak çoğunun kenar uzunlukları ondalıklı olan farklı iki dikdörtgenden oluşan şeklin alanını bulmada zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir. Sadece Yavuz T şeklindeki şekli dikdörtgene tamamlamış ve toplam alandan boş bölgelerin alanlarını çıkarmıştır.

5.1.2.2 Düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama

- Öğretim süreci öncesi odak öğrencilerin çoğu düzgün olmayan şekillerin bir yer kapladığı ancak bu şekillerin alan ölçümleri ile ilgili açıklama yapamadıkları, altıncı hafta öğretim süreci başında alan ölçümünde odak öğrencilerin tümünün zorluk yaşadığı ve şekil ile eş çevre uzunluğuna sahip farklı şekilleri oluşturma fikrine sahip olmaları yaşanan zorluklar olarak tespit edilmiştir. Yaşanan zorluklardan ötürü ek görev olarak aynı çevre uzunluğuna sahip farklı şekiller oluşturma ve bu şekillerin alanlarını hesaplama uygulamaları gerçekleştirilmesiyle odak öğrencilerin tümünde aynı çevre uzunluğuna sahip farklı şekillerin alanlarının da farklı olabileceği fikrinin geliştiği gözlemlenmiştir. Altıncı hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesiyle düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede birim kareyi referans alma, parçalama, birim kare çizimi ve formül kullanma stratejileri tespit edilirken; odak öğrencilerin çoğunun düzgün olmayan şeklin alanını hesaplamada farklı stratejileri kullanabildikleri ve yaklaşık olarak alan ölçüsünü buldukları gözlemlenmiştir. Düzgün olmayan şekillerin alan ölçümünde; şekli bilinen düzgün şekiller haline getirme, parçalama, birim kare çizimi ile sayma ve formül kullanma stratejileri tespit edilmiştir.
- İkinci öğretim dizilerinin gerçekleştirilmesinin ardından ise odak öğrencilerin çoğunun düzgün olmayan şeklin alanını yaklaşık değerler ile hesaplayabildikleri, düzgün olmayan şeklin alanını hesaplarken; parçalama stratejisi ile dikdörtgen ve üçgen şekillerini elde etme ve alan bağıntılarını kullandıkları, düzgün olmayan şekli dikdörtgene tamamlama ile satır-sütun yapılandırma ve birim kare çizimi ile birim kareleri sayma stratejileri tespit edilmiştir.

5.1.2.3 Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma

- Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrencilerin çoğunun birim kareli zeminde paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri, paralelkenar ile aynı alan sahip dikdörtgen oluşturabildikleri, alan ölçmede dikdörtgenin alan formülü veya birim kareleri sayma stratejilerini kullandıkları tespit edilmiştir.
- Yedinci hafta öğretim süreci başında, Yavuz ve Şafak'ın çizgisiz kağıt üzerinde verilen paralelkenarları dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri ve paralelkenarın alanını hesaplayabildikleri görülürken, diğer öğrencilerin dikdörtgenin alan formülünü genelledikleri veya birim kare çizimi fikrinin devam ettiği gözlemlenmiştir. Benzer ve farklı paralelkenarların olduğu iki ayrı görevin gerçekleştirilmesiyle odak öğrencilerin tümünün paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri, öğretim sürecinin tamamlanması ile de odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarın alan bağıntısını yapılandırarak alan hesabı yapabildikleri görülmüştür. Ancak Paralelkenar oluşturmada Zuhal'in tabanı sütun ve yüksekliği satır olarak düşünmesi ve satır-sütun yapılandırma ile birim kare çizimine odaklı olmasından dolayı paralelkenar ile dikdörtgen şekilleri arasında karmaşa yaşaması ve dikdörtgenin alan formülünü genellemesinin devam etmiştir.
- Yedinci hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesinde odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarlarda farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri görülsede paralelkenarların yan kenarlarına veya dışarıdan yükseklik çiziminde zorluk yaşadığı gözlemler arasındadır. Yaşanan zorluklardan ötürü sekizinci hafta öğretim sürecinde de paralelkenarlarda yükseklik çizimi ele alınmıştır. Öğretim süreçlerinin tamamlanmasının ardından odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarlarda farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri gözlemlenmiştir.
- Öğretim sürecinde, odak öğrenciler de dahil olmak üzere öğrencilerin paralelkenarın karşılıklı kenarlarını cetvelin duruşunu değiştirmeden çizim yapmaları ve yükseklik çizimlerinde köşeye veya kenara dik olacak şekilde gönye yerleştirmeleri, araç kullanımının ihtiyacına işaret etmektedir.
- Paralelkenarın alanını hesaplamada Şafak ve Umay'ın “daha kolay” olduğu düşüncesi ile dikdörtgen yapılandırmaya ve dikdörtgenin alan formülünü kullanmaya devam ettikleri gözlemlenmiştir.

- Öğretim süreçlerinin tamamlanmasıyla odak öğrencilerin tümünün şekil bilgisini kullanarak paralelkenar çizimi yapabildikleri gözlemlenmiştir.

5.1.2.4 Üçgenin alan bağıntısını oluşturma

- Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesi ile odak öğrencilerin çoğu dik üçgeni dikdörtgene tamamlamış ve kenar uzunluklarının çarpımının yarısı ile üçgenin alanını hesaplayabilmişlerdir. Sadece Sena ve Umay'ın üçgenin alanını hesaplamada zorluk yaşadığı ve alan ölçmede kaplama fikrinin devam ettiği ortaya çıkmıştır.
- Öğretim sürecinin başında, odak öğrencilerin çoğunluğunun her üçgenin dikdörtgen olarak yapılandırılabilceği ve her üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğu fikrine sahip olmaları yaşanan zorluklar arasındadır. Sekizinci hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesiyle odak öğrencilerin çoğunun tüm üçgenler için paralelkenar yapılandırmanın gerekliliği fikrine sahip oldukları ve üçgenin bir kenarını kabul eden paralelkenarı oluşturma ile üçgenin alan bağıntısını oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Ancak Umay ve Zuhal'in verilen bazı üçgen çeşitlerinin alanını hesaplamada dikdörtgen yapılandırma fikri devam ettiğinden alan ölçmede karmaşa yaşadıkları ortaya çıkmıştır.
- Öğretim sürecinde, odak öğrencilerin çoğunun dar ve dik açılı üçgenlerde yükseklik çizimi ve alan ölçmede zorluk yaşamazken, geniş açılı üçgende yükseklik ve taban belirlemede odak öğrencilerin çoğunun zorluk yaşamasından kaynaklı hatalı alan ölçümleri tespit edilmiştir.
- Odak öğrencilerin çoğunun üçgenin alanını hesaplarken kenar uzunluklarını tam sayıya yuvarlamaları gözlemler arasındadır.
- Öğretim sürecinin tamamlanmasının ardından odak öğrencilerin tümünün üçgenin alanını hesaplamada alan bağıntısını kullandıkları, aynı alana sahip farklı üçgenler oluşturabilmeleri ve bu üçgenleri oluşturmada dikdörtgen veya paralelkenarlar ile üçgenleri yapılandırabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca odak öğrencilerin çoğunun üçgen oluşturmada açılarına göre dar ve dik açılı üçgen oluşturmaya yöneldikleri gözlemlenmiştir. Sadece Zuhal'in geniş açılı üçgen bilgisinin eksikliği tespit edilmiş ve bu eksikliğin alan ölçmeyi etkilediği ortaya çıkmıştır.

5.1.2.5 Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama

- Öğretim süreci öncesi birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada Yavuz ve Şafak'ın geometrik şekillerin parçalanabileceği fikrine sahip oldukları ve bu düşünceden yola çıkarak parçalama stratejisi ile alan hesabı yaptıkları gözlemlenmiştir. Diğer öğrencilerin ise birleşik şeklin alanını bulmada zorluk yaşadığı ve alan-çevre karmaşası yaşadıkları gözlemlenmiştir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinden sonra birleşik şekillerin alan ölçümünde odak öğrencilerin çoğunluğu parçalama ve alan formülü stratejilerini kullanmışlardır. Sadece Umay şekilleri parçalamada zorluk yaşadığından şekillerin kenar uzunluklarını ölçmüş ancak alan ölçümünü bulmada karmaşa yaşamıştır.
- Öğretim süreçlerin tamamlamasından sonra ise odak öğrencilerin çoğunun birleşik şekillerin parçalanabileceği fikrine sahip oldukları ve farklı şekillerin alan bağıntılarını kullandıkları ortaya çıkmıştır. Birleşik şekillerin alanlarını ölçmede parçalama stratejisi, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen şekillerinin alan bağıntılarını kullanma ve dikdörtgene tamamlama stratejileri tespit edilmiştir. Sadece Umay ve Zuhâl'in birleşik şekli dikdörtgen yapılandırma fikri dolayısıyla üçgende taban veya yükseklik belirlemede zorluk yaşamalarından kaynaklı birleşik şeklin alanını ölçmede zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir.

5.1.3 Tahmine ilişkin sonuçlar

- Öğretim öncesi odak öğrencilerin çoğunun dikdörtgenin alanını tahmin etmede zorluk yaşadıkları veya rastgele tahmin stratejisini kullanarak oldukça uzak tahminlerde bulundukları ortaya çıkmıştır. Parçalı birimlerden oluşan şekillerin alanları ile farklı boyutlardaki dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etme etkinliklerinin gerçekleştirilmesinden sonra odak öğrencilerin çoğunun dikdörtgenin alan tahmininde formül kullanma stratejisini sıkça kullandığı, birim kareyi referans alma, karşılaştırma, gözünde canlandırma ve birim tekrarlama stratejilerini de kullandıkları ve tahminlerinin alan ölçümüne oldukça yakın çıktığı gözlemler arasında yer almıştır. Öğretim sürecinde sadece parçalı birimlerden oluşan şekiller ve dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeye ilişkin etkinlikler gerçekleştirilmesine karşın, odak öğrencilerin birleşik şekillerin alanlarını tahmin etmede parçalama, formül kullanma, referans kullanma, birim

tekrarlama, gözünde canlandırma ve rastgele tahmin stratejileri kullandıkları da ortaya çıkmıştır.

- Altıncı hafta öğretim sürecinin başında odak öğrencilerin çoğunun düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede zorluk yaşadığı ve rastgele tahminde bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretim dizilerinin gerçekleştirilmesinden sonra düzgün olmayan şeklin alanını tahmininde, rastgele tahmin, birim kareyi referans alma, parçalama, gözünde canlandırma, birim tekrarlama ve görselleştirme ile formül kullanma stratejilerinin kullanımı ortaya çıkmıştır.
- Odak öğrencilerin çoğunun tahminlerde 1 cm^2 lik birim kareyi referans almaları hatalı tahmine sebep olmuştur.
- Yedinci hafta öğretim sürecinin başında odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarın alan tahmininde kenar uzunluklarını tahmin edip çarptıkları veya zihinden satır-sütun yapılandırma ile çarpım yaptıkları görülmüştür. Sadece Yavuz'un paralelkenarları tahmin ederken yükseklik ile taban uzunluklarını tahmin edip çarpım yapması gözünde canlandırma ve formül kullanma stratejisini kullandığını göstermiştir. Öğretim dizilerinin gerçekleştirilmesi sonrası odak öğrencilerin çoğu, paralelkenarın alanını alan ölçümüne oldukça yakın tahmin etmişlerdir. Tahmin etmede sıklıkla formül kullanma stratejisi görülürken; gözünde canlandırma, referans noktası kullanma ve karşılaştırma stratejilerinin kullanımı ortaya çıkmıştır.

5.1.4 Kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreç bileşenlerine ilişkin sonuçlar

- Öğretim öncesi odak öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algısal süreçlerinde bileşenlerin farklı etkileşimde olduğu ve birçok durumda bir bileşenin zayıf olmasının diğer bileşenlerin gelişimini olumsuz etkilediği gözlemlenmiştir. Yavuz'un tüm bileşenlerde yüksek, Şafak'ın tüm bileşenlerde orta, Sena'nın kavramsal ve algoritmik bileşenlerde orta, sezgisel bileşende orta ile düşük düzeyde eşit ağırlıklı, Umay'ın kavramsal ve algoritmik bileşende düşük, sezgisel bileşende orta ile düşük düzeylerde eşit ağırlıklı ve Zuhal'in tüm bileşenlerde zayıf düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır.
- Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinden sonra odak öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algısal süreçlerinde ön klinik görüşme bulgularının aksine bileşenlerin hem öğrenci bazında hem de genel dağılımda gelişme olduğu

gözlemlenmiştir. Odak öğrencilerin tümünün kavramsal bileşende farklı ağırlıkta da olsa yüksek düzeye sahip oldukları, çoğunun algoritmik bileşende de yüksek düzeye sahip olduğu, sezgisel bileşende ise çoğunluğun orta düzeyde olduğu görülürken sadece Yavuz'un yüksek düzeye sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

- İkinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından odak öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algısal süreçlerinde ara klinik görüşme bulgularının aksine bileşenlerin hem öğrenci bazında hem de genel dağılımda gelişme olduğu gözlemlenmiştir. Odak öğrencilerin çoğunun kavramsal bileşende farklı ağırlıkta da olsa yüksek düzeye sahip oldukları, çoğunun algoritmik bileşende de yüksek düzeye sahip olduğu, sezgisel bileşende ise çoğunluğun orta düzeyde olduğu görülürken sadece Yavuz'un yüksek düzeye sahip olduğu ortaya çıkmıştır.
- Öğretim öncesi algılama süreçlerinde sezgisel bileşenin daha ağırlıklı ve düşük düzeyde olduğu görülürken; öğretim sonrası kavramsal ve algoritmik bileşenlerin daha ağırlıklı olduğu ve sezgisel bileşenin ağırlığı azalsa da öğretim öncesine göre düzeyinde yükselme olduğu ortaya çıkmıştır.

5.2 Tartışma

Araştırmanın bu bölümünde araştırmadan elde edilen bulgular, alan yazın taraması ile desteklenerek dört başlıkta tartışılmıştır. Bu dört başlık;

1. Alan kavramına ilişkin tartışma
2. Alan ölçmeye ilişkin tartışma
3. Tahmine ilişkin tartışma
4. Kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreç bileşenlerine ilişkin tartışma

5.2.1 Alan kavramına ilişkin tartışma

Ön klinik görüşmelerden elde edilen bulgular, öğrencilerin alan kavramını anlamlandırmalarında algılama süreçlerinde kavramsal bileşen düzeylerinin belirleyici olduğunu göstermektedir. Alanı “iç bölge” olarak tanımlayan öğrenciler, geometrik şekillerin alanı ile kapladığı yüzeyin ilişkili olduğunun farkındadırlar. Bu durum, alan kavramını algılama sürecinde kavramsal bileşen açısından ileri düzey bir yapılandırmaya işaret etmektedir. Alan kavramını somut bir örnek ile açıklama gereği duyan öğrencilerin ise alanı soyut olarak anlamlandırmada zorluk yaşadıkları, algılama süreçlerinde sezgisel bileşenin daha baskın olduğu ancak kavramsal anlayışa geçiş sürecinde oldukları söylenebilir. Algılama sürecinde sezgisel bileşenin yüzeysel kaldığı ve kavramsal bileşen

ile bağlantının zayıf olduğu öğrencinin ise alanı genişlik olarak tanımladığı görülmektedir. Benzer olarak, Cavanagh (2007) çalışmasında çoğu öğrencinin öğretim öncesi alanı tanımlamada “bir şeklin içindeki yer”, diğer öğrencilerin ise “şeklin ne kadar büyük olduğu” ifadesini kullandıklarını belirtmiştir. Nitekim Gelici (2022)’nin ortaokul öğrencileri ile yaptığı çalışmada, uygulama öncesi alan kavramı ile ilgili öğrencilerin açıklamalarının kavramsal tanımlardan oldukça uzak ve sınırlı olduğu bulgusu bu çalışma ile paralellik göstermektedir. Yapılan çalışmalara göre (Olkun vd., 2014; Çavuş Erdem, 2018; Gülsoy, 2020) öğrencilerin genellikle alan kavramını sayısal bir değer ile açıkladıkları görülse de, bu çalışmada diğerlerinden farklı olarak öğrencilerin niceliksel açıklamalar yapmadığı görülmektedir. Ancak öğrencilerin çoğunun alan kavramını soyut olarak anlamlandırmada zorluk yaşamaları, alan ölçme için ön bilgi eksikliğini gösterirken, bu zorluğun alan-çevre kavram yanılgısına yol açabileceği de söylenebilir. Bu durum, Fishbein (1994)’in belirttiği gibi, matematiksel durumlarda algılama süreçlerinde bileşenlerin her zaman etkileşimli olmadığını ve sezgisel düşünmenin bazen kavram bileşenin gelişimini engelleyebileceğini desteklemektedir. Machaba (2016) ise benzer olarak öğrencilerin alan kavramını anlamlandırmada genel olarak kavramsal anlayışlarının eksik olduğunu ve sezgisel bileşenin de gelişimi ile kavramsal anlamada gelişim olacağını belirtmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgular arasında, öğrencilerin alanları karşılaştırmada tek bir boyuta odaklı karar vermeleri de alan kavramını anlamlandırmada zorluk yaşadıklarını ve alanın iki boyutlu oluşunu göz ardı ettiklerini desteklemektedir. Bu durum, bu öğrencilerin algılama süreçlerinden sezgisel bileşenin kavramsal bileşeni baskıladığını ve kavramsal bileşenin yeterince gelişmediğini göstermektedir. Bu bulguya benzer olarak, Cavanagh (2007) ve Kospentaris vd. (2011) çalışmalarında öğrencilerin şekillerin alanlarını karşılaştırmada görsel odaklı olduklarını ve hatalı yanıt verdiklerini belirtmiştir. Tan Şişman ve Aksu (2016) ise öğrencilerin alan kavramında uzunluk veya genişlik gibi tek boyuta odaklı oldukları ve bu nedenle alan hesaplamalarında sıkça hata yaptıklarını belirtmiştir. Sadece yüksek başarı düzeyine sahip bir öğrencinin dikdörtgenlerin alanlarını sezgisel karşılaştırabilmesinin yanında bu sezgiyi alan formülü ile de ilişkilendirebilmesi; algılama sürecinde kavramsal ve algoritmik bileşenler arasında bir geçiş olduğuna ve olumlu yönde etkileşim gerçekleştiğine işaret etmektedir. Fischbein (1994)’in matematiksel etkinliklerde sezgisel yargıların önemli rol oynadığını belirten görüşleriyle örtüşmektedir. Nitekim düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin bir dikdörtgenin duruşu veya biçimi değiştiğinde

yüzey ölçümünün değişebileceği fikrine sahip olması, alan korunumuna sahip olmadığını gösterirken; alanı anlamlandırma ile alanları karşılaştırmada zorluk yaşadığını desteklemektedir. Nitekim Çavuş Erdem (2018), çalışmasında öğretim öncesinde öğrencilerin alan ölçme konusuna ilişkin ön bilgilerinde eksikliklerin yoğun olmasının alan ölçmeye ilişkin kavramların birbirini etkilediğini gözlemlemiştir.

Birinci hafta öğretim sürecinin başında, öğrenciler kesme-yapıştırma ile farklı şekiller oluşturabilmişler ve şekillerin temel elemanlarını belirleyebilmişlerdir. Sadece iki öğrenci (orta ve düşük başarı düzeyine sahip) köşe ve köşegen kavramlarında karmaşa yaşamıştır. Bu karmaşanın yaşanmasında kavramların isimlerinin benzerliği ve köşegen kavramının anlamlandırmada zorluk yaşamaları varsayılabilir. Benzer olarak yapılan araştırmalar da köşegen kavramının çokgenlerin farklı temel elemanları ile karıştırıldığını ve tanımlamalar da yaşanan zorlukların öğrencilerin kavram yanılgısı yaşayabilmesine yol açacağını ortaya koymuşlardır (Paksu vd., 2013; Bütüner, 2017) Öğrencilerin özellikle aşına oldukları dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen şekillerini isimlendirmede zorluk yaşamadıkları ancak şeklin duruşuna dikkat ederek yamuk veya geniş gibi ifadeler kullandıkları görülmüştür. Bu durum, çokgenlerin prototip örneklerine sıklıkla maruz kalındığına ve şeklin özelliklerinden ziyade görsel algının etkili olduğuna işaret etmektedir.

Odak öğrencilerin bir şeklin kenar uzunluklarının ve yüzeyinin ölçülebileceğinin fikrine sahip olmalarına karşın yüzey ölçümüne ilişkin açıklama yapamamışlardır. Yüzey ölçümü ile ilgili yeterli açıklama yapamamaları alan kavramını anlamlandırmada yeterli kavramsal anlayışa sahip olmadıklarına işaret etmektedir. Nitekim öğrencilerin ön klinik görüşme bulgularında alan kavramını anlamlandırmada ve alanları karşılaştırmada zorluk yaşadıkları gözlenmişti. Öğrencilerin bireysel etkinlik çalışmaları ve sınıf tartışmaları ile bir şeklin yüzeyinin neresi olduğu, yüzey ölçümü ile kapladığı yer ifadelerinin aynı anlam ifade ettiği, geometrik şekillerin parçalanabileceği ve şekillerin yeniden düzenlenmesi durumunda yüzey ölçümünün değişmeyeceği fikirleri yapılandırılmıştır. Bu durum, farklı şekillerin alanlarının karşılaştırılabileceğine ve alan korunumuna ilişkin gelişimi göstermektedir. Nitekim Olkun vd. (2014) ve Clements ve Stephan (2004) çalışmalarında, alan korunumun gelişmesinde kesme-yapıştırma etkinliklerinin veya tangram bloklarının destekleyeceği role sahip olduğunu belirtmişlerdir. Benzer olarak,

Kospentaris vd. (2011) alan korunumunun sağlanmasında; aynı şekli yeniden yapılandırma ile öğrencilerin alanların eşliğini fark edeceklerini vurgulamışlardır.

Birinci öğretim dizisinin tamamlanmasının ardından gerçekleştirilen ara klinik görüşme bulguları ise öğrencilerin alan kavramını anlamlandırmalarında algılama süreçlerinde kavramsal bileşen düzeylerinde gelişim olduğunu göstermektedir. Öğrenciler kapalı şekillerin alanlarının ölçülebileceği ve kapalı olmayan şekillerin uzunluklarının ölçülebileceği fikirlerine sahiptirler. Bu durum, öğrencilerin kapalı her şeklin veya yüzeyin bir yer kapladığından alanlarının ölçülebileceği bilgisini yapılandırarak ve alan–uzunluk karmaşasını aştıklarını göstermektedir. Nitekim ara klinik görüşme bulgularına göre odak öğrencilerinin tümünün şekillerin alanlarını sezgisel karşılaştırmaları; alanın bir kenar uzunluğuyla değil, tüm yüzeyinin kapladığı yerin ölçümü ile ilgili olduğuna ve alanın iki boyutlu oluşuna dair bir zihinsel bir yapılandırmaya işaret etmektedir. Sadece yüksek düzeyde olan bir öğrencinin sezgisel karşılaştırma ile birlikte parçalama stratejisini de kullanması, algılama süreçlerinde tüm bileşenlerin aktif olduğunu göstermektedir. Bu açıdan bakıldığında, alanları karşılaştırma bağlamında; ön klinik görüşmelerde öğrencilerin tek boyuta göre karşılaştırma yapmaları Clements ve Sarama (2009)’nın ilk düzeyi olan ön ölçüm düzeyine denk gelirken; ara klinik görüşmelerde yüzeyin kapladığı alana göre sezgisel olarak karşılaştırma yapmaları ise ikinci düzey olan alanı sezgisel karşılaştırma düzeyine denk gelmektedir. Ayrıca odak öğrencilerin tümünde şeklin parçalanması durumunda şeklin yüzey ölçümünün değişmeyeceği fikrine sahip olmaları ise alan korunumunun geliştiğine de işaret etmektedir. Bu noktada, öğrencilerin alan ölçümüne ilişkin anlayışlarında gelişim olduğu görülmektedir.

Ön klinik görüşme bulgularında ve ilk iki hafta gerçekleştirilen öğretim süreçlerinde öğrencilerin alan-çevre karmaşası yaşadığı görülürken, ara klinik görüşme bulgularına göre bu kavram yanlışlığının ortadan kalktığı ve çevre uzunlukları aynı alan ölçüleri farklı dikdörtgenleri oluşturabildikleri gözlenmiştir. Bu durum, öğretim dizisi boyunca gerçekleştirilen etkinliklerin alan ölçmede sıklıkla görülen kavram yanlışlığının ortadan kalkmasında etkili olduğunu ve aynı çevreye sahip dikdörtgenlerin aynı alanı olabileceği karmaşasının da giderildiğini göstermektedir.

5.2.2 Alan ölçmeye ilişkin tartışma

5.2.2.1 Dikdörtgenin alanını ölçmeye ilişkin tartışma

Ön klinik görüşme bulgularına göre, odak öğrencilerin tümünün bir şeklin yüzeyini kaplamada standart olmayan ölçme birimleri ile tam kaplama fikrine sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum, öğrencilerin sezgisel bileşen açısından olsa da alan ölçmenin doğasına ilişkin temel bir anlayışa sahip olduklarını göstermektedir. Ancak öğrencilerin çoğunun ölçme birimini belirlemede aynı niteliğe sahip olma fikrine sahip oldukları görülse de aynı niteliğe sahip birimleri seçmede görsel benzerliğe dikkat etmeleri, birim ile ölçülen yüzeyin aynı niteliğe sahip olması ilkesini bilinçli bir şekilde kabul edemediklerine ve algılama süreçlerinde kavramsal olarak düşünemediklerine işaret etmektedir. Sadece düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin ölçme birimini belirlemede birimin uzunluğuna odaklı olması, uzunluk birimleri ile alan ölçme arasında karmaşa yaşadığını göstermektedir. Bu sonuca benzer olarak, Lehrer vd. (1998) öğrencilerin uzunluk birimleri kullanarak dikdörtgenin alanını ölçmeyi çalışmalarının ise alan kavramının temel özelliklerini içselleştirmede zorluklara yol açtığını belirtmişlerdir. Benzer biçimde, Tan Şişman ve Aksu (2016) ise öğrencilerin alan ölçme biriminin niteliği ile ilgili farkındalıklarının sınırlı olduğu ve genel olarak görsel uygunluğa göre seçim yaptıklarını çalışmalarında belirtmişlerdir. Nitekim Koza Çiftçi ve Yetkin Özdemir (2019), çalışmalarında öğretmenlerin de niteliğe uygun birim seçme ve standart olmayan birimlerle ölçmede eksik bilgilerinin olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla, öğrencilerin ölçülecek yüzeyin görüntüsüne odaklı olmaları, alan ölçme sürecinde kavramsal bileşenin geliştirilmesi gerektiğini, sadece kaplama etkinlikleri ile kalmayıp standart ölçü birimlerinin gerekliliği ve alan ölçmede standart birimin kullanılmasına yönelik kavramsal etkinlikleri gerçekleştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir. Bu noktada ikinci hafta etkinliklerinde gerçekleştirilen standart ve standart olmayan birimlerle kaplama etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinde öğrenciler şeklin yüzeyini somut olan standart olmayan birimlerle kaplama işlemiyle, boşlukların kaldığını ve tam kaplama yapılamadığını fark etmişlerdir. Bu farkındalık bir şeklin yüzeyini ölçmede standart olmayan birimlerin kullanılması ile alan ölçümünün değişebileceği ve doğru ölçümün gerçekleşmediği algısının oluşmasını sağlamıştır. Benzer olarak, Gözüyılmaz (2024) çalışması ile öğrencilerin standart olmayan ölçüm araçlarını kullanmasının alan kavramının gelişimine destek olduğunu gözlemlemiştir. Nitekim Clements ve Sarama (2004), öğrencilerin standart olmayan ölçüm araçlarının kullanımına olanak sağlamanın

ve bu araçlarla ölçüm yapıldığında alanı kaplama stratejilerinin gelişerek alan kavramının anlamlandırılmasının destekleneceğini belirtmişlerdir.

Grup ve sınıf tartışmaları ile standart olmayan birimlerden şeklin yüzeyine uygun birim olarak kare şeklini seçme fikri yapılandırılmıştır. Ancak öğrencilerin aynı niteliğe sahip birimi seçme fikri olduğu görülse de kare birimin ölçüleri ile dikdörtgen yüzeyinin ölçüleri arasında ilişki kurmakta zorlandıkları gözlenmiştir. Bu durum, şekle benzer birim seçme fikrine sahip olduklarını ancak kareyi alan ölçü birimi olarak ilişkilendirmede zorluk yaşadıklarını göstermektedir. İkinci hafta öğretim sürecinin gerçekleştirilmesi ile öğrencilerin alan-çevre ile ilgili kavram yanlışlarının ortadan kalktığı ve alan ölçmede tam kaplama fikrinin geliştiği gözlenmiştir. Öğrencilerin bu yanlışından uzaklaşması, alanı şeklin kapladığı bölge olarak algıladıklarını gösterirken, bu gelişimin tam kaplama fikri ile doğrudan ilişkili olduğu söylenebilir. Nitekim odak öğrencilerin ön klinik görüşme bulgularında sezgisel olarak tam kaplama fikrine sahip oldukları görülürken, ara klinik görüşme bulgularına göre tam kaplama fikirlerine ilişkin yeterli gerekçeler sunabilmeleri bu gelişimi desteklemektedir. Bu noktada, Clements ve Sarama (2004)'nın öğrencilerin standart olmayan birimlerle ölçme uygulamalarında; yüzeyin tam kaplanmasını deneyimleyerek öğrendiklerini ve bu sürecin alanının niceliksel yönüne geçişte kritik bir öneme sahip olduğunu vurgulamışlardır. Benzer olarak Lehrer vd. (1998)'de öğrencilerin alan ölçümüne ilişkin düşünme süreçlerinin; bir şeklin yüzeyini kaplamada birimler ile boşluk kalmaması ve üst üste gelmemesinin kullanımıyla geliştiğini belirtmişlerdir

Öğretim öncesi aynı niteliğe sahip birimlerle ölçmede ise öğrencilerin çoğunun birim ile ölçülen yüzey arasında somut işlem olan tam kaplama ile boyutları ilişkilendirebildikleri bulgusuna varılmıştır. Bu durum, öğrencilerin şeklin yüzeyini ölçmeyi tam kaplama işlemi olarak gördüklerini ancak bu işlem ile alan ölçmeyi doğrudan ilişkilendiremediklerini göstermektedir. Öğrencilerin alan ölçme sürecine yönelik algılama süreçlerinde sezgisel bileşenin varlığının baskın olduğu; kavramsal bileşen açısından birim ile ölçülecek yüzey arasında nicel ilişkilendirmeyi yapılandıramadıklarını ortaya koymaktadır. Sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin birimin alanı ile ölçülen yüzeyin alanını ilişkilendirmede bölünebilme fikrini sahip olması, algılama sürecinde tüm bileşenlerin etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin çoğunun (düşük başarı düzeyine sahip olan öğrenci hariç) tüm öğrencilerin birim değişikçe alan ölçüsünün değişeceği fikrine sahip olmaları alan ölçme için birimin

sayısını dikkat ettikleri ancak standart ölçü birimi ile ilgili gerekçe sunamamaları da alan ölçmede standart birimin gerekliliği ile ilgili vurguların yapılması gerektiğini desteklemektedir. Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinden sonra ise öğrencilerin çoğunun standart alan ölçü birimi için “en uygunu kare” açıklamaları mevcuttur. Bu durum, öğrencilerin aynı niteliğe sahip birim olarak kare şekli seçmelerinde sezgisel algının devam ettiğini gösterirken; birim seçiminde zihinde bir birim algısının da oluştuğunu da göstermektedir. Benzer olarak, Var ve Altun (2011) çalışmalarında öğrencilerin aynı niteliğe sahip birimleri seçmede “en uygunu kare” ifadesini kullandıkları ve Koza Çiftçi ile Yetkin Özdemir (2019)’ de öğretmenlerin uygun birim olarak kareyi seçtiklerini ve yeterli gerekçe sunamadıklarını gözlemlemişlerdir. Bu noktada ara klinik görüşme bulgularına göre alan ölçümü için alan formülünü kullanma veya birim kareleri sayma stratejilerini kullanmaları tam kaplamadan niceliksel anlayışa geçişin göstergesidir. Ayrıca bir şeklin alanını bulmak için birim karelerin alanlarının toplanabileceğini veya bir birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpılabileceğini belirtmişlerdir. Bu durum, alan ölçme ile birim kare ilişkisini kurabildiklerini ve birimin alanı ile şeklin alanını ilişkilendirebildiklerini göstermektedir. Ön klinik görüşme bulgularında ise kaplama ile boyutları sezgisel olarak ilişkilendirebildikleri ancak yeterli niceliksel gerekçeler sunamadıkları gözlenmişti. Bu durum, öğrencilerin zihninde bir birim algısının oluştuğunu ve birim ile ölçülen yüzeyi ilişkilendirilmede farklı stratejileri de kullanabilmeleri anlamında gelişme olduğunu göstermektedir. Bu noktada, öğrencilerin ön klinik görüşmelerde yüzeyi kaplama ve birimi yüzey ile ilişkilendirmeye karşılık Clements ve Sarama’nın (2009) ikinci düzeyine denk gelirken; ara klinik görüşmede üçüncü, dördüncü ve beşinci düzeye ilişkin stratejilere geçiş yaptıkları görülmektedir. Yapılan araştırmalar da öğrencilerin alan formüllerini gerekçelendirerek açıklayabilmelerinde; yüzeyin özdeş birimlerle kaplanması ve birim sayısı ile alan formülünün ilişkilendirilmesinin önemli bir gelişim olarak görmektedir (Quthred ve Mitchelmore, 2000; Stephan ve Clements, 2003). Bu noktada, Bulut’un (2018) da ifade ettiği gibi dikdörtgenin alan ölçmeye ilişkin bilgiyi kavramsal olarak yapılandırabilen öğrencilerin farklı şekillerde de zorluk yaşamayacakları öngörülebilir.

Ön klinik görüşme bulgularına göre odak öğrencilerin birim kare verilen durumlarda alan ölçümünü birim kare sayısı ile ifade edebildikleri ancak çentiklerin verildiği durumlarda birim kare fikrini oluşturmakta zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bu durum, kare şeklinde bir standart ölçü birimi verilmesinin öğrencilerde kaplama fikrini çağrıştırdığını

ve birim kare sayısını bulmaya yönlendirdiğini göstermektedir. Bu sonuç ise öğrencilerin somut olarak verilen birim kare ile kaplama stratejisini rahatlıkla uygulayabilmeleri sezgisel bileşenin aktif olduğuna işaret etmektedir. Ancak çentikler verildiğinde birim kare fikrini zihinde yapılandırmanın zorlaştığı ve birimin uzunluğu ile şeklin kenar uzunluğu arasında ilişki kuramadıkları görülmektedir. Bu bulgular, öğrencilerin alan ölçü birimini zihinde soyutlaştıramadıklarını gösterirken; algılama süreçlerinde sezgisel bileşenin görsel temsil odaklı hareket etmesi ise kavramsal bileşenin arka planda kalmasına sebep olmuştur. Tüm bu bulgulara göre, öğrencilerin alan kavramını kavramsal ve sezgisel bileşenler açısından yeterince yapılandıramadığı görülmektedir. Benzer olarak, yapılan çalışmalara göre karenin öğrenciler tarafından bir alan ölçme aracı olarak görülmediği, öğrencilerin birim kareyi anlamlandıramadıkları, bir birimi öteleme veya çentikler arası mesafenin uzunluk birimi olarak kavranmasında bile güçlük çektiği görülmüştür (Kamii ve Kysh, 2006; Olkun vd., 2014; Sezgin Memnun, 2015). Nitekim, öğrencilerden alan korunumuna sahip olan öğrencilerin alan ölçmede alan formülü veya birim kareleri sayma gibi farklı stratejileri kullandığının görülmesi ile alan korunumunun varlığı gözlenmeyen öğrencilerin alan-çevre veya alan-uzunluk karmaşası yaşamaları birim ile alan ölçmeyi yapılandıramadıkları bulgusunu desteklemektedir. Gülsoy (2020)'un öğrencilerin alan korunumunda yaşadıkları zorlukların alan bağıntılarını elde etme sürecini zorlaştırdığı belirtmesi ise bu çalışmanın bulgularını desteklemektedir. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin alan-çevre kavram yanılışına düşmelerinin ve alan korunumunda yaşadıkları güçlüklerin sıkça karşılaşıldığını göstermektedir (Quthred ve Mitchelmore, 2000; Zacharos, 2006; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Dağlı, 2010; Olkun vd., 2014; Gülsoy, 2020; Divrik ve Pilten, 2021). Bu durum, öğrencilerin ilkökul düzeyinde alan kavramı ve alanı ölçme konusunda yeterli kavramsal anlayışı yapılandıramadıklarını, sadece birim kare verilen durumlarda alan ölçmeden bağımsız sayma yaptıklarını ve algılama süreçlerinde kavramsal bileşenin yeterli düzeyde gelişmemesi algoritmik bileşenin de zayıf kalmasına sebep olduğunu göstermektedir. Bu noktada, üçüncü hafta etkinliklerinde elektrik bandıyla oluşturulan parçalı birimlerden oluşan dörtgenin alanını birim kare ile ifade etme görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin öğretim sürecinin başında tam kaplama ve birim kare sayısını bulma fikrine sahip oldukları görülse de dörtgen şeklinin alanını ölçmede şeklin biçiminden dolayı kenar uzunluklarını ölçmeye yönelmişler ve alanı ölçmede parçalı birimlerden kaynaklı zorluk yaşamışlardır. Yaşanan bu zorluk, alanı ölçmede aynı niteliğe sahip birimleri seçebiliyor olsalar da şekle benzer

birim odaklı hareket etmelerinden kaynaklanmaktadır. Bu durum, seçilen birimin kavramsal niteliğinin farkında olduklarını ancak sezgisel algının daha etkili olduğunu göstermektedir. Sınıf tartışmaları ile öğrencilerin şeklin alanını ölçmede kare birimlerin şekli tam kaplaması gerektiği ve kenarlara yakın yerlerde üçgenlerin yarım birim olarak kabul edilebileceği fikri yapılandırılmıştır. Bu yapılandırma ile şeklin kenarları üzerine birim uzunluğu aralığında çentikler ile satır-sütun oluşturabilmişler ve alanı birim ile ifade ederek ölçme işlemini gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin noktalı zeminde verilen parçalı birimlerden oluşan şekillerin alanını ölçmede zorluk yaşamadıkları ve alan ölçümlerini birim kare ifade edebildikleri gözlenmiştir. Bu durum, tahmini öğrenme yürüncesinin amacına uygun gerçekleştirilen etkinliklerin alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlayışın gelişiminde etkili olduğunu göstermektedir. Zacharos (2006) bir bölgeyi birim karelerle kaplamanın bir öğretim stratejisi olmadığını, alan ölçümü için bir aracı rol üstlendiğini belirtmiş. Bu noktada, üçüncü hafta etkinliklerinde gerçekleştirilen birim kare ile kaplama etkinliklerinin öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin gelişimlerine katkıda bulunduğu görülmektedir. Nitekim ara klinik görüşme bulguları arasında öğrencilerin hem birim kare verilen durumlarda hem de noktaların verildiği durumlarda ipuçlarını kullanarak birim kare fikrini oluşturabilmeleri ile satır-sütun çarpımı, alan formülü ve çizim stratejilerini kullanmaları bu gelişimin göstergesidir. Ön klinik görüşme bulgularında, birim kare verilen durumlarda alan ölçümünü birim kare sayısı ile ifade edebildikleri görülsede çentiklerin verildiği durumlarda birim kare fikrini oluşturmakta zorluk yaşadıkları gözlenmişti. Bu durum, ön klinik görüşme bulgularına göre öğrencilerin birimi zihinde soyutlaştıramadığını ve alan ölçme ile ilişkilendiremediğini gösterirken, ara klinik görüşme bulgularına göre ise farklı stratejilerin kullanımı ve birim kare ile alan ölçme ilişkisinin varlığını ortaya çıkarmıştır. Benzer olarak, Clements vd. (2004) öğrencilerin tamamen kaplanmamış dikdörtgen durumları ile karşılaştığında; görünmeyen ancak zihinsel olarak var olan birimleri hayal ettiğini ve böylece birimi zihinsel olarak genişletebildiklerini vurgulamıştır.

Öğretim öncesi öğrencilerin verilen alan ölçüsüne sahip dikdörtgenler oluşturamadıkları ve alan birimini anlamlandırmada zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Bu durum, öğrencilerin uzunluk birimi ile alan ölçü birimi arasında karmaşa yaşadığına ve kavramsal bileşen bağlamında alanı şeklin kapladığı iki boyutlu bir yüzey olarak içselleştiremediklerine işaret etmektedir. Ayrıca alan ölçü biriminden hareketle birim kare ile alan ölçümünü de ilişkilendirememeleri ise algoritmik bileşenin aktif

kullanılamamasına sebep olmuştur. Bu bulguya benzer olarak, Olkun vd. (2014), öğrencilerin birim kare algısındaki yetersizliğin alan ölçme birimlerini açıklayamamalarına ve alan ölçmenin algoritmik bileşen düzeyde ele alınmasının yüzeysel bir şekilde öğrenilmesine yol açtığını ifade etmişlerdir. Lehrer vd. (2003) ise öğrencilerin farklı dikdörtgenler oluşturabilmelerinin aynı alana sahip farklı şekiller olabildiğini fark etmelerinin alan kavramının gelişiminde kritik role sahip olduğunu belirtmişlerdir. Bu bağlamda dördüncü hafta etkinliklerinde, aynı alana sahip verilen iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırma ve dikdörtgen şekillerin alan ölçümelerini kısa yoldan bulma görevleri gerçekleştirilmiştir. Öğretim sürecinin başlangıcında, öğrencilerin çoğu alan ölçmede birim kareyi düzensiz çizmeleri veya kenar uzunluklarına göre yerleştirememeleri, birim kare ile şeklin boyutlarını ilişkilendirmede zorluk yaşadıklarına işaret etmektedir. Bireysel ve sınıf tartışmaları ile birimin kenar uzunlukları ile dikdörtgenin kenar uzunluklarını ilişkilendirerek satır-sütun çarpımı ile alan ölçümünü doğru bulmuşlar ve dikdörtgenin alan formülünü oluşturabilmişlerdir. Alan formülünü yapılandırmaları, alan ölçmeye ilişkin kavramsal ve algoritmik algılamada anlamlı bir gelişim olduğunu göstermektedir. Ancak öğretim sürecinin başında alan ölçü birimlerine uygun günlük hayat ile ilişkilendirme yapmış olsalar da sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrenci alanı cm^2 ile, diğer öğrenciler ise birim kare sayısı veya uzunluk olarak ifade etmiştir. Bu durumun birimin alanı ile ölçülen yüzeyin alanını ilişkilendirmede zorluk yaşamalarından etkilenmiş olabileceği varsayılabilir. Öğrencilerin alanı ölçü birimi ile ifade etmemeleri, her zaman kavramsal eksiklik anlamına gelmemekle birlikte alışkanlıklardan kaynaklanan birim kullanmama durumuna da işaret etmektedir. Benzer olarak, öğrencilerin ölçme işlemlerinde birimi genellikle önemsiz bir ek olarak gördükleri ve alışkanlıklardan ötürü birim yazmaksızın işlem yaptıkları birçok çalışmanın ortak sonuçlarındandır (Yenilmez ve Pargan, 2008; Tan Şişman ve Aksu, 2009; Dorko ve Speer, 2015). Öğretim sürecinin gerçekleştirilmesiyle ve araştırmacının müdahaleleriyle alan ölçü birimlerini sıklıkla kullanımı gözlemlenmiştir. Bu gelişim, Clements ve Stephan'ın (2004) ortaya koydukları öğrenme yörüngelerinde yer alan birimleri yerleştirme, birim tekrarını fark etme ve çarpma yoluyla alan hesaplama adımlarını destekler niteliktedir.

Alan ölçü birimleri ile ilgili zorluğun birimin alanı ile ölçülen yüzeyin alanı ilişkilendirmede zorluk yaşamaları ile ilgili olduğu varsayıldığından beşinci hafta etkinliklerinde geometri tahtası ile kareli ve noktalı zeminde istenilen alan ölçüsüne sahip

farklı dikdörtgenler oluşturma görevleri gerçekleştirilmiştir. Başlangıçta öğrencilerin çoğu alan ölçüsü verilen dikdörtgeni geometri tahtasında oluşturmada zorluk yaşamıştır. Bu zorluğun, alan ölçü birimini anlamlandırmada güçlük yaşamalarından kaynaklandığı gözlemlenmiştir. Araştırmacı müdahalesi olarak daha az alana sahip dikdörtgenler oluşturma uygulamaları ve sınıf tartışmaları ile öğrencilerin satır-sütun sayısını veya alan formülünden yararlanarak kenar uzunluklarını belirleyerek farklı dikdörtgenler oluşturabilmişlerdir. Bu durum, öğrencilerin dikdörtgeninin alanını ölçmede satır-sütun sayısının çarpımı ile dik kenar uzunluklarının çarpımının alan ölçüsünü vereceğinin farkında olduklarını ve etkinlikler ile somut materyal üzerinde alan ölçü birimini anlamlandırabildiklerini göstermektedir. Ara klinik görüşme bulgularında da farklı ölçülere sahip birim karelerle alan ölçmede zorluk yaşadıkları gözlenmişti. Yaşanan bu zorluğun görülmesi üzerine tahmini öğrenme yörüngesinde revizeler yapılarak alan ölçüsü farklı birim karelerle dikdörtgen oluşturma etkinlikleri eklenmiştir. Öğretim süreci başında kenar uzunlukları 2 cm olan karelerden oluşan zeminde istenilen alana sahip dikdörtgenler oluşturmakta zorlanmışlardır. Bu durum, ölçü biriminin değişikliğinde öğrencilerin 1 cm^2 lik birim karelerle ilgili karmaşa yaşadıklarını ve birimin ölçüleri ile oluşturulacak dikdörtgenin alan ölçüsünü ilişkilendirmelerinde yeterli kavramsal anlayışa sahip olmadıklarını göstermektedir. Bundan dolayı, araştırmacı müdahalesi olarak farklı alan ölçülerine sahip dikdörtgen oluşturma uygulamaları gerçekleştirilmiş ve öğretim süreci sonunda öğrencilerin tümünün istenilen alana sahip dikdörtgenleri birim kareli zeminde oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin birimin ölçüleri ile dikdörtgenin ölçüleri arasında ilişki kurabildiklerini göstermektedir. Nitekim öğrencilerin noktalar arası uzunluğun 0,5 cm olduğu zeminde ise herhangi bir zorluk yaşamadan istenilen alana sahip farklı dikdörtgenleri oluşturabilmeleri, alan formülü ile kenar uzunluklarını belirleyebilmeleri ve birimin ölçüleri ile 1 cm^2 lik birim karenin ölçülerini ilişkilendirebilmeleri, yapılandırılan etkinliklerin yaşanan zorlukların giderilmesinde etkili olduğunu göstermektedir.

Birinci öğretim dizisi sonrasında öğrencilerin kenar uzunluklarının ondalıklı olduğu durumlarda alan ölçmede zorluk yaşadıkları görülürken, düzenli şekil olarak niteledikleri kare şeklinin alanını satır-sütun çarpımı veya alan formülü ile hesaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin alan ölçme ile birim kare ilişkisini kurabildikleri ve verilen şeklin alanını birim karelerle kaplanması gerektiği fikrine sahip oldukları gözlenmiştir. Ancak kenar

uzunluklarının kesirli olduğu bağlamlarda, birim kareyi 1 cm^2 olarak kabul etmiş olmaları hatalara sebep olmuştur. Bu durum, öğrencilerin birim kareyi sabit bir ölçü olarak görmelerinden kaynaklı olduğuna ve birimin alanı ile şeklin yüzeyi arasında ilişki kurmakta zorlandıklarına işaret etmektedir. Sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrencin verilen şekli dikdörtgene tamamlayarak, toplam alandan boş bölgelerin alanlarını çıkarmıştır. Benzer olarak, Battista ve Clements (2000), öğrencilerin bir dikdörtgen ile L şekline benzer bir yüzeyin alanını karşılaştırmada zorlandıklarını, dikdörtgenin alanını alan formülü ile rahatlıkla hesaplayabilirlerken; L harfine benzer şeklin alanını ölçmede hatalar yaptıklarını gözlemlemişlerdir. Rangkuti (2019) 'de öğrencilerin çokgen ya da düzensiz şekilleri alt parçalara bölme ve toplam alanı bulmada zorluk yaşadıklarını tespit etmiştir. Beşinci hafta farklı alan ölçü birimleriyle aynı alana sahip dikdörtgenler oluşturma etkinliklerinin gerçekleştirilmesiyle Alanı ölçmede ise şeklin alanını farklı stratejilerle hesaplayabildikleri gözlemlenmiştir. Ara klinik görüşme bulgularında, öğrencilerin çoğunun şeklin kenar uzunluklarının kesir olduğu durumlarda birim kareyi sabit bir ölçü olarak görmelerinden kaynaklı alan ölçmede ve birimin alanı ile şeklin alanı arasında ilişki kurmakta zorluk yaşadıkları gözlenmişti. Son klinik görüşme bulgularına göre, öğrencilerin çoğunun şeklin alanını hesaplayabildikleri görülmüştür. Şeklin alanını hesaplamada ise parçalama strateji, dikdörtgenlerin alanlarını formül ile hesaplama, birim kare çizimi, birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpımı ve şekli düzgün bir şekil haline getirme farklı çeşitlilikte stratejileri bir arada kullanabilmişlerdir. Bu durum, kesirli durumlarda şeklin 1 cm^2 lik birim karelerden farklı ölçüye sahip birim karelerden oluştuğunun farkında olduklarını ve birimin alanı ile şeklin alanını ilişkilendirebildiklerini göstermektedir. Ancak orta başarı düzeyine sahip olan bir öğrenci ile düşük başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin birim karenin alanını bulmada karmaşa yaşamaları şeklin alanını hatalı ölçmelerine sebep olmuştur.

5.2.2.2 Düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin tartışma

Öğretim öncesi düzgün olmayan şekillerin alan ölçümüne ilişkin öğrencilerin düşüncelerinde farklılıklar olduğu görülmüştür. Düzgün olmayan şekillerin alanlarını ölçülebileceğine ilişkin gerekçe olarak bir yer kapladığını sunan öğrencilerin sezgisel ve kavramsal bileşen bağlamında, alanın şeklin kapladığı yüzeyle ilgili olduğunu anlamlandırdıklarını göstermektedir. Buna karşılık, düzensiz şekillerin alanlarını ölçmenin mümkün olmadığı fikrine sahip olan öğrencilerin ise alan kavramını sadece

ölçülebilir kenar ve düzgün şekillerle sınırlı tuttıkları ve bu durumun kavramsal bileşen açısından yeterli düzeyde olmadığına işaret etmektedir. Benzer olarak, Machaba (2016), öğrencilerin düzgün olmayan şekillerin uzunluk ve genişliği olmadığı için alanının ölçülemeyeceği fikrine sahip oldukları belirtmiştir. Öğretim sürecinde ise alan ölçümünde de zorluk yaşadıkları ve strateji eksiklikleri gözlenmiştir. Bu zorluktan ötürü, şekil ile eş çevre uzunluğuna sahip farklı şekilleri oluşturma fikrini sunmuşlardır. Benzer olarak Bulut (2019) çalışmasında, öğrencilerin iki gölün yüzeyini karşılaştırmada zorlandıklarını, birim kareli zemin üzerinde verilmediğinden göz kararı karar verdiklerini ve alan ile çevre arasında ikileme düştüklerini gözlemlemiştir. Ara klinik görüşme bulgularında aynı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenlerin farklı alanların olabileceği fikrine sahip oldukları gözlenmişti. Ancak bu durum, aşına olmadıkları bir şekil ile karşılaştıklarında dikdörtgen veya kare gibi daha düzenli şekiller oluşturmaya odaklı olduklarını ve düzenli şekillerin alanını ölçmenin daha kolay olacağı algısına sahip olduklarını göstermektedir. Bu sezgisel algıdan dolayı zorluk yaşamışlar, yaşanan bu zorluğun görülmesi üzerine tahmini öğrenme yörüngesine aynı çevre uzunluğuna sahip farklı şekillerin alanlarını karşılaştırma görevleri eklenmiştir. Nitekim öğrencilerin aynı çevre uzunluğuna sahip farklı şekillerin alanlarının da farklı olabileceği fikrinin gelişmesinde bu etkinliklerin destekleyici olduğu görülmüştür. Öğretim süreci sonunda alanı ölçmede şekli düzenli şekillere tamamlama, parçalama, birim kare çizimi ile sayma ve formül kullanma stratejileri gözlemlenmiştir. Bu durum, tahmini öğrenme yörüngesindeki görevlerin öğrencilerin düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin strateji gelişimine katkısı olduğunu açıkça göstermektedir. Benzer olarak, Casa vd. (2006) çalışmalarında, öğrencilerden iki düzgün olmayan şeklin alanlarını ölçmelerini istemişler ancak etkili bir alan formülü olmadığından; birim kare sayısını bulmada farklı stratejileri bir araya getirmişlerdir. Araştırmacılar, sınıf tartışmaları ile düzgün olmayan şeklin alanını bulmada tek tek kareleri sayma, şeklin yüzeyindeki satır-sütunları kullanma ile diğer yarım birimleri ekleme, şeklin dışından geçen bir satır-sütun dizisi oluşturma ile dahil olmayan kareleri çıkarma, iki yarım kareyi birleştirerek tam kare elde etme ve bir tam kare elde etmek için parça birimleri bir araya getirme stratejilerini tespit etmişlerdir.

Öğretim süreci sonrası düzgün olmayan şekillerin alanını ölçmede ise öğrencilerin çoğu alanı yaklaşık değerler ile hesaplayabilmişlerdir. Öğrencilerin düzgün olmayan şeklin alanını hesaplarken parçalayarak dikdörtgen ve üçgen şekillerini elde etme ile alan

bağıntılarını kullanma, düzgün olmayan şekli dikdörtgene tamamlama ile satır-sütun yapılandırma ve birim kare çizimi ile birim kareleri sayma stratejileri gözlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin düzgün olmayan şekillerin bir yer kapladığı ve alanlarının ölçülebileceği fikrine sahip olduklarını gösterirken, düzgün olmayan şekli zihinsel görselleştirme yaparak farklı şekillere dönüştürebilmeleri alan ölçmede kavramsal olarak daha üst düzeyde olduklarını göstermektedir. Benzer olarak, Tossavainen vd.(2016) yaptıkları çalışmada öğrenilerin öğretim süreci öncesi düzgün olmayan şekillerin alanlarını anlamlandırmada zorluk yaşadıklarını; öğretim sonrası düzgün olmayan şekillerin alanlarını tanımlamanın yanısıra farklı strajilerle alan ölçümünü yapabildiklerini ortaya koymuşlardır.

5.2.2.3 Paralelkenarın alanını hesaplamaya ilişkin tartışma

Birinci öğretim dizisi sürecinde yalnızca dikdörtgenin alanını ölçmeyi yapılandırmaya yönelik etkinlikler yer almasına rağmen, ara klinik görüşme bulgularına göre öğrencilerin yapılandırdıkları bilgilerini paralelkenarın alanını ölçmeye aktarabildikleri görülmektedir. Öğrencilerin birim kareli zeminde verilen paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırarak alan formülü veya sayma stratejilerini kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, paralelkenar ile dikdörtgenin alanını biçimsel bir dönüşümle ilişkilendirebildiklerini ve alan ölçmeyi farklı şekillerde genelleştirebildiklerini göstermektedir. Benzer olarak, Çavuş Erdem (2018) öğrencilerin farklı bir şeklin alanını ölçme için strateji geliştirmelerinin, dikdörtgenin alan ölçme becerisi ile sınırlı kalmayıp üst düzey soyutlamaları da yapabilmelerini kapsadığını araştırmanın sonuçları arasında vermişlerdir.

Yedinci hafta öğretim sürecinin başında odak öğrencilerden yüksek başarı düzeyine sahip olan öğrencilerin paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırarak paralelkenarın alanını hesaplayabildikleri görülürken, diğer öğrencilerin alan ölçme için kenar uzunluklarını çarpma veya birim kare çizimi yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin paralelkenarı zihinlerinde dikdörtgen olarak görselleştirdiklerini gösterirken, alan ölçmede de dikdörtgenin alan formülünü genelleme veya birim kare saymanın daha kolay olduğu algısını göstermektedir. Bulut (2019), bu bulguya benzer olarak; öğretim öncesi öğrencilerin paralelkenarın alanını ölçmede dikdörtgenin alan bilgisini kullanmaya odaklı olduklarını ve paralelkenarın eğik olan kenarını hesaplayamamalarından kaynaklı arayışa girdiklerini gözlemlenmiştir. İlk görev olarak benzer paralelkenarlar verilmiş ve kesme-

yapıştırma etkinlikleri ile öğrencilerin paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri, paralelkenar ile dikdörtgen şekillerinin benzer veya farklı özelliklerini belirleyebildikleri ve değişen-korunan özellikleri açıklayabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin somut işlem olan kesme-yapıştırma ile paralelkenardan üçgen şeklini parçalayarak dikdörtgen şeklini yapılandırabildiklerini ve dikdörtgen ile paralelkenar şekilleri arasında ilişki kurabildiklerini göstermektedir. Araştırmacılar, kesme-yapıştırma etkinliklerinin aynı alana sahip farklı şekillerin birbirine dönüştürülmesinde kullanılmasının; alan ölçümü ve bununla ilgili temel kavramların öğrenciler tarafından daha iyi anlaşılmasını sağlayacağını belirtmişlerdir. (Clements ve Stephan, 2004). Ayrıca paralelkenar ile aynı alana sahip dikdörtgenin çevre uzunlukları hakkında öğrencilerin sayısal örnekler vererek kolay bir şekilde değişen özellikleri fark etmeleri de gelişimin bir parçasıdır (Çavuş Erdem, 2018; Güner ve Uygun, 2019).

Öğrencilerin sıklıkla paralelkenarı parçalamada şeklin sol üst köşesini seçtikleri ve bu köşeden inen yükseklik ile oluşan üçgen parçanın yerini değiştirdikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, paralelkenar veya dikdörtgen prototip algısından kaynaklandığını gösterirken, parçalamanın etkisiyle yükseklik ve taban algısının da oluştuğunu göstermektedir. Prototip şekillerden kaynaklı sezgisel algıyı aşmak adına ikinci görev olarak farklı paralelkenarlar verilmiş, kesme-yapıştırma veya farklı stratejilerle dikdörtgeni yapılandırabilmişlerdir. Tomooğlu (2017) benzer olarak öğrencilerin paralelkenarı yapılandırmada üçgen parçayı taşıyarak dikdörtgen oluşturduklarını ve paralelkenardan farklı parçalama stratejileri ile yamuk-üçgen, dikdörtgen- üçgen ve yamuk-dikdörtgen kombinasyonlarını elde edilebildiklerini belirtmiştir. Bireysel ve sınıf tartışmaları ile öğrencilerin çoğunun paralelkenarlarda farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri görülse de bazı öğrencilerin paralelkenarların yan kenarlarına veya dışarıdan yükseklik çiziminde zorluk yaşadığı gözlemlenmiştir. Bu durumun araştırmacıların da belirttiği üzere; öğrencilerin prototip paralelkenar algısından kaynaklandığı ve bu algının yüksekliğin çizimini görselleştirmede zorluk yaşamalarına sebep olduğu görülmektedir. Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) de benzer olarak, öğrencilerin zihinlerinde paralelkenar kavramına ilişkin prototip algının baskın olduğunu ve farklı biçimlerde olan paralelkenarların temel kavramlarını anlamlandıramadıklarını tespit etmiştir.

İlk etkinliğin gerçekleştirilmesiyle öğrencilerin çoğunun paralelkenarın alan bağıntısını yapılandırabildikleri ancak düşük başarı düzeyine sahip öğrencinin tabanın sütunlardan ve yüksekliğin satırlardan oluştuğunu düşünmesi paralelkenarın alan ölçümünde karmaşa yaşamasına sebep olmuştur. Bu durum, öğrencilerin çoğunun dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki ilişkiyi kurarak önceki bilgilerini yeni duruma genelleyeabildiklerini gösterirken, düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin kaplama fikrinin devam etmesi ve birim kareleri saymanın daha kolay olduğu algısı ile dikdörtgenin alan formülünü aşırı genelleme yaptığını göstermektedir. Alan ölçmede sıklıkla görülen hatalardan biri olan dikdörtgenin alan formülünü kısa ve uzun kenarının çarpımı olarak düşünmenin ve paralelkenar şeklinin dikdörtgenden farklı özelliklerini ayıramamanın, paralelkenar alanını kısa ve uzun kenarının çarpımı olarak genellemeye sebep olduğuna işaret etmektedir. Nitekim paralelkenarın alan bağıntısını oluşturabilen öğrencilerin çoğunun kareli veya noktalı zeminlerde verilen paralelkenarları dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri, alan bağıntısı ile alanı hesaplayabildikleri ve paralelkenarların istenilen ölçülerini bulmada zorluk yaşamadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin yükseklik çizimlerinde de zorluk yaşadığı görülmüştür. Bu durum, düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin yükseklik algısında ve alan bağıntısını oluşturmada zorluk yaşadığının göstergesidir. Bu zorluğun görülmesi üzerine, tahmini öğrenme yörüngesine alan ölçüsü verilen paralelkenarları oluşturma ve paralelkenarlara ait farklı yükseklik çizimleri yapma görevleri eklenmiştir. Gerçekleştirilen görevde tüm öğrencilerin istenilen paralelkenarları oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretim sürecinde, öğrencilerin cetvelin duruşunu değiştirmeden paralelkenarın karşılıklı kenarlarını çizmeleri ve yükseklik çizimlerinde köşeye veya kenara dik olacak şekilde gönye yerleştirmeleri araç kullanımının ihtiyacına işaret etmektedir. Nitekim başlangıçta şekillerin özelliklerine dikkat etmeden geometrik araçları çizim amacıyla rastgele kullanan öğrencilerin, öğretim sürecinde geometrik ilişkileri fark ederek çizimlerde belirli stratejileri izledikleri görülmektedir. Bu sonucu destekler nitelikte Gündoğdu Alaylı (2012) ise bir şeklin çiziminde bilinçli kullanılan hareketlerin ve şeklin farklı şekilde hareket ettirilmesinin zihinsel görselleştirme becerileri ile ilgili olduğunu belirtmiştir.

Öğrencilerin ara klinik görüşme bulgularında, birim kareli zemin üzerinde verilen paralelkenarı sezgisel olarak yapılandırdıkları ve alanını hesaplayabildikleri gözlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin paralelkenarın dikdörtgene görsel olarak benzerliğinin

olmasından da kaynaklı paralelkenarın alanı ile ilgili bir ön bilginin oluştuğunu göstermektedir. Son klinik görüşme bulgularına göre ise öğrencilerin şekil bilgisini kullanarak paralelkenar çizimi yapabildikleri, şeklin özelliklerine dikkat ederek dikdörtgen olarak yapılandırabildikleri ve farklı yükseklik çizimleri yapabildikleri görülmüştür. Bu durum, paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırırken taban ile yükseklik algısının oluştuğunu ve şekiller arasındaki ilişkiyi kavramsal olarak kurabildiklerini göstermektedir. Nitekim öğrencilerin paralelkenarın alan bağıntısını oluşturabilmeleri ise dikdörtgenin alan formülü ile ilişkilendirmelerinden kaynaklandığını desteklemektedir. Ancak bazı öğrencilerin paralelkenarın alan bağıntısını kullanırken, bazı öğrencilerin ise paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırmayı tercih ederek dikdörtgenin alan formülünü kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin paralelkenarın alan bağıntısını bilseler de önceki deneyimlerinden ve zihinsel olarak daha kolay ulaşılabilir olmasından kaynaklı dikdörtgeni yapılandırmayı tercih ettiklerini göstermektedir. Nitekim öğrencilerin paralelkenarı dikdörtgen olarak dönüştürmenin daha kolay olduğuna dair açıklamaları bu durumu desteklemektedir. Carpenter ve Lehrer (1976) ise öğrencilerin yeterli kavramsal bilgilerinin var olmasına rağmen problem durumlarında daha kolay ve hızlı olan çözüm yollarını tercih etmelerinin bilişsel ekonomi ilkesi ile ilişkisini olduğunu belirtmişlerdir. Ancak düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin paralelkenarın alanını hesaplamada kenar uzunluklarını çarpması dikdörtgenin alan formülünü aşırı genellediğine işaret etmektedir. Nitekim bu öğrencinin paralelkenar oluşturmada kenar uzunluklarının çarpımına ve satır-sütun yapılandırma ile birim kare çizimine odaklı olması paralelkenar ile dikdörtgen şekilleri arasında karmaşa yaşadığını göstermektedir. Ancak yedinci tahmini öğrenme yörüngesi sürecinde tüm öğrencilerin paralelkenarın alan bağıntısını oluşturabildikleri ve farklı paralelkenarlar oluşturabildikleri gözlenmişti. Düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin karmaşa yaşaması aşırı genellemeden kaynaklı olabileceği gibi öğrenilen bilginin uygulanabilir hale gelmesi için daha fazla zamana ihtiyacı olduğunu da göstermektedir. Benzer olarak Olkun vd. (2014), bir öğretim süreci gerçekleşmesine rağmen öğrencilerin yamuksal bölgenin alan bağıntısını unuttuklarını veya bu bağıntıyı öğrendikten belli bir süre sonra uygulayabilir hale gelebileceğini belirtmişlerdir. Genel olarak bakıldığında ise paralelkenarın alanını hesaplayabilen öğrencilerin aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturabilmeleri, taban ile yükseklik uzunluklarını

belirleyebilmeleri ve aynı alana sahip farklı şekillerin de oluşturabileceğinin farkında olmaları, paralelkenarın alan ölçümüne ilişkin gelişimi destekleyen bulgulardır.

5.2.2.4 Üçgenin alanını hesaplamaya ilişkin tartışma

Birinci öğretim dizisi sürecinde yalnızca dikdörtgenin alanını ölçmeyi yapılandırmaya yönelik etkinlikler yer almasına rağmen, ara klinik görüşme bulgularına göre öğrencilerin öğrencilerin çoğu dik bir üçgen ile dikdörtgenin alanını sezgisel olarak karşılaştırmışlar ve öğrencilerin çoğu dik üçgeni bir dikdörtgenin yarısı olarak düşünerek alanını alan formülü ile hesaplayabilmişler. Sadece orta başarı düzeyine sahip olan öğrenciler üçgenin alanını hesaplamada kaplama fikrine sahiptirler. Bu durum, öğrencilerin dik üçgenin bir dikdörtgenin yarısı olabileceği sezgisel anlayışını, öğretim dizisi boyunca karşılaştırma, geometrik şekilleri parçalama-birleştirme ve şekil dönüştürme stratejileri ile bütünleştirerek yeni bir şeklin alanını bulmaya aktardıklarını göstermektedir. Çavuş Erdem ve Gürbüz (2018) ise benzer olarak, öğrencilerin dikdörtgenin alan ölçümüne ilişkin öğretim uygulamaları sonrası üçgenin alan bağıntısını kullanabildiklerini ve birim kare ile kaplama ile de açıklayabildiklerini gözlemlemişlerdir.

Sekizinci hafta öğretim sürecinin başında, öğrencilerin çoğunun her üçgenin dikdörtgen olarak yapılandırılabilirliği ve üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olduğu fikrine sahip olmaları yaşanan zorluklar olarak ortaya çıkmıştır. Bu durum, öğrencilerin dik üçgen ile dikdörtgen ilişkisini tüm üçgenlere genellediğini ve görsel benzerliğe dikkat ederek dikdörtgen ile ilişki kurduklarını göstermektedir. Sınıf tartışmaları ile tüm üçgenler için paralelkenar yapılandırmanın gerekliliği ve üçgenin bir kenarını kabul eden paralelkenarı oluşturma ile üçgenin alan bağıntısını oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Bu durum, paralelkenarın yükseklik ile taban ilişkisinden yararlanarak üçgenin yükseklik-taban algısının oluştuğunu ve bu algı ile alan bağıntısını kurabildiklerine işaret etmektedir. Matematik öğretim programında (2018), üçgenin alan bilgisi verilip daha sonra paralelkenarın alan ölçümüne yer verilmektedir. Bu araştırmanın bulgularına göre paralelkenarın alanından üçgenin alanına geçiş sürecinin daha kolay olduğu farklı araştırmaların bulguları ile de paralellik göstermektedir (Bulut, 2018). Ancak bazı öğrencilerde verilen üçgenleri dikdörtgen olarak yapılandırma fikrinin devam etmesi, alan ölçmede karmaşa yaşamalarına sebep olmuştur. Bu durum, dikdörtgenin alan bağıntısını içselleştirmiş olmaları ve bu bilgilerini yeni durum olan üçgenin alanını

hesaplamaya aktarmaya çalışırken yükseklik veya taban belirlemede zorluklara yol açtığını göstermektedir.

İlk etkinliğin tamamlanması ile öğrencilerin çoğunun dar ve dik açılı üçgenlerde yükseklik çizimi ve alan ölçmede zorluk yaşamazken, geniş açılı üçgende yükseklik ve taban belirlemede öğrencilerin çoğunluğunun zorluk yaşamamasından kaynaklı hatalı alan ölçümleri tespit edilmiştir. Bu zorluğun geniş açılı üçgenlerde öğrencilerin yüksekliğin üçgenin içinden çizilebileceği sezgisel algısından etkilenmiş olabileceği ve dikkörtgen yapılandırma fikrinin devam etmesinden kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin çoğunun üçgenin alanını hesaplarken kenar uzunluklarını tam sayıya yuvarladıkları ve alan bağıntısında kullandıkları gözlemler arasındadır. Nitekim öğrencilerin ara klinik görüşme bulgularında kenar uzunluklarının ondalıklı olduğu durumlarda alan ölçmede hatalı strateji kullanımı gözlenmişti. Bu durum, üçgenin alanını hesaplamada öğrencilerin alan bağıntısını kullanabildiklerini ancak kesirli hesaplamalardan kaçındıklarını göstermektedir. Yaşanan zorlukların görülmesi üzerine verilen uzunluk bilgilerine göre dar ve dik açılı üçgen oluşturma ve alanı hesaplama görevi ile alan ölçüsü verilen geniş açılı üçgen oluşturma görevleri tahmini öğrenme yörüngesine eklenmiştir. Etkinliklerin gerçekleştirilmesi ile öğrencilerin çoğunun istenilen üçgenleri oluşturabildikleri gözlemlenmiştir. Sadece düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin geniş açılı üçgen bilgisinin eksikliği tespit edilmiş ve bu eksikliğin alan ölçmeyi etkilediği ortaya çıkmıştır. Bu durum, alan ölçmeyi etkileyen farklı konu bilgisi (açılarına göre üçgen) olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, Tomooğlu (2017)'un sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Nitekim öğretim sürecinin tamamlanmasının ardından yapılan son klinik görüşme bulgularında da öğrencilerin üçgenin alanını hesaplamada alan bağıntısını kullanabildikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin ara klinik görülme bulgularında sezgisel de olsa üçgenin alanını hesaplamaya ilişkin bir ön bilgilerinin oluştuğunu ve ikinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesiyle üçgende taban ile yükseklik algısının oluşmasıyla alan bağıntısını oluşturabildiklerini göstermektedir. Ancak öğrencilerin çoğunun üçgenin taban uzunluğu verilen durumda dar veya dik açılı üçgenleri oluşturmayı tercih ettikleri görülmüştür. Bu yönelim, öğrencilerin dar ve dik açılı üçgenlerde daha kolay yükseklik çizimi yapabilmesinden veya alışkın oldukları şekillerin dışına çıkmakta zorlandıklarını düşündürmektedir. Sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrenci ile orta başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin açılarına göre çeşitli üçgenler oluşturabilmeleri ise alanın üçgen türünden bağımsız olarak

yükseklik ile taban çarpımının yarısı şeklinde hesaplanabileceğinin farkında olduklarını göstermektedir. Nitekim aynı alana sahip farklı üçgenleri oluştururken dikdörtgen veya paralelkenarlar ile üçgenleri yapılandırabilmeleri, önceki öğrenmeleri ile ilişki kurabildiklerini ve geometrik şekilleri yapılandırma becerilerinin geliştiğini gösterirken, yükseklik ile taban uzunluklarını belirleyebilmeleri alan bağıntısının farkında olduklarını destekleyen bir bulgudur.

5.2.2.5 Birleşik şekillerin alanlarını hesaplamaya ilişkin tartışma

Öğretim süreci öncesi sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan öğrencilerin birleşik şekillerin alanlarını bulmada parçalama stratejisi ile farklı dikdörtgenler elde ettikleri ve dikdörtgenin alan formülünü kullanmaları, geometrik şekillerin parçalanabileceği fikrine sahip olduklarını göstermektedir. Bu durum, algılama süreçlerinde algoritmik bileşen ağırlıklı olduğunu gösterirken, her ne kadar doğru işlem adımları uygulasalar da alan ölçüsünü uzunluk birimi kullanarak ifade etmeleri uzunluk-alan ölçü birimleri ilgili karmaşa yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin çoğunun alan-çevre karmaşası yaşamaları birleşik şeklin alanını bulmada zorluk olarak ortaya çıkmıştır. Bu bulgu ise öğrencilerin sezgisel bileşen bağlamında sahip oldukları yüzey ölçümü algısının kavramsal bileşen boyutunda yeterli düzeyde olmadığına işaret etmektedir. Quthred ve Mitchelmore (2000) ise bu bulguyu destekler nitelikte, öğrencilerin alan ölçme konusunda yaptıkları birçok hata veya yaşadıkları karmaşanın alan-çevre kavramlarının karıştırılması sebebiyle ortaya çıktığını belirtmişlerdir. Dolayısıyla şekli parçalama ve şekil oluşturmada zorlanan öğrencilerin genellikle şeklin görünümüne odaklanmaları, şeklin özelliklerini göz ardı ettiklerini göstermektedir (Gündoğdu Alaylı, 2012). Birinci öğretim dizisinin gerçekleştirilmesinin ardından birleşik şekillerin alan ölçümünde ise öğrencilerin çoğu tangram parçalarını da kullanarak parçalama ve alan formülü stratejilerini kullanmışlardır. Sadece orta başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin, şekilleri parçalamada zorluk yaşadığından şekillerin kenar uzunluklarını ölçmüş ancak alan ölçümünü bulamamıştır. Bu durum, öğrencilerin bir geometrik şeklin parçalanabileceği fikrine sahip olduklarını, bir şekli zihinsel olarak görselleştirebilen öğrencilerin parçalama stratejisini rahatlıkla kullanabildiğini ve şekilleri parçalama-birleştirme etkinliklerinin alan ölçmenin gelişimine katkısını açıkça göstermektedir. Ayrıca şekli parçalama da zorluk yaşayan öğrencilerin de şekillerin özelliklerinden ziyade kenar uzunluklarını ölçmeye odaklı olduğu yapılan çalışmalar ile paralellik göstermektedir. Yapılan araştırmalar da öğrencilerin şekil ile ilgili veya şekilden

kullanılan parça sayısını tahmin etmede zorluk yaşamalarının; görselleştirme becerilerinin ve birçok şeklin bir arada düşünülmemesinden kaynaklı olduğunu vurgulamışlardır (Gündoğdu Alaylı ve Türnüklü, 2013).

Ara klinik görüşme bulgularında aynı alana sahip verilen birleşik şekil ile dikdörtgenin alanlarının karşılaştırılmasında, öğrencilerin iki şekli de tangram parçalarıyla somut olarak parçalayabildikleri ancak elde ettikleri şekillerin alanlarını hesaplamak yerine sadece dikdörtgenin alanını hesaplayabildikleri gözlenmişti. Son klinik görüşme bulgularında ise öğrencilerin çoğunun birleşik şekilleri parçalayabildikleri ve elde ettikleri farklı şekillerin (dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen) alanlarını hesaplamada alan bağıntılarını kullandıkları gözlenmiştir. Bu durum, her iki görüşmede de birleşik şekillerin parçalanabileceği fikrine sahip olduklarını gösterirken, ara klinik görüşmede somut olarak ve son klinik görüşmede zihinde görselleştirme ile parçalama yapmaları ise bir gelişimin göstergesidir. Bu bulguyu destekler nitelikte, Gündoğdu Alaylı (2012) öğretim süreciyle öğrencilerin şeklin görünümüne odaklı olmaktan şeklin özelliklerine dikkat etmeye doğru bir gelişimin gerçekleştiğini gözlemlemiştir. Ayrıca son klinik görüşme bulgularında dikdörtgen, paralelkenar ve üçgen şekillerin alan bağıntılarını kullanmaları da öğretim sürecinde elde ettikleri bilgileri daha üst düzey alan hesaplamalarına transfer ettiklerine işaret etmektedir. Sekiz haftalık öğretim sürecinde geometrik şekillerin parçalanabileceği fikrinin gelişmesi amacıyla etkinliklere sıkça yer verilmiş, kesme-yapıştırma ile aynı alana sahip farklı şekillerin olabileceği ve farklı şekilleri yapılandırma ile alan korunumu da yapılandırılmıştır. Sekizinci hafta öğretim sürecinin tamamlanması ile öğrencilerin çoğunun birleşik şekillerin alanlarını hesaplayabildikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin parçalama stratejisi ile farklı şekiller elde edilebileceğinin farkında olduklarını ve tahmini öğrenme yörüngelerinin uygulama sürecinde yapılandırdıkları şekillerin alan bağıntılarını da kullanabildiklerini göstermektedir. Öğrencilerin alan ölçümüne ilişkin kavramsal anlayışlarını içeren strateji çeşitliliğinin varlığı, Lehrer vd. (2003) ifade ettiği gibi onların bilişsel açıdan yüksek düzeyde becerilere sahip olduğunu göstermektedir. Ancak orta başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin üçgen şekillerin alanlarını hesaplamada hata yapması birleşik şeklin alanını hatalı bulmasına sebep olurken, düşük başarı düzeyine sahip olan öğrencinin şekildeki uzunluk bilgilerini kullanmada zorluk yaşadığından birleşik şeklin alanını hesaplayamamıştır. Nitekim bu iki öğrencinin şekli dikdörtgene tamamlaması ile elde ettikleri üçgenlerin alanlarını hesaplamada karmaşa yaşaması, birleşik şeklin alanını

hesaplama zorluk yaşamalarına yol açmıştır. Bu durum, Bulut (2018)'un da ifade ettiği gibi, araştırmacının müdahaleleriyle üçgenin alan bağıntısını oluşturabilen öğrencilerin; problem durumlarında zorluk yaşamaları bilginin birey tarafından bilişsel olarak yapılandırılmasında zamana ihtiyacı olduğunu göstermektedir.

5.2.3 Tahmine ilişkin tartışma

Öğretim süreci öncesi öğrencilerin çoğunun dikdörtgenin alanını tahmin etmede zorlandıkları ve tahminlerinin genellikle alan ölçümünden oldukça uzak olduğu gözlemlenmiştir. Bu bulgu, algılama süreçlerinde sezgisel bileşenin alan ölçme bağlamında yeterli düzeyde olmadığını ve bu durumun tahminlerinin doğruluğunu olumsuz yönde etkilediğini göstermektedir. Yapılan araştırmalar da öğrencilerin alanı tahmin etmede oldukça zayıf kaldıklarını ortaya koymuştur (Aydoğdu, 2020; Şengün ve Yılmaz, 2021). Özellikle şeklin üzerinde birim kare verildiği durumda hiç tahminde bulunmamaları, kavramsal bileşen bağlamında birim ve ölçülen yüzey arasında ilişkiyi kuramadıklarını ortaya koymaktadır. Birim karenin kenar uzunluğunun verildiği durumda ise çoğu öğrencinin birim kareyi referans almaları, algılama süreçlerinde algoritmik bileşenin yeterli düzeyde olmasa da etkili olduğunu ve birimin uzunluğu ile alan ölçme arasında kavramsal bileşen bağlamında yüzeysel bir ilişki kurduklarını göstermektedir. Sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin tahmin etmede, bölme fikri ile birim karenin uzunluğu ile dikdörtgenin boyutları arasında ilişki kurabilmesi ise algılama sürecinde kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenlerin bütünleşerek etkileşimli olduğuna işaret etmektedir. Bu durum, Clements ve Sarama (2009)'nın alan tahmininde hem sezgisel bakış hem de kavramsal-anlamlı birimler arası ilişki kurmanın önemini ortaya koymaktadır. Nitekim Lehrer vd. (2003) öğrencilerin alanı tahmin edebilme becerilerinde yalnızca birimleri tanımanın yanı sıra birimleri zihinsel olarak yapılandırarak bir bütünün parçası olduğunu görebilmelerine de bağlı olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda şekillerin alanlarını tahmin etmeye yönelik ikinci hafta öğretim süreci başında öğrencilerin çoğu rastgele tahmin etmiş veya standart olmayan parmak, karış gibi uzunluk birimlerinin kullanmışlardır. Görevlerin gerçekleştirilmesi ile standart olmayan birimi tekrarlama ve gözünde canlandırma stratejilerinin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bu durum, başlangıçta daha rastlantısal hareket ettiklerini ve tahmin denildiğinde aşına oldukları uzunluk birimlerini kullandıklarını gösterirken, öğretim süreci ile alan ölçümü için kullanılan birimi referans aldıklarına işaret etmektedir. Bu

durum öğrencilerin alanı tahmin etmelerinde gelişim olduğunu göstermektedir. Nitekim bu gelişimi destekleyen bir bulgu ise öğrencilerin ara klinik görüşme bulgularına göre dikdörtgenin alanını tahmin etmede; birim kareyi referans alma, formül kullanma, gözünde canlandırma ve rastgele tahmin stratejilerini kullanmaları ve tahminlerinin alan ölçümüne oldukça yakın çıkmasıdır. Alan tahmininde ortaya çıkan bu stratejiler ve stratejilerin doğru kullanımı ile tahminlerin alan ölçümüne yaklaşması ilgili yapılan çalışmaların sonuçları ile de benzerlik göstermektedir (Aydoğdu, 2020; Tiryaki, 2022). Bu durum, öğretim süreciyle birlikte dikdörtgen şeklinin alanı tahmin etmeye ilişkin algılama süreçlerinde belirgin şekilde gelişim olduğunu göstermektedir. Ayrıca alan tahminin rastgele belirlenen niceliksel bir durum olmadığına farkında oldukları ve alan ölçümündeki birim algısı ile daha sistematik adımlarla ilerlediklerine de işaret etmektedir. Bu gelişim, tahmini öğrenme yörüngelerinde yer alan yapılandırılmış etkinliklerin tahmin becerisine katkısını belirgin biçimde ortaya koymaktadır.

Altıncı hafta etkinliklerinde tahmin ele alınmış ancak öğrencilerin çoğunun dikdörtgenlerin alan tahmininde farklı stratejiler kullanmasına karşın şekillerin alanları büyüdükçe tahminlerinin alan ölçümünden uzaklaştığı gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilerin küçük yüzeylerde tahminlerinin alan ölçümüne eş veya oldukça yakın çıkmasının stratejileri etkili bir şekilde kullandıklarını gösterirken, yüzeyin büyüdükçe görsel ve sezgisel yaklaşımlarının yetersiz kaldığını göstermektedir. Tiryaki (2022)'nin yaptığı çalışmada, öğrencilerin alan tahminlerine bakıldığında yüzey büyüdükçe tahminlerinin gerçek değerden uzaklaştığı sonucuna ulaşması bu çalışmanın bulgularını destekler niteliktedir. Benzer şekilde altıncı hafta etkinliklerinde düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etmede de başlangıçta öğrencilerin zorluk yaşadıkları, çoğu rastgele ve sezgisel tahminlerde bulundukları gözlemlenmiştir. Benzer olarak, Casa vd. (2006) çalışmalarında, öğrencilerden iki düzgün olmayan şeklin alanının tahmin etmelerini istemişler ancak öğretim sürecinin başında tahminde zorlandıklarını gözlemlemişler ve sınıf tartışmaları ile öğrencilerin tahminlerinde de gelişim olduğunu ortaya koymuşlardır.

Öğretim sürecinin tamamlanmasının ardından gerçekleştirilen son klinik görüşme bulgularında ise düzgün olmayan şeklin alanını tahminde odak öğrencilerin çoğu farklı çeşitlilikte strateji kullanmıştır. Gerçekleştirilen etkinliklerle rastgele tahmin, birim kareyi referans alma, parçalama, gözünde canlandırma, birim tekrarlama ve

görselleştirme ile formül kullanma stratejilerinin kullanımı ortaya çıkmıştır. Son klinik görüşme bulgularına göre ise düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahminde farklı stratejilerin kullanımı tahmin becerilerinin gelişimini destekleyen bir bulgudur. Bu gelişimi destekleyen farklı bir bulgu ise odak öğrencilerin çoğunun paralelkenarın alanını alan ölçümüne oldukça yakın tahmin etmeleridir. Tahmin etmede birim kare verilen bağlamlarda odak öğrencilerin çoğunun gözünde canlandırma ve formül kullanma stratejilerini kullandığı, rastgele tahmin ve referans noktası kullanma stratejilerinin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Herhangi bir uzunluğu verilmeyen paralelkenarın alanını tahmin etmede ise odak öğrencilerin çoğunun formül kullanma stratejisini kullandığı görülürken, gözünde canlandırma, referans noktası kullanma ve karşılaştırma stratejilerinin kullanımı ortaya çıkmıştır.

Birleşik şekillerin alanlarını tahmin etmeye ilişkin öğretim süreçlerinde herhangi bir etkinlik yer almamasına karşın öğrencilerin birleşik şekillerin alanlarını tahmin etmede öğrencilerin farklı stratejileri kullanabildikleri ortaya çıkmıştır. Parçalama, formül kullanma, referans kullanma, birim tekrarlar, gözünde canlandırma ve rastgele tahmin stratejilerinin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Bu durum, birinci öğretim dizisinde tahmine ilişkin etkinlikler detaylı olarak ele alınmamış olmasına rağmen bir şeklin alanını tahmin etmede farklı stratejiler geliştirdiklerini ve yeni bağlamlarda da tahmin becerilerini kullanabildiklerini göstermektedir.

5.2.4 Kavramsal, algoritmik ve sezgisel algılama süreç bileşenlerine ilişkin tartışma

Öğretim öncesi kenar uzunlukları verilen dikdörtgenin alanını hesaplamada öğrencilerin alan formülü, çizim ve sayma gibi stratejiler kullandığı görülürken, alan-çevre karmaşası yaşandığı da ortaya çıkmıştır. Ancak bu çeşitli stratejilere rağmen, çoğu öğrencinin özellikle çizimlerinde birim kare sayısı ile alan ölçümü arasında anlamlı bir ilişki kuramamaları algılama süreçlerinde kavramsal bileşenin yeterince gelişmediğini göstermektedir. Özellikle alan ve çevre kavramlarını karıştıran öğrencilerin olması bu durumu desteklemektedir. Öğrencilerin algılama süreçlerinde kavramsal bileşenin zihinsel olarak yapılandırılması, algoritmik bileşene dayalı uygulamalarının yüzeysel düzeyde kaldığını düşündürmektedir. Bu durum, algılama süreçlerinde algoritmik bileşenin kavramsal bileşene göre daha ağırlıklı olan öğrencilerin alan ölçümünü doğru hesaplamış olsalar da kullandıkları stratejileri doğrulamada hatalı birim kare çizimi yapmalarını desteklemektedir. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin birim karelere

yoğunlaşmak yerine şeklin çevre uzunluğunu bulmalarını alan ve çevre kavramları arasındaki farkı tam olarak anlayamadıklarını ortaya koymuştur (Quthred ve Mitchelmore, 2000; Dağlı,2010; Huang ve Witz, 2011; Olkun vd.,2014; Ay ve Başbay, 2017; Gülsoy, 2020; Divrik ve Pilten, 2021). Sadece yüksek başarı düzeyine sahip olan bir öğrencinin dikdörtgenin alanını alan formülü ile doğru hesaplayabildiği ve yeterli gerekçeyi sunabildiği gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bazı durumlarda doğru işlem yapmalarına karşın stratejilerini açıklamakta zorlanmaları, formül bilgisi ile kavramsal bilginin bütünleşmediğini göstermektedir (Battista, 2007). Ön klinik görüşme bulgularına göre, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerinde bileşenlerin farklı etkileşimde olması ve birçok durumda bir bileşenin zayıf olmasının diğer bileşenlerin gelişimini olumsuz etkilemesi alan ölçmeye ilişkin birçok karmaşa veya zorluğa yol açtığı ortaya çıkmıştır. Nitekim odak öğrencilerin algılama süreçlerinde kavramsal veya algoritmik bileşenin daha çok sezgisel bileşen ile bir arada görülmesi bu durumu desteklemektedir.

Birinci öğretim dizisi sonunda gerçekleştirilen ara klinik görüşmelere göre, öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin kavramsal anlayışlarının hem derinleştiği hem de çeşitlendiği görülmüştür. Öğrencilerde sırayla bir şeklin yüzeyinin kaplanması, birim kareleri yineleme ve iki boyutlu alan ölçmede çarpım şeklinde bir gelişim söz konusudur. Bununla birlikte, öğrencilerin kesirli uzunluk ölçüleri veya aşına olmadıkları şekillerle ilgili bağlamlarda birimin alanını belirlemede zorlandıkları da görülmüştür. Bu durum, kavramsal bileşende gelişimin varlığını gösterirken, daha üst düzeye ulaşılabilmesi için yapılandırılmış etkinliklerin uygulanması gerektiğini göstermektedir. Algoritmik bileşen açısından ise öğrencilerin ön klinik görüşme bulgularının aksine, alan ölçme için kullandıkları stratejilerin çeşitliliğinin olması, stratejileri açıklamada yeterli gerekçe sunabilmeleri ve dikdörtgen dışındaki (paralelkenar ve üçgen) şekillere de uygulayabilmeleri belirgin şekilde bir gelişime işaret etmektedir. Öğrencilerin bağlamlar değiştikçe farklı stratejileri işe koşabilmesi ise formülün ezberden çok kavramsal bileşen ile algoritmik bileşenin bütünleşerek anlamlı matematiksel işlemler yaptıklarını göstermektedir. Sezgisel bileşen açısından bakıldığında ise alan tahminlerinde öğrencilerin ön klinik görüşme bulgularında rastgele ve görsel odaklı oldukları gözlemlenirken, ara klinik görülme bulgularına göre daha sistematik ve zihinde oluşturulan bir birim algısı ile tahmin yaptıkları görülmüştür. Bu durum, tahmini öğrenme yörüngelerinin uygulanması süreciyle alan tahminlerini alan kavramının doğasına uygun

olacak şekilde gerçekleştirdiklerini ve tahmin becerilerinde gelişim olduğunu göstermektedir. Genel olarak bakıldığında, alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerinde ön klinik görüşme bulgularına göre bileşenlerin tüm öğrencilerde gelişimi ve bileşenlerin etkileşime girerek bütünleşmesi söz konusudur.

Son klinik görüşme bulgularına göre ise öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerindeki gelişimlerinin, Fischbein'in kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenleri bağlamında birbirini destekleyecek şekilde ilerlediği gözlemlenmiştir. Kavramsal bileşen açısından, öğrencilerin alanın iki boyutlu bir nicelik olduğunun farkında olmaları, zihinde birim kare algısı ile şeklin alanını ilişkilendirebildikleri ve farklı şekillerin alanlarını ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Bununla birlikte, öğrencilerin kesirli uzunluk ölçülerine sahip şekillerde alan ölçmeyi başarıyla gerçekleştirebilmeleri ve farklı ölçülere sahip birim karelerle alan hesabı yapmaları, öğretim sürecinde gerçekleştirilen etkinliklerin kesir bilgisi ile alanı ilişkilendirmede destekleyici olduğuna işaret etmektedir.

Algoritmik bileşen açısından ise öğrencilerin alan ölçme için kullandıkları stratejileri kesirli bağlamlara, düzgün olmayan şekillerin ve birleşik şekillerin alan ölçümüne aktarabilmeleri belirgin şekilde bir gelişime işaret etmektedir. Öğrencilerin bağlamlar değiştikçe farklı stratejileri işe koşabilmesi ise formülün ezberden çok kavramsal bileşen ile algoritmik bileşenin bütünleşerek anlamlı matematiksel işlemler yaptıklarını göstermektedir. Ayrıca farklı şekiller arasında kurdukları ilişkiler ile şekilleri birbirlerine dönüştürme veya yapılandırma ile alan bağıntılarını kullanmada yetkinleştikleri de göze çarpmaktadır. Nitekim ortaokul matematik dersi öğretim programı (2018) ve Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında geliştirilen ortaokul matematik dersi öğretim programında (2024) 5. sınıf düzeyinde ele alınan dikdörtgende alan ölçmeyi anlamlandırarak, altıncı sınıf kazanımlarında yer alan paralelkenar ve üçgenin alan ölçümü yer almasına karşın öğrencilerin tahmini öğrenme yörüngeleri ile daha üst düzey alan ölçmeyi anlamlandırabildikleri gelişimi destekleyen bir bulgudur. Ancak öğretim süreçleri ortaokul matematik dersi öğretim programında (2018) yer alan kazanımlara dikkat ederek tasarlanmış olsa da, 2024 ortaokul matematik dersi öğretim programı öğrenme çıktı ve süreç bileşenleri bağlamına daha çok benzerlik göstermektedir. Modelde yer alan öğrenme-öğretme yaşantıları bağlamında ise temel kabuller ve ön değerlendirme süreç bileşenlerinde dikkat çekilen öğelerin; bu araştırmada odak öğrencilerle yapılan ön

klirik görüşme sorularına göre belirlenerek öğrenme-öğretme sürecinde yer almasına dikkat edilerek ğretim dizileri tasarlanmıştır. Geometri tahtası ile noktalı kağıtlarda farklı alanlara sahip dikdörtgen oluşturmalarını isteme, ders kitabının kapağının alan ölümü ile ilgili etkinliklerde ve standart olmayan birimlerle lme görevlerin yer alması ve alan ölçü birimini anlamlandırmada uzunluk ölçü birimleri ile ilişki kurmalarını destekleyecek günlük hayat bağlamaları üzerine tartışma ortamı oluşturulması model de bahsedilen köprü kurma bileşenini de sağlamaktadır.

Sezgisel bileşen açısından bakıldığında ise öğrencilerin dikdörtgenin alan tahmininden düzgün olmayan şekillerin alan tahminine doğru bir gelişim olduğu görülmüştür. Öğrencilerin alan tahmininde görsel algıdan uzaklaşıp daha sistematik ve birim algısı ile tahmin yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, sezgisel bileşenin tek başına karar verici olmadığını ve diğer bileşenleri destekleyerek btnlemede etkili olduğunu göstermektedir. Genel olarak bakıldığında da, alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerinde ara klinik görüşme bulgularına göre bileşenlerin tüm öğrencilerde gelişimi ve bileşenlerin etkileşime girerek bütünleşmesi söz konusudur. Ayrıca ğretim sürecinin ilerlemesiyle sezgisel bileşenin varlığının azalıyor olması, kavramsal ve algoritmik bileşenin daha baskın hale geldiğini gösterirken; odak öğrencilerin tüm bileşen düzeylerinin artması ise üç bileşenin etkileşimli gelişimini göstermektedir.

5.3 neriler

Bu bölümde alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerini inceleyen bu çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak verilen neriler “Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler” ve “Gelecek araştırmalara yönelik öneriler” şeklinde iki başlık altında olacak şekilde sunulmuştur.

5.3.1 Araştırmanın sonuçlarına yönelik neriler

1. Bu araştırmada öğrencilerin alan ölçmeye dair ön bilgi eksikliklerinin oldukça fazla olduğu ortaya koyulmuştur. Bu durum, öğrencilerin ilkokul düzeyinde alan kavramının yeterince kavramsal olarak iselletiremediklerini göstermektedir. Dolayısıyla ilkokul sınıf ğretmenlerinin matematik dersi ileyiinde alan kavramına ve alanı ölçmeye ilişkin öğrencilerin algılama süreçlerini destekleyecek etkinliklere yer verebilir ve öğretmenlere bu etkinliklerin tasarlanmasına ilişkin hizmet içi eğitimler verilebilir.

2. Alan ölçmeye ilişkin zihindeki birim algısının gelişmesinde, tam kaplanmış birim kare durumlarından ziyade bir kısmı birim karelerle kaplanmış, çentikli veya noktalı durumlara yer verilebilmesinin etkili olduğu görülmüştür. Bu noktada, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (2024) kapsamında hazırlanan ortaokul matematik dersi öğretim programı öğrenme- öğretim süreçlerinde bu durumlara yer verilebilir.
3. Öğrencilerin alan ölçmeye ilişkin algılayışlarının gelişmesi ile tahmin stratejilerinin de arttığı ve tahminlerinin gerçek değerlere yaklaştığı görülmüştür. Bu noktada, alan ölçmeye ilişkin Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (2024) kapsamında hazırlanan ortaokul matematik dersi öğretim programı tasarlanacak öğrenme-öğretim süreçlerinde tahmin becerilerini destekleyecek uygulamalara yer verilebilir.
4. Araştırmada kavramsal, algoritmik ve sezgisel bileşenlerin öğretim dizilerinde ele alınışı ve ilerleyişi alan ölçmede etkili olmuştur. Bu açıdan, alan ölçme öğrenme- öğretim süreçlerine bu bileşenleri destekleyen etkinlikler eklenebilir.
5. Bu araştırmada her bir öğretim dizisinin planı tasarlanırken, bilişsel algılama süreçlerini geliştirecek etkinliklere yer verilmiştir. Bu etkinliklerde öğrencilerin şekillerin çiziminde araç kullanımına ihtiyacının olduğunun görülmesi üzerine öğretmenlerin, öğrencilerin algılama süreçlerindeki üç bileşenin gelişimini destekleyecek ortamlar oluşturabilir ve farklı çizim araç kullanımını destekleyen etkinlikler tasarlayabilirler.
6. Araştırmada dikdörtgenin alanını ölçmede birim kareleri saymanın daha kolay gelmesinden dolayı öğrencilerin paralelkenarın alanını da birim kareleri sayarak bulmaya çalıştıkları görülmüştür. Bundan dolayı paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma öğrenme-öğretim süreçlerinde paralelkenarı birim karelerle kaplama etkinliklerine ve kaplama ile alan bağıntısını ilişkilendirme etkinliklerine yer verilebilir.
7. Öğrencilerin paralelkenar, üçgen veya birleşik şekillerin alanlarını hesaplamada dikdörtgeni yapılandırma fikirlerinin devam etmesi alan ölçmede zorluk yaşamalarına sebep olmuştur. Bu noktada, farklı şekillerin alanlarını hesaplama durumlarında dikdörtgenin yapılandırma ile yaşanması öngörülen zorlukların ele alınabileceği özel durumlara yer verilebilir.

8. Bu araştırmada alan ölçmede beşinci sınıf düzeyinde sadece dikdörtgenin alan ölçümü sınırlı kalınmamıştır. Öğrencilerin daha üst düzey alan ölçümlerini gerçekleştirebilmeleri adına düzgün olmayan şekiller ve birleşik şekillerin alanlarını hesaplamaya yönelik sınıf düzeyine uygun etkinlikler tasarlanabilir.
9. Bu araştırmada alan ölçmeye ilişkin gerçekleştirilen etkinliklerde görevlerin ilerleyişinin öğrencilerin alan ölçmede algılama süreçlerinin gelişimini desteklediği görölmüştür. Bu açıdan bakıldığında, etkinlik ve etkinliklere ait görevlerin tasarlanmasına ilişkin öğretmen ve öğretmen adaylarına hizmet içi eğitimler verilebilir ve TÖY matematik ders işleyişine entegre edilebilir.
10. Araştırmanın TÖY bağlamında tasarlanan öğretim sürecinin Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (2024)'nin öğrenme çıktıları ve uygulanma sürecine uygun olduğu görölmüştür. Bu bağlamda, alan ölçmeye ilişkin bu çalışmada tasarlanan TÖY'ün matematik derslerinin planlanması ve uygulama sürecinde kullanılabilir.

5.3.2 Gelecek araştırmalara yönelik öneriler

1. Farklı öğretim yöntemlerinin alan ölçme konusundaki algılama süreçlerini üzerindeki etkisini inceleyen çalışmalar yapılabilir.
2. Bu araştırma, Battista (2003) ile Clements ve Sarama (2009) 'nın ortaya koydukları alan ölçmeye ilişkin bilişsel gelişim düzeyleri bağlamında ele alınabilir.
3. Bu çalışma, alan ölçme konusu ile sınırlıdır. Bu nedenle diğer öğrenme konularına yönelik algılama süreçlerini inceleyen benzer araştırmalar gerçekleştirilebilir.
4. Bu araştırma, sınıf düzeyi açısından beşinci sınıf öğrencileri ile sınırlıdır. Dolayısıyla farklı yaş gruplarında uzun soluklu TÖY' ler oluşturularak alan ölçme algılama süreçlerindeki bileşenler açısından detaylı incelenebilir.
5. Bu araştırma nitel yaklaşımla gerçekleştirilmiştir. Alan ölçmeye ilişkin algılama süreçlerinin düzeyini belirleyen nicel yaklaşımların da eklenmesiyle karma bir yaklaşımın ele alındığı detaylı bir araştırmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünöldüğünden yapılması önerilebilir.
6. Bu çalışmada, sınıfların teknolojik imkanlarının yeterli olmamasından kaynaklı dinamik matematik yazılımları kullanılamamış ve sanal ortamlar oluşturulamamıştır. TÖY'deki geometrik çizim, şekilleri yapılandırma veya birleşik şekilleri parçalama etkinliklerinde zihinde görselleştirmeyi sağlamak için dinamik matematik yazılımlarına yer verilebilir.

7. Kaplama etkinliklerinde somut materyal olarak plastik kapak, not defteri, silgi ve renkli kareler kullanılmıştır. Yapılacak araştırmalarda alan ölçmede dinamikliği sağlamak adına süpürme hareketleri eklenebilir.



KAYNAKÇA

- Ağaçdiken, F. (2021). *5. Sınıf öğrencilerinin alan kavramını dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında oluşturma süreçleri: Dikdörtgen durumu*. (Yayın Numarası:667662). [Doktora Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Akkuş, R., Akkaş, E. N., & Yıldırım, B. (2018). Alan konusunu öğretirken öğrenme fırsatları oluşturmada öğretmenin rolü. *Elementary Education Online*, 17(2), 1135-1149. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.426534>
- Bütünler, S. Ö. (2017). Matematik öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin belirlenmesi: aç, köşegen, yükseklik, dörtgen. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 501-530.
- Altun, M., Ülger, T.K, Bozkurt, İ., Akkaya, R., Arslan, Ç., Demir, F., & Özaydın, Z. (2022). Matematik okuryazarlığının okul matematiği ile entegrasyonu. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35 (1), 126-149. <https://doi.org/10.19171/uefad.1035381>
- Alkan, S. (2019). *Dijital olarak tasarlanmış bir eğitsel oyun ortamında ortaokul öğrencilerinin alan kavramının gelişiminin incelenmesi*. (Yayın Numarası:554009). [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ay, Y., & Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanlışları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi*, 18(1), 83-104. <https://doi.org/10.12984/eegefd.328377>
- Aydoğdu, İ. (2020). *6.sınıf öğrencilerinin ölçmeye dayalı tahmin becerilerinin ve bu beceriye ilişkin görüşlerinin incelenmesi*. . (Yayın Numarası:646292). [Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Baki, A. (2018). *Matematiği Öğretme Bilgisi*. Pegem Akademi.
- Barrett, J. E., Sarama, J., Clements, D. H., Cullen, C., McCool, J., Witkowski-Rumsey, C., & Klanderma, D. (2012). Evaluating and improving a learning trajectory for linear measurement in elementary grades 2 and 3: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 28-54. <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.625075>
- Battista, M. T. (2003). *Understanding students thinking about area and volume measurement*. D. H. Clements & G. Bright (Ed.), *Learning and teaching measurement: 2003 yearbook*, 122 - 142.
- Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185-204. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_6
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (843 - 908). Information Age Yayıncılık.
- Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., & Borrow, C. V. A. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(5), 503-532. <https://doi.org/10.2307/749731>
- Bayer, Z. G. (2022). *6. sınıf alan ölçme konusunda matematiksel modelleme ve basamaklı öğretim yönteminin akademik başarıya etkisi*. (Yayın numarası:774792). [Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Biscaino, L., Vieira, W., Imafuku, R. S., & Pereira, E. F. M. (2022). A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais na resolução de questões sobre áreas e perímetros. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, 6(3), 344-365. <https://doi.org/10.48075/ReBECM.2.v.6.n.3.29086>
- Brady, C., & Lehrer, R. (2021). Sweeping area across physical and virtual environments. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(1), 66-98. <https://doi.org/10.1007/s40751-020-00076-2>
- Budak, E. B., & Şengül, S. (2021). Senaryolaştırılmış kavram karikatürlerinin 5. ve 6. Sınıf öğrencilerinin ölçüsel tahmin becerilerine ve strateji tercihlerine etkisinin incelenmesi. *Asya Dergisi*, 5(17), 49-75. <https://doi.org/10.31455/asya.890670>
- Bulut, A. S. & Şener, Z. T. (2017). İlkokul öğrencilerinin alan ölçme konusundaki tahmin performanslarının belirlenmesi. *International Congress on Politic, Economic and Social Studies*, 3, (12-19).
- Bulut, S. (2019). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin RBC+ C modeline göre incelenmesi*. (Yayın numarası:514473). [Doktora Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Casa, T.M., Spinelli, A.M. and Gavin, M.K. (2006). This about covers it! Strategies for finding area. *Teaching Children Mathematics*, 13 (3), 168-173. <https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0168>
- Camci, F. (2018). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri*. (Yayın numarası:494208). [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Carpenter, T. P., & Lewis, R. (1976). The development of the concept of a standard unit of measure in young children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(1), 53-58. <https://doi.org/10.2307/748765>
- Cavanagh, M. (2008). *Year 7 students' understanding of area measurement. Mathematics: Essential for Learning, Essential for Life*, 137-143.
- Carvalho, A. B., da Costa Guimarães, R. D. C., Vieira, W., Pereira, E. F. M., & Imafuku, R. S. (2021). Sobre dificuldades de ingressantes no ensino médio na compreensão de números racionais. *ForScience*, 9(1). <https://doi.org/10.29069/forscience.2021v9n1.e878>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (2000). Designing effective software. R. Lesh & A. E. Kelly (Ed.), *Research design in mathematics and science education*, (761-776).
- Clements, D.H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical thinking and learning*, 6(2), 81-89. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Clements, D.H., Sarama, J., & DiBiase, A.M. (2004). Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education. <https://doi.org/10.4324/9781410609236>
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2001). Measurement in PreK-2 Mathematics. *Engaging Young Children in Mathematics*. 2(15-20).
- Clements, D.H. and Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 299-317.

- Clements, D. H., and Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. D. H. Clements and J. Sarama (Ed.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics* (ss. 299-317).
- Cobb, P. and Steffe, L.P. (1983). The constructivist Researcher as Teacher and Model Builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), 83-94. <https://doi.org/10.2307/748576>
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23(7), 13-19. <https://doi.org/10.3102/0013189X023007013>
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers. A.E. Kelly and R.A. Lesh (Ed.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (307-333). Lawrence Erlbaum Associates Yayıncılık.
- Creswell, J.W. (2017). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları*. S. B. Demir, (Çev. Ed.).(4. Basım). Eğiten Kitap Yayıncılık
- Cullen, A.L. and Barrett, J.E., 2020, Area measurement: Structuring with nonsquare units, *Mathematical Thinking and Learning*, 22:2, 85-115. <https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1608619>
- Çavuş Erdem, Z. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi*. (Yayın numarası:527110).[Doktora Tezi, Adıyaman Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Çınar, F., & Biber, A. Ç. (2024). Öğrencilerin ölçümsel tahmin becerileri. *Medeniyet Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 8(2), 35-51.
- Çilingir, D. & Türnüklü, E. B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin matematiksel tahmin becerileri ve tahmin stratejileri. *Ilkogretim Online*, 8(3), 637-650.
- Deniz, Ö., & Kabael, T. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin temel geometrik oluşumları gerçekleştirmelerine yönelik tasarlanan bir öğrenme yörüngesinde bilişsel süreçlerinin incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 46(206). <https://doi.org/10.15390/EB.2020.9328>
- Divrik & Pilten, P. (2021). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin çevre ve alan konularında yaptıkları hataların analizi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(1), 333-356. <https://doi.org/10.51460/baebd.868760>
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanlışları*.(Yayın numarası:258069).[Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Doğruer, Ş. Ş. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin sınıf tartışmaları kullanılarak katı cisimler konusunda matematik uygulamalarının geliştirilmesi: Tasarım tabanlı bir çalışma* (Yayın numarası:510532).[Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Dorko, A., & Speer, N. (2015). Calculus students' understanding of area and volume units. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(1), 23-46.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. [Yayımlanmamış Doktora Tezi, Toronto Üniversitesi].
- Erdem, Z. Ç., & Gürbüz, R. (2018). Matematik modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin alan ölçme bilgi ve becerilerinin

- incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8(2), 86-115. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.468376>
- Eroğlu, D., Camcı, F., & Tanışlı, D. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerdeki toplama-çıkarma konusundaki bilgilerinin yapılandırılmasına ilişkin tahmini öğrenme yol haritası. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45, 116-143. <https://doi.org/10.9779/PUJE.2018.225>
- Fischbein, E. (1990). Introduction. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education* (ss. 1-13). Cambridge Üniversitesi Yayıncılık.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139–162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straber, & B. Winkelmann (Çev.Ed.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (ss. 231 - 245). Kluwer Academic Yayıncılık.
- Furquim, O., Pinto, G. O., Vieira, W., & Imafuku, R. S. (2022). Uma comparação de conhecimentos sobre a definição e as múltiplas representações de funções antes e depois de uma experiência de formação. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 17(3), 643-660. <https://doi.org/10.14483/23464712.17633>
- Gelici, Ö. (2022). *Ortaokul öğrencilerinin çevre ve alan ile ilgili kavram imajlarının ve kanıt şemalarının araştırılması*. (Yayın numarası:759371).[Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ginsburg, H. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511527777>
- Gomes, L. S., Vieira, W., Imafuku, R. S., & Pereira, E. F. M. (2023). A Interação De Aspectos Algorítmicos, Intuitivos E Formais Na Resolução De Questões De Ângulos Internos De TriânguloS. *Anais da Semana da Matemática e Educação Matemática*, 2.
- Gooya, Z., Khosroshahi, L. G., & Teppo, A. R. (2011). Iranian students' measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *ZDM*, 43(5), 709-722. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0338-1>
- Gözüylmaz, B. (2024). *İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin uzunluk ve alan ölçme kavramlarını modelleme yaklaşımıyla öğrenme süreçlerinin incelenmesi* (Yayın numarası:880053). [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Gündoğdu Alaylı, F. (2012). *Geometride şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmalarında ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin düşünme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçteki düzeylerinin belirlenmesi* (Yayın numarası:293089).[Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Gündoğdu Alaylı, F., & Türnüklü, E. (2013). Geometrik şekil oluşturma ve parçalarına ayırma problemlerinde öğrenci davranışları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (35), 174-197.
- Gülsoy, D. (2020). *Etkinlik temelli öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerine etkisinin incelenmesi* (Yayın numarası:626873).[Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Gürbüz, T. (2022). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik muhakeme süreçlerinin öğrenme yörüngelerine dayalı öğretim tasarımı bağlamında incelenmesi* (Yayın numarası:767829). [Doktora Tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi
- Gürefe, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 417-438. <https://doi.org/10.16986/HUJE.2017032703>
- Güven Akdeniz, D. (2018). *Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları: Öğretim deneyi*. (Yayın numarası:531639). [Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Hardiyanto, D., Asokawati, I., Majid, P. M., Maesaroh, A. T., & Nursyahidah, F. (2024). Learning reflection using realistic mathematics education assisted by GeoGebra software. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(1), 15-26. <https://doi.org/10.22342/jpm.v18i1.pp15-26>
- Hildreth, D. J. (1983). The use of strategies in estimating measurements. *The Arithmetic Teacher*, 30(5), 50-54. <https://doi.org/10.5951/AT.30.5.0050>
- Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and instruction*, 21(1), 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.09.002>
- Kamii, C., & Kysh, J. (2006). The difficulty of “length $\times$ width”: Is a square the unit of measurement?. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 105-115. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.02.001>
- Karadöl, D. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 6. sınıf alan ölçme konusunun öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına etkisi* (Yayın Numarası: 589824). [Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Kılıç, Ç. & Olkun, S. (2013). İlköğretim öğrencilerinin gerçek yaşam durumlarındaki ölçüsel tahmin performansları ve kullandıkları stratejiler. *İlköğretim Online*, 12, s. 295-307.
- Kospentaris, G., Spyrou, P., & Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 77, 105-127. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9303-8>
- Koza Çiftçi, S., & Yetkin Özdemir, İ. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki anlamalarının incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 13(27). <https://doi.org/10.29329/mjer.2019.185.2>
- Lehmann, T. H. (2022). Learning to measure the area of composite shapes. *Educational Studies in Mathematics*, 112(3), 531-565. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10191-z>
- Lehrer, R., Jenkins, M. and Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In Lehrer, R. and Chazan, D. (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, 137-168. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, G. Martin, and D. Schifter (Eds.), *Research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 179-192). NCTM.
- Lehrer, R., Jaslow, L., & Curtis, C. (2003). Developing an understanding of measurement in the elementary grades. *Learning and teaching measurement*, 1, 100-121.

- Machaba, F.M. (2016). The concepts of area and perimeter: Insights and misconceptions of grade 10 learners. *Pythagoras*, 37(1), 304. <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v37i1.304>
- Maher, C. A., & Beattys, C. B., (1986). Examining the construction of area and its measurement by ten to fourteen year old children. In G. Lappan & R. Even (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (163 - 168). Michigan State Üniversitesi.
- Maloney, A., & Confrey, J. (2010). The construction, refinement, and early validation of the equipartitioning learning trajectory. K. Gomez, L. Lyons, & J. Radinsky (Çev. Ed.), *Learning in the disciplines: Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences*, 1(968–975). ICLS
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). Matematik dersi (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5,6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). Türkiye yüzyılı maarif modeli matematik dersi öğretim programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. <https://tyymm.meb.gov.tr/ogretim-programlari/ortaokul-matematik-dersi/6>
- Medrano, M. D. C. (2018). *Reconfiguración de polígonos para determinar la medida de su área con estudiantes del segundo grado de educación secundaria*. [Yüksek Lisans Tezi, Pontificia Universidad Católica del Perú]
- Merriam, S. B. (2018). Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (S. Turan, Çev.; 3. Basım). Nobel Yayıncılık. (2009).
- Miller, A. (2013). *Investigating conceptual, procedural, and intuitive aspects of area measurement with non-square area units* (Yayın numarası: 3572989). [Doktora Tezi, Illinois State Üniversitesi]. ProQuest.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Nguyen, K. H. (2010). *Investigating the Role of Equipartitioning and Creating Internal Units in the Construction of a Learning Trajectory for Length and Area*. (Doktora Tezi, North Carolina State Üniversitesi). ProQuest.
- Oliveira, R. I. F., Vieira, W., Imafuku, R. S., & Pereira, E. F. M. (2023). A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais na resolução de questões de análise gráfica. *Anais da Semana da Matemática e Educação Matemática*, 2.
- Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., & Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(29-1), 180-195.
- Quthred, L. N., & Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for research in mathematics education*, 31(2), 144-167. <https://doi.org/10.2307/749749>
- Paksu, A. D., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlerin köşegenleri konusundaki kavram görüntüleri. *Education and Science*, 38(167).
- Piaget, J. (1970). *Psychology and epistemology: Towards a theory of knowledge*. Viking Press. <https://doi.org/10.7312/piag91272>
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space* (F. J. Langdon & J. L. Lunzer, Trans.). W. W. Norton & Company.

- Pólya, G., & Conway, J. H. (1957). *How to solve it: a new aspect of mathematical method* (2015.basım). Princeton University Press.
- Queiroz, A. R., Vieira, W., Imafuku, R. S., & Pereira, E. F. M. (2022). A interação de aspectos intuitivos, algorítmicos e formais na resolução de questões sobre semelhança de triângulos. *Anais da Semana da Matemática e Educação Matemática*, 1.
- Sarama, J., & Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 179-214. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_3
- Segovia, I., & Castro, E. (2009). Computational and measurement estimation: curriculum foundations and research carried out. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), ss: 499-536.
- Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal Research Mathematics Education*, 26, 114–145. <https://doi.org/10.2307/749205>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>
- Shanty, N. O. (2023). *Fifth Grade Students' Learning of Multiplication of Fractions Based on Realistic Mathematics Education*. (Yayın numarası:825849). [Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Steffe, L.P. and Thompson, P.W. (2000). Teaching Experiment Methodology: Underlying Principles and Essential elements. In R. Lesh and A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. (pp. 267-307) Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stephan, M. & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. D. H. Clements ve G. Bright (Çev. Ed.). *Learning and teaching measurement* (2003 Yearbook, pp. 3-16). NCTM.
- Şengün, K. Ç., & Yılmaz, S. (2021). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende açıortay ve kenarortay belirleme durumlarının incelenmesi. *International Journal of Active Learning*, 6(1), 81-97.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tan Şişman, G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*. 8(1), 243-253.
- Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 1293-1319. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9642-5>

- Tirosh, D., Tsamir, P., & HersHKovitz, S. (2022). Insights into children's intuitions of addition, subtraction, multiplication and division. *Mathematical misconceptions*. London Sage, London, 54-70. <https://doi.org/10.4135/9781446269121.n5>
- Tiryaki, E. (2022). 8. *Sınıf Öğrencilerinin ölçmede tahmin performanslarının ve kullandıkları stratejilerin incelenmesi*. (Yayın numarası: 722463).[Yüksek Lisans Tezi, Ordu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Tolga, A., & Günhan, B. C. (2020). 6. Sınıf öğrencilerinin alan hesaplamada ilişkilendirme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1042-1066. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.800922>
- Tomooğlu, Ö. (2017). 6. sınıf öğrencilerine alan ölçme konusunun öğretime yönelik bir eylem araştırması.(Yayın numarası:469672).[Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Tossavainen, T., Suomalainen, H. and Mäkäläinen, T. (2016). Student teachers' concept definitions of area and their understanding about two dimensionality of area, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1254298>
- Tsamir, P., & Bazzini, L. (2004). Student's algorithmic, formal and intuitive knowledge: the case of inequalities. In *Proceedings of the Second International Conference on the Teaching of Mathematics*. <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap511.pdf>.
- Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 457-475. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2017.17.28551-304648>
- Uygun, T., & Güner, P. (2019). Representation of algebraic reasoning in sets through argumentation. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 6(2), 215-229. <https://doi.org/10.33200/ijcer.557781>
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally* (5.Bölüm). Pearson Press.
- Van De Walle, J., Karp, K.S. and Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim*, S. Durmuş (Çev. Ed.), (10. baskıdan çeviri). Nobel Yayıncılık.
- Var, S., & Altun, M. (2021). Dördüncü sınıfta matematik dersi alan ölçme konusunun Yapılandırmacı öğrenme kuramına göre öğrenme sürecinin incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2).
- Vieira, W., Souza, V. H. G., & Imafuku, R. S. (2017). A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais e o desenvolvimento de processos do pensamento matemático avançado na aprendizagem matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 10(3), 228-236. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2017v10n3p228-236>
- Vieira, W., Souza, V. H. G. D., & Imafuku, R. S. (2023). Interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais na resolução de questões de sequências numéricas por uma licencianda em matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 16(3), 281-291.
- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. Washington, DC: Falmer. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2023v16n3p281-291>

- von Glasersfeld, E. (1995). A constructivist approach to teaching. In L.P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (pp. 3-15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yenilmez, K., & Pargan, A. Ş. (2008). İlköğretim ikinci sınıf öğrencilerinin standart uzunluk ölçme birimine ilişkin algıları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 59-67.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, Z. (2016). “Alan ölçme” öğretiminde basamaklı öğretim yönteminin etkisinin incelenmesi. (Yayın numarası:433818).[Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students’ failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 224-239. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.09.003>
- Zazkis, R., y Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9131-7>
- Yuberta, K. R., Zulkardi, Z., Hartono, Y. & Galen F. V. (2011). Developing student’s notion of measurement unit for area. *IndoMS. J.M.E*, 2(2), 173- 184. <https://doi.org/10.22342/jme.2.2.775.173-184>

EKLER

EK-1. Etik Kurul Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 13.12.2021	Protokol No: 230566	Tarih: 24.12.2021



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	5. Sınıf Öğrencilerinin Şekilsel Kavram Teorisi Bağlamında Alan Ölçme Gelişimlerinin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI
TEZ YAZARI:	Büşra ÖZTÜRK
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

EK-2. MEB Araştırma İzni

Gelen Evrak Tarih ve Sayısı: 11.02.2022-267686



T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-14588481-605.99-43246573
Konu : Araştırma İzni

11.02.2022

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)

İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2020/2 sayılı Genelgesi.
b) 21.01.2022 tarihli ve 252160 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi doktora programı öğrencisi Büşra ÖZTÜRK'ün "**5. Sınıf Öğrencilerinin Şekilsel Kavram Teorisi Bağlamında Alan Ölçme Gelişimlerinin İncelenmesi**" konulu çalışmaları kapsamında ilimizde uygulama yapma talebi ilgi (a) Genelge çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda, söz konusu araştırmanın Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ölçme araçlarının; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde okul ve kurum yöneticilerinin sorumluluğunda, gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Harun FATSA
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Ek: Uygulama Araçları

Dağıtım:
Gereği:
Anadolu Üniversitesi

Bilgi:
Sincan İlçe MEM

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Telefon No : Bilgi için: D. KARAGÜZEL
E-Posta : Unvan : Memur
Kep Adresi : İnternet Adresi: www.meb.gov.tr Faks: _____

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 6dee-76e7-3d2c-845e-1537 kodu ile teyit edilebilir.

ÖĞRENCİ GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Bu çalışma, “5.Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel Yönlerden Alan Ölçme Gelişimlerinin İncelenmesi” başlıklı bir araştırma çalışması olup 5.sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yörüngesi bağlamında alan ölçme gelişimlerinin incelenmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Büşra ÖZTÜRK tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile alan ölçme konusunda öğrencilerin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, görüşme ve derslerin gerçekleştiği esnada video ve ses kaydı yapılarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırmacı tarafından şifre yöntemi ile korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı araştırmacı Büşra ÖZTÜRK’e yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı: Büşra ÖZTÜRK

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

VELİ GÖRÜŞME VE VIDEO KAYDI YAZILI İZİN BELGESİ

Sayın Veli,

Okulumuzda 5.sınıf konularından olan alan ölçme konusunun öğretimine yönelik bir çalışma yürütülecektir. Bu bağlamda matematik öğretmeni Büşra ÖZTÜRK araştırmacı olarak öğrencilerle ders işleyecek ve görüşmeler yapacaktır. Görüşmeler ve dersin işlenmesi esnasında veri kaybını en aza indirmek için dersler video ve ses kaydına alınacaktır. Video kayıtları araştırma verilerini analiz etmede kullanılacaktır ve araştırmacılar haricinde kimse ile paylaşılmayacaktır. Bu formun amacı sizi araştırma sürecinden haberdar etmek ve izin almaktır.

Araştırmaya ilişkin gerekli yasal izin Ankara Valiliği'nden alınmıştır. Yapacağımız görüşme ve derslere ilişkin veriler 2021-2022 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde toplanacaktır. Görüşmeler ve dersler video kayıt cihazı ile kaydedilecektir. Araştırmada gönüllülük esastır. Katılımcılar istedikleri anda çalışmadan çıkma hakkına sahiptirler.

Katılım ve yardımlarınız için teşekkür ederim.

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Anadolu Üniversitesi

Büşra ÖZTÜRK

Matematik Öğretmeni

Aşağıda imzası olan ben yukarıdaki açıklamayı okuyup anladım. adlı öğrencimin çalışmada yer almasını ve görüşme ve derslerin yukarıda belirtildiği gibi video kaydına alınmasına izin veriyorum.

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ
ÖLÇÜLECEK NİTELİĞE KARAR VERME DERS PLANI (1)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /2 saat

AMAÇ: Ölçülecek Niteliğe Karar Verme

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Alanları doğrudan karşılaştırma - Ölçülecek niteliğe karar verme	Adım1: Çokgenlerin isimlendirilmesi ve temel elemanlarını belirleme Görev1: Verilen dikdörtgenlerden farklı şekiller oluşturma. Oluşturduğunuz şekillerin isimlerini, köşelerini ve kenarlarını belirleyip gösteriniz. Adım2: Şekillerin ölçülebilen özelliklerini belirleme Görev2: Oluşturduğunuz şekillerin hangi özellikleri ölçülebilir? Nasıl ölçülebilir? Adım3: Bir şeklin yüzeyini belirleme ve ölçme ihtiyacının hissedilmesi Görev3: Oluşturduğunuz şekillerin hangisi daha fazla yer kaplar? Nasıl karar verdiniz? Yüzeyi nasıl ölçülebilir?

EK-5a (Devam). Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi Birinci Hafta Ders Planı

PLANIN UYGULANMASI

Öğrencilere 6 eş dikdörtgenin olduğu kağıt verilir. Öğrencilerden dikdörtgenlerin köşegenlerini belirleyerek iki eşit üçgen oluşturmaları istenir (Köşegeni belirleme, köşegen boyunca katlama veya cetvel ile çizme gibi yöntemleri incelenir-**Kavramsal ve Algoritmik**) Oluşturdukları eş üçgenlerin aynı kenarları çıkışacak şekilde farklı şekiller elde etmeleri istenir. Oluşturdukları şekilleri verilen boş kağıda yapıştırmaları istenir. Şekillerin isimlerini yazıp, köşe, kenar elemanlarını göstermeleri istenir (**Kavramsal**).

- Bu oluşturduğunuz şekillerin hangi özelliklerini ölçebiliriz?
- Nasıl ölçebiliriz?
- Yüzeyi neresidir?
- Yüzeyini nasıl ölçebiliriz?
- Oluşturduğunuz şekillerden hangisi daha fazla yer kaplar? (**Kavramsal**)
- Oluşturduğunuz şekilleri karşılaştırmanızı istesem büyükten küçüğe sıralayabilir misiniz? gibi sorular yöneltilir (**Sezgisel**).

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ

ALAN ÖLÇMEDE KAPLAMA DERS PLANI (2)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /3 saat

AMAÇ: Alan Ölçmede kaplama

ÖĞRETİM MATERYALİ: Plastik kapaklar, silgi, not defteri, renkli kareler.

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Kaplama fikrinin hissedilmesi - Standart olmayan birimlerle kaplama - Aynı niteliğe sahip birimler ile tam kaplama - Birim kareyi tanımlama - Birim karelerle oluşturulan şeklin kapladığı yerin alan olduğunu vurgulama	Adım1: Belirli bir yüzeyin ölçülmesinde kaplama fikrinin hissedilmesi Görev1: Kitabınızın kapağının yüzeyinin ölçümünü tahmin ediniz. Kaç tane plastik kapak sığabilir? Kaç tane silgi sığabilir? Kaç tane not defteri sığabilir? Not alınız. Görev2: Kitabınızın kapağının yüzeyinin gerçek ölçümünü plastik kapak, silgi ve not defteri ile ayrı ayrı bulunuz. Not alınız. Adım2: Aynı niteliğe sahip birimler ile tam kaplama fikrinin geliştirilmesi Görev3: Kitabınızın kapağının yüzeyini hangi şekiller ile ölçmek daha uygun olur? Doğru ölçüm nasıl olur?

EK-5b (Devam). Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi İkinci Hafta Ders Planı

PLANIN UYGULANMASI

Her bir gruba plastik kapaklar dağıtılır. Öğrencilere;

Sizce ders kitabınızın kapağı nasıl yapılmış olabilir?

Kapağın daha büyük veya daha küçük olması önemli mi?

Yapılırken neye dikkat edilmiş olabilir? (**Sezgisel**)

Kitabın kapağı için ne kadar karton kullanılmıştır?” gibi sorular yönetilerek kapağın yüzeyini ölçme ihtiyacı hissettirilir (**Kavramsal**)

Verilen materyaller ile önce tahmin etmeleri daha sonra gerçek sonucu bulmaları istenir. Hazırlanan etkinlik kâğıdında verilen tabloyu doldurmaları istenir. Nasıl tahmin ettikleri, tahminleri ile gerçek sonuç arasında ne kadar fark çıktığı, nasıl ölçüm yaptıkları gibi sorularla farklı stratejilerini paylaşmalarına ve sezgisel düşüncelerini ifade etmelerine olanak sağlanır (**Sezgisel, Algoritmik ve Kavramsal**)

Plastik kapak, silgi ve not defteri ile ölçümlemleri kaydettikten sonra her bir nesne için doğru ölçüm olup olmadığı sorulur (Renkli kareler en son verilir) “Doğru ölçüm nasıl olur? “Boşluklar için ne yapmalı?” Üst üste gelse olur mu? Soruları ile kavramsal ve sezgisel bilgileri elde edilmeye çalışılır (**Kavramsal**).

“Hangi şekil ile ölçmek daha uygun olur?” sorusuyla aynı niteliğe sahip şekiller üzerinde konuşma ve birim kare fikri oluşturulur. Renkli kareler ile kitabın kapağının yüzeyini tahmin etme ve gerçek sonucu bulmaya yönelik stratejilerini paylaşmaları istenir (**Sezgisel, Algoritmik ve Kavramsal**) .

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ

ÖLÇÜM SONUCUNU İFADE ETME DERS PLANI (3)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /

AMAÇ: Ölçüm Sonucunu Birim ile İfade Etme

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları, elektrik bandı, farklı boyutlarda renkli kareler, cetvel,

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
Bir şeklin alanını birim kare ile ifade etme Parçalı birimler kullanma Birim kareler ile alan karşılaştırma	Adım1: Verilen şekillerin alanlarını birim kare olarak ifade etme. Görev1: Elektrik bandıyla oluşturulan dörtgenin alanı nasıl bulunabilir? Doğru ölçüm nasıl olur? Adım2: Alanları birim kare olarak tahmin etme ve karşılaştırma Görev2: Verilen şekillerin alanlarını karşılaştırınız ve sıralayınız. Nasıl tahmin ettiniz? Gerçek ölçüm sonuçlarını nasıl bulursunuz?

PLANIN UYGULANMASI

Tahtada elektrik bandı ile bir dörtgen oluşturulur. Bu şeklin yüzeyinin nasıl bulunabileceği hakkında konuşulur. Karelerden yararlanırken hangi stratejileri kullandıkları üzerinde durulur. Kenarlara yakın yerlerde tahmin zorlaşırken, parçalı birimler hakkında neler yapılabileceği, hangi kareyi kullanırsak daha doğru ölçüm olacağı tartışılır (**Kavramsal, Algoritmik ve Sezgisel**).

Öğrencilere hazırlanan etkinlik kâğıdı verilir. Farklı şekillerin alanlarını karşılaştırmaları istenir. Önce tahmin ederek küçükten büyüğe sıralamaları istenir (**Sezgisel**). Daha sonra birim kareler ile gerçek sonuçlar bulunur. Nasıl tahmin ettikleri ve sonuçlarda neden farklılık çıktığı üzerine konuşulur (**Algoritmik ve Kavramsal**).

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ
DİKDÖRTGENİN ALANINI HESAPLAMA İLE İLGİLİ FORMÜLÜ
OLUŞTURMA
DERS PLANI (4)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /3 saat

AMAÇ: Dikdörtgenin alanını hesaplama ile ilgili formülü oluşturur.

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları, cetvel.

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
Dikdörtgenin alanını birim kareleri sayarak bulma Kenar uzunluklarından yararlanarak birim kare sayısını bulma Satır ve sütun yapılandırma Satır-sütun ilişkisi kurarak dikdörtgenin alan formülünü oluşturma	Adım1: Dikdörtgenin alanı ile birim kare sayısını ilişkilendirme Görev1: Verilen iki dikdörtgenin alanlarını karşılaştırınız. Nasıl karar verdiniz? Yüzeylerine kaç tane kare sığar? Nasıl gösterirsiniz? Adım2: Dikdörtgenin alanını satır ve sütun ilişkisinden yararlanarak bulma Görev2: Dikdörtgenlerin yüzeylerine kaç tane kare sığdığını kısa yoldan nasıl bulursunuz?

PLANIN UYGULANMASI

Öğrencilere etkinlik kağıtları dağıtılır. Etkinlik kağıdında alanı 40 cm^2 olan iki farklı dikdörtgeni karşılaştırmaları istenir (Öğrencilere herhangi bir uzunluk veya alan ölçüsü verilmemiştir). Cetvel ve verilen 1 cm^2 lik kareler ile karşılaştırma yapmaları istenir (**Sezgisel ve Algoritmik**). Burada 1 cm^2 lik kareleri dikdörtgenlerin içine yerleştirmeleri ve kullandıkları stratejileri paylaşmaları istenir. Kısa yoldan kare sayısını bulmaya yönelik konuşulur. Satır-sütun veya en-boy arasındaki ilişkiye dikkat çekilir. Dikdörtgenin alanını kısa yoldan bulmanın kuralını bulmaya yönelik ikinci etkinlik yapılır. Kenar uzunluğu cm ve m olduğunda alan ölçü biriminin nasıl ifade edileceği, hangi bölgelerin cm^2 veya m^2 birimleriyle ifade edilebileceği hakkında konuşulur (**Kavramsal ve Algoritmik**).

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ
AYNI ALANA SAHİP FARKLI DİKDÖRTGENLER OLUŞTURMA DERS
PLANI (5)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /2 saat

AMAÇ: Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturur.

ÖĞRETİM MATERYALİ: Geometri tahtası, farklı boyutlarda kareli ve noktalı kâğıtlar (0.5 cm’lik noktalı kâğıt ile 2 cm’lik kareli kâğıt)

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Birim kareler ile aynı alana sahip dikdörtgenler oluşturma - Satır-sütun ilişkisinden birim kare sayısını kullanarak dikdörtgenler oluşturma - Dikdörtgenin alan formülünü kullanma	Adım1: Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma Görev1: Alanı 24 cm^2 lik bir dikdörtgeni nasıl oluşturabiliriz? Geometri tahtasında gösteriniz. Adım2: Dikdörtgenin alan ölçümü ile içindeki birim karenin ölçüleri arasındaki ilişkiyi fark etme Görev2: Kareli kâğıtta alanı 24 cm^2 lik bir dikdörtgeni nasıl oluşturabiliriz? Görev3: Noktalı kâğıtta alanı 24 cm^2 lik bir dikdörtgeni nasıl oluşturabiliriz?

EK-5d (Devam). Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi Beşinci Hafta Ders Planı

PLANIN UYGULANMASI

Geometri tahtası kullanılarak aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturmak amaçlanmaktadır. Öğrencilere “ Alanı 24 cm^2 lik bir dikdörtgeni nasıl oluşturabiliriz?” sorusu yöneltilir. 24 cm^2 nin ne anlama geldiği, içinde kaç tane kare olduğu, her bir karenin kenar uzunluklarının ne olduğu konusunda tartışmaları istenir (**Sezgisel ve Kavramsal**). Öğrencilerden geometri tahtasında farklı dikdörtgenler oluşturmaları istenir. Geometri tahtasındaki her bir kare 1 cm^2 lik kareler olduğu için 24 tane kare vardır algısı oluşacaktır. Kareleri saymak yerine kısa yoldan nasıl yapılabilir vurgusu yapılmalıdır. Farklı örnekler yapılarak aynı alana sahip farklı dikdörtgenler olabileceği düşüncesine dikkat çekilmelidir (**Algoritmik ve Kavramsal**).

İkinci etkinlikte ise farklı noktalı veya kareli kâğıtlar verilerek istenilen alanı kâğıtlarda göstermeleri amaçlanmaktadır. Alanın içindeki birim karenin kenar uzunlukları ile ilişkili olduğunu fark etmeleri adına 2 santimetrelik kareli kâğıtta 24 cm^2 lik dikdörtgenin nasıl oluşturulacağı ile başlanır. Farklı alanlar ile etkinliğe devam edilir. Öğrencilerin her bir karenin 4 cm^2 olmasından dolayı istenilen alan ölçüsüne sahip dikdörtgenin içinde kaç tane kare olduğunu düşünmeleri de istenir. Kullanılan farklı stratejileri paylaşmaları istenir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri 0,5 santimetrelik noktalı kâğıtta oluşturma etkinlikleri ile devam edilir (**Algoritmik**).

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ
ŞEKİLLERİN ALANLARINI TAHMİN ETME DERS PLANI (6)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 / 3 saat

AMAÇ: Şekillerin alanlarını tahmin eder ve uygun birimleri seçer.

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Belirli alanlar için uygun birimi seçme (m^2, cm^2) - Düzgün şekillerin alanlarını tahmin etme - Düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etme	Adım1: Düzgün şekillerin alanlarını tahmin etme Görev1: Verilen şekillerin alanlarını tahmin ediniz. Nasıl tahmin ettiniz? Daha doğru bir tahmin nasıl yapılabilir? cm^2 veya m^2 lik birimler nasıl alanlar için uygundur? Adım2: Düzgün olmayan şekillerin alanlarını tahmin etme Görev2: Ankara İli'nin kağıt üzerinde yüzey ölçümünü tahmin ediniz. Nasıl tahmin ettiniz? Gerçek ölçüm sonucu nasıl bulunabilir?

PLANIN UYGULANMASI

Öğrencilere günlük hayatta ilişkilendirmek amacıyla “Aileniz ile sizin odanıza halı almak için alışverişe çıktınız. Ama odanızın ölçülerini bilmiyorsunuz. Nasıl karar verirsiniz? Sorusuyla başlanır. Bilinen bir şeklin alanından yararlanarak veya referans olarak başka bir şeklin alanının tahmin edilebileceği konusunda gerekli yönlendirmeler yapılır (**Sezgisel**). Bir halının odaya sığıp sığmadığını nasıl anlarsınız? Sorusu yöneltilebilir. Etkinlik-6 kâğıdı dağıtılır. Düzgün olan şekillerin alanlarını tahmin etmede referans olarak 1 cm^2 lik karenin kullanıldığı vurgusu yapılmalıdır. Etkinlik-6 kâğıdından sonra Etkinlik-7 Ankara İli haritası verilir. Öğrencilerin farklı stratejileri paylaşımları istenir. Buldukları alan ile aynı alan ölçüsüne sahip şekiller oluşturmaları istenir (**Sezgisel, Algoritmik ve Kavramsal**).

EK-5f. Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi Yedinci Hafta Ders Planı

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ

PARALELKENARIN ALANINI HESAPLAMA İLE İLGİLİ BAĞINTIYI

OLUŞTURMA DERS PLANI (7)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /6 saat

AMAÇ: Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur.

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Dikdörtgen şeklinden paralelkenar şeklini yapılandırma - Yükseklik taban ilişkisi kurma - Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturma	Adım1: Paralelkenar şeklini yapılandırma Görev1: Verilen paralelkenarların alanlarını karşılaştırınız (Etkinlik-8). Gerçek alan ölçümleri nasıl bulunabilir? Adım2: Dikdörtgen ile paralelkenar arasındaki ilişkiyi belirleme Görev2: Bulduğunuz yöntemin tüm paralelkenarlar için geçerli olup olmadığını gösteriniz (Etkinlik-9). Farklı tabanlara ait yükseklikleri belirleyiniz. Adım3: Paralelkenarın alanını hesaplama Görev3: Verilen paralelkenarların alanlarını bulunuz (Etkinlik-10). İstenilen alanlara uygun paralelkenarlar oluşturunuz.

EK-5f (Devam). Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi Yedinci Hafta Ders Planı

PLANIN UYGULANMASI

Öğrencilere farklı paralelkenarların olduğu Etkinlik-8 verilir. Alanlarını tahmin edip karşılaştırmaları istenir. Nasıl tahmin ettikleri ile ilgili sınıf tartışması yapılır **(Sezgisel)**.

Paralelkenarların gerçek alan ölçümleri nasıl bulunabilir? sorusuyla öğrencilerden farklı stratejiler gelmesi beklenir. Alan korunumunu ve önceki bilgilerini dikkate alarak bir paralelkenardan nasıl dikdörtgen elde edilebilir stratejisi üzerine yoğunlaşılır

- Paralelkenarın özelliklerini söyleyiniz.
- Dikdörtgene dönüştüğünde korunan özelliklerini söyleyiniz.
- Paralelkenarın alanı için bulduğunuz yöntem tüm paralelkenarlar için de geçerli midir? **(Kavramsal ve Algoritmik)**.

Farklı paralelkenarlarda aynı yöntemi kullanmaya yönelik Etkinlik-9 yapılır. Kareli ve noktalı kağıt üzerinde çalışmalar yapılır.

- Kullanılan yöntemde nelere dikkat edilmelidir?
- Her zaman dikdörtgene dönüştürmeli miyiz?
- Paralelkenarın alanı kısa yoldan nasıl bulunabilir?
- Dikdörtgenin alan formülü ile paralelkenarın alanını bulmaya yönelik kısa yol arasında nasıl bir ilişki vardır? **(Kavramsal ve Algoritmik)**

Paralelkenarda yükseklik ve taban belirlemeye yönelik çalışmalar yapılır. Yükseklik çizilirken nelere dikkat edilmeli? sorusuyla öğrencilerle sınıf tartışması yapılır. Paralelkenar içerisinde farklı tabanlara ait yüksekliklerin çizimine yönelik stratejiler öğrencilerden beklenir. Son olarak Etkinlik-10 ile verilen bilgilere bağlı olarak yükseklik çizimi ve alan bulmaya yönelik çalışmalar yapılır. Alanı verilen paralelkenarları oluşturmaları istenir **(Kavramsal ve Algoritmik)**.

EK-5g. Alan Ölçme Tahmini Öğrenme Yörüngesi Sekizinci Hafta Ders Planı

ALAN ÖLÇME TAHMİNİ ÖĞRENME YÖRÜNGESİ

ÜÇGENİN ALANINI HESAPLAMA İLE İLGİLİ BAĞINTIYI

OLUŞTURMA DERS PLANI (8)

KONU: ALAN ÖLÇME

SINIF/SÜRE: 5 /6 saat

AMAC: Üçgenin alan bağıntısını oluşturur.

ÖĞRETİM MATERYALİ: Çalışma kağıtları

YÖNTEM VE TEKNİKLER: İşbirlikli grup çalışması, sınıf tartışması, soru-cevap

MATEMATİK ETKİNLİKLERİNDE İŞLEVLER: Kavramsal, Algoritmik, Sezgisel

ÖĞRENME HEDEFİ	GÖREV DİZİSİ ve VARSAYIMSAL ÖĞRENME SÜRECİ
- Paralelkenar şeklinden üçgen şeklini yapılandırma - Yükseklik taban ilişkisi kurma - Üçgenin alan bağıntısını oluşturma - Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	Adım1: Üçgen şeklini yapılandırma Görev1: Verilen üçgenlerin alanlarını karşılaştırınız (Etkinlik-11). Gerçek alan ölçümleri nasıl bulunabilir? Adım2: Üçgenin alanını hesaplama Görev2: Bulduğunuz yöntemin tüm üçgenler için geçerli olup olmadığını gösteriniz (Etkinlik-12). Farklı tabanlara ait yükseklikleri belirleyiniz. Adım2: Birleşik şekillerin alanlarını bulma Görev3: Verilen şekillerin alanlarını bildiğiniz şekillerin alanlarından yola çıkarak bulunuz (Etkinlik-13).

PLANIN UYGULANMASI

Öğrencilere farklı üçgenlerin olduğu Etkinlik-11 verilir. Alanlarını tahmin edip karşılaştırmaları istenir. Nasıl tahmin ettikleri ile ilgili sınıf tartışması yapılır (**Sezgisel**).

Üçgenlerin gerçek alan ölçümleri nasıl bulunabilir? Sorusuyla öğrencilerden farklı stratejiler gelmesi beklenir. Tüm üçgenler için geçerli bir yöntemin olup olmadığına yönelik tartışma yapılır. Öğrenciler bu noktada zorlandığında üçgenle bağlantılı paralelkenar bulabilir misiniz? sorusu yöneltilir. Aynı iki üçgen bir paralelkenar oluşturmaya ve üçgenin her bir kenarını taban kabul eden paralelkenarlar incelemeye yönelik çalışmalar yapılır.

- Kullanılan yöntemde nelere dikkat edilmelidir?
- Her zaman paralelkenara tamamlamalı mıyız?
- Üçgenin alanı kısa yoldan nasıl bulunabilir?
- Paralelkenarın alan bağıntısı ile üçgenin alanını bulmaya yönelik kısa yol arasında nasıl bir ilişki vardır? (**Kavramsal ve Algoritmik**)

Üçgende yükseklik ve taban belirlemeye yönelik çalışmalar yapılır. Yükseklik çizilirken nelere dikkat edilmeli? sorusuyla öğrencilerle sınıf tartışması yapılır. Üçgen içerisinde farklı tabanlara ait yüksekliklerin çizimine yönelik stratejiler öğrencilerden beklenir. Son olarak Etkinlik-12 ile verilen bilgilere bağlı olarak yükseklik çizimi ve alan bulmaya yönelik çalışmalar yapılır. Alanı verilen üçgen çeşitlerini oluşturmaları istenir (**Kavramsal ve Algoritmik**)

Etkinlik-13 ile birleşik şekillerin alanlarına bulmaya yönelik çalışmalar yapılır. Öğrencilerin şekillerin alanlarını bulurken kullandıkları stratejilere dikkat edilir (**Algoritmik**).

EK-6a. İkinci Hafta Öğretim Dersine İlişkin Çalışma Kağıdı

ETKİNLİK-2

Kitabın yüzeyini ölçelim.

	Tahmin	Gerçek ölçüm sonucu
Plastik kapaklar		
Silgi		
Not defteri		

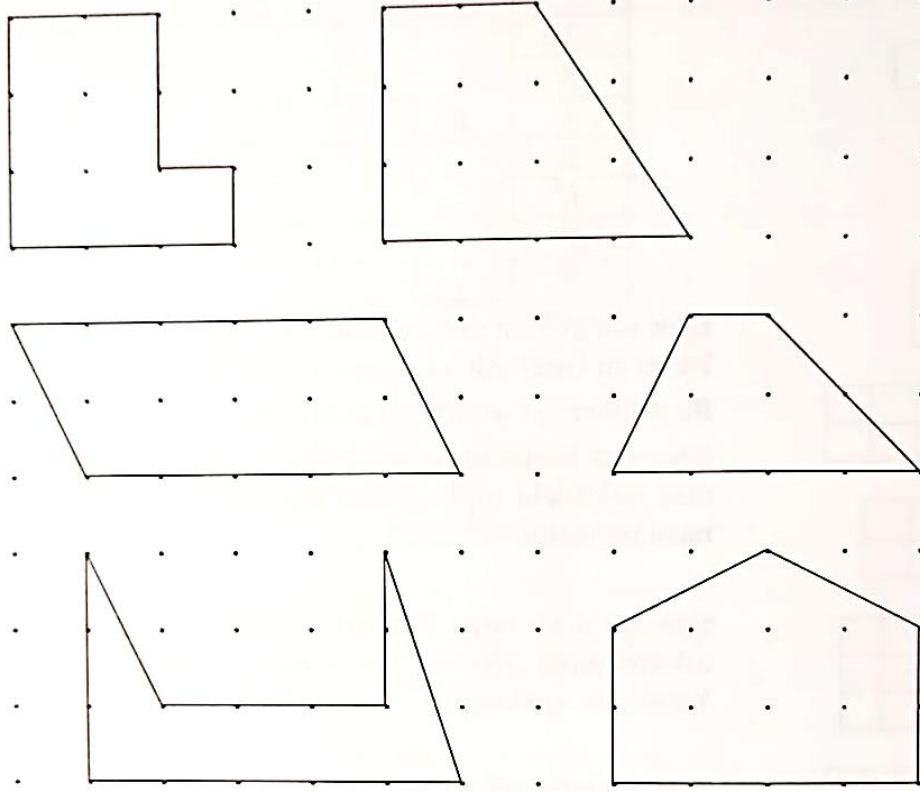
Nasıl tahmin ettiniz? Yazınız.

Tahmin ile gerçek ölçüm sonucu neden farklı çıktı? Tartışınız.

Doğru ölçüm nasıl olur?

ETKİNLİK-3

Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz ve alan olarak tahminen büyükten küçüğe sıralayınız.



Şimdi birbirine en yakın 4 nokta arasını bir birim kare olarak verilen şekillerin alanlarını birim kareler cinsinden bulunuz.

Tahminleriniz doğru çıktı mı?

Alanları bulmak için kullandığınız stratejileri yazınız ve komşunuz ile karşılaştırınız.

ETKİNLİK-4

Aşağıda verilen dikdörtgenlerin yüzeyini verilen kareden yola çıkarak karşılaştırınız.



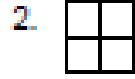
Sizce hangi dikdörtgen daha büyüktür? Tahmin ediniz.

Siz de bu dikdörtgenlerden biriyle aynı yüzey ölçüsüne sahip bir şekil çizebilir misiniz?

ETKİNLİK-5

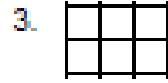
Aşağıda verilen şekillerin kaç birim kareden oluştuğunu tahmin ediniz. Sizce bunu hesaplamanın başka bir yolu var mıdır?

1. $\begin{array}{|c|} \hline 1 \text{ br} \\ \hline \end{array} \rightarrow 1 \text{ br}^2$



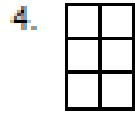
Birim sayısı

Çözüm



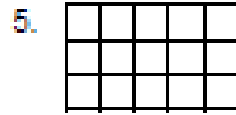
Birim sayısı

Çözüm



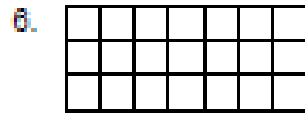
Birim sayısı

Çözüm



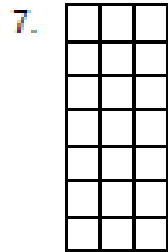
Birim sayısı

Çözüm



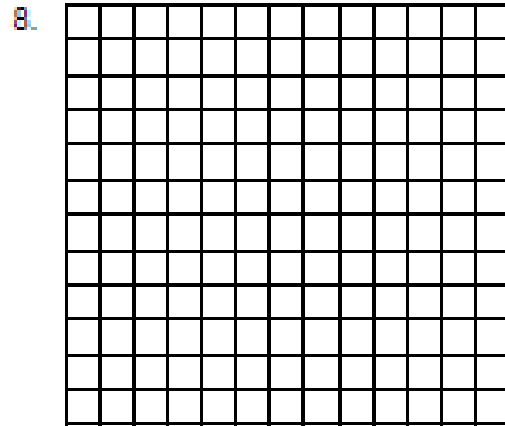
Birim sayısı

Çözüm



Birim sayısı

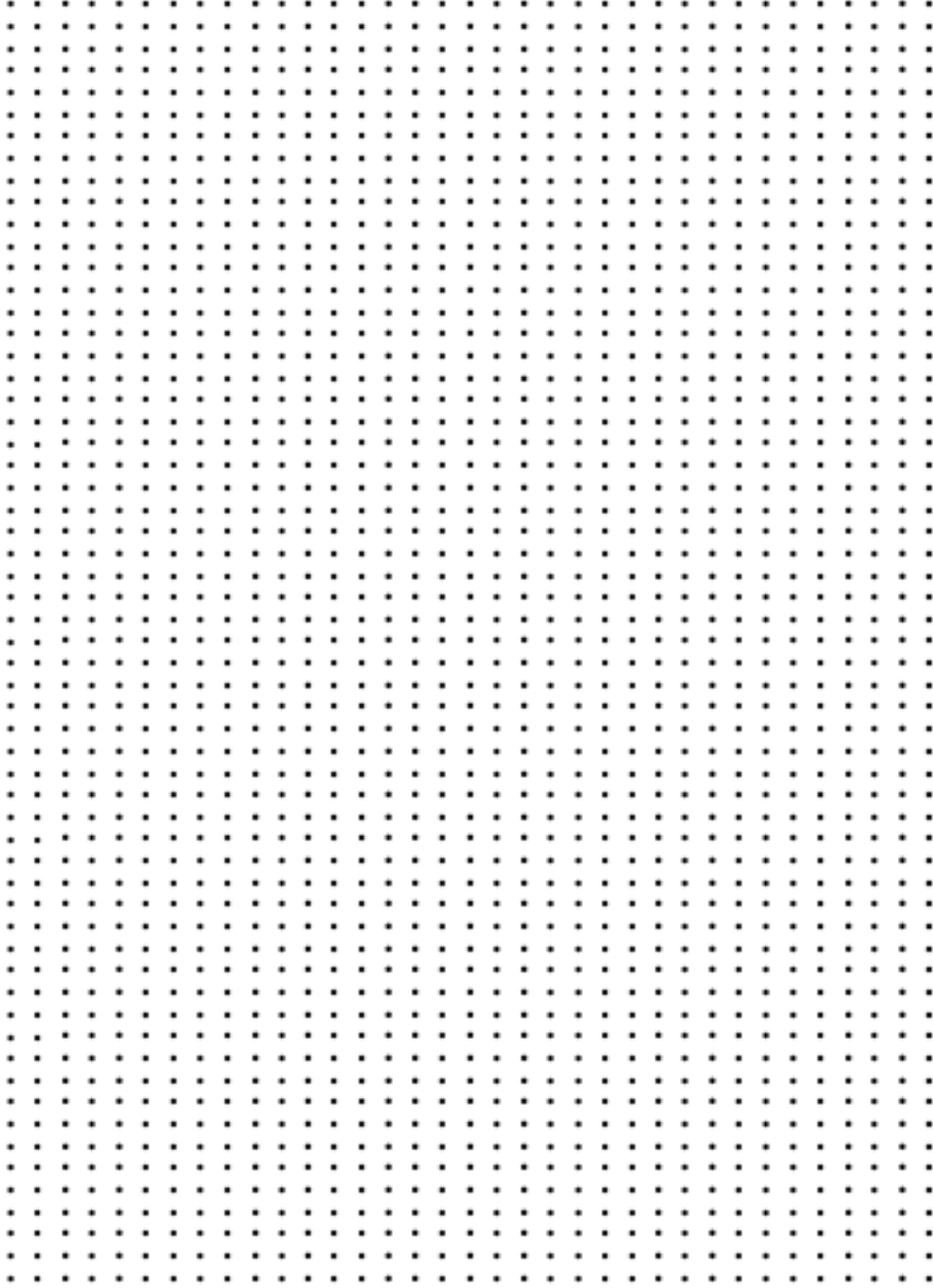
Çözüm



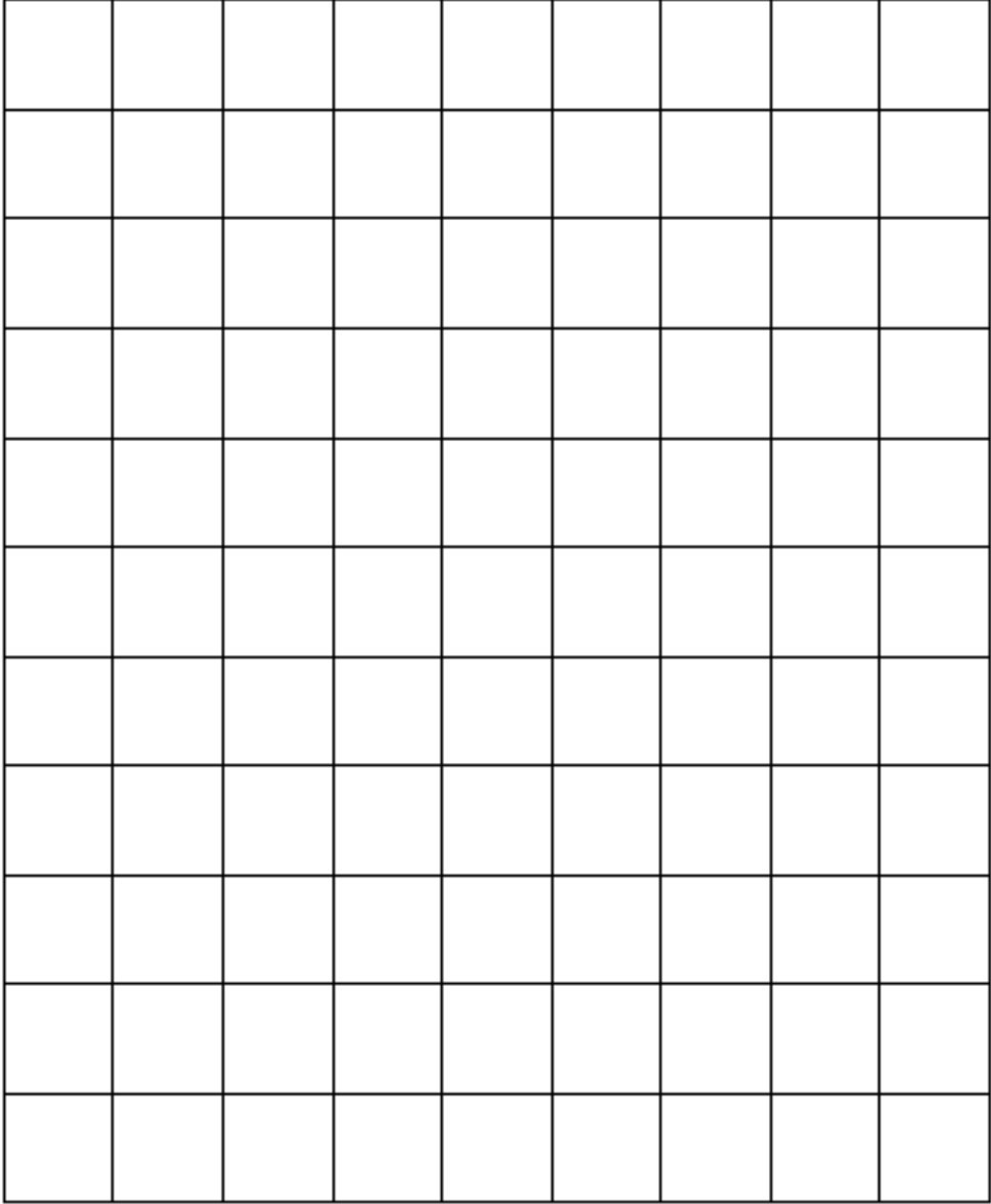
Birim sayısı

Çözüm

EK-6ç. Beşinci Hafta Öğretim Dersine İlişkin Noktalı Kağıt

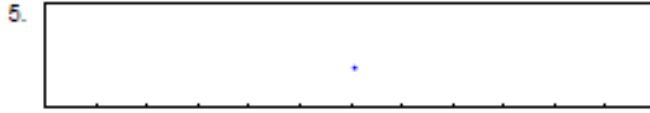
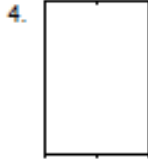
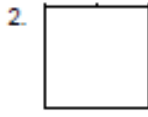


EK-6ç (Devam). Beşinci Hafta Öğretim Dersine İlişkin Kareli Kağıt



ETKİNLİK-6

Aşağıda verilen şekillerin alanlarını tahmin ediniz ve nasıl tahmin ettiğinizi açıklayınız. Sizce daha doğru bir tahmin yapmak mümkün müdür?



EK-6d (Devam). Altıncı Hafta Öğretim Dersine İlişkin Çalışma Kağıdı

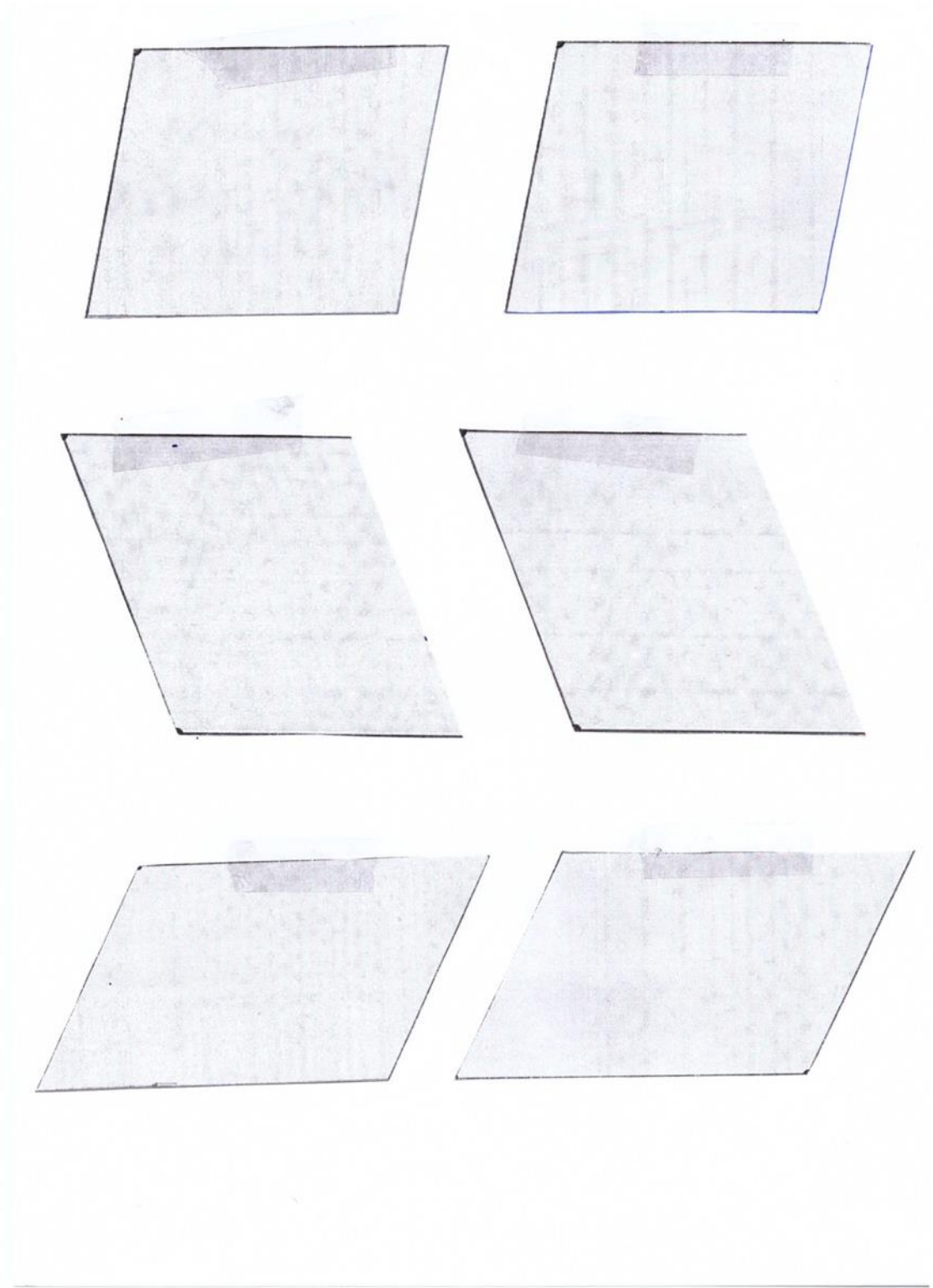
ETKİNLİK-7

Aşağıda Ankara İli'nin haritası verilmiştir. Kağıt üzerinde Ankara İli'nin yüzey ölçümünü tahmin edelim. Tahminlerimizi paylaşalım.

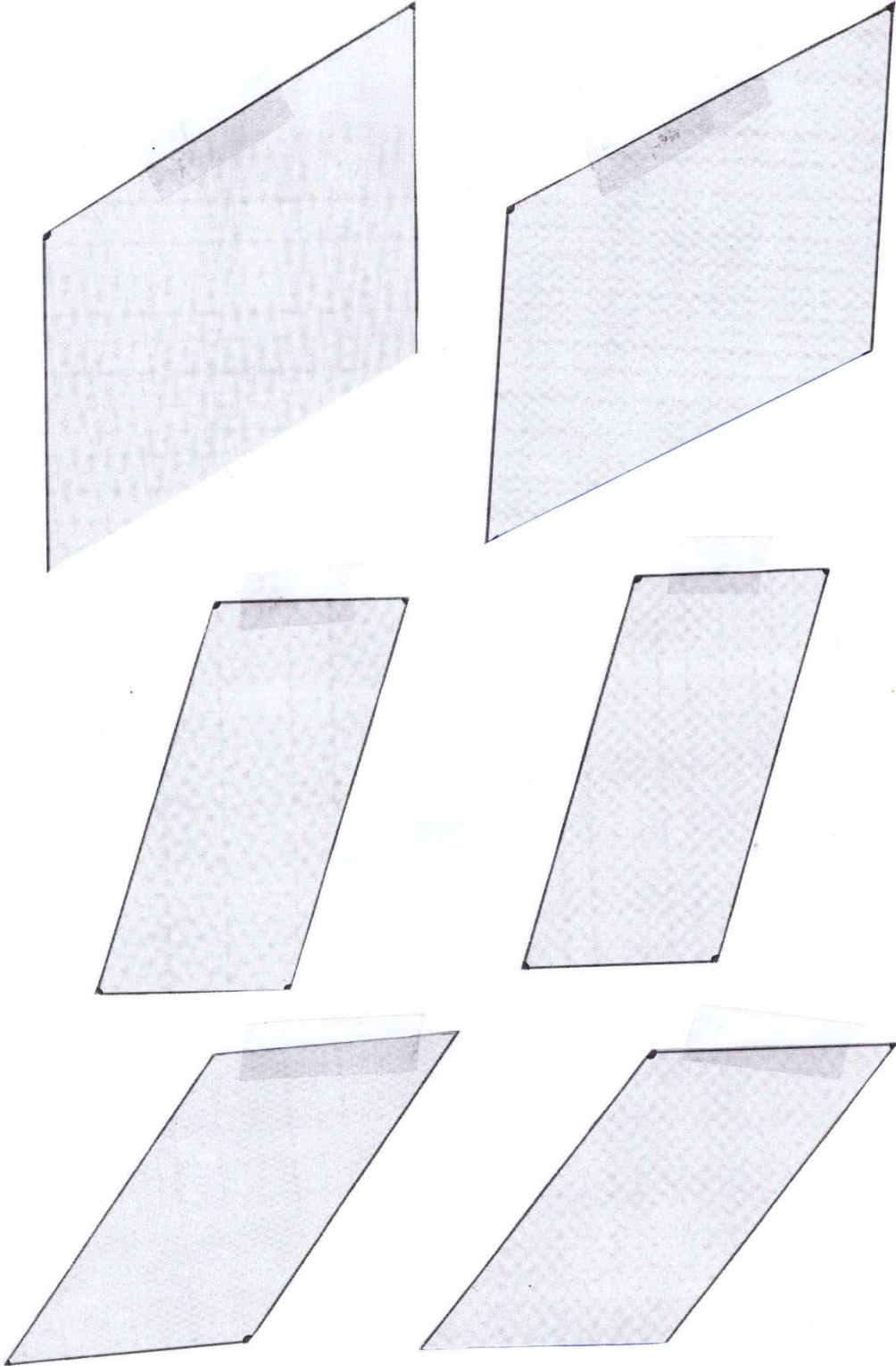


EK-6e. Yedinci Hafta Öğretim Dersine İlişkin Çalışma Kağıdı

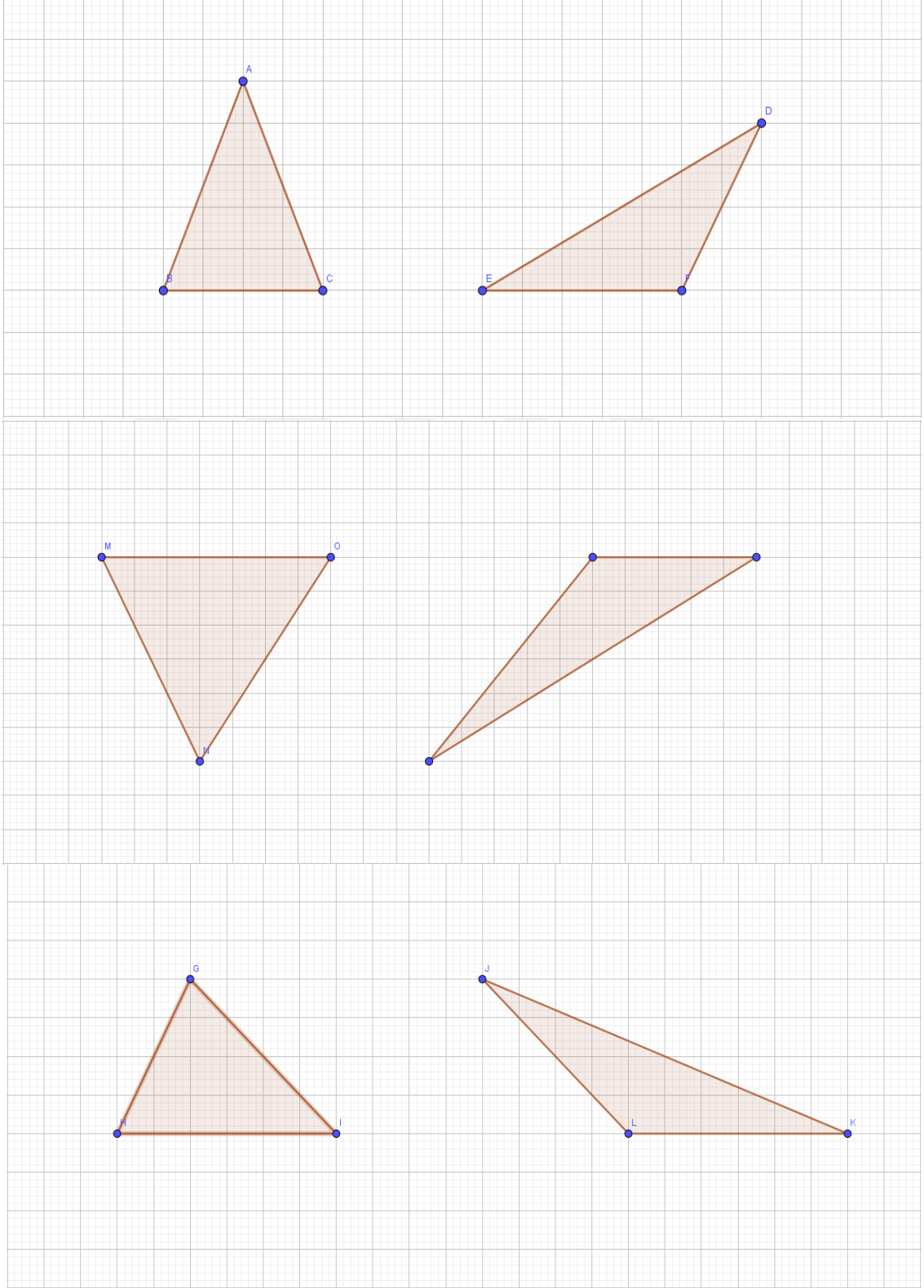
ETKİNLİK-8



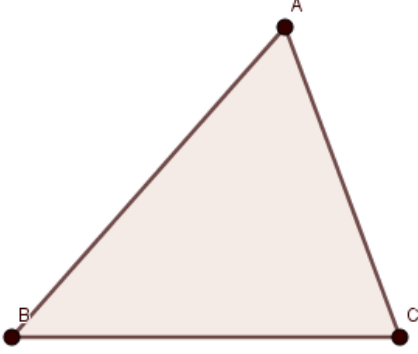
ETKİNLİK-9



ETKİNLİK-10



ETKİNLİK-11

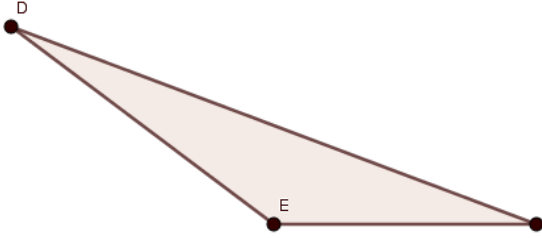


AB kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

BC kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

AC kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

ABC üçgeninin alanı=

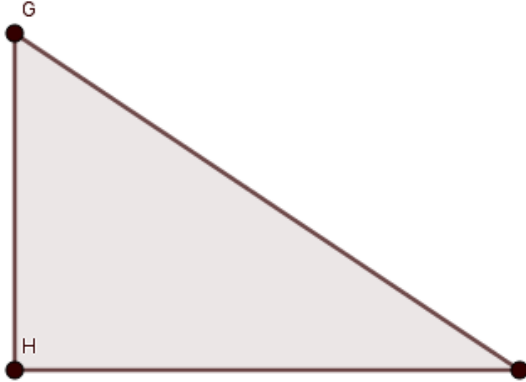


DE kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

EF kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

KD kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

DEF üçgeninin alanı=



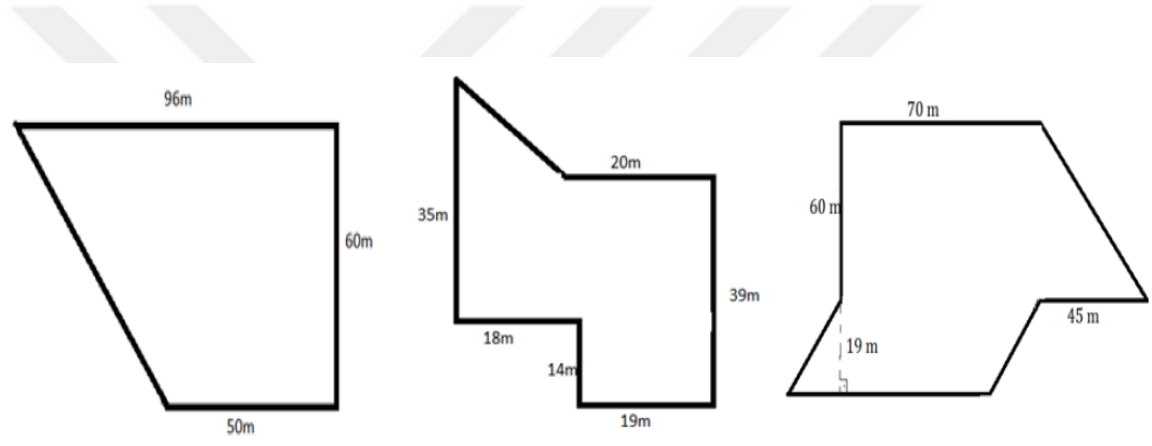
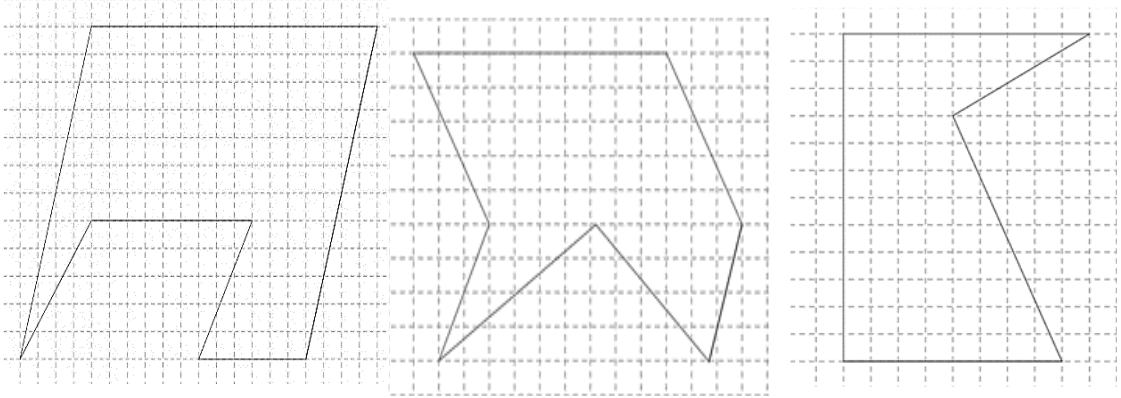
GH kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

HI kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

IG kenarına ait yüksekliğin uzunluğu=

GHI üçgeninin alanı=

ETKİNLİK-12



ÖN KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1) Aşağıda iki dikdörtgen şekil verilmiştir. Hangisinin yüzeyi daha büyüktür?



Nasıl karar verdin?

Bu dikdörtgenlerin büyüklüğüne dikdörtgenin hangi özelliğine göre karar verdin?

Aşağıda dikdörtgen şekillerden hangisinin yüzeyi daha büyüktür?



Sonda sorular: Nasıl karar verdin?

Ne kadar büyük? Nasıl buluruz?

Hangisi daha fazla yer kaplar?

2) Aşağıdaki dikdörtgenin hangi özelliklerini ölçebilirsin?



Dikdörtgenin kenarlarını gösterebilir misin?

Dikdörtgenin yüzeyini gösterebilir misin?

Kapladığı yeri gösterebilir misin?

- Fasulye ile kaplamaya çalışın. Kaç tane fasulye kullandınız?
- Küp, para, çubuk hangilerini kullanarak dikdörtgenin kenar uzunluklarını ölçebilirsiniz?
- Küp, para, çubuk hangilerini kullanarak dikdörtgenin yüzeyini ölçebilirsiniz?

3) Öğrenci masasının yüzeyini ölçmek istesen nasıl ölçerdin?

- Yüzeyi dediğimiz yer neresi?
- Kitap ile ölçseydin ölçüm sonucunu nasıl ifade ederdin?
- El izi veya kitap hangisi daha uygun oldu?
- Neden uygun oldu?

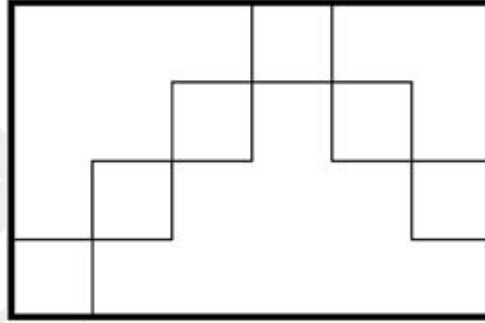
4) Bir şeklin örneğin dikdörtgenin yüzeyini nasıl bir şekil kullanarak ölçebiliriz?



Şekil deyince aklına ne geliyor?

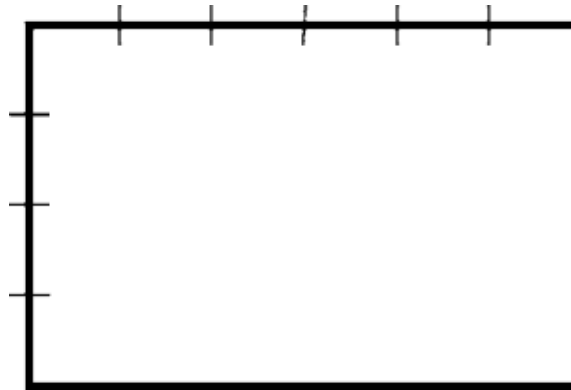
➤ Hangi şekil bir yüzeyi ölçmek için daha uygundur?

5) Aşağıda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden yapabilir misin?



Farklı yollar kullanarak bulabilir miydin?

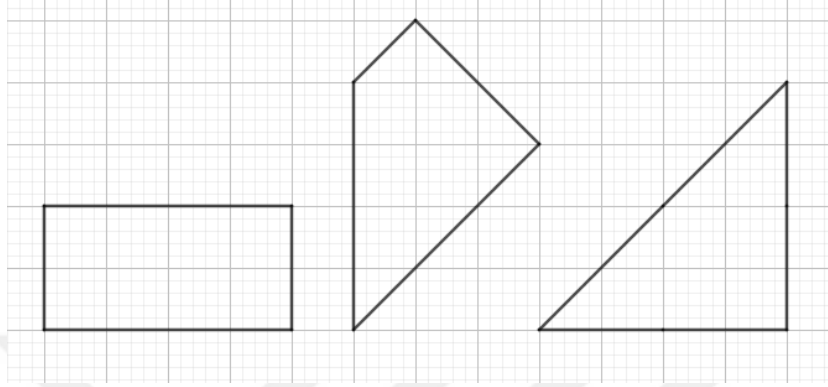
6) Aşağıda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçüm sonucunu nasıl bulabilirsin?



Şeklin kenarlarındaki işaretler ne anlama geliyor olabilir?

Şeklin yüzeyini ölçmede sana yardımcı oluyor mu?

7) Aşağıda verilen şekillerin yüzeylerinin ölçüm sonucunu ifade ediniz.



Nasıl buldun?

8) Bir A4 kâğıdı verilmiştir. Elinizdeki dikdörtgen şekillerle A4 kâğıdının yüzeyini kaplamaya çalışın.

Ölçüm sonucunuzu ifade edin.

Dikdörtgen birimleri yatay yerleştirerek kapladığında ölçüm sonucun ne oldu?

Ölçüm sonucunu nasıl buldun?

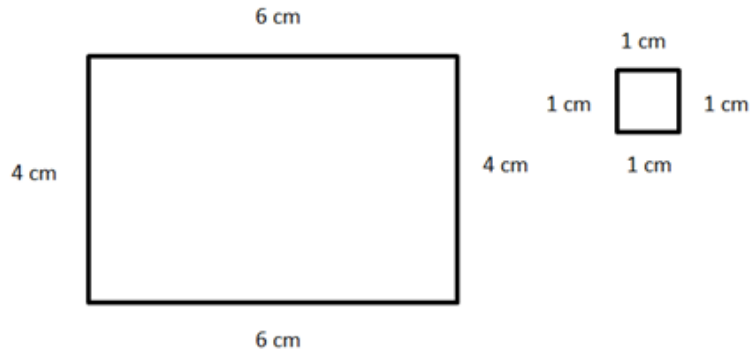
Dikdörtgen birimleri dikey yerleştirerek kapladığında ölçüm sonucun ne oldu?

9) A4 kağıdını kare şekiller ile kaplamaya çalışın.

Mavi renkli karelerle kapladığında ölçüm sonucun ne oldu?

Sarı renkli karelerle kapladığında ölçüm sonucun ne oldu?

10)



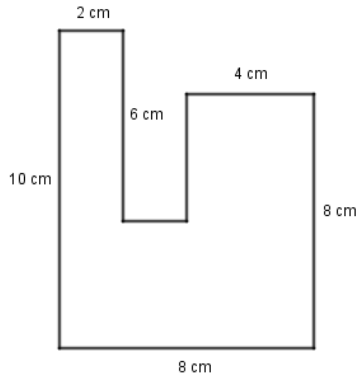
EK-7a (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ön Klinik Görüşme Soruları

Dikdörtgenin üst satırına kaç tane kare sığar? Önce tahmin edelim.

Nasıl buldun?

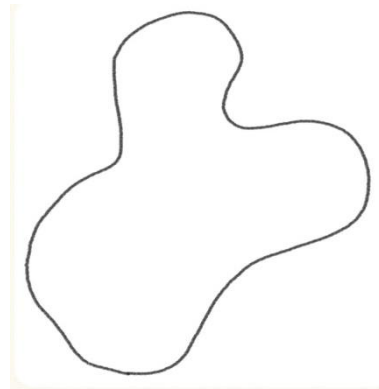
11) Alanı 36 cm^2 olan bir dikdörtgen oluşturmak için bir cetvel kullanarak aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturabilir misin?

12) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu nasıl bulursunuz?



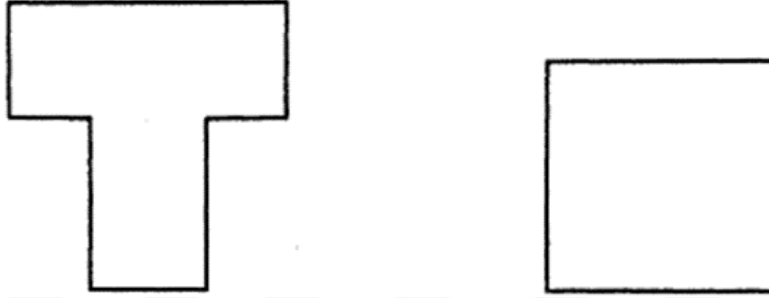
Daha önceden bildiğin bilgiler sana yardımcı olabilir mi?

13) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu tahmin edin.

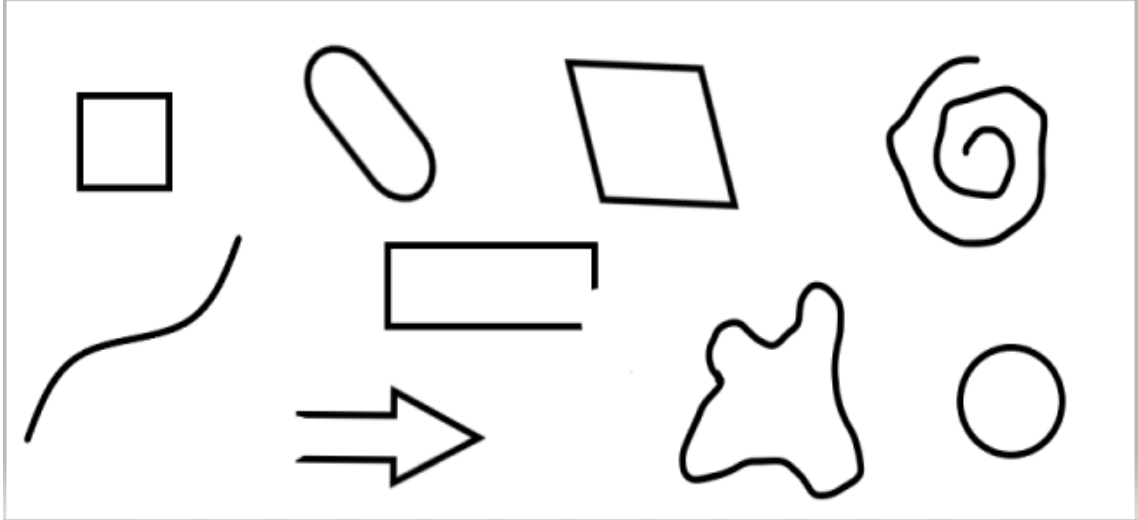


ARA KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1) Aşağıda iki şekil verilmiştir. Hangisinin yüzeyi daha büyüktür?



2) Aşağıda verilenlerden hangisinin alanı vardır? (Yuvarlak içine alınız)

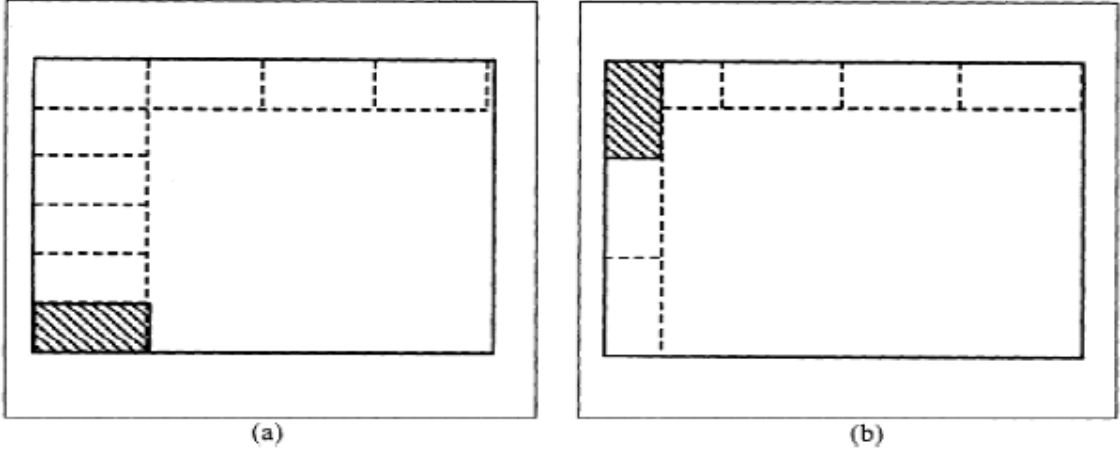


2) Bu resimde ne görüyorsun?

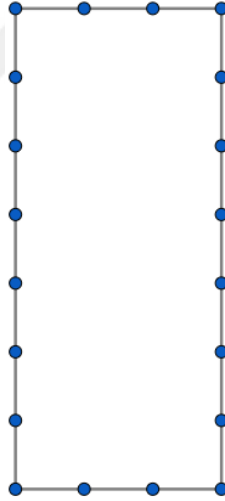


EK-7b (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ara Klinik Görüşme Soruları

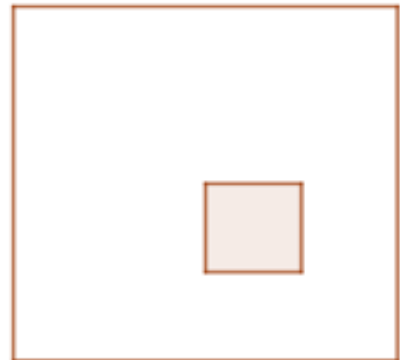
4) Aşağıdaki resimlere baktığınızda ne görüyorsunuz?



3) Aşağıda verilen dikdörtgenin alan ölçümünü nasıl bulabilirsin?

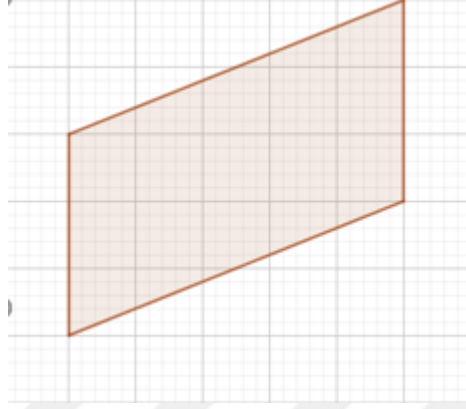


4) Yanda verilen dikdörtgenin yüzeyinin ölçümünü zihinden bulabilir misin?

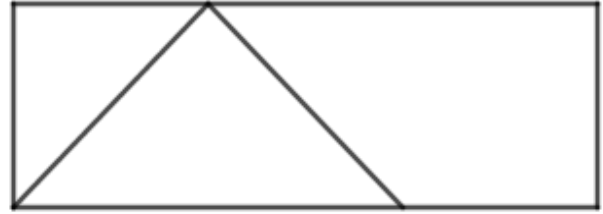
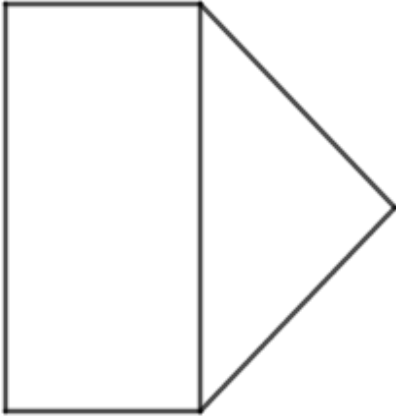


EK-7b (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ara Klinik Görüşme Soruları

- 5) Aşağıda verilen şeklin yüzeyinin ölçüm sonucunu bulabilir misin?

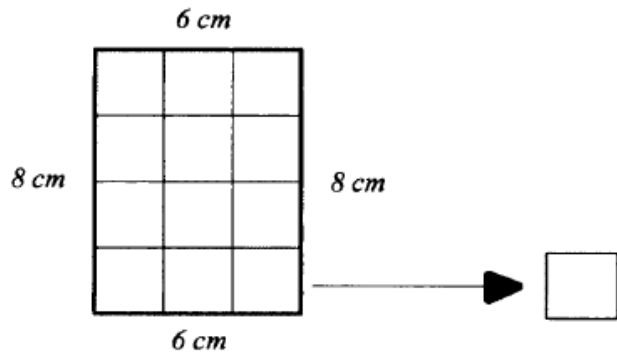


- 6) Tangram parçaları ile bu şekiller nasıl oluşturulmuş olabilir?



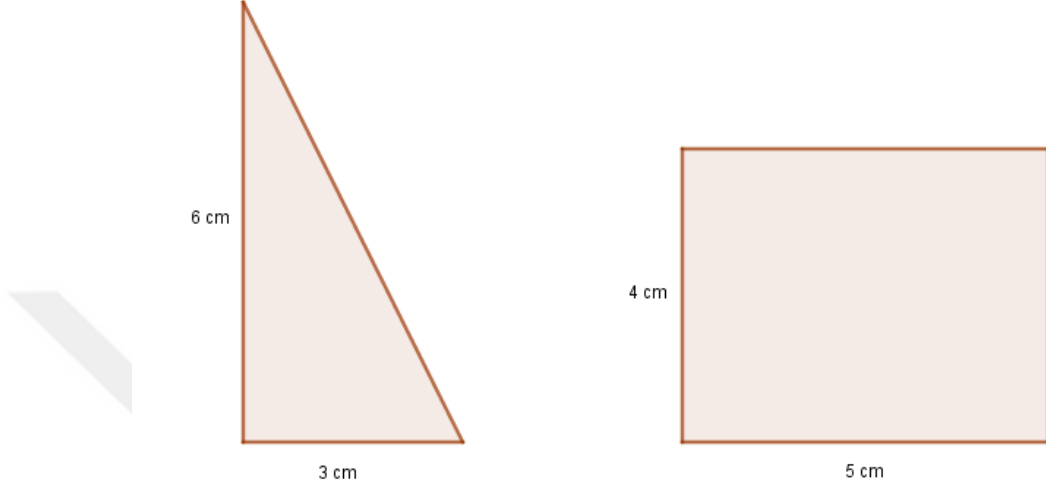
Verilen şekilleri karşılaştırınız. Sizce hangisinin alanı daha büyüktür?

- 7) Yanda verilen dikdörtgenin alan ölçüsünü söyleyebilir misiniz?



EK-7b (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Ara Klinik Görüşme Soruları

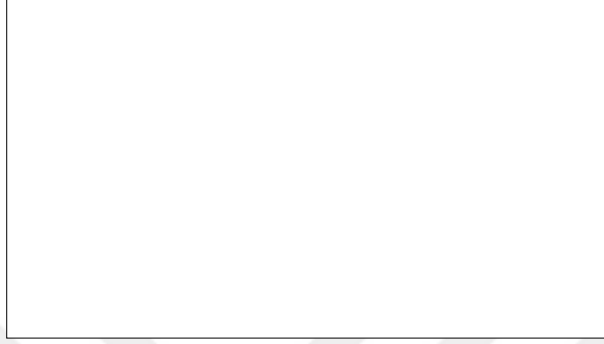
8) Aşağıda verilen üçgen ile dikdörtgenin alanını nasıl karşılaştırırsın?



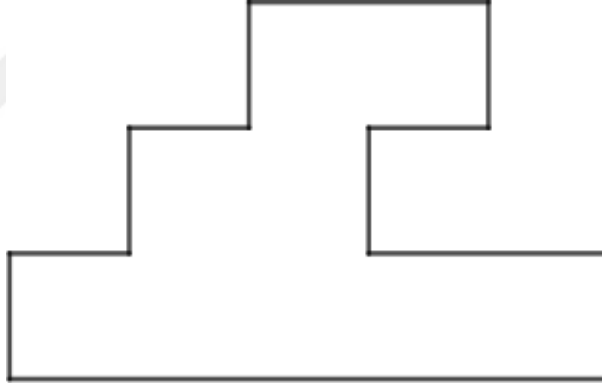
9) Çevresi 20 cm olan bir dikdörtgen çizebilir misin?

SON KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

- 1) Aşağıda verilen dikdörtgen şeklinin alanını tahmin ediniz.



- 2) Aşağıda verilen şeklin alanı tahmini kaç cm^2 dir?



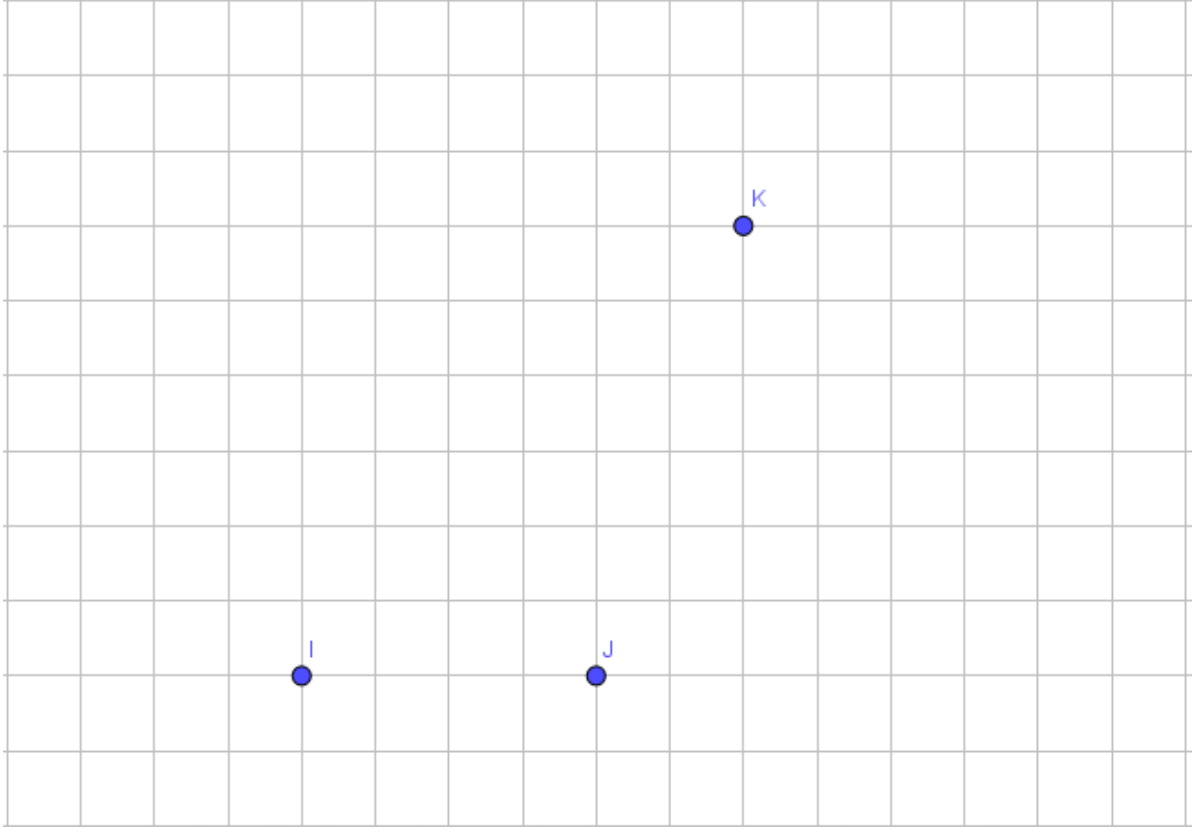
- 3) Aşağıda Tuz Gölü'nün haritadaki konumu verilmiştir. Tuz Gölü'nün alanını tahmin edebilir misin? (Not: Kağıt üzerindeki 1 cm, gerçekte 10 m'ye denk gelmektedir)

EK-7c (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Son Klinik Görüşme Soruları

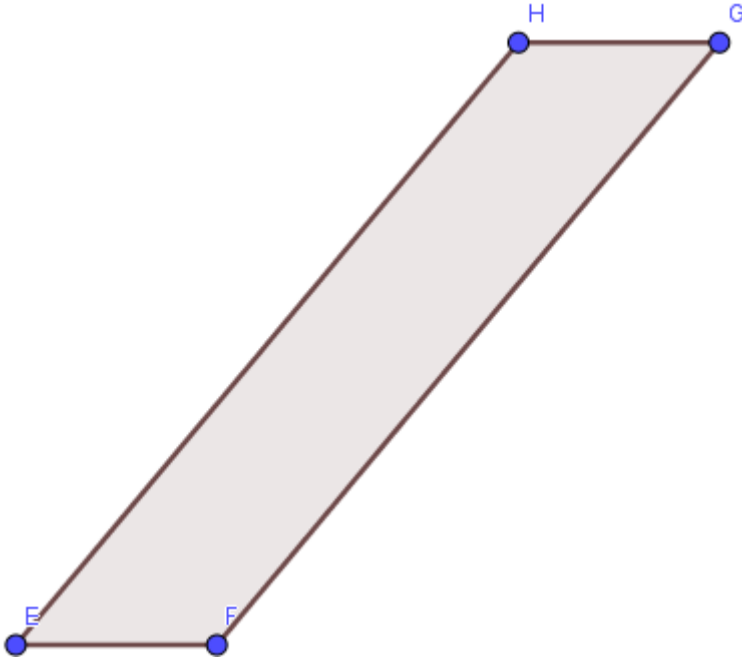


EK-7c (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Son Klinik Görüşme Soruları

4) Aşağıda bir paralelkenarın üç köşesi verilmiştir. Paralelkenarı çiziniz.



5) Aşağıda verilen paralelkenarın alanının kaç cm^2 olduğunu tahmin ediniz.



EK-7c (Devam). Odak Öğrencilerle Gerçekleştirilen Son Klinik Görüşme Soruları

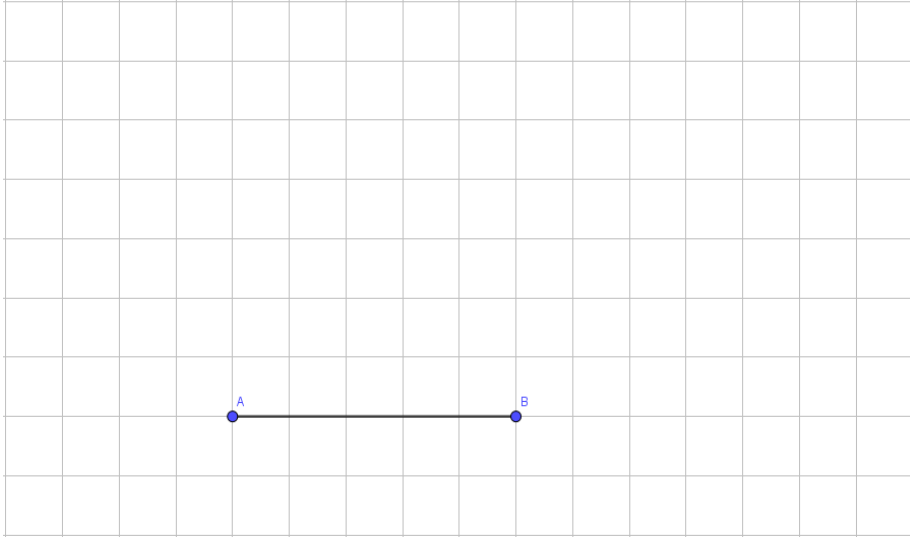
6) Alanı 48 cm^2 olan bir paralelkenar oluşturabilir misin?

Çevre uzunlukları hakkında ne diyebilirsin?

Çizerken nelere dikkat ettin?

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabilir misin?

7) Aşağıda bir kenarı verilen ABC üçgenin alanı 20 br^2 dir. Bu üçgenin çizimini nasıl tamamlayabilirsin?



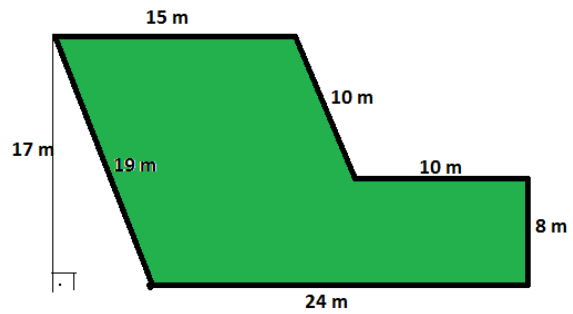
8) Alanı 60 cm^2 olan bir üçgeni nasıl oluşturabilirsin?

Çevre uzunlukları hakkında ne diyebilirsin?

Çizerken nelere dikkat ettin?

Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturabilir misin?

9) Bahçenizde şekildeki gibi bir alana çim ekeceksiniz. Çim tohumları metrekareye ortalama 40 gram serpilmeli. Buna göre kaç gram tohum almanız gerekir?



EK-8a. Ön Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

ÖN KLİNİK GÖRÜŞME SORULARININ ÜÇLÜ BİLEŞEN MODELİ BAĞLAMINDA ANALİZİ				
Alt Tema/Kod	Bileşenler	Düzeyley	Açıklama	Soru
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	Kavramsal	K3	Alanı tanımına uygun açıklayabilme	1.soru
		K2	Alanı somut örnek veya benzetim ile açıklayabilme	
		K1	Alan tanımına ilişkin açıklama yok	
	Sezgisel	S3	Sezgisel karşılaştırma	
		S2	Görsel odaklı karşılaştırma	
		S1	Tek boyuta göre karşılaştırma	
Standart Olmayan Birimlerle Ölçme	Kaplama fikri	Kavramsal	K3	2., 3. ve 4.sorular
			K2	
			K1	
	Ölçme birimini belirleme	Kavramsal	K3	
			K2	
			K1	
		Kavramsal	K3	
			K2	
			K1	
		Algoritmik	A3	
			A2	
			A1	
		Sezgisel	S3	
			S2	
			S1	

EK-8a (Devam). Ön Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

	Aynı niteliğe sahip birimleri seçme	Kavramsal	K3	Kare şeklinin kenar uzunlukları eşit olduğu için dikdörtgen şeklinin alan ölçümünde daha uygun olduğu fikri	2., 3. ve 4.sorular
			K2	Yüzeyde boşluk kalmaması fikrine sahip ancak benzer şekillerle ölçülebilme fikri	
			K1	Dikdörtgen birimin her zaman daha uygun olması	
		Algoritmik	A3	Dikdörtgenin alan formülünü kullanma	
			A2	Birimleri sayma	
			A1	Hatalı strateji kullanımı	
		Sezgisel	S3	Aynı niteliğe sahip birimde, şeklin özelliklerine görsel dikkat etme	
			S2	Aynı niteliğe sahip birimde görsel odaklı olma	
			S1	Görsel odaklı	
	Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme	Kavramsal	K3	Birimin alanı ile ölçülen yüzeyin alanını ilişkilendirme	8.soru
			K2	Bir satır ve bir sütun kaplama ile boyutları ilişkilendirme	
			K1	İlişkilendirme yok	
		Algoritmik	A3	Birimin uzunluğu ile ölçülen yüzeyin kenar uzunluklarını ilişkilendirmede bölme	
			A2	Bir satır ve bir sütun kaplama	
			A1	Tek tek birimleri yerleştirme	

EK-8a (Devam). Ön Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

		Sezgisel	S3	Sezgisel olarak birim değişikçe alan ölçüsü değişir	
			S2	Somut işlem ile satır-sütun yapılandırdıktan sonra birim değişikçe alan ölçüsü değişir öngörüsünde bulunabilme	
			S1	Somut işlemden sonra birim değişikçe alan ölçüsü değişir	
Standart Birimlerle Ölçme	Birim kare ile ölçme	Kavramsal	K3	Birim algısı ve satır-sütun ilişkilendirme var	5.soru
			K2	Birim algısı var ancak satır-sütun ilişkisi yok	
			K1	Alan ölçümünde birim kare algısı yok, alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü ve çizim stratejilerini kullanma	
			A2	Birim kareleri sayma	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak hatalı tahmin	
			S1	Tahmin yok	
	Birim uzunluğunu kullanarak ölçme	Kavramsal	K3	Birimin kenar uzunluğu ile ölçülen yüzeyin kenar uzunluklarını ilişkilendirme	6.soru
			K2	Birim kare fikri var ancak ilişkilendirme yok	
			K1	Birim kare fikri yok	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma	
			A2	Hatalı birim kare çizimi, alan formülünü hatalı kullanma	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	

EK-8a (Devam). Ön Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

	Alan korunumu	Kavramsal	K3	Alan korunumu var ve yeterli gerekçe sunma	7.soru
			K2	Alan korunumu var ancak yetersiz gerekçe sunma	
			K1	Alan korunumu yok	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü ve parçalama stratejisini kullanma	
			A2	Birim kareleri sayma	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	
Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	Tahmin ve alanı hesaplama	Kavramsal	K3	Satır-sütun ilişkisi kurma	9.soru
			K2	Tam kaplama fikri var ancak satır-sütun ilişkisi yok	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma	
			A2	Birim kareleri çizim ve sayma	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	
	Aynı alana sahip farklı şekiller oluşturma	Kavramsal	K3	Alan birimini anlamlandırma ve dik kenar uzunluklarının çarpımının alan ölçüsünü vereceği fikri	10.soru
			K2	Alan birimini anlamlandıramama	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Alan ölçüsünün çarpanlarını bulma	
			A2	Kenar uzunluklarını değer vererek bulma	
			A1	Çevre uzunluğu kabul edip kenar uzunlukları belirleme	

EK-8a (Devam). Ön Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

Birleşik ve düzgün olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	Birleşik şekillerin alanlarını bulma	Kavramsal	K3	Geometrik şekillerin parçalanabileceği fikri	11.soru
			K2	Tam kaplama fikri	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Parçalama stratejisi ve alan formülünü kullanma	
			A2	Parçalama stratejisi ve alan formülünü kullanma var ancak toplama alanı bulamama	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	
	Düzgün olmayan	Kavramsal	K3	Alanları ölçülebilir	12.soru
			K2	Bir yer kaplar ancak alanlarını ölçmek zor	
			K1	Alanları ölçülemez	

EK-8b. Ara Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

ARA KLİNİK GÖRÜŞME SORULARININ ÜÇLÜ BİLEŞEN MODELİ BAĞLAMINDA ANALİZİ				
Alt Tema/Kod	Bileşenler	Düzeyler	Açıklama	Soru
Alanı anlamlandırma ve alanları karşılaştırma	Kavramsal	K3	Sadece kapalı şekilleri seçme	1. ve 2.soru
		K2	Kapalı ancak düzgün şekilleri seçme	
		K1	Kapalı olmayan düzgün çizimleri seçme	
	Sezgisel	S3	Sezgisel karşılaştırma	
		S2	Görsel odaklı karşılaştırma	
		S1	Tek boyuta göre karşılaştırma	
Standart Olmayan Birimlerle Ölçme	Kaplama fikri	Kavramsal	K3	3.soru
			K2	
			K1	
	Ölçme birimini	Kavramsal	K3	
			K2	
			K1	
	Aynı niteliğe sahip birimleri seçme	Kavramsal	K3	4.soru
			K2	
			K1	
		Sezgisel	S3	
			S2	
			S1	

EK-8b (Devam). Ara Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

Standart Birimlerle Ölçme	Aynı niteliğe sahip birimlerle ölçme	Kavramsal	K3	Birim karenin alanı ile ölçülen yüzeyin alanını	4.soru
			K2	Bir satır ve bir sütun kaplama ile boyutları ilişkilendirme	
			K1	İlişkilendirme yok	
		Algoritmik	A3	Satır-sütun çarpımı	
			A2	Birim karelerin alanları toplamı	
			A1	Tek tek birimleri yerleştirme, birim kareleri sayma	
		Sezgisel	S3	Zihinde birim kareyi görselleştirme	
			S2	Birim karenin şekilsel özelliklerine odaklı olma	
			S1	Birimin boyutu ile ilgili sezgisel açıklama	
	Birim kare ile ölçme	Kavramsal	K3	Birim algısı ve satır-sütun ilişkilendirme var	6.soru
			K2	Birim algısı var ancak satır-sütun ilişkisi yok	
			K1	Alan ölçümünde birim kare ile ölçmede karmaşa	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma	
			A2	Çizim yapma ve satır-sütun çarpımı	
			A1	Birim kareleri sayma	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın veya eş	
			S2	Tahmin var ancak hatalı tahmin	
			S1	Tahmin yok	
	Birim uzunluğun	Kavramsal	K3	Birimin kenar uzunluğu ile ölçülen yüzeyin kenar	5.soru
			K2	Birim kare fikri var ancak ilişkilendirme yok	
			K1	Birim kare fikri yok	

EK-8b (Devam). Ara Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma, çizim yapma	
			A2	Birim kare çizimi, satır-sütun çarpımı	
		Sezgisel	A1	Birim kareleri tek tek sayma	
			S3	Sezgisel olarak birim değıştikçe alan ölçüsü değışir	
			S2	Birim kare çizimi ile satır-sütun yapılandırdıktan sonra	
			S1	Tek tek birim kare çizimi sonra birim değıştikçe alan ölçüsü	

Birim karelerden dikdörtgenin boyutlarına geçiş	Tahmin ve alanı hesaplama	Kavramsal	K3	Birim karenin boyutları ile dikdörtgenin boyutlarını	9.soru
			K2	Birim karenin kenar uzunluğu ile dikdörtgenin kenar	
			K1	Birim karenin boyutları ile dikdörtgenin boyutlarını	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma	
			A2	Satır-sütun yapılandırma ile çarpım	
			A1	Birim kareleri çizim ve sayma	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	

EK-8b (Devam). Ara Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	Aynı alana sahip farklı şekiller	Kavramsal	K3	Paralelkenar ile dikdörtgen ilişkilendirme yaparak dik.	7.soru
			K2	Paralelkenar ile dikdörtgen ilişkilendirme kurmadan dik.	
			K1	Dikdörtgenin alan formülünü genelleme	
		Algoritmik	A3	Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma ve dik. alan	
			A2	Paralelkenarı dikdörtgen olarak yapılandırma ve birim kareleri	
			A1	Farklı kenar uzunluklarını çarpma	
		Sezgisel	S3	Paralelkenarı dikdörtgen olarak zihinsel görselleştirme	
			S2	Paralelkenarı dikdörtgen olarak çizim ile görselleştirme	
			S1	Görselleştirme yok	
		Kavramsal	K3	Geometrik şekillerin parçalanabileceği fikri	8.soru
			K2	Tam kaplama fikri	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Parçalama stratejisi ve alan formülünü kullanma	
			A2	Parçalama stratejisi ve alan formülünü kullanma var ancak toplam alanı bulamama	
			A1	Çevre uzunluğunu hesaplama	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	

EK-8b (Devam). Ara Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

Üçgenin alan bağıntısını hissetme	Alanları karşılaştırma ve alanı hesaplama	Kavramsal	K3	Üçgen ile dikdörtgeni ilişkilendirme yaparak dikdörtgen yapılandırma	10.soru
			K2	Üçgen ile dikdörtgen ilişkilendirme kurmadan dikdörtgen yapılandırma	
			K1	Dikdörtgenin alan formülünü genelleme	
		Algoritmik	A3	Üçgeni dikdörtgen olarak yapılandırma ve dikdörtgen alan formülü ile yarısını bulma	
			A2	Birim kare çizimi ve sayma	
			A1	Kenar uzunluklarını çarpma	
		Sezgisel	S3	Üçgeni dikdörtgen olarak zihinsel görselleştirme	
			S2	Üçgeni dikdörtgen olarak çizim ile görselleştirme	
			S1	Görselleştirme yok	
Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenler oluşturma		Kavramsal	K3	Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı alanlara sahip dikdörtgenler olabileceği fikri	11.soru
			K2	Aynı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenlerin alanlarının aynı olabileceği fikri	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Çevre uzunluğunun yarısı ile dik kenar uzunluklarının toplamını bulma ve alan formülünü kullanma	
			A2	Değer vererek dik kenar uzunluklarını bulma ve alan formülünü kullanma	
			A1	Çevre uzunluğunun çarpanlarını bulma	

EK-8c. Son Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

SON KLİNİK GÖRÜŞME SORULARININ ÜÇLÜ BİLEŞEN MODELİ BAĞLAMINDA ANALİZİ					
Alt Tema/Kod		Bileşenler	Düzeyler	Açıklama	Soru
Dikdörtgenin Alanını Ölçme	Tahmin ve Alanı hesaplama	Kavramsal	K3	Dikdörtgenin alan ölçümü ile alan formülünü ilişkilendirme	1.soru
			K2	Dikdörtgenin alan ölçümü ile alan formülünü ilişkilendirme var ancak yetersiz gerekçe	
			K1	Dikdörtgenin alan ölçümü ile alan formülünü ilişkilendirme yok	
		Algoritmik	A3	Alan formülünü kullanma	
			A2	Satır-sütun yapılandırma ile çarpım	
			A1	Birim kareleri çizim ve sayma	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	
	Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler oluşturma	Kavramsal	K3	Alan birimini anlamlandırma ve dik kenar uzunluklarının çarpımının alan ölçüsünü vereceği fikri	1.soru
			K2	Alan birimini anlamlandıramama	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Alan ölçüsünün çarpanlarını bulma	
			A2	Kenar uzunluklarını değer vererek bulma	
			A1	Çevre uzunluğu kabul edip kenar uzunlukları belirleme	

EK-8c (Devam). Son Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

	Farklı birim karelerle alan ölçme	Kavramsal	K3	Şekillerin alanları farklı birim karelerle ölçülebilir	2.soru
			K2	Şekillerin alanları sadece 1 santimetrekarelik birim karelerle ölçülebilir	
			K1	Alan-çevre karmaşası	
		Algoritmik	A3	Parçalama ve alan formülünü kullanma	
			A2	Birim karenin alanı ile birim kare sayısının çarpımı	
			A1	Birim kareleri sayma	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	
Düzensiz olmayan şekillerin alanlarını hesaplama	Tahmin ve Alanı hesaplama	Kavramsal	K3	Düzensiz olmayan şekillerin alanları ölçülebilir	3.soru
			K2	Düzensiz olmayan şekillerin alanları sadece birim karelerle ölçülebilir	
			K1	Düzensiz olmayan şekillerin alanları ölçülemez	
		Algoritmik	A3	Parçalama ve farklı şekillerin alan bağıntılarını kullanma	
			A2	Satır-sütun yapılandırma ile birim kare çizimi ve çarpım	
			A1	Birim kare çizimi ve tek tek sayma	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	

EK-8c (Devamı). Son Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

	Paralelkenar oluşturma	Kavramsal	K3	Paralelkenara ilişkin şekil bilgisi ve dikdörtgen ile ilişki kurma	4.soru
			K2	Paralelkenara ilişkin şekil bilgisi var ancak dikdörtgen ilişki kurma yok	
			K1	Paralelkenar ve dikdörtgenin benzer şekiller olduğu fikri	
Paralelkenarın alanını ölçme		Algoritmik	A3	Paralelkenarın alan bağıntısını kullanma	
			A2	Dikdörtgen yapılandırma ve dikdörtgenin alan formülünü kullanma	
			A1	Farklı kenar uzunluklarının çarpımı	
		Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	
	Paralelkenarın alanını hesaplama	Kavramsal	K3	Paralelkenarın alan ölçümü ile alan bağıntısını ilişkilendirme	5.soru
			K2	Paralelkenarın alan ölçümü ile alan bağıntısını ilişkilendirme var ancak yetersiz gerekçe	
			K1	Dikdörtgenin alan formülünü genelleme	
		Algoritmik	A3	Paralelkenarın alan bağıntısını kullanma	
			A2	Dikdörtgen yapılandırma ve dikdörtgenin alan formülünü kullanma	
			A1	Farklı kenar uzunluklarının çarpımı	

EK-8c (Devam). Son Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

	Aynı alana sahip farklı paralelkenarlar oluşturma	Sezgisel	S3	Tahmin var ve gerçek ölçüme yakın	6.soru
			S2	Tahmin var ancak gerçek ölçüme uzak	
			S1	Tahmin yok	
		Kavramsal	K3	Yükseklik ile taban uzunluklarının çarpımının alan	
			K2	Satır-sütun ilişkisi kurma	
			K1	Alan birimini anlamlandıramama	
		Algoritmik	A3	Alan ölçüsünün çarpanlarını kullanarak yükseklik-taban uzunluklarını belirleme	
			A2	Dikdörtgen yapılandırma ile alan formülünü kullanma	
			A1	Alan ölçüsünün çarpanlarını kullanarak farklı kenar uzunluklarını belirleme	

Üçgenin alanını ölçme	Üçgenin alanını hesaplama	Kavramsal	K3	Üçgenin alan ölçümü ile alan bağıntısını ilişkilendirme	7.soru
			K2	Üçgenin alan ölçümü ile alan bağıntısını ilişkilendirme var ancak vetersiz gerekçe	
			K1	Dikdörtgenin alan formülünü genelleme	
		Algoritmik	A3	Üçgenin alan bağıntısını kullanma	
			A2	Dikdörtgen yapılandırma ve dikdörtgenin alan formülünü kullanma	
			A1	Farklı kenar uzunluklarının çarpımı	
		Sezgisel	S3	Çeşitlerine göre farklı üçgen çizimleri	
			S2	Prototip üçgen çizimleri	
			S1	Her üçgen dikdörtgenin yarısıdır düşüncesi	

EK-8c (Devam). Son Klinik Görüşme Sorularının Üçlü Bileşen Çerçevesinde Analizi

Birleşik şekillerin alanlarını hesaplama	Aynı alana sahip farklı üçgenler oluşturma	Kavramsal	K3	Yükseklik ile taban uzunluklarının çarpımının yarısının alan ölçüsünü vereceği fikri	8.soru
			K2	Satır-sütun ilişkisi kurma	
			K1	Dikdörtgenin alan formülünü genelleme	
		Algoritmik	A3	Alan ölçüsünün çarpanlarını bularak yükseklik-taban uzunluklarını belirleme, paralelkenar yapılandırma	
			A2	Dikdörtgen yapılandırma ile alan formülünü kullanma	
			A1	Alan ölçüsünün çarpanlarını bularak farklı kenar uzunluklarını belirleme	
		Kavramsal	K3	Alan ölçümünü farklı şekillerin alan bağıntıları ile ilişkilendirme	9.soru
			K2	Alan ölçümünde dikdörtgen odaklı	
			K1	Geometrik şekiller parçalanamaz	
		Algoritmik	A3	Parçalama, dikdörtgen, paralelkenar ve üçgenin alan	
			A2	Şekli dikdörtgene tamamlama, dikdörtgenin alan formülü kullanma ve boş bölge üçgenlerin hatalı alan hesabı	
			A1	Şekli dikdörtgene tamamlama ancak boş bölgelerin alanlarını çıkarma yok	
		Sezgisel	S3	Birleşik şekli farklı şekiller olarak zihinsel görselleştirme	
			S2	Birleşik şekli sadece dikdörtgen odaklı görselleştirme	
			S1	Görselleştirme yok	

ÖZ GEÇMİŞ

Adı Soyadı : Büşra ÖZTÜRK

Yabancı Dil : İngilizce

Eğitim

- 2019-2025, Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Eğitimi Doktora Programı
- 2015-2017, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Enstitüsü, İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı (Tezli)
- 2010-2014, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı

Mesleki Geçmişi

2015-Halen, İlköğretim Matematik Öğretmeni, Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]

Yayınları

- Öztürk, B. & Kurtuluş, A. (2017). Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel farkındalık düzeyi ile matematik öz yeterlik algısının matematik başarısına etkisi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (31), 762-778.