

T.C.
MUNZUR ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



**BIANCHI TİPİ VI_0 EVREN MODELİ İÇİN YENİ TSALLİS
HOLOGRAFİK KARANLIK ENERJİ MODELİ VE SKALER ALANLAR**

Çilem SÖĞÜT

YÜKSEK LİSANS TEZİ
HESAPLAMALI BİLİMLER VE MÜHENDİSLİK ANABİLİMDALI

DANIŞMAN
Prof. Dr. Murat KORUNUR

TUNCELİ-2026

T.C.
MUNZUR ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**BIANCHI TİPİ VI_0 EVREN MODELİ İÇİN YENİ TSALLİS HOLOGRAFİK
KARANLIK ENERJİ MODELİ VE SKALER ALANLAR**

Çilem SÖĞÜT
(230210014)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
HESAPLAMALI BİLİMLER VE MÜHENDİSLİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN
Prof. Dr. Murat KORUNUR

TUNCELİ – 2026

T.C.
MUNZUR ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**BIANCHI TİPİ VI_0 EVREN MODELİ İÇİN YENİ TSALLİS HOLOGRAFİK
KARANLIK ENERJİ MODELİ VE SKALER ALANLAR**

Çilem SÖĞÜT
YÜKSEK LİSANS TEZİ
HESAPLAMALI BİLİMLER ve MÜHENDİSLİK A.B.D.

Bu tez 06/ 01 / 2026 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından **oybirliği** ile kabul edilmiştir.

İmza:.....	İmza:.....	İmza:.....
Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN (Batman Üniversitesi)	Prof. Dr. Murat KORUNUR (Munzur Üniversitesi)	Dr.Öğr.Üyesi Bilgin ZENGİN (Munzur Üniversitesi)
BAŞKAN	DAN	ÜYE

Bu tez, Enstitümüz Hesaplamalı Bilimler ve Mühendislik Anabilim Dalı' nda hazırlanmıştır.

Doç. Dr. Nagihan KARAASLAN AYHAN
Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı "Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu"ndaki hükümlere tabidir.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Öğrenci
Çilem SÖĞÜT

İmza Danışman
Murat KORUNUR

TEŞEKKÜRLER

Yüksek lisansa başladığım günden itibaren saat mefhumu gözetmeksizin nezaket gösterip engin bilgi ve tecrübelerini cömertçe sunan, her daim desteğini esirgemeyen, öğretmekten keyif alan ve öğrenmeyi keyifli hale getiren, bana kendimi çok şanslı hissettiren, yoluma ışık tutan çok kıymetli danışmanım sayın Prof. Dr. Murat Korunur' a minnettarım, kendisine sonsuz teşekkürler ve de sonsuz saygılar. Yüksek lisans sürecimde bilgisi, güdüleyici yaklaşımı ve samimiyetiyle varlığını çok hissettiğim sayın Doç. Dr. Sibel KORUNUR' a ve sürecin başından beri engin bilgi ve tecrübelerini aktarmak için fırsat oluşturabilen ve bu fırsatları değerlendirme imkanı sunan çok kıymetli hocam sayın Doç. Dr. İnan ÜNAL' a sonsuz teşekkür ederim.

Annem ve babam; yüksek lisans yapmam için, kendimi geliştirmem için, beni hep güdüledikleri için onlara minnettarım. Her daim yanımda olduklarından dolayı özellikle de benimle birlikte sürecin parçası olan biricik çok güzel kızım Pırıl ve eşim Deniz SÖĞÜT' e çok teşekkür ederim.

Çilem SÖĞÜT
TUNCELİ - 2026

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEŞEKKÜRLER	I
İÇİNDEKİLER	II
ŞEKİLLER LİSTESİ	III
SEMBOLLER LİSTESİ	IV
KISALTMALAR LİSTESİ	V
ÖZET	VI
ABSTRACT	VII

1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR VE METOD	5
2.1. Önceki Çalışmalar	5
2.2. Metot	14
2.2.1. Einstein Alan Denklemleri	15
2.2.2. Tsallis Holografik Karanlık Enerji (THKE).....	17
2.2.3. Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE).....	19
2.2.4. Skaler alan modelleri	20
2.2.4.1. Takyon alanı	21
2.2.4.2. Quintessence alanı.....	22
2.2.4.3. k -essence alanı	23
3. HESAPLAMA VE BULGULAR	25
3.1. Friedmann Denklemleri	26
3.2. Üstel Genişleme (ÜG) Modeli ve YTHKE	28
3.2.1. YTHKE'nin skaler alanlarla ilişkisi	30
3.2.1.1. Takyon alanı	30
3.2.1.2. Quintessence alanı.....	32
3.2.1.3. k -essence alanı.....	34
3.3. Kuvvet Yasası Genişlemesi (KYG) Modeli	37
3.3.1. YTHKE'nin Skaler Alanlarla İlişkisi	39
3.3.1.1. Takyon alanı	39
3.3.1.2. Quintessence alanı.....	41
3.3.1.3. k -essence alanı	43
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	46
5. KAYNAKLAR	53
ÖZGEÇMİŞ	

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Bazı Tsallis parametrelerine göre durum denklemi parametresinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	30
Şekil 3.2. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyonik kinetik enerji teriminin üstel genişleme modeli için zaman içindeki davranışı.	31
Şekil 3.3. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyon skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	32
Şekil 3.4. Bazı k parametrelerine göre quintessence kinetik enerji teriminin üstel genişleme modeli için zaman içindeki davranışı.	33
Şekil 3.5. Bazı Tsallis parametrelerine göre quintessence skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	34
Şekil 3.6. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler olmayan kinetik enerji ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	35
Şekil 3.7. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	36
Şekil 3.8. Bazı Tsallis parametrelerine göre durum denklemi parametresinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	38
Şekil 3.9. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyon alanı için kinetik enerji teriminin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	39
Şekil 3.10. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyonik alanın skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	40
Şekil 3.11. Bazı k parametrelerine göre quintessence kinetik enerji teriminin kuvvet genişleme modeli için zaman içindeki davranışı.	41
Şekil 3.12. Bazı Tsallis parametrelerine göre quintessence skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	42
Şekil 3.13. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler olmayan kinetik enerji ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	44
Şekil 3.14. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı.	45

SEMBOLLER LİSTESİ

$G_{\mu\nu}$	: Einstein Tensörü
$g_{\mu\nu}$	: Metrik Tensörü
G	: Evrensel Kütleçekim Sabiti
H	: Hubble Sabiti
$R_{\mu\nu}$	: Ricci tensörü
R	: Ricci skaleri
$T_{\mu\nu}$	: Enerji-Momentum Tensörü
ω	: Durum Denklemi Parametresi
ρ	: Enerji Yoğunluğu
p	: Basınç
δ	: Tsallis parametresi
ϕ	: Skaler Alan
$\dot{\phi}^2$	: Kinetik Enerji Terimi
$V(\phi)$	: Potansiyel Enerji Terimi
$\mathcal{L}_k$	: Lagrange yoğunluğu

KISALTMALAR LİSTESİ

BAO	: Baryonik Akustik Salınım
CMB	: Kozmik Mikrodalga Arka Plan Işıması
HDE	: Holografik Dark Enerji
HKE	: Holografik karanlık enerji
IR	: Düşük Enerji
KYG	: Kuvvet Yasası Genişlemesi
LSST	: Euclid, Rubin Gözlemevi
<i>MHRKE</i>	: Modifiye Holografik Ricci Karanlık Enerji
SDSS	: Sloan Dijital Gökyüzü Araştırması
SNla	: Type Ia süpernova
THKE	: Tsallis holografik karanlık enerji
ÜG	: Üstel Genişleme
YTHKE	: Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji
Λ CDM	: Lambda Cold Dark Matter

ÖZET

Bu tezde, evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak amacıyla önerilen Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE) modeli, anizotropik Bianchi Tipi VI_0 evren geometrisi altında ele alınmıştır. Çalışmada öncelikle karanlık enerji problemi, holografik ilke ve Tsallis entropisine dayalı karanlık enerji modellerinin kuramsal temelleri ayrıntılı biçimde sunulmuş; ardından YTHKE modelinin matematiksel yapısı tanımlanmıştır. Anizotropik uzay-zaman geometrisi için Einstein alan denklemleri türetilmiş ve YTHKE enerji yoğunluğu ile durum denklemleri parametresi bu çerçevede hesaplanmıştır. Tezin temel yaklaşımı, YTHKE modelinin skaler alan teorileriyle yeniden inşa edilmesine dayanmaktadır. Bu kapsamda takyon alanı, quintessence alanı ve k-essence alanı olmak üzere üç farklı skaler alan modeli ele alınmış; her bir alan için enerji yoğunluğu, kinetik terimler ve potansiyel fonksiyonlar YTHKE modeliyle ilişkilendirilmiştir. İncelemeler hem üstel genişleme hem de kuvvet yasası genişleme senaryoları altında gerçekleştirilmiştir. Her iki genişleme biçimi için durum denklemleri parametresinin zamana bağlı evrimi incelenmiş, model parametrelerine bağlı olarak elde edilen davranışlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen denklemler yardımıyla skaler alanların kinetik ve potansiyel enerji terimleri açık biçimde türetilmiş ve bu büyüklüklerin zamanla değişimi grafikler aracılığıyla gösterilmiştir. Analizler, YTHKE modelinin farklı parametre seçimleri altında kozmolojik sabit sınırı, quintessence bölgesi ve fantom bölgesini kapsayan bir dinamik sunduğunu ortaya koymaktadır. Anizotropik Bianchi Tipi VI_0 evreninde, erken evrede yönsel farklılıkların belirgin olduğu, ilerleyen evrelerde ise modelin daha yöndeş bir davranış sergilediği görülmektedir.

Anahtar kelimeler: Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji, Bianchi Tipi VI_0 Evren Modeli, Skaler Alan Yeniden İnşası

ABSTRACT

(New Tsallis Holographic Dark Energy Model and Scalar Fields for the Bianchi Type VI_0 Universe Model)

In this thesis, the New Tsallis Holographic Dark Energy (NTHDE) model, proposed to explain the accelerated expansion of the universe, is examined within the framework of an anisotropic Bianchi Type VI_0 cosmological geometry. The study first presents in detail the theoretical foundations of the dark energy problem, the holographic principle, and dark energy models based on Tsallis entropy; subsequently, the mathematical structure of the NTHDE model is formulated. The Einstein field equations are derived for the anisotropic spacetime geometry, and the NTHDE energy density together with the equation-of-state parameter are calculated within this framework. The main approach of the thesis is based on reconstructing the NTHDE model through scalar field theories. In this context, three different scalar field models—tachyon, quintessence, and k-essence—are considered, and for each model the energy density, kinetic terms, and potential functions are established in correspondence with the NTHDE framework. The analyses are carried out under both exponential expansion and power-law expansion scenarios. For each expansion scheme, the time evolution of the equation-of-state parameter is investigated, and the resulting behaviors are compared for different model parameters. Using the derived equations, the kinetic and potential energy terms of the scalar fields are explicitly obtained, and their time evolution is illustrated through graphical representations. The analyses indicate that the NTHDE model exhibits a dynamical behavior spanning the cosmological constant limit, the quintessence regime, and the phantom regime, depending on the choice of model parameters. In the anisotropic Bianchi Type VI_0 universe, directional anisotropies are prominent in the early evolutionary stages, while at later times the model exhibits a more isotropic behavior.

Keywords: New Tsallis Holographic Dark Energy, Bianchi Type VI_0 Universe Model, Scalar Field Reconstruction

1. GİRİŞ

1990'ların sonunda yapılan astrofizik gözlemler, evrenin genişleme hızının zamanla azalmayıp aksine hızlandığını ortaya koyarak kozmolojide devrim niteliğinde bir keşfe yol açmıştır. Özellikle uzak tip Ia süpernova patlamalarının parlaklık mesafelerinin beklenenden daha büyük olduğunun gözlenmesi, evrenin yaklaşık son 5-6 milyar yıldır ivmelenerek genişlediğinin doğrudan kanıtını sunmuştur. Bu bulgu, Saul Perlmutter, Brian Schmidt ve Adam Riess öncülüğündeki süpernova ekiplerinin 1998 yılında yayımladıkları sonuçlarla duyurulmuş ve o zamana dek kütleçekimin frenleyici etkisi altında yavaşlaması gereken genişlemenin, gizemli bir karanlık enerji bileşeni nedeniyle hızlanıyor olabileceğini düşündürmüştür (Reiss ve ark., 1998). Süpernova gözlemlerinin ardından, kozmik mikrodalga arka plan ışımasının (CMB) ayrıntılı haritaları ve galaksi dağılımlarındaki baryonik akustik salınım (BAO) izleri gibi bağımsız kanıtlar da karanlık enerjinin varlığını desteklemiştir. WMAP ve Planck uydularının CMB üzerindeki hassas ölçümleri, evrenin geometrisinin büyük ölçüde Öklidyen (düz) olduğunu göstermiştir (Hinshaw ve ark., 2013; Aghanim ve ark., 2018). Düz bir evren, genel görelilik altında toplam madde-enerji yoğunluğunun kritik değere eşit olduğunu ima eder; oysa gözlemlenen madde (hem atomik baryonik madde hem de karanlık madde) bu kritik yoğunluğun yalnızca yaklaşık %30'unu oluşturmaktadır. Kalan ~%70'lik kısım, CMB verilerine göre evrende karanlık enerji olarak adlandırılan ve basınca sahip olmayan maddeden farklı bir enerji formuna atfedilmektedir. Benzer şekilde, Sloan Dijital Gökyüzü Araştırması (SDSS) gibi büyük ölçekli gökada araştırmalarından elde edilen BAO sinyali, evrenin genişleme tarihçesinin ivmelenme dönemi içerdiğini ve madde yoğunluğu ile önemli bir karanlık enerji katkısı gerektiğini doğrulamaktadır (Alam ve ark., 2021). Bu çeşitli ve birbirinden bağımsız gözlemsel bulgular, kozmolojide "karanlık enerji probleminin doğmasına yol açmıştır. Karanlık enerji, evrenin günümüzdeki toplam enerji bütçesinin yaklaşık üçte ikisini oluşturduğu hesaplanan, yerçekimini itici (negatif basınçlı) bir bileşendir. Ancak doğası itibariyle karanlık enerji, Standart Model ile açıklanamayan yeni bir fizik bileşenidir ve kozmolojik sabit ile skaler alan modelleri dâhil olmak üzere birçok kuramsal modelle açıklanmaya çalışılmaktadır.

Karanlık enerjinin en basit açıklaması, Einstein'ın alan denklemlerine eklediği kozmolojik sabit terimidir. Nitekim, Einstein 1917'de statik bir evren modeli elde etmek amacıyla alan denklemlerine Λ sembolüyle bir sabit eklemiş, ancak evrenin genişlediğinin keşfedilmesiyle bu terimi "en büyük hata"sı olarak nitelendirerek terk etmiştir. Sonradan

anlaşıldı ki, Einstein'ın kozmolojik sabiti aslında boş uzayın enerjisini (vakum enerjisi yoğunluğunu) temsil eden bir terim olarak yorumlanabilir. Λ CDM modeli olarak bilinen ve Λ terimini karanlık enerji olarak içeren “Lambda Soğuk Karanlık Madde” modeli, günümüzde standart kozmolojik model olarak gözlemlerle başarılı biçimde uyumaktadır. Bu modelde Λ terimi zamanla değişmez ve basitçe uzayı her yerde homojen şekilde dolduran sabit bir enerji yoğunluğuna karşılık gelir (Weinberg, 1989). Bununla birlikte, kozmolojik sabit yorumu ciddi ince ayar (fine-tuning) ve kozmik tesadüf problemleri barındırmaktadır. Teorik olarak beklenen vakum enerjisi yoğunluğuyla gözlemlenen Λ değeri arasında devasa bir uyumsuzluk vardır (120 mertebesinde bir büyüklük farkı), ve neden karanlık enerjinin tam da günümüz evreninde maddeyle aynı mertebeden bir yoğunluğa sahip olduğu açıklanmaya muhtaçtır. Bu nedenle, kozmolojik sabit dışında dinamik karanlık enerji modelleri geliştirilmiştir. Bu modeller, karanlık enerjinin zamanla değişen bir skaler alan (örneğin quintessence gibi) olabileceğini öne sürer. Kısacası, karanlık enerji problemi modern kozmolojinin en önemli açık sorunlarından biridir ve hem gözlemsel hem de kuramsal cephede yoğun araştırma konusu olmaya devam etmektedir.

Karanlık enerjinin en basit açıklaması, Einstein'ın alan denklemlerine eklenen kozmolojik sabittir. Ancak bu yaklaşım, vakum enerjisinin teorik tahmini ile gözlemlenen değer arasındaki devasa uyumsuzluk nedeniyle ciddi “ince ayar” ve “kozmetik tesadüf” problemlerini gündeme getirmiştir (Carroll, 2001). Bu nedenle, karanlık enerjiyi açıklamak için dinamik ve alternatif modellere ihtiyaç duyulmuştur.

Albert Einstein'ın genel görelilik kuramı, kütle ve enerjinin uzay-zamanın geometrisini belirlediği fikrine dayanmaktadır (Einstein, 1916). Evrenin homojen ve izotropik olduğu varsayıldığında, genel görelilik denklemleri Friedmann modelleriyle ifade edilir. Bu modeller, evrenin genişleme hızını ve ivmelenmesini içeriklerle ilişkilendirmektedir (Weinberg, 2008). Genel görelilik altında negatif basınca sahip bir bileşen, evrenin hızlanmasını sağlayabilir. Bu nedenle karanlık enerji, evrenin gözlenen ivmelenmesini açıklayan negatif basınçlı bir enerji formu olarak tanımlanmaktadır. Standart model olan Λ CDM, bu bileşeni kozmolojik sabitle özdeşleştirir. Ancak yukarıda değinildiği gibi, bu yorumun ciddi teorik sorunları vardır.

Karanlık enerjiye yönelik alternatif açıklamalar, yalnızca gözlemlerden değil, temel fizik ilkelerinden de türetilmektedir. Bunlardan en önemlisi holografik ilkedir. Kara delik termodinamiği çalışmaları, entropinin olay ufku yüzey alanı ile orantılı olduğunu

göstermiştir (Bekenstein, 1973; Hawking, 1975). Bu, bir sistemin bilgi içeriğinin hacimsel değil, yüzeysel olduğunu ima etmektedir. Holografik ilke, 't Hooft (1993) ve Susskind (1995) tarafından kuantum kütleçekim bağlamında geliştirilmiştir. Bu ilkeye göre, evrendeki tüm fiziksel bilgi, sınır yüzeylerde kodlanmış olabilir. Bu fikir, sicim teorisi ve AdS/CFT bağıntısı gibi çerçevelerde de destek bulmuştur (Maldacena, 1997). Kozmolojiye uygulandığında holografik ilke, evrende mevcut enerji yoğunluğuna bir sınır koymaktadır (Cohen, Kaplan ve Nelson, 1999). Böylece karanlık enerjinin evrensel büyüklüğü için yeni bir açıklama zemini sunulmaktadır.

Holografik modellerin temelinde entropi tanımı bulunmaktadır. Bekenstein-Hawking entropisi kara delikler için klasik formdur. Ancak farklı koşulları açıklamak üzere Rényi, Sharma-Mittal ve Tsallis entropisi gibi genelleştirilmiş tanımlar geliştirilmiştir. Tsallis entropisi, Boltzmann-Gibbs entropisinin non-ekstensif bir genelleştirmesidir ve özellikle uzun menzilli etkileşimlerin var olduğu sistemlerde başarılıdır (Tsallis, 1988). Kozmolojik bağlamda bu entropi, klasik entropiden daha esnek bir modelleme imkânı sunmaktadır. Kara deliklerin ve evrenin termodinamiğini açıklamada Tsallis yaklaşımı ilgi çekmiş ve son yıllarda holografik karanlık enerji modellerine uygulanmaya başlanmıştır (Tsallis ve Cirto, 2013). Tsallis entropisinin holografik ilke ile birleştirilmesi sonucunda Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (NTHDE) modeli geliştirilmiştir. Bu model, klasik holografik enerji yoğunluğunun genel bir formunu sunmakta ve ek parametreler aracılığıyla gözlemlerle uyumlu daha esnek sonuçlar vermektedir (Saridakis, 2018). NTHDE modeli, kozmolojik sabitin sabit yapısını aşarak dinamik bir davranış ortaya koyabilmekte, durum denklemi parametresinin zamanla değişmesine izin vermektedir. Bu sayede model, hem quintessence-benzeri hem de fantom-benzeri evrimleri aynı çatı altında barındırabilmektedir (Sharma ve ark., 2022).

Kozmolojik modellerin çoğu izotropik ve homojen evreni esas alır. Ancak erken evrende anizotropilerin önemli rol oynamış olabileceği düşünülmektedir. Bu nedenle Bianchi Tipi gibi anizotropik evren modelleri geliştirilmiştir. Bianchi Tipi VI_0 evreni, belirli eksenlerde farklı genişleme hızlarına sahip homojen ama anizotropik bir yapıyı temsil eder (Reddy ve Venkateswarlu, 1989). Bu model, karanlık enerji senaryolarını anizotropik koşullar altında test etme imkânı sunar. Literatürde yapılan çalışmalar, karanlık enerjinin baskın hale gelmesiyle evrenin geç dönemde yeniden izotropik hale döndüğünü göstermektedir (Akarsu ve Kilinc, 2010).

Karanlık enerjiyi açıklamak için en yaygın yöntemlerden biri skaler alan modelleridir. Bu modeller, dinamik potansiyeller aracılığıyla evrenin hızlanan genişlemesini açıklamaya çalışır. Quintessence, potansiyel enerjinin baskın olduğu yavaş yuvarlanan bir skaler alan yaklaşımıdır (Caldwell, Dave ve Steinhardt, 1998). Takyon alanı, sicim teorisinden türetilmiş olup farklı kinetik yapısıyla dikkat çeker (Sen, 2002). k-essence ise kinetik terimlerin baskın olduğu daha genel bir yaklaşımdır (Armendariz-Picon, Mukhanov ve Steinhardt, 2000). Bu üç model, karanlık enerjinin farklı evrim senaryolarını açıklamakta kullanılır. Ayrıca phantom ve quintom gibi özel modeller, durum denklemi parametresinin sınırını geçmesine izin verir.

Skaler alan modellerinin karanlık enerji senaryolarına uygulanmasında rekonstrüksiyon yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntem, gözlemlerden elde edilen genişleme tarihçesine veya durum denklemi parametresine karşılık gelen bir skaler alan potansiyeli inşa etmeyi amaçlar (Saini ve ark., 2000). Holografik karanlık enerji ve özellikle NTHDE modeli için rekonstrüksiyon, modelin yalnızca fenomenolojik değil, aynı zamanda alan teorisi düzeyinde de karşılık bulduğunu göstermektedir (Mahanta ve Das, 2022). Böylece kuramsal çerçeve, gözlemsel verilerle desteklenen daha sağlam bir zemine kavuşmaktadır.

Karanlık enerji problemi, modern kozmolojinin en büyük gizemlerinden biridir. Genel görelilik, holografik ilke, genelleştirilmiş entropiler ve skaler alan modelleri bu sorunun farklı yönlerini açıklamaya çalışmaktadır. Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE) modeli, tüm bu yaklaşımları bir araya getirerek teorik ve gözlemsel düzeyde güçlü bir aday sunmaktadır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR VE METOT

2.1. Önceki Çalışmalar

Literatürde Bianchi Tipi VI_0 evren modelleri sıkça çalışılmaktadır. Bu kısımda literatürde yer alan ve ele alınan modelin geçtiği çalışmalar ile ilgili bir tarihsel bir gözden geçirme verilmektedir.

Reddy ve arkadaşları (1989) hazırladıkları makalede, Barber'ın ikinci öz-yaratma kuramı altında Bianchi Tipi VI_0 evren modelleri çalışılmıştır. Boşluk ve mükemmel akışkan ($p = \rho$) durumları analiz edilen çalışmada skaler alanın yerçekimini doğrudan etkilemeyip sadece enerji-momentum tensörünü ölçeklendirilir. Öz-yaratma kuramının Bianchi VI_0 evreninde geçerli çözümler sunulduğu gösterilmektedir.

Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında viskoz akışkan içeren bazı kozmolojik modeller incelenmiştir (Patel ve Koppa, 1991). Einstein alan denklemleri, anizotropik genişleme ve kayma içeren viskoz sıvı dağılımı varsayımıyla çözülerek dört farklı model elde edilmiştir. Çözümler, basınç, enerji yoğunluğu ve viskozite katsayısı gibi fiziksel parametreler açısından analiz edilmiştir.

Tikekar ve Patel (1994), Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında kozmik sicim içeren ve manyetik alanın etkisi altındaki evren modelleri için Einstein alan denklemlerinin bazı yeni tam çözümlerini sunmuşlardır. Hem manyetik alanlı hem de manyetik alansız durumlar için farklı metrik çözümleri incelenmiş; genişleme, kesme (shear), enerji yoğunluğu gibi kozmolojik parametreler belirlenmiştir.

Bali ve ark. (2008) Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında, manyetik alan ve kütleli kozmolojik sicimlerin varlığında, yığın viskoz akışkan içeren bazı tam çözümler elde etmişlerdir. Alan denklemleri çözülerek farklı durumlar için metrik fonksiyonlar ve fiziksel parametreler belirlenmiş; enerji yoğunluğu, sicim gerilme yoğunluğu, genişleme, kayma, hacim ve yavaşlama parametresi gibi büyüklüklerin davranışı incelenmiştir.

Verma ve Ram tarafından (2011), zamanla değişen kütleçekim sabiti (G) ve kozmolojik sabit (Λ) içeren yığın viskozite etkisi altındaki Bianchi Tipi VI_0 modeli, genişleme skalerinin kayma skaleriyle orantılı olması, yığın viskozite katsayısının enerji yoğunluğu ile kuvvet bağıntısı, barotropik hal denklemi varsayımlarıyla incelenir. Bu

modelin evrenin ivmeli genişlemesini açıklayan tip Ia süpernova gözlemleriyle uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır.

Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında yöndeş olmayan karanlık enerji modelleri analiz edilmiştir (Adhav ve ark. 2011). Einstein denklemleri, yöndeş olmayan basınca sahip bir akışkan altında çözülüp bazı koşullar altında evrenin yöndeş hale gelebileceği; diğer durumlarda ise yöndeşsizliğin korunabileceği gösterilmiştir. Bu çalışmada üstel hacimsel genişleme ve güç yasası genişleme şeklinde iki farklı genişleme senaryosu ele alınmıştır.

Sharif ve Kausar (2011) Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında, genişletilmiş $f(R)$ kütleçekimi çerçevesinde Einstein alan denklemlerinin vakum dışı çözümlerini elde etmişlerdir. Yöndeş ve yöndeş olmayan akışkanlar olmak üzere iki farklı madde kaynağı kabul edilerek, bu durumlara karşılık gelen tam çözümler analiz edilmiştir. Yöndeş durumda model, $t = 0$ 'da tekillik içerir ve evrenin sürekli genişlediği, kayma etkisinin devam ettiği bir yapı sunar. Yöndeş olmayan durumda ise başlangıç tekilliği bulunmaz ve evren düzgün bir şekilde hızlanarak genişler, ancak bu durumda da evren zamanla izotropik hale gelmez. Her iki modelde de genişleme davranışı, ortalama Hubble parametresi, kayma skaları, enerji yoğunluğu ve skaler eğrilik gibi fiziksel büyüklükler hesaplanmış ve sonuçların karanlık enerjinin evrimiyle olan ilişkisi tartışılmıştır.

Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında değişken durum denklemi parametresine (ω) sahip karanlık enerji modelleri geliştirilmiştir (Amirhashchi ve ark., 2011). Einstein denklemleri, sabit yavaşlama parametresi varsayımı ve genişleme ile kayma oranının sabit kabul edilmesiyle çözülmüştür. Çözümler evrenin genişleme davranışının zamanla değişen ω ile nasıl açıklanabileceğini göstermektedir. Başlangıçta madde hakimiyetinde olan evrenin, zamanla karanlık enerjiye geçiş yaptığı ve bu geçişin süpernova, CMB ve galaksi kümeleşme verileriyle uyumlu olduğu gösterilmiştir. Model, quintessence, kozmolojik sabit ve fantom evrelerini içerecek şekilde evrenin evrimini kapsamlı biçimde açıklamaktadır.

Pradhan ve arkadaşlarının yaptığı çalışmada (Pradhan ve ark., 2012) Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında yöndeş olmayan akışkan içeren iki farklı karanlık enerji modeli geliştirmiştir. Modellerde enerji yoğunluğu, genişleme skaleri, kayma, ortalama yöndeşlilik ve karanlık enerji durum denklemi parametresi (ω) gibi büyüklükler zamanın fonksiyonu olarak türetilmiştir. İlk modelde ω zamanla quintessence bölgesinden ($\omega > -1$) kozmolojik sabit durumuna ($\omega = -1$) yaklaşırken, ikinci modelde phantom evresine ($\omega < -1$) geçiş

bulunmaktadır. Her iki modelde de kozmolojik sabit Λ , pozitif ve azalan bir fonksiyon olup geç zamanda sabit küçük bir değere yaklaştığı gösterilmiştir. Yine Pradhan (2013), Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında yöndeş olmayan akışkan içeren iki yeni karanlık enerji modeli geliştirmiştir. Her iki modelde de zamanla değişen yavaşlama parametresi (q) ve değişken durum denklemi parametresi (ω) kullanılmıştır. Modellerin her biri, evrenin erken döneminde yavaşlayan, geç döneminde ise hızlanan bir genişleme davranışı sergilediğini göstermektedir. Durum denklemi parametresi zamanla quintessence ($\omega > -1$), kozmolojik sabit ($\omega = -1$) ve phantom ($\omega < -1$) evrelerinden geçmektedir.

Bianchi Tipi V uzay-zamanında, holografik karanlık enerji (HDE) ve karanlık madde içeren evren modelleri altında kara delik ve solucan deliği kütlelerinin evrimi incelenmiştir (Sarkar, 2014). Çalışmada, doğrusal olarak değişen yavaşlama parametresi varsayılmış ve Einstein alan denklemleri çözülerek evrenin hızlanarak genişlediği, gelecekte ise "Big Rip" (büyük yırtılma) tipi bir tekilik yaşanabileceği gösterilmiştir. Çalışmada hem HDE'nin kozmolojik etkileri hem de kara delik ve solucan deliği kütlelerinin evrimsel davranışları detaylı bir şekilde analiz edilmiştir.

Rahman ve Ansari (2014), Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanda karanlık enerji ile karanlık maddenin etkileşimini incelemiştir. Holografik karanlık enerji modeli polytropik gazla ilişkilendirilmiş ve hibrit genişleme yasası kullanılarak evrenin yavaşlamadan hızlanmaya geçişi modellenmiştir. Einstein denklemleri, genişleme ve kayma skalaları arasındaki orantı varsayımıyla çözülmüştür. Ayrıca holografik enerji ile polytropik gaz arasında kurulan eşdeğerlik üzerinden skaler alanın potansiyel ve kinetik enerjisi yeniden yapılandırılmış, evrenin evrimi analiz edilmiştir.

Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında zamanla değişen spinör alanlarının evrenin evrimi üzerindeki etkisi incelenmiştir (Saha, 2015). Spinör alanlarının enerji-momentum tensöründeki çapraz (köşegenel olmayan) bileşenlerin, evrenin geometrisiyle güçlü bir şekilde etkileştiği ve bu etkileşimin evrenin genişleme dinamiklerini belirlediği gösterilmiştir. Spinör alanların kütleçekim alanlarına karşı oldukça duyarlı olduğunu ortaya koyulmuştur.

Santhi ve arkadaşları (2016) Brans-Dicke skaler-tensör kuramı çerçevesinde Bianchi Tipi VI_0 uzay-zamanında anizotropik modifiye holografik Ricci karanlık enerji (MHRKE) modeli incelemiştir. Alan denklemleri, üç fiziksel varsayım altında çözülmüştür: (i)

skaler alanın ortalama ölçek faktörüyle orantılı olduğu, (ii) genişleme skalarının kayma skalarına orantılı olduğu ve (iii) MHRDE enerji yoğunluğunun Hubble parametresi ile türevlerinin kombinasyonuna bağlı olduğu kabul edilmiştir. Elde edilen model, evrenin genişleme hızının zamanla arttığını, yani evrenin hızlanarak genişlediğini göstermektedir.

Saridakis ve arkadaşları (2018), Tsallis entropisi kullanılarak tanımlanan yeni bir karanlık enerji modeli olan Tsallis Holografik Karanlık Enerji (THKE) senaryosunu sunmaktadır. Evrenin tamamının kütleçekimsel ve dolayısıyla genişletilmiş (non-ekstansif) bir sistem olduğu gerçeğinden yola çıkarak, klasik Bekenstein-Hawking entropisi yerine Tsallis entropisi tercih edilmiştir. Model, gelecekteki olay ufku (event horizon) kesme uzunluğu olarak kullanarak hem Tsallis hem de standart HDE'yi kapsayan tutarlı bir çerçeve sunar. Elde edilen diferansiyel denklemlerle karanlık enerji yoğunluk parametresi ve durum denklemi parametresi incelenmiş; sonuçlar, evrenin geçmişte madde hâkimiyetinden geçerek günümüzde karanlık enerji hâkimiyetine ulaştığını göstermiştir.

Bianchi Tipi -III anizotropik evren modeli çerçevesinde, yeni holografik karanlık enerji (NHDE) ve k-essence skaler alanı arasındaki ilişki incelenmiştir (Srivastava ve ark., 2019). Granda ve Oliveros tarafından önerilen yeni bir IR kesimi kullanılarak Einstein alan denklemleri, zamanla değişen yavaşlama parametresi varsayımıyla çözülmüştür. Modelin, evrenin erken döneminde yavaşlayan ve günümüzde hızlanan bir genişleme evresi geçirdiği gösterilmiştir. NHDE yoğunluğunun zamanla azaldığı, denklem durumu parametresinin (ω) k-essence bölgesinde kaldığı ve gelecekte Λ CDM modeline yaklaştığı bulunmuştur. K-essence potansiyeli ve skaler alan yeniden yapılandırılarak, evrenin ivmelenen genişleme davranışı başarıyla tanımlanmıştır. Modelin başlangıçta büyük patlama benzeri bir tekillikle başladığı, zamanla izotropik hale geldiği ve gözlemsel verilerle uyumlu olduğu sonucuna varılmıştır.

Zadeh ve arkadaşları (2019), Tsallis entropisi kullanarak iki farklı Tsallis yaşa dayalı karanlık enerji modeli önermişlerdir. Holografik ilke temelinde, evrenin yaşını ve konformal zamanı IR kesimi olarak kullanarak yeni karanlık enerji yoğunluk ifadeleri elde edilmiştir. Her iki model de gözlemsel olarak kabul gören geç dönem ivmelenmesini açıklayabilmektedir. Ancak modelin klasik kararlılığı, karanlık enerji ile karanlık madde arasında bir etkileşim olup olmamasına bağlıdır. Etkileşim olmayan durumlarda, her iki model de ivmelenmeyi açıklasa da klasik olarak kararsızdır modelin gelecekte Λ CDM evreni ile uyumlu hâle geldiği gösterilmektedir.

Tsallis Holografik Karanlık Enerji (THKE) modelini üç farklı “braneworld” senaryosunda incelemiştir (Ghaffari ve ark., 2019). Holografik karanlık enerji yoğunluğu, Tsallis entropisinden türetilmiş ve IR kesimi olarak Hubble yarıçapı alınmıştır. Çalışmada, basitlik adına karanlık enerji ile karanlık madde arasında etkileşim olmadığı varsayılmıştır. Sonuç olarak, her üç senaryoda THKE geç dönem kozmolojik hızlanmayı açıklayabilse de klasik düzeyde tamamen kararlı değildir.

Ghaffari ve arkadaşları (2019), Tsallis ve Cirto tarafından önerilen genelleştirilmiş entropi ifadesi kullanılarak THKE modeli tanıtılmıştır. Yazarlar, düz ve etkileşimsiz bir Friedmann–Robertson–Walker (FRW) evreninde, IR kesimi olarak Hubble yarıçapı kullanarak bu yeni modelin kozmolojik sonuçlarını incelemiştir. Model, klasik holografik karanlık enerji (HDE) modelinin aksine, karanlık enerji ve karanlık madde arasında herhangi bir etkileşim olmaksızın evrenin geç dönem hızlanmasını başarıyla açıklayabilmektedir.

Tsallis Holografik Karanlık Enerji (THKE) modelini, $f(T)$ modifiye kütleçekim teorisi çerçevesinde incelemiştir (Aly, 2019). IR kesimi olarak Hubble yarıçapı kullanılarak yeni bir $f(T)$ fonksiyonu türetilmiş ve güç yasası biçiminde bir ölçek faktörü varsayılmıştır. Elde edilen modelin evrenin geç dönemindeki hızlanan genişlemeyi açıklayabildiği ve phantom-benzeri bir davranış sergilediği gösterilmiştir.

Dubey ve arkadaşları (2019), Bianchi Tipi -I anizotropik evren modeli çerçevesinde, THKE modelini incelemiştir. Karanlık enerji yoğunluğu, Hubble ufku IR kesimi olarak alınarak tanımlanmış ve evrenin genişleme davranışı hibrit genişleme yasası modellenmiştir. Model, evrenin erken döneminde yavaşlayan, geç döneminde ise hızlanan bir genişlemeye işaret etmektedir. THKE'nin durum denklemi parametresi (ω), tüm evrim boyunca k-essence bölgesinde kalmakta ve zamanla -1'e yaklaşarak Λ CDM modeline yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca evrenin toplam enerji yoğunluğu birime yaklaşmakta, bu da evrenin geç dönemde izotropik bir yapıya evrileceğini göstermektedir. Son olarak, THKE modeli ile k-essence skaler alan teorisi arasında bir eşdeğerlik kurulmuş ve buna uygun potansiyel yeniden yapılandırılmıştır.

THKE modeli, eğriliği sıfır olmayan (nonflat) bir FRW evreni bağlamında incelenmiştir (Zadeh ve ark., 2019). IR kesimi olarak görünen ufuk alınmış ve hem karanlık madde hem de THKE'nin bulunduğu evrenin evrimi analiz edilmiştir. Hem etkileşimsiz hem de karanlık enerji ile karanlık madde arasında etkileşimli senaryolar değerlendirilmiştir.

Etkileşimsiz durumda, model evrenin hızlanan genişlemesini tatmin edici biçimde açıklamakta, ancak klasik düzeyde termal olarak kararsız kalmaktadır. Etkileşimli durumda ise durum denklemi parametresi “fantom” bölgesine geçmekte, ses hızı karesi her zaman negatif olmakta ve model yine termodinamik olarak kararsız olmaktadır. Her iki durumda da ısı kapasiteleri, sıkıştırılabilirlik katsayıları ve termal kararlılık koşulları incelenmiş; modelin evrenin evrimini açıklayabilmesine rağmen termodinamik kararlılık koşullarını sağlayamadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sharif ve arkadaşları (2019), THKE modelini, eğriliğe ve enerji-momentum tensörünün izine bağlı $f(G, T)$ modifiye kütleçekim kuramı çerçevesinde incelemişlerdir. Model, düz FRW evreninde toz madde varsayımıyla ele alınmış ve IR kesimi olarak Hubble ufku kullanılmıştır. Yazarlar hem enerji-momentum tensörünün korunduğu hem de korunmadığı durumlar için iki farklı yeniden yapılandırma (reconstruction) senaryosu geliştirmiştir. Her iki durumda da durum denklemi parametresi evrenin fantom bölgesinde olduğunu, yavaşlama parametresi ise evrenin hızlanan genişleme döneminde olduğunu göstermektedir. Modelin kararlılığı açısından ses hızı karesine bakıldığında, korunan modelde kararsız, korunmayan durumda ise kararlı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca faz düzlemleri kullanılarak modelin fantom, quintessence ve Chaplygin gazı evreleriyle uyumlu olduğu ortaya konmuştur.

Genelleştirilmiş entropi tanımları olan Tsallis, Kaniadakis, Sharma-Mittal ve Rényi entropileri kullanılarak iki yeni holografik karanlık enerji modeli önerilmiştir (Moradpour ve ark., 2020). İlk olarak, her bir entropi tanımı siyah deliklere uygulanarak bu entropilerin kara delik entropisiyle nasıl ilişkili olduğu gösterilmiş, ardından bu entropilere dayalı karanlık enerji yoğunlukları tanımlanmıştır. Kaniadakis HDE (KHKE) modeli ve yeni Tsallis HDE (YTHKE) modeli, düz FRW evreninde ve görünür ufuk (apparent horizon) IR kesimi kullanılarak inşa edilmiştir. Her iki modelde de karanlık enerji ve basınçsız madde arasında etkileşim olmadığı varsayılmış, evrenin madde hâkimiyetinden karanlık enerji hâkimiyetine geçişi başarıyla modellenmiştir. Her iki modelde durum denklemi parametresi zamanla -1'e yaklaşmakta, yavaşlama parametresi ise geçiş kırmızıya kaymasında ivmelenmeye geçtiğini göstermektedir. Evrenin yaşı tahmini, gözlemsel Planck verileriyle uyumlu aralıklarda yer almakta ve evrenin geçmişte madde baskınken bugün karanlık enerji baskın hâle geldiği doğrulanmaktadır.

Aditya ve arkadaşları (2021), Bianchi Tipi VI_0 anizotropik evren modeli çerçevesinde, karanlık enerji ile çekici kütleli bir skaler alan içeren bir model geliştirmiştir. Einstein alan denklemleri, genişleme skaleri ile kayma skalerinin orantılı olduğu ve skaler alan ile ortalama ölçek faktörü arasında bir kuvvet yasası ilişkisinin bulunduğu varsayımıyla çözülmüştür. Çözümler, başlangıç tekilliğinden uzak olup evrenin sürekli ivmelenen ve genişleyen bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Geliştirilen model hem fiziksel hem gözlemsel verilerle tutarlı, phantom evren senaryosunu destekleyen ve Λ CDM'ye geçiş yapan bir yapıya sahiptir.

Düz FRW modelinde YTHKE modeli, zamanla değişen yavaşlama parametresi altında incelenmiştir (Ali ve ark., 2022). Model, Tsallis entropisine dayalı olarak tanımlanmış ve IR kesimi olarak Hubble ufku kullanılmıştır. Temel amaç, evrenin geç dönem ivmelenmesini ve karanlık enerji davranışını açıklayabilecek uygun bir yapı sunmaktır. YTHKE modeli gözlemsel verilerle uyumlu, teorik olarak tutarlı ve evrenin hızlanan genişlemesini açıklamakta başarılı bir alternatif olarak sunulmuştur.

Kumar ve arkadaşları (2022), Tsallis holografik karanlık enerji (THKE) modelini, quintessence skaler alanı bağlamında incelemiş ve bu modelin evrenin hızlanan genişlemesini nasıl açıklayabileceğini araştırmıştır. Tsallis entropisine dayalı olarak tanımlanan THKE yoğunluğu, gelecekteki olay ufku kesimi kullanılarak modellenmiş ve modelin quintessence davranışı gösterdiği ortaya konmuştur. Çalışmada, THKE modeli ile quintessence skaler alanı arasında matematiksel bir eşdeğerlik kurulmuş; buna bağlı olarak skaler alanın evrimi ve potansiyel fonksiyonu yeniden yapılandırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre model, evrenin geçmişte yavaşlayan, bugünse hızlanan bir genişleme süreci geçirdiğini göstermekte ve geç dönemde Λ CDM evrenine yakınsamaktadır.

Tsallis ve Kaniadakis holografik karanlık enerji modelleri, Brans–Dicke kütleçekim kuramı çerçevesinde ve kompleks quintessence skaler alanı ile incelenmiştir (Sadeghi ve ark., 2022). Çalışmada, her iki model için hem etkileşimsiz hem de etkileşimli senaryolar değerlendirilmiş ve kozmolojik parametreler hesaplanmıştır. Modelde, skaler alanın hem gerçek hem de kompleks bileşenleri dikkate alınmış, karanlık enerji yoğunluğunun fiziksel evreni tanımlayıp tanımlayamayacağı analiz edilmiştir. Özellikle Tsallis modeli için bazı etkileşimsiz durumların fiziksel olarak geçersiz olduğu, ancak etkileşimli senaryoda doğru parametrelerle uyum sağladığı gösterilmiştir. Aynı analiz Kaniadakis modeli için de

yapılmış ve bu modelin belirli koşullarda gözlemsel verilerle daha uyumlu olabileceği belirtilmiştir.

THKE modeli, q-modifiye DGP braneworld evreninde ve süper istatistik yaklaşımı altında incelenmiştir (Boulkaboul, 2022). THKE ile karanlık madde arasındaki etkileşim dikkate alınarak, üç farklı süper istatistik türü (log-normal, ters χ^2 ve χ^2) modele entegre edilmiştir. Çalışmada THKE'nin genişletilmiş braneworld ve istatistiksel çerçevede uygulanabilirliğini göstermekte, ancak kararlılık sorununun çözümü için farklı IR kesimlerinin veya yeni etkileşim terimlerinin değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Das ve arkadaşları (2022), Bianchi Tipi -V uzay-zamanında etkileşimsiz THKE modeli ile soğuk karanlık madde içeren bir evreni incelemişlerdir. IR kesimi olarak Hubble ufku kullanılmış ve Einstein alan denklemleri, güç yasası ve üstel fonksiyonun birleşimi olan hibrit genişleme yasası varsayımı altında çözülmüştür. Genel olarak, modelin hem genişleme hem de denklem durumu parametreleri zamanla değişmekte, bu da evrenin geç dönemde hızlanarak genişleyen bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Hibrit genişleme yasası sayesinde, evrenin yavaşlamadan hızlanmaya geçişi modellenmiştir.

THKE modeli ile takyon skaler alan karanlık enerjisi arasında etkileşimli bir yapı kurularak, Bianchi-Tip II yöndeş olmayan evren modeli bağlamında evrenin hızlanan genişlemesi incelenmiştir (Koussour ve ark. 2022). Çalışmada Einstein alan denklemleri, genişleme skalerinin belirli bir kayma tensörü bileşeniyle orantılı olduğu ve ortalama ölçek faktörünün hibrit genişleme yasasını izlediği varsayımı altında çözülmüştür. Model hem teorik olarak hem de gözlemsel verilerle uyumlu şekilde evrenin geç dönem hızlanmasını açıklamaktadır.

Pandey ve arkadaşları (2022), YTHKE modelini gelecekteki olay ufkunu IR kesimi olarak alarak ve Tsallis entropisine dayalı olarak geliştirmiştir. Model, karanlık enerji yoğunluğu ve evrenin genişleme dinamiklerini tanımlamak amacıyla, Tsallis entropisinin klasik Bekenstein–Hawking entropisine indirgenebildiği bir çerçevede formüle edilmiştir. Karanlık enerji yoğunluğu parametresi, evrenin gelecekte tamamen karanlık enerji ile dolu olacağını ve karanlık maddenin etkisinin azalacağını göstermektedir.

NTADE modeli, evrenin yaşını IR kesimi olarak kabul edilerek ve hem etkileşimsiz hem de etkileşimli durumlar incelenerek önerilmiştir (Pankaj ve ark. 2022). Model, Tsallis entropisinin genelleştirilmiş istatistiksel yapısına dayalıdır ve klasik yaşa dayalı karanlık

enerji modelinin genişletilmiş hâlidir. Çalışmada karanlık enerji ile karanlık madde arasında enerji alışverişi göz önünde bulundurulmuştur. Bu durumda model, geçmişte fantom bölgede bulunmuş, günümüzde quintessence bölgesine geçmiş ve ileride tekrar fantom bölgesine geçecektir (quintom davranışı). Bu senaryo hem gözlemsel verilerle daha uyumlu sonuçlar vermekte hem de belirli parametre aralıklarında kararlı hale gelmektedir.

Pankaj ve arkadaşları (2023), YTHKE modelini, görünür ufuk (apparent horizon) IR kesimi altında ve eğriliği sıfır olmayan FRW evreni bağlamında incelemiştir. Model, evrenin erken dönem yavaşlama ve geç dönem hızlanma evrelerini açıklamaktadır. Çalışmada, durum denklemi parametresi (ω) bakımından quintessence bölgesinde kalmakta ve zamanla -1'e yaklaşarak Λ CDM evrenine uyum göstermektedir. Yavaşlama parametresi, evrenin yavaşlamadan hızlanmaya geçtiğini göstermektedir. Hubble verileri (Cosmic Chronometers) ve Type Ia süpernova (SNIa) verileri ile yapılan karşılaştırmalar, modelin gözlemsel verilerle uyumlu olduğunu göstermektedir.

THKE modeli, karmaşık quintessence skaler alan teorisi ile etkileşimli ve etkileşimsiz iki farklı senaryo altında incelenmiştir (Sadeghi ve ark., 2023). Amaç, bu iki yapının kozmolojik davranışlarını karşılaştırmak, durum denklemi parametresi (ω), $\omega-\omega'$ düzlemi ve kararlılık koşulları (ses hızı karesi) üzerinden analiz yapmaktır. Etkileşimsiz durumda model, çoğu zaman diliminde negatif bir $\omega-\omega'$ eğrisi gösterirken, kararlılık analizine göre model genellikle kararsızdır. Etkileşimli durumda ise hem Tsallis sabiti hem de etkileşim katsayısı parametrelerinin birlikte önemli rol oynadığı, bazı parametre değerleri için modelin kararlı olabildiği, bazılarında ise kararsız kaldığı gösterilmiştir.

Vijaya Santhi ve arkadaşları (2023), Bianchi-Tip II, VIII ve IX uzay-zamanlarında, THKE modelini genel görelilik çerçevesinde ve Hubble ufku IR kesimi varsayımı altında incelemiştir. Modelde doğrusal değişen yavaşlama parametresi kullanılarak, evrenin erken dönem yavaşlayan genişmeden geç dönem hızlanan genişmeye geçişi açıklanmaya çalışılmıştır. Durum denklemi parametresi quintessence ve fantom bölgeleri arasında geçiş yaparak quintom davranışı sergilemektedir. Kozmolojik parametreler ile birlikte uzaklık ölçümleri (ışıklılık uzaklığı, açısal çap, uzaklık modülü) gözlemsel verilerle uyumlu bulunmuştur.

Düz FRW evreninde etkileşimli YTHKE modeli incelenmiştir (Sharma ve ark., 2024). Karanlık enerji ve karanlık madde arasında enerji alışverişi olduğu varsayılmış, IR

kesimi olarak Hubble ufku kullanılmıştır. Yazarlar, YTHKE yoğunluğunun evrimi için diferansiyel denklemler elde etmiş ve bu denklemleri sayısal olarak çözerek durum denklemi parametresi, yavaşlama parametresi ve yoğunluk parametrelerinin evrimini analiz etmişlerdir. Model ile evrenin klasik termal tarihine uygun olarak radyasyon-madde-karanlık enerji evrelerini doğru şekilde üretmekte ve geç dönemde karanlık enerjinin baskın hale geldiğini göstermektedir. Özellikle parametre değerlerine bağlı olarak ω , quintessence, fantom ya da kozmolojik sabite çok yakın davranışlar sergileyebilmektedir. Bu sonuçlara herhangi bir açık kozmolojik sabit terimi eklenmeden ulaşılmıştır.

Lyra geometrisi çerçevesinde Bianchi-Tip- VI_0 uzay-zamanında yöndeş olmayan bir kozmolojik model geliştirilmiştir (Nimkar ve Ugale, 2025). Alan denklemleri, metrik potansiyeller arasında bir güç yasası ilişkisi bazı varsayımlarla çözülmüştür. Modelin fiziksel özellikleri incelenmiş; Hubble parametresi, genişleme ve kayma skalası zamanla azalan fonksiyonlar olarak elde edilmiştir. Ortalama ölçek faktörü ve hacim zamanla artması evrenin sürekli genişlediğini göstermektedir.

2.2. Metod

Evrenin hızlanan genişlemesi, çağdaş kozmolojinin en önemli bulgularından biridir. Uzak Tip Ia süpernova gözlemleri, kozmik mikrodalga arka plan (CMB) ve baryon akustik salınımlar (BAO) ölçümleri, genişlemenin zamanla ivmelendiğini güçlü biçimde göstermektedir. Bu ivmelenme, klasik madde ve radyasyon bileşenleriyle açıklanamaz; ek olarak negatif basınçlı bir enerji bileşenine; karanlık enerjiye ihtiyaç duyulur.

Karanlık enerji olgusu genellikle izotropik (yani yönsüz) kabul edilir. Ancak erken evrende veya belirli dönemlerde evrenin geometrisinin eş yönsüz olabileceği, yani farklı doğrultularda genişleme hızlarının değişik olabileceği de çeşitli çalışmalarla gösterilmiştir. Bu durumda, evrenin metrik yapısı Bianchi Tipi olarak adlandırılan sınıflarla tanımlanır. Bu modeller homojen fakat anizotropiktir. Bu kısımda, Bianchi Tipi VI_0 geometrisi altında Einstein alan denklemlerinin genel biçimini türetilerek anizotropik evrende karanlık enerji yoğunluğu, durum denklemi parametreleri YTHKE çerçevesinde tartışılması ve skaler alanların yeniden inşası için gerekli metodoloji oluşturulmaktadır.

2.2.1 Einstein alan denklemleri

Einstein Alan Denklemi, genel görelilik teorisinin temelini oluşturan ve kütle-enerjinin uzay-zamanın geometrisini nasıl belirlediğini açıklayan temel bir denklemdir. Bu denklem, uzay-zamanın eğriliğini ifade eden Einstein tensörünü, madde ve enerjinin dağılımını temsil eden enerji-momentum tensörü ile ilişkilendirir. Denklem, evrende madde ve enerjinin bulunduğu her yerde uzay-zamanın eğrilmesi gerektiğini belirtir ve kütleçekim olgusunu geometrik bir çerçevede açıklar.

Einstein Alan Denklemi şu şekilde ifade edilir:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

Burada $G_{\mu\nu}$ Einstein tensörü, Λ kozmolojik sabit, $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü, G evrensel kütleçekim sabiti ve $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörünü temsil eder.

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (2.2)$$

olacak biçimde tanımlıdır ve $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörünü, R de Ricci skalerini temsil eder. Ayrıca enerji-momentum tensörünün açık hali

$$T_{\nu}^{\mu} = (\rho + p)u^{\mu}u_{\nu} + pg_{\nu}^{\mu} \quad (2.3)$$

ile verilir.

Kozmolojide durum denklemi parametresi ω , evrendeki herhangi bir enerji bileşeninin basınç (p) ile enerji yoğunluğu (ρ) arasındaki oransal ilişkiyi tanımlar:

$$\omega(t) = \frac{p(t)}{\rho(t)} \quad (2.4)$$

Bu basit oran, evrenin genişleme dinamiklerinde belirleyici rol oynar:

- $\omega = 0 \rightarrow$ toz madde (basıncsız)
- $\omega = \frac{1}{3} \rightarrow$ radyasyon
- $\omega = -1 \rightarrow$ kozmolojik sabit
- $\omega < -\frac{1}{3} \rightarrow$ ivmelenen evren (karanlık enerji)
- $\omega < -1 \rightarrow$ “fantom” enerji rejimi.

Karanlık enerjinin doğası, evrenin genişleme hızının gözlemsel verilerle uyumlu olabilmesi için genellikle $-1.3 < \omega < -0.7$ aralığında bulunur.

Genel Görelilik çerçevesinde, enerji-momentum korunumu

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (2.5)$$

denklemleri, süreklilik denklemlerine yol açar (Copeland, 2006). Türdeş ve yöndeş evrende bu,

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (2.6)$$

denklemleriyle verilir. Burada H Hubble sabitidir. Yöndeş olmayan evrende üç yönsel basınç vardır (p_x, p_y, p_z). Ortalama basınç şöyle tanımlanır:

$$\bar{p} = \frac{1}{3}(p_x + p_y + p_z). \quad (2.7)$$

Buna karşılık, ortalama durum denklemleri parametresi:

$$\bar{\omega} = \frac{\bar{p}}{\rho} = \frac{1}{3\rho} (p_x + p_y + p_z). \quad (2.8)$$

biçiminde verilmektedir. Bu tanım, yönsel sapmaların etkisini ortalama bir değerle toplulaştırır. Ancak eğer $\omega_y = \omega_z = \omega + \gamma$ ve $\omega_x = \omega$ kabul edilirse:

$$\bar{\omega} = \omega + \frac{2}{3}\gamma \quad (2.9)$$

yani yönsel sapmaların ortalaması basit bir düzeltme terimi olarak katkı yapar.

2.2.2. Tsallis holografik karanlık enerji (THKE)

Holografik karanlık enerji (HKE), evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak için ortaya atılmış, termodinamik ve bilgi teorisine dayanan bir yaklaşımdır. Bu model, kara deliklerin olay ufku alanı ile entropisi arasındaki ilişkiye dayanan holografik ilkeye dayanır. Holografik ilke, bir fiziksel sistemin bilgi içeriğinin hacimle değil, yüzey alanı ile orantılı olması gerektiğini söyler. Geleneksel HKE modellerinde bu ilişki Bekenstein entropisi(Bekenstein, 1973) üzerinden kurulur ve genellikle belirli bir kozmolojik uzaklık ölçeği (örneğin Hubble yarıçapı veya olay ufku) “kızılötesi kesim (IR)” olarak alınır. Ancak, bu standart modeller, Hubble ölçeği kullanıldığında evrenin ivmeli genişlemesini açıklamakta yetersiz kalır; dolayısıyla yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulmuştur.

Bu bağlamda, Tsallis istatistikleri temel alınarak önerilen Tsallis holografik karanlık enerji (THKE) modeli, entropi–alan ilişkisinin geliştirilmiş bir formunu kullanır. Tsallis ve Cirto’nun çalışmasıyla ortaya çıkan bu yaklaşımda, sistemin entropisi klasik anlamda alanla doğrusal değil, alanın bir kuvvetiyle orantılıdır. Bu geliştirilmiş entropi formu, uzun menzilli etkileşimlerin (örneğin kütleçekimin) istatistiksel tanımlamasında daha uygun bir çerçeve sunar. THKE modelinde, bu yeni entropi tanımı holografik hipotezle birleştirilerek, karanlık enerjinin yoğunluğu için yeni bir ifade elde edilir. Bu model,

özellikle δ parametresi olarak adlandırılan ek bir serbestlik derecesi sayesinde, klasik HKE modellerinden farklı olarak evrenin geç dönem ivmeli genişlemesini, karanlık maddeyle etkileşim gerektirmeden açıklayabilmektedir. Böylece Tsallis holografik karanlık enerji, karanlık enerjinin kökenine dair hem termodinamik hem de kuantum kütleçekim temelli yeni bir bakış açısı sunar.

THKE modeli, klasik holografik karanlık enerji (HKE) yaklaşımının genelleştirilmiş bir biçimidir. HKE modeli, Bekenstein tarafından tanımlanan kara delik entropisi $S \propto A$ (yani olay ufku alanı ile orantılı) ilişkisine ve holografik ilkeye dayanır. Bu modelde, Hubble ufku kesimi (IR cutoff) kullanıldığında evrenin ivmeli genişlemesi açıklanamamaktadır. Tsallis ve Cirto'nun (2013) önerdiği genelleştirilmiş entropi–alan ilişkisi kullanılarak bu eksiklik giderilmeye çalışılmıştır. Tsallis istatistiği, klasik Boltzmann–Gibbs istatistiğinin genelleştirilmiş bir versiyonu olup, uzun menzilli etkileşimleri (örneğin kütleçekimi) daha doğru bir biçimde tanımlar.

Tsallis ve Cirto'ya göre kara delik entropisi, yüzey alanının doğrusal bir fonksiyonu olmak yerine, alanın bir kuvvetiyle orantılı olabilir. Bu durumda genelleştirilmiş entropi–alan ilişkisi şu şekilde ifade edilir:

$$S_\delta = \gamma A^\delta, \quad (2.10)$$

Burada, γ bir sabit, δ ise non-additivite (eklenemezlik) parametresidir. $\delta = 1$ alındığında klasik Bekenstein entropisi geri elde edilir.

Holografik ilkeye göre, bir sistemin serbestlik derecesi hacimle değil, yüzey alanıyla orantılı olmalıdır. Bu nedenle, sistemin enerji yoğunluğu hem UV (yüksek enerji) hem IR (düşük enerji) kesimleriyle sınırlanır. Cohen ve arkadaşları tarafından verilen holografik ilişki şöyledir:

$$L^3 \Lambda^3 \leq S^{\frac{3}{4}}. \quad (2.11)$$

Burada L IR kesimi, Λ ise UV kesimini temsil eder. Bu ifade Tsallis entropisi ile birleştirildiğinde enerji yoğunluğu için şu sınır elde edilir:

$$\rho_D = BL^{2\delta-4} . \quad (2.12)$$

Burada B bir sabittir ve bu ifade THKE yoğunluğunu tanımlar. Eğer $\delta = 1$ alınırsa bu ifade klasik HKE modeline indirgenir ($\rho_D \propto L^{-2}$). Hubble yarıçapı $L = H^{-1}$ olarak alındığında enerji yoğunluğu şu şekilde yazılır:

$$\rho_D = BH^{-2\delta+4} . \quad (2.13)$$

2.2.3. Yeni tsallis holografik karanlık enerji (YTHKE)

Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE) modeli, Moradpour ve ark. (2020) tarafından geliştirilen “genelleştirilmiş entropiler” yaklaşımına dayanmaktadır. Bu çalışma, kara delik entropisinin yalnızca Bekenstein–Hawking biçiminde ($S = A/4$) değil, aynı zamanda Tsallis istatistiğinin öngördüğü eklenemez (non-extensive) entropi biçimiyle de tanımlanabileceğini göstermiştir. Bu doğrultuda Tsallis entropisi

$$S_T = \frac{1}{1-Q} \left(e^{(1-Q)S_{BH}} - 1 \right) = \frac{2e^{\frac{\delta S_{BH}}{2}}}{\delta} \sinh \left(\frac{\delta S_{BH}}{2} \right), \quad \delta = 1 - Q, \quad (2.14)$$

şeklinde verilmiş ve klasik limit $\delta \rightarrow 0$ alındığında $S_T \rightarrow S_{BH}$ olduğu gösterilmiştir (Pandey ve ark., 2022). Q parametresi, non-extensivity (eklenemezlik) veya non-additivity derecesini belirleyen temel serbest parametredir. Bu parametre, sistemin termodinamik davranışının klasik Boltzmann–Gibbs istatistiklerinden ne kadar sapma gösterdiğini tanımlar. Bu entropi, uzun menzilli yerçekimsel etkileşimleri ve fraktal yapıları içeren sistemlerde, klasik Boltzmann–Gibbs entropisinin genişletilmiş bir biçimini temsil eder.

Bu genelleştirilmiş entropi, holografik karanlık enerji hipotezi ile birleştirildiğinde “Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE)” adını alır. Tsallis entropisinin yukarıdaki biçimi kullanıldığında NTHKE enerji yoğunluğu şu şekilde elde edilir

$$\rho_T = 2D^2 \rho_c \frac{e^{X/2} \sinh(X/2)}{X}, X = \frac{\pi\delta}{H^2}, \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi}, \quad (2.15)$$

ve $D^2 = \pi T^2$ bir sabittir. Bu ifade, klasik THKE yoğunluğunun $\rho_D = BL^{2\delta-4}$ biçiminden daha kapsamlıdır; çünkü burada entropi-alan ilişkisi üstel ve hiperbolik fonksiyonlar aracılığıyla genişletilmiştir.

Fiziksel olarak, klasik Tsallis modelinde $\rho_T \propto H^{4-2\delta}$ bağıntısı sadece belirli δ değerleri için ivmelenmeyi açıklayabilirken, yeni modelde hiperbolik ve üstel terimler sayesinde geniş bir δ aralığında hem quintessence ($\omega_T > -1$) hem fantom ($\omega_T < -1$) davranışları mümkündür. Ayrıca $\delta \rightarrow 0$ limiti Bekenstein–Hawking entropisine, $\delta = 1$ limiti klasik HKE’ye karşılık gelir.

Sonuç olarak, YTHKE, Tsallis entropisinin daha tam biçimini kullanarak klasik Tsallis HKE’den türetilmiştir; bu sayede kozmolojik sabit içermeden, yalnızca genelleştirilmiş entropi-alan bağıntısı yoluyla evrenin erken yavaşlamadan geç dönem ivmelenmeye geçişini açıklayabilmektedir.

2.2.4. Skaler alan modelleri

Evrenin ivmeli genişlemesini açıklamak için birçok farklı teorik yaklaşım vardır: Termodinamik kökenli: (örneğin holografik karanlık enerji, Tsallis entropisi, vb.) ve Alan teorisi kökenli: (örneğin quintessence, k-essence, takyon alanı, vb.). Her iki model türü de aynı kozmolojik gözlemi (örneğin $H(z)$ veya $\omega(z)$ evrimi) açıklamaya çalışır. Bu nedenle, her iki yaklaşımın karanlık enerji yoğunluğunun fiziksel olarak aynı büyüklüğü temsil ettiği varsayılır. Böylece şu eşitlik kurulur: $\rho_{\text{holografik}} = \rho_{\text{skaler alan}}$ ve eğer basınç ifadeleri de biliniyorsa, genellikle şu ek eşitlik de yazılır: $p_{\text{holografik}} = p_{\text{skaler alan}}$. Bu durum, holografik karanlık enerji modellerinin skaler alan biçimlerine (quintessence, k-essence, takyon, vb.) yeniden yapılandırılması sırasında kullanılan en temel yöntemidir. Aşağıda bu “equating (eşitleme) yöntemi” skaler alanlar tanımlanırken kullanılacaktır.

2.2.4.1. Takyon alanı

Takyon alanı, kökeni sicim teorisine dayanan, karanlık enerji ve karanlık madde gibi kozmolojik olguları açıklamada kullanılan önemli bir skaler alan modelidir. Bu alan, klasik anlamda “ışık hızından hızlı” parçacık fikrinden (takyon kavramından) esinlenmiş olsa da, modern fiziksel yorumda sanal veya istikrarsız bir alanın evrimini temsil eder (Sen, 2002).

Takyon kavramı ilk olarak kuantum alan teorisinde, kütlesi sanal olan ($m^2 < 0$) bir alan olarak ortaya çıkar. Bu, sistemin kararsız bir potansiyel tepe noktasında bulunduğu anlamına gelir. String teorisi bağlamında, bu kararsız durum D-brane çökmesiyle ilişkilidir. Brane üzerindeki enerji yoğunluğu azalarak, takyon alanı potansiyelinin minimumuna yuvarlanır; bu süreçte sistem kararlı hale geçer. Bu geçiş “takyon yoğunlaşması” olarak bilinir. Bu fiziksel mekanizma, kozmolojide şişme (enflasyon) ve karanlık enerji evrelerinin modellenmesi için kullanılabilir hale getirilmiştir. Takyon alanı genellikle doğrusal olmayan Born–Infeld tipi bir Lagrange yoğunluğuyla tanımlanır:

$$\mathcal{L}_T = -V(\phi)\sqrt{1 - \partial_\mu\phi \partial^\mu\phi}, \quad (2.16)$$

burada ϕ takyon alanını, $V(\phi)$ potansiyel enerji fonksiyonu temsil eder.

Bu yapıda kinetik terim klasik skaler alanlardan farklıdır; çünkü karekök yapısı, alanın hızını ($\dot{\phi}^2$) sınırlayarak $\dot{\phi}^2 < 1$ koşulunu getirir. Bu nedenle takyon alanı, relativistik olarak tutarlı fakat yavaş evrilen bir enerji bileşeni tanımlar.

Takyon skaler alanı için enerji yoğunluğu ve basınç şu şekilde verilir:

$$\rho_T = \frac{V(\phi)}{\sqrt{1 - \dot{\phi}^2}}, \quad (2.17)$$

$$p_T = -V(\phi)\sqrt{1 - \dot{\phi}^2}. \quad (2.18)$$

Buna karşılık durum denklemi parametresi aşağıdaki biçimde olur:

$$\omega_T = \frac{p_T}{\rho_T} = \dot{\phi}^2 - 1. \quad (2.19)$$

Bu ifadeden şu sonuçlar çıkar:

- Eğer $\dot{\phi}^2 \ll 1$ ise $\omega_T \approx -1 \rightarrow$ karanlık enerji benzeri davranış,
- Eğer $\dot{\phi}^2 \rightarrow 1$ ise $\omega_T \rightarrow 0 \rightarrow$ toz (madde) benzeri davranış.

Bu nedenle takyon alanı, evrenin erken döneminde maddeye, geç döneminde karanlık enerjiye karşılık gelebilir.

2.4.4.2. Quintessence alanı

Quintessence alanı, evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak için önerilen dinamik karanlık enerji modellerinden biridir. Klasik kozmolojik sabit (Λ) modelinden farklı olarak, quintessence'te karanlık enerji yoğunluğu zamanla değişir. Bu değişim, evrenin evrimi boyunca dinamik bir skaler alan tarafından yönetilir. Quintessence, Yunanca “beşinci öz” anlamına gelir (eter fikrinden türetilmiştir) ve madde, radyasyon, nötrinolar ve kütleçekim dışında beşinci temel bileşen olarak tanımlanır. Modelin temel varsayımı, evrendeki karanlık enerjinin kaynağının homojen bir skaler alan $\phi(t)$ ve onun potansiyeli $V(\phi)$ olduğudur.

Klasik quintessence Lagrange yoğunluğu şu şekildedir (Caldwell, 1998):

$$\mathcal{L}_Q = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi). \quad (2.20)$$

Burada $\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$: kinetik enerji terimi, $V(\phi)$: potansiyel enerji terimidir. Bu yapı, skaler alan dinamiklerini tıpkı enflasyon modellerindeki gibi tanımlar; ancak quintessence, evrenin geç döneminde baskın hale gelir.

Quintessence enerji yoğunluğu ve basınç ifadeleri şöyledir:

$$\rho_Q = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (2.21)$$

$$p_Q = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (2.22)$$

durum denklemi parametresi ise:

$$\omega_Q = \frac{p_Q}{\rho_Q} = \frac{\dot{\phi}^2 - 2V(\phi)}{\dot{\phi}^2 + 2V(\phi)} \quad (2.23)$$

Bu denkleme göre:

- $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \Rightarrow \omega_Q \approx -1$: karanlık enerji benzeri davranış,
- $\dot{\phi}^2 \gg V(\phi) \Rightarrow \omega_Q \approx +1$: sert madde benzeri davranış,

sergiler.

2.4.4.3. k -essence alanı

k -essence, yani *kinetik quintessence*, evrenin hızlanan genişlemesini açıklamak amacıyla önerilen bir dinamik karanlık enerji modelidir. Klasik quintessence modelinde karanlık enerji potansiyel terimiyle belirlenirken, k -essence modelinde baskın rolü kinetik terim oynar. Bu nedenle “ k ” harfi “kinetik” anlamına gelir. Model, skaler alanın kinetik enerjisinin değişen bir fonksiyonu olarak karanlık enerjinin evrimini açıklar (Armendáriz-Picón, 2000). k -essence, ilk olarak Born–Infeld tipi çizgisel olmayan alan teorilerinden ve sicim teorisindeki D-brane dinamiklerinden esinlenmiştir. Bu modelde Lagrange yoğunluğu şu genel biçimdedir:

$$\mathcal{L}_k = -V(\phi)F(\chi) \quad (2.24)$$

veya daha genel haliyle:

$$\mathcal{L}_k = f(\phi)p(\chi) \quad (2.25)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, ϕ : skaler alanı, $\chi = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ kinetik terimi, $F(\chi)$ veya $p(\chi)$ kinetik fonksiyonu betimler. $V(\phi)$ ise potansiyel enerji fonksiyonudur. Klasik quintessence modelinden farkı şudur: quintessence’te enerji yoğunluğu potansiyele bağlıdır; k -essence’te ise potansiyel sabit kalabilir, dinamik tamamen kinetik terimden doğar. k -essence alanı için enerji yoğunluğu (ρ_k) ve basınç (p_k) şu şekilde tanımlanır:

$$p_k = f(\phi)p(\chi), \quad \rho_k = f(\phi)[2\chi p_\chi - p(\chi)], \quad (2.26)$$

burada $p_\chi = \frac{dp}{d\chi}$ türevidir. Kinetik enerji terimi

$$\chi = \frac{\omega_k - 1}{3\omega_k - 1}, \quad (2.27)$$

potansiyel terimi ise

$$V_k = \frac{\rho_k}{2} (1 - \omega_k) \left(\frac{3 + \omega_k}{\omega_k + 1} \right)^2 \quad (2.28)$$

Buradan durum denklemi parametresi ise:

$$\omega_k = \frac{p_k}{\rho_k} = \frac{p(\chi)}{2\chi p_\chi - p(\chi)} \quad (2.29)$$

ile verilir. Bu yapı sayesinde, ω_k kinetik terim X 'in formuna bağlı olarak $-1 < \omega_k < 1$ aralığında dinamik olarak değişebilir.

- $X \ll 1$ olduğunda $\omega_k \rightarrow -1 \rightarrow$ karanlık enerji benzeri davranış,
- $X \gg 1$ olduğunda $\omega_k \rightarrow 1 \rightarrow$ sert madde benzeri davranış.

3. HESAPLAMA VE BULGULAR

Bianchi-Tipi VI_0 uzay-zaman modeli, evrenin erken dönemlerindeki yöndeş olmayan genişlemesini anlamak için geliştirilmiş, uzayda türdeş fakat yönler göre farklı genişleme hızlarına sahip kozmolojik bir modeldir. Genel görelilik kuramı çerçevesinde ele alınan bu model, uzayın her noktasında fiziksel özelliklerin aynı kalmasına rağmen, farklı doğrultularda farklı genişleme oranları göstermesiyle dikkat çeker. Özellikle evrenin ilk zamanlarında meydana gelen anizotropik etkileri ve bu etkilerin evrenin sonraki gelişimi üzerindeki izlerini araştırmak için kullanılır.

Bianchi-Tipi VI_0 modeli, kozmik sicimler, manyetik alanlar, viskoz akışkanlar ve zamanla değişen kozmolojik sabit gibi farklı enerji bileşenlerinin varlığı altında incelenerek genişletilebilmektedir. Modern çalışmalar, modelin manyetik alan etkisi altında yapısal özelliklerinde büyük bir değişiklik göstermediğini, viskoz akışkan katkısıyla evrenin hacminde üssel genişleme davranışı sergileyebildiğini ve elektromanyetik alanların anizotropiyi artırabileceğini ortaya koymuştur. Ayrıca, $f(T)$ gibi modifiye kütleçekim kuramları bağlamında yapılan analizler, Bianchi-Tipi VI_0 evrenlerinde kozmik ipliklerin enerji yoğunluğu ve gerilme özelliklerinin zamanla nasıl evrildiğini göstermiştir. Model, Einstein alan denklemlerinin belirli simetri varsayımları altında çözülmesiyle matematiksel olarak formüle edilir ve bu çözümler evrenin genişleme, kayma ve enerji yoğunluğu gibi parametrelerinin zaman içerisindeki değişimini ortaya çıkarır. Bianchi-Tipi VI_0 modeli, özellikle evrenin ilk dönemlerinde büyük ölçekli yapının oluşumu, anizotropinin rolü ve olası evrensel asimetrielerin kaynağı gibi konularda önemli ipuçları sunmaktadır. Gelişmiş kuramsal çalışmalar ve gözlemsel verilerle desteklendiğinde, bu modelin kozmoloji alanındaki önemi daha da artmakta, erken evrenin yapısal evrimine dair derin bir kavrayış sağlamaktadır. Bianchi-Tipi VI_0 evren modeli için çizgi elemanı aşağıdaki gibi verilmektedir (Reddy ve Venkateswarlu, 1989):

$$ds^2 = dt^2 - A(t)^2 dx^2 - B(t)^2 e^{-2mx} dy^2 - C(t)^2 e^{2mx} dz^2. \quad (3.1)$$

Burada $A(t)$, $B(t)$ ve $C(t)$ evrenin farklı yönlerdeki genişleme faktörleridir ve yalnızca zamana bağlıdır.

3.1. Friedmann Denklemleri

Einstein Alan Denklemi, genel görelilik teorisinin temelini oluşturan ve kütle-enerjinin uzay-zamanın geometrisini nasıl belirlediğini açıklayan temel bir denklemdir. Bu denklem, uzay-zamanın eğriliğini ifade eden Einstein tensörünü, madde ve enerjinin dağılımını temsil eden enerji-momentum tensörü ile ilişkilendirir. Denklem, evrende madde ve enerjinin bulunduğu her yerde uzay-zamanın eğrilmesi gerektiğini belirtir ve kütleçekim olgusunu geometrik bir çerçevede açıklar.

Enerji-momentum tensörünün aşağıdaki biçimde olan yöndeş olmayan bir akışkan durumu ele alınmaktadır:

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{köşegen}[1, -\omega, -(\omega + \gamma), -(\omega + \delta)]\rho \quad (3.2)$$

ρ enerji, p momentum yoğunluklarını ve u_{μ} bileşenleri durağan gözlem çerçevesinde $(1,0,0,0)$ olarak alınan 4-lü hız vektörünü gösterir. ω ise durum denklemi parametresidir. Kolaylık olması açısından $8\pi G = 1$ kabulü yapılmaktadır. Denklem (3.1) kozmolojik sabit değerini de sıfır alarak aşağıdaki denklem sistemi elde edilir:

$$H_1 H_2 + H_1 H_3 + H_2 H_3 - \frac{m^2}{A^2} = \rho. \quad (3.3)$$

Burada Hubble parametreleri

$$H_1 = \frac{\dot{A}}{A}, H_2 = \frac{\dot{B}}{B}, H_3 = \frac{\dot{C}}{C}, \quad (3.4)$$

ve ortalama Hubble parametresi de

$$H = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3) = \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \quad (3.5)$$

olarak tanımlıdır. Burada $V = ABC$ biçiminde tanımlı uzayın hacmidir. Alan denkleminin diğer bileşenlerinden gelen denklemler ise

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{m^2}{A^2} = -(\omega + \delta)\rho \quad (3.6)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{m^2}{A^2} = -\omega\rho, \quad (3.7)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{A}}{BA} - \frac{m^2}{A^2} = -(\omega + \gamma)\rho, \quad (3.8)$$

$$\frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{B}}{B} = 0. \quad (3.9)$$

Burada nokta (') kozmik zamana göre türevi gösterir. Denklem (3.9) çözülürse;

$$B = c_1 C \quad (3.10)$$

olduğu görülür. Burada c_1 pozitif değer alabilen integrasyon sabitidir. Denklemler (3.10), (3.6) ve (3.8) kullanılarak

$$\delta = \gamma \quad (3.11)$$

bu durum skewnes (çarpıklık) parametresinin eşit olması sonucunu dolayısıyla y ve z eksenlerindeki basıncın eşit olduğu anlamına gelir. Adhav ve ark. (2011) çalışmalarında kullandığı Hubble parametreleri kullanılarak “üstel genişleme” ve “kuvvet yasası genişlemesi” modelleri için durum denklemleri parametresi ve skaler alanların yeniden inşası YTHKE için yapılacaktır.

Einstein denklemlerinden enerji-momentum korunumu yani enerji momentum tensörünün kovaryant türevinin sıfıra eşit olması kullanılırsa süreklilik denklemi;

$$\dot{\rho} + \rho[(1 + \omega)(H_1 + H_2 + H_3) + \gamma H_2 + \delta H_3] = 0 \quad (3.12)$$

biçiminde elde edilir. Durum denklemi parametresi denklem (3.5) kullanılarak

$$\omega = -1 - \frac{1}{3H} \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} + \gamma H_2 + \delta H_3 \right) \quad (3.13)$$

şeklinde elde edilir.

3.2. Üstel Genişleme (ÜG) Modeli ve YTHKE

Bu modele göre denklem (3.1) deki genişleme faktörleri aşağıdaki biçimde verilir:

$$A = \left(\frac{c_2 c_3^2}{c_1} \right)^{\frac{1}{3}} e^{kt - \frac{2\lambda}{9kc_2}} e^{-3kt} \quad (3.14)$$

$$B = \left(\frac{c_2 c_1^2}{c_3} \right)^{\frac{1}{3}} e^{kt + \frac{\lambda}{9kc_2}} e^{-3kt} \quad (3.15)$$

$$C = \left(\frac{c_2}{c_1 c_3} \right)^{\frac{1}{3}} e^{kt + \frac{\lambda}{9kc_2}} e^{-3kt}. \quad (3.16)$$

Burada c_2, c_3, k, λ pozitif sayılardır. Denklemler (3-14), (3.15), (3.16) kullanılarak Hubble ve Hubble parametresi bileşenleri aşağıdaki gibi verilir:

$$H = k, \quad (3.17)$$

$$H_x = k + \frac{2\lambda}{3c_2} e^{-3kt}, \quad (3.18)$$

$$H_y = H_z = k - \frac{\lambda}{3c_2} e^{-3kt}. \quad (3.19)$$

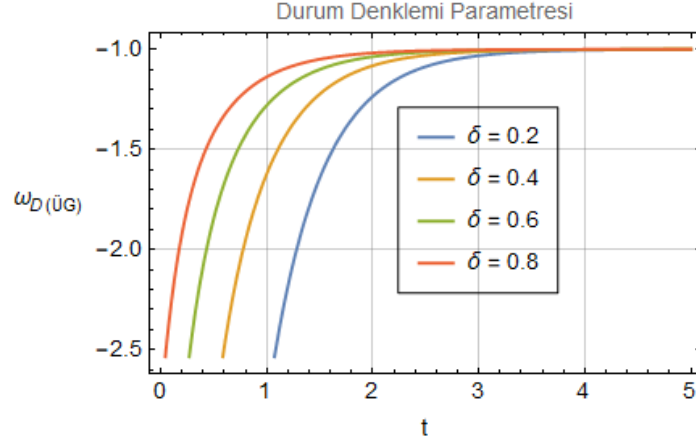
YTHKE için enerji yoğunluğu (ρ_D)

$$\rho_D = \frac{3T^2}{4\pi} \sinh\left(\frac{\delta\pi}{2H^2}\right) e^{\frac{\delta\pi}{2H^2}} \quad (3.20)$$

ile verilir (Moradpour ver ark, 2020). Burada δ Tsallis parametresi olarak bilinir. T ise bilinmeyen bir sabittir. Denklem (3.13), denklem (3.20) ve üstel genişleme modeli için Hubble parametreleri kullanılarak durum denklemi parametresi aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\omega_{D(\ddot{U}_G)} = -1 - \frac{16e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k} - 5kt} m^2 \pi (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)}{27c_2 (e^{\frac{\pi\delta}{k^2}} - 1) k^5 T^2} \quad (3.21)$$

Denklem (3.21) de verilen durum denklemi parametresi için Tsallis parametresinin (δ) çeşitli değerlerdeki davranışının grafiği Şekil 3.1 de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Bazı Tsallis parametrelerine göre durum denklemi parametresinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.1. deki grafiğe göre Tsallis parametresinin değeri arttıkça durum denklemi parametresinin Λ CDM modeline daha hızlı yaklaştığı görülmektedir. Λ CDM (Lambda Cold Dark Matter) modeli, evrenin genişlemesini açıklamada en başarılı ve gözlemsel olarak desteklenen standart kozmolojik modeldir. Bu modelde karanlık enerji, kozmolojik sabit Λ ile temsil edilir ve karanlık enerjinin durum denklemi parametresi sabittir ($\omega = -1$). $\omega < -1$ olması evrenin fantom karanlık enerji döneminde olduğunu gösterir. Yani bu durum klasik karanlık enerjinin daha negatif basınç içeren bir enerji bileşenini ifade eder ($p < -\rho_D$). Yine grafiğe göre evrende bu modele göre herhangi bir faz geçişinin olmadığı söylenebilir.

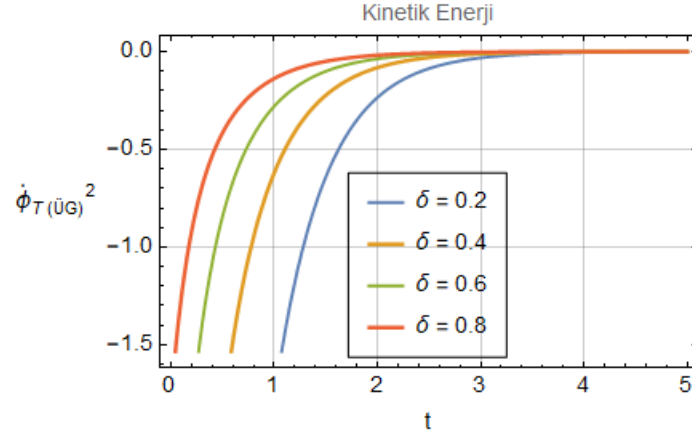
3.2.1. YTHKE'nin skaler alanlarla ilişkisi

3.2.1.1. Takyon alanı

Denklem (2.19) ve denklem (3.21) kullanılarak Takyon alanı için kinetik enerji terimi eşitleme yapılarak ($\rho_T \rightarrow \rho_D$):

$$\dot{\phi}_{T(\text{ÜG})}^2 = - \frac{16e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k} - 5kt} m^2 \pi (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)}{27c_2 (e^{\frac{\pi\delta}{k^2} - 1}) k^5 T^2} \quad (3.22)$$

olarak elde edilir.

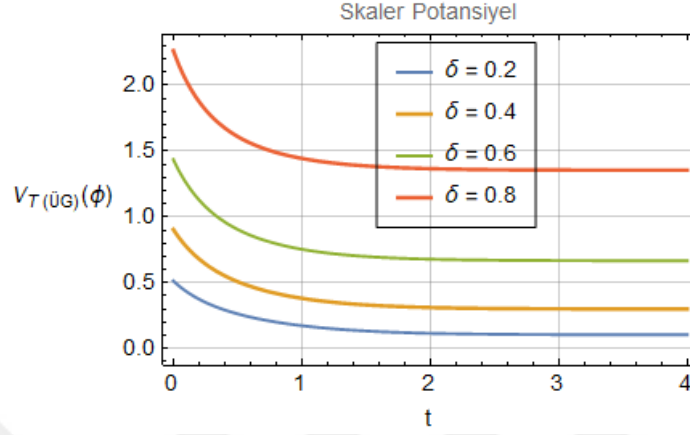


Şekil 3.2. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyonik kinetik enerji teriminin üstel genişleme modeli için zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Üstel genişleme modeli altında elde edilen Şekil 3.2. de, takyonik alanın kinetik enerji teriminin zamana bağlı evrimi, farklı Tsallis parametresi (δ) değerleri için karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır. Grafik, başlangıçta tüm δ değerleri için kinetik enerji teriminin negatif ve mutlak değerce büyük olduğunu göstermektedir. Bu durum, takyonik alanın erken evrede yüksek kinetik enerjili bir konfigürasyonda bulunduğunu ve klasik enerji koşullarının ihlal edildiğini işaret etmektedir. Zamanın ilerlemesiyle birlikte kinetik enerji artan bir hızla 0'a yaklaşmakta, bu da kinetik bileşenin sönmüldüğünü ve skaler alanın giderek potansiyel enerji baskın bir rejime geçtiğini ortaya koymaktadır. Tsallis parametresi arttıkça bu sönmülenme sürecinin daha erken zamanlarda gerçekleştiği gözlenmektedir; örneğin $\delta = 0.8$ için kinetik terim $t \approx 1.5$ civarında ihmal edilebilir düzeye inerken, $\delta = 0.2$ için bu geçiş $t \approx 3.5$ civarında tamamlanmaktadır. Dolayısıyla büyük δ değerleri, alanın kinetik enerjisinin hızlı bir biçimde bastırılmasını ve potansiyel enerjinin erken dönemde baskın hale gelmesini sağlamaktadır. Kozmolojik bağlamda bu davranış, modelin geç evrede kozmolojik sabit benzeri ($\omega \rightarrow -1$) bir duruma asimptotik yaklaşmasını kolaylaştırmakta ve erken ivmelenme senaryolarının oluşmasına olanak vermektedir.

Denklem (2.17), denklem (2.18), denklem (3.20) ve denklem (3.21) kullanılarak Takyon alanı için potansiyel

$$V_{T(\ddot{U}G)} = \frac{3\left(\frac{\pi\delta}{e^{k^2}-1}\right)k^4T^2}{8\pi} \sqrt{1 + \frac{16e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}-5kt}m^2\pi(6c_2e^{3kt}k+\lambda)}{27c_2\left(\frac{\pi\delta}{e^{k^2}-1}\right)k^5T^2}} \quad (3.23)$$



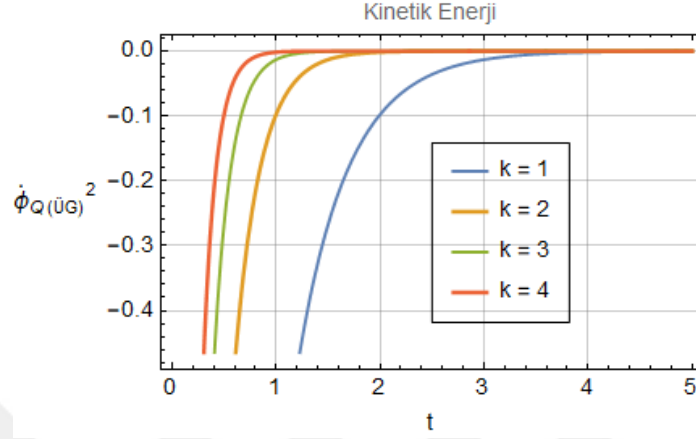
Şekil 3.3. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyon skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.3 de takyonik alanın skaler potansiyelinin zamana bağlı değişimi, farklı Tsallis parametresi (δ) değerleri için sunulmaktadır. Tüm δ değerleri için potansiyelin başlangıçta yüksek bir değere sahip olduğu, ancak zamanın ilerlemesiyle birlikte monoton biçimde azalarak asimptotik bir sabit değere yaklaştığı gözlenmektedir. Bu davranış, evrenin erken dönemlerinde potansiyel enerjinin baskın olduğunu, ancak genişlemenin etkisiyle bu baskınlığın azaldığını ve sistemin durağan bir potansiyel rejimine geçtiğini göstermektedir. Tsallis parametresi büyüdükçe başlangıç potansiyeli değeri belirgin biçimde artmakta ve potansiyelin ulaşacağı asimptotik değer de daha yüksek olmaktadır. Bu sonuçlar, yüksek δ değerlerinin takyonik alanın potansiyel enerjisini hem başlangıçta hem de geç evrede daha baskın kıldığını, dolayısıyla modelin karanlık enerji dinamiklerini daha güçlü bir şekilde belirlediğini ortaya koymaktadır.

3.2.1.2. Quintessence alanı

Üstel genişleme modeli göz önüne alınarak denklem (2.23) ve denklem (3.21) kullanılarak quintessence alanı için kinetik enerji terimi

$$\dot{\phi}_{Q(\ddot{U}G)}^2 = -\frac{2e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}-5kt}m^2(6c_2e^{3kt}k+\lambda)}{9c_2k} \quad (3.24)$$

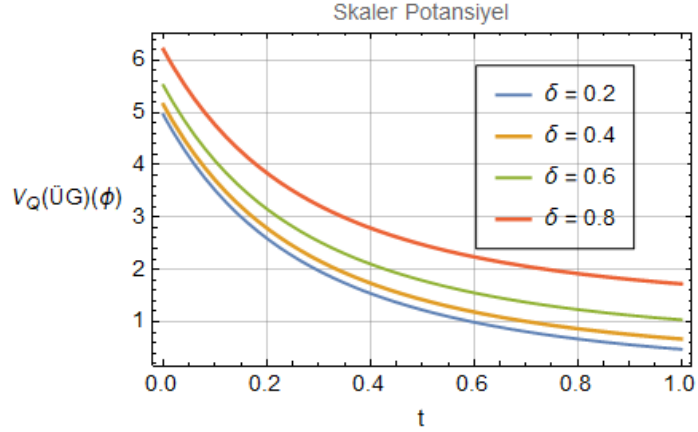


Şekil 3.4. Bazı k parametrelerine göre quintessence kinetik enerji teriminin üstel genişleme modeli için zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Üstel genişleme modeli altında elde edilen Şekil 3.4. de, quintessence alanına ait kinetik enerji teriminin farklı k parametreleri ($k = 1, 2, 3, 4$) için zamana bağlı evrimi gösterilmektedir. Tüm k değerleri için kinetik enerji terimi başlangıçta negatif olup, zamanla monoton biçimde artarak 0'a asimptotik olarak yaklaşmaktadır. Bu durum, erken evrende quintessence alanının kinetik bileşeninin baskın olduğunu, ancak üstel genişleme sürecinde hızla azalarak potansiyel enerji baskın bir rejime geçtiğini göstermektedir. k parametresi arttıkça kinetik enerji terimi çok daha erken zamanda 0'a ulaşmakta; örneğin $k = 4$ için bu geçiş $t \approx 0.8$ civarında gerçekleşirken, $k = 1$ için ancak $t \approx 2.5$ civarında tamamlanmaktadır. Bu sonuç, yüksek k değerlerinin alanın kinetik kısmını daha hızlı bastırarak evrenin potansiyel enerji baskınlığına erken geçişini sağladığını ortaya koymaktadır.

Potansiyel ifadesi denklem (2.21)-(2.22), denklem (3.20) ve denklem (3.21) kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$V_{Q(\ddot{U}G)} = \frac{\pi\delta}{8\pi} + \frac{e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}-5kt}m^2(6c_2e^{3kt}k+\lambda)}{9c_2k} \quad (3.25)$$



Şekil 3.5. Bazı Tsallis parametrelerine göre quintessence skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

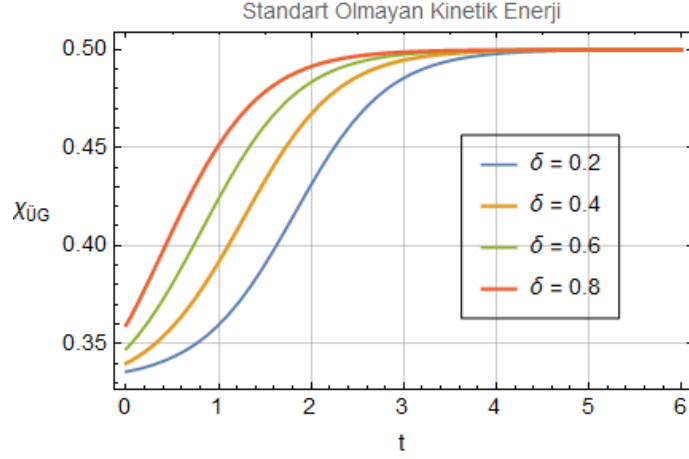
Şekil 3.5. e göre δ değerleri için potansiyel, başlangıçta yüksek bir değere sahip olup zamanla monoton şekilde azalarak belirli bir pozitif değere yaklaşmaktadır. Bu azalma, üstel genişleme sürecinde alanın potansiyel enerjisinin genişleme ile birlikte giderek azaldığını, ancak tamamen kaybolmayarak geç evrede hâlâ önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Tsallis parametresi arttıkça hem başlangıç potansiyeli hem de geç evrede ulaşılan asimptotik değer yükselmektedir. Bu sonuç, δ değerlerinin quintessence alanının potansiyel enerjisini hem erken hem de geç dönemde daha baskın kıldığını ortaya koymaktadır.

3.2.1.3. k -essence Alanı

k -essence alanı için kinetik enerji termi denklem (2.27), denklem (3.20) ve denklem (3.21) kullanılarak

$$\chi = \frac{1}{2} - \frac{2e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}} m^2 \pi (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)}{3 \left[c_2 (24e^{\frac{3kt}{c_2} + \frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}} km^2 \pi - 9e^{5kt} k^5 T^2 + 9e^{5kt + \frac{\pi\delta}{k^2} k^5 T^2} + 4e^{\frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}} m^2 \pi \lambda) \right]} \quad (3.26)$$

şeklinde bulunur.



Şekil 3.6. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler olmayan kinetik enerji ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

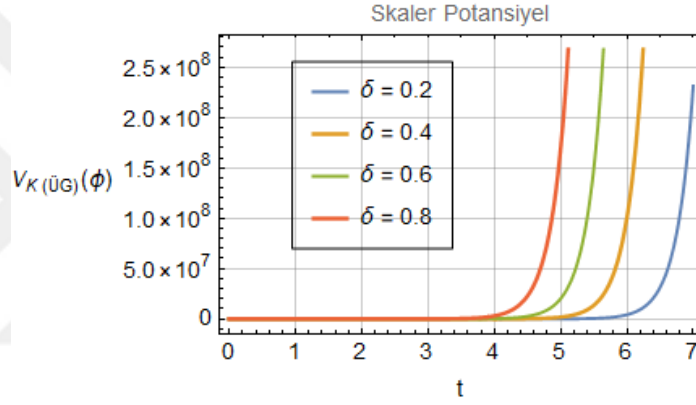
Üstel genişleme modeli altında elde edilen Şekil 3.6’da, k -essence alanına ait standart olmayan kinetik enerji teriminin farklı Tsallis parametreleri için zamana bağlı evrimi gösterilmektedir. Tüm δ değerleri için skaler olmayan kinetik enerji başlangıçta düşük bir seviyede olup zamanla artarak belirli bir maksimum değere (≈ 0.50) asimptotik olarak yaklaşmaktadır. Tsallis parametresi büyüdükçe bu artış daha hızlı gerçekleşmekte; örneğin $\delta = 0.8$ için doygunluğa ulaşma $t \approx 1.5$ civarında tamamlanırken, $\delta = 0.2$ için bu geçiş $t \approx 3.0$ civarında gerçekleşmektedir. Bu sonuçlar, yüksek δ değerlerinin k -essence alanının kinetik etkilerini erken dönemde güçlendirdiğini ve sistemin daha hızlı bir şekilde kararlı kinetik enerji rejimine geçmesine yol açtığını göstermektedir. Kozmolojik açıdan, bu durum yüksek δ senaryolarının evrenin erken evresinde daha belirgin bir dinamik enerji katkısı sağlayabileceğine işaret etmektedir.

Yine denklem (2.28), denklem (3.20) ve denklem (3.21) kullanılarak

$$V_{K(\ddot{U}G)} =$$

$$\frac{2187c_2^2 e^{10kt + \frac{\pi\delta}{2k^2} \frac{8e^{-3kt}\lambda}{9c_2k} \left(\frac{\pi\delta}{ek^2-1}\right)^2} k^{14} T^6 \left[2 - \frac{16e^{-5kt + \frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}} m^2 \pi (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)}{27c_2 \left(\frac{\pi\delta}{ek^2-1}\right) k^5 T^2} \right]^2 \sinh\left(\frac{\pi t^2 \delta}{2n^2}\right)}{2048m^4 \pi^3 (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)^2} \times \left[2 + \frac{16e^{-5kt + \frac{4e^{-3kt}\lambda}{9c_2k}} m^2 \pi (6c_2 e^{3kt} k + \lambda)}{27c_2 \left(\frac{\pi\delta}{ek^2-1}\right) k^5 T^2} \right] \quad (3.27)$$

elde edilir.



Şekil 3.7. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler potansiyel ifadesinin üstel genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.7, k -essence alanının skaler potansiyelinin üstel genişleme modeli altında farklı Tsallis parametreleri için zamana bağlı evrimini göstermektedir. Grafik incelendiğinde, tüm δ değerleri için potansiyelin başlangıçta düşük seviyelerde olduğu, ancak belirli bir kritik zamandan sonra hızlı ve üstel bir şekilde büyüdüğü görülmektedir. Tsallis parametresi arttıkça bu hızlı büyüme evresi daha erken başlamaktadır; örneğin $\delta = 0.8$ için artış $t \approx 4.5$ civarında başlarken, $\delta = 0.2$ için bu geçiş $t \approx 6.5$ civarında gerçekleşmektedir. Bu durum, yüksek δ değerlerinin skaler potansiyelin dinamik evriminde hızlandırıcı bir etki yaptığını ve k -essence alanının enerji yoğunluğunu erken evrende daha hızlı artırdığını göstermektedir. Kozmolojik bağlamda bu sonuç, büyük δ senaryolarının geç evre hızlanma sürecini daha erken tetikleyebileceğini ima etmektedir.

3.3. Kuvvet Yasası Genişlemesi (KYG) Modeli

Bu model için n pozitif bir sabit olmak üzere genişleme faktörleri aşağıdaki gibi verilir:

$$A = \left(\frac{c_2 c_3^2}{c_1} \right)^{\frac{1}{3}} t^n e^{-\frac{2\lambda t^{1-3n}}{3c_2(3n-1)}} \quad (3.28)$$

$$B = \left(\frac{c_2 c_1^2}{c_3} \right)^{\frac{1}{3}} t^n e^{\frac{\lambda t^{1-3n}}{3c_2(3n-1)}} \quad (3.29)$$

$$C = \left(\frac{c_2}{c_1 c_3} \right)^{\frac{1}{3}} t^n e^{\frac{\lambda t^{1-3n}}{3c_2(3n-1)}}. \quad (3.30)$$

Hubble parametresi ve bileşenleri de aşağıdaki forma dönüşür;

$$H = \frac{n}{t}, \quad (3.31)$$

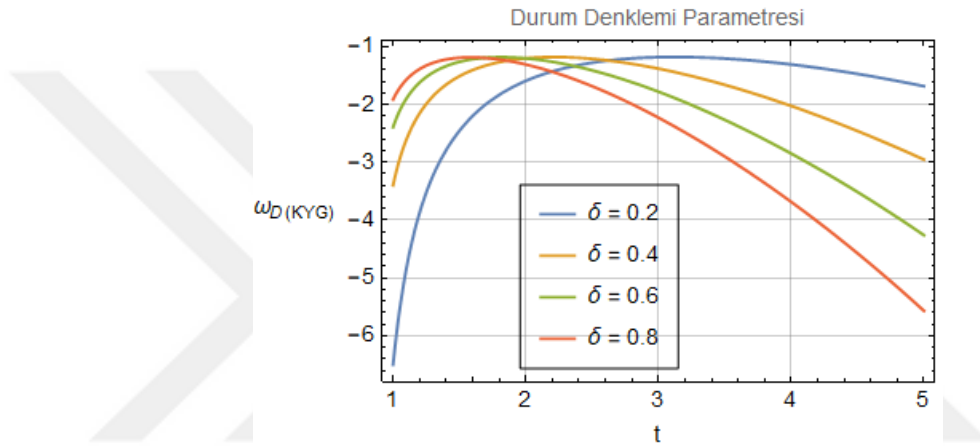
$$H_x = \frac{n}{t} + \frac{2\lambda}{3c_2} t^{-3n}, \quad (3.32)$$

$$H_y = H_z = \frac{n}{t} - \frac{\lambda}{3c_2} t^{-3n}. \quad (3.33)$$

Denklem (3.13), denklem (3.20) ve kuvvet yasası genişleme modeli için Hubble parametreleri kullanılarak durum denklemi parametresi aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\omega_{D(KYG)} = -1 - \frac{2e^{-\frac{4t^{1-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n}t^{-5n}} \left\{ 48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 9c_2n^2t^{5n}T^2 \left[2e^{\frac{4t^{1-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n}n^2} + e^{t(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n})}(\pi t^2\delta - 2n^2) \right] + 8m^2\pi t^5\lambda \right\}}{27c_2(-1+e^{\frac{\pi t^2\delta}{n^2}})n^5T^2} \quad (3.34)$$

Denklem (3.34) de verilen durum denklemi parametresi için Tsallis parametresinin (δ) çeşitli değerlerdeki davranışının grafiği Şekil 3.8 de gösterilmiştir.



Şekil 3.8. Bazı Tsallis parametrelerine göre durum denklemi parametresinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.8’de, kuvvet yasası genişleme modeli kapsamında durum denklemi parametresinin zamanla değişimi, farklı Tsallis parametreleri için sunulmaktadır. Tüm δ değerleri için ω_D başlangıçta oldukça düşük (daha negatif) değerlerden başlamakta, kısa bir süre içinde artarak bir maksimum değere ulaşmakta ve ardından yeniden azalma eğilimine girmektedir. Küçük δ değerlerinde ($\delta = 0.2, 0.4$) maksimum nokta daha geç zamanlarda ortaya çıkarken, büyük δ değerlerinde ($\delta = 0.6, 0.8$) bu nokta daha erken gerçekleşmektedir. Ayrıca δ arttıkça, geç dönemlerde ω_D düşüş hızı belirgin biçimde artmakta ve değerleri daha negatif olmaktadır. Bu durum, yüksek δ senaryolarının geç evrende daha baskın bir fantom-benzeri ($\omega_D < -1$) davranış sergilediğini göstermektedir.

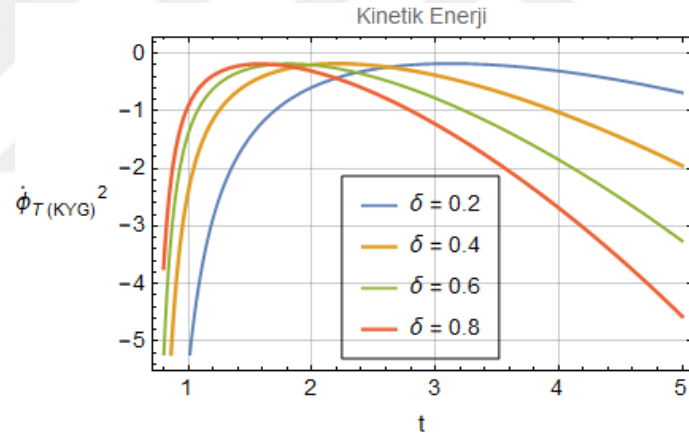
3.3.1. YTHKE'nin Skaler alanlarla ilişkisi

3.3.1.1. Takyon alanı

Denklem (2.19) ve denklem (3.34) kullanılarak Takyon alanı için kinetik enerji terimi eşitleme yapılarak ($\rho_T \rightarrow \rho_D$):

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{T(KYG)}^2 = & -\frac{2e^{\frac{4t^{1-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n}t^{-5n}}}{27c_2\left(e^{\frac{\pi t^2\delta}{n^2}-1}\right)n^5T^2}\left\{48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + \right. \\ & \left. 9c_2n^2t^{5n}T^2\left[2e^{\frac{4t^{1-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n}n^2} + e^{t\left(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n\lambda}}{3c_2-9c_2n}\right)}(\pi t^2\delta - 2n^2)\right] + 8m^2\pi t^5\lambda\right\} \end{aligned} \quad (3.35)$$

olarak elde edilir.



Şekil 3.9. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyon alanı için kinetik enerji teriminin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.9'da verilen grafik, Tsallis parametresinin farklı değerleri altında takyon alanına ait kinetik enerji teriminin kuvvet yasası genişleme modeline göre zamansal evrimini ortaya koymaktadır. Grafik incelendiğinde, evrenin ilk zamanlarında kinetik enerji teriminin negatif ve düşük seviyelerde başladığı, zamanla yükselerek maksimum bir değere ulaştığı ve ardından tekrar düşerek giderek azalan bir eğilim sergilediği görülmektedir. Bu davranış, takyon alanının kinetik enerjisinin evrenin erken dönemlerinde belirgin bir etkiye sahip

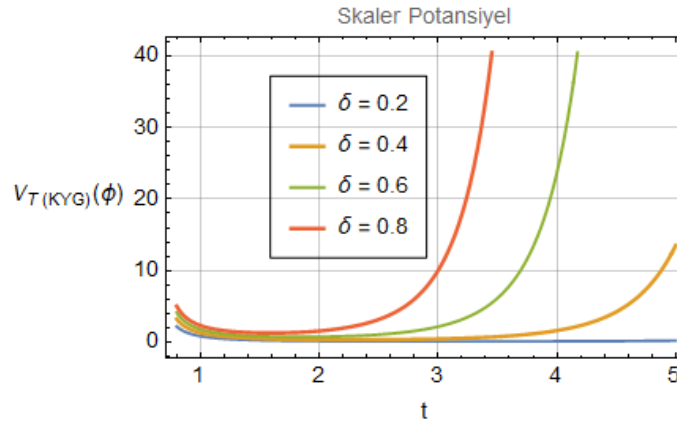
olduğunu, fakat zaman ilerledikçe bu etkinin zayıflayarak sistemin kararsız bir yapıya yöneldiğini göstermektedir. Ayrıca, δ parametresinin artması, kinetik enerjinin maksimum değerine daha erken ulaşmasına ve sonrasında daha hızlı bir şekilde düşmesine yol açmaktadır. Dolayısıyla, Tsallis entropisi parametresinin artışı takyon alanı dinamiklerinde hızlandırıcı ve baskılayıcı bir rol oynayarak, geç dönemlerde kinetik enerjinin küçülmesine ve karanlık enerji benzeri davranışların daha belirgin hale gelmesine katkıda bulunmaktadır.

Denklem (2.17), denklem (2.18) ve denklem (3.35) kullanılarak Takyon alanı için potansiyel

$$V_{T(KYG)} = \frac{\left(-1 + e^{\frac{\pi t^2 \delta}{n^2}}\right) n^4 T^2 e^{-\frac{4t^{1-3n}\lambda}{6c_2 - 18c_2 n} t^{-\frac{5}{2}n}}}{8\sqrt{3}\pi t^4} \times$$

$$\left\{ \frac{96c_2 m^2 n \pi t^{4+3n} + 9c_2 e^{\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2 - 9c_2 n}} n^2 t^{5n} T^2 \left[(4-3n)n^2 + e^{\frac{\pi t^2 \delta}{n^2}} (n^2(3n-4) + 2\pi t^2 \delta) \right] + 16m^2 \pi t^5 \lambda}{c_2 \left(e^{\frac{\pi t^2 \delta}{n^2}} - 1 \right) n^5 T^2} \right\}^{1/2} \quad (3.36)$$

gibi bulunur.



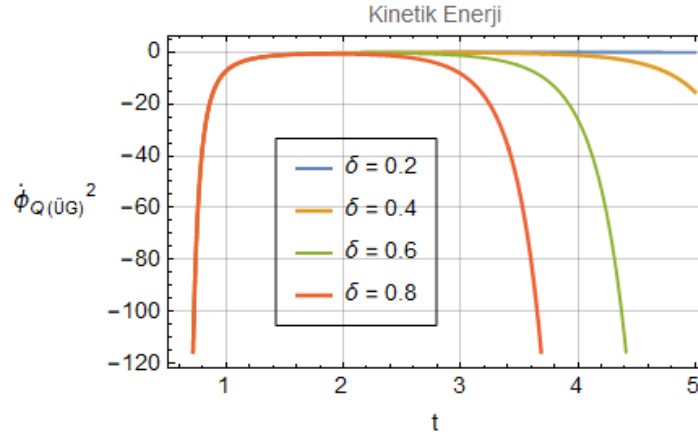
Şekil 3.10. Bazı Tsallis parametrelerine göre takyonik alanın skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.10’da takyonik alanın skaler potansiyelinin kuvvet yasası genişleme modeline göre evrimi verilmiştir. Grafik incelendiğinde, düşük t değerlerinde potansiyelin tüm δ parametreleri için benzer bir davranış sergilediği, ancak zaman ilerledikçe δ ’nın artışıyla birlikte potansiyelin daha erken evrelerde hızlı ve üstel bir artış gösterdiği görülmektedir. Bu durum, Tsallis parametresinin büyüklüğünün takyonik alan potansiyelini hızlandırıcı bir etkiye sahip olduğunu, dolayısıyla evrenin dinamiklerinde daha erken dönemlerde enerji yoğunluğunun baskın hale geldiğini göstermektedir.

3.3.1.2. Quintessence alanı

Üstel genişleme modeli göz önüne alınarak denklem (2.23) ve denklem (3.34) kullanılarak quintessence alanı için kinetik enerji terimi

$$\dot{\phi}_{Q(KYG)}^2 = -\frac{e^{-\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}t^{-4-5n}}}{36c_2n\pi} \{48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 9c_2n^2t^{5n}T^2[2e^{\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}n^2} + e^{t(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n})}(\pi t^2\delta - 2n^2)] + 8m^2\pi t^5\lambda\} \quad (3.37)$$



Şekil 3.11. Bazı k parametrelerine göre quintessence kinetik enerji teriminin kuvvet genişleme modeli için zaman

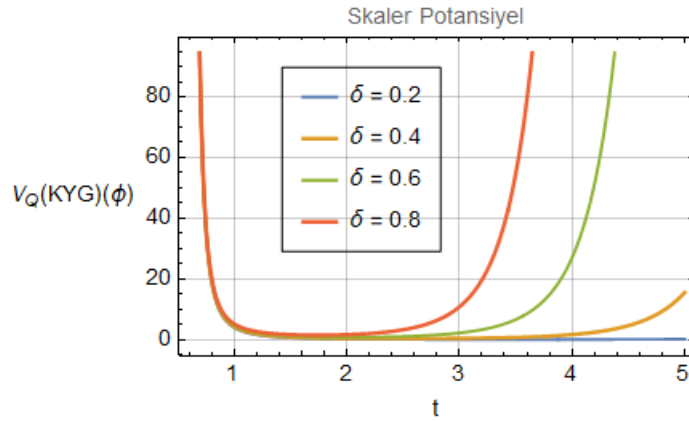
içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.11’de quintessence alanı için kinetik enerji teriminin kuvvet yasası genişleme modeline göre zamanla değişimi incelenmektedir. Tüm durumlarda başlangıçta yüksek

negatif değerlere sahip olan kinetik enerji, kısa bir süre içinde daha az negatif değerlere doğru yükselmekte, ancak zaman ilerledikçe tekrar hızla azalarak daha negatif değerlere doğru düşmektedir. Özellikle δ arttıkça kinetik enerjinin daha erken zamanlarda keskin bir düşüş yaşadığı ve eğrilerin daha hızlı şekilde negatif değerlere indiği görülmektedir. Bu davranış, Tsallis parametresinin sistemin kinetik dinamiğini güçlü bir biçimde etkilediğini ve artan δ değerlerinin alanın kinetik enerjisini daha kısa sürede baskıladığını göstermektedir. Dolayısıyla, quintessence alanının kinetik terimi hem zamana hem de Tsallis parametresine duyarlı bir evrim sergileyerek genişlemenin dinamiklerini belirleyen önemli bir rol oynamaktadır. Potansiyel kısmı ise

$$V_{Q(KYG)} = \frac{e^{-\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}t^{-4-5n}}}{72c_2n\pi} \left\{ 48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 8m^2\pi t^5\lambda + 9c_2e^{\frac{1}{2}t\left(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{8\lambda}{(3c_2-9c_2n)(t^{5n})^{3/5}}\right)} n^2t^{5n}T^2 \left[e^{\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}} \pi t^2\delta + 2n^2(3n-2) \sinh\left(\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}\right) \right] \right\} \quad (3.38)$$

biçiminde elde edilir.



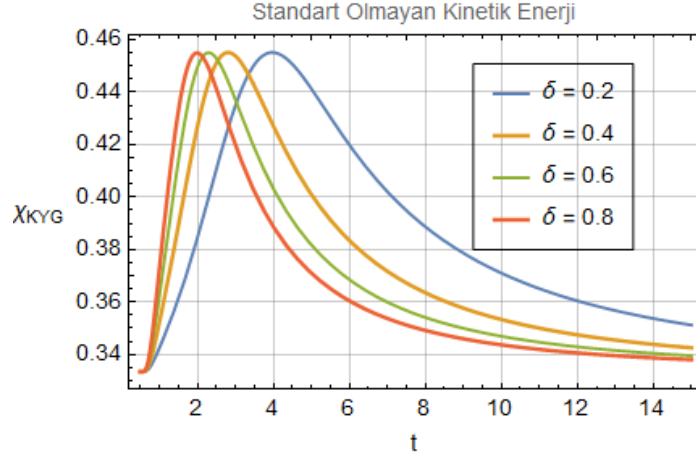
Şekil 3.12. Bazı Tsallis parametrelerine göre quintessence skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.12’de quintessence alanının skaler potansiyelinin zamanla değişimi, farklı Tsallis parametreleri için incelenmiştir. Grafik incelendiğinde, küçük δ değerlerinde potansiyelin düşük genlikte ve yavaş artış eğilimi gösterdiği, buna karşılık daha büyük δ değerlerinde potansiyelin erken evrelerde hızlı bir minimuma ulaştığı ve ardından kısa sürede keskin bir şekilde büyüyerek üstel eğilim sergilediği görülmektedir. Bu durum, Tsallis parametresinin büyümesinin quintessence potansiyelinin dinamiklerini belirgin biçimde değiştirdiğini, düşük değerlerde daha kararlı ve uzun vadede ılımlı bir evrim sunarken, yüksek değerlerde kararsızlık eğilimiyle hızla yükselen bir potansiyel yapısına yol açtığını göstermektedir. Dolayısıyla, δ parametresi quintessence alanının potansiyel formunu kritik şekilde kontrol ederek evrenin genişleme sürecindeki enerji dağılımını doğrudan etkilemektedir.

3.3.1.3. k-essence alanı

k -essence alanı için kinetik terim yine ilgili denklemler kullanılarak aşağıdaki formda bulunur:

$$\chi_{KGY} = \frac{48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 8m^2\pi t^5\lambda + 9c_2e^{\frac{1}{2}t(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{8\lambda}{(3c_2-9c_2n)(t^{5n})^{3/5}})}n^2t^{5n}T^2 \left[e^{\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}}\pi t^2\delta + 2n^2(3n-2)\sinh\left(\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}\right) \right]}{144c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 24\pi t^5\lambda + 27c_2e^{\frac{1}{2}t(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{8\lambda}{(3c_2-9c_2n)(t^{5n})^{3/5}})}n^2t^{5n}T^2 \left[e^{\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}}\pi t^2\delta + 4(n-1)n^2\sinh\left(\frac{\pi t^2\delta}{2n^2}\right) \right]} \quad (3.39)$$

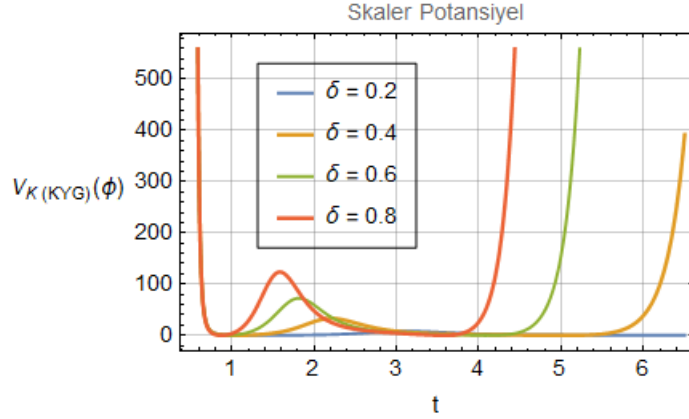


Şekil 3.13. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler olmayan kinetik enerji ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.13'te, kuvvet yasası genişleme modeli kapsamında k -essence alanına ait standart olmayan kinetik enerji teriminin zamana bağlı davranışı farklı Tsallis parametreleri için verilmiştir. Grafik incelendiğinde, tüm parametreler için kinetik enerji teriminin başlangıçta düşük bir değerden başlayarak hızlı bir artışla maksimuma ulaştığı, ardından ise zamanla azalarak asimptotik olarak durağan bir rejime yaklaştığı görülmektedir. Tsallis parametresi büyüdükçe tepe noktası daha erken zamanda ortaya çıkmakta ve maksimum değerden sonraki düşüş daha hızlı gerçekleşmektedir. Bu durum, δ parametresinin k -essence dinamiğinde enerji yoğunluğunun evrim hızını belirleyen önemli bir faktör olduğunu, küçük δ değerlerinde daha uzun süreli ve yüksek genlikli kinetik davranış gözlenirken büyük δ değerlerinde sistemin daha hızlı sönümlendiğini göstermektedir. Potansiyel terim ise

$$\begin{aligned}
 V_{K(KYG)} = & \frac{\left\{ 48c_2m^2n\pi t^{4+3n} - 9c_2n^2t^{5n}T^2 \left[e^{\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}} n^2(3n-2) - e^{t\left(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}\right)} (3n^3-2n^2+\pi t^2\delta) \right] + 8m^2\pi t^5\lambda \right\}}{72c_2n\pi \left\{ 48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 9c_2n^2t^{5n}T^2 \left[2e^{\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}} n^2 + e^{t\left(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}\right)} (\pi t^2\delta - 2n^2) \right] + 8m^2\pi t^5\lambda \right\}} \times \\
 & \left\{ e^{-\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}} t^{-4-5n} \left[48c_2m^2n\pi t^{4+3n} + 9c_2n^2t^{5n}T^2 \left(e^{\frac{4t^{1-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}} n^2(2+3n) + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. e^{t\left(\frac{\pi t\delta}{n^2} + \frac{4t^{-3n}\lambda}{3c_2-9c_2n}\right)} (-2n^2 - 3n^3 + \pi t^2\delta) \right] + 8m^2\pi t^5\lambda \right\}^2 \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

şeklinde bulunur.



Şekil 3.14. Bazı Tsallis parametrelerine göre k -essence skaler potansiyel ifadesinin kuvvet yasası genişleme modeline göre zaman içindeki davranışı. (Burada kolaylık olması açısından $m = c_2 = k = \lambda = T = 1$ alınmıştır.)

Şekil 3.14'te k -essence skaler potansiyelinin kuvvet yasası genişleme modeli çerçevesinde Tsallis parametresine bağlı olarak zamana göre değişimi sunulmaktadır. Grafik incelendiğinde, küçük δ değerlerinde potansiyelin daha yatay ve düşük genlikli bir seyir izlediği, buna karşılık δ 'nin artmasıyla birlikte potansiyel fonksiyonunun kısa zaman aralıklarında keskin tepe noktaları oluşturduğu ve uzun vadede hızlı yükselişler sergilediği görülmektedir. Bu durum, Tsallis parametresinin büyümesinin k -essence alanında potansiyelin kararsızlık eğilimlerini artırdığını ve geç evrimde dinamiğin hızla ivmelenmesine yol açtığını göstermektedir. Özellikle $\delta = 0.8$ için elde edilen yüksek genlikli tepe noktaları, sistemin doğrusal olmayan güçlü bir etki altında kaldığını ve potansiyel enerji yoğunluğunun evrenin hızlanan genişlemesine katkı sunabilecek düzeylere çıkabileceğini işaret etmektedir. Böylece, δ parametresi k -essence potansiyelinin kararlılığını, büyüme hızını ve evrimsel davranışını belirleyen kritik bir rol üstlenmektedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji (YTHKE) modelinin Bianchi Tipi VI_0 evreni için elde edilen bulguları, farklı genişleme rejimleri altında karanlık enerji dinamiklerinin esnek ve zengin bir yapı sergilediğini göstermektedir. Üstel genişleme (ÜG) modeli altında, Tsallis parametresi δ arttıkça durum denklemleri parametresi w 'nın hızla Λ CDM (kozmojik sabit) davranışına yaklaştığı bulunmuştur. Nitekim literatürde Pandey ve çalışma arkadaşları (2022), uygun parametre seçimlerinde YTHKE'nin $\omega \approx -1$ değerine yakınsayarak standart Λ CDM modelini yeniden üretebildiğini belirtmektedir. Bu çalışmada da ÜG modeli, geç dönemlerde evrenin kozmojik sabit benzeri bir rejime girdiğini ortaya koymuştur. Anizotropik Bianchi evreninde Tsallis karanlık enerjinin bu davranışı, Mahanta ve Das (2022)'in sonuçlarıyla da uyumludur: Bu araştırmacılar, üstel genişleme durumunda modelin geç evrede Λ CDM benzeri davrandığını (yani $\omega \rightarrow -1$ asimptotu ile karanlık enerji yoğunluğunun sabite yakınsadığını) rapor etmişlerdir. Dolayısıyla, yüksek Tsallis parametreleri, karanlık enerjinin potansiyelinin ve basıncının daha erken bir zamanda durağan bir değere ulaşmasını sağlayarak modeli hızla kozmojik sabit benzeri bir duruma geçirmektedir. Bu bulgu, Tsallis entropisinin karanlık enerjiye kattığı esnekliğin, evrenin hızlanan genişlemesini açıklamada standart modele yakın bir senaryo sunabildiğini göstermesi açısından önemlidir.

Üstel genişleme modeli kapsamında incelenen skaler alan karşılıkları da bu tabloyu desteklemektedir. Takyon alanı için elde edilen kinetik enerji grafikleri, başlangıçta büyük (negatif işaretli) bir kinetik terimin zamanla sıfıra doğru sönümlendiğini, özellikle δ değeri büyüdükçe bu sönümlenmenin çok daha erken gerçekleştiğini göstermiştir. Bu durum, yüksek Tsallis parametresinin takyon alanının kinetik bileşenini hızlıca bastırarak potansiyel enerji baskınlığına geçişi hızlandırıldığını ortaya koymaktadır. Nitekim takyon skaler potansiyelinin de başlangıçta yüksek bir değer aldığı ve zamanla monoton biçimde azalarak sabit bir değere yaklaştığı gözlemlenmiştir. Tsallis parametresinin büyümesi hem ilk potansiyel enerjiyi hem de geç dönem asimptotik değerini artırmakta; bu da yüksek δ değerlerinde takyon alanının tüm evrim boyunca daha baskın bir karanlık enerji bileşeni sağladığı anlamına gelmektedir. Bu sonuç, literatürde Tavayef ve arkadaşlarının (2018) Tsallis entropisiyle tanımlanan HKE modeli üzerine yaptığı gözleme paraleldir: Tsallis entropisi kullanıldığında IR kestirimi Hubble yarıçapı olsa dahi geç dönemde hızlanmış bir evren ortaya çıkabilir ki bu, klasik holografik DE modelinden önemli bir sapmadır. Yani,

Tsallis potansiyeli sayesinde takyonik karanlık enerji, etkileşim olmaksızın bile ivmelenen bir genişlemeyi mümkün kılmaktadır. Bizim bulgularımız da takyon potansiyelinin asimptotik olarak sabite yaklaşmasının, evrenin geç dönem dinamiklerinde de Sitter benzeri (yani ivmelenen ve değişmez bir karanlık enerji yoğunluklu) bir döneme geçişi simgelediğini gösteriyor. Bu, THKE modelinin kozmolojik sabite doğal bir yaklaşım sergileyebildiğini kanıtlar niteliktedir.

Üstel genişleme altındaki quintessence alanı ve k -öz (k -essence) alanı sonuçları da benzer şekilde Tsallis parametresinin karanlık enerji dinamiklerini nasıl şekillendirdiğini ortaya koymaktadır. Quintessence alanının kinetik terimi başlangıçta negatif bir değerden başlayıp zamanla 0'a asimptotik olarak yükselmekte, δ büyüdükçe kinetik enerji sıfıra daha erken zamanda ulaştığı görülmektedir. Bu, yüksek δ değerlerinin quintessence alanında kinetik enerjiyi hızlıca baskıladığını, dolayısıyla potansiyel enerji hâkimiyetine geçişi öne çektiğini gösterir. Nitekim quintessence potansiyelinin de tüm δ değerlerinde monoton azalarak pozitif bir değere yaklaştığı, δ arttıkça hem başlangıç hem de asimptotik potansiyelin yükseldiği saptanmıştır. Bu bulgu, Tsallis parametresinin büyümesinin quintessence türü bir alanın potansiyel enerjisini sürekli yüksek tutarak karanlık enerji etkisini güçlendirdiği anlamına gelir. Benzer şekilde, k -essence alanında standart olmayan kinetik terimin başlangıçta düşük olup zamanla belirli bir maksimuma yükseldiği ve daha sonra durağan bir seviyeye yaklaştığı görülmüştür; daha büyük δ değerlerinde bu doygunluğa daha erken ulaşıp ardından gelen sönümlenmenin hızlandığı tespit edilmiştir. Bu da yüksek Tsallis parametresinin k -essence alanının erken dönemdeki enerjisini daha çabuk tüketip sistemi kararlı bir kinetik rejime soktuğunu gösterir. Özetle, üstel genişleme modelinde farklı skaler alanlar için yapılan yeniden inşa analizleri, yüksek δ değerlerinin erken dönemde kinetik enerjiyi baskılayıp potansiyel enerjiyi baskın kıldığını, bunun da evrenin hızlanmasını kolaylaştırdığını göstermektedir. Bu çıkarımlar literatürdeki diğer yeniden inşa çalışmalarınca da desteklenmektedir. Örneğin, Mahanta ve Das (2022) YTHKE ile quintessence alanı arasında bir eşdeğerlik kurarak uygun potansiyel fonksiyonlarını elde etmiş ve üstel genişleme modelinin karanlık enerji yoğunluğunu gözlenen ivmelenmeyi açıklayacak şekilde sabite yakın bir değere götürdüğünü göstermiştir. Bizim sonuçlarımız da quintessence potansiyelinin geç dönemde tamamen yok olmayıp pozitif bir değere yerleştiğini ortaya koyarak, YTHKE'nin kozmolojik ivmelenmeyi sürdürebilen bir potansiyel enerji zemini sunduğunu teyit etmektedir.

Kuvvet yasası genişlemesi (KYG) modeli altındaki bulgular, YTHKE'nin davranışında daha farklı ve dinamik bir tabloya işaret etmektedir. Bu modelde durum denklemi parametresi, tüm δ değerleri için başlangıçta oldukça düşük (çok negatif) bir değerden başlayıp kısa bir süre içinde yükselerek bir maksimum değere ulaşıyor, ardından tekrar düşüşe geçerek geç dönemde yeniden daha negatif değerlere yöneliyor. Dikkat çekici biçimde, Tsallis parametresi arttıkça ω eğrisinin doruk noktasına daha erken zamanda ulaştığı ve sonrasında daha hızlı bir düşüşle geç dönemde daha düşük (daha negatif) değerlere indiği görülmektedir. Bu, yüksek δ değerlerinin, sistemin son evrede daha baskın bir “fantom” benzeri davranış sergilemesine yol açtığını gösterir. Başka bir deyişle, KYG modeli altında büyük Tsallis parametreleri, ω değerinin -1 'in altına inerek fantom karanlık enerji rejimine geçmesini hızlandırmaktadır. Bu bulgu literatürdeki quintom (geçişken) karanlık enerji senaryolarıyla örtüşmektedir. Pandey ve ark. (2022) tarafından ortaya konan YTHKE modeli de parametre seçimlerine göre quintessence ($\omega > -1$) veya quintom (ω 'nin -1 'i aşan, çift taraflı) davranışlar sergileyebilmektedir. KYG bulgusu da ω 'nin -1 sınırının altına düşebildiğini, dolayısıyla quintom benzeri bir durumun ortaya çıkabildiğini göstererek bu öngörüyle nitel bir uyum içindedir. Bununla birlikte, Mahanta ve Das (2022) gibi bazı çalışmalar, Bianchi I evreninde (etkileşimli bir senaryo altında) kuvvet yasası tipi genişleme için ω 'nin geç dönemde -1 ile $-1/3$ arasında kalarak quintessence bölgesinde seyrettiğini bildirmişlerdir. Bizim incelememizde görülen daha sert düşüş (daha fantomsı ω) ise, modelin etkileşimsiz ele alınmasından veya parametre farklılıklarından kaynaklanabilir. Yine de genel eğilim aynıdır: Kuvvet yasası genişlemesinde Tsallis parametresinin artışı, karanlık enerji EoS'unun daha erken zirve yapıp ardından hızlı bir negatifleşme sürecine girmesine yol açmaktadır. Bu da YTHKE'nin, genişleme yasasına bağlı olarak, kozmolojik evrimde farklı fazlar (örneğin geçici bir ivmelenme artışı ardından güçlü bir karanlık enerji baskınlığı) yaratabileceğini göstermektedir.

KYG modeli altındaki skaler alan analizleri, ÜG modeline kıyasla daha karmaşık evrimler sergilemiştir. Takyon alanı için kinetik enerji terimi bu modelde erken evrede negatif ve düşük bir seviyede başlayıp zamanla yükselerek bir maksimuma ulaşmış, ardından tekrar düşüp giderek azalan bir trende girmiştir. Yüksek δ değerlerinde bu maksimum noktasına ulaşma süresi kısaltmakta ve düşüş fazı daha ani olmaktadır. Bu sonuç, Tsallis entropi parametresinin takyon alanı dinamiklerinde hem ivmelendirici (erken dönemde kinetik enerjiyi hızlı arttırıcı) hem de baskılayıcı (sonrasında kinetiği hızlı tüketici) bir rol

oynadığını ortaya koymaktadır. Nitekim takyonik skaler potansiyel için de düşük δ değerlerinde tüm eğrilerin benzer seyrettiği, fakat δ arttıkça potansiyelin daha erken zamanlarda üstel bir artış gösterdiği saptanmıştır. Bu, büyük Tsallis parametresinin takyon potansiyelini erken evrede hızla yükselterek evrenin enerjik yapısını daha erken dönemde karanlık enerji baskın hale getirdiğini gösterir. Quintessence alanı açısından bakıldığında, KYG altında kinetik terim başlangıçta yüksek negatif değerlerde olup kısa sürede daha az negatif değerlere yükseliyor; ancak zamanla tekrar keskin bir düşüşle daha derin negatiflere iniyor. Özellikle δ büyüdüğünde kinetik enerjinin erken zamanlarda keskin bir düşüş yaşadığı ve eğrinin hızla negatif değere geri döndüğü görülmüştür. Bu, Tsallis parametresinin quintessence alanında kinetik enerjiyi çok kısa sürede bastırdığını ve sistemi adeta uzun süreli durgun bir potansiyele mahkûm ettiğini ima etmektedir. Nitekim quintessence potansiyelinin de küçük δ değerlerinde görece yavaş ve düşük genlikli bir artış sergilerken, büyük δ değerlerinde erken bir minimuma ulaşip ardından hızla yükselen, üstel karakterli bir profil çizdiği ortaya konmuştur. Bu davranış, Tsallis parametresinin büyümesinin quintessence potansiyelinde kararsızlık eğilimini artırdığını ve sistemin potansiyel enerjisinde ani sıçramalara yol açtığını gösterir. Örneğin δ değerinin büyük olduğu senaryolarda potansiyel, evrim boyunca bir noktada keskin bir tepe yapıp sonrasında hızla yükselmektedir. Böylece yüksek δ , quintessence alanını daha “hareketli” kılarak karanlık enerjinin geç evrede aniden güç kazanmasına yol açabilir. k -essence alanı için de benzer şekilde, KYG modeli altında kinetik terimin düşük bir değerden başlayıp hızlıca maksimuma çıktığı ve sonra asimptotik olarak azaldığı görülmüştür; δ büyüdükçe maksimum nokta daha erken ortaya çıkmakta ve sonrasındaki düşüş hızlanmaktadır. Potansiyel enerji ise küçük δ değerlerinde neredeyse durağan ve düşük seviyeliyken, büyük δ değerlerinde kısa aralıklarla keskin tepe noktaları oluşturup uzun vadede hızlı bir yükseliş sergilemektedir. Bu, Tsallis parametresi büyük olduğunda k -essence potansiyelinin daha kararsız ve hızlı büyüyen bir yapıya büründüğünü, dolayısıyla geç evrede evrenin hızlanmasına daha erken ve güçlü bir katkı sunabileceğini ima eder. Özellikle modelimizde δ 'nin en yüksek değerlere yakın olduğu durumlarda, potansiyel eğrilerinde görülen yüksek genlikli dalgalanmalar, karanlık enerji yoğunluğunun evrenin ivmelenen genişlemesine belirgin ölçüde etki edebilecek seviyelere ulaştığına işaret etmektedir. Bu bulgular, YTHKE modelinin farklı skaler alan realizasyonlarında bile geniş parametre alanlarında ivmelenen genişlemeyi sağlayabildiğini, ancak genişleme yasasına bağlı olarak durağan (kozmolojik

sabit benzeri) veya dinamik (quintessence/phantom benzeri) karakterler alabileceğini göstermektedir.

Genel olarak, elde edilen sonuçların kozmolojik anlamı, Tsallis entropisi tabanlı holografik karanlık enerji modelinin standart Λ CDM senaryosu ile dinamik karanlık enerji senaryoları arasında bir köprü kurabileceğini göstermesidir. Üstel genişleme altında YTHKE, geç evrede evrensel izotropiye uygun biçimde (anisotropi parametresinin sıfıra yaklaştığı), de Sitter benzeri bir evrene yakınsar. Bu, kozmolojik sabitin doğal bir emergent sonucu olarak görülebilir ve bu modelin gözlemsel olarak başarılı Λ CDM modelini bir özel durum olarak içerdiğini gösterir. Nitekim literatürde Bianchi Tipi anisotropik modellerde dahi Tsallis HKE'nin geç evrede izotropik bir duruma evrildiği ve genişleme parametrelerinin gözlemsel değerlere yaklaştığı bildirilmiştir (örneğin anizotropi parametresinin zamanla azalıp sıfıra gitmesi). Kuvvet yasası genişlemesi ise YTHKE'nin daha karmaşık bir evrim geçirmesine yol açar; belirli parametrelerde $\omega < -1$ (fantom) davranışı mümkün hale gelirken, başka durumlarda ω değerinin -1 ile -1/3 arasında seyreden quintessence benzeri bir karanlık enerji ortaya çıkabilir. Bu esneklik, YTHKE modelinin evrendeki ivmelenme evrelerini ve olası faz geçişlerini açıklamada standarda göre daha zengin bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle Tsallis parametresi, karanlık enerjinin termodinamik doğasını değiştirerek evrenin farklı dönemlerde farklı davranışlar sergilemesine izin vermektedir. Bu durum, ileride karanlık enerji için gözlemlenebilecek olası imzaların (örneğin durum denklemi parametresinin zamana göre değişimi, erken ivmelenme/geç ivmelenme geçiş zamanları vb.) anlaşılması açısından kritik önem taşımaktadır. Örneğin bulgularımız, yüksek δ değerli YTHKE senaryolarında evrenin hızlanma dönemine daha erken girebileceğini ve geç evrede daha güçlü bir ivmelenme sergileyebileceğini ima etmektedir. Bu da kozmolojik gözlemlerde ivmelenme geçişine dair kırılım noktalarının YTHKE tarafından açıklanabileceğini düşündürür. Nitekim Sharma ve arkadaşları (2022), YTHKE modeli için hesapladıkları yavaşlama parametresinin $z \approx 0.6$ civarında işaret değiştirdiğini, yani modelin bu kritik geçişi başarıyla verdiğini göstermiştir. Bu tarz kozmolojik geçişlerin doğru öngörülmesi, Tsallis HKE'nin standart modele bir alternatif olarak gözlemsel verilerle ne derece uyumlu olduğunun bir göstergesidir.

Elde edilen tüm bu bulgular ışığında, gelecekteki çalışmalar için çeşitli teorik ve gözlemsel öneriler gündeme gelmektedir. Teorik cephede, YTHKE modelinin farklı ortamlarda ve genelleştirilmiş çerçevelerde incelenmesi önemli olacaktır. Örneğin, Tsallis

entropisi tabanlı karanlık enerji modellerinin modifiye kütleçekim teorileri ile etkileşimi (ör. $f(R)$, $f(T)$ gibi kuramlar veya skaler-tensör teoriler) araştırılabilir. Nitekim benzer entropi genellemeleri (Kaniadakis, Barrow entropileri vb.) için böyle çalışmalar yapılmış ve anisotropik evren modellerinde kayda değer sonuçlar elde edilmiştir. Tsallis holografik DE'nin de Brans–Dicke, teleparalel kütleçekim veya diğer alternatif teorilerde nasıl davranacağı kuramsal açıdan zengin bir araştırma alanıdır. Keza, bu modelin kararlılık analizleri de yapılmalıdır; özellikle fantom rejimine geçişlerde skaler alanların olası kararlılığı (örneğin takyon alanındaki negatif kinetik terimin kuantum istikrarı) incelenmelidir. Ayrıca, burada ele alınan Bianchi Tipi VI_0 evren modeline ek olarak, diğer yöndeş olmayan evren modellerinde (Bianchi Tipi -III, Kantowski–Sachs gibi) YTHKE'nin etkileri araştırılabilir. Bu tarz çalışmalar halihazırda başlamış olup, örneğin Kantowski–Sachs evreninde Tsallis HKE'nin etkileşimli ve etkileşimsiz halleri incelenmiştir (Sobhanbabu ve Santhi, 2021) ve evrenin yavaşlama-ivmelenme geçişini başarıyla üretebildiği gösterilmiştir. İleride YTHKE'nin farklı kesirli entropi parametreleri veya zamana bağlı δ senaryoları da incelenerek, karanlık enerjinin termodinamik özelliklerinin zamana göre değişip değişmediği sınanabilir.

Diğer taraftan, gözlemsel cephede YTHKE modelinin öngörülerini test etmek üzere kapsamlı çalışmalar planlanmalıdır. Modelimizin parametreleri (özellikle Tsallis parametresi δ ve olası IR kestirim parametresi) kozmolojik gözlem verileriyle kısıtlanabilir. Son yıllarda yapılan ilk çalışmalar, Tsallis HKE'nin süpernova, Hubble parametresi, ve baryon akustik salınım verilerini makul parametrelerle açıklayabildiğini göstermektedir. Hatta bazı kombinasyonlarda standart Λ CDM modeline kıyasla istatistiki olarak biraz daha iyi uyum sağlandığı rapor edilmiştir. Özellikle Pantheon+ Tip Ia süpernova verileri ve DESI'nin yeni nesil gözlemleri kullanılarak yapılan analizler, Tsallis HKE'nin Hubble sabiti (H_0) gerilimini hafifletebilecek şekilde parametre değerleri alabileceğini öne sürmektedir (Astashenok ve Tepliakov 2024). İleride Euclid, Rubin Gözlemevi (LSST) ve CMB-S4 gibi gelişmiş gözlemsel programlar sayesinde, karanlık enerjinin durum denklemi parametresinin zamana bağlı evrimi çok daha hassas ölçülebilecektir. YTHKE modeli, $\omega(z)$ eğrisinde kendine özgü davranışlar öngördüğünden, bu verilerle modelin quintessence mi yoksa fantom benzeri mi davrandığı sınanabilir. Ayrıca, modelin yapı oluşumu üzerindeki etkileri de gözlemsel olarak karşılaştırılmalıdır. Karanlık enerji sektörü farklı termodinamik özelliklere sahip olduğunda, görelî yoğunluk pertürbasyonlarının büyümesi ve madde

birikintilerinin gelişimi de değişebilir. Dolayısıyla, YTHKE modeline ait olası statefinder(durumbulucu) parametreleri veya büyüme indeksi gibi gözlemsel büyüklükler hesaplanarak, mevcut galaksi dağılımı ve zayıf kütleçekim merceği verileriyle uyumu değerlendirilmelidir. Bu tip karşılaştırmalar, Tsallis entropisinin kozmolojideki rolüne dair doğrudan testler sunacaktır.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları Yeni Tsallis Holografik Karanlık Enerji modelinin, yöndeş olmayan erken evrenden yöndeş geç evrene uzanan tarihinde, karanlık enerji davranışlarını başarılı bir şekilde yansıtabildiğini göstermektedir. Model, uygun seçilen parametrelerle Λ CDM'nin sabit karanlık enerjisi limitinden quintessence ve hatta fantom rejimlere dek uzanan geniş bir yelpazeyi kapsayabilmektedir. Bu esneklik, hem kuramsal açıdan karanlık enerji olgusunun altında yatan istatistiksel fizik bağlantılarını (Tsallis entropisi gibi) anlamamıza katkı sunmakta, hem de gözlemsel verilerle uyumlu alternatif bir senaryo ortaya koymaktadır. Önerimiz, gelecekte YTHKE modelinin çok daha detaylı parametrik incelemelere tabi tutularak çoklu veri setleriyle (Süpernova Ia, CMB, BAO, büyüme hızı vb.) karşılaştırılması, ayrıca modelin mikro-fiziksel temellerinin (örneğin kuantum yerçekimi ve entropi ilişkisi) araştırılmasıdır. Bu sayede, Tsallis entropisinin kozmolojideki yeri daha sağlam şekilde belirlenebilecek ve karanlık enerjinin doğasına dair standart modele alternatif zengin bir açıklama çerçevesi geliştirilmiş olacaktır.

5. KAYNAKLAR

- Abdollahi Zadeh, M., Sheykhi, A., Moradpour, H.** (2019). Thermal stability of Tsallis holographic dark energy in nonflat universe. *General Relativity and Gravitation*, 51, 1-20.
- Adhav, K. S., Bansod, A. S., Munde, S. L., Nakwal, R. G.** (2011). Bianchi type-VI 0 cosmological models with anisotropic dark energy. *Astrophysics and Space Science*, 332: 497-502.
- Aditya, Y., Raju, K. D., Ravindranath, P. J., Reddy, D. R. K.** (2021). Dynamical aspects of anisotropic Bianchi type VI 0 cosmological model with dark energy fluid and massive scalar field. *Indian Journal of Physics*, 95, 383-389.
- Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A. J., Barreiro, R. B., Bartolo, N., Basak, S., Benabed, K., Bielewicz, P., Bock, J. J., Bond, J. R., Borrill, J., Bouchet, F. R., Boulanger, F., Bucher, M., Burigana, C., ... Zonca, A.** (2018). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6.
- Ali, N. M., Pankaj, Sharma, U. K.** (2022). Quintessence Behavior of New Tsallis Holographic Dark Energy in FRW Universe. *Gravitation and Cosmology*, 28(3), 308-317.
- Aly, A. A.** (2019). Study of $F(T)$ gravity in the framework of the Tsallis holographic dark energy model. *The European Physical Journal Plus*, 134, 1-7. Armendáriz-Picón, C., Mukhanov, V., Steinhardt, P. J. (2000). Essentials of k-essence. *Physical Review D*, 63(10): 103510.
- Amirhashchi, H., Pradhan, A., Saha, B.** 2011. Variable equation of state for Bianchi typeVI0 dark energy models. *Astrophysics and Space Science*, 333: 295-303.
- Astashenok, A. V., Tepliakov, A. S.** (2024). General constraints on Tsallis holographic dark energy from observational data. (Preprint arXiv:2410.00597)
- Azizur Rahman, M., Ansari, M.** 2014. Interacting Holographic Polytrropic gas model of dark energy with hybrid expansion law in Bianchi type-VI 0 spacetime. *Astrophysics and Space Science*, 354: 617-625.

- Bali, R., Banerjee, R., Banerjee, S. K.** 2008. Bianchi type VI0 magnetized bulk viscous massive string cosmological model in General Relativity. *Astrophysics and space science*, 317: 21-26.
- Bekenstein, J. D.** (1973). Black holes and entropy. *Physical Review D*, 7(8): 2333–2346.
- Boukhaboul, N.** (2022). Interacting Tsallis holographic dark energy in q-modified DGP braneworld. arXiv preprint arXiv:2208.02754.
- Caldwell, R. R., Dave, R., Steinhardt, P. J.** (1998). Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. *Physical Review Letters*, 80(8): 1582–1585.
- Carroll, S. M.** (2001). The cosmological constant. *Living Reviews in Relativity*, 4, 1.
- Cohen, A., Kaplan, D., & Nelson, A.** (1999). Effective field theory, black holes, and the cosmological constant. *Physical Review Letters*, 82(25), 4971–4974.
- Copeland, E. J., Sami, M., Tsujikawa, S.** (2006). Dynamics of dark energy. *International Journal of Modern Physics D*, 15: 1753–1936.
- Das, M., Mahanta, C.** (2022). Bianchi Type V Tsallis Holographic Dark Energy Model with Hybrid Expansion Law. *East European Journal of Physics*, (3), 97-103.
- Dubey, V. C., Srivastava, S., Sharma, U. K., Pradhan, A.** (2019). Tsallis holographic dark energy in Bianchi-I Universe using hybrid expansion law with kessence. *Pramana*, 93, 1-10
- Einstein, A.** (1916). The foundation of the general theory of relativity. *Annalen der Physik*, 49(7), 769–822.
- Eisenstein, D. J., Zehavi, I., Hogg, D. W., et al.** (2005). Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of SDSS luminous red galaxies. *The Astrophysical Journal*, 633(2), 560–574.
- Frieman, J. A., Turner, M. S., Huterer, D.** (2008). Dark energy and the accelerating universe. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 46, 385–432.
- Ghaffari, S., Moradpour, H., Bezerra, V. B., Graça, J. M., Lobo, I. P.** (2019). Tsallis holographic dark energy in the brane cosmology. *Physics of the Dark Universe*, 23, 100246.

- Hinshaw, G., Larson, D., Komatsu, E., Spergel, D. N., Bennett, C. L., Dunkley, J., Nolte, M. R., Halpern, M., Hill, R. S., Odegard, N., Page, L., Smith, K. M., Weiland, J. L., Gold, B., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S., ... Wright, E. L.** (2013). Nineyear Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Cosmological parameter results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(2), 19.
- Koussour, M., Bennai, M.** (2022). Interacting Tsallis holographic dark energy and tachyon scalar field dark energy model in Bianchi type-II Universe. *International Journal of Modern Physics A*, 37(05), 2250027.
- Kumar, P. S., Sharma, U. K.** (2022). Quintessence model of Tsallis holographic dark energy. *New Astronomy*, 96, 101829.
- Mahanta, C. R., Das, M. P.** (2022). Reconstructing quintessence scalar field model from new holographic dark energy in Bianchi type I universe. *St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 15(2), 79–92.
- Maldacena, J.** (1997). The large-N limit of superconformal field theories and supergravity. *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*, 2(2), 231–252.
- Moradpour, H., Ziaie, A. H., Zangeneh, M. K.** (2020). Generalized entropies and corresponding holographic dark energy models. *The European Physical Journal C*, 80(8): 732.
- Nimkar, H. A., Ugale, M. R.** 2024. Anisotropic Bianchi type-VI₀ wet dark fluid cosmological models in Lyra's manifold. *Indian Journal of Physics*, 1-7.
- Pandey, B. D., Kumar, P. S., Pankaj, Sharma, U. K.** (2022). New Tsallis holographic dark energy. *The European Physical Journal C*, 82(3): 233.
- Pankaj, Pandey, B. D., Kumar, P. S., Sharma, U. K.** (2022). New Tsallis agegraphic dark energy. *International Journal of Modern Physics D*, 31(13), 2250102.
- Pankaj, Ali, N. M., Sharma, U. K., Kumar, P. S., Srivastava, S.** (2023). New Tsallis holographic dark energy with apparent horizon as IR-cutoff in non-flat Universe. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 20(05), 2350085.

- Patel, L. K., Koppa, S. S.** 1991. Some Bianchi type VI0 viscous fluid cosmological models. *The ANZIAM Journal*, 33(1): 77-84.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al.** (1999). Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2), 565–586.
- Pradhan, A.** 2013. Accelerating dark energy models with anisotropic fluid in Bianchi type VI0 space-time. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 13(2): 139.
- Pradhan, A., Jaiswal, R., Jotania, K., Khare, R. K.** 2012. Dark energy models with anisotropic fluid in Bianchi type-VI 0 space-time with time dependent deceleration parameter. *Astrophysics and Space Science*, 337: 401-413.
- Planck Collaboration.** (2018). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, A6.
- Reddy, D. R. K., Venkateswarlu, R.** 1989. Bianchi type- VI0 models in self-creation cosmology. *Astrophysics and space science*, 155, 135-139.
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al.** (1998). Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3), 1009–1038. 9
- Sadeghi, J., Gashti, S. N., & Azizi, T.** (2022). Tsallis and Kaniadakis holographic dark energy with Complex Quintessence theory in Brans-Dicke cosmology. *arXiv preprint arXiv:2203.04375*.
- Sadeghi, J., Gashti, S. N., & Azizi, T.** (2023). Tsallis holographic dark energy under complex form of quintessence model. *Communications in Theoretical Physics*, 75(2), 025402.
- Saha, B.** 2015. Nonlinear spinor fields in Bianchi type-VI 0 spacetime. *The European Physical Journal Plus*, 130, 1-13. Santhi, M. V., Rao, V. U. M., Aditya, Y. 2017. Bianchi type-VI0 modified holographic Ricci dark energy model in a scalar–tensor theory. *Canadian Journal of Physics*, 95(2): 179-183.
- Saridakis, E. N.** (2018). Tsallis holographic dark energy. *Physics Letters B*, 780, 232–236. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.02.052>

- Sarkar, S.** (2014). Holographic dark energy with linearly varying deceleration parameter and escaping big rip singularity of the Bianchi type-V universe. *Astrophysics and Space Science*, 352(2), 859-866.
- Sen, A.** (2002). Rolling tachyon. *Journal of High Energy Physics*, 2002(4): 048.
- Sharif, M., Kausar, H. R.** 2011. Non-vacuum solutions of Bianchi type VI₀ universe in $f(R)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 332(2): 463-471.
- Sharif, M., Saba, S.** (2019). Tsallis holographic dark energy in $f(G, T)$ gravity. *Symmetry*, 11(1), 92. **Sharma, U. K., Ali, N. M., & Al Mamon, A.** (2024). Interacting New Tsallis holographic dark energy. *Chinese Journal of Physics*, 89, 657-666.
- Sharma, U. K., Kumar, S., & Dubey, V. K.** ((2022). New Tsallis holographic dark energy model. *Modern Physics Letters A*, 37(20), 2250132.
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al.** (2003). First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 148(1), 175–194. <https://doi.org/10.1086/377226>
- Sobhanbabu, Y., Santhi, M. V.** (2021). Kantowski–Sachs Tsallis holographic dark energy model with sign-changeable interaction. *European Physical Journal C*, 81(11), 1040.
- Srivastava, S., Sharma, U. K., & Pradhan, A.** (2019). New holographic dark energy in Bianchi-III universe with k-essence. *New Astronomy*, 68, 57-64.
- Susskind, L.** (1995). The world as a hologram. *Journal of Mathematical Physics*, 36(11), 6377–6396.
- Tavayef, M., Sheykhi, A., Bamba, K., Moradpour, H.** (2018). Tsallis holographic dark energy. *Physics Letters B*, 781, 195-200.
- Tikekar, R., Patel, L. K.** 1994. Some exact solutions in Bianchi VI₀ string cosmology. *Pramana*, 42: 483-489.
- Tsallis, C.** (1988). Possible generalization of Boltzmann–Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, 52(1–2), 479–487.

- Tsallis, C., Cirto, L. J.** (2013). Black hole thermodynamical entropy. The European Physical Journal C, 73(7): 2487.
- Verma, M. K., Ram, S.** 2011. Bianchi-type VI 0 bulk viscous fluid models with variable gravitational and cosmological constants. Applied Mathematics, 2(03): 348.
- Vijaya Santhi, M., Chinnappalanaidu, T.** (2023). Tsallis holographic dark energy in Bianchi type–II, VIII and IX universes. Astrophysics and Space Science, 368(4), 32.
- Weinberg, S.** (2008). Cosmology. Oxford University Press.
- Zadeh, M. A., Sheykhi, A., Moradpour, H.** (2019). Tsallis agegraphic dark energy model. Modern Physics Letters A, 34(11), 1950086.



ÖZGEÇMİŞ

