BİR İLKOKUL ÖĞRENCİSİNİN GEOMETRİK KAVRAMLARA İLİŞKİN SOYUTLAMA SÜRECİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Doktora Tezi

Burcu KARAKUZU ATAŞ

Eskişehir 2024

BİR İLKOKUL ÖĞRENCİSİNİN EOMETRİK KAVRAMLARA İLİŞKİN SOYUTLAMA SÜRECİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Burcu KARAKUZU ATAŞ

DOKTORA TEZİ

Matematik Eğitimi Doktora Programı
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Temmuz 2024

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

ÖZET

BİR İLKOKUL ÖĞRENCİSİNİN GEOMETRİK KAVRAMLARA İLİŞKİN SOYUTLAMA SÜREÇLERİ: TAHMİNİ ÖĞRENME YOL HARİTALARINA DAYALI BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Burcu KARAKUZU ATAŞ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Temmuz 2024

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini küçük yaşlardan başlayarak yükseltmek matematikte olduğu kadar birçok bilimsel, teknik ve mesleki alanda da çok önemli olduğundan matematik öğretiminin temel amaçlarından biridir. Bu araştırmada, bir ilkokul öğrencisinin geometrik kavramlara ilişkin matematiksel düşünmesi ve öğrenme sürecini incelemek, tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan birebir öğretim deneyinde öğrencinin geometrik cisim, şekil, simetri ve temel geometrik kavramlara ilişkin matematiksel soyutlama sürecini izlemek ve bu süreç sonunda soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak amaçlanmıştır.

Bu amaçla araştırmada bir ilkokul üçüncü sınıf öğrencisi ile yürütülen on iki haftalık öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Öğrencinin geometrik kavramlara dair anlayış ve beceri geliştirmesinde izlediği yollarla birlikte şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma düzeyleri bağlamında soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmak için teorik çerçeve olarak Piaget'in soyutlama teorisi kullanılmıştır. Araştırmada odak öğrenci ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerin ve öğretim derslerinin video kayıtları, çalışma kâğıtları veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Araştırmanın bulguları, tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan öğretim deneyi sonunda öğrencinin geometrik cisimleri ve şekilleri tanıma, isimlendirme, özelliklerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini; simetri, eşlik ve simetri doğrusu kavramlarını; nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı kavramlarını soyutlayabildiğini ortaya koymuştur. Ayrıca süreçte odak öğrencinin derin soyutlamalarında kendi bireysel eylemlerinin yanı sıra kullanılan somut ve teknolojik materyallerin öğrenmeyi destekleyici bir rol oynadığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Matematik Eğitimi, Tahmini öğrenme yol haritası, Geometrik kavramlar, Matematiksel soyutlama, Birebir öğretim deneyi

ABSTRACT

A PRIMARY SCHOOL STUDENT'S ABSTRACTION PROCESSES RELATED TO GEOMETRIC CONCEPTS: A TEACHING EXPERIMENT BASED ON THE HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY FRAMEWORK

Burcu KARAKUZU ATAŞ

Department of Mathematics and Science Education

Anadolu University Graduate School, July 2024

Supervisor: Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE

Increasing students' geometric thinking levels starting from young ages is one of the main goals of mathematics teaching since it is very important in many scientific, technical and professional fields as well as in mathematics. In this study, the mathematical thinking and learning of an elementary school student in the context of geometric concepts will be examined. The aim of this study is to monitor the mathematical abstraction processes of a thirdgrade student regarding geometric objects, shapes, symmetry and basic geometric concepts in a one-to-one teaching experiment designed within the framework of the Hypothetical learning trajectory and to reveal the abstraction mechanisms at the end of this process. In this teaching experiment, a twelve-week classroom teaching experiment was conducted with a thirdgrade primary school student.

Piaget's theory of abstraction was used as the theoretical framework to reveal the abstraction mechanisms in the context of the student's abstraction mechanisms in the context of the levels of shape formation and shape decomposition, along with the paths followed by the student in developing understanding and skills related to geometric concepts. Video recordings of the clinical interviews and teaching lessons with the focus students and worksheets were used as data collection tools. The findings of the study revealed that, at the end of the teaching experiment designed within the framework of the Hypothetical learning trajectory, the student was able to abstract the concepts of recognition, naming, properties and relations between geometric objects and shapes; the concepts of symmetry, congruence and line of symmetry; and the concepts of point, line, line segment, ray and angle. It was also observed that the concrete and technological materials used in the process played a supportive role in the deep abstractions of the focus student in addition to their individual actions.

Keywords: Mathematics Education, Hypothetical learning trajectory, Geometric concepts, Mathematical abstraction, One-to-one teaching experiment

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan "bilimsel intihal tespit programı" yla tarandığını ve hiçbir şekilde "intihal içermediğini" beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Burcu KARAKUZU ATAŞ

ÖN SÖZ

Lisans ve lisansüstü eğitimim boyunca yıllardır bana bilimsel anlamda katkılarının yanında hayatta her alanda danışmanım olan, karşılaştığım olumsuzluklarda bana umut veren ve cesaretlendiren, eleştirel deneyimi ile gelişimime yön veren, çok sevdiğim ve idolüm olarak gördüğüm danışmanım Sayın Prof. Dr. Nilüfer YAVUZSOY KÖSE'ye minnettarım. Yıllardır öğrenciniz olmanın ve sizinle ilerlemenin gururu anlatılamaz. Hayattaki en büyük şanslarımdan biri sizsiniz, her zaman yanımda olup varlığınızı hissettirdiğiniz ve hayatımın her alanında danışmanlık yaptığınız için çok teşekkür ederim.

Tez izleme komiteleri ve savunma jürime katılarak değerli yorum ve önerileriyle tezime katkı sağlayan her zaman görüşlerini çok önemsediğim çok değer verdiğim Sayın Prof. Dr. Dilek TANIŞLI hocama ve öğretmen olarak yaptığım projelerde beni kırmayıp katılım sağlayan Sayın Prof. Dr. Mehmet GÜLTEKİN hocama teşekkür ederim. Tez savunma jürime katılarak önemli görüş ve değerlendirmeleri ile ufkumu açan Sayın Prof. Dr. Tuba ADA, Sayın Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ ve Prof. Dr. Berna CANTÜRK GÜHNAN hocalarıma da sonsuz teşekkür ederim. Lisans ve Lisansüstü eğitimim boyunca ders aldığım bugüne kadar bana katkısı olan Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi bölümündeki tüm hocalarıma teşekkür ederim.

Hem iyi günlerimde hem kötü günlerimde yanımda yer alarak, doktora sürecinde desteklerini hep hissettiğim canım dostlarım Doç. Dr. Gülbahar ERDİNÇ, Uzm. Bio. Merve HAS, Dr. Demet YEŞİL ve Dr. Duygu YILDIRIM BOZCUOĞLU'na çok teşekkür ederim.

Hayatımın her döneminde sevgi ve desteklerini hissettiğim, emeklerini hiçbir şekilde ödeyemeyeceğim canım annem Mine KARAKUZU, canım babam Nurettin KARAKUZU ve değerli kardeşim Burak KARAKUZU'ya hep yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

Benimle birlikte mücadele eden, her zaman yanımda olan, zor anlarımda varlığıyla hayatımı anlamlandıran, sevgisini her daim hissettiğim canım eşim Mustafa Tayfun ATAŞ'a sonsuz teşekkür ederim. *İyi ki varsın, iyi ki ailemsin…*

Son olarak doktora tez sürecinde karnımda bir bebek, savunma sürecimde kucağımda mutluluğum olan canım kızım, bu süreçte seninle geçireceğim zamandan

fedakârlık yaptın ve farkında olmasan da varlığınla en büyük motivasyonum oldun. *İyi ki varsın canımın içi kızım, Birce ATAŞ. Seni çok seviyorum...*

Eskişehir, 2024

Burcu KARAKUZU ATAŞ

Biricik Kızım Birce'ye

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI i

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI ii

ÖZET iii

ABSTRACT iv

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ vi

ÖN SÖZ vii

İÇİNDEKİLER x

TABLOLAR DİZİNİ xiv

ŞEKİLLER DİZİNİ xvi

GÖRSELLER DİZİNİ xvii

KISALTMALAR DİZİNİ xx

1. GİRİŞ 1

1.1. Problem Durumu 1

1.2. Teorik Çerçeve 4

1.2.1. Tahmini öğrenme yol haritası 4

1.2.2. Piaget'in soyutlama teorisi 7

1.2.3. Etkinlik Yoluyla Öğrenme 8

1.3. Araştırmanın Amacı 11

1.4. Araştırmanın Önemi 11

1.5. İlgili Alanyazın 13

1.5.1 Araştırmada ele alınan kazanımların öğretim programında yeri 17

1.5.2 Araştırmada ele alınan kazanımların yeni öğretim programında yeri 19

2. YÖNTEM 21

2.1. Araştırmanın Deseni 21

2.1.1. Araştırmadaki öğretim deneyi bağlamı 22

2.1.2. Araştırmacının rolü 25

2.2 Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi 26

2.3. Pilot Çalışma 27

2.4. Katılımcı 29

2.5. Verilerin Toplanması 29

2.5.1. Klinik görüşmeler ve öğretim dizileri 29

2.5.2 Çalışma yaprakları ve materyalleri 33

2.6. Verilerin Analizi 34

2.7. Geçerlik ve Güvenirlik 38

2.8. Etik Konular 39

3. BULGULAR 40

3.1. Öğretim Dizisi 1 (TÖYH 1) 40

3.1.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması 42

3.1.2. Giriş etkinliği: Tanıma ve ayırt etme 44

3.1.3. Etkinlik 1: Benzerlik ve farklılıklar 47

3.1.4. Etkinlik 2: Dedektif oyunu 52

3.1.5. Etkinlik 3: Üç Boyutlu Tombala 58

3.1.6. Son değerlendirme etkinliği: Üç Boyutlu Yapı 60

3.1.7.Tuna'nın Soyutlama Mekanizması- TÖYH 1 63

3.2. Öğretim Dizisi 2 (TÖYH 2) 66

3.2.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması 68

3.2.2 Etkinlik 1: Giriş etkinliği 71

3.2.3 Etkinlik 2: Cisim baskısı 75

3.2.4 Etkinlik 3: Şekiller yapabilir misin? 79

3.2.5 Etkinlik 4: Resim oluşturma 83

3.2.6. Etkinlik 5: Yap-boz 86

3.2.7. Etkinlik 6: Üç boyutlu yap-boz 89

3.2.8. Etkinlik 7: Şekil oluşturma ve parçalama 97

3.2.9. Etkinlik 8: Şekil parçalama 101

3.2.10. Etkinlik 9: Köşegen 103

3.2.11. Etkinlik 10: Beşgen parçalama 107
3.2.12. Son değerlendirme etkinliği 109
3.2.13.Tuna'nın Soyutlama Mekanizması- TÖYH 2 110
3.3. Öğretim Dizisi 3 (TÖYH 3) 113
3.3.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması 114
3.3.2. Giriş etkinliği: İp baskısı 116
3.3.3. Etkinlik 1: İki eş parçaya ayırma 118
3.3.4. Etkinlik 2: Yağlı kâğıt 121
3.3.5. Etkinlik 3: Simetri Doğrusu 123
3.3.6. Etkinlik 4: Köşegen 125
3.3.7. Son değerlendirme etkinliği: Şeklin simetriğini alma 127
3.3.8. Tuna'nın soyutlama mekanizması/ TÖYH 3 değerlendirme 129
3.4. Öğretim Dizisi 4 (TÖYH 4) 131
3.4.1. Ön Bilgilerin Ortaya Çıkarılması: Resimde Neler Görüyorsun? 132
3.4.2. Giriş Ekinliği: Boncuk etkinliği 134
3.4.3. Etkinlik 1: Geometrik cisimleri inceleme 137
3.4.4. Etkinlik 2: Farklı Konumlu Doğru Parçaları ve DGY 138
3.4.5. Etkinlik 3: Açı etkinlikleri 142
3.4.6. Etkinlik 4: Eş Açı Oluşturma 147
3.4.7. Son Değerlendirme Etkinliği: DGY ile Geometrik Kavramlar 149
3.4.8. Tuna'nın soyutlama mekanizması / TÖYH 4 değerlendirme 151
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 155
4.1. Sonuç 155
4.1.1. Birinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar 155
4.1.2. İkinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar 156
4.1.3. Üçüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar 157
4.1.4. Dördüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar 157
4. 2. Tartışma 160
4.2.1. Birinci TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma 160
4.2.2. İkinci TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma 163

4.2.3. Üçüncü TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma 166
4.2.4. Dördüncü TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma 168
4.3. Öneriler 171
4.1. Araştırmanın sonuçlarına dayalı öneriler 171
4.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler 172
KAYNAKÇA 174
EKLER 186
ÖZGEÇMİŞ 195

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Etkinlik çalışma takvimi 30
Tablo 2.2. Klinik Görüşme Sorularının Amaç ve Kapsama İlişkin Bilgiler 31
Tablo 2.4. Örnek Makro Analiz 35
Tablo 2.5. Analizler sonucunda belirlenen tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar 37
Tablo 3.1. TÖYH1 Süreci 41
Tablo 3.2. TÖYH 1 Önbilgi Testine Ait Bulgular 43
Tablo 3.3. TÖYH 1 Giriş Etkinliğine Ait Bulgular 44
Tablo 3.4. TÖYH 1 Etkinlik 1'e Ait Bulgular 48
Tablo 3.5. TÖYH 1 Etkinlik 2'ye Ait Bulgular 52
Tablo 3.6. TÖYH 1 Etkinlik 3'e Ait Bulgular 58
Tablo 3.7. TÖYH 1 Etkinlik 4'e Ait Bulgular 61
Tablo 3.8. TÖYH 2 Süreci 67
Tablo 3.9. TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğine ait bulgular 68
Tablo 3.10. TÖYH 2 – Giriş etkinliğine ait bulgular 72
Tablo 3.11. TÖYH 2 – Etkinlik 2'ye ait bulgular 75
Tablo 3.12. TÖYH 2 – Etkinlik 3'e ait bulgular 79
Tablo 3.13. TÖYH 2 – Etkinlik 4'e ait bulgular 83
Tablo 3.15. TÖYH 2 – Etkinlik 6'ya ait bulgular 90
Tablo 3.16. TÖYH 2 – Etkinlik 7'ye Ait Bulgular 97
Tablo 3.17. TÖYH 2 – Etkinlik 8'e Ait Bulgular 101
Tablo 3.18. TÖYH 2 -Etkinlik 9'a Ait Bulgular 104
Tablo 3.20. TÖYH 2 – Etkinlik 10'a Ait Bulgular 107
Tablo 3.21. TÖYH 2 – Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular 109
Tablo 3.22. TÖYH 3 Süreci 113
Tablo 3.23. TÖYH 3- Önbilgi Testine Ait Bulgular 115
Tablo 3.24. TÖYH 3- Giriş Etkinliğine Ait Bulgular 117
Tablo 3.24. TÖYH 3- Etkinlik 1'e Ait Bulgular 119
Tablo 3.25. TÖYH 3- Etkinlik 2'ye Ait Bulgular 121
Tablo 3.26. TÖYH 3- Etkinlik 3'e Ait Bulgular 124
Tablo 3.27. TÖYH 3- Etkinlik 4'e Ait Bulgular 125

Tablo 3.28. TÖYH 3- Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular 127
Tablo 3.29. TÖYH 4 süreci 131
Tablo 3.30. TÖYH 4- Ön bilgi etkinliği bulguları..... 133
Tablo 3.31. TÖYH 4- Giriş Etkinliğine Ait Bulgular..... 135
Tablo 3.32. TÖYH 4- Etkinlik 1'e Ait Bulgular 137
Tablo 3.33. TÖYH 4- Etkinlik 2'ye Ait Bulgular 138
Tablo 3.34. TÖYH 4- Etkinlik 3'e Ait Bulgular 143
Tablo 3.35. TÖYH 4- Etkinlik 4'e Ait Bulgular 147
Tablo 3.36. TÖYH 4- Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular 149

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Matematik öğretim döngüsü Simon (1995, s.136)..... 7
Şekil 2.1. Öğretim Deneyi Uygulama Süreci..... 25
Şekil 2.2. Araştırma Sürecinde İzlenen Adımlar..... 27
Şekil 2.3. Veri Analiz Aşamaları..... 34
Şekil 3.2. Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 1..... 65
Şekil 3.3. Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 2..... 112
Şekil 3.4. Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 3..... 131
Şekil 3.5. Tuna'nın soyutlama mekanizması- TÖTH 4..... 153

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

Görsel 2.1. Çalışmada kullanılan materyaller ve değişen hali 28
Görsel 2.2. Öğretim derslerinde kullanılan kameraların öğretim yerini gören açısı 33
Görsel 3.1. TÖYH 1 önbilgi testi etkinlik kağıdı 42
Görsel 3.2. TÖYH 1 etkinlik 1'in çalışma yaprağı 47
Görsel 3. 3. TÖYH 1- Etkinlik 1- Kare prizmanın sorgulanması 50
Görsel 3.4. TÖYH 1- Etkinlik 1- Öğrenci Cevapları 52
Görsel 3.5. TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrenciye verilen materyaller 52
Görsel 3.6. TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin cismin yüzünü göstermesi 53
Görsel 3.7. TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin fiziksel eylemi 54
Görsel 3.8. TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin ölçme yapması 55
Görsel 3.9. TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrenci koni özelliklerini vurgulaması 57
Görsel 3.10. TÖYH 1- Etkinlik 3- Çalışma kâğıdı 58
Görsel 3.11. TÖYH 1- Etkinlik 3- Öğrencinin ilk soruya cevabı 59
Görsel 3.12. TÖYH 1- Etkinlik 3- Öğrencinin bulduğu sekiz köşeli şekil 60
Görsel 3.13. TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı ilk yapı 62
Görsel 3.14. TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı ikinci yapı 63
Görsel 3.15. TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı yapılar 63
Görsel 3.16. TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğinde öğrencinin gösterimi 70
Görsel 3.17. TÖYH 2- Etkinlik 1- Ön bilgi etkinliğinde öğrencinin beşgen çizimi 70
Görsel 3.18. TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğinde öğrenci gösterimi 71
Görsel 3.19. TÖYH 2- Etkinlik 1 materyali ahşap çubuklar 73
Görsel 3.20. TÖYH 2- Etkinlik 1 üçgen çeşitleri 73
Görsel 3.21. TÖYH 2- Etkinlik 1 öğrencinin yaptığı ongen 75
Görsel 3.22. TÖYH 2- Etkinlik 2 materyali geometrik cisimler 76
Görsel 3.24. TÖYH 2- Etkinlik 2 öğrencinin yaptığı baskılar 78
Görsel 3.25. TÖYH 2- Etkinlik 2 öğrencinin yaptığı baskılar 78
Görsel 3.26. TÖYH 2- Etkinlik 3 çalışma kâğıdı 79
Görsel 3.27. TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin beşgen örneği 81
Görsel 3.28. TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin paralelkenar örneği 81
Görsel 3.29. TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin paralelkenar ve dikdörtgen örneği 82
Görsel 3.30. TÖYH 2- Etkinlik 3 materyali 83

Görsel 3.31. TÖYH 2- Etkinlik 4 öğrencinin oluşturduğu ilk şekil 84
Görsel 3.33. TÖYH 2- Etkinlik 4 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen..... 85
Görsel 3.34. TÖYH 2- Etkinlik 5 birinci yapboz 87
Görsel 3.35. TÖYH 2- Etkinlik 5 ikinci yapboz..... 87
Görsel 3.36. TÖYH 2- Etkinlik 5 öğrenciye verilen ikinci yap-boz görevi 88
Görsel 3.37. TÖYH 2- Etkinlik 5 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen..... 89
Görsel 3.38. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu süsleme 89
Görsel 3.39. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu simetrik süsleme 91
Görsel 3.40. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şekil..... 92
Görsel 3.41. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şeklin devamı 92
Görsel 3.42. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şeklin devamı 93
Görsel 3.43. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin yaptığı deneme-yanılma 94
Görsel 3.44. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin yaptığı deneme-yanılma 94
Görsel 3.45. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu paralelkenarlar 95
Görsel 3.46. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgenler..... 96
Görsel 3.47. TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu paralelkenarlar 96
Görsel 3.48. TÖYH 2- Etkinlik 7 ilk şekil..... 99
Görsel 3.49. TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin dört adet üçgenle oluşturduğu şekiller..... 99
Görsel 3.50. TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin üç adet üçgenle oluşturduğu şekiller 100
Görsel 3.51. TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin dört adet üçgenle oluşturduğu şekiller..... 101
Görsel 3.52. TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin dikdörtgeni parçalaması..... 102
Görsel 3.53. TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin dikdörtgeni parçalaması..... 103
Görsel 3.54. TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin kareyi parçalaması 103
Görsel 3.55. TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu karenin köşegenleri..... 104
Görsel 3.56. TÖYH 2 Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen köşegenleri..... 105
Görsel 3.57. TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu sekizgen köşegenleri..... 106
Görsel 3.58. TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu altıgen köşegenleri..... 106
Görsel 3.59. TÖYH 2- Etkinlik 9 köşegenler 107
Görsel 3.60. TÖYH 2- Etkinlik 10 öğrencinin beşgeni parçalaması..... 108
Görsel 3.61. TÖYH 2- Etkinlik 10 öğrencinin beşgeni parçalaması..... 109
Görsel 3.62. TÖYH 2- Son değerlendirme etkinliği- öğrencinin altıgeni parçalaması..... 110
Görsel 3.63. TÖYH 3- Ön bilgi etkinliği – öğrencinin eşleştirmesi..... 116
Görsel 3.64. TÖYH 3- Giriş etkinliği öğrencinin ilk ip baskısı 118

Görsel 3.65. TÖYH 3- Giriş etkinliği öğrencinin ikinci ip baskısı 118
Görsel 3.67. TÖYH 3- Etkinlik 2 öğrencinin köşeleri çakıştırarak gösterdiği simetri doğruları 123
Görsel 3.68. TÖYH 3- Etkinlik 2 öğrencinin dikdörtgende gösterdiği simetri doğruları . 123
Görsel 3.69. TÖYH 3- Etkinlik 3 çalışma yaprağı 124
Görsel 3.70. TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları..... 125
Görsel 3.71. TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları..... 127
Görsel 3.72. TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları..... 129
Görsel 3.73. TÖYH 4- Ön bilgi etkinliği çalışma yaprağı 134
Görsel 3.74. TÖYH 4- Giriş etkinliği nokta çalışması 136
Görsel 3.75. TÖYH 4- Giriş etkinliği ışın çalışması 136
Görsel 3.76. TÖYH 4- Etkinlik 1 öğrencinin küp örneği 138
Görsel 3.77. TÖYH 4- Etkinlik 2 çalışma yaprağı 140
Görsel 3.78. TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin etkinlik sorularına cevapları 140
Görsel 3.79. TÖYH 4- Etkinlik 2 geometrik kavramların DGY'de gösterimi 141
Görsel 3.80. TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin yakınlaştırma uzaklaştırma rolünü kullanması 141
Görsel 3.81. TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin birleştirdiği doğru parçaları 142
Görsel 3.82. TÖYH 4- Etkinlik 3 birinci çalışma yaprağı..... 144
Görsel 3.83. TÖYH 4- Etkinlik 3 ikinci çalışma yaprağı 145
Görsel 3.84. TÖYH 4- Etkinlik 3 öğrencinin hareket eden şekilleri bir araya getirmesi .. 145
Görsel 3.85. TÖYH 4- Etkinlik4 öğrencinin parmaklarıyla eş açı oluşturması 148
Görsel 3.86. TÖYH 4- Etkinlik4 öğrencinin parmaklarıyla açıyı karşılaştırması 149
Görsel 3.87. TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği cisim ve şekiller 150
Görsel 3.88. TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği kesişen doğrular 151
Görsel 3.89. TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği açı ve kolları..... 151

KISALTMALAR DİZİNİ

DGY : Dinamik Geometri Yazılımı

HLT : Hypothetical Learning Trajectory

MEB : Millî Eğitim Bakanlığı

MÖD : Matematiksel Öğretim Döngüsü

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

PISA : The Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

TÖYH : Tahmini Öğrenme Yol Haritası

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Öğrencilerin matematiksel düşünmesi onların problem çözme, muhakeme ve iletişim becerilerinin geliştirilmesiyle ilişkilidir. Öğrencilerin genelleme yapmaları ve bu genellemeleri savunmaları aşamalarında geometrik yaklaşımlar matematiksel düşünmenin gelişmesini sağlar (Yıldırım ve Köse, 2018). Geometrik düşünme, insanların geometrik kavramlar ve tanımlar arasında ilişkiler kurarak problem çözmelerine olanak sağlayan düşünme biçimi olarak tanımlanmaktadır (Van de Walle, Karp ve Bay Williams, 2014). Bu bağlamda matematik öğretiminin temel amaçlarından biri de öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini yükseltmektir. Çünkü geometrik düşünme becerileri sadece matematik alanında değil diğer bir çok alanda da çok önemli bir yere sahiptir (Olkun, Sinoplu ve Deryakulu, 2005).

İlkokul düzeyinde öğretim programında kazanımların şekiller ve özellikleriyle ilgili olduğu görülmektedir (MEB, 2018). Geometrik şekil, nesne ve bu nesneyle bağlantılı çizimler arasındaki ilişkiler bütünü olarak tanımlanmaktadır (Tapan-Broutin, 2016). Geometrik şekillerin özelliklerini, elemanlarını bilmek şekiller ve şekilleri içeren problemlerin çözümlenmesi bakımından önemlidir. Şekil kavramının geometrik düşünmenin temelinde yer aldığı düşünüldüğünde öğrencilerin geometrik şekilleri anlayabilmek amacıyla şekillerin oluşumu ile ilgili problemlerle bir araya getirilmesi gerekmektedir (Olkun, Sinoplu ve Deryakulu, 2005). Şekil oluşturma ile geometrik şekli parçalarına ayırma alanında kullanılan becerilerin temel kavramlar ve problem çözümü için kazanılması gereken düşünme tarzı ve geometrik becerilerle örtüştüğü görülmektedir. Bu bağlamda geometrik düşünmenin önemli bir parçası hiç şüphesiz geometrik şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma becerisidir.

Şekil oluşturma ve parçalama görsel muhakemenin önemli bir parçasını oluşturmaktadır (Markopoulous, Potari ve Schini, 2007). Dolayısıyla şekil oluşturma ve parçalama becerisi aynı zamanda problem çözme için bir temel oluşturmakta ve diğer matematiksel becerilerin geliştirilmesi için bir gereklilik durumuna gelmektedir. Çocukların geometrik şeklin belirleyicisi olan kenar ve köşe özelliklerine dikkat etmelerine rağmen daha çok belirleyici olmayan konum, boyut, basıklık, çarpıklık özelliklerine yoğunlaşmalarından dolayı geometrik şekillerin özelliklerini belirleme, şekilleri sınıflandırma veya benzerlik- farklılıklarını ifade etmede sorunlar yaşadıkları ortaya çıkarılmıştır. (Clements, 1999; Hannibal, 1999).

Ayrıca bazı uluslararası araştırmalar (Programme for International Student Assessment [PISA] ve Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS] gibi) göstermektedir ki, öğrencilerin, birçok açıdan gelişimlerinde geometri öğretiminin önemi büyüktür. Bu bağlamda ülkemizde ilköğretim aşamasında geometrik muhakemenin geliştirilmesine ve şekil parçalama-oluşturma becerilerine yeteri kadar yer verilmesi oldukça önemlidir. Nitekim yıllara göre bakıldığında uluslararası sınavlarda en fazla puan artışının özellikle 2019 sınav raporlarında geometri öğrenme alanındadır. Ancak buna rağmen ülkemizde öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça sınav raporlarında alt düzey grubunda yer alma oranlarının arttığı dikkat çekmektedir. TIMSS 2019'da dördüncü sınıf düzeyinde geometri alanında yer alan sorular sınavın %15'lik kısmını oluşturmaktadır (MEB, 2019).

TIMSS'in sorularında da yer alan geometrik şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma becerisi oldukça önemli olmasına rağmen, ne yazık ki diğer öğrenme alanlarına ait sorulara göre daha az önemsenmektedir (Lindquist ve Clements, 2001). Şekil oluşturma ve parçalarına ayırma becerileri, birçok yeteneğin gelişimi sürecinde önemli rol oynar ve matematiksel kavramlar oluşturmak için temel olarak düşünülebilir. Buna ek olarak, problem çözmede önemli bir yetenek olan görsel muhakemenin gelişimi ile de ilişkilidir (Markopoulos, Potari ve Schini, 2007). Nitekim Clements, Wilson ve Sarama (2004) da verilen bir şekli oluşturma ve parçalarına ayırma ile ilgili becerilerin, geometrik muhakemenin gelişmesi ve kavramların oluşturulabilmesi açısından önemli olduğunu belirtmiştir. Geometrik şekil oluşturma, uzamsal yeteneğin gelişiminde, geometrik fikirlerin ve becerilerin geliştirilmesinde ve hatta sayıların anlaşılmasında çok önemli bir yere sahiptir (Clements vd., 1997).

Buna rağmen ilkokul öğrencilerinin öğrendikleri geometrik kavramların çoğunu ezberleyerek öğrendiği; nesnelerin öğelerini, özelliklerini ve nesneler arasındaki ilişkileri bilmedikleri; temel geometrik kavramları tanımada ve geometri bilgisi içeren problemleri çözmede başarısız oldukları belirlenmiştir (Clements, 1998). Bu noktada öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştıran, onların farklılıklarına ve ihtiyaçlarına cevap veren bir öğretimin öğrenciye dair derin bir anlayış ve bilgiyi gerektirdiği söylenebilir (Jacob, Lamb ve Philipp, 2010). Öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerini şekil oluşturma ve parçalama bağlamında geliştirmek yapılması gerekenler, onların zihinlerindeki matematiksel düşünmelerini ve farklı kavrayışlarını ortaya çıkarmaktır. Ancak öğrencilerin zihinsel süreçlerini ve kavrayışlarını derinlemesine inceleyen

çalışmaların az sayıda olduğu (Andersson, 2010; Lewis, 2014; Munro, 2003) söylenebilir. Bu durumda, öğrencilerin geometrik kavramlara ilişkin zihinsel süreçlerinin şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmaları aracılığıyla nasıl gerçekleştiğinin belirlenmesi bu çalışmanın amacı olarak belirlenmiştir.

Böylece öğrencilerin belirli bir öğretimle desteklenen ortam içindeki matematiksel düşünmelerini, kavrayışları ve düşüncelerine dayanarak ilerlemelerini sağlamak için belirlenen amaçları ve bu amaçlara bağlı oluşturulan etkinlikleri bağlamında matematiksel ilerlemelerini ortaya koyan öğrenme yol haritalarının, bu çalışmanın amacını gerçekleştirmek için etkili bir araç olduğu düşünülmektedir (Clements ve Sarama, 2004). Öğrenme yol haritaları, öğrencilerin düşünme seviyelerini, oluşturulması gereken zihinsel fikir ve eylemleri, bu fikir ve eylemleri ortaya çıkaracak süreçleri ve bu süreçlere dayanan belirli öğretim etkinlik ve stratejilerinin tamamını içermektedir (Clements ve Sarama, 2014). Öğrenme yol haritalarında hedefler ve bu hedeflere bağlı etkinlikler öğrencinin bireysel gelişimi kapsamında oluşturulur (Sarama ve Clements, 2009) ve bu gelişime ait ilerleme ve öğretim etkinlikleri buna dayanarak düzenlenip sıralandığı zaman öğrencinin gelişimine uygun öğrenme ortamları oluşturulabilecektir.

Öğrenci için hazırlanan amaçlı etkinliklerin yeni ve karmaşık kavram oluşumunu nasıl sağladığını Piaget'in yansıtıcı soyutlamasının detaylandırılmış hali olan etkinlik temelli öğrenme ile açıklanabilir. Buna göre süreç öğrencinin hedefini belirlemesi ile başlamaktadır. Bu hedef genellikle öğretmenin göreviyle ilişkili olarak oluşturulmakta ve öğrencinin var olan kavramları üzerine kurulmaktadır (Simon ve Tzur, 2004). Böylece öğrencilerin hedefe yönelik etkinliğin daha karmaşık kavramlara nasıl ulaşılabileceğini ortaya çıkarmaktadır.

Sonuç olarak, şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma becerisinin geometrik düşünme ve uzamsal düşünme gibi matematiksel becerilerin geliştirdiği ancak yapılan uluslararası sınavlar ve araştırmalar göz önüne alındığında bu becerilerin gelişiminde eksiklerin olduğu görülmektedir. Son yıllarda uluslararası sınavlarda öğrencilerin matematik sorularındaki düşük sonuçlar dikkate alındığında geometrinin yapısı kadar geometri öğretimindeki yolların da sorunlu olduğu düşünülmüş ve bu sorunun geometrik düşünmeyi destekleyici öğrenme ortamlarının ve öğrenme yol haritalarının oluşturulması ile çözülebileceği düşünülmüştür (Sarama ve Clements, 2002). Şekil

kavramının okul öncesi dönemden öğrencinin günlük hayatta gördüğü nesnelerle başladığı göz önüne alındığında bu çalışmaların öğrencilerin geometrik cisimler ve şekillerin birbirleri ve kendi arasındaki ilişkileri anlayabilmeleri, geometrik kavramları öğrenebilmesine olumlu katkıda bulanacağı düşünülmektedir.

1.2. Teorik Çerçeve

Bu araştırmada, Tahmini Öğrenme Yol Haritası [TÖYH] çerçevesinde tasarlanan dört adet öğretim deneyinde şekilleri oluşturma ve parçalama düzeylerindeki gelişimi dikkate alınarak odak olarak belirlenen öğrencinin geometrik kavramları soyutlama süreçlerinin izlenmesi ve bu süreç sonunda soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırmanın kuramsal çerçevesi, tahmini öğrenme yol haritası ve soyutlama teorisi şeklinde iki bölümde tasarlanmıştır.

1.2.1. Tahmini öğrenme yol haritası

Simon (1995) tahmini öğrenme yol haritasını matematik öğretiminde pedagojik düşüncenin önemli bir yönünü açıklamak için bir yol olarak ortaya koymuştur. Özellikle, yapılandırmacı bir bakış açısına göre öğrenciler için belirli matematik öğrenme hedeflerine sahip olan matematik eğitimcilerinin matematiksel kavramsal öğrenmeyi teşvik etmek için matematiksel görevlerin tasarımı ve kullanımı önemlidir. Bununla birlikte, TÖYH'nın tanımı, öğrenme süreci ve matematiksel görevlerin tasarımı veya seçimi hakkında düşünmek için bir çerçeve sağlamamaktadır. Öğrenmeye daha fazla odaklanmasına rağmen, tahmini öğrenme yol haritasına dair tanımlar açıkça öğretim ve öğretim etkinliklerini içermektedir (Clements ve Sarama, 2014). Alanyazında yer alan tanımlar incelendiğinde, tahmini öğrenme yol haritalarının içerdiği ortak önemli şu şekilde sıralanabilir:

"a. Tahmini öğrenme yol haritası, öğrencinin anlayışını ortaya koyan basit bilgiden karmaşık olan bilgiye doğru ilerleyen aşamalı bir yapıdır",

"b. Öğretim ve içerdiği etkinlikler bir tahmini öğrenme yol haritasının parçalarıdır.",

"c. Tahmini öğrenme yol haritaları oluşturulurken önceki çalışmalar dikkate alınır ve sentezlenir",

"d. Tahmini bir öğrenme yol haritasının hipotetik yapısından dolayı deneysel araştırmalar ile doğrulanmalıdır (Nguyen, 2010).

Alanyazında tahmini öğrenme yol haritalarına olan farklı yaklaşımlardan ilki Simon tarafından ortaya atılan öğretime ve öğretmene yönelik öğrenme yol haritasıyken; ikincisi ise öğrenci düşünmesini ortaya koyma amacıyla ele alınan öğrenme yol haritalarıdır. Yapılan bazı çalışmalar ise yalnızca pedagojik bağlamda ya da özel bir öğretim programı geliştirmede TÖYH gerekliliğini vurgulamıştır.

Başlangıçta Simon özel bir öğretim oturumu için bireysel olarak öğretmenin yapılandırdığı bir öğrenme yol haritasını vurgulasa da diğer araştırmacılar ortak, sistematik bir temel sağlayacak müfredat geliştirme araştırmaları, değerlendirme (Battista, 2004), öğretmen eğitimi (Mojica, 2010; Wilson vd., 2013), müfredatı, öğretimi ve değerlendirmeyi tutarlı öğrenmeyi geliştirecek bir bütünde bir araya getirmek için bir çerçeve sağlama (Confrey vd., 2014) gibi genel tahmini öğrenme yol haritalarına vurgu yapmışlardır. Tahmini öğrenme yol haritalarının temelde aynı bileşenleri içermesine rağmen farklı araştırmacılar farklı amaçlarla ele almıştır:

- Confrey ve Maloney, (2010) öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimine dair öğretimin temellerini oluşturan bir çerçeve sağlaması,

- Confrey ve Maloney (2010) ve Confrey (2012) öğrencilerin düşünmelerindeki gelişimin incelenmesi,

- Confrey vd. (2014) öğrencileri bütünsel değerlendirmelerin tasarlanması, standartların geliştirilmesi ve yorumlanması için bir çerçeve sağlaması,

-Confrey ve Maloney (2010), öğretmenin öğretiminin niteliğini arttırmak için çerçeve sağlaması,

- Clements (2007), araştırma ve öğretim programı geliştirme arasında bağlantı kurma ve araştırma tabanlı müfredat gelişimi

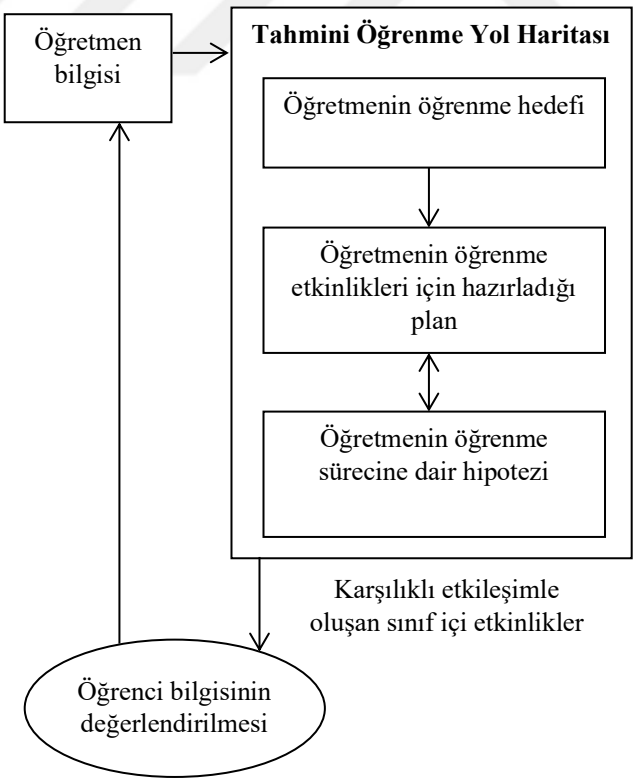
-Szilágyi, Clements, ve Sarama (2013), geniş bir yelpazede bilimsel yöntemleri kullanma, öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ve etkinlikler arasındaki ilişkiyi anlamlandırma, öğretim programını öğrenci öğrenmesine dayanan araştırmalarla çerçevelendirme.

Bununla birlikte tahmini öğrenme yol haritalarının bir başka kullanım amacı ise al öğrencinin matematiksel öğrenme ile zihinsel tahmini gelişimini ve bu gelişimi kalıcı hale getirmeyi desteklemektir (Cobb, Stephan, McClain, ve Gravemeijer, 2010; McGatha, Cobb, McClain, 2002).

Simon (1995) gerçek bir tahmini öğrenme yol haritasının varsayımsal özelliğinden dolayı bunun hipotetik olduğunu ve tahmini öğrenme yol haritasının

öğrenmeye dair beklenilen eğilimi karakterize ettiğini belirtmiştir. Bir tahmini öğrenme yol haritası, öğrencilerin öğrenmesi için amaç, öğrencinin öğrenmesini teşvik etmek için kullanılacak matematiksel görevler ve öğrencilerin öğrenme süreci hakkındaki varsayımlardan oluşur (Simon, 1995). Öğretmenin öğrenci öğrenimi konusundaki hedefi diğer bileşenler için bir yön verirken, öğrenme görevleri seçimi ve öğrenci öğrenme süreci hakkındaki hipotezler birbirine bağlıdır. Öğrencilerin var olan matematiksel bilgilerine dayanarak bir öğrenme amacı belirlenmekte, sonra özel öğrenme görevleri bağlamında hipotetik bir öğrenme süreci üretilmektedir (Simon ve Tzur, 2004). Görevler, öğrenme süreciyle ilgili hipotezler temel alınarak seçilir; öğrenme sürecinin hipotezi ilgili görevlere dayanır. Bu sürecin varsayımsal ve doğal olarak belirsiz doğası nedeniyle, öğretmen düzenli olarak tahmini öğrenme yol haritasının her yönünü değiştirmek ve geliştirmekle meşgul olur.

Şekil 1.1'de Matematik Öğretim Döngüsü [MÖD], bileşenleri ve bileşenler arasındaki ilişkiler ifade edilmiştir.



Şekil 1.1. *Matematik öğretim döngüsü Simon (1995, s.136)*

Clements ve Sarama'ya göre ise (2004) TÖYH üç bileşenden oluşur: bir matematiksel amaç, bu amaca ulaşmak için öğrencilerin ilerlediği gelişime ait bir yol ve öğrencilerin daha yüksek düşünme seviyeleri geliştirmelerine yardımcı olan bu yolda yer alan düşünme seviyelerinin her biriyle eşleşen bir dizi öğretim etkinlikleri veya görevleridir. TÖYH, güç ve eşsizliğini, gelişime ait ilerleme ile öğretim etkinlikleri dizisi arasındaki ayrılmaz, iç içe geçmiş bağlantıdan almaktadır (Clements, 2011). Hiyerarşik ilerlemeye göre, doğal gelişim süreci ile tutarlı öğrenmeye dayanan öğretim, bu yolları izlemeyen öğretime göre çocuklar için daha etkili, yeterli ve üretkendir (Clements, 2011). Tahmini öğrenme yol haritaları, hedeflerin belirlenmesi, nasıl bir yıl izleneceği, nereden sorularını cevaplamaya yardımcı olur (Clements ve Sarama, 2014). TÖYH öğrencilerin düşünme seviyelerinin tanımlarını içerir ve böylece onları bir matematiksel tanım, kavram ya da bir kuralla özetlemek mümkün değildir. Düşünme seviyeleri ise öğrencinin bir konu hakkında nasıl düşündüğünü ve sebeplerini içermektedir.

1.2.2. Piaget'in soyutlama teorisi

Piaget, öğrenmenin bireyin bilişsel yapılarının en basit formu olan zihinsel şemaları aracılığıyla özümseme ve uyarlama arasında kurduğu denge mekanizması ile gerçekleştiğini açıklamaktadır (Piaget, 1985; Von Glasersfeld, 1995; Piaget, 2001; Zembat, 2016b). Piaget'e göre şemalarla deneyimler yapılandırılarak özümseme gerçekleştirilir. Bu anlayışa göre yeni kavramların öğrenilmesi özümseme ve uyarlama ile gerçekleşir. Öte yandan Piaget, bireyin kavramsal öğrenmesinin belli ilkelere bağlı olarak gerçekleştiğini de belirtmektedir.

Piaget'ye göre öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. Bu ilkeye göre birey, kendi bilişsel mekanizması yardımıyla deneyimlerinden yararlanarak kendi gerçekliğini oluşturmaktadır. Öğrenme için yeterlik, ön şart olarak kabul edilmektedir. Öğrenmenin gerçekleşebilmesi için öğrencinin gereken düzeyde gelişim düzeyine ya da kavrama kapasitesine sahip olması gerekir. Öğrencinin mevcut bilgilerine dayalı öğrenme hedefleri oluşturulur. Bireyde bilgi gelişimi; sorgulamalar, çelişkiler ve bunlar sonucunda zihinde yapılan yeni düzenlemelerden oluşan bir geri bildirim süreci sayesinde gerçekleşmektedir. Piaget, öğrenmenin bilişsel yönüne odaklanarak bu yönü

öncelikli olarak ele almaktadır. Bireyin var olan bilgilerini yeni bilgilere transfer etme süreci, öğrenmeyi sağlayan önemli aşamalardan biri olarak kabul edilmektedir (Gallagher ve Reid, 1981).

Bununla birlikte Piaget'e göre bireylerde öğrenme farklı düzeylerde gerçekleşmektedir. Bu durumu ise Piaget geliştirdiği soyutlama teorisiyle açıklamış ve soyutlama teorisini deneysel (empirical) ve derin (düşünmeye dayalı-reflective) olmak üzere iki ana gruba ayırarak (Cobb, 1994; Zembat, 2016a) bu iki soyutlama çeşidinin her gelişim düzeyinde var olduğunu belirtmiştir (Piaget, 2001). Derin soyutlamayı ise artan soyutlama kademeleri ile üç gruba ayırmıştır (Piaget, 2001; Zembat, 2016a).

Deneysel soyutlama fiziksel materyal ya da fiziksel eylemlere dayanan soyutlamadır. Ancak matematiksel kavramların deneysel öğrenme süreçlerinin sonucu olmaması ve deneysel soyutlamanın kaynağını fiziksel bilgi oluşturması sebebiyle derin soyutlamanın kaynağını mantıksal-matematiksel bilgi oluşturmaktadır (Von Glasersfeld, 1995; Piaget, 2001; Zembat, 2016a). Piaget'e göre (2001), derin soyutlama ile yapılandırılan bilgi herhangi bir çelişkiye sebep olmamaktadır. Bu sebeple derin soyutlama, zihinde kavramların gelişimi için temel olarak görülmektedir. Bununla birlikte derin soyutlamanın ileri düzeyde matematiksel düşünmeler için güçlü bir araç olabileceği belirtilmektedir (Dubinsky, 1991; Simon, 1995). Bu nedenle matematik eğitiminde özellikle kavramların öğretilmesinde öğrencilerin derin soyutlamalar yapması beklenmektedir. Derin soyutlamada öğrenci mevcut kavramlarıyla yeni kavramları oluşturabilir. Bu sebeple hedefler belirlendikten sonra görev dizileri oluşturulurken öğrencinin mevcut bilgisi göz önünde bulundurulmalıdır. Soyutlama yapılabilmesi için özel olarak hazırlanan etkinliklerde öğrenci etkinliğin ön koşul bilgisine de sahip olmalı, ancak öğrenilecek belirli kavramsal anlayışa sahip olmamalıdır. Bu sayede öğrencilerin bir etkinlik bağlamında zihinsel eylemlerine dayalı olarak nasıl soyutlamalar yaptıkları incelenebilir.

1.2.3. Etkinlik Yoluyla Öğrenme

Bir TÖYH, öğrencilerin öğrenmesi için amaç, öğrencinin öğrenmesini teşvik etmek için kullanılacak matematiksel görevler ve öğrencilerin öğrenme süreci hakkındaki varsayımlardan oluşur (Simon, 1995). Öğretmenin öğrenci öğrenimi konusundaki hedefi diğer bileşenler için bir yön verirken, öğrenme görevleri seçimi ve öğrenci öğrenme süreci hakkındaki hipotezler birbirine bağlıdır. Görevler, öğrenme süreciyle ilgili

hipotezler temel alınarak seçilir; öğrenme sürecinin hipotezi ilgili görevlere dayanır. Bu yapının altında yatan varsayımlar şunlardır:

1. Bir TÖYH'nin üretilmesi, ilgili öğrencilerin güncel bilgilerini anlamaya dayanmaktadır.
2. Bir TÖYH, belirli matematiksel kavramların öğrenilmesini planlamak için bir araçtır.
3. Matematiksel görevler, belirli matematiksel kavramların öğrenilmesini teşvik etmek için araçlar sağlar ve bu nedenle öğretim sürecinin önemli/anahtar bir parçasıdır.
4. Bu sürecin tahmini ve doğal olarak belirsiz doğası nedeniyle, öğretmen düzenli olarak TÖYH'nin her yönünü değiştirmek ile uğraşır.

Matematikte kavramsal öğrenme öğrencilere karmaşık gelmekle birlikte öğretmenler için de öğretme süreci zorlayıcı olabilmektedir. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için matematik eğitimcileri öğrenme süreçleri ve matematiksel görevlerin bu süreçteki rolünü iyi kavramalıdır. Matematik öğrenimiyle ilgili çalışmaların çoğu, kavramsal adımlara veya şemalara (Cobb ve Steffe, 2003), öğrenme yörüngesindeki boşluklara odaklanmıştır. Değişim sürecini incelemek, değişim sürecinin sonuçlarının aksine daha önemli duruma gelmektedir. Simon ve diğerleri (2018), yapılandırmacılığın anahtar özelliği olan uyum sürecini temeli olan öğrencilerin matematiksel kavramların geliştirilmesi için bir mekanizma ifade etmiştir. Piaget'e göre (1971, 1980), öğrencilerin özümseme şemaları kendi deneyimlerini yapılandırır ve neye katılabileceklerini belirler. Özümseme kavramını ortaya koyarak, Piaget, öğrencilerin dışardan yeni bir kavramı basitçe alamayacaklarını iddia eder. Daha ziyade, öğrenciler, önceki kavramların üzerine özümseme ve uyumsama yoluyla yeni kavramları kurarlar. Özümseme kavramının ciddiye alınmaması durumunda, "öğrenme paradoksu" olarak adlandırılan bir sorun ortaya çıkar (Pascual-Leone, 1976).

Öğrenciler yeni kavramları öğrenirken daha önce öğrenilmiş olan kavramlara dayanarak ilerleyebilirler (Bereiter, 1985). Öğrenciler yeni deneyimlerini önceden öğrendiği kavramlarının bir parçası olarak yapılandıramadığında, yeni kavramları algılamakta başarısız olurlar. Bununla birlikte yeni kavramlar öğrenilmezse, öğrenciler daha gelişmiş kavramları geliştiremezler. Burada özetlenen durum, öğrenme paradoksuna hitap etmektedir.

Simon’un etkinlik-etki mekanizması, Piaget'in yansıtıcı soyutlamasının detaylandırılmış halidir. Mekanizma, öğrencilerin hedefe yönelik etkinliğin daha karmaşık kavramlara nasıl yol açabileceğinin bir açıklamasını sağlar. Süreç öğrencilerin hedeflerini belirlemesiyle başlar. Öğretim sırasında, öğrencilerin hedefi öğretmen tarafından ortaya atılan bir görevle ilişkilidir. Öğrencilerin kazanabileceği hedefler mevcut kavramların bir fonksiyonudur ve eldeki görevi ile ilgilidir. Öğrencilerin hedefi, TÖYH’nin bir bileşeni olan öğretmenin öğrenci öğrenimi hedefiyle karıştırılmamalıdır. Örneğin, öğretmen belirli bir matematiksel kavramı teşvik etmek için bir oyun gösterebilir. Öğrencilerin amacı, oyunu kazanmaktır; bu hedef, öğretmen tarafından belirlenen matematik-öğrenme hedefinden belirgin olarak farklıdır. Bir hedef belirledikten sonra, öğrenciler hedefe ulaşmak için mevcut bir etkinliği (veya bir dizi faaliyeti) çağırır. Bu hedef doğrultusunda çalışan öğrenciler, hedefe yönelik etkinliklerinin etkilerine katılırlar.

Etkinliklerin etkilerine (hedeflerine göre) devam ederken, öğrenciler zihinsel eylemler oluştururlar. Öğretim deneyinde kayda değer veriler etkinliğin etkisine bağlı tekrarlanmaktadır. Öğrenciler, ilişkileri tanımlayıcı olarak etkinlik ve etkiler arasındaki ilişkileri belirlemek için sıralama ve karşılaştırma yapar. Yeni bir öğrenci için etkinlik-etki ilişkisinin bu yansıtıcı soyutlaması, yeni bir kavramın oluşturulduğu mekanizmadır. Yansıtıcı soyutlamanın bu detaylandırılmasında, deneyim kayıtları oluşturan, kayıtları sıralayan ve karşılaştıran ve bu kayıtlardaki örüntüleri tanımlayan her bileşenin, doğuştan gelen zihinsel yetenek ve eğilim olduğu söylenebilir (Von Glasersfeld, 1995).

Bu araştırma matematiksel görevlerin seçimi ile ilgili yaklaşımlardan biri olan matematiksel kavramların nasıl geliştirileceğine odaklanmıştır. Bu süreçte etkinlik yoluyla öğrenmeye odaklanma, matematiksel kavramların ve tanımlamaların nasıl geliştirildiğini anlamayı amaçlamaktadır. Araştırma, öğrencinin matematiksel etkinliklerde yansıtma yoluyla anlamayı nasıl inşa ettiğine odaklanmaktadır. Olası kavramsal adımlara dair bir öğrenme yol haritasına sahip olmak, öğrencilerin etkinlikler arasında değişen düşünmelerini anlamlandırmada daha etkili çalışmaya olanak tanır. Dahası, öğrencilerin bir soyutlama yapmaya hazır olması için hazırlanan etkinliğin ön koşul bilgisine de sahip olmalı, ancak öğrenilecek belirli kavramsal anlayışa sahip olmamalıdır. Böylece öğrencilerin bir öğretimsel görev dizisi bağlamında öncelikli

olarak eylemlerine dayalı olarak nasıl soyutlamalar yaptıklarını ve kavramsal öğrenmesini anlamlandırma gerçekleşebilir.

1.3. Araştırmanın Amacı

Araştırmada bir ilkokul öğrencisinin geometrik kavramlar bağlamında matematiksel düşünmesi ve öğrenme süreci incelenecek, öğrenmesindeki ve gelişimindeki ilerleme analiz edilecektir. Bu öğrencinin geometrik kavramlara dair anlayış ve beceri geliştirmesinde izlediği yollar şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma düzeyleri bağlamında ortaya çıkarılacaktır. Her biri bir öncekinden daha karmaşık olan ve matematiksel amaca ulaşma yolunda attıkları adımlar, öğrencinin ne bildiği, ne yapabildiği, neyi yapabilmesi gerekirken yapamadığı, nasıl düşündüğü ve nedenleri bağlamında, öğrencinin kavramlar (veya zihinsel temsiller) üzerindeki zihinsel eylemleri tahmini öğrenme yol haritaları yoluyla ortaya çıkarılaraktır. Dolayısıyla araştırmanın amacı, 3. sınıf bir ilkokul öğrencisinin TÖYH aracılığıyla belirlenen geometrik kavramlara ait gelişimini incelemektir.

Bu amaç doğrultusunda şu sorulara yanıt aranmıştır. İlkokul öğrencilerinin şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma süreçleri bağlamında tahmini öğrenme yol haritaları aracılığıyla;

1. Geometrik cisimleri ve şekilleri tanımaları, sınıflandırmaları ve ilişkilendirmeleri nasıl bir gelişim göstermiştir?
2. Eşlik, simetri kavramı ve simetri doğrusuna ilişkin anlayışları nasıl bir gelişim göstermiştir?
3. Temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açıyı tanımaları, kavramaları ve ilişkilendirmeleri nasıl bir gelişim göstermiştir?

1.4. Araştırmanın Önemi

Geometri, matematiğin; dünyayı daha iyi anlamayı sağlayan, matematiksel durumları anlamasını kolaylaştıran, olası durumların tamamını değerlendirmeyi öğreten, estetik duygusunu geliştiren, görselleştirme, uzamsal ilişkileri anlama gibi becerilere gereksinim duyan bir alt dalıdır. Bireylerin matematikle tanışması, çocukluk yaşlarında geometri ile başlar. Çocuklar, daha çevresindeki dünyayı algılamaya başladığı andan itibaren geometrik şekiller ve ilişkilerle karşılaşır. Matematiğe karşı olumlu tutumun küçük yaşlarda geliştirebilmesi, matematikte başarılı olması ve matematiksel ilişkileri

kavramada zorlanmaması için bu geometrik ilişkileri doğru biçimde yapılandırabilmesi gerekir.

Geometrik fikirlerin ve becerilerin geliştirilmesi ile geometrik ilişkilerin anlaşılmasında şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çok önemli bir yere sahiptir (Clements ve diğerleri, 1997). Şekil oluşturma ve parçalarına ayırma süreci, matematiksel kavramları oluşturmak için temel olarak düşünülebilir (Alaylı, 2012).

Bir öğrencinin eğitim-öğretim yaşamı süresince kazanması gereken düşünme biçimleri ve becerilerin birçoğu da geometrik şekil oluşturma ve geometrik şekli parçalarına ayırma alanında kullanılmaktadır. Geometrik şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırmanın, görsel akıl yürütmenin gelişiminde (Markopoulos, Potari ve Schini, 2007, uzamsal yeteneğin gelişiminde, geometrik fikirlerin ve becerilerin geliştirilmesinde (Clements, Wilson ve Sarama, 2004) ve hatta sayıların anlaşılmasında çok önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir. Bu durumda, öğrencilerin geometrik şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayrıma çalışmalarındaki zihinsel süreçlerinin nasıl gerçekleştiğinin belirlenmesi oldukça önemlidir.

Öğrencilerin kavrayışlarının derinlemesine incelenmesi, onların sonraki öğrenmelerini geliştirmek adına ve farklılıklarına cevap verebilecek öğrenme-öğretme ortamlarının oluşturulması adına önemlidir. Nitekim öğrencilerin düşünceleri anlaşıldığında ve öğrencilere ilerlemeye dayalı etkinlikler oluşturulduğunda etkili matematik öğrenme ortamları ile nitelikli öğretim sağlanabilir (Sarama ve Clements, 2009; Clements ve Sarama, 2007). Nitelikli öğrenme ortamları oluşturabilmek için oluşturulan TÖYH ile öğrenci öğrenmesine dair bilişsel bir model inşa edilir ki bu model sayesinde matematiksel amacın inşasında içerilen süreçleri tanımlanır. TÖYH öğrenci düşünmesi hakkındaki teorik bilgilerle, öğrencilerle etkileşime girildikçe gerçekte ne gözlendiğini ve öğrenci düşünmesinin nasıl gerçekleştiğinin anlaşılmasına yardımcı olur. Aynı zamanda öğrencilerin matematiksel davranışlarını ayrıntılı bir şekilde açıklayan öğrenci düşünmesine dair model inşa etmek için de destekleyici bir araç olarak hizmet etmektedir (Wilson, Mojica, ve Confrey, 2013). Dolayısıyla bu çalışma tahmini öğrenme yol haritaları, öğrencilerin düşünme biçimleri ve eylemleri ile şekil oluşturma ve şekli parçalama sürecindeki düşünmelerinin gelişimine dair önemli görüşler sağlayacaktır.

TÖYH, öğrencinin gelişimine ait ilerleme ile öğretim etkinlikleri dizisi arasındaki önemli bağlantıların olması bakımından önemli bir yere sahiptir (Clements,

2011). Bu ise tüm amaç ve öğretim etkinliklerin, öğrencinin kavrayışları, yanılgıları ve matematiksel düşünmesi gözetilerek belirlendiği ve öğrencinin gelişimine ait kapasitesi içinde olduğu anlamına gelir (Clements ve Sarama, 2007). Nitekim tahmini öğrenme yol haritalarının en önemli kullanım alanlarından birinin özel veya düşük başarı seviyesindeki öğrenciler olduğu ve öğrencinin öğrenme sürecinin ve bu sürecin nasıl destekleneceğinin anlaşılmasının, zorlayıcı pedagojik problemlerle uğraşma için teorik bir temel sağlayacağı belirtilmektedir (Clements ve Sarama, 2004).

TÖYH öğrencilerin başarılı olmaları için öğrenmeleri gereken değişmez katı bir konu sırasını dikte etmemekte; bir kavramın öğrencinin zihninde zamanla evrimi ve gelişimi sürecinde öğrencilerin bilmeleri gereken düşünceleri uygun ve öğretime uygun detay seviyesinde tanımlamaya izin vermektedir (Confrey ve Maloney, 2010). Tahmini öğrenme yol haritaları alanın ön şartlarına dayanan mantıksal analizler değildir; öğrencilerin neyi tanıdığı, değer verdiği ve algıladığının deneysel incelenmesinin sonuçlarıdır (Confrey, Maloney, ve Corley, 2014). Varsayımlar doğrultusunda yapılan öğretim deneyi sonucu ulaşılan tahmini öğrenme yol haritaları hem öğrenenin hem de alanın mantığını kapsamaktadır (Wilson, Sztajn, Edgington, ve Confrey, 2014). Dolayısıyla bireysel olarak yazarların uzmanlıkları ya da alanın mantıksal gelişimine göre konuları sıralamak yerine öğretim programları, tahmini öğrenme yol haritaları çerçevesinde organize edilebilir (Clements ve Sarama, 2007). Şimdiki çalışma ile belirlenen tahmini öğrenme yol haritaları, ilkokul öğrencileri için müfredat geliştirme, değerlendirme araçları veya öğrenmeye dair standartlar geliştirme ya da öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimi ile tutarlı olarak öğretime ait temelleri organize etme için bir çerçeve sağlama (Panorkou, Maloney,ve Confrey, 2013) amacıyla kullanılabilir.

Böylece hem ilkokul düzeyindeki öğrencilerin geometrik düşünmelerinin gelişimlerine katkı sağlaması hem de öğrenme-öğretme sürecindeki temel sorunlara çözüm getirmesi ve bir yol haritasının oluşturulması açısından yapılan çalışmanın önemli olduğu ve alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.5. İlgili Alanyazın

Bu bölümde tahmini öğrenme yol haritaları ve geometrik şekil oluşturma ve parçalama ile öğrencilerin gelişimine yönelik yapılmış araştırmalar özetlenmiştir.

Simon ve Tzur (2004), çalışmasında öğretim sürecinde etkili etkinliklerin seçimine yöneliik bir çerçeve oluşturulmasının nitelikli bir TÖYH olacağı ve öğrencinin öğrenmesini destekleyeceğini söylemiştir. Böylece kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için matematik etkinliklerinin önemini anlatan Piaget'in derin soyutlama mekanizmasının bir TÖYH'de nasıl çerçeve sağladığını ortaya çıkarmışladır. Ek olarak derin soyutlama yapabilmenin öğrencilerin yeni kavramlarını oluşturmasındaki etkilerine dair sonuçlar paylaşmışlardır.

Stephan ve Akyüz (2012), yedinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri beş hafta süren öğretim deneyinde tam sayılarda toplama ve çıkarma ile ilgili bir TÖYH test ve revize etmişlerdir. Gerçekçi Matematik Eğitimi [RME] bağlamında planlanan on dokuz ders içeren öğretim deneyinde, sınıf tartışmaları analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrenciler tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemlerinde kolaylaştırıcı borç, alacak ve son durum gibi ifadeleri kullanmışlardır. Ayrıca dikey sayı doğrusunun tamsayılarda toplama ve çıkarma işlemimi anlamlandırmada etkili olduğu tespit edilmiştir.

Simon, Kara, Norton ve Placa (2018), TÖYH bağlamında çalışmasını hem öğrencilerin tam sayı çarpımına ilişkin kavramalarını destekleyecek hem de kesirlerin çarpımını anlamak için kavramsal bir temel sağlamayı amaçlayan bire-bir öğretim deneyi ile gerçekleştirmiştir. Yansıtıcı soyutlamanın başarılı olmaması üzerine yeniden bir tasarım gerçekleştirilmiş revize edilmiş tahmini bir öğrenme yörüngesi ortaya koyulmuştur. Revize edilerek ortaya çıkarılan yörünge, birimlerdeki bir değişim olarak çarpma kavramını geliştirmeyi amaçlamaktadır.

Simon, Kara ve Placa (2018), beşinci sınıf öğrencisiyle, kesirlerle çarpma algoritmasının yeniden keşfedilmesini teşvik etmek için tahmini öğrenme yörüngesine dayalı bir öğretim deneyi gerçekleştirmiştir. Etkinlik yoluyla öğrenme araştırma programının bir çalışması olarak öğrencinin gerekli kavramları soyutlayabileceği belirli bir etkinlik hazırlamak amaçlanmıştır. Öğretim deneyinin sonuçları analiz edilerek revize edilmiş bir TÖYH oluşturulmuştur. Kesirlerle ilgili edinilen kazanımların algoritmanın inşası için güçlü bir temel olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Simon, Placa, Avitzur ve Kara (2018), rasyonel sayılarla ilgili gerçekleşen MARN projesi kapsamında oluşturulan TÖYH' den yedi tanesini ele almışlardır. Bu kapsamda TÖYH kapsamında geniş bir yol haritası oluşturmak ve geçmiş TÖYH'lerin geliştirilerek kullanımını sağlamak amaçlanmıştır. Çalışmada öğrencilerin matematiksel aktiviteleri aracılığıyla bir kavramı nasıl soyutladıklarına ve soyutlamaların nasıl teşvik

edilebileceğine ortaya çıkarmışlardır. MARN Projesi bu araştırmayı bire- bir öğretim deneyleriyle sürdürmüştür.

Wright (2014), rasyonel sayılar için geliştirilen TÖYH ile altı tane on iki yaşında öğrenci ile gerçekleştirilen bir öğretimi incelemiştir. Durum çalışması olarak desenlenen çalışmada öğrencilerin ilerlemeleri tespit edilmiştir. Sonuçta hazırlanan TÖYH'nin öğrencilerin matematiksel becerilerini destekleyen, öğretim programını yansıtabilen ve değerlendirebilen kullanışlı bir öğretim desteği olduğu ortaya koyulmuştur. Öğretmenlerin de uygulanan TÖYH'leri inceleyerek yorumlaması ve derslerinde kullanması gerektiği söylenmiştir.

Clements, Sarama, Spitler, Lange ve Wolfe'nin (2011), deneysel çalışmada kontol ve deney grupları ile TÖYH etkililiğini araştırmış ve 42 okul ile çalışmışlardır. Deney gruplarında öğrencilerin matematiksel bilgilerinin gelişimlerinin daha yüksek ortaya çıkmıştır. Bu okullardaki öğretmenlerin öğretimleri incelendiğinde ise sınıf ortamında ortaya çıkan beklenmedik durumlardan yararlanma, avantaja çevirme gibi durumlarda öğrencilerle daha iyi yönlendirdikleri ve onlarla iş birliği içinde oldukları görülmüştür.

Sarama, Clements ve Vukelic'in (1996) geometrik düşünmesinin gelişiminde sanal oyunun etkisini okul öncesi düzeydeki öğrencilerle durum çalışması ile araştırmıştır. Araştırma için hazırlanan yazılım okul öncesi öğrencilerin kolayca kullanabileceği düzeyde, dinamik ve kullanışlıdır. Ayrıca yazılım ile öğrenciler şekil oluşturma ve parçalama işlemlerini kolayca yapabilmekte, örüntü birimlerini, birimi birimii oluşturabilmektedir. Sınıf ortamı gözlemlenerek Shape isimli yazılım aracılığıyla hazırlanan etkinlikler ile öğrencilerin geometrik düşünmeleri ortaya çıkarılmıştır. Araştırma ile öğrencilerin etkinlikler ile çalışırken uzamsal düşünmeleri de geliştiği ve fikirlerini yazılım aracılığıyla açıkladıkları ortaya çıkmıştır.

Clements, Battista, Sarama ve Swaminathan (1996) da okulöncesi dönem çocuklarının, bir şekil sınıfı üyelerini diğer şekillerden ayırmak için kullandıkları kriterleri araştırmış ve 3 ila 6 yaş arasındaki 97 çocuktan oluşan birebir klinik görüşmeler yapılmıştır. Küçük çocukların başlangıçta görsel formların özellik analizine dayanarak şemalar oluşturdukları görülmüş ve bu şemalar gelişirken, çocuklar şekilleri ayırt etmek için öncelikle görsel eşleştirmeye güvenmeye devam ettikleri gözlenmiştir. Bununla birlikte, bilinen şekillerin bileşenlerini ve basit özelliklerini tanıma yeteneğine de sahiptirler. Bu nedenle, kanıtlar van Hiele Seviye 1'den önce bir ön-tanıyıcı

seviyenin mevcut olduğunu ve Seviye 1'in senkretik olarak yeniden kavramlaştırılması gerektiğini ortaya çıkarmıştır.

Clements, Sarama ve Wilson (2001) okul öncesi dönemdeki atmış çocuk ile durum çalışması olarak planladığı araştırmasında, çocukların geometrik şekil oluşumu ile ilgili gerçekleştirdikleri eylemleri ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Önceki çalışmalara dayanarak bir tahmini öğrenme yörüngesi ve farklı olarak bu araştırmada TÖYH'deki öğrenme düzeylerini değerlendiren bir araç tasarlanmıştır. Araştırmanın sonuçları göstermiş ki çocukların geometrik şekilleri oluşturmada şekilleri birleştirerek resim yapma, daha sonra şekilleri farklı kullanarak yeni şekiller oluşturma yeteneği kazanma ve oluşan şekiller ile çalışmaya ve tekrar etme şeklinde eylemleri ilerlemiştir. Ek olarak yaşı daha büyük olan çocukların yaşı küçük olanlara göre şekil oluşturma düzeylerinin daha yüksek olduğu görülmüştür.

Clements, Sarama ve Wilson (2004) küçük çocukların geometrik şekiller oluşturmak için kullandıkları matematiksel eylemlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan çalışmalarında 3-7 yaşları arasındaki 72 çocuk ile bir öğretim dizisini test etmişlerdir. Önceki araştırmalarına dayanan bir tahmini öğrenme yörüngesinin oluşturulmuş ve yörüngenin altında yatan gelişimsel ilerleyiş boyunca öğrenme seviyelerini değerlendirilmiştir. Sonuç olarak çocukların geometrik şekiller oluşturma yeteneğini geliştirmede bu düşünme seviyelerindeki ilerlemelerini incelenmesinin önemli olduğu üzerinde durulmuştur.

Markopoulos vd. (2007) geometrik şekilleri ayrıştırıp oluştururken çocukların stratejilerini araştırmış ve bu stratejileri dinamik dönüşümler çerçevesinde incelemiştir. On iki çocuk, klinik görüşme bağlamında, yukarıdaki süreçleri içeren ve ayrışan şeklin türü ve verilen dönüşümün unsurları bakımından değişen altı görevle karşı karşıya kalmıştır. Sonuçlar, çocukların farklı stratejiler geliştirdiklerini ve belirli ilişkiler kurduğunu göstermektedir. Dönüşüm sürecine yansıyarak (parçalama-oluşturma) çocuklar kasıtlı davrandıkları ve şekilleri geometrik nesneler olarak kabul ettikleri gözlenmiştir. Araştırmada geometrik nesnelerin çocukların matematiksel eylemlerinin gelişimi ile ilişkili olduğuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırmada prototip örnekler, geometrik nesneler ve gerçek hayat resimleri de dahil olmak üzere bazı geometrik şekil kavramları da ortaya çıkmıştır.

Mansfield ve Scott'un (1990) çalışmasında küçük çocukların tangram benzeri şekil oluşturma problemlerini çözme sürecinde gözlem yaparak nasıl çözdüklerini keşfetmeyi amaçlamaktadır. Çocukların süreçteki eylemlerinden etkili olan ve olmayanları ve bunları gerçekleştirirken ortaya koydukları planlama becerilerini ortaya çıkarmışlardır. Bu nedenle kullanılan görevlerde, iki-üç şekil kullanarak verilen büyük şekli doldurmaları beklenmiştir. Bunu yaparken şeklin dış çerçevesine dikkat etmeleri ve dikkat ettikleri kenar-açı özellikleri incelenmiştir. Çocuklar parçalardan şekil oluştururken deneme-yanılma ile de doldurabilmektedir. Bu deneme-yanılmalarda geometrik dönüşümleri (yandırma, öteleme, dönme) de kullanabilir. Bu araştırmada da geometrik şekilleri doldururken dönüşümleri öncesinde yapan sonra dolduran öğrencilerin tangram sorularını çözmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Ayrıca şekli yanlış dolduran ve bunu fark edip bir parçayı çıkarmaya veya alternatif yerleşimler bulmaya istekli olan çocukların, problem çözmede rastgele deneme-yanılma yapanlara göre başarılı olma ihtimalinin yüksek olduğunu da öngörülmüştür.

1.5.1 Araştırmada ele alınan kazanımların öğretim programında yeri

Ülkemizdeki 1-8. sınıflar matematik öğretim programı incelendiğinde geometrik şekil oluşturma ve parçalamaya yönelik kazanımlara yer verildiği görülmektedir. Bu kazanımlar neredeyse her sınıf düzeyine dağıtılmış bir şekilde düzenlenmiştir. Matematik öğretim programımızda yer alan şekil oluşturma ve şekli parçalama ile ilgili kazanımlar ve sınıf düzeyleri aşağıda verilmiştir (MEB, 2018):

Birinci Sınıf:

- Geometrik şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırarak isimlendirme,
- Günlük hayatta kullanılan basit cisimleri, özelliklerine göre sınıflandırma ve geometrik şekillerle ilişkilendirme,
- Uzamsal (durum, yer, yön) ilişkileri ifade etme,
- Eş nesnelere örnekler verme,
- Nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir örüntüdeki kuralı bulma ve örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek örüntüyü tamamlama,
- En çok üç ögesi olan örüntüyü geometrik cisim ya da şekillerle oluşturma,

İkinci sınıf:

- Geometrik şekilleri kenar ve köşe sayılarına göre sınıflandırma,
- Şekil modelleri kullanarak yapılar oluşturma, oluşturduğu yapıları çizme,

- Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir ve küreyi modeller üstünde tanıma ve ayırt etme,
- Geometrik cisim ve şekillerin yön, konum veya büyüklükleri değiştiğinde biçimsel özelliklerinin değişmediğini fark etme,
- Çevresindeki simetrik şekilleri fark etme,
- Tekrarlayan bir geometrik örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek tamamlama,
- Bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturma,

Üçüncü Sınıf:

- Cetvel kullanarak kare, dikdörtgen ve üçgeni çizer; kare ve dikdörtgenin köşegenlerini belirleme,
- Şekillerin kenar sayılarına göre isimlendirildiklerini fark etme,
- Şekillerin birden fazla simetri doğrusu olduğunu şekli katlayarak belirleme,
- Bir parçası verilen simetrik şekli dikey ya da yatay simetri doğrusuna göre tamamlama,
- Şekil modelleri kullanarak kaplama yapar, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kâğıt üzerine çizme,
- Noktayı tanıma, sembolle gösterme ve isimlendirme,
- Doğruyu, ışını ve açıyı tanıma,

➢ Doğru parçasını çizgi modelleri ile oluşturma; yatay, dikey ve eğik konumlu doğru parçası modellerine örnekler vererek çizimlerini yapma,

Dördüncü Sınıf:

- Üçgen, kare ve dikdörtgenin kenarlarını ve köşelerini isimlendirme,
- Kare ve dikdörtgenin kenar özelliklerini belirleme,
- Ayna simetrisini, geometrik şekiller ve modeller üzerinde açıklayarak simetri doğrusunu çizme,
- Verilen şeklin doğruya göre simetriğini çizme,
- Açıyı oluşturan ışınları ve köşeyi belirleme açıyı isimlendirme ve sembolle gösterme,
- Açıları, standart olmayan birimlerle ölçme ve standart ölçme birimlerinin gerekliliğini açıklama,

- Açıları standart açı ölçme araçlarıyla ölçerek dar, dik, geniş ve doğru açı olarak belirleme,

1-4. sınıflar geometri öğretiminde şekil kavramının önemli bir yere sahip olduğu görülmektedir. Bu öğretim düzeyinde öğrencilerin şekilleri tanıma, sınıflandırma, ilişkilendirme ve genelleme, analiz etme gibi bilişsel süreçleri kullanmaları amaçlanmaktadır. Bundan dolayı ilkokulda şekil kavramının iyi öğretilmesi eğitim kademelerinin daha üst düzeylerindeki geometri öğretimi için bir gereklilik olarak değerlendirilebilir. Buna ek olarak geometrik cisimleri ve şekilleri bir araya getirerek veya ayırarak ortaya çıkacak sonuçlar analiz ettirilmesi, böylece geometriyi oluşturan temel şekil ve özelliklerinin birbirlerinden bağımsız olmadığının hissettirilmesi amaçlanmaktadır (MEB, 2018).

1.5.2 Araştırmada ele alınan kazanımların yeni öğretim programında yeri

Ülkemizdeki 2024 yılı Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli öğretim programı incelendiğinde araştırma kapsamında ele alınan hedeflerin nesnelerin geometrisi temalarında yer aldığı görülmektedir. Bu kazanımlar neredeyse her sınıf düzeyine dağıtılmış bir şekilde düzenlenmiştir. Matematik öğretim programımızda yer alan çıktılar ve sınıf düzeyleri aşağıda verilmiştir (MEB, 2024):

Birinci Sınıf:

- Nesnelerin eşliğini değerlendirebilme,
- Günlük yaşamda karşılaşılan geometrik yapılardaki geometrik şekilleri çözümleyebilme,
- Biçimsel özelliklerine göre geometrik şekilleri sınıflandırabilme,

İkinci Sınıf:

- Günlük yaşamda kullanılan nesneleri biçimsel özelliklerine göre geometrik cisim olarak sınıflandırabilme,
- Geometrik cisim modellerini kullanarak yapılar sentezleyebilme,
- Geometrik şekiller kullanarak modeller sentezleyebilme,
- Geometrik cisim ve şekillerin yön, konum veya büyüklükleri değiştiğinde biçimsel özelliklerinin değişmediğini yorumlayabilme,
- Verilen şekiller arasından simetrik olanları ayırt edebilme,

Üçüncü Sınıf:

- Geometrik cisimlerin özelliklerini yorumlayabilme,
- Kenar sayılarına göre geometrik şekilleri sınıflandırabilme,
- Matematiksel araç ve teknolojileri kullanarak çeşitli geometrik cisimleri ve şekilleri çizebilme,
- Birden fazla simetri doğrusu olan şekilleri çözümleyebilme,
- Bir parçası verilen simetrik şekli simetri doğrusuna göre yapılandırabilme,
- Yönerge ile yapılandırılan ve bir parçası verilen bir şekli tamamlayarak simetrisini oluşturmaya ilişkin kodlama stratejilerini kullanarak yargıda bulunabilme,

Dördüncü Sınıf:

- Geometrik şekilleri köşe ve kenarlarına göre yorumlayabilme,
- Günlük yaşamdan örneklerle açıyı bir dönme miktarı olarak yorumlayabilme,
- Geometrik nesneler ve şekiller üzerinden doğruya göre simetriyi yorumlayabilme,
- Bir şeklin doğruya göre simetrisini yapılandırabilme,
- Geometrik şekillere dayalı bir yapı oluşturabilmek için kodlama stratejilerini yapılandırabilme.

Yeni öğretim programı incelendiğinde başlangıç noktasının eski programa göre farklı olduğu görülmektedir. Yeni programda günlük hayattan örneklerle başlamak önemli bir yere sahiptir. Ayrıca genel olarak geometrik cisimlerden başlayarak geometrik şekillere geçiş söz konusudur. Bu programda birden fazla simetri doğrusu olan şekillere ve geometrik kavramlardan açının dinamik tanımına da dikkat çekilmiştir. Bu çıkarımlardan yola çıkarak araştırma kapsamında hazırlanan tahmini öğrenme yol haritalarının yeni öğretim programıyla örtüştüğü söylenebilir.

2. YÖNTEM

Şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma süreçleri bağlamında tahmini öğrenme yol haritaları aracılığıyla bir ilkokul öğrencisinin geometrik kavramların öğrenme sürecine dayalı gelişiminin amaçlandığı bu araştırmada, nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Nitel araştırmalar gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu araştırmada içeriğin ayrıntılı olarak anlaşılması, elde edilen verilerin bütüncül bir yaklaşımla incelenmesi ve analiz edilmesi, var olan durumun derinlemesine yorumlanması gerekmektedir. Bu bağlamda araştırmanın deseni, araştırmacının rolü, katılımcılar, verilerin toplanması ve analizi ile geçerlik ve güvenirlik süreçlerinde nitel araştırma yaklaşımları benimsenmiştir.

2.1. Araştırmanın Deseni

Araştırmada bir ilkokul öğrencisinin şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma bağlamında geometrik düşünmeleri ve öğrenmeleri incelenmiş, öğrenmelerindeki ve gelişimlerindeki ilerleme analiz edilmiştir. Öğrencilerin ne bildikleri, ne yapabildikleri, neyi yapabilmeleri gerekirken yapamadıkları, nasıl düşündükleri ve nedenleri bağlamında, öğrencilerin kavramlar (veya zihinsel temsiller) üzerindeki bilişsel eylemleri incelenmiştir. Bu bağlamda öğrencinin geometrik kavramları nasıl öğrendiğinin belirlenmesi amaçladığından, öğretim etkinlik dizilerinin süreç içerisinde değişebilir ve yenilenebilir olmasından, döngüsel bir yaklaşım ile ardışık öğretim oturumlarından oluşmasından ve araştırmacının öğretmen rolünde olmasından dolayı bir öğretim deneyidir (Aşık ve Yılmaz, 2017; Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmanın amacı, problem çözme ve değişim yerine; teoriye dönük olduğundan, ancak yenilenebilir teoriler üretmek yerine; öğrencilerin nasıl öğrendiğine dair modeller ortaya koymak olduğundan, araştırma modeli sırasıyla eylem araştırmasından (Goldkhul, 2013) ve tasarım tabanlı araştırmadan (Wang ve Hannafin, 2005) farklıdır.

Bununla birlikte, eylem araştırmasında öğretmenler uygulayıcı iken ve tasarım tabanlı araştırmada araştırmacı ve öğretmen araştırma sürecinde iş birliği içinde iken (Wang ve Hannafin, 2005), araştırmacının öğretmen rolüne sahip olması öğretim deneyinin en temel karakteristiklerinden biridir (Steffe, 1991; Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmanın döngüsel doğasının, ardışık tasarım deneyleri yerine ardışık

öğretim oturumlarından oluşması ise, araştırmanın yönteminin tasarım tabanlı araştırmadan bir diğer farkıdır (Aşık ve Yılmaz, 2017). Öğrencinin matematiksel etkinliklerini keşfetmeyi ve açıklamayı amaçlayan bir yöntem olan öğretim deneyi, araştırmacının bilgi ve hipotezlerini öğretim sırasında arka plana atarak "öğrencinin matematiğine" odaklanır ve araştırmacının kendisi öğrencilerin matematiksel öğrenmesini birebir deneyimleme fırsatı bulur (Steffe ve Thompson, 2000). Bu ise şimdiki araştırmanın temel yaklaşımlarıyla tutarlıdır. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematik bilgilerini ve bu bilgilerin matematik öğretimi bağlamında nasıl öğrenilebileceğini araştırmak için tasarlanmış bir yöntemdir ve tahmini öğrenme yol haritalarına nitel veriler sağlar (Clements, Wilson ve Sarama, 2004; Steffe, 1991).

2.1.1. Araştırmadaki öğretim deneyi bağlamı

Görüşme ve öğretim iç içe geçtiği için, öğretim deneyinin gerçekleştirilmesi amacıyla bir dizi öğretme ve öğrenme faaliyeti geliştirilmelidir. Eldeki içeriğin analiz sonuçları ve öğrenmeyle ilgili halihazırda mevcut ampirik sonuçların yanı sıra daha önce geliştirilen öğretim fikirleri de dikkate alınır (Duit ve diğerleri 1997, 1998). Bu bağlamda araştırmada öğrencilerin düşünmelerine, kavrayışlarına ve farklılıklarına uygun olarak belirli bir düşünme seviyesine ulaşmaları için gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine yardımcı olmak amacıyla öğretim etkinlik dizileri tasarlanmış ve öğrencilerin süreç içerisinde zamanla gelişen ve değişen öğrenme durumları ve bunu desteklemenin yolları analiz edilmiştir. Bu süreç, öğrencinin düşünme ve öğrenmesinin, öğretimin, pedagojik etkinliklerin ve öğretim amaçlarının eş zamanlı, detaylı ve sürekli analizini gerektireceğinden (Clements ve Sarama, 2007) alanyazında, öğrenme yol haritalarına odaklanan bir araştırmanın, öğretim deneyi metodolojisini kullanmasının en uygun ve etkili yollardan biri olduğu belirtilmektedir (Clements vd., 2004; Confrey, Maloney, Nguyen, ve Corley, 2012).

Öğretim deneyi yöntemi (Cobb ve Steffe, 1983; Lesh ve Kelly, 2000; Steffe ve Thompson, 2000) matematik eğitimi araştırmacılarına öğrencilerin kavramlarını ve kavramların ilerlemesini araştırmak için güçlü bir araç sağlamıştır. Her ne kadar katılımcı sayısını sınırlasa ve genellenebilirliği tartışılsa da öğrenme yol haritalarına ait düşünme seviyelerinin bilişsel bileşenlerinin (kavramlar üzerindeki eylemler) incelenmesini sağlamaktadır (Sarama vd., 2011). Araştırmada benimsenen yapılandırmacı görüşte ön plana çıkan bireyin öğrenmesinin bilişsel bir süreç içinde

gerçekleşmesidir. Radikal yapılandırmacı görüşte bireylerin bilgileri yapılandırma süreçleri üzerine odaklanılır. Bu nedenle yapılandırmacılığı bilişsel ya da psikolojik perspektifle ele alınmıştır. Sosyal etkileşimler öğrenmede etkili olsa da bireylerin bilişsel yapılarını yeniden düzenlemesinin verdiği sonuç odak noktasıdır. Bu sebeple bu araştırmada bir öğretim deneyi türü olan bireysel (bire-bir) öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Radikal yapılandırmacılığa dayanan bire-bir öğretim deneyi öğretmenin, öğrencinin öğrenmesini geliştirmeyi hedeflemesinden dolayı öğretmen öğrenme durumlarını yaratmaya odaklanabileceği ve bunları öğrenci matematiği veya öğretmenin matematiksel bilgisi olarak alabileceği belirtilmektedir. Böyle bir durumda öğretmenin ikinci dereceden gözlemci konumunda olduğu ifade edilmektedir (Steffe, 1991).

Cobb ve Steffe (1983) tarafından önerilen bireysel öğretim deneyinde, araştırmacı öğrencilerle birebir görüşmeler yapar ve belirli bir konuda kavramsal bilgilerini anlamaya çalışır (Komorek ve Duit, 2004; Steffe ve Thompson, 2000). Araştırmacı, bireylerin öğrenme süreçlerini, kavramlarını ve kavram yanılgılarını gözlemler ve tanımlar (Komorek ve Duit, 2004). Bu tür öğretim deneyi esnektir ve araştırmacı her seferinde bir öğrenciye odaklanabilir. Bireysel öğretmenlik deneyleri genellikle az sayıda öğrenci için gerçekleştirilir ve amaç, öğrenme ortamı veya öğrenme yapısı/çatısı olarak adlandırılan öğrenme ekolojisinin küçük ölçekli bir versiyonunu oluşturmaktır (Cobb, Confrey, Lehrer ve Schauble, 2003).

Ayrıca öğretim oturumlarına başlamadan önce öğrencilerin var olan bilgilerini, o anki akıl yürütmeleri, matematiksel düşünmeleri, düşünme ve kavrayışlarındaki farklılıklar, öğrencilerin kullandığı kavramlar, kavramlar üzerindeki eylemler, stratejiler ve sezgisel fikirleri de dahil olmak üzere öğrencilerin geometrik kavramlara dair ön bilgilerini ortaya çıkarmak amacıyla klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Clement ve Battista, 2000; Steffe ve Thompson, 2000). Bu bağlamda klinik görüşmeler bireylerin bilgilerinin orijinal yapısını keşfetmek, kavramlarının gelişimi ve bunları değiştirme süreçleri konusunda bilinçlenmeleri için uygun bir yöntemdir (Clement, 2000).

Öğretim deneyi uygulama süreci; Şekil 2.1'de sunulduğu gibi odak öğrenci ile gerçekleştirilen ön ve son klinik görüşmeler ile öğretim dizileri uygulama aşamalarından oluşmuştur. Her öğretim döngüsü sürecinin başında ön bilgilerin değerlendirildiği klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu ön görüşmelerde Piaget'in öğrenme ilkelerine ve TÖYH'nin öğrenme amacına uygun olarak öğrencilerin ön

bilgileri ve dolayısıyla yeterliklerini belirlemek için sırasıyla; öğrencinin geometrik cisimlere dair genel bilgisi, geometrik şekillere dair genel bilgisi, eşlik ve simetri kavramlarına dair bilgisi ve temel geometrik kavramlarla ilgili bilgilerini ortaya çıkarmaya yönelik bağlamlar ve etkinlikler hazırlanmıştır.

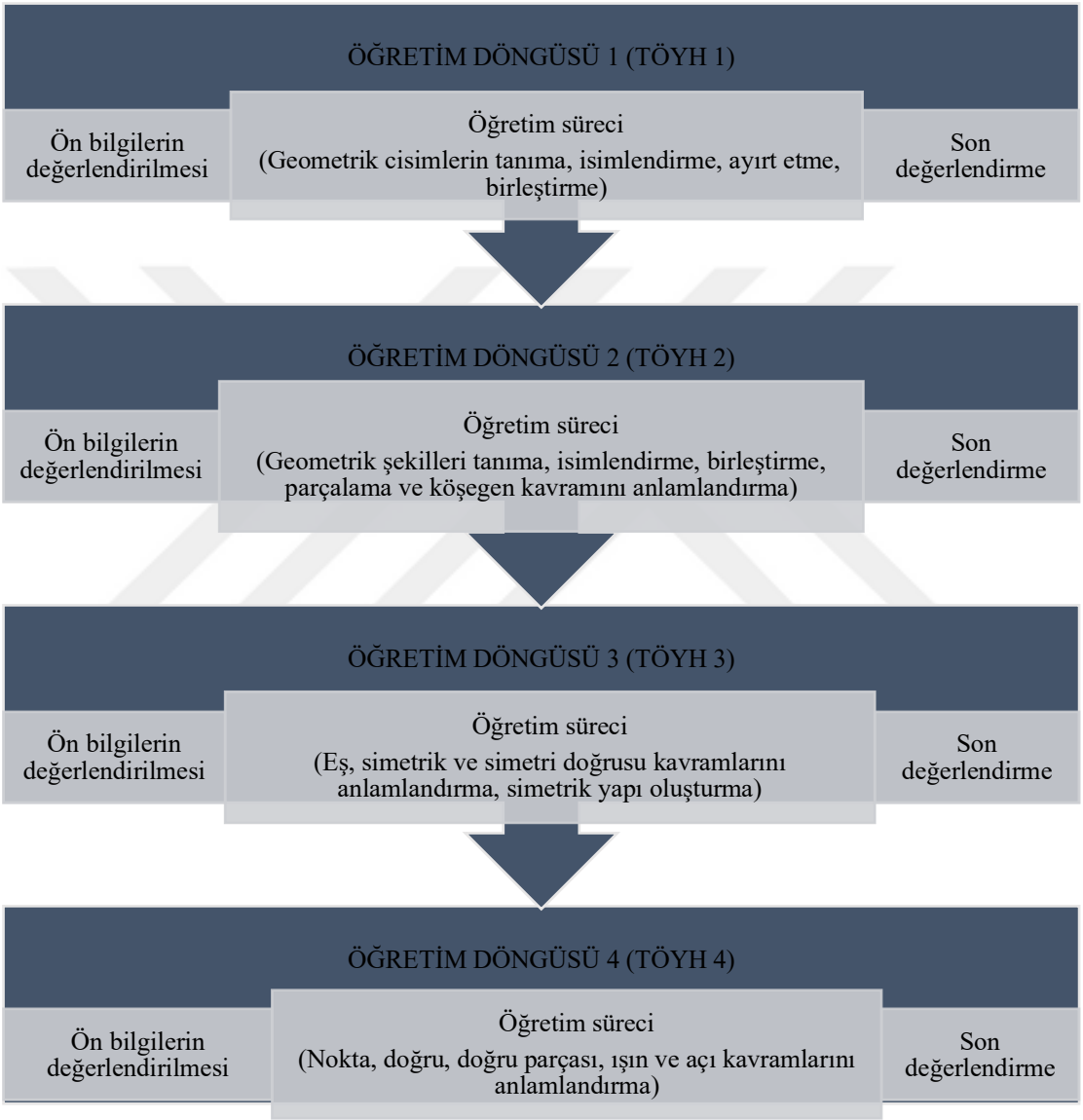
Ön klinik görüşmelerde elde edilen verilerin analizi doğrultusunda bu noktalarda öğrencinin ön bilgilerindeki eksikliklerin giderilerek yeterliklerini sağlamak amacıyla TÖYH 1'de geometrik cisimleri tanıma ve isimlendirme, temel özelliklerini belirleme ve ayırt etmeye yönelik iki hafta süren birinci etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. Birinci öğretim dizisinde öğrencinin bu konularda ön bilgilerinde eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrenci ile birinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşmelerden sonra öğrencinin TÖYH 1'in amaçlarına ulaşıp ulaşmadığını belirlemek için son değerlendirme etkinliği gerçekleştirilmiştir.

Öğrencinin ön bilgilerindeki eksikliklerin giderilerek yeterliklerini sağlamak amacıyla TÖYH 2'de geometrik şekilleri tanıma, isimlendirme, birleştirme, parçalama ve köşegen kavramını anlamlandırmaya yönelik dört hafta süren ikinci etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. İkinci öğretim dizisinde odak öğrencilerin bu konularda ön bilgilerinde eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için öğrenciyle ikinci ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. İkinci ara klinik görüşmelerden sonra öğrencinin TÖYH 2'nin amaçlarına ulaşıp ulaşmadığını belirlemek için son değerlendirme etkinliği gerçekleştirilmiştir.

Öğrencinin ön bilgilerindeki eksikliklerin giderilerek yeterliklerini sağlamak amacıyla TÖYH 3'te eş, simetrik ve simetri doğrusu kavramlarını anlamlandırma, simetrik yapı oluşturmaya yönelik iki hafta süren üçüncü etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. Üçüncü öğretim dizisinde öğrencinin bu konularda ön bilgilerinde eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrencilerle üçüncü ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Üçüncü ara klinik görüşmelerden sonra öğrencinin TÖYH 3'ün amaçlarına ulaşıp ulaşmadığını belirlemek için son değerlendirme etkinliği gerçekleştirilmiştir.

Öğrencinin ön bilgilerindeki eksikliklerin giderilerek yeterliklerini sağlamak amacıyla TÖYH 4'te nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı kavramlarını anlamlandırmaya yönelik iki hafta süren dördüncü etap öğretim dizisi planlanmış ve yürütülmüştür. Dördüncü öğretim dizisinde öğrencinin bu konularda ön bilgilerinde

eksik olan noktaları nasıl yapılandırdıklarını daha ayrıntılı olarak anlamak için odak öğrencilerle dördüncü ara klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Dördüncü ara klinik görüşmelerden sonra öğrencinin TÖYH 4'ün amaçlarına ulaşıp ulaşmadığını belirlemek için son değerlendirme etkinliği gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.1. *Öğretim Deneyi Uygulama Süreci*

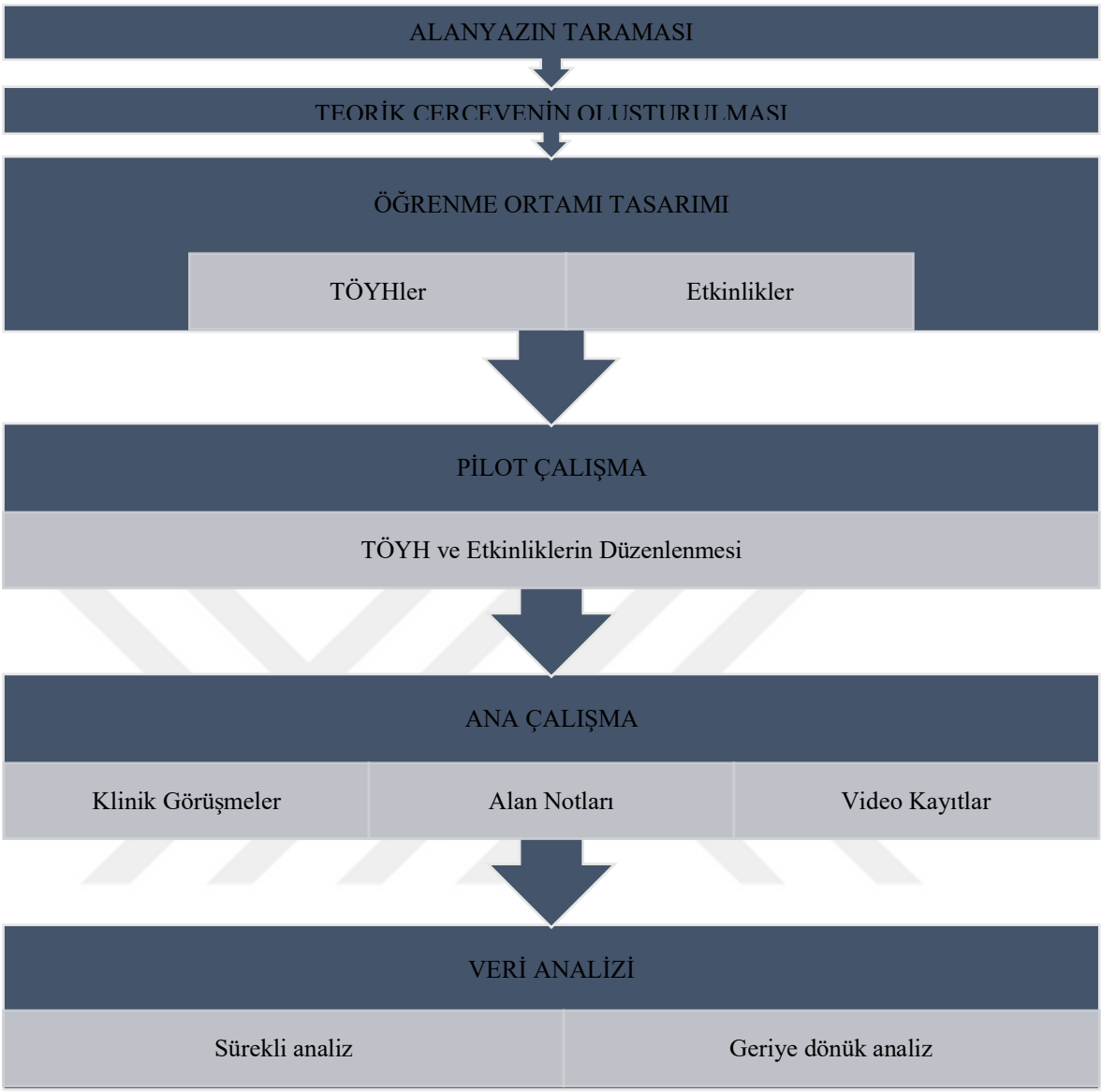
2.1.2. Araştırmacının rolü

Araştırmacı, bir ortaokulda öğretmen olarak görev yapmaktadır ve dokuz yıllık mesleki deneyime sahiptir. Dolayısıyla öğretim deneyi sürecinde hem araştırmacı hem de öğretmen olmak üzere iki farklı rol üstlenmiştir. Araştırmacı olarak akademik ve mesleki geçmişe sahip uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte klinik görüşmeler ve

öğretim sürecinden oluşan öğretim deneyini planlamanın yanında odak öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve öğrenme süreçlerini analiz ederek onların soyutlama mekanizmalarını ortaya çıkarmıştır. Öğretmen olarak ise öğrencinin kavramalarına cevaplar vermiş ve öğretim sürecinde öğrenciye gerektiği yerlerde rehberlik ederek planlanan öğretim deneyinin uygulama sürecini yürütmüştür. Öte yandan araştırmacı, hem pilot hem ana uygulamadaki katılımcı öğrencilerle iyi bir diyaloğa sahip olup çalışmanın konusu dışında konularda fikirlerini sundukları başka çalışmalar gerçekleştirmiştir.

2.2 Araştırmanın Tasarımı ve Yürütülmesi

Araştırma sürecinde öncelikle alanyazın taraması yapılmış, teorik çerçeve oluşturulmuş ve ardından öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Öğretim deneyi TÖYH çerçevesinde tasarlanıp öğrencinin matematiksel soyutlama süreçlerinin izlenerek soyutlama mekanizmalarının ortaya çıkarılması amaçlandığından öğrenme ortamı; TÖYH, etkinlikler ve klinik görüşmeler etrafında biçimlendirilmiştir.



Şekil 2.2. *Araştırma Sürecinde İzlenen Adımlar*

Hazırlanan TÖYH ler, etkinlik ve klinik görüşmelerin test edilmesi ve eksiklerin giderilmesi amacıyla pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmadan sonra yürütülen ana çalışmada öğrenci ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler, öğretim derslerinin video kayıtları ve öğrenci çalışma yapraklarının oluşturduğu alan notları aracılığıyla 11 hafta boyunca veri toplanmıştır. Toplanan veriler, sürekli ve geriye dönük olmak üzere iki aşamada analiz edilmiştir. Araştırmada izlenen adımlar, Şekil 2.2.'de sunulmuştur.

2.3. Pilot Çalışma

Araştırmacı, 2020-2021 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde farklı bir üçüncü sınıf öğrencisi ile TÖYH çerçevesinde tasarlanan öğretim sürecinde hazırlanan öğretim dizisi plan ve etkinliklerinin işlerliğini değerlendirmek ve öğretim deneyi

sürecini yönetme konusunda deneyim edinmek amacıyla pilot çalışma gerçekleştirmiştir. Pilot çalışmanın aşamaları, ana çalışmanın süreçleriyle aynı biçimde ve on haftalık bir zaman diliminde yürütülmüştür. Bu zaman diliminde küresel salgın olan Covid-19 salgını sebebiyle çalışmaya zaman zaman ara verilmek zorunda kalınmıştır. Öğrenci ile gerçekleştirilen her bir klinik görüşme ve öğretim dersi, video ile kayıt altına alınmış ve uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte sürekli analize tabi tutulmuştur. Araştırmacı ve uzman matematik eğitimcisi, her bir klinik görüşme ve öğretim dersi sonrasında ayrı ayrı ve birlikte olmak üzere kaydedilen videoları izleyerek makro analizler gerçekleştirmişlerdir. Yapılan bu makro analizler sonucunda klinik görüşme soruları ve öğretim dizisi etkinlikleri üzerinde gerekli görülen noktalarda değişiklikler yapılmıştır. Örneğin pilot çalışmada öğrenciye Görsel 2.1'de verilen materyaller verilerek materyal destekli sorular sorulmuştur. Ancak öğrencilerin bu soruyu bu materyallerle gerçekleştiremediği görülünce Görsel 2.1'de verilen materyaller ayrıt uzunlukları orantılı olacak şekilde hazırlanmıştır.

Görsel 2.1. *Çalışmada kullanılan materyaller ve değişen hali*

Başka bir örnek olarak öğretim dizileri sırasında öğrencinin geometrik cisimleri önünde duran görsellerin arasından seçerek sınıflandırması istenen etkinlikte görsellerin arasına geometrik şekillerden de eklenmesi uygun görülmüştür. Çünkü öğrencide ortaya çıkan şekil-cisim karmaşasının giderilmesi için cevaba uygun olan ve olmayan örneklerin bir arada verilmesi gerektiği düşünülmüştür.

Bununla birlikte klinik görüşme ve öğretim dizisi etkinliklerinde dinamik geometri yazılımlarının (DGY) daha aktif kullanılması gerektiği düşünülmüştür. Örneğin sınırları belli ve belli olmayan yap-boz etkinliğinde kâğıt materyaller kullanılarak uygulanması zorken DGY ortamında uygulanması ve öğrenci düşüncelerini ortaya çıkarması daha kolay olmuştur. Ayrıca pilot çalışma sırasında bazı konuşma ve diyalogların videoda duyulmaması anlaşılmaması sebebiyle veri kaybına yol açtığı görüldüğünden ana uygulamada kamera değiştirilerek daha geniş açılı bir model kullanılmıştır.

2.4. Katılımcı

Araştırmanın katılımcısını bir devlet okulunun üçüncü sınıfında öğrenim görmekte olan sekiz yaşında erkek bir öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada seçilen öğrencinin geometrik kavramları öğrenmeleri üzerine odaklanılmıştır. Öğrenci çalışma gerçekleştirildiği sırada üçüncü sınıf olmasına rağmen henüz bu sınıf düzeyinde öğreneceği geometrik bilgilere sahip değildir. Bu durum göz önünde bulundurularak hazırlanan ders planlarında öğrencinin ön bilgilerinin ikinci sınıfa dayalı olduğu düşünülmüştür. Bu odak öğrencinin seçiminde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Öğrencinin seçiminde temel ölçüt okul öncesi eğitim almış olmasıdır. Ayrıca seçilen öğrencilerin gönüllü olması dikkate alınmış, bulgularda gerçek ismi kullanılmayarak *Tuna* ismi kullanılmıştır.

2.5. Verilerin Toplanması

Araştırmada veriler; odak öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşmeler ve öğretim derslerinin video kayıtlarından, etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtlarından elde edilmiştir. Veri toplama araçlarının her birine aşağıda ayrıntılı olarak değinilmiştir.

2.5.1. Klinik görüşmeler ve öğretim dizileri

Klinik görüşmeler; öğrencilerin temel düşünce yapılarını ve düşüncelerindeki zenginliği keşfetmek, onların temel etkinliklerini yakalamak ve bilişsel becerilerini değerlendirmek amacıyla Piaget tarafından geliştirilmiş esnek bir soru sorma yöntemidir (Ginsburg, 1981). Araştırmada uzman bir matematik eğitimcisi ile birlikte odak öğrenci ile yapılacak görüşmeler için ön ve son değerlendirme klinik görüşme soruları hazırlanmış ve bu sorular için matematik eğitiminde araştırmalar gerçekleştiren ve

akademik kariyere sahip olan ayrı uzman matematik eğitimcisinden de görüş alınmıştır. Bu bağlamda araştırmacı-öğretmen tarafından her bir öğretim döngüsünde biri araştırmanın başında, öğretim esnasında ve biri de öğretim sonunda olmak üzere odak öğrenci ile dört dizi klinik görüşme ve öğretim dizisi gerçekleştirilmiş ve tüm görüşmeler, video ile kayıt altına alınmıştır. Görüşmelerdeki etkinliklerin sürelerini gösteren çalışma takvimine Tablo 2.1'de yer verilmiştir.

Tablo 2.1. *Etkinlik çalışma takvimi*

TÖYH	Etkinlik	Süre	
1	• Giriş Etkinliği	• 30 dk	2 Hafta
	• Etkinlik 1	• 45 dk	
	• Etkinlik 2	• 40 dk	
	• Etkinlik 3	• 30 dk	
	• Son Değerlendirme Etkinliği	• 40 dk	
2	• Giriş Etkinliği	• 50 dk	4 Hafta
	• Etkinlik 1	• 50 dk	
	• Etkinlik 2	• 40 dk	
	• Etkinlik 3	• 50 dk	
	• Etkinlik 4	• 40 dk	
	• Etkinlik 5	• 45 dk	
	• Etkinlik 6	• 60 dk	
	• Etkinlik 7	• 30 dk	
	• Etkinlik 8	• 40 dk	
	• Etkinlik 9	• 40 dk	
	• Etkinlik 10	• 30 dk	
	• Son Değerlendirme Etkinliği	• 30 dk	
3	• Giriş Etkinliği	• 30 dk	3 Hafta
	• Etkinlik 1	• 30 dk	
	• Etkinlik 2	• 30 dk	
	• Etkinlik 3	• 20 dk	
	• Etkinlik 4	• 30 dk	
	• Son Değerlendirme Etkinliği	• 50 dk	
4	• Giriş Etkinliği	• 40 dk	3 Hafta
	• Etkinlik 1	• 30 dk	
	• Etkinlik 2	• 40 dk	
	• Etkinlik 3	• 60 dk	

	• Etkinlik 4	• 30 dk
	• Son Değerlendirme Etkinliği	• 60 dk

Öğretim dizilerinin ders planlarındaki etkinlikler, genellikle öğrencilerin günlük yaşamda aşina oldukları bağlamlar üzerinden kurgulanmaya çalışılmıştır. Öğretim dersleri için hazırlanan tahmini öğrenme yol haritaları ders planları EK-3'te, öğrencilerle gerçekleştirilen ön, ara ve son klinik görüşme soruları *EK- 5'te*, klinik görüşme sorularının amaç ve kapsamına ilişkin bilgiler ise Tablo 2.2' de verilmiştir.

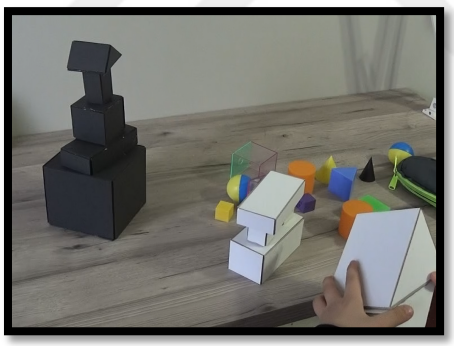
Tablo 2.2. *Klinik Görüşme Sorularının Amaç ve Kapsama İlişkin Bilgiler*

TÖYH	**Klinik Görüşmeler**	**Amaç**	**Kapsam**
1	Ön klinik görüşme	• Geometrik cisimleri tanıma	-Günlük yaşam örneklerinde cisimleri tanıma
	Ara klinik görüşmeler	• Geometrik cisimleri sınıflama • Geometrik cisimlerin benzerlik ve farklılıklarını belirleme	-Cisimlerin karşılaştırılması -Cisimlerin köşe, yüz, ayrıt elemanlarını belirleme
	Son klinik görüşme	• Geometrik cisimlerle model oluşturma	-Cisim takımlarını birleştirme ve parçalama
2	Ön klinik görüşme	• Geometrik şekilleri tanıma ve sınıflama	-Günlük yaşam örneklerinde şekilleri tanıma
	Ara klinik görüşmeler	• Geometrik şekilleri isimlendirme • Geometrik şekillerin benzerlik ve farklılıklarını belirleme • Geometrik şekilleri oluşturma • Geometrik şekilleri parçalama	-Geometrik cisimlerin yüzlerini isimlendirme -Kenar ve köşe özelliklerini belirleme -Şekillerin elemanları yardımıyla birleştirme -Kenar ve köşelere odaklanma -Şekillerin bütünü ile parçaları arasında ilişkiyi keşfetme -Çokgenlerin köşegenlerini çizme, köşegeni olmayan çokgeni belirleme

			• Köşegenleri belirleme	
	Son görüşme	klinik	• Köşegenler yardımıyla şekilleri parçalama	-Şekli parçalama ve oluşan şekilleri yorumlama
3	Ön görüşme	klinik	• Eş yapıları fark etme ve yorumlama	-İp baskısı ile; simetrik yapıyı ve eşliği fark etme, simetri doğrusunu fark etme
	Ara görüşmeler	klinik	• Düzgün ve düzgün olmayan geometrik şekilleri iki eş parçaya ayırma • Simetri doğrusunu belirleme ve çizme • Simetrisini çizme ve simetrik parçalara ayırma	-Simetrik yapıyı ve eşliği fark etme -Simetri doğrusunu fark etme -Şekilleri katlayarak iki eş parçaya ayırma -Katlama çizgisine vurgu yapılması -iki eş parçaya ayırma ve parçalardaki eşliklerin incelenmesi -Simetrik ve simetrik olmayan şekilleri fark etme -Simetri doğrularını çizme -Birden fazla simetri doğrusu olanları fark etme
	Son görüşme	klinik	• Geometrik şekilleri parçalama;	-Şekilleri simetri doğrusuna göre tamamlama -Şekilleri simetrik parçalama
	Ön görüşme	klinik	• Temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası ve ışını fark etme	-Noktayı tanıma ve boyutsuz olduğunu fark etme -Doğru, doğru parçası ve ışını fark etme

4	Ara klinik görüşmeler	• Temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası ve ışını tanıma • Temel geometrik kavramların özellikleri ve birbiriyle ilişkisini kavrama • Temel geometrik kavramlardan açıyı tanıma	-Nokta, doğru, doğru parçası kavramlarını somut materyalle gösterme -Geometrik kavramları eşleştirme -Açı ve özelliklerini kavrama -Eş açı oluşturma
	Son klinik görüşme	• Temel geometrik kavramlardan açının özelliklerini belirleme	-DGY ile açının büyüklüğü ve kolları arasındaki ilişki

Öğretim dersleri sürecinde haftalık gerçekleştirilen etkinliklerde yaşanan zorluklar o uygulama sırasında giderilmeye çalışılmıştır. Ancak giderilemediği tespit edilen zorluklar üzerinde bir sonraki hafta durulmuştur. Öte yandan veri kaybını önlemek amacıyla öğretim dersleri, profesyonel bir kamera ile kayıt altına alınmıştır. Öğretim dizileri esnasında kameraların öğretim yerini gören açısı, Görsel 2.2'de verilmiştir.



***Görsel 2.2**. Öğretim derslerinde kullanılan kameraların öğretim yerini gören açısı*

2.5.2 Çalışma yaprakları ve materyalleri

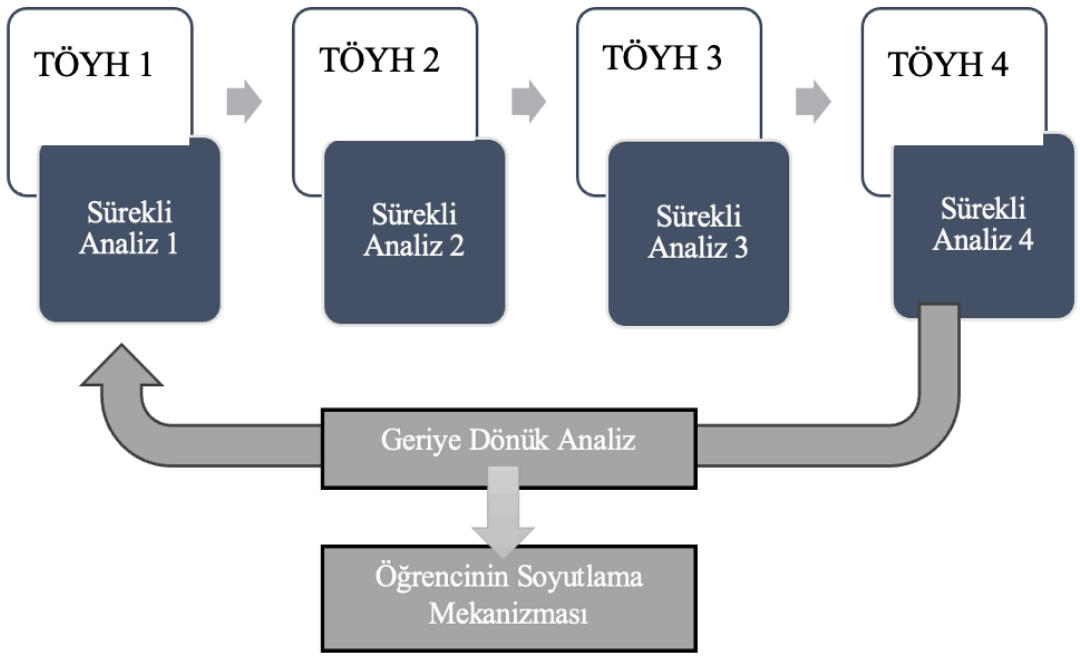
Uygulamalar sırasında çalışma yaprakları ve materyalleri etkinliklerde sıklıkla kullanılmıştır. Somut materyallerin tamamı araştırmacı tarafından hazırlanmış olup yalnız üç boyutlu yap-boz materyali Yavuz Demirhan (YD puzzle) tarafından özel olarak tasarlanan materyaldir. Çalışma yaprakları gerçekleştirilen etkinlik sonunda geri alınmıştır. Etkinlikler için hazırlanan materyaller de öğrenciye verildikten ve uygulama yaptıktan sonra ortadan kaldırılmıştır. Öğretimde materyal olarak kullanılan bilgisayar ve kullanılan program DGY'de gerçekleştirilen etkinlikler de bilgisayarın ekran kaydetme özelliği ile kaydedilmiştir. Yapılan açıklama, yazdıkları ve eylemlerini

görmek için kamera çalışma yapraklarını ve materyalleri görecek biçimde ayarlanmıştır. Haftalık etkinlikleri içeren çalışma yaprakları K-4'te verilmiştir.

2.6. Verilerin Analizi

Verilerin analiz sürecinde öğretim deneyi sürekli analiz (ongoing analysis) ve geriye dönük analiz (retrospective analysis) olmak üzere iki önemli analiz düzeyini içermelidir. Sürekli analiz öğrenciyle yapılan öğretim döngüleri arasında gerçekleştirilirken, geriye dönük analiz birbirini izleyen bir dizi öğretim derslerinin tamamı üzerinde gerçekleştirilmiştir.

Sürekli analiz araştırmacının öğrencilerinin öğrenmelerini daha ileriye götürmek amacıyla gerçekleştirdikleri doğal ya da planlanmış yönlendirmelerde gerçekleştirilmesi gereken bir analizdir. Bu analizin en önemli yanı ise öğrencilerin bilgilerine, eylemlerine ve eğilimlerine göre araştırmacının çalışmasında model oluşturabilmesi ve düzenleyebilmesidir (Simon, 2000). Araştırmanın sürekli analiz sürecinde her dersin sonunda araştırmacılar kaydedilen videoları seyrederek elde edilen sonuçları ve gözlemlerini ayrıntılı olarak tartışmışlar, verilen geometrik kavramların öğrenilmesi sürecinde gerekli gördükleri düzenlemeleri gerçekleştirmişlerdir.



Şekil 2.3. *Veri Analiz Aşamaları*

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi, araştırmanın sürekli analiz sürecinde araştırmacı ve uzman bir matematik eğitimcisi, önce birbirinden bağımsız biçimde her bir klinik görüşme ve

her dersin sonunda kaydedilen videoları izleyerek ve çalışma kâğıtlarını inceleyerek Tablo 2.4'te örnek olarak verilen makro analizler gerçekleştirmişlerdir.

Tablo 2.4. *Örnek Makro Analiz*

HLT 2 UYGULAMASI MAKRO ANALİZİ	
Etkinlik 2: Yap-boz	
Araştırmacı-Tuna Görüşmesi	**Alınan Notlar**
1.Soru: Araştırmacı Tuna'dan sınırları belli olan kağıt üzerinde verilen yap-bozu şekillerle doldurmasını istiyor. Tuna "ama bu basit" diyor. Araştırmacı neden basit dediğini soruyor. Tuna "nereye ne koyacağımı biliyorum o yüzden" cevabını vererek kısa sürede şekilleri seçmeye başlıyor. Şekli zihninde yatay simetri doğrusu oluşturarak simetrik şekilde dolduruyor. Araştırmacı şekilleri nasıl seçtiğini soruyor. Tuna şekillere bakıp sığıp sığmadığına baktığını söylüyor.	*Video 2.2'de 23. Dakikada başlıyor.* *Video 2.2'de 25.23'ten görsel al.*
2.Soru: Araştırmacı Tuna'dan teknolojik ortamda hazırlanmış sınırları belli bir yap-boz doldurmasını istiyor. Tuna bu soru için de kolay ifadesini kullanıyor. Yine benzer şekilde şekilleri deneyerek ve dönüşümler uygulayarak yap bozu dolduruyor.	*Video 2.3'te 1. Dakikada başlıyor.*
3.Soru: Araştırmacı Tuna'dan sınırları belli bir yap-bozu oluşturan şekilleri yerleştirmesini istiyor. Tuna yine deneme yanılma yöntemini tercih ederken "olmuyor ama bu "diyor. Araştırmacı neden olmadığını sorduğunda "diğeri gibi değil şekilleri anlayamıyorum." cevabını veriyor. Tuna dolduracağı büyük şekli bir insan görseline benzeterek baş kısmını doldurduğunu söylüyor. Araştırmacı hangi şekilleri kullandığını sorduğunda Tuna "önce bütün bir şekil koymak istedim ama olmadı o yüzden iki tane üçgen ve bir tane de dörtgen kullandım." Daha sonra düşünmesi için süre veriliyor süre sonunda Tuna görselin ortasını ve kol olarak ifade ettiği kısmı doldurmaya çalışıyor. Ancak deneme yanılmayla başarılı olamıyor. Bunun üzerine araştırmacı aynı yapbozu teknolojik ortamda hazırlayıp veriyor Burada "shape tools" oyunu kullanılıyor. Bu oyundaki şekli doldururken dönüşümleri ve büyütme/küçültme araçlarını aktif olarak kullanıyor. Yine şeklin baş kısmını doldururken bu kez üç adet dörtgen kullanıyor. Araştırmacı bunun üzerine "aynı yeri farklı şekillerle oluşturabilir miydin?" oluşturabileceğini söyleyerek iki üçgen ve bir dörtgenle oluşturabiliyor. Gövde kısmını tek tip çokgenle (altıgen) dolduruyor. Ayak kısmında ise üç adet dörtgen kullanarak dolduruyor. Araştırmacı oluşturduğu her bölge için farklı şekillerde oluşup oluşmayacağını sorduğunda Tuna kağıt etkinliğindekinin aksine burada farklı şekiller deneyerek hedefini gerçekleştirebilmiştir. Özellikle teknolojik ortamdaki oyundaki araçları aktif olarak kullanmıştır. Tamamlayamadığı etkinliği burada kolayca tamamlamıştır.	*Video 2.3'te 5.23'ten görsel al.* *Video 2.3'te 15.14'ten görsel al.*

Bu süreçte iki araştırmacı birlikte öğretim döngüsü videolarını izlemiş, etkinlik çalışma yapraklarını incelemişlerdir. Bu doğrultuda birbirinden bağımsız olarak

yaptıkları makro analizleri de dikkate alarak sonuçları tartışmışladır. Daha sonra öğrencinin yaşadığı zorlukları ve soyutlamalarını tespit ederek öğretim döngülerindeki ders plan ve etkinliklerini yeniden düzenlemişlerdir. Araştırmanın geriye dönük analiz sürecinde ise öğrenci ile gerçekleştirilen tüm klinik görüşmelerin ve öğretim derslerinin dökümleri yapılmıştır. Geriye dönük analizin amacı, öğrencinin öğrenme sürecinin farklı noktalardaki anlayışlarının nitelendirilmesidir, şemalarını hiyerarşisinin belirlenmesi ve değişen düşünme sürecinin anlamlandırılmasını sağlamaktır. Her bir klinik görüşme ve öğretim dersinin videoları, etkinliklerde kullanılan çalışma kâğıtlarından elde edilen tüm veri seti, araştırmacılar tarafından önce birbirinden bağımsız olarak mikro analize tabi tutulmuştur.

Araştırmacılar, birbirinden bağımsız olarak gerçekleştirdikleri analizler sonucunda öğrenci ile gerçekleşen her bir öğretim sürecinin etkinliğinde öğrencinin gösterdikleri "zihinsel süreçlere" ilişkin tema, alt tema ve kodları belirlemişlerdir. Öğretim dizilerine ilişkin olarak yaptıkları analizler sonucunda ise etkinliklerde öğrencilerin "öğretimde ortaya çıkan zorluk yaşanan zihinsel eylemler", "yaşanan zorluklara karşı öğretmenin gerçekleştirdiği uygulamalar" temalarını ve bu temalara ilişkin alt tema ve kodları belirlemişlerdir.

Daha sonra iki araştırmacı, birlikte tüm veri seti üzerinde birbirinden bağımsız olarak yaptıkları analizleri de dikkate alarak elde ettikleri sonuçları tartışmış ve klinik görüşmeler ile öğretim derslerindeki etkinliklere ilişkin tema, alt tema ve kodları yeniden değerlendirmiş ve sonuca ulaştırmışladır. Güvenirliği sağlamak amacıyla da kodlama güvenirliğine gidilmiş ve iki araştırmacının gerçekleştirdiği kodlamalar karşılaştırılarak görüş birliği ve görüş ayrılığı tespit edilerek görüş ayrılığı olan kodlar üzerinde tartışılarak uzlaşmaya varılmıştır. İkinci ara klinik görüşme ve dokuzuncu hafta öğretim dizisinin analizleri sonucunda ortaya çıkan tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar Tablo 2.5'te örnek olarak sunulmuştur:

Tablo 2.5. *Analizler sonucunda belirlenen tema, alt tema ve kodlar ile örnek alıntılar*

TÖYH 2 – Etkinlik 5			
TEMALAR	**Alt temalar**	**Kodlar**	**Örnek alıntılar**
GEOMETRİK ŞEKIL OLUŞTURMA BECERILERI	Şekilleri Birleştirme	● Simetrik yerleştirmeye geçme ● Şekil oluşturma ▯ Üç üçgen ile paralelkenar ▯ Bir üçgen bir paralelkenar ile yamuk ▯ İki yamuk ile altıgen	**Araştırmacı**: Yapbozu doldurmaya nereden başladın? Neden? **Tuna:** Üstten başladım aynısından aşağı da koyuyorum. **Araştırmacı:** Şeklin bir bölümünü doldururken nasıl bir yol izledin? **Tuna:** Üçgenlerle denedim yanına şekil ekledim. **Araştırmacı:** İki yamukla oluşturduğun altıgeni başka türlü de oluşturabilir misin? **Tuna:** Yamuk yerine üçgen ve şundan (paralelkenar) kullanırsam olur mu?
	Şekilleri Birleştirerek Resim Yapma	● Online oyunda dönme dönüşümünü kullanma ● Sınırları belli yap bozu daha kolay oluşturma ● Simetrik yapıyı fark etme	**Araştırmacı:** Hangi Yöntemle seçtin şekilleri? **Tuna:** İç çizgileri belli olduğundan neyi nereye koyacağım çok belli. **Araştırmacı:** Yap bozu doldururken nasıl bir sıralaman var? **Tuna:** Bir sağa bir sola koyuyorum aynı şekli. Aynı anda iki taraf da oluşmuş oluyor.

Yapılan tüm analizler sonucunda en son olarak Tuna'nın geometrik cisim ve şekillerin kavranması ile geometrik kavramların öğrenilmesine dair soyutlama mekanizmaları iki araştırmacı tarafından ortaya çıkarılmıştır.

2.7. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırma sonuçlarının doğruluğu ve güvenilir olması en önemli ölçütlerinden biri olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda geçerlik ve güvenirlik, araştırmalarda en yaygın olarak kullanılan ölçütlerdir. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği sağlamak amacıyla nicel araştırmalardan farklı olarak bazı stratejiler kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Nitel araştırmada geçerlik, araştırılan konunun olabildiğince yansız olarak doğru biçimde gözlemlenmesi anlamına gelmektedir. Bu bağlamda nitel araştırmalarda geçerli veriler elde etmek için uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi, katılımcı teyidi gibi stratejiler önerilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Merriam (1998) ise bu stratejileri; çeşitleme, üye kontrolleri, uzun süreli gözlem, akran değerlendirmesi, katılımcılarla işbirliği, araştırmacının ön yargılarının açıklanması olarak adlandırmıştır.

Bu doğrultuda araştırmada geçerliği arttırmak amacıyla kullanılan stratejilerden veri çeşitlemesi; araştırmanın odaklandığı bireylerin farklı algılarının ve bakış açılarının bütün zenginliği ile sergilenmesi bakımından çeşitleme, önemli bir strateji olarak kabul edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Çeşitlemenin genel amacı, tek bir kaynak, yöntem ya da araştırmacının neden olabileceği yanlışları en aza indirmektir (Long ve Johnson, 2000). Bu bağlamda araştırmada klinik görüşme ve öğretim ders videoları, çalışma yaprakları veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitlemesi sağlanmaya çalışılmıştır.Bir diğer geçerliği artıran etken olan uzun süreli gözlem; araştırmacının veri kaynakları ile uzun süreli etkileşim içinde olması, veri kaynakları üzerinde kendi varlığından ve öznel yargılarından kaynaklanabilecek etkileri anlama bakımından önemli olarak görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bununla birlikte uzun süreli etkileşim, araştırmanın amacına yönelik kararlar almak için önerilmektedir (Creswell, 2007). Bu doğrultuda 12 hafta boyunca odak öğrenci ile klinik görüşmeler sırasında etkileşim kurulmuştur. Bir diğer geçerliği artırma yöntemi olarak derinlik odaklı veri toplama amacıyla araştırmacı, uzman bir matematik eğitimi araştırmacısı ile birlikte elde edilen sonuçları, sürekli birbirleriyle karşılaştırarak yorumlayıp ilerlemişlerdir. Alanında uzmanlaşmış kişilerle yapılan bu çalışmalar araştırmanın geçerliği için alınabilecek bir önlem olarak görülmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu doğrultuda nitel araştırma yöntemleri konusunda uzman üç araştırmacı, araştırmayı inceleyerek araştırmanın deseni, veri toplama araçları, verilerin analizi ve bulguların yazımı konusunda araştırmacıyla görüş birliğine varmışlardır. Ayrıca araştırmanın geçerliğini arttırmak

için klinik görüşmelerden araştırmacı ve öğrenci arasında geçen uzun diyalogların bazı bölümlerinden doğrudan alıntılar yapılmıştır.

Güvenirlik, araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili bir konudur (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Ancak Merriam (1998), insan davranışlarının genel olarak sabit olmadığını vurgulayarak nitel araştırmalarda bulguların aynısını bulmaktan çok elde edilen verilerden anlamlı sonuçlar çıkarmayla ilgilendiğini belirtmektedir. Bu bağlamda araştırmanın güvenirliğini sağlamak amacıyla araştırmacı ve uzman bir matematik eğitimcisi tarafından gerçekleştirilen analizler karşılaştırılarak görüş birliği sağlanmıştır. Analizler arasındaki anlaşmazlıkları gidermek için araştırmacı ve danışman bir araya gelerek analizlerini karşılaştırmış, fikir birliği ve ayrılığı olan analizler belirlenmiştir. Güvenirlik hesaplamak için Miles ve Huberman'ın (1994) önerdiği güvenirlik yüzdesi kullanılmış ve % 80 olarak hesaplanmıştır. Ayrıca amaç doğrultusunda video kayıtları verilerin toplanma ve analiz sürecinde ara ara kontrol edilerek izlenmiştir.

2.8. Etik Konular

Bu araştırmanın hazırlık, veri toplama, veri analizi ve bulguların sunulması olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun hareket edilmiştir. Araştırma kapsamında alanyazından yararlanılan tüm alıntılara ilişkin kaynak gösterilmiş, bu kaynaklara kaynakçada yer verilmiştir. Araştırma Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla taranmıştır. Ayrıca Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünden araştırmanın gerçekleştirilmesi için gerekli izinler EK 2'de sunulduğu gibi alınmıştır. Ek olarak araştırmada katılımcı olan öğrencinin ve pilot çalışmadaki öğrencinin gönüllü olarak çalışmaya katılmalarına dikkat edilmiş ve öğrencilerin velisinden araştırma konusunda bilgilendirilerek onayları EK 5'te sunulan onam formu ile alınmıştır. Ayrıca araştırmanın bulgularında hiçbir öğrencinin gerçek ismi kullanılmamıştır. Videolarda yüzünün görünmemesine dikkat edilmiş çalışma için alınan ekran görüntülerinde öğrencinin görüntüsüne yer verilmemiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde araştırma sürecinde çeşitli veri toplama araçlarıyla toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; odak öğrenci Tuna ile gerçekleştirilen klinik görüşmelerde öğrenciye yöneltilen sorulara karşılık alınan öğrenci açıklamalarından, öğrencilerin kullandığı materyal ve çalışma yapraklarından, öğrenci ile araştırmacının diyaloglarından doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

3.1. Öğretim Dizisi 1 (TÖYH 1)

Bu bölümde iki hafta süren öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizilerinin içeriği etkinlikler şeklinde sunulmuştur. Etkinlikler ve görevler öğretim dizisinin hedefleri ile eşleştirilmeden önce taslak hipotezler aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur.

Bu öğretim dizisinde;

- Öğrencinin önbilgilerini kullanarak günlük hayattan nesneleri tanıması ve isimlendirmesi,
- Geometrik cisimleri ve şekilleri tanıyan öğrencinin cisimlerin elemanlarını belirlemesi ve listelemesi
- Etkinliklerde fiziksel aktivite ve zihinsel aktiviteyi birlikle yürütürken cisimlerin ortak ve farklı özelliklerini belirleyebilmesi,
- Geometrik cisimlerin elemanlarına (yüz, köşe, ayrıt) odaklanarak cisimleri birleştirmesi ve eş elemanları fark etmesi öngörülmüştür.

Tablo 3.1.'de birinci öğretim dizisinin bu amaç ve hipotezlere dayalı etkinliklerle öğrenme süreci sunulmuştur. Tablo 3.1.'de verilen amaçlar ile etkinlikler eşleştirilmiş ve hangi etkinliğin hangi bilginin temelini destekleyeceği belirtilmiştir.

Tablo 3.1. *TÖYH1 Süreci*

• **Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küreyi tanıma ve elemanlarını belirleme**	**Günlük hayat örneklerinden hareketle cisimleri;** -Tanıma ve isimlendirme (ön bilgilerin ortaya çıkarılması) -Sınıflama (cisimlerin karşılaştırılması ve sınıflandırılması) (Giriş etkinliği ve etkinlik 1)
	Cisim takımları ile geometrik cisimlerin; -Benzer özellikleri sıralama (özellik listeleri oluşturma) -Farklı özellikleri sıralama (en belirgin farkları belirleme ve isimlendirme) (Etkinlik 2)
	Üç boyutlu cisimlerin; -Elemanlarını belirleme (Köşe, ayrıt ve yüz elemanlarını belirleme ve sayma) (Etkinlik 3)
• **Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küre ile yapı oluşturma ve parçalama**	**Geometrik cisim takımları ile;** -Model oluşturma (önbilgiler, cisimleri birleştirme yöntemi) (Etkinlik 4) -Farklı yollarla model oluşturma (cisimlerin farklı şekillerde kullanılması)
	Geometrik cisim takımları ile; -Farklı yollarla model oluşturma (cisimlerin farklı şekillerde kullanılması) (Son değerlendirme etkinliği)

Bu öğretim dizisinin genel amaçları;

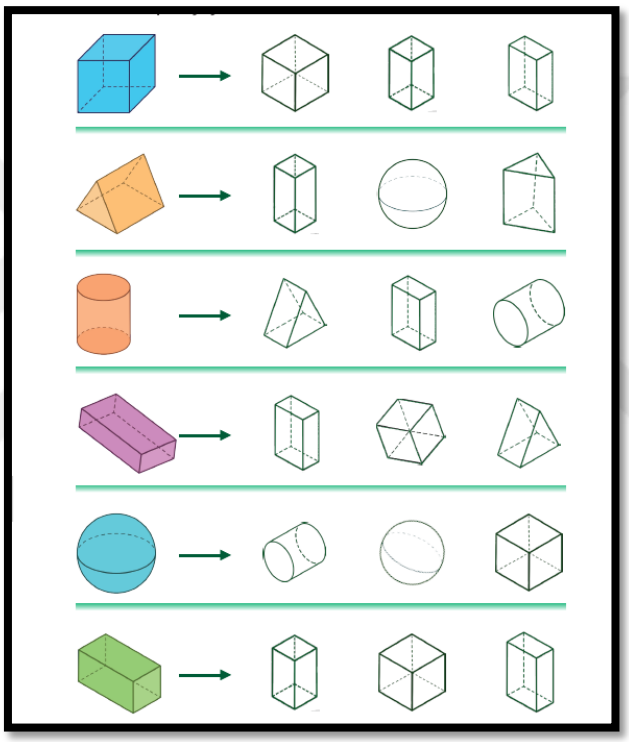
- Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küreyi tanıma, elemanlarını belirleme ve cisimleri ayırt etme,
- Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küre ile yapı oluşturma ve parçalamadır.

Öğretim sürecinde gerçekleştirilen birebir öğretim uygulamaları ve bu çalışmaların sonucunda öğrencinin ulaştıkları sonuçlar etkinlikler çerçevesinde

gerçekleştiğinden iki haftalık öğretim dizilerine ilişkin bulgular altı etkinlik başlığı altında sunulmuştur**.**

3.1.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması

Piaget'in öğrenme ilkelerine göre, öğrenme için yeterlik önemli bir ön koşuldur. Aynı zamanda TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim sürecinde öğrenciler için öğrenme hedefleri belirlenirken öğrencilerin ön bilgilerinin dikkate alınması önem kazanmaktadır. Bu nedenlerden öncelikle odak öğrenciyle ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır.



Görsel 3.1. *TÖYH 1 önbilgi testi etkinlik kağıdı*

Öğrencilere günlük hayatta sıklıkla kullanılan geometrik cisimlerin görsel temsilleri sunularak bu nesneleri yanlarındaki benzerleri ile eşleştirmesi istenmiştir. Daha sonra öğrenciye eşleştirmeyi nasıl gerçekleştirdiği sorulmuştur (EK 6-TÖYH 1). Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.2.'de özetlenmiştir.

Tablo 3.2. *TÖYH 1 Önbilgi Testine Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küreyi tanıma ve isimlendirme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Cisimlerin görsel temsilleri ile verilen örnekleri eşleştirme	• Yüzlere odaklanma ➢ İki boyutlu algılama ➢ Cismi hatalı isimlendirme	Tüm yüzlere dikkat çekme	• Yüzlere dikkat ederek doğru isimlendirme • Biçimsel Benzetme ➢ Eşlik / benzerlik farkındalığı

TÖYH 1 dizisi planlanırken öğrencinin etkinliklere başladığında geometrik cisimleri tanıma ve günlük hayatta gördüğü cisimleri isimlendirme bilgisine sahip olması beklenmektedir. Bu bilgileri yoklamak için Tuna'ya yapılan önbilgi testi etkinliği sonucunda cisimleri isimlendirmede zorluk yaşadığı ancak örneklerin çoğalmasıyla ve araştırmacı ile aralarında geçen diyaloglarla doğru bilgileri de hatırlayarak kısa sürede cisimleri tanımaya başladığı görülmüştür. Ayrıca etkinlikte örnek olarak verilen cisimle aynı özelliklere sahip olanı seçenekler arasından bulabildiği görülmüştür.

Bu süreçte Tuna, ilk olarak dikdörtgenler prizmasını dikdörtgen olarak ve kare prizma ile küpü ise kare olarak isimlendirerek gördüğü yüzlere odaklanmış ve iki boyutlu algıladığından hatalı isimlendirme yapmıştır. Dikdörtgenler prizmasının görsel temsillerini birbirleriyle eşleştirmede ise sadece biçimsel olarak bir benzetme yapmıştır. Biçimsel benzetmenin yanı sıra aynı isme sahip cisimleri ilk örnekten sonra belirleyebilmiştir. Aralarındaki farkın büyüklük-küçüklük olduğunu ifade etmiştir. Aşağıdaki diyalog örnek olarak sunulabilir:

A: Bu cismin ismini biliyor musun? (Dikdörtgenler prizması gösterilir.)

T: Evet, dikdörtgen derim.

A: Dikdörtgen dedin peki eşleştirme yapacağında ne düşünürsün?

T: Bununla eşleştirdim, bu da dikdörtgen. (Doğru eşleştirmeyi yapmıştır.)

A: Sence bu cismin ismi dikdörtgen mi yoksa yüzü mü dikdörtgen?

T: A evet! Burası dikdörtgen, burası da dikdörtgen (yüzleri gösteriyor).

A: Peki tekrar düşünürsen, bu cismin ismi nedir?

T: Dikdörtgen prizması, bu da kare prizma (bir sonraki soruyu da cevaplamış oluyor).

A: Dikdörtgenler prizması ile eşleştirdiğin cisim aynı özelliklere mi sahip?

T: Evet her yeri dikdörtgen.

Tuna yüzleri isimlendirerek kendisine verilen cisimlerin yüz bakımından özelliklerini keşfedebilmiştir. Burada dikkat edilen nokta öğrencinin cisimlerin özelliklerini kavrayabilme, benzer ve farklı yönlerini keşfedebilmeye hazır olup olmadığıdır. Öğrencilerin matematiksel etkinlikler yoluyla kavramları soyutlayabilmesi mevcut bilgileri üzerine kurulan hedeflere bağlıdır. Ön bilgi etkinliğinde elde edilen bulgular sonrasında bir sonraki etkinlik soyutlamanın temelini oluşturacak şekilde tasarlanmıştır.

3.1.2. Giriş etkinliği: Tanıma ve ayırt etme

Bu etkinlikte, tanıma bilgisine sahip olan öğrencinin günlük hayattan cisimlere örnekler verebilmesi, cisimleri karşılaştırabilmesi ve ayırt edebilmesi amaçlanmıştır. Etkinlik planlanırken Tuna'nın geometrik cisimleri tanıma ve isimlendirebilme önbilgisine sahip olduğu göz önünde bulundurulmuştur. Bu etkinliğin etkisinin, öğrencinin geometrik cisimleri tanıması ve örneklerini çoğaltması olacağı düşünülmüştür. Bu bağlamda Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.3.'de özetlenmiştir.

Etkinliğin ilk sorusunda Tuna çevresine bakarak geometrik cisimler aramış ve masanın tahta yüzeyinin dikdörtgen olduğunu söylemiştir. Bir önceki etkinlikte olduğu gibi başlangıçta gördüğü yüze odaklanması devam etmektedir.

Tablo 3.3. *TÖYH 1 Giriş Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küreyi tanıma ve ayırt etme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
Günlük hayat örneklerinden hareketle cisimleri tanıma (cisimlerin isimlendirilmesi)	• Şekil ve cisim karmaşası • Şekli hatalı isimlendirme • Gördüğü yüze odaklanma • Günlük hayat durumlarıyla kısıtlı eşleştirme • Zihinsel canlandırma zorluk	**Geometrik şekil örnekleri verme**	• Geometrik cismi büyüklüğünden bağımsız isimlendirme Geometrik cisimleri günlük hayat nesneleri ile eşleştirme
		Örnek vererek hatırlatma	• Verilen materyalden yola çıkarak isimlendirebilme

A: Masanın neresinde geometrik cisim olduğunu düşünüyorsun?

T: (Elleriyle masanın yüzünü göstererek) Böyle, eni. Sonra bacakları silindir.

Masa lambasını ‘huni’, önünde duran yapıştırıcıyı ‘silindir’, arabanın tekerleğini de ‘yuvarlak’ olarak isimlendirmiştir. Çevresinde gördüğü nesneleri isimlendirirken önbilgi testinin uygulanması sırasında ortaya çıkan cisimleri iki boyutlu düşünmesi sonucu şekil-cisim karmaşası yaşaması burada da tekrarlamıştır. Ayrıca cisimler yerine şekil ismi söylerken bazı şekillerin isimlendirilmesinde de hatalı kullanımlar görülmüştür (Ör: Çember-yuvarlak). İsimlendirmede yaşanan karmaşa üzerine araştırmacı “Günlük hayatında geometrik cisim olarak hangi cisimlerin ismini biliyorsun?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrencide oluşan, geometrik cisim ve şekil karmaşası devam ederek “Üçgen, kare, yuvarlak, dikdörtgen, yıldız (tereddüt ediyor.)” cevaplarını vermiştir. Bunun üzerine araştırmacı “Peki, geometrik şekil desem aklına hangileri geliyor?” sorusunu sormuştur. Tuna, “Silindir.” cevabını vermiştir. Bunun

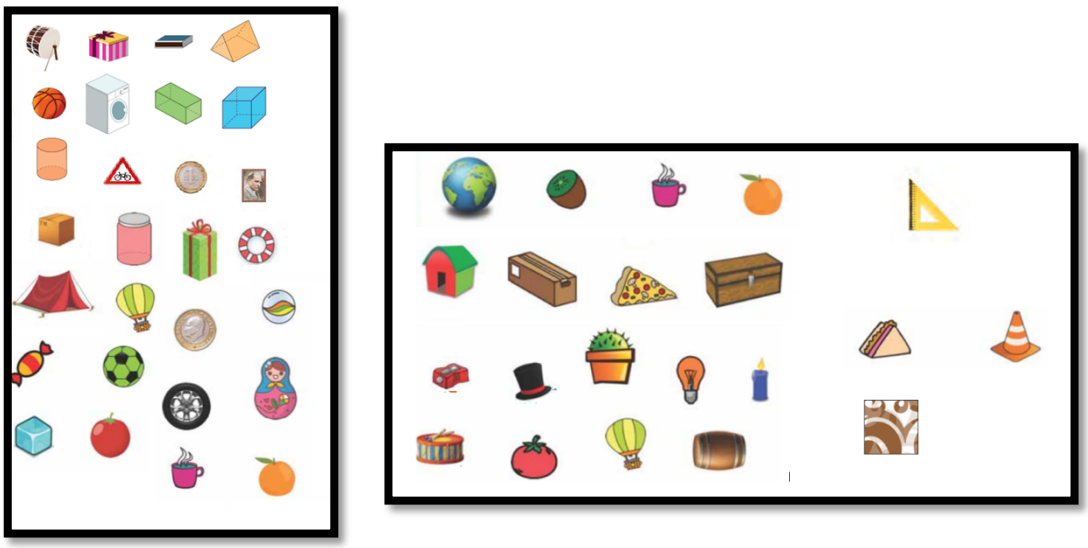
üzerine araştırmacı sorgulamasına devam ettiğinde gelen yanıtlar “Top küre ama cisim, dikdörtgen şekil ama cisim olarak mesela tekerlek yuvarlak olarak cisim.” olarak değişmiştir.

Biraz daha düşündüğünde dikdörtgenler prizması, kare prizma isimlendirmelerini hatırlamıştır. “Üçgenin cisim adını unuttum huni miydi?” diye tekrar araştırmacıya sormuştur. Bunlara ek olarak üçgen prizma ve koni için öğrencilerin günlük hayatlarında örnek bulmakta zorlandığı görüldüğünden kısıtlı eşleştirilme söz konusudur ancak Tuna materyaller verildiğinde bu cisimleri tanımada zorlanmamıştır.

Bu etkinlikle Tuna’nın cisimleri ve şekilleri isimlendirme anlamında bazı tereddütlerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu tereddütlerin öğrenci zihninde oluşan cisimleri zihninde canlandırmada zorluk çektiği ve gördüğü yüze göre tanımasına bağlı olduğu düşünülmüştür. Etkinliğin belirlenen amacı doğrultusunda burada Tuna’nın günlük hayatta karşılaştığı geometrik cisimleri sınıflandırmaya giden yolda cisim örneklerini tanıması, isimlendirmesi ve ayırt edebilmesi sağlanmıştır.

3.1.3. Etkinlik 1: Benzerlik ve farklılıklar

Bu etkinliği amacı, öğrencilerin iki boyutlu resim olarak Görsel 3.2’de verilen günlük hayatta karşılaştığı cisimlerin benzer ve farklı özelliklerini belirleyerek aynı isimlendirilenleri boş tabloda aynı satıra yerleştirebilmeleridir. Bir önceki etkinlikte öğrencilerin yaşayabileceği zorluklardan birisi olan şekil ve cisim karmaşasının ortadan kaldırılmasında kalıcı değişikliği sağlayabilmek için cisimlere ek olarak geometrik şekillerin de görselleri verilmiştir. Burada araştırmacı Tuna’dan sırasıyla; küpleri, kare prizmaları, dikdörtgenler prizmalarını, üçgen prizmaları, silindirleri ve küreleri boş tabloya aynı tür cisimler aynı satırda olacak şekilde yerleştirmesini beklemiştir.



***Görsel 3.2**. TÖYH 1 etkinlik 1’in çalışma yaprağı*

Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.4.'te özetlenmiştir.

Tablo 3.4. *TÖYH 1 Etkinlik 1'e Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve kürenin benzer ve farklı özelliklerini kavrayabilme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Üç boyutlu cisimlerini görseller aracılığı ile tanıma ve ayırt etme.	• Yüzlere dayalı karşılaştırma ➢ Kare prizma-dikdörtgenler prizması karmaşası ➢ Kare prizma- küp karmaşası • Köşelere dayalı karşılaştırma • Büyüklük- küçüklük sorgulaması • Konum sorgulaması • Simetri Sorgulaması	**Cisimlerin tüm yüzlerini ve köşelerine dikkat çekme**	• Geometrik cisimleri yüz ve köşelerinin benzer ve farklı yönlerini fark etme • Ölçme ile kontrol etme
		Konum, Boyut, Yön bakımından farklı cisimlerin bir arada verilmesi	• Aynı türden geometrik cisim görsellerini tanıma ve sınıflama

Etkinliğin ilk aşamasında Tuna'dan tabloya küpleri yerleştirmesi beklenmiştir. Tuna'nın ilk olarak küp için çizim olarak verilen cisim görseli yerine günlük hayatta gördüğü bir görseli seçmesi dikkat çekicidir. Sonrasında çizim olarak verilen cisim görsellerine yönelmiştir. Bazı görsellerin birden fazla örneği olduğunda örneğin birden fazla hediye paketi görselinin arasından küp olanı seçerken tereddüt etmiş bu aşamada araştırmacı "Bu hediye paketini değil diğerini seçtin o küp mü, nasıl emin olabilirsin?" sorusunu sormuştur. Tuna, "Bunu seçtim diğerleri gibi küp" cevabını vermiştir. Bu aşamada öğrencinin zihninde cisimlerin benzerliklerine dair fikirlerin oluşmaya başladığı düşünebilir. Daha sonra eline çamaşır makinesi görselini alarak;

> **T:** Bu küp mü yoksa dikdörtgenler prizması mı?
>
> **A:** Küp olduğundan emin olduğun görsellere bakalım bunlara neden küp demiştin?
>
> **T:** Bir yüzü kare.
>
> **A:** O zaman bir yüzü kare olan prizmalar küptür, diyebilir miyiz?
>
> **T:** Yok ama dikdörtgenler prizmasında da kare var, bazen her tarafı dikdörtgen oluyor bazen böyle kenarları (eliyle yan yüzler gösteriyor) dikdörtgen, diğer yerler (üst taban ve alt tabanı işaret ediyor) kare oluyor.

Burada öğrencinin geometrik cisimlerin benzerlikleri ve farklılıklarından önce özellikleri ve sınıflandırmalarıyla ilgili zihninde bir karmaşa olduğu söylenebilir. Dikdörtgenler prizması ile kare prizmanın özelliklerini karıştırmış ve küpün tüm yüzlerinin kare olduğu konusunda tereddüt etmiştir. Araştırmacı ders planında bu etkinlikte planlanan cisimleri sınıflayabilme becerisine yönelik, yönlendirici sorularına devam ederek: "Peki o zaman küpleri bulmuştun, bunların diğerlerinden en önemli farkı nedir?" diye sormuştur. Tuna, bu sorudan sonra küpü bütün kenarlarının ve ismini bilmediği bir özelliğin (cismin yüzlerini kastederek) birbirinin aynısı olduğunu ifade etmiştir. Öğrencinin yüz ve ayrıt kavramlarını sözel olarak ifade etmede zorlandığı görülmüştür. Araştırmacı "yüz" ifadesini kullandıktan sonra Tuna artık bu ifadeyi hatırlamakta zorlanmamıştır. Ancak benzer karıştırmayı "eş" kavramında da yaşamış, yerine "her tarafı aynı" ifadesini sıklıkla kullanmıştır. Öğrenci tüm küpleri seçip yapıştırma işlemini bitirdiğinde bulduğu görsellerin boyutlarıyla ilgili araştırmacı tarafından bir soru sorulmuştur. Bu sorgulamanın sonunda boyutları birbirinden farklı bu görsellerdeki cisimlerin her birinin özellikleri küpün özellikleri olduğundan hepsinin küp olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Etkinliğin ikinci aşamasında öğrenciden, kare prizma olan görselleri bulması ve aynı satırdaki boşluklara yapıştırması istenmiştir. Tuna, ilk olarak küpleri göstererek "Kare prizma bu değil mi yine, küp değil mi?" sorusunu sormuştur. TÖYH 1 görev dizileri oluşturulurken olası kavram yanılgılarından biri olan bu durum karşısında araştırmacı küpün özelliklerini tekrar etmiş ve tekrar kare prizmaya benzettiği cisimleri görsellerinin arasından bulmasını beklemiştir. Tuna bu kez buzdolabı görselini göstererek "Bu olabilir, bir yüzü kare" ifadesini kullanmıştır. Bunun üzerine araştırmacı ve öğrenci arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

A: "Peki başka yüzü kare mi?"

T: "Hayır değil, yok iki bir altında bir üstünde."

A: "O zaman kare prizma diyebilir misin?

T: "Evet."

Bu aşamadan sonra öğrencinin buzdolabı görseli dışında bulduğu kare prizmaları tablodaki boşluklara yapıştırırken konumunu hep buzdolabı konumunda yapıştırması dikkat çektiğinden (Görsel 3.3.) araştırmacı, cismin görselini saat yönünde 90 derece döndürerek böyle yapıştırmasının uygun olup olmadığını sormuştur. Tuna, "Hayır yan yatsa da kare prizma kare prizmadır." yanıtını vermiştir.

Görsel 3. 3. *TÖYH 1- Etkinlik 1- Kare prizmanın sorgulanması*

Kare prizmanın aynı iki yüzünün kare olduğu yan yüzlerinin dikdörtgen olduğu sonucuna ulaşan Tuna, bazı cisimlerin eş iki yüzünün kare olduğundan şüphe duyduğunda ölçmek istemiştir. Tuna burada ölçme işleminde standart olmayan bir ölçme birimi olarak parmağını kullanarak ölçüp dikdörtgen ve kareyi ayırt etmiştir. Bununla birlikte Tuna'nın geometrik cisim ve şekillerin isimlendirilmesinde yüzlere odaklandığında kontrolü ölçme yoluyla yapmak istemesi dikkat çekicidir. Araştırma

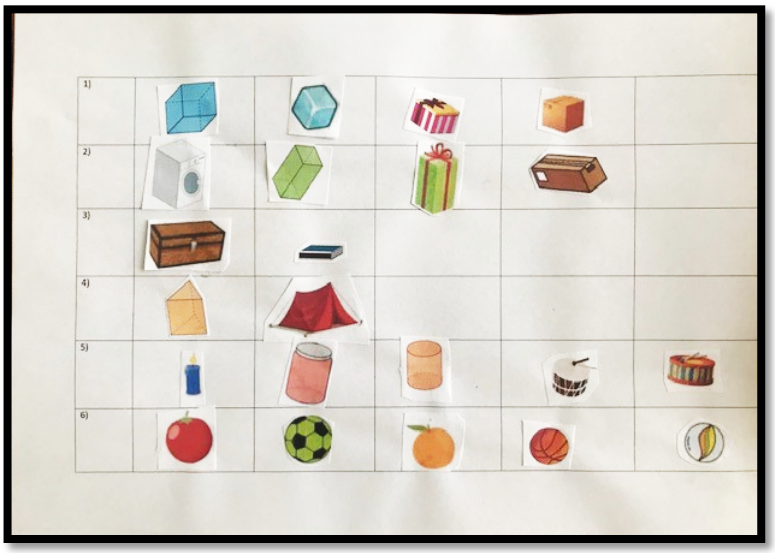
sürecinde bu durum geometrik şekil ve cisimlerin öğretiminde kavramsal öğrenmenin sağlanması için ölçmenin rolünün ön plana çıkarılmasını destekler niteliktedir.

Üçgen prizma modellerini bulurken Tuna zorlanmadan tabanları üçgen olan görselleri seçebilmiştir. Yan yüzler sorgulandığında, önce dikdörtgen olacağını sonra düşündüğünde kare de olup olmayacağını sorgulamıştır. Araştırmacının sorgulaması sonucu Tuna, üçgen prizmanın yan yüzlerinin kare de olabileceği sonucuna ulaşmıştır. Bu durumda bir önceki sorulara benzer şekilde Tuna'nın zihninde kare ve dikdörtgenin benzerlikleri ve farklılıklarıyla ilgili bir fikir olduğu bu fikrin ileride "Kare, bir dikdörtgendir." düşüncesi ile örtüştüğü ve ayrıca öğrencilerin zihninde dörtgenler arası hiyerarşinin küçük yaşlardan itibaren oluşmaya başladığı söylenebilir.

Silindir modellerinin resimlerini bulma konusunda zorlanmayan Tuna, diğerlerinden kolayca ayırabilmesini köşesiz olmasına bağlamıştır. Küreleri ararken benzer şekilde köşelere odaklanmıştır. Küre olmayan bazı görsellerde (ampul görseli vb.) tereddüt etmiş ancak simetrik olmadığını söyleyerek küre olmadığına karar vermiştir. Dolayısıyla öğrencinin geometrik cisimlerin simetrik olduğu ile ilgili zihninde bazı fikirleri vardır denilebilir.

Tuna'nın cisimleri ve şekillerin birlikte verilmesiyle cisim örneği ararken şekillere yönelmemesi, daha önce görülen şekil- cisim karmaşasının sadece isimlendirme ya da sadece yüzlere odaklanma durumunda ortaya çıktığı söylenebilir. Sonuç olarak Tuna'nın bu karmaşayı zihninde çözebildiği, cisimleri kendi içinde ayırt edebildiği ve cisimlerin elemanlarına ait benzer ve farklı özellikleri vurgulayabildiği görülmüştür.

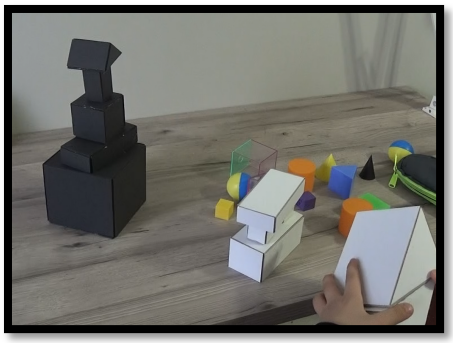
Örneğin; öğrenci "Küpün ve kare prizmanın 8 köşesi vardır ama kenarları/ayrıtlarının uzunlukları farklıdır." ifadesini kullanabilmektedir. Ayrıca kare prizma ile küpün farkını "Kare prizmanın yan ayrıtları farklıdır ve daha uzundur." şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin zihninde kare prizmaya ait prototipin oluşması ileride küpün bir kare prizma olması düşüncesinin oluşmasını zorlaştırabilir. Sonuçta aynı isimlendirilen cisimlerin; kenar, köşe ve ayrıt sayılarının eşit olduğunu kavrayabilmiştir ve Görsel 3.4.'te görülen cevapları oluşturmuştur.



Görsel 3.4. *TÖYH 1- Etkinlik 1- Öğrenci Cevapları*

3.1.4. Etkinlik 2: Dedektif oyunu

Bu etkinliği amacı, üç boyutlu olarak verilen cisimlerde öğrencilerin yüz, ayrıt ve köşe elemanlarının özelliklerini belirlemesi ve cisimleri ayırt etme sürecinde cisimlerin elemanlarını kullanmasıdır. Öğrencinin önceki etkinlik bağlamında etkinlik ve etkisi arasındaki ilişki konusunda bilinçli bir yansıtmayı artık yapabileceği düşünülmektedir. "Dedektif Oyunu" etkinliğinde, öğrenciye Görsel 3.5'teki gibi somut materyal olarak farklı boyutlarda ve türlerde cisimler içeren cisim takımı verilmiş ardından bu cisimlere ait özellikler sıralanmıştır.



Görsel 3.5. *TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrenciye verilen materyaller*

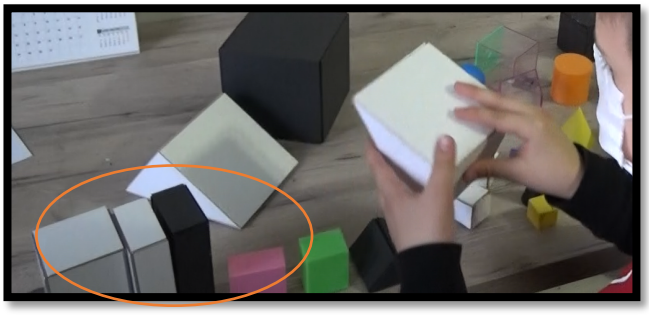
Verilen özellikler sorulurken yüz, köşe ve ayrıt sıralaması ile ilerlemiştir. (EK 5: TÖYH1 etkinlik kâğıdı). Tuna'dan kendisini dedektif gibi düşünerek verilen özelliklere ait cisimleri bulması istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.5.'te özetlenmiştir.

Tablo 3.5. *TÖYH 1 Etkinlik 2'ye Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve kürenin elemanlarını ve özelliklerini belirleme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**
Geometrik cisimlerin; • **Yüz,** ➢ Dikdörtgen yüzler ➢ Kare Yüzler ➢ Üçgen Yüzler ➢ Eğri Yüzler • **Ayrıt,** ➢ 12 ayrıtı olan cisimler ➢ 9 ayrıtı olan cisimler • **Köşe,** ➢ 8 köşesi olan **cisimler** ➢ **6 köşesi olan cisimler** ➢ Köşesi olmayan cisimler **özelliklerine uygun cisimleri belirleme**	**Cisimlerin Yüz Özellikleri** ➢ Birden fazla yüze sahip cisimlerde tek yüze odaklanma ➢ Birden fazla türde yüzü olan cisimlerde zorluk hayata ➢ Eğri yüzleri olan cisimlerde zorluk hayata ➢ Kare- dikdörtgen karmaşası **Cisimlerin Ayrıt Özellikleri** ➢ Ayrıt-kenar karmaşası	Yüzleri ayırt etmede somut materyalden yararlanma Örnek vererek hatırlatma Ayrıtların kesişimine odaklanma **Cisimlerin Yüz Özellikleri** ➢ Küp, kare prizma, dikdörtgenler prizması sıralaması şeklinde yüzleri belirleme ➢ Yüzleri ayırt etmede standart olmayan ölçme birimini kullanma **Cisimlerin Ayrıt Özellikleri** • Ayrıt Sayısı ➢ Ayrıtları gruplayarak/ritmik sayma ➢ Sayısı aynı olanları ilişkilendirme Ayrıt uzunlukları ➢ Ayrıt uzunlukları ile yüzler arasında ilişki keşfetme ➢ Ayrıtı olmayan cisimleri belirleme **Cisimlerin Köşe Özellikleri** Köşeleri gruplayarak sayma ➢ Sivri kelimesi ile eş görme ➢ Sayısı aynı olanları ilişkilendirme ➢ Köşeli-köşesiz ayrımını yapabilme

Tuna'ya sorulan ilk soruda bir ya da birden fazla yüzü dikdörtgen olan cisimleri bulması istenmiştir. Cisimleri ayırt etmede önemli bir yeri olan cisimlerin elemanlarının benzerlik ve farklılıklarını algılama becerisinde Tuna, cisimlerin yüzlerinde tek bir yüze (tabanlara) odaklanmıştır. Başlangıçta cisimlerin yan yüzlerini dikkate almamıştır.



Görsel 3.6. *TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin cismin yüzünü göstermesi*

Araştırmacının aynı soruyu tekrarlamasıyla Tuna ile araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

A: Herhangi bir yüzünde dikdörtgen olan cisimleri bulduğunu düşünüyorsun değil mi?

T: Evet ama başka da olabilir.

A: Tekrar bak bakalım bir ya da birden fazla yüzü dikdörtgen olan cisim görebilecek misin?

T: Bu da dikdörtgen mi? (Üçgen prizmanın yan yüzünü gösteriyor Görsel 3.6)

A: Sence dikdörtgen mi?

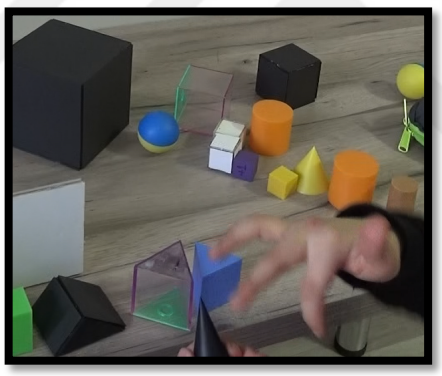
T: Parmağımla ölçersem yine dikdörtgen o zaman, e o zaman bunu da bulur dedektif.

A: Evet, peki başka var mıdır sence?

T: E o zaman bu da olur bu da (Kare prizmanın yan yüzlerini gösteriyor). Ama bu olmaz bu dikdörtgen değil di mi? (koninin yan yüzünü gösteriyor.)

A: Sence dikdörtgene uyuyor mu bir bak bakalım ne dersin?

T: Yok bu dikdörtgen değil çünkü yani bu böyle dönüyor. (parmağıyla dönme hareketi yapıyor Görsel 3.7)

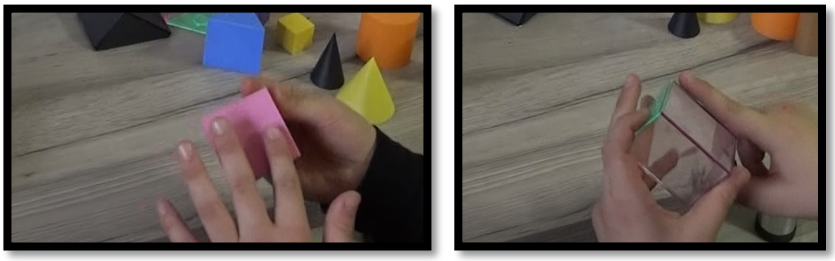


Görsel 3.7. *TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin fiziksel eylemi*

Görüldüğü gibi Tuna başlangıçta tek bir yüze odaklanırken daha sonra tüm cisimlerde yan yüzlere de dikkat etmiştir. Sonrasında ise zihninde küre, koni, silindirin yan yüzlerini sorgulamaya başlamştır.

İkinci görevde öğrenciye tüm yüzleri dikdörtgen olan cisimler sorulduğunda hızlıca dikdörtgenler prizması olan cisimleri bir araya toplamıştır. Tuna yüzleri tek bir şekil türünde olan cisimlerde zorluk yaşamamakta daha kolay ayırt edebilmektedir. Daha sonra Görsel 3.8 (sol)'deki gibi eline kare prizmayı alarak yine parmağıyla dikdörtgen olup olmadığını kontrol edip o cismi de dahil etmemiştir. Kare ve dikdörtgeni karıştırmış ancak bu karmaşanın üstesinden, Görsel 3.8 (sağ)'deki fiziksel

eylemlerinden de görüldüğü gibi standart olmayan ölçme birimini kullanıp ölçme işlemi yaparak gelebilmiştir.



Görsel 3.8. *TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrencinin ölçme yapması*

Kare yüzü olan cisimleri seçerken ilk önce küpleri daha sonra kare prizmaları seçmiştir. Tuna'ya yöneltilen sorularda genellikle cisimleri eline alırken sıralaması; küp, kare prizma, dikdörtgenler prizması şeklinde olmaktadır. Bu fiziksel eylemler öğrenci zihnindeki sıralamanın da benzer şekilde olabileceğini desteklemektedir. Daha sonra üçgen prizmanın yan yüzünün kare olduğundan şüphelendiğinde yine parmağıyla kare olup olmadığını kontrol edip o cismi de dahil etmiştir (Görsel 3.8 (sağ)). Yüzlerinde üçgen bulunan cisimleri bulurken farklı üçgenlerin olup olmayacağını sormuştur. Bu durumda öğrencinin üçgeni tanıması ve farklı çeşitlerini öğrenmeye hazır olduğu söylenebilir.

Cisimlerin özeliklerinden olan ayrıt sayıları sorgulanırken on iki ayrıtı olan cisimleri bulmasına yönelik soruda öğrenci ayrıt kelimesini hatırlamadığından sorulan cisimleri bulamayacağını söylemiş ancak bir süre düşününerek eline aldığı rastgele cismin ayrıtlarını (kare prizma) saymaya başlamıştır. Daha sonra boyutu farklı olan kare prizmaları bir araya getirebilmiştir. Sonrasında dikdörtgenler prizmasını belirlemiş ve kare prizmayla aynı ayrıt sayısına sahip olduğunu söyleyebilmiştir. Sayma işlemini yaparken yine önce tabanlardan başlamış dörder ritmik sayma yolunu kullanmıştır. Yine yüzlerde olduğu gibi ayrıtların uzunluklarının farklı olmasının cisimlerin özelliklerini ve isimlerini nasıl değiştirdiğinin farkına varmıştır. Nitekim bu görevler ile öğrencinin ayrıt-yüz ilişkisini soyutlayabilmesini sağladığı söylenebilir. Ayrıca Tuna'nın bu ifadesinin, ayrıt sayısına göre cisimleri gruplarken yukarıdakine benzer şekilde ayrıt uzunluklarına dikkat ettiğini de göstermektedir. Örneğin; küp ve kare prizmayı arka arkaya eline alarak "Bu da on iki, sonuçta bunlara bakınca çok da farklı değiller." ifadesini kullanması geometrik cisimlerin benzerlik ve farklılıklarını anlamlandırdığını ve onları ayırt etmede kullanabileceğini göstermiştir. Kare prizma ile küpün de ayrıt

sayılarının aynı olduğunu sadece kare prizmanın dört ayrıtının daha uzun olduğunu somut temsiller üzerinden açıklamıştır. Etkinliğin devamında farklı ayrıt sayılarına sahip cisimler sorgulandığında Tuna'nın yine sayma stratejisini kullandığı ve daha hızlı biçimde cevapladığı görülmüştür. Ayrıca ayrıtı olmayan cisimleri bir yerde grupladığı görülmüş bu bağlamda Tuna'nın bu konuya ilişkin eylemleri aşağıda özetlenmiştir:

A: Ayrıt sayısı on ikiden farklı cisimler var mıdır?

T: Evet mesela bu (üçgen prizmayı eline alıyor ve ayrıtlarını sayıyor), bunun dokuz tane.

A: Tekrar bak bakalım başka var mıdır?

T: Şunlar da farklı (küre ve silindiri gösteriyor).

A: Gösterdiğin cisimler hangileri, ayrıtları kaç tane sence?

T: Küre, silindir bir de şu (koniyi gösteriyor) diğerlerinden farklı.

A: Ne açıdan farklı olduğunu düşünüyorsun?

T: Bunların ayrıtları olmuyor.

A: Ayıtları olmuyor, demek istediğin nedir?

T: Yani böyle bunlar (parmağıyla eğri yüzü gösteriyor) ayrıt olmuyor, düz değil.

Sonuç olarak Tuna, ayrıt özelliklerine göre aynı olan cisimleri bir araya getirmiş, bir araya getirdiği cisimlerin ayrıt sayılarını hesaplayabilmiştir. Bununla birlikte farklı ayrıt sayısına sahip cisimler sorulduğunda yedi ya da sekiz ayrıtlı cisimler olabileceğini, bunların da yedigen ve sekizgen olarak isimlendirileceğini ifade etmiştir. Araştırmacının öğrenciden bu cisimleri göstermesi istediğinde bulamadığı için onların cisim değil şekil olduğunu ifade etmiştir. Bu göstergeler doğrultusunda öğrencinin zihninde ayrıt-kenar karmaşasının yaşandığı ancak somut materyallerin bu karmaşayı kaldırmada destekleyici rolünün olduğu söylenebilir. Ayrıca düzenlenen TÖYH dizilerinden bir sonraki aşamada şekil-cisim karmaşasının tamamen kaldırılmasında etkili olacağı düşünülmüştür. Etkinliğin içindeki görevler ile öğrencinin ayrıt sayıları ve cisimler arasındaki ilişkiyi belirlemesi etkisi araştırılmıştır.

Köşe sayısı verilerek öğrenciden bu özelliği sağlayan cismi bulması istendiğinde köşeleri önce tek tek sonra ikişer ritmik saymaya başladığı görülmüştür. Köşe sayısı aynı olan cisimleri bir araya getirirken cisimler arasındaki ilişkileri de düşündüğü söylenebilir. Örneğin, küplerin sekiz köşesi olduğuna karar verdikten sonra kare prizmayı eline alarak "O zaman bundan da eminim, sadece ayrıtları daha uzun sonuçta."

demiştir. Bu ifade etkinliğin bir önceki aşamasında ayrıtlarının uzunluklarının farklı olmasına rağmen cisimlerin ayrıt sayılarının değişmediği ile ilgili ulaştığı sonucu destekler niteliktedir. Sonuç olarak sekiz köşeli ilk cisim olarak bir küpü bulduktan sonra tüm küpleri ardından kare prizmaları ve dikdörtgenler prizmalarını bir araya getirmiştir. Öğrencinin buradaki sıralaması yüz özelliğini keşfederken olduğu gibi küp, kare prizma ve dikdörtgenler prizması şeklindedir. Bu durumda geometrik cisimlerin benzerlik ve farklılıklarını keşfederken öğrencinin zihninde oluşan yapı ortaya çıkmaya başlamıştır.

Daha sonra üçgen prizmayı eline alarak köşelerini sayan Tuna, "Bunun sekiz değil, yedi." ifadesini kullanıştır. Araştırmacının sorusu üzerine tekrar incelediğinde altı köşesi olduğunu söyleyebilmiştir. Tuna cisimleri incelerken rastgele eline aldığı küreyi tereddüt etmeden "Zaten bunların hiç yok." demiş ve araştırmacının bir sonraki sorusuna cevap vermeye başlamıştır bu durum köşesi olmayan cisimleri de fark etmeye başladığının göstergesidir.

T: (Koniyi eline alarak) Bu köşe mi? (Görsel 3.9-sol)

A: Sence köşe mi? Köşe dememiz için ne olması gerekiyordu?

T: Sivri gibi.

A: Ayrıtları gösterebilir misin burada?

T: Yok ki, e o zaman köşe de yok.

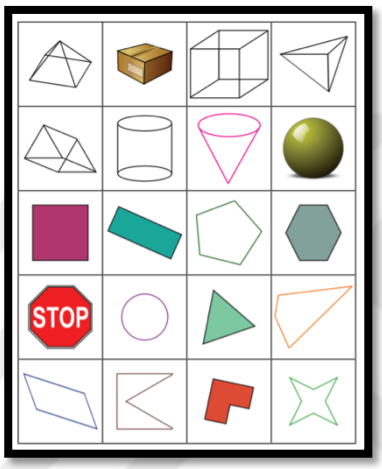
Görsel 3.9. *TÖYH 1- Etkinlik 2- Öğrenci koni özelliklerini vurgulaması*

Etkinliğin sonunda öğrenci cisimleri kenar, köşe ve ayrıtlarına göre cisimleri bulurken konum ve boyutlarının cisim özelliklerini değiştirmediğini kavramıştır. Ayrıca benzer özellikteki cisimlerin benzer yönlerini belirten cümleler kurabilmiştir. Bu bağlamda bu etkinliğin yüz, ayrıt ve köşe kavramlarını somut materyaller yardımı ile yapılandırmasına yardımcı olduğu söylenebilir. Tuna verilen yüz, ayrıt ve köşe özelliklerine uygun geometrik cisimleri somut materyaller ile belirleyebilmekte ancak zihinsel eylemlerin daha fazla aktif olması için iki boyutlu düzlemle de yapabilmesi

soyutlamasını sağlayacaktır. Bu bağlamda bir sonraki etkinlikte bu yapılandırmanın kavramsal öğrenmeyi desteklemesi adına somut materyaller yerine iki boyutlu düzlemde çalışmalar yapılması uygun görülmüştür.

3.1.5. Etkinlik 3: Üç Boyutlu Tombala

Bu etkinliğin amacı, bir önceki çalışmada üç boyutlu cisimlerle gerçekleştirilen cisimlerin yüz, ayrıt ve köşe özelliklerini belirleyebilen öğrencinin bu özellikleri düzlem üzerinde cisimleri ayırt etmede kullanmasını sağlamaktır. Etkinlikte, öğrenciye materyal olarak (Görsel 3.10) iki boyutlu düzlemde görselleri olan cisimler ve şekiller verilmiştir.



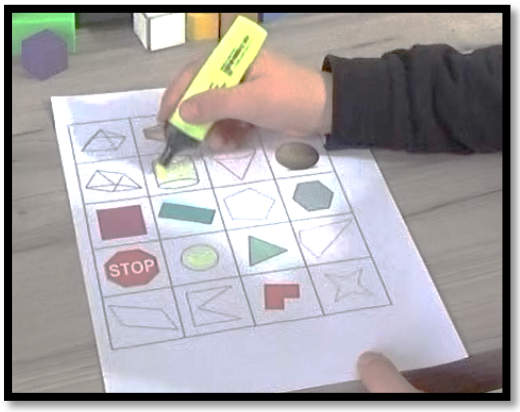
Görsel 3.10. *TÖYH 1- Etkinlik 3- Çalışma kâğıdı*

Ardından yüz, ayrıt ve köşelere dair bazı sorular sorulmuş bu özellikleri sağlayan kutuların boyanması istenmiştir. Özellikler sorulurken yüz, köşe ve ayrıt sıralaması yapılmadan rastgele ilerlenmiştir. Bir önceki etkinlikte cisimlerin elemanları ve özelliklerini keşfeden öğrencinin bilgilerini cisimler arasındaki ilişkiyi keşfetmesi ve yansıtıcı soyutlama yapması beklenmektedir. Tuna'nın eylemleri Tablo 3.6'da verilmiştir.

Tablo 3.6. *TÖYH 1 Etkinlik 3'e Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve kürenin elemanlarını belirleme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**	
Geometrik cisimlerin; • Yüzlerinin, • Ayrıtlarının, • Köşelerinin özelliklerini belirleyerek düzlemde ayırt etme.	• Şekil- cisim karmaşası • Köşesi olmayan cisimleri sınırlı belirleme • Ayrıt sayısını hatalı belirleme	Somut materyalden yararlanma	• Cisimlerin görünmeyen yüzlerini keşfetme
		Aynı türden cisim materyaller inden yararlanma	• Ayrıt-yüz ilişkisini keşfetme Ayrıt-köşe ilişkisini keşfetme • Ayrıtları, yüzleri ve köşeleri sayabilme

Etkinliğin ilk sorusu olarak köşesiz cisim varsa boyanması istenmiştir. Görsel 3.11'de görüldüğü gibi Tuna ilk olarak çember ve silindiri boyamıştır. Ancak öğrenciye cisim vurgusu yapıldığında hatayı fark ederek çemberin olmaması gerektiğini ifade etmiştir. Burada öğrencide cisim-şekil karmaşasının devam edebileceği fikri öngörüldüğünden görsellerin arasında yerleştirilen geometrik şekiller olmuştur. Nitekim bu karmaşanın az da olsa devam etmesi bir sonraki döngüde de bu duruma yönelik bir görevi dahil etmeyi zorunlu hale getirmiştir.



Görsel 3.11. *TÖYH 1- Etkinlik 3- Öğrencinin ilk soruya cevabı*

Daha sonra sekiz köşeye sahip cisimler soruduğunda Tuna'nın eylemlerini anlatan diyalog aşağıda verilen şekilde oluşmuştur:

A: Sekiz köşesi olan cisimleri bulabilir misin?

T: Evet bunlar. (Görsel 3.12'de sekizgen ve dikdörtgenler prizması)

A: Emin misin sekiz köşeli olan cisimleri bulduğuna?

T: Evet bakın bir, iki, … , sekiz.

A: Peki sorumu tekrarlayayım tombalada bulman gereken sekiz köşeli cisimlerdi.

T: Anladım bu da diğeri gibi oldu, bu olmayacak (sekizgeni gösteriyor).

A: Neden olmayacağını düşündün?

T: Çünkü cisim değil bu az önce de olmuştu.

A: Peki bu görseldekinden emin misin? (Birinci satır, ikinci sütunda yer alan kutu görseli gösteriliyor).

T: Evet köşeleri burada ve cisim.

A: Sekiz tane köşeyi gösterebilir misin?

T: Evet bir, iki, üç, dört. Bir de arkasında var çünkü bunun aynısı arkada.

Görsel 3.12. *TÖYH 1- Etkinlik 3- Öğrencinin bulduğu sekiz köşeli şekil*

Tuna'nın ifadelerinden yola çıkarak zihninde cisimlerde görünmeyen yüzler ve karşılıklı yüzlerin eşliği fikirlerinin oluştuğu söylenebilir. Yüzlerin eşliğini keşfetmeye başlayan öğrenciye bir sonraki etkinlikte bu fikirlerini destekleyen yansıtıcı soyutlama yapabileceği görevler verilmiştir. Bu sayede Tuna'nın zihninde oluşan yapılandırmaların derinleşmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Ayırıca Tuna'nın görmediği yüzlere ek olarak ayrıtların özelliklerini ortaya çıkarmasının da ayrıt-yüz ilişkisinin de zihninde destekler nitelikte olduğu söylenebilir.

3.1.6. Son değerlendirme etkinliği: Üç Boyutlu Yapı

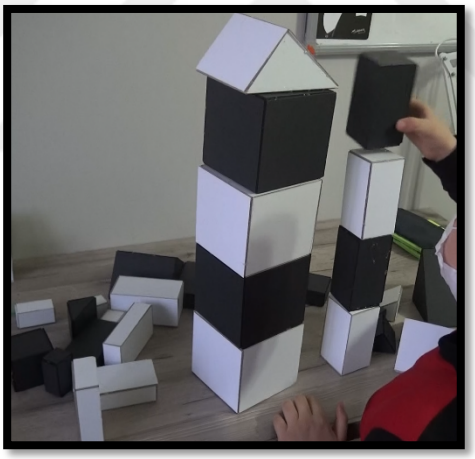
Bu etkinliğin amacı, öğrencinin geometrik cisim modelleriyle bir yapı oluşturması ve bu yapıyı oluştururken cisimlerin yüz, köşe ve ayrıt özelliklerini dikkate

almasıdır. Etkinlik için boyutları orantılı büyültülerek her birinden üçer farklı boyutta olmak üzere cisim materyalleri hazırlanmıştır. Ardından somut materyaller Tuna'ya verilerek bunlarla bir ev modeli oluşturması istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.7.'de özetlenmiştir.

Tablo 3.7. *TÖYH 1 Etkinlik 4'e Ait Bulgular*

Hedef: Küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve kürenin elemanlarını belirleme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Geometrik cisim takımı ile; • Yapı oluşturma • Aynı yapıları farklı cisimlerle oluşturma	• Şekil-cisim isimlerini karıştırma • Cisimlerin yüzlerine odaklanma • Ayrıt uzunluklarına odaklanma • Cisimleri farklı yollarla birleştirmede sadece yüzlere odaklanma	Somut materyalden yararlanma	• Şekil- cisim doğru isimlendirme • Cisimlerin eş yüzlerini çakıştırarak birleştirme
		Materyallerin ayrıt uzunluklarının birbirinin katı olduğunu farkına	• Ayrıtları karşılaştırarak aynı yapıyı farklı biçimde oluşturabilme

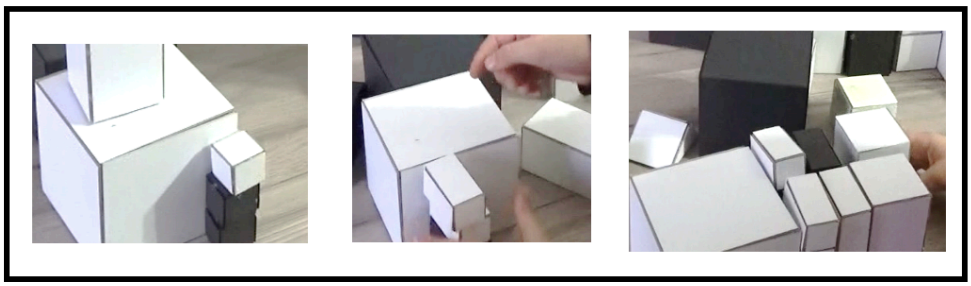
Etkinliğin ilk sorusu olarak cisimleri kullanarak ev modeli yapması beklenmiştir. Tuna, öncelikle üçgen prizmaları çatı olarak kullanacağını belirtmiştir ancak bu etkinlikte de söylemlerinde cisim-şekil karıştırması yaşanmaktadır (Görsel 3.13). Cisimleri birleştirirken yüz eşleşmesi ön plana çıkmaktadır. Ayrıca öğrenci yapıyı oluştururken sağ ve sol iki yapı oluşturmuş ve bu iki yapının boylarının eş olması için ayrıt uzunluklarının toplamının eşit olmasına dikkat etmiştir. Bu etkinlik sürecinde Tuna'nın daha önceki çalışmalardan cisimlerin elemanlarına (yüzler) dair bazı bilgileri de içselleştirdiği söylenebilir. Yapıyı oluştururken kullandığı üçgen prizmanın bir önceki etkinlikte kullandığından farklı olduğunu prizmanın yüzünde bulunan üçgen çeşidinin farklılığına dayandırmıştır.



Görsel 3.13. *TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı ilk yapı*

Tuna ikinci yapıyı oluştururken Görsel 3.14'te olduğu gibi cisimleri duvar gibi düşünerek birleştirmiştir. Bu yapıda bir cisim yerine birkaç cisim yerleştirme yolunu kullanmış "Boyunun aynı olduğundan eminim." ifadelerini kullanmıştır. Görsel 3.15'te görüldüğü gibi aynı yükseklikte farklı cisim yapıları yapabilmiştir. Örneğin, Görsel 3.15 (a)'te bir büyük küp yerine dört küçük küp yerleştirmiştir.

Görsel 3.14. *TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı ikinci yapı*



(a) (b) (c)

Görsel 3.15. *TÖYH 1- Etkinlik 4- Öğrencinin yaptığı yapılar*

Daha önce de ortaya çıkan bu durum ile ilgili öğrencilerin geometrik cisimlerin yüzlerindeki geometrik şekillerin özellikleri ve türleri ile ilgili zihinsel eylemlerinin de ilişkilendirmenin aktif olduğunu, yüzlerin birer şekil olduğunu ve bu şekillerin kenar özelliklerinin farklı olabileceği fikirlerinin var olduğunun göstergesidir. TÖYH1'de yer alan etkinlikler ve görevler ile etkisinin ilişkilerini öğrencinin soyutlaması beklenmektedir. Bu soyutlamalar göz önünde bulundurularak Tuna'nın kavramları derinlemesine soyutlayabileceği TÖYH 2 oluşturulmuştur. Bir sonraki başlıkta Tuna'nın TÖYH 1 ile soyutlama mekanizması ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.1.7.Tuna'nın Soyutlama Mekanizması- TÖYH 1

Piaget, öğrenme için yeterliği ön şart olarak kabul etmektedir. Bu ilkeden hareketle öğrencilerin cisimleri tanımaları ve ayırt edebilmeleri için elemanları olan yüz, ayrıt ve köşe becerileri konularında yeterli derecede gelişmiş olmaları gerektiği düşünülmüştür. Bu nedenle öğrencilerle ön değerlendirme testi yapılarak bu noktalardaki yeterlikleri ve eksiklikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerde tespit

edilen eksikliklerden dolayı TÖYH çerçevesinde bu amaçlara yönelik ders planları düzenlenmiş ve dört TÖYH döngüsü bu prensiple ilerlemiştir.

Piaget'e göre, öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. TÖYH1 öğretim sürecinde de geometrik cisimleri tanımaya ve ayırt etmeye yönelik etkinlikler ve bu etkinliklerdeki eylemler, zihinsel sürecin ilerleyişi düşünülerek oluşturulmaya çalışılmıştır. Etkinlikler; önce geometrik cisimlerin tanınması ve isimlendirilmesi, sonra birbirlerine benzer özellikleri ve farklılıklarının ortaya çıkarılması, bu sonuçlarla cisimlerin ayırt edilmesi daha sonra ise prizmaların birleştirilmesi ve parçalanması olarak kurgulanmıştır. Bu etkinliklerde, öğrenciden belirlenen geometrik cisimleri tanımaları ve ayırt etmeleri istenmiştir. Burada öğrenciden beklenen görevleri gerçekleştirmesi amaçlanmıştır. Bu deneyimlerden sonra ise öğrenciden geometrik cisimleri ayırt etmesi ve birbiriyle olan ilişkilerini keşfetmesi istenmiş ve bilgilerin soyutlanması için planlama yapılmıştır.

Piaget'e göre bireyin düşüncelerini ve eylemlerini daha üst bir düzeyde ifade edebilmesi, kavramsal öğrenmeyi sağlayan önemli bir etkendir. Bu durumda öğrencinin geometrik cisimlerin elemanlarının özelliklerini keşfettikten sonra geometrik cisimleri ayırt edebilmesi sonucundan birbiriyle olan ilişkilerini keşfetmelerindeki eylemlerini daha üst bir düzeyde düzenlediğini göstermektedir.

Piaget'e göre, öğrencinin içsel zihinsel yapılandırması sonucu oluşturduğu bilgi aktiftir. Bu aktif bilgiler, öğrencilerin öğrenme mekanizmasının çalışması ile ortaya çıkan bilişsel yapılardan meydana gelmektedir. Bu çalışmada da öğrenci, araştırmacı ile gerçekleşen klinik görüşmelerde aktif bilgisini ortaya koymuştur. Bununla birlikte bu aktif bilgileri günlük hayat problemleri bağlamındaki etkinlikte de kullanabilmiştir. Öğrencinin bu aktif bilgileri, derin soyutlama düzeyinde yapılandırdıkları aşağıda soyutlama mekanizmalarında gösterilmiştir. Tuna'nın soyutlama mekanizması, Şekil 3.2'de verilmektedir.

Şekil 3.2. *Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 1*

Şekil 3.2 ve döngünün başında kurulan hipotezler incelendiğinde; öğrencinin önbilgilerini kullanarak günlük hayattan nesneleri tanıması ve isimlendirmesi, cisimlerin elemanlarını belirlemesi ve listelemesi, cisimlerin ortak ve farklı özelliklerini belirleyebilmesi, cisimleri birleştirmede eş yüzlere ağırlıklı olarak odaklanması durumu ortaya çıkmıştır.

Sonuç olarak Tuna, geometrik cisimler ve özelliklerine ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen tüm özellikler ile bağıntılarını kurduğu zihinsel ilişkiler ile derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

3.2. Öğretim Dizisi 2 (TÖYH 2)

Bu bölümde dört hafta süren öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizilerinin içeriği etkinlikler şeklinde sunulmuştur. Etkinlikler ve görevler öğretim dizisinin hedefleri ile eşleştirilmeden önce taslak hipotezler aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur.

Bu öğretim dizisinde;

- Öğrencinin ön bilgilerini kullanarak günlük hayattan geometrik şekil örneklerini tanıması ve isimlendirmesi,
- Geometrik şekilleri isimlendirme ile kenar ve köşe sayısı ilişkisini anlayabilmesi,
- Farklı boyutlardaki çokgenleri tanıyabilmesi ve ayırt edebilmesi,
- Geometrik şekillerin köşegenlerini çizebilmesi ve üçgenin köşegeninin olmadığını fark edebilmesi,
- Geometrik şekilleri birleştirmede ve parçalamada kenar ve açıları dikkate alabilmesi öngörülmüştür.

Tablo 3.8'de ikinci öğretim dizisinin bu amaç ve hipotezlere dayalı öğrenme süreci sunulmuştur. Tabloda verilen amaçlar ile etkinlikler eşleştirilmiş ve hangi etkinliğin hangi bilginin temelini destekleyeceği belirtilmiştir.

Tablo 3.8. *TÖYH 2 Süreci*

Düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri tanıma, isimlendirme	**Günlük hayat örneklerinden hareketle şekilleri;** -tanıma (önbilgiler, cisimlerin isimlendirilmesi) -sınıflama (şekillerin karşılaştırılması ve sınıflandırılması) (Giriş etkinliği)
	Cisim takımları ile geometrik cisimlerden şekillere geçiş; -Cisimlerin yüzlerini belirleme (3 boyuttan 2 boyuta geçiş) (Etkinlik 1)
	Geometrik şekillerin; -Özelliklerini belirleme ve modelleme (çokgen oluşma şartları, kenar ve köşe özelliklerini belirleme) (Etkinlik 2)
	Geometrik şekillerin; -Özelliklerini belirleme ve modelleme (çokgen oluşma şartları, kenar ve köşe özelliklerini belirleme) (Etkinlik 3)
	Geometrik şekilleri birleştirme; -Şekillerin elemanları yardımıyla birleştirme (kenar eşleme, köşeleri birleştirme) (Etkinlik 4 ve 5)
Düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri tanıma, isimlendirme (devam)	**Geometrik şekilleri parçalama;** -Şekillerin bütünü ile parçaları arasında ilişkiyi keşfetme (Etkinlik 6)
Düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri birleştirme ve parçalama	**Geometri tahtası ile ;** - Şekil oluşturma (kenar ve köşelere vurgu) (Etkinlik 7) -Köşegen çizme (cisimlerin farklı şekillerde kullanılması) (Etkinlik 9)
	-Şekil parçalama (cisimlerin farklı şekillerde kullanılması) (Etkinlik 8)
	Geometrik şekilleri köşegenlerinden parçalama, **-** Şekil parçalarını değerlendirme (Etkinlik 10 ve son değerlendirme etkinliği)

Bu öğretim dizisinin genel amaçları;

- Düzgün ve düzgün olmayan çokgenleri tanıma, isimlendirme ve köşegenlerini belirleme,

- Geometrik şekiller ile büyük şekiller oluşturma ve şekilleri daha küçük şekillere parçalamadır.

Öğretim sürecinde gerçekleştirilen birebir öğretim uygulamaları ve bu çalışmaların sonucunda öğrencinin ulaştıkları sonuçlar etkinlikler çerçevesinde gerçekleştiğinden dört haftalık öğretim dizilerine ilişkin bulgular dokuz etkinlik başlığı altında sunulmuştur**.**

3.2.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması

TÖYH çerçevesinde tasarlanan bir öğretim sürecinde öğrenciler için öğrenme hedefleri belirlenirken öğrencilerin ön bilgilerinin dikkate alınması önemlidir. Bu nedenlerden dolayı öncelikle odak öğrenciyle ön bilgilerin değerlendirilmesi gerçekleştirilerek öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır.

Öğrenciye günlük hayatta sıklıkla kullanılan geometrik şekillerin görsel temsilleri sunularak bu şekilleri tanıması ve çevresinde bir benzerini bulması istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.9.'da özetlenmiştir.

Tablo 3.9. *TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğine ait bulgular*

Hedef: Geometrik şekilleri tanıma ve isimlendirme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Şekilleri görsel temsilleri ile verilen örnekleri eşleştirme	• Şekilleri isimlendirmede kenar sayısına odaklanma • Kare - dikdörtgen karmaşası • Biçimsel Benzetme	Somut materyalle destekleme →	• Kenar ve köşe sayısına göre çokgenleri isimlendirme • Dörtgen-kare, dörtgen-dikdörtgen ilişkinin kurulması
		Günlük hayat örneklerini çoğaltma →	• Eşlik / benzerlik farkındalığı • Prototip örneklerin dışına çıkabilme

TÖYH 2 dizisi planlanırken öğrencinin etkinliklere başladığında geometrik şekilleri tanıma ve günlük hayatta gördüğü şekilleri isimlendirme bilgisine sahip olması

beklenmektedir. Bu bilgileri yoklamak için Tuna'ya yapılan ön bilgi etkinliği sonucunda şekilleri isimlendirmede kenar-köşe sayısı ile şekillerin isimleri arasında bir ilişkilendirmesinin olduğu söylenebilir.

T: Bu karedir (kare şeklindeki tabela görselini gösteriyor) ya da dörtgen midir?

A: Sence hangisidir?

T: Kare bence ama dörtgen var mı bilmiyorum.

A: Dörtgen olması için neler olması gereklidir?

T: Dört kenarlı, dört köşeli olması gerekir.

A: Peki kare olması için hangi özellikler gereklidir.

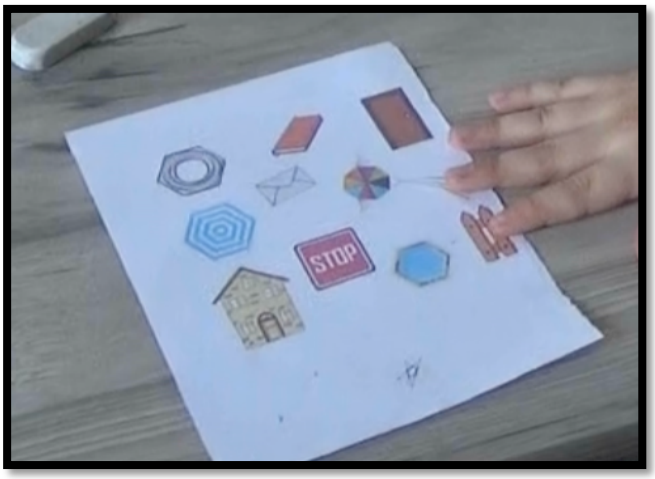
T: Yine dört kenarlı ve köşeli olması gerekir.

A: Peki, o zaman bu da bir kare (dikdörtgen biçiminde şekil gösteriyor.), dört kenarı ve dört köşesi olduğuna göre.

T: Hayır ama değil bunun iki kenarı uzun iki tarafı kısa.

Burada dikkat edilen nokta öğrencinin şekillerin özelliklerini kavrayabilme, benzer ve farklı yönlerini keşfedebilmeye hazır olup olmadığıdır. Tuna dörtgen ailesinde yer alan şekilleri ayırt edebilmek için kenar uzunlukları arasındaki farkı keşfetmeye hazır görünmektedir. Öğrencilerin matematiksel etkinlikler yoluyla kavramları soyutlayabilmesi mevcut bilgileri üzerine kurulan hedeflere bağlıdır. Elde edilen bulgular bir sonraki etkinlikte soyutlamanın temelini oluşturacak şekilde tasarlanmıştır.

Öğrenci daha önce karşılaşmadığı şekilleri isimlendirirken önce yalnız kenar sayılarını sonra ise köşe sayılarını da saymayı tercih etmiştir. Bu sayede kenar uzunlukları farklı olan aynı çokgenleri tespit edebilmiştir. Örneğin, etkinlik kağıdında Görsel 3.16'da yer alan beşgen şeklindeki çiti göstererek "Bunun da beş kenarı var beşgen o zaman ama altı biraz uzun, ben beşgeni böyle düşünmüştüm" diyerek kendisi prototip bir beşgen çizmiştir (Görsel 3.17). Ancak araştırmacı çokgenlerin isimlerine karar verme yöntemini sorduktan sonra kenar sayısını belirleyerek "Bu da beşgen ama biraz farklı" diyebilmiştir. Böylece prototip örneğin dışında örnekler de verebildiği görülmüştür.



Görsel 3.16. *TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğinde öğrencinin gösterimi*

Tuna etkinlik kağıdındaki şekilleri biraz daha incelediğinde şekillerin içindeki küçük şekilleri de fark edebilmiştir. Örneğin mektup zarfının içinde bir üçgen olduğunu altıgen içinde bir çember olduğunu söyleyebilmiş ancak çember ifadesi yerine hala daire ya da küre gibi kelimeler kullanabilmektedir. Bu durum sorgulandığında hatanın kavramsal bir hata olmadığı sözel bir karıştırma olduğu araştırmacının sorularıyla belli olmuştur.

Görsel 3.17. *TÖYH 2- Etkinlik 1- Ön bilgi etkinliğinde öğrencinin beşgen çizimi*

Ayrıca öğrencinin kitap görseli göstererek "Bu dikdörtgen ama dikdörtgen prizma aslında." ifadesini kullanması bir önceki TÖYH 1 döngüsünde öğrendiği zihinsel etkinlikleri, geometrik cisimlerin yüz özelliklerini ve cisimlerle ilişkisini bu döngüye aktarabildiğini göstermektedir. Tuna etkinlik kağıdında gördüğü kitabın ön yüzünü günlük hayatında hayal ettiğinde yüksekliği olduğunu zihninde canlandırabilmiştir ve bir cisim olduğunu söylemiştir. Bu bulgu, Tuna'nın bir sonraki etkinliğe geçiş için hazır olduğunun da göstergesi olarak kabul edilmiştir. Ek olarak

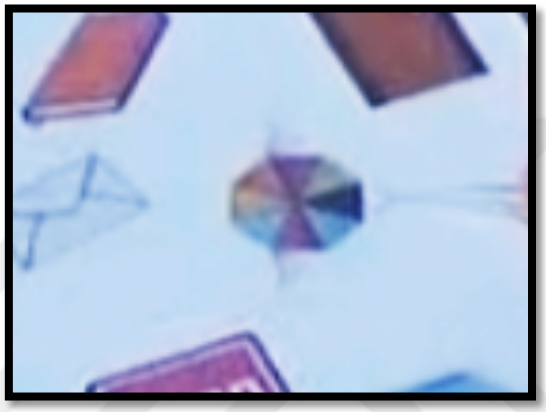
Tuna'nın küçük kare şeklindeki tuğlalardan oluşan dikdörtgen şeklindeki ev görselinde içindeki karelere dikkat etmesi ve karelerden oluşan bir şeklin büyük şeklin de kare olduğunu düşünmesi dikkat çekicidir.

A: Küçük şekillerin kare olduğunu söyledin.

T: Evet bunlar kare.

A: Peki bunların oluşturduğu büyük ev şeklinin kare olduğunu nereden anladın?

T: Karenin mesela burası 3 santimetre diyelim 3+3=6 ve 3+3=6 burası da 6 burası da 6 (iki dik kenarı gösteriyor.)



Görsel 3.18. *TÖYH 2- Ön bilgi etkinliğinde öğrenci gösterimi*

Nitekim bu bulgu hem öğrencinin şekli oluşturan küçük parçalara da dikkat ettiğinin göstergesidir hem de eş ve benzer karelerin farkına varabilmiştir. TÖYH 2 dizisinde yer alan etkinliklerin sıralanmasında bu bulgu dikkate alınmıştır. Tuna, Görsel 3.18'de sekizgen biçimindeki uçurtmanın içinde yer alan sekiz eş üçgeni fark edebilmiş ve bu üçgenlerin tek bir köşeden birleşmesiyle oluşan sekizgeni de köşelerini sayarak isimlendirebilmiştir.

3.2.2 Etkinlik 1: Giriş etkinliği

Bu etkinliğin amacı, iki boyutlu geometrik şekillerin belirlenmesi ve kenar-köşe özelliklerinin keşfedilmesidir.

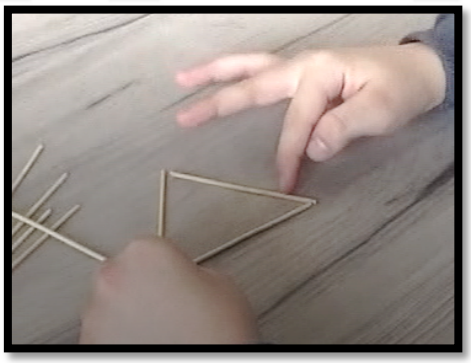
Etkinlikte, öğrenciye materyal olarak Görsel 3.19'daki kenarları temsil edecek farklı uzunlukta yeterli sayıda ahşap çubuklar vermiştir. Ardından bu çubuklarla istenen geometrik şekilleri oluşturması istenmiştir. Bir önceki etkinlikte şekilleri gerçek hayattan görsellerle tanıyan öğrencinin burada şekil özelliklerine dikkat ederek şekilleri oluşturmaları beklenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.10.'da özetlenmiştir.

Tablo 3.10. *TÖYH 2 – Giriş etkinliğine ait bulgular*

Hedef: Geometrik şekilleri tanıma ve isimlendirme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Geometrik şekilleri modelleyerek; • Kenar ve köşe özelliklerini belirleyerek ayırt etme. • Çokgen olma şartlarını sıralama	• Çokgen Oluşturma ➢ Üçgen, kare, üçgen, dikdörtgen, beşgen, altıgen, dokuzgen, ongen sıralaması	Prototipin dışına çıkabilmesini sağlama	• Kenar ve köşe sayısını dikkate alma Kenar uzunluklarını dikkate alma • Üçgen oluşturmada kenarlarına göre üçgen çeşitlerini fark etme (ilk olarak eşkenar üçgenle başlama)
	• Çokgenlerin kenar ve köşe özellikleri ➢ Kenar ve köşe sayısına göre isimlendirme ➢ Köşeleri birleştirerek kapalılığı sağlama	Ölçme becerilerini kullanmaya teşvik etme	• Çokgen olma şartlarını sıralama (kapalılık, kenarların doğru parçası olması) • Düzgün ve düzgün olmayan çokgen ayrımını yapma • Kenar sayısı fazla olan çokgenleri içbükey oluşturma ve keşfetme • Doğrudan karşılaştırma yöntemi ile eş uzunlukları belirleme

Görsel 3.19. *TÖYH 2- Etkinlik 1 materyali ahşap çubuklar*

Etkinliğin ilk aşamasında öğrenci verilen çubukları ölçmeye başlamış eşit uzunlukta olanları belirlemiştir. Belirlediği dört eş uzunluktaki çubukla bir kare oluşturmuştur. Karenin kenarlarının eşliğinin ölçme yaparak karşılaştırmış ve emin olmuştur. Daha sonra karenin bir kenarını çıkararak kalan üç eş çubuk ile Görsel 3.20'deki gibi bir eşkenar üçgen oluşturmuş bundan sonra da üçgenin bir kenarını oluşturan çubuğu kaldırarak daha uzun bir çubuk koymuş ve farklı bir üçgen oluşturmuştur. Bu durum öğrencinin kenar uzunluklarına göre üçgen çeşitleri ile ilgili fikirlerinin oluşmaya başladığının göstergesi olarak kabul edilebilir.



Görsel 3.20. *TÖYH 2- Etkinlik 1 üçgen çeşitleri*

Öğrenci çubukları kullanarak "yuvarlak olmaz, yapamam" ifadesini kullanmıştır. İkinci aşamada dikdörtgen oluşturmaya başlamış yine çubukları seçerken iki çift kenar seçtiğini söylemiştir. "İki kenarı uzun iki kenarı kısa olacak şekilde." ifadesini kullanmıştır. Burada öğrenci yeniden bir kenarı çıkararak üçgen oluşturduğunu söylemiş ancak kenarları birleştirmemiştir. Bu söylemler üzerine araştırmacı çokgenlerde kapalılığı ve kenarların doğru parçası olması şartlarını sorgulamış ve Tuna'nın çokgen olma şartlarını sıralamasını beklemiştir.

Burada dikkat çekici olan araştırmacı öğrenciyi serbest bıraktığında şekilleri oluşturma sıralaması kare, eşkenar üçgen, ikizkenar ve çeşitkenar üçgen, dikdörtgen, beşgen, altıgen, sekizgen şeklinde olmasıdır. Öğrenci beşgen, altıgen, sekizgen oluştururken "çubukları hep aynı mı kullanmalıyım?" sorusunu sormuştur. Burada aynı kelimesiyle istediği özelliğin uzunluk olduğu düşünüldüğünden araştırmacı düzgün ve düzgün olmayan çokgen kavramlarını sorgulamaya başlamıştır. Tuna ilk önce beşgen oluştururken tüm çubukların eş olması gerektiğini düşünmüş ancak daha sonra bir önceki etkinlikteki düzgün olmayan çit biçimindeki beşgeni hatırlayarak tüm kenarların yani tüm çubukların eş olmak zorunda olmadığını ifade etmiştir. Altıgen oluştururken de kenarları eş seçmese de köşe sayısının altı olduğunu ifade ederek yine de altıgenin oluştuğunu kavrayabilmiştir. Yine bir önceki döngüdeki duruma benzer şekilde burada da öğrencinin karşılaştırma amacıyla ölçme yaptığı görülmüştür. Ölçme ihtiyacı geometrik şekillerin olduğu etkinliklerde de karşımıza çıkmaktadır. Düzgün olmayan çokgenlerden altıgen ve sekizgeni de oluşturabilmiştir.

Araştırmacı tarafından bunun bir çokgen olup olmadığı sorulduğunda Tuna "Hayır değil, bu ongen o yüzden değil" ifadesini kullanmıştır. Geriye dönerek oluşturduğu şekiller üzerinde durduğunda ongenin var olacağını düşünmüş ama önceki çokgenler gibi Görsel 3.21'deki gibi dışbükey bir ongen oluşturamamıştır. Tuna etkinliğin devamında eline aldığı çubuklarla bir ongen yapmaya çalışmış ancak yaparken kenarları birleştirip kapalı bir şekil oluşturabilmek için iç bükey bir çokgen oluşturmaya yönelmiştir.

Kenar sayısı fazla olan çokgenler oluşturmaya başladıktan sonra Tuna daha fazla kenarlı çokgen olmayacağını sorgulamıştır. Bu bağlamda araştırmacı ile Tuna arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

A: Sence bu ongen oldu mu?

T: Olmadı bence.

A: Neden olmadığını düşünüyorsun?

T: Ongen olur mu?

A: Çokgen olma şartlarını sağlıyor mu?

T: Evet. E o zaman olur. O zaman doksangen de mi olur?

A: Neden olmasın?

T: Gerçekten mi? Yapalım o zaman!

Görsel 3.21. *TÖYH 2- Etkinlik 1 öğrencinin yaptığı ongen*

Bu diyaloglardan sonra dokuzgen ve ongen de oluşturabilmiştir. Tuna'nın ifadelerinden yola çıkarak zihninde çokgenlerin özellikleri ve isimlendirmede kenar ve köşe ilişkisi fikirlerinin oluştuğu söylenebilir. Çokgenlerde kenar ve köşe ilişkilerini keşfetmeye başladığından bir sonraki etkinlikte bu fikirlerini destekleyen yansıtıcı soyutlama yapabileceği görevler verilmiştir. Bu sayede Tuna'nın zihninde oluşan yapılandırmaların derinleşmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca Tuna'nın fiziksel olarak yapamasa da istediği kenar sayısında çokgen oluşturabileceğini düşünmesi zihninde çokgen kavramının oluştuğunun göstergesi kabul edilebilir.

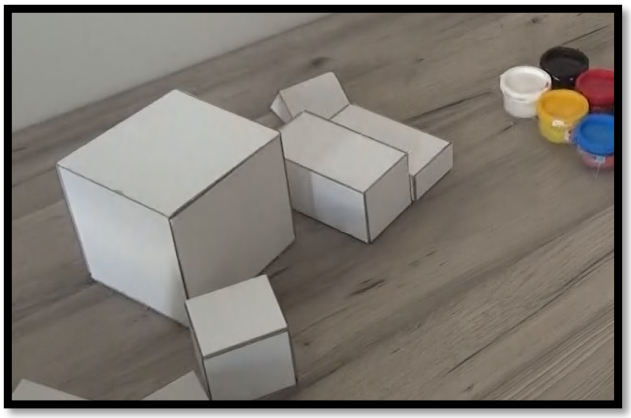
3.2.3 Etkinlik 2: Cisim baskısı

Bu etkinliğin amacı, üç boyutlu uzaydan iki boyutlu düzleme zihinsel anlamda geçişi sağlamaktır. Etkinliğin öğrencinin şekiller, kenarları ve köşeleri arasındaki ilişkileri soyutlamasına yardımcı bir rolü vardır. Etkinlikte öğrenciye materyal olarak Görsel 3.22'de yüzleri boyanabilir geometrik cisimler verilmiştir. Bu cisimlerin yüzlerini boyayarak tıpkı patates baskısı yapar gibi beyaz boş bir sayfaya baskı yapması ve bu bastığı şekilleri yorumlaması beklenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.11.'de özetlenmiştir.

Tablo 3.11. *TÖYH 2 – Etkinlik 2'ye ait bulgular*

Hedef: Geometrik şekilleri tanıma ve isimlendirme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler	Zihinsel Süreçler
Geometrik cisimleri kullanarak; • Boyut kavramını öğrenme (2 boyut-3 boyut ilişkisi) • Cisim ve yüz eşleşmesini yapabilmesi • Şekil oluşturmaya giriş	Geometrik cisimlerin tüm yüzlerini incelemesinin sağlanması	Cisim yüzlerinden geometrik şekilsel bölgeler oluşturma; Cisim- yüz eşleştirmesinde sıralama: Küp > kare yüz Kare prizma > Dikdörtgen, kare yüz Üçgen prizma > üçgen yüz Silindir > daire Silindir > yan yüz ile oluşturamama Üçgen prizma > çeşitkenar üçgen Üçgen prizma > kare (ölçme ile)
	Oluşturulan çokgenlerde iç bükey dışbükey sorgulaması	Şekil oluşturma Dikdörtgenler ile dikdörtgen İki üçgen ile altıgen (içbükey) İki kare ile sekizgen (içbükey)



Görsel 3.22. *TÖYH 2- Etkinlik 2 materyali geometrik cisimler*

Etkinliğin ilk aşamasında öğrenciden cisimlerin istediği yüzünü boyayarak resim kağıdına baskı yapması istenmiştir. Tuna ilk olarak eline küpü alıp kare oluşturacağını

söylemiştir. Araştırmacının diğer yüzlerle ilgili sorusuna da doğru cevap vererek tüm yüzlerin aynı kare olacağını ifade edebilmiştir. Daha sonra eline kare prizma aldığında ilk olarak dikdörtgen olan yüzünü boyayarak kâğıda basmış ve bir dikdörtgen oluşturmuştur ardından araştırmacı tarafından "Başka herhangi bir şekil oluşturabilir misin?" diye sorulduğunda "Kare de oluşturabilirim ama diğerinden daha küçük olur" cevabını vermiştir. Görsel 3.23'teki gibi baskılardan oluşan resmini tamamlamıştır.

Görsel 3.23. *TÖYH 2- Etkinlik 2 öğrencinin yaptığı baskılar*

Tuna bir sonraki cisim olarak üçgen prizmayı seçmiş üçgen prizmanın üçgen yüzünü boyayarak baskı yapmış ve üçgen elde etmiştir. Silindiri eline alarak "köşesi olmayan şekil yani daire basacağım" demiştir. Silindirin yan yüzüyle baskı yapamayacağını ifade etmiştir. Daha sonra araştırmacı ile öğrenci arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

> **A:** Ben eline dikdörtgenler prizmasını aldığını hiç görmedim. Onunla baskı yapsan nasıl olur?
>
> **T:** Burada işte. (Kare prizmanın yan yüzü ile yaptığı baskıyı gösteriyor.)
>
> **A:** Onu hangi cisimle yapmıştın?
>
> **T:** Bununla, kare prizmanın uzun yüzüyle.

Bu diyalogdan sonra dikdörtgenler prizmalarını bir araya toplamış ve üçgen prizmanın yan yüzüyle de dikdörtgen baskı yapabileceğini ifade etmiştir. Böylece Tuna, kendisine verilen tüm cisim materyallerinden elde edebileceği tüm dikdörtgenleri bulabilmiştir. Eline aldığı dikdörtgenler prizmasının tüm yüzlerini basarak farklı boyutlarda dikdörtgenler oluşturduktan sonra araştırmacı "Bu dikdörtgenleri birleştirirsen hangi şekli elde edersin?" sorusuna "Yine dikdörtgen olur ama uzun" cevabını vermiştir. Burada dikkat çekici olan nokta Tuna'nın zihninde canlandırdığı şekilleri birleştirmesinin kısa kenarların çakışmasıyla olmasıdır. Dikdörtgen yüzü baskı

yaparken her zaman zihnindeki prototip örnekte var olan dikdörtgen şeklini kullanmaktadır.

Görsel 3.24. *TÖYH 2- Etkinlik 2 öğrencinin yaptığı baskılar*

Tuna önceki aldığından farklı bir üçgen prizması alarak bu cismin yüzlerini de diğerinden farklı üçgen olmasını gerekçe göstererek basmak istemiştir. TÖYH2'nin giriş etkinliğinde zihninde ortaya çıkan üçgen türlerini burada da devam ettirmiş, açılarına göre üçgenleri fark edemese de kenar uzunluklarının farklı olmasına göre üçgenlerin farklılaştığını belirtebilmiştir. Eline aldığı üçgen prizmanın diğer yüzlerini kare olarak isimlendirmiş araştırmacı isimlendirmeye nasıl karar verdiğini sorduğunda Görsel 3.24'te görüldüğü şekilde parmağıyla ölçme yöntemini kullanarak emin olduğunu söylemiştir.

Görsel 3.25. *TÖYH 2- Etkinlik 2 öğrencinin yaptığı baskılar*

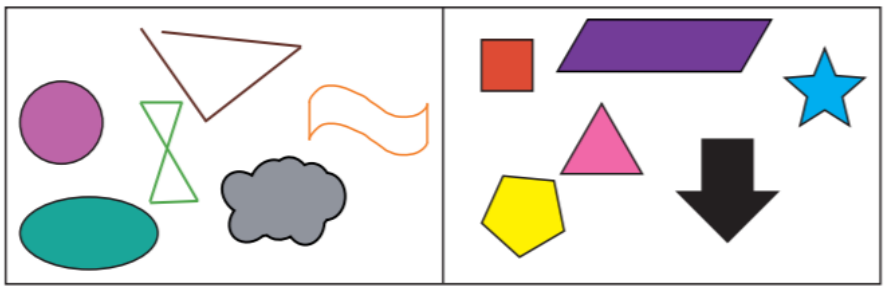
Araştırmacı verilen cisimlerle bir önceki etkinlikte öğrendiği şekilleri (örneğin; altıgen, sekizgen,..) oluşturup oluşturamayacağını sorduğunda ise küpün bir yüzünü kullanarak içbükey bir çokgen oluşturmaya çalışmış ancak boyaların karışmasından kaynaklı tamamlayamamıştır. Altıgen oluşturabilmek için sonrasında eline bir üçgen prizma almıştır. Bu üçgen prizmanın Görsel 3.25'te görüldüğü gibi üçgen yüzlerinden birisini daha önce oluşturduğu üçgen yüzün üzerine çakışacak biçimde basmıştır. Bu içbükey şeklin altıgen olduğunu düşünmüş ancak sonra köşeleri saydığında altıgen değil

dokuzgen olduğunu söylemiştir. Köşeleri sayarak çokgenleri isimlendirme burada da devam etmiştir. Bununla birlikte içbükey çokgenin varlığını fark edebilmiş "kenarlar içeri doğru" ifadesiyle tanımlamıştır.

Bu etkinlik ile Tuna'nın üç boyutlu cisimlerden iki boyutlu şekillere geçişi zihninde yapılandırması sağlanmaya çalışılmıştır. Cisimlerin elemanlarından yüzle ilgili çalışmaları TÖYH1 de yapıldığından burada yüzlerin sayısını ve türünü berlirlemede zorluk yaşanmamıştır. Dikkat çeken durum ise şekilleri birleştirme stratejisi olarak kenarları eşlemeyi kullanmasıdır. Şekil oluşturma düzeyleri bağlamında düşünüldüğünde öğrencinin şekli oluşturmada imgelemi düşünmesi mevcuttur. Bazı şekil birleştirmeleri zihninde canlandırarak araştırmacıya yanıtlar vermiştir. Bu davranışı da şekil oluşturma düzeylerinde zihninde ilerleme yaşamasının göstergesi olarak kabul edilebilir.

3.2.4 Etkinlik 3: Şekiller yapabilir misin?

Bu etkinliğin amacı, öğrencinin iki boyutlu düzlemde keşfettiği geometrik şekillerin özelliklerini kavrayabilmesi için şekilleri geometri tahtasında modelleyebilmesidir. Görsel 3.26'da verilen etkinlik kağıdında şekiller öğrenciye gösterilerek bu şekilleri oluşturup oluşturamayacağı sorulmuştur.



Görsel 3.26. *TÖYH 2- Etkinlik 3 çalışma kâğıdı*

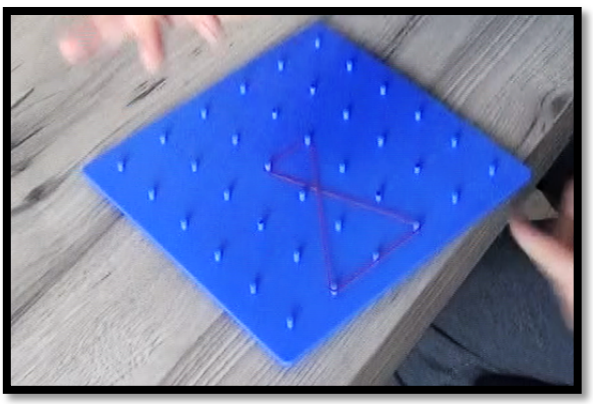
Tuna'nın bu etkinlik sırasında geometrik şekillerin özelliklerini belirleyebilme ve modelleyebilmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.12.'de özetlenmiştir.

Tablo 3.12. *TÖYH 2 – Etkinlik 3'e ait bulgular*

Hedef: Geometrik şekilleri belirleme ve modelleme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
Geometrik şekilleri modelleyerek; • Geometrik şekillerin kenar ve köşe özelliklerini belirleme. • Geometrik şekilleri modelleme	Çokgenleri Ayırt etme • Prototip olmayan kare Kenarlara odaklanma açıları ihmal etme • Şekil isimlerinde yanılgılar (Paralelkenar)	Geometri tahtasını döndürme ve noktalar arası uzaklıklarının eşitliğinden yararlanma	• Çokgenleri ayırt etme ➢ Kenar ve kapalılık özelliklerini vurgulama Kenar sayarak çokgenleri ifade etme ➢ İçbükey çokgen farkındalığı
		Geometrik şekillerin farklı kenar uzunluklarda ki örneklerini hatırlatma	• Çokgenlerin özelliklerini kavrama ➢ Kapalılık özelliği Kenar ve köşeye göre isimlendirme ➢ Açıyı ihmal etme

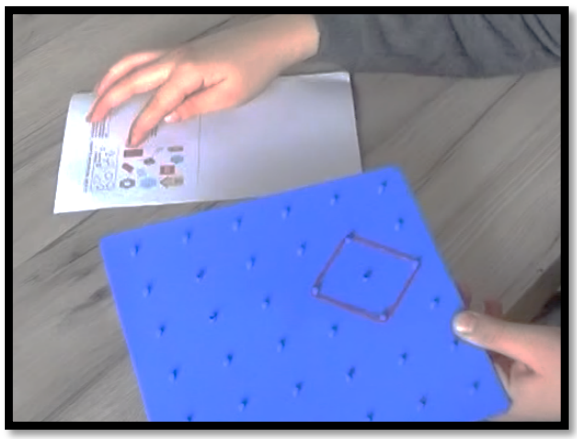
Etkinliğin ilk aşamasında önce çember görseli verildiğinde öğrenci oluşturamayacağını söylemiş "kenarları ve köşeleri yok" cevabını vermiştir. Daha sonra kenarları eğri olan tüm şekilleri oluşturamayacağını söylemiştir. Öğrencinin çokgenlerde kenar ve kapalılık özelliklerini fark etmeye başladığı söylenebilir.



Görsel 3.27. *TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin beşgen örneği*

İkinci olarak öğrencinin kâğıtta gördüğü bir şekli Görsel 3.27'de olduğu gibi modellemiş bu şeklin iki üçgenin birleşmesiyle oluştuğunu söylemiştir. Bir sonraki aşamada beşgen oluşturacakken konumu farklı bir kare oluşturmuştur. İlk bakışta bu şekli (Görsel 3.27) beşgen olarak düşünmesi köşe noktalarının konumunun farklı olduğunda şekilleri farklı isimlendirmeye yatkın olduğunun göstergesidir. Prototip örneklerin çoğalması bu bakımdan önemlidir. Tuna geometrik şekillerin kenar ve köşeye göre isimlendirildiğini hatırladıktan sonra şekli inceleyerek önce dörtgen sonra da kare olarak isimlendirmiştir. Kareyi önce dörtgen ardından kare olarak isimlendirmesi genelden özele bir tanımlama yapmaya başladığının göstergesi ve önceki öğretim döngüsünün bir yansıması olarak kabul edilebilir.

Daha sonra etkinlik kâğıdında gördüğü ok şeklini oluşturup geometrik şekil olarak önce olmadığını sonra yedigen olduğunu söylemiştir. Araştırmacı bunu nasıl bildiğini sorduğunda "Bildiğimiz şekillere benzemiyor bu tarafı biraz uzun, yani bir tarafı üçgen bir tarafı dikdörtgen gibi." yanıtını vermiştir. Araştırmacı bütün şeklin geometrik şekil olup olmadığını sorduğunda ise "Evet, şekil." cevabını vermiştir. Araştırmacı Tuna'nın tereddütle cevap verdiğini görünce dışbükey bir çokgen oluşturup bu yedigenle diğerinin farkını sorgulamıştır. Öğrenci önceki çıkarımlarına paralel araştırmacı desteğiyle içbükey olduğunu ifade edebilmiştir. Bir önceki oluşturduğu yedigenden sekizgen bir şekli oluşturmaya geçerken geometri tahtasında lastiği çekerek bir köşe artırması köşe-çokgen ilişkisini kurduğunu göstermektedir.



Görsel 3.28. *TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin paralelkenar örneği*

Öğrenci etkinlik çalışma kağıdında gördüğü paralelkenarı oluşturmak istediğinde şekli göstererek dikdörtgen olarak isimlendirmiştir. Araştırmacı tekrar sorduğunda ise

Görsel 3.28'de görüldüğü gibi kare biçimindeki geometri tahtasını eğimli tutarak "Bu mavi kare, böyle tutunca da kare. O yüzden bu da dikdörtgen." Tuna'nın modellemesi doğru (paralelkenar oluşturuyor) ancak bu çıkarımı dikkat çekici ve hipotezlerde yer almayan bir sonuçtur. Bunun üzerine araştırmacı sorularını değiştirerek aşağıdaki yönlendirmeyi yapmıştır.

A: Bu bir dikdörtgen mi?

T: Değil mi?

A: Biraz önce dikdörtgen görmüştük hatırlıyor musun, nasıldı o?

T: Bu dikdörtgen (doğru bir modelleme yapıyor).

A: Çok güzel, peki biraz önce oluşturduğun dikdörtgen dediğin şekli de aynı geometri tahtası üzerine oluşturur musun?

T: Oluşturdum. (Görsel 3.29)

A: İki şekil de dörtgen değil mi? Dikdörtgen mi ya da?

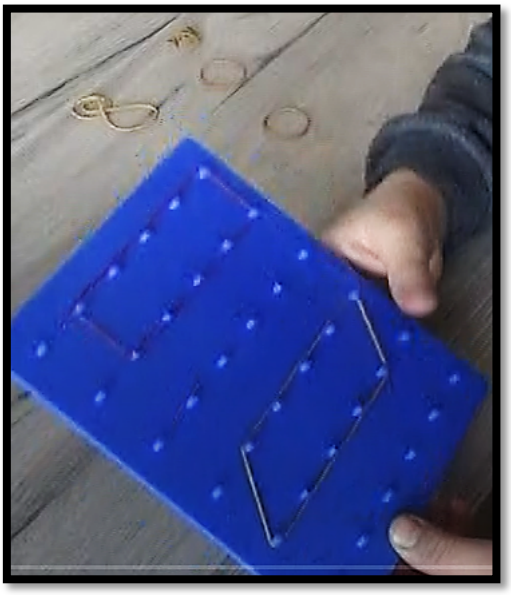
T: Evet.

A: Dikdörtgenin adı neden dikdörtgen olmuş sence?

T: Dik olduğu için.

A: İkisi de dikdörtgen mi o zaman?

T: Hayır bu böyle dikdörtgen (paralelkenarı gösterip parmağıyla eğimli demek istiyor.) Diğeri (dikdörtgeni gösteriyor) bildiğimiz dikdörtgen.



Görsel 3.29. *TÖYH 2- Etkinlik 3 öğrencinin paralelkenar ve dikdörtgen örneği*

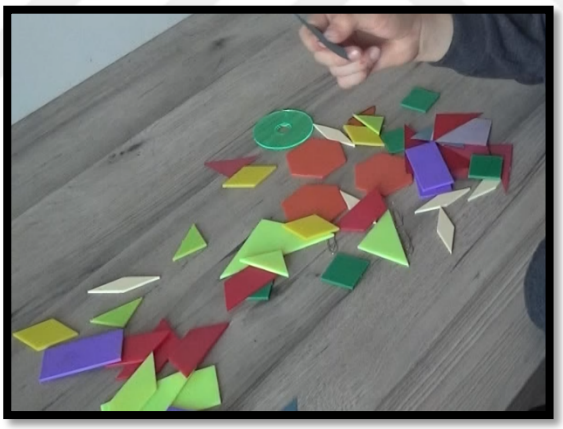
Bu sorgulama sonrasında öğrencide dörtgen ile dikdörtgen kavramları arasındaki ilişkinin kurulmasında eksiklerin olduğu söylenebilir. Tuna paralelkenarı dörtgen olarak isimlendirmede de zorlanmış köşe sayısını saydığında şaşırmıştır. Dikdörtgen olmayan

bir dörtgenin farkını vurgulamadaki eksiklikle ortaya çıkan açı kavramı olmuştur. Sonraki döngülerde üzerinde durulacak olan eğik, yatay, dikey doğru parçalarının kavramsal anlamda zihinde oluşma gerekliliği de bu döngüde ortaya çıkmıştır.

Son olarak öğrenci geometri tahtasının arkasında çembersel köşe noktalarını fark etmiş ve etkinlik kağıdında yer alan eğrisel şekilleri yapabilmiştir. Oval olarak isimlendirdiği şekli yapmaya çalıştığında benzerini oluşturabilmiştir. Araştırmacı tekrar sorduğunda açıklama yapamadan dikdörtgen olmadığını söylemiştir. Sonuç olarak geometrik şekilleri kenar ve köşelerini sayarak isimlendirmeye devam etmiş ve çokgenlerin kapalılık özelliğini materyalle vurgulayabilmiştir.

3.2.5 Etkinlik 4: Resim oluşturma

Bu etkinliğin amacı, öğrencinin düzlemde keşfettiği geometrik şekillerin birleşmesiyle oluşan yeni şekilleri keşfedebilmesi ve izlediği yolların şekil oluşturma süreçleri bağlamında ortaya çıkarılmasıdır. Etkinlikte Görsel 3.30'da verilen materyal kullanılmıştır.



Görsel 3.30. *TÖYH 2- Etkinlik 3 materyali*

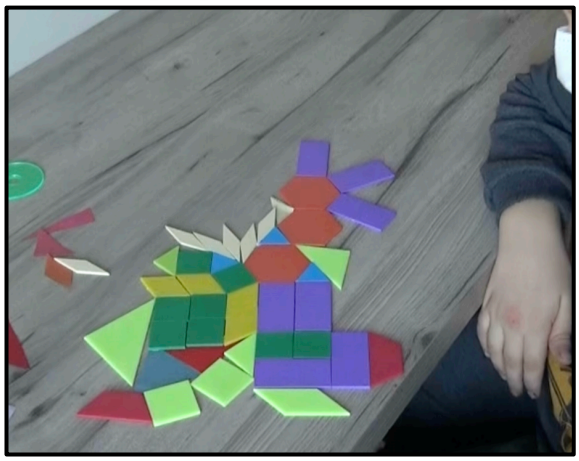
Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.13.'te özetlenmiştir.

Tablo 3.13. *TÖYH 2 – Etkinlik 4'e ait bulgular*

Hedef : Geometrik şekilleri birleştirme ve oluşturma

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
Geometrik şekil modelleriyle; • Şekilleri birleştirme • Şekilleri birleştirerek resim yapma	Şekli oluşturamama • Kenarlara odaklanma • Deneme yanılma ile şekilleri yerleştirme Dörtgen-dikdörtgen karmaşası	Dış çerçevesinin belli olduğu şekille örneği devam ettirme	• Sınırları belirleme çabası Kenar odaklı birleştirme • Köşeleri birleştirme

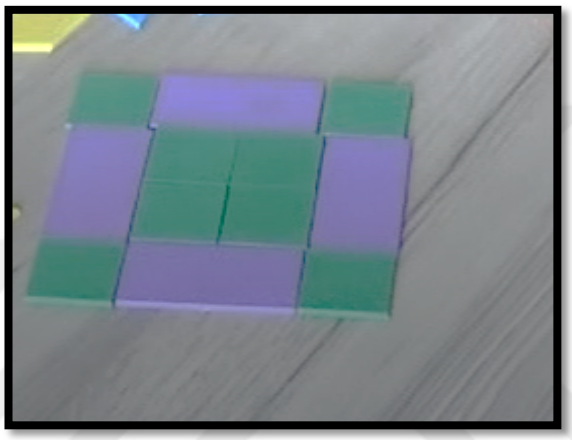
Tuna'ya Görsel 3.30'da yer alan çeşitli tür ve sayıdaki şekiller verilerek herkesin seveceği bir pasta tasarlaması istenmiştir. Öğrencinin kullandığı ilk strateji rastgele şekilleri bir araya getirip kenarları çakıştırmak olmuştur. Kendi cümlesi ile "Şekilleri denk geldiği şekilde birleştiriyorum." demiştir. Bu söyleminin deneme-yanılma ile şekli oluşturma stratejisine karşılık geldiği söylenebilir. Kenarların çakışmasıyla şekilleri birleştirirken bazı aşamalarda açılara dikkat edip etmediği gözlenmiş ancak Tuna'nın yalnız köşeleri birleştirme stratejisi kullandığı görülmüştür.



Görsel 3.31. *TÖYH 2- Etkinlik 4 öğrencinin oluşturduğu ilk şekil*

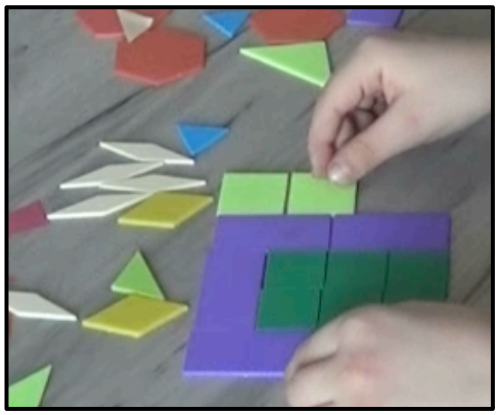
Görselde 3.31'de verilen şekilde boşlukları dolduramadığında herhangi bir şekil yerleştiremediğinde "Hangi şekil olabilir?" sorusuna "ince bir dikdörtgen" cevabını vermiştir. Burada ince bir dikdörtgen olarak ifade ettiği şekil paralelkenardır. Dolayısıyla dörtgen- dikdörtgen karmaşasının devam ettiği söylenebilir. Etkinlik sonunda oluşan şekil amaçlı bir şekil değildir ve yalnız kenarlara odaklanarak şekillerin birleşmesiyle oluşmuştur. Tuna'nın bu etkinlikteki şu ana kadar olan eylemleri rastgele

yaptığından parçaları birleştirme, resim yapma düzeylerine karşılık gelen bir zihinsel aktivitede olduğu bir sonraki etkinlikte şekil oluşturma düzeyinde çalışılması gerektiği düşünülmüştür. Ayrıca etkinliğin bu aşamasında oluşan şekil, amaçlı oluşturulan şekil olmayıp deneme-yanılma stratejilerini kullanarak ortaya çıkardığı bir şekildir. Öğrenci, boşluklar kalmasının sebebi olarak oluşturacağı büyük şeklin bir sınırı, çerçevesi olmamasını göstermiştir. Bu bağlamda araştırmacı tarafından *i*kinci olarak Tuna'dan sınırları belli olan bir kare pasta tasarlaması istenmiştir. Öğrenci Görsel 3.32'de görülen dikdörtgen ve karelerden oluşan büyük kare şeklinde pastayı oluşturabilmiştir.



Görsel 3.32. *TÖYH 2- Etkinlik 4 öğrencinin oluşturduğu kare*

Bu karede araştırmacının dikkatini şekillerin dikey simetri doğrusuna göre kullanılması çekmiştir. Öğrenciye bununla ilgili sorular sormuş ancak öğrencinin bu simetrik yapıyı farkında olarak yapmadığı görülmüştür. Devamında araştırmacı dikdörtgen oluşturmasını istediğinde aynı küçük şekillerden birkaç tane daha ekleyerek Görsel 3.33'deki dikdörtgeni oluşturabilmiştir.



Görsel 3.33. *TÖYH 2- Etkinlik 4 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen*

Etkinlik sonucunda öğrencinin zihinsel ve fiziksel aktiviteleri şekil oluşturma düzeyleri bağlamında incelendiğinde resim yapma düzeyindeki becerileri karşıladığı ancak yalnız kenarlara odaklandığından sınırları/çerçevesi belli olmayan bir şekli oluşturmada zorlandığı görülmüştür. Bu bağlamda öğretim döngüsünün bir sonraki etkinliğinde öğrenciye sınırları belli ve belli olmayan örnekler sunulmuştur.

3.2.6. Etkinlik 5: Yap-boz

Bu etkinliğin amacı şekil oluşturma görevlerinde öğrencilerin zihinsel bağlamda şekli oluşturma süreçlerinin ortaya çıkarılmasıdır. Bu amaçla sırasıyla Tuna'dan; sınırları belli olan kâğıt yap-boz, sınırları belli olan online yap-boz ve sınırları belli olmayan kâğıt bir yap-boz yapması beklenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.14.'te özetlenmiştir.

Tablo 3.14. TÖYH 2 – Etkinlik 5'e ait bulgular

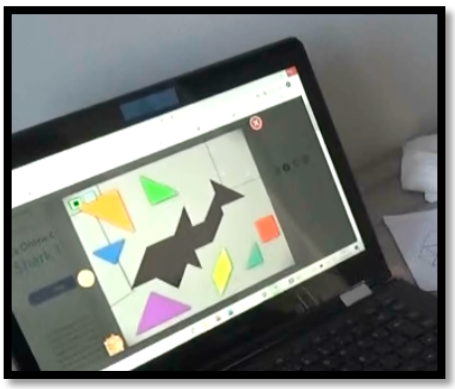
Hedef: Geometrik şekilleri birleştirme ve oluşturma

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler	Zihinsel Süreçler
Geometrik şekil modelleriyle; • Şekilleri birleştirme • Şekilleri birleştirerek resim yapma	**Şekli oluşturamama** • Kenarlara odaklanma • Deneme yanılma ile şekilleri yerleştirme	En az üç farklı şekilde oluşan şekil örneği • Simetrik yerleştirmeye geçme • Şekil oluşturma ➢ İki üçgen ile paralelkenar ➢ Bir üçgen bir paralelkenar ile yamuk ➢ İki yamuk ile altıgen
		Online oyuna geçiş Belirli açıyla döndürme yapacağı döndürme aracını tanıtma • Online oyunda döndürme • Simetrikliği …rk etme

Tuna birinci görev olan sınırları belli olan yap-boz görevini, zorlanmadan başarı ile tamamlamıştır. Bu görevde öğrenciye gerekli olan şekillerle birlikte gerekli olmayan ama asıl şekillerle benzer şekiller de verilmiştir. Görsel 3.34'teki etkinlik görevini kolayca tamamlama nedeni olarak "iç çizgileri belli olduğundan neyi nereye koyacağım çok belli." ifadesini kullanmıştır. Bazı parçaları yerleştirirken eline aldığı ilk şekli deneme yanılma yöntemi kullanarak bazı dönüşümler de uygulamıştır. Bu dönüşümler genellikle bilinçsizce kullanılmış ancak ileriki aşamada ismini bilmese de dönüşümleri daha bilinçli kullanmaya başladığı görülmüştür.

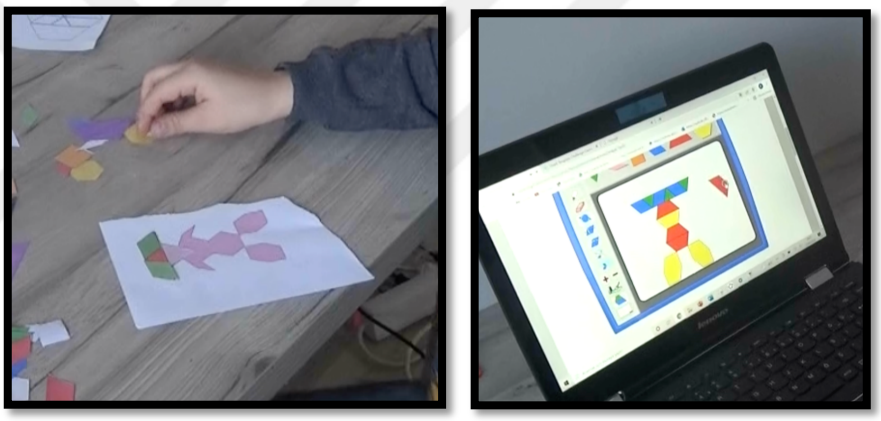
Görsel 3.34. *TÖYH 2- Etkinlik 5 birinci yapboz*

Ardından öğrenci yine iç çizgileri belli ve bilgisayar programında verilen Görsel 3.35 yap-boz görevini benzer şekilde zorlanmadan tamamlamıştır. Aynı şekilde deneme yanılma yöntemiyle şekilleri doğru yerlerine yerleştirmiştir.



Görsel 3.35. *TÖYH 2- Etkinlik 5 ikinci yapboz*

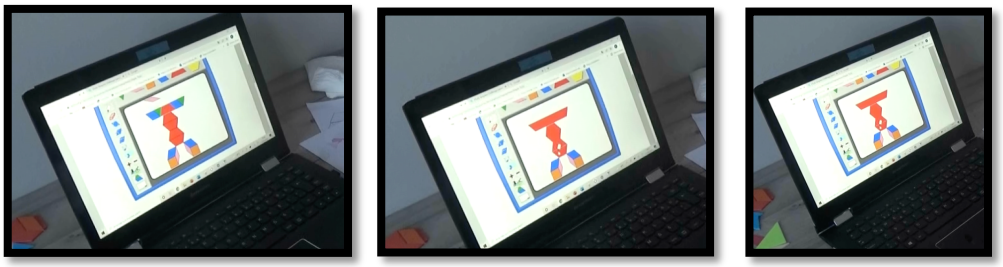
Üçüncü sınırları belli olmayan görevde ise öğrenciye yap-boz farklı yollarla oluşturabileceği çeşitli boyutlarda gerekli ve gerekli olmayan şekiller verilmiştir. Tuna ilk önce zihninde şekli parçalara ayırmış Görsel 3.36'da (sol) görülen yap-boz görevinin yamuk şeklinde gördüğü üst kısmını 'baş' olarak isimlendirmiştir. Şeklin baş kısmını öncelikle tek bir parçayla oluşturmaya çalışmış bu aşamada yine deneme yanılma ile şekli oluşturma davranışı göstermiştir. Yamuk şeklindeki bölgeyi tek bir şekil kullanarak oluşturmada denediği şekiller yine yamuk olduğundan Tuna'nın zihninde aynı türden iki şekli eşleyebildiği düşünülmüştür. Ancak yamuk şeklini tam olarak tek bir şekille dolduramadığında farklı şekilde oluşturabilmeyi düşünmüş bu yüzden görselde görüldüğü gibi birden fazla dörtgen ve üçgen kullanarak baş kısmını yani yamuk biçimindeki alanı oluşturabilmiştir. Devamında denemelerine rağmen görevi tamamlayamamıştır.



(a) (b)

Görsel 3.36. *TÖYH 2- Etkinlik 5 öğrenciye verilen ikinci yap-boz görevi*

Daha sonra aynı yap-boz görevi online 'Shape Tools' isimli oyun üzerinden Tuna'ya verilmiştir. Bu oyunda yine şekli oluşturmaya çalışmış ve kullanacağı şekilleri menüden seçerek istediği dönüşümü uygulayabilmiştir. Görsel 3.36-b'de öğrencinin verildiği gibi şekilleri şeçip kullanacağı bölgeye göre dönme dönüşümü uyguladığı görülmüştür. Bu görevde öğrencinin zihninde daha bilinçli seçimler yaptığı fark edilmiştir. Ayrıca şekli simetrik biçimde olacak şekilde doldurmuştur. Bu aşamada Tuna'ya şeklin baş olarak isimlendirdiği bölümü farklı şekiller kullanarak oluşturup oluşturamayacağı sorulmuştur. Tuna bu işlemi oluşturabileceğini söyleyerek Görsel 3.37'deki gibi tamamlamıştır.



Görsel 3.37. *TÖYH 2- Etkinlik 5 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen*

Şekil oluşturma kapsamındaki serbest şekil oluşturma görevlerinde öğrencinin çoğunlukla kenar bazen de açı özelliklerine dikkat ettiği görülmüştür. Şeklin bütünü çerçeve olarak verildiğinde sınırları belli olan yap-boz görevini zorlanmadan tamamlayıp şekli oluştururken sınırları belli olmayan yap-boz görevini tamamlayamamıştır. Ancak aynı görev online olarak verildiğinde online oyunun sürükleme ve dönüşümleri uygulama özellikleri sayesinde görevi tamamlayabilmiştir. Öğrencini somut materyalle verilen görevi tamamlayamayıp online ortamda dinamik araçları kullanarak tamamlaması dikkat çekici bir bulgudur. Dinamik oyun ve yazılımların araçları, öğrencilerin dönüşümleri kolayca uygulaması ve şekil oluşturmanın zihninde canlandırmasına yardımcı olmaktadır.

3.2.7. Etkinlik 6: Üç boyutlu yap-boz

Bu etkinlikte amaç özel tasarlanmış üç boyutlu yap-boz yardımıyla şekil oluşumunun öğrencinin zihnindeki sürecinin ortaya çıkarılmasıdır. Bu amaçla öğrenciye Görsel 3.38'de verilen kare prizma biçiminde bir kısmı siyah ile boyanmış 6x6 parçadan oluşan üç boyutlu yap-boz verilerek özel tasarımı sayesinde şekiller oluşturması beklenmiştir.

Görsel 3.38. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu süsleme*

Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.15.'te özetlenmiştir.

Tablo 3.15. *TÖYH 2 – Etkinlik 6'ya ait bulgular*

Hedef: Geometrik şekil oluşturma		
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**
Geometrik şekiller içeren 3 boyutlu yap-boz ile; • Şekil oluşturma • Şekilleri farklı boyutlarda ve konumda oluşturma • Örüntüleri devam ettirme	Şeklin özellikleri ile türünü eşleme Şekli oluşturan parçalara odaklanmasını sağlama	• Şekilleri konumdan bağımsız isimlendirme • Üçgen çeşitlerinde hatalı isimlendirme ➢ Kareyi oluşturan iki ikizkenar üçgeni fark etme ➢ Çokgenleri köşe sayısına göre isimlendirme İçbükey çokgen farkındalığı
		• Şekli oluşturan parçaları ve şeklin bütünün fark etme, • Süsleme oluşturma: ➢ Tekrar birimi farklı süsleme ➢ Başlangıç şekli farklı süsleme ➢ Süslemeyi genişletme • Parçaları birleştirirken dönüşümlerden yararlanma • Uzunluk ölçmeyi stratejisine dahil etme ➢ 4x4 lük birimli süslemeler oluşturma ➢ 2x2 lik birimli süslemeler oluşturma

Etkinlikte ilk olarak Tuna serbest bırakılmış ve materyalle hangi şekilleri yapabileceği incelenmiştir. Tuna öncelikle Görsel 3.38'de verilen biçimde yap-boz tamamlamıştır. Burada araştırmacı tüm parçaları çıkararak yeniden oluşturmasını

istediğinde tüm parçaları ayırmadan tersini çevirerek defterin üzerine almıştır. Bu görüntü onu şaşırtmış ve şekilleri incelemeye başlamıştır. Araştırmacının öğrencinin zihnindeki hareketleri desteklemeye yönelik yönlendirmeleri aşağıdaki diyalogda sunulmuştur:

A: Şu ana kadar öğrendiğin şekillerden burada gördüklerini söyler misin?

T: Kare var (Dört dik üçgenin köşede birleşmesiyle oluşan siyah kareyi gösteriyor Görsel 3.39)

A: Nasıl bildin kare olduğunu?

T: Ama şöyle bakılınca (başını yaklaşık 90 derece döndürerek bakıyor) kare böyle düz bakılınca kare prizma, yok eşkenar, yok neydi? Şöyle bakınca eşkenar üçgen.

A: Neresi eşkenar üçgen?

T: İşte şöyle yarısı (ikizkenar üçgeni gösteriyor), ikisi birleşince kare olmuş.

A: Peki yan bakınca kare dedin, karenin özellikleri neydi?

T: Dört kenarı dört köşesi var.

A: Başka ne var? Mesela dikdörtgenin de dört kenarı dört köşesi var?

T: Ama dikdörtgenin bir kenarı uzun bir kenarı kısa.

A: Karenin nasıldı o zaman?

T: Hepsi eşit!

A: Orada gördüğün karede bu söylediklerin özellikler geçerli mi? Peki yan baktığında o özellikler var mı? Düz baktığında var mı?

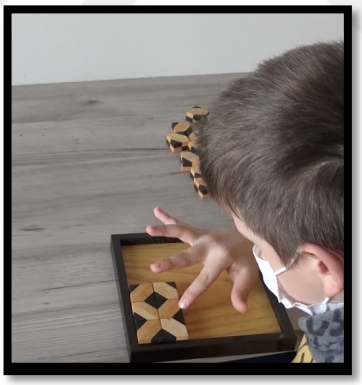
T: Evet var ama o zaman kare. (Tereddüt ediyor.)

Görsel 3.39. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu simetrik süsleme*

Bu diyalogda görüldüğü gibi öğrencinin şekillerin özellikleri ve şekli eşleştirme konusunda tereddütlerinin devam ettiği söylenebilir. Araştırmacının yönlendirmesiyle ancak tereddütle cevap verebilmiştir. Bunun sonucunda araştırmacı geometrik cisimlerden önceki öğrenmelere atıfta bulunarak geometrik cisimlerin konumunun değiştiğinde isminin değişmediği hatırlatmasını yaptığında ikna olmuştur. Daha sonra yan dönmüş kare ifadesini de kullanmıştır.

Görsel 3.40. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şekil*

Devamında şekil oluşturmaya devam eden Tuna Görsel 3.40'da verilen ahşap rengi çapraz şekil dediği şekli oluşturmuştur. Köşeleri sayarak on altıgen olduğuna karar vermiş içbükey olduğunu ifade edemese de daha önce oluşturduğu yıldıza benzetmiştir. Aynı şekilde köşelerdeki siyah üçgenleri de fark edebilmiştir. Aynı zamanda oluşturduğu dört kare yüzden birini eline alarak ahşap renklişeklin altıgen olduğunu da görebilmiştir. Eline aldığı kare prizma şeklindeki yapboz parçasını inceleyerek yan yüzeylerin dikdörtgen olduğunu da fark etmiştir.



Görsel 3.41. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şeklin devamı*

Öğrenci Görsel 3.41'de dört parça ile oluşturduğu bütün şekle iki parça daha eklediğinde bu büyük şeklin dikdörtgen olduğunu iki parçayı yerleştirmeden önceki halinin de kare olduğunu fark etmiştir. Burada dikkat çeken Tuna'nın şeklin içindeki parçaları önce tek tek sonra birleştirerek en son da şeklin bütününü ifade etmesidir. Daha sonra eline aldığı bir yapboz parçasını kare olarak isimlendirdiğinde araştırmacı aşağıdaki şekilde sorular sormuştur:

A: Kare nerede parmaklarınla gösterir misin?

T: (Yap-boz parçasının bir yüzünü gösteriyor Görsel 3.42.) Burası!

A: Evet peki, ben başka şekil de görüyorum orada sanki.

T: A evet yanları dikdörtgen bu kare prizma!

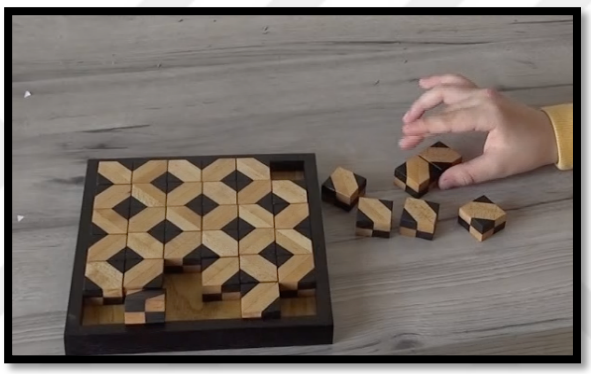
Bu diyalogdan sonra TÖYH 2'de gerçekleştirilen baskı etkinliği ile cisim yüz eşleşmesi hatırlanmıştır.

Görsel 3.42. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu içbükey şeklin devamı*

Sonrasında öğrenci yap-boz aynı şekilde devam ettirirken benzer ifadeleri kullanmıştır. Sekiz parçayı kullandığında ise "Yine dikdörtgen yaptım ve bu kutunun yarısını doldurdum." ifadesini kullanmıştır. Bu cümlelerden sonra saymaya başlamış kutunun her bir kenarına altışar parça koyduğunu fark edince "E o zaman bu da bir kare!" diyerek düşüncesini söylemiştir. Öğrenci şekilleri oluşturdukça oluşturduğu şeklin değişimini fark edebilmiş ve doğru isimlendirmeler yapmıştır. Karenin kenar uzunluklarının eşit olmasını farklı uzunluklarda ifade edebilirken ölçmeyi parmağını kullanarak sık sık kullandığı stratejilere dahil etmiştir.

Bütün parçaları kullanarak Görsel 3.44'teki şekli oluşturduğunda ise yaptığı yap-bozlardaki şekiller arasındaki benzerlik ve farklılıkları sorgulanmıştır. Bu şekli değiştirmeye başlamış bazı parçaların arka yüzlerini de kullanmayı düşünmüştür. Şeklin dışında Görselde 3.43'te görüldüğü gibi yaptığı deneme-yanılma yöntemi ile iki parçadan üçgen oluşturabildiğini göstermiştir.

Görsel 3.43. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin yaptığı deneme-yanılma*



Görsel 3.44. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin yaptığı deneme-yanılma*

Öğrenci sonraki denemesinde parçaları döndürerek istediği parçaları bir araya getirmeye çalışmıştır. Bu denemede şekil oluşturma düzeylerinde örüntü ve devam ettirme süreçleri de devreye girmiştir. Tuna parçaları daha önce yerleştirdiği yap-boz ile yan yana getirerek örüntü devam ettirme davranışı göstermiştir. Görsel 3.45'te oluşturduğu 'çizgi' olarak isimlendirdiği siyah paralelkenarların daha sonra ismini hatırlamaya çalıştığında eski bilgilerini transfer edebilmiş "Ben buna dikdörtgen demiştim ama değildi, dört köşesi var dörtgen." ifadesini kullanmıştır. Görsel 3.45'te gördüğü siyah dörtgenlerin küçükten büyüğe doğru gittiğini sonra tekrar küçüldüğünü fark etmiş ve bu süreçte düşüncesini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

T: Neden önce büyüyor sonra tekrar küçülüyor?

A: Nereden sonra küçülmeye başlamış?

T: Yarısından sonra.

A: Nerede en büyük?

T: (Köşeye en yakın paralelkenarı göstererek) burası en küçük, (Köşegen üzerindeki paralelkenarı göstererek) Burası en büyük.

A: Neden böyle sence?

T: Hiç küçülmese aynı gitse dikdörtgen olur bu sefer ama yok o da küçülür, hayır o zaman kareyi dolduramam.

A: Dikdörtgende dedin onda da küçülürse hangi şekilde küçülmez?

T: Yuvarlakta mı? Yo. Bilemedim.

Görsel 3.45. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu paralelkenarlar*

Bu diyalogda görüldüğü gibi Tuna paralelkenarların boyutuna odaklandığında karenin köşegeninin üzerinde olan paralelkenarın kenar uzunluklarının en büyük olduğunu fark etmiş ancak ifade edememiştir. Bir sonraki etkinliklerde köşegen kavramı üzerinde durulacağından bu görsel orada da hatırlatılacaktır.

Tuna bütün parçaları kullandıktan sonra buradaki paralelkenar dışındaki ahşap rengi dörtgenleri göstermiştir. Burada araştırmacı köşegen üzerinde olan ahşap rengi şekli sorguladığında altıgeni fark edebilmiştir. Ayrıca Tuna şekli ters çevirerek arka yüzdeki şekilleri de incelemiştir. "Bu da beyaz olanlar arkada siyah olur, mesela arkada en büyük şekil siyah altıgen olacak. Biraz uzun ama yine de altıgen çünkü özellikleri değişmez uzun diye. Mesela köşede de minik üçgenler var." ifadesi şekilleri özellikleriyle eşleştirme ve şekilleri oluşturan küçük şekilleri fark etmesindeki zihnindeki yapılandırmayı gösterir niteliktedir. Son olarak araştırmacı başka şekil oluşturup oluşturamayacağını sorduğunda ise Tuna "Hep çapraz gitti düze gitse olabilir." demiştir. Daha sonra görselde görülen siyah dikdörtgeni deneme yanılma ile yapabilmiştir. Görsel 3.46'da (sol) siyah dikdörtgeni rastgele oluşturduğunu ifade etse de sonraki parça seçimleri (sağ) ve parçalara uyguladığı dönüşümler bilinçli olmuştur.

Görsel 3.46. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgenler*

Devamında artık şeklin dışında deneme-yanılma yapmadan zihninde oluşturduğu planı devam ettirerek dikdörtgeni farklı şekilde de oluşturabilmiştir. Bu dikdörtgenleri oluştururken halının desenlerine benzetmiştir. Bu durum süslemeyi zihninde genişlettiğinin göstergesidir. Daha sonra görselde oluşan desende dikdörtgenlerin konumunu değiştirmek istemiştir. Görselde eliyle gösterdiği şekilleri dönme dönüşümü kullanarak yeni görünümdeki siyah dikdörtgenleri de oluşturmuş ve sonra tamamlanamamış siyah dikdörtgenleri de fark edebilmiştir. Bu bağlamda Tuna'nın şekli oluşturan parçaları fark etmeye başladığı düşünülebilir. Dikdörtgen oluştururken yap boz parçalarının yüzlerinde bulunan şekillerin dikdörtgeni oluşturan parçalar olduğunu ifade etmiştir. Bunun üzerine araştırmacı ile aralarında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

A: Dikdörtgenin içinde sadece üçgen mi var?

T: Üçgen var, kare var.

…

T: Hatta az önce en ortadaki çizgi gibi şeklin uçlarına üçgen eklersek de dikdörtgen elde ederiz. (Görsel 3.47.)

A: Ekleme yapmadan da dikdörtgen olur muydu?

T: O zaman şunları böyle yaparız (İki uçtaki parçayı değiştiriyor).

Görsel 3.47. *TÖYH 2- Etkinlik 6 öğrencinin oluşturduğu paralelkenarlar*

Etkinliğin sonuna doğru Tuna yapacağı hamleyi önceden planlamaya başlamış zihninde oluşturduğu yapıya uygun hamleler yapmaya başlamıştır. Örneğin; Görsel 3.47'de olduğu gibi en büyük siyah dikdörtgeni bir önceki şekilden bu hale yalnız iki parçayı değiştirerek yapabilmiştir.

Bu etkinliğin başında zihninde plan oluşturamayıp yap-boz tahtasının dışında deneme yanılma yapan Tuna etkinliğin sonlarında zihninde stratejiler belirleyebilmiştir. Etkinlikte kullanılan yap-boz materyalinin özelliği gereği süsleme ve örüntü oluşturmaya da yatkın hamlelerde bulunmuştur. Oluşturduğu bir birim şekli devam ettirebilmiştir. Yap boz parçalarını yerleştirirken de dönüşümleri git gide daha bilinçli kullanmaya başlamıştır. Özellikle dönme dönüşümünü bazen elindeki parçayı döndürerek bazen başını çevirerek gerçekleştirmiştir. Şekilleri oluşturma ve parçalamada materyal yardımıyla zihinsel süreçleri incelendikten sonra kâğıt ile bir parçalama etkinliğinin yapılması TÖYH 2'nin bir sonraki aşaması olarak planlanmıştır.

3.2.8. Etkinlik 7: Şekil oluşturma ve parçalama

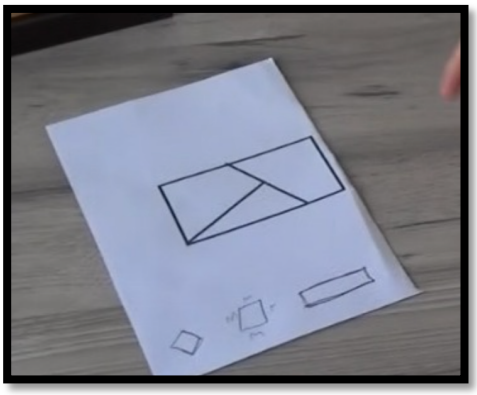
Bu etkinlikte amaç bir önceki etkinlikte üç boyutlu materyal ile kazandığı deneyimleri kâğıt-kalem materyalle tamamlaması ile şekil oluşturma ve şekil parçalama stratejilerini kullanırken kurduğu zihinsel yapısını ortaya çıkarabilmektir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.16.'da özetlenmiştir.

Tablo 3.16. *TÖYH 2 – Etkinlik 7'ye Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekil oluşturma ve parçalama

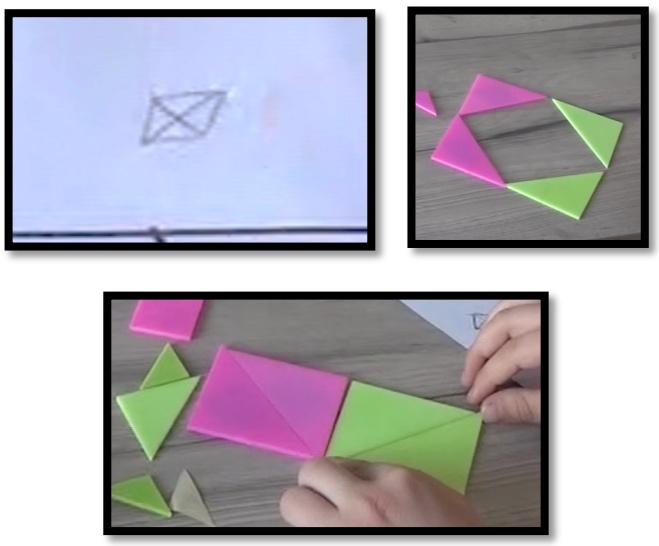
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
Geometrik şekiller ile; • Sınırları belli şekli oluşturan parçaları ifade etme	• Şekillerin prototip örneklerine odaklanma • Şekil oluşturmada sadece kenarları çakıştırma • Şekli oluştur parçaların özelliklerini (kenar uzunluğu) hatalı ifa etme • Kenarlar çakışmayan şekillerde hatalı isimlendirme	Şekilleri isimlendirmede dikkat edileceklerin hatırlatılması Şekilleri oluşturan parçaların özelliklerinin sorgulanması	• Sınırları belirleme çabası • Kenar ve köşe sayısına odaklanma • Özel dörtgenleri daha kolay tanıma
• Sınırları belli olmayan şeklin parçalarını ifade etme			• Şekilleri kenarlarından çakıştırma • Şekli oluşturan parçaların türlerini keşfetme

Etkinliğin ilk aşamasında Tuna'dan Görsel 3.48'de verilen şekli oluşturan parçaları ifade etmesi istenmiştir. Tuna burada isimlendirme konusunda köşeleri ya da kenarları sayma stratejisine devam etmiştir. İlk olarak dörtgen şeklinde ifade ettikten sonra tereddüt ettiğinde araştırmacı "Neden tereddüt ettin?" sorusunu sormuştur. Tuna bu şeklin bir dörtgen olduğunu köşelerini sayınca emin olmasına rağmen "Dörtgen deyince aklıma benim böyle bir şekil gelmiyor dikdörtgen ya da kare geliyor." ifadesini kullanmış, bunun üzerine kâğıdın hemen altına dikdörtgen ve kare çizmiştir. Dikdörtgen ve kare olduğunu göstermek için daha önce de kullandığı ölçme stratejilerini burada da kullanmış aynı zamanda dikdörtgen ve karenin farkını da ifade edebilmiştir. Tekrar "Aklıma böyle bir şekil gelmiyor." cümlesinde ne demek istediği sorulmuştur. Tuna'nın son olarak verdiği cevaptan yola çıkarak rastgele bir dörtgeni özel dörtgenlere göre daha zor tanıdığı söylenebilir.



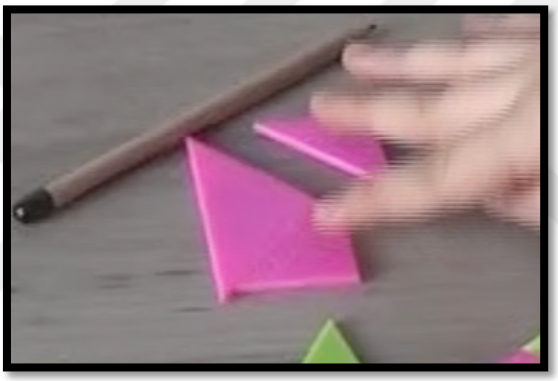
Görsel 3.48. *TÖYH 2- Etkinlik 7 ilk şekil*

Bir sonraki aşamada dört üçgenden hangi şekilleri oluşturabileceği sorulduğunda Görsel 3.49'da verilen örnekleri yapmıştır. İlk şekilde dört üçgenle kare oluşturmuş, ikinci şekilde materyalleri kullanmak isteyip görseldeki ikinci şekli oluşturmuştur. Bu şekilde içerideki boşluk ve dışardaki şeklin kare olduğunu söylemiş, araştırmacı tekrar sorduğunda ise yan dönmüş kare olarak belirtmiştir. Öğrencinin şekilleri birleştirirken boşluklar olduğunda ve kenarları çakıştırmadığında hatalı isimlendirme yaptığı söylenebilir. Son olarak üçüncü şekilde iki tane kare de oluşturduğunu söyleyerek bunları birleştirip dikdörtgen oluşturmuştur. Ancak yine kullandığı şekil parçalarının yani üçgenlerin ikizkenar olduğunu düşündüğünden bu şeklin iki kare ile oluştuğunu ifade etmiştir. Burada Tuna'nın şekli oluşturan parçaları kavrayabildiğini ancak kenar uzunluklarına dikkat etmediğinde şekilleri yanlış isimlendirdiği görülmüştür.



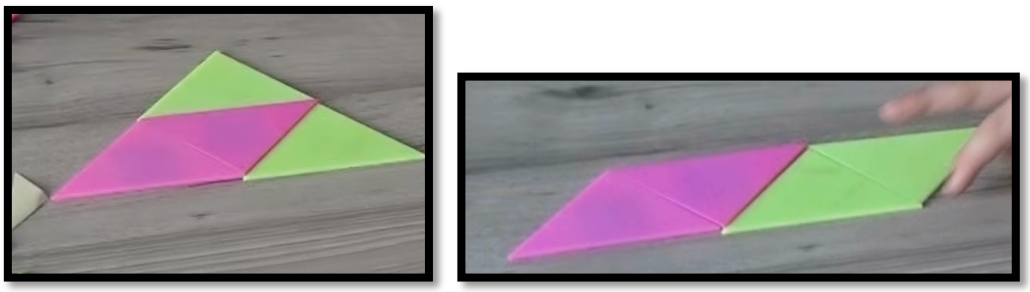
Görsel 3.49. *TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin dört adet üçgenle oluşturduğu şekiller*

Yukarıda yaşanan karmaşayı çözümlemek için etkinlikte yer almamasına rağmen öğrenci deneme yanılma ile üç adet üçgenle bir dikdörtgen oluşturmuştur. Önceki etkinliklerde kenarlarına göre üçgen türleri konusunda yaşadığı ikizkenar üçgenleri eşkenar olarak isimlendirme karmaşasını Görsel 3.50'de verilen üç adet üçgenle oluşan dikdörtgeni incelerken zihninde çözüme ulaştırmıştır. Araştırmacının "Eşkenar üçgen ne demek?" sorusuna "Hepsi eşit demek mesela bu üçgendeki gibi" derken eline aldığı üçgenlerin eşkenar değil ikizkenar olduğunu fark etmiştir. Öğrencinin zihnindeki bu yapılandırma TÖYH'nin beklenmeyen bir bölümünde gerçekleşmiştir. Bu gibi durumlar TÖYH sürecinin, öğrenci zihninde oluşan kavramları yapılandırmada tek sefer değil sürekli bir katkısının olduğunun göstergesi olarak kabul edilebilir.



Görsel 3.50. *TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin üç adet üçgenle oluşturduğu şekiller*

Bir sonraki aşamada Tuna, deneme yanılma stratejileri kullanarak dört adet üçgenle Görsel 3.51'de (sol) büyük bir üçgen oluşturabilmiştir. Araştırmacının yönlendirmesi ile de Görsel 3.51'de (sağ) görülen paralelkenarı oluşturabilmiş ve dörtgen olarak isimlendirmiştir. Bu süreçte öğrenciden beklenen görevi araştırmacı destekleyerek oluşturmasının amacı TÖYH'de beklenmeyen durum olan öğrencinin "Dörtgen demek kare ya da dikdörtgen demektir." yanılgısından kurtulabilmesini sağlamaktır. Bir kez daha dörtgen ve özellikleri konusunda diyalog kurulmuştur.



Görsel 3.51. *TÖYH 2- Etkinlik 7 öğrencinin dört adet üçgenle oluşturduğu şekiller*

Sonuç olarak Tuna'nın şekilleri oluştururken genellikle kenarları çakıştırma yöntemi kullandığı ve şekli oluşturan parçalarla ilgili hatalı çıkarımları sebebiyle şeklin bütününü yanlış isimlendirebildiği gözlenmiştir.

3.2.9. Etkinlik 8: Şekil parçalama

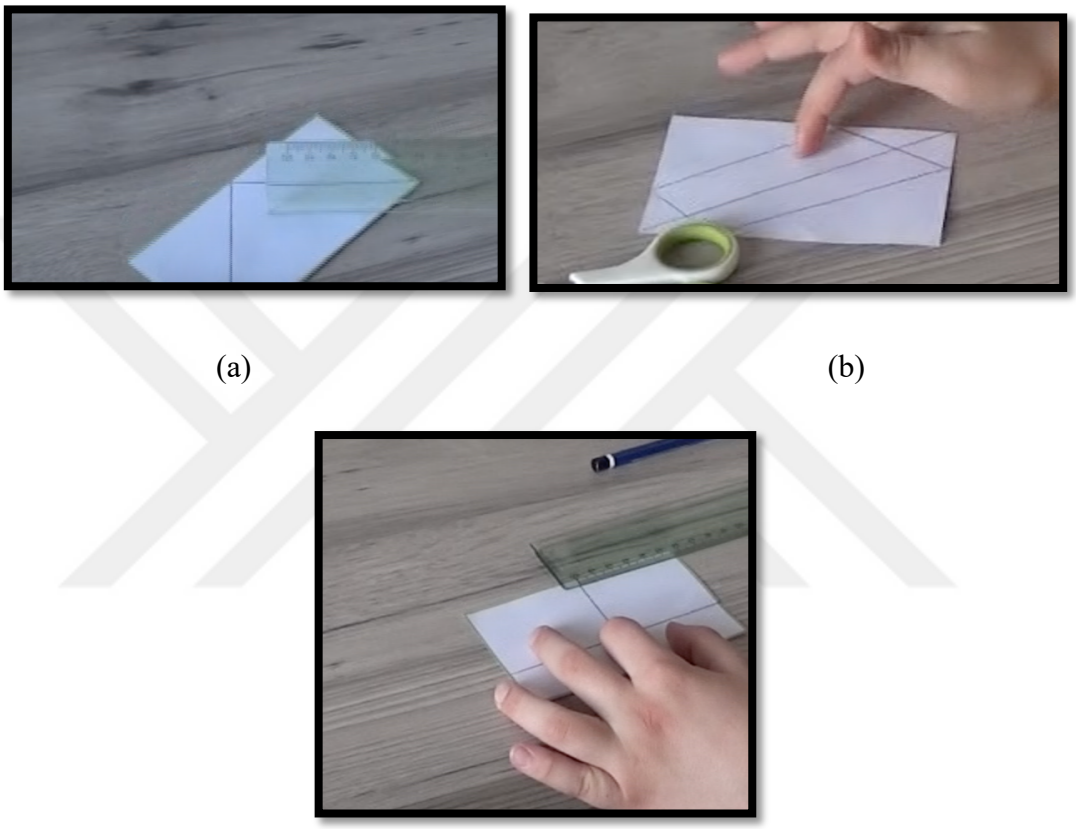
Bu etkinlikte amaç bir önceki etkinlikte üç boyutlu materyal ile kazandığı deneyimleri kâğıt-kalem materyal ile de tamamlayabilmesi; öğrencinin şekil oluşturma ve şekil parçalama stratejilerini kullanırken kurduğu zihinsel yapısını ortaya çıkarabilmektir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.17.'de özetlenmiştir.

Tablo 3.17. *TÖYH 2 – Etkinlik 8'e Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekil oluşturma ve parçalama			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Dikdörtgen ve karede; • Şekli oluşturan parçaları ifade etme • Parçaların özelliklerini ifade etme	• Deneme-yanılma yöntemine odaklanma • Açıyı ihmal etme	Görevin ikinci kısmında zihninde canlandırmasını bekleme	• İkinci görevde zihinde canlandırma • Kenar sayısı aynı olan şekilleri ölçme ile ayırt etme • Şekli oluşturan parçaların özelliklerinde ölçme kullanma

Bu etkinlikte yeterli sayıda boş dikdörtgen Tuna'ya verilerek bu şekli üç farklı geometrik şekle parçalaması istenmiştir. Tuna öncelikle cetvel kullanmak istediğini belirterek dikdörtgenin uzun kenarının orta noktasını bulmuş ve dikdörtgeni üç üçgene parçalamıştır. Araştırmacının üç farklı türde şekil olmasını istediğini söylediğinde ise Görsel3.52'de yer alan ikinci (b) şekli oluşturmuştur. Bu görselde de görüldüğü gibi üçgen ve dörtgenler oluşturmuştur. Araştırmacı üç farklı türde geometrik şekil oluşturmasını yeniden söylediğinde görselde yer alan üçüncü (c) parçalamayı yapmıştır.

Parçalamadan sonra önce üç tane dikdörtgen oluşturduğunu söylemiş ancak dikdörtgenlerden bir tanesinin kare olup olmadığından emin olamayınca eline cetveli alarak kenarlarını ölçmüştür. Burada beklenmedik bir durum olan ölçme davranışı yeniden ortaya çıkmıştır. Ölçmenin bir geometrik şeklin türlerini belirlemede, özelliklerini ifade etmede ölçmenin öğrencilerin zihnindeki rolünün büyük olduğu söylenebilir.

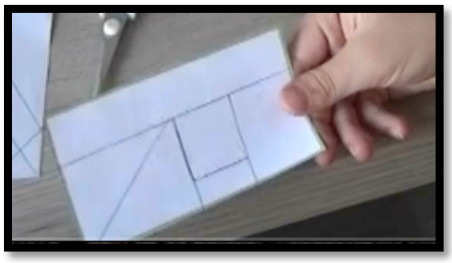


(a) (b)

(c)

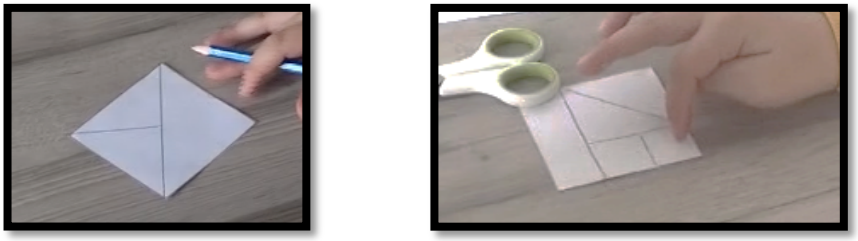
Görsel 3.52. *TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin dikdörtgeni parçalaması*

Etkinliğin devamında öğrenci Görsel 3.53'te verilen şekilleri yapabilmiştir. Burada şeklin içinde kare, dikdörtgen ve üçgen olmak üzere üç farklı tipte şekil oluşturduğunu ifade etmiştir. Şeklin içindeki karenin kenar uzunluklarının eşit olduğunu yine ölçme kullanarak emin olmuştur.



Görsel 3.53. *TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin dikdörtgeni parçalaması*

Tuna'ya verilen kare şeklindeki kâğıdı yine üç farklı şekil oluşturacak şekilde parçalaması istendiğinde Görsel 3.54'te (sol) verilen ilk denemeyi yapmış ancak burada üç üçgen olduğunu ifade ederek denemeye devam etmiştir. Bu kez araştırmacı zihninde canlandırmasını beklediğini ifade edince önceki hatalı parçalamasını düşünerek canlandırmalar yapabilmiştir. Etkinlik sürecinde öğrencinin cetveli kullanması dikkat çekicidir. Görsel 3.54'te (sağ) şekilde ise hedefe ulaşarak yine üçgen, kare ve dikdörtgen oluşturmuştur. Kenar uzunluklarının eşliğinden emin olmadığında yine cetvelle ölçme yapmıştır. Ancak yine açıyı ihmal ettiğinden dört kenar uzunluğu eşit olan iki şekli kare olarak isimlendirmiştir. Şekli oluşturan parçaları isimlendirmede yalnız kenar sayılarına odaklanmıştır. Ancak açıları göz ardı etmiştir çiziminde kesişen doğruları dik olarak kabul ettiğinden dikdörtgen ve karelere parçaladığını söylemiştir.



Görsel 3.54. *TÖYH 2- Etkinlik 8 öğrencinin kareyi parçalaması*

Sonuç olarak dikdörtgen ve kareyi farklı tipte şekillere ayırma görevlerini başarıyla tamamlamıştır. İkinci görevde daha kısa sürede tamamlamasının sebebi zihninde canlandırması ve önceki görevden deneyimleri transfer edebilmesidir.

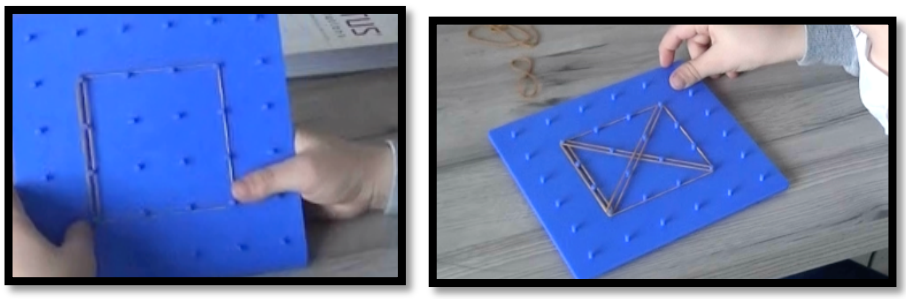
3.2.10. Etkinlik 9: Köşegen

Bu etkinlikte amaç önceki etkinliklerde öğrendiği geometrik şekillerde köşegenleri keşfedebilmesi ve köşegenin özelliklerini açıklayabilmesidir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.18.'de özetlenmiştir.

Bu etkinlikte geometri tahtasında Tuna'dan herhangi bir dörtgen oluşturması ve dörtgenin bir köşesinden komşu olmayan başka bir köşesine giden en kısa yolu gösteren bir lastik takması istenmiştir. Tuna ilk denemesinde oluşturduğu karede Görsel 3.55'teki (sol) gibi komşu köşelere lastiği takmış, daha sonra araştırmacının komşu olmayan köşe olması gerektiğini söylemesiyle sağdaki gibi iki farklı köşegen oluşturabilmiştir.

Tablo 3.18. *TÖYH 2 -Etkinlik 9'a Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekillerde köşegen ve özelliklerinin keşfedilmesi			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Geometrik şekillerin; • Köşegenlerini belirleme • Köşegen sayısını bilme	• Köşe sayısı ile köşegen sayısı arasındaki ilişkiyi başlangıçta kavrayamama • Köşe ve köşegen kavramlarını karıştırma	Aynı türde farklı geometrik şekiller üzerinde çalışmasını sağlama	• Dörtgenlerin köşegenlerini tanıma • Köşegeni olmayan şekil üçgeni keşfetme Köşegen sayısı ve köşe sayısı arasında ilişki kurma • Köşegenin parçaladığı şekilleri ifade etme



Görsel 3.55. *TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu karenin köşegenleri*

Kareden farklı bir dörtgen oluşturması istendiğinde ise yine kare oluşturmuş ancak burada bu kareyi karesel bölge olarak isimlendirmiştir. Daha sonra bir öncekinin aynısı olacağını söyleyerek dikdörtgende denemeye başlamıştır. Denemeden önce zihnindekileri ifade etmesi dikkat çekicidir. Çünkü kare ile dikdörtgende köşegenin benzer şekilde çizilebileceğini ancak dikdörtgende kare gibi değil daha uzun olacağını ifade etmiştir.

Görsel 3.56. *TÖYH 2 Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu dikdörtgen köşegenleri*

Burada zihninde oluşan fikirler ve şekiller arasında yansıtması ile ilgili araştırmacı ile arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

A: Dikdörtgende ne farklı olur?

T: Kare gibi her yeri eşit değil o yüzden daha uzun olur. İşte bakın (Görsel 3.56'daki köşegenlerden birini gösteriyor)

A: Peki kareyle benzerliği nedir?

T: Bunda da iki tane var birbirini aynısı.

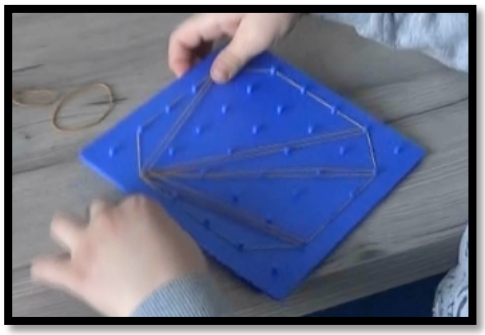
A: Sence bundan sonra hangi şekilde köşegen oluşturabiliriz?

T: Öğretmenim üçgen. Ama üçgende olmaz!

A: Neden olmaz?

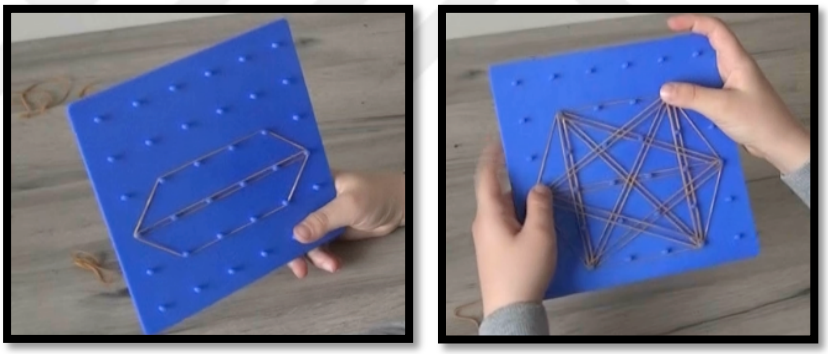
T: Çünkü hepsi komşu. Bakın şimdi yaptım olmadı.

Tuna artık zihninde köşegen kavramını yapılandırmaya başlamıştır. Komşu olmayan köşeleri birleştiren çizgilerin kenar olacağını ifade etmiştir. Buradan sonra beşgen sorulduğunda yine deneme yanılma ile bazı köşegenleri oluşturmuştur. Tekrar soru tekrarlandığında beş köşegen oluşturabilmiştir. Daha sonra kendisi sekizgeni denemek istemiş ve Görsel 3.57'deki gibi yapmaya başlamıştır. Dikkat çekici olan nokta köşegen sayısının kenar sayısına bağlı artacağını hissetmesi ve kenar sayısı daha fazla olan şekillerde görseldeki gibi önce bir köşeyi seçip oradan çizilebilecek tüm köşegenleri göstermesidir. Daha sonra başka bir köşeye geçerek stratejisini devam ettirmiştir. Böylece bir şekildeki tüm köşegenleri gösterebilmiştir. Burada köşegenlerin şekli parçaladığına dikkat çekilip oluşan şekiller sorulduğunda ise şekilleri köşelerini sayarak isimlendirme yapmıştır.



Görsel 3.57. *TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu sekizgen köşegenleri*

Devamında öğrenci kendisi bir de altıgen oluşturmak istemiş altıgeni de Görsel 3.58'de (sol) olduğu gibi iki şeklin birleşimi olarak oluşturmuştur. Bu şekillerin birleşmesi konusunda zihninde yapılandırmaların olduğunun da göstergesidir. TÖYH 2'nin ilk etkinliklerine göre şekilleri oluşturan parçaları fark edebilmesi dikkat çekici biçimde gelişmiştir. Sonra köşegenleri daha iyi gösterebilmek için farklı bir altıgene geçmiş ve Görsel 3.58'de (sağ) ikinci şekilde görülen köşegenleri oluşturmuştur.



Görsel 3.58. *TÖYH 2- Etkinlik 9 öğrencinin oluşturduğu altıgen köşegenleri*

Araştırmacı, tüm dörtgenlerde iki tane köşegen olduğunu ifade edebilmesi için kare ya da dikdörtgen olamayan bir dörtgen oluşturması istemiştir. Burada oluşturduğu dörtgene bakarak Tuna "Tüm dörtgenlerde iki köşegen vardır." diyebilmiştir. Etkinliğin ikinci aşaması kâğıt kalem etkinliği olarak tasarlanmış, öğrencinin köşe noktaları verilen çokgenlerin köşegenlerini çizmesi beklenmiştir. Burada Tuna önce cetvel yardımıyla köşeleri birleştirmiştir. Görevi ilk önce yanlış anlayarak yeşil kalemiyle yalnız köşeleri belli etmiştir. Bu durum köşegen ve köşe kavramlarının isimlerini karıştırdığını göstermektedir. Daha sonra köşegenleri çizmiştir.

Görsel 3.59. *TÖYH 2- Etkinlik 9 köşegenler*

Üçgenleri ise deneme yapmadan zihninde canlandırarak köşegeni olmayan şekil olarak ifade edebilmiştir. Öğrenci bir önceki geometri tahtasındaki öğrenmesini kâğıt kalem etkinliğine yansıtabilmiştir.

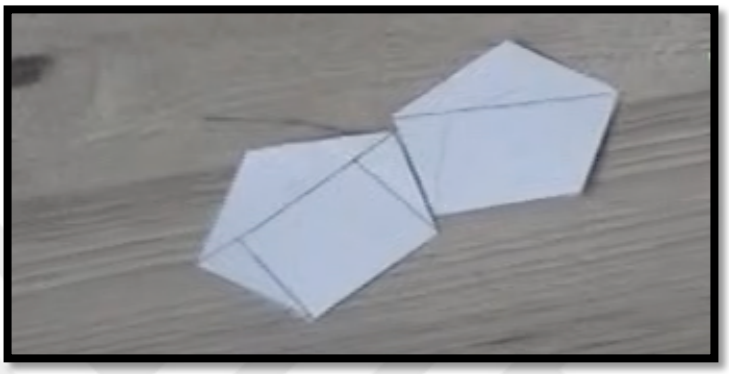
3.2.11. Etkinlik 10: Beşgen parçalama

Bu etkinlikte amaç bir önceki etkinlikte üç boyutlu materyal ile kazandığı deneyimleri kâğıt-kalem materyal ile de yapabilmesi; şekil oluşturma ve şekil parçalama stratejilerini kullanırken kurduğu zihinsel yapısını ortaya çıkarılabilmesidir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.20.'de özetlenmiştir

Tablo 3.20. *TÖYH 2 – Etkinlik 10'a Ait Bulgular*

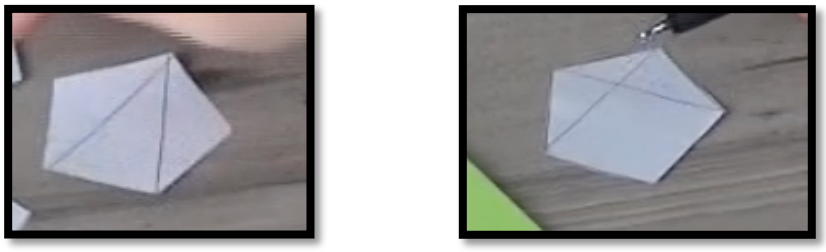
Hedef: Geometrik şekilleri köşegen yardımıyla parçalama			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Kartondan beşgenler ile; • Şekli köşegen kullanarak parçalara ayırma	• Deneme-yanılma yöntemine odaklanma • Köşegen yerine herhangi bir doğru parçası ile şekli parçalama	Önceki deneme-yanılma stratejilerini bir sonrakine aktarmasını sağlama	• İkinci görevde zihinde canlandırma • Beşgeni eş şekiller olacak şekilde parçalama ve eşliği ifade etme • Şekli oluşturan parçaların özelliklerinde ölçme kullanma

Bu etkinlik kapsamındaki ilk görevde Tuna'dan bir beşgeni köşegenleri boyunca keserek dörtgen ve üçgen oluşturması istenmiştir. Tuna ilk olarak Görsel 3.60'da verilen ilk şekli görevde belirtilen köşegenden parçalama durumuna dikkat etmeden deneme-yanılma ile parçalamış üçgenler ve bir dörtgen oluşturmuştur. İkinci şekilde ise çizdiği doğru parçasının köşegen olmadığı araştırmacı tarafından hatırlatıldığında biraz daha deneyerek görevi başarı ile tamamlayabilmiştir.



Görsel 3.60. *TÖYH 2- Etkinlik 10 öğrencinin beşgeni parçalaması*

Etkinliğin devamında Tuna'dan beklenen yine beşgeni köşegenleri boyunca keserek yalnızca üç tane üçgene parçalamasıdır. Tuna ilk olarak Görselde 3.61'de (sol) verilen ilk parçalamayı yapmıştır. Ama araştırmacının buradaki istenilenden farklı şekiller oluşmasına da dikkat çekmesi üzerine denemeye devam etmiştir. Şekilleri parçalama aşamasında çoğunlukla deneme -yanılma stratejisine yönelmiş ancak aynı şekil üzerinden sorulan sorularda (bu görev için beşgen) bir önceki deneme yanılmadan çıkardığı sonuçları yansıtabilmiştir. Sonraki denemesinde tek köşeden çıkan iki köşegenle görselde görüldüğü gibi görevi tamamlayabilmiştir. Parçalama sonrası oluşan şekiller sorulduğunda ise Tuna üç üçgenin ikisinin eş üçgenler olduğunu ifade edebilmiştir. Verilen kartondan beşgenler düzgün beşgen olduğundan bu ifade doğrudur. Önceki öğrenmelerinde ortaya çıkan üçgen çeşitleri farkındalığını bu etkinliğe de yansıtabilmiştir. Sonrasında beşgenin köşegenlerinden parçaladığında kare oluşturup oluşturamayacağı sorulmuştur, Tuna bu görevde de deneme yanılma stratejilerine devam etmiş ancak görevi tamamlayamamıştır.



Görsel 3.61. *TÖYH 2- Etkinlik 10 öğrencinin beşgeni parçalaması*

3.2.12. Son değerlendirme etkinliği

Bu etkinliğin amacı oluşturulan TÖYH 2'nin şekil oluşturma ve parçalama bağlamında değerlendirilmesidir. Bu sebeple etkinlikte bir öncekine benzer şekilde kâğıttan hazırlanmış yeterli sayıda altıgen öğrenciye verilmiş ve bu altıgenleri sırasıyla;

- Altı adet üçgen,
- İki dikdörtgen ve dört adet üçgen,
- İki üçgen ve bir dikdörtgen oluşturacak şekilde parçalaması istenmiştir.

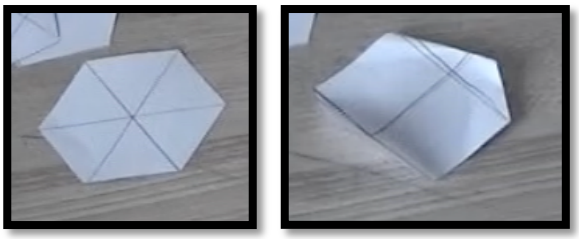
Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.21.'de özetlenmiştir**.**

Tablo 3.21. *TÖYH 2 – Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekilleri köşegen yardımıyla parçalama			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Kartondan altıgenler ile; • Şekli köşegen kullanarak parçalara ayırma	• Dörtgen-dikdörtgen karmaşası	Görevin ikinci kısmında zihninde canlandırmasını bekleme	• Sınırları belirleme çabası • Kenar odaklı birleştirme Köşeleri birleştirme

Tuna ilk görev olan altı adet üçgen oluşturma görevini kısa sürede tamamlamış (Görsel 3.62.) ve bu üçgenlerin de birbirine eş olduğunu "Bunların hepsi aynı." cümlesi

ile ifade etmiştir. İkinci görevinde köşegenleri çizdikçe oluşan şekilleri araştırmacı sormadan ifade etmiştir ve görevi dört üçgen ve iki dikdörtgene parçalayarak tamamlamıştır. Ayrıca bir sonraki görev olan iki üçgen ve bir dikdörtgene parçalama görevini de bu görevi yaparken tamamlamıştır.



Görsel 3.62. *TÖYH 2- Son değerlendirme etkinliği- öğrencinin altıgeni parçalaması*

Bu etkinlikte Tuna'nın zihninde oluşturduğu planı daha aktif bir şekilde yansıtabildiği ve tek denemede genellikle görevi tamamladığı söylenebilir. Bu da şekilleri parçalama düzeylerinde zihinsel gelişimini destekler niteliktedir. TÖYH2 nin son etkinliği olarak tasarlanan bu etkinlikte sadece etkinliklerin sıralanması konusunda değişim gerektiği düşünülmüştür.

3.2.13.Tuna'nın Soyutlama Mekanizması- TÖYH 2

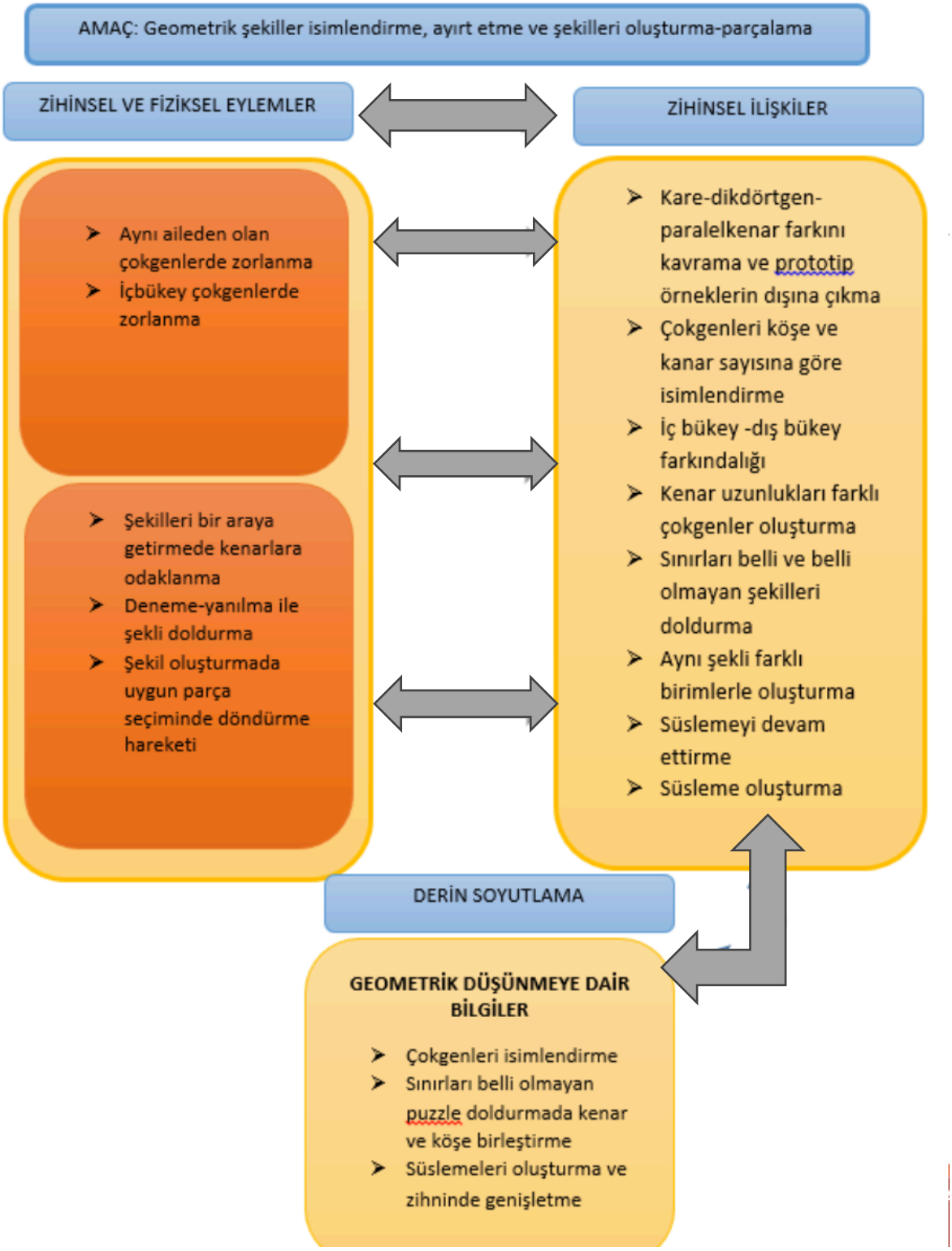
Piaget, öğrenme için yeterliği ön şart olarak kabul etmektedir. Bu ilkeden hareketle öğrencilerin şekilleri tanımaları ve ayırt edebilmeleri için günlük hayattan görsellerde şekilleri ayırt etme konularında yeterli derecede gelişmiş olmaları gerektiği düşünülmüştür. Bu nedenle öğrencilerle ön klinik görüşme yapılarak bu noktalardaki yeterlikleri ve eksiklikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerde tespit edilen eksikliklerden dolayı TÖYH çerçevesinde bu amaçlara yönelik ders planları düzenlenmiş ve dört TÖYH döngüsü bu prensiple ilerlemiştir.

Piaget'e göre, öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. TÖYH 2 öğretim sürecinde de geometrik şekilleri tanımaya, ayırt etmeye, şekil oluşturmaya, parçalamaya ve köşegen çizmeye yönelik etkinlikler ve bu etkinliklerdeki eylemler, zihinsel sürecin ilerleyişi düşünülerek oluşturulmaya çalışılmıştır. Etkinlikler; önce geometrik şekillerin tanınması ve isimlendirilmesi, sonra birbirlerine benzer özellikleri ve farklılıklarının ortaya çıkarılması, bu sonuçlarla şekillerin ayırt edilmesi daha sonra ise şekiller oluşturulması ve parçalanması olarak kurgulanmıştır. Son olarak da köşegen çizme ve köşegen yardımıyla şekilleri parçalamaya yönelik görevler kurgulanmıştır. Burada öğrenciden beklenen görevleri gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu deneyimlerden

sonra ise öğrenciden geometrik şekilleri ayırt etmesi, parçalaması ve oluşturması keşfetmesi istenmiş ve bilgilerin soyutlanması için planlama yapılmıştır.

Piaget'e göre bireyin düşüncelerini ve eylemlerini daha üst bir düzeyde ifade edebilmesi, kavramsal öğrenmeyi sağlayan önemli bir etkendir. Bu durumda öğrencinin geometrik şekillerin özelliklerini keşfettikten ve şekilleri birleştirip parçalayabildikten sonra geometrik şekilleri ayırt edebilmesi sonucundan birbiriyle olan ilişkilerini keşfetmelerindeki eylemlerini daha üst bir düzeyde düzenlediğini göstermektedir.

Piaget'e göre, öğrencinin içsel zihinsel yapılandırması sonucu oluşturduğu bilgi aktiftir. Bu aktif bilgiler, öğrencilerin öğrenme mekanizmasının çalışması ile ortaya çıkan bilişsel yapılardan meydana gelmektedir. Bu çalışmada da öğrenci, araştırmacı ile gerçekleşen klinik görüşmelerde aktif bilgisini ortaya koymuştur. Bununla birlikte de bu aktif bilgileri günlük hayat problemleri bağlamındaki etkinlikte de kullanabilmiştir. Öğrencinin bu aktif bilgileri, derin soyutlama düzeyinde yapılandırdıkları aşağıda soyutlama mekanizmalarında gösterilmiştir. Tuna'nın soyutlama mekanizması, Şekil 3.3.'te verilmektedir.



Şekil 3.3. *Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 2*

Şekil 3.3. ve döngünün başında kurulan hipotezler incelendiğinde; öğrencinin önbilgilerini kullanarak geometrik şekilleri tanıması ve isimlendirmesi, şekiller

oluşturması ve parçalaması, şekillerin köşegenlerini belirleyebilmesi, şekilleri oluşturan şekil parçalarının kenar özelliklerinin belirlenmesi durumları ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak Tuna, geometrik şekiller ve özelliklerine ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen tüm özellikler ve şekil oluşturma-parçalama ile bağıntılar kurduğu zihinsel ilişkileri derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

3.3. Öğretim Dizisi 3 (TÖYH 3)

Bu bölümde iki hafta süren öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizilerinin içeriği etkinlikler şeklinde sunulmuştur. Etkinlikler ve görevler öğretim dizisinin hedefleri ile eşleştirilmeden önce taslak hipotezler aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur.

Bu öğretim dizisinde;

- Öğrencinin önbilgilerini kullanarak günlük hayatta simetrik ve simetrik olmayan şekil ve yapıları fark etmesi,
- Geometrik şekilleri çeşitli yöntemlerle simetrik parçalara ayırabilmesi,
- Simetri doğrusunu fark edebilmesi ve çizebilmesi,
- Eşlik ve simetri ilişkisini kavrayabilmesi,
- Simetrik şekiller oluşturabilmesi amaçlanmıştır.

Tablo 3.22'de kinci öğretim dizisinin bu amaç ve hipotezlere dayalı öğrenme süreci sunulmuştur. Tabloda verilen amaçlar ile etkinlikler eşleştirilmiş ve hangi etkinliğin hangi bilginin temelini destekleyeceği belirtilmiştir.

Tablo 3.22. *TÖYH 3 Süreci*

• **Düzgün ve düzgün olmayan geometrik şekilleri iki eş parçaya ayırma**	**İp baskısı ile;** • Simetrik yapıyı ve eşliği fark etme • Simetri doğrusunu fark etme
	• **Katlama yöntemi ile,** Şekilleri iki eş parçaya ayırma
• **Simetri doğrusunu belirleme ve çizme**	• **Yağlı kâğıtta hazırlanmış geometrik şekillerle;** • **İki eş parçaya ayırma** (eşliklerin incelenmesi) • **Katlama çizgisine vurgu yapma** (simetri doğrusunun fark edilmesi)
	Yağlı kâıtta hazırlanmış şekillerde; • Simetrik ve simetrik olmayan şekilleri fark etme • Simetri doğrularını çizme • Birden fazla simetri doğrusu olanları fark etme
	Geometrik şekillerde, • Simetrik ve simetrik olmayan şekilleri fark etme
• **Simetrisini çizme ve simetrik parçalara**	**Geometrik şekilleri parçalama;** • Şekilleri simetri doğrusuna göre tamamlama

ayırma	• Şekilleri simetrik parçalama

Bu öğretim dizisinin genel amaçları;

- Simetri, eşlik ve simetri doğrusu kavramlarını öğrenme,
- Geometrik şekillerin simetriğini oluşturma ve şekilleri simetrik olacak şekilde parçalama.

Öğretim sürecinde gerçekleştirilen birebir öğretim uygulamaları ve bu çalışmaların sonucunda öğrencinin ulaştıkları sonuçlar etkinlikler çerçevesinde gerçekleştiğinden iki haftalık öğretim dizilerine ilişkin bulgular dört etkinlik başlığı altında sunulmuştur**.**

3.3.1. Önbilgilerin ortaya çıkarılması

Öncelikle Tuna ile ön görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencinin simetri kavramında yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır. Ön klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda simetri kavramı için ön şart olan eşlik kavramının tanınmasına dair elde edilen bulgular sunulmuştur.

Tuna'ya günlük hayatta sıklıkla kullanılan geometrik şekillerin görsel temsilleri sunularak bu şekilleri tanıması ve çevresinde bir eşini bulması istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.23.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.23. *TÖYH 3- Önbilgi Testine Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekillerde eşliği fark etme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Şekilleri materyal yardımıyla eşleştirme		Görevin ikinci kısmında zihninde canlandırmasını bekleme	• Şekilleri eşleştirmede renklerine odaklanma • Çakıştırma yöntemi ile eşliği fark etme
			• Biçimsel Benzetme ➢ Kenarları eşleme ➢ Kenar sayısının eş olmasını sağlamadığını fark etme

TÖYH 3 dizisi planlanırken Tuna'nın etkinliklere başladığında geometrik şekilleri isimlendirme ve eş olanları fark etme bilgisine sahip olması beklenmektedir. Bu bilgileri yoklamak için Tuna'ya yapılan ön-test sonucunda şekilleri isimlendirmede sıkıntı yaşadığı ve eşleştirmede genellikle çakıştırma yöntemi ile eşlikten emin olduğu söylenebilir.

T: Bunlar hep aynı çünkü üst üste koyuluyor. Bunlar da başka türlü dörtgen hem renkleri aynı hep de üst üste geliyor.

A: Nasıl emin oluyorsun eşlikten?

T: Birleştirerek oluyor.

A: Birleştiremeseydin bunları kağıtta çizilmiş halde verseydim nasıl anlardın?

T: Dört kenarlı, dört köşeli olmasından anlardım.

A: Peki dört kenarlı dört köşelilerin hepsi eş midir o zaman?

T: Evet (Tereddüt ediyor). Yok olmayabilir mesela bunla bu eş değil sadece ikisi de dörtgen (dikdörtgen ve yamuktan birer tane eline alıyor).

A: Peki, o zaman eş olması için ne olması gerekir.

T: Tam olarak aynı kenarları olmalı ölçerek de anlayabilirim.

Burada dikkat edilen nokta öğrencinin şekillerin özelliklerini kavrayabilme ve eşliği ifade ederek simetri, simetri doğrusu kavramlarına hazır olup olmadığını tespit etmektir. Tuna simetri, eşlik ilişkisini keşfetmeye hazır gözükmektedir. Öğrencilerin matematiksel etkinlikler yoluyla kavramları soyutlayabilmesi mevcut bilgileri üzerine

kurulan hedeflere bağlıdır. Elde edilen bulgular sonrasında bir sonraki etkinlikte soyutlamanın temelini oluşturacak şekilde tasarlanmıştır.

Öğrenci daha önce karşılaştığı şekillerden eş olanları tespit ederken renklerine bakmaya ve çakıştırma yöntemini kullanmayı tercih etmiştir. Ancak renklere odaklanmaması gerektiği araştırmacı tarafından geometrik özellikler vurgulanarak ortaya çıkarılmıştır. Ayrıca iki simetrik yamuğun birleştirilmesi ise oluşan altıgene eş bir altıgen bularak bu iki şekli de eşleştirebilmiştir. (Görsel 3.63.) Bu bulgu da bir önceki döngüdeki bilgilerini buraya yansıtabilmesi ve simetri kavramıyla ilgili soyutlamaya hazır olduğunun göstergesidir.

Görsel 3.63. *TÖYH 3- Ön bilgi etkinliği – öğrencinin eşleştirmesi*

Tuna etkinlik sırasında tesadüfen eş iki yamuğu farklı konumda yerleştirdiğinde yani daha önceki fiziksel aktivitelerinde kullandığı çakıştırmayı yapmadığında araştırmacı tarafından eşlik tekrar sorgulanmıştır. Tuna ilk önce "Biri bu tarafa biri bu tarafa bakıyor eş değil." ifadesini kullanmış, ancak eşliğin konumdan bağımsız olduğunu fark ettiğinde "Evet bunlarda eş" diyebilmiştir. Nitekim bu durum Tuna'nın şekillerin eşliğinde kenar ve açı özelliklerine dikkat ettiğinin göstergesidir. TÖYH 3 dizisinde yer alan etkinliklerin sıralanmasında bu bulgu dikkate alınmıştır.

3.3.2. Giriş etkinliği: İp baskısı

Bu etkinlikte amaç, önceden farklı bir derste gerçekleştirilen ip baskısı etkinliği vasıtası ile simetrik yapının ve katlama çizgisi olan simetri doğrusunun fark edilmesidir. Etkinlikte, öğrenciye materyal olarak ip ve çeşitli renklerde parmak boyası verilmiştir. Ardından bu iple ve boyalarla bir ip baskısı yapması istenmiş baskı sonucunda dikkatini çeken şeylerin neler olduğu sorulmuştur. İp baskısını yaparken özellikle katlama çizgisini öğrencinin kendisinin oluşturmasına dikkat edilmiş neler düşündüğü de

sorgulanmıştır. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.24.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.24. *TÖYH 3- Giriş Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Simetrik olma, eşlik ve simetri doğrusu fark etme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
İp baskısı yöntemi ile; • Simetrik resim yapma • Eşlikleri ifade etme • Katlama çizgisinin rolünü vurgulama	• Sadece dikey simetri doğrusuna odaklanma • Katlama çizgisi resmin içinde olduğunda simetrik olmadığını düşünme	Simetride eşlik vurgusu Simetri doğrusuna eş uzaklıktaki şekillerin renklerini vurgulama	• Eşlikleri fark etme • Parçadan bütüne girme • Simetrik yapıyı fark etme Kareyi oluşturan iki ikizkenar üçgeni fark etme • Katlama çizgisinin rolünü anlama
			• Katlama çizgisi simetri doğrusu ilişkisini kavrayamama

Tuna ilk baskısında kâğıdın yarısını iple boyamış katlamayı tam ortadan dikey şekilde katlayarak yapmıştır. Bu baskıda çizginin sağında ve solunda yer alan görsellerin eşliğini ifade etmiştir. Görsel 3.64'te verildiği gibi şekli değerlendirirken katlama çizgisine olan uzaklıklara dikkat çekilmiştir. Bu konuda araştırmacı ile Tuna arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir.

A: Burada katladığın yer ve oluşan resimle ilgili neler söyleyebilirsin?

T: Resimlerin ikisi de aynı mesela şuradaki renkli yerin aynısı burada da var.

A: Peki bu aynı renkli dediğin yerler nerede duruyor?

T: İkisi de eşit yerde duruyor.

A: Eşit derken ne demek istedin, neye /nereye göre eşit?

T: Bu katladığım yeri kapatırsam üstü üste gelirler, yani oraya göre eşit.

Görsel 3.64. *TÖYH 3- Giriş etkinliği öğrencinin ilk ip baskısı*

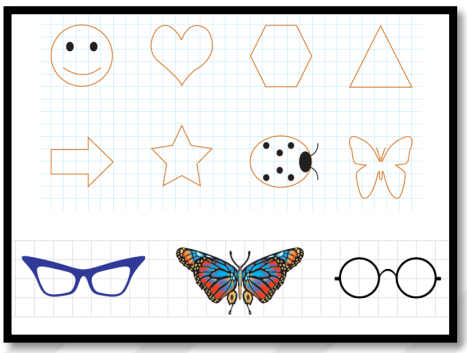
İkinci katlamasında ise sayfanın tamamını kapsayacak bir resim oluşturup Görsel 3.65.'te olduğu gibi iple kesişecek bir katlama yapmıştır. Burada simetri doğrusunun şekille kesişmesi zihninde karmaşaya yol açmış ve simetrik veya eş olmadığını düşündürmüştür. Araştırmacı renklere dikkat çektiğinde eşlikleri fark edebilmiştir. Burada şekli bir bütün olarak değil parça parça incelemiş ve eşlikleri o şekilde fark etmiştir. Büyük resmin parçalarını nesnelere benzeterek "Bu göze benzeyen şeyin aynısı burada da var." şeklinde ifadeler kullanmıştır. Burada eş uzaklıkta ifadesi kullanmamış ancak katlama çizgisine olan uzaklıkların eş olduğunun farkında olduğu söylenebilir.

Görsel 3.65. *TÖYH 3- Giriş etkinliği öğrencinin ikinci ip baskısı*

Etkinliğin sonunda öğrencide var olan bilgiler ortaya çıkarılmış; simetri kelimesine aşina olduğu zaman zaman yerine yansıma ifadesi kullandığı, eşlikle olan ilişkisini ifade edemese de bildiği söylenebilir. Ancak simetri doğrusu ile ilgili yalnız dikey olacağı konusunda bir yanılgısının olduğu etkinlik sırasında araştırmacının sorgulamasıyla ortaya çıkarılmıştır. Katlama çizgisi resimle kesiştiğinde simetrik olmadığını düşünmesi ve simetrik parçaları yardımla bulması, simetri doğrusunun şekille kesiştiği durumlarda zorluklar yaşayabileceğini düşündürmüştür. Bu sebeple TÖYH 3'te yer alan buna yönelik etkinliklerde örnekler çoğaltılmıştır.

3.3.3. Etkinlik 1: İki eş parçaya ayırma

Bu etkinlikte amaç, simetrik ve simetrik olmayan şekilleri fark etmesi ve şekilleri eş iki parçaya ayırdığında ayırdığı bu çizginin simetri doğrusu olduğunu görmesidir. Bu farkındalık için günlük hayattan simetrik olan ve olmayan görseller kağıtlara çizilerek verilmiştir. (Görsel 3.66). Tuna'dan bu nesnelerin görselleri herhangi bir yöntem söylemeden iki eş parçaya ayırması istenmiştir.



Görsel 3.66. *TÖYH 3- Etkinlik 1 çalışma kağıdı*

Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.24.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.24. *TÖYH 3- Etkinlik 1'e Ait Bulgular*

Hedef: Simetrik olma, eşlik ve simetri doğrusu fark etme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler	Zihinsel Süreçler
Katlama yöntemi ile eş parçalara ayırma; • Kenarları çakıştırma • Köşeleri çakıştırma Simetri doğrusu belirleme; • Eş şekillere ayırarak • Görsel çakıştırma ile	• Bir şeklin tek bir simetri doğrusunun olduğunu düşünme	• Eşliği çakıştırma ve katlama ile anlatma ➢ Kenar ve köşe çakıştırma • Kat çizgisinin vurgulanması • Simetrik şekillerde eş şekillere ayırma ile simetri doğrusunu bulma, ➢ Dikey yönlü simetri doğrusu • Simetrik olmayan şekillerde görsel çakıştırma ile kontrol • Birden fazla simetri doğrusu oluşturma

Birden fazla simetri doğrusu olabileceğini vurgulama

Tuna öncelikle makas kullanmak istemiş ancak emin olmadan kesmemek için katlayıp çakıştırma yapabileceği aklına gelmiştir. Bir önceki etkinlikte olduğu gibi çakıştırma yöntemini en doğru ve güvenilir yöntem olarak görmektedir. Eline aldığı nesne görsellerini önce katlamayı denemiş katlayabildiyse eş olduğunu katlayamıyorsa eş olmadığını ifade etmiştir. Bu ifadeleri kullanırken bazen eş/eş değil kelimeleri yerine simetrik/simetrik değil ifadelerini de kullanmıştır. Tuna etkinliğin tamamındaki şekillerin iki eş parçaya ayrılıp ayrılamayacağını katlama yöntemi ile keşfettikten sonra araştırmacı ile aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

A: Peki bazı şekillerde eşlik olmaz dedin olanları da bir araya getirdin.

T: Evet onları katlayınca fazlalığı var, tam olmuyor.

A: Bu eş parçaya ayırabildiklerini sadece bu yöntemle mi ayırabilirsin?

T: Yok başka türlü de katlarım mesela bunu böyle de olur.

A: Peki bu katladığın çizgi ile ilgili ne söylersin?

T: Çizgi sayesinde iki parça simetrik oluyor. Çizgi olmazsa simetrik olup olmadığını anlayamam.

A: Simetrik ne demek eş parçaya ayırmakla aynı şey mi?

T: Evet aynı aslında ikisi de üst üste koyunca anlaşılıyor.

Bu diyalogdan sonra birden fazla katlama çizgisi olanların birden fazla simetri doğrusu olduğu vurgulanmıştır. Daha sonra eşlik ve simetri kavramlarının birebir aynı olarak soyutlanmaması için araştırmacı bir sonraki etkinliğe ara vermeden geçmiştir.

3.3.4. Etkinlik 2: Yağlı kâğıt

Bu etkinlikte amaç, bir önceki etkinlikte oluşturduğu eşlik kavramı ile simetri kavramını ayırt edebilmesini sağlamaktır. Bu amaç doğrultusunda uygun geometrik şekiller (farklı türde üçgenler, beşgen, altıgen ve dörtgenler) yağlı kâğıt kullanılarak oluşturulmuş ve Tuna'dan katlama ile simetrik iki parça oluşturması istenmiştir. Yağlı kâğıdın materyal olarak seçilmesi kâğıdın yarı şeffaflık özelliği ile ilgilidir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.25.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.25. *TÖYH 3- Etkinlik 2'ye Ait Bulgular*

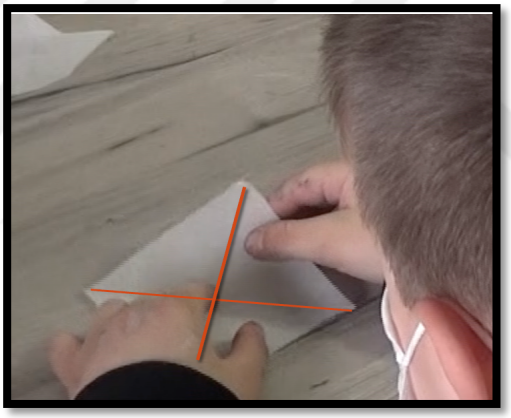
Hedef: Simetrik olma, eşlik ve simetri doğrusu fark etme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
Katlama yöntemi ile eş parçalara ayırma; • Kenarları çakıştırma • Köşeleri çakıştırma Simetri doğrusu belirleme; • Eş şekillere ayırarak • Görsel çakıştırma ile	• Simetrik yapıyı fark etmeme • Bir şeklin bir simetri doğrusunun olduğunu düşünme	Birden fazla simetri doğrusu olabileceğini vurgulama Köşegeni simetri doğru olan şekillerin üzerinde durma	• Eşlikleri fark etme ➢ Kenarları çakıştırma (düzgün altıgende) ➢ Köşeleri çakıştırma (üçgende) • Ardışık katlama ile eş şekil oluşturma • Katlama çizgisi simetri doğrusu ilişkisini kavrama • Birden fazla simetri doğrusu oluşturma ➢ Dikey, yatay ve eğik simetri doğrusu (kare) ➢ Dikey, yatay simetri doğrusu (dikdörtgen) ➢ Köşegenlerin simetri doğrusu olduğu şekilleri ayırt etme

Bu etkinlik bir önceki etkinliğin devamı niteliğinde olup farkı önceki etkinlikte kullanılan günlük hayat nesnelerinin görselleri yerine geometrik şekillerin kullanılmasıdır. Bu fark ile geometrik şekillerde simetri doğrularını bulabilmesi, simetrik olmayanları tespit edebilmesi, birden fazla simetri doğrusuna sahip şekilleri ayırt edebilmesi ve simetri doğrusunun farklı yönlerini keşfedebilmesi beklenmiştir. Tuna etkinlikteki şekilleri önüne yerleştirildiğinde ilk olarak çokgenleri incelemiş ve katlayarak simetrik şekiller oluştuğunu göstermiştir. Hemen sonra ardışık katlama yaparak şekillerin köşelerini çakıştırmıştır. (Görsel 3.67.) Tuna ardışık katlamalar yaparak çakışan eş şekilleri göstermiş daha sonra eline aldığı karede dört farklı simetri doğrusu olduğunu katlayarak göstermiştir.

Görsel 3.67. *TÖYH 3- Etkinlik 2 öğrencinin köşeleri çakıştırarak gösterdiği simetri doğruları*

Araştırmacı sonraki aşamada dikdörtgeni sorduğunda verdiğinde ise önce kareyle aynı olacağını ama katlayınca sadece iki tane simetri doğrusu olduğunu Görsel 3.68'de gibi göstererek söylemiştir. Tuna köşegen üzerinden katlamaya çalıştığında simetrik olmadığını söyleyebilmiştir.



Görsel 3.68. *TÖYH 3- Etkinlik 2 öğrencinin dikdörtgende gösterdiği simetri doğruları*

Bu etkinlikte daha fazla vurgulanması beklenen eşlik ve ardından simetri doğrusuna uzaklık yeterince vurgulanamadığından bir sonraki etkinlikte kâğıt üzerinde simetri doğrusu bulması beklenmiştir.

3.3.5. Etkinlik 3: Simetri Doğrusu

Bu etkinlikte amaç öğrencinin k**âğıt-kalem etkinliği olarak verilen şekillerin** simetri doğrularını belirleyebilmesidir. Bu amaçla öğrenciye farklı harf görsellerinin çizili olduğu bir çalışma yaprağı (Görsel 3.69.) hazırlanmış ve simetri doğrularını bularak yorumlaması istenmiştir.

Görsel 3.69. *TÖYH 3- Etkinlik 3 çalışma yaprağı*

Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.26.'da özetlenmiştir**.**

Tablo 3.26. *TÖYH 3- Etkinlik 3'e Ait Bulgular*

Hedef: Simetri doğrusu çizme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Simetri doğrusu çizme Birden fazla simetri doğrusu olanları ayırt etme	• Bir şeklin bir simetri doğrusunun olduğunu düşünme	Şeklin birden fazla simetri doğrusunun olabileceğinin hatırlatılması	• Simetri doğrusu oluşturmada eşikten yararlanma • Eş uzaklık kontrolünü cetvel ile yapma • Dikey, yatay simetri doğruları oluşturma

Tuna bu kez katlama yapamayacağını söyleyip cetvel kullanmak istediğini söylemiştir. Cetveli ilk olarak sadece dikey simetri doğrusu oluşturmak için kullanmış herhangi bir ölçme yapmamıştır. Ancak etkinlikteki ilk görsel olan "N" harfinde dikey simetri doğrusu oluşturduktan sonra araştırmacı ile arasında geçen diyalog aşağıda verilmiştir:

A: Çizdiğin çizginin simetri doğrusu olduğundan emin misin? (Görsel 3.70)

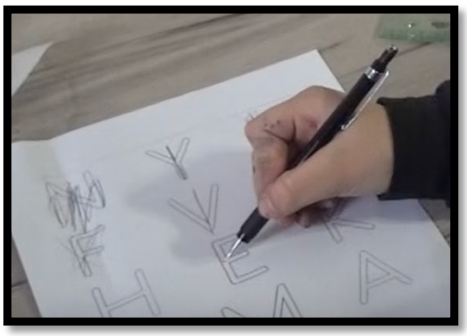
T: Evet ama katlasaydım bir düşüneyim (kağıdı katlıyor). Yok üst üste gelmedi.

A: O zaman bu çizgi simetri doğrusu oldu mu?

T: Yok olmamış.

A: Peki başka simetri doğrusu var mı?

T: Bence bunda yok o zaman, olmuyo böyle de çizsem (yatay simetri doğrusu çizmeyi deniyor.)



Görsel 3.70. *TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları*

Tuna'ya aynı durumun L ve Z harflerinde de geçerli olduğunu söyleyebilmiştir. Diğer harflerde ise yatay ya da dikey simetri doğrularını çizebilmiştir. H harfinde ise hem yatay hem dikey simetri doğrusu çizebilmiştir.

3.3.6. Etkinlik 4: Köşegen

Öğrenciden daha önceki yağlı kâğıt etkinliğinde şekillerin somut hâlde verilen ve simetri doğrularını katlama yöntemiyle belirlemesi beklenmişti. Bu etkinlik ise kâğıt-kalem etkinliği olarak tasarlanmış kâğıtta verilen geometrik şekillerin köşegen olan simetri doğrularını belirlemesi beklenmiştir. Amaçlanan daha önceki öğrenme döngülerinde öğrendiği köşegen kavramı ve simetri kavramını birleştirerek soyutlama yapabilmesidir. Bu yüzden etkinlikte verilen şekiller; kare, dikdörtgen, altıgen şeklinde sıralanmıştır. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.27.'de özetlenmiştir**.**

Tablo 3.27. *TÖYH 3- Etkinlik 4'e Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekillerde simetri doğrusu belirleme

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler	Zihinsel Süreçler
Kağıt- kalem etkinliği ile; • Farklı simetri doğrularını çizme • Simetri doğrusuna eş uzaklıkları fark etme	Birden fazla simetri doğrusu olabileceğini vurgulama	• Simetri doğrusu olan köşegenleri belirleme • Kare ve dikdörtgen ayrımı Kenar sayısının çift veya tek olmasını yorumlama • Çift kenar sayısı çokgenlerde simetri doğrusu köşegeni çizme • Tek kenar sayısı olan çokgenlerde eş parçaları belirleme

Tuna kare için önce dikey bir simetri doğrusu çizmiş ancak araştırmacının bu doğrunun köşegen olup olmadığını hatırlatmasıyla çizdiği doğruyu silerek köşegeni çizmiştir. Tuna bu köşegenin simetri doğrusu olduğundan tereddüt etmemiştir. Dikdörtgende ise hemen köşegenin simetri doğrusu olmayacağını belirtmiştir. Tuna'nın fiziksel eylemi bir önceki etkinliklerden yansıtma yapabildiğinin göstergesidir. Düzgün altıgendeki köşegeni çizerken de zorlanmamış birden fazla simetri doğrusunu çizebilmiştir. Bunu yaparken bir yandan da "beşgen ve yedigende olmaz bence" ifadesini kullanmıştır.

A: Beşgen ve yedigende neden olmadığını düşündün.

T: Onlar altıgen gibi değil katlarsam üzerine gelmez.

A: Nereden katlamayı düşündün?

T: Şöyle köşegen gibi aslında böyle katlarsam oluyor ama köşegen olmuyor. (Düzgün beşgende dikey simetri doğrusunu gösteriyor.)

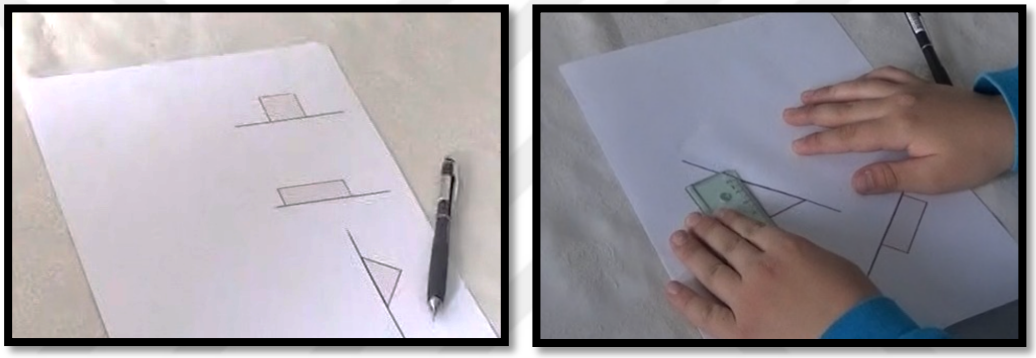
A: Anladım simetrik olması köşegenle olmuyor. Peki köşegenden çizdiğinde olmadığını nasıl emin oldun?

T: Mesela şuradan katladım aslında aynı parça ama simetrik değil.

Bu diyalogdan yola çıkarak simetri kavramında simetri doğrusunun rolü simetri doğrusuna olan uzaklıkların eş olması ve eşlik-simetri ilişkisini öğrencinin zihninde kurduğu söylenebilir.

3.3.7. Son değerlendirme etkinliği: Şeklin simetriğini alma

Bu etkinlikte amaç verilen simetri doğrularına göre şekillerin simetrilerini oluşturabilmektir. Bu amaçla verilen Görsel 3.71'deki şekiller öğrenciye sırayla sunulmuştur.



Görsel 3.71. *TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları*

Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.28.'de özetlenmiştir**.**

Tablo 3.28. *TÖYH 3- Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Geometrik şekillerde simetri doğrusuna göre şekli tamamlama

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**
Kağıt- kalem etkinliği ile; • Farklı simetri doğrularına göre şekli tamamlama • Simetri doğrusuna eş uzaklıkları fark etme • Simetri bakımından tüm şekli yorumlama Üç boyutlu yapboz etkinliği ile; • Farklı simetri doğrularına göre şekli tamamlama • Simetrik yapılar oluşturma	• Dikey ve yatay simetri doğrusuna yatkınlık • Simetri doğrusuyla kesişen şekillerde zorlanma Simetri doğrusu ve eşlik ilişkisinin hatırlatılması Her çizimden sonra simetrik şekli yorumlatma Üç boyutlu materyal ile yorumlama	• Simetri doğrusu bakımından tüm şekli yorumlama • Referans noktası belirleme • Üçgende yardımcı dikmeden yararlanma • Simetri doğrusu ile çakışık şekli tamamlama • Örüntüyü devam ettirme • Kendi oluşturduğu simetri doğrusuna göre şekli tamamlama

Tuna etkinlik kâğıdını eline aldıktan hemen sonra cetveli almış, kare ve dikdörtgenden başlayarak ölçüm yaparak şeklin doğruya göre simetriğini çizmiştir. Burada yaptığı eylemin simetri doğrularına uzaklıklarını ölçmek olduğu söylenebilir. Üçgende ise yardımcı dikme çizip üçgenin simetri doğrusuyla çakışık olmayan köşesinin simetriğini almıştır. Bu aşamada Tuna'nın bu eylemi iki bulguyu ortaya çıkarmıştır; Tuna simetrik şekillerin simetri doğrusuna olan uzaklığının eşit olması gerektiğini soyutlayabilmiş ve bir şeklin simetri doğrusuna göre her bir noktasının yansımasının alındığını fark edebilmiştir.

Etkinliğin ikinci aşamasında daha önceden aşina olduğu ahşap yap-bozun bir kısmı doldurularak verilmiştir ve kalan kısmı tamamlaması istenmiştir. Hazırlanan yapıların birisi dikey/yatay simetri doğrusuna birisi ise eğik simetri doğrusuna sahiptir.

Görsel 3.72. *TÖYH 3- Etkinlik 3 öğrencinin çizdiği simetri doğruları*

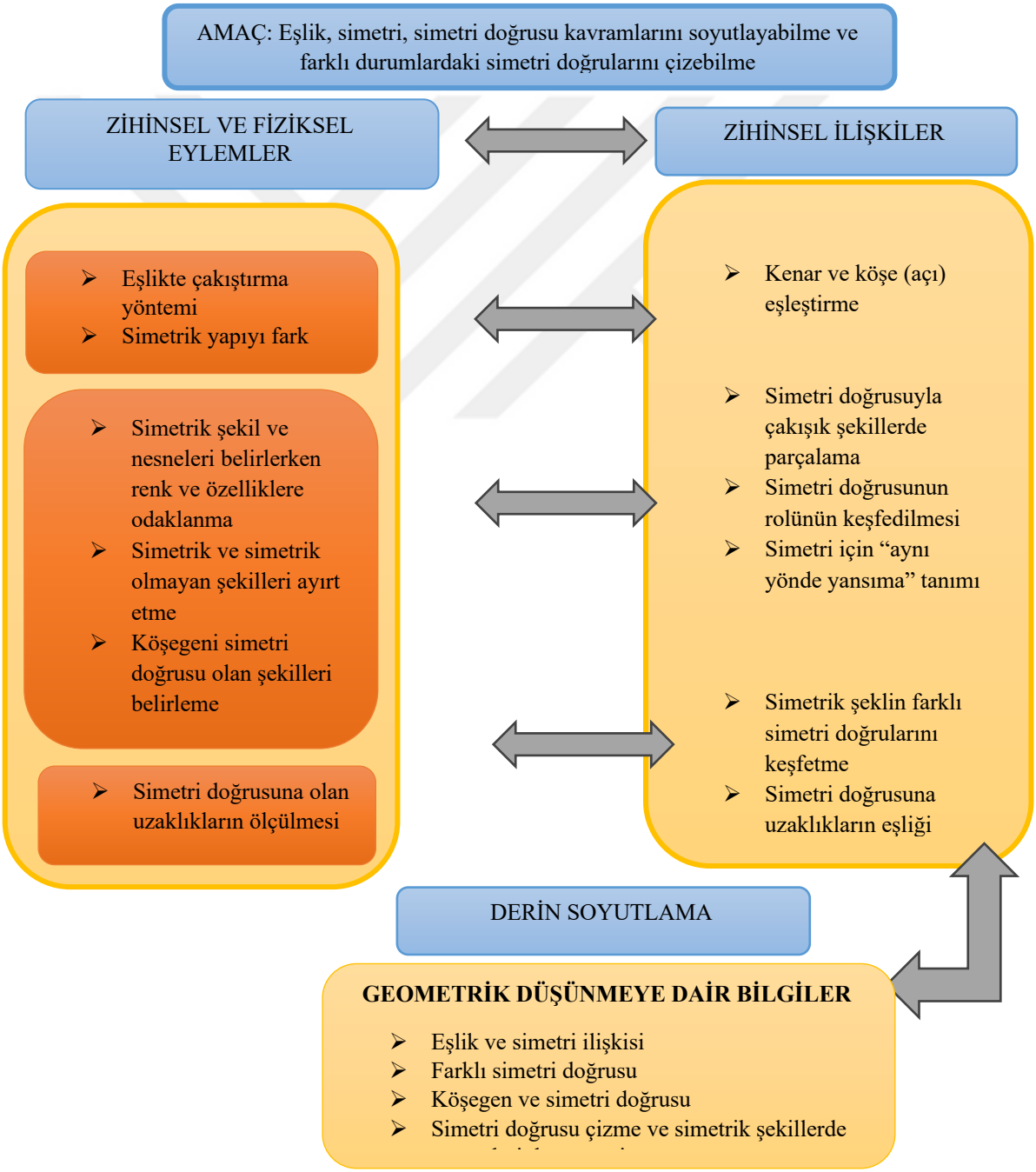
Tuna görsel 3.72'deki gibi her iki yapıyı da devam ettirebilmiştir. Bir önceki kâğıt kalem etkinliğine göre materyal kullandığında eğik simetri doğrusunu daha kolay yorumlayabilmiştir. Bu döngü sonunda materyal kullanımının, etkinliğin ilk görevi olarak verilmesi gerektiğine karar verilmiştir.

3.3.8. Tuna'nın soyutlama mekanizması/ TÖYH 3 değerlendirme

TÖYH 3 öğretim sürecinde de eşlik, simetri ve simetri doğrusu kavramlarının soyutlaması yapılmaya çalışılmıştır. Etkinlikler; önce simetrik yapılarda eşliğin fark edilmesi, sonra simetrik yapılarda simetri doğrusunun oluşturulması, bu sonuçlarla simetrik ve simetrik olmayan yapıların ayırt edilmesi olarak kurgulanmıştır. Son olarak da öğrenciden şekillerin simetriğini çizmesine yönelik görevi de gerçekleştirilmesi beklenmiştir. Bu deneyimlerden sonra ise öğrencinin simetri ve simetri doğrusu kavramlarını soyutlanması için planlama yapılmıştır.

Piaget'e göre bireyin düşüncelerini ve eylemlerini daha üst bir düzeyde ifade edebilmesi, kavramsal öğrenmeyi sağlayan önemli bir etkendir. Bu durumda öğrencinin eş yapıları keşfettikten sonra simetrik yapıları ve simetri doğrusunu ayırt edebilmesi sonucundan birbiriyle olan ilişkilerini keşfetmelerindeki eylemlerini daha üst bir düzeyde düzenlediğini göstermektedir.

Piaget'e göre, öğrencinin içsel zihinsel yapılandırması sonucu oluşturduğu bilgi aktiftir. Bu aktif bilgiler, öğrencilerin öğrenme mekanizmasının çalışması ile ortaya çıkan bilişsel yapılardan meydana gelmektedir. Bu çalışmada da öğrenci, araştırmacı ile gerçekleşen klinik görüşmelerde aktif bilgisini ortaya koymuştur. Bununla birlikte de bu aktif bilgileri günlük hayat problemleri bağlamındaki etkinlikte de kullanabilmiştir. Öğrencinin bu aktif bilgileri, derin soyutlama düzeyinde yapılandırdıkları aşağıda soyutlama mekanizmalarında gösterilmiştir. Tuna'nın soyutlama mekanizması, Şekil 3.4.'te verilmektedir.



Şekil 3.4. *Tuna'nın Soyutlama Mekanizması-TÖYH 3*

Şekil 3.4. ve döngünün başında kurulan hipotezler incelendiğinde; öğrencinin ve simetrik olmayan şekil ve yapıları fark etmesi, geometrik şekilleri simetrik parçalara ayırabilmesi, ssimetrik şeklin simetri doğrusunu çizebilmesi, eşlik ve simetri ilişkisini kavrayabilmesi, simetrik şekiller oluşturabilmesi amaçlanmıştır. Sonuç olarak Tuna, simetri ve simetri doğrusu ve eşlik ile zihinsel ilişkileri derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

3.4. Öğretim Dizisi 4 (TÖYH 4)

Bu bölümde iki hafta süren öğretim dizilerinden elde edilen bulgulara yer verilmiş, öğretim dizilerinin içeriği etkinlikler şeklinde sunulmuştur. Etkinlikler ve görevler öğretim dizisinin hedefleri ile eşleştirilmeden önce taslak hipotezler aşağıdaki biçimde oluşturulmuştur.

Bu öğretim dizisinde;

- Öğrencinin önbilgilerini kullanarak nokta kavramını fark etmesi,
- Geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açıyı kavrayabilmesi,
- Doğru parçasını çizgi modelleri ile oluşturması; yatay, dikey ve eğik konumlu doğru parçası modellerine örnekler vererek çizimlerini yapması,
- Temel geometrik kavramların birbiriyle ilişkisini keşfedebilmesi.

Tablo 3.29'da dördüncü öğretim dizisinin bu amaç ve hipotezlere dayalı öğrenme süreci sunulmuştur. Tabloda verilen amaçlar ile etkinlikler eşleştirilmiş ve hangi etkinliğin hangi bilginin temelini destekleyeceği belirtilmiştir.

Tablo 3.29. *TÖYH 4 süreci*

• Temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası ve ışını tanıma • Temel geometrik kavramların özellikleri ve birbiriyle ilişkisini kavrama	• **Ön bilgi etkinliği ile;** - Noktayı tanıma ve boyutsuz olduğunu fark etme - Doğru, doğru parçası ve ışını fark etme
	• **Materyal kullanımı ile;** - Nokta, doğru, doğru parçası kavramlarını somut materyalle gösterme (Giriş Etkinliği ve Etkinlik 1)
	• **Günlük hayat örnekleri ile;** - Geometrik kavramları eşleştirme (Etkinlik 2)
	• **Günlük hayat örnekleri ile;** - Açı ve özelliklerini kavrama

• Temel geometrik kavramlardan açıyı tanıma	(Etkinlik 3) • **Materyal kullanımı ile;** - Eş açı oluşturma (Etkinlik 4) • **Dinamik geometri yazılı desteği ile;** - Açı ve özelliklerini kavrama (Son değerlendirme etkinliği)

Bu öğretim dizisinin genel amaçları;

- Temel geometrik kavramları öğrenme,
- Temel geometrik kavramların birbiriyle ilişkisini kavramadır.

Öğretim sürecinde gerçekleştirilen birebir öğretim uygulamaları ve bu çalışmaların sonucunda öğrencinin ulaştıkları sonuçlar etkinlikler çerçevesinde gerçekleştiğinden iki haftalık öğretim dizilerine ilişkin bulgular yedi etkinlik başlığı altında sunulmuştur**.**

3.4.1. Ön Bilgilerin Ortaya Çıkarılması: Resimde Neler Görüyorsun?

Öncelikle Tuna ile ön klinik görüşmeler gerçekleştirilerek öğrencilerin yeterlikleri ve ön bilgileri belirlenmeye çalışılmıştır. Ön klinik görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda temel geometrik kavramları tanımasına ve kavramasına dair elde edilen bulgular sunulmuştur. Öğrenciye günlük hayatta karşılaştığı bir resim gösterilerek gördüklerini geometrik açıdan yorumlaması istenmiştir. (Görsel 3.73.) Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.30.'da özetlenmiştir**.**

Tablo 3.30. *TÖYH 4- Ön bilgi etkinliği bulguları*

Hedef: Nokta ve noktanın boyutsuz olduğunu fark etme		
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**
• Birden fazla noktayı keşfetme • Noktanın boyutsuz ifade etme • Doğru, doğru parçası, ışını fark etme	• Kavramların isimlerini ifade edememe	Sonsuzluk kavramının hatırlatılması • Parlak şekilleri nokta ile ilişkilendirme • Geometrik şekilleri ve isimleri fark e oğru, doğru parçası ve ışını fark etme

TÖYH 4 döngüsüne başlarken Tuna'nın geometrik cisim ve şekillerden bildiği köşe ve ayrıt kavramlarını bu aşamaya yansıtması beklenmektedir. Bu sebeple nokta ve doğru parçası kavramlarını ile ilgili bilgilere sahip olması beklendiğinden etkinliklere başlamadan önbilgi testi gerçekleştirilmiştir. Bu sebeple Tuna'nın verilen görselde yer alan yıldızları nokta, çıtaları doğru parçası olarak isimlendirmesi beklenen bir durumdur. Nitekim Tuna görselde yer alan yıldızları ve ateş böceklerini nokta olarak isimlendirmiştir. Elektrik direkleri ve ateşin üzerindeki çıtaları da çizgi olarak isimlendirmiştir. Henüz doğru parçası kavramını öğrenmediğinden bu isimlendirme beklendik bir durumdur. Ayrıca çadırı da üçgen prizma, ayı ise daire olarak isimlendirmiştir.

Görsel 3.73. *TÖYH 4- Ön bilgi etkinliği çalışma yaprağı*

Burada beklenen doğru isimlendiremese bile elektrik tellerinin sonsuza giden görüntüsü ve el fenerinden çıkan ışığın ışın kavramı ile eşleştirilmesidir. Tuna'nın elektrik telleri ve el fenerinin ışığı ile ilgili geometrik yorumlarına aşağıdaki diyalogda yer verilmiştir.

A: Geometrik kavramları düşünürsen başka neler görüyorsun bu resimde?

T: Çadırın üzerinde bir tane de üçgen var.

A: Evet geometrik şekil olarak üçgen de var. Peki nokta demiştin yıldızlara, sence el fenerinin ışığı ne olabilir?

T: Işık diyebilirim geometri değil ama.

A: Peki elektrik telleri için ne söylersin ışıkla bir benzerliği var mı? Farklılığı varsa nedir?

T: Var ikisi de gidiyor.

A: Nereye gidiyor?

T: Böyle uzuyor. (Eliyle gösteriyor.)

A: Sonsuz mu demek istedin?

T: Evet ikisi de sonsuz gidiyor gibi.

Tuna, önceki döngülerden yansıttığı üçgen prizma ve üçgen bilgilerini kullanmıştır. Doğru ve ışına örnek olarak yer alan görselleri fark etmiş ancak isimlendirme yapamamıştır. Sonsuzluğu fiziksel eylemleri ile göstermesi ancak ifade edememesi üzerine araştırmacı "sonsuz" kavramını hatırlatmıştır. Burada önemli olan doğrunun sonsuzluğu ve noktanın boyutsuz olduğunun farkında olup olmadığının belirlenmesi olduğundan elde edilen bulgular doğrultusunda bir sonraki etkinlik nokta kavramından doğru kavramına ulaşacağı şekilde tasarlanmıştır.

3.4.2. Giriş Ekinliği: Boncuk etkinliği

Bu etkinlikte amaç, öğrencinin verilen boncukların noktayı temsil etmesi ve noktaların doğrusal bir şekilde bir araya gelerek doğru oluştuğunu görmesidir. Bu farkındalık için Tuna'ya yeterli sayıda boncuk ve onları doğrusal olarak bir araya getirebileceği şeffaf bant verilmiştir. Tuna'dan bu boncukları bir araya getirmesi ve incelemesi istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.31.'de özetlenmiştir**.**

Tablo 3.31. *TÖYH 4- Giriş Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Nokta, doğru ve doğru parçası kavramlarını tanıma		
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**	**Zihinsel Süreçler**
Boncuklar yardımı ile; • Noktaları fark etme • Noktalardan doğruya ulaşma • Doğrudan yola çıkarak doğru parçasını keşfetme • Doğrudan yola çıkarak ışını keşfetme	-Yardımcı materyal (cetvel) ile destekleme -Kavramların isimlerini söyleme	• Noktalardan doğru elde etme • Sonsuzluk vurgusu • Simetri doğrusu ile ilişkilendirme Doğrudan doğru parçası elde etme • Kısa doğru olarak isimlendirme • Temel özelliklerini vurgulama • Doğrudan ışın elde etme ➢ Sonsuzluk vurgusu

Bu etkinlikte verilen boncukları Tuna, cetvel yardımıyla doğrusal bir şekilde bir araya getirmiş sonra üzerine şeffaf bantı yapıştırmıştır. (Görsel 3.74) Tuna aslında daha boncukları dizmeye devam edebileceğini söylediğinde sonsuzluk vurgusunu yapabilmiştir. Araştırmacı bu özellikleri taşıyan geometrik kavramın ne olduğunu sorduğunda aşağıdaki gibi diyalog gerçekleşmiştir.

A: Sence bu yaptığımız model hangi geometrik kavramı temsil ediyor olabilir? Daha önce karşılaştığın bir şeye benziyor mu?

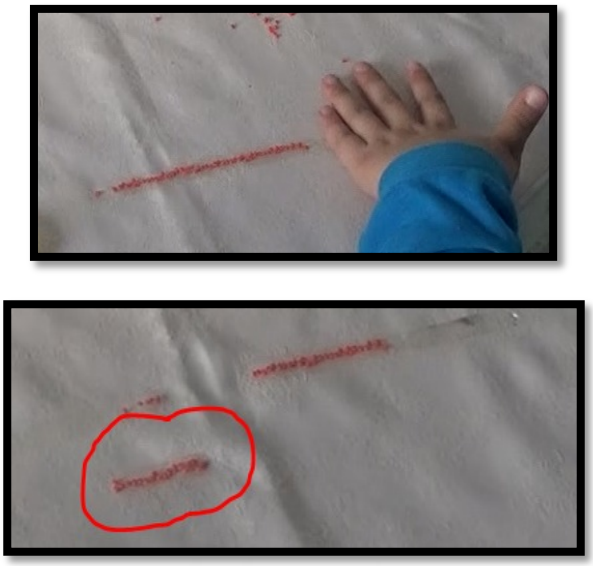
T: Düz çizgi mi? Daha önce görmüştüm benzerini.

A: Nerede görmüştün?

T: Önceki derste simetri doğrusu vardı ona da çizgi demiştim önce.

A: Aferin, ona simetrisi doğrusu demiştik o zaman buna doğru diyebiliriz, değil mi?

T: Evet o zaman bu doğru.



Görsel 3.74. *TÖYH 4- Giriş etkinliği nokta çalışması*

Daha sonra doğrudan bir parça kesilerek kenara almıştır. Bu parçayı önce kısa doğru olarak isimlendirmiş ancak araştırmacının yönlendirmesiyle bunun doğru parçası olduğunu söyleyebilmiştir. Daha önce gördüğü doğru parçalarını da düşünerek doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktası olduğunu ifade edebilmiştir. Ayrıca doğru parçasına kısa diyerek boyunun ölçülebileceğini de yorumlamıştır.

Görsel 3.75. *TÖYH 4- Giriş etkinliği ışın çalışması*

Son olarak doğruya geri dönülüp boncukların sağa ve sola devam ettiği gösterilerek sonsuzluk vurgusu yapıldıktan sonra bu kez sadece bir tarafından kesilmiş bu geometrik kavramı yorumlaması istenmiştir. (Görsel 3.75) Burada Tuna *ışın* kelimesini kullanamasa da doğruya benzer şekilde bir tarafının sonsuz olduğunu bir tarafının başlangıç noktası olduğunu kendi cümleleriyle ifade etmiştir. Bu etkinlik ile somut materyal desteği alınarak Tuna'nın doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının özellikleri hakkında fikir sahibi olduğu söylenebilir. Bu öğretim döngüsünde yer alan

bir sonraki etkinlik daha önceden öğrendiği geometrik cisimlerdeki geometrik kavramları fark etmesi üzerine tasarlanmıştır.

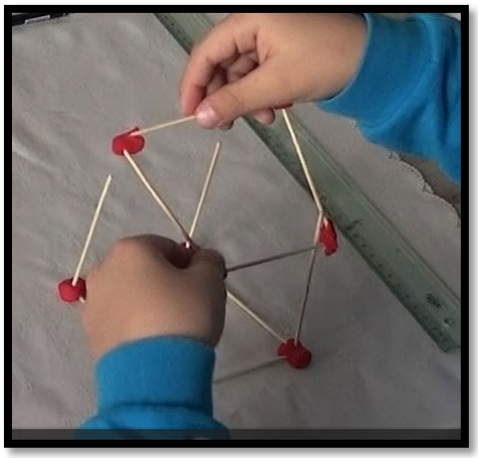
3.4.3. Etkinlik 1: Geometrik cisimleri inceleme

Bu etkinlikte amaç, geometrik cisimlerin elemanlarından ayrıt ve köşenin geometrik kavramlarla ilişkisini anlayabilmesidir. Bu farkındalık için Tuna'ya yeterli sayıda ince çubuk ve onları bir araya getirebileceği oyun hamuru verilmiştir. Tuna'dan aynı zamanda öğrendiği geometrik kavramları DGY'de oluşturması ve incelemesi istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.32.'de özetlenmiştir**.**

Tablo 3.32. *TÖYH 4- Etkinlik 1'e Ait Bulgular*

Hedef: Köşe ve ayrıtları, nokta ve doğru parçası ile ilişkilendirme			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Çubuk ve oyun hamuru ile; • Geometrik cisim oluşturma • Geometrik cisimlerin özelliklerini vurgulama		Ayrıt ve köşe özelliklerini hatırlamasını sağlama	• Küp ve dikdörtgen prizması oluşturma • Ayrıt için gerekli çubukları ölçme Üçgen prizmayı zihninde oluşturma • Nokta ve doğru parçası sayısını söyleme • Çevresindeki doğru parçalarını fark etme

Tuna ilk olarak küp ve dikdörtgen prizma örneklerini oluşturmuş ve oluştururken de çubukların eş olup olmadığını karşılaştırma yöntemiyle ölçerek kontrol etmiştir. (Görsel 3.76.) Ayrıt olarak kullandığı çubukların her birinin doğru parçası; köşe olarak kullandığı oyun hamurlarının ise birer noktayı temsil ettiğini anlayabilmiştir. Buradan sonra üçgen prizma oluşturacağını söylediğinde araştırmacı oluşturmadan önce kullanacağı doğru parçası ve nokta sayısını belirlemesini istemiştir. Tuna zihninde canlandırıp 9 doğru parçası ve 6 nokta ile oluştururum diyebilmiştir.



Görsel 3.76. *TÖYH 4- Etkinlik 1 öğrencinin küp örneği*

Etkinliği tamamladıktan sonra Tuna etrafına göz atmaya başlamış ve gördüğü geometrik kavramları söylemeye başlamıştır. Bu konuda düşüncelerini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

T: E o zaman her şey doğru parçası.

A: Nasıl yani, nerede var doğru parçası?

T: İşte şurada tahtada. (Yazı tahtasının kenarlarını gösteriyor.) Kapıda var, pencerede var her yerde doğru parçası var.

A: Nasıl anladın doğru parçası olduklarını?

T: Aynı bu çubuklar gibi işte bu kadar ama daha uzun. (Eliyle karışını gösteriyor.)

Bu sayede geometrik cisimlerin ayrıtlarının ve geometrik şekillerin kenarlarının birer doğru parçası olduğunu söyleyebilmiştir. Doğru parçasının ölçülebilir olduğunu da fark etmiştir. Bir sonraki etkinlikte farklı konumlarda ve uzunluklarda doğru parçaları üzerinde durulacaktır.

3.4.4. Etkinlik 2: Farklı Konumlu Doğru Parçaları ve DGY

Bu etkinlikte amaç, uzunluk ve konumu farklı doğru parçalarının noktalar yardımıyla çizilmesidir. Bunun için etkinliğin ilk aşamasında kâğıt kalem etkinliği ile doğru parçaları çizmesi istenmiş ikinci aşamasında da DGY kullanarak doğru parçaları oluşturması beklenmiştir. Tuna'dan bu çubukları geometrik cisimler oluşturacak şekilde bir araya getirmesi ve incelemesi istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.33.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.33. *TÖYH 4- Etkinlik 2'ye Ait Bulgular*

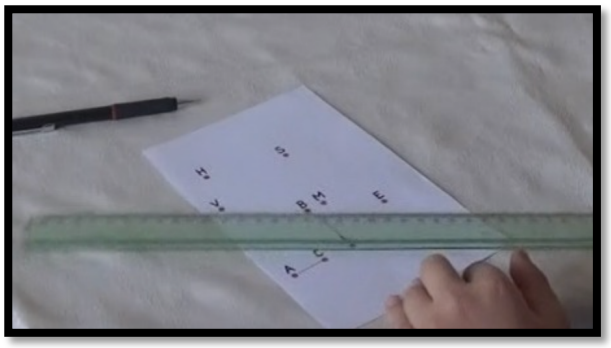
Hedef: Nokta, doğru ve doğru parçası kavramlarını tanıma

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler	Zihinsel Süreçler
Kağıt kalem etkinliği ile; • Başlangıç ve bitiş noktasını birleştirme • Uzunluk ve konumları farklı doğru parçalarını tanıma ve inceleme **DGY ile;** • Geometrik kavramları farklı şekillerde oluşturma • Noktalardan doğruya ulaşma	• DGY kullanımı ile ilgili aksaklıklar Görüşme öncesi DGY kullanımı desteği DGY özelliklerini vurgulama (sürükleme vb.)	• Uzunlukları ve konumları farklı doğru parçaları • Yardımcı materyal (cetvel) kullanımı • Dikey, yatay ve eğik doğru parçaları çizme DGY araçlarından yararlanma • Doğru, doğru parçası, ışın sıralaması ile oluşturma • DGY' nin sürükleme rolünü kullanma • Doğru parçalarının uzunluklarını ölçme • Doğru parçalarını birleştirme ➢ Şekil ve cisim oluşturma • Işınları birleştirme ➢ Üçgen olarak isimlendirme

Etkinliğin ilk aşamasında Tuna'ya Görsel 3.77'de görülen üzerinde bazı noktaların belirlendiği noktalı kâğıt verilmiş ve sırasıyla aşağıdaki sorular sorulmuştur:

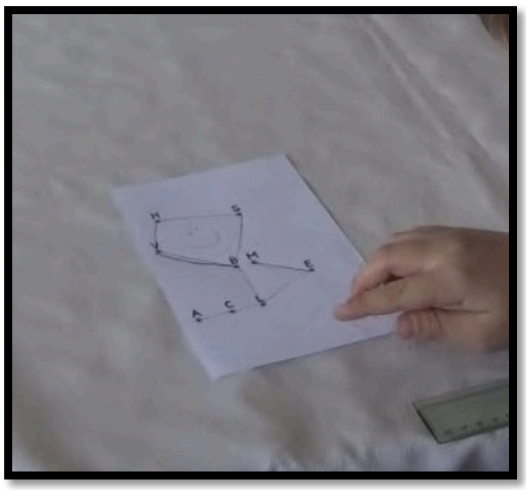
- Hangi iki noktayı birleştirirsen dikey doğru parçası oluşturmuş olursun? Başka şekilde de yapabilir misin?
- Hangi iki noktayı birleştirirsen yatay doğru parçası oluşturmuş olursun? Başka şekilde de yapabilir misin?

- Hangi iki noktayı birleştirirsen eğik doğru parçası oluşturmuş olursun? Başka şekilde de yapabilir misin?



Görsel 3.77. *TÖYH 4- Etkinlik 2 çalışma yaprağı*

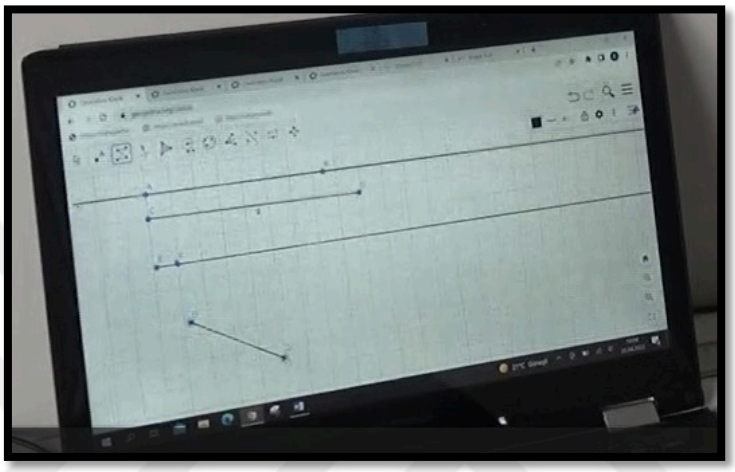
Tuna'nın bu sorulara cevaplarını Görsel 3.78'deki gibi göstererek doğru cevaplar vermiştir. İki noktayı birleştirme işleminde yardımcı materyal olarak yine cetvel kullanmıştır. Başka şekilde yapabileceğini söylemiş özellikle eğik doğru parçası konusunda birçok örnek verebilmiştir. Son olarak görselde verildiği gibi şekiller oluşturmuş ve bu şekillerin kenarlarını oluşturan farklı eğik doğru parçalarını ifade edebilmiştir. Burada doğru parçasının başlangıç ve bitiş noktaları olduğu vurgusu bir kez daha yapılmıştır.



Görsel 3.78. *TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin etkinlik sorularına cevapları*

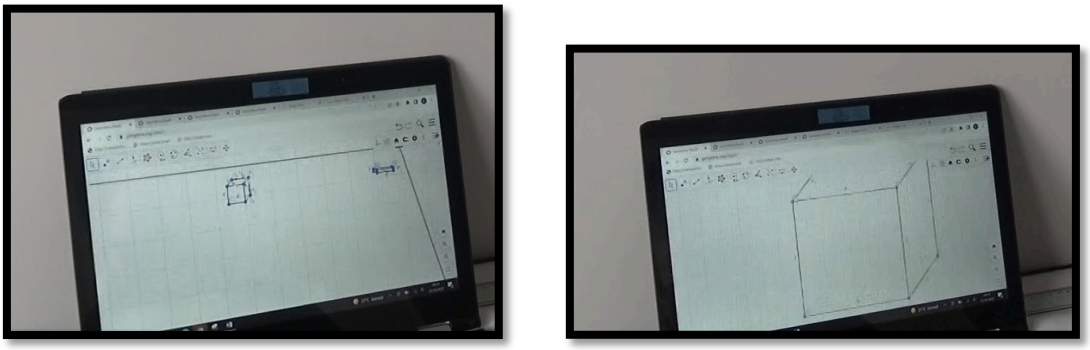
Etkinliğin bir sonraki aşamasında geometrik kavramları tanıma ve derinlemesine incelemek için DGY üzerinde çalışma yapılmıştır. Bu etkinlik öncesinde Tuna'ya DGY üzerinde inceleme yapma ve serbest çalışma fırsatı verilmiştir. Tuna programı inceledikten sonra öğrendiği geometrik kavramları oluşturması beklenmiştir. Geometrik kavramları oluşturması DGY'de yer alan araçları kullanarak sırasıyla doğru, doğru

parçası ve ışın şeklinde olmuştur. (Görsel 3.79.) Burada DGY'nin özelliği sayesinde "İki noktadan bir doğru geçer." fikri oluşmuştur. Programda doğru çizme aracını seçip ekrana tıkladığında bir nokta oluşmakta bir kez daha tıkladığında ikinci bir nokta ile doğru çizilmektedir. Ayrıca programda bu iki nokta büyük harfle isimlendirildiğinden daha önceki etkinliklerde olmayan bu durum sayesinde geometrik kavramların formel bir şekilde zihninde oluşması sağlanabilir.



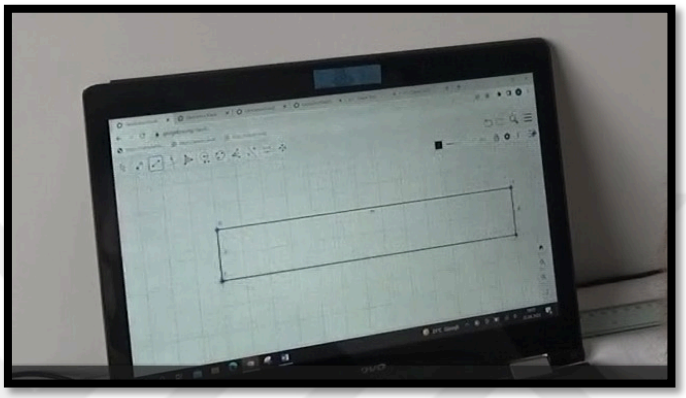
Görsel 3.79. *TÖYH 4- Etkinlik 2 geometrik kavramların DGY'de gösterimi*

Tuna etkinlik sürecinde de DGY'nin sürükleme ve yakınlaşma-uzaklaşma özelliğini sıklıkla kullanarak geometrik kavramların özelliklerini keşfedebilmiştir. Örneğin yakınlaşıp uzaklaştığında doğrunun her iki tarafa, ışının ise tek tarafa doğru sonsuz olmasının görünmesi ile doğru parçasının ölçülebilir bir uzunluğunun olduğunun fark edilmesi bu sayede olmuştur. Bu sayede DGY'nin materyallerde olmayan avantajları sunduğu böylece kavramların yansıtılmasına destek olduğu görülmüştür (Görsel 3.80.).



Görsel 3.80. *TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin yakınlaştırma uzaklaştırma rolünü kullanması*

Tuna'nın uzunlukları ve konumları farklı doğru parçalarını da inceleme fırsatı olmuştur. Örneğin; görselde yar alan doğru parçalarını dümdüz ve yatay olarak tanımlamıştır. Burada dümdüz ifadesinin dikey doğru parçasına karşılık geldiği araştırmacının sorularıyla netleşmiştir. Doğru parçalarını uç noktalarından sürükleyerek birleştirip şekil ve cisimler oluşturmuştur.



Görsel 3.81. *TÖYH 4- Etkinlik 2 öğrencinin birleştirdiği doğru parçaları*

Tuna, etkinlikte ışın aracını seçerek çeşitli başlangıç noktalı ışınlar oluşturmuştur. Deneme yanılma ile aynı başlangıç noktalı ışınlar oluşturduğunda henüz açı kavramını bilmediğinden bu şekli üçgen olarak isimlendireceğini söylemiştir. Ancak yine DGY'nin yakınlaşma-uzaklaşma özelliği ile açının kollarını oluşturan ışınların sonsuz olduğunu görüp kapalı olmayan bir şekle üçgen olarak isimlendirme konusunda tereddüt etmiştir. Bu tereddüt aslında açı kavramının oluşması için zemin oluşturmaktadır. Bu sebeple bir sonraki etkinlikte açı kavramının zihninde oluşmasına yönelik günlük hayatta yer alan açı örneklerini fark etmesini sağlamaya yönelik tasarlanmıştır.

3.4.5. Etkinlik 3: Açı etkinlikleri

Bu etkinlikte amaç, açı kavramını günlük hayat örneklerinde fark edip özelliklerini sıralayarak soyutlayabilmesidir. Bu farkındalık için Tuna'ya üzerinde günlük hayat görselleri bulunan iki farklı çalışma sayfası hazırlanmıştır. Önce diğer geometrik kavramlarla birlikte açı örneklerinin de yer aldığı görsel ardından sadece açı kavramını derinlemesine incelemeye fırsat veren örneklerin yer aldığı görsel verilmiştir. Tuna'dan bu kağıtlardaki görsellerle ilgili sorulara cevap vermesi istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.34.'te özetlenmiştir**.**

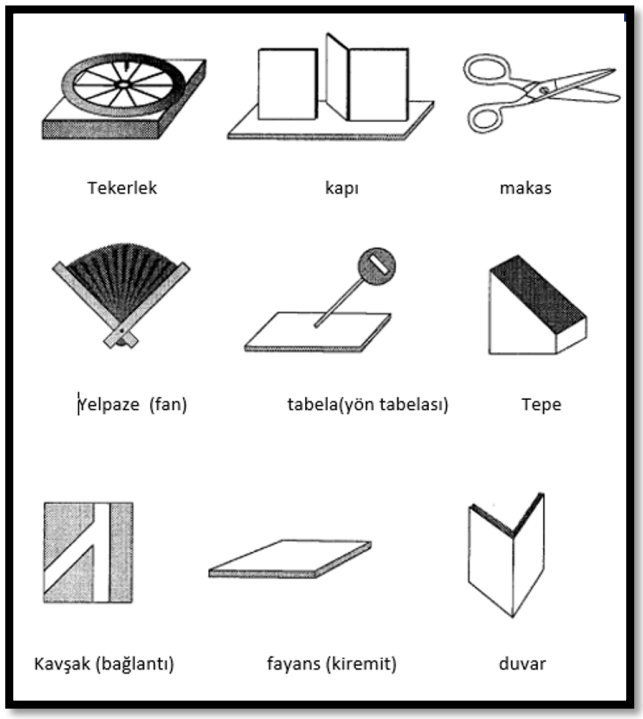
Tablo 3.34. *TÖYH 4- Etkinlik 3'e Ait Bulgular*

Hedef: Açı kavramını tanıma			
Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Günlük hayatta geometrik kavramlar görselleri ile; • Başlangıç nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı örneklerini bulma • Açıya örnek olan görseli inceleme **Günlük hayatta açı görselleri ile;** • Açının kollarını yorumlama • Açıklık ile açının ilişkisini anlama • Açı bölgesini gösterme	• Nokta kavramının örneğini bulmada zorlanma • Açıyı fark etme ancak ifade edememe • Görsellerde geometrik kavramlar yerine cisim ve şekilleri fark etme	-Nokta ile doğru ilişkisi için önceki etkinliği hatırlatma -Açıyı oluşturan ışınları kol olarak tanımlama	• Gerçek hayat örneklerini inceleme • Doğru, doğru parçası, ışın sıralamasını takip etme • Nokta ile doğru ilişkisini kurma • [illegible]arın kollarını [illegible] açıklığı fark etme • Önce iki kolu hareketli olan açıları kavrama • Sonra bir kolu hareketli açıları kavrama • Hareket ➢ Işınların kesişim noktası (köşe) ile dönme merkezini eşleştirme • Açının büyüklüğü ➢ Açıklık ve büyüklüğü eşleştirme ➢ Açıklığa bakarak açı ölçülerini karşılaştırma

Etkinliğin ilk aşamasında verilen çalışma sayfasında (Görsel 3.82.) geometrik kavramlardan hangilerine örnekler gördüğünü söylemesi beklenmiştir.

Görsel 3.82. *TÖYH 4- Etkinlik 3 birinci çalışma yaprağı*

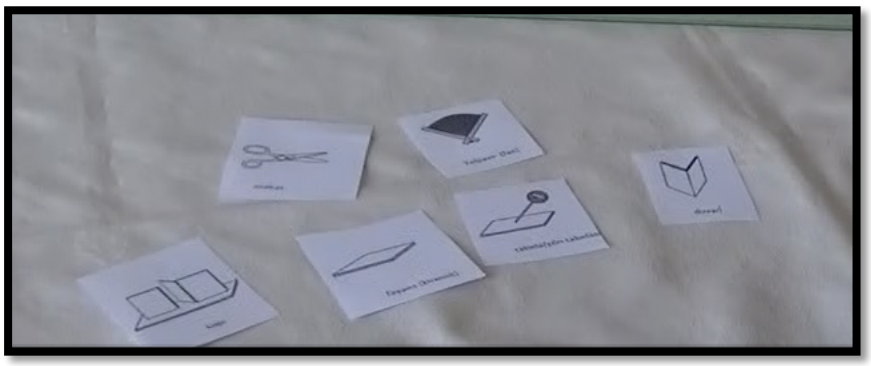
Tuna sırasıyla tren raylarını, direği ve yoldaki şeritleri doğru, cetveli ve tahterevalliyi doğru parçası, güneş ışınlarını ışın olarak isimlendirmiştir. Geriye kalan damla ve yıldızlar görselleri tekrar sorulduğunda noktaya örnek olduğunu söylemiştir. Makas görselinde makasın hareketi ile saat görselinde akrep ve yelkovanın yorumlanması beklenmiş ancak Tuna burada çember ve doğru parçaları gördüğünü söylemiştir. Açı kavramına geçiş olabilecek bir fiziksel eylemde bulunmuştur. İki parmağını açı gibi yaparak açıp kapatmış ve saat ve makas görsellerini bu hareketine örnek olarak göstermiştir. Bu sebeple açıları detaylı inceleyeceği ikinci çalışma sayfası verilmiştir. (Görsel 3.83.)



Görsel 3.83. *TÖYH 4- Etkinlik 3 ikinci çalışma yaprağı*

Bu çalışma sayfasında yer alan her bir görsel açıyı temsil edecek şekilde yerleştirilmiştir. Bu yüzden Tuna'ya önce bu görsellerdeki benzerlikler ve farklılıkların ne olduğu sorulmuş sonra ise dönebilen ve hareketli şekillerle ilgili sorular sorulmuştur. Görseller kendi içinde üç ayrı kategoride Tuna'ya verilerek aşağıdaki şekilde ilerlenmiştir:

- İlk olarak; kapı, fayans ve tabela görseli verilmiş bu üç görselin benzerliği sorulmuştur. Cevap olarak görsellerde tek kolu hareketli açıların yer alması ve hareket etmesi ile ilgili çıkarımlar beklenmiştir. Ancak Tuna'nın bu görselleri geometrik cisim olarak değerlendirmesi üzerine araştırmacı hareketi ve dönmeyi vurgulamak için,
- İkinci olarak yelpaze, makas ve duvar görsellerini de Tuna'ya vermiştir. Bu kez bu hareketli cisimlerin iki kolu da vardır ve açıklık daha kolay fark edilebilir. Tuna buradan yelpaze, makas, kapı ve duvar örneklerini "Açılmış şekiller" olarak tanımlamıştır. Daha sonra bunlara tabelayı da eklemiştir.
- Son olarak; tekerlek, tepe ve kavşak görselleri de eklenmiştir. Görsellerin bazılarında açıklık olduğunu ve hareket ettiğini söyleyebilmiştir.



Görsel 3.84. *TÖYH 4- Etkinlik 3 öğrencinin hareket eden şekilleri bir araya getirmesi*

Görsel 3.84'te hareket eden bir araya getirdiği şekillerle ilgili düşüncelerini aşağıdaki diyalogdaki gibi ifadelerle açıklamıştır:

A: Bir araya getirdiğin bu şekiller için ne söyleyebilirsin?

T: Hepsi açılmış ve hepsi hareket ediyor. Bazıları çok açık bazıları az açık.

A: Dönebilen şekiller var mı?

T: Hayır yok.

A: Emin misin açılıp kapanırken dönebilen bir şey var mı?

T: Evet yelpaze olabilir. Kapanıp açılırken vida var (Yelpazenin iki kolunun birleştiği yer) orası kapanıp açılırken dönüyor.

A: Makasta da var mı?

T: Evet dönen yer makasta da var?

A: Diğerlerinde var mı?

T: Hee, bunda da var (Tekerleği ve ortasındaki noktayı gösteriyor.)

A: Kapıda var mı?

T: Var burada.

A: süper, peki bunlardan hangileri tam bir tarafa döner?

T: Kapı bence mesela makas öyle değil iki tarafa da açılıyor. Tekerlekten emin değilim.

A: Hiç açılmayan sabit gördüklerin var mı?

T: Tekerlek öyle o zaman fayans da öyle.

A: Açık ya da kapalı olmasını sağlayan şey ne?

T: Mesela yelpazede vida var çubukları hareket ettiriyor.

A: Açıklığı kapalılığı etkileyen şey vida mı o zaman?

T: Hayır bu yandaki çubuklar.

A: Bunlara genel olarak açılıp kapananlara kol diyelim mi?

T: Olur.

A: Başka örnek verebilir misin?

T: Mesela akreple yelkovan olabilir. Pencere olabilir açılıyor kapanıyor. Masa lambasında ve masadaki bilgisayarda da var açılıp kapanıyor.

A: O zaman bu söylediklerinde açı var diyebilir miyiz?

T: Evet o zaman bu resimlerde hep var.

Görüldüğü gibi Tuna, açıklığı fark etmiş ve öncelikle iki kolu olup belli olan görseller dikkatini çekmiştir. Her iki kolu da hareketli olan açıların açılıp kapanması ve hareketi oluşan açıyı zihninde canlandırmıştır. Bu canlandırmayı jest ve mimikleriyle de

belli etmiş örneğin; dönme hareketini eliyle göstermiştir. Açıların kollarının bu hareketini ışınların kesişim noktası olan köşe noktasını dönme merkezi olarak gördüğünde açıklamıştır. Açıların bir kolu hareketli olduğunda fark etmesi daha zor olsa da yine oluşan açıklığı yorumlayabilmiştir. Açıların büyüklüğünü ölçmese de açıklığın artması ile ilişkilendirmiştir. Açıları ölçülerini karşılaştırırken ne kadar açık olduklarına dikkat etmiştir. Son olarak Tuna, fayans görselinin ön yüzünü dörtgen olarak gördüğünden dörtgenin içindeki iç açıları da gösterebilmiştir. Bu beklenmedik bulgu açı kavramını ve özelliklerini soyutlayabildiği düşüncesini oluşturmuştur.

3.4.6. Etkinlik 4: Eş Açı Oluşturma

Bu etkinlikte amaç, açı kavramını günlük hayat örneklerinde fark ettiği düşünüldüğünde açının büyüklüğü ile ilgili zihninde canlananları pekiştirmek için bir açıya eş açı temsili oluşturmasıdır. Bu amaçla Tuna'ya somut bir açı temsili verilmiş ve ardından farklı uzunlukta şekillenebilir iki tel verilerek bu açıya eş birer açı oluşturması beklenmiştir. Tuna bu eylemi gerçekleştirirken açı temsili ile ilgili sorulara da cevap vermesi beklenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.35.'te özetlenmiştir**.**

Tablo 3.35. *TÖYH 4- Etkinlik 4'e Ait Bulgular*

Hedef: Eş açı oluşturma

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	**Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler**		**Zihinsel Süreçler**
Şekillenebilen tel yardımı ile; • Kol uzunlukları farklı somut açı materyali oluşturma • Açıların büyüklüğünün kol uzunluklarından bağımsız olduğunu anlama	• Açının kolları ile büyüklüğü arasında yanlış ilişki kurma • Açının kollarını doğru parçası olarak isimlendirme	-Ölçmenin karşılaştırma rolünü hatırlatma -Açı ile açıklık ilişkisini vurgulama (parmaklarını kullandırma)	• Eş açı yapma ➢ Çakıştırma, eşleştirme yöntemi • Açının kolları ile büyüklüğü ilişkisini urma Parmaklarından yararlanma

Tuna'ya görselde verilen açı temsilinin eşini oluşturması istenmiştir. Bunun için verilen farklı uzunlukta iki tel verildiğinde Tuna birinci tel ile kolayca eş bir temsil yapabilmiştir. İkinci tel verildiğinde ise düşüncelerini aşağıdaki gibi belirtmiştir.

Görsel 3.85. *TÖYH 4- Etkinlik4 öğrencinin parmaklarıyla eş açı oluşturması*

A: Bu tel ile oluşturabilir misin?

T: Hayır bu kısa bununla olmaz.

A: Emin misin?

T: Bir deneyeyim ama olmaz gibi yetmez.

A: Parmaklarını kullanarak eş bir açı yapabilir misin?

T: Evet yaptım (Görsel 3.85.)

A: O zaman tekrar düşün bakalım bu telle yapabilir misin?

T: O zaman oluyor işte böyle sonuçta parmaklarım da küçük bu tel de küçük (Görsel 3.86.)

A: Kollarının uzunluğuna göre açıklık değişmiyor mu o zaman?

T: Evet değişmiyor açıklık aynı.

A: O zaman açının kolları için hangi geometrik kavramı kullanırsın?

T: Doğru parçası mı?

A: Hadi o zaman bir sonraki etkinliğe bakıp tekrar düşünelim bu sorunun cevabını.

Görsel 3.86. *TÖYH 4- Etkinlik4 öğrencinin parmaklarıyla açıyı karşılaştırması*

Görüldüğü gibi Tuna, eş açı oluşturmada karşılaştırma ve çakıştırma yöntemini kullanmıştır. Fiziksel aktivite olarak yine parmaklarıyla ölçme yapması dikkat çekicidir. Ancak uzunluğu farklı tel verildiğinde önce yapamayacağını düşünmüş parmaklarından yararlanarak açıklığa odaklandığında ise başarılı bir şekilde görevi tamamlamıştır. Ancak bu etkinlikte ve günlük hayat görsellerinin kullanıldığı etkinliklerde olduğu gibi geometrik kavramların temsilleri bazen öğrencileri yanılgıya düşürebileceğinden son değerlendirme olarak DGY üzerinde bir etkinlik tasarlanmıştır. Nitekim Tuna açının kollarını doğru parçası olarak değerlendirmiştir. DGY sayesinde öğrenciler doğrunun doğrusallığını; iki noktadan tek bir doğru geçtiğini, her iki tarafa sonsuz uzadığını; doğru parçasının boyunu ve ölçülebilir olduğunu; ışının tek tarafa sonsuz uzadığını; açıların kollarının ışınlardan oluştuğunu dolayısıyla büyüklüğünün kol uzunluğundan bağımsız olduğunu görebileceklerdir. Özellikle açı ile ilgili soyutlamalarını pekiştirmesi için bir sonraki değerlendirme etkinliğinde yapılan görüşmede gerçekleştireceği görevler ve vereceği yanıtlar oldukça önemlidir.

3.4.7. Son Değerlendirme Etkinliği: DGY ile Geometrik Kavramlar

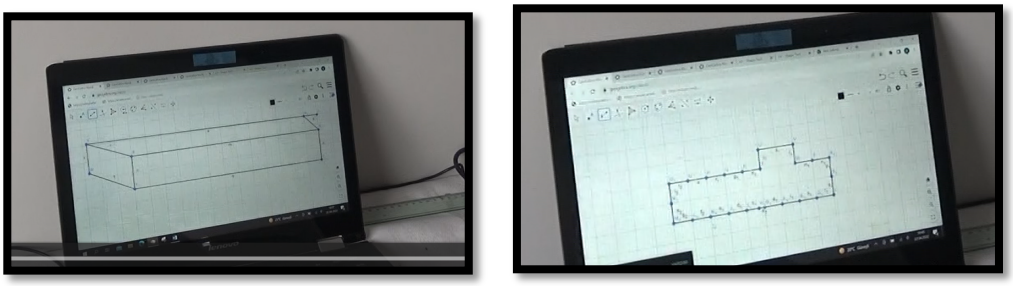
Bu etkinlikte amaç, önceki etkinliklerde Tuna'nın soyutlaması düşünülen tüm geometrik kavramların değerlendirmesini yapmaktır. Bu amaçla Tuna'ya DGY üzerinde alıştırma yapabileceği bir etkinlik hazırlanmıştır. Önceki DGY etkinliğinde açı üzerinde durulmamış Tuna'nın ışınları birleştirmesiyle oluşan şekli üçgen olarak isimlendirmesiyle son bulmuştur. Bu etkinlik özellikle DGY'nin tüm geometrik kavramların özelliklerini tam anlamıyla vurgulayabilmesinden son değerlendirme etkinliği olarak düzenlenmiştir. Tuna'dan araştırmacının DGY üzerinde oluşan kavramlarla ilgili sorulara cevap vermesi istenmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgularla Tuna'nın zihinsel süreci Tablo 3.36.'da özetlenmiştir**.**

Tablo 3.36. *TÖYH 4- Son Değerlendirme Etkinliğine Ait Bulgular*

Hedef: Nokta, doğru ve doğru parçası kavramlarını soyutlama

Varsayılan Öğrenme Dizisi/Etkinlik	Öğretimde Ortaya Çıkan Zorluk Yaşanan Zihinsel Eylemler		Zihinsel Süreçler
DGY ile; • Geometrik kavramları oluşturma • Açının kolları ile büyüklüğü arasında ilişki kurma	Geometrik kavramlar yerine cisim ve şekillere odaklanma	Geometrik cisim ve şekillerdeki geometrik kavrama vurgu yapma	• DGY araçlarından yararlanma ➢ Doğru aracı ile başlama ➢ DGY' de doğru parçalarını birleştirme ➢ Şekil ve cisim oluşturma • Açı oluşturma ➢ DGY açı aracını kullanma ➢ Doğrular arasındaki açıları fark etme

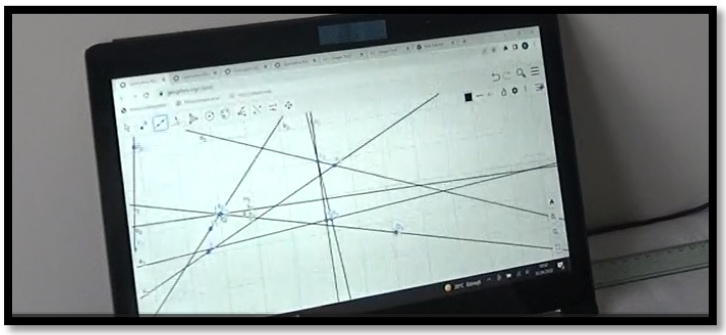
DGY'de Tuna'dan öğrendiği geometrik kavramları göstermesi istendiğinde önceki etkinliğe paralel olarak doğru ile başlamıştır. İki noktadan bir doğru geçtiğini ve doğrunun doğrusal bir yön izlediğini fark etmiştir. Daha sonra yine önceki etkinliğe paralel olarak doğru parçası aracını ayrıt olarak kullanmış ve doğru parçalarını üç boyutlu cisimler oluşturacak şekilde birleştirmiştir. Daha sonra ise çokgenler oluşturmuştur (Görsel 3.87.) Doğru parçalarını birleştirmede izlediği sıra üç boyutlu cisimden iki boyutlu şekillere doğru olduğundan önceki soyutlamalarına paralel bir zihinsel eylem gösterdiği söylenebilir.



Görsel 3.87. *TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği cisim ve şekiller*

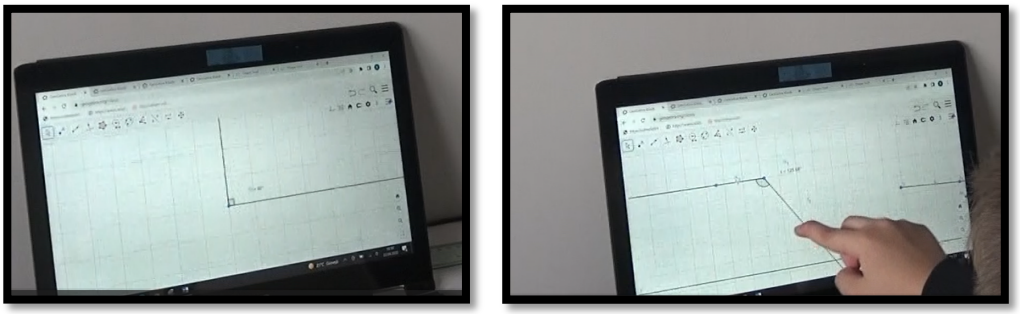
Bir önceki DGY etkinliğinde ışınları birleştirmiş ve oluşan görüntüyü tereddüt ederek üçgen olarak isimlendirmişti. Bu etkinlikte ise DGY araçlarının içinde açı aracını fark etmesi ve çizmesiyle açıyı oluşturan iki ışını fark edebilmiştir. Bu anlamda

DGY'nin ışından açıya geçiş sürecini kolaylaştırdığı ve hızlandırdığı söylenebilir. Daha sonra Görsel 3.88'de olduğu gibi kesişen birçok doğru oluşturmuş ve burada oluşan açıları gösterebilmiştir.



Görsel 3.88. *TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği kesişen doğrular*

Bir önceki etkinlikte açıların büyüklüğü açıklık ve açının kolları arasında somut eşleştirme yapmıştı. Burada da kollarını uzunluğu ile açının ölçüsünü büyüklüğü ilişkisini DGY yardımıyla yansıtabilmiştir. Bu yansıtmayı kolayca yaparken DGY'nin uzaklaşma- yakınlaşma özelliğini kullandığı söylenebilir. Fare yardımıyla Görsel 3.89'daki gibi uzaklaştırdığı ekranda ışınların bir köşede birleşmesi ışının diğer ucununsa sonsuza uzanmasını görebilmesi sayesinde soyutlayabilmiştir.



Görsel 3.89. *TÖYH 4- Son değerlendirme etkinliği açı ve kolları*

Yukarıda görüldüğü üzere Tuna'nın açının büyüklüğü ile kollarının uzunluğu arasında zorluk yaşadığı ancak DGY sayesinde önceki etkinlikten gelen bu zorluğu aşabildiği görülmüştür. Ayrıca beklenmedik şekilde doğruların kesişmesiyle oluşan komşu açıları da fark edebilmiştir.

3.4.8. Tuna'nın soyutlama mekanizması / TÖYH 4 değerlendirme

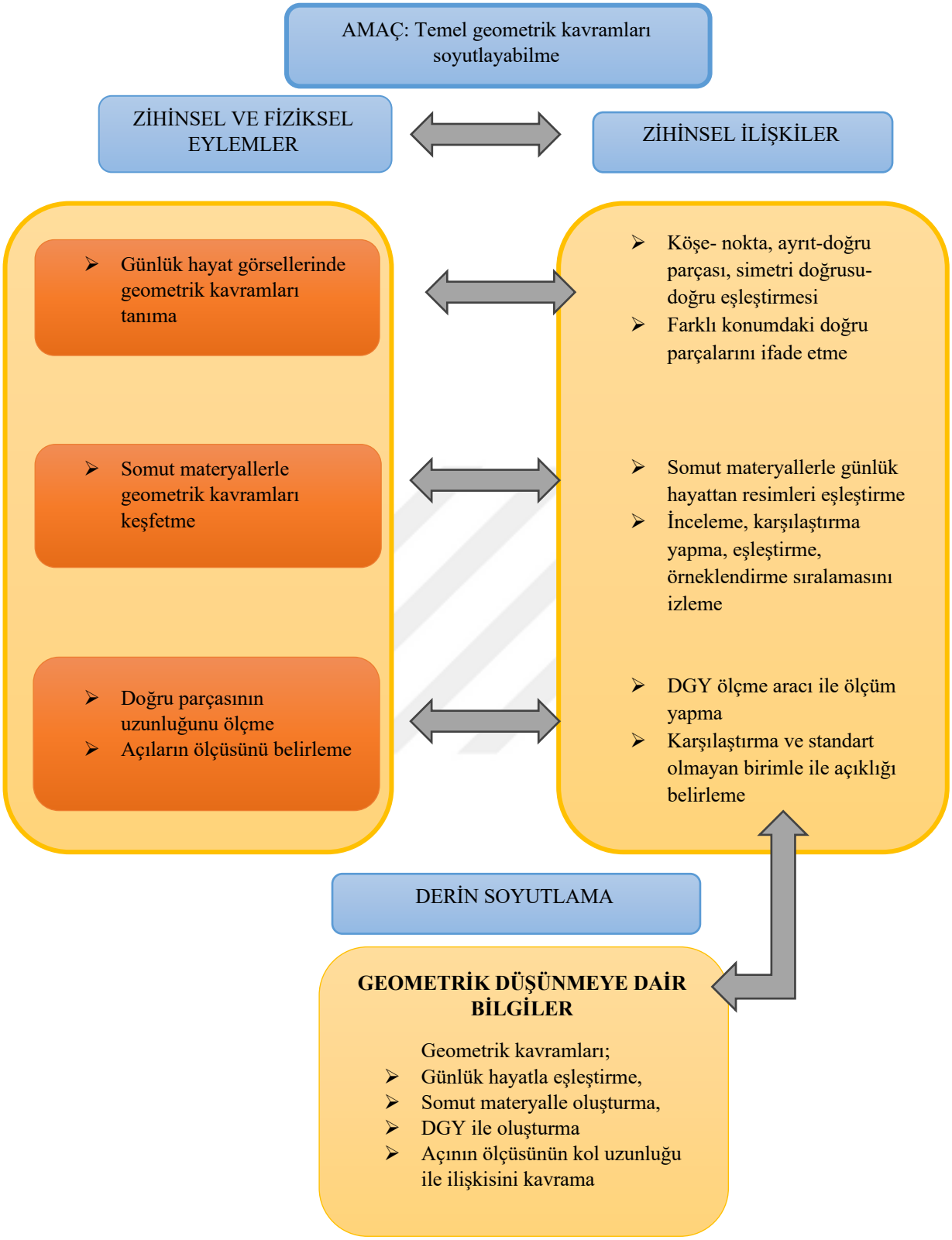
Piaget, öğrenme için yeterliği ön şart olarak kabul etmektedir. Bu ilkeden hareketle öğrencilerin temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın

ve açıyı tanımaları ve anlamlandırmaları için önceki öğretim döngülerinden nokta, ayrıt ve kenar gibi kavramları yeterli derecede gelişmiş olmaları ve bunları yeni öğreneceği kavramlarla ilişkilendirebilmesi gerektiği düşünülmüştür. Bu nedenle öğrencilerle ön klinik görüşmeler yapılarak bu noktalardaki yeterlikleri ve eksiklikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerde tespit edilen eksikliklerden dolayı TÖYH çerçevesinde bu amaçlara yönelik ders planları düzenlenmiş ve dört TÖYH döngüsü bu prensiple ilerlemiştir.

Piaget'e göre, öğrenme içsel bir yapılandırma sürecidir. TÖYH4 öğretim sürecinde de geometrik kavramları tanımaya ve ayırt etmeye yönelik etkinlikler ve bu etkinliklerdeki eylemler, zihinsel sürecin ilerleyişi düşünülerek oluşturulmaya çalışılmıştır. Etkinlikler; önce geometrik kavramların günlük hayattaki örneklerinin keşfedilmesi sonra materyaller yardımıyla geometrik kavramların özelliklerinin ortaya çıkarılması, bu sonuçlarla farklarının ve benzerliklerinin keşfedilmesi daha sonra ise dinamik geometri yazılımı yardımıyla geometrik kavramların özelliklerinin ortaya açıkarılması olarak kurgulanmıştır. Bu etkinliklerde, öğrenciden belirlenen geometrik kavramları ve özelliklerini kavramaları ve soyutlayabilmeleri beklenmektedir. Burada öğrenciden beklenen görevleri gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu deneyimlerden sonra ise öğrenciden ele alınan geomertrik kavramların özelliklerinin kavranması ve soyutlanması için planlama yapılmıştır.

Piaget'e göre bireyin düşüncelerini ve eylemlerini daha üst bir düzeyde ifade edebilmesi, kavramsal öğrenmeyi sağlayan önemli bir etkendir. Bu durumda öğrencinin geometrik kavramların özelliklerini keşfettikten sonra birbiriyle olan ilişkilerini keşfetmelerindeki eylemlerini daha üst bir düzeyde düzenlediğini göstermektedir.

Piaget'e göre, öğrencinin içsel zihinsel yapılandırması sonucu oluşturduğu bilgi aktiftir. Bu aktif bilgiler, öğrencilerin öğrenme mekanizmasının çalışması ile ortaya çıkan bilişsel yapılardan meydana gelmektedir. Bu çalışmada da öğrenci, araştırmacı ile gerçekleşen klinik görüşmelerde aktif bilgisini ortaya koymuştur. Bununla birlikte de bu aktif bilgileri günlük hayat problemleri bağlamındaki etkinlikte de kullanabilmiştir. Öğrencinin bu aktif bilgileri, derin soyutlama düzeyinde yapılandırdıkları aşağıda soyutlama mekanizmalarında gösterilmiştir. Tuna'nın soyutlama mekanizması, aşağıda Şekil 3.5'te verilmektedir.



Şekil 3.5. *Tuna'nın soyutlama mekanizması- TÖTH 4*

Şekil 3.5 ve döngünün başında kurulan hipotezler incelendiğinde; öğrencinin önbilgilerini kullanarak günlük hayattan geometrik kavramları tanıması, geometrik kavramları isimlendirmesi ve özelliklerini sıralaması ve geometrik kavramları

çizebilmesi durumu ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak Tuna, geometrik kavramlar ve özelliklerine ilişkin öğretim sürecinde keşfedilen tüm özellikler ile bağıntılarını kurduğu zihinsel ilişkiler ile derin (düşünmeye dayalı) olarak soyutlamıştır.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmada elde edilen sonuçlara yer verilmiş, sonuçlar alanyazın incelenmesi bağlamında tartışılmış ve bu araştırmanın sonuçlarıyla birlikte yapılacak olan çalışmalara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

4.1. Sonuç

Araştırmadan elde edilen sonuçlar, dört başlıkta sunulmuştur. Bu dört başlık;

1. Birinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar
2. İkinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar
3. Üçüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar
4. Dördüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar olarak belirlenmiştir.

4.1.1. Birinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar

Bu öğretim dizisinin genel amaçları; küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küreyi tanıma, elemanlarını belirleme ve cisimleri ayırt etme; küp, kare prizma, dikdörtgen prizma, üçgen prizma, silindir, koni ve küre ile yapı oluşturma ve parçalamadır. Tuna ile yapılan birebir öğretim deneyine dayalı görüşmelerde birinci öğretim döngüsünde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Yapılan ön bilgi testinde Tuna cisimleri isimlendirmede şekil-cisim karmaşası yaşamış sadece gördüğü yüze odaklanmıştır. Günlük hayat örneklerini sık görmediği cisimleri zihninde canlandırmada zorlanmıştır. Dolayısıyla cisimlerin ayrıt ve yüz özelliklerine göre sınıflama yapamamıştır.
- Etkinliklerde sırasıyla; geometrik cisimleri tanıma ve isimlendirme, sınıflama, benzerlik ve farklılıklarını belirleme, elemanlarını belirleme ve cisimleri birleştirerek model oluşturma amaçlanmıştır. Etkinlikler sonucunda;

➢ Cisimleri isimlendirmede tüm yüzlere dikkat ederek boyuttan bağımsız doğru şekilde isimlendirebilmiştir.

➢ Cisimlerin benzerlik ve farklılıklarını yüz, ayrıt ve köşe özelliklerine göre vurgulayabilmiştir.

➢ Zihninde cisimleri ayırt etmede sıralaması; küp, kare prizma, dikdörtgenler prizması, üçgen prizma şeklinde olmuştur.

➢ Cisim oluşturmada ayrıt uzunluklarına ve eş yüzlere odaklanırken cisimleri farklı birimlerle oluşturmada yalnız yüzlere odaklanmıştır.

- Etkinliklerin sonucunda; cisimleri isimlendirmede tabanı dikkate aldığı, cismi imgelemde oluşturabildiği ve görmese de paralel yüzlerin eşliğinin farkında olduğu görülmüştür. Ayrıt, yüz ve köşelerin birbiri ile ve ele alınan cisimle ilişkisini ifade eden doğru açıklamalarda bulunmuştur.

4.1.2. İkinci öğretim dizisine ilişkin sonuçlar

Bu öğretim dizisinin genel amaçları; geometrik şekilleri tanıma, isimlendirme ve köşegenlerini belirleme; geometrik şekiller ile büyük şekiller oluşturma ve şekilleri daha küçük şekillere parçalamadır.

Tuna ile yapılan birebir öğretim deneyine dayalı görüşmelerde ikinci öğretim döngüsünde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Yapılan ön bilgi testinde Tuna şekilleri isimlendirmede ilk TÖYH'de olduğu gibi şekil-cisim karmaşası yaşamış ve yalnız köşelere odaklanmıştır. Düzgün olmayan çokgenleri isimlendirmede tereddütler yaşamıştır. Şekilleri oluşturan küçük parçaları fark edebilmiştir. Ancak doğru isimlendirdiği bir şekli örneklendirirken günlük hayattan ve prototip örneklerle sınırlı kalmıştır.
- Etkinliklerde sırasıyla; geometrik şekilleri tanıma, sınıflama, şekillerin özelliklerini belirleme, şekilleri birleştirme ve parçalama, köşegenleri belirleme, köşegenler ile şekil parçalama ve şekilleri inceleme amaçlanmıştır. Etkinlikler sonucunda;
  - Şekilleri tanıma ve isimlendirmede köşe ve kenar sayısına dikkat ederek boyut ve konumdan bağımsız doğru şekilde isimlendirebilmiştir.
  - Çokgenleri ayırt etmede köşeleri saymaya odaklanmış oluşturduğu düzgün olmayan çokgenler ve iç bükey çokgenleri de isimlendirebilmiştir.
  - Şekil oluşturma düzeyinde resim yapma düzeyinden ilerleyerek farklı birimlerle şekli oluşturabilme düzeyinde bazı şekilleri (kare ve dikdörtgen) oluşturabilmiştir.
  - Şekli parçalamada köşegenler yardımıyla bazı şekilleri parçalarına ayırabilmiş ve ortaya çıkan şekilleri yorumlayabilmiştir.
- Etkinliklerin sonucunda; şekilleri isimlendirme, sınıflama stratejisini ve çokgen olma özelliklerini (kapalılık vb.) kenar sayısı fazla olan çizemediği çokgenlere

de yansıtabilmiştir. Şekil oluşturma düzeyi bağlamında şekillerle oluşturduğu basit örüntüleri devam ettirebildiği görülmüştür.

4.1.3. Üçüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar

Bu öğretim dizisinin genel amaçları; Simetri, eşlik ve simetri doğrusu kavramlarını öğrenme; geometrik şekillerin simetriğini oluşturma ve şekilleri simetrik olacak şekilde parçalamadır. Tuna ile yapılan birebir öğretim deneyine dayalı görüşmelerde üçüncü öğretim döngüsünde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Yapılan ön bilgi testinde Tuna eş şekilleri materyalleri çakıştırma yöntemi ile fark edebilmiştir. . Simetri doğrusunu ise ifade edememekle birlikte yalnız dikey olanların farkında olduğu görülmüştür.
- Etkinliklerde sırasıyla; eşlik ve simetrik yapıyı fark etmesi, şekilleri eş iki parçaya ayırabilmesi, simetrik ve simetrik olmayan yapıları fark etmesi, simetri doğrusu çizmesi, simetrik yapıyı tamamlayabilmesi, şekilleri simetrik parçalaması amaçlanmıştır. Etkinlikler sonucunda;
  - Simetri kavramını önce somut materyaller yardımıyla parçadan bütüne sonra zihninde eşlikle ilişkilendirerek ifade edebilmiştir.
  - Simetri doğrusunu önce dikey oluşturmaya odaklansa da yatay ve eğik simetri doğrularını materyaller yardımıyla keşfedebilmiştir. Farklı konumdaki simetri doğrularına göre şekillerin simetriklerini oluşturabilmiştir.
  - Simetrik şekil tamamlamada, simetri doğrusu ile çakışık şekillerin simetrisini çizmekte zorlanmıştır.
  - Daha önceki öğretim döngülerinde üzerinde durulan geometrik şekillerin var olan simetri doğrularını belirleyebilmiştir. Köşegeni simetri doğrusu olan ve olmayan geometrik şekilleri de ayırt etmiştir.
- Etkinliklerin sonucunda; simetri ve simetri doğrusu (yatay, dikey ve eğik) kavramlarını soyutladığı görülmüştür. Simetrik bir yapıyı anlamlandırmada zorluk yaşamadığı ayrıca simetri ve eşlik ilişkisini kavradığı görülmüştür.

4.1.4. Dördüncü öğretim dizisine ilişkin sonuçlar

Bu öğretim dizisinin genel amaçları; temel geometrik kavramları öğrenme ve temel geometrik kavramların birbiriyle ilişkisini kavramadır. Tuna ile yapılan birebir öğretim

deneyine dayalı görüşmelerde dördüncü öğretim döngüsünde ulaşılan sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Yapılan ön bilgi testinde Tuna günlük hayat örneklerinde geometrik kavramlardan noktayı fark edebilmiş ancak boyutsuzluğunu ifade edememiştir. Ayrıca öğrenci doğru ile doğru parçası görsellerini çizgi olarak isimlendirmiştir. Ancak doğru ile doğru parçasının farkını ifade edememiştir. Işın ve açı kavramları ile daha önceden formel anlamda hiç karşılaşmadığından günlük hayat örneklerinde fark etmiş ancak isimlendirememiştir .
- Etkinliklerde sırasıyla; belirlenen geometrik kavramların) nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı) günlük yaşamda fark edilmesi ve örneklendirilmesi, bu kavramların özelliklerini, farklı konumdaki doğru parçalarının çizilmesi, geometrik kavramların soyutlanması birbiriyle ilişkisinin keşfedilmesi amaçlanmıştır. Etkinlikler sonucunda;
  - Nokta ile doğru ilişkisini ve doğrunun sonsuzluğunu materyaller ve DGY ile keşfedebilmiştir.
  - Doğru ile doğru parçası ve doğru ile ışın ilişkisini materyaller yardımı ile keşfedebilmiştir.
  - Geometrik kavramlardan noktayı köşe kavramıyla, doğru ve doğru parçasını simetri doğrusu ile eşleştirmiştir.
  - Farklı konumlarda doğru parçalarını fark etme ve çizmede zorlanmamıştır.
  - Geometrik kavramların özelliklerini ve birbiriyle ilişkisini dinamik geometri yazılımı aracılığıyla çözümleyebilmiştir.
  - Açının dinamik özelliğini önce günlük hayat örneklerinde ifade etmiş daha sonra dinamik geometri yazılımı üzerinde göstermiştir.
  - Açının büyüklüğü ve kolları arasındaki ilişkiyi kurmada materyal yeterli gelmemiş dinamik geometri yazılımından destek almıştır.
  - Etkinliklerin sonucunda; sırasıyla nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açı kavramlarını soyutladığı görülmüştür. Etkinlikler sırasında doğru parçasının uzunluğunu ve açının ölçüsünü hesaplamasa da farklı birimlerle ölçerek kontrol etmiştir. Açının büyüklüğünün kollarının uzunluğuna bağlı olmadığını kavrayabilmiştir.

Bu araştırmanın ve sonuçlarının ilkokul düzeyinde geometri bağlamında yapılandırmacılığa dayalı bir ders planlamakta ve yürütmekte zorlanan öğretmenlere teori ile uygulama arasında köprü kurma konusunda bir destek sağlayabileceği düşünülmektedir. Aynı zamanda bu araştırma, iyi bir ders planlaması ve yörünge oluşturulduğunda öğrencilerin tahmin edilmeyen farklı şeyler de keşfedebildiklerini ve öğrencilerin küçük yaşlarda da olsa geometrik ilişkileri çözümlemesine giden yolu açtığını ortaya koymuştur.

4. 2. Tartışma

Araştırmanın bu bölümünde araştırmadan elde edilen bulgular, alanyazın taraması ile desteklenerek dört başlıkta tartışılmıştır. Bu dört başlık;

1. Birinci TÖYH'de gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin tartışma,
2. İkinci TÖYH'de gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin tartışma,
3. Üçüncü TÖYH'de gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin tartışma,
4. Dördüncü TÖYH'de gerçekleştirilen görüşmelere ilişkin tartışma olarak belirlenmiştir.

4.2.1. Birinci TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma

TÖYH çerçevesinde yürütülen öğretim dizileri, odak öğrenci ile gerçekleştirilen ön klinik görüşme sonucu ön bilgilerinde eksik olduğu anlaşılan konular göz önünde bulundurularak planlanmıştır. Bu öğretim dizisinde öğrencinin geometrik cisimleri tanıma, isimlendirme ve ayırt etme ile ilgili ve ön klinik görüşmede eksik olduğu gözlenen konularda gelişimleri sağlanarak yeterlikleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretim dizileri sırasında odak öğrenci ile dört klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşme dikdörtgen prizmaları tanıma ve temel özelliklerini belirlemeye yönelik gerçekleştirilirken, ikinci ara klinik görüşme geometrik cisimlerin elemanlarını belirme, ayırt etme, birleştirme ve parçalama yapmaya yönelik gerçekleştirilmiştir. Olkun (2003), öğretim etkinliklerinin farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin yararlanabilmesine olanak verecek şekilde hem bireysel hem de grup etkinlikleri şeklinde planlanması gerektiğini belirtmiştir. Bu bağlamda araştırmada öğretim dizileri, birebir görüşmelerde uygulanacak etkinliklerden oluşmaktadır. Çalışma sürecinde gerçekleştirilen etkinlikler sonucunda dikkate değer sonuçlar ortaya çıkmıştır.

İki hafta süren öğretim dizisi etkinliklerinde ilk geometrik cisimleri tanıma, sınıflama ve geometrik cisimlerin özelliklerini sıralayarak benzerlik ve farklılıkların belirlenmesi amaçlanmıştır. Birinci hafta uygulanan birinci ve ikinci öğretim etkinliğinde günlük hayat görsellerinin verildiği örneklerle başlanmış sonrasında somut materyal kullanımına geçilmiştir. Somut materyallerin matematik öğretiminde kullanılması kavramların öğrencilere somut bir şekilde sunularak daha kolay öğrenilmesini sağlamakta (Van de Walle, Karp ve Bay Williams, 2014) ve öğrencilerin

kavramlar arasında ilişkiler kurmasına yardımcı olmaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2011; Olkun ve Toluk-Uçar, 2007). İlk etkinlikte Tuna'dan verilen günlük hayat görsellerini benzer olanları bir yerde toplaması beklenmiştir. Öğrencinin bu etkinliklerde cisimlerin elemanlarına dair bazı özellikleri bildiği ancak ifade ederken yanlış kelimeler seçtiği görülmüştür. Örneğin, *eş* yerine *her yeri aynı, ayrıt* yerine *kenar* ifadesini kullanmıştır. Cisimleri isimlendirmede boyuttan bağımsız isimlendirmeler yapabilmiş, cisimlerin isimlendirilmesinin özelliklere bağlı olduğunu düşünebilmiştir. Ancak kare prizma ile dikdörtgenler prizmasını gördüğü yüze odaklandığından bazı örneklerde karıştırabilmiştir. Benzer şekilde küp ve kare prizmayı da karıştırabilmiştir. Bu durumu kontrol etmek için çeşitli ölçme yöntemleri denemesi geometrik şekil ve cisimlerin öğretiminde kavramsal öğrenmenin sağlanması için ölçmenin rolünün ön plana çıkarılmasını destekler niteliktedir. Nitekim Deringöl'ün (2020) geometrinin bu önemi üzerine yaptığı araştırmanın ilk sonucu öğrencilerin geometriyi; 'şekil', 'cisim', 'matematiğin bir konusu' ve 'ölçme' olarak tanımlamasıdır. Bu durumda kenar uzunlukları ya da uzunluklarla ilişkilerin şekillerin öğrenilmesinde öğrencinin ilişki kurmasına olan etkisi yadsınamazdır.

Birinci hafta etkinliklerinin ikincisinde, bir önceki etkinlikten yansıtmalarının uygulamasını yapabilmesi beklenmiştir. Verilen köşe, ayrıt ve yüz özelliklerine uyan cisimlerin belirlenip benzerlikler ve farklılıklar belirlenmeye çalışılmıştır. Geometrik cisimleri verilen özelliklerine göre belirlemesi istenmiştir. Öğrenci cisimlerin elemanlarının özelliklerini belirlerken örneğin küp ve kare prizmanın köşe ve ayrıt sayısını sayma konusunda tek tek saymak yerine gruplayarak sayma stratejisi geliştirmiştir. Bayraktar Kurt'un (2012) 8. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmasında da benzer şekilde öğrenciler örneğin küpün köşelerini tek tek saymaya değil de bir yüzün kare olduğunu dikkate alıp iki tane taban olduğunu belirterek aradaki ilişkiyi açıklama yoluna gitmişlerdir. Küpün ayrıt sayısını bulurken de tek tek sayma işlemi yapmayarak tabanda bulunan kareyi dikkate alarak ve taban kenarları arasında ilişki kurarak sonuca ulaşmışlardır. Burada 3. Sınıf öğrencisi olmasına rağmen benzer sonuçların çıkması etkinlikteki sıralamanın doğru şekilde ilerlemeyi desteklemesi olarak düşünülebilir. Ayrıca kare prizma ile küpün farkını "Kare prizmanın yan ayrıtları farklıdır ve daha uzundur." şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin zihninde kare prizmaya ait böyle bir prototipin oluşması ileride küpün bir kare prizması olması düşüncesinin oluşmasını zorlaştırabilir. Nitekim öğrencilerin zihinlerinde yer alan prototiplerin ileriki

öğrenmelerde güçlüklere neden olduğunu gösteren çalışmalar mevcuttur (Okazaki ve Fujita, 2007; Güven ve Okumuş, 2011; Jones ve Tzekaki, 2016; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017).

İkinci hafta uygulanan üçüncü ve dördüncü öğretim etkinliğinde etkinliklerinde öğrencinin aşina olduğu görseller ve cisim takımı materyalleri ile etkinlik görevleri hazırlanmıştır. Üçüncü etkinlikte verilen ayrıt, köşe ve yüz özelliğini karşılayan cismin kağıt üzerindeki görsellerde bulunması ve boyayarak belli etmesi istenmiştir. Önceki etkinliklerde cisimlerin isimlendirmesi ve eleman özelliklerinin ayrı ayrı belirlenmesi gerçekleştirilmiştir. Burada beklenen bu iki durumu birleştirerek iki boyutlu zeminde cisimleri isimleri ve özellikleri bakımından eşleştirmektir. Ancak öğrenci etkinlikteki bazı eşleştirmelerde sorun yaşamıştır. İncikabı ve Kılıç'ın (2013) ilköğretim öğrencileriyle yaptığı çalışmada da benzer olarak öğrencilerin geometrik cisimlerin ismini ve özelliklerini birlikte ifade edebilmesinin onlara daha zor geldiğini göstermişlerdir. Bu zorluğu aşmak için zaman zaman üç boyutlu materyallerden tekrar yararlanılmıştır. Zaman zaman hatırlanan etkinliklere ek materyal desteğinin gerekmesi Piaget (1971) matematiksel kavramların anlaşılması için öğrencilerin birçok deneyim yaşayacağı somut materyallere gereksinim olduğu düşüncesiyle örtüşmektedir.

Nitekim geometri konularının düz anlatım yoluyla soyut biçimde aktarılması öğrencilerin derse olan ilgilerini azaltmaktadır (Başer vd., 2002). Geometrik kavramların öğretiminde şüphesiz öğrencilerin hayal güçlerini daha fazla kullanması ve üç boyutlu düşünmeleri gerekmektedir (Yıldız, 2009a). Son değerlendirme etkinliğinde de öğrencinin geometrik cisimlerle oluşturduğu yapılar incelenmiş ve aynı yapıyı birden fazla yolla oluşturması beklenmiştir. Burada öğrencinin geometrik cisim takımları ile yaptığı yapılarda yüzleri çakıştırması dikkat çekicidir. Yüzlerde yer alan geometrik şekilleri oluştururken şekil oluşturma becerileri bağlamında davranışlar sergilemiştir. Bu duruma bu etkinlik için hazırlanan cisim takımının ayrıt uzunluklarının orantılı olarak hazırlanması da sağlamış olabilir.

İlkokulda geometrik cisimleri tanıma, isimlendirme, oluşturma, çizme, karşılaştırma ve belli özelliklerine göre gruplandırma etkinliklerinin öne çıkması gerektiği de bilinmektedir (MEB, 2009). Bu doğrultuda bu araştırmada odak öğrenci geometrik cisimleri ayırt etme birbirlerine benzer ve farklılıklarını keşfetme ve eleman özelliklerini derin düzeyde soyutlayabildiği söylenebilir. Böylece somut nesnelerle

öğrendiklerini ileriki öğretim hayatında geometride birer soyutlama olarak incelenen kavramları ilişkilendirebilir (Gün, 2022).

4.2.2. İkinci TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma

TÖYH çerçevesinde yürütülen öğretim dizileri, odak öğrenci ile gerçekleştirilen ön klinik görüşme sonucu ön bilgilerinde eksik olduğu anlaşılan konular göz önünde bulundurularak planlanmıştır. Bu öğretim dizisinde öğrencinin geometrik şekilleri tanıma, isimlendirme ve ayırt etme ile ilgili ve ön klinik görüşmede eksik olduğu gözlenen konularda gelişimleri sağlanarak yeterlikleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Öğretim dizileri sırasında odak öğrenci ile on klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Dört hafta süren öğretim dizisi etkinliklerinde ilk hafta ve geometrik şekillerin tanınması, isimlendirilmesi, kenar ve köşe özelliklerinin belirlenmesi ve cisimlerle ilişkisinin belirlenmesi; ikinci hafta geometrik şekil oluşturma; üçüncü hafta geometrik şekillerde köşegen çizme ve parçalama; dördüncü hafta geometrik şekilleri parçalama amaçlanmıştır.

Birinci hafta etkinliklerinde; çalışma kağıdında verilen günlük hayat görsellerinde geometrik şekiller ile ilgili yorumlarında TÖYH 1'dekine benzer şekilde ölçmeyi kullandığı görülmüştür. Bir kez daha söylenebilir ki öğrenciler geometrik şekil ve cisimleri kavramada dolaylı ve doğrudan ölçmeyi aktif olarak kullanmaktadır. Öğrencinin etkinlikte beşgen olarak isimlendirdiği şekle benzer olarak kendisinin bir beşgen çizimi yapması dikkat çekicidir. Öğrencilerin kendilerinden beklenmemesine rağmen çizim yapmalarına ilişkin benzer araştırma sonuçları bulunmaktadır (Aktaş ve Aktaş, 2012). Öğrencinin zihnindekileri yansıtmak için çizim yapması doğaldır, ancak Yavuzsoy-Köse vd. (2019) çalışmasındakine paralel öğrencinin çizimleri prototip şekillerdir. Bu durumun yanlış akıl yürütmelerine neden olmaması için geometrik şekilleri isimlendirmede kenar ve köşe sayısına dikkat çekilmiştir. Ancak geometrik şekillerin isimlendirilmesi ve sınıflanmasında yalnız kenar ve köşe sayısına da odaklanmayabilir. Örneğin; Clements (2000) ve Hannibal'ın (1999) çalışmasında çocuklar geometrik şekilleri birinden ayırt ederken kenar ve köşe gibi belirleyici özelliklerin yanında şeklin konumu, basıklığı ve çarpıklığı gibi belirleyici olmayan özelliklerine dikkat etmektedir. Somut materyal kullanarak şekil oluşturduğu etkinlikte kenarlarına göre farklı üçgen çeşitleri oluşturmuş ve bunların her birini üçgen olarak

isimlendirebilmiştir. Araştırmanın bulgusu olarak dikkat çekici bir sonuç ise şekillerin oluşturulması etkinliğinde beklenmedik şekilde öğrenci içbükey çokgenler de oluşturmasıdır. Somut materyal kullandığı etkinlikte gösterdiği bu fiziksel eylemi benzer şekilde cisim baskısı etkinliğinde de göstermiştir. Bu çokgenleri oluşturduktan sonra araştırmacı öğrencinin düşüncelerini ortaya çıkarmak için çokgen olma şartlarını sorgulamıştır. Öğrenci çokgen olma şartlarını söyledikten sonra bu çokgenleri *içe doğru çokgen* olarak nitelendirmiştir. İçbükey çokgenler ilköğretim programında yer almamasına rağmen öğrenci bu çokgenleri kenar ve köşe sayılarına göre isimlendirebilmiştir.

İkinci hafta etkinliklerinde; materyal olarak geometri tahtası, DGY ve üç boyutlu yap-boz kullanılmıştır. Her bir materyal öğrencinin bu hafta gerçekleştireceği şekil oluşturma etkinliklerinde zihnindeki yapılandırmaları kolaylaştıracak şekilde seçilmiş ve öğretim deneyleri öncesi hazırlanmıştır. Benzer araştırmalar da göstermiştir ki somut materyaller öğrencilerin daha fazla duyu organına hitap ederek kalıcı öğrenmeyi desteklemektedir (Demir ve Gün, 2023). Bu çalışmada da derin soyutlamalara ulaşabilmek için materyal kullanımı, doğru seçilmiş ve hazırlanmış materyaller oldukça önemlidir.

Öğretim sürecine DGY'nin dahil edilmesi DGY araçlarının geometrik dönüşümleri hızlıca kullanabilmeye imkân sağlaması bakımından şekil oluşturmayı kolaylaştırmıştır. Öyle ki Kuzle (2013) de doğrulama süreci ile ilgili çalışmasında DGY'lerin görselleştirmeyi, kesinlik belirtme ve hızlı olma işlevlerinin kullanışlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca Gökkurt vd. (2012) çalışmasında da öğrencilere göre DGY etkinliklerinde kullanımının kolay ve anlaşılır olduğu, öğrenme konusunda daha hevesli oldukları ve konuları daha rahat anladıkları, konuyu görselleştirmesinin avantajlı olduğu yönünde olumlu görüş bildirdikleri söylenebilir. Burada öğrencinin verilen materyalle yap-boz görevini tamamlayamaması materyalin değiştirilip DGY ortamın aktarılmasına sebep olmuştur. Nitekim hem kâğıt üzerinde hem DGY ortamında aynı biçimde verilen yap-boz etkinliğinde öğrencinin DGY ortamında kolayca görevi tamamlayabilmesi yapılan araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir. Nitekim Simon'un (1995) etkinlik yoluyla öğretiminde TÖYH, belirli matematiksel kavramların öğrenilmesini planlamak için bir araçtır ve matematiksel görevler, belirli

matematiksel kavramların öğrenilmesini teşvik etmek için hazırlanmaktadır. Bu sebeple süreçte materyal değişimi görevlerde değişikliler olabilmektedir.

Üç boyutlu yap-boz ile şekil oluşturma, şekli oluşturan parçaları yorumlama, süsleme oluşturma, süslemeyi devam ettirme gibi amacı olan etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Öğrenci süslemeleri oluşturup günlük hayatında yer alan halı ve duvar süslerine benzetmişti. Benzer araştırmalarda öğrencilerin de belirttiği gibi geometri; odaların şekli, binalar, süslemelerde şekiller kullanıldığı için matematiğin günlük hayattaki kullanımıdır (Baykul, 2014). Bu etkinlikte öğrenci genellikle ilk sorularda deneme-yanılma stratejisini kullanmıştır. Ancak daha sonra süsleme oluştururken ya da DGY'de şekil oluştururken simetrik yapılar oluşturma ve genellikle üçgen ve kare gibi şekilleri daha sık kullanma eğiliminde olduğu görülmüştür. Nitekim öğrenciden aynı yapıyı farklı şekillerle oluşturması istendiğinde, şekli oluştururken yine dikey ya da yatay simetri doğrusu belirleyip o simetri doğrusuna göre şeklin yarısını oluşturmuş diğer yarısını simetrik düşünerek tamamlamıştır, simetrik olmayan bir şekilde şekli oluşturmadığı da görülmüştür. Battista (2007), şekilleri dinamik olarak değiştirme imkânı verildiğinde, şekil özelliklerine ilişkin anlamayı geliştirebileceklerini göstermiştir. Her sınıf düzeyinde geometrik cisim ve şekillerin konum ve boyut farklılığı verilmiş olsa öğrencilerin şekillerin özelliğini anlamada daha kolay geliştirebileceği açıkça söylenebilir.

Üçüncü hafta etkinliklerinde; ilk etkinlikte verilen şekli oluşturan parçalar sorulduğunda zorlanmadan görevi tamamlamış, ancak şekli oluşturan parçaları yorumlarken dörtgende tereddüt yaşamıştır. Dörtgen olarak zihninde sadece kare ve dikdörtgenin var olduğunu ifade etmiştir. Bu karışıklığı yine şeklin kenar ve köşe sayısına sayarak giderebilmiştir. Bu zorluğu yaşamasının sebebi dikdörtgenin içinde yer alan ve parçalaması beklenen şekillerin birer kenarlarının çakışık olması olabilir. Birer kenarları çakışık olan şekilleri birbirinden ayırmak ve dikdörtgen biçimindeki büyük şekli parçalamak için somut materyal desteğine ihtiyaç duyulabilir. Bir önceki hafta kenarları çakıştırarak somut materyallerle şekil oluşumda zorlanmaması da bu düşünceyi destekler niteliktedir. Köşegen çizme etkinliğinde farklı çokgenlerde köşegen çizmesi beklenmesine rağmen dörtgen çeşitlerinden birkaçı ve köşegeni olmayan üçgen de etkinliğe dahil edilmiştir. Karenin köşegenlerini çizip sayısını belirledikten sonra dikdörtgeni çizmeden belirleyebilmesi aynı kenar sayısına sahip çokgenlerin köşegen

sayısının eşit olduğunu zihninde belirleyebildiğinin göstergesidir. Ayrıca köşegenleri belirlenen ilk etkinlikte kullanılan geometri tahtası sonraki etkinlikteki noktalı kâğıda geçişi kolaylaştırmış, öğrencinin görevin üstesinden gelmesini sağlamıştır. Sonuçta üçgenlerin köşegeni olmadığını deneme yanılma stratejisi ile keşfetmiş, farklı türde üçgenlere de genelleyebilmiştir.

Dördüncü hafta etkinliklerinde; farklı şekilleri birden çok şekilde parçalaması ve sonrasında köşegen yardımıyla parçalaması beklenmiştir. Örneğin, bir önceki etkinlikte beşgen üzerinde yapılan parçalamadan sonra son değerlendirme etkinliğinde verilen altıgen ile üç farklı parçalama yapması beklenmiştir. Burada amaç kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için maksimum çeşitliliğe ulaşmaktır. Öğrenci şekilleri parçalama etkinliğinde simetrik olmayan şekillere göre simetrik şekillerde daha kolay parçalamalar yapabilmiştir. Burada şekillerin simetrik olmasıyla kastedilen dikey ya da yatay özellikle de yatay simetri doğrusuna sahip olmasıdır. Örneğin; düzgün altıgenin dikey ve yatay simetri doğrularını kolayca fark edip parçamala yaparken bu doğruları kullanmıştır. Farklı düzeydeki öğrencilerle yapılan araştırmalar da şekillerde simetri doğrusunun yönünün öğrencilerin görevleri tamamlama başarısı üzerinde etkili olduğunu göstermiştir (Grenier, 1988; Xistouri, 2007; Köse 2008).

Bu doğrultuda bu araştırmada odak öğrencinin geometrik şekilleri; çizim yaparak, ölçerek, görselleştirerek, karşılaştırarak, konumunu değiştirerek ve sınıflandırarak şekiller arasındaki ilişkileri keşfetmesi sağlanmaya çalışılmıştır (NCTM, 2000). Bu sayede öğrenci geometrik şekillerin özelliklerini, ilişkilerini ve geometrik kavramları zihinsel ilişkiler kurarak derin düzeyde soyutlamıştır.

4.2.3. Üçüncü TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma

TÖYH çerçevesinde yürütülen bu öğretim dizisinde öğrencinin simetri kavramının temelini oluşturan eşlik kavramı ile ilgili ön klinik görüşmede eksik olduğu gözlenen konularda gelişimi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretim dizileri sırasında odak öğrenci ile yedi klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşme düzgün ve düzgün olmayan geometrik şekilleri iki eş parçaya ayırmaya yönelik gerçekleştirilirken, ikinci ara klinik görüşme simetri doğrusunu belirleme ve çizmeye yönelik gerçekleştirilmiştir, üçüncü ara klinik görüşme ise simetrisini çizme ve simetrik parçalara ayırma işlemine yönelik gerçekleştirilmiştir.

Üç hafta süren öğretim dizisi etkinliklerinde ilk hafta eşliğin kavranması, katlama ile eşliklerin keşfedilmesi; ikinci hafta eş iki parçaya ayırma ve simetri doğrusu çizilmesi; üçüncü hafta geometrik şekillerde köşegenlerden simetri doğrusu olanı belirleme ve simetrik yapı tamamlama amaçlanmıştır.

Birinci hafta etkinliklerinde; eşliğin vurgulanması ve simetri kavramına dair görüşler belirlenirken somut materyaller kullanıldığından öğrenci eşliği çakıştırma ile göstermiştir. Burada çakıştırdığı elemanlar genellikle kenarlar olmuştur. İp baskısı yaptırılarak öğrencinin aşina olduğu bir yolla katlama çizgisi-simetri doğrusu ilişkisi ve katlama çizgisine göre eş parçaların incelenmesi amaçlanmıştır. Burada kullanılan materyal desteği öğrencinin konuya olan ilgisini artırmış ve eşlikleri kolayca yorumlayabilmiştir. Nitekim Baykul'a (2014) göre de ilkokulun ilk üç sınıfında, geometrik konularında mümkün olduğunca formül ve sembol kullanmaktan kaçınılmalı; onları, öğrencilerin, deneme, kesme, yapıştırma gibi etkinliklerle kendilerinin bulmalarına imkân sağlanmalıdır. Ancak Köse'nin (2012) çalışmasında olduğu gibi yorumlarken genellikle öğrencinin dili informal olmuş, geometrik terimler kullanmadan katlama çizgisine eş olan parçaları gösterebilmiştir. İfade edemese de katlama çizgisinin simetrik yapı oluşturduğunun farkındadır ve somut örnek üzerinden gösterebilmektedir. Bintaş, Altun ve Arslan'nın (2003) 7. sınıf öğrenciler ile gerçekleştirdikleri araştırmanın bulgusuna benzer olarak öğrencilerin simetri kavramını açıklarken informal bir dil kullanmaları ile örtüşmektedir.

İkinci hafta etkinliklerinde; öğrencinin yağlı kâğıttan kesilmiş olarak verilen simetrik ve simetrik olmayan şekilleri eş parçalara ayırması ardından da simetri doğrusu çizmesidir. Burada yağlı kâğıdın yarı şeffaf olma özelliğinden yararlanarak katlamalar yapmış ve eş parçalar oluşturmuştur. Bu katlamalarda kenar ya da köşeleri çakıştırma yöntemini tercih etmiştir. Öğrenciye verilen şekillerden bir kısmı simetrik iken bir kısmı da simetrik olmayan şekillerdir. Burada duruma örnek ve örnek olmayan şekillerin verilmesinin amacı eşlik ve simetri kavramlarını derinleştirebilmesini kolaylaştırmaktır. Sarfaty ve Patkin (2013) cisimlerle ilgili gerçekleştirdiği çalışmasında da aynı kavramlara ilişkin örnek olmayan örnekler verilerek çocukların kavramsal anlamalarını geliştirmesi desteklenmiştir.

Üçüncü hafta etkinlikleri; öğrencinin simetri doğrusu çizmesi ve simetrik şekli tamamlaması beklenen görevlerden oluşmaktadır. Simetri doğrusunu belirlerken

çakıştırma kullanmış, diğer araştırmalara benzer şekilde bir şeklin simetrik olduğunu, simetri doğrusu üzerinden katlanınca üst üste gelecek şekilde çizilmesi olarak tanımlamıştır (Köse, 2012). Ayrıca simetri doğrularını çizdiği etkinlikte çoğunlukla dikey simetri doğrularını çizmiştir (Köse, 2008). Son değerlendirme etkinliğinde öğrenciden beklenen 3 boyutlu yap-boz ve kâğıt kalem ile şekli simetrik olacak şekilde tamamlamasıdır. Tamamlama yaparken simetri doğrusuna eş uzaklığı keşfetmiş, birkaç şekilde dikme de kullanmıştır. Daha büyük yaşlardaki öğrencilerle yapılan çalışmada doğruya göre simetrinin temelinde yer aldığı ifade edilen simetrik noktaları birleştiren doğrunun simetri doğrusuna dik olması gibi özellikleri fark etmesinin doğruya göre simetriyi bir dönüşüm olarak anlamlandırmasını önemli ölçüde etkileyebileceği düşünülmüştür.

Bu doğrultuda bu araştırmada odak öğrenci simetri ve simetri doğrusu kavramlarını derin düzeyde soyutlamıştır. Simetri kavramı öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarına ek olarak problem çözme becerilerini de geliştirmektedir (Leikin, Berman ve Zaslavsky, 2000). Nitekim öğrencinin simetri bilgisini diğer öğretim döngülerinde karşılaştığı görevleri çözümlerken kullandığı gözlenmiştir. Örneğin; şekil oluşturma görevlerinde şekli oluştururken simetrik yaparak ilerlemiştir. Öğrenci simetri ve dörtgenlerin köşegen özelliklerine dayalı yorumlamaları yapılan çalışmalara benzer şekilde "bir cismin veya şeklin diğer tarafa aynı şekilde çizilmesi", "diğer tarafa da şeklin aynısının geçmesi" ifadeleri ile olmuştur. Bu ifadeler ile aslında simetri doğrusuna sahip dörtgenlerin özelliklerini ifade etme ve dörtgenleri farklı şekillerde tanımlama becerilerini de desteklemektedir (Yavuzsoy-Köse vd. 2019).

4.2.4. Dördüncü TÖYH'de gerçekleştirilen öğretim deneyindeki görüşmelere ilişkin tartışma

TÖYH çerçevesinde yürütülen bu öğretim dizisinde öğrencinin temel geometrik kavramların temelini oluşturan nokta ile ilgili ön klinik görüşmede eksik olduğu gözlenen konularda gelişimi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretim dizileri sırasında odak öğrenci ile beş klinik görüşme gerçekleştirilmiştir. Birinci ara klinik görüşme nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının öğretimine yönelik gerçekleştirilirken, ikinci ara açı kavramı öğretimi ve temel geometrik kavramların birbiriyle ilişkilendirilmesine yönelik gerçekleştirilmiştir.

Üç hafta süren öğretim dizisi etkinliklerinde ilk hafta nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarının tanıtılması; ikinci hafta DGY ile geometrik kavramların çizilmesi; üçüncü hafta açı kavramı ve özelliklerinin öğretilmesi ve ele alınan tüm kavramların değerlendirilmesi tamamlama amaçlanmıştır.

Birinci hafta etkinliklerinde; ön değerlendirme testi sonucu ile öğrencinin fark ettiği ancak isimlendirmediği kavramları materyalle kavranması amaçlanmıştır. Naidoo (2012) görsel araçların matematiksel kavramların öğrenilmesini kolaylaştırabileceğini belirtmiştir. Burada sıralama nokta, doğru, ışın, doğru parçası şeklinde olmuştur. Doğru parçası kavramını *kısa doğru* olarak tanımlamış, ışını da genellikle ışık gibi benzetmeler yapmıştır. Nitekim Ardıç, Şengür ve Yenilmez'in (2019) çalışmasında da ışın kavramı ile ilgili öğrenciler ok, ışık, güneş ışınları gibi örnekler vermişlerdir ve çizerek göstermişlerdir. 'Işın, doğru, doğru parçası' kavramlarını içeren diğer araştırmalarda da öğrencilerin bu kavramları anlamakta zorlandıkları ve birbirlerine karıştırdıkları görülmektedir (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Öğrencinin burada doğruyu anlamlandırdıktan sonra simetri doğrusu ile ilişkilendirmesi dikkat çekicidir.

İkinci hafta etkinliklerinde; öncelikle farklı konumlarda doğru parçalarının çizilmesine yer verilmiştir. Üçüncü sınıfta bir öğrencinin doğrunun, ışının, doğru parçasının, yatay, dikey ve eğik doğruların modellerini çizmesi ve bunları adlandırması beklenmektedir (Baki, 2018). Açı kavramının öğretildiği etkinliklerde öncelikle günlük hayattan çeşitli örnekler üzerinden açının dinamik özelliği vurgulanacak şekilde başlanmıştır. Nitekim günlük hayatta çoğunlukla karşılaşılan açı, geometrinin en temel kavramlarından birisidir (Erbay, 2016; Yıldız, 2017). Ülkemiz öğretim programında 'açılar' kavramı ilkokul dördüncü sınıftan itibaren öğretilmektedir (MEB, 2018). Öğretim döngüsünde de açı kavramı nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramlarından sonra verilmiştir. Ancak döngüde daha önce yapılan DGY etkinliğinde öğrencinin ışınları anlatırken birleştiği ve sürükleyerek hareket ettirdiği açı da çizdiği görülmüştür. Bu durum açı kavramı da diğer kavramlarla birlikte verilebileceği ya da DGY etkinliğinin tüm etkinliklerden sonra bir kez uygulanabileceğini akla getirmiştir.

Üçüncü hafta etkinliklerinde çoğunlukla açının kolları ve büyüklüğü üzerine etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Öğrencinin açıların ölçülerine dair bilgisi olmamasına ve bu yaş düzeyinde açı ölçme öğretilmemesine rağmen önce somut materyallerle sonrasında dinamik ortamda açıların kollarının uzunluğunun açı ölçüsünü

etkilemediğini fark etmesi dikkat çekicidir. Taylan ve Aydın'ın (2018) çalışmalarında da öğrencilerin erken yaşlarda açı kavramını tanımaları, büyüklüklerine açıları sınıflandırabilmeleri, açının köşe ve kenarlarını ayırt edebilmeleri beklendiği belirtilmiştir.

Geometrik düşüncenin belirlenen hedef doğrultusunda geliştirilebilmesi için öğrenciler varsayımlar oluşturularak etkinliklerle geometrik kavramların özelliklerini keşfetmelidir (Baykul, 2005). Diğer geometri konularının temelinde yer alan geometrik kavramların anlamlandırılması ve derin soyutlanması oldukça önemlidir. Bu noktada Battista (2007) araştırması neticesinde geometri konularının öğretimi sırasında matematiksel kavramların anlamlandırılmasının ve içselleştirilmesinin önemine vurgu yapmıştır. Soyut kavramlar öğretileceğinde somut işlem döneminde olan ilkokul öğrencilerine geometrik kavramların nasıl öğretildiği oldukça önemlidir (Olkun ve Toluk Uçar, 2007). Geometrik kavramların özelliklerinin doğru bir şekilde anlamlandırıldığı ve birbiriyle ilişkilendirmesinde kolaylık sağladığı göz önüne alınırsa teknolojik materyal olarak DGY kullanılmasının geometrik kavramları anlamlandırmada olumlu katkısı olduğu söylenebilir. Bu sonuçlar diğer araştırmalarda DGY kullanılan öğrenme ortamları ile öğrencilerin geometrik düşünme becerisi gelişirken doğru geometrik tanımlamalar yapabilmelerine de fırsat sağlanabildiği yönünde ortaya çıkarılmıştır (Topuz ve Cantürk-Günhan, 2012). Bu doğrultuda bu araştırmada odak öğrenci temel geometrik kavramlardan nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açıyı belirlenen kapsamda zihinsel ilişkiler kurarak derin düzeyde soyutlamışlardır. Bu aşamada zihninde oluşan ilişkiler sonraki yıllarda öğreneceklerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Benzer şekilde Carroll (1998) da ilkokulda geometri konusunda yeterli kazanımlar elde eden öğrencilerin ileriki yıllarda geometri problemlerini çözmekte gerekli akıl yürütme becerilere sahip olarak bu becerileri daha etkili kullanabildiklerini söylemiştir.

Soyutlama mekanizması, bir çocuğun matematiksel bilgisini oluşturduğu süreci ayrıntılı ortaya koymakta önemli bir araç olarak kabul edilmektedir (Zembat, 2016a). Ayrıca soyutlama mekanizmasının TÖYH'ye kavramsal bir çerçeve sağladığı (Simon ve Tzur, 2004) ve iyi anlaşılmasının başarılı bir ders tasarımı ile ilgili daha sistemli yaklaşımlar sağlayabileceği de vurgulanmaktadır (Simon, vd., 2004). Bu bağlamda odak öğrencinin belirlenen öğretim döngülerindeki amaçlara yönelik olarak soyutlama

mekanizmaları düşünüldüğünde yapılan ders tasarımlarının uygulanabilirliği hakkında bilgi vermektedir. Ayrıca MEB tarafından taslak yayınlanan son öğretim programında yapılan sıralamanın araştırma ile paralellik göstermesi de dikkat çekicidir. Programda yer alan nesnelerin geometrisi temasında:

1. Sınıfta; geometrik nesnelerin özelliklerini belirleme, sınıflama ve isimlendirebilme,
2. Sınıfta; günlük hayat örneklerinden başlanarak geometrik cisimlerin özelliklerini belirleme, sınıflama, isimlendirme ve geometrik yapılardaki cisim ve şekilleri belirleme, geometrik cisim ve şekilleri yön, konum veya büyüklükleri değiştiğinde özelliklerinin değişmediğini bilme,
3. Sınıfta; geometrik cisimlerin yüz, köşe, ayrıt özelliklerini belirleyebilme, geometrik şekilleri kenar sayılarına göre isimlendirebilme, ilgili teknolojileri kullanabilme, simetrik olma, eşlik, simetri doğrularını belirleyebilme ve verilen şekli simetrik olarak tamamlayabilme,
4. Sınıfta; geometrik şekilleri köşe ve kenarlarına göre yorumlayabilme, günlük hayattan örneklerle açıyı bir dönme miktarı olarak yorumlayabilme, bir şeklin doğruya göre simetrisini yapılandırabilme becerileri yer almaktadır.

Görülmektedir ki bu çalışmada günlük hayat örneklerinden başlanması, teknolojik materyallerin kullanımı desteklenmesi, konuların sıralanması ve etkinliklerin sıralamasındaki benzerlik TÖYH'lerde ve ilkokul öğretim programında birbirine paralel şekilde yer almaktadır. Tüm bunlar gösteriyor ki hazırlanan ders tasarımları ve etkinlikler yeni programa paralel şekilde öğrencilerin soyutlama mekanizmalarını destekleyici etkinlikleri içermektedir.

4.3. Öneriler

Bir ilkokul öğrencisinin TÖYH bağlamında geometrik kavramlar konusunda soyutlamalarını ortaya koyan bu çalışmanın sonuçlarına dayalı olarak geliştirilen öneriler "Araştırmanın sonuçlarına yönelik öneriler" ve " Gelecek araştırmalara yönelik öneriler" olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

4.1. Araştırmanın sonuçlarına dayalı öneriler

- Bu araştırmada her bir öğretim döngüsünün planı tasarlanırken farklı materyaller kullanılarak etkinlikler tasarlanmıştır. Geomag mıknatıs, boncuklar, günlük hayattan görsel ve somut geometrik cisim takımları, şekil takımları, çubuklar, geometri tahtaları, iki ve üç boyutlu yap-bozlar gibi materyaller ve teknoloji kullanılarak tasarlanan etkinliklerin öğrencinin öğrenmeleri için kolaylaştırıcı ve destekleyici araçlar sundukları görülmüştür. Bu nedenle öğretmenler, öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini destekleyecek şekilde birden fazla materyalle desteklenen etkinlikler tasarlayabilirler.
- Bu çalışmada temel geometrik kavramların öğretiminde günlük yaşamdan açı örnekleri gösterebildiği ve geometrik şekillerin iç açılarını fark edebildiği için TÖYH 4'e son etkinlik olarak bir açı çizme görevi de ilave edilebilir ve TÖYH son haline getirilebilir.
- Araştırmada özellikle TÖYH 2'de teknolojik destek olarak kullanılan DGY, TÖYH 1'de de 3 boyutlu DGY olarak kullanılabilir ve dinamik yapısı ve adımları tekrar izleme fırsatı vermesi sebebiyle de öğrencilerin zihinlerinde geometrik cisimleri görselleştirmeyi kolaylaştırabilir.
- Bu araştırmada öğrencilerin etkinliklerde görevlerin doğru sıralanmasıyla birlikte ortaya çıkan bireysel eylemlerin matematiksel soyutlamalarında destekleyici bir rol oynadığı görülmüştür. Bu bağlamda etkinlik ve görevlerin doğru şekilde tasarlanmasının matematik derslerinde kullanımına yönelik öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilebilir ve tasarımlar etkin bir biçimde matematik derslerine yansıtılabilir.

4.2. Gelecek araştırmalara yönelik öneriler

Bu araştırma, bir üçüncü sınıf öğrencisi ile sınırlıdır. Dolayısıyla birden fazla öğrenciyle aynı görüşmeler gerçekleştirilebilir ve bireysel zihinsel eylemleri incelenebilir.

- Bu araştırma, sınıf düzeyi bakımından üçüncü sınıf öğrencisi ile sınırlıdır. Dolayısıyla farklı sınıf düzeylerinde de benzer çalışmalar gerçekleştirilebilir.
- Bu araştırmada birebir öğretim olarak tasarlanan öğrenme ortamına ek olarak farklı seviyelerdeki öğrencilerin işbirliği yapabilmesi, akranlarından öğrenebilmeleri ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilerin gelişimi için yararlı

olabileceğinden sınıf etkinlikleri tasarlayıp hem bireysel çalışmalar hem de grup çalışmaları olarak uygulanabilir.

- Bu çalışmada geometrik cisim, şekil, simetri ve temel geometrik kavramlar konusuna ilişkin TÖYH çerçevesinde tasarlanan bire-bir öğretim deneyi gerçekleştirilmesine karşın geometrik cisim, şekil ve kavramlarda ölçmeye yönelik bir TÖYH'nin ortaya konması amaçlanmamıştır. Bu nedenle başka bir çalışmada ilgili geometrik kavramları ölçmeye yönelik TÖYH'nin ortaya konması alana katkı olarak tasarlanabilir.
- Geometri öğrenme alanına dair başka konularda öğretme ve öğrenme yöntemlerini araştıran çalışmalar, öğretmen ve öğrencilerin düşünme becerilerine katkı sağlayacağından araştırma kapsamında olmayan diğer geometri konularının kavranmasını sağlayacak öğretim tasarımları yapılabilir.
- Yapılan çalışma sonucunda öğrencinin süreç içerisinde gösterdiği gelişimi diğer sınıf düzeylerinde ve ileriki yıllarda devam ettirip ettirmediği merak konusudur. Bu nedenle çalışma sonrasında edinilen bilgilerin sürdürülebilirliğini içeren araştırmalar düzenlenebilir.
- Bu araştırma sırasında MEB tarafından yayımlanan 2024-2025 eğitim-öğretim yılında uygulanacak olan yeni öğretim programında yer alan temalar ve öğrenme çıktılarına paralel etkinliklerle ilkokul düzeyinde araştırmadaki gibi tahmini öğrenme yörüngeleri hazırlanabilir.
- Bu konuda tasarım tabanlı araştırma tasarlanabilir.

KAYNAKÇA

Alaylı, F. G. (2012). Geometride şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmalarında ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin düşünme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçteki düzeylerinin belirlenmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. Journal of Educational Psychology, 102(1),115

Ardıç, F., Şengür, S., Yenilmez, K. (2019). Kırsal Bölgede Öğrenim Gören Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Kavramları Günlük Hayatla İlişkilendirme Düzeyleri. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi, 4(2), 22-37.

Aşık, G., ve Yılmaz, Z. (2017). Matematik eğitimi çalışmalarında tasarım tabanlı araştırma ve öğretim deneyi yöntemleri: Farklar ve benzerlikler. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *13*(2), 343-367.

Baki, A. (2018). Matematiği öğretme bilgisi. Ankara: Pegem A Akademi Yayıncılık.

Başer, N., Köröğlu, H., Özbellek, S. G., ve Tezcan, C. (2002). İlköğretim geometri öğretiminde karşılaşılan güçlükler ve giderme yolları. Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 14, 38−47.

Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. Mathematical Thinking and Learning, 6, 185–204.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. F. K. Lester, Jr. (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning içinde (s. 843-908), Charlotte, NC: Informatio" Age Publishing.

Baykul, Y. (2005). İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar). Pegem Yayıncılık.

Bayraktar Kurt, E. (2012). *İlköğretim geometri öğretiminde geometrik şekiller ve cisimlerin origami yardımı ile birbirine dönüştürülmesi* (Master's thesis, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Bintaş, J., Altun, M. ve Arslan, K. (2003). Gerçekçi matematik eğitimi ile simetri öğretimi. MATDER. http://www.matder.org.tr/Default.asp?id=107 adresinden 10.12.2023 tarihinde alınmıştır.

Carroll WM 1998. Middle school students' reasoning about geometric situations. Mathematics Teaching in the Middle School, 3(6):398-403.

Clements, D.H. ve Battısta, M.T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. A. Grouws (Ed.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (420–464). Don Mills, ON: Maxwell Macmillan.

Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S. (1997). Development o students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary Schoo Journal*, *98*(2), 171-186.

Clements, D.H. (1998). Geometric and Spatial Thinking in Young Children. National Science Foundation, Arlington, VA.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, *99*(1), 5-11.

Clements, D. H., Sarama, J. and Wilson, D. C. (2001). Composition of geometric figures. Proceedings Of The 25 th Conference Of Te International Group For The Psychology Of Mathematics Education: Ultrecht- The Netherlands, Vol:2, 2-273

Clements, D.H., Wilson, D.C. ve Sarama, J. (2004). Young Children's Composition of Geometric Figures: A Learning Trajectory. Mathematical Thinking and Learning: 6(2), 163-184.

Clements, D.H., ve Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 81–89.

Clements, D. H., Wilson, D. C. and Sarama, J. (2004). Young children's composition geometric figures: A learning trajectory. Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 163- 184.

Clements, D. H. (2007). Curriculum research: toward a framework for" research-based curricula". Journal for Research in Mathematics Education, 35-70.

Clements, D. H., ve Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. New York: Routledge.

Clements, D.H. ve Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics – Sequences of acquisition and teaching. Encyclopedia of Language and Literacy Development (pp. 1-6). London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network.

Clements, D. H. (2011). Learning trajectories: Foundations for effective, research based education. In L. R. Wiest ve T. Lamberg (Eds.), Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (pp. 320-356). Reno, NV: University of Nevada, Reno.

Clements, D. H., ve Sarama, J. (2014). Learning trajectories: Foundations for effective, research-based education. In A. P. Maloney, J. Confrey, ve K. H. Nguyen (Eds), Learning over time: Learning trajectories in mathematics education, (pp.1-31) New York: Information Age Eds.

Clements, D. H. and Sarama, J. (2014). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Routledge.

Clements, D.H., Sarama, J., Spitler, M.E., Lange, A.A., ve Wolfe, C.B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(2), 127-166.

Clements, D.H., Sarama, J., Spitler, M.E., Lange, A.A., ve Wolfe, C.B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(2), 127-166.

Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S. (1996). Development of turn and turn measurement concepts in a computer-based instructional unit. *Educational Studies in Mathematics*, *30*(4), 313-337.

Clements, D. H., ve Battista, M. T. (2000). Designing effective software. In R. Lesh ve A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education,* (pp. 761-776). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational researcher*, *23*(7), 13-20.

Cobb, P., Confrey, J., Lehrer, R., ve Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational researcher*, *32*(1), 9-13.

Cobb, P., ve Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for research in mathematics education*, 14 (2), 83-94.

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiment in collaboration with teachers.In A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Eds.)**,** *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp.307-333). London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., ve Gravemeijer, K. (2010). Participating in classroom mathematical practices. In E. Yackel, K. Gravemeijer, ve A. Sfard (Eds.), A journey in Mathematics Education Research, (pp. 117-163). Netherlands: Springer.

Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., ve Myers, M. (2009). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories. In 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece.

Confrey, J., ve Maloney, A. (2010). The construction, refinement, and early validation of the equipartitioning learning trajectory. In Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences, 1, 968-975.

Confrey, J., Maloney, A. P., ve Corley, A. K. (2014). Learning trajectories: a framework forconnecting standards with curriculum. *ZDM, 46*(5), 719–733.

Demir, Ö., ve Gün, Ö. (2023). Geometrik Cisimlerin Öğretiminde Somut Materyal Kullanımının Öğrencilerin Başarısına, Tutumuna ve Öz-Yeterliğine Etkisi.

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi (57), 1735-1762. https://doi.org/10.53444/deubefd.1283743.

Deringöl, Y. (2020). Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Geometri Konularına Bakışları. Anadolu Journal of Educational Sciences International, 10(2), 856-870. https://doi.org/10.18039/ajesi.741891.

Duit, R., Komerek, M. ve Wilbers, J. (1997) Studies on educational reconstruction of chaos theory. *Research in Science Education*, 27, 339–357.

Duit, R., Roth, W.-M., Komorek, M. ve Wilbers, J. (1998) Conceptual change cum discourse analysis to understand cognition in a unit on chaotic systems: Towards an integrative perspective on learning in science. *International Journal of Science Education*, 20, 1059–1073.

Gökkurt, B., Deniz, D., Soylu, Y., ve Akgün, L. (2012). Dinamik geometri yazılımı ile hazırlanan çalışma yaprakları hakkında öğrenci görüşleri: Prizmalarda alan örneği. Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 1(3), 358−363.

Grenier, D. (1988). Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième (Doctoral dissertation, Université Joseph-Fourier-Grenoble I).

Gün, Ö. (2022). Katı cisimlerin öğretimi. Geometri öğretim bilgisi (s. 223−258). Pegem Akademi.

Güven, B., ve Okumus, S. (2011). 8th Grade Turkish Students'van Hıele Levels And Classıficatıon Of Quadrılaterals. The impact of teacher-led discussions on students' subsequent argumentative writing.

Hannibal, M. A. (1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. Teaching Children Mathematics, 5(6), 353-358.

İncikabı, L. ve Kılıç, Ç. (2013). İlköğretim öğrencilerinin geometrik cisimlerle ilgili kavram bilgilerinin analizi. Kuramsal Eğitimbilim Dergisi, 6(3), 343-358. Doi: 10.5578/keg.5920.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L., ve Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41* (2), 169-202.

Komorek, M., ve Duit, R. (2004). The teaching experiment as a powerful method to develop and evaluate teaching and learning sequences in the domain of non-linear systems. *International Journal of Science Education*, *26*(5), 619-633.

Köse, N. Y. (2008). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: Bir eylem araştırması, Yayınlanmamış doktora tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Köse, N. Y. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 42 (42).

Kuzle, A. (2013). Constructions with various tools in two geometry didactics courses in the United States and Germany. B. Ubuz (Ed.), Proceedings of the eighth congress of the European society of research in mathematics education içinde (s. 6-10). Antalya, Turkey.

Leikin, R., Berman, A., ve Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. Mathematics Education Research Journal, 12, 18-36.

Lewis, K. E. (2014). Difference not deficit: Reconceptualizing mathematical learning disabilities. Journal for Research in Mathematics Education, 45(3), 351-396.

Lindquist, M. M. ve Clements, D. H. (2001). Geometry Must Be Vital. Teaching Children Mathematics. 7.7, 409.

Markopoulos, C., Potari, D., & Schini, E. (2007). The process of composition and decomposition of geometric figures within the frame of dynamic transformations. In Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Larnaca, Cyprus (Vol. 1042, p. 1051).

McGatha, M., Cobb, P., ve McClain, K. (2002). An analysis of students' initial statistical understandings: Developing a conjectured learning trajectory. The Journal of Mathematical Behavior, 21(3), 339-355.

Mansfield, H. M. ve Scott, J. (1990). Young children solving spatial problems. *Proceedings of the 14th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*, 275-282. International Group for the Psychology of Mathematics Education Oaxlepec.

Markopoulos, C., Potari, D. and Schini, E. (2007). The process of composition and decomposition of geometric figures within the frame of dynamic transformations. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education: Larnaca, Cyprus*, 1042-1051.

MEB, (2009). İlköğretim matematik dersi 1-5. sınıflar öğretim programı. *Talim Terbiye Kurulu, Ankara*.

MEB, (2013). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. *Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü*.

MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara.

MEB, (2024). *Türkiye yüzyılı maarif modeli öğretim programları.* Ankara.

Miles, M. B., and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. California: Sage Publications.

Mojica, G. F. (2010). Preparing pre-service elementary teachers to teach mathematics with learning trajectories. Unpublished PhD Dissertation. The Graduate Faculty of NorthCarolinaStateUniversity.https://search.proquest.com/docview/761000988?pq-origsite=gscholar (Erişim Tarihi: 24/10/2019).

Munro, J. (2003). Dyscalculia: A unifying concept in understanding mathematics learning disabilities. Australian Journal of Learning Difficulties, 8(4), 25-32.

Naidoo J 2012. Teacher reflection: The use of visual tools in mathematics classrooms. Pythagoras, 33(1): Art. #54, 9 pages. http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v33i1.54.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). Principles and standards for school mathematics. NCTM Reston.

Nguyen, K. H. (2010). Investigating the role of equipartitioning and creating internal units in the construction of a learning trajectory for length and area (Doctoral dissertation). North Carolina State University, Raleigh, NC.

Okazaki, M., ve Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 41-48).

Olkun, S. (2003). Öğrencilere Hacim Formülü Ne Zaman Anlamlı Gelir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi,* 25, 160-165.

Olkun, S., Sinoplu, N.B. ve Deryakulu, D. (2005). Geometric explorations with dynamic

geometry applications based on van hiele levels. International Journal for Mathematics Teaching and Learning,(April 13), 1-12.

Olkun, S., ve Toluk-Uçar, Z. (2007). İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Maya Akademi Yayın Dağıtım.

Panorkou, N., Maloney, A. P., ve Confrey, J. (2013). A learning trajectory for early equations and expressions for the common core standards. In Proceedings of the 35th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 35, 417-424.

Sarama, J., Clements, D. H. and Vukelic, E. B. (1996). The role of a computer manipulative in fostering specific psychological/mathematical processes. Proceedings of the eighteenth annual meeting of the North America Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 567-572. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

Sarama, J., ve Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. London: Routledge.

Sarama, j. ve Clements, D.H. (2002). Building Blocks For Young Children‘s Mathematical Development. J. Educational Computing Research: 27(1ve2), 93-110.

Sarfaty Y. ve Patkin D. 2013. The ability of second graders to identify solids in different positions and to justify their answer. Pythagoras: Journal of The Association for Mathematics Education of South Africa, 34(1): Art. #212, 10 pages. http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v34i1.212.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. Journal for Research in Mathematics Education, 114-145.

Simon, M. A., Kara, M., Norton, A., & Placa, N. (2018). Fostering construction of a meaning for multiplication that subsumes whole-number and fraction multiplication: A study of the Learning Through Activity research program. *The Journal of Mathematical Behavior*, *52*, 151-173.

Simon, M. A., Kara, M., & Placa, N. (2018). Promoting reinvention of a multiplication-of-fractions algorithm: A study of the Learning Through Activity research program. The Journal of Mathematical Behavior, 52, 174-187.

Simon, M. A., Kara, M., Placa, N., & Avitzur, A. (2018). Towards an integrated theory of mathematics conceptual learning and instructional design: The Learning Through Activity theoretical framework. *The Journal of Mathematical Behavior*, *52*, 95-112.

Simon, M. A., Placa, N., Avitzur, A., & Kara, M. (2018). Promoting a concept of fraction-as-measure: A study of the Learning Through Activity research program. *The Journal of Mathematical Behavior*, *52*, 122-133.

Simon, M. A., ve Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 91-104.

Simon, M.A., Tzur, R., Heinz, K. and Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 35, 305-329.

Steffe, L. P., ve Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, (pp. 267-306). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Steffe, L. P. (1991). *The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications.* In *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Springer, Dordrecht.

Szilágyi, J., Clements, D. H., ve Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.

Tapan-Broutin, M S. (2016). Çizim-geometrik şekil-geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen faktörler. Matematik Eğitiminde Teoriler içinde, 307-323.

TIMSS (2019) ulusal matematik ve fen bilimleri ön raporu 4. ve 8. sınıflar. *MEB: Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü*.

TIMSS (2015). Uluslararası fen ve matematik eğilimleri araştırması. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları

Toluk Uçar, Z. (2005). Türkiye'de Matematik Eğitiminin Genel Bir Resmi: TIMSS 1999. Altun, A. ve Olkun, S. (Ed). Güncel GeliÇmeler IÇığında İlköğretim Matematik, Fen, Teknoloji, Yönetim. Ankara: Anı Yayıncılık

Toptaş, V. (2010). İlköğretim Matematik Dersi (1-5) Öğretim Programı ve Ders Kitaplarında Geometri Kavramlarının Sunuluşunun İncelenmesi. İlköğretim Online, 9(1), 136-149.

Topuz, F., & Cantürk Günhan, B. (2020). Content Analysis of Research on Processes of Constructing Knowledge in Mathematics Education in Turkey. Bartın University Journal of Faculty of Education, 9(2), 279-300. https://doi.org/10.14686/buefad.578076

Ulusoy, F., ve Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin paralelkenari ayirt etme biçimleri: Aşiri Özelleme ve aşiri genelleme. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17(1), 457-475.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Nobel Akademik Yayıncılık.

Von Glasersfeld, E. (1995). A Constructivist Approach to Teaching. In L. P. Steffe, & J. Gale (Eds.), Constructivism in Education (s. 3-15). Hillsdale: Erlbaum.

Wang, F., ve Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology- enhanced learning environments. *Educational Technology Research and Development*, *53*(4), 5-23.

Wilson, P. H., Mojica, G. F., ve Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking, Journal of Mathematical Behavior, 32, 103– 121.

Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. In 5th Conference of European Research in Mathematics Education, Lanarca, Cyprus (pp. 526-535).

Yavuzsoy Kose, N., Yilmaz, T.Y., Yesil, D., ve Yildirim, D. (2019). Middle school students‟ interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for which parallelogram? International Journal of Research in Education and Science (IJRES), 5(1), 157-175.

Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin geometrideki kavram yanılgıları. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21(2), 461-483.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* Sekizinci Baskı Ankara: Seçkin Matbaacılık.

Yıldırım, D. ve Yavuzsoy, N. K. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Çokgen Problemlerindeki Matematiksel Düşünme Süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-362044 (Erişim Tarihi: 20/10/2019).

Yıldız, B. (2009a). Üç-Boyutlu sanal ortam ve somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme becerilerine etkileri. [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.

Zembat, İ.Ö. (2016a). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan,S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 27,* s 448-458. Pegem Akademi, Ankara.

Zembat, İ.Ö. (2016b). Piaget'nin merceğinden yapılandırmacılık ve zihinsel düzenekler. (Ed.) Bingölbali, E., Arslan, S. ve Zembat, İ.Ö. *Matematik eğitiminde teoriler içinde bölüm 29,* s 475-487. Pegem Akademi, Ankara.

EKLER

EK-1: Eskişehir Millî Eğitim Müdürlüğünden Alınan İzin Belgesi

Gelen Evrak Tarih ve Sayısı: 25.01.2021-12537

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : E-88074293-605.01-19496523 21.01.2021
Konu : Burcu KARAKUZU ATAŞ'ın
Araştırma İzni

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü)

İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı "Araştırma Uygulama İzinleri" Genelgesi.
b) 12.01.2021 tarihli ve 5028 sayılı yazınız.
c) Valilik Makamının 20.01.2021 tarihli ve 19408136 sayılı oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Burcu KARAKUZU ATAŞ'ın "İlkokul Öğrencilerinin Geometrik Kavramlarının Gelişimi: Tahmini Öğrenme Yol Haritalarına Dayalı Bir Öğretim Deneyi" başlıklı doktora tez çalışmasına ilişkin ilgi (b) yazınız ile istenilen "Araştırma İzni" incelenmiş, uygun görülmüş ve Valilik Makamından alınan ilgi (c) olur ekte gönderilmiş olup, Bakanlığımızın ilgi (a) Genelgesinin 25 inci maddesi gereği çalışmalarda ekteki imzalı ve mühürlü ölçme araçlarının kullanılması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Hakan CIRIT
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek:
1-İlgi (c) Valilik Oluru (1 Sayfa)
2-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
3-Ölçme Araçları (7 Sayfa)

T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

ESKİŞEHİR
İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

Sayı : E-88074293-605.01-19408136
Konu : Burcu KARAKUZU ATAŞ'ın
Araştırma İzni

20/01/2021

VALİLİK MAKAMINA

İlgi : Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğü'nün 12.01.2021 tarihli ve 5028 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Burcu KARAKUZU ATAŞ'ın "İlkokul Öğrencilerinin Geometrik Kavramlarının Gelişimi: Tahmini Öğrenme Yol Haritalarına Dayalı Bir Öğretim Deneyi" başlıklı doktora tez çalışması Müdürlüğümüz Araştırma ve Sosyal Etkinlik İzinleri İnceleme Komisyonu tarafından değerlendirilmiş ve uygulanmasında sakınca görülmediği bildirilmiştir.

Müdürlüğümüzce de uygun görülmüş olan söz konusu araştırma çalışmasının, 2020-2021 eğitim öğretim yılı içerisinde ve eğitim öğretimi aksatmamak kaydıyla, ilimizde bulunan tüm ilkokullarda uygulanmasını olurlarınıza arz ederim.

Hakan CIRIT
İl Milli Eğitim Müdürü

O L U R
20/01/2021
Kürşat GÜLERYÜZ
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek:
1-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
2-Ölçme Araçları (7 Sayfa)

ESKİŞEHİR
İL MİLLÎ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN

Adı Soyadı	Burcu KARAKUZU ATAŞ
Kurumu / Üniversitesi	Anadolu Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Kurum	Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı tüm ilkokullar
Araştırmanın Konusu	İlkokul Öğrencilerinin Geometrik Kavramlarının Gelişimi: Tahmini Öğrenme Yol Haritalarına Dayalı Bir Öğretim Deneyi
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma / Proje / Ödev / Tez Önerisi	Doktora Tez Çalışması
Veri Toplama Araçları	1. Öğrencilere Sorulan Önbilgi Ölçme Soruları (3 Sayfa) 2. Öğrenci Klinik Görüşme Soruları (3 Sayfa) 3. Araştırma Gönüllü Katılım Formu (1 Sayfa)
Görüş İstenecek Birimler	-

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

İlgi: Milli Eğitim Bakanlığının 21.01.2020 tarih ve 81576613 sayılı 2020/2 Nolu Genelge Kapsamında Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Genelgesi.
Genelgenin ilgili maddeleri gereğince yapılan incelemede 2020–2021 öğretim yılını aksatmayacak şekilde uygulanmasında sakınca yoktur.

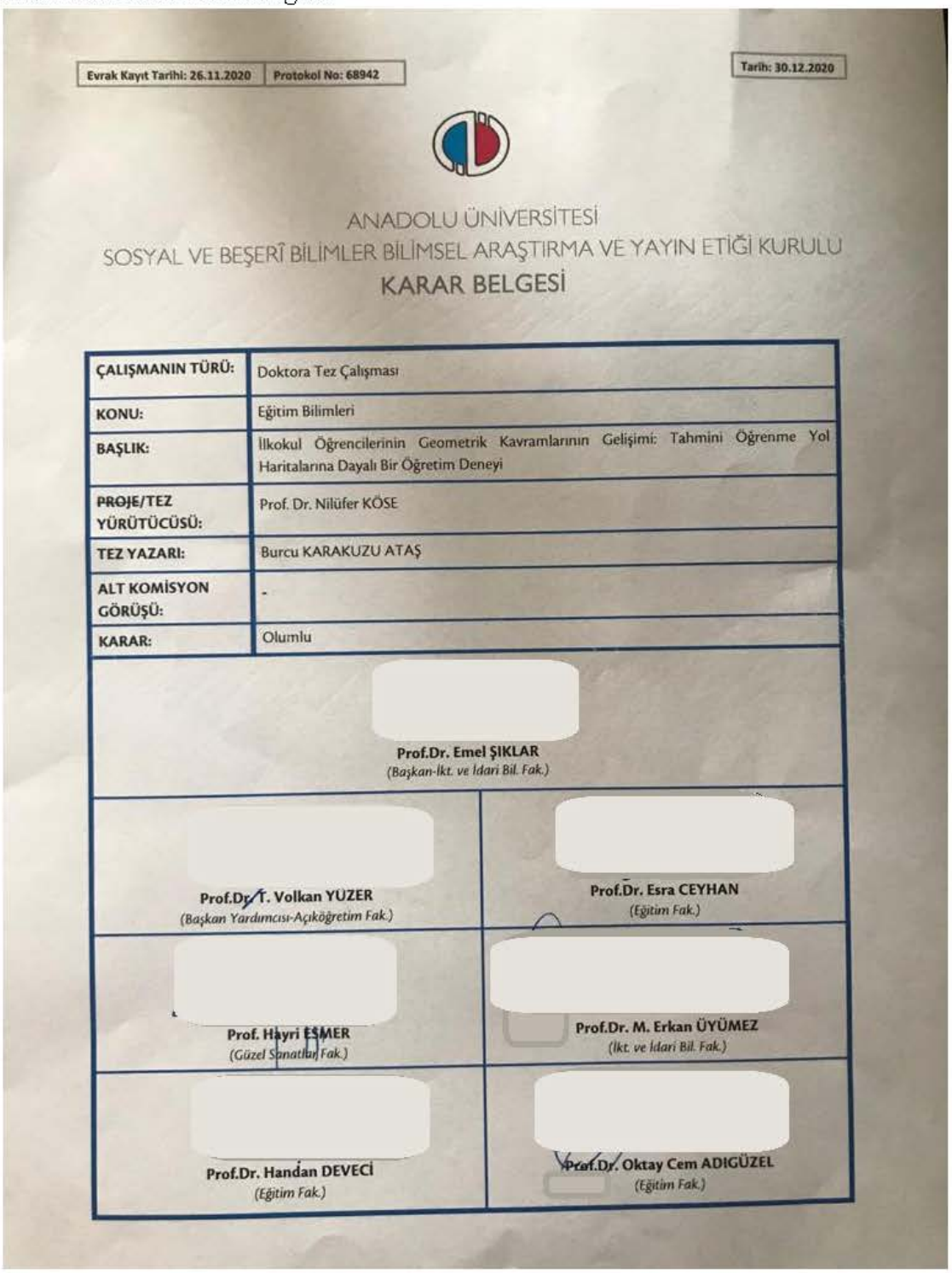
Komisyon Kararı	**KABUL** (oy birliği ile)
(Varsa) Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi : .....

K O M İ S Y O N

20/01/2021

Dr. Gökhan KAYIR	**Dr. Davut ATIŞ**	**Emine Şenay DOĞANER**
Öğretmen	**Öğretmen**	**Öğretmen**

EK-2: Etik Kurul İzin Belgesi



Evrak Kayıt Tarihi: 26.11.2020 | Protokol No: 68942

Tarih: 30.12.2020

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	İlkokul Öğrencilerinin Geometrik Kavramlarının Gelişimi: Tahmini Öğrenme Yol Haritalarına Dayalı Bir Öğretim Deneyi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Nilüfer KÖSE
TEZ YAZARI:	Burcu KARAKUZU ATAŞ
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

Prof.Dr. Emel ŞIKLAR
(Başkan-İkt. ve İdari Bil. Fak.)

Prof.Dr. T. Volkan YÜZER
(Başkan Yardımcısı-Açıköğretim Fak.)

Prof.Dr. Esra CEYHAN
(Eğitim Fak.)

Prof. Hayri ESMER
(Güzel Sanatlar Fak.)

Prof.Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ
(İkt. ve İdari Bil. Fak.)

Prof.Dr. Handan DEVECİ
(Eğitim Fak.)

Prof.Dr. Oktay Cem ADIGÜZEL
(Eğitim Fak.)

EK-4: Veli Bilgilendirme ve İzin Formu

Sayın Veli,

Bu araştırmanın genel amacı, ilkokul öğrencilerinin TÖYH bağlamında geometrik cisim, şekil, simetri ve temel geometrik kavramlarını soyutlamasını incelemektir.

Velisi bulunduğunuz öğrencinin araştırmama gönüllü olarak katılımının ve dile getireceği görüşlerin, bu çalışmaya ışık tutacağına inanıyorum. Araştırmamın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak, ayrıca görüşmeler ve sınıf uygulamaları sırasında ortaya çıkabilecek olası kesintileri önleyebilmek amacıyla görüşmeleri ve sınıf uygulamalarını video kamera ile kaydetmek istiyorum. Kayda alınacak bu veriler, yalnızca bilimsel bir veri olarak bu araştırma için kullanılacak ve bunun dışında hiçbir amaçla kullanılmayacaktır. Sizin isteğiniz doğrultusunda video kayıtları, veriler yazıldıktan sonra silinebilecek ya da size teslim edilecektir.

İzniniz olmadığı takdirde, çocuğunuzun ismi bu araştırmada kullanılmayacak, yerine takma bir isim kullanılabilecektir. Çocuğunuz istediği zaman görüşmeyi kesebilir ve çalışmadan ayrılabilir. Bu durumda yaptığımız kayıtları ve yazılan raporları size teslim edeceğim.

Bu sözleşmeyi okuyup, bu araştırmaya velisi bulunduğunuz öğrencinin gönüllü olarak katıldığına ve araştırma kapsamında benim size verdiğim güvenceye ilişkin olarak bu formu imzalamanızı rica ediyorum.

Bu sözleşmeyi okuyarak imzaladığınız için teşekkür ederim.

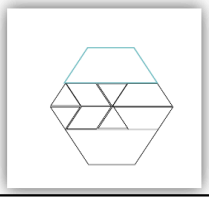
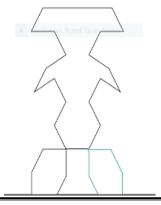
Araştırmacı: Burcu KARAKUZU ATAŞ
Anadolu Üniversitesi/Eğitim Bilimleri Enstitüsü/Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Öğrenci Veli Bilgileri:

EK-5: TÖYH 1- Örnek Etkinlik

	Öğrencinin Zihinsel Etkinliklerini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Etkinlik 1: Öğrencilere aşağıda verilen çalışma kağıtları dağıtılır. Bu kağıtlarda yer alan farklı geometrik şekiller ile cisimleri kesmeleri istenir. Ardından boş şablona aşağıdaki özelliklere uyan şekilleri ve cisimleri aynı satıra yapıştırmaları istenir.	*-İlk satırda yerleştirdiğin küplerin ortak özellikleri nedir?* *-Bu ikisi de küp müdür? Benzerlikleri ve farklılıkları nedir? (Öğrenci eğer küp yerine kare yerleştirirse)*	*-Hepsi aynı kare gibi.* *-İkisi de küp gibi ama bu (kare) biraz daha düz.*
	Yerleştirirken nasıl karar verdin? Nelere dikkat ettin?	*- Bazıları büyük bazıları küçük olsa da birbirine benziyor aynı şekillerden oluşanları aynı satıra dizdim.*
	Aynı satıra yerleştirdiğin dikdörtgenler prizmalarının benzer yanları nelerdir? Açıklar mısın?	*-Bunların her yeri dikdörtgen o yüzden dikdörtgenler prizması.*
	-Bu kare prizmanın ve dikdörtgenler prizmasının benzer ve farklı yanları nelerdir?	*-ikisi de benziyor ama kare prizmada kareler var dikdörtgende yok.*
	-Sence bu geometrik cismin ismi nedir? (Öğretmen kare prizmayı yan yatırır.)	*- İsmi değişmez sadece farklı duruyor.*

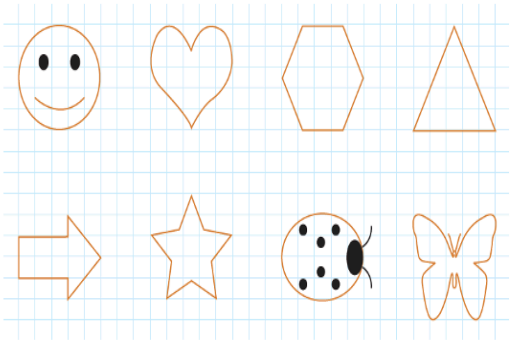
TÖYH 2- Örnek Etkinlik

Etkinlik 3: Öğrencilerden aile üyelerini temsil etmek için kalıp blok şekillerini kullanmalarını istenerek öğrencilere aşağıdaki talimatları verilir: - Kare sensin. Kızsan bir mavi eşkenar dörtgen; erkek isen, kareye bir tane turuncu eşkenar dörtgen ekle. -Her yetişkini sarı bir altıgen ile temsil et. Yetişkinler ebeveyn, büyükanne, büyükbaba, ebeveynlerin vb. olabilir. -Kardeşlerinizin her birini bir yamuk ile temsil et. - Her bir evcil hayvanı bir üçgenle temsil et. Bu şekilleri kullanarak bir pasta tasarlayabilir misin?	**Öğrencinin Zihinsel Etkinliklerini Ortaya Çıkarıcı**	**Olası Yanıtlar**
	Bir pasta oluşturmak için tüm şekilleri kullanın, bloklarınızın eşleşen kenarlar boyunca birleştiğinden emin oldun mu?	Kenarları ya da köşeleri bir araya getirdim.
	Bu pasta bir çokgen mi?	Öğrenci geometrik şekillerle oluşturduğu bütünü bir çokgene benzetmişse evet yanıtını verecektir.
Etkinlik 4: Aşağıda verilen kağıttan kesilmiş cisimlerle belirlenen şekli oluşturunuz/ doldurunuz.	**Öğrencinin Zihinsel Etkinliklerini Ortaya Çıkarıcı**	**Olası Yanıtlar**
	Şekilleri seçerken nelere dikkat ediyorsun?	*Boşluğa sığmasına ve kenarlarının oturmasına dikkat ederim.*
 	*Şekilleri nasıl yerleştirin? Başka yöntemin de var mı?*	*Belki döndürdüğümde de şekli koyabilirim.*
	Hangi şekillerde zorlandın? Seni zorlayan şey neydir?	*İçteki çizgileri olmayanlarda zorlandım belli olmadığı için.*

TÖYH 3- Örnek Etkinlik

Etkinlik 1:

Öğrencilerden aşağıda verilen simetrik iki parçaya ayıracak şekilde katlamaları istenir.



Öğrenci Düşüncesini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Yöntemin nedir? Her zaman işe yarar mı?	*Aynı eşit olacak şekilde çizerim.*
Başka bir yöntemle de yapabilir miydin? Neden?	*Başka yerden çizdiğimde de olabilir.*
İkiye ayrılamayan şekiller var mı? Neden?	*Var. Bu şeklin görüntüsüne bağlı.*
Simetri doğrusuyla ilgili ne söyleyebilirsin? Hepsinde aynı konumda mı?	*Bazen dikey bazen yatay çizilebilir.*

Etkinlik 2: Aşağıdaki şekilleri simetrik iki eş parçaya ayırabilir misin? (Yağlı kağıttan kare, dikdörtgen, üçgen, daire, beşgen, altıgen çeşitleri)

Öğrenci Düşüncesini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Kağıttan kesilerek oluşturulmuş kare, dikdörtgen ve daireyi makas kullanmadan iki eş parçaya ayırma yolları nelerdir?	*Cetvel kullanabilirim ya da katlayabilirim.*
Yöntemin nedir? Her zaman işe yarar mı?	*Katlama ile üst üste getirerek emin olabilirim.*

TÖYH 4- Örnek Etkinlik

Etkinlik 1:

Nokta, doğru, doğru parçası ve ışın kavramları için

-Boş bir zemine çok küçük boyutta boncukları dökün.

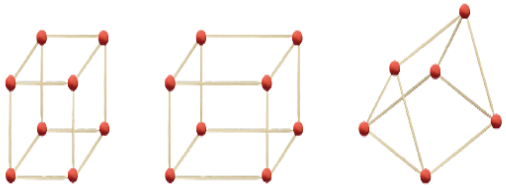
-Şeffaf bir ipe/banta tutkal sürerek boncukları toplayın.

-İpi bir yerden kesin.

-Kestiğiniz yerin karşısından bir noktadan daha kesin.

Öğrencinin Zihinsel Etkinliklerini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Boncuklar hangi geometrik kavramı temsil eder?	*Nokta*
Boncukları bu ipin üzerine toplarsan ne elde etmiş olursun? Ne özelliği vardır?	*Noktaların yan yana gelmesiyle doğru. Her iki tarafa da uzar.*
Bu ipi bir yerden kestiğinde ne diyebilirsin?	*Bir başı var diğer tarafa doğru uzuyor.*
Her iki taraftan da kesilirse ne oluşur?	*Doğrunun bir parçası oluşur.*

Etkinlik 2: Aşağıda verilen yapıları öğrencinin oluşturması beklenir.



Öğrencinin Zihinsel Etkinliklerini Ortaya Çıkarıcı Sorular	Olası Yanıtlar
Oluşturduğun yapılarda oyun hamurları neyi temsil etmektedir?	*Köşedeki noktaları.*
İki oyun hamuru arasında yer alan çubuklar neyi temsil etmektedir?	*Ayrıtlar, onlar da doğru parçası.*

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	: Burcu KARAKUZU ATAŞ
Yabancı Dil	: İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı	:
E-Posta	:

Eğitim

Yüksek Lisans	2014-2017	Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı, Eskişehir
Lisans	2010-2014	Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı, Eskişehir
Lise	2006-2010	Eskişehir Kılıçoğlu Anadolu Lisesi, Eskişehir

Mesleki Geçmiş

2021-…	Öğretmen	MEB, Eskişehir Ölçme Değerlendirme Merkezi (Odunpazarı/ Eskişehir)
2019-2021	Öğretmen	MEB, Arif Nihat Asya Ortaokulu (Tepebaşı/ Eskişehir)
2019-2019	Öğretmen	MEB, Atatürk Ortaokulu (Çifteler/ ESKİŞEHİR)
2014-2019	Öğretmen	MEB, Şehit Ekrem Saygı Ortaokulu (Seyitgazi/ ESKİŞEHİR)

Bilimsel Faaliyetler

Köse, N. Y. ve Karakuzu-Ataş, B. (2019). İlkokul öğrencilerinin geometrik sanal bir oyun aracılığıyla şekil oluşturma süreçleri. *VIth International Eurasian Educational Research Congress'* de sunulan bildiri. Ankara: Ankara Üniversitesi.

Özen, E., Çıray, F., ve Karakuzu-Ataş, B. (2023). Covid 19 salgını sonrası ortaokul öğrencilerinin matematik dersine ilişkin tutumlarının demografik ve EBA kullanım sıklığı değişkenleri bağlamında incelenmesi (Eskişehir örneği). Xth *International Eurasian Educational Research Congress'*de sunulan bildiri. Ankara: TED Üniversitesi.

Tanışlı, D., Ayber, G., ve Karakuzu, B. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders tasarımlarının öğretime entegrasyonu. .*Vth International Eurasian Educational Research Congress'*de sunulan bildiri. Antalya: Akdeniz Üniversitesi.

Tanışlı, D., Ayber, G., ve Karakuzu, B. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders tasarımlarının öğretime entegrasyonu. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, *8*(2), 514-567.

TÜBİTAK 1001-Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı. *Öğrenme Yörüngeleri Yoluyla Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Profesyonel Gelişimlerinin Web Tabanlı Sistemle Desteklenmesi* adlı projede katılımcı, 2018-2019.