



**BİR MATEMATİK ÖĞRETMENİNİN FARK
ETME BECERİSİ VE MATEMATİKSEL
SÖYLEMLERİNİN ÖĞRENME
YÖRÜNGELERİ ARACILIĞIYLA
GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ**

Doktora Tezi

Ayşe İLHAN

Eskişehir 2025

**BİR MATEMATİK ÖĞRETMENİNİN FARK ETME BECERİSİ VE
MATEMATİKSEL SÖYLEMLERİNİN ÖĞRENME YÖRÜNGELERİ
ARACILIĞIYLA GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ**

Ayşe İLHAN

DOKTORA TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Şubat, 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayşe İLHAN'ın “Bir Matematik Öğretmeninin Fark Etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi” başlıklı tezi 10 Şubat 2025 tarihinde, aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin 37. Maddesi uyarınca, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programı'nda, Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Üye (Danışman) :	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI (Anadolu Üniversitesi)	
Üye :	Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN (Anadolu Üniversitesi)	
Üye :	Prof. Dr. Didem AKYÜZ (Orta Doğu Teknik Üniversitesi)	
Üye :	Prof. Dr. Şenol DOST (Hacettepe Üniversitesi)	
Üye :	Doç. Dr. Fatma ASLAN TUTAK (Boğaziçi Üniversitesi)	

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

BİR MATEMATİK ÖĞRETMENİNİN FARK ETME BECERİSİ VE MATEMATİKSEL SÖYLEMLERİNİN ÖĞRENME YÖRÜNGELERİ ARACILIĞIYLA GELİŞİMİNİN İNCELENMESİ

Ayşe İLHAN

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Doktora Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Şubat, 2025

Danışman: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

Bu araştırmanın amacı, bir matematik öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerinin öğrenme yörüngeleri aracılığıyla nasıl geliştiğini incelemektir. Bu amaçla, oran-orantı konulu öğrenme yörüngelerine dayalı bir mesleki gelişim programı sürecinde öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemleri incelenmiştir. Araştırma, nitel bir yaklaşımla, Öğretmen Gelişim Deneyi (ÖGD) metodolojisi temel alınarak yapılandırılmış ve 2020-2021 eğitim-öğretim yılında, bir devlet okulunda görev yapan ortaokul matematik öğretmeni ile 16 haftalık süreçte yürütülmüştür. ÖGD, her biri dört aşamadan oluşan (planlama, öğretmen eğitimi, ders gözlemi ve fark etme görüşmeleri) altı döngüde tamamlanmıştır. Veriler video kayıtları, yarı yapılandırılmış görüşmeler ve araştırmacı günlüğü ile toplanmıştır. Fark etme becerisi, video kesitlerine ve öğrenci yazılı yanıtlarına dayalı görüşme verilerinin tematik analiziyle; matematiksel söylemler ise ders videolarının betimsel analiziyle incelenmiştir. Bulgular, öğrenme yörüngelerinin öğretmene oran-orantı konusunda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlama, açıklama, kavrayışlarını yorumlama ve öğretimsel karar alma süreçlerinde önemli ölçüde katkı sağladığını; matematiksel söylemlerini ise daha zengin, kavramsal ve ilişkisel bir yapıya dönüştürdüğünü göstermiştir. Araştırma, öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişimdeki rolünü ortaya koyarken, fark etme, matematiksel söylem ve oran-orantı konularına yönelik uygulamalar ve gelecekteki araştırmalar için öneriler sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Mesleki gelişim, Öğrenme yörüngeleri, Fark etme, Matematiksel söylem, Oran ve orantı

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE DEVELOPMENT OF A MATHEMATICS TEACHER'S NOTICING SKILLS AND MATHEMATICAL DISCOURSE THROUGH LEARNING TRAJECTORIES

Ayşe İLHAN

Department of Mathematics and Science Education Anadolu University,

Doctorate Program in Mathematics Education

Graduate School of Education, February, 2025

Supervisor: Prof. Dr. Dilek TANIŞLI

The aim of this study is to investigate how a mathematics teacher's noticing skills and mathematical discourse develop through learning trajectories (LTs). For this purpose, the study examined the teacher's noticing skills and mathematical discourse throughout a professional development program (PDP) based on LTs on ratio and proportion. The study was structured with a qualitative approach based on the Teacher Development Experiment (TDE) methodology and was conducted over a 16-week period during the 2020-2021 academic year with a middle school mathematics teacher working in a public school. The TDE was completed in six cycles, each with four stages: planning, teacher education, lesson observation, and noticing interviews. Data were collected through video recordings, semi-structured interviews, and researcher diary. Noticing skills were analyzed using thematic analysis of interview data based on video clips and students' written responses; while mathematical discourse was analyzed using descriptive analysis of the lesson videos. The findings indicate that LTs significantly contributed to the teacher's ability to understand and explain students' thinking and strategies, interpret their understanding, and make instructional decisions; while also transforming the teacher's mathematical discourse into a richer, more conceptual, and relational structure. The study highlights the role of LTs in PD and offers recommendations for practice and future research on noticing, mathematical discourse, and ratio-proportion.

Keywords: Professional development, Learning trajectories, Noticing, Mathematical discourse, Ratio and proportion.

TEŞEKKÜR

Bu tez, yalnızca akademik bir yolculuğun ürünü değil, aynı zamanda öğrenme ve keşfetme tutkumun bir yansımasıdır.

Araştırmam süresince bilgisi, deneyimi ve vizyonu ile bana rehberlik eden; her zaman teşvik edici ve destekleyici yaklaşımıyla yanımda olan, yolumu aydınlatan kıymetli danışmanım Prof. Dr. Dilek TANIŞLI'ya en derin teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme komitesinde yer alarak, değerli önerileri, yapıcı eleştirileri ve destekleriyle süreç boyunca çalışmamın gelişimine katkı sağlayan saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN ve Prof. Dr. Didem AKYÜZ'e içtenlikle teşekkür ederim.

Tezimin nihai haline ulaşmasında, titiz değerlendirmeleri ve yapıcı geri bildirimleri ile katkı sağlayan değerli jüri üyeleri Prof. Dr. Şenol DOST ve Doç. Dr. Fatma ASLAN TUTAK'a içten teşekkürlerimi sunarım.

Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Doktora Programı çatısı altında birlikte ders aldığım, aynı motivasyonu paylaştığımız kıymetli öğretmen arkadaşlarıma; bu süreçte bana ilham veren, çok şey öğrendiğim değerli dostum Merve ATASAY SUNAY'a, akademik yolculuğuma sağladıkları katkılar için teşekkür ederim.

Çalışmamın temelini oluşturan öğrenme yörüngelerini ve ilgili dokümanları benimle paylaşarak araştırmamı güçlendiren Kuzey Karolina Üniversitesi'nden Sayın Prof. Dr. Jere CONFREY ve The Math Door ekibine teşekkür ederim.

Çalışmama katılımcı rolüyle büyük bir şeffaflık ve özveriyle katkı sunan değerli meslektaşına ve araştırmamın yürütülmesinde her türlü desteği ve kolaylığı sağlayan okul yönetimine teşekkür ederim.

Bu süreçte her zaman yanımda olan, bana koşulsuz sevgi, sabır ve anlayış gösteren aileme sonsuz minnetlerimi sunarım. Bu tezi, annem Zübeyde Azize İLHAN'a ithaf ediyorum.

Son olarak, bu çalışmanın matematik eğitimi alanına katkı sağlamasını ve bu alanda çalışacak araştırmacılar için ilham verici bir kaynak olmasını yürekten temenni ediyorum.

Şubat, 2025

Ayşe İLHAN

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Ayşe İLHAN

15/02/2025

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tezi hazırlarken üretken yapay zekâ programlarından destek almadığımı beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Ayşe İLHAN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	vi
ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI.....	vii
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar DİZİNİ	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
GÖRSELLER DİZİNİ	xviii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xx
1. BÖLÜM: GİRİŞ	
1.1 Problem Durumu	1
1.2 Araştırmanın Amacı ve Problemi	10
1.3 Araştırmanın Önemi	10
1.4 Varsayımlar	12
1.5 Sınırlılıklar	13
1.6 Tanımlar	13
2. BÖLÜM: KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	
2.1 Fark Etme (Noticing)	14
2.1.1 Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etme	18
2.1.2 Fark etme becerisinin incelenmesi	23
2.1.3 Fark etme becerisi ile ilgili araştırmalar	24
2.1.3.1 Fark etme becerisinin gelişimini inceleyen araştırmalar	26
2.2 Matematiksel Söylem (Mathematical Discourse)	34
2.2.1 Matematiksel bilişle iletişimsel yaklaşım	36

2.2.2 Matematiksel söylem ile ilgili araştırmalar	38
2.3 Öğrenme Yörüngeleri (Learning Trajectories)	42
2.3.1 Öğrenme yörüngelerinin eğitimde kullanımı	45
2.3.2 Öğrenme yörüngeleri ile ilgili araştırmalar	46
2.3.2.1 Matematik öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişimde kullanımı	47
2.3.2.2 Öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişiminde kullanımı	51
2.3.2.3 Öğrenme yörüngelerinin fark etme becerisinin geliştirilmesinde kullanımı	55
2.3.2.4 Öğrenme yörüngelerinin matematiksel söylemin geliştirilmesinde kullanımı	59
2.4 Oran ve Orantı	61
2.4.1 Oran orantı konusu üzerine öğretmenlerle yapılan araştırmalar	65
3. BÖLÜM: YÖNTEM	
3.1 Araştırmanın Yaklaşımı ve Deseni	70
3.1.1 Araştırmanın yaklaşımı	70
3.1.2 Öğretmen gelişim deneyi (ÖGD)	71
3.2 Katılımcılar ve Araştırma Ortamı	73
3.2.1 Katılımcılar	73
3.2.2 Araştırma ortamı	77
3.3 Uygulama Süreci	77
3.3.1 MGP öncesi uygulama süreci	78
3.3.2 MGP süreci uygulama süreci	80
3.3.2.1 Planlama	81
3.3.2.2 Eğitim oturumları	81
3.3.2.3 Ders gözlemleri	83
3.3.2.4 Fark etme görüşmeleri	84
3.4 Veri Toplama	86
3.4.1 Gözlem	87
3.4.2 Video Kaydı	87

3.4.3 Görüşme	88
3.4.4 Doküman incelemesi	91
3.5 Veri Analizi	92
3.5.1 Fark etme becrisinin analizi	94
3.5.2 Matematiksel söylemin analizi	104
3.6 Araştırmacının Rolü	107
3.7 Güvenilirlik	108
3.8 Etik Hususlar.....	113

4. BÖLÜM: BULGULAR

4.1 Mesleki Gelişim Programı (MGP) Öncesi Bulgular	114
4.1.1 MGP öncesi fark etme becerisine ilişkin bulgular	114
4.1.2 MGP öncesi matematiksel söyleme ilişkin bulgular	145
4.2 Mesleki Gelişim Programı (MGP) Süreci Bulgular	158
4.2.1 Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesine ilişkin bulgular ...	159
4.2.1.1 Denk oranlar oluşturma yörüngesine ilişkin bulgular..	159
4.2.1.1.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	159
4.2.1.1.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular	173
4.2.1.2 Temel oranı bulma yörüngesine ilişkin bulgular	176
4.2.1.2.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	176
4.2.1.2.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular	189
4.2.1.3 Birim oranı bulma yörüngesine ilişkin bulgular	193
4.2.1.3.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	193
4.2.1.3.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular	206
4.2.1.4 Birinci küme sonundaki gelişim	208
4.2.1.4.1 Fark etme becerisine ilişkin gelişim	208
4.2.1.4.2 Matematiksel söyleme ilişkin gelişim	212
4.2.2 Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesine ilişkin bulgular	215
4.2.2.1 Artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesine ilişkin bulgular	216
4.2.2.1.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	216

4.2.2.1.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular.....	227
4.2.2.2 Oranları karşılaştırma yörüngesine ilişkin bulgular ...	229
4.2.2.2.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	229
4.2.2.2.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular	244
4.2.2.3 Orantıda bilinmeyen bulma yörüngesine ilişkin bulgular	247
4.2.2.3.1 Fark etme becerisine ilişkin bulgular	248
4.2.2.3.2 Matematiksel söyleme ilişkin bulgular	267
4.2.2.4 İkinci küme sonundaki gelişim	274
4.2.2.4.1 Fark etme becerisine ilişkin gelişim	274
4.2.2.4.2 Matematiksel söyleme ilişkin gelişim	277
5. BÖLÜM: TARTIŞMA ve SONUÇ	
5.1 Fark Etme Becerisine İlişkin Tartışma ve Sonuç	281
5.1.1 Dikkat etme becerisine ilişkin tartışma ve sonuç	281
5.1.2 Yorumlama becerisine ilişkin tartışma ve sonuç	293
5.1.3 Karar verme becerisine ilişkin tartışma ve sonuç	296
5.2 Matematiksel Söyleme İlişkin Tartışma ve Sonuç	307
5.2.1 Kelime kullanımına ilişkin tartışma ve sonuç	307
5.2.2 Görsel araçlara ilişkin tartışma ve sonuç	313
5.2.3 Onaylanmış ifadelerle ilişkin tartışma ve sonuç	317
5.2.4 Rutinlere ilişkin tartışma ve sonuç	323
6. BÖLÜM: ÖNERİLER	
6.1 Uygulamaya yönelik öneriler	328
6.2 Araştırmacılara yönelik öneriler	328
KAYNAKÇA.....	330
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1 Öğrenme yörüngelerinin özellikleri.....	45
Tablo 3.1 Katılımcının demografik bilgileri	73
Tablo 3.2 Uygulama sürecinde yapılan işlemler	77
Tablo 3.3 MGP öncesine ilişkin uygulama takvimi	79
Tablo 3.4 MGP sürecine ilişkin uygulama takvimi	85
Tablo 3.5 Araştırmada kullanılan veri toplama yöntemleri ve araçları	86
Tablo 3.6 Verilerin analizi	93
Tablo 3.7 Fark etme görüşmelerine esas durum sayıları	94
Tablo 3.8 Tematik analizin aşamaları (Braun ve Clarke, 2019)	95
Tablo 3.9 Dikkat etme bileşeni için örnek kod-tema açıklaması	98
Tablo 3.10 Yorumlama bileşeni için örnek kod-tema açıklaması	100
Tablo 3.11 Karar verme bileşeni için örnek kod-tema açıklaması.....	101
Tablo 3.12 Öğretmenin anlık ve yansıtıcı kararlarına örnek ifadeleri	102
Tablo 3.13 Kelime kullanımının analizine esas odak kavram ve bağlamlar.	105
Tablo 3.14 Kelime kullanımı için analiz örneği	105
Tablo 3.15 Onaylanmış ifadeler için analiz örneği	106
Tablo 4.1 MGP öncesi öğretmenin yansıtıcı kararları	146
Tablo 4.2 MGP öncesi öğretmenin onaylanmış ifadelerine ilişkin bulgular	147
Tablo 4.3 Denk oranlar oluşturma yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	173
Tablo 4.4 Öğretmenin denk oranlar oluşturma yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	174
Tablo 4.5 Temel oranı bulma yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	190
Tablo 4.6 Öğretmenin temel oranı bulma yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	191

TABLÖLAR DİZİNİ (Devam)

	<u>Sayfa</u>
Tablo 4.7 Birim oranı bulma yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	206
Tablo 4.8 Öğretmenin birim oranı bulma yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	207
Tablo 4.9 1. Küme sonunda öğretmenin anlık kararları hakkındaki yansıtıcı kararlarındaki değişim	212
Tablo 4.10 1. Küme sonunda matematiksel söylemdeki gelişim	213
Tablo 4.11 Artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	227
Tablo 4.12 Öğretmenin artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	228
Tablo 4.13 Oranları karşılaştırma yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	244
Tablo 4.14 Öğretmenin oranları karşılaştırma yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	246
Tablo 4.15 Orantıda bilinmeyeni bulma yörüngesi kapsamında matematiksel söyleme ilişkin bulgular	267
Tablo 4.16 Öğretmenin orantıda bilinmeyeni bulma yörüngesi kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler	270
Tablo 4.17 2. Küme sonunda öğretmenin anlık kararları hakkındaki yansıtıcı kararlarındaki değişim	277

ŞEKİLLER DİZİNİ

		<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1	Öğrenme yörüngelerinin eğitim bileşenleri üzerindeki kullanımı	45
Şekil 3.1	Araştırmanın öğretmen gelişim deneyi döngüsü.....	72
Şekil 3.2	MGP öncesinde izlenen adımlar.....	78
Şekil 3.3	MGP sürecine ilişkin uygulama döngüsü.....	80
Şekil 3.4	MGP kapsamında yapılan eğitimlerde kullanılan yörüngeler.....	82
Şekil 3.5	Uygulama döngüsünde sürekli analiz süreci.....	92
Şekil 4.1	MGP öncesi dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular	114
Şekil 4.2	MGP öncesi dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular MAXQDA kod analiz görselleştirmesi	122
Şekil 4.3	MGP öncesi dikkat etme bileşenine ilişkin bulguların video ve senaryo tabanlı görüşmelere göre dağılımı.....	124
Şekil 4.4	MGP öncesi yorumlama bileşenine ilişkin bulgular.....	125
Şekil 4.5	MGP öncesi yorumlama bileşenine ilişkin bulgular.....	132
Şekil 4.6	MGP öncesi karar verme bileşenine ilişkin bulgular.....	133
Şekil 4.7	MGP öncesi karar verme bileşenine ilişkin tema ve kategorilerin yoğunluğu.....	142
Şekil 4.8	MGP öncesi karar verme bileşenine ilişkin kategorilerin yoğunluğunun video ve senaryolara göre dağılımı	144
Şekil 4.9	MGP öncesi öğretmenin kelime kullanımına ilişkin bulgular	146
Şekil 4.10	MGP öncesi görsel araçlara ilişkin bulgular.....	152
Şekil 4.11	MGP öncesi öğretmenin kullandığı görsel araçlara örnekler	153
Şekil 4.12	MGP öncesi öğretmenin rutinlerine ilişkin bulgular	156
Şekil 4.13	Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular.....	159
Şekil 4.14	Denk oranlar oluşturma ÖY sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim.....	163
Şekil 4.15	Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular.....	165

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.16 Denk oranlar oluşturma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	168
Şekil 4.17 Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular.....	169
Şekil 4.18 Denk oranlar oluşturma ÖY sonunda karar verme bileşeni için gelişim.....	172
Şekil 4.19 Temel oranı bulma ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular	176
Şekil 4.20 Temel oranı bulma ÖY sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim	181
Şekil 4.21 Temel oranı bulma ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular	182
Şekil 4.22 Temel oranı bulma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	185
Şekil 4.23 Temel oranı bulma ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular.....	186
Şekil 4.24 Temel oranı bulma ÖY sonunda karar verme bileşeni için gelişim	188
Şekil 4.25 Birim oranı bulma ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular.....	193
Şekil 4.26 Birim oranı bulma ÖY sonunda dikkat bileşeni için gelişim	196
Şekil 4.27 Birim oranı bulma ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular	198
Şekil 4.28 Birim oranı bulma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	201
Şekil 4.29 Birim oranı bulma ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular	202
Şekil 4.30 Birim oranı bulma ÖY sonunda karar verme bileşeni için gelişim	205
Şekil 4.31 1. Küme sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim	209
Şekil 4.32 1. Küme sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	209
Şekil 4.33 1. Küme sonunda karar verme bileşeni için gelişim	210

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.34 1. Küme sonunda öğretmenin görsel araçlarındaki gelişim	214
Şekil 4.35 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular	216
Şekil 4.36 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim	219
Şekil 4.37 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular	220
Şekil 4.38 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	222
Şekil 4.39 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular	223
Şekil 4.40 Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY sonunda karar verme bileşeni için gelişim	225
Şekil 4.41 Oranları karşılaştırma ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular	229
Şekil 4.42 Oranları karşılaştırma ÖY sonunda dikkat bileşeni için gelişim ..	234
Şekil 4.43 Oranları karşılaştırma ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular	237
Şekil 4.44 Oranları karşılaştırma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	239
Şekil 4.45 Oranları karşılaştırma ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular	240
Şekil 4.46 Oranları karşılaştırma ÖY sonunda karar verme için gelişim	243
Şekil 4.47 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY kapsamında dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular	248
Şekil 4.48 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY sonunda dikkat bileşeni için gelişim	256
Şekil 4.49 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular	257
Şekil 4.50 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	261
Şekil 4.51 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY kapsamında karar verme bileşenine ilişkin bulgular	262
Şekil 4.52 Orantıda bilinmeyeni bulma ÖY sonunda karar verme bileşeni için gelişim	266

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devam)

	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.53 2. Küme sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim	273
Şekil 4.54 2. Küme sonunda yorumlama bileşeni için gelişim	273
Şekil 4.55 2. Küme sonunda karar verme bileşeni için gelişim	275
Şekil 4.56 2. Küme sonunda öğretmenin görsel araçlarındaki gelişim	279



GÖRSELLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Görsel 3.1 Birim oranı bulma konulu eğitim oturumu (21.04.2022)	81
Görsel 3.2 Kamera görüntüsü örneği	88
Görsel 3.3 MAXQDA üzerinde araştırmanın arayüzü	93
Görsel 3.4 Örnek kod matris tarayıcısı görseli	103
Görsel 4.1 Problem durumunun tahtadaki görseli	118
Görsel 4.2 Problem durumu ve çözümünün tahta görüntüsü	121
Görsel 4.3 Öğretmenin toplamsal düşünme yanılığını anlatan çözümü	131
Görsel 4.4 Öğretime yönelik ön görüşme, 4.soru için çözüm stratejileri..	143
Görsel 4.5 Oran orantı konusuna yönelik 11. soru için öğretmenin uyguladığı ilk strateji	144
Görsel 4.6 MGP öncesi öğretmenin kesir oran ilişkisine ait yanıtı	149
Görsel 4.7 MGP öncesi öğretmenin birim oran problemine ait çözümü	150
Görsel 4.8 MGP öncesi öğretmenin problem türlerindeki rutinler	157
Görsel 4.9 MGP öncesi, öğretmenin problem türü ve çözüm stratejisi rutini örneği (birim oranı bulma)	158
Görsel 4.10 Y3'ün yanıtı	161
Görsel 4.11 Diyaloğa ilişkin tahta görseli	169
Görsel 4.12 Y3'ün yanıtı	194
Görsel 4.13 Problem durumuna ilişkin tahtadaki çizim ve Y1'in yanıtı	195
Görsel 4.14 Öğretmenin öğrenciden gelebilecek yanıtla ilişkin yazılı açıklaması	197
Görsel 4.15 V2'nin tahtadaki yanıtı	203
Görsel 4.16 MGP öncesi öğretmenin birim oran konusunda problem örneği	204
Görsel 4.17 Problem durumu ve V1'in tahtadaki yanıtı	217
Görsel 4.18 Acı sos probleminin tahtadaki görüntüsü	230

GÖRSELLER DİZİNİ (Devam)

	<u>Sayfa</u>
Görsel 4.19 Y1'in ikinci probleme yanıtı	231
Görsel 4.20 Y1'in birinci probleme yanıtı	224
Görsel 4.21 Y3'ün birinci probleme yanıtı	233
Görsel 4.22 MGP öncesinde öğretmenin oranları karşılaştırma stratejileri....	235
Görsel 4.23 MGP öncesinde öğretmenin, öğrencilerin oranları karşılaştırma problemine basitten karmaşığa verebilecekleri yanıtlara hakkındaki yazılı açıklaması	235
Görsel 4.24 MGP öncesinde öğretmenin öğrencilerin oranları karşılaştırma probleminde yaşayacakları hataya verdiği örnek	236
Görsel 4.25 V4'ün yanıtı	249
Görsel 4.26 Problemin tahtadaki görüntüsü	249
Görsel 4.27 V6'nın yanıtı	250
Görsel 4.28 Y4'ün yanıtı	251
Görsel 4.29 Y1'in yanıtı	252
Görsel 4.30 Y3'ün yanıtı	253
Görsel 4.31 V3'ün yanıtı	254
Görsel 4.32 Y2'nin yanıtı	255
Görsel 4.33 Öğretmenin tahtadaki açıklaması	263
Görsel 4.34 Öğretmenin grafik üzerindeki açıklaması	265

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

GAB	: Genel Alan Bilgisi
LT	: Learning Trajectory (Öğrenme Yörüngesi)
LTs	: Learning Trajectories (Öğrenme Yörüngeleri)
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
MGP	: Mesleki Gelişim Programı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
ÖAB	: Özel Alan Bilgisi
ÖğAB	: Öğrenci ve Alan Bilgisi
ÖMB	: Öğretim için Matematik Bilgisi
ÖtAB	: Öğretim ve Alan Bilgisi
ÖY	: Öğrenme Yörüngesi/Yörüngeleri
PAB	: Pedagojik Alan Bilgisi
TÖYH	: Tahmini Öğrenme Yol Haritaları
Y_n	: MGP sürecinde ilgili yörünge kapsamında toplanan yazılı yanıtlardan seçilen n no'lu öğrenci ($n=1,2,3,4$)
V_n	: MGP sürecinde ilgili yörünge kapsamında ders videosundaki kritik durumlardan n . sinde yer alan öğrenci ($2 < n < 6$)
V1-n	: MGP öncesi 1. ders videosundaki kritik durumlardan n . sinde yer alan öğrenci ($n=1,2, ...,8$)
V2-n	: MGP öncesi 2. ders videosundaki kritik durumlardan n . sinde yer alan öğrenci ($n=1,2,3,4$)

1. GİRİŞ

Bu bölümde ilk olarak, problem durumu üzerinde durulmuştur. Ardından araştırmanın amacı, araştırma problemleri, araştırmanın önemi, varsayımlar, sınırlılıklar ve tanımlara yer verilmiştir. Bölümü takiben kuramsal çerçeve ve ilgili araştırmalar sunulmuştur.

1.1 Problem Durumu

Öğretmenlerin öğrencilere yüksek nitelikte bir eğitim ve öğretim hizmeti sunabilmeleri için birtakım bilgi, beceri, tutum ve yetkinliklere sahip olmaları çok önemlidir. Öğretmenlerin niteliği, bilgisi, deneyimi, pedagojik inanç ve yaklaşımları vb. birçok konu, mesleki gelişim bağlamında 20. yüzyılın son çeyreğinden itibaren uluslararası alanda gitgide genişleyen bir araştırma sahası haline gelmiştir. Bu konulardan biri öğrenci düşüncesini öğretim sürecinin merkezine yerleştiren ‘öğretmenin fark etmesi’dir. Öğretmenin fark etmesi yaklaşık son yirmi yıldır matematik öğretmenlerinin mesleki gelişiminde ele alınan önemli konulardan biri haline gelmiştir (van Es ve Sherin, 2002; Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010).

Öğretmenler sınıf ortamında birçok değişkenle karşı karşıyadır. Teuscher, Leatham ve Peterson (2017), öğretimi “öğretmenlerin sınıf içindeki bazı etkinliklere dikkat etmelerini ve bazılarını görmezden gelmelerini gerektiren karmaşık bir çaba” olarak tanımlamaktadır. Sınıf ortamında, sınıf yönetimi, dersi planlama ve örnek seçme gibi pek çok eylemin aynı anda gerçekleştiği dikkate alındığında, öğretmenlerin dikkatlerini nereye odaklayacaklarını bilmesi, etkili öğretmenlik açısından kritik bir öneme sahiptir (Sherin, Dyer ve Source, 2017). Mason (2002, s.7), fark etme sürecini, öğrencilerin ne yaptığını ve nasıl yanıt verdiklerini anlamaktan, yapılanları değerlendirmeye ve sonraki adımları planlamaya kadar uzanan kapsamlı bir süreç olarak görmektedir. Öğretmenlerin başarılı olmak için, öğrencinin bir konuda ne düşündüğünü, bu konuda neyin önemli olduğunu, bir görevin öğrencinin ilgisini çekip çekmediğini, öğrencilerin ne zaman bir şeyle meşgul olduklarını ve ne zaman anladıklarını, bir fikri neyin zorlaştırıp neyin kolaylaştırdığını, karmaşık sınıf ortamında tüm bunları ve daha fazlasını fark etmeleri gerekmektedir (Ball, 2011). Sonuç olarak, öğretmenler için fark etme becerisi öğretimin önemli bir parçası olarak görülmektedir.

Fark etme becerisinin tanımlanmasında farklı perspektifler bulunmaktadır (König, Santagata, Scheiner, Adleff, Yang ve Kaiser, 2022). Bunlardan biri fark etmeyi öğretmenlerin zihinlerinde gerçekleşen bir dizi bilişsel süreç olarak tanımlayan bilişsel-

psikolojik perspektiftir. Bu perspektife göre fark etme, sınıfta dikkat çeken olayları algılama, bu olayları yorumlama ve anlamlandırma unsurlarını içerir (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011; Sherin ve Star, 2011). Bu perspektif bağlamında fark etmeyi öğrenci düşüncesine odaklanan bir yaklaşımla kavramsallaştıran Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) ise fark etme becerisini, (i) öğrencilerin stratejilerindeki detaylara dikkat etme, (ii) stratejilere yansıyan kavrayışları yorumlama ve (iii) bu kavrayışlara dayalı nasıl yanıt verileceğine karar verme süreçlerini içeren bir yapı olarak tanımlamıştır.

Araştırmalar, bireylerin aynı durumlarda farklı şeyleri fark ettiklerini ve bunun bireylerin deneyimlerinden, bilgilerinden ve inançlarından etkilendiğini göstermektedir (Schoenfeld, 1998'den aktaran van Es ve Sherin, 2008). Matematik öğretmenlerinin ve(ya) öğretmen adaylarının fark etme becerisi bağlamında öğretmenin bilgi, inanç ve deneyimlerinin fark etme becerisi üzerinde etkili olduğunu ortaya koyan araştırmalar bulunmaktadır. Örneğin, Hino ve Funahashi (2022) öğretmenlerin ayrıntılı karar alma süreçlerinin alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi tarafından yönlendirildiğini belirtmiştir. Alan bilgisi ile fark etme becerisi arasında pozitif ilişki saptayan pek çok çalışma bulunmaktadır (Örneğin, Dreher ve Kuntze, 2015; Cabral, Oliveira ve Mendes, 2021; Lee ve Lee, 2021). Sevinç ve Galindo, (2022) matematiksel alan bilgisindeki eksikliğin, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini fark etmelerini engelleyebileceğini ortaya koymuştur. Bunların yanı sıra Jong, Schack, Fisher, Thomas ve Dueber (2021), alan ve pedagojik alan bilgisinin karar alma sürecinde rol oynadığını, ancak dikkat etme ve yorumlama süreçlerinde rol oynamadığını ortaya koymuştur. Diğer yandan, bilgi ve fark etme becerisi arasında ilişki saptanmayan araştırmalar da bulunmaktadır (Márquez, Fernández ve Callejo 2021; Buform, Llinares, Fernández, Coles ve Brown, 2022). Örneğin, Buform vd., (2022), öğretmen adaylarının öğrencilerin çözümlerini anlamlandırabildiği, ancak aynı problemleri kendilerinin çözmekte zorlandıkları ortaya koymuştur. Márquez ve diğerleri (2021), belirli bir matematiksel görevi çözme becerisinin, aynı alandaki öğrenci hatalarını doğru bir şekilde yorumlamayı gerektirmediğini göstermiştir. Weyers, König, Scheiner, Santagata ve Kaiser (2024), yaptıkları alanyazın incelemesinde fark etme ve öğretmen bilgisi arasındaki teorik olarak güçlü bağlantıya rağmen, bu ilişkiyi deneysel olarak inceleyen araştırmalarda korelasyon analizlerinin genellikle zayıf ve orta düzeyde ilişkiler ortaya koyduğunu belirtmiştir.

Schoenfeld (2011) öğretmen bilgisinin önemli olduğunu ancak öğretimsel kararlarının tek dayanağının bilgi olmadığını ileri sürmüş ve karar alma süreçlerinin amaçlar, algı, eğilimler, bağlam gibi bir dizi faktör tarafından şekillendiğini belirtmiştir. Bozkuş (2020), fark etme becerisinde öğretmenlerin alan bilgisi, pedagoji bilgisi ve öğrenci düşünce bilgisinin önemli bir rolü olduğunu gözlemlemekle birlikte bilgi, inanç, deneyimlerinden etkilendiğini gösteren bulgulara da ulaşmıştır. Bazı araştırmalar (Miller, 2011; Dreher ve Kuntze, 2015; Yıldırım, 2020) deneyimin önemini vurgularken, bazıları (Jacobs ve Philipp, 2010; Lee ve Choy, 2017) deneyimin fark etme becerisinin bazı bileşenleri için öğretmenleri desteklediğini, bazı bileşenleri için ise desteklemediğini belirtmişlerdir. Friesen ve Kuntze (2021), deneyimin fonksiyonlar alanında fark etme üzerindeki etkisinin anlamlı olduğunu, ancak kesirler konusunda olmadığını bulmuş, deneyimin etkisinin bağlama göre değiştiğini öne sürmüştür. Diğer yandan hizmet öncesi, göreve yeni başlayan ve deneyimli öğretmenlerle yapılan bazı çalışmalar (Bastian vd., 2022; Yang vd., 2021b) deneyimli öğretmenlerin hizmet öncesi öğretmenlere nazaran fark etme becerisinde yüksek performans gösterdiğini ancak yeni başlayanlar ile deneyimli öğretmenlerin performansları açısından farklı sonuçlar elde edildiğini göstermiştir. Erdik (2014) deneyimli ve deneyimsiz öğretmenlerin fark etme becerisine ilişkin istatistiksel olarak anlamlı fark bulamamış ve bu becerinin gelişimi için mesleki gelişim desteğinin gerekli olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Jacobs vd. (2010), fark etme becerisinin gelişiminin deneyimden etkilendiğini ancak sadece buna bağlı olmadığını; mesleki gelişim programlarının, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat etme, yorumlama ve yanıt verme becerilerini anlamlı bir şekilde arttırabildiğini belirtmiştir.

Diğer yandan, fark etme ile inançlar arasındaki ilişkiye dair de benzer şekilde farklı görüşler bulunmaktadır. Cross-Francis vd. (2022), matematik öğretim stratejilerine ilişkin belirli inançların, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat etmelerini engelleyebileceğini veya teşvik edebileceğini; fark etme becerisi ile öğretim kalitesi arasındaki ilişkiyi öz-yeterlik, inançlar, duygular ve kimlik gibi bilişsel ve psikolojik unsurların etkilediğini ortaya koymuştur. Diğer yandan Hoth vd. (2022), inançlarla fark etme arasında orta düzeyde ilişki bulurken, inançların fark etme becerisini açıklamada bilgiden daha güçlü bir faktör olduğunu ortaya koymuştur. Yang vd. (2020), inançların, öğretim uygulamaları üzerinde, bilgiye kıyasla daha etkili olduğunu ortaya koymuştur. Jong vd. (2021) ise ne tutumlarının (matematik öğretme konusundaki olumlu

duyguların) ne de eğilimlerinin (yapılandırmacı bir öğretim tarzı benimseme niyeti) fark etmeyi öngörmediğini ortaya koymuştur. Bu araştırmaların sonuçları, öğretmenlerin fark etme becerisinin; bilgi, inanç, deneyim, pedagojik yaklaşımlar ve bağlam gibi çok boyutlu faktörler tarafından şekillendiğini ortaya koymakla birlikte tek başına bunların yeterli olmadığının altını çizmektedir.

Matematik eğitimi alanında, fark etme becerisinin gelişimini inceleyen araştırmalar, çeşitli yöntemlerle desteklendiğinde, öğretmenlerin ve öğretmen adayların bu becerilerinin geliştirilebildiğini göstermektedir (Örneğin, van Es ve Sherin, 2002; Sherin ve Han, 2004; Star ve Strickland, 2008; Baş, 2013; Schack vd., 2013; Güner ve Akyüz, 2017a; Şermetoğlu, 2018; Birinci, 2018; Özdemir-Baki ve Türk, 2020; Bozkuş, 2020). Bu çalışmalarda yaygın olarak kullanılan yöntemler arasında: *video-kulüp uygulamaları* (Örneğin, Walkoe, 2013; Erbay, 2018; Bozkuş, 2020); *ders imecesi yöntemi* (Örneğin, Weiland ve Amador, 2015; Güner ve Akyüz, 2017a; Lee ve Choy, 2017; Özdemir-Baki ve Işık, 2018); *öğrenci yazılı yanıtlarını inceleme* (Ivars ve Fernández, 2018; Jessup 2018; Larochelle, 2018); *modelleme etkinlikleri* (Baş, 2013; Baş-Ader vd., 2023; Türker-Biber, Yetkin-Özdemir ve Lesh, 2023); ve *yeni teknolojiler* (Örneğin, sessiz video görevleri, 360 derece videoların ve sanal gerçeklik başlıklarının kullanımı) (Kosko vd., 2021; Lee, 2021; Galiç, Dost ve Lavicza, 2024) yer almaktadır. Video kulüp ve ders imecesi yöntemleri, öğretmenlerin kendi derslerine veya diğer öğretmenlerin derslerine ait video kesitlerini öğretmene odaklanarak incelemesiyle gerçekleştirilmektedir. Bu araştırmalar, bu tür video tabanlı uygulamaların öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişimine anlamlı katkılar sunduğunu göstermekle birlikte, bu yöntemlerin tek başına yeterli olmayabileceği ve diğer profesyonel gelişim uygulamalarıyla desteklenmesi gerektiği belirtmektedir (Gaudin ve Chaliès, 2015; Santagata vd., 2021). Öztürk ve Özgeldi (2024), fark etme araştırmalarının meta-sentezinde bu becerinin nasıl öğrenilebileceğine dair daha fazla araştırmaya ihtiyaç olduğunu belirtmiştir.

Diğer yandan, fark etme becerisinin bağlama özgü ve karmaşık bir yapıya sahip olması nedeniyle ölçülmesinin zor olduğu belirtilmektedir (Jacobs, 2017; Nickerson, Lamb ve LaRochelle 2017). Nickerson vd. (2017), bu becerinin kapsamlı bir şekilde değerlendirilebilmesi için video analizleri, yazılı değerlendirmeler, öğretmen görüşmeleri ve sınıf gözlemleri gibi çoklu veri kaynaklarının bir arada kullanılmasını ve profesyonel gelişim programları aracılığıyla öğretmenlerin fark etme süreçlerinin yapılandırılarak bu

becerilerinin sistematik şekilde geliştirilmesinin sağlanmasını önermektedir. Alanyazındaki fark etme araştırmalarının çoğunda video tabanlı uygulamalar öne çıkarken (Santagata vd., 2021; Birgin ve Eryılmaz, 2022; König vd., 2022; Weyers vd., 2024), yazılı materyallerin kullanıldığı çalışmalar sınırlı sayıdadır (Ivars ve Fernández, 2018; Jessup, 2018; Larochelle, 2018). Fark etme becerisinin incelenmesindeki zorluklar ile çoklu veri kaynaklarının kullanımına yönelik öneriler, geliştirilmesinde ise benzer yöntemlerin kullanılması ve yazılı materyallerin sınırlı kullanımı göz önüne alındığında, bu becerinin geliştirilmesinde ve incelenmesinde bütüncül bir yaklaşım benimsenmesinin etkili olacağı anlaşılmaktadır. Bu doğrultuda bu çalışmada, yapılan araştırmalardan farklı olarak, öğretmenin fark etme becerisinin geliştirilmesinde öğrenme yörüngeleri kullanılmış; fark etme becerisinin incelenmesinde ise, öğretmenin kendi dersine ait video kesitleri ve öğrencilerin yazılı yanıtları kullanılarak görüşmeler yapılmıştır. Böylece, fark etme becerisinin değerlendirilmesine yönelik bütüncül bir yaklaşım benimsenerek alanyazına katkı sağlanması amaçlanmıştır.

Matematik öğretmenlerinin mesleki gelişiminde fark etme becerisi dışında öğrenci düşüncesine odaklanan araştırma alanlarından biri de Öğrenme Yörüngeleridir [ÖY] (Learning Trajectories). ÖY kavramı matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin düşünceleri ve bu düşüncelerin zaman içinde nasıl geliştiği hakkındaki bilgisinin öğretim uygulamalarına yansıtılmasına yardımcı olacak çerçeveler için kullanılmaktadır (Sztajn ve Wilson, 2019). ÖY, matematik eğitimi alanyazınına Simon (1995) tarafından Tahmini Öğrenme Yörüngeleri [TÖY] (Hypothetical Learning Trajectory [HLT]) kavramı ile kazandırılmıştır. Simon (1995, s. 133-136), TÖY kavramını “öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin öğretmenin tahmini” olarak tanımlar ve öğrencilerin öğrenme sürecinde hangi yolları izlediklerini anlamaya olanak sağlaması açısından önemli görür. Alanyazında ÖY için sık atıf yapılan bir diğer tanım ise Clements ve Sarama’ya (2004) aittir. Clements ve Sarama (2004, s. 83) öğrenme yörüngesini, hem ‘gelişimsel bir ilerleme’ ve hem de ‘öğretimsel bir dizilim’den oluşan bir bileşim olarak tanımlamıştır. Bu tanıma göre, öğrenme yörüngeleri “belirli bir matematik alanında, çocukların düşünme ve öğrenme süreçlerinin tanımları ve bu zihinsel süreçleri veya eylemleri harekete geçireceği öngörülen, çocukları düşünme düzeylerinin gelişimsel bir ilerlemesi boyunca yönlendirecek, bir dizi öğretim görevi aracılığıyla ilgili tahmin edilen bir yol” dur. Confrey, Maloney, Nguyen, Mojica ve Myers (2009, s. 346) için ise öğrenme yörüngeleri, öğrencilerin öğretim yoluyla (yani etkinlikler, görevler, araçlar, etkileşim biçimleri ve

değerlendirme yöntemleri) karşılaştıkları sıralı yapıların, araştırmacılar tarafından öne sürülmüş ve deneysel çalışmalarla desteklenmiş bir tanımını ifade eder. Confrey vd. (2009), yörüngelerin öğrencilerin informel fikirlerden başlayarak zamanla daha karmaşık fikirlere ulaşmasını sağlamak amacıyla, düşünme, ifade ve temsil süreçlerinin kademeli olarak geliştirilmesine olanak tanıdığını ve öğrencilerin bireysel öğrenme yollarını destekleyen esnek bir yapıya sahip olduğunu belirtmektedir.

Alanyazındaki ilk çalışmalar, öğrenme yörüngelerinin öğretimde çeşitli amaçlarla kullanıldığını ortaya koymaktadır. Bu çalışmalar, öğrenme yörüngelerinin öğretim standartlarının oluşturulmasında (Corcoran, Mosher ve Rogat, 2009), öğretim programı geliştirme süreçlerinde (Clement ve Sarama, 2009) ve değerlendirme süreçlerinin planlanmasında (Battista, 2004; Confrey vd., 2009) etkin bir araç olarak kullanıldığını göstermiştir. Daha yakın zamanda gerçekleştirilen araştırmalar ise öğrenme yörüngelerinin farklı alanlarda kullanılmasına odaklanmıştır. Bu çalışmalar, *öğrencilerin öğrenme süreçlerini destekleme* (Clements, Sarama, Spitler, Lange ve Wolfe, 2011; Uça, 2014; Blanton vd., 2015; Camci, Eroğlu ve Tanışlı, 2017; Camci, 2018; Özaltun-Çelik, 2018; Ayan-Civak, Işıksal-Bostan ve Yemen-Karpuzcu, 2019; Camci, Tanışlı ve Eroğlu, 2019; Özden, 2019; Aktaş, 2020; Ayan-Civak, 2020; Camci ve Tanışlı, 2020); *öğretim tasarımı ve uygulamaları* (Oktavia, 2013; Şahin-Doğruer, 2018; Eroğlu, Camci ve Tanışlı, 2019; Gürler-Karakoca, 2019; Türkmen, 2019; Yılmaz, 2019); *öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenmelerini destekleme* (Furtak ve Heredia, 2014; Myers, 2014; Wickstrom, 2014; Eroğlu, 2016; Uygun, 2016; Bargagliotti ve Anderson, 2017; Donovan, 2019; Güzel-Candan, 2019; Wickstrom ve Langrall, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu, 2020; Eroğlu ve Tanışlı, 2021) gibi konulara yoğunlaşmıştır.

Öğrenme yörüngelerinin öğretmenler için kullanılabilir araçlara dönüştürülmesi yönündeki çabalar, yörüngelerin öğretimi destekleme potansiyelini alanyazında giderek daha görünür kılmıştır (Daro, Mosher ve Corcoran, 2011, s.13). Matematikteki birçok mesleki gelişim programının tasarımında temel alınan matematik öğretimi vizyonu, “zengin matematiksel görevler üzerine inşa edilen, öğrenci düşüncesine dikkat eden, etkileşimlere bir öğrenme mekanizması olarak değer veren” bir öğretimi içerir (Sztajn, Borko ve Smith, 2017, s. 796). Bu yaklaşım, öğretmenlere öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini anlamaları için önemli bir perspektif sunmaktadır (Jacobs ve Spangler, 2017).

Bu bağlamda, öğrenme yörüngeleri, öğretmenler için etkili bir öğretim kılavuzu olarak kullanılabilir.

Öğretmenlerin öğrenmesini konu edinen araştırmalar, öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlere ve/veya öğretmen adaylarına dikkatlerini öğrencilerin düşüncelerine odaklamaları için bir yol sağlayabildiğini (Örneğin, Edgington, 2012, 2014; Edgington, Wilson, Sztajn ve Webb, 2016) ve mesleki gelişimlerini desteklediğini (Örneğin, Yıldırım-Bozcuoğlu, 2019; Eroğlu ve Tanışlı, 2021) ortaya koymaktadır. Jacobs ve Spangler (2017) de öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlerin fark etmesi gibi temel uygulamaların merkezine yerleştirebileceğini vurgulamaktadır. Benzer şekilde Wickstrom ve Langrall (2020) öğrenme yörüngelerini fark etme becerisinin geliştirilmesinde etkili bir araç olarak tanımlamıştır. Confrey (2019), öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlere, öğrencilerin kavrayışlarını değerlendirme ve bilinçli kararlar alma konusunda rehberlik edebileceğini ifade etmektedir. Nickerson vd. (2017), “öğrencilerin matematiksel fikirlerini yorumlama, bunlara nasıl yanıt verileceğine karar verme ve bu yanıtları anlamlı bir şekilde analiz etmenin öğrenme yörüngeleri hakkında bilgi sahibi olmayı gerektirdiğini” belirtmiş ve öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin fark etme becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlayabileceğini belirtmiştir (s. 393).

Alanyazında, öğrenme yörüngelerinin matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerini geliştirmek için bir araç olarak kullanıldığı birkaç çalışma bulunmaktadır (Levin, Hammer ve Coffey, 2009; Ivars, Fernández ve Llinares, 2019; 2020; Zapatera-Llinares, 2022). Bu çalışmalar öğrenme yörüngelerinin öğretmen adaylarının fark etme becerilerini geliştirerek öğrencilerin matematiksel düşüncelerini daha sistematik analiz etmelerine, öğretim süreçlerini yapılandırmalarına yardımcı olduğu şeklinde olumlu sonuçlar sunmaktadır. Ancak, meslekteki matematik öğretmenleriyle yapılan benzer bir araştırmaya rastlanmamıştır. Öğretmen adayları fark etme becerilerini öğrenme sürecinde kazanırken, öğretmenler bu becerilerini öğretim deneyimlerine dayalı olarak veya çeşitli hizmet içi eğitimler yoluyla geliştirirler. Bu durum, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin fark etme becerilerini nasıl etkileyebileceğini araştırmayı önemli hale getirmektedir. Bu bağlamda, bu araştırmada bir matematik öğretmenin fark etme becerilerini geliştirmek amacıyla öğrenme yörüngeleri kullanılacaktır.

Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamasının önemli göstergelerinden biri matematiksel söylemleridir. Matematiksel söylem, iletişim, etkileşim ve kullanılan dil çerçevesinde çeşitli biçimlerde tanımlanmıştır. Örneğin, NCTM (2014, s. 24), matematiksel söylemi “sınıf tartışmaları yoluyla amaca yönelik fikir alışverişi ve diğer sözlü, görsel ve yazılı iletişim biçimleri” olarak tanımlamıştır. Tanışlı (2016), matematiksel söylemi, öğretmen ve öğrencilerin söyledikleri ve yaptıkları tüm eylemleri kapsayan geniş bir çerçevede ele almış; buna beden dili kullanımı, matematiksel nesneleri işaret etme gibi unsurları dahil etmiştir. Benzer şekilde, Moschkovich (2003), matematiksel söylemi yalnızca konuşma, hareket ve etkileşim biçimleriyle değil, aynı zamanda matematiksel değerler, inançlar ve bakış açılarını içeren çok boyutlu bir süreç olarak tanımlamıştır. Legesse, Luneta ve Ejigu (2020) ise söylemleri, anlamlı ve uygun şekilde tasarlanmış etkileşimler gerçekleştiğinde, öğrencilerin matematiksel fikirleri daha iyi anlamalarını sağlayan güçlü bir pedagojik araç olarak görmektedir. Sfard (2007, 2008) ise matematiksel söylemi iletişim odaklı bir bağlamda ele almış ve dört bileşen üzerinden tanımlamıştır. Bunlar: (i) kelime kullanımı (word use): örneğin, üç, üçgen; (ii) onaylanmış ifadeler (endorsed narratives): onaya ve redde açık tüm sözlü ifadeler, argümanlar, tanım, teorem ve kurallar; (iii) görsel araçlar (visual mediators): örneğin, rakamlar, cebir sembolleri, tablo ve grafikler (iv) rutinler (routines): matematiksel görevlerde kullanılan ve gösterilen örnek yollar. Örneğin, spesifik bir problem çözümünde izlenen adımlardır (133-135). Sfard’a (2008) göre matematiksel söylem, matematiğe özgü bir kelime dağarcığı (örneğin, sayılar, şekiller) içeren söylemdir. Öğrenme ise, bu söylemin zaman içinde kalıcı bir şekilde değişmesi olarak tanımlanmaktadır (Sfard, 2008, s. 299). Bu fikirler ışığında, matematiksel söylemin, öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etme ve anlama süreçlerinde hem pedagojik hem de iletişimsel açıdan kritik bir rol oynadığını söylemek mümkündür.

Alanyazında matematik öğretmenlerinin matematiksel söylemlerini inceleyen sınırlı araştırma bulunmaktadır (Gavilán-Izquierdo ve Gallego-Sánchez, 2021; Sarı-Arıkan, 2019). Sarı-Arıkan (2019), ders imcesi yöntemi kullanarak matematik öğretmenlerinin söylemlerinde gözlemlenen değişimi ortaya koymuş ve farklı yöntemlerle bu gelişimin incelenmesini önermiştir. Gavilán-Izquierdo ve Gallego-Sánchez (2021), öğretmenlerin söylemlerinin yapılandırılmasının, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi edinmelerinde olumlu etki yarattığını tespit etmiştir. Bu anlamda deneysel çalışmalarla

ortaya koyulmuş olan öğrenme yörüngeleri (Confrey vd., 2009), içeriğindeki kapsamlı matematiksel fikirler sayesinde öğretmenlerin söylemlerini yapılandırmada da etkili olabileceği öngörülmektedir. Nitekim Ivars ve Fernández (2018), öğretmen adaylarıyla yaptıkları araştırmada, öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlerin daha detaylı matematiksel söylemler üretmesine olanak tanıdığını göstermiştir. Ancak Ivars ve Fernández (2018) bunu belirli bir teorik çerçeve kapsamında incelememiş yalnızca öğretmenin fark etmesi bağlamındaki açıklamalarına odaklanmışlardır.

Bu açıklamalar ışığında, matematik öğretmenlerinin matematiksel söylemlerinin gelişiminde öğrenme yörüngelerinin henüz yeterince araştırılmamış bir alan olarak öne çıkmaktadır. Bu nedenle araştırmada, öğrenme yörüngelerine dayalı bir mesleki gelişim programı çerçevesinde, matematik öğretmenlerinin fark etme becerilerinin yanı sıra matematiksel söylemlerindeki gelişimin de incelenmesi amaçlanmaktadır. Böylelikle çalışmanın, matematiksel söylemleri geliştirme sürecine dair alanyazında eksik kalan bir boşluğu doldurması ve öğrenme yörüngelerinin fark etme becerileri ve söylemlerini nasıl şekillendirebileceğini ortaya koyması beklenmektedir.

Araştırmada oran orantı konusunda öğrenme yörüngeleri kullanılacaktır. Oran ve orantı, matematiksel düşünmenin temel taşlarından biri olarak, öğrencilerin çarpımsal ilişkileri anlamaları ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi açısından kritik bir role sahiptir (Lamon, 1993; Lobato, Ellis ve Charles, 2014). Bu kavramlar, öğrencilerin günlük yaşam bağlamlarında sıklıkla karşılaştığı ve matematik öğretim programlarında kesirler, yüzdeler, olasılık ve ölçümler gibi çeşitli konularla yakından ilişkili olan temel bir yere sahiptir (Ben-Chaim, Keret ve Ilany, 2012). Ancak, bu önemli role rağmen, alanyazın öğretmenlerin oran ve orantı konusundaki pedagojik alan bilgisi ve öğretim stratejilerinde ciddi eksiklikler olduğunu ortaya koymaktadır (Doğruel ve Karakuş, 2022; Şen, 2022; Altundağ, 2023). Öğretmenlerin oran ve orantı kavramlarını öğretirken sıklıkla işlemsel yaklaşımlara odaklandıkları ve kavramsal anlamayı göz ardı edebildikleri belirtilmiştir (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Şen, 2022). Oran ve kesir kavramlarının karıştırılması gibi yaygın kavram yanılgıları, öğrencilerin bu konuyu doğru şekilde anlamasını zorlaştırmakta ve öğretimde çeşitli zorluklara yol açmaktadır (Clark, Berenson ve Cavey, 2003; Petit, Laird, Wyneken, Huntoon, Abele-Austin ve Sequeira, 2020). Bu nedenler, öğretmenlerin bu alanda pedagojik açıdan desteklenmesi gerekliliğini açıkça ortaya koymaktadır. Oran-orantı konusunun diğer matematiksel konu

ve kavramlarla ilişkili yapısı, çalışmada elde edilecek sonuçların matematik eğitiminde daha geniş bir etki potansiyeline sahip olmasını sağlamaktadır. Ayrıca alanyazında oran-orantı konusuna yönelik yapılandırılmış yörüngelerin bulunması, çalışmanın sağlam bir temele dayandırılmasını mümkün kılmaktadır. Tüm bu nedenlerle çalışmada oran ve orantı konusu tercih edilmiştir.

1.2 Araştırmanın Amacı ve Problemi

Bu araştırmanın amacı, bir ortaokul matematik öğretmenin, fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerinin öğrenme yörüngeleri aracılığıyla nasıl geliştiğini incelemektir. Bu doğrultuda araştırmada şu problem ve alt problemlere yanıt aranmıştır:

Matematik öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemleri, oran-orantı konulu öğrenme yörüngelerine dayalı Mesleki Gelişim Programı (MGP) sürecinde nasıl gelişir?

- Öğrenme yörüngelerine dayalı MGP öncesinde öğretmenin fark etme becerisi nasıldır?
- Öğrenme yörüngelerine dayalı MGP öncesinde öğretmenin matematiksel söylemleri nasıldır?
- Öğrenme yörüngelerine dayalı MGP sürecinde öğretmenin fark etme becerisi nasıl gelişir?
- Öğrenme yörüngelerine dayalı MGP sürecinde öğretmenin matematiksel söylemleri nasıl gelişir?

1.3 Araştırmanın Önemi

Fark etme becerisi ve matematiksel söylemler, öğretmenlerin profesyonel gelişiminde temel öneme sahip iki bileşen olarak öne çıkmaktadır. Alanyazın, fark etme becerisinin öğretmenler için taşıdığı kritik önemi vurgularken, bu becerinin geliştirilmesi ve incelenmesinde genellikle benzer yöntemlerin kullanıldığını göstermektedir. Ders imecesi, video-kulüp gibi yöntemler bu alandaki temel uygulamalar arasında yer almakta (Birgin ve Eryılmaz, 2022; König vd., 2022; Santagata vd., 2021; Weyers vd., 2024), bu çalışmalar öğretmenlerin videoları izleyerek fark ettikleri noktaların yansıtıcı görüşmelerle ve tartışmalarla değerlendirilmesi üzerine odaklanmaktadır. Ancak öğretmenlerin, bu yansıtıcı yaklaşımlara alternatif olarak, öğrenci düşüncesine daha derinlemesine, sistematik ve kapsamlı bir şekilde yaklaşmayı sağlayabilecek

yaklaşımlara ihtiyaç olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin öğrenme yörüngelerinin tanımı, kapsamı, amaçları ve yörüngeler üzerine yapılan çeşitli araştırma sonuçları (Örneğin, Levin vd., 2009; Ivars vd., 2019; 2020; Zapatera-Llinares, 2022) yörüngelerin bu ihtiyacı karşılayabileceğine işaret ederken, matematik öğretmenlerinin fark etme becerisini geliştirmek amacıyla öğrenme yörüngelerine dayalı bir çalışmanın bulunmaması, alanyazındaki boşluğu ortaya koymaktadır. Bu nedenle bu çalışmada, öğretmenin fark etme becerisinin geliştirmek için öğrenme yörüngeleri kullanılarak alanyazındaki bu ihtiyaca cevap verilebileceği düşünülmektedir.

Fark etme becerisinin geliştirilmesi kadar, bu becerinin farklı araçlarla çok yönlü bir biçimde incelenmesi de önemli olduğu düşünülmektedir (Nickerson vd., 2017). Alanyazında video tabanlı yansıtıcı görüşmeler yoluyla yapılan incelemeler yaygın kullanılan bir yöntem olmakla birlikte, alternatif yöntemlerin (örneğin yazılı materyallerin) (Ivars ve Fernández, 2018; Jessup, 2018; Larochelle, 2018) yeterince değerlendirilmediği görülmektedir. Bu araştırma, öğretmenin kendi dersine ait videolardan seçilen öğrenci odaklı kesitler ve öğrencilerin yazılı yanıtları üzerinden gerçekleştirilen görüşmelerle fark etme becerisini çok boyutlu bir yaklaşımla ele almıştır. Böylelikle, fark etme becerisinin geliştirilmesi ve incelenmesi süreçlerine bütüncül bir katkı sunmayı hedeflemiştir.

Matematiksel söylemler ise öğretmenlerin iletişim biçimlerini, matematiksel fikirleri ifade etme şekillerini ve öğrencilerle etkileşimlerini kapsayan önemli bir boyuttur. Sfard (2008), matematiksel söylemi matematiğe özgü bir dil kullanımı ve bu dilin zaman içinde değişmesi olarak tanımlamış, bu değişimin öğrenmenin bir göstergesi olduğunu vurgulamıştır. Ancak alanyazında öğretmenlerin matematiksel söylemlerinin gelişimini inceleyen araştırmalar oldukça sınırlıdır (Sarı-Arkan, 2019). Öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlerin matematiksel söylemlerini zenginleştirerek öğrencilerin matematiksel düşüncelerini daha iyi anlamalarına ve ifade etmelerine yardımcı olabileceğine yönelik öneriler (Ivars ve Fernández, 2018) ışığında, bu çalışmada Sfard'ın (2008) matematiksel söylem çerçevesini temel alarak, öğrenme yörüngelerinin matematik öğretmenlerinin söylemlerine katkısını inceleyerek alanyazına katkı sağlamak amaçlamaktadır.

Oran ve orantı konusu, okul matematiğinde yatay ve dikey öğretim programında önemli bir yere sahip olması, birçok konu ve kavramla ilişkisel yapıda olması nedeniyle bu araştırma için özel bir bağlam sunmaktadır. Oran ve orantı konusuyla ilgili öğretmenlerle

yapılan çeşitli araştırmalar (Altundağ, 2023; Doğruel, 2019; Doğruel ve Karakuş, 2022; Şahin ve Karakuş, 2023) bulunmakla birlikte, bu çalışmalar öğretmenlerin bu konuda bilgi ve yaklaşımlarında eksiklikler olduğunu göstermektedir. Bu anlamda, bu araştırma dolaylı olarak öğretmenin oran ve orantı konularında mesleki gelişiminin destekleyeceği bir çalışma olması nedeniyle değerli olduğu, bu desteğin öğrenme yörüngeleri aracılığı ile gerçekleştirilmesinin ise araştırmanın özgün değerini artırdığı düşünülmektedir.

Araştırmanın, Öğretmen Gelişim Deneyi (ÖGD) Metodolojisi (Simon, 2000) kullanılarak yapılandırılmış olmasının bu yöntemin detaylı bir uygulamasını alanyazına kazandırılarak bu yöntemi kullanacak olan araştırmacılar için bir kaynak olacağı düşünülmektedir. Diğer yandan bu araştırmanın, ağırlıklı olarak öğrenme yörüngeleri ve fark etme becerisi olmak üzere, matematiksel söylem ve oran orantı konularında kapsamlı bir alanyazın sunarak bu konu alanlarında çalışacak araştırmalar için de önemli bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

Özetle, bu araştırma ile, bir matematik öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerinde öğrenme yörüngelerine dayalı bir MGP sürecindeki gelişimi inceleyerek, alanyazına katkı sağlamak amaçlanmaktadır. Araştırmanın temel dayanaklarından biri, öğrenme yörüngelerinin, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine odaklanmalarını ve bu düşünceleri öğretim süreçlerinde etkili bir şekilde kullanmalarını sağlayan güçlü bir araç olarak alanyazında tanınmasıdır (Confrey vd., 2009; Jacobs ve Spangler, 2017). Ancak alanyazında öğrenme yörüngelerinin, matematik öğretmenlerinin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerini geliştirmedeki potansiyelini inceleyen bir çalışma bulunmamaktadır. Özellikle, oran ve orantı konusuna odaklanarak yürütülen bu çalışmanın, öğrenme yörüngelerinin belirli bir matematiksel bağlamda nasıl etkili bir öğretim rehberi olarak kullanılabileceğini de ortaya koyması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Bu araştırmanın, metodolojik özgünlüğü ve matematik eğitimi bağlamındaki kapsamlı yaklaşımıyla ulusal ve uluslararası düzeyde öğretmen yetiştirme ve mesleki gelişimini içeren araştırmalara önemli katkılar sunması beklenmektedir.

1.4 Varsayımlar

Bu çalışmada, araştırma süreci, aşağıdaki varsayımlar temel alınarak gerçekleştirilmiştir:

- Matematik öğretmenin araştırma sürecinde yapılan uygulamalara samimiyetle katıldığı varsayılmıştır.

- Araştırmada, öğretmenin düşüncelerini samimi ve açık bir şekilde ortaya koyduğu varsayılmıştır.

1.5. Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları şunlardır:

- Araştırma, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında, bir ortaokul matematik öğretmeni ile gerçekleştirilmiştir.
- Araştırmada toplanan veriler, öğretmenle yapılan görüşmeler, öğretmenin kendi dersine ait video kayıtları, araştırmacı gözlemleri, araştırmacı günlükleri ve alan notları ile sınırlıdır.
- Araştırmada öğretmenin fark etme becerisi Jacobs vd.'nin (2010) teorik çerçevesi bağlamında, (i) dikkat etme, (ii) yorumlama, (iii) karar verme becerileri ile sınırlı olarak incelenmiştir.
- Araştırmada matematik söylemler Sfard'ın (2008) teorik çerçevesi bağlamında, (i) kelime kullanımı, (ii) görsel araçları, (iii) onaylanmış ifadeleri ve (iv) rutinleri ile sınırlı olarak incelenmiştir.
- Araştırma, yalnızca oran-orantı konusu bağlamında gerçekleştirilmiştir.

1.6 Tanımlar

Fark Etme Becerisi: Öğrencilerin düşünce ve stratejilerindeki detaylara dikkat etme, stratejilerine yansıyan kavrayışlarını yorumlama, kavrayışlarına dayalı olarak nasıl yanıt verileceğine karar verme becerilerinden oluşan birbiriyle ilişkili bir set olarak mesleki uzmanlığın bir parçasıdır (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010).

Öğrenme Yörüngeleri: Öğrencilerin öğretim yoluyla karşılaştıkları sıralı yapıların, araştırmacılar tarafından öne sürülmüş ve deneysel olarak desteklenmiş bir tanımıdır (Confrey, Maloney, Nguyen, Mojica ve Myers, 2009; s. 346). Bu çalışmada oran-orantı konusundaki öğrenme yörüngeleri kullanılmıştır.

Matematiksel Söylem: Sfard'ın (2008) 'Matematiksel biliş iletişimsel yaklaşım teorisi'ne göre, kapsamı matematiğe özgü olan, matematiksel olarak kabul edilen kelime dağarcığı içeren söylemdir (Sfard, 2008). Bu çalışmada matematiksel söylemler, oran orantı konusundaki kelime kullanımı, onaylanmış ifadeler, görsel araçlar ve rutinleri içerir.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde, sırasıyla fark etme, matematiksel söylem, öğrenme yörüngeleri ve oran orantı konuları ile ilgili kuramsal açıklamalara ve paralelinde ilgili konularda yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.1 Fark Etme (Noticing)

Günlük yaşamda genellikle gözlemlleme, anlamlandırma veya ayırt etme anlamlarını taşıyan ‘fark etme’ terimi, mesleki anlamda uzmanlık gerektiren bir terim olarak kullanılır (Ball, 2011; Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011). Erickson (2011), öğretmenin fark etme becerisine (noticing) odaklanan çalışmaların geçmişinin daha eski dönemlere dayandığını ifade etmiş olsa da alanyazında genel kabul gören görüş, bu araştırmaların Goodwin’in (1994) ‘Mesleki Vizyon’ (Professional Vision) çalışması ile başladığı yönündedir. Goodwin (1994), ‘mesleki vizyon’ terimini, belirli bir meslek grubunun karmaşık durumları belirli şekillerde görmelerini sağlayan algısal çerçeveleri nasıl geliştirdiklerini anlamak için kullanmıştır.

21. yüzyıl itibarıyla fark etme becerisi üzerine yapılan araştırmalar hız kazanmış ve bu konu farklı yaklaşımlar çerçevesinde ele alınmıştır. Bu yaklaşımlar: disiplin olarak fark etme (Mason, 2002), fark etmeyi öğrenme (van Es ve Sherin, 2002), öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmeyi öğrenme (van Es, 2011), öğretmenin fark etmesi (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011); öğrencilerin matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etme (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010) ve içerik ve tutum çerçevesi (Estapa, Amador, Kosko, Weston, de Araujo ve Aming-Attai, 2018) şeklinde sıralanabilir.

Görüldüğü gibi fark etme kavramı, doğası, bileşenleri ve gelişimi hakkında birçok farklı perspektif geliştirilmiştir. König vd. (2022) fark etme çerçevelerini dört ana teorik perspektif altında sınıflandırmışlardır. Bunlar:

i) Sosyo-Kültürel Perspektif: Bu perspektif, öğretmen farkındalığını sosyal olarak yerleşik bir etkinlik olarak görür ve söylemsel uygulamalar ve sosyo-politik bağlamlar tarafından şekillendirildiğini vurgular. Bu perspektifteki araştırmalar, Goodwin’in (1994) ‘mesleki vizyon’ çalışmasından esinlenir.

ii) Uzmanlıkla İlgili Perspektif: Bu perspektif, acemi ve uzman öğretmenlerin sınıf bilgisini algılama, işleme ve izleme şekillerindeki farklılıkları inceler. Bu perspektif, Berliner (1994) çalışmalarından esinlenir. Berliner (1994) ise ‘Pedagojide Uzmanlığın

Gelişimi' isimli çalışmasında, acemi ve uzman öğretmenlerin fark etme becerilerindeki farklılıklara dikkat çekmiştir.

iii) Disipline-Özgü Perspektif: Bu perspektif, öğretmenlerin kendi öğretim uygulamalarının belirli yönlerine dikkatini yönlendirme ve farkındalığı artırma üzerinde durur. Bu perspektifteki araştırmalar büyük ölçüde Mason'ın (2002) çalışmasına dayanır. Mason (2011, s.45-47), fark etmenin “bir hareket veya dikkat kayması” olduğunu iddia etmiş ve insanların dikkat etme yollarını şu şekilde tanımlamıştır: (i) Bütüncül olarak ayrıntıları ayırt etmeden bir şeye bakma; (ii) Ayrıntıları ayırt etme, parçaları seçme, birbirinden ayırıştırma veya alt bölümlere ayırma; (iii) İlişkileri tanıma, durumdaki fark edilen ayrıntılar arasındaki benzerlik ve farklılığın veya diğer ilişkilerin farkına varma; (iv) Varlıkları algılama, başka durumlarda geçerli olabilecek özelliklerin örnekleri olarak belirli ilişkilerin farkına varma.

iv) Bilişsel-Psikolojik Perspektif: Matematik eğitimi alanyazında öğretmenin fark etmesine yönelik yapılan araştırmalarda en sık kullanılan yaklaşım Bilişsel-Psikolojik Perspektif ve bu bağlamda en sık kullanılan çerçeveler de van Es ve Sherin'in (2002), van Es'in (2008, 2011), ve Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010) çerçeveleridir (König vd., 2022; Weyers vd., 2024). Bilişsel-Psikolojik perspektif, fark etmeyi öğretmenlerin zihinlerinde gerçekleşen bir dizi bilişsel süreç olarak tanımlamaktadır. Bu süreçler, sınıfta dikkat çeken olayları algılama, bu olayları yorumlama ve anlamlandırma gibi unsurları içerir (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011; Sherin ve Star, 2011). Bilişsel-Psikolojik Perspektif öğretmen eğitimi veya mesleki gelişim programlarının bir parçası olarak, katılımcı öğretmenlerin derslerinden alınan video kesitlerinin analizine odaklanarak geliştirilmiştir (Örneğin, van Es ve Sherin, 2002, 2007). Bu perspektifin dikkat çeken bir yönü, insan algısının sınırlı olduğunun kabul edilmesidir; bu nedenle öğretmenlerin belirli öğretim yönlerine dikkat etmeyi öğrenmeleri, diğer yönleri ise göz ardı etmeleri gerekmektedir.

Bilişsel-Psikolojik perspektifte en sık kullanılan çerçevelerden biri olan van Es ve Sherin (2002) öğretmenin fark etmesini 'Fark Etmeyi Öğrenme' çerçevesi ile kavramsallaştırmış ve üç temel bileşenle açıklamıştır. Bu bileşenler: (i) Bir öğretim sürecinde önemli olayları belirleme, (ii) Bu olaylar hakkında mantık yürütmek için bağlam hakkındaki bilgileri kullanma, (iii) Öğrenme ortamında spesifik durumlar ile daha kapsamlı öğretim ve öğrenim ilkeleri arasında bağlantılar kurmadır.

Van Es (2011), öğretmenlerin fark etme becerilerini anlamak için çok boyutlu ve düzeylerden oluşan ‘Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Fark Etmeyi Öğrenme’ (Learning to Notice Student Mathematical Thinking) adlı teorik bir çerçeve geliştirmiştir. Bu çerçeve, öğretmenlerin “Ne fark eder?” ve “Nasıl fark eder?” sorularına odaklanan iki ana kategoriye ayrılmıştır. Birinci kategori, *aktör* ve *konu* boyutlarını içerir: *Aktör* boyutu, öğretmenin kime (Örneğin bir öğrenci, bir grup veya tüm sınıf) odaklandığını; *konu* boyutu, neye odaklandığını (matematiksel düşünce, pedagojik strateji veya sınıf iklimi gibi) tanımlar. İkinci kategori ise *tutum* ve *detaylandırma* boyutlarından oluşur: *Tutum* boyutu, öğretmenin fark ettikleri durumlara ilişkin yorumlarındaki yaklaşımını; *detaylandırma* boyutu, açıklamalarındaki detay seviyesini ifade eder. Bu çerçevede öğretmenlerin fark etme becerileri dört düzeyde tanımlanmıştır: Düzey 1 (Baseline): Genel izlenimler ve kanıtsız, yüzeysel açıklamalar; Düzey 2 (Mixed): Belirli öğrenci ve anlara atıf yapılmakla birlikte yorum ve gözlemlerde yetersiz detaylandırmalar; Düzey 3 (Focused): Gözlemler üzerine muhakeme etme ve gözlemleri gerekçelendirme çabası ve Düzey 4 (Extended): Öğretim-öğrenim ilkeleri arasında bağlantı kurma ve alternatif pedagojik çözümler önerme. Van Es ve Sherin (2006, 2008, 2010) tarafından yapılan çalışmalarda, matematik öğretiminde fark etme becerilerinin gelişimini desteklemek amacıyla video tabanlı analizler kullanılmıştır. Bu çalışmalar, öğretmenlerin farkındalık düzeylerini artırmada video kayıtlarının güçlü bir araç olduğunu ortaya koymuştur.

Bu dört perspektife ek olarak, fark etme becerisini (noticing) öğretmenin yetkinliği bağlamında tanımlamayan Blömeke vd. (2015) çalışması da alanyazında fark etmeyi konu edinen araştırmalarda giderek belirgin hale gelmiştir (Weyers vd., 2024). Blömeke vd. (2015) bu çalışmada, *algılama* (perception), *yorumlama* (interpreting), ve *karar alma* (decision-making) süreçlerini, bilişsel ve duyuşsal-motivasyonel eğilimler ile mesleki performans arasındaki bağlantıyı sağlayan, duruma özgü beceriler olarak ele almaktadır (Aktaran Weyers vd., 2024).

Bu araştırmada, öğretmenin fark etme becerisi Bilişsel-Psikolojik Perspektif bağlamında yer verilen Jacobs, Lamb ve Philipp’in (2010) ‘Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Profesyonel Olarak Fark Etme’ (Professional Noticing of Children’s Mathematical Thinking) çerçevesi kullanılarak incelenmiştir. Jacobs vd. (2010) bu çerçeve ile fark etme becerisini “birbiriyle ilişkili bir dizi beceriden oluşan bir set” olarak tanımlamıştır. Bu beceriler: (i) öğrencilerin stratejilerine dikkat etme (attending), (ii) öğrencilerin

kavrayışlarını yorumlama (interpreting) ve (iii) öğrencilerin kavrayışlarına dayalı olarak nasıl yanıt verileceğine karar vermedir (deciding how to respond) (s. 171). Bu çerçevenin tercih edilme nedenleri ilerleyen paragraflarda açıklanmıştır.

Bilişsel-Psikolojik perspektif kapsamında ele alınan yaklaşımlarda fark etmenin iki temel süreci olduğu belirtilmiştir (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011, s. 5). Bunlar: (i) Öğretim ortamında belirli olaylara dikkat etme: Öğretmenlerin algılarını kasıtlı olarak odaklamaları gerekir. (ii) Öğretim ortamındaki olayları anlamlandırma: Öğretmenlerin, gördüklerini aktif olarak yorumlamaları ve bu olayları soyut bilgiyle ilişkilendirerek değerlendirmeleri gerekir. Ancak 'anlamlandırma' kavramının farklı araştırmacılar tarafından nasıl kavramsallaştırıldığı konusunda görüş ayrılıkları bulunmaktadır. Örneğin, Van Es (2011) anlamlandırmayı yalnızca 'yorumlama' ile sınırlandırırken, Jacobs vd. (2010), fark etme sürecini üç temel bileşene (dikkat etme, yorumlama ve karar verme) ayırarak daha kapsamlı bir yaklaşım geliştirmiştir. Daha açık bir ifadeyle Van Es (2011) öğretmenin kime ve neye odaklandığı ile öğretmenin fark ettiği durumlar hakkında yaptığı açıklamalarındaki detaylara ve bu durumlar hakkındaki yorumlarına yer vermişken Jacobs vd. (2010) öğretmenin öğretimsel kararlarını da fark etme sürecine dahil etmiştir.

Diğer yandan, Van Es (2011) çerçevesinde, öğretmenin neye odaklandığını tanımlayan *konu* boyutu ile birlikte matematiksel düşüncenin yanı sıra pedagojik stratejiler ve sınıf iklimi gibi öğeler de fark etme sürecine dahil edilmiştir. Ancak, Jacobs vd. (2010) çerçevesinde bu gibi genel pedagojik öğeler çerçevenin kapsamına dahil edilmemiştir. Bunun yanında, van Es ve Sherin (2002) çerçevesi, sınıf etkileşimler ile bunların öğretme ve öğrenmeyle olan bağlantılarına odaklanırken, Jacobs vd. (2010) öğretmenlerin gözlemleyip ve analiz ettikleri durumlara dayalı olarak bir sonraki adım olan karar verme sürecine odaklanmaktadır (Stockero ve Rupnow, 2017; Rassi, 2020).

Bu değerlendirmeler ışığında, öncelikle bu araştırmada öğretmenin fark etme becerilerinin gelişiminde 'öğrencilerin öğrenme yörüngeleri' kullanılacağından, doğrudan öğrencinin matematiksel düşüncesine odaklanan bir çerçeveye ihtiyaç duyulmuştur. Van Es (2011) 'Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Fark Etmeyi Öğrenme' ve Jacobs vd. (2010) 'Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Profesyonel Olarak Fark Etme' şeklinde bu amaca hizmet etmektedir. Ancak Van Es (2011) üst paragraflarda belirtildiği gibi *konu* boyutu ile sınıf içi iklim, pedagojik öğeleri de fark

etme sürecine dahil etmiştir. Bu araştırmada bu öğeler araştırmanın amacı ve kapsamı dışındadır.

İkinci olarak Van Es (2011, öğretimsel kararlara değinmemiştir. Jacobs vd. (2010), Van Es (2011)'den farklı olarak yalnızca dikkat ve yorumlama süreçleriyle sınırlı kalmayıp, fark etmeyi üç farklı boyutta (dikkat etme, yorumlama ve karar verme) kapsamlı biçimde ele almış ve öğretimsel karar alma süreçlerine de yer vermiştir. Bu nedenle, fark etmenin öğretmen kararlarıyla birlikte değerlendirilmesinin önemli görüldüğü bu araştırmada, söz konusu çerçeve tercih edilmiştir.

Üçüncü olarak, bu araştırmada öğretmenin fark etme becerisi bağlamında öğrencilerin oran ve orantı konusuna yönelik matematiksel düşüncelerine odaklanılacağından, belirli bir matematik konusunda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etmenin analizine imkân tanıyan bir model olması nedeniyle Jacobs vd. (2010) çerçevesi tercih edilmiştir. Bu çerçeve, bileşenleri ve araştırmadaki kullanımı ilerleyen bölümde detaylı olarak açıklanmaktadır.

2.1.1 Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etme

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) 'Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Profesyonel Olarak Fark Etme' çerçevesine göre fark etme becerisini oluşturan üç beceriyi şöyle açıklamışlardır:

i. Çocukların stratejilerindeki detaylara dikkat etme (Attending to the details of children's strategies): Bu bileşen, öğretmenlerin öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları stratejilere odaklanmasını ifade eder. Jacobs vd.'ye (2010) göre öğrencilerin nasıl düşündüğünü anlamanın ilk adımı, onların çözüm yollarında yer alan matematiksel ayrıntılara dikkat etmektir. Öğrencilerin problem çözerken hangi matematiksel araçları kullandığı, hangi yöntemlere başvurduğu ve sayıları nasıl gruplandığı gibi ayrıntılar bu bağlamda önem taşır. Bu tür matematiksel ayrıntılara dikkat edilmesi, öğretmene öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamak için bir pencere sunar. Öğrencinin bir problemi çözmek için kullandığı strateji, onun matematiksel kavrayış düzeyini ve düşünme biçimini yansıtabilir. Örneğin, bir öğrenci problemi modellerle çözmeye çalışırken başka bir öğrenci sayıları zihinden işlemeye odaklanabilir. Öğretmen, bu tür farkları dikkatle gözlemlemelidir. Bu bileşen, öğretmenin öğrencinin stratejilerine yönelik farkındalığını artırarak daha etkili pedagojik kararlar almasını sağlar.

Jacobs vd. (2010), dikkat etme sürecini öğretmenlerin öğrencilerin stratejilerindeki matematiksel detaylara odaklanma derecesine göre şöyle sınıflandırmışlardır:

1. Odaklanmama (Lack of focus): Öğretmen, öğrencilerin stratejilerine veya matematiksel ayrıntılara dikkat etmez. Öğrencinin çözüm süreci ya tamamen gözden kaçırılır ya da sadece yüzeysel bir farkındalık geliştirilir. Örneğin, öğrencinin kullandığı yanlış bir stratejiyi fark etmeden dersin akışına devam eder.
2. Genel dikkat (General focus): Öğretmen, öğrencinin çözüm sürecine genel bir ilgi gösterir, ancak matematiksel ayrıntılara derinlemesine odaklanmaz. Yüzeysel gözlemlerle sınırlı kalır. Örneğin, öğrencinin doğru cevabı verdiğini fark eder ancak bu sonuca ulaşırken kullanılan stratejiye dikkat etmez.
3. Detaylı dikkat (Specific focus): Öğretmen, öğrencinin çözüm stratejilerindeki matematiksel ayrıntılara dikkatle odaklanır ve bu ayrıntılardan anlam çıkarmaya çalışır. Örneğin, öğrencinin sayıların gruplandırılmasında yaptığı bir hatayı fark eder ve bu hata üzerinden öğrencinin kavramlarını anlamaya çalışır.

ii. Çocukların stratejilerine yansıyan kavrayışlarını yorumlama (Interpreting children's understandings reflected in their strategies): Bu bileşen, öğretmenin öğrencilerin çözüm stratejilerinden yola çıkarak onların matematiksel düşüncelerini yorumlamasını ifade eder. Jacobs vd. (2010), bu tür yorumlamanın yalnızca yüzeysel bir değerlendirme değil, detaylı ve kanıta dayalı bir analizi içermesi gerektiğini vurgular. Öğrencinin kullandığı stratejilerden hareketle, onun matematiksel kavramları ne kadar anladığı, hangi kavramları yanlış yorumladığı veya anlamakta zorlandığı belirlenir. Öğretmen, öğrencinin stratejilerindeki ipuçlarını değerlendirirken, bunları hem öğrencinin bireysel stratejileriyle hem de alanyazındaki matematiksel gelişim anlayışlarıyla ilişkilendirmelidir. Bu süreçte, öğrencinin matematiksel bilgisi, gelişim düzeyi ve kavramlara yaklaşımı arasındaki ilişki analiz edilir. Örneğin, bir öğrenci sayıları gruplarken yanlış bir işlem yapıyorsa, bu durum öğrencinin temel kavramlarla ilgili eksikliklerini gösterebilir. Bu eksiklikler, öğretmenin pedagojik müdahalesi için bir rehber niteliğindedir. Bu bileşen, öğretmenin yalnızca öğrencinin stratejilerini görmesiyle sınırlı kalmayıp, bu stratejilerin öğrencinin matematiksel anlayışına dair neyi yansıttığını çözümlemesini sağlar. Jacobs vd. (2010) yorumlama becerisinin kalitesini, öğretmenin öğrencinin stratejilerini analiz etme derinliğine göre şöyle kategorize etmişlerdir:

1. Yüzeysel yorumlama (Superficial interpretation): Öğretmen, öğrencinin stratejisini yalnızca yüzeysel bir şekilde analiz eder ve matematiksel düşüncelerine dair daha derin anlamlar çıkaramaz. Örneğin, öğrencinin doğru cevabı verdiğini görür ancak bu cevabın hangi matematiksel düşüncelere dayandığını değerlendirmez.
 2. Derinlemesine yorumlama (In-depth interpretation): Öğretmen, öğrencinin stratejisini dikkatle analiz eder ve bu stratejinin altında yatan matematiksel anlamları çözümlemeye çalışır. Örneğin, öğrencinin yanlış bir strateji kullandığını fark eder ve bu yanlış stratejinin hangi matematiksel kavram eksikliğinden kaynaklandığını değerlendirmeye çalışır.
 3. Alternatif odak noktaları ile yorumlama (Alternative foci interpretation): Öğretmen, öğrencinin stratejisini farklı açılardan analiz ederek, stratejinin alternatif yorumlarını ve farklı matematiksel yaklaşımlarını değerlendirir. Örneğin, öğrencinin çözüm yolunu analiz ederken, diğer öğrencilerin çözüm stratejileriyle karşılaştırmalar yapar ve daha geniş bir perspektif sunar.
- iii. Çocukların kavrayışlarına dayalı olarak nasıl yanıt verileceğine karar verme (Deciding how to respond on the basis of children's understandings): Bu bileşen, öğretmenin öğrencinin mevcut matematiksel anlayışını temel alarak bir sonraki öğretim adımını planlama sürecini kapsar. Jacobs vd. (2010), öğretmenin bu süreçte öğrencinin kavrayışlarına en uygun yanıtı oluşturması gerektiğini vurgular. Bu beceri, öğretmenin dikkat etme ve yorumlama becerilerinin yanı sıra, öğrencinin matematiksel düşüncelerinin gelişimine dair derinlemesine bir anlayış gerektirir. Bu nedenle, yanıt verme sürecinin diğer becerilere göre daha karmaşık olduğu söylenebilir. Öğretmen, öğrencinin anlayışını analiz ettikten sonra, onun daha ileri düzeyde kavramlar geliştirebilmesi için bir strateji belirleyerek öğrenciyi doğru düşünme biçimlerine yönlendirebilir ya da mevcut stratejisini derinlemesine geliştirmesini sağlayabilir. Örneğin, öğretmen ders sırasında öğrencinin stratejisini gözlemleyerek ona yönelik bir soru sormayı seçebilir ya da bu gözlemleri gelecekteki öğretim planlarına entegre edebilir. Bir öğrenci yanlış bir çözüm yöntemi kullandığında, öğretmen bu hatayı doğrudan düzeltmek yerine, öğrenciyi hatasını fark etmeye yönlendirecek bir soru sormayı tercih edebilir. Bu tür pedagojik kararlar, öğrencinin kendi düşüncelerini daha eleştirel bir şekilde değerlendirmesine katkıda bulunur. Jacobs vd. (2010), bu becerinin

öğretmenlerin pedagojik farkındalığını ve öğrencilerin matematiksel anlamalarına yönelik duyarlılığını artırdığını belirtir.

Jacobs vd. (2010) ‘Niyet Edilen Yanıt’ (Intended Response) kavramından bahsetmektedir. Burada odak, öğretmenin nasıl bir yanıt vereceğine karar vermesidir, yanıtın anlık olarak uygulanması zorunlu değildir. Diğer bir ifadeyle yanıt verme süreci, karar vermenin bir uzantısıdır ve profesyonel fark etme çerçevesinin dışında tutulmuştur. Yani, Jacobs vd. (2010) çerçevesinde öğretmenin yanıtı planlama sürecine (karar verme) odaklanırken, yanıtın sınıf içinde uygulanmasını ikinci plana bırakır. Buna dayalı olarak yanıt verme süreci yalnızca ders sırasında gerçekleşmek zorunda değildir; öğretmen, bu süreci ders sonrası yansıtıcı bir şekilde de değerlendirebilir. Bu değerlendirmeler, öğretmenin gelecekteki öğretim yaklaşımlarını şekillendirmesi için önemli bir zemin hazırlar.

Jacobs vd. (2010), çalışmalarında öğretmenlerin karar verme sürecinde kullandıkları yanıtları şu iki temel kategori altında incelemiştir:

1. Kanıta dayalı yanıtlar (Evidence-based responses): Öğrencinin stratejilerine ve anlayışına dair somut verilere dayanır, dikkat ve yorumlama becerileriyle doğrudan ilişkilidir. Örneğin, bir öğrenci bir problemde yanlış bir strateji kullandığında, öğretmen öğrencinin kullandığı stratejiyi analiz ederek, o stratejinin neden işe yaramadığını anlamasına yardımcı olacak bir soru sormayı tercih eder.
2. Kanıta dayalı olmayan yanıtlar (Non-evidence-based responses): Bu kapsamda öğretmen, öğrencinin mevcut anlayışını yeterince analiz etmeden, yüzeysel bir şekilde yanıt verir. Bu tür yanıtlar öğrencinin stratejilerinden elde edilen bulgular yerine öğretmenin varsayımlarına dayanır, öğrencinin öğrenme sürecini desteklemede daha az etkili olabilir. Örneğin, öğrencinin stratejisini analiz etmek yerine, öğretmen bir hatayı doğrudan düzeltir veya yeni bir strateji önerir.

Jacobs vd. (2010) her ne kadar bu çerçevede ‘niyet edilen/planlanan yanıt’a odaklanmış olsalar da Jacobs ve Empson (2016) ‘Çocukların matematiksel düşüncelerine anlık yanıt verme’ başlıklı çalışmalarında öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yanıt verirken nasıl hareket ettiklerini tanımlayan ve kategorize eden bir çerçeve sunmuşlardır. Bu çerçeve dört temel kategoriden oluşmaktadır. Bu kategoriler, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini desteklemek ve geliştirmek amacıyla gerçekleştirdiği çeşitli öğretim hareketlerini kapsamaktadır: (i) Problemi anlamalarını

sağlamak, (ii) Öğrencinin mevcut stratejisini keşfetmek, (iii) Alternatif stratejiler düşündürmek, (iv) Düşüncelerini sembolik temsillerle ilişkilendirmek.

Jacobs, Empson, Jessup, Dunning, Pynes, Krause ve Franke (2024), öğretmenin çocukların matematiksel düşüncelerini profesyonel olarak fark etme becerisini karakterize ederek üç farklı uzmanlık profili belirlemişlerdir. Bunlar: (i) başarılı fark etme, (ii) karma fark etme, (iii) gelişen fark etme'dir. Bu profilleri belirlerken karar verme becerisini soru yöneltme üzerinden iki biçimde incelemişlerdir. Birincisi ilgili öğrenciye yöneltilen 'takip sorusu', ikincisi tüm sınıfa yöneltilen 'bir sonraki adım problemi'dir. Başarılı fark etme profiline sahip öğretmenler, üç bileşende de güçlü bir uzmanlık sergilemiş, ancak özellikle bir sonraki adım problemlerine karar verme konusunda hala gelişmeye açık bir alan bırakmışlardır. Karma fark etme profiline sahip öğretmenler, çocukların stratejilerine dikkat etme ve anlayışlarını yorumlama konusunda, karar vermenin iki biçiminden daha fazla ancak bir miktar uzmanlık sergilemişlerdir. Gelişmekte olan fark etme profiline sahip öğretmenlerin ise tüm bileşen becerilerinde gelişmeye ihtiyacı olduğunu, ancak stratejiye dikkat etme ve takip sorularına karar verme konusunda göreceli olarak güçlü olduklarını göstermişlerdir.

Bu araştırmada öğretmenin (i) dikkat etme (attendig), (ii) yorumlama (interpreting) ve (iii) karar verme becerileri incelenmiştir. Bu üç becerinin incelenmesinde Jacobs vd.'nin (2010) açıklamaları esas alınmış ancak sınıflandırmaları (Örneğin, kanıta dayalı yanıt, kanıta dayalı olmayan yanıt) kullanılmamış, tematik analiz yapılmıştır. Öğretmenin dikkat etme becerisi, öğrencilerin düşünce veya stratejileri hakkındaki açıklamalarına odaklanılarak incelenmiştir. Öğretmenin yorumları öğrencinin kavrayışı hakkındaki matematiksel gerekçelendirmede bulunup bulunmamasına odaklanılarak incelenmiştir. Kararları, (i) amaç ve (ii) amaca yönelik eylemleri şeklinde incelenmiştir. Öğretmenin hem öğrenci yazılı yanıtları üzerinden yansıtıcı kararları, hem video kesitleri üzerinden anlık ve yansıtıcı kararları incelenmiştir. Yazılı ve video üzerinden görüşmelerde Jacobs vd. (2010) gibi 'niyet edilen yanıt' a odaklanılmış olsa da videodaki anlık yanıtlarına da değinilmiştir.

Fark etme becerisinin incelenmesinde farklı yaklaşımlar ve yöntemler bulunmaktadır. Bunlar "Fark etme becerisinin incelenmesi" başlığı altında açıklanmıştır.

2.1.2 Fark etme becerisinin incelenmesi

Sınıf ortamının karmaşıklığı içinde fark etmenin zor olması gibi, fark etme becerisinin incelenmesinin de zor bir süreç olduğu belirtilmektedir (Jacobs, 2017; Nickerson vd., 2017; Stockero ve Rupnow, 2017). Stockero ve Rupnow (2017), öğretmenin fark etme becerisini incelemede kullanılan yaklaşımları dört başlık altında toplamıştır:

- i. Kategorilere ayırma yoluyla inceleme: Bu yöntemle alanyazındaki teorik çerçeveler kullanılarak belirli farkına varma durumları kategorilere ayrılır ve farklı zamanlarda kategoriler arasında fark etme sıklığındaki değişimleri incelenir.
- ii. Belirlenen düzeyler aracılığı ile inceleme: Alanyazında araştırmacılar tarafından belirlenmiş düzeyler kullanılarak inceleme yapılabilir. (Örneğin, van Es, 2011'in düzeyleri vb.)
- iii. Tanımlanmış bir standarta göre inceleme: Fark etme becerisi matematiğin belirli alanlarında, öğrencilerin matematiksel düşünceleri hakkındaki bilinenlere dayalı olarak ölçülebilmektedir. Bu türden çalışmalarda öğretmenin nispeten belirli bir matematik konusuyla ilgili yapıları fark etmelerine odaklanılır. Araştırmacılar öğrencilerin bu konu hakkında düşüncelerinin nasıl geliştiği ile ilgili veya bu konudaki yaygın kavram yanlışları hakkındaki araştırma verilerini kullanarak fark etmeyi ölçebilirler. Örneğin, Fernández vd. (2013), öğrencilerin yazdığı çalışmaları orantısal ve toplamsal akıl yürütme arasında ne ölçüde ayırım yapabildiğini ele alarak ilkökul öğretmenlerinin fark etme düzeylerini dört düzey ile derecelendirmiş, benzer şekilde, Schack vd. (2013), erken aritmetik öğrenmenin belirli aşamalarına yapılan referansların dahil edilmesine dayalı olarak fark etmeyi derecelendirmiştir.
- iv. Tanımlanmış bir çerçeveye göre inceleme: Örneğin, Walkoe (2015) Cebirsel Düşünme Çerçevesi kullanarak, Mitchell ve Marin (2015) Matematiksel Öğretim Kalitesi (MQI) çerçevesini kullanarak öğretmen adaylarının fark etme becerilerini analiz etmiştir.

Öğretmenlerin profesyonel fark etme süreçlerini incelemede genellikle video tabanlı uygulamalar, yazılı materyaller kullanılırken (Birgin ve Eryılmaz, 2022; König vd., 2022; Weyers vd., 2024) son yıllarda farklı teknolojilerin (sessiz video görevleri, göz izleme teknolojisi veya sanal gerçeklik ve 360° video gibi teknolojilerin) fark etme becerisinin incelenmesi sürecine entegrasyonunu ele alan araştırmalar da yapılmaya başlamıştır (Kosko vd., 2021; Lee, 2021; Galiç vd. 2024; Kosko vd., 2024).

Bu araştırmada öğretmen, öğrencilerin oran-oran konulu matematiksel düşüncelerini fark etme becerisinin geliştirilmesinde oran-orantı konulu öğrenme yörüngeleri kullanılmıştır. Fark etme becerisi görüşmeler yoluyla incelenmiştir. Görüşmelere esas olan veriler ders videoları ve öğrenci yazılı yanıtlarından elde edilmiştir. Öğrenci yazılı yanıtları bağlamında, hem alanyazında öğrenci yanıtlarından oluşan senaryolar, hem de öğretmenin kendi öğrencilerinin yanıtları kullanılmıştır.

2.1.3 Fark etme becerisi ile ilgili araştırmalar

Uluslararası alanyazında; *matematik öğretmen eğitimcilerinin* (Pascoe, 2016; Amador, 2022); *matematik öğretmenlerinin* (Baş, 2013; Erdik, 2014; Mercado, 2017; Şermetoğlu, 2018; Birinci, 2018; Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Jessup, 2018; Birinci ve Baki, 2019; Gürsoy, 2019; Wallin ve Amador, 2019; Bozkuş, 2020; Yıldırım, 2020; Yeşil, 2021; Baş-Ader vd., 2023; Türker-Biber vd., 2023; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023; Güler, Taylan, Baki, Demirel, Çelik, Güzel, Aslan-Tutak ve Özaltun-Çelik, 2023; Galiç, Dost ve Lavicza, 2024) ve *matematik öğretmen adaylarının* (Walkoe, 2013; 2015; Mitchell ve Marin, 2015; Ivars, Fernández ve Llinares, 2016; Chandler, 2017; Güner, 2017; Güner ve Akyüz, 2017a; 2017b; Çelikkdemir, 2018; Erbay, 2018; Ivars ve Fernández, 2018; Kılıç, 2018; Tün, 2018; Yıldız-Şentürk, 2018; Göksu-Şimşek, 2019; Özel, 2019; Tataroğlu-Taşdan, 2019; Yıldırım ve Amador, 2019; Yazıcı-Kılıçoğlu, 2019; Güler, Çekmez ve Çelik, 2020; Ivars, Fernández ve Llinares, 2020; Rassi, 2020; Türk, 2020; Cabral vd., 2021; Bastian vd., 2022; Dışbudak-Kuru, 2023; Soyak, 2023) fark etme becerisini konu edinen araştırmaların son yıllarda hızla arttığı görülmektedir. Bu araştırmalar genel olarak şu alt başlıklarda gruplandırılabilir:

- i. Fark etme becerisini inceleyen araştırmalar: Bu araştırmalar öğretmenlerin ve(ya) öğretmen adaylarının mevcut fark etme becerisini (genellikle düzeylere dayalı olarak) ortaya koymayı amaçlayan araştırmalardır (Örneğin, Jessup 2018; Çopur-Gençtürk ve Rodrigues, 2021; Dışbudak-Kuru, Ucuzoğlu, Işıksal-Bostan, Yemen-Karpuzcu ve Tekin-Sitrava, 2022). Bunlar içerisinde özel olarak anlık-yansıtıcı fark etmeye odaklanan ya da fark etmenin farklı boyutlarına odaklanan (örneğin yalnızca kararlara odaklanan) araştırmalar da bulunmaktadır. Örneğin, Kersting, Smith ve Vezino (2021) yaptıkları araştırmada öğretmenlerin anlık fark etmeleri ile yansıtıcı fark etmelerini incelemiş ve bunlar arasında orta düzeyde bir ilişki bulmuşlar, yansıtıcı ve anlık kararların daha fazla araştırılması gerektiğini belirtmişlerdir. Diğer

bir örnek, Jacobs ve Empson (2016) çalışmalarında doğrudan öğretmenin yanıtlarına odaklanmışlardır.

- ii. Fark etme becerisinin farklı bileşenlerle ilişkisini inceleyen araştırmalar: Bu araştırmalar, fark etme becerisinin bilgi (Örneğin, Dick, 2017; Thomas vd., 2017), inanç (Örneğin, Keppens, Consuegra, de Maeyer ve Vanderlinde, 2021), deneyim (Örneğin, Erdik, 2014; Bastian vd., 2022), perspektif (Yıldırım 2020), teknolojik yeterlilikler (Galiç ve Dost, 2023) gibi çeşitli bileşenlerle ilişkisini inceleyen nitel ve nicel araştırmalardır. Bazı araştırmaların sonuçları fark etme becerisi ile bilgi, deneyim ve(ya) inançlar arasında ilişki saptarken bazıları düşük ilişki saptamış veya ilişki saptamamıştır.

Öğretmen bilgisi bağlamında fark etme becerisinin bileşenleri ile alan bilgisi, pedagojik bilgi ile düşük ve orta düzey ilişkiler tespit edilmiştir. Örneğin, Yang vd. (2021a, 2021b) algılama, yorumlama ve karar alma becerileri ile alan bilgisi arasında ilişki bulamamış ancak pedagojik alan bilgisi arasında düşük düzeyde bir ilişki ortaya koymuştur. Dick, (2017) fark etme becerisinin öğrenci bilgisi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Deneyim bağlamında, genel olarak deneyimli öğretmenlerin daha fazla öğrenciye odaklandığı ve daha detaylı açıklamalar yaptığı gözlemlenmiş (Erdik, 2014), deneyiminin fark etme becerisine etkisinin bağlama ve bileşenlere göre değişebileceği (Lee ve Choy, 2017; Friesen ve Kuntze, 2021) ancak tek başına yeterli olmadığını ve mesleki gelişim programlarının öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişiminde kritik bir rol oynadığını ortaya koyulmuştur (Erdik, 2014; 2022; Gegenfurtner vd., 2020; Yang vd., 2021b; Bastian vd., 2022).

Fark etme becerisi ile inanç ve yaklaşımlar arasındaki ilişkiye yönelik ise az sayıda çalışma yapılmış (Weyers vd., 2024) ve bu çalışmalarda farklı sonuçlar saptanmıştır. Örneğin, Cross-Francis vd. (2022) ve Hoth vd. (2022) inançlar ile fark etme becerisi arasında korelasyon saptamış, ancak Jong vd. (2021) korelasyon saptamamıştır. Yıldırım (2020) ilerlemeci bakış açısına sahip öğretmenin 4. düzeyde fark etme becerisine sahip olduğunu öğretimler sırasında daha fazla noktayı fark ettiği saptanmıştır, algı tabanlı bakış açısına sahip öğretmenin ise 2. düzeyde fark etme becerisine sahip olduğu görülmüş ve öğretmen bakış açıları ile öğretmen fark etme becerilerinin bir ilişki içinde olduğunu göstermiştir.

- iii. Fark etme becerisini farklı bağlamlarla birlikte ele alan araştırmalar: Bu araştırmalar, fark etme becerisini farklı bağlamlarda ele alan çalışmalardır. Örneğin, matematik öğretmenlerinin programa yönelik farkındalıkları (Sayın, 2019), matematiksel dili kullanma ve fark etme becerisi (Açıl ve Zeybek, 2017), kültürel perspektifler (Dreher vd., 2021'den aktaran Weyers vd., 2024), matematik öğrenme fırsatları (Tün, 2018; Doğan ve Kılıç, 2019); öğretmenin merakı (Anantharajan, 2020); mesleki kimlik (Çelikdemir, 2018); eşitlik (Mercado, 2017; van Es vd. 2022'den aktaran Weyers vd., 2024)
- iv. Fark etme becerisinin gelişimini inceleyen araştırmalar: Bu araştırmalar çeşitli yöntem ve uygulamalarla fark etme becerisini desteklemeye odaklanan araştırmalardır. Örneğin, *ders imcesi* (Örneğin, Weiland ve Amador, 2015; Lee ve Choy, 2017; Güner, 2017; Güner ve Akyüz, 2017a; 2017b; Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Türk, 2020); *video-kulüp* (Örneğin, van Es, 2011; Walkoe, 2013; 2015; Pascoe, 2016; Soyak, 2013; Erbay, 2018; Wallin ve Amador, 2019; Bozkuş, 2020); *öğrenci yazılı yanıtlarını inceleme* (Örneğin, Jessup 2018; Ivars ve Fernández, 2018; Larochelle, 2018); *modelleme etkinlikleri* (Baş, 2013; Baş-Ader vd., 2023; Türker Biber vd., 2023); *e-mentorluk uygulamaları* (Güler vd., 2023) ve *yeni teknolojiler* (Örneğin, sessiz video görevleri, 360 derece videoların ve sanal gerçeklik başlıklarının kullanımı) (Kosko vd., 2021; Lee, 2021; Galiç vd., 2024), *öğrenci düşüncesini açıklayan model inşası* (Amador, 2022).

2.1.3.1 Fark etme becerisinin gelişimini inceleyen araştırmalar

Fark etme becerisinin gelişimini inceleyen araştırmalar kapsamında, Pascoe (2016), lisansüstü öğretim asistanlarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik dikkat etme ve bu düşüncelere etkili yanıt verme becerilerini geliştiren bir uygulamanın sonuçlarını incelemişlerdir. Dört asistan, bir dönem süren müdahale kapsamında lisans derslerinden alınan videoları analiz etmiş ve haftalık toplantılarda bu analizleri araştırmacıyla tartışmıştır. Ayrıca öğrencilere genel alan bilgilerini değerlendiren bir test uygulanmıştır. Öğrencilerin videoda fark ettikleri durumları analizi ve tartışılmasında bir araç olarak MOST Analitik Çerçevesi kullanılmıştır. Araştırmacı, müdahale sürecinde belirlenen durumları kategorize ederek dikkat etme becerilerindeki değişimi analiz etmiştir. Sonuçlar, müdahalenin dikkat etme becerilerini ve öğrenci merkezli yanıt

geliştirme yetkinliklerini artırmada başarılı olduğunu, ancak genel alan bilgisinin bu gelişime katkıda bulunmadığını göstermiştir.

Amador (2022), matematik öğretmen eğitimcilerinin fark etme becerilerindeki gelişimi ‘yorumlama’ becerisine odaklanarak incelemiştir. Araştırma kapsamında 16 matematik eğitimcisinin öğrencilerin düşüncelerini yorumlama ve bu yorumları dayandırdıkları kanıtlarla ilişkilendirme becerilerini geliştirmek amacıyla kurs yapılmıştır. Kurs sürecinde katılımcılar, fark etme üzerine okumalar yapmış, diğer katılımcılarla bu konuda diyalog kurmuş, kurs ödevleri aracılığıyla fark etme pratiği yapmış ve fark etme ile ilgili ödevlere yönelik özel geri bildirim almıştır. Çalışmada veriler, matematik öğretmeni eğitimcilerinin fark etme becerilerini geliştirmek amacıyla tasarlanmış iki ana ödev, Biçimlendirici Değerlendirme Görüşmeleri ve Model İnşası etkinlikleri aracılığıyla toplanmıştır. Katılımcılar, bire bir görüşmeler yaparak öğrencilerin matematiksel düşüncelerini analiz etmiş, bu analizlerden hareketle modeller oluşturmuş ve modellerini destekleyen kanıtlar sunmuştur. Veriler kanıta dayalı (zayıf, sınırlı, güçlü kanıt) şeklinde analiz edilmiştir. Kursun sonunda katılımcıların %75’i güçlü fark etme düzeyine ulaşmış, %56’sı fark etme becerilerinde ilerleme kaydetmiş, ancak %25’i “Sınırlı” düzeyde kalmaya devam etmiştir. Araştırmacı, sınırlı kanıt kullanımının nedenleri hakkında, görüşme sorularının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini derinlemesine ortaya çıkaracak şekilde yeterince etkili tasarlanmamış olması, öğrencilerin verdikleri yanıtların veya yazılı çalışmaların tam ve detaylı bir şekilde kaydedilmemesi, fark edilen önemli noktaların yazılı olarak ifade edilmesindeki yetersizlikler ve katılımcıların fark etme çerçevesine ilişkin bilgi eksikliklerin rol oynamış olabileceğini belirtmiştir. Sonuçlar fark etme becerisinin bir bileşeni olan yorumlamayı kanıtlarla ilişkilendirme becerisinin, matematik öğretmeni eğitimcileri için öğrenilebilir bir yetenek olduğunu göstermiştir.

Wallin ve Amador (2019), kırsal bir lisede matematik öğretmenlerinin öğrenci düşüncelerine yönelik fark etme becerileri ve pedagojik tasarım becerilerinin video kulübü ile yapılandırılan bir MGP yoluyla gelişimini incelemiştir. Durum çalışması yöntemini kullandıkları araştırmada van Es’in (2011) fark etme çerçevesi ve Brown’un (2009) müfredat kullanımı çerçevesi kullanılmıştır. Veriler, bir akademik yıl boyunca yürütülen beş video kulübü toplantısı, öğretmen görüşmeleri, sınıf gözlemleri ve öğretmenlerin sunduğu ders planları gibi birden fazla kaynaktan toplanmıştır. Video kulübü oturumlarında öğretmenler, video kesitlerini izlemiş, fark ettiklerini tartışmış ve

öğrenci hatalarını yorumlamışlardır. Fark etme becerileri dört seviyede (temel, karışık, odaklı, gelişmiş) incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin video kulübü sürecine katılımının, öğretmenlerin fark etme düzeylerinde gelişmeler sağladığını, sınıf içi karar alma süreçlerinde daha bilinçli bir yaklaşım geliştirmelerine katkıda bulunduğunu, öğretim uygulamalarını şekillendirdiğini ortaya koymuştur. Öğretmenler, müfredat materyallerini daha esnek bir şekilde uyarlamış ve ders tasarımlarında öğrenci düşüncelerine daha fazla odaklanmışlardır.

Birgin ve Eryılmaz (2022) yaptığı sistematik analiz Türkiye’de matematik eğitimi alanında fark etme konulu araştırmaların daha çok öğretmen adayları ile gerçekleştirildiğini ortaya koymuştur. Bu çalışmalarda, geometri ve ölçme, cebir ve kesirler gibi konuların ağırlıklı olarak ele alındığı; buna karşın limit, oran-orantı ve fonksiyon gibi konularda sınırlı sayıda araştırma bulunduğu belirtilmiştir. Ayrıca, araştırmaların büyük bir kısmının durum çalışması ve eylem araştırması yöntemleriyle yapılandırıldığı; genellikle video-kulüp ve ders imecesi yöntemlerinin kullanıldığı; veri toplama aracı olarak ise video kaydı, gözlem ve/veya görüşmenin tercih edildiği saptanmıştır.

Alanyazın incelendiğinde, Türkiye’de doğrudan matematik öğretmenlerinin fark etme becerisine odaklanan sınırlı sayıda araştırma bulunduğu dikkati çekmektedir (Baş, 2013; Şermetoğlu, 2018; Birinci, 2018; Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Birinci ve Baki, 2019; Gürsoy, 2019; Yıldırım, 2020; Bozkuş, 2020; Yeşil, 2021; Baş-Ader vd., 2023; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023; Güler vd., 2023; Galiç vd., 2024)

Bu araştırmalardan ilkinde Baş (2013), Model ve Modelleme Perspektifinin ilkelerine göre hazırlanmış bir mesleki gelişim programı çerçevesinde dört lise matematik öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etme becerilerinin değişimini durum çalışması ile incelemiştir. Öğretmenler sınıflarında mesleki gelişim programı çerçevesinde hazırlanan modelleme etkinliklerini uygulamış, her uygulama sonrası birebir görüşmeler yapılmıştır. Veriler Van Es (2011) çerçevesi kullanarak analiz edilmiştir. Araştırma sonunda dört öğretmenden üçünün öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme yeteneklerinde kademeli bir gelişme olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmenlerin zamanla öğrenci cevaplarına daha fazla dikkat etmeye başladığı ve tartışmalarında öğrenci cevaplarının matematiksel yönlerini ele aldıkları görülmüştür.

Baş-Ader vd. (2023), modelleme tabanlı bir mesleki gelişim programı (MGP) bağlamında, ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini incelemişlerdir. Çalışma dört lise matematik öğretmeniyle yürütülmüştür. Program, her ay sırasıyla: (i) bir tanıtım toplantısı, (ii) öğretmenlerin bir model geliştirme etkinliğini (MGE) sınıflarında uygulamaları ve (iii) öğrencilerin bu etkinliği çözmek için kullandıkları stratejileri de içeren yazılı çalışmaların öğretmenler tarafından iş birliği içinde incelendiği ve tartışıldığı bir takip toplantısı olmak üzere yedi döngüden oluşmuştur. Araştırma verileri; bu toplantılar, öğretmenlerin MGP'ye ilişkin bireysel ve grup değerlendirmeleri, görüşmeler ve öğrencilerin yazılı çalışmaları üzerinden toplanmış ve van Es (2011) ile Jacobs vd. (2010) çerçevelerinde dayalı olarak geliştirdikleri bir çerçeveye göre analiz etmişlerdir. Çalışmada, MGP'nin, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini geliştirdiği görülmüştür. Öğretmenler, program sürecinde genellikle daha yüksek fark etme seviyelerine ulaşmış, ancak bu gelişim her öğretmende aynı şekilde ilerlememiştir. Bazı öğretmenler odaklı seviyeye ulaşırken, bazıları temel seviyede kalmıştır. Ayrıca öğretmenlerin bilgi düzeyi, deneyimi ve sınıf bağlamıyla ilişkili unsurlar fark etme süreçlerini etkilediği gözlenmiştir.

Ortaokul matematik öğretmenleri ile yapılan araştırmalar incelendiğinde bu araştırmaların büyük kısmında (Birinci, 2018; Şermetoğlu, 2018; Birinci ve Baki, 2019; Gürsoy, 2019; Bozkuş, 2020; Yeşil, 2023; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023) bir (1) matematik öğretmenin öğretimin uygulamalarına yönelik video kayıtları izleyerek fark etme becerilerini analiz ettikleri araştırmalar olduğu; eylem araştırması şeklinde yapılandırıldıkları; öğretmenlerin hem araştırmacı hem uygulayıcı rolünde yer aldığı ve kendi videolarını izleyerek kendi fark etme becerilerini analiz ettikleri (Yeşil, 2023 hariç) görülmüştür.

Bu araştırmalar bağlamında, Birinci (2018) ve Şermetoğlu (2018) yüksek lisans tezlerinde, bir ortaokul matematik öğretmenin fark etme becerilerini, kesirler ve oran-orantı konuları özelinde inceleyen araştırma yürütmüşlerdir. Birinci (2018), bir ortaokul matematik öğretmeni ve altıncı sınıf 12 öğrencinin yer aldığı araştırmada, kesirlerle işlemler konusunda beş hafta süren ve 25 ders saatini kapsayan öğretim uygulaması gerçekleştirmiş ve bu dersleri video kaydına alınmıştır. Veriler video kayıtları ile ders analizi günlükleri aracılığı ile toplanmıştır. Öğretmen her ders sonrasında ders videosunu

izleyerek, dikkat ettiği detayları ve bireysel değerlendirmesini analiz günlükleri şeklinde rapor etmiştir. Öğretmenin ders analiz günlükleri sırasında kazandığı sorgulama becerisi ile öğretim sürecinde daha öğrenci merkezli bir anlayışı geliştirdiği, ders anındaki öğrenci anlayışlarını yakalama, kendi öğretimini değerlendirme, eksik noktalarını fark etme ve öğretimsel kararlar alma gibi konularda gelişim gösterdiği görülmüştür. Şermetoğlu (2018), bir ortaokul matematik öğretmenin kendi öğretim sürecini, tanımlanan fark etme becerisi çerçevesinde analiz etmesinin matematiği öğretme bilgisine ve mesleki gelişimine katkısını incelemiştir. Araştırmada oran-orantı konusunu içeren 23 saat dersini video kaydına alınmış ve öğretmen tarafından incelenmiştir. Öğretmen öğretim sürecinde, sınıf etkileşimlerine dair önemli bulduğu kısımlara odaklanarak ders analiz günlükleri oluşturmuştur. Çalışmanın sonucunda, öğretmenin dikkat ettiği detaylar, “öğrencilerin öğrenme zorluğu çektiği durumlar”, “öğrenci yanıtlarını sorgulama”, “eksik öğretimsel açıklama tespit edilen durumlar” ve “dersin planlanmasına dair görüşler” şeklinde dört başlıkta sınıflandırılmıştır. Öğretmen, zamanla öğrencilerin düşüncelerine daha fazla odaklanarak öğrencilerin oran orantı konusunda yaşadığı zorlukları daha net görmeye başlamış, öğretimsel kararlarında değişikliğe gitmiştir. Öğrencilerin düşüncelerine yönelik daha fazla sorgulama yapmaya, öğrencilere daha doğru geri bildirimler vermeye başlamıştır. Araştırmacı daha uzun vadeli çalışmalar yapılmasını önermiştir.

Birinci ve Baki (2019) ve Gürsoy (2019) araştırmalarında benzer şekilde bir öğretmenin kendi öğretimini içeren video kayıtlarını izleyerek fark etme becerisini aktif hale getirme sürecini yansıtan araştırma yürütmüşlerdir. Araştırmacılar, öğretmenlerin kendi öğretimi üzerine fark etme becerisini kullanmasının öğrenci tanıma bilgisi ve mesleki gelişimine nasıl katkı sağladığını incelemişlerdir. Birinci ve Baki (2019) kesirlerle işlemler konusunda 24 ders saatini video kaydı olarak ders analizi günlükleri oluşturmuş ve bunları analiz etmişlerdir. Araştırmanın sonuçları öğretmene öğrencilerin farklı düşünceleri, hata ve öğrenme güçlüklerini fark etme ve üzerine düşünme fırsatı sağlamış böylelikle öğretmen kendi öğretim yöntemlerini geliştirme imkânı bulmuştur. Gürsoy (2019) benzer şekilde yüksek lisans tezinde 6. sınıfta öğrenim gören 13 öğrenci ile çalışmasını yürütmüştür. Cebir alanında 23 ders saatini videoya çekmiş ve bu videoları izleyerek kendi öğretimini dikkat etme, yorumlama ve karar verme bileşenlerine göre Van Es ve Sherin (2002) ve Jacobs vd.’nin (2010) fark etme çerçeveleri esas olarak analiz etmiştir. Çalışma sonucunda öğretmenin ders esnasında fark etmediği durumları video

izlerken fark ettiği ve sorgulama becerisinin arttığı belirtilmiştir. Ayrıca öğretmen, öğrencilerin cebir alanında yaşadığı güçlükleri ve nedenlerini belirleme konusunda gelişim göstermiştir.

Yılmaz ve Özdemir-Baki (2023), bir ortaokul matematik öğretmenin fark etme becerisinin alan ölçme öğretime yansımalarını incelemiştir. Araştırmacı öğretmenin üç hafta boyunca 15 ders saati süren alan ölçme öğretimi video ile kayıt altına alınmış ve öğretmen bu dersleri izleyip analiz ederek kendi öğretimini değerlendirerek dikkatini çeken olayları ders analizi günlüğüne kaydetmiştir. Ardından bu günlükler içerik analizi tekniği ile çözümlenmiştir. Araştırmanın sonuçları ders videoları analiz etmenin öğretmenin alan ölçmeye yönelik öğretim uygulamalarını geliştirdiği, öğrencilerin kavram yanlışlarını ve öğrenme eksikliklerini fark ettiğini, bu farkındalık sayesinde fark etme becerilerinde olumlu gelişmeler sağladığını ortaya koymuştur. Ayrıca, öğretmenin öğrencilerin düşünme süreçlerine daha fazla odaklanarak öğretim yöntemlerini geliştirdiği ve öğrenci merkezli bir yaklaşıma yöneldiği belirlenmiştir.

Yeşil (2021), doktora tez çalışmasında, bir ortaokul matematik öğretmenin öğretim sürecini, fark etme becerisi çerçevesinde analiz ederek mesleki gelişimini sağlamayı amaçladığı bir araştırma yürütmüştür. Araştırma 19 hafta, 66 ders sürmüştür. Araştırma süreci araştırma komitesinin ders videolarını izlemesi, öğretmenin ders videoları izlemesi ve yansıtma yazması, araştırma komitesinin video ve yansıtmaları izleyerek öğretmene dönüt vermesi şeklinde döngüsel ilerlemiştir. Araştırmanın verileri video kayıtları, yansıtma kağıtları ve görüşmeler ile toplanmış ve içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırmada öğretmenin fark etme becerisinin geliştiği, öğretmenin 1. düzeyden (temel) 3. düzeye (odaklı) ilerlediği tespit edilmiştir. Bu gelişimde yansıtıcı görüşmelerin, geri bildirimlerin ve öğretmenin kendi videolarını izleyerek öz eleştiri yapmasının etkili olduğu ifade edilmiştir. Bu bağlamda öğrenci düşüncesini merkeze alma, daha sorgulama temelli bir yaklaşım sergileme, yansıtıcı düşünme gibi konularda ilerleme gösterdiği belirtilmiştir. Ayrıca fark etme becerisi ile birlikte pedagojik alan bilgisinin de geliştiği belirlenmiştir.

Bu çalışmaların dışında daha geniş örnekleme sahip olup video-kulüp (Bozkuş, 2020; Özdemir-Baki, 2020) ya da ders imcesi (Özdemir-Baki ve Işık, 2018) yöntemleriyle yapılandırılmış çalışmalar da bulunmaktadır. Bozkuş (2020), doktora tez çalışmasında, ortaokul matematik öğretmenlerinin fark etme düzeylerini ve video-kulüp çalışmaları ile

yansıtıcı görüşmelerin bu fark etme becerilerini nasıl etkilendiğini eylem araştırması ile incelemiştir. Araştırmada dört ortaokul matematik öğretmenin ders gözlemleri yapılmış, öğretmenlerle ders öncesi-sonrası yansıtıcı görüşmeler yapılmış ve öğretmenlerin kendi öğretim süreçlerinin değerlendirildiği video-kulüp çalışmaları yapılmıştır. Veriler van Es (2011) teorik çerçevesine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları öğretmenlerin videoda fark ettikleri aktör ve konunun öğretmenden öğrenciye doğru, öğretmenin pedagojisinden öğrencilerin matematiksel düşüncesine doğru bir değişim olduğunu göstermiştir. Sonuçta, yansıtıcı görüşmelerin ve video-kulüp çalışmalarının öğretmenlerin bilgi, inanç ve bilgilerini etkilendiğini ve bunun sonucunda fark etme becerilerinde gelişim olduğunu göstermiştir.

Özdemir-Baki (2020), video-kulüp sürecine katılan beş ortaokul matematik öğretmenin deneyimlerini yansıtan bir fenomenografi araştırması yapmışlardır. Araştırmanın verileri yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmış ve içerik analizi ile analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları, video-kulüp sürecinin öğretmenlerin öğrencilerin düşünce süreçlerine odaklanmasını, düşüncelerini daha iyi tanımasını ve duyarlı öğretim yaklaşımları geliştirmesini sağladığını göstermektedir. Ayrıca, video-kulüplerin öğretmenlerin kendi uygulamalarını analiz etmelerine olanak tanıyarak, fark etme ve sorgulama becerilerinde gelişim sağladığı, mesleki iş birliği ve eleştirel düşüncüyü desteklediğini, bunun da öğretmenlerin öğretim uygulamalarına daha geniş bir perspektifle yaklaşmalarını mümkün kıldığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte video-kulüplerin esnek yapısının, öğretmenlerin bireysel ihtiyaçlarına ve mesleki hedeflerine uygun bir şekilde tasarlanabilmesini kolaylaştırdığı, bu özelliklerin ise, diğer mesleki gelişim modellerine kıyasla daha uygulanabilir ve etkili bir alternatif sunduğu ifade edilmiştir.

Özdemir-Baki ve Işık (2018) ise yapmış oldukları çalışmada, ders imecesi modeli kullanarak, altı öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşünmelerine yönelik fark etme düzeylerini özel durum çalışması yöntemi ile van Es (2011) tarafından geliştirilen teorik çerçeveden faydalanarak incelemişlerdir. Araştırma sürecinde dört öğretmen yedi ders imecesi döngüsüne katılmış, iki öğretmen ise katılmamıştır. Ders imecesi döngülerinin tamamlandıktan sonra, altı öğretmene, cebir öğrenme alanında bir kazanıma yönelik ders videoları izletilmiş ve öğretmenlerden fark ettikleri detayları, bu detayları nasıl fark ettikleri hakkında bir değerlendirme yapmaları istenmiştir. Elde edilen bulgular, ders

imecesine katılan öğretmenlerin fark etme becerileri düzeylerinin daha yüksek olduğunu göstermiştir. Bu bağlamda, ders imcesi sürecinin, öğretmenlerin öğrenciler hakkında daha fazla ön bilgiye sahip olmaları ve kendi öğretim deneyimlerini paylaşımlarıyla fark etme seviyelerini artırdığı ve ders imcesine katılmayan öğretmenlerin ders sırasında daha çok sınıf ortamı ve öğretmen pedagojisine odaklandıkları, öğrencilere daha az odaklandıkları sonucuna varılmıştır.

Bu çalışmalardan farklı olarak, Güler vd. (2023) ve Galiç, Dost ve Lavicza (2024) öğretmenin fark etme becerisini geliştirmede farklı yöntemler uygulamışlardır. Güler vd. (2023), video destekli e-mentorluk çalışmalarının ortaokul matematik öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmedeki etkisini incelemişlerdir. Araştırma mesleğe yeni başlamış 17 ortaokul matematik öğretmeni ile üç döngüde gerçekleştirilmiştir. İlk iki döngüde altı, son döngüde beş öğretmen yer almış ve her döngüde iki mentor görev almıştır. Araştırmanın ilk aşamasında, öğretmenler ve hedefler belirlenmiş, ikinci aşamada video temelli içerikler aracılığıyla öğretmenlerin mesleki gelişimleri desteklenmiş, son aşamada ise birebir mentorlukla öğretmenlerin bireysel ihtiyaçlarına odaklanılmıştır. Tüm süreç boyunca öğretmenler, yansıtma yapmaya, grup içinde görüşlerini paylaşmaya ve mentorların rehberliğiyle ders planlarını analiz ederek kendi öğretim uygulamalarını geliştirmeye teşvik edilmiştir. Araştırma tek gruplu ön test-son test araştırma deseni ile yürütülmüştür. Bu bağlamda öğretmenlere uygulamadan önce ve sonra video kesitleri gösterilmiş, izlerken not alma imkânı sunulmuştur, ardından öğretmenlerden her video kesiti ile ilgili soruları cevaplamaları istenmiştir. Araştırma verileri “dikkat etme”, “yorumlama” ve “karar verme” boyutlarında düşük, orta ve güçlü kanıt düzeylerine göre kodlanmıştır. Araştırma sonucunda uygulamanın öğretmenlerin fark etme becerilerinin her boyutunda anlamlı bir gelişim sağladığı, öğrenci anlayışına daha fazla odaklandıklarını, daha spesifik ve matematik odaklı öneriler sunduklarını, öğretim süreçlerini analiz etme ile öğrenci düşüncelerine dayalı karar alma becerilerinde önemli ilerlemeler kaydettiklerini göstermiştir.

Galiç, Dost ve Lavicza (2024) kapsamlı bir tasarım araştırması projesinin ilk adımı olarak yürüttükleri çalışmada, öğretmenin fark etme becerisini desteklemek amacıyla sessiz video görevleri tasarlamışlardır. Çalışma kapsamında eğimin kavramsallaştırılmasını desteklemek amacıyla altı adet kısa animasyonlardan oluşan sessiz video görevi tasarlanmıştır. Çalışmanın bir sonraki adımında, her bir sessiz video görevi için

öğrencilerin sesli anlatımları toplanarak, öğretmenlerin öğrencilerin stratejilerini fark etme, eğitim kavramını nasıl kavramsallaştırdıklarını yorumlama ve öğrenci geri bildirimlerine dayalı olarak pedagojik kararlar alma süreçlerinin destekleneceği varsayılmaktadır.

Tüm bu araştırmalar dikkat alındığında, öğretmenin fark etme becerisinin öğretimde oldukça önemli olduğu; öğretmenin bilgisi, pedagojik inanç, deneyimleri gibi çeşitli faktörlerle etkileşim içinde olduğu; bu becerinin incelenmesinde ve geliştirilmesinde sıklıkla videolara dayalı yansıtıcı görüşmelerin kullanıldığı; farklı matematik konularına yönelik, incelemede ve geliştirmede yenilikçi ve bütüncül yaklaşımlar içeren araştırmaların yapılmasının önerildiği görülmektedir. Bu doğrultuda, bu araştırmada, öğrenme yörüngeleri kullanılarak öğretmenin oran-orantı konusunda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisindeki gelişim incelenecektir. Alanyazında oran-orantı konusunda fark etme becerisinin geliştirilmeye çalışıldığı bir araştırma saptanmamış olmasının çalışmayı bu anlamda özgün kıldığı düşünülmektedir. Diğer yandan, bu araştırmada öğrenme yörüngelerinin, öğretmenin fark etme becerisinin yanı sıra matematik söylemlerinin de gelişimine katkı sağlayacağı varsayılmaktadır. Bu amaçla öğretmenin oran-oran konusundaki matematiksel söylemleri de incelenecektir.

2.2 Matematiksel Söylem (Mathematical Discourse)

Söylem, alanyazında farklı tanımlarla ele alınan bir kavramdır. Kocaman (2009), söylem teriminin yaygın olarak kullanılan anlamlarını “bakış açısı, ifade tarzı, bir kişi ya da topluluğa ait öğretiler, ideoloji, sözlü veya yazılı metinler, üslup, dil, savlar ve görüşler” şeklinde açıklamıştır (Aktaran Genç ve Erdem, 2016). Sınıf ortamındaki söylem ise, Ball’a (1991, s. 44) göre, sınıfta bilginin nasıl oluşturulduğunu ve paylaşıldığını vurgulamak amacıyla kullanılır ve şu gibi sorulara yanıt arar: Kim konuşuyor? Ne hakkında konuşuluyor? Hangi yollarla? İnsanlar ne yazıyor ve neden yazıyor? Hangi sorular önemlidir? Hangi fikirler ve bilme yolları kabul ediliyor ya da edilmiyor? Bir cevabı doğru veya bir fikri geçerli kılan nedir? Hangi tür kanıtlar kabul edilir? (Blanke, 2018).

Matematiksel söylem ise, karşılıklı etkileşim gerektiren bir süreç olup, konuşma, soru sorma ve yazma gibi yollarla matematiksel düşünceleri ya da işlemleri ifade etmeye dayanır (Blanke, 2009’dan aktaran Tanışlı, 2016). NCTM (2000), matematiksel söylemi, öğrencilerin ve öğretmenlerin matematiksel düşünceleri ya da yöntemleri konuşarak,

yazarak, soru sorarak ve bu fikirlere yanıt vererek ifade etme becerisi olarak tanımlamaktadır. Sherin (2002), matematiksel söylemi, bir öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel görevleri gerçekleştirirken ve fikir alışverişinde bulunurken kullandıkları temsil, düşünme, konuşma, anlaşma ya da anlaşamama yolları olarak açıklarken, Maguire ve Nail (2006) ise, matematiksel söylemi, öğrencilerin matematik hakkında konuşurken bir bakıma matematiksel kavramları anlama yollarının ortaya çıktığı tartışmalar olarak tanımlar (Aktaran Tanışlı, 2016). Tanışlı (2016), matematiksel söylemleri, yalnızca dil ve görsel araçlarla sınırlı olmayan; sözel ifadelerin yanı sıra öğretmen ve öğrencinin kullandığı vücut dili, matematiksel nesneleri işaret etme gibi tüm eylemleri içeren bir süreç olarak tanımlamaktadır. Benzer şekilde Moschkovich (2003), matematiksel söylemi, konuşma, hareket, etkileşim, düşünme, okuma ve yazma yollarının yanı sıra matematikle ilgili değerler, inançlar ve bakış açılarını da içeren, matematikte yetkin bireylerin konuşma ve davranış biçimlerini benimsemeyi gerektiren bir süreç olarak tanımlamaktadır.

Tanımlardaki çeşitlilikten de anlaşılacağı üzere alanyazında söylemler iletişim, etkileşim veya dil ile ilişkilendirilerek tanımlanmıştır. Alanyazında söylem çerçevelerinden bazıları sınıf içi söylemlere yönelik iken (Örneğin, Cazden, 2001), bazıları doğrudan matematiksel söyleme yönelik çerçevelerdir (Örneğin, Sfard, 2008; Adler ve Ronda, 2015; Erath, Prediger, Quasthoff ve Heller, 2018).

Matematiksel söyleme yönelik çerçeveler kapsamında, Sfard (2008), matematiksel söylemi dört temel bileşen (kelime kullanımı, onaylanmış anlatılar, görsel araçlar, rutinler) üzerinden ele alarak, öğrenmeyi iletişimsel bir süreç olarak kavramsallaştırmış ve bireylerin matematik öğrenirken söylem biçimlerinin nasıl değiştiğini incelemiştir. Adler ve Ronda (2015), matematik öğretiminde kullanılan söylemleri tanımlamak ve öğretmenlerin söylemlerini analiz etmek için bir çerçeve sunmuştur. Öğretmen söylemlerinin farklı öğretim bağlamlarında nasıl değiştiğini ve hangi tür söylemlerin öğrenci öğrenimini desteklediğini araştırmıştır. Erath vd. (2018), matematik sınıflarındaki söylemi incelemek için dilbilimsel söylem analizi ile matematik eğitimi yaklaşımlarını birleştiren bir teorik çerçeve sunmuştur. Öğretmen-öğrenci etkileşimlerini ayrıntılı bir şekilde inceleyerek, farklı söylem türlerinin öğrenme sürecine etkisini analiz etmiştir.

Piccolo, Harbaugh, Carter, Capraro ve Capraro (2018) ve Çelik (2019), gömülü teori metodolojisi ile söylemi haritalandırmışlardır. Piccolo vd. (2008), matematik sınıflarında öğretimsel konuşmaların (instructional conversations) niteliğini araştırmış ve söylem yapılarının öğrenci katılımı ile nasıl ilişkili olduğunu incelemiştir. Araştırmacılar, öğretmenlerin sınıfta matematiksel tartışmaları nasıl yönlendirdiğine ve öğrencilere nasıl daha aktif roller verdiğine odaklanmıştır. Çelik (2019) ise matematik derslerinde öğretmenlerin matematik derslerinde kullandıkları söylemleri kategorize etmiş ve bu söylem kategorilerinin öğrenci katılımı üzerindeki etkilerini incelemiştir. Çalışması, öğretmenlerin hangi tür söylemlerle öğrenci katılımını desteklediğini veya sınırladığını analiz etmiştir.

Bu araştırmada Sfard'ın (2008) “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” (Commognition) çerçevesi esas alınmıştır. Bu çerçevenin tercih edilme nedeni, öncelikle araştırmanın öğretmenin söylemlerindeki gelişimi incelemeyi amaçlaması ve bu nedenle yalnızca öğretmenin söylemlerine odaklanmasıdır. Sınıf ortamındaki genel söylemler ile öğrencilerin söylemleri araştırmanın amaçları dışındadır. Sfard (2008), bireylerin matematik öğrenirken söylem biçimlerinin nasıl değiştiğini açıklamaya imkân tanıyan yapısıyla araştırmanın amacına uygun bir çerçeve sunmaktadır. Bu çerçevenin tercih edilmesinin diğer bir nedeni ise bu çerçevenin bileşenlerinin (kelime kullanımı, görsel araçlar, onaylanmış ifadeler, rutinler), öğretmenin oran-orantı konusunda fark etme becerisinin gelişimini (dikkat etme, yorumlama ve karar verme bileşenleri bağlamında) daha detaylı açıklamaya imkân veren bir yapıya sahip olmasıdır.

2.2.1 Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım (Commognition)

Sfard'ın (2007, 2008) tarafından geliştirilen ‘Commognition’ teorisi Türkçe alanyazında ‘Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım’ olarak yer almaktadır. Commognition terimi, communication (iletişim) ve cognition (biliş) kelimelerinin birleşiminden türetilmiştir. Sfard (2008), bu çerçeve ile düşünme ve iletişimi birbiriyle yakından bağlantılı süreçler olarak ele alır ve bunları ayrı ayrı değil, bir bütün olarak inceler. Bu çerçeve, sosyokültürel bir yaklaşımı benimser ve öğrenmeyi, “söylemin kalıcı bir şekilde değişmesi” olarak tanımlar (Sfard, 2008, s. 299).

Bu çerçevenin temel ilkesi, düşünmenin iletişim olarak (bir kişinin kendisiyle iletişimi) kavramsallaştırılabileceğidir (Sfard, 2001, s. 26). Dolayısıyla, matematik öğrenmek özel bir iletişim biçimine dâhil olma süreci olarak kavramsallaştırılır. Sfard’a (2020, s. 95)

göre “Bir söylem, bir iletişim eylemini ifade eder ve matematik ‘tarihsel olarak yerleşmiş bir söylem’dir.” Sfard (2008) bu teori ile matematiksel söylemi dört bileşen üzerinden tanımlar. Bunlar: (i) kelime kullanımı, (ii) ifadeler, (iii) görsel araçlar ve (iv) rutinler’dir. Sfard (2008), bu bileşenleri detaylı olarak şöyle açıklamıştır (s. 133-135):

i) Kelime kullanımı (word use): Sfard’a (2008) göre kelime kullanımı bir söylemi diğerlerinden ayıran önemli özelliklerden biridir. Matematikte bu kelimeler, genellikle miktarları (sayı) ve şekilleri (çember, üçgen) ifade eden kavramlarla ilgilidir. Bazı sayı veya şekil terimleri gündelik konuşmalarda da kullanılsa bile, okulda ya da akademik dünyada matematik, bu kelimelerin daha dikkatli ve özenli bir şekilde kullanılmasını gerektirmektedir. Sfard’a (2008) göre kelime kullanımı kişinin dünyayı nasıl anladığını, neyi fark ettiğini ve o konu hakkında neler söyleyebileceğini doğrudan belirlediği için önemlidir.

iii) İfadeler/Anlatılar (Narratives): Sfard’a (2008) göre anlatılar, nesneler, bu nesneler arasındaki ilişkiler veya bu nesnelerle ilgili süreçleri tanımlayan ifadeler dizisidir. Her ifade, doğruluk açısından değerlendirilmek üzere onaylanabilir veya reddedilebilir. *Onaylanmış ifadeler* (endorsed narratives) söylem topluluğu tarafından “doğru” kabul edilen ifadelerdir. Matematiksel söylemde, topluluk tarafından ortak bir şekilde onaylanan ifadeler, tanımlar, teoremler, kanıtlar gibi söylemsel yapıları içerir.

ii) Görsel araçlar (visual mediators): Sfard’a (2008) göre görsel araçlar, iletişim sırasında kullanılan ve üzerinde işlem yapılan görünür nesnelerdir. Örneğin, günlük konuşmalarda insanlar genellikle gördükleri gerçek nesnelerden bahsederken, bilimsel ve matematiksel konuşmalarda, bu konuşmalar için özel olarak oluşturulmuş semboller veya görseller kullanılır. Örneğin, matematikte cebirsel ifadeler veya bilimde kullanılan grafikler, bu tür görsel araçların birer örneğidir.

iv) Rutinler (routines): Sfard (2008, s. 134), rutinleri bir söyleme özgü karakteristik ve tekrar eden kalıplar olarak tanımlamaktadır. Rutinler genellikle açık bir şekilde görünmese de söylemin diğer özelliklerine bakılarak çıkarılabilir. Matematiksel rutinlere örnek olarak tanımlama yapma, test etme ve bir algoritmayı uygulama gibi eylemler verilebilir. Sfard’a (2008) göre, bir rutinin nasıl ve ne zaman kullanılacağı dikkate alınmalıdır.

Bu araştırmada, öğretmenin söylemleri bu dört bileşen ele alınarak betimsel analiz yoluyla incelenmiştir. ‘İfadeler/anlatılar’ bileşenini bağlamında öğretmenin ‘onaylanmış ifadeleri’ne odaklanılmıştır.

2.2.2 Matematiksel söylemle ilgili araştırmalar

Alanyazında söylemi farklı bağlamalarda, farklı örneklemelerle ele alan çeşitli araştırmalar bulunmaktadır (rneğin, Sinclair ve Yurita, 2008; Gler, 2010; Park, 2011; Wang, 2013; Wang ve Kinzel, 2014; Heyd-Metzuyanım, 2013; Snchez ve Garca, 2014; Siyepu ve Ralarala, 2014; Kabael ve Atabaran, 2016; Ripardo, 2017; Emre-Akdoğan, Gler ve Argün, 2018; Ho, Lim, Tay, Leong ve Teo, 2019; Toscano, Gaviln-Izquierdo ve Snchez, 2019; Sarı-Arıkın, 2019; Gaviln-Izquierdo ve Gallego-Snchez, 2021; Lestari, Nusantara, Susiswo, Chandra ve Indrawatiningsih, 2021; Zayyadi, Nusantara ve Lanya, 2022).

Bu araştırmalardan matematik ğretmenlerinin matematiksel söylemlerini inceleyen çalışmalar bağlamında Siyepu ve Ralarala (2014), niversite düzeyinde diferansiyel hesaplamaların ğretiminde ğretmen söylemlerinin, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarındaki rolünü araştırmışlardır. Gaviln-Izquierdo ve Gallego-Snchez (2021), bir lise öğretmeninin türev kavramını öğretirken, bu konuyla ilgili üç temel kavramı (ortalama değişim hızı, bir noktadaki türev ve türev fonksiyonu) tanıtırken kullandığı söylem etkinliklerini nitel metodoloji ile incelemiş ve bu söylemlerin öğrencilerin niversite düzeyindeki matematiksel söyleme geçişine katkı sağlayan özellikleri araştırmışlardır. Araştırmacılar, Sfard'ın (2008) ‘Matematiksel bilişe iletişimsel yaklaşım’ (commognition) teorisini temel alarak, türev konusunun ğretiminde ortaya çıkan söylemlerine odaklanmış ve kullanılan görsel aracıları (semboller, grafikler, jestler) ve rutinleri (rnek oluşturma, doğrulama gibi) analiz etmişlerdir. Keşif rutinleri arasında tanım oluşturma (genel ve somut örneklerle), doğrulama (rneğin, gerekli koşulları kontrol etme) ve hatırlama rutinleri ne çıkmıştır. Görsel araçılar ise semboller, grafikler ve jestler olarak sınıflandırılmış; bunların soyut konuların anlaşılmasını kolaylaştırdığı vurgulanmıştır. Bu bulgular, ğretmen söyleminin yapılandırılmasının, öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel bilgi ediniminde etkili olduğunu ve türev kavramını hem somut hem de soyut düzeyde anlamalarına katkı sağladığını ortaya koymuştur.

Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar bağlamında, Wang (2013), öğretmen adaylarının geometrik düşünme süreçlerini Sfard (2008) çerçevesinde ele alarak van Hiele teorisi ile ilişkilendirmeyi amaçlamıştır. Araştırmada, van Hiele Geometri Testi ön test ve son test olarak kullanılmış, ayrıca öğretmen adaylarının söylemlerindeki değişimi incelemek için klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bulgular, aynı van Hiele seviyesinde yer alan öğretmen adaylarının geometrik söylemlerinde farklılıklar bulunduğunu ortaya koymuş ve aynı öğretmen adayının söylemlerinde zaman içinde değişim gösterdiği görülmüştür. Örneğin, bir öğretmen adayı test sonuçlarına göre van Hiele seviyesinde ilerleme göstermese de analizler kelime kullanımı, kavramsal anlamlandırma ve ispat süreçlerinde gelişim yaşadığını ortaya koymuştur. Araştırmacı, Sfard (2008) çerçevesinin sağladığı ayrıntılı analizlerin, öğretmen adaylarının matematiksel terimleri kullanma biçimleri, rutinleri ve söylemlerini anlamada önemli iç görüler sunduğunu belirtilmiştir.

Benzer şekilde Wang ve Kinzel (2014) çalışmalarında, öğretmen adaylarının geometrik söylemlerini Sfard'ın (2008) çerçevesi ile inceleyerek, van Hiele 3. seviyedeki düşünme süreçlerini analiz etmişlerdir. Araştırma, ABD'deki bir üniversitede öğrenim gören 63 öğretmen adayına uygulanan van Hiele Geometri Testi ve 20 katılımcıyla gerçekleştirilen birebir görüşmeler yoluyla yürütülmüştür. Görüşmeler, dörtgenlerin sınıflandırılması ve paralelkenarların özelliklerinin incelenmesi üzerine tasarlanmış ve tüm oturumlar video kaydına alınmıştır. Bulgular, aynı van Hiele düzeyinde olan öğretmen adaylarının kelime kullanımı, tanımları yorumlama biçimleri ve ispat rutinlerinde farklılıklar gösterdiğini ortaya koymuştur. Çalışma, aynı van Hiele 3. düzeyinde olan öğretmen adaylarının matematiksel söylemlerinde belirgin farklılıklar olduğunu göstermiştir; bazı öğrenciler kavramları hiyerarşik olarak tanımlayıp ispat süreçlerini başarıyla yürütürken, bazıları tanımları kopuk kullanarak ispatlarını tamamlayamamıştır. Bu durum, van Hiele düzeylerinin öğretmen adaylarının geometrik düşünme süreçlerindeki bireysel farklılıkları tam olarak yansıtamayabileceğini ve söylemsel analizle desteklenmesi gerektiğini ortaya koymuştur.

Ho vd. (2019), Sfard'ın (2008) teorisini kullanarak öğretmen adaylarının matematiksel ispat iletişimlerini analiz etmişlerdir. Araştırmada, kelime kullanımı, görsel araçlar, ifadeler ve rutinler çerçevesinde iki iletişim türü incelenmiştir: *Uzmandan Acemiye* ve *Acemiden Acemiye*. Araştırmada altı öğretmen adayı, rasyonel sayıların kartezyen

çarpımının sayılabilir olduğunu birbirlerine öğretirken incelenmiştir. Süreçte, kelime kullanımı ve görsel araçlar önemli bir rol oynarken, uzmanlar daha çok keşif rutinlerine başvurmuş, acemiler ise daha çok işlem ve ritüel rutinlerine odaklanmıştır. Bulgular, matematiksel iletişimin öğrenme ve değerlendirme süreçlerinde önemli bir araç olabileceğini ve uzman gözetiminde yapılandırılmış öğretimin, öğretmen adaylarının matematiksel söylemlerini geliştirmede etkili olduğunu göstermiştir.

Lestari vd. (2021), öğretmen adaylarının argümantasyon becerilerini Sfard'ın (2008) çerçevesini kullanarak incelemişlerdir. Çalışmada 38 öğretmen adayının çevrim içi öğrenme ortamlarında nasıl argüman geliştirdiğini nitel yaklaşımla analiz etmişlerdir. Araştırmanın verileri belirli kriterlere göre seçilen sekiz öğretmen adayından çevrim içi olarak yarı yapılandırılmış anket ve görüşme formları ile toplanmıştır. Toplamda 10 çevrim içi toplantı yapılmış ve öğretmenlere görüşme sürecinde açık uçlu beş soru yöneltilmiş, veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının argümantasyon becerilerinin Sfard'ın (2008) çerçevesinin bileşenleri ile ilişkili olduğunu göstermiştir. Bu bağlamda, argümantasyonun yapısında yer alan *iddiaların* (claims) matematiksel söylemdeki *onaylanmış ifadeler* olarak görülebileceğini; *verilerin* (data) *görsel araçlar* olarak değerlendirilebileceğini; *gerekçelendirmelerin* (warrant) *rutinler*, *kelime kullanımı* ve *onaylanmış ifadelerle* ilişkilendirilebileceğini; *destekleyici unsurların* (backing) ise onaylanmış ifadeler olarak yorumlanabileceğini belirtmişlerdir. Araştırmacılar, Sfard'ın (2008) çerçevesinin öğretmen adaylarının argümantasyon becerilerini incelemeye ve belirlemeye alternatif bir yaklaşım olarak kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Zayyadi vd. (2022), öğretmen adaylarının öğretim becerilerini mikro öğretim süreçlerinde Sfard'ın (2008) çerçevesine göre incelemişlerdir. Nitel araştırma yöntemiyle yürütülen çalışmada, 10 öğretmen adayı yer almıştır. Çalışmada öğretmen adaylarının mutlak değer ve limit kavramları üzerine kelime kullanımları, görsel araçları, onaylanmış ifadeleri ve rutinleri incelenmiştir. Öğretmen adaylarının öğretim becerilerini değerlendirmek için değerlendirme rubriği, ders video kayıtları, ders planları ve gözlem formları kullanılmış; ayrıca yazılı ve sözlü ifadeleri analiz edilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının özellikle temel öğretim etkinliklerinde kelime kullanımına ağırlık verdiğini, ancak matematik anlatımında anlatı bileşenine daha az yer verdiklerini göstermektedir. Görsel araçlar olarak sunular, çalışma kağıtları ve tahtanın kullanımı

gözlemlenirken, rutinler kapsamında açıklamalar, soru-cevap etkileşimleri ve öğrencilerin yönlendirilmesi öne çıkmıştır. Araştırma, öğretmen adaylarının Sfard'ın (2008) çerçevesini kullanarak öğretim becerilerini nasıl geliştirebileceğine dair önemli bulgular sunmuş ve gelecekteki araştırmalar için pedagojik yeterliliklerin bu perspektiften incelenmesini önermiştir.

Türkiye’de matematiksel söylemlere yönelik yapılan araştırmalar son 10 yılda hız kazanmıştır (Emre-Akdoğan, 2015; Şahin-Doğruer, Işıksal ve Koç, 2015; Genç ve Erdem, 2016; Kabael ve Ata Baran, 2016; Baki ve Çelik, 2018; Emre-Akdoğan, Güçler ve Argün, 2018; Çelik, 2019; Sarı-Arıkan 2019). Bu çalışmalarda, olumlu söylem ortamını açıklama (Genç ve Erdem, 2016), yeni bir söylem teorisi oluşturma (Çelik, 2019); sınıf içindeki matematiksel söylemleri inceleme (Şahin-Doğruer, Işıksal ve Koç, 2015; Baki ve Çelik, 2018) ile öğrencilerin (Emre-Akdoğan, 2015; Emre-Akdoğan vd., 2018); öğretmen adaylarının ve (Kabael ve Ata Baran, 2016) ve öğretmenlerin (Sarı-Arıkan 2019) matematiksel söylemlerini inceleme konu edilmiştir.

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının söylemlerini inceleyen araştırmalar kapsamında, Kabael ve Ata Baran (2016), ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel söylemlerini, bu söylemleri analiz etme biçimlerini, matematik ve pedagoji bilgilerini ve bu unsurlar arasındaki ilişkileri incelemişlerdir. Sonuçlar, matematiksel söylem analizlerinde başarılı olan öğretmen adaylarının hem güçlü bir matematiksel söyleme hem de etkili matematik ve pedagoji bilgisine sahip olduğunu; zayıf performans gösterenlerin ise eksik matematiksel söylemlerle birlikte yetersiz matematik ve pedagoji bilgisi sergilediğini ortaya koymuştur.

Alanyazında matematiksel söylemlerin incelenmesini konu edinen araştırmalardan yalnızca Sarı-Arıkan (2019) doğrudan matematik öğretmenlerinin matematiksel söylemlerindeki değişimini incelemiştir. Doktora tezi kapsamında yapılan çalışmada, araştırmacı ders imcesi yöntemi kullanarak iki ortaokul matematik öğretmenin ile 5. sınıf dörtgenler konusundaki söylemlerini incelemiştir. Araştırmada Sfard'ın (2008) “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” çerçevesi kullanılmış ve araştırma durum çalışması deseni ile yapılandırılmıştır. Araştırmada ders imcesinin, öğretmenlerin dörtgenler konusu ve bu konunun öğretime yönelik bilgilerini artırdığı, bu süreçte öğretmenlerin söylemlerinin geliştiği saptanmış ve öğretmenlerin farklı matematik konularında söylemlerinin incelenmesi önerilmiştir.

2.3 Öğrenme Yörüngeleri (Learning Trajectories)

Öğrenme yörüngelerinin [ÖY] kökleri, çocukların düşüncelerinin zaman içinde daha karmaşık hale geldiğini ortaya koyan gelişim psikolojisine dayanmaktadır. Bu yaklaşım, çocukların düşünme biçimlerini ve öğrenme süreçlerini anlamaya yönelik araştırmalara ilham vermiştir. Öğrenme yörüngeleri, yapılandırmacı, sosyo-yapılandırmacı ve sosyo-kültürel öğrenme yaklaşımlarından esinlenerek şekillenmiş, Freudenthal'ın Gerçekçi Matematik Eğitimi (Realistic Mathematics Education, RME) anlayışı bu gelişimde önemli bir rol oynamıştır (Confrey, 2019).

Öğrenme yörüngesi kavramı matematik eğitimi alanyazınına ilk olarak Simon (1995) tarafından Tahmini Öğrenme Yörüngeleri (TÖY) (Hypothetical Learning Trajectory, HLT) terimi ile girmiştir. Simon öncü çalışmasında, TÖY kavramını “öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin öğretmenin tahmini” olarak tanımlamıştır (Simon, 1995, s. 136). Simon (1995), öncü çalışmasında, tahmini öğrenme yörüngesinin (i) öğrenme hedefi, (ii) öğrenme etkinlikleri ve (iii) öğretmenin öğrenmenin nasıl gerçekleşeceğine dair hipotezi içerdiğini belirtmiştir (s. 133).

Alanyazında bazı araştırmacılar öğrenme yörüngeleri (*learning trajectories*) yerine öğrenme ilerlemeleri (*learning progressions*) kavramını kullanmaktadırlar. Bu iki terimin birtakım ortak özelliğe (Örneğin, öğrenci düşüncesine odaklanma, büyük fikirleri hedefleme, görevlerin sırasını belirleme) sahip olduğu belirtilmekle birlikte, bazı farklılıklarına da değinilmiştir. Genel anlamda ‘ilerleme’ kavramının daha geniş kapsamlı öğretim programı çerçevelerini temsil ettiği, ‘yörünge’ kavramının ise öğretimi yönlendiren daha ayrıntılı bilişsel süreçlere odaklandığı belirtilmektedir (Clements ve Sarama, 2004; Confrey, 2019).

Battista (2004) öğrencilerin matematiksel düşünme ve öğrenme süreçlerini anlamak ve değerlendirmek için sunduğu Biliş Dayalı Değerlendirme (*Cognition-Based Assessment, CBA*) çerçevesi kapsamında bilişsel süreçleri merkeze alarak öğrencilerin kavramsal gelişimlerini belirli düzeylerde tanımlamayı hedeflemiş ve bu bağlamda yapıcı ilerleyişler (*constructive itineraries*) ve karmaşıklık düzeyleri (*levels of sophistication*) terimlerini kullanmıştır. Yapıcı ilerleyişler terimi, öğrencilerin matematiksel bir kavramı öğrenirken izlediği tipik öğrenme yollarını tanımlar ve bu yolların kavramsal gelişim sürecinde kritik bilişsel aşamaları içerir. Karmaşıklık düzeylerini ise bu yollardaki bilişsel platoları, informelden formele doğru ilerleyen ve esnek yapıda olan öğrencilerin düşünme

düzeylerini, karşılaştıkları engelleri ve ilerlemek için gerekli zihinsel süreçleri açıklayan bir modeldir.

Corcoran, Mosher ve Rogat (2009), öğrenme yörüngelerini ‘öğrenme ilerleyişi’ olarak ele almış, “uygun öğretimle temel bilimsel kavramlara, açıklamalara ve ilgili bilimsel uygulamalara dair öğrencinin anlamasının ve bunları kullanma yeteneğinin zamanla nasıl geliştiği ve nasıl daha karmaşık hale geldiğine dair deneysel tabanlı ve test edilebilir hipotezler” şeklinde tanımlanmışlardır. Ayrıca öğrencilerin düşünme biçimlerini, disiplinin mantıksal yapısından ayırarak ele almış; yörüngelerin disiplinin bilgisine odaklanmak yerine, “öğrencilerin öğrenmesinin gerçekte nasıl ilerlediğine dair araştırmalara” (s. 8) dayandığını vurgulamışlardır. Ayrıca, gelecekteki öğretim, öğretim programı ve değerlendirme çalışmalarında öğrencilerin öğrenme sürecinin nasıl ilerlediğini anlamının ve onların ihtiyaçlarını dikkate almanın kritik önem taşıdığını belirtmişlerdir.

Clements ve Sarama (2004, s.83) öğrenme yörüngesini, hem ‘gelişimsel bir ilerleme’ ve hem de ‘öğretimsel bir dizilim’den oluşan bir bileşim olarak tanımlamış ve öğrenme yörüngelerinin şu üç boyutu içerdiğini ifade etmiştir: (i) öğrenme hedefi, (ii) gelişimsel ilerlemeler ve (iii) öğretimsel görevler dizisi. ‘Gelişimsel ilerlemeler’, çocukların düşünme, öğrenme ve gelişim süreçlerini yansıtan, teorik ve deneysel temellere dayalı olarak, öğrencilerin öğrenme süreçlerini, karmaşık yapı düzeylerinde tanımlayan bilişsel modeller olarak tanımlanırken; ‘öğretimsel görevler’, gelişimsel ilerlemedeki belirli kavramsal düzeylerde öğrenmeyi teşvik etmek için tasarlanmış görevlerden oluşan öğretim dizisini ifade etmektedir. Bu görevler, çocukların bir sonraki düzeydeki kavramları ve becerileri inşa etmelerini sağlamak amacıyla dışsal nesneler ve eylemlerle yapılandırılmıştır ve bu sıralama gelişimsel ilerlemelere göre düzenlenir (s. 84)

Smith, Wiser, Anderson ve Krajcik’e (2006, s. 1) göre öğrenme yörüngeleri “belirli bir konu alanındaki araştırma bulguları ve kavramsal analizlere dayalı olarak giderek daha karmaşık düşünme biçimlerinin başarılı bir şekilde tanımlanmasıdır” (Confrey, 2019, s. 5). Deane, Sabatini ve O’Reilly, (2012) yalnızca yörüngelerdeki seviyelerin giderek daha karmaşıklaşan yapısına değinmekle kalmayıp, aynı zamanda her öğrencinin farklı bir öğrenme yoluna sahip olabileceğini kabul etmenin gerekliliğine ve yörüngelerdeki esnekliğe dikkati çeken, daha detaylı bir tanım yapmıştır:

“...bir öğrencinin temel bir kavram, süreç, strateji, uygulama veya zihin alışkanlığı için gelişmişlik düzeyindeki niteliksel değişimin bir tanımıdır. Öğrencinin böyle bir ilerlemedeki durumundaki değişim, olgunlaşma ve öğretim dahil olmak üzere çeşitli faktörlere bağlı olabilir. Her bir ilerlemenin çoğu öğrenci için geçerli olduğu, ancak tüm öğrenciler için geçerli olmayabileceği varsayılmaktadır. Son olarak, bu ilerleme geçici bir yapıya sahiptir ve deneysel doğrulama ile teorik itirazlara açık bir durumdadır...” (Graf ve van Rijn, 2016, s. 166’dan aktaran Confrey 2019, s. 5).

Bu araştırmada Confrey vd.’nin (2009) Öğrenme Yörüngesi tanımı ve yaklaşımı benimsenmiştir. Confrey vd. (2009), öğrenme yörüngesini şöyle tanımlar:

Öğrenme yörüngeleri, öğrencilerin öğretim yoluyla (yani etkinlikler, görevler, araçlar, etkileşim biçimleri ve değerlendirme yöntemleri) karşılaştıkları sıralı yapıların, araştırmacılar tarafından öne sürülmüş ve deneysel olarak desteklenmiş bir tanımını ifade eder. Bu yörüngeler, öğrencilerin zamanla daha karmaşık kavramlara ulaşabilmesi için, informel fikirlerden başlayarak temsil, ifade ve düşünme süreçlerinin ardışık iyileştirmeleri aracılığıyla ilerlemelerine olanak sağlar. (S. 346)

Öğrenme yörüngeleri, çocukların gelişimsel olarak uygun, zorlu öğretim görevleriyle etkileşime girdikleri deneysel çalışmalardan (klinik görüşmeler, öğretim deneyleri ve tasarım çalışmaları) sentezlenmiştir. Araştırmacılar bu süreçte, öğrencilerin ön bilgilerini, deneyimlerini nasıl kullandıklarını, görevleri nasıl yorumladıklarını ve zamanla çözüme nasıl adım adım yaklaştıklarını gözlemlerler (Confrey, 2019). Diğer yandan, öğrenme yörüngelerindeki seviyeler, çeşitli epistemolojik nesnelerden oluşur: temsiller, stratejiler, örnekler, akıl yürütme biçimleri, keşifler ve kavramlar, karmaşıklık seviyelerine göre düzenlenir. ÖY teorisyenleri, yörüngelerdeki seviyelerin katı bir hiyerarşiyle sıralandığı, bir seviyeyi öğrenmeden bir sonrakine geçilemeyeceği ‘aşama teorisi’ fikrini reddeder (Battista, 2011, Maloney, Confrey ve Nguyen, 2014; Confrey, 2019). Bunun yerine, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde ileriye veya geriye hareket edebileceği esnek bir yaklaşımı benimser ve sınıflarda zengin öğrenme fırsatları sunulduğunda ortaya çıkması muhtemel düşünce tanımları sunarlar. Bu nedenle ‘beklenen olasılıklar’ ve ‘farklı düşünme biçimlerini temsil eden karmaşık büyüme ölçütleri’ olarak değerlendirilirler. Bu yaklaşım, birden fazla başlangıç noktası ve farklı öğrenme yollarını destekleyen ‘tırmanma duvarı’ metaforuyla açıklanır (Confrey, 2019; Confrey ve Shah, 2021)

Confrey ve Shah (2021, s.1266) ise tüm öğrenme yörüngelerinin taşıdığı beş temel özelliği şöyle açıklamıştır: (i) Öğrenme yörüngesinin açıkça tanımlanmış ve değerli bir hedefi veya amacı vardır, (ii) Tüm seviyelerdeki konular önemlidir, ancak bazıları diğerlerinden daha önemli olabilir, (iii) Seviyeler, karmaşıklık sırasına göre dizilmiştir, (iv) Her seviye, ilerlemeyi teşvik etmek ve bağlantıları desteklemek amacıyla bir sonrakine bilişsel olarak bağlıdır, (v) Birden fazla öğrenici yolu desteklenebilir.

Confrey (2019, s. 10) öğrenme yörüngelerinin özelliklerini ve öğrenme yörüngeleri hakkındaki yaygın kavram yanlışlarını Tablo 2.1 ile özetlemiştir:

Tablo 2.1

Öğrenme Yörüngelerinin Özellikleri

Öğrenme Yörüngesi Nedir?	Öğrenme Yörüngesi Ne <u>Değildir</u>?
Alana özgü modeller. Beklenen olasılıklar.	Genel veya evrensel ilkeler. Aşama teorileri.
Deneysel temelli öğrenci düşüncesi modelleri. Öğrencilerin düşüncelerine dayanır.	Mantıksal-matematiksel çözümlemeler. Matematik uzmanlarının görüşlerine dayanır.
Zengin veya yenilikçi görevlerle ortaya çıkarılır Stratejiler, gerekçeler, açıklamalar ve örnek olaylar içerir.	Tipik alıştırmalardan türetilir. Hedefin alt amaçlarıdır.
Kavram yanlışlarını keşfetmeyi içerir. Artan karmaşıklığa göre sıralanır.	Hatalardan kaçınmak için bir araçtır. Zorluk seviyesine göre sıralanır.
Uzun vadede büyük fikirlerle bağlantılıdır. Gelişir.	Öğretim programı materyalidir. Sabittir.

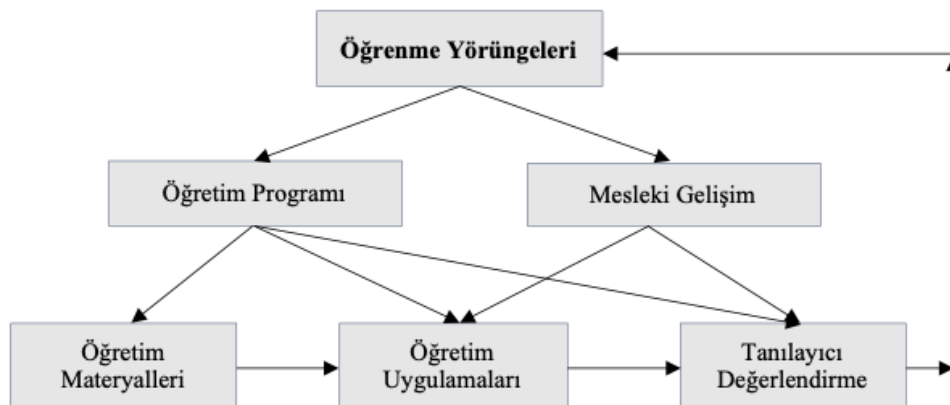
Kaynak: Confrey, 2019, s.10

2.3.1 Öğrenme yörüngelerinin eğitimde kullanımı

Confrey (2019, s.14) öğrenme yörüngelerinin eğitimde nasıl kullanıldığını ve bu kullanımın farklı bileşenlerle nasıl ilişkilendiğini gösteren temel bir mantık modeli sunmuştur (Bkz. Şekil 2.1.)

Şekil 2.1

ÖY'nin Eğitim Bileşenleri Üzerindeki Kullanımına ve Etkisine İlişkin Temel bir Mantık Modeli



Kaynak: Confrey, 2019, s. 14

Şekil 2.1, öğrenme yörüngelerinin öğretim programı, mesleki gelişim, öğretim ve biçimlendirici değerlendirme gibi çeşitli eğitim bileşenleri ile ilişkisini vurgulamaktadır.

Modele göre, öğrenme yörüngeleri hem öğretim programlarına hem de mesleki gelişim süreçlerine yön vererek, öğretim materyalleri, öğretim uygulamaları ve tanılayıcı değerlendirme süreçlerinde rol oynamaktadır. Modelden anlaşılacağı gibi mesleki gelişim bağlamında, yörüngeler öğretmenlere hem öğretim uygulamalarında (ders planlama, sınıf görevlerini seçme ve sınıf tartışmalarını yönlendirme gibi) hem de öğrencilerin kavrayışlarıyla ilgili farklılıklarını değerlendirme ve bu konuda bilinçli kararlar almalarında rehberlik edebilir. Böylelikle mesleki gelişim için bir temel olarak kullanabilir ve bu sayede öğretmenlerin öğrencilerin nasıl öğrendiğini daha iyi anlamalarını sağlayabilirler (Confrey, 2019).

2.3.2 Öğrenme yörüngeleri ile ilgili araştırmalar

Matematik eğitiminde öğrenme yörüngeleri, öğretimde hem bir amaç hem de bir araç olarak ele alınmıştır. Amaç olarak kullanılan çalışmalarda genellikle ‘öğrenci düşüncesinin ortaya çıkarılması’ odak noktasıdır. Bu doğrultuda, öğrencilerin belirli matematik konularındaki düşünme süreçleri ve uygulamaları incelenerek öğrenme yörüngeleri geliştirilmiştir (Clements ve Sarama, 2009; Confrey vd., 2009; Maloney ve Confrey, 2010; Barrett vd. 2012; Oktavia, 2013; Uça, 2014; Blanton vd., 2015; Camci, Eroğlu ve Tanışlı, 2017; Camci, 2018; Simon, Kara ve Placa, 2018; Camci, Tanışlı ve Eroğlu, 2019; Özden, 2019; Aktaş, 2020; Ayan-Civak, 2020; Camci ve Tanışlı, 2020; Ayan-Civak vd., 2019; Rahmi vd., 2020). Bunların dışında, yörüngelerin matematik eğitiminde kullanımına yönelik ‘teorik çalışmalar’ (Sztajn vd. 2012; Edgington, 2014; Weber ve Lockwood, 2014; Weber, Walkington ve McGalliard, 2015; Hendrik vd., 2020) ve ‘derleme çalışmaları’ (Dündar ve Gündüz, 2015) bulunmaktadır.

Yörüngelerin araç olarak yer aldığı araştırmalarda ise farklı konulara odaklanıldığı görülmektedir. Bu konular:

- *Öğrenci değerlendirmesi* (Barrett vd., 2011; Ayalon, Watson ve Lerman, 2016; Ebby ve Petit, 2017; Asil-Güzel, 2018; Yılmaz, 2019; Confrey, Toutkoushian ve Shah, 2020; Clements vd., 2021; Guo vd., 2021)
- *Yörüngelere dayalı ders tasarımı ve bu tasarımın etkililiğinin incelenmesi* (Oktavia, 2013; Uça, 2014; Şahin-Doğruer, 2018; Özaltun-Çelik, 2018; Türkmen, 2019; Gürler-Karakoca, 2019; Yılmaz, 2019; Uygun, 2016; Yıldırım-Bozcuoğlu, Köse ve Tanışlı, 2024)

- *Öğretmenin mesleki gelişimi ve(ya) öğretmen adaylarının eğitimi ve uygulamaları* (McCool, 2009; Wilson, 2009; Edgington, 2012; Wilson, Mojica ve Confrey, 2013; Wilson, Sztajn ve Edgington, 2013; Wilson, Sztajn, Edgington ve Confrey, 2014; Wickstrom, 2014; Suh ve Seshaiyer 2015; Edgington, Wilson, Sztajn ve Webb, 2016; Eroğlu, 2016; Bargagliotti ve Anderson, 2017; Donovan, 2019; Tanışlı, 2020; Wickstrom ve Langrall, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu, 2020; Eroğlu ve Tanışlı, 2021)

2.3.2.1 Matematik öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişimde kullanımı

Alanyazında mesleki gelişimi bağlamında doğrudan matematik öğrenme yörüngelerini kullanan araştırmalar incelendiğinde, genellikle okul öncesi ve ilkokul düzeyinde öğretmenler (McCool, 2009; Wilson, 2009; Edgington, 2012; Wilson, Mojica ve Confrey, 2013; Wilson, Sztajn ve Edgington, 2013; Wilson vd., 2014) ve(ya) öğretmen adayları (Mojica, 2010) ile çalışmalar yapıldığı görülmektedir.

McCool (2009), doktora tezinde bir öğretmenin, öğrenme yörüngelerini kullanarak ölçme öğretiminde nasıl gelişim gösterdiğini nitel bir çalışma ile incelemiştir. Araştırmada, öğrencilerin uzunluk ve alan kavramlarını öğrenme süreçlerini desteklemek amacıyla bir öğretmen, beşinci sınıf iki öğrenci ile birebir öğretim deneyleri gerçekleştirmiştir. Bu süreçte, öğretmen öğrenme yörüngeleri hakkında bilgi edinmiş, öğrencilerin düşünme stratejilerini analiz etmiş, yörüngelere dayalı görevler tasarlamış, bunları öğretiminde uygulamıştır. Veriler, öğretmenin yansıtıcı notları, öğrenci çalışmalarının analizi ve bireysel görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Araştırma sonucunda, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerine daha fazla odaklanmasını, öğrenci bilgilerini değerlendirme becerisini geliştirmesini ve bu bilgilere dayalı olarak öğretim kararları almasını sağladığı bulunmuştur. Bununla birlikte, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin pedagojik alan bilgisine katkıda bulunduğu ve ölçüm öğretimi için etkili bir araç olduğu belirtilmiştir. Araştırmacı, bu tür yörüngelerin öğretmen eğitimi ve mesleki gelişim programlarında daha yaygın kullanılmasını önermiştir.

Mojica (2010) doktora tezinde, öğretmen adaylarının bir öğrenme yörüngesini nasıl öğrendiğini ve kullandığını incelemiştir. Mojica, 56 öğretmen adayına, ‘eş paylaşım öğrenme yörüngesi’ (*equipartitioning learning trajectory*) hakkında bilgi verdiği sekiz haftalık bir tasarım çalışması gerçekleştirmiştir. Öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini anlamalarını, matematik bilgilerini geliştirmelerini ve bu bilgileri öğretim

uygulamalarına nasıl entegre ettiklerini araştırmıştır. Araştırmada video ve ses kayıtları, araştırmacı notları, ön-son testler, klinik mülakatlar ve diğer materyaller kullanılarak veri toplanmıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının öğrenme yörüngesini kullanarak matematik bilgilerini derinleştirdiklerini, öğrenci düşüncelerini daha iyi anlayabildiklerini ve bu anlayışı öğretim süreçlerine entegre edebildiklerini göstermiştir. Bu süreçte, öğretmen adayları öğrenme yörüngesi aracılığıyla rasyonel sayılar, kesirler, bölme ve çarpma gibi temel matematiksel kavramlara ilişkin bilgilerini güçlendirmiştir. Ayrıca, öğrencilerin düşüncelerini analiz etme becerileri ilerlemiş, öğrenci stratejilerini daha kesin ve ayrıntılı modellerle temsil edebilmiş, öğrencilerin sıkça karşılaştığı kavramsal yanılgıları önceden tahmin ederek bu yanılgıları gidermeye yönelik çözümler geliştirmişlerdir.

Benzer şekilde Wilson (2009) doktora tezinde öğretmenlerin eş paylaşım öğrenme yörüngesini nasıl kullandıklarını ve bu sürecin öğretim uygulamalarını nasıl etkilediğini tasarım çalışması incelemiştir. Araştırmada 33 öğretmene (okul öncesi ve ilkökul seviyesinde) 20 saatlik mesleki gelişim eğitimi verilmiş ve 10 öğretmenin öğretim uygulamaları (öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini modelleme, görev uyarlama ve değerlendirme süreçlerinde) analiz edilmiştir. Araştırmada, öğretmenlerin ders anlatımları videoları, sınıf içi etkileşimler ve öğrenci kazanımları ölçülmüş, öğretmenlerin alan bilgisi ve pedagojik bilgi düzeyi değerlendirilmiştir. Wilson, yörüngelerin öğretmenlere öğretim görevlerini seçme, sınıf tartışmalarında öğrencilerle etkileşimde bulunma ve öğrencilerin çalışmalarını analiz etme için teorik bir çerçeve sunduğunu bulmuştur. Ayrıca öğretmenlerin pedagojik bilgi ve becerilerini geliştirdiğini, daha tutarlı ve etkili öğretim sağladığını, öğrencilerin de matematiksel kavrayışlarını ve öğrenme kazanımlarını anlamlı bir şekilde artırdığını göstermiştir.

Wilson, Mojica ve Confrey (2013) öğrenme yörüngelerini öğretmen eğitiminde kullanarak öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamalarına nasıl yardımcı olduğunu ve bu süreçte öğretmenlerin bilgi ve pedagojik yaklaşımlarını nasıl yeniden yapılandıklarını incelemişlerdir. Çalışma ilkökul öğretmenleri ve öğretmen adayından oluşan toplam 89 kişi ile yürütülmüştür. Çalışmada, öğrencilerin ‘eş paylaşım’ kavramını anlama sürecindeki stratejileri, dil kullanımlarını ve matematiksel ilişkileri incelemek amacıyla geliştirilmiş olan (Confrey, 2008; Confrey vd., 2009) ‘eş paylaşım yörüngesi’ kullanılmıştır. Araştırma bulguları,

öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamalarını ve analiz etmelerini önemli ölçüde geliştirdiğini göstermiştir. Öğretmenler, model oluşturma süreçlerinde (tanımlama, karşılaştırma, çıkarım yapma) daha yapılandırılmış bir yaklaşım sergilemiş ve pedagojik yaklaşımlarını yeniden yapılandırarak öğretim süreçlerini daha etkili bir şekilde planlamışlardır. ‘Eş paylaşım yörüngesi’, özellikle öğrencilerin stratejilerini anlamada güçlü bir araç olarak öne çıkmıştır.

Wilson, Sztajn ve Edgington (2013) öğretmenlerin mesleki gelişimi için öğrenme görevleri tasarlamıştır. Araştırmacılar ilkökul öğretmenlerinin matematik öğrenme yörüngelerini anlamalarını desteklemek amacıyla mesleki öğrenme etkinlikleri (Professional Learning Tasks-PLTs) geliştirmeyi hedeflemiştir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin bu görevler aracılığıyla öğrenim süreçlerini incelemek için bir tasarım araştırması yürütmüşlerdir. Çalışma, öğretmenlerin öğrenme yörüngeleri hakkındaki bilgisinin hem pedagojik alan bilgisi (PAB) hem de alan bilgisi (AB) üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Araştırma, öğretmenlerin eş paylaşım öğrenme yörüngesini (Confrey, 2012) öğrenmelerini desteklemek amacıyla bir mesleki gelişim programı tasarlamış ve öğretmenlerin bu süreçte mevcut matematik öğretim bilgilerini (Ball, Thames ve Phelps, 2008) nasıl kullandıkları incelenmiştir. Araştırmacılar, öğretmenlerin öğrenci mantığını anlamalarını ve ÖMB’nin tüm alanlarını kullanmalarını sağlamak için öğrenme varsayımları ve tasarım ilkeleri belirlemiştir. Tasarlanan görevler öğretmenlerin günlük uygulamalarına dayanmış, bilişsel çelişki yaratan etkinlikler içermiş ve öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalık kazandırmıştır. Veriler, öğretmenlerin yazılı çalışmaları, grup tartışmaları ve öğretim materyalleri üzerindeki incelemeler yoluyla toplanmıştır. Sonuç olarak, PLT’lerin öğretmenlerin hem PAB hem de KAB’lerinin geliştirdiği, öğrenci düşüncelerini daha iyi anlamalarını sağladığı ve öğrenme yörüngelerine dayalı olarak öğretimde daha bilinçli kararları almalarına yardımcı olduğu bulunmuştur. Araştırmacılar, öğrenme yörüngelerine yönelik bu tür görevlerin öğretmenlerin mesleki gelişimini desteklemek için etkili bir araç olduğunu vurgulamış ve yaygınlaştırılmasını önermiştir.

Wilson vd. (2014) ise araştırmalarında öğretmenin bilgisini odağa almışlardır. Araştırmada öğrenme yörüngeleri üzerine mesleki gelişimlerini desteklemek amacıyla tasarlanmış mesleki öğrenme etkinliklerinde (PLTs) bilgilerini (Ball vd., 2008) nasıl

kullandıklarını incelemişlerdir. Okul temelli mesleki gelişim ortamında yapılan büyük bir tasarım deneyi kapsamında, üç öğretmenin verileri incelenmiştir. Etkinliklerde ‘Eş paylaşım yörüngesi’ kullanılmıştır. Bulgular, öğrenme yörüngelerindeki PAB’a odaklanan PLT’lerin, öğretmenlerin alan bilgisi öğrenmelerine de katkı sağladığını ortaya koymaktadır; bu süreç, öğretmenlerin mevcut matematik öğretim bilgileriyle şekillenmiştir. Dolayısıyla yörüngelerin ÖMB’nin her iki alanını da (PAB ve AB) etkilediği sonucuna varılmıştır. Ayrıca, öğretmenler, öğrenci hatalarını ve çözüm stratejilerini analiz ederek öğrenci düşüncelerini daha iyi anlamış ve öğretimlerini bu düşüncelerle ilişkilendirmişlerdir. Bu bulgular, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin ÖMB’lerini geliştirdiği ve öğretim uygulamalarını iyileştirdiği sonucuna varmaktadır.

Edgington (2012), doktora tezinde öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine odaklanmalarını nasıl destekleyebileceğini ve bu sürecin öğretmenlerin pedagojik uygulamalarını nasıl geliştirdiğini incelemiştir. Araştırmada beş ilköğretim öğretmenin ders planlama, uygulama ve değerlendirme süreçlerinde ÖY’yi nasıl kullandıkları çoklu durum çalışması ile araştırılmıştır. Öğretmenler bir dönem boyunca ‘eş paylaşım öğrenme yörüngesini içeren bir MGP’ye katılmış, bu ÖY’ye göre dersler planlamış, uygulamış ve değerlendirmişlerdir. Veriler, ders planlama toplantıları, sınıf içi gözlemler, öğrenci çalışmaları ve öğretmenlerle yapılan bireysel görüşmelerden toplanmıştır. Araştırma bulguları, öğretmenlerin öğrenme yörüngelerini (ÖY) öğrenme hedeflerini belirlemek, öğrenci stratejilerini öngörmek ve bu stratejilere dayalı olarak öğretim süreçlerini planlamak ve değerlendirmek için kullandığını ortaya koymuştur. ÖY, öğretmenlerin öğrencilerin stratejilerine odaklanarak anlamlı matematiksel fikirleri tanımlarına, matematiksel yanılgıları fark etmelerine ve kavramsal gelişimleri daha net bir şekilde değerlendirmelerine, öğretim süreçlerini daha bilinçli kararlarla yönlendirmelerine katkı sağlamıştır. Ancak öğretmenlerin öğrenme yörüngelerini kullanım düzeylerinde farklılıklar olduğu ve bu yörüngeleri bazen sınırlı bir rehberlik aracı olarak gördükleri belirlenmiştir bu durum, pedagojik yaklaşımlar ve mesleki deneyimle ilişkilendirilmiştir. Araştırmacı, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin dikkat etme ve analiz etme gibi pedagojik becerilerini geliştirdiğini vurgulamış ve bu yörüngelerin öğretmen eğitiminde daha fazla yer almasını önermiştir.

Edgington vd. (2016), çalışmalarıyla ilköğretim öğretmenlerinin öğrenme yörüngelerini, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamak ve öğretimlerini planlamak için nasıl

kullandıklarını inceledikleri bir mesleki gelişim programı gerçekleştirmişlerdir. Araştırma, 11 ilkokul öğretmenin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, sayı ve işlemler alanında dört öğrenme yörüngesini temel alan bir ÖY Profil Tablosunu kullanmıştır. Bu tablo, öğretmenlerin öğrencilerin hangi kavramsal seviyelerde olduğunu belirlemelerine ve bu seviyelere uygun öğretim stratejileri geliştirmelerine yardımcı olmuştur. Program, toplamda yaklaşık 54 saat sürmüştür. Katılımcılar, bu süreçte örnek öğrenci çalışmaları, sınıf içi uygulama videoları ve çeşitli materyaller üzerinde çalışarak öğrendiklerini sınıf ortamlarına entegre etmiştir. Veriler, öğretmenlerin grup tartışmaları, sınıf içi uygulamaları ve öğrenci çalışmalarından elde edilmiştir. Bulgular, öğretmenlerin ÖY kullanarak öğrencilerin matematiksel düşüncelerini daha detaylı analiz edebildiklerini, ancak bu araçları sınıf düzeyinde planlama yaparken zorlandıklarını göstermiştir. Araştırmacılar, ÖY'nin öğretmenlerin pedagojik kararlarını destekleyen etkili bir araç olduğunu vurgulamış ve bu araçların öğretmen eğitimi programlarında daha fazla yer bulması gerektiğini önermiştir.

2.3.2.2 Öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişiminde kullanımı

Matematik öğretmenleri ve(veya) öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar (Suh ve Seshaiyer, 2015; Eroğlu, 2016; Bargagliotti ve Anderson, 2017; Donova, 2019; Eroğlu ve Tanışlı, 2021; Tanışlı, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu vd., 2024) öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişimde etkili bir araç olarak kullanılabileceğini göstermekle birlikte oldukça sınırlı sayıdadır.

Bu çalışmalardan birinde Suh ve Seshaiyer (2015), matematik öğretmenlerinin öğrenme yörüngelerini daha iyi anlamalarını sağlamak ve ders imecesi yönteminin etkililiğini araştırmak için 3. sınıftan 8. sınıfa kadar farklı sınıf düzeylerinde çalışan, altı öğretmenle bir cebir öğrenme yörüngesi üzerinde çalışarak ders imecesi gerçekleştirmişlerdir. Öğretmenlere bir haftalık bir profesyonel gelişim programı düzenlenmiş, sonrasında öğretmenler, ders imecesi döngülerinde iş birliği yaparak planlama, öğretim, gözlem ve değerlendirme aşamalarını gerçekleştirmişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğretmenler, cebirsel düşünme ve problem çözme konularında daha derin bir anlayış geliştirmiş ve bu anlayışı sınıf içi uygulamalara yansıtmıştır. Bu süreç, alan bilgilerini geliştirmelerine olanak tanımıştır, çoklu temsillerin öğrencilerin kavramsal anlayışını nasıl desteklediğini gözlemlemiş ve bu temsilleri etkili kullanma becerilerini geliştirmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreçlerindeki stratejilerini analiz ederek bu süreçleri daha iyi anlamış ve

öğretimlerini bu stratejilere uygun hale getirmiş, kavram yanlışlarını tanımlama ve bu yanlışlara yönelik stratejiler geliştirme becerilerinde önemli ilerlemeler kaydedilmiş ve öğrencilerin öğrenme süreçlerini değerlendirme ve bu değerlendirmeler doğrultusunda öğretimlerini uyarlama becerileri kazanmıştır.

Donovan (2019), doktora tezinde öğretmen adaylarının öğrenme yörüngelerini öğrencilerle birebir öğretim uygulamaları sırasında (değerlendirme, ders planlama ve öğretimde) nasıl kullandıklarını incelediği nitel bir çalışma yürütmüştür. Araştırmada, 12 öğretmen adayı, beşinci sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme seviyelerini Battista'nın Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes adlı kitabında tanımlanan öğrenme yörüngelerini kullanarak değerlendirmiş; bu yörüngelere dayalı ders planları hazırlamış, birebir öğretim gerçekleştirmiş ve bu süreçleri yansıtarak gelecekteki öğretimlerine yönelik planlamalar yapmıştır. Verileri, öğretmen adaylarının yansıtıcı günlükleri, ders planları, gözlem notları ve bireysel ya da odak grup görüşmeleri aracılığıyla toplamıştır. Araştırmada sonuç olarak öğrenme yörüngelerinin, öğretmen adaylarının öğrencilerin geometrik düşünme seviyelerini anlamalarını, uygun ders planları oluşturup uygulamalarını ve öğretim süreçlerinde daha bilinçli kararlar almalarını sağladığı bulunmuştur. Ancak, öğretmen adaylarının öğrenme yörüngelerini farklılaştırılmış öğretim ve biçimlendirici değerlendirme gibi bazı amaçlarla kullanmada zorluk yaşadığı tespit edilmiştir. Araştırmacı, öğrenme yörüngelerinin pedagojik gelişim için etkili bir araç olduğunu belirtmiş ve öğretmen yetiştirme programlarında daha fazla yer alması gerektiğini önermiştir.

Yapılan çalışmalardan farklı olarak, Bargagliotti ve Anderson, (2017), öğrencilerin öğrenme yörüngesi değil, öğretmen öğrenme yörüngelerini (Teacher Learning Trajectories) kullanarak istatistik alanında yapılandırılmış bir mesleki gelişim programı tasarlamış ve bu programın öğretmenlerin istatistik konusundaki alan bilgisi ve pedagojik bilgisi üzerindeki etkilerini incelemiştir. Araştırmacılar, öğretmenler için öğrenme yörüngelerinin öğrencilerin yörüngelerine benzer şekilde basitten karmaşığa ilerleme içerdiğini belirtirken, buna ek olarak pedagojik içerik bilgisine odaklandığını ve kavramların nasıl öğretileceğini geliştirmeyi hedeflediğini belirtmişlerdir. Çalışma dokuz lise matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Tasarım deneyi yaklaşımıyla yapılandırılan çalışma üç aşamada gerçekleştirilmiştir: tasarım, uygulama ve retrospektif analiz. İlk aşamada, öğrenme yörüngeleri, uzman görüşleri ve öğretmenlerden alınan geri

bildirimlerle geliştirilmiş; ikinci aşamada, 12 haftalık bir mesleki gelişim kursu ile uygulamaya konulmuş; üçüncü aşamada ise bu süreçler, öğretmenlerin içerik bilgisi ve pedagojik gelişimi üzerindeki etkilerini belirlemek üzere analiz edilmiştir. Sonuçlar, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin istatistiksel içerik bilgilerini artırmakla kalmayıp aynı zamanda pedagojik alan bilgilerini de geliştirdiğini göstermiştir. Çalışma, öğrenme yörüngelerinin öğretmen mesleki gelişimi için yapılandırıcı bir araç olarak kullanılmasının etkili olduğunu vurgulamaktadır.

Türkiye’de yapılan çalışmalar ise genellikle web tabanlı eğitim platformları aracılığıyla öğretmenlerin mesleki gelişimini ele almıştır (Eroğlu, 2016; Eroğlu ve Tanışlı, 2021; Tanışlı, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu, 2020). Eroğlu (2016) doktora tezinde ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik yöntemlerdeki gelişimlerini sağlamayı hedeflemiştir. Bu amaçla TÖY’lerden yararlanılarak, iki ortaokul matematik öğretmeni ile 10 haftalık bir eylem araştırması yürütmüştür. Araştırmada cebir öğrenme alanında TÖYH’ler planlanarak öğretmenler tarafından uygulanmıştır. Araştırmanın verilerini videolar, görüşmeler ve saha notları oluşturmuştur. Araştırma sonucunda, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine dayalı pedagojik yöntemlerde önemli bir gelişim gösterdiği belirlenmiştir. Başlangıçta öğrencilerin yalnızca hatalı yanıtlarına odaklanan öğretmenler, süreç içerisinde doğru yanıtları da sorgulama ve inceleme alışkanlığı kazanmıştır. Ayrıca, beklenmeyen öğrenci düşüncelerini göz ardı etmek yerine bu düşünceler üzerine sorular sorarak anlamaya çalışmış ve bu düşünceleri dersle ilişkilendirme becerileri gelişmiştir. Temsillerin kullanımına ilişkin olarak, öğretmenler başlangıçta yüzeysel bir yaklaşım sergilerken, süreç sonunda temsilleri daha yapısal ve kavramsal bir şekilde kullanarak temsiller arası ilişkilendirmelere yer vermiştir. Bu bulgular, tahmini öğrenme yollarının öğretmenlerin pedagojik yöntemlerindeki dönüşümü desteklediğini göstermektedir.

Yıldırım-Bozcuoğlu, (2020) doktora tez çalışmasında, Web tabanlı bir eğitim portalı kullanarak iki ortaokul matematik öğretmenin cebir öğrenme alanına ait pedagojik kavramlarındaki değişimleri ve bunları öğretimlerine nasıl yansıttıklarını eylem araştırması ile incelemiştir. Araştırma üç aşamalı döngüsel bir yapıda yürütülmüştür. İlk olarak öğretmenler TÖYH ile ders planları hazırlamış, ardından hazırladıkları ders planını uygulamışlar, son olarak TÖYH ve ders planını revize etmişler ve bu aşamalara araştırmacılar geri bildirim vermiştir. Veriler görüşmeler, video kayıtları ve dokümanlar

ile toplanmıştır. Araştırma, web tabanlı eğitim portalı üzerinden öğretmenlere sunulan çeşitli geri bildirimlerle öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini, ön bilgiler ile kavram yanılgıları konusunda ilerleme kaydettiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca, öğretmenlerin kavramsal anlayışa dayalı öğretim uygulamaya yöneldikleri ve gerekçelendirme becerilerinin arttığı belirlenmiş ve çoklu temsil kullanımında ve temsiller arası geçişte büyük bir ilerleme gösterdiklerini ve öğrencilerin daha net bir şekilde değerlendirebildikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Eroğlu ve Tanışlı (2021), matematik öğretmenlerinin TÖYH'e dayalı öğretimlerinde temsil kullanımı ve temsiller arasında ilişki kurma becerilerindeki gelişimlerini 'öğretmen gelişim deneyi' yöntemi ile incelemişlerdir. Araştırma iki ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüş ve 10 hafta sürmüştür. Araştırma, üç aşamada yürütülmüştür. İlk aşamada, altıncı sınıf cebir öğrenme alanına yönelik TÖYH hazırlanmış; ikinci aşamada, öğretmenlerle öğretim deneyi gerçekleştirilmiş; son aşamada öğretmenler derslerinde TÖYH'e göre hazırlanan aktiviteleri uygulamışlardır. Veriler öğretimler ve mesleki gelişim faaliyetlerinde kaydedilmiş videolar ile toplanmıştır. Araştırmanın sonuçları, mesleki gelişim etkinliklerinin öğretmenlerin temsilleri kavramsal düzeyde kullanma ve temsiller arası ilişki kurma becerilerini geliştirdiğini ortaya koymuştur. Kendi videolarını ve meslektaşlarının videolarını izleyen öğretmenler, bu süreçte etkili öğretim stratejileri geliştirmiştir.

Bu çalışmalardan farklı olarak Tanışlı vd. (2020), hem öğretmenin mesleki gelişimini konu edinmiş hem de öğrencileri değerlendirmiştir. Araştırmacı, öğretmenlerin web tabanlı bir platform aracılığıyla tahmini öğrenme yörüngelerine yönelik mesleki gelişim desteği aldığı durumlarda, öğrencilerinin cebir performansını değerlendirmiş ve öğrencilerin performansı ile öğretmenlerin mesleki gelişimi arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Araştırma Simon'un (1995) TÖYH kavramı esas alınarak karma yöntemle yapılandırılmış; yarı deneysel desen ve temel nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Araştırma 454 yedinci sınıf öğrencisi ve 18 öğretmenle yürütülmüştür. Deney grubu öğretmenleri, web tabanlı platformda dört aşamalı bir görev döngüsü tamamlayarak öğrenme hedefleri belirlemiş, ders planları oluşturmuş ve uygulamalar yapmıştır. Veriler, cebir başarı testi ve öğretmenlerin tasarımlarından toplanmış, nicel veriler istatistiksel analizlerle, nitel veriler betimsel yöntemle incelenmiştir. Sonuçlar, mesleki gelişim desteği alan öğretmenlerin öğrencilerinin cebir performanslarının kontrol

grubundaki öğretmenlerin öğrencilerine kıyasla anlamlı düzeyde daha yüksek olduğunu ve bu öğretmenlerin mesleki gelişimi ile öğrencilerinin performansı arasında pozitif bir ilişki bulunduğunu göstermiştir.

Tüm bu araştırmaların sonuçları, öğrenme yörüngelerinin matematik öğretmenlerinin mesleki gelişiminde etkili bir araç olduğunu; öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinde önemli gelişmeler sağladığını; öğrencilerin düşüncelerini anlama, analiz etme ve bu düşüncelere uygun öğretim süreçleri tasarlama yetkinliklerini de önemli ölçüde artırdığını göstermektedir.

2.2.2.3 Öğrenme yörüngelerinin fark etme becerisinin geliştirilmesinde kullanımı

Öğrenme yörüngelerini, öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişiminde bir araç olarak kullanan araştırmalar oldukça sınırlı olmakla bunlar okul öncesi öğretmen adaylarına (van den Kieboom, 2021; Callejo, Pérez-Tyteca, Moreno ve Sánchez-Matamoros, 2022; Moreno, Sánchez-Matamoros, Callejo, Pérez-Tyteca, ve Llinares, 2021); ilkökul öğretmeni (Wickstrom, 2014; Wickstrom ve Langrall, 2020), ilkökul öğretmeni adayı (Ivars vd., 2018) ve matematik öğretmeni adaylarına (Ivars vd., 2019; 2020; Zapatera-Llinares, 2022) yöneliktir ve genellikle olumlu sonuçlar sunmaktadırlar.

Moreno vd. (2021), van den Kieboom (2021) ve Callejo vd. (2022), öğrenme yörüngelerini okul öncesi öğretmen adaylarıyla yaptıkları araştırmalarda kullanmış, öğretmen adaylarının uzunluk, toplama-çıkarma gibi farklı matematik konularında çocukların matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini incelemişlerdir. Bu çalışmalar genel olarak, öğrenme yörüngelerinin öğretmen adaylarının matematiksel içerikleri anlamalarını ve öğrencilerin düşüncelerini fark etme becerilerinde kayda değer bir ilerleme sağlamalarına önemli ölçüde katkıda bulunduğunu vurgulamıştır.

Wickstrom (2014) doktora tezinde 4. sınıf ilkökul öğretmenlerine öğrenme yörüngelerine dayalı mesleki gelişim programı uygulayarak öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme süreçlerini ve bu bilgileri öğretim uygulamalarına nasıl entegre ettiklerini incelemiştir. Çalışma etno-metodolojik bir yaklaşımla ve çoklu durum çalışması tasarımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ölçme konusunda öğrenme yörüngesi kullanılan mesleki gelişim programının ilk aşamasında, öğrenme yörüngelerinin teorik temellerini öğrenmiş ve öğrencilerin düşünce süreçlerini anlamaya yönelik stratejiler üzerinde çalışmıştır. İkinci aşamada, öğretmenler ölçümle ilgili kavrayışlarını anlamak amacıyla öğrencilerle birebir görüşmeler gerçekleştirmiş ve elde ettikleri verileri ders

planlamalarında rehber olarak kullanmışlardır. Üçüncü aşamada, öğretmenler öğrencilere öğrenme yörüngelerine dayalı üç haftalık öğretim uygulamıştır. Son olarak, uygulamaları değerlendirmek üzere araştırmacıyla bir araya gelmiş ve öğrencilerin düşüncelerindeki gelişimi ve öğretim uygulamalarını tartışmışlardır. Veriler, Jacobs vd. (2010) tarafından geliştirilen fark etme çerçevesi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmada, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat ettiği, ancak bunun her zaman öğretime doğrudan yansımadağı görülmüştür. Bununla birlikte, yörünge öğretmenlere öğrencilerin kavrayışlarını anlamada önemli bir rehberlik sağlamış ve öğrencilerin kavram yanılgılarını daha iyi tespit etmelerine yardımcı olmuştur. Yörünge öğretmenlerin pedagojik inançları ve uygulamalarıyla uyumlu olmadığı durumlarda, öğretmenlerin bunları reddetme veya kendi anlayışlarına göre yeniden yorumlama eğiliminde olduğu, bunun ise öğrenci düşüncelerini öğretim uygulamalarına entegre etmelerini zorlaştırdığı tespit edilmiştir. Ancak, öğretmenlerin bireysel öğrenci ihtiyaçlarına yönelik daha bilinçli kararlar alabilmesi, öğrenme yörüngelerinin olumlu etkilerinden biri olarak öne çıkmıştır. Bu durum, öğrenme yörüngelerinin daha erişilebilir hale getirilmesi ve öğretmenlerin pedagojik esnekliklerinin artırılması gerektiğini göstermektedir.

Wickstrom ve Langrall (2020), 4. sınıf bir ilkokul öğretmenin öğrenme yörüngelerini dersine nasıl entegre ettiğini (uygulamalarını) ve algılarını incelemişlerdir. Öğrenme yörüngesi kullanan bir öğretmen ile ders sonrası birebir görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerin ve derslerin ardından, öğrencinin anlayışı ve öğretimsel çıkarımları hakkında, önemli gördüğü noktalar üzerinde derinlemesine düşünmesi ve fark ettiği durumları açıklaması istenmiştir. Analiz için öğretmenlerin yörüngeleri kullanabilecekleri altı farklı durum temel alınmıştır: (i) öğrencilerin zaman içindeki gelişimini formel olarak değerlendirme, (ii) öğrenci düşüncesine dikkat etme, (iii) uygun farklılaştırma sağlama, (iv) matematiksel görevleri tasarlama ve değiştirme, (v) uygun öğrenme hedeflerini seçme, (vi) ders hedeflerini daha genel öğretim programı hedefleriyle ilişkilendirme. Araştırmanın bulguları, yörünge öğretmenin öğrencilerin düşünme süreçlerine daha yakından odaklanmasına, derslerde kullanılan matematiksel görevleri tasarlayıp uyarlamasına ve uygun öğrenme hedefleri belirlemesine katkı sağladığını göstermiştir. Öğretmen, yörüngeyi öğrencilerin düşünce seviyelerine göre görevleri şekillendirmek ve öğrencilerin kavrayış düzeylerini anlamak için bir rehber olarak kullanmıştır. Bununla birlikte, yörüngeyi öğrencileri biçimlendirici (süreç temelli) değerlendirme veya ders hedeflerini öğretim programının hedefleriyle ilişkilendirme

amacıyla kullanmamıştır. Ayrıca, öğrenci düşüncelerine dayalı kararlar alırken öğrencilerin stratejilerini daha fazla dikkate aldığı ve yalnızca doğru-yanlış yanıtlar üzerinden değerlendirme yapmaktan uzaklaştığı gözlenmiştir. Ancak, ÖY kullanımı her zaman farklılaştırılmış öğretim sağlamak için etkili olmadığı görülmüş olsa da öğretmenin öğrencilerin öğrenme sürecine dair farkındalığını ve öğretim stratejilerini zenginleştirdiği belirtilmiştir. Araştırmacılar ÖY'nin öğretmenlerin öğrenci odaklı öğretim yapmalarına yardımcı olabileceğini, ancak bu süreçte öğretmenlerin desteklenmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Zapatera-Llinares (2022) öğrenme yörüngelerindeki kavramsal ilerlemelerin öğretmen adaylarının ‘matematiksel düşünmeyi profesyonel olarak fark etme’ becerilerine katkısını incelemiştir. Araştırmaya, ilköğretim matematik öğretimi bölümünde öğrenim gören öğretmen adayları katılmıştır. Süreçte, 18 öğretmen adayının öğrenme yörüngeleri ve profesyonel fark etme becerilerini geliştirmeyi hedefleyen, birer saatlik yedi oturumdan oluşan bir öğretim modülü uygulanmıştır. Bu modülde, araştırmacı tarafından örüntü genelleme bağlamına özgü geliştirilmiş bir öğrenme yörüngesi kullanılmıştır. Öğretmen adayları, öğrencilerin örüntü genelleme problemlerine verdikleri yanıtları değerlendirmiştir. Öğretmen adaylarının gelişimleri Jacobs vd.’nin (2010) çerçevesi esas alınarak, ‘öğrencilerin kullandığı önemli matematiksel unsurların belirlenmesi’, ‘bu unsurların bilişsel boyutlarıyla ilişkilendirilerek öğrencilerin düşünme süreçlerinin yorumlanması’, ‘öğrencilerin öğrenme sürecini iyileştirmek için kavrayışa dayalı kararlar alma’ olmak üzere üç boyutta incelenmiştir. Sonuçlar, öğrenme yörüngelerindeki kavramsal ilerlemelerin tanınmasının, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamada öğretmen adaylarına etkili bir araç sunduğunu ve profesyonel fark etme becerilerini geliştirdiğini göstermiştir. Öğretmen adayları, öğrencilerin yanıtlarındaki önemli matematiksel unsurları belirlemiş, öğrenme yörüngesindeki aşamalarını tespit etmiş ve bu bilgilerden yola çıkarak, öğrencilerin öğrenme sürecini desteklemek ve bir sonraki aşamaya geçişlerini kolaylaştırmak için geri bildirim verme ve öğretim süreçlerini yapılandırmaya yönelik kararlar almıştır.

Ivars vd. (2018, 2019, 2020) çalışmalarında, öğrenme yörüngelerinin öğretmen adaylarının fark etme becerilerini geliştirme sürecindeki rolü kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır. Bu araştırmalar hem sınıf öğretmeni adaylarını hem de ilköğretim matematik öğretmen adaylarını kapsayarak, öğrenme yörüngelerinin farklı bağlamlarda

uygulanabilirliğini ve etkilerini incelemiştir. Araştırmalarda, özellikle kesir kavramına yönelik öğrenme yörüngeleri kullanılmış ve fark etme becerisi Jacobs vd.'nin (2010) teorik çerçevesine göre analiz edilmiştir. Araştırmalar yörüngelerin öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamalarına, analiz etmelerine ve bu doğrultuda öğretimsel kararlar almalarına katkı sağladığı göstermiştir. Ivars vd. (2018) çalışmalarında tahmini bir öğrenme yörüngesinin, 29 sınıf öğretmeni adayının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisini ve mesleki söylemlerini geliştirmede nasıl bir rol oynadığını incelemiştir. Araştırmacılar söylemi öğrencilerin matematiksel düşüncelerini tartışırken veya ifade ederken kullandıkları sözlü veya yazılı iletişim olarak tanımlanmış; fark etme becerisini ise bileşenleri olan fark etme, yorumlama, karar alma bileşenleri bağlamında incelemiştir. Bulgular, öğrenme yörüngesinin, öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini analiz ederken daha detaylı ve sistematik bir söylem geliştirmelerine yardımcı olduğunu; fark etme becerisinin gelişiminin, öğretmenlerin ürettiği mesleki söylemin kalitesini artırmakla ve alan bilgisi ile doğrudan ilişkili olduğunu göstermiştir.

Ivars vd. (2019) çalışmalarında, 32 ilköğretim matematik öğretmen adayı, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerini geliştirmeye yönelik öğrenme yörüngelerine dayalı bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Araştırma öğretmen adaylarının fark etme süreçlerini desteklemek için tasarlanan görevlerin öğretmen adaylarının, öğrencilerin yanıtlarındaki detayları fark etmelerine ve bu detaylara uygun öğretim stratejileri geliştirmelerine katkı sağladığını göstermiştir. Ayrıca, yörüngenin, öğretmen adaylarının daha bilinçli ve etkili öğretim kararları almalarına olanak tanıyarak profesyonel bilgilerini uygulamada kullanmalarını desteklediği saptanmıştır.

Ivars vd. (2020) çalışmalarında ise, 95 ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla öğrenme yörüngelerinin öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını fark etme becerisini nasıl desteklediğini incelemiştir. Bulgular, yörüngenin öğretmen adaylarına öğrencilerin matematiksel anlayışlarını açıklamada kullanabilecekleri belirli bir dil sağladığını ve fark etme becerilerini geliştirdiğini göstermiştir. Ayrıca öğrenme yörüngesini rehber olarak kullanan öğretmen adaylarının, öğrencilerin kavrayışlarını daha detaylı analiz ettiği ve bu analizlere dayanarak, detaylı açıklamalar yapabildikleri daha uygun öğretim etkinlikleri tasarlayabildikleri görülmüştür. Araştırma, öğrenme yörüngelerinin, öğretmen adaylarının fark etme becerilerini destekleyen ve öğrencilerin

matematiksel düşüncelerini anlamalarını kolaylaştıran bir yapı iskelesi görevi görebileceğini ortaya koymuştur.

Bu araştırmalar bir bütün olarak değerlendirildiğinde, öğrenme yörüngelerinin okul öncesi ve ilkökul öğretmenleri ile matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerini geliştirmede faydalı bir rol oynadığı görülmektedir. Ancak, alanyazında doğrudan matematik öğretmenleriyle ve özellikle oran-orantı konusu üzerine odaklanan bir araştırmaya rastlanmamıştır. Öğrenme yörüngelerinin tanımı ve yapısı dikkate alındığında, bu çalışma sonuçları da değerlendirildiğinde, yörüngelerin öğretmenlerin fark etme becerilerini (öğrenci düşüncelerini açıklama, kavrayışlarını yorumlama ve karar verme becerilerini) geliştirebileceği varsayılmaktadır. Bu bağlamda, bir matematik öğretmenin öğrenme yörüngeleri aracılığıyla fark etme becerilerinin nasıl geliştiğini ve bu gelişimin oran-orantı konusu özelinde nasıl şekillendiğini incelemenin, alanyazına önemli bir katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

2.3.2.4 Öğrenme yörüngelerinin matematiksel söylemin geliştirilmesinde kullanımı

Matematiksel söylemin gelişiminde öğrenme yörüngelerinin kullanıldığı bir araştırma saptanmıştır. Bu araştırmada Wilson vd. (2017), matematik öğrenme yörüngelerinin mesleki gelişim ortamında öğretmenlerinin öğrenciler hakkında kullandıkları söylemleri nasıl etkilediğini anlamak için bir araştırma yürütmüşlerdir. Araştırma 22 öğretmenin katılımıyla (anaokulu ve sınıf öğretmeni) bir tasarım araştırması metodolojisi ile yürütülmüş ve açıklayıcı sıralı karma yöntem (nicel-nitel) kullanılmıştır. Araştırmada, öğrencilerin bölme, oran, kesir ve rasyonel sayı anlayışlarının gelişimini açıklayan eş paylaşım öğrenme yörüngesine odaklanan bir yıllık, 60 saatlik bir mesleki gelişim programı uygulanmıştır. Program 30 saatlik yaz enstitüsüyle başlamış, öğretim yılı boyunca aylık toplantılar ve sınıf uygulamalarıyla devam etmiş ve iki günlük takip oturumuyla tamamlanmıştır. Süreçte öğretmenler, öğrenme yörüngesini öğrenmiş, sınıflarında uygulamış ve öğrenci çalışmalarını analiz ederek meslektaşlarıyla tartışmıştır. Takip oturumunda ise kazanımlar gözden geçirilerek mesleki gelişim süreçleri değerlendirilmiştir. Araştırmanın verilerini araştırmacıların alan notları, MGP’lerde alınan video kayıtları, öğretmenlerin grup tartışmalarının transkriptleri oluşturmuştur. Araştırmacılar öğretmenlerin söylemlerindeki değişimi incelerken, öğretmenlerin söylemlerinde öğrencilerini nasıl konumlandıklarını (Örneğin, yetenekli, başarılı, zorlanan) ve kendilerini nasıl konumlandıklarını (Örneğin, rehber,

uzman) analiz etmek için Pozisyon Alma Kuramı'nı (*Positioning Theory*); bireysel ve kolektif öğrenmenin söylem üzerindeki etkisini daha iyi anlamak ve öğretmenlerin öğrenciler hakkındaki düşüncelerini nasıl dönüştürdüklerini açıklamak için Vygotsky Alanı Modeli'ni (*Vygotsky Space Model*) kullanmıştır. Araştırma, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin söylemleri üzerindeki etkisini incelemiş ve belirgin değişiklikler tespit etmiştir. Öğretmenlerin yaş ve sınıf düzeyine dayalı açıklamaları, öğrenme yörüngesi etkisiyle öğrencilerin önceki deneyimlerini ve öğrenme süreçlerini daha ayrıntılı bir şekilde değerlendiren bir yapıya dönüşmüştür. Ancak yetenek temelli söylemlerde bu tür bir değişim gözlenmemiştir. Öğrenme yörüngeleri, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel stratejilerini ve kavramsal anlayışlarını daha derinlemesine analiz etmelerine olanak sağlamış; bu süreçte öğrencilerin başarı ve zorluklarını daha net ifade etmelerine katkıda bulunmuştur. Ayrıca, öğretmenlerin öğrenme yörüngelerini sınıf içi uygulamalara entegre ederek öğrenci merkezli bir yaklaşım geliştirdikleri belirtilmiştir. Araştırma, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin öğrenciler hakkında daha zengin bir anlayış geliştirmelerine, pedagojik karar verme süreçlerini iyileştirmelerine ve söylemlerinde öğrenci düşüncelerine daha fazla odaklanmalarına katkı sağladığını göstermiştir.

Wilson vd.'nin (2017) araştırması, öğrenme yörüngelerinin matematiksel söylemin gelişiminde de kritik bir araç olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Ancak bu araştırma anaokulu ve ilkokul öğretmenleri ile yapılmıştır; alanyazında, yörüngelerin matematik öğretmenlerinin söylemlerinin gelişiminde nasıl bir rol oynadığına dair herhangi bir çalışma saptanmamıştır. Bu nedenle, matematik öğretmenleriyle yürütülecek araştırmaların, yörüngelerin söylemin gelişimine katkısını öğretmen perspektifinden ele alarak alanyazındaki bu boşluğun doldurulmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Diğer yandan, Wilson vd.'nin (2017) araştırmasının söylemdeki gelişim bağlamında, öğrenme yörüngelerinin öğrencilerin stratejilerini ve anlayışlarını daha derinlemesine analiz etmelerine olanak sağladığına ve öğrencilerin başarı ve zorluklarını daha net ifade etmelerine katkıda bulunduğuna ilişkin bulgular, fark etme ve söylem arasındaki bağlantıya dair varsayımlara kapı aralamaktadır. Bu doğrultuda, bu çalışmada öğrenme yörüngeleri aracılığıyla öğretmenin fark etme becerisinin yanı sıra matematiksel söyleminin de gelişeceği varsayılmıştır. Ayrıca alanyazında, öğretmenlerin oran-orantı konusundaki fark etme becerilerinin ve matematiksel söylemlerin gelişim sürecinin incelendiği bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu bağlamda, öğrenme yörüngelerinin fark

etme becerisine ve matematiksel söylemin gelişimine hangi noktalarda ve nasıl katkı sağladığını anlamanın, hem teorik hem de pratik açıdan öğretmen yetiştirme ile öğretmenin mesleki gelişim süreçleri konularında alanyazına önemli bir katkı sunacağı düşünülmektedir.

2.4 Oran ve Orantı

Oran ve orantı, matematiksel düşünmenin temel taşlarından biri olup, çarpımsal ilişkilerin anlaşılmasında kritik bir rol oynamaktadır. Bu kavramların öğrenciler tarafından anlaşılması, orantısal akıl yürütme gibi üst düzey düşünme becerilerinin gelişimine önemli katkılar sağlar. Aynı zamanda, oran ve orantı, geometri, cebir ve trigonometri gibi ileri düzey matematik konularında ve günlük yaşam problemlerinde geniş bir uygulama alanı bulmaktadır. Günlük yaşamda oranlar (Örneğin, hız, yoğunluk) ve orantı (Örneğin, haritalardaki ölçekler) yaygın olarak kullanıldığı için, bu kavramların erken yaşlardan itibaren doğru bir şekilde öğretilmesi büyük önem taşımaktadır. Bu nedenle matematik öğretim programları, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek ve matematiksel ilişkileri daha derinlemesine kavramalarını sağlamak amacıyla, bu kavramların doğru bir şekilde öğretilmesine özel bir vurgu yapmaktadır (Common Core Standards Writing Team, 2011, s. 1-15; Lobato vd., 2014; Olson vd., 2015; Karaca, 2019; Petit, 2020; Van De Walle, Karp, Lovin ve Bay-Williams, 2020, s. 435)

Oran ve orantının öğretiminde öğrencilerin kavramsal anlayışlarını geliştirmek için bazı kavramlar önemli rol oynamaktadır. Bunlardan biri denk oran (equivalent ratio) kavramıdır. Alanyazında Türkçe karşılığı olarak *eş oran*, *eşit oran* kavramları da kullanılan *denk oran* kavramı, oranların birbiriyle eşit olduğu durumları ifade eder. Denk oranların öğrencilerin oran kavramını anlamalarına yardımcı olduğu (Martinez ve Yeong, 2018); orantısal akıl yürütmenin gelişmesinde kritik öneme sahip olduğu; ortaokul öğretim programının ve daha sonraki yıllar için mihenk taşı olduğu belirtilmektedir (Lesh, Post ve Behr, 1988; Lamon, 1993; Lobato vd., 2014). Denk oran kavramına alanyazında pek çok araştırmacı (CCS Writing Team, 2011; Lobato vd., 2014; Olson vd., 2015, s. 53; Cengiz ve Rathouz, 2018; Martinez ve Ji Yeong, 2018; Adak ve Aliustaoğlu, 2020; Petit vd., 2020; Van de Walle vd., 2020) değinmiştir. Lamon (1993) denk oranların, oran-orantı problemlerinde, öğrencilerin mantıksal akıl yürütme yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağladığını ve kavramsal anlayışlarını derinleştirdiğini belirtmiştir.

Vergnaud (1983), denk oranların orantı problemlerinin çözümünde zihinsel bir araç olarak kullanıldığını ve bu kavramın, orantısal ilişkileri anlamada anahtar bir unsur olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla, denk oranların öğrencilere kazandırılması, oran orantı konusunun öğretiminde önemli olarak değerlendirilmektedir. Oran-orantı konusunun öğretiminde önemli yeri olan bir diğer kavram *birim orandır*. Birim oran (unit rate) “belirli bir niceliğin başka bir niceliğe göre ölçüldüğü bir oran türüdür ve ikinci miktar genellikle “1” olarak kabul edilir.”, diğer bir ifadeyle “karşılaştırmada ikinci niceliğin bir birim olduğu bir orandır.” (Jensen, 2018). Jensen (2018) öğrencilerin oranlar, oran türleri ve birim oranlar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlamalarının, bu kavramların derinlemesine öğrenilmesi için önemli olduğunu belirtmiştir. Lamon (1993), birim oranların orantısal düşünmenin kritik bir unsuru olduğunu ve öğrencilerin oran kavramlarını anlaması ile orantısal ilişkiler kurmasında temel bir rol oynadığını belirtmiştir.

Oran ve orantı problemlerinde farklı stratejiler kullanılmaktadır. Bunlar arasında içler-dışlar çarpımı, birim oran, denk kesir, değişim çarpanı, denklik sınıfı stratejisi, toplamsal ilişki stratejisi, ters orantı algoritması, artırma stratejisi, oran tablosu, şerit diyagramları, çift sayı doğrusu, gibi yöntemler bulunmaktadır. Bunlardan, en yaygın kullanılan stratejiler ise içler-dışlar çarpımı, birim oran ve değişim çarpanı stratejileridir (Duartepe, Akkuş-Çıkla ve Kayhan, 2005; Kayhan, 2005; Avcu ve Doğan, 2014; Van de Walle vd., 2020; Petit vd., 2020; Pişkin-Tunç, 2020). *İçler-dışlar çarpımı stratejisi*, özellikle bilinmeyen değeri bulmaya yönelik problemlerde yaygın olarak kullanılan bir yöntem olup bu stratejinin genellikle mekanik bir şekilde uygulanarak anlamdan yoksun öğrenmelere yol açtığı belirtilmekte ve öğretmenlerin önce öğrencilerin kavramsal ve sezgisel stratejilerle deneyim kazanmalarını sağlaması gerektiği belirtilmektedir (Kayhan, 2005; Avcu ve Doğan, 2014). *Birim oran stratejisi*, öğrencilerin bir birim üzerinden kıyaslama yaparak orantıyı çözmesine dayanır. Bu yöntem, sayısal karşılaştırma sorularında yaygın olarak kullanılırken, kavramsal anlamayı da desteklemektedir (Duartepe vd., 2005). *Değişim çarpanı stratejisi*, miktarlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi belirlerken, denk kesir stratejisi, oranları eşit kesirler şeklinde düzenleyerek çözüm sunmaktadır (Pişkin-Tunç, 2020)

Oran tabloları, şerit diyagramları ve çift sayılar doğrusu için ise hem birer strateji hem de görsel temsil olarak değinilmektedir. Bu tür araçlar, kavramları somutlaştırarak

öğrencilerin oran ilişkileri daha iyi anlamalarını sağlar (Cengiz ve Rathouz, 2018; Petit vd., 2020; Van de Walle vd., 2020). Van de Walle vd. (2020, s.449), oran tabloları, şerit diyagramları, çift sayı doğruları ile başlanarak daha sonra soyut ve daha az sezgisel olan çapraz çarpım stratejisine geçilmesini önermektedir. Petit vd. (2020), oran tabloları, şerit diyagramları, çift sayı doğruları, koordinat düzlemleri ve denklemlerin, oran ve orantı kavramlarını derinleştirmek için önemli görsel temsiller olduğunu belirtmiştir. Carraher (2021), sayı doğrusunun oranları somutlaştırmada ve karşılaştırmada etkili olduğunu, kartezyen düzlemin ise oranların iki boyutlu olarak temsil edilmesine olanak sağlayarak daha somut kavrayışlar geliştirdiğini vurgulamıştır. Cengiz ve Rathouz (2018), çift sayı doğruları, şerit diyagramları ve oran tabloları kullanmanın öğretmen adaylarının oran ilişkilerini anlamalarına katkı sağladığını ifade etmiştir. Kastberg, D'Ambrosio, Lynch-Davis, Mintos ve Krawczyk (2014), grafiklerin, oran ve orantı kavramlarının farklı bağlamlarda görselleştirilmesine ve eğim gibi matematiksel kavramların anlamlandırılmasına olanak tanıdığını belirtmiştir.

Oran ve orantı konusunda öğrencilerin karşılaştığı birtakım zorluklar ve kavram yanlışları vardır. Bunlar arasında toplamsal ve çarpımsal ilişkilerin karıştırılması, oranı verilen ölçümlerin gerçek miktarlarını bulamamama, denk oranları fark edememe, iki çokluk arasında ilişki kuramama, orantısal olan ve olmayan durumları ayıramama, oran ve kesir kavramlarının birbirine karıştırma yer almaktadır (Clark vd., 2003; Adak ve Aliustaoglu, 2020; Petit vd., 2020). Bu zorluklar bağlamında oran ve orantı süreçleri çarpımsal ilişkilere dayanırken, öğrenciler sıklıkla bu tür durumlara toplamsal stratejilerle yaklaşmakta ve çarpımsal ilişki kurmaları gereken yerlerde toplamsal ilişki kurmaya yönelebilmektedirler (Adak ve Aliustaoglu, 2020; Petit vd., 2020, s. 30).

Diğer bir zorluk oran ve kesir kavramlarının ilişkisine yöneliktir. Clark vd., (2003) bu ilişkiye yönelik alanyazındaki farklı görüşlere değinmiştir. Bunlar: oran ve kesir kesişen iki küme, ayrık iki küme, eş kümeler, oranlar kesirleri kapsar veya kesirler oranları kapsar şeklindedir. Genel olarak, kesişen kümeler yaklaşımının en çok kabul gören yaklaşım olduğu anlaşılmaktadır (Clark vd., 2003; Ben-Chaim vd., 2012; Petit vd., 2020). Lamon (2020) ve Lobato vd. (2014) bu iki kavramın birbiriyle ilişkili olduğu, ancak kesinlikle birbirinin yerine geçmeyecek şekilde anlaşılması ve farklılıklarına değinilmesi gerektiğini belirtmektedirler. Kesir ve oran arasındaki bazı farklılıklar: kesirlerin genellikle bir parça-bütün ilişkisini ifade ederken, oranlar parça parça ilişkisi de

içerebiliyor olması; kesirler daha çok bir sayıyı temsil ederken (Örneğin, $3/4$), oranlar bir ilişkiyi temsil eder (Örneğin, $3:4$ oranı iki miktar arasındaki ilişkiyi gösterir); kesirler sayı doğrusunda ifade edilebilirken, oranlar çift sayı doğrusu veya koordinat düzlemi gibi iki boyutlu yapıda olması gibi (Clark vd. 2003; Lamon, 2020; Petit vd., 2020). Benzerlikleriyle ilgili olarak ise her iki kavram da bölme işlemiyle ilgilidir, kesirlerde bir bütünün bölünmesi söz konusuysa, oranlarda iki farklı nicelik arasındaki bölme işlemi kullanılır (Lamon, 2020). Bu iki kavram arasındaki ilişkinin doğru anlaşılabilmesi farklı kavramlarda da yanlış anlamalara sebep olabilir. Örneğin, birim oranların, payında 1 olan birim kesirlerle karıştırılmaması gerektiği belirtilmiştir (CCSWT, 2011, s. 13). Birim oranın iki nicelikten herhangi birinin 1 olduğu bir oranı ifade ederken ($a:b$ oranı için $1/(1:b)$ veya $(a:b)/1$ şeklinde iki farklı şekilde); birim kesir yalnızca payında 1 bulunan kesirleri ifade ettiğini dolayısıyla farklı bir matematiksel kavrama işaret ettiğini vurgulamaktadır.

Araştırmacılar oran ve kesir kavramlarının öğretmenler ve öğrenciler tarafından sıkça karıştırıldığını belirtmektedirler (Johnson vd., 1984; Behr vd., 1992; Cramer vd., 1993; Lamon, 1993; 2020; Kaput ve West, 1994; Clark vd., 2003; Petit vd., 2020). Confrey ve Carrejo (2005), bu kavramların farklı matematiksel bağlamlarda kullanımları yeterince vurgulanmadığı için öğrencilerin, oran ve kesirlerin birbirine olan bağlantısını anlamakta zorlandığını; öğretmenlerin bu kavramları ayrı ayrı değil, birbirleriyle ilişkili olarak öğretilmesi gerektiğini ve oran ve kesirlerin görsel temsilleri ve iki boyutlu yapılarını vurgulayan öğretim materyalleri kullanılmasını önermiştir. Clark vd. (2003), bu ilişkinin ders materyallerinde açıkça vurgulanmasının ve farklı bağlamlarla desteklenmesinin önemine değinmiş; öğretmenlerin bu ilişkiyi açıklamak için daha net yöntemler geliştirmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Lamon (1993) da benzer şekilde bu iki kavram arasındaki ilişkiyi daha net bir şekilde açıklayan öğretim materyalleri geliştirilmesini ve öğrencilerin bu iki kavram arasındaki bağlantıları kurmasına yardımcı olacak öğretim stratejilerinin kullanılmasını önermiştir.

Kesir oran ilişkisinde yaşanan zorluğun bir diğer nedeni de oran ile kesir kavramlarının benzer formda gösterilebiliyor olmasıdır (Petit vd., 2020). Araştırmacılar oran kavramı ile ilgili olarak, kesir sembolü kullanmanın avantajlarından bahsetmekle birlikte sürekli ve yalnızca kesir sembolü kullanmanın dezavantajları olduğuna da değinmişlerdir. Petit vd. (2020), oranların yalnızca kesir formunda ifade edilmesinin bağlamın gözden

kaçırılmasına ve öğrencilerin oran kavramını anlamakta zorluk çekmesine neden olabileceğini belirtmişlerdir. Clark vd. (2003), kesirlerin oranları ifade etmek için ortak bir dil ve sembolik araç olarak işlev gördüğünü, oranların rasyonel sayılar bağlamında ifade edilmesine ve bu bağlamda anlaşılabilir hale gelmesine katkı sağladığını ancak, oranların yalnızca kesir notasyonu ile sunulmasının, öğrencilerin oran kavramını bağlamından kopararak bu kavramı yalnızca sayısal işlemlerle sınırlı bir şekilde anlamalarına ve oranların matematiksel bağlamda doğru anlamlandırılmasında zorluklara neden olabileceğine dikkat çekmişlerdir (s. 299–302, 305). Ben-Chaim vd. (2012, s.25-26), ise ilk bakışta oranın farklı ifadelerinin (kesir sembolü, iki nokta, sözel ifadesi) aynı durumu ifade ettiği düşünülse de matematiksel olarak her birinin farklı bir vurgu sunduğunu, kesir formunun, oranda verilen ilişkinin rasyonel sayı olarak tanımlanabileceğini vurguladığını ifade etmektedir. Tüm bu araştırmalar, öğretimde oran kavramının sürekli ve sadece kesir sembolü kullanılarak gösterilmemesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Bu araştırmanın gerçekleştirildiği eğitim öğretim yılında uygulanan Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) oran ve orantı konularına 6 ve 7. Sınıflarda toplam 30 ders saati yer verilmiştir. 6. Sınıfta oran oluşturmaya, 7. Sınıfta ise orantıda bilinmeyi bulmaya odaklanılmıştır. 6. Sınıfta oran yazma, oran çeşitleri; 7. Sınıfta ise doğru ve ters orantı türleri, orantısal olan olmayan durumlar, orantıda bilinmeyi bulma konularına yönelik kazanımlar yer almaktadır. Kazanımlarda denk oran, kavramı yer almamaktadır. Birim oran kavramına da terim olarak yer verilmemiş ancak M.7.1.4.1 numaralı kazanım ile dolaylı olarak yer verilmiştir.

2.4.1 Oran ve orantı konusu üzerine öğretmenlerle yapılan araştırmalar

Oran ve orantı konusuyla ilgili öğretmenler ile yapılan araştırmalar, öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinde eksiklikler olduğunu (Doğruel ve Karakuş, 2022; Şen, 2022; Altundağ, 2023), en sık içler-dışlar çarpımı stratejisini kullandıklarını, kavramsal bilgidен ziyade işlemsel bilgiye sahip olduklarını (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Şen, 2022; Altundağ, 2023), toplamsal ilişki kurma ve orantısal olan/olmayan durumları karıştırma gibi kavram yanlışları yaşayabildiklerini (Doğruel ve Karakuş, 2022) veya oran ve kesir kavramlarını karıştırma gibi zorluklar yaşayabildiklerini (Altundağ, 2023) ortaya koymaktadır. Bununla birlikte, mesleki gelişim programlarının bu yanlışların azaltılmasında etkili olabildiği de belirtilmiştir (Pişkin-Tunç ve Çakıroğlu, 2022).

Akkuş-Çıkla ve Duatepe (2002) öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeteneklerini araştırmışlardır. Araştırma, 12 ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütülmüş nitel bir çalışmadır. Adayların matematik bilgileri, oran-orantı problemlerine yaklaşımlarını ve kavramsal bilgi düzeyleri 3 bölümden oluşan bir araç ile ölçülmüştür. Ölçme aracı 3 bölümden oluşmuştur: iki farklı büyüklüğü karşılaştırmayı içeren sorular, iki miktarın ilişkisini bulmayı gerektiren sorular, şekillerin benzerliği üzerine düşünmeyi içeren sorular. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının çoğunlukla işlemsel becerilere sahip olduğunu, ancak kavramsal bilgi açısından eksiklikler gösterdiğini ortaya koymuştur. İçer-dışlar çarpımı gibi yaygın stratejiler, ezbere dayalı bir bilgiyle uygulanmış ve adayların kavramsal temeli anlamaktan uzak olduğunu göstermiştir. Ayrıca, adayların oran ve orantı kavramlarını tanımlama ve günlük hayatta bu kavramların kullanımına dair somut örnekler sunma konusunda yetersiz oldukları görülmüştür. Kavramsal bilgi eksikliği, adayların strateji seçimi ve problem çözme becerilerini sınırlamıştır.

Doğruel (2019) yüksek lisans tezinde ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin PAB ve meslekteki deneyim süresinin etkilerini karma yöntemle incelemiştir. Öğretmenin PAB'ı Ball vd.'nin (2008) öğretmen bilgisi modeli temel alınarak incelenmiştir. Öncelikle 14 sorudan oluşan bir anket 90 öğretmene uygulanmış, ardından gönüllü 13 öğretmenle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır, bunlardan 6 öğretmenin dersleri gözlemlenmiş, ardından yapılandırılmamış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Veriler içerik analizi ile incelenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğretmenlerin Genel Alan Bilgisi (GAB) düzeylerinin genellikle yeterli olduğu, ancak oran tanımında önemli sorunlarla karşılaşıldığı tespit edilmiştir. Özel Alan Bilgisi (ÖAB) düzeylerinin yetersiz olduğu ve öğretmenlerin çoğunlukla kural temelli ve teorik açıklamalara yöneldiği gözlenmiştir. Öğretim ve Alan Bilgisi (ÖTAB) bileşenindeki eksiklikler, öğretim stratejilerinin öğrenci merkezli bir yaklaşımdan uzak olduğunu ortaya koymaktadır. Mesleki deneyim süresi arttıkça GAB, ÖgAB ve ÖTAB düzeylerinde düşüş; ancak ÖAB düzeyinde artış olduğu belirlenmiştir. Oran ve orantı konusuna ilişkin PAB yeterliliklerinin genel olarak düşük olduğu; öğretmenlerin oran tanımını yapmakta ve yanlış öğrenci cevaplarını açıklamakta güçlük çektikleri anlaşılmıştır. Mesleki deneyim sürecinin PAB üzerindeki etkisinin karmaşık bir yapıya sahip olduğu görülmüş; deneyimli öğretmenlerin bazı alanlarda daha başarılı oldukları, ancak diğer alanlarda yetersizliklerinin bulunduğu saptanmıştır. Bu doğrultuda, öğretmenlerin oran ve orantı

konusundaki pedagojik alan bilgilerini geliştirmek için hizmet içi eēitim programlarının düzenlenmesi önerilmiştir.

Doēruel ve Karakuş (2022), ortaokul matematik ēretmenlerinin oran ve orantı konusundaki GAB ve AB'lerinin meslekteki deneyim sürelerine göre fenomenografik bir desenle incelemişlerdir. Veriler, ēretim programındaki kazanımlara ve alanyazındaki kavram yanılgılarına dayalı dört açık uçlu sorudan oluşan bir anket aracılıēıyla toplanmıştır. Anket, 90 ēretmene uygulanmış, ardından 13 gönüllü ēretmenle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda ēretmenlerin GAB'lerinin yeterli düzeyde olduēu; ancak AB'lerinde eksiklikler bulunduēu saptanmıştır. Bu baēlamda, ēretmenlerin genellikle orantısız ve orantısız olmayan durumları ayırt etmede başarılı oldukları; oran kavramını tanımlama, kesirler ve oranlar arasındaki ilişkinin açıklama konularında bilgi eksiklikleri olduēu görülmüş; toplamsal ve çarpımsal ilişkilerin ayırımında bazı ēretmenlerin yanılgılar yařadıēı tespit edilmiştir. İki oranın denkliēini belirlemede ēretmenlerin oēu içer-dışlar çarpımı stratejini kullanmış, bazıları ise genişletme-sadeleştirme ile, bir kısmı kesir olarak deēerlendirmiř, diēerleri ise pay ve payda arasındaki oranı inceleyerek sonuca ulaşmıştır. Meslekteki deneyim süresi arttıkça bazı alanlarda bilgi düzeyinin arttıēı; ancak temel kavramlarla ilgili yanlış anlamaların srdēu belirlenmiştir. ēretmenlerin AB'lerindeki eksikliklerin giderilmesi için hizmet içi eēitim programlarının uygulanması önerilmiştir.

şahin ve Karakuş (2023), ortaokul matematik ēretmenlerinin oran-orantı konusunu işlerken tercih ettikleri örneklerin belirlenme süreçlerini, dersin farklı aşamalarında tercih ettikleri örnek türlerini ve bu örnekleri temin ettikleri kaynakları incelemiştir. Araştırmaya 97 matematik ēretmeni katılmış, veriler anket ve görüşme ile toplanmıştır. Bulgular, ēretmenlerin örnek seçiminde en çok günlük hayatla ilişkili (%60) ve ērencilerin n bilgisine uygun (%49) rneklerle öncelik verdiēini, mesleki kıdem arttıkça geleneksel kaynaklara (rneēin, ders kitapları) yönelimin artarken diēital kaynak kullanımının azaldıēını ortaya koymuştur. Dersin başlangıcında daha basit ve somut günlük yaşam örnekleri tercih edilirken, süreçte kavramların daha derinlemesine anlaşılması için kolaydan zora doēru bir yaklaşım benimsenmiş, ders sonunda ise tekrar ve st düzey düşünme becerileri kazandırmaya yönelik örneklerle aēırlık verilmiştir. ēretmenlerin oēunlukla yardımcı materyaller ve ders kitaplarından faydalandıkları, deneyim arttıkça kendi oluşturdukları örnekleri daha sık kullandıkları tespit edilmiştir.

Altundağ (2023), yüksek lisans tezinde ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğretmen adaylarının ve 7. sınıf öğrencilerinin kesir, rasyonel sayı ve oran kavramlarını nasıl tanımladığını incelemiştir. Bu kapsamda 108 öğrenci, 5 öğretmen ve 56 öğretmen adayı ile nitel bir araştırma yürütmüştür. Veriler kavram eşleştirme testleri ve görüşmeler ile toplanmış, verileri içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, katılımcıların bu üç temel kavram arasında belirgin bilgi eksiklikleri yaşadığını ve kavram yanlışları olduğunu göstermiş ve kavramların birbirine karıştırılabildiğini ve yanlış tanımlamalarla ele alındığını ortaya koymuştur. Öğretmen ve öğretmen adaylarının, bu kavramları tanımlarken ve aralarındaki ilişkiyi açıklarken pedagojik ve alan bilgilerinde eksiklikler olduğu tespit edilmiştir. Oran kavramını genellikle işlem temelli yaklaşımlarla ele aldıkları, kavramsal anlamda ise yetersiz kaldıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca, oran ile rasyonel sayı kavramlarını sık sık karıştırdıkları, kavramı ezberlenmiş prosedürlerle (Örneğin, içler-dışlar çarpımı) açıklama eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu bulgular hem öğretim süreçlerinde hem de problem çözme yaklaşımlarında sınırlayıcı bir faktör olarak ortaya konmuştur. Araştırmanın sonuçları, işlem odaklı yaklaşımların bu eksikliği daha da pekiştirdiği, öğretim süreçlerinde bu kavramların daha derinlemesine ele alınması ve kavramlar arası ilişkilerin daha net bir şekilde vurgulanması gerektiğine işaret etmiştir. Araştırmacı, bu kavramların benzerlikleri ile farklılıklarının açık bir şekilde ifade edilmesini, yaygın kavram yanlışlarını ele alan eğitim materyallerinin geliştirilmesini, oran kavramı ve ilişkili diğer kavramların öğretime odaklanan mesleki gelişim programlarının düzenlenmesini önermektedir.

Pişkin-Tunç ve Çakıroğlu (2022) ortaokul matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerindeki ilerlemeyi, uygulama temelli bir öğretim modeli kullanarak araştırmışlardır. Araştırma kapsamında, öğretmen adaylarının orantısal problemleri çözme stratejileri ve orantısal durumlar ile orantısal olmayan durumları ayırt etme yetenekleri, öğretim öncesi ve sonrası olmak üzere karşılaştırılmıştır. Araştırma, nitel bir yaklaşımla tasarlanmış olup, veriler Orantısal Akıl Yürütme Testi, görüşmeler ve ders gözlemleri ile toplanmıştır. Öğretim orantısal-orantısal olmayan durumları içeren matematiksel görevler, öğrenci çalışmalarının analizi, video kayıtlarının incelenmesi ve öğretim uygulamalarının tartışılması gibi etkinlikleri içermiştir. Bulgular, öğretim öncesinde öğretmen adaylarının genellikle cebirsel prosedürlere dayalı, sınırlı strateji kullandığını (içler-dışlar çarpımı) ve anlamlı açıklamalardan yoksun olduğunu, ancak

öğretim sonrasında, daha geniş bir strateji yelpazesi geliştirdiklerini, informal stratejilere yöneldiklerini ve orantısal durumları daha derinlemesine analiz edebildiklerini göstermiştir. Ayrıca, eğitim süreci sonunda katılımcıların bazı yaygın kavram yanlışlarının (tüm doğrusal ilişkilerin orantılı olduğu, toplamsal strateji ile problem çözme, orantısal olmayan durumları ayırt etme zorluğu gibi) büyük ölçüde azaldığı ve daha esnek problem çözme yaklaşımlarını (Örneğin, toplamsal stratejiler yerine değişim çarpanı ve birim oran) benimsedikleri saptanmıştır.

Şen (2022), ortaokul matematik öğretmenlerin oran orantı konusundaki alan ve öğretme bilgilerini (Ball vd., 2008) incelemiştir. Araştırma çoklu durum desen kullanılarak, 36 ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Veriler, dokuz soru içeren yarı yapılandırılmış görüşmelerle toplanmış ve betimsel şekilde analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin oran-orantı konusuna giriş yaparken gerçek yaşamla ilişkili örnekler sunmalarına rağmen, öğrencilerin ön bilgilerini değerlendirmede yetersiz kaldıklarını ortaya koymuştur. Oran ve orantı konusundaki problem çözme stratejileri bilgilerinin sınırlı olduğu (içler-dışlar çarpımı: %83; birim oran: %17; değişim çarpanı: %3); öğrencilerin zorlandığı ve kavram yanlışlığı yaşadığı durumlar hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları (bilgi yok: %61; toplamsal düşünme: %39; ters orantı: %14) saptanmıştır. Öğretmenlerin konuyu diğer disiplinlerle ilişkilendirmeye yönelik farkındalıkları bulunmasına rağmen, öğretimlerinde yeterince ilişkilendirme yapmadıkları belirlenmiştir.

Bu araştırma, oran ve orantı konusunda geliştirilmiş olan öğrenme yörüngeleri kullanılarak uygulanan bir MGP ile matematik öğretmenin, öğrencilerin oran-orantı konusundaki matematiksel düşüncelerini fark etme becerisinin ve matematiksel söylemlerinin gelişeceği varsayımı ile yapılandırılmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde, öncelikle araştırmanın yaklaşımı, katılımcılar ve araştırma ortamı, ardından uygulama, veri toplama ve analiz süreçleri, son olarak araştırmacının rolü, geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ile etik hususlar detaylı olarak açıklanmıştır.

3.1 Araştırmanın Yaklaşımı ve Deseni

3.1.1 Araştırmanın Yaklaşımı

Bu araştırma, *yorumlayıcı/yapılandırmacı* paradigma benimsenerek *nitel* bir yaklaşımla tasarlanmıştır. Yapılandırmacı paradigma bireylerin deneyimlerini, algılarını ve bu deneyimler üzerinden anlam inşa etme süreçlerini merkeze alır (Creswell, 2013, 22-25; 2017). Yorumlayıcı paradigma ise, gözlemciden bağımsız bir nesnel gerçekliğin varlığını reddeder ve gerçekliği, bireylerin etkileşimleriyle inşa edilen bir olgu olarak; bu gerçekliğe dair bilgiyi ise, bu inşa sürecinin bir ürünü olarak ele alır. Bu yönüyle, yapılandırmacılık veya sosyal yapılandırmacılık olarak da adlandırılabilir (Creswell, 2013; 2017; Merriam, 2018). Yorumlayıcı/yapılandırmacı paradigma, gerçeğin bireylerin anlamlandırmalarıyla şekillendiğini ve bu sürecin, onu oluşturan bireylerden ayrı düşünülemeyeceğini savunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 65).

Bu araştırmada yorumlayıcı/yapılandırmacı paradigmanın benimsenme nedeni, öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerindeki gelişimin, keşfedilmeyi bekleyen sabit bir gerçeklikten ziyade, araştırmanın uygulama süreci boyunca şekillenecek olan dinamik bir olgu olarak değerlendirilmesidir. Ayrıca bu gelişimin inşa edilen bir süreç olduğu ve yalnızca gözlemlenen çıktılar üzerinden değil, bu gelişimin altında yatan anlamlandırma süreçleriyle birlikte ele alınması gerektiği düşünülmektedir. Yorumlayıcı/yapılandırmacı paradigma çerçevesinde nitel bir yaklaşım benimsenmesinin nedeni, nitel araştırmaların doğasının bu paradigmayla örtüşmesidir. Nitel araştırmalar, bu paradigmanın temel ilkelerine uygun olarak, insan davranışlarını, düşüncelerini ve deneyimlerini anlamaya ve yorumlamaya yönelik güçlü bir çerçeve sunar. Anlam ve anlamlandırma süreçlerini merkeze alan nitel araştırmalar, araştırmacının başlıca veri toplama aracı olduğu, katılımcılarla yakın temas halinde yürütülen, genellikle tümevarımsal bir süreç izleyen, zengin betimlemeler sunan, çalışmanın değişen koşullarına yönelik esnek bir yaklaşımı benimser (Merriam, 2018, s. 3-17).

Bu araştırmada da üretmenin fark etme becerisi ile matematiksel söylemlerindeki gelişim süreçlerinin, öğrenme yörüngelerinin rolü bağlamında detaylı bir şekilde incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu çerçevede, öğretmenin gelişimini anlamak için gözlem ve görüşmeler yoluyla ayrıntılı veri toplanması, uygulama süresi boyunca öğretmenle uzun süreli ve yakın temas sağlanması, gelişim sürecinin detaylı şekilde analiz edilmesi gerekli görülmektedir. Ayrıca nitel araştırmaların sunduğu esneklik, bu araştırmanın dinamik doğasına uyum sağladığı ve öğretmenin gelişiminin farklı aşamalarını zengin betimlemelerle ortaya koyma olanağı sunduğu için tercih edilmiştir.

3.1.2 Öğretmen gelişim deneyi (ÖGD)

Bu araştırmada 'Öğretmen Gelişim Deneyi' (ÖGD) yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen Gelişim Deneyi (ÖGD) matematik ğretmenlerinin gelişimini anlamayı ve desteklemeyi amaçlayan Martin A. Simon (2000) tarafından geliştirilmiş nitel bir araştırma yöntemidir. ÖGD, yapılandırmacı ğretim deneyi ile sınıf ğretim deneyi yaklaşımlarının bir uyarlaması ve uzantısı olarak matematik ğretmenlerinin gelişimini incelemek amacıyla geliştirilmiştir (Simon, 2000). Öğretim deneyi, özel tasarlanmış bir ortamda, öğrencilerin matematiksel bilgilerinin nasıl geliştiğine odaklanırken, ÖGD ğretmen veya ğretmen adaylarının gelişimine odaklanır.

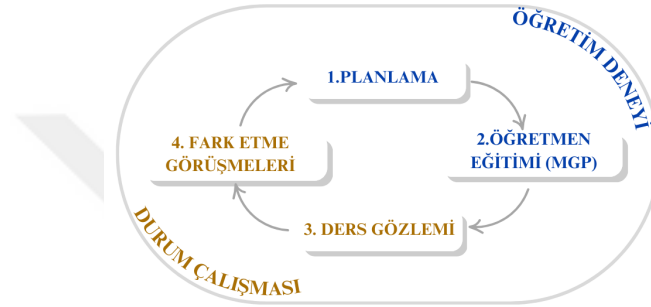
ÖGD’de ğretim deneyi (*teaching experiment*) ve durum çalışması (*case study*) yöntemleri birlikte kullanılır. Öğretim deneyleri, matematik öğretmenlerine yönelik derslerde yürütülen ğretim deneylerini içermektedir. Araştırmacı-ğitmen, ders etkinlikleri aracılığıyla öğretmenlerin gelişimini teşvik eder. Dersler arasında önceki oturumları analizi ve sonraki dersler için öğretimsel müdahaleler planlanır. Durum çalışması, öğretmenlerin sınıf içindeki gelişim süreçlerini incelemek amacıyla geleneksel durum çalışması metodolojisini (Stake, 1978) benimsemekte, ancak ÖGD'nin gelişimsel yaklaşımına özgü bir farklılık içermektedir. Araştırmacı, ğretmenlerin derslerini gözlemleyip onlarla düzenli görüşmeler yaparak öğretme-öğrenme süreçlerini analiz etmekte ve öğretmenlere destek sunmaktadır. Bu süreçte, öğretmenlerin pedagojik kararları, matematiksel düşünme süreçleri ve öğrencilerle etkileşimleri derinlemesine incelenmekte, veriler video kayıtları ve ğretmen görüşmeleri yoluyla toplanmaktadır (Simon, 2000).

ÖGD kapsamında, alanında uzman araştırmacılardan oluşan bir ekip, öğretmenlerin mesleki gelişimini desteklemek ve incelemek amacıyla sürekli analiz ve müdahale içeren

bir süreç yürütmektedir. Bu süreçte öğretmenlerin gelişim süreçleri, gözlemler, görüşmeler ve sürekli analizlerle detaylı bir şekilde değerlendirilir. ÖGD, öğretmenlerin kendi sınıflarındaki uygulamalarını geliştirirken araştırmacılara da bu süreçleri anlama fırsatı sunar (Simon, 2000). Bu araştırmanın öğretmen gelişim deneyi döngüsü Şekil 3.1’de sunulmuştur.

Şekil 3.1

Araştırmanın Öğretmen Gelişim Deneyi Döngüsü



Şekil 3.1’de görüldüğü gibi bu araştırmada, ‘öğretim deneyi’ kapsamında, fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerini geliştirmek amacıyla, araştırmacı tarafından öğretmene öğrenme yörüngelerini içeren eğitimler yapılarak öğretmenin gelişimi desteklenmiştir. Diğer bir ifadeyle, öğrenme yörüngeleri, öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisini ve matematiksel söylemlerini destekleyeceği varsayılan bir araç olarak öğretim deneyi sürecine entegre edilmiştir. ‘Durum çalışması’ kapsamında ise öğretmenin bireysel olarak sınıf içindeki öğretimleri esas alınarak fark etme becerisi ve matematiksel söylemleri gözlem ve görüşmeler yoluyla incelenmiştir. Sürekli analizler yardımıyla, her döngü sonunda bir sonraki eğitim oturumunun planlaması gerçekleştirilmiştir.

Matematik öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerindeki gelişiminin incelenmesinin amaçlandığı bu araştırmada, öğretmenin gelişim sürecini desteklemeye ve anlamaya olanak tanıdığı için ÖGD yöntemi tercih edilmiştir. ÖGD’nin sunduğu dinamik ve döngüsel yapı, bu araştırmanın doğasına uygun olarak öğretmenin gelişimini bireysel ve bağlamsal olarak inceleme fırsatı sunmaktadır. Ayrıca ÖGD’nin sunduğu sürekli analiz ve müdahale içeren yapısı, öğretmenin gelişimini adım adım destekleyerek ve izleyerek, öğrenme yörüngelerinin bu gelişime nasıl katkıda bulunduğunu değerlendirmek için uygun bir çerçeve sunmaktadır.

3.2 Katılımcılar ve Araştırma Ortamı

3.2.1 Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcısı, 2021-2022 Eğitim-Öğretim Yılında Manisa ilindeki bir devlet okulunda görev yapan bir ortaokul matematik öğretmenidir. Katılımcı amaçlı örnekleme tekniklerinden *ölçüt örnekleme tekniği* kullanılarak belirlenmiştir. Ölçüt örnekleme tekniğinde, katılımcıların belirlenmesinde önceden belirlenen, tanımlanabilir bir ölçüt esas alınır (Patton, 1987’den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu çalışmada oran-orantı konulu öğrenme yörüngeleri kullanılacağı için, bu konunun, öğretim programında 6. ve 7. sınıf düzeylerinde yer alması göz önüne alınarak, öğretmenin bu sınıf düzeylerinde derse giriyor olması, daha açık bir ifadeyle ‘öğrenme yörüngelerindeki öğrenme hedeflerine yönelik sınıf düzeyinde derse giriyor olma’ temel ölçüt olarak belirlenmiştir.

Katılımcının belirlenmesi sürecinde yaklaşık dört farklı ortaokul ziyaret edilmiş ve toplamda yaklaşık 15 öğretmenle görüşülmüştür. Araştırmanın uzun süreli çaba gerektiren bir süreç olması dikkate alınarak, öğretmen eğitimlerine katılabilecek, öğrenmeye istekli, mesleki gelişime açık bir öğretmen, gönüllülük esasına dayalı olarak seçilmiştir. Manisa ilinin seçilme nedeni ise, araştırmanın uzun süreli ve kapsamlı veri toplama sürecini gerektirmesi ve araştırmacının burada yaşıyor olmasıdır. Ayrıca, her ilde aynı öğretim programının uygulanıyor olması da bu seçimi destekleyen bir diğer etkidir. Katılımcıya ait demografik bilgiler Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1

Katılımcının Demografik Bilgileri

Yaş	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Mezun Olduğu Fakülte/Bölüm	Mesleki Deneyimi
39	Kadın	Lisans	Eğitim Fakültesi/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği	16 yıl

Katılımcı, İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programını tamamlamış ve 16 yıllık öğretmenlik deneyimine sahiptir. Şu an görev yaptığı kurumda beş yıldır çalışmakta ve ortaokulun farklı kademelerinde (5., 6., 7. ve 8. sınıflar) matematik dersi vermektedir. Öğretmenlik rolünün yanı sıra, kurumunda matematik eğitimiyle ilgili ulusal ve uluslararası projelerde aktif görev alan, öğrencilerini olimpiyat yarışmalarına hazırlayan mesleki gelişime açık bir öğretmendir. Öğretmen daha önce herhangi bir bilimsel

araştırmada katılımcı olarak yer almamıştır, bu nedenle araştırma süreci, gözlem, görüşmeler öğretmen için yeni bir deneyim oluşturmaktadır. Öğretmenin, araştırma kapsamında MGP ile öğretilecek olan öğrenme yörüngeleri hakkında herhangi bilgisi yoktur. Bu araştırma öğretmenin, bu konu ile ilk karşılaşmasıdır. Araştırma öncesinde katılımcı öğretmene araştırma süreci hakkında bilgilendirme yapılmış ve katılımcıyı tanımak için detaylı ön görüşmeler yapılmıştır.

i. *Katılımcının matematik eğitimi ve matematik öğretimine yönelik düşünceleri:* Öğretmen matematiği disiplinli düşünme becerisini geliştiren, çocukların zihinsel gelişimine katkıda bulunan bir alan olarak değerlendirmektedir. Matematik eğitimi ve öğretiminin öğrenci merkezli, bireysel hız ve farklılıkları dikkate alan bir yaklaşımla yürütülmesi gerektiğini savunmaktadır. Bu anlamda matematik eğitiminde odak noktasının her öğrencinin kendi hızında ve seviyesinde öğrenmesine imkân tanıyan, farklı öğrenme biçimlerine olanak tanıyan bir yaklaşım olduğunu belirtmektedir. Ancak sınav odaklı beklentilere sahip dış faktörlerin, öğretimini sınırlandırdığını ve derinlemesine anlayış yerine daha çok sayıda soru çözmeye odaklandığını belirtmektedir. Öğretmen ayrıca matematik öğretiminde materyal kullanımı ile somutlaştırmanın önemine ve matematiğe yönelik düşük öz yeterlik algıları nedenleriyle derse katılımlarının az olmasına değinmiştir. Kısa vadeli hedefleri arasında eğitimde fırsat eşitliğini sağlamak ve LGS gibi önemli olarak ifade ettiği sınavlara hazırlık olduğunu belirtmiş; uzun vadeli hedeflerinin ise öğrencilerin matematiği sadece bir ders değil, eğlenceli ve zihin açıcı bir etkinlik olarak görmelerini sağlamak; yarışmalara katılımlarını teşvik etmek olduğunu belirtmiştir. Matematik öğretmenlerinin öğretimde dikkat etmesi gereken noktalar sorulduğunda ise öğrenci düşüncesine dikkat edilmesinin önemine şu sözlerle değinmiştir.

“Hani öğrenci bir şey çözdüğünü söyler mesela, ama hiç anlamazsınız onun ne demek istediğini. Aslında anladığımız zaman haklı olduğunu, çok farklı bir bakış açısının olduğunu konuya, o şekilde de çözülebileceğini, buna çok dikkat etmek gerektiğini düşünüyorum. Çünkü çocuğun hem kendi güvenini, çünkü o çocuk onu yapmış aslında başarmış, ama biz ona ‘Hayır o öyle değil böyle’ diyip aslında farklı bir, bizim yolumuza götürmeye çalışıyoruz sürekli” (18.02.2022)

ii. *Katılımcının öğretmen eğitimi ve mesleki gelişime yönelik düşünce ve bilgi kaynakları:* Öğretmen, lisans eğitiminde aldığı derslerin kendisine katkı sağladığını, ancak staj uygulamalarının öğretmenlik mesleğine hazırlamada yetersiz kaldığını düşünmektedir. Lisans eğitimi sırasında, matematiğe ve/veya matematik eğitimine ilişkin herhangi

faaliyete (kurs, seminer, çalıştay, sempozyum vb.) ise katılmamıştır. Mesleği sırasında katıldığı mesleki gelişim faaliyetleri kapsamında ise, MEB tarafından düzenlenen yüz yüze hizmet içi eğitimlerin yetersiz olduğunu ve etkili olmadığını belirtmiştir. Öğretmen, lisans eğitimi ve hizmet içi eğitimler dışında yararlandığı mesleki gelişim kaynakları ve kendini geliştirme yolları için internette kaynakları, zümre iş birliği ve katıldığı projeleri dile getirmiştir.

Öğretmen mesleğe yeni başladığında, öğretim programını yetiştirme, hızlı olma gibi nedenlerle kaygı duyduğunu ancak deneyim kazandıkça bu zorlukların üstesinden geldiğini ifade etmiştir. Ayrıca başlangıçta daha çok kendine odaklandığını şu sözlerle ifade etmiştir: “Göreve yeni başladığında önemli olan şeyin ‘benim nasıl anlattığım’ olduğunu düşünüyordum, o yüzden sürekli kendimi çırpınarak anlatırken buluyordum. Aslında öğrencilerin nasıl anladığının, o anda ne düşündüklerinin çok daha önemli olduğunu anladım.”. Şu an ise sınıf içinde matematik başarısı anlamında farklı seviyedeki öğrenciler arasındaki büyük farklılıklardan ötürü öğretiminde zorluk yaşadığını belirtmiştir.

iii. *Katılımcının öğretim uygulamalarına yönelik düşünceleri:* Öğretmen öğretimini belirleyen başlıca faktörlerin sınıfın genel matematiksel başarısı ve öğrenci beklentileri olduğunu belirtmiştir. Matematik becerisi yüksek, daha hızlı öğrenen sınıflarda akademik bilgiyi derinleştirmeye odaklanırken; diğer sınıflarda konunun daha çok üzerinde durarak, daha fazla anlatıma dayalı ders işlediğini belirtmiştir. Öğrenci beklentileri bağlamında ise lise giriş sınavına yönelik hedefleri olan öğrenciler için yeni nesil sorulara ağırlık verdiğini; meslek lisesi vb. liselere gitmeyi hedefleyen öğrencilere ise temel matematiği kazandırmaya çalıştığını belirtmiştir.

Öğretmen öğretimdeki hedefleri için öğrencilerin derse aktif katılımı ve kavramsal anlamalarını sağlamak olduğunu belirtmiştir. Bu amaçla, öğretiminde öğrencilerin izleyici konumundan işlem yapar konuma geçmelerini, düşünerek işlem yapmalarını, matematiksel kavramları anlayarak kendi yöntemlerini geliştirmelerini sağlamaya çalıştığını, hızlı ilerleyen öğrencilerin öğrenme sürecini kesintiye uğratmadan desteklemeye çalıştığını belirtmektedir.

Öğretimini ders öncesinde konuları ve etkinlikleri genel hatlarıyla zihninde planladığını, uygulamada ders kitaplarını temel aldığını; öğrencilerin anlama düzeylerini ise etkileşimli öğretimle ve ödev kontrolleriyle ders esnasında değerlendirdiğini belirtmiştir.

Öğrencilerin eksiklerini gidermede, zümre iş birliği ile belirledikleri kaynak kitaplar, ders kitabı, ek kaynaklar ve ödevlerden yararlanırken, ödevlerin ise titizlikle yapılmasını, kontrol edilmesini tamamlanmasını önemseydiğini belirtmiştir. Öğretiminde yalnızca 8. sınıf derslerinde grafik çizme gerektiren konularda temel düzeyde olmak üzere matematik yazılımı kullandığını belirtmiştir. Öğretmen bir dersinin verimli geçtiğini özellikle zayıf öğrencilerin derse katılımı ve olumlu tutumuyla anladığını belirtmektedir.

iv. *Katılımcının öğrencilerin matematiksel fikirleri hakkındaki düşünceleri:* Mesleğe yeni başladığında matematiğin bir yetenek meselesi olduğuna inandığını, ancak mesleki deneyimle birlikte öğrencilerin çaba göstererek matematikte başarılı olabileceklerine ve gelişim gösterebileceklerine inandığını belirtmektedir. Öğretmen öğrencilerin düşünce ve stratejilerine dikkat ettiğini, bunu özellikle onları dinleyerek ve söz hakkı vererek yaptığını ifade etmiştir. Bununla birlikte, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamamanın bazen zor olduğunu ifade etmiş ve bu süreçte özellikle çekingen ve bu nedenle düşüncesini ifade etmeyen öğrencilerin matematiksel potansiyellerini yeterince ortaya çıkaramadığını belirtmiştir. Bu noktada özellikle test odaklı sınavların öğrencilerin fikirlerini ifade etme fırsatını sınırladığını, klasik sorular içeren yazılı sınavların ise bu sorunu aşmada daha etkili olabileceğini düşünmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlamakta zorlanmasının diğer nedenleri hakkında ise öğrencilerin düşüncesini iyi ifade edememelerinden, matematik dilini yeterince iyi kullanamamalarından veya kendisinden kaynaklanabileceğini belirtmiştir. Bu durumlarda öğrenciyi tahtaya çıkararak çözüm sürecini gözlemlediğini, hatalısını söyleyerek öğrenciye geri bildirim verdiğini ifade etmiştir. Doğru bir yanıt/yaklaşımaya sahip öğrencileri ise başka yöntemler denemelerini teşvik ettiğini ifade etmiştir.

Öğrencilerin matematiksel hatalarını ve kavram yanılgılarını belirlemek için ödev kontrolleri, sınıftaki gözlemleri, soru-cevap ve kısa sınavlar gibi yöntemler kullandığını ifade etmiştir. Özellikle ondalık sayılarla çarpma ve bölme işlemleri, denklem kurma ve çözme, yüzde hesaplamaları ve doğrusal denklem grafiği konularının öğrenciler için zorlayıcı olduğunu belirtmiştir. Bu zorlukların temelinde, özellikle problem çözme sırasında verilen bilgilerin neyi ifade ettiğini anlayamama ve matematiksel kavramları yorumlama güçlüğü olduğunu düşünmektedir.

Öğretmen özellikle kendini ifade edemeyen veya matematikte zayıf olan öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlama konusunda kendini geliştirmek istediğini belirtmiş ve

öğretmenlerin, ders işleyişini zenginleştirecek, öğrencilere farklı bakış açıları kazandıracak ve öğrenmeyi kolaylaştıracak eğitimlere ihtiyaç duyduğunu belirtmiştir.

3.2.2 Araştırma Ortamı

Araştırma, Manisa il merkezinde yer alan, MEB'e bağlı bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Katılımcının görev yaptığı kurum olması nedeniyle araştırma bu okulda yürütülmüştür. Öğretmen eğitimleri ve görüşmeler, öğretmenin boş ders saatlerinde okulun 'EBA Destek Sınıfı' olarak adlandırılan dersliğinde yapılmıştır. Bu derslik eğitimler ve görüşmeler için gerekli fiziksel donanımına sahiptir ve gürültüden uzaktır. Öğretmenin gözlem yapılan ve video kaydı alınan dersleri, 7. sınıf bir derslikte gerçekleştirilmiştir. Bu sınıfta öğrenim gören öğrencilerin mevcudu 28 kişidir ve sınıf akademik başarı açısından heterojen bir dağılıma sahiptir.

3.3 Uygulama Süreci

Araştırmada öncelikle 2020-2021 eğitim öğretim yılı güz döneminde bir devlet okulunda görev yapan bir ortaokul matematik öğretmeni ile pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulama kapsamında, öğretmenle (i) ön görüşmeler ile (ii) bir araştırma döngüsü yürütülmüştür. Pilot çalışma sonucunda anlaşılmayan görüşme soruları düzenlenmiş ve araştırmanın amacı dışında olduğu düşünülen bazı sorular çıkarılmıştır. Araştırma sürecinin işleyişini öngörmek, veri toplama ve analiz süreçlerini test etmek amacıyla bir uygulama döngüsü gerçekleştirilmiş, bu döngü kapsamında makro analiz yapılmıştır. Araştırmanın nitel bir araştırma olması, katılımcıya ve bağlama özgü yapısı nedeniyle bir adet araştırma döngüsünün pilot uygulamasının yeterli olduğu düşünülmüştür.

Araştırmanın ana uygulaması, 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilmiştir. Uygulama sürecine ilişkin işlemler Tablo 3.2'de gösterilmiştir.

Tablo 3.2

Ana Uygulama Sürecinde Yapılan İşlemler

Kapsamı	MGP Öncesi	MGP Süreci	Toplam
<i>Öğretim deneyi</i>	-	8 eğitim oturumu Toplam 16 saat	8 eğitim oturumu Toplam 16 saat
<i>Durum çalışması</i>	4 ders saati gözlem 6 saat görüşme	16 ders saati gözlem 8 saat görüşme	20 ders saati gözlem 14 saat görüşme
Toplam süre	6 hafta	10 hafta	16 hafta

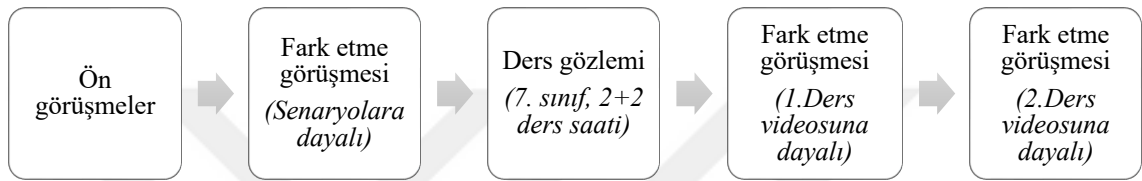
Tablo 3.2’de görüldüğü gibi, bu araştırma MGP öncesi altı hafta, MGP süreci ise 10 hafta olmak üzere toplam yaklaşık 16 hafta sürmüştür. Bu sürece ilişkin detaylı açıklamalar MGP öncesi ve MGP süreci olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

3.3.1 Mesleki gelişim programı (MGP) öncesi

MGP öncesinde araştırma kapsamında izlenen adımlar Şekil 3.2’de sunulmuştur.

Şekil 3.2

MGP Öncesinde İzlenen Adımlar



Şekil 3.2’de görüldüğü gibi, MGP öncesinde, katılımcı öğretmenin detaylı profilini oluşturmak, ardından öğretmenin MGP öncesindeki fark etme becerisini ve matematiksel söylemlerini belirlemek amacıyla gözlem ve görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmenin düşünce ve yaklaşımlarının, gelişimiyle ilgili daha geniş bir perspektif sunabileceği ve araştırma bulgularını yorumlamak için destekleyici bir rol oynayabileceği düşünülmüştür. Bu nedenle katılımcı ile detaylı ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda katılımcı öğretmen ile üç haftalık bir sürece yayılmış şekilde toplam yaklaşık 4 saatlik ön görüşme (Bkz. Tablo 3.3) gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler haftada bir veya iki defa olmak üzere, katılımcının okulda az dersinin olduğu günlerde ve yüz yüze olarak gerçekleştirilmiştir. Ön görüşmelerin *ilk adımında* öğretmenin demografik bilgileri, matematik eğitimi, mesleki gelişim, öğretim uygulamaları ve öğrencilerin düşüncelerine yönelik genel görüş ve yaklaşımları hakkında veri toplanmıştır. Bu veriler araştırmanın yöntem bölümünde katılımcı başlığı altında paylaşılmıştır. Ön görüşmelerin *ikinci adımında*, öğretmene araştırmaya esas olan oran orantı konusu özelinde olmak üzere, konuya, konunun programdaki yerine, konuyla ilgili öğretimine, öğrencilerin konuyla ilgili düşüncelerine yönelik sorular yöneltilmiştir. Bu görüşmelerden elde edilen veriler, MGP kapsamında yapılacak eğitimler için, öğretmenin oran orantı konusu hakkındaki yanıtları MGP öncesinde matematiksel söylemlerine ilişkin, verilerin analizi ve bulguların yorumlanması sürecinde katkı sağlamıştır. Ön görüşmelerin zamana yayılmasının amacı içeriğinin yoğun olmasının yanı sıra katılımcının araştırmacıya ve

araştırma sürecine alışması böylelikle düşüncelerini zamanla daha rahat ve şeffaf bir şekilde ifade edebilmesini sağlamaktır. Oran-orantı konusu özelindeki görüşmeler uzun olması nedeniyle iki ayrı oturumda gerçekleştirilmiş, ancak öğretmenin konu alanı özelinde olası bir hazırlık yapmasının önüne geçmek için ancak art arda iki günde gerçekleştirilmiştir.

Ön görüşmelerin ardından, MGP öncesinde, öğretmenin mevcut fark etme becerisini ve söylemlerini incelemek için ders gözlemleri ve görüşmeler yapılmıştır. Öncelikle öğretmenle biri senaryolar üzerinden, ikisi ders videoları üzerinden olmak üzere toplam üç fark etme görüşmesi yapılmıştır. Fark etme görüşmelerine esas olan ders videoları, öğretmenin 7. sınıf düzeyinde oran-orantı konularının işlendiği derslerine aittir. Ders videoları üzerinden fark etme görüşmeleri yapılmış, videoların transkriptleri üzerinden öğretmenin söylemleri incelenmiştir. Bu süreçle ilişkin detaylı uygulama takvimi Tablo 3.3'te sunulmuştur.

Tablo 3.3

MGP Öncesine İlişkin Uygulama Takvimi

Hafta	Tarih Aralığı	Yapılan çalışma	Kapsamı	Amacı	Süresi
1	14.02-18.02	Ön görüşme-1	Demografik bilgiler, Düşünce ve yaklaşımlar (<i>Matematik eğitimi ve mesleki gelişime yönelik</i>)	Katılımcı profili	1 gün, tek oturum, 50 dk
2	21.02-25.02	Ön görüşme-2	Düşünce ve yaklaşımlar (<i>Öğretim uygulamaları ve öğrenci düşüncesine yönelik</i>)	Katılımcı profili	1 gün, tek oturum, 50 dk
3	28.03-04.03	Ön görüşme-3	Oran-orantı konusu özelinde (<i>Konu, öğretim, program ve öğrenci düşüncesine yönelik</i>)	Katılımcı profili, MS	2 gün, 4 oturum, yaklaşık 2,5 sa
4	07.03-11.03	Görüşme-1	Senaryolara dayalı	FE	1 oturum, yarım saat
		Ders gözlemi-1	7.sınıf, Oran-orantı konusu	MS	2 ders saati
5	14.03-18.03	Görüşme- 2	1.Ders gözlem videosuna dayalı	FE	1 oturum, yarım saat
		Ders gözlemi-2	7.sınıf, Oran-orantı konusu	MS	2 ders saati
6	21-03 25.03	Görüşme-3	2. Ders gözlem videosuna dayalı	FE	1 oturum, yarım saat
TOPLAM					4 ders gözlem 6 saat görüşme

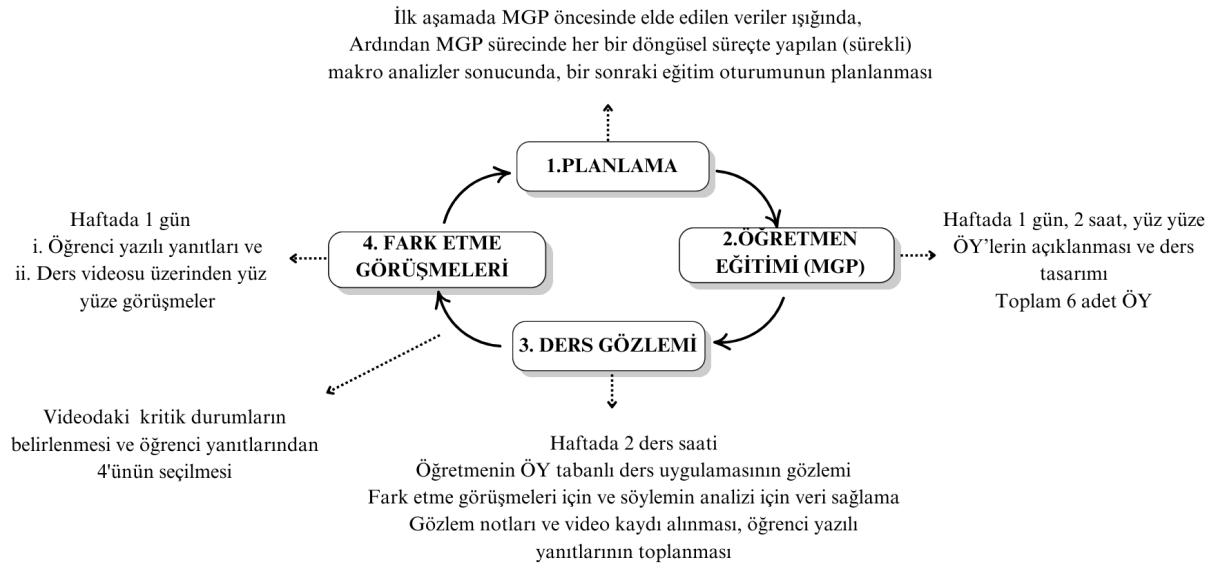
Not. MS: Matematiksel söylemin incelenmesi, FE: Fark etme becerisinin incelenmesi

3.3.2 Mesleki gelişim programı (MGP) süreci

Araştırmanın MGP uygulama süreci toplam 10 hafta sürmüştür. Bu süreçte öğretmenle 8 eğitim oturumu, 8 ders gözlemi ve 6 görüşme gerçekleştirilmiştir (Tablo 3.3). Bu süreç döngüsel yapıda yürütülmüştür. MGP uygulama sürecinin döngüsel yapısı Şekil 3.3'te sunulmuştur.

Şekil 3.3

MGP Sürecine İlişkin Uygulama Döngüsü



Şekil 3.3'te görüldüğü gibi, MGP sürecinde araştırma 4 aşamalı döngüsel bir yapıda ilerlemiş ve toplam altı döngüde tamamlanmıştır. 1.ve 2. aşamalar *öğretim deneyi* kapsamında, 3. ve 4. aşamalar *durum çalışması* kapsamında yürütülmüştür. *İlk aşamada*, MGP programı kapsamında öğretmene yapılacak eğitimler için planlama yapılmıştır. *İkinci aşamada*, öğretmene öğrenme yörüngelerinin tanıtıldığı ve buna bağlı ders planlaması yapılan eğitim oturumu gerçekleştirilmiştir. *Üçüncü aşamada*, öğretmenin dersi gözlemlenmiş ve video ile kayıt altına alınmış, ayrıca her ders sonrası öğrencilerin yazılı yanıtları toplanmıştır. *Dördüncü aşamada* ise araştırmacı tarafından gözlem videoları ve öğrenci yazılı yanıtları incelenerek bunlar üzerinden iki ayrı fark etme görüşmesi gerçekleştirilmiştir. 3. ve 4. aşamada yer alan gözlem ve görüşmelerden sonra yapılan makro analizler ışığında bir sonraki haftanın eğitim içeriği planlanmıştır. Bu aşamalar detaylı olarak ilerleyen paragraflarda açıklanmıştır.

3.3.2.1 Planlama

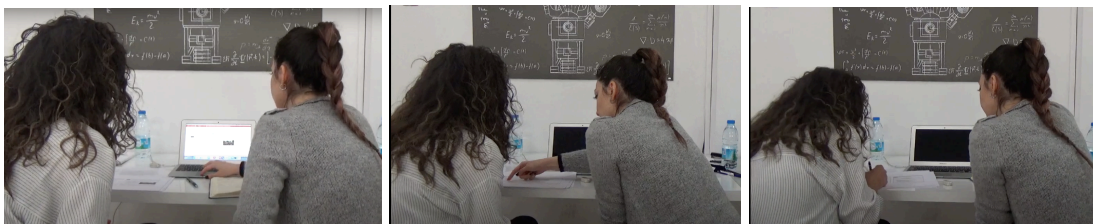
Araştırma sürecinin başında, eğitim planı araştırmacı tarafından öğrenme yörüngeleri esas alınarak hazırlanmıştır. Bu plan, ön görüşmelerin ardından yapılan makro analizlerle şekillendirilmiş ve eğitimlerde vurgulanması gereken kritik noktalar belirlenmiştir. Her hafta, gelişmesi beklenen noktalara ilişkin varsayımlar planda açıkça ifade edilmiş, ayrıca bir önceki eğitimden sonra gerçekleştirilen ders gözlemleri ve görüşmelerden elde edilen bulgularla planın içeriği zenginleştirilmiştir. Planlama adımı, temel amaç öğretmenin öğrenme yörüngelerini derinlemesine tanımasını ve anlamasını sağlayacak bir eğitim süreci tasarlamaktır. Bununla birlikte, öğretmenin fark etme ve söylemlerini geliştirmeye etki edebilecek faktörler bilinçli olarak planın dışında bırakılmıştır.

3.3.2.2 Eğitim oturumları

MGP kapsamında uygulama döngüsünün (Şekil 3.3) ilk aşamasında, öğretmen eğitimleri gerçekleştirilmiştir. MGP kapsamında öğretmene yapılan eğitimler toplam sekiz hafta sürmüştür. Her eğitim haftada bir defa olmak üzere, konu içeriğinin yoğunluğuna göre yaklaşık 1, 2 saat ve iki aşamalı şekilde gerçekleştirilmiştir. Eğitimler araştırmacı tarafından uygulanmıştır. Görsel 3.1’de eğitim oturumlarına örnek sunulmuştur.

Görsel 3.1

Birim Oranı Bulma Konulu Eğitim Oturumu (21.04.2022)



Eğitimlerin *ilk aşamasında*, araştırmacı tarafından öğretmene ilgili haftanın hedefi olan öğrenme yörüngesi anlatılmıştır. Eğitim oturumunda öğretmenle ilgili ÖY üzerinde çalışıldıktan sonra ikinci aşamaya geçilmiştir. Eğitimlerin *ikinci aşamasında*, öğretmenin kendi sınıfında uygulayacağı ders tasarlanmıştır. Bu süreç, araştırmacının rehberliğinde, öğretmenle birlikte gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı konuyla ilgili dokümanların temini ve çeşitli problem durumlarının seçiminde öğretmene destek olmuştur. Odak, öğrenme yörüngesinin düzeyleri ve yörüngenin, bu düzeyler bağlamında esas aldığı matematiksel

fikirler olmuştur. Ders tasarımı kapsamında, öğretmene kendi öğretim sürecinde gerçekleşecek olan uygulama ve kararları için bağımsız ve esnek bir çerçeve sunulmuştur.

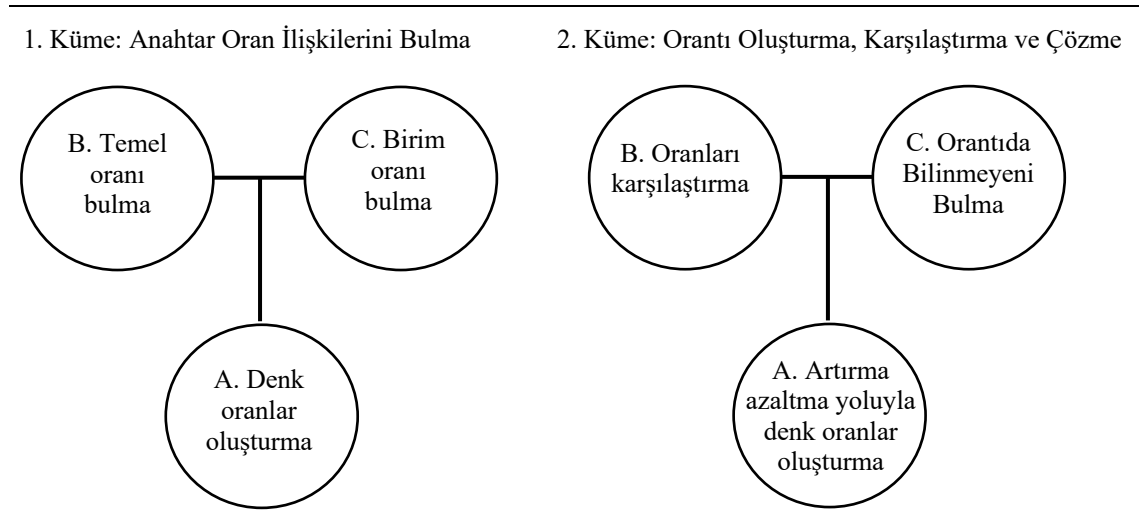
Eğitim materyali: Öğrenme yörüngeleri

Araştırmada yürütülen MGP kapsamında eğitimlerde eğitim materyali olarak oran-orantı konusunda öğrenme yörüngeleri kullanılmıştır. Oran-orantı konusunun belirlenmesinde matematik eğitiminde yatay ve dikey öğretim programı dikkate alındığında kritik konulardan biri olması, öğretmenlerin bu alandaki ihtiyaçlarına yönelik araştırma bulguları ve alanyazında bu konuda test edilmiş öğrenme yörüngelerine ulaşılabilmiş olması etkili olmuştur. Kullanılan yörüngeler, Prof. Dr. Jere Confrey liderliğinde yürütülen, The Math Door adlı bir araştırma ve geliştirme projesinin bir parçası olarak matematiksel yeterliliklere ulaşma sürecinde öğrencilere ve öğretmenlere rehberlik etmeyi amaçlayan, araştırmaya dayalı öğrenme yörüngeleri üzerine inşa edilmiş platformdan temin edilmiştir ve araştırmacıların izni alınarak kullanılmıştır.

Araştırmada oran-orantı konusuna yönelik altı adet öğrenme yörüngesi kullanılmıştır. Bu yörüngeler Şekil 3.4’te sunulmuştur.

Şekil 3.4

MGP Kapsamında *Eğitimlerde Kullanılan Öğrenme Yörüngeleri*



Not. Bu şekil, The Math Door tarafından yayımlanan içerik ve görsel temel alınarak araştırmacı tarafından yeniden oluşturulmuştur.

Şekil 3.4’te görüldüğü gibi, araştırmada kullanılan öğrenme yörüngeleri iki adet ilişkisel öğrenme kümesinden (*clusters*) oluşmaktadır. Bunlardan 1. küme: Anahtar oran ilişkilerini bulma, 2. küme: Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme’dir. Her küme üç ayrı öğrenme yörüngesinden oluşmaktadır. Eğitimde, bu yörüngeler hakkında Jere Confrey tarafından yazılan ve araştırmacı ile paylaşılan gerekçelendirmelerinden (*rational*s) de yararlanılmıştır (J. Confrey, kişisel iletişim, 16 Ekim 2021). Gerekçelendirmeler, kümeler, kümelerde yer alan her bir yörünge ve yörüngelerde yer alan her bir karmaşıklık düzeyi için öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik detaylı açıklamalar içermektedir. Kümelerin şekli, önerilen öğretim sıralamasını göstermektedir. Kümelere göre, en alttaki yapıların öğrencilere diğerlerinden önce öğretilmesi, aynı seviyedeki yapıların ise her iki sırayla veya aynı anda öğretilebileceği belirtilmektedir. Buna göre bu araştırmada MGP kapsamında öğretmene sırasıyla 1. kümedeki A. Denk oranlar oluşturma, B. Temel oranı bulma, C. Birim oranı bulma yörüngeleri; ardından 2. kümedeki A. Artış azalışla denk oranlar oluşturma, B. Oranları karşılaştırma, C. Orantıda bilinmeyeni bulma yörüngeleri anlatılmıştır.

Eğitim öncesi-sonrası görüşmeler

Araştırmada, ilk eğitimin öncesinde ve her eğitimin ardından, öğretmenin o eğitimle ilgili düşüncelerini ortaya koymak amacıyla görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-4a). Görüşmeler yaklaşık 10-15 arasında dakika sürmüştür. Bu görüşme verileri bulguların daha kapsamlı bir şekilde incelenmesine katkı sağlamıştır. Eğitim sonrası görüşmelerinden öğretmene ait örnek bir ifade şöyledir:

“Daha önce kesirle oran kavramının arasındaki farkları bu kadar net bir şekilde açıklayamazdım, ikisinin aynı olabileceğini, karşılaştırırken de aynı şekilde karşılaştırılıp geçilebileceğini düşünebilirdim.” (12.05.2022, eğitim sonrası görüşme)

3.3.2.3 Ders gözlemleri

MGP sürecinde uygulama döngüsünün (Şekil 3.3) ikinci aşamasında öğretmenin öğretim sürecine ilişkin ders gözlemleri gerçekleştirilmiştir. Eğitim oturumlarının ikinci aşamasında araştırmacı ve öğretmenin birlikte planlamasını gerçekleştirdiği derslerin uygulanmasını içeren öğretmenin ikişer saatlik ders gözlemi yapılmıştır (6. yörünge diğerlerine göre daha kapsamlı olduğu için toplam altı saati (3x2) gözlem yapılmıştır). Gözlemlerin iki odak noktası bulunmaktadır: birincisi fark etme becerisi için kritik durumlar (öğrenci öğretmen etkileşimin olduğu, öğrencilerin soru sorduğu veya cevap

verdiği veya farklı stratejiler kullandıkları), ikincisi öğretmenin matematiksel söylemleridir. Ders videoları aynı hafta içinde yazılı hale getirilmiş ve makro analizleri yapılarak video tabanlı fark etme görüşmelerine kaynak olmuş, matematiksel söylemin analizi için veri sunmuştur.

Ders öncesi ve sonrası görüşmeler

Her ders gözlemi öncesinde öğretmenin o dersle ilgili öğretimsel hedefleri, öğrencilerin düşünceleri, stratejileri, anlayışları bağlamında sahip olduğu öngörülerini hakkında; ders sonrasında ise dersle ilgili öğrenci düşüncesi bağlamında dikkatini çeken aklında kalan detaylara yönelik sorular yöneltilmiştir (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-4b). Bu görüşmeden elde edilen veriler, sonrasında yapılacak (video ve yazılı yanıtları üzerinden) fark etme görüşmeleri için, aynı zamanda analizler için katkı sağlamış, bulguları desteklemede yararlanılmıştır.

3.3.2.4 Fark etme görüşmeleri

Uygulama döngüsünün (Şekil 3.3) üçüncü aşamasında, fark etme görüşmeleri gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler, öğretmenin fark etme çerçevesinin bileşenlerini esas alarak hazırlanmış olan görüşme soruları kullanılarak, (i) öğretmenin ders videosu üzerinden ve (ii) öğretmenin kendi öğrencilerine ait yazılı yanıtları üzerinden gerçekleştirilmiştir. Böylece öğretmenin fark etme becerisi için veri çeşitlemesi sağlamak hedeflenmiştir. Her iki görüşme art arda iki oturum şeklinde gerçekleştirilmiş ve her biri ortalama 15 ile 30 dakika arasında sürmüştür.

Video üzerinden fark etme görüşmeleri

MGP öncesi ve MGP sürecinde her hafta, yapılan ders gözlemleri öncelikle yazıya dökülmüştür. Yazıya dökme esnasında dikkati çeken durumlar araştırmacı tarafından, yazma işlemi bittikten sonra ders videosu tekrar izlenerek kritik durumlar (video kesitleri) belirlenmiş, bu durumlara ait araştırmacının açıklamaları ve görüşme soruları dahilinde bir matematik eğitimi uzmanının görüşüne sunulmuştur. Böylece öğretmene izletilecek olan video kesitlerine (durumlar) uzman rehberliğinde son hali verilmiştir. Ardından öğretmene izletilerek görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Kritik durumlar belirlenirken oran orantı konu alanı odağında, araştırmada esas alınan fark etme teorik çerçevesi kapsamında, öğrenci öğretmen etkileşimin olduğu, öğrencilerin soru sorduğu veya cevap verdiği veya farklı stratejiler kullandıkları durumlara odaklanılmıştır. Ayrıca ilgili

öğrenme yörüngesinin içerdiği matematiksel fikirler esas alınmıştır. Öğretmene izletilen durumların sayısı her hafta farklılık gösterebilmekle birlikte video kesitlerinin toplam süresinin 10 dk'dan uzun tutulmamasına gayret edilmiştir (Bkz. EK-3c).

Öğrenci yazılı yanıtları üzerinden fark etme görüşmeleri

MGP Sürecinde her hafta, öğretmene yapılan eğitimlerin ardından öğretmenin sınıfında uygulanacağı dersin sonunda, öğrencilere konuyla ilgili problem durumları verilmiş, dersin sonunda ise öğretmen tarafından toplanarak araştırmacıya iletilmiştir. Bu problem durumları The Math Door araştırma ekibi tarafından ilgili öğrenme yörüngesi için hazırlanmış olan sorular arasından araştırmacı tarafından seçilmiş ve uzman görüşü alınarak eğitim oturumu esnasında öğretmenle paylaşılmıştır. Problem durumları yörünge düzeylerinin sayısına ve içeriğine bağlı olarak bir veya iki sorudan oluşmaktadır. Öğrencilerden toplanan yazılı yanıtlarının hepsi haftalık olarak incelenmiş, (ders videosunu incelemede olduğu gibi) ve matematik eğitimi uzmanı ile birlikte, içlerinden öğrenme yörüngelerine göre farklı düzeyde, farklı stratejiler kullanan dört öğrencinin kâğıdı seçmiştir. Bu kâğıtlardaki yanıtlar öğretmene sırayla gösterilerek öğretmen ile görüşme yapılmıştır. Görüşmelerin öğrenciye yönelik olumlu ya da olumsuz önyargıdan arınması için öğrencilerin adları gizlenmiştir (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-3c). MGP sürecine ait ayrıntılı uygulama takvimi Tablo 3.4'te yer almaktadır.

Tablo 3.4

MGP Sürecine İlişkin Uygulama Takvimi

Hafta	Tarih Aralığı	Uygulama	Kapsam	Süre
1	21-03-25.03	Eğitim 1	Oran, orantı, orantısal muhakeme, temel anlayışlar, öğrenci hata ve kavram yanlışları	2 oturum
2	28.03-01.04	Eğitim 2	Öğrenme Yörüngelerinin (ÖY) Tanıtılması,	2 oturum
		Gözlem 1	1.ÖY konulu ders gözlemi	2 ders saati
3	04.03-08.04	Görüşme 1	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videosu üzerinden	16dk+16dk
		Eğitim 3	2.ÖY: Temel oranı bulma + ders tasarımı	2 oturum
		Gözlem 2	2.ÖY konulu ders gözlemi	2 ders saati
ARA TATİL				
4	18.04-22.04	Görüşme 2	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videosu üzerinden	24dk+25dk
		Eğitim 4	3.ÖY: Birim oranı bulma + ders tasarımı	1 oturum
		Gözlem 3	3.ÖY: Birim oranı bulma konulu ders gözlemi	2 ders saati

Tablo 3.4 (Devam)*MGP Sürecine İlişkin Uygulama Takvimi*

Hafta	Tarih Aralığı	Uygulama	Kapsam	Süre
5	25.04-29.04	Görüşme 3	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videosu üzerinden	12dk+16dk
		Eğitim 5	4. ÖY: Artırma azaltma ile denk oranlar oluşturma + ders tasarımı	2 oturum
		Gözlem 4	4. ÖY konulu ders gözlemi	2 ders saati
02.05-06.05		BAYRAM TATİLİ		
6	09.05-13.05	Görüşme 4	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videosu üzerinden	13dk+20dk
		Eğitim 6	5.ÖY: Oranları karşılaştırma + ders tasarımı	2 oturum
		Gözlem 5	5.ÖY konulu ders	2 ders saati
7	16.05-20.05	Görüşme 5	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videosu üzerinden	16dk+16dk
		19 Mayıs Resmi Bayram		
8	23.05-27.05	Eğitim 7	6.ÖY: Orantıda bilinmeyi bulma + ders tasarımı (Düzey: 1-4)	2 oturum
		Gözlem 6	6.ÖY konulu ders gözlemi (Düzey 1,2)	2 ders saati
9	30.05-03.06	Gözlem 7	6.ÖY konulu ders gözlemi (Düzey 3,4)	2 ders saati
		Eğitim 8	6.ÖY konulu ders tasarımı (Düzey 5-7)	2 oturum
		Gözlem 8	6.ÖY konulu ders gözlemi (Düzey 5,6,7)	2 ders saati
10	06.06-10.06	Görüşme 6	Öğrenci yazılı yanıtları ve ders videoları üzerinden	22dk+52dk

3.4 Veri Toplama

Bu araştırmada kullanılan veri toplama yöntemleri ve veri toplama araçları Tablo 3.5’te sunulmuştur.

Tablo 3.5*Araştırmada Kullanılan Veri Toplama Yöntemleri ve Araçları*

Veri toplama yöntemi/türü	Veri toplama aracı
Gözlem (Yapılandırılmamış doğal ortam, katılımcı olarak gözlemci)	- Yapılandırılmamış gözlem formu - Video kayıtları
Görüşme (Yüz yüze, yarı yapılandırılmış)	- Yarı yapılandırılmış ön görüşme formları - Yarı yapılandırılmış fark etme görüşme formları (Video kesitleri, senaryolar, öğrenci yazılı yanıtları üzerinden) - Ses kayıt cihazı
Video kaydı	- Kamera
Doküman incelemesi	- Araştırmacı günlüğü

Tablo 3.5’te belirtildiği üzere, bu araştırmada kullanılan veri toplama yöntemleri gözlem, görüşme, video kaydı ve doküman incelemesidir; veri toplama araçları ise gözlem notları, görüşme formları, öğretmenin ders videoları, senaryolar, öğrenci yazılı yanıtları ve araştırmacı günlüğüdür.

3.4.1 Gözlem

Araştırmada, öğretmenin kendi öğretim sürecine ait dersleri araştırmacı tarafından *katılımcı olarak gözlemci* rolüyle gözlemlenmiştir. Bu gözlem türünde araştırmacının gözlemci olduğu bilinir ancak ortam ya da durumun parçası gibi davranmaz; ortamda gözlemci rolü katılımcı rolünden daha öndedir (Gold, 1958, s. 21). Bu araştırmada gözlemlerin odağı fark etme becerisine ilişkin kritik noktalar ve öğretmenin matematiksel söylemleridir. Gözlemler yalnızca videoları izleyerek yapılan analizlerde ortaya çıkabilecek sınırlılıkların önüne geçmeyi ve araştırmacının sınıf dinamiklerini, öğretmen-öğrenci etkileşimlerini daha iyi anlamasını sağlamayı amaçlamıştır. Ayrıca, gözlemler sırasında alınan notlar, videoların analiz süreci için zengin bir bağlam sunmuş ve verilerin bütüncül bir şekilde değerlendirilmesine katkıda bulunmuştur. Önemli görülen anların kaydedilmesi haftalık makro analiz sürecini hızlandırmış ayrıca analiz sürecinde göz ardı edilme olasılığı bulunan detayların yakalanmasını mümkün kılmıştır. Gözlemlerde yapılandırılmamış gözlem formu kullanılmıştır (EK-5). Görsel 3.2’de gözlem sürecinden örnekler sunulmuştur.

3.4.2 Video kaydı

Araştırmada, öğretmenin öğretim süreçlerine ait dersleri video ile kayıt altına alınmıştır. Video kayıtları, araştırmanın temel veri toplama araçlarından biri olarak, araştırmanın dört alt problemine de yanıt vermek üzere kullanılmıştır. Videolarda araştırmacı tarafından tespit edilen öğrenci odaklı kritik noktalar üzerinden öğretmen ile fark etme görüşmeleri yapılmış, videoların transkriptleri ise öğretmenin matematiksel söylemlerinin incelenmesinde kullanılmıştır. Kayıt işlemi iki profesyonel kamera ve bir telefon kamerası kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Kameralardan biri tüm sınıfı kapsayacak şekilde (bkz. Görsel 3.2a), biri tahtaya odaklı (bkz. Görsel 3.2b) yerleştirilmiştir. Telefon ise, kameralarda oluşabilecek olası teknik sorunlara karşı yedek olarak ve hareketli çekim gerektiren durumlar için (bkz. Görsel 3.2c) kullanılmıştır. Videolar haftalık olarak titizlikle incelenmiş ve yazılı metne aktarılmıştır.

Görsel 3.2a

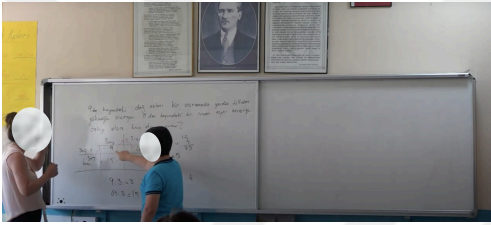
Tüm Sınıf Kamera Görüntüsü Örneği



Not. 30.03.2022 tarihli ders gözlemi

Görsel 3.2b

Tahta Odaklı Kamera Görüntüsü Örneği



Not. 30.03.2022 tarihli ders gözlemi

Görsel 3.2c

Hareketli Kamera Görüntüsü Örneği



Not. 31.02.2022 tarihli ders gözlemi

3.4.3 Görüşme

Bu araştırmanın birincil veri toplama yöntemini görüşmeler oluşturmaktadır. Bu kapsamda öğretmen ile *yüz yüze, bire bir, yarı yapılandırılmış görüşmeler* (Creswell, 2017, s. 192) gerçekleştirilmiştir. Öncelikle katılımcı öğretmeni detaylı tanımak, düşünce ve yaklaşımlarını öğrenmek amacıyla *ön görüşmeler*, ardından fark etme becerisinin incelenmesi amacıyla *fark etme görüşmeleri* gerçekleştirilmiştir. Ayrıca bulguları kapsamlı yorumlayabilmek için *eğitim öncesi-sonrası* ve *ders öncesi-sonrası* görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme formları, görüşme sorularının

hazırlanmasında dikkate alınması önerilen (Patton, 1987'den aktaran Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.128) kriterler (*kolay anlaşılır, odaklı sorular, açık uçlu sorular hazırlama, sonda sorular hazırlama, yönlendirmekten kaçınma, soruları mantıklı bir dizilişte sorma vb.*) esas alınarak araştırmacı tarafından hazırlanmış ve uzman görüşüne sunulmuştur. Ardından pilot görüşme yapılmıştır. Uzman görüşü ve pilot görüşme sonucunda bazı sorular kaldırılmış bazıları revize edilmiştir. Görüşmeler sırasında ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt yapılmış ve ardından aynı gün metne aktarılmıştır. Aynı zamanda görüşme esnasında önemli noktalar not alınmıştır. Görüşmelerde kullanılan veri toplama araçları ilerleyen paragraflarda detaylı açıklanmıştır.

3.4.3.1 Ön görüşme formları

Araştırmanın MGP uygulaması öncesinde, ilki katılımcı öğretmenin demografik bilgileri, genel düşünce ve yaklaşımlarının, ikincisi ise oran-orantı konusu özelinde düşünce ve yaklaşımlarının incelenmesi amacıyla araştırmacı tarafından çeşitli kaynaklardan yararlanılarak oluşturulmuştur. *İlk form*, öğretmenin demografik bilgileri ile matematik eğitime-öğretime, mesleki gelişime, öğretim uygulamaları ve öğrenci düşüncesine yönelik düşüncelerine yönelik sorular içeren alt bölümlerden oluşmaktadır. Öğretmenin mesleki gelişim kaynaklarını; aldığı dersler, katıldığı kurslar vb. bağlamında, öğretmenin düşünceleri ile birlikte öğretimdeki odağının, derse hazırlık veya işleyiş sürecinde, kullandığı yöntemler, materyaller veya örnek seçimlerinde öğrenci düşüncesini dikkate alıp almadığının, bu bağlamda, öğretim sürecinde varsa kendini zayıf hissettiği durumların anlaşılması önemli görülmüştür (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-1). *İkinci form*, oran-orantı konusu özelinde öğretmenin konuya, konuyu öğretime, konunun öğretim programındaki yerine, öğrenci düşüncesi hakkındaki düşünce ve yaklaşımlarına yönelik sorular içeren dört bölümden oluşmaktadır (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-2). Bu formda kullanılan sorular için yararlanılan kaynaklar form üzerinde belirtilmiştir.

3.4.3.2 Fark etme görüşme formları

Bu formlar araştırmacı tarafından oluşturulmuş ve araştırmanın 1. ve 3. alt problemlerine yanıt vermek üzere, öğretmenin fark etme becerisinin incelenmesi amacıyla kullanılmıştır. Formlar, her biri araştırmaya esas olan teorik çerçevenin (Jacobs vd., 2010) bileşenlerine karşılık gelmek üzere üç sorudan oluşmaktadır. Bu sorular “öğrencinin düşünce/stratejisini açıklayınız, öğrencinin kavrayışını

yorumlayınız, bu öğrenciye nasıl yanıt verirsiniz?” şeklindedir. Bu sorular öğretmene MGP öncesinde senaryolar üzerinden, MGP sürecinde ise kendi öğrencilerinin yazılı yanıtları üzerinden ayrıca her iki süreçte kendi dersine ait video kaydı üzerinden yöneltilmiştir.

MGP öncesinde kullanılan fark etme görüşme formu (EK-3a) 7 senaryo ve her bir senaryo için öğretmenin yanıtlaması beklenen 3 sorudan oluşmaktadır. Bu senaryolar, alanyazında oran, orantı ve orantısız muhakeme konularında öğrenciler ile yapılan araştırmalardan (Adak ve Aliustaoğlu, 2020; Harel vd., 1994, s.331; Lobato and Thanheiser, 2002’den aktaran Lobato vd., 2014, s.15; Şermetoğlu ve Baki, 2019, s.410; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016) alınmış olup oran-orantı problemleri ile bu problemlere verilen öğrenci yanıtlarından oluşmaktadır. Soruların seçilmesinde yörüngelerin içeriği, oran orantı konusunda farklı öğrenci stratejilerini ve/veya kavram yanlışlarının yer alması esas alınmıştır. Senaryoların içeriği sırasıyla, tek değişkenli muhakeme, oranı miktar sanma, denk oranlar ve oranları karşılaştırma, oran kavramı ve özellikleri, orantı kavramı, orantısız olmayan durumlar, toplamsal-çarpımsal karşılaştırma konularına yöneliktir.

Ders videolarına ve yazılı yanıtlara dayalı görüşme içerikleri ise araştırmacı tarafından haftalık olarak oluşturulmuştur. Videoya dayalı görüşmelere esas olan durumlar, araştırmacı tarafından öğretmenin dersine ait video kaydı izlenerek, oran orantı konusu özelinde öğrenci düşünceleri, kavram yanlışları, stratejileri açısından önemli görülen, öğrencinin bir düşüncesini belirttiği, soru sorduğu veya doğru ya da hatalı yanıt verdiği, öğrenci öğretmen etkileşimi açısından dinamik görülen kritik anlardan oluşmaktadır (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-3c).

Öğrenci yanıtları üzerinden yapılan görüşmeler ise, öğretmenin dersinin sonunda öğrencilere dağıtılan ve toplanan yazılı kağıtlarının araştırmacı tarafından incelenerek, öğrenme yörüngelerine göre farklı düzeyde, farklı stratejiler kullanan dört öğrenci yanıtının seçilerek öğretmene bunlar üzerinden sorular yöneltilmesi ile gerçekleşmektedir (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-3b).

3.4.3.3 Eğitim öncesi-sonrası ve ders öncesi-sonrası görüşme formları

Eğitim öncesi-sonrası görüşme formları öğretmenin, MGP süresince eğitimler başlamadan önce bir defa ve her hafta yapılacak eğitim oturumları sonrasındaki değerlendirmelerini öğrenmek amacıyla; ders öncesi-sonrası görüşme formları ise

öğretmenin öğrenme yörüngelerini uygulayacağı yani gözlem yapılacak olan dersin öncesinde ve sonrasındaki değerlendirmelerini öğrenmek amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen veriler, araştırmanın ana bulgularının bütüncül bir şekilde değerlendirilmesine katkı sağlamıştır (Ayrıntılı bilgi için bkz. EK-4).

3.4.4 Doküman incelemesi

Nitel araştırmalarda dokümanlar, ek bir veri kaynağı olarak, gözlem, görüşme gibi diğer yöntemlerle elde edilen verileri doğrulamak, çürütmek ya da sonuçlara alternatif açıklamalar sunmak için kullanılabileceği ve bu durumlarda dokümanların detaylı analizine gerek görülmeyebileceği belirtilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s. 197).

Bu araştırmada, doküman olarak araştırmacı tarafından düzenli olarak dijital ortamda *araştırmacı günlüğü* tutulmuştur. Bu günlüğe, araştırma sürecine ilişkin gözlem ve değerlendirmeler, beklenmeyen durumlar ve çözümler, uygulama sürecine ilişkin notlar, katılımcı ile etkileşimler olmak üzere araştırma sürecine ilişkin pek çok detay yazılı olarak kaydedilmiştir. Kısa sürede yazıya dökmenin mümkün olmadığı durumlarda ses kaydı alınmıştır.

Araştırmanın veri toplama sürecinde, fiziksel koşullar, karşılaşılan teknik veya metodolojik sorunlar ve çözüme yönelik detaylar; katılımcının tepkileri, tutumu, katılım düzeyi ve uygulamalara yönelik yaklaşımları; araştırmacının rolüne dair değerlendirmeler, olası önyargılarını fark ederek bunları minimize etme çabası ve sürecin genel planıyla uyumu bulgulara katkı sağlayacak şekilde kaydedilmiştir. Eğitim oturumlarına ilişkin değerlendirmeler bir sonraki oturumun planlanması konusunda, araştırmacıya büyük katkı sağlamış, ayrıca sürecin şeffaflığını artırarak elde edilen verilerin doğru ve derinlemesine analiz edilmesine olanak sağlamıştır.

Araştırmacı günlüğünden örnek bir kesit şöyledir:

“Öğretmen, araştırma sürecinin başında doğru yanıtları tahtaya kaldırırken, sürecin ortalarında anlamayan veya hatalı yapan öğrencileri de kaldırmaya, sonlara doğru ise bu öğrencileri tekrar kaldırma yoluyla yanıt vermeye yöneldiğini görüyorum, bu öğretmenin daha önceleri pek yaptığı bir şey değildi, kararları bağlamında dikkate alırım.” (11.06.2022 tarihli araştırmacı günlüğünden)

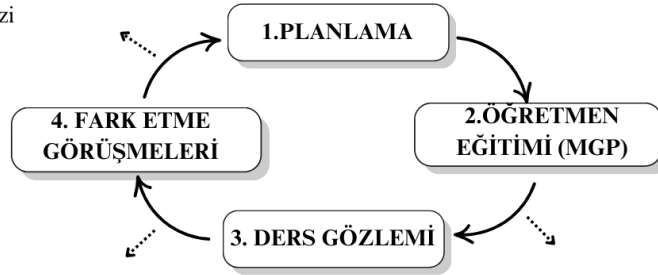
3.5 Verilerin Analizi

Bu araştırmada verilerin analiz süreci, araştırmacı tarafından bir matematik eğitimi uzmanı rehberliğinde Öğretmen Gelişim Deneyi'nin doğasına uygun olarak iki temel aşamada yürütülmüştür. Bunlar: sürekli analizler ve geriye dönük analizlerdir. Sürekli analizler, MGP sürecinde haftalık olarak her döngünün sonunda yapılan ve bir sonraki eğitim oturumunun planlanması için kullanılan analizlerdir. Sürekli analize yönelik yapılan işlemler Şekil 3.5'te sunulmuştur.

Şekil 3.5

Uygulama Döngüsünde Sürekli Analiz Süreci

- Görüşmelerin ses kayıtlarının yazıya dökülmesi (ana veri) ve fark etme becerisinin makro analizi



- Video kaydının yazıya dökülmesi (ana veri) ve matematiksel söylemin makro analizi
- Ders öncesi sonrası görüşmelerin ses kayıtlarının yazıya dökülmesi (destekleyici veri)

- Eğitim sonrası görüşme ses kaydının yazıya dökülmesi (destekleyici veri)

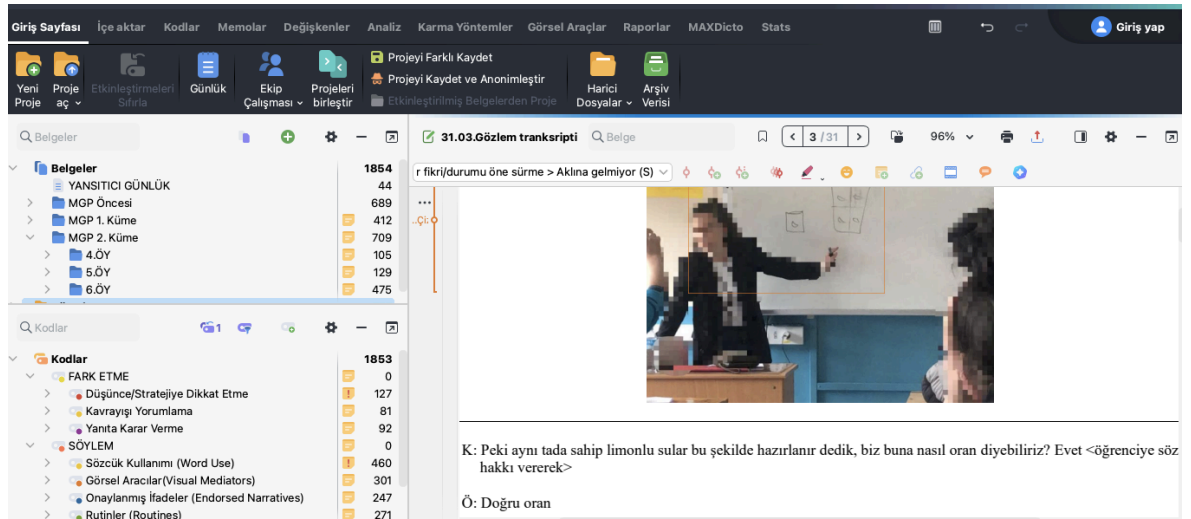
Şekil 3.5'te görüldüğü gibi sürekli analizler kapsamında araştırma ekibi, video kayıtlarının analizi ile matematiksel söylemlerdeki gelişimi, görüşmelere ait verilerin analizi ile fark etme becerisindeki gelişimi anlamaya çalışmıştır. Bu süreçte, araştırma ekibinin odağı öğrenme yörüngeleri bağlamındaki gelişim olmuş, yörüngelerin bağlamı dışındaki gelişim mümkün olduğunca analizin dışında tutulmuştur. *Geriye dönük analizler* ise MGP öncesi ve MGP sürecindeki veriler araştırma süreci boyunca toplanan verilerin bütüncül olarak incelenmesini içermektedir.

Bu araştırmada, hangi amaç için, hangi veri setinin, hangi yöntemle ve nasıl analiz edileceği Tablo 3.6'da ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 3.6*Verilerin Analizi*

Analiz amacı	MGP öncesi veri seti	MGP süreci veri seti	Analiz türü
Fark etme becerisinin incelenmesi	i. Ders videolarına dayalı görüşme transkriptleri ii. Senaryolarına dayalı görüşme transkriptleri	i. Ders videolarına dayalı görüşme transkriptleri ii. Yazılı yanıtlarına dayalı görüşme transkriptleri	<i>Tematik analiz</i> (Braun ve Clarke, 2019)
Matematiksel söylemin incelenmesi	i. Ön görüşme transkripti ii. Ders videolarının transkriptleri	i. Ders videolarının transkriptleri	<i>Betimsel analiz</i>

Tablo 3.6’da görüldüğü gibi, verilerin analizinde sürekli ve geriye dönük analizlerde tematik analiz ve betimsel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Söylemlerin analizinde betimsel analiz, araştırmannın odağı olan fark etme becerisinin analizinde tematik analiz yapılmıştır. *Betimsel analiz*, araştırmannın kavramsal çerçevesinin önceden net bir şekilde tanımlandığı ve daha genel bir yaklaşımı içeren analiz yöntemi (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.224-243) iken, *tematik analiz* verilerin verilerdeki örüntüleri belirlemek için veri setinin düzenli bir şekilde yapılandırılmasına ve ayrıntılı olarak betimlenmesine; önceden belli olmayan tema ve kategorilerin ortaya çıkarılmasına olanak sağlar (Braun ve Clarke, 2019). Verilerin analizinde MAXQDA yazılımı kullanılmıştır. Yazılıma ilişkin arayüz Görsel 3.3’te sunulmuştur. Görselde sol üstte bu araştırmaya ait tüm veri setindeki belgeler ve belgelerin kodlanma değerleri, sol altta kod, kategori ve temalar, sağda ise kodlanan örnek bir belge görünümü yer almaktadır.

Görsel 3.3*MAXQDA Üzerinde Araştırmanın Arayüzü*

3.5.1 Fark etme becerisinin analizi

Öğretmenin fark etme becerisi Tablo 3.6’da görüldüğü gibi *tümevarımsal tematik analizle* analiz edilmiştir. Tematik analizde veriler yalnızca düzenleme ve betimleme aşamasında kalmaz; tekrar eden örüntüleri belirlemeye odaklanarak araştırma konusunun çeşitli boyutlarını anlamlandırmaya katkı sağlar. Ayrıca, esnek ve kolay uygulanabilir bir yöntem olarak, geniş bir veri setinin temel unsurlarını özetleyebildiği, veriye ilişkin kapsamlı bir betimleme sunabildiği, veri içindeki ortak noktaları ve ayrışan yönleri belirleyebildiği, aynı zamanda daha önce fark edilmeyen yeni bakış açılarını da açığa çıkarabildiği belirtilmektedir (Braun ve Clarke, 2019). Bu özellikleri nedeniyle araştırmanın odağını oluşturan fark etme becerisinin incelenmesinde bu yöntemin kullanılması uygun görülmüştür. Diğer yandan araştırmanın amacı, yalnızca öğretmenin fark etme becerisinde gelişim olup olmadığını belirlemek değil, aynı zamanda bu gelişimin hangi boyutlarda ve nasıl gerçekleştiğini öğrenme yörüngelerinin rolü bağlamında açığa çıkarmaktır. Bu doğrultuda, teorik çerçevelerce tanımlanmış, belirli düzeylere veya kategorilere dayalı yapılan betimsel analizlerin, yalnızca gelişimin varlığını ve düzeyini ortaya koyabileceği, ancak çalışmanın amacı dikkate alındığında bu yaklaşımın yetersiz kalacağı değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler ışığında, araştırmada fark etme becerisinin gelişiminde yörüngelerin rolüne ilişkin zengin betimlemelere ulaşmak, bu gelişimi temalara dayandırarak geçerliği yüksek şekilde sunmak amacıyla *tümevarımsal tematik analiz* yapılması uygun görülmüştür.

Öğretmenle yapılan fark etme görüşmeleri kapsamında, analize esas olan (üzerinden görüşme yapılan) durum sayıları (videolardaki kritik durumlar ile seçilen öğrenci yazılı yanıtları) Tablo 3.7’de yer almaktadır.

Tablo 3.7

Fark Etme Görüşmelerine Esas Durum Sayıları

Durum	MGP ÖNCESİ	MGP SÜRECİ							
		1.ÖY	2.ÖY	3.ÖY	TOPLAM	4.ÖY	5.ÖY	6.ÖY	TOPLAM
Video kesiti	8+4	5	3	2	10	2	3	6	11
Senaryo/Yazılı yanıt	7	4	4	4	12	4	4	4	12
TOPLAM	19	9	7	6	22	6	7	10	23

Tablo 3.7’de görüldüğü gibi MGP öncesin toplam 19 durum, MGP sürecinde ise 1. küme kapsamında 22 durum, 2. küme kapsamında 23 olmak üzere toplam 45 durum analiz edilmiştir. Bu durumlar, doğru düşünce/stratejiler (D), hatalı düşünce/stratejiler (H) veya beklenmedik durumlardan (BD) oluşmaktadır. Beklenmedik durumlar, öğrencilerin doğru veya yanlış olarak değerlendirilemeyecek bir fikir sunduğu, soru sorduğu veya anlamadığını belirttiği durumlardır. Fark etme becerisi, araştırmada esas alınan “Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Profesyonel Olarak Fark Etme” teorik çerçevesine göre üç bileşen için analiz edilmiştir. Bunlar:

- i. Öğrencilerin düşünce/stratejilerindeki ayrıntılara dikkat etme
- ii. Öğrencilerin stratejilerine yansıyan kavrayışlarını yorumlama
- iii. Kavrayışlarına dayalı olarak öğrencilere nasıl yanıt verileceğine karar vermedir.

Fark etme becerisinin analizinde, Braun ve Clarke’ın (2019) tematik analiz aşamaları kullanılmıştır. Bu aşamaları içeren analiz süreci Tablo 3.8’ de sunulmuştur:

Tablo 3.8

Tematik Analizin Aşamaları

	Tematik analizin aşamaları	Sürekli analiz	Geriye dönük analiz
i.	Veriye aşına olma, transkriptlerin oluşturulması	✓	
ii.	İlk kodların oluşturulması	✓	
iii.	Temaları arama	✓	✓
iv.	Temaların gözden geçirilmesi		✓
v.	Temaların tanımlanması ve adlandırılması		✓
vi.	Analiz raporunun hazırlanması, bulguların sunulması		

i. Veriye aşına olunması, transkriptlerin oluşturulması: Tematik analizde, araştırmacının veriyi baştan sona ayrıntılı bir şekilde inceleyerek içeriği ve bağlamı derinlemesine anlamasının kritik bir öneme sahip olduğu vurgulanmaktadır (Braun ve Clarke, 2019). Bu araştırmada, öncelikle haftalık olarak gözlem videosu, video ve yazılı yanıtlara ilişkin fark etme görüşmelerine ait ses kayıtları, kelimesi kelimesine, imla ve noktalamalara dikkat edilerek, aslına sadık biçimde yazıya dökülmüştür. Araştırmacı hem veriyi toplama aşamasında (görüşmeler esnasında), hem yazıya dökme esnasında veriye yoğunlaşmış, ardından veriyi baştan sona okumuştur. Bu süreç boyunca veriye aşına hale

gelerek analize ilişkin zihninde bazı fikirler oluşmuştur ve bunları kodlama sürecine hazırlık amaçlı not almıştır. Transkriptler oluşturulurken şu kısaltmalar kullanılmıştır:

- A : Araştırmacı
- K : Katılımcı öğretmen
- Ö : Öğrenci
- <...> : Gözlem esnasında öğretmen veya öğrencinin yaptığı eylemin açıklaması
- (...) : Konuşmada kastedilen ifadenin açıklaması
- ... : Alıntidan çıkarılmış, ilgili olmayan cümle

ii. *İlk kodların oluşturulması*: Bu aşamada öğretmenin dikkat etme, yorumlama ve karar verme bileşenlerinin her birine verdiği yanıt üzerinden ayrı ayrı, mümkün olduğunca fazla kodlama yapılmıştır. Bazı içerikler için birden fazla kodlama yapılmıştır. Veri setindeki çelişki veya tutarsızlıklar giderilmeye çalışılmamış, bunlar bulguların çeşitliliği için korunmuştur.

iii. *Temaları arama*: Bu aşamada, kodlardan ziyade potansiyel tema ve kategoriler üzerine odaklanılarak analize derinlik kazandırılmıştır. Farklı kodlar, belirlenen potansiyel kategorilerin içine yerleştirilmiş ve kodlanmış tüm ilgili içerikler bu kategoriler altında toplanmıştır. Kodlar, daha kapsayıcı potansiyel temalar oluşturacak şekilde yeniden analiz edilmiştir. Bu süreçte, MAXQDA yazılımında MAXMaps aracından yararlanılmıştır. MAXMaps kod, kategori ve temaların ilişkilerini, aralarındaki bağlantıları anlamak ve hızlıca düzenlemek için kavram haritası benzeri bir haritalamaya imkân tanıyan görsel bir araçtır. Bu süreç, sürekli analiz sürecinde başlamış geriye dönük analizlerde şekillenmiştir.

Bu süreçte belirlenen tema ve kategorilerin araştırmanın amacına uygun olmasına, öğretmenin mesleki gelişim sürecindeki gelişimini ve öğrenme yörüngelerinin katkısını yansıtmaya dikkat edilmiştir. Ayrıca tema ve kategorilerin belirlenmesinde, felsefi görüş olarak yorumlayıcı/yapılandırmacı paradigmanın benimsendiği bu çalışmada, *örtük yorumsal ölçüt* (Braun ve Clark, 2019) kullanılmıştır. Bu ölçüte göre tema ve kategoriler, verinin açıkça görünen anlamlarına dayanarak tanımlandığı ve katılımcının söylediklerinin ötesinde bir şeyin aranmadığı yaklaşımın aksine, verinin yüzeydeki anlamının ötesine geçerek, onun altında yatan başlıca fikirleri, varsayımları ve kavramsallaştırmaları ortaya çıkarmayı hedefler. Bu nedenle, örtük tematik analizde temaların oluşturulması, yoruma dayalı bir süreci içermektedir ve elde edilen analiz,

yalnızca bir durumun betimlenmesinden ibaret olmayıp daha derin bir anlam çıkarımını hedeflemektedir (Braun ve Clark, 2019).

Diğer yandan, Braun ve Clarke’a (2019) göre bir tema ya da kategorinin belirlenmesi, yalnızca yaygınlık veya sıklık gibi sayısal göstergelere dayanmaz; temanın araştırma sorusuna anlamlı bir cevap içerip içermesi esas alınır. Temaların ve yaygınlığının belirlenmesinde kesin kurallar yerine esneklik ve araştırmacının analitik tutarlılığı ön plandadır. Diğer bir ifadeyle, bir tema veri setinde az sayıda olsa bile, araştırma sorusuna dair kilit bir anlam taşıyorsa, bu tema önemli olarak değerlendirilebilir (Braun ve Clarke, 2019). Bu nedenle araştırma için önemli görülen az sayıda kodlama içeren kategori ve temalar oluşturulabilmiştir.

iv. Temaların gözden geçirilmesi: Bu aşamada, araştırmacı belirlenen potansiyel temaları gözden geçirerek düzenlemiştir. Bu süreçte, tema olmadığını düşündüğü (Örneğin, yeterli veri desteğinin olmaması veya verilerin çok dağınık olması nedeniyle) ya da birden fazla temanın birbiriyle iç içe geçtiğini veya bazı temaların bölünmesi gerektiğini anlamış, buna göre düzenlemeler yapmıştır. Bu bağlamda aynı temaya kodlanan verilerin birbirleriyle uyumlu olup olması (iç homojenlik) ve farklı temalar arasında belirgin farkların bulunması (dış heterojenlik) kriterleri (Patton, 1990’dan aktaran Braun ve Clarke, 2019) dikkate alınmıştır. Temaları gözden geçirmede MAXQDA yazılımında “Akıllı kodlama aracı”ndan yararlanılmıştır. Akıllı kodlama aracı, belirli bir kodun geçtiği tüm içeriği aynı ekranda görüntüleme imkânı sunar. Böylelikle belirli bir tema veya kavram için kullanılan kodların tutarlılığı değerlendirilebilmiştir.

v. Temaların tanımlanması ve adlandırılması: Bu aşamada, her bir temanın neyi ifade ettiği, detaylı bir şekilde açıkça belirlenmiş ve temaların veri setinin hangi yönlerini yansıttığını netleştirilmiştir. Nihai temalar, araştırma sorularına yanıt verecek şekilde tanımlanmış ve bulgular bölümünde ayrıntılı olarak sunulmuştur. Bu süreçte kullanılan tematik haritalar ve kodlama notları, analiz sürecinin *güvenilirliğini* artırmak için MAXQDA üzerinde kaydedilmiştir.

Dikkat etme bileşeninin analizinde, öğretmenin öğrencinin düşüncesi ve/veya stratejilerine yönelik söylediği tüm detaylar kodlanıp kategorileştirildikten sonra, son noktada süreçteki gelişiminin daha anlaşılır olması için sınıflandırmaya dayalı “hatalı, zayıf ve güçlü açıklamalar” şeklinde temalaştırılmıştır. Bu bileşen için örnek kod-tema açıklaması Tablo 3.9’da sunulmuştur.

Tablo 3.9

Dikkat Etme Bileşeni İçin Örnek Kod-Tema Açıklaması

Tema	Kategori	Örnek ifade	Açıklama
Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar	Anlamadığının farkında olduğu durumlar	“Anlayamadım şimdi ben, Mehmet’in ne demek istediğini, bazı öğrencileri daha zor anlıyorum mesela Mehmet onlardan birisi. Ne düşündüğünü anlamakta çok zorlanıyorum bazılarının, mesela Mehmet’in.”	Öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejisi hakkında herhangi açıklama yapmadığı; bir neden sunarak veya sunmayarak açıkça düşünce/stratejiyi anlamadığını ifade ettiği açıklamaları bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen açıkça öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığını belirtmiştir.
	Anlamadığının farkında olmadığı durumlar	“...Öğrencinin düşündüğü şey tat değil, içindeki portakal miktarının daha çok olacağı olmuştur diye düşünüyorum...”	Öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığı ve/veya yanlış anladığı açıklamaları bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen, hatalı yanıt veren öğrencinin farklı bir bakış açısı ile (tat değil portakal miktarını kastettiğini belirterek) doğru yanıt verdiğini ifade etmiştir.
Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar	Hatalı açıklama	“Buradaki işlemi doğru yapmış çocuk, ‘her biri iki katına çıkar, kurbağa 20 santim yürür’ demiş... oranı doğru bir şekilde kullanmış...”	Öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejisini anladığı halde düşünce/strateji hakkında hatalı açıklamada bulunduğu (Örneğin doğru düşüncenin hatalı olduğunu belirttiği) açıklamaları bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen, kendisine yöneltilen senaryoda hatalı öğrenci yanıtı için, oranı doğru şekilde kullandığını işlemi doğru yaptığını belirterek öğrencinin stratejisini anlamış olsa da hatalı açıklamada bulunmuştur.
	Zayıf açıklama	“Çok basit klasik bir hata yapmış, ters bölmüş, 36 lt’yi 207’ye bölmüş, 36 bölü 207 yapmış, hepsi bu hatayı yapmış zaten, klasik.”	Öğretmenin, öğrencinin düşüncesi hakkında yalnızca hatalı deyip geçtiği veya yalnızca “..hatayı yapmış” şeklinde hatanın ne olduğunu ifade ettiği veya yalnızca işlemleri (dört işlem) ifade ettiği veya yalnızca öğrencinin neden bu stratejiyi uyguladığı hakkında gerekçe sunduğu veya yalnızca stratejiyi yüzeysel şekilde belirttiği açıklamaları bu kategoriye oluşturmuştur. Bunların dışındaki açıklamaları güçlü açıklamalar olarak değerlendirilmiştir. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen yalnızca ‘ters bölmüş’ şeklinde yalnızca hatayı ifade etmiştir.
	Güçlü açıklama	“... tablo oluşturmuş, tablodaki dikey ilişkiyi kullanarak birim oranları çok rahat bir şekilde bulmuş. 1 kg elmaya ne kadar TL düştüğünü kesir gösterimini kullanarak rahat bulmuş... Belki şu da beklenebilirdi, bunun 1’i için bunun 5/3’ünün denk geldiğini de gösterebilirdi...”	Öğretmenin <i>doğru bir düşünce/strateji hakkında</i> , stratejiye eksiksiz yer verdiği; bununla birlikte öğrencinin düşüncesinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği ve/veya öğrencinin kullandığı temsillere değindiği ve/veya “bundan bahsetmemiş... değinmemiş...” gibi eksik noktalara değindiği ve/veya “...şuna da yer verebilirdi..., şöyle de yapabilirdi” gibi düşünce/strateji hakkındaki beklentilerine yer verdiği ve/veya öğrencinin karşılaşabileceğini öngördüğü ama karşılaşmadığı ‘olası hata ve yanlışlara’ yer verdiği açıklamaları, bu kategoriye oluşturmuştur. <i>Hatalı bir düşünce/strateji hakkında</i> , hatayı detaylı açıkladığı, bununla kalmayıp “yapamamış, zorlanmış...” şeklinde öğrencinin yaşadığı zorluklara değindiği ve/veya hatalı olmasına rağmen “...doğru yapmış,... yapabilmiş...” gibi doğru yaptığı detaylara da yer verdiği ve/veya öğrencinin kullandığı temsillere değindiği açıklamaları bu kategoriye oluşturmuştur.

Fark etme becerisinin analizi kapsamında, sürekli analiz sürecinde, öğretmenle yapılan fark etme görüşmelerinin her birinden önce araştırmacı tarafından uzman rehberliğinde, ilgili duruma esas olan öğrenci *düşüncesi/stratejisi* ve *kavrayışı* hakkında öğrenme yörüngeleri esas alınarak değerlendirme yapılmış ve bu değerlendirmeler görüşme formuna, görüşme esnasında ve analiz sürecinde araştırmacıya rehberlik etmesi için not edilmiştir (Örnek için bkz. EK-3c’de araştırmacı yorumu/açıklaması sütunu). Bu notlar öğretmenin öğretmenin düşünce/strateji hakkındaki açıklamaları ve kavrayışa yönelik yorumları hakkında varsayım oluşturmuş, görüşmeyi daha sistematik kılmış, analizi güçlendirmiş ve kolaylaştırmıştır. Bu bağlamda bir açıklamanın veya yorumlamanın uzun ve detaylı olması *güçlü açıklama* veya *güçlü yorum* olması için yeterli olmayabilirken, kısa olması da *zayıf açıklama* veya *zayıf yorum* olduğu anlamına gelmemektedir. Bu noktada söz konusu değerlendirmelere dayalı olarak alınan notlar belirleyici olmaktadır. Bulgularda da görüleceği üzere tek bir cümle bazen stratejiyi eksiksiz ifade etmeye yeterli olmuş ve *güçlü açıklama* olarak değerlendirilmiştir.

Analiz sürecinde öğretmenin bir açıklaması, yorumu ve kararı için aynı kategori altında birden fazla kodlama yapıldığı durumlar olmuştur. Örneğin öğretmenin düşünce/stratejiye yönelik örnek bir açıklaması şöyledir: “... tablo oluşturmuş, tablodaki dikey ilişkiyi kullanarak birim oranları çok rahat bir şekilde bulmuş. 1 kg elmaya ne kadar TL düştüğünü kesir gösterimini kullanarak rahat bulmuş... Belki şu da beklenebilirdi, bunun 1’i için bunun 5/3’ünün denk geldiğini de gösterebilirdi...”. Öğretmenin bu açıklaması hem “...tablodaki dikey ilişkiyi kullanarak...” ifadesiyle *stratejiyi eksiksiz ifade etme*; hem “...kesir gösterimini kullanarak...” ifadesiyle *çoklu temsillere değinme*, hem de “...gösterebilirdi” ifadesiyle öğrenciden daha fazla neler yapabileceğine ilişkin *beklentisine değinme* kodları ile kodlanmıştır. Bunların hepsi *güçlü açıklama* kategorisinde yer alan kodlardır. Dikkat etme ve yorumlama becerisinin analizinde öğretmenin herhangi bir ifadesi farklı kategoriler altında kodlanmamıştır, yani bir ifade hem güçlü hem zayıf kategorisinde yer alamaz.

Dikkat etme becerisinin analizinde çıkış noktası öğretmenin öğrenci düşüncesini anlayıp anlamadığı ve ardından yaptığı açıklamaları olmuşken, *yorumlama* becerisinin analizinde çıkış noktası öğretmenin ilgili konuya yönelik öğrencinin kavrayışının olup olmadığını belirtmesi ve bunun nedenini matematiksel olarak gerekçelendirip gerekçelendirmediği olmuştur. Bu bileşen için örnek kod-tema açıklaması Tablo 3.10’da sunulmuştur

Tablo 3.10

Yorumlama Bileşeni İçin Örnek Kod-Tema Açıklaması

Tema	Kategori	Örnek ifade	Açıklama
Yorum yapmadığı durumlar	Düşünce/stratejiyi açıklama veya gerekçe le ndirme	“Belki çocuk, bunların toplamalarının -bence hala öyle düşünüyorum- toplamaları her zaman tam sayı çıkar mı’yı kastediyor, çünkü onların ‘çıkarmı?’ dediği mutlaka tam sayı olmalı.”	Öğretmenin, öğrencinin kavrayışı hakkında herhangi yorumda bulunmadığı; bir önceki bileşen olan dikkat etme bileşenine yönelik olarak düşünce/stratejiyi açıkladığı ve/veya bu düşünce/stratejiyi gerekçelendirdiği ifadeleri bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen “...kastediyor” diyerek öğrencinin neyi kastettiğini belirtmiş ve bu düşünceyi “onların...dediği mutlaka...olmalı” şeklinde gerekçelendirmiştir. Öğrencinin konuyu anlamadığını belirtmemiş ve bunun nedenine ilişkin herhangi yorumda bulunmamıştır.
	Hatalı yorum	“...anlamamış dediğim gibi anlamsız bir şey demiş...”	Öğretmenin öğrencinin kavrayışı hakkında hatalı tespitte bulunduğu, konuyu anlayan öğrenci için anlamadığını veya anlamayan öğrenci için anladığını düşündüğü durumlar bu kategoriye oluşturmuştur.
	Zayıf yorum	“...her iki tarafın da eşit olmasını anlayamadığını düşünüyorum hani, belki denklemdeki eşitlik kavramında falan, cebirsel ifadelerde eksikliği olabilir...”	Öğretmenin, öğrencinin kavrayışı hakkında gerekçe sunmadığı (Örneğin, yalnızca konuyu kavradığını veya konuyu kavramadığını belirttiği) ve/veya konu kavram dışında gerekçe sunduğu (Örneğin oran orantı konusu dışında veya matematiksel olmayan bir gerekçe sunduğu) yorumları bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde, oran orantı konusunda eksikliği olan öğrencinin kavrayışı hakkında farklı matematik konularına yönelik gerekçe sunmuştur.
Yorum yaptığı durumlar	Güçlü açıklama	“Artırarak orantı kurmuş diyebiliriz. Öğrencilerde zaten genel olarak böyle bir yanılgı var... artış miktarı ile orantı kurması gibi bir kavram yanılgıları olduğunu söyleyebiliriz...”	Öğretmenin, öğrencinin kavrayışını çeşitli yollarla (Örneğin, bilgi eksikliğine, kavram yanılgısına, yörünge düzeylerine dayalı) gerekçelendirdiği yorumları bu kategoriye oluşturmuştur. Örneğin, soldaki örnek ifadesinde öğretmen “artırarak orantı kurmuş” diyerek öğrencinin kavrayışını kavram yanılgısına dayalı olarak gerekçelendirmiştir.

Yorumlama becerisinin analizinde öğretmenden öğrenci düşüncesini ve/veya stratejini açıklaması, öğrencinin neden bu stratejiyi tercih ettiğini, neden bu şekilde düşünmüş olabileceğini açıklamasının çok daha ötesinde, bu düşünce/stratejiye bakarak öğrencinin konu hakkındaki kavrayışını, öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığını, anladığını düşündüyse nedenini veya anlamadığını düşündüyse nedenini belirtmesi beklenmiştir. Öğretmenin bu gerekçelendirme veya gerekçelendirememe durumları esas alınarak yorumları, dikkat etme becerisine benzer şekilde *hatalı*, *zayıf* ve *güçlü yorumlar* şeklinde temalaştırılmıştır. Sınıflandırmaya dayalı bu temalar, gelişimin daha anlaşılır olması için uygun görülmüştür.

Dikkat etme becerisi kapsamında, öğretmenin açıkça öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığını ifade ettiği durumlar, yorumlama becerisinin analizine dahil edilmemiştir. Çünkü anlamadığı durumda öğretmene “bu öğrencinin kavrayışını yorumlayınız” sorusunun yöneltilmesi anlamsız görülmüştür. Ancak anlamadığının farkında olmadığı durumlar analize dahil edilmiştir.

Karar verme becerisinin analizinde, öğretmenin çeşitli kararları diğer iki bileşene göre daha karmaşık ve çok boyutlu veri içerdiğinden zayıf-güçlü şeklinde sınıflandırılmamış, çok daha çeşitli tema ve kategoriler oluşmuştur. Öğretmenin kararlarında, ifade ettiği (yansıtıcı) veya uyguladığı (anlık) *eylemler* kategorileri oluşturulmuş, bu kategoriler bir araya gelerek yapılma nedenleri olan *amaçları* (temalar) oluşturmaktadır (Bkz. Tablo 3.11).

Tablo 3.11

Karar Verme Bileşeni için Örnek Kod-Tema Açıklaması

Tema (Amaç)	Kategori (Eylem)	Kod
Kavram yanlışlığını giderme	Diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/hatırlatma yapma (H)	Oranı miktar sanan öğrenciye kesir kavramı üzerinden açıklama

Karar verme becerisinin analizinde dikkat etme ve yorumlama becerisinin analizinden farklı olarak öğretmenin bir kararı farklı kategoriler altında kodlanabilmiştir. Bunun nedeni kararların analizinde dikkat ve yorumdaki gibi zayıf-güçlü gibi sınıflandırmaya dayalı temalar oluşturulmamış olması, tema-kategori arasında amaç-eylem ilişkisinin olması, öğretmenin aynı eylemi farklı amaçlar için gerçekleştirebilmesidir. Örneğin, *açıklama yapma* eylemini hem bilgi eksikliğini giderme hem kavram yanlışlığını giderme, hem stratejilerini geliştirme, hem de gibi farklı amaçlarla gerçekleştirebilir. Bunlara ek olarak dikkat etme becerisi kapsamında, öğretmenin açıkça öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığını ifade ettiği durumlarda öğretmenin videodaki anlık kararları incelenmiştir.

Tematik analiz sürecinde, dikkat etme, yorumlama ve karar verme bileşenleri birbirinden bağımsız incelenmiş olsa da aralarında doğal olarak bulunduğu düşünülen bağ, araştırmacının örtük yorumlayıcı rolüyle birlikte özellikle karar verme bileşenindeki temalara yansıtılmıştır. Örneğin, yorumlama aşamasında öğrencinin kavrayışını, kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirdiği duruma ilişkin kararı incelenirken bu karar “kavram yanlışlığını giderme” teması (amacı) altında kodlanmıştır.

Jacobs vd. (2010) karar verme sürecinde ‘niyet edilen yanıt’a yani öğretmenin nasıl bir yanıt vereceğine karar vermesine odaklanmakta, yanıtın anlık olarak uygulanmasını zorunlu görmemektedir. Yani öğretmenin, yanıtı planlama sürecine (karar verme) odaklanırken, yanıtın sınıf içinde uygulanmasını ikinci plana bırakır. Bu bağlamda bu çalışmada da niyet edilen/planlanan yanıtı odaklanılmış, bu bağlamda video kesitlerine ve yazılı yanıtlara dayalı yansıtıcı görüşmeler yapılmıştır. Ancak yanıtın anlık uygulaması da dikkate alınarak, öğretmenin videodaki kritik durumlara ilişkin anlık kararları da incelenmiştir. Video ve videolara dayalı görüşmelerin analizi (diğer bir ifadeyle anlık ve yansıtıcı görüşmelerin analizi) bütüncül şekilde şöyle gerçekleştirilmiştir: Öğretmen videoya dayalı görüşmelerde;

- Anlık kararını yineliyor ve/veya destekleyerek gerekçelendiriyorsa, bu anlık kararı esas alınarak kodlama yapılmış, gerekçelendirmesi ile birlikte sunulmuştur.
- Anlık kararını destekliyor, bununla birlikte bu karara ek alternatif bir karar sunuyorsa her iki kararı da kodlanmıştır.
- Anlık kararı yerine farklı bir karar sunuyor ise ifade ettiği karar kodlanmış, ancak bulgularda bu duruma yönelik anlık kararı da açıklanmıştır.

Öğretmenin bu durumlara örnek ifadeleri Tablo 3.12’de sunulmuştur.

Tablo 3.12

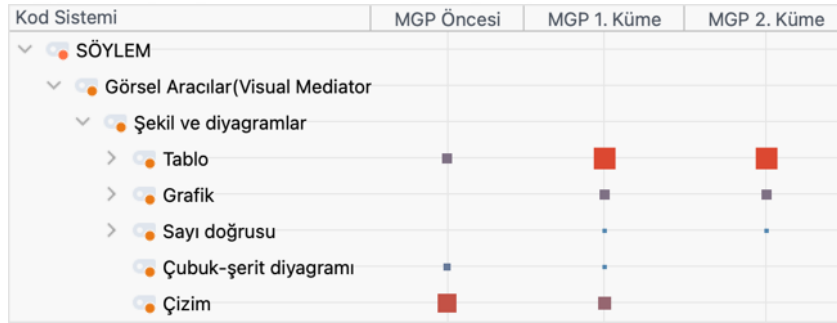
Öğretmenin Videolara Dayalı Anlık ve Yansıtıcı Kararlarına Örnek İfadeler

Durum	Örnek İfade	Kod
Anlık kararını yineliyor ve/veya destekleyerek gerekçelendiriyor.	“Şimdi, öbür yolda tek tek çocukların bir sürü şeyi denemesi gerekiyor ya genişletecek ve toplamaları 84 olan sayıları bulacak, sonuçta daha büyük sayılar da verilebilir, o zaman bu yöntemi uygulamak çok da mantıklı olmayacak, sürekli genişletip toplayacak...”	Formel yol ile açıklama
Anlık kararını destekliyor, bununla birlikte bu karara ek alternatif bir karar sunuyor.	“Sözel olarak güzel anlatmışım bence, ama belki görselleştirebilir mişim de burada, yani bunu görsel birşeyle, işte bunu, 36 lt’yi çizip, 207 parçaya böldüğümüzde 1 liraya geldiğini görselleştirebilirmişim daha iyi anlayabilirlermiş bence.”	Formel yol ile açıklama Görselleştirerek anlatma
Anlık kararı yerine farklı bir karar sunuyor.	“Belki günlük hayatla bağdaştırarak bu anlatılabilirdi, mesela 5 bardak portakal suyuna, 3 bardak su konularak karıştırıp portakal suyu elde ediliyor...günlük hayatta daha iyi anlayabileceği bir soru sorulabilirdi belkide... belki daha iyi anlardı o zaman.”	Günlük yaşamla ilişkili problem sunma

vi. *Analiz raporunun hazırlanması, bulguların sunulması*: Analiz sonuçları MAXQDA yazılımının bir aracı olan Kod Matris Tarayıcı (Code Matrix Browser) ile görselleştirilmiş ve bulgular bölümünde sunulmuştur. Kod Matris Tarayıcı, tematik yoğunlukların belirlenmesine, kodlar arasındaki ilişkilerin incelenmesine ve sonuçların karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesine olanak tanır. Araçtaki kareler, kodlama sonuçlarının sayısal değerlerine göre renklenmekte ve boyutlanmaktadır. Bu araştırmadan Kod matris tarayıcısı çıktısına örnek, Görsel 3.4’te sunulmuştur.

Görsel 3.4

Örnek Kod Matris Tarayıcısı Görseli



Kod matris tarayıcısında yer alan renkli kareler, solda yer alan tema/kategorilerin yoğunluğunu, yüzde hesaplamalarına dayalı olarak göstermektedir. Nitel araştırmalarda verilerin sayısallaştırılmasının birkaç amacının olduğu belirtilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, 242-252). Bunlar; güvenilirliği artırmak, yanlılığı azaltmak, tema-kategoriler arasında karşılaştırma yapmak, küçük ölçekli araştırma sonuçlarının geniş örneklemede tekrar sınanmasına olanak vermesidir. Bu sayısallaştırmanın bir yolu basit yüzde hesaplarıdır. Bu araştırmada, analiz sonuçlarının anlaşılabilirliği ve yorumlanabilirliği artırmak, öğretmenin süreçteki gelişimini gösterebilmek için bu aracın kullanılması tercih edilmiştir.

Görsel 3.4’te yer alan örnekte olduğu gibi, kod matris tarayıcısında her renk farklı bir frekans değerini temsil etmektedir. Örneğin, kırmızı renkteki kareler (1. küme ve 2. küme altında *tablo*) aynı frekans değerine sahiptir. Renklerin eş frekansı temsil etmek dışında özel bir anlamı yoktur. Karelerin boyutları ise frekans değerleriyle orantılıdır; daha büyük kareler daha yüksek frekansı ifade etmektedir. Bulgularda sunulan kod matris görselleri, *sütun bazlı* frekans dağılımını, sütun içindeki sıralamayı sunmaktadır.

Bulguların raporlanmasında, öğretmenin dikkat etme becerisi kapsamındaki ifadelerine “öğretmenin açıklamaları”, yorumlama becerisi kapsamındaki ifadelerine “öğretmenin yorumları”, karar verme becerisi kapsamındaki ifadeleri “öğretmenin kararları” şeklinde atıfta bulunulmuştur. Yani bulguların okunmasını kolaylaştırmak amacıyla üç bileşen için “öğretmen ...şeklinde açıklama yapmıştır”, “öğretmenşeklinde yorum yapmıştır”, “öğretmenin kararları...şeklinde olmuştur” şeklinde farklı ifade kalıpları kullanılmıştır. Diğer bir ifadeyle “öğretmenin açıklamaları” ile kastedilen, dikkat etme becerisi kapsamında öğretmene “öğrencinin düşünce/stratejisini açıklayınız.” sorusuna verdiği yanıt iken; “yorumları” ile kastedilen, yorumlama becerisi kapsamında öğretmene “öğrencinin kavrayışını yorumlayınız” sorusuna verdiği yanıt; “kararları” ile kastedilen ise karar verme becerisi kapsamında öğretmenin uyguladığı (anlık) veya uygulayacağını ifade ettiği (yansıtıcı) kararlarıdır.

3.5.2 Matematiksel söylemin analizi

Bu araştırmada, öğretmenin matematiksel söylemleri Sfard’ın (2008) “Matematiksel Biliş İletişimsel Yaklaşım” teorisine göre kelime kullanımı, görsel araçlar, onaylanmış ifadeler ve rutinler bileşenleri bağlamında incelenmiştir. Tablo 3.6’da yer alan veri seti, nitel analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılarak analiz edilmiştir. Analizin ilk aşamasında, veriler detaylı biçimde yazıya dökülmüştür. İkinci aşamasında, her bir bileşen için kodlamalar yapılmıştır. Üçüncü aşamasında bulgular raporlanarak sunulmuştur. Analiz süreci, her bir bileşen için şöyle yürütülmüştür:

i. *Kelime kullanımının analizi*; her matematiksel söylemin kendine özgü bir kelime dağarcığı vardır ve kelimeler ile kullanımları, söylemin merkezinde yer alır (Sfard, 2008). Bu araştırmada *kelime* ile kastedilen, tek bir kelime, kavram, terim veya birkaç kelimeden oluşan kısa ifadelerdir. Kelime kullanımının incelenmesi için ilk olarak araştırmanın konusu olan *oran-orantı* ve öğrenme yörüngeleri esas alınarak yedi odak kavram ve bağlamları belirlenmiştir. Odak kavramlar; oran, denk oran, temel oran, birim oran, oranları karşılaştırma, orantı, orantısız olan olmayan durumlar’dır. Bu kavramların odağında hangi bağlamda, hangi kelimenin kullanıldığını incelemek için bağlamlar oluşturulmuştur. Odak kavram ve bağlamlar Tablo 3.13’te sunulmuştur.

Tablo 3.13*Kelime Kullanımının Analizine Esas Odak Kavram ve Bağlamlar*

Kavram	Bağlamlar	Kelime kullanımı
Oran	Oran kavramı, ifade edilişi, nicelikleri, oran oluşturma, oranın gösterimi, çeşitleri, oran-kesir ilişkisi	...
Denk oran	Denk oran kavramı, denk oran oluşturma	...
Birim oran	Birim oran kavramı, birim oran oluşturma	
Temel oran	Temel oran kavramı, temel oran oluşturma	
Oranları karşılaştırma	Oranları karşılaştırma yöntemleri	
Orantı	Orantı kavramı, orantı oluşturma, orantı çeşitleri, orantı problemleri	
Orantısız olan/olmayan durumlar	Orantısız durum, orantısız olmayan durum	

Kelime kullanımının analizinde öncelikle transkript baştan sona okunarak orantı-orantı konusu ile ilgili kelimeler ayrı ayrı kodlanmıştır. Bu kodlama sürecinde öğretmenin okuduğu problem durumunda yer alan veya öğrenci yanıtını tekrar etmesi durumunda kullandığı kelimeler kodlamaya dahil edilmemiştir. Ayrıca öğretmenin kelime kullanımında aynı problem durumu bağlamında birden çok defa tekrar edilen kelimeler yalnızca bir defa kodlanmıştır. Örneğin Tablo 3.15’te yer alan örnek ifadede “birim oran” sözcüğü birden çok defa geçmesine rağmen yalnızca bir defa kodlanmıştır. Kelimelerin kodlanmasının ardından, önce bu kelimelerin bağlamı, sonra hangi kavram odağında kullanıldığı belirlenerek analiz tamamlanmıştır. Kelime kullanımının analizi için Tablo 3.14’te örnek sunulmuştur.

Tablo 3.14*Kelime Kullanımı İçin Analiz Örneği*

Öğretmenin örnek ifadesi	Kelime kullanımı	Bağlam	Odak kavram
K: ...Bu kesir (2 bölü 3 oranını kastederek) genişletme işleminde değerinin değişmediğini biliyoruz, 6 ile genişlettiğimiz zaman 12 bölü 18 oluyor... (09.03.2022; gözlem transkripti)	Kesir	Denk oran oluşturma	Denk oran

ii. *Onaylanmış ifadelerin analizi*; onaylanmış ifadeler onaya ve redde açık sözlü ifadelerdir (Sfard, 2008). Bu çalışmada öğretmenin oran orantı konusunda yaptığı tanım ve açıklamalar onaylanmış ifadeleri olarak ele alınmıştır. Öğretmenin onaylanmış ifadelerine örnekler şunlardır:

“...iki oranın birbirine eşitliğine orantı denir...”

“...İki kesir arasında içler dışlar çarpımı yapıldığında, eşit çıkıyorsa bu iki kesir orantılıdır diyebiliriz...”

“...aralarında hiç ilişki olmayan, orantısız olmaması için mesela çocuğun işte çok iyi bir insan olması ile derslerindeki başarısı orantısız olmayan iki durum yani birbiriyle karşılaştırılamayacak iki durum gibi düşünülebilir, orantısız olmayan, aralarında ilişki olmayan...”

Öğretmenin onaylanmış ifadeleri, kelime kullanımının analizi için belirlenen yedi odak kavram ve bağlamları dikkate alınarak analiz edilmiştir. Onaylanmış ifadelerin analizi için Tablo 3.15’te örnek sunulmuştur.

Tablo 3.15

Onaylanmış İfade için Analiz Örneği

Öğretmenin örnek ifadesi	Onaylanmış ifade	Bağlam	Odak kavram
K: Birim oran olabilmesi için çokluklardan birinin 1 olması lazım çocuklar...Ama ‘birim oran’ olabilmesi için bir çokluktan 1 tane aldığımda, birim başına, diğerinden kaç tane düştüğüdür birim oran... Bir çokluktan 1 tane aldığımda diğer çokluktan bunun için kaç tane düşer? Birisinin 1 tanesine diğerinden kaç tane düşüyor, bunu bulabilmek aslında birim olmuş olması için gereken şart, bir tanesinin 1 olması, bir tanesi 1 olduğundan diğerinden kaç tane, birim başına kaç tane düşüyor... Burada 1 lokma için kaç sn gerekir, birim oran olması için birisinin 1 olması gerekiyor. (21.04.2022; gözlem transkripti)	Birim oran bir çokluktan 1 tane aldığımda, birim başına, diğerinden kaç tane düştüğüdür.	Birim oran kavramı	Birim oran

Onaylanmış ifadelerin analizinde bir gözlem esnasında, aynı tanımı ya da açıklamayı aynı problem durumu veya konu çerçevesinde, art arda tekrar etmiş olsa da bir defa kodlanmıştır. Ancak birden çok defa kullanıldıysa bu not edilerek, ‘onaylanmış ifadelere ilişkin rutinleri’ altında yer kodlanmıştır. Onaylanmış ifadelerdeki gelişim betimsel olarak doğrudan alıntılarla sunulmuştur. Bulguların raporlanmasında 1. ve 2. küme sonunda yalnızca kümede yeni ortaya çıkan onaylanmış ifadeler bütün olarak paylaşılmıştır.

iii. *Görsel araçların analizi*; matematiksel söylemde matematiksel iletişim için oluşturulmuş ve üzerinde işlem gerçekleştirilen tüm görsel araçlar “görsel araçlar” olarak adlandırılır (Sfard, 2008). Bu çalışmada öğretmenin oran-orantı konusunu anlatırken kullandığı görsel araçlar incelenmiştir. Öncelikle transkript baştan sona incelenerek öğretmenin kullandığı görsel araçlar kodlanmıştır. Görsel araçlara öğretmenin jestleri dahil edilmemiştir. Öğretmenin öğretimde kullandığı problem durumlarında halihazırda yer alan tablo, grafik vb. araçlar analize dahil edilmemiştir. Yine yörünge düzeylerinde

yer aldığı için kullandığı görsel araçlar analize dahil edilmemiştir (Örneğin, bazı düzeylerinde tablo oluşturma yer almaktadır.) Farklı problem durumlarında, farklı bağlamda birden çok defa aynı görsel aracı kullanıldığında her biri için ayrı kodlama yapılarak görsel araçların yalnızca çeşitleri değil kullanım sıklığı da ele alınmış ve gelişim bu çerçevede incelenmiştir. Bu gelişim MGP öncesi, 1. küme ve 2. küme sonunda *kod matris tarayıcısı* aracı ile görselleştirilerek sunulmuştur.

iv. *Rutinlerin analizi*; rutinler matematiksel söylemin, benzer durumlarda tekrarlayan eylemleri, matematiksel görevlerde kullanılan ve gösterilen örnek yollarını içermektedir. Diğer bir ifadeyle söyleme karakteristik yapı kazandıran örüntülerdir. Örneğin, spesifik bir problem çözümünde izlenen adımlar (Sfard, 2008). Öğretmenin rutinleri analiz edilirken öncelikle o derste en sık tekrar ettiği, kelime, açıklama, problem çözme stratejileri vd. durumlar not alınmıştır. Aynı zamanda bunlar kelime kullanımı, onaylanmış ifade ve görsel araçların analizi esnasında da not alınmıştır. Sonuç olarak, öğretmenin sık kullandığı kelimeler, görsel araçlar, onaylanmış ifadeler, problem türleri, problem çözme stratejileri, soru tipleri söylemlerindeki rutinlerini oluşturmuştur. Örneğin, birden çok problem durumunda, açıklama yaparken kullandığı “birim oranı bulurken ne soruluyorsa ona böleriz” onaylanmış ifadesi, öğretmenin aynı zamanda rutinini oluşturmuştur.

- Öğretmen** : Aslında şöyle bir genelleme yapsak, bana neyi soruyor “1 kg salça için gereken”, 1 kg salça başına düşen **genelleme yapabilir miyim ben, 1 kg salça için sorulduğunda, paydaya neyi getiriyorum?**
- Öğrenci** : Salçayı
- Öğretmen** : Salçayı getiriyorum her seferinde değil mi, **her seferinde neyin bir kg soruyorsa bana, ona bölüyorum**, bir tanesini bulmak için biber miktarını salça miktarına bölüyorum, **paydaya her zaman için bana sorulan şey geliyor diyebilir miyim?**
- Öğrenci** : Evet
- Öğrenci** : Önceki soruda da muz sormuştun, muza böldük.
- Öğretmen** : Aynen, evet değil mi, **önceki soruda da muz sormuştun... Biz muzun kilosuna böldük dedi... Evet bu şekilde de bir genelleme yapabiliriz.**

3.6 Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, lisans ve yüksek lisans eğitimlerini ilköğretim matematik eğitimi alanında tamamlamış ve 17 yıldır Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı çeşitli devlet okullarında ortaokul matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır.

Araştırmacı doktora eğitimi sürecinde, araştırmacının bağlamıyla ilişkili olarak nitel araştırma yöntemleri, öğretmen mesleki gelişimi, öğretmen bilgisi, öğrenci merkezli öğretim stratejileri ve öğretim yöntemleri gibi konularda dersler almış ve öğretmen bilgisi ile fark etme becerisi üzerine uluslararası bildiriler sunmuştur. Bu konular aynı zamanda araştırmacının ilgi duyduğu konular arasında yer almaktadır. Felsefi açıdan, araştırmacı nitel araştırma yaklaşımına yakın hissetmekte ve bu alanda araştırma yürütme konusunda kendisini yetkin görmektedir. Veri analizi konusunda MAXQDA ve NVİVO veri analiz yazılımı eğitimleri bulunmaktadır.

Yorumlayıcı/yapılandırmacı nitel araştırmalarda, araştırmacı birincil veri toplama aracı olarak, gerçeğin inşasında önemli rol oynamakta, ÖGD yönteminde ise öğretmenlerin gelişimini destekleyen müdahaleci bir rol üstlenmektedir (Simon, 2000). Bu araştırma kapsamında, söz konusu müdahale yalnızca ‘eğitim oturumları’ ile sınırlıdır ve bulguları etkilemeyecek şekilde yapılandırılmıştır. Öğretmene, öğretimi esnasında, veri toplama sürecinde herhangi müdahalede bulunulmamış, görüşmeler esnasında yönlendirici bir dil kullanmaktan kaçınılmıştır.

Dolayısıyla bu araştırmada araştırmacı, veri toplama aracı, eğitmen, katılımcı-gözlemci, yürütücü rollerini üstlenmiş; öğretmenin eğitimi, veri toplama ve analiz süreçlerinde aktif görev almıştır. Araştırmacının mesleki deneyimi, matematik eğitimi alanındaki bilgi birikimi ve araştırma sürecindeki aktif rolü, çalışmanın metodolojik tutarlılığını ve içeriksel derinliğini sağlamış, araştırmacının bütünlüğünü pekiştirmiştir.

3.7 Güvenilirlik

Bilimsel araştırmalarda doğru bilgiye ulaşma konusunda gereken önemlerin alınması (geçerlik) ve araştırma sürecinin açık ve ayrıntılı biçimde yani bir başka araştırmacının değerlendirmesine olanak verecek şekilde tanımlanması (güvenirlik) araştırmacıların karşılaşması gereken önemli beklentilerdendir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.274). Yorumlayıcı/yapılandırmacı benimseyen Lincoln ve Guba (1985), pozitivizm paradigmasında kullanılan *geçerlik* (validity) ve *güvenirlik* (reliability) kavramları yerine *güvenilirlik* (trustworthiness) kavramını önermiştir. Bu yaklaşımla nitel araştırmaların doğasına uygun olarak niteliğini arttıracak kriterleri bu kavram çerçevesinde tanımlamışlardır. Bu çerçeveye göre, araştırma sonuçlarının doğruluğu ile ilgili olan geçerlik kavramı bağlamında, “iç geçerlik” yerine *inandırıcılık* (credibility), “dış geçerlik” yerine *aktarılabirlik* (transferability) kriterlerini; araştırma sonuçlarının tekrar

edilebilirliği ile ilgili olan güvenilirlik kavramı bağlamında ise “iç güvenilirlik” yerine *tutarlılık* (dependability) ve “dış güvenilirlik” yerine *teyit edilebilirlik* (confirmability) kriterlerini kullanmışlardır (Arastaman, Öztürk Fidan ve Fidan, 2018; Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmanın güvenilirliği de bu kriterler çerçevesinde açıklanmıştır.

i. İnandırıcılık; bulguların gerçeklikle ne düzeyde uyumlu olduğu ve araştırma sürecinin, gerçeği ortaya çıkarma yeterliği ile ilgilidir. Bu araştırmanın inandırıcılığını artırmak için şu stratejiler kullanılmıştır:

- *Uzun süreli etkileşim*; araştırmacı birincil veri toplama aracı olarak, veri kaynakları (katılımcı, ortam ve veri seti) ile 10 hafta boyunca, gözlem ve görüşmeler yoluyla düzenli etkileşimde bulunmuştur. Katılımcı ile her hafta düzenli olarak gözlem ve görüşmeler gerçekleştirilmiş, veri analizi süresince sürekli okumalar yoluyla veri setine de yoğunlaşmıştır.
- *Derinlik odaklı veri toplama*; toplamda 14 saat görüşme ve 20 ders saati gözlem yapılarak derinlemesine veri toplanmıştır. Bu veriler detaylı şekilde analiz edilmiş, verilerdeki örüntüler ortaya çıkarılmaya ve kavramsallaştırılmaya çalışılmıştır.
- *Çeşitleme/üçgenleme*; araştırmada farklı veri toplama yöntemleri (gözlem, görüşme, video kaydı, doküman incelemesi) kullanılarak verilerin birbirini teyit etmesi sağlanmıştır. Öğretmenin fark etme becerisi, hem ders videoları üzerinden yapılan görüşmelerle, hem yazılı öğrenci yanıtları üzerinden yapılan görüşmelerle incelenmiştir. Matematiksel söylemler hem görüşme verileri üzerinden hem ders videosu üzerinden incelenmiştir.
- *Uzman incelemesi*; araştırma süresince 3 uzman araştırmacı veri toplama, analiz, bulgular, yorumlama süreçlerini eleştirel bir gözle incelemiş, geri bildirimde bulunmuşlardır. Ayrıca araştırmacı, süreçteki detayları bir uzmana düzenli olarak aktarmıştır. Veri toplama aşamasında, katılımcı öğretmenle yapılacak fark etme görüşmelerine esas olan ders videolarındaki kritik durumların belirlenmesinde, öğrenci yazılı yanıtlarının seçiminde, uygulama sürecinde öğretmen eğitimlerinin planlanması ve değerlendirilmesinde, analiz sürecinde tema ve kodların belirlenerek son haline getirilmesinde uzman rol oynamıştır.
- *Katılımcı teyidi*; araştırma sürecinin tamamında görüşme esnasında veya görüşmenin hemen sonunda araştırmacı, verilerin katılımcının düşünce ve deneyimlerini doğru bir şekilde yansıtip yansıtmadığını teyit etmek amacıyla

kendi anladıklarını katılımcıya özet olarak aktarmış ve katılımcının geribildirimlerini almıştır. Gözlem yapılan dersler için ise, gözlem esnasında alınan notlar üzerinden ders sonrası görüşmelerde katılımcı teyidi alınmıştır.

- *Katılımcı dürüstlüğü;* (Shenton, 2004'ten aktaran Arastaman vd., 2018); araştırmada katılımcıya istediği zaman neden sunmaksızın çalışmadan ayrılabilmesine yönelik bilgilendirme yapılmış ve buna imkân tanınmıştır. Böylelikle araştırmanın, özgür iradesiyle ve samimi olarak katkı sağlayan bir katılımcı ile yürütülmesi sağlanmıştır. Süreç boyunca katılımcıya görüşme sorularının beklenen ve doğru bir yanıt olmadığı belirtilmiş, açık sözlü olması yönünde desteklenmiştir.

Araştırmacı yansıtıcılığı; bu yaklaşım, araştırmacının çalışma boyunca hem kendi duruşunu hem araştırma sürecini ve ürettiği açıklamaları eleştirel bir gözle sürekli değerlendirmesini ve sorgulamasını temel alır (Shenton, 2004'ten aktaran Arastaman vd., 2018). Bu araştırmada, araştırmacı tarafından sürece ilişkin önyargılarını ve varsayımlarını fark etmesini destekleyecek bir yansıtıcı günlük tutulmuştur. Bu günlük, veri toplama ve analiz sürecinde potansiyel yanlılıkları azaltmaya katkı sağlamıştır. Bulguları yorumsuz sunmuş, tartışma kısmında ise bulguları topladığı verilere bağlı olarak yorumlamıştır.

- *Araştırmacının yetkinlikleri, deneyimleri* bağlamında araştırmacının güvenilirliği, nitel araştırmada birincil veri toplama ve analiz aracı olduğundan, araştırmanın inandırıcılığını doğrudan etkileyen kritik unsurlar arasında yer almaktadır (Patton, 2002'den aktaran Arastaman vd., 2018). Bu araştırmada, araştırmacının rolü başlığı altında araştırmanın eğitimi, felsefi yaklaşımı, ilgi duyduğu çalışma alanları ve araştırma konusuyla ilgili deneyimi bağlamında aldığı dersler ve yaptığı çalışmalara yer verilmiştir.
- *Önceki araştırma bulgularıyla karşılaştırma;* nitel araştırmalarda, araştırmacının elde ettiği bulguları alanyazındaki bulgularla ilişkilendirme becerisi, araştırmanın değerlendirilmesinde bir kriter olarak kabul edilmektedir (Silverman, 2000'den aktaran Arastaman vd., 2018). Araştırmanın tartışma ve sonuç bölümünde bulguları alanyazındaki bulgularla detaylı şekilde ilişkilendirilmiştir.
- *Bilgisayar programlarının kullanımı;* bilgisayar yazılımlarının, araştırmalarda inandırıcılığı güçlendiren etkili araçlar arasında yer aldığı ifade edilmektedir. (Whittemore, Chase ve Mandle, 2001'den aktaran Arastaman vd., 2018). Bu

araştırmada, veriler MAXQDA programı kullanılarak depolanmış ve analiz edilmiştir.

- Ayrıca, veri analiz süresince veriler titiz ve kapsamlı bir şekilde, kelimesi kelimesine yazıya dökülmüş, bu süreçte verinin aslına sadık kalınmıştır.
- Öğrenciye yönelik olumlu ya da olumsuz önyargıdan arınması için yazılı öğrenci yanıtlarına dayalı görüşmelerde öğrencilerin adları öğretmenden gizlenmiştir.

ii. Aktarılabilirlik, nicel araştırmalardaki ‘genelleme’ kavramının karşılığı olup sonuçların benzer katılımcı, ortam, bağlamlara aktarılabilirliği ile ilgilidir. Nitel araştırmanın doğası gereği araştırma sonuçlarının doğrudan genellenemeyeceği bilinmektedir. Nitel çalışmaların genelleme amacı yoktur. Ancak araştırmacıların sonuçları kendi çalışmalarında uygulayabilmeleri için katılımcının belirlenmesi, özellikleri ve araştırma ortamı açıkça belirtilmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2008, s.270). Bu araştırmada aktarılabilirlik için kullanılan stratejiler:

- *Amaçlı örnekleme*; katılımcının belirlenmesinde, bir amaçlı örnekleme yöntemi olan ölçüt örnekleme tekniği kullanılmıştır. Öğretmenin 6. ve 7. sınıflarda derse giriyor olması, araştırmacının öğretmenin oran-orantı konusundaki öğretim süreçlerini doğal ortamında inceleyebilmesine olanak tanımıştır.
- *Ayrıntılı betimleme*; araştırmanın katılımcısı ve araştırma ortamı detaylı şekilde betimlenmiştir. Araştırmanın verileri, analiz çerçevesine uygun olarak düzenlenmiş ve bulgular yorum eklenmeden, aslına sadık kalınarak ayrıntılı bir şekilde aktarılmıştır. Bu amaçlar bulguların sunumunda öğretmenin ifadelerinden doğrudan alıntılara yer verilmiş, ayrıca öğretmenin yazılı çizim ve çözümlerine ilişkin görseller sunulmuştur.

iii. Tutarlılık; araştırmanın bulgularının ve yorumlarının, tutarlı bir sürecin ürünü olmasını ifade etmektedir. Bu araştırmada tutarlılık için yukarıda belirtilen katılımcı teyidi, üçgenleme yöntemlerine ek olarak kullanılan stratejiler:

- *Tutarlılık incelemesi*; araştırma sürecinde, hem sonuçların araştırmanın amaçlarıyla ve yöntemle tutarlılığı, hem de yorumların veri setine dayanıp dayanmadığı (denetim izi) uzman araştırmacı tarafından incelenmiştir. Tema ve kodlama süreci de benzer şekilde uzman araştırmacı tarafından incelenmiştir.
- *Araştırma sürecinin ayrıntılı betimlenmesi*; araştırmanın yöntemi, katılımcıların belirlenmesi, katılımcının özellikleri, veri toplama ve analiz süreçleri, uygulama

süreci olmak üzere araştırmanın tüm aşamaları açık ve ayrıntılı bir şekilde raporlanmıştır.

- Araştırma süreci döngüsel yapıda ilerlemektedir, bu yapı her defasında aynı adımları izlemeyi sağladığından, bulguların tutarlılığına katkı sağladığı düşünülmektedir.
- Araştırmada fark etme ve söylem çerçeveleri esas alındığından verilerin analizi aynı çerçevelere göre gerçekleştirilerek analiz sürecinde tutarlılık sağlanmaya çalışılmıştır.
- Araştırmanın bulguları, bulgular bölümünde yorumsuz şekilde sunulmuş, alanyazınla tartışarak yorumlanması tartışma bölümüne bırakılmıştır.
- Veri analiziden temaların tutarlılığı bağlamında, MAXQDA yazılımında belirli bir kodun geçtiği tüm içeriği aynı ekranda görüntüleme imkânı sunan *Akıllı kodlama aracı* kullanılmış, böylece aynı temaya kodlanan verilerin birbirleriyle tutarlılığını gösteren iç homojenlik kriteri sağlanmıştır.

iv. Teyit edilebilirlik; araştırmacının bulgularının, sonuçlarının ve yorumlarının mümkün olduğunca tarafsız ve veri odaklı olup olmadığını değerlendiren bir ölçüt ve araştırmacının kendi önyargılarının ve kişisel etkilerinin araştırma sürecine müdahale etmediğini gösterme çabasıdır. Bu araştırmada teyit edilebilirliği sağlamak için üst paragraflarda bahsedilen çeşitleme, yansıtıcı düşünme, katılımcı teyidi yöntemlerine ek olarak yapılan işlemler:

- Araştırmanın amacı, problemleri, felsefi yaklaşımı, yöntemi, araştırmacının konumu, araştırma ortamı, katılımcıların belirlenmesi, katılımcıların özellikleri detaylı açıklanmıştır.
- Veri toplama süreci tarih ve süre içeren detaylı takvimlerle sunulmuştur.
- Veri toplama araçları, içerikleri ve nasıl hazırlandıkları açıklanmış, süreçte yararlanılan kaynaklar açıkça belirtilmiş ve bu araçlar eklerde sunulmuştur.
- Araştırmanın uygulama döngüsü, adımları, eğitim süreci, içeriği ve dokümanları detaylı şekilde ayrı başlıklar altında açıklanmıştır.
- Veri analiz süreci araştırmada esas alınan ve detaylı açıklanan teorik çerçevesine göre veri örnek analizlerle birlikte ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.
- Bulgularda tema ve kategoriler önemli örnek ifadeleriyle sunulmuştur.
- *Yazılı ve elektronik kayıtların tutulması*; araştırmanın yazılı, görsel-işitsel ham verileri (gözlem videoları ve görüşme ses kayıtları ve transkriptleri)

bulunmaktadır ve bunlar gerektiğinde incelenmeye sunmak üzere araştırmacı tarafından saklanmaktadır.

3.8 Etik Hususlar

Bu araştırmada aşağıdaki etik hususlara titizlikle dikkat edilmiştir.

- Araştırmanın yürütülmesi için Anadolu Üniversitesi Etik Kurulu'ndan onay alınmıştır (Onay Numarası: 236603, Tarih: 21.12.2021, EK-6)
- Katılımcıya araştırma öncesi ve süreci hakkında detaylı bilgilendirme yapılmış, 'Katılımcı Bilgi ve Onay Formu' (EK-8) kullanılarak yazılı onayı alınmıştır. Gizlilik esası doğrultusunda öğretmenin kimlik bilgileri gizli tutulmuş, veriler yalnızca bilimsel amaçlarla kullanılmış ve katılımcının mahremiyetine özen gösterilerek araştırma raporunda yüzü gizlenmiş ve ismi kullanılmamıştır.
- Araştırma boyunca öğretmenin dersleri video ile kaydedileceğinden, çalışmanın yapılacağı sınıftaki öğrenci velilerinden 'Veli İzin Belgesi' (EK-9) kullanarak yazılı izin alınmıştır. Uygulamada alınan video kayıtlarında öğrencilerin yüzlerinin görünmemesine dikkat edilmiş, araştırma raporunda yüzleri gizlenmiştir. Bulgularda yer alan öğretmen-öğrenci diyaloglarında öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamıştır.
- Araştırmanın Millî Eğitim Bakanlığı'na (MEB) bağlı bir devlet okulunda yürütülmesi nedeniyle, Etik kurul onayı ile katılımcı öğretmenden, öğrenci velilerinden ve okul idaresinden alınan yazılı onaylar kullanılarak MEB'den 'Bilimsel Araştırma İzni' (EK-7a, EK-7b) alınmıştır.
- Araştırma kapsamında kullanılan öğrenme yörüngeleri için, yörüngeleri geliştiren araştırma ekibi'nden e-posta yoluyla gerekli izin alınmıştır.
- Araştırma raporunun yazımında yararlanılan tüm kaynaklara uygun şekilde atıf yapılmış ve bu kaynaklara kaynakça başlığı altında yer verilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın bulguları “Mesleki Gelişim Programı Öncesi Bulgular” ve “Mesleki Gelişim Programı Süreci Bulgular” olmak üzere iki ana başlık altında sunulmuştur.

4.1 Mesleki Gelişim Programı (MGP) Öncesi Bulgular

MGP öncesi bulgular, “Fark etme becerisine ilişkin bulgular” ve “Matematiksel söyleme ilişkin bulgular” olmak üzere iki alt başlık altında sunulmuştur.

4.1.1 MGP öncesi fark etme becerisine ilişkin bulgular

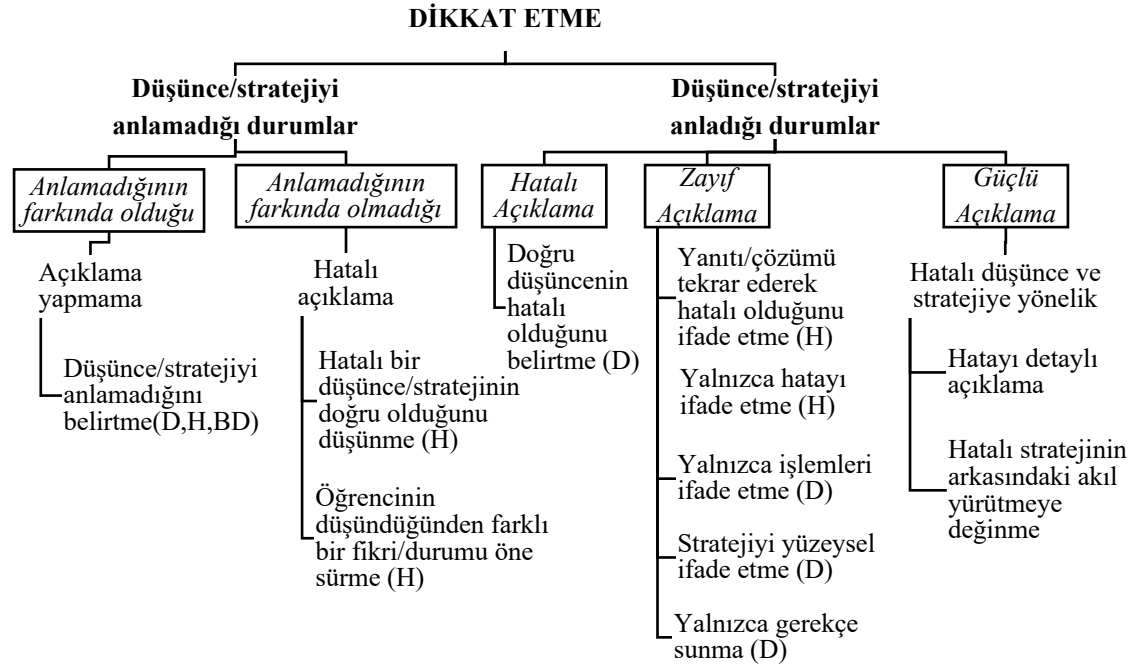
MGP öncesi öğretmenin fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme, yorumlama, karar verme* olmak üzere üç bileşen altında sunulmuştur. Bu bölümde sunulan bulgular, araştırmanın birinci alt problemine yanıt vermektedir.

4.1.1.1 Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

MGP öncesi, dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.1’de sunulmuştur.

Şekil 4.1

MGP Öncesi Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Not. H=Hatalı düşünce/stratejiye yönelik; D= Doğru düşünce/stratejiye yönelik; D, H=Doğru veya hatalı düşünce/stratejiye yönelik; BD=Beklenmedik durumlara yönelik (Öğrencinin doğru veya yanlış olarak değerlendirilemeyecek bir fikir sunduğu, soru sorduğu veya anlamadığını belirttiği durumlar) anlamına gelmektedir.

Şekil 4.1.'de görüldüğü gibi MGP öncesi, öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejileri hakkındaki açıklamaları düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar ve düşünce/stratejiyi anladığı durumlar'dan oluşmaktadır.

Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar

Öğretmenin, öğrencilerin düşüncelerini/stratejilerini anlayamadığı durumlar “Anlamadığının farkında olduğu durumlar” ve “Anlamadığının farkında olmadığı durumlar” dan oluşmaktadır.

Anlamadığının farkında olduğu durumlar; öğretmenin öğrenci düşüncesini/stratejisini anlayamadığını açıkça ifade ettiği durumlardır. Bu durumlarda öğretmen, *stratejiyi anlamlı bulmama, bazı öğrencilerin ne demek istediğini anlayamama veya öğrenciden beklenmeyen bir soru gelmesi* nedenleriyle öğrencilerin düşünce/stratejilerine yönelik açıklama yapmamış, yalnızca onları anlayamadığını ifade etmiştir. Örneğin, doğru bir öğrenci stratejisi için (V2-3), stratejiyi anlamlı bulmadığını şöyle ifade etmiştir: “İkisini de 3’e bölsün diyor, valla ben onu çok anlamlı bulmadım yani. ‘12’yi de 15’i de 3 ile sadeleştiririm’ diyor, ‘ikisini de 3’e bölelim’ diyor, ‘paydaları eşitleyelim’ diyor falan, çok anlamlı gelmedi o yüzden.” Görüşmenin devamında, öğrencinin doğru bir strateji sunduğunu ve ders esnasında kendisi bunu anlamadığı için anlamlı bir yol olarak görmediğini şu ifadeleriyle onaylamıştır: “Aslında payları eşitlemek mantıklı olabilirmiş, yani 12 ile 15’i. Payları eşitlesen paydalar da eşit olacak, doğal olarak bulmuş mu olacaktı çocuk. Ya da yani onu çok anlamlı bir yol olarak görmemişim.” Bir diğer görüşmede, hatalı bir öğrenci stratejisi için (V1-6) yine stratejiyi anlayamadığını şöyle ifade etmiştir: “Buradan 7’yi nasıl çıkarabilirsin, 96’yı bölen bir sayıyı mı düşündü desem, değil, 7 neden? Bazen gerçekten anlamak çok zor oluyor çocukları...yani yapıyor bir şeyler ama.”.

Ders esnasında öğretmenin, öğrencilere yönelttiği “a ve b doğru orantılı sayılar olmak üzere, $a = 12$ iken $b = 8$ ise $a = 15$ iken b kaçtır?” problemine, Mehmet (V2-2) “2’ye bölüp 2,5 kat” şeklinde yanıt vermiştir. Mehmet 12 ile 15 arasındaki çarpımsal ilişkiyi 2 ile bölüp, 2,5 ile çarpma şeklinde kurarak doğru bir strateji sunmuştur. Öğretmen Mehmet’in stratejisine yönelik şöyle açıklama yapmıştır: “Anlayamadım şimdi ben Mehmet’in ne demek istediğini, bazı öğrencileri daha zor anlıyorum, mesela Mehmet onlardan birisi. Ne düşündüğünü anlamakta çok zorlanıyorum bazılarının, hepsinin değil ama mesela Mehmet’in...” Öğretmen açıklamasında belirli öğrencilerin düşüncelerini anlamakta zorluk yaşadığını, bu öğrencileri genellikle anlayamadığını ifade etmiştir.

Görüşmenin devamında “Aslında çocuk doğru söylüyor burada, ben anlamamışım, sadeleştirdiğini falan mı düşündüm orada acaba, yok ben direk 2,5 katını olduğunu düşündüm herhalde” şeklinde öğrencinin doğru yanıt verdiğini ve anlayamadığını desteklemiştir. Öğrenci düşüncesine yönelik ön görüşmeler esnasında da öğrencinin düşüncesini anlamada eksik hissettiği anlar olup olmadığı sorulduğunda, öğretmen şöyle yanıt vermiştir:

“Tabii oluyor, oluyor mutlaka. Yani bazı öğrencileri, mesela özellikle hiç anlayamadığımı düşünüyorum, o bana bir şeyler anlatıyor sürekli ve ben onu anlayamıyorum. Onun matematiksel şeyinin zayıflığından da temelsiz olmasından da söyledikleri kaynaklanabilir, sadece sözel olarak ifade etmeye çalışmasından da matematik diline dönüştürememesinden de kaynaklanıyor olabilir, benden de kaynaklanıyor olabilir bu durum. Ama <vurgulayarak> “özellikle bazı öğrencilerimde” evet, onların anlattıklarını -spesifik bir iki öğrenci var- anlamakta çok zorlanıyorum.”

Ders esnasında, denk oranların elde edildiği problem esnasında bir öğrencinin denk oranları elde etmede “Hocam bazen değişebilir mi, sayıları farklı farklı sadeleştirebilir miyiz?” şeklinde soru yönelten öğrenci düşüncesi (V1-2) hakkında öğretmen, öğrenciden beklemediği bir soru geldiğini şöyle ifade etmiştir: “Şok yaşadım o anda. Ya acaba, aslında bu çocuk sadeleştirmeyi çok da iyi yapar yani, öyle çok şey bir çocuk değil, belki de bunun kesir olduğunu fark edemedi o anda, bilmiyorum ki öyle bir şey de olabilir.” Açıklamasında, öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamaya çalıştığı görülmektedir. Görüşmenin ilerleyen kısmında da öğrencinin düşüncesini ders esnasında anlayamadığını şöyle ifade etmiştir:

“Acaba 2 farklı kesri, 2 farklı sayıyla sadeleştirmekten mi bahsediyor, çünkü o çocuk böyle bir basit soru sormaz ya. Yani şöyle 3 tane yazmışım ya, bunu farklı bir sayıyla sadeleştiriyoruz, yanındaki farklı bir sayıyla sadeleştiriyoruz da demiş olabilir. Çünkü “bu, aynı kesri sadeleştirirken farklı farklı sayılarla sadeleştiririz” diyecek bir çocuk değil yani, yapar sadeleştirme işlemini, belki de o sırada anlamamış olabilirim onu.”

MGP öncesi, fark etme becerisine yönelik görüşmelerinin dışında, öğrenci düşüncesine yönelik ön görüşmelerde de öğretmen, bazen öğrencilerin düşünce/stratejilerini anlamakta zorlandığını ifade etmiştir. Öğretmenin bu ifadesinin yer aldığı diyalog şöyledir:

- Araştırmacı** : Öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, stratejilerindeki matematiksel ayrıntılara dikkat eder misiniz?
- Öğretmen** : Tabii bazen bir anlatıyorlar matematiksel olarak ne yaptıklarını, gerçekten çok zor oluyor anlamak.
- Araştırmacı** : Yani zor derken neyi kastediyorsunuz? “Burada ne düşündü de çocuk, böyle bir çözüm yaptı acaba?” diye mi düşünüyorsunuz?
- Öğretmen** : Evet, kesinlikle. O matematik sorusunu çözmekten daha zor oluyor işte bazen, onun ne düşündüğünü anlamaya çalışmak.

Diyalogda da görüldüğü gibi, bulgulara paralel olarak, ön görüşmelerde de öğretmen, öğrencinin düşünce/stratejilerini anlamakta zorluk yaşadığı durumlar olduğunu ifade etmiştir.

Anlamadığının farkında olmadığı durumlar; öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anlamadığı ancak anlamadığını ifade etmediği durumlardır. Öğretmenin, bu durumlarda, *hatalı* açıklamalarda bulunmuştur. Bu açıklamaları *hatalı bir düşünce/stratejinin doğru olduğunu düşünme* veya *öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikri/durumu öne sürme* şeklindedir.

Öğretmenin, hatalı bir düşüncenin doğru olduğunu düşündüğü duruma örnek olarak, senaryo-4'teki öğrencinin stratejisi hakkındaki şu açıklaması verilebilir:

“Buradaki işlemi doğru yapmış çocuk, ‘her biri iki katına çıkar, kurbağa 20 santim yürür’ demiş. Evet, saniye 2 katına çıktığı için kurbağanın da 20 cm yürüdüğünü aslında söylemiş. Yani burada ilk baştaki akıl yürütmesi doğru, oranı doğru bir şekilde kullanmış...”

İlgili senaryoda öğrenci içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak bilinmeyi doğru bulmasına rağmen, hatalı akıl yürütmede bulunarak yanlış yanıt vermiştir. Öğretmen ise açıklamasında öğrencinin doğru bir akıl yürütme izlediğini, *oran* kavramını doğru kullanarak orantıda bilinmeyi doğru bir şekilde bulduğunu ifade etmiştir.

Öğretmen öğrencilerin *oran* kavramını kolay anladıklarını ve *oranı oluşturmada* zorluk yaşamadıklarını düşünmektedir. Öğretmenin bu düşüncesine yönelik ön görüşmelerden elde edilen ifadeleri şöyledir: “...zaten çok basit olduğu için bu oran konusunda -çok basit bir şeyle anlayabildikleri için-çok da hani...hiç böyle kendim ekstra bir şey yaratmaya ihtiyaç duymadım. Çok iyi anlıyorlar yani oranı hemen, işte paya ne yazılır paydaya ne yazılır.” Bununla birlikte, öğrencilerin *hız* kavramı gibi günlük yaşam konularının kolay öğrenildiğini düşünmektedir. Bu düşüncesine yönelik ön görüşmelerde araştırmacı ile öğretmen arasında geçen ilgili diyalog şöyledir:

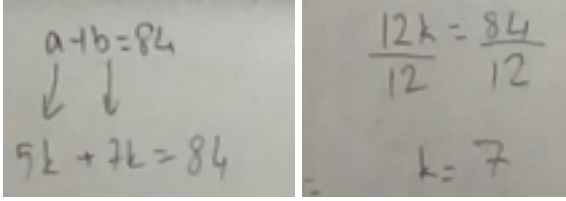
- Araştırmacı** : Oran orantı konusunda öğrencilerin daha kolay öğrendiği veya öğrenmekte zorluk yaşadığı durumlar, hata ve/veya kavram yanlışları nelerdir?
- Öğretmen** : Yani şöyle söyleyeyim, kolay öğrendikleri şeyler, öğrencilerin aslında böyle hayattan verdiğimiz örnek işte tarifler, ondan sonra işte, direkt ‘şu kadar hızla gitti, bu kadar saatte’ gibi günlük hayatta karşılarına çok çıkan konuları daha rahat anlıyorlar.

Öğretmenin, *öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikri öne sürdüğü* duruma örnek ise şöyledir (V1-5): Öğretmen ders esnasında a ve b sayılarının sırasıyla 5 ve 7 ile orantılı

olduğu, toplamlarının ise 84 olduğu bir problem durumu vermiştir. Bu problem durumunun tahtadaki çözümüne ilişkin Görsel 4.1’de sunulmuştur.

Görsel 4.1

Problem Durumunun Tahtadaki Görseli


$$\begin{array}{l} a+b=84 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5k+7k=84 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{12k}{12} = \frac{84}{12} \\ k=7 \end{array}$$

Görsel 4.1’de sunulan çözüm üzerine bir öğrenci “Hocam mesela genel olarak böyle sorular çıkınca $5k$ ile $7k$ ’yı toplayıp o sayıyı bölsek hep sonuç çıkar mı?” sorusunu yöneltmiştir. Öğretmen bu öğrencinin düşüncesi hakkında şöyle açıklama yapmıştır: “Hep sonuç tam sayı çıkar mı diye düşünüyor.” Öğrenci, sorusunda öğretmenin gösterdiği problem çözme stratejisini, benzer problem durumlarının çözümü için kullanıp kullanamayacağını, kullanacağı takdirde “tam çıkar mı?” diyerek doğru sonuca ulaşp ulaşamayacağını sormak istemiş ve bu stratejiyi dersin ilerleyen bölümlerinde de uyguladığı gözlemlenmiştir. Ancak öğretmen, öğrencinin düşüncesini anlamadığı için, öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikir olarak, ‘sonucun tam sayı çıkıp çıkmayacağını’ kastettiğini belirtmiştir.

Öğretmenin, öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikri öne sürdüğü duruma diğer bir örnek olarak, senaryo-1’de “büyük bardak daha portakallıdır” yanıtını veren öğrenci düşüncesi için yaptığı şu açıklama verilebilir:

“Büyük bardaktaki daha portakallıdır derken öğrencinin şöyle düşündüğünü, yani aslında daha portakallıdır evet daha portakaldır, çünkü daha büyük olduğu için daha portakallıdır. Ama burada (problemi kastederek) bize tattan bahsetmiş, öğrencinin düşündüğü şey tat değil sadece içindeki portakal miktarının daha çok olacağı olmuştur diye düşünüyorum, büyük bardakta daha çok portakal suyu olduğuna göre içindeki portakal da daha fazladır, zaten öğrenci de burada tadından bahsetmemiş, daha portakallıdır demiş.”

İlgili senaryoda “Portakal sularının tatları aynı mıdır?” sorusuna, öğrencilerden biri “Büyük bardaktaki daha portakallıdır” yanıtını vermiş olmasına rağmen öğretmen, öğrencinin tattan bahsetmediğini, portakal miktarını kastettiğini belirterek öğrencinin düşündüğünden farklı bir durumu öne sürmüştür. Bu bulgu, öğretmenin öğrenci düşüncesini anlamayarak hatalı bir açıklamada bulunduğunu göstermektedir.

Öğretmenin, düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar kapsamında, videoya dayalı görüşmeler esnasında, öğrencinin düşüncesini fark ettiği veya düşünce/strateji hakkındaki açıklamalarında üretken olduğu görülmekte (Örneğin, V1-5, V2-2, V2-3) ancak bu açıklamalarında, düşünce/stratejiyi doğru anlamadığı da olabilmektedir (V1-5).

Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar

Öğretmenin MGP öncesinde düşünce/stratejiyi anladığı durumlardaki açıklamaları, *hatalı açıklama, zayıf açıklama ve güçlü açıklama*’larından oluşmaktadır.

i. Hatalı açıklama

Öğretmenin, bazı durumlarda öğrencinin düşünce/stratejisini anlamış olmasına rağmen bu düşünce/strateji için hatalı açıklama yaptığı görülmüştür. Bu hatalı açıklama *doğru bir düşünce/stratejinin hatalı olduğunu düşünme* şeklindedir. Örneğin senaryo-7 üzerinden yapılan görüşmede öğretmenin hatalı açıklaması şöyledir:

“Şimdi öğrenci eşit uzamışlar diye öncelikle doğru bir yaklaşımla soruyu çözmeye başlamış bence, ikisi 12’şer santim uzamıştır. Daha sonra öğrenci eski boyuna oranlayarak, eski boyuna nazaran ne kadar arttıklarını bulmuş ve aslında soruda orandan hiç bahsetmiyor, eskiye oranla daha fazla uzamış olanı sormuşlar gibi hareket etmiş...Oysaki burada oran falan sorulmamış, “hangi çiçek daha fazla uzamıştır” yorumunun doğru olduğunu, oranı karıştırdığı zaman, bulduğu sonucun eskiye nazaran daha hızlı uzamış olanı yorumladığını, sorunun sorduğundan daha farklı bir yorum getirdiğini, bu açıdan düşünüldüğünde doğru yorum yaptığını söyleyebiliriz, eskiye oranlayıp hesaplamış öğrenci, evet eskiye oranla eskiye onun fazla uzadığı söylenebilir.”

İlgili senaryodaki öğrenci, ilk olarak toplamsal (mutlak) karşılaştırma ile ardından çarpımsal (bağıl) karşılaştırma ile yanıt vermiştir. Bu açıklamasında öğretmenin öğrencinin yalnızca ilk verdiği yanıt olan toplamsal (mutlak) karşılaştırmayı doğru kabul ettiği ve oran kullanarak gerçekleştirdiği karşılaştırma olan çarpımsal (bağıl) karşılaştırmayı hatalı kabul ettiği görülmektedir. Öğretmen, öğrencinin probleme *oran* sorulmuş gibi yaklaştığını ve oran sorulmuş olsaydı öğrencinin bu yaklaşımının doğru kabul edilebileceğini ifade etmiştir. Oysa “karşılaştırınız” sorusu hem toplamsal (mutlak) hem de çarpımsal (bağıl) karşılaştırmaları içerebildiğinden, bu senaryoda öğrencinin her iki yaklaşımını da doğru olarak değerlendirmek mümkündür. Dolayısıyla, doğru bir stratejiyi hatalı olarak nitelendiren öğretmenin açıklaması hatalı bir açıklamadır. Öğretmenin, öğrencinin stratejilerini anlamış olmasına rağmen yaptığı hatalı açıklaması, bu yönüyle ‘öğrenci düşüncesini anlamadığı durumlar’daki *hatalı açıklamalarından* ayrılmaktadır. Diğer yandan, görüşme esnasında, senaryodaki problem durumunun yanıtı

hakkında kararsızlık yaşamış ve bu kararsızlığını “...şimdi ben de düşüneceğim bunu...” ifadesiyle dile getirmiştir.

ii. Zayıf açıklama

Öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejisini anladığı ancak bununla ilgili zayıf açıklama yaptığı durumlar görülmüştür. Öğretmenin MGP öncesi zayıf açıklamaları öğrencinin *yanıtını/çözümünü tekrarlayarak hatalı olduğunu belirttiği; yalnızca hatayı ifade ettiği, yalnızca işlemleri açıkladığı; stratejiyi yüzeysel bir şekilde ele aldığı ve/veya yalnızca gerekçe sunduğu* durumları kapsamaktadır.

Öğrencinin *yanıtını/çözümünü tekrarlayarak hatalı olduğunu belirttiği* duruma örnek olarak, öğretmenin Senaryo-2’ye ilişkin şu açıklaması verilebilir: “Öğrenci burada düz mantıkla evet ‘2 elmaya 3 armut düşmüş, dolayısıyla 5 meyve vardır’ şeklinde açıklama yapmıştır.”

Zayıf açıklamalar kapsamında, *yalnızca hatayı ifade ettiği* durumlara örnek olarak senaryo-3’te oranları karşılaştırmada hata yapan öğrencinin stratejisi için öğretmenin şu açıklaması verilebilir: “Aslında öğrencinin burada yaptığı strateji bir yere kadar doğru verilmiş, sadece kesirleri karşılaştırmada hata yapmış.” Öğretmen bu açıklamasında öğrencinin yalnızca kesirleri karşılaştırma konusunda hata yaptığını belirtmiştir. Benzer şekilde, videoya dayalı görüşmelerde de yalnızca hatayı ifade ettiği durumlar (V1-1) olmuştur. Örneğin, ders esnasında öğrencilere yönelttiği “36 litre benzinin fiyatı 207 TL ise, 1 litre benzinin fiyatı kaç TL’dir?” problemine hatalı yanıt veren öğrencinin düşüncesi için “Çok basit, klasik bir hata yapmış, ters bölmüş, 36 litreyi 207’ye bölmüş, 36 bölü 207 yapmış, hepsi bu hatayı yapmış zaten, klasik.” şeklinde açıklama yaparak yalnızca öğrencinin hatasına odaklandığı, bu hatayı ifade ettiği, detaylı bir açıklama sunmadığı görülmüştür.

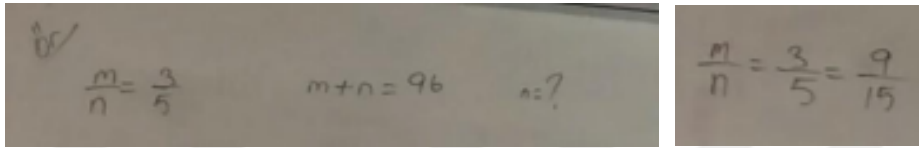
Bazı durumlarda, öğretmenin yalnızca öğrencinin problem çözme sürecindeki *işlemlerini açıklama* yoluyla zayıf açıklama yaptığı görülmüştür. Örneğin, $a + 2$ ile $b - 3$ doğru orantılı olmak üzere, $a = 10$ iken $b = 21$ ise a kaçtır? problemine doğru bir yaklaşıma sahip olan öğrencinin stratejisi için (V2-4), öğretmenin yaptığı açıklama şöyledir: “O muhtemelen ne yapmış, 12 bölü 18’i 3’le sadeleştirmiş, 6 yapmış bence, 12 bölü 18’i ‘4 bölü 6’ şeklinde bırakıp 6’dan gitmiş bence öyle yapmış.” Bu ifadesinde, öğretmenin

öğrencinin ne düşündüğüne ve/veya hangi stratejiyi izlediğine değil, yalnızca çözüm sürecindeki işlem adımlarına odaklandığı görülmektedir.

Öğretmenin *stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* duruma örnek ise şöyledir: Görsel 4.2’de öğretmenin tahtaya yazdığı problem ve bu problem için sunduğu çözüm yaklaşımın bir bölümü görülmektedir.

Görsel 4.2

Problem Durumu ve Çözümünün Tahta Görüntüsü



The image consists of two side-by-side photographs of a chalkboard. The left photograph shows a math problem written in chalk: $\frac{m}{n} = \frac{3}{5}$, $m+n=96$, and $n=?$. Below the problem, the start of a solution is written: $\frac{m}{n} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$. The right photograph shows the same chalkboard, but the solution is now complete: $\frac{m}{n} = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$.

Öğretmen, Görsel 4.2’deki informel çözüm stratejisini sürdürerek 3:5 oranına denk oranlar elde etme yoluyla niceliklerinin toplamı 96 olan orana ulaşma şeklindeki doğru bir yaklaşıma sahip olan bir öğrencinin stratejisi için (V1-7), “Toplamları 96 olan sayıyı bulmaya gitmek istiyor.” şeklinde yüzeysel bir açıklama yapmıştır.

Zayıf açıklamaları kapsamında, öğretmenin *yalnızca çözümün gerekçesini sunduğu* duruma örnek olarak hatalı bir yanıt veren öğrencinin stratejisi (V1-8) hakkındaki açıklaması şöyledir: “Bu şekilde kodlamış kendini... Oysaki arkasından olmayan farklı bir örneği de çözmüşüz ama o yine onları toplayıp bölecek.” Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin ne düşündüğünü, problemi hangi yaklaşımla çözdüğünü açıklamak yerine neden bu şekilde çözdüğünü ifade etmiş, diğer bir ifadeyle çözümünün gerekçesini belirtmiştir.

iii. Güçlü açıklama

Öğretmenin güçlü açıklamaları, hatalı düşünce/stratejiye yönelik, *hatanın detaylı bir şekilde açıklandığı ve hatalı stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* açıklamalardan oluşmaktadır. Bu açıklamaları şöyledir:

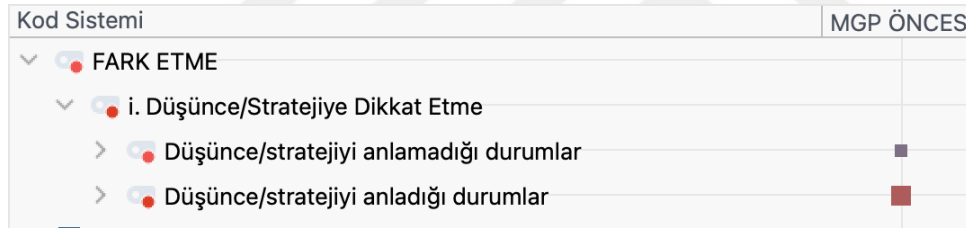
“Öğrenci artış ile orantı kurmaya çalışmış, ‘1 artmış 1 artmış’ demiş mesela burada. 4’ten 5’e 1 artmış, 8’den 9’a 1 artmış ve bunların arasında orantı vardır şeklinde... Aynı şekilde pay ile payda arasında da 3 artmış diğeri de 3 artmış, burada da orantı var, ikisinde de 3 artıyor, artışla orantı kurmaya çalışmış... Diğerinde de aynı hataya düşüyor, bu sefer orantılı olan bir şeyi artış miktarlarının eşit olmadığını göstererek ‘orantısızdır’ demiş. Yani artırarak orantı kurmuş diyebiliriz. Öğrencimizin hatası bu olmuş.” (Senaryo-5)

“Arzu'nun yaptığı her 12 paketleme için Hakan'ı 24 paketlediğini düşünerek, yani 4 katı kadar hızlı çalıştığını düşünerek, işlem yapmış aslında. Burada böyle bir hatası var, oysaki “aynı hızla çalışmaktadırlar” diye sorunun içinde de aynı hızla çalıştıklarını belirtmesine rağmen aynı hızda çalıştıklarını es geçmiş öğrenci ve Arzu'nun her 12 tavuk paketlenmesinde Hakan'ın 24 tavuk- yani onun 2 katı kadar tavuk- paketlemesi gerektiğini hesaplayarak işe başlamış. Bu da dolayısıyla yanlış bir yoruma sebep olmuş. Oysaki “aynı hızda” denmesine rağmen Hakan'ın 2 katı kadar daha hızlı olarak nitelendirilmiş...Hakan'ın ilk başta önceden başlayarak 12 tavuk fazladan paketlemesini her kata ekleyerek hatalı bir sonuca gitmiş diyebiliriz.” (Senaryo-6)

Öğretmen, senaryo-5'e ilişkin açıklamasında, öğrencinin *oranın kendi içindeki ve oranlar arasındaki* artış miktarlarına bakarak orantı oluşup oluşmadığına karar verdiğini ifade ederek güçlü açıklama yapmıştır. Senaryo-6'da ise öğrencinin orantılı olmayan durumları orantılı gibi düşünerek hatalı işlem yaptığını ve bu süreçteki hatalı akıl yürütmesi ile detaylı açıklamıştır. MGP öncesi dikkat etme bileşenine ait düşünce/stratejileri anladığı ve anlamadığı durumların dağılımını Şekil 4.2a'da görülmektedir.

Şekil 4.2a

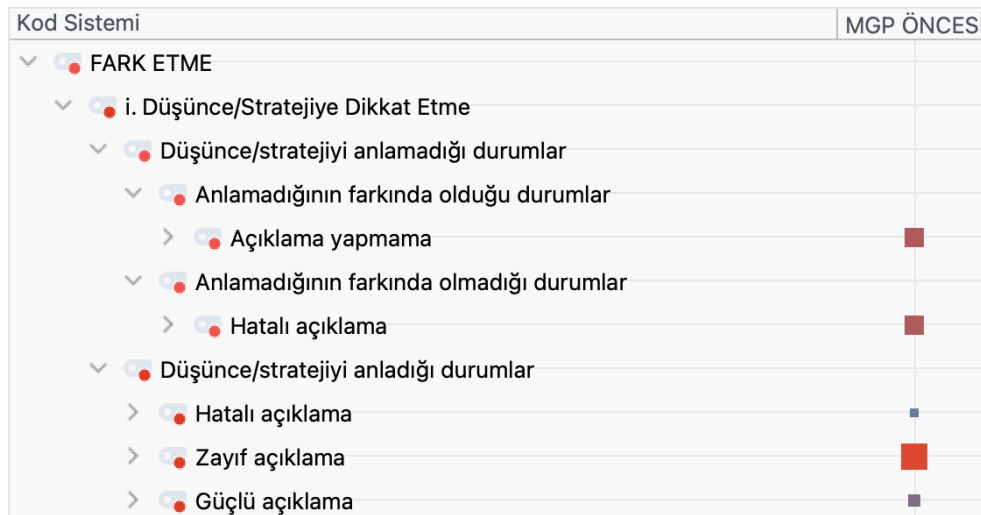
MGP Öncesi Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular, MAXQDA Kod Analiz Görselleştirmesi



MGP öncesi dikkat etme bileşenine ait temaların yoğunluğu Şekil 4.2b'de görülmektedir:

Şekil 4.2b

MGP Öncesi Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Dikkat etme bileşenine ilişkin bulguların video ve senaryo tabanlı görüşmelere göre dağılımı Şekil 4.3'te sunulmuştur.

Şekil 4.3

MGP Öncesi Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulguların Video ve Senaryolara Göre Dağılımı

Kod Sistemi	VIDEO	SENARYO
▼ FARK ETME		
▼ i. Düşünce/Stratejiye Dikkat Etme		
> Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar	■	■
> Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar	■	■

Şekil 4.3'te görüldüğü gibi öğretmenin *düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar* çoğunlukla ders gözlemine dayalı görüşmelerden elde edilmiş olup, senaryolar üzerinden yapılan görüşmelere kıyasla daha fazla sayıdadır. Öğrenci düşüncesine yönelik ön görüşmelerde öğretmen, bu bulguyu doğrulayan şu açıklamada bulunmuştur:

“Matematiksel olarak çok iyi şeyler yapabileceğini düşündüğüm çocukların, sınıfın içinde yok olduğunu düşünüyorum...her çocuk tahtada parmak kaldırıp söz alamayabilir, almak istemeyebilir, çekinebilir...daha çok mesela yazılı sınav yapılsa, test değil de yazılı, klasik sorularla fikirlerini anlatmaya çalışıyor olsalardı, bunu hissetmezdim. Her çocuğa yetişemiyorum yani, her çocuğa hakkını veremiyorum diyebiliriz, matematiksel düşüncelerini anlama adına.”

Öğretmen bu açıklaması ile öğrenci düşüncesini, öğrencinin derse etkin katılımıyla anlayabildiğini, katılım sağlamayan öğrencileri anlayamadığını, her öğrenciye yeterince vakit ayıramadığı için düşünceleri anlama adına yetersiz hissettiğini belirtmiştir. Bu nedenle klasik soruların bulunduğu yazılı sınavların öğrencilerin düşüncelerini daha iyi ifade etmelerine yardımcı olabileceğini ve öğrencilerin düşüncelerini anlamak için daha yararlı olduğunu belirtmiştir.

Bu bulgulara ek olarak, MGP öncesi öğretmenin açıklamalarında matematiksel dil ve kavram kullanımında hatalar saptanmıştır. Öğretmen, zayıf veya güçlü açıklamalarda bulunurken, matematiksel açıdan hatalı ifadeler kullanmıştır. Örneğin *oranları karşılaştırma* konusunu içeren senaryolara ilişkin açıklamalarında *oran* kavramı yerine *kesir* kavramını kullanarak açıklama yapmıştır. Öğretmenin bu ifadeleri şöyledir:

“...kesirleri karşılaştırmada hata yapmış.” (Senaryo-3)

“...Yani kesir olarak daha küçük çıkmış birincisi, çünkü payda daha fazla büyüdüğü için kesri küçültmüş aslında, bu ikisinde de payda paya göre daha büyük çıktığı için...” (Senaryo-7)

Bu bulgu MGP öncesi ön görüşmelerle de desteklenmektedir. Ön görüşmelerde *oran* yerine *kesir* kavramını, *denk oran* yerine *denk kesir* kavramını kullanmıştır. Öğretmenin bu ön görüşmelerdeki örnek bir açıklaması şöyledir:

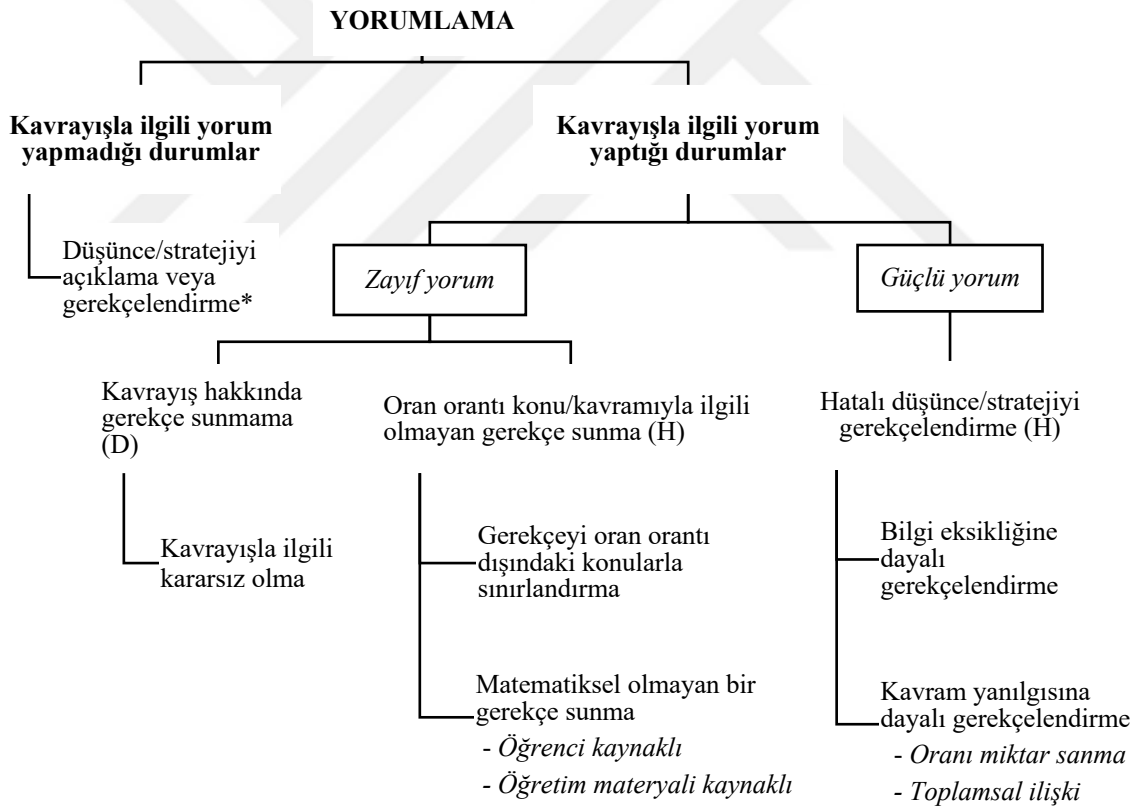
“Şimdi oran konusunu anlatırken, çocuğun oranı nasıl kuracağını, ilk başta ilk söylenen şeyin paya, ikinci söylenen şeyin paydaya yazıldığını iyi anlaması gerekiyor, o sırayla yazılacağını bilmesi gerekiyor veya işte kesir verilip de oran verilip de ona göre yorum yapması gerekiyorsa, payın ve paydanın neyi ifade ettiğini iyi anlaması gerekiyor.”

4.1.1.2 Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

MGP öncesi, yorumlama bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.4’te sunulmuştur.

Şekil 4.4

MGP Öncesi Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.4’te görüldüğü gibi, MGP öncesi, öğretmenin yorumlama becerisi “Kavrayışla ilgili yorum yapmadığı durumlar” ile “Kavrayışla ilgili yorum yaptığı durumlar” dan oluşmaktadır.

Kavrayışla ilgili yorum yapmadığı durumlar

Öğretmenin MGP öncesi bazı durumlarda öğrencinin konu hakkındaki kavrayışıyla ilgili herhangi bir yorumda bulunmak yerine, öğrencinin *düşünce ya da stratejisini açıkladığı/gerekçelendirdiği*, diğer bir ifadeyle kavrayışı yorumlamak yerine fark etme becerisinin bir önceki bileşeni olan *dikkat etme* bileşenine yönelik yanıt verdiği görülmüştür.

Örneğin, senaryo-1’de hatalı yanıtı sahip öğrencinin kavrayışını yorumlamasını istenildiğinde öğretmen şu yanıtı vermiştir: “...içindeki portakal miktarını, daha büyük bardak olduğu zaman, içinde aslında daha çok portakal suyu var, dolayısıyla daha çok portakal sıkılarak elde edilmiştir 300 ml olan bardaktaki portakal suyu. O yüzden tadının da daha portakallı olduğunu düşünmüştür diye düşünüyorum.” İlgili senaryoda öğrenci verdiği yanıt ile yalnızca bardaklardaki portakal miktarlarına odaklanarak tek değişkenli akıl yürütme yapmıştır, oran kavramına sahip bir öğrencinin portakal suyu ve su miktarının her ikisini de dikkate alarak iki değişkenli akıl yürütme yapması beklenmektedir. Öğretmen bu öğrencinin oran kavramına ait hatalı kavrayışıyla ilgili herhangi yorum yapmayarak, öğrencinin yalnızca problem durumuna özel düşüncesini ve bu düşüncenin arkasında yatıyor olabilecek gerekçeyi açıklamıştır.

Öğretmen, videolara dayalı görüşmelerde de bir öğrencinin (V1-5) kavrayışı hakkında benzer şekilde şu yanıtı vermiştir: “Belki çocuk, bunların toplamlarının -bence hala öyle düşünüyorum- ‘toplamları her zaman tam sayı çıkar mı?’ yı kastediyor, çünkü onların ‘çıkarmı?’ dediği mutlaka tam sayı olmalı.” Öğretmen, bu ifadesinde soruyu yönelten öğrencinin oran orantı konusundaki kavrayışı hakkında herhangi bir yorum yapmayarak yalnızca öğrencinin düşüncesini açıklamış ve bu düşüncüyü gerekçelendirmiştir. Öğretmen, ifadesiyle yorum yapması istenmesine rağmen, *dikkat etme* bileşeninde yaptığı açıklamasını detaylandırarak tekrar etmiştir.

Öğretmenin, kavrayış hakkında herhangi yorum yapmadığı bu durumlar, *öğrenci düşüncesi/stratejisini anlamadığı* (anlamadığının farkında olmadığı) durumlardan oluşmaktadır. Bu, Şekil 4.4’te yıldız ile (*) belirtilmiştir. Dolayısıyla öğretmen, öğrencinin düşüncesini anlayamadığı bu durumlarda kavrayışı yorumlayamamış, öğrencinin düşüncesini açıklama yoluna gitmiş, bunu yaparken ise öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikri/durumu öne sürmüştür.

Kavrayışla ilgili yorum yaptığı durumlar

MGP öncesi öğretmenin yorumları kavrayışla ilgili i. zayıf ve ii. güçlü yorumlardan oluşmaktadır.

i. Zayıf yorum

Öğretmenin zayıf yorumları, *kavrayış hakkında gerekçe sunmadığı veya konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunduğu* durumlardan oluşmaktadır. Öğretmen, kavrayış hakkında herhangi *gerekçe sunmadığı* durumda (V2-4), kavrayışla ilgili kararsızlık göstererek “Konuyu anladığından tam emin değilim.” şeklinde yanıt vermiştir. Kavrayış hakkında *konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe* sunduğu durumlarda ise *gerekçeyi oran orantı dışındaki konularla sınırlı tutmuş veya matematiksel olmayan gerekçe(ler) sunmuştur.*

Kavrayışla ilgili gerekçeyi *oran-orantı konusu dışındaki konularla sınırlandırdığı* duruma örnek olarak, ders esnasında “ $\frac{m}{5} = \frac{n}{7}$ ise $\frac{m+n}{m-n} = ?$ ” problemini anlayamayan ve yapılan gözleme dayanarak, *oran, denk oran, orantı* gibi kavramlarında eksiklikler taşıdığı düşünülen öğrencinin (V2-1) kavrayışı hakkında, öğretmen şöyle yorum yapmıştır: “Eşitliğin şeyini anlayamadığını düşünüyorum, buradaki her iki tarafın da eşit olmasını sağlamanın, her iki tarafın da eşit olmasını anlayamadığını düşünüyorum hani, belki denklemdeki eşitlik kavramında falan, cebirsel ifadelerde eksiği olabilir.” Bu yorumunda öğretmen, öğrencinin *eşitlik, denklem* kavramları ile *cebirsel ifadeler* konusunda eksik ön bilgilerine vurgu yapmış ancak *oran-orantı* konusundaki eksikliklerine değinmemiştir. Böylelikle hatanın kaynağını doğrudan ve yalnızca *oran-orantı* konusu dışındaki konularla sınırlı tutmuştur.

Benzer şekilde, senaryolar üzerinden (Senaryo-3) yapılan görüşmede de kavrayışı yorumlarken sunduğu gerekçeyi, *oran-orantı dışındaki konularla sınırlandırdığı* görülmüştür. Öğretmenin söz konusu yorumu şöyledir: “Kesirlerde sıralama ile ilgili eksiği olduğunu düşünürüm ben bu öğrencinin. Burada kesrin aynı büyüklüğü ifade ettiğini anlamayıp...burada ‘2 bölü 4’ kesri ile ‘1 bölü 2’ kesrinin aynı büyüklüğü ifade etmediğini, kesirlerde sıralama da eksiği olduğunu düşünüyorum.” Öğretmen, bu yorumunda *oran, oranların karşılaştırılması ve denk oranlar* konularında eksikliği olan öğrencinin *kesirlerde karşılaştırma* konusunda eksikliği olduğunu ifade ederek, öğrencinin hatasının kaynağını *oran-orantı* konusu dışındaki konularla sınırlandırmış ve *kavrayış hakkında konu dışı gerekçelendirmede* bulunmuştur.

Zayıf yorumları kapsamında, konu/kavramla ilgili olmayan gerekçeleri kapsamındaki *matematiksel olmayan* gerekçeler, *öğrenci kaynaklı* veya *öğretim materyali kaynaklı* olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Öğrenci kaynaklı gerekçeler: *problemi dikkatli okumama/inceleme, problemde sorulanı yanlış anlama, problemi ezbere/alışık olduğu şekilde çözme, konuyu içselleştirememe, belirli bir stratejiye karşı isteksiz olma*; Öğretim materyali kaynaklı gerekçeler: *Kavramların öğrencilere alışık olmadıkları biçimde yöneltilmiş olması*’dır.

Öğrenci kaynaklı matematiksel olmayan gerekçelere örnek bir durum olarak senaryo-4 üzerinden yapılan görüşme verilebilir. Öğretmen, ilgili senaryodaki öğrencinin kavrayışı hakkında şöyle yorum yapmıştır:

“Çocuğun **kendi biraz da yorumunu katarak**, ‘kurbağalar palyaçolardan daha hızlıdır’ yorumunu katıp burada oranı karşılaştırırken, aslında tabii ki hızı ile ilgili, aynı hızda oldukları, burada denk kesir çıkıyor, iki oran birbiriyle aynı, fakat daha sonra palyaçonun da 8 saniyede 20 cm yürüyeceğini **gözden kaçırıp**, illaki palyaçoyu hep 4 saniyede 10 santimetre yürüdü, bitirdi, bıraktı gibi bir algıya kapılmış nedense öğrenci. Yani ikisinin ilişkili olduğunu, **hızlarının zaten soruda aynı olduğunu gözden kaçırıp**, öğrenci burada kurbağayı daha hızlı, çünkü o 8 saniyede 20 yürüyor, aslında zamanın da arttığını 8’de 20 yürüdüğü zaman sürenin de iki katına çıktığını, **aynı olduğunu gözden kaçırmış öğrenci**. Sonucu doğru bulsa bile, yorumu hatalı yaptığını söyleriz öğrencinin, sonucu tamam doğru ama yorumlaması kesinlikle yanlış, **soruyu dikkatli okumamış, hızlarının aynı olduğunun söylenmesine rağmen farklı bir yorum çıkarmış.**”

Senaryo-4’ te öğrenci orantıda bilinmeyen nicelik olan 20’yi *çapraz çarpma algoritması* kullanarak doğru bulmuş olmasına rağmen, “kurbağa daha hızlıdır” şeklinde hatalı yanıt vermiştir. Öğrencinin çapraz çarpma algoritması kullanmasının oran-orantıyı anladığı anlamına gelmeyeceği gibi, öğrencinin *oran, denk oranlar, orantı* gibi kavramlara yönelik kavrayışında eksiklikler olması, bu nedenle de problem durumunda *eşit hızda* oldukları belirtilen palyaço ve kurbağanın, birim zamanda eşit uzunlukta yol gideceklerini de yorumlayamamış olmasıdır. Öğretmen yaptığı yorumda, “aynı hızlar”, “denk kesir”, “iki oran birbiriyle aynı” ifadelerini kullanmıştır ancak yukarıda belirtilen eksikliklere değinmek yerine “kendi yorumunu katarak”, “gözden kaçırmış”, “dikkatli okumamış” şeklinde ifadeler kullanarak öğrencinin hatasının kaynağı için matematiksel olmayan gerekçeler sunmuştur. Benzer şekilde senaryo-6’daki öğrencinin kavrayışı hakkında araştırmacı tarafından öğretmene “Varsa eksik matematiksel düşünceler nelerdir?” sorusu yöneltildiğinde, “Soruyu doğru okumamak, hızlarının aynı olduğunu verdiği halde, sen nasıl onun 2 katı kadar...” yanıtını vermiştir. Bu yanıtıyla hatanın kaynağı için öğrencinin soruyu iyi okumamasını gerekçe sunmuştur.

Senaryo-7’de ise doğru yanıt veren öğrencinin kavrayışı için “Soruyu yanlış anlamış, soruyu şu şekilde anlamış, eski boya oranlandığında hangisinin eskisine göre daha fazla uzadığı gibi anlamış soruyu” şeklinde soruyu yanlış olması gibi ve “...Oran konusu işlenirken arkasından bu soru sorulduysa ve çocuk o şekilde çözmeye alıştıysa, sürekli bunları yapmaya alıştıysa, yine aynı alışkanlığına devam etmiş olabilir.” şeklinde alışık olduğu şekilde çözmesi gibi matematiksel olmayan gerekçelendirmelerde bulunmuştur.

Senaryoların yanı sıra, videolara dayalı görüşmelerde de öğretmenin öğrencilerin kavrayışları hakkında *matematiksel olmayan gerekçelendirmelerde* bulunduğu görülmüştür. Örneğin, doğru yanıt veren bir öğrencinin (V1-8) kavrayışı hakkında şöyle yorum yapmıştır: “Çocuğun -hep otomatik olarak- toplayıp ona böleceğini, bu şekilde kafasında yer edinmiş.” Bu yorumuyla öğretmen, yalnızca öğrencinin problemi ezbere alışık olduğu şekilde (otomatik şekilde) çözdüğünü ifade ederek hatasının kaynağı için matematiksel olmayan gerekçe sunmuştur. Doğru yanıt veren bir başka öğrencinin (V1-7) kavrayışı hakkında ise “Anlamış ama kaçla genişletirsem 96 olur gibi bir denklem kurmak istemiyor.” şeklinde yorum yapmıştır. Yapılan gözlemde öğrencinin informal stratejiyi kullanmaya yönelik yaklaşıma sahip olduğu, formel bir strateji olan denklem kurmakta zorlandığı görülmüştür. Öğretmen öğrencinin kavrayışı ile ilgili yaşadığı bu zorluğu ifade etmeyerek, “denklem kurma stratejisini kullanmak istememesi” şeklinde matematiksel olmayan bir gerekçe sunmuştur.

Bir diğer öğrencinin (V1-1) kavrayışı hakkında öğretmen, matematiksel olmayan gerekçe içeren şu yorumu yapmıştır: “İşte birimini bulacakları şeye bölmeleri gerektiğini... Aslında çok basit bir şey yani, ilkokul seviyesinde sorsan, ‘5 tane elmayı 15 liraya aldım, 1 tanesi kaç lira’ desen yapacaklar. İşte böyle bölme işlemi değil de kesir gibi olunca kafaları karışıyor. Yani orada şaşıyorlar.” İlgili ders gözlemi esnasında, diğer öğrencilerin de birim oranı bulma ile ilgili sıkça benzer hatayı yapmaları üzerine, görüşme esnasında araştırmacı, öğretmene “Neden öğrenciler ısrarla hata yapıyor bu konuda sizce?” sorusunu yönelttiğinde, öğretmen şöyle yanıt vermiştir: “Yani bölme işlemi kesirle görmek farklı geliyor. Bir de kesirde böyle küçük sayıyı büyük sayıya bölmeye alışıklar ya, küçüğü büyüğe bölüyor yani. Hani ‘1 bölü 2’ gibi basit kesir görmeye alışık ya mesela, ona daha yakın geliyor diye olabilir diye düşünüyorum.”. Bu açıklamalarıyla öğretmen, 36 litresi 207 TL olan benzinin 1 litresinin fiyatı sorulan problemde, öğrencilerin bölme işlemi (207: 36) yapmaları gerektiğini bildiklerini- ancak

bölme işleminin sonucu tam sayı çıkmayacağı için bölme işlemini kesirle göstermeleri gerekeceğini düşünerek- bölme işlemini kesirle göstermeye alışık olmadıklarını, kesirle yazma konusunda ise basit kesir olarak yazmaya alışık olmalarını gerekçe göstermiş, özetle öğrencilerin alışık olup olmama durumunu gerekçe olarak göstermiş, böylece matematiksel olmayan gerekçe sunmuştur.

Ders esnasında, oran problemlerini informel bir strateji kullanarak anlamasına rağmen, denklem kurma yoluyla cebirsel formda zorlandığını ifade eden bir öğrencinin (V1-4) kavrayışı hakkında öğretmenin yaptığı yorum şöyledir: “İçselleştiremediği için onu, kendisi bir daha uygulayamıyor, dinliyor anlıyor ama uygulayamıyor kendisi.”. Bu yorumu ile öğretmen, öğrencinin cebirsel yapıyı anladığı halde uygulayamadığını ifade etmektedir. Bunu ifade ederken de öğrencinin kavramsal anlayışı yerine, konuyu kişisel olarak ne kadar benimsediğine ve kendi bilgi yapısı içine ne kadar yerleştirdiğine vurgu yapmıştır. İlgili durumda öğrencinin informel stratejiyi kavraması ve formel stratejide zorluk yaşaması kavrayışıyla ilgili birçok fikir barındırmaktadır. Öğretmen yorumunda bunlara değinmeyerek daha çok öğrencinin öğrenme süreci ile ilgili matematiksel olmayan bir gerekçeyi yansıtmıştır.

MGP öncesi öğrenci düşüncesine yönelik ön görüşmelerde, öğretmene “Öğrencilerin matematikte en çok zorlandıkları konu(lar) nelerdir?” diye sorulduğunda öğretmen, denklem kurma ve çözme, doğru çizimi, denklemleri verilen doğruyu çizme, yüzdeler, ondalık kesirlerde bölme işlemi konularına değinmiş, bunun üzerine öğretmene “Bu zorluklarıyla ilgili temelde eksik olan ne(ler) olabilir?” şeklinde soru yöneltilerek söz konusu zorlukları detaylandırması beklendiğinde “Yani problem ya bunlar zaten, problem çözmeye okuyup anlayıp... problemi anlayamaması diyebiliriz.” şeklinde yanıt vermiştir. Öğretmenin bu yanıtı, “Öğrencinin problemi iyi okuyup anlamama” gibi matematiksel olmayan gerekçeler sunmasına yönelik bir yaklaşıma sahip olduğunu göstererek bu bulguyu ön görüşmeler ile de desteklemektedir.

ii. Güçlü yorum

Öğretmenin bu yörünge kapsamında güçlü yorumları, hatalı düşünce/stratejiye yönelik olarak, *kavram yanlışlığını dikkate alarak ve/veya bilgi eksikliğini dikkate alarak* gerekçelendirme yapmayı içermektedir. Örneğin senaryo-5’e dayalı görüşmede öğretmen, oran problemini hatalı olarak toplamsal ilişki ile çözen öğrencinin kavrayışını yorumlaması istenildiğinde şu yanıtı vermiştir:

“Artırarak orantı kurmuş diyebiliriz. Öğrencimizin hatası bu olmuş...Öğrencilerde zaten genel olarak böyle bir yanlış var. Mesela kâr zararlar ilgili bir problem çözmüştük biz sınıfta, sakızı 1 liraya alıp 2 liraya satan bir bakkalın işte 10 liraya aldığı çikolatayı 12 liraya sattığında çikolatadan daha çok kar ettiğini söyledikleri bir durumla karşılaşmışım. Çünkü artışa bakıyorlar, öğrencilerin artış miktarı ile orantı kurması gibi bir kavram yanlışları olduğunu söyleyebiliriz. Evet böyle bir şeyleri var diyebiliriz, artışla orantı kurmaya çalışmaları.”

Öğretmen, bu ifadesinde öğrencinin artırarak orantı kurma kavram yanlışlığına sahip olduğunu belirtmiş ve bunun genel bir kavram yanlışlığını olduğunu eklemiştir. Görüşmenin ilerleyen kısmında “...bu çocuk bence kesir kavramını da orantı oluştururken iki kesrin eşit olmasının gerektiğini de algılamamış...” şeklinde bilgi eksikliğine de değinmiştir.

Bir diğer durum olan senaryo-2’de ‘oranı miktar sanma’ kavram yanlışlığına sahip öğrencinin kavrayışı hakkında ise şu yorumu yapmıştır: “Bu, işte düz mantıkla, bu oranın aslında ‘2 bölü 3’ oranında elma sayısının net 2, armut sayısının net 3 tane olacağını düşünmüş ve ‘5 meyve vardır’ şeklinde bir yanlışlığa düşmüştür.” Bu bulgu, MGP öncesinde öğretmenin öğrencilerin oran-orantı konusundaki kavram yanlışlıklarını hakkında bilgi sahibi olduğu durumların varlığını ortaya koymaktadır. Ön görüşmelerde de öğretmenin özellikle toplamsal düşünme kavram yanlışlığına sıklıkla değindiği görülmüştür. Bu duruma örnek olarak öğretmenin ifadeleri ve yazılı açıklamaları (Görsel 4.3) şöyledir:

“...Yapılan tariflerde de aynı tadı elde etmek için toplayarak değil de yani her birisini sabit bir sayı ile toplayarak yaptığımızda aynı tadı asla elde edemeyeceğimiz şeklinde...”.

“Yani bunda yanlış yapan, toplamaya da yönelebilir çocuklar. Hani toplayarak, 8 bardak limon, 12 bardak şekerli su dediğinde, öğretmenim diyor: ‘8 bardak limon koydum, üstüne bir 8 bardak daha limon koydum, artı 8 yaptım, bunu da artı 8 yaptım.’ Burada gelebilecek hata budur.”

Görsel 4.3

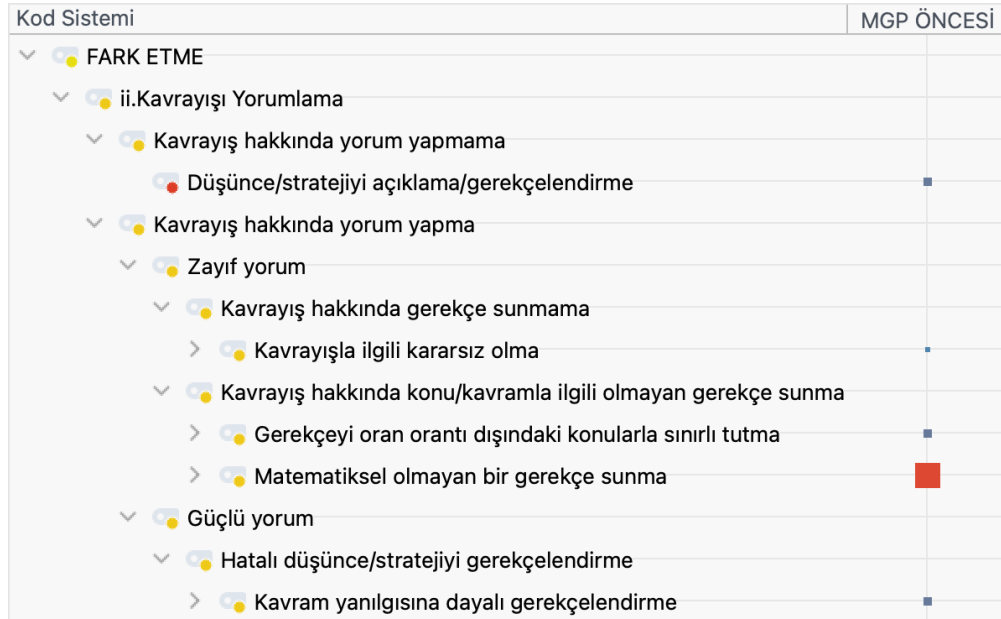
Öğretmenin Toplamsal Düşünme Kavram Yanlışlığını Anlatan Çözümü

Handwritten text: 8 bardak L. 12 bardak } + 8
+ 8 5 18 bardak L. 20 bardak

MGP öncesi yorumlama bileşenine ilişkin kategorilerin yoğunluğu Şekil 4.5’te sunulmuştur:

Şekil 4.5

MGP Öncesi Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.5’te görüldüğü gibi, MGP öncesi yorumlama bileşeni kapsamında elde edilen bulgulara göre, zayıf yorumlarının güçlü yorumlara göre nispeten daha yoğun olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin zayıf yorumları sıklıkla *matematiksel olmayan gerekçe sunma*’ya dayanırken; güçlü yorumları, *hatalı düşünce/stratejilere yönelik gerekçelendirmeler* ile sınırlı kalmıştır. Bu bulgu, öğretmenin doğru düşünce/stratejilere yönelik güçlü gerekçelendirmeler yapamadığını ortaya koymaktadır. Diğer yandan *matematiksel olmayan gerekçeler* sunduğu durumların çoğunlukla *öğrenci kaynaklı gerekçeler* olduğu görülmektedir.

Bu bulgulara ek olarak, yorumlama bileşeni altında, öğretmenin zayıf veya güçlü yorumlarında da dikkat etme bileşeninde olduğu gibi matematiksel açıdan hatalar bulunmaktadır. Örneğin senaryo-5 üzerinden yapılan görüşmenin devamında, öğretmen şu açıklamada bulunmuştur:

“Bu çocuk bence kesir kavramının da orantı oluştururken iki kesrin eşit olmasının gerektiğini de algılamamış... Mesela burada yarım olan bir kesri yarımdan daha büyük olan bir kesir ile denk yapmış, yani orantı oluşturur. Eşitlik de koymamış hiç aralarına bunların, yine virgül koyarak gitmiş, orantılı çoklukların birbirine eşit olduğu kavramını da anlamamış bence, mesela eşitlik koymamış onun öyle bir kaygısı yok, ikisi de işte olması gerekiyor diye düşünmemiş.”

İlgili senaryo *toplamsal ilişki* konusunda kavram yanlışlığı içerdiğinden, öğretmenin bu yanıtı *güçlü yorum* olarak kabul edilmiştir. Ancak görüşmedeki diğer ifadeleri de dikkate alındığında *oran*, *denk oranlar* kavramları yerine *kesir*, *orantı* kavramları üzerinden

açıklamasını sürdürdüğü görülmektedir. Ön görüşmelerde de öğrencilerin oran-orantı kavramı hakkında sahip olması gereken ön bilgiler konusunda öğretmenin verdiği yanıt bu bulguyu destekler niteliktedir. Öğretmene “Oran orantı konusunda kavramsal bir anlayış için, öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgiler nelerdir?” sorusu yöneltildiğinde öğretmen şu yanıtı vermiştir:

“Kesinlikle kesir kavramı, denk kesirler, genişletme sadeleştirme, ön bilgi mesela ne diyebiliriz, mesela birimli birimsiz oran için işte santimetre ile metrenin birbirine dönüştürülmesini çocuğun biliyor olması lazım, dakikanın saate nasıl dönüştürüleceğini biliyor olması lazım.”

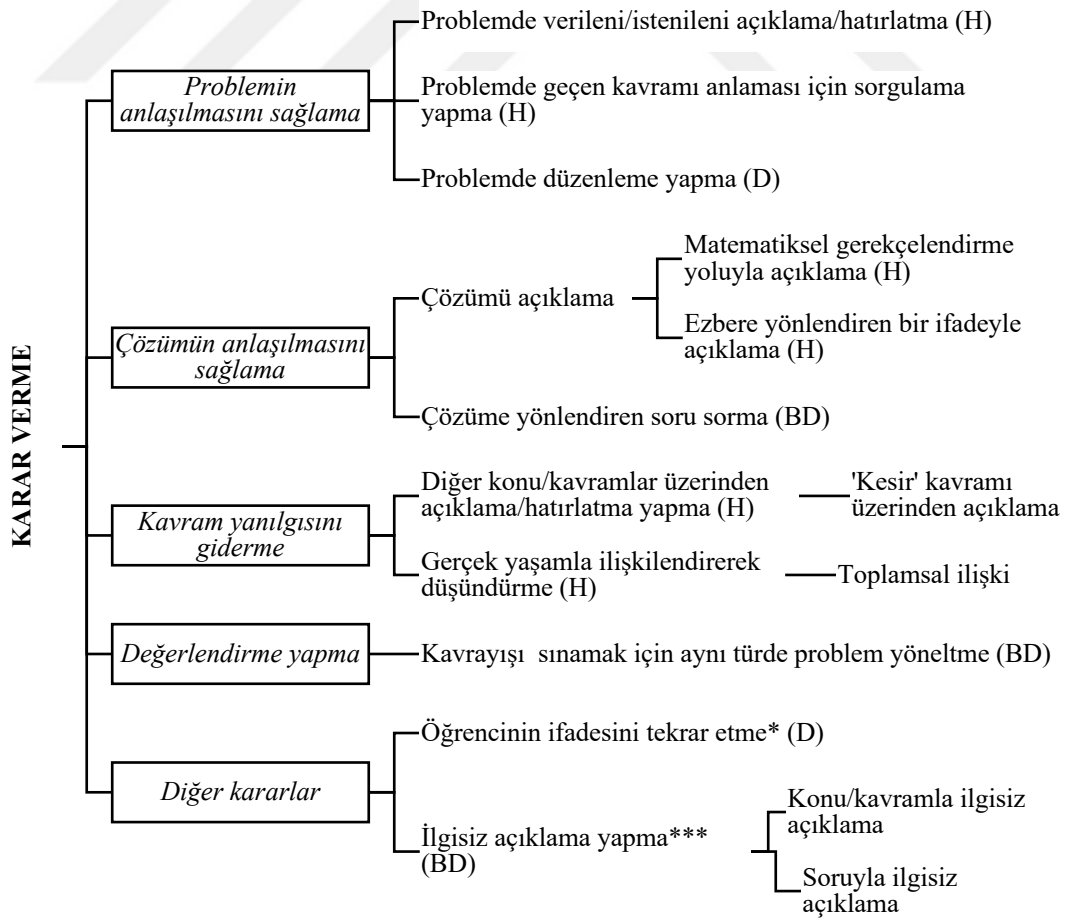
Görüldüğü gibi öğretmen oran-orantı konusunu doğrudan kesirler ile ilişkilendirmiştir.

4.1.1.3 Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

MGP öncesi, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.6’da sunulmuştur.

Şekil 4.6

MGP Öncesi Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.6’da görüldüğü gibi, MGP öncesi, öğretmenin kararları şunlardır: i. problemin anlaşılmasını sağlama, ii. çözümün anlaşılmasını sağlama, iii. kavram yanlışlığını giderme, iv. değerlendirme yapma ve v. diğer kararlar.

i. Problemin anlaşılmasını sağlama

Öğretmen bazı durumlarda, öğrencilerin problemi anlamadıkları için hata yaptıklarını düşünmekte, bu nedenle çeşitli yollarla problemi anlamalarını sağlamaya çalışmaktadır. Öğretmenin problemin anlaşılmasını sağlama yolları şunlardır: *problemde verilen/istenileni açıklama/hatırlatma, problemde geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma, problemde düzenleme yapma.*

Öğretmenin *problemde istenileni açıklama* yoluna gittiği duruma örnek olarak senaryo-3 üzerinden yapılan görüşmede öğretmen, öğrencinin hatalı stratejisine yönelik kararını şu şekilde açıklamıştır:

“Öğrenciye şöyle geri dönerim, tamam iki dikdörtgen karşılaştırıldığı zaman ikinci dikdörtgen daha büyük, fakat burada bize dikdörtgenin alanları veya kenarlarının büyüüp büyümediği sorulmuyor, bize burada kenarları arasındaki oranın nasıl değiştiği soruluyor. Bunların oranının nasıl değiştiği sorulduğu için dikdörtgenle ilgili değil, oranla ilgili fikir yürütmesini... **Bize neye sorulduğunu algılaması için geri dönerdim**, bize kenar uzunluklarının büyüüp büyümediğini sormuyor, bize kenar uzunluklarının oranı nasıl değişir, bunun hakkında fikir yürütülmesi...”

Öğretmen bu yanıtında “...bize neyin sorulduğunu algılaması için geri dönerdim...” şeklinde öğrenciye problemde sorulanı, (istenileni) açıklama yoluyla dönüt vereceğini belirtmiştir.

Öğretmen, problemin anlaşılmasını sağlamak için *problemde verileni hatırlatma* yoluna gittiği duruma örnek olarak, senaryo-4’teki öğrenciye yönelik kararını şöyle ifade etmiştir: “Palyaçonun 4 saniyede yürüdüğü ile, kurbağanın 8 saniyede yürüdüğü uzunluğu karşılaştırırken hata yaptığını öğrencinin, palyaçonun da 4 saniye daha -iki katı kadar süresi olsa- kurbağa kadar yürüyeceğini ve hızların aslında eşit verildiğini soruda hatırlatırım.” Diğer bir örnek senaryo-6 üzerinden yapılan görüşmede, öğretmenin öğrenciye, problemde verilen Arzu ve Hakan’ın hızlarının eşit verildiğini ve Hakan’ın Arzu’dan önce başlamış olduğu hatırlatarak öğrencinin problemi anlamasını sağlamaya çalıştığı görülmektedir.

“...sonra **hızlarının eşit olduğunu...Mesela bu çocuğa hatırlatılır ‘hızları eşit olursa, nasıl iki katı kadar paketleme yaptığını düşünebiliriz?’**. Hızları eşitse ikisi aynı zamanda, aynı miktarda paketleme işlemi yapıyor, o zaman buradan nereye götürebiliriz çocuğu... Arzu’dan önce kaç tavuk paketlediğini buldurmaya götürebiliriz. Arzu 12 paket yaptığında Hakan 24

paket yapmış oluyorsa ve hızları eşitse, demek ki aynı miktarda paketleme yapıyorlar. Demek ki ‘Hakan Arzu’dan önce toplam kaç tane yapmıştır paketleme?’, buradan öğrenciye bunu sorgulatıp...Öğrenci kendiliğinden zaten diyecektir: ‘Hakan Arzu’dan önce 12 tane paket yapmıştı’, hızlarının eşit olduğu hatırlatıldıktan sonra bu yorumu kendisi yapabilecektir diyorum.”

Senaryo-6’da yalnızca öğrencinin problemde verileni/istenileni açıklama/hatırlatmamış, aynı zamanda *problemde geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma*’ yoluna gitmiştir. Öğretmen, sorgulama yoluyla *eşit hız* kavramını anlamasını sağlamaya çalışacağını şöyle ifade etmiştir: “...Arzu 12 paket yaptığında Hakan 24 paket yapmış oluyorsa ve hızları eşitse, demek ki aynı miktarda paketleme yapıyorlar. Demek ki ‘Hakan Arzu’dan önce toplam kaç tane yapmıştır paketleme?’, buradan öğrenciye bunu sorgulatıp...Öğrenci kendiliğinden zaten diyecektir...” Öğretmenin problemde verileni/istenileni hatırlattığı bu iki durum (Senaryo 4 ve 6) öğrencilerin düşüncelerini anlamadığı (anlamadığının farkında olmadığı) durumlardır.

Öğretmenin problemin anlaşılmasını sağlamak için *problemde düzenleme yapma* yoluna gittiği duruma örnek ise senaryo-7’deki doğru öğrenci düşünce/stratejisine yönelik şu kararı verilebilir: “...Bu soru farklı bir soruya çevrilse, başka bir bakış açısıyla farklı bir soru olduğu zaman doğru olacaktır. Ama oran sorulmadığı için...” Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgulara da belirtildiği gibi, senaryo-7’de öğretmen, öğrenci stratejisini anlamış olmasına rağmen -problemin tek bir doğru yanıtı olacağı şeklinde bir yaklaşıma sahip olduğundan- öğrenci yanıtının hatalı olduğunu düşünmektedir. Bununla birlikte hatasının kaynağının öğrencinin problemi yanlış anlaması ve problemde doğrudan *oran* kavramının sorulmayışı olarak düşündüğünden, soru ifadesini doğrudan *oran* sorulacak şekilde düzenlemeye ihtiyaç duyduğu görülmektedir. Ayrıca, bu senaryo bağlamında, öğretmen düşünce/strateji için hatalı açıklamada, kavrayışla ilgili matematiksel olmayan gerekçelendirme ile zayıf yorumda bulunmuştur. Kavrayışı yorumlamadaki gerekçeyi esas alarak karar aşamasında da problemde düzenlemeye giderek öğrencinin problemi anlamasını sağlayacağını düşünmektedir. Bu bulgu, dikkat-yorum-karar bileşenleri arasındaki dinamiği ortaya koyması bakımından önemli olduğu düşünülmektedir.

ii. Çözümün anlaşılmasını sağlama

Öğretmenin kararlarından bir diğeri *çözümün anlaşılmasını sağlama*’dır. Öğretmenin çözümün anlaşılmasını sağlama yolları şunlardır: *Çözümü açıklama* ve *çözüme yönlendiren soru sorma*.

Çözümü açıklama; öğretmenin problemin çözümünü farklı şekillerde açıkladığı görülmüştür. Bu açıklamalar şunlardır: *matematiksel gerekçelendirme yoluyla açıklama, formel strateji ile açıklama, ezbere yönlendiren bir ifadeyle açıklama*. Öğretmenin, *çözümü matematiksel gerekçelendirme yoluyla açıkladığı* duruma örnek olarak, senaryo-1'deki öğrenciye, farklı miktarda iki portakal suyunun neden ve nasıl eşit tatta olabildiğine ilişkin şu açıklaması verilebilir:

“... tamam küçük bardakta daha az portakal sıkılmıştır belki ama **birim başına düşen portakal miktarı ile mililitre başına düşen portakal miktarı eşit olacaktır, dolayısı ile aynı tadı alacağız**. Yani burada öğrencilere matematiksel olarak şunun hatırlatılması gerekir, oran olarak bütün portakal suyunun içinde eşit oranda portakal miktarı vardır. Bu sebeple de **oran olarak eşit olduğu için aynı tadı elde edeceğimiz** fikri doğrudur. **Büyük bardakta belki daha fazla portakal sıkılmıştır ama su da ona göre daha fazla olacak**. Dolayısıyla tat eşit olacağı tadın aynı kalacağı hatırlatılır.”

Öğretmenin kararında belirttiği bu açıklaması, oran kavramı ve oranı oluşturan iki niceliğin (portakal suyu ve su), görelî (bağıl) değişimine ve birim miktardaki portakal ve su oranının eşit olması gerektiği fikrine değindiği için matematiksel gerekçelendirme içermektedir. Bu durum, öğretmenin öğrenci düşüncesini anlamadığı bu nedenle de hatalı düşünceyi doğru zannettiği bir durumdur. Bu durumda, öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamamış ve öğrenciye *matematiksel gerekçelendirme yoluyla açıklama* yapmıştır.

Öğretmen bazı durumlarda, doğru düşünce/strateji sunan veya anlamadığını belirten öğrencilere, *çözümü formel strateji ile açıklama* yoluna gitmiştir. Örneğin, ders esnasında problemin çözümünü anlamadığını söyleyen öğrenciye (V1-4) yönelik, öğrenciyi formel strateji kullanmaya yönlendirerek, formel strateji ile açıklama yapmıştır. Öğretmenin bu açıklaması şöyledir: “Ama şimdi bu daha büyük bir sayı olabilir, tek tek bunu genişletirsem daha büyük bir sayıysa bir sürü kez genişletip, genişletip, genişletip toplamalarına bakıp 84’ü tutuyor mu diye bakmam lazım, bu ise her seferinde tek bir işlemle sonucu bulduruyor.” Öğretmen, öğrencinin uyguladığı oranları *yineleme* yoluyla denk oranlar bulmayı uzun bir strateji olarak, denklem kurarak cebirsel yolla sonuç bulmayı ise tek bir işlemle yapılacak olan kısa/pratik bir strateji olarak anlatmaktadır. Bu durum öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamadığı (anlamadığının farkında olmadığı) bir durumdur.

Bir diğer derste, doğru bir stratejiye (V1-7) yönelik öğretmen, öğrenciyi cebirsel (formel) stratejiye yönlendirmiş ve benzer şekilde açıklama yapmıştır. Öğretmen ile öğrenci arasında geçen diyalog şöyledir:

- Öğretmen** : Ne dedin, ‘bunu öyle bir genişletirim ki toplamaları 96 olur’ dedin. Bu 96 biraz büyük sayı değil mi, genişletmekle uğraşacağız 96 buluncaya kadar. Farklı bir şeyler düşünsen, başka ne yapabiliriz diye düşünsen.
- Öğrenci** : Sadeleştiririz.
- Öğretmen** : En sade hali zaten burada. Denklem çözer gibi şöyle düşünelim bak, genişlettiğim sayıya ben ‘k’ diyorum, ‘x’ de diyebiliriz. Öyle bir x’le genişletirim ki ben bunu, biri 3x, biri 5x oluyor. Ve bu 3x’le 5x’in toplamı 96’ya eşit oluyor. Anlatabildim mi?

Diyalogda görüldüğü gibi öğretmen, öğrencinin informal bir strateji olarak *denk oranlar oluşturma* yoluyla sonuca ulaşmaya çalışmasına “...bu 96 biraz büyük sayı değil mi, genişletmekle uğraşacağız 96 buluncaya kadar...” şeklinde yanıt verdiği, ardından “Farklı bir şeyler düşünsen başka ne yapabiliriz” diyerek cebirsel stratejiye yönlendirdiği ve cebirsel strateji ile açıkladığı görülmektedir. İlgili durum üzerinden yapılan yansıtıcı görüşmede öğretmene dersteki bu yanıtı hakkında ne düşündüğü sorulduğunda, “k değil de x ile belki denklemi daha iyi anlar.” şeklinde yanıt vermiştir. Bu ifadesiyle, ders esnasında benzer problemleri k değişkenini kullanarak çözdüğünden dolayı, bu defa k değişkeni yerine x değişkenini kullandığını ve böylelikle daha iyi anlaşılacağını düşündüğünü belirtmiş ve böylelikle yansıtıcı görüşmede anlık kararını destekleyen ve gerekçelendiren bir açıklamada bulunmuştur.

Yine ders esnasında doğru strateji izleyen bir başka öğrenciye (V2-4) yönelik yansıtıcı görüşmede öğretmene “Öğrenciye verdiğiniz yanıt hakkında ne düşünüyorsunuz, farklı bir yanıt olabilir miydi, 6’dan yola çıktım ben diyor, acaba bu şekilde anlamış mıdır?” şeklinde soru yöneltildiğinde “Olabilir, ben de ondan beklemişim, 8 katı olduğunu bu şekilde de görebilmesini beklemişim.” şeklinde yanıt vermiştir. İfadesinde “...bu şekilde de...” diyerek çözümü açıklarken kullandığı formel stratejiye vurgu yaparak anlık yanıtını desteklediği görülmektedir.

Ders esnasında anlamadığını söyleyen bir başka öğrenciye (V1-3) yönelik, problemin çözümünü formel strateji ile şu şekilde açıklamıştır:

“Ben biliyorum ki bu a ve b aslında genişletilmiş veya sadeleştirilmiş olabilir, a illa 5 olmak b’de 7 olmak zorunda değil. Burada daha fazla sadeleşmeyeceği için, muhtemelen genişletildi. Zaten a ile b’nin toplamı 84 olduğu için de daha büyük bir sayı olduğu için de ben bunun bir sayıyla genişletilmiş olduğunu anladım ve o sayıyı bilmiyorum ben, genişlettiğim sayıya k diyelim olur mu? Bu, k ile genişletildiği zaman 5k ve 7k olacak değil mi?”

Bu durum üzerinden yapılan yansıtıcı görüşmede öğretmenin yaptığı açıklama şöyledir:

“Şimdi, **öbür yolda tek tek çocukların bir sürü şeyi denemesi gerekiyor** ya genişletecek ve toplamları 84 olan sayıları bulacak, sonuçta daha büyük sayılar da verilebilir, **o zaman bu yöntemi uygulamak çok da mantıklı olmayacak**, sürekli genişletip toplayacak, genişletip toplayacak, genişletecek yani.”

Öğretmen, bu ifadesinde “öbür yol” ifadesiyle *informel stratejiyi* kullanarak çeşitli denk oranlar bulma yoluyla istenilen sonuca ulaşmayı kastetmekte ve büyük sayılar verildiğinde bu stratejinin mantıklı olmayacağını belirtmektedir. Bu ifadesiyle öğretmenin anlık kararını destekler nitelikte açıklama yaptığı görülmektedir.

Bulgularda görüldüğü üzere, öğretmenin anlayamadığını belirten öğrencilerin yanı sıra doğru yanıt veren öğrencilere de formel strateji ile açıklama yaptığı ve öğrencileri buna yönlendirdiği görülmektedir. Diğer yandan öğrencilerin düşünce/stratejilerini anlamadığı durumların yanı sıra anladığı durumlarda da bu yaklaşımını sürdürdüğü görülmektedir. Ders gözlemi sonrası öğretmen ile yapılan görüşmeler de bu bulguları destekler niteliktedir. Görüşme esnasında öğretmene dersin istediği gibi gidip gitmediği sorulduğunda, “Bazı öğrencilerimin, istediğim şekilde, hala kavrayamadıklarını gördüm, mesela ... a’nın b’ye oranın ‘3 bölü 5’ olarak verdiyse, a’nın 3, b’nin 5 değil, bunun katlarının da a ve b değerlerini alabileceğini anlamakta bazı öğrencilerim zorlandı.” şeklinde öğrencilerin dersin sonunda hala denk oranlar oluşturmayı anlamakta zorlandıklarını belirtmiştir. Ardından “Öğrencilerin matematiksel düşünceleri hakkında ders esnasında dikkatinizi çeken bir durum oldu mu?” sorusu yöneltildiğinde ise, şu yanıtı vermiştir:

“(a: b=3: 5 örneğini kastederek) öğrencilerimin hala k gibi bir sayı ile genişlettiğim zaman, a bölü b’nin farklı değerler alabileceğini, işte her birinin k katı alındığında, bu ilişkiyi bazı öğrencilerimin kuramadığını fark ettim, hala onlar genişletme yaparak tek tek genişletip hangisinin toplamı tutuyor diye bakma eylemindeydiler, bir sayıyla çarpıldığında genişletildiğinde o sayıyı bulma eğiliminde değillerdi yani, “kaçla genişletirsem ben, toplamları bu olur” noktasında hala tam o noktayı kavrayamadıklarını düşünüyorum.”

Öğretmen, bu ifadesinde oran problemlerinde öğrencilerin *informel stratejiye* yöneldiklerini formel stratejiyi anlayamadıklarını düşündüğünü ifade etmiştir. Bunun üzerine öğretmene “Nasıl bir yol izlediniz?” diye sorulduğunda şöyle açıklama yapmıştır:

“Yine genişletilmiş birçok halinden örnek verdik, 3/5’ in birçok genişletilmiş halinden, örnek verip toplayarak yaptık, sonra işte genişleteceğim bir sayı olarak oraya bir k sayısını koyup ikisini de genişletmeye çalıştık, bu şekilde anlamaları için uğraştık. Denkleme de yaptık, denkleme dönüştürdük onu, k sabiti ile genişletip bunu bir denkleme dönüştürdük.”

Açıklamasında, öncelikle $3/5$ oranına denk oranlar bularak ardından k ile genelleme yoluyla denkleme dönüştürerek çözdüğünü ifade etmiştir. Bu ifadesiyle formel strateji ile açıklama yaptığını ders gözlemi sonrası görüşmede de desteklemektedir.

Öğretmenin çözümü açıklama kararı kapsamında, çözümü ezbere yönlendiren bir ifadeyle açıklama yoluna gittiği duruma örnek olarak, birim oranı bulma konulu ders esnasında hatalı bir yanıt (V1-1) yönelik öğretmen “...Peki ben size biraz önce de söylemişim, ‘litre soruluyorsa bana, litreye böleceğim’, ‘paydaya onu yazacağım’ da demişim...” şeklinde ezbere yönlendiren bir ifadeyle açıklama yapmıştır. Öğretmen dersin diğer kısımlarında, farklı problem durumlarında da “Genelleme yapabilir miyim ben, 1 kg salça için sorulduğunda, paydaya neyi getiriyorum?”, “Her seferinde neyin bir kg soruyorsa bana, ona bölüyorum... Paydaya her zaman için bana sorulan şey geliyor diyebilir miyim?” şeklinde ezbere yönlendiren ifadeyle yaptığı açıklamaları tekrar ettiği görülmüştür.

Çözümüne yönlendiren soru sorma; öğretmenin bazı durumlarda, çözümün anlaşılmasını sağlamak amacıyla çözümü açıklamak yerine öğrenciyi çözüme yönlendirdiği görülmüştür. Bu bağlamda, öğretmenin ders esnasında, öğrenci (V2-1) ile diyalogu şöyledir:

- Öğretmen** : Bak şimdi bak, her ikisinde de 2 kalmasını istiyorum ($m/5$ ile $n/7$ 'yi kastederek) burada da 2, burada da 2 kalmasını istiyorum, m yerine kaç yazarsam 2 olur bu işlemin sonucu $<m/5$ 'i göstererek>?
- Öğrenci** : 10
- Öğretmen** : 10 yazarsam
- Öğrenci** : <Yazar>
- Öğretmen** : n yerine kaç yazarsam 2 olur buranın sonucu? $<n/7$ 'yi göstererek>
- Öğrenci** : <14 yazar>
- Öğretmen** : Şimdi m ve n gördüğün yerlere bu sayıları yerleştirelim (sorulan işlemde yani: $(m + n)/(n - m)$ üzerinde)
- Öğrenci** : <Sayıları yerleştirir ve sonucu bulur.>

Diyalogda, öğrencinin çözümü anlaması için, öğretmenin öğrenciyi çözüme ulaştıracak şekilde sorular yönelttiği görülmektedir.

iii. Kavram yanlışısını giderme

MGP öncesi, öğretmenin hatalı düşünce/strateji ortaya koyan, kavram yanlışısına sahip öğrencilere yönelik, kavram yanlışısı yaşadıkları konu dışında *farklı konu/kavram(lar)* üzerinden veya *gerçek yaşam örnekleri üzerinden* açıklama yaptığı görülmüştür.

Öğretmen farklı konu/kavramlar üzerinden yaptığı açıklamalarında oran-orantı konusu dışında *kesir* konusu üzerinden açıklama yapmıştır. Örneğin senaryo-3 üzerinden yapılan görüşmede, öğretmen öğrencinin *denk oran* konusundaki kavram yanlışlığına yönelik, öğrenciye *denk kesir* kavramı üzerinden açıklama yapacağını belirtmiştir. Öğretmenin kararına yönelik bu açıklaması şöyledir: “Burada öğrencimize ‘2 bölü 4’ kesri ile ‘1 bölü 2’ kesrinin aynı büyüklüğü ifade ettiği, denk oldukları, oranın büyümediği sabit kaldığı hatırlatılarak öğrenciye- ikisinin de yarımı ifade ettiği hatırlatılarak öğrenciye geri dönüt verilebilir.” Benzer şekilde, senaryo-2 üzerinden yapılan görüşmede öğretmen, *oranı miktar sanma* kavram yanlışlığına sahip öğrenciye *kesir* kavramı üzerinden açıklama yapacağını belirtmektedir:

“Burada öğrencide oran ‘2 bölü 3’ verildiyse, bunun bir oran olduğu 2 bölü 3’ ün denk bütün kesirlerin elma ve armut sayılarını verebileceği, 3 armuta 2 elma düşüyorsa, işte 6 armuta 4 elma düşeceği, buna denk düşen tüm kesirlerin doğru olduğu, yine 2 bölü 3 oranını vereceği hatırlatılmalı. Yani ‘2 bölü 3’ün aynı zamanda ‘4 bölü 6’ da olabileceği, aynı zamanda ‘6 bölü 9’ da olabileceği, bunun gibi sonsuz hem miktarlara ulaşılabilceği, bu oranı sabit tutarak toplamalarının birçok değer alacağı hatırlatılır.”

Gerçek yaşam örnekleri üzerinden kavram yanlışlığını gidermeye örnek durum olarak, öğretmen Senaryo-5 üzerinden yapılan görüşmede *toplamsal ilişki* kavram yanlışlığına sahip öğrenciye *gerçek yaşam örnekleri* üzerinden açıklama yapacağını belirtmiştir. Öğretmenin bu ifadesi şöyledir:

“Buradan en güzel örnek zaten tariflerle verilir, oranlı birimlerde aynı tadı elde etmemiz gerektiği. Mesela şöyle, kek yaparken 4 bardak una 1 bardak süt koyuluyor. Ben burada süt miktarını diyelim ki 3 arttırdım, 4 bardak süt koydum; un da 3 arttırıldığında 7 bardak un oldu... Süt miktarı 4 katına çıkarken un miktarı iki katına bile çıkmadı. Yani cıvık bir karışım elde edebileceğini buradan daha rahat anlıyorlar, buradan örnek verilerek, artış yapılarak aynı tadın elde edilemeyeceğini hatırlatmaya çalışırım.”

Diğer yandan öğretmenin kavram yanlışlığını gidermeye yönelik bu açıklamalarının tamamında “...hatırlatırız” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu, öğretmenin, öğrencinin konuyu bilmediğini değil, unuttuğunu düşündüğünü belirtmektedir. Ayrıca bu üç durum senaryolardan oluşmaktadır.

iv. Değerlendirme yapma

Öğretmen, bazı durumlarda öğrenciye yönelik *kavrayışı sınamak için aynı türde problem yönelte* yoluna gitmiştir. Ders esnasında anlamadığını belirten öğrenciye (V1-6) “O zaman, hiç buna geçmeden biraz daha şu soru tiplerinden anlamaya çalışacağız, sonra buna bakacağız. Anlaştık mı?” şeklinde yanıt vererek bir önceki probleme benzer problem tiplerinden yönelteceğini belirtmiştir. Yansıtıcı görüşmede ise “Yani aynı tür

sorulardan uygulayıp uygulayamadığını görmek istedim. Yani burada işte 2 katını alacak falan -bununla uğraşmadan- şu olayı bir daha kontrol etmek istedim, en basitinden uygulayıp uygulamadığına bakmak istedim.” şeklinde aynı tür problem aracılığı ile öğrencinin anlayıp anlamadığını kontrol etmek istediğini belirterek anlık yanıtını destekleyen açıklamada bulunmuştur.

v. Diğer kararlar

Öğretmenin diğer kararları: öğrencinin ifadesini tekrar etme ve ilgisiz açıklama yapma’dır. Örneğin, ders esnasında doğru bir fikir sunan öğrenciye (V2-2) yönelik, öğretmenin öğrencinin yanıtını tekrar ettiği görülmüştür. Bu durum, öğretmenin öğrenci düşüncesini anlamadığı (anlamadığının farkında olduğu) bir durumdur. Bu durum üzerinden yapılan yansıtıcı görüşmede, öğretmene “Anlamadığınızı belirttiniz, öğrencinin düşüncesini anlamak için herhangi bir soru sorulabilir miydi?” şeklinde soru yöneltildiğinde “Sormadım, bazen birisinin ifadesini çok araştırırken öbürlerinin kafasını da çok karıştırabiliyorsun.” şeklinde yanıt vermiştir. Ön görüşmelerde de bu bulguya paralel şekilde, öğrencilerin düşüncelerini anlamada eksik hissettiği anlar sorulduğunda “... o çocuk sürekli bir şey anlatmaya çalışıyor ve muhtemelen gittiği mantık hatalı... O kadar karışık bir şey anlatıyor ki bana, bir on dakikam falan, sadece o çocukla matematiksel şeyi anlamak üstüne geçer...” şeklinde yanıt vermiş, öğrencinin muhtemelen hatalı bir akıl yürütmeye sahip olduğunu ve bunu anlamaya çalışmanın zaman alacağını ifade etmiştir.

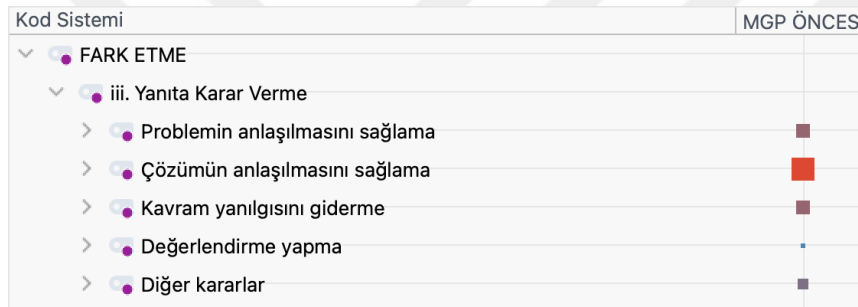
Öğretmenin ders esnasında bazı öğrencilere sorularıyla ve sorulan konuyla ilgisiz yanıtlar verdiği görülmüştür. Bu durumlar yine öğretmenin öğrencilerin düşüncelerini anlamadığı durumlardır. Denk oran problemiyle ilgili “sayıları farklı farklı sadeleştirebilir miyiz? sorusunu yönelten bir öğrenciye (V1-2), öğretmen şöyle yanıt vermiştir: “İkisini farklı farklı, bunu başka sayıyla bunu başka sayıyla bölemeyiz değil mi? Bölebilir miyiz farklı farklı, sadeleştirebilir miyiz? Zaten sadeleştirme ne demek, aynı sayıyla bölmek demek, genişletmek de hem payı hem paydayı aynı sayıyla çarpmak demek.” Bu yanıtında öğretmenin soruyla ilgisiz olarak kesirlerde sadeleştirme ve genişletme kavramlarını açıkladığı görülmektedir. Yansıtıcı görüşmede ise öğrencinin düşüncesini anlamadığını “Daha çok soru sorup ben de tam ne dediğini anlamalıymışım, bence anlayamamışım ne demek istediğini, yorumlamışım ama bence bunu demek istememiş O...” şeklinde onaylamıştır.

Benzer şekilde soru soran diğer bir öğrenciye (V1-5) “toplam veriliyorsa toplamını, fark veriliyorsa farklarını alacaksın” şeklinde öğrencinin sorusuyla ilgisiz bir açıklama yapmıştır. Videoya dayalı görüşmede “Orada evet çocuk hep toplayacak çıkacak şeklinde düşünmüş yani hep topladığım zaman buna tam bölünür mü, sonuç tam çıkar mı? Bende şöyle bir cevap vermişim, burada toplam veriliyorsa toplamını, fark veriliyorsa farklarını alacaksın, orada sana...” şeklinde anlık yanıtını tekrar etmiştir.

MGP öncesi öğretmenin karar verme becerisine ilişkin tema ve kategorilerin yoğunluğu Şekil 4.7a ve Şekil 4.7b’de sunulmuştur:

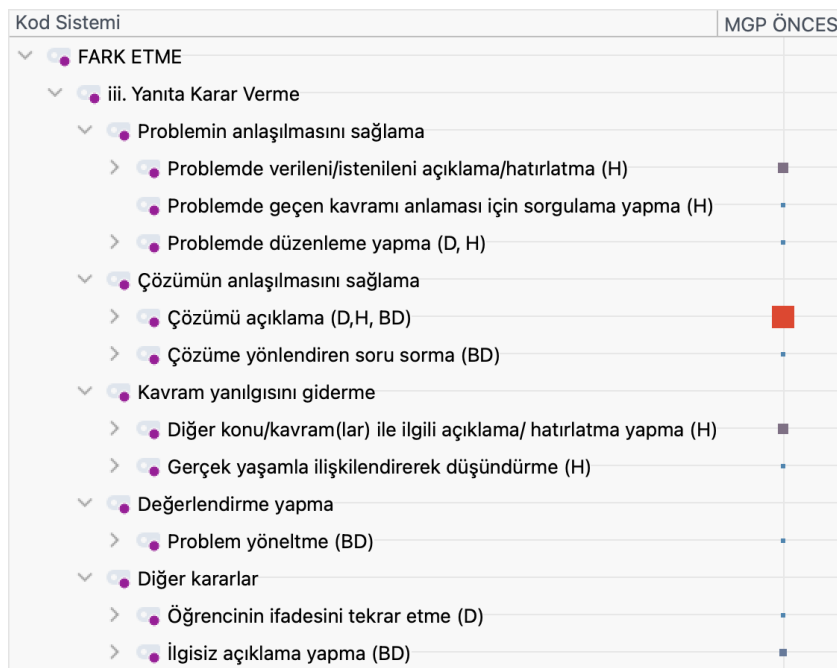
Şekil 4.7a

MGP Öncesi Karar Verme Bileşenine ait Temaların Yoğunluğu



Şekil 4.7b

MGP Öncesi Karar Verme Bileşenine ait Kategorilerin Yoğunluğu



Şekil 4.7a’da görüldüğü gibi, MGP öncesi kararlarında problemin ve *çözümün anlaşılmasını sağlama* ve *kavram yanlışısını giderme* temalarında yoğunluk görülmektedir. Şekil 4.7b’de görüldüğü gibi kategorilerde çözümü açıklama, problemde verileni/istenileni açıklama, diğer konu/kavramlarda ilgili açıklama/hatırlatma yapma’da yoğunluk görülmektedir. Ayrıca farklı temalar altında yer alan kategorilerde birden çok defa yer alan bir kavram ‘açıklama yapma’dır. Bu kavramın yer aldığı kategoriler: problemde verileni/istenileni açıklama, çözümü açıklama, ilgisiz açıklama, diğer konu/kavramla ilgili açıklama’dır.

Öğretmenin hatalı yanıtlar için çoğunlukla öğrenciye verileni/istenileni açıkladığı, çözümü formel strateji ile açıkladığı görülmektedir. Ön görüşmelerde de öğretmen, oran problemlerinin çözümünde öncelikle informel bir strateji, ardından formel bir strateji kullandığını ifade etmiştir. Öğretmenin bu stratejileri Görsel 4.4’te sunulmuştur.

Görsel 4.4

Oran Orantı Öğretimine Yönelik Ön Görüşmede Öğretmenin 4. Soru İçin İzlediği Stratejiler

$$\frac{\text{Dilek}}{\text{Tutku}} = \frac{3 \text{ kat}}{4 \text{ kat}} = \frac{6 \text{ kat}}{8 \text{ kat}} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{3k + 4k = 7k}{7k = 35}{7}{2}$$

$$1k = 5$$

$$\frac{\text{Dilek}}{\text{Tutku}} = \frac{3 \text{ kat}}{4 \text{ kat}} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

Not. İlk strateji solda (informel), ikinci strateji sağda (formel)

Ayrıca öğretmenin gözlemlerinde de bu iki stratejiye yer verdiği görülmüştür. Ancak gözlem ve görüşmelerde her ne kadar bu iki stratejiye de yer vermiş olsa da öğretmenin oran-orantı problemlerinin çözümünde denklem kurma yoluyla (formel strateji ile) yanıt almaya yönelik bir yaklaşıma sahip olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmenin bu yaklaşımı bulgulara yansıdığı gibi kendisi de ifade etmiştir: Ön görüşmelerde öğretmene oran ve orantı konularının matematik dersi öğretim programlarında hangi konu ve kavramlarla ilişkili olduğu sorulduğunda, öğretmen farklı matematik konularına değinmekle birlikte şu açıklamayı yapmıştır: “Cebirle de ilgili, yani orantı konusunu çözerken çocuk cebiri sürekli uyguluyor, sonuçta bir yere x dediğimiz için, sürekli cebirsel ifadelerle çözmüş oluyor bu şeyi, cebirle de ilişkili, denklemlerle.” Açıklamasında cebir kullanmaya yönelik

vurgusu, öğretmenin informel strateji kullanmaya yönelik yaklaşımını doğrular niteliktedir. Diğer yandan oran orantı konusuna yönelik ön görüşmelerde, öğretmenin problemin çözümü için sunduğu ilk strateji Görsel 4.5'te sunulmuştur.

Görsel 4.5

Oran Orantı Konusuna Yönelik Ön Görüşmede 11. Soru için Öğretmenin Uyguladığı İlk Strateji

6 kraker 70* kalori
20 kraker x D. 0

$6x = 1400$
 $x = \frac{1400}{6}$

$\frac{1400}{6} = 233,3$

Görsel 4.5'te görüldüğü gibi ilk strateji olarak kendisi de formel stratejiyi kullanmıştır. Öğretmenin karar verme becerisine ilişkin tema ve kategorilerin yoğunluğunun video ve senaryolara göre dağılımı ise Şekil 4.8'de sunulmuştur:

Şekil 4.8

MGP Öncesi Karar Verme Bileşenine Ait Kategorilerin Yoğunluğunun Video ve Senaryolara göre Dağılımı

Kod Sistemi	VIDEO	SENARYO
▼ FARK ETME		
▼ iii. Yanıta Karar Verme		
▼ Problemin anlaşılmasını sağlama		
> Problemden verilen/istenileni açıklama/hatırlatma (H)		■
Problemden geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma (H)		■
> Problemden düzenleme yapma (D, H)		■
▼ Çözümün anlaşılmasını sağlama		
> Çözümü açıklama (D,H, BD)	■	■
> Çözümüne yönlendiren soru sorma (BD)	■	
▼ Kavram yanlışlığını giderme		
> Diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/ hatırlatma yapma (H)		■
> Gerçek yaşamla ilişkilendirerek düşündürme (H)		■
▼ Değerlendirme yapma		
> Problem yöneltme (BD)	■	
▼ Diğer kararlar		
> Öğrencinin ifadesini tekrar etme (D)	■	
> İlgisiz açıklama yapma (BD)	■	

Şekil 4.8'de görüldüğü gibi analiz birimine göre de bulgular değişmektedir. Örneğin öğretmenin senaryolara dayalı görüşmelerde belirttiği kararları, öğrencinin problemi

anlamasını sağlama ve kavram yanlışlığını giderme temalarında yoğunluk gösterirken, videoya dayalı kararları çözümün anlaşılmasını sağlama temasında yoğunluk göstermektedir.

Öğretmenin ders anındaki anlık kararlarına yönelik yansıtıcı görüşmelerde sunduğu kararları üç kategori ile sınıflandırılmıştır. Tablo 4.1’de yer alan veriler, MGP öncesi bu kategorilerdeki dağılımı göstermektedir.

Tablo 4.1

MGP Öncesi Öğretmenin Anlık Kararlarına Yönelik Yansıtıcı Kararları

Yansıtıcı kararlar	n	%
Anlık kararını yineler ve/veya destekler	8	66,7
Anlık kararına ek, alternatif bir karar sunar	2	16,7
Anlık kararı yerine farklı bir karar sunar	2	16,7
Toplam	12	100

Tablo 4.1’e göre öğretmen ders esnasında verdiği 12 anlık karara ilişkin yansıtıcı kararlarının 8’inde (%66,6) anlık kararını desteklemiş; 2’sinde (%16,6) anlık kararına ek olarak alternatif bir karar sunmuş; diğer 2’sinde (%16,6) ise anlık verdiği karardan farklı bir karar sunmuştur. *Anlık kararına ek alternatif kararları ve anlık kararından farklı kararları: küçük sayılarla görselleştirme, anlamak için soru sorma, günlük yaşamla ilişkilendirerek açıklama* ile sınırlıdır. Bunlar için öğretmenin örnek ifadeleri şunlardır:

“Belki görselleştirebilirmişim burada, yani sözel olarak güzel anlatmışım bence, ama çocukların aklından uçuyor bu, işte bunu, 36 litreyi çizip, 207 parçaya böldüğümüzde 1 liraya geldiğini görselleştirebilirmişim daha iyi anlayabilirlermiş bence... daha küçük bir örnekle daha güzel anlaşılır ama, kesinlikle daha net anlaşılır sayıları daha küçük...”

“k değil de x ile anlattım, belki denklemi daha iyi... Belki günlük hayatla bağdaştırarak anlatılabilirdi... Mesela 5 bardak portakal suyuna, 3 bardak su konularak karıştırıp portakal suyu elde ediliyor, 96 bardak portakal suyu gibi... Günlük hayatta daha iyi anlayabileceği bir soru sorulabilirdi belki de, bunu böyle sormak yerine, daha kullanışlı bir probleme dönüştürülebilirdi, belki daha iyi anlardı o zaman.”

4.1.2 MGP öncesi matematiksel söyleme ilişkin bulgular

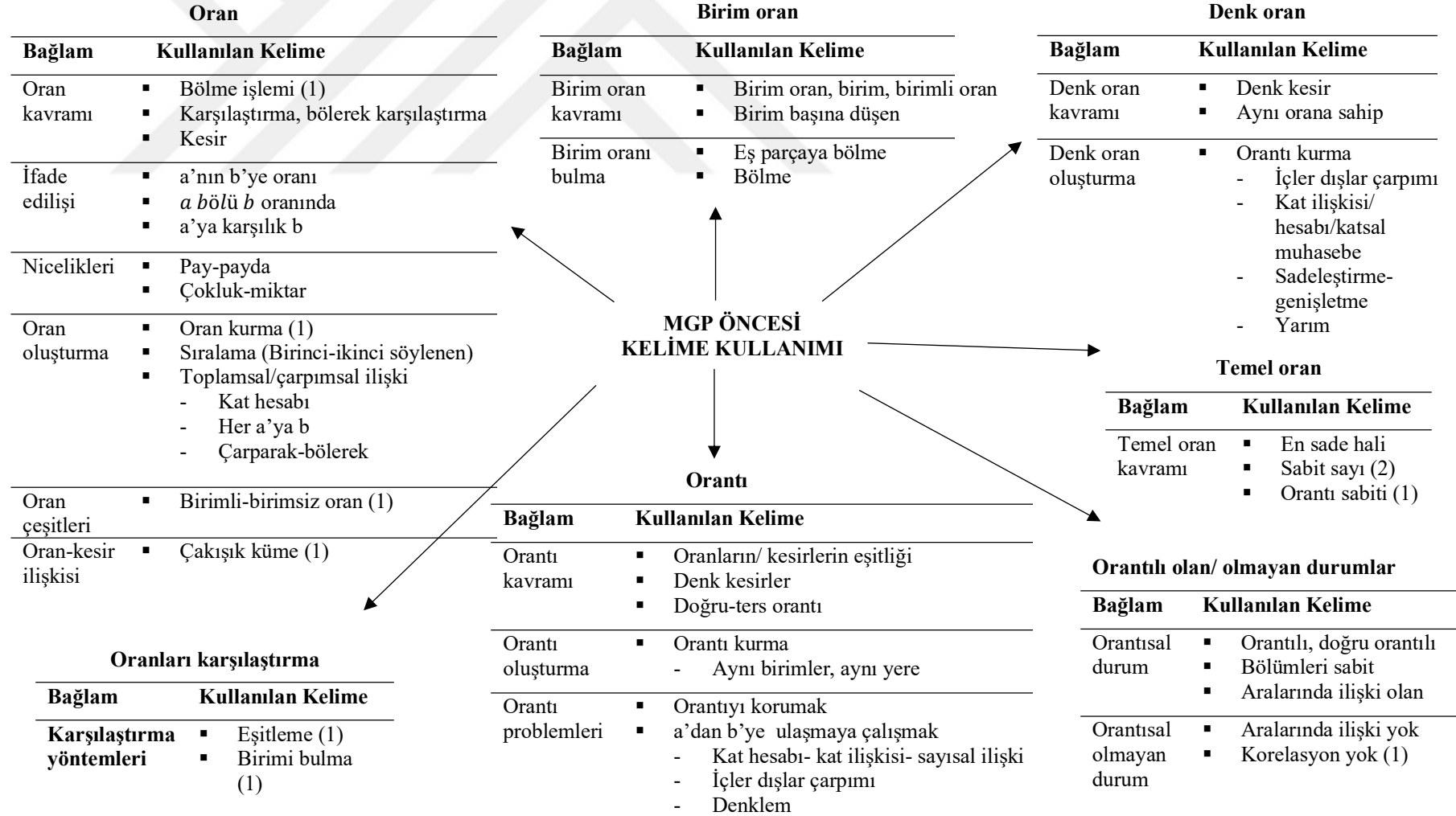
MGP öncesi matematiksel söyleme ilişkin bulgular *kelime kullanımı, onaylanmış ifadeler, görsel araçlar ve rutinler* olmak üzere dört bileşen altında sunulmuştur. Bu bölümde sunulan bulgular, araştırmanın ikinci alt problemine yanıt vermektedir.

4.1.2.1 Kelime kullanımına ilişkin bulgular

MGP öncesi öğretmenin kelime kullanımına ilişkin bulgular Şekil 4.9’da sunulmuştur.

Şekil 4.9

MGP Öncesi Öğretmenin Kelime Kullanımına İlişkin Bulgular



Not. (1) ile numaralandırılmış kelimeler yalnızca görüşmelerde; (2) ile numaralandırılmış kelimeler yalnızca gözlemlerde; numara bulunmayanlar gözlem ve görüşmelerin her ikisinde de saptanan kelimelerdir.

Şekil 4.9’da görüldüğü gibi, öğretmenin MGP öncesinde: *oran* kavramı ile ilgili genel olarak, ‘bölme’, ‘karşılaştırma’, ‘kesir’, ‘çarparak-bölerek’, ‘sıralama (birinci-ikinci söylenen)’ ifadelerini; *denk oran* kavramı ile ilgili olarak, ‘denk kesir’, ‘sadeleştirme-genişletme’ ifadelerini; *temel oran* kavramı ile ilgili ‘en sade hali’, ‘orantı sabiti’ ifadelerini; *birim oran* kavramı ile ilgili olarak, ‘birim başına düşen’, ‘bölme işlemi’ ifadelerini; *oranları karşılaştırma* konusu ile ilgili ‘eşitleme’, ‘birimi bulma’ ifadelerini; *orantısal olan ve orantısal olmayan durumlar* ile ilgili ‘orantısal’, ‘orantılı’, ‘doğru orantılı’, ‘aralarında ilişkili var/yok’ ifadelerini; *orantı* kavramı ile ilgili olarak ‘kat ilişkisi/katsal muhasebe’, ‘aynı birimler aynı yere’, ‘içler dışlar çarpımı’, ‘denk kesir’, ‘denklem’ ifadelerini kullandığı saptanmıştır.

Öğretmenin kelimelerinde sıklıkla *oran* kavramı ve ilişkili kavramlar yerine, onunla eş anlamlı olarak *kesir* kavramı ve ilişkili olan kelime ve kelime gruplarını (eşit/denk kesir, pay/payda, sadeleştirme/genişletme vb.) kullandığı görülmektedir. Ayrıca *oran* kavramı bağlamında ‘çarparak-bölerek’, ‘kat hesabı’ gibi *oranın kendi içindeki çarpımsal ilişkiyi* vurgulayan kelimeleri; denk oran ve orantı kavramları bağlamında ise ‘kat ilişkisi’, ‘katsal muhasebe’ gibi *oranlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi* vurgulayan kelimeleri kullandığı görülmektedir.

Diğer yandan gözlem ve görüşmelerde benzer kelime kullanımına sahip olduğu görülmektedir. Yalnızca gözlem esnasında kullandığı kelimeler: *temel oran* kavramı bağlamında ‘sabit sayı’; yalnızca görüşme esnasında kullandığı kelimeler ise: *oran* kavramı ile ilgili olarak ‘bölme işlemi’, ‘oran kurma’, ‘çakışık kümeler’ ve ‘birimli-birimsiz oran’; *temel oran* kavramı bağlamında ‘orantı sabiti’; *orantısal olmayan durum kavramı* bağlamında ‘korelasyon’ ve *oranları karşılaştırma yöntemleri* bağlamında ‘eşitleme’ ve ‘birimi bulma’ dır.

4.1.2.2 Onaylanmış ifadelere ilişkin bulgular

MGP öncesi, öğretmenin matematiksel söylemlerindeki onaylanmış ifadelere ilişkin bulgular Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2

MGP Öncesi Öğretmenin Onaylanmış İfadelerine İlişkin Bulgular

Kavram	Bağlam	Onaylanmış ifade
Oran	Oranın tanımı	▪ İki çokluğun bölünerek karşılaştırılmasıdır.
		▪ İşlemdir, bölme işlemidir.
		▪ Miktar değildir.

Tablo 4.2 (Devam)*MGP Öncesi Öğretmenin Onaylanmış İfadelerine İlişkin Bulgular*

Oran	Oran oluşturma	- Oran bulma, bölündüğü şeyin miktarına diğerinden ne kadar düştüğünü bulmadır. - İlk söylenen paya, ikinci söylenen paydaya yazılır. - İki miktar arasında çarparak ya da bölerek ilişki kurulur. - Toplama ile ilişki kurulmaz.
	Oranın gösterimi	- Oranın üç farklı gösterimi vardır. - Hepsi aynı anlama gelir, hepsi bölmedir. (1)
	Oran çeşitleri	İki çeşit oran vardır, birimli ve birimsiz oran. (1)
	Oran-kesir ilişkisi	- Bütün oranlar kesirdir. (1) - Oran kesirle ifade edildiğinden oranın kendisi bir kesirdir.(1) - Kesir de karşılaştırma içerir. (1) - Kesirler sayıdır, karşılaştırma içermeyen kesirler oran belirtmez. (1) - Oranlar ve kesirler çakışık kümelerdir. (1)
Denk oran	Denk oran kavramı	<i>Oran</i>’ın kendisi kesir olduğu için <i>eş oranlar</i>, denk kesirlerdir. (1)
	Denk oran oluşturma	- Sadeleştirme-genişletme yoluyla oluşturulur. - Sadeleştirme-genişletme ile oran değişmeden kalır. - Genişletme ile kesrin değeri değişmez. <i>Genişletme</i> hem payı hem paydayı aynı sayıyla çarpmak demektir. <i>Sadeleştirme</i>, aynı sayıyla bölmek demektir.
Temel oran	Temel oran kavramı	Kesirler konusunda en sade hali dediğimiz şey oran konusunda <i>orantı sabitine</i> denk geliyor. (1)
Birim oran	Birim oran kavramı	- Birimli oran ‘birim başına düşen şey’dir. - Birinden 1 tane olduğunda, öbüründen kaç tane denk geldiğidir.
	Birim oranı bulma	Sorulan niceliğe bölerek birimi buluruz. (2)
Oranları karşılaştırma	Karşılaştırma yöntemleri	- Bölme ile birimini bularak karşılaştırırız. (1) - Niceliklerden birini eşitleyerek karşılaştırırız. (1)
	Orantı tanımı	- İki oranın eşitliğidir. - Kesirlerin eşitliğidir.
Orantı	Orantı oluşturma	- Orantıda <i>denk kesirler</i> elde edilmiş olunur. - Aynı birimler, aynı yere yazılır, alt alta yazılır. - Orantı, kat hesabı ile çarparak-bölerek korunur.
	Orantı çeşitleri	- Doğru orantı: İki çokluktan biri artarken, diğeri de buna bağlı olarak artıyorsa- aralarında bir ilişki olmak şartıyla- biri azalırken diğeri de buna bağlı olarak azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır. - Ters orantı: İki çokluktan birinin artarken diğerinin azaldığı veya biri azalırken diğerinin arttığı durumlar- aralarında bir ilişki olmak şartıyla- ters orantılıdır.
	Orantı problemleri	- Kat ilişkisi kurarak çözülebilir. - İçler dışlar çarpımı ile çözülebilir. - Kat ilişkisi kurulamadığı durumlarda içler-dışlar çarpımı daha basittir. (1)
	Orantılı olan/olmayan durumlar	- Orantılı, doğru orantılı demektir. - Aralarında ilişki olan şeyler orantılıdır. - İçler dışlar çarpımının eşit olması gerekir. - Denk kesirler orantılıdır.
	Orantılı olmayan durum	Aralarında ilişki/korelasyon olmayan şeyler/durumlar orantı belirtmez.

Not. (1) ile numaralandırılmış kelimeler yalnızca görüşmelerde; (2) ile numaralandırılmış kelimeler yalnızca gözlemlerde; numara bulunmayanlar gözlem ve görüşmelerin her ikisinde de saptanan ifadelerdir.

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi öğretmen, onaylanmış ifadelerinde, *oran* kavramının tanımını bağlamında genel olarak bölme işlemine vurgu yaptığı; *oran oluşturma* bağlamında “çarparak ve bölerek ilişki kurulması” şeklinde çarpımsal ilişkiye değindiği aynı zamanda “ilk söylenen paya, ikinci söylenen paydaya yazılır.” şeklinde mekanik (şekle dayalı, ezbere) bir tanım yaptığı; *oran-kesir ilişkisi* bağlamında ise çelişkili ifadeler sunduğu görülmektedir. Öğretmenin oran-kesir ilişkisine yönelik çelişkili ifadelerini içeren, araştırmacı ile öğretmen arasında geçen diyalog şöyledir:

- Araştırmacı** : Oran ile kesir arasında nasıl bir ilişki vardır? Örnekle açıkla mısınız?
- Öğretmen** : Aslında *oran* ifadesi bir *kesir*, yani sonuçta bir *kesirle* ifade ediliyor. Yani oranın kendisi bir kesir olduğu için, *denk kesirler* aslında bizim bulduğumuz, eş oranlar, denk kesirler. İşte *orantı sabiti* dediğimizde bu kesrin en sade hali aslında, kesirler konusunda en sade hali dediğimiz şey oran konusunda *orantı sabiti*ne denk geliyor diyebiliriz.
- Araştırmacı** : Yani bütün oranlar kesir midir, böyle bir genelleme yapılabilir mi? Çünkü siz “oran kesirdir” deyince bütün oranlar kesirdir diye anlıyorum ben?
- Öğretmen** : “Bütün oranlar kesirdir.” diyebiliriz bence.

Diyalogda görüldüğü gibi, öğretmen ilk olarak bütün oranların bir kesir olduğunu ifade etmiş, ardından sunulan örnekleri incelerken kafa karışıklığı yaşamıştır. Bu soru, öğretmenin yanıtlamakta en çok zorlandığı sorudur. Öğretmenin sorunun devamına verdiği yanıtları Görsel 4.6’da sunulmuştur.

Görsel 4.6

MGP Öncesi Öğretmenin Kesir Oran İlişkisine Ait Yanıtı

Aşağıda verilen ifadeleri oran ve kesir kavramları açısından yorumlayınız.

$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{10}$ m/sn	$\frac{3}{5}$ litre su	$\frac{\text{Sınıftaki kızların sayısı}}{\text{Sınıftaki erkeklerin sayısı}} = \frac{3}{2} \Rightarrow$	$\frac{3}{5}$ litre su $\rightarrow$ sayı $\rightarrow$ oran
			$\Rightarrow$ Oran	
			Kesir	

Handwritten notes on the right side of the image:

- $\frac{1}{2}$ kesir, bir sayı
- $\frac{4}{10}$ m/sn oran, kesir
- $\frac{3}{5}$ litre su $\rightarrow$ sayı $\rightarrow$ oran

Öğretmenin soruya yanıt verirken yaşadığı kafa karışıklığını ve kararsızlığını yansıtan ifadeleri şöyledir:

“Her zaman çocuklar aslında *kesri*, *oran* diye düşünüyorlar. Yani ‘3 bölü 5’ litre deyince çocuk, her seferinde bir şeyi 5’e böldüm, 3 tanesini aldım. ‘3 bölü 5 metre’ deyince, her seferinde aslında 1 metrenin beşte üçünü ifade ediyoruz, orada yine de çocuklar bir şeyin 5’e bölündüğünü... Aslında yine bir şeyin 5’e bölümü, 1 metrenin 5’te 3’ü olmuş oluyor. Aslında 3 bölü 5 litrede de 1 litrenin 5’e bölünüp 3’ü alınmış oluyor, aslında o da bir yerde *orana* girmiş olabilir, şimdi düşününce. Yani şimdi biz bunları derste işlerken, üstünde bu kadar belki şey yapmıyoruz. Ama üstüne düşününce evet, bu da bir oran olur, litrenin... 1 litreyi sabit düşünürsek ‘oran değil’ dedim ama bence bu da bir oran.”

“...Ay şu an düşünüyorum, aslında birimsiz orana girebilir.”

“...Üstteki soru şu an benim için netleşti, *kesir* her seferinde bir *oran* belirtmez.”

Araştırmacı tarafından tutulan yansıtıcı günlükte de ilgili konudaki gözleme şu şekilde yer verilmiştir: “...Öğretmen görüşme sonrasında özellikle *kesir-oran* ilişkisi sorusunu çok beğendiğini ve üzerinde düşündüğü bir konu olduğunu belirtti. Görüşme süresince ilgili soruda kafa karışıklığı yaşadı, görüşme bittiğinde ilgili konuda tartışmayı sürdürmek istedi...” (02.02.2022 Çarşamba)

Bir diğer odak kavram olan *denk oran* ile ilgili olarak, Tablo 4.2’de belirtildiği üzere, öğretmen, doğrudan bu kavramına yönelik bir onaylanmış ifadeye sahip olmamakla birlikte, denk oranı “denk *kesir*” olarak tanımlamakta; denk oranları oluşturmada ise “sadeleştirme-genişletme” işlemlerinin yapıldığını ifade etmekte ve sıklıkla bu kavramların tanımını yapmaktadır. Benzer şekilde, doğrudan *temel oran* kavramına yönelik bir onaylanmış ifadeye sahip olmamakla birlikte, *temel oran* bağlamında “orantı sabiti”ni tanımlamaktadır.

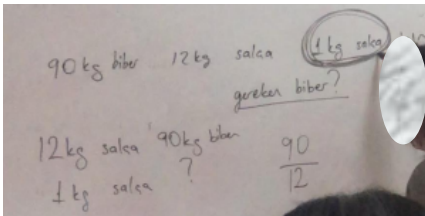
Diğer bir odak kavram olan *birim oran*’ı “birim başına düşen şey” olarak tanımlamakta; *birim oranı bulmada* “Sorulan niceliğe bölme” şeklinde bir açıklamaya sahip olduğu görülmektedir. Öğretmenin birim oranı bulmadaki bu ifadesine ders gözleminden örnek şöyledir:

“Aslında şöyle bir genelleme yapsak, bana neyi soruyor, 1 kg salça için gerekeni. 1 kg salça başına düşen için genelleme yapabilir miyim ben? 1 kg salça için sorulduğunda, paydaya neyi getiriyorum? Salçayı getiriyorum, her seferinde değil mi. Her seferinde, neyin 1 kg’ı soruluyorsa bana, ona bölüyorum, bir tanesini bulmak için. Biber miktarını salça miktarına bölüyorum, paydaya her zaman için bana sorulan şey geliyor diyebilir miyim?”

Öğretmenin bu ifadesine ilişkin çözümü Görsel 4.7’de sunulmuştur.

Görsel 4.7

MGP Öncesi Öğretmenin Birim Oran Problemine ait Çözümü



Öğretmen kelime kullanımında *birim oran kavramı* ile ilgili her ne kadar birkaç yerde “eşit parçaya bölme” ifade etmiş olsa da *birim oranı bulma* ile ilgili onaylanmış ifadelerinde yalnızca bölme işlemine yönelik söz konusu açıklamaları saptanmıştır.

Tablo 4.2’de görüldüğü gibi, öğretmenin *oranları karşılaştırma* konusundaki onaylanmış ifadeleri, iki ya da daha fazla oranı, ‘bölerek birim miktarı bulma’ veya ‘niceliklerinden birini eşitleme’ yoluyla karşılaştırmaya yöneliktir. Öğretmen ön görüşmelerde, ‘oranları karşılaştırma’ konusuna öğretiminde yer vermediğini ifade etmiş, ders gözlemlerinde de bu konuya yer vermediği görülmüştür.

Öğretmenin, *orantı* kavramına yönelik onaylanmış ifadelerinde, *orantı*’yı “oranların ve kesirlerin eşitliği” olarak tanımladığı görülmektedir. *Orantı oluşturma* ile ilgili onaylanmış ifadeleri ise “Aynı birimler aynı yere yazılır.” şeklindedir. Öğretmen, ders öncesi görüşmede de öğretiminde buna dikkat edeceğini belirtmiştir.

Öğretmen ile araştırmacı arasında geçen ilgili diyalog şöyledir:

- Araştırmacı** : Bu derste öğrencilerinizin çalışmalarında nelere dikkat edeceksiniz?
Öğretmen : Aynı birimleri doğru yere yazıp yazmadıklarına, aynı birimlerin alt alta gelmesine... İşte bu ilişkiyi kurarken, kat hesabı yapabiliyor mu? Bunları anlayabilmiş mi? Bunlara dikkat edeceğim.

Diyalogda görüldüğü üzere, öğretmen -onaylanmış ifadelerinde yer aldığı gibi- ders esnasında öğrencilerinin orantıda aynı birimleri alt alta gelecek şekilde yazıp yazmadıklarına; çarpımsal ilişkiyi kurup kuramadıklarına dikkat edeceğini belirtmiştir.

Orantı problemlerinde, *kat ilişkisi* ve *çapraz çarpım algoritması* kullanımına yönelik onaylanmış ifadelere sahiptir. Bazı durumlarda *içler dışlar çarpımı* yapmanın daha basit olduğunu ifade etmektedir. Öğretmenin bununla ilgili ifadesi şöyledir: “İçler dışlar çarpımı yaptığımızda eşitliğin korunduğunu, bunu bilmesi gerekiyor. Her zaman çocuğun şunu kuramayacağı durumlarda olabilir. O zaman içler dışlar çarpımı yapması gerekiyor. Daha basit oluyor yani içler dışlar çarpımı bazı durumlarda.” Öğretmen bu ifadesinde kat ilişkisi kurulamayan durumlarda, daha kolay olduğu için *içler dışlar çarpımı* yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmenin “kat ilişkisi kurulamayan durumlar” ifadesi ile anlatmak istediği, ‘oranın kendi içindeki’ veya ‘oranlar arasındaki’ çarpımsal ilişkide, *çarpan*’ın *tam sayı* olmadığı durumlardır. Bir diğer ifadeyle niceliklerin, birbirinin *tam sayı katı* olmadığı durumlardır. Öğretmen *orantılı- orantısız olma* durumlarını *aralarında ilişki olma-olmama* durumu ile tanımlamış ve bu ilişkiyi açıklarken “korelasyon” kelimesini de kullanmıştır.

4.1.2.3 Görsel araçlara ilişkin bulgular

MGP öncesi öğretmenin kullandığı görsel araçlara ilişkin bulgular Şekil 4.10a'da sunulmuştur.

Şekil 4.10a

MGP Öncesi Görsel Araçlara İlişkin Bulgular

Kod Sistemi	GÖRÜŞME	GÖZLEM
▼ SÖYLEM		
▼ Görsel Araçlar(Visual Mediators)		
> Yazılı ifadeler	■	■
> Şekil ve diyagramlar	■	■

Şekil 4.10a'da, öğretmenin MGP öncesi kullandığı görsel araçlarının 'yazılı ifadeler' ile 'şekil ve diyagramlar'dan oluştuğu hem gözlem hem de görüşmelerde daha çok yazılı ifadeleri kullandığı görülmektedir. Öğretmenin görsel araçları daha detaylı olarak Şekil 4.10b'de sunulmuştur:

Şekil 4.10b

MGP Öncesi Görsel Araçlara İlişkin Bulgular

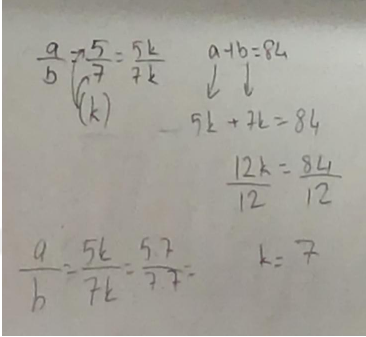
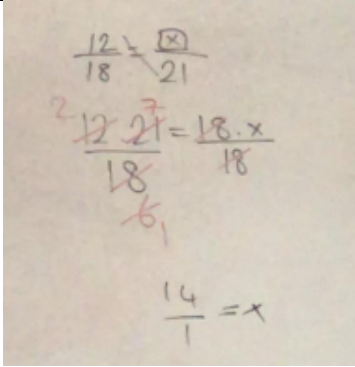
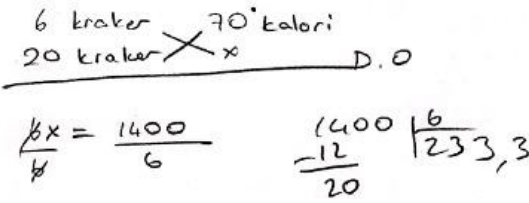
Kod Sistemi	GÖRÜŞME	GÖZLEM
▼ SÖYLEM		
▼ Görsel Araçlar(Visual Mediators)		
▼ Yazılı ifadeler		
▼ İşlemler		
Çapraz çarpım algoritması	■	■
Çarpma-bölme	■	■
Harfli ifadeler	■	■
▼ Sembol ve gösterimler		
Oklar	■	■
/ sembolü	■	■
: sembolü	■	■
Kesir sembolü	■	■
▼ Şekil ve diyagramlar		
▼ Tablo		
2x2'lik tablo	■	■
2xn'lik tablo	■	■
Çubuk-şerit diyagramı	■	■
Çizim	■	■

Şekil 4.10b’de görüldüğü gibi, yazılı ifadeler *işlemler*, *harfli ifadeler*, *sembol* ve *gösterimlerden*; şekil ve diyagramlar ise *tablo*, *şerit diyagramı* ve *çizimden* oluşmaktadır. Yazılı ifadeler kapsamında sırasıyla en yoğun *kesir sembolünü*, *harfli ifadeleri*, *yön belirten okları*; *çarpma-bölme işlemlerini*, *çapraz çarpım algoritmasını* kullanıldığı; şekil ve diyagramlarda ise *çizimi* kullandığı saptanmıştır. Öğretmen tablo ve diyagram kullanımına ise yalnızca görüşmeler esnasında yer vermiştir.

Öğretmenin MGP öncesinde kullandığı görsel araçlara ders gözlemlerinden ve görüşmelerden örnekler Şekil 4.11’de sunulmuştur.

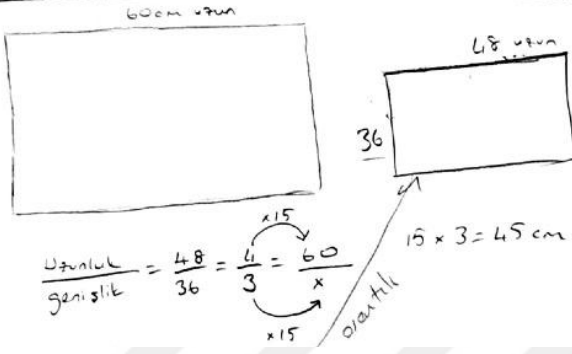
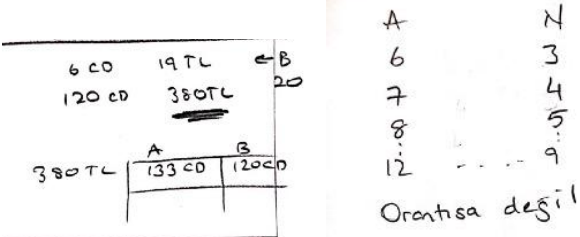
Şekil 4.11

MGP Öncesinde Öğretmenin Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel Aracı(lar)	Açıklama
	- Kesir gösterimi - Harfli ifadeler (k, x) - Oklar - Çarpma-bölme işlemleri	Oran problemine ilişkin öğretmenin tahtadaki çözümü
	Çapraz-çarpım algoritması	Orantı problemine ilişkin öğretmenin tahtadaki çözümü
<u>“6 kraker 70 kalori içeriyor ise 20 kraker kaç kalori içerir?”</u> 	- Çapraz-çarpım algoritması - Harfli ifade (x) - Çarpma-bölme işlemleri	Öğretmenin orantı problemine yönelik iki farklı çözümü (1.çözüm)

Şekil 4.11 (Devam)

MGP Öncesinde Öğretmenin Kullandığı Görsel Aracılara Örnekler

Örnek	Görsel Aracı(lar)	Açıklama
$\frac{\text{Dilek}}{\text{Tutku}} = \frac{3 \text{ kat}}{4 \text{ kat}} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$ $3k + 4k = 7k$ $\frac{7k}{7} = \frac{35}{7}$ $1k = 5$	- Kesir sembolü - Harfli ifade (k)	Öğretmenin orantı problemine yönelik iki farklı çözümü (2.çözüm)
 $\frac{48}{36} = \frac{4}{3} = \frac{60}{x}$ $15 \times 3 = 45 \text{ cm}$	- Kesir sembolü - Harfli ifade (x) - Oklar - Çizim - Çapraz-çarpım algoritması - Çarpma-bölme işlemleri	Öğretmenin orantı problemine yönelik çözümleri
$\frac{48}{36} = \frac{4}{3} \times \frac{60}{x}$ $\frac{4x}{4} = \frac{180}{4}$ $x = 45$		
 Orantı değil	Tablo	Öğretmenin 2x2'lik ve 2xn'lik tablo çizimleri (soldan sağa)

Şekil 4.10b'de de görüldüğü gibi öğretmen, oran orantı konusu kapsamında, en çok *kesir sembolünü* kullanmaktadır. Ön görüşmeler esnasında, öğretmenin kendisi de daha çok *kesir sembolünü* kullandığı şöyle ifade etmiştir.

“Daha çok ben şu kesir ifadesini kullanırım. Ama mesela orantıya geçtiğimde içler-dışları da anlatırken, bölme işlemi ile yapılanı da (iki nokta sembolünü kastederek) anlatıyorum ki, ‘içte kalanlar, dışta kalanlar’, bunun oradan geldiğini anlatmak için bu ifadeyi de kullanırım, o zaman gösteririm bu ifadeyle (iki nokta sembolünü kastederek).”

Öğretmen, bu ifadesinde *iki nokta sembolü*’ne ancak orantı konusunun öğretiminde ‘içler-dışlar çarpımını anlatırken yer verdiğini belirtmiştir. Ayrıca, öğretmen öğretimi esnasında $3/8$ oranını göstererek, “Eğer bu şekilde bir kesir olsaydı oranımız...” şeklinde açıklama yapmıştır. Bu bulgu öğretmenin kesir sembolü kullanmaya yönelik eğilimini desteklemekle birlikte, görsel araçlar ile kelime kullanımı arasındaki ilişkiyi de ortaya koymaktadır.

Öğretmenin bir görsel aracı olarak *şekil ve diyagramlar* kapsamında, yalnızca problemleri şekle dökmek amacıyla çizimlerden yararlandığı; yalnızca gözlem esnasında tek bir yerde *şerit diyagramı* oluşturduğu; yalnızca görüşmeler esnasında olmak üzere iki yerde ise *tablo* oluşturduğu görülmüştür. Öğretmenin oluşturduğu tablolardan biri 2×2 ’lik (2 satırlı), diğeri ise $2 \times n$ ’liktir (n satırlı) (Bkz Şekil 4.11).

Öğretime yönelik ön görüşmelerde, öğretmen ve araştırmacı arasında, görsel aracı kullanımına ilişkin şu diyalog geçmiştir:

- Araştırmacı** : Oran kavramını anlatırken somut nesne, tablo, grafik, diyagram veya kendi çizimleriniz kullanır mısınız hiç?
- Öğretmen** : Yani oranda böyle bir şey kullandığımı hiç hatırlamıyorum. Zaten çok basit olduğu için bu oran konusunda -çok basit bir şeyle anlayabildikleri için- çok da hani...hiç böyle kendim ekstra bir şey yaratmaya ihtiyaç duymadım. Çok iyi anlıyorlar yani oranı hemen, işte paya ne yazılır paydaya ne yazılır...

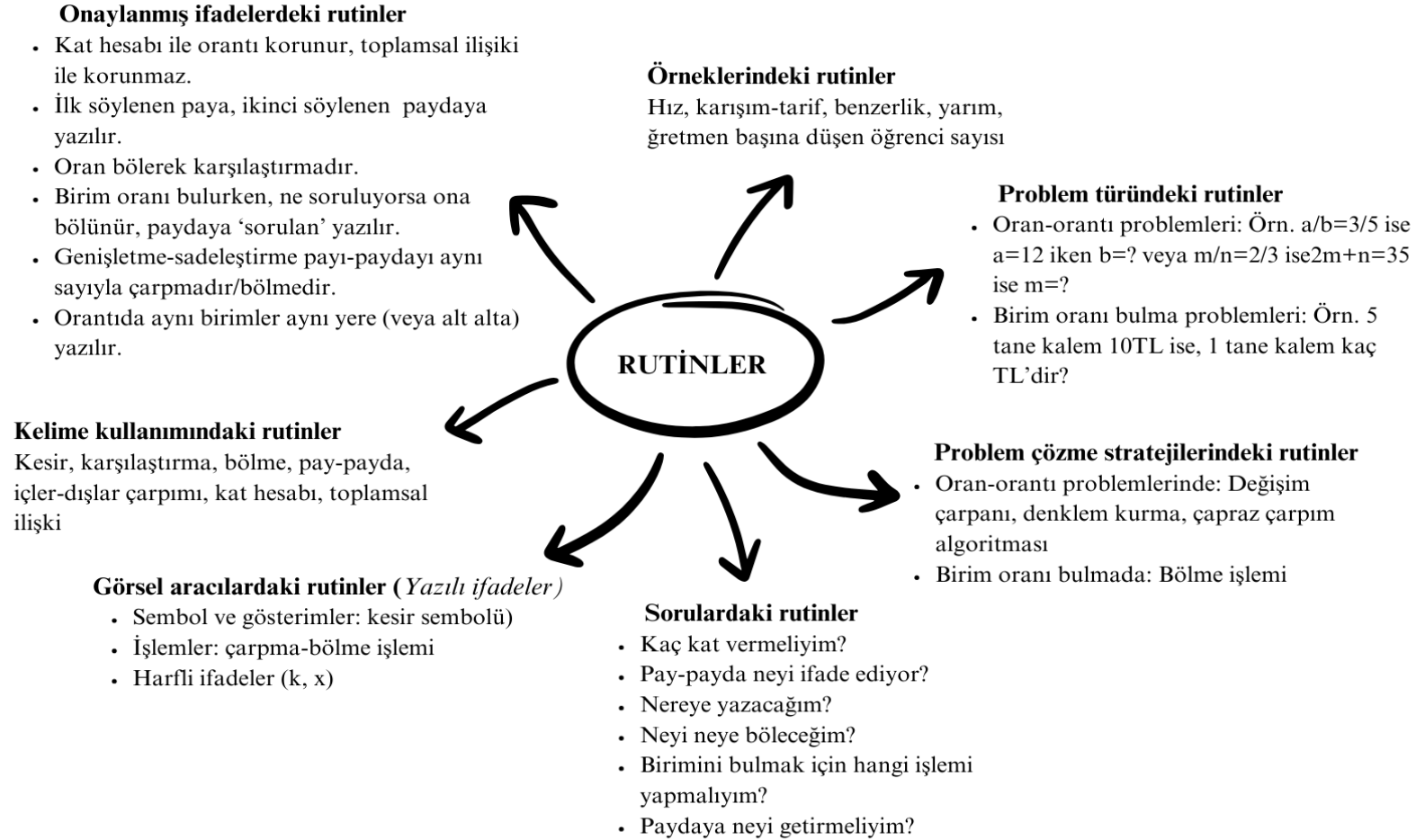
Bu bulgulara ek olarak, öğretmenin onaylanmış ifadeleri, kelime kullanımı ve görsel araçları arasında ilişki gözlemlenmiştir. Örneğin öğretmen, “Orantı problemlerinin çözümünde içler dışlar çarpımı algoritması kullanılır.” şeklinde bir onaylanmış ifade sunarken, kelime kullanımında ‘içler dışlar çarpımı’ kavramına, görsel aracı olarak ise yazılı ifadeler kapsamında ‘çapraz çarpım algoritması’na yer vermiştir.

4.1.2.4 Rutinlere ilişkin bulgular

MGP öncesi, öğretmenin rutinlerine ilişkin bulgular Şekil 4.12’de sunulmuştur.

Şekil 4.12

MGP Öncesi Öğretmenin Rutinlerine İlişkin Bulgular



Şekil 4.12’de görüldüğü gibi, öğretmenin MGP öncesi rutinleri: i. kelime kullanımındaki rutinler, ii. görsel araçlarındaki rutinler, iii. onaylanmış ifadelerindeki rutinler, iv. problem türlerindeki rutinler, v. problem çözme stratejilerindeki rutinler ve vi. sorulardaki rutinler ve vii. örneklerindeki rutinlerden oluşmaktadır.

Öğretmenin kelime kullanımındaki rutinleri: kesir, karşılaştırma, bölme, pay-payda, içler dışlar çarpımı, kat hesabı, toplamsal ilişki’dir. ‘Kelime kullanımı’nın bulgularında dikkati çeken kelimelerin, aynı zamanda öğretmenin rutinlerini de oluşturduğu görülmektedir.

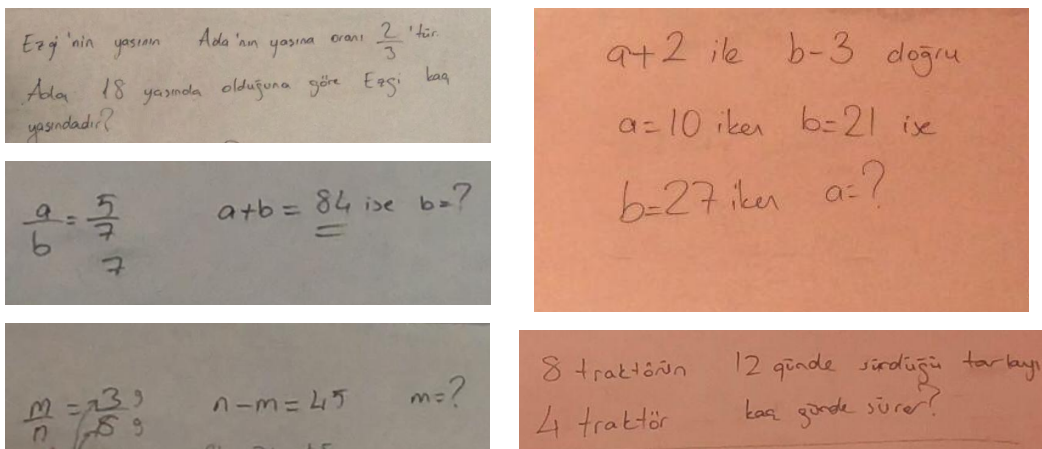
Görsel araçlarındaki rutinleri: kesir sembolü, harfli ifadeler, çarpma-bölme işlemleri, çapraz çarpım algoritması’dır. Görsel araçlara ilişkin bulgularda sunulan yoğunluk Şekil 4.12’de de görülmektedir.

Onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ‘oran’ın bir karşılaştırma olduğuna, oran-orantı konusunda toplamsal ilişki yerine çarpımsal ilişkinin dikkate alınması gerektiğine yönelik söylemleri; sadeleştirme-genişletme işlemlerine yönelik açıklamaları öğretmenin rutinidir. Ayrıca “İlk söylenen paya, ikinci söylenen paydaya yazılır.”, “Birim oranı bulurken, ne soruluyorsa ona bölünür; paydaya, sorulan yazılır.” “Orantıda aynı birimler alt alta yazılır.” şeklindeki ezbere söylemleri de öğretmenin rutinini oluşturmaktadır.

Öğretmenin problem türlerindeki rutinlerinin, *oran problemleri* (herhangi bir oranın korunması halinde değişkenlerin alacağı değerlerin bulunması şeklinde) ve *orantıda bilinmeyeni bulma* problemlerinden oluştuğu görülmüştür. Bu problem türlerine örnekler Görsel 4.8’ de sunulmuştur:

Görsel 4.8

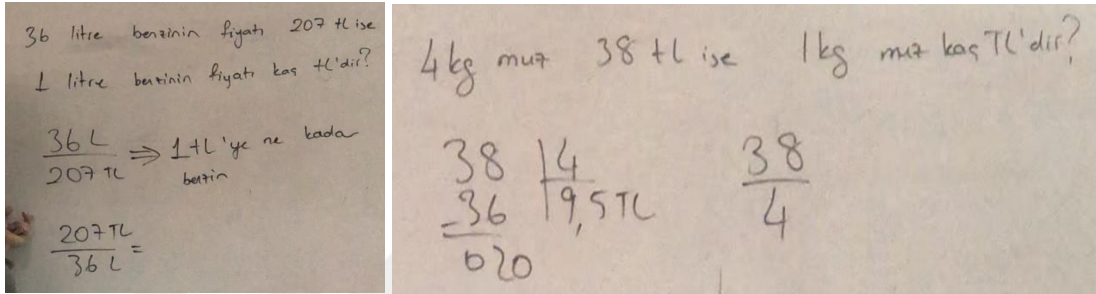
MGP Öncesi Öğretmenin Problem Türlerindeki Rutinler



Öğretmenin problem türündeki bir diğer rutini *birim oranı bulma* ile ilgilidir. Nicelikleri tam sayı olan bir oran verilerek, bir birime karşılık diğer değişkenin ne kadar olacağını belirlemeye yönelik problem tipi sunulmaktadır. Bu problem tipine örnekler Görsel 4.7 ve 4.9’da sunulmuştur:

Görsel 4.9

MGP Öncesi, Öğretmenin Problem Türü ve Çözüm Stratejisi Rutini Örneği (Birim Oranı Bulma)



Öğretmen ön görüşmelerde de birim oranla ilgili daha karmaşık problem türleri olabildiğine değinmiş, ancak bunu örneklendirememiştir. Öğretmenin ilgili açıklaması şöyledir:

“Bu kadar basit de söylemek istemiyorum ama 5 kalem 20 lira olduğunda, birim 4 lira olacağı zaten hemen aklına gelir çocuğun da... Bunun daha zor, daha karmaşık durumları var birimle ilgili. Mesela şöyle de yapabilir ama, ‘bir kalem kaç TL’ diye de yapabilir, bu mesela ‘20 bölü 5’ ile bulunur, bu, kalemin birim fiyatını verir. 5’i 20’ye böldüğümüzde de 1 TL’ye ne kadar kalem alınacağı... Hani tersini de çünkü şey yapan daha mantıklı soru tipleri oluyor, birini birine bölüyor. Bir tanesinin fiyatını nasıl bulurum, hangisinin bir adet olduğunu, ‘1 TL’ye kaç kalem düşer’ gibi de...”

Öğretmenin öğrencilere yönelttiği *soru tiplerindeki* rutinleri “Pay-paydaya ne yazacağım?”, “Nereye yazacağım?”, “Neyi neye böleceğim?”, “Paydaya neyi getiriyorum?” şeklindedir.

Öğretmenin *problem çözme stratejilerindeki* rutinler ise oran-orantı problemlerinde ‘değişim çarpanı’ stratejisi, ‘denklem kurma’, ‘çapraz çarpım algoritması’; birim oranı bulma problemlerinde ‘bölme işlemi’dir. Öğretmenin fark etme becerisi kapsamında öğrencilerin düşünce ve/veya stratejilerini açıklarken kullandığı stratejiler de sıklıkla bunlardan oluşmaktadır.

4.2 Mesleki Gelişim Programı (MGP) Süreci Bulgular

MGP sürecine ilişkin bulgular “Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesine ilişkin bulgular” ve “Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesine ilişkin bulgular” olmak

üzere iki başlık altında sunulmuştur. Bu bölümde sunulan bulgular araştırmanın üçüncü ve dördüncü alt problemlerine yanıt vermektedir.

4.2.1 Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesine ilişkin bulgular

Bu kümeye ilişkin bulgular kümede yer alan üç öğrenme yörüngesi için ayrı başlıklar altında sunulmuş, ardından küme sonundaki gelişime yer verilmiştir.

4.2.1.1 Denk oranlar öğrenme yörüngesine ilişkin bulgular

Bu yörüngeye ilişkin bulgular, “Fark etme becerisine ilişkin bulgular” ve “Matematiksel söyleme ilişkin bulgular” olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

4.2.1.1.1 Denk oranlar öğrenme yörüngesi için fark etme becerisine ilişkin bulgular

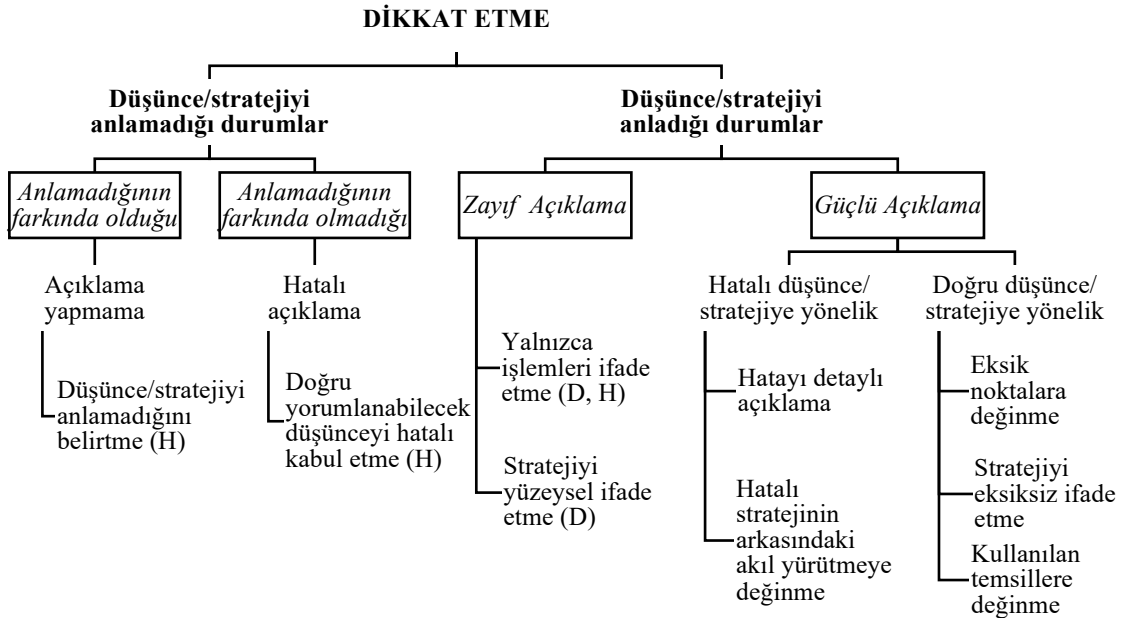
Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme, yorumlama, karar verme* bileşenleri için ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

Bu ÖY kapsamında, dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.13’te sunulmuştur.

Şekil 4.13

Denk Oranlar Oluşturma ÖY Kapsamında Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.13’te görüldüğü gibi, denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejileri hakkındaki açıklamaları “Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar” ve “Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar” dan oluşmaktadır.

Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar

Öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejiyi anlamadığının farkında olduğu durumda düşünce/strateji için açıklama yapmamış; farkında olmadığı durumda ise hatalı açıklamada bulunmuştur. Örneğin, ders esnasında, bir öğrenci (V2) 8:12 oranına denk bir oran olarak “5 bölü 7 olur mu?” şeklinde hatalı bir fikir sunmuştur. Bu öğrencinin, 8:12 oranına denk bir oran olarak belirtilen 4:6 oranında, niceliklere 1’er ekleyerek, $(4 + 1) : (6 + 1)$ şeklinde 5:7 denk oranını oluşturma yoluna gittiği gözlemlenmiştir. Öğretmen görüşme esnasında bu öğrencinin düşüncesi hakkında “Vallahi hocam 8 bölü 12’yi ‘5’e 7’ bulmak nasıl... Nereden toplayıp çıkararak 5’e 7’ye ulaşmış?” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğretmenin bu ifadesinden, öğrencinin düşüncesini anlamadığı anlaşılmaktadır, dolayısıyla öğrencinin stratejisi için herhangi bir açıklamada bulunmamıştır.

Düşünce/stratejiyi anlamadığının farkında olmadığı durumda ise öğrencinin (V3) doğru yorumlanabilecek bir düşüncesini hatalı bir düşünce olarak kabul etmiştir. Söz konusu durumda, ders esnasında 8 limon ve 12 bardak su ile aynı orana sahip çeşitli miktarlarda limonata tarifleri oluşturulmaktadır. Bu esnada, öğretmen ile öğrenci arasında geçen sınıf içi diyalog şöyledir:

- Öğretmen** : Peki azını yaparken ne yapıyoruz bunun, azaltıyorum daha az limon kullanıyorum, daha az limon kullanıyorum ama aynı tadı elde ediyorum. <Öğrenci ismini söyler> ne dersin? Burada mesela daha az limon kullanmama rağmen aynı tadı nasıl elde ediyorum?
- Öğrenci** : Ekşilikten mi hocam?
- Öğretmen** : Bak şimdi daha az limon kullanmama rağmen aynı tadı elde ediyorum, nasıl oluyor bu sence?

İlgili problemde tüm limonların eşit derecede ekşi olduğu belirtilmediği için, öğrencinin her bir limonun farklı ekşilik derecelerine sahip olabileceğini düşünmesi olasıdır. Dolayısıyla bu diyalogda, öğrenci “ekşilikten mi” sorusuyla, daha ekşi tada sahip olan az sayıda limon kullanarak aynı tadın elde edilebileceği varsayımında bulunmuş olabilir. Öğretmen bu öğrencinin düşüncesi için şöyle açıklama yapmıştır: “Yani öğrenci burada anlamsız bir şey, ekşilikten mi demiş, daha az limon için daha az su kullanmak gerektiğini düşünememiş yanlış bir düşünceye kapılmış diyebiliriz.”. Öğretmenin, anlamadığının farkında olduğu bu durumda, doğru yorumlanabilecek düşünceyi hatalı kabul ettiği görülmektedir.

Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar

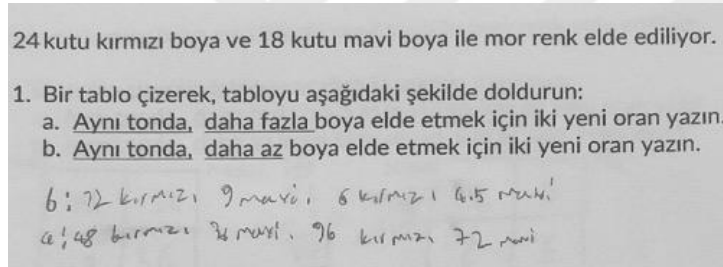
Öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anladığı durumlar, zayıf veya güçlü açıklamalardan oluşmaktadır.

i. Zayıf açıklama

Öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anladığı ancak zayıf açıklamalarda bulunduğu durumlarda öğretmenin *yalnızca işlemleri ifade ettiği ve/veya stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* görülmüştür. Öğretmenin *yalnızca işlemleri ifade etme* yoluyla zayıf açıklama yaptığı duruma örnek olarak, doğru bir strateji izleyen öğrenci düşünce/stratejisi (Y3) hakkındaki açıklaması verilebilir. İlgili öğrencinin stratejisi Görsel 4.10’da yer almaktadır.

Görsel 4.10

Y3’ün yanıtı



Görsel 4.10’da görüldüğü gibi öğrenci ‘değişim çarpanı stratejisini kullanarak denk oranlar bulma’ yoluyla, aynı tonda, daha az ve daha fazla miktarda olmak üzere çeşitli oranlarda boya karışımı elde etmeye çalışmıştır. Bunu yaparken, b seçeneğinden başlamış, yani ‘daha az miktardaki denk oranı’ bulmaya öncelik vermiştir. Denk oranlar öğrenme yörüngesinde, ‘2 ile bölmek’ alt karmaşıklık düzeylerinde yer alan, öğrencilerin kolaylık yaşadığı için öncelikle yöneldiği yaklaşımlardan biridir. Y3’ün bu stratejisi hakkında öğretmenin açıklaması şöyledir: “İkişer katını almış burada, bunun da ikişer katını almış, sonra da b’yi yapmış azaltarak, ikiye bölmüş, sonra bir daha ikiye bölmüş, buçuklu bulmuş.” Bu açıklamasında öğretmenin, öğrencinin kullandığı strateji ve/veya akıl yürütmesi gibi detaylara yer vermeyerek yalnızca çözüm sürecindeki işlemlere değindiği görülmektedir. Hatalı bir öğrenci stratejisine yönelik (V5) olarak da benzer şekilde, “3’e 9 dediği, 6’şar çıkarıyor her ikisini.” şeklinde yalnızca işlemleri ifade eden bir açıklamada bulunmuştur.

Öğretmenin yalnızca *stratejiyi yüzeysel ifade etme* yoluyla zayıf açıklama yaptığı duruma örnek olarak V1 hakkındaki açıklaması verilebilir: “Diyor ki burada 8, burada 12 var, bulduğumuz bütün denk oranların aynı zamanda ‘2 bölü 3’ e denk olduğunu keşfetmiş, buna ulaşmış.” Benzer şekilde, ders esnasında öğretmenin, ‘9 limon: 15 bardak su’ oranına denk oranlar oluşturmasını beklediği problem durumuna yönelik, öğrenci (V4) “4,5 limon: 7,5 bardak su” şeklinde yanıt vermiştir. Öğrenci bu yanıtıyla değişim çarpanı olarak 2’yi kullanmış ve 2 ile bölme stratejisi ile doğru bir denk oran oluşturmuştur. Öğretmen, bu strateji için “2 ile bölerek ilerlemiş.” şeklinde yüzeysel bir açıklamada bulunmuştur.

ii. Güçlü açıklama

Öğretmenin güçlü açıklamaları kapsamında, hatalı düşünce/stratejiye yönelik olarak *hatayı detaylı açıkladığı, doğru noktalara değindiği*; doğru düşünce stratejiye yönelik olarak ise *eksik noktalara değindiği, kullanılan temsillere değindiği ve stratejiyi eksiksiz ifade ettiği* görülmüştür. Örneğin, öğretmenin *hatayı detaylı açıkladığı* ve hatanın yanı sıra *doğru noktalara değindiği* duruma (Y2), ilişkin açıklaması şöyledir:

“İkisinden de 6 çıkarmış bu, belki öyle bir şey de kafasından geçmiş olabilir. Bundan da 6 çıkararak bulmuş. Bir sonraki satırda yine 6 çıkarmış, bu çıkararak bulmuş sanki. Sonuçta bunu ikiye bölmüş bunun da ikiye bölüneceği düşünmek yerine burada hala toplamsal ilişki kurmaya devam etmiş maalesef olmamış. Grafikte de ‘3’e 4’ bulmuş mesela, aslında grafikte şu noktayı işaretlemesi doğru bir oranı göstermek gibi olmuş da...”

Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin toplamsal ilişki kurarak hata yaptığını detaylı açıklarken, grafik üzerinde oranı doğru bir şekilde gösterebilmesine de değinmiştir.

Öğretmenin doğru bir düşünce/stratejiye yönelik olarak (Y4), *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği ve kullanılan temsillere değindiği* açıklaması şöyledir:

“24’ü burada 3 ile çarpmış, 18’i 3 ile çarpmış, bunu tablo olarak göstermiş, tablonun bir tarafına kırmızı bir tarafına mavi yazmış, sonra da işte 3 ile çarptıktan sonra bir de 2 ile çarparak oran oluşturmuş, daha sonra da 4 ile çarparak bir oran oluşturmuş, bu şekilde yapmış, doğru da yapmış. Azaltmaya baktığımızda da önce 2’ye bölmüş, düzey 2’deki gibi, daha sonra bulduğu şeyleri bu sefer ne yapmış, 3’e bölüp 2 ile çarpmayı yapmış güzel bir şekilde, sonra da onları da yarıya indirmiş gibi bir sıra gözüküyor, çarpıp bölmeyi kullanmış gibi.”

Bu açıklamasında öğretmen, öğrencinin çarpımsal ilişki yoluyla denk oranlar bulduğunu ve bunu bulurken de tablo temsilinden yararlandığını ifade etmiştir.

Öğretmenin, yine doğru bir düşünce/stratejiye (Y1) yönelik olarak, *stratejiyi eksiksiz ifade etme*’nin yanı sıra, stratejideki *eksik noktalara değindiği* ve beraberinde *kullanılan temsillere değindiği* açıklaması şöyledir:

“...Her ikisini 2 ile çarpmış, bir de 3 ile çarpmış, kesir olarak göstermiş tablo yerine, burada da 2’ye bölüp sonra da 3’le bölmüş. Yani en azından çarpımsal ilişki yapmış yani doğru bulmuş. Grafiğe baktığımızda da noktaların değerlerini bulmuş sanırım, ama noktaları doğru bulmamış, noktaların değerlerini bulmaya çalışmış. Maalesef oradaki ilişkiyi düşünmemiş hiç.”

Bu açıklamasında öğretmen, doğru düşünce/stratejiye rağmen öğrenci yanıtında eksik olan noktalara yer vermiş ve öğrencinin kullandığı kesir temsiline değinmiştir. Öğretmenin bu yörünge sonunda dikkat etme becerisindeki gelişim Şekil 4.14’te sunulmuştur.

Şekil 4.14

Denk Oranlar Oluşturma ÖY Sonunda Dikkat Etme Bileşeni İçin Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY
▼ FARK ETME		
▼ i. Düşünce/Stratejiye Dikkat Etme		
▼ Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar		
▼ Anlamadığının farkında olduğu durumlar		
> Düşünce/stratejiyi açıklamama	■	■
▼ Anlamadığının farkında olmadığı durumlar		
> Hatalı açıklama	■	■
▼ Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar		
▼ Hatalı açıklama		
> Doğru düşüncenin hatalı olduğunu belirtme	■	
▼ Zayıf açıklama		
> Yalnızca hatayı ifade etme (H)	■	
> Yanıtı/çözümü tekrar ederek hatalı olduğunu ifade etme (H)	■	
> Yalnızca işlemleri ifade etme (D, H)	■	■
> Stratejiyi yüzeysel ifade etme (D, H)	■	■
> Yalnızca gerekçe sunma (D, H)	■	
▼ Güçlü açıklama		
▼ Hatalı düşünce/stratejiye yönelik		
> Doğru noktalara değinme		■
> Zorluklara değinme		
> Hata/yılgıya detaylı açıklama	■	■
▼ Doğru düşünce/stratejiye yönelik		
> Eksik noktalara değinme		■
> Beklentilere değinme		
> Olası hata/yanılgılara değinme		
▼ Doğru/hatalı düşünce/stratejiye yönelik		
> Stratejiyi eksiksiz ifade etme		■
> Düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme	■	
> Kullanılan temsillere değinme		■

Şekil 4.14’te görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (1. ÖY) yeni ortaya çıkan kategoriler şunlardır: güçlü açıklamalar temasında, doğru düşünce/stratejilere yönelik

olarak *eksik noktalara değinme, temsillere değinme, stratejiyi eksiksiz ifade etme*. Yoğunluk gözlemlenen kategoriler ise şunlardır: *yalnızca işlemleri ifade etme, stratejiyi yüzeysel ifade etme ve kullanılan temsillere değinme*. Genel olarak düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlardaki yoğunluk, zayıf ve güçlü açıklamalara doğru dağılım/yayılım göstermiştir. Diğer yandan bu yörünge kapsamında da öğretmenin öğrenci düşüncesini anlamadığı durumlar bulunmaktadır. Bu durumlar, MGP öncesine kıyasla az yoğunluktadır. Düşünce/strateji anladığı durumlarda ise MGP öncesinden farklı olarak, hatalı açıklama yapmadığı; güçlü açıklamalarında ise görece artış olduğu görülmektedir. Ayrıca MGP öncesi öğretmenin güçlü açıklamaları, yalnızca hatalı düşünce/stratejilere yönelik iken, bu yörünge kapsamında doğru düşünce/stratejilere yönelik de güçlü açıklamalar yapmaya başlamıştır. MGP öncesinde de doğru düşünce/strateji içeren durumlar olmasına karşın, öğretmen bu durumlarda zayıf açıklamalar yapmıştır.

MGP öncesi öğrenci düşüncesine yönelik ön görüşmeler kapsamında 5. probleme yönelik öğretmen şöyle yanıt vermiştir:

“Buna genelde doğru yanıt veriyorlar yani, 8 bardak limon ve 12 bardak şekerli suda işte gelmesini beklediğimiz misafirin 2 katı kadar misafir geldi, o zaman ben bunu nasıl arttırırım, ‘16 bardak limona, 24 bardak şekerli su’ şeklinde, **bunda doğru yorumu yaparlar. Ya da yarısı, misafir sayımın yarıya indiğini düşünürsek, işte 4 bardak limon suyuna 6 bardak şekerli su yorumunu, **burada öğrencilerin birçoğu yapacaktır. Burada yanlış gelebilecek yorum ben de birazcık yönlendirirsem**, ‘Ben ne yaptım, 8 bardak limon yerine 10 bardak limon koydum, yani 2 bardak daha fazla limon koydum, bu durumda 14 bardak şekerli su koyarsam aynı tadı elde eder miyim?’ **gibi bir çeldirici, düşündürücü bir soruyla belki yanlış cevaba onları çekebiliriz. Burada gerçekten yanlış cevap bu şekilde yönlendirilirse gelecektir diyorum.**”**

Görsel 4.10

Öğretmenin 5. probleme ilişkin yazılı açıklaması

8 bardak limon	12 bardak şekerli su
16	24
4	6

Görsel 4.10’da görüldüğü gibi öğretmen açıklamasında denk oranlar elde etme konusunda öğrencilerin genelde doğru yanıt verdiklerini, ancak çeldirici ile yönlendirilirlirse hata yapabileceklerini, diğer bir ifadeyle hata yapmalarını beklemediğini ifade etmiştir. İlgili diyalogun devamı ise şöyledir:

- Araştırmacı** : Yani hiç yanlış yapan çıkmaz mı?
- Öğretmen** : Yani bunda yanlış yapan, toplamaya da yönelebilir çocuklar. ... +8 yaptı, bunu da +8 yaptı, burada gelebilecek hata budur.
- Araştırmacı** : Doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir?
- Öğretmen** : Kat hesabı yapacak olması.
- Araştırmacı** : Doğru yanıt veren öğrencilerin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz?
- Öğretmen** : Bana göre en basiti genişletmek..., sonra sadeleştirmek... Buradaki ilişkiyi kat hesabıyla yapmaya çalışırsa bu en karmaşıktır diyebiliriz.

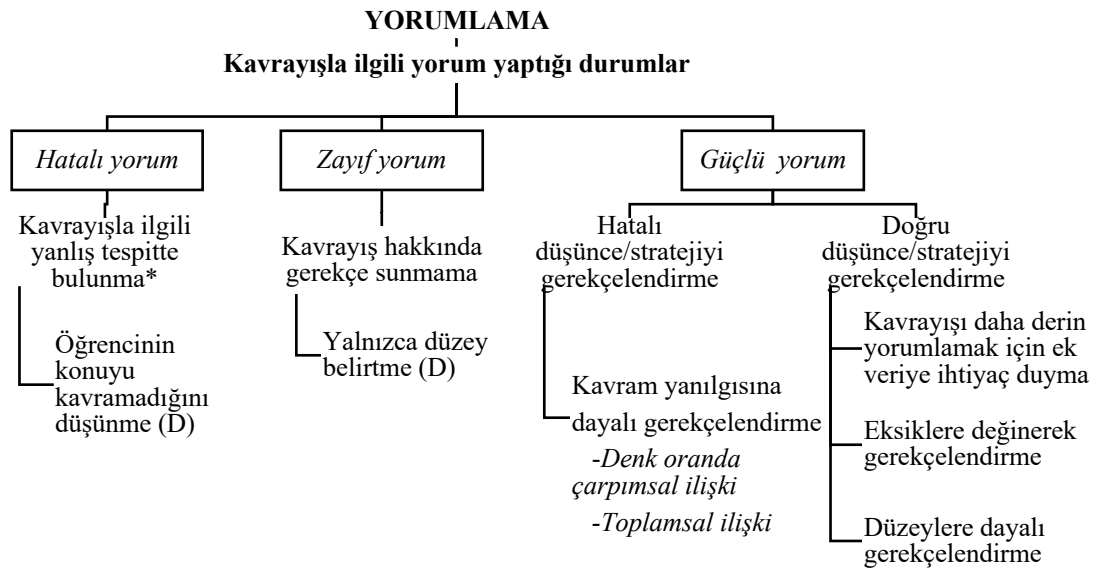
Diyalogda görüldüğü gibi, öğretmen denk oranlar elde etme konusunda öğrenciler için *toplamsal düşünme* yanılışına yer vermiş. Bunun dışında basitten karmaşığa öncelikle genişletme yapma, ardından sadeleştirme yapma yoluyla denk oranlar elde etme olmak üzere iki tür akıl yürütmeye değinmiştir. Öğretmenin bu ifadeleri yörüngedeki karmaşık düzeyleri ile örtüşmektedir. Bu yörünge kapsamında öğretmen hem öğrencilerin genelde doğru yanıt verdiklerini ifade etmiş, hem de iki akıl yürütme dışında farklı düzeylere de değinebilmiştir. Bu bulgulara ek olarak, öğretmenin daha uzun ve detaylı açıklamalar yapmaya başladığı, matematiksel dil ve kavramların kullanımında hata yapmadığı görülmüştür.

Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

Bu ÖY kapsamında yorumlama bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.15'te sunulmuştur.

Şekil 4.15

Denk Oranlar Oluşturma ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Not. Yıldız simgesi (*) ile gösterilen kategori, öğretmenin, öğrenci düşüncesini anlamadığı durumlarda yaptığı yorumlarına aittir.

Şekil 4.15’te görüldüğü gibi, denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, öğretmenin yorum yapmadığı durum bulunmamaktadır. Yorum yaptığı durumlar hatalı, zayıf ve güçlü yorumlardan oluşmaktadır. Hatalı yorumları kapsamında *kavrayışla ilgili yanlış tespitte bulunduğu*, zayıf yorumları kapsamında *kavrayış hakkında gerekçe sunmadığı*, güçlü yorumları kapsamında *hatalı veya doğru düşünce/stratejileri çeşitli yollarla gerekçelendirdiği* görülmüştür.

i. Hatalı yorum

Bu yörünge kapsamında öğretmen, bir (1) durumda kavrayışla ilgili hatalı tespitte bulunarak öğrencinin konuyu kavramadığını ifade etmiştir. Bu durum, öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamadığı (anlamadığının farkında olmadığı) ve *doğru yorumlanabilecek düşünceyi hatalı kabul ettiği* bir durumdur (V3).

ii. Zayıf yorum

Öğretmen kavrayışla ilgili zayıf yorum yaptığı durumlarda öğretmen doğru düşünce/stratejiye sahip öğrencinin kavrayışı hakkında herhangi bir gerekçe sunmamış, yalnızca düzey belirtmiştir. Örneğin, öğretmen, bir öğrencinin (Y1) kavrayışı hakkında “Öğrencimiz ne yapmış burada, 2 ile çarpmış 3 ile çarpmış, bölme yaparken de aynı şekilde. D3 diyebiliriz, farklı sayılarla çarpıp böldüğü için D3 diyebiliriz.” şeklinde açıklama yaparak yalnızca öğrencinin yörüngeye göre 3. karmaşıklık düzeyinde olduğunu ifade etmiştir. Diğer bir öğrencinin (Y4) kavrayışı hakkında benzer şekilde şöyle yorumda bulunmuştur: “Öğrencinin gayet güzel kazandığını söyleyebiliriz. Buna baktığımızda 3 ile çarptığına bölerken de... Bu bence koordinat düzleminde de doğru gösterdiği için 5. düzeye ulaşmış diyebiliriz.” Bu yorumunda öğretmen, öğrencinin konuyu kavradığını ifade etmiş ancak herhangi gerekçe belirtmeksizin doğrudan düzeyini belirtmiştir.

iii. Güçlü yorum

Öğretmen, güçlü yorumları kapsamında, doğru veya hatalı düşünce/stratejilere yönelik kavrayışları çeşitli yollarla gerekçelendirmiştir. Hatalı düşünce/stratejilere yönelik *kavram yanlışlarına dayalı gerekçelendirme*; doğru düşünce/stratejilere yönelik *eksikliklere değinme, düzeylere değinme* ve *kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyma* yoluyla gerekçelendirmeler yaparak güçlü yorumlarda bulunmuştur.

Öğretmenin kavrayışı *kavram yanlışına dayalı olarak gerekçelendirme yaptığı* duruma

örnek olarak, bir öğrencinin (V5) kavrayışı hakkında şöyle yorum yapmıştır: “Çarpımsal ilişkiyi kullanmada problem yaşıyor öğrenci.” Öğretmen ifadesinde açıkça öğrencinin problem yaşadığı noktayı *çarpımsal ilişki* kavram yanlışlığına değinerek gerekçelendirmiştir. Benzer şekilde, Y2 için de kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirmede bulunmuştur. Öğretmenin ilgili açıklaması şöyledir: “Öğrencimiz düzey 1’e ulaşamamış, çünkü toplamsal ilişki kurmuş. Ben anlamadığını düşünüyorum yine öğrencinin çünkü c’yi oluştururken yine c ile alakası olmayan noktaları işaretlemiş, bu yüzeysel yani denk gele sonuçlara ulaşmış. Zaten toplamsal ilişki kurduğu için hatalı”. Bu açıklamasında, öğrencinin denk oranları bulmada *toplamsal ilişki* kurduğunu gerekçe göstermiştir.

Öğretmen, doğru düşünce/stratejiye sahip öğrencilerin kavrayışları hakkında da çeşitli şekillerde gerekçelendirmelerde bulunmuştur. Örneğin Y3’ün kavrayışı hakkında şöyle yorum yapmıştır: “Buna baktığımızda tablo oluşturmamış, grafik oluşturmamış, hep ikiye bölüp ikiye çarpmış, hatta üçü bile kullanmamış. Daha farklı çarpanları kullanmadığı için D2 diyebiliriz. Çünkü burada da yine hep ikiye çarpmış...yine ikiye bölmüş buçuklu bulmuş.” Öğretmen, yorumunda denk oranları bulurken yalnızca 2 ile bölme ve çarpma yoluna giden öğrencinin farklı değişim çarpanlarını kullanarak denk oranları bulamadığını ifade ederek eksikliklere ve düzeye dayalı gerekçelendirme yapmıştır.

Bir başka öğrencinin (V4) kavrayışı düzeye dayalı gerekçelendirme içeren şu yorumu yapmıştır: “İkiye bölme dediğine göre burada 2. düzeyinde olacaktır. Ama kesinlikle yol kat etmiş öğrencimiz. Çünkü toplamsal ilişki kuruyordu, direk bölme, 2’ye bölerek düzey 2’ye ulaşmış.”. Öğretmen, yorumunda daha önce toplamsal ilişki kurmakta olan öğrencinin çarpımsal ilişki kurabildiğini ifade ederek kavrayışındaki ilerleyişi düzeye dayalı gerekçelendirmiştir.

Öğretmenin öğrencinin kavrayışını daha derin yorumlamak için daha fazla veriye ihtiyaç duyduğu duruma örnek olarak (V1) şu yorumu verilebilir: “3. düzeyi de geçmiş ama tablo ya da grafiğini incelemeyen ilerisi için bir şey söyleyemiyorum. Ama matematiksel olarak çok güzel kavramış buradaki orantı sabiti olayını, hepsinin aslında bir en basit halinde olmasını bulmuş, çarpımsal ilişkiyi anlamış.” Yorumunda, orantı sabiti, çarpımsal ilişkiyi kavradığını bunun yanı sıra öğrencinin kavrayışını daha derin yorumlamak için daha fazla veriye ihtiyaç duyduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenin bu yörünge sonunda yorumlama becerisi için gelişimi Şekil 4.16'da sunulmuştur.

Şekil 4.16

Denk oranlar oluşturma ÖY sonunda yorumlama bileşeni için gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. ÖY: Denk Oranlar Oluşturma
▼ FARK ETME		
▼ ii. Kavrayışı Yorumlama		
▼ Kavrayış hakkında yorum yapmama		
Düşünce/stratejiyi açıklama veya gerekçelendirme	■	
▼ Kavrayış hakkında yorum yapma		
▼ Hatalı yorum		
Kavrayışla ilgili yanlış tespitte bulunma (D)		■
▼ Zayıf yorum		
Kavrayış hakkında gerekçe sunmama (D)		
Kavrayışla ilgili kararsız olma (D)	■	
Yalnızca düzey belirtme (D)		■
Kavrayış hakkında konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunma (H, BD)		
Gerekçeyi oran orantı dışındaki konularla sınırlı tutma (H, BD)	■	
Matematiksel olmayan bir gerekçe sunma (D, H)	■	
▼ Güçlü yorum		
Hatalı düşünce/stratejiyi gerekçelendirme		
Kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirme (H)	■	■
Doğru düşünce/stratejiyi gerekçelendirme		
Eksiklere değinerek gerekçelendirme (D)		■
Kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyma (D)		■
Düzeyle dayalı gerekçelendirme (D)		■

Not. Kırmızı renkli iki kategori, öğretmenin, öğrenci düşüncesini anlamadığı (anlamadığının farkında olmadığı) durumlarda yaptığı yorumlarına aittir.

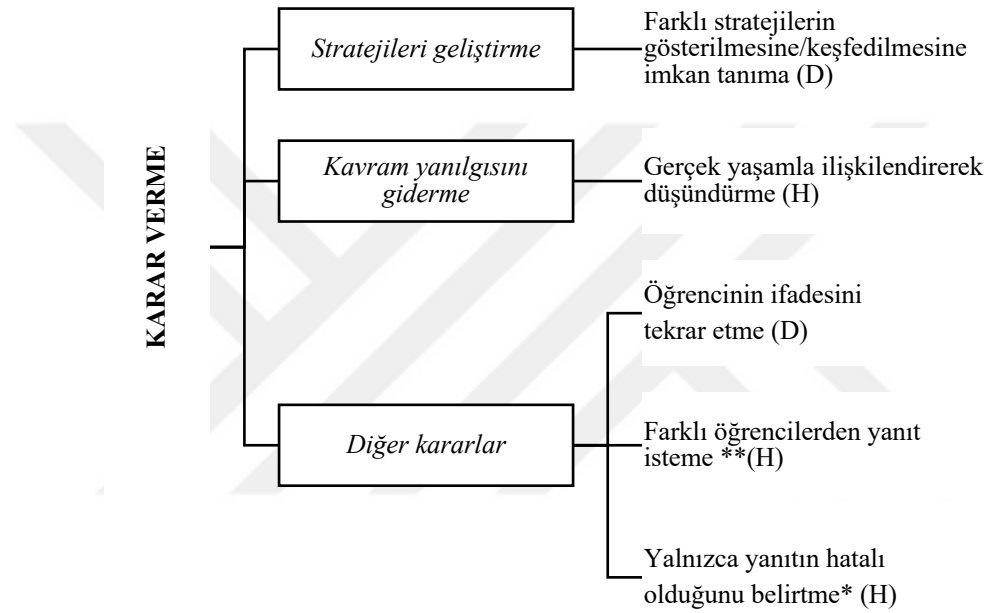
Şekil 4.16'da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (1. ÖY) yeni ortaya çıkan tema/kategoriler şunlardır: Zayıf yorumlar teması altında *yalnızca düzey belirtme*; güçlü yorumlar teması altında ise *eksikliklere değinerek gerekçelendirme*, *düzeyle dayalı gerekçelendirme* ve *kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyma*. Öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığı durumda hatalı yorumda bulunduğu durum olmuştur. Bunun dışında, güçlü yorumlarında, özellikle de doğru düşünce/stratejilere yönelik olarak MGP öncesine göre yoğunluk olduğu görülmektedir. Bu bağlamda, doğru düşünce/stratejilere sahip öğrencilerin kavrayışlarını gerekçelendirme noktasında öğretmenin fark etme becerisinde gelişim görülmüştür. MGP öncesi yoğunluk zayıf yorumlarda iken ilgili ÖY kapsamında güçlü yorumlara doğru dağılım görülmüştür.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.17’de sunulmuştur.

Şekil 4.17

Denk Oranlar Oluşturma ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.17’ de görüldüğü gibi, denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, öğretmenin kararları şunlardır: i. stratejileri geliştirme, ii. kavram yanlışlığını giderme, iii. diğer kararlar.

i. Stratejileri geliştirme

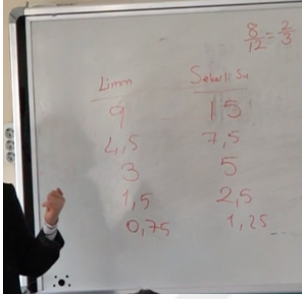
Öğretmenin, doğru düşünce/stratejilere sahip öğrenciye (V4) yönelik, *farklı stratejilerin gösterilmesine fırsat tanıma* yoluyla, öğrencinin problem çözme sürecinde yeni stratejiler keşfetmesine imkân sağladığı görülmüştür. İlgili duruma yönelik, öğretmen ile öğrenciler arasında geçen diyalog ve tahta görseli (Görsel 4.11) şöyledir:

- Öğrenci(1)** : 4,5 limon 7,5 şekerli su.
Öğretmen : 4,5 limon 7,5 şekerli su dedi arkadaşımız, ikiye böldük değil mi, her ikisi de yarıma indi, aynı tadı elde ettik.
Öğrenci : 3’e 5
Öğretmen : Olur, evet?

- Öğrenci** : 1,5'a 2,5 şekerli su.
- Öğretmen** : "1,5'a 2,5" dedi başka bir arkadaşımız, burada zaten şöyle en küçüğü bulduktan sonra, yine bundan küçük olan bir şeyler daha düşünülebilir.
- Öğrenci** : 0,75 ile 1,25
- Öğretmen** : < Tahtaya 0,75 ve 1,25 yazar> Bunu yine ikiye böldük. Burada yalnız şu <3:5 oranı göstererek> kaç bölerek oluşturulmuştu?
- Öğrenci** : 3
- Öğretmen** : Hep 2'ye bölmeye gerek yok değil mi, bazen başka sayılarla da küçültme işlemi yapılabilir, yazalım arkadaşlarımız daha iyi görür belki.

Görsel 4.11

Diyaloga İlişkin Tahta Görseli



Diyalogda görüleceği üzere, doğru yanıt veren öğrenci (1)'e yönelik, farklı öğrencilerin stratejilerini göstermelerine fırsat sunmuştur. Öğrenciye iki sayısı dışında farklı değişim çarpanları ile çarparak ve hatta bölerek denk oranlar bulunabildiğini keşfettirmeye çalışmıştır. Bu stratejiler ilgili ÖY'nin karmaşıklık düzeylerinde yer alan aşamalardır. Yörüngelerin, öğretmenin stratejileri geliştirirken, bunu kararlarına da yansıttığı görülmektedir.

ii. Kavram yanlışısını giderme

Öğretmenin yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerde, hatalı düşünce/stratejiye sahip öğrenciye (Y2) yönelik kararında, *gerçek yaşamla ilişkilendirme yaparak* kavram yanlışısını gidereceğini belirtmiştir. Öğretmen, bu kararını şöyle ifade etmiştir:

"Gerçek yaşamla bunu ilişkilendirmek burada mantıklı olabilir. Mesela nasıl bir şey koyabiliriz burada, diyelim ki onların da rahat anlayacağı bir şey olmalı. Nasıl diyelim, ablam her 5 lira harçlık aldığı anda... Ya da şöyle diyelim, karışım olup böyle elle tutulabilir bir durumda onun olmadığını söylemeye çalışırım. Mesela kek yapıyoruz, işte her 2 bardak süte, 1 bardak un koymam gerekiyor. Ya da tam tersi olsun, o karışımın şeyini tasarlatıp, sonra bunu bir çarpımsal ilişkiyle düşündürüp, aynı yoğunlukta mı olacak. Bir de toplamsal ilişkiyle düşündürüp aynı yoğunlukta mı olacak, her 1 bardak süte 2 bardak un denk gelmesi için. Mesela bir geziye gittik, her öğretmenin yanında 4 tane öğrenci olması lazım, her öğretmene dört öğrenci düşünüyor, '2 öğretmene 5 öğrenci' mi düşer? Gibi. Birer arttırdığımız zaman 2 öğretmene 5 öğrencimi düşecek, toplamsal olduğunda bunun doğru çıkmayacağı gibi hissettirilebilir."

Öğretmen, MGP öncesi öğretime ve öğretim uygulamalarına yönelik yapılan ön görüşmelerde de matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirmeye birçok defa değinmiştir. Öğretmenin bu eğiliminin, MGP öncesi kararlarına yansıdığı gibi bu ÖY kapsamındaki kararlarına da yansıdığı görülmektedir.

iii. Diğer kararlar

Öğretmenin *diğer kararlar* teması altında yer alan kategoriler şunlardır: *Öğrencinin ifadesini tekrar etme, yalnızca öğrenciye yanıtın hatalı olduğunu belirtme ve farklı öğrencilerden yanıt isteme*’ dir.

Öğretmenin, ders esnasında doğru bir düşünceye sahip öğrenciye yönelik, *öğrencinin ifadesini tekrar ederek yanıt verdiği* duruma ait diyalog şöyledir:

- Öğrenci** : Hocam bütün yaptığımız şeyler, ‘8 bölü 12’, ‘4 bölü 6’, bunların hepsi ‘2 bölü 3’ ediyor.
- Öğretmen** : Arkadaşımız şöyle bir şey keşfetti, diyor ki “burada 8, burada 12 var, bulduğumuz bütün şeyler ‘2 bölü 3’e denk geliyor.”.

Bu diyaloga ait yansıtıcı görüşmede anlık kararı yerine alternatif bir karar belirtmiştir. Bu alternatif kararını şöyle ifade etmiştir: “Belki ilk yaptığımız dersteki gibi sorular sorabiliriz, hani toplamları bu kadar olursa, bu kadar kiloluk bir boya elde etmek istiyorsam bu oranda biraz daha karmaşıklştırabiliriz.” Öğretmen, bu alternatif kararında doğru yanıt veren öğrenciye *daha karmaşık bir problem* yöneltebileceğini ifade etmiştir.

Öğretmen, ders esnasında hatalı bir düşünce sunan öğrenciye “olmaz” diyerek *yalnızca yanıtının hatalı olduğunu* belirtmiştir. Bu durum öğrenci düşüncesini anlamadığı (anlamadığının farkında olduğu) bir durumdur. İlgili duruma yönelik yansıtıcı görüşmelerde, öğretmen, “O sırada anlamak gerçekten zor oluyor çocuğu.” şeklinde açıklama yaparak anlık kararını desteklemiştir.

Bazı durumlarda öğrencinin hatalı düşüncesine yönelik, soruyu farklı öğrencilere yöneltme yoluna gitmiştir. Bu duruma örnek ders içi diyalog şöyledir:

- Öğrenci** : Hocam 3’e 9 olur mu?
- Öğretmen** : 3’e 9 olur mu sizce?
- Öğrenciler (diğer)** : Hayır

Diyalogda görüleceği üzere, öğretmen hatalı yanıtı sahip öğrenciye, diğer öğrenciler aracılığı ile yanıt vermiştir. Benzer şekilde, farklı bir öğrencinin doğru yorumlanabilecek bir düşüncesine yönelik öğretmen, “Bak şimdi, başka bir arkadaşımızla devam edelim.” şeklinde yanıt vererek diğer öğrencilerle birlikte soruya devam etmeye yönelmiştir. Bu son durum, öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamadığı bir durumdur. Öğretmen öğrencinin düşüncesini anlamayarak öğrencinin hatalı yanıt verdiğini ve konuyu kavramadığını düşünmüş ve soruyu diğerlerine yöneltmiştir.

Öğretmenin denk oranlar oluşturma yörüngesi sonunda karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.18’de sunulmuştur.

Şekil 4.18

Denk Oranlar Oluşturma ÖY Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY
▼ FARK ETME		
▼ Yanıta Karar Verme		
> Problemin anlaşılmasını sağlama	■	
> Çözümün anlaşılmasını sağlama	■	
▼ Stratejileri geliştirme		
> Farklı stratejilerin gösterilmesine/keşfedilmesine imkan tanıma (D)		■
▼ Kavram yanlışlığını giderme		
> Diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/ hatırlatma yapma (H)	■	
> Gerçek yaşamla ilişkilendirerek düşündürme (H)	■	■
> Değerlendirme yapma	■	
▼ Diğer kararlar		
> Yalnızca yanıtın hatalı olduğunu belirtme (H)		■
> Öğrencinin ifadesini tekrar etme (D)	■	■
> Farklı öğrencilerden yanıt isteme (H)		■
> İlgisiz açıklama yapma (BD)	■	

Şekil 4.18’de görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (1. ÖY) *stratejileri geliştirme* kararı, bu yörünge kapsamında yeni ortaya çıkmıştır. MGP öncesinde yer alan *problemin anlaşılması ve çözümü anlaşılması* temaları ise bu yörüngede yer almamaktadır. Kavram yanlışlığını giderme teması altında yer alan kategoriler MGP öncesi bulgularda ‘diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/hatırlatma yapma’ iken bu ÖY’de ‘gerçek yaşamla ilişkilendirerek düşündürme’dir.

MGP öncesi *problemi ve çözümünün anlaşılmasını* sağlama temalarında yoğunluk varken bu ÖY’de *diğer kararlar* temasında yoğunluk görülmektedir. Bu yörünge kapsamında öğretmenin düşünce/stratejiyi anlayamadığı durumların tamamına yönelik kararları *diğer kararlar* temasında yer almaktadır. Diğer bir ifadeyle öğretmen, düşünce/stratejiyi anlayamadığı durumlarda problem veya çözümle ilgili açıklamalarda bulunmak yerine farklı kararlara yönelmiştir. Bu kararlar, öğretmenin, hatalı yanıtla yönelik *yalnızca yanıtın hatalı olduğunu belirtme* veya *aynı soruyu farklı öğrencilere yöneltme*; doğru yanıtla yönelik ise *yalnızca öğrencinin yanıt ifadesini tekrar etme* şeklindedir.

4.2.1.1.2 Denk oranlar öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında, matematiksel söyleme ilişkin bulgular Tablo 4.3’te sunulmuştur.

Tablo 4.3

Denk Oranlar Oluşturma Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söyleme İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Oran kavramı:</i> - Çarpımsal ilişki* - Çarparak-bölerek* - Her a’ya b, - a’nın b’ye oranı - Parçanın bütüne oranı <i>Denk oran kavramı:</i> - Denk oran/lı, Eşit oran - Aynı oran* - Aynı tat* - Doğrusal (yeni) - Sıfıra sıfır (yeni) <i>Denk oran oluşturma:</i> - Çarpımsal ilişki* - Toplamsal ilişki - Sadeleştirme - Kat alma - Sonsuz (yeni) - Daha az/çok miktarda* (yeni) - Dikey ilişki (yeni) - Gruplama (yeni)	<i>Oran kavramı:</i> - Oran iki miktar arasındaki çarpımsal ilişkidir. * - Oranın farklı gösterimleri vardır. - Kesir oran farklı kavramlardır. (yeni) <i>Denk oran kavramı:</i> - Aynı çarpımsal ilişkiye sahip oranlar denk oranlardır. *(yeni) - Denk oranların grafikte belirttiği noktalar doğrusaldır ve sıfıra sıfır noktasından geçer. (yeni) <i>Denk oran oluşturma:</i> - Bir oranı aynı sayıyla çarpıp bölerek denk oranlar oluştururuz. - Toplamsal ilişki ile denk oran oluşturulmaz. - Sonsuz sayıda denk oran oluşturulabilir. (yeni) <i>Diğer:</i> - Grafik çiziminde aralıklar eşit olmalıdır.	<i>Yazılı ifadeler:</i> - Sembol ve gösterimler - /, :, kesir sembolü* <i>Şekil ve diyagramlar:</i> - Tablo (2xn’lik) * - Çubuk-şerit diyagramı - Çizim - Grafik (Çizgi) (yeni) - Çift sayı doğrusu (yeni)	<i>Örnek rutinleri:</i> - Tarifler <i>Sorularındaki rutinler:</i> - Nasıl bir ilişki var/kurabiliriz? - Kaçta kaçı kadar? - Kaç kaç? <i>Problem türündeki rutinler:</i> - Aynı oranda daha az/fazla elde etmek için (yeni) <i>Problem çözme stratejilerindeki rutinler:</i> - Oran tablolarında değişim çarpanı bulma (yeni)

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna ‘yeni’ yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin kelime kullanımında, görsel araçlarında ve onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, *rutinler* sütununda belirtilmiştir.

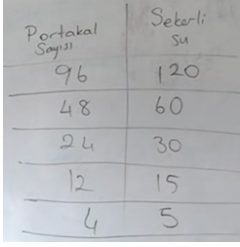
Tablo 4.3'te görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında öğretmenin kelime kullanımları *oran* ve *denk oran* kavramlarına yöneliktir. Oran kavramı bağlamında, öğretmenin *kesir* kelimesinin kullanımını bıraktığı, sıralamada 'çarpımsal ilişki' ve bu ilişkiyi anlatan ifadeleri (çarparak bölerek, her a'ya b, kaçça kaç) kullanmayı sürdürdüğü görülmektedir. Denk oran kavramı ile ilgili olarak ise, *denk kesir* kelimesini kullanmadığı; bunun yerine *eşit/aynı/denk oran* kavramlarını kullandığı görülmektedir. Buna ek olarak, *sonsuz*, *doğrusal*, *sıfıra sıfır* şeklinde denk oranın geometrik anlamına ilişkin yeni kelimeler kullandığı görülmektedir. Oran tablosundaki çarpımsal ilişkiyi ifade eden *dikey ilişki* kelimesi ve denk oranlar oluşturmada *gruplama* kelimesi de bu yörüngede kullanılan diğer yeni kelimelerdir. Öğretmen 'gruplama' kelimesini 'bölümleme, parçalara ayırma' yoluyla denk oranlar elde etmede kullanmaktadır. Öğretmenin gruplama yoluyla yaptığı açıklama Tablo. 4.4'te 'çizim' görsel aracısında yer almaktadır.

Tablo 4.3'te görüldüğü gibi, bu ÖY kapsamında yeni olarak, öğretmen onaylanmış ifadelerinde, kesir oranın farklı kavramlar olduğuna; denk oranların 'tanımı'na, 'sonsuz sayıda denk oran' fikrine ve 'denk oranların grafiksel anlamı'na yer vermiştir. Ayrıca grafik kullanımı hakkında da açıklamalarda bulunmuştur.

Bu ÖY kapsamında, öğretmenin görsel araçlarına ilişkin *grafik* ve *çift sayı doğrusu* bu yörüngede yeni ortaya çıkan görsel araçlardır (Tablo 4.3). Ayrıca, oran tablolarının kullanımının arttığı saptanmış ve tablo kullanımı öğretmenin rutinlerinde de yer almıştır. Öğretmenin kullandığı görsel araçlara örnekler ve açıklamaları Tablo 4.4'te sunulmuştur.

Tablo 4.4

Öğretmenin Denk Oranlar Oluşturma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	Tablo (2xn'lik)	Tarif problemlerinde denk oranları, çok satırlı, dikey oran tabloları ile gösterme.

Tablo 4.4 (Devam)

Öğretmenin Denk Oranlar Oluşturma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Aracılara Örnekler

Örnek	Görsel aracı	Açıklama
	Grafik (çizgi)	İki eksenenden oluşan bir görsel aracı olan grafiği kullanarak; her bir oranın grafikte bir nokta ile temsil edildiğini, bu orana denk sonsuz sayıda oran oluşturulabileceğini ve bu oranların grafiğinin doğrusal olduğunu gösterme.
	Çift sayı doğrusu	Oranın iki niceliğin çarpımsal karşılaştırması olduğu fikrini, oranı oluşturan her bir nicelik için bir sayı doğrusu çizerek, çift sayı doğrusu ile anlatma. (1bardak pirinç): (2bardak su) oranında, “Her 1 bardak pirinç için, 2 bardak su”
	Çubuk-şerit diyagramı	$\frac{3}{5}$ ile $\frac{6}{10}$ denk kesirlerinin ne anlama geldiğinden yola çıkarak ‘denk kesir’ ile ‘denk oran’ kavramlarının ilişkisini açıklamada şerit diyagramlarını kullanma.
	Çizim	Gruplama yoluyla 8:12 oranına denk oranlar elde etmeyi informal bir yaklaşımla açıklama. Burada elde edilen denk oranlar şunlardır: (8: 12), (6: 9), (4: 6), (1: 1,5)

Öğretmenin rutinleri incelendiğinde (Bkz. Tablo 4.3), kelime kullanımındaki rutinlerinin “çarpımsal ilişki”, “çarparak-bölerek”, “aynı tat/oran” kavramları olduğu; görsel araçlarındaki rutinlerinin kesir sembolü ve $2 \times n$ ’lik tablolar olduğu; onaylanmış ifadelerindeki rutinlerinin *oranın kendi içindeki* (oranın nicelikleri arasındaki) ve *oranlar arasındaki* (denk oranların karşılık genel nicelikleri arasındaki) çarpımsal ilişkiye yönelik söylemler olduğu görülmektedir. Örnek rutinlerinde tarif odaklı ilerlediği, sorularında ise “Nasıl bir ilişki?”, “Kaçta kaç?”, “Kaça kaç?” şeklindeki yine çarpımsal ilişkiye vurgu yapan ifadelerin rutinlerini oluşturduğu görülmektedir.

Özetle, denk oranlar oluşturma ÖY kapsamında öğretmenin matematiksel söylemlerinde ifadelerinde gelişim olduğu söylenebilir. Ön görüşmelerde, öğretmene ‘denk oran’ kavramını nasıl anlattığı sorulduğunda, öğretmen şöyle yanıt vermiştir:

“Mesela şu örnek çok güzel oluyor, ‘yarım’ ifadesini çok net hayatlarından da bildikleri için, yarım ifadesi ile o denkliği daha iyi anlayabiliyorlar. Tabi burada içler dışlar çarpımını da mutlaka söylüyoruz. Çünkü niye içler dışlar çarpımı yapılır, <yazarak anlatır> “ a bölü b eşittir c bölü d ” deyip, işte içte kalanların çarpımının, dışta kalanların çarpımına eşit olduğunu, ismin buradan geldiğini, sonra diğer örneklerde de hep içler dışlar çarpımı yaptığımızda eşitliğin korunduğunu, çünkü bunu bilmesi gerekiyor, her zaman çocuk şunu kuramayacağı durumlarda olabilir, o zaman mesela içler dışlar çarpımı yapması gerektiği durumlar da oluyor, daha basit oluyor yani içler dışlar çarpımı bazı durumlarda.”

Öğretmen bu yanıtında denk oranları, yarım örneği üzerinden ve ‘orantı’ kavramı ve ‘içler dışlar çarpımı’ üzerinden açıkladığını ifade etmiştir. Bir diğer ifadeyle denk oranları açıklamak için doğrudan orantı konusuna geçiş yaptığını belirtmiştir. Bu yörengile özellikle onaylanmış ifadelerinde gelişim gözlenmiştir. Bu gelişim, kelime kullanımı görsel araçlar ve nihayetinde rutinlere yansımıştır. Öğretmen denk oran kavramını kullanmaya başlamış, doğrudan orantı kavramına geçmek yerine, ‘sonsuz sayıda denk oran oluşturulabileceği’ fikrine değinmiş ve denk oranların grafiksel anlamına yer vermiştir.

4.2.1.2 Temel oranı bulma öğrenme yörüngesine ilişkin bulgular

MGP Süreci, “Anahtar oran ilişkilerini bulma” kümesinde yer alan ikinci öğrenme yörüngesi olan “Temel oranı bulma” yörüngesine ilişkin bulgular, fark etme becerisine ve matematiksel söyleme ilişkin bulgular olmak üzere iki alt başlıkta sunulmuştur.

4.2.1.2.1 Temel oranı bulma öğrenme yörüngesi için fark etme becerisine ilişkin bulgular

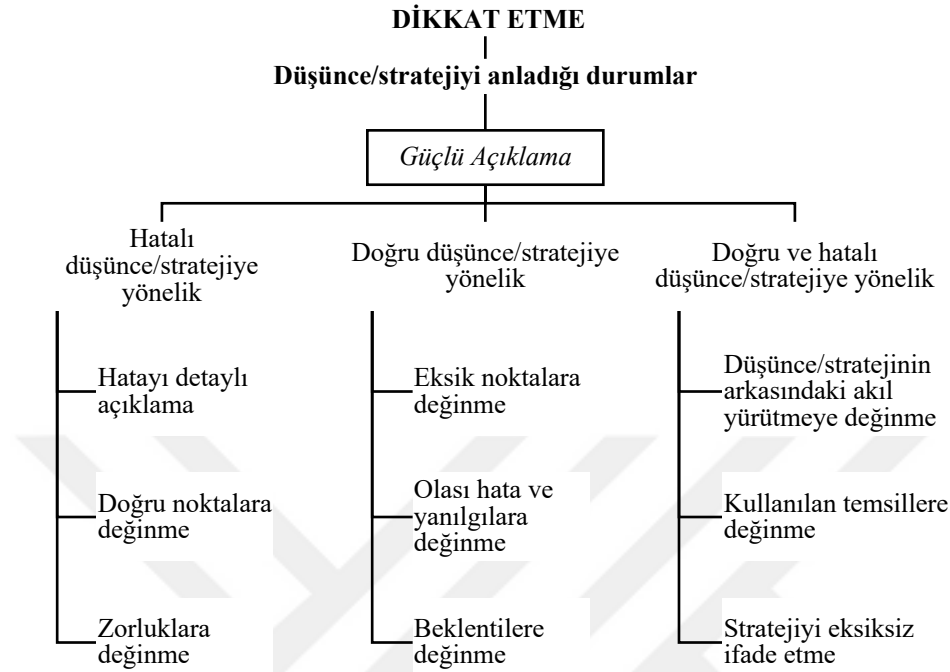
Temel oranı bulma ÖY kapsamında, fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme, yorumlama, karar verme* bileşenleri için ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

Temel oranı bulma ÖY kapsamında dikkat etme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.19’da sunulmuştur.

Şekil 4.19

Temel Oranı Bulma ÖY Kapsamında Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.19’da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında öğretmenin öğrencinin düşünce/stratejisini anlamadığı bir durum saptanmamıştır. Düşünce/stratejiyi anladığı durumlardaki açıklamaları ise *güçlü açıklamalarından* oluşmaktadır. Güçlü açıklamaları kapsamında, hatalı düşünce/stratejilere yönelik olarak *hatayı detaylı açıkladığı, doğru noktalara değindiği* ve *öğrencinin yaşadığı zorluk(lar)a değindiği*; doğru düşünce/stratejilere yönelik olarak, *beklentilere ve eksik kalan noktalara ve/veya olası hata ve yanlışlıklara değindiği*; doğru/hatalı düşünce/stratejilere yönelik olarak ise *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği, öğrencinin kullandığı temsillere ve/veya düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* görülmüştür.

Öğretmenin hatayı detaylı açıkladığı duruma örnek olarak, ders esnasında temel oranı oluşturan nicelikler hakkında “Tek sayı olmalılar.” şeklinde hatalı bir yanıt veren öğrencinin düşüncesi (V3) hakkındaki açıklaması verilebilir. Bu öğrenci, verilen bir temel oranı oluşturan niceliklerin tek sayı olması gerektiği, ancak bu şekilde niceliklerin bir ortak bölene sahip olmayacakları, dolayısıyla da aralarında asal olacakları şeklinde hatalı bir düşünceye sahiptir. Öğretmen bu öğrencinin düşüncesi hakkında şöyle açıklama yapmıştır:

“Aslında bizim ön gördüğümüz gibi -aslında ben bunu hiç fark etmemiştim- iki tek sayının aralarında asal olduğunu düşünüyor öğrenci. Tek olunca ortak bölenlerini 1 gibi düşünüyor demek ki. Gerçekten hem de başarılı bir öğrenciden böyle bir fikir çıkıyor, öyle bir yanılgıya düştü, iki tek sayının aralarında asal olması gerektiği gibi ...”

Bu yörüngede, ‘en küçük tam sayılı oranı oluşturan iki niceliğin aralarında asal olması’ fikri, temel bir fikir olduğundan, öğretmenin, ifadesinde buna yer vermesi güçlü bir açıklama yaptığını göstermektedir. Diğer yandan öğretmen, bu açıklamasında, eğitim oturumundan öncesinde öğrencilerin böyle bir hatalı düşünceye sahip olabileceklerini hiç düşünmediğini, başarılı olarak betimlediği bir öğrencisinden böyle bir hata gelmesine şaşırdığını belirtmiştir. Bu, yörüngelere dayalı eğitim oturumunun öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamasına ve açıklamasına katkı sağladığını göstermektedir.

Hatalı bir başka öğrenci stratejisine (V2) yönelik, öğretmenin hatayı detaylı açıkladığı, beraberinde hatanın arkasındaki akıl yürütmeye değindiği açıklaması şöyledir:

“Şimdi öncelikle 3’e 2, 8’e 5 gibi fikri olan öğrencinin şöyle düşünmüş olabileceğini düşünüyorum ben: ‘İkisini de kaç bölme yaparım, yani 24’ü kaç bölme yaparım, 24’ü 3’e bölme yaparım, 30’u da 2’ye bölme yaparım.’ Yani burada ortak böleni düşünmüyor, direkt bölme yapabileceği sayıları düşünüyor, çok yüzeysel cevaplar. Belki zihinsel olarak ulaşmak üzere ama tam netleşmemiş, onu poşetlere dağıtılacak şeker, kraker miktarı olarak düşünüyor, poşet sayısı olarak değil, poşete koyabilirim gibi bir düşüncesi olmamış öğrencinin. Poşet sayısının 6 olduğunu, ‘Ben 6 poşete bunu da bunu da dağıtabilirim’, böyle düşünse öğrenci poşet sayısını bulmuş, ama neyi bulduğunu kavrayamamış daha. Sayılar üzerinden düşünmüş. Ben 24’ü 8’er 8’er ayırabilirim, 30’u da 5’er 5’er ayırabilirim diyor çocuk, ama işte o zaman birisinin artabileceğini değerlendirememiş.”

Öğretmen, bu açıklamasında temel oranı bulurken, nicelikleri ortak bölenlerine bölme konusunda hatalı olduğunu ifade ederek, “...düşünüyör...”, “...düşüncesi olmamış...”, “...düşünse...”, “...değerlendirememiş...” şeklindeki ifadelerinden de anlaşılacağı üzere hatanın arkasındaki akıl yürütmeye de değinmiştir.

Öğretmenin hatalı düşünce/stratejiye sahip öğrencilerin yaşadığı zorluk(lar)a, hatalı stratejinin barındırdığı doğru noktalara ve beraberinde kullandığı temsillere değindiği örnek açıklaması (Y3) ise şöyledir:

“Kendi kafasına göre farklı sayılara bölerek gitmiş, 27’yi 3’e bölmüş, 9’u 3’e bölmemiş mesela 45’i 3’e bölmüş, bu öğrencimiz 2’nin kuvveti olmayanları bölme konusunda sıkıntı yaşamış diyebiliriz. 30’a 12’yi kesirle göstermesi, çünkü biz bölme işareti ile vermişiz o kesir gösterimine dönüştürmüş, farklı gösterimleri kullanabilmiş ve burada hem payı hem paydayı 2’ye bölmüş, sonra 3’e bölmüş, bu şekilde yapmayı başarmış.”

Açıklamasında öğretmenin, “...Bu öğrencimiz 2’nin kuvveti olmayanları bölme konusunda sıkıntı yaşamış diyebiliriz...” şeklinde öğrencinin yaşadığı zorluğa değindiği, “... farklı gösterimleri kullanabilmiş” şeklinde öğrencinin kullandığı temsillere değindiği,

ayrıca “... bu şekilde yapmayı başarmış” şeklinde hatalı bir yanıtın barındırdığı doğru noktalara da değindiği görülmüştür.

Öğretmenin, doğru bir stratejiye (Y1) yönelik, stratejiyi eksiksiz ifade ettiği, stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği, beklentilere, eksik noktalara ve hata/yanılgılara değindiği açıklaması şöyledir:

“Doğru bir şekilde çözmüş, bu ikisini toplayıp direk bölmüş doğru, bu da güzel bir mantık aslında, önce en küçük tam sayılı oranı buluyor, iki defa arka arkaya üçe bölerek bulmuş. Mesela kesir falan da yapıp da sadeleştirme şeklinde de yapmamış, ama hiç karıştırmadan en küçük tam sayılı oranını bulmuş. Daha sonra da en küçük tam sayılı oranla en fazla sayıda bileklik yapabileceğini anlayıp, 5’e 6 oranını, boncukları kendi arasında gruplandırmış, 11 demiş toplam. Sonra da tüm boncukları toplayıp ona bölmüş, yani güzel bir çözüm aslında buraya kadar ama tablo ve grafik çizmeye hiç girememiş.”

Öğretmen, bu açıklamasında “iki defa arka arkaya 3’e bölerek bulmuş” şeklinde stratejiyi eksiksiz ifade etmenin yanı sıra, “... en küçük tam sayılı oranla en fazla sayıda bileklik yapabileceğini anlayıp...” şeklinde bu stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği görülmektedir. Bunu yaparken de “...hiç karıştırmadan...” şeklinde olası hatalara değinmiştir. Son olarak “...tablo ve grafik çizmeye hiç girememiş...” şeklinde eksik noktalara değinmiştir. Görüşmenin devamında ise “...onları yazması da beklenebilirdi.” şeklinde beklentilere değinmiştir. Öğretmen bu açıklamasında, öğrencinin doğru yanıtına rağmen beklentisini ifade ederek, oranın farklı temsillerinin kullanımına dikkat etme başladığı görülmektedir. Diğer yandan öğretmenin açıklaması dikkate alındığında, doğru bir yanıtla yönelik güçlü açıklamada bulunması, bu noktada dikkat etme becerisinde gelişim olduğunu ortaya koymaktadır.

Öğretmenin doğru yanıtla yönelik olası hata ve yanılgıyı dikkate alarak açıklama yaptığı duruma örnek ise şöyledir: Ders esnasında öğretmen, öğrencilerden verilen iki uzunluğu karşılaştırmaları istemiştir. Buna doğru yanıt veren öğrenci düşüncesi (V1) için şu açıklamayı yapmıştır:

“Şimdi ben karşılaştırm diye bir soruyla gittiğim için öğrencilere, tabi karşılaştırma dediğimizde 1 eksiği 4 fazlası da bir karşılaştırma yöntemidir, belki de ilk aklına gelen çocukların budur. Ama burada şey de önemliydi bence, Gülce’ninkilerin Ayşe’ninkilere oranının ‘3 bölü 1’ olduğunu söylemesi, Ayşe’ninkilerin Gülceninkilere oranı 3 bölü 1’de diyebilirdi. Onu doğru kullanması, çarparak, katı, bölümü şeklindeki ifadeleri, ‘Ayşeninkiler, Gülceninkilerin 3’e bölümüdür’ ifadelerini kullanması da yine bu şekilde karşılaştırma yapması da çok güzeldi.”

Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin oranı doğru ifade edememe (3:1 oranını 1:3 şeklinde ifade etme) konusundaki olası hatasını “3:1 de diyebilirdi” şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca “...bu şekilde karşılaştırma yapması da çok güzeldi.” şeklinde yalnızca

toplamsal karşılaştırma yapma ihtimallerine yönelik kavram yanılgısına da değinmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi, MGP öncesi öğretmen, bazı hata ve yanılgılar konusunda bilgi sahibidir, karşılaştırma konusunda da öğrencilerden bu iki tür yanıtın gelmesini bekleyeceğini ifade etmiştir. Ancak MGP öncesi Senaryo-7'ye ilişkin dikkat etme bulgularında da görüleceği gibi öğretmen, bu sorunun tek yanıtı olduğunu düşünmekte iken bu açıklamasında iki yanıtının da doğru olduğunu belirtmiştir.

Bir başka doğru bir öğrenci düşünce/stratejisine yönelik (Y2) olarak öğretmen stratejiyi eksiksiz ifade ettiği, stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye, olası hatalara ve kullandığı temsillere değindiği, şu açıklamayı yapmıştır:

“Şimdi öğrenci burada... tablo istemememize rağmen tablo oluşturmuş. a’da “her bir bileklik için kaç mavi ve kaç kırmızı kullanılır”, “5’e 6’yı hangi yöntemle bulduğunu göstermemiş, işlem yapmamış **belki zihninden direkt 9’a bölmüş te olabilir diye düşündüm. Direkt EBOB’ a bölmüş diye düşünüyorum**, çünkü direkt ilk yaptığı 5’e 6 oranını bulmak olmuş. **Daha sonra 15’le 18’i bulmuş, mesela 5’6 oranını bulduktan sonra 10’a 12’yi de yazabilirdi. Ama öğrenci 10’a 12 ile yapamayacağını anlamış ki direkt 45’i 3’e bölmüş, 54’ü 3’e bölmüş burada mesela.** Bütün boncukları kullanarak kolye yapabileceği denk oranları bulmuş. b şikkında da, burada da kesirleri kullanarak yapmış ve **direkt EBOB’ a bölmüş, en fazla 9 bileklik yapılır demiş. Çünkü 45’in de 5’liklerden 9 adet bulacağını yorumlamış bence. 54’ün içinden de 9 adet 6’lık grup oluşturabileceğini, dolayısıyla 9 tane bileklik yapabileceğini oradan çıkarmış...**Grafik çizmeyi de sıfıra sıfırdan başlayarak yapmış, en küçük tam sayılı orandan başlayarak, bu boncuk sayılarıyla oluşturabilecek diğer kolyeleri de göstererek güzel bir şekilde çizmiş. **Burada aralıklara önem verebilirmiş.”**

Öğretmen, bu açıklamasında *stratejiyi eksiksiz ifade etmenin* yanı sıra “Mesela ... 10’a 12’yi de yazabilirdi. Ama ...anlamış ki direkt 45’i 3’e, 54’ü 3’e bölmüş burada” şeklinde olası hataya değinmiştir. Ardından “Çünkü 45’in de 5’liklerden 9 adet bulacağını yorumlamış bence...dolayısıyla 9 tane bileklik yapabileceğini oradan çıkarmış.” şeklinde öğrencinin stratejisinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir. Son olarak grafik çizimi ile ilgili “Burada aralıklara önem verebilirmiş” şeklinde eksik olan noktalara değinmiştir. Bununla birlikte “tablo istemememize rağmen tablo oluşturmuş” şeklinde kullanılan tablo temsiline de değinmiştir. Yazılı yanıtlara dayalı görüşmede, doğru bir öğrenci yanıtına (Y4) yönelik öğretmenin açıklaması şöyledir:

“Bu öğrencimiz çok güzel bir şekilde en küçük tam sayılı oranı bulup, önce 3’e bölmüş sonra tekrar 3’e bölmüş mesela... en son en küçük tam sayılı oranı kesir şeklinde göstermiş...54’ü 6’ya bölmüş 9, 45’i 5’e bölmüş 9, 9 cevabını vermiş, burada da 54’ten 6’şar 6’ şar ayırırsam 9 tane bilekliğe yetecek kadar, 45’i 5’er 5’ er ayırırsam 9 tane bilekliğe yetecek kadar grubum oluşur deyip, 9 bileklik deyip diye doğru cevabı vermiş. Tablosunu incelediğim zaman en küçük tam sayılı oranı bulmuş.”

Öğretmenin temel oranı bulma yörüngesi sonunda dikkat etme becerisindeki gelişim Şekil 4.20’de sunulmuştur.

Şekil 4.20

Temel Oranı Bulma ÖY Sonunda Dikkat Etme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY	2.ÖY
▼ FARK ETME			
▼ i. Düşünce/Stratejiye Dikkat Etme			
> Düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar	■	■	
▼ Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar			
> Hatalı açıklama	■		
▼ Zayıf açıklama			
> Yalnızca hatayı ifade etme (H)	■		
> Yanıtı/çözümü tekrar ederek hatalı olduğunu ifade etme (H)	■		
> Yalnızca işlemleri ifade etme (D, H)	■	■	
> Stratejiyi yüzeysel ifade etme (D, H)	■	■	
> Yalnızca gerekçe sunma (D, H)	■		
▼ Güçlü açıklama			
▼ Hatalı düşünce/stratejiye yönelik			
> Doğru noktalara değinme		■	■
> Zorluklara değinme			■
> Hatalı detaylı açıklama	■	■	■
▼ Doğru düşünce/stratejiye yönelik			
> Eksik noktalara değinme		■	■
> Beklentilere değinme			■
> Olası hata/yanılgılara değinme			■
▼ Doğru/hatalı düşünce/stratejiye yönelik			
> Stratejiyi eksiksiz ifade etme		■	■
> Düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme	■		■
> Kullanılan temsillere değinme		■	■

Şekil 4.20’de görüldüğü gibi bu yörünge kapsamında, öğretmenin açıklamaları güçlü açıklamalardan oluşmaktadır. Güçlü açıklamalarında yeni ortaya çıkan kategoriler: hatalı düşünce/stratejilere yönelik olarak *zorluklara değinme*; doğru düşünce/stratejilere yönelik olarak *beklentilere* ve *olası hata/yanılgılara değinme*’dir. Öğretmenin güçlü açıklamalarının bu denli yoğunlukta olması, yeni ortaya çıkan kategorilerden de anlaşılacağı üzere, öğretmenin açıklamalarını daha fazla detaylandırması ile ilgili olabilir. Öğretmenin 1. ÖY ile başladığı doğru yanıtları detaylandırma eğilimi, burada da devam ederek hatalı stratejilere yönelik de detaylandırmaların başladığı görülmektedir.

Bu yörünge kapsamında yoğunluk gözlemlenen kategoriler şunlardır: *olası hata ve yanlışlara değinme, düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme ve kullanılan temsillere değinme*. MGP sürecinde ilk yörünge ile birlikte temsillere değinme konusunda bir eğilim görülmektedir. Ayrıca bu yörünge kapsamında matematiksel dil ve kavramların kullanımında hata yapmadığı saptanmıştır.

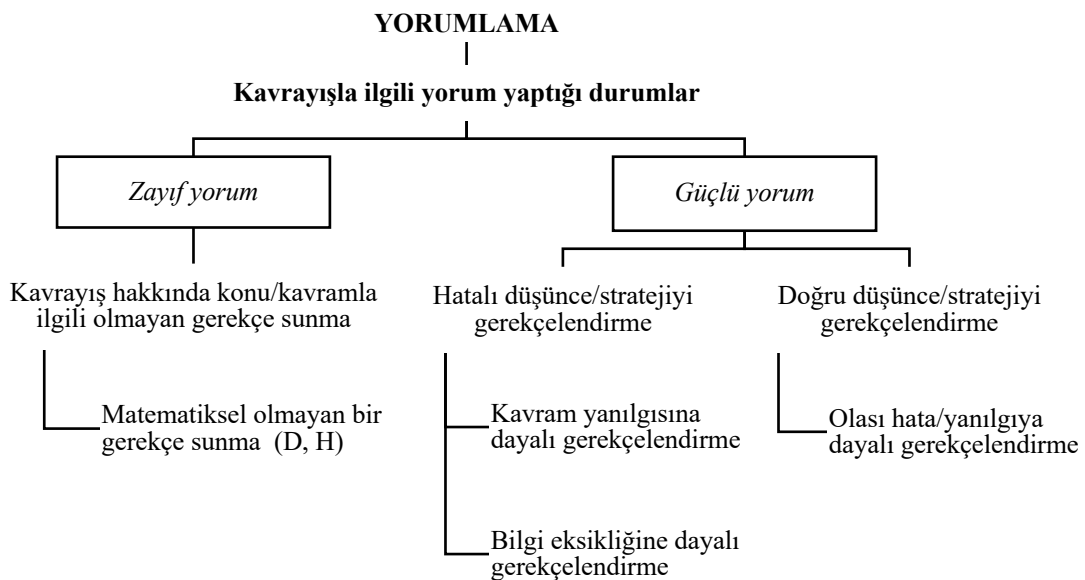
Diğer yandan, her ne kadar MGP öncesi öğretmen *temel oranı* kavramına sahip olmayıp ve bunu farklı terimlerle (en sade kesir ve orantı sabiti) ifade ediyor olsa da üç kavramın da ortak özelliği dikkate alındığında [oranda niceliklerinin (*kesirde pay ve paydanın*) aralarında asal olma durumu] bu kavramla ilgili olarak öğrencilerin sahip olabilecekleri hatalı düşünceler değişmemektedir. Dolayısıyla öğrenci düşüncesiyle ilgili güçlü açıklama yapabilmek için bu özellikleri dikkate almak gerekmektedir. İlgili ÖY öğrencilerin bu konu hakkındaki düşünceleri, hata ve yanlışları içerdiğinden öğretmen, eğitim oturumu ile bu hata ve yanlışları daha iyi fark edebilmiştir. Bu bulgu, öğretmenin *dikkat etme* becerisinde, bu noktada bir gelişim olduğunu göstermektedir.

Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

Bu yörünge kapsamında, yorumlama bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.21’de sunulmuştur.

Şekil 4.21

Temel Oranı Bulma ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.21’de görüldüğü gibi, Temel oranı bulma ÖY kapsamında, öğretmenin kavrayışla ilgili yorum yapmadığı bir durum saptanmamıştır. Kavrayışları hakkındaki yorumları ise zayıf ve güçlü yorumlardan oluşmaktadır. Zayıf yorumları kapsamında *kavrayış hakkında konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunduğu*, güçlü yorumları kapsamında ise *hatalı veya doğru düşünce/stratejileri çeşitli yollarla gerekçelendirdiği* görülmüştür.

i. Zayıf yorum

Öğretmenin öğrencilerin kavrayışları hakkındaki zayıf yorum yaptığı yalnız bir durum (V2) bulunmaktadır. Öğretmen, videoya dayalı görüşmelerde hatalı bir öğrenci yanıtına yönelik, öğrencinin kavrayışı hakkında oran orantı konusu dışında bir gerekçe sunmuştur. Öğretmenin bu durumdaki yorumu şöyledir: “Bir öğrencimiz vardı ya hani oranı doğrudan vermeyince oran olduğunun farkında değil, yapamamıştı, bu da öyle fark etmemiş sanki, oran olduğunu belki ...” Öğretmen yaptığı yorumda, kavrayışına odaklanmak yerine, problemde doğrudan oran verilmediği için hata yaptığını ifade ederek oran orantı konusu dışında, *kavramların öğrenciye alışık olmadığı biçimde yöneltilmiş olmasını* gerekçe sunmuştur.

ii. Güçlü yorum

Öğretmenin öğrencilerin kavrayışları hakkındaki güçlü yorumları kapsamında, hatalı düşünce/stratejilere sahip öğrencilerin kavrayışı için *kavram yanlışlığını ve bilgi eksikliğine dayalı* gerekçelendirme yaptığı; doğru düşünce/stratejilere sahip öğrencilerin kavrayışı için *olası hata/yanılgıya dayalı* gerekçelendirme yaptığı görülmüştür. Örneğin, hatalı düşünce/stratejiye sahip öğrencinin (Y3) kavrayışı hakkında öğretmenin, *bilgi eksikliğini ve kavram yanlışlığını dikkate alarak gerekçelendirme* yaptığı yorumu şöyledir:

“Ben şöyle düşündüm mesela bu öğrencimle ilgili, bölme işaretiyle biz oranı direkt ona sunduğumuzda o sadeleştirmeleri doğru yaparak, hatta farklı gösterimle kesre dönüştürüp de yapabilmiş, ama diğer soruda direkt oranı hazır vermediğimiz için kendisi kesre dönüştürüp veya bölme işlemi ile gösterip de yapmaya geçememiş, ona böyle hazır verirsek bakın oran budur diye o zaman yapabilmiş diye düşündüm ben. Şuradaki 15 bölü 6’yı çift, tek olmasına rağmen bölmüş. **Bunun problemi bence oranı kurmak, oranı yazamamış. Ayrıca bu öğrencimiz en küçük tam sayılı oranı bulurken aynı sayı ile bölüneceklerini öğrenememiş, kat ilişkisini anlayamamış**”

Öğretmen, yorumunda öğrencinin kavrayışının kaynağı olarak *oran oluşturma, çarpımsal ilişkisi* konularındaki bilgi eksikliğine ve “...15 bölü 6’yı çift, tek olmasına rağmen bölmüş.” şeklinde *ortak bölen bulma* konusunda kavram yanlışlığına vurgu yapmıştır.

Başka bir hatalı düşünce/stratejilere sahip öğrencinin (V3) kavrayışı için öğretmen, öğrencinin kavram yanlışlığını dikkate alarak şöyle yorumda bulunmuştur:

“Aralarında asal fikrini anlamamıştı, sonradan anladı, o terimi tam kullanmasa da mesela 99 bölü 100 dedi çocuk, ikisi de asal değil bunların, ama aralarında asal olduklarını, ortak bölenleri olmadığı için söylüyor. Bence sonradan kavramış yani en küçük tam sayılı oranın aralarında asal olacağını.”

Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin kavrayışının, iki niceliğin aralarında asal olması için ikisinin de asal sayı olması gerektiği yanlışlığına sahip olduğunu belirterek gerekçelendirmiştir.

Doğru düşünce/stratejiye öğrencilerin kavrayışını yorumlarken de aynı yanlışlığa, öğrencinin karşılaşabilecek olduğu *olası bir hata/yanılgı* olarak değindiği görülmüştür(Y1). Öğretmenin bu yorumunu içeren diyalog şöyledir:

“Öğrencim şu anda beni çok şaşırttı zaten, çok hoşuma gitti bu şekilde yapmış olması. Gruplandırması yani, en küçük tam sayılı oranı bulduğu şeyi gruplandırıp sonra da tüm boncukları bulup ona bölmüş olması, o şekilde yapmış olması, beni taklit ettiğini düşünmüyorum bunun mantığını kurarak yapmış, anlamış yani, **buraya kadar çok güzel anlamış. Mesela ‘9 tane bileklik yapılı çok güzel bulmuş. Burada aralarında asal olmayan iki niceliği birisi tek birisi çift sayı olmasına rağmen- çünkü böyle diyen öğrenciler de çıkmıştı, iki tek sayının ortak bir çarpanı yoktur şeklinde düşünen- asal çarpanlara ayırma algoritmasını kullanmamış ama yaptığı şey o.**”

Öğretmen, bu yorumunda, “Burada aralarında asal olmayan iki niceliği birisi tek birisi çift sayı olmasına rağmen...” şeklindeki ifadesiyle öğrencinin bu olası yanlışlığa rağmen yapabildiğini ifade etmiş, böylelikle gerekçelendirmiştir. Benzer şekilde bir başka öğrencinin (Y2) kavrayışı hakkında öğretmen, şöyle yorum yapmıştır:

“Konuyu ben anladığımı düşünüyorum öğrencinin, çünkü burada EBOB’a direk bölmüş, EBOB’a bölerek bulmuş, tablo ve grafiği doğru bir şekilde göstermiş, **sonra düşebileceği hatalara bakıyorum, onlara da o yanlışlıklara da düşmemiş, burada mesela 10’a 12 oranını verebilirdi, tamam en küçük tam sayılı oranın bir katı ama bütün boncukları kullanamayacağımız bir oran olur, onlara da dikkat etmiş**”

Öğretmen, yorumunda öğrencinin konuyu anladığını belirterek, “...o yanlışlıklara da düşmemiş...” şeklinde olası hata ve yanlışlıklara dayalı gerekçelendirmede bulunmuştur.

Bir başka öğrencinin (Y4) kavrayışı hakkındaki yorumunda “...anladığımı düşünüyorum bu öğrencinin, çünkü direk EBOB’unu kullanamamış ama yine de ortak çarpanlarına bölüyor yani, 54 atıyorum 2’ye böleyim de 45’i de 5’e böleyim dememiş, ikisini de aynı sayılara bölerek ortak bölenlere bölmüş...” şeklinde doğrudan ortak bölen bularak temel orana ulaşmasa da oranı oluşturan nicelikleri ayrı ayrı sayılara bölme hatasını yapmadığına yer vermiştir.

Temel oranı bulma yörüngesi sonunda öğretmenin yorumlama becerisi için gelişimi Şekil 4.22’de sunulmuştur.

Şekil 4.22

Temel Oranı Bulma ÖY Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. ÖY	2. ÖY
▼ FARK ETME			
▼ ii.Kavrayışı Yorumlama			
> Kavrayış hakkında yorum yapmama	■		
▼ Kavrayış hakkında yorum yapma			
> Hatalı yorum		■	
▼ Zayıf yorum			
> Kavrayış hakkında gerekçe sunmama (D)	■	■	
▼ Kavrayış hakkında konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunma (H, BD)			
> Gerekçeyi oran orantı dışındaki konularla sınırlı tutma (H, BD)	■		
> Matematiksel olmayan bir gerekçe sunma (D, H)	■		■
▼ Güçlü yorum			
▼ Hatalı düşünce/stratejiyi gerekçelendirme			
> Kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirme (H)	■	■	■
> Bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme (H)			■
▼ Doğru düşünce/stratejiyi gerekçelendirme			
> Eksiklere değinerek gerekçelendirme (D)		■	
> Kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyma (D)		■	
> Düzeylere dayalı gerekçelendirme (D)		■	
> Olası hata/yanılgılara dayalı gerekçelendirme (D)			■

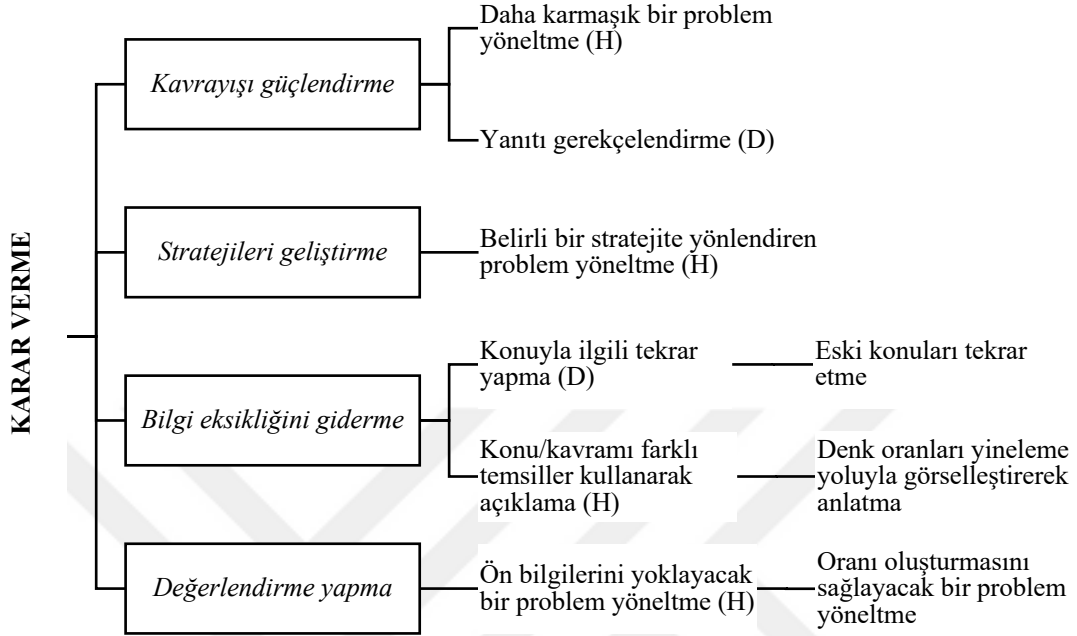
Şekil 4.22’de görüldüğü gibi bu yörünge kapsamında (2. ÖY) yeni ortaya çıkan kategoriler, *bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme* ve *olası hata/yanılgılara dayalı gerekçelendirme*’dir. Özellikle *olası hata/yanılgılara değinerek gerekçelendirme* kategorisinde yoğunluk görülmektedir. Zayıf yorumların bulunduğu ancak MGP öncesi ve denk oranlar oluşturma yörüngesine (1. ÖY) kıyasla yoğunluğunun az olduğu görülmektedir.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Temel oranı bulma öğrenme yörüngesi kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.23’te sunulmuştur.

Şekil 4.23

Temel Oranı Bulma ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.23’te görüldüğü gibi, bu ÖY kapsamında öğretmenin kararları şunlardır: i. kavrayışı güçlendirme, ii. stratejileri geliştirme, iii. bilgi eksikliğini giderme ve iv. değerlendirme yapma.

i. Kavrayışı güçlendirme

Kavrayışı güçlendirme teması altındaki kararları, *öğrencinin verdiği yanıtı gerekçelendirme* veya *öğrenciye karmaşık bir problem yöneltme*’ dir. Öğrencinin yanıtını gerekçelendirdiği duruma örnek olarak, ders esnasından öğretmen ile doğru bir yanıt veren öğrenci (V1) arasında geçen diyalog şöyledir:

Öğrenci : 4 fazlası hocam.

Öğretmen : 4 fazlası. Şimdi karşılaştırmaya bu da girmez mi. Ben “bunun bu kadar fazlası” diye de karşılaştırma yapabilirim öyle değil mi, sonuçta karşılaştırdım ve doğru, 4 fazlası... Bunların ikisi de karşılaştırma. Ama benim *oran* olarak kabul ettiğim karşılaştırma biçimi, ‘bölünerek oluşturulan karşılaştırmalar’ diyebilir miyim?

Diyalogda görüldüğü gibi öğretmen, öğrencinin yanıtını gerekçelendirmektedir. Yansıtıcı görüşmede de anlık kararını destekleyici şu açıklamada bulunmuştur:

“Şimdi şöyle diyebilirim, biz ‘oran, bir karşılaştırmadır’ diyoruz ya, oran bir karşılaştırmadır ama çarpımsal ilişki içeren bir karşılaştırmadır. Tabi ki karşılaştırma toplama ile de yapabilir, eksiği fazlası diye. Ama bizim *oran* dediğimiz şeyin çarpımsal karşılaştırma olması, aralarında fark, bunu vurgulamak için o açıklamayı yaptım.”

Kavrayışı güçlendirme teması altında bir diğer kategori *öğrenciye karmaşık bir problem yöneltme*'dir. Bu kategori altında, öğretmen, öğrenciye (V3) ders esnasında *daha karmaşık yapıda bir problem* (ilgili yörüngeye göre, üzerinde durulan problem durumundan bir veya birkaç düzey karmaşıklıkta problem) yöneltmiş ve bu kararına yönelik, yansıtıcı görüşmede şu açıklamada bulunmuştur:

“...Sonuçta EBOB’una bölmesi, asal çarpanlarına ayırıp o şekilde en küçük tam sayılı oranı bulabilmesi de gerekiyor öğrencinin. O yüzden bir üst karmaşıklık düzeyine uygun bir örnek yönelttim.”

Öğretmen bu açıklamasında öğrencinin zorlandığı ve yörüngeye göre daha karmaşık düzeyde yer alan türde bir problem yönelteceğini belirtmektedir. Bu açıklamasıyla anlık kararını destekleyen bir gerekçelendirmede bulunmuştur.

ii. Stratejileri geliştirme

Öğretmenin stratejiyi geliştirme teması altındaki kararı öğrenciyi *belirli bir stratejiye yönlendiren problem yöneltme*'dir. Buna örnek olarak, doğru düşünce/stratejiye sahip öğrenciye (Y1) yönelik kararını şöyle ifade etmiştir: “Direkt EBOB bulmasını, onu akıl etmesini... EBOB’unu direk bulabileceği sayıları 30 ve 45 gibi mesela, 15’e bölündüğünü kolay görebileceği bir sayıyı bularak EBOB’u bulmasına...O tip bir soru sorabilirim.”. Öğretmen, açıklamasında öğrenciyi doğrudan ortak bölenlerini kullanarak en küçük tam sayılı oranı bulmaya yönlendirecek bir problem yönelteceğini belirtmektedir.

iii. Bilgi eksikliğini giderme

Öğretmenin, öğrencinin bilgi eksikliğini gidermek amacıyla, *konu ile ilgili tekrar yaptığı veya farklı temsiller kullanarak açıklama yaptığı* görülmüştür. Örneğin ders esnasında, hatalı bir yanıtla yönelik (V2), öğrencinin *denk oranlar* konusundaki bilgi eksikliğini gidermek amacıyla öğretmenin öğrenciye farklı temsiller kullanarak açıklama yaptığı görülmüştür. Öğretmen, bu açıklamasında denk oranları gruplama yoluyla görselleştirerek anlatmıştır. Öğretmen videoya dayalı görüşmede de bu anlık kararını destekleyen şu gerekçelendirmede bulunmuştur:

“... Algılaması için çocuğun bu görselleştirmeyi kullanmak istedim. Bu, ‘En fazla kaç poşet elde edebilirim’i de çok güzel açıklıyor. Gruplandırarak denk oranları göstermiş oluyoruz. Hem gruplandırarak hem en küçük tam sayılı oran ile aslında en fazla sayıda poşet olacağını orada hissettirdik.”

Yalnızca hatalı yanıtlara değil doğru yanıtlara yönelik olarak da bilgi eksikliğini gidermek için tekrar yapacağını belirtmiştir. Öğretmen, ilgili duruma (Y4) yönelik kararını “Öyle

gözüküyor ki grafik çizmeyle ilgili üstünde durmak gerekiyor zaten, öyle değil mi?” şeklinde belirterek, *grafik çizme* konusundaki bilgi eksikliğini gidermek için bu konuyu tekrar edeceğini belirtmiştir.

iv. Değerlendirme yapma

Öğretmenin *değerlendirme yapma* teması altındaki kararları, öğrencinin *ön bilgilerini yoklayacak bir problem yöneltme*’dir. Örneğin hatalı bir öğrenci stratejisine (Y3) yönelik bu kararını öğretmen şöyle ifade etmiştir:

“Ben bu öğrencinin oranı kurmada problem yaşadığını düşündüğüm için öncelikle oranı yazması için bir problem oluştururum, çok zor olmayan sayılarla oranı yazabiliyor mu. Daha sonrasında ne isteyebilirim mesela öğrenciden, ilk başta oran hazır verilmeden kendisinin oluşturmasını istemek ve en küçük tam sayılı oranı buradan bulmasını istemek olacaktır.

Öğretmen, açıklamasında öğrencinin oranı oluşturma konusunda sorun yaşadığını düşündüğünü, bu nedenle de oranı yazıp, yazamayacağını anlamasını sağlayacak bir problem yönelteceğini belirtmiştir.

Öğretmenin temel oranı bulma yörüngesi sonunda karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.24’te sunulmuştur.

Şekil 4.24

Temel Oranı Bulma ÖY Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY	2.ÖY
▼ FARK ETME			
▼ Yanıta Karar Verme			
> Problemin anlaşılmasını sağlama	■		
> Çözümün anlaşılmasını sağlama	■		
▼ Kavrayışı güçlendirme			
> Yanıtı gerekçelendirme (D)			■
> Daha karmaşık bir problem yöneltme (D, H)			■
▼ Stratejileri geliştirme			
> Belirli bir stratejiye yönlendiren soru/problem yöneltme (D, H)			■
> Farklı stratejilerin gösterilmesine/keşfedilmesine imkan tanıma (D)		■	
▼ Bilgi eksikliğini giderme			
> Konuyla ilgili tekrar yapma (D)			■
> Konu/kavramı farklı temsiller kullanarak açıklama (H)			■
> Kavram yanılgısını giderme	■	■	
▼ Değerlendirme yapma			
> Kavrayışı sınamak için aynı türde problem yöneltme (BD)	■		
> Ön bilgilerini yoklayacak bir problem yöneltme (H)			■
> Diğer kararlar	■	■	

Şekil 4.24'te görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (2. ÖY), karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgulara göre iki yeni karar ortaya çıkmıştır. Bunlar: *kavrayışı güçlendirme* ve *bilgi eksikliğini giderme*' dir. Yoğunluk görülen temalar ise *kavrayışı güçlendirme* ve *stratejileri geliştirme*'dir. Bu temaların öğrenciye *yeni bir problem yöneltme* ile ilgili olduğu görülmektedir.

Diğer bir bulgu, değerlendirme yapma kararı altında, öğretmen MGP öncesi *kavrayışı sınamak için aynı türde problem yöneltme* yoluna giderken, bu ÖY'de *ön bilgiyi yoklayacak bir problem yöneltme*'ye yöneldiği görülmektedir.

4.2.1.2.2 Temel oranı bulma öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Temel oranı bulma öğrenme yörüngesi kapsamında öğretmenin matematiksel söylemlerine ilişkin bulgular Tablo 4.5'te sunulmuştur.

Tablo 4.5. Temel Oran Bulma YörüŒgesi Kapsamında Matematiksel Söyleme İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Oran kavramı:</i> ▪ Karşılaştırma ▪ Çarparak-bölerek ▪ Kesir	<i>Oran kavramı:</i> ▪ Kesirle oran farklıdır. (yeni) ▪ İki türlü karşılaştırma yapılabilir, oran çarparak bölerek yapılan karşılaştırmadır. (yeni) ▪ Oran iki nokta sembolü ile de gösterilebilir.	<i>Yazılı ifadeler:</i> ▪ Sembol ve gösterimler - Oklar, - /, :, kesir sembolü* ▪ İşlemler - Çarpanlara ayırma (yeni)	<i>Problem türündeki rutinler:</i> ▪ EBOB Problemleri (yeni)
<i>Denk oran kavramı:</i> ▪ Aynı oran ▪ Doğrusal-sonsuz ▪ Işın-orijin (yeni)	<i>Denk oran kavramı:</i> ▪ Denk oranların grafiğı doğrusaldır, sonsuza giden bir ışıdır.*	<i>Şekil ve diyagramlar:</i> ▪ Tablo (2xn'lik) ▪ Grafik (Çizgi) ▪ Çizim	
<i>Denk oran oluşturma:</i> ▪ Çarpımsal ilişki ▪ Dikey ilişki ▪ Her a için b	<i>Denk oran oluşturma:</i> ▪ Sonsuz sayıda denk oran oluşturulabilir. ▪ Her a için b ekleyerek denk oranlar oluşturabilir. (yeni)		
<i>Temel oran kavramı:</i> ▪ En küçük tam sayılı oran-temel oran (yeni) ▪ Aralarında asal (yeni) ▪ Tam sayı*(yeni)	<i>Temel oran kavramı:</i> ▪ Ortak bölüni olmayan sayılar aralarında asal sayılardır. (yeni) ▪ Temel oran, en küçük tamsayılı orandır, nicelikleri aralarında asaldır. (yeni) ▪ Temel oran denk oranlar grafiğinde en alttaki noktadır. (yeni)		
<i>Temel oranı bulma:</i> ▪ Asal çarpanlara ayırma-bölme algoritması (yeni) ▪ EBOB (yeni) ▪ Ortak çarpan/bölün* (yeni) ▪ En fazla/en az* (yeni)	<i>Temel oranı bulma:</i> ▪ Asal çarpanlara ayırma yoluyla temel oran bulunabilir. (yeni) ▪ Nicelikler EBOB'larına bölünerek temel oran bulunur. (yeni) <i>Diğer:</i> ▪ Tabloda sütunlar, grafikte eksenler isimlendirilmelidir. * ▪ Grafikte eksenlerin keştiğı nokta 0,0 noktasıdır.		

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna 'yeni' yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin kelime kullanımında, görsel araçlarında ve onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, rutinler sütununda belirtilmiştir.

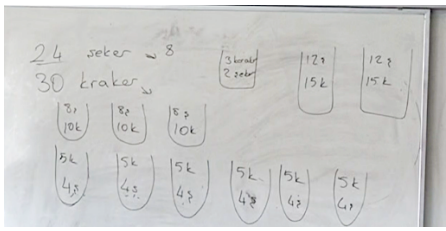
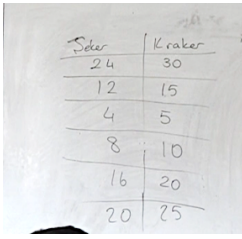
Tablo 4.5'te görüldüğü gibi temel oranı bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin kelime kullanımı *oran*, *denk oran*, *temel oran* kavramlarına yöneliktir. Bu kavramlara ilişkin, kelime kullanımında bir önceki yörüngede (denk oranlar oluşturma yörüngesinde) olduğu gibi, oran ile denk oranlar için çarpımsal ilişkiye yer verdiği, bunun yanı sıra denk oranın grafiksel anlamına yönelik yeni kelimelere (ışın, orijin) yer verdiği görülmektedir. Temel oran kavramı ile ilgili olarak ise tüm kelimeler bu yörüngede yeni ortaya çıkan kelimelerdir.

Tablo 4.5'te görüldüğü gibi öğretmenin onaylanmış ifadelerinde, kesir oran ilişkisine yönelik açıklama, temel oran kavramı ile ilgili tanımlar ve temel oranı bulmaya yönelik açıklamalar yer almaktadır. Denk oranlar oluşturma yörüngesinde denk oran-denk kesir farkına değinmiş iken, bu yörüngede daha genel olarak kesrin orandan farklı olduğunu açıklamıştır. *Denk oran oluşturma* bağlamında 'her a için b ekleme' yoluyla denk oranlar oluşturmaya değinmiştir. (Ayrıntı için bkz. Tablo 4.6'da 4. satır). Ayrıca, onaylanmış ifadelerinde öğretmen, oran, denk oran, temel oran kavramları dışında, tablo ve grafik kullanımı ile ilgili sütun/eksen isimlendirilmesine yönelik açıklamalarda bulunmuştur.

Bu ÖY kapsamında, öğretmenin görsel araçlarında kesir sembolü, tablo ve grafik kullanımı öne çıkmaktadır, ayrıca asal çarpanlara ayırma işlemi yeni ortaya çıkmıştır. Öğretmenin kullandığı görsel araçlarına örnekler Tablo 4.6'da sunulmuştur.

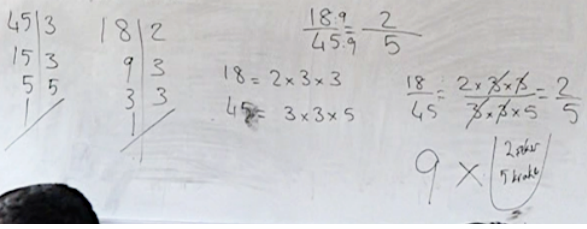
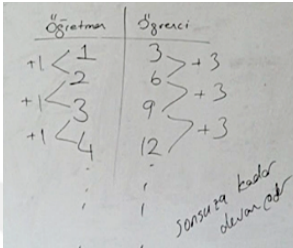
Tablo 4.6

Öğretmenin Temel Oranı Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	Çizim	Şekil çizerek gruplandırma ile temel oranı bulma.
 	- Tablo (2xn'lik) - Grafik (çizgi)	Şeker: kraker oranı için temel oranı, oran tablosu ve grafik ile gösterme.

Tablo 4.6 (Devam)

Öğretmenin Temel Oran Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Aracılara Örnekler

Örnek	Görsel aracı	Açıklama
	Çarpanlara ayırma	45 şeker ve 18 krakerin, torbalarda şeker ve kraker oranı eşit olacak şekilde, en fazla sayıda kişiye paylaşılması.
	Oran tablosu	“Her a için b ekleme” yoluyla denk oranlar oluşturma.

Rutin olarak, kelimelerde tam sayı, en az/en fazla, ortak çarpan-bölen; onaylanmış ifadelerinde denk oranların grafiğine, problem türünde EBOB problemlerine yer verdiği görülmüştür. Bu yörüngede de MGP öncesinde olduğu gibi ‘oran’ kavramı yerine ‘kesir’ kavramının kullanıldığı durum saptanmıştır. Öğretmenin söz konusu ifadesi şöyledir: “Sence ben bundan daha küçük bir kesir, bundan daha küçük bir oran elde edebilir miyim? $<1:3$ ’ü göstererek>”. Ancak bu kullanım MGP öncesinden farklı olarak, rutinlerde yer almamaktadır.

Bu bulgulara ek olarak, öğretmene ders sonrası görüşmede "Eğitim, öğretiminizde herhangi bir etki yarattı mı? Evet ise ne tür bir etki yarattığını açıklayabilir misiniz? Sorusu yöneltilmiş ve şöyle yanıt vermiştir:

“Mesela ben tablodan, dikey ilişkiden çok kesirle yazmayı tercih ediyordum. Kesirle gösteriyordum, farklı gösterimlerden hiç neredeyse bahsetmiyordum. Hep kesirmiş gibi algılatıyordum oranı. Ama burada tabloyla göstererek kesirden daha farklı olduğunu... çünkü kesir aynı büyüklükte bir şeyin parçası...Ondan sonra, grafik kullandıkları zaman çocukların bunları çok daha net anladıklarını, grafik üstünde görmesinin etkili bir temsil biçimi olduğunu...Sonra benim için şey de çok etkili oldu diyebilirim. O kadar güzel diğer derslerle ilişkili kuruluyor ki, matematiğin diğer dersleriyle ilişkilendiriyor ki işte EBOB’tan tutun da asal çarpanlara ayırmaya değiniyor, oradan grafik çizmeye değiniyor. Böylelikle her şeyi tekrar ederek, bütünsel bir devam etme yöntemi var, o da benim çok hoşuma gitti.”

Öğretmen tablo, grafik gibi görsel araçları kullanmanın oran kavramının daha iyi anlaşılmasını sağladığını, ayrıca oranın kesirden farkını görmeleri açısından da etkili olduğunu düşündüğünü belirtmiş, ayrıca yörüngenin farklı matematik konularını ile ilişkilendirme içermesi açısından hoşuna gittiğini ifade etmiştir.

Özetle, temel oranı bulma yörüngesi kapsamında öğretmen MGP öncesinde ‘orantı sabiti’ diye ifade ettiği ‘temel oranı’ (en küçük tam sayılı oran) tanımış, böylelikle kesirlerde sadeleşme üzerinden değil oranda asal çarpanlara ayırma üzerinden açıklamaya imkân bulmuştur. Ayrıca daha önce kullanmadığı problem türü olarak açıkça bu başlık altında konuyu işlememiş olsa da oranlar üzerinden ‘en az sayıda nesnenin olduğu en fazla poşet’ gibi EBOB problemleri kullanmıştır.

4.2.1.3 Birim oranı bulma öğrenme yörüngesine ilişkin bulgular

MGP Süreci, “Anahtar oran ilişkilerini bulma” kümesinde yer alan üçüncü öğrenme yörüngesi olan “Birim oranı bulma” yörüngesine ilişkin bulgular, fark etme becerisine ve matematiksel söyleme ilişkin bulgular olmak üzere iki alt başlıkta sunulmuştur.

4.2.1.3.1 Birim oranı bulma öğrenme yörüngesi için fark etme becerisine ilişkin bulgular

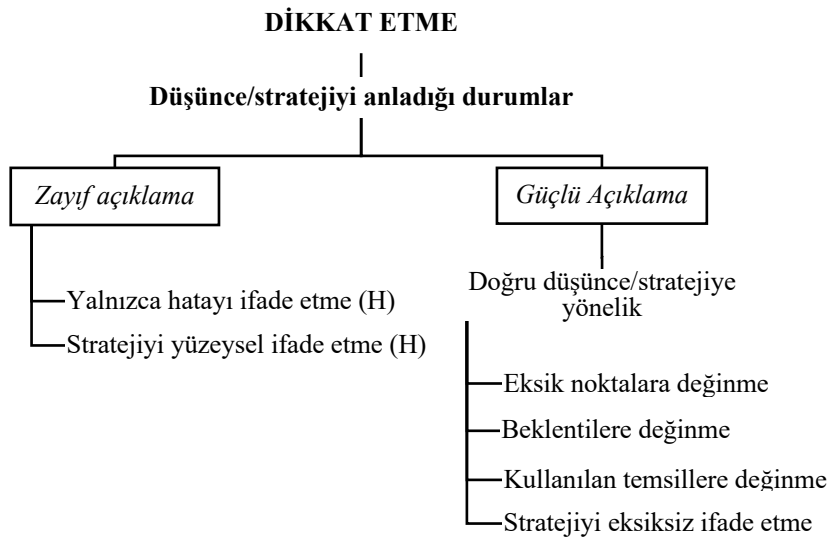
Birim oranı bulma ÖY kapsamında, fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme*, *yorumlama*, *karar verme* bileşenleri için ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

Birim oranı bulma ÖY kapsamında, dikkat etme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.25’te sunulmuştur.

Şekil 4.25

Birim Oranı Bulma ÖY Kapsamında Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.25'te görüldüğü gibi, birim oranı bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anlamadığı durum saptanmamıştır. Düşünce/stratejileri anladığı durumlardaki açıklamaları ise zayıf ve güçlü açıklamalardan oluşmaktadır.

i. Zayıf açıklama

Öğretmenin zayıf açıklamada bulunduğu durumlardaki açıklamaları yalnızca hatalı düşünce/stratejilere yönelik açıklamalardan oluşmaktadır. Bu açıklamalarında öğretmenin *yalnızca hatayı ifade ettiği* veya *stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* görülmüştür.

Öğretmenin *yalnızca hatayı ifade ettiği* duruma örnek olarak, ders esnasında “Aslı 7 lokmayı 4 dakikada yiyorsa, aynı hızla 1 lokmayı kaç dakikada yer?” problemine “7/4” yanıtını veren bir öğrencinin düşüncesi (V2) için öğretmenin şu açıklaması verilebilir: “‘1 lokmayı 7/4 dakikada yer’ diyerek birim oranı ters yazmış.” Öğretmen bu açıklamasında, öğrencinin düşüncesi/stratejisine, bu düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye, neden bu şekilde bir hataya yönelmiş olabileceğine değinmemiş, yalnızca hatayı ifade etmiştir.

Öğretmenin *stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* duruma (Y3) ait öğrenci yanıtı Görsel 4.12’de sunulmuştur.

Görsel 4.12

Y3’ün Yanıtı

Problem 1: Bir otomobil 100 km yol gittiğinde 4 litre benzin tüketmektedir. Buna göre bu otomobil,

a. 1 lt benzin ile kaç km yol gidebilir? $\frac{1}{25}$

b. 1 km yol gittiğinde kaç lt benzin kullanılır? $\frac{25}{1}$

km	benzin
100	4
50	
25	1

Görsel 4.12’de görüldüğü gibi öğrenci, 100 km: 4 L oranı için dikey bir oran tablosu oluşturmuş, bu tablo üzerinde oranı oluşturan iki niceliği 4 ile bölerek (değişim çarpanı stratejisi ile) 1 L benzin için 25 km yol gideceğini doğru bulmuş, ancak yanıtları hatalı yazmıştır. Öğretmen, bu öğrencinin stratejisi için “Öğrencimiz aslında bir dikey ilişki kurarak, 1 L benzin ile kaç km yol gidildiğini bulmuş ama bunu cevap kısmına dökerken, en son yazdığı cevap maalesef doğru olmamış.” şeklinde açıklama yapmıştır. Açıklamasında *stratejiyi yüzeysel ifade ederek* zayıf açıklamada bulunmuştur.

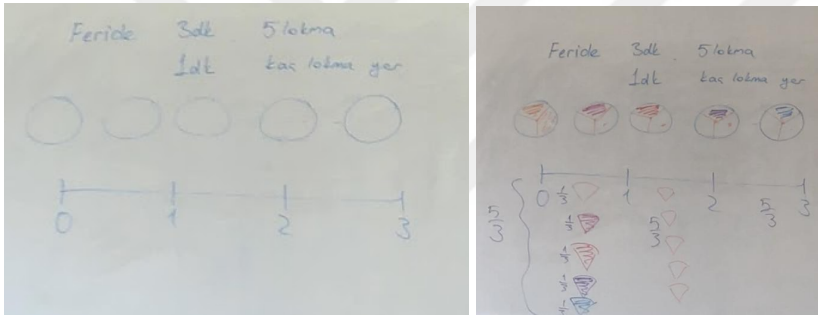
ii. Güçlü açıklama

Öğretmenin güçlü açıklamaları kapsamında *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği, eksik noktalara değindiği, beklentilere değindiği ve kullanılan temsillere değindiği* görülmüştür. Öğretmenin bu açıklamaları yalnızca doğru düşünce/stratejilere yönelik açıklamalardan oluşmaktadır.

Öğretmen güçlü açıklamalarının tamamında öğrencinin stratejisini eksiksiz ifade etmiştir. Öğretmenin, stratejiyi eksiksiz ifade ettiği duruma bir örnek durum şöyledir (V1): Ders esnasında, bir öğrencinin “Feride 3 dakikada 5 lokma yerse 1 dakikada kaç lokma yer?” problemine verdiği yanıt Görsel 4.13’te sunulmuştur.

Görsel 4.13

Problem durumuna ilişkin tahtadaki çizim (solda) ve V1’in yanıtı (sağda)



Not. Öğretmenin çiziminde daireler lokmaları, doğru parçası ise 3 dakikayı temsil etmektedir.

Görsel 4.13’te görüldüğü gibi öğrenci, her bir lokmayı 3’e bölmüş, elde ettiği 1/3’lük parçaları, 3 dakika ile temsil edilen doğru parçasında 1 dakikalık alana yerleştirmiş, sonuçta her 1 dakikaya, 5 adet 1/3’lük lokma dilimi (daire dilimi) düştüğü sonucuna ulaşmıştır. Öğrencinin stratejisi hakkında öğretmenin açıklaması şöyledir: “Okan her bir lokmayı 3 eş parçaya ayırmış ve 5 lokmanın her birinden birer parçayı 3 dakikaya dağıtarak, yani her birini bölerek yapmıştı.” Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin *hepsini bölme* stratejisini kullanarak eş paylaşım yoluyla birim oranı bulduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenin stratejiyi eksiksiz ifade ettiği durumlarda, beraberinde *eksik noktalara değindiği* de olmuştur. Örneğin, Y4’ün stratejisi hakkındaki açıklaması şu şekildedir:

“Öğrencimiz burada dikey ilişki kurarak, gayet güzel bir şekilde birim oranları bulmuş. Eş paylaşım yapmamış, şekil kullanmamış ihtiyaç duymamış, tablodaki dikey ilişkiyle bunu anlamış. Fakat birim oran olmayan durumlarda eş paylaşım da yapmamış, neyi neye böleceğini hiçbir şekilde yapamamış.”

Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin tablo üzerinde dikey çarpımsal ilişkiye dayalı olarak (değişim çarpanı) birim oranı bulunduğunu ifade ederek stratejisini belirtmiştir. Ardından birim oran olmayan (niceliklerinden herhangi biri 1 olmayan oran) herhangi bir oran verildiğinde ise birim oranı bulamadığını ifade ederek, doğru yanıtı rağmen öğrencinin stratejisinde *eksik olduğu noktaya* değinmiştir.

Öğretmenin stratejiyi eksiksiz ifade etmenin, eksik noktalara değinmenin yanı sıra *öğrenciden beklentilerine de değindiği* duruma yönelik (Y2) açıklaması şu şekildedir:

“Şimdi bu öğrencimiz tablo oluşturmuş, tablodaki dikey ilişkiyi kullanarak birim oranları çok rahat bir şekilde bulmuş. 1 kg elmaya ne kadar TL düştüğünü kesir gösterimini kullanarak rahat bulmuş. Grafiği de doğru yorumlamış, işte birisinin 1 olduğu durumda, grafik üstünden diğerinin kaç düşeceği noktasını çok güzel göstermiş. Belki şu da beklenebilirdi, bunun 1’i için bunun 5/3’ünün denk geldiğini de gösterebilirdi.”

Bu açıklamasında öğretmen, “... dikey ilişkiyi kullanarak...” şeklinde öğrencinin stratejisini eksiksiz ifade etmiş, “...tablo oluşturmuş...”, “...kesir gösterimini kullanarak...” ifadeleriyle, kullanılan temsillere değinmiştir. Ardından “Belki şu da beklenebilirdi...” şeklinde doğru yanıtı rağmen öğrenciden beklentilerine değinmiştir.

Bu yörünge sonunda dikkat etme becerisindeki gelişim Şekil 4.26’da sunulmuştur.

Şekil 4.26

Birim Oranı Bulma ÖY Sonunda Dikkat Etme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY	2.ÖY	3.ÖY
▼ FARK ETME				
▼ i. Düşünce/Stratejiye Dikkat Etme				
▼ Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar				
> Hatalı açıklama	■			
▼ Zayıf açıklama				
> Yalnızca hatayı ifade etme (H)	■			■
> Yanıt/çözümü tekrar ederek hatalı olduğunu ifade etme (H)	■			
> Yalnızca işlemleri ifade etme (D, H)	■	■		
> Stratejiyi yüzeysel ifade etme (D, H)	■	■		■
> Yalnızca gerekçe sunma (D, H)	■			
▼ Güçlü açıklama				
> Hatalı düşünce/stratejiye yönelik	■	■	■	
▼ Doğru düşünce/stratejiye yönelik				
> Eksik noktalara değinme		■	■	■
> Beklentilere değinme			■	■
> Olası hata/yanılgılara değinme			■	
▼ Doğru/hatalı düşünce/stratejiye yönelik				
> Stratejiyi eksiksiz ifade etme		■	■	■
> Düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme	■		■	
> Kullanılan temsillere değinme		■	■	■

Şekil 4.26’da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (3. ÖY) yeni ortaya çıkan bir kategori bulunmamaktadır. En yoğun kategori güçlü açıklamalar kapsamında stratejiyi eksiksiz ifade etme’dir. Ayrıca öğretmenin zayıf açıklamaları hatalı düşünce/stratejilere yönelik açıklamalarından, güçlü açıklamaları doğru düşünce/stratejilere yönelik açıklamalardan oluşmaktadır. Bu yörüngede yeniden ortaya çıkan zayıf açıklamalar, MGP öncesindeki ve 1. ÖY’deki kadar yoğun olmamakla birlikte *hatayı ifade etme* ve *stratejiyi yüzeysel ifade etme* ile sınırlıdır.

MGP öncesi yapılan gözlem ve görüşmelerde de öğretmenin birim oranı bulma konusunda doğrudan bölme stratejisini kullanmaya eğilim gösterdiği görülmüştür. Bununla ilgili olarak, ön görüşme esnasında öğrencilerden de bölme stratejisi dışında gelebilecek bir strateji ön görmediğini ifade etmiştir. Ön görüşmede, araştırmacı ile öğretmen arasında geçen söz konusu diyalog şöyledir:

- Araştırmacı** : Bir grup öğrenci ile pizzaların oranı 5:2’dir. Buna göre, öğrenciler ve yiyecekleri pizza miktarları için hangi çıkarımları yapabilirsiniz?” Verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir?
- Öğretmen** : “Öğrenciler 2,5 tane pizza yiyecek öğretmenim” cevabı hemen gelir bence, yanlış cevap olarak. Biraz daha derinlemesine düşündüklerinde “her 5 öğrenciye 2 pizza düşecek” çıkarımı da gelecektir. İşte 1 pizza 2,5 tane öğrenciye düşemez...”

Bu diyalogda öğretmen öğrencilerden “5 öğrenci: 2 pizza” oranı için gelebilecek doğru ve hatalı çıkarımlara değinmiştir. Doğru çıkarım olarak “her 5 öğrenciye 2 pizza”, hatalı bir çıkarım olarak “her öğrenciye 2,5 pizza” şeklinde yanıtlar gelebileceğini belirtmiştir. Öğretmene “Doğru yanıt verebilen öğrencilerinin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz?” sorusu yöneltildiğinde “İlk aklıma gelen ‘pizza başına düşen öğrenci miktarını bulması’ çocuğun en basit çözüm şeyi bu olur, ‘öğrenci başına düşen pizza miktarını hesaplaması’ ise daha karmaşık bir çözüm yolu olacaktır diye düşünüyorum.” şeklinde yanıt vermiş ve gelebilecek stratejiler için yalnızca bölme işlemini ifade etmiştir (Görsel 4.14)

Görsel 4.14

MGP Öncesi Öğretmenin Öğrenciden Gelebilecek Yanıta İlişkin Yazılı Açıklaması

$$\frac{\text{Öğrenci}}{\text{Pizza}} = \frac{5}{2}$$
$$\frac{\text{Pizza}}{\text{Öğrenci}} = \frac{2}{5}$$

Öğretmen, bu ifadesinde birim olmayan bir oran verildiğinde eşit parçalara bölerek (eşit dağılımla) birim oranı bulmaya hiç değinmeksizin doğrudan bir üst karmaşıklık düzeyinde olan ‘bölmeyi kullanarak birim oranı bulma’ya yer vermiştir. Ayrıca öğretmen, MGP oturumu (eğitim) sonrası görüşmede eğitimin katkısını şöyle ifade etmiştir:

“Çocuğun kolay seviyelerdeki şeyi anlamaları bana yetiyormuş. Yani daha farklı şekilde, daha farklı anlatımlarla -eş paylaşım gibi- yöntemlerle çok daha net anlayabileceklerini, her öğrencinin anlayabileceğini gördüm burada. Daha farklı gösterimlerle netleşeceğini, ne yapılması gerektiğini anladım.”

Öğretmen, bu ifadesinde birim oranı bulurken yörüngedeki düzeylerden birini (eş paylaşım yapma yoluyla birim oranı bulma) örnek vererek farklı yöntemler kullanıldığında tüm öğrencilerin anlayabileceği konusunda farkındalık kazandığını belirtmiştir. İlgili ders gözlemine ilişkin, araştırmacı günlüğünden bir kesit ise şöyledir:

“Öğretmen, ders esnasında yörüngede yer alan ve beklenen hata ve yanlışlarla karşılaştı. Bunlar: büyüğü küçüğe bölme, yalnız bir tek birim oran olduğunu düşünme, neyi neye böleceğini bilememe. Bunlar aynı zamanda ders esnasında öğrencilerin düşüncesini anlamasını da sağladı diyebilirim.”

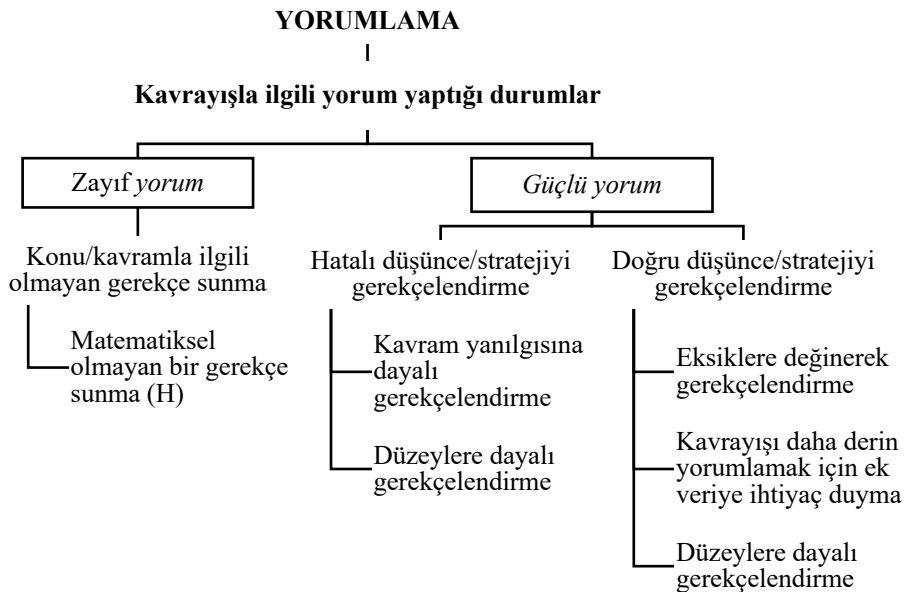
Bu bulgular, bu yörüngeye dayalı MGP oturumunun öğretmenin düşüncesini öğrencilerin düşünce/stratejilerini anlamasındaki gelişimi göstermektedir.

Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

Bu yörünge kapsamında, yorumlama bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.27’de sunulmuştur.

Şekil 4.27

Birim Oranı Bulma ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.27’de görüldüğü gibi, birim oranı bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci kavrayışı hakkında yorum yapmadığı durum saptanmamıştır. Öğretmenin kavrayış hakkında yorum yaptığı durumlar ise zayıf ve güçlü yorumlardan oluşmaktadır. Zayıf yorumları kapsamında, konu kavramla ilgili olmayan gerekçe sunduğu; güçlü yorumları kapsamında, hatalı ve/veya doğru düşünce/stratejileri çeşitli yollarla gerekçelendirdiği görülmüştür.

i. Zayıf yorum

Zayıf yorumlar kapsamında, oran orantı konusu ile ilgili olmayan bir gerekçe sunarak yorum yaptığı bir (1) durum bulunmaktadır. Bu duruma (V2) ilişkin öğretmenin yorumu şöyledir:

“Tabloya baktığımda da grafiğe yerleştirirken bile sayıları düzgün yazamamış. Eş dağıtımını yapabiliirdi, şekille gösterebilirdi. Direkt ezbere, benim yaptığım işlemleri taklit düzeyinde. Anlamaktan çok oraya yöneliyor, hep benim yaptığımı taklit etmeye çalışmış, anlamaya çalışmamış. Birim oranı anlamamış.”

Öğretmen hatalı yanıtı sahip bu öğrencinin hatasını açıklamış ancak hatanın kaynağı hakkında, öğrencinin problemi öğretmeni taklit ederek, ezbere şekilde çözdüğünü belirterek yalnızca matematiksel olmayan bir gerekçe sunmuştur. Ayrıca bu gerekçe öğrenci kaynaklı bir gerekçedir.

ii. Güçlü yorum

Güçlü yorumlar kapsamında, öğretmenin hatalı düşünce/stratejilere yönelik kavram yanılgısına dayalı ve/veya düzeylere dayalı gerekçelendirme yaptığı; doğru düşünce/stratejilere yönelik eksiklere dayalı, düzeylere dayalı gerekçelendirme yaptığı ve/veya kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyduğu görülmüştür.

Öğretmenin kavram yanılgısına veya düzeylere dayalı olarak gerekçelendirme yaptığı duruma örnek olarak (Y3) kavrayışı hakkındaki yorumu şöyledir:

“Tam olarak birim oranı anlayamadığını düşündüm ben bu öğrencinin. Açıkçası tam kavrayamamış. Diğer seviyelere de geçemediğini söyleyebilirim öğrencinin, çünkü burada mesela 5’ü 3’e bölmüş, büyüğü küçüğe bölme hemen akla ilk gelecek şeyi yapmış. Bu öğrencinin birim oranı anlamadığını düşünüyorum, hiçbir seviyesinde. Kavrayışın gerçekleşmediğini, eş paylaşımıyla bile yapmadığını, şekil üstünden bile yapmadığını, yani ‘burada niye eş paylaşım yapılır, ben bunu bir paylaştırayım’ diye bir düşünceye bile gitmediğini, kavrayamadığını düşünüyorum.”

Öğretmen, bu yorumunda öğrencinin birim oranı kavramadığını ifade etmiş ve nedenini gerekçelendirmiştir. Yorumunda, hatanın kaynağına dayalı olarak “büyüğü küçüğe bölme hemen akla ilk gelecek şeyi yapmış” diyerek kavram yanılgısına değinerek

gerekçelendirmede bulunmuştur. Bunun yanı sıra düzeye dayalı gerekçelendirmesinde, “eş paylaşım ile bile yapmadığını, şekil üstünden bile yapmadığını, ‘burada niye eş paylaşım yapılır, ben bunu bir paylaştırayım’ diye bir düşünceye bile gitmediğini...” şeklinde yörüngedeki alt karmaşıklık düzeylerinde yer alan *eş paylaşım* kavramına atıfta bulunmuştur. (Birim oranı bulma yörüngesinde ‘eş paylaşım (adil paylaşım veya eşit paylaşım) yoluyla birim oranı bulma’ ile kastedilen şudur: Örneğin, *Selma*: 3kişi oranında “her 1 kişi için ne kadar elma?” sorusuna cevap verirken doğrudan bölme işlemi yaparak, $\frac{5}{3}$ şeklinde yanıt vermeden önce, her 1 elmayı 3 kişiye eşit şekilde paylaşım fikrinin, informal yollarla örneğin çizimle anlatılmasıdır. Bunu yaparken farklı stratejiler uygulanabilir. Örneğin, her bir elmayı 3 eş parçaya bölme veya önce kişilere 1'er elma dağıtıp artanların her birini 3 parçaya bölme gibi.)

Doğru düşünce/stratejilere yönelik olarak, düzeylere ve eksikliklere dayalı gerekçelendirmede bulunduğu duruma örnek olarak öğretmenin, Y1 hakkındaki yorumu şöyledir: “Şimdi bu öğrencimizin, herhangi birim olmayan oran için, bölme işlemini kullanarak, iki birim oranı da bulmayı yapabilmiş öğrenci. Ama grafik çizememiş, en son düzeye geçememiş. Anlamış diyorum ben.” Bu yorumunda öğretmen, öğrencinin birim oranı kavradığını ifade etmiş ve bu kavrayışını “herhangi bir (birim oran olmayan) oran için” veya “bölme işlemini kullanarak” ifadeleriyle yörüngedeki düzeylere atıfta bulunarak gerekçelendirmiştir. “...grafik çizememiş, en son düzeye geçememiş...” diyerek doğru kavrayışın içindeki eksik noktaya değinmiş, bunu da düzeylere dayalı olarak yapmıştır. Çünkü grafik çizme, yörüngede yer alan bir üst karmaşıklık düzeyidir.

Bir başka öğrenci hakkında (Y4) benzer şekilde, yani düzeylere ve/veya eksikliklere dayalı gerekçelendirme ile şöyle yorum yapmıştır:

“Bu öğrencinin, 3. düzeyde, bir birim oran verildiğinde diğer birim oranı bulmayı çok güzel yapabildiğini, iki birim oranı da çok rahatlıkla bulabildiğini, fakat sayıların, birisi 1 olduğunda diğeri tam düştüğü durumlar için. Birim olmayan oranlar verildiğinde ise hiçbir yorum yapamadığını düşünüyorum.”

Öğretmen, bu yorumunda sunduğu gerekçede birim oran olmayan herhangi bir oran verildiğinde birim oranı bulamadığını belirterek öğrencinin doğru kavrayışının içerisindeki eksik noktalara da değinmiştir. Diğer bir ifadeyle eksik noktalara değinirken de düzeylerden yola çıkmıştır.

Öğretmenin öğrencinin kavrayışını gerekçelendirdiği ancak bununla sınırlı kalmayıp kavrayış hakkında net bir çıkarımda bulunmak ihtiyacı ile daha fazla veriye ihtiyaç

duyduğunu belirttiği durumlar (V1) olmuştur. Bu duruma ilişkin öğretmenin yorumu şöyledir:

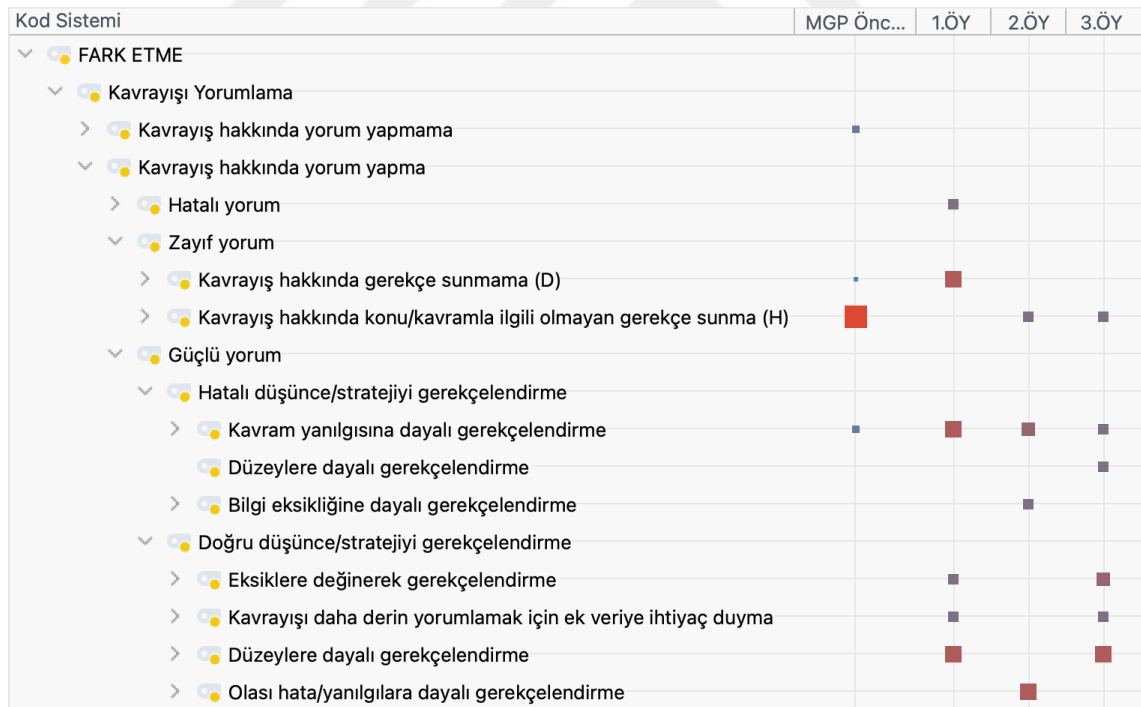
“Şimdi sadece bu yaptıklarına bakacak olursak, ki ileri düzeyde de olabilir ama sadece bu yaptıklarına bakarak öğrencimin herhangi bir birim olmayan oran verildiğinde, eş paylaşım yaparak birim oranları bulmalarını sağlamıştır. Bölme işlemi kullanarak da yapabilirlerse daha iyi anladığını söyleyebiliriz.”

Öğretmen, yorumunda öğrencinin eş paylaşım yoluyla birim oranı bulabildiğini belirtmekte, bu ifadesiyle öğrencinin doğru kavrayışına değinmektedir. Ancak daha karmaşık düzey olan doğrudan bölme yoluyla birim oranı bulabildiğini görmeye ihtiyaç duyduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenin birim oranı bulma yörüngesi sonunda yorumlama becerisindeki gelişim Şekil 4.28’de sunulmuştur.

Şekil 4.28

Birim Oranı Bulma ÖY Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim



Şekil 4.28’de görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (3. ÖY) öğretmenin kavrayış için gerekçe sunmadığı herhangi bir durum saptanmamış, matematiksel olmayan gerekçe sunduğu bir (1) durum saptanmıştır. Bu yörünge kapsamında güçlü yorumların zayıf yorumlara kıyasla yoğunlukta olduğu görülmüştür. Güçlü tema altında yeni ortaya çıkan kategori: hatalı düşünce ve stratejilere yönelik düzeylere dayalı gerekçelendirme’ dir.

Düzeyle dayalı gerekçelendirme kategorisi hatalı ve doğru düşünce/strateji bütün olarak ele alındığında en yoğun kategoridir. Bu bulgu, birim oranı bulma yörüngesindeki karmaşıklık düzeylerinin kavrayışı yorumlamada etkin rol oynadığını göstermektedir.

MGP kapsamında yapılan, ilgili yörüngeye dayalı eğitim oturumu sonrası görüşmede öğretmene oturumun sağladığı katkılar sorulduğunda öğretmen şu açıklamayı yapmıştır:

“Bu şekilde öğrencinin öğrenme düzeylerini bilmeden önce çocuğu yorumlarken ben mesela sadece tam sayıyı bölüp bulduğunda, çocuğun birim oranı öğrendiğini düşünürdüm. Gayet hani birisi 1 olduğunda diğeri tam sayı çıktığında öğrencinin öğrenmesini tamamladığını düşünürdüm. Fakat şimdi burada düzeyle baktığımda hiç birbirine bölünmeyen sayıların da birim oranı var tabi ki- çünkü gerçek hayatta hiç birbirine bölünmeyen durumlarla karşılaşacak, biri 1 olduğunda diğeri tam sayı olmak zorunda değil- o yüzden bunu yorumlamasının da önemli olduğunu, bu düzeyleri görünce daha net anladım. Onun üstünde de durmak gerektiğini daha net anladığımı söyleyebilirim.”

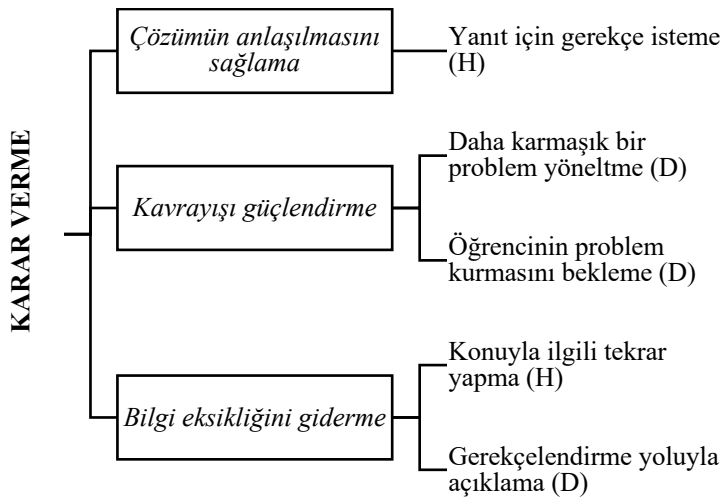
Öğretmen bu açıklamasında yörüngedeki düzeylerin öğrencinin kavrayışını daha derin yorumlamasına katkı sağladığını belirtmiş, buna örnek olarak ise düzeylerden biri olan ‘tam sayı olmayan nicelikler için birim oranı’ konusunu yararlı bulduğunu ifade etmiştir.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Birim oranı bulma ÖY kapsamında, öğretmenin öğrencilerin kavrayışlarına dayalı verdiği kararlarının analizinden elde bulgular Şekil 4.29’da sunulmuştur.

Şekil 4.29

Birim Oranı Bulma ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.29’da görüldüğü gibi, birim oranı bulma ÖY kapsamında öğretmenin kararları şunlardır: i. çözümün anlaşılmasını sağlama, ii. kavrayışı güçlendirme ve iii. bilgi eksikliğini giderme.

i. Çözümün anlaşılmasını sağlama

Çözümün anlaşılmasını sağlama teması altında öğretmen, hatalı bir düşünce/stratejiye (V2) yönelik, öğrenciden yanıt için gerekçe istediği görülmüştür. Öğretmenin öğrenci ile ders esnasındaki ilgili diyalog şöyledir:

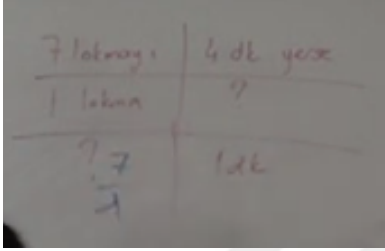
Öğretmen : Şimdi bakalım, birisi gelsin tahtaya, gel.

Öğrenci : <Tabloda ikinci satıra 1 dk için 7/4 oranını yazar>

Öğretmen : Neden bize bir anlatır mısın?

Görsel 4.15

V2'nin Tahtadaki Yanıtı



Diyalogda öğretmenin öğrenciden “Neden bize bir anlatır mısın?” şeklinde gerekçe istediği görülmektedir.

ii. Kavrayışı güçlendirme

Öğretmenin öğrencinin kavrayışını güçlendirme yolları *öğrenciye karmaşık bir problem yöneltme* veya *öğrenciden problem kurmasını bekleme*'dir. Bu kararlar doğru düşünce/stratejiye yönelik kararlardır. Öğretmen, öğrenciye karmaşık bir problem yönelttiği durumda (Y1), kararını şöyle ifade etmiştir:

“Grafik üstünden bir soru sormayı tercih ederim. Hazır grafik verip, hiçbir şeyini bulmadan grafikten birim oranları çıkarmasını tercih edebilirim. Önce hiç birim oranı vermeden direkt grafikten bulmasını isteyebilirim, çünkü diğer düzeylere zaten ulaşmış sadece grafik kısmında hata yapmış, orayı anlayamadığını düşünüp grafik üstünden çalışabilirim diyorum.”

Bu açıklamasıyla öğretmen, öğrencinin anlamadığı düzeyle ilgili problem yöneltceğini ifade etmiştir.

Benzer şekilde, V1 hakkında da anlık kararında karmaşık bir problem yöneltmiştir. Bu kararıyla ilgili öğretmenin yansıtıcı görüşmedeki ifadesi şöyledir:

“Çok büyük sayılar verildiği zaman her seferinde çocuklar bu eş paylaşımı şekil üstünde gösteremeyeceklerdir, dolayısıyla bu şekilde tabloyla da dikey ilişkiyi kurarak bir sonraki aşamada birim oranı bulmalarını beklerim. Yörüngeye göre de 5. düzeydeki bölmeyi kullanarak her iki birim oranı da bulmaya geçmesini beklerim.”

MGP öncesi öğretimine yönelik ön görüşmelerde, öğretmen birim oranı bulma konusunda öğrencilere yönelteceği problem hakkında şöyle açıklama yapmıştır:

“Birimi bulmak bir konu zaten. Birim fiyatını buldurmak, bununla ilgili nasıl bir örnek, o kadar çok yaptık ki, hemen bir örnek düşüneyim birim ile ilgili. İşte 5 kalemin, ama bu kadar basit de söylemek istemiyorum, 5 kalemin 20 lira olduğunda, birimin 4 lira olacağı zaten hemen aklına gelir çocuğun. Bunun daha zor, daha karmaşık durumları var birimle ilgili. Mesela şöyle de yapabilir ama, bir kalem kaç TL diye de yapabilir, bu mesela 20 bölü 5 ile bulunur, bu kalemin birim fiyatını verir - biraz saçma olacak ama - 5'i 20'ye böldüğümüzde de 1 TL'ye ne kadar kalem alınacağı, hani tersini de çünkü şey yapan, daha mantıklı soru tipleri oluyor, birini birine bölüyor, bir tanesinin fiyatını nasıl bulurum, hangisinin bir adet olduğunu, 1 TL'ye kaç kalem düşer gibi de...”

Öğretmenin bu açıklamasına ilişkin yazılı ifadesi Görsel 4.16'da sunulmuştur.

Görsel 4.16

MGP Öncesi Öğretmenin Birim Oran Konusunda Problem Örneği

Handwritten text showing a problem and its solution:

5 kalem 20 TL $\Rightarrow$ 1 kalem kaç

$\frac{20}{5} \Rightarrow$ Kalem'in birim fiyat

$\frac{5}{20} =$ 1 TL'ye kaç kalem düşer

Bu açıklamasından da anlaşılacağı gibi, öğretmen öğrencilere yöneltmek için karmaşık problem bulmakta zorluk yaşamış, bu konuda üretken olamamıştır. Öğretmenin bu açıklaması, öğrenme yörüngelerinin, içerdiği düzeyler itibarıyla öğrenciye daha karmaşık problem yöneltmede dolayısıyla da karar verme becerisinde etkili olduğunu ortaya koyması açısından bulguları destekler niteliktedir.

Kavrayışı güçlendirme teması altında diğer bir kategori olan *öğrenciden problem kurmasını bekleme* kategorisine örnek olarak, öğrenciye (Y2) yönelik kararı sorulduğunda öğretmen şöyle yanıt vermiştir:

“Şöyle bir soru sorarım, kendisinin bir örnek verip grafiğini çizmesini isterim mesela bu öğrencinin de kendisinin bir soru oluşturmasını. Artık kendisinin yaratmasını isteyebilirim böyle bir problem durumunu, kendisinin mantıklı bir şekilde birim oranları bulabileceği bir problem durumu oluşturmasını isterim ki daha da iyi anlasın.”

Öğretmen bu kararında doğru yanıt veren öğrenciden, öğrencinin kendisinin yeni bir problem oluşturmasını, yaratmasını isteyeceğini belirtmiştir.

iii. Bilgi eksikliğini giderme

Bilgi eksikliğini giderme teması altında, hatalı düşünce/stratejiye yönelik *konuyla ilgili tekrar yaptığı*, doğru düşünce/stratejiye yönelik ise *gerekleştirme yoluyla açıklama* yaptığı görülmüştür. Örneğin, öğretmenin öğrenciye (Y3) konu hakkında tekrar yapacağını belirttiği kararı şöyledir: “Bu öğrenciye basit sayılarla örnek vererek, 1. düzeyden, nasıl bir örnek verilebilir, 2’ye 6 gibi, 6 tane portakal 2 TL ise gibi daha basit örnekler ve sayıları kullanarak işte şekil üstünden anlatarak, eş paylaşım yapmasının bir kere daha üstünden geçilebilir.” Öğretmen kararında, “eş paylaşım yapmanın üstünden geçmek” yoluyla tekrar yapacağını belirtmiştir.

Öğretmenin öğrenciye (Y4) *gerekleştirme yoluyla açıklama* yapacağını belirttiği kararı ise şöyledir: “Bu öğrenciye birim olmayan bir oranla örnek verip, günlük hayatında çok kullandığı, karşılaşılabileceği bir durumla, eş paylaşım yaptırarak şekillerle, niçin böldüğünü anlatarak...yanıt veririm.”. Bu kararında, öğrencinin doğru stratejisine rağmen birim oranı bulmayı eş paylaşım ile görselleştirerek neden bölme yapıldığını gerekçelendiren bir açıklamada bulunacağını belirtmiştir. Öğretmenin birim oranı bulma yörüngesi sonunda karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.30’da sunulmuştur.

Şekil 4.30

Birim Oranı Bulma ÖY Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY	2.ÖY	3.ÖY
▼ FARK ETME				
▼ Yanıt Karar Verme				
> Problemin anlaşılmasını sağlama	■			
▼ Çözümün anlaşılmasını sağlama				
> Çözümü açıklama (D,H, BD)	■			
> Çözüme yönlendiren soru sorma (BD)	■			
Yanıt için gerekçe isteme (H)				■
▼ Kavrayışı güçlendirme				
> Yanıtı gerekçelendirme (D)			■	
> Daha karmaşık bir problem yöneltme (D, H)			■	■
Öğrencinin problem kurmasını bekleme (D)				■
> Stratejileri geliştirme		■	■	
▼ Bilgi eksikliğini giderme				
> Konuyla ilgili tekrar yapma (D)			■	■
> Gerekçelendirme yoluyla açıklama (D)				■
> Konu/kavramı farklı temsiller kullanarak açıklama (H)			■	
> Kavram yanlışlığını giderme	■	■		
> Değerlendirme yapma	■		■	
> Diğer kararlar	■	■		

Şekil 4.30’da görüldüğü gibi, birim oranı bulma yörüngesi kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden yeni ortaya çıkan kategoriler: çözümün anlaşılmasını sağlama teması altında *yanıt için gerekçe isteme*; kavrayışı güçlendirme teması altında *öğrencinin problem kurmasını bekleme*; bilgi eksikliğini giderme teması altında *gerekçelendirme yoluyla açıklama yapma*’dır. En yoğun kategori, *daha karmaşık bir problem yönetme*’dir. MGP öncesi *çözümün anlaşılmasını sağlama* teması altında yer alan kararları *çözümü açıklama* ve *çözüme yönlendiren soru sorma* şeklinde iken, bu yörüngede hem *çözümün anlaşılmasını sağlama* hem de *bilgi eksikliğini giderme* temaları altında öğretmenin *öğrenciden gerekçe istemesi* ve kendi *gerekçe sunarak açıklama yapması*, bu yörüngenin gerekçelendirme olgusuna yönelik rolünü ortaya koymaktadır.

4.2.1.3.2 Birim oranı bulma öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Birim oranı bulma öğrenme yörüngesi kapsamında öğretmenin matematiksel söylemlerine ilişkin bulgular Tablo 4.7’de sunulmuştur.

Tablo 4.7

Birim Oranı Bulma Öğrenme Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söyleme İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel aracı	Rutinler
<i>Denk oran kavramı:</i>	<i>Birim oran kavramı:</i>	<i>Yazılı ifadeler</i>	<i>Problem türündeki rutinler:</i>
- Denk oran - Aynı oran - Oranın sabit kalması - Sıfıra sıfır noktası	- İki çokluktan birinin bir tanesi için diğer çokluktan kaç tane düştüğü birim oranla ifade edilebilir.* - Birim oran olması için iki çokluktan birinin 1 olması gerekir. - İki çokluğun her biri için olmak üzere, iki türlü birim oran yazılabilir. (yeni) - Birim oranda çokluklardan birisi 1 iken, temel oranda 1 olmayabilir. (yeni)	- Sembol ve gösterimler - Oklar* - İşlemler -Çarpma-bölme	Herhangi bir oran için iki birim oranı bulma (2dk:3lokma oranı için, 1dk: xlokma veya xdk:1lokma) (yeni)
<i>Temel oran kavramı:</i>		<i>Şekil ve diyagramlar</i>	<i>Sorularındaki rutinler:</i>
- Temel oran - En sade hali		- Tablo (2xn’lik)* - Grafik (Çizgi) - Çizim	Nasıl paylaştırırsınız? (yeni)
<i>Birim oran kavramı:</i>			<i>Problem çözme stratejilerinde rutinler:</i>
- Birim oran - Birim başına düşen - Her 1’e...			- Oran tablosunda değişim çarpanı - Birim oranı bulmada eş paylaşım (yeni)
<i>Birim oran oluşturma:</i>	<i>Birim oran oluşturma:</i>		
- Birim oranı bulma - Eş paylaşım-eş parçaya ayırma* - Bölme işlemi	Herhangi bir oranda birim oranları bulmak için eş paylaşım yapılır. (yeni)		

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna ‘yeni’ yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin kelime kullanımında, görsel araçlarında ve onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, *rutinler* sütununda belirtilmiştir.

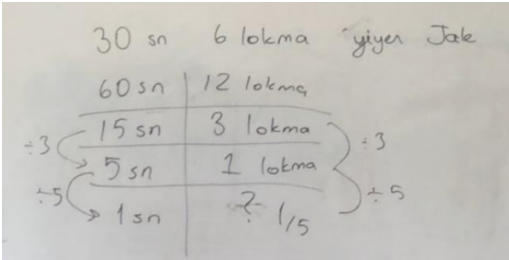
Tablo 4.7’de görüldüğü gibi, birim oranı bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin kelime kullanımı *denk oran*, *temel oran*, *birim oran* kavramlarına yöneliktir. Öğretmenin, denk oran kavramı ile ilgili ‘aynı oran’, ‘oranın sabit kalması’ ifadelerini; temel oran ile ilgili ‘en sade hali’ ifadesini kullandığı görülmektedir. Birim oran ile ilgili ise MGP öncesinde kullandığı kelimeleri kullanmayı sürdürdüğü görülmektedir.

Birim oranı bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin onaylanmış ifadeleri büyük oranda yeni ortaya çıkmıştır. *Birim oran* kavramı bağlamında, MGP öncesi olduğu gibi birim oranın tanımına yer vermiş, MGP öncesinden farklı olarak ise, herhangi bir oran için iki türlü birim oran oluşturulabileceği fikrine ve birim oran ile temel oranın farkına yer vermiştir. *Birim oranı bulma* bağlamında ise, MGP öncesi onaylanmış ifadelerinde bölme işlemi ile yapılacağına yönelik açıklamalarda bulunurken, bu yörüngede eş paylaşım ile bulunacağını vurgulayan açıklamaları bulunmaktadır. Bu yörüngede düzeylerde doğrudan bölme işlemi ile birim oranı bulmak, eş paylaşım yaparak birim oranı bulmaya göre daha karmaşık bir düzeydir. Bu nedenle öğretmen, öğrencinin neden bölme işlemi yapması gerektiği fikrini anlaması için bölmenin içerdiği anlamı informel yollarla açıklamaktadır. Böylelikle MGP öncesi birim oranı bulmada rutinlerini oluşturan “Bize ne soruluyorsa ona bölünür.”, “Bölmeyi yazarken, paydaya bize sorulan yazılır.” şeklindeki ezbere ifadeler bu yörüngede rastlanmamıştır. Öğretmenin diğer (matematiksel kavramlar dışındaki) onaylanmış ifadelerinde ise yine tablo ve grafik çizimi hakkında açıklamalar yaptığı görülmüştür.

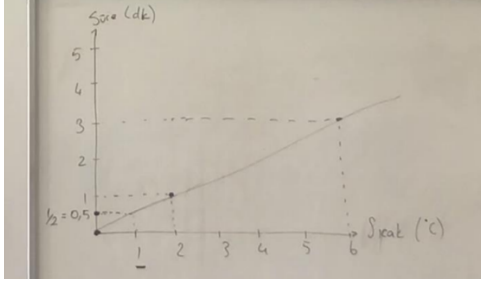
Görsel araçlarda, çarpma-bölme işlemleri, $2 \times n$ ’lik oran tabloları ve yön belirten okların kullanıldığı ve kesir sembolü ile gösterime yer vermediği görülmektedir. Öğretmenin bu yörüngede kullandığı görsel araçlarına örnekler Tablo 4.8’de sunulmuştur.

Tablo 4.8

Öğretmenin Birim Oranı Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	• Tablo($2 \times n$’lik) • Oklar	Oran tablosu üzerinde birim oranı bulma

Tablo 4.8*Öğretmenin Birim Oranı Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Aracılara Örnekler*

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	▲ Grafik (çizgi)	Birim oranı grafik üzerinde gösterme

Rutinleri kapsamında, öğretmenin kelime kullanımında “eşit paylaşım”, onaylanmış ifadelerinde ise ‘birim oranı bulmada eş paylaşım yapma’ya yönelik açıklamaları öğretmenin bu yörünge kapsamında aynı zamanda rutinlerini oluşturmaktadır. MGP öncesi yalnızca kelime kullanımında *eşit dağıtım* kelimesine rastlanmış olsa da bu yörünge kapsamında bunun rutin haline geldiği görülmektedir. Problem tipindeki rutinleri de MGP öncesine göre çeşitlilik göstermektedir. Yalnızca bir birim oranı bulmaya yönelik problem tipi, her iki nicelik için de birim oranı bulmaya yönelik problemlere dönüşmüş; nicelikleri tam sayı olan birim oranlar dışında nicelikleri tam sayı olmayan (ondalık gösterimli veya kesirli sayı olan) oranlara da problemlerde yer vermeye başlamıştır. Sorularındaki rutinler ise “Nasıl paylaştırırız?” şeklinde öğrenciye yönelttiği sorulardır. Özetle bu yörünge kapsamında öğretmen bir $a : b$ oranı için iki farklı birim oran bulunabildiği düşüncesini benimsemiş ve birim oranı bulmada MGP öncesindeki gibi ezbere ifadelerle doğrudan bölme stratejisine yönlendirmek yerine eş paylaşımına öncelik vermiş ve bunlar öğretmenin rutini haline gelmiştir.

4.2.1.4 Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesi sonundaki gelişim

Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesi (1. küme) sonundaki gelişime ilişkin bulgular, sırasıyla fark etme becerisindeki ve matematiksel söylemlerindeki gelişim başlıkları altında sunulmuştur.

4.2.1.4.1 Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesi sonunda fark etme becerisine ilişkin gelişim

Birimci küme olan “Anahtar oran ilişkilerini bulma” kümesi sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim Şekil 4.31’de sunulmuştur.

Şekil 4.31

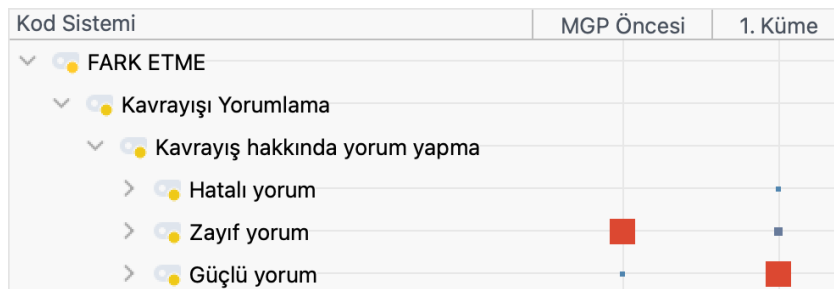
1. Küme Sonunda Dikkat Etme Bileşeni İçin Gelişim



Şekil 4.31’de görüldüğü gibi, 1. küme ile birlikte öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejilerini anlama ve bunu ifade etme becerisinde artış gözlenmiştir. MGP öncesi düşünce/stratejiyi anlamadığı veya zayıf açıklama yaptığı durumlara yönelik kümelenme, 1. küme sonunda zayıf ve güçlü açıklamalara doğru yayılım göstermiştir. Bu yayılım özellikle, öğretmenin güçlü açıklamalar kapsamında yer alan doğru veya hatalı düşünce/stratejilere yönelik olarak daha detaylı açıklamalar yapmaya başlamasıyla gerçekleşmiştir. Bu detaylı açıklamalarda, olası hata ve yanılgılara, zorluklara, beklentilere, kullanılan temsillere değinme gibi pek çok yeni kategoriyi de saptanmıştır. Kümenin son yörüngesinde stratejileri eksiksiz ifade etme kategorisi en yoğun kategori olduğu, bununla birlikte zayıf açıklamaların önceki yörüngelere kıyasla azalmış olmasına rağmen hala mevcut olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca bu küme sonunda matematiksel dil ve kavram kullanımındaki hataları ortadan kalkmıştır. Bu küme sonunda öğretmenin yorumlama becerisi için gelişimi Şekil 4.32’de sunulmuştur.

Şekil 4.32

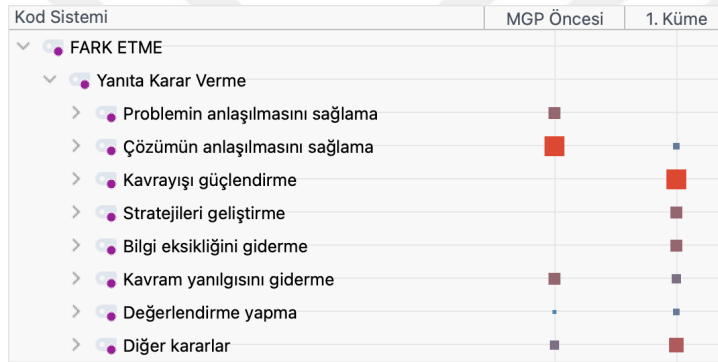
1. Küme Sonunda Yorumlama Bileşeni İçin Gelişim



Şekil 4.32’de görüldüğü gibi 1. küme ile birlikte öğretmenin yorum yapmadığı durumlar ortadan kalkmıştır. Öğrenci düşüncesini anlamadığı için hatalı yorumda bulunduğu olmuştur. MGP öncesi zayıf yorumlardaki kümelenme, 1. Küme sonunda güçlü yorumlara doğru yayılım göstermiştir. Bu yayılım özellikle, öğretmenin doğru/hatalı düşünce/stratejilere gerekçelendirmeler yapmaya başlamasıyla gerçekleşmiştir. Bu gerekçelendirmeler, pek çok yeni kategoriden oluşmakla birlikte özellikle yörüngedeki düzeylere dayalı gerekçelendirmelerde yoğunluk görülmektedir. Bu küme sonunda karar verme bileşeni için gelişim Şekil 4.33a ve Şekil 4.33b’de sunulmuştur.

Şekil 4.33a

1. Küme Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim (Temalar)



Şekil 4.33a’da görüldüğü gibi 1. kümede yeni temalar ortaya çıkmıştır. Bunlar: *kavrayışı güçlendirme*, *stratejileri geliştirme*, *bilgi eksikliğini giderme*dir. En yoğun temalar MGP öncesinde *problem anlaşılmamasını sağlama* ve *çözümün anlaşılmamasını sağlama* iken 1. küme sonunda *kavrayışı güçlendirme*’dir. Her iki süreçte yer alan temalar (amaçlar) altındaki kategoriler (eylemler) ise iki süreçte farklılık göstermektedir. Bunlar Şekil 4.33b’de detaylı görülmektedir.

Şekil 4.33b

1. Küme Sonunda Karar Verme Bileşeni İçin Gelişim (Kategoriler)

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. Küme
▼ FARK ETME		
▼ Yanıta Karar Verme		
▼ Problemin anlaşılmasını sağlama		
> Problemden verileri/istenileni açıklama/hatırlatma (H)	■	
> Problemden geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma (H)	■	
> Problemden düzenleme yapma (D)	■	
▼ Çözümün anlaşılmasını sağlama		
> Çözümü açıklama (D,H, BD)	■	
> Çözüme yönlendiren soru sorma (BD)	■	
> Yanıt için gerekçe isteme (H)		■
▼ Kavrayışı güçlendirme		
> Yanıtı gerekçelendirme (D)		■
> Daha karmaşık bir problem yöneltme (D, H)		■
> Öğrencinin problem kurmasını bekleme (D)		■
▼ Stratejileri geliştirme		
> Belirli bir stratejiye yönlendiren soru/problem yöneltme (D)		■
> Farklı stratejilerin keşfedilmesine imkan tanıma (D)		■
▼ Bilgi eksikliğini giderme		
> Konuyla ilgili tekrar yapma (H)		■
> Gerekçelendirme yoluyla açıklama (D)		■
▼ Kavram yanlışlığını giderme		
> Diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/ hatırlatma yapma (H)	■	
> Gerçek yaşamla ilişkilendirerek düşündürme (H)	■	■
▼ Değerlendirme yapma		
> Kavrayışı sınamak için aynı türde problem yöneltme (BD)	■	
> Ön bilgilerini yoklamak için problem yöneltme (H)		■
▼ Diğer kararlar		
> Yalnızca yanıtın hatalı olduğunu belirtme (H)		■
> Öğrencinin ifadesini tekrar etme (D)	■	■
> Farklı öğrencilerden yanıt isteme (H)		■
> İlgisiz açıklama yapma (BD)	■	

Şekil 4.33b’de görüldüğü gibi 1. küme sonunda pek çok yeni kategori ortaya çıkmıştır. En yoğun kategoriler ise MGP öncesinde *çözümü formel yolla açıklama* iken 1. küme sonunda *daha karmaşık bir problem yöneltme*’dir. MGP öncesinde yer alan temalar bağlamında, *kavram yanlışlığını giderme*, *değerlendirme yapma* ve *diğer kararlar* temalarına ait kategorilerde 1. küme sonunda farklılık görülmektedir. Ayrıca kategorilerde birden çok defa tekrar eden kavram MGP öncesinde ‘açıklama’ iken, 1. küme sonunda ‘problem yöneltme’dir. Bu kategoriler: *daha karmaşık bir problem yöneltme*, *belirli bir stratejiye yönlendiren bir problem yöneltme*, *kavrayışı sınamak için problem yöneltme* ve *ön bilgileri yoklamak için problem yöneltme*’dir. Öğretmen problem

yöneltme konusunda gelişim göstermiştir. Diğer yandan 1. Kümede yeni ortaya çıkan kategoriler incelendiğinde MGP öncesinden farklı olarak öğrencileri işe koşan kategorilerin bulunduğu görülmektedir. Bunlar: *öğrenciden yanıt için gerekçe isteme, problem kurmasını bekleme, farklı stratejilerin keşfedilmesine imkân tanıma*’dır.

Tablo 4.9’da yer alan veriler, 1. küme sonunda öğretmenin ders anındaki anlık kararlara yönelik yansıtıcı karar türlerindeki değişimi göstermektedir.

Tablo 4.9

1. Küme Sonunda Öğretmenin Anlık Kararları Hakkındaki Yansıtıcı Kararlarındaki Değişim

Yansıtıcı karar türü	MGP öncesi		1. Küme	
	n	%	n	%
Anlık kararını yineler ve/veya destekler	8	66,7	6	60
Anlık kararına ek, alternatif bir karar sunar	2	16,7	3	30
Anlık kararı yerine farklı bir karar sunar	2	16,7	1	10
Toplam	12	100	10	100

Tablo 4.9’a göre, öğretmen 1. küme sonunda, ders esnasında verdiği 10 anlık karara ilişkin yansıtıcı kararlarının 6’sında (%60) anlık kararını desteklemiş; 3 kararında (%30) anlık kararını desteklemekle birlikte buna ek olarak alternatif bir karar sunmuş; 1 kararında (%10) ise anlık verdiği karardan farklı bir karar sunmuştur.

4.2.1.4.2 Anahtar oran ilişkilerini bulma kümesi sonunda söyleme ilişkin gelişim

Bu küme süresince, öğretmenin kelime kullanımında ve onaylanmış ifadelerinde MGP öncesinde olduğu gibi çarpımsal ilişkiye yönelik kelime ve açıklamaları kullanmayı sürdürdüğü, özellikle denk oran ve temel oran yörüngeleriyle birlikte söylemlerinde yeni kelime, tanım ve açıklamalara yer verdiği saptanmıştır. Denk oranın geometrik anlamları hakkında yeni açıklamalar ve kelimeler (sonsuz doğrusal, ışın, sıfıra sıfır); temel oranı bulmada yeni matematik konularıyla ilgili açıklamalar ve kelimeler (asal çarpanlara ayırma, EBOB) saptanmış; birim oranı bulmada problem çözme stratejileri değişmiştir. Görsel araçlarında kesir sembolü kullanmayı sürdürürken, $2x:n$ ’lik oran tablolarını her yörüngede kullanmıştır. Söylemin bu üç bileşenindeki gelişim rutinlerine de yansımış, çarpımsal ilişkilere yönelik ifadeleri rutin olmayı sürdürürken, oran tabloları ile ok kullanımı yeni rutinleri arasında yerini almıştır. Ayrıca problem türlerinde ve problem çözme stratejilerinde yeni rutinleri oluşmuştur. Bu küme ile birlikte öğretmenin yeni ortaya çıkan söylemleri bağlamında söz konusu gelişimi Tablo 4.10’da özetlenmiştir.

Tablo 4.10*1. Küme Sonunda Matematiksel Söylemdeki Gelişim*

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Denk oran kavramı:</i> - Doğrusal - Sıfıra sıfır - Işın, orijin <i>Denk oran oluşturma:</i> - Sonsuz - Daha az, daha çok miktarda* - Dikey ilişki - Gruplama <i>Temel oran kavramı:</i> - En küçük tam sayılı oran-temel oran - Aralarında asal - Tam sayı* <i>Temel oranı bulma:</i> - Asal çarpanlara ayırma-bölme algoritması - EBOB - Ortak çarpan/bölen* - En fazla/en az*	<i>Oran kavramı:</i> - İki türlü karşılaştırma yapılabilir, oran çarpımsal karşılaştırmadır. <i>Oran-kesir ilişkisi:</i> - Kesirle oran farklı kavramlardır. <i>Denk oran kavramı:</i> - Aynı çarpımsal ilişkiye sahip oranlar denk oranlardır. - Denk oranların grafiği doğrusaldır, sıfıra sıfır noktasından geçer. <i>Denk oran oluşturma:</i> - Her a için b ekleyerek denk oranlar oluşturabilir. - Sonsuz sayıda denk oran oluşturulabilir. <i>Temel oran kavramı:</i> - Ortak bölünen olmayan sayılar aralarında asal sayılardır. - Temel oran, en küçük tamsayılı orandır, nicelikleri aralarında asaldır. - Temel oran denk oranlar grafiğinde en alttaki noktadır. <i>Temel oranı bulma:</i> - Çarpanlara ayırma yoluyla temel oran bulunabilir. - Nicelikler EBOB'larına bölünerek temel oran bulunur. <i>Birim oran kavramı:</i> - İki çokluğun her biri için olmak üzere, iki türlü birim oran yazılabilir. - Birim oranda çokluklardan birisi 1 iken, temel oranda 1 olmayabilir. <i>Birim oran oluşturma:</i> - Herhangi bir oranda birim oranları bulmak için eş paylaşım yapılır.	<i>Yazılı ifadeler</i> - İşlemler: - Çarpanlara ayırma <i>Şekil ve diyagramlar:</i> - Grafik (Çizgi) - Çift sayı doğrusu	<i>Görsel araçlarda:</i> - Kesir sembolü $2 \times n$'lik tablo kullanımı - Oklar <i>Kelime kullanımında:</i> - Çarpımsal ilişki, çarparak, kat. vb. <i>Problem türlerinde:</i> - Denk oran problemleri (yeni) - EBOB problemleri (yeni) - Herhangi bir oran için iki birim oranı bulma (yeni) <i>Problem çözme stratejilerinde:</i> - Oran tablolarında değişim çarpanı bulma (yeni) - Birim oranı bulmada eş paylaşım (yeni)

Not. Bu tabloda yalnızca 1. kümede yeni ortaya çıkan kelimeler, görsel araçlar ve onaylanmış ifadelere yer verilmiştir.

1. küme sonunda öğretmenin kullandığı görsel araçlarındaki gelişim Şekil 4.34'te sunulmuştur.

Şekil 4.34a

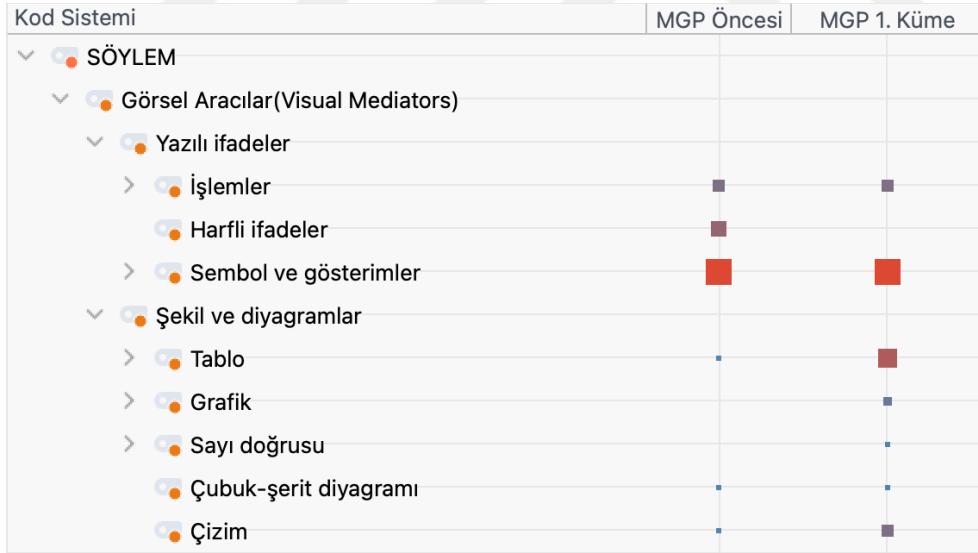
1. Küme Sonunda Öğretmenin Görsel Araçlarındaki Gelişim



Şekil 4.34a'da görüldüğü gibi, MGP öncesinde yazılı ifadelerde yoğunluk varken 1. küme sonunda bu yoğunluk şekil ve diyagramlara da dağılmıştır. Bu dağılım Şekil 4.34b'de detaylı şekilde görülmektedir:

Şekil 4.34b

1. Küme Sonunda Öğretmenin Görsel Araçlarındaki Gelişim



Şekil 4.34b'de MGP öncesinde sırasıyla *sembol ve gösterimler*, *harfli ifadeler* ve *işlem* kullanımında yoğunluk olduğu, 1. kümede ise *sembol ve gösterimler* ile *işlem* kullanımının yoğunluğunu koruduğu, *harfli ifadelerin* kullanılmadığı, bununla birlikte *tablo* kullanımının arttığı görülmektedir.

MGP öncesi öğretmenin görsel araçlarındaki dağılım detaylı şekilde Şekil 4.34c’de görülmektedir:

Şekil 4.34c

1. Küme Sonunda Öğretmenin Görsel Araçlarındaki Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	MGP 1. Küme
▼ SÖYLEM		
▼ Görsel Araçlar(Visual Mediators)		
▼ Yazılı ifadeler		
▼ İşlemler		
Çapraz çarpım algoritması	■	
Bölme algoritması/asal çarpanlara ayırma		■
Çarpma-bölme	■	■
Harfli ifadeler	■	
▼ Sembol ve gösterimler		
Oklar	■	■
/ sembolü	■	■
: sembolü	■	■
Kesir sembolü	■	■
▼ Şekil ve diyagramlar		
▼ Tablo		
2x2'lik tablo	■	
2xn'lik tablo	■	■
▼ Grafik		
Çizgi		■
▼ Sayı doğrusu		
Çift sayı doğrusu		■
Çubuk-şerit diyagramı	■	■
Çizim	■	■

Şekil 4.34c’de görüldüğü gibi, MGP öncesinde *kesir sembolü* ve *harfli ifadeler* yoğunlukta iken, 1. kümede *2xn’lik oran tabloları* ve *ok* kullanımı yoğundur. Ayrıca bu kümede *çift sayı doğrusu*, *asal çarpanlara ayırma* yeni ortaya çıkan görsel araçlardır. *Çarpma bölme işlemleri*, *çizimler*, *şerit diyagramı* her iki süreçte de kullanılmış, *çapraz çarpım algoritması* bu kümede kullanılmamıştır.

4.2.2 Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesine ilişkin bulgular

Bu kümeye ilişkin bulgular kümede yer alan üç öğrenme yörüngesi için ayrı başlıklar altında sunulmuş, ardından küme sonundaki gelişime yer verilmiştir.

4.2.2.1 Artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesine ilişkin bulgular

“Orantı Oluşturma, Karşılaştırma ve Çözme” kümesinde yer alan ilk öğrenme yörüngesi olan “Artış azalışla denk oranlar inşa etme” yörüngesine ilişkin bulgular, fark etme becerisine ve matematiksel söyleme ilişkin bulgular olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

4.2.2.1.1 Artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi fark etme becerisine ilişkin bulgular

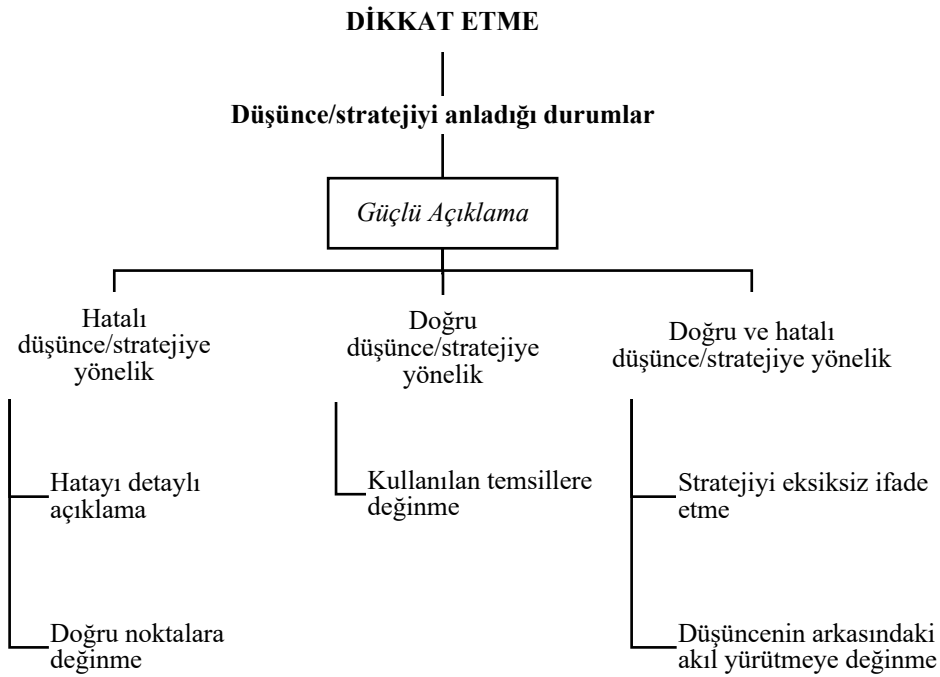
Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme, yorumlama, karar verme* bileşenleri için ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında, dikkat etme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.35’te sunulmuştur.

Şekil 4.35

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Kapsamında Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular

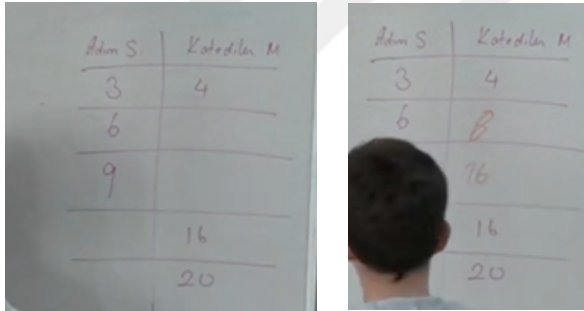


Şekil 4.35’te görüldüğü gibi, artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejilerini anlamadığı durum saptanmamıştır. Düşünce/stratejileri anladığı durumlardaki açıklamaları ise *güçlü açıklamalardan* oluşmaktadır. Güçlü açıklamaları kapsamında, hatalı düşünce/stratejilere yönelik *hatayı detaylı açıkladığı, doğru noktalara değindiği*; doğru düşünce/stratejilere yönelik *kullanılan temsillere değindiği*; *doğru/hatalı düşünce/stratejilere yönelik ise stratejiyi eksiksiz ifade ettiği, düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* saptanmıştır.

Güçlü açıklamalar kapsamında, ders gözlemine dayalı görüşmelerde öğretmenin *hatayı detaylı açıkladığı ve stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* örnek durum şöyledir (V1): Ders esnasında öğrenci, oran tablosunda verilmeyen nicelikleri Görsel 4.17’deki gibi (8 ve 16 olarak) doldurmuştur.

Görsel 4.17

Problem Durumu ve V1’in Tahtadaki Yanıtı



Adım S	Katedilen M
3	4
6	
9	
	16
	20

Adım S	Katedilen M
3	4
6	8
	16
	16
	20

Görsel 4.17’de görüldüğü gibi, öğrenci 3: 4 oranına denk oranlar oluşturma sürecinde, birer nicelikleri verilmemiş oranları 6: 8 ve 9: 16 şeklinde oluşturmuştur. Öğretmenin bu öğrencinin stratejisi hakkındaki açıklaması şöyledir:

“İlk satırlarla ikinci satır arasında her 3 için 4 ekleniyor, aslında 2 katına çıkmış da diyebiliriz bu satır için. Ama orada 2 katı görünce, hep 2 katına çıkıyormuş gibi hareket etmek istemiş- hani zaten yanlışlarda da demiştik ya zaten çocuklar 2 katına çıkmaya çalışır, bu daha basit gelir diye- burada bir örüntü yakalamaya çalışıp 2 kat 2 kat diye devam ettirmeye çalışmış.”

Öğretmen bu açıklamasında öğrencinin 3: 4 oranına denk oranlar oluşturmada ‘her 3 birim için, 4 birim ekleme’ fikrinin bilincinde olmadığını ve yeni oranlar oluşturmak için nicelikleri doğrudan 2 ile çarptığını ifade ederek hatayı detaylı açıklamıştır. Bu açıklamayı yaparken, öğrencilerin öncelikle 2 ile çarpmaya eğilimleri olduğunu, bu yolla bir örüntü yakalamaya çalıştıklarını ifade ederek stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir.

Yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerden öğretmenin, öğrencinin (Y3) düşünce/stratejisi hakkında güçlü açıklamasına örnek şöyledir:

“Bu öğrencimiz burada çarpımsal bir ilişki kurmuş, çiçek sayısı düşmesine rağmen tablodaki örüntüye dikkat ederek kapladığı alanı da 2 katına çıkarmış. Oysa çiçek sayısının düştüğünü hiç göz önünde bulundurmamış, burada hata yapmış. Diğer taraftan, 2,5’la 4’ü çarpmış, 1 ile 4’ü çarpmış, sonra ama artışa bakmış: 10’la 2,5’u toplamış 12,5 yazmış, 1’le 4’ü toplamış. Toplama stratejisini kullandığını söyleyebiliriz. Hatta son yaptığı işlemde tabloda olmayan bir değer bulup sadece toplama da değil, çıkarma da kullanarak doğru değere ulaşmış.”

Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin hatasını detaylı açıklamış; bunu yaparken “...göz önünde bulundurmamış...”, “...artışa bakmış...” ifadeleriyle hatanın arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir. Ayrıca “...çarpımsal ilişki kurmuş...”, “...toplama stratejisini kullandığını...” şeklinde stratejilerine eksiksiz olarak değinmiş, bununla birlikte “...sadece toplama da değil, çıkarma da kullanarak doğru değere ulaşmış...” şeklinde hatalı yanıtın içerdiği doğru noktalara da değinmiştir.

Benzer şekilde doğru stratejiler hakkında öğretmenin, *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği ve stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* açıklamalar şöyledir:

“Burada öğrenci hem çarpımsal ilişkiyi kullanmış hem toplama stratejisini kullanmış iki yöntem olarak. Toplama stratejisini kullanarak 40 ile 10’u toplamış, karşılık gelen 7 ile 28’i toplamış 35 bulmuş. Diğerinde çıkarma bile yapmış burada, mesela 5’ten 4’ü çıkarmış 1 bulmuş, üste gitmiş, o zaman demiş 12,5’tan da 10’u çıkarırız, karşılığına denk gelenleri de çıkarıp doğru olarak yazmış.” (Y1)

“‘10 çiçek 7 dm²’ye düşüyor, her 10 çiçek artışında 7 dm² ekledim’ demiş. ‘10’ar 10’ar arttırırken 7 eklenir, her 10 azalttığında da 7 çıkarılır’ şeklinde düşünmüş. Zaten burada kendi tablosunu da yapmış, boşlukları da doğru bir şekilde doldurarak. Burada da birim oranı ekleyerek 6’yı oluşturmuş önce, birim oranı aşamalı ekleyerek çok güzel oluşturmuş.” (Y2)

“Evet doğru, her 7 artışta 10 koyarız, burada da bir 10 azalttığım için 21 düşer diye düşünüyor herhalde, evet şu cümlesi aslında anladığını gösteriyor: 7 taneye 10... ‘5 ile çarparız’ demiş. Burada ‘5 ile çarparız’ dediği için en küçük tam sayılı oranı bulmuş sonra da 50’yi bulmak için çarpımsal bir ilişki kurmuş. Buradaysa ... ‘her 7 artışta bir 10 koyarız’ diyerek artış oluşturmuş. Bu tabloda ise diğer oranların birim orana eşit olup olmadığını sınınamış, evet hepsinin birimini bulmuş, her birinde birim 1’e 2,5 düşecek şekilde olduğu için doğrudur, denktir demiş.” (Y4)

Öğretmen bu açıklamalarında, çarpımsal ilişki, toplama stratejisi, en küçük tamsayılı oranı bulma, birim oranı bulma şeklinde stratejileri eksiksiz ifade etmiş ve beraberinde öğrencinin düşüncelerine de atıfta bulunarak stratejilerin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir. Ayrıca Y2 için yaptığı açıklamasında öğrencinin tablo temsili kullandığına da değinmiştir.

Öğretmenin artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim Şekil 4.36’da sunulmuştur.

Şekil 4.36

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Sonunda Dikkat Etme Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1.ÖY	2.ÖY	3.ÖY	4.ÖY
▼ FARK ETME					
▼ Düşünce/Stratejiye Dikkat Etme					
▼ Düşünce/stratejiyi anladığı durumlar					
> Hatalı açıklama					
> Zayıf açıklama					
> Güçlü açıklama					
▼ Hatalı düşünce/stratejiye yönelik					
Doğru noktalara değinme					
Zorluklara değinme					
> Hatayı detaylı açıklama					
▼ Doğru düşünce/stratejiye yönelik					
Eksik noktalara değinme					
Beklentilere değinme					
Olası hata/yanılgılara değinme					
▼ Doğru/hatalı düşünce/stratejiye yönelik					
> Stratejiyi eksiksiz ifade etme					
> Düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme					
> Kullanılan temsillere değinme					

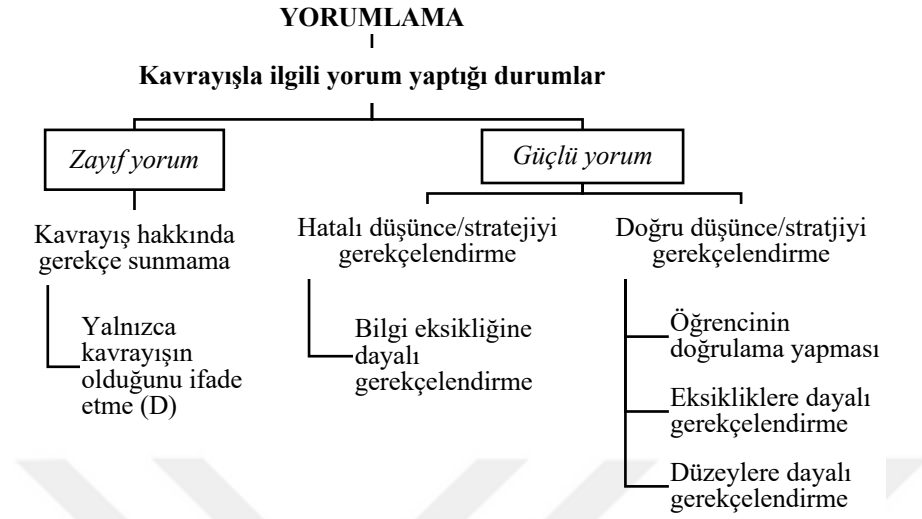
Şekil 4.36’da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (4. ÖY) öğretmenin açıklamaları yalnızca güçlü açıklamalardan oluşmaktadır. Öğretmen özellikle doğru düşünce/stratejilere yönelik açıklamalarının büyük kısmında düşünce/stratejiyi eksiksiz ifade etmiş ve düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir.

Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi kapsamında, yorumlama bileşenine ilişkin bulgular Şekil 4.37’de sunulmuştur.

Şekil 4.37

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.37’de görüldüğü gibi artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci kavrayışı hakkında yorum yapmadığı durum saptanmamıştır. Kavrayış hakkında yorum yaptığı durumlar ise zayıf ve güçlü yorumlardan oluşmaktadır. Zayıf yorumları kapsamında kavrayış hakkında gerekçe sunmadığı; güçlü yorumları kapsamında ise öğrencilerin doğru veya hatalı düşünce/stratejilerini çeşitli yollarla gerekçelendirdiği görülmüştür.

i. Zayıf yorum

Zayıf yorumlar kapsamında, öğretmen doğru düşünce/stratejilere yönelik, kavrayış hakkında herhangi gerekçe sunmayarak *yalnızca kavrayışın olduğunu* ifade etmiştir. Bu duruma örnek olarak, öğretmenin doğru yanıt veren bir öğrencinin (V2) kavrayışı hakkındaki yorumu şöyledir: “Onur’un herhangi bir denk oran çifti arasında toplam ve farklar ile başka denk oranlar oluşturabildiğini görüyorum.”. Bu yorumunda Onur’un yalnızca ilgili konuyu kavradığını ifade etmektedir. Onur, ilgili yörünge kapsamında 4. düzeyde bir strateji göstermiş ve konuyu anlamış bir öğrenci olmakla birlikte, öğretmenden beklenen bu kavrayışını gerekçelendirmesidir. Yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerden öğrenci (Y1) kavrayışı hakkındaki benzer bir yorumu şöyledir: “Anladığımı düşünüyorum bu öğrencinin, hem en küçük tam sayılı oran için hem birim oran için yeni oranlar inşa edebilmiş.”

ii. Güçlü yorum

Güçlü yorumlar kapsamında, öğretmenin hatalı düşünce/stratejileri *bilgi eksikliğine dayalı olarak gerekçelendirdiği*; doğru düşünce/stratejileri ise *düzeyle dayalı gerekçelendirdiği*, *eksiklere dayalı gerekçelendirdiği* ve *öğrencinin doğrulama yapmasını* gerekçe gösterdiği görülmüştür.

Öğretmenin hatalı stratejiye sahip bir öğrencinin (V1) kavrayışını *bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirdiği* yorumu şöyledir: “Bu yeni oranlar inşa etmeyi yapamıyor, hatta oran oluşturmayı bile yapamıyor diyebilirim. Çünkü diğer tarafı iki katına çıkarmasına rağmen karşılık gelen değerleri 2 katına çıkarmaya çalışıyor.” Öğretmen, yorumunda, ilgili yörüngede yer almayan *oran* kavramına ve oran kavramının içerdiği *eş değişim* (birlikte değişim veya kovaryans; oranı oluşturan iki nicelikten biri değiştiğinde diğerinin de aradaki çarpımsal ilişkiyi koruyacak şekilde değişmesi) özelliğine vurgu yapmış ve öğrencinin hatalı kavrayışını ön bilgisindeki bu eksikliğe dayalı gerekçelendirmiştir.

Doğru stratejiye sahip bir öğrencinin (Y4) kavrayışını *düzeyle dayalı ve eksikliklere dayalı gerekçelendirdiği* yorumu şöyledir: “Yani bu öğrenci daha çok birim oranı kullanarak bulduğu için, bence toplama ile yeni oranlar inşa etmeyi çok iyi yapamamış burada. Yani özgürce ‘Şununla şunu topladığımda 9 oluyor, o zaman bununla bunu topladığımda bu oluyor.’ gibi bir yöntem gitmiş.” Öğretmen yorumunda öğrencinin doğru stratejisindeki (birim oranı kullanarak denk oranlar bulma), kavrayışını düzeyle dayalı ve eksikliklere dayalı gerekçelendirmiştir.

Yine doğru stratejiye sahip bir öğrencinin (Y2) kavrayışı hakkında, *öğrencinin doğrulama yapmasını gerekçe sunduğu* yorumu şöyledir: “Bu öğrencinin anladığını düşünüyorum, denk oranları rahat bir şekilde oluşturabilmiş, çünkü kendisi ayrı ayrı tablolar oluşturarak da kontrol etmiş.” Öğretmen bu ifadesinde, öğrencinin konuyu anladığını ifade ederek, bunun için yanıtı hakkında doğrulama yapmış olmasını gerekçe göstermiştir.

Bu yörünge sonunda öğretmenin yorumlama becerisi için gelişimi Şekil 4.38’de sunulmuştur.

Şekil 4.38

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim

Kod Sistemi	MGP...	1.ÖY	2.ÖY	3.ÖY	4.ÖY
▼ FARK ETME					
▼ Kavrayışı Yorumlama					
▼ Kavrayış hakkında yorum yapma					
> Hatalı yorum		■			
▼ Zayıf yorum					
▼ Kavrayış hakkında gerekçe sunmama					
> Kavrayışla ilgili kararsız olma (D)	■				
> Yalnızca kavrayışın olup/olmadığını ifade etme (D)					■
> Yalnızca düzey belirtme (D)		■			
> Kavrayış hakkında konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunma	■		■	■	
▼ Güçlü yorum					
▼ Hatalı düşünce/stratejiyi gerekçelendirme					
> Bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme			■		■
> Kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirme	■	■	■	■	
> Düzeylere dayalı gerekçelendirme				■	
▼ Doğru düşünce/stratejiyi gerekçelendirme					
> Eksikliklere dayalı gerekçelendirme		■		■	■
> Olası hata/yanılgılara dayalı gerekçelendirme			■		
> Düzeylere dayalı gerekçelendirme		■			
> Kavrayışı daha derin yorumlamak için ek veriye ihtiyaç duyma		■		■	
> Öğrencinin doğrulama yapması					■

Şekil 4.38’de görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (4. ÖY), yorumlama bileşeninin analizinden elde edilen bulgulara göre, yeni ortaya çıkan kategoriler: zayıf yorumlar kapsamında *kavrayış için gerekçe sunmama* temasında, *yalnızca kavrayışın olup/olmadığını ifade etme*; güçlü yorumlar kapsamında doğru düşünce/stratejiyi gerekçelendirme teması altında *öğrencinin doğrulama yapması*’dır.

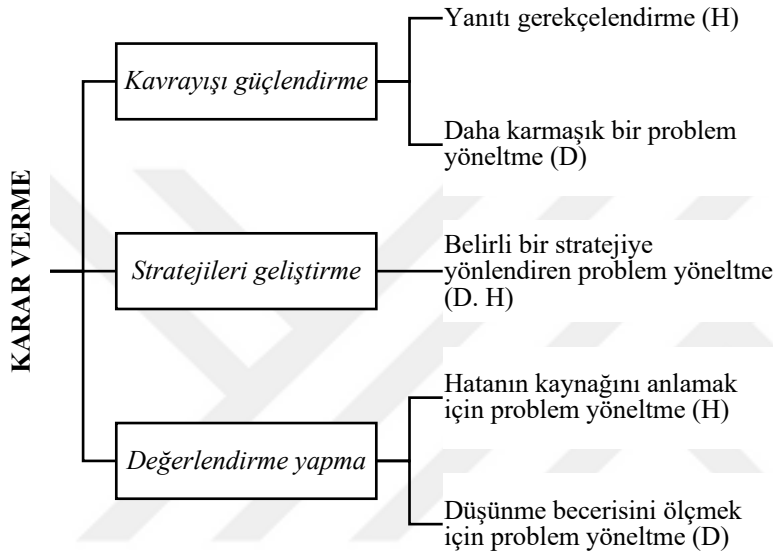
Bu bulgulara ek olarak, bu yörünge kapsamında, dikkat etme bileşeni kapsamındaki açıklamaların tamamı güçlü iken (Bkz. Şekil 4.36) yorumlama bileşeni kapsamında zayıf yorumları (V1, Y1, Y3) bulunmaktadır. Ancak, iki bileşen arasında MGP öncesindeki kadar farklılık bulunmaktadır.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Artış azalışla denk oranlar inşa etme ÖY kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.39’da sunulmuştur.

Şekil 4.39

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.39’da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında, öğretmenin kararları şunlardır: i. kavrayışı güçlendirme, ii. stratejileri geliştirme ve iii. değerlendirme yapma.

i. Kavrayışı güçlendirme

Öğretmenin kavrayışını güçlendirme teması altındaki kararları *öğrencinin yanıtı gerekçelendirme* veya *öğrenciye daha karmaşık bir problem yöneltmedir*.

Öğretmenin doğru bir öğrenci düşünce/stratejisine (V2) yönelik *öğrencinin yanıtını gerekçelendirdiği* ifadesi şöyledir: “Bu ikisini topladı arkadaşımız, 22’ye ulaştı hakikaten, 38 buçuk adım attığında demek ki ancak ulaşıyormuş, bizim 38 buçuk atma ihtimalimiz var mı adımı?” Öğretmen daha fazla adım atma ihtimali olmadığını vurgulayarak doğru strateji izleyen öğrencinin yanıtını gerekçelendirmiştir.

Kavrayışı güçlendirme teması altındaki kategorilerden bir diğeri öğrencilere *daha karmaşık bir problem yöneltmedir*. Bu yörünge kapsamında ortaya çıkan ‘karmaşık problem’, yörünge düzeylerinin dışında, öğretmenin önceki yörüngeleri de dikkate alarak yarattığı problemdir. Buna örnek olarak, öğretmen, doğru strateji sunan öğrenciye (Y1)

yönelik kararını şöyle açıklamıştır: “Bu öğrenciye bir sonraki aşamada grafik üstünde göstermesini isteyebiliriz. Hem birim oranı hem de en küçük tam sayılı oranı veya şunu da yapabiliriz, en küçük tam sayılı oran veya birim oran olmayan bir örnek verip, onu yapıp yapamadığını da kontrol edebiliriz.”

Farklı bir öğrenciye yönelik (Y2) kararını ise benzer şekilde “Yine dediğim gibi en küçük tam sayılı veya birim oran olmayan herhangi bir oranla bir örnek verilebilir ve tablo ve grafik yapması istenebilir, mesela birim oranlı bir şeyin grafiğini çizmesi istenebilir.” şeklinde ifade etmiştir. Bu kararlar bağlamında, ilgili yörüngede grafikte çizme ve birim oran olmayan bir oran için toplama stratejisi ile denk oranlar inşa etme yer almamaktadır. Ancak diğer yörüngelerin son düzeylerinde genellikle grafik çizimi yer almaktadır. Öğretmen, kararlarında bu iki olguya değinerek yörüngede yer almayan bir karmaşıklıkta problem yönelteceğini ifade etmiştir. Öğretmen aynı zamanda bu öğrencilerin daha karmaşık problem durumları karşısındaki durumlarını değerlendirmek istediği görülmektedir.

ii. Stratejileri geliştirme

Öğretmenin stratejileri geliştirme teması altındaki kararları öğrenciye, *belirli bir stratejiyi bulmaya yönlendiren soru/problem yöneltmedir*. Buna örnek bir durum olarak, ders esnasında, öğretmen ile hatalı yanıt veren öğrenci (V1) arasındaki diyalog şöyledir:

- Öğretmen** : Şöyle düşünebilir miyim, bu ikisini topladığında bunu vermiş mi, o zaman burası ne olacak sence?
- Öğrenci** : <12 yazar>
- Öğretmen** : Evet, bunlardan hangisini toplayıp 16 bulabilirim?
- Öğrenci** : Bununla bunu toplar bunu çıkarırım ($12+8-4$ kastederek)

Diyalogda görüldüğü gibi öğretmen, öğrenciye, yörüngede yer alan tablodaki değerleri toplama çıkarma yoluyla çeşitli denk oranlar inşa etme stratejisine yönlendiren soru yöneltmiştir. Videoya dayalı görüşmede de bu amacını şöyle ifade etmiştir:

“Burada öğrencinin çeşitli oranlarla denk oranlar inşa etmesini bekliyorum aslında. Adım sayılarının toplayarak oradaki satırı oluşturup, kat edilen mesafe için karşılık gelen nicelikler için de aynı değerleri toplamasını, bu strateji ile denk oranlar oluşturmasını bekliyorum ama oluşturamadı.”

Yazılı yanıtlara dayalı görüşmede, benzer şekilde, öğrenciye (Y4) yönelik kararı hakkında şu açıklamada bulunmuştur: “Birim oranı kullanarak bulma yöntemine gittiği için bence daha bunun tarzında ama toplama çıkarmaya onu zorlayacak sorular sorulabilir diye düşünüyorum.” Öğretmen, bu açıklamasında birim oranı kullanma yöntemini

kullanan öğrenciyi, ilgili yörüngenin odağı olan ‘Denk oranların karşılık gelen niceliklerini toplama çıkarma yoluyla yeni denk oranlar oluşturma’ stratejisini kullanmaya yönlendirecek problemler sormayı düşündüğünü belirtmiştir.

iii. Değerlendirme yapma

Öğretmen *değerlendirme yapma* kararı kapsamında, hatalı düşünce/stratejiye yönelik olarak *hatanın kaynağını anlamak için bir problem yönelteceğini*, doğru düşünce/stratejiye yönelik ise *düşünme becerisini ölçmek için daha karmaşık problem yönelteceğini* ifade etmiştir. Bu kararları yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerden elde edilmiştir.

Öğretmenin hatanın kaynağını anlamak için öğrenciye bir problem yönelteceğini ifade ettiği duruma örnek kararı (Y3) şöyledir: “Bu öğrenciye bir sonraki aşamada, aslında şu ilk başlangıçta yanlış yaptığı şey sınanabilir diye düşünüyorum. Çünkü orada çiçek sayısının azalmasına rağmen kapladığı alanı arttırması...Burada 30 gözünden mi kaçtı artık.” Öğretmen, açıklamasında öğrencinin anlayıp anlamadığından emin olmadığı için başlangıçta yaptığı hatanın dikkatsizlikten mi olduğunu sınavacağını belirtmiştir.

Diğer yandan, öğretmenin kavrayışı güçlendirme temasında örneklendirilen Y1, Y2’ ye yönelik kararları, aynı zamanda değerlendirme temasında da yer almaktadır. Öğretmen bu kararlarında doğru yanıt veren öğrenciler için üst düzey problemler yönelterek kavrayışlarını güçlendirmenin yanı sıra, Y1’de yer alan “...onu yapıp yapamadığını da kontrol edebiliriz.” şeklindeki ifadesinden de anlaşılacağı üzere öğrencilerin düşünme becerisini de ölçmeye çalışmaktadır. Bu bulgu öğretmenin yörüngelerden, hatalı düşünceleri değerlendirmenin yanı sıra doğru matematiksel düşünceleri değerlendirmede de bir araç olarak kullandığını göstermektedir.

Öğretmenin artış azalışla denk oranlar inşa etme öğrenme yörüngesi sonunda karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.40’ta sunulmuştur.

Şekil 4.40

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme ÖY Sonunda Karar Verme Bileşeni İçin Gelişim



Şekil 4.40'ta görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (4. ÖY), karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgulara göre, yeni ortaya çıkan kategoriler: değerlendirme yapma teması altında hatanın kaynağını anlamak için problem yöneltme ve düşünme becerisini ölçmek için problem yöneltmedir. MGP öncesi ve 1. küme kapsamında öğretmen yalnızca hatalı düşünce/stratejilere yönelik değerlendirmede bulunurken, bu yörünge ile doğru düşünce/stratejilere yönelik de değerlendirme yapmaya başlamıştır. Diğer yandan, öğretmenin kavrayışı güçlendirme teması altında, önceki yörünge düzeyleri de dikkate alarak mevcut yörüngelerin düzeyleri için ekleme yapabilmiş, yörüngede yer almayan karmaşıklıkta problem yaratabilmiştir. Diğer yandan, bu yörünge kapsamında öğretmenin anlık iki kararına ilişkin yansıtıcı kararlarında anlık kararına ek sunduğu kararları: *Belirli bir stratejiyi kullanmaya sevk edecek bir problem yöneltme, problemde düzenleme yapmadır.*

4.2.2.1.2 Artış azalışla denk oranlar inşa etme öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Artış azalışla denk oranlar inşa etme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular Tablo 4.11’de sunulmuştur.

Tablo 4.11

Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söylemlere İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Oran kavramı:</i> - Her a’ya b <i>Denk oran:</i> - Oran üçgeni, eş üçgen (yeni) - Toplama, çıkarma* (yeni) <i>Birim oran:</i> - Birim oran - Bölme - Birim başına düşen	<i>Denk oranlar oluşturma:</i> - Bir a: b oranında “her a için b ekleme” yoluyla denk oranlar elde edilebilir. (yeni) - Denk oranların karşılık gelen niceliklerini (oran tablosundaki farklı satırları) toplama çıkarma yoluyla da denk oranlar elde edilebilir. (yeni) - Denk oranların grafiği eş oran üçgenleri oluşturur.(yeni) <i>Diğer:</i> - Grafik çiziminde eksenler isimlendirilmeli - Aralıklar eşit olmalıdır.*	<i>Yazılı ifadeler</i> - İşlemler: - Çarpma-bölme - Toplama-çıkarma* (yeni) - Sembol ve gösterimler: - Oklar* - Kesir sembolü <i>Şekil ve diyagramlar</i> - Tablo (2xn’lik) - Grafik (çizgi) - Sayı doğrusu	<i>Problem çözme stratejilerindeki rutinler:</i> Tabloda satır ve sütunları toplayarak yeni denk oranlar elde etme.

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna ‘yeni’ yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin kelime kullanımında, görsel araçlarında ve onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, *rutinler* sütununda belirtilmiştir.

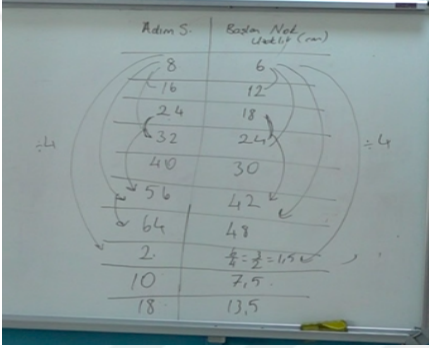
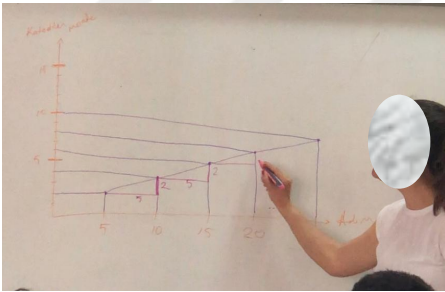
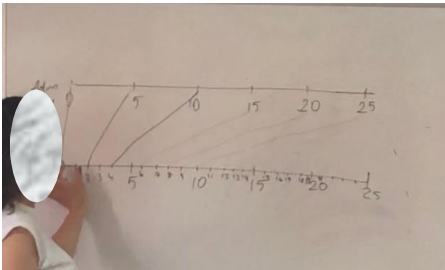
Tablo 4.11’de görüldüğü gibi, bu öğrenme yörünge kapsamında, öğretmen kelime kullanımında *oran*, *denk oran* ve *birim oran* kavramlarına yer vermiştir. Yeni ortaya çıkan kelimeleri ise: denk oran kavramı ile ilgili olarak ‘toplama-çıkarma’, ‘oran üçgeni’, ‘eş üçgen’ dir.

Bu yörünge kapsamında odak, $a: b$ oranında, “her a birim için, b birim ekleme/çıkarma” yoluyla veya $a: b = c: d$ denk oranları için a ile c, b ile d karşılık gelen nicelikler olmak üzere $a \pm c = b \pm d$ şeklinde $a: b$ oranına denk oranlar elde etmek olduğundan onaylanmış ifadeleri kapsamında, denk oranlar oluşturma hakkında yeni açıklamalarda bulunmuştur. Bununla birlikte daha önceki bulgulara benzer şekilde grafik çizimi hakkında açıklamalarda bulunmuştur.

Görsel araçlar kapsamında öğretmenin, yazılı ifadelerinde sıklıkla *toplama-çıkarma işlemleri*, beraberinde *oklar*, *kesir gösterimi* kullandığı; şekil ve diyagramlarda *2xn'lik oran tabloları* ve *çizgi grafiği* kullandığı, yeni olarak ise *çift sayı doğrusuna* yer verdiği görülmüştür. Öğretmenin kullandığı görsel araçlara örnekler ve açıklamaları Tablo 4.12'de yer almaktadır.

Tablo 4.12

Öğretmenin Artış Azalışla Denk Oranlar İnşa Etme Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	- Tablo (2xn'lik) - Oklar - Çarpma-bölme, - Toplama çıkarma	Denk oranlar tablosunda bilinmeyen değerleri bulurken toplama çıkarma ve çarpma bölme işlemlerini kullanma.
	Grafik (çizgi)	Çizgi grafiği kullanarak, 2: 5 temel oranına aşamalı ekleme yoluyla (her 5 adım için 2 cm ekleyerek) çeşitli denk oranlar elde etme. Örneğin, 10adım: 4cm, 15adım: 6cm.
	Çift sayı doğrusu	Adım sayısı ve katedilen mesafeyi iki ayrı sayı doğrusu ile temsil ederek, 5adım: 2cm oranı için "her 5adım'a karşılık 2 cm ekleme" yoluyla 5: 2 oranına denk oranları bulma.

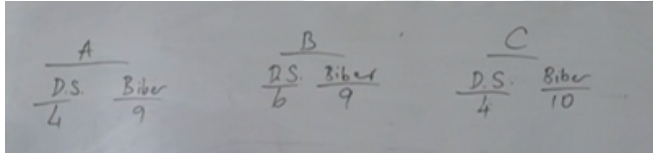
Bu yörünge kapsamında, kelime kullanımında toplama çıkarma, toplayarak-çıkarakarak; görsel araçlarda toplama çıkarma işlemleri ve ok kullanımı; onaylanmış ifadelerde yine 'toplama-çıkarma yoluyla denk oranlar elde edilebileceği'ne yönelik söylemleri öğretmenin rutinlerini oluşturmaktadır.

düşünce/stratejileri anladığı durumlardaki açıklamaları güçlü açıklamalardan oluşmaktadır. Öğretmenin güçlü açıklamalarında hatalı düşünce/stratejiye yönelik *hatayı detaylı açıkladığı*; doğru düşünce/stratejiye yönelik *olası hata ve yanlışlara değindiği*, *eksik noktalara değindiği*; doğru veya hatalı her iki türde düşünce/stratejiye yönelik ise *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği*, *düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* ve *kullanılan temsillere değindiği* görülmüştür.

Öğretmenin hatayı detaylı açıkladığı, stratejiyi eksiksiz ifade ettiği ve bu hatalı stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği duruma örnek (V1) şöyledir: Öğretmen, ders esnasında niceliklerinden biri eşit olan üç oranı karşılaştırmaya yönelik bir problem durumu sunmuştur. Bu problem durumunda Görsel 4.18’de görüldüğü gibi A, B, C, olmak üzere üç farklı sos tarifi için domates: biber oranları sırasıyla 4: 9, 6: 9, 4:10’dur.

Görsel 4.18

Acı Sos Probleminin Tahtadaki Görüntüsü



A	B	C
D.S.	D.S.	D.S.
4	6	4
Biber	Biber	Biber
9	9	10

Görsel 4.18’deki problem durumu hakkında öğretmen ile öğrenci arasında şöyle bir diyalog geçmiştir:

- Öğretmen** : Sence bu soslardan hangisi daha acı olur?
- Öğrenci(V1)** : Biber fazla olduğundan C.
- Öğretmen** : Direkt arkadaşımız C daha acı olur dedi.
- Öğrenci(V1)** : Ya da B.
- Öğretmen** : Evet, “baktım 9, 9, 10 bunda acı daha çok olur çünkü 10 tane biber koymuş” dedin. Olabilir, bakalım. “Ya da B de olabilir” dedin.

Diyalogda, öğrencinin sırasıyla C ve B olmak üzere iki farklı hatalı yanıt verdiği görülmektedir. Öğrencinin bu hatalı düşüncesine yönelik olarak öğretmenin şöyle açıklama yapmıştır:

“Öğrencinin yaptığı şöyle, yanlışlarda da öngördüğümüz değerler arasındaki farka bakarak, çok olana, direkt bir tanesine bakar, tek değişkene bakıyor. ‘Burada 10 var, bunda acı daha çoktur’ diyor. Sadece biber sayısına bakıyor, domatese hiç bakmıyor, C diyor. Sonra da her bir oran için oranı oluşturan nicelikler arasındaki farka bakıyor. O fark ne kadar büyükse, ona büyük demeyi tercih ediyor, B diyor.”

Öğretmen bu açıklamasında, öğrencinin oranları karşılaştırırken, oranı oluşturan niceliklerden yalnızca birine, biber sayısına odaklanarak tek değişkenli muhakeme

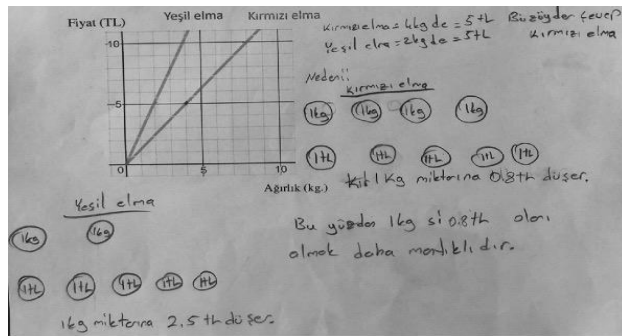
yaptığını, oranı oluşturan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiye değil toplamsal ilişkiye bakarak yorum yaptığını diğer bir ifadeyle domates ile biber sayıları arasındaki farkları dikkate aldığını belirtmiştir. Öğretmen bu ifadesiyle öğrencinin hatasını detaylı açıklamış, stratejisini eksiksiz ifade etmiş ve bu hatalı stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir.

Öğretmen doğru stratejiye sahip öğrencilerin de stratejilerini eksiksiz ifade ettiği durumlar bulunmaktadır. Buna örnek olarak öğretmenin V2 hakkındaki açıklaması şöyledir: “Birim oranı buluyor, domatesin birimi başına düşen biberi buluyor. Domatese bölüyor hep kaç katına çıktığını bulmak için. ‘Domatesin kaç katı kadar biber’ diyor, 9’u 4’e bölüyor.” Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin *birim oranı bulma* strateji ile oranları karşılaştırdığını belirterek stratejiyi eksiksiz ifade etmiştir. Bir diğer öğrenci hakkında (V3) “Burada öğrenci değişim çarpanı ile eşdeğer olarak domates miktarlarını 20’de eşitleyip bundan yola çıkarak karşılaştırma yapıyor.” şeklinde açıklama yapmış ve öğrencinin eş karşılık gelen değer oluşturma (İki farklı oranın aynı birime sahip niceliklerini ortak katlarında veya ortak bölenlerinde eşitleme) yoluyla oranları karşılaştırdığını belirterek stratejisini eksiksiz ifade etmiştir.

Öğretmenin doğru stratejiyi eksiksiz ifade ettiği durumlara, yazılı yanıtlar üzerinden yapılan görüşmelerden bir örnek ise şöyledir: Görsel 4.19’da Y1’in ikinci probleme ait yanıtı bulunmaktadır.

Görsel 4.19

Y1’in İkinci Probleme Ait Yanıtı



Öğretmen, bu öğrencinin stratejisi hakkındaki düşüncesini şöyle açıklamıştır:

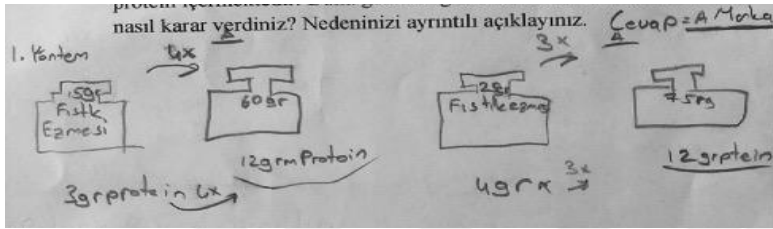
“Yeşil elma ile kırmızı elmanın eşdeğerini bulmuş, fiyat olarak 5TL’yi seçmiş. 5TL eşdeğerini bulduktan sonra, birisi ile 5TL ile 2kg, diğeri ile 5TL ile 4 kg alındığını, daha sonra da 2 kg’ın kg başına, birim başına düşen fiyatı bulmuş. Birim oranı bulmuş ikisinde de bu şekilde doğru yorumlamış. Eş paylaşım yöntemiyle birim oranı bulmuş.”

Öğretmen, açıklamasında oranları karşılaştırmada *eşdeğer (ortak değer) bulma ve birim oranı bulma*, birim oranı bulmada *eş paylaşım yapma* stratejilerine yer vererek stratejiyi eksiksiz ifade etmiştir.

Öğretmenin doğru stratejilere yönelik stratejiyi eksiksiz ifade etmenin yanı sıra olası stratejini arkasındaki akıl yürütmeye ve olası hata yanılgılara değindiği duruma örnek olarak, öğrenci (Y1) yanıtı Görsel 4.20’de sunulmuştur:

Görsel 4.20

Y1’in 1. Probleme Ait Yanıtı



Öğretmenin Görsel 4.20’de yer alan strateji hakkındaki açıklaması şöyledir:

“Burada iki nicelik için ortak değeri bulmaya çalışmış. Proteinleri eşitleyerek ortak değeri oluşturmuş, 12 gram protein demiş. Değişim çarpanı stratejisini kullanarak proteinleri eşitlemiş. Proteinleri eşitledikten sonra da doğru bağlamı seçmiş ve proteini eşit olduğu zaman gramajı az olanın daha faydalı olacağını yorumlayarak söylemiş.”

Öğretmen, ifadesinde değişim çarpanı ile ortak değer oluşturma, ortak değer oluşturma yoluyla oranları karşılaştırma stratejilerine yer vermiş. Bunun yanı sıra “Proteinleri eşitledikten sonra da doğru bağlamı seçmiş...” şeklinde hatalı bağlamı seçebileceği konusunda olası hata ve yanılgıya değinmiştir. Ardından “...proteini eşit olduğu zaman gramajı az olanın daha faydalı olacağını yorumlayarak söylemiş...” şeklinde öğrencinin stratejisinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir.

Öğretmenin, öğrencinin stratejisini eksiksiz ifade ettiği, hatasını detaylı açıkladığı ve hatanın arkasındaki akıl yürütmeye ve kullanılan temsillere değindiği duruma örnek, Görsel 4.21’de yer alan öğrenci yanıtı ve devamında (Y3) öğretmenin açıklaması şöyledir:

Görsel 4.21

Y3'ün 1.Probleme Yanıtı

B'de fındık oranı daha fazla olduğu için B daha sağlıklıdır.

protein	B	fındık
4		25
1		6,25

protein	A	fındık
3		15
1		5

“Öncelikle öğrenci, tablo oluşturarak karşılaştırma yapmak istemiş ve tabloda birim oranı bulmuş ve birim oranlar üstünden karşılaştırma yapmış. Bir proteine düşen fındık miktarında, fındık miktarının daha fazla olduğu durumun daha sağlıklı olacağını düşünmüş. Fakat burada bağlamı yorumlamada hata yapmış öğrenci, birim oranları doğru bulmuş ama yanlış yorumlamış. 1 protein almak için daha az fındık yemesi gereken A'nın daha sağlıklı olduğu yorumuna varamamış, 1 protein almak için daha fazla fındık yenen B'nin daha sağlıklı olduğunu yorumlamış.”

Öğretmen, açıklamasında öğrencinin stratejisi için, oran tablosunda birim oranları oluşturarak karşılaştırma yoluna gittiğini ifade etmiştir. Bununla birlikte birim oranları doğru bulmasına rağmen “Hangisi en sağlıklıdır” sorusuna, ‘birim miktardaki proteinin fazla olması’ ile sağlanacağını düşünmediğinden bağlamı doğru değerlendiremeyerek hatalı yanıt verdiğini belirterek hatayı detaylı açıklamıştır. Ayrıca bu süreçteki düşüncelerine yer vererek hatalı stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir. Bununla birlikte öğrencinin tablo temsili kullandığına değinmiştir. Bu yörünge kapsamında, öğrencinin oluşturduğu orana göre (*protein miktarı: fındık ezmesi miktarı* veya *fındık ezmesi miktarı: protein miktarı*) bu oranın büyük veya küçük değer alması halinde daha sağlıklı olması veya daha sağlıksız olması durumunu doğru yorumlayamaması olası hatalardan biridir. Öğretmenin bunu açıklamalarına yansıttığı görülmektedir. Bu bulgu, yörüngelerin öğrenci düşüncesini anlamayı desteklediğini göstermektedir.

Benzer şekilde bir diğer öğrenci (Y4) stratejisi için yaptığı açıklama ise şöyledir:

“Bu öğrencimiz şöyle bir hata yapmış, **nicelikler arasındaki farka dikkat ederek yorumlama yapmak istemiş. Yani ağırlıklar arasındaki ve proteinler arasındaki farkı değerlendirmiş.** “B 25 gr iken A daha az” diyor, aslında **belki de çıkarma yapıyor kafasından**, 10 gr iken, “protein 1 gr” fark etmiş diyor. Fındık 10 gr artarken protein 1 gr artarken, çok az bir artış olduğu için, **sezgisel bir şekilde A'nın daha faydalı olduğunu bulabilmiş. Ama ne oranların eş karşılık gelen değerlerini bulabilmiş, ne birim oranı kullanmış, bunlardan hiçbirisini yapamamış. Sadece sezgisel olarak bir cevap vermiş.** Denemiş eşdeğeri bulmayı, olmamış, aslında şurada bir 15 daha eklese bulacaktı, çünkü 15'er 15'er gitmiş burada.

Öğretmen, bu açıklamasında “...sezgisel bir şekilde bulabilmiş ancak ne oranların eş karşılık gelen değerlerini bulabilmiş, ne birim oranı kullanmış...” ifadesiyle öğrencinin kullandığı ve kullanmadığı tüm stratejilere eksiksiz yer vermiştir. Bununla birlikte toplamsal ilişki kurma hatasını detaylı açıklamıştır. Bu açıklamayı yaparken ‘...aslında belki de çıkarma yapıyor kafasından...” şeklinde öğrencinin hatasının arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir.

Şekil 4.42



Bu bulgulara ek olarak, MGP öncesi görüşme ve gözlemlerde, öğretmenin oranları karşılaştırma konusunda, yörüngeye göre ileri bir düzeyde yer alan *birim oranı bulma yoluyla karşılaştırma yapma*'ya eğilimi olduğu görülmüştür.

Ön görüşmelerde karşılaştırma problemine verdiği yanıtta öğretmen, öğretiminde öncelikle birim oranı bulma (Görsel 4.22a), ardından eşdeğer oluşturma (Görsel 4.22b, 4.22c) stratejilerine yer vereceğini belirtmiştir. Öğretmenin, bu stratejileri kullanarak verdiği yanıtlar Görsel 4.22'a ve Görsel 4.22b'de sunulmuştur:

Görsel 4.22a

Oranları Karşılaştırmada Birim Oranı Bulma Stratejisi

$$\begin{array}{r} \text{A} \\ 20 \\ \hline 279 \\ 13.95 \text{ TL} \\ \hline 20 \times 13.95 = 279 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{B} \\ 19 \\ \hline 264 \\ 13.89 \text{ TL} \\ \hline 19 \times 13.89 = 264 \end{array}$$

Görsel 4.22b

Oranları Karşılaştırmada Ortak Değer Bulma Stratejisi

$$\begin{array}{r} \text{A} \\ 20 = \frac{279}{120} \text{ TL} \\ (6) \\ \hline 42 \text{ CD } 120 \text{ TL} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{B} \\ 19 = \frac{264}{133} \text{ TL} \\ (7) \\ \hline 133 \text{ CD } 380 \text{ TL} \end{array}$$

A →	20 CD	279 TL		
19 kat	133 CD	380 TL		
	19	20	6 CD	19 TL
	133	380	120 CD	380 TL
			380 TL	
			A	B
			133 CD	120 CD

Not. Solda 'eş CD sayısı' bulma, sağda 'eş fiyat' bulma

Bir diğer görüşmede öğretmene, öğrencilerin oranları karşılaştırma konusunda basitten karmaşığa fikirleri sorulduğunda, öncelikle 'eş karşılık gelen değer oluşturma', ardından 'birim oranı bulma'yı ifade etmiştir. Öğretmenin bu açıklamalarına ait yazılı açıklamaları Görsel 4.23'te sunulmuştur.

Görsel 4.23

Öğretmenin 'Oranları Karşılaştırma' Problemine Verebilecek Yanıtlar Hakkındaki Yazılı Açıklaması

①

I	3 bardak 6 kase	2 bardak 4 kase
II	5 kase	4. bardak 5 TL

②

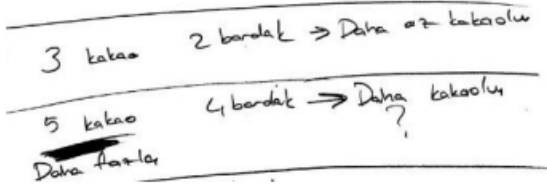
I	3 2	II	5 4
---	--------	----	--------

Bardak başına düşen kase miktarı daha fazla

Ayrıca öğrencilerin ilgili probleme yönelik yaşayabilecekleri hata ve kavram yanlışlarına ilişkin örnek öğrenci yanıtı Görsel 4.24'te sunulmuştur.

Görsel 4.24

MGP Öncesinde, Öğretmenin Öğrencilerin, 'Oranları Karşılaştırma' Probleminde Yaşayacakları Hataya Verdiği Örnek



Görsel 4.24'te görüldüğü gibi öğretmen, öğrencilerin öncelikle daha basit bir strateji olarak (üstte) 4 bardak sütte eşitleyerek, daha karmaşık bir strateji olarak ise (altta) birim oranı bularak yanıt vereceklerini ifade etmiştir. Ayrıca Görsel 4.24'te görüldüğü gibi olası hata ve yanlış olarak ise nicelikleri büyük olan oranın daha kakaolu zannedileceğini ifade etmiş ve bununla ilgili olarak “Sayılar daha büyük olduğu için, daha fazla gelecek gözlerine ve ilk verecekleri cevap: ‘bu daha kakaolu’.” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğretmenin ön görüşmelerde verdiği bu yanıtları dikkate alındığında MGP öncesi, oranları karşılaştırma konusunda öğrenci düşünceleri hakkında birtakım doğru fikirlere sahip olduğu görülmektedir. Bu fikirler, yörüngenin kapsadığı fikirlerden bazıları olup, eğitim oturumu sonunda, öğretmenin bu fikirleri ‘karşılaştırmada oranları doğru oluşturma’, ‘nicelikleri eşitlemede ortak kat vurgusu’, ‘grafikteki eğimin dikliğine göre karşılaştırma yapma’ ile daha kapsamlı hale gelmiştir. Diğer yandan öğretmen oranları karşılaştırma konusunda bazı bilgilere sahip olsa da öğretime dayalı ön görüşmelerde eksik olduğu noktalar görülmüştür. İlgili diyalog şöyledir:

- Araştırmacı** : Peki oranları karşılaştırmayı nasıl anlatırsınız? Mesela iki oranın karşılaştırılmasını?
- Öğretmen** : Orantıya geçiyoruz yani sonuçta o zaman değil mi? İki oranı karşılaştırmak çünkü...
- Araştırmacı** : Kazanımlarda yok, ama bundan bahseder misiniz?
- Öğretmen** : Mesela bunun oranı daha fazla, diğerinin oranı daha küçük... <düşünür>
- Araştırmacı** : ‘Hangi sınıfta kız öğrenci sayısı daha çoktur?’ gibi.
- Öğretmen** : Evet anladım, o şekilde çok üstünde durmadık, durmuyoruz yani.
- Araştırmacı** : Yani özellikle üzerinde durduğunuz bir şey değil, ama sorularda gelirse mi?
- Öğretmen** : Yani sorularda da aslında pek karşılaşmadık. Karşılaştırmayı yaptıran bir soru olsa, muhakkak evet güzel bir şey ama. Yaptırılması lazım.

Diyalogda görüldüğü gibi öğretmenin “oranları karşılaştırma”yı doğrudan “orantıya geçme” olarak algıladığı, öğretiminde bu konuya yer vermediği, konuyu örneklendirmekte zorlandığı görülmektedir.

Yorumlama bileşenine ilişkin bulgular

Oranları karşılaştırma ÖY kapsamında, yorumlama bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.43’te sunulmuştur.

Şekil 4.43

Oranları Karşılaştırma ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.43’te görüldüğü gibi, oranları karşılaştırma yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci kavrayışı hakkındaki yorumları güçlü yorumlardan oluşmaktadır.

Öğretmenin, güçlü yorumları kapsamında hatalı düşünce/stratejileri *kavram yanlışlığına dayalı* gerekçelendirdiği, doğru düşünce/stratejileri ise *eksikliklere değinerek gerekçelendirme* ve *düzeyle dayalı* olarak gerekçelendirdiği görülmüştür. Öğretmenin hatalı stratejiyi kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirdiği duruma örnek (V1) yorumu şöyledir:

“Oranları karşılaştırırken tek değeri göz önüne alarak diğer niceliği göz ardı edip karşılaştırma yapmış...Birinci düzeydeki bir niceliği eşit olan oranları karşılaştırmayı da hiç kullanmıyor. Yani biri eşit mesela burada, A tarifiyle B tarifinde 9’lar, biberler eşitken domates sosunu değerlendirerek ‘hangisi daha acıdır’ı bile yapmıyor diyebiliriz. Mesela A ile C’de domatesler eşit, biberleri karşılaştıracak, 1. düzeyde bile olmadığını direkt kavram yanlışlığı olduğunu söyleyebiliriz.”

Öğretmen, bu yorumunda öğrencinin hatalı kavrayışını, tek değişkenli muhakeme yaparak oranı oluşturan niceliklerden yalnızca birine odaklandığını ve bu nicelikler arasındaki farka bakarak toplamsal ilişki ifade ederek kavram yanılgısına dayalı gerekçelendirme yapmış, bununla birlikte kavrayışı değerlendirirken düzeylere de atıfta bulunmuştur.

Hatalı stratejiye yönelik, kavram yanılgısına dayalı gerekçelendirme içeren bir başka öğrenci (Y3) kavrayışı hakkındaki yorumu ise şöyledir: “Ben mesela bu öğrencinin yine de oranları karşılaştırma konusunda birim oranı da kullanabildiğini, karşılaştırırken yanlış yorumlamış, birim oranı bulmuş ama kullanırken bulduğu şeyi yanlış yorumlamış.” şeklinde kavrayışın olduğunu ancak oranı yanlış yorumladığını ifade etmiştir.

Doğru düşünce/stratejilere yönelik düzeylere dayalı gerekçelendirme kapsamında, öğrencinin (V2) kavrayışı hakkında şöyle yorum yapmıştır: “Birim oranı kullandığını söyleyebilirim, 4. düzeyde birim oranları kullanarak karşılaştırma yapmıştır. Nicelikler arasında yatay ilişki kurmuş.” Bir başka öğrencinin (V3) kavrayışı hakkında benzer şekilde “Değişim çarpanı ile eşdeğer bulmuş, daha sonra da bu eşdeğeri de doğru yorumlamış, domatesler eşit olduğu için, hangisinde biber çoksa onun seçerek kendisi eşdeğer oluşturabildiği için de düzey 3 diyebilirim.” şeklinde düzeylere dayalı yorum yapmıştır. Yazılı yanıtlara dayalı görüşmeden bir öğrencinin (Y1) kavrayışı hakkında düzeylere dayalı gerekçelendirmede bulunduğu örnek yorumu ise şöyledir:

“Oranları karşılaştırmayı anladığını düşünüyorum bu öğrencinin, verilen bir tabloda kendisinin eşdeğeri bulup oranları karşılaştırabildiğini, birim oranı da kullanarak yapabildiğini, 4. düzeye kadar ulaştığını söyleyebilirim burada. Oran tablosunu oluşturmuş, burada eşdeğeri bulmuş, arkasından verilen bir grafikte eşdeğerleri bulmuş, sonra bu eşdeğerleri karşılaştırırken yine birim oranı da kullanarak birim başına düşen fiyatı bulmuş, 4. düzeye kadar gelmiş.”

Doğru düşünce/stratejilere yönelik bazı yorumlarında öğretmen, düzeylere dayalı gerekçelendirmede bulunurken eksik noktalara da değinmiştir. Bu duruma örnek olarak, Y2'nin kavrayışı hakkındaki öğretmenin şu yorumu verilebilir: “Bu öğrenci oran tablosu oluşturmuş ve eş gelen değerleri kendisi bulmuş, eş karşılık gelen protein miktarlarını bulmuş, aynı şekilde grafikte de eşit karşılık gelenleri bulup ne kadar düştüğünü hesaplamış, birim oranı kullanmasa da karşılaştırmayı anlamış diyebiliriz.”. Öğretmen bu yorumunda öğrencinin eş nicelikler oluşturarak karşılaştırma yapabildiğini, diğer yandan eksik nokta olarak birim oranı kullanmadığını belirtmiştir. Yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerde bir başka öğrenci (Y4) kavrayışı hakkında şöyle yorumda bulunmuştur:

“Eş karşılık gelen değeri bulamadığını söyleyebilirim, ama verilmiş bir grafik olduğu zaman eşdeğeri, eş karşılık gelen değeri oluşturmuş bunları da doğru bir şekilde yorumlamış diyebiliriz. Yani oranları karşılaştırırken oran tablosunda kendisi bir şey oluşturamamış ama hazır verilmiş bir grafikte eş gelen değerleri bulup doğru yorum yapabilmiş.”

Öğretmen, bu ifadesinde öğrencinin kavrayışı hakkında kendisinin eş nicelikler oluşturma konusundaki eksikliğine değinerek, verilmiş bir grafik üzerinde eşdeğer nicelikleri doğru belirleyebildiğini, bu şekilde oranları karşılaştırabildiğini ifade etmiştir. Öğretmen yazılı yanıtlara dayalı bu iki yorumunda (Y2 ve Y4) doğrudan düzey ifade etmese de düzeyin içeriğine atıfta bulunarak düzeylere dayalı gerekçelendirmede bulunmuştur.

Bu yörünge sonunda öğretmenin yorumlama becerisi için gelişim Şekil 4.44’te sunulmuştur.

Şekil 4.44

Oranları Karşılaştırma ÖY Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim



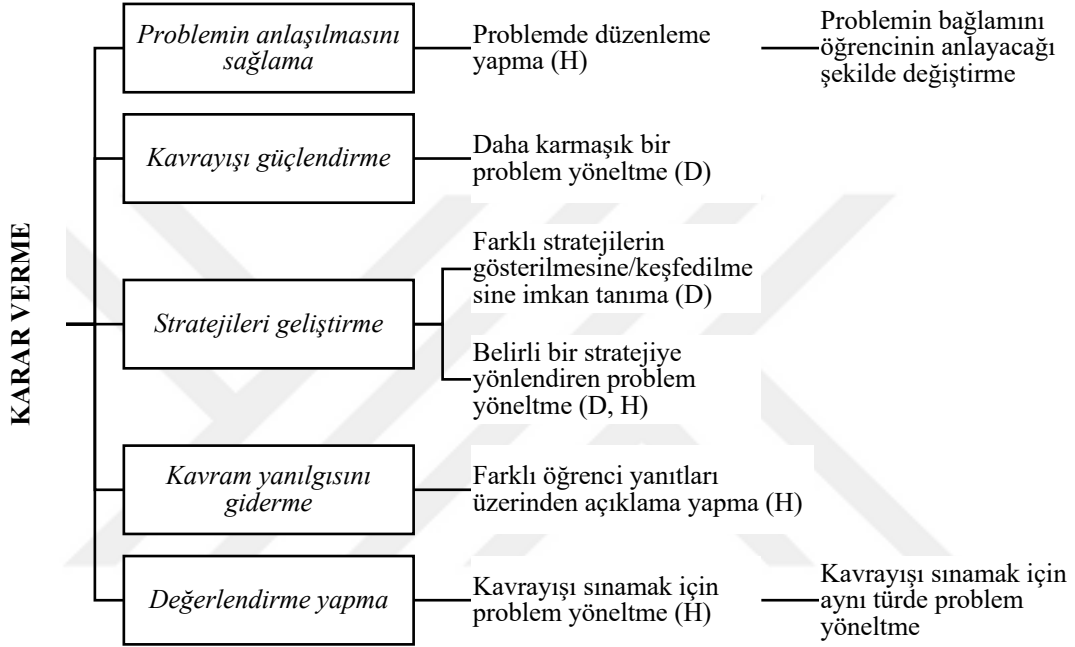
Şekil 4.44’te görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (5. ÖY) yeni ortaya çıkan tema ve/veya kategori bulunmamaktadır. Hatalı düşünce/stratejiler için *kavram yanlışlıklarına dayalı gerekçelendirme*; doğru düşünce/stratejiler için *düzeyle dayalı gerekçelendirme* yaptığı görülmektedir. MGP öncesinden itibaren, *konu/kavram dışı gerekçelendirme* yapılan veya herhangi *gerekçelendirme yapılmayan* yorumları içeren ‘zayıf yorumların’ süreçte giderek azaldığı ve bu yörüngede (5. ÖY) yer almadığı görülmektedir.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Oranları karşılaştırma ÖY kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.45’te sunulmuştur.

Şekil 4.45

Oranları Karşılaştırma ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine ilişkin Bulgular



Şekil 4.45’te görüldüğü, birim oranı bulma yörüngesi kapsamında öğretmenin kararları şunlardır: i. problemin anlaşılmasını sağlama, ii. kavrayışı güçlendirme, iii. stratejileri geliştirme, iv. kavram yanlışlığını giderme ve v. değerlendirme yapma’dır.

i. Problemin anlaşılmasını sağlama

Problemin anlaşılmasını sağlama teması altındaki kararı *problemde düzenleme yapma’dır*. Bunu, problemin bağlamını öğrencinin anlayacağı şekilde düzenleyerek yapmıştır. Bu duruma örnek olarak, öğretmen hatalı strateji sunan öğrenciye (Y3) yönelik, kararını şöyle ifade etmiştir:

“Belki de bağlamı farklı bir şeyle, protein tamam, ama mesela nasıl söyleyebilirim bunu, tat konusunda belki çocuk daha şey yapar <anlar demek istiyor> limon sorusu gibi veya şeker konusunda, “Bu çaylardan hangisi daha şekerlidir?” diye sorsak, birim şekere düşen çay miktarını, mesela çocuk belki bunu daha iyi yorumlayabilir diye düşünüyorum. Daha anlayabileceği, günlük hayattan bir bağlamla, aynı soru yöneltip, bu sefer birim oranı yöneltip ona bakmak olabilir.”

Öğretmen, ifadesinde problemin bağlamını öğrencinin anlayacağı şekilde değiştirme yoluyla problemde düzenleme yapacağını belirtmiştir. Problem durumu, öğrencinin ‘birim miktardaki proteini fazla olan markanın daha sağlıklı olduğu’ çıkarımını yapmasını gerektirdiğinden “Hangisi sağlıklıdır?” diye sormak yerine, günlük hayatta daha sık karşılaşılan tat kavramı içeren bir bağlama dönüştüreceğini ifade etmiştir.

ii. Kavrayışı güçlendirme

Kavrayışı güçlendirme teması altında yer alan kararları *daha karmaşık bir problem yöneltmedir*. Öğretmenin bu kararına örnek olarak, V3’e verdiği anlık kararı verilebilir. Ders esnasında öğretmen, V3’e üst karmaşıklık düzeyde bir problem yöneltmiştir. Bununla ilgili olarak yansıtıcı görüşmede de anlık kararını destekleyen gerekçelendirmede bulunmuştur. Öğretmenin bu ifadesi şöyledir:

“Öğrencinin yanıtının üstüne bu soruyu seçtim. Çünkü eşdeğeri artık bir kere yaptık zaten karşılaştırma yapmak için, bir örnek daha sorup eşdeğeri verilmemiş iki oranda farklı stratejilerle kendisi eşdeğer oluşturabilecek mi onu görmek istedim.”

Bu yanıtı ile V3 için daha karmaşık düzeyler olan 4.5. düzeylere atıfta bulunmuştur.

Yazılı yanıtlara dayalı görüşmede ise, Y1 için “Yani şöyle, bu grafiğe baktığında sadece diklikleri yorumlayarak, hiçbir işlem yapmadan hangisinin daha kârlı olup olmayacağını yorumlamasını gerektiren sorular sorabilirim.” şeklinde yörüngede 3. karmaşıklık düzeyini karşılayan bir öğrenciye yönelik, grafiğin bağıl dikliğini inceleyerek oranları karşılaştırmayı içeren bir üst (4.) karmaşıklık düzeyine atıfta bulunmuştur.

iii. Stratejileri geliştirme

Stratejileri geliştirme teması altında yer alan kategori, *farklı stratejilerin gösterilmesine/keşfedilmesine imkân tanıma ve belirli bir stratejiye yönlendiren problem yöneltme*’dir.

Ders esnasında 4. karmaşıklık düzeyinde olan birim oranı bulma yoluyla karşılaştırma yapmış ve doğru yanıt vermiş olan öğrenciye (V2) öğretmen, şöyle yanıt vermiştir:

“Bunları başka türlü karşılaştıramaz mıyım, tamam bu ikisini karşılaştırırken net bir sonuca vardık <C ile J’yi göstererek>. Bu ikisini karşılaştırırken <A ile J’yi göstererek> nasıl bir strateji uygulayabilirim? Ben bu ikisini, A ile Jülide’yi karşılaştırmak istiyorum ama daha net, sayısal bir şey istiyorum sizden, bu ikisini karşılaştırmak için.”

Bu yanıtında görüldüğü gibi, öğretmen, öğrencinin doğru yanıtına yönelik farklı strateji olarak 3. düzeyde yer alan “oranların karşılık gelen bir niceliğini eşitleme yoluyla karşılaştırma” yapmayı görmesini sağlamak üzere “Başka türlü karşılaştıramaz mıyım?” sorusunu yöneltmiştir. İlgili duruma ait yansıtıcı görüşmede de anlık kararını destekleyen şu açıklamada bulunmuştur: “Ben sanırım alternatif arıyorum burada, farklı bir yöntem de geliştirecek mi, eşdeğeri bulabilecek mi, eşdeğer aklına gelecek mi... Zaten çocuk vermiş 2,4 katı, daha az katı deyip söylemiş. Ben de ondan alternatif bir yöntem daha kullanmasını istemişim.” Açıklamasında öğretmenin öğrencinin farklı stratejiyi keşfetmesine, bunun için de diğer öğrenciler tarafından farklı stratejilerin gösterilmesine imkân tanıdığı anlaşılmaktadır. Bu bulgu öğretmenin doğru düşünce/stratejiye sahip öğrencilerin stratejilerini de geliştirmeye çalıştığını göstermektedir.

Öğretmenin öğrenciye (Y2) *belirli bir stratejiye yönelik problem yönelttiği* karar ifadesi ise şöyledir: “Bir sonrakinde birim oranı da kullanmasını gerektiren bir soruyla devam edilebilir diye düşünüyorum. Birim orana onu itecek bir şey... eşitlemesi zor olan... Öyle sayılar verilir ki- eşdeğeri bulmak çok zor olur- birim oranı bulmak daha kolay olur o durumda.” Öğretmen bu kararında, doğru yanıt veren öğrenciyi özellikle oranları birim oranı bularak karşılaştırmaya yönlendirecek bir problem yönelteceğini belirtmiştir.

iv. Kavram yanılgılarını giderme

Kavram yanılgılarını giderme teması altında yer alan kategori *farklı öğrenci yanıtları üzerinden açıklama yapma*dır. Buna örnek olarak, öğretmenin ders esnasında hatalı yanıt veren öğrenciye (V1) verdiği kararı verilebilir. Öğretmen bu anlık kararında, sınıfa “Evet başka fikri olan?” şeklinde yanıt vererek diğer öğrencilerden yanıt istemiştir. Bu kararı hakkındaki yansıtıcı görüşmede “Farkların yanıltacağını görmesini istedim, yanılttı burada farklar (diğer öğrenci yanıtlarını kastediyor). O’nun yaptığı sıralamadan farklı bir sıralama bulduk biz, farklarla karşılaştırılmayacağını daha iyi görmesini sağlamak istedim.” şeklinde öğrencinin diğer öğrencilerin stratejileri ile toplamsal düşünme yanılgısının hatalı olduğunu görmesini sağlamaya çalışmıştır.

v. Değerlendirme yapma

Değerlendirme yapma teması altında yer alan kategori *kavrayışı sınamak için problem yöneltme*’dir. Öğretmen, kavrayışı sınamak için *aynı türde problem yöneltme yoluna gitmiştir*. Öğretmenin bu kararına örnek olarak açıklaması şöyledir (Y4 hakkında):

“Bu öğrenciye 1. sorudakine benzer, kendisinin tablo üzerinden eşdeğerlerini bulabileceği bir örnek soru yöneltilebilir diye düşünüyorum. Bu yaptığımız örneğin bir benzer soru sorulup matematiksel olarak ispatlaması, eşdeğerleri bulmasına yöneltilebilir. Veya 1. soru yine sorulup eşdeğerleri bulması istenilebilir farklı yöntemlerle mesela artırma stratejisi ile de bulabilir iki tabloda eşdeğerleri, farklı yöntemlerle bulması istenilebilir.”

Öğretmenin oranları karşılaştırma öğrenme yörüngesi sonunda karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.46’da sunulmuştur.

Şekil 4.46

Oranları Karşılaştırma ÖY Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim



Şekil 4.46’da görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (5. ÖY) yeni ortaya çıkan kategoriler: kavram yanlışlıklarını giderme teması altında *farklı öğrencilerin yanıtları üzerinden açıklama yapma*’dır. MGP öncesi problemin anlaşılmasını sağlama teması altındaki kategoriler, *problemden geçen kavramı açıklama* veya *problemden verilen/istenileni açıklama* iken, bu yörüngede *problemin bağlamını öğrencinin anlayacağı şekilde düzenleme*’dir. Bu yörünge kapsamında en yoğun kategori önceki yörüngelere paralel şekilde kavrayışı güçlendirme teması altında *daha karmaşık bir problem yöneltme*’dir.

4.2.2.2.2 Oranları karşılaştırma öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Oranları karşılaştırma öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular Tablo 4.13'te sunulmuştur.

Tablo 4.13

Oranları Karşılaştırma Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söylemlere İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış İfadeler	Görsel Araçlar	Rutinler
<i>Oran oluşturma:</i> - Oran kurma <i>Denk oran:</i> - Aynı oran - Yatay ilişki (yeni) - Kat ilişkisi, çarpımsal ilişki, toplayarak <i>Birim oran:</i> - Birim oran - Birim başına düşen, 1 birime düşen <i>Oranları karşılaştırma:</i> - Karşılık gelen (yeni) - Eşdeğer (yeni) - Ortak kat (yeni) - Eksenlere yakınlık (yeni)	<i>Oran oluşturma:</i> - Oranları yazarken neyi neye böldüğüm, paya paydaya hangi niceliği yazdığım önemlidir. (yeni) <i>Denk oranlar oluşturma:</i> - Denk oranlar kaşılık gelen nicelikleri toplayarak çıkararak da oluşturulabilir. - Nicelikleri büyük olan denk oranlar için bu yöntem daha uygundur. <i>Oranları karşılaştırma:</i> - İki oranın karşılık gelen nicelikleri arasındaki farka bakarak karşılaştırma yapılmaz. - Oranları karşılaştırmada üç yöntem vardır: iki oranı grafik üzerinden karşılaştırma, iki oran için eşdeğer bulma (iki oranın birer niceliğini eşitleme) ve iki oranın birim oranlarını bulma. (yeni) - Grafik üzerinden karşılaştırmada eş bir nicelik belirlenebilir veya eksenlere yakınlığa bakılabilir. (yeni)	<i>Yazılı ifadeler</i> - İşlemler - Çarpma-bölme - Sembol ve gösterimler - Oklar - Kesir sembolü <i>Şekil ve diyagramlar</i> - Tablo (2xn'lik)	<i>Soru rutinleri:</i> - Neyi neye bölerek karşılaştırmalıyım? $a: b$ mi yazmalıyım $b: a$ mı yazmalıyım? <i>Problem türündeki rutinler:</i> - Hangisi daha sağlıklı/ucuz/kârlı /acı <i>Problem çözme stratejilerindeki rutinler:</i> - Bir niceliği eşitleme - Birimi bulma

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna 'yeni' yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin kelime kullanımında, görsel araçlarında ve onaylanmış ifadelerindeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, rutinler sütununda belirtilmiştir.

Tablo 4.13'te görüldüğü gibi, oranları karşılaştırma yörüngesi kapsamında, öğretmen kelime kullanımında oran, denk oran, birim oran ve oranları karşılaştırma bağlamlarında kullanımlara yer vermiştir. Oranları karşılaştırma kavramına ilişkin kelimelerin büyük kısmı “karşılık gelen”, “eşdeğer”, “eksene yakınlık” bu yörüngede ortaya çıkmıştır.

Onaylanmış ifadeler kapsamında, önceki yörüngede esas olan fikirlere (denk oranlar arasında karşılık gelen nicelikleri toplama çıkarma yoluyla yeni denk oranlar elde etme) ilişkin hatırlatmaları görülmüştür. *Oranları karşılaştırma* bağlamında, bir niceliği eşitleme veya birim oranları bulma stratejilerine değinmiştir. Bu stratejiler MGP öncesi bulgular ile benzerdir. Bunun yanı sıra, oranı doğru oluşturmada bağlamı esas almanın ve oluşturulan oranı doğru yorumlamanın önemini vurgulayan açıklamalarda bulunmuştur. MGP öncesi, öğrencilerin oranı yazmakta zorluk yaşamadıklarını ifade ederken ve “ilk söylenen paya, ikinci söylenen paydaya yazılır...” şeklinde sıralamaya vurgu yaparken, bu yörünge kapsamında oranın nasıl yazılacağına ($a:b$ veya $b:a$) ve oranları karşılaştırırken bağlamı dikkate alarak yorumlamaya değinmesi dikkati çeken bir bulgu olarak görülmektedir. Öğretmenin bu konudaki öğrencilerle arasında geçen diyalogdan örnek kesit şöyledir:

- Öğretmen** : Siz bir müşteri olarak hangi havuzu tercih edersiniz? Avantajlı olan için nasıl bir oran oluşturabiliriz? Ben burada bunu “5 bölü 3” diye mi yazmalıyım, “3 bölü 5” diye mi yazmalıyım?
- Öğrenci** : ...
- Öğretmen** : Bu sefer müşteri değilim, havuz sahibiyim, hangisi benim için daha kârlı bir havuz?
- Öğrenci** : ...
- Öğretmen** : Havuz sahibi “5 bölü 3” diye kurar diyor arkadaşımız, fiyatı süreye böler, bir saatte ne kadar para geleceğini bulacak şekilde kurar oranları. Çünkü ne kadar para kazanacağını bulmak için süreye böleceğim bu sefer.

Diyalogda görüldüğü gibi oranın $a:b$ veya $b:a$ olarak iki farklı şekilde de oluşturabileceğini, bunları karşılaştırırken ise “daha kârlı” olmanın havuz sahibi ya da müşteri olmaya göre ve oluşturulan orana göre değişeceğinden bağlamı dikkate almak gerektiğini vurgulamaktadır (Örneğin, havuz ücreti (a) ve kullanma süresi (b) olmak üzere $a:b$ ve $b:a$ olmak üzere iki tür oran yazılabilir ve bu durumda farklı havuzları karşılaştırırken “daha kârlı” olanı bulmada, yüzmek isteyen bir müşteri için ve $b:a$ oranında büyük olan; havuz sahibi için ise $a:b$ oranında büyük olan tercih edilir). Bunun yanı sıra, grafikleri üzerinden iki oranı karşılaştırmada eş bir karşılık gelen nicelik belirlenerek veya eksenlere yakınlığa göre yorum yapılabileceğini ifade etmiştir.

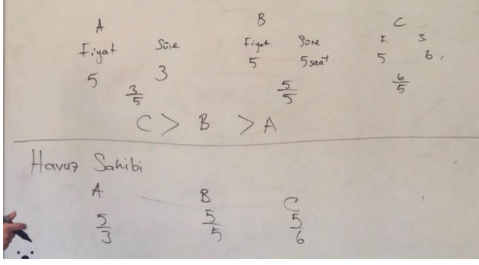
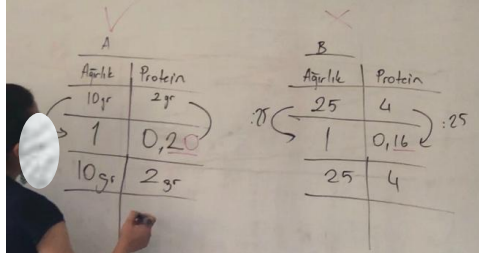
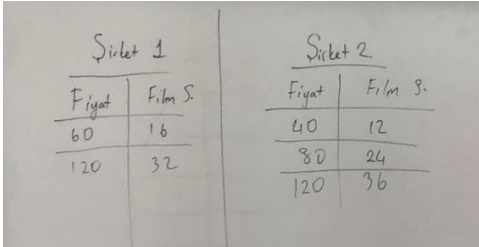
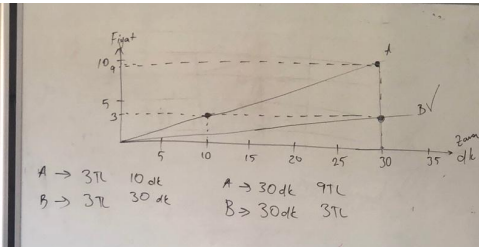
Öğretmenin bu açıklamasına ilişkin tahta çizimi ve açıklaması Tablo 4.14'ün 4. satırında yer almaktadır. Ayrıca ilgili diyalog şöyledir:

- Öğretmen** : ...Peki grafikte bakıyorum, kârlı seçtiğim B hangisine daha yakın, fiyata mı daha yakın, süreye mi daha yakın?
- Öğrenci** : Süreye
- Öğretmen** : Süreye daha yakın. B, süreye yakın bir doğru boyunca ilerlerken; A, fiyata daha yakın. O zaman ben B'yi seçiyorum çünkü süre daha hızlı ilerlemiş fiyattan. Diğerine baktığım zaman yine süre benim için daha önemli, değil mi?

Görsel araçlar kapsamında, öğretmenin çarpma-bölme, oklar, kesir sembolü ve tablo kullandığı görülmektedir. Öğretmenin kullandığı görsel araçlara örnekler Tablo 4.14'te sunulmuştur.

Tablo 4.14

Öğretmenin Oranları Karşılaştırma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	Kesirle gösterim	A, B, C havuzları için fiyat süre oranlarını karşılaştırmada oranları kesirle gösterme.
	- Çarpma-bölme - Oklar	Tablodaki değerler arasındaki çarpımsal ilişkileri “:25” etiketli oklarla gösterme.
	Oran tablosu	İki farklı oranı karşılaştırırken eş karşılık gelen değer oluşturmada tablo kullanımı.
	Çizgi grafiği	Oran grafiğinde eş bir karşılık gelen değer belirleyerek veya grafiklerinin eksenlere yakınlıklarına bakarak oranları karşılaştırma.

Rutinler kapsamında ise, matematiksel söylemin diğer üç bileşeninden elde edilen bulgular rutinlere de yansımış, öğretmenin “Neyi neye bölerek karşılaştırmalıyım?” “a: b mi yazmalıyım b:a mı yazmalıyım? şeklinde soruları bu yörüngede rutinleri olmuştur.

Bu bulguları destekleyecek nitelikte, oranları karşılaştırma konulu eğitim oturumu sonrasında öğretmen oturumla ilgili düşüncelerinde şu ifadelere yer vermiştir:

“Daha önce kesirle oran kavramının arasındaki farkları bu kadar net bir şekilde açıklayamazdım. İkisinin aynı olabileceğini, karşılaştırırken de aynı şekilde karşılaştırılıp geçilebileceğini düşünebilirdim. Yani kesirleri nasıl karşılaştırıyorsak, hatta oranları karşılaştırırken de kesir şeklinde yazıp payda eşitleyerek, işte ekokunu bularak, o şekilde yapmanın yeterli olabileceğini... Ama burada öğrencilerin yorumlarının, işte o kesri nasıl yazdığına göre büyüklük küçüklük oranın değişebileceğini, bazen hani küçük kesrin istediğim değer için daha büyük bir oranı ifade edebileceğini anladım.”

“Grafikle gösterme konusunda da aynı şekilde, hatta şundan da bahsedebiliriz, kesrin sayı doğrusunda bir noktaya denk geldiği ama oranın bir sıralı ikili ifade ettiğini ve ışını ifade ettiğini bu kadar net düşünmemiştim bunu daha önce, bu açıdan da benim için güzel bir eğitim oldu. Yine bir oranın daha büyük olduğunu grafikte anlatabileceğimi, eğimin ne istiyorsam ona yakın olduğu zaman hani...bu açıdan anlatmayı oranları karşılaştırma konusunda hiç daha önce düşünmemiştim. Eksenlerin isimlendirilmesine göre ışının eğiminin az veya çok olması durumlarının karşılaştırılması, yorumlanması bunlar hep benim için yeni kavramlar olmuş oldu diyebilirim. Öğretimim açısından, bundan sonra mesela mutlaka grafikte de anlatmaya çalışırım bunu...”

Öğretmenin bu açıklamalarından, yörüngelere dayalı eğitim oturumunun özellikle onaylanmış ifadeler ve görsel araçlar olmak üzere, matematiksel söylemlerine yansıdığı görülmektedir. Bu, onaylanmış ifadelerinin fark etme becerisinin özellikle düşünce/stratejileri açıkladığı dikkat etme bileşeni bağlamında ortaya çıktığı da bulgulara da görülmektedir. Bu bulgu, oranları karşılaştırma yörüngesinin öğretmenin fark etme becerisi ile matematiksel söylem becerisinin gelişimine katkı sağladığını ortaya koymanın yanı sıra, özellikle dikkat etme, onaylanmış ifadeler, görsel araçlar bileşenleri arasındaki bağlantıyı göz önüne sermesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

4.2.2.3 Orantıda bilinmeyi bulma öğrenme yörüngesine ilişkin bulgular

MGP Süreci, “Orantı Oluşturma, Karşılaştırma ve Çözme” kümesinde yer alan 3. (üçüncü) öğrenme yörüngesi olan “Orantıda bilinmeyi bulma” yörüngesine ilişkin bulgular, ‘Fark etme becerisine ilişkin bulgular’ ve ‘Matematiksel söyleme ilişkin bulgular’ olmak üzere iki başlık altında sunulmuştur.

4.2.2.3.1 Orantıda bilinmeyi bulma öğrenme yörüngesi için fark etme becerisine ilişkin bulgular

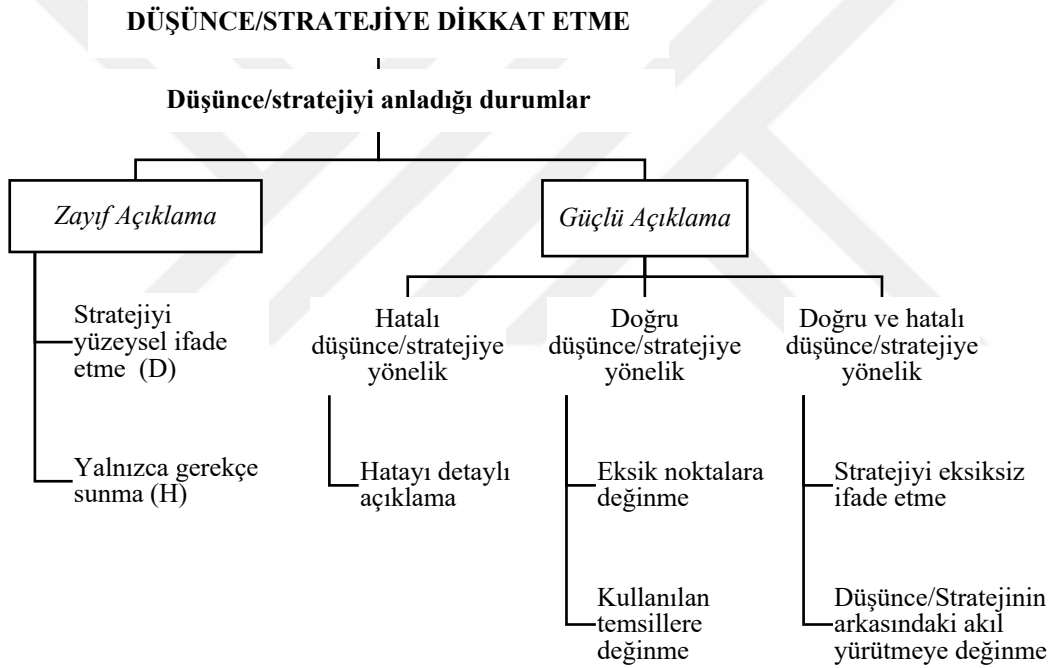
Orantıda bilinmeyi bulma ÖY kapsamında, fark etme becerisine ilişkin bulgular *dikkat etme, yorumlama, karar verme* bileşenleri için ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Dikkat etme bileşenine ilişkin bulgular

Orantıda bilinmeyi bulma ÖY kapsamında, dikkat etme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.47’de sunulmuştur.

Şekil 4.47

Orantıda Bilinmeyi Bulma ÖY Kapsamında Dikkat Etme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.47’de görüldüğü gibi, Orantıda bilinmeyi bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejilerini anlamadığı durum saptanmamıştır. Öğretmenin düşünce/stratejileri anladığı durumlardaki açıklamaları ise i. zayıf ve ii. güçlü açıklamalardan oluşmaktadır.

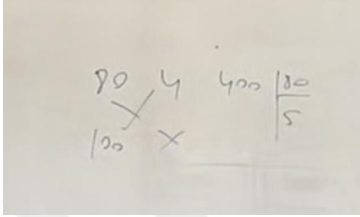
i. Zayıf açıklama

Zayıf açıklamalarında kapsamında, öğretmenin *stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* veya *düşünce/strateji için yalnızca gerekçe sunduğu* görülmüştür.

Öğretmenin *stratejiyi yüzeysel ifade ettiği* duruma örnek olarak şu verilebilir: Ders esnasında, öğretmenin sınıfa yönelttiği “Asya’da her 8 kişiden 4’ü diyabet hastasıysa, 100 kişiden kaç diabet hastasıdır?” problemine bir öğrenci (V4) Görsel 4.25’te yer alan yanıtı vermiştir:

Görsel 4.25

V4’ün Yanıtı



Görsel 4.25’te görüldüğü gibi, V4 probleme doğru bir strateji ile yanıt vermiştir. Öğretmen, bu strateji hakkında “İçler dışlar çarpımı yapmış” şeklinde yüzeysel bir açıklamada bulunmuştur. Fark etme becerisinin dikkat etme bileşeni kapsamında öğretmenin öğrencinin problem çözme sürecindeki bireysel adımlarını, bu stratejiyi seçmesinin ve kullanmasının altında yatan mantığı ve düşünce yapısını dikkate alması ve ifade etmesi beklenmektedir. Bu nedenle bu açıklaması zayıf açıklama olarak değerlendirilmiştir.

Zayıf açıklamalar kapsamında, düşünce/strateji için *yalnızca gerekçe sunduğu* duruma örnek olarak ise şu verilebilir: Ders esnasında, öğretmen, Görsel 4.26’da verilen tabloyu çizerek tablodaki köpek yaşı ve insan yaşı arasında orantısal bir ilişki olup olmadığını sormuştur.

Görsel 4.26

Problemin Tahtadaki Görüntüsü

Köpek Yaşı	İnsan Yaşı
0	0
1	7
2	14
3	21
4	28

Görsel 4.26’daki probleme yönelik olarak, bir öğrenci (V2), düşüncesini şöyle ifade etmiştir: “Aralarında orantısal ilişki yok hocam, biri ‘sıfıra bir’ iken; diğeri ‘sıfıra yedi’. Birinde 1 kat artmış, birinde 7 kat artmış.” Öğrenci, bu yanıtı ile köpek yaşı ile insan yaşı

arasında orantısal bir ilişki olup olmadığını anlamak için tablonun ilk iki satırında yer alan değerler arasındaki dikey çarpımsal ilişkinin var olup olmadığını incelemiş, sonuç olarak köpek yaşının 1 katına çıktığını, insan yaşının 7 katına çıktığını ifade etmiş ve aralarında orantısal bir ilişki olmayacağı şeklinde hatalı bir düşünce sunmuştur. Öğrencinin bu düşüncesini ve düşüncesinin arkasında yatıyor olabilecek fikirleri açıklaması istenildiğinde, öğretmen şu açıklamayı yapmıştır: “Acaba bunu daha önce, tabloda sıfıra sıfırı pek kullanmadığımız için karşılaşmış olabilir miyiz, bence o yüzden. Tabloda hiç yapmadık. Köpek yaşı sıfırken insan yaşı da sıfır olur.” Öğretmen, bu açıklamasında öğrencinin ne düşündüğünü, hatasını değil, doğrudan ve yalnızca neden böyle düşündüğünü açıklamıştır. Diğer bir ifadeyle, sınıfta daha önce örnek olarak tabloda 0,0 değerlerinin yer aldığı bir problem göstermemiş olduğunu ifade ederek, yalnızca öğrencinin hatalı düşüncesi için bir gerekçe belirtmiştir.

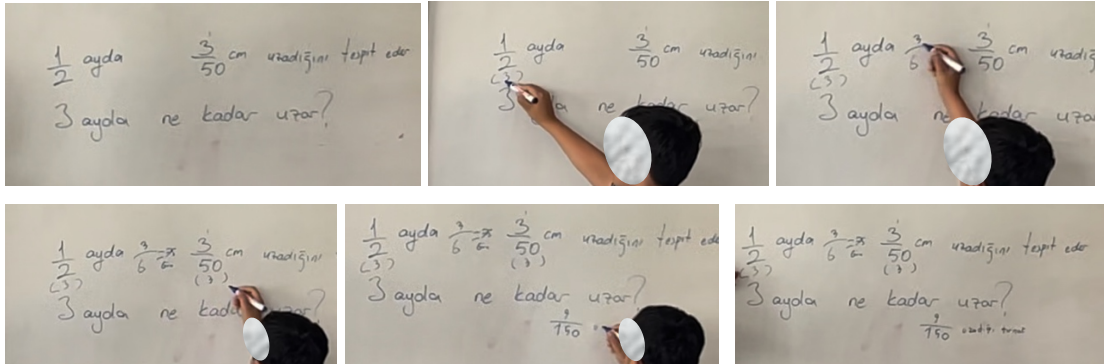
ii. Güçlü açıklama

Güçlü açıklamalarında ise hatalı düşünce/stratejiye yönelik *hatayı detaylı açıkladığı*; doğru düşünce/stratejiye yönelik *eksik noktalara değindiği*, *kullanılan temsillere değindiği*; doğru veya hatalı her iki türde düşünce/stratejiye yönelik ise *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği*, *düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* görülmüştür.

Güçlü açıklamalar kapsamında, hatalı düşünce/stratejiye yönelik, öğretmenin *hatayı detaylı açıkladığı*, *hatanın arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* ve *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği duruma* örnek olarak, ders esnasında verilen orantı problemine Görsel 4.27’deki gibi yanıt veren öğrencinin (V6) stratejisi hakkındaki açıklaması verilebilir.

Görsel 4.27

V6’nın Yanıtı



Görsel 4.27’de görüldüğü gibi öğrenci, stratejisinde $\frac{1}{2}$ aydan 3 ay’a ulaşmayı denemiş, bunu 3’le çarparak (3’ü değişim çarpanı olarak kullanarak) yapmaya çalışmıştır. Sonucu ise $\frac{9}{150}$ şeklinde hatalı bulmuştur. Öğrenci, oranlar arasındaki eş değişim (kovaryasyon) ilişkisinin farkında olarak hareket etmiş ve değişim çarpanı stratejisini kullanarak denk oranlar oluşturma yoluyla bilinmeyene ulaşmaya çalışmış, ancak kesirlerde çarpmadaki hatasından dolayı hatalı sonuca ulaşmıştır. Öğretmenin bu strateji hakkındaki açıklaması şöyledir:

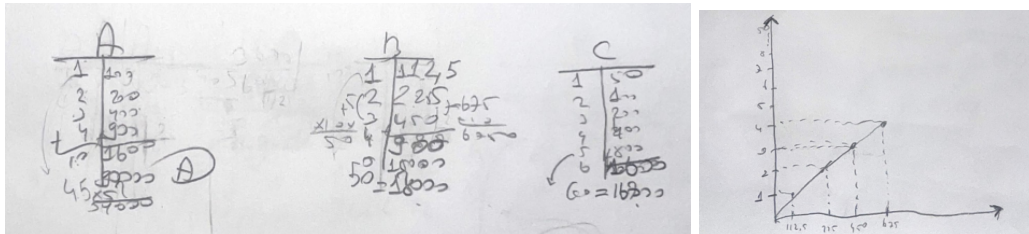
“Kesirlerde çarpma ile genişletmeyi karıştırmış, 3’le çarpmaya çalışmış bunu, bakın farkındaysanız bunu da 3’le çarpıyor. Uzama miktarını da süreyi de ikisini de 3’le çarptığını zannediyor. Değişim çarpanı olarak 3’ü kullanıyor, 3’le her ikisini de genişletip denk oran bulmaya çalışmış. Bulduğu da 9/150. Yani çok açık hocam ne yapmaya çalıştığı, değişim çarpanı olarak 3’ü alıyor, her ikisini de uzama miktarı ve zamanı 3’le çarpıyor. Bulduğu sonucu da direkt uzama miktarı olarak alıyor yani. 3 bölü 6’yı da 3 ay olarak yorumlayıp doğru olduğunu düşünüyor bakın. 3/6 yaptığı anda bitti diyor yani.”

Öğretmen bu açıklamasında, öğrencinin değişim çarpanı kullanarak denk oranlar bulma yoluyla orantıda bilinmeyeni bulmaya çalıştığını belirterek stratejisini eksiksiz ifade etmiştir. Bunu yaparken kesirlerde çarpma işlemini genişletme işlemi ile karıştırdığı için hata yaptığını ifade ederek hatayı detaylı açıklamıştır. “...3 bölü 6’yı da 3 ay olarak yorumlayıp doğru olduğunu düşünüyor bakın. 3 bölü 6 yaptığı anda bitti diyor yani...” şeklinde hatalı düşüncesinin arkasındaki akıl yürütmeye de değinmiştir.

Güçlü açıklamalar kapsamında, hatalı stratejiye yönelik, öğretmenin *hatayı detaylı açıkladığı ve stratejiyi eksiksiz ifade ettiği* duruma örnek olarak, Y4’ün stratejisi (Görsel 4.28) hakkındaki açıklaması verilebilir.

Görsel 4.28

Y4’ün 2.Probleme Yanıtı



“Hani farklı yöntem olarak toplayarak yapmayı öğrenmiştik, tablodaki farklı yerlerdeki sayıları topluyorum, karşılık gelen değerleri de topluyorum, o şekilde de orantı kurabiliriz demiştik. Öğrencimiz bunu yapmaya çalışmış. 900’den geriye doğru gitmiş diye düşünüyorum. 3’ü, 2’yi, 1’i bulmuş gibi ve hepsini mutlaka toplamış. Birim oranı bulmaya çalışmış. Fakat işte oradan itibaren hatalar yapmış, birim oranı da doğru bulamamış. Yani 2’ye bölme bölme gitmiş, 3’e bölmesi gerekirken. Grafikte de bir de şeyleri ters yazmış (x, y’yi kastediyor), denk oranları yanlış bulmuş.”

Öğretmen, bu açıklamasında Y4'ün kullandığı stratejilerini (*toplama stratejisi, birim oran stratejisi*), bu stratejileri kullanırken matematiksel aşamalara da yer vererek eksiksiz şekilde açıklamıştır. Bununla birlikte öğrencinin çıkış noktasının 4: 900 oranı olduğunu, bu satırdan yukarıdaki değerlere doğru daha küçük niceliklere sahip denk oranları elde etmeye çalıştığını, bu süreçte birim oranı bulmada hata yaptığı için hatalı sonuca ulaştığını ifade ederek hatayı detaylı açıklamıştır.

Güçlü açıklamalar kapsamında doğru stratejiye yönelik, öğretmenin *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği* ve bunun yaparken öğrencinin *kullandığı temsillere değindiği* duruma örnek olarak Y1'in 1. ve 2. problem için uyguladığı stratejiler (Görsel 4.29) hakkındaki açıklamaları verilebilir.

Görsel 4.29a

Y1'in 1. Probleme Yanıtı

Su (lt)	Süre (dk)
3	0
10	8
17 = x	16

8 dakikada 7 litre artıyorsa;
8 dakikada 10 litre
16 dakikada 17 litre olur.

Öğretmenin, Y1'in 1. problem için uyguladığı stratejisi hakkındaki açıklaması şöyledir:

“Öğrenci burada oran tablosu oluşturmuş. Başlangıçta yani sıfırıncı dakikada 3 lt su olduğunu dikkate almış, bunu sabit değer olarak düşünmüş, orantısal ilişki olmadığını farkında diyebiliriz... Buradan 8 dakikada 10 litre değil, başlangıçtaki 3 litre suyu çıkararak, 7 litre bulmuş. Diğer 8 dakika için de 7 litre su olmak üzere, ‘her 8 dakikada 7 litre’ şeklinde düşünerek işlem yapmış ve doğru sonuna ulaşmış.”

Görsel 4.29b

Y1'in 2. Problem İçin Yanıtı

<u>A Firması</u> 45 gün var 4 günde 200 kazanı $\times \frac{45}{4}$ <table> <tr><td>4</td><td>200</td></tr> <tr><td>1</td><td>225</td></tr> <tr><td>45</td><td>1125</td></tr> </table>	4	200	1	225	45	1125	<u>B Firması</u> 50 gün var 3 günde 450 $\times \frac{50}{3}$ <table> <tr><td>3</td><td>450</td></tr> <tr><td>1</td><td>150</td></tr> <tr><td>50</td><td>7500</td></tr> </table> En çok kazanan <u>A Firması</u> sahip olur.	3	450	1	150	50	7500	<u>C Firması</u> 60 gün var 5 günde 200 TL kazanı $\times \frac{60}{5}$ <table> <tr><td>5</td><td>200</td></tr> <tr><td>1</td><td>160</td></tr> <tr><td>60</td><td>3600</td></tr> </table>	5	200	1	160	60	3600	<table> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>gün sayısı</td><td>kazancı</td></tr> <tr><td>3</td><td>450</td></tr> <tr><td>1</td><td>150</td></tr> <tr><td>50</td><td>x = 7500</td></tr> </table> $\times \frac{50}{3}$	x	y	gün sayısı	kazancı	3	450	1	150	50	x = 7500
4	200																														
1	225																														
45	1125																														
3	450																														
1	150																														
50	7500																														
5	200																														
1	160																														
60	3600																														
x	y																														
gün sayısı	kazancı																														
3	450																														
1	150																														
50	x = 7500																														

Öğretmenin, Y1'in 2. problem için uyguladığı stratejisi hakkındaki açıklaması şöyledir:

“Öğrencimiz firmaları, 2x2 lik tablo şeklinde yazmış, verilmeyeni bulmaya çalışmış. Bunu yaparken birim orandan yararlanmış. Birim oranı bulmuş, sonra istenilen miktara dönüştürmüş. Bunu yaparken de çarpma bölme kombinasyonu uygulamış diyebiliriz. Aynı

zamanda öğrencimiz 4. düzey olan bir rasyonel sayıyla çarparak da göstermiş yaptığı işlemleri. Aynı zamanda b şıkında da önce birim oranı bulmuş ve yine aynı şekilde dikey ilişki kurarken bir rasyonel sayı ile çarpma yöntemini kullanmış ve orantı sabitini kullanarak grafiğimizin denklemini yazmış, grafik de oluşturmuş”

Öğretmen, Y1’in 1. probleme yönelik stratejisi hakkında, orantısal olmayan durumu dikkate aldığını ifade ederek problem çözme stratejisini matematiksel sürece dayalı olarak eksiksiz ifade etmiş ve *tablo* temsiline kullandığına değinmiştir. 2. problem için yaptığı açıklamasında da benzer şekilde, bilinmeyeni bulma sürecinde sırasıyla *birim oranı bulma*, *çarpma-bölme kombinasyonu*, *doğrudan bir rasyonel sayıyla çarpma*, stratejilerini kullandığını, bunu yaparken de 2x2’lik bir *tablo* temsili oluşturduğunu belirtmiştir. Öğretmen, Y1’in söz konusu stratejileri nasıl kullandığına da değinerek, problem çözme sürecinde uyguladığı adımları detaylı bir şekilde açıklamıştır.

Güçlü açıklamalar kapsamında, doğru bir stratejiye yönelik, öğretmenin *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği*, *bu stratejini arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* ve bunun yanı sıra *eksik noktalara değindiği* duruma örnek olarak, Y3’ün stratejisi (Bkz. Görsel 4.30) hakkındaki açıklaması verilebilir.

Görsel 4.30

Y3’ün 2. Problem İçin Yanıtı

A Firması
45 TL 11
900 TL 22
9900 TL 44

B Firması
45 TL 16
720 TL 32
7200 TL 64

C Firması
45 TL 16
720 TL 32
7200 TL 64

Oranlar
45 TL 11
50 TL 16
450 TL 32
400 TL 36
800 TL 72
7200 TL 144

Öğretmenin, Y3’ün 2. problem için uyguladığı stratejisi hakkındaki açıklaması şöyledir:

“Birim oranı kullanmaya çalışmış, 45’i 4’e bölmüş çünkü. 4’ten 45’e gidememiş. Tek bir yöntem denemiş zaten 4’ten 45’e gitmek için, ‘45 4’ün kaç katıdır’ diye bakmış, 11 diye yuvarlamış ve bu şekilde işlem yapmaya çalışmış. Ama mesela tam katı olan 60’ı 5’e bölmüş, buradaki ilişkide, orantıda karşılık gelen nicelikler birbirinin tam katı olduğu için doğru sonucu bulmuş mesela. Tam katı olduğu zaman demek mi rahat yapabiliyor öğrenci.”

Öğretmenin bu açıklamasında, Y3’ün tek bir yöntem olarak *birim oranı bulma* stratejisini kullandığını belirtmiş, bunu kullanırken hangi matematiksel işlemleri uyguladığını ayrıntılı bir şekilde ifade etmiştir. Y3’ün uyguladığı doğru yanıtına rağmen, tek bir stratejiyi kullandığı için nicelikleri birbirinin tam katı olmayan oranlarda net sonuca ulaşmada zorluk yaşadığını ifade ederek eksik olduğu noktaya değinmiştir.

Öğretmen, bu açıklamasıyla öğrencinin problem çözme sürecinde nasıl bir akıl yürütme izlediğini, hangi stratejiyi kullandığını, hangi noktada eksik olduğunu ele alan güçlü bir açıklama yapmıştır.

Güçlü açıklamalar kapsamında, doğru stratejiye yönelik, öğretmenin *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği* ve *bu stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değindiği* duruma örnek olarak, ders esnasında verilen orantı problemine Görsel 4.31’deki yanıtı veren öğrencinin (V3) stratejisi hakkındaki açıklaması verilebilir.

Görsel 4.31

V3’ün Yanıtı

a sayısı 2, b sayısı 3 ile orantılıdır.
a+b=35 olduğuna göre a ve b sayısı bulunur.

A	B	
2	3	5
4	6	10
8	12	20
14	21	35

Görsel 4.31’de görüldüğü gibi, öğrenci tablo kullanarak, informal bir yöntem olan yineleme/gruplama yoluyla 2:3’e denk oranlar oluşturmuş ve bu işlemi toplamaları 35 olana dek sürdürmüştür. Bunu yaparken değişim çarpanı ve toplama stratejisini kullanmış, böylelikle a ve b sayılarının gerçek değerlerine doğru bir şekilde ulaşmıştır. Öğretmenin bu strateji hakkındaki açıklaması şöyledir:

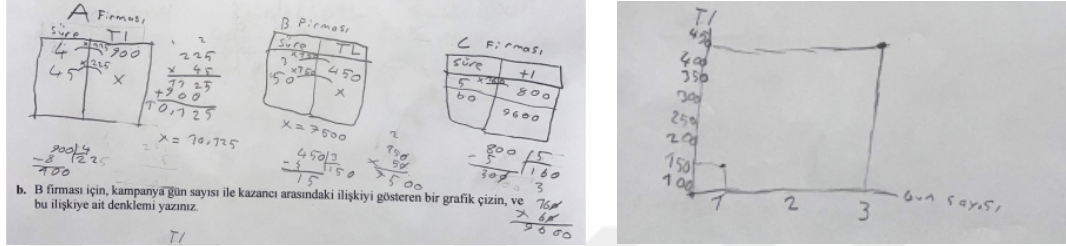
“İlk başta 2’ye 3 oranını, çarpımsal ilişkiyle 2 katına çıkararak, tabloda farklı satırlar elde etmiş, değişim çarpanı ile. Bu satırları kendi içinde toplamış, çünkü a+b’ nin 35 olmasını istediğimiz için aslında gitmek istediği yer 35. Sonra toplama stratejisini kullanarak, her iki sütunu da a ve b sütununu kendi arasında toplamış, gruplama yoluyla yine bu sefer tabloda farklı bir satır oluşturmuş ve bu satırların -bizim istediğimiz gibi- toplamalarının istenen değer olması durumunu oluşturmuş. Böylelikle a ve b sayılarını da otomatik olarak bulmuş oldu.”

Öğretmen bu açıklaması ile V3’ün *değişim çarpanı* ve *toplama stratejisini* ve *gruplamayı* kullandığını belirtmiş ve bu stratejileri nasıl kullandığını matematiksel detaylara yer vererek açıklamıştır. Bunun yanı sıra “...aslında gitmek istediği yer 35...” ifadesiyle akıl yürütme sürecini ortaya koymuştur. Diğer bir ifadeyle öğretmen, bu açıklamasıyla öğrencinin hangi stratejileri, nasıl ve neden kullandığına değinerek güçlü bir açıklama yapmıştır.

Güçlü açıklamalar kapsamında, doğru stratejiye yönelik, öğretmenin *stratejiyi eksiksiz ifade ettiği* bununla birlikte *eksik noktalara değindiği* duruma örnek olarak, Y2'nin stratejisi (Bkz. Görsel 4.32) hakkındaki açıklaması verilebilir.

Görsel 4.32

Y2'nin 2.Problem için Yanıtı



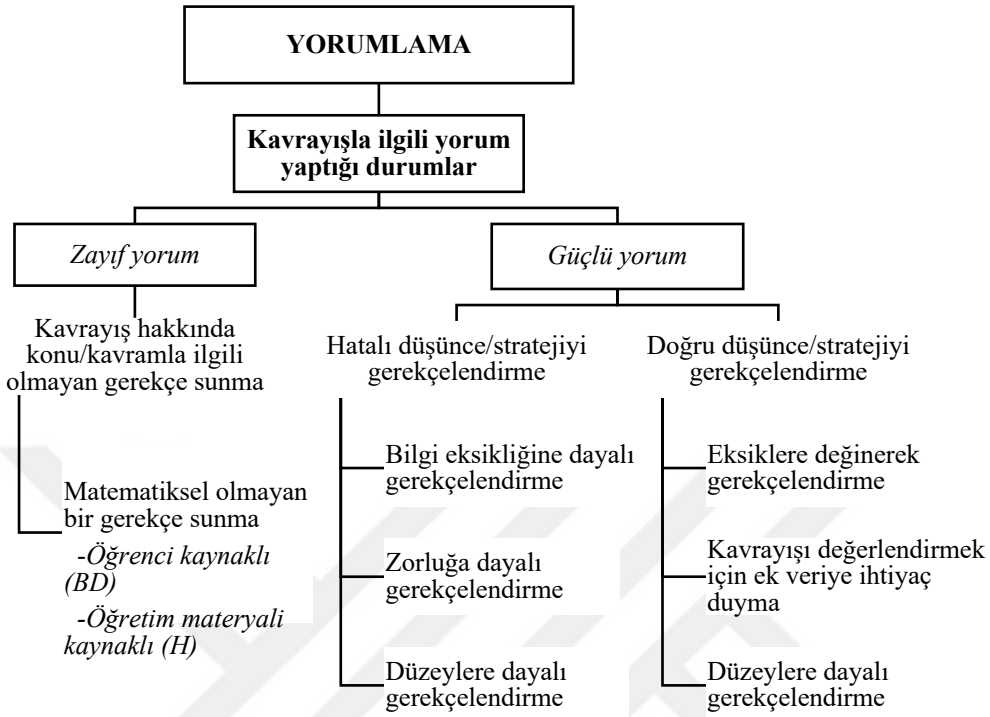
Görsel 4.32’de görüldüğü gibi öğrenci, stratejisinde tabloda yataydaki (süre: kazanç oranı içindeki) çarpımsal ilişkiden yola çıkarak orantıda bilinmeyen değerlere ulaşmıştır. Oranı oluşturan nicelikleri tabloda ve (bir ölçüde) grafikte gösterebilmesine rağmen, b seçeneğinde istenilen doğrusal denklemi oluşturamamıştır. Öğretmenin, Y2’nin stratejisi hakkındaki açıklaması şöyledir:

“Öğrencimiz orantının kendi içinde değişim çarpanını bulmuş ve bu yöntemle A için, B için aynı şekilde C için de doğru sonuca ulaşmış. Hep oranın kendi içindeki değişim katsayısını bularak devam etmiş. Evet başka işlemlere baktığımda, mesela 900’ü 4’e bölmüş, aslında birim oran da kullanmış olabileceğinin bize işareti...Ama yok bunu değişim katsayısı olarak kullanmış sadece, birim oranı yazmamış. b şıkkına baktığımızda, orantı sabitini kullanarak denklem yazma işlemini gerçekleştirememiş.”

Öğretmen bu açıklamasında, Y2’nin oranın kendi içindeki değişim çarpanını bularak orantıda bilinmeyen değerlere doğru bir şekilde ulaştığını, “...ama yok bunu değişim katsayısı olarak kullanmış sadece, birim oranı yazmamış...” şeklinde olası yöntemleri de ele alarak kapsamlı bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Bununla birlikte, Y2’nin doğru stratejisine ve orantıda bilinmeyeni bulabilmesine rağmen orantısal değerleri grafik üzerinde göstermede ve ilgili doğrusal denklemi oluşturmadaki eksikliğini ifade etmiştir.

Şekil 4.49

Orantıda Bilinmeyi Bulma ÖY Kapsamında Yorumlama Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.49’da görüldüğü gibi, orantıda bilinmeyi bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin öğrenci kavrayışı hakkında yorum yaptığı durumlar i. zayıf ve ii. güçlü yorumlardan oluşmaktadır. Öğretmenin zayıf yorumları kapsamında, *konu/kavramla ilgili olmayan bir gerekçe sunduğu*; güçlü yorumlar kapsamında ise doğru veya hatalı düşünce/stratejileri çeşitli yollarla gerekçelendirdiği saptanmıştır.

i. Zayıf yorum

Zayıf yorumlar kapsamında öğretmenin, kavrayış hakkında *konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe* sunduğu görülmüştür. Öğretmenin bu gerekçeleri, bu yörüngede *matematiksel olmayan gerekçelerden* oluşmaktadır. Öğretmen, matematiksel olmayan gerekçeler kapsamında ise, *öğrenci kaynaklı* veya *öğretim materyali kaynaklı gerekçeler* sunmuştur.

Öğretmenin, matematiksel olmayan bir gerekçe sunduğu duruma örnek olarak bir öğretmenin, öğrencinin (V1) kavrayışı hakkındaki şu yorumu verilebilir: “Şöyle düşünüyorum orantıyı anlamadığını değil de hepsini incelemediğini düşünüyorum sayıların. Onu gözden kaçırmış bence...”. Bu yorumunda öğretmen, öğrencinin, problemde verilen tablodaki oran değerlerinin hepsini incelemediği için gözden kaçırdığını, bu nedenle hata yaptığını ifade ederek, kavrayış için ‘öğrencinin

dikkatsizliği' şeklinde *öğrenci kaynaklı* matematiksel olmayan bir gerekçe sunmuştur.

Bir diğer örnek, öğretmenin Görsel 4.26'da yer alan stratejisine dayalı olarak öğrencinin (V2) kavrayışı hakkında yaptığı şu yorumudur:

"Yani şöyle düşünmüş olabilir, bir şey sıfırken, örneğin araba 0 km yol gittiğinde harcadığı benzini düşünelim, o da sıfır olacaktır. Ama bu onun orantılı gideceği anlamına gelmez, bir sonraki adımları da görmem gerekir. Belki o şaşırttı onu, orada sıfır-sıfır yazıyor olmamız. Oysaki hep grafikte sıfıra-sıfır'ı kullanıyoruz. Sıfıra-sıfır'dan bütün şeyleri geçirdik. Ama tablo üzerinde görünce şaşırdı, kat ilişkisi kuramadığı için aradaki. Orantısız ilişkiyi anladığını düşünüyorum, çünkü 7 katını diyor orada, diğer satırlar için 7 katı olduğunun farkında."

Öğretmen, bu yorumu ile öğrencinin daha önce derste oran tablosunda 0,0 niceliklerine yer verilmediği için şaşırdığını düşünmüştür. Böylelikle öğrencinin hatalı düşünce kavrayışı hakkında *kavramların öğrenciye alışık olmadığı şekilde yöneltilmiş olması* gibi matematiksel olmayan gerekçe sunmuştur. Bu gerekçe aynı zamanda öğretim materyali kaynaklı bir gerekçedir. Söz konusu problem durumunda, köpek yaşının insan yaşına oranı için öğrenci yalnızca ilk iki satır arasındaki dikey çarpımsal ilişkiye odaklanmış, köpek yaşındaki her 1 artış için, insan yaşındaki 7 artışa dikkat etmemiştir. Bu yönüyle öğrencinin oran orantıda bağıl değişimi "her a için b kadar" olacak şekilde tanımlayamadığı anlaşılabılır. Ancak öğretmen bu noktaya değinmemiştir.

ii. Güçlü yorum

Güçlü yorumları kapsamında, öğretmen hatalı düşünce/stratejileri, öğrencinin sahip olduğu *bilgi eksikliğine*, *öğrencinin yaşadığı zorluğa* veya *düzeylere dayalı gerekçelendirdiği*; doğru düşünce/stratejileri ise *eksiklere dayalı gerekçelendirdiği*, *düzeylere dayalı* (doğrudan yörüngede yer alan karmaşıklık düzeyini referans göstererek) *gerekçelendirdiği* veya *öğrencinin düşünce/strateji için ek veriye ihtiyaç duyduğu* görülmüştür.

Hatalı düşünce/stratejilere yönelik, öğretmenin, öğrencideki *bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme* yaptığı duruma örnek olarak, Görsel 4.27'deki stratejisine dayalı olarak V6'nın kavrayışı hakkındaki yorumu şöyledir: "Kesirlerde sorun yaşıyor, ayı güne çevirirken sorun yaşıyor. Tam sayılı olsa yapabilirdi bence. Çünkü değişim çarpanını bulup her ikisini de aynı değişim çarpanı ile çarpıp bulmaya çalıştı. Ön bilgide büyük eksiklik var hocam. Bizim konuda değil de." Bu yorumu ile öğretmen, kesirlerde çarpma işleminde sorun yaşayan öğrencinin ön bilgilerindeki bu eksikliğe dayalı gerekçelendirmede bulunmuştur.

Hatalı düşünce/stratejilere yönelik, *bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirmeye* yazılı yanıtlara dayalı görüşmelerden bir örnek ise öğretmenin, Y4'ün kavrayışı hakkındaki şu yorumudur: “Baktığımız zaman, birim oranı doğru bulamadığı için artık grafiği de yanlış gitmiş, zaten denklemi kurmaya hiç gitmemiş. Yani çocuk daha orantılı orantısız bilmiyor, orantıyı doğru kuramıyor.” Öğretmen bu yorumuyla öğrencinin orantı kurma, orantılı ve orantısız durumlar konusundaki bilgi eksikliğine değinmiş, bu nedenle diğer konularda da (grafik oluşturma, denklem kurma) konusunda başarısız olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen, bazı durumlarda *bilgi eksikliklerine dayalı gerekçelendirmede* bulunurken, aynı zamanda öğrenme yörüngesindeki *düzeyle dayalı gerekçelendirme* de yapmıştır. Örneğin öğrencinin (Y2) hatalı düşünce/stratejisine yönelik, kavrayışı hakkındaki şöyle yorum yapmıştır:

“Öğrencimizin aslında birden fazla yöntemi kullandığını da söyleyemeyiz, burada sadece bir yöntemi kullanmış mesela: orantının kendi içerisindeki değişim çarpanını bulup buradan devam etmiş. Farklı yöntem kullandığını, rasyonel sayıyla çarpabildiğini söyleyemiyorum ben burada. Yani düzey’de kaldığını düşünüyorum ben öğrencinin. Çarpma bölme kombinasyonunda kaldığını düşünüyorum. Çarpımsal ilişkiyi doğru kullanmış, fakat işte dediğim gibi az önce de orantısız olmayan durumları ayırt edememiş.”

Bu yorumunda, öğrencinin orantısız olan olmayan durumları ayırt edemediği konusundaki bilgi eksikliğine değinirken ‘farklı yöntemler kullanması’, ‘rasyonel sayıyla çarpması’, ‘ikinci düzeyde olması’ gibi ifadelerle yörüngedeki düzeyle de atıfta bulunmuştur.

Hatalı düşünce/stratejilere yönelik, öğretmenin öğrencinin yaşadığı *zorluğa dayalı gerekçelendirmede* bulunduğu duruma örnek ise şöyledir: Derste nicelikleri $\frac{1}{9}$ ile $\frac{1}{2}$ olan oranın, bu nicelikleri arasındaki çarpımsal ilişkiyi bulmakta zorlanan öğrencinin (V5) kavrayışı hakkında öğretmen şu yorumu yapmıştır:

“Orada şunu genelleyemedi bence, çarpımsal ilişkiyi biz bulurken, aslında zihnimizden bir bölme işlemi yapıyoruz. Atıyorum işte 2’ye 10 ise, oradan 5 katına çıktığını, çocuk aslında 10’u 2’ye bölerek... Ama bu o kadar basit ki artık bizim için zihinsel olarak, oranın kendi içindeki çarpımsal ilişkisini bulurken 10’u 2’ye böldüğünü bile çocuk anlamıyor aslında, 5 katı deyip geçiyor mesela. Ama aslında orada zihinsel bir bölme işlemi yapılıyor, çok basit olduğu için bölme yaptığının farkında değil belki. Burada da aynı şekilde bölme yapabileceğini anlamadığı için.”

Öğretmen bu yorumunda öğrencinin nicelikleri rasyonel sayı olan oranların kendi içindeki çarpımsal ilişkiyi bulmada zorlandığını ve niceliklerinin tam sayı olması durumunda yapılan bölme işlemini rasyonel sayılar için genelleyemediğini ifade etmiştir.

Burada bahsi geçen ‘bölme’ kavramının rolü ve bu rolün öğrenci tarafından gerekçelendirilerek kavranılmasının gerekliliği, özellikle birim oranı bulma yörüngesinde odak olduğundan, öğretmenin geçmiş yörüngelerden edindiği bilgi ve çıkarımlarını da kullandığı anlaşılmaktadır.

Güçlü yorumlar kapsamında, öğretmenin, doğru düşünce/stratejileri *düzeyle dayalı gerekçelendirdiği, eksiklere dayalı gerekçelendirdiği veya öğrencinin düşünce/strateji için ek veriye ihtiyaç duyduğu* görülmüştür. Örneğin öğretmenin kavrayışı düzeyle dayalı gerekçelendirdiği duruma örnek olarak öğrencinin (Y1) kavrayışı hakkındaki yorumu şöyledir:

“Oranlar arasındaki dikey ilişkiyi kurmuş, rasyonel sayı olarak almış, çarpma bölme kombinasyonlarını kullanmış, hatta sonra hangi rasyonel sayıyla çarpabileceğini bulmuş, ilerleyen süreçte öğrencimiz orantısız olmayan durumları da doğru değerlendirebilmiş. Ve düzey 7’ye yani tablo ve grafiklerde orantısız bir ilişki içinde değerler kümesi verildiğinde orantı sabitini bularak denklemde doğru yere yerleştirerek denklemini kurmuş. Anladığını düşünüyorum.”

Öğretmen yorumunda doğrudan yörüngedeki düzeyle atıfta bulunarak kavrayışla ilgili gerekçelendirme yapmış ve konuyu anladığını ifade etmiştir.

Doğru düşünce/stratejiye yönelik, *düzeyle dayalı ve eksikliklere dayalı gerekçelendirme* yaptığı duruma örnek olarak, öğretmenin öğrencinin (Y3) kavrayışı hakkındaki şu yorumu verilebilir:

“Öğrencinin bence bölme işleminde virgül kullanması ve ilerletmesinde, yani eski bilgilerinde eksikliği var diyebiliriz. Burada 2 katına çıkmış, 7’ de iki katına çıkacak diyor, 8 günde 7 olduğunu söylemiş, orantısız olduğunu fark etmiş. O sabit sayıyı çıkarıp tekrar orantı kurmuş ve doğru sonucu da bulmuş. Evet orantısız olduğu durumları doğru değerlendirmiş. Orantı konusunda öğrencinin anladığını söyleyebiliriz, orantılı orantısız durumları ayırt edebildiğini, dikeyde çarpan bulması gerektiğini bulması gerektiğini bulmuş. Ama çok farklı yöntemler uygulamamış, hep aynı yöntemi uygulamış, rasyonel sayıyla çarpma yöntemini kullanmamış. O yüzden ben bu öğrenciye ‘düzey 2’ diyebilirim. Grafiği de yanlış çizmiş, yani 7. Düzeyi yapamamış.”

Öğretmen bu ifadesinde kavrayışıyla ilgili olarak *değişim çarpanı bulma, orantı kurma, orantılı orantısız durumları ayırt etme* konularını anladığını belirtmiş bunu gerekçelendirirken çarpımsal ilişkiyi rasyonel sayı olarak ifade etmediği için 2. düzey olduğunu belirterek düzeyle atıfta bulunmuştur. Ayrıca doğru yanıtı rağmen eski konulardaki eksikliklere değinmiştir.

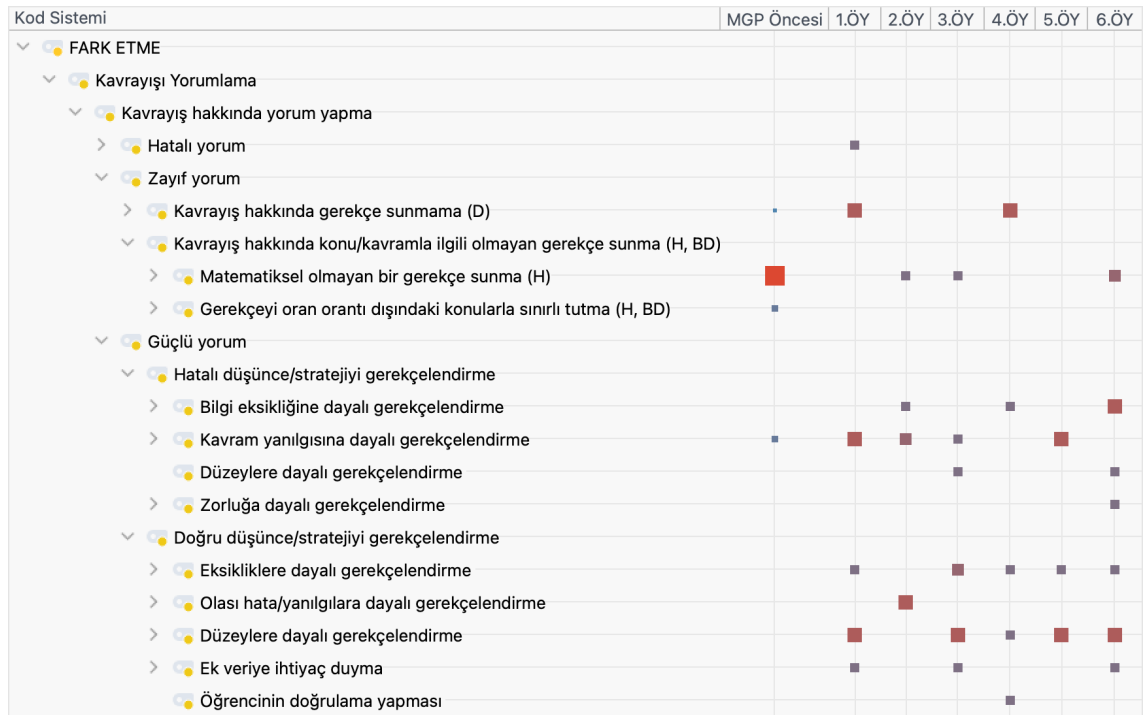
Güçlü yorumlar kapsamında, öğretmenin, doğru düşünce/stratejiye yönelik *kavrayışı daha derin değerlendirmek için ek veriye ihtiyaç duyduğu* durum saptanmıştır. Öğretmen, öğrencinin (V4) kavrayışı hakkında şu yorumda bulunmuştur.

“...içler dışlar çarpımı yapmış, şimdi çocukların içler dışlar çarpımı yöntemini çok da orantıyı anlamlandırmadan, doğru birimleri doğru yere yazdığı anda yapabildiğini konuşmuştuk. Bu, çocuğun orantıyı anladığı anlamına gelmez demiştik, o yüzden burada onun anladığı konusunda yorum yapamayacağım.”

Öğretmen bu yorumu ile çapraz çarpım algoritmasının orantı konusunu anlamının bir göstergesi olmadığını, öğrencinin şablonda nicelikleri doğru yere yerleştirerek konuyu anlamadan da bu algoritmayı ezbere uygulayabileceğini ifade etmiştir. Bu yörünge sonunda öğretmenin yorumlama becerisindeki gelişim Şekil 4.50’de sunulmuştur.

Şekil 4.50

Orantıda Bilinmeyen Bulma ÖY Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim



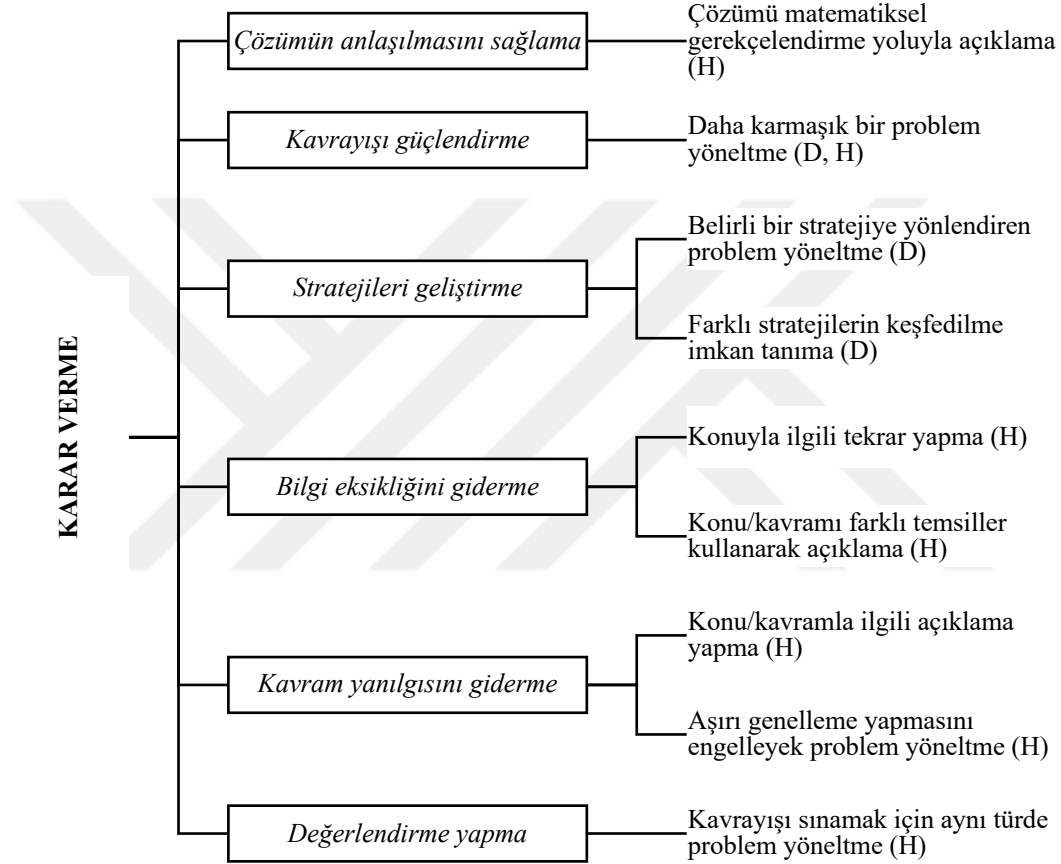
Şekil 4.50’de görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (6. ÖY) yeni ortaya çıkan kategori güçlü yorumlar teması altında, hatalı düşünce/stratejiye yönelik *zorluğa dayalı gerekçelendirme* yapmasıdır. Yoğunluk görülen kategoriler ise hatalı düşünce/stratejilere yönelik, *bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme*; doğru düşünce/stratejiye yönelik, *düzeyle dayalı gerekçelendirme*’dir. Bu yörünge kapsamında genel dağılımın güçlü yorumlarda olduğu görülmekle birlikte zayıf yorumları oluşturan *konu/kavram dışı gerekçelendirme* yaptığı yorumlar da bulunmaktadır. Bu yorumların MGP öncesindeki kadar yoğun olmadığı görülmektedir.

Karar verme bileşenine ilişkin bulgular

Orantıda bilinmeyi bulma ÖY kapsamında, karar verme bileşeninin analizinden elde edilen bulgular Şekil 4.51’de sunulmuştur.

Şekil 4.51

Orantıda Bilinmeyi Bulma ÖY Kapsamında Karar Verme Bileşenine İlişkin Bulgular



Şekil 4.51’de görüldüğü gibi, orantıda bilinmeyi bulma yörüngesi kapsamında, öğretmenin kararları şunlardır: i. çözümün anlaşılmasını sağlama, ii. kavrayışı güçlendirme, iii. stratejileri geliştirme, iv. bilgi eksikliğini giderme, v. kavram yanlışlığını giderme ve değerlendirme yapma.

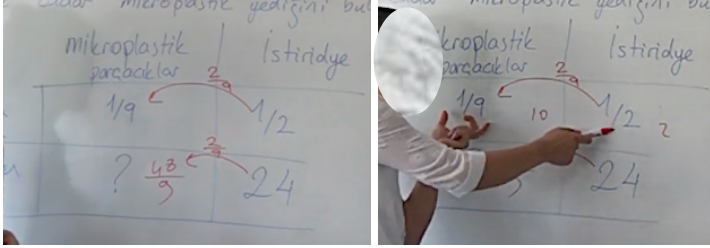
i. Çözümün anlaşılmasını sağlama

Öğretmenin, çözümün anlaşılmasını sağlama teması altındaki kararı, öğrenciye *çözümü matematiksel gerekçelendirme yoluyla açıklama*’dır. Bu kararına örnek şöyledir: Ders esnasında, nicelikleri rasyonel sayılardan oluşan oranların oluşturduğu bir orantıda

bilinmeyeni bulmayı içeren bir problem durumunu anlamadığını belirten öğrenciye (V5) yönelik, öğretmen Görsel 4.33'e dayalı olarak kararını şöyle açıklamıştır:

Görsel 4.33

Öğretmenin Tahtadaki Açıklaması



“Mesela bu $\frac{1}{9}$ 'u göstererek 10 olsaydı, bu $\frac{1}{2}$ 'yi göstererek 2 olsaydı, bundan buna gitmek için (2'den 10'a gitmeyi kastederek) '5'le çarpalım' derdik, öyle değil mi? Yani aslında 10'u 2'ye bölüyorsun. Hatta şöyle bir inceleyelim, daha ayrıntıya inelim, böyle direkt kesirle yapmayalım: Bunu $\frac{1}{2}$ 'yi göstererek 1 haline getirmek için önce 2'yle çarpmam gerekir mi? Sonra bir de oluşan 1'i 9'a bölssem, 1 bölü 9'u elde eder misiniz?”

Öğretmen öğrenciye yaptığı bu açıklamasında, oranlar arasındaki değişim çarpanını bulurken iki rasyonel sayı arasında bölme yapıldığını, önce 2 ve 10 tam sayıları üzerinden örnek vererek, ardından yörüngedeki karmaşıklığı dikkate alarak gerekçelendirmektedir. Yansıtıcı görüşmede ise bu anlık kararı ile ilgili şu açıklamada bulunmuştur:

“Tamsayıları örnek vererek, tam sayılardan daha basit 'bölme' ile... Aslında zihinsel olarak bölme işlemi yaptığımızı göstermek istedim. Daha sonra da işte '1 bölü 2'den '1 bölü 9'a nasıl yapılır? '1 tam' elde edilir, daha sonra da '1 tam'ın '9'da 1' i sorulduğu için 9'a bölünür. Daha sonra bu işte kesir şeklinde yazılır diye. 4. düzeyde 'direkt kesirle çarpma' işlemini anlatmak için.”

Görüldüğü gibi öğretmen yansıtıcı görüşmede de anlık kararını desteklemiş ve gerekçelendirmiştir.

ii. Kavrayışı güçlendirme

Kavrayışı güçlendirme teması altındaki kararları doğru ve/veya hatalı düşünce/stratejiye yönelik *daha karmaşık bir problem yöneltme*'dir. Öğretmenin, bu kararına şu ifadeleri örnek verilebilir:

“Şöyle yapabilirim belki, yatayda ve dikeyde, değişim çarpanı tam sayı olmayan bir örnek verip, farklı yöntemlere gitmesine zorlayabilirim...” (Y2)

“Tam çıkmayacak örneklerden sorarım, tam katı olmayan. Çünkü öğrencimin düzey 3 olan “rasyonel sayıyla çarpabilir” kısmına ulaşması için, birbirinin tam katı olmayan değerleri vererek orantı kurmasını isterim.” (Y3)

Bu açıklamalarda da görüldüğü gibi öğretmen, hatalı stratejiye sahip olan öğrenci (Y2)

için ‘değişim çarpanı tam sayı olmayan’ problem soracağını böylelikle öğrencinin ‘farklı yöntemlere kullanmaya’ ihtiyaç duymasını sağlayacağını belirtmiştir. Öğrencinin ‘değişim çarpanı tam sayı olmayan’ durumlarla karşılaştığında farklı stratejilere yönelecek olması, ilgili yörüngede yer alan bir fikirdir. Benzer şekilde doğru düşünce/stratejiye sahip bir öğrenciye (Y3) yönelik de ‘tam katı olmayan’ şeklinde, yine değişim çarpanının tam sayı olmadığı durumlara yani bir üst karmaşıklık düzeyine ilişkin problem sorarak, “rasyonel sayıyla çarpabilir” akıl yürütmesine ulaşmasını sağlamak istediğini ifade etmiştir.

iii. Stratejilerini geliştirme

Öğretmenin, stratejilerini geliştirme teması altındaki kararları: doğru düşünce/stratejiye sahip öğrenciler için belirli bir stratejiye yönlendiren soru/problem yöneltme ve farklı stratejilerin gösterilmesine/keşfedilmesine imkân tanıma’dır.

Öğretmenin, öğrenciyi (Y1) belirli bir stratejiye yönlendiren problem yönelteceğini belirttiği kararına yönelik ifadesi şöyledir: “Bir sonraki adımda öğrenciye, ne yöneltebilirim. Yine sabit terimi bularak denklem kurmasını, bu seviyede, en son basamaktaki şeyi.” Öğretmen bu ifadesinde doğru düşünce/stratejiye sahip öğrenciye ilgili yörüngenin son düzeyinde yer alan ‘sabit terimi bularak denklem kurma’ ya yönlendiren bir problem yönelteceğini belirtmiştir.

Öğretmenin, *farklı stratejilerin gösterilmesine/keşfedilmesine imkân tanıma* kararı kapsamında farklı öğrencilerden yanıt isteme yoluna gittiği görülmüştür. Buna örnek olarak, ders esnasında bir öğrencinin (V3) doğru stratejisi üzerine, sınıfa yönelik yaptığı şu açıklama verilebilir: “Arkadaşınız değişik bir yöntem kullandı. Evet kim gelecek başka tahtaya göstermek için yöntemini? Var mı başka şekilde yapmak isteyen?” Bu ifadesi ile öğretmenin, farklı öğrencilerden yanıt isteyerek farklı stratejilerin gösterilmesine imkân tanıdığı görülmektedir. Benzer bir örnek, yine ders esnasında bir başka öğrenci (V4) “Güzel, doğru orantı ile. Başka? Çocuklar başka yöntemler var.” şeklinde yanıt vermiştir.

Yansıtıcı görüşmede bu kararı hakkında şöyle açıklama yapmıştır:

“Çocuklardan gelmesini beklemişim cevapların, kendim açıklama yapmak istemiyorum o yüzden. Gösterdiklerimin yeterli olduğunu düşünmüşüm muhtemelen. Farklı örnekleri gördüğü için daha basit örnekleri, orantı konusunda, diğerlerinin yaptıklarını da görmesini istemişim.”

iv. Bilgi eksikliğini giderme

Öğretmenin, bilgi eksikliğini giderme teması altında yer alan kararları: *konuyla ilgili*

tekrar yapma ve konu/kavramı farklı temsiller kullanarak açıklama' dır.

Öğretmenin, *konuyla ilgili tekrar yapma* kararına örnek olarak, hatalı stratejiye sahip olan öğrenciye (Y4) yönelik kararı şöyledir:

“Yani çocuk daha şöyle, orantılı orantısız bilmiyor, orantıyı doğru kuramıyor, geri dönüp buna denk oranlar oluşturmayı tekrar edebiliriz diye düşünüyorum, tekrardan denk oranlar oluşturma kısmını tekrar edebiliriz. Birim oranı da tekrar edebiliriz, birim oranlar da yanlış sonuçta, geriye gitmek gerekecektir.”

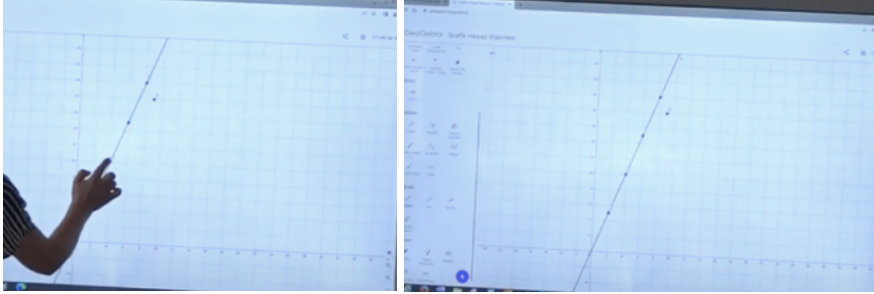
Bu kararında öğretmen, öğrencinin denk oran, birim oran kavramlarında eksiklik olduğunu ve bu nedenle bunları geri giderek tekrar etmesi gerekeceğini ifade etmiştir.

Öğretmenin, hatalı stratejiye yönelik konu/kavramı *farklı temsiller kullanarak açıklama* kararına örnek olarak, ders esnasında öğrenciye (V1) orantısız ilişkiyi bir geometri yazılımında grafik çizerek göstermiş (Bkz. Görsel 4.34) ve şöyle açıklama yapmıştır:

“Hepsi için bu şekilde olur mu...Bütün noktalar doğrusal mı çıkıyor, yoksa doğrunun üzerinde olmayan noktalar da mı çıkıyor? Hepsi doğrusal çıktı, sıfıra sıfırdan da geçiyor. Ama doğrumuzun üstünde olmayan bir nokta var. Aslında bu nokta dışında diğerleri orantısız...”

Görsel 4.34

Öğretmenin grafik üzerindeki açıklaması



Öğretmen ilgili duruma yönelik yansıtıcı görüşmede de bu kararını destekleyen şu açıklamada bulunmuştur:

“Orantısız değerlerin bir doğru boyunca aynı doğru üstündeki noktalar olacağını her dersimizin sonunda zaten işlemiştik ve grafiğini çizmiştik. O yüzden öğrenciler artık orantılı durumların bir doğru belirttiğinin farkındalar. O yüzden buradaki noktaların, tümünün - sadece birisi hariç- bir doğru üstünde çıktığını, bir tanesinin ise bir doğru üstünde değil farklı bir yerde çıktığını göstererek orantısızlığın bozulduğunu göstermek istedim.”

Öğretmen açıklamasında öğrencilere, orantısız ilişki içeren nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkinin hep sabit olduğunu grafik üzerinde de göstermiştir.

v. Kavram yanlışlığını giderme

Öğretmenin kavram yanlışlığını giderme teması altında yer alan kararları: konu/kavramla

ilgili açıklama yapma veya yeni bir problem yöneltme'dir.

Öğretmen, ders esnasında hatalı yanıt veren öğrenciye (V6) şöyle açıklama yapıştır:

“Şimdi ben bir kesri genişlettiğimde değeri değişir mi? Bu yarımı mı ifade ediyor bana? $<1/2>$ 'yi göstererek. Bu neyi ifade ediyor, 6'nın 3'ü? Bu da 'yarım'. Bir ayın yarısı kaç gün yapar? 15 gün. Genişletme işlemi yaptığında sayıyı 3'le çarpmış olmayız, genişletme işlemi yaptığında kesrin değerinde hiçbir değişiklik yaratmayız. Daha çok parçaya ayırmaktan başka bir şey değil aslında genişletme işlemi.”

Bu yanıtı ile öğretmen, öğrenciye konu/kavramla ilgili açıklama yapmıştır. Öğretmen, yansıtıcı görüşmede bu anlık kararını şöyle gerekçelendirmiştir:

“Öncelikle kesir kavramında genişletme ile çarpmanın farklı olduğunu, bir sayıyla çarpma işlemi yapıldığı zaman sayının değerinin değişeceğini ama genişletmede kesrin değerinin değişmediğini, denk kesirler bulduğumuzu hatırlattım, daha sonra aynı öğrenciye söz verip, yine aynı bizim stratejimiz işte rasyonel sayıyla çarpma da olabilir, çarpma bölme kombinasyonlarını kullanması da olabilir, ımm olanak sağladım ki aynı öğrenci anlamış mı görelim, bir üst basamağa geçebilmesi için.”

Öğretmenin hatalı stratejiye yönelik, yeni bir problem yöneltme kararına örnek olarak, Y2'ye yönelik açıklamasının devamında yer alan şu ifadesi verilebilir: “Orantısız olmayan durumlarla ilgili – çünkü bunu da ayıramamıştı- problem verebilirim daha iyi ayırt edebilmesi için. Çünkü her gelen problemi doğru orantılı diye düşünüyor demek ki.” Öğretmen bu kararı ile öğrenciye, ‘orantısallığı genelleme’ diğer bir ifadeyle ‘orantısız ilişki içermeyen durumlarda da orantısız gibi düşünme’ yanlışlığını engellemek için problem yönelteceğini belirtmiştir. Böylelikle öğretmen Y2 için hem kavrayışı güçlendirmek hem de kavram yanlışlığını gidermek için problem yöneltme yoluna gideceğini belirtmiştir.

vi. Değerlendirme yapma

Öğretmenin orantıda bilinmeyeni bulma ÖY kapsamında, değerlendirme yapma teması altında yer alan kararı: kavrayışı sınamak için benzer türde problem yöneltme' dir. Öğretmenin, öğrenciye (V6) yönelik bu kararını belirten açıklaması şöyledir: “Aynı öğrenciye söz verip, yine aynı bizim stratejimiz -işte rasyonel sayıyla çarpma da olabilir, çarpma bölme kombinasyonlarını kullanması da olabilir- buna olanak sağladım ki öğrenci anlamış mı görelim.” Öğretmen bu açıklamasında öğrenciye üzerinde durulan probleme Öğretmen bu öğrenci için aynı zamanda kavram yanlışlığını gidermek üzere açıklama da yapmıştır. Bu yörünge sonunda öğretmenin karar verme becerisindeki gelişim Şekil 4.52'de sunulmuştur.

Şekil 4.52

Orantıda Bilinmeyi Bulma ÖY Sonunda Dikkat Etme Bileşeni için Gelişim



Şekil 4.52’de görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında (6. ÖY) yeni ortaya çıkan kategoriler: kavram yanlışlarını giderme teması altında konu/kavramla ilgili açıklama yapma ve kavram yanlışlığını giderecek bir problem yöneltme’dir. Yoğunluk görülen tema ve kategoriler ise şunlardır: kavrayışı güçlendirme teması altında, daha karmaşık bir problem yöneltme; stratejileri geliştirme teması altında farklı stratejilerin keşfedilmesine imkân tanıma; bilgi eksikliğini giderme teması altında konu/kavramı farklı temsiller kullanarak açıklama.

4.2.2.3.2 Orantıda bilinmeyi bulma öğrenme yörüngesi için matematiksel söyleme ilişkin bulgular

Bu öğrenme yörüngesi için söyleme ilişkin bulgular Tablo 4.15’te sunulmuştur.

Tablo 4.15

Orantıda Bilinmeyi Bulma Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söyleme İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Oran</i> - Nicelikler (bu, değer, nicelik) - İfade (Her a'ya b) - Kesir <i>Denk oran</i> - Aynı oran - Toplayarak - Çarpımsal ilişki, kat ilişkisi - Toplamsal ilişki <i>Birim oran</i> - Birim başına düşen - Birimini bulma <i>Oranları karşılaştırma</i> - Grafikte diklik, daha dik/yatay (yeni) - Büyük/küçük kesir (yeni) <i>Orantı kavramı</i> - Orantı sabiti (yeni) - Aynı çarpımsal ilişki (yeni) - Eşit oranlar <i>Orantı oluşturma</i> - Çarpma-bölme <i>Orantıda bilinmeyi bulma</i> - Yatay-dikey ilişki - Aynı oranı koruma - a'dan b'ye gitme - Çarpma bölme kombinasyonları (yeni)	<i>Oran-kesir ilişkisi</i> - Oran-kesir anlamları farklıdır. (yeni) <i>Oran oluşturma</i> - Oranı bağlama göre oluştururuz ve yorumlarız. (yeni) <i>Denk oran oluşturma:</i> - Denk oranların grafiği ışın belirtir. - Toplamsal ilişki ile oran korunmaz, çarpımsal ilişki ile korunur.* - Farklı oranları toplayıp çıkardığımız da da denk oranlar oluşur. <i>Oranları karşılaştırma</i> - Oranları eş karşılık gelen değer bularak veya grafiğin dikliğine bakarak karşılaştırabiliriz.(yeni) <i>Orantı oluşturma</i> - Aynı çarpımsal ilişkiye sahip iki oran orantı oluşturur. - Orantı oluşturmak, bir orana eşit sonsuz ikiliden herhangi ikisini bulmaktır. (yeni) <i>Orantıda bilinmeyi bulma</i> - Problem çözerken öncelikle orantısal ilişki olup olmadığına bakılır, sonra orantı kurulur. - Orantıda değişim çarpanını bulurken, birbirinin katı olmayan nicelikler arasındaki ilişkiyi, ardışık çarpma-bölme işlemlerini kullanarak bulabiliriz.* (yeni) - Değişim çarpanı olarak çarpma bölme algoritmaları tek bir rasyonel sayı ile çarpma olarak ifade edilebilir.* (yeni)	<i>Yazılı ifadeler</i> - İşlemler - Çapraz çarpım algoritması* - Çarpma-bölme* - Harfli ifadeler (yeni) - Sembol ve gösterimler - Oklar* - İki nokta ve kesir sembolü <i>Şekil ve diyagramlar</i> - Tablo $2 \times n$'lik 2×2'lik * (yeni) - Grafik (çizgi)	<i>Sorularındaki rutinler:</i> - Nasıl bir ilişki var/kuruyoruz? - Dikey ilişki mi kuralım, yatay ilişki mi? - Kaç katına çıkıyor? - Kaç bölüp kaçla çarpacağım? - Nereden nereye gitmeliyim? Okların yönü nereye olmalı? - Orantısal bir ilişki var mı, denklemini nasıl kuruyoruz? <i>Problem çözme stratejilerinde:</i> - Oran tablolarında değişim çarpanı - Çarpma bölme kombinasyonları

Tablo 4.15 (Devam)

Orantıda Bilinmeyen Bulma Yörüngesi Kapsamında Matematiksel Söyleme İlişkin Bulgular

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Orantılı/orantısız durum</i> ▪ Doğru orantı, doğru orantılı çokluk ▪ Doğrusal/orantısal ilişki/durum ▪ Orantısız, orantılı olmama ▪ Sıfıra sıfırdan geçen/geçmeyen (yeni) ▪ Çarpımsal ilişki ▪ Denklem kurma (yeni) ▪ Orantı sabiti/sabit sayı/artış (yeni) ▪ Doğrunun üzerinde/dışındaki nokta (yeni)	<i>Orantılı/orantısız durum</i> ▪ Orantılı durumların grafiği sıfıra sıfırdan geçer, orantısız olmayan durumlar sıfıra sıfırdan geçmez. ▪ Aralarında çarpımsal ilişki kurabildiğim durumlar orantılı ilişki içerir, olmayanlar orantısız ilişki içermez. ▪ x ve y orantılı ise, $a:b$ orantı sabitine eşittir.		

Not. Bu ÖY kapsamında yeni ortaya çıkan bulgular, sonuna ‘yeni’ yazılarak ifade edilmiştir. Öğretmenin *kelime kullanımı*nda, *görsel araçları*nda ve *onaylanmış ifadeleri*ndeki rutinleri, ilgili sütunlar altında yıldız simgesi (*) ile; diğer rutinleri ise, *rutinler* sütununda belirtilmiştir.

Tablo 4.15'ta görüldüğü gibi orantıda bilinmeyeni bulma öğrenme yörüngesi kapsamında öğretmen, kelime kullanımında *oran*, *denk oran*, *birim oran*, *oranları karşılaştırma*, *orantı ve orantısız/orantısız olmayan durumlar* kavramlarına yer vermiştir. Bu yörünge kapsamında, yeni ortaya çıkan kelimeler, *oranları karşılaştırma* bağlamında: 'diklik' (grafikte); *orantıda bilinmeyeni bulma* bağlamında: 'çarpma bölme kombinasyonları', *orantılı/orantılı olmayan durumlar* bağlamında: 'sıfıra sıfırdan geçme', 'denklem kurma', 'orantı sabiti', 'doğrunun üzerinde/dışındaki nokta'dır.

Onaylanmış ifadeleri kapsamında, oran-kesir ilişkisi, denk oran oluşturma, oranları karşılaştırma, orantı oluşturma, orantıda bilinmeyeni bulma bağlamlarında tanım ve açıklamalar yapmıştır. Bunlardan yeni olanlar şunlardır: *Oran-kesir ilişkisi* bağlamında, daha önceki yörüngelerden farklı olarak bu yörüngede yaptığı açıklama şöyledir: "Oran kesir farklarından biri kesir sayı doğrusunda bir noktaya karşılık gelirken, oran çift sayı doğrusunda gösterilebilir veya grafikte iki niceliğin kesiştiği nokta ile gösterilebilir." *Oranı oluşturma* bağlamında, oranı bağlama göre oluşturup yorumlamak gerektiğini bu yörüngede yeniden ve şöyle açıklamıştır: "Bir oran oluşturduğunda, kesir anlamı açısından büyük çıktığı anda, 'büyük benim istediğimi daha iyi gerçekleştiriyor' diye yorumlamayacağım, düşüneceğim. 'Büyük çıktı, ama ne büyük çıktı? Belki de benim istemediğim bir şey büyük çıktı' deyip bir kere daha düşünmemiz gerekiyor." *Oranları karşılaştırma* bağlamında ise daha önceki yörüngede 'eksenlere yakınlık' olarak betimlediği diklik olarak ifade ederek "oranların, grafiklerinin dikliklerine bakarak karşılaştırılabileceğini" belirtmiştir.

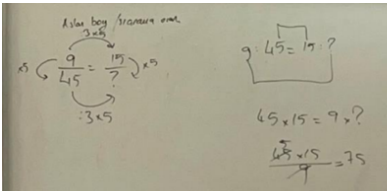
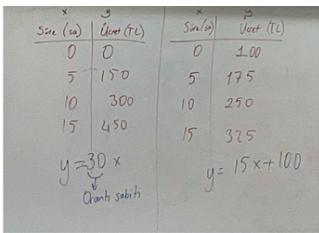
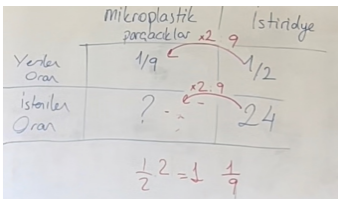
Bu yörüngenin esas konusu orantı ve orantıda bilinmeyeni bulma ve orantılı orantısız durumlar olduğundan özellikle bu konu ve kavramlarla ilgili onaylanmış ifadelerinde yenilikler görülmektedir. Örneğin, *orantı oluşturma* ile ilgili MGP öncesinde içler dışlar çarpımı yapıldığında eşit olmasına atıfta bulunurken "Orantı oluşturmak, bir orana eşit sonsuz ikiliden herhangi ikisini bulmaktır" şeklinde alternatif bir açıklamada bulunmuştur. Orantıda bilinmeyeni bulurken birbirinin katı olmayan nicelikler için tam sayı bir değişim çarpanı olmadığından içler dışlar çarpımını kullanırken, bu yörünge ile "birbirinin katı olmayan nicelikler arasındaki ilişkiyi, ardışık çarpma-bölme işlemlerini kullanarak bulabiliriz" şeklinde açıklamış ve "bu algoritmalar tek bir rasyonel sayı ile çarpma olarak ifade edilebilir" şeklinde ekleme yapmıştır (Bkz. Tablo 4.16, 3. satırdaki işlem).

Oran orantı konusu dışında yaptığı açıklamalar ise bu yörüngede oldukça fazladır. Bunlar: “grafik çiziminde eşit aralıklar verilmelidir”, “tablo çiziminde okların yönü bilinmeyene doğru olmalıdır” şeklinde görsel araçlarla ilgili ve “Kesirlerde genişletme işlemi daha fazla parçaya ayırmak demektir, genişletme ile kesrin değerinde bir şey değişmez”, “Kesirlerde çarpma yaparken paylar kendi içinde, paydalar kendi içinde çarpılır.”, Matematikte çarpma işleminin sonucu hep çarpanlardan büyük olmayabilir.”, “Ondalık sayılarla kısa yoldan çarpmada virgöl kaydırırız.”, “İki noktadan yalnızca bir doğru geçer.” şeklinde yörüngenin içerdiği matematik konularıyla dolaylı olarak ilgili olan açıklamalardır.

Görsel araçlarında öğretmenin bu yörünge ile birlikte, yazılı ifadelerinde *harfli ifadeler*, *denklem*; şekil ve diyagramlarda ise *2x2'lik tablolar* kullanmaya başladığı görülmektedir. MGP öncesinde her derste harfli ifade kullanırken bu yörünge ile MGP sürecinde bu yörünge ile kullanmaya başlamıştır. Öğretmenin bu yörünge kapsamında kullandığı görsel araçlara örnekler ve açıklamaları Tablo 4.16'da sunulmuştur.

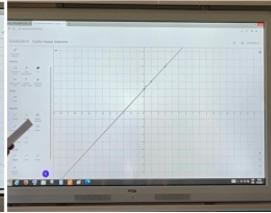
Tablo 4.16

Öğretmenin Orantıda Bilinmeyi Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Araçlara Örnekler

Örnek	Görsel aracı(lar)	Açıklama
	- Çapraz çarpım algoritması - Çarpma-bölme - kesir ve : sembolleri	Kesir gösterimi ile yazılan orantıda çarpma-bölme işlemleri ile; iki nokta sembolü kullanarak yazılan orantıda içler dışlar çarpımı algoritması ile orantıda bilinmeyi bulma.
	Tablo ve denklem (harfli ifadeler)	Orantısal ilişki içeren ve içermeyen durumlara ait tablo ve denklemler.
	- Tablo (2x2'lik) - Oklar - Çarpma-bölme işlemleri	2x2'lik oran tablosu kullanarak orantıda bilinmeyi bulurken birbirinin tam sayı katı olmayan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi ardışık çarpma- bölme işlemleri ile (çarpma-bölme algoritmaları) ile bulma.

Tablo 4.16 (Devam)

Öğretmenin Orantıda Bilinmeyi Bulma Yörüngesi Kapsamında Kullandığı Görsel Aracılara Örnekler

		• Çizgi grafiği	Orantısal durumların grafiğinin doğrusal olduğunun, sıfıra sıfırdan geçtiğinin; olmayanların sıfıra sıfırdan geçmediğinin çizgi grafiği üzerinde gösterimi.
---	---	---	---

Tablo 4.15’te görüldüğü gibi, bu yörünge kapsamında öğretmenin rutinleri onaylanmış ifadelerinde, görsel araçlarında, sorularında ve problem çözme stratejilerinde saptanmıştır. *Onaylanmış ifadelerindeki rutinler*: oranın toplamsal değil çarpımsal ilişki ile korunduğu, orantıda bilinmeyi bulmada ardışık çarpma-bölme işlemlerini kullanılabileceğidir. *Görsel araçlarındaki rutinleri*: çapraz çarpım algoritması, çarpma-bölme işlemleri, 2×2 ’lik tablolar ve oklardır. *Sorularındaki rutinleri* orantıda bilinmeyi bulurken izlenen adımlara yönelik sorulardır: Nasıl bir ilişki var/kuruyoruz?, Dikey ilişki mi kuralım, yatay ilişki mi?, Kaç katına çıkıyor?, Kaça bölüp kaçla çarpacağım?, Nereden nereye gitmeliyim? Okların yönü nereye olmalı?, Orantısal bir ilişki var mı, denklemi nasıl kuruyoruz? *Problem çözme stratejilerindeki rutini* 2×2 ’lik oran tablosu üzerinden değişim çarpanı kullanmaktır. MGP öncesinden bu yana değişim çarpanı stratejisi kullanmaktadır. Ancak bu yörüngede, birbirinin tam sayı katı olmayan nicelikler arasındaki çarpımsal ilişki için tam sayı olmayan değişim çarpanlarını oluşturmuştur. Çözümüne ulaşma sürecinde, daha önce de kullandığı “bunu...katına çıkarırsam bunu da...katına...”, “bunu...böleceğim, bunu da ...bölerim” ifadelerinin yanı sıra, “... ile bölüp ... ile çarpalım”, “ ... bölü ... ile çarpalım” şeklindeki ifadelerini de kullanmıştır.

4.2.2.4 Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi sonundaki gelişim

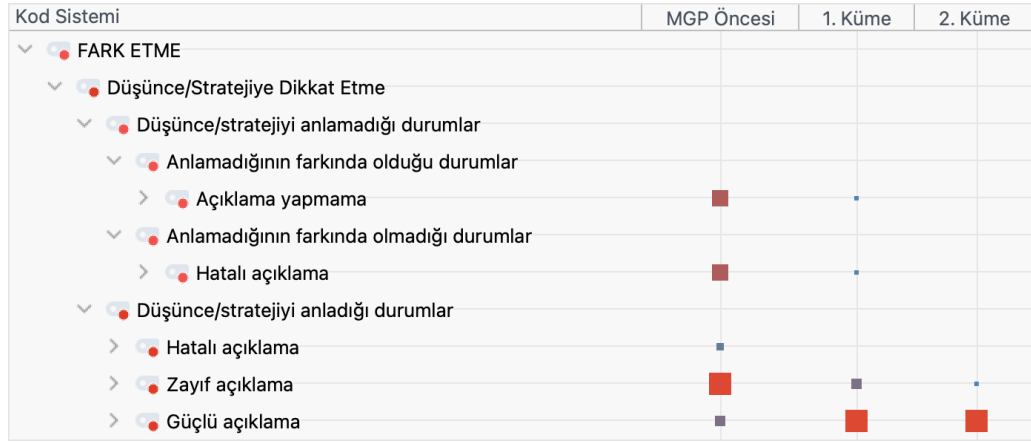
Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi sonundaki gelişime ilişkin bulgular, sırasıyla fark etme becerisindeki ve matematiksel söylemlerindeki gelişim başlıkları altında sunulmuştur.

4.2.2.4.1 Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi sonunda fark etme becerisi için gelişim

İkinci küme olan “Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi” sonunda dikkat etme bileşeni için gelişim Şekil 4.53’te sunulmuştur.

Şekil 4.53

2. Küme Sonunda Dikkat Etme Bileşeni İçin Gelişim

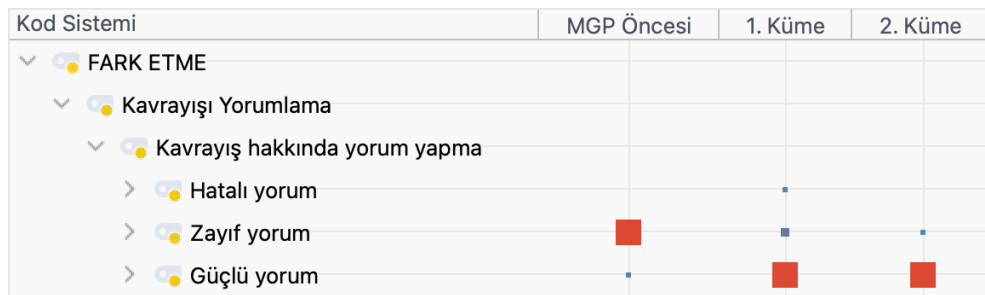


Şekil 4.53'te görüldüğü gibi MGP öncesi dikkat etme bileşeni kapsamında düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar ve zayıf açıklamalarda dağılım görülürken, 1. kümede zayıf ve güçlü açıklamalarda, 2. kümede güçlü açıklamalarda dağılım görülmüştür. Ayrıca MGP öncesi öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anlamadığı durumlar MGP sürecinde 2. ÖY'den itibaren tamamen ortadan kalkmıştır.

Bu küme sonunda yorumlama bileşenindeki gelişim Şekil 4.54a'da temalar bazında sunulmuştur.

Şekil 4.54a

2. Küme Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim (Temalar)



Şekil 4.54a'da görüldüğü gibi 2. kümede 1. Kümede olduğu gibi güçlü yorumlarda yoğunluk olduğu, halen zayıf yorumların bulunduğu görülmektedir. Ancak zayıf yorumların 2.kümedeki dağılımı, 2. MGP öncesi ve 1. Kümedeki dağılıma göre nispeten azdır.

Bu küme sonunda yorumlama bileşenindeki gelişim Şekil 4.54b’de kategoriler bazında sunulmuştur.

Şekil 4.54b

2. Küme Sonunda Yorumlama Bileşeni için Gelişim (Kategoriler)

Kod Sistemi	MGP Öncesi	MGP 1. Küme	MGP 2. Küme
- FARK ETME - Kavrayışı Yorumlama - Kavrayış hakkında yorum yapmama - Düşünce/stratejiyi açıklama veya gerekçelendirme - Kavrayış hakkında yorum yapma - Hatalı yorum - Kavrayışla ilgili yanlış tespitte bulunma (D) - Zayıf yorum - Kavrayış hakkında gerekçe sunmama (D) - Kavrayışla ilgili kararsız olma (D) - Yalnızca kavrayışın olup/olmadığını ifade etme (D) - Yalnızca düzey belirtme (D) - Kavrayış hakkında konu/kavramla ilgili olmayan gerekçe sunma (H, BD) - Matematiksel olmayan bir gerekçe sunma (D, H) - Gerekçeyi oran orantı dışındaki konularla sınırlı tutma (H, BD) - Güçlü yorum - Hatalı düşünce/stratejiyi gerekçelendirme - Bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirme - Kavram yanlışlığına dayalı gerekçelendirme - Düzeyle dayalı gerekçelendirme - Zorluğa dayalı gerekçelendirme - Doğru düşünce/stratejiyi gerekçelendirme - Eksikliklere dayalı gerekçelendirme - Olası hata/yanılgılara dayalı gerekçelendirme - Düzeyle dayalı gerekçelendirme - Ek veriye ihtiyaç duyma - Öğrencinin doğrulama yapması			

Şekil 4.54b’de görüldüğü gibi, MGP öncesi öğrenci düşüncesini anlamadığının farkında olmadığı için yorum yapamadığı durumlar mevcut iken, MGP sürecinde bunlar yer almamaktadır. 1. küme itibariyle zayıf yorumlardan güçlü yorumlara doğru dağılım görülmektedir. 2. kümede doğru düşünce/stratejiye yönelik olarak düzeyle, eksikliklere dayalı; hatalı düşünce/stratejilere yönelik olarak, kavram yanlışlığı ve bilgi eksikliğine dayalı gerekçelendirmelerin yoğun olduğu görülmekle birlikte yalnızca kavrayışın olup olmadığını belirtme ve matematiksel olmayan gerekçe sunma yoluyla zayıf yorumların da varlığı görülmektedir.

Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi sonunda karar verme bileşeni için gelişim Şekil 4.55a’da temalar bazında sunulmuştur.

Şekil 4.55a

2. Küme Sonunda Karar Verme Bileşeni İçin Gelişim (Temalar)

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. Küme	2. Küme
▼ FARK ETME			
▼ Yanıta Karar Verme			
> Problemin anlaşılmasını sağlama	■		■
> Çözümün anlaşılmasını sağlama	■	■	■
> Kavrayışı güçlendirme		■	■
> Stratejileri geliştirme		■	■
> Bilgi eksikliğini giderme		■	■
> Kavram yanlışlığını giderme	■		■
> Değerlendirme yapma	■	■	■
> Diğer kararlar	■	■	

Şekil 4.55a’da görüldüğü gibi 1. kümede *kavrayışı güçlendirme* temasındaki yoğunluk, 2. kümede de devam etmekte, *stratejileri geliştirme* ve *değerlendirme yapma* temalarındaki yoğunluğun ise öncesine göre arttığı görülmektedir.

Bu küme sonunda gelişim ise Şekil 4.55b’de kategoriler bazında sunulmuştur.

Şekil 4.55b

2. Küme Sonunda Karar Verme Bileşeni İçin Gelişim (Kategoriler)

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. Küme	2. Küme
▼ FARK ETME			
▼ Yanıta Karar Verme			
▼ Problemin anlaşılmasını sağlama			
> Problemden verileri/istenileni açıklama/hatırlatma (H)	■		
> Problemden geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma (H)	■		
> Problemden düzenleme yapma (D, H)		■	■
▼ Çözümün anlaşılmasını sağlama			
▼ Çözümü açıklama (D,H, BD)			
> Çözümü matematiksel gerekçelendirme yoluyla açıklama (H)	■		■
> Çözümü formal strateji ile açıklama (D, BD)	■		
> Çözümü, ezbere yönlendiren bir ifadeyle açıklama (H)	■		
> Çözümü yönlendiren soru sorma (BD)	■		
> Yanıt için gerekçe isteme (H)		■	

Şekil 4.55b (Devam)

2. Küme Sonunda Karar Verme Bileşeni için Gelişim (Kategoriler)

Kod Sistemi	MGP Öncesi	1. Küme	2. Küme
▼ FARK ETME			
▼ Yanıta Karar Verme			
▼ Kavrayışı güçlendirme			
> Yanıtı gerekçelendirme (D)		■	■
> Daha karmaşık bir problem yöneltme (D, H)		■	■
> Öğrencinin problem kurmasını bekleme (D)		■	
▼ Stratejileri geliştirme			
> Belirli bir stratejiye yönlendiren soru/problem yöneltme (D, H)		■	■
> Farklı stratejilerin keşfedilmesine imkan tanıma (D)		■	■
▼ Bilgi eksikliğini giderme			
> Konuyla ilgili tekrar yapma (D, H)		■	■
> Gerekçelendirme yoluyla açıklama (D)		■	
> Konu/kavramı farklı temsiller kullanarak açıklama (H)		■	■
▼ Kavram yanlışlığını giderme			
> Diğer konu/kavram(lar) ile ilgili açıklama/ hatırlatma yapma (H)	■		
> Aşırı genelleme yapmasını engelleyecek bir problem yöneltme (H)			■
> Gerçek yaşamla ilişkilendirerek düşündürme (H)	■		
> Konu/kavram ile ilgili açıklama yapma (H)			■
> Farklı öğrenci yanıtları üzerinden açıklama yapma (H)			■
▼ Değerlendirme yapma			
> Kavrayışı sınamak için aynı türde problem yöneltme (H, BD)	■		■
> Hatanın kaynağını anlamak için problem yöneltme (H)			■
> Ön bilgilerini yoklamak için problem yöneltme (H)		■	
> Düşünme becerisini ölçmek için karmaşık problem yöneltme (D)			■
▼ Diğer kararlar			
> Yalnızca yanıtın hatalı olduğunu belirtme (H)		■	
> Öğrencinin ifadesini tekrar etme (D)	■	■	
> Farklı öğrencilerden yanıt isteme (H)		■	
> İlgisiz açıklama yapma (BD)	■		

Şekil 4.55b’de görüldüğü gibii 2. kümede yoğunluk görülen kategoriler: *daha karmaşık bir problem yöneltme, belirli bir stratejiye yönlendiren problem yöneltme ve farklı stratejilerin gösterilmesine imkân tanıma*’dır. MGP sürecinde kategorilerde birden çok defa yer alan kavram ‘problem yöneltme’ dir. Bu kavramın yer aldığı kategoriler: *daha karmaşık, belirli bir stratejiye yönlendiren, aşırı genelleme yapmasını engelleyecek problem yöneltme; hatanın kaynağını anlamak, kavrayışı, ön bilgiyi, düşünme becerisini ölçmek için problem yöneltme*’ dir. MGP sürecinde özellikle 2. kümede kategorilerde birden çok defa yer alan bir diğer kavram ise ‘açıklama’ dır. Bu kavramın yer aldığı kategoriler ise: *gerekçelendirme yoluyla açıklama, konu/kavramla ilgili açıklama, farklı temsiller kullanarak açıklama, farklı öğrenci yanıtları üzerinden açıklama* şeklindedir.

‘Gerekçelendirme’ MGP sürecinde kategorilerde birden çok defa yer alan bir diğer kavramdır. Bu kavramın yer aldığı kategoriler ise: *yanıtı gerekçelendirme, yanıt için gerekçe isteme, gerekçelendirme yoluyla açıklama*’dır.

Tablo 4.17’de yer alan veriler, 2. küme sonunda öğretmenin ders anındaki anlık kararlarına yönelik yansıtıcı karar türlerindeki değişimi göstermektedir.

Tablo 4.17

2. Küme Sonunda Öğretmenin Anlık Kararlarına Yönelik Yansıtıcı Kararlarındaki Değişim

Yansıtıcı kararları	MGP öncesi		1. Küme		2. Küme		MGP Süreci	
	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%	<i>n</i>	%
Anlık kararını yineler ve/veya destekler	8	66,7	6	60	7	58,3	13	59,1
Anlık kararına ek, alternatif bir karar sunar	2	16,7	3	30	5	41,7	8	36,4
Anlık kararı yerine farklı bir karar sunar	2	16,7	1	10	0	0	1	4,5
Toplam	12	100	10	100	12	100	22	100

Tablo 4.17’ye göre, MGP sürecinde toplam 22 durumdan 13’ünde (%59,1) anlık kararını desteklemiş; 8 kararında (%36,4) anlık kararını desteklemekle birlikte buna ek olarak alternatif bir karar sunmuş, 1 kararında (%4,5) ise anlık kararından farklı bir karar sunmuştur. Anlık kararlarına ek alternatif kararlarının MGP öncesine (%16,7) kıyasla yüksek olduğu (%36,4) görülmekle birlikte istatistiksel olarak incelenmemiştir.

4.2.2.4.2 Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi sonunda matematiksel söylem için gelişim

Orantı oluşturma, karşılaştırma ve çözme kümesi ile birlikte öğretmenin yeni ortaya çıkan söylemleri bağlamında, söz konusu gelişimi Tablo 4.18’de özetlenmiştir.

Tablo 4.18**2. Küme Sonunda Matematiksel Söylemdeki Gelişim**

Kelime kullanımı	Onaylanmış ifadeler	Görsel araçlar	Rutinler
<i>Denk oran kavramı:</i> - Oran üçgeni, eş üçgen - Yatay ilişki <i>Denk oran oluşturma:</i> - Toplama-çıkarma <i>Oranları karşılaştırma</i> - Karşılık gelen - Eşdeğer* - Ortak kat - Grafikte diklik, daha dik/yatay - Büyük/küçük kesir <i>Orantı kavramı</i> - Orantı sabiti - Aynı çarpımsal ilişki <i>Orantıda bilinmeyi bulma</i> - Çarpma bölme kombinasyonları	<i>Oran kavramı:</i> - İki türlü karşılaştırma yapılabilir, oran çarpımsal karşılaştırmadır. <i>Oran-kesir ilişkisi:</i> - Kesirle oran farklı kavramlardır. <i>Oran oluşturma:</i> - Oranları bağlama göre oluşturur ve yorumlarız. - Oranları yazarken neyi neye böldüğüm, paya paydaya hangi niceliği yazdığım önemlidir. <i>Denk oran oluşturma:</i> - Bir a: b oranında “her a için b ekleme” yoluyla denk oranlar elde edilebilir. - Denk oranların karşılık gelen niceliklerini (oran tablosundaki farklı satırları) toplama çıkarma yoluyla da denk oranlar elde edilebilir. - Denk oranların grafiği eş oran üçgenleri oluşturur. <i>Oranları karşılaştırma:</i> - Oranları karşılaştırmada üç yöntem vardır, iki oran için eş karşılık gelen değer bulma, iki oranın birim oranlarını bulma, grafikte eksenlerin dikliğine (eksenlere yakınlığına) bakma. <i>Orantı oluşturma:</i> - Orantı oluşturmak, bir orana eşit sonsuz ikiliden herhangi ikisini bulmaktır. <i>Orantıda bilinmeyi bulma:</i> - Birbirinin katı olmayan nicelikler arasındaki ilişkiyi, ardışık çarpma-bölme işlemlerini kullanarak bulabiliriz.* - Değişim çarpanı olarak çarpma bölme algoritmaları tek bir rasyonel sayı ile çarpma olarak ifade edilebilir.*	<i>Yazılı ifadeler</i> - İşlemler - Çarpma bölme algoritmaları* - Toplama çıkarma - Harfli ifadeler <i>Şekil ve diyagramlar:</i> - Tablo (2x2'lik)* - Grafik (Çizgi)	<i>Kelime kullanımında:</i> - Yatay-dikey ilişki <i>Görsel araçlarda:</i> - Kesir sembolü - Tablolar (2xn'lik) - Oklar <i>Problem türlerinde:</i> - Hangisi daha sağlıklı/ucuz/kârlı/acı <i>Problem çözme stratejilerinde:</i> - Oran tablolarında değişim çarpanı - Oranları karşılaştırmada birimi bulma - Orantı problemlerinde çarpma-bölme kombinasyonları

Not. Bu tabloda yalnızca 2. kümede yeni ortaya çıkan kelimeler, görsel araçlar ve onaylanmış ifadelere yer verilmiştir.

Tablo 4.18’de görüldüğü gibi, 2. küme ile birlikte öğretmenin söylemlerinde özellikle *denk oranlar oluşturma, oranları karşılaştırma, orantıda bilinmeyi bulma* stratejileri hakkında olduğu görülmektedir. Adından da anlaşılacağı üzere bu kümenin odağı orantı oluşturma, oranları karşılaştırma ve orantı problemlerini çözmedir. Özellikle orantıda bilinmeyi bulmaya yönelik onaylanmış ifadelerinde, yeni olarak çarpma-bölme kombinasyonları hakkında açıklamalara yer vermiş ve bu yöntem eylemlerinde de sıkça tekrar edilerek *problem çözme stratejilerine yönelik rutinlerinde* de yer almıştır. MGP öncesinde öğretmen, orantıda bilinmeyi bulma konusundaki söylemlerinde sıkça değişim çarpanını kullanırken birbirinin tam sayı katı olmayan nicelikler için içler dışlar çarpımına yönelmekteydi, MGP sürecinde değişim çarpanı stratejisi öğretmenin rutinlerinde yerini almayı sürdürürken birbirinin rasyonel sayı katı olan durumlarda içler dışlar çarpımı yerine farklı stratejiler kullandığı görülmektedir. Bu durum öğretmenin görsel araçlarına da yansımıştır. Öğretmen MGP öncesinde ilk dersle birlikte, tüm derslerde harfli ifadeler (denklem kurma, içler dışlar çarpımı) kullanırken, MGP sürecinde son yörünge ile birlikte 2x2’lik oran tabloları kullanmış ve orantı konusunun ilerleyen aşamalarında harfli ifadelerle geçiş yapmıştır. 2. kümede görsel araçlarda kesir sembolü kullanımı, oran tabloları (2x2’lik ve 2xn’lik) ile oklar öğretmenin rutinlerinde yer almaktadır.

2. küme sonunda öğretmenin kullandığı görsel araçlarındaki gelişim Şekil 4.56’da sunulmuştur.

Şekil 4.56a

2. Küme sonunda öğretmenin görsel araçlarındaki gelişim



Şekil 4.56a’da görüldüğü gibi, 2. kümede de yazılı ifadelerde yoğunluk görülmektedir. Bu dağılım Şekil 4.56b’de detaylı şekilde görülmektedir:

Şekil 4.56b

2. Küme sonunda öğretmenin görsel araçlarındaki gelişim

Kod Sistemi	MGP Öncesi	MGP 1. Küme	MGP 2. Küme
▼ SÖYLEM			
▼ Görsel Araçlar(Visual Mediators)			
▼ Yazılı ifadeler			
▼ İşlemler			
Çapraz çarpım algoritması	■		■
Bölme algoritması/asal çarpanlara ayırma		■	
Çarpma-bölme	■	■	■
Harfli ifadeler	■		■
▼ Sembol ve gösterimler			
Oklar	■	■	■
/ sembolü	■	■	■
: sembolü	■	■	■
Kesir sembolü	■	■	■
▼ Şekil ve diyagramlar			
▼ Tablo			
2x2'lik tablo	■		■
2xn'lik tablo	■	■	■
▼ Grafik			
Çizgi		■	■
Sütun			■
▼ Sayı doğrusu			
Sayı doğrusu			■
Çift sayı doğrusu		■	■
Çubuk-şerit diyagramı	■	■	■
Çizim	■	■	■

Şekil 4.56b’de görüldüğü gibi, öğretmenin görsel araçlarındaki yoğunluk MGP öncesinde sırasıyla kesir sembolü, harfli ifadeler ve çarpma bölme iken, MGP sürecinde yön belirten oklar, oran tabloları ve çarpma-bölme işlemlerindedir. Öğretmenin genel olarak yön belirten okları, eşitlikler veya oran tabloları üzerinde, onlarla birlikte kullandığı bilinmektedir. Ancak 2. kümede öğretmenin ders esnasında yer verdiği problem durumlarının birçoğu doğal olarak (kendi bağlamında) oran tablosu içerdiğinden bu tablolar öğretmenin görsel araçları olarak kodlanmamıştır. Bu nedenle oklar 2. kümede yoğun iken, tablo kullanımı oklara kıyasla az görünmektedir. Sonuç olarak MGP süreci sonunda öğretmenin görsel araçlarında kesir sembolünü kullanmayı azalttığı, tablo ve grafiklere sıkça yer verdiği, harfli ifadelerdeki yoğunluğun azaldığı ve çarpma-bölme işlemlerine ağırlık verdiği görülmektedir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu araştırmada, öğrenme yörüngelerine dayalı bir Mesleki Gelişim Programı (MGP) gerçekleştirilerek, bir ortaokul matematik öğretmenin oran ve orantı konularında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisindeki ve matematiksel söylemlerindeki gelişim incelenmiştir. Bu bölümde, araştırmanın bulguları ışığında, öğretmenin hangi noktalarda ve nasıl bir gelişim gösterdiği ile halen gelişmekte olan noktalar, öğrenme yörüngelerinin bu gelişim sürecindeki rolüne odaklanılarak ve mevcut alanyazınla ilişkilendirilerek tartışılmış ve sonuçlandırılmıştır.

5.1 Fark Etme Becerisine İlişkin Tartışma ve Sonuç

5.1.1 Dikkat etme becerisine ilişkin tartışma ve sonuç

Bu araştırmada, fark etme becerisinin ilk bileşeni olan dikkat etme bileşeni kapsamında, öğretmenden, öğrencilerin düşünce/stratejisindeki detayları açıklamalarına yansıtması beklenmiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmenin dikkat etme becerisinde belirgin bir gelişim olduğunu ortaya koymuştur. Öğretmenin açıklamalarında, MGP öncesinde *düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlar* ile *zayıf açıklamalar*'da yoğunluk görülürken, MGP sürecinde *güçlü açıklamalar*'da yoğunluk görülmüştür. Bu bulgular, ilgili alt başlıklar altında detaylı bir şekilde tartışılmıştır.

Öğretmenin düşünce/stratejiyi anlamadığı durumların ortadan kalkması

Araştırmanın bulguları, öğretmenin düşünce ve stratejiyi anlamadığı durumların MGP öncesinde yoğun olduğunu göstermiştir. Bu durumlarda öğretmen, öğrenci düşünce/stratejisi hakkında ya hatalı bir açıklama yapmış ya da anlamadığını ifade ederek açıklama yapmamıştır. Öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamasında bilgi, inanç ve deneyimi gibi çeşitli faktörler etkili olmuş olabilir. Örneğin öğretmenin, 'denk oranlar elde etme'yi 'kesirlerde sadeleştirme' işlemine indirgemesi, öğrencinin (MGP öncesi, V1-2) düşüncesini anlamasını engellemiştir. Bu durum, doğrudan öğretmenin alan bilgisiyle ilişkilendirilebilir. Bu bağlamda, öğretmenin MGP öncesinde oran-orantı konusunda bazı temel anlayışlara sahip olmasına rağmen, verilen örnekte olduğu gibi alan bilgisindeki eksikliklerin öğrenci düşüncesini anlamada engel oluşturduğu söylenebilir. Nitekim, alan bilgisi eksikliğinin öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini anlamalarını zorlaştırdığı, bu durumun da öğrencilerin konuyu nasıl kavradıklarına dair yanlış değerlendirmelere yol açabileceği alanyazında da vurgulanmıştır (Ball vd., 2008;

Karagöz-Akar, 2010). Benzer şekilde, matematik öğretmenlerinin oran orantı konusundaki pedagojik alan bilgilerinin (Doğruel, 2019), özel alan bilgilerinin (Doğruel ve Karakuş, 2022), her ikisinin de (Şen, 2022) eksik olduğunu ortaya koyan araştırmaların varlığı da bu görüşü desteklemektedir. Bu görüşlerin aksine Jong vd. (2021), öğretmenin bilgisinin (alan ve pedagojik alan bilgisi) dikkat etme ve yorumlama süreçlerini ön görmediğini ancak karar alma sürecini öngördüğünü ortaya koymuştur. Yang vd. (2021a, 2021b) ise algılama, yorumlama ve karar alma becerileri ile alan bilgisi arasında ilişki bulamamış ancak pedagojik alan bilgisi arasında düşük düzeyde bir ilişki ortaya koymuştur. Bu bulgular, öğretmen bilgisinin öğrenci düşüncesini anlamada etkili olduğunu ancak tek başına yeterli olmadığını göstermektedir.

Araştırma sürecinde, öğretmenin öğrenci düşüncelerini anlamasında pedagojik inançların etkili olabileceği yönünde gözlemsel çıkarımlara ulaşılmıştır. Örneğin, ön görüşmelerde öğretmen, oran ve hız kavramlarını içeren problemlerin öğrenciler tarafından kolay anlaşıldığını ifade etmiş, araştırma sürecinde ise bu konuyu içeren senaryodaki (MGP öncesi, Senaryo-4) öğrencinin hatalı yanıtını anlayamamış ve bu yanıtı doğru olarak değerlendirmiştir. Bu bulgu, MGP öncesinde öğretmenin hata ve kavram yanılgıları hakkında birtakım bilgilere sahip olmasına rağmen (Örneğin, oranları karşılaştırırken veya orantıda bilinmeyen bulurken toplamsal düşünme yanılgısı), bazı konularda (Örneğin, oran oluşturma, orantıda bilinmeyen bulma) öğrencilerden hata beklentisinin düşük olabileceğini düşündürmekte ve öğrencilerin hatalı düşüncelerine karşı dirençli bir yaklaşım sergilediğine işaret etmektedir. Bu sonuç, öğretmenin pedagojik inançlarının, öğrenci düşüncesini anlamasında etkin bir rol oynadığı şeklinde yorumlanabilir. Yapılan araştırmalar, öğretmenlerin pedagojik inançları ile fark etme becerisi arasındaki ilişkinin karmaşık bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Alanyazında inançlar ile fark etme becerisi arasında korelasyon saptayan (Cross-Francis vd. 2022; Hoth vd., 2022) veya korelasyon saptamayan (Jong vd., 2021) çalışmalar bulunmaktadır. Bu araştırmalar daha çok öğretmenin öğretim yaklaşımlarını ve stratejilerini konu edinmişlerdir. Örneğin, Jong vd.'nin (2021) çalışmasında, inançlar bağlamında ele alınan öğretmenin *tutum* (matematik öğretme konusundaki olumlu duyguları) ve *eğilimleri* (yapılandırmacı öğretim tarzı benimseme niyeti) ile fark etme becerisi arasında anlamlı bir ilişki bulunmamıştır. Araştırma kapsamında bu çalışmadan farklı olarak daha çok öğrenciler ile ilgili öngörü veya beklentileri içeren inançlara vurgu yapılmaktadır. Weyers vd. (2024) yaptıkları sistematik incelemede, inançların fark etme becerisi ile ilişkili olduğunu

gösteren sınırlı çalışma olduğunu ve bu ilişkinin yeterince araştırılmadığını belirtmiştir. Diğer yandan doğrudan fark etme becerisi ile ilişkilendirilmese de öğretmenlerin inançlarının, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlama ve yorumlama süreçlerini etkilediğini gösteren pek çok araştırma (Thompson, 1992; Philipp, 2007; Cross 2009; Beswick, 2012; Polly vd., 2013) bulunmakta ve bunlar, bu araştırmanın söz konusunu çıkarımını desteklemektedir.

Öğretmenin hata beklentisinin düşük olması durumu ve hatalı yanıt gelebileceğine yönelik dirençli yaklaşımı, öğretmenin inançların yanı sıra, öğrenci bilgisi ile de ilişkilendirilebilir. Nitekim, yorumlama becerisi kapsamında, öğretmenin düşünce/stratejiyi anlamadığı durumlara yönelik, öğrencinin hatalı düşünce/stratejinin kaynağını dikkatsizlik, unutma vb. matematiksel olmayan nedenlere bağlaması; ‘karar verme’ becerisi kapsamında ise sıklıkla “hatırlatırız” ifadesini kullanması, öğretmenin bu öğrencilerin aslında konuyu bildiğini, ancak unuttuğunu veya dikkatsizlik yaptığını düşündüğünü ortaya koymaktadır. Güçlü öğrenci bilgisine sahip bir öğretmenin öğrencilerin hata ve yanlışlarına yönelik bilgi ve öngörülerinin farklı olacağı açıktır. Alanyazında doğrudan bu ilişkiyi inceleyen bir araştırma bulunmamakla birlikte farklı bağlamlardaki araştırma sonuçları bu görüşü destekler niteliktedir. Bozkuş (2020) alan bilgisi ve pedagojik bilginin yanı sıra öğrenci bilgisinin fark etme becerisinde etkili olduğunu gözlemlemiştir. Araştırmacılar ‘öğrencinin matematiksel düşüncesi bağlamında fark etme’ becerisinin öğrenci bilgisi ile ilişkili olabileceğini belirtmiş (Dick, 2017) ve öğretmenin fark etme becerisinin geliştirilmesi amacıyla öğrenme yörüngelerini kullanmışlardır (Moreno vd., 2021; van den Kieboom, 2021; Callejo vd., 2022). Jacobs vd. (2010) de öğrenciler hakkında bilgi sahibi olmanın, öğrencilerin yanıtlarını analiz edebilmelerine ve öğrencilerin kavram yanlışlarını daha iyi anlamalarına yardımcı olduğunu belirtmiştir. Beswick (2008), öğretmenlerin öğrencilerle ilgili ön bilgilere ve uygun inançlara sahip olmalarının, öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamada etkili olduğunu göstermiştir. Bilgi ve inanç bağlamında Hoth vd.’nin (2022) çalışması da dikkat çekici bir bulgu ortaya koymaktadır. Çalışmada, matematik öğretimiyle ilgili yapılandırmacı inançlar dahil edilmeden önce, öğretmenlerin bilgi düzeyinin fark etme becerisini önemli ölçüde etkilediği, ancak inançlar dahil edildiğinde bu etkinin azaldığı ve istatistiksel olarak anlamlı olmadığı belirlenmiştir. Hoth vd.’nin (2022) çalışması, inançların fark etme becerisini açıklamada bilgiden daha güçlü bir faktör olabileceğini

göstermekte ve öğretmenlerin fark etme becerilerini anlamak ve geliştirmek için inançların da dikkate alınması gerektiğini vurgulamaktadır.

Öğretmenin inançları gibi pedagojik yaklaşımlarının da öğrenci düşüncelerini anlamada etkili olduğu düşünülebilir. Özellikle, öğretmenin oran orantı problemlerini çözme sürecindeki formel yaklaşımı, öğrencilerin informal yaklaşım içeren stratejilerini anlamasına ve açıklamalarına (MGP öncesi, V1-2, V1-4, V1-7, V2-4 için) yansımıştır. Bu durum, öğretmenin benimsediği stratejilerin, öğrenci düşüncelerini anlamada nasıl bir etki yaratabileceğini düşündürmektedir. Cross-Francis vd. (2022), matematik öğretim stratejilerini de inançların içinde yorumlamış ve stratejilere ilişkin inançların öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat etmelerini engelleyebileceğini veya teşvik edebileceğini gözlemlemiştir. Bu bağlamda, öğretmenin formel stratejilere dayalı pedagojik yaklaşımının, öğrencilerin informal stratejilerini anlamasını zorlaştırdığı ya da sınırladığı söylenebilir. Ancak, bu çıkarım doğrudan bir ölçümden ziyade, yalnızca gözlemlere ve bulguların yorumlanmasına dayalıdır.

Diğer yandan öğretmenin, 17 yıllık mesleki tecrübesi, deneyimli bir öğretmen olarak değerlendirilebileceğini göstermektedir. Ancak, bu deneyime rağmen öğrenci düşüncesini anlamadığı durumların araştırma sürecinin başlangıcında yoğun olduğunun görülmesi, deneyimin öğrenci düşüncesini anlamak için dolayısıyla da fark etme becerisi için yeterli olmadığını düşündürmektedir. Alanyazın da bu sonucu destekler niteliktedir. Erdik (2014) deneyimli ve deneyimsiz öğretmenlerin fark etme becerisine ilişkin istatistiksel olarak anlamlı fark bulamamıştır. Bastian vd., (2022) ve Yang vd., (2021b) yeni başlayanlar ile deneyimli öğretmenlerin performanslarında farklı sonuçlar elde edildiğini göstermiştir. Friesen ve Kuntze (2021) ve Lee ve Choy, (2017), öğretmenlik deneyiminin fark etme becerisine etkisinin bağlama ve bileşenlere göre değişebileceğini ortaya koymuştur. Araştırmacılar deneyimin tek başına yeterli olmadığını ve öğretmenlerin fark etme becerilerinin desteklenmesinde mesleki gelişim programlarının önemli bir rol oynadığını belirtmektedirler (Jacobs vd., 2010; Erdik, 2014; Jessup, 2018; Gegenfurtner vd., 2020; Yang vd., 2021b; Bastian vd., 2022).

MGP sürecinde ise öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejisini anlamadığı durumlar ilk yörüngeden itibaren azalarak süreç sonunda ortadan kalkmıştır. Dolayısıyla, bu araştırmanın önemli bulgularından biri, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP'nin öğretmenin, dikkat etme becerisinde gelişime katkı sağladığıdır. Bu bulgu yörüngelerin

matematik öğretmenlerinin ve/veya öğretmen adaylarının fark etme becerisinin gelişimi için bir araç olarak kullanıldığı araştırma bulgularıyla uyumludur. Araştırmacılar yörüngelerin öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine odaklanmasına katkı sağladığını ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerini daha iyi anladıklarını, öğrencilerin kullandığı matematiksel unsurları tanımlama becerilerini geliştirdiğini (Örneğin, Wickstrom, 2014; Ivars vd., 2018; 2019; 2020; Wickstrom ve Langrall, 2020; Zapatera-Llinares, 2022) ortaya koymuşlardır. Bu bulgu aynı zamanda öğrenme yörüngelerinin dolaylı olarak öğretmenin bilgisinin ve pedagojik inanç ve yaklaşımlarının değişimine de katkı sağladığını düşündürmektedir. Nitekim, tamamı matematik öğretmenleriyle yapılmış olmasa da matematik öğrenme yörüngelerine dayalı mesleki gelişim uygulamalarının, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi üzerinde olumlu etkileri olduğu ortaya koyulmuştur (Wilson, 2009; Mojica, 2010; Wilson, Sztajn ve Edgington 2013; Wilson vd., 2013; Wilson vd., 2014; Yıldırım-Bozcuoğlu, 2020; Yıldırım-Bozcuoğlu vd., 2024).

Yazılı materyal ve video tabanlı görüşmelerin açıklamalara yansımaları

Araştırmanın bulguları, MGP öncesinde yoğunlukta olan ‘düşünce/stratejinin anlaşılmadığı durumlar’ın, senaryolara dayalı görüşmelere kıyasla çoğunlukla ders videolarına dayalı görüşmelerden elde edildiğini ortaya koymuştur. Bu bulgu, öğretmenin dikkat etme becerisinin veri toplama aracına göre farklılık gösterebileceğini işaret etmektedir. Dersin akışı sırasında öğretmenin, öğrencinin verdiği yanıtın ya da sorduğu sorunun arkasındaki düşünceyi tam olarak kavrayamaması, bu farklılığın temel nedenlerinden biri olabilir. Bu durumda öğretmen, kendi ders videosunu izlerken düşünce/strateji hakkında ya anlamadığını ifade etmiş ya da hatalı açıklamada bulunmuştur. Çünkü anlamadığının farkında olmadığı için öğrencinin hatalı düşüncesinin doğru olduğunu düşünmüş veya öğrencinin düşündüğünden farklı bir durum öne sürmüştür.

Video izleme esnasında, öğretmenin anlamadığını ifade ettiği durumlar bağlamında farkındalık yaşadığı ve düşünce/strateji hakkındaki açıklamalarında üretken olduğu anlar (Örneğin, MGP öncesi V2-2, V2-3) olmuştur. Bunun nedeni, öğretmenin video üzerinden tekrar izleme yoluyla öğrencinin düşünce/stratejisi üzerinde detaylı düşünme fırsatı bulması ve/veya araştırmacının sonda soruları aracılığı ile konu üzerinde derinleşmesi olabilir. Araştırmalar da video tabanlı uygulamaların öğretmenlerin fark etme becerisini

geliştirdiğini göstermiştir (Örneğin, van Es ve Sherin, 2008; Birinci, 2018; Şermetoğlu, 2018; Birinci ve Baki, 2019; Bozkuş, 2020; Gürsoy, 2019; Wallin ve Amador, 2019; Özdemir-Baki, 2020; Santagana vd., 2021; Yeşil, 2023; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023). Ancak bu araştırmanın amacı, öğrenme yörüngelerinin rolünü ortaya çıkarmak olduğundan, veri toplama ve analiz süresince video izleme, yansıtıcı görüşme gibi yöntemlerin fark etme becerisi üzerindeki etkisi mümkün olduğunca dışarıda bırakılmaya çalışılmıştır. Bu nedenle, öğretmenin video üzerinden yapılan görüşmeler esnasında fark ettiği düşünce/stratejiler, görüşmenin başında anlamadığını belirttiği için, *düşünce/stratejiyi anlayamadığı durumlar* altında değerlendirilmiştir. Böylelikle elde edilen bulguların araştırmanın amacına hizmet ettiğini ve öğrenme yörüngelerinin rolünü öne çıkardığını söylemek mümkündür.

Diğer yandan, öğretmenin videoyu izleme esnasında fark ettiği durumlar dikkate alınmış olsa bile, öğrenci düşünce/stratejisini her zaman doğru anladığı söylenemez (V1-5). Bu sonuç, video tabanlı görüşmelerin öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejisine yönelik duyarlılığını arttırması nedeniyle anlama ve açıklama konusunda öğretmenin gelişimine katkı sağladığına yönelik alanyazındaki görüşleri desteklemekle birlikte, söz konusu gelişim için tek başına yeterli olmadığının altını çizmektedir.

Video tabanlı uygulamalar içeren (Örneğin ders imecesi, video-kulüp vd.) araştırmalarda genellikle öğretmen(ler) kendi dersine veya bir başka öğretmenin dersine ait izleyerek bunlar üzerinden kendilerini değerlendirmişlerdir (Birinci, 2018; Şermetoğlu, 2018; Birinci ve Baki, 2019; Gürsoy, 2019; Bozkuş, 2020; Yeşil, 2023; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023). Bu araştırmalarda videolar yansıtıcı görüşmelerle hem fark etme becerisini incelemek hem de fark etme becerisini desteklemek amacıyla araç olarak kullanılmıştır. Bu araştırmada ise videolar yalnızca fark etme becerisini incelemek için araç olarak kullanılmıştır. Öğretmene, video kesiti üzerinden öğrenci düşüncesi/stratejisi hakkında sorular yönelmiştir. Bu bağlamda, araştırma öğretmenin videoda neyi ve nasıl fark ettiğinden ziyade, öğrencinin oran-orantı konusu özelindeki düşüncesi/stratejisi hakkındaki açıklamasına odaklanmıştır. Dolayısıyla, önceki araştırmalar video uygulamalarının her ne kadar öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerine daha fazla odaklanmasını, öğrenme zorlukları ve kavram yanlışlarını fark etmesini sağlamış ve bunun öğretim yaklaşımlarına ile uygulamalarına yön verdiğini göstermişse de bu çalışmalar genellikle yansıtıcı görüşmelerle ve öğretmenlerin pedagojik anlamdaki

gelişimlerine odaklanmıştır. Bu araştırmada ise gelişim öğrenme yörüngeleriyle desteklenmiştir. Bu açıdan, dikkat etme bileşenine yönelik daha detaylı bir perspektif sunmasıyla diğer çalışmalardan ayrılmaktadır.

Bu tartışmalar ışığında, video tabanlı görüşmelerin öğretmenlerin dikkat etme becerilerini destekleyen yardımcı bir araç olduğu, ancak bu gelişimi tamamlamak için öğrenme yörüngeleri gibi daha yapılandırılmış yaklaşımlara ihtiyaç duyulduğu vurgulanabilir. Bozkuş (2020) benzer şekilde video-kulüp çalışmalarının öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirdiğini ancak bu becerilerin kalıcı hale gelebilmesi için daha kapsamlı ve rehberlik içeren mesleki gelişim uygulamalarına ihtiyaç duyulduğunu ifade etmiştir. Bu araştırma, bu ihtiyaca yanıt vererek öğrenme yörüngelerine dayalı bir MGP'nin öğretmenin dikkat etme becerisindeki gelişime nasıl katkı sağladığını ortaya koymaktadır.

MGP öncesinde öğretmenin öğrenci düşünce/stratejini anlamadığı durumların yazılı senaryolara dayalı görüşmelerde, videolara dayalı görüşmelere kıyasla daha az olması, yazılı materyallerin sunduğu detaylı içeriğin, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejilerini daha derinlemesine fark etmesine, gözlemlemesine ve anlamasına olanak tanimasından kaynaklanabilir. Ayrıca öğretmenin, yazılı materyallerin öğrencilerin düşüncelerini anlamada daha faydalı olduğunu belirttiği ifadeleri de bu görüşü desteklemektedir. Bu bulgu hem fark etme araştırmalarında hem de öğretim uygulamalarında yazılı materyallerin kullanımının önemini vurgulamaktadır. Diğer yandan, öğretmenin fark etme becerisi, MGP öncesinde alanyazında yer alan senaryolar üzerinden incelenmiş, MGP sürecinde ise kendi öğrencilerinin yazılı yanıtları üzerinden incelenmiştir. Bu farklılığın öğretmenin fark etme becerisinde olumsuz bir etki yaratıp yaratmadığı sorusu gündeme getirebilir. Ancak önceki paragrafta tartışıldığı gibi, düşünce/stratejinin anlaşılmadığı durumlar daha çok videolara dayalı görüşmelerde ortaya çıkmış, yazılı dokümanlar üzerinden anlaşılmayan durumlar ise oldukça sınırlıdır. Bu bağlamda, Jessup (2018), yazılı çalışmaların kaynağı (kendi sınıfı veya farklı bir sınıf) fark etmeksizin, öğretmenlerin fark etme süreçlerinde kullandıkları çerçevelerin genel olarak benzer olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, ulusal ve uluslararası alanyazında fark etme becerisini inceleyen çalışmaların büyük bir çoğunluğunun video tabanlı incelemelere dayandığı bilinmektedir (Birgin ve Eryılmaz, 2022; König vd., 2022; Weyers vd., 2024)

Sonuç olarak, yazılı çalışmaları da dikkate alarak yapılandırılan bu araştırma, hem fark etme becerisi çalışma alanına önemli bir katkı sağlamış; hem de öğretmenlerin kendi sınıflarına veya farklı öğrenci grubuna ait yazılı dokümanları incelemesinin önemini ortaya koymuştur. Bu durum, yazılı materyallerin fark etme becerisini inceleme sürecinde tamamlayıcı bir araç olarak değerlendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Zayıf açıklamalar'dan güçlü açıklamalar'a

Araştırmanın bulgularına göre, MGP öncesinde öğretmenin düşünce/stratejiyi anladığı durumlar kapsamında *zayıf açıklamaların* yoğunlukta olduğu görülmüştür. Zayıf açıklamalarda yer alan kategoriler (*yanıtı tekrar ederek hatalı olduğunu ifade etme, yalnızca hatayı ifade etme, yalnızca işlemleri ifade etme, stratejiyi yüzeysel ifade etme, yalnızca gerekçe sunma*) dikkate alındığında, bu açıklamaların nedenleri olarak, öğretmenin araştırma sürecine ilişkin katılımcı rolüyle benzer deneyime sahip olmaması, öğretiminde işlemsel bilgiye/anlayışa odaklanması, öğretmen bilgisi gibi faktörler akla gelmektedir. Bu konular ilerleyen paragraflarda tartışılmıştır.

Öğretmenin, katılımcı rolüyle deneyimlediği, kendi ders videosu ve yazılı öğrenci yanıtları üzerinden fark etme görüşmelerini içeren bu araştırmaya benzer bir çalışmada yer almamış olması, MGP öncesinde açıklamalarında detaya girmemesinde ve zayıf açıklamalarda bulunmasında etkili olmuş olabilir. MGP sürecinde ise hem sınıf içi etkileşimlerde hem de yazılı materyaller üzerinden öğrencilerin düşünce ve stratejilerine yönelik daha duyarlı hale gelmiş olması beklenen bir bulgudur. Yapılan araştırmalarda video tabanlı uygulamalarla öğretmenlerin daha öğrenci merkezli, detaylı ve kavramsal açıklamalar yapmaya başladığını ortaya koymuştur (Sherin ve van Es, 2009; Jacobs vd., 2010; Santagata ve Guarino, 2011; Birinci ve Baki, 2019; Gürsoy, 2019; Bozkuş, 2020; Yılmaz ve Özdemir-Baki, 2023). Ancak, bu tür çalışmalar genellikle videoların tekrar tekrar izlenmesi ve üzerine düşünülmesi yoluyla gelişimi sağlamakta; öğretmenlerin açıklamalarını detaylandırma konusunda rehberlik eksikliği barındırabilmektedir. Bu araştırmada ise öğretmen sonda sorular aracılığıyla detaylı açıklama yapması konusunda desteklenmiş olmasına rağmen, MGP öncesinde zayıf açıklamalarda yoğunluk olması, içeriği öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik bir yapı ile desteklenmeyen video izleme ve yansıtıcı görüşme deneyiminin tek başına açıklamaları güçlendirmede yeterli olamayacağını açıkça göstermektedir. Bu noktada, MGP sürecinde azalan zayıf açıklamalar, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP'nin söz konusu yapının rolüne karşılık

geldiğini göstermekte ve dikkat etme görüşmelerinde öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik detaylar sunmasına imkân vermektedir. Öğrenme yörüngelerinin bu katkısı özelinde öğretmenlerle yapılan bir araştırma bulunmamakla birlikte öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada Ivars ve Fernández (2018) ÖY kullanmanın öğretmen adaylarının daha detaylı matematiksel açıklamalar yapmalarına katkı sağladığını ortaya koymuşlardır.

Öğretmenin zayıf açıklamalarındaki yoğunluğun bir diğer nedeni, öğretmenin oran-orantı konusunda öğrencilerin stratejileri hakkında işlemsel anlayışa sahip olması ve işlemsel bilgiye odaklanması olabilir. Böylelikle öğretmen, kategorilerde görüldüğü gibi, bazı durumlarda yalnızca işlemleri ifade etmiştir. Matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusunda kavramsal bilgiden ziyade işlemsel bilgiye sahip olduklarını ortaya koyan araştırmalar (Altundağ, 2023; Şen, 2022) bu görüşü desteklemektedir. Daha önce tartışıldığı gibi bu bulgu öğretmenin pedagojik yaklaşımlarıyla da ilgili olabilir.

Bir diğer neden, öğretmen bilgisindeki eksiklik olabilir. Örneğin, ön görüşmelerde öğretmenin problem çözme stratejilerinde sınırlı stratejiye yer vermiş olması, MGP sürecinde öğrencilerin düşünce/stratejileri açıklamada daha yüzeysel bir yaklaşım sergilemesinin nedeni olarak düşünülebilir. Bu durum, özelde öğretim bilgisi ile ilişkilendirilebilir. Diğer yandan, MGP öncesinde öğretmenin, bazı yaygın hata ve yanlışlarla ilgili bilgi sahibi olduğu gibi öğrencilerin bazı akıl yürütme düzeyleriyle ilgili de fikirleri olduğu görülmüştür. Örneğin, ön görüşmelerde denk oranlara yönelik öğrencilerin basitten karmaşığa sırasıyla sadeleştirme ve genişletme işlemlerini ifade ederek iki tür akıl yürütmeye değinmiştir. Ancak ilgili yörüngede (1. ÖY: Denk oranlar oluşturma) beş farklı düzey yer almakta ve bu düzeyler ‘kaç ile genişletildiği/sadeleştirildiği’ gibi daha fazla detayı içermektedir. Diğer bir örnek olarak, oranları karşılaştırma konusunda da öğretmenin, yörüngelerin kapsadığı birtakım doğru fikirlere sahip olsa da bir kısmına sahip olmadığı ve konuyu örneklendirmekte zorlandığı görülmüş, MGP sürecinde ise konu ile ilgili daha güçlü açıklamalar yapabilmıştır. Dolayısıyla, birtakım bilgilere sahip olduğu noktalarda da öğrenme yörüngeleri, öğretmenin düşünce/stratejileri anlama ve açıklamalarında destekleyici rol oynamaktadır.

Bu bulgular, öğretmenin bilgi, inanç, yaklaşım ve deneyiminin, öğrenci düşüncesini anlama ve güçlü açıklamalar yapmada etkili olduğunu ancak tek başına yeterli olmadığını göstermektedir. Araştırma deneyimi, mesleki deneyim ya da yalnızca öğretmen

bilgisinin, mevcut boşlukları gidermek için yeterli olmayacağı açıkça ortaya konmaktadır. Öğrenme yörüngeleri, yapısındaki akıl yürütme düzeylerinin içerdiği matematiksel düşünceler sayesinde, öğretmenin öğrenci düşünce ve stratejilerini daha derinlemesine anlamalarını sağlamak ve açıklamalarını güçlendirmektedir.

Öğrenme yörüngelerinin açıklamalara yansımaları

Araştırmanın önemli bulgularından biri, MGP öncesi zayıf açıklamaların MGP sürecinde güçlü açıklamalara dönüşmesi ve bu süreçte güçlü açıklamalar kapsamında yer alan kategorilerdir. Bu kategoriler, öğretmenin dikkat etme becerisinin hangi noktalarda geliştiğini göstermenin yanı sıra, öğrenme yörüngelerinin bu gelişimdeki rolünü daha detaylı bir şekilde ortaya koyması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Söz konusu kategoriler, hatayı detaylı açıklama, zorluklara değinme, olası hata ve yanlışlara değinme, beklentilere değinme, stratejiyi eksiksiz ifade etme, düşünce/stratejinin arkasındaki akıl yürütmeye değinme, temsillere değinmedir. Bu kategoriler, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin olası hatalara veya yaşanabilecek zorluklara yönelik öngöründe bulunabilmesine; öğrencilerden gelebilecek fikir/stratejilere dair beklentiler geliştirmesine; stratejileri net bir şekilde ifade edebilmesine, çoklu temsillere odaklanmasına katkı sağladığını göstermektedir. Ayrıca, bu kategoriler, öğretmenin dikkat etme becerisindeki gelişimin somutlaştığı noktaları belirginleştirmekte ve öğrenme yörüngelerinin bu gelişimdeki kritik rolünü vurgulayarak bu konuda önemli bir çerçeve sunmaktadır. Suh ve Seshaiyer'in (2015) çalışmalarında, öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerin öğrencilerin problem çözme stratejilerini derinlemesine analiz ederek bu süreçleri daha iyi anlamalarını sağladığı, öğretimlerini bu stratejilere uygun hale getirdikleri ve çoklu temsilleri etkili bir şekilde kullanma becerilerini geliştirdiklerine dair bulgular, bu araştırmanın sonuçlarıyla uyum göstermektedir.

MGP sürecinde anahtar kategoriler: Stratejiler ve çoklu temsiller

Araştırmada dikkat çeken bir diğer bulgu, MGP sürecinde güçlü açıklamalarda öne çıkan iki kategoridir: *Stratejileri eksiksiz ifade etme* ve *çoklu temsillere değinme*. İkinci kümede (Orantıyı oluşturma, oranları karşılaştırma ve orantı problemlerini çözme) öğretmen neredeyse açıklamalarının tamamında düşünce/stratejiyi eksiksiz ifade etmiş ve bunların arkasındaki akıl yürütmeye değinmiştir. Bu durumun, öğretmenin oran-orantı konusunda problem çözme stratejilerinin zenginleşmesi ile mümkün olduğu açıktır. Bu zenginleşmenin, doğrudan yörüngelerin yapısından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Daha açık bir ifadeyle, öğrenme yörüngeleri kendi başına bir problem çözme stratejisi olarak yorumlanabileceği gibi, yörüngelerin içerdiği “basitten karmaşığa akıl yürütme biçimleri” olarak tanımlanan ‘karmaşıklık düzeyleri’ de birer strateji olarak değerlendirilebilir. Örneğin, ‘Birim oranı bulma öğrenme yörüngesi’ *oranları karşılaştırma* ve *oran-orantı problemleri* için tek başına bir strateji olarak kullanılabildiği gibi, bu yörüngedeki her bir düzey de (Örneğin, düzey 2: Eş paylaşım yaparak birim oranı bulma) birim oranı bulurken kullanılan birer strateji belirtmektedir. Bu görüş “Öğrencilerin bir görevi çözmek için geliştirdikleri stratejiler sıklıkla öğrenme yörüngeleri seviyelerinde yer alır.” (Confrey vd., 2019, s. 10) ve “Öğrenme yörüngelerindeki seviyeler, çeşitli epistemolojik nesnelerden oluşur: temsiller, stratejiler, örnekler, akıl yürütme biçimleri, icatlar ve kısmi kavramlar, karmaşıklık seviyelerine göre düzenlenir.” (Confrey ve Shah, 2021) ifadeleriyle desteklenmektedir. Benzer şekilde Schoenfeld (1985), stratejiler ve akıl yürütme biçimlerinin birbirini tamamlayan ve destekleyen kavramlar olduğunu, bir ifadenin hem akıl yürütme sürecini hem de stratejiyi içerebileceğini ifade etmektedir. Bu bağlamda, öğrenme yörüngelerinin, öğretmenin problem çözme stratejileri’ne yönelik bilgisini artırdığı ve bu bilginin açıklamalarına yansıdığı söylenebilir. Ayrıca, yörüngeler aracılığıyla öğretmenin yalnızca stratejiler hakkındaki bilgisini artırmakla kalmamış, aynı zamanda bu stratejileri öğrencilerin akıl yürütme düzeyleri ile entegre şekilde öğrenmiştir. Bu bulgular, öğretmenin gelişimini ortaya koymanın yanı sıra, öğrencilerin akıl yürütmelerine esas olan karmaşıklık düzeyleri ile stratejiler arasındaki ilişkiyi de görünür kılmaktadır.

Öğretmenin stratejileri eksiksiz ifade etmesi, öğretim bilgisinin gelişimi ile doğrudan ilişkilendirilebilir. Nitekim, matematik öğrenme yörüngeleri ile yapılan çalışmalar, bu yörüngelerin öğretmenlerin öğretim stratejilerinin zenginleşmesine katkı sağladığını ortaya koymaktadır (Edgington vd., 2016; Doğruel, 2019; Eroğlu ve Tanışlı, 2021). Bu sonuçlar, öğretim stratejilerinin öğrencilerin problem çözme stratejilerini geliştirmeleri için gerekli yönlendirmeleri ve araçları sunduğunu göstermektedir. Dolayısıyla öğretim bilgisinin öğretim stratejileri için, öğretim stratejilerinin, problem çözme stratejileri için bir çatı görevi gördüğü söylenebilir.

MGP sürecinde güçlü açıklamalarda öne çıkan ikinci kategori, *temsillere değinme*’dir. 1. ÖY (Denk oranlar oluşturma) itibariyle öğretmende temsillere değinme konusunda eğilim görülmüştür. Araştırmada kullanılan oran-orantı yörüngelerinin bazı düzeylerinde çoklu

temsillerin yer aldığından (Örneğin oran tabloları, grafikler vd.), öğretmenin temsillere yönelik bilgisinin ve dikkatinin arttığı, bu sayede açıklamalarında bu temsillere daha fazla yer vermeye başladığı söylenebilir. Bu bulgu, yörüngelerin öğretmene temsillere ilişkin bilgisine önemli bir katkı sağladığını göstermektedir. Yıldırım-Bozcuoğlu (2020), Yıldırım-Bozcuoğlu vd., (2024) ile Suh ve Seshaiyer'in (2015) çalışmalarında da benzer sonuçlar elde edilmiş; yörüngelere dayalı mesleki gelişim çalışmalarının sonunda matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanma noktasında belirgin bir ilerleme gösterdikleri belirtilmiştir.

Doğru düşünce/stratejilere yönelik açıklamalarda gelişim

Araştırmanın dikkati çeken bulgularından biri, MGP öncesi öğretmenin güçlü açıklamaları, yalnızca hatalı düşünce/stratejilere yönelik iken, MGP sürecinde doğru düşünce/stratejilere yönelik de güçlü açıklamalar yapmaya başlamış olmasıdır. Ortaya çıkan kategorilerde görüldüğü üzere, öğretmenin, doğru düşünce/stratejilerdeki olası hata/yanılgıları ön görebilmesi, öğrencilerin kolaylık yaşadığı durumlar hakkında çıkarımda bulunabilmesi ve eksik noktalarını fark edebilmesi, bu noktadaki gelişimi ortaya koymaktadır. Eroğlu (2016) yaptığı çalışmada, benzer bir sonuç ortaya koymuş ve öğretmenlerin başlangıçta öğrencilerin sadece hatalı yanıtlarına odaklanıp bunları düzeltmeye çalıştıklarını, ancak yörüngelere dayalı mesleki gelişim etkinlikleri sonunda doğru düşünceye sahip öğrencilerin düşüncelerine de odaklandıklarını saptamıştır.

Matematiksel dil ve kavram kullanımında hataların azalması

Araştırmanın bulgularına göre, öğretmenin öğrencilerin düşünce/stratejilerine yönelik açıklamalarında, MGP öncesinde saptanan matematiksel dil ve kavram kullanımındaki hatalı ifadeler, MGP sürecinde oldukça azalmıştır. Bu hataların büyük bir kısmı, oran-kesir ilişkisine dayanmaktadır. Bu anlamda, MGP süreci ile birlikte öğretmenin oran-kesir kavramlarına yönelik terminolojisinde iyileşme görüldüğü söylenebilir.

Devam eden gelişim süreci: Zayıf Açıklamalar

Araştırmanın bulguları 1.ve 2. kümelerde öğretmenin güçlü açıklamalarında yoğunluk olduğunu, ancak her iki kümede de zayıf açıklamaların varlığını sürdürdüğünü göstermektedir. Bu durum, öğretmenin desteğe ihtiyaç duyduğu noktaları işaret etmekle birlikte, gelişimin bir süreç gerektirdiğinin altını çizmektedir.

Sonuç olarak, bu araştırma, dikkat etme becerisi bağlamında öğrenme yörüngelerinin, oran orantı konusu çerçevesinde, öğretmenin özellikle stratejiler ve temsillere yönelik mevcut bilgisinin artmasına, düşünce/stratejilere odaklanmasına katkı sağladığını ortaya koymaktadır. Ayrıca bu durumun pedagojik inanç ve yaklaşımlarına yansıdığı anlaşılmaktadır. Araştırma, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejilerini anlama ve açıklama becerilerinde gelişim gösterdiğini ortaya koymakla birlikte, bu gelişimin halen devam ettiğini vurgulamaktadır.

5.1.2 Yorumlama becerisine ilişkin tartışma ve sonuç

Bu çalışmada, fark etme becerisinin ikinci bileşeni olan *yorumlama* becerisi kapsamında öğrencilerin düşünce ve stratejilerine yansıyan kavrayışlarını yorumlaması beklenmiştir. Araştırmanın bulguları, yorumlama becerisinde gelişim olduğunu göstermiştir. MGP öncesinde, öğretmenin *yorum yapmadığı durumlar* ile *zayıf yorumlarında* yoğunluk varken MGP sürecinde güçlü yorumlarında yoğunluk görülmüştür. Bu gelişime ilişkin bulgular, alt başlıklar altında detaylı olarak tartışılmıştır.

Öğretmenin yorum yapmadığı durumların ortadan kalkması

Araştırmanın bulguları, öğretmenin MGP öncesinde yorum yapmadığı durumların, MGP sürecinde tamamen ortadan kalktığını göstermiştir. MGP öncesinde yorum yapmadığı durumlar öğretmenin öğrencinin düşüncesini anlamadığı durumlardan oluştuğundan, öğretmenin ‘kavrayışı yorumlamak’ yerine ‘düşünce/stratejiyi açıklama’ yoluna gitmesi; bunu yaparken de ‘öğrencinin düşündüğünden farklı bir fikri/durumu öne sürmesi’ beklenen bir bulgudur. MGP sürecinde, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anlamadığı durumların ortadan kalkmasıyla birlikte yorum yapmadığı durumların da ortadan kalktığı görülmektedir. Diğer bir ifadeyle, hatalı/doğru bir düşünce/stratejinin, sorunun veya anlaşılmayan noktaların arkasındaki düşünciyi, akıl yürütmeyi fark edip, anlayıp, ifade edebilen öğretmenin, öğrencinin kavrayışı hakkında da güçlü yorumlarda bulunmaya başlaması beklenen bir bulgudur. Bu durum ise öğretmenin dikkat etme becerisinin, yorumlama becerisine kendi doğal ortamında, beklenen bir sonuç olarak yansıdığını ortaya koymaktadır.

Zayıf yorumlar’dan güçlü yorumlar’a geçişte gerekçelendirme’nin rolü

Araştırmanın bulguları, MGP öncesinde öğretmenin *yorum yapmadığı durumlar* dışında, *zayıf yorumlar* temasında, MGP sürecinde ise *güçlü yorumlar* temasında yoğunluk

olduğunu göstermiştir. Bu gelişim, yorumlama becerisinin analizinde esas alınan ‘gerekçelendirme’ kavramı göz önünde bulundurularak özetlenecek olursa, MGP öncesi öğretmenin, öğrencinin kavrayışı hakkında *herhangi bir gerekçe sunmadığı, matematiksel olmayan bir gerekçe sunduğu veya oran orantı konusu dışında gerekçelendirmede bulunduğu zayıf yorumları* yoğunlukta iken, MGP sürecinde *bilgi eksikliğine, zorluklara, düzeylere ve doğrulamaya dayalı* çeşitli gerekçelendirmeler sunduğu *güçlü yorumlarının* yoğun olduğu görülmektedir. Öğretmenin bahsi geçen gerekçelendirmelerde bulunabilmesi için birtakım bilgilere sahip olması gerektiği göz önünde bulundurulduğunda, öğrenme yörüngelerinin bu ihtiyaca cevap verdiği anlaşılmaktadır. Öğrenme yörüngelerinin bu rolü bağlamında, söz konusu bulguların iki başlık altında tartışılmasında fayda görülmüştür:

i) Matematiksel olmayan gerekçelendirmeler’den düzeye dayalı gerekçelendirmeler’e: Araştırmanın bulguları, yorumlama becerisinde en yoğun kategorinin, MGP öncesinde *matematiksel olmayan gerekçelendirmeler*, MGP sürecinde ise *düzeye dayalı gerekçelendirmeler* olduğunu göstermiştir. MGP öncesinde öğretmen kavrayışı yorumlarken yalnızca hataları gerekçelendirmiş ve bunu yaparken, öğrencinin *problemi dikkatli okumaması/incelememesi, problemi veya problemde sorulanı anlamaması, konuyu içselleştirememesi, belirli bir stratejiyi kullanmaya isteksiz olması* gibi öğrenci kaynaklı matematiksel olmayan gerekçeler sunmuştur. Bu gerekçeler, öğretmenin hatalı düşünce/stratejilerin kaynağını çoğunlukla öğrencide görme eğiliminde olduğunun ve bu eğiliminin yorumlama sürecine de yansıdığının bir göstergesi olabilir. Ayrıca bu yaklaşım, öğretmenin öğrencinin kavrayışını derinlemesine analiz etmek yerine, daha yüzeysel bir şekilde değerlendirdiğini; bunun ise öğretmenin kavrayışı yorumlama konusunda pedagojik açıdan bir gelişim ihtiyacı olduğunu işaret etmektedir. MGP sürecinde ise en yoğun kategori olan *düzeyle dayalı gerekçelendirme* bağlamında, öğretmenin kavrayış hakkında gerekçelendirmede bulunurken yörüngedeki karmaşıklık düzeylerine atıfta bulunması, yörüngelerin bu pedagojik ihtiyaca etkili bir şekilde yanıt verdiğini göstermekte ve kavrayışı yorumlamadaki rehber rolünü ortaya koymaktadır. Nitekim yapılan araştırmalar da (Örneğin, Wickstrom ve Langrall, 2020) bu sonucu desteklemekte ve yörüngelerin öğrencilerin kavrayış düzeylerini anlamak için bir rehber olarak kullandığını belirtmiştir. Ayrıca son yıllarda yörüngelerin öğrencileri değerlendirme amaçlı kullanımına ilişkin çalışmaların artması (Ebby ve Petit, 2017; Confrey vd., 2020; Clements vd., 2021) yörüngelerin bu rolüne dikkat çekmektedir.

ii) Doğru düşünce/stratejilere yönelik gerekçelendirmede gelişim: Kavrayışı yorumlama bağlamında öğretmen, MGP öncesinde yalnızca hataları gerekçelendirirken, MGP sürecinde ilk yörüngeden itibaren doğru düşünce/stratejiye sahip öğrencilerin kavrayışları hakkında da gerekçelendirmelerde bulunmaya başlamıştır. Bu bulgu, öğretmenin doğru düşünce/stratejilere odaklanmasının sadece açıklamalarına değil, yorumlarına da yansıdığını göstermektedir. Araştırmada dikkati çeken bir diğer bulgu ise, MGP sürecinde öğretmenin, öğrencinin kavrayışı hakkında, *doğrulama* yapmış olmasını gerekçe olarak sunduğu durumlardır. Öğretmenin *doğrulama*yı kavrayışta bir kriter olarak kullanması, öğrencinin doğrulama sürecini önemseydiğini ve bunu kavrayışın bir parçası olarak değerlendirdiğini ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, öğrenme yörüngeleri, öğretmenin yorumlama becerisinde gerekçelendirmeye dayalı bir dönüşüm sağlayarak zayıf yorumlardan güçlü yorumlara geçişi etkili bir şekilde desteklemiştir.

Devam eden gelişim süreci: Zayıf yorumlar

Araştırmanın bulguları, MGP sürecinde öğretmenin güçlü yorumlarının belirgin bir yoğunluğa sahip olduğunu ortaya koymakla birlikte, özellikle 2. kümede olmak üzere her iki kümede de zayıf yorumların varlığını göstermektedir. Bu bulgu, öğretmenin dikkat etme becerisinde olduğu gibi yorumlama becerisinde de gelişimin zamana yayılan ve bir süreç gerektirdiğini göstermektedir. Bu noktada Wickstrom (2014) ilkökul öğretmenleriyle yaptığı çalışmada, yörüngenin öğretmenlerin pedagojik inançları ve uygulamalarıyla uyumlu olmadığı durumlarda, bunları reddetme veya kendi anlayışlarına göre yeniden yorumlama eğiliminde olduklarını; bunun ise öğrenci düşüncelerini öğretim uygulamalarına entegre etmelerini zorlaştırdığını tespit etmiştir. Bu noktada öğretmenin hem öğrenme yörüngelerini iyi kavraması için hem de beraberinde bilgi ve inançlarının güçlendirilmesi için zaman ve desteğe ihtiyacı olduğu düşünülmektedir.

Sonuç olarak, bu araştırma, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP'nin, oran orantı konusu çerçevesinde öğretmenin, öğrencilerin kavrayışlarını yorumlama becerisinde belirgin bir gelişim sağladığını, öğrencilerin kavrayışlarını daha derinlemesine analiz edebilme yeteneği kazandığını ortaya koymakla birlikte, bu gelişimin halen devam ettiğinin de altını çizmektedir. Bu noktada, dikkat etme becerisindeki gelişimin, yorumlama becerisine yansıdığı anlaşılmakta ve bu gelişimde rol oynadığı tartışılan faktörlerin (bilgi, inanç ve yaklaşımlar vd.), öğrenme yörüngelerinin etkisiyle doğal bir dönüşüm

geçirdiğini ve bu dönüşümün, yorumlama becerisindeki gelişime katkıda bulunmuş olabileceğine işaret etmektedir. Benzer şekilde yorumlama becerisindeki gelişimin kararlarına yön verdiği (Amador, 2022) dikkate alındığında bu becerideki gelişimin fark etme için oldukça önemli olduğu düşünülmektedir.

5.1.3 Karar verme becerisine ilişkin tartışma ve sonuç

Bu araştırmada, fark etme becerisinin son bileşeni olan karar verme becerisi, öğretmenin öğrencilerin kavrayışlarına dayalı olarak aldığı kararlar üzerinden incelenmiştir. Karar verme becerisinin incelenmesinde, öğretmenin düşünce/stratejiler hakkındaki açıklamaları ve kavrayışla ilgili yorumları da dikkate alınmıştır. Bu bağlamda, bu nihai bileşenin aynı zamanda en önemli ve en karmaşık bileşen olduğu; karar verme mekanizmalarının çok yönlü yapısı, bu araştırmanın bulgularında ortaya çıkan tema ve kategorilerle net bir şekilde görünür hale gelmektedir. Öğretmenin kararlarındaki gelişim sürecine ilişkin bulgular alt başlıklar altında tartışılmıştır.

MGP öncesi kararların odak noktası: Çözümün anlaşılmasını sağlama

Araştırmanın bulguları, MGP öncesinde öğretmenin kararlarının sırasıyla, *çözümün anlaşılmasını sağlama*, *problemin anlaşılmasını sağlama* ve *kavram yanlışlığını giderme* temalarında yoğunlaştığını göstermektedir.

Öğrencinin problemi ve çözümü anlaması, matematiksel düşünme sürecinin sağlıklı bir şekilde ilerlemesi için oldukça önemlidir. Bu nedenle, öğretmenlerin, bu süreci destekleyici kararlar alması öğrenme sürecine olumlu katkı sağlayabilir. Jacobs ve Empson (2016), öğrencilerin problem bağlamını ve kendilerine sorulan soruyu anlamakta zorlanabileceklerini, bu zorluğun ise problemin çözümüne etkili bir başlangıç yapmalarını engelleyebileceğini belirtmiştir. Bu nedenle öğretmenin, öğrencilerin problemi doğru bir şekilde anlaması konusunda rehberlik etmesinin, problem çözme sürecindeki kritik rolünü vurgulamışlardır. Ancak yalnızca problemin veya çözümün anlaşılmasına odaklanmak sağlıklı bir yaklaşım olarak görülmemektedir. Bu bağlamda bu araştırmadaki söz konusu temalardaki yoğunluğun farklı nedenleri ilerleyen paragraflarda tartışılmıştır.

Araştırmanın bulguları MGP öncesinde *problemin anlaşılmasını* veya *çözümün anlaşılmasını* sağlama temalarındaki yoğunluğun bir nedeni, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejisini anlamadığı durumlardır. Bulgular, öğretmenin düşünce/stratejiyi ve

bunun arkasında yatan nedenleri anlamadığında, öğrenciye doğrudan problemde verilene açıklama, çözümü açıklama, öğrencinin ifadesini tekrar etme, soruyla/konuyla ilgisiz açıklama yapma gibi kararlara yöneldiğini göstermiştir. Bu, öğrenci düşüncesini anlamamanın (dikkat etme becerisi kapsamında) öğretimsel kararlara doğrudan yansıdığını ortaya koymaktadır.

MGP öncesinde *problemnin anlaşılmasını* veya *çözümün anlaşılmasını* sağlama temalarındaki yoğunluğun ikinci nedeni, öğretmenin düşünce/stratejiyi anladığı durumlarda bile öğrencinin, problemi veya bileşenlerini, çözüm sürecini veya içerdiği stratejileri anlamadığını düşünmesi olabilir. Çünkü bu durumlarda öğretmen *problemde istenileni açıklama* veya *problemde geçen kavramı anlaması için sorgulama yapma*, *çözümü açıklama* veya *çözüme yönlendiren soru sorma*'ya yönelmiştir. MGP sürecinde ise, öğretmenin, yorumlama becerisi kapsamında, özellikle hatalı düşünce/stratejilerin veya beklenmedik durumların (soruların veya anlaşılmayan durumların) kaynağının, problemi veya çözümü anlamamanın ötesinde, daha karmaşık faktörlere (Örneğin, bilgi eksikliği, zorluk, kavram yanılgıları vd.) bağlı olabileceği konusunda farkındalık kazanmış ve bu farkındalık, öğretmenin kararlarına, bu faktörleri işe koşan yeni tema ve kategoriler ile yansımıştır. Böylelikle MGP, öğretmenin karar verme becerisinde bir gelişim sağlarken, kavrayışı yorumlama becerisinin karar verme sürecine yansıdığını göstermiştir.

MGP öncesinde *problemnin anlaşılmasını* veya *çözümün anlaşılmasını* sağlama temalarındaki yoğunluğun üçüncü bir nedeni ise MGP öncesinde öğretmenin, derslerinin içeriğini matematik problemleri üzerinden yürütmesi, derslerini problem odaklı işlemesi olabilir. Bu durum, öğretmenin bir matematik problemine veya bunun çözümüne yönelik kararlar almasını, dolayısıyla bu temaların yoğun çıkmasını beklenir kılmaktadır. Ancak, hem matematiğin doğası gereği konu ve kavramların, hem de yörüngelerdeki karmaşıklık düzeylerinin problem durumlarında hayat bulması, öğretmenin MGP sürecinde de dersleri problemler üzerinden işlemesine neden olmuştur. Bu nedenle, bu temaların MGP sürecinde de yer aldığı, ancak MGP öncesindeki kadar yoğun olmadığı görülmüştür. Dolayısıyla derslerin problem odaklı işlenmesi, bu temalardaki yoğunluğu tam olarak açıklayamamakta ve farklı nedenlere kapı aralamaktadır. Bu bağlamda, *problemi* ve *çözümü açıklama* temalarının içeriği incelendiğinde, MGP öncesinde problemde verilene/istenileni açıklama, çözümü formel yolla açıklama gibi öğretmen merkezli ve

işlemsel anlamaya yönelik kategorilerin mevcut olduğu görülmüştür. Bununla birlikte oran-orantı problemlerini çözemeyen öğrencilere, formel stratejiler kullanarak çözümünü açıklama eğiliminde olması da dikkati çeken bulgulardan biridir. Bu stratejiyi kendi ifadesiyle ‘pratik bir yol’ olarak görmesi hem kendi problem çözümlerinde hem öğretiminde bu yaklaşıma başvurmasının nedeni olarak düşünülebilir. MGP sürecinde ise problemin bağlamında düzenleme yapma, çözümü matematiksel yolla gerekçelendirme gibi öğrenci merkezli ve kavramsal anlamaya dayalı kategorilerin yer aldığı ve öğretmenin problemin bağlamını öğrencinin anlayacağı şekilde düzenleme ya da çözümü matematiksel yolla gerekçelendirme sırasında yörüngelerden yararlandığı görülmüştür. Bu durum, MGP sürecinde problemi ya da çözümü açıklama yaklaşımlarında öğrenme yörüngeleri aracılığıyla bir gelişim olduğunu ortaya koymaktadır.

Problemin ve çözümün anlaşılmasını sağlama dışında MGP öncesinde öğretmenin kararlarında yoğunluk gösteren üçüncü tema *kavram yanlışısını giderme*’dir. Bu yoğunluk öğretmenin oran orantı konusunda birtakım yaygın hata ve yanlışlar konusunda (toplamsal ilişki kurma, oranı miktar sanma) farkındalık sahibi olduğunun bir kez daha altını çizmektedir. Ancak, bu tema altında yer alan kategoriler incelendiğinde, MGP sürecinde öğretmenin kavram yanlışlarını giderme yaklaşımında önemli değişiklikler olduğu anlaşılmaktadır. MGP öncesinde, oran-orantı konusundaki yanlışlığı farklı konu ve kavramlar (kesir kavramı) üzerinden hatırlatmalarla gidermeye çalışırken, MGP sürecinde konu/kavramla ilgili açıklama yapma, farklı öğrencilerin stratejileri üzerinden açıklama yapma gibi yaklaşımları saptanmıştır. Bu bulgu, öğretmenin, öğrencinin yanlışına neden olan kavrayışıyla ilgili doğru tespitte bulunabildiğini göstermekte ve öğrencinin bu noktadaki ihtiyacına farklı stratejiler aracılığı ile yanıt vererek, öğrencinin daha geniş bir bakış açısı geliştirmesine yönelik bir yaklaşım benimsediğine işaret etmektedir. Suh ve Seshaiyer (2015) benzer şekilde araştırmalarında yörüngeler aracılığıyla öğretmenlerin kavram yanlışlarını tanımlama ve bu yanlışlara yönelik stratejiler geliştirme becerilerinde önemli ilerlemeler kaydedildiğini belirtmiştir.

MGP süreci kararların odak noktası: Kavrayışı güçlendirme

Araştırmanın bulguları, MGP sürecinde öğretmenin kararlarında sırasıyla *kavrayışı güçlendirme, stratejileri geliştirme, bilgi eksikliğini giderme ve değerlendirme yapma* temalarında yoğunluk olduğunu göstermiştir. Bunlar aynı zamanda MGP sürecinde ortaya çıkan temalardır. Öğretmen, başlangıçta problemin ve/veya çözümün

anlaşılmasına odaklanmışken, süreç ilerledikçe öğrenci düşüncesinin arkasında yatan nedenlere yönelik yaklaşımlarının gelişmesiyle, kararlarında yoğunluğun bu temalara kayması, öğretmenin daha bütüncül bir bakış açısı geliştirdiğini göstermektedir. Bu durum, öğretmenin mesleki gelişiminde önemli bir değişim olarak değerlendirilebilir. Bu değişim, söz konusu her bir tema için sırasıyla ilerleyen paragraflarda detaylı olarak tartışılmıştır.

MGP sürecinde yer alan *kavrayışı güçlendirme* ve *stratejileri geliştirme* temalarındaki yoğunluğun nedeni, öğretmenin hatalı düşünce/stratejiler beklenmedik durumların yanı sıra doğru düşünce/stratejilere de odaklanmaya başlaması olabilir. Çünkü bu temalar, çoğunlukla doğru düşünce ve stratejiye sahip öğrencilere yönelik alınan kararlardan oluşmaktadır. Öğretmen MGP öncesinde doğru düşünce/stratejiye sahip öğrencilere, öğrencinin ifadesini tekrar etme, çözümü formel strateji ile açıklama şeklinde yaklaşım sergilerken, MGP sürecinde yanıtı gerekçelendirme, daha karmaşık problem yöneltme, öğrencinin problem kurmasını bekleme ve farklı stratejilerin keşfedilmesine imkân tanıma şeklinde yaklaşımlar sergilemiştir. Örneğin, MGP sürecinde sıklıkla öğrencilere “Başka türlü nasıl çözebiliriz?” sorusunu yöneltmiştir. Bu değişim, öğretmenin öğretim sürecinde öğrencilerin güçlü yönlerine odaklanarak, mevcut bilgi düzeylerini zorlamalarını ve alternatif çözüm stratejileri geliştirmelerini teşvik eden bir pedagojik dönüşüm olarak değerlendirilebilir. Bu durum öğretmenin, yörüngeler aracılığı ile öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini daha ileriye taşımaya yönelmesi ve öğrenci merkezli pedagojik stratejileri etkin bir şekilde kullanmaya çalışması ile ilişkilendirilebilir. Jacobs ve Empson (2016), öğretmenlerin öğretim müdahalelerinde öğrencileri alternatif stratejiler geliştirmeye teşvik etmelerinin önemini vurgulamış, bu yaklaşımın öğrencilerin bir problemi çözmeye farklı yollar keşfetmelerine olanak tanıyacağını belirtmişlerdir.

MGP sürecinde ortaya çıkan ve yoğunluk görülen bir diğer tema, *bilgi eksikliğini giderme*’dir. Öğretmen MGP öncesinde olduğu gibi hatalı düşünce/stratejilere veya beklenmedik durumlara yönelik doğrudan problemi, çözümü veya bunların bileşenlerini açıklama şeklinde bir yaklaşım sergilerken, MGP süreciyle birlikte, önceki yaklaşımından farklı olarak, öğrencilerdeki bilgi eksikliklerinin farkına varmış ve bu eksiklikleri gidermek için tekrar yapma, gerekçelendirme yapma ve farklı temsiller kullanarak açıklama yapma şeklinde yaklaşımlar sergilemiştir. Bu bulgu, yörüngelerin,

öğretmenin gerekçelendirme yapma ve temsil kullanma süreçlerinde önemli bir katkı sağladığı, bu sayede bilgi eksikliklerini daha etkili bir şekilde giderebildiği şeklinde yorumlanabilir. Benzer şekilde Yıldırım-Bozcuoğlu (2020, s. 284), Yıldırım-Bozcuoğlu vd. (2024) çalışmalarında öğrenme yörüngelerine dayalı mesleki gelişim süreci sonunda öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanma konusunda gelişim gösterdiklerini belirtmiştir.

MGP öncesinde öğretmenin kararlarında yer alan bir tema olan *değerlendirme*, MGP sürecinde de yoğunluğunu korumuştur. Ancak, MGP öncesinde öğretmen yalnızca hatalı düşünce/stratejilere yönelik değerlendirmede bulunurken, 2. küme ile birlikte, doğru düşünce/stratejilere yönelik de değerlendirmeler yapmaya başlamıştır. Bu bulgu, öğretmenin, doğru kavrayışa sahip öğrencilere düşünme becerilerini ölçecek problem yönelterek, kavrayışlarını ve üst düzey düşünme becerilerini değerlendirmeye yönelik bir eğilim sergilediğini göstermektedir.

Hatalı düşünce/stratejiye yönelik olarak ise, MGP öncesinde öğretmen, daha çok öğrencilerin kavrayışını sınanan problemlere odaklanırken, MGP süreciyle birlikte, öğrencilerin hatalarının kaynağını anlamaya yönelik ve ön bilgilerini yoklayan problemler sunmaya başlamıştır. Bu değişim, öğretmenin artık yalnızca öğrencilerin mevcut bilgi düzeylerini ölçmekle kalmayıp, aynı zamanda onların düşünme süreçlerini, zayıf yanlarını ve hatalarının arkasındaki nedenleri daha derinlemesine anlamaya çalıştığını göstermektedir. Bu durum, öğretmenin öğretim stratejilerinde daha bireyselleştirilmiş ve etkili bir metodolojiye geçişinin işaretçisi olarak düşünülebilir.

Araştırma, öğrenme yörüngelerinin yalnızca hatalı düşünceleri değerlendirmede değil, doğru matematiksel düşünceleri değerlendirmede de bir araç olarak kullanılabileceğini ortaya koymaktadır. Bu, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP'nin öğretmenin değerlendirme yaklaşımlarını dönüştürdüğünü ve böylece daha kapsamlı ve dengeli bir değerlendirme sürecine katkı sağladığını göstermektedir. Suh ve Seshaiyer (2015) de çalışmalarında öğrenme yörüngelerinin öğretmene öğrencilerin öğrenme süreçlerini değerlendirme ve bu değerlendirmeler doğrultusunda öğretimlerini uyarlama becerileri kazandırdığını belirtmiştir. Ayrıca alanyazında yörüngelerin öğrencileri değerlendirme amacıyla da sıkça kullanıldığı bilinmektedir (Barrett vd., 2011; Ebby ve Petit, 2017; Asil-Güzel, 2018; Yılmaz, 2019; Confrey, Toutkoushian ve Shah, 2020; Clements vd., 2021; Guo vd., 2021). Bu anlamda, bu araştırmanın yörüngelerin öğretmenin değerlendirme

sürecine ilişkin nasıl katkı sunduğunu göstererek bu alandaki araştırmalara katkı sağladığı düşünülmektedir.

Kategorilerde öne çıkan kavramlar: Problem yöneltme, açıklama ve gerekçelendirme

Bulgularda dikkati çeken bir nokta, araştırma sürecinde karar verme becerisini oluşturan temalarda yer alan tüm kategoriler bütüncül olarak incelendiğinde, bazı kavramların farklı kategorilerde birden çok defa yer almış olmasıdır. Bu kavramlar, MGP öncesinde ‘açıklama’ iken, MGP sürecinde sırasıyla ‘problem yöneltme’, ‘açıklama’ ve ‘gerekçelendirme’ şeklindedir.

MGP öncesinde, öğretmenin öğrencilere açıklama yaptığı kategoriler incelendiğinde, problemde verilene/istenilene açıklama, çözümü açıklama, ilgisiz açıklama, diğer konu/kavramla ilgili açıklama şeklinde daha yüzeysel açıklamalar yaptığı görülürken, MGP sürecinde gerekçelendirme yoluyla açıklama, konu/kavramla ilgili açıklama, farklı temsiller kullanarak açıklama, farklı öğrenci yanıtları üzerinden açıklama gibi yöntemlere başvurmaktadır. Bu değişim, öğretmenin MGP sürecinde yalnızca bilgi aktarmakla kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini desteklemeyi, farklı bakış açıları sunmayı ve öğrencilerin kavrayışlarını derinleştirmeyi amaçladığını göstermektedir. Öğretmenin bu yeni yaklaşımı, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik daha etkili bir pedagojik strateji olarak değerlendirilebilir.

MGP sürecinde kategorilerde en sık öne çıkan kavram ‘problem yöneltme’dir. Öğrenme yörüngelerinin, öğretmene problem oluşturma konusunda bir rehberlik sunduğu görülmüştür. Daha önce ifade edildiği gibi, matematiğin doğası ve yörüngelerin yapısı gereği, derslerin problem odaklı işlenmesi, öğretmenin öğrencilere daha karmaşık ya da daha basit problemler sunmasını beklenir kılmaktadır. Ancak, MGP öncesinde öğretmenin daha karmaşık problem oluşturma noktasında belirgin bir şekilde zorlandığı saptanmışken (Örneğin, birim oranı bulma konusunda), MGP sürecinde yalnızca ilgili yörüngedeki düzeylerle sınırlı kalmayarak, daha üst karmaşıklık düzeyinde problem oluşturabildiği gözlemlenmiştir (4. ÖY’de). Öğretmen, bu problemi oluştururken, önceki yörünge düzeylerini dikkate alarak ilgili yörüngeye düzeylerine ekleme yapmıştır. Bu nedenlerle, yörüngelerdeki düzeyler öğretmene daha basit veya daha karmaşık problemler yöneltme konusunda yardımcı olduğu anlaşılmaktadır.

Diğer yandan, MGP sürecinde öğretmenin oluşturduğu problemler, önceki döneme kıyasla daha kavramsal yapıya sahiptir. Daha açık bir ifadeyle, MGP öncesinde öğretmen, kavrayışı ölçmek için aynı türde problem yöneltirken, MGP sürecinde, kategorilerden anlaşıldığı üzere ön bilgiyi yoklayan, belirli bir stratejiye yönlendiren, aşırı genellemeyi engelleyecek veya düşünme becerisini ölçecek türden problemler yöneltmeye başlamıştır. Ayrıca öğrenme yörüngelerinin yalnızca problem oluşturma konusunda değil, aynı zamanda örnek sunma konusunda da öğretmene katkı sağladığı görülmüştür (Örneğin, 2. ÖY, ‘Bilgi eksikliğini giderme’ teması altında.) Bu durum, öğrenme yörüngelerinin, öğretmenin, problem ve örnek oluşturma konusunda üretkenliğini ve yaratıcılığını desteklediğini göstermektedir. Ayrıca bulgular incelendiğinde, problem yöneltmenin yalnızca değerlendirme amaçlı değil, aynı zamanda öğrencilerin öğrenme süreçlerini desteklemek, düşünme becerilerini geliştirmek ve derinlemesine anlamalarını teşvik etmek amacıyla da kullanıldığı anlaşılmaktadır. Bu sonuç, yörüngelerin problem yöneltmenin bu çok boyutlu amaçlarını ortaya çıkararak, bu süreçlerin etkili bir şekilde nasıl uygulanabileceğini göstermesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Diğer yandan Jacobs vd. (2024) çalışmalarında üç farklı profildeki (başarılı fark etme, karma fark etme, gelişmekte olan fark etme profillerindeki) öğretmenlerin hepsinde ‘takip soruları’na karar verme konusunda, ‘bir sonraki adım problemi’ne karar vermekten daha fazla uzmanlık gösterdiklerini ortaya koymuşlardır. Bu çalışmada ise öğretmen doğru veya hatalı öğrenci düşünce/stratejisine yönelik bir sonraki adım problemi yaratma konusunda gelişim göstermiştir. Bu sonuç, başarılı fark etme profilindeki öğretmenlerin de bu anlamda desteğe ihtiyacı olduğunu ve yörüngelerin bu ihtiyaca yönelik destek sağlayabileceğini göstermektedir.

MGP sürecinde, kategorilerde yinelenen bir diğer kavram ‘gerekçeleştirme’dir. ‘Gerekçeleştirme’ kavramı bağlamında öğretmenin, gerekçe sunarak açıklama yapması veya öğrenciden gerekçe istemesi bu olguyu ön plana çıkarmaktadır. Bu durum daha önce bazı kategoriler için de ifade edildiği gibi, öğretmenin kararlarında daha öğrenci merkezli ve kavramsal bir yaklaşım benimsediğini göstermektedir. Örneğin, birim oranı doğrudan bölme işlemi yaparak bulmanın gerekçesinin, yörüngedeki alt karmaşıklık düzeyleriyle birlikte öğrenilmesi, öğrencilerin derinlemesine bir anlayış kazanması sağlarken, ilgili hata ve yanılgıların da önüne geçebilir. Bu durum, gerekçeleştirme olgusunun öğretimdeki önemini vurgulamaktadır. MGP öncesinde bu kavrama yer verilmemiş olması ve MGP sürecinde ise, verilen örnekten de anlaşılacağı gibi, öğretmenin ilgili

yörüngeye dayanarak öğrenciye gerekçelendirme yoluyla açıklama yapması veya öğrenciden gerekçelendirme yapmasını beklemesi, yörüngelerin, gerekçelendirmeyi destekleyici bir yapıda olduğunu ortaya koymaktadır. Yıldırım-Bozcuoğlu (2020, s.283) öğrenme yörüngelerine dayalı web tabanlı mesleki gelişim uygulaması içeren çalışmasında, öğretmenlerin başlangıçta öğretimde kurallara dayalı yaklaşım sergilediklerini, ağırlık olarak bilgi aktarmaya yoğunlaştıklarını; mesleki gelişim sürecinde ise kavramsal ilerlemeye önem vermeye ve bir sonuca nasıl ulaşıldığına açıklık getirmeye dikkat etmeye başladığını tespit etmiştir.

Anlık ve yansıtıcı kararlar

Bu araştırmada, öğretmenin fark etme becerisinin her bir bileşeni incelenirken hem yazılı materyaller hem de video üzerinden görüşmeler yapılmıştır. Karar verme becerisinin incelenmesinde bu görüşmelere ek olarak, video üzerinden öğretmenin anlık kararları da incelenmiştir. Yansıtıcı kararlarında öğretmen üç farklı yaklaşım sergilemiştir: (i) anlık kararını yinelemiş ve/veya desteklemiş, (ii) anlık kararını destekleme birlikte ‘anlık karara ek, alternatif bir karar’ sunmuş veya (iii) ‘anlık kararı yerine farklı bir karar’ sunmuştur.

Videoya dayalı kararlara ilişkin bulgular hem MGP öncesinde hem de MGP sürecinde, öğretmenin yansıtıcı kararlarında çoğunlukla anlık kararını desteklediğini göstermiş ancak istatistiksel bir inceleme yapılmamıştır. Konuya ilişkin Kersting vd. (2021) tarafından yapılan araştırma bu bulguyu destekleyici yöndedir. Araştırmada, öğretmenlerin anlık fark etmeleri ile yansıtıcı fark etmeleri arasında orta düzeyde bir ilişki bulunmuştur. Araştırmacılara göre bu, iki süreç birbiri ile tamamen ilişkili olmasa da belirli bir düzeyde birbirini etkileyebileceği anlamına gelmektedir.

Araştırmada ayrıca, MGP sürecinde, ‘anlık karara ek’ veya ‘anlık kararı yerine’ sunulan yansıtıcı kararları dikkate alındığında, bu kararların yapısında MGP sürecinde, üst paragraflarda ilgili tema ve kategorilere değinilerek yorumlandığı üzere, daha öğrenci odaklı ve kavramsal yapıda olması bakımından belirgin bir değişim görülmüştür. Özellikle ‘anlık karara ek alternatif karar’lar sunma eğiliminin arttığı gözlemlenmiş, ancak istatistiksel olarak incelenmemiştir. Bu bulgu, MGP’nin öğretmene farklı bakış açıları geliştirme konusunda olumlu bir etki yapmış olabileceğini ve bu etkinin uzun vadeli deneysel araştırmalarda daha net olarak ortaya çıkabileceğini düşündürmektedir. Ayrıca, gözlemlenen bu artış, Kersting vd.’nin (2021) tanımladığı bilişsel süreçlerle

ilişkilendirilebilir. Kersting vd.'ye (2021) göre, anlık fark etme, genellikle *alt düzeyde* (bottom-up) ve bilinçsiz süreçlerle ilişkilidir. Bu süreçler, öğretmenlerin dikkatlerinin otomatik olarak belirli bir olaya ya da ayrıntıya yönelmesini sağlar ve öğretim sırasında hızlı, sezgisel kararlar almalarına olanak tanır. Örneğin, öğretmenin bir öğrencinin çözüm sırasında kullandığı hatalı bir stratejiyi hemen fark etmesi, bunu alt düzey bilişsel süreçlere bir örnek olarak göstermiştir. Buna karşılık, yansıtıcı fark etmenin, *üst düzeyde* (top-down) ve bilinçli bilişsel süreçlere dayandığını ve öğretmenlerin fark ettikleri olayları daha derinlemesine düşünmelerini, analiz etmelerini ve değerlendirmelerini içerdiğini belirtmiştir. Örneğin, öğretmen bir ders videosunu izlerken, bir öğrencinin çözüm stratejisinin neden yanlış olduğunu ya da bu stratejinin hangi matematiksel kavram eksikliklerine işaret ettiğini değerlendirmesinin daha planlı ve bilinçli bir dikkat gerektirdiğini belirtmiştir. Kersting vd.'nin (2021) açıklamalarından yola çıkarak, öğretmenin yansıtıcı kararlarında alternatif kararlar sunmaya başlaması, bu kararların yapısındaki gelişimle birlikte, yörüngelerin öğretmenin bilinçli bilişsel süreçlerine katkı sağladığı şeklinde yorumlanabilir.

Bu araştırmada hem yazılı materyaller hem de videoya dayalı görüşmeler veri toplama aracı olarak kullanılmış; anlık kararlarla, yansıtıcı kararlar birlikte incelenmiştir. Bu nedenle karar verme becerisinin bütüncül bir yaklaşımla ele aldığı düşünülmektedir. Diğer yandan, araştırma sürecinde özellikle öğretmenin öğrenci düşünce/stratejini anlamadığı durumlarda aldığı kararların, yalnızca o anki bağlamda ve anlık olarak gözlemlenebilir olması fark etme araştırmalarında bu tür anlık kararların derinlemesine incelenmesini son derece değerli kılmaktadır. Çünkü dikkat ve yorumlama süreçlerinden farklı olarak, karar verme bileşeni için, öğretmenin sergilediği eylemler, öğrenciye nasıl yanıt verdiği vb. kritik bir öneme sahiptir ve bu nedenle ancak doğrudan gözlem yoluyla anlaşılabilceği görülmüştür.

Devam eden gelişim süreci

Öğretmenin MGP sürecinde kararlarında öğrencinin ifadesini tekrar etme, kavrayışı sınamak için öğrenciye aynı türde problem yöneltme, yalnızca yanıtın hatalı olduğunu belirtme gibi kararların varlığı öğretmenin kararlarındaki gelişimin devam ettiğini göstermektedir.

Karar verme becerisi bağlamında sonuç olarak, bu araştırma, MGP sürecinde öğretmenin bu becerisinde önemli bir gelişim gösterdiğini, daha karmaşık ve etkili kararlar alma

yeteneği kazandığını ortaya koymakta; öğrenme yörüngelerinin, öğretmen pedagojik kararlarını şekillendirmedeki kritik rolünü vurgulamaktadır. Karar verme becerisi bağlamında ortaya çıkan tema ve kategoriler özellikle bu beceriye detaylı odaklanılmasını öneren araştırmalara (Jacobs vd., 2024) yanıt vereceği ve gelecekte bu beceriye odaklanarak yapılacak araştırmalara ışık tutacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, Zapatera-Llinares (2022) matematik öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada öğrenme yörüngelerinin, öğrencilerin düşünce ve yanıtlarındaki önemli matematiksel unsurları belirlemesine böylelikle öğrenme sürecini desteklemek ve bir sonraki aşamaya geçişlerini kolaylaştırmak için geri bildirim verme ve öğretim süreçlerini yapılandırmaya yönelik kararlar almasına katkı sağladığını ifade etmiştir. Benzer şekilde Ivars vd. (2019), yaptıkları çalışmada, kesir konulu yörüngenin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının bilinçli ve etkili öğretim kararları almalarına olanak tanıyarak profesyonel bilgilerini uygulamada kullanmalarını desteklediği saptanmıştır. Ayrıca, araştırma dikkat etme ve yorumlama becerilerinin doğrudan karar verme becerisine yansıdığının altını çizmektedir. Bu durum dikkat etme ve yorumlamada yer alan bilgi, deneyim, inanç konularının fark etme becerisi ile ilişkisi üzerinde önceki başlıklarda yapılan tartışmaların kararları da etkileyeceğini işaret etmektedir. Bu bağlamda, bu araştırma Sztajn, Confrey, Wilson ve Edgington (2012) tarafından tanımlanan ‘öğretim kararlarının temelini öğrenme yörüngelerinin oluşturduğu’ öğretim yaklaşımını (Learning Trajectory Based Instruction- LTBI) destekleyen veriler sunmaktadır.

Fark etme becerisi bağlamında sonuç olarak, bu araştırmanın sonuçları öğretmenlerin çeşitli yöntemler içeren mesleki gelişim çalışmalarıyla desteklendiğinde bu becerilerinin geliştiğini gösteren araştırma sonuçlarıyla uyumludur (Örneğin, Baş, 2013; Özdemir-Baki ve Işık, 2018; Bozkuş, 2020; Baş-Ader vd., 2023; Güler vd., 2023). Bu araştırmada, öncekilerden farklı olarak mesleki gelişim aracı olarak öğrenme yörüngeleri kullanılmış, yörüngelere dayalı MGP ile öğretmenin, öğrenci düşünce/stratejilerini anlama becerilerinin geliştiğini, bu düşünce/stratejileri daha iyi analiz edebildiğini, öğrencilerin akıl yürütmeleri hakkında daha detaylı açıklamalar üretebildiğini, kavrayışları için matematiksel gerekçelendirmeler yapabilmeye başladığını ve tüm bunların öğretimsel kararlarına informelden formele, öğrenci merkezli ve kavramsal bir yaklaşımla yansıdığını göstermektedir. Bu noktada, öğrenme yörüngeleri, öğretmenin oran orantı konusu çerçevesinde, özellikle stratejiler, temsiller, kavram yanılgıları, zorluklar hakkındaki bilgisinin artmasına katkı sağlamış; hatalı düşünce/stratejilerin yanı sıra doğru

düşünce/stratejilere de odaklanmaya başlayarak, öğretimsel kararlarında yaratıcı olabilmesine imkân tanımıştır. Yörüngelere dayalı MGP'nin, öğretmenin bu konulara ilişkin yalnızca bilgi sahibi olmasına katkı sağlamakla kalmadığı, aynı zamanda bu bilgiler doğrultusunda öğretmenin farkındalığının artmasıyla özellikle öğrenci bazlı pedagojik inanç ve yaklaşımlarına yansıdığı görülmüştür. İnanç ve yaklaşımlar bağlamında istatistiksel bir inceleme yapılmamış ancak bulgulara dayalı gözlem ve çıkarımlar, önceki araştırmaların sonuçlarıyla birlikte yorumlanarak güçlü iddialar sunmuştur.

Araştırma, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP'nin, Jacobs vd.'nin (2010) çerçevesi ile tanımlanan üç beceriye ilişkin gelişimdeki kritik rolünü ortaya koymakla birlikte, bu becerilerin birbiriyle nasıl etkileşimde olduğunu da ayrıntılı bir şekilde göstermiştir. Bu noktada, oran ve orantı konu alanında öğretmenlerin fark etmesinin anlaşılmasına katkı sağlayacak özgün bir çalışma olduğu düşünülmektedir. Buna ek olarak, bu çalışma yazılı yanıtların öğretmenin fark etme becerisini incelemedeki rolünü ortaya çıkarmıştır. Araştırma, söz konusu gelişimi yalnızca oran-orantı konusuna özgü kavramlarla sınırlamayıp, genel tema ve kategorilerle detaylandırılmıştır. Bu yönüyle başta Jacobs vd.'nin (2010) çerçevesine olmak üzere, Bilişsel-Psikolojik Perspektifteki fark etme yaklaşımlarına önemli bir açılım sunduğu düşünülmektedir. Ayrıca bulgularda sunulan tema ve kategorilerle fark etme becerisini kategorize ederek bu beceriyi ölçmede yaşanan zorlukların (Jacobs, 2017; Nickerson vd., 2017) giderilmesine de katkı sağlayacağı değerlendirilmektedir. Bu katkı bağlamında, bu çalışmada karar verme becerisi özelinde sunulan tema ve kategoriler, Jacobs ve Empson'un (2016) öğretmenin yanıtlarını, (i) problemi anlamalarını sağlamak, (ii) öğrencinin mevcut stratejisini keşfetmek, (iii) alternatif stratejiler düşündürmek, (iv) düşüncelerini sembolik temsillerle ilişkilendirme şeklinde kategorize ettikleri çerçevenin detaylandırılmış biçimi olarak yorumlanabilir. Bu sonuçlar araştırmanın hem teorik hem de uygulamalı açıdan fark etme becerisine yönelik çalışmalara ışık tutabileceğini göstermektedir.

Jacobs vd. (2024) öğretmenler için üç farklı fark etme profili belirledikleri araştırmalarında, yalnızca öğrencilerin doğru stratejilerine odaklanmış, araştırmacılara hatalı yanıtlara yer verilmesini önermiş, öğretmenlerin hatalı stratejilerde daha güçlü düşünebilceklerini ve bunun kararlarını etkileyeceğini belirtmişlerdir. Bu anlamda bu araştırmada öğretmenin fark etme becerisinin incelenmesinde doğru, hatalı yanıtlar ile

beklenmedik durumlara yer verilmiş olmasının, öğretmenin fark etme becerisini daha kapsamlı bir şekilde anlamaya olanak sağladığı ve fark etme becerisinin gelişimine dair daha zengin veriler sunduğu düşünülmektedir.

Araştırma, öğretmenin fark etme becerisi bağlamında halen gelişmekte olan noktalar olduğunu göstererek öğretmenlik mesleğinin dinamik ve sürekli gelişen doğasına işaret etmekte, aynı zamanda pedagojik gelişimin uzun vadeli bir çaba gerektirdiğini vurgulamakta ve bu alanda yapılacak uzun vadeli çalışmalara ihtiyacı ortaya koymaktadır. Araştırmanın sonuçları matematik öğrenme yörüngelerinin öğretmenlerinin ve/veya öğretmen adaylarının fark etme becerisinin gelişiminde etkili bir araç olarak kullanılabileceğini gösteren çalışmaların bulgularıyla (Wickstrom, 2014; Ivars vd., 2018; 2019; 2020; Wickstrom ve Langrall, 2020; van den Kieboom, 2021; Callejo vd. 2022; Moreno vd. 2021; Zapatera-Llinares, 2022) uyumludur. Ancak bu çalışmaların sadece birkaçı (Ivars vd., 2018; 2019; 2020; Zapatera-Llinares, 2022) matematik öğretmen adayları ile yapılmış olup öğretmenlerle yapılan bir çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenlerle, bu araştırmanın bir matematik öğretmeni ile, oran-orantı konusu özelinde ve farklı bir metodoloji (öğretmen gelişim deneyi) ile yapılandırılmış olmasının bu araştırmayı alanyazında özgün kıldığı düşünülmekte ve fark etme becerisinin nasıl öğrenilebileceğine dair araştırmalara duyulan ihtiyacın (Öztürk ve Özgeldi, 2024) giderilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

5.2 Matematiksel Söyleme İlişkin Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada, öğretmenin oran-orantı konusundaki matematiksel söylemleri, MGP öncesinde ön görüşmeler ve ders gözlemleri, MGP sürecinde ise ders gözlemleri esas alınarak, oran, denk oran, temel oran, birim oran, oranları karşılaştırma, orantı, orantısal olan/olmayan durumlar konu ve kavramları odağında incelenmiştir.

5.2.1 Kelime kullanımına ilişkin tartışma ve sonuç

Araştırmanın bulguları öğretmenin kelime kullanımında, hatadan arınma ve zenginleşme yoluyla gelişim olduğunu göstermiştir. Bu gelişim (i) Kelime kullanımında hatadan arınma ii) Mevcut kelimelerin bağlamında zenginleşme ve (iii) Yeni ortaya çıkan kelimeler başlıkları altında tartışılmıştır.

Kelime kullanımında hatadan arınma: Kesir-oran ilişkisi

Araştırmadan elde edilen bulgular, MGP öncesinde öğretmenin, *oran* kavramı ve ilişkili kavramlar yerine, sıklıkla onunla eş anlamlı olarak *kesir* kavramı ve ilişkili olan kelime ve kelime gruplarını (eşit/denk kesir, pay/payda, sadeleştirme/genişletme vb.) kullandığını göstermektedir. Bunun farklı nedenleri olabilir. Bu nedenlerden ilk akla gelenler, oran orantı konusunun doğası gereği kesirle ilişkili bir yapıda olması, öğretmenin oranı temsil ederken daha çok kesir sembolünü kullanıyor olması ve öğretmenin oran ve kesir kavramları ile bu kavramlar arasındaki ilişkiye yönelik bilgisinde eksiklikler olmasıdır. Bu nedenler bağlamında, araştırmacılar kesir ve oran kavramlarının ilişkili kavramlar olduğunu ve bu iki kavramın öğretmenler ve öğrenciler tarafından sıkça karıştırıldığını ve birbirinin yerine kullanıldığını belirtmektedir (Behr vd., 1992; Cramer vd., 1993; Lamon, 1993; Kaput ve West, 1994; Petit vd., 2020). İkinci neden olarak, bu araştırmada öğretmenin oran kavramını daha çok kesir formunda göstermeyi tercih etmesi, kelime kullanımına yansımış olabilir. Çünkü araştırmanın *görsel araçlara* ilişkin bulguları, öğretmenin, MGP öncesinde *oranı* yalnızca *kesir* sembolü ile yazdığını göstermektedir. Bu da öğretimi esnasında öğretmenin, bir orandan bahsederken, belirli bir *orana* atıfta bulunurken “kesir” demesini beklenir kılmaktadır.

Diğer yandan öğretmenin bu hatalı kullanımı, diğer kelimelerine de yansımış, denk oran, orantı, oranları karşılaştırma konu/kavramları bağlamında da (Örneğin, denk kesir, kesirlerle karşılaştırma gibi) kesir kelimesini kullanmıştır. Ancak ‘denk oran’ ile ‘denk kesir’ veya ‘iki oranı karşılaştırma’ ile ‘iki kesri karşılaştırma’ matematiksel açıdan farklı anlamlar içermektedir. Dolayısıyla, öğretmenin bu hatalı kullanımının, üstte tartışılan nedenlere ek olarak, öğretmenin alan bilgisindeki eksiklikten de kaynaklandığı düşünülebilir. Çünkü, ‘onaylanmış ifadeler’ başlığı altında detaylı tartışılacağı üzere, MGP öncesinde öğretmenin, oran ve kesir kavramları ile bu kavramların birbiri ile ilişkisine yönelik hatalı tanım ve yaklaşımlara sahip olduğu görülmüştür. Bu durum, öğretmenin bilgisinin onaylanmış ifadelerine, onaylanmış ifadelerinin ise kelime kullanımına doğal bir yansıması olarak yorumlanabilir. Öğretmene ön görüşmeler esnasında ilişkili konu ve kavramlar sorulduğunda, oran kavramı için öncelikle kesir, orantı için ise denk kesir yanıtını vermiş olması bu fikri güçlendirmektedir. MGP sürecinde, öğretmenin, 1. ÖY ile birlikte *oran* kavramı yerine *kesir* kelimesini kullanmayı bırakmış olması ve ilerleyen süreçte bununla bağlantılı olarak *pay-payda* yerine *nicelik*,

çokluk, değer ifadelerini kullanmaya yönelmesi söylemlerinde önemli bir gelişim olarak nitelendirilebilir.

Mevcut kelime kullanımında zenginleşme

Araştırmanın bulguları, öğretmenin, MGP öncesinde halihazırda kullandığı kelimelerin bağlamlarının MGP sürecinde çeşitlenme ve derinleşme yoluyla zenginleştiğini göstermektedir. Örneğin, öğretmenin MGP öncesinde *oran* kavramı bağlamında ‘çarparak-bölerek’, ‘kat hesabı’, ‘her a’ya b kadar’ gibi “oranın kendi içindeki çarpımsal ilişkiyi vurgulayan” kelimeleri; *denk oranlar* ve *orantı* kavramları bağlamında ‘kat ilişkisi’, ‘katsal muhasebe’ gibi “oranlar arasındaki çarpımsal ilişkiyi vurgulayan” kelimeleri; benzer şekilde *orantısal ilişki* için ‘korelasyon’ kelimesini kullandığı görülmüştür. MGP sürecinde ise kelimelerinde, söz konusu çarpımsal ilişkiler için, ‘dikey/yatay çarpımsal ilişki’, ‘eş değişim’ gibi yeni kelimelerle zenginleşme olmuştur. *Orantıda bilinmeyen bulma* bağlamında ‘çarpma bölme kombinasyonları’, *orantısal durumlar* bağlamında ‘denklem kurma’, ‘doğrusal ilişki’ gibi kelime kullanımında derinleşme olmuştur. Bu bulgular MGP öncesinde, öğretmenin oran-orantı konusunda öğrenme yörüngelerine esas olan ‘temel anlayışlar’ın bir kısmına sahip olduğunu işaret etmesinin yanı sıra öğrenme yörüngelerinin, öğretmenin bilgi sahibi olduğu bu konu ve kavramlarla ilgili olarak da kelime kullanımında zenginleşme yoluyla gelişim olduğunu ortaya koymaktadır.

Yeni ortaya çıkan kelime ve kelime grupları

Araştırmanın sonuçları öğretmenin, halihazırda kullandığı kelimelerinin bağlamındaki zenginleşmenin yanı sıra, yeni ortaya çıkan kelimelerinde de çeşitlilik açısından zenginleşme olduğunu göstermektedir. Buna göre, öğretmenin MGP öncesinde kullanmadığı ve MGP sürecinde ortaya çıkan kelime/kelime grupları şunlardır: *denk oran*, *temel oran* ve *birim oran*, *oranları karşılaştırma*. Öğretmenin bu kullanımları ilerleyen paragraflarda sırasıyla tartışılmıştır.

Denk oran (equivalent ratios) kavramı, öğretmenin MGP öncesinde kullanmadığı bir kavram olup, 1. ÖY’nin esas konudur. Bu yörüngeleri geliştiren araştırmacılar tarafından ilk yörünge olarak tanımlanması ve ardından gelen yörüngeler için temel teşkil etmesi nedeniyle önemli bir role sahip olduğu anlaşılmaktadır. Denk oran kavramının alanyazında (CCS Writing Team, 2011; Lobato vd., 2014, s. 36; Olson vd., 2015, s.53; Cengiz ve Rathouz, 2018; Martinez ve Ji Yeong, 2018; Adak ve Aliustaoğlu, 2020; Petit

vd., 2020; Van de Walle vd., 2020) yer almasına rağmen, 2018 yılı matematik öğretim programında (MEB, 2018) herhangi bir kazanımda yer almaması, MGP öncesinde öğretmenin sınıf içi söylemlerinde buna rastlanmamasının doğal bir nedeni olarak görülmektedir. Ancak sınıf içi söylemleri dışında, ön görüşmelerde de öğretmen *denk oran* yerine *denk kesir* kavramını kullanmış olması bu konudaki bilgi eksikliğine işaret etmektedir. Örneğin, ön görüşmelerde *orantı* öğretimini açıklarken “...ilk başta tabi ki denk kesirlerle başlıyoruz..., ...denk kesirler oluşturmasını bekliyoruz..., ...kesrin değerini koruması için..., ...toplarsam denk kesir elde edemeyeceğimi...” şeklinde *denk kesire* atıfta bulunmuştur. MGP sürecinde ise öğretmen, *denk oran* kavramını ve bununla ilişkili yeni kelimeler kullanmaya başlamıştır. Örneğin, doğrusal, ışın, sonsuz, orijin, oran üçgeni-eş üçgen. Bu, öğrenme yörüngelerinin etkisiyle terminolojisinde gelişim olduğunu göstermektedir.

Benzer şekilde tartışılması önemli görülen bir diğer kavram *temel oran* (en küçük tam sayılı oran) kavramıdır. Temel oran, MGP öncesinde öğretmenin kullanmadığı bir kavram olup, 2. ÖY’nin esas konusudur. Bu kavram, araştırmacılar tarafından bu yörünge bağlamında yeni ortaya koyulmuş bir kavramdır. Bu nedenle, öğretmen bu kavramı MGP sürecinde kullanmaya başlamıştır. Araştırmanın dikkati çeken bulgularından biri, öğretmenin MGP öncesinde bu kavram hakkında ‘*oranın en sade hali*’ şeklinde betimleme yapması ve öğretiminde henüz *orantı* konusuna geçilmemiş olmasına rağmen ‘*orantı sabiti*’ terimini kullanmış olmasıdır. Bu sonuç, oran-orantı konusu kapsamında alanyazında bu kavrama duyulan ihtiyacı ortaya koyması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. MGP sürecinde ise bu kavram bağlamında ‘*aralarında asallık*’, ‘*asal çarpanlara ayırma*’, ‘*ortak çarpan/bölen*’, ‘*EBOB*’ kavramlarını kullanmıştır. Böylece, MGP sürecinin, öğretmenin kelime kullanımını yeni kavramlarla zenginleştirirken, bu kavramların bağlamlarındaki çeşitliliği de beraberinde getirmiştir.

MGP sürecinde yeni ortaya çıkan bir diğer kavram, 3. ÖY’nin esas konusu olan *birim oran* (unit rate/ratio) kavramıdır. Birim oran, gerçek yaşam durumlarında sıkça kullanılan ve alanyazında özellikle oran orantı problemlerinde bir problem çözme stratejisi olarak yer alan (Duartepe vd., 2005; Avcu ve Doğan, 2014) bir kavramdır. 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018, s.66) kavram olarak açıkça yer almasa da “Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.” şeklinde bir kazanımla dolaylı olarak *birim orana* atıfta bulunulmakta ve yine oran orantı konusunda

problem çözme stratejisi olarak “bir biriminin fiyatı bulma” vb. soru ve etkinliklerle örtük şekilde kullanılmaktadır. Öğretmenin, MGP öncesinde, bu kavram bağlamında, ‘birim başına düşen’ ifadesini kullanması, bu kavrama yönelik ilgili kazanımdan veya birim kesirden yola çıkarak çıkarım yaptığını düşündürmektedir. Ancak birim oranların, payında 1 olan birim kesirlerle karıştırılmaması gerektiği belirtilmiştir (CCSWT, 2011, s. 13). Bu ayrım, birim oranın iki nicelikten herhangi birinin 1 olduğu bir oranı ifade ederken ($a:b$ oranı için $1/(1:b)$ veya $(a:b)/1$ şeklinde iki farklı şekilde); birim kesrin yalnızca payında 1 bulunan kesirleri ifade ettiğini dolayısıyla farklı bir matematiksel kavrama işaret ettiğini vurgulamaktadır.

MGP sürecinde yeni ortaya çıkan bir diğer kavram, 5. ÖY’nin esas konusu olan *oranları karşılaştırma*’dır. Bu konunun da 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018) doğrudan yer almıyor olması, öğretmenin sınıf içi söylemlerinde bu ifadeye rastlanmamış olmasının açık bir nedeni olarak görülmektedir. Bu anlamda MGP öncesinde öğretmen, *oranları karşılaştırma yöntemleri* bağlamında ‘eşitleme’ ve ‘birimi bulma’ ifadelerini kullanmıştır. Bu da öğretmenin oranları karşılaştırma stratejilerini daha çok bölme yoluyla veya kesir formu üzerinden gerçekleştirdiğini göstermektedir. MGP sürecinde ise öğretmenin “karşılık gelen nicelikler, eşdeğer, ortak kat, eğim, grafikte diklik, daha dik/yatay” şeklinde yeni kelimelerle kelime kullanımında zenginleşme olduğu anlaşılmaktadır.

Bu bulguların yanı sıra, araştırmada, öğretmenin MGP sürecinde yeni ortaya çıkan kelimelerle ilgili olarak yörüngelerin rolünü öne çıkarması itibarıyla bazı bulgular dikkati çekmiştir. Bunlar, MGP sürecinde anahtar kavramlar olarak denk oran ve birim oran, ilişkilendirmenin kelimelere yansımaları ve stratejilerin kelimelere yansımalarıdır.

MGP sürecinde anahtar kavramlar: Denk oran ve birim oran

Araştırmanın bulguları, MGP sürecinde öğretmenin neredeyse her dersinde *denk oran* (1. ÖY’den itibaren) ve *birim oran* (3. ÖY’den itibaren) kavramlarını kullandığını göstermektedir. Denk oranlar oluşturma, ilk öğrenme yörüngesidir ve ardından gelen yörüngelerin ana konusu olan birçok kavram (temel oran, birim oran, orantı), denk oranlar üzerine inşa edilmiştir. Birim oran kavramı ise, bir problem çözme stratejisi olarak sıkça kullanıldığından, özellikle *oranları karşılaştırma*, *orantıda bilinmeyeni bulma* yörüngeleri için temel oluşturmaktadır. Bu durum, öğretmenin bu iki kavramı sürekli olarak kullanmasının hem anlaşılır hem de gerekli olduğunu göstermektedir. Diğer

yandan, öğretmenin kullanımındaki bu süreklilik, hem bu iki kavramın oran-orantı konusundaki anahtar rolünü vurgulamakta hem de öğretmenin, bir yörüngeye dair kazandığı bilgileri ilerleyen süreçlerde etkin bir şekilde kullanmaya devam ettiğini ortaya koymaktadır.

İlişkilendirmenin kelimelere yansımaları

Araştırmanın dikkat çeken bulgularından biri, MGP sürecinde öğretmenin yeni kullandığı kelimeler ve bu kelimelerin bağlamlarındaki çeşitliliğin, oran-orantı konusunun farklı matematik konularıyla ilişkilendirilmesini yansıtmıştır. MGP öncesi yapılan ön görüşmelerde, öğretmen oran-orantı konusunu öncelikle *kesirlerle*; ardından oran-orantı problemlerini çözmede kullanılan denklemler üzerinden *cebirle* ve benzerlik problemleri üzerinden *geometriyle* ilişkilendirmiştir. MGP sürecinde de benzer şekilde, özellikle sayılar, geometri ve cebirle ilişkili kelime kullanımları öne çıkmıştır. Ancak bu süreçte kullanılan kelimelerin daha kapsamlı bir ilişkilendirmeyi yansıttığı görülmektedir. Örneğin, geometri alanında benzerlik problemlerinin ötesinde ‘doğrusal, ıslık, sonsuz, orijin, oran üçgeni-eş üçgen, eğim-diklik’ kavramlarıyla koordinat düzlemi ve grafikler konusuyla; sayılar alanında ‘EBOB, ortak bölen, ortak kat, aralarında asal’ kavramlarıyla çarpanlar ve katlar, EBOB konularıyla; cebir alanında ‘doğrusal ilişki, denklem kurma’ kavramlarıyla doğrusal denklemler konusuyla ilişkilendirmelerin yer aldığı söylenebilir. Bu durum, hem yörüngelerin kavramlar ve konular arasında ilişkilendirmeler içeren kapsayıcı yapısını açığa çıkarmakta hem de öğretmenin bu konuda kelime kullanımına yansıyan gelişimini anlaşılır kılmaktadır. Dolayısıyla, bu araştırmanın yalnızca öğretmenin gelişimini ortaya koymakla kalmayıp, kullanılan yörüngelerin katkılarını da yansıtmaları açısından da alana katkı sağladığı düşünülmektedir.

Stratejilerin kelimelere yansımaları

Öğretmenin MGP sürecindeki kelime kullanımının problem çözme stratejilerini yansıttığı görülmektedir. Örneğin, denk oranlar oluşturmada ‘gruplama’, ‘toplama’; temel oran oluşturmada ‘asal çarpanlara ayırma’; oranları karşılaştırmada ‘eğim’, ‘diklik’; orantıda bilinmeyen bulmada ‘çarpma bölme kombinasyonları’ bunlara örnek verilebilir.

Bu araştırma, zenginleşme, ilişkilendirme ve stratejileri yansıtmaya gibi incelikli detayların gözlemlenmesini kolaylaştırması bakımından, Sfard’ın (2008) Matematiksel Söylem yaklaşımı çerçevesinde ‘kelime kullanımı’ analizinin söylem analizinde üstlendiği anahtar rolü açığa çıkarmaktadır. Bu kavramların aynı zamanda fark etme becerisi

bağlamındaki öğrencilerin düşünce/stratejileri hakkındaki açıklamalarına doğal olarak yansıdığı görülmekte, böylelikle bir kez daha söylemler ile fark etme arasındaki ilişkiyi görünür kılmaktadır.

5.2.2 Görsel araçlara ilişkin tartışma ve sonuç

Bu araştırmada, öğretmenin oran-orantı konusunda kullandığı görsel araçlar incelenmiştir. Sfard'ın (2008) 'görsel aracı' kavramı her ne kadar alanyazındaki 'temsil' kavramı ile ilişkili gibi görünse de bu kavramların epistemolojik ve ontolojik temellerinin farklı olduğu anlaşılmaktadır; *görsel temsiller* kavramsal anlama ve somutlaştırmaya odaklanırken (Goldin ve Kaput, 1996); *görsel araçlar* matematiksel söylemi destekleyen iletişimsel araçlar (Sfard, 2008) olarak ele alınmaktadır. Ancak, her iki kavram farklı yaklaşımlarla ele alınsa da kullanımlarına yönelik atıfta bulunulan benzer araçlar (tablo, grafikler vd.) bu iki terimin kesişim noktası olarak düşünülebilir. Bu doğrultuda, araştırmada Sfard'ın (2008) açıklamaları esas alınarak bu iki kavramın farklı olduğu anlayışı benimsenmiş olmakla birlikte, doğrudan oran-orantı konusundaki görsel araçların yer aldığı sınırlı çalışma (Gavilán-Izquierdo ve Gallego-Sánchez, 2021) saptandığından, alanyazın tartışmasında, oran-orantı konusundaki görsel temsillerle ilgili araştırmalara da yer verilmiştir.

Araştırmanın bulgularına göre, öğretmenin görsel araçları 'yazılı ifadeler' ve 'şekil ile diyagramlar' olmak üzere iki ana kategoriye ayrılmaktadır. MGP öncesinde öğretmenin kullandığı görsel araçları *yazılı ifadelerde*: işlemler (çapraz çarpım algoritması, çarpma bölme işlemleri), harfli ifadeler, sembol ve gösterimler (oran sembolleri ve oklar); *şekil ve diyagramlarda*: tablo, şerit diyagramı ve çizim'dir. MGP sürecinde, öğretmen bunları kullanmayı sürdürmekle birlikte, yeni görsel araçlar da kullanmaya başlamıştır. Bunlar, *yazılı ifadelerde*: bölme algoritması; *şekil ve diyagramlarda*: 2×2 'lik oran tabloları, grafik, çift sayı doğrusu'dur. Bunlar, oran-orantı konusunun öğretiminde kullanımına yer verilen (Van de Walle vd., 2020) görsel araçlardır. Gavilán-Izquierdo ve Gallego-Sánchez (2021), lise matematik öğretmenin türev konusunda matematiksel söylem bağlamında görsel araçlarını ve rutinleri inceledikleri araştırmada, görsel araçlar kapsamında, sembol ve grafiklerin soyut konuların anlaşılmasını kolaylaştırdığını vurgulamışlardır.

Görsel araçlarda zenginleşme

Araştırmanın bulguları, MGP sürecinde öğretmenin kullandığı görsel araçlarda zenginleşme yoluyla gelişim olduğunu göstermiştir. Bu süreçte yeni ortaya çıkan araçların, oran-orantı konusunun öğretiminde önemli rolü olduğu düşünülmektedir. Araştırmada kullanılan öğrenme yörüngelerinde *oran tablolarına* ve *grafik* kullanımına yer verilmiştir. Bu nedenle denk oran, temel oran, birim oran bulmada, oranları karşılaştırmada veya orantıda bilinmeyi bulmada tablolardan yararlanılmıştır. *Oran tabloları*, tabloda yer alan nicelikler arasındaki örüntülerin, çarpımsal ilişkilerin daha iyi gözlemlenmesine fırsat vermektedir. *Çift sayı doğrusu* ve *grafikler* ise ‘iki değişkenli muhakeme’ içeren oran kavramı için iki nicelik arasındaki bağıl (görelî) değişimin gözlemlenmesine imkân sağlamaktadır. Ayrıca grafikler üzerinden doğrusal denklemlere geçiş kolaylaşmakta ve oran-orantı konusu ile doğrusal denklemler konusu arasında ilişkilendirmeye katkı sağlamaktadır. Van de Walle vd. (2020), oran-orantı konusunun öğretiminde oran tabloları, grafikler, çift sayı doğrusu veya şerit diyagramları yer verilmesinin önemine değinmiş, oran tablolarından denk oranı, birim oranı bulma, orantıda bilinmeyi bulmada ve artış stratejisi uygulamada yararlanılabileceğini; aynı zamanda oran orantı konusunun grafiksel olarak temsil edilme ihtiyacı olduğunu; çift sayı doğrusunun iki nicelik arasındaki çarpımsal ilişkiyi görmeyi kolaylaştıracağını ifade etmiştir. Cengiz ve Rathouz (2018), çift sayı doğruları, şerit diyagramları ve oran tabloları kullanmanın öğretmen adaylarının oran ilişkilerini anlamalarına katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Carraher (2021), sayı doğrusunun, oranların görsel olarak somutlaştırılması ve büyüklüklerinin karşılaştırılması için etkili bir yöntem sunduğunu; kartezyen düzlemin ise oran ve orantının iki boyutlu olarak temsil edilmesine olanak tanıdığını, bu sayede öğrencilerin oranları daha somut bir şekilde kavrayabildiğini göstermiştir. Petit vd. (2020), oran ve orantı kavramlarının anlaşılmasını derinleştirmek amacıyla oran tabloları, şerit diyagramları, çift sayı doğruları, koordinat düzlemleri ve denklemlerin kullanılmasını önermiştir. Araştırma sonuçları bu araçların oran orantı öğretimindeki öneminin altını çizmektedir. Dolayısıyla öğrenme yörüngelerinin, öğretmenin görsel aracı kullanımına rehberlik ettiği, böylelikle görsel aracı kullanımını zenginleştirerek öğretimdeki iletişimine katkı sağladığı görülmekte, bu sürecin de öğretim bilgisine katkı sağladığı düşünülmektedir.

Kesir sembolü ve harfli ifadelerden oran tablolarına

Bulgularda görüldüğü gibi, MGP öncesinde öğretmen, sırasıyla en yoğun, *kesir sembolü* ve *harfli ifadeleri*; MGP sürecinde ise *tablo* ve *okları* kullanmaktadır. MGP öncesinde kelimelerinde ‘oran’ kavramı yerine ‘kesir’ kavramını kullanması, eş zamanlı şekilde, bir iletişimsel araç olarak görsel araçlarında *kesir sembolünü* sıklıkla kullanmasını beklenir kılmaktadır. Araştırmalar, oran kavramı ile ilgili olarak, sürekli ve yalnızca kesir sembolü kullanmanın dezavantajlarına değinmişlerdir (Clark vd. 2003; Petit vd. 2020). Clark vd. (2003) oranların yalnızca kesir notasyonu ile sunulmasının öğrencilerin oran kavramını bağlamından kopararak bu kavramı yalnızca sayısal işlemlerle sınırlı bir şekilde anlamalarına neden olabileceğine dikkat çekmiştir. Öğretmen MGP sürecinde, yalnızca kesir sembolü kullanmayı bırakmış, kesir sembolü kullanma yoğunluğu azalmıştır. Bu durumun, hem öğrenme yörüngelerinin fırsat sunması neticesinde öğretmenin tablo vb. farklı görsel araçları kullanmaya başlamasından, hem de oran-kesir ilişkisine yönelik farkındalığının veya bilgisinin artmasından kaynaklandığı düşünülebilir.

MGP öncesinde, sıkça kullanılan bir diğer görsel aracı ise *harfli ifadeler*’dir. MGP öncesinde öğretmenin oran-orantı problemlerinin çözümüne yönelik formel yaklaşımı, bu durumun temel nedeni olarak yorumlanabilir. Doğruel (2019) ise çalışmasında, öğrencilerin cebirsel ifade gördüklerinde zorlandıkları için, öğretmenlerin öğretimlerinde olabildiğinde cebirsel ifadelere yer vermemeye dikkat ettiklerini ifade etmiştir. Bu araştırmada ise ancak MGP sürecinde *harfli ifadeler* ve *denklemler*; en son yörüngede (6. ÖY: Orantıda bilinmeyeni bulma) kullanılmaya başlanmıştır.

Öğretmenin MGP öncesinde kesir ve harfli ifadeler kullanımındaki yoğunluğu MGP sürecinde *oran tablolarına* bırakması araştırmanın dikkat çeken bulgularından biridir. MGP öncesinde öğretmenin, öğretimi esnasında tablo kullanmadığı; MGP sürecinde 1. yörünge itibarıyla her yörüngede oran tablolarını kullandığı görülmüştür. MGP sürecinde, oluşan $2 \times n$ ’lik (n adet denk orandan oluşan) oran tablolarıyla başlamış, son yörüngede ise orantı kavramına geçerken 2×2 ’lik (yalnızca 2 adet oran içeren) oran tabloları kullanmaya başlamıştır. Jere Confrey yörüngelere ilişkin raporlarında $2 \times n$ ’lik oran tablolarından 2×2 ’lik oran tablolarına geçişin, orantıda bilinmeyeni bulmada kullanılan $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ şeklindeki orantı şablonuna geçiş için önemli yere sahip olduğu belirtmektedir. Van de Walle vd. (2020, s. 449), oran tabloları, şerit diyagramları, çift sayı doğruları ile

başlanarak daha sonra soyut ve daha az sezgisel olan çapraz çarpım stratejisine geçilmesini önermektedir.

Süreğen görsel araçlar

MGP öncesinde ve MGP sürecinde, öğretmenin görsel aracı kullanımında genel olarak *yazılı ifadelerin, şekil ve diyagramlara* kıyasla yoğun olduğu saptanmıştır. Yazılı ifadeler kapsamında *çarpma bölme işlemleri, yön belirten oklar* her iki süreçte de en yoğun araçlardır. Oran orantı konusunun yapısından dolayı problemlerinin çözümlerinde *çarpma-bölme işlemlerinin* sıklıkla kullanılması beklenen bir bulgudur. Öğretmen, çarpımsal ilişkileri göstermede yararlandığı *yön belirten okları* ise, MGP öncesinde *kesir* aracısı ile birlikte kullanırken, MGP sürecinde *oran tabloları* ile birlikte kullanmaya başlamıştır.

MGP öncesinde, öğretmenin sık kullandığı diğer görsel araçlar, yazılı ifadelerde *çapraz çarpım algoritması*; şekil ve diyagramlarda ise *çizim*'dir. Çapraz çarpım algoritması genellikle harfli ifadelerle birlikte kullanmıştır. Alanyazındaki çalışmalar da (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Doğruel, 2019; Altundağ, 2023), öğretmen veya öğretmen adaylarının çoğunlukla çapraz çarpım algoritması uyguladıklarını ortaya koymuştur. MGP sürecinde ise öğretmen yalnızca son yörüngede (orantıda bilinmeyeni bulma yörüngesinde) ve pek çok informal stratejinin nihayetinde çapraz çarpım kullanmıştır. Pişkin-Tunç ve Çakıroğlu, (2022) çalışmasında öğretmen adaylarının, öğretim öncesinde sınırlı strateji kullandıklarını (çapraz çarpım) ancak öğretim sonrasında, daha geniş bir strateji yelpazesi geliştirdiklerini, informal stratejilere yöneldiklerini saptamıştır.

Sonuç olarak bu bulgular, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin görsel araçlarını zenginleştirdiğini; aynı zamanda öğretmene rehberlik ederek formel yaklaşıma daha ileri süreçlerde yönelmesine katkı sağladığını göstermektedir. Sfard (2008), öğrenmenin erken aşamalarında somut nesnelerin ve fiziksel araçların güçlü bir destek sunduğunu, cebirsel semboller, grafikler ve diyagramlar gibi görsel araçların ise daha ileri düzey matematiksel söylemlerde yer aldığını belirtmekte ve bunlara yönelik hakimiyetin matematik eğitiminin temel hedeflerinden biri olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca araştırmanın bulguları öğretmenin söylemlerinde öne çıkan görsel araçların fark etme kapsamındaki açıklamalarında da (stratejilere ve temsillere değinme olarak) öne çıktığını göstermektedir. Bu, fark etme becerisi bileşenlerinden dikkat etme ile matematiksel söylem bileşenlerinden görsel araçlar arasındaki etkileşimi yansıtmaktadır.

5.2.3 Onaylanmış ifadelerle ilişkin tartışma ve sonuç

Bu araştırmada, öğretmenin oran-orantı konusu kapsamında sahip olduğu onaylanmış ifadeleri olarak kullandığı tanım, teorem, kurallar ve diğer açıklamaları incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, öğretmenin onaylanmış ifadelerinde gelişim olduğunu göstermiştir. Bu gelişim, her bir odak kavram için sırasıyla, öğretmenin MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadelerine, MGP öncesindeki hatalı ve ezbere onaylanmış ifadelerine, MGP sürecinde ise bunlardaki değişime ve yeni ortaya çıkan ifadelerle değinilerek tartışılmıştır.

Oran kavramı ile ilgili onaylanmış ifadeler

Öğretmenin, *oran* kavramına ilişkin, MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri, “oran’ın bölerek yapılan bir karşılaştırma olması”, “miktar belirtmemesi”, “toplamsal değil çarpımsal ilişki kurularak oluşturulması” ile ‘oranın farklı gösterimleri’ ve ‘oran çeşitleri’ne (birimli, birimsiz oran) ilişkin ifadeleridir. Yapılan çalışmalar ise öğretmenlerin oran kavramı ile ilgili tanımlarında hata ve eksikler olduğunu ortaya koymuştur. Örneğin, Altundağ (2023), çalışmasında öğretmenlerin çoğunlukla oranı “iki çokluğun karşılaştırılması” şeklinde tanımladıklarını ifade etmiş, genellikle oran tanımında eksikler olduğunu ortaya koymuştur (s.73-74). Benzer şekilde, Doğruel (2019), çalışmasında öğretmenlerin oran tanımında eksiklikler ve hatalar olduğunu, çok büyük bir kısmının oran tanımını bilmediklerini ortaya koymuş ve bunun oran-orantı konusunda derin bir alan bilgisine sahip olmadıklarından kaynaklanabileceğini belirtmiştir (s.150). Yapılan çalışmalardaki bulguların aksine bu araştırmada öğretmenin, oran için daha kapsamlı tanım yaptığı söylenebilir.

Öğretmenin *oran* kavramına ilişkin hatalı onaylanmış ifadeleri ise oran-kesir ilişkisi bağlamındaki ifadeleridir. Bunlar: “bütün oranların kesir olması”, “kesirle ifade edildiğinden oran’ın da bir kesir olması”, “kesrin de karşılaştırma içermesi”, “oranlar ve kesirlerin çakışık kümeler olması” şeklindedir. Bu bulgular, öğretmenin *oran* kavramına yönelik temel anlayışların bir kısmına sahip olmasına karşın, ‘oran-kesir ilişkisi’ konusunda önemli yanlışlara sahip olduğunu göstermektedir. Alanyazında bu iki kavramın ilişkisine yönelik farklı yaklaşımlar olduğu bilindiğinden (Clark vd., 2003) öğretmenin bu konuda kafa karışıklığı yaşaması beklenen bir bulgudur. Diğer yandan öğretmenin bu yanlışları kelime kullanımına da yansımış, ilgili bölümde detaylı tartışılmıştır. Bu bulgu onaylanmış ifadeler ile kelime kullanımı arasındaki olağan ilişkiyi

görünür kılmakla birlikte, daha önce tartışılan nedenlerden biri olan öğretmenin oran-kesir ilişkisine yönelik alan bilgisindeki eksikliği öne çıkarmaktadır.

MGP sürecinde, öğretmen söz konusu hatalı onaylanmış ifadelerinde düzeltme yoluna giderek *kesir* ve *oran*ın farklı kavramlar olduğunu ifade etmiş ve bununla ilgili açıklamalarda bulunmuştur (1., 2. ve 6. ÖY). Bu gelişimde, yörüngelerin rolü şöyle açıklanabilir: MGP oturumlarına konu olan öğrenme yörüngeleri sıklıkla kesirlerle ilgili hata ve kavram yanılgıları çerçevesinde kesir oran ilişkisine yer vermektedir. Ayrıca yörüngeleri geliştiren araştırmacılar, bu yörüngelerin mantıksal dayanaklarını açıkladıkları ‘gerekçeler’ raporunda, özellikle kesirle ilişkilendirmelerde (2., 3., 5. ve 6. yörüngeler) bulunmuşlardır ve bu içerikler araştırmacı tarafından MGP oturumlarına yansıtılmıştır. Lobato vd. (2014) ve Lamon (2020) da benzer şekilde bu iki kavramın ilişkisel yapısının yanı sıra önemli farklılıklara sahip olduklarının da düşünülmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu bulgu, detaylı geliştirilen yörüngelerin, öğretmenin bazı kavramlar arasındaki ilişkileri daha iyi anlamasına katkı sağladığı, bunun bir sonucu olarak da onaylanmış ifadelerini oluşturan tanım teorem ve açıklamalarına yansıdığını ortaya koymaktadır.

Öğretmenin, MGP öncesinde sahip olduğu ezbere onaylanmış ifadeleri bağlamında ise, *oran oluşturma* kavramı ile ilgili olarak, “İlk söylenen paya, ikinci söylenen paydaya yazılır.” şeklinde açıklamalarda bulunduğu görülmüştür. Lobato vd.’nin (2014) ifadesiyle “Bir oran oluşturmak bilişsel bir görevdir, yazma görevi değildir.” Dolayısıyla ezbere ifadelerle tanımlanması neticesinde öğrencinin bir oranı yazıya dökmesi, onu kavrayarak oluşturduğu anlamına gelmemektedir. MGP sürecinde öğretmenin bu yaklaşımı ortadan kalkmış ve oranı oluştururken hangi niceliğin nereye yazıldığına, bağlama göre karar vermenin ve yorumlamanın gerekli olduğunu (5. ve 6. ÖY) ifade etmiştir. Bu nedenle, MGP sürecinin, öğretmenin ezbere dayalı yaklaşımlarından uzaklaşmasına katkı sağladığı söylenebilir.

Denk oran, temel oran ve birim oran ile ilgili onaylanmış ifadeler

Öğretmenin *denk oran* kavramına ilişkin MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri: “*denk oran*’ın sadeleştirme-genişletme yoluyla oluşturulması”, ‘sadeleştirme-genişletme kavramlarına ilişkin tanımlar’; hatalı onaylanmış ifadesi ise “Denk oran, denk kesirdir” şeklindedir. Bu noktada, öğretmenin oran-kesir ilişkisi bağlamında, sahip olduğu hatalı onaylanmış ifadelerin *denk oran* kavramı ile ilgili onaylanmış ifadelerine

de yansıdığı anlaşılmaktadır. MGP sürecinde söz konusu bağlamdaki gelişimle birlikte, *denk oran*ı da *kesir* kavramı üzerinden tanımlamayı bırakmıştır. MGP sürecinde yeni ortaya çıkan onaylanmış ifadeleri “Denk oranların aynı çarpımsal ilişkiye sahip olması, sonsuz sayıda olması, her birinin grafikte bir noktaya (sıralı ikili) karşılık gelmesi, grafiğinin doğrusal olması ve başlangıç noktasından geçen bir ışın belirtmesi, iki oranın karşılık gelen niceliklerini toplama yoluyla yeni denk oranlar elde edilebilmesi” şeklindedir. Kelime kullanımına yönelik tartışma ve sonuçta da ifade edildiği gibi öğretmenin *denk oran* kavramı için ön görüşmeler esnasında *denk kesirler* üzerinden çıkarımda bulunmuş olması bu kavramı MGP öncesinde tanımadığını göstermektedir.

Denk oranların orantısal akıl yürütmenin gelişmesinde kritik öneme sahip olduğu; ortaokul öğretim programı ve daha sonraki yıllar için mihenk taşı olduğu belirtilmektedir (Lesh vd., 1988; Lobato vd., 2014). Nitekim Lamon (1993) denk oranların, oran-orantı problemlerinde, öğrencilerin mantıksal akıl yürütme yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağladığını ve kavramsal anlayışlarını derinleştirdiğini belirtmiştir. Vergnaud (1983), denk oranların orantı problemlerinin çözümünde zihinsel bir araç olarak kullanıldığını ve bu kavramın, orantısal ilişkileri anlamada anahtar bir unsur olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla, denk oranların öğrencilere kazandırılması, oran orantı konusunun öğretiminde önemli olarak değerlendirilmektedir. Bu noktada, araştırmacılar tarafından ilk yörüngede yer verilmiş olan denk oranların öğretmenin bilgisine de katkı sağladığı söylenebilir. Clements ve Sarama da (2004) öğrenme yörüngelerinin öğretim sürecinde belirli kavramların odak alınmasını sağlayarak, öğretmenin alan bilgisini yapılandırma sürecine katkıda bulunduğu belirtilmektedir.

Öğretmenin *temel oran* kavramına ilişkin MGP öncesinde sahip olduğu onaylanmış ifadeleri ise “Kesirler konusunda ‘en sade hali’ dediğimiz şey, oran konusunda ‘orantı sabitine’ denk geliyor.” şeklindedir. Bu noktada, öğretmenin oran-kesir ilişkisi bağlamında sahip olduğu hatalı onaylanmış ifadelerin *temel oran* kavramı ile ilgili onaylanmış ifadelerine de yansıdığı anlaşılmaktadır. Yeni bir kavram olması nedeniyle, *temel oran* kavramına sahip olmayan öğretmenin, bu bağlamı da ‘en sade kesir’le ilişkilendirip *orantı sabiti* ile eş tutması, beklenen bir bulgudur. MGP sürecinde yeni kullandığı onaylanmış ifadeleri ise ‘niceliklerinin aralarında asal tam sayılar olması gerektiği’ ve ‘denk oranlar grafiğinde nicelikleri tamsayıya karşılık gelen en küçük nokta olduğu’ şeklindedir.

Öğretmenin, *birim oran* kavramına ilişkin MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri, ‘birim oranın bir birim başına düşen miktarı göstermesi’ ve ‘bölme işlemi yaparak bulunması’dır. MGP öncesinde ezbere ifadeler kullandığı kavramlardan biridir. *Birim oranı bulma* bağlamında, öğretmenin sıklıkla “Sorulan niceliğe bölerek birimi buluruz.” açıklamasına yer verdiği görülmüştür. MGP sürecinde, öğretmenin bu ezbere söyleminin ortadan kalktığı ve birim oranı bulurken, “doğrudan bölme işleminden önce eş paylaşımıyla bulma” (3. ÖY) şeklinde onaylanmış ifadesi saptanmıştır. MGP sürecinde yeni ortaya çıkan diğer onaylanmış ifadeleri ise ‘Oranı oluşturan iki nicelikten her birinin bir birimi için diğer nicelikten kaç birim olacağını gösteren olmak iki türlü birim oran oluşturulabildiği’dir.

Görüldüğü gibi öğretmen, MGP öncesinde, ihtiyaç duyduğu noktalarda bazı kavramlar için çıkarımlarına dayalı betimlemelerde bulunduğu, bu çıkarımları da genellikle de kesir ve kesirle ilişkili kavramlar üzerinden yapmıştır. MGP sürecinde ise bunların yerine yeni kavramlar kullanmaya başlamış ve denk oran, temel oran ve birim oran kavramlarına ilişkin anlayışı önemli ölçüde geliştirmiştir. Bu bağlamda hatalı çıkarımlar ve ezbere söylemler yerini doğru ve derinlemesine tanım ve açıklamalara bırakmıştır. Bu durum, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin orantısal akıl yürütmenin temelini oluşturan kavramlara ilişkin bilgilerini yapılandırmada etkili bir araç olduğunu göstermektedir.

Oranları karşılaştırma ile ilgili onaylanmış ifadeler

Öğretmenin, *oranları karşılaştırma* yöntemleri bağlamında, MGP öncesi sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri, ‘bölme işlemi ile birimi bulma yoluyla karşılaştırma’ veya ‘bir niceliği eşitleme yoluyla karşılaştırma’dır. Bu, öğretmenin her ne kadar MGP öncesinde doğrudan ‘oranları karşılaştırma’ kavramını kullanmamış olsa da bilgi sahibi olduğunu göstermektedir. MGP sürecinde yeni ortaya çıkan onaylanmış ifadeleri ise oranların karşılaştırılması ile ilgili yöntemlerden birinin de ‘grafikteki dikliğe bakmak’ olduğudur. ‘Oranları karşılaştırma’ ile ‘kesirleri karşılaştırma’ matematiksel açıdan farklı anlam içerdiğinden öğretmenin söz konusu kullanımları bu kavrama/konuya ihtiyacı da ortaya koymaktadır. Aynı zamanda günlük hayatta özellikle alışverişte sık karşılaşılan bir konu olduğundan önemli olduğu düşünülmektedir. Bunun yansıması olarak öğretimde de özellikle alışveriş bağlamı içeren problemlerde, birim orana ilişkin kazanım (MEB, 2018, s. 66, M.7.1.4.1), dolaylı olarak oranları karşılaştırmaya imkân tanıyan bir yapıda olsa da bunun öğretimde ne derece işe koşulduğu öğretmenin yaklaşımına bağlıdır. Dolayısıyla

MGP süreci, öğretmenin oranları karşılaştırma yöntemlerine yönelik bilgi ve anlayışını genişleterek, bu konunun öğretimde daha çeşitli şekillerde ele alınmasını sağlamıştır.

Orantı ve orantısız olan ve olmayan durumlar ile ilgili onaylanmış ifadeler

Öğretmenin *orantı* kavramına ilişkin MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri: ‘*orantı*’nın eş oranlardan oluşması’, ‘kat ilişkisi içermesi’ ve ‘içler dışlar çarpımı ile bilinmeyen bulunabilmesi’dir. Bir strateji olarak ise yalnızca içler-dışlar çarpımına değinmiş olması dikkati çekmektedir. Görsel araçlara ilişkin sonuç tartışma başlığı altında da MGP öncesinde içler-dışlar çarpımı algoritmasını sıkça kullandığı ifade edilmiş ve bu bulgu alanyazındaki çalışmalarla desteklenmiştir (Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Altundağ, 2023; Doğruel, 2019; Pişkin-Tunç ve Çakıroğlu, 2022). Van de Walle vd. (2020, s.458), çapraz çarpım algoritmasının anlaşılması ve kullanılmasının önemli olduğunu ancak oranların öğretilmesinde amaç olmadığını ve gelişimsel olarak en son öğretilmesi gereken strateji olduğunu ifade etmektedir. Avcu ve Doğan (2014), benzer şekilde sezgisel ve anlamaya dayalı stratejilerle (Örneğin, birim oran, değişim çarpanı) yeterince tecrübe kazanıldıktan sonra içler dışlar çarpımına geçilmesi gerektiğini önermişlerdir.

Öğretmenin çapraz çarpım stratejisi hakkında dikkati çeken bir diğer ifadesi “Kat ilişkisi kurulamadığı durumlarda *içler-dışlar çarpımı* daha basittir.” dir. Bu ifadesinde, ‘kat ilişkisi kurulamayan durumlar’ın varlığından bahsetmesi, ‘oranın kendi içindeki’ veya ‘oranlar arasındaki’ çarpımsal ilişkide, çarpan’ı ‘tam sayı kat’a yani ‘değişim çarpanının tam sayı olması gerekliliği’ne indirgediğini göstermektedir. Gerçek yaşamda daha çok, karşılık gelen niceliklerin birbirinin tam sayı katı olmadığı oranlarla karşılaşabildiğimizden bu, önemli bir ayrıntı olarak karşımıza çıkmaktadır. MGP sürecinde bununla ilgili “birbirinin katı olmayan nicelikler arasındaki ilişki için ardışık çarpma-bölme işlemleri kullanılabilir” ve “bu işlemler (çarpma-bölme kombinasyonları) tek bir rasyonel sayı ile çarpma olarak da ifade edilebilir” şeklinde onaylanmış ifadelere sahip olmuştur (6. ÖY). Bu, öğretmenin gelişimini gösterirken, öğretmenin bu ifadelerinin doğrudan yörüngedeki düzeylere atıf içermesi yörüngelerin bu gelişimdeki rolünü açığa çıkarmaktadır.

MGP öncesinde öğretmenin *orantı* kavramına ilişkin hatalı onaylanmış ifadeleri ise “Orantı denk kesirlerdir, kesirlerin eşitliğidir.”, “Denk kesirler orantılıdır.” şeklindedir. Bu noktada, öğretmenin oran-kesir ilişkisi bağlamında sahip olduğu hatalı onaylanmış

ifadelerin *orantı* kavramına da yansıdığı anlaşılmaktadır. MGP sürecinde söz konusu bağlamdaki gelişimle birlikte, *orantı* kavramını da kesir kavramı üzerinden tanımlamayı bırakmış ve “Aynı çarpımsal ilişkiye sahip iki oran orantı oluşturur.” şeklinde tanımlamıştır. Diğer yandan MGP öncesinde orantı oluşturma bağlamında “Aynı birimler, aynı yere yazılır, alt alta yazılır.” şeklindeki ezbere söylemi yer almaktadır. MGP sürecinde ise eşit orana sahip sonsuz ikiliden herhangi ikisinin oluşturduğu eşitliğin/denklem bir orantı belirtebileceğini ifade etmektedir (6. ÖY).

Kelime kullanımına yönelik tartışma ve sonuçta da ifade edildiği gibi denk oran kavramı öğretim programında yer almadığından öğretmen bununla ilgili açıklamalarında denk kesirler üzerinden çıkarımda bulunması, buna bağlı olarak orantı kavramını da denk kesirler üzerinden anlatması beklenen bir bulgudur. Benzer nedenlerle temel oran kavramına sahip olmayan öğretmen bu bağlamı da en sade kesirle ilişkilendirip orantı sabiti ile eş tutmuştur.

Öğretmenin orantısal olan/olmayan durumlar kavramlarına ilişkin, MGP öncesinde sahip olduğu doğru onaylanmış ifadeleri: “orantısal olan durum doğru orantılı olarak ifade edilir”, “orantısal olan/olmayan durumlar korelasyon içerir/içermez” şeklindedir. MGP sürecinde yeni ortaya çıkan onaylanmış ifadeleri ise “Orantılı durumların grafiği sıfıra sıfırdan geçer, orantısal olmayan durumlar sıfıra sıfırdan geçmez.” şeklindedir.

Sonuç olarak bu araştırmada, öğrenme yörüngelerine dayalı MGP ile öğretmenin oran-orantı konusundaki onaylanmış ifadelerinde belirgin bir gelişim gözlemlenmiştir. Yörüngeler, öğretmenin matematiksel açıdan hatalı açıklamalardan arınarak; doğru tanımlar, teoremler ve açıklamalar geliştirmesine katkı sağlamış, öğretimin ezbere dayalı ifadeleri yerini kavramsal bilgiye dayalı açıklamalar almıştır. Söz konusu gelişimin odağında oran-kesir ilişkisi; denk oran, temel oran ve orantı gibi yeni kavramların matematiksel anlamları ve geometrik anlamları; oranları karşılaştırma ve orantıda bilinmeyen bulma konularında yöntemlerdeki çeşitlilik yer almaktadır. Ayrıca oran oluşturma, birim oranı bulma ve orantı problemlerinin çözümünde ezbere söylemlerin ortadan kalkması, işlemsel bir yaklaşımdan kavramsal bir yaklaşıma yol aldığını ortaya koyması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca onaylanmış ifadelerin içerdiği tanım, teorem, kural ve açıklamaları öğretmenin matematiksel bilgisini de yansıttığı düşünülürse, yörüngelerin öğretmenin bilgisini geliştirdiğini bunun ise öncelikle onaylanmış ifadelerinde görünür kılındığı ardından kelime kullanımına ve

beraberinde kullandığı görsel araçlara yansıdığı anlaşılmaktadır. Kabael ve Atabaran (2016) da yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel söylemleri ile alan bilgisi ile ve pedagoji bilgileri arasındaki paralellik saptamışlardır. Matematiksel söylemlerinin incelenmesinde yüksek performansı gösteren öğretmen adaylarının bilgilerinin de daha yüksek olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu da söz konusu düşünceyi desteklemektedir. Diğer yandan, öğretmenin onaylanmış ifadelerindeki söz konusu gelişimin dinamik ve süregelen bir süreç olduğu, bazı noktalarda daha fazla zaman ve uygulama gerektirdiği söylenebilir.

5.2.4 Rutinlere ilişkin tartışma ve sonuç

Bu araştırmada, öğretmenin oran orantı konusundaki rutinleri incelenmiştir. Bu rutinler, kelime kullanımı, onaylanmış ifadeler, görsel araçlar, problem türleri, problem çözme stratejileri, soru tiplerine ilişkin öğretmenin sıkça tekrar ettiği ifade ve eylemler oluşturmaktadır. Bu bağlamda öğretmenin rutinleri mevcut iletişim yollarını ve öğretim alışkanlıklarını yansıttığı söylenebilir. Araştırmanın bulguları MGP sürecinde öğretmenin söylemlerinde belirgin bir değişim olduğunu göstermektedir. Bu değişim ilerleyen paragraflarda tartışılmıştır.

Öğretmenin *kelime kullanımındaki rutinleri*, MGP öncesinde ‘kesir’, ‘karşılaştırma’, ‘bölme’, ‘pay-payda’, ‘içler dışlar çarpımı’, ‘kat hesabı’ ‘toplamsal ilişki’ iken; MGP sürecinde ‘çarpımsal ilişki’, ‘çarparak-bölerek’, ‘aynı tat/oran’, ‘tam sayı’, ‘en az/en fazla’, ‘ortak çarpan-bölen’, ‘eş paylaşım’, ‘toplama-çıkarma’ dır. Araştırma bulgularına göre, MGP öncesinde kesir kavramı ile ilgili kelimelerin, MGP sürecinde ise kelime kullanımındaki gelişimin rutinlere yansıdığı görülmektedir.

Öğretmenin *görsel araçlarındaki rutinleri* MGP öncesinde: ‘kesir sembolü’, ‘harfli ifadeler’, ‘çarpma-bölme işlemleri’, ‘çapraz çarpım algoritması’ iken; MGP sürecinde ‘kesir sembolü’ ve ‘ $2 \times n$ ’lik ve 2×2 ’lik tablolar’ ile ‘oklar’, ‘toplama çıkarma işlemleri’dir. Görsel araçlardaki bulguların, MGP öncesinde ve MGP sürecinde rutinlere dönüştüğü görülmektedir.

Öğretmenin *onaylanmış ifadelerindeki rutinleri* MGP öncesinde, ‘oran’ın bir karşılaştırma olduğu’, ‘oran-orantı konusunda toplamsal ilişki yerine çarpımsal ilişkinin dikkate alınması gerektiği’, ‘sadeleştirme-genişletme işlemlerinin tanımları’na yönelik açıklamaları ile “İlk söylenen payda, ikinci söylenen paydaya yazılır.”, “Birim oranı bulurken, ne soruluyorsa ona bölünür; paydaya, sorulan yazılır.” “Orantıda aynı birimler

alt alta yazılır.” şeklindeki ezbere açıklamalarıdır. MGP sürecindeki rutinleri ise ‘oranın iki miktar arasındaki çarpımsal ilişki olduğu’, ‘toplamsal ilişki ile değil, çarpımsal ilişki ile korunduğu’, ‘aynı çarpımsal ilişkiye sahip oranların denk oranlar oluşturduğu’, ‘toplama-çıkarma yoluyla denk oranlar elde edilebileceği’, ‘denk oranların grafiğine yönelik açıklamalar (doğrusal, ıslın)’, ‘birim oranı bulmada eş paylaşım yapma’ya yönelik açıklamaları’ndan oluşmaktadır. Öğretmenin MGP sürecinde tanım ve açıklamalarında ezberden arınma, doğruya ve kavramsala yöneliminin rutinlerine de yansıdığı görülmektedir.

Öğretmenin *problem türleri*’ndeki rutinlerine bakıldığında, MGP öncesinde *oran problemleri* (bir oranın korunması halinde değişkenlerin alacağı değerlerin bulunmasına yönelik problemler (Örneğin, $a/b = 2/3$ ve $2a + b = 35$ ise a kaçtır?), *birim oranı bulma*, *orantıda bilinmeyen bulmaya* yönelik problem türlerinden oluştuğu görülmüştür. MGP sürecinde ise *aynı oranda daha az/fazla*, *EBOB problemleri*, *her iki nicelik için de birim oranı bulmaya* yönelik problemlere dönüşmüş; nicelikleri tam sayı olan birim oranlar dışında nicelikleri tam sayı olmayan (ondalık gösterimli veya kesir olan) oranlara da problemlerde yer vermeye başlamıştır. Herhangi bir oran için iki birim oranı bulma (2 dk: 3 lokma oranı için, 1 dk: x lokma veya x dk: 3 lokma), Hangisi daha sağlıklı/ucuz/kârlı/acı vb.

Öğretmenin öğrencilere yönelttiği *soru tipleri*ndeki rutinleri MGP öncesinde “Pay-paydaya ne yazacağım?”, “Nereye yazacağım?”, “Neyi neye böleceğim?” ve “Paydaya neyi getiriyorum?” şeklindedir. Bu sorular, öğrencilerin çarpma ve bölme gibi işlemleri doğru bir şekilde yerleştirmesine, pay ve paydayı kavramasına ve orantı kurmayı biçimsel açıdan anlamasına yardımcı olur. Öğretmenin burada, kavramsal anlamı ön planda tutmak yerine daha çok işlemsel doğruluğa odaklandığı anlaşılmaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin oran-orantı konusundaki temel bilgileri edinmeleri için önemli kabul edilebilse de derinlemesine ilişkilendirme ve mantıksal bağlantılar kurma yeteneklerini sınırlı bırakabileceği düşünülmektedir. MGP sürecindeki soru rutinleri ise “Nasıl bir ilişki var/kurabiliriz?”, “Kaçta kaçı kadar?”, “Kaça kaç?”, “Nasıl paylaştırırsınız?”, “Neyi neye bölerek karşılaştırmalıyım?”, “ $a: b$ mi yazmalıyım $b: a$ mı yazmalıyım?”, “Nasıl bir ilişki var/kurarsınız?”, “Dikey ilişki mi kuralım, yatay ilişki mi?”, “Kaç katına çıkıyor?”, “Kaça bölüp, kaçla çarpacağım?” “Nereden nereye gitmeliyim?”, “Okların yönü nereye olmalı?”, “Orantısal bir ilişki var mı?”, “Denklemini nasıl kurarsınız?” şeklindedir. Bu sorular,

öğrencilerin oran-orantı ilişkilerini yalnızca sayısal olarak anlamak yerine, orantısal ilişkileri analiz ederek matematiksel düşüncelerini daha ileri bir düzeye taşımalarına katkı sağlayacak yapıdadır. Sonuç olarak öğretmenin MGP öncesinde daha yüzeysel olan soruları, süreç boyunca yerini öğrencilerin daha derinlemesine düşünmelerini sağlayan, stratejik ve kavramsal bağlantıları öne çıkaracak türden sorulara bıraktığı söylenebilir.

Öğretmenin *problem çözme* stratejilerindeki rutinler MGP öncesinde oran-orantı problemlerinde değişim çarpanı stratejisi, denklem kurma, çapraz çarpım algoritması; birim oranı bulma problemlerinde bölme işlemi'dir. MGP sürecinde ise değişim çarpanı eş paylaşım, tabloda satır ve sütunları toplayarak yeni denk oranlar elde etme, bir niceliği eşitleme, birimi bulma, değişim çarpanı şeklindedir. Öğretmenin MGP sürecinde problem çözme stratejilerinde çeşitlilik kazanması, oran-orantı konusundaki pedagojik anlayışının gelişimine işaret etmektedir. Ayrıca bunlar, fark etme becerisi kapsamında öğretmenin, öğrencilerin düşünce ve/veya stratejilerini açıklarken kullandığı stratejiler burada belirtilen rutinlerinden oluşmaktadır. Rutinlerindeki gelişimle paralel olarak MGP sürecinde öğretmenin öğrencilerin stratejileri eksiksiz ifade etmeye başlaması, söylemin bileşenleri ile fark etme becerisinin bileşenleri arasındaki bağlantıyı görünür kılan bulgulardan bir diğeri olarak değerlendirilebilir.

Bu sonuçlar öğretmenin matematiksel söyleminde MGP sürecindeki gelişimi, özellikle rutinler bağlamında ortaya koymaktadır. MGP öncesinde öğretmenin rutinleri, genellikle ezbere dayalı, işlemsel odaklı ve sınırlı bir bağlam sunarken; MGP sürecinde bu rutinlerin daha kavramsal, ilişkilendirici ve zenginleştirilmiş ve öğrenci merkezli bir yapıya dönüştüğü görülmektedir. Daha açık bir ifadeyle, öğretmenin kelime kullanımı, görsel araçlar, onaylanmış ifadeler, problem türleri, soru tipleri ve problem çözme stratejilerindeki rutinleri, başlangıçta temel düzeyde tanımlamalara ve işlemsel yaklaşımlara dayanırken; süreç sonunda, çarpımsal ilişkileri vurgulayan, kavramsal bağlantılar kuran ve öğrenci merkezli bir anlayışa yönelmiştir. Kelime kullanımındaki değişim, öğretmenin terminolojik doğruluğunu artırırken; görsel araçlardaki gelişim, matematiksel kavramların somutlaştırılmasına katkıda bulunmuş; onaylanmış ifadelerde ezberden kavramsallığa geçiş, problem türleri ve stratejilerdeki çeşitlilik ise öğretmenin pedagojik pratiğini derinleştirmiştir. Dolayısıyla öğretmenin matematiksel iletişimi (Sfard, 2008) güçlenmiştir. Gavilán-Izquierdo ve Gallego-Sánchez (2021) matematik öğretmenin türev konusunda rutinleri incelediği araştırmada, rutinlerin yapılandırılmış

bir şekilde uygulanmasının, öğretmenin pedagojik söyleminin zenginliğini ve kapsamını gösterdiğini belirtmiştir.

Sonuç olarak, rutinler, öğretmenin öğretim sürecindeki bilgi ve becerilerinin sürekli bir gelişim içinde olduğu dinamik bir yapı olarak ortaya çıkmaktadır. Bu dinamik yapı, yalnızca tekrarlanan eylemleri değil, aynı zamanda bu eylemlerin içerik ve bağlam açısından gelişimini, zenginleşmesini ve öğrenme-öğretme sürecine anlamlı katkılar sağlayacak şekilde dönüşümünü ifade etmektedir. Bu dönüşümün, öğrenme yörüngelerinin öğretim sürecine sunduğu yapılandırılmış rehberliğin etkisini yansıttığı söylenebilir.

Alanyazında matematik öğretmenlerin söylemlerinin gelişimini Sfard'ın (2008) çerçevesine göre ve kapsamlı şekilde inceleyen yalnızca bir araştırma saptanmış olup bu çalışmada Sarı-Arıkan (2019), öğretmenlerin dörtgenlerle ilgili söylemlerinin ders imecesi yöntemi ile geliştiği sonucuna varmıştır. Bu sonuç, öğretmenlerin söylemlerinin çeşitli yollarla desteklendiğinde gelişebildiği fikrini desteklemektedir. Bu çalışmada ise öğretmenin söylemlerini geliştirmek için yörüngeler kullanılmıştır. Dolayısıyla bir öğretmenin oran-orantı konusunda, matematiksel söylemlerini inceleyen ve öğrenme yörüngelerine dayalı bir MGP' nin bu söylemleri nasıl geliştirdiğini inceleyen özgün bir çalışma olarak, alanyazına önemli bir katkı sağladığı düşünülmektedir.

Bu araştırma öğrenme yörüngelerinin söylemin bileşenlerinin gelişimindeki rolünü ortaya koymanın yanı sıra, bu bileşenler arasında mevcut olan (Sfard, 2008) dinamik etkileşimi oran-orantı konusu özelinde açıklamıştır. Bu durum araştırmanın özgün değerini arttırmaktadır. Örneğin, öğretmenin söylemlerinde kesir kavramını kullanmaya yönelik vurgusu, matematiksel söylemin diğer bileşenlerine (onaylanmış ifadeler, görsel araçlar ve rutinlere) de yansımış ve bu durum söylem bileşenlerinin birbirini etkileyen yapısını görünür kılmıştır. Bu etkileşimde onaylanmış ifadelerin, kelime kullanımı ve görsel araçlara yansıdığı, bu iki kavramın eş zamanlı karşılıklı etkileşimde olduğu; bu bileşenlerle birlikte sık tekrar eden söz ve eylemlerin rutinlerini oluşturduğu görülmüştür.

Araştırmada istatistiksel bir analiz yapılmamış olsa da fark etme becerisi ile söylem bileşenleri arasındaki ilişkilere dair güçlü iddialar sunulmuş, bulgularla desteklenmiştir. Örneğin, öğretmenin matematiksel dil ve kavram kullanımında saptanan hataların, öğretmenin düşünce ve stratejilere yönelik açıklamaları, kavrayıştaki yorumları ve kararlarında da gözlemlendiği görülmüştür. Diğer bir örnek, 'oranları karşılaştırma'ya

yönelik senaryo bağlamında, öğretmenin onaylanmış ifadesi “oran ile kesir aynı şeydir” şeklinde iken; öğrencinin stratejisini açıklarken “kesirleri karşılaştırma” kavramını kullanmıştır; kavrayışını yorumlarken öğrencinin ‘kesirlerde karşılaştırmada eksikliği’ olduğunu düşünmüş; yanıtı verdiği kararı ise ‘öğrenciye kesirlerle ilgili açıklama yapma’ şeklinde olmuştur. Bu bulgular, söylemin bileşenlerinin fark etme becerisi ile etkileşimini görünür kılmaktadır.

Bu araştırma, öğretmen gelişim deneyi (ÖGD) metodolojisini temel alarak öğrenme yörüngelerini araç olarak kullanmış ve bir ortaokul matematik öğretmenin fark etme becerisi ile matematiksel söyleminin hangi noktalarda ve nasıl gelişim gösterdiğini ayrıntılı bir şekilde ortaya koymuştur. Bu araştırma kapsamında benimsenen tanım gereği ‘öğrenme yörüngeleri’ araştırmalara dayalı, gelişime açık, esnek bir yapıya sahiptir ve yapılan çalışmalarla gelişmeye devam etmektedir. Bu anlamda, öğretmenin oran-orantı konusundaki özellikle tanım ve açıklamaları, öğretim stratejileri, problem çözme stratejilerindeki gelişimin, bu yörüngeler üzerinde çalışan araştırma ekibine de katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırma, öğretmenin mesleki gelişimini oran-orantı, fark etme becerisi, matematiksel söylem ve öğrenme yörüngeleri bağlamında ele almış ve bu konulara ilişkin kapsamlı bir alanyazın sunmuştur. Çalışmanın, bu konuları özgün bir metodoloji ile (ÖGD) bir araya getirerek alana katkı sağladığı düşünülmektedir. Ayrıca, çalışmanın çarpan etkisi bağlamında, öğrenciler üzerinde de olumlu etkiler gözlemlenmiş, derse daha fazla katılım gösterdikleri, farklı stratejiler geliştirdikleri görülmüştür.

6. ÖNERİLER

Bu bölümde, araştırmada ulaşılan sonuçlara dayalı olarak, matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimlerinin desteklenmesine katkı sağlaması hedeflenen ‘uygulamaya yönelik öneriler’ ile alanyazında tespit edilen boşluklar ve bu araştırmanın sunduğu özgün katkılar ışığında, ‘araştırmacılara yönelik öneriler’ sunulmuştur.

6.1 Uygulamaya Yönelik Öneriler

Alanyazında yaygın olarak öğrenciyi değerlendirme ve öğretimi tasarlama amaçlarıyla kullanılan ‘öğrenci öğrenme yörüngeleri’nin, öğretmenleri öğretimsel açıdan desteklediğine ilişkin bulgular, bu araştırmanın çıkış noktasını oluşturmuş, sonucunda ise yörüngelerin öğretmene tanıtılmasının öğretmenin fark etme becerisi ve matematiksel söylemlerinin gelişimine katkı sağladığı görülmüştür.

Araştırmada kullanılan fark etme ve matematiksel söylem teorik çerçeveleri, öğrenme yörüngelerinin öğretmenin pedagojik gelişimindeki katkılarını ortaya koymada önemli bir rol oynamıştır. Fark etme becerisi bağlamında, öğretmenin öğrenci düşünce/stratejilerini zamanla daha iyi anlamaya başladığı, düşünce/stratejileri daha detaylı, daha doğru ve daha matematiksel bir terminolojiyle ifade ettiği, öncesinde ihmal edilen doğru düşünce/stratejilere de odaklanmaya yöneldiği; öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığı hakkında daha kavramsal dayanakları olan yorumlar yapmaya başladığı; çözüm ve açıklamalarında formel yaklaşımdan, sezgisel stratejilere ve gerekçeli açıklamalara geçtiği, farklı türde problemler üretebildiği görülmüş ve tüm bu süreçte öğretmen yörüngelerdeki düzeylerden ve yörüngelerin içerdiği matematiksel fikirlerden yararlanmıştır. Matematiksel söylemler bağlamında ise, yine yörüngelerin katkısıyla eksik hatalı söylemlerden terminolojik ve kavramsal açıdan daha doğru ve zengin söylemlere ulaşmıştır. Bu katkıları nedeniyle, öğrenme yörüngelerinin öğretmen eğitimi lisans programlarına ve öğretmenlerin mesleki gelişim süreçlerine entegre edilmesi ve yaygınlaştırılması önerilmekte; eğitim fakültelerinin ve hizmet içi eğitim faaliyetlerinin eğitim içeriklerine dahil edilmesi önerilmektedir.

Araştırmada fark etme becerisi bağlamında en dikkat çeken gelişim, öğretmenin kararlarında olmuştur. Araştırma, yörüngelerin öğretmenlerin problem tasarlama konusunda öğretmene katkı sağladığını göstermiştir. Bu, yörüngelerin sadece alanyazında vurgulanan ‘öğretim tasarımı’ rolünün ötesinde, daha özel bir bileşen olarak ele alınabilecek ‘problem tasarımı’ndaki katkısını ortaya koymaktadır. Problemlerin

matematik eğitimindeki önemi dikkate alındığında, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının problem tasarlama becerisini geliştirmede yörüngelerden yararlanılabileceği düşünülmektedir. Böylelikle öğretmenler derslerde farklı kaynaklara bağlı kalmadan da öğrenci düzeylerine uygun ve çeşitli problemler oluşturabilir.

Matematiksel söylemler bağlamında, MGP öncesinde öğretmenin oran-orantı konusundaki eksik, hatalı, ezbere dayalı söylemleri olduğu ortaya çıkmış ve bunların bir kısmının daha önceki araştırma sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür. Bu nedenle, öğretmen eğitimi ve mesleki gelişim süreçlerinde, özellikle denk oran, birim oran, orantıda bilinmeyen bulma konularına yönelik tanım ve açıklamalar, problem türleri, problem çözme stratejilerine odaklanan, öğretmeni ve öğretmen adaylarını destekleyici uygulamalara yer verilmesi önerilmektedir. Böylelikle öğretmenlerin oran-orantı konu alanında matematiksel terminolojiyi doğru kullanma konusunda bilinçlenecekleri ve öğretim stratejilerinin zenginleşeceği öngörülmektedir.

Onaylanmış ifadelerle ilgili olarak, MGP öncesinde öğretmenin özellikle oran oluşturma, oran-kesir ilişkisi, birim oran, orantı, orantıda bilinmeyen bulma konularındaki ezbere söylemleri dikkati çekmiştir. Bunlar dikkate alınarak hizmet içi eğitimlerde özel modüller oluşturulabilir.

Görsel araçlarla ilgili olarak, MGP öncesinde öğretmenin öğretimi süresince kesir sembolü ve denklem kullandığı görülmüştür. Bu nedenle, matematik derslerinde, oran-orantı konusunun öğretiminde oran tabloları, çift sayı doğrusu, grafikler ve şerit diyagramları gibi görsel araçlarının kullanımı yaygınlaştırılmalı, böylelikle öğrencilerin oran kavramını daha somut bir şekilde anlamaları teşvik edilmelidir. Böylelikle oranı temsil ederken sürekli kesir sembolü kullanma ihtiyacı ve neticede oluşan kavram yanılgısı ihtimali azaltılabilir. Öğretimin yanısıra hazırlanan ders kitapları, ölçme değerlendirme soruları, kaynak kitaplar vd. öğretim materyallerinde de görsel araçlarla ilgili bu hususlara dikkat edilmesi önerilmektedir.

Öğretmenin MGP öncesinde problem çözme süreçlerinde formel stratejiler kullandığı bunun ise fark etme becerisine yansıdığı görülmüştür. Alanyazınla uyumlu olan bu sonuç bağlamında öğretmenlere oran-orantı konusu kapsamında informel stratejiler kullanma becerisi kazandırılmalı, bu kapsamda eş paylaşım, büyük nicelikler için toplama çıkarma yoluyla denk oranlar elde etme, oran tablosundaki dikey/yatay ilişkiyi dikkate alma, çarpma bölme algoritmalarını kullanma gibi stratejilerin uygulanabilirliği gösterilmelidir.

Yörüngelerin söylemlerde en büyük katkısının onaylanmış ifadelerle olduğu onaylanmış ifadelerin ise kelime kullanımı ve görsel araçlarına yansıdığı görülmüştür. Bu çerçevede yörüngelerden öğretmenin tanım, teorem, açıklama, görsel araçları, matematiksel terminolojiyi geliştirmek amacıyla yararlanılabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmada, yörüngeler aracılığı ile fark etme becerisinin gelişeceği ve bu gelişimin söylemlere yansıyacağı varsayımı ile yola çıkılmıştır. Ancak araştırma sonucunda yörüngelerin öncelikle matematiksel söylemi (onaylanmış ifadeler öncülüğünde) geliştirdiği, söylemlerin ise fark etme becerisinde görünür olduğu anlaşılmıştır. Yörüngelerin öğretmenin tanım, teorem açıklamalarını içeren onaylanmış ifadelerini beslediği, bunların ise fark etme becerisi kapsamındaki açıklamalarında, yorumlarında ve kararlarında ortaya çıktığı görülmüştür. Bu, matematiksel söylemlerin öğretmeni desteklemede yörüngeler ile fark etme becerisi arasında köprü görevi gördüğü şeklinde açıklanabilir. Bu nedenle öğretmende açıklama, yorumlama ve karar verme becerilerini geliştirmek için matematiksel söylemlerin gelişimine odaklanan uygulamalar önerilmektedir.

6.2 Araştırmacılara Yönelik Öneriler

Bu araştırma, derinlemesine bir inceleme yapmayı amaçladığından, yalnızca bir matematik öğretmeni ile sınırlı olarak gerçekleştirilmiştir. Benzer bir çalışma, farklı deneyim sürelerine sahip daha geniş öğretmen gruplarıyla gerçekleştirilebilir.

Bu araştırmanın uygulama süreci (ÖGD) yaklaşık 10 hafta ile sınırlı tutulmuştur. Daha uzun sürece yayılmış benzer çalışmalar yapılarak, öğrenme yörüngelerinin sürdürülebilirlik ve uzun vadeli etkileri daha detaylı bir şekilde incelenebilir.

Bu araştırmada oran-orantı konusuna yönelik öğrenme yörüngeleri kullanılmıştır. Gelecek araştırmalarda, oran orantı konusu dışında farklı matematik konularına yönelik öğrenme yörüngeleri kullanılarak benzer araştırmalar yapılabilir. Böylelikle öğrenme yörüngelerinin fark etme becerisi ve matematiksel söylemler üzerindeki etkisi farklı konu alanlarında da incelenebilir.

Bu araştırmada kullanılan oran-orantı konulu öğrenme yörüngeleri, Jere Confrey ve The Math Door ekibi tarafından geliştirilmiş olup araştırmanın bulguları bu yörüngelerin sunduğu katkılar çerçevesinde değerlendirilmiştir. Gelecek çalışmalarda, yine oran-orantı konusuna yönelik farklı araştırmacılar tarafından geliştirilen öğrenme yörüngeleri

kullanılarak, aynı matematik konusunda farklı yörüngelerin kullanılması halinde elde edilebilecek sonuçlar incelenebilir.

Bu araştırmada, öğretmenin karar verme becerisi bağlamında elde edilen bulgular, öğrenme yörüngelerinin içerdiği karmaşıklık düzeylerinin, öğretmenin problem oluşturma becerisine katkı sağladığını göstermektedir. Gelecek araştırmalarda, öğrenme yörüngelerinin yaratıcı ve anlamlı problem tasarlama sürecine doğrudan nasıl katkı sağladığına odaklanan detaylı çalışmalar yapılabilir. Ayrıca, bu katkının ders kitapları ve öğretim materyallerinin hazırlanmasında nasıl değerlendirilebileceği incelenerek, yörüngelerin bu alanlarda da etkili olup olmadığı araştırılabilir.

Bu araştırma, yalnızca öğretmen ile yürütülmüş, olup araştırmanın amacı gereği öğrenciler sürece dahil edilmemiştir. Bu noktada, öğretmenin fark etme becerisi ile ilgili olarak, öğrencinin gerçekte ne kastettiği ve ne düşündüğü konusunda, yörüngelere dayalı olarak eğitmen ve gözlemci rolündeki araştırmacı ile uzmanın kanaati belirleyici olmuştur. Bu anlamda, fark etme becerisine yönelik araştırmalarda, incelenen durumlara ilişkin, öğrencilerin de görüşlerinin alındığı ve öğretmen ile öğrenciyi bir arada ele alan çift taraflı incelemelerin gerçekleştirilmesi, fark etme süreçlerinin daha bütüncül bir perspektiften değerlendirilmesine katkı sağlayabilir.

Bu araştırmada, öğretmenin fark etme becerisini incelemek amacıyla hem yazılı materyaller hem de video üzerinden görüşmeler yapılmıştır. Araştırmada, yazılı yanıtların daha kapsamlı veri sunduğunu gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda, gelecekte yapılacak fark etme araştırmalarında, tamamen yazılı materyaller (Örneğin, öğrenci sınavları, ödevler vb.) esas alınarak fark etme becerisi derinlemesine incelenebilir.

Fark etme becerisinin karar verme bileşeni bağlamında, bu araştırmada yalnızca öğretmenin öğretimindeki kritik durumlara yönelik anlık kararları incelenmiş; gözlem yapılan öğretim sürecindeki tüm anlık kararları incelenmemiştir. Ayrıca yansıtıcı kararlarında süreç içinde olumlu yönde çeşitlilik gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda, öğretmenlerin hem anlık hem de yansıtıcı kararlarını daha kapsamlı bir şekilde inceleyen ve bu iki tür karar arasındaki ilişkileri karşılaştıran araştırmalar yapılması önerilmektedir.

Matematiksel söylemler kapsamlı bir konu olup, alanyazında oldukça sınırlı araştırma bulunmaktadır. Bu çalışmada söylem analizi, oran-orantı konusunun öğretimi açısından önemli bilgiler sağlamıştır. Bu doğrultuda, öğretmenlerin farklı matematik konularına yönelik söylemleri incelenebilir ve bu çalışmalar mesleki gelişim konulu araştırmalara

ışık tutabilir. Ayrıca, matematiksel söylemin her bir bileşeni (kelime kullanımı, görsel araçlar, onaylanmış ifadeler, rutinler) için ayrı çalışmalar yapılarak, daha detaylı analiz sonuçlarına ulaşılabilir.

Bu araştırmada fark etme becerisinin gelişimine odaklanıldığından, görsel araçların analizinde öğretmenin jestleri analizin dışında tutulmuştur. Görsel araçlarla ilgili yapılacak gelecekteki araştırmalarda üzerinde çalışma yapılacak matematik konusunun doğası da göz önünde bulundurularak, jestler de incelemeye dahil edilebilir.

Araştırmanın sonuçları, öğretmenin oran-orantı konusundaki eksik, hatalı ve ezbere dayalı onaylanmış ifadelerini ortaya koymuştur. Bunların giderilmesine yönelik olarak yörüngelerin dışında farklı yöntem ve stratejilerle yapılacak araştırmalar önerilmektedir.

Araştırmanın bulguları, oran-orantı konusunun öğretim programında ele alınışının öğretmenin matematiksel söylemlerinde görünür olduğunu ortaya koymuştur. Bu nedenle gelecek araştırmalarda öğretim programlarının ve beraberinde ders kitaplarının matematiksel söylemlere nasıl yön verdiğini inceleyen çalışmalar yapılabilir.

Bu araştırmanın amaçları arasında yer almasa da araştırmanın bulguları öğrenme yörüngelerinin öğretmenin bilgisi (özellikle alan bilgisi, öğrenci bilgisi, pedagojik alan bilgisi, öğretim bilgisi), pedagojik inanç ve yaklaşımlarına yön verdiğine işaret etmektedir. Gelecek araştırmalarda yörüngelerin bilgi, inanç ve yaklaşımlarla ilişkilerine yönelik deneysel incelemeler yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Açıl, E., & Zeybek, Z. (2017). Öğrencilerin matematiksel dili kullanma ve anlama becerisi ile öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel dili nasıl kullandıklarını fark edebilme yeteneği. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42, 87-107. <https://doi.org/10.9779/PUJE816>
- Adak, B., & Aliustaoğlu, F. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin oran orantı konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education (OJOMSTE)*, 1(1), 55–74.
- Adler, J. & Ronda, E. (2015). A framework for describing mathematics discourse in instruction and interpreting differences in teaching. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), 237-254. <https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1089677>
- Akkuş-Çıkla, O., & Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 32-40.
- Aktaş, F. (2020). *Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: Öğrenme yol haritaları* (Yayın Numarası: 611057) [Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Altundağ, H. Ş. (2023). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğretmen adaylarının ve öğrencilerin; kesir, rasyonel sayı ve oran kavramlarına ait tanımlamaları* (Yayın Numarası: 811130) [Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Amador, J. M. (2022). Mathematics teacher educator noticing: Examining interpretations and evidence of students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25(2), 163–189. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09483-z>
- Anantharajan, M. (2020). *What do you wonder? Developing and exploring the construct of teacher-curiosity about young children's mathematical thinking* (Publication No: 28241775) [Doctoral Dissertation, Stanford University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Arastaman, G., Öztürk Fidan, İ., & Fidan, T. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik: Kuramsal bir inceleme. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 37-75. <https://doi.org/10.23891/efdyu.2018.61>
- Asil-Güzel, A. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin uzunluk ölçme ve karşılaştırmaya dair kavrayışlarının incelenmesi* (Yayın Numarası: 534626) [Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Avcu, R., & Doğan, M. (2014). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1(2), 1-14.
- Ayalon, M., Watson, A., & Lerman, S. (2016). Progression towards functions: Students' performance on three tasks about variables from grades 7 to 12. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(6), 1153–1173. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9646-4>

- Ayan-Civak, R. (2020). *The evolution of mathematical practices in a seventh-grade classroom: Analyzing students' development of proportional reasoning* (Publication No: 625104) [Doctoral dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ayan-Civak, R., Isıksal Bostan, M., & Yemen-Karpuzcu, S. (2019, Nisan 12–14). Erken orantısal akıl yürütmeye yönelik varsayıma dayalı bir öğrenme rotası geliştirme. *International Conference on Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education*. İzmir, Türkiye.
- Baki, A., & Çelik, S. (2018). Veri işleme öğrenme alanına yönelik sınıf içindeki söylemlerin matematiksel dil bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 283-311. 10.16949/turkbilmat.332686
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Ball, D. L. (2011). Foreword. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. 20-24. New York: Routledge.
- Bardsley, M. E. (2006). *Pre-kindergarten teachers' use and understanding of hypothetical learning trajectories in mathematics education* (Publication No: 3213949) [Doctoral Dissertation, State University of New York]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Bargagliotti, A. E., & Anderson, C. R. (2017). Using learning trajectories for teacher learning to structure professional development. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(4), 237-259. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1365222>
- Barrett, J. E., Cullen, C., Sarama, J., Clements, D. H., Klanderman, D., Miller, A. L., & Rumsey, C. (2011). Children's unit concepts in measurement: A teaching experiment spanning grades 2 through 5. *ZDM Mathematics Education*, 43(5), 637–650. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0368-8>
- Barrett, J. E., Sarama, J., Clements, D. H., Cullen, C., McCool, J., Witkowski-Rumsey, C., & Klanderman, D. (2012). Evaluating and improving a learning trajectory for linear measurement in elementary grades 2 and 3: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 28–54. <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.625075>
- Bastian, A., Kaiser, G., Meyer, D., Schwarz, B., & König, J. (2022). Teacher noticing and its growth toward expertise: An expert–novice comparison with pre-service and in-service secondary mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 110(2), 205–232. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10128-y>
- Baş, S. (2013). *An investigation of teachers "noticing of students" mathematical thinking in the context of a professional development program* (Publication No: 355345) [Doctoral dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Baş-Ader, S., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., & Çakıroğlu, E. (2023). Secondary mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking through

- modeling-based teacher investigations. *Mathematics Education Research Journal*, 35(1), 81–106. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00389-4>
- Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185-204. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_6
- Battista, M. T. (2011). Conceptualizations and issues related to learning progressions, learning trajectories, and levels of sophistication. *The Mathematics Enthusiast*, 8(3), 507–570. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1228>
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education*. SensePublishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6091-784-4>
- Berliner, D. C. (1994). Expertise: The wonder of exemplary performances. In J. M. Mangier & C. C. Block (Eds.), *Creating powerful thinking in teachers and students: Diverse perspectives* (pp. 161-186). Holt, Rinehart & Winston.
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 127–147. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9333-2>
- Birgin, O., & Eryılmaz, E. (2022). A systematic review of studies on teacher noticing in the field of mathematics education in Turkey. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 9(3), 184-203. <https://doi.org/10.17278/ijesim.1137300>
- Birinci, M. (2018). *Bir ortaokul matematik öğretmeninin mesleki gelişiminden yansımalar: Kesir öğretiminde fark etme becerisinin işe koşulması* (Yayın Numarası: 504910) [Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi
- Blanke, B. (2018). *Mathematical discourse: Let the kids talk* [E-kitap]. Shell Education. ProQuest Ebook Central.
- Blanton, M., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K., & Newman-Owens, A. (2015). A learning trajectory in 6-year-olds' thinking about generalizing functional relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(5), 511-558. <https://www.jstor.org/stable/10.5951/jresmetheduc.46.5.0511>
- Bozkuş, F. (2020). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin incelenmesi* (Yayın Numarası: 656720) [Doktora Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi
- Braun, V., & Clarke, V. (2019). Psikolojide tematik analizin kullanımı (S. N. Şad, N. Özer & A. Atlı, Çevirenler). *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(2), 873-898. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.17m>
- Bufo, À., Llinares, S., Fernández, C., Coles, A., & Brown, L. (2022). Pre-service teachers' knowledge of the unitizing process in recognizing students' reasoning to propose teaching decisions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 425-443. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1777333>

- Cabral, J., Oliveira, H., & Mendes, F. (2021). Preservice teachers' mathematical knowledge about repeating patterns and their ability to notice preschoolers algebraic thinking. *Acta Scientiae*, 23(7), 30–59. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6302>
- Callejo, M. L., Pérez-Tyteca, P., Moreno, M., & Sánchez-Matamoros, G. (2022). The use of a length and measurement HLT by pre-service kindergarten teachers to notice children's mathematical thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(4), 597–617. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10163-4>
- Camci, F. (2018). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri* (Yayın Numarası: 494208) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Camci, F., Tanisli, D. & Eroğlu, D. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerdeki toplama-çıkarma konusundaki bilgilerinin yapılandırılmasına ilişkin tahmini öğrenme yol haritası. *Pamukkale University Journal of Education*. 45. 116-143. <https://doi.org/10.9779/PUJE.2018.225>
- Camci, F., & Tanışlı, D. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri. *Eğitim ve Bilim*, 45(204). <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2020.8464>
- Carraher, D. W. (2021). Extending a Euclidean model of ratio and proportion. *Research Square*. <https://doi.org/10.21203/RS.3.RS-300613/V1>
- Cazden, C. (2001). *Classroom discourse: The language of learning and teaching*. Portsmouth: Heinemann.
- Cengiz, N., & Rathouz, M. (2018). Making sense of equivalent ratios. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 24(3), 148–155. <https://doi.org/10.5951/mathteachmidscho.24.3.0148>
- Chandler, K. C. (2017). *Examining how prospective secondary mathematics teachers notice students' thinking on a paper and pencil task and a technological task* (Publication No: 10610681) [Doctoral Dissertation, North Carolina State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Clark, M., Berenson, S., & Cavey, L. (2003). A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 297–317. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00023-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00023-3)
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1
- Clements, D. H., Sarama, J., Spitler, M. E., Lange, A. A., & Wolfe, C. B. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: A large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(2), 127–166. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.2.0127>
- Clements, D. H., Sarama, J., Tatsuoka, C., Banse, H., & Tatsuoka, K. (2021). Evaluating a model for developing cognitively diagnostic adaptive assessments: The case of

- young children's length measurement. *Journal of Research in Childhood Education*. <https://doi.org/10.1080/02568543.2021.1895921>
- Common Core Standards Writing Team. (2011). Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics (draft): Ratios and proportional relationships, Grades 6-7. <https://www.semanticscholar.org/paper/Progressions-for-the-Common-Core-State-Standards-in/3043b6e4016764847a0f985b56fb72cf02c9911c>
- Confrey, J., & Carrejo, D. (2005). Ratio and fraction: The difference between epistemological complementarity and conflict. In J. Kilpatrick, C. Hoyle, & O. Skovsmose (Eds.), *Journal for Research in Mathematics Education Monograph: Medium and Meaning: Video Papers in Mathematics Education Research* (Vol. 13, pp. 67–93). NCTM. <https://www.jstor.org/stable/30037732>
- Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., & Myers, M. (2009). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. 1, pp. 345-353). Thessaloniki, Greece.
- Confrey, J. (2019). *Future of education and skills 2030: Curriculum analysis (A synthesis of research on learning trajectories/progressions in mathematics)* (EDU/EDPC (2018)44/ANN3). Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), Directorate for Education and Skills, Education Policy Committee. [https://one.oecd.org/document/EDU/EDPC\(2018\)44/ANN3/en/pdf](https://one.oecd.org/document/EDU/EDPC(2018)44/ANN3/en/pdf)
- Confrey, J., & Shah, M. (2021). Examining instructional change at scale using data from diagnostic assessments built on learning trajectories [Öğrenme yörüngelerine dayalı tanısal değerlendirme verilerini kullanarak geniş ölçekte öğretim değişikliğini inceleme]. *ZDM – Mathematics Education*, 53(6), 1265–1283. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01259-w>
- Confrey, J., Toutkoushian, E., & Shah, M. (2020). Working at scale to initiate ongoing validation of learning trajectory-based classroom assessments for middle grade mathematics [Ortaokul matematiği için öğrenme yörüngelerine dayalı sınıf değerlendirmelerinin sürekli doğrulama sürecini başlatmak amacıyla geniş ölçekte çalışma]. *The Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100818. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100818>
- Çopur-Gençtürk, Y., & Rodrigues, J. (2021). Content-specific noticing: A large-scale survey of mathematics teachers' noticing [Konuya-özel fark etme: Matematik öğretmenlerinin fark etme becerilerine yönelik büyük ölçekli bir araştırma]. *Teaching and Teacher Education*, 101, 103320. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103320>
- Corcoran, T., Mosher, F. A., & Rogat, A. (2009). *Learning progressions in science: An evidence-based approach to reform*. Consortium for Policy Research in Education. <https://doi.org/10.12698/cpre.2009.rr63>
- Cramer, K. A., Post, T. R., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 159-178). NCTM
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). SAGE Publications.

- Creswell, J. W. (2017). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (S. B. Demir, Çev.; 4. Basım). Eğiten Kitap. (2013)
- Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' beliefs structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(5), 325–346. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9120-5>
- Cross-Francis, D., Eker, A., Liu, J., Lloyd, K., & Bharaj, P. (2022). (Mis)alignment between noticing and instructional quality: The role of psychological and cognitive constructs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25(5), 599–632. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09509-0>
- Çelik, S. (2019). *Ortaokul matematik sınıflarındaki matematiksel söylemlerin oluşumunun incelenmesi* (Yayın Numarası: 597642) [Doktora Tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Çelikdemir, K. (2018). *Fostering preservice mathematics teachers' professional identity orientations through noticing practices in a video case-based community* (Publication No: 511162) [Doctoral dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Daro, P., Mosher, F. A., & Corcoran, T. (2011). *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction* (CPRE Research Report No. RR-68). Consortium for Policy Research in Education. <https://doi.org/10.12698/cpre.2011.rr68>
- Dışbudak-Kuru, Ö. (2023). *Supporting the development of prospective mathematics teachers' mathematical knowledge and professional noticing skills on the perimeter concept through the model grounded on the cycles of enactment and investigation* (Publication No: 836292) [Doctoral dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi
- Dışbudak-Kuru, Ö., Ucuzoğlu, A. N., Işıksal-Bostan, M., Yemen-Karpuzcu, S., & Tekin-Sitrava, R. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin mesleki fark etme becerileri: Dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin problem durumu. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 154-174. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.1093364>
- Dick, L. K. (2017). Investigating the relationship between professional noticing and specialized content knowledge. In E. O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 339–358). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_20
- Doğruel, A. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* (Yayın Numarası: 554504) [Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Doğruel, A. B., & Karakuş, F. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusuyla ilgili alan bilgilerinin incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(3), 885-904. <https://doi.org/10.32709/akusosbil.938560>

- Donovan, J. L. (2019). *An Examination Of Preservice Teachers' Use Of Learning Trajectories To Guide Instruction* (Publication No: 13805506) [Doctoral Dissertation, Wayne State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89-114. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9577-8>
- Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O., & Kayhan, M. (2005). An investigation on students' solution strategies for different proportional reasoning items. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81.
- Dündar, S., & Gündüz, N. (2015). Learning trajectories and place in mathematics education. *Elementary Education Online*, 14(3), 961-973. <https://doi.org/10.17051/ieo.2015.37113>
- Ebby, C. B., & Petit, M. (2017). Using learning trajectories to enhance formative assessment. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 22(6), 368-372. <https://www.jstor.org/stable/10.5951/mathteacmiddscho.22.6.0368>
- Edgington, C. (2012). Learning trajectories as a tool for mathematics lesson planning. In L. R. Van Zoest, J. Lo, & J. L. Kratky (Eds.), *Proceedings of the 34th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 805-812). Western Michigan University.
- Edgington, C. (2014). Teachers' use of a learning trajectory as a tool for mathematics lesson planning. In J. Lo, K. R. Leatham, & L. R. Van Zoest (Eds.), *Research trends in mathematics teacher education* (pp. 261-284). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02562-9_14
- Edgington, C., Wilson, P. H., Sztajn, P., & Webb, J. (2016). Translating learning trajectories into usable tools for teachers. *Mathematics Teacher Educator*, 5(1), 65-80. <https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.5.1.0065>
- Emre-Akdoğan, E. (2015). *Lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesi* (Yayın Numarası: 419381) [Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Emre-Akdoğan, E., Güçler, B. & Argün, Z. (2018). The development of two high school students' discourses on geometric translation in relation to the teacher's discourse in the classroom. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 14(5), 1605-1619. <https://doi.org/10.29333/ejmste/84885>
- Erath, K., Prediger, S., Quasthoff, U. & Heller, V. (2018). Discourse competence as important part of academic language proficiency in mathematics classrooms: the case of explaining to learn and learning to explain. *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 161-179.
- Erbay, H. N. (2018). *Matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerin video- kulüp uygulamalarıyla gelişim sürecinin incelenmesi* (Yayın Numarası: 518250) [Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Erdik, E. (2014). *A comparative analysis of noticing of mathematics teachers with varying teaching experience* (Publication No: 376488) [Master's Thesis, Boğaziçi University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. In M.G. Sherin, V. Jacobs, & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 17–34). New York, NY: Routledge.
- Eroğlu, D. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmini öğrenme yollarına dayalı öğretimlerindeki pedagojik yollarının desteklenmesi* (Yayın Numarası: 449977) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2021). Tahmini öğrenme yollarının uygulanması sürecinde matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanımlarının gelişimi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 10(1), 299-329. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.718210>
- Estapa, A. T., Amador, J., Kosko, K. W., Weston, T., de Araujo, Z., & Aming-Attai, R. (2018). Preservice teachers' articulated noticing through pedagogies of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(4), 387-415. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9367-1>
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teachers' noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 441-468. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1274>
- Friesen, M. E., & Kuntze, S. (2021). How context specific is teachers' analysis of how representations are dealt with in classroom situations? Approaching a context-aware measure for teacher noticing. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 181–193. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01204-3>
- Furtak, E. M., & Heredia, S. C. (2014). Exploring the influence of learning progressions in two teacher communities. *Journal of Research in Science Teaching*, 51(8), 982–1020. <https://doi.org/10.1002/tea.21156>
- Galiç, S. & Dost, Ş. (2023, October 28-30). *Noticing of Students' Mathematical Thinking and Teachers' Technological Competence*. 6th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education (TURCOMAT-6), Ankara.
- Galiç, S., Dost, S., & Lavicza, Z. (2024, September 3–6). Designing silent video tasks as a tool to support teacher noticing in mathematics education. In E. Faggiano, A. Clark-Wilson, M. Tabach, & H.-G. Weigand (Eds.), *Proceedings of the 17th ERME Topic Conference MEDA4* (pp. 185–190). University of Bari Aldo Moro, Bari, Italy.
- Gaudin, C., & Chaliès, S. (2015). Video viewing in teacher education and professional development: A literature review. *Educational Research Review*, 16, 41-67. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.06.001>
- Gavilán-Izquierdo, J. M., & Gallego-Sánchez, I. (2021). How an upper secondary school teacher provides resources for the transition to university: A case study. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), em0634. <https://doi.org/10.29333/iejme/10892>
- Gegenfurtner, A., Lewalter, D., Lehtinen, E., Schmidt, M., & Gruber, H. (2020). Teacher expertise and professional vision: Examining knowledge-based reasoning of pre-

- service teachers, in-service teachers, and school principals. *Frontiers in Education*, 5, Article 59. <https://doi.org/10.3389/feduc.2020.00059>
- Genç, G., & Erdem, A. R. (2016). Matematik öğretiminde olumlu söylem ortamı ve söylem analizi. *Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 6(10), 200–232. <http://opusjournal.net>
- Gold, R. L. (1958). Roles in sociological field observations. *Social Forces*, 36(3), 217–223. <https://doi.org/10.2307/2573808>
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). *A joint perspective on the role of representations in learning in mathematics education*. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning* (ss. 397-430). Lawrence Erlbaum.
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96(3), 606–633.
- Guo, Y., Yan, J., & Men, T. (2021). Chinese junior high school students' mathematical problem-posing performance. *ZDM – Mathematics Education*, 53(4), 905–917. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01240-7>
- Güçler, B. (2010). *Development of discourse on limits: Connecting history and classroom practice through a communicational approach to learning*. [Doctoral thesis, Michigan State University]. <https://doi.org/doi:10.25335/y0tf-9b04>
- Güler, M., Çekmez, E., & Çelik, D. (2020). Breaking with tradition: An investigation of an alternative instructional sequence designed to improve prospective teachers' noticing skills. *Teaching and Teacher Education*, 92, 103073. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103073>
- Güler, M., Taylan, R. D., Baki, M., Demirel, D., Çelik, D., Güzel, E. B., Aslan-Tutak, F., & Özaltun-Çelik, A. (2023). Supporting novice mathematics teachers: The impact of an e-mentoring and video-based professional development program on teachers' noticing skills. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 18(2), em0737. <https://doi.org/10.29333/iejme/13091>
- Güner, P. (2017). Investigating preservice middle school mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking in the context of lesson study (Publication No: 481532) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017a). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *Elementary Education Online*, 16(2). <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.304709>
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017b). Öğretmen adaylarının ders imecesi (lesson study) kapsamında matematiksel fark etme nitelikleri. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 36(1), 47–81. <https://doi.org/10.7822/omuefd.327389>
- Gürler-Karakoca, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi* (Yayın Numarası: 546138) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Gürsoy, P. (2019). *Bir matematik öğretmenin cebir öğretim sürecinden yansımalar: Fark etme becerisi* (Yayın Numarası: 550288) [Doktora Tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Güzel-Candan, D. (2019). *Okul öncesi öğretmen adaylarının eğitiminde öğrenme yörüngeleri modeli ile bir program geliştirme uygulaması* (Yayın Numarası: 585874) [Doktora Tezi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Harel, G., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1994). The impact of the number type on the solution of multiplication and division problems. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 185–241. <https://doi.org/10.1007/BF01273664>
- Hendrik, A. I., Lay, Y. O., & Amuntoda, Y. S. N. (2020). Study of hypothetical learning trajectories in mathematics learning. *Pancaran Pendidikan FKIP Universitas Jember*, 9(3), 67–80. <https://doi.org/10.25037/pancaran.v9i3.301>
- Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics*, 83(3), 341–368. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9457-z>
- Hino, K., & Funahashi, Y. (2022). Teachers’ guidance of students’ focus toward lesson objectives: How does a competent teacher make decisions in the key interactions?. *ZDM – Mathematics Education*, 54(2), 343–357. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01345-7>
- Ho, W. K., Lim, S. H., Tay, E. G., Leong, Y. H., & Teo, K. M. (2019). Passing a proof message: Student-teacher communication through a commognitive lens. In G. Hine, S. Blackley, & A. Cooke (Eds.), *Proceedings of the 42nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 700–706). Perth, Western Australia.
- Hoth, J., Larrain, M., & Kaiser, G. (2022). Identifying and dealing with student errors in the mathematics classroom: Cognitive and motivational requirements. *Frontiers in Psychology*, 13, Article:1057730. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1057730>
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2019). Principles in the design of tasks to support pre-service teachers’ noticing enhancement. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien, & P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 408–415). PME.
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers’ noticing of students’ mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>
- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers’ professional discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>
- Jacobs, V. R. (2017). Complexities in Measuring Teacher Noticing: Commentary. In: Schack, E., Fisher, M., Wilhelm, J. (Eds) *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks. Research in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_16

- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM Mathematics Education*, 48(2), 185–197. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0>
- Jacobs, V. R., Empson, S. B., Jessup, N.A., Dunning, A., Pynes, D. A., Krause G. & Franke T.M., (2024). Profiles of teachers' expertise in professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 27, 295–324. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09558-z>
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C. & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>
- Jacobs, V. R. & Philipp, R. A. (2010). Supporting children's problem solving [Çocukların problem çözmesini destekleme]. *Teaching Children Mathematics*, 17, 98-105.
- Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K–12 mathematics teaching. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, (pp. 766–792). National Council of Teachers of Mathematics.
- Jessup, N. A. (2018). *Understanding teachers' noticing of children's mathematical thinking in written work from different sources* (Publication No: 10838739) [Doctoral Dissertation, The University of North Carolina at Greensboro]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Johnson, J. T. (1948). Are ratios fractions? *The Elementary School Journal*, 48(7), 374–378. <https://doi.org/10.1086/457882>
- Jong, C., Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J., & Dueber, D. (2021). What role does professional noticing play? Examining connections with affect and mathematical knowledge for teaching among preservice teachers. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 151–164. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01210-5>
- Kabael, T. & Baran, A. A. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 15(3), 868-881.
- Kalathil, R. R. (2004). *Investigating the structure of discourse for reform-based mathematics classrooms* (Publication No: 3156595) [Doctoral Dissertation, Northwestern University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 237–287). State University of New York Press.
- Karaca, H. (2019). Oran-orantı ve orantısal akıl yürütme. In E. Ertekin & M. Ünlü (Eds.), *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi* (ss. 505-538). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Kastberg, S. E., D'Ambrosio, B. S., Lynch-Davis, K., Mintos, A., & Krawczyk, K. (2014). CCSSM challenge: Graphing ratio and proportion. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 19(5), 294–300. <https://doi.org/10.5951/mathteachmidscho.19.5.0294>
- Keppens, K., Consuegra, E., de Maeyer, S., & Vanderlinde, R. (2021). Teacher beliefs, self-efficacy, and professional vision: Disentangling their relationship in the

- context of inclusive teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 53(3), 314–332. <https://doi.org/10.1080/00220272.2021.1881167>
- Kersting, N. B., Smith, J. E., & Vezino, B. (2021). Using authentic video clips of classroom instruction to capture teachers' moment-to-moment perceiving as knowledge-filtered noticing. *ZDM Mathematics Education*, 53(1), 109–118. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01201-6>
- Kılıç, H. (2018). Pre-service mathematics teachers' noticing skills and scaffolding practices. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(2), 377–400. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9784-0>
- Kosko, K. W., Ferdig, R. E., & Zolfaghari, M. (2021). Preservice teachers' professional noticing when viewing standard and 360 video. *Journal of Teacher Education*, 72(3), 284–297. <https://doi.org/10.1177/0022487120939544>
- Kosko, K. W., Ferdig, R. E., Lenart, C., Heisle, J., & Guan, Q. (2024). Exploring teachers' eye-tracking data and professional noticing when viewing a 360 video of elementary mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09667-x>
- König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A. K., Yang, X., & Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational Research Review*, 36, 100453. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100453>
- Krupa, E., Huey, M., Lesseig, K., Casey, S., & Monson, D. (2017). Investigating secondary preservice teacher noticing of students' mathematical thinking. In E. O. Schack, M. H. Fisher & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 49-72). London, UK: Springer.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41-61. <https://doi.org/10.2307/749385>
- Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (4th ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003008057>
- LaRochelle, R. M. (2018). Secondary teachers' professional noticing of students' mathematical thinking (Publication No: 10823604) [Doctoral Dissertation, University of California San Diego & San Diego State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Lee, M. Y. (2021). Using a technology tool to help pre-service teachers notice students' reasoning and errors on a mathematics problem. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 135–149. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01189-z>
- Lee, M. Y., & Choy B. H. (2017). Mathematical teacher noticing: The key to learning from lesson study. In E. Schack, M. Fisher, & J. Wilhelm (Eds.), *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks. Research in Mathematics Education* (pp. 121-140). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-46753-5_8

- Lee, M. Y., & Lee, J.-E. (2021). Pre-service teachers' selection, interpretation, and sequence of fraction examples. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(3), 539–558. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10062-0>
- Legesse, M., Luneta, K., & Ejigu, T. (2020). Analyzing the effects of mathematical discourse-based instruction on eleventh grade students' procedural and conceptual understanding of probability and statistics. *Studies in Educational Evaluation*, 67, 100918. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2020.100918>
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (Vol. 2, pp. 93–118). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lestari, A. S. B., Nusantara, T., Susiswo, S., Chandra, T. D., & Indrawatiningsih, N. (2021). Exploring the argumentation skills of prospective teachers based on commognitive. *TEM Journal*, 10(3), 1370–1376. <https://doi.org/10.18421/TEM103-46>
- Levin, D. M., Hammer, D., & Coffey, J. E. (2009). Novice teachers' attention to student thinking. *Journal of Teacher Education*, 60(2), 142–154. <https://doi.org/10.1177/0022487108330245>
- Lobato, J., Ellis, A. B., & Charles, R. I. (2014). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics* (4th ed.). National Council of Teachers of Mathematics.
- Maloney, A., & Confrey, J. (2010). The construction, refinement, and early validation of the equipartitioning learning trajectory. In K. Gomez, L. Lyons, & J. Radinsky (Eds.), *Learning in the disciplines: Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences (ICLS 2010), Volume 1, Full Papers* (pp. 968–975). International Society of the Learning Sciences.
- Maloney, A. P., Confrey, J., & Nguyen, K. H. (Eds.). (2014). *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education*. Information Age Publishing.
- Márquez, M., Fernández, C., & Callejo, M. (2021). Pre-service primary school teachers' knowledge and their interpretation of students' answers to a measurement division problem with fractions. *Mathematics*, 9(24), 3163. <https://doi.org/10.3390/math9243163>
- Martinez, R., & Ji Yeong I. (2018). Four ways to determine equivalent ratios. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 24(1), 48–52. <https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.24.1.0048>
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. New York: Routledge.
- McCool, J. K. (2009). *Measurement learning trajectories: A tool for professional development* (Publication No: 3399297) [Doctoral Dissertation, Illinois State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- McDuffie, A. R., Foote, M. Q., Bolson, C., Turner, E. E., Aguirre, J. M., Bartell, T. G., Drake, C., & Land, T. (2014). Using video analysis to support prospective K-8 teachers' noticing of students' multiple mathematical knowledge bases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(3), 245–270. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9257-0>

- Mercado, J. (2017). Broadening Participation in Mathematics: A Study of Secondary Mathematics Teachers and Noticing for Equity. (Publication No: 10633444) [Doctoral Dissertation, University of California, Irvine]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Mercer, N. (1995). The guided construction of knowledge: Talk amongst teachers and learners. *Multilingual Matters*.
- Merriam, S. B. (2018). Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber (S. Turan, Çev.; 3. Basım). Nobel Yayıncılık. (2009)
- Miller, K. F. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video based research in other fields. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 51-65). NY: Routledge.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). Matematik dersi (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Mitchell, R. N., & Marin, K. A. (2015). Examining the use of a structured analysis framework to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 551-575
- Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G., Callejo, M. L., Pérez-Tyteca, P., & Llinares, S. (2021). How prospective kindergarten teachers develop their noticing skills: The instrumentation of a learning trajectory. *ZDM-Mathematics Education*, 53(1), 57–72. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01234-5>
- Moschkovich, J. (2003). What counts as mathematical discourse? In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th International Group for the Psychology of Mathematics Education Conference* (Vol. 3, pp. 325–332). PME.
- Myers, M. (2014). *The use of Learning Trajectory Based Instruction (LTBI) in supporting equitable teaching practices in elementary classrooms: A multi-case study* (Publication No: 3647665) [Doctoral Dissertation, North Carolina State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- Nguyen, K.H. (2010). *Investigating the role of equipartitioning and creating internal units in the construction of a learning trajectory for length and area* [Doctoral Dissertation, North Carolina State University]. repository.lib.ncsu.edu/server/api/core/bitstreams/e9e39b1e-35e5-458f-8085-f61642b9800d/content
- Nickerson, S., Lamb, L., & LaRochelle, R. (2017). Challenges in measuring secondary mathematics teachers' professional noticing of students' mathematical thinking. In E. O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 381-398).

- Oktavia, R. (2013). *Identifying developmental levels and learning trajectories in statistics for grade 6-12 students* (Publication No: 3577794) [Doctoral Dissertation, Texas State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Olson, T. A., Olson, M., & Slovin, H. (2015). Putting essential understanding of ratios and proportions into practice in grades 6–8. In T. A. Olson, M. Olson, & H. Slovin (Eds.), *National Council of Teachers of Mathematics* (p. 142). NCTM.
- Özaltun-Çelik, A. (2018). *İkinci dereceden fonksiyonlara ilişkin varsayımsal öğrenme yollarının ve öğretim dizisinin tasarlanması* (Yayın Numarası: 505796) [Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Özdemir-Baki, G. (2020). Video kulüp sürecine katılan öğretmenlerin deneyimlerini yansıtan bir fenomenografi araştırması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 14(2), 1142–1188. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.793164>
- Özdemir-Baki, G., & Işık, A. (2018). Öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik öğretmenlerin farkındalık düzeylerinin incelenmesi: Ders imcesi modeli. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi (TÜRKBİLMAT)*, 9(1), 122-146. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.359103>
- Özden, D. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına ilişkin öğrenme süreçlerinin incelenmesi: tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı bir öğretim deneyi* (Yayın Numarası: 590614) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Özel, Z. (2019). *Investigation into prospective middle school mathematics teachers' noticing of students' algebraic thinking within the context of pattern generalization*. (Yayın Numarası: 560514) [Master's Thesis, Bogazici University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Öztürk, A., & Özgeldi, M. (2024). Teacher noticing skills in mathematics education: A meta-synthesis of recent studies. *Pedagogical Perspective*, 3(2), 358-384. <https://doi.org/10.29329/pedper.2024.81>
- Park, J. (2011). *Calculus instructors' and students' discourses on the derivative* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Michigan State University.
- Pascoe, A. (2016). *Learning to notice and use student thinking in undergraduate mathematics courses* (Publication No: 10168408) [Master's Thesis, Michigan Technological University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Petit, M. M., Laird, R. E., Wyneken, M. F., Huntoon, F. R., Abele-Austin, M. D., & Sequeira, J. D. (2020). *A focus on ratios and proportions: Bringing mathematics education research to the classroom*. Taylor & Francis Group.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Information Age Publishing.
- Piccolo, D. L., Harbaugh, A. P., Carter, T. A., Capraro, M. M., & Capraro, R. M. (2008). Quality of instruction: Examining discourse in middle school mathematics instruction. *Journal of Advanced Academics*, 19(3), 376–410. <https://doi.org/10.4219/jaa-2008-809>

- Pişkin-Tunç, M. (2020, Nisan). Investigation of middle school students' solution strategies in solving proportional and non-proportional problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 11(1), (pp. 1-14). <https://doi.org/10.16949/turkbilmate.560349>
- Pişkin-Tunç, M. & Çakıroğlu, E. (2022). Fostering prospective mathematics teachers' proportional reasoning through a practice-based instruction. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 269–288. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1844909>
- Polly, D., McGee, J., Wang, C., Lambert, R., Pugalee, D., & Johnson, S. (2013). The association between teachers' beliefs, enacted practices, and student learning in mathematics. *Mathematics Educator*, 22(2), 11–30.
- Rahmi, F., Samporno, P. D., & Ambarwati, L. (2020). Probability learning trajectory: Students' emerging relational understanding of probability through ratio. *The 7th South East Asia Design Research International Conference (SEADRIC 2019), 25-27 July 2019, Yogyakarta, Indonesia. Journal of Physics: Conference Series*, 1470(1), 012067. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1470/1/012067>
- Rassi, D. (2020). *Opportunities to notice and factors influencing preservice mathematics teachers' noticing* (Publication No: 28022404) [Doctoral Dissertation, Illinois State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Ripardo, R. B. (2017). Teaching mathematics from the perspective of Mathematics as a discourse. *Ciência & Educação (Bauru)*, 23(4), 899-915. <https://doi.org/10.1590/1516-731320170040014>
- Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Yeh, C., & Kaiser, G. (2021). Professional noticing: An overview and discussion. In L. C. Van Zoest, J.-J. Lo, & J. L. Kratky (Eds.), *Professional noticing of children's mathematical thinking* (pp. 1-22). NCTM
- Santagata, R., König, J., Scheiner, T., Nguyen, H., Adleff, A. K., Yang, X., & Kaiser, G. (2021). Mathematics teacher learning to notice: A systematic review of studies of video-based programs. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01216-z>
- Sarı-Arkan, S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmeninin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi* (Yayın Numarası: 590758) [Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Sayın, A. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin uyguladıkları öğretim programına yönelik farkındalıklarının incelenmesi* (Yayın Numarası: 602422) [Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Sánchez, V. & García, M. (2014). Sociomathematical and mathematical norms related to definition in pre-service primary teachers' discourse. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 305-320. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9516-0>
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379–397. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9240-9>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (2011). Noticing matters. A lot. Now what? In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 223-238). Routledge.
- Sevinç, S., & Galindo, E. (2022). Noticing student mathematical thinking: Self-contemplation of a pre-service teacher. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 154–169. <https://doi.org/10.30935/scimath/11489>
- Sfard, A. (2000). Steering (dis)course between metaphors and rigor: Using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3(31), 296-327. <https://doi.org/10.2307/749809>
- Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *The Journal of the Learning Sciences*, 16(4), 565–613. <https://doi.org/10.1080/10508400701525253>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2020). Commognition. In Lerman, S. (Eds) *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 95-101). Springer.
- Sherin, M. G. & Han, S. (2004). Teacher learning in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 20(2), 163-183. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2003.08.001>
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37. <https://doi.org/10.1177/0022487108328155>
- Sherin, B., & Star, J. R. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 66–78). Routledge.
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R. & Philipp, R. A. (2011). Situating the study of teacher noticing. In M.G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 3-13). Routledge.
- Sherin, M. G., Dyer, E. B., & Source, D. A. (2017). Teacher self-captured video: Learning to see. *Phi Delta Kappa International*, 98(7), 49–54. <https://doi.org/10.1177/0031721717702626>
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (2), 114-145. <https://doi.org/10.2307/749205>
- Simon, M. (2000). Research on mathematics teacher development: The teacher development experiment. In A. Kelly, and R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Simon, M. A., Kara, M., & Placa, N. (2018). Promoting reinvention of a multiplication-of-fractions algorithm: A study of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, 52, 174-187. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.03.007>

- Sinclair, N. and Yurita, V. (2008). To be or to become: How dynamic geometry changes discourse. *Research in Mathematics Education*, 10(2), 135-150. <https://doi.org/10.1080/14794800802233670>
- Siyepu, S. W. and Ralarala, M. K. (2014). Making sense of mathematical discourse: Implications for success in the learning of differentiation in a university classroom. Special edition of *Alternation: Interdisciplinary Journal for the study of the Arts and Humanities in Southern Africa*, 12, 326-357.
- Soyak, Ö. (2023). *Developing prospective teachers' professional noticing of students' proportional reasoning through video case enhanced learning environment* (Publication No: 814624) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of mathematics teacher education*, 11(2), 107-125
- Stockero, S. L., & Rupnow, R. L. (2017). Measuring noticing within complex mathematics classroom interactions. In E. O. Schack, M. H. Fisher, & J. A. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 281-301). Springer, Cham.
- Suh, J., & Seshaiyer, P. (2015). Examining teachers' understanding of the mathematical learning progression through vertical articulation during Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(3), 207–229. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9282-7>
- Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P. H., & Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction: Toward a theory of teaching. *Educational Researcher*, 41(5), 147–156. <https://doi.org/10.3102/0013189X12442801>
- Sztajn, P., & Wilson, P. H. (Eds.). (2019). *Learning trajectories for teachers: Designing effective professional development for math instruction*. Teachers College Press.
- Şahin-Doğruer, Ş. (2018). *Developing eighth grade students' mathematical practices in solids through argumentation: a design-based study* (Publication No: 510532) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Şahin-Doğruer, Ş., Işıksal, M. & Koç, Y. (2015). Beşinci sınıf matematiksel söylem üzerine bir durum çalışması. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 14(1), 299-322. <https://doi.org/10.21547/jss.256779>
- Şahin, M., & Karakuş, F. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örneklere ilişkin görüşlerinin incelenmesi. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (AUJEF)*, 7(4), 1213-1234. <https://doi.org/10.34056/aujef.1108729>
- Şen, C. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda alan ve öğretme bilgisi. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(1), 309-328. <https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.946955>
- Şermetoğlu, H. (2018). *Oran ve orantı konusu öğretim sürecinin bir matematik öğretmenin fark etme becerisi bağlamında incelenmesi* (Yayın Numarası: 504916) [Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Göksu-Şimşek, M. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin kavram yanlışları ve öğrenci zorlukları esas alınarak oluşturulan limit dersi videoları kullanılarak incelenmesi* (Yayın Numarası: 570736) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Tanişlı, D. (2016). Satır aralarını okuma sanatı: Söylem çözümlemesi ve matematik eğitimi. E. Bingölbalı, S. Arslan ve Ö.İ., Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 901-915). Pegem Akademi.
- Tanişlı, D., Türkmen, H., Turgut, M., & Köse, N. (2020). How a teacher professional development program influences students' algebra performance? Reflections from a web-based platform. *Journal of Pedagogical Research*, 4(3), 1–15. <http://dx.doi.org/10.33902/JPR.2020464571>
- Tataroğlu-Taşdan, B. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 10(1), 232-259. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.451136>
- Teuscher, D., Leatham, K. R. ve Peterson, B. E. (2017). From a framework to a lens: Learning to notice student mathematical thinking. In E. O. Schack, M. H. Fisher ve J. A. Wilhelm (Ed.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts and frameworks* (s. 31-48). Springer.
- The Math Door. (N.d.). <https://www.themathdoor.com>
- Thomas, J., Jong, C., Fisher, M. H., & Schack, E. O. (2017). Noticing and knowledge: Exploring theoretical connections between professional noticing and mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Educator*, 26(2), 3–25.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). Macmillan.
- Toluk-Uçar, Z. & Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 9(2), 242–260. <https://doi.org/10.30831/akukeg.326548>
- Toscano, R., Gavilán-Izquierdo, J. M. and Sánchez, V. (2019). A study of pre-service primary teachers' discourse when solving didactic-mathematical tasks. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(11), 1-16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108631>
- Tün, S.S. (2018). *An investigation of mathematics preservice teachers' noticing skills* (Publication No: 540475) [Master's Thesis, Boğaziçi University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Türk, Y. (2020). *Ders imcesinin öğretmen adaylarının öğrencinin öğrenmelerine yönelik farkındalık becerilerine etkisi* (Yayın Numarası: 627057) [Doktora Tezi, Trabzon Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Türker-Biber, B., Yetkin-Özdemir, İ. E., & Lesh, R. (2023). Teacher noticing of students' thinking in the context of mathematical modeling activities related to statistics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 21(7), 1797–1818. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10328-9>
- Türkmen, H. (2019). *Megedep platformunu kullanan öğretmenlerin sınıf uygulamalarının yansıması: Öğrencilerin cebir başarılarının değerlendirilmesi*

- (Yayın Numarası: 579568) [Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Uça, S. (2014). *Öğrencilerin ondalık kesirleri anlamlandırmasında gerçekçi matematik eğitimi kullanımı: Bir tasarı araştırması* (Yayın Numarası: 366594) [Doktora Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Uğurel, I. (2010). *Ortaöğretim matematik programının temel öğeleri çerçevesinde öğrencilerin ispat kavramına yönelik matematiksel bilgilerini nasıl düzenlediklerinin söylem çözümlemesi ile belirlenmesi* (270098) [Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Uygun, T. (2016). *Developing mathematical practices in a social context: A hypothetical learning trajectory to support preservice middle school mathematics teachers' learning of triangles* (Yayın Numarası: 439245) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2020). Oranlar, orantılar ve orantısal akıl yürütme (Bölüm 17). İçinde S. Durmuş (Çev. Ed.), *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (10. baskıdan çeviri). Nobel Yayıncılık.
- van den Kieboom, L. A. (2021). Using reflective journals to characterize pre-service teacher professional noticing skills. *The Teacher Educator*, 56(4), 347–371. <https://doi.org/10.1080/08878730.2021.1914255>
- Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-595.
- Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2006). How different video club designs support teachers in “learning to notice”. *Journal of computing in teacher education*, 22(4), 125-135.
- Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers “learning to notice” in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24, 244-276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>
- Van Es, E. A. & Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers’ thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 155-176. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9130-3>
- Van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers’ eyes* (pp. 134-151). Routledge.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes* (pp. 127-174). Academic Press.
- Walkoe, J. D. K. (2013). *Investigating teacher noticing of student algebraic thinking* (Publication No: 3556673) [Doctoral Dissertation, Northwestern University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 523–550. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9289-0>

- Wallin, A. J., & Amador, J. M. (2019). Supporting secondary rural teachers' development of noticing and pedagogical design capacity through video clubs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(6), 515–540. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9397-3>
- Wang, S. (2013). The use of discursive analysis for understanding prospective teachers' geometric thinking. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, p. 191). Kiel, Germany.
- Wang, S. & Kinzel, M. (2014). How do they know it is a parallelogram? Analysing geometric discourse at van Hiele Level 3. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 288–305. <https://doi.org/10.1080/14794802.2014.933711>
- Weber, E., & Lockwood, E. (2014). The duality between ways of thinking and ways of understanding: Implications for learning trajectories in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 35, 44–57. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.05.002>
- Weber, E., Walkington, C., & McGalliard, W. (2015). Expanding Notions of “Learning Trajectories” in Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(4), 253–272. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.1083836>
- Weiland, I. S. & Amador, J. M. (2015). Lexical and indexical conversational components that mediate Professional noticing during lesson study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1339–1361. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1392a>
- Weyers, J., König, J., Scheiner, T., Santagata, R., & Kaiser, G. (2024). Teacher noticing in mathematics education: A review of recent developments. *ZDM – Mathematics Education*, 56(1), 249–264. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01527-x>
- Wickstrom, M. H. (2014). *An examination of teachers' perceptions and implementation of learning trajectory based professional development* (Publication No: 3623483) [Doctoral Dissertation, Illinois State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Wickstrom, M. H., & Langrall, C. W. (2020). The case of Mrs. Purl: Using a learning trajectory as a tool for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(1), 97–125. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9412-8>
- Wilson, P. H. (2009). *Teachers' uses of a learning trajectory for equipartitioning*. [Doctoral Dissertation, North Carolina State University]. ProQuest Dissertations and Theses Global.
- Wilson, P. H., Mojica, G. F., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 103–121. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.12.003>
- Wilson, P. H., Sztajn, P., & Edgington, C. (2013). Designing professional learning tasks for mathematics learning trajectories. *PNA*, 7(4), 135–143. <https://doi.org/10.30827/pna.v7i4.6125>
- Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., & Confrey, J. (2014). Teachers' use of their mathematical knowledge for teaching in learning a mathematics learning trajectory.

- Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(2), 149–175.
<https://doi.org/10.1007/s10857-013-9256-1>
- Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., Webb, J., & Myers, M. (2017). Changes in teachers' discourse about students in a professional development on learning trajectories. *American Educational Research Journal*, 54(3), 568–604.
<https://doi.org/10.3102/0002831217693801>
- Yang, X., Kaiser, G., König, J., & Blömeke, S. (2020). Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practice in China. *ZDM- Mathematics Education*, 52(2), 281–294. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01145-x>
- Yang, X., Kaiser, G., König, J., & Blömeke, S. (2021a). Relationship between Chinese mathematics teachers' knowledge and their professional noticing. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(4), 815–837.
<https://doi.org/10.1007/s10763-020-10089-3>
- Yang, X., König, J., & Kaiser, G. (2021b). Growth of professional noticing of mathematics teachers: A comparative study of Chinese teachers noticing with different teaching experiences. *ZDM – Mathematics Education*, 53(1), 29–42.
<https://doi.org/10.1007/s11858-020-01217-y>
- Yazıcı-Kılıçoğlu, B. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin gerçek sınıf ortamı ders videoları kullanılarak incelenmesi* (Yayın Numarası: 570612) [Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, K. (2020). *The noticing skills of novice mathematics teachers who have different teacher perspectives* (Publication No: 653136) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Yıldırım-Bozcuoğlu, D. (2020). *Web tabanlı portalda tahmini öğrenme yol haritalarına dayalı profesyonel gelişim programı: Matematik öğretmenlerinin pedagojik kavramlarındaki gelişimleri* (Yayın Numarası: 624167) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Yıldırım-Bozcuoğlu, D., Köse, N., & Tanışlı, D. (2024). The use of a web-based training system in the professional development of a mathematics teacher. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Erken çevrim içi görünüm. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2423810>
- Yıldız-Şentürk, B. (2018). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının bir matematik sınıfına yönelik farkındalıkları* (Yayın Numarası: 503276) [Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Yılmaz, N. (2019). *The effect of the hypothetical learning trajectories and the contribution of eye-tracking technology in understanding young children's mathematical patterning recognition and generalization* (Publication No: 602294) [Doctoral Dissertation, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.

- Yeşil, D. (2021). *Bir ortaokul matematik öğretmenin fark etme becerisi bağlamında mesleki gelişimi* (Yayın Numarası: 683359) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Zapatera-Llinares, A. (2022). Prospective teachers' use of conceptual advances of learning trajectories to develop their teaching competence in the context of pattern generalization. *Mathematics*, 10(12), 1974. <https://doi.org/10.3390/math10121974>
- Zayyadi, M., Nusantara, T., & Lanya, H. (2022). The commognitive perspective of teaching skills of prospective mathematics teachers in microteaching subjects. *Jurnal Elemen*, 8(1), 43–54. <https://doi.org/10.29408/jel.v8i1.4129>



EK-1a. Ön Görüşme Soruları

Sayın meslektaşım,

Bu görüşme formu Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Prof. Dr. Dilek TANIŞLI danışmanlığında yürütülmekte olan “Bir Matematik Öğretmeninin Fark etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi” başlıklı Doktora Tezine veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Görüşme sorularına vereceğiniz yanıtlar yalnızca araştırma amaçları doğrultusunda kullanılacak; bilimsel amaçlar dışında herhangi bir kişi, kurum ya da kuruluşlarla paylaşılmayacaktır. Araştırmaya sağlayacağınız çok önemli katkı ve desteğiniz için teşekkür ederim.

Ayşe İLHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Programı Doktora Öğrencisi

Tarih: / / **Saat:**

Görüşme süresince ses kaydı yapılmasına izin veriyor musunuz? ☐Evet ☐Hayır

A. DEMOGRAFİK BİLGİLER

1. Cinsiyetiniz	☐ Kadın	☐ Erkek		
2. Doğum tarihiniz				
3. Eğitim durumunuz	☐ Lisans	☐ Y. Lisans	☐ Doktora	
4. Mezun olduğunuz üniversite/fakülte/bölüm/yıl				
5. Matematik öğretmenliğinde kıdeminiz	yıl			
6. Şu an çalıştığınız okulda görev süreniz	yıl			
7. Hangi tür okullarda görev yaptınız	☐ Kamu	☐ Özel	☐ Ortaokul	☐ Lise
8. Şu an hangi kademelerde derse giriyorsunuz?	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8
9. Okul dışında öğretmenlik deneyiminiz var mı?	☐ Etüt merkezi vb ☐ Özel ders ☐ Diğer			

B. DÜŞÜNCE VE YAKLAŞIMLARI

Matematik Eğitimi/Öğretimine Yönelik Sorular
1. Matematik hakkında ne düşünüyorsunuz?
2. Matematik eğitimi ve öğretimi hakkında ne düşünüyorsunuz? - Sizce ideal matematik öğretimi ve öğrenimi nasıl olmalıdır?
3. Matematik öğretiminde odak ne olmalıdır? - Bir matematik öğretmenin öğretiminde dikkat etmesi gereken nokta(lar) ne(ler) olmalıdır?
4. Matematik öğretiminde hedef(ler)inizi nasıl tanımlarsınız? Uzun vadeli hedefler ve kısa vadeli hedefler bağlamında açıklar mısınız?

Mesleki Gelişime Yönelik Sorular

1. Mesleki gelişiminiz için öğretmen yetiştirme programları ve hizmet içi programlar hakkında ne düşünüyorsunuz?
2. Lisans eğitiminizde matematik ve matematik eğitimi alanında hangi derslerini aldınız?
- Öğretiminiz için hangi derslerin faydalı olduğunu düşünüyorsunuz? Neden?
3. Lisans eğitiminiz sırasında matematiğe ve/veya matematik eğitimine ilişkin herhangi kursa, seminere, çalıştaya, sempozyuma vd. katıldınız mı?
☐ *Evet ise, bunlardan bahseder misiniz?*
- Öğretiminize katkı sağladığını düşünüyor musunuz?
☐ *Hayır ise, katılmama neden(ler)iniz ne(ler)dir? (düzenlenmedi, ilgi çekmeyen konular, habersiz olma, vd.)*
4. Lisans eğitiminizden sonra matematiğe ve/veya matematik eğitimine ilişkin herhangi eğitim, kursa, seminere, çalıştaya, sempozyuma vd. katıldınız mı?
☐ *Evet ise, bunlardan bahseder misiniz?*
- Öğretiminize katkı sağladığını düşünüyor musunuz?
☐ *Hayır ise, katılmama neden(ler)iniz ne(ler)dir? (ilgi çekmeyen konular, dersler, ulaşım, habersiz olma, vd.)*
5. Mesleki gelişiminizde yararlandığınız diğer kaynaklar, kendinizi geliştirme yollarınız nelerdir?
☐ *Deneyim*
☐ *Hizmet içi eğitimler*
☐ *Kendi araştırmalarım*
☐ *Zümre iş birliği*
☐ *Projeler*
☐ *Diğer*
6. Öğretmenliğe yeni başladığınızda, matematik öğretirken hangi zorluk(lar)la karşılaştınız?
☐ *Bir konu veya kavram öğretimi*
☐ *Etkinlik planlama*
☐ *Soru seçme veya örnek bulma*
☐ *Öğrenci düşüncesini, stratejisini anlama, yorumlama*
☐ *Öğrenciye yanıt verme*
☐ *Değerlendirme*
☐ *Diğer*
- Bu zorluk(lar)la nasıl başa çıktınız?
7. Bir matematik öğretmeni olarak şu an matematik öğretimi özelinde kendinizi zayıf hissettiğiniz ve/veya iyileştirmek istediğiniz noktalar var mı?
☐ *Evet ise, bunlardan bahseder misiniz?*
- Bu durumlarla nasıl başa çıkıyorsunuz?

EK-1b. Ön Görüşme Soruları

Öğretim Uygulamalarına Yönelik Sorular
1. Öğretiminizi belirleyen faktörler neler?
2. Öğretim sürecinize yönelik hedef(ler)iniz ne(ler)dir?
3. Öğretiminizde neleri dikkate alırsınız?
4. Ders öncesinde plan veya hazırlık yapar mısınız? ☐ <i>Evet ise, plan/hazırlıklarınızda odağınız ne(ler) olur? Neden?</i> ☐ <i>Hayır ise, dersinizi işlerken odağınız ne(ler) olur? Neden?</i> ☐ <i>Kazanımlar</i> ☐ <i>Öğretim stratejisi: Hangi stratejileri kullanırsınız, neden?</i> ☐ <i>Uygulayacağınız etkinlik(ler): Ne tür etkinlikler seçersiniz, seçerken nelere dikkat edersiniz?</i> ☐ <i>Kullanacağınız örnek(ler): Ne tür örnekler seçersiniz, seçerken nelere dikkat edersiniz?</i> ☐ <i>Çözeceğiniz soru(lar): Ne tür sorular seçersiniz, seçerken nelere dikkat edersiniz?</i> ☐ <i>Öğrenci düşüncesi: Biraz daha açar mısınız?</i> ☐ <i>Öğrencilerin ön bilgisi: Biraz daha açar mısınız?</i> ☐ <i>Sınıf içi etkileşim</i> ☐ <i>Matematiksel terminoloji doğru kullanmak</i> ☐ <i>Değerlendirme</i> ☐ <i>Diğer</i>
5. a. Sınıf içi etkinlik/ev ödevi/proje vb. öğretim materyallerini, öğretim içeriğini nasıl seçersiniz? b. Kendinizi eksik ya da zayıf hissettiğiniz zamanlar oluyor mu? ☐ <i>Evet ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
6. a. Dersleriniz için kaynak olarak ne(ler) kullanırsınız? ☐ <i>Ders kitabı</i> ☐ <i>Yardımcı Kaynaklar</i> ☐ <i>Online platformları (EBA, Okulistik vd.)</i> ☐ <i>Matematik Yazılımları (Geogebra, Cabri, Sketchpad vb.)</i> ☐ <i>Diğer</i> b. Bunları tercih etme nedenlerinizi açıklar mısınız?
7. a. Bir dersin hedeflediğiniz gibi geçip geçmediğini nasıl anlarsınız? Dersin değerlendirmesini nasıl yaparsınız?

EK-1c. Ön Görüşme Soruları

Öğrenci Düşüncesine Yönelik Sorular
1. Öğretiminizde öğrencilerinizin matematiksel düşüncelerine, stratejilerindeki matematiksel ayrıntılara dikkat eder misin? Evet ise nasıl? - Kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz? - Kendinizi eksik ya da zayıf hissettiğiniz zamanlar oluyor mu? ☐ <i>Evet ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
2. Öğretiminizde öğrencilerinizin matematiksel düşüncelerini nasıl yorumlarsınız? - Kendinizi bu konuda yeterli görüyor musunuz? ☐ <i>Evet ise, kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz?</i> ☐ <i>Hayır ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
3. Öğretiminizde öğrencilerinizin matematiksel bir fikrine, yanıtına, stratejisine nasıl yanıt verirsiniz? - Kendinizi bu konuda yeterli görüyor musunuz? ☐ <i>Evet ise, kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz?</i> ☐ <i>Hayır ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
4. a. Öğretiminizde öğrencilerinizin bir konu ya da kavramla ilgili öğrenme ilerleyişini dikkate alır mısınız? Evet ise nasıl? b. Kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz? c. Kendinizi eksik ya da zayıf hissettiğiniz zamanlar oluyor mu? ☐ <i>Evet ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
5. a. Öğrencilerinizin matematiksel düşüncelerini, anlayışlarını, öğrenmekte zorluk yaşadıkları durumları, hata ve (veya) kavram yanlışlarını nasıl belirlersiniz? b. Kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz? c. Kendinizi eksik ya da zayıf hissettiğiniz zamanlar oluyor mu? ☐ <i>Evet ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
6. a. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik farkındalığınızda mesleğe yeni başladığınızdaki ile şu anki arasında değişim var mı? Evet ise, nasıl? b. Kendinizi bu konuda nasıl geliştirdiniz? ☐ <i>Deneyim</i> ☐ <i>Hizmet içi eğitimler</i> ☐ <i>Kendi araştırmalarım</i> ☐ <i>Zümre iş birliği</i> ☐ <i>Diğer</i> c. Kendinizi eksik ya da zayıf hissettiğiniz zamanlar oluyor mu? ☐ <i>Evet ise, bu durumlarda nasıl bir yol izlersiniz?</i>
7. Öğrencilerin matematiksel düşünceleri hakkında daha fazla bilgi sahibi olmak ister misiniz? ☐ <i>Evet ise; aşağıdaki cümleyi nasıl tamamlarsınız?</i> <i>“Öğrencilerin matematiksel düşüncesi hakkında daha fazla bilgi sahibi olmak isterim çünkü...”</i>

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-2a. Ön Görüşme Soruları (2)

Sayın meslektaşım,

Bu görüşme formu Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Prof. Dr. Dilek TANIŞLI danışmanlığında yürütülmekte olan “Bir Matematik Öğretmeninin Fark etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi” başlıklı Doktora Tezine veri toplamak amacıyla hazırlanmıştır. Görüşme sorularına vereceğiniz yanıtlar yalnızca araştırma amaçları doğrultusunda kullanılacak; bilimsel amaçlar dışında herhangi bir kişi, kurum ya da kuruluşlarla paylaşılmayacaktır. Araştırmaya sağlayacağınız çok önemli katkı ve desteğiniz için teşekkür ederim.

Ayşe İLHAN
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Programı Doktora Öğrencisi

Tarih: / / **Saat:**

Görüşme süresince ses kaydı yapılmasına izin veriyor musunuz? ☐Evet ☐Hayır

C. ORAN ORANTI KONUSU ÖZELİNDE SORULAR

Oran Orantı Konusuna Yönelik Sorular
1. a. Oran ve orantı kavramları ilgili zihninizde canlanan ve ilgili olduğunu düşündüğünüz konu, kavram, kelime ve (veya) tanımlar nelerdir? b. Oran ve orantı günlük yaşamda hangi durumlarda, nerelerde kullanılır?
2. Oran nedir? - Matematiksel olarak tanımlar mısınız.
3. Oran kaç farklı şekilde gösterilir? a. Her bir gösterim matematiksel olarak aynı anlama mı gelir? b. Siz daha çok hangi gösterimi kullanırsınız? Neden?
4. Oran çeşitleri nelerdir? Örnek vererek açıkla mısınız? ☐ Birimli, birimsiz a. Birimli ve birimsiz oran arasındaki fark nedir? b. Birimli ve birimsiz oranı nerelerde kullanırsınız? (Matematikte ve/veya diğer disiplinlerde) ☐ Durumsal, genelleştirilmiş
5. Matematiksel olarak önemli kabul edilen oranlara örnek verebilir misiniz?
6. Oran kavramının içerdiği temel matematiksel fikir(ler) ne(ler)dir?
7. Bir oranı oluşturan nicelikler arasında nasıl bir matematiksel ilişki bulunur? Örnek vererek açıkla mısınız?
8. Aşağıda verilen orandan yola çıkarak hangi matematiksel çıkarımlar yapılabilir? “Bir kolyedeki kırmızı boncukların beyaz boncuklara oranı 2:5'tir.”

9. Aşağıda verilen problemi yanıtlayınız. Yanıtınızı detaylı olarak açıklayınız.

“Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin kenar uzunlukları sırasıyla 110 metre ve 125 metredir. Bu bahçenin kenar uzunlukları 2’şer metre uzatılıyor. Buna göre:

- Bahçenin çevresi kaç metre uzar?
- Bahçe daha fazla mı daha az mı kareye benzer?” (Heinz 2000’den aktaran Karagöz Akar, 2009, s. 284)

10. Aşağıda verilen problemi yanıtlayınız. Yanıtınızı detaylı olarak açıklayınız.

“A mağazasında 7 CD 20 TL’ye, B mağazasında 6 CD 19 TL’ye satılmaktadır. Buna göre hangi mağazadan bir CD satın almak daha avantajlıdır?” (Ben-Chain vd., 2012,’den uyarlandı, s. 30)

- Bu probleme kaç farklı çözüm stratejisi ile yaklaşabilirsiniz? Açıklayınız.
- Bu stratejilerinizi en sık kullandığınızdan en az kullandığınıza doğru sıralayın.

11. Aşağıda verilen problemi yanıtlayınız. Yanıtınızı detaylı olarak açıklayınız.

“6 kraker 70 kalori içeriyor ise 20 kraker kaç kalori içerir?” (Lobato vd., 2014, s.44)

- Farklı bir strateji ne olabilir?
- Kullandığınız bu stratejide öne çıkan matematiksel kavram(lar) ne(ler)dir?

12. a. Oran ile kesir arasında nasıl bir ilişki vardır? Örnekle açıkla mısınız?

b. Aşağıda verilen ifadeleri oran ve kesir kavramları açısından yorumlayınız.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{4}{10} \text{ m/sn} \quad \frac{3}{5} \text{ litre su} \quad \frac{\text{Sınıftaki kızların sayısı}}{\text{Sınıftaki erkeklerin sayısı}} = \frac{3}{2}$$

13. Oran ile ölçme arasında nasıl bir ilişki vardır? Örnekle açıkla mısınız?

14. Oran ile bölme arasında nasıl bir ilişki vardır? Örnekle açıkla mısınız?

15. a. Orantı nedir?

- Matematiksel olarak tanımlar mısınız? (Sayı veya sembol kullanarak)
- Orantı kavramının içerdiği anahtar matematiksel fikir(ler) ne(ler)dir?

16. Orantı çeşitleri nelerdir? Açıkla mısınız?

- Matematiksel olarak tanımlar mısınız?
- Birer örnek problem durumu verebilir misiniz?

17. Orantısal muhakeme sizin için ne ifade etmektedir? Açıkla mısınız?

18. Orantısal (orantı belirten) durum ve orantısal olmayan (orantı belirtmeyen) durum sizin için ne ifade etmektedir? Açıkla mısınız?

- Orantı belirten ve orantı belirtmeyen problem durumlarına birer örnek verebilir misiniz?

19. Aşağıda verilen problem durumlarının orantısal bir durum belirtip belirtmediklerini nedenleriyle açıkla mısınız?

☐ Ayşe ve Nisa aynı hızla koşmaktadır. Ayşe Nisa'dan önce koşmaya başlar. Ayşe 6 tur koştuğunda Nisa 3 tur koştuğuna göre, Ayşe 12 tur koştuğunda Nisa kaç tur koşmuş olur?

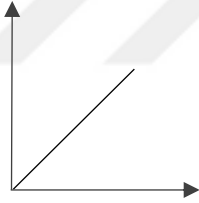
☐ 2 işçi bir miktar pizzayı 10 dakikada paketliyor ise, aynı miktardaki pizzayı aynı hızda çalışan 4 işçi kaç dakikada paketler?

☐ Bir gömlek bir askıda 5 dakikada kuruyor ise 10 gömlek kaç dakikada kurur?

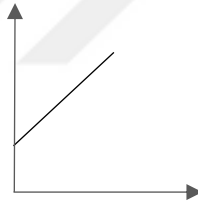
☐ Müfit 20 yaşında iken Bedia 15 yaşındadır. Müfit 30 yaşında olduğunda Bedia kaç yaşında olur?

20. a. Orantısal ilişki içeren durumlara ait denklem ve grafikler hakkında ne söyleyebilirsiniz?

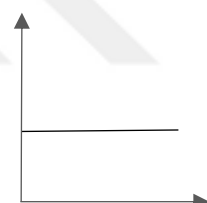
b. Aşağıda verilen grafiklerden hangisi veya hangileri orantısal ilişki gösterir? Neden? (Ekawati, Lin ve Yang, 2015'ten aktaran Karagöz-Akar, 2019, s.344 ve Karaca H., s. 523'ten uyarlanarak)



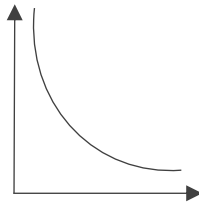
A



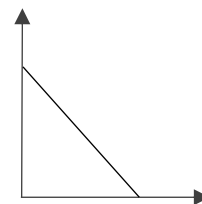
B



C



D



E

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM

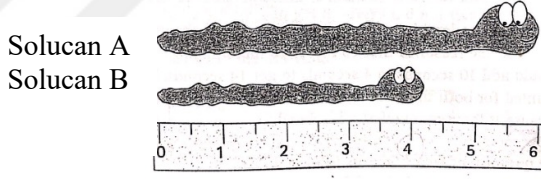
EK-2b. Ön Görüşme Soruları (2)

Oran-Orantı ve Öğretim Programı Hakkında Sorular
1. Oran ve orantı konuları matematik dersi öğretim programında hangi sınıf düzeylerinde, hangi kazanımlarla yer almaktadır?
2. Oran ve orantı konuları matematik dersi öğretim programlarında (ilkokul, ortaokul, lise), hangi öğrenme alanları, alt öğrenme alanları, konu ve kavramlarla ilişkilidir? ☐ Sayılar ve İşlemler (<i>Doğal sayılar, kesir, ondalık gösterim, yüzde, çarpanlar ve katlar, kümeler, tam sayılar, rasyonel sayılar, üslü ifadeler, kareköklü sayılar</i>) ☐ Cebir (<i>Cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem, doğrusal denklemler, eşitsizlikler</i>) ☐ Geometri ve Ölçme (<i>Temel geometrik kavramlar, üçgenler, uzunluk, zaman, sıvı, alan ölçme, geometrik cisimler, açılar, çember, çokgenler, eşlik benzerlik</i>) ☐ Veri İşleme (<i>Veri toplama, analizi</i>) ☐ Olasılık
3. Oran, orantı konusunun diğer disiplinlerle ilişkisi nedir?

EK-2c. Ön Görüşme Soruları (2)

Oran-Orantının Öğretimine Yönelik Sorular	
1.	Oran orantı konularını içeren öğretiminizi, öne çıkan konu ya da kavramlar açısından hangi sırayla gerçekleştirirsiniz? <i>Alternatif soru:</i> Oran orantı konularını öğretirken öne çıkan konu ya da kavramlar sırasıyla nelerdir?
2.	“Oran, denk oran, birim oran, oranları karşılaştırma, orantı, doğru-ters orantı” konu ve kavramlarının her biri için aşağıdaki soruyu yanıtlayınız. Bu konuyu veya kavramı derslerinizde öğrencilerinize nasıl anlatırsınız? - Anlatırken hangi temel anlayışları dikkate alırsınız? - Hangi strateji, yöntem, öğrenme materyali, örnek, etkinlik veya problem durumları seçersiniz? Neden? Bir örnek verebilir misiniz? - Çoklu temsil kullanır mısınız? Evet ise hangileri? (<i>Semboller, tablo, grafik, diyagram, somut modeller, gerçek nesneler vb.</i>)
3.	a. Aşağıda verilen problemini öğrencilerinize nasıl anlatırsınız? “Bir kum saati ters çevrildiğinde içindeki kumun $\frac{3}{5}$'i 18 dk'da dökülmektedir. Kum aynı oranda dökülmeye devam ederse kum saatindeki kumun tamamı ne kadar sürede dökülür?” (Olson vd., 2015, s.13) b. İkinci bir yöntemle nasıl anlatırsınız?
4.	a. Aşağıda verilen problemi öğrencilerinize nasıl anlatırsınız? “35 adet kalemin tamamı Dilek ve Tutku' ya sırasıyla 3:4 oranında dağıtılacaktır. Her biri kaç adet kalem alır?” (Ben-Chaim vd., 2012, s.37) b. Bu şekilde anlamadığını fark ettiğiniz bir öğrenci için farklı bir yöntemle nasıl anlatırsınız?
5.	Aşağıda verilen problemi öğrencilerinize nasıl anlatırsınız? “Hakan'ın 36 cm genişliğinde ve 48 cm uzunluğunda olan dikdörtgen şeklinde bir aile fotoğrafı bulunmaktadır. Hakan bu fotoğrafı kenarları oranını koruyarak, büyütme ve evinin duvarında yer alan 60 cm uzunluğunda bir alana asmak istiyor. Buna göre yeni fotoğrafın genişliği kaç cm olmalıdır?” (Bu problem, Jere Confrey tarafından paylaşılan bir dokümandaki problemten uyarlanmıştır.) - Hangi stratejileri kullanırsınız? Neden? - Farklı bir strateji olarak ne kullanırsınız?
6.	Öğrencilerde orantısal muhakemeyi geliştirmek için hangi tür problemlerden yararlanılabilir? Alternatif Soru: Öğrencilerin oran orantı konusunda kavramsal bir anlayışa sahip olması için hangi tür problemlerden yararlanılabilir?
7.	Oran, orantı konusunun öğretiminde kullanılabilecek yöntem teknikler, materyaller veya çoklu temsiller nelerdir? (<i>Semboller, tablo, grafik, diyagram, somut modeller, gerçek nesneler vb.</i>)

EK-2d. Ön Görüşme Soruları (2)

Oran Orantı Konusunda Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Sorular	
1.	Oran orantı konusunda kavramsal bir anlayış için, öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgiler ve öğretim sonucunda kazanmaları beklenen temel anlayışlar nelerdir?
2.	Bir öğrencide oran orantı konusunda öğrenme ilerleyişi nasıl bir sırada gerçekleşebilir? Tahmini olarak ifade edebilir misiniz?
3.	a. Oran orantı konusunda öğrencilerin daha kolay öğrendiği veya öğrenmekte zorluk yaşadığı durumlar, hata ve (veya) kavram yanlışları nelerdir? Örneklerle açıklayabilir misiniz? b. Sizce bu hata ve yanlışların kaynağı ne(ler)dir? ☐ Eksik önbilgiler, hangi bilgiler? ☐ Eksik kavramsal anlayış, ☐ Eksik işlemsel bilgi ☐ İlişkilendirme yapamama ☐ Diğer c. Bunları gidermek için ne tür bir yol izlersiniz? Açıklar mısınız?
4.	 “A solucanı 6 cm uzunluğunda, B solucanı 4 cm uzunluğundadır. Bu iki solucanın uzunluğunu karşılaştırınız.” (Lobato vd., 2014, s.18) a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği yanıtlar neler olabilir? b. Oran kavramına sahip bir öğrencinin hangi yanıt(lar)ı vermesiniz beklersiniz? c. Bu yanıtta öne çıkan matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir?
5.	“Bir limonata tarifi 8 bardak limon ve 12 bardak şekerli sudan oluşur. Bu tariften yola çıkılarak aynı lezzette, <u>farklı miktarlarda</u> limonata yapılmak istenmektedir. Buna göre yeni limonatalarda limon ve şekerli su miktarı hakkında ne söylenebilir?”¹ a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir? b. Yanlış yanıt veren öğrencinin düşüncesini değerlendiriniz. Neden böyle düşünmüş olabilir? Doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir?

¹ 5., 6., 7. problemler, Jere Confrey tarafından paylaşılan yayımlanmamış bir dokümanda yer alan problemlerden uyarlanmıştır. (J. Confrey, kişisel iletişim, 16 Ekim 2021)

c. Doğru yanıt veren öğrencilerin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz?
6. “Bir grup öğrenci ile pizzaların oranı 5:2’dir. Buna göre öğrenciler ve yiyecekleri pizza miktarları için hangi çıkarımları yapabilirsiniz?”
a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir? b. Doğru yanıt verebilen öğrencilerinin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz?
7. “Farklı oranlarda kakaolu süt içeren iki kaptan birincisinde 3 kaşık kakao ve 2 bardak süt, ikincisinde 5 kaşık kakao ile 4 bardak süt bulunmaktadır. Bu iki kaptaki kakaolu sütlerin tadı aynı mıdır? Değilse hangisi daha kakaoludur, neden?”
a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerinizin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir? b. İkinci kaptaki karışımın daha kakaolu olduğunu düşünen bir öğrencinin yanıtını değerlendiriniz. Neden böyle düşünülmüş olabilir? Doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir? c. Doğru yanıt verebilen öğrencilerin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz? d. İki kakaolu sütün bir araya gelmesi ile oluşan yeni kakaolu sütteki kakao oranı ne olur? sorusuna verilen aşağıdaki öğrenci yanıtını değerlendiriniz. $\frac{3}{5} + \frac{5}{9} = \frac{8 \text{ kaşık kakao}}{14 \text{ bardak kakaolu süt}}$
8. “Bir pastacı 3 dakikada 5 kurabiye pişirdiğine göre 8 dakikada kaç kurabiye pişirir?”
a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir? b. Öğrencinin doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir? c. Doğru yanıt verebilen öğrencilerin olası çözüm stratejilerini, düşünme süreçleri bağlamında, tahmini olarak basitten gelişmişe doğru sıralayabilir misiniz?
9. “Azize, balkonunda damlayan musluğun altına bir kova koyar. Bu kovada başlangıçta 2 lt su bulunmaktadır. Azize kovayı koyduktan 5 dk sonra kovanın yanına geldiğinde kovada 7 lt su bulunduğunu görür. Buna göre kovayı koyduktan 15 dk sonra kovada kaç lt su bulunur?”
a. Yukarıda verilen problem durumuna öğrencilerin verebileceği doğru ve/veya yanlış yanıtlar neler olabilir? b. Öğrencinin doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce(ler) ne(ler)dir?
10. Öğrencilerin orantısal muhakeme yapabilmesi için hangi matematiksel düşüncelere sahip olması gerekir?

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.
KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-3a. Fark Etme Görüşme Formu (Senaryolara Dayalı)

Görüşme tarihi :	Görüşme saati :
İçerik :	
Notlar :	

Senaryolara Dayalı Fark Etme Görüşme Formu

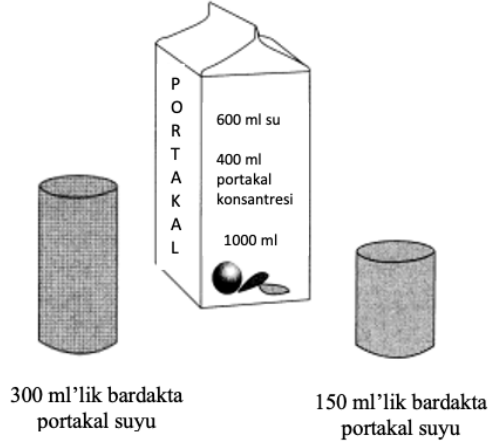
Aşağıda 7 adet problem ve bu problemlere verilen öğrenci yanıtları yer almaktadır. Buna göre, her bir probleme ait öğrenci yanıtları için aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

- (Dikkat etme) Çözümlerini dikkate alarak her bir öğrencinin soruyu nasıl çözdüğünü, soruyu çözerken kullandığı stratejiyi, ne düşünmüş olabileceğini ayrıntılı olarak açıklayınız.
- (Yorumlama) Öğrencinin kavrayışlarını düşünce ve stratejilerine yansıdığı şekliyle yorumlayınız.
 - Yanlış yanıt veren öğrencide eksik matematiksel anlayışlar neler olabilir?
 - Öğrencinin doğru yanıt vermesi için sahip olması gereken matematiksel düşünce ve/ya anlayışlar nelerdir?
- (Karar verme) Bu öğrenciye nasıl yanıt verirsiniz? Neden?
 - Örneğin hatalı yanıt veren bir öğrenciye yönelik nasıl bir öğretimsel etkinlik, problem durumu sunarsınız?

Problem 1. (Harel vd., 1994, s.331)

Yanda aynı portakal suyundan doldurulmuş farklı boyutta iki bardak bulunuyor.

Buna göre, iki bardaktaki portakal suyunun tadı aynı mıdır? Eğer aynı değil ise hangi bardaktaki meyve suyunun tadı daha portakallıdır?



Öğrenci yanıtı:

“Büyük bardaktaki daha portakallıdır.”

Problem 2. (Adak ve Aliustaoğlu, 2020)

Bir poşette sadece elma ve armut vardır. Poşetteki elmaların sayısının armutların sayısına oranı $\frac{2}{3}$ 'tür. Buna göre aşağıda verilen yargı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

“Poşette toplam 5 tane meyve vardır.

Öğrenci yanıtı:

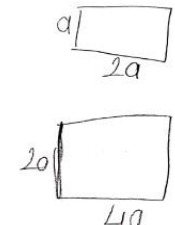
$$\frac{\text{Elma}}{\text{Armut}} = \frac{2}{3} \quad 2 \text{ Elma} \quad 3 \text{ Armut}$$

5 meyve vardır.

Problem 3. (Adak ve Aliustaoğlu, 2020)

Bir öğrenci kısa kenarının uzun kenarına oranı $\frac{1}{2}$ olan bir dikdörtgen çiziyor. Öğrenci, bu dikdörtgenin kenar uzunluklarını 2 katına çıkarırsa, oluşan yeni dikdörtgenin kenar uzunlukları oranı hakkında ne söylenebilir? Sonuca nasıl ulaştığınızı açıklayınız.

Öğrenci yanıtı:


$$\frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$
$$\frac{2a}{4a} = \frac{2}{4}$$

$\frac{2}{4} > \frac{1}{2}$ oran büyür

Problem 4. (Lobato and Thanheiser, 2002’den aktaran Lobato vd., 2014, s.15)

Bir oyun yazılımında palyaço ve kurbağa karakterleri vardır. Palyaço ile kurbağa aynı hızla hareket etmektedir. Palyaço 4 saniyede 10 cm ilerlediğine göre kurbağa 8 saniyede kaç cm ilerler?

Öğrenci yanıtı:

$$\frac{4}{10} = \frac{8}{?}$$

Her biri 2 katına çıkar, kurbağa 20 cm yürür, kurbağa daha çok yürümüş olur çünkü kurbağalar palyaçolardan daha hızlıdır.

Palyaço _____

Kurbağa _____

Problem 5. (Adak ve Aliustaoğlu, 2020)

Aşağıdaki sayı çiftlerinin orantı oluşturup oluşturmadığını kontrol ediniz. Düşüncelerinizi yazınız.

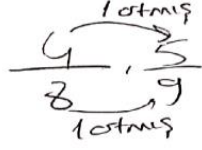
A. $\frac{4}{8}, \frac{5}{9}$

B. $\frac{2}{5}, \frac{8}{11}$

C. $\frac{3}{5}, \frac{6}{10}$

Öğrenci yanıtı:

A) $\frac{4}{8} = \frac{5}{9}$



Aynı miktarda arttığı için
Orantı oluşturur

B) $\frac{2}{5} = \frac{8}{11}$ Bunda orantı var. Çünkü ikisinde "3" artıyor

C) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ Bunda orantı yok. Çünkü birinde "4" artıyor
Diğerinde ise "2" artıyor.

Problem 6. (Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016)

Arzu ve Hakan tavuk paketlemektedirler. İkisi de aynı hızda çalışmaktadır fakat Hakan paketlemeye daha önce başlamıştır. Arzu 12 tavuk paketlediğinde, Hakan 24 tavuk paketlemiştir. Arzu 48 tavuk paketlediği zaman Hakan kaç tavuk paketler?

Öğrenci yanıtı:

Problem 7. (Şermetoğlu ve Baki, 2019, s.410)

İki hafta önce boyları 20 cm ve 24 cm olarak ölçülen iki çiçeğin boyları bugün sırasıyla 32 ve 36 cm olarak ölçülmüştür. Hangi çiçek daha fazla uzamıştır?

Öğrenci yanıtı:

“Eşit uzamışlardır. Oranları en sade haline getirdim.”

(Tekrar sadeleştirerek 2/3 bulur.)

“Birinci çiçek daha fazla uzamıştır.”

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-3b. Fark Etme Görüşme Formu (Öğrenci Yazılı Yanıtlarına Dayalı)

Görüşme tarihi :	Görüşme saati :
İçerik :	
Notlar :	

Öğrenci Yazılı Yanıtlarına Dayalı Fark Etme Görüşme Formu	
Bu bölümde öğretmenin kendi öğrencilerine ait yazılı yanıtlar yer alacaktır.	
1. Öğrenci Yanıtı ...	2. Öğrenci Yanıtı ...
3. Öğrenci Yanıtı ...	4. Öğrenci Yanıtı ...
1. Dikkat Etme ... numaralı öğrencinin çözümlerini dikkate alarak stratejilerini, ne düşünmüş olabileceğini ayrıntılı olarak açıklayınız.	
2. Yorumlama ... numaralı öğrencinin çözümünü, düşünce ve stratejilerini dikkate alarak konu ile ilgili matematiksel kavrayışını yorumlayınız.	
3. Karar Verme ... numaralı öğrencinin yanıtı göz önüne alındığında, bir sonraki adımda öğrenciye hangi soru(lar), problem(ler)i veya etkinlik(ler)i yöneltirsiniz? Neden? <u>Potansiyel Takip Soruları</u> • Daha zor bir problem derken ne demek istiyorsunuz? • Neden bu problemi/etkinliği seçtiniz? • ... ile ne demek istediğinize bir örnek verebilir misiniz?	

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-3b. Örnek Fark Etme Görüşme Formu, (Öğrenci yazılı yanıtlarına dayalı)

Görüşme Tarihi :	18.05.2022 Çarşamba	Görüşme saati:	3. ders saati, 16 dk
İçerik :	12.05.2022 Perşembe “5. ÖY: Oranları Karşılaştırma” konulu ders sonrası toplanan öğrenci yazılı yanıtlarına dayalı		
Notlar :	Farklı düzeylerde farklı stratejiler kullanan 4 öğrenci yanıtından oluşur.		

Öğrenci Yazılı Yanıtlarına Dayalı Fark Etme Görüşme Formu

Öğrenci Yanıtları

1. Öğrenci Yanıtı

1. Bir markette iki farklı fındık ezmesi seçeneği bulunur: A marka fındık ezmesi 15 gramdır ve 3 gram protein içerir, B marka fındık ezmesi ise 25 gramdır ve 4 gram protein içermektedir. Buna göre hangi marka fındık ezmesi daha sağlıklıdır? Buna nasıl karar verdiniz? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Cevap: A Marka

Nedeni: İkişide proteinin ağırlık oranı, yani her bir gramda proteinin ağırlık oranı aynıdır. A markasında 15 gr 3 gr protein, B markasında 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein.

2. Aşağıdaki grafik yeşil elma ve kırmızı elma için maliyet-ağırlık oranlarını gösterir. Buna göre müşteriler için hangi elmadan satın almak daha avantajlıdır? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Yeşil elma: 1 kg 2.5 TL, 2 kg 5 TL, 3 kg 7.5 TL, 4 kg 10 TL, 5 kg 12.5 TL, 6 kg 15 TL, 7 kg 17.5 TL, 8 kg 20 TL, 9 kg 22.5 TL, 10 kg 25 TL

Kırmızı elma: 1 kg 3 TL, 2 kg 6 TL, 3 kg 9 TL, 4 kg 12 TL, 5 kg 15 TL, 6 kg 18 TL, 7 kg 21 TL, 8 kg 24 TL, 9 kg 27 TL, 10 kg 30 TL

Yeşil elma daha avantajlıdır çünkü 1 kg 2.5 TL, 2 kg 5 TL, 3 kg 7.5 TL, 4 kg 10 TL, 5 kg 12.5 TL, 6 kg 15 TL, 7 kg 17.5 TL, 8 kg 20 TL, 9 kg 22.5 TL, 10 kg 25 TL. Kırmızı elma ise 1 kg 3 TL, 2 kg 6 TL, 3 kg 9 TL, 4 kg 12 TL, 5 kg 15 TL, 6 kg 18 TL, 7 kg 21 TL, 8 kg 24 TL, 9 kg 27 TL, 10 kg 30 TL. Bu yüzden 1 kg si 0.8 TL olan yeşil elma daha avantajlıdır.

2. Öğrenci Yanıtı

1. Bir markette iki farklı fındık ezmesi seçeneği bulunur: A marka fındık ezmesi 15 gramdır ve 3 gram protein içerir, B marka fındık ezmesi ise 25 gramdır ve 4 gram protein içermektedir. Buna göre hangi marka fındık ezmesi daha sağlıklıdır? Buna nasıl karar verdiniz? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Cevap: A Marka

Nedeni: İkişide proteinin ağırlık oranı, yani her bir gramda proteinin ağırlık oranı aynıdır. A markasında 15 gr 3 gr protein, B markasında 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein. İkişide de 1 gr protein 15 gr 3 gr protein, 25 gr 4 gr protein.

2. Aşağıdaki grafik yeşil elma ve kırmızı elma için maliyet-ağırlık oranlarını gösterir. Buna göre müşteriler için hangi elmadan satın almak daha avantajlıdır? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Yeşil elma: 1 kg 2.5 TL, 2 kg 5 TL, 3 kg 7.5 TL, 4 kg 10 TL, 5 kg 12.5 TL, 6 kg 15 TL, 7 kg 17.5 TL, 8 kg 20 TL, 9 kg 22.5 TL, 10 kg 25 TL

Kırmızı elma: 1 kg 3 TL, 2 kg 6 TL, 3 kg 9 TL, 4 kg 12 TL, 5 kg 15 TL, 6 kg 18 TL, 7 kg 21 TL, 8 kg 24 TL, 9 kg 27 TL, 10 kg 30 TL

Simdi fiyatları eşit ama kilo olarak kırmızı daha mantıklı. Yani 10 liranı var 4 kg'ı mı alırsın 8 kg'ı mı alırsın.

3. Öğrenci Yanıtı

1. Bir markette iki farklı fındık ezmesi seçeneği bulunur: A marka fındık ezmesi 15 gramdır ve 3 gram protein içerir, B marka fındık ezmesi ise 25 gramdır ve 4 gram protein içermektedir. Buna göre hangi marka fındık ezmesi daha sağlıklıdır? Buna nasıl karar verdiniz? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Cevap: B Marka

Nedeni: Bde fındık oranı daha fazla olduğu için B daha sağlıklıdır.

2. Aşağıdaki grafik yeşil elma ve kırmızı elma için maliyet-ağırlık oranlarını gösterir. Buna göre müşteriler için hangi elmadan satın almak daha avantajlıdır? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Yeşil elma: 1 kg 2.5 TL, 2 kg 5 TL, 3 kg 7.5 TL, 4 kg 10 TL, 5 kg 12.5 TL, 6 kg 15 TL, 7 kg 17.5 TL, 8 kg 20 TL, 9 kg 22.5 TL, 10 kg 25 TL

Kırmızı elma: 1 kg 3 TL, 2 kg 6 TL, 3 kg 9 TL, 4 kg 12 TL, 5 kg 15 TL, 6 kg 18 TL, 7 kg 21 TL, 8 kg 24 TL, 9 kg 27 TL, 10 kg 30 TL

İkişide fiyatları eşit ama kırmızı elmanın kilogramı fazla olduğu için kırmızı elma daha avantajlı.

4. Öğrenci Yanıtı

1. Bir markette iki farklı fındık ezmesi seçeneği bulunur: A marka fındık ezmesi 15 gramdır ve 3 gram protein içerir, B marka fındık ezmesi ise 25 gramdır ve 4 gram protein içermektedir. Buna göre hangi marka fındık ezmesi daha sağlıklıdır? Buna nasıl karar verdiniz? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Cevap: B Marka

Nedeni: Bde fındık oranı daha fazla olduğu için B daha sağlıklıdır.

2. Aşağıdaki grafik yeşil elma ve kırmızı elma için maliyet-ağırlık oranlarını gösterir. Buna göre müşteriler için hangi elmadan satın almak daha avantajlıdır? Nedeninizi ayrıntılı açıklayınız.

Yeşil elma: 1 kg 2.5 TL, 2 kg 5 TL, 3 kg 7.5 TL, 4 kg 10 TL, 5 kg 12.5 TL, 6 kg 15 TL, 7 kg 17.5 TL, 8 kg 20 TL, 9 kg 22.5 TL, 10 kg 25 TL

Kırmızı elma: 1 kg 3 TL, 2 kg 6 TL, 3 kg 9 TL, 4 kg 12 TL, 5 kg 15 TL, 6 kg 18 TL, 7 kg 21 TL, 8 kg 24 TL, 9 kg 27 TL, 10 kg 30 TL

Aslında kilo olarak kırmızı elma daha ağır yeşil elma daha hafif. İkisinde de aynı fiyat eşittir. Ve daha güzelini seçerler o yüzden kırmızı. Yeşili seçmedim çünkü ağırlığı daha az ve karda almaları zor.

EK-3c. Fark Etme Görüşme Formu (Videoya dayalı)

Görüşme tarihi :	Görüşme saati:
İçerik :	
Notlar :	

... Tarihli Gözlem Videosuna Dayalı Fark Etme Görüşme Formu				
2.Ders				
Durum	Zaman aralığı	Diyaloglar	Açıklama	Sorular
1				i. Dikkat etme: ...’ın düşünce/stratejilerini açıklayabilir misiniz? ii.Yorumlama: ...’ın düşüncesine dayalı olarak “...” konusu ile ilgili kavrayışını yorumlayabilir misiniz? (<i>Öğrenme yörüngesini dikkate alarak</i>) iii. Karar verme: ...’a verdiğiniz yanıtla ilgili ne düşünüyorsunuz, neden bu yanıtı tercih ettiniz, farklı bir yanıt ne olabilir?
2				
3				
...				

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.
KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-3c. Örnek Fark Etme Görüşme Formu (Videoya dayalı, 1 durum örneği)

Görüşme Tarihi	: 18.05.2022 Çarşamba	Görüşme Saati:	2. Ders
İçerik	: 12.05.2022 Perşembe “5. ÖY: Oranları Karşılaştırma” konulu Ders Gözlem Videosuna Dayalı Fark etme Görüşmesi		
Notlar	: Zaman aralıklarında <i>tahta odaklı çekim</i> esas alındı. (İlgili zaman aralıkları izletilerek öğretmene sorular yöneltilir.)		

12.05.2022 TARİHLİ DERS VİDEOSUNA DAYALI FARK ETME GÖRÜŞME FORMU				
2. Ders				
Durum	Zaman aralığı	Diyaloglar	Araştırmacı Yorumu/Açıklama	Görüşme Soruları
1	00.00-04.30	1. derste (13.15-13.45) Öğretmen: Orhan sence bu soslardan hangisi daha acı olur? Öğrenci: (Orhan): Biber fazla olduğundan C Öğretmen: Evet, baktım ben 9, 9, 10 bunda acı daha çok olur çünkü 10 tane biber koymuş dedin, olabilir, bakalım. 2.derste Jülide sorusu Öğretmen: Şimdi kimler bunun hakkında yorum yaptı, düşündü? Evet Orhan’la başlayalım. Öğrenci: (Orhan): Hocam şimdi ben şöyle bir şey yaptım aralarındaki farkları buldum, sonra büyükten küçüğe sıraladım. Öğretmen: ... Biberle domates arasındaki farkları bulmuş, ondan sonra da sıralama yapmış arkadaşımız. Öğrenci: (Orhan):<tahtaya çıkar, tablo üzerinde yatay farkları yazarak sıralama yapar, J>B>A>C> ...	Dersin girişinde, öğrenci <i>tek değişkenli muhakeme</i> ile sadece biber sayısına odaklanarak yorum yapmış. “Domates sabitken, biber sayısı arttıkça acılık artar” şeklinde <i>bağlamı değerlendirmemiş. Nitel muhakeme</i> de yapamamış. 1.ders aynı sorunun bir kısmı (J) yanıtlanmış olmasına rağmen. 2. dersin başında da <i>eş karşılık gelen değerleri olan oranları</i> (A, B, C’yi) dahi doğru karşılaştıramamış. Kendisi de J için herhangi bir ortak değer oluşturma ihtiyacında bulunmamış, <i>nicelikler arasındaki farklara bakarak</i> karşılaştırma yapmış. Diğer bir ifadeyle toplamsal ilişkiyle karşılaştırma yapmış.	i. Dikkat etme: Orhan’ın düşünce/stratejilerini açıklayabilir misiniz? ii. Yorumlama: Orhan’ın düşüncesine dayalı olarak “oranları karşılaştırma” konusu ile ilgili kavrayışını yorumlayabilir misiniz? (<i>Öğrenme yörüngesini dikkate alarak</i>) iii. Karar verme: Orhan’a verdiğiniz yanıtla ilgili ne düşünüyorsunuz, neden bu yanıtı tercih ettiniz, farklı bir yanıt ne olabilir?

EK-4a. Eğitim Öncesi-Sonrası Görüşme Formu

Görüşme	:	Görüşme	:
İçerik	:		
Notlar	:		

Eğitim Öncesi Görüşme Soruları
<i>Bu sorular MGP başlamadan bir defa olmak üzere öğretmene yöneltilir.</i>
1. Eğitimlerden beklentileriniz neler?
2. Eğitimlerin size ne kazandırmasını umuyorsunuz?
3. Eğitimlere başlamadan söylemek istediğiniz herhangi bir şey var mı?

Eğitim Sonrası Görüşme Soruları
<i>Bu sorular her hafta eğitim sonrası öğretmene yöneltilir</i>
1. Eğitimin size katkı sağladığınızı düşünüyor musunuz? ☐ Evet ise, kısaca bahseder misiniz? (Konu açısından, öğretiminiz açısından, öğrenci düşüncesi vd.)
2. Eğitimin, öğrencilerin oran-orantı ve orantısız muhakeme hakkındaki düşünceleri, stratejileri, kavrayışları bağlamında size katkı sağladığını düşünüyor musunuz? ☐ Evet ise, kısaca bahseder misiniz?
3. Eğitimde kazandıklarınızı öğretiminize uyarlar mısınız? ☐ Evet ise, nasıl? Kısaca bahseder misiniz?
4. Bir sonraki eğitim için beklenti ve önerileriniz neler?

Eğitim Sonu Görüşme Soruları
<i>Bu sorular MGP tamamlandıktan sonra bir defa olmak üzere öğretmene yöneltilir.</i>
1. Öğrenme yörüngelerine dayalı eğitimler beklediğiniz gibi geçti mi? Hangi açılardan beklediğiniz geçti veya geçmedi kısaca bahseder misiniz? (Süre, konu içeriği, uygulama şekli, yöntemi vd.)
2. Eğitimlerin size katkı sağladığınızı düşünüyor musunuz? ☐ Evet ise, hangi açıdan, nasıl bir katkı sağladığından kısaca bahseder misiniz?

- Konu alanı açısından (<i>kavramlar, tanımlar, gösterimler, problem türleri, çoklu temsiller</i>) - Öğretiminizle ilişkin (<i>ders işleyişiniz, zaman yönetimi, sınıf yönetimi, problem üretme veya seçme, problem çözme stratejileri, çoklu temsil kullanımları, matematiksel dili kullanma, kavramsal işlemsel, ilişkilendirme</i>) - Öğrenciye ilişkin (<i>düşüncesini, daha fazla dinlemeye çalışma, yanlış yanıtlara kaldırma</i>) - Diğer
3. Eğitimler, öğrencilerin oran orantı ve orantısal muhakeme konusundaki düşünce ve stratejileri, kavrayışlarını bağlamında size katkı sağladığını düşünüyor musunuz? - Öğrencinin düşüncesi, stratejilerine daha fazla dikkat etmenize ve bunları anlamanıza katkı sağladı mı? - Öğrencinin bu konulardaki kavrayışlarını anlamanıza ve yorumlamanıza katkı sağladı mı? - Öğrencilere vereceğiniz yanıtlarla, dönütlerle ilgili katkı sağladı mı?
4. Eğitimde kazandıklarınızı öğretiminize uyarlar mısınız? ☐ Evet ise, nasıl?
5. Yeni bir eğitim yapılacak olsa katılmak ister misiniz? ☐ Evet ise, kısaca bahseder misiniz?
6. Aynı eğitim tekrar uygulanacak olsa (belki daha geniş bir kitleye) önerileriniz neler olur?
7. Öğrenme Yörüngelerine dayalı yeni bir eğitim yapılacak olsa önerileriniz neler olur? - Hangi sınıf düzey(ler)inde, hangi matematik konu alan(lar)ında yapılmasını isterdiniz?

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-4b. Ders Öncesi-Sonrası Görüşme Formu

Görüşme	:	Görüşme	:
İçerik	:		
Notlar	:		

Ders Öncesi Görüşme Soruları

1. Bu dersinizde öğretimsel hedefiniz nedir?
2. Bu hedefinize ulaşp ulaşmadığınızı nasıl anlamayı planlıyorsunuz? Nelere dikkat edeceksiniz?
3. Dersinizde öğrencilerinizin yaşamasını öngördüğünüz daha kolay öğrenecekleri veya öğrenmekte zorluk yaşayabileceği olası durumlar, hata ve/veya kavram yanlışları nelerdir? Örnek verir misiniz?
4. (MGP öncesi ders gözleminden önce sorulmaz.) Eğitimin ardından dersiniz ile ilgili değişiklik yaptınız mı? Evet ise açıklayabilir misiniz?

Ders Sonrası Görüşme Soruları

1. Dersiniz ile öğretimsel hedefinize ulaştığınızı düşünüyor musunuz?
2. Dersinizde öğrencilerinizin matematiksel düşünceleri hakkında dikkatinizi çeken bir durum oldu mu? Evet ise bundan bahseder misiniz?
3. Dersinizde bir öğrencinin matematiksel düşüncesini daha iyi anlamanıza yardımcı olan bir fikir/soru ifade ettiği bir an oldu mu? Evet ise bundan bahseder misiniz?
4. Dersinizde, bir öğrencinin hatalı düşünce veya stratejiye sahip olduğunu fark ettiğiniz bir an oldu mu? Evet ise bundan bahseder misiniz?
5. (MGP öncesi ders gözleminden önce sorulmaz.) Eğitim, öğretiminizde herhangi bir etki yarattı mı? Evet ise bundan bahseder misiniz?
5. Bunların dışında dersinizle ilgili söylemek istediğiniz herhangi bir şey var mı?

GÖRÜŞME BİTMİŞTİR.

KATKILARINIZDAN DOLAYI TEŞEKKÜR EDERİM.

EK-5. Ders Gözlem Formu

Gözlem Yapılan Okul /Sınıf	:
Tarih /Saat Aralığı	:
Gözlemci Araştırmacı	:
Gözlemlenen Öğretmen	:
Gözlemin Konusu	:
Süre	Gözlem Notları

EK-6. Etik Kurul Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 11.11.2021

Protokol No: 213970

Tarih: 30.11.2021



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERÎ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Doktora Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığı İle Fark Etme Becerilerinin ve Matematiksel Söylemlerinin Gelişiminin İncelenmesi
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI
TEZ YAZARI:	Ayşe İLHAN
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu
Prof. Dr. Saim ÖNCE (Başkan-İkt. ve İdari Bil. Fak.)	
Prof. Dr. M. Erkan ÜYÜMEZ (Başkan Yardımcısı -İkt. ve İdari Bil. Fak.)	Prof. Dr. Fatime GÜNEŞ (Edebiyat Fak.)
Prof. Dr. Yıldız UZUNER (Eğitim Fak.)	Prof. Dr. İbrahim Cemil ULUKAN (Açıköğretim Fak.)
Prof. Dr. Handan DEVECİ (Eğitim Fak.)	Prof. Dr. Erkan YUKSEL (İletişim Bil. Fak.)

EK-7a. MEB Araştırma İzni

Gelen Evrak Tarih ve Sayısı: 10.02.2022-266752



T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-46949512-605.01-43132500
Konu : Araştırma İzni
(Ayşe İLHAN)

09.02.2022

ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Genel Sekreterlik)
(Yazı İşleri Müdürlüğü)

- İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020 / 2 No'lu Genelgesi,
b) 27.12.2021 tarih ve 237095 sayılı yazınız,
c) 31.12.2021 tarih ve 241096 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Ayşe İLHAN, Prof. Dr. Dilek TANIŞLI'nın danışmanlığında hazırladığı “Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığı ile Fark Etme Becerilerinin ve Matematiksel Söylemlerinin Gelişiminin İncelenmesi” konu başlıklı çalışması kapsamında Manisa İli Ortaokulunda yapmak istediği araştırma izni ile ilgili, Müdürlük Makamından alınan 09.02.2022 tarih ve 43104058 sayılı onay, yazımız ekindedir.

Müdürlüğümüze bağlı resmi/özel okul ve kurumlarda öğrenci, öğretmen ve okul yöneticilerinin katılımıyla yapılması planlanan uygulamanın, covid-19 tedbirlerine uyulması ve denetimi il/ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre; onaylı bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ve uygulama sırasında mühürlenmiş ve paraflanmış örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının kullanılması, velilerden ve öğretmenlerden alınacak izin belgelerinin okul idaresi tarafından saklı tutulması kaydı ile yukarıda adı geçen okullarda, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında uygulanması ilgi (a) Genelge doğrultusunda Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve araştırmanın tamamlanmasından itibaren en geç 30 gün içerisinde araştırma sonucunu içeren bir kitap ve iki adet CD'nin Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine teslim edilmesini arz ederim.

Mustafa DİKİCİ
İl Millî Eğitim Müdürü

Ekler:

- 1- Onay Yazısı (1 Sayfa)
- 2- Ölçekler (7 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Nişancıpaşa Mh.Atatürk Blv.No:36/A Şehzadeler/MANİSA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (236) 231 46 08

Bilgi için: Strateji Geliştirme - C.Sunay BULUT

E-Posta: ab45@meb.gov.tr

Unvan : Memur

Keş Adresi : meb@hs01.kep.tr

İnternet Adresi: manisa.meb.gov.tr

Faks:2362311251

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 6ba3-a729-3249-bc58-c7eC kodu ile teyit edilebilir.

EK-7b. MEB Araştırma İzni

Gelen Evrak Tarih ve Sayısı: 10.02.2022-266752



T.C.
MANİSA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-46949512-605.01-43104058
Konu : Araştırma İzni
(Ayşe İLHAN)

09.02.2022

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020 / 2 No'lu Genelgesi,
b) Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğünün 27.12.2021 tarih ve 237095 sayılı yazısı.
c) Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterlik Yazı İşleri Müdürlüğünün 31.12.2021 tarih ve 241096 sayılı yazısı.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Programı öğrencisi Ayşe İLHAN, Prof. Dr. Dilek TANIŞLI'nın danışmanlığında hazırladığı "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığı ile Fark Etme Becerilerinin ve Matematiksel Söylemlerinin Gelişiminin İncelenmesi" konu başlıklı çalışması kapsamında Manisa İli Ortaokulunda yapmak istediği araştırma izin talebine ilişkin yazı ve ekleri incelenmiş olup;

Müdürlüğümüze bağlı resmi/özel okul ve kurumlarda öğrenci, öğretmen ve okul yöneticilerinin katılımıyla yapılması planlanan uygulamanın, covid-19 tedbirlerine uyulması ve denetimi il/ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre; onaylı bir örneği Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ve uygulama sırasında mühürlenmiş ve paraflanmış örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının kullanılması, velilerden ve öğretmenlerden alınacak izin belgelerinin okul idaresi tarafından saklı tutulması kaydı ile yukarıda adı geçen okullarda, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında uygulanması ilgi (a) Genelge doğrultusunda Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Coşkun DEMİR
Şube Müdürü

OLUR

Mustafa DİKİCİ
İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Nişancıpaşa Mh.Atatürk Blv. No:36/A Şehzadeler/MANİSA

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (236) 231 46 08

Bilgi için: Strateji Geliştirme - C.Sunay BULUT

E-Posta: ab45@meb.gov.tr

Unvan : Memur

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

İnternet Adresi: manisa.meb.gov.tr

Faks:2362311251

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 2170-efef-34ed-936b-11fd kodu ile teyit edilebilir.

EK-8. Katılımcı Bilgi ve Onay Formu

Katılımcı Bilgi ve Onay Formu

Araştırmanın Başlığı Bir Matematik Öğretmenin Fark etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi

Araştırmacı Bilgileri	Prof. Dr. Dilek TANIŞLI Danışman Öğretim Üyesi	Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, ESKİŞEHİR
	Ayşe İLHAN Doktora Öğrencisi	Yunusemre İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü, MANİSA

Değerli Matematik Öğretmeni,

Bu çalışma, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi Prof. Dr. Dilek TANIŞLI danışmanlığında, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programı doktora öğrencisi Ayşe İLHAN'ın "Bir Matematik Öğretmenin Fark etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi" başlıklı doktora tez çalışması kapsamında yürütülecek olan bilimsel bir araştırmadır.

Araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin ve matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırma süresince ders gözlemleri, görüşmeler yoluyla veri toplanacaktır. Veri toplama sürecinde video kaydı ve ses kaydı yapılacaktır. Çalışma toplam 10 haftalık bir süreçte gerçekleşecektir. Bu süreçte haftada iki saatlik oturumlar ile öğretmen eğitimleri, haftada iki ders olmak üzere 20 saatlik ders gözlemi ve yüz-yüze görüşmeler yapılacaktır.

Bu araştırmaya katılımınız GÖNÜLLÜLÜK esasına dayalıdır. Araştırmada kişisel bilgileriniz GİZLİ tutulacaktır. Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve yazılı izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır. İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.

Veri toplama süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru veya talep olmayacaktır. Yine de araştırma sırasında herhangi bir nedenden rahatsızlık hissederseniz çalışmadan ayrılabilirsiniz. Bunun için hiçbir gerekçe veya özür belirtmeniz gerekmemektedir ve bu durum sizin için olumsuz bir sonuç yaratmayacaktır. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek katılıyorum ve verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

Tarih :/...../.....

Katılımcı Adı Soyadı :

İmza :

EK-9. Veli İzin Formu

Veli İzin Formu

Değerli Veli,

Bu çalışma, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi Prof. Dr. Dilek TANIŞLI danışmanlığında, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programı Doktora Öğrencisi ve Matematik Öğretmeni Ayşe İLHAN'ın "Bir Matematik Öğretmeninin Fark etme Becerisi ve Matematiksel Söylemlerinin Öğrenme Yörüngeleri Aracılığıyla Gelişiminin İncelenmesi" başlıklı doktora tez çalışması kapsamında yürütülecek olan bilimsel bir araştırmadır.

Araştırmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin ve matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırma süresince öğretmen odaklı ders gözlemleri yapılacak ve dersler yine öğretmeni odağa alarak video ile kaydedilecektir. Araştırma 2021-2022 Eğitim Öğretim yılı II. yarıyılında yaklaşık 10 haftalık bir süreçte haftada iki ders saati olmak üzere gerçekleştirilecektir.

Araştırmada öğrencilerin kişisel bilgileri GİZLİ tutulacak, kimlikleri ve görüntüleri araştırma raporunda yer almayacaktır. Araştırma süresince alınacak sınıf içi video kayıtlarından elde edilen veriler etik ilkeler uygun olarak yalnızca araştırmacılar tarafından incelenecek ve araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacaktır.

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....' ... sınıfında çekilecek öğretmen odaklı video ve ses kaydı için izin
veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

Tarih :/...../.....

Veli Adı Soyadı :

İmza :

Araştırma ile ilgili herhangi bir sorunuz olursa çekinmeden araştırmacıyı arayabilirsiniz.

Araştırmacı Bilgileri:

Adı Soyadı : Ayşe İLHAN

Telefon No :

Görevi : Matematik Öğretmeni/Doktora Öğrencisi

Görev Yeri : Yunusemre Kaymakamlığı AB ve Proje Ofisi/Yunusemre İlçe MEM

ÖZ GEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ayşe İLHAN

Yabancı Dil : İngilizce

Eğitim

- 2018-2025, Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Eğitimi Doktora Programı
- 2008-2011, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı (Tezli)
- 2003-2007, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı

Mesleki Geçmişi

2008-Halen, İlköğretim Matematik Öğretmeni, Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]

Yayımları

- Mora, M., İlhan, A., & Kanbir, S. (2024, February). Generalization and flexibility exhibited by pre-algebraic mathematically gifted students in Turkey and Costa Rica. *13th International Group for Mathematical Creativity and Giftedness Conference (MCG)*, Bloemfontein, South Africa.
- İlhan, A., & Tanışlı, D. (2022, July). Investigation of the development of mathematics teachers' noticing skills: A teacher development experiment based on learning trajectories. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, (Vol. 4, p. 234), Alicante, Spain.
- İlhan, A., & Atasay, M. (2019, Haziran). 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi. In Ş. Çınkır (Ed.), *Proceedings of the 6th International Eurasian Educational Research Congress (EJER)* (pp. 2300-2310), Ankara Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- İlhan, A., & Tanışlı, D. (2019, Eylül). Matematik öğretmenlerinin öğretim bilgilerinin ve öğrenme yörüngelerinin incelenmesi. In A. Baki, B. Güven & M. Güler (Eds.) *Proceedings of the 4th International Turkish Computer and Mathematics Education Symposium (TURCOMAT)* (pp. 280–290), İzmir, Türkiye.