

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİST 100 ENDEKSİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN
ZAMAN
SERİLERİ İLE TAHMİNİ

İSMAİL SEYRİK

2501130172

TEZ DANIŞMANI
PROF. DR. NİGÜN ÇİL

İSTANBUL – 2019



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS
TEZ ONAYI

ÖĞRENCİNİN;

Adı ve Soyadı : İSMAIL SEYRIK

Numarası : 2501130172

Anabilim Dalı /
Anasanat Dalı / Programı : EKONOMETRİ

Danışmanı : PROF. DR. NİLGÜN ÇİL

Tez Savunma Tarihi : 02.07.2019

Saati : 13.00

Tez Başlığı : BİST 100 ENDEKSİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ İLE TAHMİNİ

TEZ SAVUNMA SINAVI, İÜ Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin 36. Maddesi uyarınca yapılmış,
sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin KABULÜNE OYBİRLİĞİ / OYÇOKLUĞUYLA karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. NİLGÜN ÇİL		KABUL
2- DOÇ. DR. VELİ YILANCI		KABUL
3- DOÇ. DR. AYCAN HEPSAĞ		KABUL

YEDEK JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. NURCAN METİN		
2- DOÇ. DR. BURCU KIRAN BAYGIN		

ÖZ

BİST 100 ENDEKSİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ İLE TAHMİNİ İSMAİL SEYRİK

Finansal değerler siyasi ve toplumsal olgulardan etkilenmektedir. Bu etki yatırımcıların karar almasını zorlaştırmaktadır. Zira bu etkinin ölçeği ve miktarı; zamana, ekonomik yapıya göre değişmektedir. Bu değişimler volatilité olarak tanımlanmaktadır. Volatilité yatırımcı için yatırım kararı almadan önce dikkat edeceği kritik bir konudur.

Yatırım doğası gereği risk içermektedir. Bu riskin ön görülebilir olması gerekir. Yatırım kararı alabilmek için riskin kabul edilebilir düzeylerde olması gerekir. Volatilité kavramı finansal riskler için anahtar bir kavramdır. Volatilitenin ölçülmesi ve anlamlandırılması bu yüzden yatırımcı için önemli bir kavramdır.

Bu çalışmanın gayesi, finansal verilerin bir gerçeği olan volatilitenin anlaşılmasıdır. Finansal verilerin sahip olduğu volatilitenin değerlendirilmesi ve anlaşılması yatırımcı için karar aşamasında önemlidir. Bu gerekçe ile volatilitenin en iyi gözlemlenebileceği veri kaynağı olan BİST-100 verileri kullanılmıştır. Veriler ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, ARCH-M, GARCH-M, EGARCH-M, GJR-GARCH-M modelleri modellenmiştir. Bu tezde 2009.01.02-2015.12.31 tarihleri arasındaki BİST-100 verileri kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal olmayan zaman serileri, ARCH model, EGARCH model, GARCH model, ARMA modeli

ABSTRACT

ESTIMATION OF BIST 100 INDEX WITH NONLINEAR TIME SERIES

İSMAİL SEYRİK

Financial values are influenced by political and social phenomena. This effect makes it difficult for investors to make decisions. Because the scale and amount of this effect; time, economic structure varies. These changes are defined as volatility. Volatility is a critical issue for the investor to consider before making an investment decision.

The investment is inherently risky. This risk should be foreseeable. In order to make an investment decision, the risk must be at acceptable levels. The concept of volatility is a key concept for financial risks. The measurement and interpretation of volatility is therefore an important concept for the investor.

The aim of this study is to understand volatility, which is a fact of financial data. The evaluation and understanding of the volatility of financial data is important for the investor at the decision stage. For this reason, BIST-100 data which is the best source of volatility can be observed. Data were modeled as ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, ARCH-M, GARCH-M, EGARCH-M, GJR-GARCH-M. In this thesis, BIST-100 data between 2009.01.02-2015.12.31 were used.

Key words: Non-linear time series, ARCH model, EGARCH model, GARCH model, ARMA model,

ÖNSÖZ

Dünyanın gün geçtikçe “çevrim içi” hale geldiği, endüstri 5.0’ın neye benzeyeceği tartışmalarının sürdüğü bir dönemde, bilgi her şeyden daha hayati hale gelmektedir. Bilgi ve iletişimle iç içe geçen ülkeler ve toplumlar, gerek ekonomik, gerekse siyasi olarak birbirlerinin etkilerine daha açık hale gelmektedirler. Bu büyük bir avantaj olduğu kadar, beraberinde de büyük riskleri getirmektedir. Finansal piyasalar bu avantajların ve dezavantajların en yoğun hissedildiği yerlerdir. Bu etkilerin yol açtığı dalgalanmalar, bu vesile ile gün geçtikçe kıymeti artan bir husus olarak ön plana çıkmaktadırlar. Finansal piyasalardaki bu dalgalanmalar volatilité olarak tanımlanmaktadır. Markowitz (1952)’in çalışması ile finansal piyasalar ve Ekonometri bilimi için, volatilité, tanımlı ve ölçülebilir bir kavram haline gelmiştir. Finansal verilerin oluşturduğu zaman serilerindeki dalgalanmaların ölçülmesi, anlaşılması, doğrusal modellerden ziyade, doğrusal olmayan modellerin kullanılmasını münasip kılmaktadır. Zaman serileri zamana bağlı olarak değişirken, volatilité siyasi, ekonomik pek çok gelişmeye bağlı olarak değişen bir unsurdur. Bu sebeple ile pek çok model geliştirilmiştir. Bu modellerin bir bölümünün anlaşılması ve incelenmesi bu çalışmanın temel maksadıdır. Volatilité üzerinde şokların simetrik etkilerini tetkik eden ARCH ve GARCH, modelleriyle birlikte, asimetrik koşullu değişen varyans modelleri de bu çalışma içinde ele alınarak, üstünlükleri ve zayıflıkları değerlendirilmiştir.

Kıymetli görüş ve destekleriyle çalışmama ışık olan Doç. Dr. Aycan HEPSAĞ hocama teşekkür ederim. Çalışmam müddetince yoğun temposuna rağmen, sorularıma sabırla yanıt veren, destek, öneri ve görüşleriyle, çalışmamı ve bilimsel yetkinliğimi zenginleştiren tez danışmanım Prof. Dr. Nilgün ÇİL hocama saygı ve teşekkürlerimi arz ederim.

Eğitim hayatım boyunca desteğini esirgemeyen, her daim ilham veren aileme sonsuz teşekkür ederim.

İsmail SEYRİK,
İSTANBUL 2019

İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	III
ABSTRACT.....	IV
ÖNSÖZ	V
TABLolar LİSTESİ	IX
ŞEKİLLER LİSTESİ	X
KISALTMALAR LİSTESİ.....	XI
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM DOĞRUSAL ZAMAN SERİLERİ

1.1. Otoregresif (AR) Süreçler.....	4
1.1.1. Süreci	9
1.1.2. AR(p)	12
1.1.3. AR(p) Sürecinin Mertebesinin Belirlenmesi.....	14
1.2. Hareketli Ortalama MA(q) Süreci.....	16
1.2.1. MA(1) Sürecinin Özellikleri	17
1.2.2. MA(2) Süreci	19
1.2.3. MA(q) Süreci	21
1.2.4. MA(q) Sürecinin Mertebesinin Tespiti	22
1.3. ARMA(p,q) Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci	22
1.4. ARIMA(p,d,q) Entegre Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci.....	25
1.5. Model Seçim Kriterleri	27

İKİNCİ BÖLÜM KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

2.1. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri	30
2.1.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (ARCH)	30
2.1.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri	38

2.1.3.ARCH-M (ARCH IN MEAN) Modeli	43
2.1.4. GARCH-M (GARCH IN MEAN) Modeli.....	43
2.2. Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri.....	44
2.2.1. Üstel GARCH (EGARCH) Modeli.....	44
2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modelleri	49
2.2.3. GJR GARCH(Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH) Modeli	52
2.2.4. NGARCH Modeli	53
2.2.5. AGARCH Modeli	54
2.2.6. VGARCH modeli.....	54
2.2.7. QGARCH Modeli	54
2.2.8. TSGARCH Modeli	55
2.3. Model Seçim Kriterleri	56
2.3.1. Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criteria-AIC).....	56
2.3.2. Schwarz Bilgi Kriteri (Schwarz Information Criteria- SIC).....	57
2.3.3. Haber Etki Kriteri.....	57

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KAVRAMSAM ÇERÇEVE

3.1.Kısa Bir Literatür Değerlendirmesi	58
3.2. Borsa Kavramları	60
3.2.1. Borsa İstanbul	60
3.2.2. Menkul Kıymetler	61
3.2.3. Hisse Senetleri.....	62
3.2.4. Hisse Senedi Endeksleri.....	62
3.2.5. BİST Hisse Senedi Endeksleri	63

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

4.1. Uygulama Yöntemi.....	64
4.2. Veri Seti	65
4.2.1. Veri Setinin İncelenmesi	66
4.2.2. Veri Setine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler	67

4.2.3.Uygun ARMA Modelinin Tespiti	71
4.2.4. Hataların Sabit Varyanslılığının İncelenmesi (ARCH-LM testi)	74
4.3 Volatilite Modellerinin Tahmini	75
4.4. Uygun Volatilite Modelinin İstatistiki Analizi.....	106
SONUÇ	110
KAYNAKÇA.....	112
EKLER	119



TABLÖLER LİSTESİ

Tablo 4.1. Veri Setine İlişkin ADF Testi Tablosu	69
Tablo 4.2. Veri Setine İlişkin Philips-Perron Testi Tablosu	73
Tablo 4.3. Ortalama Denklemleri Değerler Tablosu.....	73
Tablo 4.4. ARMA(2,2) Modeli Tahmin Tablosu	73
Tablo 4.5. ARMA(2,2) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları	75
Tablo 4.6. ARCH(p), ARCH-M(p) Modellerin Çıktı Tablosu	77
Tablo 4.8. ARCH(p), ARCH-M(p) Modellerin Test Çıktı Tablosu	77
Tablo 4.9. GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu	78
Tablo 4.10. GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu	79
Tablo 4.11. GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu	81
Tablo 4.12. GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu	82
Tablo 4.13. EGARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	84
Tablo 4.14. EGARCH(p,q) Modellerin Testleri	85
Tablo 4.15. EGARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	86
Tablo 4.16. EGARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu.....	87
Tablo 4.17. GJR-GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	88
Tablo 4.18. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu.....	89
Tablo 4.19. GJR-GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	90
Tablo 4.20. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Test Tablosu.....	91
Tablo 4.21. GARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu	93
Tablo 4.22. GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu	94
Tablo 4.23. GARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu	95
Tablo 4.24. GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu	96
Tablo 4.24. İçin EGARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	97
Tablo 4.25. EGARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu.....	98
Tablo 4.26. EGARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu.....	99
Tablo 4.26. EGARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu.....	100

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1. Veri Seti.....	66
Şekil 4.2. Veri Setinin Histogramı ve Tanımlayıcı İstatistikleri	63
Şekil 4.3. ARMA(2,2) Modeline İlişkin Durağanlık Ve Anlamlılık Testi.....	68



KISALTMALAR LİSTESİ

ACF	: Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	: Genelleştirilmiş Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller)
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criteria)
AR	: Otoregresif (Autoregressive)
ARCH	: Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
ARCH-M	: Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH In Mean)
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average)
AGARCH	: Asimetrik GARCH Modeli
BİST	: Borsa İstanbul
BİST 100	: BİST Ulusal 100 Endeksi
EGARCH	: Üstel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
GARCH	: Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)
GARCH-M	: Ortalamada Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH In Mean)
GJR-GARCH	: Eşik GARCH
LM	: Lagrange Çarpanları (Lagrange Multiplier)
MA	: Hareketli Ortalama (Moving Average)
N-GARCH	: N-GARCH : Doğrusal Olmayan GARCH
PACF	: Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
Q-GARCH	: İkinci Dereceden GARCH
SIC	: Schwarz Bilgi Kriteri (Schwarz Information Criterion)
TARCH	: Eşik değerli otoregresif koşullu değişen varyans (Threshold Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

TIC : Theil Eşitsizlik Katsayısı
VGARCH : Vektör GARCH modeli



GİRİŞ

Volatilite serilerde ortaya çıkan değişkenlik olarak ifade edebileceğimiz bir kavramdır. Piyasalarda dalgalanmaya, fiyat hareketlenmesine yol açabilecek her türlü; iç, dış, politik, ekonomik, şirketlerin ekonomik yapısındaki değişimler gibi öngörülemeyen, ani iniş ve çıkışlardan kaynaklanan dalgalanmalara volatilite denmektedir. Yatırımcı için risk doğuracak bu gibi hareketlenmelerin tahminlenmesi önemlidir. Zira yatırımcı volatiliteye bağlı olarak, yatırım kararı alabilir veya mevcut yatırımlarını yapmaktan vaz geçebilir. Bu yüzden bir risk ölçü birimi olarak da kullanılmaktadır.

Volatilite risk için bir ölçü olarak tek başına yeterli değildir. Fakat, risk yönetimi yatırımlarla ilgili karar alırken pek çok önemli kavramlardan biridir. Ölçüm için, sıklıkla varyans ve standart sapma kullanılmaktadır. Finansal varlıkların sahip olduğu getirilerin değişmelerinin büyük olması halinde, bunları yine büyük değişmelerin takip ettiği, buna mukabil, küçük değişmeleri de küçük değişmelerin izlediği, Mandelbrot (1963)¹ tarafından ortaya konmuştur. Büyük ve küçük hataların kümelenediği bu duruma, Volatlite Kümelenmesi denmektedir.

Volatilitenin önemli bir özelliği ise doğrudan gözlemlenemiyor olmasıdır. Bu durum ölçülmesi için bir problem teşkil etmektedir. Bu bağlamda, önce gözlemlenmesi akabinde de ölçülmesi mümkün hale gelmektedir. Şu halde kabaca, önce volatilitenin gözlemlenmesi, sonrada ölçülmesi, volatilite ölçüm yöntemleri için ortak ikili bir aşama olarak karşımıza çıkmaktadır. Ampirik bir tahmin ortaya koyulması için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu çalışmada da öncelikli olarak bu yöntemleri inceleyecek, akabinde 2009.01.02-2015.12.31 dönemindeki Bist 100 verilerindeki volatilitenin en uygun biçimde tahmini için

¹ Mandelbrot, B. "The variation of Certain Superculative Prices", **The journal of Business Of the University of Chicago**, 46, 1963, ss394-419

uygun yönteme karar verilip, bu aralıktaki değerler hesaplanıp değerlendirilecektir.



BİRİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL ZAMAN SERİLERİ

Finans piyasalarında riskin ölçülmesi ve hesaplanabilmesi yatırımcılar için hayatidir. Zira getiri ve risk arasındaki ilişki, yatırımcı için karar verme mekanizmasında önemli bir kriterdir. Bu konudaki ilk çalışma Markowitz (1952) tarafından yazılmış olan makaledir². Sharpe (1964) hisse senetlerinin piyasa endeksin bağlı olarak duyarlılığı ölçen beta katsayısını ortaya koyduğu çalışması ile risk ve getiri arasındaki ilişkiyi yeni bir boyutta açıklayabilir hale getirmiştir.³ Sabit varyans varsayımını ihlal ederek, regresyon analizinde varyansın değişken olduğunu belirterek, varyansın kendi geçmiş değerlerine bağlı olarak yeni bir tahmin yöntemi ortaya koyan Engle (1982); (ARCH) risk ölçümü ve hesaplaması için farklı bir model oluşturmuştur⁴.

Ekonomik değerlerin analiz amaçlarından birisi ekonomik değişkenlerin geçmişteki değerlerine ve bu günkü değerlerine bakarak, gelecekte alabilecekleri değerleri öngörmektir. Bu bağlamda bir ekonomik bir değer gecikmeli değerinin, mevcut değeri üstündeki etkileri doğrultusunda bir model oluşturma düşüncesi; kabaca, zaman serisi modeli olarak tanımlanabilir. Bu doğrultuda zaman serisi modelleri, klasik ekonometrik modellerden farklıdır. Hakeza, bu modeller ekonomik değişkenlerin arasındaki ilişkiye atıf yapan ekonomik teoremin kurduğu çatı ile başlamazlar. Ekonomik değer, geçmişte aldığı değer ve bu günkü değeri üzerinden süreci açıklayarak, gelecekte alabileceği değerlere ilişkin tahminde bulunur.

Zaman serisi modeli, seriyi meydana getiren stokastik sürecin zaman içinde değişmediği varsayımı altında oluşturulmaktadır. Serinin ortalama ve

² Markowitz, Harry, "Portfolio selection" *The Journal of Finance*, C:7, No:1, 1952, s. 77-91.

³ Sharpe, William "Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk". *The Journal Of Finance*, C:19, No:3, 1964, s.425-442

⁴ Engle, Robert "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation". *Journal of the Econometric Society*, C:50, No:46, 1982. s.987-1007.

varyansında, zamana bağlı olarak bir değişim mevcut değilse, bu durum “durağanlık” olarak tanımlanır. Bu kısımda, otoregresif model AR(p), hareketli ortalamalar modeli MA(q), otoregresif hareketli ortalamalar modeli ARMA(p,q) ve entegre otoregresif hareketli ortalamalar modeli ARIMA(p,d,q) süreçleri incelenecektir

1.1. Otoregresif (AR) Süreçler

Zaman serisi modelinde, ekonomik değişkenin geçmiş değerleri, ilgili değişkenin gelecek değerlerinin tahmin edilmesi için oldukça faydalıdır. Y_t ’nın ekonomik değerinin, bir önceki dönemdeki değerine bağlı olarak ortaya konan AR(1) modeli otoregresif model olarak tanımlanır. Daha sade bir ifade ile, Y_t ’nin bağımlı, Y_{t-1} ’in bağımsız değişken olduğu, basit regresyon modeliyle tanımladığımız süreçtir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, 3 \dots T \quad (1.1)$$

Yukarıda görülen, birinci derece otoregresif modelde, δ kesme parametresi, bununla birlikte ϕ_1 , -1 ile +1 arasında değer aldığı var sayılan bilinmeyen parametre ve $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = \dots = \mu$ ise ortalaması sıfır sabit varyansta, σ_e^2 korelasyonsuz hata terimidir⁵.

Otoregresif parametrenin değerinin $|\phi_1| < 1$ olması durumunda süreç durağan olarak kabul edilir. $\phi_1 = 1$ olması durumunda ise, varyans sabit olmamakta ve zamanla artmaktadır. Rassal yürüyüş olarak da bu süreç

⁵ Sevüktekin, M.; Çınar, M., “**Ekonometrik zaman serileri Analizi**” Bursa, Dora Basım-Yayınları, 2017, s. 116

tanımlanabilir. Bu şekilde, ortalaması ve varyansı zamana bağlı olarak değişen süreç durağan olarak tanımlanamaz.

Şu durumda denklem (1.1) tekrar düzenlendiğinde;

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

sürecin durağan çözümünün bulunmadığı, bu haliyle de rassal yürüyüş süreci dediğimiz yapının ortaya çıktığı görülmektedir. Bu doğrultuda $t=1$ olduğunda, $Y_0=0$ durumunda;

$$Y_1 = e_1$$

$$Y_2 = e_2$$

$$Y_3 = Y_2 + e_1$$

$$Y_t = \sum e_1$$

$$E(Y_t) = E\left(\sum e_1\right) = t \cdot \mu \Rightarrow \text{Var}(Y_t) = t \cdot \sigma^2 \quad (1.3)$$

Yukarıda da görüleceği üzere, varyans tabii olarak zamana bağlı değişim gösterecektir. Sürecin farklarının alınması halinde de süreç durağan olacaktır. AR(1) süreci, $\phi = 0$ halinde, hata teriminin özelliklerini taşıyacaktır. Şu durumda, birinci-derece otoregresif AR(1) sürecini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim ND(0, \sigma^2) \quad (1.4)$$

Y_t , bütün dönemler için benzeri yoğunluk fonksiyonuna sahip ise, Y_t 'nin ortalama ve varyansının bütün dönemlerde aynı olması gerekmektedir.

Böylelikle, ortalama için $E(Y_t) = E(Y_{t-1}) = E(Y_{t-2}) = \dots = \mu$ şeklinde olması demektir. Denklem (1.4)'teki Y_t 'nin beklenen değeri alınması halinde;

$$E(Y_t) = E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (1.5)$$

$$= E(\delta + \phi_1 Y_{t-1}) + E(\varepsilon_t)$$

$$= E(\delta + \phi_1 Y_{t-1})$$

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu \quad (1.6)$$

Bişiminde ifade edilebilir. Ortalama μ için çözümleme yaparsak;

$$E(Y_t) = \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1} \quad (1.7)$$

sonucuna ulaşılır.

AR(1) sürecinde, Y_t 'nin varyansını bulmak için bütün dönemler boyunca varyans sabit olmak kaydıyla kullanılmaktadır. Tüm zaman dönemleri için Y_t 'nin varyansı, $Var(Y_t) = Var(Y_{t-1}) = Var(Y_{t-2}) = \dots = \sigma_Y^2$ şeklinde olacaktır. Denklem (1.4) $\delta = 0$ varsayımı altında tekrar yazıp,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.8)$$

Akabinde ise denklemin her iki tarafının da varyansını almamız halinde,

$$Var(Y_t) = \sigma_Y^2 = Var(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (1.9)$$

$$\sigma_Y^2 = \phi_1^2 Var(Y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t) \quad (1.10)$$

$$\sigma_Y^2 = \phi_1^2 \sigma_Y^2 + \sigma_Y^3 \quad (1.11)$$

Y_t 'nin ve ε_t 'nin bağımsız olduğu hatırlandığında denklem (1.10)'a ulaşmış oluruz. Bu haliyle σ_Y^2 için denklemini çözmemiz halinde:

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2} = \gamma_0 \quad (1.11)$$

sonucuna ulaşılır. Y_t 'nin ortalama ve varyansının bütün dönemler için sabit olmasının yanında otokovaryanslarının da sabit olduğu var sayılır. Şu durumda birinci-dereceden otokovaryans aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\gamma_1 = Cov(Y_t, Y_{t-1}) = E[Y_t - E(Y_t)][Y_{t-1} - E(Y_{t-1})] \quad (1.12)$$

$$\gamma_1 = E(Y_t Y_{t-1}) \quad [E(Y_t) = 0]$$

olduğu hatırlanarak,

$$\gamma_1 = E[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t) - Y_{t-1}] \quad (1.13)$$

$$\gamma_1 = \phi_1 E(Y_{t-1}^2) + E(\varepsilon_t Y_{t-1}) \quad (1.14)$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \sigma_Y^2 \quad (1.15)$$

Hatırlanacağı üzere $E(\varepsilon_t Y_{t-1}) = 0$ 'dır. Bir diğer ifade ile, ε_t ve Y_{t-1} bağımsızdır. Dönem farkı sabit olacağı için bütün gecikmelerde, birinci derece otokovaryanslar aynı olacaktır. Y_t ve Y_{t-k} arasındaki kovaryans γ_k ile ifade edilir. Genelleştirmek gerekir ise, k-gecikmeli kovaryanslar aşağıdaki gibi ifade edilecektir.

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \phi_1^k \sigma_Y^2 \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.16)$$

Fark (k) sabit olacağı için bütün gecikmelerde ise k-derece otokovaryanslar da aynı olacaktır. Bu genel tanımlamada Y_t 'nin varyansı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\gamma_0 = \sigma_Y^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2} \quad (1.17)$$

k-gecikmeye sahip otokovaryans katsayısı ise, denklem (1.17) görüldüğü şekilde olacaktır⁶.

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} = \phi_1^k \sigma_Y^2 = \phi_1^k \gamma_0 \quad K = 0, 1, 2, \dots \quad (1.18)$$

Zaman serisinde Y_t ve Y_{t-k} arasındaki korelasyonu hesaplamak suretiyle Y_t için kovaryansları sorgulamak değişkenin ölçü birimlerine bağlı olmasından ötürü oluşacak zorlukların üstesinden gelmeyi sağlayacaktır. Bu doğrultuda korelasyon aşağıdaki gibi olacaktır.

$$Cor(Y_t, Y_{t-1}) = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-1})}{\sqrt{Var(Y_t)} \sqrt{Var(Y_{t-1})}} \quad (1.19)$$

γ_k kovaryansı, γ_0 varyansı ifade etmek üzere, otokorelasyon katsayısı aşağıdaki gibi gösterilir;

$$P_k = \gamma_k / \gamma_0 = \phi_1^k \gamma_0 / \gamma_0 = \phi_1^k \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.20)$$

⁶ Hill, R.C., Griffiths, W.E. and Lim, G.C, **Principles of Econometrics**, John Willey & Sons Inc, Canada, 2007, s. 581

Denklem (1.19) AR(1) süreci için otokorelasyonu tanımlayan fonksiyondur. Bu fonksiyon serinin otokorelasyon fonksiyonu (ACF) olarak bilinir. Fonksiyonun grafik gösterimine ise, korelogram denilmektedir.

ϕ_1 parametresinin $-1 < \phi_1 < 1$ koşulunu sağlaması halinde, AR(1) sürecinin durağanlığı sağlanacaktır.

Bununla birlikte ϕ_1 parametresinin büyüklüğüne bağlı olarak AR(1) sürecinin yapısı değişme gösterecektir. $\phi_1 = 0$ değerini alması halinde, $Y_t = \varepsilon_t$ eşit olacaktır. Süreç durağan olduğu için de $-1 < \phi_1 < 1$ sıfır ortalama ile saçılım gösterecektir. Aynı zamanda ortalamayı çok sık bir biçimde kesecektir. Fakat ϕ_1 parametresinin değerinin giderek artarak büyümesi halinde, nispeten, serinin ortalamayı daha az kesmesine neden olmaktadır. $\phi_1 = 1$ durumunda ise, serinin çok daha uzaklaştığı, durağanlık koşulunu ihlal ettiği gözlemlenecektir. $\phi_1 > 1$ olması halinde patlayan seri özelliğini göstereceği görülecektir. $\phi_1 = 0$ olması halinde ise, süreç pür rassal sürece eşit olacak, hata teriminin tüm özelliklerini alacak ve yansıtacaktır.

1.1.1. AR(2) Süreci

Birinci derece otoregresif zaman serisi modelleri birçok ekonomik zaman serisini oldukça iyi açıklar. Birinci derece otoregresif zaman serisi modellerinde Y_t 'nin değeri bir önceki dönemin değerlerine bağlıdır. Buna karşılık AR(2) sürecinde ise, Y_t serisi kendinden bir önceki (Y_{t-1}) ve iki dönem önceki (Y_{t-2}) değerlerine bağlıdır. Bu doğrultuda ikinci derece otoregresif model olarak isimlendirilen AR(2) modelini yazmak istersek;

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t \quad (1.19)$$

şeklilde ifade ederiz. δ Parametresi stokastik sürecin ortalaması ile ilintili bir sabittir. ε_t 'ler ortalamaları 0 ve sabit varyansla, σ_ε^2 korelasyonsuz tesadüfi değişkenlerdir.⁷ ϕ_1 ve ϕ_2 farklı değerler alması halinde ise AR(2) sürecinin farklı yapıları gözlemlenecektir. Bu yapıları özetlersek:

a. ϕ_1 ve ϕ_2 sifıra yanaşması halinde, seri ortalamayı çok sık kesecektir.

b. ϕ_1 ve ϕ_2 değerlerinin büyümesi durumunda ise, seri ortalamayı daha az kesecektir.

AR(2) sürecinde rassal değişken Y_t 'nin ortalaması aşağıdaki gibi gösterilecektir.

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(\delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t) \\ \mu &= \delta + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu \\ \text{veya,} \\ E(Y_t) &= \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2} \end{aligned} \quad (1.20)$$

$\delta = \mu = 0$ olduğu varsayımı altında Y_t 'nin varyans ve kovaryanslarını hesaplamak mümkündür. Şu halde, Y_t 'nin varyansı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$E(Y_t^2) = E(Y_t Y_t) = E[Y_t(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t)] \quad (1.21)$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (1.22)$$

⁷ Sevüktekin, a.g.e., s 122

Bununla birlikte kovaryansları

$$E(Y_{t-1}Y_t)E[Y_{t-1}(\phi_1Y_{t-1}+\phi_2Y_{t-2}+\varepsilon_t)] \quad (1.23)$$

$$\gamma_1 = \phi_1\gamma_0 + \phi_2\gamma_1 \quad (1.24)$$

$$E(Y_{t-2}Y_t)E[Y_{t-2}(\phi_1Y_{t-1}+\phi_2Y_{t-2}+\varepsilon_t)] \quad (1.25)$$

$$\gamma_2 = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} \quad (1.26)$$

$k \geq 2$ için genel ifadesi ile;

$$E(Y_{t-k}Y_t)E[Y_{t-k}(\phi_1Y_{t-1}+\phi_2Y_{t-2}+\varepsilon_t)] \quad (1.27)$$

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} \quad (1.28)$$

yazılır. Bu noktada sürecin durağan olması için gereken koşulları ifade etmek istersek;

$$\begin{aligned} \phi_2 + \phi_1 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \\ |\phi_2| &< 1 \end{aligned} \quad (1.29)$$

Şeklindedir. AR(2) sürecinin otokorelasyon katsayıları ise,

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \\ p_2 &= \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \end{aligned} \quad (1.30)$$

AR(2) Sürecinin otokorelasyon fonksiyonu(ACF),

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \quad k = 3, 4, 5 \dots \quad (1.31)$$

biçiminde yazılabilir. Durağanlık koşulu için k 'nın gecikme değerinin artmasına bağlı olarak ACF katsayısı giderek azalmaktadır.

(1.31)'da ifade edilen durağanlık koşullarını ve p_1 ve p_2 için geçerli halini kullanmak için

$$p_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2} \quad (1.32)$$

$$p_2 = \phi_2 + \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_2}$$

p_1 ve p_2 kabul edilebilir değerleri tespit edilmiştir. Şu durumda durağan bir AR(2) süreci için;

$$\begin{aligned} -1 < p_1 < 1 \\ -1 < p_2 < 1 \\ p_1^2 < \frac{1}{2}(p_2 + 1) \end{aligned} \quad (1.33)$$

p_1 ve p_2 ifadeleri bu bölgede yer alabilmelidir. ϕ_1 ve ϕ_2 için geçerli bölge aşağıdaki gibi belirtilebilir.

1.1.2. AR(p)

Y_t süreci kendinden bir önceki veya daha önceki değerlere bağlı olabilir. Bu koşuldaki süreç yüksek dereceden otoregresif model olarak tanımlanmaktadır. Y_t serisi, p 'inci dereceden otoregresif sürece sahip bir seri

olarak tanımlanır. Y_t değerlerinin p dönem ağırlıklı ortalaması ile hata terimlerinin toplamının değerine eşittir. Şu durumda p . mertebeden otoregresif süreç aşağıdaki gibi olacaktır:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad (1.34)$$

δ ifadesi stokastik süreçle ilgili sabit bir değerdir. bilinmeyen otoregresif parametreler ise ϕ_1, ϕ_2, ϕ_p Değerleri ile ifade edilmiştir.⁸

Bu durumda AR(p) sürecinin ortalaması aşağıdaki gibi bulunur.

$$E(Y_t) = \delta + \phi_1 E(Y_{t-1}) + \phi_2 E(Y_{t-2}) + \dots + \phi_p E(Y_{t-p}) + E(e_t) \quad (1.35)$$

$$\delta = (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p) E(Y_t) \quad (1.36)$$

$$E(Y_t) = \frac{\delta}{(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)} \quad (1.37)$$

$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1$ durumu durağanlık koşuludur. Denklem (1.37)'de paydanın 1'den küçük olması için mecburidir. Şu halde sürecin varyansı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= E(Y_t^2) = E\left[Y_t(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \delta + e_t)\right] \\ &= \phi_1 \gamma_t + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_e^2 \end{aligned} \quad (1.38)$$

k gecikmeli kovaryansı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad k > 0 \quad (1.39)$$

⁸ Aziz Kutlar, **Ekonometrik Zaman Serileri**, Ankara, Gazi Kitabevi, 2000, .S. 25

otokorelasyonuysa;

$$P_k = \phi_1 P_{k-1} + \phi_2 P_{k-2} + \dots + \phi_p P_{k-p} \quad k > 0 \quad (1.40)$$

şeklinde ifade edilir.

1.1.3. AR(p) Sürecinin Mertebesinin Belirlenmesi

Kısmî otokorelasyon katsayıları vasıtası ile sürecin mertebesi tespit edilir. Y_t gecikmeli değerleri ile açıklanan tesadüfî değişkendir. Kısmî otokorelasyon katsayılarının korelogramında, sürecin durağan olmadığı gözlemlendiğinde, kısmî otokorelasyon bulunmamakta ve korelogramda boşluklar oluşmaktadır. Kısmî hataya göre katsayıların anlamlı olup olmadığı tespit edilir.⁹

Zaman serisinin rastlantısal olması halinde ise, kısmî otokorelasyon katsayıları, “0” ve $\frac{1}{\sqrt{n}}$ varyansla normal dağılıma uymaktadır. Anlamlılıklarının sınırlanması ise, ± 2 standart hataya göre saptanır. Kısmî otokorelasyon katsayıları $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ aralığında değer alırsa katsayıların anlamlı olduğu sonucuna varılır.

AR(1) sürecinde, Y_{t-2} modelde doğrudan görünmese bile, Y_t ve Y_{t-2} arasında bir korelasyon söz konusudur. Y_t ve Y_{t-2} arasındaki bu korelasyon ; Y_t ve Y_{t-1}

⁹ Kıran, Burcu, **Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri Volatilitésinin Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri ile Tahmini**, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2006, sf. 25

arasındaki bir korelasyon (p_1) ile Y_{t-1} ve Y_{t-2} arasındaki korelasyonun (p_1) çarpımına eşittir. Bundan ötürü $p_2 = (p_1)^2$ 'dir.¹⁰

Kısmi otokorelasyon fonksiyonunu tespit etmenin en doğru yolu; her gözlem değerinden serinin ortalamasını çıkararak (Y_t^*) serisini elde etmektir. Kısaca aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$(Y_t^*) = Y_t - \mu \quad (1.41)$$

Hata terimi e_t olmak üzere, $Y_t^* = \phi_{11}Y_{t-1}^* + e_t$ birinci dereceden otoregresif model tahmin edilecektir. Herhangi bir değer araya girmediği durumda, Y_t , Y_{t-1} ve ϕ_{11} arasındaki otokorelasyonu ve de kısmi otokorelasyonu belirtir.

AR(2) için de aynı şekilde işlemleri uygulayacak olursak,

$$Y_t^* = \phi_{21}Y_{t-1}^* + \phi_{22}Y_{t-2}^* + e_t \quad (1.42)$$

denklemine ulaşırız. ϕ_{22} ifadesi, Y_t ve Y_{t-2} arasındaki kısmi otokorelasyon katsayısını göstermektedir. Örnek büyüklüğü T; kısmî otokorelasyon katsayısının gecikme değerinden (T/4) fazla olamaz. Kısmi otokorelasyon katsayılarını diğer ilave gecikmeleri için de hesaplayacak olursak;

$$\phi_{11} = p_1 \quad (1.43)$$

$$\phi_{22} = \frac{(p_2 - p_1^2)}{1 - p_1^2}$$

¹⁰ Enders, Walter., **Applied Econometric Time Series**, Second Edition, USA, Wiley Series, 2004 s.65.

$$\phi_{kk} = \frac{p_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} p_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} p_j} \quad k=3,4,5\dots \quad (1.44)$$

olarak ulaşılır. Daha sonra;

$$\begin{aligned} \phi_{kj} &= \phi_{k-1,j} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-j} \\ j &= 1,2,3\dots k-1 \end{aligned} \quad (1.45)$$

denkleminde ulaşılır. $k > p$ değeri için, ϕ_{kk} değerleri sıfırdır. Kısmî otokorelasyon katsayıları, AR(p) süreci için; p'den büyük gecikmeler için sıfırdır.¹¹ Şu durumda anlaşılmaktadır ki; AR(p) sürecinde, kısmi otokorelasyon katsayıları p gecikmede kesilmektedir.¹²

1.2. Hareketli Ortalama MA(q) Süreci

Ekonomik değişken Y_{t-1} 'nin değeri cari ve geçmiş rassal bir kalıntının ağırlıklı ortalamasıdır. Genellikle hareketli ortalama süreci, 1, 2 yahut daha fazla dönem geriye doğru rassal kalıntılar ε_t 'lerin ağırlıklı bir ortalaması olarak ekonomik değişken Y_{t-1} 'ye ait zaman serisi gözlemlerini gösterir. MA(q) süreci, q durağan hata teriminin ortalaması olduğu için MA süreçleri durağandır. MA(q) sürecine ilişkin istatistiksel model aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.46)$$

¹¹ Enders a.g.e., s.66

¹² Akgül, Işıl., **Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri**, İstanbul: DER Yayınları, 2003. s.67.

Denkleimde korelasyonsuz rassal kalıntılar ε_t ortalaması sıfır ve sabit varyansa sahiptir, θ_i ($i=1,2,\dots,q$) ise bilinmeyen parametrelerdir. Denkleimde dikkati çeken bir diğer husus ise, AR(p) modelinde yer alan δ ifadesi yerine μ ifadesi “kesme” parametresi olarak kullanılmıştır. θ parametreleri bilinmeyen parametrelerdir ve değerleri negatif yahut pozitif olabilir.

1.2.1. MA(1) Sürecinin Özellikleri

t dönemdeki Y'nin değeri hata teriminin şimdiki değerine ve de bir dönem gecikmeli değerine bağlıdır. Bu süreç MA(1) ile gösterilir ve denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (1.47)$$

ortalaması;

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= \mu + E(\varepsilon_t) + \theta_1 E(\varepsilon_{t-1}) \\ E(Y_t) &= \mu \end{aligned} \quad (1.48)$$

Olarak gösterilir. Sürecin varyansı ise aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = E(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1})^2 = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2) \quad (1.49)$$

Varyans ve ortalama zamandan bağımsızdır. Y_t ve Y_{t-1} arasındaki kovaryans ise,

$$\begin{aligned}
Cov(Y_t, Y_{t-1}) &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t-1} - \mu)] \\
\gamma_1 &= E(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2}) \\
\gamma_1 &= \theta_1 \sigma_\varepsilon^2
\end{aligned} \tag{1.50}$$

biçiminde ifade edilir. ($k > 1$) durumunda kovaryans ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{aligned}
Cov(Y_t, Y_{t-k}) &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)] \\
\gamma_1 &= E(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-k} + \theta_1 \varepsilon_{t-k-1}) \\
\gamma_1 &= 0
\end{aligned} \tag{1.51}$$

Denklem (1.51)'de görüleceği üzere, ($k > 1$) durumunda kovaryanslar 0 olacaktır. Buradan MA(1) sürecinin hafızasının bir dönemlik olduğu anlaşılabacaktır. Sürecin otokorelasyon katsayıları ise aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \begin{cases} \frac{\theta_1}{1 + \theta_1} & k = 1 \\ 0 & k > 1 \end{cases} \tag{1.52}$$

Şu durumda, MA(1) süreci için otokorelasyon fonksiyonu gecikme $K=1$ 'den sonra kesilmektedir¹³. Bu süreçte $|\theta_1| < 1$ olma koşulu tersine çevrilebilirlik koşulu olarak bilinmektedir. Yani $|\theta_1| < 1$ olması durumunda MA(1) sürecinin geometrik olarak azalan ağırlıklarla daha yüksek mertebeli AR süreçlerine çevrilebilir olmasını ifade etmektedir. Çevrilebilirlik koşulu,

$$\begin{aligned}
Y_t &= \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \\
Y_t &= \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1} + \phi^2 \varepsilon_{t-2} = \varepsilon_t + \phi(\varepsilon_{t-1} + \phi \varepsilon_{t-2} + \dots) \\
Y_t &= \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t
\end{aligned} \tag{1.53}$$

¹³ Sevüktekin, **a.g.e.**, sf 165

olarak ifade edilir. Böylelikle MA(1) süreci ve AR(1) sürecine çevrilebilmektedir. Bu sayede MA süreci çevrilerek AR(∞) sürecine dönüşmektedir.

Süreç durağan hale geldiğinde gecikmeyi ifade eden k'ların değeri arttıkça otokorelasyon sayısı olan ρ_k 'lar küçülür. Buna göre otokorelasyon katsayılarının 0'a yaklaşıyor olması durağanlığın bir göstergesidir. Pozitif değer alan θ 'lar serilerde pozitif otokorelasyon olduğuna işaret etmektedir.¹⁴

1.2.2. MA(2) Süreci

İkinci Derece hareketli ortalama sürecinin özelliklerini ifade etmek için;

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (1.54)$$

verilen denklem(1.54) MA(2) olarak tanımlanmaktadır. Sürecin ortalaması ve varyansı;

$$E(Y_t) = \mu \quad (1.55)$$

$$\gamma_0 = Var(Y_t) = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2) \quad (1.56)$$

şeklindedir. Bir dönem gecikmeli kovaryansı aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} Cov(Y_t, Y_{t-1}) &= E[(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2} + \theta_2 \varepsilon_{t-3})] \\ \gamma_1 &= \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 + \theta_1 \theta_2 \sigma_\varepsilon^2 = \sigma_\varepsilon^2 (\theta_1 + \theta_1 \theta_2) \end{aligned} \quad (1.57)$$

k dönem gecikmeli kovaryansı ise aşağıdaki gibi olacaktır.

¹⁴ James Hamilton, **Time Series Analysis**, USA, Princeton University Pres, 1994, s. 49

$$Cov(Y_t, Y_{t-1}) = 0 \quad (1.58)$$

Şu durumda sürecin otokorelasyon katsayıları aşağıdaki gibi olacaktır.

$$p_1 = \frac{\theta_1(1+\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (1.59)$$

$$p_2 = \frac{\theta_1}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (1.60)$$

ve

$$p_k = 0 \quad k > 2 \quad (1.61)$$

MA(2) sürecine tekabül eden otokorelasyon fonksiyonu denklem (1.59)'da ve denklem (1.60)'ta görüldüğü üzere dir. MA(2) sürecinde Y_t, e_{t-1} ve e_{t-2} 'den etkilenmesine karşın daha yüksek gecikmelerden fakat daha yüksek gecikmelerden etkilenmez. Süreçte;

$$\begin{aligned} \theta_1 + \theta_2 &< 1 \\ \theta_1 - \theta_2 &< 1 \\ |\theta_2| &< 1 \end{aligned} \quad (1.62)$$

ile, çevrilebilirlik koşulu sağlanmaktadır. Bu koşullardan ve otokorelasyon katsayılarından kullanılarak çevrilebilir MA(2) sürecinin ilk iki otokorelasyon katsayısı aşağıdaki,

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= -0,5 \\ p_1 - p_2 &= -0,5 \\ p_1^2 &= 4p_2(1-2p_2) \end{aligned} \quad (1.63)$$

biçimde sınırlandırılmalıdır.¹⁵

1.2.3. MA(q) Süreci

Hata teriminin şu anki ve geçmişteki değerlerinin ağırlıklı ortalaması olarak ifade edebileceğimiz q dereceden hareketli ortalama sürecinin tam olarak q dönemli bir belleğe sahip olduğunu söylemek mümkündür. q dereceden hareketli ortalama sürecini yazmak gerekir ise,

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.64)$$

biçiminde ifade edilebilir. ε_t 'ler ortalaması sıfır, sabit varyanslı, korelasyonsuz bir dizi, $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$ parametreleri ise bilinmeyen parametrelerdir MA(q) sürecinin ortalaması zamandan bağımsızdır. Sürecin varyansı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= E(Y_t - \mu)^2 \\ &= E(\varepsilon_t^2 + \theta_1^2 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \theta_q^2 \varepsilon_{t-q}^2) \\ &= \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \end{aligned} \quad (1.65)$$

Y_t 'nin varyansının sonlu olduğu varsayımı kabul edilir. Zira herhangi bir t döneminde başlayan stokastik süreç gittikçe başlangıç noktasından sapacaktır. Y_t serisi durağan ise $\sum_{i=1}^q \theta_i^2 < \infty$ olmalıdır¹⁶.

MA(q) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu ise;

¹⁵ Box, Jenkins, a.g.e., pp.71.

¹⁶ Kutlar, a.g.e., s.33.

$$p_k = \begin{cases} \frac{\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \theta_{k+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-k}}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & k=1,2,\dots,q \\ 0 & k>q \end{cases} \quad (1.66)$$

olacaktır. Yukarıda görüleceği gibi otokorelasyon fonksiyonu q gecikmeden sonra sıfır olacaktır¹⁷.

1.2.4. MA(q) Sürecinin Mertebesinin Tespiti

Hareketli ortalama sürecinin mertebesi tespit edilirken otokorelasyon katsayıları dikkate alınır. Bir modelin otokorelasyon katsayısı belli bir noktadan sonra sert bir biçimde kesiliyorsa; modelin MA hareketli ortalama süreci olduğu ifade edilebilir. Otokorelasyon katsayılarındaki zirve sayısı miktarı MA modelinin mertebesini belirtir¹⁸. q gecikmeden sonra gözlemlerin ilişkisiz olmasından dolayı, gecikme uzunluğunun sürecin mertebesinden büyük olması halinde, k>q hali için otokorelasyon katsayıları $p_k = 0$ olur¹⁹.

1.3. ARMA(p,q) Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci

Durağan rassal süreç safi otoregresif veyahut safi hareketli ortalama süreci ile modellenemez; bazen zaman serisi her iki süreci birlikte gösterebilir. Başka bir ifade ile zaman serisi modeli hem AR, hem de MA niteliklerini, p ve q'uncu dereceden olmak üzere ARMA(p,q) olarak tanımlanabilir²⁰. Daha kısa bir ifade ile, ARMA modellerinde zaman serisinin herhangi bir dönemine ait değeri, daha önceki belli sayıda gözlem değerinin ve hata teriminin bir bileşimidir.

¹⁷ sevüktekin **a.g.e.** s.172

¹⁸ Kutlar **a.g.e.** s. 42

¹⁹ Akgül **a.g.e.** s.73

²⁰ Sevüktekin, **a.g.e.**, s.176

ARMA modeli $p + q$ adet parametre içermesinden ötürü, ARMA(p,q) şeklinde ifade edilmektedir. Eğer $q=0$ ise; süreç AR(p) ile ifade edilen bir otoregresif süreç olacaktır²¹. Modelin cebirsel ifadesi,

$$Y_t = \delta + \theta_1 Y_{t-1} + \dots + \theta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_p \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.67)$$

bicinde ifade edilir. δ, Y_t 'nin ortalaması ile ilgili bir sabittir. ε_t 'ler, 0 ortalama ve sabit varyansla korelasyonsuz tesadüfi değişkenleri ifade etmektedir. ARMA süreci durağan olması halinde sabit bir ortalaması olacaktır.

$$E(Y_t) = \mu = \delta + \phi_1 \mu + \dots + \phi_p \mu + 0 + \theta_1 0 + \dots + \theta_q 0$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} \quad (1.68)$$

Bu netice aynı zamanda durağanlık için gereken koşulu ifade eder. Durağan koşulu ise,

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1 \quad (1.69)$$

şeklinde ifade edilir. ARMA(p,q) sürecinin basit hali ARMA(1,1) otoregresif hareketli ortalama süreci olacaktır. Zaman serilerinin hem AR(1) sürecinin , hem de MA(1) sürecini içermesi halinde serinin uyumunu sağlamak için AR ve MA modelde ele alınarak, ARMA(1,1) süreci oluşmaktadır. ARMA(1,1) süreci

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} = \delta + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (1.70)$$

²¹ Kutlar, **a.g.e.**, s.43

Biçiminde gösterilir. Denklemin sol tarafı (AR), sağ tarafı ise (MA) bileşenini verir. Sürecin ortalaması;

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= \phi_1 E(Y_{t-1}) + \delta + E(\varepsilon_t) + \theta_1 E(\varepsilon_{t-1}) \\ &= \frac{\delta}{1-\phi_1} \end{aligned} \quad (1.71)$$

aynı zamanda AR(1) sürecinin ortalamasına eşit olan değer bulunur. ARMA(1,1) sürecinin varyansı $\delta=0$ olması halinde,

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= E[(\phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1})^2] \\ &= \phi_1^2 \gamma_0 + 2\phi_1 E(Y_{t-1} \varepsilon_{t-1}) + \sigma_\varepsilon^2 + \phi_1^2 \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned} \quad (1.72)$$

olur. $E(Y_{t-1} \varepsilon_{t-1}) = \sigma_\varepsilon^2$ şeklinde olması halindeyse,

$$\gamma_0 = \frac{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1}{1 - \theta_1^2} \sigma_\varepsilon^2 \quad (1.73)$$

biçiminde ifade edilir. Gecikmeler için otokorelasyon katsayıları ise aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{(1 + \phi_1 \theta_1)(\phi_1 + \theta_1)}{1 - \theta_1^2 + 2\phi_1 \theta_1} \\ p_k &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1 p_{k-1} \quad k \geq 2 \end{aligned} \quad (1.74)$$

Otokorelasyon katsayıları p_1 'den başlayarak gittikçe azalır. ARMA(1,1) sürecinin durağan olması halinde sürecin otoregresif kısmına çevrilebilir olması ise sürecin hareketli ortalama kısmına bağlıdır. $|\theta_1| < 1$ olduğunda ise süreç çevrilebilir olur.

1.4. ARIMA(p,d,q) Entegre Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci

Şimdiye değin incelediğimiz AR, MA ve ARMA zaman serisi süreçleri durağan sürece sahip modellerdir. Fakat gerçek hayatta zaman serilerinin önemli bir kısmı, zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıdığından durağan dışıdır. Bir çok ekonomik ve finansal seri rassal yürüyüş süreci özelliklerini taşımaktadır. Rassal yürüyüş süreci özelliklerini yansıtırlar. Rassal yürüyüş süreci ise durağan-dışı nitelikte bir süreçtir. Rassal yürüyüş sürecinin varyansının sonlu olduğu ve durağanlık koşullarının bozulduğunu söyleyebiliriz²². Dolayısı ile rassal yürüyüş modeli pek çok ekonomik değişkenin gerçekleşmesini tutarlı şekilde yansıtmasına rağmen durağan dışı bir zaman serisi sürecidir.²³

Birinci-derece otoregresif sürecin parametresi $\phi_1 = 1$ olduğunda,

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.75)$$

olur. Rassal yürüyüş modeli olarak da bilinen bu süreç durağan değildir.

Bir çok zaman serisi durağan dışı olsa da, zaman serilerini durağanlaştırmak için serinin farkı alınarak dönüştürme işlemi uygulanır. Bu bir veya daha fazla farkının alınması ile yapılır. Böyle bir süreç entegre süreç olarak da adlandırılır. Entegre sürecin derecesi d ile belirlenir. Yani zaman serisinin durağanlaştırılması

için alınması gereken fark sayısı sürecin derecesini ifade eder. Durağan olmayan Y_t serisi için bunu uygulayacak olur isek

²² Granger, C.W.J., P.Newbold, **Forecasting Economics Time Series**,(1.baskı), Academic Pres, New York., 1977, s 40

²³ Sevüktekin, **a.g.e.** s.183

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = Y'_t \quad (1.76)$$

olur. Bunun sonucunda serinin durağan hale gelmesi sağlamışsa sürecin derecesi $d=1$ olur. $I(1)$ ile ifade edilir. Serinin durağan hale gelmemesi halindeyse bir kere daha farkı alınır. Tekrar farkı aşağıdaki gibi,

$$\Delta^2 Y_t = \Delta(Y'_t) = Y'_t - Y'_{t-1} = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \quad (1.77)$$

olur. Bunun sonucunda serinin durağan hale gelmesi sağlamışsa sürecin derecesi $d=2$ olur. $I(2)$ ile ifade edilir. ARIMA modeli, AR, MA ve de ARMA süreçlerini içermektedir.

Y_t serisi durağan olmadığı durumda, uygun dereceden farkı alınarak elde edilen W_t serisi bir ARMA süreci olarak değerlendirilebilir. Yani $W_t = \Delta^d Y_t$ olması halinde W_t serisi bir ARMA(p,q) sürecini ifade eder. Şu halde Y_t d. dereceden entegre otoregresif hareketli ortalama sürecine uygunluk gösterir ve ARIMA(p,d,q) olarak tanımlanır. W_t serisi AR(p) otoregresif sürecine uygunsa, durağan olmayan Y_t serisi entegre otoregresif bir süreçtir. Bu süreç ARI(p,d,0) ile ifade edilir. Buna mukabil W_t bir MA(q) hareketli ortalama sürecine uygun olması halinde, Y_t serisi entegre hareketli ortalama sürecidir. Bu süreç IMA(0,d,q) ile ifade edilir²⁴.

Durağan dışı Y_t serisinde mevsimsellik etkisi söz konusu ise, seriyi durağanlaştırmak için mevsim düzeyinde(D) farkının alınması icap eder. Şu haliyle süreç, ARIMA(p,d,q)(P,D,Q) süreci olur. D mevsimlik fark alma derecesini ifade eder. P mevsimlik düzeyde otoregresif sürecin mertebesini işaret ederken, Q mevsimlik düzeyde hareketli ortalama sürecinin mertebesini ifade eder.

²⁴ Kıran, a.g.e., sf 26

1.5. Model Seçim Kriterleri

Zaman serisi modelleri arasından uygun modeli seçmek için çeşitli kriterler kullanılmaktadır. Bu kriterlerden standart belirlenim katsayısı R^2 zaman serisi modellerini değerlendirmek için çok yararlı olmayabilir. Hakeza model seçerken çok az kullanılan bir kriterdir.

Basit bir AR(1) modelini aşağıdaki gibi,

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.78)$$

ifade edecek olur isek, bu modele ilişkin R^2 değeri aşağıdaki gibi,

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma^2}{\gamma_0} = 1 - \frac{\sigma^2}{\left[\frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2} \right]} = \phi_1^2 \quad (1.79)$$

olacaktır. Burada modele ilişkin R^2 değeri ϕ_1 parametresine bağlıdır. ϕ_1 parametresi büyüdükçe modele ilişkin R^2 değeri de artacaktır. Bu durumda standart belirlenim katsayısı model seçim kriteri olarak yetersiz olacaktır.

Model seçimi için kullanılan kriterlerden Akaike (1974) , Schwarz (1978) (ve Rissanen, 1978) tarafından ortaya konmuş olan bilgi kriterleridir. n ; gözlem sayısını, k ; tahmin edilmiş parametrelerin sayısını ifade etmek üzere, Akaike (AIC);

$$AIC = \ln \left(\frac{ESS}{n} \right) + \frac{2k}{n} \quad (1.80)$$
$$ESS = \sum (Y - \hat{Y})^2$$

olarak ifade edilir. Hata terimlerinin karelerinin toplamı, ESS'dir. En küçük k değeri seçilmektedir. Schwarz bilgi kriteri aşağıdaki gibidir;

$$SIC = \ln\left(\frac{ESS}{n}\right) + \frac{k \cdot \ln n}{n} \quad (1.80)$$

şeklinde gösterilir.

AIC ve SIC değerlerinin küçük olması beklenmektedir. Gecikme mertebesinin tercihinde, bu değerlerin en küçük çıktığı değer, en uygun gecikme mertebesi olarak kabul edilir. Eğer gecikme değerlerinde bir artış söz konusu değilse AIC ve SIC değerlerinde artış görülecektir.

İKİNCİ BÖLÜM

KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

Ekonomi pek çok faktör tarafından etkilenen bir alandır. Makro büyüklükler bu etkilere bağlı olarak dalgalı bir seyir halindedir. Bu dalgalanmalar ise ekonomik verilerde de varyansı etkileyecektir. Bu etki dolayısı ile sabit varyans varsayımı da doğal olarak işlevsiz olacaktır. Bundan ötürü bu değişimlere bağlı olarak açıklayıcı farklı modellere ihtiyacımız olacaktır. Koşullu değişen varyans modelleri bu değişimleri açıklama kullandığımız modellerdir. Koşullu değişen varyans modellerini irdelemeden önce değişen varyans kavramını ele almamız gerekmektedir.

Otokorelasyon; hata terimlerinin, diğer hata terimleriyle ilişkili olması olarak ifade edilebilir. Zaman serilerinde sıklıkla rastlanan bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Değişen varyans (Heteroskedasite), ana kütle hata teriminin varyansının gözlemler doğrultusunda sabit olmaması halidir. İlk olarak Engle(1982,1983) ve Cragg(1982) tarafından ortaya konmuş olan, verilerin zaman serisi modellerinde değişen varyans sorunu bir kesit verisi problemidir.

$Y_{t+1} = \varepsilon_{t+1} X_t$ modelinde; Y_{t+1} bağımlı değişken; X_t , t döneminde gözlemlenen bağımsız değişken; ε_{t+1} , sabit varyanslı hata terimidir. $Y_{t+1} = \varepsilon_{t+1} X_t$ modelinde tüm X_t değerleri birbirine eşit olması halinde Y_t serisi sabit varyanslı bir seri olur. Aksi durumda, yani X_t değerleri eşit değil ise, Y_{t+1} koşullu değişen varyanslı olur. Öz bir biçimde,

$$Var(Y_{t+1} | X_t) = X_t^2 \sigma^2 \quad (2.1)$$

olarak ifade edilebilir. Y_{t+1} 'nin koşullu değişen varyansının büyüklüğü, X_t değerleri ne kadar büyük ise o denli büyük olacaktır. Y_t 'nin koşullu varyansının pozitif otokorelasyonlu olması ise, X_t değerlerinin pozitif otokorelasyonlu olmasına bağlıdır.

2.1. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Makro ekonomik veriler üzerinde olumlu ve olumsuz haberlerin volatilité üzerindeki etkisini aynı kabul eden modeller simetrik koşullu değişen varyans modelleridir. Olumlu ve olumsuz haberlerin volatilité üzerindeki etkilerini simetrik olarak ortaya koyan modeller; (ARCH) otoregresif koşullu değişen varyans modeli, (GARCH) genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans modeli, ARCH-M ve GARCH-M modelleridir.

2.1.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (ARCH)

1. dereceden otoregresif süreç Engle(1982)'ye ait olan çalışmada

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

biçiminde ifade edilmiştir. ε_t , 0 ortalamalı, sabit varyanslı hata terimidir. Y_t 'nin koşulsuz ortalaması 0, koşullu ortalaması γY_{t-1} şeklindedir.. Bu durumda Y_t 'nin koşullu varyansı h_t , koşulsuz varyansı $\frac{\sigma^2}{1-\gamma^2}$ biçimindedir. $\frac{1}{1-\gamma^2} > 1$ olması durumunda ise, koşullu varyans, koşullu varyanstan küçüktür. Bu durumda küçük değerli koşullu varyansın tercih edilmesi doğru olacaktır²⁵.

²⁵ Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", **Econometrica**, Vol.50 No:4, 1982, s.987.

Tahmin edilen hata terimlerinin kareleri kullanılarak, AR(q) süreci gibi koşullu varyans bir başka şekilde tahmin edebilir. Bu süreç aşağıdaki gibidir;

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + V_t \quad (2.3)$$

V_t 'nin beyaz gürültü sürecine uymaktadır.

$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ olduğunda, Y_t 'nin koşullu varyansı da α_0 'a eşittir.

Y_{t-1} 'nin koşullu varyansı aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t+1-q}^2 \quad (2.4)$$

$$V(\varepsilon_t) = 1 \quad \text{olmak üzere,} \quad (2.5)$$

$$Y_t = \varepsilon_t h_t^{\frac{1}{2}}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 \quad (2.6)$$

Modelde h_t , koşullu varyansı ifade eder. Denklem(2.6) otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) modeline de örnektir²⁶. Engel'in ARCH modeli aşağıdaki,

$$Y_t | \Psi_{t-1} \sim N(X_t b, h)$$

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad \varepsilon_t = Y_t - X_t b \end{aligned} \quad (2.7)$$

²⁶ Engle, **a.g.e.**, s.988

şekildedir. Modelde h_t , ARCH modelin koşullu varyansını, p ise ARCH sürecinin derecesini, α , koşullu ise bilinmeyen parametrelerin vektörünü ifade etmektedir. Y_t serisinin koşullu ortalaması $X_t b$ iken, koşullu varyansı ise h_t olmaktadır. ψ_{t-i} bilgi kümesine bağlıdır, ve normal dağılıma uygundur²⁷. ARCH(p) modelinde ε_t 'nin koşullu varyansı ise ε_{t-i}^2 'dir. ε_{t-i}^2 'ler büyük ise koşullu varyans da büyüktür. Küçük olması halinde ise, koşullu varyans da küçük olur. ε_t 'nin gerçekleşmiş tüm değerleri için koşullu varyansın pozitif olması gerekmektedir. Bunun sağlanması için α_0 ve α_i parametreleri pozitif olmalıdır.

Koşullu varyansın negatif olması söz konusu değildir. Zira $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2$ değerleri negatif olmaz. $\alpha_t < 0$ ise, ε_{t-1} 'de meydana gelen bir değişme koşullu varyansı negatif hale getirecektir. α_1 yeteri kadar negatif değer alması halinde ise koşullu varyans yine negatif olur.

Koşullu varyansın negatif değer almaması için sağlanması gereken şartlar;

i. $\alpha_0 > 0$, $0 < \alpha_1 < 1$ olmalıdır,

ii. α_0 hariç olmak üzere bütün α parametreleri $\left(\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1 \right)$ olmalıdır.

Toplamlarının birden küçük olması durumunda ise sürecin varyansı sonsuz olacaktır.

ARCH(p) süreci, p=1 için,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (2.8)$$

²⁷ Engle, a.g.e., s.988

şeklinde, ARCH(1) olarak ifade edilir. Şu halde $\alpha_0 > 0$, $-1 < \alpha_1 < 1$ olması durumunda koşullu varyans negatif değer almayacaktır. ARCH(p) uygun nitelikte bir model gibi görünse de uygulamalar için varyans modelinin değer formları daha uygun olabilmektedir. Bu formlar üstel,

$$h_t = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2) \quad (2.9)$$

ve mutlak değer,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |Y_{t-1}| \quad (2.9)$$

formlarıdır. α 'nın tüm değerleri için varyansın pozitif olması üstel formu nispeten avantajlı hale getirmektedir. Buna mukabil, $\alpha_1 \neq 0$ olduğu durumlarda varyansı sonsuz olan bir modelden müteşekkil olmaktadır. Mutlak formda ise her iki parametrenin pozitif olması icap eder. Zira ARCH model simetriktr ve bu durum ortalama ve varyans modelleri için ayırt edici bir niteliktr²⁸. ARCH(1) sürecinde, koşullu kovaryansların 0 olması hali aşağıdaki ifade edilir.

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s} | \psi_t) = \varepsilon_{t-s} E(\varepsilon_t | \psi_t) = 0 \quad s = 1, 2, \dots, t \quad (2.10)$$

model için basıklık katsayısı ise,

$$\kappa = \frac{E[\varepsilon_t^4]}{E[\varepsilon_t^2]^2} = 3 \frac{(1 - \alpha_1^2)}{(1 - 3\alpha_1^2)} > 3 \quad (2.11)$$

²⁸ Engle, **a.g.e.** s. 993.

Model için $0 < \alpha_1$, $3\alpha_1 < 1$ değerleri doğrultusunda $\kappa > 3$ olacaktır.

Basıklık katsayısı α_1 ile ilintili olarak doğrusal olmayan bir şekilde artış göstermektedir. α_1 değerinin artışı ile basıklık katsayısı da artacaktır. $\alpha_1 = 0$ ve $\alpha_1 = 1$ olması durumunda ε_t standart normal dağılımlı bir değişken olacaktır.

$\frac{E[\varepsilon_t^4]}{E[\varepsilon_t^2]^2}$ eşitliği ile ifade edilen basıklık katsayısı 3'e eşit olacaktır²⁹.

Otoregresif koşullu değişen varyans modelinde (ARCH) Maksimum Benzerlik ve En Küçük Kareler yöntemi ile daha etkin tahminler verilir. Y_t ve koşullu varyans modeli maksimum benzerlik yöntemleri kullanılarak bulunan en iyi tahminlerdir. Benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t \quad (2.12)$$

$$l_t = -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} \varepsilon_t^2 / h_t \quad (2.13)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (2.14)$$

T, örnek büyüklüğünü; l, logaritmik benzerliğin ortalamasını, l_t , t gözlemin logaritmik benzerliğini ifade etmektedir. $\varepsilon_t = Y_t - X_t \beta$ olmak üzere, ortalamasını, α ve β bilinmeyen parametrelerinin tahmini için benzerlik fonksiyonu maksimum olmalıdır. X sabit olduğunda EKK'nin standart hataları doğru hesaplanacaktır. X_t 'lerin gecikmeli değişkenler olması halinde ise, standart hatlar

²⁹ Kerry Patterson, An Introduction to Applied Econometrics a Time Series Approach, New York Palgrave, 2000, s.713

tutarlı olmayacaktır³⁰. White'ın Heteroskedasite yaklaşımı EKK standart hatalarının tutarlı tahminler olmasını sağlayabilmek için alternatif yöntem önermektedir.

EKK tahminleri eğilimsiz, doğrusal tahminler olmaktadır. Bununla birlikte varyans tahminleri de eğilimsiz ve tutarlıdır. En çok benzerlik yöntemi de doğrusal değildir.

$$\frac{\partial l_t}{\partial \alpha} = \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \left(\frac{e_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial \alpha \partial \alpha} = -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \left(\frac{e_t^2}{h_t} \right) + \left[\frac{e_t^2}{h_t} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \right] \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \beta} = \frac{\varepsilon_t X_t}{h_t} + \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \left(\frac{e_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \beta} = \frac{1}{T} \sum_t X_t' \varepsilon_t \left[h_t^{-1} - \sum_{j=1}^p \alpha_j h_{t+j}^{-2} (\varepsilon_{t+j}^2 - h_{t+j}) \right] \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial \beta \partial \beta'} = \frac{X_t' X_t}{h_t} - \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \frac{\partial h_t}{\partial \beta'} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) - \frac{2\varepsilon_t X_t'}{h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial \beta'} \left[\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \right] \quad (2.19)$$

Bu ifadenin koşullu varyansını almamız halinde son iki dönem kaybolmaktadır. Bunun nedeni geçmişin bir fonksiyonu olarak ifade edilen h_t dir.

$$\begin{aligned} \zeta_{\beta\beta} &= \frac{1}{T} \sum_t E \left[E \left(\frac{\partial^2 l_t}{\partial \beta \partial \beta'} / \psi_{t-1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{T} \sum_t E \left[\frac{X_t' X_t}{h_t} + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \frac{\partial h_t}{\partial \beta'} \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

³⁰ Kıran, a.g.e., s. 47

p dereceden doğrusal ARCH modeli aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$$\zeta_{\beta\beta} = \frac{1}{T} \sum_t E \left[\frac{X'_t X_t}{h_t} + 2 \sum_j \alpha_j^2 \frac{\varepsilon_{t-j}^2}{h_t^2} X'_{t-j} X_{t-j} \right] \quad (2.21)$$

$$\zeta_{\beta\beta} = \frac{1}{T} \sum_t X'_t X_t \left[h_t^{-1} + 2 \varepsilon_t^2 \sum_j \alpha_j^2 h_{t+j}^{-2} \right] \quad (2.22)$$

Genelleştirilmiş EKK ise bir diğer tahmin yöntemidir. Yöntem $Y = X\beta + \varepsilon$ şeklindeki regresyon denklemi EKK ile tahmin edilmek suretiyle, hata terimi ε ve β bulunması ile başlanır. Akabinde, ε 'ler kullanılarak $\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + V$ regresyon denklemi çözülür. Daha sonra $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ koşullu varyans değeri hesap edilir. Bu değerler kullanılarak; $\left[(\varepsilon_t^2 / h_t) - 1 \right]$ bağımlı değişken,

$\left(\frac{1}{h_t} \right)$ ve $\left(\frac{\varepsilon_{t-1}^2}{h_t} \right)$ bağımsız değişkenler ve de regresyon denkleminin çözümünden

elde edilen diğer parametreler, d_α ile ifade edilir. Nihayet $\hat{\alpha} = \alpha + d_\alpha$ değerleri bulunur.

$\left(\alpha = (\alpha_0, \alpha_1) \text{ olmak üzere} \right)$ bulunan $\hat{\alpha}$ parametreleri kullanılarak koşullu varyans tekrar hesaplanır.

$$r_t = \left[\frac{1}{h_t} + 2 \left(\frac{\hat{\alpha}_1 \varepsilon_t}{h_{t+1}} \right)^2 \right] \frac{1}{h_t} \quad (2.23)$$

$$s_t = \frac{1}{h_t} - \frac{\hat{\alpha}_1}{h_{t+1}} \left(\frac{\varepsilon_{t+1}^2}{h_{t+1}} - 1 \right) \quad (2.24)$$

$(e_t s_t / r_t)$ bağımlı değişken, $X_{jt} r_t (j=1, \dots, k)$ bağımsız değişken kabul edilerek EKK yöntemi aracılığı ile tahmin edilerek bulunan parametreler d_β şeklinde ifade edilir. Nihayet $\hat{\beta} = \hat{\beta}_{EKKY} + d_\beta$ yapılarak yeni parametre tahminleri bulunur. Yöntem ile koşullu varyansın negatif olması engellenmektedir.

Engel'in belirttiği ARCH(q) modelini göstermek gerekir ise;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (2.25)$$

Model incelendiğinde anlaşılaçağı üzere tüm şoklar e_t üzerinde doğrudan etkilidir. Koşullu varyans ise q mertebede otoregresif süreç olarak nitelendirilmektedir.

ARCH(q) sürecinde koşullu varyansın pozitif olması için $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ olması icap eder. Bu aynı zamanda durağanlık için de gerekli koşuldur³¹. ARCH modeli kullanmadan önce ARCH etkisinin test edilmesi gerekir. Bu niyetle en yaygın kullanılan test, Lagrange Çarpanları (LM) testidir. Testin H_0 hipotezi $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ şeklindedir. H_0 hipotezi altında (ARCH etkisinin olmadığı ifadesi) ARCH(p) için LM testi $\chi_{(p)}^2$ dağılımına sahiptir. İlk olarak ;

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

modeli EKK yönetim ile tahmin edilir. Modele ait hata kareleri olan ε_t^2 'lere ulaşılır. ε_t^2 'ler aracılığı ile,

$t = 1, 2, \dots, T$ olmak üzere,

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + V \quad (2.27)$$

³¹ Russel Davidson, James G. Mackinnon, Econometric Theory and Methods, Newyork, Oxford University Press, 2004, pp.588.m

Denklem(2.27) tahmin edilir. Bu neticeye göre $LM = (T - p)R^2 < \chi_p^2$ olması halinde H_0 hipotezi kabul edilir. Şu halde modelde ARCH etkisi bulunmamaktadır. Tersı durumda ise, modelde ARCH etkisinin söz konusu olduğu söylenecektir.

2.1.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri

ARCH Modeli Engle (1982) tarafından Econometrica’da yayınladığı makale ile Ekonometri literatürüne geçmiştir³². Bu model sayesinde pek çok modelde kullanılan sabit varyans varsayımına ihtiyaç duyulmadan finansal verilerin özellikleri daha kapsamlı olarak ekonometrik modellere yansıtılma imkânı bulmuştur. Modelde değişkenin varyansı zamana bağılı olarak değişkenlik göstermektedir. ARCH model, bir serinin koşullu ortalama ve varyansın ayrı ayrı modellenmesine imkân olduğunu ortaya koymuştur.

ARCH modelinin Bollerslev (1986) tarafından geliştirilmiş bir uzantısıdır. Modelin geliştirilmesindeki temel saik, ARCH modeldeki gecikme belli bir orandan sonra büyümeye başladığında pozitif olma koşulunun görevini yerine getirememesidir. Yani Tahmin sürecinde koşullu varyans modelinde yer alan hata terimleri karesiyle ilgili olarak çok sayıda gecikmenin istatistiksel açıdan anlamlı olması durumundan ötürü tahmin edilecek parametrelerin artmasıdır.³³ GARCH model ile etkin varyans tahminlerinde bulunabilmek için 1’den uzun gecikmeli modellerin kullanılması lazım gelmektedir.

Şu durumda modeli ifade etmek gerekir ise;

³² Engle, **a.g.e.** , s.987-1007.

³³ Çil, Nilgün, “**Finansal Ekonometri**”, İstanbul, Der Yayınları. 2015, s.449

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\
h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \\
\varepsilon_t &= Y_t - X_t b
\end{aligned} \tag{2.28}$$

biçiminde gösterilir. ARCH modelden farklı olarak, GARCH model koşullu varyansın gecikmelerini içermektedir. ARCH modelinin GARCH modeline dönüşümü, AR sürecinin ARMA sürecine dönüşümüne benzemektedir. Aynı şekilde GARCH(p,q) süreci koşullu değişen varyans hesaplamasında, ARMA(p,q) sürecini de kapsamaktadır. Burada iki süreç arasındaki en mühim fark, Y_t 'nin değişen varyanslı olarak ifade edilmesidir. $\varepsilon_t = Y_t - X_t b$ 'de, Y_t 'nin ortalaması 0, koşullu varyansı ise h_t dir. Y_t 'nin koşullu varyansı normal dağılıma da uygunluk gösterir. ε_t 'ye ait koşullu ve koşulsuz ortalamalar ise 0'dır. Burada; Y bağımlı değişken, X bağımsız değişken, b ise bilinmeyen parametre vektörüdür.

GARCH sürecinin koşullu varyansının parametreleri pozitif olmalıdır. Ek olarak varyans sonlu olmalıdır.

$$\begin{aligned}
p &\geq 0 & q &> 0 \\
\alpha_0 &> 0 & \alpha_i &> 0 & i &= 1, 2, \dots, p \\
\beta_i &\geq 0 & i &= 1, 2, \dots, p
\end{aligned} \tag{2.28}$$

GARCH(p,q) süreci ARMA süreci gibi değerlendirilebilir. Daha açık bir ifade ile, q=0 olması, p=1 olması durumunda, GARCH(p,q) süreci, ARCH(1) sürecine dönüşecektir. p=1 ve q=1 olması durumunda ise GARCH(1,1) olacaktır. Sıklıkla kullanılan bu sürecin koşullu varyansı ise,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \tag{2.29}$$

şeklinde ifade edilir. Parametrelerin, (2.28)'deki koşulları sağlaması gerekmekte olduğu unutulmamalıdır. Bununla birlikte durağanlık koşulunun yerine getirilmesi için $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ koşulunun sağlaması gerekmektedir. α_1 ve β_1 parametrelerinin toplam değeri, varyanslarındaki önceki döneme ait değişimelerin, cari dönem üstündeki etkisini ifade etmektedir. Durağanlık koşulları, uygun normal dağılımların momentlerini kesinleştirmek için önemlidir³⁴. GARCH(1,1) sürecinin 4. momenti mevcuttur. GARCH(1,1) modelinin 4. momenti, $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2$ şeklindedir. Bu değer ise, 1'den küçük olmak zorundadır.

$$E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 (1 - \alpha_1 - \beta_1)^{-1} \quad (2.30)$$

$$E(\varepsilon_t^4) = 3\alpha_0^2 (1 + \alpha_1 + \beta_1) \left[(1 - \alpha_1 - \beta_1) (1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2) \right]^{-1} \quad (2.31)$$

Bollerslev(1986) GARCH(1,1) olması halinde,

$$\kappa - 3 = 6 \frac{\alpha_1^2}{(1 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2)} > 0 \quad (2.32)$$

olacağını ifade etmiştir. κ basıklığı göstermektedir.

GARCH süreci,

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0 \\ Var(\varepsilon_t) &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \text{ ve } COV(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \quad t \neq s \end{aligned} \quad (2.33)$$

Kovaryans modeli durağan ve klasik regresyon modelidir.

GARCH(1,1) modelinin koşullu varyans modeline ilişkin parametreleri $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ şeklinde olması halinde, ε_t 2. derecen durağan olur. Bununla birlikte

³⁴ William H. Greene, **Econometric Analysis**, Fifth edition, New York, Prentice Hall, 2003, pp.241.

koşullu varyans k değeri arttıkça h_{t+k} üzerinde azalan etkiye sahip olacaktır.

$\alpha_1 + \beta_1 = 1$ olması halinde ise, IGARCH-Integrated GARCH model söz konusu olacaktır. IGARCH modeli;

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \sqrt{h_t} Z_t \\ h_t &= \alpha_0 + (1 - \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}\end{aligned}\tag{2.34}$$

Otokorelasyon katsayıları,(ACF), GARCH modeline ait mertebenin tespitini sağlamaktadır.

$$E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}\tag{2.35}$$

h_t , ε_t^2 'lerin ARMA sürecine benzerlik göstermektedir. GARCH sürecinin mertebesinin tespiti ise otokorelasyon katsayıları aracılığı ile aşağıdaki gibi hesap edilir.

i) Y_t tahmini için en uygun modele karar verilir. Model seçildikten sonra modelin tahmini ile hata terimleri bulunur. T, hata terimlerinin sayısını ifade etmek üzere,

$$\sigma^2 = \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{T}\tag{2.36}$$

varyans bulunur.

ii) ε_t^2 'lerin örnek otokorelasyon katsayıları $p(k)$ 'lara ulaşılır.

iii) Büyük bir örnekte $p(k)$ 'nin standart sapması $\frac{1}{T^{1/2}}$ şeklinde olur.

Bulunan $p(k)$ değerlerinin sıfırdan farklı olması GARCH hatalarının varlığına delalettir.

En çok benzerlik yönteminden faydalanılarak GARCH modeli tahmin edilmektedir.

$$z'_t = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-q})$$

$$w' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q)$$

$\theta = (b', w')$ olması durumunda koşullu varyans aşağıdaki biçimde ifade edilir;

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= Y_t - X'_t b_t \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= z'_t w \end{aligned} \tag{2.38}$$

GARCH modelin LM testi ise,

$$H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_q = 0$$

$$H_1 = \text{En az bir } \alpha_i > 0, \beta_j > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p \quad \text{ve} \quad j = 1, 2, \dots, q)$$

yukarıdaki şekilde uygulanmaktadır. LM testine ilişkin serbestlik derecesi $(p + q)$ şeklindedir. $T.R^2$ test istatistiği $\chi^2_{(p+q)}$ tablo değerleri ile kıyas edilir. $\chi^2_{(p+q)}$ değeri test istatistiğinde yüksek ise, GARCH etkisi bulunmamaktadır. Test istatistiğinin kafi düzeyde büyük olması halinde GARCH etkisi vardır. Bu durumda parametre değerleri sıfırdan farklıdır.

2.1.3. ARCH-M (ARCH IN MEAN) Modeli

Engel(1987) tarafından ortaya konmuş olan modeldir. Koşullu varyansın veya standart sapmanın ortalama denklemine ifade edilmesi ile elde edilen modellerdir. ARCH(1)-M modelini gösterecek olur isek;

$$\begin{aligned} Y_t / \psi_{t-1} &= \sim N(X_t b + \lambda \sqrt{h_t}, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 \\ \varepsilon_t &= Y_t - X_t b - \lambda \sqrt{h_t} \\ \varepsilon_t &= \sqrt{h_t} Z_t \end{aligned} \tag{2.39}$$

şeklinde gösterilir. Koşullu varyansın yer aldığı parametre risk getiri dengesini göstermektedir. ARCH-M modelinin koşullu varyans yerine risk unsurunu ifade eden koşullu standart sapma da kullanılabilir.

ARCH-M modeli genellikle varlık piyasalarına uygulanan ve bir finansal varlığın beklenen getirisinin, o varlığın riskine bağlı olduğu hallerde tercih edilmektedir³⁵. Aynı şekilde diğer modellerin ortalama denklemlerine koşullu varyans yahut koşullu standart sapma eklenerek farklı modeller elde edilmektedir³⁶.

2.1.4. GARCH-M (GARCH IN MEAN) Modeli

GARCH-M modeli, ARCH-M modeli gibi, koşullu standart sapma ve koşullu varyans denklemi içinde açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır. Modeli ise,

³⁵ Aziz Kutlar, **Ekonometrik Zaman Serileri**, Ankara, Gazi Kitabevi, 2000, s.115.

³⁶ Mehmet Nargeleçekenler, “Euro Kuru Satış Değerindeki Volatilitenin ARCH ve GARCH Modelleri ile Tahmini”, **İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Mecmuası**, 54. Cilt No:2, 2004, s.160.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t &= \sqrt{h_t} Z_t \\
Y_t &= Y_t - X_t b - \lambda \sqrt{h_t} + \varepsilon_t \\
h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

biçiminde ifade edilir. istatistiği λ risk pirimini ifade etmektedir. λ parametresinin pozitif olması halinde, getirinin geçmiş volatilitesiyle ilişkili olduğunu göstermektedir.

2.2. Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Şokların volatilité üzerindeki etkisinin simetrik odluğu varsayımı ARCH ve GARCH modellerinde söz konusundadır. Yani olumlu haber ile olumsuz haber aynı etkileri yaratmaktadır. Buna karşın pratikte olumlu ve olumsuz haberin aynı etkiyi yaratmadığı gözlemlenmektedir. Olumsuz haberin volatilité üzerindeki etkisinin olumlu haberden daha fazla olması durumu “kaldıraç etkisi” olarak isimlendirilir ve ilk defa Black(1976) tarafından ifade edilmiştir. Bu etki özellikle hisse senedi piyasalarında gözlemlenmektedir. Bir diğer önemli nokta ise, GARCH modellerinde, tahmin edilmiş parametrelerin pozitif olması gerekliliğidir. Koşullu varyans pozitif olmak durumundadır. Bu durum koşullu varyansı pozitif tesadüfi değişkenlerin bir bileşimi yaparak garanti etmektedirler.

GARCH serilerinin bunun gibi bazı zayıf kaldığı noktaların üstesinden gelmek için Nelson(1991) EGARCH modelini ortaya koymuştur³⁷.

2.2.1. Üstel GARCH (EGARCH) Modeli

EGARCH modeli şokların etkisini asimetrik olarak ele alan bir modeldir. Basit bir ifade ile ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmamış halidir. Koşullu

³⁷ Tsay, a.g.e., pp.102.

varyans'ın pozitif olmasını sağlayacak kısıtları Tahmin edilmiş parametrelere getirmektedir. Model,

$$\begin{aligned}\ln h_t &= \alpha_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k g(Z_{t-k}) \\ \varepsilon_t &= Z_t \sqrt{h_t} \\ Z_t &= \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}\end{aligned}\tag{2.41}$$

Ortalaması 0, varyansı 1 olan Z_t standardize tesadüfi değişkendir.

α_t ve β_k deterministik, h_t tam durağan ve çevrilebilir parametrelerdir. $\ln h_t$ 'ye ait koşulsuz ortalama;

$$\begin{aligned}\frac{\alpha_0}{1 \sum_{i=1}^r \alpha_i} \\ g(Z_t) &= \theta Z_t + \gamma (|Z_t| - E|Z_t|) \\ E[g(Z_t)] &= 0\end{aligned}\tag{2.42}$$

$\gamma (|Z_t| - E|Z_t|)$ şokların volatilité üzerindeki etkilerini gösterir. θZ_t ise şokların volatilité üzerindeki işaret etkisini ifade eder. Bu etkilerden birincisi ARCH etkisiyken, ikinci etki asimetrik etkidir. Bu etkiler neticesinde θ negatif değér alırken, γ parametresi pozitif değér almaktadır. Z_t değeri, $0 < Z_t < \infty$ olması durumunda, doğrusal bir fonksiyondur. Eğimi ise $(\theta + \gamma)$ olacaktır. $-\infty < Z_t \leq 0$ durumunda ise $g(Z_t)$ doğrusaldır. Eğimi ise $(\theta - \gamma)$ olacaktır. $g(Z)$ bu sayede koşullu varyansın asimetrik olarak tepki göstermesine imkan vermektedir. Z_t değérinin büyük olması halinde beklenen değérinden daha büyük olması durumunda $\ln(h_{t+1})$ negatif olmaktadır. Genişletilmiş ARCH modelinde $\ln(h_t)$ doğrusaldır.

EGARCH modelinin geçmiş hata terimlerinin etkisi üstedir. Birinci mertebeden EGARCH modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| \quad (2.43)$$

Bu modelin başlıca özellikleri aşağıdaki gibidir.

- i) Koşullu varyans logaritmik doğrusal formdadır. Buna bağlı olarak h_t değeri asla negatif olmaz. Parametrelerin pozitif olması gibi bir koşul yoktur.
- ii) Bu modelin ε_{t-1} değerleri koşullu standart sapmaya bölünmüş standardize değerleri, değere dahildir.
- iii) EGARCH modeli kaldırıcı etkisine izin vermektedir.³⁸

$\frac{\varepsilon_{t-1}}{(h_{t-1})^{0.5}} > 0$ olması durumunda, şoklar koşullu varyans üzerinde $(\theta + \gamma)$ şeklinde etkisi olur. $\frac{\varepsilon_{t-1}}{(h_{t-1})^{0.5}} < 0$ olması halinde, varyans üzerindeki etki $(\theta - \gamma)$ olacaktır³⁹.

$\gamma > 0$ ve $\theta = 0$ olması durumunda $\gamma(|Z_t| - E|Z_t|)$ ifadesi ARCH etkisini ifade eder. Koşullu varyans içinde yer alan β ifadesi pozitif veya negatif değer alabilir. EGARCH(1,1) modelinde asimetric volatilitenin var olduğunda θ 'nın 0'dan farklı değer alması halinde belirlenir. $\theta < 0$ olması halinde, kaldırıcı etkisi söz konusudur. $\theta = 0$ durumunda volatilité üzerinde volatilité üzerinde olumlu bir şok olumsuz şok

³⁸ Kıran Burcu sf 53

³⁹ Walter Enders, Applied Econometric Time Series, Second Edition, USA, Wiley Series, 2004, s.142.

ile aynı etkiye sahiptir. θ 'nın -1 ile 0 arasında değer aldığı durumda ise, olumsuz bir şokun etkisi olumlu şoktan daha fazla olacaktır⁴⁰.

GARCH(1,1) ve EGARCH(1,1) modellerinde koşullu volatilitenin gösterilen sürekliliğinin mertebesini ifade etmesidir. EGARCH(1,1) modeli için β parametresi mertebeyi işaret ederken, GARCH(1,1) modeli için $\alpha_1 + \beta_1$ mertebeyi göstermektedir. Koşullu varyans değerinin 0'a yaklaşması ise, koşullu volatilitenin giderek büyümeaktadır.

Birbirinin yerine kullanılabilecek çeşitli EGARCH modeli bulunmaktadır. Bunların bazıları sırası ile aşağıda açıklanmıştır.

Denklem (2.43)'de görülen model ilk modeldir. Hata terimlerinin standardize olduğu modeldir. Modelde hata terimlerinin ortalamaları 0 olurken, varyansları 1'e eşittir. Volatilitenin asimetriklik etkisi, θ 'nın 0'dan farklı değer alması halinde ortaya çıktığında hatırlamakta fayda olacaktır. Yine aynı şekilde asimetriklik etkisi etkisi, θ 'nın negatif olması halinde olumlu ve olumsuz şoklara bağlı olarak etkili olmaktadır.

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \gamma |\varepsilon_{t-1}| \quad (2.44)$$

Yukarıda görülebilecek olan modelde ise, standardize hata terimleri yerine ε_t parametresi kullanılmıştır. Yine bu şekilde kurulan model de asimetrik etkiyi göstermektedir. Standardize olmayan hata terimlerinin kullanılması tahmin neticesinde parametrelerin daha büyük olmasına sebebiyet vermektedir.⁴¹

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \max \left(0, -\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right)^2 + \gamma \max \left(0, \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right)^2 \quad (2.45)$$

⁴⁰James Hamilton, **Time Series Analysis**, USA, Princeton University Pres, 1994, s.668.

⁴¹ Kıran, **a.g.e.** sf.55.

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \max\left(0, \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right)^2 + \gamma \max\left(0, \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right) \quad (2.46)$$

Denklem (2.45) ve denklem (2.46)'da yer alan modellerde standardize şokların olumsuz olması halinde, şokların kuadratik bir fonksiyonu olarak karşımıza çıkmaktadır. $\theta > \gamma$ olduğu denklem (2.45)'de modelin bu durumda asimetrik volatilité söz konusu olacaktır. Standardize hata terimlerinin kullanıldığı bu model asimetrik etkileri göstermektedir. β_1 parametresinin büyük olması halinde, volatilité sürekli olacaktır.

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \max(0, -\varepsilon_{t-1})^2 + \gamma (0, \varepsilon_{t-1})^2 \quad (2.47)$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \max(0, -\varepsilon_{t-1})^2 + \gamma (0, \varepsilon_{t-1}) \quad (2.48)$$

Denklem (2.47) ve denklem (2.48); denklem (2.45) ve denklem (2.46)'ya benzer niteliktedir. Denklem (2.45)'de $\theta > \gamma$ olduğunda simetrik volatilité söz konusudur. θ ve γ parametreleri denklem (2.45) ve denklem (2.46)'daki kuadratik modelden daha büyüktür. β_1 parametresinin büyüklüğü volatilitenin sürekliliğine işaret etmektedir. Buna mukabil denklem (2.45)'deki model de yer alan β_1 parametresine göre standardize edilmemiş hata terimleriyle yapılan parametre tahminlerinin küçülecektir⁴².

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \max(0, -\varepsilon_{t-1}) + \gamma (0, \varepsilon_{t-1}) + \delta \max(0, -\varepsilon_{t-1} + \phi) \quad (2.49)$$

Yukarıdaki model Engle ve Ng(1993)'in parametrik olmayan ARCH modelinin hususi bir formudur. θ koşullu varyans üzerinde fazladan bir etkidir. Şokların ϕ parametresinden büyük olması halinde koşullu volatilité üzerinde

⁴² Kıran a.g.e. sf.56.

fazladan doğrusal bir etki bırakır. δ parametresi, ϕ parametresinden büyük olduğu olumsuz bir şokların toplam etkisini ölçer. EGARCH modeli büyük ve küçük şoklar için ayırt edilmiş hususi parametrelere sahip olması halinde asimetrik etkileri daha yetkin temsil etmektedir. Asimetrikliğin tespit edilmesi için Engle ve Ng(1993), bazı testlerin yapılmasını salık vermiştir. Bu testler ile, işaret etkisi, negatif büyüklük ve de pozitif büyüklük etkisi faktörlerinin varlığı sorgulanmaktadır⁴³.

2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modelleri

Engel (1982) ve Bollerslev (1986) tarafından ortaya konmuş modellerdir. Koşullu varyansın, kendi gecikmeli değerinin ve hata terimlerinin karelerinin önceki değerlerinin doğrusal bir fonksiyonu biçiminde ele alınan modellerdir. TARCH modelinin koşullu varyansı;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p} \quad (2.50)$$

Denklem (2.50)'de yer alan α ve β parametreleri pozitif değer almaktadır. Şu haliyle ARMA sürecini hatırlatmaktadırlar. Parametre tahminlerinin kolay yapılması gibi bir takım avantajları bulunmaktadır. TARCH modeli diğer modellerden ayıran diğer özelliği ise, volatilité asimetriğini de içermesidir. Buna bağlı olarak da olumsuz haberlerin volatilité üzerindeki etkilerinin de farklı farklı olmasını sağlamasıdır.

Modeli anlamak için Petrucelli ve Woolfard (1984) tarafından ortaya konulmuş olan TAR modeli incelememiz gerekmektedir. 1. Dereceden TAR modeli,

$$X_t = \theta_1 X_{t-1}^+ + \theta_2 X_{t-1}^- + \varepsilon_t \quad (2.51)$$

$$X_t^+ = \max(X_t, 0) \text{ ve } X_t^- = \min(X_t, 0)$$

⁴³ Patterson, a.g.e., s.729.

şeklindedir. Higgins ve Bera (1992), Box-Cox transformasyonları aracılığı ile, ARCH modeli,

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \sqrt{h_{t-1}} Z_t \\ h_{t-1}^\delta &= [w + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1}^2)^\delta + \dots + \alpha_m (\varepsilon_{t-m}^2)^\delta]\end{aligned}\quad (2.52)$$

şeklinde gösterilmektedir. $w > 0$ ve $\alpha_1 \geq 0, \delta > 0$, şeklindedir.

$(i=1, \dots, m), \delta=1$ olması halinde ise, Engel'e ait olan ARCH modeline indirgenebilir. Bu durumda TARARCH modelinin koşullu varyansını ifade etmek gerekir ise,

$$h_t = w + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 D_{t-k} \quad (2.53)$$

biçiminde olacaktır. ε_t sıfır ortalamalı, birim varyansa sahip tesadüfi hata terimidir. ε_t parametresi sıfırdan küçük olumsuz haberleri temsil etmektedir. Buna mukabil ε_t parametresinin sıfırdan büyük olduğu durum olumlu haberlerin etkilerini temsil etmektedir. Modelde yer alan α_i parametresi, olumlu haberlerin etkisini gösterirken, olumsuz haberlerin etkisi, $\alpha_i + \gamma_k$ parametresi ile gösterilmektedir⁴⁴. Kaldıraç etkisi ise, γ_k parametresi ile gösterilmektedir. γ_k parametresinin sıfırdan farklı olması, asimetriklik, sıfırdan büyük olması anlamlı kaldıraç etkisi; sıfırdan küçük olması ise, olumsuz haberlerin olumlu haberlerden daha etkili olduğunu göstermektedir⁴⁵. D_{t-k} parametresi, ε_{t-1} parametresi sıfırdan küçük olduğunda 1, sıfırdan büyük ve eşit olduğunda da 0 değerini alan bir gölge değişkendir.

⁴⁴ Kıran, a.g.e., s. 67

⁴⁵ Angela J. Black, "The Impact of Monetary Policy on Value and Growth Stocks: An International Evaluation", **Journal of Asset Management**, Vol.3 No.2, Eylül 2002, pp.150.

TARCH(1,1) modeline ilişkin koşullu varyans denklemi aşağıdaki gibidir.

$$h_t = w + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 D_{t-1} \quad (2.54)$$

Gösterim (2.54)'de w , ortalamayı, ε_{t-1}^2 önceki dönemin hata terimlerinin karelerini gösterirken, h_{t-1} önceki dönem varyans tahminini göstermektedir⁴⁶.

Zakoian (1991) volatilitedeki asimetrikliği ele alan farklı fonksiyonel bir form oluşturmuştur. Volatilité üzerinde, asimetrikliğin işaretlerine bağlı olarak farklı tepkileri gösteren bir modeldir. TGARCH olarak adlandırılmaktadır. Bir diğer asimetrik model olan GJR-GARCH modeli, TGARCH modeline epey benzemektedir. GJR-GARCH modelinden, TGARCH modelini ayıran fark, koşullu varyans denkleminde standart sapmayı kullanmasıdır. Yine EGARCH modelinde kaldıraç etkisi üstel olarak ele alınırken, TGARCH modelinde kaldıraç etkisi kuadratik olarak ele alınmaktadır. Rabemananjara ve Zakoian (1993) tarafından modelin genel hali ortaya konmuştur. Durağanlık ve çevrilebilirliklerle ilgili olarak ise, Gonçalves ve Mendes Lopes (1994,1 u 996) tarafından çalışmalar yapılmıştır. Zivot (2008)'in çalışmasında yer alan TGARCH modeli aşağıdaki gibidir.

$$S_{t-i} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-i}^2 < 0 \text{ ise} \\ 0 & \varepsilon_{t-i}^2 \geq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.55)$$

olmak üzere,

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \quad (2.56)$$

$\varepsilon_{t-i}^2 = 0$ eşik değerinin altında ya da üstünde olmasına göre ε_{t-i}^2 üzerinde farklı etkileri bulunmaktadır. ε_{t-i} 'nin pozitif olması halinde olumlu haberlere ilişkin etki,

⁴⁶ Kıran, a.g.e., s. 68

$\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ üzerinden; negatif olması halinde ise, olumsuz haberlerin etkisi $(\alpha_i + \gamma_i) \varepsilon_{t-i}^2$ üzerinden verilmektedir. $\gamma_i > 0$ durumunda ise, olumsuz haberlerin volatilité üzerindeki etkisi, olumlu haberlerden daha fazla olmaktadır. Bu durumda i'inci düzeyden bir kaldıraç etkisi olmaktadır. Bununla birlikte $\gamma_i = 0$ olması halinde, yeni haberin volatilité üzerindeki etkisinin asimetrik olmayacağı gözlemlenecektir. Bu durumda ise, TGARCH modeli EGARCH modeline eşit hale gelecektir. $\beta_1^+ = \beta_1^- = \beta_1$ durumunda ise, TGARCH (Zakoian 1994) modeli, TS-GARCH modeline indirgenmiş olacaktır⁴⁷.

2.2.3. GJR GARCH(Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH) Modeli

Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından ortaya konmuş olan bir modeldir. Kaldıraç parametresi ile volatilitédeki asimetriyi temsil edebilmektedir. TGARCH modelinden bahsederken, GJR-GARCH modelinden, TGARCH modelini ayıran fark, koşullu varyans denkleminde standart sapmayı kullanması olduğu hatırlanarak GJR-GARCH modelinin koşullu varyans denklemi incelendiğinde,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.57)$$

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-1}^2 > 0 \\ 0, & \varepsilon_{t-1}^2 < 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

GJR-GARCH modeli, GARCH modelinden, $\gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}$ ifadesi ile ayrılmaktadır. I_{t-1} parametresi, beklenmedik haberleri ifade etmektedir. Gösterim

⁴⁷ Turan G. Bali, "Testing the Empirical Performance of Stochastic Volatility Models of the Short Term Interest Rate", *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.35 No.2, Ocak 2000, s.201.

(2.58) görüleceği üzere I_{t-1} parametresinin olumlu yada olumsuz değerde olması hata terimi aracılığıyla belirlenmektedir. ε_{t-1}^2 negatif değer alması olumsuz haberi ifade ederken, I_{t-1} parametresi 0 değerini almaktadır. Aksi durumda ise, olumlu haberi ifade ederken, I_{t-1} parametresi 1 değerini almaktadır. Koşullu varyans denklemindeki ARCH ifadesi hata teriminin pozitif ya da negatif değer almasına bağlı olarak, $\alpha_1 + \gamma_1$ veya α_1 değerini alır. γ_1 ifadesinin anlamlı negatif veya pozitif bir değer alması, negatif şokların, pozitif şoklara göre volatilité üzerinde daha fazla etkisinin olduğunu göstermektedir.

2.2.4. NGARCH Modeli

Doğrusal olmayan Asimetrik GARCH model Engle ve Ng (1993) tarafından ortaya konmuş olan bir modeldir. Koşullu varyansları beklemeyen şokları doğrusal olmayan bir fonksiyon biçiminde ifade eder. Modelin koşullu varyansı aşağıdaki biçimdedir.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left(\varepsilon_t + \theta \sqrt{h_{t-1}} \right)^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.59)$$

Modelde $\alpha_0 > 0$, $0 \leq \alpha_0 < 1$, $0 \leq \beta_0 < 1$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, $\theta > 0$ şeklinde kısıtların sağlanması gerekmektedir. $\theta > 0$ durumunda, olumlu etkiye sahip bir şokun benzer büyüklükteki bir şoktan daha fazla volatilitéye sahip olmaktadır⁴⁸.

⁴⁸ 72Rabemananjara, Zakoian, a.g.e., pp.37

2.2.5. AGARCH Modeli

Asimetrik GARCH modeli, Engle (1990) tarafından ortaya konulmuş bir modeldir. Model,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left(\varepsilon_{t-1} + \theta \right)^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.60)$$

şeklinde ifade edilir. Modele ilişkin kısıtlar ise $\alpha_0 > 0$, $0 \leq \alpha_0 < 1$, $0 \leq \beta_0 < 1$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ve $\theta > 0$ şeklindedir. θ parametresi asimetriklik etkisini ifade etmektedir. $\theta > 0$ durumunda ise; beklenmeyen pozitif şok volatilitede, beklenmeyen negatif şoka nispetle daha etkili olacaktır.

2.2.6. VGARCH modeli

Vektör GARCH modeli, Engle ve Ng (1993) tarafından ortaya konmuş olan bir modeldir. Model,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \theta \right)^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (2.61)$$

şeklinde gösterilir. Koşullu varyans, modelde beklenmeyen şokların doğrusal ve asimetrik olmayan bir formu olarak ifade edilir. Modele ilişkin kısıtlar ise $\alpha_0 > 0$, $0 \leq \alpha_0 < 1$, $0 \leq \beta_0 < 1$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ve $\theta > 0$ şeklindedir. θ parametresi asimetriklik etkisini ifade etmektedir. $\theta > 0$ durumunda ise; beklenmeyen pozitif şok volatilitede, beklenmeyen negatif şoka nispetle daha etkili olacaktır.

2.2.7. QGARCH Modeli

Kuadratik GARCH modeli, Santana (1990) tarafından ortaya konmuş olan bir modeldir. Modelin en önemli özelliği koşullu varyansın pozitifliğini sağlamasıdır. Model,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} \quad (2.62)$$

biçiminde yazılır. Modele ilişkin kısıtlar ise $\alpha_0 > 0$, $0 \leq \alpha_0 < 1$, $0 \leq \beta_0 < 1$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ve $\theta > 0$ şeklindedir. θ parametresi asimetriklik etkisini ifade etmektedir. $\theta > 0$ durumunda ise; beklenmeyen pozitif şok volatilitede, beklenmeyen negatif şoka nispetle daha etkili olacaktır.

2.2.8. TSGARCH Modeli

Adlarının baş harfleri ile anılan GARCH modeli Taylor (1986) ve Schwert (1989) tarafından ileri sürülmüş bir modeldir. Model beklenmeyen pozitif ve Negatif şokların, volatilitede asimetrik etkilerine müsaade etmemektedir. TARCH model başlığı altında incelediğimiz Zakoian(1994)'a ait TGARCH modeli indirgenmiş bir şeklidir. Model aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\sqrt{h_t} = \alpha_0 + \alpha_1 \left| \varepsilon_{t-1} \right| + \beta_1 \sqrt{h_{t-1}} \quad (2.63)$$

Modele ilişkin kısıtlar ise $\alpha_0 > 0$, $0 \leq \alpha_0 < 1$, $0 \leq \beta_0 < 1$, $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ şeklindedir. TSGARCH modelinde koşullu standart sapma, gecikmeli hata terimlerinin mutlak değerlerinin hareketli ortalaması olarak modelde yerini almaktadır.

2.3. Model Seçim Kriterleri

Modelin verileri iyi bir şekilde analiz edebildiğini anlamak için kullanılan bazı kriterler mevcuttur. Bir modelin verileri sıhhatli yorumladığını anlamak için ilk olarak, R^2 katsayısı ile model ile veri yapısının ne kadar açıklanabildiğine baktığımız gibi, aynı şekilde modeldeki parametrelerin ne denli anlamlı olduğuna bakılması da modelin verileri analiz edebildiğinin anlaşılması için kullanılan ölçütlerdendir. Kullanılan verilerin çokluğu, uygun model kurulup kurulmadığına ilişkin yardımcı istatistiklerde bu bağlamda faydalı olacaktır. Bu çalışma kapsamında kullanılacak kriterlere bu kısımda değinilerek kriterler izah edilmeye çalışılacaktır.

2.3.1. Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criteria-AIC)

Açıklayıcı değişken sayısının tespitinde kullanılmaktadır. Model tercihinde her daim en düşük AIC değerine sahip olan tercih edilir. AIC sadece seçili örnek için olduğu kadar, seçili örnek büyüklüğü dışındaki gelecek tahmini içinde önemlidir. Logaritmik formu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$AIC = -2\ell(\hat{\theta}) + 2k \quad (2.64)$$

Yuvarlanmış veya yuvarlanmamış gecikmeli modeller için rahatlıkla kullanılabilir bir kriterdir.

1974 yılında Hirotugu Akaike tarafından yılında geliştirilmiştir. $\ell(\hat{\theta})$ en çok log olabilirliği göstermektedir⁴⁹.

49 Akaike, H., 1974. "A New Look At The Statistical Identification Model", **IEEE Trans. Auto Control**, 19: 716- 723.

2.3.2. Schwarz Bilgi Kriteri (Schwarz Information Criteria- SIC)

SIC, AIC'ye nispetle yeni değişkenlerin modele eklendiğinde ortaya çıkabilecek durumu dikkate alarak daha uygun olarak düzenlenmiştir. SIC her daim, AIC'ye nispetle daha düşük çıkar. Logaritmik formu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$SIC = -2\ell(\hat{\theta}) + k \log n \quad (2.65)$$

AIC'de olduğu üzere yalnızca seçili örnek için, seçili örnek büyüklüğü haricinde gelecekteki tahmin içinde geçerli olmaktadır⁵⁰.

2.3.3. Haber Etki Kriteri

Engle ve Victor NG tarafından geliştirilmiştir. t anında mevcut koşullu varyansın ve t-1 anındaki şok terimi arasındaki ilişkiyi t-2 anı ve öncesini durağan varsayıp koşullu varyansın gecikmelerini koşulsuz varyans olarak değiştirerek fonksiyonlarını oluşturur. Kısaca; t anında koşullu varyansın kendinden önceki dönemlerle arasındaki illiyetini, daha önceki dönemleri sabit kabul ederek ifade eder. Haber etki kriterinin çeşitli modeller içindeki konumu ve biçimi aşağıdaki gibidir:

$$\text{GARCH}(1,1) \quad \sigma_t^2 = A + \alpha_1(|\varepsilon_{t-1}| + \gamma_1 \varepsilon_{t-1})^2 \quad A = \alpha_0 + \beta_1 \bar{\sigma}_t^2 \quad (2.66)$$

$$\text{TGARCH}(1,1) \quad \sigma_t^2 = A + (\alpha_1 + \gamma_1 S_{t-1})^2 \varepsilon_{t-1}^2 \quad A = \alpha_0 + \beta_1 \bar{\sigma}_t^2 \quad (2.67)$$

$$\text{EGARCH}(1,1) \quad \sigma_t^2 = A \exp \left\{ \alpha_1 \left(\frac{|\varepsilon_{t-1}| + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}}{\bar{\sigma}} \right) \right\} \quad A = \bar{\sigma}_t^{2h_1} \exp \{ \alpha_0 \} \quad (2.68)$$

50 Akkaya, Şahin Pazarlıoğlu, M. Vedat, (1998) **Ekonometri 1**, Kendi Yayınları, . s. 308-309

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KAVRAMSAM ÇERÇEVE

3.1.Kısa Bir Literatür Değerlendirmesi

Özellikle ARCH-GARCH modellerini esas alarak volatilitiyi inceleyen pek çok çalışma yapılmıştır. Uygulamaya geçmeden önce daha önce yapılmış çalışmalara ilişkin kısa bir metodoloji incelemesi yapmakta fayda vardır.

Bu çalışmalardan ilk akla gelen bilim insanlarından olan biri Hamao'nun çalışmasıdır. Hamao (1990), 1985-1988 dönemine ait günlük hisse senedi fiyatlarını ele alarak Nikkei225, FTSE100 ve S&P500 endeksleri arasındaki ilişkiyi GARCH modeli ile incelemiştir. Neticeleri değerlendirildiğinde piyasalar arasındaki oynaklık yayılımının S&P 500 piyasalarından Nikkei 225 ve FTSE piyasalarına, FTSE piyasalarından da Nikkei 225 piyasalarına doğru olduğu ortaya konmuştur.⁵¹

Ng (2000), 1975-1996 dönemine ait haftalık verileri kullanarak ABD ve Japonya borsa endekslerinden 6 Pasifik ülkesine ilişkin borsa endekslerine doğru getiri ve volatilitiyi yayılımını bölgesel bazda ve dünya geneli bazında GARCH-BEKK modeli ile ele almıştır. Dünya piyasası etkilerinin çok daha fazla olmasına karşılık bölgesel bazda Volatilitiyi dağılımının da piyasalar üzerinde etkisi olduğuna ulaşmıştır.⁵²

Alper ve Yılmaz (2004), 1992-2001 dönemine ilişkin haftalık hisse senedi açılış ve kapanış fiyatlarını ele alarak gelişmekte olan piyasalar (BIST 100, BOVESPA, KOSPI-100, OETEB) ve finans merkezleri (DJIA, FTSE-100,

⁵¹ Hamao, Y, Masulis, R. W. ve V. Ng. (1990). **Correlations in Price Changes and Volatility across International Stock Markets**. The Review of Financial Studies. 3 (2), 281-307.

⁵² Ng, A. **Volatility Spillover Effects from Japan and the US to the Pacific**-Basin. Journal of International Money and Finance. 19 (2), 2000, s 207-233.

Hang Seng) arasındaki volatilitiyi GARCH modeli ile incelemiştirler. Bilhassa Asya krizi sonrasında diğer finans merkezlerinden BIST'e doğru volatilité bulaşma etkisi olduğu ortaya koyulmuştur.⁵³

Prof. Dr. Mustafa Sevüktekin, Doç. Dr. Mehmet Yılmaz İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitésinin Modellenmesi ve Ön raporlanması isimli çalışmasında İMKB-100 günlük getiri serisinin volatilitésinin analizi ile ilgili olarak, birim kök testleri ile veri seti incelendikten sonra box jenkins metodolojisi dikkate alınarak doğrusal olamayan modelleme uygulama biçimde bir metot seçmiştir. Model tayini esnası determinasyon katsayısı, AIC değeri, SIC değeri, hata kareler toplamı, olabilirlik oranı, F istatistiği, kök ortalama hata karesi, ortalama mutlak hata kare, ortalama mutlak hata kare yüzdesi ve Theil'in eşitsizlik katsayısı ele alınmıştır. Bu çalışmalara neticesinde ARMA(1,2) modelinin veri yapısına uygun olduğu görülmüştür. ARMA(1,2) modelinden elde edilen artıklara ARCH-LM testi yapılmıştır. Bu testler neticesinde elde edilen istatistiklere göre ARCH modelden elde edilen artıklarda etkisi olduğu saptanmıştır Alternatif ARCH-GARCH modellerini incelenmiş ve GARCH(1,1) modelinin uygulanmıştır⁵⁴.

Yine Kanalcı ve Nargeleçekenler (2006) Finansal volatilitiyi, hisse denetleri ve döviz kurunu dikkate aldıkları çalışmada; durağanlık varsayımının gerçekleşmesi için korelogram analizi ve durağanlık testleri gerçekleştirmiştir. Bulguları ışığında uygulamada kullanılmak üzere dolar kurunun satış fiyatının logaritması ile İMKB-100 endeksi kapanış değerlerinin logaritmasını tespit etmişlerdir. Testleri tamamladıktan sonra seri için ARCH(2), İMKB-100 serisi için GARCH(1,2) modeline karar verilmiştir. Tahminlemeler sonucunda her iki seri içinde oynaklığın kriz dönemlerinde artış gösterdiği bilgisine ulaşmışlardır⁵⁵.

⁵³ Alper, E. C.; Yılmaz, K., (2004). **Volatility and Contagion: Evidence from the Istanbul Stock Exchange**. Economic Systems. 28, 353–367.

⁵⁴ Sevüktekin, a.g.e. , 244-394.

⁵⁵ Kanalcı, H.; Akay, M. ; Nargeleçekenler, M. “Finansal Piyasa Volatilités Ve Ekonomi”, **Ankara Üniversitesi SBF Dergisi**, 61(4), 2006, s.6-36.

Şimşek (2016), Türkiye ve BRICS ülkelerinin hisse senedi piyasaları arasındaki etkileşimi 2008-2015 dönemine ait günlük dataları kullanarak GARCH modelleri ile eke almıştır. BİST'in BRICS ülkelerinin gösterge endeksleriyle ilişkili olduğu ve son dönemde en fazla Hindistan ve Güney Afrika ülkeleriyle ilintili olduğu anlaşılmıştır.⁵⁶

3.2. Borsa Kavramları

3.2.1. Borsa İstanbul

6362 sayılı Sermaye Piyasası Kanunu, 30 Aralık 2012 tarihinde Resmi Gazete'de yayınlanarak yürürlüğe girmiş bulunmaktadır. Kanun'un 138. maddesi uyarınca Borsa İstanbul A.Ş., borsacılık faaliyetleri yapmak üzere Kanun'un yürürlüğe girdiği tarihte kurulmuştur. Sermaye piyasasında borsaları tek çatı altında toplayan Borsa İstanbul, esas sözleşmesinin Sermaye Piyasası Kurulu'nca hazırlanıp ilgili Bakanın onayı sonrasında 3 Nisan 2013 tarihinde doğrudan tescil ve ilan edilmesiyle faaliyet izni almıştır.

Borsa İstanbul Anonim Şirketi Esas Sözleşmesi'ne göre Borsa İstanbul'un başlıca amacı ve faaliyet konusu; "Kanun hükümleri ve ilgili mevzuat çerçevesinde, sermaye piyasası araçlarının, kambiyo ve kıymetli madenler ile kıymetli taşların ve Sermaye Piyasası Kurulunca uygun görülen diğer sözleşmelerin, belgelerin ve kıymetlerin serbest rekabet şartları altında kolay ve güvenli bir şekilde, şeffaf, etkin rekabetçi, dürüst ve istikrarlı bir ortamda alınıp satılabilmesini sağlamak, bunlara ilişkin alım satım emirlerini sonuçlandıracak şekilde bir araya getirmek veya bu emirlerin bir araya gelmesini kolaylaştırmak ve oluşan fiyatları tespit ve ilan etmek üzere piyasalar, pazarlar, platformlar ve sistemler ile teşkilatlanmış diğer pazar yerleri oluşturmak,

⁵⁶ Şimşek, M., (2016), **Borsa İstanbul (BIST) ve BRICS Ülkelerinin Hisse Senedi Piyasalarının İlişkisi Üzerine Bir İnceleme**. İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi. 5(3), 520- 536.

kurmak ve geliştirmek, bunları ve başka borsaları veyahut borsaların piyasalarını yönetmek ve/veya işletmek ve ana sözleşmesinde yazılı olan diğerk işlerdir."⁵⁷

Görevleri arasında:

- Kanunda ve ilgili diğerk mevzuatta tanımlanan borsacılık ve piyasa işleticiliğiki faaliyetlerinde bulunmak,
- Para, kambiyo, kıymetli maden ve vadeli işlemlerle ilgili piyasalar açmak,
- Menkul kıymet pazarı oluşturmak,
- Pazarların çalışma gün ve saatlerini belirlemek ve borsa bülteninde ilan etmek,
- Oluşan fiyatları ve bu fiyatlardan yapılan toplam işlem miktarlarını seanslar sonunda ilan etmek,
- Borsada yapılan alım satımların güven altında serbest piyasa koşullarında yapılmasını sağlamak,
- Olağank üstü hallerde gerekli tedbirleri almak, bulunmaktadır
- Emirlerin iletilmesine ve eşleştirilmesine ilişkin sistemler kurmak, bunlara ilişkin usul ve esasları belirlemek⁵⁸,

3.2.2. Menkul Kıymetler

Menkul kıymetler, ortaklık veya alacaklılık sağılayan, belli bir meblağ temsil eden, yatırım aracı olarak da kullanılabilen, dönemsel gelir getirmekte olan seri halde çıkarılmış olan, şartları kurulca belirlenen kıymetli evraklardır. Menkul kıymetlere örnek olarak; hisse senetleri, hisse senedi türevleri, geçici ilmühaberler, yeni pay alma kuponları, tahviller, tahvil türevleri, tahvil faiz kuponları, hazine bonoları, katılma intifa senetleri, kar/zarar ortaklığı belgeleri, banka bonoları, banka garantili bono, finansman bonoları, varlığa dayalı menkul kıymetler, gelir ortaklığı senetleri gibi değerklerdir.

⁵⁷ Borsa İstanbul Anonim Şirketi Esas Sözleşmesi, madde 3

⁵⁸ Borsa İstanbul Anonim Şirketi Esas Sözleşmesi, madde 3, 2. bendi

3.2.3. Hisse Senetleri

Hisse senetleri, anonim şirketler tarafından çıkarılır ve şirketin sermayesine belirli bir katılma payını temsil etmektedir. Pay alan yatırımcı böylelikle şirkete ortak olur. Pay, sahibine ortaklık hakkı, yönetime katılma (oy) hakkı, kâr payı alma hakkı gibi haklar yanında, bilgi alma hakkı da sağlar.

Pay sahipleri esas olarak iki türlü gelir elde eder: sermaye kazancı ve kâr payı. Sermaye kazancı, payın değerindeki olası artıştan elde edilen gelir olarak tanımlanabilir.⁵⁹

3.2.4. Hisse Senedi Endeksleri

Endeks kapsamındaki hisse senetlerinin piyasa fiyatları dikkate alınarak tespit edilmektedir. Bu şekilde de piyasa hakkında genel bilgi sağlanır. Hisse senetlerinin fiyat ve getirilerinin bütünsel ve sektörel bazda performanslarının ölçülmesi maksadıyla oluşturulmaktadır. Fiyat endeksleri ve getiri endeksleri olmak üzere iki çeşit endeks mevcut bulunmaktadır. Fiyat endekslerinde hisse senedinin değer kazanmasına bağlı olarak ortaya çıkan kazanç endeksi oluşturur. Firmanın ödediği temettüler fiyat endeksinin hesaplanmasında dahil edilmemektedir. Getiri endeksinin hesaplanmasında ise temettüler dahil edilmektedir.⁶⁰

Borsa İstanbul Pay Piyasası için temel endeks olarak kullanılmaktadır. Yıldız Pazar ve Ana Pazar'da işlem gören şirketlerle, Kolektif Yatırım Ürünleri ve Yapılandırılmış Ürünler Pazarı'nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıkları arasından seçilen 100 paydan oluşmakta olup, BIST 30 ve BIST 50 endekslerine dahil payları da kapsamaktadır.

⁵⁹ Budak, A.; Fıkrıkoca, Ekin, “Yatırım Yaparken Sorularla Türkiye Sermaye Piyasası” İstanbul 3. Basım Aralık 2013, sf. 12

⁶⁰ Karapınar, Aydın; Bayırlı, Rıdvan, Bal; Hasan; Altay, (2007)“Temel Düzey SPK Lisanslama Sınavlarına Hazırlık Kitabı”, Gazi kitabevi,. s.49

3.2.5. BİST Hisse Senedi Endeksleri

BİST’de yayınlanan başlıca endeksler aşağıdaki gibidir:

a) BİST 100 Endeksi: Borsa İstanbul Pay Piyasası için temel endeks olarak kullanılmaktadır. Yıldız Pazar ve Ana Pazar’da işlem gören şirketlerle, Kolektif Yatırım Ürünleri ve Yapılandırılmış Ürünler Pazarı’nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıkları arasından seçilen 100 paydan oluşmakta olup, BIST 30 ve BIST 50 endekslerine dahil payları da kapsar.

b) BİST 50 Endeksi: Yıldız Pazar ve Ana Pazar’da işlem gören şirketlerle, Kolektif Yatırım Ürünleri ve Yapılandırılmış Ürünler Pazarı’nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıkları arasından seçilen 50 paydan oluşmakta olup, BIST 30 endeksine dahil payları da kapsar.

c) BİST 30 Endeksi: Yıldız Pazar ve Ana Pazar’da işlem gören şirketlerle, Kolektif Yatırım Ürünleri ve Yapılandırılmış Ürünler Pazarı’nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıkları arasından seçilen 30 paydan oluşur.

d) BIST 100-30 Endeksi: BIST 100 Endeksine dahil olup, BIST 30 Endeksinde yer almayan 70 paydan oluşur.⁶¹

⁶¹ **BİST Pay Endeksleri Temel Kuralları**, Çevrimiçi Kaynak Erişi Tarihi: 2018.06.01, [Http://www.borsaistanbul.com/docs/default-source/endeksler/bist-pay-endeksleri-temel-kurallari.pdf?sfvrsn=4](http://www.borsaistanbul.com/docs/default-source/endeksler/bist-pay-endeksleri-temel-kurallari.pdf?sfvrsn=4)

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

UYGULAMA

Çalışmanın bu kısmında, birinci bölümde ele aldığımız BİST 100 endeksinin ARCH etkisi taşıyıp taşımadığı ve taşıyor ise volatilitenin en uygun model ile çözümlenebilmesi için araştırma yapılmıştır. Modeller karşılaştırılarak en uygun olana karar verilmiştir. Bu uygun modele bağlı olarak endeksin volatilitesi hesaplamak sureti ile analiz ve yorum yapılmıştır.

4.1. Uygulama Yöntemi

Finansal zaman serileri rassal yürüyüş süreci oluşturmakta ve birim kök içermektedir. Bundan ötürü de durağan olmamaktadırlar. Bu sebepten serilerin birinci farkları alınmak suretiyle veya seriler getiri serisi hâline getirilerek durağanlaştırılması gerekmektedir. Çalışmada getiri serisi oluşturmak suretiyle durağanlaştırılmıştır.

$$Endeks_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (4.1)$$

$Endeks_t$; t günü getiri değeri; P_t ; t günü endeks kapanış fiyatı, P_{t-1} ; t-1 gündeki endeks fiyatını göstermektedir.

Denklem (3.1) aracılığı ile elde edilen zaman serisinin durağanlığının sınanması için korelogram testi uygulanmıştır. Karar verirken korelogram testiyle yetinmemek sağlıklı olacaktır. Durağanlığın kesinliğinin tespiti için birim kök testi, temel istatistik değerleri olan basıklık, çarpıklık, sivrilik değerleri incelenecektir. Akabinde ARCH etkisi araştırılacaktır. ARCH etkisinin varlığının incelenmesi için ilk olarak ARMA modelinin tayin edilmesi

gerekmektedir. ARMA modelinin tayini için, serinin Akaike Bilgi Kriteri, Schwartz Bayesian Kriteri değerlerine bakılacaktır. Buradaki mühim unsur AIC ve SC kriterlerinin değerlerinin mümkün mertebe küçük olmasıdır. AIC ve SC'nin en düşük olduğu model kullanmaya en uygun model olacaktır⁶². Böylelikle tespit edilen ARMA modelinde ARCH etkisinin varlığının tespiti için ise, ARCH-LM testi (Lagrange Multiplier-Lagrange Çarpanı) uygulanacaktır. Bu aşamadaki önemli nokta, zaman serisindeki şimdiki hata terimi ile, yakın geçmişteki hata teriminin birbiri ile ilişkili olduğunu ortaya koymaktır. ARCH-LM testi akabinde volatilité modelleri tahmin edilerek en uygun modele karar verilecektir. Modelin tayininden sonra modeldeki α ve β parametreleri vasıtasıyla geçmiş dönem değişimlerinin şimdiki dönem değişimlerine etkisi tespit edilecektir. α parametresi geçmiş döneme ilişkin şokların mevcut dönem volatilitesi üzerindeki etkisini, β parametresi ise önceki döneme ilişkin koşullu varyansın cari döneme etkisini göstermektedir. Bu aşamadan sonra uygun görülen modelde yapılan tahmin değerlendirilecektir.

4.2. Veri Seti

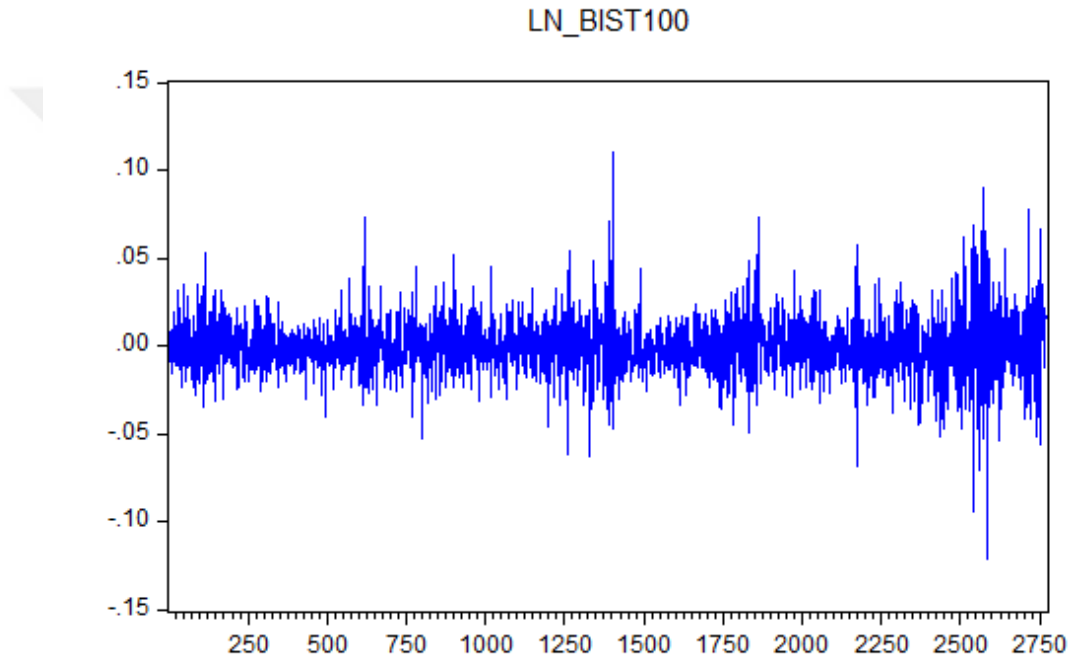
01.01.2008-31.12.2018 tarihleri arasındaki Borsa İstanbul'un açık olduğu 2767 gün için kapanış verileri kullanılmıştır. Kapanış verileri denklem (3.1) aracılığı ile endeks getiri serisi oluşturulmuştur. Çalışmada 30.10.2018-31.12.2018 tarihleri arasındaki veriler ise, tahminlerin kontrol seti olarak kullanılmıştır. Veriler, TCMB - Elektronik Veri Dağıtım Sistemi'nden (EVDS) temin edilmiştir. Veri seti incelerinken Eviews 8 Ekonometri paket programı kullanılmıştır.

⁶² Adlıg, G. Ş. (2009). Finansal Piyasalarda Ardışık Bağlılıklı Koşullu Varyans Etkileri, Oynaklık Tahmini ve Türkiye Üzerine Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul. Sf 71

4.2.1. Veri Setinin İncelenmesi

Aşağıda BİST 100 kapanış verilerinden oluşan zaman serimizin, denklem (3.1) aracılığıyla elde ettiğimiz getiri serisi grafiği yer almaktadır.

Şekil 4.1. Veri Seti

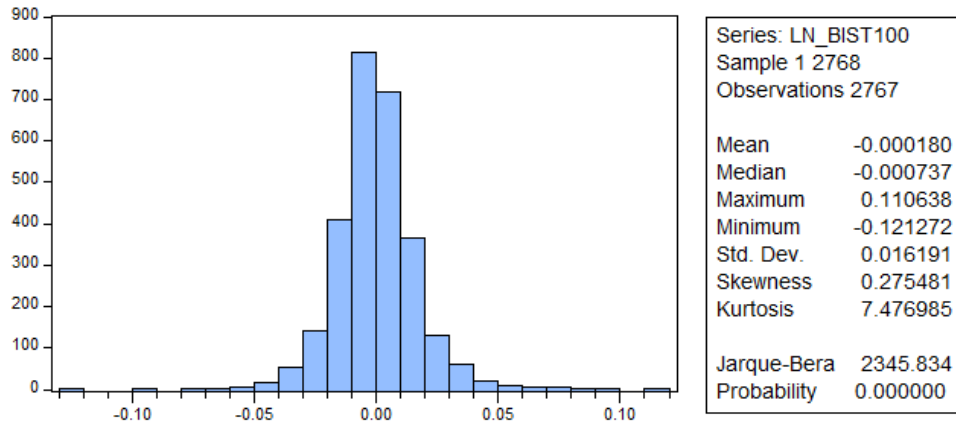


Yatay eksen, zamanı ifade ederken, dikey eksen gözlem gününe ilişkin getiri serisi değeri yer almaktadır. Seriyi incelediğimizde volatilité kümelenmesi gözlemlenmektedir. Yani getiri serimizde, büyük değişimleri büyük; küçük değişimleri de, küçük değişimler takip etmektedir. 2008,2010, 2011, 2013 2016, 2018 yıllarında büyük değişimler gözlemlenmiştir. Serinin genel dağılım sıfır etrafında yer alması bize serinin durağan olduğunu göstermektedir. Bu davranışı getiri serisinin durağan olduğu kanaatini uyandırmaktadır. Seri durağan görünmektedir. Literatürde getiri serileri genel itibarıyla durağandır. Tanımlayıcı istatistikleri irdelerken, ADF ve Philips-Perron testleri ile bu savımızın sağlamaasını yapacağız.

4.2.2. Veri Setine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

Tanımlayıcı istatistiklerde dikkat etmemiz gereken üç önemli husus eğiklik, basıklık ve normal dağılıma uygunluk sınamasıdır; sırasıyla Skewness, Kurtosis ve Jarque Bera değerleridir. Eğiklik 0'dan büyük ise sağa çarpık tersi söz konusu ise sola çarpıktır. Basıklık 3'den büyükse sivri bir seri, 3'den küçükse basık bir seridir. Jarque Bera testinin boş hipotezi serinin normal dağılıma uyduğunu söyler. Ho reddedilirse seri normal dağılıma uymuyor demektir.

Şekil 4.2. Veri Setinin Histogramı ve Tanımlayıcı İstatistikler



Şekil 4.2.'te Bist 100 getiri serisine ait histogram grafiği ve tanımlayıcı istatistikleri görülmektedir. Medyan -0.0007373 standart sapma, 0.016191 değerlerine sahiptir. Çarpıklık katsayısı 0.275481 olarak görülmektedir. Çarpıklığın sıfırdan küçük olması serinin sola çarpık, sıfırdan büyük olması sağa çarpık olduğunu gösterir. Aynı zamanda çarpıklık katsayısının negatif olması negatif getiriye işaret etmektedir. Bist 100 getiri serisi sağa çarpıktır.

Basıklık katsayısının 3'ten büyük olduğu görülmektedir. Basıklık katsayısı 3'ten büyük olduğu için kalın kuyrukludur. Yani pek çok gözlemin

kuyruklarda biriktiğine işaret eder. Aynı zamanda volatilité kümelenmesine işaret eder. Skewness değeri 0.275481 bulunmuştur. Bu durumda, Bist 100 getiri serisinin, sağ kuyruk daha uzun ve sağa çarpık bir seridir. Basıklık katsayısına bakıldığında görüleceği üzere, basıklık değeri 3'ten büyüktür. Bu da serimizin sivri bir seri olduğuna işaret etmektedir.

Jarque-Bera test istatistiği, En Küçük Kareler artıklarına dayanan bir testtir. Bu testte EKK artıklarının çarpıklık ve basıklık ölçülerinin hesaplanması ile elde edilen test istatistiğinin χ^2 dağılımının sonucu ile karşılaştırılması neticesinde normallik varsayımının geçerli olup olmadığının anlaşılmasını sağlar. Aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad (4.2)$$

Denklemden, çarpıklığı; S, basıklığı ise; K ifade etmektedir⁶³. Jarque-Bera test istatistiğini değerlendirirken, χ^2 tablo değeri karşılaştırıldığında, %5 anlamlılık düzeyinde, tablo değeri 5,99 tablo değerini almaktadır. Jarque-Beta test istatistiği değeri, Şekil 4.2'de görüleceği üzere 5,99 değerinden büyüktür. Yani sıfır hipotezi ret edilmekte, getiri serisi normal dağılmamaktadır.

Veri setimizin durağan olup olmadığının kontrolünün yapıldığı test Augmented Dickey Fuller testidir. Kısaca ADF olarak bilinen test birim kökün olup olmadığını araştıran bir testtir. ADF testinde zaman serisinin gecikmeli değerlerinin modele ilave edilmesindeki amaç otokorelasyondan serinin arındırılmasıdır.

Tablo 4.2.'de de görüleceği üzere, veri setimiz için hesaplanan ADF test istatistiği değeri -51.18217 bulunmuştur. ADF test istatistiği %1 anlamlılık

⁶³ Selahattin Güriş, Ebru Çağlayan, **Ekonometri Temel Kavramlar**, 2.bs., İstanbul, Der Yayınları, 2005, s.593.

düzeyi -3.432523, %5 anlamlılık düzeyi için -2.862386, %10 anlamlılık düzeyi için -2.567265 olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan tüm ADF istatistik değerleri anlamlılık düzeylerinde kritik değerden mutlak değerce büyük olarak gerçekleşmiştir. Bu durumda veri setimiz için bu testte kurduğumuz H_0 hipotezi reddedilmektedir. Özetle serimiz birim kök içermemekte ve durağan olarak kabul edilmektedir.

Tablo 4.1. Veri Setine İlişkin ADF Testi Tablosu.

Null Hypothesis: LN_BIST100 has a unit root			
Exogenous: Constant			
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=27)			
		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-51.18217	0.0001
Test critical values:	1% level	-3.432523	
	5% level	-2.862386	
	10% level	-2.567265	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.			

Bir diğer birim kök sınama testimiz ise Philips-Perron birim kök testidir. Philips ve Perron(1988) içsel bağlantı sorununu kontrol edebilmek için geliştirilmiştir. Hataların istatistiksel olarak bağımsız olduklarını ve sabit varyansa sahip olduklarını varsayan Dickey-Fuller testlerinde otokorelasyon sorununu ortadan kaldırmak için bağımlı değişkenin gecikme uzunlukları modele eklenmesi serbestlik derecesinin düşmesine neden olmaktadır. Philips-Perron birim kök testi ise ilave gecikme ekleme yerine t-testine parametrik olmayan bir düzenleme yapmaktadır. Böylelikle serbestlik derecesi kaybının

önüne geçmektedir⁶⁴. Aşağıda Bist 100 getiri serisine ilişkin Philips-Perron testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 4.2. Veri Setine İlişkin Philips-Perron Testi Tablosu.

Null Hypothesis: LN_BIST100 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 18 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-51.17757	0.0001
Test critical values: 1% level	-3.432523	
5% level	-2.862386	
10% level	-2.567265	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Tablo 4.3.'de görüleceği üzere, Philips-Perron test istatistiği -51.17757 olarak bulunmuştur. Tabloda görüleceği üzere %1 anlamlılık düzeyinde kritik değer -3.432523'dir. Sonuçlar incelendiğinde görüleceği üzere hesaplanan değer kritik test değerlerinden küçük olduğu görülmektedir. Aynı şekilde p ihtimal değerine bakıldığında (0.0001) sıfır değeri görülecektir. Bu bulgular ışığında serimizde %1 anlamlılık düzeyinde birim kök mevcut değildir. Yani veri setimiz için bu testte kurduğumuz, sıfır hipotezi; H_0 hipotezi reddedilmektedir. Alternatif hipotezimiz, seride birim kökün olmadığı, kabul edilecektir.

⁶⁴ Phillips, Peter ve Pierre Perron (1988); "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," Biometrika, Cilt 75, Sayı 2, s. 335-346.

4.2.3.Uygun ARMA Modelinin Tespiti

Bist 100 getiri serisinin özelliklerini incelemek amacıyla yapılan incelemeler neticesinde serinin durağan, birim kök içermeyen, kalın kuyruklu, sağa kuyruğu uzun, sola çarpık, normal dağılmamakta olan bir seri olduğu tespit edilmiştir. Model tespitini kolaylaştırmak için serimizin 1. Farkı alınarak DLBIST100 olarak isimlendirilmiştir.

Bist 100 getiri serisine ilişkin ARCH etkisini test etmemiz gerekmektedir. ARCH etkisini tespit ederek, seri içerisinde ARCH etkisinin var olup olmadığını bulmak için öncelikle ARCH-LM testinin yapılması gerekmektedir. Bunun ilk aşaması da uygun ortalama denkleminin tespit edilmesidir. Bunun için de Otoregresif $AR(p)$, Hareketli Ortalama $MA(q)$, veya her ikisi de birlikte Otoregresif Hareketli Ortalama $ARMA(p,q)$ denklemleri tahmin edilmektedir. Denklemlerin tahmini için En küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Modellerle ilişkin Akaike Bilgi Kriteri değerleri tablosu aşağıda görülmektedir.

$AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p,q)$ ortalama modelleri denenmiş %1 anlamlılık düzeyinde olan sonuçlara sahip modeller aşağıdaki tabloya yerleştirilmiştir.

Tablo 4.3. Ortalama Denklemleri Değerler Tablosu

	AIC	SIC	Log likelihood	Prob(F- stat.)	R ²
MA(1)	-5.401123	-5.407548	7484.342	0.957621	0.000692
AR(2)MA(2)	-5.410561	-5.427712	7491.511	0.000740	0.008726
AR(3)MA(3)	-5.409499	-5.392367	7492.041	0.002246	0.008046
AR(3)MA(4)	-5.408949	-5.389675	7492.057	0.025324	0.006317
AR(4)MA(3)	-5.408787	-5.389514	7492.28	0.002900	0.008633
AR(4)MA(4)	-5.388609	-5.402289	7494.768	0.004405	0.008623
AR(4)MA(5)	-5.408221	-5.384664	7493.273	0.028357	0.007255
AR(5)MA(5)	-5.408221	-5.384212	7496.61	0.004411	0.008719

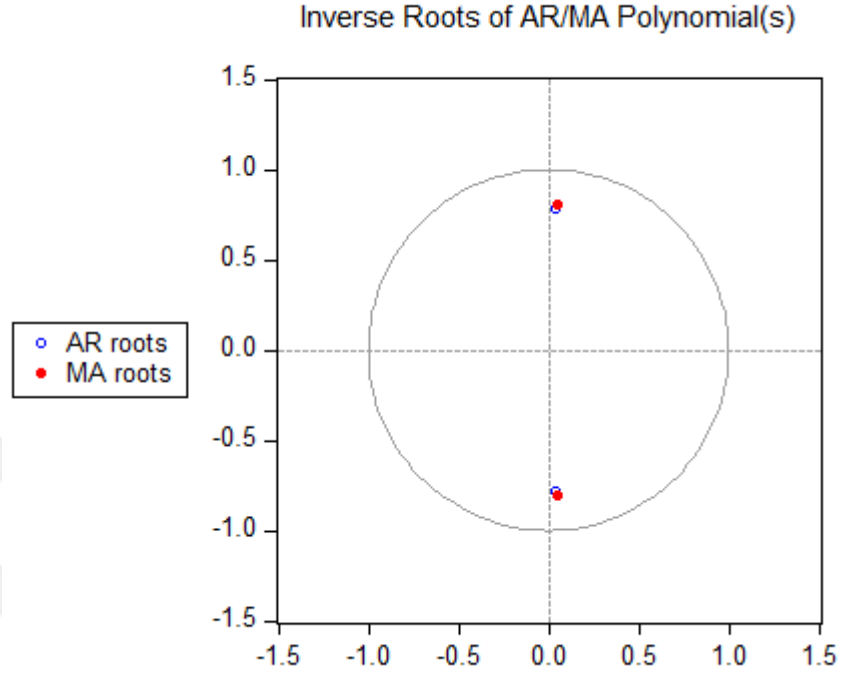
F istatistiği değeri, F istatistiği olasılığı değeri, R^2 değeri, ve AIC, SIC değerleri doğrultusunda, parametrelerin istatistiksel olarak en anlamlı olduğu sonuçlar ARMA(2,2) modeli olmuştur. Modele ilişkin tahmin sonuçları Tablo 5'ten gözlemlenebilir. ARMA(2,2) modeline ilişkin tahmin değerleri Tablo 8'de görülmektedir.

Tablo 4.4. ARMA(2,2) Modeli Tahmin Tablosu

Dependent Variable: LN_BIST100				
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)				
Date: 06/11/19 Time: 12:35				
Sample: 2 2768				
Included observations: 2767				
Failure to improve objective (non-zero gradients) after 54 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.512486	0.002548	1.535524	0.0000
AR(2)	0.495913	0.002498	0.398367	0.0000
MA(1)	0.511006	0.087170	0.330407	0.0000
MA(2)	1.000000	0.115460	0.661011	0.0000
SIGMASQ	0.000260	1.56E-05	4.604542	0.0000
R-squared	0.008726	Mean dependent var	-0.000180	
Adjusted R-squared	0.006088	S.D. dependent var	0.016191	
S.E. of regression	0.016142	Akaike info criterion	-5.411160	
Sum squared resid	0.719689	Schwarz criterion	-5.427712	
Log likelihood	7491.340	Hannan-Quinn criter.	-5.407293	
Durbin-Watson stat	1.960369			
Inverted AR Roots	.76-.65i	.76+.65i		
Inverted MA Roots	.76+.66i	.76-.66i		

Buna ek olarak AR(1) ve AR(2) sürecine de parametreler, 1'den küçük olduğu için AR süreci için durağanlık koşulunu sağlamaktadır. ARMA(2,2) modeline ilişkin otoregresif ve hareketli ortalama parametreleri birim çember içerisinde ve birbirine yakın noktada bulunmaktadır. Grafik 4.3'de görülebilecek olan bu durum modelin getiri serimizi açıklayabildiği yönündeki kanaatimizi desteklemektedir.

Şekil 4.3. ARMA(2,2) Modeline İlişkin Durağanlık Ve Anlamlılık Testi



Ayrıca katsayılar için hesaplanan t istatistiği değerleri mutlak değerce, %5 anlamlılık düzeyinde, kritik tablo değerinden(1.645) yüksek çıkmıştır. Böylelikle katsayıların sıfır olduğunu varsayan sıfır hipotezi reddedilmektedir. Tablo 8’de görüleceği üzere, AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) için hesaplanan t değerleri, kritik değerden yüksektir. Bu bulgular ışığında ARMA(2,2) modeli tercih edilmiştir.

4.2.4. Hataların Sabit Varyanslılığının İncelenmesi (ARCH-LM testi)

Uygun ARMA modelinin tespitinden sonra, modele ait hata terimlerinin standart varyans varsayımına uygunluğu ARCH-LM testi aracılığı ile kontrol edilecektir. ARCH modelleri aracılığı ile volatilité modellenebilmesi için seride ARCH etkisinin varlığı kontrol edilmelidir. 30 gecikme için uygulanan ARCH-LM testi, ARMA(2,2) modeline ait hata teriminin varyansının sabit olduğunu savunan sıfır hipotezine karşılık olarak varyansın hata teriminin gecikmeli değerleri için

farklı olduğunu savunan sıfır hipotezi test edecektir. Test ile aranan koşul $|X^2|$ İstatistiği $|<| \text{Obs} \cdot R^2|$ şeklindedir.

Tablo 4.5. ARMA(2,2) Modeli İçin ARCH-LM Testi Sonuçları

ARCH-LM	LN_BIST100 [AR(2)MA(2)]				
	F	Olasılık	Obs*Rsquared	Chi-Square	Olasılık
LM (k=1)	42.02456	0.0000	41.42513	0.0000	0.0000
LM (k=5)	49.48466	0.0000	227.5348	0.0000	0.0000
LM (k=10)	37.03693	0.0000	327.6595	0.0000	0.0000
LM (k=20)	22.83622	0.0000	394.1975	0.0000	0.0000
LM (k=30)	16.29531	0.0000	418.8004	0.0000	0.0000

Tablo 9’da görüleceği gibi, χ^2 değeri, R^2 değerinden küçüktür. Sırasıyla, 1, 5, 10, 20 ve 30 gecikme için bu koşul sağlanmıştır. Yani ARCH etkisinin olmadığını ileri süren H_0 hipotezi reddedilmiştir. DLBIST100 serisinde ARCH etkisinin varlığı kanıtlanmıştır. Bir diğer deyişle, modelin hata terimi varyansı gecikmeli değerler için zaman boyunca sabit değil, değişen varyans durumu söz konusudur.

4.3 Volatilite Modellerinin Tahmini

Çalışmada ele alınan modellere ilişkin tahminler yapılarak içlerinden en uygun modeller seçilip, yine aralarından kıyaslama yapılmak sureti ile çıkan en iyi modelin sonucu yorumlanacaktır. LN_BIST100 serisinin volatilitelerinin tespit edilmesi için, ARCH(p), GARCH(p,q), EGARCH(p,q), GJR-GARCH(p,q), ARCH-M(p), GARCH-M(p,q), EGARCH-M(p,q), GJR-GARCH-M(p,q)

modelleri tahmin edilmiştir. Literatür taraması sonucunda sıklıkla karşılaşılan gecikme değerleri olan, $p=1,2,3$ ve $q=1,2,3$ değerleri tercih edilmiştir. LN_BIST100 serisine koşullu varyansın, hata terimleri karelerinin gecikmeli değerleri ile birlikte koşullu varyansın da geçmiş dönem değerleri ile doğrusal olarak açıklayan GARCH(p,q), modeli, finansal serilerdeki hata varyansları arasındaki asimetriyi ortaya koyan EGARCH(p,q) ve GJR-GARCH(p,q) modelleri uygulanmıştır. Bu modellerin ortalama modelleri de incelenmiştir. Modellerden elde edilen sonuçlar,

- i. Parametrelerin anlamlılığı,
- ii. Determinasyon katsayısının (R^2) yüksek olması
- iii. AIC bilgi kriterinin düşük olması,
- iv. SiC bilgi kriterinin düşük olması,
- v. Hata kareler toplamının düşük olması,
- vi. Olabilirlik oranının yüksek olması,
- vii. Modelin F istatistiğinin anlamlı olması,
- viii. Kök ortalama kare hata değerinin küçük olması,
- ix. Ortalama mutlak hata değerinin küçük olması,
- x. Ortalama mutlak yüzde hata değerinin küçük olması,
- xi. Theil'in eşitsizlik katsayısının küçük olması,

kriterlerine göre değerlendirilmektedir.⁶⁵.

Tablo 4.8.'de görüleceği üzere, mean modeli dahil olmak üzere, ARCH(p,q) ve ARCH-M(p) modelleri çıktıları yer almaktadır. Tablo incelendiğinde görüleceği üzere ARCH-M(p,q) modelleri parametrelerin pozitif olması kısıtını sağlayamamıştır. Tabloda (*) ile işaretlenmiş modellerin parametreleri %1 düzeyinde anlamlıdır.

⁶⁵ Sevüktekin, M.; Nargeleçekenler, M. :“İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getiri Volatilitésinin Modellenmesi ve Ön raporlaması”, **Ankara Üniversitesi SBF Dergisi**, Cilt:61, Sayı:4, 2006 s.258

Tablo 4.6. ARCH(p), ARCH-M(p) Modelleri Çıktı Tablosu

	ARCH P=1(*)	ARCH p=2(*)	ARCH p=3(*)	ARCH-M (1)	ARCH-M (2)	ARCH-M (3)
α_1	0.170922	0.181096	0.107558	0.164832	0.134063	0.090283
α_2		0.314481	0.28962		0.269305	0.226967
α_3			0.179279			0.172659
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.427000	0.034000	0.039000	0.101000	0.096000	0.076000
Lag-10	0.146000	0.252000	0.393000	0.006000	0.032000	0.095000
Lag-20	0.367000	0.652000	0.287000	0.075000	0.196000	0.126000
Lag-30	0.452000	0.090	0.690000	0.186000	0.436000	0.348000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.056000	0.054000	0.366000	0.75700	0.302000	0.649000
Lag-5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Lag-10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Lag-20	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Lag-30	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Log likelihood	7641.465	7637.839	7686.796	7677.210	7721.472	7748.316

Tablo 4.8. LN_BIST100 ARCH(p), ARCH-M(p) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		ARCH P=1(*)	ARCH p=2(*)	ARCH p=3(*)	ARCH- M(1)	ARCH- M(2)	ARCH- M(3)
ARCH-LM		Obs*R-sq.					
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.05410	0.05410	0.36620	0.75720	0.30210	0.64920
	Prob. Obs . R sq	3.70864	3.70864	0.81656	0.09560	1.06499	0.20697
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00030
	Prob. Obs . R sq	75.83185	75.83185	27.88032	166.5988	75.00475	23.64461
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	Prob. Obs . R sq	131.2124	131.2124	111.4706	269.8610	138.0288	125.35280
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.00000	0.00000	0.00000	269.8610	0.00000	0.00000
	Prob. Obs . R sq	168.3939	168.3939	76.26820	321.6619	186.5359	154.23380
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	Prob. Obs . R sq	186.5336	186.5336	149.0826	347.4344	205.6921	163.40660
TheilU (Dyn)		0.914645	0.929017	0.92649	0.957771	0.958100	0.957907

Tablo 4.9. LN_BIST100 GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu

	GARCH (1,1)	GARCH (1,2)	GARCH (1,1)	GARCH (2,1)*	GARCH (1,1)
α_0	0.000007	0.000012	0.000005	0.000009	0.000011
α_1	0.087330	0.080885	0.072588	0.042664	0.043938
α_2				0.062623	0.081962
α_3					
β_1	0.885212	1.116547	1.714834	0.858077	0.634288
β_2		-0.220213	-1.415149		0.198940
β_3			0.609025		
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.088000	0.110000	0.032000	0.070000	0.183000
Lag-10	0.077000	0.152000	0.157000	0.094000	0.319000
Lag-20	0.157000	0.195000	0.592000	0.160000	0.355000
Lag-30	0.424000	0.473000	0.702000	0.383000	0.670000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.344000	0.739000	0.759000	0.889000	0.861000
Lag-10	0.300000	0.473000	0.836000	0.456000	0.521000
Lag-20	0.238000	0.372000	0.842000	0.401000	0.355000
Lag-30	0.242000	0.315000	0.883000	0.346000	0.288000
Log likelihood	7888.033	7849.785	7866.792	7896.408	7879.122

Tablo 4.10. GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GARCH (1,1)	GARCH (1,2)	GARCH (1,1,)	GARCH (2,1)*	GARCH (1,1)
	ARCH-LM	Obs*R- sq.	Obs*R- sq.	Obs*R- sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
	χ^2 Tablo 3.84	0.25160	0.31320	0.38760	0.95390	0.84330
Lag-1	Prob. Obs . R sq	1.31443	1.01733	0.74632	0.00334	0.03910
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.32980	0.73610	0.92250	0.88810	0.86220
	Prob. Obs . R sq.	0.24090	2.76509	1.41678	1.70607	1.90467
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.24090	0.45110	0.92500	0.43560	0.51290
	Prob. Obs . R sq.	12.70094	9.87980	4.44657	10.05544	9.20304
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.21570	0.37060	0.62400	0.42710	0.38270
	Prob. Obs . R sq.	24.63623	21.45838	17.44350	20.49992	21.24792
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.23710	0.35300	0.58290	0.38920	0.32710
	Prob. Obs . R sq.	35.15442	32.31511	27.76465	31.54019	32.89622
TheilU (Dyn)		0.948249	0.950896	0.919971	0.916986	0.915595

Tablo 4.12. GARCH(p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	GARCH (2,3)	GARCH (3,1)	GARCH (3,2)	GARCH (3,3)
α_0	0.000007	0.000008	0.000001	0.000013
α_1	0.032266	0.046389	0.045527	0.041873
α_2	0.058167	0.086070	0.068122	0.021853
α_3		-0.036188	-0.099568	0.072276
β_1	1.545821	0.872167	1.581361	1.293268
β_2	-1.338135		-0.599028	-1.234291
β_3	0.671949			0.756009
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.101000	0.106000	0.082000	0.095000
Lag-10	0.167000	0.142000	0.059000	0.101000
Lag-20	0.196000	0.198000	0.120000	0.184000
Lag-30	0.414000	0.428000	0.317000	0.434000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.707000	0.939000	0.860000	0.926000
Lag-5	0.936000	0.734000	0.862000	0.849000
Lag-10	0.860000	0.423000	0.457000	0.657000
Lag-20	0.818000	0.372000	0.280000	0.920000
Lag-30	0.747000	0.326000	0.289000	0.815000
Log likelihood	7902.124	7897.257	7893.779	7897.582

Tablo 4.12. GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GARCH (2,3)	GARCH (3,1)	GARCH (3,2)	GARCH (3,3)
	ARCH-LM	Obs*R-squared			
	χ^2 Tablo 3.84	0.707000	0.939300	0.859600	0.925900
Lag-1	Prob. Obs . R sq.	0.141309	0.005790	0.031291	0.008643
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.936200	0.736100	0.865100	0.851000
	Prob. Obs . R sq.	1.287705	2.765619	1.882527	1.986822
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.865200	0.406500	0.471800	0.655800
	Prob. Obs . R sq.	5.369677	10.395990	9.649377	7.723774
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.828500	0.428700	0.341300	0.905000
	Prob. Obs . R sq.	14.039590	20.472670	21.985850	12.310880
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.768000	0.388400	0.404400	0.818000
	Prob. Obs . R sq.	24.088690	31.556210	31.224610	22.932510
TheilU (Dyn)		0.918483	0.919673	0.947103	0.945375

GARCH(p,q) modelleri içerisinde parametreleri %1 anlamlılık düzeyinde anlamlı çıkan tek model GARCH(2,1) modeli olmuştur. Parametre toplamı 1'den küçüktür. Aynı zamanda parametrelerin pozitif olma kriterini sağlamaktadır.

EGARCH(p,q) modelleri logaritmik hesaplandığı için pozitif olma koşulu ve parametrelerin 1'den küçük olma ($\alpha_0 > 0$, $i = 1, 2, \dots, p$ $\alpha_i \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, q$ $\beta_j \geq 0$) koşulu aranmamaktadır. EGARCH modelleri arasında seçim yapabilmek için R^2 , Log Olabilirlik, AIC, SIC ve TIC değerleri ile dikkate alınarak uygun model tercih edilecektir. Parametreleri %1 düzeyinde anlamlı olan tek model EGARCH(2,1) modelidir. Diğer EGARCH modellerinin parametreleri %10 seviyesinde dahi anlamlı çıkmamıştır. Bu yüzden model seçim kriterlerine bakmadan EGARCH tahminleri arasından tercih edilmiştir.

Tablo 4.13. EGARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu

	EGARCH (1,1)	EGARCH (1,2)	EGARCH (1,3)*	EGARCH (2,1)	EGARCH (2,2)
α_0	-0.229368	-0.210987	-0.169253	-0.258150	-0.251594
α_1	0.157263	0.141373	0.117624	0.050698	0.047241
α_2				0.118566	0.146500
α_3					
β_1	0.986794	1.119396	1.782890	0.984365	0.715709
β_2		-0.131827	-1.357253		0.271698
β_3			0.564800		
γ_1	-0.066229	-0.058366	-0.041153	-0.089773	0.030299
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.053	0.052	0.130	0.051	0.045
Lag-10	0.068	0.068	0.196	0.050	0.056
Lag-20	0.112	0.113	0.220	0.107	0.105
Lag-30	0.339	0.336	0.510	0.273	0.267
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.328	0.477	0.712	0.587	0.612
Lag-5	0.131	0.215	0.842	0.336	0.208
Lag-10	0.200	0.275	0.814	0.299	0.272
Lag-20	0.196	0.251	0.548	0.299	0.289
Lag-30	0.135	0.164	0.415	0.197	0.190
Log likelihood	7805.564	7805.770	7818.552	7816.083	7816.587

Tablo 4.14. EGARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		EGARCH (1,1)	EGARCH (1,2)	EGARCH (1,3)*	EGARCH (2,1)	EGARCH (2,2)
ARCH-LM		Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared
Lag- 1	χ^2 Tablo 3.84	0.32790	0.47710	0.71210	0.58750	0.61180
	Prob. Obs . R sq.	0.95702	0.50553	0.13620	0.29420	0.25763
Lag 5	χ^2 Tablo 11.07	0.11990	0.20320	0.83840	0.34700	0.21770
	Prob. Obs . R sq.	8.74048	7.24281	2.07729	5.60136	7.03995
Lag 10	χ^2 Tablo 18.31	0.14770	0.21560	0.81280	5.60136	0.23260
	Prob. Obs . R sq.	14.59109	13.14648	6.02899	12.53026	12.84311
Lag 20	χ^2 Tablo 31.41	0.15330	0.20400	0.56950	0.27080	0.27500
	Prob. Obs . R sq.	26.39069	24.93259	18.27268	23.37431	23.28503
Lag 30	χ^2 Tablo 42.56	0.09450	0.12420	0.40390	0.18240	0.18280
	Prob. Obs . R sq.	40.55796	39.06691	31.23532	36.82183	36.80757
TheilU (Dyn)		0.938025	0.938275	0.913297	0.916626	0.917754

Tablo 4.15. GJR-GARCH(p,q) Modelleri Çıktı Tablosu

	GJR- GARCH (2,3)	GJR- GARCH (3,1)	GJR- GARCH (3,2)	GJR- GARCH (3,3)
α_0	0.000006	0.000003	0.000003	0.000022
α_1	-0.021630	0.002391	0.003476	0.017749
α_2	0.075302	0.071406	0.080525	0.102382
α_3		-0.050669	-0.063846	0.072300
β_1	1.431277	0.926243	1.223910	0.600810
β_2	-1.282766		-0.281127	-0.412195
β_3	0.740671			0.473097
β_h	0.081190	0.084924	0.061696	0.152234
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.075000	0.126000	0.069000	0.008000
Lag-10	0.102000	0.107000	0.076000	0.009000
Lag-20	0.112000	0.131000	0.139000	0.027000
Lag-30	0.309000	0.369000	0.341000	0.144000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.270000	0.956000	0.919000	0.303000
Lag-5	0.735000	0.230000	0.626000	0.536000
Lag-10	0.374000	0.271000	0.388000	0.035000
Lag-20	0.536000	0.326000	0.387000	0.018000
Lag-30	0.466000	0.258000	0.333000	0.016000
Log likelihood	7804.655	7800.226	7807.642	7784.527

Tablo 4.16. EGARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GJR- GARCH (2,3)	GJR- GARCH (3,1)	GJR- GARCH (3,2)	GJR- GARCH (3,3)
	ARCH-LM	Obs*R-sq	Obs*R-sq	Obs*R-sq	Obs*R-sq.
	χ^2 Tablo 3.84	0.270400	0.955700	0.918600	0.303500
Lag-1	Prob. Obs . R sq.	1.214490	0.003083	0.010440	1.058817
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.753200	0.232000	0.628700	0.521200
	Prob. Obs . R sq.	2.653700	6.850071	3.464709	4.198392
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.378600	0.239000	0.360500	0.043000
	Prob. Obs . R sq.	10.734570	12.733470	10.961800	18.787420
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.490400	0.335500	0.425800	0.048500
	Prob. Obs . R sq.	19.487500	22.092770	20.520770	31.534780
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.461100	0.280400	0.349100	0.040100
	Prob. Obs . R sq.	30.089360	34.011930	32.400890	44.822060
TheilU (Dyn)		0.941590	0.935775	0.916658	0.916830

Tablo 4.17. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	GJR- GARCH (1,1)	GJR- GARCH (1,2)	GJR- GARCH (1,3)*	GJR- GARCH (2,1)	GJR- GARCH (2,2)
α_0	0.000005	0.000004	0.000004	0.000006	0.000007
α_1	0.036917	0.029795	0.033751	0.001880	-0.005597
α_2				0.047319	0.060186
β_1	0.904088	1.067460	1.761700	0.883414	0.706034
β_2		-0.145072	1.539189		0.164570
β_3			0.704040		
β_h	0.091600	0.075047	0.060437	0.097954	0.112933
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.064000	0.092000	0.070000	0.074000	0.195000
Lag-10	0.048000	0.124000	0.065000	0.062000	0.263000
Lag-20	0.109000	0.196000	0.096000	0.116000	0.299000
Lag-30	0.355000	0.442000	0.300000	0.343000	0.626000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.249000	0.333000	0.427000	0.996000	0.991000
Lag-5	0.272000	0.225000	0.595000	0.820000	0.852000
Lag-10	0.265000	0.209000	0.793000	0.523000	0.567000
Lag-20	0.251000	0.242000	0.600000	0.401000	0.386000
Lag-30	0.198000	0.209000	0.583000	0.290000	0.268000
Log likelihood	7796.687	7803.230	7801.809	7798.512	7808.566

Tablo 4.18. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GJR- GARCH (1,1)	GJR- GARCH (1,2)	GJR- GARCH (1,3)*	GJR- GARCH (2,1)	GJR- GARCH (2,2)
	ARCH-LM	Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared	Obs*R- squared
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.249300	0.333100	0.427300	0.996000	0.990800
	Prob. Obs . R sq.	1.327321	0.936823	0.630090	0.000025	0.000132
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.255100	0.213800	0.576000	0.821200	0.849300
	Prob. Obs . R sq.	6.564398	7.092803	3.817442	2.197219	1.998688
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.194700	0.160200	0.772100	0.481700	0.539000
	Prob. Obs . R sq.	13.546510	14.289970	6.495548	9.540307	8.927444
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.203300	0.215600	0.631400	0.386200	0.387600
	Prob. Obs . R sq.	24.950720	24.639280	17.330400	21.187840	21.163110
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.155400	0.176200	0.606700	0.297100	0.262300
	Prob. Obs . R sq.	37.783340	37.032690	27.314040	33.599210	34.473670
	TheilU (Dyn)	0.940938	0.918383	0.938729	0.940450	0.911386

Tablo 4.19. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	GJR- GARCH (2,3)	GJR- GARCH (3,1)	GJR- GARCH (3,2)	GJR- GARCH (3,3)
α_0	0.000006	0.000003	0.000003	0.000022
α_1	-0.021630	0.002391	0.003476	0.017749
α_2	0.075302	0.071406	0.080525	0.102382
α_3		-0.050669	-0.063846	0.072300
β_1	1.431277	0.926243	1.223910	0.600810
β_2	-1.282766		-0.281127	-0.412195
β_3	0.740671			0.473097
β_h	0.081190	0.084924	0.061696	0.152234
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.075000	0.126000	0.069000	0.008000
Lag-10	0.102000	0.107000	0.076000	0.009000
Lag-20	0.112000	0.131000	0.139000	0.027000
Lag-30	0.309000	0.369000	0.341000	0.144000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.270000	0.956000	0.919000	0.303000
Lag-5	0.735000	0.230000	0.626000	0.536000
Lag-10	0.374000	0.271000	0.388000	0.035000
Lag-20	0.536000	0.326000	0.387000	0.018000
Lag-30	0.466000	0.258000	0.333000	0.016000
Log likelihood	7804.655	7800.226	7807.642	7784.527

Tablo 4.20. GJR-GARCH(p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GJR- GARCH (2,3)	GJR- GARCH (3,1)	GJR- GARCH (3,2)	GJR- GARCH (3,3)
	ARCH-LM	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
	χ^2 Tablo 3.84	0.270400	0.955700	0.918600	0.303500
Lag-1	Prob. Obs . R sq.	1.214490	0.003083	0.010440	1.058817
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.753200	0.232000	0.628700	0.521200
	Prob. Obs . R sq.	2.653700	6.850071	3.464709	4.198392
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.378600	0.239000	0.360500	0.043000
	Prob. Obs . R sq.	10.734570	12.733470	10.961800	18.787420
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.490400	0.335500	0.425800	0.048500
	Prob. Obs . R sq.	19.487500	22.092770	20.520770	31.534780
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.461100	0.280400	0.349100	0.040100
	Prob. Obs . R sq.	30.089360	34.011930	32.400890	44.822060
TheilU (Dyn)		0.941590	0.935775	0.916658	0.916830

GJR-GARCH modeli kısıtları hatırlanacak olur ise,

$$\alpha_0 > 0$$

$$, \alpha_1 + \gamma_1 \geq 0, \beta_1 > 0,$$

$$-1 < \gamma < 1$$

şeklindedir. Parametreleri %1 anlamlılık düzeyinde çıkan tek model GJR-GARCH(1,3)'tür. GJR-GARCH(1,3) model kısıtlarını da sağlamaktadır. GJR-GARCH modellere ilişkin sonuçlar Tablo 4.17 , 4.18, 4.19 ve 4.20'de görülebilir.

GARCH-M(p,q) model, GARCH(p,q) modelin kısıtlarına tabidir. Bu kısıtlar doğrultusunda, Tablo 4.16 ve Tablo 4.17'da görüleceği üzere, GARCH-M(1,2), GARCH-M(1,3), GARCH-M(2,1), GARCH-M(2,3), GARCH-M(3,1), GARCH-M(3,3) parametrelerin pozitif olma kısıtını sağlayamamıştır. Pozitif olma kısıtına uyan, GARCH-M(1,1), GARCH-M(2,2), GARCH-M(3,2) modelleri olmuştur. Theil eşitsizlik katsayıları nispeten yakın olan bu üç model içersinde R^2 ve Log Olabilirlik kriteri en yüksek olan model, GARCH-M (1,1) olmuştur.

Tablo 4.21. GARCH-M (p,q) Modelleri Test Çıktı Tablosu

	GARCH- M (1,1)	GARCH- M (1,2)	GARCH-M (1,3)	GARCH- M (2,1)*	GARCH-M (2,2)
α_0	0.000011	0.000008	0.000006	0.000013	0.000012
α_1	0.111370	0.096312	0.082448	0.075042	0.079302
α_2				0.052230	0.051806
β_1	0.848570	1.085744	1.666637	0.817383	0.776405
β_2		-0.210925	-1.312584		0.042984
β_3			0.539383		
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.168000	0.282000	0.252000	0.154000	0.285000
Lag-10	0.172000	0.287000	0.232000	0.207000	0.288000
Lag-20	0.188000	0.148000	0.126000	0.200000	0.112000
Lag-30	0.488000	0.400000	0.369000	0.440000	0.301000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.109000	0.221000	0.371000	0.563000	0.432000
Lag-5	0.618000	0.773000	0.764000	0.915000	0.845000
Lag-10	0.618000	0.478000	0.837000	0.521000	0.517000
Lag-20	0.294000	0.349000	0.563000	0.269000	0.366000
Lag-30	0.315000	0.365000	0.631000	0.249000	0.368000
Log likelihood	7805.925	7769.574	7774.335	7808.664	7796.537

Tablo 4.22. GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GARCH- M (1,1)	GARCH- M (1,2)	GARCH-M (1,3)	GARCH- M (2,1)*	GARCH- M (2,2)
Lag-1 Lag-5 Lag-10 Lag-20 Lag-30	ARCH-LM	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
	χ^2 Tablo 3.84	0.109400	0.221100	0.371000	0.563100	0.431900
	Prob. Obs . R sq.	2.563501	1.497106	0.800268	0.334365	0.617633
	χ^2 Tablo 11.07	0.617100	0.776100	0.757100	0.917000	0.850700
	Prob. Obs . R sq.	3.541314	2.502550	2.627820	1.465553	1.989027
	χ^2 Tablo 18.31	0.418400	0.443700	0.840300	0.502400	0.490600
	Prob. Obs . R sq.	10.254770	9.963320	5.693307	9.316134	9.443285
	χ^2 Tablo 31.41	0.334600	0.390200	0.658700	0.334000	0.439600
	Prob. Obs . R sq.	22.110250	21.118510	16.911740	22.120610	20.295780
	χ^2 Tablo 42.56	0.390000	0.451700	0.745200	0.341800	0.474200
	Prob. Obs . R sq.	31.523290	30.272870	24.579500	32.562840	29.832880
	TheilU (Dyn)	0.863813	0.854770	0.865300	0.856423	0.858920

Tablo 4.23. GARCH-M (p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	GARCH- M (2,3)	GARCH- M (3,1)	GARCH- M(3,2)	GARCH-M (3,3)
α_0	0.000011	0.000011	0.000018	0.000026
α_1	0.076851	0.075733	0.078747	0.102804
α_2	0.041711	0.053156	0.075366	0.058774
α_3		-0.012615	0.022189	0.106819
β_1	1.045144	0.836986	0.436727	0.393128
β_2	-0.377958		0.318797	-0.572737
β_3	0.167967			0.811017
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.302000	0.195000	0.000000	0.178000
Lag-10	0.284000	0.157000	0.000000	0.172000
Lag-20	0.112000	0.002000	0.000000	0.182000
Lag-30	0.308000	0.003000	0.000000	0.477000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.483000	0.403000	0.000000	0.178000
Lag-5	0.852000	0.772000	0.000000	0.780000
Lag-10	0.520000	0.507000	0.000000	0.363000
Lag-20	0.338000	0.368000	0.000000	0.376000
Lag-30	0.342000	0.354000	0.000000	0.295000
Log likelihood	7796.999	7798.618	7808.200	7808.935

Tablo 4.24. GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GARCH- M (2,3)	GARCH- M (3,1)	GARCH- M(3,2)	GARCH-M (3,3)
Lag-30 Lag-20 Lag-10 Lag-5 Lag-1	ARCH-LM	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
	χ^2 Tablo 3.84	0.483100	0.403600	0.472200	0.178100
	Prob. Obs . R sq.	0.491943	0.697642	0.516890	1.813698
	χ^2 Tablo 11.07	0.855000	0.783800	0.922800	0.778600
	Prob. Obs . R sq.	1.957514	2.451215	1.413763	2.486109
	χ^2 Tablo 18.31	0.510200	0.482700	0.506400	0.352800
	Prob. Obs . R sq.	9.232321	9.529080	9.273095	11.060170
	χ^2 Tablo 31.41	0.442300	0.447600	0.373500	0.435800
	Prob. Obs . R sq.	20.252190	20.163990	21.407810	20.356410
	χ^2 Tablo 42.56	0.475600	0.447700	0.377400	0.382200
	Prob. Obs . R sq.	29.806530	30.352330	31.788220	31.687010
TheilU (Dyn)		0.858259	0.856269	0.859660	0.862506

Tablo 4.25. EGARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu

	EGARCH-M (1,1)	EGARCH-M (1,2)	EGARCH-M (1,3)*	EGARCH-M (2,1)	EGARCH-M (2,2)
α_0	-0.389619	-0.460442	-0.405774	-0.440077	-0.251594
α_1	0.180443	0.201782	0.193169	0.132674	0.047241
α_2				0.068439	0.146500
β_1	0.970156	0.805050	0.761562	0.966158	0.715709
β_2		0.158707	0.241209		0.271698
β_3			-0.033332		
γ_1	-0.068634	-0.077167	-0.076022	-0.068610	-0.089773
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.122000	0.201000	0.238000	0.182000	0.045000
Lag-10	0.149000	0.238000	0.208000	0.450000	0.056000
Lag-20	0.169000	0.199000	0.240000	0.475000	0.105000
Lag-30	0.423000	0.473000	0.488000	0.705000	0.267000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.204000	0.099000	0.084000	0.668000	0.612000
Lag-5	0.448000	0.266000	0.146000	0.776000	0.612000
Lag-10	0.445000	0.302000	0.219000	0.614000	0.272000
Lag-20	0.360000	0.274000	0.237000	0.458000	0.289000
Lag-30	0.323	0.273000	0.273000	0.378000	0.190000
Log likelihood	7822.877	7821.598	7829.044	7828.584	7816.587

Tablo 4.26. EGARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		EGARCH-M (1,1)	EGARCH-M (1,2)	EGARCH-M (1,3)*	EGARCH-M (2,1)	EGARCH-M (2,2)
	ARCH-LM	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.204500	0.099300	0.084100	0.668400	0.611800
	Prob. Obs . R sq.	1.609665	2.717240	2.983767	0.183481	0.257626
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.436600	0.250300	0.131400	0.776400	0.217700
	Prob. Obs . R sq.	4.832907	6.622458	8.486258	2.500315	7.039947
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.375400	0.243500	0.153700	0.588600	0.232600
	Prob. Obs . R sq.	10.773670	12.656710	14.444700	8.412769	12.843110
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.347200	0.248200	0.197800	0.470200	0.275000
	Prob. Obs . R sq.	21.877910	23.867470	25.094550	19.805320	23.285030
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.307200	0.228100	0.225500	0.393800	0.182800
	Prob. Obs . R sq.	33.358140	35.408660	35.482710	31.444220	36.807570
	TheilU (Dyn)	0.886984	0.878656	0.874446	0.875032	0.917754

Tablo 4.27. EGARCH-M (p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	EGARCH-M (2,3)	EGARCH-M (3,1)	EGARCH-M (3,2)	EGARCH-M M (3,3)
α_0	-0.641673	-0.427672	-0.575142	-0.730904
α_1	0.141430	0.125844	0.124571	0.122538
α_2	-0.115688	0.101294	0.125565	0.128513
α_3		-0.035665	0.013351	0.091182
β_1	0.395956	0.966648	0.576616	0.482615
β_2	0.385425		0.379079	0.127161
β_3	0.169969			0.334633
γ_1	0.161354	-0.071777	-0.098579	-0.121492
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.173000	0.117000	0.140000	0.179000
Lag-10	0.190000	0.149000	0.173000	0.228000
Lag-20	0.195000	0.164000	0.181000	0.179000
Lag-30	0.455000	0.402000	0.435000	0.443000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.454000	0.707000	0.675000	0.748000
Lag-5	0.404000	0.723000	0.765000	0.865000
Lag-10	0.435000	0.548000	0.613000	0.611000
Lag-20	0.364000	0.406000	0.467000	0.438000
Lag-30	0.323000	0.325000	0.388000	0.351000
Log likelihood	7824.849	7823.997	7824.894	7826.275

Tablo 4.28. EGARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		EGARCH-M	EGARCH-M	EGARCH-M	EGARCH-M
		(2,3)	(3,1)	(3,2)	M (3,3)
ARCH-LM		Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.454400	0.707400	0.674800	0.748100
	Prob. Obs . R sq.	0.559603	0.140929	0.175996	0.103155
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.406800	0.731100	0.766900	0.865000
	Prob. Obs . R sq.	5.075190	2.797730	2.563710	1.883956
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.394700	0.522300	0.570000	0.574400
	Prob. Obs . R sq.	10.537220	9.103566	8.605042	8.559290
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.387400	0.456600	0.485700	0.463400
	Prob. Obs . R sq.	21.166500	20.021790	19.560350	19.911950
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.345600	0.373900	0.414600	0.383000
	Prob. Obs . R sq.	32.478460	31.863760	31.016500	31.670800
TheilU (Dyn)		0.887673	0.888126	0.888898	0.886506

Tablo 4.29. GJR-GARCH-M (p,q) Modellerin Çıktı Tablosu

	GJR- GARCH- M (1,1)	GJR- GARCH- M (1,2)	GJR- GARCH-M (1,3)*	GJR- GARCH- M (2,1)	GJR- GARCH- M (2,2)
α_0	0.000010	0.000009	0.000007	0.000011	0.000014
α_1	0.054024	0.050383	0.043511	0.021754	0.016932
α_2				0.045633	0.064001
α_3					
β_1	0.855849	0.996056	1.577623	0.844310	0.626788
β_2		-0.126771	-1.137705		0.167609
β_3			0.457746		
β_h	0.103754	0.090664	0.065278	0.096099	0.128780
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.135000	0.140000	0.084000	0.000000	0.194000
Lag-10	0.147000	0.152000	0.104000	0.000000	0.315000
Lag-20	0.182000	0.184000	0.127000	0.000000	0.228000
Lag-30	0.485000	0.480000	0.340000	0.000000	0.526000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.095000	0.159000	0.208000	0.654000	0.352000
Lag-5	0.560000	0.694000	0.798000	0.844000	0.998000
Lag-10	0.401000	0.446000	0.648000	0.082000	0.454000
Lag-20	0.347000	0.361000	0.547000	0.126000	0.349000
Lag-30	0.304000	0.306000	0.566000	0.042000	0.276000
Log likelihood	7813.907	7814.101	7822.124	7824.777	7809.868

Tablo 4.30. GJR-GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GJR- GARCH- M (1,1)	GJR- GARCH- M (1,2)	GJR- GARCH-M (1,3)*	GJR- GARCH- M (2,1)	GJR- GARCH-M (2,2)
ARCH-LM		Obs*R-sq.				
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.095000	0.158900	0.207900	0.653700	0.352600
	Prob. Obs . R sq.	2.787604	1.984894	1.585904	0.201248	0.864003
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.560500	0.696000	0.788800	0.842500	0.793700
	Prob. Obs . R sq.	3.923431	3.025708	2.418108	2.047745	2.385308
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.364200	0.413800	0.650400	0.061600	0.445600
	Prob. Obs . R sq.	10.914860	10.309490	7.779353	17.624600	9.942501
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.370900	0.394400	0.636600	0.110100	0.403100
	Prob. Obs . R sq.	21.452930	21.046780	17.251450	27.971040	20.898480
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.326000	0.343200	0.639400	0.032200	0.332800
	Prob. Obs . R sq.	32.920150	32.533190	26.690940	45.838800	32.766070
TheilU (Dyn)		0.868588	0.868647	0.864215	0.840203	0.858574

Tablo 4.31. GJR-GARCH-M (p,q) Modelleri Çıktı Tablosu

	GJR- GARCH-M (2,3)	GJR- GARCH-M (3,1)	GJR- GARCH- M (3,2)	GJR- GARCH-M (3,3)*
α_0	0.000009	0.000003	0.000014	0.000019
α_1	0.004780	0.002391	0.020534	0.054440
α_2	0.061883	0.071406	0.051747	-0.029190
α_3		-0.050669	0.008201	0.126906
β_1	1.451817	0.926243	0.656945	1.183078
β_2	-1.165329		0.149611	-1.173158
β_3	0.573528			0.729129
β_h	0.077970	0.084924	0.122919	0.070188
Cor.Q.Sta	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-5	0.000000	0.126000	0.143000	0.057000
Lag-10	0.000000	0.107000	0.161000	0.230000
Lag-20	0.000000	0.131000	0.182000	0.267000
Lag-30	0.000000	0.369000	0.466000	0.665000
Cor.Sq.Res.	Prob.	Prob.	Prob.	Prob.
Lag-1	0.963000	0.956000	0.353000	0.104000
Lag-5	0.998000	0.230000	0.851000	0.290000
Lag-10	0.679000	0.271000	0.499000	0.379000
Lag-20	0.637000	0.326000	0.374000	0.735000
Lag-30	0.499000	0.258000	0.312000	0.535000
Log likelihood	7820.149	7800.226	7815.029	7826.442

Tablo 4.32. GJR-GARCH-M (p,q) Modellerin Test Çıktı Tablosu

		GJR-GARCH-M (2,3)	GJR-GARCH-M (3,1)	GJR-GARCH-M (3,2)	GJR-GARCH-M (3,3)*
ARCH-LM		Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.	Obs*R-sq.
Lag-1	χ^2 Tablo 3.84	0.962600	0.955700	0.353800	0.104200
	Prob. Obs . R sq.	0.002196	0.003083	0.859784	2.640563
Lag-5	χ^2 Tablo 11.07	0.997700	0.232000	0.852400	0.286400
	Prob. Obs . R sq.	0.295095	6.850071	1.976170	6.209054
Lag-10	χ^2 Tablo 18.31	0.681900	0.239000	0.479700	0.407500
	Prob. Obs . R sq.	7.454970	12.733470	9.562567	10.383990
Lag-20	χ^2 Tablo 31.41	0.689500	0.335500	0.423500	0.751600
	Prob. Obs . R sq.	16.432300	22.092770	20.558920	15.425000
Lag-30	χ^2 Tablo 42.56	0.525300	0.280400	0.370600	0.538700
	Prob. Obs . R sq.	28.854430	34.011930	31.933790	28.599940
TheilU (Dyn)		0.859525	0.935775	0.869643	0.867557

ARCH(p,q), ARCH-M(p,q) ve GARCH(p,q), GARCH-M(p,q) modellerine ilişkin tablolar incelendiğinde, pozitif olma koşulu, ARCH(1), ARCH(2), ARCH(3), GARCH(1,1), GARCH(2,1), GARCH(2,2), GARCH(3,1), GARCH-M(1,1),

GARCH-M (2,1), GARCH-M(2,2), GARCH-M(2,2) GARCH-M(3,2), GARCH-M(3,3), GJR-GARCH(1,1), GJR-GARCH(2,1), ve GJR-GARCH-M(1,1), GJR-GARCH-M(2,1), GJR-GARCH-M(3,1) Modellerince sağlanmıştır. Fakat parametreleri%1 düzeyinde anlamlı olan modeller, ARCH(1), ARCH(2), ARCH(3), GARCH (2,1), GARCH-M(2,1) modelleridir. Bir diğer kriter olan modellerin parametrelerinin toplamının 1'den küçük olmasıdır. Model parametrelerinin 1'den küçük olmaması durumunda volatilitenin tahmin edilmesi mümkün olmayacaktır. ARCH(1), ARCH(2), ARCH(3), GARCH (2,1), GARCH-M(2,1) modelleri parametre toplamı 1'den küçüktür. EGARCH (p,q) modeli logaritmik olarak hesaplandığı için pozitif olma ve parametrelerinin toplamının 1'den büyük olması koşulu aranmamıştır.

R^2 , Log Olabilirlik, AIC, SIC değerleri ve tanımlayıcı istatistiklere ek olarak literatürde kabul görmüş modellerin öngörü performansını test eden Theil Eşitsizlik Katsayısı (Theil Inequality Coefficient-TIC) kriterinden de yararlanılmıştır. Bir modelin öngörüsünün başarılı olabilmesi için, TIC istatistiğinin sıfıra yakın olması lazımdır. Bu doğrultuda volatilité hesaplama modellerinden en düşük TIC değerine sahip olan model çalışma kapsamında volatilité hesaplamalarından kullanılacaktır. Aynı şekilde EGARCH(p,q) ve EGARCH-M(p,q) modelleri içinden seçim yapılır iken de TIC kriteri Dikkate alınmıştır.

Model seçim kriterlerimize göre anlamlı görünen ARCH(1), ARCH(2), ARCH(3), GARCH(2,1), EGARCH(1,3), GARCH-M(2,1),EGARCH-M(1,3) modellerinin TIC, R^2 , Log Olabilirlik, AIC ve SC değerlerini içeren bir tablo oluşturulmuştur. Akaike, Schwarz kriterleri olabildiğince düşük, R^2 , Log Olabilirlik, kriterleri ise olabildiğince yüksek model tahmin için seçilecektir. Sonuçlar Tablo 3.21'de görüleceği üzere, En küçük AIC ve SIC değerine sahip olan GARCH(2,1) modelidir. TIC katsayısı en düşük model GARCH-M(2,1)'dir. En yüksek Log olabilirlik değerine ve R^2 değerine sahip model GARCH(2,1)'dir. Bu veriler ışığında en uygun model GARCH(2,1) modelidir.

Tablo 4.33. Tahmin Edilen Modellere İlişkin Değer Tablosu

	Log olabilirlik	TheilU (Dyn)	AIC	SIC	R ²
ARCH (1)	7641.465	0.914645	-5.448	-5.435	0.007900
ARCH (2)	7637.839	0.929017	-5.520	-5.505	0.001830
ARCH (3)	7686.796	0.926486	-5.554	-5.537	0.003276
GARCH(2,1)	7896.408	0.916986	-5.662	-5.663	0.027203
GARCH-M (2,1)	7808.664	0.856423	-5.640	-5.617	0.023766
EGARCH (1,3)	7818.552	0.913297	-5.647	-5.621	0.004746
EGARCH-M (1,3)	7829.044	0.874446	-5.654	-5.626	0.021739

4.4. Uygun Volatilite Modelinin İstatistiki Analizi

Yapılan analizler neticesinde LN_BIST100 getiri serisi için en uygun modelin GARCH(2,1) modeli olduğuna karar verilmiştir. Modelde yer alan α katsayısı ARCH etkisini ifade etmektedir. β ise GARCH etkisini işaret eder. Bu parametrelerin toplamı ($\alpha + \beta$), geçmiş dönem volatilitenin, şimdiki dönem volatilitesine etkisini ifade eder. GARCH(2,1) modeli parametre toplamı aşağıda verilmiştir.

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1$$

$$0.042664 + 0.062623 + 0.858077 = 0.948953 \quad (4.3)$$

Katsayılar toplamının 1'den küçük olması durağanlık koşulunun sağlandığının göstergesidir. Durağanlık koşulunun sağlanmış olması, volatilitenin

tahmin edilebilir olduğunun göstergesidir. Fakat toplamın 1'e yakın olması BİST 100 endeksinde meydana gelen volatilitenin süresinin uzun olduğunu işaret eder. Katsayılara bakarak, cari dönemde volatilité üzerindeki değişimin yaklaşık %10,5'inin, $(\alpha_0 + \alpha_1)$ parametrelerinin toplamı; 0.105287, geçmiş dönem şoklarından veya beklenmeyen getirilerden veya beklenmeyen getirilerden yaklaşık %85,8'inin önceki dönem koşullu varyanstan kaynaklandığı söylenebilir.

Şokların kalıcı olup olmadığını test edebilmek için aşağıda yer alan eşitliklerden faydalanılacaktır⁶⁶;

$$\begin{array}{ll} 1 - \alpha - \beta > 1 & \} \text{ Piyasada şok etkisi kalıcıdır, piyasa} \\ 1 - \alpha - \beta > 1 & \text{volatilitesi durdurulamaz} \\ 1 - \alpha - \beta < 1 & \} \text{ Piyasada Şok etkisi geçicidir.} \end{array} \quad (4.4)$$

(4.4)'daki eşitliklerden faydalanarak;

$$1 - 0.042664 - 0.062623 - 0.858077 = 0.057446 < 1 \quad (4.5)$$

hesaplarsak, çıkan sonucun 1'den küçük olduğunu ve piyasada şok etkisinin geçici nitelikte olduğunu söyleyebiliriz. Buna karşılık çıkan sonucun çok küçük olması volatilitenin yarılanma süresinin uzun olacağına işaret etmektedir.

Finansal piyasaların maruz kaldığı şokların etkisinin ne kadar sürede geçeceği ve piyasanın ne kadar süre içerisinde normale döneceğine ilişkin, Andersen ve Bollerslev(1998)'in yarılanma süresi için önerdikleri formül aracılığı BİST 100 endeksi getiri serisi için volatilitenin yarılanma süresi hesap edilecektir.⁶⁷ Bu formül;

⁶⁶ Ergen, Z., **Finansal Varlıkların Volatilité Modelleri İle Analizi**, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara., 2010 s. 64

⁶⁷ Andersen, T.G. and Bollerslev, T., "Answering The Skeptics: Yes, Standart Volatility Modelss do Provide Accurate Forecasts", **International Economic Review**, 39 (4), 1998, s. 885 – 905.

$$\frac{\ln(0,5)}{\ln(\alpha + \beta)} \quad (4.6)$$

şeklindedir. GARCH(2,1) modeli için yarılanma süresini hesaplayacak olur isek,

$$\frac{\ln(0,5)}{\ln(0.948953)} = \frac{-0.693147181}{-0.052396007} = 13.2290076 \quad (4.7)$$

yarılanma süresi 13 gün olarak tespit edilecektir. Piyasada meydana gelen bir şokun kalıcılığının uzun olacağına ilişkin, denklem (4.5)'in sonucuna bağlı olarak yaptığımız değerlendirmeye örtüşmektedir.

GARCH(2,1) Modelinden elde ettiğimiz veriler ışığında Andersen ve Bollerslev(1998)'in volatilitenin hesaplanması için önerdiği formül kullanılarak volatilité hesaplanacaktır. Volatilitéyi hesaplamak için kullanılacak formül;

$$\sqrt{\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \beta}} \quad (4.8)$$

şeklindedir. Andersen ve Bollerslev(1998) önerdiği formülün sonucunun kare kökünün alınması ile günlük bazda volatilitéye ulaşabileceğimizi belirmişlerdir. Formülü kullanarak volatilitéyi hesaplayacak olur isek,

$$\sqrt{\frac{0.00000918}{1 - 0.042664 - 0.062623 - 0.858077}} = 0.01323647 \quad (4.9)$$

Bu sonuç bize Bist 100 endeksi getirisi serisinin günlük bazda volatilitésinin %1.32 seviyesinde olduğunu göstermektedir.

ŞAHİN(2014) tarafından yapılan doktora tezinde BİST 100 kapanış verileri kullanılarak değerlendirilmiştir. 1592 gözlemden oluşan getiri serisi GARCH (1,1) modeli en uygun model olarak tercih edilmiştir. Çalışmada; cari dönem volatilité üzerindeki değişkenliğin yaklaşık %12,5'inin geçmiş dönem şoklarından veya beklenmeyen getirilerden, yaklaşık %85'inin de önceki dönem koşullu varyanstan kaynaklandığını tespit etmiştir. α ve β katsayıları modeli için yapılan tahminde 1'e yakın çıkmıştır. ŞAHİN, ÖNCÜ ve SAKARYA(2015) tarafından yapılan çalışmada da, ŞAHİN(2014) çalışmasına benzer sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Tezimizde de yakın sonuçlara ulaşılmış olması, tercih edilen model ve tercih edilen modellerin çıktı analizlerimizin sağlıklı olduğu yönündeki kanaatimizi kuvvetlendirmektedir.

SONUÇ

Finansal verilerde diğer zaman serilerine nispetle, volatilité sıklıkla rastlanan bir niteliktir. Zaman serileri modellemesi sabit varyanslılık varsayımı çokça kullanılırken, finansal zaman serilerinde karşılaşılan volatilité, klasik zaman serilerinin aksine farklı metotların kullanılmasına neden olmaktadır. Finansal zaman serileri sergiledikleri bu dinamik yapı dolayısı ile, ekonometri biliminin yoğunluklu ampirik bir alanı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu etki haliyle, dinamik ve volatilité içeren veriler karşısında model, metot kadar, verilerin işlenmeye hazır ve uygun hale getirilmesi gibi kritik çalışma basamaklarını da beraberinde getirmektedir. Bu çalışmada, bu durumun en somut örneği finansal zaman serilerindeki volatilitenin tespiti için, en müsait model olan değişen koşullu varyans modellemesi kullanılmıştır.

Çalışmada BİST-100 verileri 01.01.2008-31.12.2018 tarihleri arasında, Borsa İstanbul'un işlem gördüğü günlerin, günlük kapanış değerleri kullanılmıştır. Siyasi, ekonomik ve toplumsal olaylardan etkilenen bir veri seti sunduğu için, değişen koşullu varyans modellemesi için olarak özellikle tercih edilmiştir.

BİST 100 kapanış değerleri getiri serisine dönüştürülmüştür. Oluşturulan serinin çarpıklık katsayısının pozitif değer aldığı görülmüştür. Sağa çarpık, sivri bir seri olduğu görülmüştür. Birim kök içermeyen ve durağan bir seri olduğu tespit edilmiştir. Bu tespitler üzerine uygun ARMA modeli seçilmiştir.

En uygun ARMA modeli olarak, ARMA(2,1) tespit edilmiştir. Korelogram testi uygulanmış, birim kök içerip, içermediğine bakılmıştır. AR ve MA köklerinin birim çember içerisinde yer aldığı ve birbirine yakın konumlarda olduğu tespit edilmiştir. ARCH(p,q), GARCH(p,q), EGARCH(p,q), GJR-GARCH(p,q), ARCH-M(p,q), GARCH-M(p,q), EGARCH(p,q), GJR-GARCH-M(p,q) modelleri tahmin edilmiştir.

Normal dağılım varyasayımı altında çalışan ARCH ve GARCH modelleri tek başına çalışmamızda yetersiz kalacağı için EGARCH ve GJR-GARCH modelleri de denenmiştir. Finansal zaman serileri volatilité kümelenmesi ve kaldıraç etkisi gibi özellikleri içeren serilerdir. Bunun için geliştirilmiş olan EGARCH ve GJR-GARCH modelleri özellikle çalışmada ele alınmış fakat model seçim kriterlerine bakılarak uygun olmadığına karar verilmiştir. Nihai seçime dahil olmasa dahi, tablo sonuçları incelendiğinde, EGARCH(1,3) modelinde kaldıraç etkisi gözlenmiş olup, asimetri etkisi tespit edilmiştir.

Tahmin edilen modeller, Parametrelerin anlamlılığı, Determinasyon katsayısının (R^2) yüksek olması, AIC bilgi kriterinin düşük olması, SiC bilgi kriterinin düşük olması, hata kareler toplamının düşük olması, olabilirlik oranının yüksek olması, modelin F istatistiğinin anlamlı olması, kök ortalama kare hata değerinin küçük olması, ortalama mutlak hata değerinin küçük olması, ortalama mutlak yüzde hata değerinin küçük olması, GARCH(2,1)

GARCH(1,1) modeli için yapılan tahmin sonucunda, cari dönemde volatilité üzerindeki değişimin yaklaşık %10,5'ünün geçmiş dönem şoklarından veya beklenmeyen getirilerden veya beklenmeyen getirilerden yaklaşık %85,8'inin önceki dönem koşullu varyanstan kaynaklandığı tespit edilmiştir. Andersen ve Bollerslev(1998)'in metoduna göre volatilité yarılanma süresi 13 gün bulunmuştur. Yine Andersen ve Bollerslev(1998)'in önerdiği biçimde günlük volatilité %1,53 olarak tespit edilmiştir.

KAYNAKÇA

- Akaike, H.: 1974 “A New Look At The Statistical Identification Model”, **IEEE Trans. Auto Control**, 19.
- Andersen, T.G. and Bollerslev, T.: 1998 “Answering The Skeptics: Yes, Standart Volatility Modelss do Provide Accurate Forecasts.” **International Economic Review**, 39 (4), 885 – 905.
- Kanalici, H.; M. Nargeleçekenler: 2006 Finansal Piyasa “Finansal Piyasa Hisse Senedi Endeksleri Volatilitesi Ve Ekonomi”, **Ankara Üniversitesi SBF Dergisi**, Cilt:61 Sayı:4
- Akmut, Ö.; Yüksel, A.; Yüksel, A.: 2006 “Avrupa Birliği Kararlarının İMKB’deki Hisse Senetlerinin Getiri Oranları Üzerine Etkileri”, **Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesi Dergisi**, Sayı:61 Cilt:2, Ankara
- Alper, E. C.; K., Yılmaz. 2004 “Volatility and Contagion: Evidence from the Istanbul Stock Exchange.” **Economic Systems**. 28
- Akkaya, Ş.; Pazarlıoğlu, M. V.:(1998) **Ekonometri 1**, Kendi Yayınları, . s. 308-309
- Andersen, T. G.; Davis, R. A.; Peter-Kreiß, J.; Mikosch, T.S: 2009 “**Handbook of Financial Time Series**”, Berlin, Springer-Verlag, 2009.
- Bera, A. K.; Higgins, M. L.: 1993 “**ARCH Models: Properties, Estimation and Testing**,” Journal of Economic Surveys, Vol. 7, No. 4, 307-366,

- Budak A.; E.
Fikirkoca: 2013
- Yatırım Yaparken Sorularla Türkiye Sermaye Piyasası 3. Basım, İstanbul**
- Bildirici, M.; S.Oktay
, E. Aykaç: 2007
- , “İMKB’de Getiri Değişkenliğinin Hesaplanmasında ARCH/GARCH Ailesi Modellerinin Kullanılması”,
8. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu,
24-25, Mayıs 2007, Malatya.
- Bozkurt, H.: 2007
- Zaman Serileri Analizi**, Ekin Kitabevi, Ankara
- Brooks, C.: 2008
- Introductory Econometrics For Finance**,
Cambridge University Press, Cambridge
- Chatfield, C.: 2000
- “Time Series Forecasting”**, Chapman And Hall,
New York
- Çil, Nilgün: 2015
- “Finansal Ekonometri”**, İstanbul, Der Yayınları
- Davidson, R.; Mac
Kinnon J. G.: 1999
- “Econometric Theory And Methods”**,
Oxford University Press, Oxford
- Duran, S.; Şahin A.:
2006
- “İMKB Hizmetler Mali Sınai Ve Teknoloji
Endeksleri Arasındaki İlişkinin Belirlenmesi”
Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi,
Cilt:1, Sayı:1, Tokat
- Douglas, J.: 1994

- “Time Series Analysis”**, Hamilton Princeton University Press, Princeton
- Enders, W.: 2004 **“Applied Econometric Time Series”**, John Wiley and Sons Inc., New York
- Engle, R.: 1982 “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”. **Journal of the Econometric Society**, C:50, No:46,
- Gujarati, D. N.: 2004 **“Basic Econometrics”**, The McGraw –Hill Companies, Fourth Edition
- G.E.P Box and G.M.Jenkins, :1977 Jenkins, Time Series Analysis : Forecasting and Control, Second Edition, San Francisco, Holden-Day,
- Granger, C.W.J., P.Newbold (1977), **Forecasting Economics Time Series**, Academic Pres, New York.
- James Hamilton,: 1994 **Time Series Analysis**, USA, Princeton University Pres,
- Hamao, Y.; Masulis, R. W.; V. Ng.: 1990 “Correlations in Price Changes and Volatility across International Stock Markets”, **The Review of Financial Studies**
- Hepsağ, Aycan :2013 **“Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası ile Finansal Piyasalarda İşlem**

**Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki
Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama”**
Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler
Enstitüsü

Hill, R.C., Griffiths, :
2007

W.E. and Lim, **G.C, Principles of Econometrics**,
John Willey & Sons Inc, Canada,

Kıran, Burcu : 2006

**Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri
Volatilitésinin Asimetrik Koşullu Değişen
Varyans Modelleri ile Tahmini**, Yüksek Lisans
Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

Kirchgässner, G.,
Wolters, J.: 2007

“Introduction To Modern Time Series Analysis”,
Springer Science and Business Media,

Mandelbrot, B. : .2007

The variation of Certain Superculative Prices”, **The
journal of Business Of the University of Chicago**, 46,

Markowitz, Harry,
:1952

“Portfolio selection” The **Journal of Finance**, C:7,
No:1,

Ng, A.: 2000

“Volatility Spillover Effects from Japan and the US
to the Pacific”, **Basin. Journal of International
Money and Finance**. 19

Johnston, J.; Dinardo
J.: 1997.

“Econometric Methods” The McGraw Hill
Companies,

- NELSON, B. :1991 “Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach”, *Econometrica*, 59: 347-370.
- Kirchgässner, G., Wolters, J.: 2007 “**Introduction To Modern Time Series Analysis**”, Springer Science and Business Media,
- Okay N.: 1998 “Türkiye'deki Hisse Senetleri Getirilerinin Şartlı Varyans GARCH Modeli” **Endüstri Mühendisliği Tmmob Makina Mühendisleri Odası Yayını**, Cilt:9, sayı:4,
- Sevüktekin, M., Nargeleçekenler, M. : 2006 “İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getiri Volatilitesinin Modellenmesi ve Ön raporlaması”, **Ankara Üniversitesi SBF Dergisi**, Cilt:61, Sayı:4,
- Sevüktekin, M.; Çınar, M.:2017 “**Ekonometrik zaman serileri Analizi**” Bursa, Dora Basım-Yayın,
- Sharpe, William :1964 Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk”. **The Journal Of Finance**, C:19, No:3,
- Şahin, Özkan: 2014 **BİST'teki Endekslerin Volatiliteilerinin Karşılaştırmalı Analizi: BİST Kurumsal Yönetim, BİST 100, BİST 50 ve BİST 30 Endeksleri Üzerine Bir Uygulama**, Doktora Tezi, Düzce Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü
- Şahin, Ö.; Öncü, M.A.; Sakarya, Ş. : BİST 100 Ve Kurumsal Yönetim Endeksi Volatiliteilerinin Karşılaştırmalı **Analizi**, C.Ü.

2015

İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, Cilt 16, Sayı 2,

Şimşek, M.: 2016

“Borsa İstanbul (BIST) ve BRICS Ülkelerinin Hisse Senedi Piyasalarının İlişkisi Üzerine Bir İnceleme”,
İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi

Tsay, R. S.: 2002

“Analysis Of Financial Time Series”, John Wiley And Sons, Inc.

Ural, M.; Adakale, T.:
2009

“Beklenen Kayıp Yöntemi İle Riske Maruz Değer Analizi”, **Akdeniz Üniversitesi İİBF Dergisi**,
cilt: 9, sayı:17

Wooldridge, J. M.:
2003

“Introductory Econometrics”, South Western College Publishing,

Zivot, E., Wang J.:
2003

“Financial Time Series With S-Plus”, Springer Science And Business Media

ELEKTRONİK KAYNAKLAR

Borsa İstanbul: 2018

“Bist Pay Endeksleri Temel Kuralları “

Çevrimiçi erişim tarihi: 2018.06.01

<http://www.borsaistanbul.com/docs/default-source/endeksler/bist-pay-endeksleri-temel-kurallari.pdf?sfvrsn=4>

Perrelli, R.: 2001

“Introduction To ARCH and GARCH Models”,

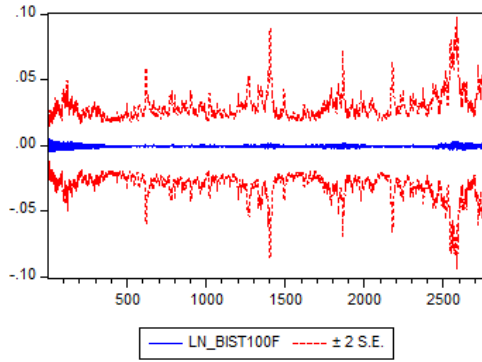
Çevrimiçi erişim tarihi: 2018.06.01

<http://www.econ.uiuc.edu/~econ472/ARCH.pdf>

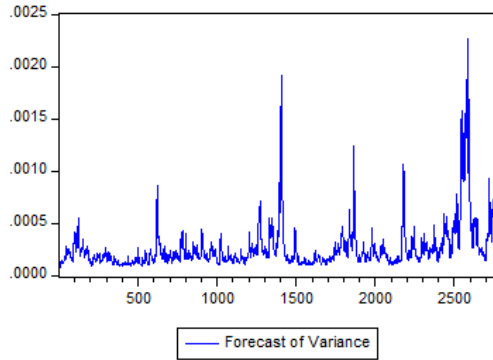


EKLER

Ek 1: GARCH(2,1) Modeli Dinamik Varyans Öngörü Sonuçları



Forecast: LN_BIST100F	
Actual: LN_BIST100	
Forecast sample: 1 2768	
Adjusted sample: 4 2768	
Included observations: 2765	
Root Mean Squared Error	0.016187
Mean Absolute Error	0.011626
Mean Abs. Percent Error	575.5235
Theil Inequality Coefficient	0.916986
Bias Proportion	0.001555
Variance Proportion	0.856933
Covariance Proportion	0.141512
Theil U2 Coefficient	1.004943
Symmetric MAPE	170.3829



Ek 2: GARCH(2,1) Modeli Tahmin tablosu

Dependent Variable: LN_BIST100				
Method: ML ARCH - Student's t distribution (Marquardt / EVIEWS legacy)				
Date: 06/11/19 Time: 14:12				
Sample (adjusted): 4 2768				
Included observations: 2765 after adjustments				
MA Backcast: 2 3				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000862	0.000265	3.249511	0.0002
AR(1)	0.121472	0.009921	12.24393	0.0000
AR(2)	0.869672	0.009804	88.70805	0.0000
MA(1)	0.133396	0.000208	642.4187	0.0000
MA(2)	0.864639	0.000254	3404.246	0.0000
Variance Equation				
C	9.18E-06	2.27E-06	4.044817	0.0001
RESID(-1)^2	0.042664	0.021854	1.952252	0.0001
RESID(-2)^2	0.062623	0.024955	2.509407	0.0001
GARCH(-1)	0.858077	0.020231	42.41378	0.0000
T-DIST. DOF	8.117319	1.300160	6.243325	0.0000
R-squared	0.027203	Mean dependent var		-0.000178
Adjusted R-squared	-0.027025	S.D. dependent var		0.016196
S.E. of regression	0.016202	Akaike info criterion		-5.662121
Sum squared resid	0.724503	Schwarz criterion		-5.663693
Log likelihood	7896.408	Hannan-Quinn criter.		-5.674382
Durbin-Watson stat	1.962318			
Inverted AR Roots	.87	.36		
Inverted MA Roots	.87	-34		