

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİST İMALAT SEKTÖRÜNDE FİRMA BAŞARISIZLIKLARININ
PANEL ÇOKLU TERCİH MODELLERİ ÇERÇEVESİNDE
DEĞERLENDİRİLMESİ

ABDULLAH ŞUHAN GÜRBÜZ

2501140126

TEZ DANIŞMANI

Prof. Dr. Ferda YERDELEN TATOĞLU

İSTANBUL, 2018



YÜKSEK LİSANS
TEZ ONAYI

ÖĞRENCİNİN;

Adı ve Soyadı : ABDULLAH ŞUHAN GÜRBÜZ Numarası : 2501140126
Anabilim Dalı / Anasanat Dalı / Programı : EKONOMETRİ Danışmanı : PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU
Tez Savunma Tarihi : 26.11.2018 Saati : 14.00
Tez Başlığı : BİST İMALAT SEKTÖRÜNDE FİRMA BAŞARISIZLIKLARININ PANEL ÇOKLU TERCİH MODELLERİ ÇERÇEVESİNDE DEĞERLENDİRİLMESİ

TEZ SAVUNMA SINAVI, İÜ Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği'nin 36. Maddesi uyarınca yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin KABULÜNE OYBİRLİĞİ / OYÇOKLUĞUYLA karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- PROF. DR. FERDA YERDELEN TATOĞLU		Kabul
2- PROF. DR. NURCAN METİN		Kabul
3- DR. ÖĞR. ÜYESİ AYCAN HEPSAĞ		Kabul

YEDEK JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
1- DOÇ. DR. BURCU KIRAN		
2- DR. ÖĞR. ÜYESİ MEHMET KENAN TERZİOĞLU		

ÖZ

**BİST İMALAT SEKTÖRÜNDE FİRMA BAŞARISIZLIKLARININ
PANEL ÇOKLU TERCİH MODELLERİ ÇERÇEVESİNDE
DEĞERLENDİRİLMESİ**

ABDULLAH ŞUHAN GÜRBÜZ

Nitel tercih modelleri, ekonometrik literatürde oldukça sık kullanılan modellerdendir. Bu modeller vasıtasıyla bir olayın gerçekleşip gerçekleşmeme olasılığı modellenebildiği gibi ikiden fazla durum için de olasılık modellenebilmektedir. Bağımlı değişkenin iki kategoriyle tanımlandığı modellere ikili tercih modelleri, ikiden fazla kategorilendirme işleminin yapıldığı modellere ise çoklu tercih modelleri denilmektedir. Nitel tercih modellerinde nitel bir olgunun gerçekleşme veya gerçekleşmeme olasılığı tahmin edildiği için bu modellerin özellikle tıp, sosyoloji ve diğer beşeri bilimler alanında kullanımı oldukça yaygındır. Bu tez çalışmasında panel çoklu tercih modelleri kullanılarak BIST imalat sektöründe faaliyet göstermekte olan firmaların finansal başarıları ile firmalara ait finansal oranlar arasında ilişki bulunup bulunmadığı araştırılmıştır. Öncelikle üç eşikli nitel bir bağımlı değişken elde edilmiş sonrasında örnekleme yer alan firmaların finansal rasyoları bağımsız değişken olarak kullanılarak sırasıyla havuzlanmış çoklu logit, sabit etkili çoklu logit ve tesadüfi etkili çoklu logit modeller tahmin edilmiştir. Firma başarısını açıklama noktasında en uygun model sabit etkili çoklu logit model olarak belirlenmiş ve başarıyı açıklayan finansal rasyolar tespit edilmiştir. Ulaşılan sonuçlar finansal açıdan beklenen doğrultudadır.

Anahtar Kelimeler: Panel Veri, Panel Çoklu Logit Model, Finansal Başarısızlık

ABSTRACT

**EVALUATION OF BIST MANUFACTURING FIRM FAILURES
WITHIN THE FRAME OF PANEL MULTINOMIAL RESPONSE
MODELS**

ABDULLAH SUHAN GURBUZ

Qualitative response models are one of the most widely used models in econometric literature. By means of these models, probability of an event to take place or not can be modeled and also probability can be modeled for more than two situations. Models in which dependent variable is described with two categories is called as binomial response models, while models in which dependent variable is described with more than two categories is called as multinomial response models. Usage of these models, especially in medicine, sociology and other human sciences is highly prevalent since possibility of a qualitative phenomenon to happen or not in qualitative response models can be estimated. In this thesis study, by using panel multinomial response models, it has been studied whether there is a relationship between financial successes of firms that operate in BIST manufacturing sector and financial ratios that belong to firms. Primarily, a qualitative dependent variable with three step has been obtained and then by using firms financial ratios as independent variable, pooled multinomial logit, multinomial logit with fixed effects and multinomial logit with random effects models have been predicted respectively. With respect to explaining firm success, the most suitable model is determined as multinomial logit model with fixed effects and financial ratios that explain success are detected. Financially, obtained results live up to expectations.

Key Words: Panel Data, Panel Multinomial Logit, Financial Failure

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında temel ekonometride panel verilerle çalışırken sınırlı bağımlı değişkenli modeller olarak adlandırılan modellerin tahmin yöntemleri araştırılmıştır. İlk önce sınırlı bağımlı değişkenli modeller, sonrasında sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri incelenmiştir. Oluşturulan uygulama bölümünde ise firma başarısızlıklarının belirleyicisi durumunda olan finansal rasyolar, sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır.

Bu tez çalışması süresince, yol gösterici tavsiyeleri ve katkılarıyla desteğini hiçbir zaman esirgemeyen değerli tez danışmanım Prof. Dr. Ferda YERDELEN TATOĞLU'na, çalışmanın finansal uygulama kısmında değerli katkılarını sunan Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi Bankacılık ve Finans bölümünde görev yapan Dr. Öğr. Üyesi Oğuzhan ECE'ye ve son olarak tez çalışmam süresince iyi dileklerini asla esirgemeyen anne ve babama da şükranlarımı sunuyorum.

İstanbul, 2018

Abdullah Şuhan GÜRBÜZ

İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	iii
ABSTRACT.....	iv
ÖNSÖZ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xii
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiii
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER

1.1. İkili Tercih Modelleri.....	2
1.1.1. Doğrusal Olasılık Modeli	3
1.1.1.1. Doğrusal Olasılık Modelinin Tahmini	5
1.1.1.1.1. En Küçük Kareler Yöntemi	5
1.1.1.1.2. Tartılı En Küçük Kareler (WLS) Yöntemi	9
1.1.2. İkili Logit Model.....	11
1.1.2.1. İkili Logit Modelin Tahmini	13
1.1.2.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi	13
1.1.2.1.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi	14
1.1.2.1.3. Minimum χ^2 Yöntemi	16
1.1.2.1.4. Bahis Oranı (Odds Ratio)'nın Elde Edilmesi	16
1.1.3. İkili Probit Model	18
1.1.3.1. İkili Probit Modelin Tahmini	20
1.1.3.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi	20
1.1.3.1.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi	21

1.1.3.2.	İkili Probit Modelin Yorumu	22
1.1.4.	Logit ve Probit Modellerin Karşılaştırılması	24
1.1.5.	LPM, Logit ve Probit Model için Marjinal Etkiler ve Yorumlar	25
1.1.6.	Tamamlayıcı Log-Log Model.....	26
1.1.7.	Sansürlü (Tobit) Regresyon Modeli	27
1.1.7.1.	Tobit Modelinin Tahmini	28
1.1.7.1.1.	En Çok Olabilirlik Yöntemi	29
1.1.7.1.2.	Heckman'ın İki Aşamalı Tahmin Yöntemi	30
1.1.8.	Sayı Modelleri ve Poisson Regresyon Modeli.....	31
1.1.8.1.	Poisson En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi	32
1.1.8.2.	Pseudo (Yapay) En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi.....	32
1.1.8.3.	Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller Tahmin Yöntemi	33
1.1.9.	Kesikli Regresyon Modelleri	33
1.1.9.1.	Kesikli Normal Dağılım.....	34
1.1.9.2.	Kesikli Regresyon Modelinin Tahmini.....	35
1.1.9.2.1.	En Küçük Kareler Yöntemi	35
1.1.9.2.2.	En Çok Olabilirlik Yöntemi	36
1.1.10.	İkili Tercih Modellerinde Parametre Anlamlılık Testleri.....	36
1.1.10.1.	Wald Testi	37
1.1.10.2.	Lagrange Çarpanı (LM) Testi.....	37
1.1.10.3.	Olabilirlik Oranı (LR) Testi.....	38
1.1.11.	Uyum İyiliği Ölçüleri	39
1.2.	Çoklu Tercih Modelleri.....	41
1.2.1.	Sıralı Tercih Modelleri	41
1.2.1.1.	Sıralı Probit Model.....	42
1.2.1.2.	Sıralı Logit Model.....	44
1.2.2.	Sıralı Olmayan Tercih Modelleri.....	47
1.2.2.1.	Tesadüfi Fayda Modelleri	47
1.2.2.1.1.	Çoklu Doğrusal Olasılık Modeli	48
1.2.2.1.2.	Çoklu Logit Model	50
1.2.2.1.3.	Koşullu Logit Model	54

1.2.2.1.4. Yuvalanmış (Nested) Çoklu Logit Model	56
1.2.2.1.5. Çoklu Probit Model	59
1.2.2.1.6. Tesadüfi Katsayılı (Mixed) Çoklu Logit Model.....	60

İKİNCİ BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ

2.1. Panel İkili Tercih Modelleri.....	62
2.1.1. Panel Doğrusal Olasılık Modeli	63
2.1.2. Havuzlanmış Logit ve Probit Modeller	64
2.1.3. Sabit ve Tesadüfi Etkili Logit ve Probit Modeller	65
2.1.3.1. Sabit Etkili Logit Model	66
2.1.3.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi	67
2.1.3.2. Sabit Etkili Probit Model	70
2.1.3.3. Gözlenmeyen Etkiler Probit Model	72
2.1.3.4. Tesadüfi Etkili Probit Model	73
2.1.3.5. Korelasyonlu Tesadüfi Etkili Probit Model.....	74
2.1.4. Sabit Etkili İkili Tercih Modellerinin En Çok Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini	75
2.1.5. Sabit Etkili İkili Tercih Modellerinin Koşullu En Çok Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini	76
2.1.6. Yarı Parametrik Yöntem	79
2.1.7. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Modellerin Tesadüfi Etkiler Varsayımıyla Tahmini	81
2.1.7.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi.....	81
2.2. Sabit ve Tesadüfi Etkili Poisson Modeller.....	83
2.3. Panel Sıralı Tercih Modelleri.....	84
2.3.1. Sabit Etkili Sıralı Logit Model	85
2.3.2. Tesadüfi Etkili Sıralı Probit Model	86
2.4. Panel Sansürlü Bağımlı Değişkenli Modeller	87

2.4.1. Sabit Etkiler Tobit Model ve Tahmini.....	87
2.4.2. Tesadüfi Etkili Tobit Model ve Tahmini.....	88
2.4.2.1. Tesadüfi Etkili Tobit Model için Marjinal Etkiler.....	90
2.5. Panel Çoklu Tercih Modelleri.....	91
2.5.1. Havuzlanmış Çoklu Logit Model	91
2.5.1.1. Sabit Etkili Çoklu Logit Model	92
2.5.1.2. Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model.....	95
2.5.1.3. Koşullu Logit Model.....	97

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3.1. Finansal Başarısızlık Kavramı	99
3.1.1. Finansal Başarısızlığın Nedenleri.....	99
3.2. Literatür Özeti.....	100
3.2.1. Yerli Literatür.....	100
3.2.2. Yabancı Literatür.....	103
3.3. Altman Z-Skor Modeli	107
3.4. Ekonometrik Analiz	108
3.4.1. Tanımlayıcı İstatistikler.....	110
3.4.2. Havuzlanmış Çoklu Logit Modelin Oluşturulması	112
3.4.2.1. Small Hsiao İlişkisz Alternatiflerin Bağımsızlığı (IIA) Varsayımın Testi	112
3.4.2.2. Bağımlı Değişken Kategorilerinin Birleştirilmesi	113
3.4.2.3. Bağımsız Değişkenlerin Bağımlı Değişken Üzerindeki Etkilerinin Testi	114
3.4.2.4. Havuzlanmış Çoklu Logit Model Tahmini ve Bahis Oranı Yorumları	115
3.4.2.5. Havuzlanmış Çoklu Logit Model Marjinal Etkilere Göre Yorumlar .	118
3.4.3. Sabit Etkili Çoklu Logit Model için Bahis Oranlarının Yorumlanması.....	121
3.4.4. Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model için Bahis Oranlarının Yorumlanması	122

3.4.5. Model Tercih	124
3.4.6. Finansal Sonuçlar	125
SONUÇ	127
KAYNAKÇA	129
EKLER	150



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 Doğrusal Olasılık Modelinde, Koşullu Olasılıkların [0-1] Değerleri Arasında Sınırlandırılmaması.....	7
Şekil 1.2 Probit Model için Olasılık Fonksiyonu	18



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1.1 İkili Bağımlı Değişkene ait Olasılıklar	4
Tablo 1.2 Hata Terimi (u_i) için Olasılık Dağılımı	8
Tablo 3.1 Z-Skor Eşik Değerleri	108
Tablo 3.2 Analizde Kullanılan Finansal Oran Değişkenleri	109
Tablo 3.3 Bağımlı Değişkene Ait Tanımlayıcı İstatistikler.....	110
Tablo 3.4 Sektör Bazında Bağımlı Değişkene Ait Tanımlayıcı İstatistikler	111
Tablo 3.5 Bağımsız Değişkenlere ait Tanımlayıcı İstatistikler	112
Tablo 3.6 İlişkisiz Alternatiflerin Bağımsızlığı için Small-Hsiao Testi.....	113
Tablo 3.7 Bağımlı Değişken Kategorilerinin Birleştirilmesi LR ve Wald Testi.....	114
Tablo 3.8 LR ve Wald Testi Sonuçları.....	114
Tablo 3.9 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Havuzlanmış Çoklu Logit Model ile Analizi.....	115
Tablo 3.10 Aktif Kârlılık Oranına (ROA) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması	116
Tablo 3.11 Net İşletme Sermayesi/Toplam Aktif Oranına (NİSTA) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması.....	116
Tablo 3.12 Nakit Orana (NO) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması	117
Tablo 3.13 Toplam Borç / Öz sermaye Oranına (TBÖS) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması	117
Tablo 3.14 Net Satışlar (NS) Değişkenine Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması	118
Tablo 3.15 Birim Artışa Göre Ortalama Marjinal Etkiler	119
Tablo 3.16 Standart Hatadaki Artışa Göre Marjinal Etkiler.....	120
Tablo 3.17 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Sabit Etkili Çoklu Logit Model ile Analizi.....	121
Tablo 3.18 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model ile Analizi.....	123

KISALTMALAR LİSTESİ

LPM	:	Doğrusal Olasılık Modeli
CML	:	Koşullu En Çok Olabilirlik
OLS	:	En Küçük Kareler
WLS	:	Tartılı En Küçük Kareler
GLS	:	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
MNL	:	Çoklu Logit
MNP	:	Çoklu Probit
NMNL	:	Yuvalanmış Çoklu Logit
CMNL	:	Koşullu Çoklu Logit
LR	:	Olabilirlik Oranı
LM	:	Lagrange Çarpanı
IIA	:	İlgisiz Alternatiflerin Bağımsızlığı
MMNL	:	Tesadüfi Katsayılı Çoklu Logit
ROA	:	Aktif Kârlılık Oranı
NİSTA	:	Net İşletme Sermayesi/Toplam Aktif Oranı
NO	:	Nakit Oran
TBÖS	:	Toplam Borç/Öz Sermaye
NS	:	Net Satışlar

GİRİŞ

Bu çalışmada, sınırlı bağımlı değişkenli modellerin, panel verinin söz konusu olduğu durumda kullanılan tahmin yöntemleri incelenmektedir. BİST imalat sektöründe faaliyet gösteren firmaların finansal başarısızlıklarının belirleyicileri bu yöntemler vasıtasıyla araştırılmakta ve bu yönde analizler yapılmaktadır. BİST imalat sektöründe 2003-2016 yılları arasında sürekli faaliyet gösteren yüz beş firma çalışmanın örneklemini oluşturmaktadır.

Firmaların finansal başarısızlıklarının belirleyicisi durumunda olan faktörlerin, ekonomik başarısızlık, teknik nedenlere dayalı ödeme güçlüğü ve iflas durumu olduğu bilinmektedir. Bu sebeple firma başarısızlıkları, firmaların mali tablo ve bilançolarından elde edilen finansal rasyolarla ilişkili olmaktadır. Bu sebeple çalışmada, başarısızlığın belirleyicileri üzerine model tahminleri yapılacak ve bu modeller birbiri ile karşılaştırılacaktır.

Çalışmanın birinci bölümünde, sınırlı bağımlı değişkenli modeller ve bu modellere ait tahmin yöntemleri ayrıntılı bir şekilde incelenecektir.

İkinci bölümde, sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri ve tahmin yöntemleri üzerinde durulacaktır.

Üçüncü bölümde ise BİST imalat sektöründe yer alan firmaların başarısızlık olasılığı üzerinde etkili olan faktörler panel çoklu tercih modelleri vasıtasıyla araştırılacaktır. Bu bölümde öncelikle, finansal başarısızlık kavramı üzerinde durulacaktır. Elde edilen veriler ile panel çoklu tercih modelleri kurulacak ve kurulan modeller karşılaştırılarak yorumlar yapılacaktır.

BİRİNCİ BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ MODELLER

Çoğu ekonometrik modelin bağımlı değişkeni, genellikle gözlenebilen sürekli verilerden oluşmaktadır. Ancak, bir takım ekonometrik modeller ikili ya da çoklu değerler alan bağımlı değişkenler ile de modellenebilmektedir (Yerdelen, 2005, s.61).

Genel olarak bir olayın olup olmaması durumunun veya bir durumun ortaya çıkmasına sebep olacak tercihin bağımlı değişken olarak ele alındığı modeller, sınırlı bağımlı değişkenli modeller olarak adlandırılmaktadır (Gujarati ve Porter, 2012, s.541). Örneğin, bir firmanın finansal stres periyodunda olup olmama durumu bağımlı değişken olarak ele alındığında, bir takım finansal rasyo değişkenleriyle regresyon kurulabilmektedir.

Mevzu bahis olayın gerçekleşmesi halinde, bağımlı değişken 1 değeriyle, aksi halde 0 değeriyle ifade edilmektedir. Burada 1, daha önce verilen örneğe istinaden firmanın finansal stres periyodunda olduğunu, 0 ise başarı periyodunda olduğunu göstermektedir. Bağımlı değişkenin 1 veya 0 olmak üzere iki değerden birini aldığı durumda, bağımlı değişkenin sınırlandırıldığı söylenmektedir.

Sınırlı bağımlı değişkenli modeller, ekonometrik literatürde bir takım sınıflandırmalara tabi tutulmaktadır. Temel olarak dört gruba ayrılan sınırlı bağımlı değişkenli modeller, tercih modelleri (ikili ve çoklu), kesikli modeller, sansürlü modeller ve kalım modelleri olarak ele alınmaktadır. Bu bölümde, ikili tercih ve çoklu tercih modelleri ile sansürlü modeller ve sayı modelleri üzerinde durulacaktır.

1.1. İkili Tercih Modelleri

Bağımlı değişken, nicel bir değere sahip olabileceği gibi nitel bir değere de sahip olabilmektedir. Örneğin, herhangi bir tek bağımsız değişkenli regresyon modelinde, bağımlı değişken (Y) olarak tüketim nicel değişkeni, bağımsız değişken (X) olarak ise gelir değişkeni kullanılabilmekte ve modelden elde edilen parametre tahmini gelirdeki bir birimlik değişiminin, tüketim üzerinde kaç birimlik bir değişime yol açtığı şeklinde yorumlanmaktadır.

Ancak bir regresyon modelinde bağımlı değişken nitel bir değer de alabilmekte ve bu nitel değer incelenmek istenen bir olayın olup olmama olasılığını, herhangi bir alternatifin tercihi için verilen evet veya hayır cevaplarını temsil edebilmektedir. Sadece ölçülmek istenen iki farklı durumun söz konusu olduğu ve bağımlı değişken olarak tanımlandığı modeller ikili tercih modelleri olarak adlandırılmaktadır.

İkili tercih modelleri;

- i. Doğrusal olasılık modeli (LPM),
- ii. Lojistik model,
- iii. Probit (Normit) model
- iv. Tobit model

olmak üzere dört başlık altında ele alınmaktadır.

1.1.1. Doğrusal Olasılık Modeli

Bağımlı değişkeni ikili değer alan çoklu doğrusal regresyon modeli, doğrusal olasılık modeli (LPM) olarak adlandırılmaktadır (Wooldridge, 2009, s.247). Çoklu doğrusal regresyon modeli;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i \quad (1.1)$$

şeklinde ifade edildiğinde, bağımlı değişken Y_i için iki alternatif söz konusu olmaktadır. Alternatiflerden ilkinin seçilmesi durumunda bağımlı değişken Y_i , 1 değerini, ikincisinin seçilmesi halinde ise 0 değerini almaktadır. Böyle bir ikili alternatifin bir firma için söz konusu olduğu düşünüldüğünde;

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{firma finansal stres periyodunda ise} \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases}$$

$Y_i = 1$, firmanın finansal stres periyodunda olduğunu, $Y_i = 0$ ise firmanın finansal stres yaşamadığını göstermektedir. Firmanın finansal stres periyodunda olma

olasılığı P_i , $P[Y=1]=P$ şeklinde, ikinci alternatif olan firmanın finansal stres periyodunda olmama olasılığı ise $P[Y=0]=1-P$ şeklinde ifade edilmektedir.

Tablo 1. 1 İkili Bağımlı Değişkene ait Olasılıklar

Durum	P (Olasılık)
$Y_i = 1$	P_i
$Y_i = 0$	$(1-P_i)$

Bu sebeple LPM'nin, bağımsız değişken X_i veri iken, bağımlı değişken Y_i 'nin bire eşit olma olasılığını modellediği söylenmektedir (Stock ve Watson, 2011, s.389). Regresyon katsayısı β_1 , diğer bağımsız değişkenler veri iken, X_i 'deki bir birimlik değişmeye karşı, Y 'nin 1 değerini alma olasılığındaki ($Y=1$) değişmeyi göstermekte ve diğer katsayılar $\beta_2, \dots, \beta_k$ benzer şekilde yorumlanmaktadır (Stock ve Watson, 2011, s.391). İkili bağımlı değişken Y_i 'nin olasılık fonksiyonu;

$$F(Y_i) = p^Y (1-p)^{1-Y} \quad y = 0,1 \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Hill, Griffiths ve Lim, 2011, s.274). Bağımlı değişken Y_i Bernoulli dağılımına uymakta ve tek bağımsız değişkenli doğrusal olasılık modeli;

$$E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i = P_i \quad (1.3)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada, Y_i 'nin gözlenen değeri, Y_i 'nin beklenen değeri $E(Y_i)$ ve hata terimi u_i 'nin bir fonksiyonudur.

$$Y_i = E(Y_i) + u_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i \quad (1.4)$$

Yukarıdaki eşitliğin koşullu beklenen değeri, bağımlı değişken Y_i 'nin koşullu olasılığına eşit olmaktadır. P_i olasılığı ise 0 ile 1 arasında bir değer aldığından,

bağımlı değişkenin koşullu beklenen değeri için $0 < E(Y_i|X_i) < 1$ kestirimi yapılabilmektedir. Bağımlı değişken Y_i 'nin varyansı ise,

$$\text{Var}(Y) = P(1-P) \quad (1.5)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.1.1.1. Doğrusal Olasılık Modelinin Tahmini

LPM'nin parametreleri, klasik doğrusal regresyon parametrelerinin tahmin yöntemi olan En Küçük Kareler (OLS) yöntemi ile tahmin edilebilmektedir. Ancak OLS ile yapılan parametre tahminleri, doğrusal sapmasızlık özelliğine sahip olmamaktadır (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.665).

Hata terimlerinin homoskedastik olmaması sebebiyle, tahminciler etkinlik özelliğini sağlamamakta ve Y_i değeri negatif bir olasılık değeri alabileceği gibi 1'den büyük bir olasılık değeri de alabilmektedir. Doğrusal olma ve hata teriminin heteroskedastik olması gibi iki problemin mevcut olduğu durumda, OLS tahmincileri sapmasız olmakta ancak etkinlik özelliğine sahip olmamaktadır.

LPM hata teriminin homoskedastik olmasını sağlamak için tahmin yöntemi olarak klasik OLS yerine Tartılı En Küçük Kareler (WLS) yöntemi kullanılmaktadır. Gerekli dönüşümler yapıldıktan ve tahmin yöntemi değiştirildikten sonra LPM hata terimleri homoskedastik özellik göstermektedir (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.665).

1.1.1.1.1. En Küçük Kareler Yöntemi

Doğrusal bir regresyon modeli aşağıdaki gibi gösterildiğinde;

$$y = x\beta + u \quad (1.6)$$

burada y iki değerli bağımlı değişkeni, β , $K \times 1$ boyutlu parametre vektörünü, x , $N \times K$ boyutlu bağımsız değişkenler matrisini ve u , hata terimini ifade etmektedir. Hata terimi ile bağımsız değişkenler arasında korelasyon olmadığı varsayımı altında, parametreler OLS ile tahmin edilebilmektedir. Yukarıdaki eşitlikten hareketle, bağımlı değişkenin koşullu beklenen değeri;

$$E(y|x;\beta) = x\beta \quad (1.7)$$

şeklinde,

$$E(y) = \text{pr}(y = 1) \quad (1.8)$$

koşullu olasılık ise,

$$\text{pr}(y = 1|x) = E(y|x;\beta) \quad (1.9)$$

$$\text{pr}(y = 1|x) = x\beta$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu modelde başarı durumu, $(y = 1)$ 'in olasılığı, bağımsız değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonunu ifade etmektedir. Olasılıklar toplamı 1'e eşit olduğundan, aşağıdaki gibi de gösterilebilmektedir.

$$\text{pr}(y = 0|x) = 1 - x\beta \quad (1.10)$$

İkili tercih modelinde OLS'nin tahmin yöntemi olarak kullanıldığı durumda, doğrusal olasılık modelinin oluşturulduğu söylenmektedir.

LPM'de β_j parametresi, diğer değişkenler sabitken, x_j 'de meydana gelen bir değişimin, "başarı" olasılığında meydana getirdiği değişimi ölçmekte ve aşağıdaki eşitlik "başarı" olasılığı üzerinde kısmi bir etki olarak yorumlanabilmektedir.

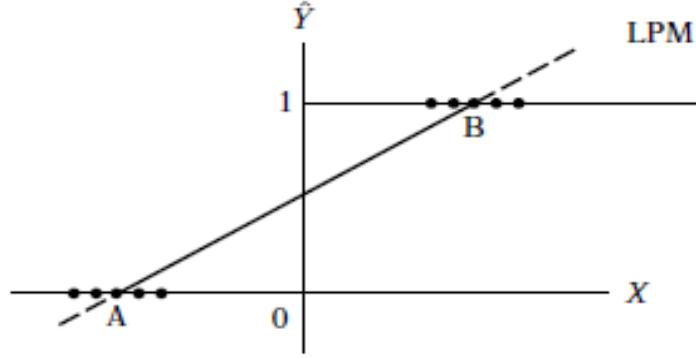
$$\Delta \text{pr}(y = 1|x) = \beta_j \Delta x_j \quad (1.11)$$

LPM, OLS yöntemiyle tahmin edilebilmekte ve bazı durumlarda WLS yöntemi de kullanılabilmektedir (Wooldridge, 2009, s.578). Ancak LPM'nin OLS yöntemiyle tahmini ve yorumlanması safhasında 4 temel problemle karşılaşmaktadır. Bu problemler aşağıda sıralanmıştır.

$0 < E(Y_i|X_i) < 1$ Koşulunun Sağlanamaması

LPM'de bağımlı değişkenin koşullu olasılığının, $[0 - 1]$ aralığında bulunması gerekmektedir. Ancak, X veri iken, Y 'nin tahmin edilen koşullu olasılıkları bu aralığın alt ve üst sınırlarını aşmaktadır.

Şekil 1.1 Doğrusal Olasılık Modelinde, Koşullu Olasılıkların [0-1] Değerleri Arasında Sınırlandırılmaması



Kaynak : (Gujarati ve Porter, 2004, s.587)

Şekil 1.1’de doğrusal olasılık fonksiyonuna ait grafikte; LPM’nin bir doğru şeklinde olduğu ve doğru üzerinde sol aşağı doğru gidildikçe bağımlı değişkene ait koşullu olasılık değerinin $\Pr(Y=1|X)$ 0’ın altına düştüğü, koşullu olasılığın negatif bir değere karşılık geldiği görülmektedir. Yine doğru üzerinde sağ yukarıya doğru gidildikçe, bağımlı değişkenin koşullu olasılık değerinin $\Pr(Y=1|X)$, 1’in üzerinde bir değer aldığı görülmektedir. Bu problem iki şekilde çözülebilmektedir.

İlk çözüm, sıfırdan küçük koşullu olasılık değerlerini 0, birden büyük koşullu olasılık değerlerini ise 1 olarak kabul etmek, ikinci çözüm ise olasılık değerlerinin $[0-1]$ arasında kalmasını sağlayacak logit ve probit modellerini kullanmaktır.

Hata Terimi (u_i)’nin Normal Dağılımlı Olmaması

LPM hata terimlerinde, OLS tahmincilerinin sağlaması gereken normal dağılım koşulu yerine getirilememektedir. LPM’de bağımlı değişkenin ikili değer alması, hata teriminin de ikili değer almasına sebep olmakta ve bu durum hata teriminin binom dağılımlı olmasına yol açmaktadır (Gujarati ve Porter, 2012, s.544). Bunun sonucunda ise, parametrelerin tek tek anlamlılıklarını test etmek için kullanılan geleneksel t testi, birlikte anlamlılığı test eden F testi ve güven aralıkları geçersiz olmaktadır (Pedace, 2013, s.417).

Bağımlı değişkenin 0 ve 1 olmak üzere iki değer alması durumunda hata terimi u_i 'nin de iki farklı değer aldığı durum aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$u_i = Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i$$

$$Y_i = 1 \text{ için } u_i = 1 - \beta_0 - \beta_1 X_i \quad (1.12)$$

$$Y_i = 0 \text{ için } u_i = -\beta_0 - \beta_1 X_i \quad (1.13)$$

LPM, küçük örneklemlerden ziyade büyük örneklemelerde daha kabul edilebilir sonuçlar vermektedir. Çünkü normallik varsayımı gereği, örneklem büyüklüğü sonsuza giderken, OLS ile elde edilen tahminler normal dağılıma eğiliminde (asimptotik normal) olmaktadır (Gujarati ve Porter, 2012, s.544).

R² Uyum İyiliği Ölçütü

LPM'nin klasik OLS ile tahmin edilmesi sonucunda ortaya çıkan problemlerden birisi de R² ile ilgilidir. Sınırlı bağımlı değişkenli modellerde R², modelin, karar vericilerin tercihlerini ne kadar iyi açıkladığı noktasında çok az bilgi vermektedir (Studenmund, 2000, s.436).

Belirli bir bağımsız değişken X_i 'ye karşın, bağımlı değişken Y_i , 0 veya 1 değerini aldığı için klasik OLS yöntemiyle elde edilen R², ikili tercih modellerinde 1'den oldukça küçük değerler almaktadır. Bu sebeple R², modelde yer alan bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkendeki değişimin ne kadarını açıkladığı noktasında belirleyiciliğini kaybetmektedir.

Hata Terimi (u_i)'nin Homoskedastik Olmaması

Hata terimi (u_i) için olasılık dağılımı aşağıdaki tabloda görülmektedir.

Tablo 1. 2 Hata Terimi (u_i) için Olasılık Dağılımı

Y_i	u_i	Olasılık
1	$1 - \beta_0 - \beta_1 X_i$	P_i
0	$-\beta_0 - \beta_1 X_i$	$1 - P_i$
Toplam		1

Burada, P_i , (1.12) eşitliğinin olasılığını ölçmekte, diğer bir ifadeyle bağımlı değişkenin 1 değerini alma $Y_i = 1$, olasılığını göstermektedir. Bağımsız değişken X_i 'nin sabit olduğu varsayıldığında, hata teriminin olasılık dağılımı, bağımlı değişkenin olasılık dağılımına eşit olmaktadır. Hata teriminin sıfır ortalamaya sahip olduğu varsayıldığında ise P_i ile X_i arasındaki ilişki tespit edilebilmektedir (İnal, Topuz ve Uçan, 2006, s.55). P_i 'nin farklı iki gözlem için iki farklı değer alması sebebiyle, hata terimi u_i 'de her gözlem için iki farklı değer almakta ve bu durum hata teriminin heteroskedastik olmasına neden olmaktadır (Studenmund, 2000, s.436).

1.1.1.1.2. Tartılı En Küçük Kareler (WLS) Yöntemi

LPM'de, OLS'ye alternatif olarak WLS yöntemi kullanılmaktadır. LPM'de hata terimi doğal olarak heteroskedastiktir. Aşağıdaki eşitlik;

$$E(u_i) = P_i(1 - \beta_0 - \beta X_i) + (-\beta_0 - \beta X_i)(1 - P_i) = 0$$

P_i için çözüldüğünde;

$$P_i = \beta_0 + \beta X_i$$

$$1 - P_i = 1 - \beta_0 - \beta X_i \quad (1.14)$$

eşitliği elde edilmektedir. Hata teriminin varyansı için $E(u_i) = 0$ varsayımına göre;

$$\text{Var}(u_i) = E(u_i^2) = (-\beta_0 - \beta X_i)^2(1 - P_i) + (1 - \beta_0 - \beta X_i)^2 P_i \quad (1.15)$$

$$\text{Var}(\mu) = E[\mu - E(\mu)]^2$$

$$= E(\mu)^2$$

$$\text{Var}(\mu) = E(\mu^2) = (-\beta_0 - \beta X_i)^2(1 - \beta_0 - \beta X_i) + (1 - \beta_0 - \beta X_i)^2(\beta_0 + \beta X_i)$$

$$= (\beta_0 + \beta X_i)(1 - \beta_0 - \beta X_i)$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(\mu) &= E(Y_i|X_i)[1 - E(Y_i|X_i)] \\ &= P_i(1 - P_i)\end{aligned}\quad (1.16)$$

elde edilmektedir. Burada, $E(Y_i|X_i) = (\beta_0 + \beta X_i) = P_i$ denkleminde faydalanılmakta, (1.16) eşitliği, hata teriminin heteroskedastik olduğunu göstermektedir. Hata terimi u_i , Y_i 'nin koşullu beklenen değeriyle, Y_i 'nin koşullu beklenen değeri de X_i 'nin değeriyle ilişkilidir. Bu durumda hata terimi varyansının bağımsız değişkene bağlı olması sebebiyle heteroskedastiktir. Heteroskedasiteyi gidermek için birkaç yöntem bulunmaktadır. Basit bir yöntem olarak;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

yukarıdaki eşitliğin her iki tarafı $\sqrt{w_i}$ (tartı) katsayısına bölündüğünde,

$$\frac{Y_i}{\sqrt{w_i}} = \frac{\beta_0}{\sqrt{w_i}} + \beta \frac{X_i}{\sqrt{w_i}} + \frac{u_i}{\sqrt{w_i}} \quad (1.17)$$

eşitliği elde edilmekte, sonrasında tartı,

$$\begin{aligned}\sqrt{w_i} &= \sqrt{E(Y_i|X_i)[1 - E(Y_i|X_i)]} \\ &= \sqrt{P_i(1 - P_i)}\end{aligned}\quad (1.18)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu sayede, hata teriminin homoskedastik olması sağlanmakta, gerçek $E(Y_i|X_i)$ 'nin bilinmemesi sebebiyle w_i 'ler de bilinmemektedir. w_i 'lerin tahmin edilmesi dört adımlı bir süreç sayesinde mümkün olmaktadır.

i. İlk önce (1.1) nolu eşitlik heteroskedasiteye rağmen OLS yöntemi ile tahmin edilip $Y = E(Y_i|X_i)$ değeri bulunmakta,

ii. Sonrasında $\hat{w}_i = \hat{Y}_i(1 - \hat{Y}_i)$ tahmini değeri elde edilmekte,

- iii. Tahmin edilen $\hat{w}_i$ değerleri kullanılarak veriler, (1.17) nolu eşitlikteki gibi dönüştürülmekte,
- iv. Son olarak da dönüştürülmüş verilerle, OLS yöntemi kullanılarak parametreler için tahminler yapılmaktadır.

Tüm bu uygulamaların yanı sıra, tahmin yönteminin değiştirilmesi heteroskedasiteyi ortadan kaldırırsa da, $0 \leq E(Y_i / X_i) \leq 1$ koşulunun sağlanamaması problemini ve doğrusal olma problemini ortadan kaldıramamaktadır (Tarı, 2012, s.249). Bu iki problemin aşılabilmesi, ilerleyen bölümlerde değinilecek logit ve probit modeller sayesinde mümkün olmaktadır.

1.1.2. İkili Logit Model

Nitel tercih modelleri içerisinde sıkça kullanılan logit model, bağımsız değişkenlerin, ikili bir bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin hesaplanmasına olanak tanımaktadır. Doğrusal olmayan bu model, bağımlı değişken Y_i 'nin koşullu beklenen değerinin $[0-1]$ aralığında kalmasını sağlamaktadır. Logit model birikimli olasılık dağılımından faydalanılarak oluşturulmuş bir lojistik dağılım fonksiyonu olarak da tanımlanmaktadır (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.671).

$$P_i(Y = 1|X_1, X_2, \dots, X_k) = F(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k) = F(Z) \quad (1.19)$$

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp(-(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k))} = \frac{1}{1 + \exp(-z_i)} \quad (1.20)$$

Yukarıdaki eşitlikte z_i yerine $-\infty$ yazıldığında;

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp(\infty)} = \frac{1}{\infty} = 0 \quad (1.21)$$

(1.21)'deki olasılık değeri, eşitlik (1.20) de z_i yerine $+\infty$ yazıldığında;

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp(-\infty)} = \frac{1}{1} = 1 \quad (1.22)$$

(1.22)'deki olasılık değeri elde edilmektedir. Burada, Z_i , $\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$ ifadesine eşittir. Z_i değişkeni $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değer aldığında, P_i de $[0-1]$ aralığında değerler almakta ve P_i ile Z_i arasındaki ilişki doğrusal olmamakta, Z_i ile P_i arasında bir ilişkisizliğin bulunması durumunda ise bu ilişkisizlik, regresyonda yer alan bağımsız değişkenler için de geçerli olmaktadır (Tarı, 2012, s.250).

Logit modelde, P_i ile bağımsız değişken X_1 arasında doğrusal bir ilişki olmaması sebebiyle, X_2 veri iken X_1 'in çok büyük ve küçük değerleri için bile $[0-1]$ aralığının dışında kalan bir P_i olasılık değeri ortaya çıkmamaktadır (Studenmund, 2014, s.425). LPM'de olduğu gibi logit modelde de hata teriminin binom dağılımlı olması, logit modelde de hata teriminin heteroskedastik olmasına neden olmakta ve LPM'den farklı olarak, $0 \leq E(Y_i / X_i) \leq 1$ koşulunu sağlamama problemi ortaya çıkmamaktadır.

Olasılık değeri P_i , $[0-1]$ arasında değiştiği için logit (L_i) değeri, Z_i değeri gibi $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değişmekte, olasılık değeri $[0-1]$ aralığında kalmakta ve L_i sınırlandırılmamaktadır (Güriş ve Çağlayan 2013, s.670).

LPM'de P_i ile X_i arasında doğrusal bir ilişkiden söz edilirken, logit modelde, log bahis oranı L_i ile X_i arasında bir doğrusal ilişkiden söz edilmektedir (Gujarati ve Porter, 2012, s.555).

Logit model ile LPM'nin katsayıları arasındaki bağıntı sabit terimsiz ve sabit terimli olmak üzere Amemiya (1981) tarafından,

$$\beta_{LPM} = 0.25\beta_{LOGIT}$$

$$\beta_{LPM} = 0.25\beta_{LOGIT} + 0.5$$

şeklinde belirtilmiştir (Gujarati ve Porter, 2012, s.572).

1.1.2.1. İkili Logit Modelin Tahmini

Standart ikili bir logit modelde, gözlem değerlerinin bağımsız olduğu ve herhangi bir kümelenme etkisinin olmadığı varsayılmakta, bu varsayımlardan herhangi birinin sağlanamaması durumunda ise regresyon parametre katsayılarından doğru çıkarımlar elde edilememektedir. Bu sebeple etkin olmayan tahminler ortaya çıkmaktadır.

Logit model OLS yöntemiyle tahmin edildiğinde parametre tahminleri etkin olmamaktadır. WLS yöntemi kullanıldığında ise tahminler etkinlik özelliğini sağlamakta fakat doğrusallık özelliğini sağlamamaktadırlar.

Logit modelin tahmin edilebilmesi için önce gözlem türleri bakımından tekrarlı (gruplanmış) gözlem ve tekrarsız (tekil) gözlem olmak üzere bir takım ayrımlar yapılmakta sonrasında tahmin yöntemleri belirlenmektedir. Tekrarlı gözlemler için genelleştirilmiş en küçük kareler (GLS) ve Minimum χ^2 yöntemlerinden biri kullanılırken, tekrarsız gözlemler için En Çok Olabilirlik yöntemi kullanılmaktadır.

1.1.2.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

Başarı olasılığı P_i , başarısızlık olasılığı $(1-P_i)$ olarak ifade edildiğinde, logit modelin tahmini için kullanılan olabilirlik fonksiyonu, n gözlem için aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$L(Y|X) = P(Y_i|X) = \prod_{i=1}^n P_i^{Y_i} (1-P_i)^{1-Y_i} \quad (1.23)$$

Burada olabilirlik fonksiyonunu maksimize edecek $\hat{\beta}$ katsayılar vektörünün belirlenmesi gerekmektedir. Bu sebeple öncelikle olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak;

$$L(Y|X, \beta) = \sum_{i=1}^n [Y_i \log P_i + (1-Y_i) \log (1-P_i)] \quad (1.24)$$

ifadesi; sonrasında gerekli matematiksel düzeltmeler yapılarak olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned}
L &= \sum_{i=1}^n [Y_i (\log P_i - \log (1 - P_i)) + \log (1 - P_i)] \\
&= \sum_{i=1}^n \left[Y_i \log \left(\frac{P_i}{1 - P_i} \right) + \log (1 - P_i) \right] \\
&= \sum_{i=1}^n [Y_i (\beta_0 + \beta_1 X_i) + \log \left(\frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i)} \right)] \\
&= \sum_{i=1}^n [Y_i (\beta_0 + \beta_1 X_i) + \log (1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i))^{-1}] \\
&= \sum_{i=1}^n [Y_i (\beta_0 + \beta_1 X_i) - \log (1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i))]
\end{aligned}
\tag{1.25}$$

elde edilmektedir. Bu fonksiyonu maksimum yapan parametrelerin tahmin edilebilmesi için ML fonksiyonunun birinci türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde;

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} = \sum (Y_i - \hat{P}_i) = 0 \tag{1.26}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = \sum (Y_i - \hat{P}_i) X_i = 0 \tag{1.27}$$

elde edilmektedir (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.673). Burada $\hat{P}_i$,

$$\hat{P}_i = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i)}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i)} \tag{1.28}$$

şeklindedir. (1.26) ve (1.27) denklemlerinin eşanlı olarak çözülmesi ile $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ bulunmaktadır.

1.1.2.1.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi

Logit model tahmin edilirken doğrusal olmayan yöntemlere başvurulmaktadır. WLS tahmin yöntemi tekrarlı (gruplandırılmış) veriler söz konusu olduğunda

kullanılmaktadır. Bu yöntem kullanılırken önce bağımsız değişkenin aldığı farklı X değeri için,

$$\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i}$$

olasılık değeri elde edilmektedir (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.674). Bu değer her X_i 'ye karşılık gelen gerçek P_i değerlerinin tahmini için kullanılan göreceli sıklığı ifade etmektedir. N_i 'nin oldukça büyük olduğu durumda $\hat{P}_i$, P_i 'nin oldukça iyi bir tahminini temsil etmektedir (Gujarati ve Porter, 2012, s.557). Bu değer kullanılarak;

$$\hat{L}_i = \ln\left(\frac{\hat{P}_i}{1-\hat{P}_i}\right) \quad (1.29)$$

logit tahmini yapılmaktadır. Tahmini yapılan hata terimi heteroskedastik olduğu için WLS yöntemi kullanılarak tartı,

$$w_i = \frac{1}{\left[N_i \hat{P}_i (1-\hat{P}_i)\right]} \quad (1.30)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Tartılar ile $\hat{L}_i$ kullanılarak;

$$\sqrt{w_i} \hat{L}_i = \beta_0 \sqrt{w_i} + \beta_1 \sqrt{w_i} X_i + \sqrt{w_i} \varepsilon_i \quad (1.31)$$

ifadesi ve $\sqrt{w_i} \hat{L}_i = L_i^*$, $\beta_0 \sqrt{w_i} = \beta_0^*$, $\sqrt{w_i} X_i = X_i^*$ ve $\sqrt{w_i} \varepsilon_i = \varepsilon_i^*$ olarak belirlendiğinde,

$$L_i^* = \beta_0^* + X_i^* + \varepsilon_i^* \quad (1.32)$$

eşitliği hesaplanmaktadır. Bu modelin tahmini artık OLS ile yapılabilmektedir. Anti logaritma alındığında ise olasılık tahminleri, $\hat{P}_i$ 'ler elde edilmektedir (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.674). Dönüştürülmüş hata terimi olan ε_i^* artık homoskedastiktir. (Gujarati ve Porter, 2012, s.558).

1.1.2.1.3. Minimum χ^2 Yöntemi

İkili logit model parametrelerinin minimum χ^2 yöntemiyle tahmin edilebilmesi için;

$$\sum n_i \frac{\hat{p}_1 q_i + \hat{q}_1 p_i}{\hat{p}_1 \hat{q}_1} (p_i - \hat{p}_1) = 0 \quad (1.33)$$

$$\sum n_i \frac{\hat{p}_1 q_i + \hat{q}_1 p_i}{\hat{p}_1 \hat{q}_1} x_i (p_i - \hat{p}_1) = 0 \quad (1.34)$$

eşitliklerinin çözülmesi gerekmektedir. n_i , x_i 'deki gözlem sayısını; p_i , gözlenebilen n_i 'lerin oranını; $\hat{p}_1$, P_1 olasılığına ait tahmini, q_i , $1-p_i$ değerini ve $\hat{q}_1$, $1-P_1$ olasılığına ait tahmini değeri ifade etmektedir (Berkson, 1955, s.132).

1.1.2.1.4. Bahis Oranı (Odds Ratio)'nın Elde Edilmesi

Aldrich ve Nelson (1984, s.31-32), doğrusal olasılık modelinde karşılaşılan $\Pr(y=1|x)$ tahmini değerinin, 0 ile 1 arasında sınırlandırılmama probleminden yola çıkarak logit modeli türetmişlerdir. Bu problemin aşılabilmesi için $\Pr(y=1|x)$, $-\infty$ ile ∞ aralığında değerler alan bir fonksiyona çevrilmiştir. Öncelikle olasılık, odds değerine dönüştürülmüştür (Long, 1997, s.50-51).

$$\frac{\Pr(y=1|x)}{\Pr(y=0|x)} = \frac{\Pr(y=1|x)}{1 - \Pr(y=1|x)} = \exp(\beta_0 + \beta_1 x) = \exp(\beta_0) (\exp(\beta_1))^x \quad (1.35)$$

Yukarıdaki eşitliğin sağ tarafında yer alan üssel ilişki β_1 'in yorumunun yapılmasını sağlamaktadır. Odds, bağımsız değişkendeki her 1 birimlik artış halinde e^{β_1} kadar artmakta, diğer bir ifadeyle, $x+1$ düzeyli odds değeri $x(e^{\beta_1})$ 'e eşit olmaktadır. $\beta_1 = 0$ olduğu zaman $e^{\beta_1} = 1$ değerini almakta, böylelikle x artarken odds değişmemektedir (Agresti, 2007, s.104).

Logit modelde β_1 'lerin yorumlanması aşamasında genellikle bahis oranı (odds ratio) kullanılmaktadır. Katsayıların yorumu doğrudan değil, odds oranları elde edilerek dolaylı şekilde yapılmaktadır.

Nitel bağımlı bir değişkeni ifade eden X , kanser hastalığına yakalanma olasılığı olarak tanımlandığında, $\text{odds}(X)$ değeri, X 'in gerçekleşme olasılığının, gerçekleşmeme olasılığına oranı şeklinde ifade edilmektedir (Kleinbaum, Kupper ve Muller, 1997, s.658).

$$\text{Odds}(X) = \frac{P(X)}{1-P(X)} \quad (1.36)$$

Burada $P(X)$, kanser hastalığına yakalanma olasılığını, $1-P(X)$ ise yakalanmama olasılığını göstermektedir.

Örneğin kansere yakalanma olasılığı üzerinde oldukça yüksek bir etkiye sahip olan alkollü içecek tüketimi ele alındığında, AT , alkol tüketenler, ATM , alkol tüketmeyenler olmak üzere iki farklı grup oluşturulabilmekte, X_{AT} alkol tüketenlerin kanser hastalığına yakalanma durumunu, X_{ATM} ise alkol tüketmeyenlerin kansere yakalanma durumu olarak tanımlanabilmektedir. Sonrasında her iki grup için;

$$\text{Odds}(X_{AT}) = \frac{P(X_{AT})}{1-P(X_{AT})} \quad (1.37)$$

$$\text{Odds}(X_{ATM}) = \frac{P(X_{ATM})}{1-P(X_{ATM})} \quad (1.38)$$

iki farklı odds hesaplanmaktadır. OR olarak ifade edilen bahis oranı ise,

$$\text{OR}_{AT, ATM} = \frac{\frac{P(X_{AT})}{1-P(X_{AT})}}{\frac{P(X_{ATM})}{1-P(X_{ATM})}} \quad (1.39)$$

bu iki odds birbirine oranlanarak bulunmaktadır.

Son eşitlik alkol tüketen kişilerin, alkol tüketmeyenlere oranla, kanser hastalığına yakalanma olasılığının kaç kat daha fazla olduğunu göstermektedir. Bu oranın 1 olması durumunda, kanser hastalığına yakalanma olasılığının alkol tüketimiyle herhangi bir ilgisi olmadığı sonucuna varılmaktadır.

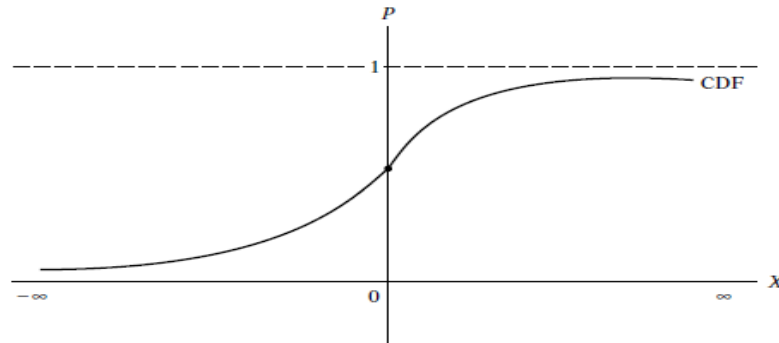
Odds oranının alabileceği değerler için bir alt sınır tanımlanmış ancak üst sınır tanımlanmamıştır. Bu oran sıfır ile sonsuz arasında değerler alabilmektedir. Odds oranının bire eşit olduğu durumda, bağımsız değişkendeki değişikliğin ilgilenilen durumun olasılığı üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmadığı sonucuna varılmaktadır.

1.1.3. İkili Probit Model

Doğrusal olasılık modelinde bağımlı değişken y_i 'nin gerçekleşme durumunun koşullu olasılığını ifade eden $P(y_i)$ değerinin $[0-1]$ aralığında değer almaması, probit model ve probit modele alternatif olan logit modelin kullanımını zorunlu hale getirmektedir. Probit modele iyi bir alternatif olan logit modelin kullanımı daha yaygındır. Bunun sebebi birikimli normal dağılım fonksiyonundan faydalanılarak oluşturulan probit model tahmininin logit modele kıyasla sayısal olarak daha karmaşık olmasıdır.

Probit model, P tercih olasılığını $[0-1]$ aralığında tutmak için bağımsız değişken X ile P arasında doğrusal olmayan S biçiminde bir ilişki kullanmakta ve bu ilişki aşağıda gösterilmektedir.

Şekil 1.2 Probit Model için Olasılık Fonksiyonu



Kaynak: (Gujarati ve Porter, 2004, s.594)

Şekil 1.2' de, bağımsız değişken X 'deki bir artış, olasılık eğrisinin eğimini önce hızlı bir şekilde arttırmakta, sonrasında azalan oranda arttırmaya devam etmektedir. Bu eğriye ait eğim, bağımsız değişken X 'deki bir birimlik değişime karşılık, olasılık P ' deki değişmeyi vermektedir. Bu eğim LPM'de olduğu gibi sabit değildir. Probit model bu eğimi temsil etmek üzere kullanılmaktadır (Hill vd., 2011, s.589-590).

Standart normal olasılık dağılımına dayanan probit model için olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2 / 2) \quad (1.40)$$

şeklinde probit model ise, aşağıdaki gibi gösterilmektedir;

$$\Phi(z) = P[Z \leq z] = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2 / 2) du \quad (1.41)$$

burada $\Phi(z)$ birikimli dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir.

$Y_i = 1$, olasılığı için P_i 'yi ifade eden probit model;

$$P_i = P[Z \leq \beta_0 + \beta_1 X_i] = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i) \quad (1.42)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\Phi(z)$ probit fonksiyonu temsil etmektedir.

Doğrusal olmayan probit model, β_0 ve β_1 'in fonksiyonudur. Bu sebeple OLS yöntemi probit modelin tahmini için uygun olmamakta, en çok olabilirlik (MLE) yöntemi uygulanmaktadır (Çil, 2014, s.183).

Çoğu ekonomik değişkenin normal dağılım özelliği göstermesi sebebiyle, birçok araştırmacı probit modeli teorik olarak daha kullanışlı bulmakta, büyük gözlemlerin söz konusu olduğu durumlarda ise bu kullanım avantajı azalmaktadır (Studenmund, 2014, s.432).

1.1.3.1. İkili Probit Modelin Tahmini

Doğrusal olmaması ve tahmin edilen parametrelerinin etkinlik özelliğini sağlamaması nedeniyle probit modelin tahmininde OLS yöntemi kullanılmamaktadır. OLS'nin yerine MLE veya WLS yöntemi tercih edilmektedir. WLS'nin kullanıldığı durumda ise, parametrelerde etkinlik özelliği sağlanmakta fakat doğrusallık özelliği sağlanamamaktadır.

1.1.3.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

Verilerin birleşik olasılık dağılım fonksiyonu olarak ifade edilen olabilirlik fonksiyonu, bilinmeyen katsayıların fonksiyonu olarak da kabul edilmektedir. ML yöntemi, birleşik olasılık dağılımından yola çıkarak, bilinmeyen katsayıları, olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapmak için seçmektedir (Stock ve Watson, 2011, s.401). Probit modeli tahmin etmek için de ML yöntemi kullanılabilir. Probit model simetrik dağılıma sahiptir;

$$\begin{aligned} \text{pr}(y_i = 1) &= \text{pr}\left(\frac{u_i}{\sigma} > -x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \\ &= \text{pr}\left(\frac{u_i}{\sigma} < x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \\ &= \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (1.43)$$

ve,

$$\text{pr}(y_i = 0) = 1 - \text{pr}(y_i = 1) = 1 - \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \quad (1.44)$$

$(1, \dots, m)$ arası m gözlemi $y_i = 0$, $(m+1, \dots, n)$ $n-m$ gözlemi $y_i = 1$ olarak tanımlandığında olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} L &= \text{pr}(y_1 = 0) \cdot \text{pr}(y_2 = 0) \dots \text{pr}(y_m = 0) \cdot \text{pr}(y_{m+1} = 1) \dots \text{pr}(y_n = 1) \\ &= \prod_{i=1}^m \left[1 - \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \right] \prod_{i=m+1}^n \left[\Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \right] \end{aligned}$$

$$= \prod_{i=1}^n \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right)^{y_i} \left[1 - \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right)\right]^{1-y_i} \quad (1.45)$$

ve,

$$\begin{aligned} l\left(\frac{\beta}{\sigma}\right) &= \ln(L) \\ &= \sum_i \left\{ y_i \ln \left[\Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \right] + (1-y_i) \ln \left[1 - \Phi\left(x_i \frac{\beta}{\sigma}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.46)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kısmi türevler alınarak, logit modeldeki gibi L ’yi maksimum yapan β_0 ve β_1 parametreleri bulunmaktadır. Log-olabilirlik fonksiyonunun 0’dan büyük olmak üzere sınırlandırılması sebebiyle $0 \leq \Phi(.) \leq 1$ kısıtı; $\ln[\Phi(.)]$ ve $\ln[1-\Phi(.)]$ durumlarını temsil etmektedir. Log-olabilirlik fonksiyonunda daima birlikte yer alan β ve σ parametreleri birbirinden ayrı tanımlanamamakta ve bir oran ifade etmektedirler. σ ’nın 1 olarak tanımlandığı, heteroskedastik olduğu durumda β parametresi hakkında yorum yapılabilmektedir (Johnston ve Dinardo, 1997, s.420).

İkili probit modelin tahmininde, doğrusal olmayan OLS’de olduğu gibi, MLE tahminçileri de tutarlı olmaktadır. Büyük örneklemin söz konusu olduğu durumda ise normal dağılım özelliği göstermektedirler (Stock ve Watson, 2011, s.402).

Probit model katsayıları, ML yöntemi kullanılarak tahmin edildiğinde doğrusal olmayan sonuçlar vermektedir. Tahminler Newton-Raphson ve Skorumeta metoduyla elde edilebilmekte ve tahmin edilen parametrelerin anlamlılıkları ayrı ayrı test edilmek istendiğinde t testi kullanılmaktadır. Parametrelerin birlikte anlamlılığını test eden F testi yerine ise Wald veya LR testleri tercih edilmektedir (Gürış ve Çağlayan, 2013, s.679).

1.1.3.1.2. Tartılı En Küçük Kareler Yöntemi

WLS tahmin yönteminde dönüştürülmüş verilere OLS uygulanmaktadır. Bu yöntem, logit modele olduğu gibi probit modele de uygulanabilmekte fakat bu

durumda tartı değişmektedir (Guriş ve ağlayan, 2013, s.678). Probit model WLS ile tahmin edilmek istendiğinde, araç olarak kullanılan hata teriminin varyansı;

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{P_i(1-P_i)}{N_i f_i^2} \quad (1.47)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eşitlikte yer alan $f_i = (F^{-1}(P_i))$ ifadesi ortak standart normal yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir.

1.1.3.2. İkili Probit Modelin Yorumu

Probit model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$P_i = P[Z \leq \beta_0 + \beta_1 X_i] = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i) \quad (1.48)$$

Bu modelde, bağımsız değişken X_i ’de meydana gelen 1 birimlik değişim halinde, bağımlı değişken y ’nin 1’e eşit olma olasılığı üzerindeki marjinal etki araştırılmaktadır. Bu sebeple (1.48) eşitliğinin her iki tarafının da x ’e göre türevi alındığında;

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d\Phi(t)}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i) \beta_1 \quad (1.49)$$

ifadesi elde edilmektedir. Burada t , $(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ ’i, $\Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ ise $(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ ’ye göre hesaplanan olasılık yoğunluk fonksiyonunu temsil etmektedir. Marjinal etkiyi hesaplayabilmek için β_0 ve β_1 yerine bu parametrelerin tahmini değerleri olan $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ kullanılmaktadır.

(1.49) eşitliği, x ’deki bir artışın, p üzerindeki etkisini göstermekte, bu etki, $\Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ olarak ifade edilen probit fonksiyonun eğimine ve β_1 parametresinin büyüklüğüne göre değişmektedir. (1.49) eşitliğinden aşağıdaki çıkarımlar elde edilmektedir (Hill vd., 2011, s.591).

- i. $\Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğu için değeri her zaman pozitif olmakta, dolayısıyla dp/dx 'in işareti β_1 tarafından belirlenmektedir.
- ii. Bağımsız değişken X_i değiştiğinde, $\Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ fonksiyonunun değeri de değişmekte, olasılık yoğunluk fonksiyonu, $z=0$ veya $(\beta_0 + \beta_1 X_i)=0$ olduğunda ise maksimum değere ulaşmaktadır. $p = \Phi(0) = 0.5$ olduğu durumda, önceden verilen örneğe göre, bir firmanın finansal stres periyodu veya finansal başarı periyoduna eşit uzaklıkta olduğu söylenmekte, firmanın finansal stres ve finansal başarı tercihlerinin tam ortasında yer alması sebebiyle, bağımsız değişken X_i 'deki bir değişimin etkisi oldukça büyük olmaktadır. Sınırdan kalma durumunda, probit fonksiyonunun eğimi $p = \Phi(0)$, $z=0$ olduğunda ise probit fonksiyonun eğimi maksimum değere sahip olmaktadır.
- iii. Bir başka ifadeyle, eğer $(\beta_0 + \beta_1 X_i)$, 3 gibi büyük bir değerse, firmanın finansal stres periyodunda olma olasılığı çok yüksektir ve 1 değerine yakındır. Bu durumda bağımsız değişken X_i 'deki bir değişim, $\Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ neredeyse sıfır olacağı için nispeten daha küçük bir etkiye sebep olacaktır.

Probit model sonuçları bir bireyin veya firmanın tercihlerini öngörmek için kullanılabilir. İki durumlu bağımlı değişkenlerin tahmini, birçok alan ve uygulamada kritik bir öneme sahiptir. Örneğin bir banka, kredi başvurusuna onay vermeden önce, başvuru sahibinin krediyi geri ödeyip ödeyemeyeceği hakkında tahminde bulunmakta, geri ödememe riskinin yüksek olduğu durumlarda, ya kredi başvurusunu onaylamamakta ya da daha fazla teminat veya daha yüksek faiz oranları gibi ek şartlar öne sürebilmektedir (Hill vd., 2011, s.591).

Bir bireyin veya firmanın $y=1$ alternatifini seçme olasılığını tahmin etmek için $p = \Phi(\beta_0 + \beta_1 X_i)$ olasılık modeli kullanılarak parametrelerin tahmini değerleri vasıtasıyla, $\tilde{\beta}_0$ ve $\tilde{\beta}_1$, p olasılığı tahmin edilmektedir.

$$\tilde{p} = \Phi(\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_i) \quad (1.50)$$

Sonrasında 0.5 gibi bir eşik değeriyle karşılaştırılarak,

$$\hat{y} = \begin{cases} 1, & \hat{p} \geq 0.5 \\ 0, & \hat{p} \leq 0.5 \end{cases} \quad (1.51)$$

p tercih olasılığı elde edilmektedir.

1.1.4. Logit ve Probit Modellerin Karşılaştırılması

Birlikimli normal ve lojistik dağılımın birbirine benzer olmaları, örnek sayısının büyük olduğu durum haricinde, logit ve probit modelin birbirine yakın sonuçlar vermesine neden olmaktadır. Ancak bu iki modelden elde edilen β parametreleri doğrudan karşılaştırılamamaktadır. Lojistik dağılıma ait varyans değerinin $\pi^2 / 3$ olması sebebiyle, logit modelden elde edilen β_i tahmini değeri $\sqrt{3} / \pi$ değeri ile çarpıldığında, probit modelden elde edilen tahmini değer ile karşılaştırılabilmektedir. Probit modele dayanak teşkil eden standart normal dağılımın varyansı 1'e eşittir (Maddala, 1987, s.328).

Amemiya (1981), logit modelden elde edilen tahmini β değerinin $\sqrt{3} / \pi$ değeri yerine 0.625 değeri ile çarpılması gerektiğini ifade etmektedir. Bu sayede dönüştürme işlemi lojistik dağılım ve standart normal dağılım fonksiyonlarının birbirine daha yakın tahminler vermesini sağlamaktadır (Maddala, 1992, s.329).

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{\text{LOGIT}} &\cong 1.6 \hat{\beta}_{\text{PROBIT}} \\ \hat{\beta}_{\text{PROBIT}} &\cong 0.625 \hat{\beta}_{\text{LOGIT}} \end{aligned}$$

Logit ve probit modellerin katsayıları karşılaştırıldığında, probit model tahmini katsayısı 1.6 ile çarpılarak logit modelin tahmini katsayısı elde edilebilmektedir. Ancak logit model katsayısının 0.625 değeri ile çarpımı daha iyi bir probit katsayısı elde etme noktasında daha makul görünmektedir (Amemiya, 1981, s.1488).

1.1.5. LPM, Logit ve Probit Model için Marjinal Etkiler ve Yorumlar

LPM’de bir değişkene ait eğim katsayısı, diğer değişkenler veri iken, bir bağımsız değişkende meydana gelen bir birimlik değişimin, bir olayın olma olasılığı üzerindeki etkisini (değişmeyi) doğrudan göstermektedir (Gujarati ve Porter, 2012, s.571).

Logit ve probit modellerde, katsayıların yorumlanabilmesi için ilk önce marjinal etkilerin hesaplanması gerekmektedir. Standart bir probit model;

$$E(Y \setminus X) = F(\beta_0 + \beta_1 X_i) \quad (1.52)$$

şeklinde ifade edildiğinde F, birikimli normal dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir. X ’ e göre kısmi türev alındığında,

$$\frac{\delta E(Y \setminus X)}{\delta X} = f(\beta_0 + \beta_1 X_i) \cdot \beta_1 \quad (1.53)$$

eşitliği elde edilmektedir (Pedace, 2013, s.435). Burada f birikimli dağılım fonksiyonudur. Örneğin; tahmin edilmiş bir probit modelde,

$$P_i = F(-3.2 + 0.4X_i)$$

$X_i = 10$ olduğunda $F(0.8)$ olmaktadır. Bu değer, birikimli normal dağılım tablosunda, $Z(0.8)$ noktasında tahmin edilen 0.79 olasılık değerine tekabül etmektedir. X_i değişkenine ait değer 1 birim artırıldığı durumda ise, $X_i = 11$, tahmin edilen olasılık değeri $Z(1.2) = 0.88$ olmakta, marjinal etki ise, $0.88 - 0.79 = 0.9$ olarak ifade edilmektedir (Pedace, 2013, s.435)

Logit model,

$$E(Y \setminus X) = F(\beta_0 + \beta_1 X_i) \quad (1.54)$$

şeklinde ifade edildiğinde F, lojistik dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir. Burada X_i ’ye göre kısmi türev alındığında,

$$\begin{aligned}\frac{\delta E(Y \setminus X)}{\delta X} &= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_i) \beta_1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i)} \left(1 - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i)} \right) \\ &= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_i) \beta_1}{(1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_i))^2}\end{aligned}\quad (1.55)$$

eşitliği elde edilmektedir (Pedace, 2013, s.438).

1.1.6. Tamamlayıcı Log-Log Model

Tamamlayıcı log log model, logit ve probit modelin alternatifi olarak ikili tercih modelleri arasında yer almakta, genellikle bir olayın gerçekleşme olasılığının çok küçük veya çok büyük olduğu durumlarda kullanılmaktadır (Yerdelen, 2005, s.72).

Logit ve probit modelin aksine tamamlayıcı log-log fonksiyonu asimetric özellik göstermekte ve bu sebeple hata terimine ait dağılımın simetrik olmadığı durumlarda kullanılmaktadır (Kutner, Nachtsheim, Neter ve Li, 2005, s.561-562).

Gumbel hata dağılım fonksiyonu;

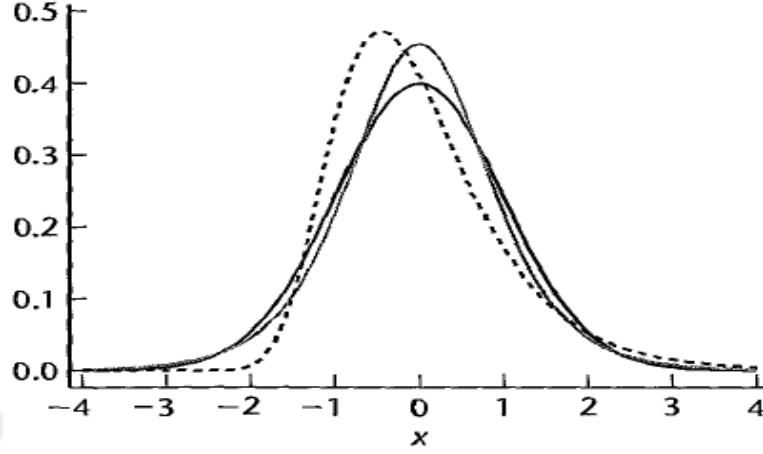
$$\pi_i = 1 - \exp^{-\exp((\beta_0 + \beta_1 X_i))} \quad (1.56)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\beta_0 + \beta_1 X_i$ doğrusal tahmincilerini bulmak için, tamamlayıcı log-log model elde edilmektedir (Kutner, vd., 2005, s.562). Tamamlayıcı log-log model;

$$\pi'_i = \log \left[-\log(1 - \pi(X_i)) \right] = \beta_0 + \beta_1 X_i \quad (1.57)$$

şeklinde ifade edilmekte ve logit model ile birbirlerine oldukça benzemektedirler.

Şekil 1.3 Lojistik, Normal, Gumbel Dağılım Fonksiyonları



Kaynak : (Kutner, vd., 2005, s.562).

Şekilde görüldüğü üzere kesikli çizgi ile belirtilen Gumbel dağılım fonksiyonu, sağa çarpıktır. Standart normal dağılım ve lojistik dağılım fonksiyonlarından gözle görülür bir şekilde farklılık arz etmektedir (Kutner, vd., 2005, s.562). Tamamlayıcı log-log modelin ML tahmincisi için log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\ln L = \sum w_i \ln \Phi(\beta' X_i) + \sum w_i \ln(1 - \Phi(\beta' X_i)) \quad (1.58)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.1.7. Sansürlü (Tobit) Regresyon Modeli

Tobit model olarak da bilinen, Tobin'in (1958) sansürlü regresyon modelinin bağımlı değişkenine ait gerçek(asıl) değerlerden bir kısmı, minimum veya maksimum bir eşik değeriyle sınırlandırılmaktadır. Örnek olarak, bir konser veya spor organizasyonu için satılığa çıkarılan biletler verilebilir. Çünkü konser ve spor organizasyonun yapılacağı mekanın teknik kapasitesi, koltuk sayısı, belirli bir sayıya kadar müsaade etmektedir.

Tobit modelde bağımlı değişken bazı durumlarda sınırlandırılabilen ve bazı gözlemler için pozitif bir değer alırken diğer gözlemler için sıfır değerini alabilmektedir. Sıfır noktasında gözlem kümelenmeleri fazlaca olduğu için veri süreklilik göstermemekte ve bağımlı değişkenin sansürlü olduğu söylenmektedir (Ashenfelter, Levine ve Zimmerman, 2002, s.241).

Probit ve logit modellerde bir kukla değişken gözlemlenirken;

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer } y_i^* > 0 \quad \text{ise} \\ 0 & \text{eğer } y_i^* \leq 0 \quad \text{ise} \end{cases} \quad (1.59)$$

eğer $y_i^* > 0$ ise, y_i^* 'ye ait değerler gözlenmekte, $y_i^* \leq 0$ ise y_i^* 'ye ait değerler gözlenmemektedir. Gözlemlenen y_i aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$y_i = \begin{cases} y_i^* = \beta x_i + u_i & \text{eğer } y_i^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{eğer } y_i^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases}, \quad u_i \sim IN(0, \sigma^2) \quad (1.60)$$

Ekonometrik literatürde ilk olarak Tobin tarafından kullanılan bu model Tobit model olarak, y^* değerine ait bazı gözlemlerin sansürlü olması sebebiyle sansürlü normal regresyon modeli olarak da bilinmektedir (Maddala, 1992, s.339).

Sansürlü bir durumun olasılığının türetilme süreci ile probit modelde olasılık türetilme süreci birbirine çok benzemektedir. Probit ve tobit model için geliştirilmiş olan yapısal modeller arasında fark olmamasına karşın ölçme modelleri birbirinden farklıdır. Tobit modelde y^* 'ye ait değer $y^* > \tau$ olduğu durumda da bilinmekteyken, probit modelde yalnızca $y^* > \tau$ olduğu durumda bilinmektedir. Tobit modelde probit modele göre daha çok bilgi edinilebilmesi sebebiyle β parametre tahminleri Tobit model için daha etkin olmaktadır (Gezer ve Birecikli, 2016, s.72).

1.1.7.1. Tobit Modelinin Tahmini

β ve σ 'ya ait değerler tahmin edilmek istenildiğinde, y_i 'ye ait pozitif gözlemler söz konusu ise, klasik OLS tahmincisinin bir araç olarak kullanılması mümkün olmamaktadır.

$$y_i = \beta x_i + u_i \quad (1.61)$$

Yukarıdaki eşitlikte, hata terimi u_i sıfır ortalamaya sahip değildir. $y_i^* \leq 0$ olduğu durumda, y_i 'ye ait bazı gözlem değerleri 0 olmakta, y_i 'ye ait negatif ve sıfır gözlemler yok sayıldığında ise, yalnızca $u_i > -\beta x_i$ için gözlemler modele dahil edilmektedir. Bu sebeple, u_i hata terimi sıfır ortalamaya sahip olmamaktadır (Maddala, 1992, s.340).

Bir alt sınır veya üst sınıra sahip herhangi bir bağımlı değişkene sansür uygulandığında, regresyon parametrelerinin tahmini için kullanılan OLS tahmincisi yanlı ve tutarsız olmakta ve alternatif tahmin yöntemleri kullanılmaktadır (Hill vd., 2011, s.617).

1.1.7.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

Tobit modeli tahmin etmek için, öncelikle bir olabilirlik fonksiyonu tanımlanmakta ve ML tahmincisi üretilmektedir. $y_i^* \leq 0$ olan gözlemlerin olabilirlik fonksiyonuna katkısı,

$$\begin{aligned} & \text{prob}(-X_i\beta \leq u_i) \\ &= \text{prob}\left(\frac{-X_i\beta}{\sigma} \leq \frac{u_i}{\sigma}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{X_i\beta}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (1.62)$$

şeklinde, $y_i^* > 0$ olan gözlemlerin olabilirlik fonksiyonuna katkısı ise;

$$\text{prob}(y_i^* > 0) \phi(y_i^* | y_i^* > 0) = \Phi\left(\frac{X_i\beta}{\sigma}\right) \frac{1}{\sigma} \frac{\phi[(y_i - X_i\beta)/\sigma]}{\Phi(X_i\beta/\sigma)} \quad (1.63)$$

şeklinde ifade edilmektedir. İki kısmın bir araya getirilmesi ile,

$$L = \prod_{y_i|y_i=0} \left[1 - \Phi\left(\frac{X_i\beta}{\sigma}\right) \right] \cdot \prod_{y_i|y_i>0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_i - X_i\beta)^2}{\sigma^2}\right] \quad (1.64)$$

olabilirlik fonksiyonu elde edilmektedir. Burada Φ , birikimli normal dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir. Olabilirlik fonksiyonu, ikinci kısmı sansürlenmemiş gözlemleri ve tobit modele ait olabilirlik fonksiyonunu, birinci kısmı ise 0 noktasında sansürlenmiş gözlemleri ve aynı zamanda probit modele ait olabilirlik fonksiyonunu gösteren iki parçadan oluşmaktadır (Johnston ve Dinardo, 1997, s.437). Tutarlı tahminçiler elde etmek için, olabilirlik fonksiyonunu β 'ya göre maksimize etmek gerekmektedir (Ashenfelter, vd., 2002, s.241).

Tobit model için log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$l = \sum_{y_i|y_i=0} \ln \left[1 - \Phi \left(\frac{X_i \beta}{\sigma} \right) \right] + \sum_{y_i|y_i>0} \left[\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} - \frac{1}{2} \frac{(y_i - X_i \beta)^2}{\sigma^2} \right] \quad (1.65)$$

şeklinde ifade gösterilmektedir.

1.1.7.1.2. Heckman'ın İki Aşamalı Tahmin Yöntemi

Heckman, ML yöntemi kullanılarak tahmin edilen tobit modelinin alternatif tahmini noktasında, nispeten daha basit iki aşamalı bir prosedür geliştirmiştir. Bu yaklaşım tutarlı parametre tahminçileri verme noktasında ilgi çekicidir (Ashenfelter, vd., 2002, s.241-242).

$$Y_i = \begin{cases} Y_i^* = \beta X_i + u_i & \text{eğer } Y_i^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases} \quad (1.66)$$

Bu noktada Y 'nin ortalama değeri, 0 değerinden büyük olana kadar koşulludur.

$$E[Y_i / Y_i > 0] = \beta X_i + E[u_i | u_i > 0] = \beta X_i + E \left[\frac{u_i}{u_i} > -\beta x_i \right] \quad (1.67)$$

sonrasında,

$$E(u_i | u_i > -\beta x_i) = \frac{\sigma f(\beta X_i)}{F(\beta X_i)} = \sigma \lambda \quad (1.68)$$

burada,

$$\lambda = \frac{f(\beta X_i)}{F(\beta X_i)}$$

f normal yoğunluk fonksiyonunu, F normal birikimli yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir. λ ise devrik Mills oranı veya bazı durumlarda hazard (risk) oranı olarak adlandırılmaktadır.

$$E[Y_i | Y_i > 0] = \beta X_i + \sigma \lambda \quad (1.69)$$

Y_i bağımlı değişkenine ait pozitif değerlerle, X_i üzerine regresyonu kurulduğunda, dışlanan değişken yanlılığı sorunu ortaya çıkmaktadır (modelden λ çıkartılacaktır). λ 'nın tahmini elde edildiğinde ise X_i ve λ üzerinde klasik OLS yöntemi uygulanabilmektedir (Ashenfelter, vd., 2002, s.242-243).

1.1.8. Sayı Modelleri ve Poisson Regresyon Modeli

Çoğu ekonomik değişkenin pozitif tamsayı olduğu bilinmektedir. Belirli bir zaman diliminde bir firmaya verilen patent sayısı veya bireylerin hastaneden aldıkları randevu sayıları gibi verilerle kurulan modellere basitçe sayı modelleri denilmektedir. Bu tip modellerde bağımlı değişken, $Y = 1, 2, 3, \dots$, değerlerini alabilmektedir.

Poisson regresyon modeli ve ortalama parametre;

$$f(y_i | x_i) = \frac{\exp(-\lambda) \lambda^{y_i}}{y_i!}, \quad y_i = 0, 1, 2, \dots \quad (1.70)$$

$$E[y_i | x_i] = \lambda = \exp(x_i' \beta) \quad (1.71)$$

şeklinde gösterilmektedir. Eşitlik (1.71) aynı zamanda “üstel ortalama fonksiyonu” olarak ifade edilmekte, koşullu ortalamanın logaritması parametreleri doğrusal olarak verdiği için de istatistik alanında “log-doğrusal fonksiyon” olarak bilinmektedir (Deniz, 2005, s.61). Log-doğrusal fonksiyon ise,

$$\ln E[y_i | x_i] = \lambda = x_i' \beta \quad (1.72)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.1.8.1. Poisson En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

Poisson modelde bağımsız gözlemlerin log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^n \{y_i x_i' \beta - \exp(x_i' \beta) - \ln y_i!\} \quad (1.73)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bununla birlikte $\hat{\beta}_p$ için Poisson MLE;

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \exp(x_i' \beta)) x_i = 0 \quad (1.74)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $\hat{\beta}_p$ parametresinin hesaplanması için Fisher iterasyon yönteminin kullanılması gerekmekte ancak iterasyon sayısı uygulamadan uygulamaya farklılıklar göstermektedir (Deniz, 2005, s.62). Poisson modelde katsayıların tahmini için;

$$\hat{\beta}_p \overset{a}{\sim} N\left[\beta, V_{ML}\left[\hat{\beta}_p\right]\right] \quad (1.75)$$

eşitliği; varyans değeri için de;

$$V_{ML}\left[\hat{\beta}_p\right] = \left(\sum_{i=1}^n \lambda x_i x_i'\right)^{-1} \quad (1.76)$$

eşitliği kullanılmaktadır.

Poisson regresyon modelinde bağımlı değişkenin dağılımını esas alarak katsayı tahminleri için, ML yöntemi, doğrusal ve karesel varyans fonksiyonları, pseudo ML yöntemi ve genelleştirilmiş doğrusal modeller kullanılmaktadır.

1.1.8.2. Pseudo (Yapay) En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

Poisson regresyon modeli için pseudo ML tahmincisi $\hat{\beta}_p$ için varyans;

$$V_{PML}\left[\hat{\beta}_p\right] = \left(\sum_{i=1}^n \lambda x_i x_i'\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i x_i'\right) \left(\sum_{i=1}^n \lambda x_i x_i'\right)^{-1} \quad (1.77)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada w_i değeri, bağımlı değişkenin koşullu varyans değerini ifade etmektedir. Yapay ML tahmincisi $\hat{\beta}_p$ 'nin dağılımı ise;

$$\hat{\beta}_p \sim N\left[\beta, V_{PML}(\hat{\beta}_p)\right] \quad (1.78)$$

şeklinde gösterilmektedir.

1.1.8.3. Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller Tahmin Yöntemi

Poisson model için ortalama fonksiyon;

$$E[y_i | x_i] = \lambda = \exp(x_i'\beta) \quad (1.79)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bir kanonik bağ fonksiyonu olan poisson yoğunluk fonksiyonu ise;

$$f(y_i | x_i) = \exp\left\{\frac{x_i'\beta y_i - \exp(x_i'\beta)}{\phi} + c(y_i, \phi)\right\} \quad (1.80)$$

şeklinde gösterilmektedir. Eşitlik (1.80)'de $c(y_i, \phi)$ normalleştirme katsayısını belirtmekte, ϕ değeri ise, doğrusal varyans fonksiyonu ve negatif binom dağılımı vasıtasıyla hesaplanmış olan $V[y_i] = \phi\lambda$ fonksiyonundan türetilmektedir (Deniz, 2005, s.63). Birinci mertebe koşullar ile poisson tahmincisi $\hat{\beta}_{GLM}$,

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\phi} (y_i - \exp(x_i'\beta)) x_i = 0 \quad (1.81)$$

eşitliği sayesinde elde edilmektedir (Cameron ve Trivedi, 1998, s.34).

1.1.9. Kesikli Regresyon Modelleri

Bağımlı değişken Y 'nin belirli bir değişim aralığında tutulduğu modellerde, bu aralığa düşmeyen gözlemler tamamen kaybediliyorsa ve dikkate alınmıyorsa bu tür modellere kesikli model adı verilmektedir. Kesikli regresyon modellerinde, bağımlı değişkendeki bilgi, bağımsız değişkenlerdeki bazı değerlerin kaybolması sebebiyle yitirilmekte, şayet değer, belirli bir eşik değerinin altında veya üzerinde ise gözlemlenmemektedir.

Doğrusal bir regresyon modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$y_i = x_i' \beta + \varepsilon_i \quad (1.82)$$

Modelin deterministik kısmı $\mu_i = x_i' \beta$ şeklindedir. $\varepsilon_i | x_i \sim N[0, \sigma^2]$ varsayımı altında;

$$y_i | x_i \sim N[x_i' \beta, \sigma^2]$$

elde edilmektedir. $y_i > a$ durumunda dağılım;

$$E[y_i | y_i > a] = x_i' \beta + \sigma \frac{f[(a - x_i' \beta) / \sigma]}{1 - \Phi[(a - x_i' \beta) / \sigma]} \quad (1.83)$$

şeklinde veya;

$$E[y_i | y_i > a] = x_i' \beta + \sigma \lambda(\alpha_i) \quad (1.84)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $\alpha_i = (a - x_i' \beta) / \sigma$ olmak üzere koşullu ortalama, a , σ , x ve β 'nın doğrusal olmayan bir fonksiyonunu göstermektedir (Greene W. H., 2003, s.760).

1.1.9.1. Kesikli Normal Dağılım

X sürekli tesadüfi bir değişken, $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonu ve a bir sabit olmak üzere;

$$f(x | x > a) = \left(\frac{f(x)}{P(x > a)} \right) \quad (1.85)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kesikli dağılım aynı zamanda koşullu bir dağılım özelliği göstermektedir. x , μ ortalama ve σ standart sapma ile normal dağıldığında olasılık fonksiyonu;

$$P(x > a) = 1 - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi(a) \quad (1.86)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $a = (a - \mu) / \sigma$ ve $\Phi(\cdot)$ standart normal birikimli dağılım fonksiyonudur. Kesikli normal dağılımın yoğunluğu ise;

$$f(x|x > a) = \frac{f(x)}{1 - \Phi(a)} = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp(-(x - \mu)^2 / (2\sigma^2))}{1 - \Phi(a)} = \frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (1.87)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\phi(\cdot)$ standart normal olasılık yoğunluk fonksiyonunu temsil etmektedir. Sıfır noktasında kesikli tesadüfi değişkenler için poisson dağılımı ise;

$$P[Y = y|y > 0] = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^y) / y!}{P[Y > 0]} = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^y) / y!}{1 - P[Y = 0]} = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^y) / y!}{1 - e^{-\lambda}}, \quad \lambda > 0, y = 1 \quad (1.88)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Greene W. H., 2003, s.757).

1.1.9.2. Kesikli Regresyon Modelinin Tahmini

Kesikli regresyon modellerinin tahmininde OLS ve ML yöntemleri kullanılmaktadır. Bu tahmin yöntemlerine aşağıda değinilmiştir.

1.1.9.2.1. En Küçük Kareler Yöntemi

Aşağıdaki eşitlik vasıtasıyla kesikli regresyon modelinin OLS tahmini yapılabilmektedir.

$$E[y_i|y_i > a] = x_i' + \sigma\lambda(\alpha_i) \quad (1.89)$$

buradan,

$$\begin{aligned} y_i | y_i > a &= E[y_i|y_i > a] + u_i \\ &= \beta'x_i + \sigma\lambda_i + u_i \end{aligned} \quad (1.90)$$

elde edilmektedir. u_i sıfır ortalamalı ve heteroskedastiktir. Hata teriminin varyansı;

$$\text{Var}[u_i] = \sigma^2(1 - \lambda_i^2 + \lambda_i\alpha_i) = \sigma^2(1 - \delta_i) \quad (1.91)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\text{Var}[u_i]$, x 'in bir fonksiyonudur.

1.1.9.2.2. En Çok Olabilirlik Yöntemi

i. gözlem için olabilirlik fonksiyonu;

$$f(y_i) = \frac{\frac{1}{\sigma} \phi[(y_i - \beta'x_i)/\sigma]}{1 - \phi[(a - \beta'x_i)/\sigma]} \quad (1.92)$$

şeklinde, log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\ln L = -\frac{n}{2} [\ln(2\pi) + \ln \sigma^2] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta'x_i)^2 - \sum_{i=1}^n \left[\ln 1 - \phi\left(\frac{a - \beta'x_i}{\sigma}\right) \right] \quad (1.93)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Olabilirlik fonksiyonunun doğrusal olmaması sebebiyle doğrusal olmayan modeller için önerilen yöntemler uygulanabilmektedir. Yukarıdaki eşitliğin maksimizasyonu için 1. mertebe koşul;

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \begin{pmatrix} \beta \\ \sigma^2 \end{pmatrix}} = \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} \left[\frac{y_i - \beta'x_i}{\sigma^2} - \frac{\lambda_i}{\sigma} \right] x_i \\ -\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(y_i - \beta'x_i)^2}{2\sigma^4} - \frac{a_i \lambda_i}{2\sigma^2} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n g_i = 0 \quad (1.94)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada; $a_i = (a - \beta'x_i)/\sigma$ ve $\lambda_i = \phi(a_i)/[1 - \phi(a_i)]$ eşitlikleri bulunmakta ve bu model için Hessian da hesaplanabilmektedir.

1.1.10. İkili Tercih Modellerinde Parametre Anlamlılık Testleri

Probit ve logit model parametrelerinin anlamlılığı sınanırken kullanılan hipotez testleri t testini baz alır. Temel hipotez;

$$H_0 : \beta_i = \beta^*$$

şeklinde ise; probit model için test istatistiği,

$$t = \frac{\tilde{\beta}_i - \beta^*}{\text{se}(\tilde{\beta}_i)} \sim t_{n-k} \quad (1.95)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\tilde{\beta}_i$, probit parametre tahmincisini, n , örneklem büyüklüğünü, k parametre sayısını ifade etmektedir. Örneklem sayısının büyük olduğu durumlarda, t_{n-k} dağılımı kullanılarak elde edilen kritik değerler, standart normal dağılımla elde edilen kritik değerlere yakınsamaktadır.

1.1.10.1. Wald Testi

Wald test istatistiği, kısıtlanmış ve kısıtlanmamış model tahminlerini gerektirmektedir. Wald test istatistiği;

$$W = \frac{\sum e_{kısıtlı}^2 - \sum e_{kısıtsız}^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \quad (1.96)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eşitlikte yer alan $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$, kısıtlanmamış modelin hata terimine ait varyans tahminini temsil etmekte ve;

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \sum e_{kısıtsız}^2 / n \quad (1.97)$$

şeklinde gösterilmektedir. Wald test istatistiği, 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır. Wald test istatistiği χ^2 tablo değeriyle karşılaştırılarak parametrelerin anlamlılıkları hakkında bilgi edinilmektedir. Wald test istatistiğinin hesaplanan değeri, χ^2 tablo değerinden büyükse sıfır hipotezi reddedilerek, istatistiki olarak parametrelerin birlikte anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır (Gujarati ve Porter, 2012, s.259).

1.1.10.2. Lagrange Çarpanı (LM) Testi

Lagrange çarpanı test istatistiği;

$$LM = g_i' V_i g_i$$

şeklinde ifade edilmektedir. g_i , kısıtlanmamış modelin 1. türevini ve V_i , ML tahmincisinin asimtotik kovaryans matrisinin 3 tahmincisinden birini temsil etmektedir. LM test istatistiği;

$$LM = \left(\sum_i g_i X_i \right)' \left\{ \sum_i E[H_i] X_i X_i' \right\}^{-1} \left(\sum_i g_i X_i \right) \quad (1.98)$$

şeklinde gösterilmektedir. H_i ;

$$H_i = d^2 \ln F_i / d(\beta' X_i)^2$$

ikinci türevin gösterimidir. LM test istatistiği, test yapılan parametre sayısı kadar serbestlik derecesine sahip olmakta ve χ^2 dağılıma uymaktadır.

$$LM = nR^2$$

R^2 , X_i ve $Y_i - P$ arasında kurulan regresyon modelinin belirginlik katsayısını göstermektedir.

1.1.10.3. Olabilirlik Oranı (LR) Testi

Olabilirlik oranı testi logit ve probit model için eğim katsayılarının tamamının sıfır olduğu temel hipotezini sınamak için kullanılmaktadır. Genel model;

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad (1.99)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Temel hipotez ise;

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

şeklinde gösterilmektedir. Kısıtlanmamış model;

$$\ln \left[\frac{P(D_i = 1)}{1 - P(D_i = 1)} \right] = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad (1.100)$$

ve kısıtlanmış model;

$$\ln \left[\frac{P(D_i = 1)}{1 - P(D_i = 1)} \right] = \beta_0 + u_i \quad (1.101)$$

olarak ifade edilmektedir. Kısıtlanmış model sadece sabit parametre ve hata teriminden oluşmaktadır. Her iki model için olabilirlik fonksiyonu;

$$LR = -2 \left[\ln \hat{L}_R - \ln \hat{L} \right] \quad (1.102)$$

şeklinde gösterilir. $\hat{L}_R$ kısıtlanmış model için, $\hat{L}$ ise kısıtlanmamış model için log-olabilirlik fonksiyonlarını temsil etmektedir. LR test istatistiği k serbestlik dereceli χ^2 dağılımlıdır.

1.1.11. Uyum İyiliği Ölçüleri

Bağımlı değişken Y'nin yalnızca iki değer aldığı durumda, geleneksel R^2 ölçütünün kullanımı problem doğurmaktadır. Bağımlı değişkenin tahmin edilen değerleri ($\hat{Y}_i$) olasılıkları, gerçek değerleri ise 0 veya 1 değerlerinden birisini ifade etmektedir. Eğer hali hazırda bir sabit terim tahmin edilmiş ise, doğrusal regresyon modelinde de olduğu gibi, LPM ve logit model için $\sum Y = \sum \hat{Y}$ ilişkisi elde edilmektedir. Probit model için, yaklaşık olarak geçerli olmasına rağmen, böylesi bir mutlak ilişki bulunmamaktadır (Maddala, 1992, s.332).

Modelin uyum iyiliği hakkında bilgi veren belirginlik katsayısı, doğrusal modeller için bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkendeki değişimin ne kadarını açıkladığını ifade etmektedir. Doğrusal modeller için iyi bir ölçü olan belirginlik katsayısı, LPM, logit ve probit modeller için zayıf bir ölçü olarak kabul edilmektedir. Bu modeller için hesaplanan R^2 değerinin $[0-1]$ aralığı ile sınırlandırılmaması araştırmacıları ikili tercih modelleri için modelin açıklama gücünü ifade eden R^2 benzeri uyum iyiliği ölçülerini yorumlamaya itmiştir (Çağlayan ve Astar, 2010, s.1-12). İkili tercih modelleri için önerilen birçok R^2 tipi uyum iyiliği ölçüsü bulunmaktadır. Doğrusal regresyon modelinin söz konusu olduğu durumlarda tüm uyum iyiliği ölçüleri aynı işlevi görmektedir. Ancak nitel bağımlı değişkenli modeller söz konusu olduğunda bu ölçüler aynı işlevi görmemektedir (Maddala, 1992, s.332-333)

Uyum iyiliği ölçülerinin çoğu, $[0-1]$ aralığının dışında da tamamen standartlaştırılmamış değerler alabilmektedir. Farklı Pseudo- R^2 ölçülerinin önerilmesinin en büyük sebebi, R^2 gibi $[0-1]$ aralığında kalan ve yorumlanması

daha kolay olan bir ölçünün elde edilmeye çalışılmasıdır. Bu sebeple, McFadden (1973) olabilirlik oranı endeksi olarak da adlandırılan ve log-olabilirlik değerlerine dayanan bir ölçü önermektedir. Fakat bu ölçü değerlerinin $[0-1]$ aralığının dışında olması sebebiyle yorumunun nasıl yapılacağı açık değildir. McKelvey ve Zavoina (1975) açıklanan pseudo varyans uyum iyiliği ölçüsünü belirlemek amacıyla tahmini yapılan logitlerin varyansından faydalanmıştır. Maddala (1983), en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak tahmin edilen herhangi bir model için uygulanabilen Pseudo- R^2 ölçüsünü geliştirmiştir. Cox ve Snell (1989), minimum değeri 0 maksimum değeri ise 1 den küçük olan ve olabilirlik değerine dayalı bir ölçü önermektedir. Bu ölçünün hesaplanması olabilirlik değerlerinin $2/n$ üssü alınarak yapılmaktadır. Cox ve Snell'in ölçüsüne bir düzeltme öneren Nagelkerke (1991) ölçünün maksimum değerinin 1 ve aralığın $[0-1]$ olmasını sağlamıştır.

Nitel bağımlı değişkenli modellerde Pseudo- R^2 ve McFadden- R^2 olmak üzere en çok kullanılan iki ölçü, R^2 yerine kullanılabilmektedir (Güriş ve Çağlayan, 2013, s.681). Sırasıyla;

$$PseudoR^2 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2(\text{Log}L_1 - \text{Log}L_0)}{N}} \quad (1.103)$$

$$McFaddenR^2 = 1 - \frac{\text{Log}L_1}{\text{Log}L_0} \quad (1.104)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $\text{Log}L_1$, maksimize edilmiş log-olabilirlik fonksiyonunu, $\text{Log}L_0$, yalnız sabit parametrenin olduğu modelin olabilirlik değerinin alabileceği en büyük değeri temsil etmektedir. N gözlem sayısını belirtmektedir. Sadece bir sabitli modelde, $\text{pr}(y_i = 1) = p$ olarak gösterilmekte, ikili bir tercih modelinde ise;

$$\hat{P}_{ML} = N_1 / N$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $N_1 = \sum y_i$ 'dir. Bu durumda $\text{log}L_0$;

$$\text{log}L_0 = N_1 \log(N_1 / N) + (N - N_1) \log(1 - (N_1 / N)) \quad (1.105)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.2. Çoklu Tercih Modelleri

Çoklu tercih modellerinde, bağımlı değişken ikiden fazla durumu temsil etme noktasında yine ikiden fazla değer almaktadır. Uygulamalı ekonometrik araştırmalarda sıklıkla karşılaşılan çoklu tercih modelleri, sıralanmış ve sıralanmamış değişkenleri içeren modeller olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.

1.2.1. Sıralı Tercih Modelleri

Sınırlı bağımlı değişkenin sıralı olması durumunda kullanılan, nitel tercih modeline sıralı tercih modeli denilmekte genellikle anketlerde sıralı tercih verisine rastlanabilmektedir. Örneğin bir anket çalışmasında bazı durumlarda katılımcılar, kesinlikle katılıyorum, katılıyorum, kararsızım, kesinlikle katılmıyorum ve katılmıyorum gibi cevapları olan sorularla karşılaşmakta ve bu durumda beş tane muhtemel cevap söz konusu olmaktadır. Bu sorulara verilen cevaplar açık bir şekilde doğal bir sıralamaya tabi tutulabilmektedir (Davidson ve MacKinnon, 1999, s.458).

$$y = \begin{pmatrix} 1 & \text{kesinlikle katılmıyorum} \\ 2 & \text{katılmıyorum} \\ 3 & \text{kararsızım} \\ 4 & \text{kesinlikle katılıyorum} \\ 5 & \text{katılıyorum} \end{pmatrix}$$

$$y_i^* = X_i' \beta + \varepsilon_i$$

$$y_i = j \text{ eğer } \gamma_{j-1} < y_i^* \leq \gamma_j \text{ ise}$$

burada γ_j bilinmeyen, $\gamma_0 = -\infty$, $\gamma_1 = 0$ ve $\gamma_M = \infty$ 'dur.

İkili probit ve logit modellerde, bağımlı değişken genellikle 1 veya 0, evet veya hayır gibi sadece iki cevabı olan değerler almaktadır. Bir bağımlı değişken yukarıdaki örnekteki gibi iki değerden fazlası ile tanımlanmaktaysa ve bu değerler yukarıdaki gibi doğal bir sıralamaya sahipse, bu bağımlı değişkenin tanımlanabileceği uygun model sıralı probit veya sıralı logit model olmaktadır.

Sıralı modellerde bağımlı değişkenin ardışık yapısı sebebiyle çoklu logit modelin kullanılması uygun olmamaktadır. Bağımlı değişkene ait kategoriler arasında eşit aralık gerektirdiği için tahmin yöntemi olarak OLS'nin kullanımı da tercih edilmemektedir (Tong ve Solgaard, 2017, s.181-188). Sıralı modeller, sıralı probit veya logit model yerine çoklu logit (MNL) veya OLS ile analiz edildiğinde, elde edilen sonuçlar birbirinden oldukça farklı çıkmaktadır (William ve Kennedy, 1992, s.127-131).

1.2.1.1. Sıralı Probit Model

İkili logit ve probit modellerde bağımlı değişkenin “evet” veya “hayır” biçiminde ikili değerle tanımlanabilmesi için modelleme yapılmaktadır. Alan araştırmaları için kullanılan cevap değişkeni genelde “Kesinlikle Katılıyorum”, “Kısmen Katılıyorum” ve “Kesinlikle Katılmıyorum” biçiminde likert ölçeği baz alınarak elde edilmektedir. Dolayısıyla araştırmalarda kullanılan bu cevaplar doğası gereği sıralı durumda olmaktadır. Aynı durumla eğitim seviyesinin belirlenmesinde de karşılaşılmaktadır (Gürler, Turgutlu, Kırıcı ve Üçdoğruk, 2007, s.89-101). Anket araştırmasına katılan kişilerin eğitim seviyelerini belirlemek için kullanılan cevap değişkenleri “Ortaokul”, “Lise” ve “Üniversite” olmak üzere sıralı bir şekildedir (Greene W. H., 2002, s.738).

Sıralı şekilde tanımlanan bağımlı değişkenin modellenmesinde literatürde sıkça kullanılan sıralı probit veya logit regresyon kullanılmaktadır. Sıralı probit modelde de ikili probit modelde olduğu gibi regresyon aşağıdaki gibi yazılmaktadır (McKelvey ve Zavoina, 1975, s.103-112).

$$y_i^* = X_i'\beta + u_i \quad (1.106)$$

burada y_i^* , 0 ile m arasında değerler alan bir sıralı değişkeni temsil etmektedir.

$$y_i = j \quad \mu_{j-1} < y_i^* \leq \mu_j$$

$j = 0, \dots, m$ değerlerini almaktadır.

$$y_i = 0 \text{ eğer } \mu_{-1} < y_i^* \leq \mu_0 \text{ ise}$$

$$y_i = 1 \text{ eğer } \mu_0 < y_i^* \leq \mu_1 \text{ ise}$$

$$y_i = 2 \text{ eğer } \mu_1 < y_i^* \leq \mu_2 \text{ ise}$$

= ...

$$y_i = j \text{ eğer } \mu_{j-1} < y_i^* \leq \mu_j \text{ ise} \quad i = 1, \dots, n; y_i = 0, 1, \dots, J \quad (1.107)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Greene W. H., 2003, s.736).

Burada μ , sıralı bağımlı değişkeni tanımlayan tahmin edilebilir eşik değerlerini ifade etmektedir. Genellikle bu eşik değerlerinin tahmini, sıralı tam sayı değerlerine karşılık gelen β model parametreleri ile birlikte yapılmaktadır. J ise en yüksek sıralı tamsayı değerini ifade etmektedir (Al-Bdairi ve Hernandez, 2017, s.93-100).

Sıralı probit model için log-olabilirlik fonksiyonunu elde etmek için üç duruma ait olasılıklara ihtiyaç duyulmaktadır. Hata teriminin normal dağılım özelliği taşıdığı bilinmekte ve buna dayanarak olasılıklar;

$$\text{Prob}(y = 0|x) = \Phi(-x'\beta)$$

$$\text{Prob}(y = 1|x) = \Phi(\mu_1 - x'\beta) - \Phi(-x'\beta)$$

$$\text{Prob}(y = 2|x) = \Phi(\mu_2 - x'\beta) - \Phi(\mu_1 - x'\beta)$$

$$\text{Prob}(y = j|x) = 1 - \Phi(\mu_{j-1} - x'\beta)$$

ve,

$j = m$ ("en yüksek" kategori) için genel form aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\text{Prob}(y = m|x) = 1 - \Phi(\mu_{m-1} - x'\beta) \quad (1.108)$$

Burada Φ , standart normal birikimli dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir. Bütün olasılık değerleri pozitif olmakla birlikte $0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_{m-1}$ şeklinde ifade edilmektedir.

Sıralı probit model bağımsız değişkenlerinin marjinal etkileri, katsayılarla eşit olmamaktadır. Örneğin sadece bir tane bilinmeyen eşik parametresine sahip üç kategorili sıralı bir durum dikkate alındığında olasılıklar,

$$\text{Prob}(y = 0|x) = 1 - \Phi(-x'\beta)$$

$$\text{Prob}(y = 1|x) = \Phi(\mu - x'\beta) - \Phi(-x'\beta)$$

$$\text{Prob}(y = 2|x) = 1 - \Phi(\mu - x'\beta) \quad (1.109)$$

şeklinde elde edilmektedir. Hesaplanan üç olasılık değeri için, bağımsız değişkenlerde meydana gelen değişim için marjinal etkiler ise,

$$\frac{\partial \text{Prob}(y = 0|x)}{\partial x} = -\Phi(x'\beta)\beta$$

$$\frac{\partial \text{Prob}(y = 1|x)}{\partial x} = [\Phi(-x'\beta) - \Phi(\mu - x'\beta)]\beta$$

$$\frac{\partial \text{Prob}(y = 2|x)}{\partial x} = \Phi(\mu - x'\beta)\beta \quad (1.110)$$

şeklinde hesaplanmaktadır (Greene W. H., 2002, s.738).

Sıralı probit modelin tahmini ML yönteminin kullanımıyla mümkün olmaktadır. $y_i = j$ iken 1'e aksi halde 0 a eşit olan Z_{ij} gibi bir indeks değişkeni tanımlanarak log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \sum_{j=0}^m Z_{ij} \ln(\Phi_{ij} - \Phi_{i,j-1}) \quad (1.111)$$

burada $\Phi_{ij} = (\mu_j - x'\beta)$ ve $\Phi_{i,j-1} = (\mu_{j-1} - x'\beta)$ olarak ifade edilmektedir.

1.2.1.2. Sıralı Logit Model

Sıralı logit modelde de bağımlı değişken sıralı değerler almakta ancak bu sıra seçeneklerin gücü hakkında bilgi vermemektir. Bu sebeple seçeneklerin arasındaki aralıkların eşit olduğu varsayılmaktadır. Yukarıda verilen örnekte, anket

katılımcısının vermesi muhtemel 5 cevap, 1 den 5'e kadar sıra değeri ile kodlanarak sayısal bir şekilde ifade edilmektedir. Fakat sıra değerleri, seçeneklerin birbirlerine karşı sayısal üstünlükleri olduğunu göstermemekte, seçenekler arasında eşit aralıklar bulunmaktadır. Sıralı logit modelde de ikili logit modelde olduğu gibi regresyon,

$$y^* = X'\beta + u, \quad u \sim L(\mu|\sigma), \quad \mu = 0, \quad \sigma^2 = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \quad (1.112)$$

şeklinde gösterilmektedir.

$$y = 0 \text{ eğer } -\infty < y^* < \mu_0 \text{ ise}$$

$$y = 1 \text{ eğer } \mu_0 < y^* < \mu_1 \text{ ise}$$

$$y = 2 \text{ eğer } \mu_1 < y^* < \mu_2 \text{ ise}$$

$$y = j \text{ eğer } \mu_{j-1} < y^* \text{ ise} \quad (1.113)$$

burada β ve μ_j tahmin edilecek olan parametreleri, u , $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ varyanslı, beklenen değeri 0'a eşit olan lojistik tesadüfi dağılıma sahip hata terimini temsil etmektedir.

y^* deterministik bir yapıya sahip olmadığı için muhtemel tek olasılık fonsiyonu;

$$P(y = j|x) = P(\mu_{j-1} < y^* < \mu_j) = L(\mu_j - \beta x) - L(\mu_{j-1} - \beta x), \quad j = 0, \dots, J \quad (1.114)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada L , lojistik birikimli dağılım fonksiyonunu temsil etmektedir (Ballerini, Lovreglio, Hernández, 2016, s.63).

Sıralı probit modelin benzerlik fonksiyonunda, birikimli normal dağılım ve standart normal olasılık yoğunluk fonksiyonlarının yerine birikimli lojistik dağılım ve lojistik fonksiyonun yerleştirilmesi sonucunda sıralı logit model elde edilmektedir. Sıralı logit modelde birçok alternatif arasından bir seçim yapma olasılığı,

$$P_j = \Lambda(\beta'X)$$

$$P_{j-1} = \Lambda(\beta'X + \gamma_1) - \Lambda(\beta'X)$$

$$P_{j-2} = \Lambda(\beta'X + \gamma_1 + \gamma_2) - \Lambda(\beta'X + \gamma_1) \quad (1.115)$$

..

..

olarak hesaplanmaktadır. Sıralı logit modelin bir başka gösterimi ise aşağıdaki gibidir.

$$P(Y_i = 0) = \Lambda(\gamma_1 - X_i'\beta)$$

$$P(Y_i = 1) = \Lambda(\gamma_2 - X_i'\beta) - \Lambda(\gamma_1 - X_i'\beta)$$

...

...

$$P(Y_i = J) = 1 - \Lambda(\gamma_J - X_i'\beta) \quad (1.116)$$

Sıralı logit model en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak tahmin edilmektedir. Olabilirlik fonksiyonu olasılıklardan faydalanılarak oluşturulmakta ve herhangi bir x değeri için bir sonucun olasılığı,

$$P(Y_i = m | x_i) = F(\tau_m - x_i\beta) - F(\tau_{m-1} - x_i\beta) \quad (1.117)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Y'nin herhangi bir değeri için olasılıklar,

$$Y_i = 1, P(Y_i = 1 | x_i, \beta, \tau)$$

$$Y_i = m, P(Y_i = m | x_i, \beta, \tau)$$

$$Y_i = j, P(Y_i = j | x_i, \beta, \tau) \quad (1.118)$$

şeklinde gösterilmektedir. Modelin belirlenebilmesi β_0 veya τ_i 'nin sifıra eşit olmasına bağlıdır. Sıralı logit modelde bu olasılıklar için olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$L(\beta, \tau | Y, x) = \prod_{j=1}^M \prod_{Y_i=j} P(Y_i = j | x_i, \beta, \tau)$$

$$= \prod_{j=1}^M \prod_{Y_i=j} \left[F(\tau_i - x_i\beta) - F(\tau_{j-1} - x_i\beta) \right] \quad (1.119)$$

log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\ln L(\beta, \tau|Y, x) = \sum_{j=1}^J \sum_{Y_i=j} \ln \left[F(\tau_i - x_i\beta) - F(\tau_{j-1} - x_i\beta) \right] \quad (1.120)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu fonksiyonun maksimizasyonu, β ve τ için tutarlı, asimtotik normal ve etkin tahminciler vermektedir.

1.2.2. Sıralı Olmayan Tercih Modelleri

Sıralı olmayan tercih modellerinde, bağımlı değişkenin alması muhtemel (alternatif) değerler doğal bir sıralamaya tabi tutulamamaktadır. Örneğin şehirler arası seyahat için insanlar sıklıkla uçak, şahsi taşıt, tren veya otobüs gibi alternatiflere sahip olabilmekte fakat bu dört tercihi doğal olarak sıralayamamaktadırlar (Davidson ve MacKinnon, 1999, s.458).

1.2.2.1. Tesadüfi Fayda Modelleri

Tesadüfi Fayda modeline göre bir tüketici, en yüksek tatmin düzeyini veya faydayı elde edeceği 0 ve 1 gibi iki seçenek arasından bir seçim yapmaktadır. Nitel bağımlı değişken y , en yüksek fayda düzeyi 1 alternatifinin seçiminde ise 1, 0 alternatifinin seçiminde ise 0 değerini almaktadır (Cameron ve Trivedi, 2005, s.476).

Çoklu, ikili, koşullu ve yuvalanmış (nested) logit model (NMNL), tesadüfi fayda teorisini esas almaktadır. Bu teoride, rasyonel davranan bir bireyin iki alternatif arasından kendisine en çok faydayı sağlayacak olanı seçeceği varsayılmaktadır (Özkoç ve Üçdoğruk, 2008, s.35-61).

Tesadüfi fayda modeline göre 0 ve 1 alternatiflerinin faydaları aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$V_1 - V_0 = X'\beta$$

$$U_1 = V_1 + \varepsilon_1$$

$$U_0 = V_0 + \varepsilon_0$$

$$U_1 = V_1 + \varepsilon_1 \quad (1.121)$$

burada V_0 ve V_1 fayda fonksiyonunun deterministik bileşenlerini, ε_0 ve ε_1 ise tesadüfi bileşenlerini oluşturmaktadır (Cameron ve Trivedi, 2005, s.477). Bu sebeple tesadüfi fayda modelinin, sırasıyla gözlenen ve gözlenmeyen bileşenleri temsil eden, deterministik ve stokastik unsurlardan oluştuğu da söylenmektedir (Özkoç ve Üçdoğruk, 2008, s.35-61).

Birinci alternatifin faydasının, ikinci alternatifin faydasından büyük olduğu durumda, $U_1 > U_0$, nitel bağımlı değişken bir değerini, $Y = 1$, almaktadır. Birinci alternatifin tercih edildiği durum göz önünde bulundurulduğunda;

$$\begin{aligned} \text{pr}[y=1] &= \text{pr}[U_1 > U_0] \\ &= \text{pr}[V_1 + \varepsilon_1 > V_0 + \varepsilon_0] \\ &= \text{pr}[\varepsilon_0 - \varepsilon_1 < V_1 - V_0] \\ &= F[V_1 - V_0] \end{aligned} \quad (1.122)$$

olasılığı elde edilmektedir. Burada F , $(\varepsilon_0 - \varepsilon_1)$ 'in birikimli yoğunluk fonksiyonunu temsil etmektedir. $V_1 - V_0 = X'\beta$ olduğu durumda, $\text{pr}[y=1] = F(X'\beta)$ olmaktadır (Cameron ve Trivedi, 2005, s.477).

1.2.2.1.1. Çoklu Doğrusal Olasılık Modeli

Aşağıdaki “mutlak fayda” gösterimi için belirli olasılık fonksiyonları, $V(x, s)$ fonksiyonlarına parametrik biçimler tanımlanarak elde edilmektedir.

$$P_i = \frac{\exp(V_i - a_i)}{\sum_{j=1}^J \exp(V_j - a_j)} \quad (1.123)$$

Bilinmeyen parametrelerde log-doğrusal yapıdaki bir $V(x, s)$ fayda fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$V(x^i, s) = \log \left[\sum_{k=1}^K \beta_k Z^k(x^i, s) \right] \quad (1.124)$$

Burada x^i i. birim için gözlemlenen tutumları, s , karar vericilerin karakteristiğini, β bilinmeyen parametreleri ifade etmektedir. Sonrasında;

$$0 \leq \sum_{k=1}^K \beta_k Z^k(x^i, s) \leq 1 \quad i = 1, \dots, J \quad (1.125)$$

ve,

$$\sum_{i=1}^J \sum_{k=1}^K \beta_k Z^k(x^i, s) = 1 \quad (1.126)$$

koşullarının sağlandığı varsayımı altında olasılık fonksiyonları;

$$P_i = h(B, s, i) = \sum_{k=1}^K \beta_k Z^k(x^i, s) \quad (1.127)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu model LPM'nin çoklu uzantısı olarak da tanımlanabilmektedir (Domencich ve McFadden, 1975, s.79-80).

Çoklu doğrusal olasılık modeli, LPM'den farklı olarak $j = 1, 2, \dots, J$ alternatifine sahiptir. Böylelikle;

$$y_i = y_i \beta + \varepsilon_i \quad (1.128)$$

$J = 3$ alternatifli bir durum için her bir alternatifin tercih edilme olasılıkları;

$$\begin{aligned} P_{1i} &= \beta_0 + \beta_1 X_i \\ P_{2i} &= \beta_2 + \beta_3 X_i \\ P_{3i} &= \beta_4 + \beta_5 X_i \end{aligned} \quad (1.129)$$

şeklinde ifade edilmektedir. P_{ji} , i. birimin j. alternatifini tercih etme olasılığını göstermektedir. Her üç tercihte X_i 'nin aynı olması durumunda LPM, OLS yöntemi ile ayrı ayrı tahmin edilebilmektedir. İstenilen tercih için $Y_i = 1$ atanarak bir grupta, diğer iki tercih de $Y_i = 0$ kabul edilerek ikinci bir grupta toplanmaktadır. J tercih için

bağımsız değişken veya değişkenlerin aynı olması halinde model için aşağıdaki özellikler geçerli olmaktadır (Genceli, 1987, s.213-244).

$$\begin{aligned}
\text{i.} \quad & P_{1i} + P_{2i} + P_{3i} = 1 \\
\text{ii.} \quad & \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 = 1 \\
\text{iii.} \quad & \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_4 = 1 \\
\text{iv.} \quad & \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_5 = 1
\end{aligned} \tag{1.130}$$

bu durumda alternatifler için OLS tahminlerinin toplamı;

$$\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_5 = \frac{\sum (P_{1i} + P_{2i} + P_{3i}) X_i}{\sum X_i^2} = 0 \tag{1.131}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_4 &= (\bar{P}_1 - \hat{\beta}_1 \bar{X}) + (\bar{P}_2 - \hat{\beta}_3 \bar{X}) + (\bar{P}_3 - \hat{\beta}_5 \bar{X}) \\
&= (\bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3) - (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_5) \bar{X} = 1
\end{aligned} \tag{1.132}$$

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{1i} + \hat{P}_{2i} + \hat{P}_{3i} &= (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i) + (\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3 X_i) + (\hat{\beta}_4 + \hat{\beta}_5 X_i) \\
&= (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_4) + (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 + \hat{\beta}_5) X_i = 1
\end{aligned} \tag{1.133}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Çoklu LPM’de her bir denklem için bağımsız değişkenlerin aynı olmadığı durumda, toplam olasılıklar 1’e eşit olmamaktadır. Bu sebeple OLS yerine GLS bu model için daha uygun bir tahmin yöntemi olarak görülmektedir (Çelik, 2013, s.64).

1.2.2.1.2. Çoklu Logit Model

Çoklu logit (MNL) modeli tesadüfi fayda kuramını temel alan modellerdendir. Bu kurama göre karşısına birden fazla alternatif sunulan tüketici bu alternatiflerden kendisi için faydası en yüksek olanı seçmektedir. Fayda fonksiyonu;

$$U_{ij} = \sum_{k=1}^K \beta_{jk} X_{ik} + \sum_{s=1}^S \gamma_{is} W_{js} + \epsilon_{ij} = Z_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad k=1,2,\dots,K \quad s=1,2,\dots,S \tag{1.134}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada;

U_{ij} : i. bireyin j. alternatifini seçmesi sonucunda elde ettiği fayda,

X_{ik} : i. bireyin özelliklerini gösteren K değişkenleri,

W_{js} : j. alternatifin niteliklerini gösteren değişkenlerin değerleri,

β_{jk} : j. alternatif için k. özellikleri

γ_{is} : i. bireyin s. özellikleri

ifade etmektedir. Z_{ij} fayda fonksiyonuna ait deterministik kısmı ε_{ij} hata terimini ifade etmektedir. Z_{ij} , X_{ik} ve W_{js} 'nin doğrusal bir fonksiyonu olmak üzere;

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^K \beta_{jk} X_{ik} + \sum_{s=1}^S \gamma_{is} W_{js} \quad j=1,2,\dots,M \quad (1.135)$$

şeklinde ifade edilmektedir. W_{js} her seçenek için farklıdır ve bireyden bireye değişiklik göstermektedir. X_{ik} ise her birey için farklı olmasına rağmen bütün seçenekler için aynıdır. ε_{ij} ise fayda ile faydayı belirleyen değişkenler arasındaki ilişkinin tam olmamasından kaynaklanan belirsizliği ifade etmektedir. Bu belirsizlik sebebiyle modele tesadüfi fayda modeli denmektedir. Fayda maksimizasyonunu hedefleyen i. bireyin m. alternatifini seçme olasılığı;

$$\begin{aligned} P(Y_i = m) &= P(U_{im} > U_{ij}) \\ &= P(Z_{im} + \varepsilon_{im} > Z_{ij} + \varepsilon_{ij}) \\ &= P(\varepsilon_{im} - \varepsilon_{ij} > Z_{ij} - Z_{im}) \quad j=1,2,\dots,M \end{aligned} \quad (1.136)$$

şeklinde ifade edilmektedir. ε_{ij} bağımsız olmak üzere Weibull dağılıma uymaktadır. Tüm alternatifler için genelleştirme yapılarak olasılık;

$$P(Y_i = m) = \frac{\exp(Z_m)}{\sum_{j=1}^M \exp(Z_{ij})} = \frac{\exp(X_i \beta_i)}{\sum_{j=1}^M \exp(X_i \beta_j)} \quad (1.137)$$

şeklinde gösterilmektedir. MNL’de tercih olasılıkları X_{ik} ’ya bağlıdır. Bu sebeple MNL fayda fonksiyonu $\gamma_{is} = 0$ için;

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^K \beta_{jk} X_{ik} \quad (1.138)$$

olarak elde edilmektedir. Çoklu logit modelde, i. bireyin m. alternatifi tercih etme olasılığı;

$$P(Y_i = m) = \frac{\exp(Z_m)}{\sum_{j=1}^M \exp(Z_{ij})} = \frac{\exp(X_i \beta_i)}{\sum_{j=1}^M \exp(X_i \beta_j)} \quad (1.139)$$

şeklinde gösterilmektedir. Olasılık değerlerinin toplamı 1’e eşittir. $M - 1$ tane olasılık belirlenebileceği için normalleştirme yapılmaktadır. Modelin belirlenebilmesi için $\beta_{ik} = 0$ kısıtı kullanılmakta ve olasılıklar;

$$P(Y_i = 1 | X_i) = \frac{\exp(Z_{i1})}{\exp(Z_{i1}) + \sum_{j=2}^M \exp(Z_{ij})} = \frac{\exp(X_i \beta_1)}{\exp(X_i \beta_1) + \sum_{j=2}^M \exp(X_{ij} \beta_j)} \quad (1.140)$$

$$= \frac{\exp(X_i 0)}{\exp(X_i 0) + \sum_{j=2}^M \exp(X_{ij} \beta_j)} = \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^M \exp(X_{ij} \beta_j)} \quad (1.141)$$

şeklinde ifade edilmektedir. M değişken için genelleştirildiğinde;

$$P(Y_i = m | X_i) = \frac{\exp(Z_{im})}{\exp(Z_{i1}) + \sum_{j=2}^M \exp(Z_{ij})} = \frac{\exp(X_i \beta_m)}{1 + \sum_{j=2}^M \exp(X_{ij} \beta_j)}, \quad m = 2, 3, \dots, M \quad (1.142)$$

MNL elde edilmektedir. MNL’de parametreler doğrudan yorumlanamamaktadır. Bu sebeple bir referans grup seçilerek marjinal etkilerin hesaplanması gerekmektedir.

Bağımsız değişken X_{ik} 'da meydana gelen küçük bir değişimin risk oranında bir değişikliğe sebep olup olmadığını belirlemek amacıyla risk oranına ait marjinal etki hesaplanmaktadır. Risk oranının X_{ik} 'ya göre kısmi türevi alınarak;

$$\frac{\partial \log \left(\frac{P(Y = m)}{P(Y_i = 1)} \right)}{\partial X_{ik}} = \beta_{mk} \quad (1.143)$$

marjinal etki hesaplanmaktadır. X_{ik} 'da meydana gelen küçük bir değişim karşısında risk oranındaki değişimin yönü β_{mk} ile belirlenmektedir. $\beta_{mk} > 0$ olduğunda $j = m$ 'nin risk olasılığında bir artış, $\beta_{mk} < 0$ olduğunda ise $j = m$ 'nin risk olasılığında bir azalma meydana gelmektedir. MNL en çok olabilirlik yöntemiyle tahmin edilebilmektedir. Olasılık,

$$P_{ij} = \frac{\exp(\beta'X_{ij})}{\sum_{k=1}^M \exp(\beta'X_{ik})} \quad (1.144)$$

şeklinde ifade edildiğinde, Y_i için olabilirlik fonksiyonu;

$$L = \prod_{i=1}^N P_i = \prod_{m=1}^M \prod_{Y_i=m} \frac{\exp(X_i \beta_m)}{\sum_{j=1}^M \exp(X_i \beta_j)} \quad (1.145)$$

olarak gösterilmektedir. Log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J Y_{ij} \ln P_{ij} = \sum_i \sum_j Y_{ij} \ln \frac{\exp(\beta'X_{ij})}{\sum_{k=1}^M \exp(\beta'X_{ik})} \\ &= \sum_i \sum_j Y_{ij} \beta'X_{ij} - \sum_i \sum_j Y_{ij} \ln \sum_k (\exp(\beta'X_{ik})) \end{aligned} \quad (1.146)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Log-olabilirlik fonksiyonunun Newton-Raphson yöntemi ile maksimize edilmesi halinde tutarlı ve etkin tahminler elde edilmektedir.

1.2.2.1.3. Koşullu Logit Model

Bağımsız değişkenleri çeşitli alternatifler için değişen bir koşullu logit model;

$$P_{ij} = \frac{\exp(x'_{ij}\beta)}{\sum_{l=1}^m \exp(x'_{il}\beta)}, \quad j = 1, \dots, m \quad (1.147)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $e^{x'_{ij}\beta} > 0$ olduğu için, CL model için olasılık değerleri $[0,1]$ aralığına düşmektedir. İyi tanımlanmış olan bu fonksiyon, olasılık değerlerini $[0,1]$ aralığında tutmayı garanti etmektedir (Cameron ve Trivedi, 2005, s.500).

$$\frac{\partial p_{ij}}{\partial \beta} = p_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_i) \quad (1.148)$$

$$\bar{x}_i = \sum_{l=1}^m p_{il} x_{il} \quad (1.149)$$

Bu eşitlik, bağımsız değişkenlerin ağırlıklı ortalamalarının olasılığını ifade etmektedir. CL model için birinci mertebe koşulu;

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m y_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_i) = 0 \quad (1.150)$$

olarak ifade edilmektedir. $E[y_{ij}] = p_{ij}$ kullanılarak β 'ya göre farklılaştırma yapılabilir. Farklılaştırma sonucunda ise;

$$\hat{\beta}_{KL} \sim N \left[\beta, \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m p_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_i) (x_{ij} - \bar{x}_i)' \right)^{-1} \right] \quad (1.151)$$

elde edilmektedir. CL model için, k. alternatif için bağımsız değişkende meydana gelen bir birimlik değişimin, j. olasılık değeri üzerindeki etkisi düşünüldüğünde marjinal etki;

$$\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_{ik}} = p_{ij} (\delta_{ijk} - p_{ik}) \beta \quad (1.152)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada δ_{ijk} , $j = k$ durumunda 1 e eşit olan, $j \neq k$ durumunda ise 0' a eşit olan bir gösterge değişken olarak tanımlanmaktadır. Hata terimi u_i üzerine koşullanmış bir i. birim için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$L(\beta, u_1 \dots u_n) = \sum_{t=1}^{T_i} y_{it} \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(x_{it}\beta + u_i)} \right) + \sum_{t=1}^{T_i} (1 - y_{it}) \ln \left(\frac{\exp(x_{it}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{it}\beta + u_i)} \right) \quad (1.153)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $\sum_t y_{it}$ hata terimi u_i için yeterli bir istatistiktir.

$\Pr \left(y_i | \sum_t y_{it} \right)$, u_i bağlı olmamakla beraber, $T_i = 2$ olduğu durumda, bağımlı değişken y_{it} , 0, 1, 2 gibi üç değer almaktadır. $\sum_t y_{it} = 0$ olduğu durumda $y_{i1} = y_{i2} = 0$, $\sum_t y_{it} = 2$ olduğu durumda $y_{i1} = y_{i2} = 1$ olasılık değerlerini almaktadır. Sadece $\sum_t y_{it} = 1$ olduğu durum dikkat çekicidir. Koşullanan bir olayın olasılığı;

$$\begin{aligned} \Pr \left(\sum_t y_{it} = 1 \right) &= \Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0) + \Pr(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1) \\ &= P_{i1}(1 - P_{i2}) + (1 - P_{i1})P_{i2} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i)} \times \frac{1}{1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} + \frac{1}{1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i)} \times \frac{\exp(x_{i2}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i) + \exp(x_{i2}\beta + u_i)}{(1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i))(1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i))} \end{aligned} \quad (1.154)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Sonrasında 1 ve 0 gözlemleri için koşullu olasılıklar;

$$\begin{aligned} \Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1) &= \frac{\Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0)}{\Pr(y_{i1} + y_{i2} = 1)} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i)}{\exp(x_{i1}\beta + u_i) + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\exp(x_{i1}\beta)}{\exp(x_{i1}\beta) + \exp(x_{i2}\beta)} \\
&= \frac{\exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)}{1 + \exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)} \tag{1.155}
\end{aligned}$$

elde edilmektedir. Burada hata terimi u_i , $\sum_t y_{it}$ yeterli istatistik üzerine koşullanarak yok edilmektedir.

$T = 2$ olduğu durumda ise koşullu log-olabilirlik fonksiyonu;

$$L(\beta) = \sum_{i: \sum y=1} d_i (x_{i1} - x_{i2})\beta - \ln(1 + \exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)) \tag{1.156}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $y_{i1} = 1$ ve $y_{i2} = 0$ ise $d_i = 1$; $y_{i1} = 0$ ve $y_{i2} = 1$ ise $d_i = 0$ olmaktadır.

1.2.2.1.4. Yuvalanmış (Nested) Çoklu Logit Model

Yuvalanmış Çoklu Logit Model’de (NMNL) de logit modelde olduğu gibi tüketiciler tesadüfi fayda modelini temel alarak, farklı alternatifler arasından kendileri için en faydalı olan kesikli tercihler yapmaktadırlar. Tesadüfi fayda modelleri kategorisinde MNL ve NMNL model yaygın olarak kullanılmaktadır. MNL modelin tek sınırlaması, ilişkisiz alternatiflerin bağımsızlığı (IIA) özelliğidir. Bu özellik, birbiriyle ilişkili alternatiflerin tercih olasılıklarının abartılı olarak hesaplanmasına buna karşılık birbiriyle ilişkili olmayan alternatiflerin tercih olasılıklarının ise ihmal edilmesine veya oldukça küçük bir değer olarak hesaplanmasına sebep olmaktadır (Qin, vd., 2017, s.166).

Koşullu Logit (CL) modelde, homoskedasite varsayımını esnetmenin bir yöntemi bulunmaktadır. Bu yöntemle, tercih edilmesi muhtemel alternatifler çeşitli alt gruplara ayrılmaktadır. Bu alt gruplarda, IIA varsayımı her bir grup içerisinde sağlanırken, varyans ise gruplar arasında farklılaşmaktadır. NMNL model, bu yöntemi kullanmaktadır ve bu sebeple IIA varsayımını esnetmektedir (Greene, s.725).

U_{ij} , i. alt grupta yer alan j. alternatifin tesadüfi faydasını temsil etmektedir. Fayda fonksiyonu ise;

$$U_{ij} = v_{ij} + \dot{q}_{ij} \quad (1.157)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $i = 1, \dots, I$ ve $j = 1, \dots, n_i$ dir. v_{ij} sabit faydayı, ϵ_{ij} uç değer dağılımlı hata terimini göstermektedir. MNL model ϵ_{ij} 'de toplam $\sum_i n_i$ sayıda bağımsız uç değer dağılım bulunduğunu varsaymaktadır. NMNL modelde ise $\dot{q}_{ij}$ 'nin, bir alt grup içinde birbirine benzer alternatiflerin tesadüfi faydaları arasında korelasyona izin veren genelleştirilmiş uç değer dağılımlı olduğu varsayılmaktadır.

Tercih alternatifleri arasındaki bağımlılık dağılım fonksiyonu kullanılarak elde edilmektedir. Dağılım fonksiyonu;

$$F(\dot{q}_{11}, \dot{q}_{12}, \dots, \dot{q}_{1n_1}) \quad (1.158)$$

$$= \exp \left\{ - \sum_i \left(\sum_j \exp \left[-\dot{q}_{ij} (1-\sigma)^{-1} \right] \right)^{1-\sigma} \right\} \quad (1.159)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $0 \leq \sigma < 1$ 'dir. Bu durumda NMNL modelin, tesadüfi fayda maksimizasyonu ile paralel olduğu söylenmektedir. σ parametresi alternatifler arasındaki farklılıklar için göz önünde bulundurulması gereken bir ölçü birimidir (Qin, vd., 2017, s.166) ve aynı alt gruptaki tercih alternatifleri arasındaki bağımlılığı yansıtmaktadır. ϵ_{ij} alt gruplar arasında bağımsız ancak grup içinde korelasyonlu olmaktadır.

i. alt gruptaki j. alternatif için olasılık fonksiyonu,

$$P_{ij} = G^{-1} \exp \left[v_{ij} (1-\sigma)^{-1} \right] \left(\sum_k \exp \left[-v_{ik} (1-\sigma)^{-1} \right] \right)^{-\sigma} \quad (1.160)$$

şeklinde ifade edilmektedir (McFadden, 1978, s.77). Burada k alt indisi i alt gruptaki tüm alternatifler için tekrarlanmakta ve aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$G = \sum_i \left(\sum_j \exp \left[v_{ij} (1 - \sigma)^{-1} \right] \right)^{1 - \sigma} \quad (1.161)$$

(1.160) eşitliğinde σ yerine 0 konulduğunda;

$$P_{ij} = \frac{\exp[v_{ij}]}{\sum_i \sum_j \exp[v_{ij}]} \quad (1.162)$$

eşitliği elde edilmektedir. Bu eşitlik MNL alt modeli olarak adlandırılmaktadır. Alt grup i. de yer alan bir alternatifin tercih edilme olasılığı;

$$P_{ji} = \frac{P_{ij}}{P_i} = \frac{\exp[v_{ij} (1 - \sigma)^{-1}]}{\sum_k \exp[v_{ik} (1 - \sigma)^{-1}]} \quad (1.163)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (1.162) ve (1.163) eşitlikleri NMNL'nin iki aşamalı ML tahmini için önemli rol oynamaktadır (Bechtel, 1990, s.233).

Sabit fayda v_{ij} , doğrusal olarak aşağıdaki gibi çözülebilmektedir.

$$v_{ij} = \beta' x_{ij} + \alpha' y_i \quad (1.164)$$

bu eşitlik, (1.163) ve (1.162) 'de yerine konulduğunda;

$$P_{ji} = \frac{P_{ij}}{P_i} = \frac{\exp[\beta' x_{ij} (1 - \sigma)^{-1}]}{\sum_k \exp[\beta' x_{ik} (1 - \sigma)^{-1}]} \quad (1.165)$$

ve,

$$P_i = \frac{\exp[\alpha' y_i + (1 - \sigma) V_i]}{\sum_h \exp[\alpha' y_h + (1 - \sigma) V_h]} \quad (1.166)$$

elde edilmektedir. Burada “inclusive value” (IV);

$$V_i = \ln \sum_k \exp[\beta' x_{ik} (1 - \sigma)^{-1}] \quad (1.167)$$

şeklinde gösterilmektedir. IV parametresi, tesadüfi hata terimlerinin birbirleri arasındaki korelasyonu belirlemektedir. Bu parametre, NMNL'nin tesadüfi fayda maksimizasyonunun testi için kullanılmaktadır (Knapp vd., 2001, s.10).

NMNL parametrelerinin tahmin sürecinde iki tahmin yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemler, Kısıtlı Bilgi ve Tam Bilgiye Dayalı ML yöntemleridir. Kısıtlı Bilgi tahmininde iki aşamalı ML yöntemi kullanılmaktadır.

1.2.2.1.5. Çoklu Probit Model

Çoklu Probit Model (MNP), nitel tercih modellerinden olmakla birlikte, fayda maksimizasyonunu temel almaktadır. Bu modelde m. alternatif arasında j. tercihi yapmanın faydası,

$$U_{ij} = V_j + \varepsilon_j \quad j = 1, \dots, m \quad (1.168)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada hata terimi $\varepsilon \sim N(0, \Sigma)$ normal dağılımlıdır (Cameron ve Trivedi, 2005, s.516).

Burada $\varepsilon = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]$, mx1 boyutlu bir vektördür. Genellikle $V_j = x'_j \beta$ veya $V_j = x'_j \beta_j$ 'dir.

MNL ve CL modelde hata terimleri arasında korelasyona izin verilmediği için bu modeller fazla tercih edilmemektedirler. Fakat MNP bu varsayımı esnetmektedir (Wawro, s.26). MNP hata süreci, farklı tercihler için, hata terimleri arasında korelasyona izin verdiği için, bu modelde IIA varsayımına yer yoktur (Alvarez ve Nagler, 1998, s.76-77).

Çoklu probit modele ait seçim olasılığı,

$$P_n(i) = P(\varepsilon_{j,n} - \varepsilon_{i,n} < V_{i,n} - V_{j,n}, \forall j \neq i) \\ = \int_{\varepsilon_n} I(\varepsilon_{j,n} - \varepsilon_{i,n} < V_{i,n} - V_{j,n}, \forall j \neq i) \phi(\varepsilon_n) d\varepsilon_n \quad (1.169)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eşitlikteki I, fonksiyonu temsil ederken, $\phi(\varepsilon_n)$ ise,

$$\phi(\varepsilon_n) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} |\Sigma_n|^{1/2}} e^{-1/2 \varepsilon_n' \Sigma_n^{-1} \varepsilon_n} \quad (1.170)$$

olarak gösterilmektedir.

MNP’de seçim olasılıklarının elde edilmesi sürecinde, I boyutlu integral kullanılmakta ve bu işlem simülasyonlar vasıtasıyla yaklaştırma prosedürü uygulanarak elde edilmektedir. Bu yüzden MNP’nin tahmini, maksimum simülasyonlar vasıtasıyla elde edilen ML tahmincisi ile yapılmaktadır. Parametre katsayılarının yorumlanması ise marjinal etkiler vasıtasıyla mümkün hale gelebilmektedir (Cameron ve Trivedi, 2005, s.518).

1.2.2.1.6. Tesadüfi Katsayılı (Mixed) Çoklu Logit Model

Mixed logit model tesadüfi fayda maksimizasyonunu temel almaktadır. Bu model bir bireyin herhangi bir alternatif için yapmış olduğu tercihin, bir fayda fonksiyonu tarafından tanımlanabileceği varsayımıyla hareket etmektedir. Bu fayda fonksiyonu alternatiflerin özelliklerine ve birimlerin karakteristiğiyle ilişkilidir. Mixed Logit model ilk kez (Boyd ve Mellman, 1980) ve (Cardell ve Dunbar, 1980) tarafından bireylerin otomobil tercihlerini öngörmek üzere kullanılmıştır. Probit modellerinin aksine bu modelin, ε_{ni} , hata teriminin normal dağılımla sınırlandırılmaması sebebiyle tahmin edilmesi kolay, tercih olasılıklarının simülasyonu hesaplama açısından basittir.

i . alternatife ilişkin tesadüfi fayda modeli ;

$$U_{ni} = \beta_n' x_{ni} + \varepsilon_{ni} \quad (1.171)$$

şeklinde gösterilir. Burada x_{ni} , i . alternatif için gözlenen K adet bağımsız değişkeni, ε_{ni} , β_n ve x_{ni} ‘den bağımsız hata terimini, β_n , $f(\beta)$ yoğunluk fonksiyonuna sahip tesadüfi katsayılar vektörünü ifade etmekte ve her birim için değişmektedir. β_n ’in sabit olduğu durumda mixed logit model, koşullu logit model halini almaktadır. n . birimin i . alternatifi tercih olasılığı için genel lojistik gösterim;

$$L_{ni}(\beta) = \frac{\exp(\beta'_n x_{ni})}{\sum_i \exp(\beta'_n x_{ni})} \quad (1.172)$$

şeklindedir. MLM de tesadüfi katsayılar için $f(\beta|\theta)$ dağılımı belirlenmektedir. θ , ortalama ve standart hata olmak üzere parametrelerin dağılımını belirtmektedir. Bu parametreler en son hesaplanmaktadır. n. birimin i. alternatifi tercih olasılığı;

$$P_{ni} = \int L_{ni}(\beta) f(\beta|\theta) d\beta \quad (1.173)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu eşitlik standart logit eşitliğinde yerine konulursa;

$$P_{ni} = \int \frac{\exp(\beta'_n x_{ni})}{\sum_i \exp(\beta'_n x_{ni})} f(\beta|\theta) d\beta = \int L_{ni}(\beta) f(\beta|\theta) d\beta \quad (1.174)$$

mixed logit model elde edilir. Mixed logit tercih olasılıklarını temsil eden P_{ni} , $L_{ni}(\beta)$ nin ağırlıklı ortalamalarını ifade etmektedir. $f(\beta|\theta) = 1$ olduğu durumda mixed logit model çoklu logit modele dönüşmektedir. Koşullu logit modelin tersine, mixed logit model olasılıkları, ilgili integralin kapalı formda olması sebebiyle tam olarak hesaplanamamaktadır. P_{ni} simülasyon tekniği kullanılarak, θ ise bir simülasyonlu log-olabilirlik fonksiyonu maksimize edilerek tahmin edilebilmektedir. n. birimin i. alternatifi tercih etmesi durumunda simülasyonlu olasılık;

$$\tilde{P}_{ni} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R L_{ni}(\beta_n^r) \quad (1.175)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Simülasyonlu log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$SLL(\theta) = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^J d_{ni} \ln \tilde{P}_{ni} \quad (1.176)$$

şeklinde gösterilir. Burada N toplam gözlem sayısını, J toplam alternatif sayısını, $d_{ni} = 1$ n. birimin i. alternatifi tercih etmesi durumunu, $d_{ni} = 0$ ise tersi durumu ifade etmektedir (Zeng, 2016, s.62).

İKİNCİ BÖLÜM

SINIRLI BAĞIMLI DEĞİŞKENLİ PANEL VERİ MODELLERİ

Birinci bölümde de değinildiği üzere sınırlı bağımlı değişkenli modeller belirli bir aralıkta değerler alan, doğrusal teknikler kullanılarak doğrudan tahmin edilemeyen modellerdir. Bu modellerin tahmin edilmesi ve yorumlanması, doğrusal regresyon modellerine kıyasla daha karmaşıktır. Bu bölümde sınırlı bağımlı değişkenli panel veri modelleri başlığı altında, ikili ve çoklu sınırlı bağımlı değişkenli modeller hakkında bilgiler verilecek ve bu modellerin tahmin yöntemlerine değinilecektir.

2.1. Panel İkili Tercih Modelleri

Panel ikili tercih modellerinde de ikili tercih modellerinde olduğu gibi, bağımlı değişken y_{it} ikili değerler alabilmektedir. Bağımlı değişkenin, belirli bir durumun gerçekleşip gerçekleşmemesine bağlı olarak iki farklı değer aldığı ikili tercih modellerinde, y_{it} , t. zamanında i. birimde mevzu bahis durumun gerçekleştiği durumda 1, gerçekleşmediği durumda ise 0 gibi bir sayı ile temsil edilebilmektedir.

Örneğin bir sınava katılan öğrencilerin sınavdan başarılı veya başarısız olma olasılıkları elde edilmek istendiğinde, başarı durumu $y = 1$, başarısızlık durumu ise $y = 0$ ile ifade edilmekte ve bireyin sınavdan başarılı olma olasılığı;

$$P_{it} = \Pr[y_{it} = 1] = E(y_{it} | x_{it}) = F(x'_{it}\beta) \quad (2.1)$$

şeklinde gösterilmektedir. LPM'ye ait tahmin yöntemleri panel ikili tercih modelleri için de kullanılabilen ancak daha önce belirtildiği gibi $\hat{y}_{it}$ 'nin tahmininin $[0-1]$ aralığında kalması sağlanamadığından LPM, panel verilerle çalışıldığında da tercih edilmemektedir (Yerdelen, 2005: 109). LPM'deki aralık sorunu, lojistik ya da birikimli dağılım fonksiyonları kullanılarak çözülebilmekte, $F(x'_{it}\beta)$, $[0-1]$ aralığında değerler almaktadır. Sırasıyla lojistik ve normal dağılım fonksiyonlarını

kullanan logit ve probit modeller, aralık şartını sağlamaktadır (Baltagi, 2005, s.209).

Genel bir panel ikili tercih modeli;

$$y_{it} = \begin{cases} 1, & y_{it}^* > 0 \\ 0, & y_{it}^* \leq 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad u_{it} \sim \text{IIN}(0, \sigma_u^2) \quad (2.2)$$

$$y_{it}^* = \beta x_{it} + \mu_i + u_{it} \quad (2.3)$$

$$\Pr[y_{it} = 1] = \Pr[y_{it}^* > 0] = \Pr[u_{it} > -x_{it}'\beta] = F(x_{it}'\beta) \quad (2.4)$$

şeklinde gösterilmektedir. Birim etki μ_i ile bağımsız değişken x_{it} arasında korelasyonun olmadığı durumda, tesadüfi etkiler modeli tahmin edilebilmektedir. Bu modelin varsayımı,

$$\mu \sim \text{IIN}(0, \sigma^2)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Birim etki μ_i ile bağımsız değişken x_{it} arasında korelasyon olduğu durumda ise, sabit etkiler modeli tahmin edilebilmektedir.

$T \rightarrow \infty$ durumunda β ve μ_i 'ye ait tutarlı tahminçiler elde edilmekte ancak T 'nin sabit olduğu ve N 'nin sonsuza gittiği durumda rastlantısal (incidental) parametrelerle karşılaşmaktadır. Parametre sayısı N ile birlikte arttığından, sabit bir T için μ_i 'nin tutarlı bir tahmini elde edilememektedir. Bu sebeple μ_i 'deki tutarsızlık β 'ya geçmekte ve β 'ya ait tutarlı tahminler de elde edilememektedir (Wawro, s.36-37).

2.1.1. Panel Doğrusal Olasılık Modeli

Panel veride, birim etkinin olmadığı durumda doğrusal bir regresyon modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$y_{it} = x_{it}'\beta + \varepsilon_{it} \quad (2.5)$$

$$E(\varepsilon_{it})$$

$$E(y_{it}) = p_{it} = x_{it}'\beta$$

$$\text{Var}(y_{it}) = x'_{it}\beta(1 - x'_{it}\beta)$$

y_{it} 'nin ikili değerler aldığı durumda (2.5) eşitliği, panel doğrusal olasılık modeline dönüşmektedir (Frees, 2004, s.318-319).

Panel doğrusal olasılık modelinde de, birinci bölümde anlatılan LPM ile aynı problemlerle karşılaşilmektedir. Parametre tahmini için OLS'nin kullanılmasıyla ortaya çıkan bu problemler 4 madde halinde aşağıda sıralanmıştır;

- i. Bağımlı değişkenin koşullu beklenen değerinin $[0-1]$ aralığında sınırlandırılmaması,
- ii. Hata terimi ε_{it} 'nin normal dağılımlı olmaması,
- iii. Belirginlik katsayısının bu model için iyi bir ölçü olmaması,
- iv. Hata teriminin heteroskedastik olması

Panel LPM'de de, hata teriminin homoskedastik özellikte olmasını sağlamak için, OLS'ye alternatif olarak WLS tahmin yöntemi kullanılmaktadır.

2.1.2. Havuzlanmış Logit ve Probit Modeller

Genel bir panel ikili bir tercih modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$P(y_{it} = 1|x_{it}) = G(x_{it}\beta), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.6)$$

Burada $G(\cdot)$, $[0-1]$ aralığında değerler alan bir fonksiyonu, x_{it} zaman kukla değişkenlerini, bağımlı değişkene ait gecikmeli değerleri, zamana göre değişen veya sabit kukla değişkenler gibi birçok faktörü temsil edebilmektedir (Wooldridge, 2002, s.482). $G(\cdot)$, standart normal dağılım fonksiyonu olarak tanımlandığında model, probit halini, lojistik dağılım fonksiyonu olarak tanımlandığında ise logit model halini almaktadır.

Yukarıdaki model, $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{iT})$ veri iken, $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{iT})$ 'nin dağılım fonksiyonunu elde etmek için yeterli olmamaktadır. Bunun sebepleri aşağıda sıralanmıştır.

- i. $D(y_{it}|x_{it}, \dots, x_{iT}) = D(y_{it} | x_{it})$ varsayımının yapılmaması sebebiyle, $\{x_{it} : t=1, \dots, T\}$ 'nin katı dışsallık varsayımını sağlamaması,
- ii. Katı dışsallığın olduğu varsayılsa bile $\{y_{it} : t=1, \dots, T\}$ 'nin x_{it} 'nin üzerindeki bağımlılığının sınırlandırılmaması.

Bu sebeple sadece $D(y_{it}|x_{it})$ için bir model tanımlanabilmekte, doğru bir şekilde tanımlandığında ise havuzlanmış log-olabilirlik fonksiyonu maksimize edilerek $\sqrt{N}$ tane tutarlı, asimtotik normal tahminci elde edilebilmektedir (Wooldridge, 2002, s.482)

İkili tercih modelleri için havuzlanmış log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \{y_{it} \log G(x_{it}\beta) + (1 - y_{it}) \log [1 - G(x_{it}\beta)]\} \quad (2.7)$$

şeklinde gösterilmektedir.

2.1.3. Sabit ve Tesadüfi Etkili Logit ve Probit Modeller

Panel verilerle çalışılırken, birim etkinin varlığı tahmini zorlaştırmaktadır. Genel bir sabit etkiler panel veri modeli,

$$y_{it}^* = \beta x_{it}' + \mu_i + v_{it}$$

$$\Pr[y_{it} = 1] = \Pr[y_{it}^* > 0] = \Pr[v_{it} > -x_{it}'\beta - \mu_i] = F(x_{it}'\beta + \mu_i) \quad (2.8)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $F(x_{it}'\beta + \mu_i)$, yoğunluk fonksiyonunu ifade etmekte ve 0 değeri etrafında simetrik olduğu sürece eşitlik sağlanmaktadır. μ_i ve β T sabitken ve $N \rightarrow \infty$, bilinmemekte ve μ_i parametre sayısı N ile birlikte artmaktadır (Baltagi, 2005, s.209). T sonsuza giderken, ML tahmincisi, v_{it} ve diğer bilinmeyen parametreler için tutarlı tahminler vermektedir. T'nin sabit veya bir panel veri modeli için oldukça küçük olması, bu parametrelerin tahminini zorlaştırmakta ve bu durum “rastlantısal parametre sorunu” (Neyman ve Scott) olarak bilinmektedir (Shiu ve Hu, 2013, s. 116-131).

2.1.3.1. Sabit Etkili Logit Model

Sabit etkili logit modelde, katı dışsallık varsayımı dışında μ_i ile x_{it} arasındaki ilişki hakkında herhangi bir varsayım yapılmaksızın, β parametrelerine ait tutarlı tahminler elde edilmektedir. Bu durum sabit etkili logit modelin, probit modele göre avantajını göstermektedir (Söderbom M., 2009).

$T = 2$ için,

$$y_{it} = 1\{x'_{it}\beta + \mu_i + \varepsilon_{it} \geq 0\}, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.9)$$

Yukarıdaki eşitlikte hata terimi ε_{it} , tüm i ve t 'ler için bağımsız olmakla beraber lojistik dağılım özelliği göstermekte, μ_i ise sabit birim etkiyi ifade etmektedir. Bu bilgiler üzerine;

$$\text{pr}(y_{i1} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i) = \frac{\exp(x'_{i1}\beta + \mu_i)}{1 + \exp(x'_{i1}\beta + \mu_i)} \quad (2.10)$$

$$\text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i, y_{i1} + y_{i2} = 1) \quad (2.11)$$

ve;

$$\text{pr}(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i, y_{i1} + y_{i2} = 1) \quad (2.12)$$

eşitlikleri yazıldığında, bağımlı değişken y_{it} 'nin iki zaman periyodu arasında değiştiğini ifade eden $y_{i1} + y_{i2} = 1$ koşulu önemli olmaktadır. Logit fonksiyonu elde etmek için;

$$\begin{aligned} \text{pr}(y_{i1} + y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i) &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + \mu_i)}{1 + \exp(x_{i1}\beta + \mu_i)} \times \frac{1}{1 + \exp(x_{i2}\beta + \mu_i)} \\ &+ \frac{1}{1 + \exp(x_{i1}\beta + \mu_i)} \times \frac{\exp(x_{i2}\beta + \mu_i)}{1 + \exp(x_{i2}\beta + \mu_i)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

ya da;

$$\text{pr}(y_{i1} + y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i) = \frac{\exp(x_{i1}\beta + \mu_i) + \exp(x_{i2}\beta + \mu_i)}{[1 + \exp(x_{i1}\beta + \mu_i)][1 + \exp(x_{i2}\beta + \mu_i)]} \quad (2.14)$$

ek olarak;

$$\text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i) = \frac{1}{1 + \exp(x_{i1}'\beta + \mu_i)} \times \frac{\exp(x_{i2}'\beta + \mu_i)}{1 + \exp(x_{i2}'\beta + \mu_i)} \quad (2.15)$$

eşitlikleri yazıldığında, $y_{i1} + y_{i2} = 1$ koşullamasına göre,

$$\begin{aligned} \text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i, y_{i1} + y_{i2} = 1) &= \frac{\exp(x_{i2}\beta + \mu_i)}{\exp(x_{i1}\beta + \mu_i) + \exp(x_{i2}\beta + \mu_i)} \\ \text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i, y_{i1} + y_{i2} = 1) &= \frac{\exp(\square x_{i2}\beta)}{1 + \exp(\square x_{i2}\beta)} \end{aligned} \quad (2.16)$$

ifadesi elde edilmektedir. Bu işlemler sonucunda birim etki μ_i 'nin ortadan kaldırıldığı görülmekte ve her birim için tüm gözlem çiftlerine bu fonksiyon uygulandığında, β parametresi için bir tahminci elde edilmektedir (Charbonneau, 2012). Hesaplanması oldukça basit olan bu fonksiyon, $T > 2$ durumu için genelleştirilebilmekte ve $y_{i1} + y_{i2} = 1$ koşulu sayesinde birim etki ortadan kaldırılabilir (Baltagi, 2005, s.211). Bu yöntem, Manski (1987)'nin Maksimum Skor Tahmincisiinde kullanılmaktadır. Birim etki ortadan kaldırıldıktan sonra;

$$\text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | x_{i1}, x_{i2}, \mu_i, y_{i1} + y_{i2} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(\square x_{i2}'\beta)} \quad (2.17)$$

olasılık fonksiyonu elde edilmekte ve birim etkiden bağımsız olan bu olasılık fonksiyonu, $y_{i1} + y_{i2} = 1$ koşullamasının sonucunda ortaya çıkmaktadır (Söderbom M., 2009).

2.1.3.1.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

β parametre tahmincisinin tutarsızlığının logit model yardımıyla ispatlanması için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = - \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \log [1 + \exp(x'_{it}\beta + \mu_i)] + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{it} (x'_{it}\beta + \mu_i) \quad (2.18)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Log-olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonu için 1.mertebe koşullar ise;

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T x_{it} \left[y_{it} - \frac{\exp(\mu_i + \beta'x_{it})}{1 + \exp(\mu_i + \beta'x_{it})} \right] = 0 \quad i = 1, \dots, N \quad (2.19)$$

ve,

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} = \sum_{t=1}^T \left[y_{it} - \frac{\exp(\mu_i + \beta'x_{it})}{1 + \exp(\mu_i + \beta'x_{it})} \right] = 0 \quad (2.20)$$

şeklinde gösterilmektedir (Frees, 2004, s.335). Gösterimin kolaylaştırılması için, $T = 2$ ve $K = 1$, $x_{i1} = 0$ ve $x_{i2} = 1$ varsayımları yapıp, sonrasında eşitlik (2.19) ve (2.20)'de yerine konulduğunda;

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^2 x_{it} \left\{ y_{it} - \frac{\exp(\mu_i + \beta x_{it})}{1 + \exp(\mu_i + \beta x_{it})} \right\} = \sum_{i=1}^N y_{i2} - \frac{\exp(\mu_i + \beta)}{1 + \exp(\mu_i + \beta)} = 0 \quad (2.21)$$

ve,

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i} = \sum_{t=1}^2 \left[y_{it} - \frac{\exp(\mu_i + \beta x_{it})}{1 + \exp(\mu_i + \beta x_{it})} \right] = 0 \quad (2.22)$$

eşitlikleri elde edilmektedir.

$$\hat{\mu}_i = \begin{cases} \infty & \text{eğer } y_{i1} + y_{i2} = 2 \text{ ise} \\ -\infty & \text{eğer } y_{i1} + y_{i2} = 0 \text{ ise} \\ -\frac{\beta}{2} & \text{eğer } y_{i1} + y_{i2} = 1 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.23)$$

Eşitlik (2.22) çözüldüğünde, $y_{i1} + y_{i2} = 0$ olduğu durumda, $\mu_{i, MLE} = -\infty$ ve (2.23) eşitliği çözüldüğünde $y_{i1} + y_{i2} = 2$ olduğu durumda, $\mu_{i, MLE} = \infty$ olmaktadır. İki eşitlik için toplamlar 0'a eşittir. Bu bilgiler (2.21)'de yerine yerleştirildiğinde ve $y_{i1} + y_{i2} = 1$ 'in n_1 ve $y_{i1} + y_{i2} = 2$ 'nin n_2 ile temsil edildiği varsayıldığında;

$$\sum_{i=1}^N \frac{\exp(\mu_i + \beta)}{1 + \exp(\mu_i + \beta)} = n_1 \left(\frac{\exp(\beta/2)}{1 + \exp(\beta/2)} \right) + n_2 = \sum_{i=1}^N y_{i2} \quad (2.24)$$

eşitliği elde edilmektedir (Hsiao, 2003, s.195). Böylece β 'nın tahmincisi;

$$\hat{\beta} = 2 \left\{ \log \left(\sum_{i=1}^N y_{i2} - n_2 \right) - \log \left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N y_{i2} \right) \right\} \quad (2.25)$$

$\left(\sum_{i=1}^N y_{i2} - n_2 \right)$ ifadesi sonsuza giderken,

$$\begin{aligned} \text{plim}_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_{i2} - n_2 \right) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{pr}(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1 | \beta, \mu_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\exp(\mu_i + \beta)}{(1 + \exp(\mu_i))(1 + \exp(\mu_i + \beta'))} \end{aligned} \quad (2.26)$$

ve $\left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N y_{i2} \right)$ sonsuza giderken,

$$\begin{aligned} \text{plim}_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(n_1 + n_2 - \sum_{i=1}^N y_{i2} \right) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{pr}(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | \beta, \mu_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\exp(\mu_i)}{(1 + \exp(\mu_i))(1 + \exp(\mu_i + \beta'))} \end{aligned} \quad (2.27)$$

$\hat{\mu}_i = -\beta/2$ ifadesi (2.26) ve (2.27)'de yerine konulduğunda;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta} = 2\beta \quad (2.28)$$

olarak elde edilmekte ve ML yöntemi ile tahmin edilen $\hat{\beta}$, sapmalı ve tutarsız olmaktadır (Hsiao, 2003, s.195).

2.1.3.1.2. Koşullu En Çok Olabilirlik Yöntemi

Sabit etkili bir logit model için koşullu log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edildiğinde;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \left\{ d_{0i} \ln \left(\frac{\exp(\beta' x_{i2})}{1 + \exp(\beta' x_{i2})} \right) + d_{1i} \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\beta' x_{i2})} \right) \right\} \quad (2.29)$$

birim etki μ_i ile bağımsız değişken x_{it} arasında korelasyon olup olmadığına bakılmaksızın, β parametrelerine ait tutarlı tahminler elde edilebilmektedir. $T > 2$ olduğu durumda, koşullu dağılımı elde etmek için, $\sum_{t=1}^T y_{it}$ koşullandırılarak olabilirlik fonksiyonu,

$$\Pr \left(y_{i1}, \dots, y_{iT} \mid \sum_{t=1}^T y_{it}, x_{i1}, x_{iT}, \mu_i \right) = \frac{\exp \left(\sum_{t=1}^T y_{it} x_{it}' \beta \right)}{\sum_{(d_1, \dots, d_T) \in B} \exp \left(\sum_{t=1}^T d_t x_{it}' \beta \right)} \quad (2.30)$$

elde edilmektedir. Burada B , tümü 0 veya 1 olan T_i 'nin tüm serilerini ifade etmekte ve her birim için T_i gözlemlili bir logit modelde yeterli istatistik,

$$S_i = \sum_{t=1}^{T_i} y_{it} \quad (2.31)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Honore, 2002, s.171-172).

2.1.3.2. Sabit Etkili Probit Model

Sabit etkili bir probit model,

$$\Pr[y_{it} = 1 \mid \mu_i, x_{i1}, x_{i2}] = \Phi(\mu_i, \theta x_{it}) \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, 2 \quad (2.32)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada y_{i1} ve y_{i2} birbirinden bağımsızken, μ_i gözlenmeyen sabit etkiyi, x_{it} ise ikili değer alan bir değişkeni ifade etmektedir. Tüm i .'ler için $(x_{i1}, x_{i2}) = (0,1)$ olduğu varsayıldığında, θ , ilgilenilen indeks katsayısını temsil etmektedir.

Geleneksel ekonometrik analiz, θ 'nın belirlenip belirlenemeyeceğine, tutarlı bir şekilde tahmin edilip edilemeyeceğine odaklanmakta fakat birçok neden, θ indeks katsayısının tahminini zorlaştırmaktadır (Hahn, 2001, s.16). Parametrik olmayan bir probit model için henüz, θ indeks katsayısının tutarlı bir tahmini elde edilememiştir. Hatta θ indeks katsayısının belirlenip belirlenemeyeceği hala belirsizdir. Manski (1987), θ indeks katsayısının tanımlanma prosedürünün, x_{it} 'nin ikili bir yapıya sahip olması sebebiyle karşılanamadığını göstermiştir. θ indeks katsayısının sahip olduğu yarı parametrik bilginin pozitif olup olmadığı da belirsiz olmakla beraber bu bilgi değerinin gerçekte 0'a eşit olduğu kuvvetle muhtemeldir. Chamberlain (2010), θ indeks katsayısının 0'a eşit olduğunu, zaman gölge değişkene sahip modeller için göstermiştir. Koşullu ML tahmincisi yalnızca logit modeller için uygundur (Chamberlain, 1984, s.1275).

Sabit etkili logit modelin aksine probit model, , sayısal olarak uygulanması zor bir modeldir. Probit modelin zayıflığı, birim etkinin bağımsız değişken x üzerine koşullu dağılımının spesifikasyonundan kaynaklanmaktadır. Sabit etkinin ortadan kaldırılamaması sebebiyle, koşullu ML tahmincisi, logit modelde olduğu gibi kolay bir şekilde elde edilememektedir. Küçük T değerleri için sabit etkili tahminler tutarsız olduğu için, sabit etkili probit modelde de β parametrelerinin tahminleri tutarsız olacaktır. Panel veride, nitel bağımlı değişkenlere, sabit etkili modelleri uyarlama noktasında, logit model ve log-dog modellerle karşılaşılmaktadır. Ancak tesadüfi etkili modellerin söz konusu olduğu durumda sayısal olarak daha uygulanabilir olan model probit modeldir (Maddala, 1987, s.317). Sabit etkili probit modelde, indeks katsayıları, bağımsız değişkendeki değişikliğin bağımlı değişkenin koşullu olasılığı üzerindeki etkisi şeklinde yorumlanamamaktadır (Fernandez-Val, 2009, s.72).

2.1.3.3. Gözlenmeyen Etkiler Probit Model

Havuzlanmış bir probit model sadece gözlenmeyen birim etkinin olmadığı durumlarda kullanılmaktadır. Ancak birim etki söz konusu olduğunda, gözlenmeyen heterojenlik, tesadüfi bir değişken olarak kabul edilmektedir. Sabit etkiler varsayımları gereği, birim etki ile bağımsız değişkenin birbirinden bağımsız olmaması, tutarlı parametre tahminleri elde etmeyi mümkün kılmamakta ve katı dışsallık varsayımı bu noktada anahtar bir rol üstlenmektedir. Koşullu dağılım vasıtasıyla ilk varsayım;

$$F(y_{it}|x_i, \mu_i) = F(y_{it}|x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iT}, \mu_i) = F(y_{it}|x_{it}, \mu_i) \quad t=1, \dots, T \quad (2.33)$$

olarak ve gözlenmeyen etkiler probit model için tercih olasılığı;

$$P(y_{it} = 1|x_i, \mu_i) = P(y_{it} = 1|x_{it}, \mu_i) = \Phi(x_{it}\beta + \mu_i) \quad t=1, \dots, T \quad (2.34)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada μ_i , gözlenmeyen etkileri, x_i ise tüm t 'ler için x_{it} 'leri belirtmekte ve $\mu_i | x_i$ 'ye ait dağılım fonksiyonu bilinmeden β 'ya ait tahminler elde edilememektedir. Diğer varsayımlar ise aşağıda belirtilmektedir.

- i. $y_{i1}, \dots, y_{iT}, (x_i, \mu_i u)$ koşulundan bağımsızdır,
- ii. $\mu_i | x_i \sim N(0, \sigma_\mu^2)$

Bu varsayımlar birim etki μ_i ve bağımsız değişken x_i 'nin bağımsızlığını sağlama noktasında güçlü varsayımlardır. Ancak birim etki μ_i ve bağımsız değişken x_i 'nin doğrusal modelde olduğu gibi korelasyonsuz olduğu varsayımı da yeterli olmamaktadır. Bu üç varsayım altında, β parametreleri ve σ_μ^2 değişkeni ML yöntemi ile tahmin edilmekte ve μ_i , gözlenmediği için log-olabilirlik fonksiyonunun içerisinde yer almamaktadır.

$\mu_i \sim N(0, \sigma_\mu^2)$ için ,

$$f(y_1, \dots, y_T | x_i, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\prod_{t=1}^T f(y_t | x_{it}, \mu; \beta) \right] (1/\sigma_\mu) \phi(\mu/\sigma_\mu) d\mu \quad (2.35)$$

ve;

$$f(y_t | x_{it}, \mu; \beta) = \Phi(x_t \beta + \mu)^{y_t} [1 - \Phi(x_t \beta + \mu)]^{1-y_t} \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada toplam $l_i(\theta) = \log f(y_1, \dots, y_T | x_i, \theta)$ maksimize edilerek β ve σ_μ^2 değişkenlerini içinde barındıran θ parametresi tahmin edilmektedir.

2.1.3.4. Tesadüfi Etkili Probit Model

Tesadüfi etkili probit model, aynı birim için ardışık hata terimleri arasındaki korelasyonun sabit olduğu varsayımıyla hareket ettiği için literatürde “equicorrelation” model olarak da bilinmektedir. Statik bir modelde, tutarlı parametreler elde edebilmek için, verinin havuzlanması ve bu özel korelasyon yapısının ihmal edilmesi gerekmektedir (Arulampalam, 1998).

Model;

$$y_{it}^* = x_{it} \beta + \mu_i + u_{it} \quad (2.37)$$

$$y_{it} = \begin{cases} y_{it}^* > 0 & \text{ise} & 1 \\ \text{diğer} & & 0 \end{cases}$$

ve,

$$\text{pr}(y_{it} = 1 | x_{it}, c_i) = G(x_{it} \beta + c_i) \quad (2.38)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada y^* , gözlenmeyen değişkeni, y gözlenmiş değişkeni, x , y^* ’yi etkileyen katı dışsal karakteristiklerin gözlenebilir zaman değişen ve zaman değişmez vektörünü, β , x ile ilintili katsayıların vektörünü, μ_i birim etkiyi, u_{it} ise tesadüfi hata terimini ifade etmektedir. Tesadüfi etkiler probit modelde de $u_{it} \sim \text{IIN}(0, \sigma_u^2)$ varsayımı geçerliliğini korumaktadır (Arulampalam, 1998). Bu tahmincinin temel aldığı varsayımlar sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

- i. μ_i ve x_{it} 'ler birbirinden bağımsızdır.
- ii. x_{it} 'ler katı dışsaldır.
- iii. $\mu_i \sim \text{IID}(0, \sigma_\mu^2)$

Özellikle bağımsız değişkenlerdeki içsellikğin göz ardı edilmesi sebebiyle bu varsayımlar kısıtlayıcı olmaktadır. Tesadüfi etkili probit modelin, basit havuzlanmış probit modele göre avantajı, y_{it} 'ye karar verilirken, gözlenemeyen faktörlerde serisel korelasyona izin verilmesidir (Söderbom M., 2009).

Birim etki μ_i ve bağımsız değişken x_{it} 'ler arasında korelasyona izin veren bir model Mundlak (1978) ve Chamberlain (1984) yaklaşımı sayesinde mümkün olmaktadır.

Eğer μ_i gözlenmişse, gözlenen birimin olabirlik fonksiyonu;

$$\prod_{t=1}^T [\Phi(x_{it}\beta + \mu_i)]^{y_{it}} [1 - \Phi(x_{it}\beta + \mu_i)]^{1-y_{it}} \quad (2.39)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Sabit etkili probit modelden elde edilen tahminlerin aksine tesadüfi etkili probit modelden elde edilen tahminler tutarlı olmaktadır. Çok değişkenli normal dağılımı kullanan tesadüfi etkili probit modelde, hata terimleri arasındaki korelasyonun ihmal edilmesi ve havuzlanmış veri ile standart probit tahmin yönteminin kullanılması halinde tutarsız fakat etkin olmayan tahminler elde edilmektedir (Maddala, 1987, s.317).

2.1.3.5. Korelasyonlu Tesadüfi Etkili Probit Model

Korelasyonlu tesadüfi etkiler modeli, birim etki μ_i ile bağımsız değişken x_{it} arasında bağımlılığa izin vermekte ancak bir şekilde sınırlandırmaktadır.

Korelasyonlu tesadüfi etkili bir probit model,

$$P(y_{it} = 1 | x_{it}, \mu_i) = \Phi(x_{it}\beta + \mu_i), \quad t = 1, \dots, T \quad (2.40)$$

$$P(y_{it} = 1 | x_{i1}, \dots, x_{iT}, \mu_i) = P(y_{it} = 1 | x_{it}, \mu_i), \quad t = 1, \dots, T \quad (2.41)$$

$$D(y_{i1}, \dots, y_{iT} | x_i, \mu_i) = D(y_{i1} | x_i, \mu_i) \dots D(y_{iT} | x_i, \mu_i) \quad (2.42)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

$D(\mu_i | x_i)$ için model;

$$\mu_i = \psi + \bar{x}_i \xi + \alpha_i, \quad \alpha_i | x_i \sim N(0, \sigma_\alpha^2) \quad (2.43)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Chamberlain $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{iT})$ 'nin yerine $\bar{x}_i$ değişkenini koymuştur. Latent değişken modeli vasıtasıyla;

$$y_{it} = 1[x_{it}\beta + \mu_i + u_{it} > 0] \quad (2.44)$$

$$u_{it} | (x_{it}, \mu_i) \sim N(0, 1)$$

$$D(u_{it} | x_i, \mu_i) = D(u_{it} | x_{it}, \mu_i)$$

$$\{u_{it} : t = 1, \dots, T\}$$

yukarıdaki varsayımlar elde edilmektedir.

2.1.4. Sabit Etkili İkili Tercih Modellerinin En Çok Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini

Genel bir panel ikili tercih modeli;

$$\Pr(y_{it} = 1 | x_{it}, \mu_i) = F(\beta'x_{it} + \mu_i) \quad (2.45)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Birim etkinin sabit olduğu varsayımı altında, μ_i ve β parametreleri bilinmemekte ve tahmin edilmeleri gerekmektedir. $T \rightarrow \infty$ iken maksimum olabilirlik tahmincisi tutarlı olmakta ancak panel veride T zaman boyutunun genellikle küçük olması sebebiyle sınırlı sayıda μ_i parametresinin tahmini yapılabilmektedir. Bu durum “rastlantısal parametre sorunu” olarak adlandırılmaktadır (Neyman ve Scott, 1948). Bu nedenle ortak parametre olan β ’nın tahminine odaklanılmaktadır (Hsiao, 2003, s.194).

Rastlantısal parametre sorunu, daha önce de bahsedildiği gibi sabit etkiler varsayımıyla tahmin yapan ML tahmin yönteminin kullanılması sonucunda ortaya çıkan bir sorundur. Doğrusal olmayan modellerde, genellikle model parametrelerine ait tahminler, birim etkinin tahmininden ayırt edilememektedirler. Bu sebeple, T 'nin sabit olduğu durumda, birim etkiye ait tahmin hataları, model parametrelerine ait tahminlere de geçmektedir (Fernandez-Val, 2009, s.75). $T \rightarrow \infty$ olduğu durumda ise, model parametrelerine ait ML tahmincisi tutarsız kalmaya devam etmektedir (Hsiao, 2003, s.194).

Doğrusal olmayan bir model için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \left[\sum_{t=1}^T \log g(y_{it}, \beta'x_{it} + \mu_i, \theta) \right], \quad i=1, \dots, N \quad t=1, \dots, T \quad (2.46)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $g(\cdot)$, yoğunluk fonksiyonudur.

β , θ ve $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_N]$ için olabilirlik eşitlikleri;

$$\frac{\partial \log L}{\partial [\beta', \theta', \mu']} = 0 \quad (2.47)$$

şeklinde gösterilmektedir.

2.1.5. Sabit Etkili İkili Tercih Modellerinin Koşullu En Çok Olabilirlik Yöntemi ile Tahmini

Sabit etkili ikili tercih modellerinde, ML yöntemiyle elde edilen tahminlerde sapma sorunu bulunmakta özellikle zaman boyutu $T < 10$ için, bu tahmincinin kullanımından kaçınmak gerekmektedir. Belirli durumlarda, bazı parametre tahminlerinde yanlışlık %100 olmaktadır. Bu özellikler ML tahmincisini büyük N ve küçük T söz konusu iken oldukça sorunlu bir tahminci haline getirmektedir. Ancak logit model için koşullu ML tahmincisi kullanılabilen ve bu tahmincinin maksimizasyonu sayesinde, zaman boyutu göz ardı edilerek tutarlı β parametre tahminleri elde edilebilmektedir (Lechner, Lollivier ve Magnac, 2008, s. 232).

Koşullu ML yönteminin gösterimi için logit model baz alındığında, y_i 'ye ait ortak olasılık fonksiyonu;

$$\text{pr}(y_i) = \frac{\exp\left\{\mu_i \sum_{t=1}^T y_{it} + \beta' \sum_{t=1}^T x_{it} y_{it}\right\}}{\prod_{t=1}^T [1 + \exp(\beta' x_{it} + \mu_i)]} \quad (2.48)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $\sum_{t=1}^T y_{it}$ 'nin, birim etki μ_i 'ye ait minimum yeterli

istatistik olduğu bilinmektedir. y_i için koşullu olasılık fonksiyonu $\sum_{t=1}^T y_{it}$ biliniyorken;

$$\text{pr}\left(y_i \mid \sum_{t=1}^T y_{it}\right) = \frac{\exp\left[\beta' \sum_{t=1}^T x_{it} y_{it}\right]}{\sum_{D_{ij} \in \tilde{\beta}_i} \exp\left\{\beta' \sum_{t=1}^T x_{it} d_{ijt}\right\}} \quad (2.49)$$

burada;

$$\tilde{\beta}_i = \left\{ D_{ij} = (d_{ij1}, \dots, d_{ijT}) \mid d_{ijt} = 0 \text{ veya } 1 \text{ ve } \sum_{t=1}^T d_{ijt} = \sum_{t=1}^T y_{it} = s, j = 1, 2, \dots, \frac{T!}{s'(T-s)!} \right\}$$

$\sum_{t=1}^T d_{ijt} = \sum_{t=1}^T y_{it} = s$ eşitliğini sağlayan, $(d_{ij1}, d_{ij2}, \dots, d_{ijT})$ gibi tüm muhtemel farklı

sıralardan oluşan bir settir. $\sum_{t=1}^T y_{it} = 0, 1, \dots, T$ 'ye karşılık, $T+1$ adet farklı alternatif

set yer almakta ve koşullu olasılığın 1'e eşit olması sebebiyle, $\sum_{t=1}^T y_{it} = 0$ ve

$\sum_{t=1}^T y_{it} = T$ için belirlenen gruplar olabilirlik fonksiyonuna katkıda

bulunmamaktadırlar. T adet denemeye s adet başarının farklı sıralarına karşılık

gelen $\sum_{t=1}^T y_{it} = s$ ile grupların alternatif setleri, $\binom{T}{s}$ adet elemana sahiptir. $T = 2$

için ilgilenilen durum $(y_{i1} + y_{i2} = 1)$ olmaktadır (Hsiao, 2003, s.196).

Bu iki olasılık;

$$(y_{i1}, y_{i2}) = (0, 1) \text{ ise } \omega_i = 1$$

$$(y_{i1}, y_{i2}) = (1, 0) \text{ ise } \omega_i = 0$$

şeklinde ifade edildiğinde, $y_{i1} + y_{i2} = 1$ için $\omega_i = 1$ 'in koşullu olasılığı;

$$\begin{aligned} \text{pr}(\omega_i = 1 | y_{i1} + y_{i2} = 1) &= \frac{\text{pr}(\omega_i = 1)}{\text{pr}(\omega_i = 1) + \text{pr}(\omega_i = 0)} = \frac{\exp[\beta'(x_{i2} - x_{i1})]}{1 + \exp[\beta'(x_{i2} - x_{i1})]} \\ &= F[\beta'(x_{i2} - x_{i1})] \end{aligned} \quad (2.50)$$

şeklinde gösterilmektedir. Eşitlik (2.50), ikili bir logit fonksiyon görünümündedir. Bu logit fonksiyon, $(0, 1)$ ve $(1, 0)$ gibi ikili değer alan bağımlı değişkene ve $(x_{i2} - x_{i1})$ gibi bağımsız değişkenlere sahiptir. Koşullu log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L^* = \sum_{i \in \tilde{\beta}_1} \left\{ \omega_i \log F[\beta'(x_{i2} - x_{i1})] + (1 - \omega_i) \log(1 - F[\beta'(x_{i2} - x_{i1})]) \right\} \quad (2.51)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\tilde{\beta}_1 = \{i | y_{i1} + y_{i2} = 1\}$ eşitliğini temsil etmektedir. Bu koşullu log-olabilirlik fonksiyonu rastlantısal parametrelerden bağımsızdır. β parametresine ait koşullu ML tahmincisi, ancak birim etki μ_i 'ye makul sınırlamalar getiren belirli uygunluk koşullarını sağladığı takdirde tutarlı olmaktadır (Chamberlain, 1984, s.1275).

Sonuç olarak, koşullu ML tahmincisi kullanılarak, sabit etkiler logit model için β parametresine ait tutarlı tahminler elde edilebilmekte ancak LPM ve logit modelin aksine, probit model için rastlantısal parametrelerden bağımsız β 'lar için tahmin fonksiyonları bulunmamaktadır. Probit modelde T 'nin sonlu olduğu durumda β 'ya ait tutarlı tahminler elde edilememekte, N ' in büyük, T 'nin sabit olduğu durumlarda ise, sabit etkili probit model parametreleri, koşullu ML yöntemiyle tutarlı bir şekilde tahmin edilememektedir (Yerdelen, 2013, s.173).

2.1.6. Yarı Parametrik Yöntem

İkili tercih ve sansürlü regresyon modellerinde, ε_{it} 'nin, bağımsız değişken X_{it} 'ye göre koşullu dağılımı tanımlanamamakta ve sabit etkili logit model dışında, μ_i 'ye, bilinmeyen bir sabit parametre gibi davranılarak, parametre tahminlerini elde etmenin basit bir yolu bulunmamaktadır. Bu modeller için birçok yarı parametrik yaklaşım önerilmektedir. Bu yaklaşımlar hata terimi ε_{it} için güçlü dağılım varsayımları gerektirmemekte ve μ_i 'nin tahmin sürecinden önce modelden düşürülmesini mümkün kılmaktadır (Verbeek, 2004, s.195).

İkili tercih modellerinde, yarı parametrik tahminciler sayesinde β parametresine ait tutarlı tahminler elde edilmektedir. Bu tahminlerin tutarlılıkları, μ_i 'nin sabit veya tesadüfi özellik gösterip göstermemesine göre değişmektedir.

Yarı parametrik yöntem birim etkiyi, elde ettiği bilginin yetersiz olması ve parametre tahminlerini fazla etkilememesi sebebiyle ortadan kaldıracılabilmektedir. Bunun sonucunda yarı parametrik yöntem, tutarlı parametre tahmincileri elde etme noktasında kullanışlı bir yöntem olmaktadır (Yerdelen, 2013, s.173). Manski (1985)'nin örnek ortalama fonksiyonunda, $H_N(b)$ 'nin maksimizasyonu ile elde edilen tahminci kullanıldığında, modele ait yapısal parametrelerin tutarlı bir şekilde tahmin edilebileceği gösterilmiştir. Örnek ortalama fonksiyonu;

$$H_N(b) \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \text{sgn}(w'_{it}b)(Y_{it} - Y_{it-1}) \quad (2.52)$$

burada;

$$w_{it} = X_{it} - X_{it-1}$$

$$w_{it}b \geq 0 \text{ ise } \text{sgn}(w'_{it}b) = 1 \quad (2.53)$$

$$w_{it}b < 0 \text{ ise } \text{sgn}(w'_{it}b) = -1 \quad (2.54)$$

eşitlikleri yazılmaktadır. $H_N(b)$,

$$H(b) \equiv E[\text{sgn}(w'_{it}b)(Y_{it} - Y_{it-1})]$$

eşitliğine yaklaşmakta ve $H(b)$, $(b = \beta)$ 'da maksimize edilmektedir (Matyas ve Sevestre, 1996, s.419). İkili tercih modeli söz konusu olduğunda ise;

$$X'_{it}\beta > X'_{it-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it}|X_{it}) > E(Y_{it-1}|X_{it-1}) \quad (2.55)$$

$$X'_{it}\beta = X'_{it-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it}|X_{it}) = E(Y_{it-1}|X_{it-1}) \quad (2.56)$$

$$X'_{it}\beta < X'_{it-1}\beta \Leftrightarrow E(Y_{it}|X_{it}) < E(Y_{it-1}|X_{it-1}) \quad (2.57)$$

eşitlikleri yazılmakta, bu eşitliklerin birinci farkları alınıp ve düzenlendikten sonra;

$$w'_{it}\beta > 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{it-1}|w_{it}) > 0 \quad (2.58)$$

$$w'_{it}\beta = 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{it-1}|w_{it}) = 0 \quad (2.59)$$

$$w'_{it}\beta < 0 \Leftrightarrow E(Y_{it} - Y_{it-1}|w_{it}) < 0 \quad (2.60)$$

eşitlikleri elde edilmektedir. Bu yöntemle, β parametresi yerine, normalleştirilmiş β^* vektörü kullanılmaktadır.

$\beta^* = \frac{\beta}{\|\beta\|}$ ve $\|\beta\|$ euclid normdur. Ortalama fonksiyonların farkı;

$$\begin{aligned} H(\beta^*) - H(b) &= E\left[\left[\text{sgn}(w'_{it}\beta^*) - \text{sgn}(w'_{it}b)\right](Y_{it} - Y_{it-1})\right] \\ &= 2 \int_{W_b} \text{sgn}(w'\beta^*) E[Y_t - Y_{t-1}|w] dF_w \end{aligned} \quad (2.61)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $W_b = \left[w : \text{sgn}(w'\beta^*) \neq \text{sgn}(w'b)\right]$ olarak gösterilmekte ve F_w , w 'nin dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir (Matyas ve Sevestre, 1996, s.419-420). Burada bütün w 'ler için;

$$\text{sgn}(w'_{it}\beta^*) E[Y_t - Y_{t-1}|w] = |EY_t - Y_{t-1}|w| \quad (2.62)$$

eşitliği geçerli olmaktadır. Bu sebeple (2.58) eşitliği;

$$H(\beta^*) - H(b) = 2 \int_{w_b} |EY_t - Y_{t-1}| w \, dF_w \geq 0 \quad (2.63)$$

biçiminde de ifade edilebilmektedir. Manski (1985,1987), (2.52) eşitliğinin maksimizasyonu ile elde edilen tahmincinin β^* 'nın tutarlı bir tahmincisi olduğunu göstermiştir.

2.1.7. Sınırlı Bağımlı Değişkenli Modellerin Tesadüfi Etkiler Varsayımıyla Tahmini

Birim etki μ , sabit olduğu halde tesadüfi olarak kabul edilip çözüm yapıldığında, β tahmincisinin asimtotik özellikleri değişmemektedir. μ tesadüfi olduğu halde sabit olarak kabul edildiğinde ise, bilgide anlamlı bir eksiklik ve β 'nın tahmininde etkinlik kaybı meydana gelmektedir.

μ , x 'den bağımsız ve tek değişkenli dağılım G 'den elde edilen tesadüfi bir örneklem ise, log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \int \prod_{t=1}^T F(\beta^{x_{it}} + \mu)^{y_{it}} \left[1 - F(\beta^{x_{it}} + \mu)^{y_{it}} \right]^{1-y_{it}} dG(\mu|\delta) \quad (2.64)$$

şeklinde ifade gösterilmektedir. N sonsuza giderken log-olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonu sayesinde μ ve β 'ya ait tutarlı tahminciler elde edilmektedir (Hsiao, 2003, s.194) .

2.1.7.1. En Çok Olabilirlik Yöntemi

Birim etki ile bağımsız değişkenler arasında korelasyon olduğu durumda log-olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonu, dışlanan değişkenden kaynaklı sapmayı ortadan kaldırmamaktadır. Birim etki ve bağımsız değişkenler arasındaki bağımlılığı sağlamak için, $G(\mu | x)$ gibi bir dağılımının belirlenmesi gerekmektedir.

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \int \prod_{t=1}^T F(\beta^{x_{it}} + \mu)^{y_{it}} x \left[1 - F(\beta^{x_{it}} + \mu)^{y_{it}} \right]^{1-y_{it}} dG(\mu|x) \quad (2.65)$$

Chamberlain (1980, 1984) tarafından uygun bir spesifikasyon;

$$\mu_i = \sum_{t=1}^T a'_t x_{it} + \eta_i = a' x_{it} + \eta_i \quad (2.66)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $a' = (a'_1, \dots, a'_T)$, $x'_i = (x'_{i1}, \dots, x'_{iT})$ 'yi ifade etmektedir. $E(\mu_i | x_i)$ doğrusaldır. η_i belirli olasılık dağılımına sahiptir. Tesadüfi etkili bir model için eşitlik (2.66), (2.64)'de yerine konulduğunda log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \prod_{t=1}^T F(\beta' x_{it} + a' x_i + \eta)^{y_{it}} [1 - F(\beta' x_{it} + a' x_i + \eta)^{y_{it}}]^{1-y_{it}} dG^*(\eta) \quad (2.67)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada G^* , η 'nin tek değişkenli dağılım fonksiyonunun gösterimidir. Eğer F sıfır ortalamalı ve σ_η^2 varyansa sahip, standart bir normal dağılım fonksiyonu ise $F(\beta' x_{it} + a' x_i + \eta)$ spesifikasyonu;

$$\beta' x_{it} + a' x_i + \eta_i + u_i > 0 \text{ ise } y_{it} = 1 \quad (2.68)$$

çoklu probit modeli göstermektedir. Burada $(u_i + e\eta_i)$, 0 ortalamaya ve $(I_T + \sigma_\eta^2 ee')$ varyans-kovaryans matrisi ile bağımsız normal dağılıma sahiptir (Hsiao, 2003: 200). Eşitlik (2.67)'de (2.64)'den farklı olarak, birim etki ile bağımsız değişkenler arasındaki bağımlılığı gösteren $(a' x_i)$ yer almaktadır. (2.64) ve (2.67) eşitliklerinin maksimizasyonu ile β için tutarlı ve etkin tahminciler elde edilmektedir. u_{it} ve η_i 'nin normal dağıldığı durumda, log-olabilirlik fonksiyonları ikili probit için değil çoklu probit model için hesaplanmaktadır. Bu durumda ML tahmincisinin elde edilmesi için T-boyutlu integralin çözülmesi gerekmektedir (Yerdelen, 2005, s. 128).

Hausman ve Taylor (1981) zaman değişkenlerine ait katsayıları tahmin etmek için genel modelde yer alan μ_i 'leri, μ_i 'lerden bağımsız olarak x_{i1} ve x_{2i} değişkenlerini ayırmayı önermektedirler.

$$\mu_i = \pi'_1 Z_{1i} + \pi'_2 Z_{2i} + w_i \quad (2.69)$$

Diğer bir hesaplama önerisinde ise, Y_{it} 'nin X_i 'ye bağlı dağılımı için probit model;

$$\text{pr}(Y_{it} = 1) = \Phi \left[\left(1 + \sigma^2_{\eta} \right)^{-1/2} (\beta' x_{it} + a' x_i) \right] \quad (2.70)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Φ , birikimli normal dağılım fonksiyonunun gösterimidir. Probit model için ML yöntemi kullanıldığında π_i 'nin tahmini elde edilmekte ve N sonsuza giderken aşağıdaki ifadeye yakınsamaktadır.

$$\prod = \left(1 + \sigma^2_{\eta} \right)^{-1/2} (I_T \otimes \beta' + e a') \quad (2.71)$$

Böylece $\left(1 + \sigma^2_{\eta} \right)^{-1/2} \beta$ ve $\left(1 + \sigma^2_{\eta} \right)^{-1/2} a$ 'ya ait tutarlı tahminler yukarıdaki eşitlikten basit bir şekilde elde edilebilmektedir (Yerdelen, 2005, s.129).

2.2. Sabit ve Tesadüfi Etkili Poisson Modeller

Poisson birim etkili model bağımlı değişkenin, poisson dağılımı için koşullu olasılık fonksiyonu tarafından belirlendiğini varsaymaktadır.

$$\text{Pr}(Y_{it} = y_{it} | x_{it}) = P(y_{it}, x'_{it}\beta + \mu_i)$$

burada P poisson dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. i. gözlem için ortak yoğunluk fonksiyonu;

$$f(y_i | X_i, \beta, \mu_i) = \prod_{i=1}^T \frac{\exp(-\mu_i \exp(x'_{it}\beta)) (-\mu_i \exp(x'_{it}\beta))^{y_{it}}}{y_{it}!} \quad (2.72)$$

olarak; koşullu ortalama ise;

$$E(y_{it} | \mu_i, x_{it}) = \mu_i \exp(x'_{it}\beta) \quad (2.73)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada sabit etkiler tahmincisi küçük T zaman boyutu için tutarlılık özelliğini sağlamaktadır. Sayı modelleri içerisinde sabit etkiler yöntemi, rastlantısal parametre sorunundan etkilenmemekte ve birim etki birinci farklar yöntemiyle ortadan kaldırılabilir.

$\lambda_{it} = \exp(x'_{it}\beta)$, şeklinde ifade edildiğinde, poisson log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \mu) &= \ln \left[\prod_{i=1}^N \prod_{t=1}^T \left(\exp(-\mu_i \lambda_{it}) (-\mu_i \lambda_{it})^{y_{it}} / y_{it}! \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^N \left[-\mu_i \sum_{t=1}^T \lambda_{it} + \ln \mu_i \sum_{t=1}^T y_{it} + \sum_{t=1}^T y_{it} \ln \lambda_{it} - \sum_{t=1}^T y_{it}! \right] \end{aligned} \quad (2.74)$$

şeklinde gösterilmektedir. Birim etkiye göre türev alındığında ise,

$$\ln L^{CNC}(\beta) \propto \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[y_{it} \ln \lambda_{it} - y_{it} \ln \sum_k \lambda_{ik} \right] \quad (2.75)$$

olabilirlik fonksiyonu elde edilmektedir. β parametrelerinin tutarlı tahminlerine bu fonksiyonun maksimizasyonu ile ulaşılabilmektedir.

Sayı modelleri için tesadüfi etkiler tahmincisi, tesadüfi birim etkinin gamma dağılımlı olduğunu varsaymaktadır. Bunun sebebi tesadüfi etkilerin çarpımsal olduğu varsamıdır. Doğrusal modellerdekine benzer şekilde, tesadüfi etkilerin bağımsız değişkenlerle korelasyonsuz olduğu ve $E(\mu_i) = 1$ olduğu varsayılmaktadır.

Havuzlanmış poisson modelde ise sistematik gözlenmeyen yatay kesit heterojenlik olduğu durumda hata terimi doğrusal tesadüfi etkiler tahmincisinde olduğu gibi eş korelasyonlu (equicorrelated) olmaktadır (Mućk).

2.3. Panel Sıralı Tercih Modelleri

t . zamanında, i . bireyin, doğal sıralamaya sahip cevaplardan oluşan bir anketi cevapladığı durumda, bağımlı değişkenin alacağı herhangi bir değer ile diğer cevap değişkenleri arasında eşit aralıklar söz konusu olmaktadır. Bu durum, bağımlı değişkenlerin alması muhtemel değerlerin doğal bir şekilde sıralı olmasından kaynaklanmaktadır.

$$y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{Katılmıyorum} \\ 2 & \text{Kararsızım} \\ 3 & \text{Katılıyorum} \end{cases}$$

$$y_{it}^* = X_{it}^* \beta + u_{it}$$

Bu bölümde, sabit etkili sıralı logit ve tesadüfi etkili sıralı probit modelleri ele alınacaktır.

2.3.1. Sabit Etkili Sıralı Logit Model

Birim etkinin varlığı halinde ikili tercih modeli;

$$y_{it}^* = \beta x_{it}' + \mu_i + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.76)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bağımsız değişkenlerin $K \times 1$ boyutlu vektörü olan x_{it}' , her birim ve zaman periyodu için gözlenebilen bir dışsal değişkeni, eşik değerleri tarafından belirlenen bağımlı değişken y_{it}^* , $\{0, \dots, J\}$ değerlerinden birini alan bağımlı değişkeni temsil etmektedir. İstatistiki olarak x_{it}' 'ye bağımlı olabilen μ_i , birimler arasında gözlenemeyen heterojenliği barındıran sabit birim etkiyi göstermektedir (Baetschmann, 2012, s.416-418). β katsayısı, parametrelerin $K \times 1$ boyutlu vektörünü, bağımsız değişkenden ve zamandan bağımsız olan u_{it} lojistik dağılıma sahip hata terimini ifade etmektedir (Johnson, 2004, s.34).

$$y_{it}^* = \begin{cases} 1 & \text{eğer } y_{it}^* > 0 \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases} \quad (2.77)$$

sıralı logit spesifikasyonu sayesinde,

$$P(y_{it} \geq j | x_{it}) = \frac{\exp(x_{it}' \beta + \mu_{i-j})}{1 + \exp(x_{it}' \beta + \mu_{i-j})}, \quad j = 1, \dots, J \quad (2.78)$$

y_i 'ye ait dağılım elde edilir. Sabit etkiler ayrı bir kesme katsayısına müsaade etmediği için, normalleştirme işleminin uygulanması $\gamma_1 = 0$ koşulu ile sağlanmaktadır (Johnson, 2004, s.34). $j = 1$ olduğu varsayıldığında ortaya çıkan ikili durumda y_{it} sadece 0 veya 1 değerini almaktadır. Tutarlı tahminciler $y_1 + y_2$ üzerine koşullama yapılmak suretiyle elde edilmektedir. Bu durumda koşullu olasılık fonksiyonu;

$$P(y_1 = 1, y_2 = 0 | y_1 + y_2 = 1) = \frac{1}{1 + \exp((x_2 - x_1)' \beta)} \quad (2.79)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu koşullu olasılık fonksiyonu sabit birim etki μ_i 'den bağımsızdır. $y_1 + y_2 = 1$ koşulunu sağlayan gözlemler için, bu koşullu olasılık fonksiyonundan elde edilen koşullu olabilirlik maksimizasyonu β 'ya ait tutarlı tahminciler vermektedir.

2.3.2. Tesadüfi Etkili Sıralı Probit Model

Birim etkinin varlığı halinde ikili tercih modeli;

$$y_{it}^* = x_{it} \beta + \mu_i + u_{it} \quad (2.80)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada β , bağımsız değişken x_{it} 'nin, nitel bağımlı değişken y_{it}^* üzerindeki etkisini, u_{it} 0 ortalamaya sahip, normal dağılımlı, sabit varyansa sahip tesadüfi hata terimini göstermektedir. Bağımlı değişken y_{it}^* dolaylı bir şekilde ölçülebilmektedir. Gözlenmiş y_{it} değişkeni kategorik, sıralı bir değişkendir (Seghieri, Desantis, ve Tanturri, 2006: 455-476). Aşağıdaki eşitlikte,

$$k_{s-1} < y_{it}^* < k_s \text{ ise } y_{it} = s$$

$s = 1, \dots, S$ tercih sayısı ve k_s sıralı eşik değerini ifade etmektedir. Nitel bağımlı değişken y_{it}^* , k_{s-1} ile k_s arasında yer aldığı anda, y_{it}^* , s değerini almaktadır. i . birim için $y_{it} = s$ durumunun, β ve k üzerine koşullu olasılığı;

$$\Pr(y_{it} = s / \beta) = \Phi\left(\frac{k_s - z_{it}}{\sigma_\varepsilon}\right) - \Phi\left(\frac{k_{s-1} - z_{it}}{\sigma_\varepsilon}\right) \quad (2.81)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $z_{it} = x_{it}\beta + u_{it}$ dir. $\Phi(\cdot)$ birikimli normal dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. $k_0 = 0$ ve $\sigma_\varepsilon = 0$ değerleri bu olasılık fonksiyonunda yerine koyulduğunda, sıralı probit model elde edilmektedir (McKelvey ve Zavoina, 1975: 103-120).

2.4. Panel Sansürlü Bağımlı Değişkenli Modeller

Panel verilerle çalışıldığında, $y_{it}^* > 0$ ise, y_{it}^* 'ye ait değerler gözlenebilmekte, $y_{it}^* < 0$ ise y_{it}^* 'ye ait değerler gözlenememektedir. Bu durumda panel veri sansürlü regresyon modeli kullanılmakta ve gözlemlenen y_{it} ;

$$y_{it} = \begin{cases} y_{it}^* = \beta x_{it} + u_{it} & \text{eğer } y_{it}^* > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{eğer } y_{it}^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases}, \quad u_{it} \sim \text{IN}(0, \sigma^2)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Bu başlık altında sabit ve tesadüfi etkili tobit modeller ve tahmin yöntemleri ele alınacaktır.

2.4.1. Sabit Etkiler Tobit Model ve Tahmini

Sabit etkili tobit model;

$$y_{it}^* = \mu_i + \beta'X_{it} + u_{it}, \quad u_{it} \sim \text{IN}(0, \sigma^2) \quad (2.82)$$

$$y_{it} = \begin{cases} y_{it}^* & \text{eğer } y_{it}^* > 0 \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases} \quad (2.83)$$

$$d_{it} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } y_{it}^* > 0 \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases} \quad (2.84)$$

şeklinde, log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\log L = \sum_{i,t} (1 - d_{it}) \log \Phi \left(\frac{-\mu_i - \beta' X_{it}}{\sigma} \right) + \sum_{i,t} d_{it} \left\{ -\frac{1}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (y_{it} - \mu_i - \beta' x_{it})^2 \right\} \quad (2.85)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Doğrusal modelin söz konusu olduğu durumun aksine, bu modelde sabit birim etki μ_i 'nin fonksiyonu olmayan β ve σ parametrelerinin tahmini mümkün olmamaktadır. Her yatay kesit birimi için elde olan gözlem sayısı sabit olduğu için, sabit etki μ_i tutarlı bir biçimde tahmin edilememekte ve bu tutarsızlık β ve σ parametrelerine de taşınmaktadır (Maddala, 1987, s.325). Sabit etkili tobit model için basit tutarlı tahminciler bulunmamakta ancak sabit etkilere izin veren oldukça karmaşık yarı parametrik tahminciler, tobit model ve genelleştirilmiş tobit modeller için kullanılabilir (Cameron ve Trivedi, 2005: 800). Kısa panel söz konusu olduğunda, β parametresi için elde edilen tahminci, rastlantısal parametre sorunu sebebiyle tutarsız olmakta, tutarlı bir tahminci sağlayacak hiçbir fark alma veya koşullama yöntemi de bulunmamaktadır. Bütün bu bilgiler göz önüne alındığında, tobit modelin sabit etkiler için uyarlanamayacağı görülmektedir.

2.4.2. Tesadüfi Etkili Tobit Model ve Tahmini

Tesadüfi etkili probit modelin varsayımları tesadüfi etkili tobit model için de geçerli olmaktadır. Bu varsayımlar aşağıda sıralanmıştır (Söderbom, 2009);

- i. Birim etki μ_i ve bağımsız değişken x_{it} birbirinden bağımsızdır.
- ii. Bağımsız değişken x_{it} katı dışsaldır.
- iii. Birim etki μ_i 0 ortalamalı sabit varyanslıdır ve normal dağılım özelliğine sahiptir.

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \dot{\mu}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.86)$$

$$\dot{\mu}_i = \mu_i + \nu_{it}, \quad t = 1, 2, \dots, T_i \quad (2.87)$$

$$y_{it} = \begin{cases} y_{it}^* & \text{eğer } y_{it}^* > 0 \\ 0 & \text{aksi durum} \end{cases} \quad (2.88)$$

$$\mu_i \sim \text{IN}(0, \sigma_\mu^2), \quad \nu_{it} \sim (0, \sigma_\nu^2)$$

burada N grup sayısını, T_i i. için tekrarlanan gözlem sayısını, y_{it} bağımlı değişkeni, y_{it}^* ise sadece pozitif olduğu durumda gözlenen değişkeni, x_{it} bağımsız değişken vektörünü, β tahmin edilebilir parametreleri, ν_{it} ise hata terimini ifade etmektedir. Tesadüfi etkili tobit modelde hata terimi iki kısımdan oluşmaktadır. μ_i , 0 ortalamalı, sabit varyanslı ve normal dağılımlıdır. Kalıntı hata terimini ifade eden ν_{it} de aynı şekilde 0 ortalamalı ve sabit varyansla normal dağılım özelliği göstermektedir.

$i = j$ ve $t = s$ ise;

$$\text{Cov}[\nu_{it}, \nu_{js}|x] = \text{Var}[\nu_{it}|x] = \sigma_\nu^2 \quad (2.89)$$

olacaktır. Aksi halde;

$$\text{Cov}[\nu_{it}, \nu_{js}|x] = 0$$

eğer $i = j$ ise;

$$\text{Cov}[\mu_i, \mu_j|x] = \text{Var}[\mu_i|x] = \sigma_\mu^2 \quad (2.90)$$

olacaktır. Diğer durumda;

$$\text{Cov}[\mu_i, \mu_j|x] = 0$$

bütün i, t, j . ler için;

$$\text{Cov}[\nu_{it}, \mu_i|x] = 0$$

olacaktır. Sonrasında;

$$\text{Corr}[\dot{\alpha}_{it}, \dot{\alpha}_{is} | x] = \sigma_{\mu}^2 / (\sigma_{\nu}^2 + \sigma_{\mu}^2) \quad (2.91)$$

elde edilir. Panel verinin, zaman serisi yapısından kaynaklanan muhtemel bir serisel korelasyon bu eşitlik sayesinde düzgün bir şekilde açıklanabilmektedir. Tesadüfi etkili tobit modeli, sabit etkili tobit modelden ayıran temel varsayım, birim etkinin bağımsız değişken x_{it} ile korelasyonsuz olmasıdır (Chen, Ma, ve Chen, 2014: 325).

Tesadüfi etkili tobit model için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\log L = \sum_{i=1}^N \ln \int f(y_{it} | x_{it}, \mu_i; \theta) \left(\frac{1}{\sigma_{\mu}} \right) \phi \left(\frac{1}{\sigma_{\mu}} \right) d\mu_i \quad (2.92)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada,

$$f(y_{it} | x_{it}, \mu_i; \theta) = \prod_{y_{it} > 0} \frac{1}{\sigma_{\nu}} \phi \left(\frac{(y_{it} - \beta x'_{it} - \mu_i)}{\sigma_{\nu}} \right) \prod_{y_{it} = 0} \Phi \left(\frac{-\beta x'_{it} - \mu_i}{\sigma_{\nu}} \right) \quad (2.93)$$

$\phi(\cdot)$ standart normal yoğunluk fonksiyonu, $\Phi(\cdot)$ ise standart normal dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

2.4.2.1. Tesadüfi Etkili Tobit Model için Marjinal Etkiler

Tobit modelde parametre tahminleri, verinin sansürlü yapısı sebebiyle bağımsız değişkendeki bir birimlik değişimin bağımlı değişkende meydana getirdiği gerçek değişimi yansıtmamaktadır. Tesadüfi etkili tobit modelde, her bir değişkenin etkisini değerlendirmek için, bağımsız değişkene ait i . birimdeki bir birim değişikliğin, bağımlı değişken üzerindeki marjinal etkisi;

$$\frac{\partial E[Y]}{\partial X_i} = \beta_i \Phi(z) \quad (2.94)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada,

$$z = \frac{\beta X}{\sigma_{\epsilon}} = \frac{\beta X}{\sqrt{\sigma_{\nu}^2 + \sigma_{\mu}^2}} \quad (2.95)$$

olarak gösterilmektedir (Calzolari, Magazzini, Mealli, 2001: 18). Burada $\Phi(z)$ birikimli normal dağılım fonksiyonunu, β_i , i. bağımsız değişkenin X_i 'ye karşılık gelen katsayı tahminini, σ_μ tesadüfi etkinin standart sapmasını, σ_v ise hata terimine ait standart sapmayı temsil etmektedir.

2.5. Panel Çoklu Tercih Modelleri

Panel verinin söz konusu olduğu durumda da, birinci bölümde ele alınan çoklu tercih tanımı geçerli olmaktadır. Bağımlı değişkeninin, i. birimin t. zamanında ikiden fazla alternatifi ya da durumu tercih etme olasılığını ifade ettiği modeller olan panel çoklu tercih modellerine, son zamanlarda uygulamalı ekonometrik araştırmalarda sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bu bölümde, havuzlanmış, sabit etkili, tesadüfi etkili çoklu logit modeller ve koşullu logit model ele alınacaktır.

2.5.1. Havuzlanmış Çoklu Logit Model

Panel Çoklu logit model;

$$\ln \Omega_{m|b}(x) = \ln \frac{\text{pr}(y = m | x)}{\text{pr}(y = b | x)} = x\beta_{m|b} \quad m = 1, \dots, J \quad (2.96)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada b, referans kategoriyi ifade etmektedir. $\ln \Omega_{m|b}(x) = \ln 1 = 0$ olduğunda, $\beta_{b|b} = 0$ olmaktadır. Yani bir referans kategori kendisiyle karşılaştırıldığında log-bahis oranı daima 0'a eşit olmaktadır. Böylece herhangi bir bağımsız değişkenin etkisi de 0 olmaktadır.

J adet eşitlik, her bir referans gruba ait olasılıklar hesaplanarak çözülebilmektedir.

$$\text{pr}(y = m|x) = \frac{\exp(x\beta_{m|b})}{\sum_{j=1}^J \exp(x\beta_{j|b})} \quad (2.97)$$

Referans kategori olarak kullanılan b'nin dikkate alınmadığı durumda tüm olasılıklar aynı olmaktadır. Örneğin, 3 referans kategorinin bulunduğu ve 1. kategorinin referans alındığı bir model oluşturulduğunda, ve $\hat{\beta}_{3|1}$ ile $\hat{\beta}_{1|1} = 0$ tahminleri elde edilmektedir. Olasılık fonksiyonu;

$$\text{pr}(y = m|x) = \frac{\exp(x\beta_{m|1})}{\sum_{j=1}^J \exp(x\beta_{j|1})} \quad (2.98)$$

şeklinde ifade edilmektedir. 2. kategorinin referans kategori olarak göz önüne alındığı durumda olasılık fonksiyonu;

$$\text{pr}(y = m|x) = \frac{\exp(x\beta_{m|2})}{\sum_{j=1}^J \exp(x\beta_{j|2})} \quad (2.99)$$

şeklinde ifade edilmektedir (Long ve Freese, 2014: 390).

2.5.1.1. Sabit Etkili Çoklu Logit Model

Çoklu bir tercih modeli aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\forall j \in (1, \dots, J): y_{itj}^* = \alpha_{ij} + x_{it}\beta_j + \epsilon_{itj} \quad (2.100)$$

Burada β_j katsayı vektörünü, α_{ij} ise tesadüfî bir değişkeni ifade etmektedir. Hata terimi ϵ_{itj} , tüm j ler için bağımsız ve aynı dağılıma sahip tip 1 (Gumbell Tipi) uç değerli tesadüfî değişkendir.

$$\forall j \in (1, \dots, J): \Pr(y_{it} = o_j | \alpha_i, \beta, x_{it}) = \Pr\left(\max_{k \in (1, \dots, J)} y_{itk}^* = y_{itj}^* \mid \alpha_i, \beta, x_{it}\right) \quad (2.101)$$

bu varsayımlarla; her bir bağımlı değişken için olasılıklar elde edilebilir. Belirlilik sağlanması için, gelişigüzel bir bağımlı değişken, $B \in (1, \dots, J)$ baz değişken olarak seçilir. Sonrasında ayrı ayrı her katsayı 0 değeri ile sınırlandırılır;

$$\alpha_{iB} = 0, \beta_B = 0$$

buradan;

$$\Pr(y_{it} = o_j | \alpha_i, \beta, x_{it}) = \begin{cases} \frac{\exp(\alpha_{ij} + x_{it}\beta_j)}{1 + \sum_{k \neq B} \exp(\alpha_{ik} + x_{it}\beta_k)} & j \neq B \\ \frac{1}{1 + \sum_{k \neq B} \exp(\alpha_{ik} + x_{it}\beta_k)} & j = B \end{cases} \quad (2.102)$$

elde edilir. Buraya kadar, gözlenmeyen heterojenliğin olmadığı durumda, $\forall j: \alpha_{ij} = \alpha_j$, tutarlı tahmin sonuçları veren havuzlanmış çoklu lojistik regresyon kurulmuştur.

Sabit Etkili MNL Modelin avantajı sabit terimlere göre birim gözlenmeyen heterojenliğe müsaade etmesidir. Heterojenlik terimini ifade eden α_{ij} tesadüfi değişkendir ve bağımsız değişkeni ifade eden x_{it} ile ortak dağılım fonksiyonları için hiçbir kısıtlama yoktur. α_{ij} nin doğrudan tahmini rastlantısal parametre sorununa sebebiyet verir. Böylelikle yalnızca $N \rightarrow \infty$ durumunda, tutarsız tahminçiler elde edilir. Ancak, ek varsayımlar göz önünde bulundurulduğunda β katsayı vektörünün tutarlı tahmini mümkün olmaktadır. Gözlenen değişkenler, gözlenmeyen heterojenlik koşulu altında katı dışsaldır.

$$\forall t \in (1, \dots, T_i), \quad j \in (1, \dots, J): f_{y_{it}|\alpha_{ij}, x_i} = f_{y_{it}|\alpha_{ij}, x_{i1}, \dots, x_{iT_i}} = f_{y_{it}|\alpha_{ij}, x_{it}} \quad (2.103)$$

Hata terimleri zaman boyunca birbirinden bağımsızdır. Otokorelasyon göz ardı edilmiştir.

$$\forall s, t \in (1, \dots, T_i), \quad j \in (1, \dots, J): \dot{o}_{sj} \perp \dot{o}_{tj} \quad (2.104)$$

Bu ek varsayımlar altında (Chamberlain, 1980: 225-238), $\theta_{ij} \equiv \sum_{t=1}^{T_i} \delta_{y_{it}o_j}$ teriminin, gözlenmeyen heterojenlik α_{ij} için yeterli bir istatistik olduğunu ifade etmektedir. Terimde yer alan δ , y_{it} ve o_j ye göre Kronecker delta fonksiyonunun ifadesidir (Pforr, 2014: 847-862). Gözlenmeyen heterojenlik için yeterli bir istatistik olması sebebiyle, α_{ij} yok edilerek olabilirlik fonksiyonu yeniden formüle edilebilir. i birim için zaman boyunca, birbiri ardına gelen tercih değişkenleri için kitle olasılık fonksiyonunun yeterli istatistik üzerine koşullaması,

$$f_{y_i | \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i} = \frac{\prod_{t=1}^{T_i} \prod_{j=1}^J \Pr(y_{it} = o_j | \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i)^{\delta_{y_{it}o_j}}}{\sum_{v_i \in Y_i} \left[\prod_{t=1}^{T_i} \prod_{j=1}^J \Pr(v_{it} = o_j | \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i)^{\delta_{v_{it}o_j}} \right]} \quad (2.105)$$

şeklinde ifade edilir. Sonrasında;

$$Y_i \equiv \left\{ (v_{i1}, \dots, v_{iT_i}) \mid \forall j \in (1, \dots, J) : \sum_{t=1}^{T_i} \delta_{v_{it}o_j} = \sum_{t=1}^{T_i} \delta_{y_{it}o_j} = \theta_{ij} \right\} \quad (2.106)$$

yazılır. Burada Y_i , tercih değişkeni y_i 'nin gerçekleşen dizilerinin tüm permütasyonlarını ifade eder. Yukarıdaki varsayımlar ve tanımlar göz önüne alındığında Eşitlik (2.105);

$$f_{y_i} \mid \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i = \frac{\exp\left(\sum_{t=1}^{T_i} \sum_{j=1, j \neq B}^J \delta_{y_{it}o_j} x_{it} \beta_j\right)}{\sum_{v_i \in Y_i} \exp\left(\sum_{t=1}^{T_i} \sum_{j=1, j \neq B}^J \delta_{v_{it}o_j} x_{it} \beta_j\right)} \quad (2.107)$$

şeklinde yazılır. Kitle olasılık fonksiyonu türetilerek, sabit etkili MNL modele ait log-olabilirlik fonksiyonunun basitleştirilmiş ifadesi görülebilir.

$$\begin{aligned} \ln l_i(\beta \mid y_i, x_i) &= \ln f_{y_i} \mid \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i \\ &= \sum_{t=1}^{T_i} \sum_{j=1, j \neq B}^J \delta_{y_{it}o_j} x_{it} \beta_j - \ln \sum_{v_i \in Y_i} \exp\left(\sum_{t=1}^{T_i} \sum_{j=1, j \neq B}^J \delta_{v_{it}o_j} x_{it} \beta_j\right) \end{aligned} \quad (2.108)$$

böylelikle genel olabilirlik fonksiyonu;

$$\ln L(\beta \mid y, x) = \sum_{i=1}^N \ln l_i(\beta \mid y_i, x_i) \quad (2.109)$$

şeklinde ifade edilir. Eşitlikten elde edilen ML Tahmincisi, β vektör katsayısının tutarlı asimtotik normal bir tahmincisidir (Wooldridge, 2010, s. 655).

Özel Durum: Sabit Etkili İkili Logit Model

Genellikle bağımlı değişken o_j , $o_1 = 0$ ve $o_2 = 1$ olarak kodlandığında karşılaşılan bir durum olan sabit etkili ikili logit model, sabit etkili MNL modelin $J=2$ olduğu durumdaki özel bir halidir. Baz bağımlı değişken genellikle $B = 1$ olarak tanımlanır. Bu durumda eşitlik (2.102),

$$\Pr(y_{it} = 1 \mid \alpha_i, \beta, x_{it}) = \frac{\exp(\alpha_i + x_{it} \beta)}{1 + \exp(\alpha_i + x_{it} \beta)} \quad (2.110)$$

$$\Pr(y_{it} = 0 | \alpha_i, \beta, x_{it}) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha_i + x_{it}\beta)} \quad (2.111)$$

olarak basitleştirilir. Heterojenlik terimi α_i artık skaler olduğu için sadece bağımlı değişken $o_2 = 1$ ile $o_1 = 0$ arasındaki zıtlığı ifade etmektedir. Benzer şekilde, kalıntı katsayı vektörü β da bu zıtlığı yansıtmaktadır. Böylelikle, eşitlik (2.107)'deki log-olabilirlik fonksiyonun basitleştirilmiş şekli;

$$f_{y_i} | \alpha_i, \beta, x_i, \theta_i = \frac{\exp\left(\sum_{t=1}^{T_i} y_{it} x_{it} \beta\right)}{\sum_{v_i \in Y_i} \exp\left(\sum_{t=1}^{T_i} v_{it} x_{it} \beta\right)} \quad (2.112)$$

olarak ifade edilmektedir.

2.5.1.2. Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model

Panel veri analizinde, MNL model birçok araştırma sahasında kullanılan bir modeldir. Özellikle marka seçim tercihleri hakkında yapılmış olan çalışmalarda panel MNL modelden faydalanılmıştır (Chen ve Kuo, 2001: 89-95) (Chintagunta, Jain, ve Vilcassim, 1991: 417-428).

i. birimin (hanehalkı, tüketici, v.s), t. seçim fırsatında j. tercihi (marka, ürün v.s) için dolaylı faydası olan U_{ijt} ;

$$U_{ijt} = V_{ijt} + \varepsilon_{ijt} \quad (2.113)$$

iki kısımdan oluşur. Burada V_{ijt} deterministik bileşen, ε_{ijt} ise tesadüfi bir bileşendir. V_{ijt} sistematik $X_{ijt}\beta$ parçasından oluşur. Burada X_{ijt} i. birimin t. seçim fırsatında karşılaştığı değişkenleri ifade eder. β ise bilinmeyen bir parametredir.

$$V_{ijt} = X_{ijt}\beta + \alpha_{ij} \quad (2.114)$$

burada α_{ij} sabit terimi ifade eder ve i.birimin j. tercihini esas içerir. Fayda maksimizasyon varsayımları altında, ε_{ijt} için IID özelliklerine sahip tip 1 uç değer dağılımı, i. birimin t. seçim fırsatında j. tercihi yapma olasılığı $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{iN}$ üzerine koşullanarak;

$$\Pr_{it}(j|\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{iN}) = \frac{\exp(X_{ijt}\beta + \alpha_{ij})}{\sum_{k=1}^N \exp(X_{ikt}\beta + \alpha_{ik})} \quad (2.115)$$

şeklinde bulunur. Eğer değişken etkileri, j. tercihler arasında aynı ise, j. tercihinde bulunma kararı α_{ik} tarafından belirlenir.

$$p_{itj} = \Pr(y_{it} = j) = \frac{\exp(\alpha_j + x'_{itj}\beta)}{\sum_{j=1}^J \exp(\alpha_j + x'_{itj}\beta)}, \quad j = 1, \dots, J, \quad (2.116)$$

burada α_j ve β tahmini yapılacak olan parametreleri ifade etmektedir. Yukarıdaki eşitlik, ekonometride McFadden modeli olarak da bilinen, j. hücre olasılıklı MNL modeli göstermektedir. (McFadden, 1973) bu modeli stokastik tesadüfi fayda modelinden yola çıkarak geliştirmiştir. i. birimden elde edilen log-olabilirlik fonksiyonu;

$$l_i = \sum_{t=1}^{T_i} \left\{ \alpha_{j^*} + x'_{itj^*}\beta - \log \left(\sum_{j=1}^J \exp(\alpha_j + x'_{itj}\beta) \right) \right\}, \quad (2.117)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada j^* , y_{it} 'nin aldığı değeri ifade etmektedir. Bu model, her bir birim içerisinde bulunan verinin birbirinden bağımsız olması varsayımına dayanmakta, ancak bu varsayım gerçek bir veri setiyle çalışıldığı takdirde mantıklı görünmemektedir. Bir birim için, birden fazla gözlemin bulunması, birbiriyle ilişkili hata terimlerinin ortaya çıkmasına sebep olduğu için, MNL modelde, parametrelerinin tamamının veya bir kısmının, rassal bir şekilde birimler arasında değişmesine izin verilmektedir (Chen ve Kuo, 2001: 89-95). Bu durum da ise tesadüfi etkiler MNL modeli ortaya çıkmaktadır.

$$p_{itj} | u_i = \Pr(y_{it} = j | u_i) = \frac{\exp(\alpha_j + x'_{itj}\beta + z'_{itj}u_i)}{\sum_{j=1}^J \exp(\alpha_j + x'_{itj}\beta + z'_{itj}u_i)}. \quad (2.118)$$

Koşullu olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\int L_i(\cdot | u_i) f(u_i | G) du_i. \quad (2.119)$$

şeklinde gösterilmektedir.

2.5.1.3. Koşullu Logit Model

Hata terimi u_i üzerine koşullanmış bir i. birim için log-olabilirlik fonksiyonu;

$$L(\beta, u_1 \dots u_n) = \sum_{t=1}^{T_i} y_{it} \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(x_{it}\beta + u_i)} \right) + \sum_{t=1}^{T_i} (1 - y_{it}) \ln \left(\frac{\exp(x_{it}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{it}\beta + u_i)} \right) \quad (2.120)$$

şeklinde gösterilmektedir. $\sum_t y_{it}$, hata terimi u_i için yeter bir istatistiktir.

$\Pr\left(y_i | \sum_t y_{it}\right)$, u_i 'ye bağlı değildir. $T_i = 2$ olduğu durumda, bağımlı değişken y_{it} , 0, 1, 2 gibi üç değer almakta, $\sum_t y_{it} = 0$ olduğu durumda $y_{i1} = y_{i2} = 0$, $\sum_t y_{it} = 2$ olduğu durumda ise $y_{i1} = y_{i2} = 1$ olasılık değerlerini almaktadır. Sadece $\sum_t y_{it} = 1$ olduğu durum dikkat çekmektedir. Koşullanan bir olayın olasılığı;

$$\begin{aligned} \Pr\left(\sum_t y_{it} = 1\right) &= \Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0) + \Pr(y_{i1} = 0, y_{i2} = 1) \\ &= P_{i1}(1 - P_{i2}) + (1 - P_{i1})P_{i2} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i)} \frac{1}{1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} + \frac{1}{1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i)} \frac{\exp(x_{i2}\beta + u_i)}{1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i) + \exp(x_{i2}\beta + u_i)}{(1 + \exp(x_{i1}\beta + u_i))(1 + \exp(x_{i2}\beta + u_i))} \end{aligned} \quad (2.121)$$

şeklinde ifade edildiğinde, sonrasında 1 ve 0 gözlemleri için koşullu olasılıklar;

$$\begin{aligned} \Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0 | y_{i1} + y_{i2} = 1) &= \frac{\Pr(y_{i1} = 1, y_{i2} = 0)}{\Pr(y_{i1} + y_{i2} = 1)} \\ &= \frac{\exp(x_{i1}\beta + u_i)}{\exp(x_{i1}\beta + u_i) + \exp(x_{i2}\beta + u_i)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\exp(x_{i1}\beta)}{\exp(x_{i1}\beta) + \exp(x_{i2}\beta)} \\
&= \frac{\exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)}{1 + \exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)} \tag{2.122}
\end{aligned}$$

ifade edildiğinde, Burada hata terimi u_i , $\sum_t y_{it}$ 'in yeterli istatistiği üzerine koşullanarak yok edilmektedir.

$T = 2$ olduğu durumda koşullu log-olabilirlik fonksiyonu;

$$L(\beta) = \sum_{i: \sum y=1} d_i (x_{i1} - x_{i2})\beta - \ln(1 + \exp((x_{i1} - x_{i2})\beta)) \tag{2.123}$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $y_{i1} = 1$ ve $y_{i2} = 0$ ise, $d_i = 1$; $y_{i1} = 0$ ve $y_{i2} = 1$ ise, $d_i = 0$ olmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3.1. Finansal Başarısızlık Kavramı

Firma başarısızlıkları üzerine yapılan çalışmalar, başarısızlık kavramını üç temel terminoloji altında incelemektedir. Ekonomik başarısızlık, teknik nedenlere dayalı ödeme güçlüğü ve iflas durumu, başarısızlık kavramını açıklama noktasında önemli olan etkenlerdendir. Ekonomik başarısızlık, bir firmanın gelirinden daha fazla harcama yapması bir başka deyişle harcamalarının gelirlerini aşma durumu olarak değerlendirilmekteyken, teknik nedenlere dayalı ödeme güçlüğü bir firmanın pozitif net değere sahip olduğu halde kısa vadeli borçlarını karşılayacak likiditeye sahip olmaması durumunu ifade etmektedir. İflas durumu ise, bir firmanın likiditesinin aşırı yetersizliği veya firmanın negatif değerli olması olarak adlandırılmaktadır (Gu ve Gao, 2000). Genellikle finansal başarısızlık olarak adlandırılan bu süreç firmaların finansal borçlarını eksiksiz veya vaktinde ödeyememe durumu olarak ifade edilmektedir (Terzi, 2011).

3.1.1. Finansal Başarısızlığın Nedenleri

İşletmelerin finansal başarısızlık olasılıkları birçok faktöre bağlıdır. Bu faktörler, şirketin tüzel kişiliğiyle alakalı olabildiği gibi, ait olduğu ve faaliyette bulunduğu ülkenin ekonomik durumuyla da alakalı olabilmektedir. Küreselleşen bir ekonomide, şirketlerin hem ait olduğu ülkeler hem de faaliyet göstermekte olduğu diğer ülkeler için önemi büyüktür. İşgücü istihdamında azımsanmayacak bir role sahip olan şirketler, faaliyet göstermekte oldukları ülkelere ait makro ekonomik değişkenler üzerinde etkin olmanın yanında faaliyet gösterdikleri ülkenin makro ekonomik değişkenlerinden de etkilenmektedirler. Bu sebeple şirketlerin uğrayabilecekleri bir iflas durumu veya finansal sıkıntı halinin etkileri aşamalı olarak birçok alanda tesirini göstermektedir.

Bir firmanın finansal açıdan sıkıntılı bir süreçten geçmesi ya da finansal açıdan başarılı bir seyrinde olması sadece firmanın ekonomik faaliyetlerinden kaynaklanan bir durum olarak görülmemektedir. Literatür incelendiğinde firmaların finansal durumunun iki boyutlu bir değerlendirmeye tabi tutulduğu görülmekte, firmanın kendisinden kaynaklı bir başarısızlık durumu olabileceği gibi firma dışı aktörlerin

etkisinden kaynaklanan bir başarısızlık durumundan da söz edilebilmektedir. İşletme dışı aktörlere, rakip firmalar, güncel ekonomik şartlar ve devlet örnek olarak verilebilir (Yücel, Tülay, 2001).

3.2. Literatür Özeti

Gerek finans alanında gerekse ekonometrik alanda şirketlerin finansal başarısızlıklarının saptanması ve modellenmesi ile ilgili geniş bir literatür bulunmaktadır. Bu literatür, yurt içinde ve yurt dışında yapılanlar olmak üzere iki başlık altında incelenmiştir.

3.2.1. Yerli Literatür

Aktaş, Doğanay ve Yıldız (2003), Türkiye’de 1983-1997 dönemi için çoklu regresyon, lojistik regresyon ve diskriminant analizi ve yapay sinir ağları yöntemini kullandıkları çalışmalarında, sinir ağlarının finansal başarısızlığı açıklamada çoklu regresyon modellerine kıyasla daha iyi olduğunu göstermişlerdir. Benzer şekilde Benli (2005), Türkiye’de 1997-2001 dönemi için lojistik regresyon ve yapay sinir ağları yöntemini kullandığı çalışmada yapay sinir ağlarının finansal başarısızlığı tahmin doğruluk yüzdesinin, lojistik regresyon modeline kıyasla daha yüksek olduğunu göstermiştir.

Altaş ve Giray (2005) çalışmalarında, finansal başarısızlık riskine sahip firmaların tespiti için lojistik regresyon analizi kullanmışlardır. Tekstil sektöründe işlem gören firmaların 2001 yılı bilançoları kullanılarak bir takım finansal oranlar elde edilmiş ve bu firmalar dönem sonu kar-zararlarına bakılarak finansal anlamda başarılı veya başarısız olarak sınıflandırılmışlardır. Lojistik regresyon modeli vasıtasıyla yapılan bu sınıflandırma %74 oranında başarılı bir sınıflandırma performansı göstermiştir.

İçerli ve Akkaya (2006) çalışmalarında, 1990-2003 yılları arasında İMKB’de faaliyet gösteren 40 adet başarısız ve 40 adet başarılı endüstri firmasını ele almışlardır. Çalışmada firmalar başarılı ve başarısız iki ayrı grup halinde ele alınmış ve her grup için finansal oranlar hesaplanmıştır. Sonrasında Z testi kullanılarak ortalamalar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı araştırılmıştır. Sonuç olarak firmaların başarılı ve başarısız olarak nitelendirilmesinde, cari oran, asit-test oranı,

alacak devir hızı ve toplam borç/toplam aktif oranının belirleyici olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Ekinci, Temur, Çelebi ve Bayraktar (2008) çalışmalarında; Türkiye’de İmalat sanayinde yer alan ve 2001 kriz dönemini atlatabilmiş ve iflas etmiş olan firmaları ele almışlardır. 14 adet finansal rasyo değişkeni kullanılarak, 2000 yılı için 10 adet başarısız ve 8 adet başarılı firma seçilmiş ve krizi atlatıp atlatabileceklerini öngören bir model geliştirilmiştir. Yapay sinir ağlarının kullanıldığı çalışmada modelin firma başarısızlığını öngörmede iyi olduğu belirtilmiştir.

Vuran (2009) çalışmasında, 1997-2007 yılları arasında halka açık ve kapalı toplam 122 firmayı ele alarak, finansal başarısızlığı bir ve iki yıl öncesinden tahmin etmek ve finansal başarısızlığın belirleyicisi olan finansal oranları tespit etmek için diskriminant analizi ve lojistik regresyon olmak üzere iki istatistiki yöntem kullanmıştır. İki modelin sonuçlarını karşılaştırarak finansal başarısızlığa uğrayan şirketlerin başarısızlıktan yıllar önce bir takım başarısızlık emareleri gösterdikleri ve iki istatistiki model sonuçları arasında anlamlı bir fark olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca finansal başarısızlığın belirleyicisi olarak finansal rasyolar arasında kârlılık oranları en önemli oran olarak bulunmuştur.

Çelik (2010) çalışmasında, 1997-2002 yılları arasında Türkiye’de bankaların finansal başarısızlıklarını öngörmeye yönelik erken uyarı modelleri oluşturmayı amaçlamış ve bu doğrultuda 36 adet özel sermayeli ticari bankayı ve bu bankalara ait finansal tablolardan elde edilen finansal oranları kullanarak yapay sinir ağları ve diskriminant analizini kullanarak başarısızlıktan 1 ve 2 yıl öncesi için tahmin yapmıştır. Sonuçlara göre her iki model de, finansal başarısızlığın önceden tahmini için %88.9’un üzerinde başarı sağlamıştır.

Akkaya, Demireli ve Yakut (2010) çalışmalarında, Tekstil ve Kimya Petrol ve Plastik sektörlerindeki firmaların finansal başarısızlıklarının bir yıl öncesinden tespit edilmesi için geliştirdikleri yapay sinir ağı modeliyle, toplam 11 başarılı firmadan 9 tanesini doğru sınıflandırırken 2 tanesini ise hatalı sınıflandırırken, başarılı firmaları ise %82 tahmin doğruluk yüzdesiyle sınıflandırmışlardır. Çalışmanın devamında kullandıkları yapay sinir ağı modeli, 10 adet başarısız firmanın 8’ini doğru

sınıflandırırken 2 tanesini de hatalı sınıflandırmıştır. Başarısız firmalar için ise tahmin doğruluk yüzdesini de %80 olarak bulmuşlardır.

Yakut ve Elmas (2013) çalışmalarında, İMKB de işlem gören 140 sanayi firması için 2005-2008 yılları arasındaki finansal başarısızlığı, veri madenciliği yöntemi ve diskriminant analizi ile incelemişlerdir. Çalışma sonucunda veri madenciliğinin, diskriminant analizine göre daha iyi sınıflandırma ve tahmin öngörü yüzdesi elde ettiğini ortaya koymuşlardır.

Cengiz, Turanlı, Kalkan ve Köse (2015) BIST’de işlem gören 100 şirketin finansal başarısızlıklarını inceledikleri çalışmalarında, şirketlere ait 2013 verilerini kullanarak faktör analizi ve diskriminant analizi ile başarılı ve başarısız şirketleri sınıflandırmışlardır.

Selimoğlu ve Orhan (2015) çalışmalarında, Borsa İstanbul’da işlem gören dokuma, giyim eşyası ve deri firmaları için finansal başarısızlık ile finansal oranlar arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. 23 adet finansal orandan 7 si gruplar arasında anlamlı farklılıklar göstermiş ve bu 7 oranla yaptıkları diskriminant analizi sonuçlarına göre sınıflandırma başarısını %92 olarak bulmuşlardır.

Ural, Gürarda ve Önemli (2015) çalışmalarında, Borsa İstanbul’da faaliyet gösteren gıda içki ve tütün şirketleri için, 2005-2012 periyodundaki verileri kullanarak finansal başarısızlık riskini lojistik analiz yöntemi ile 3 yıl öncesinden tahmin etmeyi amaçlamışlardır. Finansal başarısızlığı 1 yıl önceden öngörmeyi amaçlayan modelin tahmin yüzdesini %91, 2 yıl önceden öngörmeyi amaçlayan modelin tahmin yüzdesini %91, 3 yıl önceden öngörmeyi amaçlayan modelin tahmin yüzdesini ise %74,5 olarak bulmuşlardır.

Kulalı (2016), Altman (1968) Z-skor modelini kullandığı çalışmasında, 2000-2013 yılları arasında BIST’te faaliyet göstermekte iken iflas açıklayan 19 adet firmanın iflasından bir yıl öncesini %95 iki yıl öncesini ise %90 oranında doğru tahmin etmiştir.

3.2.2. Yabancı Literatür

Finansal başarısızlığın saptanmasında çoğu araştırmacı ve analist, Altman (1968) tarafından geliştirilen, firmaların finansal durumunu üç eşikle modelleyen Z-Skore testini kullanmışlardır.

Beaver (1966), literatürde öncül olan çalışmasında, otuz finansal oran değişkenini altı gruba ayırıp ve bu grupların her birinden bir adet oran seçerek diskriminant analiz yöntemi ile finansal başarısızlığı incelemiştir.

Altman (1968) çalışmasında, önceden belirlediği 22 adet finansal oran değişkenini bir takım istatistiksel analizler sonucunda 5 adet finansal orana indirgemiş ve çoklu diskriminant analizi ile “Z” adını verdiği bir model oluşturmuştur. Bu model vasıtasıyla bir iflas öngörü modeli oluşturmuş, analiz ettiği firmaların iflastan 1 yıl öncesini %95, 2 yıl öncesini ise %72 doğrulukla tahmin etmiştir.

Meyer ve Pifer (1970) çalışmalarında, 1948-1965 zaman periyodunda ABD’de iflas etmiş 39 bankayı, özellikler yönünden benzer olan 39 iflas etmemiş banka ile eşleştirerek, başarılı bankalar için iflas riskini araştırmışlardır. Logit regresyonu kullandıkları çalışmalarının sonucunda, iflastan 1 ve 2 yıl öncesi için bankaların %80’ini doğru sınıflandırmışlardır.

Deakin (1972) çalışmasında, daha önce Beaver (1966)’ın kullandığı finansal oranları kullanarak, iflastan 5 yıl öncesi için, en iyi potansiyel iflas tahmini elde eden 14 finansal oranın doğrusal kombinasyonlarını araştırmıştır. Çalışma sonucunda Beaver (1966)’ın geliştirmiş olduğu tek oranlı diskriminant analiz modelinin Altman (1968)’in Z-skoruna göre daha iyi sınıflandırma kabiliyetine sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Edmister (1972) çalışmasında, küçük ölçekli firma başarısızlıkları için oluşturulabilecek bir öngörü modelinde, finansal oran analizinin kullanılabilirliğini test etmiştir. Bu çalışma küçük ölçekli firma başarısızlıklarını modelleyen özgün bir çalışmadır.

Ohlson (1980) çalışmasında, finansal başarısızlık tahmini için lojistik regresyonu kullanmıştır. 1970-1976 zaman periyodunu kapsayan çalışmasında 105 adet iflas etmiş, 2058 adet iflas etmemiş firmayı inceleyen Ohlson, iflastan hemen 1 yıl öncesi için %96,12; iki yıl öncesi için ise %95,55 tahmin doğruluk yüzdesi elde etmiştir.

Sharma ve Mahajan (1980) 46 adet perakende satış firmasını ele aldıkları çalışmalarında, firmalar için başarısızlık tahmin modeli geliştirmişlerdir. 11 finansal performans göstergesi seçerek bu göstergeleri firmaların başarılı-başarısız olarak sınıflandırması için kullanmışlardır. 1970-1976 yıllarını baz aldıkları çalışmada 23 firmayı bu süreçte başarısız olarak sınıflandırmışlar ve 5 yıl öncesine kadar tahmin doğruluk yüzdeleri bulmuşlardır.

Zmijewsky (1984) çalışmasında, 6 adet finansal oran değişkeni ile oluşturduğu probit model vasıtasıyla iflas eden firmalar için %20, başarılı firmalar için ise %99.5 tahmin doğruluk yüzdesiyle sınıflandırma yapmıştır.

Rose ve Koları (1985) çoklu diskriminant analizi kullandıkları çalışmalarında, 23 finansal oran ile örnekleme yer alan ticari bankalar için iflas öngörü modeli oluşturmuşlardır. Çalışmada dikkate değer sonuçlardan birisi modelin iflastan 6 yıl öncesine kadar doğru sınıflandırma yüzdesi elde etmiş olmasıdır. Buna göre iflas etmiş bankalar için iflastan 1 yıl öncesi için %76, 2 yıl öncesi için %77, 3 yıl öncesi için %69, 4 yıl öncesi için %62, 5 yıl öncesi için %62, 6 yıl öncesi için ise %72 tahmin doğruluk yüzdesi elde etmişlerdir. Yine başarılı bankalar için elde ettikleri tahmin doğruluk yüzdeleri sırasıyla, %69, %71, %66, %59, %67 ve son olarak %69'dur.

Shirata (1998) çalışmasında, iflas etmiş 686 firma ve iflas etmemiş 107034 firma arasından sistematik örnekleme yoluyla seçilen 300 firmanın verilerine dayalı bir iflas öngörü modeli önermiştir. Bu iflas öngörü modelinde, iflas etmiş şirketleri, endüstri ve endüstri büyüklüğünden bağımsız olarak %86.14 gibi bir doğruluk yüzdesiyle sınıflandırmıştır.

Lennox (1999) çalışmasında, Birleşik Krallık'ta faaliyet gösteren firmalar için 9 bağımsız değişkenli probit model kullanarak iflas öngörü modeli oluşturmuştur.

Modelde, iflas eden şirketler için iflastan 1 yıl öncesi için %48.48, 2 yıl öncesi için %38.10; iflas etmemiş şirketler için ise 1 yıl öncesi için %97.85, 2 yıl öncesi için de %97.84 tahmin doğruluk yüzdesi elde etmiştir.

Low, Nor ve Yatim (2001) çalışmalarında, 26 adet stresli, 42 adet stresli olmayan toplamda 68 adet firmaya ait 9 finansal rasyoyu kullanarak, lojistik regresyon ile finansal başarısızlığı modellemişlerdir. Sonrasında 5 adet stresli ve 5 adet stressiz firmanın içinde yer aldığı bir kontrol grubu oluşturmuşlar ve ana örneklem için %82.4, kontrol grubu için ise %90 toplam doğru sınıflandırma yüzdesine ulaşmışlardır.

Jones ve Hensher (2004) çalışmalarında, finansal başarısızlıkla finansal oranlar arasında ilişki kuran geleneksel model ve yöntemler dışında farklı bir yöntem olan tesadüfi katsayılı çoklu logit modeli kullanmıştır. 7 bağımsız değişkenle oluşturdukları modelde, iflas etmiş şirketler için, %1.84 ve %2.17 gerçek tahmin değerleri ile kıyaslandığında sırasıyla %2.02 ve %2.37 lik tahmin doğruluk yüzdesi elde etmişlerdir. İflas etmemiş şirketler için ise, %95.6 ve %96.2 gerçek değerleri ile kıyaslandığında sırasıyla %95.8 ve %96.2'lik tahmin doğruluk yüzdesine ulaşmışlardır. Yine 7 bağımsız değişkeni ele aldıkları çoklu logit modelle, iflas etmiş şirketler için, %1.84 ve %2.15 gerçek değerleri ile kıyaslandığında sırasıyla %0.02 ve %0.13 lük tahmin doğruluk yüzdesi, iflas etmemiş şirketler için ise, %95.5 ve %96.2 gerçek değerleri ile kıyaslandığında sırasıyla %99.27 ve %99.38'lik tahmin doğruluk yüzdesi elde etmişlerdir.

Lin ve Piesse (2004) çalışmalarında, finansal başarısızlığın modellenmesinde oldukça sık kullanılan çoklu diskriminant analizine alternatif olarak koşullu olasılık analizi yöntemini kullanmışlardır. Birleşik Krallık'ta 1985-1994 yılları arasında endüstri sektöründe yer alan firmalar arasında başarılı başarısız sınıflandırmasının yapıldığı bu çalışmada kullandıkları yöntemin yüksek doğruluk derecesinde, hem etkin hem de tutarlı sonuçlar verdiğini ortaya koymuşlardır. Ayrıca çoklu diskriminant analizinde ortaya çıkan sapmalı örneklem probleminin, koşullu olasılık analizi ile aşıldığını belirtmişlerdir.

Tang ve Chi (2005) çalışmalarında, 1995-2002 yılları arasında Shenzhen ve Shanghai Borsasında faaliyet gösteren 128 başarılı ve 128 başarısız toplamda 256 adet firmanın finansal başarısızlıklarını yapay sinir ağı yöntemi ile öngörmeye çalışmışlardır.

Cheng, Su ve Li (2006) çalışmalarında, finansal yapı oranları ile farklı finansal süreçler arasında anlamlı bir farklılık olduğunu kullandıkları ikili logit model yardımıyla göstermişlerdir. Ayrıca bulanık regresyon vasıtasıyla finansal yönetim aşamaları için bir derecelendirme modeli oluşturmuşlar ve bu modelin finansal stres periyodunda olan şirketleri ikili logit modele göre daha iyi tahmin ettiğini tespit etmişlerdir.

Giovanis (2010) çalışmasında, finansal stres ön uyarı modeli için iki farklı yaklaşım ortaya koymuştur. Çalışmasında havuzlanmış ve tesadüfi etkili logit modellerini karşılaştırmış ve tesadüfi etkili logit modelin daha iyi bir tahmin performansı sağladığını göstermiştir. Ayrıca ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inference System) ve Gaussian fonksiyon sonuçlarının Taiwan Security Exchange (TSI)'de yer alan finansal kurumlar ve elektrik şirketlerinin finansal stres periyodlarını %100 doğrulukla tahmin ettiğini göstermiştir.

Bhunia ve Sarkar (2011) çalışmalarında, çoklu diskriminant analizini kullanarak eczacılık faaliyeti gösteren 64 şirketi 16 finansal rasyo değişkeniyle incelemişlerdir. Bu 16 orandan 7'sini kullanarak güçlü bir diskriminant fonksiyonu kurmuşlardır. Yüksek tahmin yüzdesine ve ayırma gücüne sahip olan model ile gerçek iflastan her bir beş yıl öncesi için %86 ile %96 arasında tahmin doğruluk yüzdesi elde etmişlerdir.

Li ve Sun (2011) çalışmalarında, Shenzhen ve Shanghai Borsasına kayıtlı 135 adet başarılı ve 135 adet başarısız firma için lojistik regresyon ve diskriminant analizi ile firma finansal başarısızlıklarını tahmin etmeye çalışmışlardır. Sonuçlara göre her iki model firmalar için kısa dönemli finansal başarısızlık öngörüsünde üstün bir performans ortaya koymuştur.

Yap, Munuswamy ve Bin Mohamed (2012) çalışmalarında, 64 firmaya ait 16 finansal rasyo değişkenini analiz etmişler ve bu oranlardan 4 tanesiyle geliştirdikleri

logit modelin başarısızlık tahmininde ve gerçek başarısızlık durumundan her bir beş yıl öncesi için başarısız firmaları sınıflandırmada oldukça iyi bir performans gösterdiğini ortaya koymuşlardır.

Petrisor ve Lupu (2013) çalışmalarında, Bükreş Borsasında (BSE) yer alan 10 firma için yakın periyotta yüksek iflas riskini belirlemek adına Altman (1968) modeli kullanmışlardır.

3.3. Altman Z-Skor Modeli

Altman (1968) çalışmasında Z-skor modelini 66 firmanın temel finansal belirleyicilerini göstermek amacıyla kullanmıştır. Haldeman ve Narayanan (1977) ile yaptıkları çalışmada ise 1962-1975 yılları arasında 53 tanesi daha önce iflas etmiş olan 111 firmaya ait mali tabloları incelemiş ve son çalışmasında Altman (2000) kendisine ait olan Z-skor modelini geliştirmiştir.

Altman tarafından 1968 yılında, kamuya açık imalat firmaları için geliştirilmiş olan Z-skor modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$Z\text{-Skor} = 1,2X1 + 1,4X2 + 3,3X3 + 0,6X4 + 1,0X5$$

Net çalışma sermayesinin toplam aktiflere oranını ve firmaların toplam varlıklarına göre dönen varlıklarındaki azalmayı gösteren $X1$ değişkeni, firmanın nakit durumunu ve büyüklüğünü dikkate almaktadır. Geçmiş yıllar kârlarının toplam aktiflere oranını ifade eden $X2$ değişkeni, firmanın faaliyet gösterdiği süre zarfında kazanma gücünü ve kârlılığı göstermektedir. Firmanın toplam faaliyet gösterdiği süreye duyarlı olan bu değişken, doğal olarak yeni firmalar için düşük çıkmaktadır. Faiz ve vergi öncesi kârların toplam aktiflere oranını gösteren ve finansal başarısızlıkla karşı karşıya kalan firmalar için önemli olan $X3$ değişkeni, faaliyet etkinliğini, vergi ve kaldıraç etkisi olmadan ölçmekte ve aynı zamanda uzun dönem etkin olma durumunu ifade eden faaliyet kazançlarını göstermektedir. Piyasa değerinin toplam borçlara oranı olan $X4$ değişkeni, firma varlıklarının azalma potansiyelini göstermektedir. Son olarak net satışların toplam aktiflere oranını ifade eden ve standart toplam varlık devir hızı olarak da adlandırılan $X5$ değişkeni ise, firmanın sahip olduğu varlıkları satışa çevirme gücünü göstermektedir. Rekabet

ortamında faaliyette bulunan firmanın kabiliyetini gösteren bu oran endüstriden endüstriye farklılık arz etmektedir.

Z-skor değerleri firmalara ait finansal tablolardan elde edilmektedir. Her firma için ayrı ayrı hesaplanan bu değerler, belirli eşik değerleriyle karşılaştırılarak, firmaların üç bölgeden hangisinde bulunduğu karar verilmektedir. Eşik değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.1 Z-Skor Eşik Değerleri

	Kamuya Açık İmalat Firmaları İçin Eşik Değerleri
İflas	$Z < 1,8$
Stabilite	$1,8 < Z < 2,99$
Başarı	$Z > 2,99$

Belirli bir firma için hesaplanan bir Z-skor değerinin 1.81 eşik değerinden küçük olması durumunda, firmanın ciddi boyutlarda finansal başarısızlık veya iflas riski taşıdığı, 1.81 ile 2.99 eşik değerlerinin arasında yer alması durumunda, firmanın gelecekteki durumunun pek iç açıcı olmadığı ancak finansal başarısızlık veya iflas riskinin düşük olduğu, son olarak 2.99 eşik değerinden büyük olması durumunda ise, firmanın herhangi bir finansal probleminin bulunmadığı ve finansal başarısızlık veya iflas riskinin bulunmadığı sonucuna varılmaktadır (Altman, Danovi, ve Falini, 2013).

3.4. Ekonometrik Analiz

Çalışmada, 2003-2016 yılları arasında BİST imalat sektöründe faaliyet gösteren 105 firmaya ait 5 finansal rasyo değişkeninin, her firma için yıllar itibariyle hesaplanmış olan Altman Z-skor değerleri üzerine regresyonu kurulacaktır. Bağımlı değişken olarak ele alınacak olan Z-skor değişkeni, Altman(1968)'ın belirttiği şekilde üç eşik için kukla bağımlı değişken şeklini alacaktır. Böylece her firma için başarı durumunu ifade eden 3 kategorili (1, 2, 3) bir bağımlı değişken elde edilecektir. Örnekleme yer alan tüm firmalar Ek-1 de verilmiştir.

Analizde bağımsız değişken olarak kullanılacak olan finansal rasyolara karar verilirken, firma başarısızlıkları konusunda geniş bir literatür taraması yapılmıştır.

Literatür özetinde de değinildiği üzere konu hakkında yapılan çoğu çalışmada aktif kârlılık oranı, net işletme sermayesi, nakit oran, toplam borç/öz sermaye ve net satışlar değişkenleri firma başarısızlıklarını açıklama noktasında sıklıkla karşılaşılan değişkenlerin başında gelmektedir. Analize dahil edilen bu değişkenler kârlılık, likidite ve sermaye yapısı oranlarını temsil etme noktasında, finans literatüründe önemli bir yer tutmaktadır. Bu sebeplerle analize dahil edilen bu değişkenler, ayrıca ekonometrik yöntemler vasıtasıyla da bir sınıflandırmaya tabi tutulmuştur. Firmaların mali tablolarından elde edilen birçok oran analiz süresince tek tek modele dahil edilmiş, açıklama gücünde meydana getirdikleri değişiklikler ve anlamlılıkları dikkate alınarak modelde yer alacak bağımsız değişkenlere karar verilmiştir. Analizde bağımsız değişken olarak kullanılan finansal oran değişkenleri Tablo 3.2’de gösterilmiştir.

Tablo 3.2 Analizde Kullanılan Finansal Oran Değişkenleri

ROA	Aktif Kârlılık Oranı
NO	Nakit Oran
NİSTA	Net işletme sermayesinin toplam aktife oranı
TBÖS	Toplam borcun öz sermayeye oranı
NS	Net satışlar*

*Logaritması alınarak düzeltilmiştir.

Aktif Kârlılık Oranı (ROA)

Vergi sonrası net kârın toplam aktiflere oranlanmasıyla elde edilmektedir. Firmanın yapmış olduğu toplam yatırımlardan elde ettiği verim derecesi hakkında bilgi vermektedir (Tayyar, Akcanlı, Genç, ve Erem, 2014: 19-40).

Nakit Oran (NO)

Firmaya nakit girişi olmaması halinde, firmanın elinde bulunan nakit ve menkul kıymetlerle kısa vadeli borçlarının ne kadarını karşılayabileceğini göstermektedir. Hazır değerler ve menkul kıymetler toplamının, kısa vadeli borçlara bölünmesiyle elde edilmektedir.

Net İşletme Sermayesi (NİS)

Bir firmaya ait dönen varlıklar toplamına brüt çalışma sermayesi denilmektedir. Brüt çalışma sermayesinden, yani dönen varlıklardan kısa vadeli borçlar toplamı çıkarıldığında net çalışma sermayesi elde edilmektedir. Net çalışma sermayesinin pozitif olması, bir firmanın kısa vadeli borçlarını ödeme kabiliyetinin yeterli olduğu anlamına gelmektedir (Elmas, 2016: 204).

Toplam Borç/Öz sermaye (TBÖS)

Firma borçlarının yüzde kaçının öz sermaye ile karşılandığını gösteren orandır. Kısa ve uzun vadeli borçların öz sermayeye bölünmesiyle elde edilmektedir.

Net Satışlar (NS)

Bir firmanın brüt satışlarından satış iskontoları ve iadeleri ve diğer indirimlerin düşülmesiyle elde edilmektedir.

3.4.1. Tanımlayıcı İstatistikler

Çalışmada, BİST imalat sanayiinde, 7 alt sektörde işlem gören halka açık şirketlerin 2003-2016 yılları arasında Kamuoyu Aydınlatma Platformu'na bildirdikleri mali tablolardan elde edilen veriler kullanılmıştır. Firmaların finansal başarı/başarısızlıkları ile finansal oranlar arasında herhangi bir ilişki olup olmadığı panel çoklu nitel tercih modelleri vasıtasıyla araştırılmıştır.

Tablo 3.3 Bağımlı Değişkene Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Finansal Durum	Sıklık	Oran	Birikimli Oran
İflas (1)	341	23.20	23.20
Stabilite (2)	459	31.22	54.42
Başarı (3)	670	45.58	100.0
Toplam	1470	100	

Finansal başarıyı nitel olarak ifade edebilmek amacıyla Altman (1986)'a ait Z-Skor yöntemi kullanılmış olup, örneklem içerisinde bulunan her şirket için 2003-2016 yılları için Z-Skor değerleri hesaplanmıştır. Belirli eşik değerleri olan bu yöntemle, bir firmanın Z-skor değerinin 1.81 değerinden küçük olması halinde iflas, 1.81-2.99 değerleri arasında yer alması halinde stabilite, 2.99 değerinden büyük olması halinde ise başarı durumları elde edilmiştir. Nitel bağımlı değişken olarak ele

alınan finansal durum kukla değişkeni 3 kategoriye sahiptir. İflas durumu 1, stabilite durumu 2, başarı durumu ise 3 rakamının temsil ettiği kategoriler ile ifade edilmiştir. Finansal durumu ifade eden nitel bağımlı değişkene ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 3.3'te verilmiştir. 1, 2 ve 3 rakamları ile tanımlanmış olan bağımlı değişken kategorileri toplam 1470 gözlemden oluşmaktadır. İflas kategorisini temsil eden 1. durum için, 341; stabilite kategorisini temsil eden 2. durum için 459 ve başarı kategorisini temsil eden 3. durum için 670 gözlem bulunmaktadır. Tüm panel göz önüne alındığında sırasıyla toplam gözlemin %23.2'sini iflas, %31.22'sini stabilite ve %45.58'ini başarı kategorisi oluşturmaktadır.

Tablo 3.4 Sektör Bazında Bağımlı Değişkene Ait Tanımlayıcı İstatistikler

BİST İmalat Alt Sektörler	Firma Sayısı	İflas (1)	Stabilite (2)	Başarı (3)	Toplam
Gıda İçecek	16	89	46	89	224
Tekstil, Deri	9	64	58	4	126
Orman Kağıt Basım	9	19	38	69	126
Kimya, Petrol, Plastik	17	48	59	131	238
Taş, Toprak	25	42	80	228	350
Metal Ana Sanayi	12	44	74	50	168
Metal Eşya, Makine	17	35	104	99	238
Toplam	105	341	459	670	1470

Bağımlı değişkenin BİST İmalat Sanayiinde yer alan 7 alt sektöre göre tanımlayıcı istatistikleri ise Tablo 3.4'te verilmiştir. Çalışma örnekleminde, Gıda, İçecek alt sektöründe faaliyet gösteren 16, Tekstil, Deri alt sektöründe faaliyet gösteren 9, Orman Kâğıt Basım alt sektöründe faaliyet gösteren 9, Kimya Petrol Plastik alt sektöründe faaliyet gösteren 17, Taş, Toprak alt sektöründe faaliyet gösteren 25, Metal Ana Sanayi alt sektöründe faaliyet gösteren 12 ve son olarak Metal Eşya Makine alt sektöründe faaliyet gösteren 17 firma olmak üzere toplam 105 firma yer almaktadır. Gıda İçecek alt sektöründe iflas kategorisinde 89, stabilite kategorisinde 46, başarı kategorisinde 89 gözlem olmak üzere toplam 224, Tekstil Deri alt sektöründe iflas kategorisinde 64, stabilite kategorisinde 58, başarı kategorisinde 4 gözlem olmak üzere toplam 126, Orman Kağıt Basım alt sektöründe iflas kategorisinde 19, stabilite kategorisinde 38, başarı kategorisinde 69 gözlem olmak üzere toplam 126, Kimya Petrol Plastik alt sektöründe iflas kategorisinde 48, stabilite kategorisinde 59, başarı kategorisinde 131 gözlem olmak üzere toplam 238,

Taş Toprak alt sektöründe iflas kategorisinde 42, stabilite kategorisinde 80, başarı kategorisinde 228 gözlem olmak üzere toplam 350, Metal Ana Sanayi alt sektöründe iflas kategorisinde 44, stabilite kategorisinde 74, başarı kategorisinde 50 gözlem olmak üzere toplam 168, Metal Eşya Makine alt sektöründe iflas kategorisinde 35, stabilite kategorisinde 104, başarı kategorisinde 99 gözlem olmak üzere toplam 238 gözlem bulunmaktadır.

Tablo 3.5 Bağımsız Değişkenlere ait Tanımlayıcı İstatistikler

Bağımsız Değişkenler	Gözlem Sayısı	Ortalama	Standart Sapma
ROA	1470	0.05828	0.1176581
NİSTA	1469	0.1964986	0.1955688
NO	1470	0.626322	1.315112
TBÖS	1468	1.161951	1.843843
NS	1469	19.46322	1.470638

Bağımsız değişkenlere ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 3.5’te verilmiştir. Buna göre, ROA değişkenine ait 1470, NİSTA değişkenine ait 1469, NO değişkenine ait 1470, TBÖS değişkenine ait 1468, NS değişkenine ait 1469 adet gözlem bulunmaktadır.

3.4.2. Havuzlanmış Çoklu Logit Modelin Oluşturulması

Başarı durumu referans kategori olarak kabul edildiğinde, tahmin edilecek çoklu logit modeller aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\ln \Omega_{iB}(x_i)_{it} = \beta_{0, iB} + \beta_{1, iB} ROA_{it} + \beta_{2, iB} NİSTA_{it} + \beta_{3, iB} NO_{it} + \beta_{4, iB} TBÖS_{it} + \beta_{5, iB} NS_{it} + u_{it}$$

$$\ln \Omega_{iS}(x_i)_{it} = \beta_{0, iS} + \beta_{1, iS} ROA_{it} + \beta_{2, iS} NİSTA_{it} + \beta_{3, iS} NO_{it} + \beta_{4, iS} TBÖS_{it} + \beta_{5, iS} NS_{it} + u_{it}$$

İ iflas, S stabil, B başarı durumlarını göstermektedir.

3.4.2.1. Small Hsiao İlişkisz Alternatiflerin Bağımsızlığı (IIA) Varsayımın Testi

Small ve Hsiao testini hesaplamak için örneklem, yaklaşık olarak birbirine eşit olan iki alt gruba ayrılmaktadır. İki alt örneklem grubu için kısıtlanmamış çoklu logit model tahmin edilmekte, bu iki gruptan elde edilen katsayıların ağırlıklı ortalaması;

$$\hat{\beta}_u^{S_1 S_2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \hat{\beta}_u^{S_1} + \left[1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \hat{\beta}_u^{S_2}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\hat{\beta}_u^{S_1}$ ilk grup veriler kullanılarak oluşturulan kısıtlanmamış modelin parametre tahminlerini, $\hat{\beta}_u^{S_2}$ ise ikinci grup verilerle oluşturulan modelin parametre tahminlerini göstermektedir. Sonrasında sadece ikinci grup verilerle bir kısıtlanmış model tahmini yapılarak $\hat{\beta}_u^{S_2}$ tahmini ve $L(\hat{\beta}_\gamma^{S_2})$ olabilirliği elde edilmektedir.

$$HS = -2 \left[L(\hat{\beta}_u^{S_1 S_2}) - L(\hat{\beta}_\gamma^{S_2}) \right]$$

HS istatistiği. $K+1$, χ^2 serbestlik derecesi ile asimtotik dağılmakta ve K , bağımsız değişken sayısını ifade etmektedir.

Tablo 3.6 İlişkisiz Alternatiflerin Bağımsızlığı için Small-Hsiao Testi

Finansal Durum	LnL(full)	LnL(omit)	χ^2	s.d
İflas	-272.317	-269.865	4.904	6
Stabilite	-100.346	-96.214	8.265	6
Başarı	-196.701	-191.716	9.969	6

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Nitel bağımlı değişkene ait bir kategoride, bağımsız değişkenlere ait bahis oranı değerlerinin diğer kategorilerden bağımsız olduğunu söyleyen temel hipotez altında, firma başarısızlıklarını etkileyen faktörlerin tespiti için oluşturulan panel çoklu logit modelin, ilişkisiz alternatiflerin bağımsızlığı varsayımını sağladığı görülmektedir.

3.4.2.2. Bağımlı Değişken Kategorilerinin Birleştirilmesi

Bağımsız değişkenlerden hiçbirinin, n alternatifine karşı m alternatifinin bahis oranını önemli derecede etkilemediği durumda, n ve m alternatiflerinin modeldeki değişkenlere göre ayırt edilemez olduğu söylenmektedir. N ve m alternatiflerinin birbirinden ayırt edilemez olduğunu ifade eden temel hipotez aşağıdaki gibidir.

$$H_0 : \beta_{1,m/n} = \dots \beta_{K,m/n} = 0$$

Bu hipotez hem olabilirlik oran testi hem de Wald testi yardımıyla sınanabilmektedir. Eğer alternatifler modelde yer alan değişkenlere göre ayırt edilemez iseler, alternatifler birbirleriyle kombine edilerek (birleştirilerek) daha etkin tahminler elde edilebilir.

Tablo 3.7 Bağımlı Değişken Kategorilerinin Birleştirilmesi LR ve Wald Testi

Finansal Durum	LR Testi	s.d	Wald Testi
	χ^2		χ^2
İflas-Stabilite	253.627*	5	150.722*
İflas-Başarı	976.944*	5	388.156*
Stabilite-Başarı	435.404*	5	234.262*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

LR ve Wald testi sonuçlarına göre, bağımlı değişkene ait kategoriler doğru oluşturulmuştur. İflas, stabilite ve başarı kategorileri birbirine benzememekte ve ayırt edilebilmektedirler.

3.4.2.3. Bağımsız Değişkenlerin Bağımlı Değişken Üzerindeki Etkilerinin Testi

Bağımsız değişkenlere ait LR ve Wald testleri için kurulan temel hipotez aşağıdaki gibidir.

$$H_0: \beta_i = 0 \quad i=0,1,\dots,n$$

Tablo 3.8 LR ve Wald Testi Sonuçları

Değişkenler	LR Testi	s.d	Wald Testi
	χ^2		χ^2
ROA	174.642*	2	127.787*
NİSTA	164.576*	2	130.476*
NO	8.312*	2	6.401*
TBÖS	99.880*	2	67.824*
NS	40.793*	2	38.261*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 3.8’de verilen LR ve Wald Testi sonuçlarına göre, ROA, NİSTA TBÖS ve NS değişkenlerinin finansal durum üzerindeki etkileri %1 hata payında anlamlı, NO değişkeninin finansal durum üzerindeki etkisi ise %5 hata payında anlamlıdır.

3.4.2.4. Havuzlanmış Çoklu Logit Model Tahmini ve Bahis Oranı Yorumları

Modelde yer alan gözlem sayısı 1466 Z-Skor değeri olup, modelin genel anlamlılığını gösteren χ^2 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. Modelin Pseudo-R² değeri 0.3372 ve log-olabilirlik değeri -1029.3141 olarak bulunmuştur.

Tablo 3.9 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Havuzlanmış Çoklu Logit Model ile Analizi

Finansal Durum	β	RRR (e^β)	Standart Hata	z
İFLAS				
ROA	-19.6742*	2.85e-09*	4.99e-09	-11.26
NİSTA	-9.155351 *	0.0001057*	0.0000853	-11.33
NO	-0.3464291*	0.707209***	0.1482985	-1.65
TBÖS	1.250431*	3.491847*	0.5317711	8.21
NS	-0.4531657*	0.6356128*	0.0467158	-6.17
C	9.501233*	13376.21*	19133.22	6.64
STABİLİTE				
ROA	-9.421315 *	0.000081*	0.0001027	-7.43
NİSTA	-4.236822 *	0.0144534*	0.0082215	-7.45
NO	-0.2165068**	0.8053271**	0.0792395	-2.20
TBÖS	1.096505*	2.993686*	0.4297208	7.64
NS	-0.2342841*	0.7911371*	0.0449109	-4.13
C	5.103561*	164.6071*	183.6579	4.57
Log-Olabilirlik	-1029.3141			
Gözlem Sayısı	1,466			
LR χ^2 (10)	1047.55*			
Pseudo-R²	0.3372			

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

“Başarı”nın referans kategori olarak tanımlandığı modelde, iflas için ROA, NİSTA, TBÖS ve NS değişkenlerinin %1 hata payıyla, NO değişkeninin ise %10 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. Referans kategori “Başarı” iken stabilite için ROA, NİSTA, TBÖS ve NS değişkenlerinin ve sabit parametrenin %1 hata payıyla, NO değişkeninin ise %5 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir.

Tablo 3.10 Aktif Kârlılık Oranına (ROA) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması

Finansal Durum	β	z	e^{β}
İflas-Stabilite	-10.2529	-7.172	0.0000353*
İflas-Başarı	-19.6742	-11.263	2.85e-09*
Stabilite-İflas	10.2529	7.172	28364.36*
Stabilite-Başarı	-9.4213	-7.428	0.000081*
Başarı-İflas	19.6742	11.263	3.50e+08*
Başarı-Stabilite	9.4213	7.428	12348.81*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Diğer değişkenler sabitken, aktif kârlılık oranındaki bir artış durumunda, firmaların stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 28364.36 kat daha fazla olduğu, başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 3.5e+08 kat daha fazla olduğu, başarılı kategoride yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 12348.81 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan, aktif kârlılık oranında meydana gelen bir artış durumunda, iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 0.0000353 daha az olduğu, iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 2.85e-09 kat daha az olduğu ve stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.000081 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.11 Net İşletme Sermayesi/Toplam Aktif Oranına (NİSTA) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması

Finansal Durum	β	z	e^{β}
İflas-Stabilite	-4.9185	-7.192	0.007*
İflas-Başarı	-9.1554	-11.335	0.0001057*
Stabilite-İflas	4.9185	7.192	136.801*
Stabilite-Başarı	-4.2368	-7.448	0.014*
Başarı-İflas	9.1554	11.335	9464.950*
Başarı-Stabilite	4.2368	7.448	69.188*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Diğer değişkenler sabitken net işletme sermayesinin toplam aktif içindeki payında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 0.0073099 kat daha az olduğu, iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.0001057 kat daha az olduğu ve stabilite

kategorisinde yer alma olasılığının başarıya göre 0.0144534 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan net işletme sermayesinin toplam aktif içindeki payında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 136.8011 kat daha fazla olduğu, başarılı kategoride yer alma olasılıklarının iflasa göre 9464.95 kat daha fazla olduğu ve başarılı kategoride yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 69.18765 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.12 Nakit Orana (NO) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması

Finansal Durum	β	z	e^{β}
İflas-Stabilite	-0.1299	-0.608	0.878
İflas-Başarı	-0.3464	-1.652	0.707***
Stabilite-İflas	0.1299	0.608	1.139
Stabilite-Başarı	-0.2165	-2.200	0.805**
Başarı-İflas	0.3464	1.652	1.414***

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Diğer değişkenler sabitken nakit oranda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.707209 kat daha az olduğu ve stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.8053271 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan, nakit oranda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 1.414009 kat daha fazla olduğu ve başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 1.241732 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.13 Toplam Borç / Öz sermaye Oranına (TBÖS) Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması

Finansal Durum	β	z	e^{β}
İflas-Stabilite	0.1539	2.263	1.166**
İflas-Başarı	1.2504	8.211	3.492*
Stabilite-İflas	-0.1539	-2.263	0.857**
Stabilite-Başarı	1.0965	7.639	2.994*
Başarı-İflas	-1.2504	-8.211	0.286*
Başarı-Stabilite	-1.0965	-7.639	0.334*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Diğer değişkenler sabitken, toplam borcun öz sermayeye oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 1.166 kat, başarıya göre 3.492 kat ve stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 2.994 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan toplam borcun öz sermayeye oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 0.857 kat, başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 0.286 kat ve başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 0.334 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.14 Net Satışlar (NS) Değişkenine Göre Bahis Oranının İkili Karşılaştırması

Finansal Durum	β	z	e^{β}
İflas-Stabilite	-0.2189	-3.663	0.803*
İflas-Başarı	-0.4532	-6.166	0.636*
Stabilite-İflas	0.2189	3.663	1.245*
Stabilite-Başarı	-0.2343	-4.127	0.791*
Başarı-İflas	0.4532	6.166	1.573*
Başarı-Stabilite	0.2343	4.127	1.264*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Diğer değişkenler sabitken, net satışlarda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 0.803 kat, başarıya göre 0.636 kat ve stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.791 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer taraftan net satışlarda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 1.245 kat, başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının iflasa göre 1.573 kat ve başarı kategorisinde yer alma olasılıklarının stabiliteye göre 1.264 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

3.4.2.5. Havuzlanmış Çoklu Logit Model Marjinal Etkilere Göre Yorumlar

Aşağıda yer alan tabloda, havuzlanmış çoklu logit model için marjinal etkiler gösterilmektedir.

Tablo 3.15 Birim Artışa Göre Ortalama Marjinal Etkiler

Finansal Durum Kategorileri	ROA	NİSTA	NO	TBÖS	NS
	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki
İFLAS (1)	-0.23*	-0.22*	-0.019	0.046*	-0.028*
STABİLİTE (2)	-0.30*	-0.225*	-0.014	0.104*	-0.010
BAŞARI (3)	0.529*	0.445*	0.033**	-0.150*	0.038*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Bir firmanın aktif kârlılığında meydana gelen 1 puanlık bir artış, firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.23'lük bir azalmaya, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.3'lük bir azalmaya ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.529'luk bir artışa sebep olmaktadır. Buna göre, ROA değişkeninin, firmaların finansal durumunu belirleme noktasında oldukça önemli bir değişken olduğu sonucuna varılabilir. ROA değişkeni, iflas, stabilite ve başarı kategorilerinin tümü için belirleyici bir değişkendir. ROA değişkenin marjinal etkiler yorumları, Tablo 3.10'da gösterilen bahis oranı yorumları ile de desteklenmektedir.

Bir firmanın net işletme sermayesinin toplam aktiflere oranında meydana gelen 1 puanlık bir artış, firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.22'lik bir azalmaya, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.225'lik bir azalmaya ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.445'lik bir artışa sebep olmaktadır. NİSTA değişkeni, iflas, stabilite ve başarı kategorilerinin tümü için belirleyici bir değişkendir. ROA değişkeninden sonra ikincil bir öneme sahip olduğu Tablo 3.11'de gösterilen bahis oranı yorumları ile görülmektedir. Ayrıca bahis oranı yorumları NİSTA değişkenin marjinal etkiler yorumlarını destekler niteliktedir.

Bir firmanın nakit oranında meydana gelen 1 puanlık bir artış, firmanın başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.033'lük bir artışa sebep olmaktadır. NO değişkeni, marjinal etkiler yorumlarına göre sadece başarı kategorisi için belirleyici bir değişken olarak bulunmuştur. Ancak Tablo 3.12'de yer alan bahis oranı yorumlarına göre her üç kategori için de belirleyici olduğu görülmektedir. NO için bahis oranı yorumları, marjinal etkiler yorumunu destekler niteliktedir.

Bir firmanın toplam borçlarının öz sermayelerine oranında meydana gelen 1 puanlık bir artış, firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.046'lık bir

artıŖa, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.104'lük bir artıŖa ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.15'lik bir azalıŖa sebep olmaktadır. TBÖS deęiŖkeni için yapılan marjinal etkiler yorumları, Tablo 3.13'te yer alan bahis oranı yorumları ile desteklenmektedir. TBÖS deęiŖkeni her üç kategori için de belirleyici bir deęiŖken olarak bulunmuŖtur.

Bir firmanın net satıŖlarında meydana gelen %1'lik bir artıŖ, firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.028'lik bir azalmaya, başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.038'lik bir artıŖa sebep olmaktadır. Tablo 3.14'te yer alan bahis oranı yorumları, NS deęiŖkeni için yapılan marjinal etkiler yorumlarını desteklemektedir. NS deęiŖkeni iflas ve başarı kategorileri için belirleyicidir.

Tablo 3.16 Standart Hataadaki ArtıŖa Göre Marjinal Etkiler

Finansal Durum Kategorileri	ROA	NİSTA	NO	TBÖS	NS
	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki	Marjinal Etki
İFLAS (1)	-0.119*	-0.099*	-0.025	0.079*	-0.040*
STABİLİTE (2)	-0.056*	-0.035*	-0.019	0.177*	-0.016
BAŖARI (3)	0.175*	0.135*	0.044**	-0.256*	0.056*

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir.

Bir firmanın aktif kârlılık oranında meydana gelen ortalama bir standart sapma artıŖ (0.117), firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.119'luk bir azalmaya, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.056'lık bir azalmaya ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.175'lik bir artıŖa sebep olmaktadır.

Bir firmanın net iŖletme sermayesinin toplam aktiflere oranında meydana gelen ortalama bir standart sapma artıŖ (0.195), firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.099'luk bir azalmaya, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.035'lik bir azalmaya ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.135'lik bir artıŖa sebep olmaktadır.

Bir firmanın nakit oranında meydana gelen ortalama bir standart sapma artıŖ (1.315) , firmanın başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.044'lük bir artıŖa sebep olmaktadır.

Bir firmanın toplam borçlarının öz sermayelerine oranında meydana gelen ortalama bir standart sapma artış (1.843) , firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.079'luk bir artışa, stabilite kategorisinde yer alma olasılığında 0.177'lik bir artışa ve son olarak başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.256'lık bir azalışa sebep olmaktadır.

Bir firmanın net satışlarının logaritmasında meydana gelen ortalama bir standart sapma artış (1.470), firmanın iflas kategorisinde yer alma olasılığında 0.04'lük bir azalmaya, başarı kategorisinde yer alma olasılığında 0.056'lık bir artışa sebep olmaktadır.

3.4.3. Sabit Etkili Çoklu Logit Model için Bahis Oranlarının Yorumlanması

Modelde yer alan gözlem sayısı, benzer gözlem setlerinin analizden çıkarılması sebebiyle 1270 Z-Skor değeri olup, modelin genel anlamlılığını gösteren χ^2 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. Modelin Pseudo-R² değeri 0.4122 ve log-olabilirlik değeri -422.5618 olarak bulunmuş, “Başarı”nın referans kategori olarak tanımlandığı modelde, iflas için ROA, NİSTA, TBÖS değişkenlerinin %1 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. NO ve NS değişkenlerinin ise istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir. Referans kategori “Başarı” iken stabilite için de ROA, NİSTA, TBÖS değişkenlerinin ve %1 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu, NO ve NS değişkenlerinin stabilite kategorisini açıklama noktasında istatistiksel olarak anlamsız olduğu belirlenmiştir.

Tablo 3.17 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Sabit Etkili Çoklu Logit Model ile Analizi

Finansal Durum	β	RRR (e^{β})	Standart Hata	z
İFLAS				
ROA	-25.84724*	5.95e-12*	1.91e-11	-8.07
NİSTA	-19.64657*	2.93e-09*	5.95e-09	-9.69
NO	-0.0868376	0.916826	.2855296	-0.28
TBÖS	2.641515*	14.03445*	5.57328	6.65
NS	-0.4487753	0.6384096	.1980019	-1.45
STABİLİTE				
ROA	-8.10233*	0.0003028*	.0006322	-3.88

NİSTA	-12.09746*	5.57e-06*	8.65e-06	-7.79
NO	-0.0740164	0.9286564	.1381047	-0.50
TBÖS	1.509388*	4.523962*	1.555939	4.39
NS	-0.2970229	0.743027	.1765547	-1.25
Log-Olabilirlik	-422.5618			
Gözlem Sayısı	1,270			
LR χ^2 (10)	592.75			
Pseudo-R^2	0.4122			
Olabilirlik-Oran Testi	1213.5046			

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir. Referans Kategori: Başarı (3)

Sabit etkili çoklu logit model tahmin sonuçlarına göre, diğer değişkenler sabitken aktif kârlılık oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 5.95e-12 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 0.0003028 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer değişkenler sabitken, net işletme sermayesinin toplam aktiflere oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 2.93e-09 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 2.93e-09 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer değişkenler sabitken, toplam borçların öz sermayeye oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 14.03 kat daha fazla, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 4.52 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir.

3.4.4. Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model için Bahis Oranlarının Yorumlanması

Modelde yer alan gözlem sayısı 1466 Z-Skor değeri olup, log-olabilirlik değeri --906.4174 olarak bulunmuştur. “Başarı”nın referans kategori olarak tanımlandığı modelde, iflas için ROA, NİSTA, TBÖS, NS değişkenlerinin ve sabit parametrenin %1 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu ve NO değişkeninin %10 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu, referans kategori “Başarı” iken stabilite için de ROA, NİSTA, TBÖS değişkenlerinin %1 hata payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. NO ve sabit parametrenin %5 hata

payıyla istatistiksel olarak anlamlı olduğu ve NS değişkenin %10 hata payıyla anlamlı olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 3.18 Finansal Durumu Etkileyen Finansal Rasyoların Tesadüfi Etkili Çoklu Logit Model ile Analizi

Finansal Durum	β	RRR (e^{β})	Standart Hata	z
İFLAS				
ROA	-21.28439*	5.71e-10*	1.26e-09	-9.68
NİSTA	-12.85671*	2.61e-06*	3.38e-06	-9.93
NO	-0.5365362***	0.5847703***	0.1631585	-1.92
TBÖS	1.318454*	3.737635*	0.9940496	4.96
NS	-0.4449177*	0.6408767*	0.0931953	-3.06
C	10.34947*	31240.67*	90673.8	3.57
STABİLİTE				
ROA	-10.42817*	0.0000296*	0.0000556	-5.55
NİSTA	-7.893955*	0.000373*	0.0004332	-6.80
NO	-0.3525127**	0.7029196***	0.1266927	-1.96
TBÖS	1.166637*	3.211172*	0.8417323	4.45
NS	-0.2414956***	0.785452***	0.1083136	-1.75
C	6.216384**	500.8929**	1386.06	2.25
Log-Olabilirlik	-906.4174			
Gözlem Sayısı	1466			

* %1 hata payında anlamlılığı, ** %5 hata payında anlamlılığı, *** %10 hata payında anlamlılığı ifade etmektedir. Referans Kategori: Başarı (3)

Diğer değişkenler sabitken, aktif kârlılık oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 5.71e-10 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 0.0000296 kat daha az olduğu tespit edilmiştir.

Diğer değişkenler sabitken, net işletme sermayesinin toplam aktiflere oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 2.61e-06 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 0.000373 kat daha az olduğu tespit edilmiştir

Diğer değişkenler sabitken, nakit oranda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.5847701 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 0.7029198 kat daha az olduğu tespit edilmiştir

Diğer değişkenler sabitken, toplam borçların öz sermayeye oranında meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 3.737633 kat daha fazla, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 3.21117 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir

Diğer değişkenler sabitken, net satışlarda meydana gelen bir artış durumunda, firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarının başarıya göre 0.6408772 kat daha az, stabilite kategorisinde yer alma olasılıklarının ise başarıya göre 0.7854525 kat daha fazla olduğu tespit edilmiştir

3.4.5. Model Tercihi

Havuzlanmış çoklu logit model ile sabit etkili çoklu logit model arasında bir tercih yapmak için olabilirlik oran testine başvurulmaktadır. Tablo 3.17’de verilen olabilirlik oran test değeri 1213.5046 olarak bulunmuştur.

Bu değer 1 serbestlik dereceli χ^2 tablo değeri ile karşılaştırıldığında, birim etkilerin standart hatalarının sıfıra eşit olduğunu söyleyen temel hipotezi reddedilememektedir. Böylelikle birim etkilerin var olduğu, havuzlanmış çoklu logit modelin uygun olmadığı, havuzlanmış modele göre sabit etkili çoklu logit modelin uygun olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Doğrusal panel veri modellerinin söz konusu olduğu durumda, sabit etkili model ile tesadüfi etkili model arasında bir kıyaslama yapmak için Hausman testine başvurulmaktadır. Ancak bu durum doğrusal olmayan panel veri modelleri söz konusuyken geçerli olmamaktadır. Yani Hausman testi, sabit etkili çoklu logit model ile tesadüfi etkili çoklu logit model arasında kıyaslama yapılırken kullanılamamaktadır. Bu sebeple, ekonometrik literatürde oldukça yeni olan bu iki model arasında tercih yapılırken farklı referanslara başvurulmaktadır. Sabit etkili çoklu logit model ile tesadüfi etkili çoklu logit model kıyaslanırken, aynı veriler kullanılarak, sabit etkili ve tesadüfi etkili olmak üzere iki doğrusal panel veri modeli elde edilmektedir. Bu modeller arasında tercih yapmak için Hausman testi kullanılmaktadır. Doğrusal modeller için yapılan bu test sonucunun, sabit etkili çoklu logit ve tesadüfi etkili çoklu logit model arasında tercih yapılırken kullanılması kullanışlı bir referans olarak görülmektedir (Callahan, 2015: 233). Bütün bunlar göz

önüne alındığında, doğrusal modeller arasında yapılan Hausman test sonucuna göre, sabit etkili çoklu logit modelin tesadüfi etkili çoklu logit modele kıyasla daha uygun bir model olduğu sonucuna varılmıştır.

3.4.6. Finansal Sonuçlar

Firma başarısızlıklarının nedenlerinin belirlenmesi, analiz edilmesi, gerek bütün bir ekonomik düzen gerekse minimal düzeyde firmalar, işverenler ve çalışanlar için oldukça hayati bir meseledir. Çalışma örneklemini oluşturan bu firmaların ülke ekonomisine, dolayısıyla hane halkına katkıları yadsınamaz bir gerçektir. Bu sebeple bu tez çalışması, BIST imalat sektöründe faaliyet göstermekte olan ve örneklem içerisinde yer alan firmaların başarısızlıklarına sebebiyet veren ve vermesi muhtemel olan etkenleri araştırmaya odaklanmıştır. Çalışmanın amacı firmaların başarısında veya başarısızlığında önemli olan finansal oranları ortaya koymak ve bu doğrultuda öneriler sunmaktır. Uygulama kısmından elde edilen sonuçlar, firma başarısızlıklarının, yine firmalara ait mali tablo ve bilançolardan elde edilen finansal rasyolarla ilişkili olduğunu teyit etmektedir. Panel çoklu tercih modelleri üzerinde durulan uygulama kısmında, iflas, stabilite ve başarı olmak üzere üç kategorili bir sınıflandırma yapılmış, beş farklı finansal orandan hangilerinin, firmaların bu üç kategoriden birinde bulunma olasılıklarını ne yönde ve ne kadar etkiledikleri ortaya koyulmuştur.

Çalışmanın finansal sonuçlarına göre, çalışma örnekleminde yer alan firmalar için aktif kârlılığın artması halinde, firmaların başarı kategorisinde ve stabilite kategorisinde yer alma olasılıkları artarken iflas kategorisinde yer alma olasılıkları azalmıştır. Aktif karlılığın büyük olduğu durumda firmaların kar elde etme noktasında başarılı bir şekilde kullanıldıkları düşünülmektedir. Bu oran ne kadar büyük olursa firma az yatırımla daha fazla kar elde etmektedir. Dolayısıyla firmalar için bu oranın büyük olmasının finansal açıdan iyi olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Nakit orandaki bir artış firmaların iflas kategorisinde yer alma olasılıklarını azaltırken başarı kategorisinde yer alma olasılıklarını arttırmıştır. Nakit oran, firmaya hiçbir nakdi giriş olmaması halinde elde olan nakit ve menkul değerlerle kısa vadeli borçların ne kadarlık kısmının ödeneceğini göstermektedir. Bu sebeple nakit oran

firmalar için önemli bir değişkendir. Bu oran firmaların kısa vadede muhtemel bir stres periyoduna girip girmeyeceği noktasında bilgi vericidir.

Firmaların net işletme sermayelerinin toplam aktifleri içindeki payının artması, firmaların başarı ve stabilite kategorilerinde yer alma olasılıklarını artırırken iflas kategorisinde yer alma olasılıklarını azaltmıştır. Net işletme sermayesinin pozitif olması firmanın faaliyetlerini sürdürebileceğini, negatif olması ise kısa vadede faaliyetler ve yükümlülükler bakımından sorunlar yaşayabileceğinin göstergesidir. Hatta eksi yönde artan bir net işletme sermayesi firmaların iflas etmelerine sebep olabilmektedir. Tüm bunlar göz önüne alındığında, net işletme sermaye için bulunan sonuçların finans teorisiyle uyumlu olduğu görülmektedir.

Firmaların toplam borçlarının öz sermaye içerisindeki paylarının artması, firmaların firmaların stabilite ve başarı kategorilerinde yer alma olasılıklarını azaltırken, iflas kategorisinde yer alma olasılıklarını arttırmıştır. Firmalar için toplam borcun, optimal borçlanma düzeyinin altında olması gerekmektedir. Aksi takdirde firmalar kendi öz kaynaklarından ziyade üçüncü kişi ve kurumlarca finanse edilir. Bu durum başlı başına bir başarısızlık göstergesi olmakla beraber firma için bir takım finansal risklerin habercisidir. Firmaların net satışlarının artması iflas riskini azaltırken başarı olasılığını arttırmıştır.

Sonuç olarak, modele alınan 5 değişken de firma başarısızlıklarını açıklama noktasında finansal açıdan beklenen sonuçları vermiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, finans teorisiyle paralellik göstermektedir.

SONUÇ

Bu çalışmada, BIST imalat sektöründe faaliyet gösteren firmaların finansal başarısızlıkları üzerinde etkili olan faktörler açıklanmaya çalışılmıştır. Çalışma kapsamında, BIST imalat sektöründe 2003-2016 yılları arasında faaliyet gösteren firmalar için Z-skor eşik değerleri kullanılarak üçlü nitel bağımlı değişken oluşturulmuştur. İflas, stabilite ve başarı gibi üç farklı finansal durumu ifade eden bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla panel havuzlanmış, sabit etkili ve tesadüfi etkili çoklu logit modeller kullanılmıştır. Panel çoklu tercih modelleri oluşturulurken başarı kategorisi referans grup olarak ele alınmıştır. Çoklu doğrusal bağlantı probleminden kaçınmak için birbiriyle ilişkili olan bağımsız değişkenler model dışında bırakılmış ve modele firma başarısızlıklarını en iyi açıkladığı düşünülen beş adet bağımsız değişken dahil edilmiştir. Bu değişkenler firmaların mali tablolarından elde edilen aktif kârlılık oranı, net işletme sermayesi/toplam aktif, nakit oran, toplam borç/öz sermaye ve net satışlar değişkenleridir. Modele dahil edilen bağımsız değişkenlere karar verilirken literatürde firma başarısızlıkları hakkında yapılan çalışmalarda en yaygın ve ortak olarak kullanılan finansal rasyolar dikkate alınmıştır. Bağımsız değişkenler modele dahil edildikten sonra, model tahmininde en uygun varsayımın belirlenebilmesi için belirli testler yapılmıştır. Öncelikle havuzlanmış çoklu logit model ile sabit etkili çoklu logit model arasında LR testi yardımıyla bir kıyaslamaya gidilmiş ve sabit etkili modelin uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Bir başka ifade ile havuzlanmış modelin uygun olduğunu söyleyen temel hipotez reddedilerek birim etkinin var olduğu sonucuna varılmıştır. Sonrasında sabit etkili ile tesadüfi etkili çoklu logit model arasında bir kıyaslamaya gidilmiştir. Doğrusal panel veri modellerinin konusu olduğu durumlarda, sabit etkili model ile tesadüfi etkili model arasında Hausman testi belirleyici bir unsurken, çalışmamızda kıyaslanan sabit etkili ile tesadüfi etkili çoklu logit model arasında işlevsiz bir test özelliği göstermektedir. Bu sebeple, nihai modele karar verebilmek için literatürde kullanılmış olan bir yöntemle başvurulmuştur. Bu yöntemde, panel çoklu logit modellerde, sabit etkili ile tesadüfi etkili modeller arasında hangisinin uygun model olduğuna karar vermek için aynı verilerle doğrusal bir model oluşturulması ve bu modeller arasında Hausman testi yapılması gerektiği savunulmaktadır. Çalışmanın analiz kısmında kullanılan verilerle

elde edilen doğrusal modelin Hausman testi sonucuna göre panel çoklu logit modelin sabit etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu yöntem dikkate alındığında çalışmada, firma başarısızlıkları ile finansal rasyolar arasındaki ilişkiyi en iyi açıklayan model, sabit etkili çoklu logit model olarak bulunmuştur.

Modeller genel olarak ele alındığında, panel çoklu logit modelde, bütün bağımsız değişkenlerin, firma başarısızlıklarını açıklama noktasında anlamlı olduğu görülmüştür. Sabit etkili çoklu logit modelde, nakit oran ve logaritmik net satışlar değişkenlerinin, firma başarısızlıklarını açıklama noktasında anlamlı olmadıkları görülmüştür. Tesadüfi etkili çoklu logit modelde ise, bütün bağımsız değişkenlerin, firma başarısızlıklarını açıklama noktasında anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan, bağımsız değişkenlerin parametre katsayılarının istatistiksel açıdan anlamlı olmasının yanında tüm modeller için katsayı işaretleri de finans teorisiyle uyumlu olarak bulunmuştur. Kurulan modellerde, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklama yüzdeleri beklenildiği gibi düşük çıkmıştır. Nitel tercih modellerinde bu beklenen bir durumdur.

KAYNAKÇA

Afşar A, Mampouya S,
Mamsit T:

“The Predictive Accuracy of Accounting Data in Financial Distress Models: The Case of the Turkish Manufacturing Industry”, **International Journal of Finance and Accounting** Cilt.5, Sayı:2, 2016, s. 77-89

Agresti A.:

An Introduction To Categorical Data Analysis, Second Edition, John Wiley ve Sons, Inc., 2007

Akkaya, G.C.,
Demireli, E., Yakut,
Ü.H.:

“İşletmelerde Finansal Başarısızlık Tahminlemesi: Yapay Sinir Ağları Modeli ile İMKB Üzerine Bir Uygulama”, **Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, Cilt:10, Sayı:2, 2010, s.187-216

Aktaş, R., Doğanay,
M., Yıldız, B.:

“Mali Başarısızlığın Öngörülmesi: İstatistiksel Yöntemler ve Yapay Sinir Ağı Karşılaştırması”, **Ankara Üniversitesi SBE Dergisi**, Cilt:58, Sayı:4, 2003, s.1-24

Al-Bdairi, N.S. ve
Hernandez, S.:

“An empirical analysis of run-off-road injury severity crashes involving large trucks”, **Accident Analysis and Prevention**, Sayı:102, 2017, s.93-100

Aldrich, J.H. ve
Nelson, F. D:

Linear Probability, Logit, and Probit Models,
Beverly Hills, CA: Sage Publications, 1984

Altaş, D. ve Giray, S.:

“Mali Başarısızlığın Çok Değişkenli İstatistiksel
Yöntemlerle Belirlenmesi: Tekstil Sektörü Örneği”,
Sosyal Bilimler Dergisi, Sayı: 2005/2, s.13-28

Altman, E.I.:

“The Predictive Accuracy of Accounting Data in
Financial Distress Models: The “Financial Ratios,
Discriminant Analysis and Prediction of Corporate
Bankruptcy”, **The Journal of Finance**, Vol:23, No:4,
1968, pp.589-609

Altman, E.I.:

**Predicting Financial Distress of Companies:
Revisiting the Z-score and Zeta Models**, Handbook
of Research Methods and Applications in Empirical
Finance (Chapter 17), Edward Elgar Pub, 2013,
pp.428-456

Altman, E.I., Danovi,
A., Falini, A.:

“Z-Score Models’ Application to Italian Companies
Subject to Extraordinary Administration”, **Journal of
Applied Finance**, Vol:23, No:1, 2013, pp.128-137

Altman, E.I.,
Haldeman, R.G.,
Narayanan, P.:

“ZETA Analysis A new model to identify bankruptcy
risk of corporations”, **Journal of Banking and
Finance**, Vol:1, No:1, 1977, pp.29-54

- Alvarez, R.M., Nagler, J.: “When Politics and Models Collide: Estimating Models of Multiparty Elections” **American Journal of Political Science**, Vol:42, No:1, 1998, pp.55-96
- Amemiya, T.: “Qualitative Response Models: A Survey”, **Journal of Economic Literature**, Vol:19, No:4, 1981, pp. 1483-1536
- Arulampalam, W.: “A Note on Estimated Coefficients in Random Effects Probit Models”, 1998, (Çevirimiçi) http://wrap-test.warwick.ac.uk/1657/1/WRAP_Arulampalam_520_renote5.pdf
- Ashenfelter, O., Levine, P.B., Zimmerman, D.J.: **Statistics and Econometrics: Methods and Applications**, Wiley, 1.Edition, 2002
- Baetschmann, G.: “Identification and estimation of thresholds in the fixed effects ordered logit model” **Economic Letters**, Vol:115, No:3, 2012, pp. 416-418
- Ballerini, L. ve ark.: “Application of the ordered logit model to optimising Frangi filter parameters for segmentation of perivascular spaces”, **Procedia Computer Science**, Vol:90, 2016, pp.31-67

- Baltagi, B.H.: **Econometric Analysis of Panel Data**, John Wiley ve Sons, 3.Basım, 2005
- Beaver, W.H.: “Financial Ratios As Predictors of Failure”, **Journal of Accounting Research**, Vol:4, 1966, pp.71-11
- Bechtel, G.G.: “Share-Ratio Estimation of the Nested Multinomial Logit Model.” **Journal of Marketing Research** ,Vol: 27, No:2, 1990, pp. 232-237.
- Benli, Y.K.: “Bankalarda Mali Başarısızlığın Öngörülmesi Lojistik Regresyon ve Yapay Sinir Ağı Karşılaştırması”, **Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi**, Sayı:16, 2005, ss.31-46
- Berkson, J.: “Maximum Likelihood and Minimum Chi-Square Estimates of the Logistic Function”, **Journal of the American Statistical Association**, Vol:50, No:269, 1955, pp.130-162
- Bhunja, A. ve Sarkar, R.: “A Study of Financial Distress based on MDA”, **Journal of Management Research**, Vol:3, No:2, 2011, pp.1-11

- Boyd, J. H. ve Mellman, R. E.: “The effect of fuel economy standards on the U.S. automotive market: An hedonic demand analysis”, **Transportation Research**, Vol:14, 1980, pp.367-378
- Callahan, R.J.: Growing Up in Taiwan:Counterfactual Models of Part-Time Work, Romantic Relationships, and Crime among Taiwanese Youth, University of Washington, 2015
- Calzolari, G., ve ark: “Simulation-based estimation of Tobit with Random Effects”, 2001, pp. 1-22 (çevrimiçi) https://mpira.ub.uni-muenchen.de/22985/1/MPRA_paper_22985.pdf
- Cameron, A., Colin, T. ve Pravin K.: **Microeconometrics Methods and Applications**, Cambridge University Press, 2005
- Cameron, A., Colin, T. ve Pravin K.: **Regression Analysis of Count Data**, Cambridge University Press, 1998
- Cardell, N.S. ve Dunbar F.C.: “Measuring the societal impacts of automobile downsizing”, **Transportation Research**, Vol:14, 1980, pp.423-434

- Cengiz, D.T., ve ark: “Türkiye’deki İşletmelerin Finansal Başarısızlığının Faktör Analizi ve Diskriminant Analizi ile İncelenmesi”, **İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik Dergisi**, Sayı:23, 2015, ss.62-79
- Chamberlain, G.: “Analysis of Covariance with Qualitative Data”, **The Review of Economic Studies**, Vol:47, No:1, 1980, pp. 225
- Chamberlain, G.: **Panel Data, Handbook of Econometrics (Chapter 22)**, 2. Edition, Elsevier Science Publishers, 1984, pp. 1248-1313
- Chamberlain, G.: “Binary Response Models for Panel Data: Identification and Information”, **Econometrica**, No:78, 2010, pp.159-168
- Charbonneau, K.B.: “Multiple Fixed Effects in Nonlinear Panel Data Models Theory and Evidence”, 2012, (çevrimiçi) <http://personal.lse.ac.uk/tenreiro/Charbonneau%202012.pdf>
- Chen, F., Ma, X. ve Chen, S.: “Refined-scale panel data crash rate analysis using random-effects tobit model”, **Accident Analysis and Prevention**, No:73, 2014, pp .323-332

- Chen, Z. ve Kuo, L.: “A Note on the Estimation of the Multinomial Logit Model With Random Effects”, **The American Statistician**, Vol:55, No:2, 2001, pp. 89-95
- Cheng, Wen-Ying, Su, E., Li, Sheng-Jung.: “A Financial Distress Pre-Warning Study by Fuzzy Regression Model of TSE-Listed Companies”, **Asian Academy of Management Journal of Accounting and Finance**, Vol:2, No:2, 2006, pp. 75-93
- Chintagunta, P.K., Jain, D.C. ve Vilcassim, N.J.: “Investigating Heterogeneity in Brand Preferences in Logit Models for Panel Data”, **Journal of Marketing Research**, Vol:28, No:4, 1991, pp.417-428
- Cox, D.R. ve Snell, E.J.: **Analysis of Binary Data**, Second Edition, Chapman and Hall, London, 1989
- Çağlayan, E. ve Astar, M.: “Logit ve Probit Modellerinde Uyum İyiliği Ölçüleri.” **Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, Cilt:12, Sayı:2, 2010, s.1-12
- Çelik, A.K.: **Karayolu Trafik Kazalarına Etki Eden Risk Faktörlerinin Çok Durumlu Logit Modeli ile Analizi**, 2013, Erzurum.
- Çelik, M.K.: “Bankaların Finansal Başarısızlıklarının Geleneksel ve Yeni Yöntemlerle Öngörüsü”, **Yönetim ve Ekonomi**, Cilt:17, Sayı:2, 2010, ss. 129-143

- Çil, N.: **Finansal Ekonometri**, İstanbul: DER yayınları, 2014
- Davidson, R. ve MacKinnon, G.J.: **Econometric Theory and Methods, Oxford University Press, 1999**
- Deakin, E.B.: “A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure”, **Journal of Accounting Research**, Vol:10, No:1, 1972, pp. 167-179
- Deniz, Ö.: “Poisson Regresyon Analizi”, **İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi**, Sayı:7, 2005, pp. 59-72
- Domencich, T.A. ve McFadden, D.: **Urban Travel Demand A Behavioral Analysis**. New York: North-Holland, 1975
- Edmister, R.O.: “An Empirical Test of Financial Ratio Analysis for Small Business Failure Prediction”, **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Vol:7, No:2, 1972, pp.1477-1493
- Ekinci, Y.T. ve ark: “Ekonomik Kriz Döneminde Firma Başarısı Tahmini:Yapay Sinir Ağları Tabanlı Bir Yaklaşım”, **Endüstri Mühendisliği Dergisi**, Cilt:17, Sayı:1, 2008, ss. 17-29

- Elmas, B.: **Finansal Tablolar Analizi**, 2.Basım, Nobel, 2016
- Fernandez-Val, I.: “Fixed effects estimation of structural parameters and marginal effects in panel probit models”, **Journal of Econometrics**, Vol:150, No:1, 2009, pp.71-85
- Frees, E.W.: **Longitudinal and Panel Data Analysis and Applications in the Social Science**, Cambridge University Press, 2004
- Genceli, M.: “Nitel Bağımlı Değişken için Doğrusal Olasılık Modeli.” **İktisat Fakültesi Mecmuası** , Cilt:45, No: 1-4, 1987, s. 213-244.
- Gentry, J.A., Newbold, P. ve Whitford, D.T.: **“Classifying Bankrupt Firms with Funds Flow Components”**, Journal of Accounting Research, Vol:23 No:1, 1985, pp. 146-160
- Gezer, E. ve Birecikli, Ş.Ü.: “Türkiye’de Kamu Kaynaklı Sosyal Yardımlar: Sansürlü Regresyon Analizi”, **Türk İdare Dergisi**, Sayı:482, 2016, pp. 59-92
- Giovanis, E.: “A Study of Panel Logit Model and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System in the Prediction of Financial Distress Periods”, **World Academy of Science, Engineering and Technology**, Vol:4, No:4, 2010, pp. 423-429

Greene, W.H.: “The behaviour of the maximum likelihood estimator of limited dependent variable models in the presence of fixed effects”, **The Econometrics Journal**, Vol:7, No:1, 2004, pp. 98-119

Greene, W.H.: **Econometric Analysis**, Fifth Edition, Prentice Hall, 2003

Gu, Z. ve Gao, L.: “A multivariate model for predicting business failures of hospitality firms”, **Tourism and Hospitality Research**, Vol:2, No:1, 2000, pp. 37-49

Gujarati, D.N. ve Porter, D.C.: **Temel Ekonometri**, Çeviri: Ü. Şenesen, G. G. Şenesen), Literatür Yayınları, 2012

Gujarati, D.N. ve Porter, D.C.: **Basic Econometrics**, Fourth Edition, The McGraw-Hill, 2004

Güriş, S. ve Çağlayan, E.: **Ekonometri Temel Kavramlar**, 4.Basım, Der Yayınları, 2013

Gürler, Ö.K. ve ark: “Türkiye’de Eğitim Talebi Belirleyicileri.” **Finans Politik ve Ekonomik Yorumlar** , Cilt:44 , Sayı:512, 2007, s. 89-101.

- Hahn, J.: “Comment: Binary Regressors in Nonlinear Panel-Data Models with Fixed Effects”, **Journal of Business ve Economic Statistics**, Vol:19, No:1, 2001, pp. 16-17
- Hausman, J.A. ve Taylor, W.E.: “Panel Data and Unobservable Individual Effects”, **Econometrica**, Vol:49, No:6, 1981, pp.1377-1398
- Hill, R.C., Griffiths, W.E. ve Lim, G.C.: **Principles of Econometrics**, 4. Edition, John Wiley ve Sons, 2011
- Honore, B. E.: “Nonlinear models with panel data”, **Portuguese Economic Journal**, Vol:1, No:2, 2002, pp. 163-179
- Hsiao, C.: **Analysis of Panel Data**, 2. Edition, Cambridge University Press, 2003
- İçerli, M.Y. ve Akkaya, G.C.: “Finansal Açidan Başarılı Olan İşletmelerle Başarısız Olan İşletmeler Arasında Finansal Oranlar Yardımıyla Farklılıkların Tespiti”, **Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi**, Cilt:20, No:1, 2006, pp. 413-421
- İnal, M.E., Topuz, D. ve Uçan, O.: “Doğrusal Olasılık ve Logit Modelleri ile Parametre Tahmini”, **Sosyoekonomi**, Sayı:2006-1, 2006, ss. 47-72

- Johnson, E.G., Johnston, J. ve Dinardo, J.: **Econometric Methods** 4. Edition, McGraw Hill Higher Education, 1997
- Jones, S. ve Hensher, D.A.: “Predicting Firm Financial Distress: A Mixed Logit Model”, **The Accounting Review**, Vol:79, No:4, 2004, pp. 1011-1038
- Kleinbaum, D.G., Kupper, L.L. ve Muller, K.E.: **Applied Regression Analysis and Other Multivariable Methods**, Cengage Learning, Inc, 1997
- Knapp, T.A., White, N.E. ve Clark, D.: “A nested logit approach to household mobility”, **Journal of Regional Science**, Vol:41, No:1, 2001, pp.1-22
- Kulalı, İ.: “Altman Z-skor Modelinin Bist Şirketlerinin Finansal Başarısızlık Riskinin Tahmin Edilmesinde Uygulanması”, **Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi**, Cilt:12, No:27, 2016, ss. 283-291
- Kutner, M.H. ve ark: **Applied Linear Statistical Model**, McGraw - Hill Irwin, 2005
- Lechner, M., Lollivier, S. ve Magnac, T.: **Parametric Binary Choice Models**, The Econometrics of Panel Data Fundamentals and Recent developments in Theory and Practice (Chapter 7), 3. Edition, Springer, 2008

- Lennox, C.S.: “The Accuracy and Incremental Information Content of Audit Reports in Predicting Bankruptcy”, **Journal of Business Finance ve Accounting**, Vol:26, No:5, 1999, pp. 757-778
- Li, H. ve Sun, J.: “Empirical research of hybridizing principal component analysis with multivariate discriminant analysis and logistic regression for business failure prediction”, **Expert Systems with Applications**, Vol:38, No:5, 2011, pp. 6244-6253
- Liao, T.F.: **Interpreting Probability Models: Logit, Probit, and Other Generalized Linear Models**, 1. Edition, Sage Publications, Inc, 1994
- Lin, L. ve Piesse, J.: “Identification of corporate distress in UK industrials: a conditional probability analysis approach” , **Applied Financial Economics**, Vol:14 No:2, 2004, pp. 73-82.
- Long, J.S.: **Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables**, California, SAGE Publication, Inc.
- Low, S.W., Nor, F.M. ve Yatim, P.: “Predicting Corporate Financial Distress Using the Logit Model: The Case of Malaysia.” **Asian Academy of Management Journal** ,Vol:6 No:1, 2001, pp. 49-61.

Maddala, G.S.: “Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics”, Cambridge University Press, 1983, pp. 257-291

Maddala, G.S.: **Introduction to Econometrics**, Second Edition,, Macmillan Publishing Company, 1992

Maddala, G.S.: “Limited Dependent Variable Models Using Panel Data.” **The Journal of Human Resources**, Vol:22 , No:3, 1987, pp. 307-338.

Manski, C.F.: “Semiparametric analysis of discrete response: Asymptotic properties of the maximum score estimator”, **Journal of Econometrics**, Vol:27, No:3, 1985, pp. 313-333

Manski, C.F.: “Semiparametric Analysis of Random Effects Linear Models from Binary Panel Data.” **Econometrica** Vol:55, No:2, 1987, pp. 357-362.

Matyas, L. ve Sevestre, P.: **The Econometrics of Panel Data**, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996

McFadden, D.: **Frontiers in Econometrics**, Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior (Chapter 4), Academic Press, 1973

- McKelvey, R.D. ve Zavoina, W.: “A statistical model for the analysis of ordinal level dependent variables.”, **Journal of Mathematical Sociology**, Vol:4, No:1, 1975, pp. 103–120.
- Meyer, P.A. ve Pifer, H.W.: “Prediction of Bank Failures.”, **The Journal of Finance**, Vol:25, No:4, 1970, pp. 853-868.
- Mućk, J.: **Econometrics of Panel Data/Meeting # 10.**, (Çevrimiçi), http://web.sgh.waw.pl/~jmuck/EoPD/Meeting10_2017.pdf
- Mundlak, Y.: “On the Pooling of Time Series and Cross-section Data”, **Econometrica**, Vol:46, No:1, pp. 69-85
- Nagelkerke, N.J.D.: “A Note on a General Definition of the Coefficient of Determination”, **Biometrika**, Vol:78, 1991, pp.691-692
- Neyman, J., ve Scott, E.L.: “Consistent Estimates Based on Partially Consistent Observations.” **Econometrica**, Vol:16, No:1, 1948, pp. 1-32
- Ohlson, J.A.: “Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy.” **Journal of Accounting Research**, Vol:18 No:1, 1980, pp.109-131.

Özkoç, H. ve Üçdoğruk, Ş.: “Hanenin Borçlanma Tercihinin Nested Logit Model ile Belirlenmesi”, **İktisat İşletme ve Finans**, Vol:23, No:268, 2008, pp.35-61

Pedace, R.: **Econometrics for Dummies**, John Wiley ve Sons, Inc., 2013

Petrisor, M. B. ve Lupu, D.: “The Forecast of Bankruptcy Risk Using Altman Model.” **The USV Annals of Economics and Public Administration**, Vol:13, No:2(18), 2013, pp. 154-161.

Pförr, K.: “Femlogit-Implementation of the Multinomial Logit Model with Fixed Effects.” **Stata Journal** , 2014, pp. 847-862.

Qin, H. ve ark: “Nested logit model formation to analyze airport parking behavior based on stated preference survey studies”, **Journal of Air Transport Management**, Vol:58, No:C, 2017, pp.164-175

Reynolds, S. ve ark: “Forecasting the Probability of Failure of Thailand's Financial Companies in the Asian Financial Crisis.” **Economic Development and Cultural Change** ,Vol: 51 No:1, 2002, pp.237-246.

Rose, P.S. ve Kolari,
J.W.:

“Early Warning Systems as a Monitoring Device for Bank Condition.” **Quarterly Journal of Business and Economics** , Vol:24 No:1, 1985, pp. 43-60.

Seghier, C., Desantis,
G. ve Tanturri, M.L.:

“The Richer, the Happier? An Empirical Investigation in Selected European Countries.”, **Social Indicators Research**, Vol:79, No:3, 2006, pp.455-476.

Selimoğlu, S. ve
Orhan, A.:

“Finansal Başarısızlığın Oran Analizi ve Diskriminant Analizi Kullanılarak Ölçümlenmesi: BİST’de İşlem Gören Dokuma, Giyim Eşyası ve Deri İşletmeleri Üzerine Bir Araştırma.” **Muhasebe ve Finansman Dergisi** , Nisan 2015, ss. 21-40.

Sharma, S. ve
Mahajan, V.:

“Early Warning Indicators of Business Failure.” **Journal of Marketing** , Vol:44, No:4, 1980, pp. 80-89.

Shirata, C.Y.:

“Financial Ratios as Predictors of Bankruptcy in Japan: An Empirical Research.” 1998, (Çevrimiçi) <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.195.2721&rep=rep1&type=pdf>

Shiu, J. ve Hu, Y.:

“Identification and estimation of nonlinear dynamic panel data models with unobserved covariates.” **Journal of Econometrics**, Vol:175, No:2, 2013, pp. 116-131.

Sinkey, J.F., Terza,
J.V. ve Dince, R.R.:

“A Zeta Analysis of Failed Commercial Banks.”
Quarterly Journal of Business and Economics,
Vol:26, No:4, 1987, pp.35-49.

Söderbom, M.:

“ERSA Training Workshop Lecture 5: Estimation of
Binary Choice Models with Panel Data.”, 2009,
(Çevrimiçi)
[https://www.nuffield.ox.ac.uk/users/bond/binarychoic
e_notes_mans.pdf](https://www.nuffield.ox.ac.uk/users/bond/binarychoic
e_notes_mans.pdf).

Stock, J.H. ve Watson,
M.W.:

Ekonometriye Giriş, (Çev: Saraçoğlu B.), Ankara:
Elif Yayınevi, 2011

Studenmund, A.H.:

Using Econometrics-A Practical Guide, 4. Edition,
Addison Wesley, 2000

Studenmund, A.H.:

Using Econometrics-A Practical Guide, 6. Edition,
Pearson, 2014

Tang, T.C., Chi, L.-C.:

“Neural networks analysis in business failure
prediction of Chinese importers: A between-countries
approach.” **Expert Systems with Applications**,
Vol:29, No:2, 2005, pp. 244-255.

Tarı, R.:

Ekonometri, Kocaeli: Umuttepe Yayınları, 2012

- Terzi, S.: “Finansal Rasyolar Yardımıyla Finansal Başarısızlık Tahmini:Gıda Sektöründe Ampirik Bir Araştırma.” **Çukurova Üniversitesi İİBF Dergisi**, Cilt:15 Sayı:1, 2011, ss. 1-18.
- Tobin, J.: “Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables”, **Econometrica**, Vol:26, No:1, 1958, pp. 24-36
- Tong, N. T., ve Solgaard, H. S.: “Consumer’s food motives and seafood consupction.”, **Food Quality and Preference**, Vol:56, 2017, pp. 181-188.
- Ural, K., Gürarda, Ş., Önemli, M. B.: “Lojistik Regresyon Modeli İle Finansal Başarısızlık Tahminlemesi: Borsa İstanbul’da Faaliyet Gösteren Gıda, İçki Ve Tütün Şirketlerinde Uygulama.” **Muhasebe ve Finansman Dergisi** , 2015-Temmuz, ss. 85-100.
- Verbeek, M.: **A Guide to Modern Econometrics, 2.Edition**, John Wiley Sons., 2004
- Vuran, B.: “Prediction of business failure: a comparison of discriminant and logistic regression analyses.” **İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi**, Cilt:38 Sayı:1, 2009, ss. 47-65.

Wawro, G.: “Summer Program in Quantitative Methods of Social Research Advanced Topics in Maximum Likelihood Categorical Choice Models and Models for Qualitative Dependent Variables with Repeated Observations.”, (Çevrimiçi)
http://www.columbia.edu/~gjlw10/icpsr_notes.pdf

William, E.B. ve Peter, E.K.: “A Graphical Exposition of the Ordered Probit”, **Econometric Theory**, Vol:8, No:1, 1992, pp. 127-131

Wooldridge, J.M.: **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**, 2.Edition, MIT Press, 2002

Wooldridge, J.M.: **Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data**, Second Edition, Cambridge: MA:MIT Press, 2010

Wooldridge, J.M.: **Introductory Econometrics A Modern Approach**, 4.Edition, South-Western Cengage Learning, 2009

Yakut, E. ve Elmas, B.: “İşletmelerin Finansal Başarısızlığının Veri Madenciliği ve Diskriminant Analizi Modelleri ile Tahmin Edilmesi.” **Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi** , Cilt:15, Sayı:1,, 2013, ss. 261-280

- Yap, B.C.,
Munuswamy, S. ve Bin
Mohamed, Z.: “Evaluating Company Failure in Malaysia Using.”
Asian Journal of Finance ve Accounting ,Vol:4,
No:1, 2012, pp. 330-344
- Yerdelen, F.T.: **İleri Panel Veri Analizi**, 2 Basım, İstanbul: Beta,
2013
- Yerdelen, F.T.: **Sermaye Piyasası’nda Riskin Sınırlı Bağımlı
Değişkenli Panel Veri Modelleri ile Analizi**,
İstanbul, 2005
- Youn, H. ve Gu, Z.: “Predict US restaurant firm failures: The artificial
neural network model versus logistic regression
model.” **Tourism and Hospitality Research** ,
Vol:10, No:3, 2010, pp. 171-187.
- Yücel, T.: “Ekonomik Kriz Dönemlerinde Firma Davranışları.”
Uluslararası Ekonomi Kongresi V., Ankara, 2001
- Zeng, T.: “Using Halton Sequences in Random Parameters
Logit Models”, **Journal of Statistical and
Econometric Methods**, Vol:5, No:1, 2016, pp.59-86
- Zmijewsky, M.E.: “Essays on corporate bankruptcy.”, **State University
of New York at Buffalo**, 1984

EKLER

Ek-1

ID	GIDA İÇECEK	ID	TEKSTİL DERİ	ID	ORMAN KAĞIT BASIM	ID	KİMYA PETROL PLASTİK	ID	TAŞ TOPRAK	ID	METAL ANA	ID	METAL EŞYA MAKİNA
1	AEFES	17	KORDS	26	HURGZ	35	AKSA	52	ADANA	77	BRSAN	89	ALCAR
2	ULKER	18	SKTAS	27	KARTN	36	ALKIM	53	ADBGR	78	BURCE	90	ARCLK
3	PNSUT	19	MNDRS	28	DGZTE	37	AYGAZ	54	ADNAC	79	CEMTS	91	ASUZU
4	TBORG	20	BOSSA	29	OLMIP	38	BAGFS	55	AFYON	80	COMDO	92	BFREN
5	PETUN	21	YUNSA	30	GENTS	39	BRISA	56	AKCNS	81	DMSAS	93	DITAS
6	KENT	22	ATEKS	31	TIRE	40	DEVA	57	ANACM	82	ERBOS	94	EGEEN
7	BANVT	23	DERİM	32	ALKA	41	DYOBY	58	ASLAN	83	EREGL	95	FMIZP
8	KNFRT	24	ARSAN	33	BAKAB	42	EGGUB	59	BOLUC	84	IZMDC	96	FROTO
9	TATGD	25	YATAS	34	DURDO	43	GOODY	60	BSOKE	85	KRDMA	97	GEREL
10	PENGĐ					44	GUBRF	61	BTCİM	86	KRDMB	98	IHEVA
11	MERKO					45	HEKTS	62	BUCİM	87	KRDMD	99	KARSN
12	PINSU					46	MRSHL	63	CİMSA	88	SARKY	100	KLMSN
13	ERSU					47	PETKM	64	CMBTN			101	OTKAR
14	KRSTL					48	SASA	65	CMENŦ			102	PARSN
15	ALYAG					49	SODA	66	DENCM			103	PRKAB
16	TUKAS					50	TRCAS	67	EGSER			104	TOASO
						51	TUPRS	68	GOLŦS			105	VESTL
								69	IZOCM				
								70	KONYA				
								71	KUTPO				
								72	MRDİN				
								73	NUHCM				
								74	TRKCM				
								75	UNYEC				
								76	USAK				