



T.C.
KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



**BORULARDA NANOAKIŞKANLI GEÇİCİ
REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN İKİ
FAZLI YAKLAŞIM İLE İNCELENMESİ**

Olivier Mukongo MPUKUTA

DOKTORA TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Haziran-2024
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Olivier Mukongo MPUKUTA tarafından hazırlanan “ **Borularda Nanoakışkanlı Geçici Rejim Birleşik Isı Transferinin İki Fazlı Yaklaşım İle İncelenmesi**” adlı tez çalışması 28/06/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı’nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. Rafet YAPICI

.....

Danışman

Prof. Dr. Şefik BİLİR

.....

Üye

Prof. Dr. Ali KAHRAMAN

.....

Üye

Doç. Dr. Ali ATEŞ

.....

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Şükrü Ulaş ATMACA

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mevlüt UYAN
Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Olivier Mukongo MPUKUTA

Tarih: 28.06.2024

ÖZET

DOKTORA TEZİ

BORULARDA NANOAKIŞKANLI GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN İKİ FAZLI YAKLAŞIM İLE İNCELENMESİ

Olivier Mukongo MPUKUTA

Konya Teknik Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2024, 123 Sayfa

Jüri
Prof. Dr. Şefik BİLİR
Prof. Dr. Rafet YAPICI
Prof. Dr. Ali KAHRAMAN
Doç. Dr. Ali ATEŞ
Dr. Öğr. Üyesi Şükrü Ulaş ATMACA

Bu çalışma, kalın cidarlı bir boruda nanoakışkan akışı ile geçici birleşik ısı transferinin sayısal analizini ele almaktadır. Laminer, hidrodinamik olarak gelişmiş ve ısı olarak gelişen akış için hem radyal hem de eksenel iletim terimleri hem cidar hem de nanoakışkan tarafı enerji denklemlerinde dikkate alınmıştır. Boru iki bölgedir ve her iki yönde de sonsuz uzunluktadır. Üst akış bölgesi dıştan yalıtılırken, alt akış bölgesinde cidarın dış yüzeyine aniden üniform bir ısı akısı uygulanmaktadır. Nanoparçacık hacim oranı dağılımının etkilerini tam olarak hesaba katan iki fazlı modifiye Buongiorno modeli kullanılmış ve cidar-nanoakışkan arayüzeyinde Navier'in kayma sınır koşulu uygulanmıştır. Problemin tanımlayıcı parametrelerinin etkilerini görebilmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır ve bu amaçla cidar kalınlık oranı ($d' = 0.02, 0.1$ ve 0.3), cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı ($k_{wnf} = 1, 10$ ve 20), cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranı ($\alpha_{wnf} = 1, 5$ ve 20), Peclet sayısı ($Pe = 3, 5$ ve 10), yığık ortalama nanoparçacık hacim oranı ($\phi_b = 0, 0.02$ ve 0.04), hız kayma parametresi ($\lambda = 0, 0.1$ ve 0.3) ve Brownian ve termoforez yayılım katsayısı oranının ($N_{BT} = 0.1, 0.5, 5$ ve 10) farklı değerleri ile çözümler yapılmıştır. Çalışma için yeni bir MATLAB kodu yazılmış, alümina-su ve titania-su olmak üzere iki tip nanoakışkan için sonuçlar elde edilmiş ve baz akışkan için elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Cidar dış ve iç yüzey sıcaklıkları, nanoakışkan yığık sıcaklığı, arayüzey ısı akısı ve Nusselt sayısının zamana bağlı dağılımları incelenmiştir. Ayrıca, tanımlayıcı parametrelerin nanoparçacıkların belirli bir kesit boyunca hareketi üzerindeki etkileri de analiz edilmiştir. Sonuçlar, ısı transferi karakteristiklerinin sadece baz akışkana nanoparçacıklar eklenerek iyileştirilemeyeceğini, aynı zamanda nanoparçacık türünün ve tanımlayıcı parametreler için uygun değerler seçmenin de çok önemli olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, nanoparçacıkların boru kesiti boyunca homojenliğinin, dikkate alınan tanımlayıcı parametrenin değerinin büyüklüğüne bağlı olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Borularda birleşik ısı transferi, Borularda zorlanmış taşınım, hız kayma faktörü, Modifiye edilmiş Buongiorno modeli, Nanoakışkan ısı transferi, Nanoparçacık hacim oranı.

ABSTRACT

Ph.D. THESIS

TWO-PHASE ANALYSIS ON TRANSIENT CONJUGATE HEAT TRANSFER IN PIPES WITH NANOFLUIDS

Olivier Mukongo MPUKUTA

Konya Technical University
Institute of Graduate Studies
Department of Mechanical Engineering

Advisor: Prof. Dr. Şefik BİLİR

2024, 123 Pages

Jury

Prof. Dr. Şefik BİLİR

Prof. Dr. Rafet YAPICI

Prof. Dr. Ali KAHRAMAN

Assoc. Prof. Dr. Ali ATEŞ

Asst. Prof. Dr. Şükrü Ulaş ATMACA

The present study deals with the numerical analysis of transient conjugate heat transfer with nanofluid flow in a thick-walled pipe. Laminar, hydrodynamically developed and thermally developing flow is considered and both radial and axial conduction terms are taken into account both in the wall and nanofluid energy equations. The pipe is two-regional and extends infinitely in both directions. The upstream region is externally insulated while a uniform heat flux is suddenly applied on the outer surface of the wall in the downstream region. The two-phase modified Buongiorno model that fully accounts for the effects of nanoparticle volume fraction distribution is employed and the Navier's slip boundary condition is applied on the wall-nanofluid interface. To better map the effects of defining parameters of the problem, a parametric study is done i.e.; wall thickness ratio ($d' = 0.02, 0.1$ and 0.3), wall-to-nanofluid thermal conductivity ratio ($k_{wnf} = 1, 10$ and 20), wall-to-nanofluid thermal diffusivity ratio ($\alpha_{wnf} = 1, 5$ and 20), the Peclet number ($Pe = 3, 5$ and 10), bulk mean nanoparticle volume fraction ($\phi_b = 0, 0.02$ and 0.04), velocity slip parameter ($\lambda = 0, 0.1$ and 0.3), and the ratio of Brownian to thermophoretic diffusivities ($N_{BT} = 0.1, 0.5, 5$ and 10). The governing equations are solved numerically using the finite volume method. A new MATLAB code is written for the study and the results are obtained for two types of nanofluids, namely alumina-water and titania-water, and compared with the results for the base fluid. Transient distributions of outer and inner wall temperatures, bulk temperature, interfacial heat flux and Nusselt number are investigated. In addition, the effects of defining parameters on the migration of nanoparticles across a given section are also analyzed. The results revealed that heat transfer characteristics can not only be improved by adding nanoparticles to the base fluid, but the type of nanoparticles and that selecting appropriate values for the defining parameters are also crucial. Moreover, the uniformity of nanoparticles over the pipe's cross-section depends on the magnitude of the value of the defining parameter taken into account.

Keywords: Conjugate heat transfer in pipes, Forced convection in pipes, Modified Buongiorno model, Nanofluid heat transfer, Nanoparticle volume fraction, Velocity slip factor.

ÖNSÖZ

Her şeyden önce, bana olan sınırsız sevgisi ve lütfu için Yüce Allah'a şükretmek istiyorum.

Hayat konserinde, tek bir kişinin tüm enstrümanları aynı anda çalması neredeyse imkansızdır. Bu nedenle, aşağıdaki satırlarda, bu tezi başarıyla tamamlamamda bana yardımcı olan herkese en derin şükranlarımı sunmak istiyorum.

Danışmanım Prof. Dr. Şefik BİLİR'e minnettarlığımı ifade etmek için kısa bir paragraf yeterli değil. Sürekli desteği, insani nitelikleri ve alanındaki sınırsız uzmanlığı için kendisine teşekkür etmek isterim. Kendisinin ulaşılabilirliği ve ele alınan konuya olan hakimiyeti bu tezi gerçekleştirmemde benim için paha biçilemezdi. Kendisine milyonlarca teşekkür borçluyum.

Prof. Dr. Rafet YAPICI, Prof. Dr. Ali KAHRAMAN, Doç. Dr. Ali ATEŞ ve Yrd. Doç. Dr. Ulaş ATMACA'ya tez jürimde yer almayı kabul ederek beni onurlandırdıkları için teşekkür ederim. Varlıkları, tezimi dikkatle okumaları ve değerli görüşleri için kendilerine minnettarım. Onların tavsiyeleri gelecekteki araştırmalarım için her zaman bir yol gösterici olarak kabul edilecektir.

Ali CEVİZ ve Osman KÜÇÜKSUCU'ya, bu tezin hazırlanması süresince ofislerini bir tartışma ve düşünme ortamına dönüştürdükleri için yardımları, cesaretlendirmeleri ve hoşgörülerini için teşekkür ederim.

Rahmetli amcam Sokolo Diasivi N'kodia Mathieu'ya, bana yaptığı iyilikler için her zaman borçlu kalacağım. Keşke hala hayatta olsaydı; ona asla yeterince teşekkür edemezdim. Bu tez ona ithaf edilmiştir.

Ebeveynlerime, erkek ve kız kardeşlerime yorulmak bilmeyen destekleri ve şefkatleri için derinden minnettarım.

Gerçekten de en iyi arkadaşlar dört yapraklı yonca gibidir; bulunması zor, sahip olunması ise şanstır. Burada, her zaman yanımda olan arkadaşlarım Veneranda Lofaka, Christian Shoma, Minord Ngoy, Joujou Mbangilwa, Jonas Makelele, Ishan Mercan, Amisi Koy, Emmanuel Nsomwe, Gloire Kamwenza, Isabella, Serena ve Judelle Ndende'ye teşekkür etmek istiyorum. Onların koşulsuz desteği ve teşviki bana çok yardımcı oldu.

Ayrıca, zamanlarını ve bilgilerini bize öğretmek ve hedeflerimize ulaşmamız için bize destek olmak için kullanan Konya Teknik Üniversitesi'ndeki öğretim görevlilerine ve personeline en derin şükranlarımı sunmak isterim. Onların insani ve profesyonel nitelikleri de benim için bir kütüphane oldu.

Son olarak, bu doktora tezi yolculuğunda bana yardımcı olan ancak isimlerini bu bölümde bulamayacağınız herkese teşekkürü bir borç bilirim. Emin olun ki bu konudaki kasıtsızlığıma rağmen onlara olan minnettarlığım tartışılmazdır.

Olivier Mukongo MPUKUTA
KONYA-2024

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER.....	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Kavramların Tanımlanması.....	1
1.1.1. Nanoparçacık	1
1.1.2. Akışkan	2
1.1.3. Nanoakışkanlar	2
1.1.4. Kanallar.....	3
1.1.5. Laminer ve türbülanslı akış.....	3
1.1.6. Sürekli ve süreksiz akış.....	3
1.2. Zorlanmış taşınımın esasları	3
1.2.1 Nanoakışkan ısı taşınımının iyileştirilmesini etkileyen faktörler	3
1.2.2 Isı taşınım katsayısı.....	5
1.3. Nanoakışkan Zorlanmış Taşınım Modellemesi	5
1.3.1. Tek yönlü bağlı ve iki yönlü bağlı yaklaşımlar	5
1.3.2. Lagrange ve Euler yaklaşımları	6
1.3.3. Tek fazlı ve iki fazlı yaklaşımlar	6
1.4. Nanoakışkanların termofiziksel özellik modelleri	7
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	8
3. TEORİK ESASLAR.....	20
3.1. Problem Tanımı	20
3.2. Korunum Denklemleri	21
3.3. Başlangıç ve Sınır Şartları	24
3.4. Termofiziksel Özellik Modelleri	26
3.5. Boyutsuz Parametreler ve Denklemler	27
3.5.1. Boyutsuz parametreler	27
3.5.2. Boyutsuz momentum denklemi	28
3.5.3. Boyutsuz enerji denklemi (nanoakışkan tarafı)	29
3.5.4. Boyutsuz nanoparçacık hacim oranı denklemi	30
3.5.5. Boyutsuz enerji denklemi (cidar tarafı)	31
3.5.6. Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları	31
4. AYRIKLAŞTIRMA.....	36
4.1. Ağ Yapısı	36
4.2. Momentum Denkleminin Ayrıklaştırılması.....	36

4.2. Nanoakışkan Tarafındaki Enerji Denkleminin Ayırıklaştırılması	38
4.3. Cidar Tarafındaki Enerji Denkleminin Ayırıklaştırılması	43
4.4. Başlangıç ve Sınır Şartlarının Ayırıklaştırılması	45
4.4.1. Nanoakışkan tarafında	45
4.4.2. Cidar tarafında	53
4.4.2. İki sınır şartının kesişim noktalarındaki sınır şartları	57
4.5. Çözüm Yöntemi	61
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR	65
5.1 SONUÇLAR.....	65
5.1.1. Parametrelerin ısı transferi karakteristikleri üzerine etkileri	65
5.1.2. Parametrelerin Eksenel Hıza Etkileri.....	93
5.1.3. Parametrelerin Nanoparçacık Hacim Oranına Etkileri	101
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	107
6.1. SONUÇ	107
6.2. ÖNERİLER.....	108
KAYNAKLAR	110

SİMGELER

Simgeler

a	Ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
a_k, b_k, a_μ, b_μ	Ampirik sabitler
A	Alan (m^2)
b	Ayrıklaştırılmış denklemde kaynak terimi
c	Özgül ısı (J/kgK), ayrıklaştırılmış denklemde kaynak terimi
c_p	Sabit basınçta özgül ısı (J/kgK)
d	Boru cidar kalınlığı, çap (m)
D	En küçük kanal boyutu
D_B	Brownian yayılma katsayısı (m^2/s)
D_{BC}	Brownian yayılma katsayısının sabiti (m^2/s)
d_p	Nanoparçacık çapı (m)
D_T	Thermoforez yayılma katsayısı (m^2/s)
D_{TC}	Thermoforez yayılma katsayısının sabiti (m^2/s)
Fo	Fourier sayısı
Gz	Graetz sayısı
h	Isı taşınım katsayısı (W/m^2K)
J	Isı akısı
k	Isı iletkenlik katsayısı (W/mK)
K_1, K_2	İntegral sabitleri
k_{BO}	Boltzmann sabiti ($kg\ m^2/s^2K$)
L	Uzunluk (m)
$\dot{m}$	Kütleli debi (kg/s)
N	Kayma hızı faktörü
N_{BT}	Brownian ve termoforez yayılma katsayıları oranı
Nu	Nusselt sayısı
p	Basınç (Pa)
Pe	Peclet sayısı
Pr	Prandtl sayısı
q	Yüzey ısı akısı (W/m^2)
T	Sıcaklık (K) veya ($^{\circ}C$)
t	Zaman (s)
u	Hız, Eksenel hız, hız bileşeni (m/s)
v	Radyal hız (m/s)
r	Radyal koordinat, yarıçap (m)
Re	Reynolds sayısı
α	Isıl yayılım katsayısı (m^2/s)
δ	Konum farkı
Δx	Eksenel basamak uzunluğu
Δr	Radyal basamak uzunluğu
Δt	Zaman aralığı
λ	Hız kayma parametresi
x	Eksenel koordinat (m)
ϕ	Nanoparçacık hacim oranı (konsantrasyon)
γ	Cidar ve akışkan sıcaklık farkının mutlak sıcaklığa oranı
μ	Dinamik viskozite (kg/ms)
ρ	Yoğunluk (kg/m^3)

Alt indisler

0	Başlangıç
b	Yığık
bf	Baz akışkan
c	Sabit, kesit
e, w, n, s	e, w, n, s kontrol yüzeylerinde
i	İç yüzey, yön

<i>j</i>	Yön
<i>m</i>	Ortalama
<i>nf</i>	Nanoakışkan
<i>np</i>	Nanoparçacık
<i>o</i>	Dış yüzey
<i>P,E,W,N,S</i>	P,E,W,N,S düğüm noktalarında
<i>r</i>	Radyal
<i>w</i>	Yüzey, cidar
<i>wnf</i>	Cidar-nanoakışkan oranı
<i>x</i>	Eksenel
< >	Ortalama

Üst indisler

<i>'</i>	Boyutsuz
<i>0</i>	Önceki zaman adımında



1. GİRİŞ

Son yıllarda, ısı transferini hızlandırma yöntemleri olarak çeşitli teknikler önerilmiştir. Bu teknikler pasif ve aktif olarak sınıflandırılmıştır ve bu sınıflandırmaya ilişkin daha fazla ayrıntıya (Ganji ve Malvandi,2016; Kaggwa ve Carson,2019) da ulaşılabilir.

Nano ölçekli cihazların ortaya çıkışı, önümüzdeki yıllarda gerçekleşecek başlıca sanayi atılımı için büyük bir lokomotif olarak görülmektedir. Modern endüstriyel uygulamalarda enerji verimliliği, ekonomik motivasyon ve boyut kaygıları gibi çeşitli nedenler, mühendisleri ısı transferinde yeni iyileştirme teknikleri geliştirmeye yöneltmiştir. Farklı teknikler arasında nanoakışkanların kullanımı, ısı değiştiricilerin performansını ek basınç kaybı gibi istenmeyen sorunlar olmaksızın veya bu sorunları en aza indirerek artırmak için mühendisler tarafından kullanılan güçlü pasif tekniklerden biri olarak kabul edilmektedir. Mikrokanallarda nanoakışkan ısı transferi üzerine yapılan çalışmalar henüz yeni bir aşamada olduğundan, prosesi ve ısı özellikleri etkileyen faktörleri anlamak ve problemi tanımlayan denklemleri modifiye etmek önem taşımaktadır.

Bu bölümün ana amacı, nanoakışkanların kanallardaki akışı ve ısı transferi ile ilgili temel kavramları gözden geçirmektir. Mevcut çalışmanın amacına uygun olarak, odaklandığımız hususun nanoakışkanların temel kavramlarının tanımlanması ve analiz yaklaşımlarının yanı sıra nanoakışkanların termofiziksel özelliklerinin halihazırda kullanılan matematiksel modellerinin sunulması ile sınırlı olduğunu belirtmek gerekir.

1.1. Kavramların Tanımlanması

1.1.1. Nanoparçacık

Nanoparçacıklar, geleneksel dökme katıların sergilemediği yeni veya daha iyileştirilmiş fiziksel özellikler oluşturmak için atomik veya moleküler ölçekte üretilen nano boyuttaki maddelerden yapılırlar (Das ve diğ.,2007). Nanoakışkanlarda kullanılan nanoparçacıkları üretmek için çeşitli malzemeler kullanılabilir. Nanoparçacıklar metalik veya metalik olmayan maddelerden yapılabilir ve nanotüpler, nanokutular, nanokümeler ve nanoküreler gibi farklı şekillerde üretilebilir. Ayrıca, bazı çalışmalar, karışımdaki

süspanse nanoparçacıkların ortalama boyutunun ısı iletkenliğin artırılmasında önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur.

1.1.2. Akışkan

Akışkan, herhangi bir büyüklükteki kayma gerilimi etkisi altında sürekli olarak şekil değiştiren madde olarak tanımlanır. Hem sıvılar hem de gazlar akışkandır. Sıvılarda moleküller birbirinden daha uzakta olduğundan, moleküller arası kuvvetler katılara göre daha küçüktür ve moleküller daha fazla hareket özgürlüğüne sahiptir. Bununla birlikte, gazlar sıvılara ve katılara kıyasla ihmal edilebilir moleküller arası bağlayıcı kuvvetler nedeniyle daha fazla moleküler mesafeye ve hareket özgürlüğüne sahiptir (Munson ve diğ.,2009).

1.1.3. Nanoakışkanlar

Nanoakışkanlar, 1995 yılında Choi tarafından, geleneksel akışkanlara veya parçacık akışkan süspanسیونlarına kıyasla daha iyi ısı özellikler sunan nanoparçacık içeren yeni ısı transfer akışkanları sınıfını tanımlamak için icat edilen yeni bir terimdir (Das ve diğ. ,2007).

Nanoakışkanlar, ortalama boyutları 100 nm'nin altında olan küçük katı parçacıkların (metalik veya metalik olmayan) mineral yağlar, su ve etilen glikol gibi geleneksel sıvılarda süspanse edilmesiyle elde edilir (Das ve diğ. ,2007; Ganvir ve diğ.,2017).

Nanoakışkanları hazırlamak için elverişli iki yöntem yaygın olarak kullanılmaktadır: tek adımlı yöntem ve iki adımlı yöntem. Tek adımlı yöntemde, nanoparçacıklar eşzamanlı olarak üretilir ve parçacıklar baz akışkan içinde süspanسیون haline getirilir. İki aşamalı yöntemde ise, nanoparçacıklar baz akışkan içine dağıtılmadan önce ayrı bir süreçte üretilir (Kaggwa ve Carson,2019).

Çok az miktarda nanoparçacık, akışkanlar içinde düzgün bir şekilde dağıtıldığında ve dengeli bir şekilde süspanse edildiğinde, baz akışkanların ısı özelliklerinde şaşırtıcı gelişmeler sağlanabileceğini belirtmek gerekir. Bu nedenle, nanoakışkanları kullanmanın nihai amacı, nanoparçacıkları baz akışkanlarda dengeli bir şekilde süspanse ederek ve eşit bir şekilde yayarak mümkün olan en düşük konsantrasyonda mümkün olan en iyi ısı özelliklere ulaşmaktır.

1.1.4. Kanallar

Kanal sınıflandırmasında birlik sağlamak amacıyla hem sıvı ve gaz hem de iki fazlı akış uygulamaları için yeni bir sınıflandırma oluşturulmuş ve önerilmiştir. Tablo 1.1 açık literatürden elde edilen bu yeni kanal sınıflandırmasını özet olarak göstermektedir (Kandlikar ve Grande,2003).

Tablo 1. 1. Kanal sınıflandırma şeması

İsimlendirme	Sınır
Geleneksel kanallar	$>3\text{mm}$
Minikanallar	$3\text{mm} \geq D \geq 200\mu\text{m}$
Mikrokanallar	$200\mu\text{m} \geq D \geq 10\mu\text{m}$
Mikrokanallara geçiş	$10\mu\text{m} \geq D \geq 1\mu\text{m}$
Nanokanallara geçiş	$1\mu\text{m} \geq D \geq 0.1\mu\text{m}$
Nanokanallar	$0.1\mu\text{m} \geq D$

D: En küçük kanal boyutu

1.1.5. Laminer ve türbülanslı akış

Laminer akış, düzgün paralel akışkan katmanları ile karakterize edilen oldukça düzenli akışkan hareketi olarak tanımlanır. Bununla birlikte, türbülanslı akış, tipik olarak yüksek hızlarda meydana gelen ve değişen hız ile karakterize edilen oldukça düzensiz akışkan hareketi olarak tanımlanır. Ayrıca, laminer ve türbülanslı olma arasında gidip gelen akış geçiş akışı olarak isimlendirilir (Yunus,2010).

1.1.6. Sürekli ve süreksiz akış

Sürekli akış, belirli bir noktada zamanla özelliklerin, hızın, sıcaklığın vb. değişmediği akış olarak tanımlanır. Sürekli akışın tersi ise süreksiz veya geçici akış olarak adlandırılır (Yunus,2010).

1.2. Zorlanmış taşınımın esasları

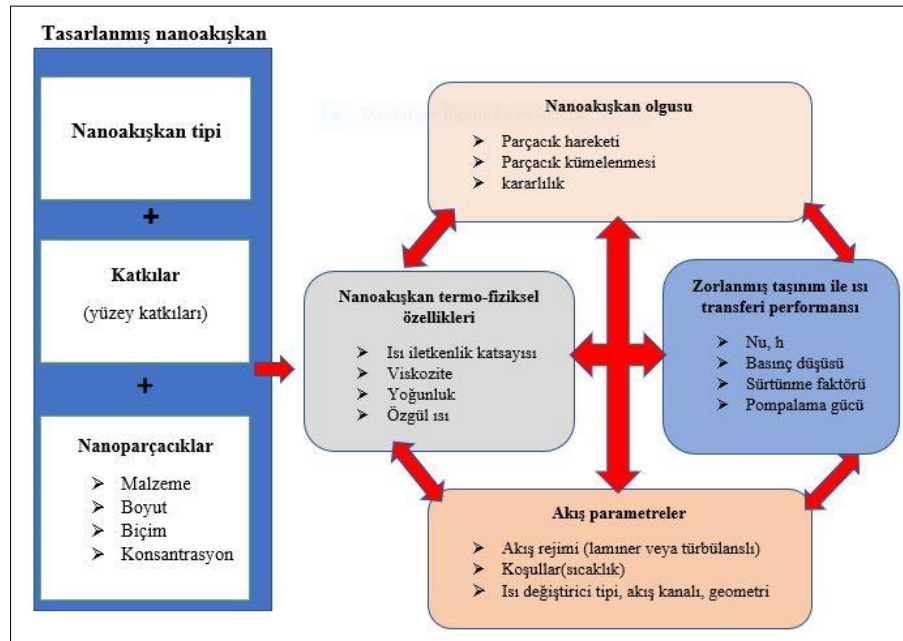
1.2.1 Nanoakışkan ısı taşınımının iyileştirilmesini etkileyen faktörler

Isı mühendisliğinde, zorlanmış taşınım muhtemelen ısı transferi için en etkili ve en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Isı transferi akışkanın termofiziksel özellikleriyle

doğrudan ilişkili olduğundan, özellikle bir akışkanın ısı iletkenliğini artırma çabaları ilgi çekmektedir. Etilen glikol, su ve yağlar gibi geleneksel soğutucu akışkanlar, ısı alışverişi uygulamalarında sınır değerlere çoktan ulaşmıştır. Sonuç olarak, mühendisler ısı iletkenliklerini arttırmak için baz akışkan içinde farklı türde katı nanoparçacıkların süspansiyonlarını öne sürmüşlerdir.

Şekil 1.1'den de görülebileceği gibi, ısı iletkenliğinin iyileştirilmesi çok umut verici olsa da, nanoakışkanın bir ısı transferi ortamı olarak potansiyelini belirleyen tek faktör olmadığı açıktır. Bununla birlikte, çoğu zaman birbirine bağlı olan diğer faktörler de nanoakışkanın ısı özellikleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olabilir. Viskozite, özgül ısı, nanoparçacık yüklemesi ve süspansiyon içerisindeki hareketi, nanoakışkan kararlılığı ve akış koşulları bunların bir kısmıdır.

Nanoakışkan bileşimi ve termofiziksel özellikler arasındaki ilişkilerin anlaşılması, arzu edilen özelliklere sahip nanoakışkan elde etmenin anahtarıdır. Aşağıdaki Şekil 1.1'de şematik olarak gösterildiği gibi, nanoakışkan parametreleri ve özellikleri arasındaki ilişkiler bir hayli karmaşıktır. Bu, sistem performansı çalışmalarının nanoakışkanların kritik parametrelerinin ve özelliklerinin önceliklendirilmesini ve tanımlanmasını gerektirmektedir (Ahsan,2011).



Şekil 1.1. Nanoakışkan zorlanmış taşınım ısı transferi performansını etkileyen faktörler (Bianco ve diğ.,2015)

1.2.2 Isı taşınım katsayısı

Bilindiği üzere, iletim, taşınım ve ışıyım olmak üzere üç farklı ısı transferi tarzı vardır. Taşınım, iki farklı mekanizma söz konusudur: ısı yayılımı veya iletimi ve adveksiyon olarak adlandırılan yığın akışkan hareketinden kaynaklanan ısı transferi.

Akışkanın hareketine neden olan olgulara bağlı olarak, taşınım doğal, zorlanmış veya karışık olarak değerlendirilebilir. Akışkanın hareketi yoğunluk gradyanından kaynaklanıyorsa taşınım doğal olarak adlandırılır. Öte yandan, akışkanın hareketine bir basınç gradyanı neden oluyorsa, taşınım zorlanmış olarak adlandırılır. Bu özel durumda, basınç farkı herhangi bir harici mekanik cihaz tarafından oluşturulur. Son olarak, akışkanın hareketi yoğunluk ve basınç gradyanları tarafından aynı anda oluşturuluyorsa taşınım karışık olarak adlandırılır.

Newton'un soğuma kanunu, ısı taşınım katsayısı veya film iletkenliği için tanımlayıcı denklemdir. Film iletkenliğinin akışkanın hızı, viskozitesi, yoğunluğu ve ısı iletkenlik katsayısı gibi çeşitli akışkan parametrelerinin fonksiyonu olduğunu belirtmek gerekir (Kraus ve diğ.,2011).

1.3. Nanoakışkan Zorlanmış Taşınım Modellemesi

1.3.1. Tek yönlü bağlı ve iki yönlü bağlı yaklaşımlar

Genel olarak, nanoakışkan akışları, bir fazın sürekli faz veya taşıyıcı faz olarak kabul edildiği ve diğer fazın küçük karışmayan parçacıklardan oluştuğu ve dağılmış faz olarak adlandırıldığı iki fazlı akışkan akışlarıdır. Parçacık yoğunluğunun genellikle baz akışkanın yoğunluğundan farklı olduğunu akılda tutmak önemlidir. Çoğu durumda, nanoparçacık konsantrasyonu düşükse, nanoparçacık fazının hareketinin baz akışkan tarafından etkilendiği varsayılır; bu nedenle, nanoparçacıkların baz akışkanın hareketi üzerindeki etkileri ihmal edilebilir düzeydedir. Bu durumda, baz akışkan nanoparçacık özelliklerini, yani hız ve sıcaklığı etkiler, ancak bunun tersi söz konusu değildir. Bu genellikle tek yönlü bağlı olarak adlandırılır. Nanoparçacık hacim oranı büyürse, iki bileşen de birbirini etkiler ve ortaya çıkan nanoakışkan akışı genellikle iki yönlü bağlı olarak adlandırılır (Bianco ve diğ. ,2015).

1.3.2. Lagrange ve Euler yaklaşımları

Nanoakışkanların modellenmesi genellikle iki referans bakış açısı sınıfından biri dikkate alınarak gerçekleştirilir: Lagrange veya Euler bakış açısı.

"Euler - Euler yaklaşım" terimi genellikle akışkan ve parçacıkların her ikisinin de Euler referans bakış açısıyla ele alındığı durumlarda kullanılır. Yani, dağılmış faz sürekli olarak varsayılır. Bu yaklaşım genellikle karışımda nispeten yüksek bir nanoparçacık konsantrasyonu ile karşılaşıldığında kullanılır (Gouesbet ve Berlemont,1999; Bianco ve diğ. ,2015).

Euler-Lagrange yaklaşımı ise genellikle parçacık Lagrange bakış açısıyla ve baz akışkan Euler bakış açısıyla ele alındığında kullanılır. Bu yaklaşımın, hesaplama süresinin nanoparçacık konsantrasyonu ile artması nedeniyle yalnızca çok küçük nanoparçacık konsantrasyonları için kullanılması önerilmektedir (Durst,1984; Bianco ve diğ. ,2015).

1.3.3. Tek fazlı ve iki fazlı yaklaşımlar

Açık literatürde, nanoakışkanların zorlanmış taşınımını modellemek için iki farklı yaklaşım kullanılmaktadır. İlk yaklaşım, nanoakışkanı etkin termodinamik özelliklere sahip tek fazlı bir ortam olarak ele almaktır. İkinci yaklaşımda ise nanoakışkan iki bileşenli bir karışımdan oluşan iki fazlı bir ortam olarak ele alınmaktadır.

Nanoakışkanın tek fazlı mı yoksa iki fazlı mı olduğunu değerlendirmeye yol açan ana varsayım, nanoparçacıklar ve baz akışkan arasındaki kayma hareketinin dikkate alınıp alınmamasıdır.

Tek fazlı yaklaşım, karışımın iki bileşeni arasındaki kayma hareketi ihmal edildiğinde ve iki bileşen arasında ısıl denge koşulları bulunduğunda kullanılır. Yani, nanoakışkan homojen bir karışım gibi davranır ve nanoparçacıklar temel akışkanın akış çizgilerini tam olarak takip eder. Bu nedenle, saf akışkanları tanımlayan bir dizi denklem, nanoakışkanların etkin termodinamik özellikleri temel akışkanın özelliklerinin yerine geçecek şekilde kullanılır. Tek fazlı yaklaşımın uygulanmasının kolay olduğunu ve daha az hesaplama süresi gerektirdiğini söylemeye gerek yoktur. Nanoakışkanların taşınımıyla ısı transferi karakteristikleri için elde edilen sonuçlar deneylerle tutarlıdır. Bununla birlikte, sonuçlar büyük ölçüde seçilen termodinamik özellik modellerine, özellikle de ısı iletkenlik katsayısı ve viskoziteye bağlıdır (Bianco ve diğ. ,2015).

Çalışmalar, nanoparçacıkların baz akışkana göre bağlı hareketi üzerinde bir dizi faktörün etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bu faktörler arasında Brownian hareketi, termoforez ve kümelenme, nanoparçacık hareketini önemli ölçüde değiştirebilir ve iki faz arasında hız farklılıklarına neden olabilir. Karışımın iki bileşeni arasındaki bu bağlı hızı dikkate alarak, daha doğru sayısal sonuçlar için, fazların her biri için bir dizi korunum denklemini çözen iki fazlı modellerin büyük ölçüde tatmin edici olduğu bildirilmektedir (Pak ve Cho,1998; Xuan ve Roetzel,2000).

Önceki bölümde vurgulandığı gibi, iki fazlı yaklaşımda kullanılabilecek iki modelleme yaklaşımı vardır: Euler-Euler veya Lagrange-Euler. Ancak, sayısal analizde hesaplama süresi çok önemli bir faktör olduğundan, Euler-Euler modeller bilim insanları tarafından en yaygın olarak kullanılan modellerdir.

1.4. Nanoakışkanların termofiziksel özellik modelleri

Nanoakışkanların termofiziksel özellikleri, bilim insanları ve mühendisler için büyük çekiciliği ve potansiyeli nedeniyle yaygın olarak araştırılmaktadır. Bu büyük ilgiye rağmen, literatürde her bir nanoakışkan türü için makul sonuçlar sunabilecek termofiziksel özellik bağıntılarının eksikliği gözlemlenmektedir. Bununla birlikte, belirli sınır şartlarına tabi tutulan bazı spesifik nanoakışkanlar için tutarlı sonuçlara ulaştırabilecek çok sayıda korelasyon açık literatürde bulunabilir. Termofiziksel özellikler ve korelasyonları hakkında daha fazla ayrıntı (Shang ve Zhong,2018)'de bulunabilir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

(Izadi ve diğ.,2009) bir iç içe geçmiş boru boyunca Al_2O_3 -su nanoakışkan akışının laminer zorlanmış taşınımını sayısal olarak incelemişlerdir. Modelleme için tek fazlı bir yaklaşım kullanılmıştır. Akışın hidrodinamik ve ısı karakteristiklerini incelemek için iki boyutlu eliptik korunum denklemleri çözülmüştür. Nanoparçacık hacim oranının boyutsuz aksenal hızı etkilemediğini, ancak sıcaklık profillerinin etkilendiğini ve ısı transfer katsayısının arttığını bildirmişlerdir.

(Malvandi ve Ganji,2016), ısıtma/soğutma performansını iyileştirmek için düşey bir iç içe geçmiş boru boyunca alümina-su nanoakışkanının laminer karışık taşınımı üzerine teorik bir çalışma yürütmüştür. Çalışmalarında, ısı transfer hızı ve basınç düşüşü üzerindeki etkilerini incelemek için hem Brownian hareketini hem de termoforez yayılmayı nanoparçacık hareketinin ana nedenleri olarak ele almışlardır. Yüzeylerde asimetric ısıtma koşullarının uygulanmasının nanoparçacık hareketinin yönünü değiştirdiğini ileri sürmüşlerdir. Dolayısıyla, bu nanoakışkan içindeki viskozite ve ısı iletkenlik katsayısı dağılımının homojenliğini de etkilemektedir. Ayrıca, daha küçük boyutlu nanoparçacıkların kullanılmasının nanoakışkanların verimliliğinin artmasına neden olduğunu bildirmişlerdir.

(Rashidi ve diğ.,2014) dalgalı bir kanalda bakır-su nanoakışkanının iki fazlı ve tek fazlı ısı transferi ve akış alanının sayısal ve karşılaştırmalı bir çalışmasını gerçekleştirmişlerdir. Sıcaklık, ısı transfer katsayısı ve hız profilleri incelenmiştir. Elde ettikleri sonuçlar, sıcaklık alanında tek ve iki fazlı modeller arasındaki farkın hidrodinamik alandakinden daha yüksek olduğunu göstermiştir. Ayrıca, tüm Reynolds sayıları için, nanoparçacık hacim oranının artırılmasının tek fazlı modelde ısı transfer katsayısının artmasına yol açtığını bildirmişlerdir. Bununla birlikte, Reynolds sayısı düşük olduğunda iki fazlı modeller için, nanoparçacıkların hacim oranının artırılması dalgalı kanalın önünde ve ortasında ısı transfer katsayısını artıracak, ancak kanal boyunca kademeli olarak azalacaktır.

(Nikkhah ve diğ.,2015)), periyodik ısı akısı ve kayma sınır şartı altında bir mikrokanalda su /FMWCNT (functional multi-walled carbon nanotube) nanoakışkanın laminer zorlanmış taşınım ısı transferi üzerine sayısal bir çalışma yürütmüşlerdir. Ayırıklaştırılmış korunum denklemlerini çözmek için bir sonlu hacim sayısal yöntemi ve SIMPLE algoritması kullanılmıştır. Kayma kuvvetlerinin, nanoparçacık konsantrasyonunun, kayma hızı katsayısının ve periyodik ısı akısının akış ve sıcaklık

alanlarının yanı sıra ısı transfer hızı üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Bulgular, mikrokanal uzunluğu boyunca yerel Nusselt sayısının periyodik bir şekilde değiştiğini ve Reynolds sayısındaki artışla birlikte arttığını ortaya koymuştur. Ayrıca, kayma hızı katsayısı ve nanoparçacıkların ağırlık yüzdesindeki artışın Nusselt sayısında artışa neden olduğu ve bu artışın daha yüksek Reynolds sayılarında daha belirgin olduğu bildirilmiştir. Kayma hızı katsayısındaki artışla birlikte kanal yüzeylerindeki nanoakışkan hızında bir artış gözlemlenmiştir.

(Ghasemi ve diğ.,2017)), Euler-Euler iki fazlı modelini kullanarak üçgen kesitli bir minikanallı ısı kuyusunda nanoakışkanların taşınımıyla ısı transferini sayısal olarak incelemişlerdir. Elde ettikleri sonuçların deneysel verilerle mükemmel bir uyum içinde olduğunu ve maksimum sapmanın %5 olduğunu bildirmişlerdir. Ayrıca, nanoakışkanlı ısı kuyusu, su soğutmalı ısı kuyusuna kıyasla daha iyi bir ısı transfer hızına ulaşmıştır. Reynolds sayısı ve nanoparçacık konsantrasyonu arttıkça ısı transfer hızında bir artış gözlenmiştir. Ayrıca, nanoakışkan soğutmalı mini kanallı ısı kuyusu için sürtünme faktöründe çok az bir artışla ısı transferi özelliklerinin iyileştirildiğini ileri sürmüşlerdir.

(Bizhaem ve Abbassi,2017)) iki fazlı bir karışım modeli kullanarak sarmal bir boruda gelişen, laminar nanoakışkan akışının ısı transferi karakteristiklerini ve entropi üretimini sayısal olarak incelemişlerdir. Boru, sabit bir yüzey sıcaklığı sınır şartına tabi tutulmuş ve sıcaklığa bağlı özelliklere sahip Al_2O_3 -su nanoakışkanının sayısal simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Nanoakışkan ve baz akışkanın neredeyse aynı eksenel hız profiline sahip olduğunu, sıcaklık profillerinin ise gelişmekte olan ve tam gelişmiş bölgelerde önemli bir farka sahip olduğunu ileri sürmüşlerdir. Düşük Reynolds sayılarında daha fazla ısı transferi artışı ve entropi oluşumunda azalma elde edilebileceğini bildirmişlerdir.

(D. Lelea ve C. Nisulescu, 2011)), viskoz sönüm etkisini dikkate alarak mikro borulardaki laminar nanoakışkan ısı transferini sayısal olarak analiz etmişlerdir. Yerel ısı transfer katsayısı dağılımı göz önüne alındığında, giriş bölgesinde daha yüksek ısı transferi artışının gözlemlendiği makro ölçekli ısı transferinin aksine, mikrokanal ısı transferi durumunda, boru duvarının yakınında daha belirgin olan viskoz ısınma nedeniyle, ısı transferi artışının eksenel mesafe ile sürekli olarak arttığını belirtmişlerdir. Buna ek olarak, daha yüksek parçacık konsantrasyonuna sahip nanoakışkanlar için, eksenel mesafe boyunca ısı transfer katsayısı için yüksek değerler gözlemlenmiştir.

Su ve Al_2O_3 'ten oluşan bir nanoakışkanın yatay dairesel borulardaki zorlanmış taşınımının karşılaştırmalı bir çalışması (Lotfi ve diğ.,2010) tarafından sayısal olarak

yapılmıştır. Çalışmalarında, modelin ve sayısal prosedürün geçerliliğini ve doğruluğunu göstermek için, daha önce yayınlanan geleneksel bağıntılarla karşılaştırma yapılmıştır. Elde ettikleri sonuçlar, karışım modelinin diğer iki modelden daha doğru sonuçlar verdiğini ortaya koymuştur. Ayrıca, nanoparçacık hacim oranının artmasıyla ısı iyileştirme oranının azaldığını bildirmişlerdir.

(Pramuanjaroenkij ve diğ.,2018) tarafından nanoakışkan ısı transferi iyileştirmesi için karma ısı iletkenlik katsayısı modellerinin sayısal bir çalışması yapılmıştır. Ağ düğümlerinin, etkin viskozite modelinin, sınır tabaka kalınlığının ve karma ısı iletkenlik katsayısı modelinin ısı transferi artışı üzerindeki etkilerini analiz etmek için kendi sayısal kodlarını geliştirmişlerdir. Elde edilen sonuçlara dayanarak, statik kısım olarak Maxwell modelinden ve dinamik kısım olarak Yu ve Choi modelinden oluşan karma ısı iletkenlik katsayısı modelinin her üç nanoakışkana da uygulanmasının sayısal sonuçları deneysel sonuçlara yaklaştırdığını bildirmişlerdir. Ayrıca, karma ısı iletkenlik katsayısı modelinin tek fazlı nanoakışkan simülasyonunun doğruluğunu artırdığını ve tek fazlı nanoakışkan sayısal çalışmalarındaki potansiyelini ortaya koyduğunu belirtmişlerdir.

Bir mikrokanalda nanoakışkan laminar zorlanmış taşınımının Euler-Euler yaklaşımı ile iki fazlı sayısal simülasyonu (Kalteh ve diğ.,2011) tarafından incelenmiştir. İzotermal olarak ısıtılan bir mikrokanal içindeki bakır-su nanoakışkanının ısı transferi dikkate alınmıştır. Elde ettikleri sonuçlar, fazlar arasındaki bağıl hız ve sıcaklık farkının çok küçük ve ihmal edilebilir düzeyde olduğunu ve nanoparçacık konsantrasyon dağılımının üniform olduğunu ortaya koymuştur. Ancak, iki fazlı modelleme sonuçları homojen tek fazlı modele kıyasla daha yüksek ısı transferi artışı göstermiştir. Ayrıca, ısı transferi artışı Reynolds sayısı ve nanoparçacık konsantrasyonundaki artışın yanı sıra nanoparçacık çapındaki azalma ile artarken, basınç düşüşü çok az artmaktadır.

Nanoakışkanların üniform olarak ısıtılmış bir boru içerisindeki ısı transferi karakteristikleri (Maïga ve diğ.,2004) tarafından incelenmiştir. Çalışmalarında, su- γ Al_2O_3 ve etilen glikol- γ Al_2O_3 nanoakışkanlarının, cidarda sabit ve üniform bir ısı akısına maruz kalan bir boru içindeki zorlanmış taşınım akışı problemini ele almışlardır. Nanoparçacık ilavesinin hem laminar hem de türbülanslı rejim için boru cidarındaki ısı transferini önemli ölçüde arttırdığını gözlemlemişlerdir. Isı transferindeki bu artış, nanoparçacık konsantrasyonunun artmasıyla daha belirgin hale gelmiştir. Bununla birlikte, parçacıkların ilavesi, nanoparçacık konsantrasyonuyla birlikte artan cidar sürtünmesi üzerinde olumsuz etkilere yol açmıştır. Elde edilen sonuçlar ayrıca etilen

glikol- γ Al_2O_3 karışımının su- γ Al_2O_3 karışımından çok daha iyi bir ısı transferi artışı sağladığını ortaya koymuştur.

(Tavakoli ve diğ.,2019)), iki fazlı bir yaklaşımla düşey bir mikrokanaal içindeki karışık taşınım ısı transferinin sayısal bir çalışmasını gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında, nanoparçacık hacim oranı, Reynolds sayısı, Grashof sayısı, kayma ve kaymama koşullarının etkileri dikkate alınmıştır. Düşey bir mikrokanaalda ısı transferi artışının sınır şartlarına, hız alanına ve yerçekimi ivmesine bağlı olduğunu gözlemlemişlerdir. Reynolds sayısının, kayma hızı katsayısının, Grashof sayısının ve nanoparçacıkların hacim oranının artmasının Nusselt sayısının artmasını ve ısıl direncin azalmasını sağladığını bildirmişlerdir.

Su ve Al_2O_3 'ten oluşan bir nanoakışkanın yatay ve kavisli bir boru içerisindeki tam gelişmiş laminer karışık taşınımı (Akbarinia ve Behzadmehr,2007) tarafından sayısal olarak çözümlenmiştir. Merkezkaç kuvveti, kaldırma kuvveti ve nanoparçacık konsantrasyonunun etkileri dikkate alınmıştır. Sonuçlar, nanoparçacık hacim oranının ikincil akış, aksel hız ve yüzey sürtünme katsayısı üzerinde doğrudan bir etkiye sahip olmadığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte, akışkan sıcaklığı üzerindeki toplam etkisi, kaldırma kuvvetlerinin büyüklük seviyesi merkezkaç kuvvetine kıyasla belirgin hale geldiğinde hidrodinamik parametreleri etkileyebilmektedir. Belirli bir Reynolds sayısı için kaldırma kuvvetinin Nusselt sayısı üzerinde olumsuz bir etkisi olduğunu, nanoparçacık konsantrasyonunun ise ısı transferinin artırılması ve ayrıca yüzey sürtünmesinin azaltılması üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu ileri sürmüşlerdir.

İki fazlı bir karışım modeli kullanılarak yatay bir tüp içindeki nanoakışkanın laminer karışık taşınımı (Mirmasoumi ve Behzadmehr,2008) tarafından sayısal olarak incelenmiştir. Grashof ve Reynolds sayılarının geniş bir aralığında Al_2O_3 -su nanoakışkanının hidrodinamik ve ısı transferi karakteristikleri incelenmiştir. Elde ettikleri sonuçlar önceki deneysel ve sayısal çalışmalarla iyi bir uyum göstermiştir. Belirli bir nanoparçacık ortalama çapı için, tam gelişmiş bölgede nanoparçacık konsantrasyonunun hidrodinamik karakteristikler üzerinde önemli bir etkisi olmadığını bildirmişlerdir. Buna karşın, ısı transferi üzerindeki etkileri önemli olmuştur. Ayrıca, borunun tabanında ve cidara yakın bölgede daha yüksek bir nanoparçacık konsantrasyonu gözlenmiştir.

(Ahmadi ve diğ.,2018) Euler-Lagrange yaklaşımını kullanarak içerisine bir silindir yerleştirilmiş bir kanal içindeki su- Al_2O_3 nanoakışkanının akışını ve ısı transferini sayısal olarak incelemişlerdir. Sayısal analiz, düz bir silindir boyunca baz akışkan, nanoparçacık boyutu ve konsantrasyonunun çeşitli kombinasyonları için

gerçekleştirilmiştir. Kanal cidarında sabit ve üniform ısı akısı sınır şartı uygulanmıştır. Reynolds sayısı ve nanoparçacık hacim oranındaki artışın ısı transfer katsayısının artışı üzerinde önemli etkileri olduğunu ileri sürmüşlerdir. Isı transfer katsayısı nanoparçacık çapındaki artışla azalmaktadır. İncelenen tüm akışkanlar için basınç düşüşünün Reynolds sayısı ile arttığını bildirmişlerdir. Ayrıca, nanoparçacıkların baz akışkana eklenmesi basınç düşüşünde bir artışa yol açmış ve bu etki daha yüksek konsantrasyonlar için daha belirgin olmuştur.

Dairesel bir mikrokanaalın giriş ve çıkış bölgelerindeki yerel Nusselt sayısı üzerindeki eksenel ısı iletimi etkileri (Rahimi ve Mehryar,2012) tarafından sayısal olarak incelenmiştir. Kanal cidarının dış yüzeyinde sabit bir ısı akısı ile eş zamanlı olarak gelişen laminar akış dikkate alınmıştır. Sonuçlar, kanal cidarındaki eksenel ısı iletiminin, mikrokanaalın giriş ve çıkış bölgelerindeki yerel Nusselt sayısını, birleşik etkilerin olmadığı mikrokanaallar için olan değerlerine göre azalttığını göstermiştir. Çeşitli parametrelerin mikrokanaalın çıkış bölgesindeki yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkileri analiz edilmiş ve bitiş uzunluğu ile buna karşılık gelen yerel ve ortalama Nusselt sayılarını belirlemek için üç genelleştirilmiş korelasyon önerilmiştir. Önerdikleri korelasyonlarla elde edilen sonuçların literatürde mevcut olanlarla iyi bir uyum içinde olduğunu bildirmişlerdir.

(Bahiraei,2016), laminar akış rejiminde düz bir borudaki CuO-su nanoakışkanının ısı transfer karakteristiklerini incelemek için iki fazlı Euler-Lagrange yöntemini kullanmıştır. Sonuçlar, taşınım ısı transfer katsayısının parçacık konsantrasyonunun artmasıyla arttığını göstermiştir. Ayrıca, ısı transferindeki artış miktarı boru uzunluğu boyunca artmıştır. Bulgular, termoforez ve Brownian kuvvetlerinin taşınım ısı transferini etkilediğini ve etkilerinin boru girişinden daha uzak mesafelerde daha belirgin hale geldiğini ortaya koymuştur. İki fazlı yöntem kullanıldığında, cidara yakın bölgelere kıyasla iç kesimlerde daha yüksek nanoparçacık konsantrasyonu gözlemlenmiştir. Daha yüksek hacim oranlarında, tek fazlı yöntemin yığık sıcaklığı yeterince doğru tahmin edemediğinin altını çizmişlerdir.

(Heris ve diğ.,2007), dağılım modelini kullanarak sabit yüzey sıcaklığına sahip dairesel bir borudaki nanoakışkanların laminar akışlı taşınım ısı transferini artırmada nanoparçacık konsantrasyonunun, boyutunun ve Peclet sayısının etkilerini sayısal olarak incelemişlerdir. Elde edilen sayısal sonuçların kendi laboratuvarlarında farklı boyutlardaki parçacıklar için elde edilen deneysel sonuçlarla uyumlu olduğunu belirtmişlerdir. Sonuçlar, nanoparçacıkların baz akışkan içine eklenmesinin ısı

transferinde bir artış sağladığını ortaya koymuştur. Isı transfer katsayılarının nanoparçacık konsantrasyonu ile arttığını gözlemlemişlerdir. Ayrıca, belirli bir konsantrasyonda, nanoparçacık boyutunun azalması ısı transfer katsayılarının artmasına neden olmuştur.

(Khanafer ve diğ.,2003), bir dizi Grashof sayısı ve nanoparçacık hacim oranı için iki boyutlu bir hacimde hareket eden nanoakışkanın ısı transferi artışını sayısal olarak incelemişlerdir. Nanoparçacık dağılımını dikkate alan bir model geliştirilmiştir. Taşınım denklemleri, sonlu hacim yaklaşımı ile birlikte dönüşümlü tam kapalı (alternating direct implicit) prosedür kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Sonuçlar, nanoparçacık ilavesinin herhangi bir Grashof sayısı için ısı transfer hızını önemli ölçüde artırdığını göstermiştir. Ayrıca, sonuçlar nanoparçacık hacim oranındaki herhangi bir artışın nanoakışkan ısı transfer hızında bir artış sağladığını göstermiştir.

Sabit ısı akısı altında dairesel yatay bir boruda, tek fazlı yaklaşım kullanılarak, su ve etilen glikol karışımında süspanse edilen grafen oksit nano plakaların, laminar zorlanmış taşınım ile ısı transferi ile ilgili sayısal bir çalışma (Sajjad ve diğ.,2018) tarafından yapılmıştır. Ağırlık oranı ve akış parametrelerinin ısı transferi ve akış karakteristikleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Sonuçlar, ağırlık oranlarının tüm değerleri için, artan ısı transfer katsayısının karşılık gelen artan basınç düşüşüne oranının anlamsız ölçüde olduğunu göstermiştir. Bu nedenle, incelenen nanoakışkanların laminar akış rejiminde baz akışkana göre herhangi bir avantaj sağlamadığı sonucuna varmışlardır.

Nanoakışkanların, sıcaklığa bağlı ısı iletkenlik katsayısı ve ısı dağılımı ile laminar zorlanmış taşınımının sayısal analizi (Özerinç ve diğ.,2012) tarafından yapılmıştır. Sabit yüzey sıcaklığı ve sabit yüzey ısı akısı sınır şartları altında dairesel bir boru içerisinden geçen tek fazlı Al_2O_3 (20 nm)/su nanoakışkanını ele almışlardır. Sonuçlarını açık literatürdeki klasik modellerle karşılaştırmışlar, sıcaklığa bağlı ısı iletkenlik katsayısı ve ısı dağılımı kabulü ile tek fazlı varsayımın, taşınım ile ısı transferinde nanoakışkanların ısı transferi iyileştirme analizi için uygun bir yaklaşım olduğunu bildirmişlerdir.

(Purohit ve diğ.,2016) entropi üretimi ve yüzey kayma gerilmesi etkilerini dikkate alarak dairesel bir boruda laminar zorlanmış taşınım ısı transferi üzerine sayısal bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Sabit ısı akısı sınır şartı altında üç farklı nanoakışkanın (Al_2O_3 -su, ZrO_2 -su ve TiO_2 -su), nanoakışkan özelliklerini araştırmak için tek fazlı bir yaklaşım dikkate alınmıştır. Baz akışkanın termo-fiziksel özellikleri ile sıcaklık arasında doğrusal olmayan bir ilişki öngörülmüştür. Bulgular, aynı Reynolds sayısı için nanoakışkan ısı transfer katsayılarının baz akışkana kıyasla önemli ölçüde daha yüksek

olduğunu ortaya koymuştur. Bununla birlikte, kütle akış hızı ve deşarj sabit tutulduğunda ısı transfer katsayısında önemsiz bir artış gözlenmiştir. Entropi üretimi, aynı Reynolds sayısı karşılaştırması altında nanoakışkanlar için azalmaktadır, ancak azalmanın diğer iki karşılaştırma tabanı için ihmal edilebilir olduğu bulunmuştur. Yüzey kayma gerilimi, her üç karşılaştırma için de parçacık yüklemesindeki artışla birlikte artmaktadır.

Her iki cidarda sabit ısı akısı sınır şartına sahip ısı üretimi/soğurumu olan eş merkezli içiçe geçmiş bir boru içinde akan iki fazlı Al_2O_3 -su nanoakışkanı (Moshizi ve diğ.,2014) tarafından teorik olarak incelenmiştir. Isı üretimi/soğurumu, kayma parametresi ve ısı akıları arasındaki oranın nanoparçacık hacim oranı, hız, sıcaklık, her iki yüzeydeki ısı transfer katsayısı ve boyutsuz basınç gradyanı üzerindeki etkilerini kapsamlı bir şekilde analiz etmişlerdir. Bulgular, termoforez kuvvet nedeniyle nanoparçacıkların sıcaklık gradyanı doğrultusunda hareket ettiğini göstermiştir. Ayrıca, aksenal hızın pik noktası, borunun enine kesitinde homojen dağılımın olmamasının bir sonucu olarak daha düşük ısıtma enerjisine sahip cidardan daha yüksek ısıtma enerjisine sahip cidara doğru yer değiştirmiştir. Dahası, boru yüzeylerindeki kayma hızı ısı transfer katsayısını ve boyutsuz basınç gradyan oranını yükseltmiştir. Ayrıca, Brownian ve termoforez yayılma hızı arasındaki oranın düşük değerleri için, ısı üretimi durumunda ısı transfer katsayısı artışındaki değişiklikler, ısı soğurumu durumundakinden daha yüksek olmuştur.

(Bhattacharya ve diğ.,2009), ısı dağılım modelini kullanarak dikdörtgen kesitli bir silikon mikrokanal ısı kuyusunda akan Al_2O_3/H_2O nanoakışkanın laminar zorlanmış taşınım ısı transferi özelliklerini sayısal olarak incelemek için birleşik ısı transferi yaklaşımını kullanmışlardır. Sonuçlar, mikrokanal ısı kuyusu performansını karakterize eden ısı direnç cinsinden sunulmuştur. Nanoakışkan kullanımının kanatçık (iletken) ısı direncini azaltarak mikrokanal ısı kuyusu performansını iyileştirdiği gözlemlenmiştir.

İki boyutlu cidar ve aksenal akışkan iletimini dikkate alarak, borulardaki geçici rejim birleşik ısı transferi (Bilir,2002) tarafından kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Problem, kalın cidarlı, sonsuz uzunlukta, iki bölge, başlangıçta izotermal olan ve ısıtılan alt akış bölgesinin sabit dış yüzey sıcaklığında basamak değişimi olan bir boru için sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Sonuçlar, parametrelerin başlangıç ve ara zamanlarda ısı transferi karakteristiklerini etkilemesine rağmen, sürekli rejime ulaşma süresinin önemli ölçüde değişmediğini göstermiştir. Çalışılan sınır şartları altında, sistemin ısı ataletinin esas olarak cidar özelliklerinden ziyade akış koşullarına bağlı olduğunu ileri sürmüştür.

Taşınım sınır şartlarına sahip kalın cidarlı borularda geçici rejim birleşik ısı transferinin sayısal bir çalışması (Bilir ve Ateş,2003) tarafından yapılmıştır. Çalışmada, problem başlangıçta izotermal, sonsuz uzunlukta, kalın cidarlı ve üst akış bölgesi yalıtılmış iki bölgeli bir boru için ele alınmış ve ısıtılan alt akış bölgesinde dış ortam akışkan sıcaklığında bir basamak değişimi ile hidrodinamik olarak gelişmiş akış için bir sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, cidar-akışkan ısı yayılım katsayısı oranı, Peclet sayısı ve Biot sayısı olmak üzere beş tanımlayıcı parametrenin etkilerini analiz etmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır.

(Ateş ve diğ.,2010), iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimini dikkate alan ısı olarak gelişen laminar akış için kalın cidarlı borularda geçici rejim birleşik ısı transferini sayısal olarak incelemişlerdir. Çalışmalarında, sonlu farklar yöntemi kullanılmış, başlangıçta izotermal olan ve üst akış bölgesinin yalıtıldığı ve alt akış bölgesinin aniden uygulanan üniform bir ısı akısına maruz kaldığı iki bölgeli bir boruda akışın hidrodinamik olarak geliştiği varsayılmıştır. Cidar kalınlık oranı, cidar - akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, cidar - akışkan ısı yayılım katsayısı oranı ve Peclet sayısı olmak üzere dört tanımlayıcı parametrenin etkilerini analiz etmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Sonuçlar, boyutsuz arayüzey ısı akısı değerleri ile verilmiş ve ısı transferi karakteristiklerinin parametre değerlerine büyük ölçüde bağlı olduğu gözlemlenmiştir.

(Darıcı ve diğ.,2015), iki boyutlu cidar ve akışkan eksenel iletimini dikkate alarak eş zamanlı gelişen laminar boru akışında geçici rejim birleşik ısı transferini sayısal olarak incelemiştir. Problem, başlangıçta izotermal olan, hidrodinamik ve ısı olarak gelişen akışa sahip ve dış ortam sıcaklığında ani bir değişim olan kalın cidarlı yarı sonsuz bir boruda sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Cidar kalınlık oranı, cidar - akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, cidar - akışkan ısı yayılım katsayısı oranı, Peclet sayısı, Biot sayısı ve Prandtl sayısı olmak üzere altı parametrenin etkilerini analiz etmek için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Isı transferi karakteristiklerinin parametre değerlerinden büyük oranda etkilendiğini ileri sürmüşlerdir.

Çevresel olarak kısmen ısıtılmış kalın cidarlı borularda ve ısı olarak gelişen laminar akışlı mini borularda geçici birleşik ısı transferi (Atmaca ve diğ.,2017)) tarafından incelenmiştir. Çalışmalarında, üç boyutlu cidar ve akışkan iletimi etkileri dikkate alınmıştır. Problem, başlangıçta izotermal, iki bölgeli sonsuz bir boru için, üst akış bölgesinin tamamen yalıtıldığı ve alt akış bölgesinin çevresel olarak kısmen

yalıtlıldığı, alt akış bölgesindeki diğer çevresel kısmın dış yüzey sıcaklığında ani bir artış varsayılarak ele alınmıştır. Sonlu farklar yöntemiyle sayısal bir çözüm elde edilmiş ve Peclet sayısı, duvar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı, cidar-akışkan ısı yayılım katsayısı oranı ve cidar kalınlık oranı olmak üzere dört tanımlayıcı parametrenin ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerini analiz etmek için parametrik bir çalışma yürütülmüştür. Sonuçlar, hem cidar hem de akışkan tarafında, eksenel iletim nedeniyle geriye doğru ısı transferinin yanı sıra, borunun çevresel olarak ısıtılan kısmından ısıtılmayan kısmına açılmal iletim nedeniyle büyük miktarda ısı transfer edildiğini ortaya koymuştur. Cidardaki birleşik ısı transferi kısmi ısıtmanın etkilerini büyük ölçüde telafi etmiş ve akışkana ısı transferinin önemli bir kısmı borunun ısıtılmamış çevresel kısmından gerçekleşmiştir. Sonuçların parametre değerlerinden de çok etkilendiğinin görüldüğünün altını çizmişlerdir.

(Sheremet ve Pop,2014) modifiye edilmiş Buongiorno modelini kullanarak nanoakışkan ile doldurulmuş kare kesitli gözenekli bir oyukta sürekli birleşik doğal taşınım akışı ve ısı transferi üzerine sayısal bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Korunum denklemleri sonlu farklar yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılmış ve sonuçta ortaya çıkan cebirsel denklemlerin çözümü ardışık gevşetme (under-relaxation) yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmalarında, akışkan akışı ve ısı transferi ile ilgili yedi farklı parametre dikkate alınmıştır: Rayleigh ve Lewis sayıları, yayılım ve termoforez parametreleri, kaldırma kuvveti oranı, ısı iletkenlik katsayısı oranı ve katı cidar kalınlığı. Sonuçlar, katı-gözenekli ara yüzeydeki yerel Nusselt sayısının Rayleigh sayısı ve kaldırma kuvveti oranının artan bir fonksiyonu ve termoforez parametresi, Lewis sayısı ve iletken katı duvarların boyutsuz kalınlığının azalan bir fonksiyonu olduğunu göstermiştir.

(Sheremet ve diğ.,2015) nanoakışkan ile doldurulmuş gözenekli açık dalgalı bir oyuktaki kararsız serbest taşınımı modifiye edilmiş bir Buongiorno modeli kullanarak sayısal olarak analiz etmişlerdir. Çalışma, oyukun iki düşey cidarının geçirimsiz ve izotermal olduğu, alt cidarın ise adyabatik olduğu varsayımları altında yürütülmüştür. Korunum denklemleri Boussinesq yaklaşımı kullanılarak modellenmiş ve ikinci dereceden fark şemaları ile sonlu farklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Dalgalanma sayısı, şekil katsayısı ve boyutsuz zamanın akışkan akışı, ısı ve kütle transferi karakteristikleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Dalgalanma sayısının artmasıyla ortalama Nusselt ve Sherwood sayılarının düştüğünü gözlemlemişlerdir. Ayrıca, şekil

katsayısındaki bir artış, kararlı duruma ulaşmak için boyutsuz zamanda da bir artışa yol açmıştır.

(Alsabery ve diğ.,2018), Buongiorno'nun iki fazlı modelini kullanarak içerisine eşmerkezli bir katı blok yerleştirilmiş kare kesitli bir boşlukta Al_2O_3 -su nanoakışkanının birleşik doğal taşınımı problemini incelemişlerdir. İncelenen dört parametrenin (nanoparçacık hacim oranı, Rayleigh sayısı, katı bloğun ısı iletkenlik katsayısı ve boyutsuz katı blok kalınlığı) akış ve ısı transferi üzerindeki etkileri dikkate alınmıştır. Problemin korunum denklemleri sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Sonuçlar, ısı iletkenlik katsayısı oranının ve katı blok boyutunun, kısmen ısıtılan ve soğutulan oyuk içindeki ısı transferinin optimizasyonu için çok iyi kontrol parametreleri olduğunu ortaya koymuştur.

(Zokri ve diğ.,2020)), süspanse nanoparçacıkların yayılmasının yatay dairesel bir silindirdeki Jeffrey akışkanının akışına etkisini incelemişlerdir. Çalışmalarında, Jeffrey akışkan parametresinin ve viskoz sönümlemenin hız, sıcaklık, konsantrasyon gibi ilgilenilen farklı profillerinin yanı sıra indirgenmiş yüzey sürtünme katsayısı, Sherwood sayısı ve Nusselt sayısı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Elde edilen doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklemler Keller-box yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Eckert sayısındaki artışın hız, sıcaklık ve konsantrasyon profilleri üzerinde herhangi bir etkisi olmadığını bildirmişlerdir. Ancak, Eckert sayısındaki bir artış yüzey sürtünme katsayısında ve Sherwood sayısında bir artışa yol açmış, ancak Nusselt sayısını azaltmıştır.

(Uddin ve Rahman,2017) yeni geliştirilen homojen olmayan bir dinamik modeli kullanarak yarım daire şeklindeki bir hacim içinde nanoakışkanların geçici rejim doğal taşınımını akış problemini sayısal olarak incelemişlerdir. Hacmin ısıtılmış yüzeyindeki Nusselt sayısına etkilerini araştırmak için on altı tip nanoakışkan kullanılmıştır. Elde edilen doğrusal olmayan ve eşlenik kısmi diferansiyel denklemler Galerkin ağırlıklı artık tekniği ile sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Sonuçlar, nanoparçacık süspansiyonunun homojenliğinin 1 ila 10 nm nanoparçacık çapı aralığında gözlendiğini göstermiştir. Ayrıca, nanoparçacık hacim oranındaki artış ortalama Nusselt sayısını arttırmıştır. Çalışmalarında kullanılan farklı nanoakışkan türleri arasında, Cu-su ve CuO-su nanoakışkanlarının, benzerlerine kıyasla ısı transferini iyileştirmek için en iyi seçenek olduğunu belirtmişlerdir.

(Hedayati ve Domairry,2016) paralel plakalı bir mikrokanalda Ti_2O -su nanoakışkanının tam gelişmiş zorlanmış taşınımı üzerinde nanoparçacık hareketinin etkisini sayısal olarak incelemişlerdir. Isı iletkenlik katsayısı ve viskozitenin üniform olmamasını değerlendirmek için yenilenmiş Buongiorno modeli kullanılmıştır. Kısmi diferansiyel denklemler, Runge-Kutta-Fehlberg yöntemi kullanılarak sayısal olarak ele alınmadan önce iki noktalı adi sınır değerli diferansiyel denklemlere indirgenmiştir. Nanoparçacık hareketinin hız, sıcaklık ve konsantrasyon profilleri üzerindeki etkisi, yüzey ısı akısının üç farklı değeri için incelenmiştir. Sonuçlar, kayma hızı dikkate alındığında, nanoparçacıkların baz akışkan içindeki dağılımının ısı transfer katsayısını artırmadığını ortaya koymuştur.

(Grosan ve Pop,2012)), duvarlarda asimetrik konsantrasyon koşullarına sahip bir nanoakışkan ile doldurulmuş iki düşey paralel plaka arasındaki sürekli tam gelişmiş karışık taşınım akışını incelemişlerdir. Modifiye edilmiş Buongiorno yöntemi kullanılmış ve elde edilen korunum denklemleri analitik ve sayısal olarak çözülmüştür. Çalışmada, karışık taşınım parametresi, Brownian hareket parametresi, termoforez parametresi ve kaldırma kuvveti oranı parametresi olmak üzere dört farklı boyutsuz parametre, Nusselt ve Sherwood sayıları üzerindeki etkilerini araştırmak için dikkate alınmıştır. Sonuçlar, indirgenmiş Nusselt sayısının Brownian hareket parametresi ve termoforez parametresi ile azaldığını ortaya koymuştur. Buna karşılık, indirgenmiş Sherwood sayısı Brownian parametresinin azalan ve termoforez parametresinin artan bir fonksiyonudur. Hız profilinin değişiminin Brownian hareketi, termoforez ve kaldırma kuvveti oranı parametrelerine büyük ölçüde bağlı olduğunu bildirmişlerdir.

(Hosseini ve diğ.,2017)), sabit yüzey sıcaklığına maruz kalan mikro borular içerisinden geçen nanoakışkan akışının tam gelişmiş karışık taşınımını analiz etmişlerdir. Nanoparçacık dağılımı ve nanoparçacık konsantrasyonunun termofiziksel özellikler üzerindeki etkilerini dikkate almak için yenilenmiş Buongiorno modeli kullanılmıştır. Kaymama koşulu göz ardı edilmiş ve cidar-nanoakışkan arayüzünde Navier kayma koşulu kullanılmıştır. Bir dizi eşlenik adi diferansiyel denklem Runge-Kutta- Fehlberg yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Karışık taşınım parametresi, Brownian hareketinin termoforeze oranı, kayma parametresi ve yığık ortalama nanoparçacık hacim oranı gibi farklı parametrelerin akış ve ısı transferi üzerindeki etkileri ele alınmıştır. Daha büyük nanoparçacıkların, basınç düşüşünün en düşük miktarıyla ısı transfer hızını artırdığını iddia etmişlerdir. Ayrıca, kaldırma kuvvetindeki bir artış, özellikle daha büyük çaplı nanoparçacıklar için ısı transfer hızını artırmaktadır.

(Yang ve diğ.,2016), sabit bir ısı akısına maruz kalan mikro kanallardaki alümina-su nanoakışkanının zorlanmış taşınım akışını sayısal olarak incelemişlerdir. Kabuklanma etkileri ve mikro kanallarda nanoparçacık hareketinin dört itici mekanizması kapsamlı bir şekilde dikkate alınarak modifiye edilmiş bir Buongiorno modeli kullanılmıştır. Elde edilen korunum denklemleri Runge-Kutta-Gill yöntemi kullanılarak sayısal olarak ele alınmıştır. Viskoz sönüm teriminin, soğutma veya ısıtma durumunda ısı transferi performansı üzerinde olumsuz bir etki yarattığını belirtmişlerdir. Ayrıca sonuçlar, yüzeyde kayma hızı ve sıcaklık atlaması arttığında, sadece ısı transferinin artmadığını, aynı zamanda basınç düşüşünde de bir azalma gözlendiğini göstermiştir. Ayrıca, nihai sonuçlar nanoparçacık hareketini tetikleyen bu dört mekanizma arasında Brownian yayılımı ve termoforezin, kayma nedenli yayılım ve viskozite gradyanı nedenli yayılıma kıyasla çok önemli olduğunu ortaya koymuştur.

3. TEORİK ESASLAR

3.1. Problem Tanımı

Bu tezin amacı, ısı olarak gelişen laminar akış koşulları altında kalın cidarlı borulardaki nanoakışkanların geçici birleşik ısı transferinin incelenmesidir. Çalışılan problemin iki boyutlu olduğu varsayılmıştır. Hem radyal hem de eksenel iletim hem cidar hem de akış tarafında dikkate alınmıştır. Ayrıca, bu tez çalışmasında momentum denklemleri ve nanoparçacık hacim oranı denklemi sürekli olarak kabul edilmiştir.

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi, boru veya ilgilenilen alan iki bölgeden oluşur ve her iki yönde de sonsuza kadar uzanmaktadır. İki boyutlu silindirik bir koordinat sistemi seçilmiştir ve x-ekseni akış doğrultusunda, r-ekseni ise boru cidarlarına normal olarak seçilmiştir. Üst akış tarafının uzağında ($x = -\infty$), nanoakışkan sıcaklığı T_0 ve ünitardır. Şekil 3.1'de gösterildiği gibi, kalın cidarlı borunun üst akış tarafının dıştan yalıtılmış olduğu ve alt akış bölgesinin başlangıcında akışın hidrodinamik olarak geliştiği varsayılmaktadır. Başlangıçta, tüm sistem T_0 sıcaklığında izotermaldir. Zamanın başlangıcında, $t \geq 0$, borunun alt akış tarafının dış yüzeyine aniden belirli ve düzgün bir ısı akısı q_{w0} uygulanmaktadır. Nanoparçacıkların akışkan içindeki hareketi dikkate alındığından, nanoakışkan ile borunun katı cidarlarının ara yüzeyindeki hız kayması koşulu göz önünde bulundurulmuştur. Yani, akışkan-cidar arayüzeyinde kaymama koşulu göz ardı edilmiş ve duvarlarda Navier kayma koşulu uygulanmıştır. Nanoparçacıkların kayma hızını oluşturabilecek yedi mekanizma arasında sadece termoforez ve Brownian yayılımının en baskın mekanizmalar olması nedeniyle, bu çalışmada modifiye edilmiş Buongiorno modeli kullanılmıştır (Buongiorno,2006b).

Bu çalışmada, taşınım tarafında şu varsayımlar dikkate alınmıştır: ihmal edilebilir harici kuvvetlerle sıkıştırılamaz ve laminar akış, ihmal edilebilir viskoz sönüm, ışınlama ısı transferi yok, kimyasal reaksiyon yok, ısı üretimi yok, seyreltik karışım, sürekli, eksenel simetrik ve hidrodinamik olarak gelişmiş akış, baz akışkan ve nanoparçacıklar arasında yerel ısı denge mevcut. Ayrıca, akış yönü boyunca nanoparçacık hacim oranının değişimi ihmal edilmiştir. Öte yandan, iletim tarafında aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır: Hareketsiz cidar, cidar içinde iç ısı üretimi veya tükenmesi yok, eksenel simetrik, izotropik ve homojen cidar.

$$\frac{\partial(\rho_{nf}u)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_{nf}u)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_{nf}u)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2(\mu_{nf}u)}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

r-yönündeki momentum denklemi

$$\frac{\partial(\rho_{nf}v)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_{nf}v)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_{nf}v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \mu_{nf} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2(\mu_{nf}v)}{\partial x^2} \quad (3.6)$$

Sürekli, aksenal simetrik, hidrodinamik olarak gelişmiş akış için momentum korunum denklemleri şu hale indirgenir :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{nf} r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \text{ dolayısıyla } p = p(x)$$

Nanoakışkanın viskozitesinin nanoparçacıkların hacim oranının bir fonksiyonu olduğu ve bunun da radyal yönde değiştiği unutulmamalıdır.

Eksenel simetrik akış koşulu altında, enerji denklemi aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_{nf}c_{p_{nf}}T)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_{nf}c_{p_{nf}}T)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_{nf}c_{p_{nf}}T)}{\partial r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{nf} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \dots \\ + \rho_{np}c_{p_{np}} \left[D_B \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{D_T}{T} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Termoforez ve Brownian yayılım katsayıları şu şekilde elde edilebilir:

$$D_T = 0.26 \frac{k_{bf}}{2k_{bf} + k_{np}} \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf}} \phi \quad (3.9)$$

$$D_B = \frac{k_{BO}T}{3\pi\mu_{bf}d_{np}} \quad (3.10)$$

Burada k_{BO} Boltzmann sabiti ve d_{np} nanoparçacık çapıdır. Nanoparçacıkların yayılım akısı nanoakışkanınkine kıyasla ihmal edilebilir olduğundan (Malvandi ve diğ.,2014), akışın enerji denklemi şu şekle indirgenir:

$$\frac{\partial(\rho_{nf} c_{p_{nf}} T)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_{nf} c_{p_{nf}} T)}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{nf} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.11)$$

Nanoparçacık hacim oranının sürekli, iki boyutlu süreklilik denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial(v\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(u\phi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_B \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_B \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (3.12)$$

Akış yönünde nanoparçacık hacim oranı değişimi olmadığı varsayımı altında, akış yönündeki yayılım terimleri akışa dik yöndekilere kıyasla ihmal edilebilir. Ayrıca, hidrodinamik olarak gelişmiş, sürekli ve iki boyutlu bir akış için, nanoparçacık hacim oranının süreklilik denklemi aşağıdaki hale indirgenebilir:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(D_B \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.13)$$

Basitleştirme amacıyla, bu çalışmada nanoparçacıkların kütle debisinin borunun aksenal yönü boyunca sabit olduğu varsayılmaktadır. Cidar geçirimsiz olduğundan, Brownian yayılım akısı ve termoforez yayılım akısı borunun her yerinde birbirini götürür (Yang ve diğ.,2013b; Moshizi ve diğ. ,2014). Bu nedenle denklem (3.13) şu şekilde yazılabilir:

$$D_B \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3.14)$$

Burada,

$$D_B = D_{Bc} T \quad \text{and} \quad D_B = D_{Tc} \phi$$

$$D_{Bc} = \frac{k_{BO}}{3\pi\mu_{bf}d_{np}} \quad \text{and} \quad D_{Tc} = 0.26 \frac{k_{bf}}{2k_{bf} + k_{np}} \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf}} \quad (3.15)$$

Nanoparçacık hacim oranının süreklilik denklemi şu şekle indirgenebilir:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{D_{Tc}}{D_{Bc}} \frac{\phi}{T^2} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3.16)$$

Bu çalışmada bir birleşik ısı transferi problemi analiz edildiğinden, kalın cidarlı boru boyunca hem radyal hem de eksenel iletim enerji denkleminde dikkate alınmıştır. Hareketsiz cidar, cidar içinde iç ısı üretimi yok, eksenel simetrik, izotropik ve homojen katı gibi başka varsayımlar da yapılmıştır. Bu nedenle, bu koşullar altında, cidar tarafındaki enerji korunumu denklemi şu şekle indirgenir:

$$\rho_w c_{p_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \right) \quad (3.17)$$

3.3. Başlangıç ve Sınır Şartları

İncelenen problemin fiziksel modeline dayanarak, problemin formülasyonunu tamamlamak için başlangıç ve sınır şartları gereklidir ve bunlar aşağıdaki paragraflarda sunulmuştur.

Akışkan tarafında, enerji denklemi (3.11) için başlangıç ve sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

Başlangıç şartı

$$t = 0 \text{ 'da} \quad \rightarrow \quad T_{nf} = T_0 \quad (3.18)$$

Üst akış bölgesinin girişinde

$$x = -\infty \text{ 'da} \quad \rightarrow \quad T_{nf} = T_0 \quad (3.19)$$

Alt akış bölgesinin çıkışında

$$x = +\infty \text{ 'da} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial T_{nf}}{\partial x} = \frac{2\pi q_{wo} r_{wo}}{\dot{m} c_{p_{nf}}} = \frac{dT_b}{dx} \quad (\text{Sürekli rejimde ve ısıtılarak gelişmiş akış için}) \quad (3.20)$$

Eksen boyunca

$$r = 0 \text{ 'da} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (3.21)$$

Nanoakışkan-cidar arayüzeyinde

$$r = r_{wi} \text{ 'de } \rightarrow u = u_{kayma} = N \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{du}{dr}, \quad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_{nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial r}, \quad (3.22)$$

$$T_w = T_{nf}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{D_T}{D_B} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r}$$

Burada N kayma hızı faktörüdür. Baz akışkandaki nanoparçacık hareketleri nedeniyle, borunun akışkan-katı ara yüzeyindeki kaymama koşulunun, ara yüzey yakınındaki denge dışı bölgeyi uygun bir şekilde temsil eden kayma hızı nedeniyle göz ardı edildiğini belirtmek gerekir (Malvandi ve Ganji,2014).

Cidar tarafında, iletim enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

Başlangıç şartı

$$t = 0 \text{ 'da } \rightarrow T_w = T_0 \quad (3.23)$$

Üst akış bölgesinin girişinde

$$x = -\infty \text{ 'da } \rightarrow T_w = T_0 \quad (3.24)$$

Alt akış bölgesinin çıkışında

$$x = +\infty \text{ 'da } \rightarrow \frac{\partial T_w}{\partial x} = \frac{2\pi q_{wo} r_{wo}}{\dot{m} c_{p_{nf}}} = \frac{dT_b}{dx} \quad (\text{Sürekli rejimde ve ısı olarak gelişmiş akış için}) \quad (3.25)$$

Cidar dış yüzeyinde

$$r = r_{wo} = r_{wi} + d \text{ 'de ve } x < 0 \text{ için } \rightarrow \frac{\partial T_w}{\partial r} = 0 \quad (\text{yalıtılmış yüzey}) \quad (3.26)$$

$$r = r_{wo} = r_{wi} + d \text{ 'de ve } x \geq 0 \text{ için } \rightarrow k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = q_{wo} \quad (\text{uniform ısı akısı}) \quad (3.27)$$

Arayüzeyde

$$r = r_{wi} \text{ 'de } \rightarrow T_w = T_{nf}, \quad k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = k_{nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \quad (3.28)$$

Aşağıdaki ısı transferi karakteristikleri, problemin sonuçlarının ele alınmasında mühendislik açısından yararlı olabilir.

Akışkanın yığık sıcaklığı aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$T_b = \frac{\int_{A_c} (\rho c_p)_{nf} T_{nf} u dA_c}{\int_{A_c} (\rho c_p)_{nf} u dA_c}, \quad \text{burada } A_c = \pi r_{wi}^2, \quad dA_c = 2\pi r dr$$

$$T_b = \frac{\int_0^{r_{wi}} (\rho c_p)_{nf} u T_{nf} r dr}{\int_0^{r_{wi}} (\rho c_p)_{nf} u r dr} \quad (3.29)$$

Akışkanın ortalama hızı aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$u_m = \frac{2}{r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} u r dr \quad (3.30)$$

Akış alanı boyunca ısı akısının yönü dikkate alındığında, nanoakışkan-cidar arayüzeyindeki ısı akısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$q_{wi} = k_{nf} \left(\frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} = h(T_{wi} - T_b) \quad (3.31)$$

Boyutsuz taşınım katsayısı, Nusselt sayısı, aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$Nu = \frac{2r_{wi} h}{k_{nf}} = \frac{2r_{wi} \left(\frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}}{(T_{wi} - T_b)} \quad (3.32)$$

3.4. Termofiziksel Özellik Modelleri

Nanoakışkanların termofiziksel özellikleri, bilim insanları ve mühendislerin ilgisini çekmesi ve potansiyeli nedeniyle geniş çapta araştırılmaktadır. Buna rağmen, literatürde her bir nanoakışkan türü için makul sonuçlar sağlayabilecek termofiziksel özellik korelasyonlarının eksikliği gözlemlenmektedir. Öyle ki, sonuçlar büyük ölçüde termofiziksel özelliklerin kullanılan korelasyonlarına bağlıdır. Bazı korelasyonlarda sıcaklık, parçacık boyutu ve nanoparçacıkların hacim oranı gibi farklı faktörler dikkate alınmaktadır. Ancak, nanoakışkan ve baz akışkanın termofiziksel özellikleri arasındaki fark üzerinde etkileri olan bu faktörlerden parçacık hacim oranının etkisinin diğerlerine kıyasla daha önemli olduğu unutulmamalıdır (Yang ve diğ. ,2013b).

Birçok bilim insanı nanoakışkanların yoğunluğunu ve özgül ısısını hesaplamak için aşağıdaki katı-sıvı karışım denklemlerini kullanmıştır (Uysal ve diğ.,2016).

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_{bf} + \phi \rho_p \quad (3.33)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi) (\rho c_p)_{bf} + \phi (\rho c_p)_p \quad (3.34)$$

Bu tez çalışmasında, nanoakışkanların hidrodinamik ve ısı transferi karakteristiklerini incelemek amacıyla viskozite ve ısı iletkenlik katsayısı için aşağıdaki korelasyonlar (Buongiorno,2006a) kullanılacaktır.

$$\mu_{nf} = \mu_{bf} (1 + a_{\mu}\phi + b_{\mu}\phi^2) \quad (3.35)$$

$$k_{nf} = k_{bf} (1 + a_k\phi + b_k\phi^2) \quad (3.36)$$

Burada a_k , b_k , a_{μ} ve b_{μ} ampirik sabitlerdir.

Tablo 3. 1. Alumina ve Titania için korelasyon katsayıları değerleri

Nanoparçacık	a_k	b_k	a_{μ}	b_{μ}
Titania	2.92	-11.99	5.45	108.2
Alumina	7.47	0	39.11	533.9

Bu çalışmada iki tür nanoakışkan kullanılmıştır: alümina-su ve titanya-su. Termofiziksel özelliklerinin değerleri Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3. 2. Temel akışkan ve nanoparçacıkların termofiziksel özellikleri (Bianco ve diğ. ,2015).

Fiziksel özellikler	Su (Akışkan Fazı)	Alumina (Al_2O_3)	Titania(TiO_2)
cp (J/(kgK))	4182	773	692
ρ (kg/m ³)	998.2	3880	4175
k (W/(mK))	0.597	36	8.4
$\mu \times 10^{-4}$ (kg/(ms))	9.93	-----	-----

3.5. Boyutsuz Parametreler ve Denklemler

Sonuçları genelleştirmek için, incelenen problemi tanımlayan denklemlerin ve sınır koşullarının boyutsuzlaştırılması gerekmektedir.

3.5.1. Boyutsuz parametreler

Bu çalışmada aşağıdaki boyutsuz parametreler tanımlanmıştır.

Boyutsuz zaman

$$t' = \frac{t\alpha_w}{r_{wi}^2} \equiv Fo \quad (3.37)$$

Boyutsuz eksenel koordinat

$$x' = \frac{x}{r_{wi}} = \frac{2}{Gz} \quad (3.38)$$

Boyutsuz radyal koordinat

$$r' = \frac{r}{r_{wi}} \quad (3.39)$$

Boyutsuz cidar kalınlığı

$$d' = \frac{d}{r_{wi}} \quad (3.40)$$

Boyutsuz sıcaklık

$$T' = \frac{T - T_0}{\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w}} \quad (3.41)$$

Boyutsuz eksenel hız

$$u' = \frac{u}{\frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right)} \quad (3.42)$$

Boyutsuz arayüzey ısı akısı

$$q'_{wi} = \frac{q_{wi}}{q_{wo}} \quad (3.43)$$

Cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı

$$k_{wnf} = \frac{k_w}{(k_{nf})_b} \quad (3.44)$$

Cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranı

$$\alpha_{wnf} = \frac{\alpha_w}{(\alpha_{nf})_b} \quad \text{burada } (\alpha_{nf})_b = \left(\frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \right)_b \quad (3.45)$$

Peclet sayısı

$$Pe = RePr = \frac{2r_{wi} u_m (\rho_{nf} c_{pnf})_b}{(k_{nf})_b} = \frac{2r_{wi} u_m}{(\alpha_{nf})_b} \quad (3.46)$$

3.5.2. Boyutsuz momentum denklemi

Yukarıda belirtilen boyutsuz parametrelere göre, boyutsuz momentum denklemi şu şekilde yazılabilir: Denklem (3.7)'den,

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{nf} r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dx} \\
\rightarrow & \frac{1}{r_{wi} r'} \frac{\partial}{\partial (r_{wi} r')} \left[\mu_{nf} r_{wi} r' \frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial u'}{\partial r'} \right] = \frac{dp}{dx} \\
\rightarrow & \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left[\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right] = -1
\end{aligned} \tag{3.47}$$

3.5.3. Boyutsuz enerji denklemi (nanoakışkan tarafı)

Denklem (3.11) 'den,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial (\rho_{nf} c_{p_{nf}} T)}{\partial t} + u \frac{\partial (\rho_{nf} c_{p_{nf}} T)}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{nf} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\
\rightarrow & \frac{\partial (\rho_{nf} c_{p_{nf}} T)}{\partial t} = \frac{\partial \left(\rho_{nf} c_{p_{nf}} \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' + T_0 \right) \right)}{\partial \left(\frac{r_{wi}^2 t'}{\alpha_w} \right)} = \frac{\alpha_w q_{wo}}{k_w r_{wi}} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} T' \right)}{\partial t'} \\
\rightarrow & \frac{\partial (\rho_{nf} c_{p_{nf}} u T)}{\partial x} = \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} \frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) u' \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' + T_0 \right) \right)}{r_{wi} Pe \partial x'} \\
& = \frac{r_{wi}^2 \left(-\frac{dp}{dx} \right) q_{wo} r_{wi}}{\mu_{bf} r_{wi} Pe k_w} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} \\
& = \frac{r_{wi}^2 (\alpha_{nf})_b \left(-\frac{dp}{dx} \right) q_{wo}}{2 r_{wi}^3 k_w \mu_{bf} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \frac{\langle u' \rangle}{\mu_{bf}}} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} \\
& = \frac{q_{wo} (\alpha_{nf})_b}{2 r_{wi} k_w \langle u' \rangle} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} \\
\rightarrow & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{nf} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r_{wi} r'} \frac{\partial}{\partial (r_{wi} r')} \left(r_{wi} r' k_{nf} \frac{\partial}{\partial (r_{wi} r')} \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' + T_0 \right) \right) \\
& = \frac{q_{wo}}{r_{wi} k_w} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(k_{nf} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) \\
\rightarrow & \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{r_{wi} Pe} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{k_{nf}}{r_{wi} Pe} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' + T_0 \right) \right) \\
& = \frac{1}{r_{wi}^2 (Pe)^2} \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) \\
& = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{q_{wo}}{k_w r_{wi}} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right)
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Peclet sayısını karşılık gelen ifade ile değiştirerek ve yeniden düzenleyerek;

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\alpha_w q_{wo}}{k_w r_{wi}} \frac{\partial}{\partial t} \left((\rho c_p)_{nf} T' \right) + \frac{q_{wo} (\alpha_{nf})_b}{2 r_{wi} k_w \langle u' \rangle} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} &= \frac{q_{wo}}{r_{wi} k_w} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(k_{nf} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) \\ &+ \frac{1}{(Pe)^2} \frac{q_{wo}}{k_w r_{wi}} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) \\ \rightarrow \alpha_w \frac{\partial}{\partial t} \left((\rho c_p)_{nf} T' \right) + \frac{(\alpha_{nf})_b}{2 \langle u' \rangle} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} &= \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(k_{nf} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{(Pe)^2} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) \end{aligned}$$

Böylece, nanoakışkan tarafı için boyutsuz enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left((\rho c_p)_{nf} T' \right) + \frac{(\alpha_{nf})_b}{2 \alpha_w \langle u' \rangle} \frac{\partial \left((\rho c_p)_{nf} u' T' \right)}{\partial x'} = \frac{1}{\alpha_w} \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(k_{nf} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{(Pe)^2} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) \right) \quad (3.49)$$

Burada,

$$\alpha_w = \alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b} \quad (3.50)$$

3.5.4. Boyutsuz nanoparçacık hacim oranı denklemi

Denklem (3.16) 'dan :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial \phi}{\partial r'} + \frac{D_{Tc}}{D_{Bc}} \frac{\phi}{\left(T_0 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' \right)^2} \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial \left(T_0 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T' \right)}{\partial r'} &= 0 \\ \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} + \frac{D_{Tc}}{D_{Bc}} \frac{\phi T_0}{T_0^2 \left(1 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} T' \right)^2} \frac{\partial \left(1 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} T' \right)}{\partial r'} &= 0 \end{aligned}$$

Burada,

$$\gamma = \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} \quad (3.51)$$

Böylece,

$$\begin{aligned}
& \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} + \frac{D_{Tc}}{D_{Bc} T_0} \frac{\phi}{(1 + \gamma T')^2} \frac{\partial (1 + \gamma T')}{\partial r'} = 0 \\
& \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} + \frac{D_{Tc} \gamma}{D_{Bc} T_0} \frac{\phi}{(1 + \gamma T')^2} \frac{\partial T'}{\partial r'} = 0 \\
& \frac{\partial \phi}{\partial r'} + \frac{1}{N_{BT}} \frac{\phi}{(1 + \gamma T')^2} \frac{\partial T'}{\partial r'} = 0
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
N_{BT} &= \frac{D_{Bc} T_0}{D_{Tc} \gamma} & (a), \\
D_{Bc} &= \frac{k_{BO}}{3\pi \mu_{bf} d_{np}} & (b), \\
D_{Tc} &= 0.26 \frac{k_{bf}}{2k_{bf} + k_{np}} \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf}} & (c).
\end{aligned} \tag{3.53}$$

3.5.5. Boyutsuz enerji denklemi (cidar tarafı)

Denklem (3.17)'den,

$$\begin{aligned}
\rho_w c_{p_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) \\
\rightarrow \frac{\rho_w c_{p_w}}{k_w} \alpha_w \frac{q_{wo} r_{wi}}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} &= \frac{1}{r_{wi}^3 r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r_{wi} r' k_w \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{1}{(Pe)^2} \frac{q_{wo} r_{wi}}{r_{wi}^2 k_w} \frac{\partial}{\partial x'} \left(k_w \frac{\partial T'_w}{\partial x'} \right) \\
\frac{\partial T'_w}{\partial t'} &= \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{(Pe)^2} \frac{\partial T'_w}{\partial x'} \right)
\end{aligned} \tag{3.54}$$

3.5.6. Boyutsuz başlangıç ve sınır şartları

Problemin başlangıç ve sınır şartları boyutsuz formda aşağıdaki gibi yazılabilir:

Akışkan tarafında

Başlangıç şartı

$$\begin{aligned}
t = 0 \text{ 'da} &\rightarrow t' = 0 \text{ ve } T = T_0 \rightarrow T' = 0, \\
\text{Böylece, } t' = 0 \text{ 'da} &\rightarrow T' = 0
\end{aligned}
\tag{3.55}$$

Üst akış bölgesinin girişinde

$$x = -\infty \text{ 'da} \rightarrow T = T_0 \rightarrow T' = 0 \tag{3.56}$$

Alt akış bölgesinin çıkışında

Borunun oldukça uzun olduğu varsayıldığından, alt akış bölgesinin çıkışında ısı olarak tam gelişme koşulunun sağlandığı öngörülmektedir. Dolayısıyla, borunun çıkışında aşağıdaki sınır şartı uygulanır.

$$\begin{aligned}
x = +\infty \text{ 'da} &\rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_b}{dx} = \frac{2\pi q_{wo} r_{wo}}{\dot{m} c_{pnf}} \\
\text{Dolayısıyla,} & \\
x' = +\infty \text{ 'da} &\rightarrow \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w r_{wi} Pe} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial x'} = \frac{2q_{wo} r_{wo}}{\rho_{nf} u_m r_{wi} c_{pnf}} \\
\text{Böylece,} & \quad \frac{\partial T'_{nf}}{\partial x'} = \frac{2(1+d')k_w Pe}{Pe k_{nf}} = 4(1+d')k_{wnf}
\end{aligned}
\tag{3.57}$$

Boru ekseninde

Problem eksene göre hem geometrik hem de ısı olarak simetriktir, bu nedenle aşağıdaki sınır şartları boru eksenini boyunca uygulanır.

$$\begin{aligned}
r = 0 \text{ 'da} &\rightarrow \frac{\partial u}{\partial r} = 0 & \text{Dolayısıyla, } r' = 0 \text{ 'da} &\rightarrow \frac{\partial u'}{\partial r'} = 0 & (a) \\
\frac{\partial T}{\partial r} = 0 & & \text{Dolayısıyla, } r' = 0 \text{ 'da} &\rightarrow \frac{\partial T'}{\partial r'} = 0 & (b) \\
\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 & & \text{Dolayısıyla, } r' = 0 \text{ 'da} &\rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} = 0 & (c)
\end{aligned}
\tag{3.58}$$

Nanoakışkan cidar arayüzeyinde

$$\begin{aligned}
r = r_{wi} \text{ 'de } \rightarrow u = u_{kayma} &= N \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{du}{dr} \\
\text{Böylece , } r' = 1 \text{ 'de } \rightarrow \frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) u' &= N \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \frac{du'}{r_{wi} dr'} \\
\rightarrow u' &= N \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{du'}{r_{wi} dr'} = \lambda \frac{(1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2)}{\left((1 - \phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi \right)} \frac{du'}{dr'}
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Burada,

$$\lambda = \frac{N \mu_{bf}}{\rho_{bf} r_{wi}} \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}
r' = 1 \text{ 'de } \rightarrow k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} &= k_{nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \\
\rightarrow k_w \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \right) \frac{\partial T'_w}{r_{wi} \partial r'} &= k_{nf} \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \right) \frac{\partial T'_{nf}}{r_{wi} \partial r'} \\
\rightarrow \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} &= \frac{k_w}{k_{nf}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{k_{wnf} (k_{nf})_b}{k_{nf}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'}
\end{aligned} \tag{3.61}$$

$$r' = 1 \text{ 'de } \rightarrow T_w = T_{nf} \rightarrow T'_w = T'_{nf} \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned}
r' = 1 \text{ 'de } \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r} &= -\frac{D_T}{D_B} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{D_{Tc}}{D_{Bc}} \frac{\phi}{T^2} \frac{\partial T}{\partial r} \\
\rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} &= -\frac{D_{Tc}}{D_{Bc}} \frac{\phi T_0}{(T_0)^2 \left(1 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} T' \right)^2} \frac{\partial \left(1 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} T' \right)}{\partial r'} \\
\rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} &= -\frac{D_{Tc} \gamma}{D_{Bc} T_0 (1 + \gamma T')^2} \frac{\partial T'}{\partial r'}, \quad \text{Burada } \gamma = \frac{q_{wo} r_{wi}}{T_0 k_w} \\
\rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial r'} &= -\frac{1}{N_{BT}} \frac{\phi}{(1 + \gamma T')^2} \frac{\partial T'}{\partial r'}, \quad \text{Burada } N_{BT} = \frac{D_{Tc} \gamma}{D_{Bc} T_0}
\end{aligned} \tag{3.63}$$

Cidar tarafında

Başlangıç şartı

$$\begin{aligned}
t = 0 \text{ 'da } \rightarrow t' = 0 \text{ ve } T = T_w &\rightarrow T'_w = 0, \\
\text{Böylece , } t' = 0 \text{ 'da } &\rightarrow T'_w = 0
\end{aligned} \tag{3.64}$$

Üst akış bölgesinin girişinde

$$x = -\infty \text{ 'da } \rightarrow T_w = T_0 \rightarrow T'_w = 0 \tag{3.65}$$

Alt akış bölgesinin çıkışında

$$\begin{aligned}
 x = +\infty \text{ 'da} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{dT_b}{dx} = \frac{2\pi q_{wo} r_{wo}}{\dot{m} c_{pnf}} \\
 \text{Böylece,} \quad \frac{\partial T'_w}{\partial x'} &= \frac{2(1+d')k_w Pe}{\frac{Pe k_{nf}}{2}} = 4(1+d')k_{wnf}
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

Boru dış yüzeyinde

$$\begin{aligned}
 r = r_{wo} \text{ 'da} \rightarrow r' = 1+d' \text{ ve } x' < 0 \text{ için} \rightarrow \frac{\partial T'_w}{\partial r'} &= 0 \\
 r' = 1+d' \text{ ve } x' \geq 0 \text{ için} \rightarrow k_w \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \right) \frac{\partial T'_w}{r_{wi} \partial r'} &= q_{wo} \\
 \rightarrow \frac{\partial T'_w}{\partial r'} &= 1
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

Cidar-nanoakışkan arayüzeyinde

$$r' = 1 \text{ 'de} \rightarrow T_w = T_{nf} \rightarrow T'_w = T'_{nf} \tag{3.68}$$

$$\begin{aligned}
 r' = 1 \text{ 'de, } d' = 0 \text{ 'da} \rightarrow k_w \frac{\partial T_w}{\partial r} &= k_{nf} \frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \\
 \rightarrow k_w \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \right) \frac{\partial T'_w}{r_{wi} \partial r'} &= k_{nf} \left(\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \right) \frac{\partial T'_{nf}}{r_{wi} \partial r'} \\
 \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} &= k_{wnf} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{k_{wnf} (k_{nf})_b}{k_{nf}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'}
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

Boyutsuz arayüzey ısı akısı

$$\begin{aligned}
 q_{wi} &= k_{nf} \left(\frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \\
 \rightarrow q_{wo} q'_{wi} &= k_{nf} \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \left(\frac{\partial T'_{nf}}{r_{wi} \partial r'} \right)_{r'=1} \\
 q'_{wi} &= \frac{k_{nf}}{k_w} \left(\frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} \right)_{r'=1} = \frac{k_{nf}}{k_{wnf} (k_{nf})_b} \left(\frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right)_{r'=1}
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

Ortalama hız

$$\begin{aligned}
\langle u \rangle &= \frac{2}{r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} u r dr \\
\rightarrow \frac{r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \langle u' \rangle &= \frac{2r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \int_0^1 u' r' dr' \\
\langle u' \rangle &= 2 \int_0^1 u' r' dr' \tag{3.71}
\end{aligned}$$

Boyutsuz nanoakışkan yığık sıcaklığı :

$$\begin{aligned}
T_b &= \frac{\int_0^{r_{wi}} (\rho c_p)_{nf} u T_{nf} r dr}{\int_0^{r_{wi}} (\rho c_p)_{nf} u r dr} \\
\rightarrow T_0 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T_b' &= \frac{\frac{2r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \int_0^1 (\rho c_p)_{nf} \left(T_0 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T_{nf}' \right) u' r' dr'}{\frac{2r_{wi}^2}{\mu_{bf}} \left(-\frac{dp}{dx} \right) \int_0^1 (\rho c_p)_{nf} u' r' dr'} \\
\rightarrow T_0 + \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} T_b' &= \frac{\int_0^1 (\rho c_p)_{nf} T_0 u' r' dr' + \int_0^1 (\rho c_p)_{nf} T_{nf}' u' r' dr'}{\int_0^1 (\rho c_p)_{nf} u' r' dr'} \tag{3.72}
\end{aligned}$$

Burada,

$$\gamma = \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w T_0}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow T_b' &= \frac{\frac{1}{\gamma} \int_0^1 (\rho c_p)_{nf} u' r' dr' + \int_0^1 (\rho c_p)_{nf} T_{nf}' u' r' dr'}{\int_0^1 (\rho c_p)_{nf} u' r' dr'} - \frac{1}{\gamma} \\
T_b' &= \frac{\int_0^1 (\rho c_p)_{nf} T_{nf}' u' r' dr'}{\int_0^1 (\rho c_p)_{nf} u' r' dr'} \tag{3.73}
\end{aligned}$$

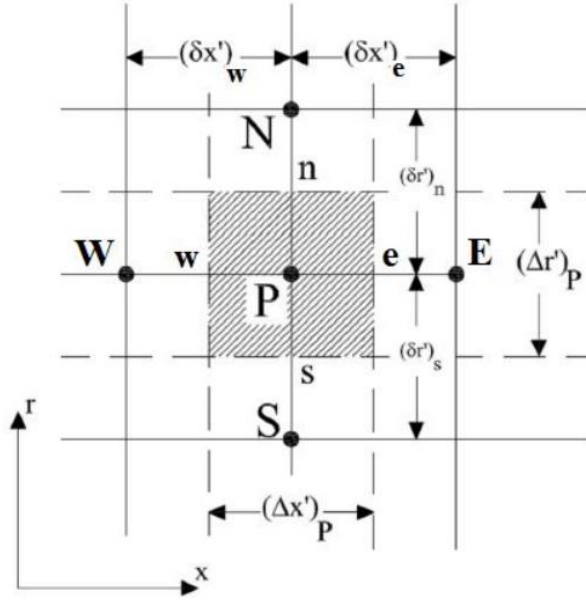
Nusselt sayısı

$$\begin{aligned}
Nu &= \frac{2r_{wi} \left(\frac{\partial T_{nf}}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}}{T_{wi} - T_b} \\
\rightarrow Nu &= \frac{2r_{wi} \frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} \left(\frac{\partial T_{nf}'}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{\frac{q_{wo} r_{wi}}{k_w} (T_{wi}' - T_b')} \\
Nu &= \frac{2 \left(\frac{\partial T_{nf}'}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{(T_{wi}' - T_b')} \tag{3.74}
\end{aligned}$$

4. AYRIKLAŞTIRMA

4.1. Ağ Yapısı

Elde edilen korunum denklemlerinin sayısal çözümü için bir sonlu hacimler yöntemi kullanıldı. Buradaki amaç, bağımsız değişkenler için bir ağ (veya düğüm noktası) sistemi oluşturmak ve denklemleri ayrıklaştırmaktır. Bu, diferansiyel denklemlerin sürekli doğasını bir dizi ayrık-sonlu sayıda denkleme dönüştürmektir. Ağ sistemi Şekil 4.1'de görülmektedir; ki burada kontrol hacminin merkezi P ile, komşu kontrol hacmi merkezleri E, W, N ve S ile ve kontrol hacmi yüzeyleri e, w, n ve s ile tanımlanmaktadır. Ayrıca, kontrol hacminin her bir yöndeki ağ aralıkları aşağıdaki Şekil 4.1'de gösterildiği gibi tanımlanmıştır.



Şekil 4. 1. Kontrol hacmi ve ağ sisteminin şematik gösterimi

4.2. Momentum Denkleminin Ayrıklaştırılması

Momentum denkleminin her iki tarafı r' ile çarpılarak (3.47) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial r'} \left[\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right] = -\mu_{bf} r'$$

Bu denklemi kontrol hacmi boyunca integre ettiğimizde şunu elde ederiz :

$$\begin{aligned}
& \rightarrow \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) dx' dr' = - \int_s^n \int_w^e \mu_{bf} r' dx' dr' \\
& \rightarrow \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) dx' dr' = \left[\left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right)_n - \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right)_s \right] \Delta x' \\
& = \left[\left(\mu_{nf} \right)_n r'_n \frac{u'_N - u'_P}{(\delta r')_n} - \left(\mu_{nf} \right)_s r'_s \frac{u'_P - u'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x'
\end{aligned}$$

Nanoakışkanın arayüzeydeki dinamik viskozitesi harmonik ortalama interpolasyonu ile hesaplanabilir. Bu çalışmada, yüzeylerin merkezler arasındaki orta mesafelerde yer aldığı varsayılmıştır. Dinamik viskozite aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\left(\mu_{nf} \right)_n &= \frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_N}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_N} \quad (a) \\
\left(\mu_{nf} \right)_s &= \frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_S}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_S} \quad (b)
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\rightarrow \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) dx' dr' = \left[\frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_N}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_N} r'_n \frac{u'_N - u'_P}{(\delta r')_n} - \frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_S}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_S} r'_s \frac{u'_P - u'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \tag{4.2}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
r'_n &= r'_P + 0.5(\delta r')_n \quad (a) \\
r'_s &= r'_P - 0.5(\delta r')_s \quad (b)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Böylece;

$$\begin{aligned}
\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) dx' dr' &= \left[\frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_N}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_N} \frac{r'_P + 0.5(\delta r')_n}{(\delta r')_n} (u'_N - u'_P) \right] \Delta x' \\
&\quad - \left[\frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_S}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_S} \frac{r'_P - 0.5(\delta r')_s}{(\delta r')_s} (u'_P - u'_S) \right] \Delta x' \\
\rightarrow \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\mu_{nf} r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) dx' dr' &= \left[\frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_N}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (u'_N - u'_P) \right] \Delta x' \\
&\quad - \left[\frac{2 \left(\mu_{nf} \right)_P \left(\mu_{nf} \right)_S}{\left(\mu_{nf} \right)_P + \left(\mu_{nf} \right)_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (u'_P - u'_S) \right] \Delta x'
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Sol ve sağ taraftaki terimleri toplayarak, P düğüm noktası için ayrıklaştırılmış denklemleri aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\left[\frac{2(\mu_{nf})_p(\mu_{nf})_n}{(\mu_{nf})_p + (\mu_{nf})_n} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (u'_N - u'_p) \right] - \left[\frac{2(\mu_{nf})_p(\mu_{nf})_s}{(\mu_{nf})_p + (\mu_{nf})_s} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (u'_p - u'_s) \right] = -\mu_{bf} r'_p \Delta r' \quad (4.5)$$

Ayrıklaştırılmış momentum denklemi aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$a_p u'_p = a_E u'_E + a_W u'_W + a_N u'_N + a_S u'_S + b \quad (4.6)$$

Burada,

$$a_N = \frac{2(\mu_{nf})_p(\mu_{nf})_n}{(\mu_{nf})_p + (\mu_{nf})_n} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \quad (4.7)$$

$$a_S = \frac{2(\mu_{nf})_p(\mu_{nf})_s}{(\mu_{nf})_p + (\mu_{nf})_s} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \quad (4.8)$$

$$a_E = a_W = 0 \quad (4.9)$$

$$b = \mu_{bf} r'_p \Delta r' \quad (4.10)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (4.11)$$

4.2. Nanoakışkan Tarafındaki Enerji Denkleminin Ayrıklaştırılması

Boyutsuz enerji denkleminin hem sol hem de sağ tarafı r' ile çarpılarak denklem (3.49) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial t'} \left((\rho c_p)_{nf} r' T' \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{(\alpha_{nf})_b}{2\alpha_{wnf} \langle u' \rangle} (\rho c_p)_{nf} r' u' T' - k_{nf} \frac{r'}{\alpha_w (Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) = \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{k_{nf}}{\alpha_w} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)$$

Böylece, denklem aşağıdaki gibi genel bir form alır:

$$\frac{\partial}{\partial t'} \left((\rho c_p)_{nf} r' T' \right) + \frac{\partial J_x}{\partial x'} = \frac{\partial J_r}{\partial r'} \quad (4.12)$$

Burada,

$$J_x = \frac{(\alpha_{nf})_b}{2\alpha_{wnf} (\alpha_{nf})_b \langle u' \rangle} (\rho c_p)_{nf} r' u' T' - k_{nf} \frac{r'}{\alpha_{wnf} (\alpha_{nf})_b (Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \quad (4.13)$$

$$J_r = \frac{k_{nf}}{\alpha_{wnf} (\alpha_{nf})_b} r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \quad (4.14)$$

$$\alpha_{wnf} = \frac{\alpha_w}{(\alpha_{nf})_b} \quad (4.15)$$

Sürekliliğin aksenal yönde doğrulanmış olması şartıyla,

$$\frac{dJ_x}{dx} = 0 \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{dJ_x}{dx} &= \frac{d}{dx'} \left(\frac{(\alpha_{nf})_b}{2\alpha_{wnf} (\alpha_{nf})_b \langle u' \rangle} (\rho c_p)_{nf} r' u' T' - k_{nf} \frac{r'}{\alpha_{wnf} (\alpha_{nf})_b (Pe)^2} \frac{dT'}{dx'} \right) = 0 \\ \rightarrow \frac{(Pe)^2 (\alpha_{nf})_b}{2k_{nf} \langle u' \rangle} (\rho c_p)_{nf} u' \frac{dT'}{dx'} - \frac{dT'}{dx'^2} &= 0 \end{aligned}$$

Varsayalım ki;

$$K = \frac{(Pe)^2 (\alpha_{nf})_b}{2k_{nf} \langle u' \rangle} (\rho c_p)_{nf} u' = \frac{(k_{nf})_b \left((\rho c_p)_{nf} u' \right)}{2k_{nf} \langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle} (Pe)^2 = \frac{(Pe)^2 \alpha_w (\rho c_p)_{nf} u'}{2\alpha_{wnf} k_{nf} \langle u' \rangle} \quad (4.17)$$

Böylece, aksenal yöndeki akının süreklilik denklemi şu şekli alır:

$$\frac{d^2 T'}{dx'^2} - K \frac{dT'}{dx'} = 0 \quad (4.18)$$

Akış hidrodinamik olarak geliştiğinden, aksenal hız bileşeni aksenal koordinattan bağımsızdır. Bu nedenle, yukarıdaki denklemin integrali şu sonucu verir:

$$T' = K_2 + K_1 e^{(Kx')} \quad (4.19)$$

Burada K_1 ve K_2 , aşağıdaki sınır şartları kullanılarak bulunabilecek integrasyon sabitleridir.

$$x' = 0 \text{ 'da } \rightarrow T' = T'_0 \text{ ve } x' = L \rightarrow T' = T'_L$$

Böylece,

$$K_1 = \frac{T'_0 - T'_L}{1 - e^{KL}} \quad \text{and} \quad K_2 = \frac{T'_L - T'_0 e^{KL}}{1 - e^{KL}} \quad (4.20)$$

(4.20) (4.19) içerisine taşınırsa,

$$\begin{aligned} T' &= \frac{T'_L - T'_0 e^{KL}}{1 - e^{KL}} + \frac{T'_0 - T'_L}{1 - e^{KL}} e^{(Kx')} \\ \rightarrow T' &= \frac{T'_L - T'_0 e^{KL} + T'_0 e^{Kx'} - T'_L e^{Kx'}}{1 - e^{KL}} \\ \rightarrow T' &= \frac{T'_L - T'_0 e^{KL} + T'_0 e^{Kx'} - T'_L e^{Kx'} + T'_0 - T'_0}{1 - e^{KL}} \\ \rightarrow T' &= \frac{(T'_L - T'_0)(1 - e^{Kx'}) + T'_0(1 - e^{KL})}{1 - e^{KL}} \\ \rightarrow T' &= \frac{(T'_L - T'_0)(1 - e^{Kx'})}{1 - e^{KL}} + T'_0 \\ \frac{T' - T'_0}{T'_L - T'_0} &= \frac{1 - e^{Kx'}}{1 - e^{KL}} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Şunu akılda tutarak

$$T' = T'_e, \quad T'_0 = T'_p, \quad T'_L = T'_E \quad \text{ve} \quad L = (\delta x')_e$$

Böylece,

$$\begin{aligned} \frac{T'_e - T'_p}{T'_E - T'_p} &= \frac{1 - e^{Kx'_e}}{1 - e^{K(\delta x')_e}} \\ T'_e &= T'_p + (T'_E - T'_p) \frac{1 - e^{Kx'_e}}{1 - e^{K(\delta x')_e}} \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\left. \frac{dT}{dx'} \right|_e = (T'_E - T'_p) \frac{Ke^{Kx'_e}}{e^{K(\delta x')_e} - 1} \quad (4.23)$$

Bu nedenle, kontrol hacmin yüzeyindeki akı şu şekilde yazılabilir:

$$J_e = \frac{(k_{nf})_b}{2\alpha_w} \frac{\left[\left((\rho c_p)_{nf} \right)_e u'_e r'_e \right]}{\langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle} T'_e - \frac{(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} (T'_E - T'_p) \frac{Ke^{Kx'_e}}{e^{K(\delta x')_e} - 1} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow J_e &= \frac{(k_{nf})_b \left(\left((\rho c_p)_{nf} \right)_e u'_e r'_e \right)}{2\alpha_w \langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle} \left(T'_p + (T'_E - T'_p) \frac{1 - e^{Kx'_e}}{1 - e^{K(\delta x')_e}} \right) - \frac{(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} (T'_E - T'_p) \frac{Ke^{Kx'_e}}{e^{K(\delta x')_e} - 1} \\ \rightarrow J_e &= \frac{K(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_p + (T'_E - T'_p) \frac{1 - e^{Kx'_e}}{1 - e^{K(\delta x')_e}} \right) - \frac{K(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} (T'_E - T'_p) \frac{e^{Kx'_e}}{e^{K(\delta x')_e} - 1} \end{aligned}$$

Basitleştirdikten ve yeniden düzenledikten sonra şunu buluruz:

$$\begin{aligned} J_e &= \frac{K(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_p - \frac{T'_E - T'_p}{e^{K(\delta x')_e} - 1} \right) \\ \rightarrow J_e &= \frac{K_e(k_{nf})_e r'_e}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_p + \frac{T'_p - T'_E}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Burada,

$$K_e = \frac{(k_{nf})_b \left((\rho c_p)_{nf} u' \right)_e}{2(k_{nf})_e \langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle} (Pe)^2 \quad (4.26)$$

Aynı şekilde w yüzeyindeki akı da aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$J_w = \frac{K_w(k_{nf})_w r'_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \quad (4.27)$$

Burada,

$$K_w = \frac{(k_{nf})_b \left((\rho c_p)_{nf} u' \right)_w}{2(k_{nf})_w \langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle} (Pe)^2 \quad (4.28)$$

Şekilden de görülebileceği gibi:

$$r'_e = r'_w = r'_p$$

Dolayısıyla net eksenel akı şöyledir:

$$\begin{aligned} J_e - J_w &= \left[\frac{K_e(k_{nf})_e r'_p}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_p + \frac{T'_p - T'_E}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \right) - \frac{K_w(k_{nf})_w r'_p}{\alpha_w (Pe)^2} \left(T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' \\ &= \frac{r'_p}{\alpha_w (Pe)^2} \left[K_e(k_{nf})_e \left(T'_p + \frac{T'_p - T'_E}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \right) - K_w(k_{nf})_w \left(T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.29)$$

Burada arayüzeydeki termofiziksel özellikler harmonik interpolasyon yoluyla hesaplanmaktadır.

Enerji denkleminin (4.12) sol tarafındaki ilk terim şu şekilde ele alınabilir:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial t'} \left((\rho c_p)_{nf} r' T' \right) dx' dr' dt' = \left((\rho c_p)_{nf} \right)_p r'_p (T_p - T_p^0) \Delta x' \Delta r' \quad (4.30)$$

ve sağ taraftaki terim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_r}{\partial r'} &= \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{k_{nf} r'}{\alpha_w} \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) \\ \rightarrow \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{k_{nf} r'}{\alpha_w} \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' &= \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_n r'_n \left(\frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_n - (k_{nf})_s r'_s \left(\frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_s \right] \Delta x' \Delta t' \\ &= \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_n r'_n \frac{T'_n - T'_p}{(\delta r')_n} - (k_{nf})_s r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \end{aligned}$$

Dolayısıyla ayrıklaştırılmış denklem şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \left((\rho c_p)_{nf} \right)_p r'_p (T_p - T_p^0) \Delta x' \Delta r' + \frac{r'_p}{\alpha_w (Pe)^2} \left[K_e (k_{nf})_e \left(T'_p + \frac{T'_p - T'_E}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' + \\ - \frac{r'_p}{\alpha_w (Pe)^2} \left[K_w (k_{nf})_w \left(T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' = \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_n r'_n \frac{T'_n - T'_p}{(\delta r')_n} \right] \Delta x' \Delta t' \\ - \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_s r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \quad (4.31) \end{aligned}$$

Bu denklem şu formda da yazılabilir:

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_w T'_w + a_n T'_n + a_s T'_s + a_p^0 T_p^0 \quad (4.32)$$

Burada,

$$a_E = \frac{r'_p K_e}{\alpha_w (Pe)^2} \frac{(k_{nf})_e}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \Delta r' \quad (4.33)$$

$$a_w = \frac{r'_p K_w}{\alpha_w (Pe)^2} (k_{nf})_w \frac{e^{K_w(\delta x')_w}}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \Delta r' \quad (4.34)$$

$$a_N = \left(\frac{(k_{nf})_n}{\alpha_w} \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \right) \Delta x' = \frac{(k_{nf})_n}{\alpha_w} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.35)$$

$$a_S = \left(\frac{(k_{nf})_s}{\alpha_w} \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \right) \Delta x' = \frac{(k_{nf})_s}{\alpha_w} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.36)$$

$$a_P^0 = r'_p \left((\rho c_p)_{nf} \right)_P \frac{\Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \quad (4.37)$$

$$c = \frac{K_e (k_{nf})_e}{\alpha_w (Pe)^2} r'_p \Delta r' - \frac{K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} r'_p \Delta r' \quad (4.38)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 + c \quad (4.39)$$

Burada nanoakışkanın arayüzeydeki termofiziksel özellikleri harmonik interpolasyon yoluyla elde edilir.

4.3. Cidar Tarafındaki Enerji Denkleminin Ayrıklaştırılması

Cidara atıfta bulunan gösterim ile düğüm noktası şemasındaki isimlendirme arasındaki farktan kaçınmak için, aşağıdaki bölümde cidarın sıcaklığı indisler olmadan ifade edilecektir. Cidar tarafındaki enerji denkleminin integrasyonu aşağıda gösterildiği gibi gerçekleştirilebilir.

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(r'T')}{\partial t'} dx' dr' dt' = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' \quad (4.40)$$

Sol taraftaki terim şu şekilde integre edilebilir:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(r'T')}{\partial t'} dx' dr' dt' = r'_p (T'_p - T'_p{}^0) \Delta r' \Delta x' \quad (4.41)$$

Sağ taraftaki ilk terim şu sonucu verir.

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' &= \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_s^n \Delta x' \Delta t' \\ &= \left[r'_n \frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_p - T'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.42)$$

Şunu unutmamak gerekir ki

$$r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n \quad \text{ve} \quad r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s$$

Sağ taraftaki ikinci terim şu sonucu verir.

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' &= \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_w^e \Delta r' \Delta t' \\ &= \left(\frac{r'_e}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{r'_w}{(Pe)^2} \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \\ &= \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \end{aligned}$$

$$r'_e = r'_w = r'_p$$

olduğu için, dolayısıyla,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' = \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \quad (4.43)$$

Tüm terimler bir araya getirilerek, ayrıklaştırılmış enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r'_p (T'_P - T'^0_P) \Delta r' \Delta x' = \left(r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right) \Delta x' \Delta t' + \frac{r'_p}{(Pe)^2} \left(\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \quad (4.44)$$

Bu denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P + b \quad (4.45)$$

Burada,

$$a_E = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_e} \Delta r' \quad (4.46)$$

$$a_W = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \quad (4.47)$$

$$a_N = \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.48)$$

$$a_S = \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.49)$$

$$a_p^0 = r'_p \frac{\Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.50)$$

$$b = 0 \quad (4.51)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.52)$$

4.4. Başlangıç ve Sınır Şartlarının Ayırıklaştırılması

Başlangıç ya da sınır şartı olarak sıcaklıkların verildiği durumlar dışındaki şartların geçerli olduğu düğüm noktaları için ayırıklaştırılmış denklemlerin modifiye edilerek yeniden düzenlenmesi gerekir.

4.4.1. Nanoakışkan tarafında

Alt akış bölgesinin çıkışında

Denklem (3.57) den;

$$x' = +\infty \text{ 'da } \rightarrow \frac{\partial T'}{\partial x'} = 4(1+d')k_{wnf} \quad (4.53)$$

Borunun çıkışında

$$(\delta x')_e = (\delta x')_w, K_e = K_w, (k_{nf})_e = (k_{nf})_w$$

olduğu için, bu sınır şartı ayırıklaştırılmış formda şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{T'_E - T'_W}{2(\delta x')_w} = 4(1+d')k_{wnf} \quad (4.54)$$

ya da;

$$T'_E = 8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w + T'_W \quad (4.55)$$

Dolayısıyla, eksenel yöndeki net akı şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} J_e - J_w &= \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left[\left(T'_p + \frac{T'_p - (8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w + T'_W)}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(T'_W + \frac{T'_W - T'_p}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' \\ \rightarrow J_e - J_w &= \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{(T'_p - T'_W)}{+ \frac{2(T'_p - T'_W) - (8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w)}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1}} \right) \Delta r' \Delta t' \\ \rightarrow J_e - J_w &= \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{(T'_p - T'_W) \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right)}{- \frac{8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1}} \right) \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.56)$$

Böylece, yukarıdaki sınır şartına göre çıkıştaki ayrıklaştırılmış enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} &\left((\rho c_p)_{nf} \right)_p r'_p (T_p - T_p^0) \Delta x' \Delta r' + \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} (T'_p - T'_W) \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \Delta t' \\ &= \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_n r'_n \frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} \right] \Delta x' \Delta t' - \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_s r'_s \frac{T'_p - T'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \\ &\quad + \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.57)$$

Bu denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p^0 + b \quad (4.58)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.59)$$

$$a_w = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.60)$$

$$a_N = \left(\frac{(k_{nf})_n}{\alpha_w} \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \right) \Delta x' = \frac{(k_{nf})_n}{\alpha_w} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.61)$$

$$a_S = \left(\frac{(k_{nf})_s}{\alpha_w} \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \right) \Delta x' = \frac{(k_{nf})_s}{\alpha_w} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.62)$$

$$a_P^0 = r'_p \left((\rho c_p)_{nf} \right)_P \frac{\Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \quad (4.63)$$

$$b = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{8(1+d') k_{wnf} (\delta x')_w}{e^{K_w (\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.64)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.65)$$

Boru ekseninde

$$r' = 0 \text{ 'da } \rightarrow \frac{\partial u'}{\partial r'} = 0 \rightarrow \frac{u'_N - u'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = \frac{u'_N - u'_S}{2(\delta r')_n} = 0 \rightarrow u'_S = u'_N$$

Eksende $(\mu_{nf})_S = (\mu_{nf})_N$, $(\delta r')_s = (\delta r')_n$ ve $r'_s = r'_n$ olduğu için ayrıklaştırılmış denklem şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \right] (u'_P - u'_N) \Delta x' \\ & \quad = -\mu_{bf} r'_p \Delta x' \Delta r' \\ & \rightarrow \left[\frac{4(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \right] (u'_P - u'_N) \Delta x' = -\mu_{bf} r'_p \Delta x' \Delta r' \\ & \rightarrow \frac{4(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) u'_P = \frac{4(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) u'_N + \mu_{bf} r'_p \Delta r' \end{aligned} \quad (1.66)$$

Bu denklem şöyle de yazılabilir:

$$a_P u'_P = a_N u'_N + a_S u'_S + b \quad (4.67)$$

Burada,

$$u'_E = 0 \quad (4.68)$$

$$u'_W = 0 \quad (4.69)$$

$$a_N = \frac{4(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right)}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \quad (4.70)$$

$$a_S = 0 \quad (4.71)$$

$$b = \mu_{bf} r'_P \Delta r' \quad (4.72)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W \quad (4.73)$$

Boru ekseninde

$$r' = 0 \text{ 'da } \rightarrow \frac{\partial T'}{\partial r'} = 0 \rightarrow \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = \frac{T'_N - T'_S}{2(\delta r')_n} = 0 \rightarrow T'_S = T'_N$$

Eksende $(k_{nf})_n = (k_{nf})_s (\delta r')_s = (\delta r')_n$ ve $r'_s = r'_n$ varsayımı ile, enerji denkleminin sağ tarafındaki terim şu hale gelir:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{k_{nf} r'}{\alpha_w} \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' &= \frac{1}{\alpha_w} \left[(k_{nf})_n r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} + (k_{nf})_n r'_s \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} \right] \Delta x' \Delta t' \\ &= \frac{2(k_{nf})_n (T'_N - T'_P)}{\alpha_w} \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \Delta x' \Delta t' \\ &= \frac{2(k_{nf})_n \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right)}{\alpha_w} (T'_N - T'_P) \Delta x' \Delta t' \\ &= \frac{2(k_{nf})_n \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right)}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b}} (T'_N - T'_P) \Delta x' \Delta t' \end{aligned}$$

Eksende ayrıklaştırılmış enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \left((\rho c_p)_{nf} \right)_P r'_P (T'_P - T'_P) \Delta x' \Delta r' + \frac{r'_P}{\alpha_w (Pe)^2} \left[K_e (k_{nf})_e \left(T'_P + \frac{T'_P - T'_E}{e^{K_e (\delta x')_e} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' \\ - \frac{r'_P}{\alpha_w (Pe)^2} \left[K_w (k_{nf})_w \left(T'_W + \frac{T'_W - T'_P}{e^{K_w (\delta x')_w} - 1} \right) \right] \Delta r' \Delta t' = \frac{2(k_{nf})_n \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right)}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b}} (T'_N - T'_P) \Delta x' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.74)$$

Basitleştirilmiş formda, yukarıdaki denklem şu şekilde de yazılabilir

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P^0 \quad (4.75)$$

Burada,

$$a_E = \frac{r'_p K_e}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b} (Pe)^2} \frac{(k_{nf})_e}{e^{K_e(\delta x')_e} - 1} \Delta r' \quad (4.76)$$

$$a_W = \frac{r'_p K_w}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b} (Pe)^2} (k_{nf})_w \frac{e^{K_w(\delta x')_w}}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \Delta r' \quad (4.77)$$

$$a_N = \frac{2(k_{nf})_n}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b}} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.78)$$

$$a_S = 0 \quad (4.79)$$

$$a_P^0 = r'_p \left((\rho c_p)_{nf} \right)_p \frac{\Delta x' \Delta r'}{\Delta t'} \quad (4.80)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.81)$$

Nanoakışkan – cidar arayüzeyinde

$$r' = 1 \text{ 'de } \rightarrow u' = N \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{du'}{r_{wi} dr'} = \lambda \frac{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2}{(1 - \phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi} \frac{du'}{dr'}$$

$$\text{Burada, } \lambda = \frac{N \mu_{bf}}{r_{wi} \rho_{bf}} \quad (4.82)$$

Burada λ kayma parametresidir.

$$u' = \lambda \frac{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2}{(1 - \phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi} \frac{du'}{dr'} \rightarrow \frac{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2}{(1 - \phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi} \frac{u'_N - u'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s} = \frac{1}{\lambda} u'_p$$

$$u'_N = \frac{1}{\lambda} \frac{(1 - \phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) u'_p + u'_S \quad (4.83)$$

Dolayısıyla, cidar-nanoakışkan arayüzeyinde yukarıdaki formülasyon dikkate alındığında, aksel momentum denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \left(\frac{(1-\phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) u'_P + u'_S - u'_P \right) \Delta x' \\
& - \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (u'_P - u'_S) \Delta x' = -\mu_{bf} r'_P \Delta x' \Delta r'
\end{aligned} \tag{4.84}$$

Bu denklem şu yolla da yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \left(\frac{(1-\phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) u'_P + \lambda u'_S - \lambda u'_P \right) \right. \\
& \left. - \lambda \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (u'_P - u'_S) \right] \\
& = -\lambda \mu_{bf} r'_P \Delta r' \\
& \left[\frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \left(\frac{(1-\phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) \right) \right] u'_P \\
& - \lambda \left(\frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \right) \\
& + \lambda \left(\frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_N}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_N} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \right) u'_S \\
& = -\lambda \mu_{bf} r'_P \Delta r'
\end{aligned}$$

$(\mu_{nf})_N = (\mu_{nf})_P$, varsayımı ile yukarıdaki denklem şu hale gelir:

$$\begin{aligned}
& \left[\lambda \left((\mu_{nf})_P \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \right) \right. \\
& \left. - (\mu_{nf})_P \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \left(\frac{(1-\phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) \right) \right] u'_P \\
& - \lambda \left((\mu_{nf})_P \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \right) u'_S = \lambda \mu_{bf} r'_P \Delta r'
\end{aligned} \tag{4.85}$$

Cidar-nanoakışkan arayüzeyinde hız için ayrıklaştırılmış denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$a_p u'_p = a_E u'_E + a_W u'_W + a_N u'_N + a_S u'_S + b \quad (4.86)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.87)$$

$$a_W = 0 \quad (4.88)$$

$$a_N = 0 \quad (4.89)$$

$$a_S = \lambda \left((\mu_{nf})_P \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) + \frac{2(\mu_{nf})_P (\mu_{nf})_S \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right)}{(\mu_{nf})_P + (\mu_{nf})_S} \right) \quad (4.90)$$

$$b = \lambda \mu_{bf} r'_P \Delta x' \Delta r' \quad (4.91)$$

$$c = -(\mu_{nf})_P \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \left(\frac{(1-\phi) + \frac{\rho_{np}}{\rho_{bf}} \phi}{1 + a_\mu \phi + b_\mu \phi^2} ((\delta r')_n + (\delta r')_s) \right) \quad (4.92)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + c \quad (4.93)$$

$$r'=1 \text{ 'de } \rightarrow k_w \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = k_{nf} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} \rightarrow \frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{k_{nf}}{k_w} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} \quad (4.94)$$

$$\frac{\partial T'_w}{\partial r'} = \frac{k_{nf}}{k_w} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} = \frac{k_{nf}}{k_{wnf} k_{(nf)_b}} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'} \quad (4.95)$$

$$k_{wnf} = \frac{k_w}{k_{(nf)_b}}$$

Cidar enerji denkleminde, radyal yöndeki iletim terimi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' &= \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_s^n \Delta x' \Delta t' \\ &= \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.96)$$

Cidar-akışkan ara yüzeyindeki sınır şartı kullanıldığında, bu terim aşağıdaki hale indirgenir:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dx' dr' dt' = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{k_{nf}}{k_{wnf} k_{(nf)_b}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' \quad (4.97)$$

Böylece, cidar-nanoakışkan arayüzeyindeki enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} r'_p (T'_P - T'^0_P) \Delta r' \Delta x' = & \left(r'_n \frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{k_{nf}}{k_{wnf} k_{(nf)_b}} \frac{T'_P - T'_S}{(\delta r')_s} \right) \Delta x' \Delta t' \\ & + \left(\frac{r'_p}{Pe^2} \frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.98)$$

Bu denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$a_p T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a^0_P T'^0_P + c \quad (4.99)$$

Burada,

$$a_E = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_e} \Delta r' \quad (4.100)$$

$$a_W = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \quad (4.101)$$

$$a_N = \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.102)$$

$$a_S = \frac{k_{nf}}{k_{wnf} k_{(nf)_b}} \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \Delta x' = \frac{k_{nf}}{k_{wnf} k_{(nf)_b}} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.103)$$

$$a^0_P = r'_p \frac{\Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.104)$$

$$c = 0 \quad \text{ve} \quad b = 0 \quad (4.105)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a^0_P + c \quad (4.106)$$

4.4.2. Cidar tarafında

Alt akış bölgesinin çıkışında

Alt akış bölgesinin çıkışındaki sınır şartı (3.66);

$$x' = +\infty \text{ 'da} \rightarrow \frac{\partial T'}{\partial x'} = 4(1+d')k_{wnf} \quad (4.107)$$

Borunun çıkışında;

$$(\delta x')_e = (\delta x')_w \quad (4.108)$$

Dolayısıyla bu sınır şartı ayrıklaştırılmış formda şu şekildedir:

$$\frac{T'_E - T'_W}{2(\delta x')_w} = 4(1+d')k_{wnf} \quad (4.109)$$

Ya da;

$$T'_E = 8(1+d')k_{wnf} (\delta x')_w + T'_W \quad (4.110)$$

Cidar tarafındaki enerji denklemindeki eksenel iletim terimi şu şekilde integre edilebilir:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' &= \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_w^e \Delta r' \Delta t' \\ &= \left(\frac{r'_e}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{r'_w}{(Pe)^2} \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.111)$$

$r'_e = r'_w = r'_P$ ve $(\delta x')_e = (\delta x')_w$ olduğu için, yukarıdaki integral şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'}{(Pe)^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' &= \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_P}{(\delta x')_e} (T'_E + T'_W - 2T'_P) \Delta r' \Delta t' \\ &= \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_P}{(\delta x')_w} (8(1+d')k_{wnf} (\delta x')_w + 2T'_W - 2T'_P) \Delta r' \Delta t' \end{aligned} \quad (4.112)$$

Böylece, cidarda alt akış bölgesinin çıkışındaki ayrıklaştırılmış enerji denklemi şu şekilde geliştirilebilir.

$$r'_p(T'_p - T'^0_p)\Delta r'\Delta x' = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' + \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} (8(1+d')k_{\text{wnt}}(\delta x')_w + 2T'_w - 2T'_p) \Delta r' \Delta t' \quad (4.113)$$

veya,

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T'^0_p + b \quad (4.114)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.115)$$

$$a_W = \frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \quad (4.116)$$

$$a_N = \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.117)$$

$$a_S = \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.118)$$

$$a_p^0 = r'_p \frac{\Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.119)$$

$$b = \frac{8}{(Pe)^2} (1+d') k_{\text{wnt}} r'_p \Delta r' \quad (4.120)$$

$$c = 0 \quad (4.121)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 + c \quad (4.122)$$

Cidar dış yüzeyinde ve üst akış bölgesinde

$r' = 1 + d'$ ve $x' < 0$ için

$$\frac{\partial T}{\partial r'} = 0 \rightarrow \frac{T'_N - T'_s}{(\delta r')_s + (\delta r')_n} = 0 \rightarrow T'_N = T'_s$$

ve $(\delta r')_s = (\delta r')_n$ varsayımı ile, bu terimlerin ayrıklaştırılmış enerji denkleminde yerine konulması aşağıdaki sonuçları verir:

$$r'_p(T'_p - T'^0_p)\Delta r'\Delta x' = \left[r'_n \frac{T'_s - T'_p}{(\delta r')_s} - r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t' + \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_w}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t' \\ = \frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s} (T'_s - T'_p) \Delta x' \Delta t' + \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_w}{(\delta x')_w} \right) \Delta r' \Delta t'$$

Şunu hatırlayarak $r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n$ ve $r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s$, yukarıdaki denklem şu hale gelir;

$$r'_p(T'_p - T'^0_p)\Delta r'\Delta x' = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s}(T'_s - T'_p)\Delta x'\Delta t' + \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_W}{(\delta x')_w} \right) \Delta r'\Delta t' \quad (4.123)$$

Veya,

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T'^0_p + b \quad (4.124)$$

Burada,

$$a_E = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_e} \Delta r' \quad (4.125)$$

$$a_W = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \quad (4.126)$$

$$a_N = 0 \quad (4.127)$$

$$a_S = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x' \quad (4.128)$$

$$a_p^0 = r'_p \frac{\Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.129)$$

$$b = 0 \text{ ve } c = 0 \quad (4.130)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 + c \quad (4.131)$$

Cidar dış yüzeyinde ve alt akış bölgesinde

$r' = 1 + d'$ ve $x' \geq 0$ için

$$\frac{\partial T'}{\partial r'} = 1$$

$$\frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_s + (\delta r')_n} = 1 \rightarrow T'_N = T'_S + 2(\delta r')_s$$

$(\delta r')_s = (\delta r')_n$, olduğu için, bu terimlerin taşınması ile ayrıklaştırılmış denklem şu hale gelir:

$$\begin{aligned}
r'_p(T'_p - T_p'^0)\Delta r'\Delta x' &= \left(r'_n \frac{T'_s + 2(\delta r')_s - T'_p}{(\delta r')_s} - r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right) \Delta x'\Delta t' \\
&+ \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_w}{(\delta x')_w} \right) \Delta r'\Delta t' \\
&= \left(\frac{r'_n + r'_s}{(\delta r')_s} (T'_s - T'_p) + 2r'_n \right) \Delta x'\Delta t' \\
&+ \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_w}{(\delta x')_w} \right) \Delta r'\Delta t'
\end{aligned}$$

Yukarıdaki denklem yeniden düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
r'_p(T'_p - T_p'^0)\Delta r'\Delta x' &= \left(\frac{2r'_p}{(\delta r')_s} (T'_s - T'_p) + 2(r'_p + 0.5(\delta r')_s) \right) \Delta x'\Delta t' \\
&+ \left(\frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_E - T'_p}{(\delta x')_e} - \frac{r'_p}{(Pe)^2} \frac{T'_p - T'_w}{(\delta x')_w} \right) \Delta r'\Delta t'
\end{aligned} \tag{4.132}$$

Veya,

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p'^0 + b \tag{4.133}$$

Burada,

$$a_E = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_e} \Delta r' \tag{4.134}$$

$$a_W = \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \tag{4.135}$$

$$a_N = 0 \tag{4.136}$$

$$a_S = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x' \tag{4.137}$$

$$a_p^0 = r'_p \frac{\Delta r'\Delta x'}{\Delta t'} \tag{4.138}$$

$$c = 0 \tag{4.139}$$

$$b = 2(r'_p + 0.5(\delta r')_s) \Delta x' \tag{4.140}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 + c \tag{4.141}$$

4.4.2. İki sınır şartının kesişim noktalarındaki sınır şartları

$x' = +\infty$ da ve $r' = 1 + d'$ de (Alt akış bölgesinde borunun dış çevresi üzerindeki en uzak noktalar).

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 4(1 + d')k_{wnf} \rightarrow T'_E = 8(1 + d')k_{wnf}(\delta x')_w + T'_W$$

ve $\frac{\partial T'}{\partial r'} = 1 \rightarrow T'_N = T'_S + 2(\delta r')_s$

Dolayısıyla ayrıklaştırılmış denklem şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} r'_p(T'_p - T'_p{}^0)\Delta r'\Delta x' &= \left[r'_n \frac{T'_s + 2(\delta r')_s - T'_p}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right] \Delta x'\Delta t' \\ &+ \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} (8(1 + d')k_{wnf}(\delta x')_w + 2T'_W - 2T'_p) \Delta r'\Delta t' \\ \rightarrow r'_p(T'_p - T'_p{}^0)\Delta r'\Delta x' &= \left[2r'_n + 2r'_p \frac{T'_s - T'_p}{(\delta r')_s} \right] \Delta x'\Delta t' \\ &+ \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} (8(1 + d')k_{wnf}(\delta x')_w + 2T'_W - 2T'_p) \Delta r'\Delta t' \\ \rightarrow r'_p(T'_p - T'_p{}^0)\Delta r'\Delta x' &= 2r'_p \frac{T'_s}{(\delta r')_s} \Delta x'\Delta t' - \left(2 \frac{r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x'\Delta t' + \frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r'\Delta t' \right) T'_p \\ &+ \left(\frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r'\Delta t' \right) T'_W + 2r'_n \Delta x'\Delta t' \\ &+ \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} (8(1 + d')k_{wnf}(\delta x')_w) \Delta r'\Delta t' \end{aligned}$$

Böylece ayrıklaştırılmış denklem şöyle olacaktır:

$$\begin{aligned} \left(2 \frac{r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x'\Delta t' + \frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r'\Delta t' + r'_p \Delta r'\Delta x' \right) T'_p &= \left(2 \frac{r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x'\Delta t' \right) T'_s \\ &+ \left(\frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r'\Delta t' \right) T'_W \\ &+ r'_p \Delta r'\Delta x' T'_p{}^0 + 2r'_n \Delta x'\Delta t' \\ &+ \frac{1}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} (8(1 + d')k_{wnf}(\delta x')_w) \Delta r'\Delta t' \end{aligned} \quad (4.142)$$

Bu denklem aşağıdaki gibi genel bir forma sokulabilir:

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p'^0 + b \quad (4.143)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.144)$$

$$a_W = \frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' \quad (4.145)$$

$$a_S = \frac{2r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x' \quad (4.146)$$

$$a_N = 0 \quad (4.147)$$

$$a_p^0 = \frac{r'_p \Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.148)$$

$$b = 2 \left(r'_p + 0.5 (\delta r')_s \right) \Delta x' + \frac{8r'_p}{(Pe)^2} (1+d') k_{wnf} \Delta r' \quad (4.149)$$

$$c = 0 \quad (4.150)$$

$$\begin{aligned} a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 + c \\ &= \frac{2r'_p}{(\delta r')_s} \Delta x' + \frac{2}{(Pe)^2} \frac{r'_p}{(\delta x')_w} \Delta r' + \frac{r'_p \Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \end{aligned} \quad (4.151)$$

$x' = +\infty$ ve $r' = 1$ 'de; (Alt akış bölgesinde borunun iç çevresindeki en uzak noktalar).

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 4(1+d') k_{wnf} \rightarrow T'_E = 8(1+d') k_{wnf} (\delta x')_w + T'_W$$

$$\text{ve } r' = 1 \rightarrow \frac{\partial T'_W}{\partial r'} = \frac{1}{k_{wnf}} \frac{\partial T'_{nf}}{\partial r'}$$

Dolayısıyla her iki yöndeki ısı akısı aşağıdaki gibidir:

$$J_e - J_w = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{(T'_p - T'_W) \left(1 + \frac{2}{e^{K_w (\delta x')_w} - 1} \right)}{-\frac{8(1+d') k_{wnf} (\delta x')_w}{e^{K_w (\delta x')_w} - 1}} \right) \Delta r' \Delta t'$$

$$J_n - J_r = \left[r'_n \frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wnf}} \frac{T'_p - T'_S}{(\delta r')_s} \right] \Delta x' \Delta t'$$

Ayrıklaştırılmış denklem ise şu şekilde yazılabilir:

$$r'_p(T'_p - T'^0_p) \Delta r' \Delta x' = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{(T'_p - T'_w) \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right)}{-\frac{8(1+d') k_{wnf} (\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1}} \right) \Delta r' \Delta t' \quad (4.152)$$

$$+ \left(r'_n \frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} - \frac{r'_s}{k_{wnf}} \frac{T'_p - T'_s}{(\delta r')_s} \right) \Delta x' \Delta t'$$

ve genelleştirilmiş formda da şu şekilde yazılabilir:

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T'^0_p + b \quad (4.153)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.154)$$

$$a_W = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_{wnf} \alpha_{(nf)_b} (Pe)^2} \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.155)$$

$$a_S = \frac{1}{k_{wnf}} \frac{r'_s}{(\delta r')_s} \Delta x' = \frac{1}{k_{wnf}} \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.156)$$

$$a_N = \frac{r'_n}{(\delta r')_n} \Delta x' = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.157)$$

$$a_p^0 = r'_p \frac{\Delta r' \Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.158)$$

$$b = \frac{r'_p K_w (k_{nf})_w}{\alpha_w (Pe)^2} \left(\frac{8(1+d') k_{wnf} (\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.159)$$

$$c = 0 \quad (4.160)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 + c \quad (4.161)$$

$x' = +\infty$ 'da ve $r' = 0$ 'da (Alt akış bölgesinde borunun eksenindeki en uzak nokta).

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = 4(1+d')k_{wnf} \rightarrow T'_E = 8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w + T'_W$$

$$\text{ve } r' = 0 \rightarrow \frac{\partial T'}{\partial r'} = 0 \rightarrow T'_N = T'_S$$

Böylece ayırıklaştırılmış denklem şu şekilde yazılabilir:

$$r'_P(T'_P - T'^0_P)\Delta r'\Delta x' = \frac{r'_P K_w(k_{nf})_w}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}(Pe)^2} \left(\frac{(T'_P - T'_W) \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right)}{-\frac{8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1}} \right) \Delta r'\Delta t'$$

$$+ \frac{2(k_{nf})_n}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (T'_N - T'_P)\Delta x'\Delta t' \quad (4.162)$$

veya:

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'^0_P + b \quad (4.163)$$

Burada,

$$a_E = 0 \quad (4.164)$$

$$a_W = -\frac{r'_P K_w(k_{nf})_w}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}(Pe)^2} \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.165)$$

$$a_S = 0 \quad (4.166)$$

$$a_N = \frac{2(k_{nf})_n}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' \quad (4.167)$$

$$a_P^0 = r'_P \frac{\Delta r'\Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.168)$$

$$b = -\frac{r'_P K_w(k_{nf})_w}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}(Pe)^2} \left(\frac{8(1+d')k_{wnf}(\delta x')_w}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' \quad (4.169)$$

$$c = 0 \quad (4.170)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 + c$$

$$= -\frac{r'_P K_w(k_{nf})_w}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}(Pe)^2} \left(1 + \frac{2}{e^{K_w(\delta x')_w} - 1} \right) \Delta r' + \frac{2(k_{nf})_n}{\alpha_{wnf}\alpha_{(nf)_b}} \left(\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) \Delta x' + r'_P \frac{\Delta r'\Delta x'}{\Delta t'} \quad (4.171)$$

4.5. Çözüm Yöntemi

(Bilir,1992; 1995; 2002) ve (Bilir ve Ateş,2003) tarafından yapılan çalışmalarda diferansiyel denklemleri ve sınır koşullarını ayırklaştırmak için kullanılan sonlu hacimler formülasyonu, ısı transferi problemlerinde, özellikle borularda düşük Peclet sayılı ısı olarak gelişen laminar akış durumunda hızlı ve güvenilir sonuçlar sağlama kapasitesini göstermiştir. Bu nedenle, bu çalışmada korunum denklemleri sınır şartları ile birlikte bu yöntem kullanılarak ayırklaştırılmıştır. x-momentum denklemini ve enerji denklemlerindeki tüm iletim terimlerini ayırklaştırmak için merkezi fark şemaları kullanılmıştır. Nanoakışkan tarafındaki enerji denklemindeki taşınım terimleri, (Patankar,1982) tarafından önerildiği gibi üssel şemalar ile ayırklaştırılmıştır. Enerji denklemlerindeki zamana bağlı terimlere gelince, çözümlerde kararlılığı sağlamak için tamamen kapalı (fully implicit) bir formülasyon kullanılmıştır. Sıcaklık dağılımı belirlendikten sonra, nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımı için Denklem (3.52) sayısal olarak integre edilmiştir.

Problemin fiziksel modeline bakıldığında eksenel simetrik olduğu görülür. Bu nedenle, analiz için cidarın dış yüzeyi ve borunun ekseni ile sınırlanan yarısı dikkate alınmıştır. Üst akış ve alt akış bölgelerindeki en uzak noktalarda sınır şartlarını sağlamak için kaba ağ sistemleri ile deneme çözümleri gerçekleştirilmiştir. Farklı ağ boyutları ile birçok çözüm yapıldıktan sonra, akış yönünde toplam 96 kontrol hacmi (üst akış bölgesinde 48 ve alt akış bölgesinde 48) ve radyal yönde toplam 32 kontrol hacmi (duvar tarafında 12 ve akışkan tarafında 20) dikkate alınacak şekilde optimum bir ağ yapısı oluşturulmuştur. x- yönünde, ısıtılan bölümün başladığı üst akış bölgesinin çıkışının ve alt akış bölgesinin girişinin yakınında ağ inceltme işlemi uygulanmıştır. Hem üst akış hem de alt akış bölgelerindeki ilk adım boyutu $\Delta x'=0,001$ olarak alınmış ve bu değer bir sonraki eksenel adım boyutu bir öncekinin 1,16 katı alınarak doğrusal olarak sündürülmüştür.

Hız ve sıcaklık dağılımları Gauss-Siedel iterasyon tekniği ile elde edilmiştir. Bir zaman adımında, düğüm noktaları çizgi-çizgi yöntemiyle (Patankar,1982) boru dış cidar yüzeyinden boru eksenine doğru geçilerek ve üst akış bölgesinden alt akış bölgesine doğru süpürülerek taranmıştır. Ara yüzeyde, sınır şartlarını ayırklaştırmak için (Patankar,1982) tarafından önerilen harmonik ortalama yöntemi kullanılmış ve çözümlerde ardışık bir prosedür uygulanmıştır. Bu şekilde, daha önce hesaplanan

sıcaklıklar cidardan nanoakışkan tarafına bilgi aktarmak için, arayüzey ısı akıları ise akışkandan cidar tarafına bilgi aktarmak için kullanılmıştır.

Problemin doğası gereği, ϕ_b bu çalışmanın tanımlayıcı parametreleri arasında kabul edilmiş ve $(\rho c_p)_{nf} u'$ parametresinin ortalama değeri, $\langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle$, başlangıçta tahmin edilmiştir. ϕ_b akış yönü boyunca sabit kalırken, $\langle (\rho c_p)_{nf} u' \rangle$ ve tüm termofiziksel özellikler bir sonraki zaman adımında kullanılmak üzere her zaman adımından sonra güncellenmiştir. Bu çalışmada bağlı denklemler takımını çözmek için kullanılan algoritma Şekil 5.2'de sunulmuştur. İç döngü iterasyonları, x-momentum denklemi ve enerji denklemleri için sırasıyla yedinci ve altıncı ondalık basamaklara yakınsayınca kadar devam ettirilmiştir. Dış döngü için (zaman adımı için), iterasyon sayısı ikinin altına düşüncüye kadar iterasyonlara devam edilmiş ve bu durumda sürekli rejim koşullarına ulaşıldığı varsayılmıştır.

Nanoakışkan yığık sıcaklıklarını hesaplamak için Simpson sayısal integrasyon yöntemi ve ara yüzey ısı akılarını ve Nusselt sayılarını hesaplamak için de Newton-Gregory fark formülasyonu kullanılmıştır. Bu iki sayısal yöntem hakkında daha fazla ayrıntı (Ateş, 1999)'da bulunabilir.

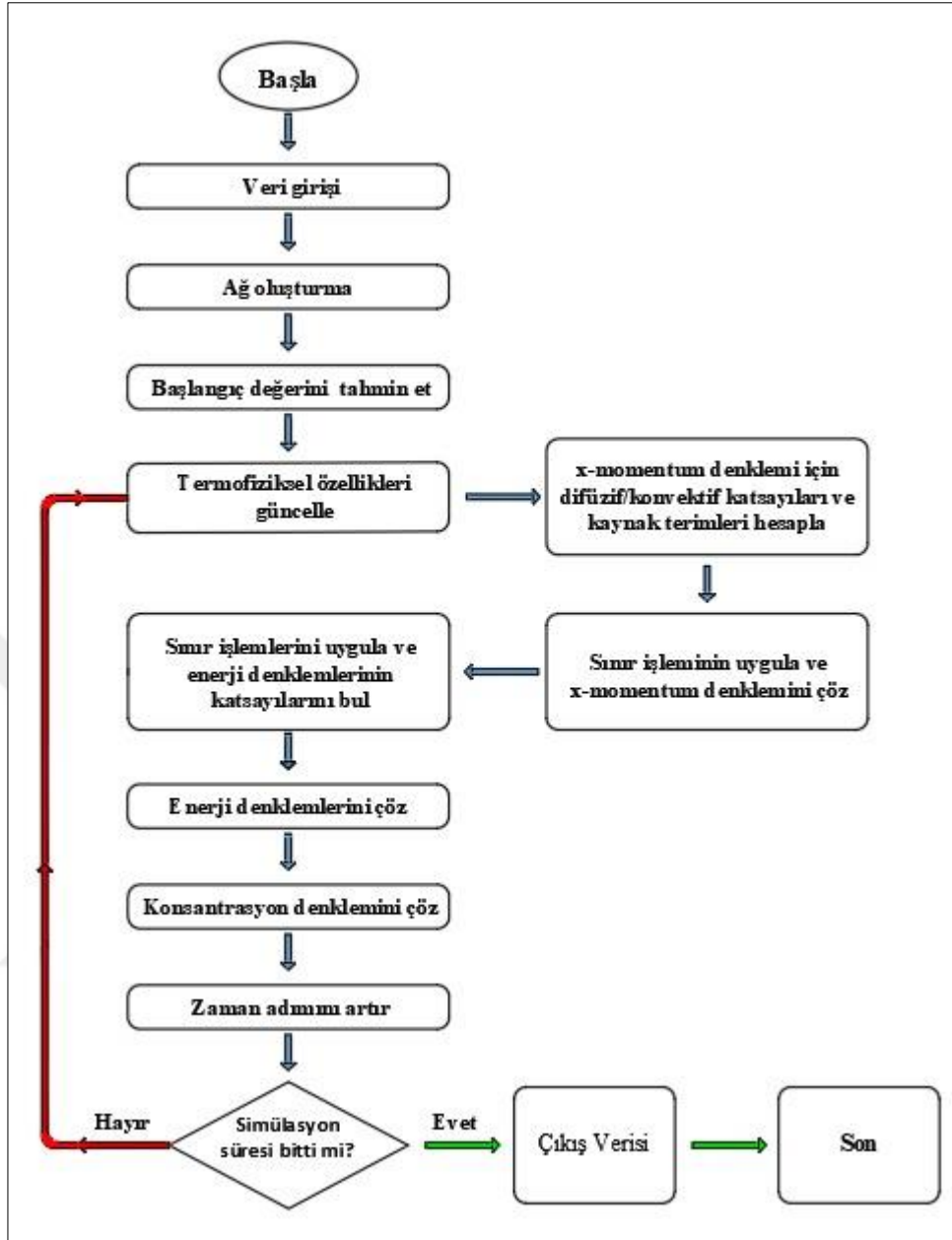
Problemi çözmek için MATLAB R2020b yazılımı ile yeni bir kod yazılmıştır. Elde edilen sonuçların ağdan bağımsız olmasını sağlamak için, farklı ağ yapılarını kıyaslamak üzerine bir çalışma yapılmıştır. Bu amaçla kullanılan kontrol hacimlerinin sayısı Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4. 1. Farklı ağ yapıları

	Eksenel yöndeki eleman sayısı		Radyal yöndeki eleman sayısı	
	Üst akış bölgesi	Alt akış bölgesi	Nanoakışkan tarafı	Duvar tarafı
Kaba ağ	42	42	16	8
Orta ağ	48	48	20	12
İnce ağ	52	52	24	16

Tablo 4. 2. Ağ boyutunun T'_{wi} , T'_b ve q'_{wi} ye etkileri

Sürekli rejim değerleri	T'_{wi}		T'_b		q'_{wi}	
$Pe=5, k_{wnf}=10, \alpha_{wnf}=5, N_{BT}=5, \lambda=0.1, \gamma=0.3, d'=0.1, \phi_b=0.02, Titania$						
Konum	$x'=0$	$x'=2$	$x'=0$	$x'=2$	$x'=0$	$x'=2$
Kaba ağ	17.17201	111.40430	13.55010	106.4455	0.8181	1.10611
Orta ağ	16.83820	110.5963	13.23410	105.6142	0.8104	1.10587
İnce ağ	16.5976	110.0853	13.0051	105.0979	0.8055	1.10556
Orta ve kaba ağ arasındaki bağıl hata	1.9439%	0.7253%	2.3321%	0.7810%	0.9412%	0.0217%
İnce ve orta ağ arasındaki bağıl hata	1.4289%	0.4620%	1.7304%	0.4889%	0.6046%	0.0280



Şekil 4. 2. Program akış şeması

Farklı çözümlerden sonra, sürekli rejimde elde edilen ağdan bağımsızlık analizi sonuçları, $x'=0$ ve $x'=2$ olmak üzere iki farklı aksenal konumda arayüzey sıcaklığı, nanoakışkan yığık sıcaklığı ve arayüzey ısı akısı cinsinden verilmiştir. Tablo 4.2'de görülebileceği gibi, orta ve ince ağlar arasındaki bağıl hatalar her üç ısı karakteristiki için de kabul edilebilir sınırlarda yer almaktadır. Bu nedenle, hesaplama maliyetini en aza indirmek için, orta ağ (96x32) bu çalışmada yeterli olarak kabul edilmiştir.

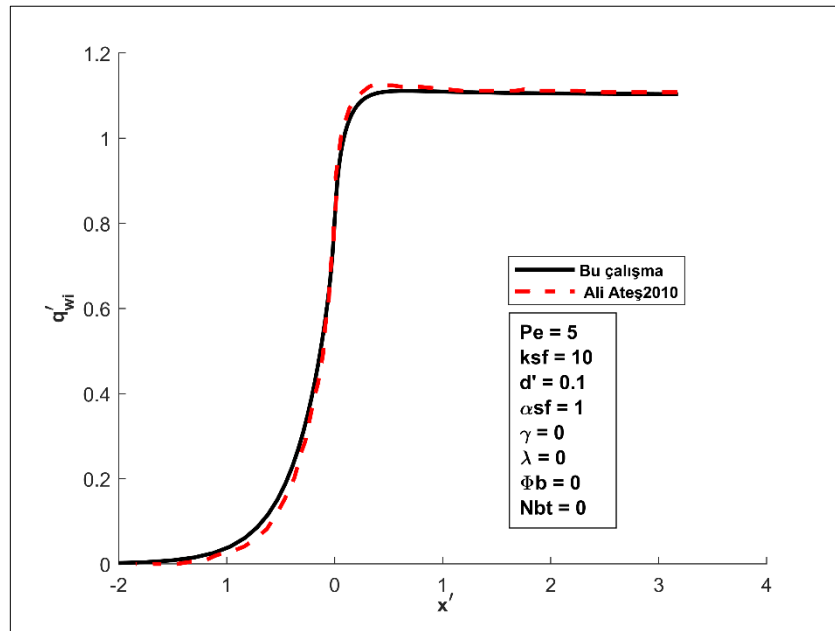
Zaman adımlarının elde edilen sonuçlar üzerindeki etkisini görebilmek için %5, %10 ve %20 olmak üzere farklı zaman adımı artırımları ile hesaplama iyileştirmeleri yapılmıştır. Zaman adımları hesaplama iyileştirmelerinin sonuçları Tablo 4.3'te

sunulmuştur ve zaman adımlarının incelenen ısı karakteristikler üzerindeki etkisinin önemsiz olduğu kolaylıkla söylenebilir. Çözümleri hızlandırmak ve doğruluğundan emin olmak için, bu çalışmada üniform olmayan zaman adımları kullanılmıştır. Bu amaçla, ilk zaman adımı için 0.0001 değeri kullanılmış ve sonraki adımlarda %10 oranında artırılmıştır.

Tablo 4. 3. Zamansal ayırıştırmanın T'_{wi} , T'_b ve q'_{wi} ye etkileri

$x' = 0$ 'da sürekli rejim değerleri	T'_{wi}	T'_b	q'_{wi}
$Pe=5, k_{wnf}=10, \alpha_{wnf}=5, N_{BT}=5, \lambda=0.1, \gamma=0.3, d'=0.1, \phi_b=0.02, Titania$			
Her zaman adımında %20 arttırım	16.83820	13.23410	0.81038
Her zaman adımında %10 arttırım	16.83820	13.23410	0.81038
Her zaman adımında %5 arttırım	16.83820	13.23409	0.81038

Doğrulama amacıyla, tanımlayıcı parametre değerleri olarak, $Pe=5, k_{wnf}=10, \alpha_{wnf}=1, d'=0.1, N_{BT}=0, \lambda=0, \gamma=0$ ve $\phi_b=0$ alınarak yapılan bir çözüm ile baz akışkan (su) için sürekli rejimde arayüzey ısı akısı için elde edilen sonuç (Ateş vd., 2010) ile karşılaştırılmıştır. Şekil 4.2'de görülebileceği gibi, iki dağılım arasındaki fark önemli değildir ve kullanılan çözüm yöntemi ve yazılan MATLAB kodunun güvenilir ve doğru olduğu söylenebilir.



Şekil 4. 3. Sürekli rejimde arayüzey ısı akısı dağılımlarının karşılaştırılması

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR

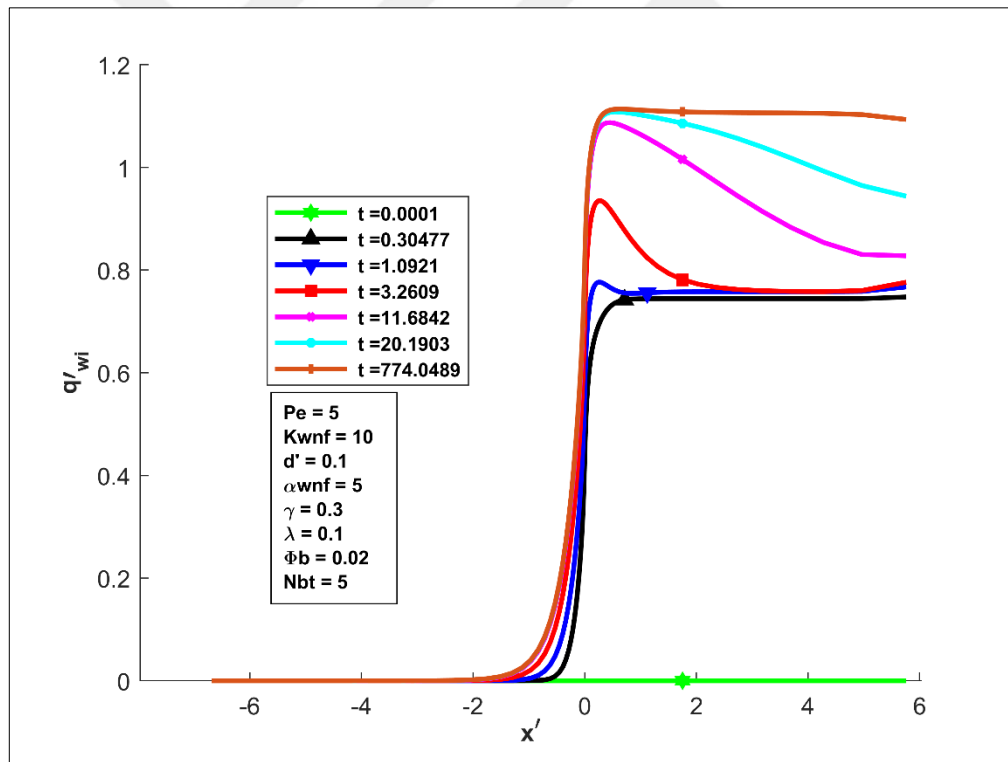
5.1 SONUÇLAR

Bu çalışmanın matematiksel modeli, ele alınan problemin dokuz parametreye bağlı olduğunu göstermektedir. Bunlar; Peclet sayısı (Pe), cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı (k_{wnf}), cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranı (α_{wnf}), kayma hızı parametresi (λ), Brownian yayılma katsayısının termoforez yayılma katsayısına oranı (N_{BT}), yığık ortalama nanoparçacık hacim oranı (ϕ_b), cidar kalınlık oranı (d'), cidar ve akışkan arasındaki sıcaklık farkının mutlak sıcaklığa oranı (γ) ve nanoparçacıkların malzeme türüdür. İncelemeler bu parametre değerlerinin çeşitli kombinasyonları kullanılarak yapılmıştır: $Pe = 3, 5$ ve 10 ; $k_{wnf} = 1, 10$ ve 20 ; $\alpha_{wnf} = 1, 5$ ve 20 ; $\lambda = 0, 0.1$ ve 0.3 ; $N_{BT} = 0.1, 0.5, 5$ ve 10 ; $\phi_b = 0, 0.02$ ve 0.04 ; $d' = 0.02, 0.1$ ve 0.3 ; $\gamma = 0.3$ ve alümina nanoparçacıkları ve titania nanoparçacıkları. Seçilen değerlerin mühendislik uygulamaları için makul büyüklükte ve varsayılan etkilerinin incelenen problemin kapsamına uygun olduğu belirtilmelidir (örneğin, cidar ve akışkan eksenel iletimi enerji denklemlerinde anlamlı bir düzeydedir).

5.1.1. Parametrelerin ısı transferi karakteristikleri üzerine etkileri

Kural olarak, bir taşınım ısı transferi probleminin sonuçları genellikle yerel Nusselt sayısı açısından analiz edilir. Ancak, birleşik ısı transferi problemlerinde, en aydınlatıcı özellik olan yerel arayüzey ısı akısına daha fazla odaklanılmaktadır (Faghri ve Sparrow,1980) . Aslında, birleşik ısı transferi problemlerinde boyutsuz yerel Nusselt sayısının ifadesi üç bilinmeyen içerir ve bu da problemin sonuçlarının analizini daha az pratik hale getirir. Ayrıca, problemin her bir parametresinin etkilerini daha iyi incelemek ve anlamak için, cidar-nanoakışkan arayüzey sıcaklığı, yerel Nusselt sayısı ve nanoakışkan yığık sıcaklığı açısından diğer bazı sonuçlar da verilmiştir. Bu nedenle, aşağıdaki paragraflarda elde edilen sonuçlar alümina-su nanoakışkan için ve uygun bir ortalama parametre değerleri kombinasyonu ile tipik bir çalışma için sunulacaktır: farklı zaman adımlarında, $Pe = 5$, $k_{wnf} = 10$, $\alpha_{wnf} = 5$, $\lambda = 0.1$, $N_{BT} = 5$, $\phi_b = 0.02$, $d' = 0.1$ ve $\gamma = 0.3$. Tümü birlikte ele alındığında, elde edilen sonuçlar parametre değerlerinin farklı kombinasyonları ile yapılan diğer çözümler için de benzerdir.

Arayüzey ısı akısının zamana bağlı eksenel dağılımları Şekil 5.1'de verilmiştir. Görülebileceği gibi, üst akış bölgesinin çıkışının yakınında arayüzey ısı akısı eğrileri geriye doğru gitmekte ve zaman sürekli rejim koşullarına yaklaştıkça bu mesafe artmaktadır. Bu davranış, hem cidar hem de akışkan tarafındaki eksenel iletme atfedilebilir, bu da bir miktar ısıнын üst akış bölgesine geriye doğru geçmesine neden olur ve alt akış bölgesine girmeden önce nanoakışkanın ön ısıtılmasına yol açar. Isı akısının cidar dış yüzeyinde uygulandığı alt akış bölgesinde, geçici rejimin erken ve orta zamanlarında, arayüzey ısı akısı eğrileri önce bir yükseliş (alt akış bölgesinin girişinde) ve ardından bir düşüş göstermekte, daha sonra nanoakışkan boru çıkışına doğru akarken sabit bir değere ulaşmaktadır. Alt akış bölgesinin girişinde, cidar-nanoakışkan arayüzey sıcaklığı ile yığık sıcaklık arasındaki fark yüksektir ve sonuç olarak arayüzey ısı akısı değerleri bu bölümde daha yüksektir. Bu sıcaklık farkı, hem taşınım hem de yayılım akıları nedeniyle akış yönünde nanoakışkanın yığık sıcaklığı arttıkça azalır.

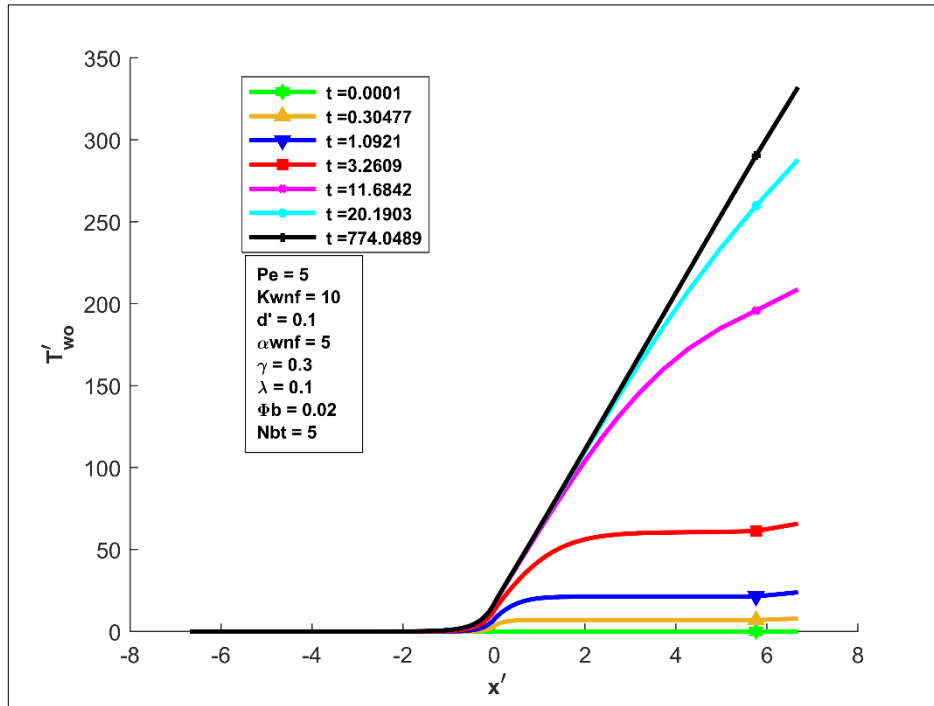


Şekil 5. 1. Arayüzey ısı akısının zamana bağlı eksenel dağılımları

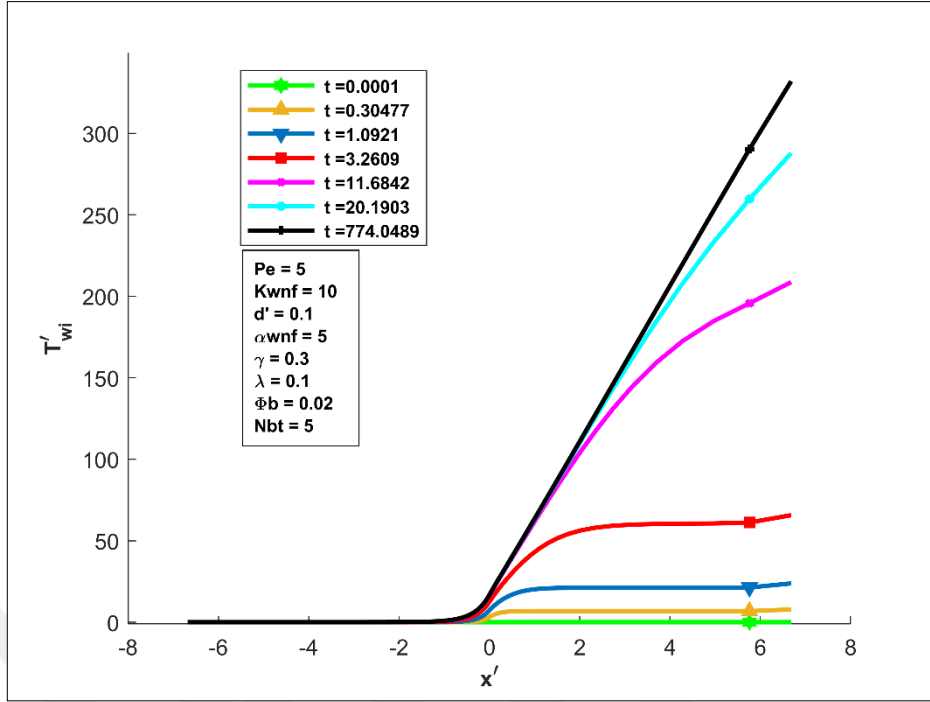
Şekil 5.1 daha dikkatli incelendiğinde, sürekli rejimde, alt akış bölgesinin hemen başlangıcındaki boyutsuz arayüzey ısı akısı değerlerinin, tam gelişmiş bölgedeki sınır değer olan 1.1'den ($d'=0.1$ için) biraz daha büyük olduğu görülmektedir. Bu, burada

akışkana arayüzey üzerinden verilen ısınn borunun dış yüzeyinden gelen ısıdan biraz daha büyük olduğu anlamına gelir. Bunun nedeni, bu kısımda cidar tarafında daha alt akış bölgesinden eksenel iletimle gelen bir miktar fazla ısınn da arayüzeyden akışkana aktarılmasıdır. Ancak, tam gelişmeden sonra, daha alt akış bölgesinden gelen ısı ile cidarın daha üst akış bölgesine giden ısı dengelenir, dolayısıyla bu durum ortadan kalkar ve ısı akısı asimptotik sınır değeriinde sabit kalır.

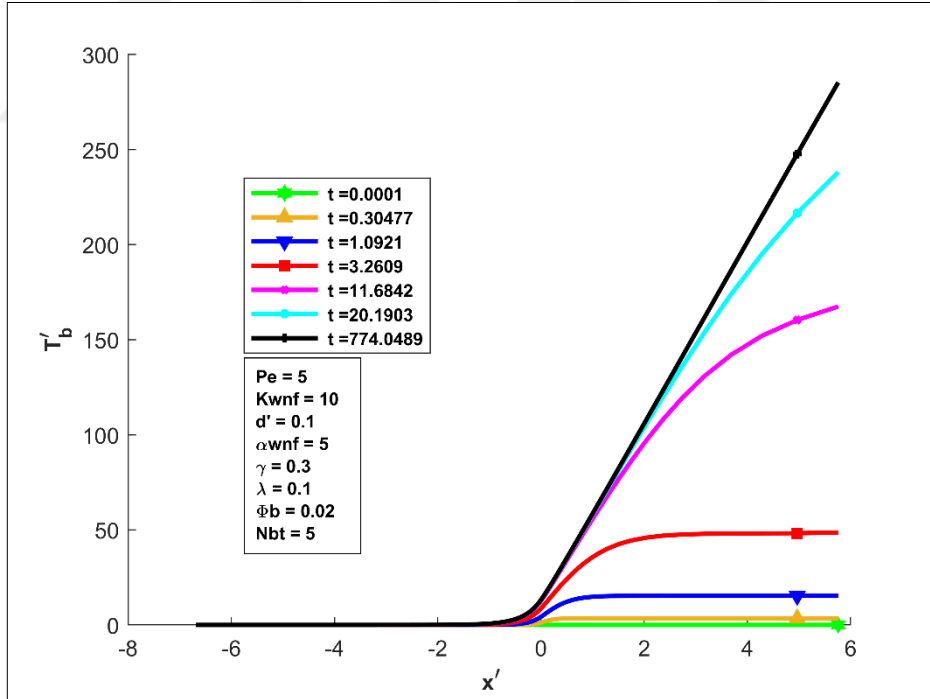
Aynı parametre değerleri için, dış yüzey, iç yüzey ve yığık sıcaklıkların eksenel dağılımları sırasıyla Şekiller 5.2-5.4'de gösterilmektedir. Beklendiği üzere, herhangi bir kesitte ve herhangi bir zamanda dış yüzey sıcaklıkları iç yüzey sıcaklıklarından ve iç yüzey sıcaklıkları da yığık sıcaklıklardan daha yüksektir. Görülebileceği gibi, bu dağılımlar benzer davranışları göstermektedir. Üst akış bölgesinin çıkışına yakın bir yerde meydana gelen ön ısıtma nedeniyle, eğriler o bölgede sıcaklık değerlerinde bir artış göstermektedir. Dahası, o bölgedeki sıcaklık artışı zamanla daha da artmaktadır. Alt akış bölgesinde de, belirli bir kesitte, sıcaklıklar zamanla artmaktadır. Sürekli rejim koşullarına ulaşıldığında, tam gelişmiş akışın bir sonucu olarak sıcaklıklar doğrusal olarak artma eğilimi gösterir. Tam gelişmiş akış koşulları altında, iç yüzey sıcaklığının eksenel dağılımı ile nanoakışkan yığık sıcaklığı arasındaki paralelliğin doğrulandığını da belirtmek gerekir.



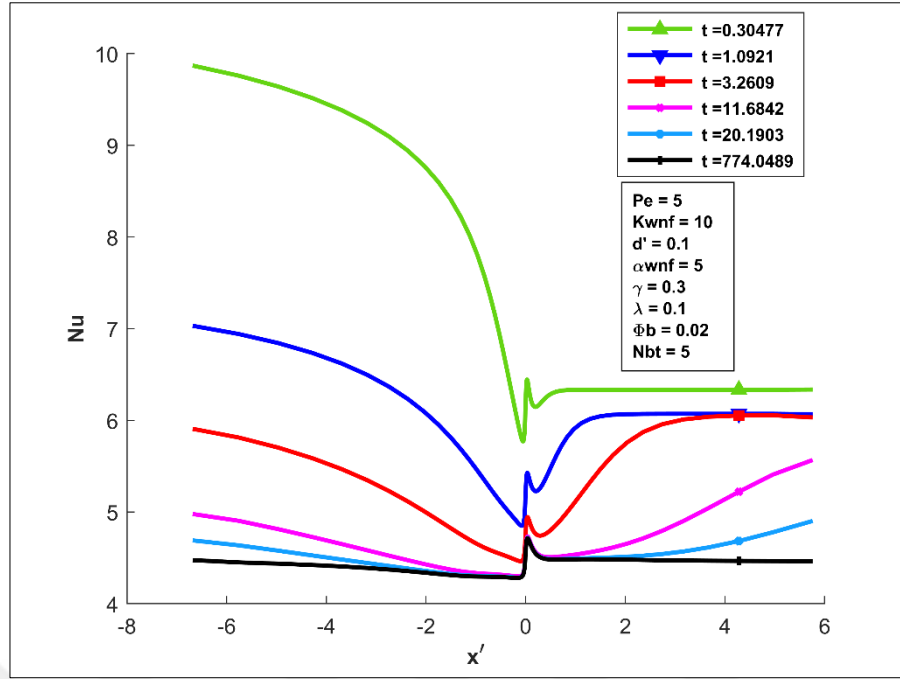
Şekil 5. 2. Dış yüzey sıcaklığının zamana bağlı eksenel dağılımları.



Şekil 5. 3. İç yüzey sıcaklığının zamana bağlı eksenel dağılımları.



Şekil 5. 4. Yığık sıcaklığın zamana bağlı eksenel dağılımları.

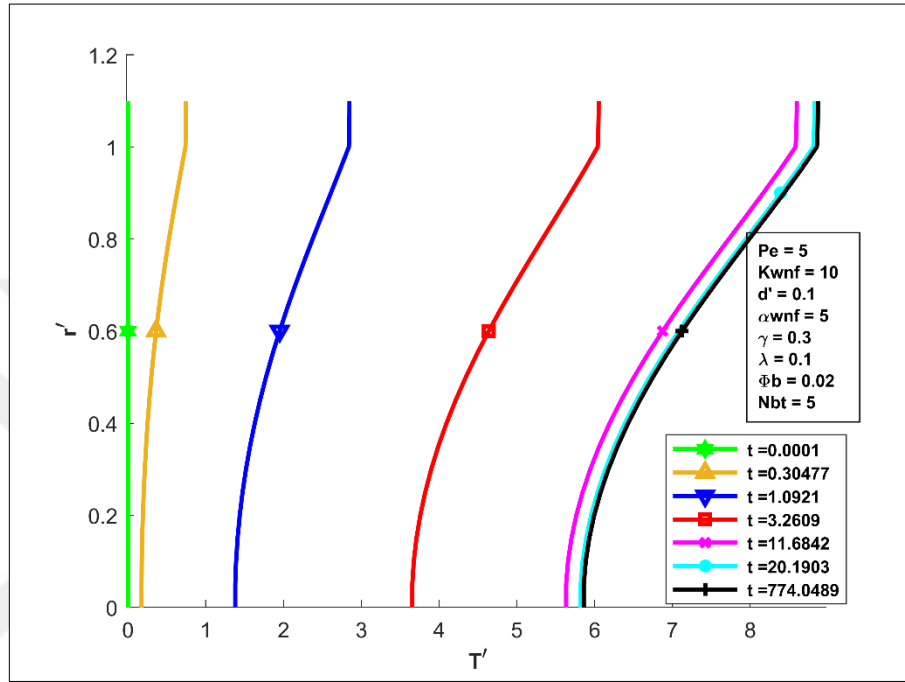


Şekil 5. 5. Nusselt sayısının zamana bağlı eksenel dağılımları

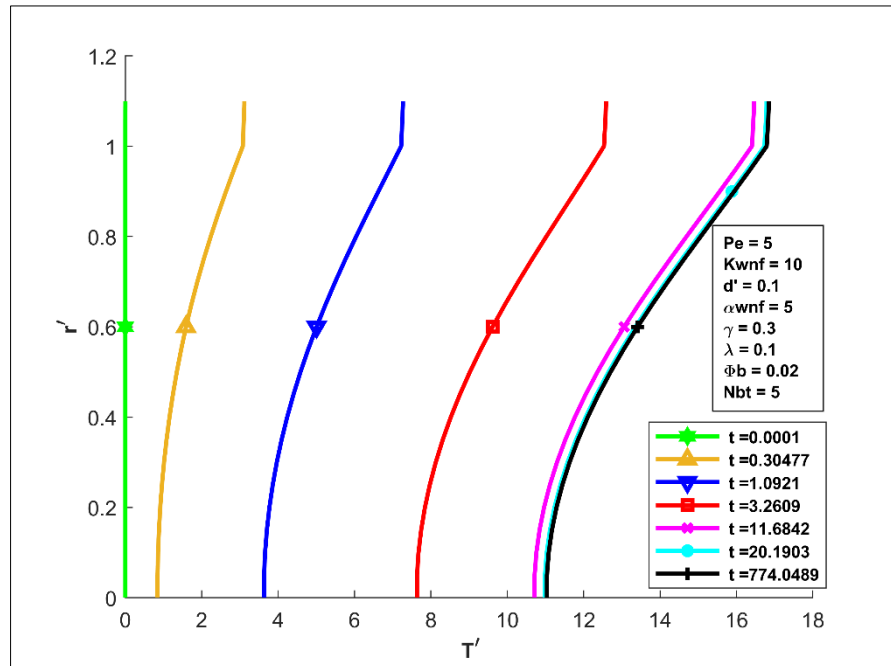
Şekil 5.5 yerel Nusselt sayısının farklı zamanlardaki eksenel dağılımlarını göstermektedir. Herhangi bir zamanda, yerel Nusselt sayısının akış yönünde azaldığı ve nanoakışkan üst akış bölgesini terk etmeden önce bir minimum değere ulaştığı görülmektedir. Bu durum, eksenel ısı akışının üst akış bölgesine girmesinin bir sonucu olarak herhangi bir kesitte iç yüzey ile akışkan yığık sıcaklığı arasındaki farkın artmasına bağlanabilir. Alt akış bölgesinin başlangıcında, durum aniden değişir ve iç yüzey ile akışkan yığık sıcaklığı arasındaki bu fark azalır. Dolayısıyla, o bölgede Nusselt sayısında hızlı bir artış olmaktadır. Zaman geçtikçe, herhangi bir kesitte Nusselt sayısının değeri sürekli rejime ulaşılan kadar azalır. Sürekli rejimde, yerel Nusselt sayısı alt akış bölgesinin geri kalan kısmında sabit ve üniform bir değere ulaşmaktadır ($Nu=4,4628$). Yani, boyutsuz ısı akışının boyutsuz iç yüzey sıcaklığı ile akışkan yığık sıcaklığı arasındaki farka oranı alt akış bölgesinin geri kalan kısmında sabit kalır. Saf akışkanlar için 4.363 olan tam gelişmiş akıştaki Nusselt sayısı değerine ilişkin bulgular göz önüne alındığında, ısıl performansı arttırmak için baz akışkana alümina nanoparçacıklarının eklenmesinin öneminin altını çizmek mümkündür.

Yerel sıcaklıkların geçici rejimde radyal yöndeki dağılımlarına ilişkin sonuçlar, hem cidar hem de akışkan taraflarını kapsayacak şekilde, sırasıyla $x' = -0.21398$, 0 , 0.21398 ve 6.6834 olmak üzere dört farklı eksenel konum için Şekiller 5.6-5.9'da sunulmuştur. Herhangi bir kesitte sıcaklıkların zamanla sürekli olarak arttığı

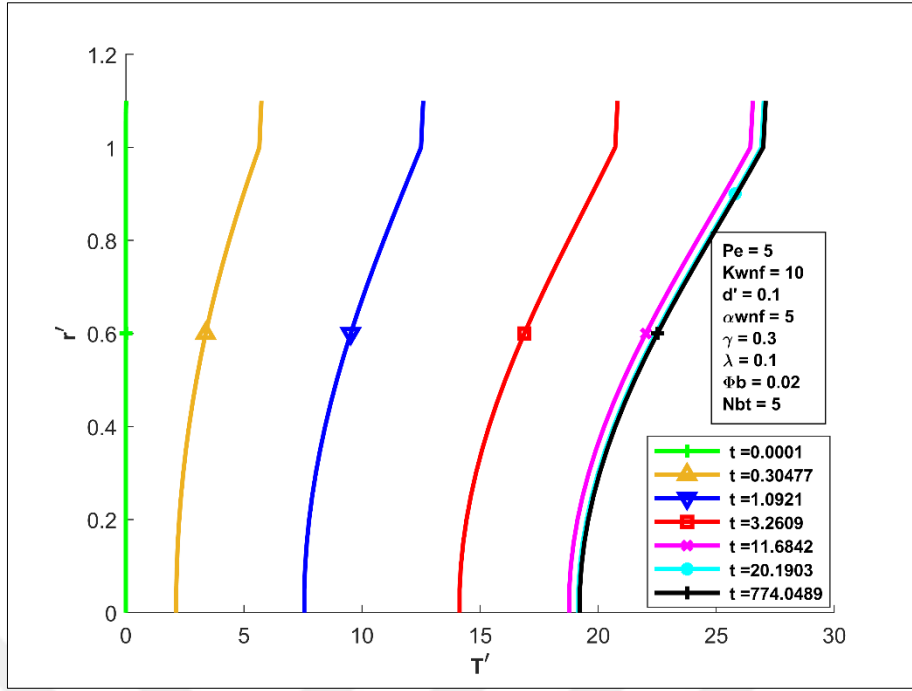
görülmektedir. Bununla birlikte, sürekli rejime ulaşıldığında, birbirini takip eden iki zaman adımı arasında sıcaklık dağılımındaki değişim azdır. Radyal sıcaklık profilleri üst akış bölgesinde ve alt akış bölgesinin ısıl gelişme kısmında parabolik bir yapıya sahip olsa da, Şekil 5.9'dan da anlaşılacağı üzere, tam gelişmiş akışın sağlandığı alt akış bölgesinin uzağında, sıcaklıkların radyal dağılımları daha üniform görünmektedir.



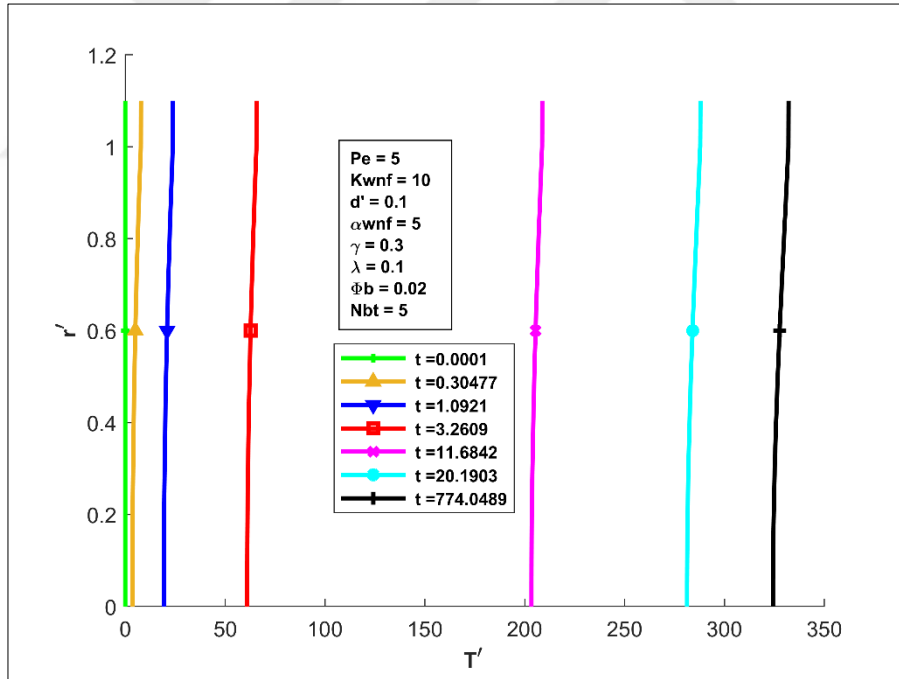
Şekil 5. 6. x= -0.21398 de Radyal sıcaklık dağılımlarının zamana göre değişimi.



Şekil 5. 7. x= 0 da Radyal sıcaklık dağılımlarının zamana göre değişimi.



Şekil 5. 8. $x= 0.21398$ de Radyal sıcaklık dağılımlarının zamana göre değişimi.

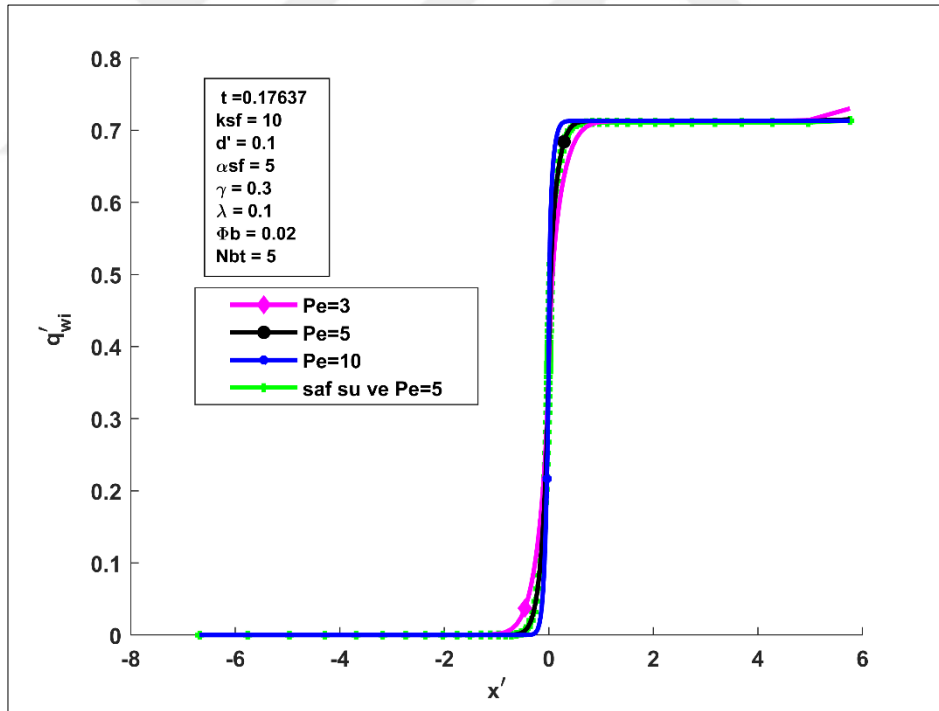


Şekil 5. 9. $x= 6.6834$ de Radyal sıcaklık dağılımlarının zamana göre değişimi.

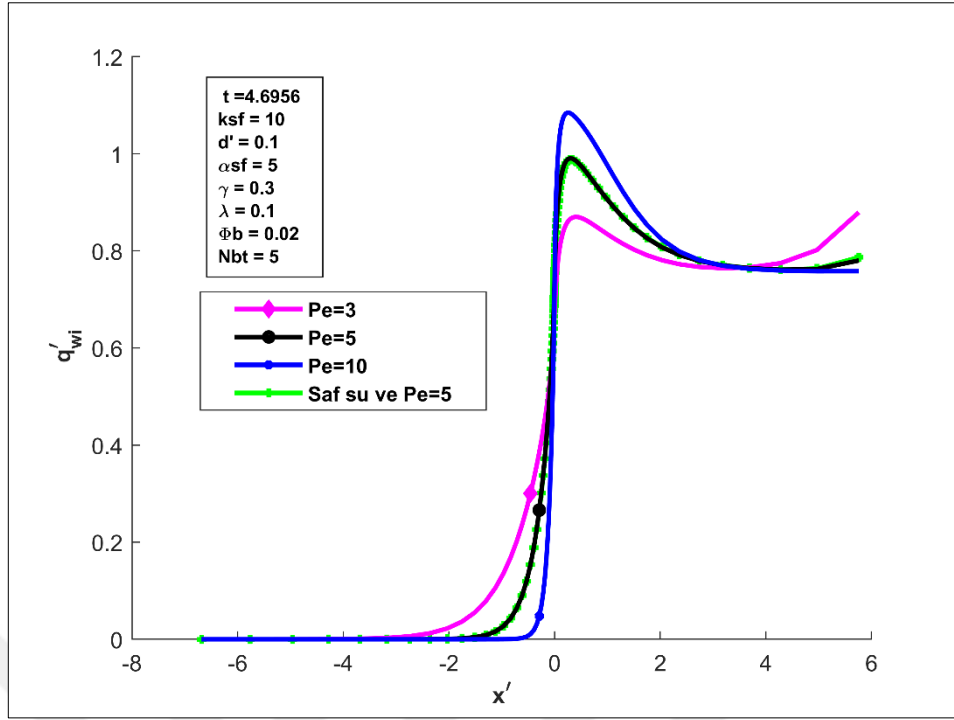
Problemi daha iyi anlamak için, her bir parametrenin hem geçici hem de sürekli rejimde ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerine ayrı bir önem verilmiştir. Şekiller 5.10-5.12, Peclet sayısının cidar-nanoakışkan arayüzündeki ısı akısı üzerine

etkisini göstermektedir. Bunlar ve daha ileride verilecek olan benzer şekillerde, mukayese açısından nanoparçacık içermeyen baz akışkan (su) ile ilgili bazı eğriler de verilmiştir.

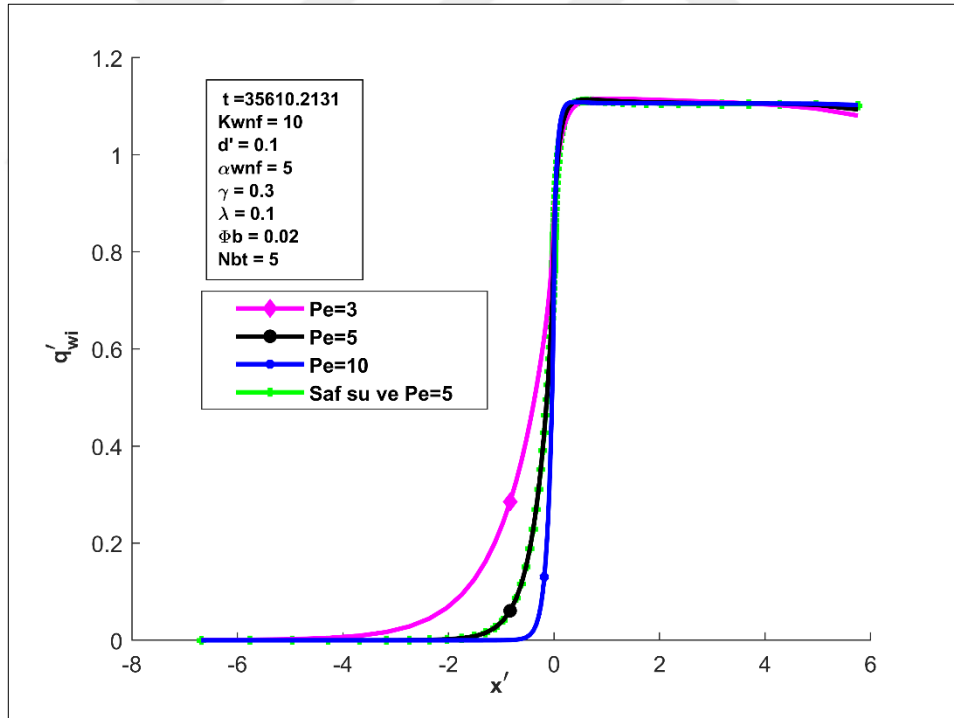
Sonuçlar birkaç yönden ilginçtir. İlk olarak, üst akış bölgesinde ön ısıtma miktarı Peclet sayısının değeri ile ters orantılı ve geçen süre ile doğru orantılıdır. Yani, Peclet sayısı ne kadar küçükse ön ısıtma o kadar yüksektir ve geçen süre ne kadar uzunsa ön ısıtmanın nüfuz etme mesafesi de o kadar büyüktür. Bu durum, Peclet sayısının küçülmesiyle aksenel iletimin artması olarak açıklanabilir. İkinci olarak, alt akış bölgesinin girişinde eğilim değişmektedir. Geçici zamanda, büyük Peclet sayısı yerel arayüzey ısı akısında keskin bir artış gösterir, ardından nanoakışkan alt akış bölgesinin girişinden uzaklaştıkça kademeli olarak azalır. Son olarak, sürekli rejimde, Peclet sayısının alt akış bölgesindeki yerel ısı akısı üzerindeki etkisi, geçici rejime kıyasla artık önemli değildir. Bu durumda, tam gelişmiş bir akış koşulu elde edilir ve boyutsuz sıcaklıkların farkı akış alanı boyunca sabit kalır.



Şekil 5. 10. $t' = 0.17637$ de Peclet sayısının arayüzey ısı akısına etkisi.



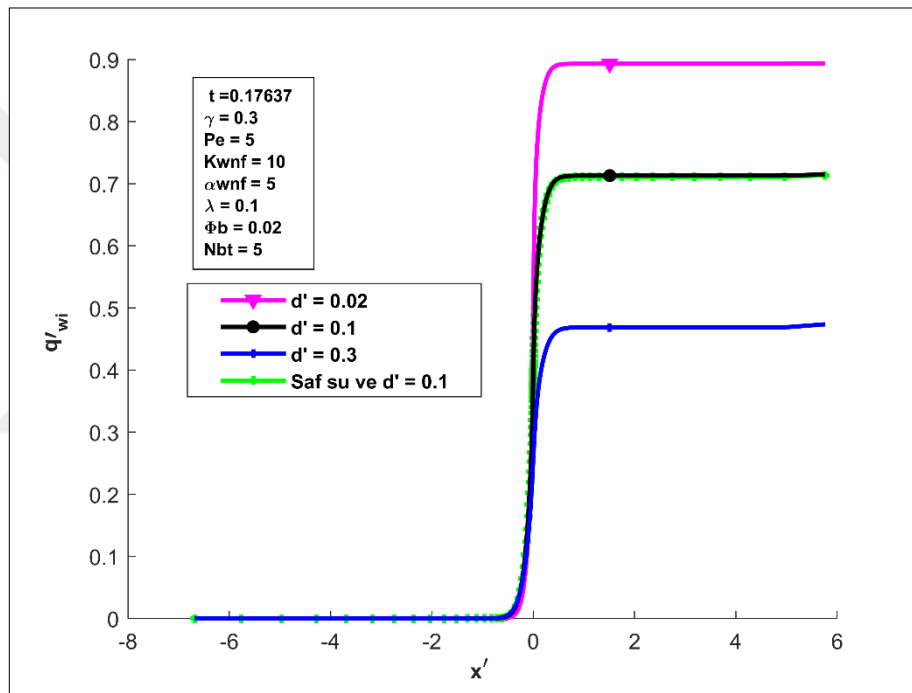
Şekil 5. 11. $t' = 4.6956$ da Peclet sayısının arayüzey ısı akısına etkisi.



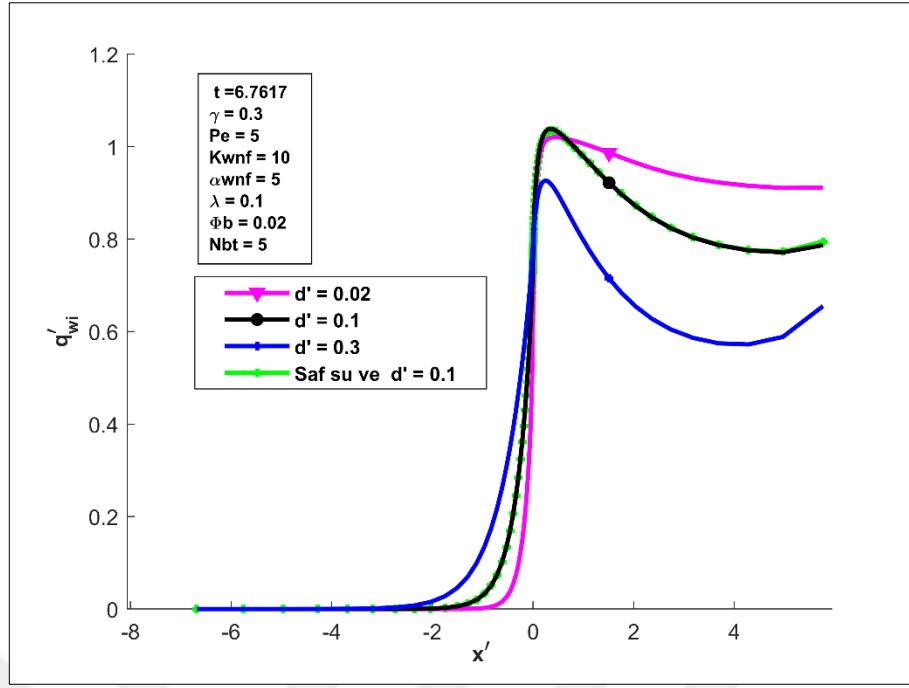
Şekil 5. 12. Sürekli rejimde Peclet sayısının arayüzey ısı akısına etkisi.

Şekiller 5.13-5.15, farklı cidar kalınlık oranı değerleri için ısı akısı dağılımlarının zamanla değişimini göstermektedir. Görüldüğü gibi geçici rejimde, üst akış bölgesinin çıkışı civarında, cidar ne kadar ince olursa ısı akısı değerleri de o kadar küçük olmaktadır. Yani cidar tarafındaki eksenel iletimden kaynaklanan ön ısıtma miktarı, cidar kalınlık

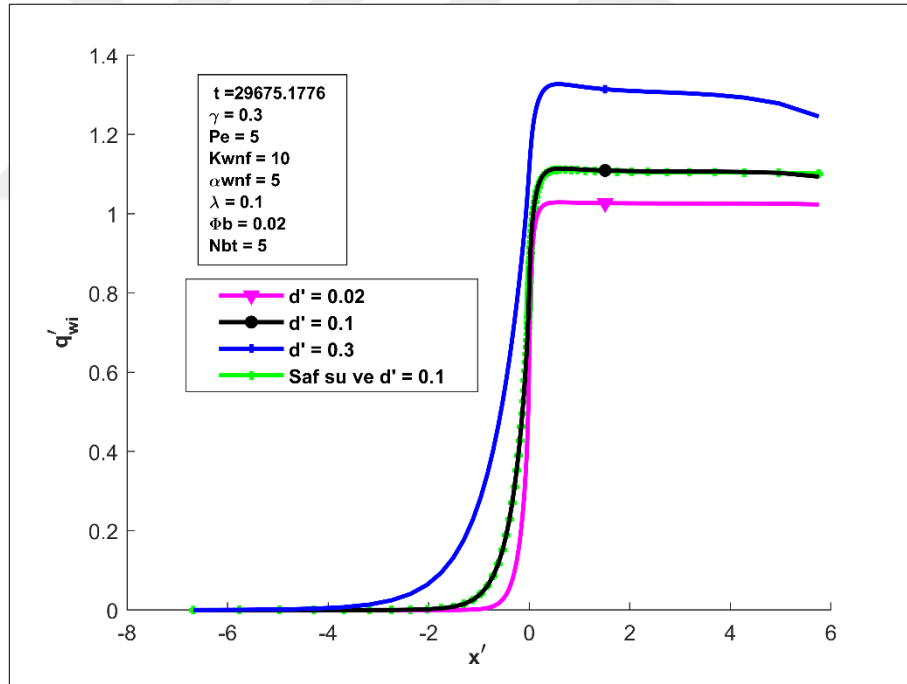
oranının küçük değerleri için azdır. Ancak, alt akış bölgesinin girişinde, ince cidarlı borular için, radyal iletim cidardaki eksenel iletimden daha fazladır. Bu nedenle, cidardan gelen yüksek miktarda ısı akısı arayüzeydeki nanoakışkan içinde kolayca ve hızlı bir şekilde yayılır. Nanoakışkan akış yönü boyunca ilerledikçe, iç yüzey ile akışkan yığık sıcaklık farkı azalır ve bu da ısı transferinin azalmasına neden olur. Sürekli rejimde, cidar kalınlık oranı arttığında cidardan nanoakışkana daha fazla ısı aktarıldığı Şekil 5.15'de görülmektedir. Sürekli rejim için sonuçlar aynı zaman anında çizilmiş olsa da, sürekli rejim koşullarına ulaşma süresinin farklı cidar kalınlık oranları için aynı olmadığı unutulmamalıdır. Bu süre cidar kalınlık oranı ile birlikte artmaktadır.



Şekil 5. 13. $t^* = 0.17637$ de cidar kalınlık oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



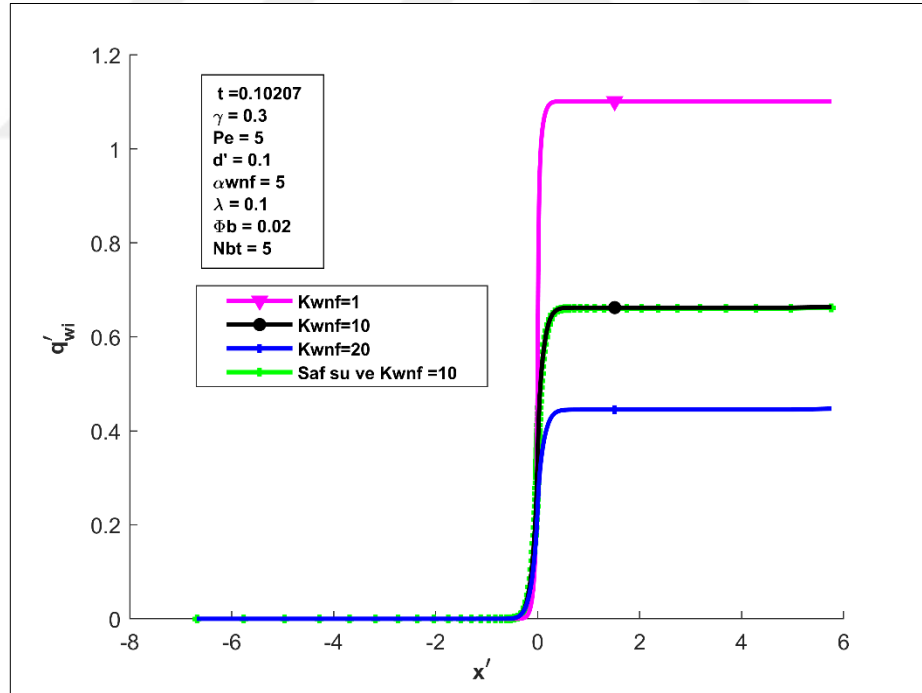
Şekil 5. 14. $t' = 6.7617$ de cidar kalınlık oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



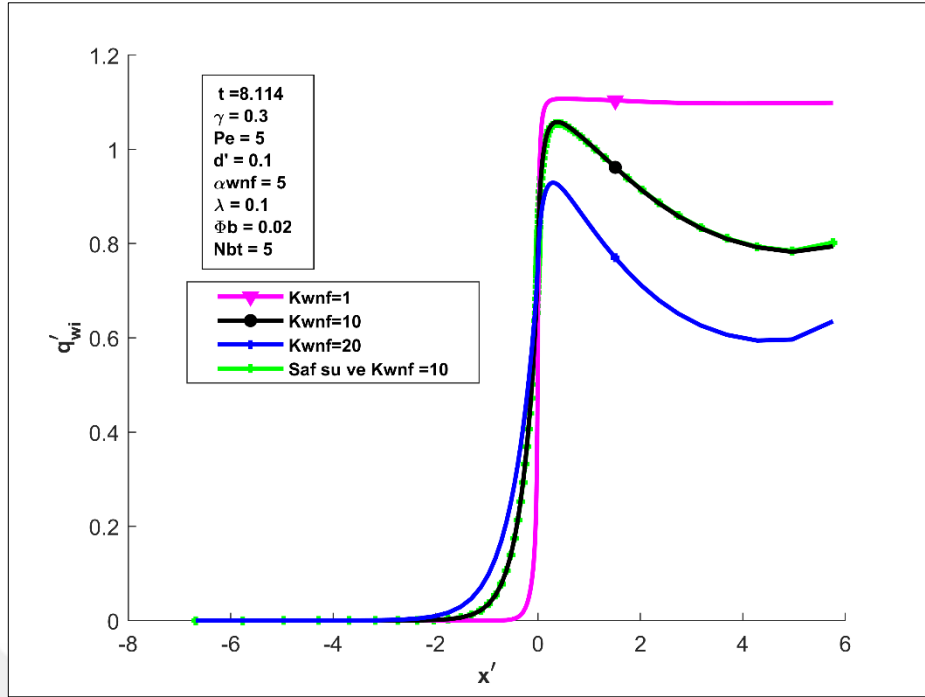
Şekil 5. 15. Sürekli rejimde cidar kalınlık oranının arayüzey ısı akısına etkisi.

Şekiller 5.16-5.18, cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisini göstermektedir. Üst akış bölgesinin çıkışına yakın yerlerde, ön ısıtma ve ısının nüfuz etme mesafesi hem geçici hem de sürekli rejimde cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı arttıkça büyümektedir. Bunun başlıca iki nedeni vardır: Yüksek cidar ısı iletkenlik katsayısı değeri ve üst akış bölgesinin çıkışı civarında akış yönündeki

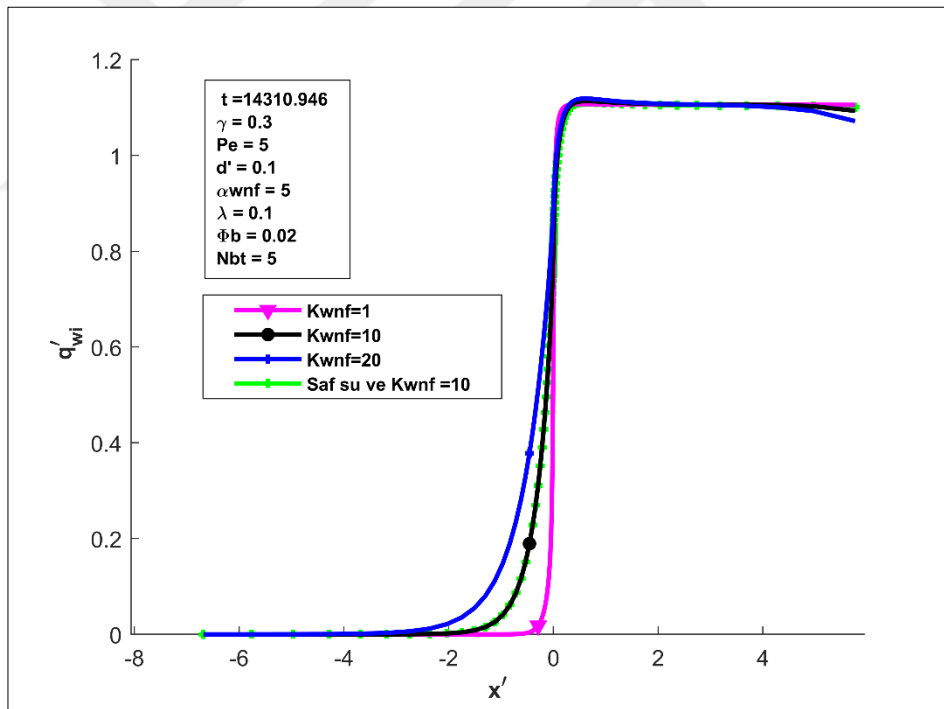
sıcaklık gradyanı nedeniyle geriye doğru eksenel iletim. Üst akış bölgesindeki dağılımların aksine, alt akış bölgesinde, cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı ne kadar yüksekse, ısı akısı değerleri o kadar düşüktür. Bunun açıklaması k_{wnf} ve α_{wnf} arasındaki ilişki ile yapılabilir. α_{wnf} sabit tutularak $k_{wnf} = \alpha_{wnf}(\rho_w C_w / \rho_{nf} C_{nf})$ artırıldığında $\rho_w C_w$, duvarın ısı kapasitesi akışkanınkinden çok daha büyük olacaktır (Ateş ve diğ., 2010). Şekil 5.18'de görüldüğü gibi, sürekli rejimde, bu değer aralığı için, k_{wnf} 'nin ısı akısı üzerindeki etkisi alt akış bölgesinde artık önemli olmamaktadır. Bu durum, cidarın dış yüzeyinde belirli bir sabit ısı akısı durumunda elde edilebilecek maksimum arayüzey ısı akısı ile açıklanabilir. Cidar-akışkan ara yüzey alanı sabit olduğundan, sürekli rejimde, maksimum ısı akısı cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranından bağımsızdır. Bununla birlikte, sürekli rejime ulaşma süresi k_{wnf} 'nin değerinden etkilenir. Bu süre büyük k_{wnf} değerleri için oldukça uzundur. Bu da aynı şekilde k_{wnf} arttığında α_{wnf} 'nin sabit tutulmasından kaynaklanan cidarın ısı kapasitesindeki artış nedeniyle ısı transferinin gecikmesine bağlanabilir.



Şekil 5. 16. $t' = 0.10207$ de cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



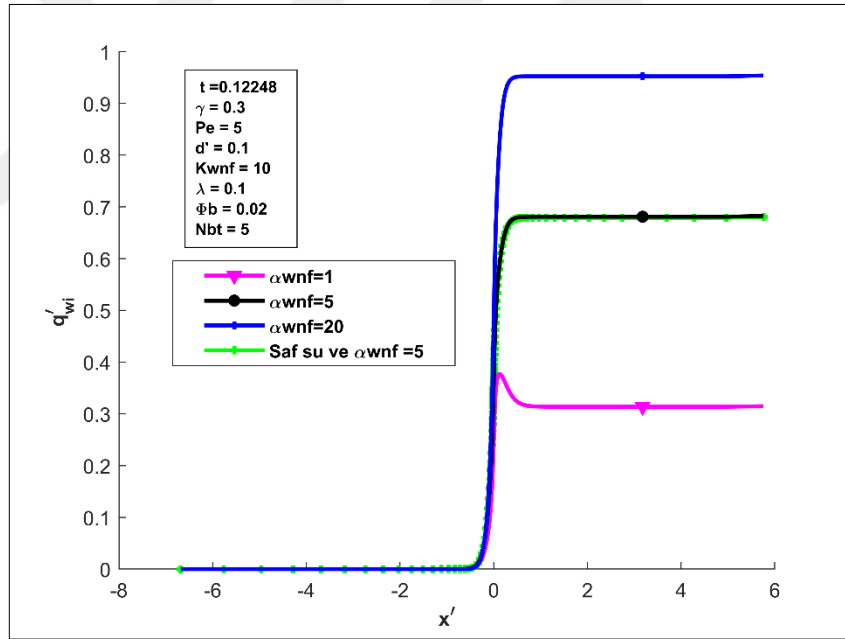
Şekil 5. 17. $t' = 8.114$ de cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



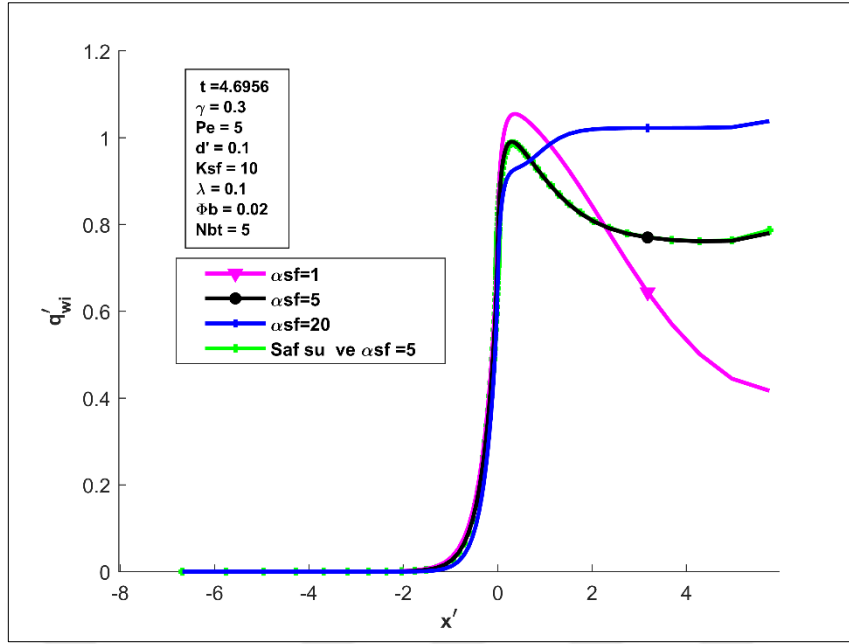
Şekil 5. 18. Sürekli rejimde cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.

Cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisi de incelenmiş ve sonuçlar Şekiller 5.19-5.21'de gösterilmiştir. Görülebileceği gibi, hem üst hem de alt akış bölgelerinde, erken zamanlarda, arayüzey ısı akısı cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranının yüksekliğiyle artmaktadır. Bu durum, ısı

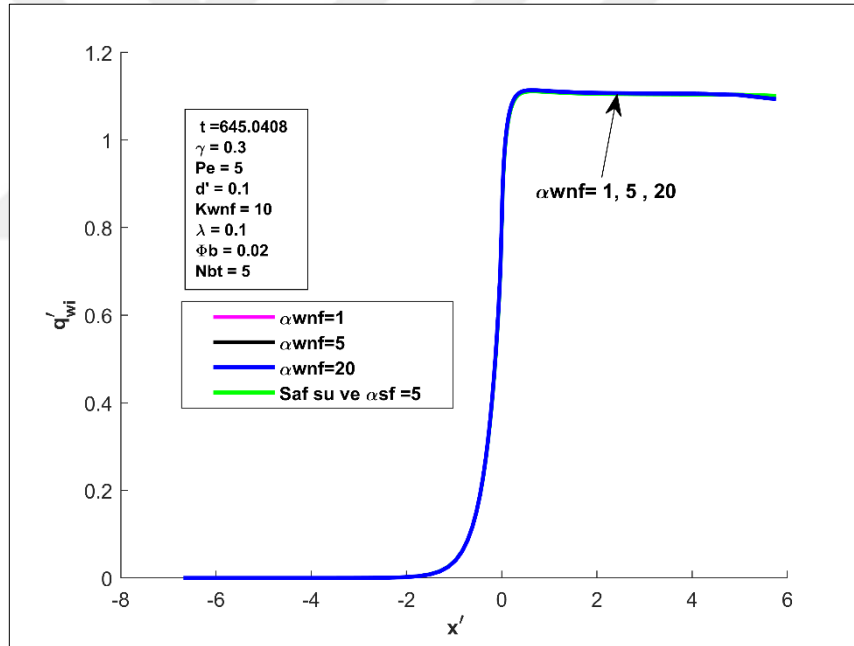
yayılım katsayısı ne kadar yüksek olursa, ısının cidardan akışkan ortamına transferinin o kadar hızlı olacağı şeklinde açıklanabilir. Cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının daha düşük değerleri ile biraz daha fazla bir ön ısıtma etkisi elde edilmektedir. Alt akış bölgesinin başlangıcında, ısı akısı eğrileri erken zamanlarda büyük α_{wnf} için daha yüksek olan ve akışkan sıcaklığındaki hızlı artış nedeniyle ara zamanlarda daha hızlı azalan bir pik değer alır. Zamanla, akış yönü boyunca uzaktaki ısı akıları beklendiği gibi sürekli rejimde aynı asimptotik değere ulaşır. Şekil 5.21'de görüldüğü gibi, sürekli rejimde, cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısı üzerinde herhangi bir etkisi bulunmamaktadır. Bu, duvarın dış yüzeyinden verilen ısı akısının sabit olması durumunda her zaman geçerlidir. Sürekli rejime ulaşma süresi büyük ölçüde cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının büyüklüğüne bağlıdır. Oran ne kadar küçükse, geçen süre de o kadar büyük olur. Başka bir deyişle, cidar ısı kapasitesi ne kadar büyükse, sürekli rejime ulaşma süresi de o kadar uzun olur.



Şekil 5. 19. $t^*=0.12248$ de cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



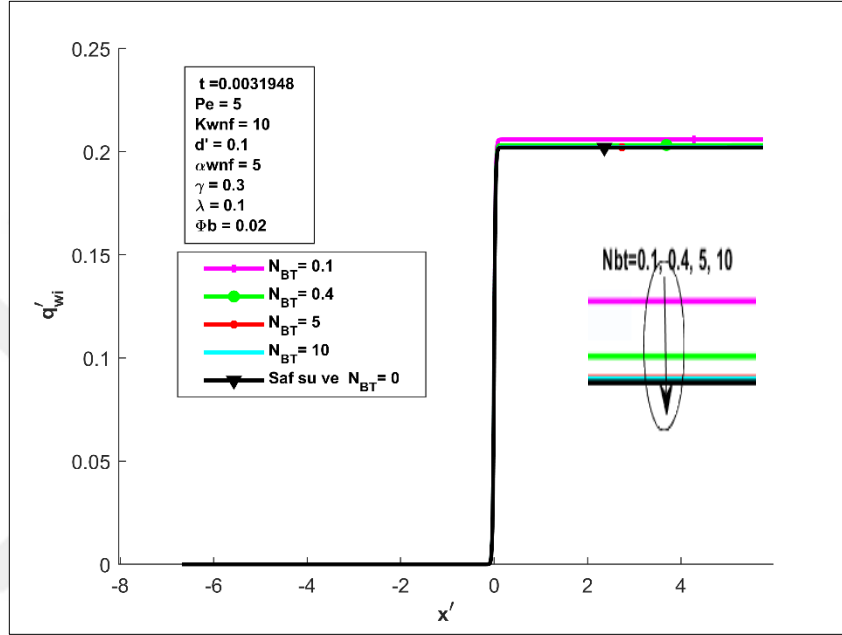
Şekil 5. 20. $t' = 4.6956$ de cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.



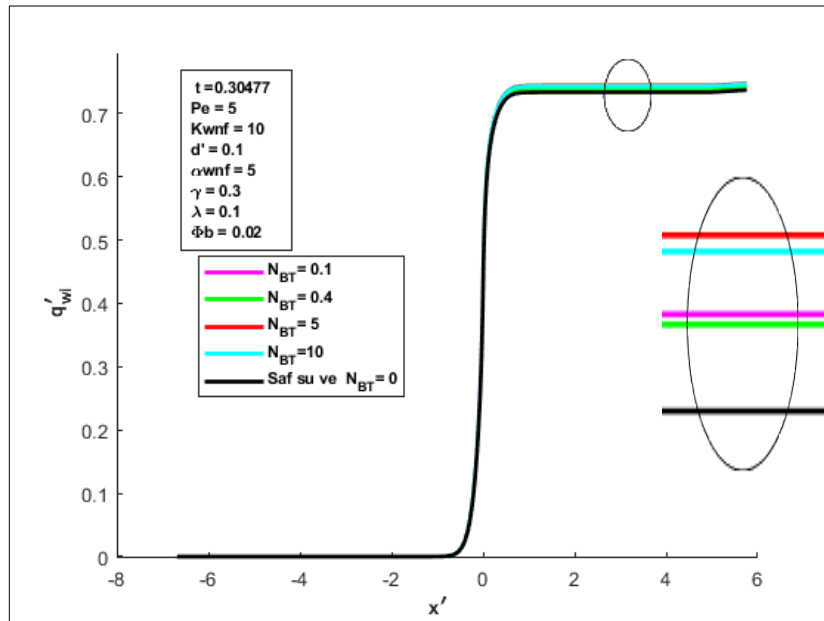
Şekil 5. 21. $t' = 0.12248$ de cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının arayüzey ısı akısına etkisi.

Problemin tanımlayıcı parametrelerinin etkilerini daha iyi ortaya koyabilmek için Brownian ve termoforez yayılma katsayıları oranının arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisi incelenmiş ve bulgular Şekiller 5.22-5.24'te gösterilmiştir. Arayüzey ısı akısı profillerinde önemli bir farklılık gözlenmese de, Şekil 5.22'de görüldüğü gibi, erken geçici zaman adımlarında N_{bt} azaldıkça cidardan nanoakışkana daha fazla ısı aktarıldığı söylenebilir. Bunun nedeni, cidar-nanoakışkan ara yüzeyi ile iç bölge arasındaki daha

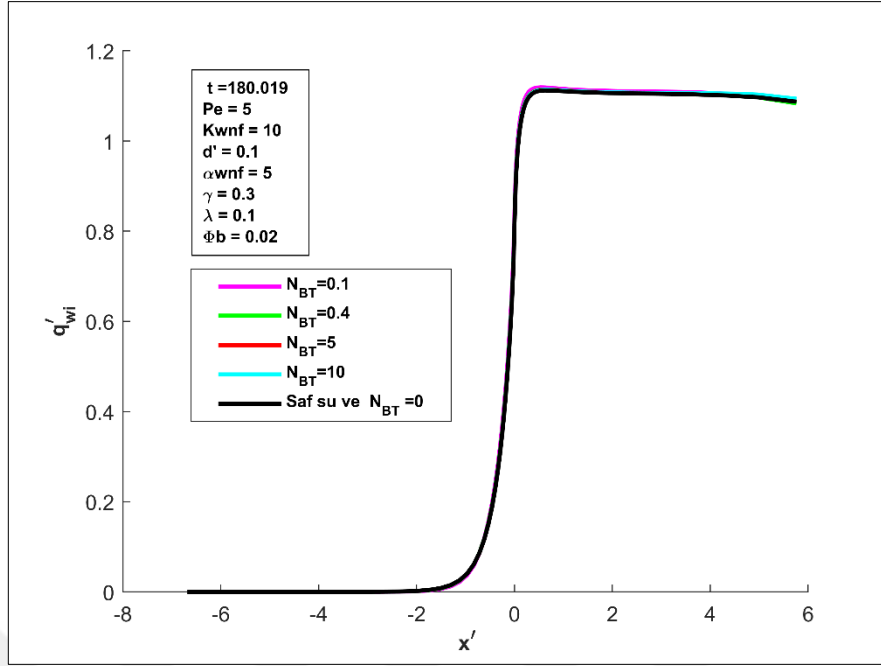
büyük sıcaklık gradyanıdır. Termoforez kuvvetin sıcaklık gradyanı ile orantılı olduğu unutulmamalıdır. Dolayısıyla, sıcaklık gradyanı arttıkça termoforez kuvvet de artar. Sonuç olarak, Brownian yayılma hızının termoforez yayılma hızına oranı, termoforez yayılma katsayısındaki artışla birlikte azalır. Bununla birlikte, söz konusu sıcaklık gradyanı zaman geçtikçe azalır ve bir noktaya kadar, N_{bt} arttıkça daha fazla ısı transfer edildiği görülebilir. Şekil 5.24'te görüldüğü gibi, sürekli rejim koşullarında N_{bt} 'nin arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisi çok belirgin değildir.



Şekil 5.22. $t'=0.0031948$ de Brownian ve termoforez yayılma katsayıları oranının arayüzey ısı akısına etkisi

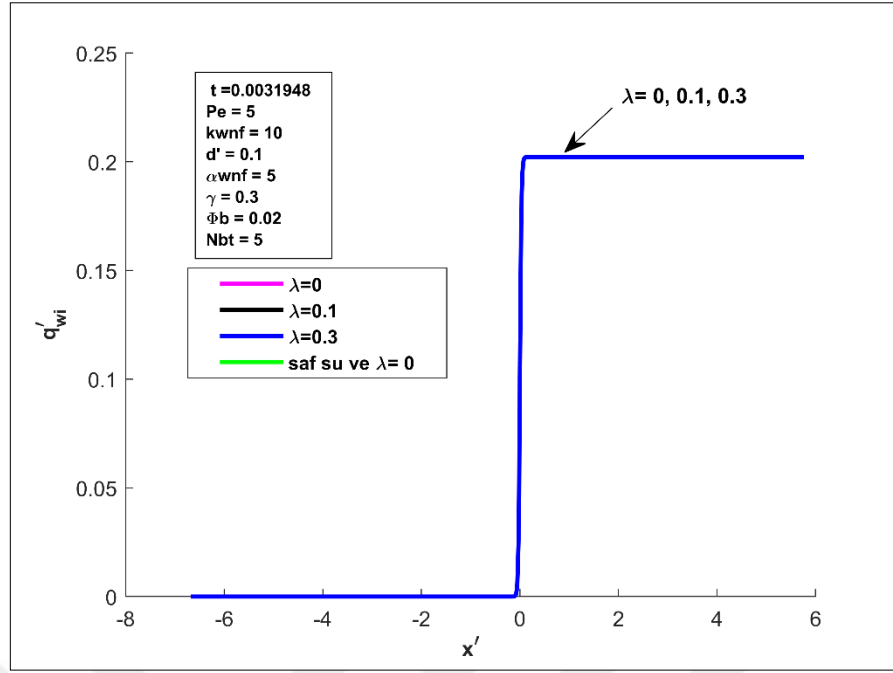


Şekil 5.23. $t'=0.30477$ de Brownian ve termoforez yayılma katsayıları oranının arayüzey ısı akısına etkisi

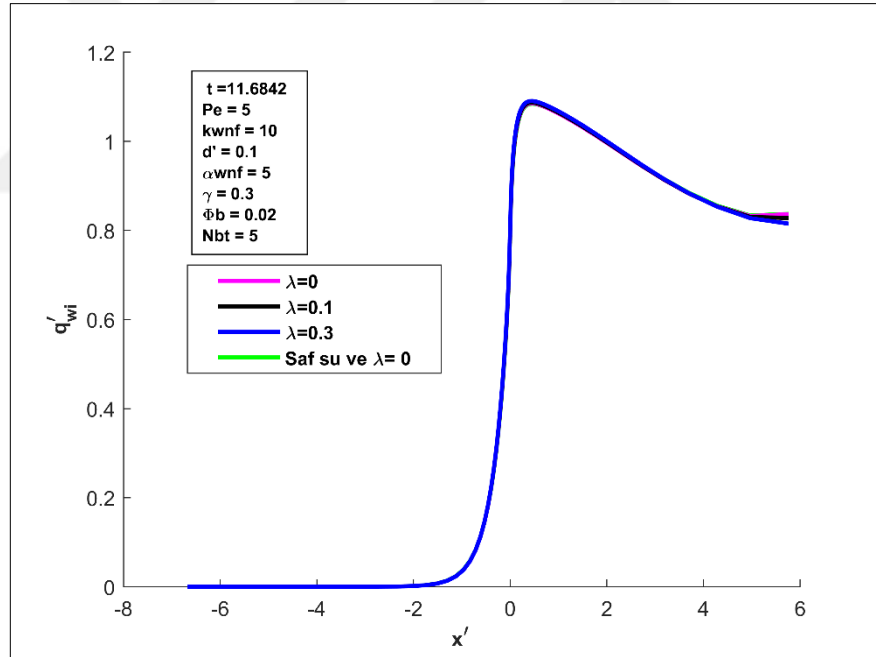


Şekil 5. 24. Sürekli rejimde Brownian ve termoforez yayılma katsayıları oranının arayüzey ısı akısına etkisi

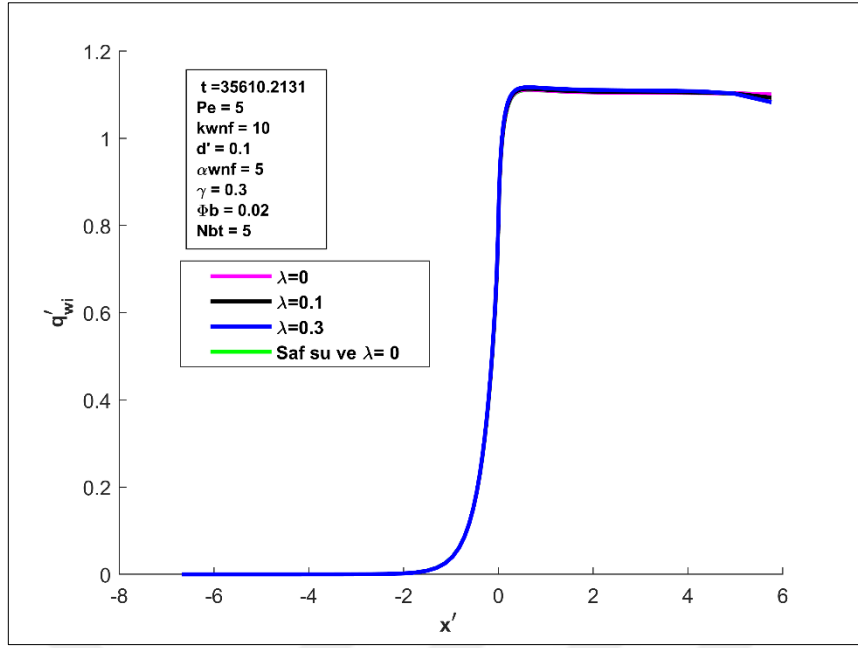
Şekiller 5.25- 5.27 kayma hızı parametresinin yerel arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisini göstermektedir. Kayma hızı parametresinin arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisinin, dikkate alınan zaman rejimi ne olursa olsun ihmal edilebilir olduğu açıkça görülmektedir. Ayrıca, elde edilen sonuçlar bu parametrenin arayüzey sıcaklığını etkilemediğini de ortaya koymuştur. Öte yandan, erken geçici evrede yığık sıcaklık üzerindeki etkisinin oldukça belirgin olduğu belirtilmelidir. Bu durum Şekiller 5.28- 5.29'da görülebilir; kayma hızı parametresi arttıkça yığık sıcaklık da artmaktadır. Ayrıca, kayma hızı parametresinin yığık sıcaklık üzerindeki bu etkisi zaman geçtikçe azalmakta ve süreç sürekli rejim koşullarına yaklaştıkça önemli ölçüde ortadan kalkmaktadır.



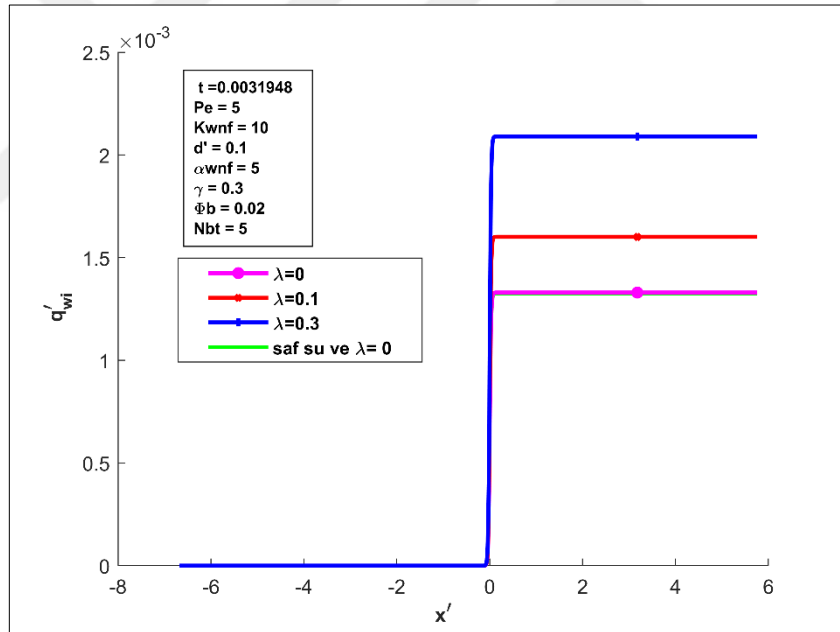
Şekil 5.25. $t'=0.0031948$ de hız kayma parametresinin arayüzey ısı akısına etkisi



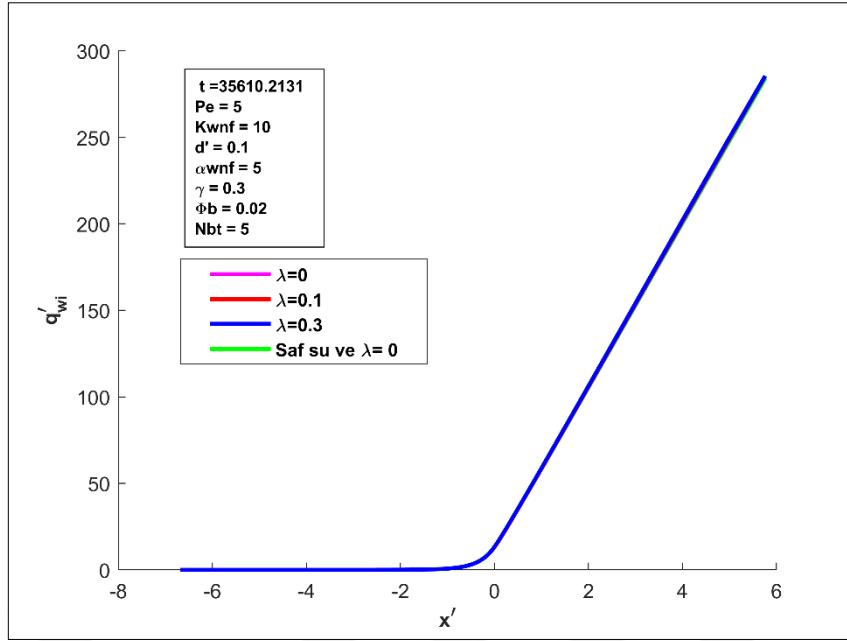
Şekil 5. 26. $t'=11.6842$ de hız kayma parametresinin arayüzey ısı akısına etkisi



Şekil 5.27. Sürekli rejimde hız kayma parametresinin arayüzey ısı akısına etkisi

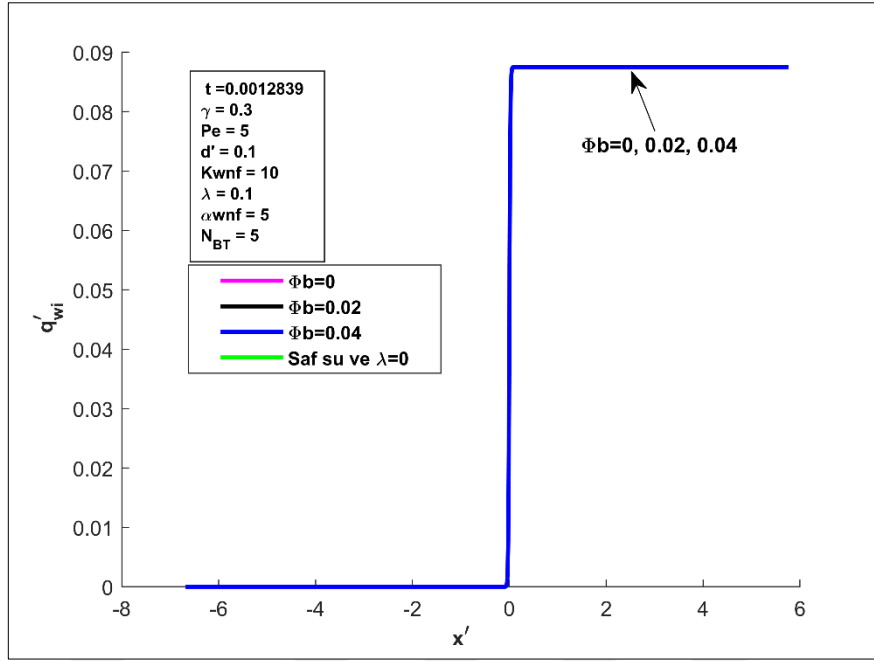


Şekil 5. 28. $t'=0.0031948$ de hız kayma parametresinin boyutsuz yığık sıcaklığa etkisi

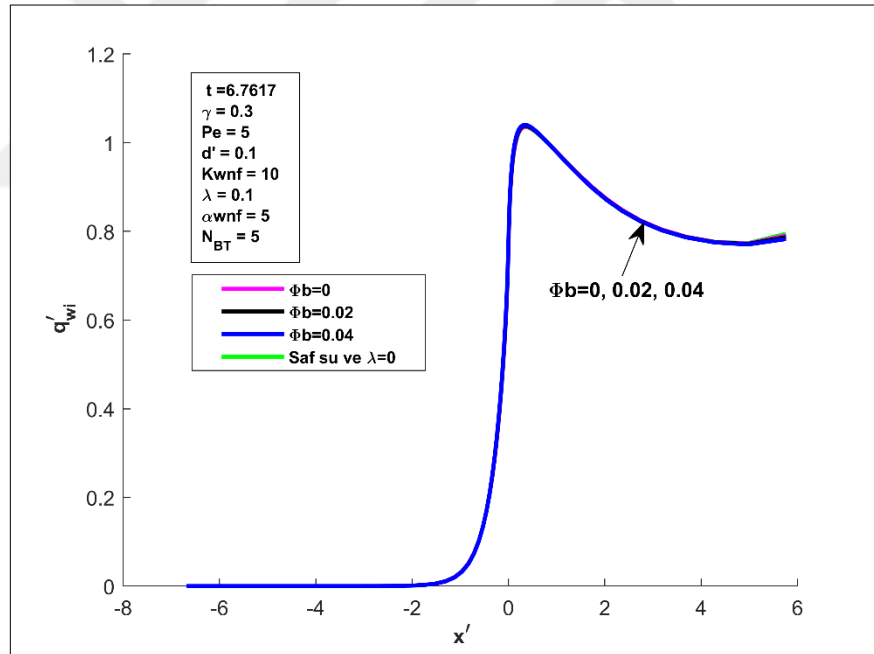


Şekil 5. 29.Sürekli rejimde hız kayma parametresinin boyutsuz yığık sıcaklığa etkisi

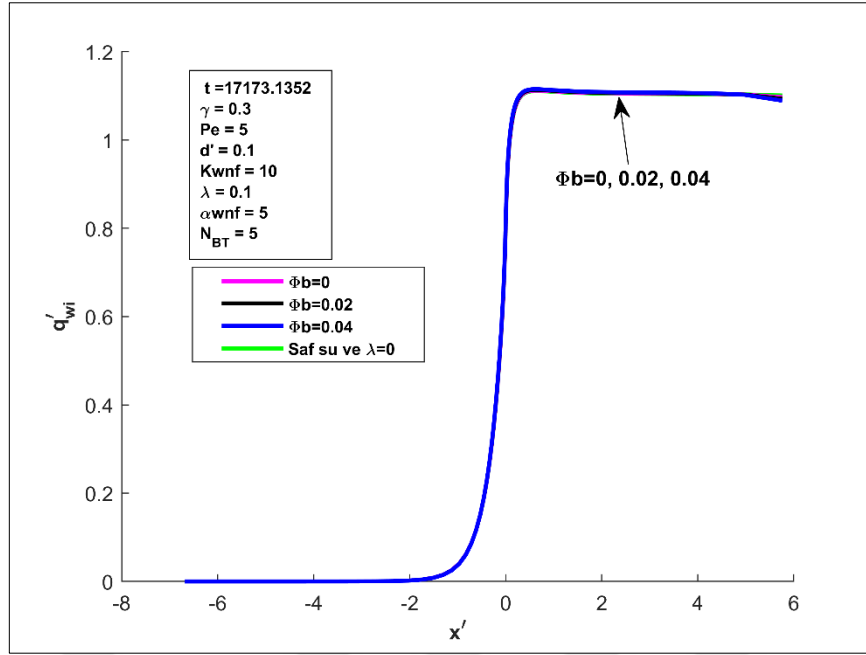
Farklı zaman anlarında yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının fonksiyonu olarak arayüzey ısı akısının değişimleri Şekiller 5.30-5.32'de verilmiştir. Kesin bir şekilde ifade etmek gerekirse, bulgular arayüzey ısı akısındaki değişimin nanoparçacık hacim oranının değerinden bağımsız olduğunu göstermektedir. Aynı gözlem arayüzey sıcaklığının değişimi için de yapılmıştır. Bu çalışmanın bulgularına dayanarak, yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının değeri, Şekiller 5.33-5.36'da görüldüğü gibi yalnızca nanoakışkan tarafındaki sıcaklık dağılımlarını etkileyebilir. Bunlar bir arada ele alındığında, alt akış bölgesinde belirli bir boru kesiti için, Şekiller 5.33-5.35 de görüldüğü gibi, nanoakışkanın sıcaklığı ϕ_b değeri arttıkça artmaktadır. Tersine, üst akış bölgesinde eğilim farklıdır. Şekil 5.36'da görüleceği üzere, üst akış bölgesinde belirli bir boru kesitinde, ϕ_b değerinin artması o kesitteki sıcaklıkların hafifçe düşmesine yol açmaktadır.



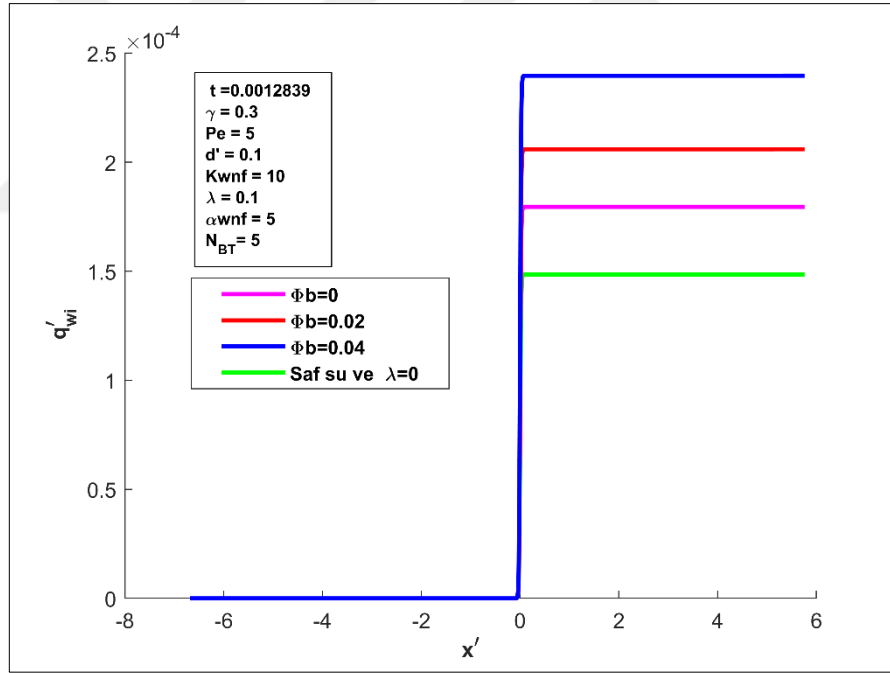
Şekil 5. 30. $t' = 0.0012839$ de yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının arayüzey ısı akısına etkisi



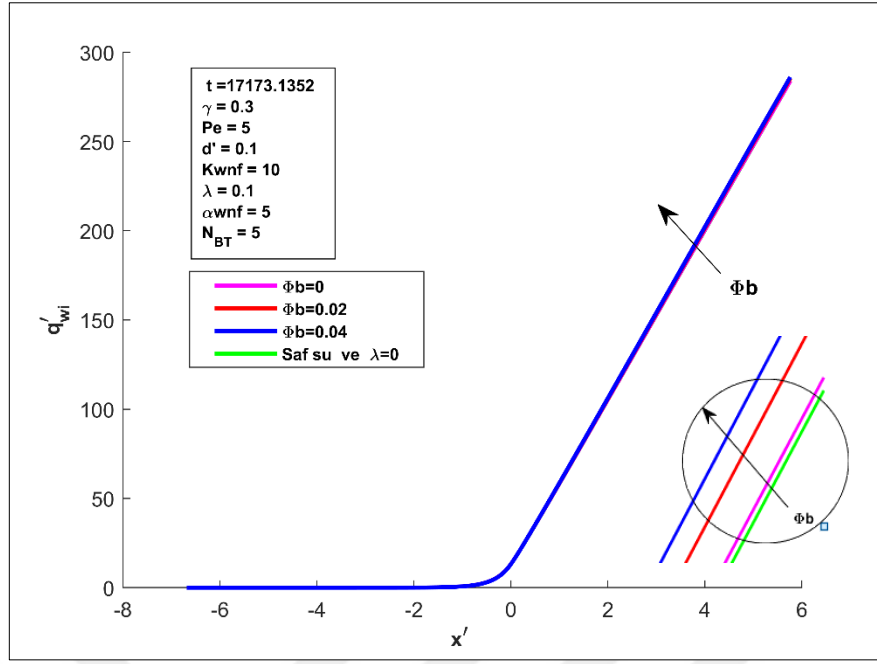
Şekil 5. 31. $t' = 6.7617$ de yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının arayüzey ısı akısına etkisi



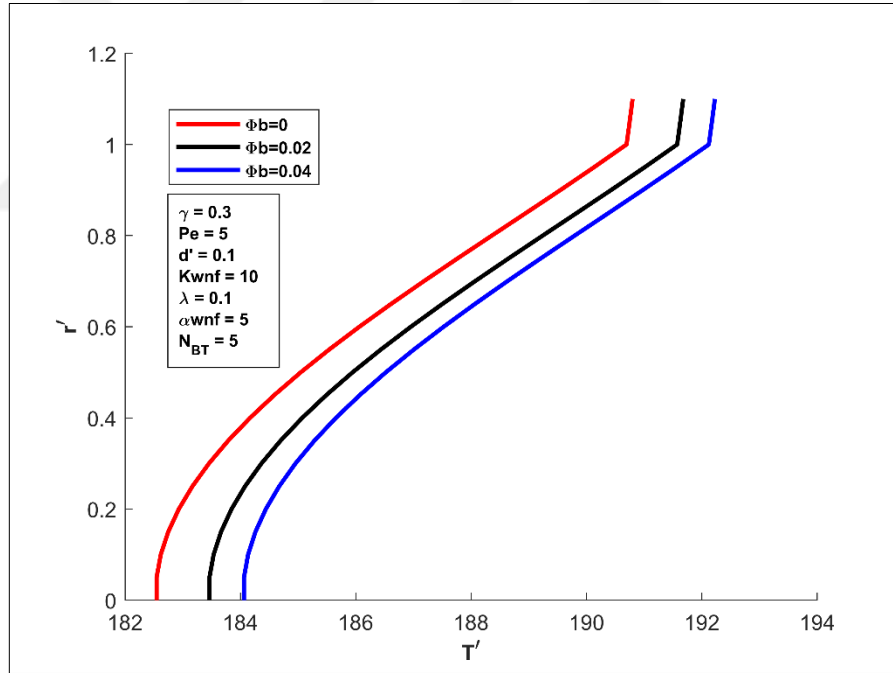
Şekil 5. 32. Sürekli rejimde yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının arayüzey ısı akısına etkisi



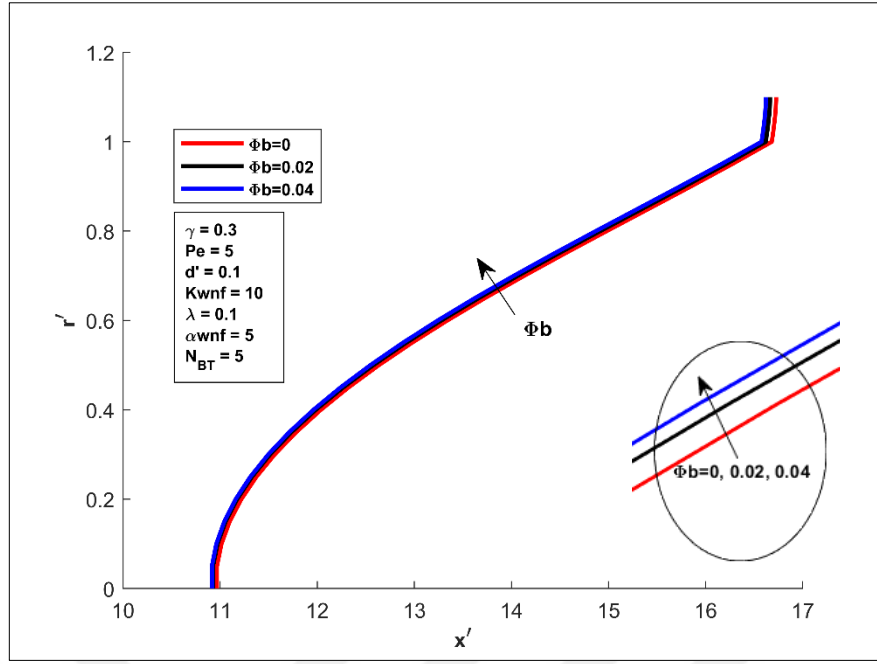
Şekil 5. 33. $t=0.0012839$ da yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının farklı değerleri için nanoakışkan yığık sıcaklığının değişimi.



Şekil 5. 34. Sürekli rejimde yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının farklı değerleri için nanoakışkan yığık sıcaklığının değişimi.



Şekil 5. 35. Sürekli rejimde, alt akış bölgesindeki bir boru kesitinde, yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının farklı değerleri için sıcaklığın radyal dağılımları.



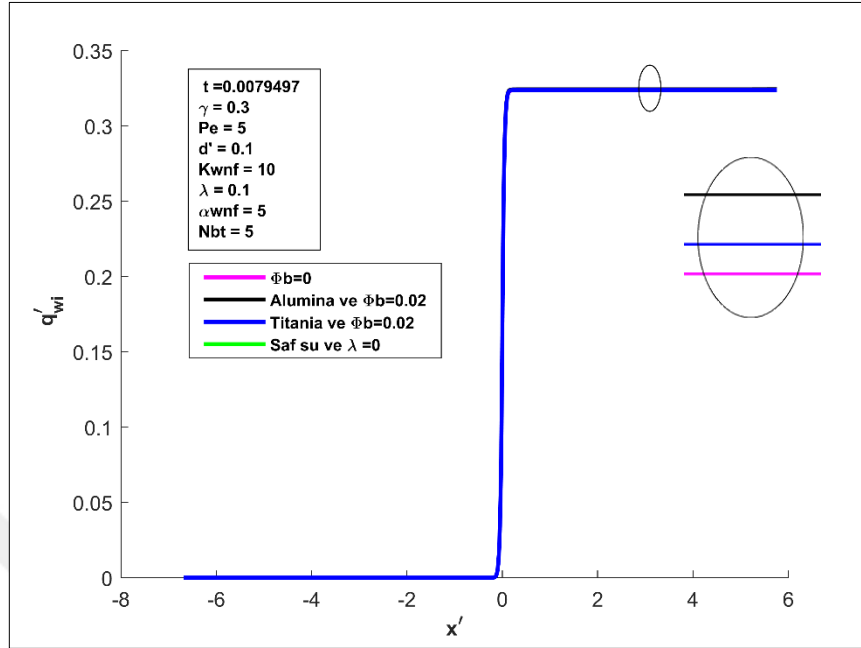
Şekil 5. 36. $t^*=72.3456$ de, üst akış bölgesindeki bir boru kesitinde, yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının farklı değerleri için sıcaklığın radyal dağılımları.

Nanoakışkan tipinin ısı performans üzerindeki önemini daha iyi ortaya koymak için karşılaştırmalı bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, iki nanoakışkan tipi - alümina/su ve titania/su - aynı koşullar altında ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlara ilişkin gözlemleri açıklamak için bazı sonuçlar aşağıdaki satırlarda sunulmuştur.

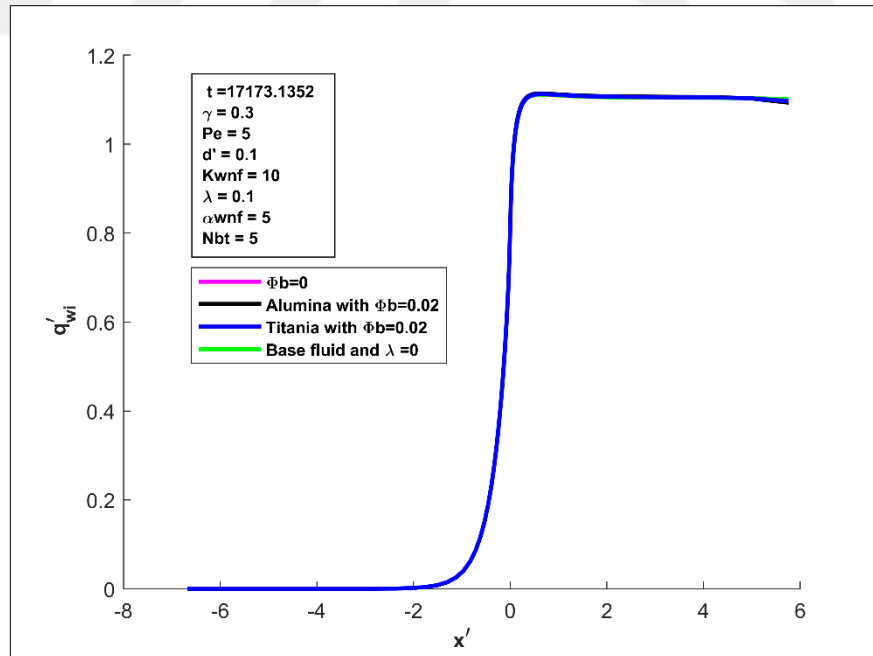
Şekiller 5.37-5.38 hız kayması olmayan saf su ve hız kayması olan saf su, alümina/su nanoakışkan ve titania/su nanoakışkan için arayüzey ısı akısının değişimini göstermektedir. Bu sonuçlardan, cidar-akışkan arayüzeyindeki yerel ısı transferinin kullanılan nanoakışkan türüne büyük ölçüde bağlı olmadığı açıkça görülmektedir. Bu gözlem, erken geçici zaman adımlarından sürekli rejim koşullarına ulaşmak için geçen süreye kadar geçerlidir. Aynı sonuç Şekiller 5.39-5.40'taki arayüzey sıcaklığı dağılımları için de geçerlidir. Farklı akışkanlar için arayüzey sıcaklık değerlerindeki fark önemli düzeyde değildir. Bununla birlikte, ayrıntılı gözlemler ısı performans açısından alümina/su nanoakışkanının titania/su nanoakışkanından ve baz akışkandan biraz daha iyi olduğunu göstermektedir.

Farklı nanoakışkan türleri için nanoakışkan yığık sıcaklığının değişimine ilişkin sonuçlar Şekiller 5.41-5.42'de sunulmuştur. Elde edilen sonuçlardaki farklılık geçici rejim boyunca açıkça görülmektedir. Alümina/su karışımı ile daha yüksek sıcaklık değerleri gözlenmektedir. Bu durum, farklı nanoakışkan türleri için sıcaklıkların radyal

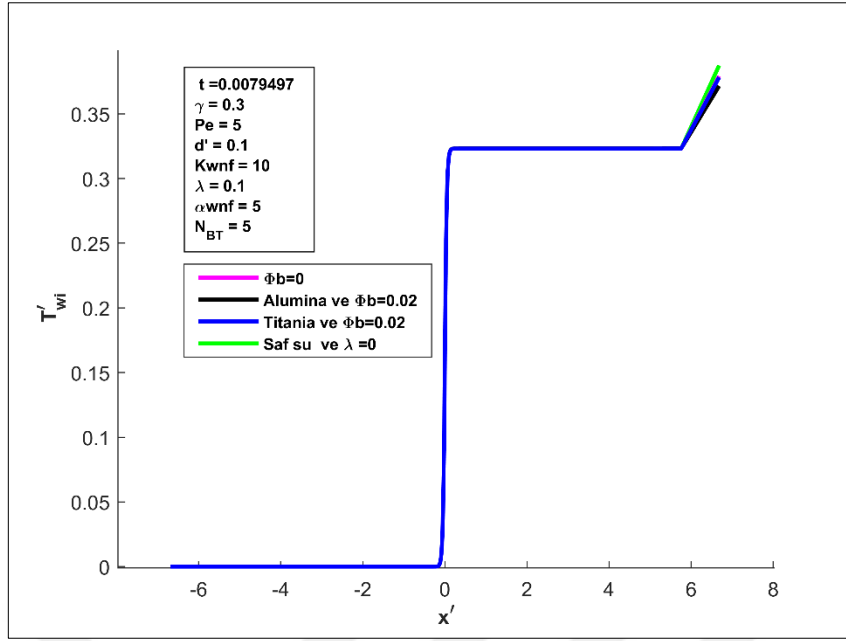
dağılımlarının verildiği Şekil 5.43'te de açıkça görülebilir. Alümina/su nanoakışkanının iyi bir ısı transfer ortamı olduğunu söylemek gerekir.



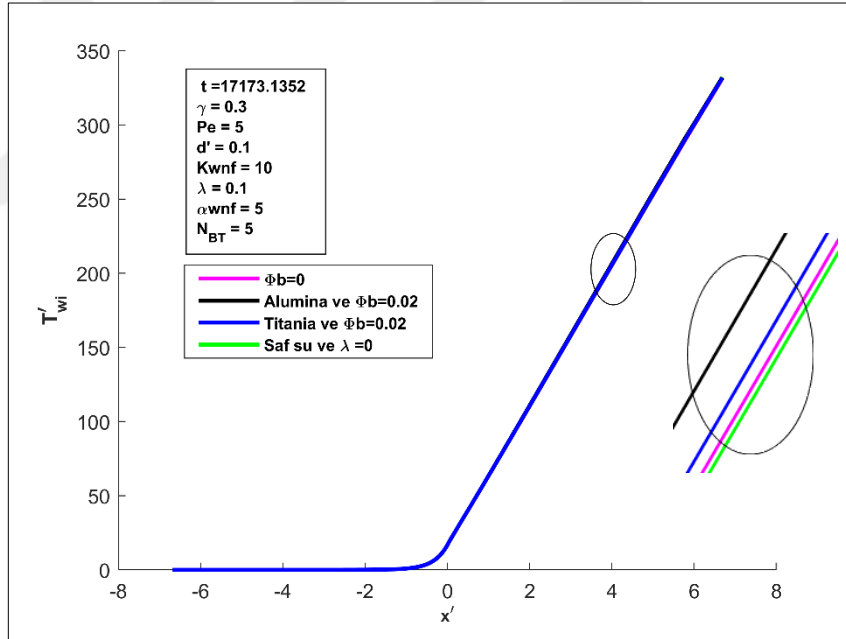
Şekil 5.37. $t'=0.0079497$ de nanoparçacık tipinin arayüzey ısı akısına etkisi



Şekil 5.38. Sürekli rejimde nanoparçacık tipinin arayüzey ısı akısına etkisi

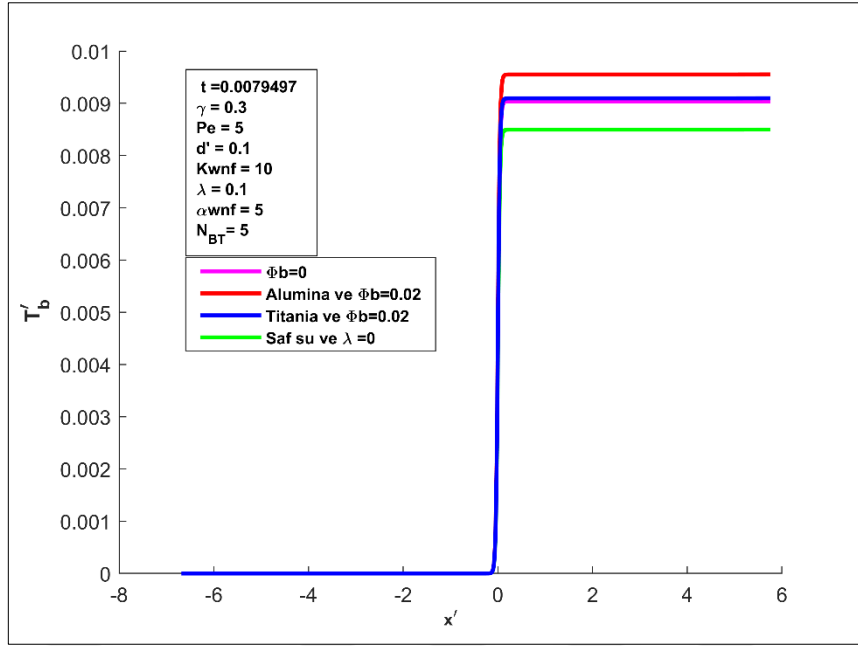


Şekil 5.39. $t'=0.0079497$ de nanoparçacık tipinin arayüzey sıcaklığına etkisi

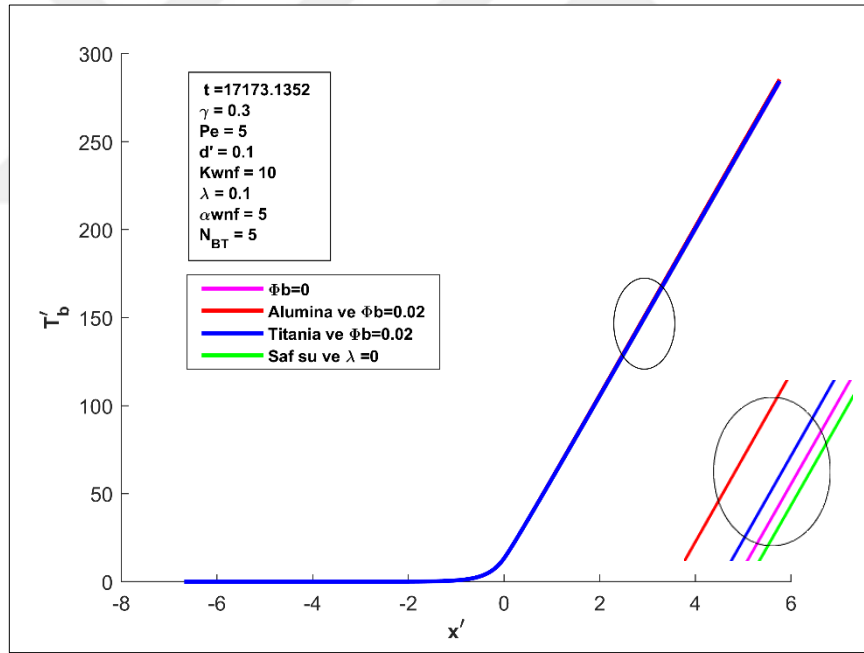


Şekil 5.40. Sürekli rejimde nanoparçacık tipinin arayüzey sıcaklığına etkisi

Farklı nanoakışkan türleri için sürekli rejimde yerel Nusselt sayısı değişimleri Şekil 5.44'te verilmiştir. Yerel Nusselt sayıları hız kayması olmayan/ hız kayması olan baz akışkan, alümina/su ve titania/su karışımları için gösterilmiştir. Yerel Nusselt sayısının alümina/su karışımında titania/su karışımına ve baz akışkana göre önemli ölçüde daha yüksek olduğu açıkça görülmektedir.



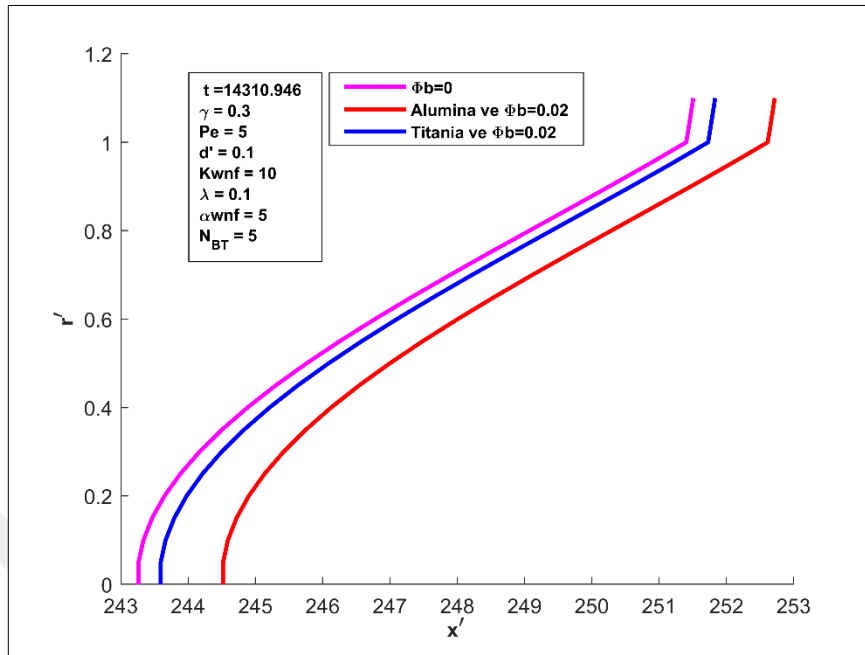
Şekil 5. 41. $t'=0.0079497$ de nanoparçacık tipinin nanoakışkan yığık sıcaklığına etkisi



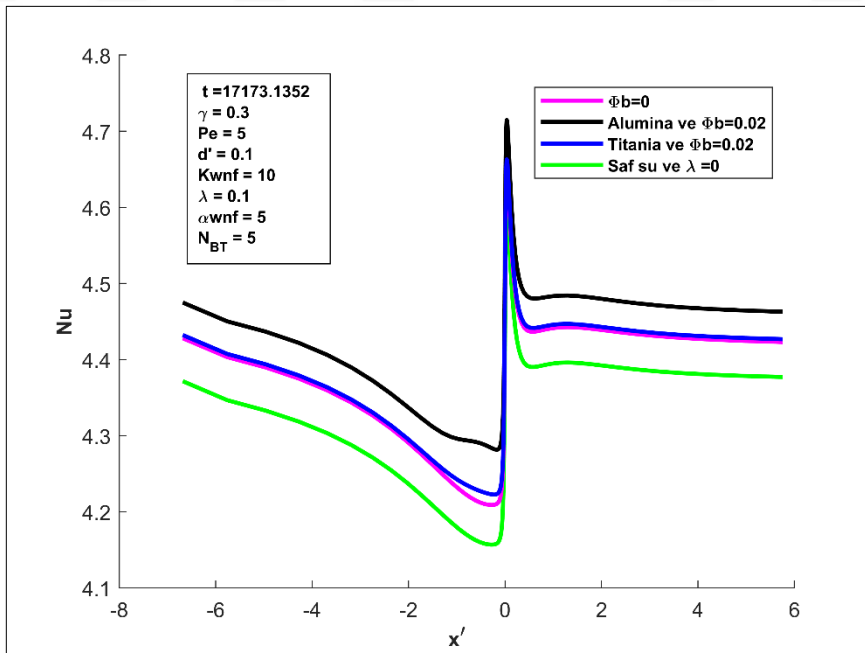
Şekil 5. 42. Sürekli rejimde nanoparçacık tipinin nanoakışkan yığık sıcaklığına etkisi

Sonuçlar başka bir açıdan da değerlendirilebilir. Bu çalışmadan elde edilen kanıtlar, kayma hızı parametresinin bir sistemin ısı performansını iyileştirmede rol oynadığını göstermektedir. Kayma hızı parametresi olmayan baz akışkan, kayma hızı parametresi olanlara kıyasla en düşük yerel Nusselt sayısı değerlerine sahiptir. Bunun

nedeni, kayma hızı parametresinin laminar akış için yerel Nusselt sayısı ile ters orantılı olan yerel yüzey sürtünmesini azaltma eğiliminde olmasıdır.



Şekil 5.43. Sürekli rejimde farklı nanoakışkanlar için sıcaklıkların radyal dağılımları: saf su, alümina/su ve titania/su.

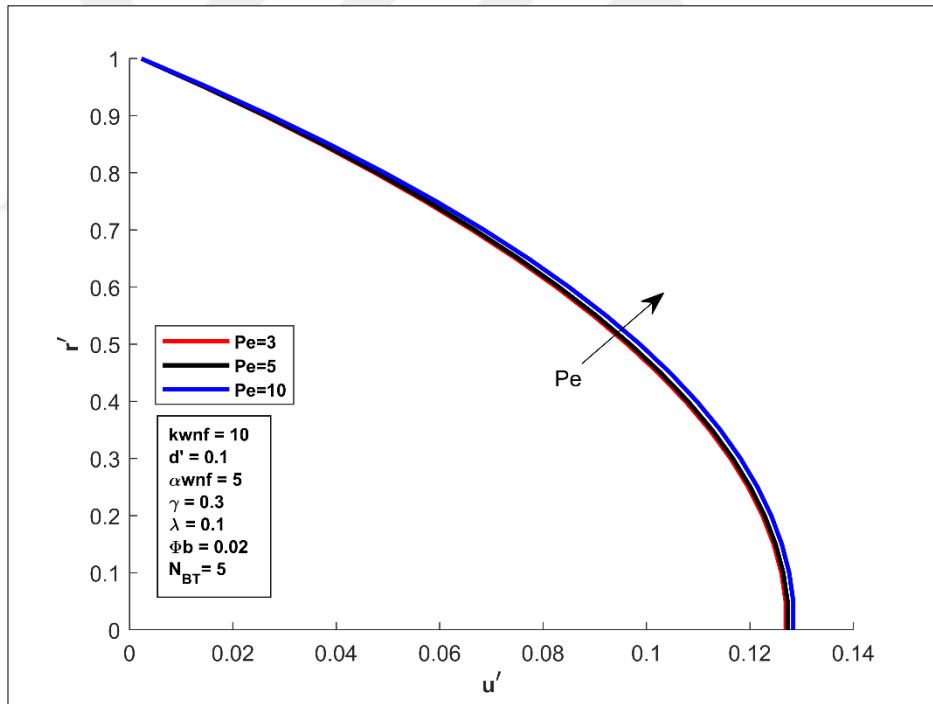


Şekil 5.44. Sürekli rejimde farklı nanoakışkanlar için yerel Nusselt sayısının değişimi.

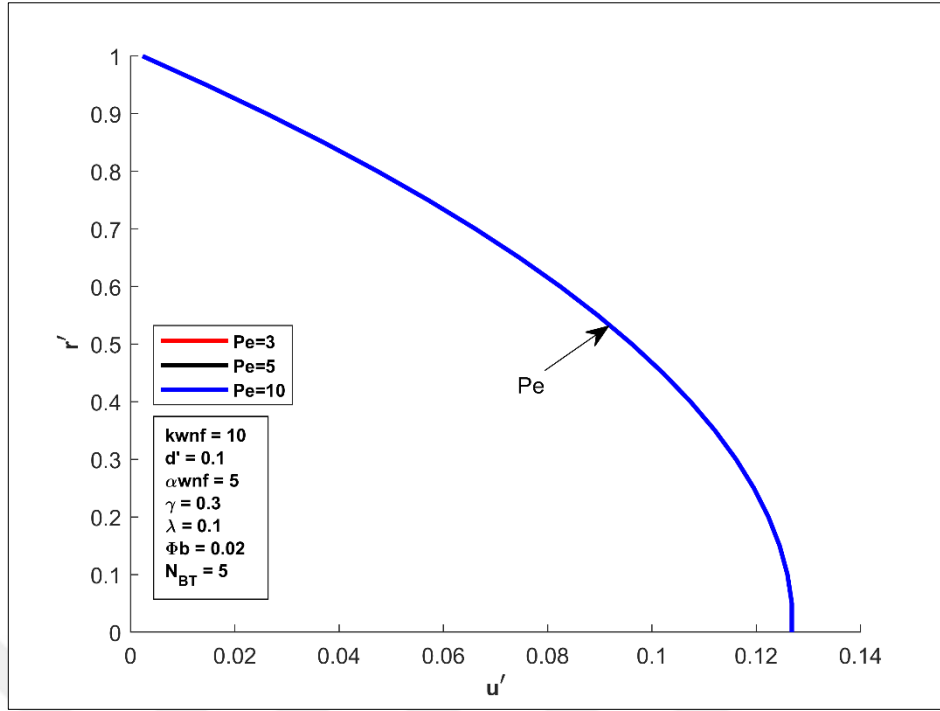
5.1.2. Parametrelerin Eksenel Hıza Etkileri

Bu bölümde, çalışma parametrelerinin eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki önemini değerlendirmek için ayrıntılı bir inceleme yapılmış ve elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur. Bu bölümdeki incelemeler eksenel hızın sürekli rejimde ulaştığı radyal dağılımlar üzerinden yapılmıştır.

Şekil 5.45'te gösterildiği gibi, Peclet sayısının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi, üst akış bölgesinin çıkışında nispeten belirgindir ki burada bu bölgedeki yüksek eksenel iletim nedeniyle nanoparçacık hacim oranının radyal gradyanı daha büyüktür. Peclet sayısı ne kadar yüksekse borunun iç bölgesindeki eksenel hızın değeri de o kadar büyük olmaktadır. Ancak, Şekil 5.46'da görülebileceği gibi, nanoakışkan bu bölgeden uzaklaştıkça bu etki ortadan kalkmaktadır. Bu durum, daha yüksek sıcaklıklarda elde edilen nanoparçacık hacim oranı dağılımının daha homojen olmasına bağlanabilir.

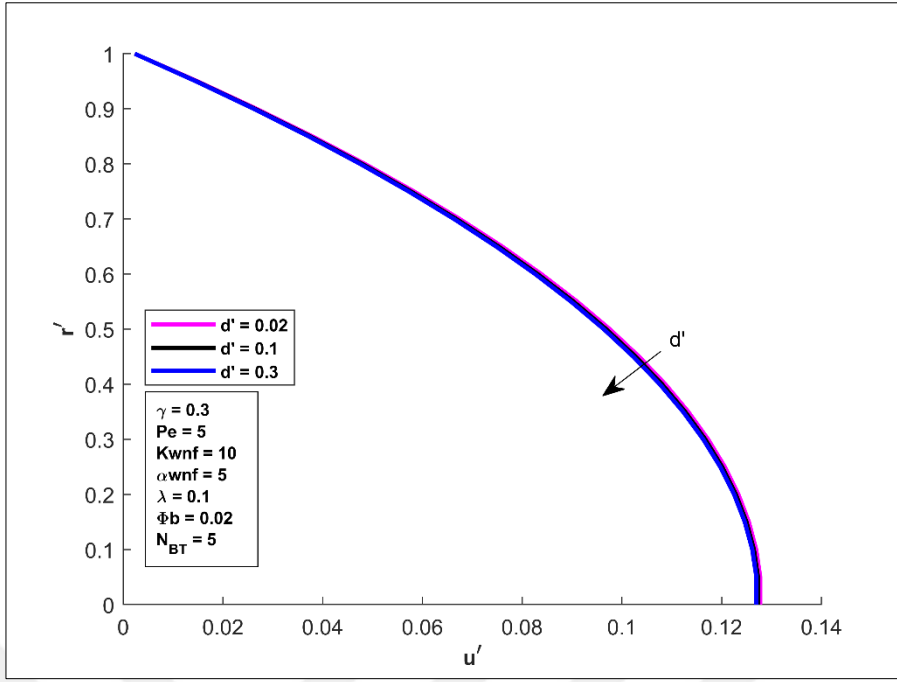


Şekil 5.45. $x' = - 0.0035056$ 'da sürekli rejimde Peclet sayısının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

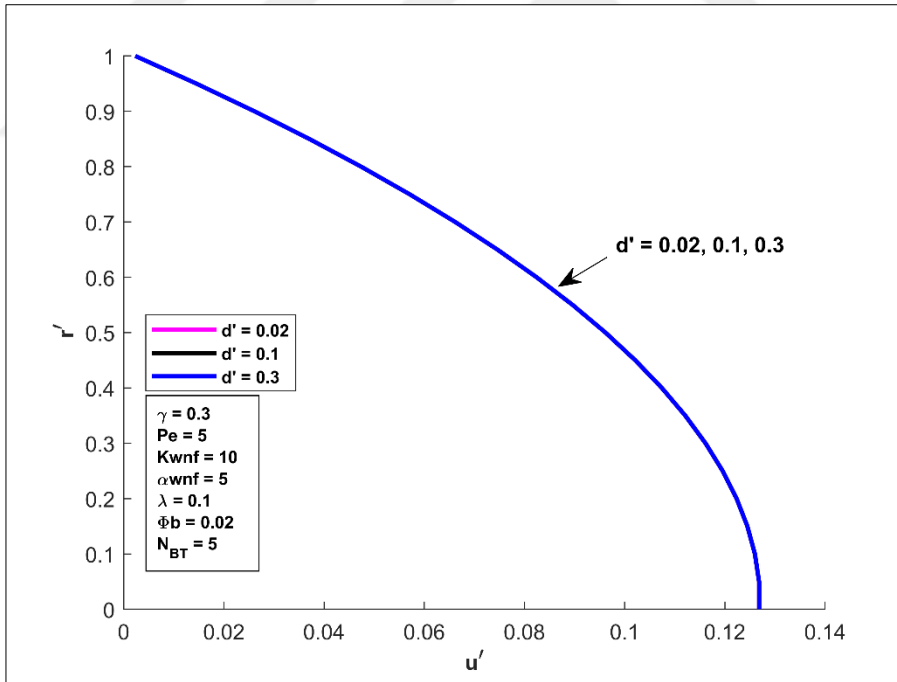


Şekil 5.46. $x' = 4.96527$ 'de sürekli rejimde Peclet sayısının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekiller 5.47-5.48, cidar kalınlık oranının (d') üst akış bölgesinin çıkışına yakın ve alt akış bölgesinin uzağında eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkilerini göstermektedir. Bu sonuçlar birlikte ele alındığında, cidar kalınlık oranının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisinin önemli olmadığını göstermektedir. Şekil 5.47, üst akış bölgesinin çıkışının yakınında bile, cidar kalınlık oranı artarken eksenel hız değerlerinde önemli bir fark gözlenmediğini doğrulamaktadır.



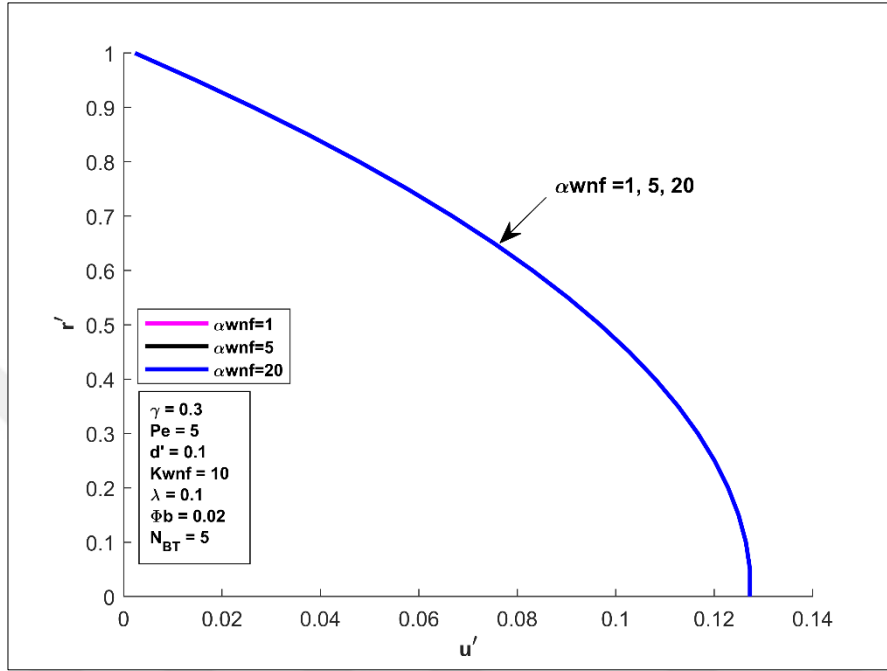
Şekil 5.47. $x' = -0.0035056$ 'da sürekli rejimde cidar kalınlık oranının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.



Şekil 5.48. $x' = 3.6884$ ' de sürekli rejimde cidar kalınlık oranının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

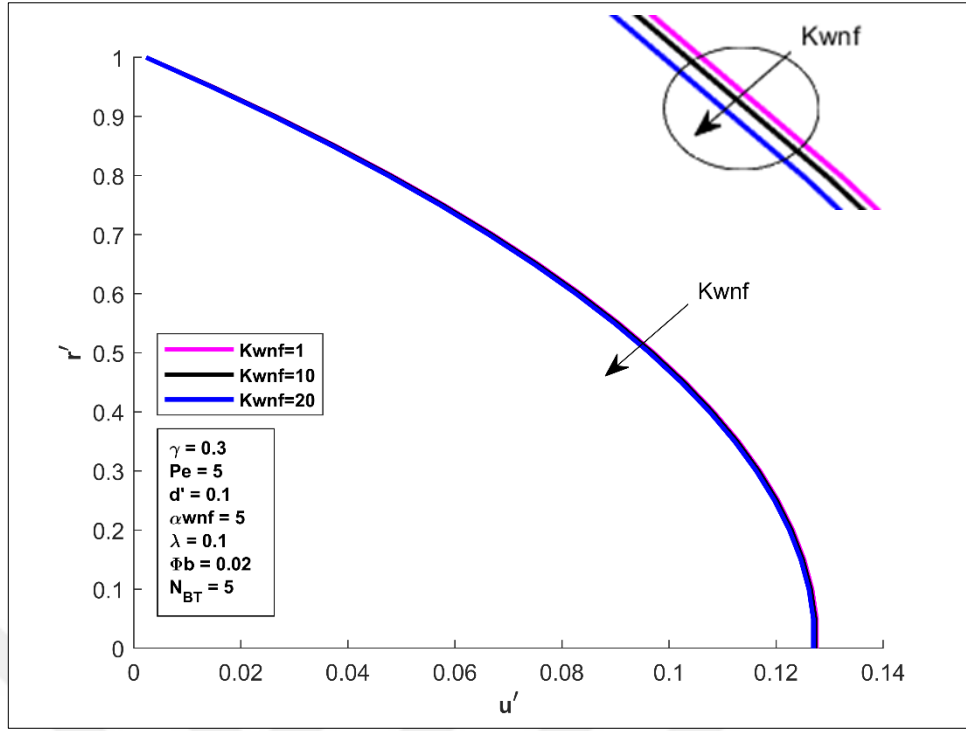
Cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının (α_{wnf}) sürekli rejimde ve herhangi bir x konumundaki eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi Şekil 5.49'da gösterilmektedir. Bu grafikten, sürekli rejimde α_{wnf} 'nin akış alanı boyunca nanoakışkanın eksenel hızının radyal dağılımını etkilemediği kolayca anlaşılmaktadır. Bu

durum, cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının sabit ısı akısı sınır şartı için sürekli rejimde sıcaklık dağılımlarını etkilememesine bağlanabilir. Dolayısıyla bu durum nanoparçacıkların hacim oranı dağılımlarında herhangi bir değişikliğe yol açmaz ve bu da hız dağılımını etkilemez.

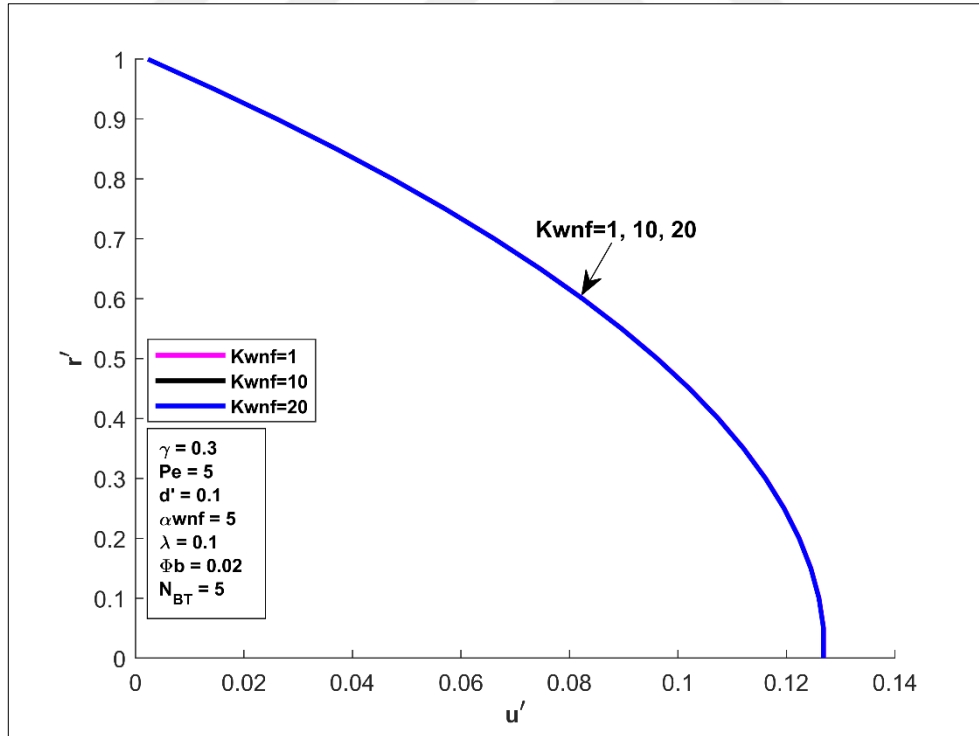


Şekil 5.49. Cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranının sürekli rejimde ve herhangi bir x' konumunda eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekiller 5.50 ve 5.51'de cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının sürekli rejimde eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Daha dikkatli incelendiğinde, üst akış bölgesinin çıkışına yakın bir yerde, cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı artarken eksenel hızda belirgin olmayan bir düşüş gözlenmektedir. Bununla birlikte, alt akış bölgesinde eksenel hız dağılımlarındaki bu küçük fark ortadan kalkmıştır. Bu durum, nanoakışkanın sıcaklığını sürekli olarak artıran ve nano parçacıkların büyük ölçüde dağılmasına neden olan alt akış bölgesinde uygulanan ısı akısının bir sonucu olabilir.

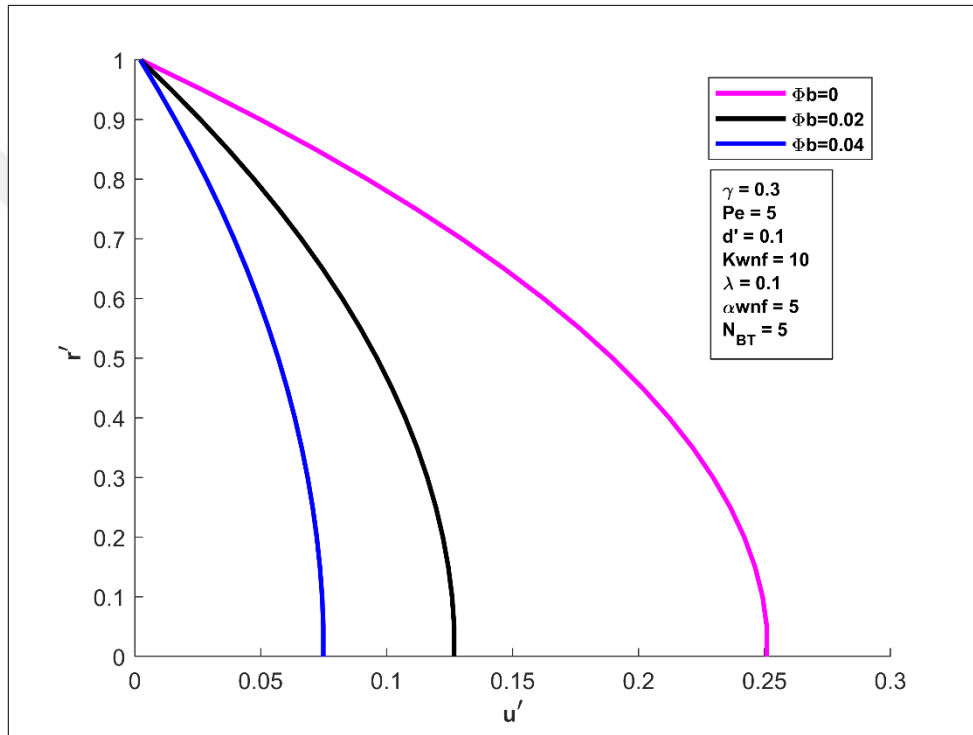


Şekil 5.50. Cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının sürekli rejimde ve $x' = -0.0035056$ 'da eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.



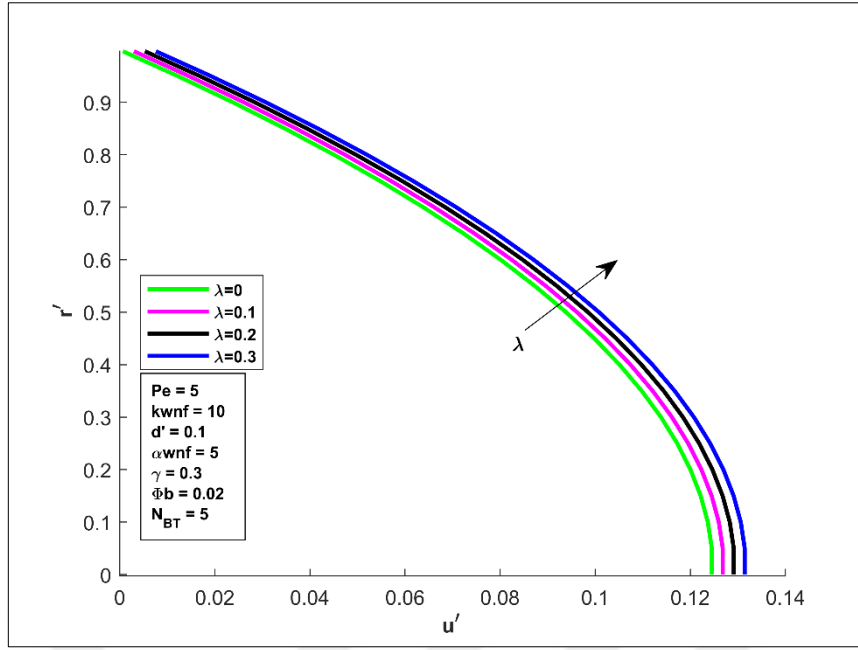
Şekil 5.51. Cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının sürekli rejimde ve $x' = 3.6884$ 'de eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekil 5.52, sürekli rejimde yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının üç farklı değeri için eksenel hızın radyal dağılımlarını sunmaktadır. Bu dağılımlara bakıldığında, baz akışkana nanoparçacık eklenmesinin nanoakışkanların momentumunu azaltma eğiliminde olduğu görülmektedir. Bu nedenle, nanoparçacık hacim oranının yığık ortalamasının değeri ne kadar düşük olursa, belirli bir kesitteki eksenel hızlar o kadar büyük olmaktadır. Bu sonuçlar, sistemde gerekli mekanik gücün çok yükselmesini önlemek için baz akışkanda bir optimum nanoparçacık hacim oranı kullanmanın önemini vurgulamaktadır.

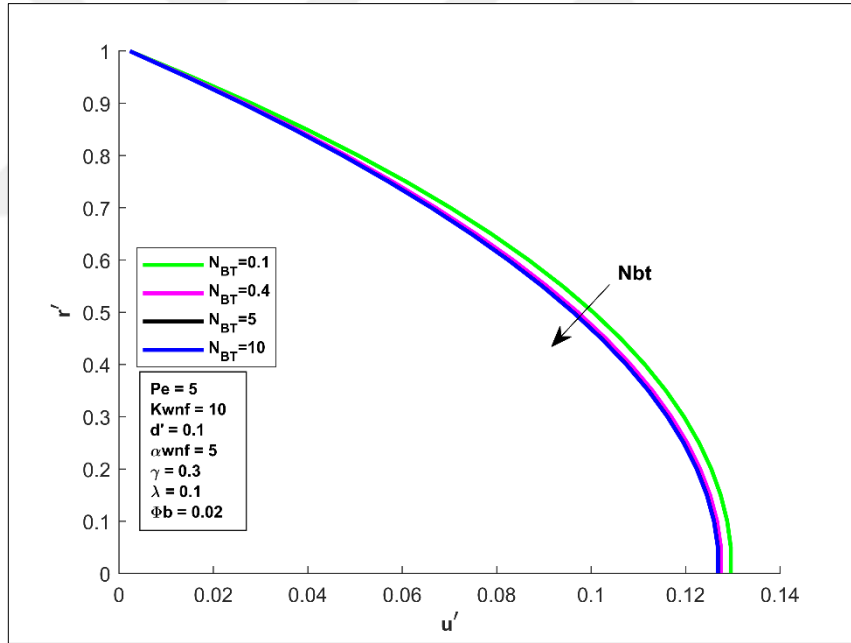


Şekil 5.52. Yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekil 5.53, hız kayma parametresinin eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisini göstermektedir. Elde edilen sonuçlardan, hız kayma parametresindeki bir artışın eksenel hızda bir artışa yol açtığını destekleyen kanıtlar vardır. Bu nedenle, hız kayma parametresinin artmasıyla akış direncinin azaldığı sonucuna varılabilir.

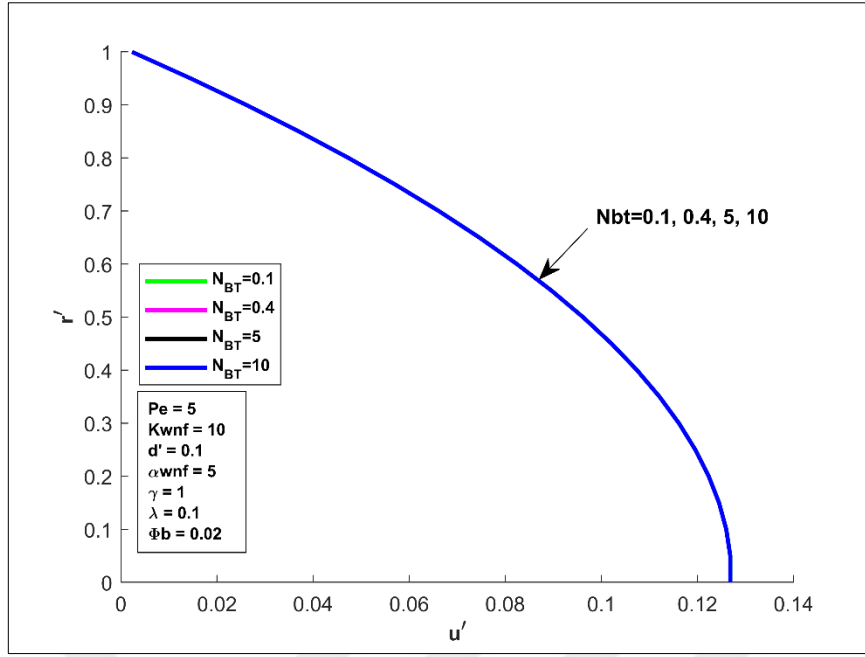


Şekil 5.53. Hız kayma parametresinin eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.



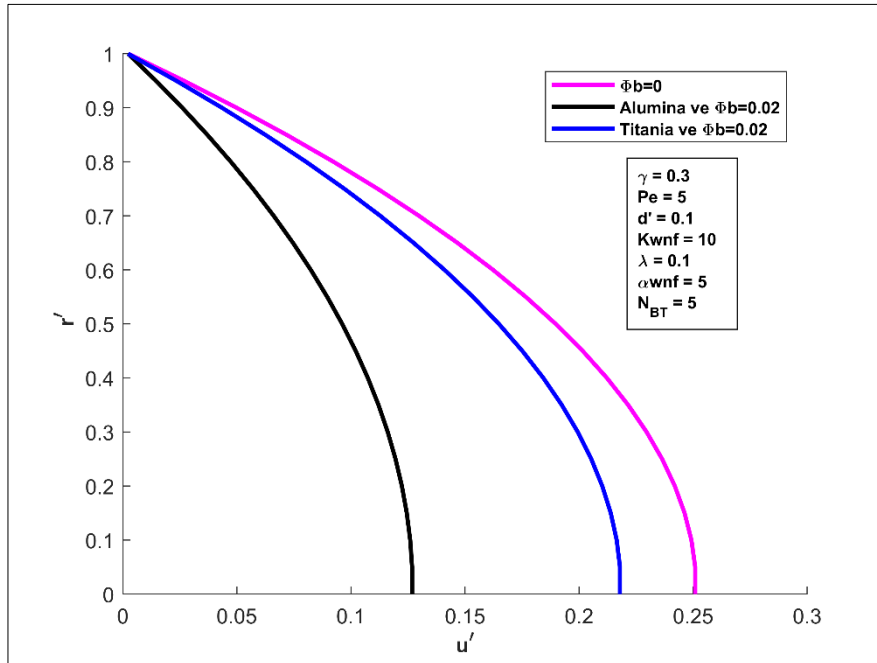
Şekil 5.54. Brownian yayılma katsayısının termoforez yayılma katsayısına oranının üst akış bölgesinde eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Brownian ve termoforez yayılma katsayılarının oranının (N_{BT}) eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi Şekiller 5.54 ve 5.55'de görülmektedir. Sonuçlar, üst akış bölgesinde eksenel hızın artan N_{BT} değerleri ile azaldığını göstermektedir. Ancak, Şekil 5.55'de görülebileceği gibi bu etki alt akış bölgesinde ortadan kalkmaktadır.



Şekil 5.55. Brownian yayılma katsayısının termoforez yayılma katsayısına oranının alt akış bölgesinde eksenel hızın radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekil 5.56, bir boru kesitindeki eksenel hızın radyal dağılımlarını göstermektedir. Sonuçlar, çalışma koşulları altında, baz akışkanın boru kesitinde en yüksek hız değerlerine sahip olduğunu ve bunu titania/su ve alümina/suyun izlediğini ortaya koymuştur.

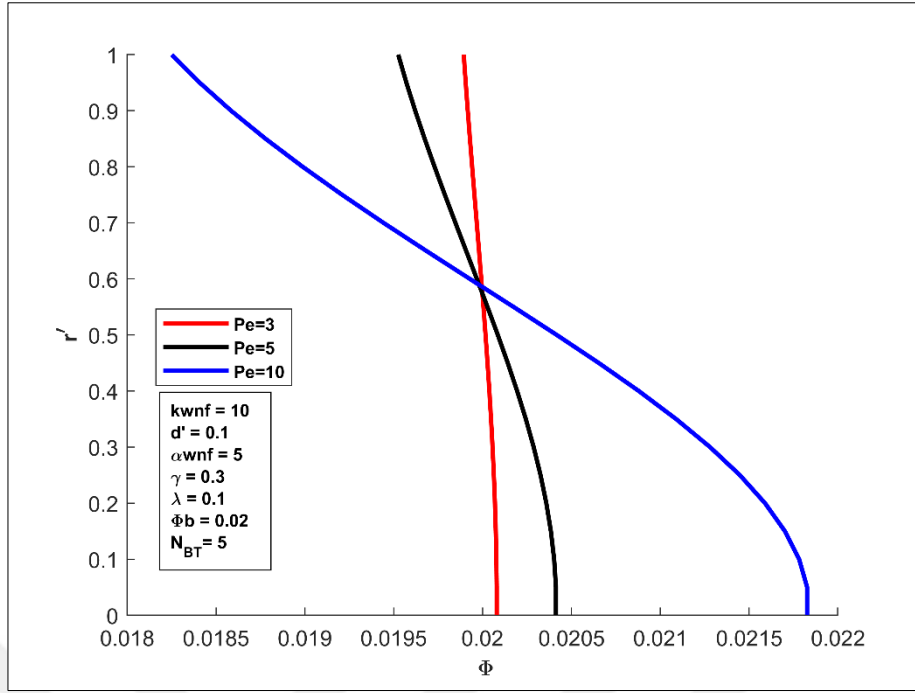


Şekil 5.56. Farklı nanoakışkanlar için eksenel hızın radyal dağılımları.

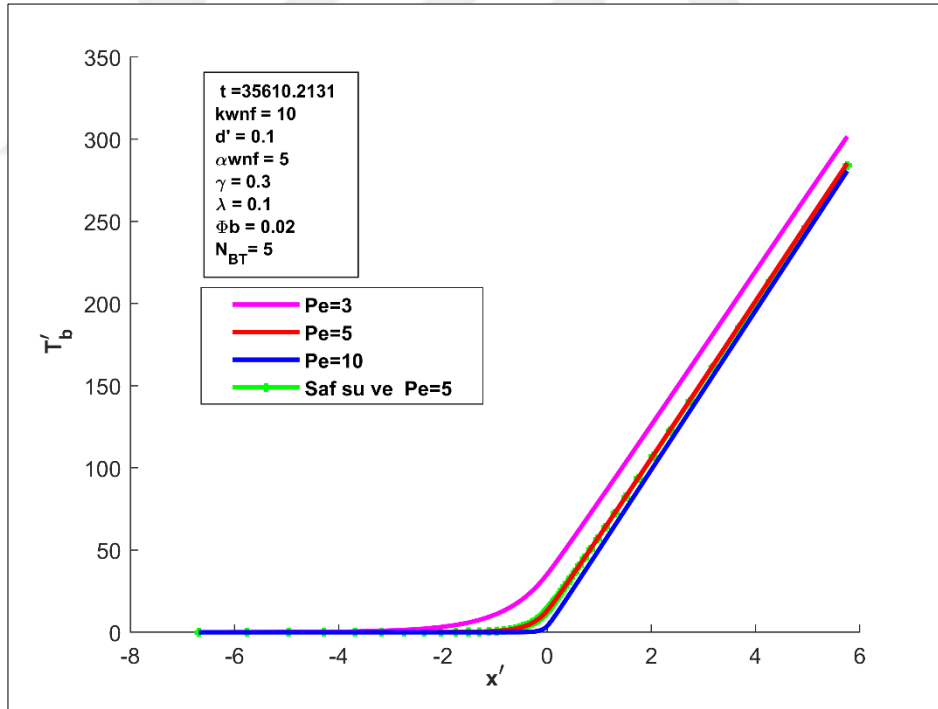
5.1.3. Parametrelerin Nanoparçacık Hacim Oranına Etkileri

Tek fazlı yaklaşımdan farklı olarak, modifiye edilmiş Buongiorno iki fazlı yaklaşımı boruların belirli bir kesitindeki nanoparçacık hacim oranının dağılımını dikkate almaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada nanoparçacık hacim oranına ilişkin bir korunum denklemi de (3.52) çözülmüştür. Ancak, akışın sürekli ve ısıtılan alt akış bölgesinin girişinde gelişmiş olduğu kabul edildiği için nanoakışkanın ve baz akışkanla beraber nanoparçacık kütle debisinin de sabit kalması gerekir. Buna bağlı olarak yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının da akış yönünde sabit kalması gerekir. Bu nedenle nanoparçacık hacim oranının (ϕ) aksel yönde değişmediği varsayılmıştır. Problem çözümünü büyük ölçüde basitleştiren bu varsayım oldukça gerçekçidir ve literatürde bir çok çalışmada da öngörülmüştür ((Malvandi ve diğ. ,2014)). Öte yandan nanoparçacık hacim oranı Denklem (3.52) den görülebileceği gibi sıcaklığa ve sıcaklığın radyal yöndeki gradyanına bağlıdır. Problemi tanımlayan parametrelerin nanoparçacık hacim oranı dağılımları üzerindeki etkilerini daha iyi gösterebilmek için, elde edilen sonuçlar sürekli rejimde nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımları olarak sunulmuştur.

Şekil 5.57'den, nanoparçacıkların daha sıcak bölgeden daha soğuk bölgeye hareketinin Peclet sayısının artmasıyla daha fazla gerçekleştiğine dikkat edilmelidir. Başka bir deyişle, belirli bir kesit için, Peclet sayısı azaldıkça nanoparçacık hacim oranı, sıcaklığın akış alanının diğer yerlerinden daha yüksek olduğu cidar-nanoakışkan arayüzeyine yakın bölgelerde artmaktadır. Ancak, iç bölgeye yaklaşırken nanoparçacık hacim oranı Peclet sayısındaki düşüşle birlikte azalmaktadır. Şekil 5.57'de görülebileceği gibi, Peclet sayısı azaldıkça, nanoparçacıkların baz akışkan içinde daha iyi yayılması, nanoparçacıkların daha düzgün dağılımıyla sonuçlanmaktadır. Bu durum, Şekil 5.58'de görülebileceği gibi, nanoakışkanların daha düşük Peclet sayıları ile ulaştıkları daha yüksek sıcaklıklara bağlanabilir.



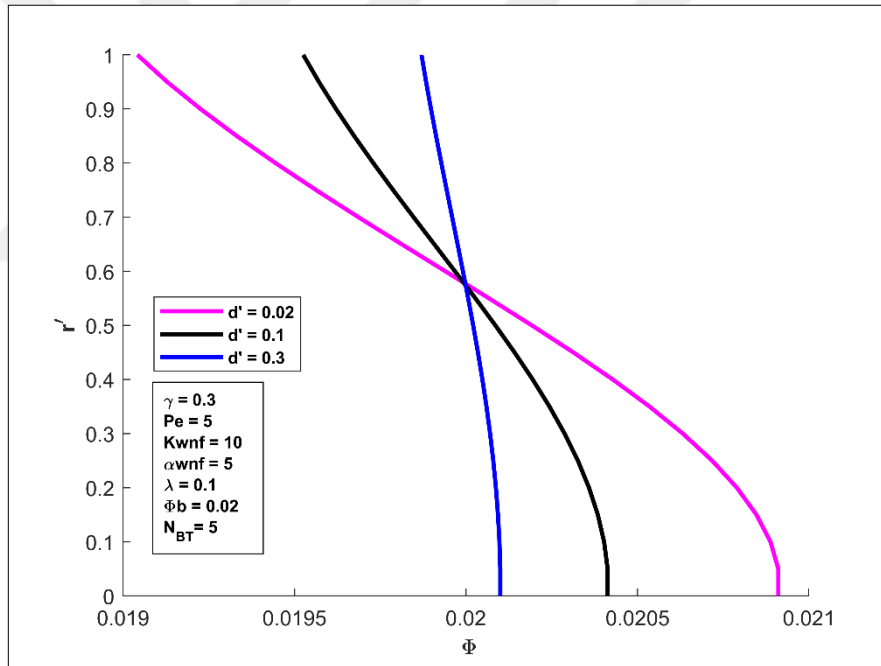
Şekil 5.57. Peclet sayısının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımları üzerindeki etkisi.



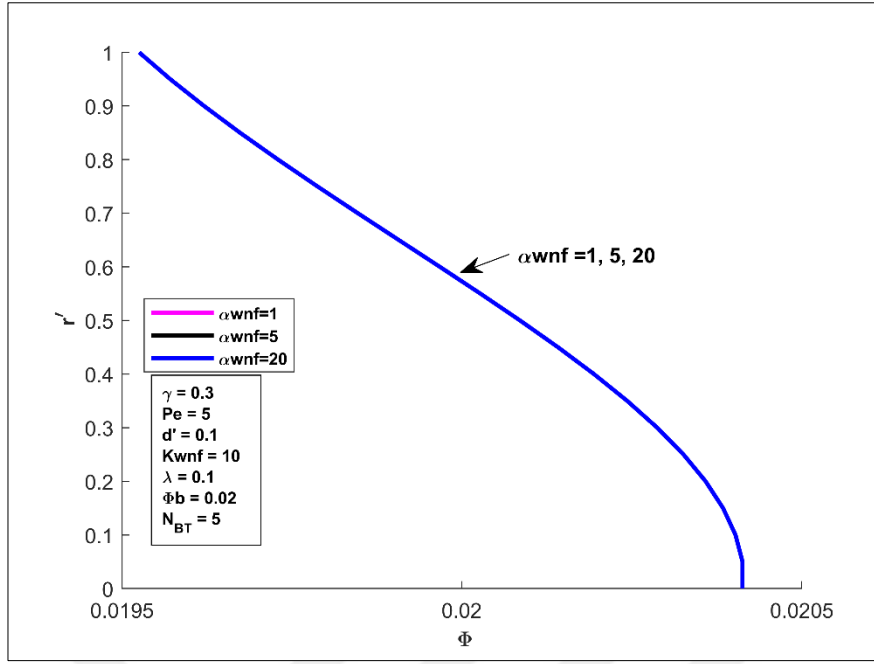
Şekil 5. 58. Sürekli rejimde Peclet sayısının nanoakışkan yığık sıcaklığına etkisi

Cidar kalınlık oranının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımları üzerindeki etkisi Şekil 5.59'de sunulmuştur. Sonuçlar, cidar kalınlık oranı küçüldükçe nanoparçacıkların ısıtılan kısımdan (cidar-nanoakışkan ara yüzeyi) iç bölgeye daha fazla hareket ettiğini ve bu nedenle nanoparçacık hacim oranının üniform olmayan bir dağılım gösterdiğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte, cidar kalınlık oranının artması, belirli bir kesit için nanoparçacıkların homojen dağılımını sağlamaktadır.

Cidar-nanoakışkan ısıl yayılım katsayısı oranının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımı üzerindeki etkisi de incelenmiştir. Söylemek gerekir ki, sürekli rejimde bu parametrenin değeri nanoparçacıkların baz akışkan içindeki dağılım durumunu etkilememektedir. Ancak, Şekil 5.60'da görüldüğü gibi, α_{wnf} 'nin herhangi bir değeri için, nanoparçacıkların baz akışkan içindeki dağılımı üniform değildir. Nanoparçacıklar cidar-nanoakışkan arayüzeyinden borunun iç bölgesine hareket etmektedir.

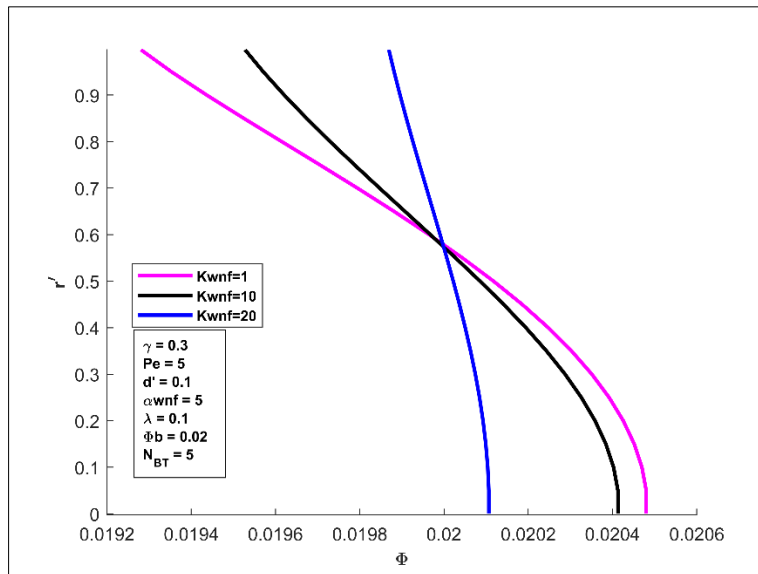


Şekil 5. 59. Cidar kalınlık oranının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımları üzerindeki etkisi.



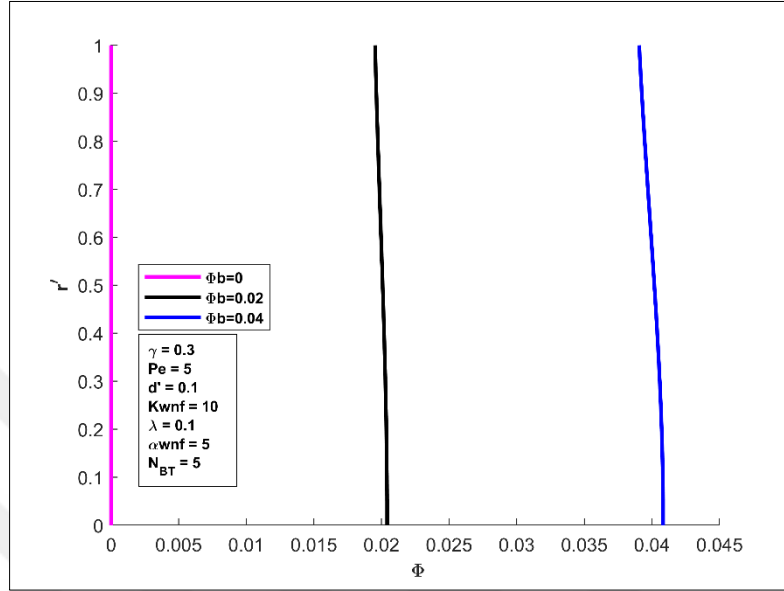
Şekil 5.60. Cidar-nanoakışkan ısı yayılım katsayısı oranının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımları üzerindeki etkisi.

Şekil 5.61, cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının (k_{wnf}) nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımı üzerindeki etkisini göstermektedir. Sonuçlar, artan k_{wnf} 'nin nanoparçacıkların baz akışkan içindeki dağılımını iyileştirebildiğini ortaya koymuştur. Bu, cidarın ısıyı nanoakışkana kolayca aktarma kapasitesine bağlanabilir ve bu da akış alanındaki sıcaklığın artmasına neden olur. Bununla birlikte, k_{wnf} 'nin daha küçük değerlerinde nanoparçacıkların cidar-nanoakışkan arayüzeyinden iç bölgeye daha fazla hareket ettiği gözlemlenmiştir.



Şekil 5. 61. Cidar-nanoakışkan ısı iletkenlik katsayısı oranının nanoparçacık hacim oranının radyal dağılımı üzerindeki etkisi

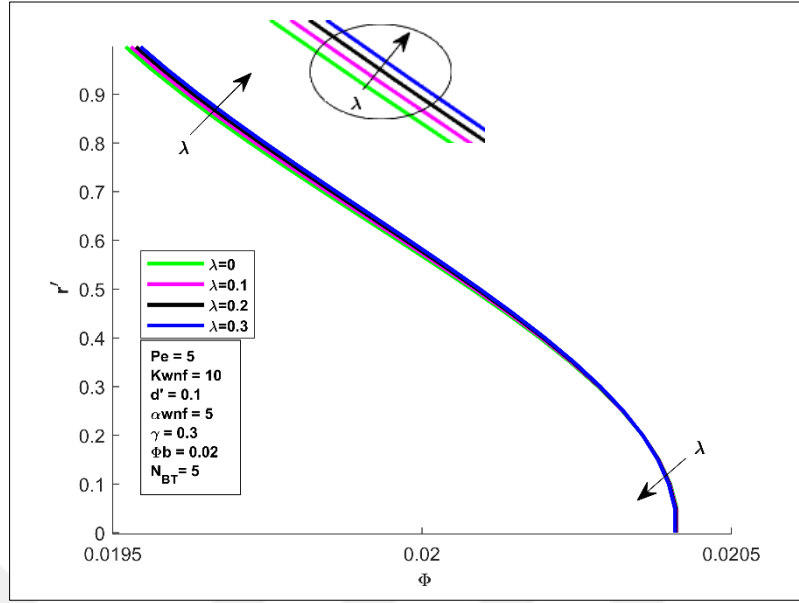
Şekil 5.62'de iki farklı yığık ortalama nanoparçacık hacim oranı için nanoparçacık hacim oranının boru kesiti boyunca dağılımı gösterilmektedir. Sonuçlar, her iki durumda da borunun iç kısmına kıyasla cidar-nanoakışkan ara yüzeyindeki nanoparçacık sayısının daha az olduğunu göstermektedir.



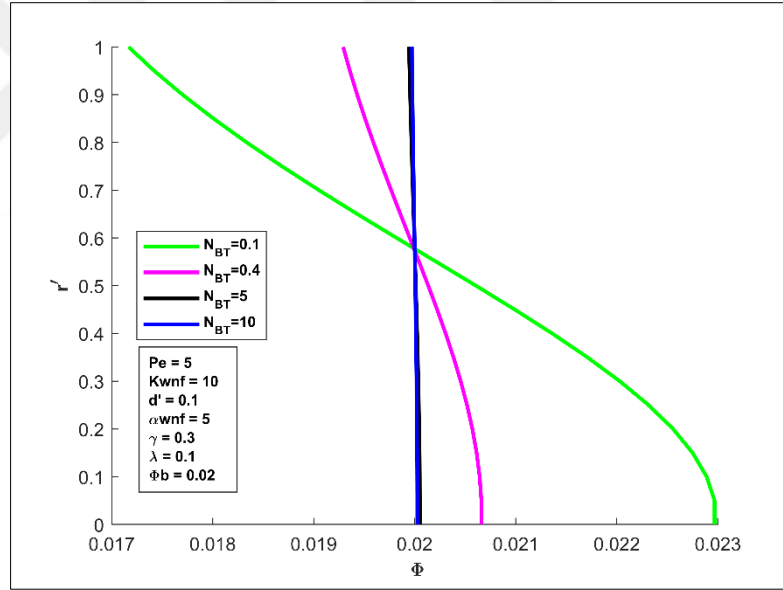
Şekil. 5. 62. Yığık ortalama nanoparçacık hacim oranının herhangi bir boru kesiti boyunca nanoparçacık hacim oranının dağılımına etkisi

Şekil 5.63 hız kayma parametresinin herhangi bir boru kesitindeki nanoparçacık dağılımı üzerindeki etkisini açıkça göstermektedir. Bulgular, hız kayma parametresinin nanoparçacıkların cidar-nanoakışkan arayüzeyinden borunun merkezi bölgesine yayılmasını hızlandırdığını göstermektedir. Bununla birlikte, bu yer değiştirme hız kayma parametresinin artırılmasıyla sınırlı kalmaktadır çünkü hareketsiz bir cidar için hız kayma parametresi akışkanın eksenel hızını artırma eğilimindedir ve bu da nanoparçacıkların orta bölgeye hareketini azaltmaktadır.

Şekil 5.64, N_{BT} 'nin herhangi bir boru kesitindeki nanoparçacık dağılımları üzerindeki etkisini göstermektedir. N_{BT} birden büyük olduğunda, Brownian kuvvet termoforez kuvvetten daha baskın çıkmaktadır. Sonuç olarak, nanoparçacıklar baz akışkan içinde daha iyi dağılır ve boru kesitinde daha düzgün bir dağılıma yol açar. Bu durum, karışımındaki moleküllerin daha yüksek titreşim aktivitesine bağlanabilir. Bununla birlikte, termoforez kuvvet Brownian kuvvetinden daha büyük olduğunda, bir boru kesitindeki sıcaklık gradyanı daha büyük hale gelir ve nanoparçacıkların ısıtılmış bölgeden daha soğuk bölgeye doğru hareket etmesine neden olur.



Şekil 5. 63. Hız kayma parametresinin farklı değerleri için herhangi bir boru kesitinde nanoparçacık hacim oranı dağılımları.



Şekil 5. 64. Brownian yayılma katsayısının termoforez yayılma katsayısına oranının farklı değerleri için herhangi bir boru kesitinde nanoparçacık hacim oranı dağılımları.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. SONUÇ

Bu çalışmada, borularda ısı olarak gelişen nanoakışkan akışı için bir geçici rejim birleşik ısı transferi probleminde nanoparçacık hareketinin etkisini değerlendirmeye almak için modifiye edilmiş Buongiorno iki fazlı modeli kullanılmıştır. Bu nedenle, nanoakışkan tarafında iki bileşenli dört denklemlili homojen olmayan denklem takımı çözülmüş ve cidar tarafında bir enerji denklemi daha çözülmüştür. Tanımlayıcı parametrelerin farklı değerlerinin ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkileri kapsamlı bir şekilde analiz edilmiş ve ilgili gözlemler vurgulanmıştır. Çalışmada alümina ve titanla nanoparçacıkları dikkate alınmış ve tanımlayıcı parametrelerin aşağıdaki değerleri kullanılmıştır: $Pe = 3, 5$ ve 10 ; $k_{wnf} = 1, 10$ ve 20 ; $\alpha_{wnf} = 1, 5$ ve 20 ; $\lambda = 0, 0.1$ ve 0.3 ; $N_{BT} = 0.1, 0.5, 5$ ve 10 ; $\phi_b = 0, 0.02$ ve 0.04 ; $d' = 0.02, 0.1$ ve 0.3 ; $\gamma = 0.3$.

Elde edilen sonuçlar göstermiştir ki:

- ✓ Zaman sürecinden bağımsız olarak, Peclet sayısının değeri ne kadar küçük olursa, üst akış bölgesine ısı geri dönüşü o kadar yüksek olmakta, ön ısıtma derinliği o kadar büyük olmakta, sıcaklık değerleri o kadar yüksek olmakta ve herhangi bir kesitte nanoparçacık dağılımı o kadar düzgün olmaktadır.
- ✓ Beklendiği gibi, sürekli rejimde α_{wnf} 'nin arayüzey ısı akısı üzerindeki etkisi ortadan kalkmaktadır.
- ✓ Cidar kalınlık oranının ısı akısı üzerindeki etkisine ilişkin sonuçlar, geçici rejimde bu oran azaldıkça erken zamanlarda cidardan nanoakışkana daha fazla ısı aktarıldığını göstermiştir. Ancak zaman ilerledikçe ve sürekli rejim koşullarına ulaşıldıkça, bu oran (d') arttıkça nanoakışkana aktarılan ısı akısı miktarı da artmaktadır.
- ✓ Bu çalışmanın bulgularına göre, N_{BT} , λ ve ϕ_b 'nin arayüzey ısı akısı (q'_{wi}) ve arayüzey sıcaklığı (T'_{wi}) dağılımları üzerindeki etkileri önemsizdir. Bununla birlikte, nanoakışkan yığık sıcaklıklarında (T'_b) ve radyal sıcaklık dağılımlarında etkileri bir miktar gözlenmiştir. Birleşik cidar etkisi ve akışkan eksenel iletiminin etkisi, artan cidar kalınlık oranı, ısı iletkenlik katsayısı oranı, ısı yayılım katsayısı oranı ve azalan Peclet sayısı ile arayüzey ısı akısı üzerinde daha belirgindir.

- ✓ Bulgular Pe , N_{BT} , d' , ve k_{wnf} 'nin nanoparçacıkların baz akışkan içerisindeki dağılımında çok etkili parametreler olduğunu göstermiştir. N_{BT} , d' , ve k_{wnf} değerleri ne kadar yüksek olursa, nanoparçacıkların boru kesitindeki homojenliği o kadar iyi olur. Ancak, daha düşük değerler için nanoparçacıkların dağılımı üniform değildir. Bu da boru kesiti boyunca termofiziksel özelliklerin değişmesine yol açmaktadır. Öte yandan Peclet sayısının değeri ne kadar küçük olursa dağılım o kadar iyi olmaktadır.
- ✓ Hız kayma parametresi (λ), yüzey sürtünmesini azalttığından ısı transferi performansının artmasında önemli bir parametredir. Nusselt sayısı λ 'nın artmasıyla artmaktadır.
- ✓ Nanoakışkanın sıcaklığı, nanoparçacıkların ortalama hacim oranının değeri arttıkça artmaktadır. Bununla birlikte, eksenel hız, nanoparçacıkların hacim oranı arttıkça azalmaktadır.
- ✓ Alümina/su nanoakışkanının sıcaklıkları titania/su nanoakışkanı için elde edilenlerden daha yüksektir.
- ✓ Yerel Nusselt sayıları alümina/su nanoakışkanı için, titania/su nanoakışkanına göre daha yüksektir.

Özetle, bu çalışmanın sonuçları, ısı transferi karakteristiklerinin sadece baz akışkana nanoparçacıklar eklenerek iyileştirilebileceği gibi, nanoparçacık türünün ve tanımlayıcı parametre değerlerinin de ısı transferi performansı üzerinde çok önemli olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, nanoparçacıkların boru kesiti boyunca homojenliği, dikkate alınan tanımlayıcı parametrenin değerinin büyüklüğüne bağlıdır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçların (Ateş ve diğ. ,2010), (Malvandi ve diğ. ,2014) ve (Hedayati ve Domairry,2015) ile iyi bir uyum içinde olduğunu belirtmek gerekir.

6.2. ÖNERİLER

Tüm tipteki nanoparçacıklar ve baz akışkanlar için kullanılabilecek evrensel bir korelasyonun olmaması nedeniyle, bu araştırmanın doğal bir uzantısı şu şekilde olabilir:

- ✓ Termofiziksel özellikler için farklı korelasyonların kullanılması.
- ✓ Farklı tipte nanoparçacıklar ve baz akışkanlar kullanmak.
- ✓ Hibrid nanoakışkanların kullanılması.

Bu çalışmada, kalın cidarlı borulara belirli sınır şartları uygulanmıştır. Değişen fiziksel koşulların etkisini değerlendirmek için, gelecekteki çalışmalar řu şekilde yapılabilir:

- ✓ Burada kullanılanlardan farklı sınır şartlarının uygulanması.
- ✓ Akışın hidrodinamik olarak gelişen karakterini göz önünde bulundurarak birlikte giriş bölgesi için bir problem zmek.



KAYNAKLAR

- Ahmadi, A. A., Khodabandeh, E., Moghadasi, H., Malekian, N., Akbari, O. A. ve Bahiraei, M., 2018, Numerical study of flow and heat transfer of water-Al₂O₃ nanofluid inside a channel with an inner cylinder using Eulerian–Lagrangian approach, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 132 (1), 651-665.
- Ahsan, A., 2011, Two phase flow, phase change and numerical modeling, BoD–Books on Demand, p.
- Akbarinia, A. ve Behzadmehr, A., 2007, Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in horizontal curved tubes, *Applied Thermal Engineering*, 27 (8-9), 1327-1337.
- Alsabery, A., Sheremet, M., Chamkha, A. ve Hashim, I., 2018, Conjugate natural convection of Al₂O₃–water nanofluid in a square cavity with a concentric solid insert using Buongiorno’s two-phase model, *International Journal of Mechanical Sciences*, 136, 200-219.
- Ateş, A., Darıcı, S. ve Bilir, Ş., 2010, Unsteady conjugated heat transfer in thick walled pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction with uniform heat flux boundary condition, *International journal of heat and mass transfer*, 53 (23-24), 5058-5064.
- Atmaca, U., Bilir, Ş. ve Ateş, A., 2017, Effects of wall conjugation and fluid axial conduction in circumferentially partly heated pipes and minipipes, *Heat Transfer Research*, 48 (16).
- Bahiraei, M., 2016, A numerical study of heat transfer characteristics of CuO–water nanofluid by Euler–Lagrange approach, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 123 (2), 1591-1599.
- Bhattacharya, P., Samanta, A. ve Chakraborty, S., 2009, Numerical study of conjugate heat transfer in rectangular microchannel heat sink with Al₂O₃/H₂O nanofluid, *Heat and Mass Transfer*, 45 (10), 1323-1333.
- Bianco, V., Vafai, K., Manca, O. ve Nardini, S., 2015, Heat transfer enhancement with nanofluids, CRC press, p.
- Bilir, Ş., 1992, Numerical solution of Graetz problem with axial conduction, *Numerical Heat Transfer*, 21 (4), 493-500.
- Bilir, Ş., 1995, Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction, *International journal of heat and mass transfer*, 38 (9), 1619-1625.
- Bilir, Ş., 2002, Transient conjugated heat transfer in pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction, *International journal of heat and mass transfer*, 45 (8), 1781-1788.
- Bilir, Ş. ve Ateş, A., 2003, Transient conjugated heat transfer in thick walled pipes with convective boundary conditions, *International journal of heat and mass transfer*, 46 (14), 2701-2709.
- Bizhaem, H. K. ve Abbassi, A., 2017, Numerical study on heat transfer and entropy generation of developing laminar nanofluid flow in helical tube using two-phase mixture model, *Advanced Powder Technology*, 28 (9), 2110-2125.
- Buongiorno, J., 2006a, Convective transport in nanofluids.
- Buongiorno, J., 2006b, Convective transport in nanofluids, *Journal of heat transfer*, 128 (3), 240-250.

- Darıcı, S., Bilir, Ş. ve Ateş, A., 2015, Transient conjugated heat transfer for simultaneously developing laminar flow in thick walled pipes and minipipes, *International journal of heat and mass transfer*, 84, 1040-1048.
- Das, S. K., Choi, S. U., Yu, W. ve Pradeep, T., 2007, Nanofluids: science and technology, John Wiley & Sons, p.
- Durst, F., 1984, Milojevic, I., Schonung, B, *Appl. Math. Modelling*, 8, 101-115.
- Faghri, M. ve Sparrow, E., 1980, Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer.
- Ganji, D. D. ve Malvandi, A., 2016, Heat transfer enhancement using nanofluid flow in microchannels: simulation of heat and mass transfer, William Andrew, p.
- Ganvir, R., Walke, P. ve Kriplani, V., 2017, Heat transfer characteristics in nanofluid—a review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 75, 451-460.
- Ghasemi, S. E., Ranjbar, A. ve Hosseini, M., 2017, Numerical study on the convective heat transfer of nanofluid in a triangular minichannel heat sink using the Eulerian–Eulerian two-phase model, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 72 (2), 185-196.
- Gouesbet, G. ve Berlemont, A., 1999, Eulerian and Lagrangian approaches for predicting the behaviour of discrete particles in turbulent flows, *Progress in Energy and Combustion Science*, 25 (2), 133-159.
- Grosan, T. ve Pop, I., 2012, Fully developed mixed convection in a vertical channel filled by a nanofluid, *Journal of heat transfer*, 134 (8).
- Hedayati, F. ve Domairry, G., 2015, Effects of nanoparticle migration and asymmetric heating on mixed convection of TiO₂–H₂O nanofluid inside a vertical microchannel, *Powder Technology*, 272, 250-259.
- Hedayati, F. ve Domairry, G., 2016, Nanoparticle migration effects on fully developed forced convection of TiO₂–water nanofluid in a parallel plate microchannel, *Particuology*, 24, 96-107.
- Heris, S. Z., Esfahany, M. N. ve Etemad, G., 2007, Numerical investigation of nanofluid laminar convective heat transfer through a circular tube, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 52 (11), 1043-1058.
- Hosseini, S., Malvandi, A., Moshizi, S. ve Zamani, M., 2017, Fully developed mixed convection of nanofluids in microtubes at constant wall temperature: Anomalous heat transfer rate and thermal performance, *Advanced Powder Technology*, 28 (3), 721-731.
- Izadi, M., Behzadmehr, A. ve Jalali-Vahida, D., 2009, Numerical study of developing laminar forced convection of a nanofluid in an annulus, *International journal of thermal sciences*, 48 (11), 2119-2129.
- Kaggwa, A. ve Carson, J. K., 2019, Developments and future insights of using nanofluids for heat transfer enhancements in thermal systems: a review of recent literature, *International Nano Letters*, 1-12.
- Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M. ve Harting, J., 2011, Eulerian–Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a microchannel, *International journal of heat and fluid flow*, 32 (1), 107-116.
- Kandlikar, S. G. ve Grande, W. J., 2003, Evolution of microchannel flow passages--thermohydraulic performance and fabrication technology, *Heat transfer engineering*, 24 (1), 3-17.
- Khanafer, K., Vafai, K. ve Lightstone, M., 2003, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International journal of heat and mass transfer*, 46 (19), 3639-3653.

- Kraus, A. D., Welty, J. R. ve Aziz, A., 2011, Introduction to Thermal and Fluid Engineering, CRC Press, p.
- Lotfi, R., Saboohi, Y. ve Rashidi, A., 2010, Numerical study of forced convective heat transfer of nanofluids: comparison of different approaches, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37 (1), 74-78.
- Maïga, S. E. B., Nguyen, C. T., Galanis, N. ve Roy, G., 2004, Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube, *Superlattices and Microstructures*, 35 (3-6), 543-557.
- Malvandi, A. ve Ganji, D., 2014, Brownian motion and thermophoresis effects on slip flow of alumina/water nanofluid inside a circular microchannel in the presence of a magnetic field, *International Journal of Thermal Sciences*, 84, 196-206.
- Malvandi, A., Moshizi, S., Soltani, E. G. ve Ganji, D., 2014, Modified Buongiorno's model for fully developed mixed convection flow of nanofluids in a vertical annular pipe, *Computers & Fluids*, 89, 124-132.
- Malvandi, A. ve Ganji, D., 2016, Mixed convection of alumina–water nanofluid inside a concentric annulus considering nanoparticle migration, *Particuology*, 24, 113-122.
- Mirmasoumi, S. ve Behzadmehr, A., 2008, Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model, *Applied Thermal Engineering*, 28 (7), 717-727.
- Moshizi, S., Malvandi, A., Ganji, D. ve Pop, I., 2014, A two-phase theoretical study of Al₂O₃–water nanofluid flow inside a concentric pipe with heat generation/absorption, *International Journal of Thermal Sciences*, 84, 347-357.
- Munson, B., Young, D., Okiishi, T. ve Huebsch, W., 2009, In Welter J., Sapira L. and Dumas S, *Fundamentals of fluid mechanics*.
- Nikkhah, Z., Karimipour, A., Safaei, M. R., Forghani-Tehrani, P., Goodarzi, M., Dahari, M. ve Wongwises, S., 2015, Forced convective heat transfer of water/functionalized multi-walled carbon nanotube nanofluids in a microchannel with oscillating heat flux and slip boundary condition, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 68, 69-77.
- Özerinç, S., Yazıcıoğlu, A. ve Kakaç, S., 2012, Numerical analysis of laminar forced convection with temperature-dependent thermal conductivity of nanofluids and thermal dispersion, *International Journal of Thermal Sciences*, 62, 138-148.
- Pak, B. C. ve Cho, Y. I., 1998, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer an International Journal*, 11 (2), 151-170.
- Pramuanjaroenkij, A., Tongkratoke, A. ve Kakaç, S., 2018, Numerical study of mixing thermal conductivity models for nanofluid heat transfer enhancement, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 91 (1), 104-114.
- Purohit, N., Purohit, V. A. ve Purohit, K., 2016, Assessment of nanofluids for laminar convective heat transfer: A numerical study, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 19 (1), 574-586.
- Rahimi, M. ve Mehryar, R., 2012, Numerical study of axial heat conduction effects on the local Nusselt number at the entrance and ending regions of a circular microchannel, *International Journal of Thermal Sciences*, 59, 87-94.
- Rashidi, M., Hosseini, A., Pop, I., Kumar, S. ve Freidoonimehr, N., 2014, Comparative numerical study of single and two-phase models of nanofluid heat transfer in wavy channel, *Applied Mathematics and Mechanics*, 35 (7), 831-848.
- Sajjad, M., Kamran, M. S., Shaukat, R. ve Zeinelabdeen, M. I. M., 2018, Numerical investigation of laminar convective heat transfer of graphene oxide/ethylene

- glycol-water nanofluids in a horizontal tube, *Engineering science and technology, an international journal*, 21 (4), 727-735.
- Shang, D.-Y. ve Zhong, L.-C., 2018, Heat Transfer Due to Laminar Natural Convection of Nanofluids: Theory and Calculation, Springer, p.
- Sheremet, M. A. ve Pop, I., 2014, Conjugate natural convection in a square porous cavity filled by a nanofluid using Buongiorno's mathematical model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 79, 137-145.
- Sheremet, M. A., Pop, I. ve Shenoy, A., 2015, Unsteady free convection in a porous open wavy cavity filled with a nanofluid using Buongiorno's mathematical model, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 67, 66-72.
- Tavakoli, M. R., Akbari, O. A., Mohammadian, A., Khodabandeh, E. ve Pourfattah, F., 2019, Numerical study of mixed convection heat transfer inside a vertical microchannel with two-phase approach, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 135 (2), 1119-1134.
- Uddin, M. ve Rahman, M., 2017, Numerical computation of natural convective heat transport within nanofluids filled semi-circular shaped enclosure using nonhomogeneous dynamic model, *Thermal Science and Engineering Progress*, 1, 25-38.
- Uysal, C., Arslan, K. ve Kurt, H., 2016, A numerical analysis of fluid flow and heat transfer characteristics of ZnO-ethylene glycol nanofluid in rectangular microchannels, *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 62 (10), 603-613.
- Xuan, Y. ve Roetzel, W., 2000, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International journal of heat and mass transfer*, 43 (19), 3701-3707.
- Yang, C., Li, W. ve Nakayama, A., 2013a, Convective heat transfer of nanofluids in a concentric annulus, *International journal of thermal sciences*, 71, 249-257.
- Yang, C., Li, W., Sano, Y., Mochizuki, M. ve Nakayama, A., 2013b, On the anomalous convective heat transfer enhancement in nanofluids: a theoretical answer to the nanofluids controversy, *Journal of heat transfer*, 135 (5).
- Yang, C., Peng, K., Nakayama, A. ve Qiu, T., 2016, Forced convective transport of alumina–water nanofluid in micro-channels subject to constant heat flux, *Chemical Engineering Science*, 152, 311-322.
- Yunus, A. C., 2010, Fluid Mechanics: Fundamentals And Applications (Si Units), Tata McGraw Hill Education Private Limited, p.
- Zokri, S. M., Arifin, N. S., Kasim, A. R. M. ve Salleh, M. Z., 2020, Flow of jeffrey fluid over a horizontal circular cylinder with suspended nanoparticles and viscous dissipation effect: Buongiorno model, *CFD Letters*, 12 (11), 1-13.