

13406

**BOŞLUKLU PERDE - ÇERÇEVE SİSTEMLERİN SONLU
ELEMENLAR METODU İLE GERİLME ANALİZİ**

BAHADIR ALYAVUZ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
(İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ)**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Mayıs 2003

ANKARA

134106

Bahadır ALYAVUZ tarafından hazırlanan BOŞLUKLU PERDE, PERDE-
ÇERÇEVE SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE GERİLME
ANALİZİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Tekin Gültop
Doç. Dr. Tekin GÜLTOP
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Sinan ALTIN *[Signature]*
Üye : Doç. Dr. Tekin GÜLTOP *Tekin Gültop*
Üye : Doç. Dr. Müfit GÜLGEÇ *[Signature]*
Üye : _____
Üye : _____

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	iv
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	v
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
1. GİRİŞ.....	1
2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ.....	7
2.1. Düzlem Gerilme Problemleri İçin Sonlu Elemanlar	7
2.1.1. Düzlem elastisite problemleri	9
2.1.2. Gerilme – gerinim bağıntıları	10
2.1.3. Gerinim – yerdeğiştirme bağıntıları.....	10
2.1.4 Üçgen sonlu eleman için deplasman formülasyonu	12
2.2. Sonlu Elemanlar Analizi İçin Çözüm Ağı Oluşturulması.....	17
2.2.1. İki boyutlu problemler için üçgen çözüm ağı	17
2.2.2. Geometrinin tanımlanması.....	18
2.2.3. Sınır düğüm noktalarının oluşturulması	19
2.2.4. İç düğüm noktalarının oluşturulması	20
2.2.5. Üçgenleştirme	23
2.2.7. Düğüm noktalarının düzlemde düzeltilmesi	28
2.2.8. Çözüm ağının bölgesel sıklaştırması	30
2.2.9. Çizgisel kısıtlı düğüm noktaları türetilmesi.....	30

2.2.10. Çözüm ağı verilerinin saklanması.....	38
3. SONLU ELEMENLAR PROGRAMI İLE YAPILAN ANALİZLER VE SONUÇLARI.....	39
3.1. FEM-1 Örneği.....	41
3.1.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri	41
3.1.2. Yükleme ve mesnet şartları.....	42
3.1.2. Kullanılan çözüm ağı	43
3.1.2. FEM-1 örneği analiz sonuçları	45
3.2. FEM-2 Örneği	55
3.2.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri	55
3.2.2. Yükleme ve mesnet şartları.....	56
3.2.2. Kullanılan çözüm ağı	56
3.3. FEM-3 Örneği	64
3.3.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri	64
3.3.2. Yükleme ve mesnet şartları.....	65
3.4. FEM-4 Örneği	74
3.4.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri	74
3.4.2. Yükleme ve mesnet şartları.....	75
3.4.3. Kullanılan çözüm ağı	75
3.4.4. FEM-4 örneği sonuçları	76
4. SONUÇ.....	79
KAYNAKLAR	79
ÖZGEÇMİŞ	82

**BOŞLUKLU PERDE - ÇERÇEVE SİSTEMLERİN SONLU ELEMANLAR
METODU İLE GERİLME ANALİZİ**

(Yüksek Lisans Tezi)

Bahadır ALYAVUZ

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Mayıs 2003

ÖZET

Düzlemsel elastisite problemlerinin sayısal olarak çözümlenmesi amacıyla üçgen elemanlar kullanan bir sonlu elemanlar programı geliştirilmiştir. Bu program herhangi bir geometri için otomatik olarak üçgen sonlu elemanlar oluşturabilmekte ve kullanıcı kısmi sıkılaştırma yapabilmektedir. Program ile boşluklu perde, perde - çerçeve sistemlerinin deformasyon ve gerilme hesaplarının sayısal çözümü gerçekleştirilmiştir. Bulunan değerler mühendislik alanında yaygınlaştırmak için kullanılmakta olan bir sonlu elemanlar programı ile karşılaştırılmış ve sunulmuştur.

Bilim Kodu : 959
Anahtar Kelimeler : Perde duvar, Sonlu elemanlar, Üçgen eleman
Sayfa Adedi : 81
Tez Yöneticisi : Doç.Dr.Tekin GÜLTOP

**STRESS ANALYSES OF SHEAR WALL – FRAME STRUCTURES USING
FINITE ELEMENT METHOD**

(M.Sc. Thesis)

Bahadır ALYAVUZ

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

May 2003

ABSTRACT

A program for finite element analyses is developed to find numerical solutions of plane elasticity problems. The program generates triangular meshes automatically and the user can refine the mesh locally. Shear walls with openings and shear wall – frame interaction problems are analyzed. Deformations and stresses are compared with a widely used general finite element analysis software.

Science Code	: 959
Key Words	: Shear wall, FEM, Triangular element
Page Number	: 81
Advisor	: Assoc. Prof. Tekin GÜLTOP

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren değerli Hocam Doç. Dr. Tekin GÜLTOP'a, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme, yardımları için Dr. Özgür ANIL'a ve tüm hocalarıma teşekkürlü bir borç bilirim.



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. FEM-1 Örneğine ait malzeme özellikleri	42
Çizelge 3.2. FEM-1 Örneğinde elde edilen deplasman değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması	47
Çizelge 3.3. FEM-1 Örneğinde elde edilen yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması	49
Çizelge 3.4. FEM-1 Örneğinde elde edilen Yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması	50
Çizelge 3.5. FEM-2 Örneğine ait malzeme özellikleri	55
Çizelge 3.6. FEM-2 Örneğinde elde edilen yatay deplasmanların karşılaştırılması ..	58
Çizelge 3.7. FEM-2 Örneğinde elde edilen Yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması	60
Çizelge 3.8. FEM-3 Örneğine ait malzeme özellikleri	63
Çizelge 3.9. FEM-3 Örneğinde elde edilen yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması	70
Çizelge 3.10. FEM-4 Örneğine ait malzeme özellikleri.....	74

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Düzlem gerilme etkisinde plak cismi	1
Şekil 2.1. Üçgen (a), dörtgen (b), tetrahedron (c), hexahedron (d).....	8
Şekil 2.2. Üçgen sonlu eleman ve serbestlikleri	12
Şekil 2.3. Üçgen çözüm ağı için akış diyagramı.....	18
Şekil 2.4. Dış sınırları ve iç sınırları tanımlanmış geometri	18
Şekil 2.5. Dış sınırlarda ve iç sınırlarda düğüm noktaları oluşturulmuş geometri. .	19
Şekil 2.6. Kare bölgelere bölünmüş geometri.....	21
Şekil 2.7. Rastgele noktaların oluşum sırası (a), Rastgele oluşturulmuş bir noktanın diğer noktalara olan mesafesi (b)	21
Şekil 2.8. Rastgele noktalar ve sınırların kenarında bulunan nokta oluşturulmayacak bölgeler	22
Şekil 2.9. Yedi noktaya ait olan yedi adet voronoi bölgesi	24
Şekil 2.10. Düzlem üzerindeki üç noktadan geçen daire ve merkez noktası	24
Şekil 2.11. Doğru oluşmuş Delaunay üçgeni (a), hatalı üçgen oluşumu (b).....	25
Şekil 2.12. Kapalı bir geometri için 'Delaunay' algoritması ile yapılmış üçgenleştirme örnekleri.....	26
Şekil 2.13. Başlangıç üçgenleştirilmesi yapılmış sistem	27
Şekil 2.14. Üçgen elemanların numaralandırılması (a), Düğüm noktalarının numaralandırılması (b).....	27
Şekil 2.15. Düzeltme yapılmadan önce düğüm noktası (a), Komşu üçgenler ve düğüm noktaları (b), Laplace düzeltmesi yapıldıktan sonra düğüm noktası	29
Şekil 2.16. Nokta sıklaştırmasında sıklaştırmaya giren üçgen elemanlar	30
Şekil 2.17. Birinci derecede etkilenecek üçgenler üzerinde bulunan iç ve dış kenarlar	31

Şekil 2.18. 1.derecede etkilenecek bir üçgende yeni oluşturulan üçgenler, (1) merkez üçgen, (2),(3),(4) ortak üçgenler.....	32
Şekil 2.19. (1),(2), 2. derecede etkilenecek bir üçgende yeni oluşturulan üçgenler	32
Şekil 2.20. Tek düğüm noktası ile sıklaştırma algoritmasıyla gerçekleştirilmiş köşe sıklaştırması.....	33
Şekil 2.21. Poligon üzerinden yapılacak sıklaştırmada kullanılacak açık poligon....	33
Şekil 2.22. Poligon etrafında poligona ortak olan üçgenler	34
Şekil 2.23. Sıklaştırma sonucu	34
Şekil 2.24. Poligon etrafı sıklaştırmanın kolona uygulanması	35
Şekil 2.25. Delikler etrafında poligon sıklaştırma	35
Şekil 2.26. Çizgisel kısıtlı düğüm noktalarının türetimi ve üçgenleştirilmesi	36
Şekil 2.27. Çizgisel kısıtlı düğüm noktalarında yapılabilecek yükleme	37
Şekil 2.28. Sıklaştırma sonrası çizgisel kısıtlı düğüm noktaları.....	37
Şekil 3.1. ANSYS - Plane2 elemanı ve serbestlikleri	39
Şekil 3.2. FEM-1 örneği	40
Şekil 3.3. FEM-2 örneği	40
Şekil 3.4. FEM-3 örneği	40
Şekil 3.5. FEM-4 örneği	40
Şekil 3.6. FEM-1 Örneği boyutları	41
Şekil 3.7. FEM-1 Örneği yükleme durumu	42
Şekil 3.8. Ankastre mesnetlenme durumu , Kolon (a), Perde (b).....	43
Şekil 3.9. FEM-1 Örneği için oluşturulmuş çözüm ağı.....	43
Şekil 3.9. FEM-1 Örneği için oluşturulmuş çözüm ağı.....	43
Şekil 3.10. FEM-1 örneğine ait genel özellikler çıktı dosyası	44

Şekil 3.11. FEM-1 Örneği deforme olmuş geometri	45
Şekil 3.12. FEM-1 örneğine ait deplasman çıktı dosyasının görünüşü	46
Şekil 3.12. FEM-1 örneğine ait deplasman çıktı dosyasının görünüşü	46
Şekil 3.13. Yatay deplasman değerlerinin karşılaştırıldığı noktalar	47
Şekil 3.14. Yatay doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS	48
Şekil 3.15. Yatay doğrultusunda normal gerilme karşılaştırma noktaları	49
Şekil 3.16. Boşluk etrafında x doğrultusunda normal gerilme karşılaştırma noktaları	50
Şekil 3.17. Düşey doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS	51
Şekil 3.18. Kayma gerilmesi dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS	52
Şekil 3.19. P1 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	53
Şekil 3.20. P2 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	53
Şekil 3.21. P3 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	53
Şekil 3.22. P4 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	53
Şekil 3.23. P5 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	54
Şekil 3.24. P6 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	54
Şekil 3.25. P7 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	54
Şekil 3.26. P8 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar	54
Şekil 3.27. FEM-2 örneği yükleme durumu	55
Şekil 3.28. Başlangıç çözüm ağı	56
Şekil 3.29. Son çözüm ağı	57
Şekil 3.30. FEM – 2 modeli deplasman geometrisi	58
Şekil 3.31. Yatay doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS	59

Şekil 3.33. Düşey doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS.....	61
Şekil 3.34. Kayma gerilmesi dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS	62
Şekil 3.35. FEM-3 örneği boyutları	63
Şekil 3.36. FEM-3 örneği yükleme durumu.....	64
Şekil 3.37. FEM-3 örneği başlangıç çözüm ağı	65
Şekil 3.38. FEM-3 örneği için ANSYS başlangıç çözüm ağı	65
Şekil 3.39. FEM-3 örneği sonuç çözüm ağı	66
Şekil 3.40. Kısıtlı noktalar ile oluşturulmuş bölge.....	66
Şekil 3.41. FEM-3 örneği için ANSYS çözüm ağı	67
Şekil 3.41. FEM-3 örneği için ANSYS çözüm ağı	67
Şekil 3.42. FEM-3 örneği deforme olmuş geometri.....	68
Şekil 3.43. yatay doğrultuda normal gerilmeler, a) SEA-CST programı b) ANSYS.....	69
Şekil 3.44. Gerilme karşılaştırma noktaları.....	70
Şekil 3.45. Düşey doğrultusunda normal gerilmeler, a) SEA-CST programı b) ANSYS.....	71
Şekil 3.46. Kayma gerilmeleri, a) SEA-CST programı b) ANSYS	72
Şekil 3.47. FEM-4 örneği geometri tanımı	73
Şekil 3.48. FEM-4 örneği başlangıç çözüm ağı.	74
Şekil 3.49. FEM-4 örneği son çözüm ağı.....	74
Şekil 3.50. FEM-4 örneği deforme olmuş perde sistemi.....	75
Şekil 3.51. FEM-4 örneği gerilmeleri, yatay normal gerilme (a), düşey normal gerilme (b), kayma gerilmesi (c)	76
Şekil 3.52. FEM-4 örneği yatay normal gerilmeler	76
Şekil 3.53. FEM-4 örneği düşey normal gerilmeler.....	77

Şekil 3.53. FEM-4 örneği düşey normal gerilmeler	78
--	----



SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

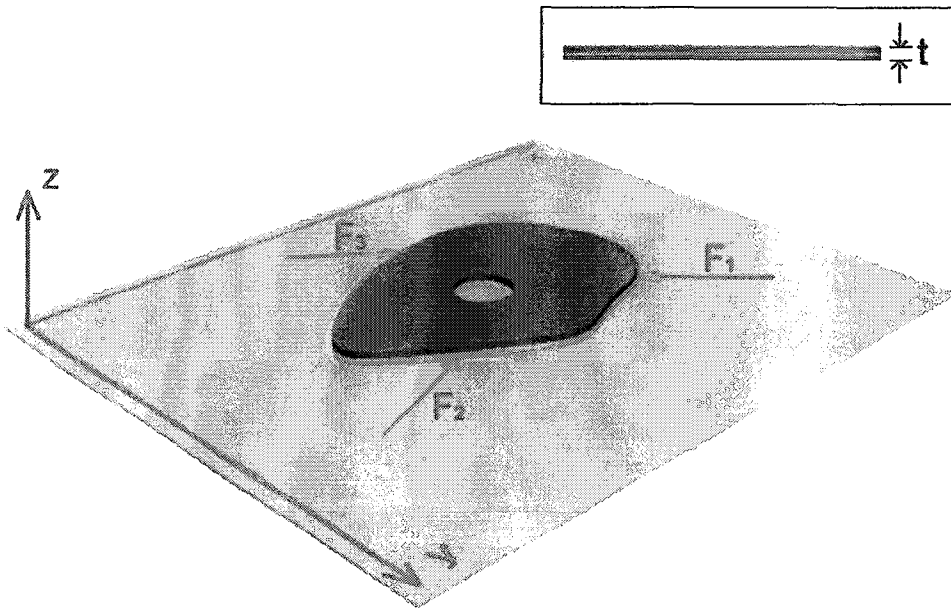
Simgeler	Açıklama
A	Gerinim – deplasman operatörü
B	Deplasman gerinim dönüşüm op.
D	Gerilme – gerinim matrisi
Δ	Üçgen alanı
Δ	Deplasman vektörü
e	Gerinim vektörü
ε	Küçük normal gerinim
γ	Kayma gerinimi
ν	Poisson oranı
σ	Normal gerilme
σ	Gerilme matrisi
τ	Kayma gerilmesi
u, v	Yatay ve düşey deplasmanlar
U, V	Yatay ve düşey yaklaşık deplasmanlar

1. GİRİŞ

Perde duvarlar ve perde çerçeve birleşimi sistemler, düzlem gerilme davranışı gösteren sonlu elemanlar ile modellenenbilmektedir. Bu tarz düzlem elastisite problemlerinin çözümlenmesinde, deplasman, gerinim (birim şekil değıştirme) ve gerilmelerin, verilen sınır şartlarının kullanılmasıyla hesaplanmasında ve farklı yöntemlerin kullanılarak, tüm sistem için toplu halde gösterilmesinde sonlu elemanlar metodu yaygın olarak kullanılmaktadır.

Düzlem elastisite, *düzlem gerinim (birim şekil değıştirme)* ve *düzlem gerilme* problemleri olmak üzere iki kısımda incelenebilir. Düzlem gerinim problemlerinde elastik kabul edilen cisimin kalınlığı, t , diğer iki boyuta göre çok büyüktür. Düzlem gerilme ile modellenebilecek olan cisimlerde ise bu kalınlık çok küçüktür. Şekil 1.1'de düzlem gerilme etkisi altında bulunan bir cisim görülmektedir. Düzlem gerilme kabulleri ile sistemde çözümlmesi gereken bilinmeyen sayısı azaltılmış olur.

Düzlem gerilme problemlerinde kalınlık boyunca oluşacak gerilmeler diğer gerilmelere oranla ihmal edilebilecek kadar küçük olacaktır.



Şekil 1.1. Düzlem gerilme etkisinde bulunan plak cisimi

Kalınlık doğrultusunda gerilme bileşenleri,

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

olarak kabul edilebilir.

Sıfırdan farklı gerilme bileşenlerinin, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, kalınlık boyunca sabit olduğu da bir başka kabuldür. Burada yapılan çalışmada perde duvar ve çerçeve sistemleri iki boyutlu analiz edilecek ve yapı elemanlarının düzlem gerilme etkisinde olduğu varsayılacaktır.

Perde duvar yapı elemanları, betonarme çerçeve sistemlerinin vazgeçilmez birer parçası haline gelmiştir. Bu sistemlerde, yatay yüklere karşı sistem rijidliğini artırmak için, boşluklu veya boşluksuz perde duvarlar sistemin belirli açıklıklarına yerleştirilmekte ve perde – çerçeve karışımı yeni yapı sistemleri oluşturulmaktadır. Tek başına bir perde duvarın yatay yükler etkisi altında eğilme kirişi davranışı gösterdiği düşünülebilir. Aynı şekilde bir çerçeve sistemide yatay yük etkisinde kayma kirişi davranışı gösterecektir. Ancak oluşturulan karma sistemde perde duvar eğilme davranışı göstermeye çalışacak çerçeve elemanları da kayma davranışı göstermeye çalışacaktır. Perde duvar üzerinde bulunan boşlukların büyüklüklerine göre de farklı davranış oluşacaktır. Eğer perde duvar boşlukları çok küçük ise sistem içindeki perde duvarın davranışı eğilme davranışına yakın olacak, perde duvar boşlukları daha büyük ise sistem içindeki perde duvar kayma davranışına yakın bir davranış gösterecektir.

Boşluklu perde, Perde - çerçeve sistemlerin çözümlenmesinde, 1950' lerden günümüze farklı metodlar üzerinde çalışılmıştır. Bu metodlar, genel olarak sürekli ortam modellemeleri, çerçeve benzeşimi modellemelerini ve bilgisayar teknolojisinin kendisini göstermesiyle birlikte artan sayısal çözümleme modellemelerini içermektedir.

Rosman, çeşitli tipte perde duvarlar için yatay yükler altında sürekli sistem yaklaşımı kullanarak çözümleme yapmıştır (1). Bu çalışmada boşluklu perde duvar sistemleri

için bağ kirişleri, her katta giriş rijidliğine eşdeğer rijidliğe sahip sürekli bir birleşim sistemi haline getirilmiştir.

Coull ve Choudhury, bağ kirişleriyle bağlı perde duvar sistemleri için, üçgen ve tekil yatay yük etkisi altında, bağ kirişlerini giriş rijidliğine eşdeğer sürekli ortam olarak modellemişler ve gerilme deplasman hesaplarını kolaylaştıran eğriler sunmuşlardır (2). Burada, perde duvar içerisinde bulunan boşlukların düzenli olması gerekmektedir.

Stafford Smith ve Abergel, yapı içerisinde bulunan perde duvarların ve birbirlerine bağ kirişleriyle bağlı perdelerin deplasman ve kuvvet analizinde yaklaşık bir yöntem sunmuşlardır (3). Bu yöntemde, planda burulma etkisinin olmadığı yapı içerisinde bulunan perdeler birbirlerine uçları mafsallı kirişler ile düzlemde bağlanmıştır. Burada kullanılan, bağlama kirişlerinin yatay rijidliği sonsuz olarak düşünülmüş böylece birbirlerine bağlanan perdelerin aynı yatay deformasyonu yapmaları sağlanmıştır. Oluşturulan sistem için hazırlanan diferansiyel denklemler sınır şartları ile birlikte çözülmüştür. Elde edilen sonuçların geçerliliği çok katlı perde çerçeve sisteminin yükseklik boyunca sabit özelliklere sahip olmasına bağlı olduğu belirtilmiştir.

Boşluklu perdelerin analizinde izlenen bir başka yol da çerçeve benzeşimleridir. Bu benzeşimler genel olarak perdeleri kolon olarak, bağlantı kirişlerini de bu kolonlara bağlanan çerçeve kirişleri gibi düşünmektedir. Ancak tarz benzeşimlerde aşırı basitleştirme vardır ve bu sebeple uzak sonuçlar elde edilebilmektedir.

Başka bir çerçeve benzeşimi de perdelerin geniş kolonlar olarak idealize edildikleri ve kirişlerle bağlantı noktalarının rijid elemanlarla gerçekleştirildiği geniş kolon çerçeve benzeşimidir. Stafford Smith ve Girgis perde duvarları için geniş kolon benzeşimine dayanan ve diagonal çerçeve elemanlarıyla oluşturulmuş çerçeve benzeşimine dayanan modeller geliştirmişlerdir (4).

Perde çerçeve sistemlerinin çözümlenmesinde yaklaşık yöntemlerin yanında sayısal yöntemler de geliştirilmiştir. Perde duvar sistemlerin çözümlenmesinde Popov et al. SUBWALL adlı bir sonlu elemanlar programı oluşturmuşlar ve betonarme duvarlar dikdörtgen membran elemanları olarak modellemişlerdir (5). Boşluklar ise hiçbir yapısal rijidliği olmayan özel boşluk elemanlarıyla modellenmiştir.

Chan ve Cheung, perde duvarları yüksek dereceli dikdörtgen sonlu elemanlar ile modellemişlerdir (6). Çalışmalarında yüksek mertebeli düzlem gerilme elemanı için rijidlik matrisi formülasyonunu ve yaptıkları örnek çalışmaları sunmuşlardır. Bu çalışmada, perde duvar içerisinde belirli düzen içinde olan boşluklar ve perdeleri birbirlerine bağlayan kirişler bir bütün olarak eşdeğer rijidliğe sahip plak elemanları olarak düşünülmüştür.

Öztorun, doktora çalışmasında üç boyutlu yapı analizi için dikdörtgen elemanlar kullanan bir sonlu elemanlar programı geliştirmiştir (7). Burada kullanılan dikdörtgen sonlu elemanlar bir düğümünde altı serbestlik derecesine sahiptir. Çalışmada farklı geometriye sahip binalar için analizler gerçekleştirilmiş ve sonuçları SAP90 programı ile karşılaştırılmıştır.

Kim ve Lee, perde – çerçeve birleşimi sistemlerin bilgisayar ortamında çözümlenebilmesi için bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir (8). Burada perdeyi modellemek için her hatta bir sonlu eleman kullanmışlar ve bu sonlu elemana da ‘super element’ adını vermişlerdir. Bu elemanlar her katta birbirleriyle bağlanarak perde sistem modellenmiş olmaktadır. Bir kattan diğer bir kata geçişte kat hizasındaki eleman sürekliliğini sağlayabilmek içinde katlar arası bağlantılarına oldukça rijid fiktif kiriş elemanlar yerleştirmişlerdir. Buradaki kiriş elemanlarının rijidliklerini ise perde ile aynı kalınlıkta ve bir kat yüksekliğindeki kirişin rijidliği olarak almışlardır. İki boyutlu statik ve dinamik örnekler ortaya koymuşlar ve hızlı çalışan, az bilgisayar hafızası gerektiren modellemenin önceden yapılan çalışmalara çok yakın olduğunu ortaya koymuşlardır.

Düzlem elastisite problemlerinin sonlu elemanlar metodu ile analizinde üçgen elemanlar ve dörtgen elemanlar kullanılabilir. Üçgen sonlu elemanlar daha geniş bir yelpazedeki problemlerde rahatlıkla kullanılmaktadır. İyi bir çözüm ağı ve iyi bir sıklaştırma ile üçgen elemanlarla istenilen hassaslıkta sonuç elde edilebilmektedir. Dörtgen elemanlar ise daha az eleman sayısı ile sonuca ulaşmaktadır.

Sonlu elemanlar metodunun tarihçesi

Sonlu elemanlar metodu, ilk defa sayısal çözümleme yöntemi olarak matematikçi Courant'ın (1943) burulma problemi çalışmasında görülmektedir. Courant, St Venant burulma probleminin çözümünde üçgen elemanların birleştirilmesi ve minimum potansiyel enerji prensibini kullanmıştır. O sırada pratik olarak görülmesede, 1950 yıllarında bilgisayarların problemlerin modellenmesinde kullanılabilecek duruma gelmesiyle, mühendisler özellikle mekanik alanında sonlu elemanlar yöntemini kullanmaya başlamışlardır. “*Sonlu elemanlar metodu*” adı ise 1960 yılında Kaliforniya Üniversitesi profesörü Ray Clough tarafından literatüre katılmıştır. 1963 yılından sonra ise sadece katılar mekaniği alanında kalmayıp, ısı transferi, yer altı suyu akımı ve diğer alanlarda kullanılmaya başlanmıştır. 1970’ li yıllardan itibaren de genel kullanımı amaçlayan sonlu elemanlar programları oluşturulmaya başlanmıştır. Günümüzde de sonlu elemanlar yöntemi mühendisler ve bilim adamları tarafından sıklıkla kullanılan ve üzerinde gelişmelerin devam ettiği bir methodur. Sonlu elemanlar metodunun bu derece yaygın olarak kullanılmasının en büyük sebebi belkide, metodun çok yönlülüğüne dayanmaktadır. Sonlu elemanlar metoduyla çözülen bir problem karmaşık geometriye, değişik sınır şartlarına sahip olabilmektedir.

Burada sunulan çalışmada boşluklu perde, perde – çerçeve sistemi düzlem gerilme etkisi altında, sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir. Bu nedenle genel kullanımı da amaçlayan üçgen sonlu elemanları kullanan bir program hazırlanmıştır. Bu program verilen geometri için üçgen sonlu elemanlar türetebilmekte ve kısmi

sıklaştırmalar yapabilmektedir. Elde edilen deplasmanlar ve gerilmeler farklı örnekler kullanılarak ANSYS programının sonuçları ile karşılaştırılmıştır (13).



2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

2.1. Düzlem Gerilme Problemleri İçin Sonlu Elemanlar

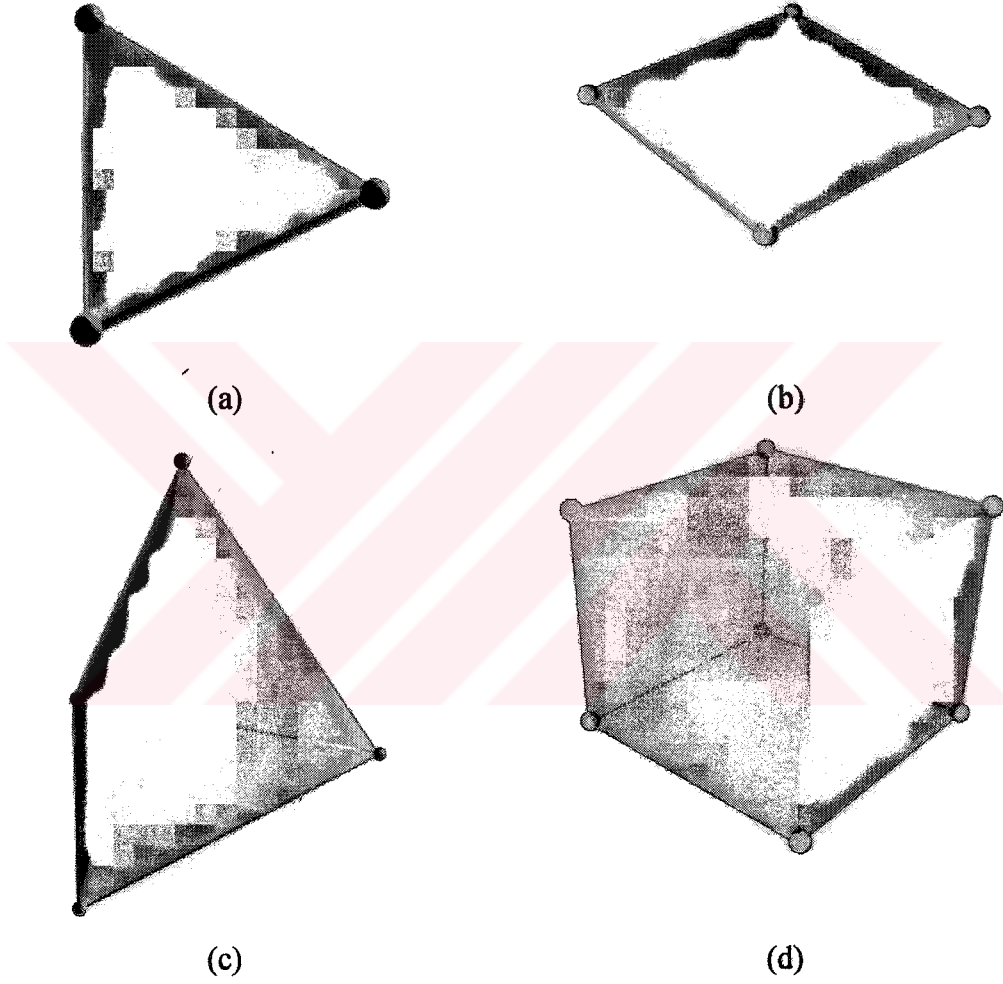
Yapısal analiz problemleri, fiziksel modeller ve matematiksel modeller oluşturularak, modellere uygun farklı metodlar ile incelenmektedir. Sayısal olarak yaklaşık çözümleme, basitleştirme kabulleri kullanarak yaklaşık çözümleme ve tam analitik çözümleme matematiksel modeli çözümlemede kullanılan ana başlıklardır.

Sonlu elemanlar metodu matematiksel modeli sayısal olarak yaklaşık çözümleme yollarındandır. Burada, herhangi bir fonksiyonun (ör: deplasman fonksiyonu, $u(x,y)$) yaklaşık değeri, belirli bir sistematikte, fonksiyonun tanım aralığının alt parçalara ayrılması ile elde edilir. Sistemin küçük ayrı parçalarına *Sonlu Eleman* denilmektedir. Elemanlara ayrılarak oluşturulmuş olan modelde belirli sayıda nokta bulunur. Bu model, yaklaşık değeri elde edilmek istenen fonksiyonun bu noktalardaki değerleri ile bu noktalar arasında, yani sonlu elemanın sınırları içerisinde fonksiyonun yaklaşık değerlerini içermektedir. Sonlu elemanlar içinde fonksiyonun yaklaşık değeri, noktalardaki değerler cinsinden ifade edilir.

Elde edilmek istenen fonksiyonun sonlu elemanlar modeli şu adımlar ile oluşturulur.

- Fonksiyonun tanım aralığında, belirli sayıda nokta ve bu noktalarda fonksiyonun değerleri belirlenir. Bu adım fonksiyon tanım aralığının (problemin tanımlı olduğu alan veya hacim) sonlu elemanlara ayrılması olarak bilinmektedir. Oluşturulan noktalar sonlu elemanları birbirlerine bağlar. Bu noktalar genel olarak düğüm noktası, kısaca düğüm olarak adlandırılır.
- Fonksiyon tanım aralığı, iki boyutta genellikle üçgen veya dikdörtgen gibi basit şekillere ayrılır. Üç boyutlu problemlerde ise tetrahedron ve hexahedron gibi geometrik cisimler kullanılır.
- Fonksiyonun sonlu eleman sınırları içindeki değerleri, eleman düğümlerindeki fonksiyon cinsinden, interpolasyon fonksiyonu türetilerek

yaklaşık olarak elde edilir. İnterpolasyon fonksiyonları düğüm sayısına ve eleman şekline bağlıdır.



Şekil 2.1. Üçgen (a), dörtgen (b), tetrahedron (c), hexahedron (d)

2.1.1. Düzlem elastisite problemleri

Düzlem elastisite problemleri *düzlem gerinim* ve *düzlem gerilme* olarak iki kısma ayrılmaktadır. Cisim kalınlığının diğer boyutlarına oranla çok büyük olduğu problemler düzlem gerinim, bu kalınlığın çok küçük olduğu problemler ise düzlem gerilme problemi olarak düşünülebilir.

Düzlem gerilme problemlerinde kalınlık boyunca oluşacak gerilmeler, diğer gerilmelere oranla ihmal edilebilecek boyutta olacaktır. Bu sebeple,

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad [2.1]$$

kabulü yapılmaktadır. Düzlem elastisite problemlerinde hareket denklemleri

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + f_x = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad [2.2a]$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad [2.2b]$$

burada σ_x , σ_y , τ_{xy} gerilme bileşenleri, f_x ve f_y birim hacimdeki kütle kuvvetleri ve ρ malzeme yoğunluğudur.

Perde duvar – çerçeve sistemleri de düzlem gerilme elemanları ile modellenebilir. Eğer duvar düzlem gerilme halinde ve birim kalınlığa sahip ise, hareket denklemleri statik denge denklemleri halini alacaktır.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0 \quad [2.3]$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0 \quad [2.4]$$

2.1.2. Gerilme – gerinim bağıntıları

Gerilme – gerinim ilişkisini belirleyen genelleştirilmiş Hooke kanunu yani elastik bünye denklemleridir. Düzlem gerilme problemleri için bünye denklemi,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \mathbf{e} \quad [2.5]$$

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Bu ifadede,

E, elastisite modülü (Young modülü)

ν , Poisson oranı

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, küçük gerinim bileşenleridir.

2.1.3. Gerinim – yerdeğiştirme bağıntıları

Gerinimler ile yerdeğiştirmeler arasındaki kinematik bağıntılar düzlem gerilme problemleri için,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{u} \quad [2.6]$$

olarak verilebilir. Burada u, v, x ve y doğrultusunda deplasman bileşenleridir.

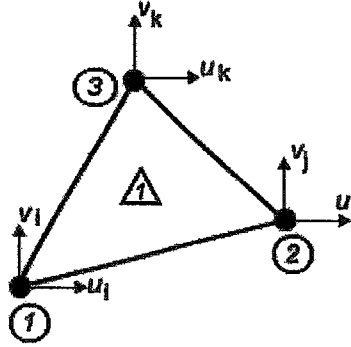
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad [2.7]$$

A , gerinim – deplasman operatörü

D, gerilme – gerinim matrisidir.

Sonlu eleman için deplasman ifadelerinin bulunması, bizi aranan gerinimlere ve gerilmelere götürecektir. Sonraki bölümde bu deplasman ifadeleri oluşturulacaktır.

2.1.4 Üçgen sonlu eleman için deplasman formülasyonu



Şekil 2.2. Üçgen sonlu eleman ve serbestlikleri

Eleman içerisindeki deplasmanları, düğümlerdeki serbestlikler cinsinden ifade edebilmek için kullanılan en basit yaklaşım birinci dereceden polinom fonksiyon kullanmaktır.

Eğer $u(x,y)$ bir yerdeğiştirme alanı ise, bu alanının eleman içerisindeki yaklaşık değeri $U(x,y)$,

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad [2.8a]$$

aynı şekilde $V(x,y)$ yaklaşık yerdeğiştirme alanı,

$$V = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad [2.8b]$$

olarak yazılabilir. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ katsayılarını elde etmek için, üçgen sonlu elemanın düğüm noktalarında Eş.8a ve Eş.8b yazılarak oluşturulan iki adet denklem takımının çözülmesi yeterli olacaktır. $U(x_i, y_i) = u_i$ ve $V(x_i, y_i) = v_i$ olduğunu gözönünde bulundurarak aşağıdaki denklemler oluşturulabilir.

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad [2.9a]$$

$$\mathbf{u}_{\text{node}} = \mathbf{T} \boldsymbol{\alpha}_u \quad [2.9b]$$

$$\begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix} \quad [2.10a]$$

$$\mathbf{v}_{\text{node}} = \mathbf{T} \boldsymbol{\alpha}_v \quad [2.10b]$$

$$\boldsymbol{\alpha}_u = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{u}_{\text{node}} \quad [2.11a]$$

$$\boldsymbol{\alpha}_v = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{v}_{\text{node}} \quad [2.11b]$$

Eş. 2.11a ve Eş. 2.11b işlemlerinin sonucu olarak,

$$\boldsymbol{\alpha}_u = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} \quad [2.12a]$$

$$\boldsymbol{\alpha}_v = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_k \end{bmatrix} \quad [2.12b]$$

Eş. 2.8a ve Eş.2.8b’de verilen polinom fonksiyonlarının katsayıları elde edilmiş olur.

Burada,

$$2\Delta = \det(\mathbf{T})$$

Δ , üçgen alanı

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j$$

$$b_i = y_j - y_k$$

$$c_i = x_k - x_j$$

$i \neq j \neq k$ ve diğer katsayılar indislerin  permütasyonu ile elde edilirler.

$$U(x, y) = \frac{1}{2\Delta} \left((a_i + b_i x + c_i y)u_i + (a_j + b_j x + c_j y)u_j + (a_k + b_k x + c_k y)u_k \right) \quad [2.13a]$$

$$V(x, y) = \frac{1}{2\Delta} \left((a_i + b_i x + c_i y)v_i + (a_j + b_j x + c_j y)v_j + (a_k + b_k x + c_k y)v_k \right) \quad [2.13b]$$

Bu aşamadan sonra $U(x, y) \cong u(x, y)$ olarak düşünülüp deplasman vektörünün x bileşeni ve y bileşeni küçük harfler ile ifade edilecektir. Eş. 2.13a ve Eş. 2.13b,

$$u(x, y) = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k \quad [2.14a]$$

$$v(x, y) = N_i v_i + N_j v_j + N_k v_k \quad [2.14b]$$

olarak da yazılabilir. Burada,

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y) \quad [2.15]$$

N_i , üçgen eleman için lineer interpolasyon fonksiyonudur ve *şekil fonksiyonu* olarak da adlandırılır. ‘ u ’ ve ‘ v ’ birbirlerinden bağımsız olmalarına rağmen yerdeğiştirme vektörünün bileşenlerini oluşturmaktadırlar ve aynı *şekil fonksiyonu* kullanılarak yaklaşık değerleri elde edilir.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad [2.16a]$$

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Psi} \Delta \quad [2.16b]$$

Eş.2.16b ile birlikte üçgen sonlu eleman içerisinde oluşan deplasman alanı, sonlu eleman düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmeler cinsinden belirlenmiş olur.

Eş.2.16, Eş.2.6' de verilen gerinim denkleminde yerine yazılarak sonlu eleman içerisinde oluşacak gerinimler elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_k}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad [2.17]$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{B} \Delta$$

Eş.2.5' de verilen gerilme denkleminin yeni formu,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \mathbf{B} \Delta \quad [2.18]$$

Eş. 2.2a ve Eş. 2.2b hareket denklemlerine *Galerkin metodu* [] uygulanarak,

$$\iint \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} N_j dxdy + \iint \sigma_x \frac{\partial N_j}{\partial x} dxdy + \iint \tau_{xy} \frac{\partial N_j}{\partial y} dxdy = \iint F_x N_j dxdy + \int \left(\sigma_x N_j \right)_x dy + \int \left(\tau_{xy} N_j \right)_y dx \quad [2.19a]$$

$$\iint \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} N_j dxdy + \iint \tau_{xy} \frac{\partial N_j}{\partial x} dxdy + \iint \sigma_y \frac{\partial N_j}{\partial y} dxdy = \iint F_y N_j dxdy + \int \left(\tau_{xy} N_j \right)_x dy + \int \left(\sigma_y N_j \right)_y dx \quad [2.19b]$$

Eş. 2.18, 2.19a ve 2.19b' de yerine yazılarak

$$\left(\iint \rho \psi^T \psi \, dxdy \right) \ddot{\mathbf{A}} + \left(\iint \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dxdy \right) \mathbf{A} = \iint \psi^T \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} dxdy + \int_{\Gamma_s} \psi^T \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix} ds \quad [2.20]$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{A}} + \mathbf{K} \mathbf{A} = \mathbf{F} \quad [2.21]$$

Statik denge durumunda Eş.2.21,

$$\mathbf{K} \mathbf{A} = \mathbf{F} \quad [2.22]$$

halini alır. Burada,

$$\mathbf{M} = \iint \rho \psi^T \psi \, dxdy \quad [2.23]$$

$$\mathbf{K} = \iint \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dxdy \quad [2.24]$$

2.2. Sonlu Elemanlar Analizi İçin Çözüm Ağı Oluşturulması

Sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan analizlerde, zaman alıcı ve zor kısım analizde kullanılacak bilginin girişidir. Geometrinin tanımlanması, kullanılan sonlu elemanların numaralandırılması, eleman düğüm noktalarının koordinat bilgilerinin ve serbestlik derecelerinin numaralandırılmasının yapılması bilgi girişinin parçalarını oluşturmaktadır.

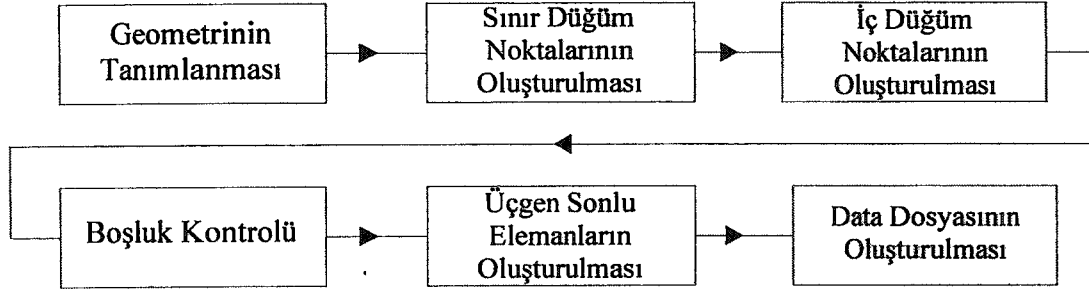
Bilgi girişinin kullanıcı tarafından, her düğüm noktası için tek tek yapılması büyük geometriye sahip ve kullanılacak elemanların sayıca çok fazla olduğu problemlerde zordur. Bu nedenle, sonlu elemanlar yönteminde kullanılacak geometrik bilgi girişinin bilgisayarlar tarafından yarı otomatik veya otomatik olarak yapılması son derece elverişlidir. Günümüz teknolojisini kullanan ve sonlu elemanlar analizi yapan programların tamamı otomatik çözüm ağı türeterek kullanılmaktadır.

2.2.1. İki boyutlu problemler için üçgen çözüm ağı

Üçgen çözüm ağı, bir grup algoritmanın arka arkaya çalıştırılması ile türetilmektedir. Bu algoritmalar, başlangıç sonlu elemanların oluşturulmasını, boşluk kontrollerini, oluşturulan düğüm noktalarının düzlemde geometrik olarak düzeltilmesini ve istenilen düğüm noktası veya bölgelerde çözüm ağının sıklaştırılmasını kapsamaktadır.

İlk adımda, “Başlangıç Ağ” olarak tanımlanan ve üzerinde herhangi bir sıklaştırma yapılmamış bir çözüm ağı, geliştirilen SEA-CST bilgisayar programı tarafından oluşturulmaktadır. Bu çözüm ağının oluşturulmasında kullanılan yöntemde, verilen geometrinin sınırlarında düğüm noktaları oluşturulmakta, sınırlar içerisine nokta eklenerek belirli yoğunlukta noktalar grubu türetilmekte ve bu noktalar üçgen sonlu elemanlar oluşturmak üzere birleştirilmektedir. Sınır içerisinde bulunan noktalar (9) de verilen algoritma ile oluşturulmuştur. Noktalar ve üçgenler, geometrik şartlar ile

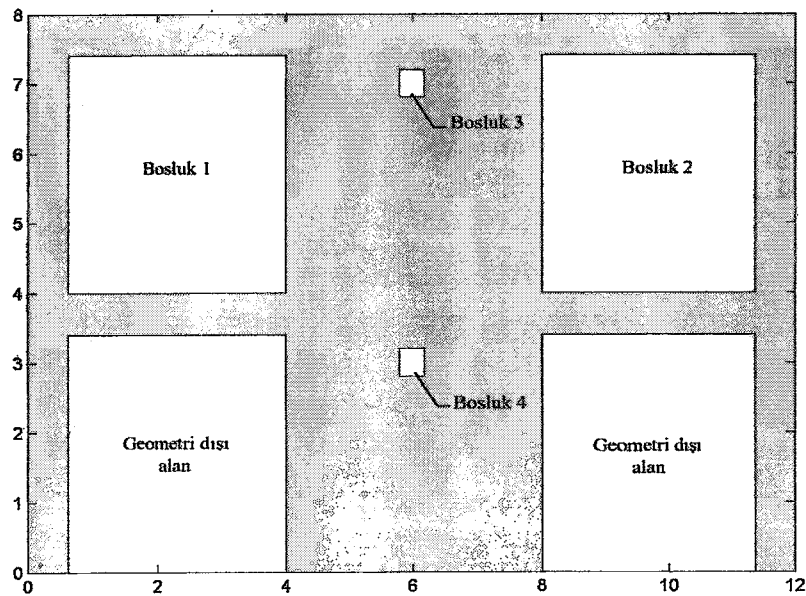
sınırlanmakta ve boşluk kontrolünden geçmektedir. Boşluklarda türetilen noktalar ve üçgenler silinmektedir.



Şekil 2.3. Üçgen çözüm ağı için akış diyagramı

2.2.2. Geometrinin tanımlanması

Üzerinde çözüm yapılacak geometrinin SEA-CST yazılımına tanımlanabilmesi için geometri bilgisinin girişinin yapılması gerekmektedir. Bunun için geometri poligonunun düğüm noktalarının koordinatları bilgisayara verilmelidir. Bu noktalar kapalı bir poligon oluşturacak şekilde oluşturulmakta ve saat yönünün tersi yönde nokta sıralaması yapılmaktadır.

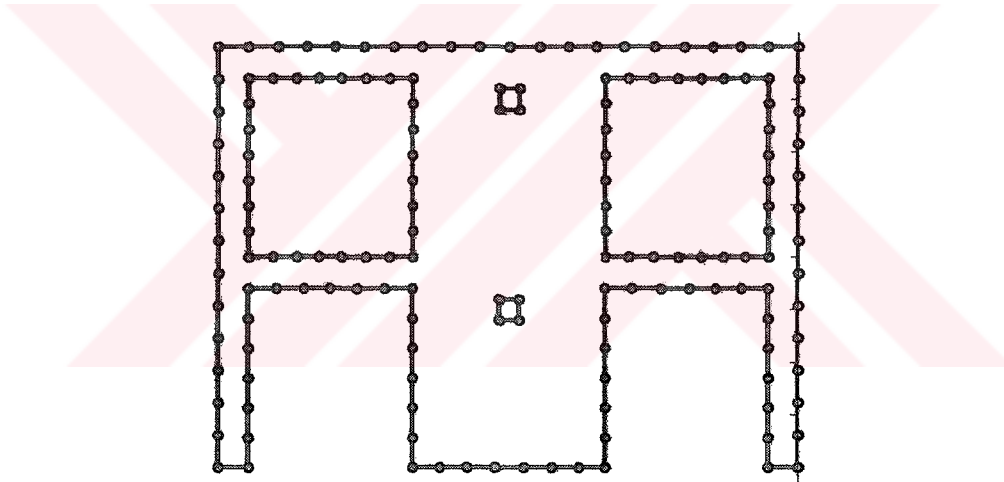


Şekil 2.4 Dış sınırları ve iç sınırları tanımlanmış geometri.

2.2.3. Sınır düğüm noktalarının oluşturulması

Problem geometrisinin tamamlanmasının ardından sınırların üzerinde yeralacak düğüm noktalarının ve bunların koordinatlarının depolanması gerekmektedir. Geometri üzerinde tanımlı noktaların elde edilebilmesi için bu adımın yapılması gerekmektedir.

İlk aşamada başlangıç çözüm ağı oluşturulacağı için, sınırlar üzerinde bulunan düğümlerin aralıkları belirli oranda geniş tutulabilir. Daha sonra yapılacak işlemler ile sıklaştırma gereken bölgeler istenildiği gibi sıklaştırılacaktır.



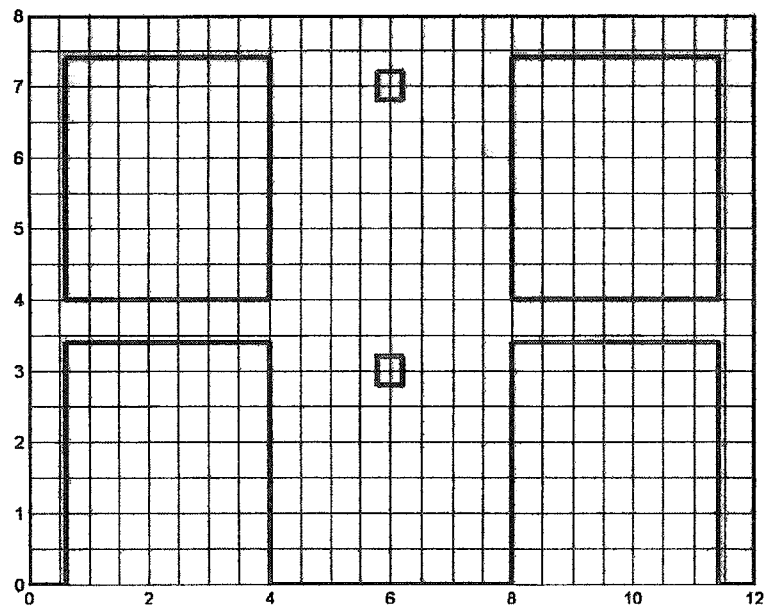
Şekil 2.5 Dış sınırlarda ve iç sınırlarda düğüm noktaları oluşturulmuş geometri.

2.2.4. İç düğüm noktalarının oluşturulması

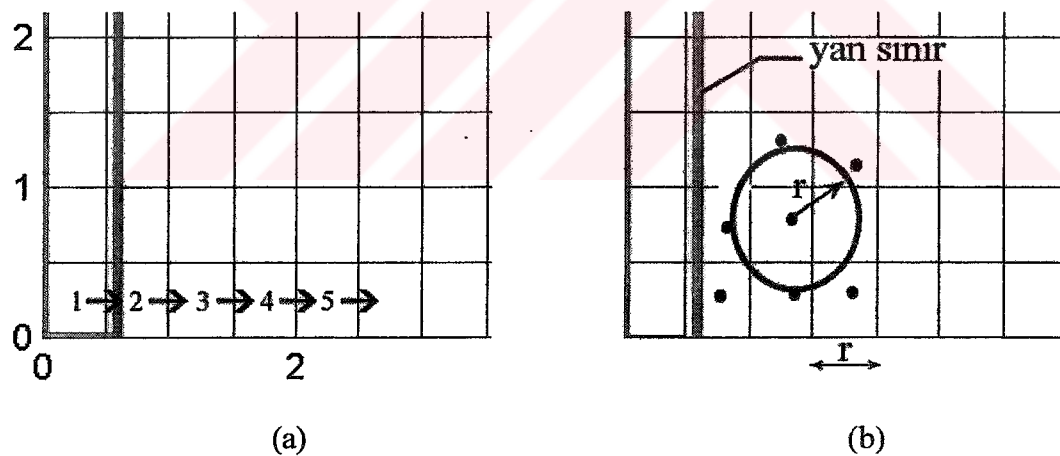
Problem sınırları içerisinde bulunacak olan noktaların koordinatlarının oluşturulmasında rastgele noktalar kullanılmıştır. Bu yöntem ile herhangi bir şekle sahip olan kapalı poligon alanda bazı geometrik sınırlamalar kullanarak düğüm noktaları elde edilebilmektedir. Geometrinin çok düzensiz olması durumunda bile üçgen sonlu elemanların oluşturulması güçlüğü ortadan kalkmaktadır.

Rastgele noktaların oluşturulmasında izlenen yol şu şekildedir.

- Tüm geometriyi sağ ve sol kenarlardan, üst ve alt kenarlardan tamamıyla içine alacak büyük dikdörtgen poligon oluşturulur. Bu poligonun dışına problem geometrisinin herhangi bir parçası çıkmamalıdır.
- Oluşturulan dış dikdörtgen türetilcek rastgele noktaların yoğunluğuna göre kare alt bölgelere bölünür. Alt bölgelerin herbirinde bir tane rastgele nokta oluşturulacaktır.
- Dış ve iç sınırlar boyunca hiçbir noktanın oluşturulmaması gerekli olan bölgeler vardır. Bu bölgelerde oluşturulan noktalar ile meydana gelecek olan üçgenler iç açısı çok küçük, yani ucu çok sivri olan üçgenler olacaklardır.
- İç bölgede oluşturulan nokta geometri alanı içinde değilse, yani boşluk üzerinde ise oluşturulan nokta kümesine alınmaz.
- Sol alt köşede bulunan kare bölge ilk kare olarak seçilip burada ilk rastgele nokta oluşturulur. Bu rastgele nokta etrafında bulunan diğer noktalara belirli bir mesafeden daha fazla yakın bir bölgede olamaz. Bu bölge yarıçapı bir kare bölgenin genişliği kadar olan çember ile gösterilmektedir.
- Tüm kare bölgeler işleminden geçtikten sonra, kareler yana ve üste yarım kare uzunluğunda kaydırılır ve oluşan yeni kareler için yukarıda anlatılan şekilde yeni noktalar bulunur ve istenilen yoğunlukta nokta elde edilmiş olur.



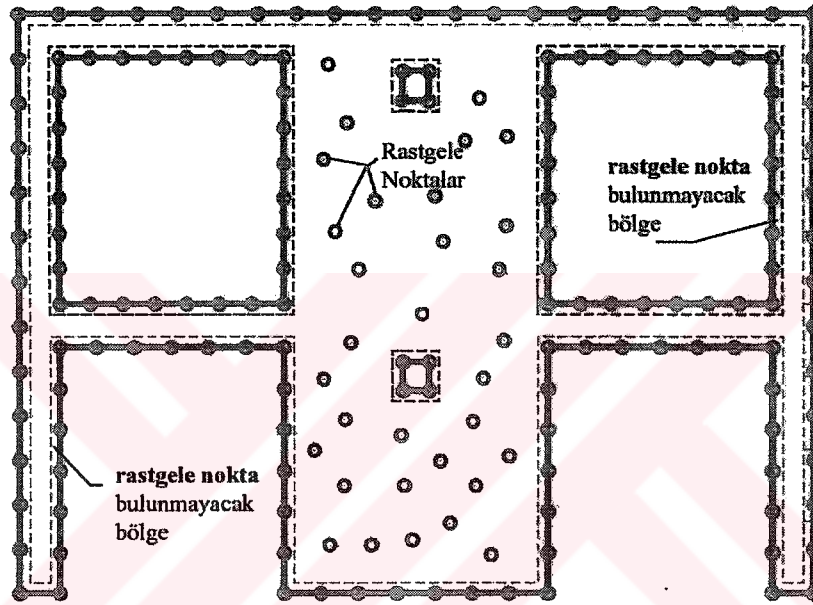
Şekil 2.6 Kare bölgelere bölünmüş geometri



Şekil 2.7 Rastgele noktaların oluşum sırası (a), Rastgele oluşturulmuş bir noktanın diğer noktalara olan mesafesi (b)

Belirtilen sıra ile her bir kare içerisinde rastgele nokta oluşturulur. Bu noktaların yoğunlukları karelerin boyutlarına bağlıdır. Noktaların x koordinatı ve y koordinatı değerleri ile numaraları, bir veri deposunda tutulur. Gerektiğinde buradan çağırılarak kullanılırlar.

Bir nokta oluşturulmadan önce, var olan düğüm noktalarına olan mesafesi kontrol edilir. Bu mesafe bir kare genişliğinde olmalıdır. Yani başka bir ifadeyle oluşturulan nokta merkez olmak şartı ile kare genişliği yarıçapına sahip dairenin içerisinde herhangi bir düğüm bulunmamalıdır. Bu sayede birbirine aşırı yakın noktalar elde edilmemiş olacak ve aşırı dar açılı üçgenler oluşmayacaktır.



Şekil 2.8 Rastgele noktalar ve sınırların kenarında bulunan nokta oluşturulmayacak bölgeler.

Tüm karelerde nokta oluşturulması tamamlandıktan sonra, kareler yana ve yukarıya kaydırılarak ikinci adım yoğunlaştırma yapılmaktadır. Böylece yeni bir kare yerleşimi elde edilir ve yeni oluşan karelerde de rastgele nokta türetimi yapılır.

2.2.5. Üçgenleştirme

Poligonal bir alanın düzlemde üçgen elemanlara bölünmesine üçgenleştirme denilecektir. Üçgenleştirme hesaplamalı geometrinin temel problemlerindendir. Karmaşık geometrili problemler üzerinde çalışmanın ilk adımı, geometriyi basit geometrik cisimlere bölmektir. İki boyutta en basit geometrik cisim üçgen, üç boyutta ise tetrahedrondur.

Üçgenleştirmeyi kullanan en klasik iki uygulama, sonlu elemanlar analizi ve bilgisayar grafikleridir. Buradaki çalışmada sonlu elemanlar analizinin üçgenleştirme bölümünde bilimsel çalışmalarda yaygın olarak kullanılan *Delaunay* üçgenleştirmesi kullanılmıştır. Herbir üçgen elemanın üç düğüm noktasından geçen dairenin içerisinde düzlemi oluşturan noktalardan hiçbirisinin olmadığı üçgenleştirme Delaunay üçgenleştirmesi olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca delaunay üçgeninin bir tamamlayıcısı olan Voronoi diyagramı kullanılarak da bir tanım oluşturulabilir. Düzlemi oluşturan noktaların voronoi diyagramlarının ortak voronoi kenarı olan noktaların birleştirilmesiyle elde edilen üçgenleştirmeye de delaunay üçgenleştirmesi denir (10).

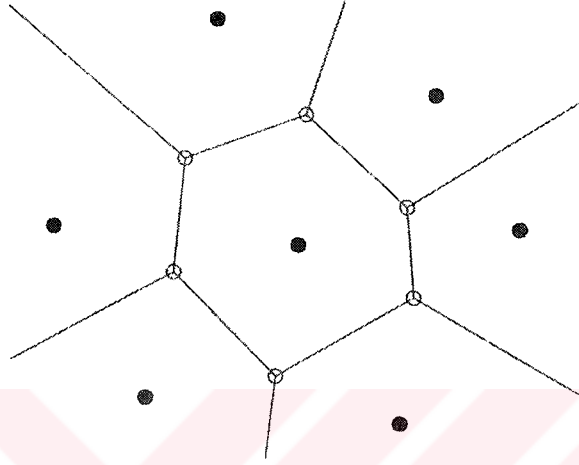
Voronoi diyagramı, düzlem üzerindeki her noktaya ait olan poligonal bölgelerin oluşturduğu diyagramdır.

Voronoi Diyagramları

Tanım. $S \in R^2$, n adet noktanın bir düzlem üzerinde oluşturduğu küme ise, $p \in S$ noktasına ait olan voronoi bölgesini $x \in R^2$ noktalarının oluşturduğu küme belirler. 'x' noktaları, en azından p noktasına herhangi diğer bir noktaya yakın olduğu kadar yakınlıkta bulunan noktaların kümesidir. Yani bir voronoi bölgesinin içinde bulunan tüm noktalar voronoi bölgesinin bağlı olduğu noktaya diğer noktalardan daha yakındır.

Voronoi bölgesinin tanımı şöyledir,

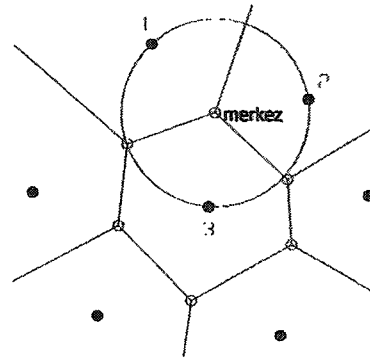
$$V_p = \{x \in R^2 \mid \|x - p\| \leq \|x - q\|, \forall q \in S, p \neq q\} \quad [2.25]$$



Şekil 2.9. Yedi noktaya ait olan yedi adet voronoi bölgesi

Eş.2.25 tanımımda '=' durumu, x'in p ve q noktalarını birleştiren doğru parçasını dik kesen doğru parçası üzerinde olduğunu ifade eder. '<' durumu da x'in voronoi bölgesinin içerisinde olduğunu göstermektedir. S'in voronoi diyagramı her noktaya ait V_p 'nin oluşturduğu küme ile tanımlanır.

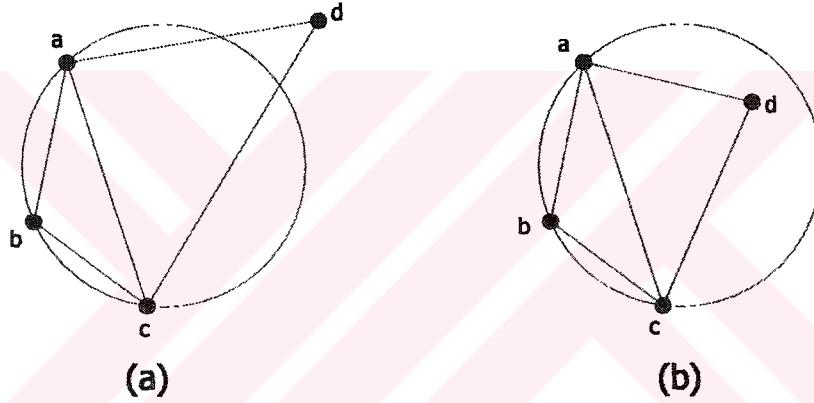
Voronoi bölgelerini oluşturan poligonun köşe noktası, etrafında bulunan üç noktadan geçen dairenin merkez noktasını belirtmektedir.



Şekil 2.10 . Düzlem üzerindeki üç noktadan geçen daire ve merkez noktası

Delaunay Üçgenleştirmesi

Bir üçgenin delaunay üçgeni olabilmesinin koşulu, üçgenin köşelerini oluşturan a, b ve c noktalarından geçen çemberin içerisinde veya üzerinde düzlemi oluşturan diğer noktalardan hiçbirisinin olmamasıdır. Voronoi diyagramında ortak bir kenarı bulunan iki nokta birleştirilerek lokal delaunay üçgenleştirmesi yapılır. Tüm voronoi diyagramının bu şekilde bölünmesiyle üçgenler oluşturulur. Ayrıca doğrudan noktaların seçimi ve noktalara ait olan dairenin içerisinde hiçbir noktanın olmaması kontrol edilerek de delaunay üçgenleri elde edilebilir.



Şekil 2.11. Doğru olmuş Delaunay üçgeni (a), hatalı üçgen oluşumu (b)

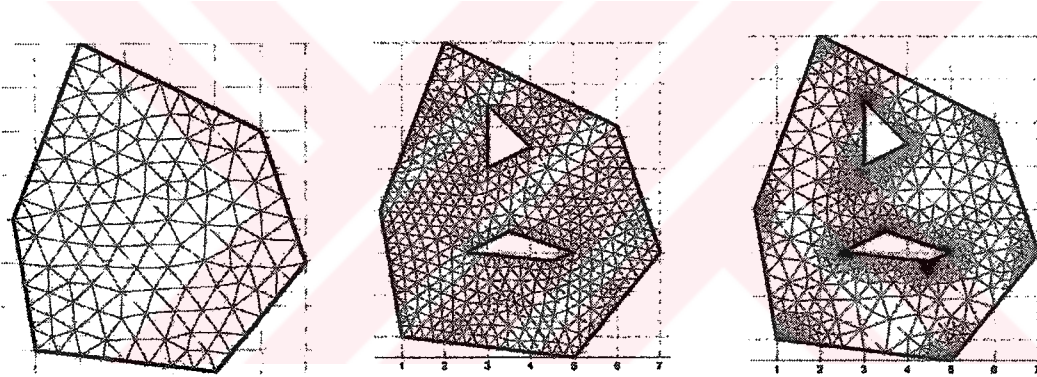
Herhangi bir $x \in R^2$ noktasının bir 'u' merkezli 'r' yarıçaplı çemberin hangi bölgesinde olduğunu belirleme kullanılacak fonksiyon Eş. 2.24' de verilmiştir.

$$\pi(x) = \|x - u\|^2 - r^2 \quad [2.26]$$

x noktaları çemberin dışında ise $\pi > 0$, çember üzerinde ise $\pi = 0$ ve çemberin iç bölgesinde ise $\pi < 0$ olacaktır.

Algoritma

- Düzlemi oluşturun noktalar kümesi içinden üç nokta seç.
- Seçilen noktaların oluşturduğu üçgen için köşe noktalarından geçen daireyi oluşturun.
- Oluşan dairenin diğer düzlem noktalarının herhangi birini içerip içermediğini kontrol et.
- Köşe noktalarından geçen dairesi hiçbir noktayı içermeyen üçgen delaunay üçgeni olarak belirlenir ve yeniden nokta seçimi yapılır.



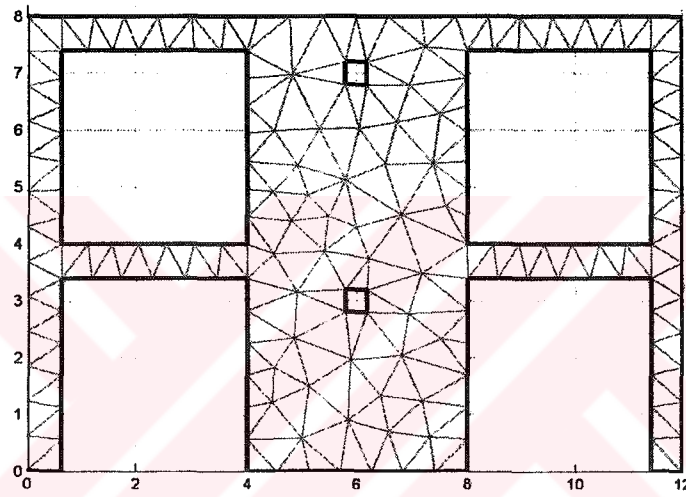
Şekil 2.12. Kapalı bir geometri için 'Delaunay' algoritması ile yapılmış üçgenleştirme örnekleri

Dejenerasyon

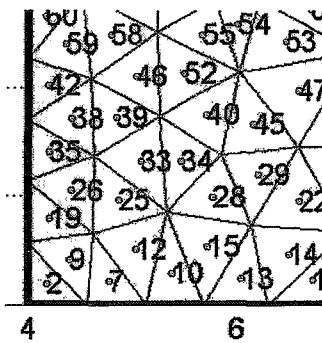
Bir voronoi noktasının etrafında dört veya daha fazla voronoi bölgesi bulunursa dejenere üçgenleştirme olarak adlandırılan durum oluşur. Standart bir delaunay üçgenleştirmesinde bir voronoi noktası etrafında üç adet voronoi bölgesi bulunmalıdır.

2.2.6. Başlangıç üçgen çözüm ağı

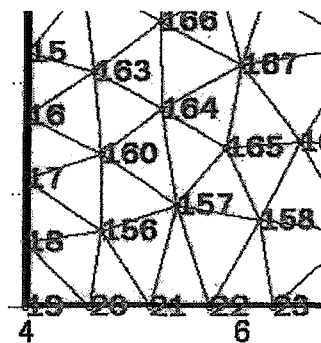
Başlangıç çözüm ağı hiçbir sıkıştırma işlemi görmemiş, belirli yoğunlukta nokta kullanılarak türetilmiş, genel itibariyle büyük elemanlardan oluşan bir çözüm ağı olarak nitelendirilir. Başlangıç çözüm ağının oluşturulması hızlı olur. Herhangi bir geometri için zaman kaybı olmaksızın bir çözüm ağı türetilebilir ve gerekli bölgelerde sıkıştırma işlemleri gerçekleştirilebilir.



Şekil 2.13. Başlangıç üçgenleştirilmesi yapılmış sistem



(a)



(b)

Şekil 2.14. Üçgen elemanların numaralandırılması (a), Düğüm noktalarının numaralandırılması (b)

2.2.7. Düzüm noktalarının düzlemde düzeltilmesi

Çözüm ağı kalitesini artırmak amacıyla düğüm noktalarının belirli kurallar içinde yerdeğiştirmesi, noktaların düzlemde iyileştirilmesidir.

Oluşturulmuş bir üçgen veya dörtgen çözüm ağını iyileştirmenin farklı metodları bulunmaktadır. Bunların en bilinenleri 'Laplace metodu', 'ağırlıklı alanlar metodu' dur (12). Laplace metodu üçgen çözüm ağları için oldukça sık kullanılan bir yöntemdir ve bu çalışmada sınır üzerinde oluşturulmuş ve sabit kalması gereken düğüm noktaları dışındaki tüm noktalar, Laplace metodu ile düzeltilmektedirler.

Laplace metodu

Bu yöntemde düzeltilecek olan düğüm noktası, kendisine komşu olan düğüm noktalarının geometrik merkezine kaydırılır. Nokta etrafındaki komşu düğümlerin koordinatlarının ortalaması alınmasıyla yeniden yerleştirilir.

Yeniden yerleştirilecek olan nokta için yerdeğiştirme vektörü,

$$\Delta u = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i \quad [2.27]$$

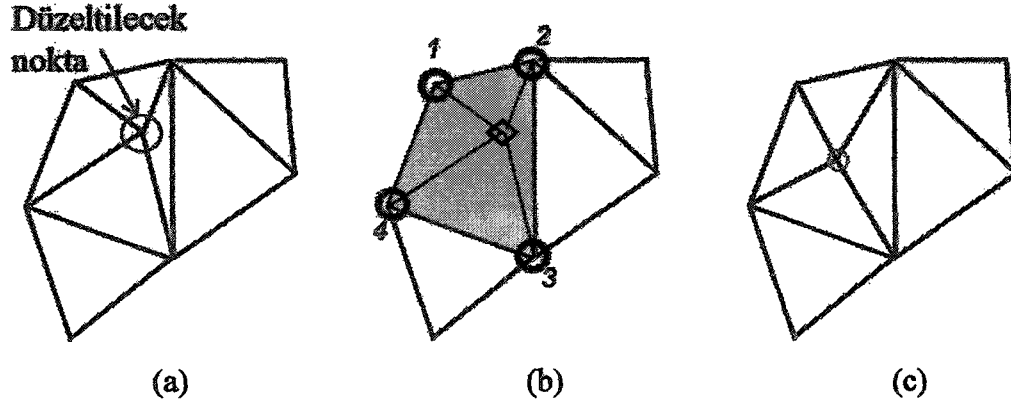
burada,

$$U_i = (x_i - x_0, y_i - y_0) \quad [2.28]$$

n, noktaya komşu olan düğüm sayısıdır.

Noktanın yeni pozisyonu ise,

$$(x, y)^* = (x, y)_0 + \Delta u \quad [2.29]$$



Şekil 2.15 Düzeltme yapılmadan önce düğüm noktası (a), Komşu üçgenler ve düğüm noktaları (b), Laplace düzeltmesi yapıldıktan sonra düğüm noktası

Ağırlıklı alan metodu

Bu yöntem, yer değiştirecek noktanın etrafındaki alanların ağırlıkları oranında noktayı kendi merkezlerine çekmesidir.

Yerdeğiştirme vektörü,

$$\Delta u = \frac{\sum_{i=1}^{ne} A_i C_i}{\sum_{i=1}^{ne} A_i} \quad [2.30]$$

burada,

A_i , komşu elemanın alanı

C_i , yerdeğiştirecek noktanın $(x, y)_0$ koordinatından komşu elemanın ağırlık merkezine olan vektördür.

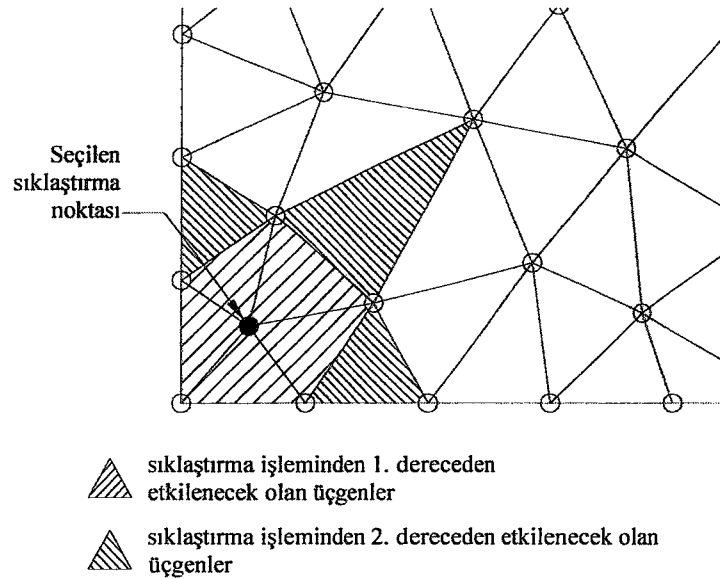
2.2.8. Çözüm ağının bölgesel sıklaştırması

Hazırlanan program farklı şekillerde bölgesel sıklaştırma yapabilmektedir. Bunlar

- I. Tek düğüm noktası üzerinden sıklaştırma
- II. Belirtilen bir poligon veya çizgi üzerinden sıklaştırma
- III. Belirtilen bir eleman üzerinden sıklaştırma
- IV. Seçilen birden fazla eleman üzerinden sıklaştırma
- V. Merkezi bir nokta ekleyerek sıklaştırma
- VI. Delaunay noktası ekleyerek sıklaştırma

Tek düğüm noktası ile sıklaştırma işleminde, kullanıcı sıklaştırma yapmak istediği bölgede bulunan bir düğüm noktasını seçmekte ve bu düğüm noktasının etrafında bulunan üçgenler program tarafından sıklaştırılmaktadır.

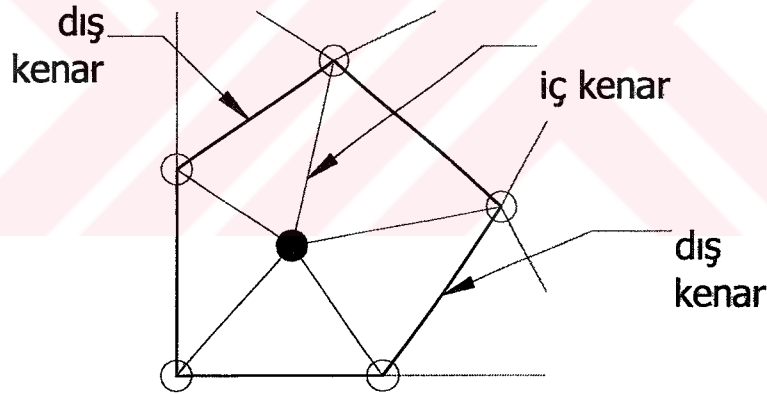
Burada kullanılan algorithmada programa girilen düğüm noktası etrafında bulunan üçgenler belirlenmekte ve gruplandırılmaktadır.



Şekil 2.16. Nokta sıklaştırmasında sıklaştırmaya giren üçgen elemanlar

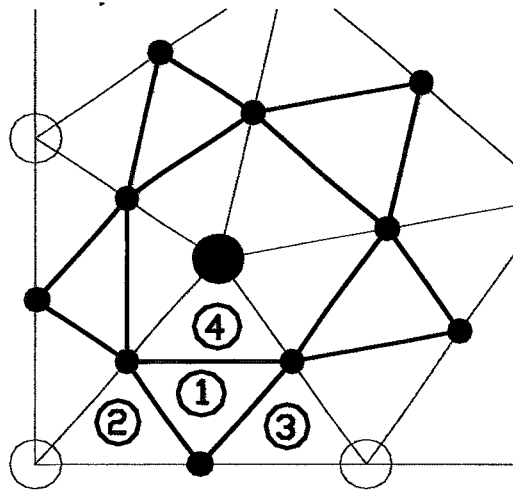
Sıklaştırma noktasının etrafında bulunan üçgen elemanlar saat yönü tersi bir sıralamayla depolanmakta, böylece sıklaştırmada bir sonraki adımda yapılacak olan işlemlerde bu sıra takip edilmektedir.

Sıklaştırma işleminden 1. derecede etkilenecek olan üçgenlerin sıklaştırma noktası karşısında bulunan kenarları dış kenarlar olarak adlandırılır. Bu dış kenarlar üzerinde yeni düğüm noktaları türetilmektedir. Hazırlanan programında bu noktalar dış kenarın orta noktasında olacak şekilde türetilmiştir. Dış kenarlar üzerinde bulunan düğümler ile sıklaştırma düğüm noktasını birleştiren çizgiler de iç kenarlar olarak adlandırılmaktadır. Bu iç kenarlar da saat yönü tersi sıralamadan sonra üzerlerinde yeni düğüm noktaları bulunmak üzere algorithmada işlenirler.



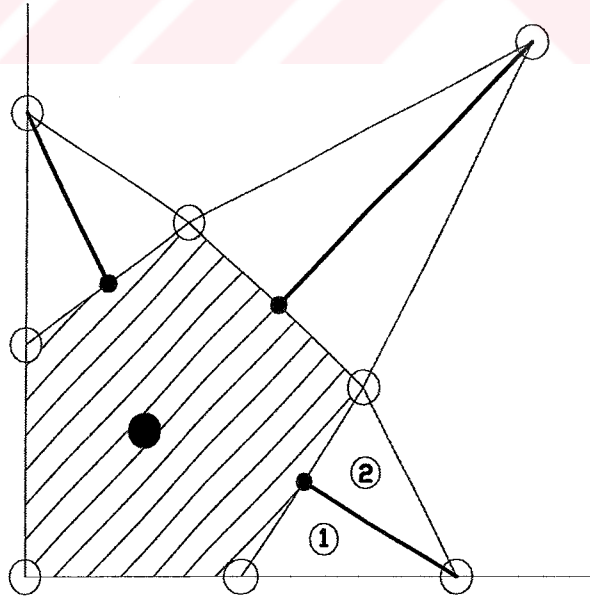
Şekil 2.17. Birinci derecede etkilenecek üçgenler üzerinde bulunan iç ve dış kenarlar

Tüm iç ve dış kenarlar üzerinde türetilen düğüm noktaları üçgen sonlu eleman oluşturmak amacıyla birleştirilirler. Birleştirilen üçgenler ve bunların üç kenarına ortak olan yeni üçgenler, üçgen sonlu eleman deposunun sonuna yerleştirilirler ve numaralandırılırlar. İçerisinde bir adet merkez üçgen ve üç adet ortak üçgen türetilen üçgen ise bu eleman deposundan silinir.

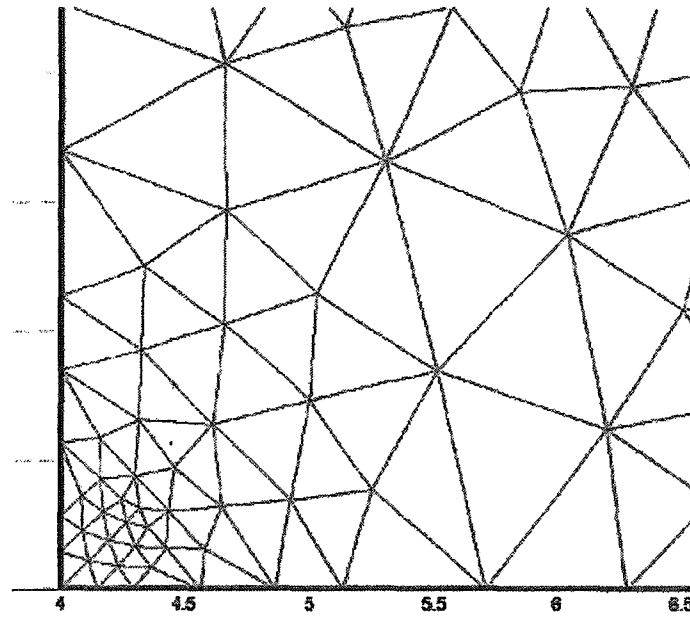


Şekil 2.18. 1. derecede etkilenecek bir üçgende yeni oluşturulan üçgenler, (1) merkez üçgen, (2),(3),(4) ortak üçgenler

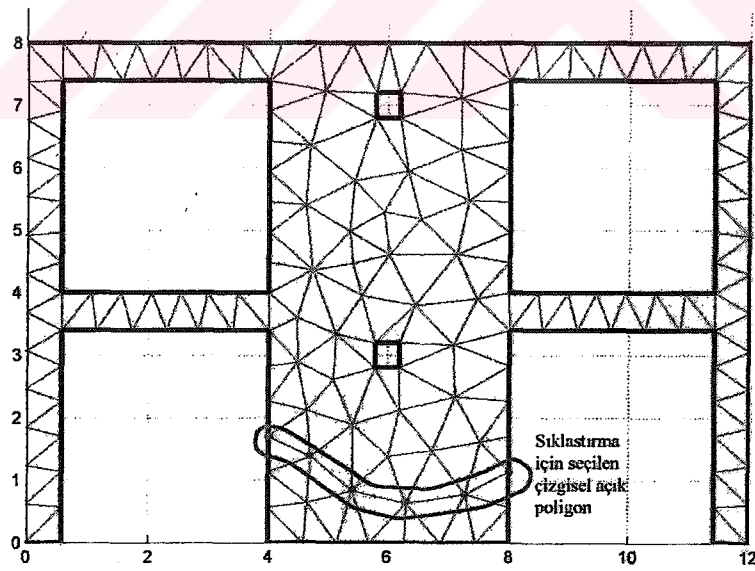
Sıklaştırmada 2. derecede etkilenecek olan üçgenler ise içerisinde iki adet yeni üçgen oluşturulacak şekilde bölünmektedir. Bu işlemden sonra ikiye bölünen üçgen silinir. Oluşturulan yeni üçgenler numaralandırılırlar ve üçgen deposuna yerleştirilirler.



Şekil 2.19 (1),(2), 2. derecede etkilenecek bir üçgende yeni oluşturulan üçgenler



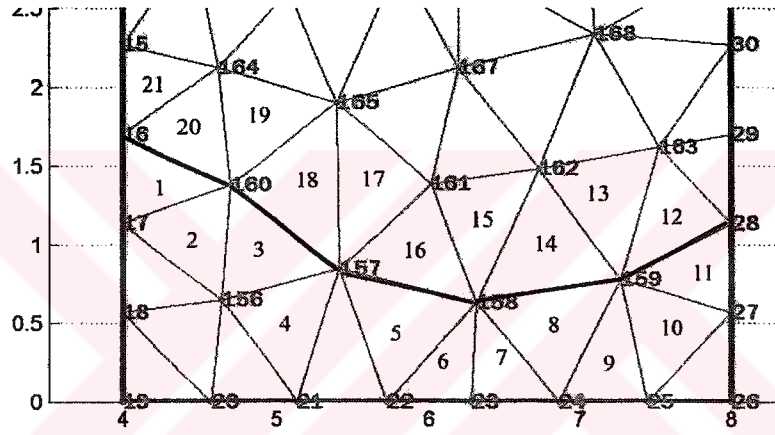
Şekil 2.20 Tek düğüm noktası ile sıklaştırma algoritmasıyla gerçekleştirilmiş köşe sıklaştırması



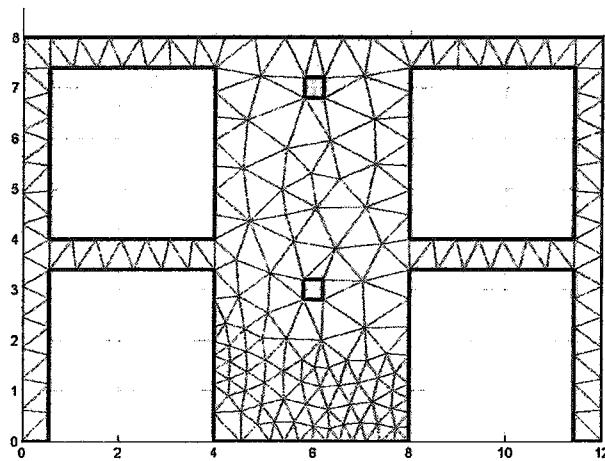
Şekil 2.21 Poligon üzerinden yapılacak sıklaştırmada kullanılacak açık poligon

Belirtilen bir poligon üzerinden sıklaştırma için kullanılan algorithmada ise programa kapalı veya açık bir poligon verilerek bunun etrafında bulunan üçgenlerin sıklaştırılması gerçekleştirilmektedir.

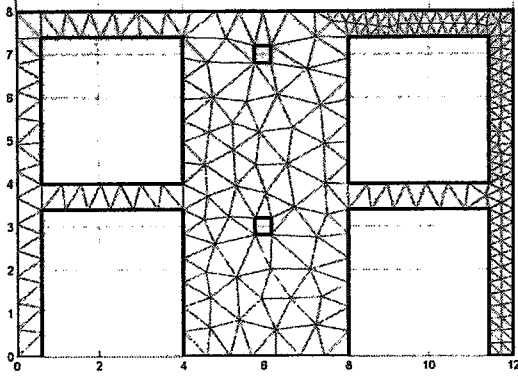
Programa verilen poligon etrafındaki üçgenler bulunmakta ve bir veri deposunda tutulmaktadır. Noktasal sıkılastırmada olduğu gibi dış ve iç kenarlar bulunarak bunlar üzerindeki yeni noktalar türetilir. Bu noktalar birleştirilerek yeni üçgenler bulunur ve numaralandırılırlar.



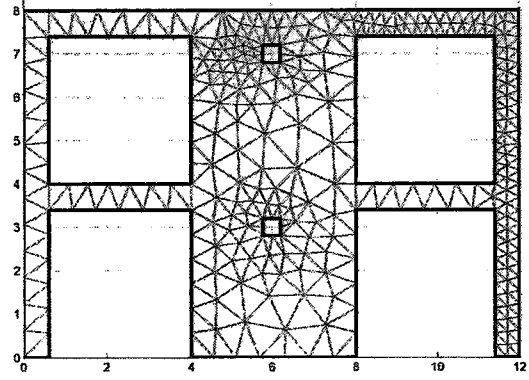
Şekil 2.22 Poligon etrafında poligona ortak olan üçgenler



Şekil 2.23 Sıklaştırma sonucu



Şekil 2.24 Poligon etrafı sıklaştırmanın kolona uygulanması



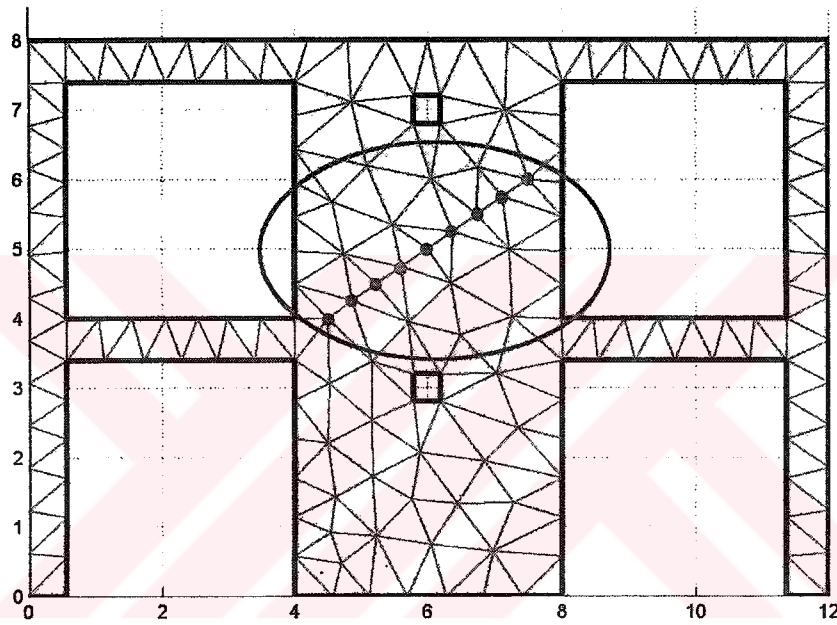
Şekil 2.25 Delikler etrafında poligon sıklaştırma

Belirtilen bir eleman üzerinden sıklaştırma işleminde ise ekrandan mouse ile seçilen veya numarası girilen bir üçgenin içerisine bir nokta eklenir. Bu nokta üçgenin köşe noktalarının geometrik merkezidir. Bu nokta yerleştirildikten sonra tekrar delaunay üçgenleştirmesi gerçekleştirilir.

Delaunay noktası ekleyerek sıklaştırma işleminde ise seçilen bir üçgenin köşe noktalarından geçen daire belirlenir. Bulunan dairenin merkezine yeni bir nokta eklenir ve yeniden delaunay üçgenleştirmesi oluşturulur.

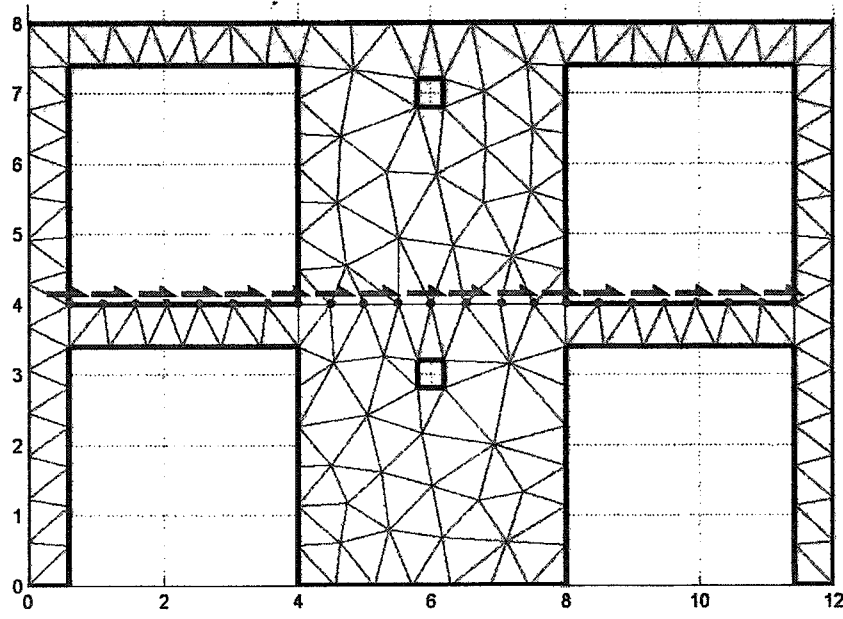
2.2.9. Çizgisel kısıtlı düğüm noktaları türetimi

Program, x ve y koordinat değerleri hiçbir şekilde değişmeyen çizgisel noktalar türetmektedir. İstenilen bir bölgede kısıtlı düğümlerin bulunacağı çizginin başlangıç ve bitiş noktalarının belirtilmesi ile bu düğüm noktaları türetilir ve üçgenler bu noktalara göre oluşturulurlar.



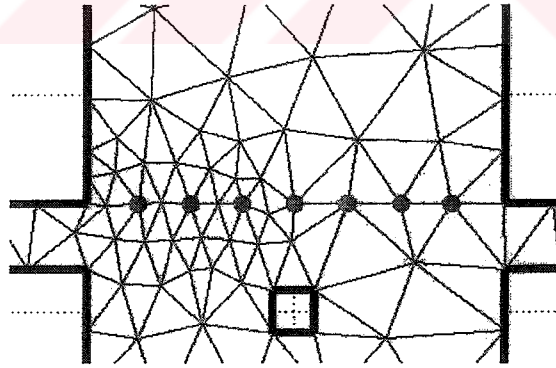
Şekil 2.26 Çizgisel kısıtlı düğüm noktalarının türetimi ve üçgenleştirilmesi

Çizgisel kısıtlı noktaların kullanımı ile geometri içinde çizgisel yüklemelerin yapılabileceği veya yer değiştirme verilebilecek düğüm noktaları elde edilmektedir. Aşağıda görülen sistemde birinci kat seviyesinde çizgisel kısıtlı düğüm noktaları kullanılmış ve kayma yükü verilmiştir.



Şekil 2.27 Çizgisel kısıtlı düğüm noktalarında yapılabilecek yükleme

Oluşturulan çizgisel kısıtlı düğüm noktası etrafında sıklaştırma yapıldığı durumlarda kısıtlı noktalarımız başlangıç x ve y koordinat değerlerini değıştirmezler.



Şekil 2.28 Sıklaştırma sonrası çizgisel kısıtlı düğüm noktaları

2.2.10. Çözüm ağı verilerinin saklanması

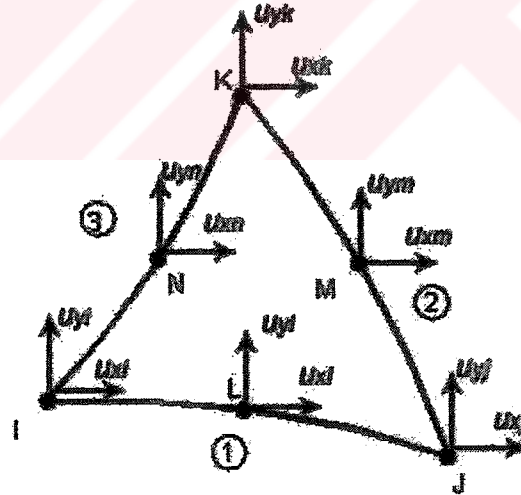
Yapılan başlangıç çözüm ağı işlemi ve arka arkaya gerçekleştirilen sıklaştırmalar sonrası sisteme verilen bir komut ile elde edilen düğüm noktalarının numaraları ve $x - y$ koordinat değerleri, üçgen elemanların numaraları ve bu elemanlara ait olan düğümlerin saat yönü tersi sıralanmış halleri bir veri kütüğünde saklanmaktadır.

Çözüm ağı verilerinin saklanması üçgen çözüm ağı türetiminin herhangi bir ara safhasında gerçekleştirilebilir ve farklı isimler ile kayıt yapılabilir. Bir sonraki adımda gerçekleştirilecek olan sonlu elemanlar çözümlemesinde kullanılacak olan verilerin bir kısmı buradan alınmaktadır. Ayrıca herhangi bir geometrinin ekran grafiği bu veriler kullanılarak oluşturulmaktadır.

3. SONLU ELEMANLAR PROGRAMI İLE YAPILAN ANALİZLER VE SONUÇLARI

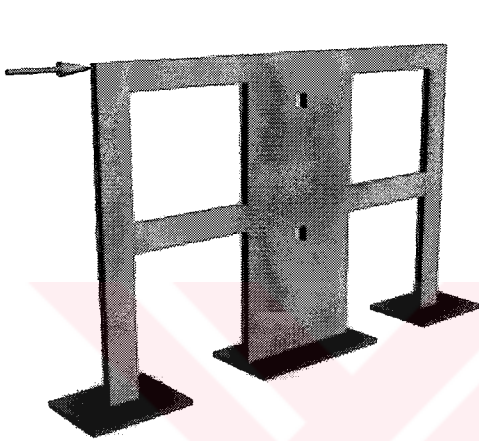
3 düğüm noktası ve 6 serbestlik derecesine sahip (CST) üçgen sonlu elemanları kullanan SEA-CST sonlu elemanlar yazılımı ile yapılan analizlerin sonuçları bu bölümde sunulmuştur. Elde edilen sonuçlarının doğruluğunu görebilmek için ANSYS® sonlu elemanlar programı kullanılmıştır. 1970 yılında kurulmuş ANSYS şirketi tarafından üretilen program tüm dünyada çok yaygın olarak kullanılmaktadır.

ANSYS® programı 190'ın üzerinde sonlu elemanın bulunduğu bir kütüphaneye sahiptir (13). Düzlem gerilme problemleri için kullanılan “Plane2” elemanı da bu elemanlardan birisidir. Karışık geometrilerin rahatlıkla modellenebildiği bu sonlu eleman ve serbestlikleri Şekil 3.1’de görülmektedir.

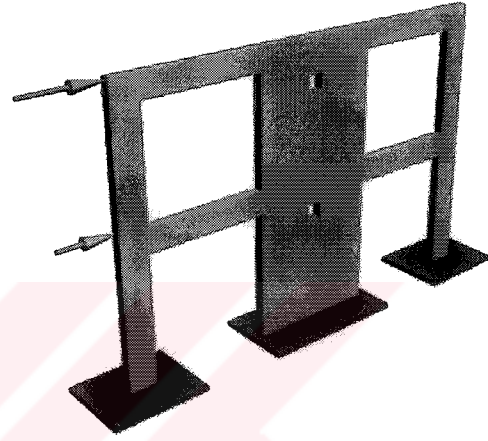


Şekil 3.1. ANSYS - Plane2 elemanı ve serbestlikleri

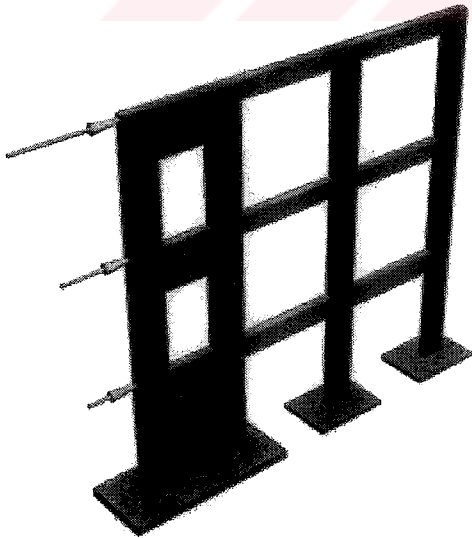
Karşılaştırmalarda kullanılan modeller FEM-# adlandırılmışlardır. Yapılan karşılaştırma ve analizlerde farklı geometriye sahip modeller örnek olarak seçilmiş ve deformasyon değerleri ile kritik bölgelerde oluşacak gerilme değerleri karşılaştırılmıştır. Ayrıca gerilme diyagramları karşılaştırılarak genel gerilme paterninin tutarlılığıda gösterilmiştir.



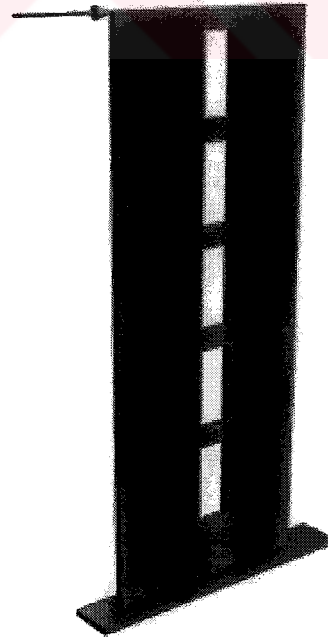
Şekil 3.2 FEM-1 örneği



Şekil 3.3 FEM-2 örneği



Şekil 3.4 FEM-3 örneği



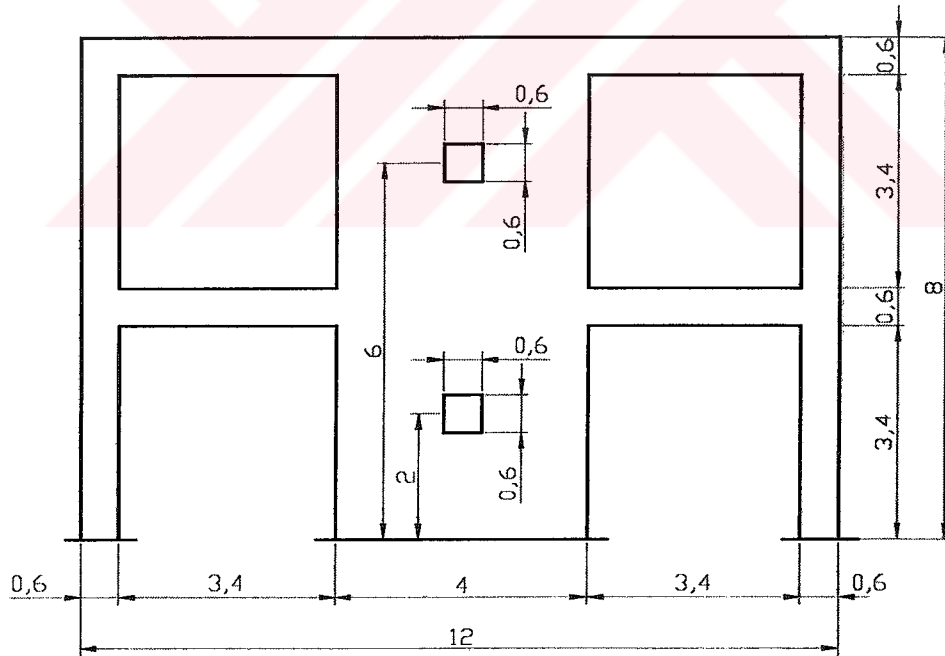
Şekil 3.5 FEM-4 örneği

3.1. FEM-1 Örneği

FEM-1 örneği 2 katlı 3 açıklıklı bir çerçeve olarak seçilmiştir. Bu modelde çerçevenin orta açıklığında perde duvar bulunmaktadır ve bu perde duvar üzerinde de boşluklar oluşturulmuştur.

3.1.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri

FEM-1 örneği için oluşturulan 2 katlı, 3 açıklıklı perde çerçeve sisteminin boyutları Şekil 3.6'da belirtilmektedir. Bu geometride zemin kat ve 1. kat perdelerinde geometrinin orta noktası yakınında 60 cm x 60 cm boyutlarında boşluk bulunmaktadır. Bu boşluklar herhangi bir havalandırma penceresi olarak bir bina içerisinde bulunabilecek boşluklardır.



Şekil 3.6 FEM-1 Örneği boyutları

FEM-1 Örneği için kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 3.1.' de verilmiştir.

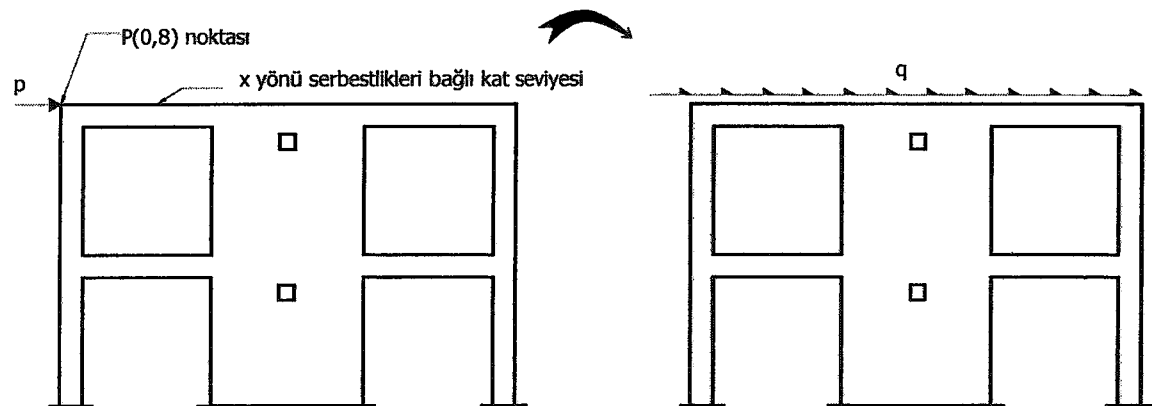
Çizelge 3.1. FEM-1 Örneğine ait malzeme özellikleri

Elastisite Modülü, E	$3 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
Poisson Oranı, ν	0.25

FEM-1 Örneği analizinde t kalınlığı olarak 0,3 m kullanılmıştır.

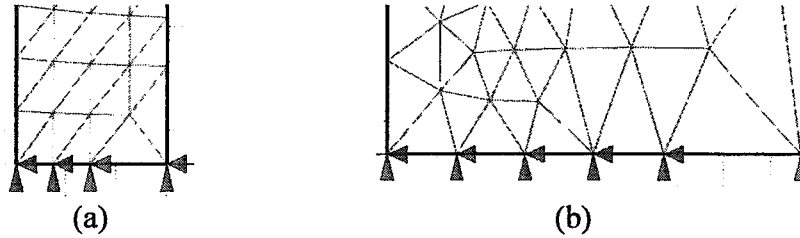
3.1.2. Yükleme ve mesnet şartları

Şekil 3.6'da görülen perde çerçeve sistemi farklı yüklemeler altında, hazırlanan sonlu elemanlar analiz programı ile incelenmiştir. Birinci yükleme tipi olarak çerçeve sistemine P(0,8) noktasından tekil yükleme yapılmıştır. Ancak bu yükleme durumunda P(0,8) noktası hizasında bulunan bütün düğüm noktalarının x koordinatı doğrultusundaki serbestlikleri birbirlerine bağlanmıştır. Böylece tekil yükün kayma gerilmesi olarak tüm kata etkimesi sağlanmıştır.



Şekil 3.7 FEM-1 Örneği yükleme durumu

FEM-1 Örneğinde kullanılan perde – çerçeve sistemi temel seviyesinde bulunan düğüm noktalarında ankastre olarak düşünülmüştür. Buradaki düğüm noktaların x ve y eksenleri doğrultusunda serbestlikleri sıfırdır.

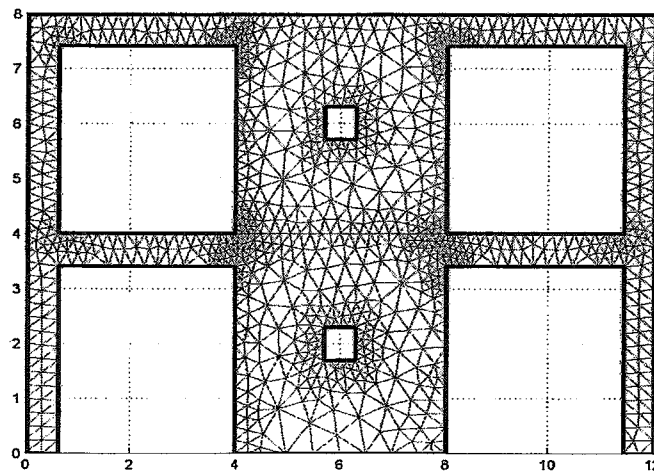


Şekil 3.8. Ankastre mesnetlenme durumu , Kolon (a), Perde (b)

3.1.2. Kullanılan çözüm ağı

FEM-1 Örneği için oluşturulmuş sonlu elemanlar üçgen çözüm ağı Şekil 3.9’da görülmektedir. Bu çözüm ağı hazırlanan program ile istenilen bölgelerde sıklaştırma yapılarak oluşturulmuştur. Kolonlarda, kirişlerde, kiriş – perde birleşim noktalarında ve perde içerisinde bulunan boşlukların etrafında daha sık çözüm ağı kullanılmış diğer bölgelerde ise daha büyük elemanlar kullanılmıştır.

Bu örnekte Ansys 1003 ‘Plane 2’ elemanı kullanmakta, SEA-CST programı ise 1867 CST elemanı kullanmaktadır.



Şekil 3.9. FEM-1 Örneği için oluşturulmuş çözüm ağı

FEM-1 Örneği için Şekil 3.9'da gösterilen çözüm ağını kullanarak yapılan analizin genel özellikleri dosyasının bir bölümü Şekil 3.10'da verilmiştir.

GENEL ÖZELLİKLER			

ÇÖZÜM SÜRESİ = 9			
ELEMAN SAYISI = 1867			
DÜĞÜM NOKTASI SAYISI = 1113			
SERBESTLİK DERECESESİ SAYISI = 2226			
MALZEME ÖZELLİKLERİ			

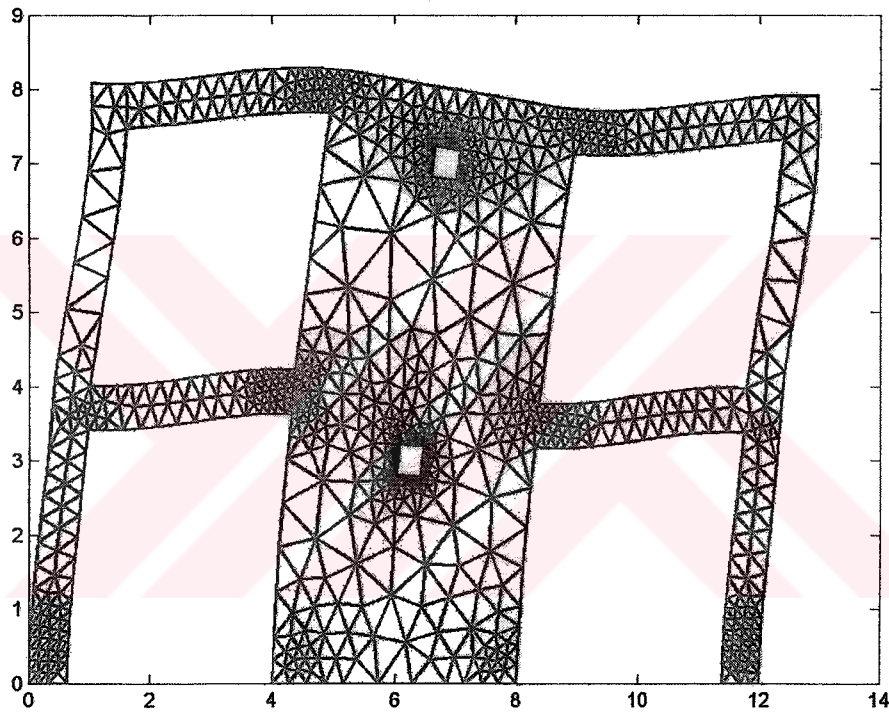
ELASTISİTE MODÜLÜ = 300000			
POISSON ORANI = 0.25			
ELEMAN KALINLIĞI = 0.3			
ELEMAN ÖZELLİKLERİ			
EN	Alan	Düğüm #	Serbestlik#

1	0.0331	224,225,20	447,448,449,450,39,40
2	0.0436	349,353,1	697,698,705,706,1,2
3	0.0721	227,20,21	453,454,39,40,41,42
4	0.0331	224,19,225	447,448,37,38,449,450
5	0.0279	352,349,1	703,704,697,698,1,2
6	0.0414	224,223,19	447,448,445,446,37,38
7	0.0405	261,262,26	521,522,523,524,51,52
8	0.0425	409,44,410	817,818,87,88,819,820
9	0.0436	408,409,410	815,816,817,818,819,820
10	0.0436	408,410,45	815,816,819,820,89,90
11	0.0462	407,408,45	813,814,815,816,89,90

Şekil 3.10. FEM-1 örneğine ait genel özellikler çıktı dosyası

3.1.2. FEM-1 örneği analiz sonuçları

Yapılan analiz sonucu elde edilen deforme olmuş geometri Şekil 3.11’de gösterilmiştir. Buradaki geometri, deplasmanların anlaşılabilmesi için gerçek ölçeğinden çok daha büyük çizilmiştir. Programın oluşturduğu deforme olmuş şekil ölçeği ayarlanabilmektedir. (ölçek çarpanı : 100)

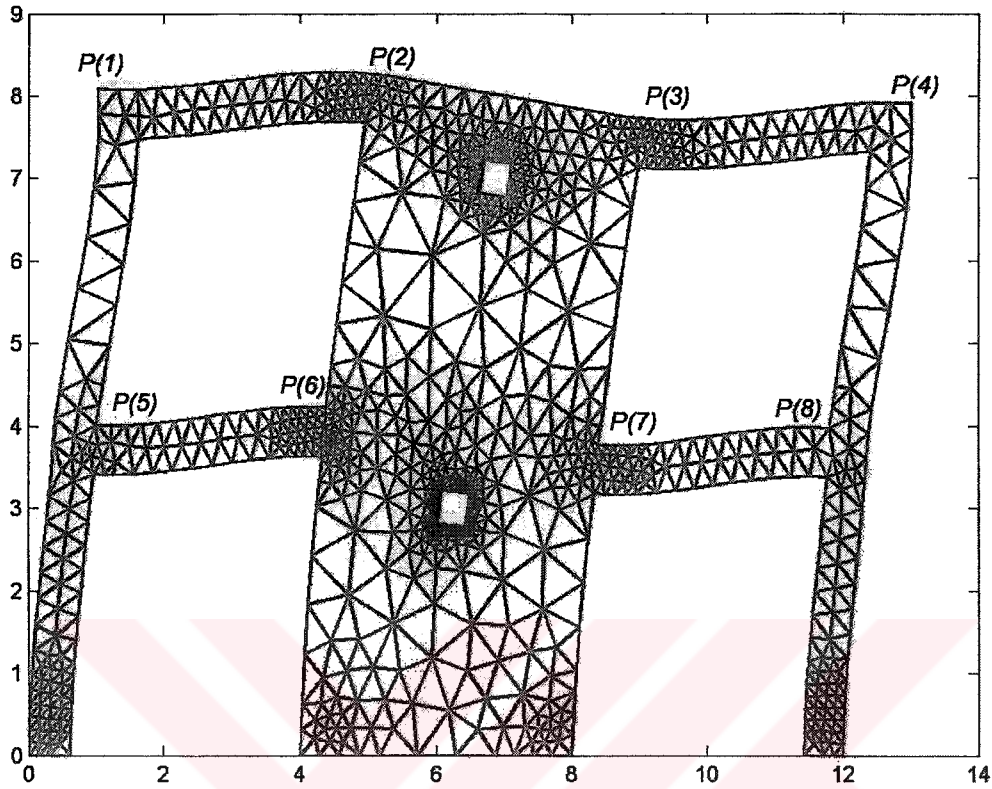


Şekil 3.11. FEM-1 Örneği deforme olmuş geometri

FEM-1 örneği için x eksenı doğrultusunda ve y eksenı doğrultusunda deplasman değeri her bir düğüm noktası için deplasman çıktı dosyasına yazılmaktadır. Bu çıktı dosyasının ilk 28 düğümünü kapsayan bir görüntüsü Şekil 3.12’de verilmiştir.

TOPLAM DÜĞÜM NOKTASI SAYISI = 1113		
DÜĞÜM NOKTASI DEPLASMANLARI		
DN	Ux	Uy
1	0.00	0.00
2	+1.81e-004	-9.24e-005
3	+6.23e-004	-1.32e-004
4	+1.26e-003	-1.34e-004
5	+2.00e-003	-9.64e-005
6	+2.77e-003	-1.58e-005
7	+3.54e-003	+1.11e-004
8	+3.88e-003	+1.25e-004
9	+4.03e-003	+6.15e-004
10	+4.06e-003	+1.30e-003
11	+3.99e-003	+1.99e-003
12	+3.80e-003	+2.43e-003
13	+3.40e-003	+2.29e-003
14	+2.54e-003	+2.06e-003
15	+1.84e-003	+1.77e-003
16	+1.22e-003	+1.42e-003
17	+7.19e-004	+1.02e-003
18	+3.28e-004	+5.61e-004
19	0.00	0.00
20	0.00	0.00
21	0.00	0.00
22	0.00	0.00
23	0.00	0.00
24	0.00	0.00
25	0.00	0.00
26	0.00	0.00
27	+3.24e-004	-5.52e-004
28	+7.15e-004	-1.02e-003

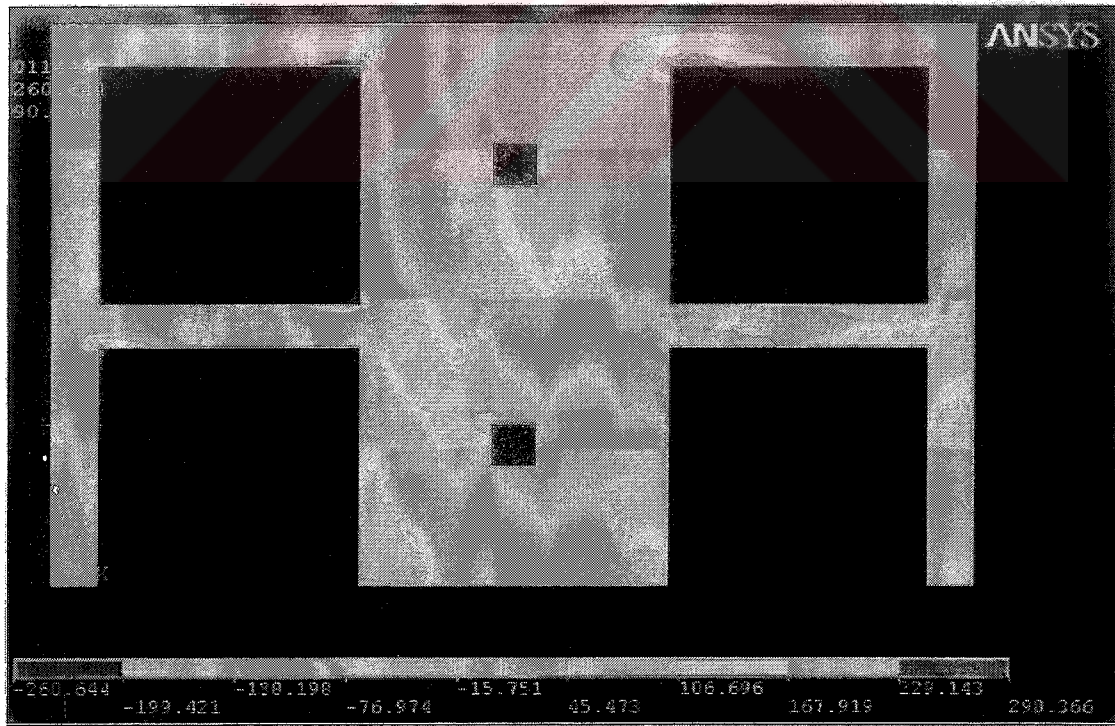
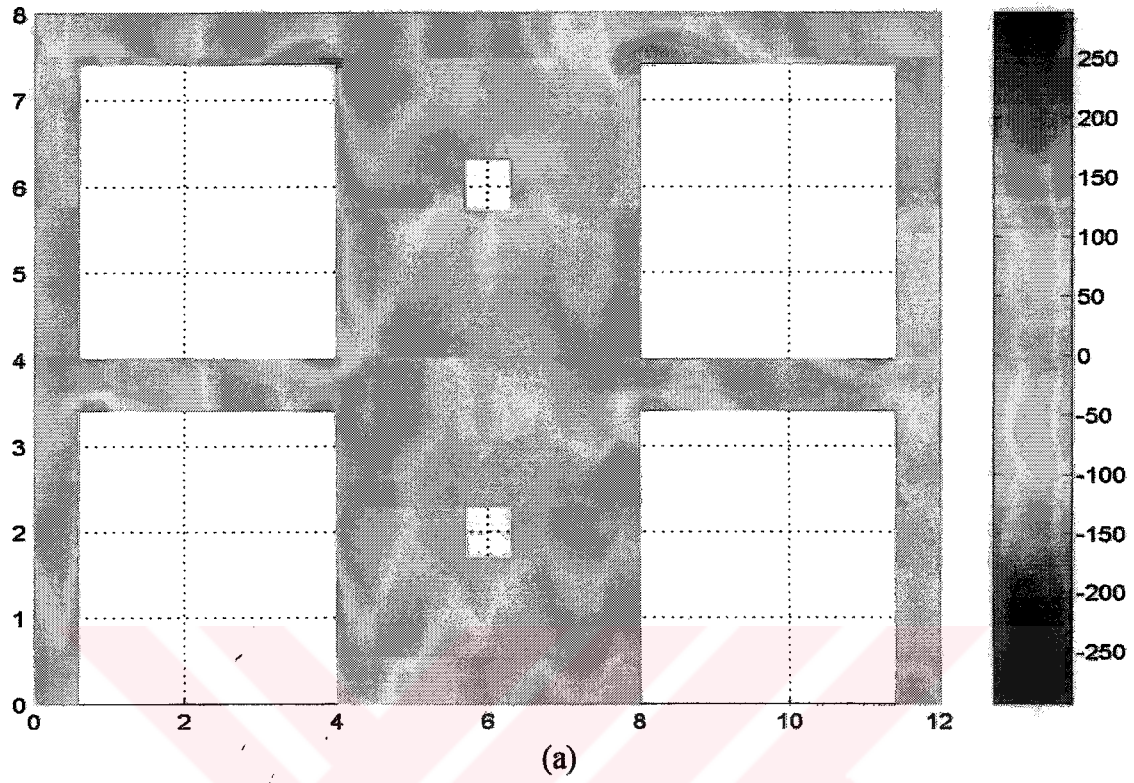
Şekil 3.12. FEM-1 örneğine ait deplasman çıktı dosyasının görünüşü



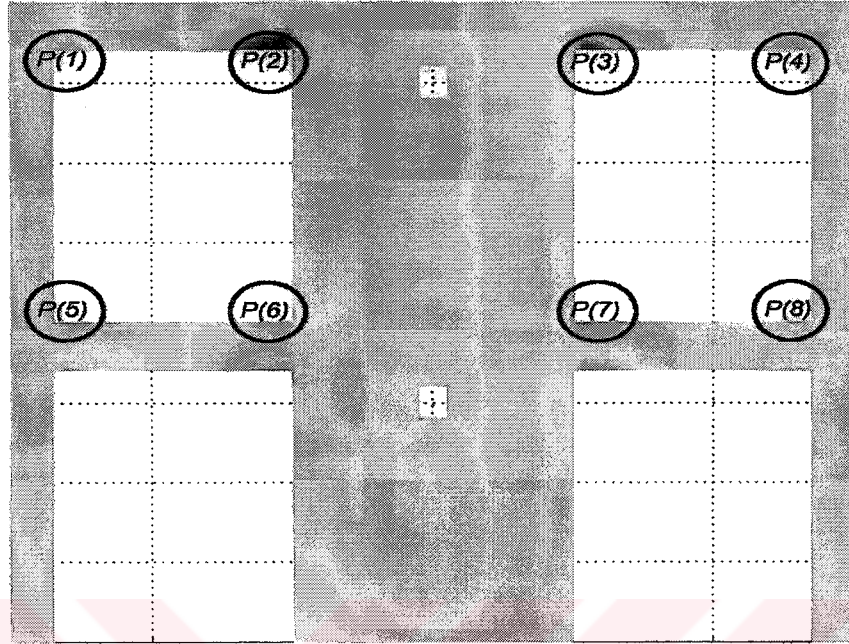
Şekil 3.13. Yatay deplasman değerlerinin karşılaştırıldığı noktalar

Çizelge 3.2. FEM-1 Örneğinde elde edilen deplasman değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması

Nokta	u_x , yatay deplasman (m) (SEA-CST)	u_x , yatay deplasman (m) (ANSYS)	% Hata
P(1)	0,01083 m	0,010719 m	% 1,04
P(2)	0,01083	0,010719	% 1,04
P(3)	0,01083	0,010719	% 1,04
P(4)	0,01083	0,010719	% 1,04
P(5)	0,00400	0,004015	% 0,37
P(6)	0,00395	0,003954	% 0,1
P(7)	0,00394	0,003953	% 0.33
P(8)	0,00400	0,004012	% 0,30



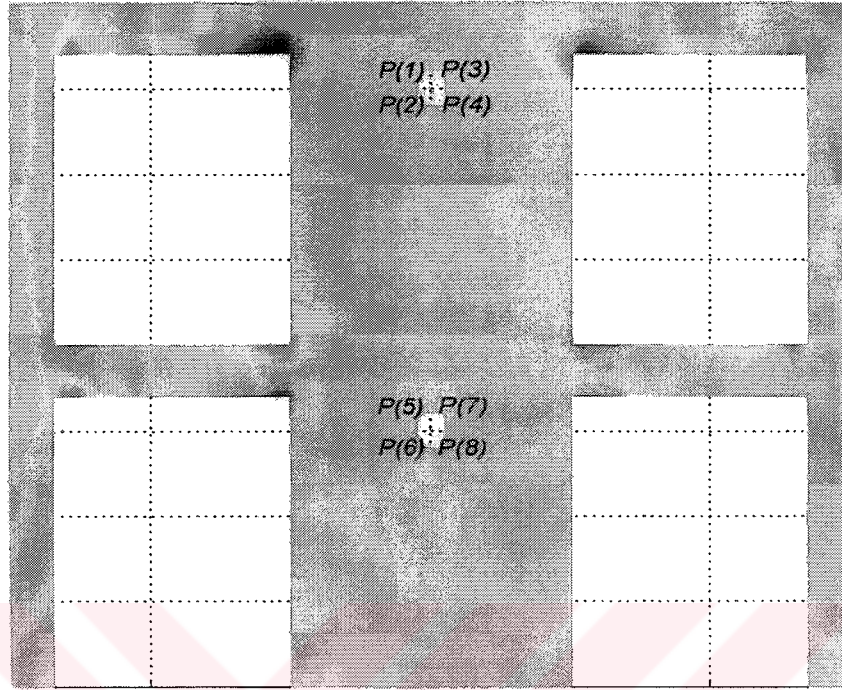
Şekil 3.14. Yatay doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS



Şekil 3.15. Yatay doğrultusunda normal gerilme karşılaştırma noktaları

Çizelge 3.3. FEM-1 Örneğinde elde edilen yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması

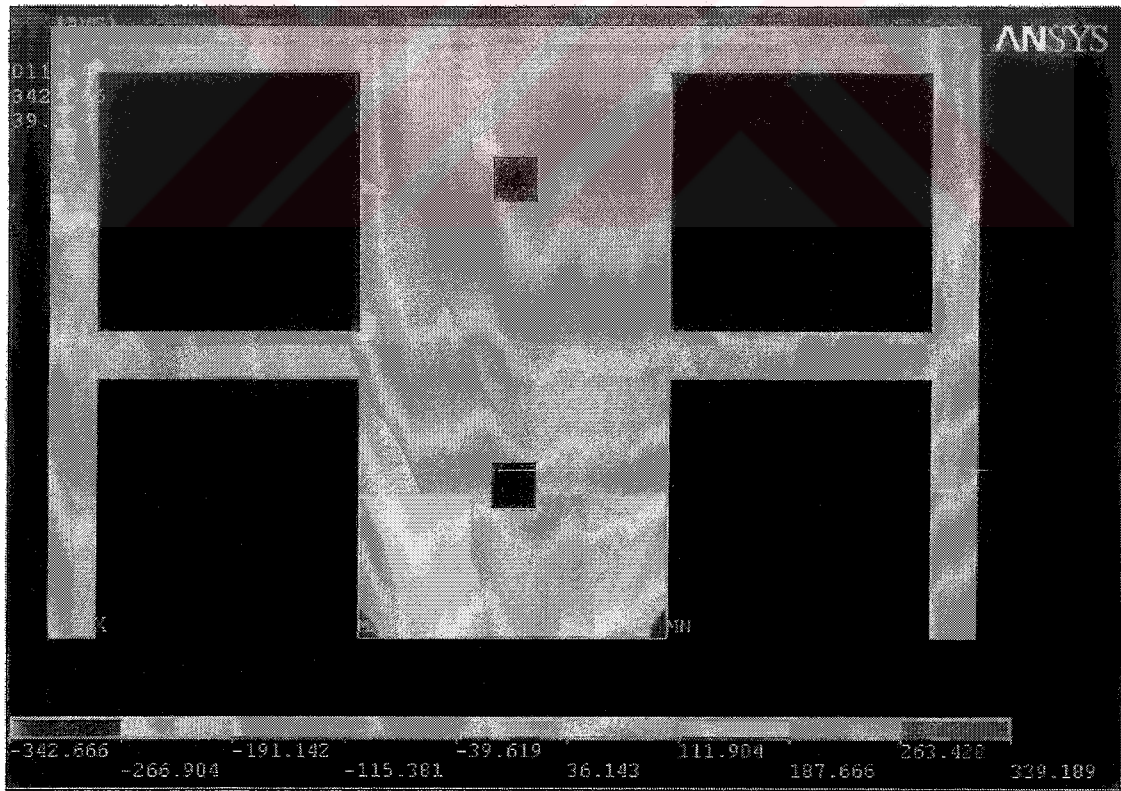
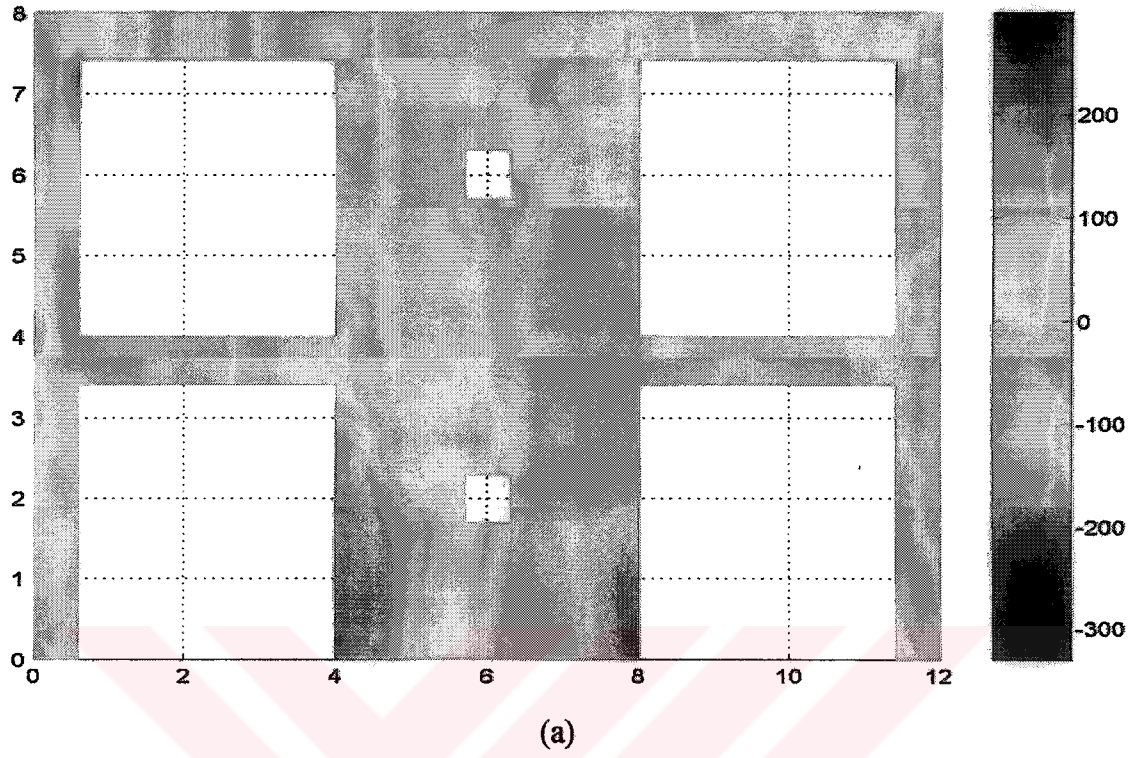
Nokta	Gerilme, t/m^2 SEA-CST	Gerilme, t/m^2 ANSYS	% Hata
P(1)	136,5	140,48	% 2,5
P(2)	-250,35	- 245,69	% 1,9
P(3)	223,54	224,06	% 0,4
P(4)	-116,09	125,78	% 7,7
P(5)	-169,36	- 165,08	% 2,3
P(6)	186,02	177,85	% 4,6
P(7)	-182,11	-194,90	% 6,6
P(8)	161,57	168,92	% 4,4



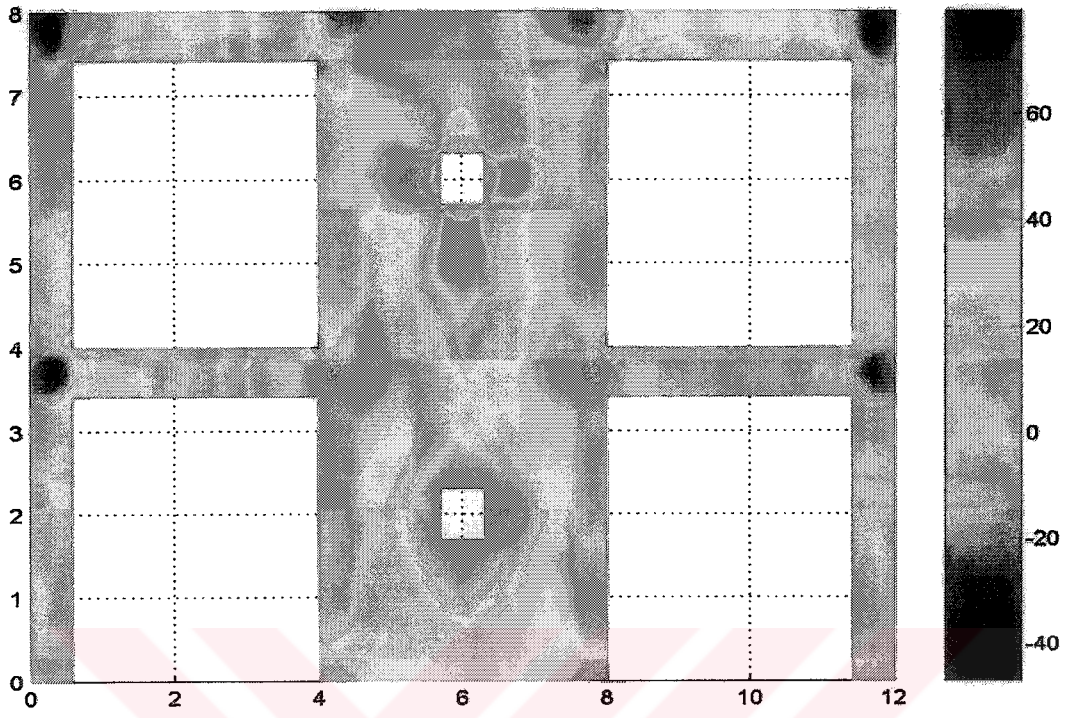
Şekil 3.16. Boşluk etrafında x doğrultusunda normal gerilme karşılaştırma noktaları

Çizelge 3.4. FEM-1 Örneğinde elde edilen Yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması

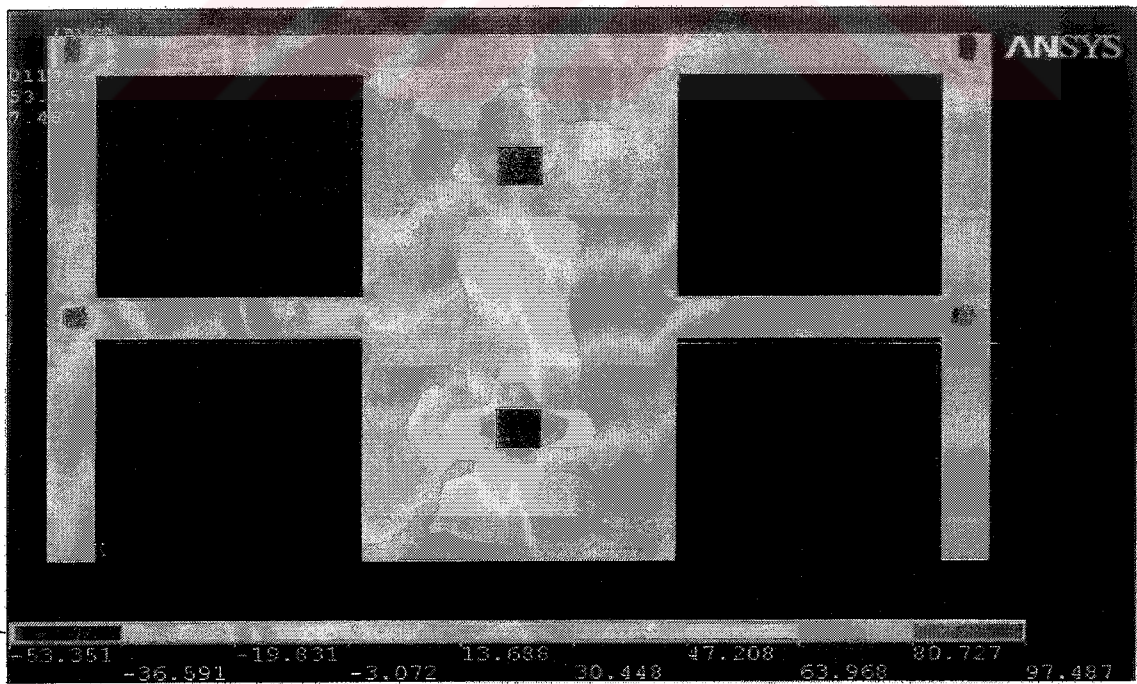
Nokta	Gerilme, t/m^2 SEA-CST	Gerilme, t/m^2 ANSYS	% Hata
P(1)	72,21	82,80	% 12
P(2)	-80,94	-86,54	% 6,5
P(3)	- 71,85	- 69,157	% 3,9
P(4)	81,00	87,92	% 7,8



Şekil 3.17. Düşey doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS

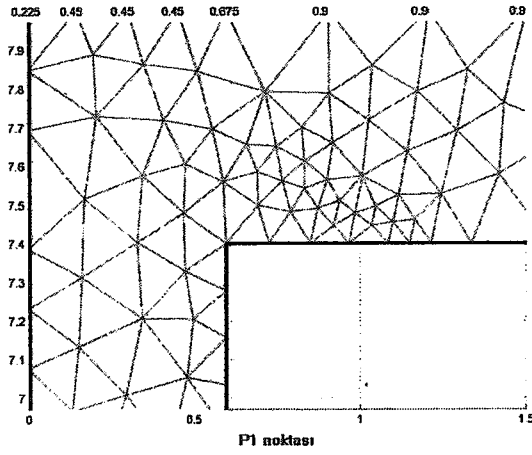


(a)

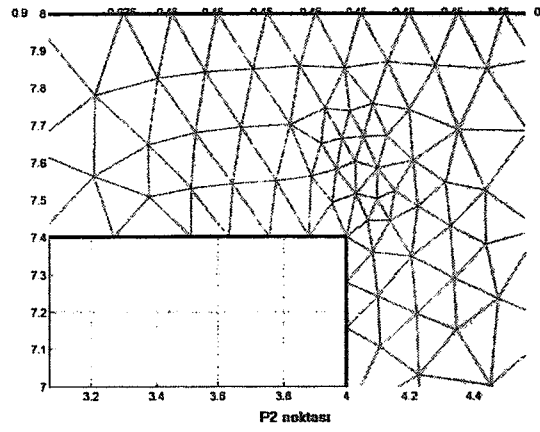


(b)

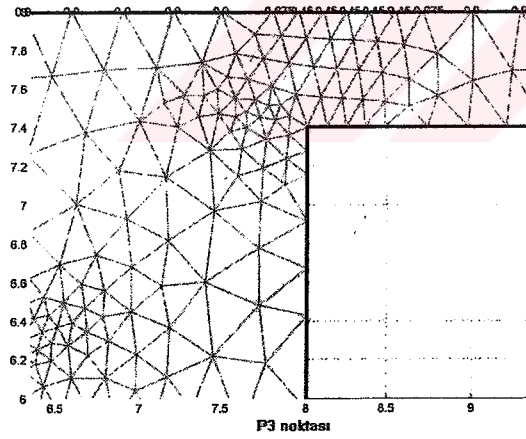
Şekil 3.18. Kayma gerilmesi dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS



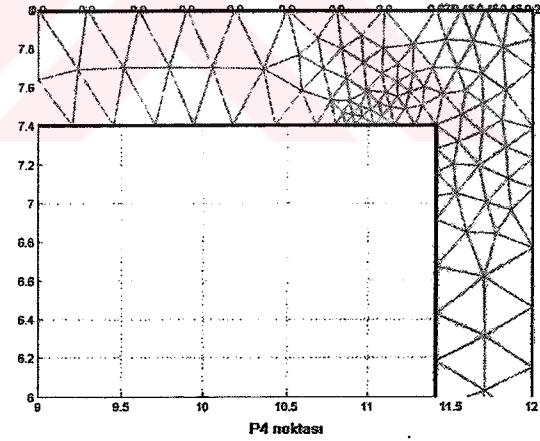
Şekil 3.19. P1 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



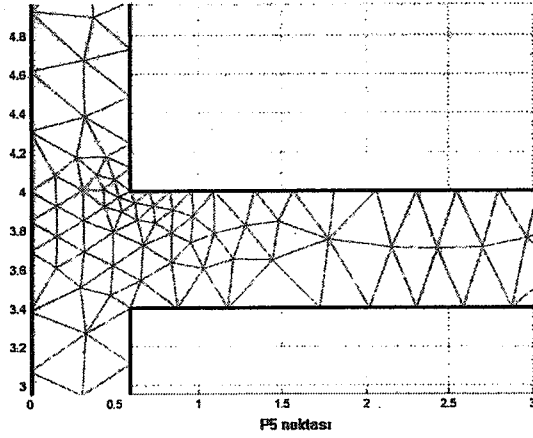
Şekil 3.20. P2 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



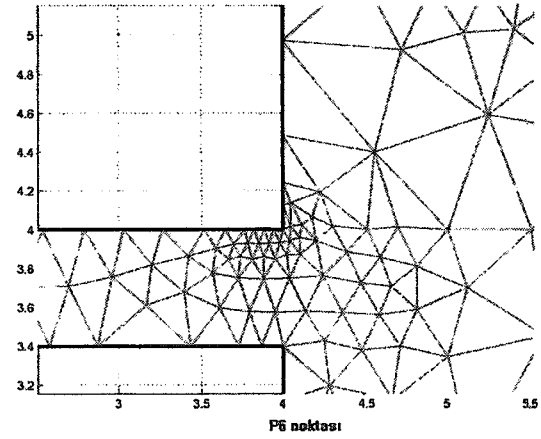
Şekil 3.21. P3 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



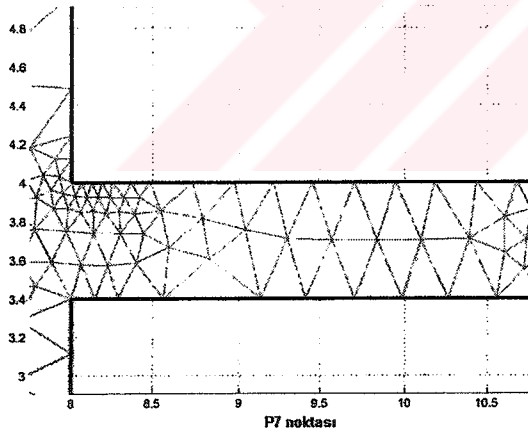
Şekil 3.22. P4 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



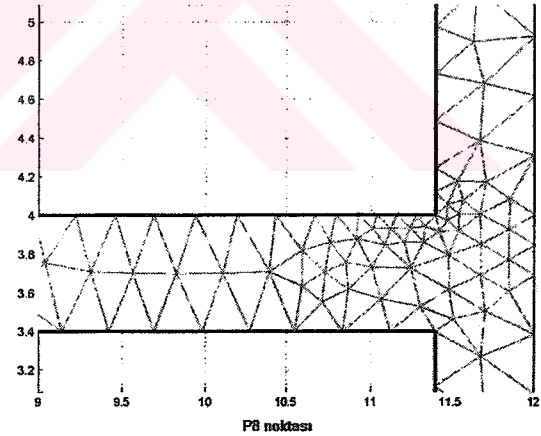
Şekil 3.23. P5 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



Şekil 3.24. P6 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



Şekil 3.25. P7 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar



Şekil 3.26. P8 karşılaştırma noktası etrafında türetilen üçgen elemanlar

3.2. FEM-2 Örneği

3.2.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri

FEM-2 Örneği boyutları ve malzeme özellikleri FEM-1 Örneği boyutları ve malzeme özellikleri ile aynıdır. (Bkz. Şekil 3.6)

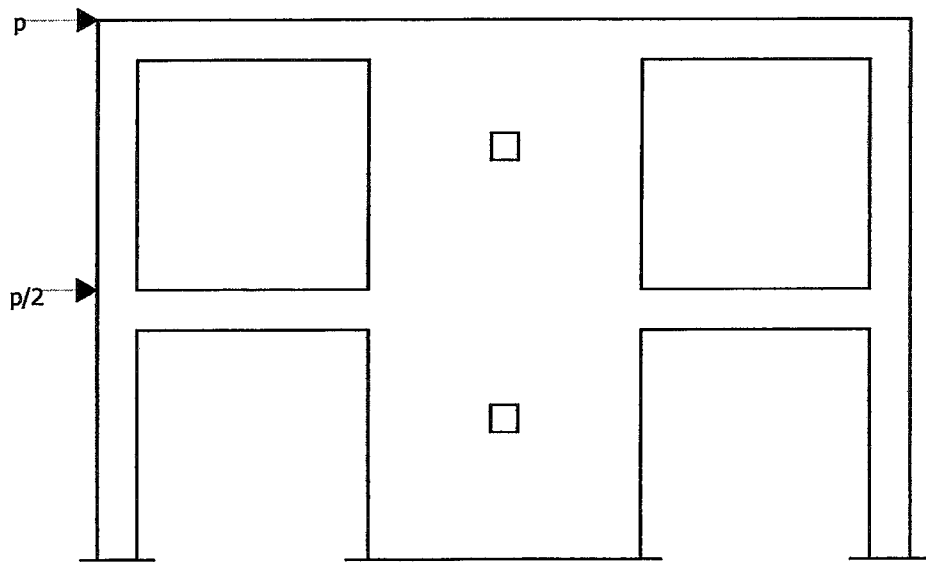
Çizelge 3.5. FEM-2 Örneğine ait malzeme özellikleri

Elastisite Modülü, E	$3 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
Poisson Oranı, ν	0.25

FEM-2 Örneği analizinde t kalınlığı olarak 0,3 m kullanılmıştır.

3.1.2. Yükleme ve mesnet şartları

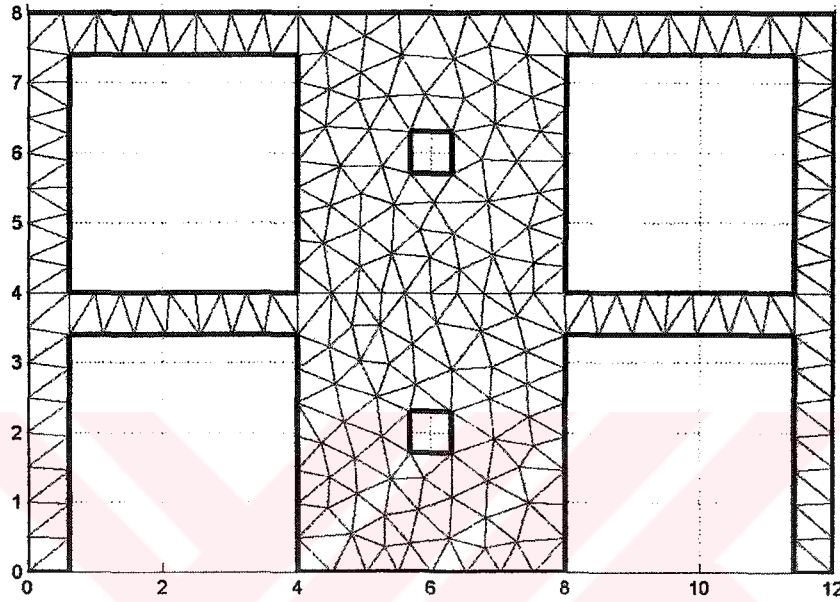
İki katlı perde - çerçeve sistemi Şekil 3.27’de görülen yatay yükler etkisi altındadır. Bu sistemde de tekil yük, kat seviyesindeki düğüm noktalara paylaştırılmaktadır.



Şekil 3.27 FEM-2 örneği yükleme durumu

3.2.2. Kullanılan çözüm ağı

FEM-2 örneği için kullanılan başlangıç çözüm ağı Şekil 3.28’de verilmiştir.

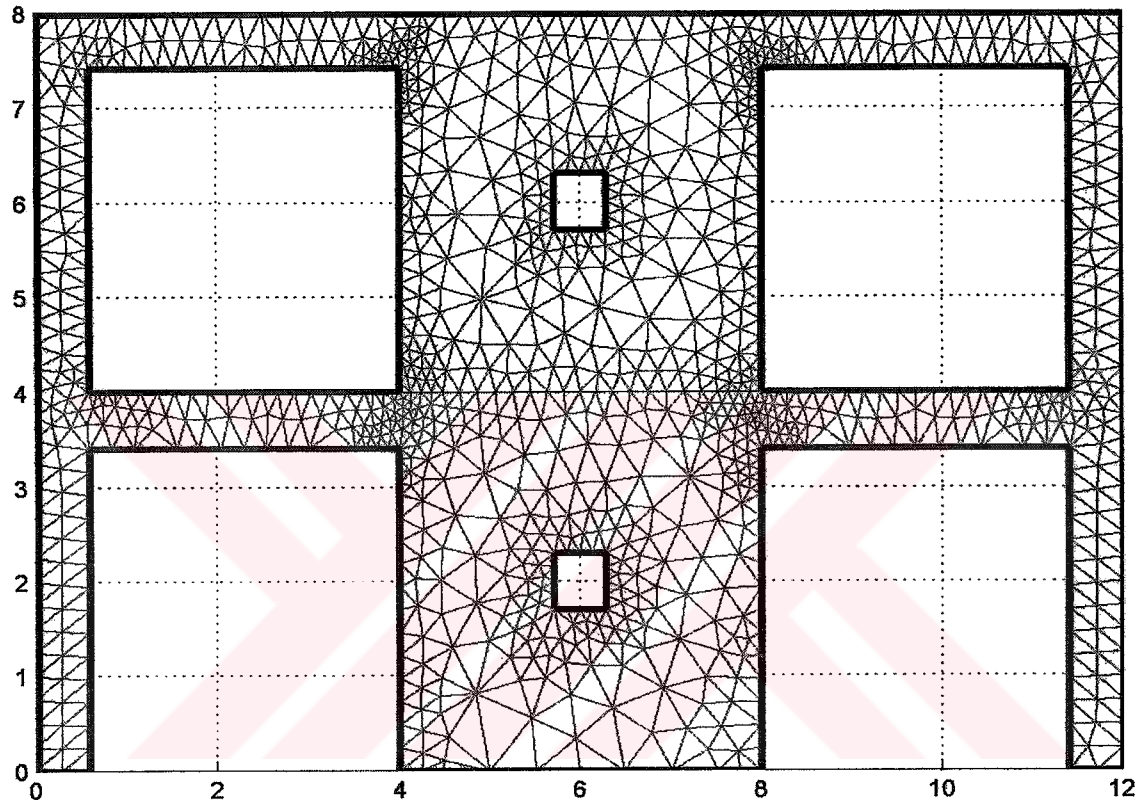


Şekil 3.28 Başlangıç çözüm ağı

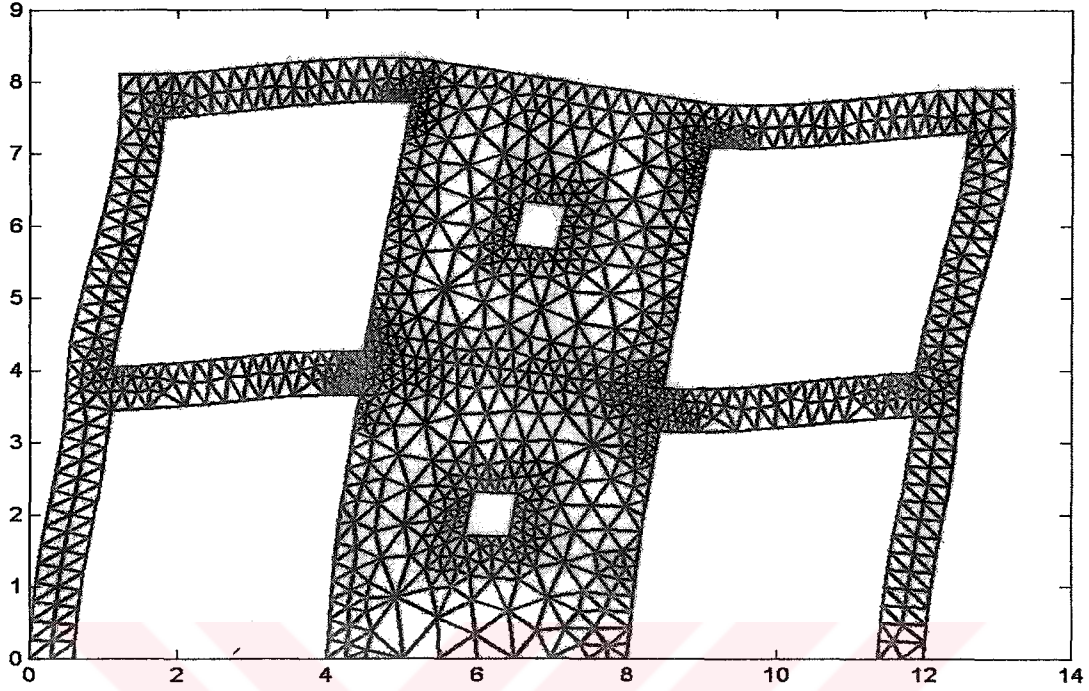
Çözüm ağı seçilen başlangıç ayarlar ile oluşturulmuştur. Nokta yoğunluğu parametresi, bir kolon genişliği olan 0.6 m olarak seçilmiştir. Bu şekilde programa verilen geometri kısa süre içerisinde üçgen sonlu elemanlara bölünmekte ve kullanıcı oluşturulmuş geometriyi grafik ortamda ekranında görebilmektedir.

Bu aşamadan sonra kullanıcı sıklaştırma araçlarını kullanarak, kolon ve kirişlerde, perde – kiriş birleşimlerinde ve perde içerisinde bulunan boşlukların etrafında üçgen sonlu elemanları sıklaştırarak daha küçük boyutlu elemanlar kullanabilmekte ve gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edebilmektedir.

Başlangıç çözüm ağı kolon ve kirişlerde, birleşim noktalarında ve boşluk etrafında sıklaştırılmıştır. Çözüm için kullanılan üçgen elemanlar Şekil 3.29’da verilmektedir.



Şekil 3.29 Son çözüm ağı

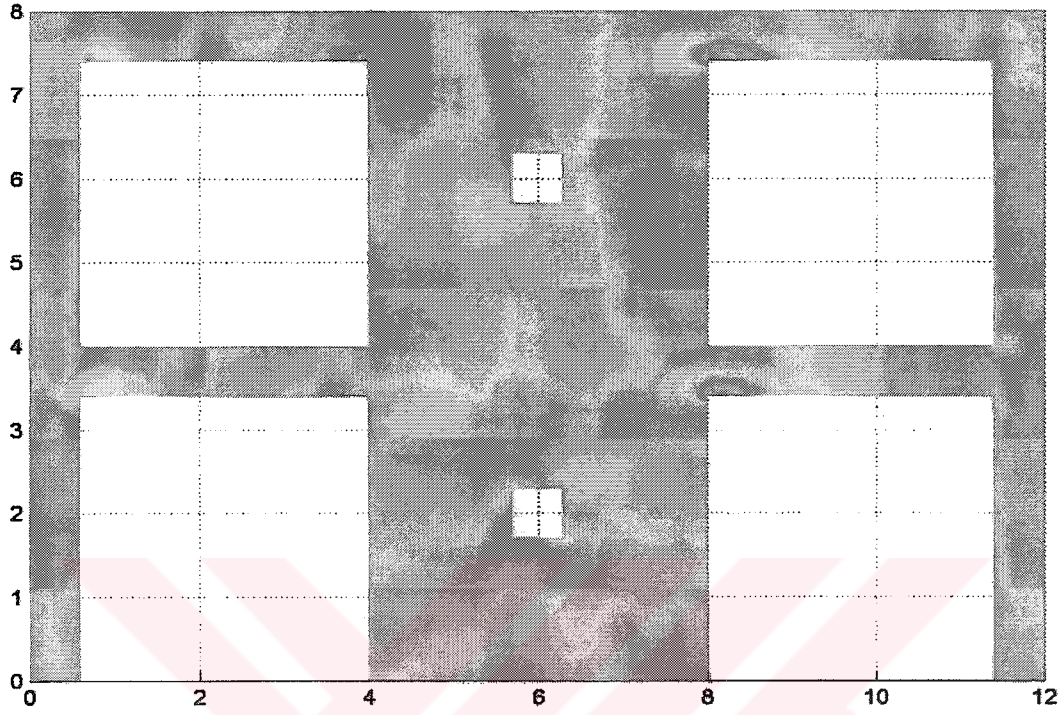


Şekil 3.30 FEM – 2 modeli deplasman geometrisi

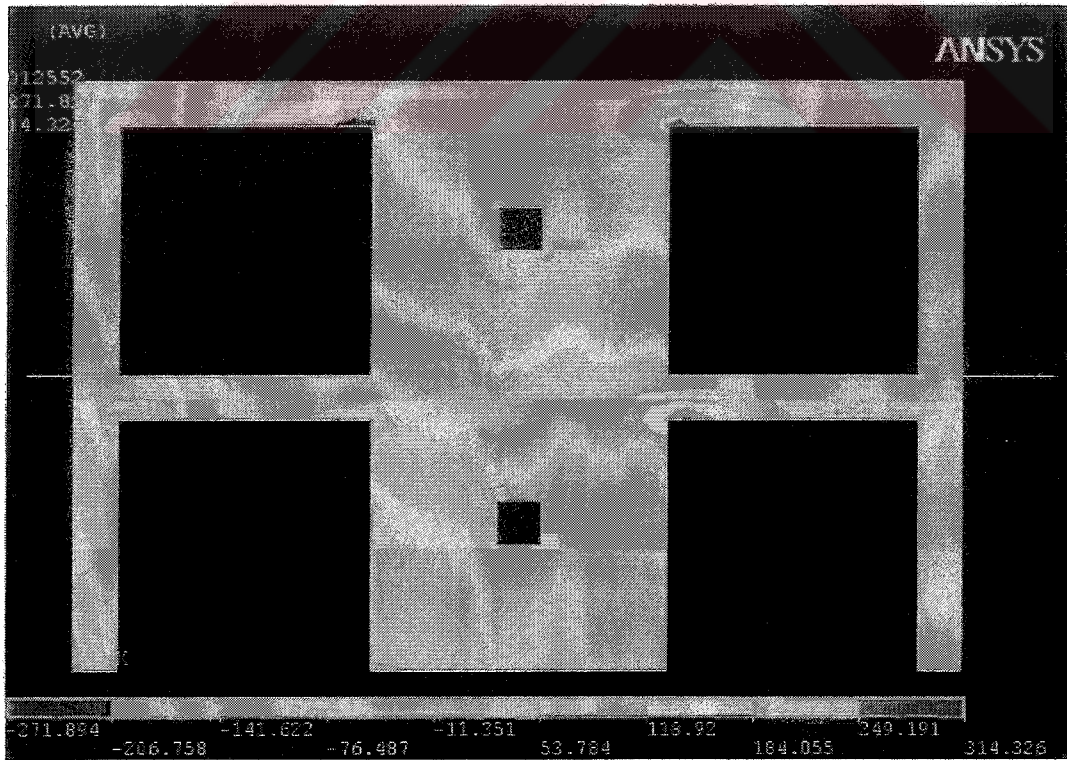
Çizelge 3.6. FEM-2 Örneğinde elde edilen yatay deplasmanların karşılaştırılması

Nokta	u_x , yatay deplasman(m)	u_x , yatay deplasman(m)	% Hata
	SEA-CST	ANSYS	
P(1)	0,0120	0,01186	% 1,2
P(2)	0,0120	0,01186	% 1,2
P(3)	0,0120	0,01186	% 1,2
P(4)	0,0120	0,01186	% 1,2
P(5)	0,00488	0,004856	% 0,5
P(6)	0,00488	0,004856	% 0,5
P(7)	0,00488	0,004856	% 0,5
P(8)	0,00488	0,004856	% 0,5

Karşılaştırma noktaları Şekil 3.13' de gösterilmektedir.

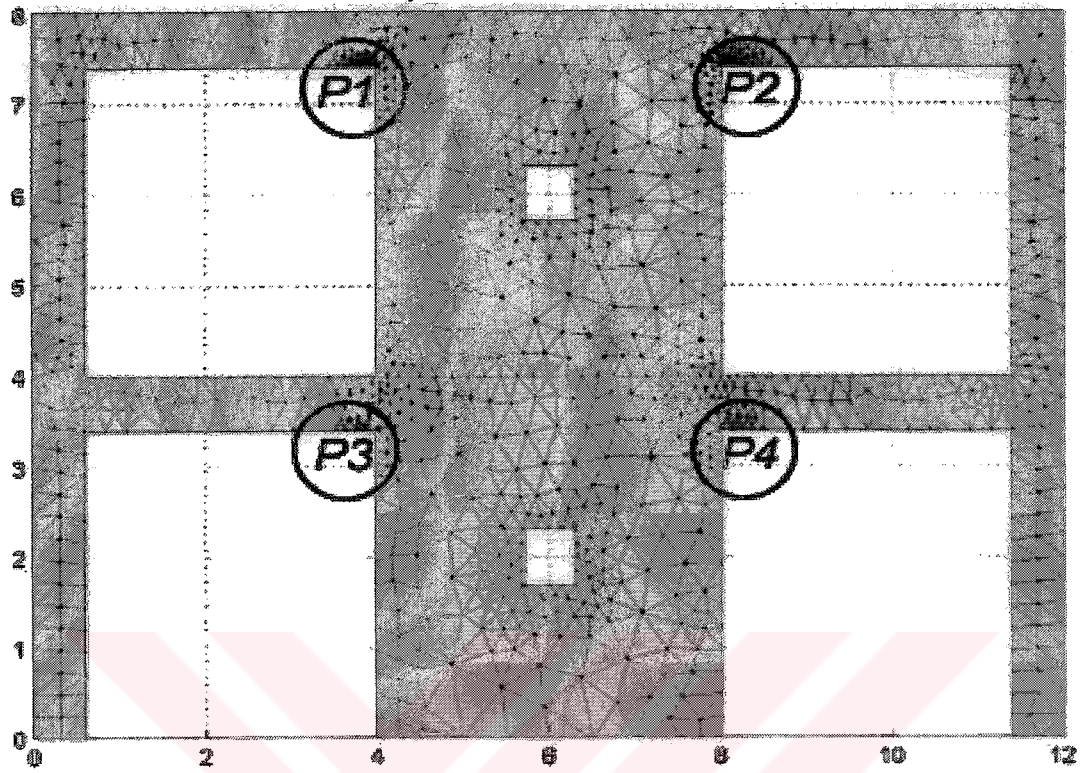


(a)



(b)

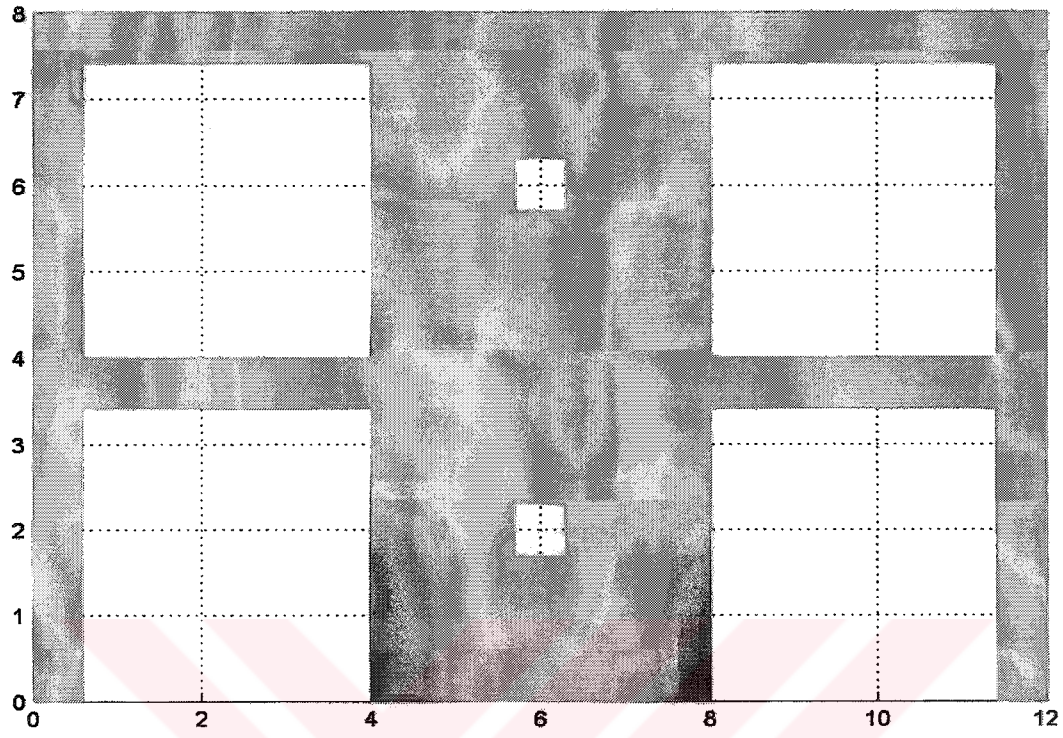
Şekil 3.31. Yatay doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS



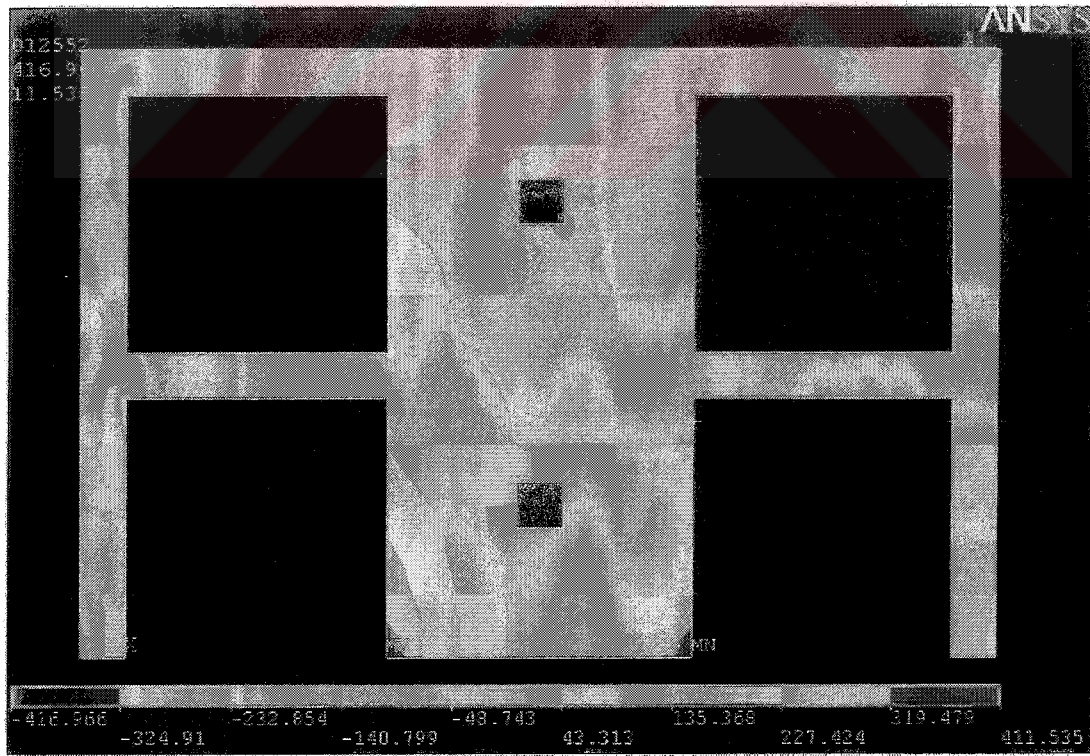
Şekil 3.32. Gerilmelerin karşılaştırma noktaları

Çizelge 3.7. FEM-2 Örneğinde elde edilen Yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması

Nokta	Gerilme SEA-CST	Gerilme ANSYS	% Hata
P1	- 285,87	- 269,35	% 6,1
P2	271,88	266,61	% 2,0
P3	-188,28	- 201,75	% 6,7
P4	200,61	191,64	% 4,7

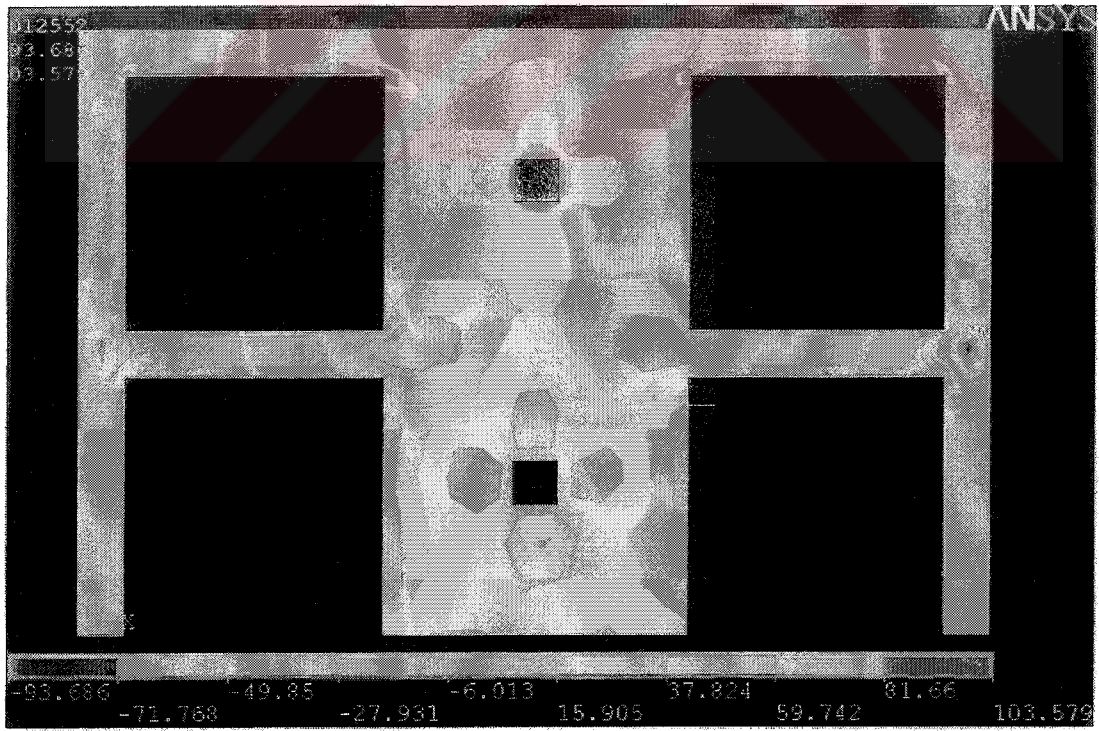
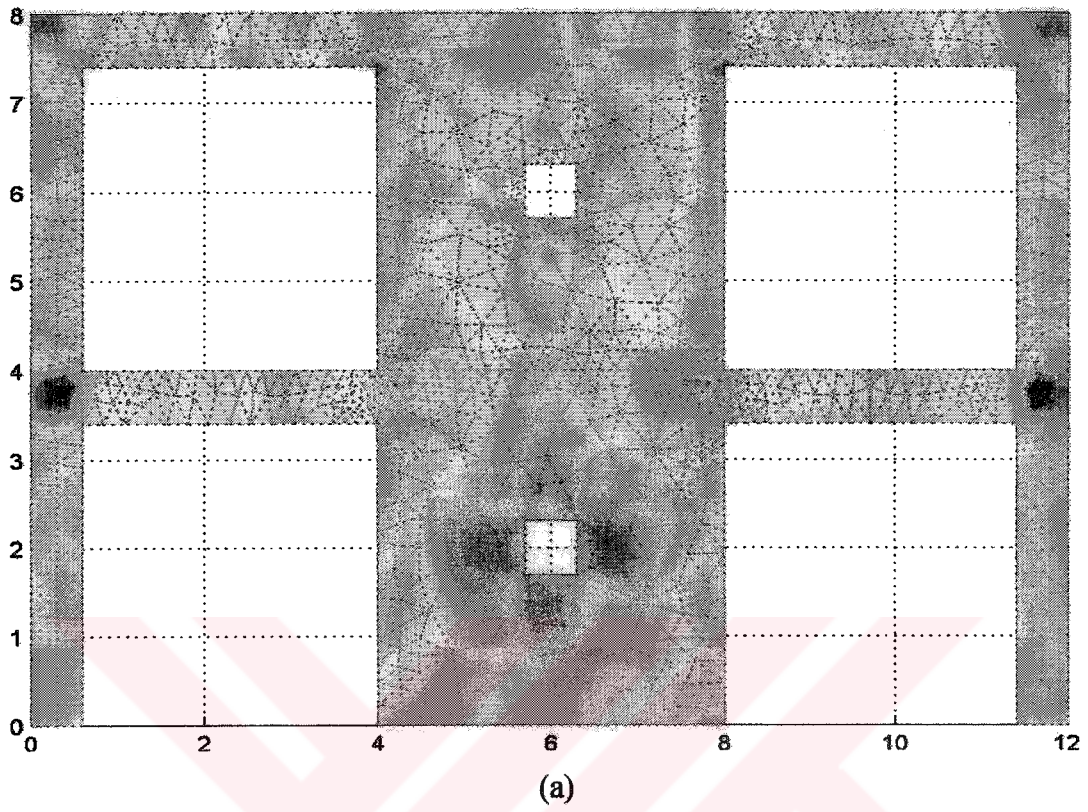


(a)



(b)

Şekil 3.33. Düşey doğrultusunda normal gerilme dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS

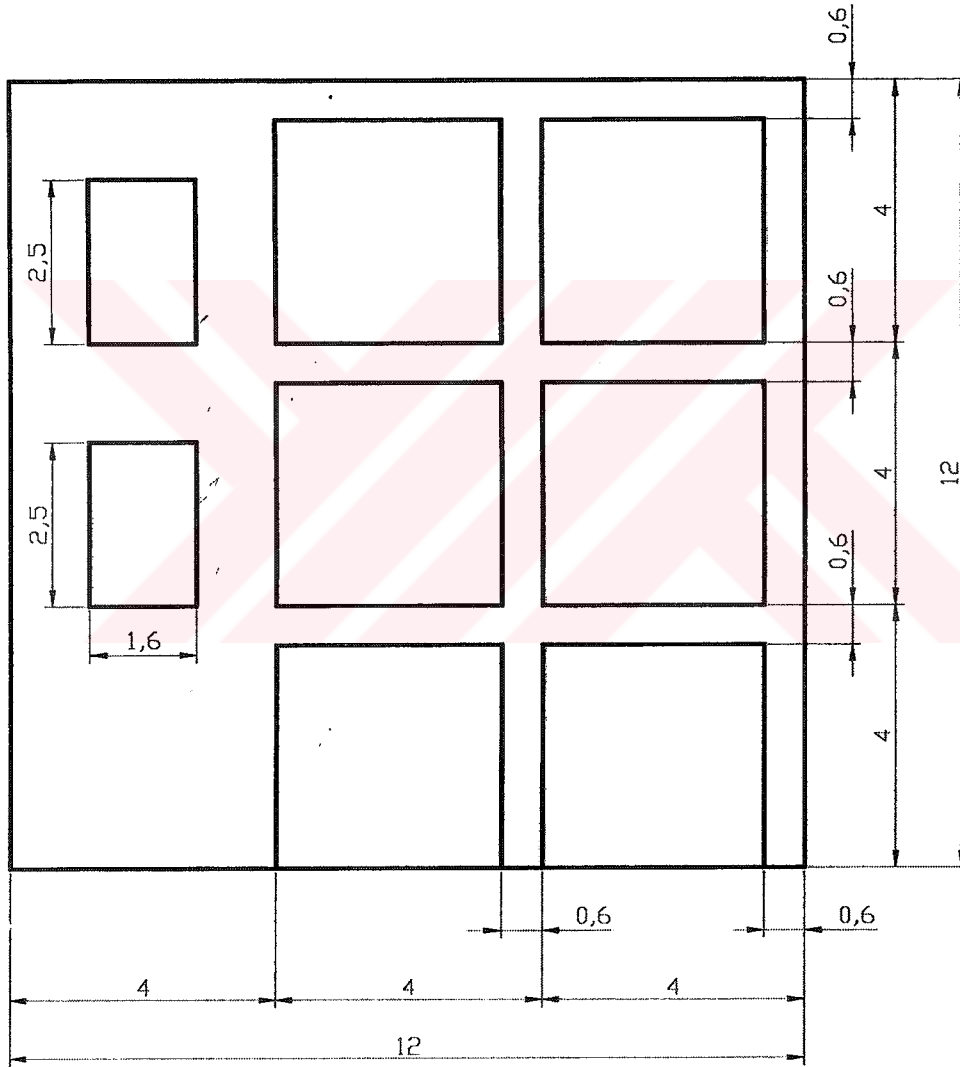


Şekil 3.34. Kayma gerilmesi dağılımı. a) SEA-CST programı, b) ANSYS

3.3. FEM-3 Örneği

3.3.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri

Üç açıklıklılı üç katlı FEM-3 Örneği boyutları Şekil 3.35’de verilmiştir. Perde üzerinde iki adet $1,6^m \times 2,5^m$ boşluk oluşturulmuştur.



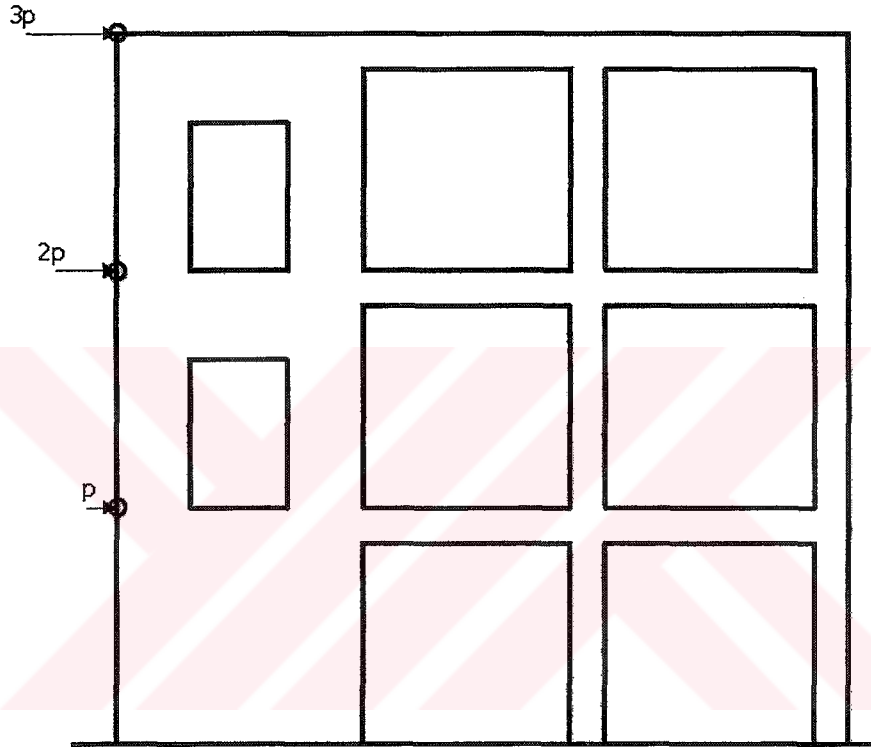
Şekil 3.35. FEM-3 örneği boyutları

Çizelge 3.8. FEM-3 Örneğine ait malzeme özellikleri

Elastisite Modülü, E	$3 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
Poisson Oranı, ν	0.25

3.3.2. Yükleme ve mesnet şartları

FEM-3 örneği her kat seviyesinde, etkidiği kat seviyesindeki tüm düğüm noktalarına yayılarak etkiyen yatay kuvvetler etkisindedir.



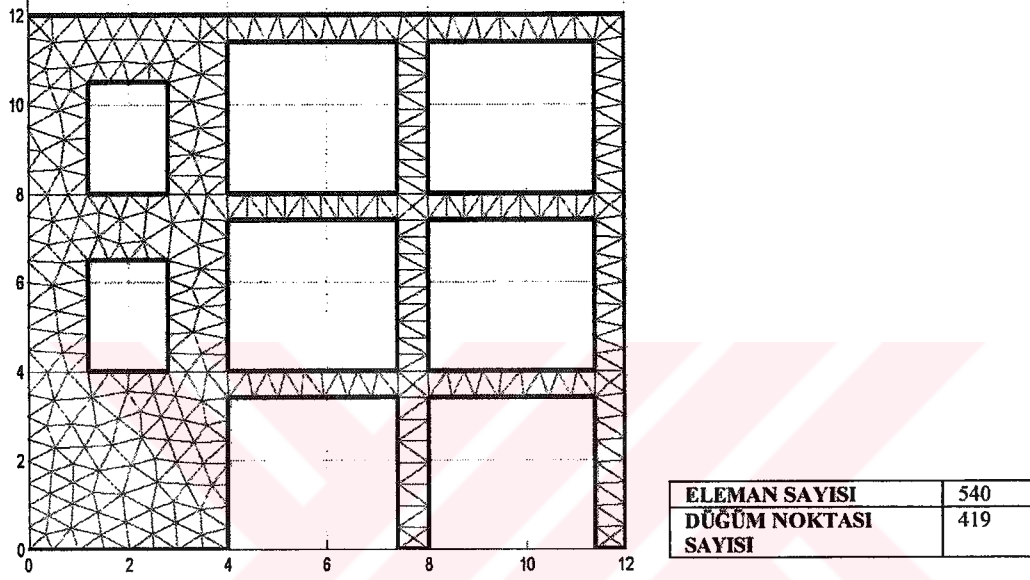
Şekil 3.36. FEM-3 örneği yükleme durumu

Yatay yüklerin etkidiği kat seviyesinde düğüm noktaları birbirlerine x serbestlikleri ile bağlanmışlardır.

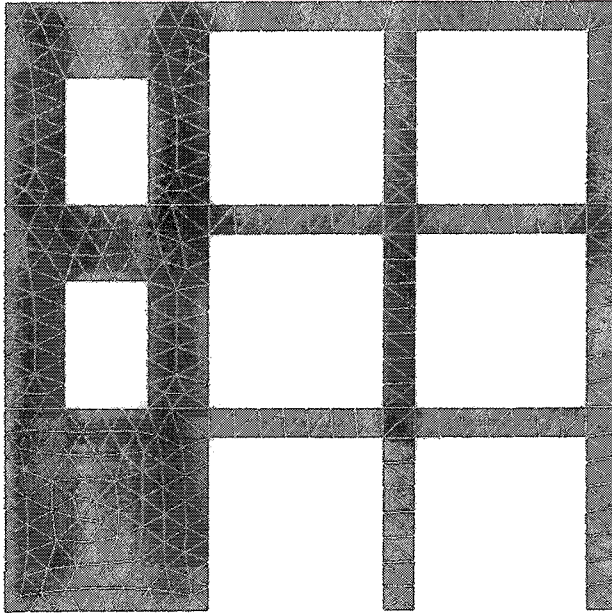
Temel seviyesinde tüm düğüm noktaları ankastre olarak düşünülmüştür. Bu düğümlerin x doğrultusunda ve y doğrultusunda serbeslikleri sıfırlanmıştır.

3.3.3. Kullanılan çözüm ağı

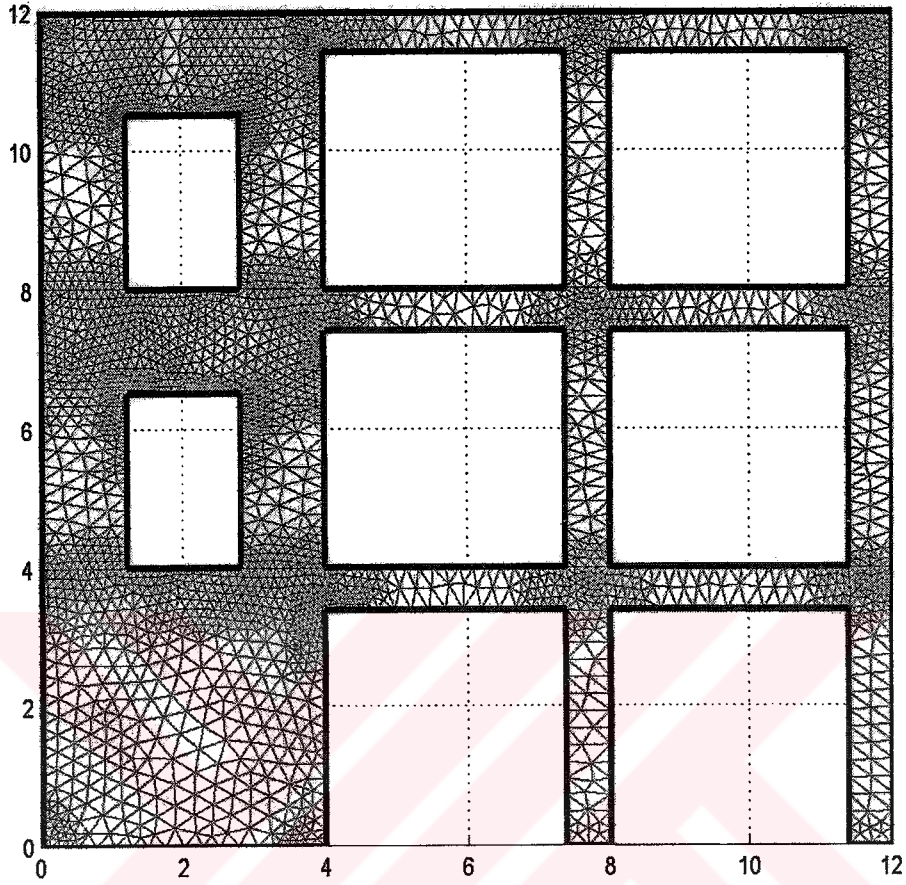
FEM-3 örneği için SEA-CST programı ile oluşturulan başlangıç çözüm ağı Şekil 3.37’de gösterilmiştir.



Şekil 3.37. FEM-3 örneği başlangıç çözüm ağı



Şekil 3.38. FEM-3 örneği için ANSYS başlangıç çözüm ağı

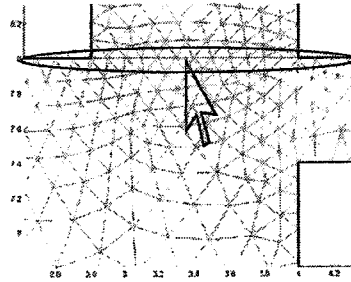


Şekil 3.39. FEM-3 örneği sonuç çözüm ağı

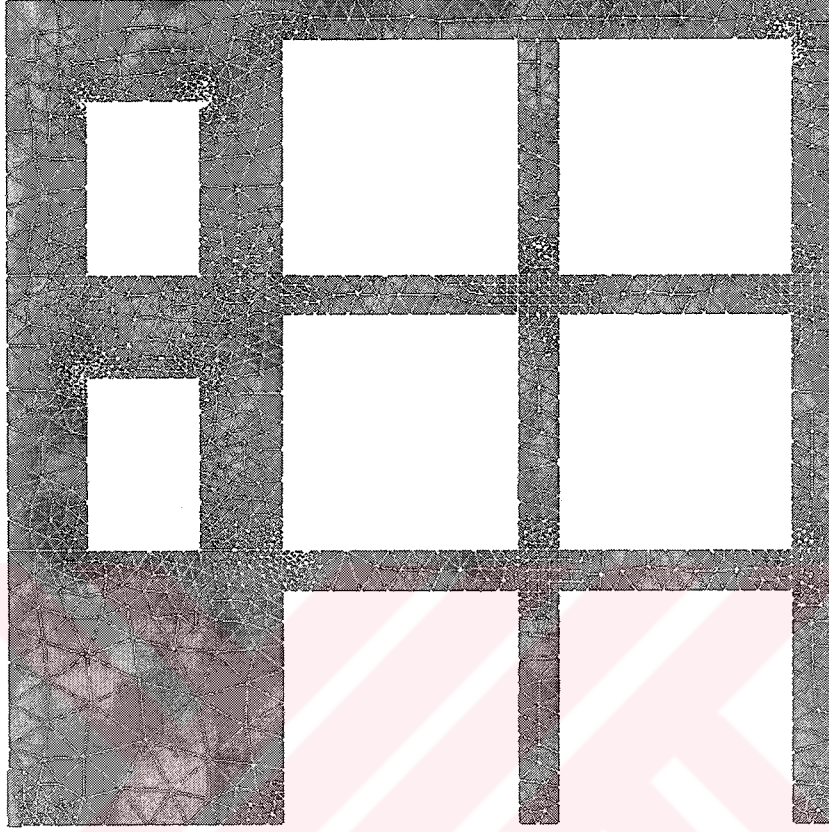
ELEMAN SAYISI : 6276
 DÜĞÜM NOKTASI SAYISI : 3594
 TOPLAM SERBESTLİK SAYISI .. : 7188

Ansys programında 1972 'Plane 2' elemanı kullanılmıştır.

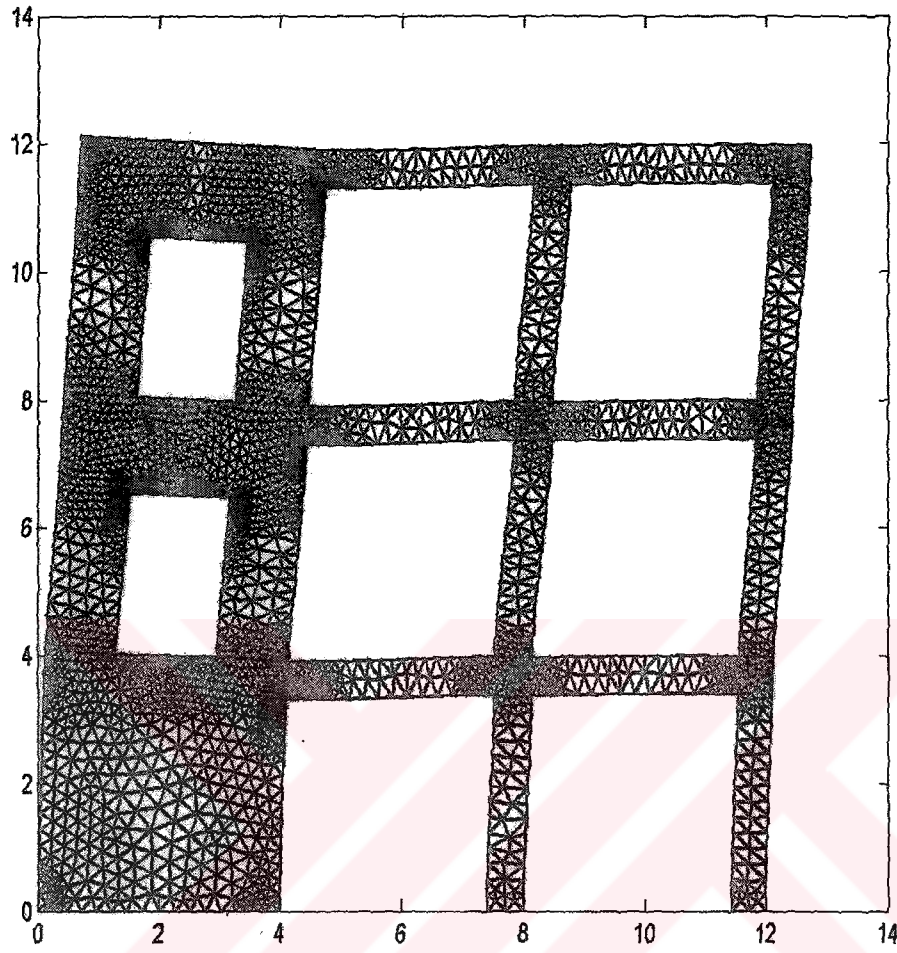
Yükleme yapılan kat seviyesinde kısıtlanmış noktalar kullanılarak yerleri değişmeyen düğümler elde edilmiştir.



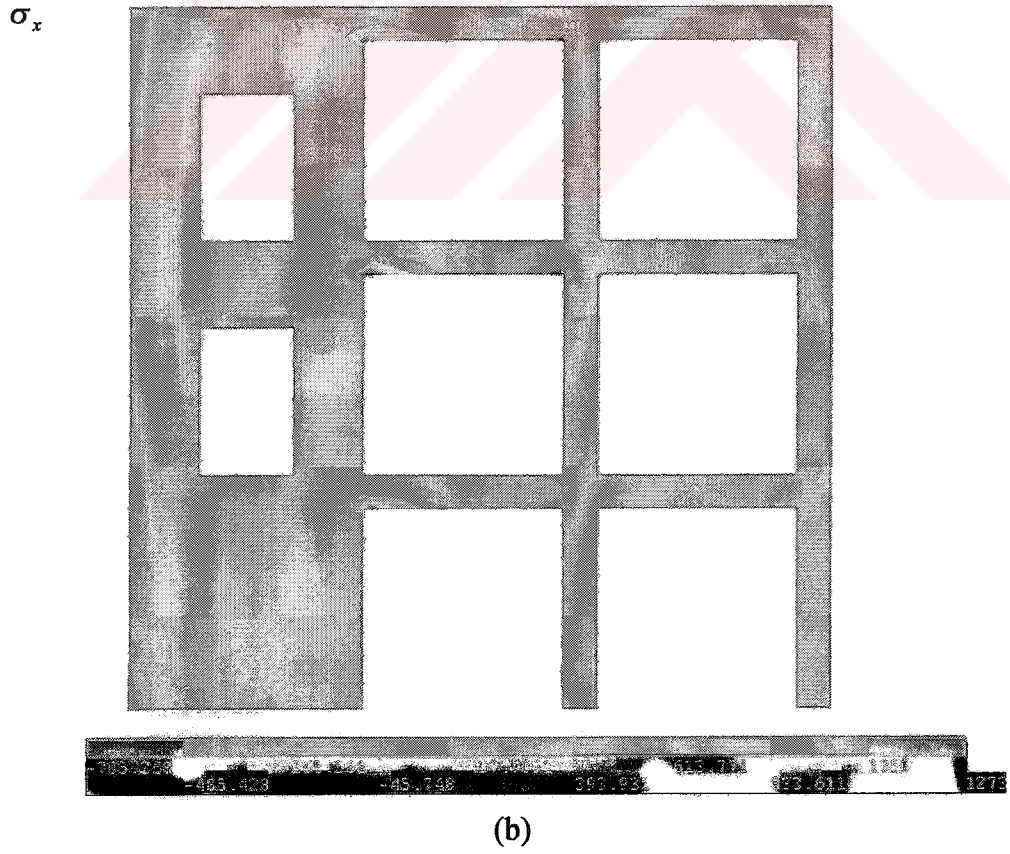
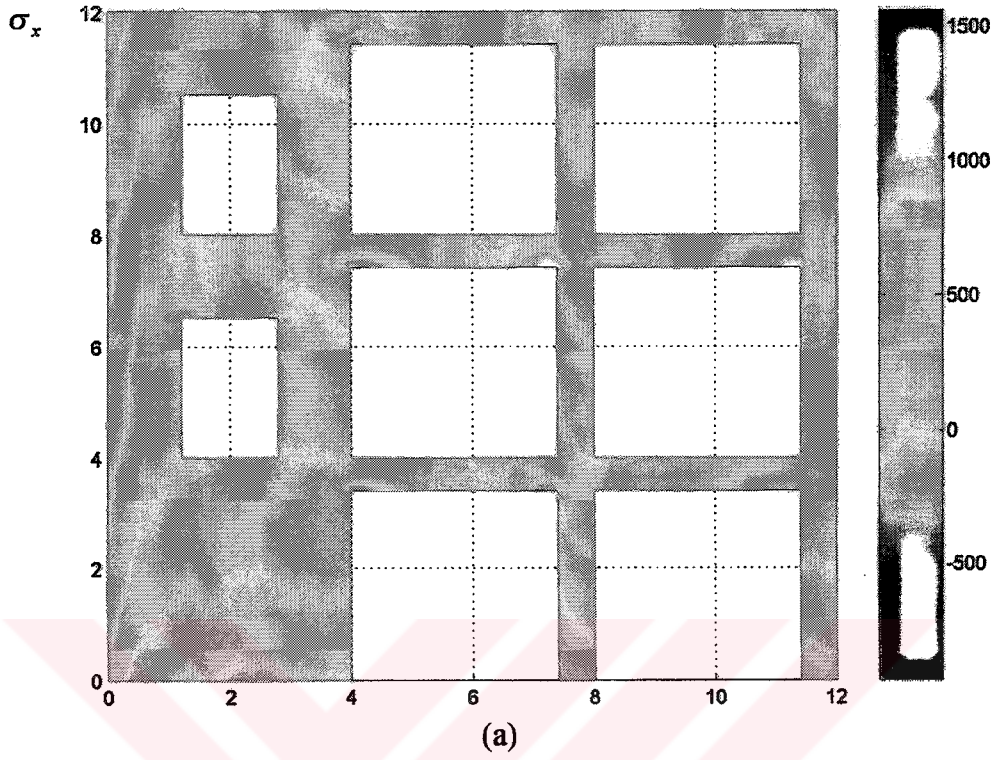
Şekil 3.40. Kısıtlı noktalar ile oluşturulmuş bölge



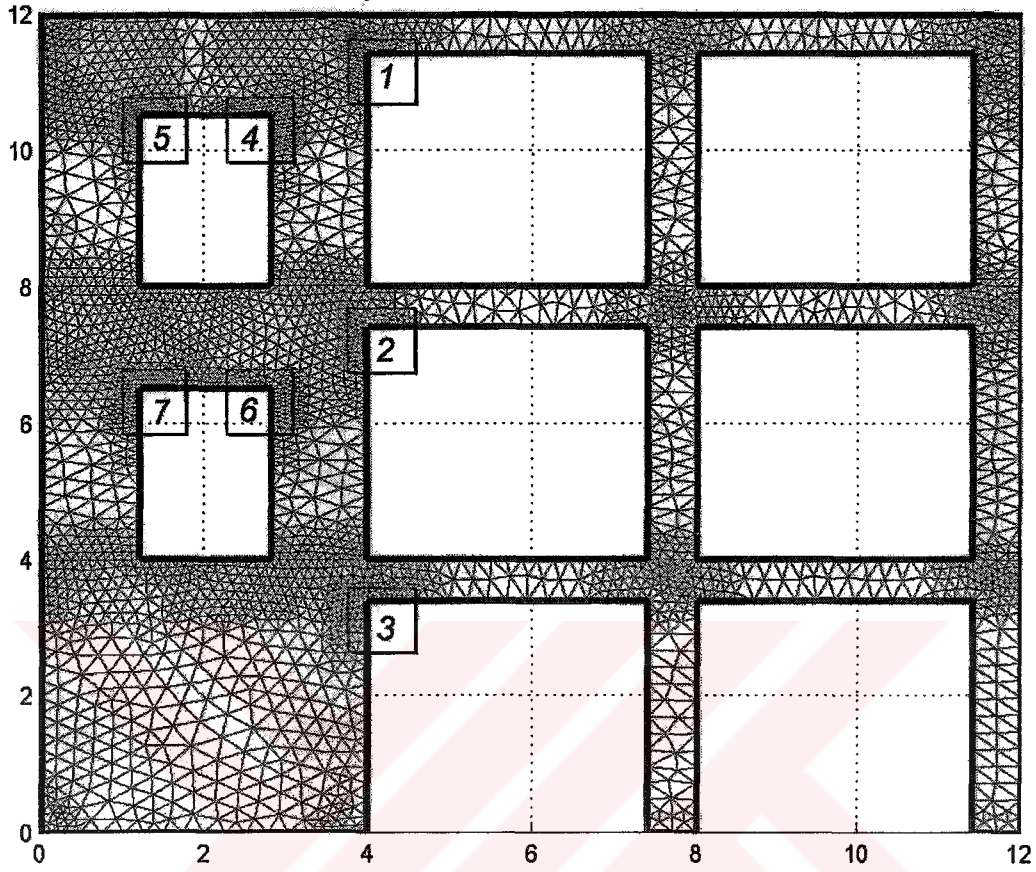
Şekil 3.41. FEM-3 örneği için ANSYS çözüm ağı



Şekil 3.42. FEM-3 örneği deforme olmuş geometri



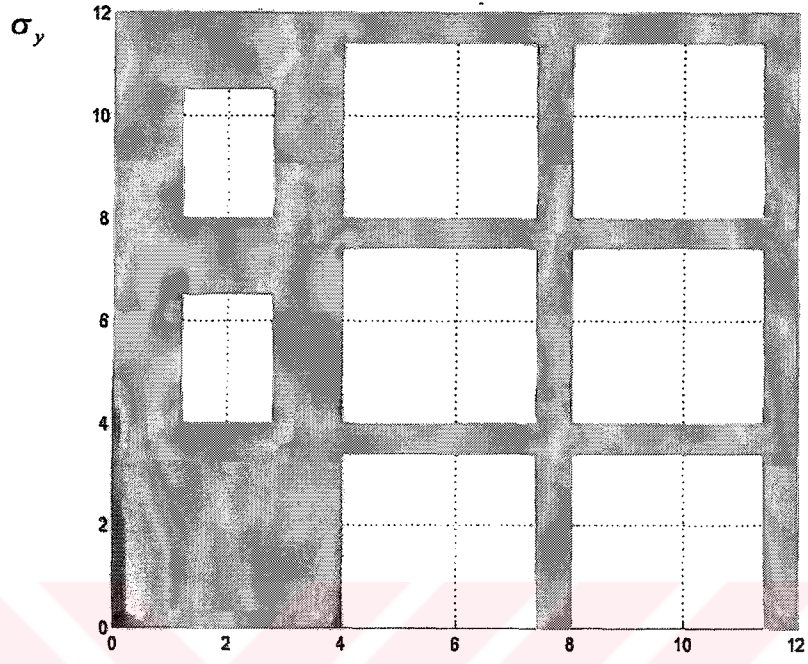
Şekil 3.43. Yatay doğrultuda normal gerilmeler, a) SEA-CST programı b) ANSYS



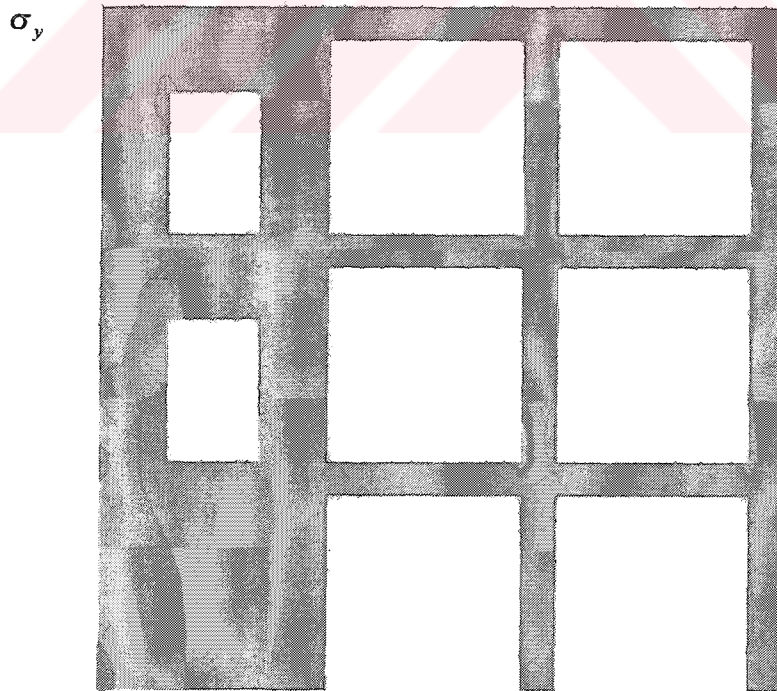
Şekil 3.44. Gerilme karşılaştırma noktaları

Çizelge 3.9. FEM-3 Örneğinde elde edilen yatay doğrultuda normal gerilme değerlerinin ANSYS ile karşılaştırılması

Nokta	Gerilme, t/m^2 SEA-CST	Gerilme, t/m^2 ANSYS	% Hata
1	1129,4	1157,9	2,4
2	1235,9	1273	2,9
3	758,7	759,2	0,6
4	-372,2	-401,2	7,2
5	466,7	452,6	3,1
6	-806,7	-802,6	0,5
7	846,6	825,2	2,6

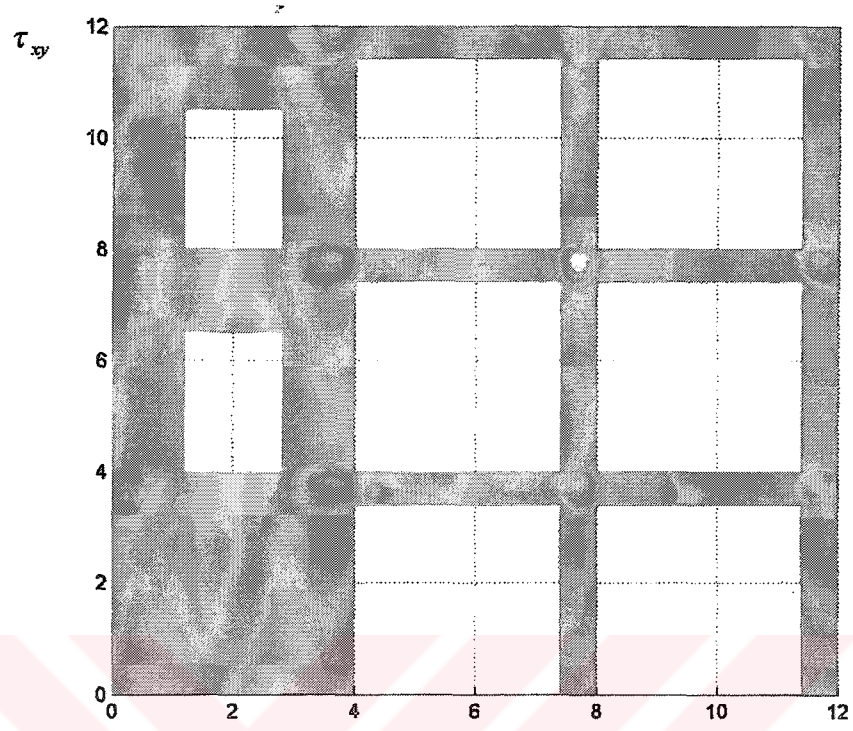


(a)

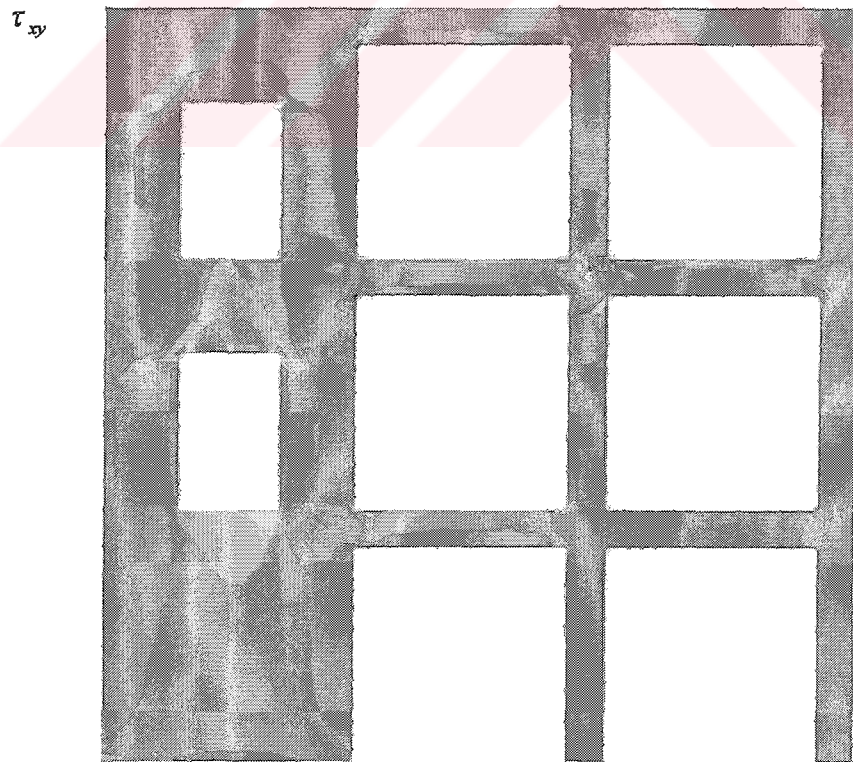


(b)

Şekil 3.45. Düşey doğrultusunda normal gerilmeler, a) SEA-CST programı b) ANSYS



(a)

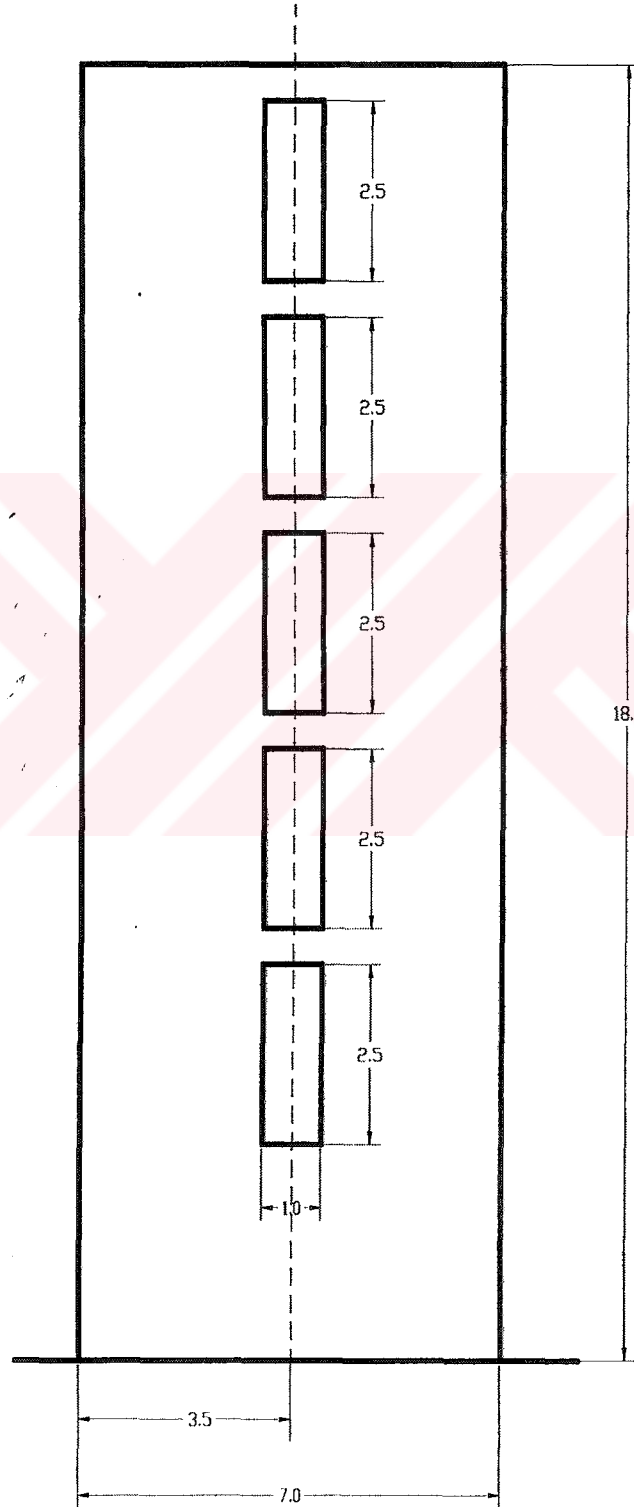


(b)

Şekil 3.46. Kayma gerilmeleri, a) SEA-CST programı b) ANSYS

3.4. FEM-4 Örneği

3.4.1. Model boyutları ve malzeme özellikleri



Şekil 3.47. FEM-4 örneği geometri tanımı

Çizelge 3.10. FEM-4 Örneğine ait malzeme özellikleri

Elastisite Modülü, E	$3 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
Poisson Oranı, ν	0.25

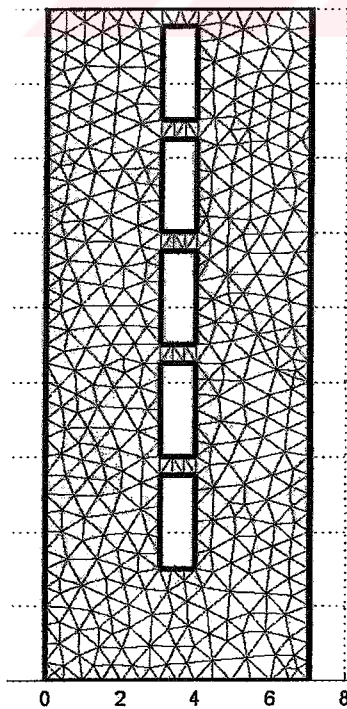
Elde edilen gerilmelerin birimi t/m^2 , dir.

3.4.2. Yükleme ve mesnet şartları

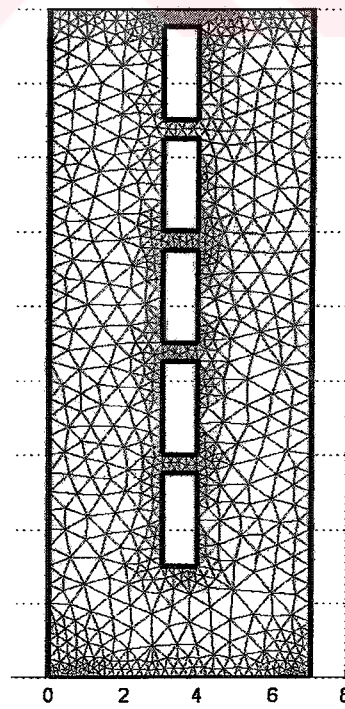
FEM-4 örneğinde sunulan perde sistemi birbirlerine bağ kirişleriyle bağlanmış bir çift perdeden oluşmaktadır. Buradaki sistemin temel seviyesi ankastre olarak düşünülmüştür. Tepe noktasından ise tekil yük uygulanmıştır. Ancak sistemin tepe noktasında bulunan düğümlerin yatay doğrultudaki serbestlikleri birbirlerine bağlanmamıştır.

3.4.3. Kullanılan çözüm ağı

Başlangıç çözüm ağı Şekil 3.48’de gösterilmiştir.

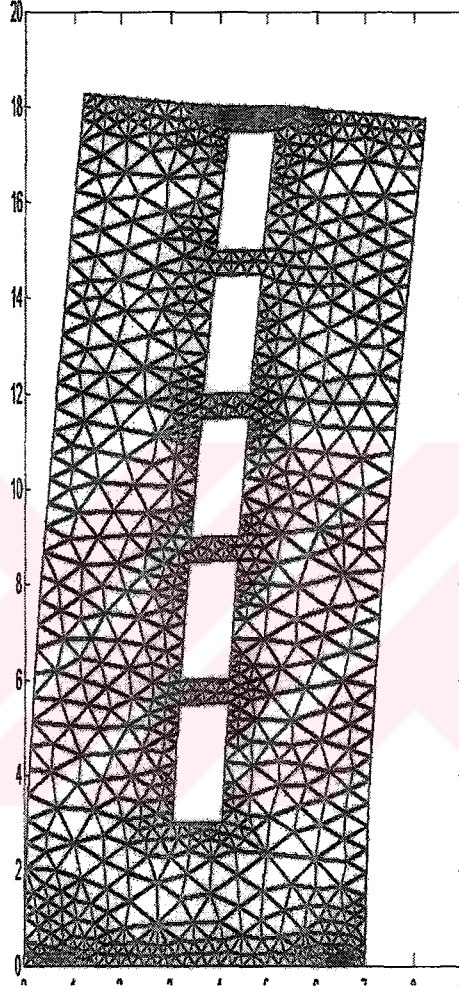


Şekil 3.48. FEM-4 örneği başlangıç çözüm ağı.

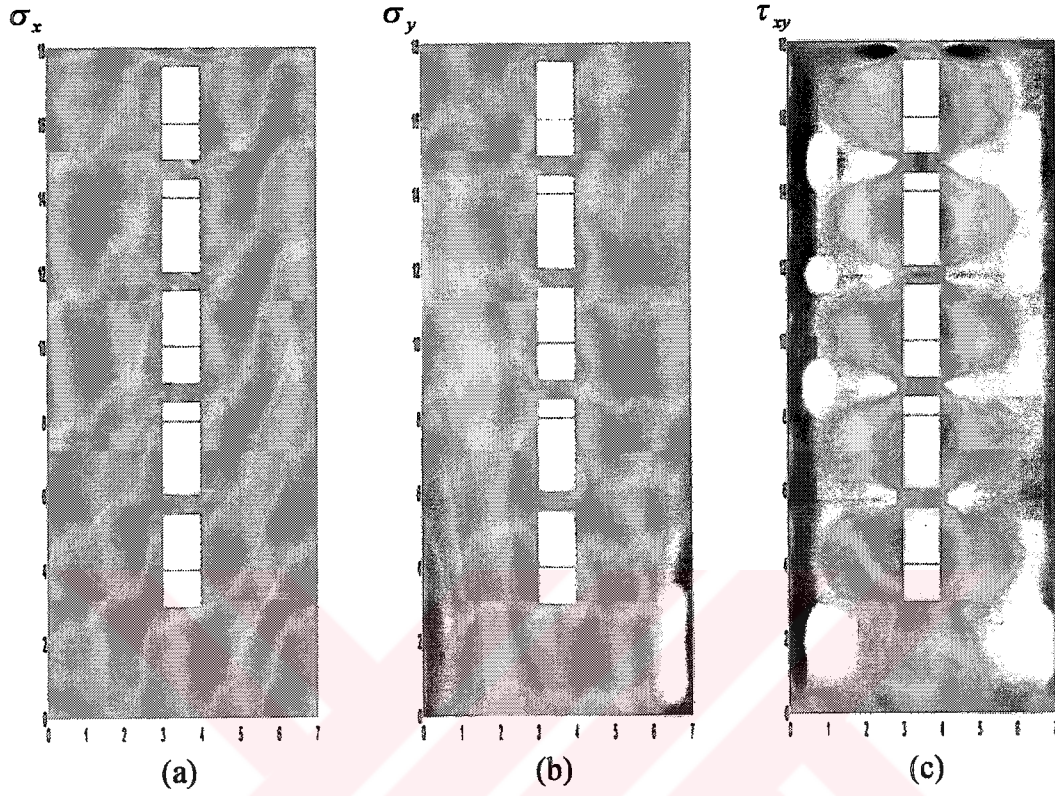


Şekil 3.49. FEM-4 örneği son çözüm ağı.

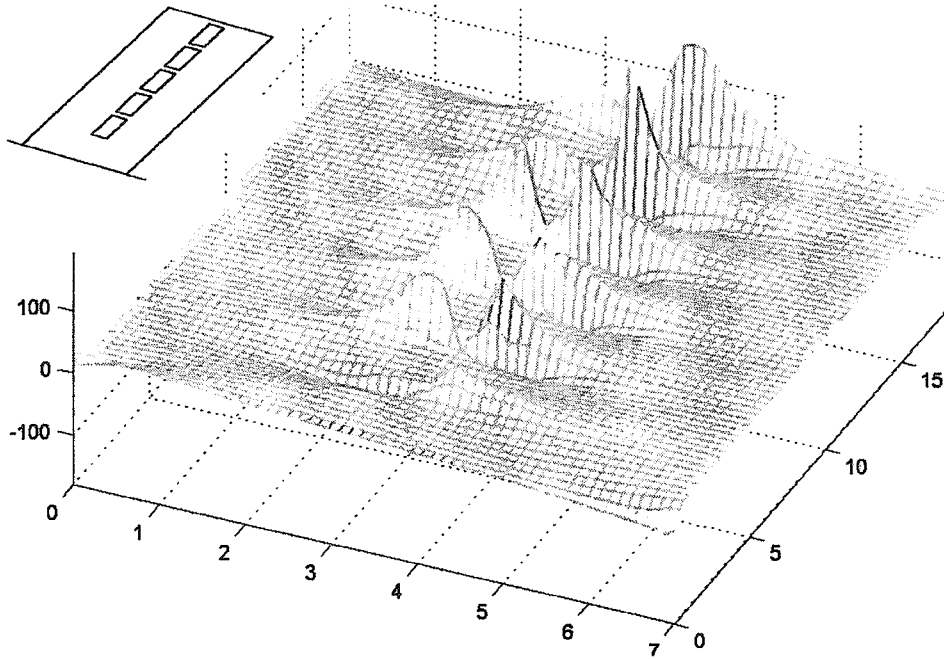
3.4.4. FEM-4 örneği sonuçları



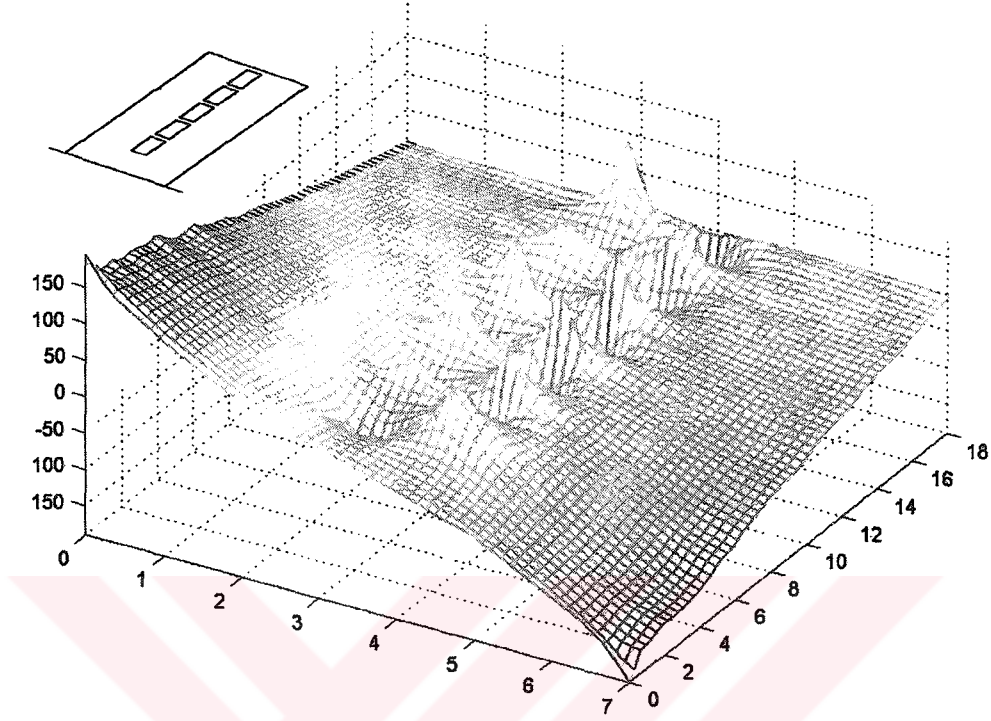
Şekil 3.50. FEM-4 örneği deforme olmuş perde sistemi



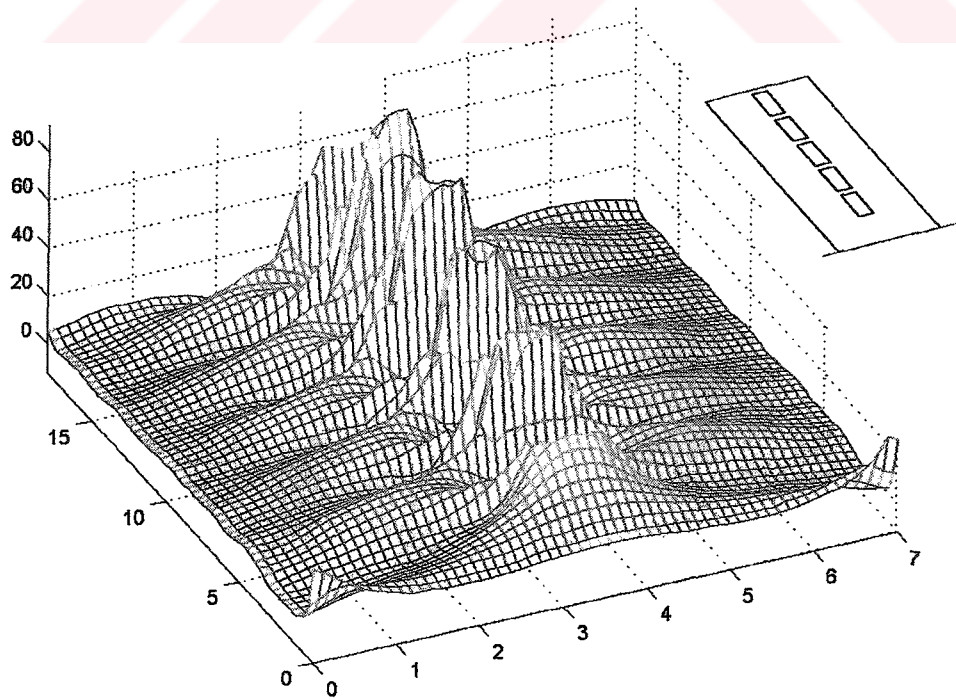
Şekil 3.51. FEM-4 örneği gerilmeleri, yatay normal gerilme (a), düşey normal gerilme (b), kayma gerilmesi (c)



Şekil 3.52. FEM-4 örneği yatay normal gerilmeler



Şekil 3.53. FEM-4 örneği düşey normal gerilmeler



Şekil 3.54. FEM-4 örneği kayma gerilmeleri

4. SONUÇLAR

MATLAB programla paketi ile hazırlanan, içerisinde geometri tanımlama, çözüm ağı türetme, yük ve mesnet koşulları belirleme modülleri ile çözüm ve sonuçların oluşturulması modüllerinden oluşmuş SEA-CST programı ile farklı yükleme durumlarında farklı geometride örnek problemler çözülmüş ve sonuçları ANSYS® sonlu elemanlar programı ile karşılaştırılmıştır.

SEA-CST programını oluşturulmasının 2 ana hedefi bulunmaktadır. Bu hedeflerden birincisi farklı geometriye sahip üzerinde boşluklar bulunan sistemler için istenilen büyüklüklerde üçgen sonlu eleman türetebilmek, ikincisi ise bu elemanlar ile perde çerçeve birleşimlerinde ve boşluklar etrafında sıklaştırma yaparak verilen yükler ve mesnet koşulları altında sistemi çözmektir.

Birinci hedefi gerçekleştirmek için rastgele noktalar türeten ve bu noktaları birleştirerek üçgenler oluşturan bir algoritma kullanılmış ve başarıya ulaşılmıştır. Geliştirilen sıklaştırma algoritmalarıyla kritik bölgelerde gerekli sıklıkta üçgen elemanlar kullanılmıştır.

SEA-CST programı eleman kütüphanesinde üçgen sonlu eleman bulunmaktadır. Bu eleman içinde gerinim değeri her noktada sabittir. Herbir eleman için sadece bir gerilme değeri elde edilebilir (yatay doğrultuda normal gerilme bileşeni, düşey doğrultuda normal gerilme bileşeni ve kayma gerilmesi bileşeni olmak üzere toplam üç tane bileşen bulunmaktadır). Bu eleman kısaca CST adıyla kullanılmaktadır. CST elemanı kullanılarak yapılan analiz sonucu ANSYS® hazır sonlu elemanlar programının “plane 2” elemanı (Bkz. Şekil 3.1) ile karşılaştırılmış ve %7~8 mertebelerine varan hatalar elde edilmiştir. Bu hataları minimize edebilmek için daha sık sonlu elemanlar çözüm ağı kullanmak gerekmiştir.

KAYNAKLAR

1. Rosman, R., "Approximate Analysis of Shear Walls Subject to Lateral Loads", *Journal of American Concrete Institute*, Vol 61, No 6, 711-733 (1964)
2. Coull, A., Choudhury, J. R., "Analysis of Coupled Shear Walls", *Journal of American Concrete Institute*, Vol 64, 587-593 (1967)
3. Stafford Smith, B., Abergel, D. P., "Approximate Analysis of High-rise Structures Comprising Coupled Walls and Shear Walls", *Building and Environment*, Vol 18, No 1/2, 91-96 (1983)
4. Stafford Smith, B., Girgis, A., "Simple Analogous Frames for Shear Wall Analysis", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 110, 2655-2666 (1984)
5. Popov, E. P., Le, D. Q., Petersson, H., "Program SUBWALL: Finite Element Analysis of Structural Walls", *Journal of American Concrete Institute*, 679-696 (1979)
6. Chan, H. C., "Analysis of Shear Walls Using Higher Order Finite Elements", *Building and Environment*, Vol 14, 217-224 (1979)
7. Öztörün, N. K., "Computer Analysis of Multi-storey Building Structures". Doktora Tezi, *O.D.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara (1994)
8. Kim, H.S., Lee, D.G., "Analysis of shear wall with openings using super elements", *Engineering Structures*, 25, 981 – 991 (2003)
9. Suhura, J., Fukuda, J., "Automatic Mesh Generation for finite element analysis", *Advances in Computational Methods in Structural Mechanics and Design, 2nd U.S.-Japan seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, UAH Press, 607-624 (1972)
10. Edelsbrunner, H., "Geometry and Topology for Mesh Generation", Cambridge University Press (2001)
11. Du, C., "A note on finding nearest neighbours and constructing delaunay triangulation in the plane", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 14, 871-877 (1998)
12. Hyun, S., Lindgren, L. E., "Smoothing and adaptive remeshing schemes for graded element", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 17, 1-17 (2001)
13. ANSYS Online Help, SAS IP (1999)

14. Reddy , J. N. , "Finite Element Method", *McGraw-Hill* International Editions
15. Carroll , W. F. "A Primer for Finite Elements In Elastic Structures", *John Wiley & Sons Inc.*



ÖZGEÇMİŞ

Bahadır Alyavuz, 31 Ekim 1977 yılında Erzincan' da doğdu. İlk ve Orta Öğrenimini Ankara Kentkoop İlköğretim okulunda tamamladı. Ankara Yapı Meslek ve İnşaat Teknik Lisesi'nin teknik lise (üst-yapı) bölümünden mezun olduktan sonra Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı. 2001 yılında bu bölümden mezun olarak, G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği anabilim dalında yüksek lisans eğitime başladı. Halen G.Ü. İnşaat Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

