

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BORSA İSTANBUL' DA BİR
UYGULAMA**

Hüseyin ÜNAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2015

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BORSA İSTANBUL' DA BİR
UYGULAMA**

Hüseyin ÜNAL

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Semin PAKSOY

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Nuriye GÜREŞ

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Güzin YÜKSEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2015

ukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu alışma, jürimiz tarafından Ekonometri Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Bařkan: Yrd. Doç. Dr. Semin Paksoy

(Danışman)

ye: Doç. Dr. Nuriye Güreş

ye: Doç. Dr. Güzin Yüksel

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen ğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

.../.../2015

Prof. Dr. Yıldırım Beyazıt NAL

Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, izelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ETİK BEYANI

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. 04 /12 / 2015

Hüseyin ÜNAL

ÖZET

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE BORSA İSTANBULDA BİR UYGULAMA

Hüseyin ÜNAL

Yüksek Lisans Ekonometri Ana Bilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Semin PAKSOY

Aralık 2015, 101 sayfa

Günlük yaşamda meydana gelen olaylarda bilgi eksikliği ve belirsizlikten kaynaklanan birçok karmaşıklık mevcuttur. Bu nedenle karar alma süreçlerinde tam olarak objektif kararlar vermek zor olabilmektedir. Karmaşıklığı azaltmak ya da tamamen ortadan kaldırmak için bulanık doğrusal programlama modeli geliştirilmiştir. Bulanık doğrusal programlama modeli klasik mantıkta uygulanan doğrusal programlama modelinin daha genel bir hali olarak açıklanmaktadır. Amaç ve/veya kısıtların bulanık olduğu bu model ile daha esnek çözümler üretilebilmektedir.

Bilgi eksikliği veya belirsizliğin karar vermeyi zorlaştırdığı alanlardan bir tanesi de finansal piyasalardır. Tasarruflarını finansal piyasalarda değerlendirmek isteyen yatırımcılar çeşitli menkul kıymetlerden portföyler oluştururken hangi yatırım aracına hangi oranda yatırım yapmaları gerektiğine dair problemlerle karşılaşmaktadırlar. Dolayısıyla bu belirsizliği ortadan kaldırmak ve optimal portföyü oluşturmak için yatırımcılar bulanık doğrusal programlama modeline başvurumaktadırlar.

Bu çalışmada öncelikle bulanık mantık ve bulanık kümeler ile ilgili teorik bilgilere yer verilmiş, klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri incelemiştir. Ardından portföy kavramı açıklanarak portföy analizi konusu ele alınmıştır. Son aşamada ise her iki model kullanılarak Borsa İstanbul'da işlem gören 26 adet hisse senedi arasından optimal portföyler oluşturulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Bulanık mantık, bulanık doğrusal programlama, portföy analizi, klasik doğrusal programlama, Borsa İstanbul

ABSTRACT**FUZZY LINEAR PROGRAMMING AND AN APPLICATION on the
ISTANBUL STOCK EXCHANGE****Hüseyin ÜNAL****Master Thesis, Department of Econometrics****Supervisor: Assistant Prof. Dr. Semin PAKSOY****December 2015, 101 pages**

There are many complexities arising from the lack of knowledge and uncertainty in incidents of daily life. Therefore, it is difficult to be completely objective in the decision-making process. Fuzzy linear programming model has been developed to reduce or eliminate this complexity. Fuzzy linear programming model is described as a more general form of the linear programming model implemented in classical logic. More flexible solutions can be produced via this model in which aims and/or restrictions are fuzzy.

One of the fields where lack of information and uncertainty make it difficult in decision-making is financial markets. Investors who seek to evaluate their savings in financial markets, creating portfolios from various securities. While doing this, they encounter the problem of deciding to which investment vehicle they need to invest in what extent. Therefore, investors apply to fuzzy linear programming model to eliminate this uncertainty and to create the optimal portfolio.

In this study, first of all, theoretical information about fuzzy logic and fuzzy sets has been given and crisp linear programming and fuzzy linear programming have been studied. Secondly, after explaining the concept of the portfolio, the subject of portfolio analysis has been discussed. In the final part of the study, by using both models, optimal portfolios have been created among twenty-six stocks traded on İstanbul Stock Exchange.

Keywords: Fuzzy logic, fuzzy linear programming, portfolio analysis, crisp linear programming, Istanbul stock exchange

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanmasında benden yardımını ve desteğini esirgemeyen danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Semin PAKSOY' a ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bana vermiş olduğu emeklerden dolayı değerli hocam Sayın Doç. Dr. Gülsen KIRAL' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez yazım sürecindeki yardımlarından dolayı değerli arkadaşım Arş. Gör. Cabir ÇELİK' e, çalışma süresi boyunca bana her zaman destek olan aileme ve bu çalışmada emeği geçen sevdiklerime çok teşekkür ederim.

Hüseyin ÜNAL

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ.....	vi
KISALTMALAR.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xii
EKLER LİSTESİ.....	xiii

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem.....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	2
1.3. Araştırmanın Önemi	2
1.4. Sınırlılıklar	3

BÖLÜM II

BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK SAYILAR

2.1. Bulanık Mantık	8
2.2. Bulanık Küme Teorisi.....	9
2.2.1. Klasik ve Bulanık Küme.....	9
2.2.2. Bulanık Kümelerde Temel Kavramlar.....	12
2.2.2.1. Destek Kümesi	12
2.2.2.2. Kernel Kümesi	12
2.2.2.3. Sınır Kümesi	13
2.2.2.4. Boş Küme	13
2.2.2.5. Eşitlik Kavramı	13
2.2.2.6. α –Kesme Kümesi.....	13
2.2.2.7. Kardinalite	14

2.2.2.8. Yükseklik ve Normallik Kavramları.....	14
2.2.2.9. Konvekslik ve Konkavlık	15
2.2.3. Bulanık Kümelerde Temel İşlemler.....	17
2.2.3.1. Birleşim.....	17
2.2.3.2. Kesişim	17
2.2.3.3. Tümlleyen	18
2.3. Üyelik Fonksiyonları	18
2.4. Bulanık Sayılar	19
2.4.1. Üçgensel Bulanık Sayı.....	19
2.4.2. Yamuksal Bulanık Sayı	20

BÖLÜM III

DOĞRUSAL VE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

3.1. Doğrusal Programlama	22
3.1.1. Doğrusal Programlama Modelinin Matematiksel Yapısı	23
3.1.2. Doğrusal Programlama Modelinin Varsayımları.....	26
3.2. Bulanık Doğrusal Programlama.....	27
3.2.1. Bulanık Doğrusal Programlama Modelinin Formülasyonu.....	28
3.2.2. Bulanık Ortamda Karar Verme.....	29
3.2.3. Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri Çözüm Yaklaşımları.....	32
3.2.3.1. Zimmerman Yaklaşımı	32
3.2.3.1. Werners Yaklaşımı	35
3.2.3.3. Verdegay Yaklaşımı	40
3.2.3.4. Negoita ve Sularia Yaklaşımı	42

BÖLÜM IV

PORTFÖY ANALİZİ

4.1. Portföy Kavramı	44
4.2. Portföy Yönetimi	45
4.3. Portföy Çeşitleri.....	45
4.4. Portföy Yönetiminde Risk Kaynakları	47
4.5. Portföy Riski Ve Getirisi	48

4.6. Portföy Yönetim Yaklaşımları.....	49
4.6.1. Geleneksel Portföy Yaklaşımı	50
4.6.2. Modern Portföy Yaklaşımı	51
4.6.2.1. Markowitz' in Ortalama Varyans Modeli.....	52
4.6.2.2. Ortalama Mutlak Sapma Modeli.....	54

BÖLÜM V

BORSA İSTANBUL' DA BİR UYGULAMA

5.1. Uygulamanın Konusu ve Kullanılan Veriler	56
5.2. Uygulamanın Amacı	56
5.3. Konno-Yamazaki Doğrusal Programlama Modeli İle Optimal Portföy Oluşturulması.....	57
5.4. Bulanık Doğrusal Programlama Modeli İle Optimal Portföy Oluşturulması	62

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Sonuç.....	70
6.2. Öneriler	72

KAYNAKÇA.....	73
----------------------	-----------

EKLER	81
--------------------	-----------

ÖZGEÇMİŞ	101
-----------------------	------------

KISALTMALAR

DP	: Doğrusal Programlama
BDP	: Bulanık Doğrusal Programlama
BIST	: Borsa İstanbul

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Klasik küme üyelik fonksiyonu.....	10
Şekil 2. Herhangi bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu.....	11
Şekil 3. Bulanık $\tilde{A}$ kümesinin α kesim kümesi.....	14
Şekil 4. Normal ve normalaltı bulanık kümeler.....	15
Şekil 5. Konveks bulanık küme.....	16
Şekil 6. Konkav bulanık küme.....	16
Şekil 7. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin birleşimi.....	17
Şekil 8. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin kesişimi.....	18
Şekil 9. Bir bulanık kümenin tümleyeni.....	18
Şekil 10. Üçgensel bulanık sayı.....	20
Şekil 11. Yamuksal bir bulanık sayı.....	21
Şekil 12. Bulanık karar süreci.....	31
Şekil 13. Bulanık kümeler için optimal karar.....	31
Şekil 14. Maksimum amacın üyelik fonksiyonu.....	36
Şekil 15. Minimum amacın üyelik fonksiyonu.....	39
Şekil 16. Risk Bileşenleri.....	48

TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Doğrusal Programlama ile Oluşturulan Optimal Portföy.....	61
Tablo 2. Bulanık Mantık Çerçevesinde Oluşturulan Optimal Portföy $(p_i = -\% 1.00)$	66
Tablo 3. Bulanık Mantık Çerçevesinde Oluşturulan Optimal Portföy $(p_i = +\% 1.00)$	68
Tablo 4. Optimal portföyler içinde yer alan hisse senetleri ve yatırım payları (%).....	69

EKLER LİSTESİ

	Sayfa
EK 1. Modelde kullanılan hisse senetlerine ait aylık getiri oranları (%)	82
EK 2. İlgilenilen dönem için hesaplanan aylık ortalama getiri	90
EK 3. Doğrusal Programlama ile LINGO Çıktısı	91
EK 4. Bulanık Mantık ile LINGO Çıktısı (p _i =-% 1.00).....	94
EK 5. Bulanık Mantık ile LINGO Çıktısı (p _i =+% 1.00).....	98

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem

Tarih boyunca insanlar ortaya çıkan farklı durumlarda karar verme ihtiyacı ile karşı karşıya kalmışlardır. Karar verme, çeşitli seçenekler arasından en iyi olanı belirleme olarak tanımlanabilir. Bu durum kişisel ya da kurumsal kararlar olabileceği gibi toplumsal v.b. kararlar olarak da ortaya çıkabilir.

Karar verme problemi ile karşılaşıldığında çözüm önerilerinde bulunacak çeşitli modeller ve teknikler geliştirilmiştir. Bunlardan birisinin doğrusal programlama modeli olduğu bilinmektedir. Doğrusal programlama, doğrusal eşitlik veya eşitsizlikler şeklinde bulunan kısıtlayıcı şartlar altında, belli bir doğrusal amaç fonksiyonunun en iyilenmesidir (Alptekin, 1998, s.24). Bu modelde belirlilik altında karar verme söz konusudur. Ancak birçok durumda doğrusal programlama problemlerinin amaç veya kısıt fonksiyonlarında kullanılan parametre değerlerinin net biçimde belirlenmesi mümkün olmamaktadır. Böyle durumlarda amaç fonksiyonunun en iyilenmesinden ziyade belirli bir istek düzeyi sağlamaya çalışan ve gerçek yaşam problemlerini daha iyi yansıtan bulanık doğrusal programlama yöntemlerine başvurulur (Paksoy, 2002, s.6).

Tasarruflarını finansal piyasalarda değerlendirmek isteyen yatırımcılar risk-getiri ilişkisi çerçevesinde yatırım araçları arasında karşılaştırma yaparak hangi varlıkların daha verimli olacağına karar vermeye çalışırlar. Dolayısıyla yatırımcılar da portföy oluşturma sürecinde belirsiz bir ortamda karar verme problemi ile karşı karşıyadırlar. Bu belirsizliğin azaltılması veya ortadan kaldırılması için klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, yukarıda belirtilen bilgiler çerçevesinde Ortalama Mutlak Sapma modeline dayalı klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılarak hisse senetlerinden meydana gelen portföyler arasından optimal portföyler oluşturulmuştur. Her iki model ile oluşturulan optimal portföyler arasındaki fark veya farklar incelenmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Yatırımcılar genellikle getirilerini maksimum ve risklerini de minimum yapan portföyler tercih ederler. Dolayısıyla portföy oluşturmada getiri ve risk gibi iki belirleyici faktör söz konusudur. Bu çalışma kapsamında doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılarak Borsa İstanbul’da ilgilenilen dönem boyunca sürekli işlem gören 26 adet hisse senedinden optimal portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır. Optimal portföy, belli bir risk altında en yüksek getiriye sahip olan veya belli bir getiri düzeyinde riski en düşük yapan portföydür (Dağlı, 2009, s.322). Çalışmanın temel amacı hisse senetlerinin geçmiş performansları göz önüne alınarak belli bir getiri düzeyinde minimum riske sahip portföyler oluşturulması ve bu bilginin yatırımcıya aktarılmasıdır. Ayrıca doğrusal ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılarak oluşturulan minimum riskli bu portföyler arasındaki fark veya farkların incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada bulanık doğrusal programlama modeli ile optimal portföy oluşturulurken Werners Yaklaşımı kullanılmaktadır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Son yıllarda bilim ve teknolojiadaki ilerleme ile birlikte yatırımcıların karar verme sürecindeki davranışları çok daha önemli bir hal almıştır. Hızlı ve doğru kararlar vermenin oldukça zor olduğu böyle bir ortamda yatırımcılar karşılaşabilecekleri tüm koşulları göz önünde bulundurarak elde ettikleri gelirlerini çeşitli şekillerde arttırmayı ve korumayı hedeflemektedirler. Bu amaçla başvurulacak yollardan biri de sahip olunan gelirlerin finansal piyasalarda değerlendirilmesidir. Ancak finansal piyasalar iktisadi ve sosyal birçok olaydan etkilenmeleri nedeniyle belirsiz bir yapıya sahiptirler. Belirsizliğin hâkim olduğu finansal piyasalarda karar vermek ise yatırımcıların karşılaşabileceği en büyük zorluklardan biridir.

Bu çalışmada, Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen Ortalama Mutlak Sapma modelini temel alan doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılmıştır. Bu modeller yardımı ile Borsa İstanbul yatırım alanında yapılan uygulama, optimal portföyler oluşturma aşamasındaki yatırımcının karar alması üzerinde önemli bir etkiye sahip olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda çalışmanın literature önemli bir katkıda bulunması beklenmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

Bu çalışmanın kapsamı Ocak 2010-Aralık 2014 tarihleri arasında BIST - 30' da işlem gören 26 adet hisse senedi ile sınırlı tutulmuştur. Kurulan modeller ile oluşturulan optimal portföylerde tahvil, repo, altın ve hazine bonosu gibi menkul kıymetlere yer verilmemiştir.

BÖLÜM II

BULANIK KÜME TEORİSİ VE BULANIK SAYILAR

Gerçek yaşamın bilgi eksikliğinden veya belirsizlikten kaynaklanan karmaşık yapısı nedeniyle problemlerle karşılaşıldığında objektif karar vermek oldukça zor bir durumdur. Söz konusu karar verme problemlerinin amaç ve kısıt fonksiyonlarına ait bazı katsayıların belirsiz olduğu göz önüne alındığında kesin verileri esas alan modelleri kullanmak gerçekçi olmayan çözümlere yol açabilir. Belirsiz ve kesin olmayan verilerle baş etmek için kavramsal ve teorik bir çerçeveye izin veren bulanık mantık teorisinin temelleri 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yapılan “bulanık kümeler” çalışması ile atılmıştır. Zadeh’e ait bu yaklaşımın belirsiz veriyi modellemek için ortaya çıkmış uygun ve güçlü bir yaklaşım olduğu görülmektedir (Zadeh, 1965, s.338).

R.E Belman ve L.A. Zadeh (1970) tarafından yayınlanan ”Decision-Making in a Fuzzy Enviroment” (Bulanık Bir Çevrede Karar Verme) isimli makale karar verme problemlerine bulanık küme teorisinin uygulanmaya başlandığı ilk çalışmadır denilebilir (Delgado, Verdegay ve Vila, 1989, s.22). Bu makalenin ardından bulanık ortamda karar verme doğrusal programlama (DP) modeli ile ele alınan problemlere uygulanmaya başlanmıştır (Zimmermann, 1991, s.248).

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlarla klasik DP problemlerine bulanık küme teorisini sunarak BDP ile ilgili ilk çalışmayı 1974 yılında Zimmerman yapmıştır (Wang ve Liang, 2004, s.18). Tanaka, Okuda ve Asai (1974) tarafından gerçekleştirilen bir diğer çalışmada, bulanık kısıtlarla Bulanık Doğrusal Programlama (BDP)’ nın bir formülasyonu önerilmiştir (Delgado vd., 1989, s.21).

Negoita ve Sularia (1976), bulanık kısıtlı DP problemlerini formüle ettikleri ve literatürdeki ilk uygulamalardan birisi olan çalışmalarıyla bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceğini göstermişlerdir. Bu alana önemli katkıları bulunan ve öncülerinden birisi olan Zimmermann 1978 yılındaki çalışması ile çok amaçlı, doğrusal üyelik fonksiyonlu bir BDP problemini tek amaçlı DP problemi haline getirmiştir (Karadayı, 2007, s.14).

Bulanık katsayılarla BDP probleminin formüle edilmesi ise Negotia (1981) tarafından yapılan çalışma ile sağlanmıştır (Çevik ve Yıldırım, 2010, s.16). Hannan(1981) ve Nakamura(1984) tarafından yapılan çalışmalarda amaçların üçgensel

üyelik fonksiyonları ile temsil edildiği çok amaçlı bir BDP modelinin klasik DP modeline dönüştürülerek çözülebileceği gösterilmiştir (Yalçın-Seçme, 2005, s.20).

Bulanık amaç fonksiyonlu ve bulanık kısıtlı doğrusal programlama problemleri için parametrik programlama sonrası karar verici tercihini dikkate alan bir çözüm yaklaşımı öneren Chanas (1983), BDP’de parametrik programlamayı kullanan isimdir. 1984 yılındaki “A Dual Approach to Solve the Fuzzy Linear Programming” isimli makalesinde Verdegay (1984), bulanık kısıtlı bir doğrusal programlama modeline ait çözümün bulanık bir küme ile temsil edilmesi gerektiğini öne sürmüştür. Tanaka, Ichihashi ve Asai 1985 yılında bilim dünyasına sundukları çalışmalarında bulanık parametreler veya bulanık değişkenlerle doğrusal kısıtları araştırmışlardır (Tuş, 2006, s.54).

Carlsson ve Korhonen (1986), tüm katsayıları bulanık olarak ele aldıkları DP’ya parametrik çözüm getiren bir yaklaşım önermişlerdir. Amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonunun analist tarafından belirlenebileceğini vurgulayan Werners (1987), etkileşimli bir model üzerinde çalışmıştır (Paksoy, 2002, s.1). Delgado vd. (1989), bulanık sayılar arasındaki ilişkiyi karşılaştırmaya dayanan yaklaşımlarında hem bulanık sayı hem de bulanık kısıtlar kümesini içeren genel bir BDP modeli sunmuş ve bu model için çözüm önermişlerdir (Delgado vd., 1989, s.28). H. Rommelfanger, R. Hanuscheck, J. Wolf (1989)’a ait çalışmada amaç fonksiyonunda bulanık parametrelerle doğrusal programlama problemlerini çözmede yeni bir yöntem geliştirilmiştir (Rommelfanger, Hanuscheck ve Wolf, 1989). Zimmermann (1991), karar vericinin ulaşmayı arzu ettiği amaç fonksiyonunun değeri için bir istek seviyesinin kurulabileceğini ve her bir kısıtın bir bulanık küme olarak modellenebileceğini öne sürdüğü “Fuzzy Set Theory and its Applications” isimli eserinde bulanık kümeler, bulanık matematik, bulanık kümeler ve olasılık dağılımlarını karşılaştırmalı anlatmıştır. Söz konusu kitabın bulanık küme uygulamaları bölümü altında uzman sistemlere ve bulanık kontrole, bulanık ortamda karar verme işlemine ve yöneylem araştırmalarında bulanık modellere değinmiştir (Zimmermann, 1991).

Tanaka (1991), BDP problemini parametrik bir DP problemi olarak formüle etmiştir (Zhang, Wu, Remias ve Lu, 2003, s.384). Lai ve Hwang (1992), “Bulanık Matematiksel Programlama” kitaplarında bulanık kümeler, bulanık sayılar, bulanık matematiksel programlama ve BDP modellerini incelemişlerdir (Yapıcı, 2000, s.3). Julien(1994), çalışmasında olabilirlikçi DP yönteminin DP probleminde duyarlılık analizine alternatif bir yöntem olduğunu belirtmiş ve bulanık sayı parametreleri ile

olabilirlikçi DP probleminin çözümünü gerçekleştirmiştir. Julien bu çalışmasında BDP problemini çeşitli α -kesim düzeylerinde en iyi ve en kötü DP problemine dönüştürmüştür. Inuiguchi ve Sakawa (1994), çalışmalarında olabilirlik ve gereklilik ölçümleri kullanarak olabilirlikçi DP problemi için optimal çözümü test eden bir yöntem sunmuşlardır (Çevik ve Yıldırım, 2010, s.16). Klir ve Yuan (1995), bulanık kümeler üzerinde küme ve aritmetik işlemlerinden bahsettikleri “Fuzzy Sets and Fuzzy Logic” isimli eserlerinde bulanık ve klasik kümeleri karşılaştırarak bulanık kümenin avantajlarını göstermeye çalışmışlardır.

Wang (1997), üretim planlama problemlerine uygun matematiksel model için tek bir optimal çözüm bulmak yerine farklı çözümlerden oluşan çözüm ailesini, ağırlıklı eğim (gradient) yönünde değişim gösteren bir genetik algoritmayla ortaya koymuştur (Wang, 1997, s.61-68). Max-min işlemcisini geliştirebilecek etkin bir çözüm araştıran karar vericinin bu isteğini yerine getirmeye müsait bir ortam varsa otomatik olarak yerine getiren iki aşamalı bir yaklaşım Guu ve Wu tarafından 1999 önerilmiştir (Guu ve Wu, 1999, s.191-195). Tüm katsayıları ve değişkenleri bulanık sayı olan BDP problemleri ile ilgili bulanık esnek programlamadan yararlanarak yaptıkları çalışmalarında Buckley ve Feuring (2000), problemi öncelikle çok amaçlı BDP problemi şekline dönüştürüp sonrasında bu çok amaçlı BDP probleminin baskın olmayan çözümlerinin kümesini incelemişlerdir. Xinwang Liu 2001 yılına ait bulanık sayılar için yeni bir sıralama yöntemi önerdiği çalışmasında, bulanık amaç dağılım fonksiyonu ve kısıtların gerçekleşme derecesi arasında bağlantı kurarak bu yöntemi, bulanık olasılık programlama tekniği ile BDP problemlerine uygulanmıştır (Tuş, 2006, s.57).

Gasimov ve Yenilmez (2002), çalışmalarında sadece teknolojik katsayıları bulanık olan ve hem teknolojik katsayıları hem de sağ taraf sabitleri bulanık olan iki tür BDP modelini incelemişlerdir. Bu modellerin durulaştırılmasından sonra elde edilen problemlerin genellikle doğrusal olmayan, hatta konveks olmayan problemler olduğunu göstermişlerdir. Bulunan bu problemlerin çözümü için “Modified Subgradient Method” çözüm metodunu önermişler ve bu metodu daha önceden bilinen metotlarla karşılaştırmışlardır.

Sadeghi ve Hosseini (2004)’ e ait çalışmada enerji tedarik planlamasında BDP yöntemi kullanılmıştır. Doğrusal programlama problemleri için yamuksal bulanık değişkenler ile bir dual simpleks metodu ve dualite sonuçları elde edilen çalışma Amiri ve Nasserî tarafından ortaya konulmuştur (Amiri ve Nasserî, 2007, s.206-216). Lotfi, Allahviranloo, Jondabeh ve Alizadeh (2009), simetrik üçgensel bulanık sayılar ile ilgili var

olan kavramları kullanarak bulanıklığın miktarını durulaştırmak için yaptıkları çalışmada bütün parametreleri ve değişkenleri üçgensel bulanık sayı olan BDP problemleri için farklı bir görüş öne sürmüşlerdir.

Xiao, Lu ve Wang (2010) “A New Algorithm for Solving Fuzzy Linear Programming the Basic Line Algorithm” makalesinde BDP probleminin çözümü için temel çizgi algoritması isimli yeni bir model üzerinde çalışmışlardır. Yazarlar bu makalede geliştirdikleri modeli hali hazırda BDP probleminin çözümü için kullanılan simplex metodu ile karşılaştırarak temel çizgi algoritmasının modelinin avantajlı yönlerini göstermeye çalışmışlardır.

Kumar ve Kaur (2011), bütün parametreleri bulanık sayılardan oluşan aynı türdeki BDP problemlerine ilişkin bulanık optimal çözümü bulan yeni bir metot önermişlerdir. Önerilen bu metot mevcut metotlarla karşılaştırılarak gerçek yaşam problemlerine uygulanmasının daha kolay olduğu gösterilmeye çalışılmıştır.

Dempe ve Ruziyeva (2012), çalışmalarında Chanes ve Kuchta’nın önerdiği bulanık optimizasyon problemlerine ait optimal bulanık çözümün üyelik fonksiyon değerlerinin belirlemesine yönelik düşünciyi gerçekleştirmek için bir yöntem sunmuşlardır.

Farhadinia (2014) çalışmasında parametreleri yamuk bulanık sayılar olan ve (h^L, h^U) aralığındaki değerleri içeren BDP problemlerine ait bir formülasyon tanımlamıştır. Bu formülasyonun yamuk bulanık sayı doğrusal programlama problemlerinin genel formu olduğunu söylemiştir. Yamuk bulanık sayı doğrusal programlama problemlerinin (h^L, h^U) aralığı için yapılan duyarlılık analizi sonuçlarının bulanık sayı doğrusal programlama problemleri için beklenen sonuçlarla aynı olduğunu göstermiştir.

BDP alanında Türkiye’de çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Güneş ve Yiğitbaşı (2001), Türk vergi sisteminin mevcut tahsilat uygulamalarına yeni bir model sunmayı amaçlayan çalışmalarında Türk vergi sistemine ait doğrusal programlama modelini kurmuş, sonrasında ise klasik doğrusal programlama tekniğiyle gelirleri maksimum yapan bir model elde etmişlerdir. Ertuğrul ve Tuş (2007), çalışmalarında Zimmermann, Werners, Chanas ve Verdegay yaklaşımları yardımıyla etkileşimli BDP modelini incelemiş ve ele aldıkları bir tekstil firması üzerinde uygulama gerçekleştirmişlerdir. Tedarik zinciri ağ tasarımı bulanık ulaştırma modeli yaklaşımını ele aldıkları çalışmalarında Özdemir ve Seçme (2009), kurulan modellere maliyetlerin,

taleplerin ve kapasitelerin bulanıklılığını dâhil etmiş ve çözümlere göre her bir modelde arz ve talep merkezleri arasında ne kadar maliyetlerle taşıma olduğunu tespit etmişlerdir.

Paksoy, Pehlivan ve Özceylan (2012), makalelerinde yenilenebilir bitkisel yağ üreticisini tedarik zinciri ağına entegre etmek için bulanık kümeleri kullanmışlardır. Önerilen çok amaçlı DP modeli ile toplam taşıma maliyetlerini en aza indirmeye çalışmışlardır. Bu modeli, verileri üçgen bulanık sayılar olan çok amaçlı DP olarak formüle etmişlerdir.

2.1. Bulanık Mantık

Bulanıklık, bir kavramı anlatan, bir amacı aktaran veya bir sistemi tanıtan ifadelerdeki belirsizlik veya net olmama haline denir. İnsanların zihinsel algılama farklılıkları, onların sübjektif davranışları ve amaçlarındaki belirsizlikler bulanıklık kavramı ile açıklanabilir. Söz konusu bu kavram ile bir olayın kendisindeki belirsizlik açıklanır (Özkan, 2003, s.vii).

Geleneksel mantıkta önermeler yalnızca iki doğruluk değeri (1 ve 0) ile eşleştirilebilir. İki değerli mantık olarak da bilinen geleneksel mantığa göre önermeler tamamen doğru veya tamamen yanlış olarak kabul edilir. Çok değerli mantık ise geleneksel kümelere dayanarak oluşturulan önermelerin ikiden çok doğruluk değeri ile eşleştirilebildiği mantık sistemidir. Çok değerli mantıkta önermeler tamamen doğru, tamamen yanlış ve kısmen doğru (kısmen yanlış) şeklinde kabul edilmektedir (Özkan, 2003, s.123).

İnsan mantığının mühendislik çözümlerine uygulanması için geliştirilmiş matematiksel bir model olan bulanık mantık, insan kararlarının ve değerlendirme süreçlerinin algoritmik bir formda gösterilmesine imkan tanımaktadır. Her an değişen durumlar altında farklı sonuçların elde edilebileceği gerçeğinden hareketle, bulanık mantık için matematiğin gerçek dünyaya uygulanması, tanımlaması getirilebilir. Bulanık mantıkta bütün doğrular kısmi veya yaklaşıktır. Ara değerli karar verme olarak da adlandırılan bu düşünce, ikili mantığın doğru ve yanlış arasındaki kısmi doğruların belirlenmesini mümkün kılar (Başkaya, 2011, s.14-15).

Bulanık kümelere dayanan ve sözel değişkenlerin de kullanıldığı bulanık önermelerle gerçekleştirilen bulanık akıl yürütme süreci, yaklaşık akıl verme süreci olarak da bilinir. Bulanık mantığın diğer mantık sistemlerinden önemli bir farklılığı, net biçimde açıklanamayan kavramların sözel değişkenler yardımıyla yaklaşık olarak ifade

edilmesine imkân tanınmasıdır (Özkan, 2003, s.142). Belirsizlik altında akıl yürütme ile çok değerli mantığın birleştirildiği mantıksal bir sistem olan bulanık mantıkta amaç, insanların belirsizlik altında tutarlı ve doğru kararlar vermelerine imkan tanıyan düşünce mekanizmalarının oluşturulmasıdır.

2.2. Bulanık Küme Teorisi

Karar vericilerin belirli sınırlar altında verilen bir sistemi optimize etmesine olanak tanıyan bulanık küme kuramının temelleri Zadeh (1965) tarafından yayınlanan “Fuzzy Sets (Bulanık Kümeler)” adlı makale ile atılmıştır. Bulanık küme kuramı, verilen sınırlar altında mevcut sistemin değerlendirilmesinin yanında yeni bir sistemin tasarlanmasına da imkân sağlamaktadır. Bu kuramının amacı, belirsiz kavramlara üyelik derecesi atayarak onları belirli hale getirmektir (Türkşen, 1985, s.2).

Bulanık küme teorisi; ekonomi, işletme, yöneylem araştırması, yönetim sistemi, yapay zeka sistemleri, insan davranışı, karar ve bilgi sistemleri, sosyal bilimler gibi pek çok alanda uygulanmaktadır. Özellikle yöneylem araştırması alanındaki doğrusal ve doğrusal olmayan programlama, tamsayı programlama, çok amaçlı karar verme ve oyun teorisi gibi karar alma modellerinde bulanık küme kuramı yoğun biçimde kullanılmaktadır.

2.2.1. Klasik ve Bulanık Küme

Birlikte ele alınan iyi tanımlanmış ve bazı özelliklere sahip olan farklı nesneler topluluğu küme olarak ifade edilebilir. Bir kümeyi oluşturan nesnelere kümenin elemanları ve üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme kabul eden en geniş kümeye ise evrensel küme denir (Özkan, 2003, s.2).

E evrensel bir küme olmak üzere, A bu evrensel kümenin herhangi bir alt kümesi, x ise herhangi bir değişken olsun. Klasik küme kuramında x ya A kümesinin elemanıdır ya da elemanı değildir. Bunun dışında üçüncü bir durum söz konusu olmaz. x elemanının üyelik değeri 1 ise x A kümesinin tam elemanı ($x \in A$), üyelik değeri 0 ise x A kümesinin elemanı değildir ($x \notin A$) denir. Diğer bir ifade ile klasik küme kuramına göre kısmi üyelik yoktur (Elmas, 2003, s.53). Genel olarak $x_1, x_2, \dots, x_n$ değişkenleri A kümesinin elemanları ise

$$A = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$$

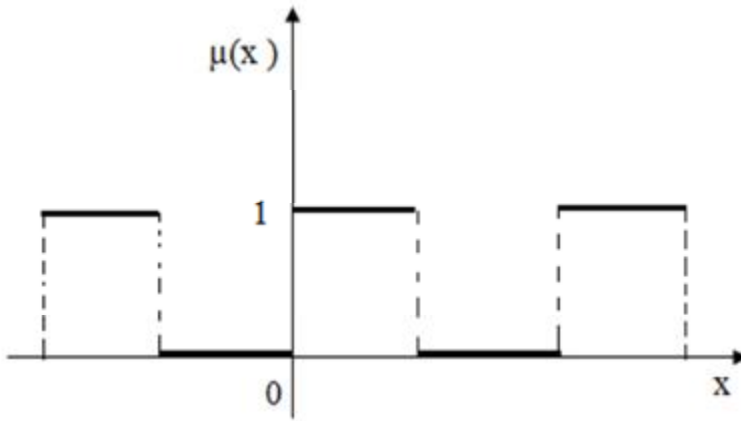
şeklinde gösterilmektedir. Klasik küme teorisine göre üyelik fonksiyonu, 0 ve 1 değerlerini alan iki değerli bir fonksiyondur ve bu fonksiyon açık haliyle

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir. $x \in E$ olmak üzere klasik bir küme

$$\forall x \in E: \mu_A(x) \in \{0,1\}$$

biçiminde gösterilmektedir. Bu kümeye ait üyelik fonksiyonunun grafik ile gösterimi ise Şekil 1' deki gibidir.



Şekil 1. Klasik küme üyelik fonksiyonu

Şekil 1' de görüldüğü üzere klasik bir kümeye ait üyelik fonksiyonu yalnızca 0 ve 1 değerlerini almaktadır. Diğer bir ifade ile üyelik fonksiyonu hiçbir zaman 0 ile 1 arasındaki değerleri almamaktadır.

Bulanık küme kavramı ise klasik küme kavramının genişletilmiş bir halidir. Ancak klasik kümelerden farklı olarak bulanık kümelerde üyelik derecesi 0'dan 1'e herhangi bir değer olabilir. Dolayısıyla bulanık kümelerde bir nesne için grubun kısmi üyesi olma durumu geçerli olabildiğinden, üyelerin kümeye ait olma dereceleri önem taşımaktadır.

Üyelik derecesi $[0,1]$ gerçel sayılar kapalı aralığı olan ve $\tilde{A}$ ile gösterilen bulanık bir kümenin farklı gösterim şekilleri vardır. Bu gösterim şekillerinden bazıları aşağıda verilmiştir. Bulanık küme teorisinin temellerini atan Zadeh (1965) tarafından $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in E\}$$

şeklinde gösterilmiştir. Bu gösterim ile birlikte Zadeh (1965), E evrensel kümesinin sonlu ve sonsuz olması durumlarında $\tilde{A}$ bulanık kümesini aşağıdaki şekilde tanımlamıştır.

E sonlu (kesikli) bir küme ise $E = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,

$$\tilde{A} = \mu_{\tilde{A}}(x_1)/x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2)/x_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i$$

E sonlu bir küme değilse (sürekli) $E = \{x_1, x_2, \dots\}$,

$$\tilde{A} = \int_x \mu_{\tilde{A}}(x)/x dx$$

Buradaki $\int$ ve $\sum$ sembolleri, sıralı ikililerin sürekli ve kesikli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. Her iki eşitlikte de kullanılan “/” işareti x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesine aitlik (üyelik) derecesini, “+” işareti ise sıralı ikililerin bileşimini göstermektedir (Tuş, 2006, s.14-15).

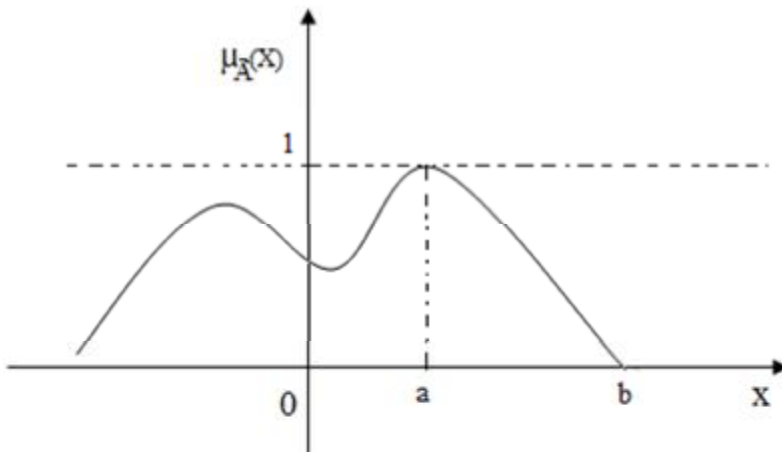
Ayrıca bulanık küme, Kaufmann ve Gupta (1988) tarafından,

$$\forall x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$$

Lai ve Hwang (1992) tarafından ise

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in E\}$$

biçiminde tanımlanmıştır. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu ise $\mu_{\tilde{A}}(x): E \rightarrow [0,1]$ şeklindedir. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin yukarıdaki tanımlarına bakıldığında bu kümeye ait eleman ve bu elemanın üyelik derecesinin birlikte gösterildiği görülmektedir. Elemanlarının üyelik derecelerinin 0 ile 1 arasında değiştiği herhangi bir bulanık küme Şekil 2’ de gösterilmektedir.



Şekil 2. Herhangi bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu

Şekil 2' de görüldüğü gibi; bulanık kümeye ait bir üyelik fonksiyonu $[0,1]$ kapalı aralığında değer almaktadır. a noktasında üyelik fonksiyonunun değeri 1 ($\mu_{\tilde{A}}(a) = 1$) olduğundan a elemanı $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tam elemanıdır (üyesidir) ve b noktasında üyelik fonksiyonunun değeri 0 ($\mu_{\tilde{A}}(b) = 0$) olduğundan b elemanı $\tilde{A}$ bulanık kümesinin elemanı değildir. a ve b noktaları dışında eğri altında kalan noktalarda ise bulanık kümeye kısmi üyelik söz konusudur.

2.2.2. Bulanık Kümelerde Temel Kavramlar

Bu başlık altında bulanık küme işlemlerinde kullanılan; destek kümesi, kernel kümesi, sınır kümesi, boş küme, eşitlik kavramı, α -kesimi, kardinalite, yükseklik ve normallik, konkavlık (iç bükey) ve konvekslik (dış bükey) gibi bazı temel kavramlar kısaca açıklanmıştır.

2.2.2.1. Destek Kümesi

$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in E\}$ ile gösterilen bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunda, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların oluşturduğu kümeye destek kümesi denir. $\tilde{A}$ bulanık kümesinin desteği E evrensel kümesinin alt kümesidir ve matematiksel gösterimi

$$Destek(\tilde{A}) = \{x \in E | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

şeklindedir (Özkan, 2003, s.40).

2.2.2.2. Kernel Kümesi

Kernel kümesi, $\tilde{A}$ bulanık kümesine tamamen ait olan, başka bir ifade ile üyelik derecesi bir olan elemanların bir araya getirildiği kesin bir kümedir ve matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir (Özkan, 2003, s.40):

$$Kernel(\tilde{A}) = \{x \in E | \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

2.2.2.3. Sınır Kümesi

Sınır kümesi, $\tilde{A}$ bulanık kümesine sadece kısmen üye olan elemanların yer aldığı kesin bir kümedir. Bu küme, matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir (Ross 2005, 92).

$$Kernel(\tilde{A}) = \{x \in E \mid 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1\}$$

2.2.2.4. Boş Küme

Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi için $\forall x \in E$ olmak üzere $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ ise $\tilde{A}$ kümesine boş küme denir. Başka bir ifade ile $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$A = \emptyset \Leftrightarrow \forall x \in E \text{ için } \mu_{\tilde{A}}(x) = 0$$

biçiminde tanımlanır (Paksoy, 2002, s.4).

2.2.2.5. Eşitlik Kavramı

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin birbirine eşit olması için gerek ve yeter şart;

$$\forall x \in E \text{ için } \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$$

eşitliğinin sağlanmasıdır. Başka bir ifade ile aynı elemanın $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerindeki üyelik değerlerinin birbirine eşit olmasıdır (Başkaya, 2011, s.73).

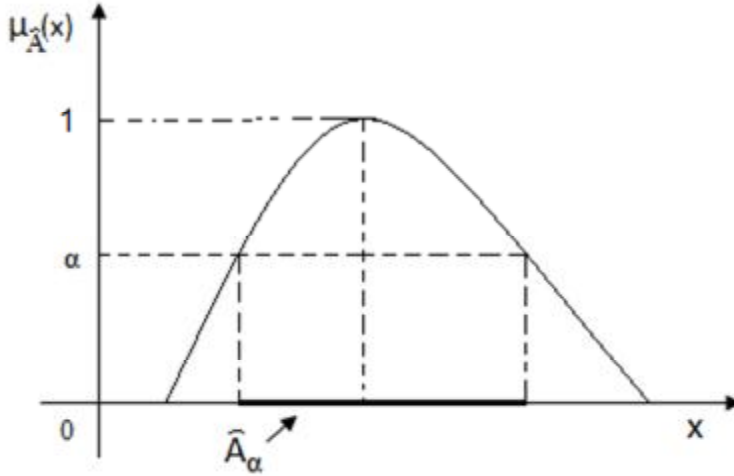
2.2.2.6. α –Kesme Kümesi

Bulanık $\tilde{A}$ kümesinin α -kesme kümesi E' nin kesin bir alt kümesidir ve genel olarak güçlü α -kesme ve zayıf α -kesme olmak üzere iki gruba ayrılır. Zayıf α -kesme kümesi, sadece α -kesme kümesi olarak da adlandırılır ve üyelik fonksiyon değeri α 'ya eşit veya α ' dan daha büyük elemanların bulunduğu bir kümedir. Güçlü α -kesme kümesi ise üyelik fonksiyon değeri α ' dan daha büyük elemanların bulunduğu bir kümedir. Bunların matematiksel olarak gösterimi sırasıyla,

$$\tilde{A}_{\alpha} = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in E\}$$

$$\tilde{A}_{\alpha}^{+} = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \text{ ve } x \in E\}$$

biçimindedir. Burada α , $(0,1]$ arasında değerler almaktadır ve α 'nın aldığı değerler arttıkça kümenin eleman sayısı azalacaktır (Zimmerman, 1991, s.14). Herhangi bir bulanık kümenin α kesimi şekil olarak gösterimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 3. Bulanık $\tilde{A}$ kümesinin α kesim kümesi

Kaynak: Başkaya, 2011, s.101.

2.2.2.7. Kardinalite

Kardinalite kavramı, bulanıklıktan arındırma, alt küme olma derecesi gibi diğer bazı özellik ve kuralları tanımlamak için ihtiyaç duyulan bir kavramdır. Bu kavram, normalaltı bulanık kümeler için bir normalizasyon faktörü olarak da kullanılır (Özkan 2003, s.41). Sonlu bir evrensel kümede tanımlı olan bulanık bir kümenin kardinalitesi $|\tilde{A}|$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi formüle edilir (Zimmerman, 1991, s.16).

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in E} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

2.2.2.8. Yükseklik ve Normallik Kavramları

Bulanık bir $\tilde{A}$ kümesinin üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik derecesi o kümenin yüksekliğini verir. Bulanık kümenin yüksekliği $h(\tilde{A})$ ile gösterilir ve matematiksel olarak

$$\forall x \in E \text{ için } h(\tilde{A}) = \sup_x \mu_{\tilde{A}}(x)$$

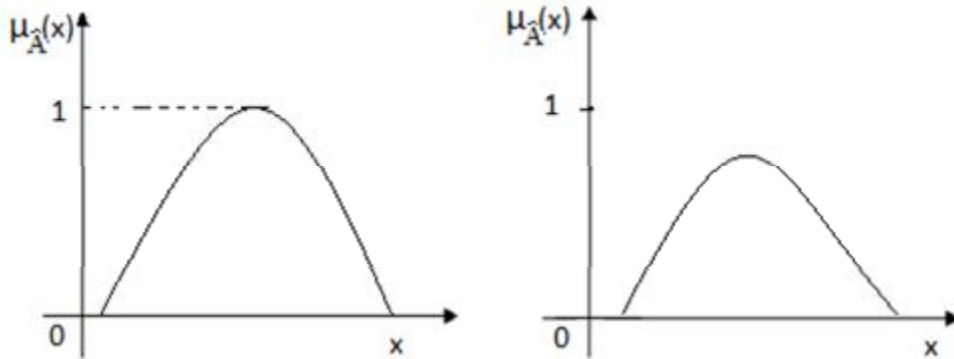
biçiminde tanımlanır. $h(\tilde{A}) = 1$ olduğu zaman $\tilde{A}$ bulanık kümesine normal bulanık küme denir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\forall x \in E \text{ için } \sup_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$$

$h(\tilde{A}) < 1$ olduğunda ise $\tilde{A}$ bulanık kümesine normalaltı bulanık küme denir (Klir ve Yuan, 1995, s.21). Boş olmayan tüm normalaltı bulanık kümelerin her birinin üyelik derecelerinin, en büyük üyelik derecesine bölünmesi ile normalaltı bulanık kümeler normalleştirilebilir (Bojadziev ve Bojadziev, 1995, s.114).

$$\forall x \in E \text{ için } NORM(\tilde{A}) = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{h(\tilde{A})}$$

Yukarıda kullanılan $\sup_x \mu_{\tilde{A}}(x)$ ifadesi bulanık kümede yer alan en yüksek dereceli üyelik fonksiyonunun değerini belirtmektedir. Normal ve normalaltı bulanık kümeler şekilsel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.



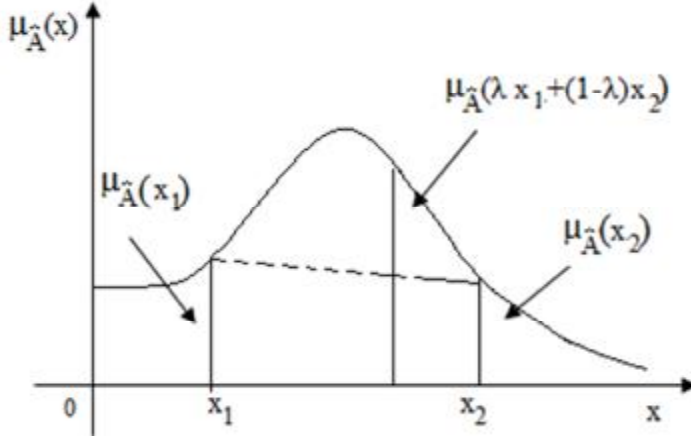
Şekil 4. Normal ve normalaltı bulanık kümeler

2.2.2.9. Konvekslik ve Konkavlık

$\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\} \quad x_1, x_2 \in E, \lambda \in [0,1]$$

şartını sağlıyorsa $\tilde{A}$ kümesine konvektir (dışbükey) denir ve grafiksel gösterimi Şekil 5' teki gibidir. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümeleri konveks ise bu kümelerin kesişimi olan $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ kümesi de konvektir (Zadeh, 1965, s.348) Başka bir tanımla bulanık bir kümenin tüm α -kesme kümeleri konveks ise bulanık kümede konvektir (Zimmerman, 1991, s.15; Lai-Hwang, 1992, s.22).



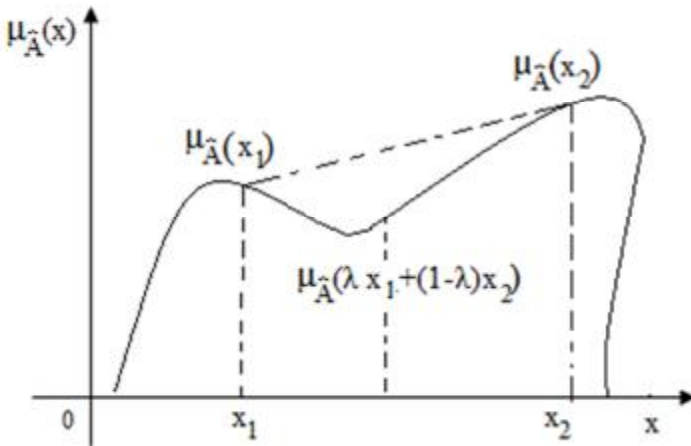
Şekil 5. Konveks bulanık küme

Benzer şekilde $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \max\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\} \quad x_1, x_2 \in E, \quad \lambda \in [0,1]$$

eşitsizliğini sağlıyorsa $\tilde{A}$ kümesine konkavdır (iç bükü) denir. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümeleri konkav ise bu kümelerin kesişimi olan $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ kümesi de konkavdır (Zadeh, 1970, s.146).

Şekil 6’da konkav bulanık bir kümenin grafiği verilmiştir (Zimmerman, 1991, s.15).



Şekil 6. Konkav bulanık küme

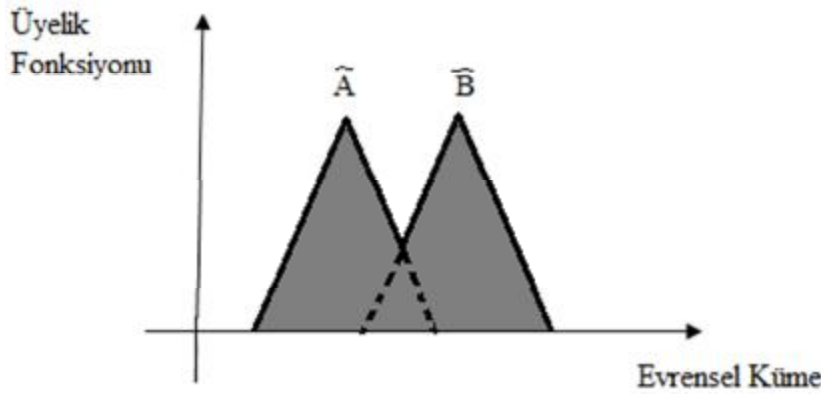
2.2.3. Bulanık Kümelerde Temel İşlemler

2.2.3.1. Birleşim

E evrensel kümesinde tanımlı $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ iki bulanık küme ve bu kümelerin üyelik fonksiyonları sırası ile $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olsun. Bu iki kümenin birleşiminin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x)$;

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max[(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x))] , \forall x \in E$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Lee, 2005, s.21). Başka bir ifade ile iki bulanık kümenin birleşiminin üyelik fonksiyonu, ayrı ayrı üyelik fonksiyonlarının maksimumudur (Bkz. Şekil 7)



Şekil 7. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerinin birleşimi

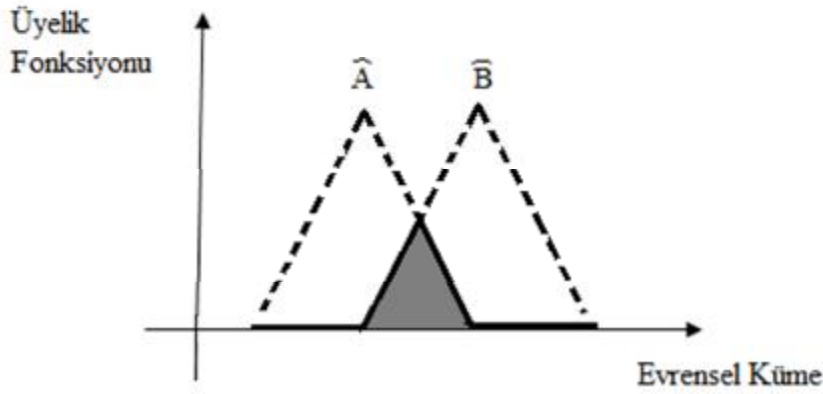
Kaynak: Başkaya, 2011, s.80.

2.2.3.2. Kesişim

E evrensel kümesinde tanımlı $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(x)$ olmak üzere $\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x)$;

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min[(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x))] , \forall x \in E$$

biçiminde tanımlanmaktadır (Lee, 2005, s.21). Başka bir ifade ile iki bulanık kümenin birleşiminin üyelik fonksiyonu, bireysel üyelik fonksiyonlarının minimumudur (Bkz. Şekil 8)



Şekil 8. $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ bulanık kümelerinin kesişimi

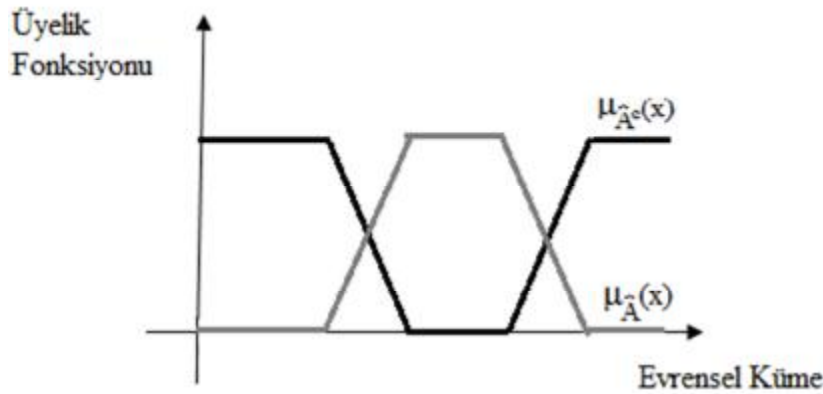
Kaynak: Başkaya, 2011, s. 82.

2.2.3.3. Tümlen

Üyelik fonksiyonu $\mu_{\hat{A}}(x)$ olan $\hat{A}$ bulanık kümesinin tümleniyi $\hat{A}^c$ ile gösterilsin. $\hat{A}^c$ için tanımlanacak olan tümleniyen üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\hat{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\hat{A}}(x) \quad \forall x \in E$$

olmaktadır. $\hat{A}^c$ ve $\hat{A}$ bulanık kümelerinin şekilsel gösterimi aşağıda verilmiştir (Paksoy, 2002, s.6).



Şekil 9. Bir bulanık kümenin tümleniyeni

2.3. Üyelik Fonksiyonları

Bir bulanık küme içerisindeki bütün bilgiler, bulanık kümeye ait olan üyelik fonksiyonu tarafından temsil edilmektedir. Yani bulanık küme kuramının temelini üyelik fonksiyonları oluşturmaktadır. Matematiksel olarak üyelik fonksiyonları $[0,1]$ kapalı aralığında değerler almaktadır. $\mu_{\hat{A}}(x)$ ile temsil edilen üyelik fonksiyonun alacağı

değere, x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki üyelik değeri denir ve $\mu_{\tilde{A}}(x) \rightarrow [0,1]$ ile gösterilir. Bir bulanık kümenin elemanlarını bu aralıktaki bir sayıyla eşleştiren fonksiyona üyelik fonksiyonu denir (Dubois ve Prade, 1998, s.7). Bulanıklığın derecesini belirlemede kullanılan üyelik fonksiyonu, doğru bir şekilde belirlendiği takdirde bulanıklığı ortadan kaldıracak bir özelliğe sahiptir. Bu nedenle üyelik fonksiyonunun belirlenmesi işlemi büyük önem taşımaktadır. (Dombi, 1990, s. 1-2).

2.4. Bulanık Sayılar

Gerçel sayılar üzerinde tanımlı normal ve dışbükey olan bulanık kümeye bulanık sayı denir (Bandemer ve Gottwald, 1995, s.49). Tanımdan anlaşılacağı üzere bulanık sayılar bulanık kümelerin bir alt kümesidir ve bulanık kümelerde geçerli olan küme işlemleri bulanık sayılar için de geçerlidir.

Bulanık sayılarla işlem yapılabilmesi için aralık analizine ihtiyaç vardır. Kesin olarak belirlenmesi mümkün olmayan sayısal bir değer kapalı bir aralık şeklinde ifade edilmesi bulanık sayılarda aralık analizini belirtir. Güven aralığı olarak da tanımlanan aralık analizi, bulanık sayılarda bir tür toleransı ifade etmektedir (Özkan, 2003,s.61). Söz konusu bu tolerans kesin olarak belirlenemeyen sayısal değer için alt ve üst sınırı tanımlar.

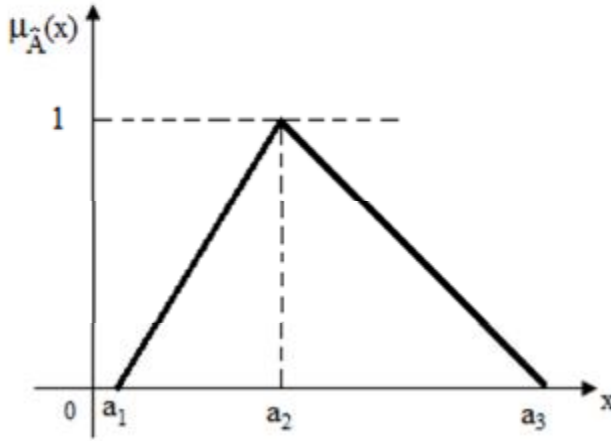
Bulanık sayılar, bulanık kümeler gibi üyelik fonksiyonları ile tanımlanmaktadırlar. Bundan dolayı üyelik fonksiyonu çeşidi kadar bulanık sayı çeşidi vardır ve bu sayılardan en yaygın olarak kullanılanlar üçgensel ve yamuksal bulanık sayılardır. Bu sayılar, isimlerini üyelik fonksiyonlarının biçimlerinden almaktadırlar (Başkaya, 2011, s.111).

2.4.1. Üçgensel Bulanık Sayı

Gerçel sayı doğrusu üzerinde tanımlı olan üçgensel bir bulanık sayı (a_1, a_2, a_3) parametre üçlüsü ile tanımlanabilir ve üyelik fonksiyonu parçalı fonksiyon şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Chen, 2000, s.3).

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} 0 & , x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & , a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & , a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & , x > a_3 \end{cases}$$

Burada a_1 ve a_3 parametreleri bulanık sayının kanat açıklıklarını veya üyelik derecesinin 0 olduğu noktaları gösterir. a_2 parametresi ise üyelik derecesinin 1'e eşit olduğu noktayı verir. Üçgensel bir bulanık sayının grafiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 10. Üçgensel bulanık sayı

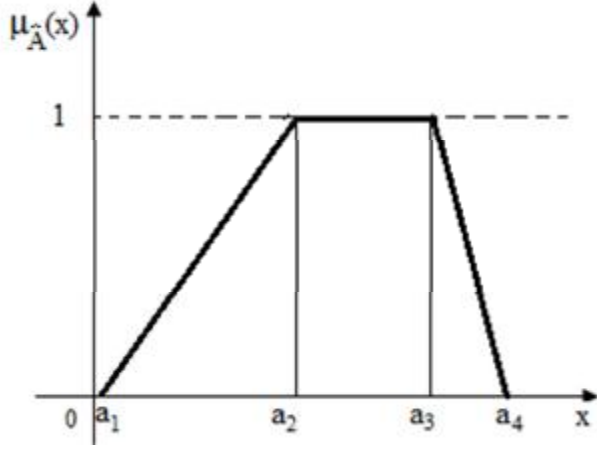
Kaynak: Chen, 2000, s.3.

2.4.2. Yamuksal Bulanık Sayı

Gerçel sayı doğrusu üzerinde tanımlı olan yamuksal bir bulanık sayı (a_1, a_2, a_3, a_4) parametre dördüsü ile tanımlanabilir. $a_2 = a_3$ olması durumunda yamuksal bulanık sayı bir üçgensel bulanık sayıya dönüşmektedir. Yamuksal bir bulanık sayının üyelik fonksiyonu parçalı fonksiyon şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Chen, Lin ve Huang, 2006, s.292).

$$\mu_{\tilde{A}}(x; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} 0 & , x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & , a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & , a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & , a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & , x > a_4 \end{cases}$$

Burada, a_2 ve a_3 parametreleri bulanık sayının kernel kümesini yani üyelik derecesi 1 olan elemanları ifade etmektedir. a_1 ve a_4 parametreleri ise yamuksal bir bulanık sayının kanat açıklıklarını veya üyelik derecesinin 0 olduğu elemanları göstermektedir. Yamuksal bir bulanık sayının grafiksel gösterimi aşağıda verilmiştir.



Şekil 11. Yamuksal bir bulanık sayı

Kaynak: Chen v.d., 2006, s.292.

BÖLÜM III

DOĞRUSAL VE BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

3.1. Doğrusal Programlama

Matematiksel programlama, belirli kısıtlar altında matematiksel tekniklerden yararlanılarak bir fonksiyonun en iyi değerinin ve bu fonksiyona en iyi değeri verecek çözümlerinin araştırıldığı bir karar alma yöntemidir. Matematiksel programlama modelleri, incelenen problemdeki fonksiyonların tipine göre doğrusal ve doğrusal olmayan programlama şeklinde sınıflandırılırlar. Doğrusal programlama, tek bir doğrusal amaç fonksiyonundan ve tüm kısıtlamaları doğrusal eşitlik veya eşitsizliklerden oluşan bir matematiksel programlama modeli olarak karşımıza çıkmaktadır. Kısaca doğrusal programlama, matematiksel programlamanın özel bir halidir (Yenilmez, 2001, s.24).

Doğrusal programlama, belli bir amacı gerçekleştirmek için sınırlı kaynakların çeşitli alternatifler arasında en iyi (optimal) biçimde dağıtımının sağlanması problemi ile ilgilidir. Matematiksel bir teknik olan doğrusal programlama optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır (Öztürk, 2012, s.31). Bu bağlamda matematiksel bir teknik olarak doğrusal programlama, farklı nitelikteki ekonomik faaliyetlerin, karşılaşılan birbirinden bağımsız faktörler ve sınırlı kaynak imkânlarına bağlı olarak en uygun bileşimde biçimlenmesine önemli katkılarda bulunan bir karar alma aracıdır.

Doğrusal programlama, birinci dereceden fonksiyonlara sahip bir matematiksel modelden en iyi sonucu elde edebilmek için faaliyetlerin planlanmasını içeren bir teknik olarak tanımlanmaktadır (Hillier ve Lieberman, 1989, s.30). Bir başka tanımlamada ise doğrusal programlama, doğrusal eşitlik veya eşitsizlikler şeklinde bulunan kısıtlayıcı şartlar altında, belli bir doğrusal amaç fonksiyonunun en iyilenmesidir (Alptekin, 1998, s.24). Diğer bir ifade ile doğrusal programlama yaklaşımı, doğrusal yapıdaki kısıtlara bağlı kalarak, doğrusal formdaki amaç fonksiyonunu maksimize veya minimize etmeyi sağlayan ve bunun sonucunda karar değişkenlerinin aldıkları değerleri bulan bir yaklaşımdır. Sınırlı kaynakların kullanımını optimum kılmak için tasarlanmış matematiksel bir modelleme yöntemi olan doğrusal programlamanın tarım, askerlik, endüstri, ulaştırma, ekonomi ve sosyal bilimler gibi alanlarda başarılı uygulamaları vardır. Bilgisayar yazılımlarında meydana gelen gelişmelerle yöntemin kullanılışı daha da artmıştır (Taha, 2000, s.11).

3.1.1. Doğrusal Programlama Modelinin Matematiksel Yapısı

Her doğrusal programlama modeli amaç fonksiyonu, kısıtlayıcı fonksiyonlar ve pozitif kısıtlama olmak üzere üç temel bileşenden oluşmaktadır (Alan ve Yeşilyurt, 2004, s.152).

§ Amaç Fonksiyonu

Bir doğrusal programlama modeli, karar değişkenlerinin $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ doğrusal bir fonksiyonu olan amaç fonksiyonunu içerir. Amaç fonksiyonu karar değişkenleri ile karar vericinin amacı arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösterir. Bu amaç fonksiyonu maksimizasyon ya da minimizasyon amaçlı olabilir.

§ Kısıtlayıcı Fonksiyonlar

Kısıtlayıcı fonksiyonlar, karar değişkenleri ve bu değişkenlerle parametrelerin birbirleriyle olan ilişkilerini matematiksel olarak açıklayan denklemlerdir. Sadece kaynakların sınırlarını değil aynı zamanda gereksinim ve yönetim kararlarını ifade etmekte de kullanılan kısıtlayıcı fonksiyonlara ait değerler, önceden belirlenir ve modelin tanımlanmasında kullanılırlar. Her bir kısıt seti doğrusal eşitlik ya da eşitsizlik formunda bulunmaktadır.

§ Pozitif Kısıtlama

Karar vericinin denetimi altında olan karar değişkenleri modele ilişkin bilinmeyenler olup değerleri modelin çözümlenmesi ile belirlenir. Karar vericinin denetimi altında olduklarından kontrol değişkenleri olarak da adlandırılan bu değişkenler negatif değerler almazlar.

Yukarıda açıklanan bu öğelerin matematiksel formülasyonu aşağıdaki gibi ifade edilir (Chase ve Aquicano, 1985, s.163).

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{(max/min)} = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \quad \{\geq, =, \leq\} \quad b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Pozitif kısıtlama:

$$x_j \geq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Doğrusal programlama modelini daha açık bir biçimde:

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{(max/min)} = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Kısıtlar:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \quad \{\geq, =, \leq\} \quad b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \quad \{\geq, =, \leq\} \quad b_2$$

...

...

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \quad \{\geq, =, \leq\} \quad b_m$$

Pozitif kısıtlama:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

şeklinde yazılır (Chase ve Aquicano, 1985, s.214). Modelde kullanılan notasyonlar

Z : Amaç fonksiyonunu,

c_j : Karar değişkenlerinin amaç fonksiyonu katsayısını,

x_j : Karar değişkenlerini,

a_{ij} : Karar değişkenlerinin girdi katsayısını,

b_i : Sınırlı kaynak miktarlarını,

m : Kısıt sayısını,

n : Değişken sayısını ifade etmektedir.

Bir doğrusal programlama modelini matrisler yardımı ile de ifade etmek mümkündür (Özhan, 1990, s.108).

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

ve

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

olmak üzere doğrusal programlama modelinin matris formu:

Amaç fonksiyonu:

$$Z = C^T * X$$

Kısıtlar:

$$AX \{ \geq, =, \leq \} b$$

Pozitif kısıtlama:

$$X \geq 0$$

şeklinde yazılır. Burada C^T , C matrisinin transpozisini temsil etmektedir.

Bir doğrusal programlama probleminde bütün kısıtları aynı anda sağlayan her bir x_j vektörüne uygun çözüm ve bu çözümler içerisinde amaç fonksiyonunu en iyileyen çözüme ise optimal çözüm denir. Doğrusal programlama probleminde birden çok uygun çözüm vardır. Fakat genelde optimum çözüm bir tanedir (alternatif çözüm olabilir). Doğrusal programlama modelinde amaç, optimal çözüme ulaşmaktır.

3.1.2. Doğrusal Programlama Modelinin Varsayımları

Doğrusal programlama modelinde tutarlı sonuçların elde edilmesi için aşağıdaki varsayımların sağlanması gerekmektedir (Öztürk, 2012, s.32).

§ Doğrusallık Varsayımı

Bir doğrusal programlama modeli değişkenler arasında doğrusal bir ilişki olduğu varsayımına dayanır. Bir başka deyişle doğrusal programlama modelinin amaç fonksiyonu ve kısıt denklemleri birinci dereceden olmalıdır (Özgüven, 2003, s.7). Oransallık (proportionality) varsayımı da denilen bu varsayıma göre, üretim sürecinde işletmenin girdileri ile çıktıları arasında doğrusal bir ilişki bulunmaktadır.

§ Toplanabilirlik Varsayımı

Doğrusallık varsayımının doğal bir sonucu olan toplanabilirlik varsayımı, amaç fonksiyonunun ve kısıt denklemlerinin değerlerine yapılan toplam katkıyı, bireysel katkıların toplamı olarak kabul eder. Bu varsayım, farklı üretim faaliyetlerine ilişkin üretim girdilerinin toplamının her bir işlem için ayrı ayrı kullanılan girdilerinin toplamına eşit olduğunu ifade eder.

§ Bölünebilirlik Varsayımı

Bölünebilirlik varsayımı, karar değişkenlerinin optimal çözüm değerlerinin kesirli değerler almasına olanak tanır. Böylece karar değişkenleri tamsayılı değerlerin yanında kesirli değerlerde alabilmektedir. Yani bu varsayım, kıt kaynakların kesirli miktarlarda kullanılmasını sağlamaktadır (Özgüven, 2003, s.8-9). Tamsayılı değerlerin istendiği durumlarda da doğrusal programlama modeli kullanılabilir fakat elde edilen sonuç tamsayıya yuvarlanır.

§ Belirlilik (Kesinlik) Varsayımı

Bir doğrusal programlama modelinde yer alan amaç fonksiyonu katsayılarının (c_j), teknolojik katsayılarının (a_{ij}) ve sağ taraf sabitlerinin (b_i) kesin olarak bilindiği ve değişmediği kabul edilir. Her bir parametrenin bilinmesi doğrusal programlama modelinin deterministik bir model olduğunu belirtir (Öztürk, 2012, s.33). Bu varsayım ile doğrusal programlama problemlerinin çözümü kolaylaşmaktadır. Fakat gerçek dünyada

bu parametrelerin sık sık değişme eğiliminde olması, modelin uygulamadaki faydasını azaltmaktadır. Ancak problemin optimal çözümü bulunduktan sonra duyarlılık analizi ile parametrelerdeki değişmelerin etkileri incelenerek modele dinamik bir yapı kazandırılabilir.

Görüldüğü gibi bir doğrusal programlama modelinin kurulabilmesi için yukarıda açıklanan varsayımların tamamının sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımlar göz önüne alındığında doğrusal programlama modelinin her karar probleminde kullanılamayacağı açık bir şekilde görülmektedir.

3.2. Bulanık Doğrusal Programlama

Klasik doğrusal programlama ile karşılaşılan pek çok karar verme problemine belirli kısıtlar altında amaç fonksiyonunu optimum kılan çözümler elde edilmeye çalışılır. Klasik doğrusal programlama problemlerinde kesin sayılar kullanılmakta ve bir belirlilik söz konusu olmaktadır. Ancak birçok durumda doğrusal programlama problemlerinin amaç veya kısıt fonksiyonlarında kullanılan parametre değerlerinin net biçimde belirlenmesi mümkün olmamaktadır. Böyle durumlarda amaç fonksiyonunun en iyilenmesinden ziyade belirli bir istek düzeyi sağlamaya çalışan ve gerçek yaşam problemlerini daha iyi yansıtan bulanık doğrusal programlama yöntemlerine başvurulur. Bulanık doğrusal programlama yöntemlerinde amaç fonksiyonunun maksimize ya da minimize edilmesi yerine bunun daha esnek bir dilde ifade edilmesiyle gerçekte olabilecek şeyler göz ardı edilmemeye çalışılır (Yalçın Seçme, 2005, s.25).

Bulanık doğrusal programlamada, tüm verilerin belirli olduğu klasik doğrusal programlama modellerinin aksine kaynak değişkenlerin, amacın ve kısıtların bulanık olabildiği durumlar kullanılmaktadır. Bulanık doğrusal programlama modellerinde meydana gelen bulanıklık, amaç ve kısıtlardaki bilgi eksikliği ve yapısal durumlardan kaynaklanmaktadır. Söz konusu bulanıklığın model dahilinde tanımlanabilmesi, bulanık olan kısımlara ait üyelik fonksiyonunun doğru bir şekilde belirlenmesine bağlıdır. Bu yolla hangi durumdan kaynaklandığı kesin olarak bilinmeyen fakat var olan bilgi eksikliklerinin göz ardı edilmeden modele girilmesi sağlanmaktadır (Özkan, 2003, s.162).

Yapısal durumlar ya da bilgi eksikliğinden kaynaklanan belirsizlikleri gidermede olasılık teorisi de yaygın biçimde kullanılmaktadır. Olasılık teorisinde bir nesnenin bulanık olmayan bir kümeye ait olması ya da olmaması durumundaki belirsizlik rassallık kavramı ile açıklanır. Olasılık teorisinde bir olayın meydana gelmesindeki belirsizlik söz

konusu iken, bulanık küme kuramında ise gerçekleşen olayın kendi içindeki belirsizlik ele alınmaktadır. Dolayısıyla üyelik fonksiyonunun tanımlanması ile belirsizliğin ortadan kalkacağını gösteren bulanık küme teorisinde belirsizliğin farklı bir açıdan ele alındığı görülmektedir (Özdamar, 2006, s.2).

Doğrusal programlama ve bulanık mantığın birleşimi olarak ifade edilen bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama problemlerine karar süreçlerinde görülen belirsizlik dahil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir (Çevik ve Yıldırım, 2010, s.18). Gerçek hayatta, birçok karar sürecinin belirsiz bir yapıya sahip olduğu göz önüne alındığında bulanık doğrusal programlamanın doğrusal programlama modeline göre daha etkin ve kullanışlı bir yöntem olduğu sonucuna varılabilir.

3.2.1. Bulanık Doğrusal Programlama Modelinin Formülasyonu

Bulanık doğrusal programlama modelinde doğrusal programlama modelinden farklı olarak kaynak değişkenleri, amaç fonksiyonu ve kısıtlar için bulanıklığı ifade eden ($\sim$) simgesinin kullanılmasıdır ve söz konusu bulanık kısımlar için $[0,1]$ aralığında tanımlı üyelik fonksiyonunun belirlenmesidir. Bulanık doğrusal programlama modelinin tüm katsayılarının bulanık olduğu düşünülerek elde edilecek formülasyonu en genel hali ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Gülcan, 2012, s.63).

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{(max/min)} = \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j x_j$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \quad \{\geq, =, \leq\} \quad \tilde{b}_i, \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Pozitif kısıtlama:

$$x_j \geq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Burada $\tilde{c}_j$, $\tilde{a}_{ij}$ ve $\tilde{b}_i$ katsayıları bulanık sayılar ile ifade edilmektedir.

3.2.2. Bulanık Ortamda Karar Verme

Karar verme ve karar desteği bulanık küme kuramının uygulamasının önemli bir alanını oluşturmaktadır (Werners, 1987, s.131). Karar verme işlemi, belli kısıtlar altında bir takım amaçları elde etmek için karşılaşılan problemleri çözme sürecidir. Bu süreç olası seçenekler arasından birisini seçme ile tanımlanır ve sürecin çıktısı olan karar, bir faaliyet ile sonuçlanmalıdır.

Doğrusal programlama pek çok karar verme problemine belirli ve kesin kısıtlar altında amaç fonksiyonunu en iyi yapan çözümleri elde eder. Bulanık doğrusal programlama ise amaç fonksiyonlarının en iyilemesinden ziyade karar vericiyi çözümsüzlükten kurtaracak bir istek seviyesi oluşturmaya çalışır. Bulanık doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonları, kısıtlar ve parametrelerde belirsizlikler olabilir. Söz konusu bu belirsizliği içeren karar verme olgusu “bulanık ortamda karar verme” biçiminde tanımlanır (Tuş, 2006, s.66).

Zimmermann 1976’ da bulanık küme kavramını doğrusal programlama modeline dâhil etmiştir. Bulanık kümeler için üyelik fonksiyonlarının doğrusal olduğunu kabul ederek bulanık amaç ve bulanık kısıtlı bir doğrusal problemin standart doğrusal programlama teknikleriyle çözülebileceğini göstermiştir (Sakawa, Nishizaki ve Katagiri, 2011, s.14). Bulanık doğrusal programlamap problemleri aşağıda belirtilen aşamaların gerçekleştirilmesi ile çözülebilmektedir.

§ Bulanık Amacın Belirlenmesi

Bulanık amaç kümesi, E evrensel kümesinin bulanık bir alt kümesi olan $\tilde{G}$ kümesi ile tanımlansın. Burada “ $\sim$ ” simgesi bulanık öğeleri ifade etmek için kullanılır. Bulanık $\tilde{G}$ kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{G}}(x) \in [0,1]$ ile gösterilirse, bu fonksiyonun değeri belirli bir x vektörünün bulanık amaca olan üyeliğinin derecesini göstermektedir. $\mu_{\tilde{G}}(x)$ üyelik fonksiyonunun 1 değerini alması ilgili amaca tamamen ulaşıldığını, 0 değerini alması ilgili amaca ulaşılmadığı ve 0 ile 1 arasında bir değer alması ise ilgili amaca kısmen ulaşıldığı düşünülür (Dai, 2003, s.84).

§ Bulanık Kısıtların Oluşturulması

Bulanık kararı oluşturan diğer etken ise bulanık kısıtlardır. Bulanık kısıt kümesi, E evrensel kümesinin bulanık bir alt kümesi olan $\tilde{C}$ kümesi olarak tanımlansın. Bulanık $\tilde{C}$

kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x) \in [0,1]$ ile ifade edilirse, bu fonksiyonun değeri belirli bir x vektörünün bulanık kısıt kümesine olan üyeliğinin derecesini göstermektedir. $\mu_{\tilde{C}}(x)$ üyelik fonksiyonunun 1 değerini alması ilgili kısıtın tamamen doyurulduğunu, 0 değerini alması ilgili kısıtın hiç doyurulmadığını ve 0 ile 1 arasında bir değer alması ise ilgili kısıtın kısmen doyurulduğunu göstermektedir (Dai, 2003, s.84).

§ Bulanık Karar Seçeneklerinin Oluşturulması

Bulanık amaçlar ve/veya bulanık kısıtlar kullanılarak verilen bir karar ise yine bulanık bir karar olur. Bulanık bir karar, verilen hedefler ve/veya kısıtların ortak bir doyuma ulaştırılması ile belirlenen bulanık bir küme olarak ifade edilir (Bellman ve Zadeh, 1970, s.164). Bulanık hedef ve bulanık kısıtların bir alt kümesi olan bulanık karar kümesi, $\tilde{D}$, bulanık kısıtlar ve bulanık amacın aynı anda karşılanma derecesini gösterir. Diğer bir ifadeyle bulanık karar kümesi, “ $\tilde{G}$ amacına ulaşırken $\tilde{C}$ kısıtlayıcısını doyurmak” şeklindeki bir kural ile belirlenir. Bu durum $\tilde{D}$ ile ifade edilen karar kümesinin, $\tilde{G}$ ve $\tilde{C}$ bulanık kümelerinin kesişim kümesi olarak tanımlanmasını gerektirir. Bu durum matematiksel olarak

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$$

şeklinde gösterilir (Özkan, 2003, s.157). Her bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{D}}(x)$, $\mu_{\tilde{G}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{C}}(x)$ ile gösterildiğinde üyelik fonksiyonuna göre matematiksel gösterim

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G} \cap \tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \cap \mu_{\tilde{C}}(x) = \min[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]$$

biçimindedir.

Bulanık karar verme ile pek çok amacın ve kısıtların bir arada değerlendirilmesi yapılabilir. m sayıda bulanık amaç n sayıda bulanık kısıttan oluşan karar kümesi aşağıda gösterilmektedir (Zimmermann, 1991, s.245-246).

$$\tilde{D} = \{\tilde{G}_1 \cap \tilde{G}_2 \cap \dots \cap \tilde{G}_m\} \cap \{\tilde{C}_1 \cap \tilde{C}_2 \cap \dots \cap \tilde{C}_n\}$$

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{G}_1}(x), \mu_{\tilde{G}_2}(x), \dots, \mu_{\tilde{G}_m}(x), \mu_{\tilde{C}_1}(x), \mu_{\tilde{C}_2}(x), \dots, \mu_{\tilde{C}_n}(x)\}$$

$$= \min\{\mu_{\tilde{G}_i}(x), \mu_{\tilde{C}_j}(x)\} = \min\{\mu_i\}$$

§ Bulanık Karar Verme

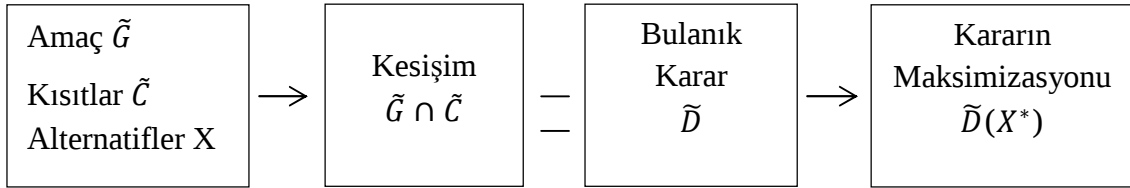
Bulanık karar kümesi oluşturulduktan sonra karar vericiler bu kümenin bulanıklıktan arındırılmasını isteyebilirler. Böyle bir durumda kümenin üyelik fonksiyonu olan $\mu_{\tilde{D}}(x)$ fonksiyonunun değerini maksimum yapan çözüm seçilmektedir. X^* , üyelik fonksiyonu değeri en yüksek olan çözüm olarak tanımlansın. Amaç ve kısıtların doyurulma seviyesi ise λ ile ifade edilsin. Buradaki amaç λ 'nın maksimize edilmesidir. Yani doyurulma düzeyinin maksimum yapılmasıdır (Choi, Tran, Kwon, Lee ve Keib, 2005, s.1131).

Bulanık doğrusal programlama modelinde max-min işlemcisi kullanılarak optimal karar elde edilmektedir. Bulanık bir karar için max-min işlemcisi

$$\mu_{\tilde{D}}(X^*) = \max[\mu_{\tilde{D}}(x)] = \max\{\min[\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]\}$$

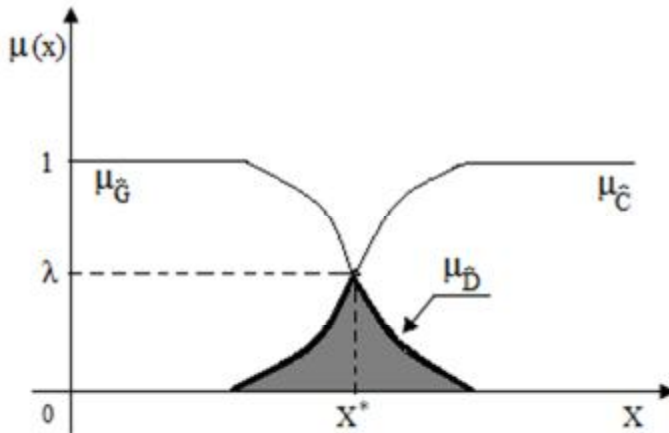
şeklinde ifade edilir (Werners, 1987, s.134).

Bulanık bir karar verme süreci Şekil 12' de gösterilmiştir (Başkaya, 2011, s.155).



Şekil 12. Bulanık karar süreci

Bulanık amaç kümesi, bulanık kısıt kümesi ve bulanık optimal karar kümesi arasındaki ilişki Şekil 13' te gösterilmektedir (Choi vd., 2005: 1131).



Şekil 13. Bulanık kümeler için optimal karar

Bulanık karar kümesinin maksimum üyelik dereceli tek bir elemana sahip olması için bu kümenin aşağıda verilen dış büyüklük tanımını sağlaması gerekmektedir (Özkan, 2003, s.157-158).

$$\mu_{\tilde{D}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{D}}(x_1), \mu_{\tilde{D}}(x_2)\} \quad x_1, x_2 \in E, \quad \lambda \in [0,1]$$

Bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi olarak tanımlanan $\tilde{D}$ bulanık kararının oluşturulmasında, tüm amaç ve kısıtların eşit öneme sahip oldukları varsayılmaktadır.

3.2.3. Bulanık Doğrusal Programlama Modelleri Çözüm Yaklaşımları

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin, bulanıklığın söz konusu modeldeki durumuna göre birçok türü olup literatürde yaygın olarak kullanılan sınıflandırma aşağıdaki gibidir (Özkan, 2003, s.164):

- i. Amaç fonksiyonunun bulanık olduğu doğrusal programlama problemi
- ii. Teknolojik katsayıların bulanık olduğu doğrusal programlama problemi
- iii. Sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu doğrusal programlama problemi
- iv. Amaç fonksiyonunun ve kısıtların bulanık olduğu doğrusal programlama problemi

Aşağıda açıklanan bulanık doğrusal programlama modellerinin çözüm yaklaşımları bu dört durumdan birisine uymaktadır.

3.2.3.1. Zimmerman Yaklaşımı

Bir karar modeli olarak bulanık doğrusal programlama ilk kez Zimmermann tarafından kullanılmıştır (Darby-Dowman, Lucas, Mitra ve Yadegar, 1988, s.161). Zimmermann, amaç ve kısıtların bulanık olduğu doğrusal programlama problemleri için simetrik bir yaklaşım önermiştir. Zimmermann'a göre bulanık amaç fonksiyonu, karar verici tarafından belirlenen bulanık bir erişim düzeyi (λ) ile bulanık bir kısıtlayıcı olarak ifade edilebilir (Wang, 1997, s.61).

Zimmermann karar vericinin ulaşmak istediği amaç fonksiyonunun değeri için bir istek seviyesi (aspiration level) oluşturulabileceğini ve kısıtların her birinin bir bulanık küme olarak modellenebileceğini öne sürmüştür (Zimmermann, 1991, s.250). Önerilen bu

bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi ifade edilmiştir (Paksoy, 2002, s.11).

$$BUL\ x$$

kısıtlar:

$$c^T x \lesseqgtr b_0$$

$$(Ax)_i \lesseqgtr b_i \quad \forall i \text{ için}$$

$$x_j \geq 0$$

Burada $\lesseqgtr$ işareti, $\leq$ işaretinin bulandırılmış halini ifade eder. Yani “ $(Ax)_i$ kısıtlayıcısı b_i civarında ya da daha azdır” şeklinde yorumlanır. Aynı şekilde $\gtrless$ işareti ise $\geq$ işaretinin bulanık halidir ve “ $c^T x$ amacı b_0 değerinin civarında ya da daha fazladır” şeklinde yorumlanır (Özkan, 2002, s.166-167). Bu bulanık model amaç fonksiyonu ve kısıtlara göre tam simetriktr. Bulanık amaç fonksiyonu (-1) ile çarpılırsa bu durum aşağıda görüldüğü gibi daha açık hale gelir.

$$BUL\ x$$

kısıtlar:

$$-c^T \lesseqgtr -b_0$$

$$(Ax)_i \lesseqgtr b_i \quad \forall i \text{ için}$$

$$x_j \geq 0$$

$B = \begin{pmatrix} -c^T \\ A_i \end{pmatrix}$ ve $d = \begin{pmatrix} -b_0 \\ b_i \end{pmatrix}$ sütun vektörleri tanımlanırsa bulanık doğrusal programlama modeli:

$$BUL\ x$$

kısıtlar:

$$Bx \lesseqgtr d$$

$$x_j \geq 0$$

biçiminde ifade edilir (Paksoy, 2002, s.11).

Bulanık amaç ve bulanık kısıtlar, bulanık kümeler şeklinde ifade edildiği için bunlara ilişkin üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi gerekmektedir. Modelin i.nci satırı için üyelik fonksiyonunun monoton bir şekilde artmayan bir yapıda olması gerekir. Yani i.nci bulanık eşitsizlik tamamen doyurulduğunda üyelik derecesi 1 değerini, tamamen

doğurulmadığında ise 0 değerini almalıdır. Üyelik fonksiyonu $[b_i, b_i + p_i]$ aralığında da monoton olarak azalma göstermelidir. Burada $d_i = b_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, m$) terimi i.nci bulanık eşitsizlik için karar vericinin varmak istediği erişim düzeyini, p_i terimi ise i.nci erişim düzeyi için karar verici tarafından belirlenen maksimum toleransı göstermektedir. Bir başka deyişle p_i 'ler karar vericinin belirlediği sabitler olup amaç fonksiyonu ve kısıtlardaki kabul edilebilir maksimum toleransları göstermektedirler. Bu durumda i. bulanık eşitsizlik için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Zimmermann, 1991, s.251):

$$\mu_i[(Bx)_i] = \begin{cases} 1 & , (Bx)_i \leq d_i \\ 1 - \frac{[(Bx)_i - d_i]}{p_i} & , d_i < (Bx)_i \leq d_i + p_i \\ 0 & , (Bx)_i > d_i + p_i \end{cases}$$

$\mu_i[(Bx)_i]$ ile gösterilen bu üyelik fonksiyonu bulanık amaç ve kısıtların simetrik olmasından yola çıkılarak elde edilmiştir. Buradan hareketle bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları sırası ile aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Lai ve Hwang, 1992, s.96).

$$\mu(c^T x) = \begin{cases} 1 & , (c^T x) > b_0 \\ 1 - \frac{[b_0 - (c^T x)]}{p_0} & , b_0 - p_0 < (c^T x) \leq b_0 \\ 0 & , (c^T x) < b_0 - p_0 \end{cases}$$

$$\mu(Ax)_i = \begin{cases} 1 & , (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{[(Ax)_i - b_i]}{p_i} & , d_i < (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0 & , (Ax)_i > b_i + p_i \end{cases}$$

Bulanık amaç ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları belirlendiği için, bulanık karar kümesi aşağıdaki şekilde oluşturulabilir

$$\mu_{\bar{D}}(x) = \min[\mu(c^T x), \mu(Ax)]$$

Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı x^* ise max-min işlemcisinden bulunur.

$$\mu_{\bar{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0} \left(\min \left[\left(1 - \frac{[b_0 - (c^T x)]}{p_0} \right), \left(1 - \frac{[(Ax)_i - b_i]}{p_i} \right) \right] \right)$$

Hem bulanık amacın hem de bulanık kısıtların üyelik fonksiyonlarının ortak doyumunu sağlamak için en yüksek üyelik dereceli elemanın bulunması problemi, ek bir değişken olan α nın kullanılması ile aşağıdaki klasik doğrusal programlama halini alır (Safi, Maleki ve Zaimed, 2007, s.34):

$$\begin{aligned} & \text{Max } \lambda \\ & c^T x \geq b_0 - p_0(1 - \lambda) \\ & (Ax)_i \leq b_i + p_i(1 - \lambda), \quad \forall i \\ & x \geq 0 \\ & \lambda \in [0,1] \end{aligned}$$

Elde edilen bu klasik doğrusal programlama modeli klasik yöntemlerle çözüme ulaşabilmektedir. Burada kullanılan c , A , b_0 , p_0 , b_i ve p_i ($\forall i$ için) değerlerinin başlangıçta verildiği kabul edilmiştir.

3.2.3.1. Werners Yaklaşımı

Werners (1987), bulanık kısıtlı doğrusal programlama modellerinde sadece sağ taraf sabitlerinin bulanık olmasının yeterli olmadığını, amaç fonksiyonunun da bulanık olması gerektiğini öne sürmüştür. p_i tolerans miktarını göstermek üzere sadece sağ taraf değerlerin bulanık olduğu bulanık doğrusal programlama modeli ve bulanık kısıtlar için üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{c}}(x)$, aşağıdaki gibidir (Paksoy, 2002, s.8).

$$\begin{aligned} & \text{Max } c^T x \\ & a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \\ & x_j \geq 0 \quad i = 1,2,\dots,m \quad j = 1,2,\dots,n \end{aligned}$$

$$\mu_{\tilde{c}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \leq b_i \\ 1 - \left[\frac{a_{ij}x_j - b_i}{p_i} \right] & , b_i \leq a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \\ 0 & , a_{ij}x_j \geq b_i + p_i \end{cases}$$

Bu modelde kullanılan c , a , b_i ve p_i değerleri önceden verilmiştir.

Werners yaklaşımına göre bulanık amaç için tolerans miktarı, karar verici tarafından belirlenmez. Bunun yerine tolerans miktarı, sağ tarafı sabit olan bulanık model içindeki toleransın kullanılması ve kullanılmaması durumunda oluşacak optimal kararlar arasındaki farkla ortaya çıkmaktadır. Yani amaç fonksiyonunun bulanıklığının

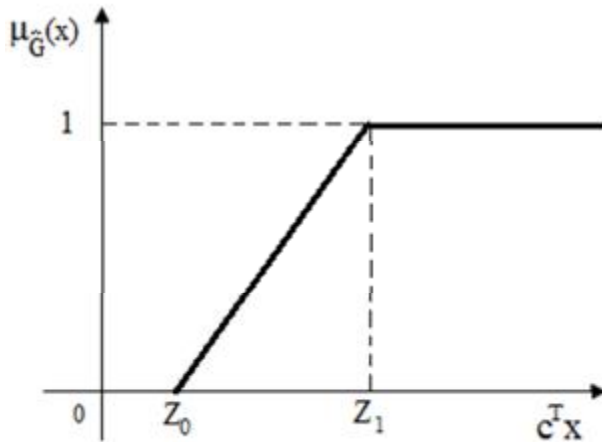
bulunabilmesi için, Z_0 (toleransın 0 olduğu) ve Z_1 (toleransın tam olduğu) değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bulanık amacın alt ve üst sınır değerleri Z_0 ve Z_1 olmak üzere bu değerler, Werners tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} Z_0 &= \text{Max } c^T x \\ a_{ij}x_j &\leq b_i \\ x_j &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= \text{Max } c^T x \\ a_{ij}x_j &\leq b_i + p_i \\ x_j &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Amaç fonksiyonunu da bulanık bir küme olarak düşünen Werners, Z_0 ve Z_1 değerlerini kullanarak sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu, $\mu_{\tilde{G}}(x)$, oluşturmuştur. Amaç ve kısıtların bulanık olduğu modelin optimal çözümü Z_0 ve Z_1 arasında değer alacaktır. Z_0 ve Z_1 değerleri arasında yer alan optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet derecesi de artacaktır. Bu duruma göre amaç fonksiyonuna ilişkin üyelik fonksiyonu ve bu üyelik fonksiyonuna ait grafik aşağıda verilmiştir (Lai ve Hwang, 1992, s.88).

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = \begin{cases} 1 & , c^T x \geq Z_1 \\ 1 - \left[\frac{Z_1 - c^T x}{Z_1 - Z_0} \right] & , Z_0 \leq c^T x \leq Z_1 \\ 0 & , c^T x \leq Z_0 \end{cases}$$



Şekil 14. Maksimum amacın üyelik fonksiyonu

Kaynak: Başkaya, 2011, s.169.

Modelde hem sağ taraf sabitlerinin hem de amaç fonksiyonunun bulanıklığı söz konusu olduğundan, optimal karar en yüksek üyelik dereceli elemanın bulunması problemine dönüşür. Bunun için Bellman ve Zadeh (1970)' in önerdiği max-min işlemcisi kullanılarak $\mu_{\tilde{D}}(x)$ üyelik fonksiyonu ile $\tilde{D}$ bulanık karar kümesi oluşturulabilir. Bulanık amaç ve bulanık kısıtlı bu model aşağıdaki hali ile Zimmerman (1978) tarafından önerilen modele benzeyen bir simetrik modeldir. Ancak Werners' in önerdiği model sadece amaç fonksiyonu için belirlenecek üyelik fonksiyonunda değişikliğe yol açmaktadır (Lai ve Hwang, 1992, s.88).

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C}$$

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \min(\mu_{\tilde{G}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)) = \lambda$$

Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0} \left(\min \left[\left(1 - \left[\frac{Z_1 - c^T x}{Z_1 - Z_0} \right] \right), \left(1 - \left[\frac{a_{ij}x_j - b_i}{p_i} \right] \right) \right] \right) = \max_{x \geq 0} \lambda$$

Buradan hareketle amaç ve sağ taraf sabitlerini bulanık kabul eden Werners modeli:

$$\text{Max } \lambda$$

$$\mu_{\tilde{G}}(x) \geq \lambda$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) \geq \lambda \quad \forall i$$

$$x \geq 0$$

$$\lambda \in [0,1]$$

veya

$$\text{Max } \lambda$$

$$\lambda(Z_1 - Z_0) - c^T x \leq -Z_0$$

$$\lambda p_i + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \quad \forall i$$

$$x \geq 0$$

$$\lambda \in [0,1]$$

biçiminde ifade edilir (Paksoy, 2002, s.9). Görüldüğü üzere optimal karara ulaşmak için amaç fonksiyonun ve bulanık kısıtların birlikte doyurulması gerekmektedir.

Çalışmamızın uygulama kısmında optimal portföy oluşturmak için Werners yaklaşımı kullanılacaktır. Optimal portföy oluşturmada riskin minimize edilmesi temel amaç olarak alınmaktadır. Bu amaç doğrultusunda Werners yaklaşımı, minimizasyon problemi için yeniden ifade edilebilir.

p_i tolerans miktarını göstermek üzere bulanık kısıtlar için üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(x)$, aşağıda tanımlanmıştır.

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq b_i \\ 1 - \left[\frac{b_i - a_{ij}x_j}{p_i} \right] & , b_i - p_i \leq a_{ij}x_j \leq b_i \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq b_i - p_i \end{cases}$$

Amaç fonksiyonunu da bulanık kabul eden bu yaklaşımda bulanıklığın alt ve üst sınır değerleri

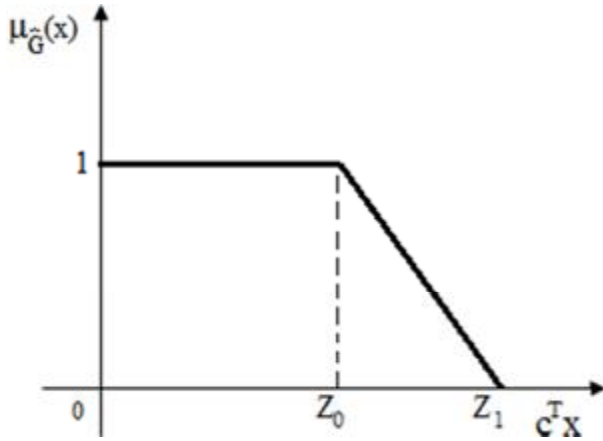
$$\begin{aligned} Z_0 &= \text{Min } c^T x \\ a_{ij}x_j &\geq b_i - p_i \\ x_j &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= \text{Min } c^T x \\ a_{ij}x_j &\geq b_i \\ x_j &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

biçiminde bulunmaktadır. Bulanık amaç fonksiyonu için Werners, Z_0 ve Z_1 değerlerini kullanarak

$$\mu_{\tilde{G}}(x) = \begin{cases} 1 & , c^T x \leq Z_0 \\ 1 - \left[\frac{c^T x - Z_0}{Z_1 - Z_0} \right] & , Z_0 \leq c^T x \leq Z_1 \\ 0 & , c^T x \geq Z_1 \end{cases}$$

şeklinde doğrusal bir üyelik fonksiyonu oluşturmuştur. Bu üyelik fonksiyonuna ait grafik aşağıda verilmiştir.



Şekil 15. Minimum amacın üyelik fonksiyonu

Kaynak: Başkaya, 2011, s.170.

Modelde hem sağ taraf sabitlerinin hem de amaç fonksiyonunun bulanıklığı söz konusu olduğundan, optimal karar en yüksek üyelik dereceli elemanın bulunması problemine dönüşür. Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı ise aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mu_{\bar{D}}(x^*) = \max_{x \geq 0} \left(\min \left[\left(1 - \left[\frac{c^T x - Z_0}{Z_1 - Z_0} \right] \right), \left(1 - \left[\frac{b_i - a_{ij}x_j}{p_i} \right] \right) \right] \right) = \max_{x \geq 0} \lambda$$

Buradan hareketle amaç ve sağ taraf sabitlerini bulanık kabul eden Werners modeli:

$$\text{Max } \lambda$$

$$\mu_{\tilde{G}}(x) \geq \lambda$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) \geq \lambda \quad \forall i$$

$$x \geq 0$$

$$\lambda \in [0,1]$$

veya

$$\text{Max } \lambda$$

$$\lambda(Z_1 - Z_0) + c^T x \leq Z_1$$

$$-\lambda p_i + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i - p_i \quad \forall i$$

$$x \geq 0$$

$$\lambda \in [0,1]$$

biçiminde yeniden ifade edilmektedir.

3.2.3.3. Verdegay Yaklaşımı

Verdegay (1984) tarafından ortaya atılan bu yaklaşım, amaç fonksiyonu bulanık olmayan sadece sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bir bulanık doğrusal programlama modelinin çözümü için geliştirilmiştir. Yalnız sağ taraf sabitlerinin bulanık olması modelin simetrik olmayan bir model olduğunu göstermektedir. Simetrik olmayan modellerde bulanık doğrusal programlama problemleri, parametrik doğrusal programlama problemlerine dönüştürülerek çözümü elde edilmektedir (Ertuğrul ve Tuş, 2007, s.33).

Sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bulanık doğrusal programlama modelinin matematiksel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Max } c^T x \\ Ax &\leq \tilde{b} \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Vergeday yaklaşımına göre bu tür bir modelin çözümü için öncelikle kısıtlara ait üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi ardından $\alpha \in [0,1]$ koşulu ile α kesim kümelerinin bulunması gerekmektedir. Bulanık kısıtların $\mu_i(x)$ ile gösterilen üyelik fonksiyonları şöyle tanımlanmıştır (Paksoy, 2002, s.7):

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \leq b_i \\ 1 - \left[\frac{a_{ij}x_j - b_i}{p_i} \right] & , b_i \leq a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \\ 0 & , a_{ij}x_j \geq b_i + p_i \end{cases}$$

Burada kullanılan p_i bulanık olan b_i ' nin tolere edilmiş kısmıdır. $\mu_i(x)$ bu şekilde ifade edildikten sonra kısıtların α kesim kümeleri aşağıdaki şekilde bulunur.

$$X_\alpha = \{x \in R^n \mid \mu_i(x) \geq \alpha, \forall i, x_i \geq 0\} \quad \forall \alpha \in [0,1]$$

Bu durumda klasik amaç ve bulanık kısıtlı bir bulanık doğrusal programlama modeli:

$$\begin{aligned} \text{Max } c^T x \\ x &\in X_\alpha \\ \alpha &\in [0,1] \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned}
& \text{Max } c^T x \\
& \mu_i(x) \geq \alpha \\
& \alpha \in [0,1] \\
& x \geq 0
\end{aligned}$$

biçiminde ifade edilir. Burada $\mu_i(x) \geq \alpha$ dönüşümü ile kısıtların üyelik fonksiyonlarının en az α değeri kadar doyuma ulaşması sağlanmaktadır. Yukarıda tanımlanmış $\mu_i(x)$ üyelik fonksiyonunun değeri yerine yazıldığında;

$$\mu_i(x) \geq \alpha \Rightarrow 1 - \left[\frac{a_{ij}x_j - b_i}{p_i} \right] \geq \alpha \Rightarrow a_{ij}x_j \leq b_i + (1 - \alpha)p_i$$

bulunur. Bu dönüşüm yapıldıktan sonra elde edilen doğrusal programlama modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir (Başkaya, 2011, s.188-189).

$$\begin{aligned}
& \text{Max } c^T x \\
& a_{ij}x_j \leq b_i + (1 - \alpha)p_i \\
& \alpha \in [0,1] \\
& x \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

Verdegay yukarıda verilen bulanık doğrusal programlama modelini, $\theta = 1 - \alpha$ şeklinde belirleyerek parametrik programlama haline dönüştürmüştür. Belirlenen $\theta = 1 - \alpha$ değeri yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
& \text{Max } c^T x \\
& a_{ij}x_j \leq b_i + \theta p_i \\
& \theta \in [0,1] \\
& x \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned}$$

parametrik programlama modeli elde edilir (Safi vd., 2007, s.34). Bu durumda sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bulanık doğrusal programlama problemi, parametrik bir doğrusal programlama problemi gibi çözülmektedir. Elde edilen bu parametrik çözümde θ 'nın 0 ile 1 aralığında değer alması, karar vericinin memnuniyet derecesini etkilemektedir. $\theta = 0$ için memnuniyet derecesinin %100 ve $\theta = 1$ için memnuniyet derecesinin % 0 olduğu ifade edilmektedir (Paksoy, 2002, s.8). Farklı θ değerleri için elde edilen farklı optimal çözümleri içeren bulanık karar kümesinin en yüksek dereceli

elemanının belirlenmesi gibi bir durum söz konusu değildir. Çünkü elde edilen bu çözümlerden hangisinin bulanık doğrusal programlamanın çözümü olarak kabul edileceği karar vericinin tercihinin bırakılmıştır (Çevik ve Yıldırım, 2010, s.20).

3.2.3.4. Negoita ve Sularia Yaklaşımı

Negoita ve Sularia 1976 yılında teknolojik katsayılar matrisi (A_{ij}) ve sağ taraf sabitlerini (b_i) bulanık sayılar kabul eden bir bulanık doğrusal programlama modeli önermişlerdir. Teknolojik katsayıları ve sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bir model genel hali ile aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{Max } c^T x$$

$$\tilde{A}x \leq \tilde{b}$$

$$x \geq 0$$

Burada kullanılan bulanık sayıların üçgensel bir yapıda olduğu varsayılmıştır. Söz konusu bulanık kısımlara ait üçgen bulanık sayılar $\tilde{A} = \langle s_{ij}, l_{ij}, r_{ij} \rangle$ ve $\tilde{b} = \langle t_i, u_i, v_i \rangle$ olmak üzere yukarıdaki model şu şekilde ifade edilir (Klir ve Yuan, 1995, s.414):

$$\text{Max } \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n \langle s_{ij}, l_{ij}, r_{ij} \rangle x_{ij} \leq \langle t_i, u_i, v_i \rangle$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n, i \in N_m)$$

Bu modeldeki $\tilde{A} = \langle s, l, r \rangle$ bulanık sayısında kullanılan s değeri üçgen bulanık sayının tepe noktasını, l değeri negatif yönde oluşacak farkı ve r değeri ise pozitif yönde oluşacak farkı göstermektedir. Benzer şekilde $\langle t, u, v \rangle$ bulanık sayısında kullanılan t değeri üçgen bulanık sayının tepe noktasını, u değeri negatif yönde oluşacak farkı ve v değeri ise pozitif yönde oluşacak farkı göstermektedir (Bkz. Şekil 10). Bulanık sayı işlemleri kullanılarak bu model yeniden düzenlenirse aşağıdaki klasik doğrusal programlama modeli elde edilir (Klir ve Yuan, 1995, s.414):

$$\text{Max} \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n s_{ij} x_j \leq t_i$$

$$\sum_{j=1}^n (s_{ij} - l_{ij}) x_j \leq t_i - u_i$$

$$\sum_{j=1}^n (s_{ij} + r_{ij}) x_j \leq t_i + v_i$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n, i \in N_m)$$

Burada elde edilen klasik doğrusal programlama modeli klasik yöntemler kullanılarak çözülmektedir. Negoita ve Sularia tarafından önerilen bu modelin diğer modellere göre dezavantajı ise kısıt sayısının 3' e katlanması ve hacmin büyümesidir. Kısıt sayısı m olan bir bulanık problem, klasik bir probleme dönüştürüldüğünde kısıt sayısı 3m olmaktadır.

BÖLÜM IV

PORTFÖY ANALİZİ

Belirli bir birikime sahip olan tasarruf sahipleri, sahip oldukları gelirlerinin değerini korumanın yanı sıra çeşitli yollarla arttırmayı amaçlamaktadırlar. Bu amaçla başvurulan yollardan biri elde edilen gelirlerin sermaye piyasalarında değerlendirilmesidir. Yatırımcılar sermaye piyasalarında yatırım yaparken karşılaşılabilecekleri tüm koşulları göz önünde bulundururlar. Buradan hareketle yatırımcının tasarruflarını geleceğe güvenle taşıyabilmesi için hangi yatırım aracına, hangi oranda yatırım yapması gerektiği önem taşımaktadır.

4.1. Portföy Kavramı

Portföy, herhangi bir konudaki çalışmaların veya belgelerin bir araya getirildiği, kelime olarak **“cüzdan”** anlamına gelen bir dosyadır. Menkul kıymetler açısından portföy, menkul kıymetlerden oluşan bir topluluk anlamına gelmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.7).

Portföy, belli bir getiri seviyesinde riski azaltmak veya katlanılan riske göre en yüksek getiriyi sağlamak amacıyla birden fazla menkul kıymetten oluşan bir havuzdur. Başka bir ifade ile portföy, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen, ağırlıklı olarak hisse senedi, tahviller gibi menkul kıymetlerden ve türev ürünlerden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde olan finansal nitelikteki kıymetler olarak tanımlanabilir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.7-8).

Sermaye piyasalarında hızlı bir şekilde yaygınlaşan ortak yatırım fonlarının temelinde, yatırım kavramını genel bir yatırım planının parçası olarak değerlendiren yatırım yöneticiliğinin temel yaklaşımı yatmaktadır. Bu yaklaşıma göre yatırıma dönüştürülecek fonlar çeşitli menkul kıymetler arasında paylaştırılarak riskin dağıtılması esas alınmaktadır. Dolayısıyla aralarında herhangi bir sınırlama olmadan, çeşitli menkul kıymetlerin bir araya getirilmesi ile meydana gelen bu genel yatırıma portföy denilmektedir. Yatırım portföyünün her bir parçasını menkul kıymetler oluşturmaktadır (Uğuz, 1990, s.129).

Yapılan bu tanımlar dikkate alındığında geniş anlamıyla portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların, sahip olduğu, birbirleriyle ilişkisi olan ve kendine özgü ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlıktır (Demirtaş ve Güngör, 2004, s.103).

Portföy, belirli menkul kıymetlerden meydana gelir. Bu menkul kıymetler arasında bir ilişki olduğundan portföy, içerdiği menkul kıymetlerin basit bir toplamı değildir.

4.2. Portföy Yönetimi

Portföy yönetimi, yatırımcıların ihtiyaçlarına göre portföy oluşturmak ve oluşturulan bu portföylerden hangi menkul kıymetlerin ne zaman çıkarılacağına ve çıkarılan menkul kıymetlerin yerine ne zaman ve hangi menkul kıymetlerin konulacağına karar vermektir (Yörük, 2000, s.3). Yatırımcılar genellikle menkul kıymetlerin risk ve getiri oranı ile ilgilendiklerinden portföy yöneticisi, belirlenen risk oranı ve süre çerçevesinde yatırımcıya maksimum fayda sağlamaya çalışır. Ancak portföy yönetimi sürecinde bütün sorumluluk yalnızca portföy yöneticisinde olmayıp yatırımcıya düşen sorumluluklar da bulunmaktadır. Söz konusu sorumluluklar çerçevesinde yatırımcının, yatırım sonucunda amaçlanan kazanç ve kabul edilen risk seviyesini portföy yöneticisine bildirmesi gerekmektedir.

Yatırımcıların hedefledikleri getiriye karşılık katlanabilecekleri belirli bir risk düzeyi bulunmaktadır. Bu risk düzeyi portföye dahil edilecek menkul kıymet araçlarının seçiminde belirleyici bir rol oynamaktadır. Yatırımcılar genellikle aynı getiri oranına sahip yatırımlardan riski en az olanı tercih ederken aynı risk düzeyine sahip yatırımlardan ise en yüksek beklenen getiri oranına sahip olanı portföyelerine dahil ederler. Dolayısıyla risk karşısındaki tutumları ne olursa olsun yatırımcının portföy oluşturmadaki öncelikli amacının menkul kıymetlerinin getirisini arttırmak olduğu söylenebilir.

Genel olarak portföy yönetim süreci, yatırımcıların beklentilerine uygun portföyün planlanması, yatırım analizinin yapılması, portföy seçimi, portföy seçiminin neden olduğu sonuçların değerlendirilmesi ve portföyün belirli aralıklarla gözden geçirilmesi aşamalarından oluşmaktadır (Ünal, 1995, s.2). Portföy yöneticileri risk-getiri ilişkisi çerçevesinde yatırım araçları arasında karşılaştırma yaparak hangi varlıkların daha verimli olacağına karar vermekte ve portföyü revize etmektedirler.

4.3. Portföy Çeşitleri

Farklı menkul kıymetler bir araya getirilerek çok sayıda portföy alternatifi oluşturulabilir. Ancak hisse senedi ve tahvillerden oluşturulan portföyler dikkate alındığında üç farklı portföy çeşidi karşımıza çıkmaktadır. Bu portföy çeşitleri tamamı hisse senetlerinden oluşan portföyler, tamamı tahvillerden oluşan portföyler, hisse senedi

ve tahvillerden oluşan karma portföylerdir. Yatırımcılar en çok karma portföyleri tercih etmektedir. Yatırımcının risk algısı, oluşturulacak portföy bileşimini doğrudan etkileyen bir faktördür (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.23-24).

§ Tamamı Tahvillerden Oluşan Portföyler

Tahvil, devletin veya anonim şirketlerin fon ihtiyaçlarını karşılamak için çıkardıkları borç senetleridir. Tahvil, sabit getirili bir menkul kıymet olduğundan tahvillerden oluşan portföyleri riski sevmeyen yatırımcılar tercih etmektedir. Ekonominin durgun olduğu dönemlerde önerilen bu tür portföylerin riski düşük olduğundan getirileri de kısıtlıdır.

§ Tamamı Hisse Senetlerinden Oluşan Portföyler

Hisse senedi, sermaye şirketlerinin ortaklarına sermaye paylarını belgelendirmek amacı ile verdikleri kıymetli evraklardır. Bu evraklar şirket sermayesinin belirli bir kısmını temsil eder ve sahibine her türlü ortaklık haklarından yararlanma imkanı verir. Yalnızca hisse senetlerini içeren bir portföy oluşturulurken piyasanın iyi bir şekilde takip edilmesi gerekmektedir. Portföye dahil edilecek hisse senetlerinin istenildiği zaman alımının veya satımının yapılabilmesine özen gösterilmelidir. Ekonominin istikrarlı olduğu bir dönemde önerilen bu tür portföyler, göze alınan risk düzeyine göre getiri oranına sahiptirler.

§ Hisse Senedi ve Tahvillerden Oluşan Karma Portföyler

Bu portföy en çok tercih edilen portföy türüdür. Hisse senedi, tahvil ve türevlerinden oluşturulan bu tür portföylerde hem anaparanın emniyeti sağlanır hem de risk-getiri ilişkisi çerçevesinde yatırımcının kârı maksimize edilir. Ekonomide meydana gelen dalgalanmalara uyum sağlamak amacı ile yatırımcı elinde bulunan karma portföyde hisse senedi ve tahvil oranlarında değişikliğe gidebilir. Bu değişikliği, ekonominin durgun olduğu dönemlerde tahvil, ekonominin istikrarlı olduğu dönemlerde de hisse senedi satın alarak gerçekleştirir.

4.4. Portföy Yönetiminde Risk Kaynakları

Risk ve getiri arasında bir ilişki kurabilmek portföy yönetiminin en önemli konularından biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü yatırımcılar portföy oluştururken veya portföye yatırım araçlarını dahil ederken en çok risk ve getiri ölçütlerini dikkate alırlar. Getiri oranı konusunda yeterli bilgiye sahip olan yatırımcıların risk konusundaki bilgileri sınırlıdır. Bu nedenle bilinçli yatırım kararlarının alınabilmesi için riskin açıklanması önemlidir (Demirtaş ve Güngör, 2004, s.104).

Yatırımcının yapmış olduğu yatırımdan sağlayacağı verimin, beklenen verimin altına düşme veya üstüne çıkma olasılığı söz konusudur. Bu olasılık, yatırımcı açısından yaptığı yatırımın riskini oluşturur. Portföy kuramında yatırımcının riski kontrol altına alabilme veya sınırlayabilme olanağının olup olmamasına göre toplam risk, sistematik ve sistematik olmayan risk olarak iki gruba ayrılır (Akgüç, 1994, s.677).

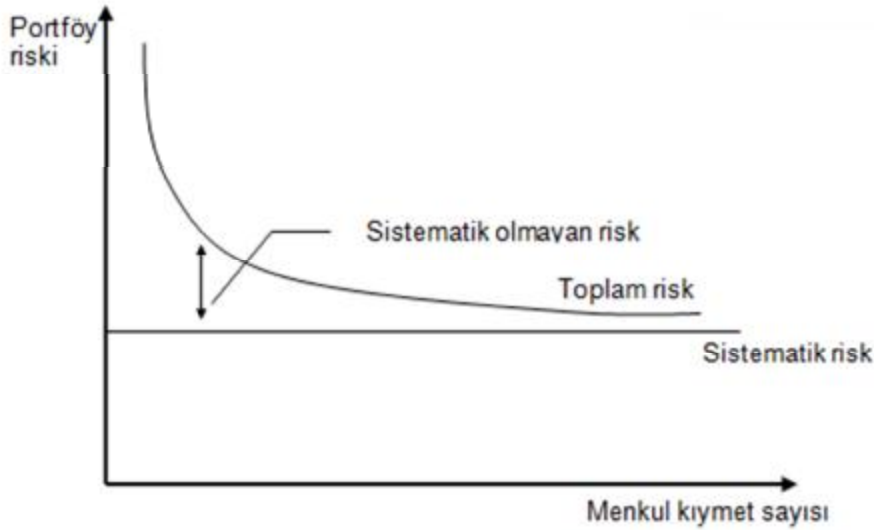
§ Sistematik Risk

Sistematik risk tüm yatırım araçlarında olan risklerdir. Menkul kıymetlerin getirilerinde oluşan değişimler, piyasadaki tüm finansal varlıkların fiyatlarını aynı anda etkileyen faktörlerden etkilenen kısmıdır. Bu risk ekonomik, politik ve sosyal çevreden kaynaklanır (Civan, 2010, s.334). Sistematik risk portföy yönetimindeki tek belirsizlik kaynağıdır. Çünkü yatırımcılar açısından bu riskin kontrol olanağı yoktur.

Sistematik risk, portföyün çeşitlendirmesi ile giderilemeyen risk olarak da tanımlanabilir ve satın alma gücü riski, faiz oranı riski, piyasa riski, politik risk, kur riski sistematik riskin başlıca kaynaklarıdır (Dağlı, 2009, s.334).

§ Sistematik Olmayan Risk

Sistematik olmayan risk, toplam riskin bir şirkete veya sektöre ait olan kısmıdır. Sistematik olmayan riskin oluşmasına değişen tüketici tercihleri, reklâm kampanyaları ve yönetim hataları gibi durumlar neden olmaktadır. Çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde sistematik olmayan risk ortadan kaldırılabilir. Sistematik olmayan riskin başlıca kaynakları iş ve endüstri riski, finansal risk ve yönetim riskidir. Söz konusu riskin kaynaklarında yapılan değişimlerle kontrol edilmesi veya tamamen yok edilmesi mümkündür.



Şekil 16. Risk Bileşenleri

Şekil 16’ da görüldüğü üzere yatay eksene paralel olan doğru sistemik riski temsil etmektedir. Her portföy için mutlaka bir sistemik risk vardır. Fakat portföy çeşidine göre sistemik risk düzeyi farklılık gösterebilir. Ayrıca portföy iyi çeşitlendirildiğinde sistemik olmayan riskin azaldığı görülmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.34).

4.5. Portföy Riski Ve Getirisi

Yatırımcılar genellikle çeşitli yatırım araçlarını kullanarak birçok menkul kıymete yatırım yapmaktadırlar. Bu menkul kıymetlerin sayısı arttıkça yatırım yapılacak menkul kıymetlerin seçimi karmaşık bir hal almaktadır. Bu karmaşıklığa portföy kuramı ile çözüm aranmaktadır. Yatırımcılar, menkul kıymetleri bir araya getirerek, çok sayıda portföy oluşturabilirler. Ancak yatırımcı açısından önemli olan, optimal portföy oluşturulmasıdır. Bunun için portföyün beklenen getirisinin ve riskinin hesaplanması gerekmektedir (Karan, 2001, s.139).

§ Portföyün Beklenen Getirisi

Bir portföyün getirisi, portföyü meydana getiren menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir. Aynı şekilde portföyün beklenen getirisi ise, portföy içinde bulunan menkul kıymetlerinin beklenen getirisinin ağırlıklı ortalamasıdır (Konno-Yamazaki, 1991, s.520).

Portföyün beklenen getirisi,

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(r_i)$$

formülü ile hesaplanır. Burada,

$E(r_p)$: portföyün beklenen getirisini

$E(r_i)$: portföy içindeki i. yatırım aracının beklenen getirisini

x_i : i. yatırım aracının portföy içerisindeki oranını

N : portföydeki varlık sayısını

göstermektedir.

§ Portföyün Riski

Portföyün varyansı veya portföyün standart sapması riski ifade etmektedir. Bir portföyün beklenen getirisindeki oynaklık ne kadar fazlaysa, yatırım o kadar riskli kabul edilmektedir. Genel olarak N sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyün riski

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \text{cov}(r_i, r_j)}$$

formülünden hesaplanır (Konno-Yamazaki, 1991, s.522). Burada,

$\sigma(r_p)$: portföyün standart sapmasını

$\text{cov}(r_i, r_j)$: i ve j menkul kıymetlerinin getirileri arasındaki kovaryansını

x_i : i. yatırım aracının portföy içerisindeki oranını

göstermektedir.

4.6. Portföy Yönetim Yaklaşımları

Portföy oluşturulmasına imkan sağlayan iki temel portföy yönetimi yaklaşımı vardır. Bunlardan ilki, basit çeşitlendirme esasına dayanan geleneksel portföy yaklaşımıdır. İkincisi ise, daha çok matematiksel bir temele dayanan modern portföy yaklaşımıdır (Karaşin, 1986, s.101). Ancak portföy oluşturan yatırımcıların, “etkin market” teorisini her durumda da göz önünde bulundurması beklenmektedir. Yani geçmiş performansı iyi olan bir yatırım danışmanı veya yatırım fonunun gelecekte de iyi performans göstermesinin bir garantisi yoktur (Mishkin, 1997, s.696).

4.6.1. Geleneksel Portföy Yaklaşımı

Bilimsel bir dayanağı olmayan geleneksel portföy yaklaşımı, 1950' li yıllara kadar yaygın olarak kullanılmıştır. Yöntemin yatırımcıya pratikte sağladığı kolaylıktan dolayı birçok yatırımcı tarafından hala kullanılmaktadır. Bu yaklaşıma göre, yatırımcılar portföylerindeki menkul kıymet sayısını arttırarak portföy riskini azaltabileceklerini düşünmektedirler ve portföye alınacak menkul kıymetler arasındaki ilişkileri dikkate almamaktadırlar. Aşırı çeşitlendirmeye dayalı bu yaklaşım, menkul kıymet seçiminde yeterince sayısal bilgilere yer vermemektedir (Cihangir, Karaçizmeli Güzeller ve Sabuncu, 2008, s.127).

Geleneksel portföy yaklaşımında temel amaç çeşitlendirmeyi arttırarak riskin dağıtılmasıdır. Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri farklı yönde hareket edebileceğinden dolayı portföyün riski de tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacaktır. Ayrıca bu yaklaşıma göre, farklı endüstri kolundaki işletmelerin menkul kıymetlerinden oluşan bir çeşitlendirmeye gidilmesinin olumlu bir etki yapacağı kabul edilmektedir (Berk, 1995, s.211).

Geleneksel portföy teorisinde aşırı çeşitlendirmenin yapılması ve menkul kıymetler arasındaki ilişkinin dikkate alınmaması birçok problemi beraberinde getirmektedir. Bu problemler aşağıdaki şekilde sıralanabilir (Civan, 2010, s.299):

- Riskine katlanılmaması gereken menkul kıymetler portföye dahil edilebilir.
- Portföy yöneticileri portföye dahil edecekleri bazı menkul kıymetler hakkında tam bilgiye sahip olmayabilir.
- Portföye birçok menkul kıymet eklendiği için bu menkul kıymetler hakkında araştırma yapmak maliyetlerin yükselmesine sebep olabilir.

Geleneksel portföy yaklaşımında, yatırımcılar belirli bir risk düzeyinde faydalarını maksimize etmeye çalışırlar. Diğer bir ifade ile sabit ve istikrarlı gelir elde etme, sermayesini koruma veya sermaye kazancı elde etme yatırımcının öncelikleri arasındadır.

Genel hatları ile geleneksel portföy yaklaşımının aşamaları

- Yatırımcıya ait bilgilerin toplanması
- Portföyün amacının saptanması
- Yatırım politikaları
- Portföyün içereceği yatırım aracı sayısına karar verilmesi

şeklinde özetlenebilir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.124).

4.6.2. Modern Portföy Yaklaşımı

Modern portföy teorisi geleneksel portföy yaklaşımının bazı eksikliklerinden dolayı geliştirilmiştir. Varlıklar arasındaki ilişkileri dikkate alarak portföy oluşturma düşüncesine dayanan bu yaklaşım 1950’li yıllarda ortaya çıkmıştır. 1952 yılında yayımlanan “Portfolio Selection” adlı makalesi ile Markowitz, modern portföy teorisinin temellerini atmıştır (Kaya ve Kocadağlı, 2012, s.24). Markowitz, parasını menkul değerlere yatıran yatırımcının dönem sonunda elde edebileceği parayı bilmesinin mümkün olamayacağını belirterek, yatırımcının hisse senedinin geçmişteki performansından yararlanarak bazı tahminlerde bulunabileceğini söylemiştir (Haskılıç, 2004, s.1). Markowitz’e göre portföy seçimi süreci iki aşamadan oluşmaktadır. Menkul kıymetlerin gelecekteki performansları hakkında bilgi edinmek ve tecrübe kazanmak ilk aşamadır. İkinci aşama ise elde edilen bilgilerin kullanılarak portföy seçimi yapılmasıdır (Civan, 2010, s.312).

Modern portföy yaklaşımına göre yatırımcılar, genellikle tek bir menkul kıymete yatırım yapmak yerine tasarruflarını çeşitli menkul kıymetler arasında paylaştırmayı seçmektedirler. Burada temel amaç, tasarrufların çeşitli menkul kıymetler arasında en uygun şekilde dağıtılması yoluyla, belli bir beklenen getiri düzeyinde riski minimuma indirecek veya belli bir risk düzeyinde getiriye maksimum yapacak şekilde portföy oluşturmaktır (Akgüç, 1994, s.843-844). Geleneksel portföy yaklaşımının portföyü çeşitlendirerek riskin azaltılabileceği düşüncesine karşın modern portföy yaklaşımında, sadece portföy çeşitlendirmesine gidilerek riskin azaltılamayacağı ileri sürülmektedir. Çünkü, bu yaklaşıma göre portföyde yer alan menkul kıymetlerin ya da menkul kıymet gruplarının, aynı ya da ters yönde hareket ettikleri kabul edilmektedir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.143).

Modern portföy teorisinin temellerini atan Henry Markowitz’ in geleneksel portföy yönetimine katkı sunduğu başlıca 3 önemli nokta aşağıda ele alınmıştır (Taner ve Akkaya, 2009, s.164).

1. Portföy riski portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabilir ve belirli koşullarda portföyün sistematik olmayan riski sıfır yapılabilir.
2. Yatırımcılar aynı getiriye sahip portföylerden riski daha az olanı ya da aynı risk düzeyindeki portföylerden yüksek getirili olanı tercih ederek etkin sınırda kalmayı düşünmektedirler (üstünlük ilkesi).

3. Portföyün etkin sınırı kuadratik programlama yolu ile elde edilebilir.

Markowitz, finansal varlık getirileri arasındaki ilişkilere dikkat edilmesi ve tam pozitif ilişki içinde olmayan varlıkların portföye dahil edilmesiyle, beklenen getiriden vazgeçmeden riskin azaltılabileceğini göstermiştir. Modern portföy yönetimi varsayımları aşağıdaki şekilde sıralanabilir (Ceylan ve Korkmaz, 1998, s.149):

- § Yatırımcının temel amacı kazancını maksimum kılmaktır.
- § Yatırım kararları beklenen getiri ve risk çerçevesinde alınır.
- § Risk ve getiriye dair beklentiler homojendir.
- § Yatırımcılar zaman ufku özdeştir.
- § Sermaye piyasası oldukça etkindir.

4.6.2.1. Markowitz' in Ortalama Varyans Modeli

Modern portföyün kurucusu olarak kabul edilen Markowitz 1959'da yayınladığı eserinde, portföy analizi üzerine durmuş ve menkul kıymet seçimi yerine portföy seçimi üzerine yoğunlaşmıştır. Buradaki amaç, yatırımcının hedeflediği portföyleri bulmaktır. Varlıkların bireysel olarak geçmiş performansları portföy seçimi için önemli bir bilgi kaynağıdır. Ancak portföy seçimi geçmiş performanslarla beraber gelecek hakkında inançlara da dayanmalıdır. Menkul kıymetlerin geçmiş performansları dikkate alınarak yapılan portföy seçimlerinde, getirinin geçmişteki değişkenliğinin elde hiçbir verisi bulunmayan geleceğin belirsizliğini azaltmak için iyi bir ölçü olduğu kabul edilir. Markowitz'in üzerinde durduğu önemli bir nokta da, menkul kıymetlerin yalnızca kendi özelliklerine göre değil diğer menkul kıymetlerle olan ilişkileri de dikkate alarak seçilmesi gerektiğidir (Kardiyen, 2008, s.337-338).

Markowitz (1987)' in geliştirdiği ortalama-varyans modeli, amaçlanan beklenen getiri düzeyine karşılık minimum riskli portföyü bulmaya çalışır. Bu model, yatırımcıların riskten kaçan bireyler olduklarını ve yatırımların olasılık dağılımlarının normal olduğunu kabul eder. Markowitz'in bu yaklaşımı aşağıdaki iki temel noktaya dayanmaktadır;

- § Sabit bir getiri altında portföyün riskinin minimize edilmesi,
- § Makul bir risk düzeyinde portföy getirisinin maksimize edilmesi

Portföy optimizasyon problemi için Markowitz'in kuadratik programlama modeli aşağıda formüle edilmiştir (Markowitz, 1987, s.3-4):

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (4.1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (4.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (4.3)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

Burada (4.1) amaç fonksiyonu, minimize edilecek portföy riskidir. (4.2)'deki eşitsizlik, hedeflenen beklenen getiri düzeyinin karşılanması sağlayacak birinci temel kısıttır. (4.3) eşitliği de modelde bulunacak varlıkların ağırlıklı toplamının M_0 olmasını sağlayan ikinci temel kısıttır. Ayrıca (4.4)' te ise modelde yer alacak değişkenlerin oranlarının u_j değerinden küçük olması sağlanmak istenmiştir. Bu modelde yer alan parametreler;

n : modelde bulunan varlık sayısı

r_j : j. varlığın beklenen getirisi ($j=1,2,\dots,n$)

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değeri, $i=j$ için varyans değeri

ρ : beklenen getiri oranı

x_j : j. varlığın oluşturulan portföy içerisindeki oranı

u_j : j. varlığın portföy içerisinde alacağı maksimum ağırlık

M_0 : Toplam yatırım miktarı

şeklinde ifade edilmiştir.

Yukarıdaki karesel programın çözülmesi ile hedeflenen getiri düzeyinin farklı değerleri için en küçük varyanslı portföyler elde edilir (Markowitz, 1987, s.3-4).

4.6.2.2. Ortalama Mutlak Sapma Modeli

Markowitz (1952)' in ortalama varyans modelinin büyük ölçekli portföylere uygulanmasında karşılaşılan işlem zorlukları nedeniyle Konno ve Yamazaki (1991), alternatif bir model geliştirmişlerdir. Söz konusu iki model birçok konudaki benzerliklerine karşın risk ölçütü konusunda birbirinden ayrılmışlardır. Konno ve Yamazaki, yatırımcıların genellikle risk ölçütü olarak standart sapma yerine ortalamadan mutlak sapmayı benimsediklerini öne sürmüşlerdir. Portföy optimizasyonu konusunda Konno ve Yamazaki' nin geliştirdikleri doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir (Kaya ve Kocadağlı, 2012, s.26-27):

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \right| / T$$

Kısıtlar

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Konno ve Yamazaki' nin geliştirdiği bu doğrusal programlama modeli

$$y_t = \left| \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \right|$$

yardımcı değişkeni kullanılarak (Kaya ve Kocadağlı, 2012, s.26-27):

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T y_t / T$$

Kısıtlar

$$y_t + \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$y_t - \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^n r_j x_j &\geq \rho M_0 \\
\sum_{j=1}^n x_j &= M_0 \\
0 \leq x_j &\leq u_j, & j = 1, 2, \dots, n \\
y_t &\geq 0
\end{aligned}$$

yeniden ifade edilir. Modelde kullanılan notasyonlar aşağıda gösterilmiştir;

$$a_{tj} = r_{jt} - r_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad t = 1, 2, \dots, T$$

T = İncelenen dönem sayısı

t = T dönemi içindeki herhangi bir t. dönemi

r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı

r_{jt} : t döneminde j. hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı

ρ : beklenen getiri oranı

x_j : j. varlığın oluşturulan portföy içerisindeki oranı

u_j : j. varlığın portföy içerisinde alacağı maksimum ağırlık

M_0 : toplam yatırım miktarı

y_t : yardımcı değişken

Ortalama mutlak sapma modelinin amaç fonksiyonunda, her bir periyotta ortalama sapmalar minimize edilmektedir. Bu modelin etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için, $u_j = \infty$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ iken model en fazla $2T + 2$ kısıt içermelidir.

BÖLÜM V

BORSA İSTANBUL' DA BİR UYGULAMA

Bu bölümde doğrusal ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile sadece hisse senetlerinden meydana gelen portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır. Hisse senetlerinin geçmiş performanslarından yararlanılarak oluşturulan portföylerin, yatırımcılara gelecekte yol göstermesi hedeflenmiştir. Ayrıca çalışmada, Konno-Yamazaki tarafından geliştirilen Ortalama Mutlak Sapma modeli temel alınmıştır.

5.1. Uygulamanın Konusu ve Kullanılan Veriler

Bu çalışmada Borsa İstanbul' da işlem gören hisse senetlerinden Konno-Yamazaki modeli kullanılarak optimal portföyler oluşturulması konusu ele alınmıştır. Bu model dahilinde sadece hisse senetlerini içeren portföyler arasından optimal portföyü tayin etmek için doğrusal ve bulanık doğrusal programlama modelleri kurulmuştur. Kurulan bu modellerle belli bir getiri seviyesinde en düşük riske sahip olan portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışmada 1 Ocak 2010 - 31 Aralık 2014 tarihleri arasında BIST- 30 endeksinde sürekli işlem gören 26 adet hisse senedine ait aylık getiri oranları kullanılmıştır. Çalışmaya konu olan hisse senetleri Akbank, Arçelik, Bim Mağazaları, Enka İnşaat, Ereğli Demir Çelik, Ford Otosan, Garanti Bankası, Halk Bankası, İş Bankası, Koç Holding, Kardemir, Migros, Otokar, Petkim, Sabancı Holding, Şişe Cam, TAV Havalimanları, Turkcell, Türk Hava Yolları, Tekfen Holding, Tofaş Otomobil Fabrikası, Türk Telekom, Tüpraş, Ülker, Vakıfbank ve Yapı Kredi Bankası' dır.

Bu hisse senetlerine ait aylık veriler Borsa İstanbul veri tabanından elde edilmiştir. Araştırmada kullanılan bu veriler Excel programı ile düzenlenmiş ve LINGO 15.0 paket programında çözülmüştür. Söz konusu hisse senetlerine ait aylık getiri oranları ile ilgilenilen dönem için hesaplanan aylık ortalama getiri oranları Ek-1 ve Ek- 2 de verilmiştir.

5.2. Uygulamanın Amacı

Bu çalışma kapsamında yatırımcılar için doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile optimal portföyler oluşturulmaya çalışılmıştır.

Optimal portföy; belli bir risk altında en yüksek getiriye sahip olan veya belli bir getiri düzeyinde riski en düşük yapan portföydür (Dağlı, 2009, s.322). Yatırımcılar genellikle getirilerini maksimum ve risklerini de minimum yapmak isterler. Dolayısıyla portföy oluşturmada getiri ve risk gibi iki belirleyici faktör söz konusudur. Bu çalışmada belli bir getiri seviyesinde riskin minimum yapılması durumu temel amaç olarak belirlenmiştir. Doğrusal ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılarak oluşturulan minimum riskli portföyler arasındaki farklar incelenmiştir. Doğrusal programlama modeli ile elde edilen portföyün içinde yer alan hisse senetlerinin, bulanık doğrusal programlama modeli ile oluşturulacak yeni portföyde yer alıp almamasının veya bu hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlığında ve portföy riskinde meydana gelen değişmelerin incelenmesi çalışmanın amacını oluşturmaktadır.

5.3. Konno-Yamazaki Doğrusal Programlama Modeli İle Optimal Portföy Oluşturulması

Bu çalışmada, dördüncü bölümün 4.6.2.2 alt başlığında incelenen Konno-Yamazaki doğrusal programlama modeli ile BIST-30 endeksinde yer alan 26 adet hisse senedinin 60 dönem(T)'e ait verileri kullanılarak minimum riskli portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Portföy optimizasyonu konusunda Konno ve Yamazaki tarafından geliştirilen doğrusal programlama modeli,

$$y_t = \left| \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \right| \quad (5.1)$$

olmak üzere aşağıdaki şekilde ifade edilmişti.

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^{60} y_t / 60 \quad (5.2.)$$

Kısıtlar:

$$y_t + \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, 60 \quad (5.3)$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{26} a_{tj} x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, 60 \quad (5.4)$$

$$\sum_{j=1}^{26} r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (5.5)$$

$$\sum_{j=1}^{26} x_j = M_0 \quad (5.6)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$y_t \geq 0$$

Ortalama mutlak sapma modelinin amaç fonksiyonunda, her bir periyotta ortalama sapmalar (risk) minimize edilmektedir.

§ Amaç fonksiyonun oluşturulması:

Modeldeki amaç fonksiyonu (5.2) oluşturulurken her bir dönem için ayrı ayrı y_t fonksiyonu hesaplanmıştır. y_t değerinin hesaplanmasında kullanılan karar değişkenlerinin katsayıları (a_{tj}), t dönemindeki hisse senedinin aylık getiri oranından ortalama getiri oranı çıkartılarak elde edilmiştir. Elde edilen a_{tj} değerleri ilgili karar değişkenleri (x_j) ile çarpılıp sonucun mutlak değerinin alınması suretiyle t. döneme ait risk oranı olan y_t değeri hesaplanmıştır. Her bir dönem için bulunan y_t ' lerin toplamının minimizasyonu amaç fonksiyonunu oluşturmaktadır. Buradan hareketle, göz önüne alınan her bir dönem (60 dönem) için minimize edilecek amaç fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10} + y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{14} \\ & + y_{15} + y_{16} + y_{17} + y_{18} + y_{19} + y_{20} + y_{21} + y_{22} + y_{23} + y_{24} + y_{25} + y_{26} \\ & + y_{27} + y_{28} + y_{29} + y_{30} + y_{31} + y_{32} + y_{33} + y_{34} + y_{35} + y_{36} + y_{37} + y_{38} \\ & + y_{39} + y_{40} + y_{41} + y_{42} + y_{43} + y_{44} + y_{45} + y_{46} + y_{47} + y_{48} + y_{49} + y_{50} \\ & + y_{51} + y_{52} + y_{53} + y_{54} + y_{55} + y_{56} + y_{57} + y_{58} + y_{59} + y_{60})/60 \end{aligned}$$

Her bir hisse senedinin t. dönemdeki getiri oranı ile ilgili hisse senedinin ortalama getiri oranı arasındaki farkın mutlak değerini gösteren y_t yardımcı değişkeni (5.1); $a_{ij} = r_{jt} - r_j$ olmak üzere

$$y_t = \left| \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \right|$$

şeklindedir. Buradan yola çıkarak her bir döneme ait riski yansıtan y_t değeri aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$y_1 = |-7.75x_1 + 0.13x_2 - 3.59x_3 + 0.87x_4 + 4.15x_5 + 13.99x_6 - 1.22x_7 \\ -14.44x_8 + 4.16x_9 + 12.98x_{10} - 1.56x_{11} - 0.92x_{12} + 8.22x_{13} + 21.90x_{14} \\ +11.65x_{15} + 1.89x_{16} + 27.85x_{17} + 2.99x_{18} - 5.79x_{19} + 14.41x_{20} + 18.66x_{21} \\ +12.37x_{22} + 3.02x_{23} + 7.06x_{24} - 6.94x_{25} + 9.70x_{26}|$$

$$y_2 = |-12.24x_1 - 15.77x_2 - 2.15x_3 - 15.49x_4 - 13.78x_5 - 15.88x_6 - 11.45x_7 \\ -6.34x_8 - 8.70x_9 - 12.21x_{10} - 17.10x_{11} - 2.95x_{12} - 8.64x_{13} - 12.02x_{14} \\ -11.40x_{15} - 10.08x_{16} - 13.44x_{17} - 18.51x_{18} - 13.19x_{19} - 12.40x_{20} \\ -17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}|$$

...

...

...

$$y_{60} = |-4.55x_1 + 3.2x_2 - 0.93x_3 - 9.8x_4 - 3.18x_5 + 5.72x_6 - 4.8x_7 - 13.02x_8 \\ +8.02x_9 - 3.21x_{10} - 5.11x_{11} - 0.92x_{12} + 35.54x_{13} + 0.79x_{14} - 5.64x_{15} \\ +0.73x_{16} - 2.43x_{17} + x_{18} + 2.28x_{19} - 4.88x_{20} - 2.22x_{21} + 0.72x_{22} \\ +8.36x_{23} + 7.41x_{24} - 5.15x_{25} - 9.36x_{26}|$$

§ Kısıtların oluşturulması:

Bu modelin etkinlik sınırının her bir noktasının belirlenebilmesi için, $u_j = \infty$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ iken model $2T + 2$ kısıt içermelidir. Çalışmada kullandığımız modelde 60 dönem söz konusu olduğundan toplam kısıt sayısı $(2.60 + 2)$ 122 olmalıdır.

Kısıt 1:

$$y_1 + (-7.75x_1 + 0.13x_2 - 3.59x_3 + 0.87x_4 + 4.15x_5 + 13.99x_6 - 1.22x_7 \\ -14.44x_8 + 4.16x_9 + 12.98x_{10} - 1.56x_{11} - 0.92x_{12} + 8.22x_{13} + 21.90x_{14} \\ +11.65x_{15} + 1.89x_{16} + 27.85x_{17} + 2.99x_{18} - 5.79x_{19} + 14.41x_{20} + 18.66x_{21} \\ +12.37x_{22} + 3.02x_{23} + 7.06x_{24} - 6.94x_{25} + 9.70x_{26}) \geq 0$$

$$y_2 + (-12.24x_1 - 15.77x_2 - 2.15x_3 - 15.49x_4 - 13.78x_5 - 15.88x_6 - 11.45x_7 \\ -6.34x_8 - 8.70x_9 - 12.21x_{10} - 17.10x_{11} - 2.95x_{12} - 8.64x_{13} - 12.02x_{14} \\ -11.40x_{15} - 10.08x_{16} - 13.44x_{17} - 18.51x_{18} - 13.19x_{19} - 12.40x_{20} \\ -17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}) \geq 0$$

$$-17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}) \geq 0$$

...

...

...

$$\begin{aligned} y_{60} + (-4.55x_1 + 3.2x_2 - 0.93x_3 - 9.8x_4 - 3.18x_5 + 5.72x_6 - 4.8x_7 - 13.02x_8 \\ + 8.02x_9 - 3.21x_{10} - 5.11x_{11} - 0.92x_{12} + 35.54x_{13} + 0.79x_{14} - 5.64x_{15} \\ + 0.73x_{16} - 2.43x_{17} + x_{18} + 2.28x_{19} - 4.88x_{20} - 2.22x_{21} + 0.72x_{22} \\ + 8.36x_{23} + 7.41x_{24} - 5.15x_{25} - 9.36x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

Kısıt 2:

$$\begin{aligned} y_1 - (-7.75x_1 + 0.13x_2 - 3.59x_3 + 0.87x_4 + 4.15x_5 + 13.99x_6 - 1.22x_7 \\ - 14.44x_8 + 4.16x_9 + 12.98x_{10} - 1.56x_{11} - 0.92x_{12} + 8.22x_{13} + 21.90x_{14} \\ + 11.65x_{15} + 1.89x_{16} + 27.85x_{17} + 2.99x_{18} - 5.79x_{19} + 14.41x_{20} + 18.66x_{21} \\ + 12.37x_{22} + 3.02x_{23} + 7.06x_{24} - 6.94x_{25} + 9.70x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 - (-12.24x_1 - 15.77x_2 - 2.15x_3 - 15.49x_4 - 13.78x_5 - 15.88x_6 - 11.45x_7 \\ - 6.34x_8 - 8.70x_9 - 12.21x_{10} - 17.10x_{11} - 2.95x_{12} - 8.64x_{13} - 12.02x_{14} \\ - 11.40x_{15} - 10.08x_{16} - 13.44x_{17} - 18.51x_{18} - 13.19x_{19} - 12.40x_{20} \\ - 17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

...

...

...

$$\begin{aligned} y_{60} - (-4.55x_1 + 3.2x_2 - 0.93x_3 - 9.8x_4 - 3.18x_5 + 5.72x_6 - 4.8x_7 - 13.02x_8 \\ + 8.02x_9 - 3.21x_{10} - 5.11x_{11} - 0.92x_{12} + 35.54x_{13} + 0.79x_{14} - 5.64x_{15} \\ + 0.73x_{16} - 2.43x_{17} + x_{18} + 2.28x_{19} - 4.88x_{20} - 2.22x_{21} + 0.72x_{22} \\ + 8.36x_{23} + 7.41x_{24} - 5.15x_{25} - 9.36x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

Kısıt 3:

Modelde kullanılan 26 adet hisse senedine yapılan yatırım değerleri toplamının 1.00' e eşit olma kısıtıdır ($M_0 = 1.00$).

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \\ + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1.00 \end{aligned}$$

Kısıt 4:

Bu kısıt ise her bir hisse senedine yapılacak yatırım payı ile ilgili hisse senedinin ortalama getirisinin çarpımlarının toplamının beklenen getiri oranından büyük veya eşit olma kısıtıdır. Toplam yatırım tutarı $M_0 = 1.00$ olarak alınmıştır. Beklenen getiri oranı ise ilgilenilen T dönemi boyunca modele dahil edilen hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının ortalaması olarak hesaplanmıştır ($\rho = 2.01$). Bu bağlamda kısıt 4 aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$0.88x_1 + 2.44x_2 + 2.15x_3 + 1.30x_4 + 2.07x_5 + 3.14x_6 + 1.22x_7 + 1.00x_8 + 1.40x_9 \\ + 2.41x_{10} + 4.00x_{11} + 0.92x_{12} + 4.04x_{13} + 2.07x_{14} + 1.40x_{15} + 2.39x_{16} \\ + 2.95x_{17} + 0.78x_{18} + 2.28x_{19} + 0.90x_{20} + 3.17x_{21} + 1.67x_{22} + 2.02x_{23} \\ + 3.67x_{24} + 0.83x_{25} + 1.28x_{26} \geq (2.01) * (1.00)$$

Yapılan tüm işlemler sonucunda, modelde bulunması gereken kısıt sayısı (birinci kısıt sayısı 60, ikinci kısıt sayısı 60, üçüncü kısıt sayısı 1 ve dördüncü kısıt sayısı 1 olmak üzere) toplam 122 olmakta ve zorunlu kısıt sayısını doğrulamaktadır. Ayrıca modele bu kısıtlar dışında başka kısıtlar da eklenebilir. Örneğin herhangi bir hisse senedine yapılacak yatırımın sınırlarını belirleyen $0 \leq x_j \leq u_j$ kısıtı veya herhangi bir hisse senedine yapılacak yatırımın miktarını belirleyen $x_j = v_j$, $v_j \in [0,1]$ kısıtı modele ilave edilebilir. Bu tür kısıtlar karar vericinin isteğine bağlı olarak modele koyulabilir.

Yukarıda açık bir şekilde ifade edilen amaç fonksiyonu ve kısıtlar kullanılarak oluşturulan doğrusal programlama modeli LINGO paket programı yardımıyla çözümlenerek aşağıdaki optimal portföy elde edilmiştir.

Tablo 1.

Doğrusal Programlama ile Oluşturulan Optimal Portföy

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.3170596
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.08794734
x_6	Ford Otosan	0.02669772
x_{13}	Otokar	0.03580079
x_{17}	Tav Havalimanları	0.1096621
x_{18}	Turkcell	0.1818076
x_{22}	Türk Telekom	0.2160348
x_{24}	Ülker	0.02499010

Tablo 1' de toplam 1 TL'lik yatırımdan aylık % 2.01 getiri sağlamak için oluşturulan optimal portföyün içinde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları gösterilmektedir (ayrıntı için bkz. Ek -3).

Bu sonuçlara göre yatırımcı aylık % 2.01 beklenen getiri oranı altında Bim mağazaları (% 31.70), Ereğli Demir Çelik (% 8.79), Ford Otosan (% 2.66), Otokar (% 3.58), Tav Havalimanları (% 10.96), Turkcell (% 18.18), Türk Telekom (% 21.60) ve Ülker (% 2.49) hisse senetlerine belirtildiği oranlarda yatırım yapmalıdır. Amaç fonksiyonun değeri yani modelde minimize edilen portföyün ortalama risk oranı ise % 3.571899' dir. Modelde toplamda 26 adet hisse senedi kullanıldığı göz önüne alınırsa portföyde yer almayan diğer 18 hisse senedinin yatırım yapılamayacak değerde olduğu söylenebilir.

5.4. Bulanık Doğrusal Programlama Modeli İle Optimal Portföy Oluşturulması

Doğrusal programlama modeli ile optimal portföy oluşturulurken amaç fonksiyonu ve kısıtlarda kullanılan parametreler kesin bir şekilde ifade edilmişti. Ancak parametrelerin tam olarak belli olmaması yani bulanık olması (kaynak değişkenlerin, amacın ve kısıtların bulanık olması) durumlarında bulanık doğrusal programlama modeline başvurulur. Bulanık doğrusal programlama yöntemlerinde amaç fonksiyonunun maksimize ya da minimize edilmesi yerine bir istek seviyesi sağlanmaya çalışılır.

Bu kısımda bulanık doğrusal programlama modelleri çözüm yaklaşımlarından Werners yaklaşımı kullanılarak optimal portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Werners, sağ taraf sabitlerinin (beklenen getiri oranı) bulanık olması amaç fonksiyonunun (minimize edilen risk oranı) da bulanık olması gerektiğini ileri sürmüştür. Modelde beklenen getiri oranı için tolerans miktarının biliniyor olduğu kabul edilmektedir (beklenen getirinin vazgeçilen miktarı $p_i = -\% 1.00$ olarak alınmıştır). Amaç fonksiyonuna ait tolerans miktarı için $\rho M_0 - p_i$ ve ρM_0 beklenen getiri oranları kullanılarak Z_0 ve Z_1 minimize edilen risk oranlarının belirlenmesi gerekmektedir.

$$Z_0 = \text{Min } c^T x$$

$$a_{ij}x_j \geq \rho M_0 - p_i$$

$$x_j \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$Z_1 = \text{Min } c^T x$$

$$a_{ij}x_j \geq \rho M_0$$

$$x_j \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Bu modellerin LINGO paket programında çözülmesi ile $Z_0 = 3.465$ ve $Z_1 = 3.571$ olarak bulunur. Elde edilen bu Z_0 ve Z_1 değerleri bulanık amacın alt ve üst sınır değerlerini göstermektedir.

Tolerans miktarı sırası ile $(Z_1 - Z_0)$ ve p_i olan bulanık amaç ve bulanık kısıtlara ait üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} 1 & , Z \leq Z_0 \\ 1 - \left[\frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0} \right] & , Z_0 \leq Z \leq Z_1 \\ 0 & , Z \geq Z_1 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq \rho M_0 \\ 1 - \left[\frac{\rho M_0 - a_{ij}x_j}{p_i} \right] & , \rho M_0 - p_i \leq a_{ij}x_j \leq \rho M_0 \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq \rho M_0 - p_i \end{cases}$$

Yukarıda belirlenen p_i , Z_0 ve Z_1 değerleri üyelik fonksiyonlarında yerine yazılmasıyla;

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} 1 & , Z \leq 3.465 \\ 1 - \left[\frac{Z - 3.465}{0.106} \right] & , 3.465 \leq Z \leq 3.571 \\ 0 & , Z \geq 3.571 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1 & , a_{ij}x_j \geq 2.01 \\ 1 - \left[\frac{2.01 - a_{ij}x_j}{1} \right] & , 1.01 \leq a_{ij}x_j \leq 2.01 \\ 0 & , a_{ij}x_j \leq 1.01 \end{cases}$$

elde edilir. Bu üyelik fonksiyonları yardımıyla optimal çözüme ulaşmak için

$$\max_{x \geq 0} \min[\mu_{\tilde{Z}}(x), \mu_{\tilde{C}}(x)]$$

şeklinde tanımlanan max-min operatörü kullanılmaktadır.

Üyelik fonksiyonlarının yerine konmasıyla amaç fonksiyonu ve sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bulanık doğrusal programlama modeli aşağıdaki klasik doğrusal programlama modeline dönüşür.

Amaç fonksiyonu: $Max \lambda$

$$\textbf{Kısıt 1:} \quad \lambda(Z_1 - Z_0) + \sum_{t=1}^T y_t/T \leq Z_1$$

$$\begin{aligned} 0.106\lambda + (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 + y_{10} + y_{11} + y_{12} + y_{13} \\ + y_{14} + y_{15} + y_{16} + y_{17} + y_{18} + y_{19} + y_{20} + y_{21} + y_{22} + y_{23} + y_{24} + y_{25} \\ + y_{26} + y_{27} + y_{28} + y_{29} + y_{30} + y_{31} + y_{32} + y_{33} + y_{34} + y_{35} + y_{36} + y_{37} \\ + y_{38} + y_{39} + y_{40} + y_{41} + y_{42} + y_{43} + y_{44} + y_{45} + y_{46} + y_{47} + y_{48} + y_{49} \\ + y_{50} + y_{51} + y_{52} + y_{53} + y_{54} + y_{55} + y_{56} + y_{57} + y_{58} + y_{59} + y_{60})/60 \\ \leq 3.571 \end{aligned}$$

$$\textbf{Kısıt 2:} \quad y_t + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\begin{aligned} y_1 + (-7.75x_1 + 0.13x_2 - 3.59x_3 + 0.87x_4 + 4.15x_5 + 13.99x_6 - 1.22x_7 \\ - 14.44x_8 + 4.16x_9 + 12.98x_{10} - 1.56x_{11} - 0.92x_{12} + 8.22x_{13} + 21.90x_{14} \\ + 11.65x_{15} + 1.89x_{16} + 27.85x_{17} + 2.99x_{18} - 5.79x_{19} + 14.41x_{20} + 18.66x_{21} \\ + 12.37x_{22} + 3.02x_{23} + 7.06x_{24} - 6.94x_{25} + 9.70x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2 + (-12.24x_1 - 15.77x_2 - 2.15x_3 - 15.49x_4 - 13.78x_5 - 15.88x_6 - 11.45x_7 \\ - 6.34x_8 - 8.70x_9 - 12.21x_{10} - 17.10x_{11} - 2.95x_{12} - 8.64x_{13} - 12.02x_{14} \\ - 11.40x_{15} - 10.08x_{16} - 13.44x_{17} - 18.51x_{18} - 13.19x_{19} - 12.40x_{20} \\ - 17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

...

...

...

$$\begin{aligned} y_{60} + (-4.55x_1 + 3.2x_2 - 0.93x_3 - 9.8x_4 - 3.18x_5 + 5.72x_6 - 4.8x_7 - 13.02x_8 \\ + 8.02x_9 - 3.21x_{10} - 5.11x_{11} - 0.92x_{12} + 35.54x_{13} + 0.79x_{14} - 5.64x_{15} \\ + 0.73x_{16} - 2.43x_{17} + x_{18} + 2.28x_{19} - 4.88x_{20} - 2.22x_{21} + 0.72x_{22} \\ + 8.36x_{23} + 7.41x_{24} - 5.15x_{25} - 9.36x_{26}) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\textbf{Kısıt 3:} \quad y_t - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$y_1 - (-7.75x_1 + 0.13x_2 - 3.59x_3 + 0.87x_4 + 4.15x_5 + 13.99x_6 - 1.22x_7$$

$$\begin{aligned}
& -14.44x_8 + 4.16x_9 + 12.98x_{10} - 1.56x_{11} - 0.92x_{12} + 8.22x_{13} + 21.90x_{14} \\
& + 11.65x_{15} + 1.89x_{16} + 27.85x_{17} + 2.99x_{18} - 5.79x_{19} + 14.41x_{20} + 18.66x_{21} \\
& + 12.37x_{22} + 3.02x_{23} + 7.06x_{24} - 6.94x_{25} + 9.70x_{26}) \geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_2 - (-12.24x_1 - 15.77x_2 - 2.15x_3 - 15.49x_4 - 13.78x_5 - 15.88x_6 - 11.45x_7 \\
- 6.34x_8 - 8.70x_9 - 12.21x_{10} - 17.10x_{11} - 2.95x_{12} - 8.64x_{13} - 12.02x_{14} \\
- 11.40x_{15} - 10.08x_{16} - 13.44x_{17} - 18.51x_{18} - 13.19x_{19} - 12.40x_{20} \\
- 17.95x_{21} - 8.59x_{22} - 12.42x_{23} - 16.94x_{24} - 12.83x_{25} - 10.07x_{26}) \geq 0
\end{aligned}$$

...

...

...

$$\begin{aligned}
y_{60} - (-4.55x_1 + 3.2x_2 - 0.93x_3 - 9.8x_4 - 3.18x_5 + 5.72x_6 - 4.8x_7 - 13.02x_8 \\
+ 8.02x_9 - 3.21x_{10} - 5.11x_{11} - 0.92x_{12} + 35.54x_{13} + 0.79x_{14} - 5.64x_{15} \\
+ 0.73x_{16} - 2.43x_{17} + x_{18} + 2.28x_{19} - 4.88x_{20} - 2.22x_{21} + 0.72x_{22} \\
+ 8.36x_{23} + 7.41x_{24} - 5.15x_{25} - 9.36x_{26}) \geq 0
\end{aligned}$$

$$\textbf{Kısıt 4: } \sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 - p_i$$

$$\begin{aligned}
0.88x_1 + 2.44x_2 + 2.15x_3 + 1.30x_4 + 2.07x_5 + 3.14x_6 + 1.22x_7 + 1.00x_8 + 1.40x_9 \\
+ 2.41x_{10} + 4.00x_{11} + 0.92x_{12} + 4.04x_{13} + 2.07x_{14} + 1.40x_{15} + 2.39x_{16} \\
+ 2.95x_{17} + 0.78x_{18} + 2.28x_{19} + 0.90x_{20} + 3.17x_{21} + 1.67x_{22} + 2.02x_{23} \\
+ 3.67x_{24} + 0.83x_{25} + 1.28x_{26} \geq 1.01
\end{aligned}$$

$$\textbf{Kısıt 5: } \sum_{j=1}^n x_j = M_0$$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \\
+ x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1.00
\end{aligned}$$

Bu modelin LINGO paket programı kullanılarak çözümlenmesi ile optimal portföy elde edilmiştir. Oluşturulan portföyde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlığı Tablo 2’ de de verilmiştir. Modelin amaç fonksiyonu $\lambda = 0.779$ olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değer üyelik fonksiyonunda yerine yazılarak minimize edilen risk oranı bulunabilir:

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \lambda = 1 - \left[\frac{Z - 3.465}{0.106} \right]$$

$$0.779 = 1 - [Z - 3.465]/0.106$$

$$1 - 0.779 = [Z - 3.465]/0.106$$

$$0.221 * 0.106 = [Z - 3.465]$$

$$0.023 + 3.465 = Z$$

$$3.488 = Z$$

$\lambda = 0.779$ memnuniyet düzeyinde minimize edilen risk oranı % 3.488 olarak bulunmuştur.

Tablo 2.

Bulanık Mantık Çerçevesinde Oluşturulan Optimal Portföy ($p_i = -\% 1.00$)

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.3701108
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.1083978
x_{13}	Otokar	0.02217131
x_{17}	Tav Havalimanları	0.01670849
x_{18}	Turkcell	0.2241417
x_{22}	Türk Telekom	0.2464854
x_{24}	Ülker	0.01198445

Tablo 2' de bulanık mantık çerçevesinde oluşturulan optimal portföyün içinde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları gösterilmektedir (ayrıntı için bkz. Ek -4).

Elde edilen bu sonuçlara göre yatırımcı aylık % 2.01 beklenen getiri ve % 1.00 vazgeçilebilecek beklenen getiri oranı altında Bim mağazaları (% 37.01), Ereğli Demir Çelik (% 10.83), Otokar (% 2.21), Tav Havalimanları (% 1.67), Turkcell (% 22.41), Türk Telekom (% 24.64) ve Ülker (% 1.19) hisse senetlerine belirtildiği oranlarda yatırım yapılmalıdır. Amaç fonksiyonu değeri $\lambda = 0.779$ iken modelde minimize edilen risk oranı % 3.488' dir. Oluşturulan optimal portföy 7 adet hisse senedi içermektedir. Portföyde yer almayan diğer 19 hisse senedinin yatırım yapılamayacak değerde olduğu söylenebilir.

Yatırımcılar yapmış oldukları yatırımdan beklenen getirinin altında veya üstünde bir getiri oranı elde edebilirler. Beklenen getirinin kabul edilebilir bir miktarından ($p_i = -\% 1.00$) vazgeçilmesi durumunda oluşan bulanık modelin LINGO paket

programı kullanılarak çözümlenmesi ile optimal portföy oluşturulmuştur. Ancak beklenen getirinin bir miktar ($p_i = +\% 1.00$) üstünde bir getiri oranı hedeflenmesi durumu da söz konusudur. Bu durumda yeni bir portföy oluşturmak için bulanık amacın alt ve üst sınır değerleri LINGO paket programı yardımı ile $Z_0 = 3.571$ ve $Z_1 = 4.480$ şeklinde yeniden hesaplanmıştır.

Tolerans miktarı sırası ile $(Z_1 - Z_0)$ ve p_i olan bulanık amaç ve bulanık kısıtlara ait üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} 1, & Z \leq 3.571 \\ 1 - \left[\frac{Z - 3.571}{0.909} \right], & 3.571 \leq Z \leq 4.480 \\ 0, & Z \geq 4.480 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 1, & a_{ij}x_j \geq 3.01 \\ 1 - \left[\frac{3.01 - a_{ij}x_j}{1} \right], & 2.01 \leq a_{ij}x_j \leq 3.01 \\ 0, & a_{ij}x_j \leq 2.01 \end{cases}$$

Bu üyelik fonksiyonlarının yukarıdaki bulanık modelde yerine yazılması ve modelin LINGO paket programında çözülmesiyle yeni bir optimal portföy elde edilmiştir. Oluşturulan portföyde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlığı Tablo 3' te verilmiştir. Modelin amaç fonksiyonu $\lambda = 0.573$ olarak bulunmuştur. Elde edilen bu değer üyelik fonksiyonunda yerine yazılarak minimize edilen risk oranı bulunabilir:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{Z}}(x) &= \lambda = 1 - \left[\frac{Z - 3.571}{0.909} \right] \\ 0.573 &= 1 - [Z - 3.571]/0.909 \\ 1 - 0.573 &= [Z - 3.571]/0.909 \\ 0.427 * 0.909 &= [Z - 3.571] \\ 0.388 + 3.571 &= Z \\ 3.959 &= Z \end{aligned}$$

$\lambda = 0.573$ memnuniyet düzeyinde minimize edilen risk oranı % 3.959 olarak bulunmuştur.

Tablo 3.

Bulanık Mantık Çerçevesinde Oluşturulan Optimal Portföy ($p_i = +\% 1.00$)

Karar Değişkenleri	Hisse Senetleri	Yatırım Payları
x_3	Bim Mağazaları	0.3008307
x_5	Ereğli Demir Çelik	0.04975553
x_6	Ford Otosan	0.09524261
x_{13}	Otokar	0.1125663
x_{17}	Tav Havalimanları	0.2212820
x_{18}	Turkcell	0.04879086
x_{19}	Türk Hava Yolları	0.02536988
x_{22}	Türk Telekom	0.1023989
x_{24}	Ülker	0.04376326

Tablo 3' te bulanık mantık çerçevesinde oluşturulan optimal portföyün içinde yer alan hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları gösterilmektedir (ayrıntı için bkz. Ek -5).

Oluşturulan portföye göre yatırımcı aylık minimum % 2.01 beklenen getiri oranı altında Bim mağazaları (% 30.08), Ereğli Demir Çelik (% 4.97), Ford Otosan (% 9.52), Otokar (% 11.25), Tav Havalimanları (% 22.12), Turkcell (%4.87), Türk Hava Yolları (% 2.53), Türk Telekom (% 10.23) ve Ülker (% 4.37) hisse senetlerine belirtildiği oranlarda yatırım yapmalıdır. Amaç fonksiyonu değeri $\lambda = 0.573$ iken modelde minimize edilen risk oranı % 3.959' dur. Oluşturulan optimal portföy 9 adet hisse senedini içermektedir. Portföyde yer almayan diğer 17 hisse senedi için yatırım yapılamayacak değerde olduğu yorumu yapılabilir.

Klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile ayrı ayrı oluşturulan optimal portföyler ve bu portföyler içinde yer alan hisse senetlerine yapılması gereken yatırım payları aşağıda tek bir tablo halinde verilmiştir.

Tablo 4.

Optimal Portföyler İçinde Yer Alan Hisse Senetleri ve Yatırım Payları (%)

Hisse Senetleri		Doğrusal programlama	Bulanık doğrusal programlama ($p_i = -\% 1.00$)	Bulanık doğrusal programlama ($p_i = +\% 1.00$)
x_3	Bim Mağazaları	31.70	37.01	30.08
x_5	Ereğli Demir Çelik	8.79	10.83	4.97
x_6	Ford Otosan	2.66	-	9.52
x_{13}	Otokar	3.58	2.21	11.25
x_{17}	Tav Havalimanları	10.96	1.67	22.12
x_{18}	Turkcell	18.18	22.41	4.87
x_{19}	Türk Hava Yolları	-	-	2.53
x_{22}	Türk Telekom	21.60	24.64	10.23
x_{24}	Ülker	2.49	1.19	4.37

Tablo 4 incelendiğinde, doğrusal programlama modeli ile oluşturulan portföyün 8 adet, $p_i = -\% 1.00$ tolerans miktarı göz önüne alınarak oluşturulan bulanık doğrusal programlama modelinin çözümlenmesi ile elde edilen portföyün 7 adet ve $p_i = +\% 1.00$ tolerans miktarı dikkate alınarak oluşturulan bulanık doğrusal programlama modelinin çözümlenmesi ile elde edilen portföyün ise 9 adet hisse senedi içerdiği görülmektedir. Bu modellerle oluşturulan portföylerde yer almayan diğer 17 hisse senedinin karar değişkenlerinin sıfır olduğu söylenebilir. Başka bir deyişle bu hisse senetlerinin yatırım yapılamayacak değerde olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.

BÖLÜM VI

SONUÇ VE ÖNERİLER

6.1. Sonuç

İkili mantığın gerçek yaşam problemlerine çözüm önermede yetersiz kalmasından dolayı çoklu mantığa dayalı bulanık yöntemlere ihtiyaç duyulmuştur. Belirsizliği derecelendirerek modellere dâhil etmesi nedeniyle gerçek dünyanın karmaşık yapısının modellenmesinde daha başarılı olan bulanık yöntemler, günümüzde oldukça geniş kullanım alanına sahip hale gelmiştir. Klasik mantıkta uygulanan doğrusal programlama modelinin daha genel bir hali olan bulanık doğrusal programlama modeli bu yöntemlerden bir tanesidir. Amaç ve/veya kısıtların bulanık olduğu bu model ile karşılaşılan problemlere daha esnek çözümler üretilebilmektedir.

Tasarruflarını finansal piyasalarda değerlendirmek isteyen yatırımcılar portföy oluşturma sürecinde, risk-getiri ilişkisi çerçevesinde yatırım araçları arasında karşılaştırma yaparak hangi varlıkların daha verimli olacağına karar vermeye çalışırlar. Dolayısıyla finansal piyasa yatırımcıları da belirsiz bir ortamda karar verme problemi ile karşı karşıyadırlar. Belirsiz olan durumların modellenmesindeki başarısı nedeniyle bulanık doğrusal programlama modeli finansal piyasalarda da kullanım alanı bulmuştur.

Bu çalışmanın birinci bölümünde problem tanıtılarak yapılan araştırmanın amaç ve öneminden bahsedilmiştir. İkinci bölümde ise bulanık mantık ve bulanık doğrusal programlama ile ilgili literatürdeki bazı çalışmalara değinilmiştir. Ayrıca bu bölümde bulanık mantığa giriş yapılmış, bulanık kümeler ve bulanık sayılar hakkında temel tanımlara yer verilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde klasik doğrusal programlama modeli kısaca açıklanmış ve bulanık doğrusal programlama modeli detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Ele alınan bulanık doğrusal programlama modelinin genel yapısı ve çözüm yaklaşımları üzerinde durulmuştur. Dördüncü bölümde ise portföy kavramı tanımlanmış, portföy analizi hakkında genel bilgilere yer verilmiş ve portföy yaklaşımları incelenmiştir.

Çalışmanın beşinci bölümü olan uygulama kısmında klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri kullanılarak BIST- 30 endeksi içerisinde ilgili dönem boyunca sürekli işlem gören 26 adet hisse senedi arasından optimal portföyler oluşturulmuştur. Modellerde kullanılan veri seti, Borsa İstanbul (BIST) aylık bültenlerinden hazırlanan 01.01.2010 - 31.12.2014 tarihleri arasındaki 60 dönemi kapsamaktadır. Doğrusal ve

bulanık doğrusal programlama için veri seti ve bir takım kısıtlar LINGO paket programında çalıştırılarak optimal sonuçlara ulaşılmıştır.

Uygulamada kullanılan modellerdeki amaç fonksiyonu ile riskin minimize edilmesi hedeflenmiştir. Başka bir ifade ile en düşük risk düzeyinde optimal portföyler elde edilmiştir. Bu portföyler içinde yer alan hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlığı ortalama mutlak sapma modeline dayalı klasik ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile karar verilmiştir. Ayrıca bulanık doğrusal programlama modeli ile optimal portföy oluşturulurken Werners yaklaşımı kullanılmıştır.

Doğrusal programlama modeli kullanılarak elde edilen optimal portföyde; % 31.70' lik oranla Bim mağazaları, % 8.79' luk oranla Ereğli Demir Çelik, % 2.66' lik oranla Ford Otosan, % 3.58' lik oranla Otokar, % 10.96' lik oranla TAV Havalimanları, % 18.18' lik oranla Turkcell, % 21.60' lik oranla Türk Telekom ve % 2.49' luk oranla Ülker hisse senetleri yer almaktadır. Oluşturulan bu portföyün % 3.57 risk oranı ile % 2.01 oranında getiri elde etmesi beklenmektedir.

Beklenen getirinin % 1.00' lik kısmından vazgeçilebileceği varsayımı altında bulanık doğrusal programlama modeli ile oluşturulan optimal portföyde; % 37.01' lik oranla Bim mağazaları, % 10.83' lük oranla Ereğli Demir Çelik, % 2.21' lik oranla Otokar, % 1.67' lik oranla TAV Havalimanları, % 22.41' lik oranla Turkcell, % 24.64' lük oranla Türk Telekom ve % 1.19' luk oranla Ülker hisse senetleri yer almaktadır. $\lambda = 0.779$ memnuniyet düzeyinde oluşturulan bu portföyün % 3.48 risk oranı ile minimum % 1.01 oranında getiri elde etmesi beklenmektedir.

Beklenen getirinin % 1.00 kadar üzerinde bir getiri hedeflenmesi durumunda oluşturulan portföyde; % 30.08' lik oranla Bim mağazaları, % 4.97' lik oranla Ereğli Demir Çelik, % 9.52' lik oranla Ford Otosan, % 11.25' lik oranla Otokar, % 22.12' lik oranla TAV Havalimanları, %4.87' lik oranla Turkcell, % 2.53' lük oranla Türk Hava Yolları, % 10.23' lük oranla Türk Telekom ve % 4.37' lik oranla Ülker hisse senetleri yer almaktadır. $\lambda = 0.573$ memnuniyet düzeyinde oluşturulan bu portföyün % 3.95 risk oranı ile minimum % 2.01 oranında getiri elde etmesi beklenmektedir.

Sonuç olarak portföy seçiminde yatırımcıların riske karşı olan duyarlılığı, belirleyici bir rol oynamaktadır. Yüksek getiri elde etmek isteyen yatırımcılar bundan kaynaklanan riske de katlanmak zorundadır. Riske karşı duyarlı olan yatırımcılar beklenen getirinin altında bir getiriye kabul ederek katlanacakları risk oranını da azaltmaktadırlar.

6.2. Öneriler

Bu çalışmada BIST-30' da işlem gören belirli hisse senetlerine yönelik portföyler oluşturulmuştur. Bundan sonraki çalışmalarda BIST-50, BIST-100 veya herhangi bir sektöre dahil olan hisse senetlerine yönelik portföy oluşturulabilir. Ayrıca hisse senetlerinin yanında döviz, repo, altın, hazine bonosu, devlet tahvili v.b. farklı yatırım araçları da kullanılarak karma portföy oluşturulabilir. Bunlara ek olarak doğrusal ve bulanık doğrusal programlama modelleri ile oluşturulan portföylere duyarlılık analizi uygulanabilir.

KAYNAKÇA

- Akgüç, Ö. (1994). *Finansal yönetim (göz. gez. bs.)(6. Baskı)*. İstanbul: Muhasebe Enstitüsü Yayın No: 63, Avcıol Basım.
- Alan, M. A., & Yeşilyurt C. (2004). Doğrusal programlama problemlerinin excel ile çözümü, *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 5, 152-155.
- Amiri, N. M., & Nasser. S.H. (2007). Duality in fuzzy number linear programming by use of a certain linear ranking function. *Applied Mathematics and Computation*, 180, 206-216.
- Bandemer, H., & Gottwald, S. (1995). *Fuzzy sets, fuzzy logic, fuzzy methods with applications*, England: John Wiley&Sons Ltd.
- Başkaya, Z. (2011). Bulanık doğrusal programlama, Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları
- Baykal, N.,& Beyan T. (2004). *Bulanık mantık ilke ve temelleri*. Ankara: Bıçaklar Kitabevi
- Bellman, R. E., & Zadeh, L. Z., (1970). Decision making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17, 141-164.
- Berk, N., (1995). *Finansal yönetim (2. Baskı)*. İstanbul: Türkmen Kitabevi
- Bojadziev, G., & Bojadziev, M. (1995). *Fuzzy sets, fuzzy logic, applications*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Buckley, J. J., Feuring T. (2000). Evolutionary algorithm solution to fuzzy problems: fuzzy linear programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 109(1), 35-53.
- Carlsson, C., & Korhonen, P. (1986). A parametric approach to fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 17-30.
- Ceylan, A., & Korkmaz, T. (1998). *Borsada uygulamalı portföy yönetimi (3. Baskı)*. Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları.
- Chanas, S. (1983). The use of parametric programming in fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 11(1-3), 243-251.

- Chase, R. B., & Aquilano, N. (1985). *Production and operations (4.th ed.)*. Richard B Irwin Publishing Illionis.
- Chen, C. T. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems* , 114(1), 1-9.
- Chen, C. T., Lin, C. T., & Huang, S. F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *International Journal of Production Economies*, 102, 289–301.
- Choi, J., Tran, T. T., Kwon, J., Lee, S., & El-keib, A. (2005). The air pollution constraints considered best generation mix using fuzzy linear programming. *Lecture Notes in Computer Science*. 3683, 1129-1142.
- Cihangir, M., Karaçizmeli Güzeller, A., & Sabuncu, İ. (2008). Optimal portföy seçiminde konno-yamazaki modeli yaklaşımı ve imkb mali sektör hisse senetlerine uygulanması. *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10(3), 125-142
- Cinemre N. (2003). *Yöneylem araştırması*. İstanbul: Beta Basım Yayın Dağıtım A. Ş.
- Civan, M. (2010). *Sermaye piyasası analizleri ve portföy yönetimi*. Bursa: Ekin Yayınları
- Çevik, O.,& Yıldırım, Y. (2010), Bulanık doğrusal programlama ile süt ürünleri işletmesinde bir uygulama, *Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 18, 15-26.
- Dağlı, H. (2009). *Sermaye piyasası ve portföy analizi (3. Baskı)*. Trabzon: Derya Kitabevi
- Dai, L., Fan, L., & Sun L. (2003). Aggregate production planning utilizing a fuzzy linear programming. *Journal of Integrated Design and Process Science* , 7, 81-95.
- Darby-Dowman, K., Lucas, C., Mitra, G., & Yadegar, J. (1988). Linear, integer, separable and fuzzy programming problems: a unified approach towards reformulation. *The Journal of the Operational Research Society*, 39(2), 161-171.

- Delgado, M., Verdegay, J. L., & Vila M. A. (1989). A general model for fuzzy linear programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 29(1), 21-29.
- Demirtaş, Ö., & Güngör, Z. (2004). Portföy yönetimi ve portföy seçimine yönelik uygulama. *Havacılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi*, 4(1), 103-109.
- Dempe, S. & Ruziyeva, A. (2012). On the calculation of a membership function for the solution of a fuzzy linear optimization problem. *Fuzzy Sets and Systems*, 188, 58-67.
- Dombi, J. (1990). Membership function as an evaluation. *Fuzzy Sets and Systems*, 35(1), 1-21.
- Dubois, D., & Prade, H. (1998). An introduction to fuzzy systems. *Clinica Chimica Acta* 270(1), 3-29.
- Elmas, Ç. (2003). *Bulanık mantık denetleyicileri (kuram, uygulama, sinirsel bulanık mantık)*. Ankara: Seçkin Kitabevi.
- Eroğlu, G. (2006). Portföy analizinde bulanık programlama. Yüksek Lisans Tezi. Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Ankara.
- Ertuğrul, İ., & Tuş, A. (2007). Interactive fuzzy linear programming and an application at a textile firm. *Fuzzy Optim Decis Making*, 6(1), 29-49.
- Esin A. (1998). *Yöneylem araştırmasında yararlanılan karar yöntemleri (3. Basım)*. Ankara: Gazi Üniversitesi Yayınları.
- Farhadinia, B. (2014). Sensitivity analysis in interval-valued trapezoidal fuzzy number linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 38(1), 50-62.
- Gasimov, R.N., & Yenilmez K. (2002). Solving fuzzy linear programming problems with linear membership functions, *Turk J Math*, TÜBİTAK, 26, 375-396.
- Guu, S., & Wu, Y. (1999). Two-phase approach for solving the fuzzy linear programming problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 107, 191-195.
- Gülcan, B. (2012). Bulanık doğrusal programlama ve bir bisküvi işletmesinde optimum ürün formülü oluşturma. Yüksek Lisans Tezi. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Karaman.

- Güneş, M., & Yiğitbaşı, O. N. (2001). Türk vergi sisteminde bulanık mantık uygulamaları, *5.Ulusal Ekonometri ve istatistik Sempozyumu*: Adana.
- Hannan, E. L. (1981). Linear programming with multiple fuzzy goals. *Fuzzy Sets and Systems*, 6(3), 235-248.
- Haskılıç, V. (2004). Markowitz portföy seçim modelinin farklı risk ölçütleriye İMKB’de uygulanması ve çok dönemli portföy optimizasyonu üzerine bir çalışma. Yüksek Lisans Tez Önerisi. Hacettepe Üniversitesi: Ankara.
- Hillier, F.S., & Lieberman, G. J. (1989). *Introduction to operations resarch (4.th ed.)*. California: Holden – Day Inc.
- <http://www.borsaistanbul.com/>(Erişim Tarihi: 15/09/2015)
- Julien B.; (1994). An extension to possibilistic linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 64(2), 195–206.
- Karadayı, T. (2007). Bulanık doğrusal programlama kullanılarak yapısal sistemlerin boyutlandırılması. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü: Elazığ.
- Karan, M.B. (2001). *Yatırım analizi ve portföy yönetimi (3.Baskı)*. Ankara: Gazi Kitabevi
- Karaşin, G. (1986). *Sermaye piyasası analizleri*. Ankara: Sermaye Piyasası Yayın No: 4
- Kardiyen, F. (2008). Portföy optimizasyonunda ortalama mutlak sapma modeli ve markowitz modelinin kullanımı ve İMKB verilerine uygulanması. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 13(2), 335-350.
- Kauffmann, A., & Gupta, M. M. (1988). *Fuzzy mathematical models in engineering and management sciences*, Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.
- Kaya, C., & Kocadağlı, O. (2012). Etkin sınır ve beta katsayı kısıtlı portföy seçim modeli üzerine bir uygulama. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11, 26-27
- Klir, G. J., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and application*. New Jersey: Prentice Hall PTR.

- Konno, H., & Yamazaki H. (1991). Mean–absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market, *Management Science*, 37(5), 519-531.
- Kumar, A., & Kaur, J. (2011). A new method for solving fuzzy linear programs with trapezoidal fuzzy numbers. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*. <http://www.ispacs.com/journals/jfsva/2011/jfsva-00102/> (Erişim Tarihi: 25.11.2015).
- Lai, Y. J., & Hwang C. L. (1992). *Fuzzy mathematical programming; methods and applications*. Berlin: Heidelberg, Springer-Verlag.
- Lee, K. H. (2005). First course on fuzzy theory and applications. Germany: Advanced in Soft Computing.
- Liu, X. (2001). Measuring the satisfaction of constraints in fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 122(2), 263-275.
- Lotfi, F. H., Allahviranloo, T., Jondabeh, M. A., & Alizadeh, L. (2009). Solving a full fuzzy linear programming using lexicography method and fuzzy approximate solution, *Applied Mathematical Modelling*, 33(7), 3151-3156.
- Markowitz, H. (1987). *Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets* New York: Basil Blackwell.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7, 77-91.
- Mishkin, F. S., & Eakens, G. S. (1997). *The Economics of money, banking and financial markets (5.th ed.)*. New York: Addison- Wesley Series in Economics.
- Nakamura, K. (1984). Some extensions of fuzzy linear programming, *Fuzzy Sets and Systems*, 14(3), 211-229.
- Negoita, C.V., & Sularia, M. (1976). On fuzzy programming and tolerances in planning. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 1, 3-15.
- Özdamar, İ.,H. (2006). Bulanık istatistiksel kalite kontrolü ve bir orman endüstrisi işletmesinde uygulama. Doktora Tezi. Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Isparta.

- Özdemir, A. İ., & Seçme, G. (2009). Tedarik zinciri ağ tasarımı bulanık ulaştırma modeli yaklaşımı. *Erciyes Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 32, 219-237.
- Özgüven, C. (2003). *Doğrusal programlama ve uzantıları*, Ankara: Detay Yayıncılık.
- Özhan, G. H. (1990). *Doğrusal programlamaya giriş*. Ankara: Polat Yayınları.
- Özkan, M. M. (2003). *Bulanık hedef programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları.
- Öztürk, A. (2012). *Yöneylem Araştırması (14. Baskı)*. Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları.
- Paksoy, T. (2002). Bulanık küme teorisi ve doğrusal programlamada kullanımı: karşılaştırmalı bir analiz. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 17, 1 – 16.
- Paksoy, T., Pehlivan, N. Y., & Özceylan E. (2012). Application of fuzzy optimization to a supply chain network design: A case study of an edible vegetable oils manufacturer. *Applied Mathematical Modelling*, 36(6), 2762-2776.
- Rommelfanger, H., Hanuscheck, R., & Wolf, J. (1989). Linear Programming with Fuzzy Objectives. *Fuzzy Sets and Systems*, 29(1), 31-48.
- Ross, T. J., (2005). *Fuzzy logic with engineering applications*. New York: Mc Graw-Hill.
- Sadeghi, M., Hosseini, H.M. (2004), Energy supply planning in Iran by using fuzzy linear programming approach, *Energy Policy*, 34, 993-1003.
- Safi, M. R., Maleki, H. R., & Zaimed, E. (2007). A note on the Zimmermann method for solving fuzzy linear programming problems, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 4, 31-45.
- Sakawa, M., Nishizaki, I., & Katagiri, H. (2011). *Fuzzy stochastic multiobjective programming*. New York: Springer.
- Taha, H. A. (2000). *Yöneylem Araştırması (Çev.: Ş. A. Baray; Ş. Esnaf)*. İstanbul: Literatür Yayıncılık.
- Tanaka, H., Okuda. T., & Asai, K. (1974). On fuzzy mathematical programming. *Journal of Cybernetics*, 3, 37–46.

- Taner, B., & Akkaya, C. (2009). *Sermaye piyasası faaliyet alanı ve menkul kıymetler*. Ankara: Detay Yayıncılık.
- Tuş, A. (2006). Bulanık doğrusal programlama ve bir üretim planlamasında uygulama örneği. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Denizli.
- Türe,H. (2006). Bulanık doğrusal programlama ve bir uygulama. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Ankara.
- Uğuz, M. (1990). *Menkul kıymet seçimi ve yatırım yönetimi*. İstanbul: Mali ve Ekonomik Yayınlar.
- Ünal, T. (1995). *Gelişen borsalarda kurumsal yatırımcılar*. İstanbul: İMKB Arastırma Yayınları.
- Verdegay, J. L. (1984). A dual approach to solve the fuzzy linear programming model. *Fuzzy Sets and Systems*, 14(2), 131-141.
- Wang D. W. (1997). An inexact approach for linear programming problems with fuzzy objective and resources. *Fuzzy Sets and Systems*, 89(1), 61-68.
- Wang, R.C., Liang, T. F. (2004). Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning, *Computers&Industrial Engineering*, 46, 17-41.
- Werners, B. (1987). An interactive fuzzy programming system. *Fuzzy Sets and Systems*, 23(1), 131-147.
- Winston, W. L. (1994). *Operations research: application and algorithms (3.th Ed.)*. California: International Thomson Publishing.
- Xiao, J. X., Lu, F. L., & Wang X. C., (2010). A new algorithm for solving fuzzy linear programming the basic line algorithm. *2010 Second International Conference on Computer Modeling and Simulation*, 125-127.
- Yalçın-Seçme, N. (2005). Klasik doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlamanın karşılaştırılmalı bir analizi: Üretim planlama örneği. Yüksek Lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü: Kayseri.

- Yapıcı, N. (2000). Bulanık doğrusal programlamaya sinir ağları yaklaşımı. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü: Konya.
- Yenilmez, K. (2001). Bulanık doğrusal programlama problemleri için yeni çözüm yaklaşımları ve duyarlılık analizi. Doktora Tezi. Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü: Eskişehir.
- Yörük, N. (2000). *Finansal varlık fiyatlama modelleri ve arbitraj fiyatlama modelinin İMKB’ de test edilmesi*. İstanbul: İMKB Yayınları.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338-353.
- Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4), 141-164.
- Zhang, G., Wu, Y. H., Remias, M., & Lu, J. (2003). Formulation of fuzzy programming problems as four-objective constrained optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 139, 383-399.
- Zimmermann, H. J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 45-55.
- Zimmermann, H. J., (1991). *Fuzzy sets theory and its applications*, Massachusetts: Kluwer Academic Publisher.

EKLER

Ek-1. Modelde Kullanılan Hisse Senetlerine Ait Aylık Getiri Oranları (%)

Ay/yıl	T	AKBNK (x_1)	ARCLK (x_2)	BIMAS (x_3)	ENKAI (x_4)	EREGL (x_5)	FROTO (x_6)
01/2010	y_1	-6.88	2.56	-1.44	2.17	6.22	17.13
02/2010	y_2	-11.36	-13.33	0.00	-14.18	-11.72	-12.74
03/2010	y_3	27.92	21.27	15.33	16.53	8.06	18.92
04/2010	y_4	1.36	7.32	6.33	2.13	2.63	14.95
05/2010	y_5	4.70	0.00	0.33	-10.70	-11.11	-15.68
06/2010	y_6	-1.92	1.52	6.67	4.81	-2.88	3.52
07/2010	y_7	9.15	11.19	5.11	1.83	3.96	8.74
08/2010	y_8	-2.99	-2.68	-9.73	0.00	5.24	4.46
09/2010	y_9	9.26	9.66	0.00	13.51	16.52	5.98
10/2010	y_{10}	1.69	0.00	17.96	3.97	4.85	5.56
11/2010	y_{11}	-5.56	-2.39	4.06	-16.95	-6.48	2.36
12/2010	y_{12}	0.94	0.52	2.44	5.88	0.99	0.38
01/2011	y_{13}	-12.35	6.92	-1.71	5.21	-1.18	1.92
02/2011	y_{14}	-0.53	-11.03	-2.52	-12.87	-1.98	1.88
03/2011	y_{15}	2.11	1.21	3.38	12.88	10.40	8.86
04/2011	y_{16}	5.33	21.01	1.92	11.74	11.84	11.22
05/2011	y_{17}	-6.33	-3.94	-2.46	-12.21	-6.49	-11.33
06/2011	y_{18}	1.35	0.00	4.46	-2.64	2.48	1.82
07/2011	y_{19}	-1.60	-6.99	9.00	-6.46	-3.62	-4.66
08/2011	y_{20}	-13.28	-22.28	-4.35	-15.98	-17.04	-14.29
09/2011	y_{21}	14.69	22.00	-6.36	15.68	-1.81	14.47
10/2011	y_{22}	-11.99	-7.10	4.85	1.78	12.62	3.49
11/2011	y_{23}	0.00	-9.12	-4.17	-1.09	-6.83	13.18
12/2011	y_{24}	-6.81	-0.97	1.45	-9.49	-3.81	4.79
01/2012	y_{25}	10.96	25.82	4.29	18.78	18.60	3.92
02/2012	y_{26}	5.09	4.42	12.33	2.46	5.40	3.46
03/2012	y_{27}	-0.28	-1.00	9.76	13.83	-14.39	2.13
04/2012	y_{28}	-5.52	2.28	8.52	-3.17	-2.35	2.27
05/2012	y_{29}	-12.58	1.56	4.94	-16.94	-5.27	0.00
06/2012	y_{30}	16.14	16.88	-1.32	20.65	-6.51	1.55

Ay/yıl	T	AKBNK (x_1)	ARCLK (x_2)	BIMAS (x_3)	ENKAI (x_4)	EREGL (x_5)	FROTO (x_6)
07/2012	y_{31}	2.11	-2.63	4.70	7.22	-1.99	5.18
08/2012	y_{32}	6.21	13.03	-4.17	-3.08	3.05	3.48
09/2012	y_{33}	-1.11	-4.97	0.33	-10.71	8.87	4.20
10/2012	y_{34}	21.69	23.95	11.00	6.45	-3.62	2.46
11/2012	y_{35}	-3.01	-8.44	-2.40	0.00	5.63	-0.54
12/2012	y_{36}	5.01	7.83	7.38	11.34	8.89	16.94
01/2013	y_{37}	1.14	-1.71	-2.29	-0.38	2.04	-6.54
02/2013	y_{38}	-1.80	-0.87	0.00	3.79	-7.20	6.00
03/2013	y_{39}	9.86	14.04	3.81	3.28	0.86	24.06
04/2013	y_{40}	-0.42	11.91	3.95	-2.12	-0.80	-2.21
05/2013	y_{41}	-5.10	1.79	-2.27	9.86	10.80	14.46
06/2013	y_{42}	-12.08	-10.21	-5.55	-7.57	-11.16	-6.67
07/2013	y_{43}	-5.34	1.18	6.46	10.52	-3.02	4.14
08/2013	y_{44}	-8.87	-20.16	-15.73	-8.77	14.51	-7.94
09/2013	y_{45}	9.73	14.08	10.93	22.70	15.84	9.02
10/2013	y_{46}	5.38	8.51	0.72	-2.67	8.20	1.08
11/2013	y_{47}	-5.61	6.67	8.83	14.73	1.18	-7.47
12/2013	y_{48}	-9.46	-10.66	-4.82	-10.15	-3.73	-12.69
01/2014	y_{49}	-14.03	-8.23	-11.06	6.98	5.04	-13.00
02/2014	y_{50}	-0.69	6.28	6.22	3.73	-10.70	-1.01
03/2014	y_{51}	21.02	0.84	17.56	-4.34	14.05	11.76
04/2014	y_{52}	8.38	12.99	1.14	1.42	6.16	9.15
05/2014	y_{53}	10.99	1.54	-4.52	2.48	14.76	16.56
06/2014	y_{54}	-4.77	-2.27	5.54	-1.37	21.47	-5.04
07/2014	y_{55}	9.50	5.43	4.53	-2.61	19.53	11.55
08/2014	y_{56}	-3.40	-4.78	0.00	-1.94	-7.28	-3.23
09/2014	y_{57}	-9.95	-6.18	-6.20	-3.88	0.71	-8.25
10/2014	y_{58}	8.22	12.35	7.29	3.46	9.46	8.60
11/2014	y_{59}	11.96	4.03	-2.76	7.25	-2.59	7.20
12/2014	y_{60}	-3.67	5.63	1.21	-8.49	-1.11	8.86

Ay/yıl	T	GARAN (x_7)	HALKB (x_8)	ISCTR (x_9)	KCHOL (x_{10})	KRDMB (x_{11})	MGROS (x_{12})
01/2010	y_1	0.00	-13.45	5.56	15.38	2.44	0.00
02/2010	y_2	-10.24	-5.34	-7.30	-9.80	-13.10	-2.03
03/2010	y_3	24.56	12.82	15.42	13.04	12.33	43.78
04/2010	y_4	3.16	7.27	9.21	10.58	37.80	0.00
05/2010	y_5	-6.90	-10.63	-7.69	-3.02	-15.04	-0.59
06/2010	y_6	-1.48	14.56	3.13	-0.92	-7.29	4.72
07/2010	y_7	17.29	3.39	14.14	10.19	11.24	10.81
08/2010	y_8	-5.13	1.64	-0.88	0.00	9.09	-4.88
09/2010	y_9	13.51	8.06	9.82	15.97	3.70	5.13
10/2010	y_{10}	4.76	8.21	4.88	-0.72	1.79	-2.44
11/2010	y_{11}	-5.23	-2.41	-9.77	3.07	-11.40	-10.00
12/2010	y_{12}	-6.24	-7.42	-5.50	6.52	31.68	8.89
01/2011	y_{13}	-8.70	-3.44	-8.36	-13.03	-5.26	11.56
02/2011	y_{14}	-0.84	-8.30	-1.19	2.45	-8.73	0.91
03/2011	y_{15}	1.98	3.02	-0.80	7.16	15.65	4.83
04/2011	y_{16}	11.10	10.04	12.32	17.26	5.26	-24.21
05/2011	y_{17}	-9.64	-8.94	-7.25	-11.49	-13.57	-23.57
06/2011	y_{18}	3.37	4.29	-0.20	-3.59	3.31	-5.72
07/2011	y_{19}	1.36	-2.47	-2.61	1.43	-2.40	2.11
08/2011	y_{20}	-16.09	-9.28	-9.07	-13.84	-12.30	-26.36
09/2011	y_{21}	15.65	24.65	9.07	13.44	28.04	5.96
10/2011	y_{22}	-13.81	-18.66	-14.14	-8.67	8.76	3.97
11/2011	y_{23}	0.32	0.92	-8.47	0.00	-8.72	-9.55
12/2011	y_{24}	-5.75	-10.00	-12.43	-10.13	-9.56	-10.92
01/2012	y_{25}	8.81	18.18	12.08	21.83	22.76	7.51
02/2012	y_{26}	3.43	2.99	12.13	5.20	1.99	20.22
03/2012	y_{27}	6.33	5.81	5.53	-0.55	16.23	-0.61
04/2012	y_{28}	-8.50	-3.53	-5.85	-8.19	45.25	6.77
05/2012	y_{29}	-5.15	-4.88	-6.47	-10.43	-36.97	-10.09
06/2012	y_{30}	18.73	23.58	27.66	24.02	9.49	14.74

Ay/yıl	T	GARAN (x_7)	HALKB (x_8)	ISCTR (x_9)	KCHOL (x_{10})	KRDMB (x_{11})	MGROS (x_{12})
07/2012	y_{31}	-1.41	8.83	9.58	1.45	27.17	6.98
08/2012	y_{32}	11.43	6.49	5.32	5.71	3.18	-0.52
09/2012	y_{33}	-3.85	-14.63	1.81	-2.97	-7.93	-1.84
10/2012	y_{34}	14.13	12.86	8.16	17.27	-0.48	1.87
11/2012	y_{35}	-0.93	9.49	-5.57	-2.85	-9.62	-0.26
12/2012	y_{36}	9.20	1.16	7.29	13.20	9.04	13.16
01/2013	y_{37}	-4.75	-0.57	5.18	-0.86	2.93	-5.58
02/2013	y_{38}	-2.49	2.30	-1.23	3.05	12.80	6.90
03/2013	y_{39}	12.33	9.83	8.41	10.99	11.34	4.38
04/2013	y_{40}	2.48	2.05	1.62	5.17	58.87	2.65
05/2013	y_{41}	-0.70	2.81	0.58	-1.84	-4.99	0.65
06/2013	y_{42}	-13.20	-18.66	-18.10	-13.05	3.00	-15.60
07/2013	y_{43}	-9.98	-11.01	-9.82	-7.78	-5.63	3.80
08/2013	y_{44}	-7.12	-10.65	-7.00	-3.51	5.56	-19.76
09/2013	y_{45}	13.07	13.85	11.72	13.11	12.28	3.04
10/2013	y_{46}	1.01	9.12	2.62	5.15	13.02	5.01
11/2013	y_{47}	-5.22	-4.02	-5.11	-2.65	-0.23	1.40
12/2013	y_{48}	-8.66	-21.61	-10.58	-7.76	-21.94	-11.36
01/2014	y_{49}	-14.37	-8.23	-12.90	-12.95	18.05	-8.75
02/2014	y_{50}	1.68	-2.69	0.99	6.79	27.57	1.37
03/2014	y_{51}	20.79	22.12	16.14	10.27	-47.54	18.24
04/2014	y_{52}	6.95	8.13	7.39	6.35	21.72	8.57
05/2014	y_{53}	10.61	15.60	20.12	9.76	-0.31	7.37
06/2014	y_{54}	-3.04	-2.45	-4.02	0.48	-5.56	-0.74
07/2014	y_{55}	6.76	1.89	4.71	8.17	-0.33	-5.43
08/2014	y_{56}	-4.29	-2.16	-7.00	-1.78	-2.95	0.26
09/2014	y_{57}	-5.55	-13.56	-9.32	-4.98	-11.34	-3.91
10/2014	y_{58}	8.50	8.39	9.88	8.10	11.52	11.92
11/2014	y_{59}	12.56	6.40	10.79	10.13	-0.37	10.17
12/2014	y_{60}	-3.58	-12.03	9.42	-0.80	-1.11	0.00

Ay/yıl	T	OTKAR (x_{13})	PETKM (x_{14})	SAHO L (x_{15})	SISE (x_{16})	TAVHL (x_{17})	TCEL L (x_{18})	THYAO (x_{19})
01/2010	y_1	12.26	23.97	13.04	4.28	30.80	3.77	-3.51
02/2010	y_2	-4.60	-9.94	-10.00	-7.69	-10.48	-17.73	-10.91
03/2010	y_3	13.51	9.82	11.11	6.11	9.91	2.21	6.12
04/2010	y_4	0.56	31.84	4.62	5.76	19.67	4.32	-5.00
05/2010	y_5	-11.05	-11.02	-4.41	-12.38	-25.34	-7.82	-10.93
06/2010	y_6	1.24	0.95	0.00	2.33	3.67	-2.94	1.79
07/2010	y_7	-1.23	1.00	9.38	8.62	13.27	7.27	11.22
08/2010	y_8	-5.59	0.00	-1.43	20.63	5.47	9.04	10.09
09/2010	y_9	6.58	4.57	8.70	13.16	14.81	1.04	22.92
10/2010	y_{10}	15.43	10.04	5.33	3.88	-3.23	6.67	0.85
11/2010	y_{11}	13.90	-7.54	-6.08	-4.48	-3.73	-1.92	-8.24
12/2010	y_{12}	0.47	2.15	-2.96	6.25	3.60	3.43	-1.10
01/2011	y_{13}	24.77	-2.94	-5.28	21.69	1.07	-6.92	-4.07
02/2011	y_{14}	-14.79	0.00	-5.87	-16.31	-14.55	-8.76	-13.51
03/2011	y_{15}	19.87	1.73	11.84	25.63	13.93	2.01	-4.02
04/2011	y_{16}	8.65	12.34	13.37	7.47	4.35	-1.75	4.42
05/2011	y_{17}	25.61	-5.68	-11.82	15.23	10.42	-1.11	-5.35
06/2011	y_{18}	5.51	-1.61	-3.12	-5.48	-4.01	-1.80	0.00
07/2011	y_{19}	9.66	2.86	-2.93	3.94	1.47	0.46	-11.02
08/2011	y_{20}	-14.76	-8.73	-8.16	-13.55	-14.53	-13.01	-24.13
09/2011	y_{21}	0.84	4.35	6.91	11.60	4.25	12.34	13.81
10/2011	y_{22}	-12.19	0.83	-6.77	-4.78	16.30	1.87	-5.88
11/2011	y_{23}	-14.83	-11.98	-4.95	-8.85	-0.93	4.13	-6.25
12/2011	y_{24}	-8.89	-7.51	-6.25	-7.77	-4.95	-2.20	-11.67
01/2012	y_{25}	13.82	3.55	25.93	28.07	-0.74	2.70	10.85
02/2012	y_{26}	8.21	7.84	11.18	-2.74	12.25	5.26	13.19
03/2012	y_{27}	1.97	0.91	1.32	-4.51	-1.11	-5.00	-2.26
04/2012	y_{28}	9.66	-5.86	-4.70	-11.50	4.05	-3.73	3.46
05/2012	y_{29}	-16.67	-9.98	2.31	-13.70	0.23	-7.29	-6.32
06/2012	y_{30}	13.21	10.99	3.26	16.08	7.76	12.53	26.19

Ay/yıl	T	OTKAR (x_{13})	PETKM (x_{14})	SAHOL (x_{15})	SISE (x_{16})	TAVHL (x_{17})	TCELL (x_{18})	THYAO (x_{19})
07/2012	y_{31}	14.33	-0.50	3.68	-6.47	1.23	9.72	7.86
08/2012	y_{32}	15.45	-0.50	-0.76	6.80	-3.86	7.46	4.96
09/2012	y_{33}	1.52	0.50	0.77	-6.74	-5.92	1.39	4.44
10/2012	y_{34}	-1.24	1.99	20.05	5.22	0.00	0.00	10.37
11/2012	y_{35}	1.51	7.80	-2.54	0.38	-0.22	-1.83	26.75
12/2012	y_{36}	5.21	25.34	6.29	12.17	2.70	7.44	19.01
01/2013	y_{37}	-1.65	10.83	3.57	4.07	20.07	-5.19	4.47
02/2013	y_{38}	10.31	0.98	-3.45	-4.23	0.00	9.13	14.07
03/2013	y_{39}	24.46	0.97	10.71	6.46	14.16	1.67	0.27
04/2013	y_{40}	20.59	-0.32	3.72	-2.88	1.20	-8.64	-0.27
05/2013	y_{41}	21.29	-2.24	7.62	6.27	-3.19	4.05	18.50
06/2013	y_{42}	-15.67	-7.21	-15.42	-15.09	-4.64	-3.03	-0.89
07/2013	y_{43}	-4.83	-4.24	-4.83	7.89	7.52	0.89	8.80
08/2013	y_{44}	-14.06	-0.37	-9.94	-5.40	-9.05	-5.31	-22.55
09/2013	y_{45}	12.27	0.74	12.18	5.70	28.96	11.21	21.84
10/2013	y_{46}	4.86	15.81	-2.87	5.76	1.75	4.20	1.56
11/2013	y_{47}	0.39	-2.86	-2.74	-6.80	3.79	-1.21	-4.35
12/2013	y_{48}	-15.38	-10.78	-6.29	-0.73	2.66	-7.35	-13.90
01/2014	y_{49}	-12.36	-7.33	-13.54	-8.09	9.71	-1.85	4.66
02/2014	y_{50}	6.85	-1.98	4.82	-9.60	-7.96	3.41	-2.37
03/2014	y_{51}	6.80	4.03	6.00	2.65	14.03	3.73	0.15
04/2014	y_{52}	2.58	16.28	8.51	13.79	-1.74	2.93	2.43
05/2014	y_{53}	8.61	4.00	14.61	12.19	-1.18	6.91	5.63
06/2014	y_{54}	2.56	-1.60	-3.04	2.41	0.90	0.76	-8.98
07/2014	y_{55}	-0.86	13.24	1.11	13.42	4.75	5.66	-0.62
08/2014	y_{56}	0.52	0.58	0.00	-6.41	1.70	-9.64	6.20
09/2014	y_{57}	-5.17	-2.33	-4.20	-1.03	1.95	-5.93	-5.55
10/2014	y_{58}	11.82	5.36	5.95	16.96	1.91	8.40	12.67
11/2014	y_{59}	1.06	8.47	4.43	4.44	1.88	8.91	26.34
12/2014	y_{60}	39.58	2.86	-4.25	3.12	0.53	1.78	4.56

Ay/yıl	T	TKFEN (x_{20})	TOASO (x_{21})	TTKOM (x_{22})	TUPRS (x_{23})	ULKE R (x_{24})	VAKBN (x_{25})	YKBN K (x_{26})
01/2010	y_1	15.31	21.82	14.04	5.04	10.73	-6.10	10.98
02/2010	y_2	-11.50	-14.78	-6.92	-10.40	-13.27	-12.00	-8.79
03/2010	y_3	14.00	16.33	5.37	23.21	8.24	15.34	16.27
04/2010	y_4	-6.14	15.68	8.82	3.81	2.72	-2.96	10.36
05/2010	y_5	-11.59	-14.29	-2.57	-13.53	-10.61	-14.99	-3.76
06/2010	y_6	0.43	0.00	1.81	0.87	26.95	10.30	5.37
07/2010	y_7	7.45	6.48	11.88	18.10	1.89	12.09	6.02
08/2010	y_8	10.89	8.70	11.50	0.00	-0.46	1.47	-0.44
09/2010	y_9	5.36	20.00	3.17	13.87	0.47	6.28	9.65
10/2010	y_{10}	5.93	6.00	3.08	-1.28	8.33	5.45	10.00
11/2010	y_{11}	-3.68	-0.88	-6.27	-5.19	-0.43	-10.13	-5.45
12/2010	y_{12}	7.31	1.02	3.50	5.75	18.03	-6.24	-6.54
01/2011	y_{13}	3.10	8.79	1.23	7.77	1.09	1.02	-3.50
02/2011	y_{14}	-19.52	-10.85	8.21	-4.33	-7.19	-2.03	-4.90
03/2011	y_{15}	13.06	12.95	8.99	14.07	8.91	-0.26	-0.67
04/2011	y_{16}	7.92	6.17	2.06	16.36	8.19	4.66	8.13
05/2011	y_{17}	-9.20	-11.67	-0.87	-15.18	-4.11	-8.16	-15.66
06/2011	y_{18}	-3.45	-4.15	18.84	-5.01	-2.42	-0.81	0.99
07/2011	y_{19}	5.00	-5.41	-16.08	3.27	-3.19	-3.54	-1.23
08/2011	y_{20}	-10.88	-19.43	8.89	-20.92	-2.20	-12.43	-15.63
09/2011	y_{21}	8.78	17.73	1.79	18.46	3.37	20.32	21.47
10/2011	y_{22}	6.67	3.01	-6.02	3.90	1.81	-19.03	-19.61
11/2011	y_{23}	-2.30	-2.34	0.27	4.00	-2.49	-10.26	-7.53
12/2011	y_{24}	-10.10	-11.38	-6.65	-3.85	-1.46	-9.59	-12.38
01/2012	y_{25}	14.23	27.36	13.11	1.25	-1.11	17.96	22.68
02/2012	y_{26}	-3.28	-1.33	-5.54	6.67	1.87	7.27	1.21
03/2012	y_{27}	4.75	2.42	3.20	5.32	3.68	9.03	7.78
04/2012	y_{28}	3.56	9.05	-0.52	-11.56	-5.67	-6.80	-9.72
05/2012	y_{29}	-11.26	-18.51	-10.32	-5.45	34.11	-5.40	-10.46
06/2012	y_{30}	20.80	22.08	15.67	11.53	10.86	26.60	27.49

Ay/yıl	T	TKFEN (x_{20})	TOASO (x_{21})	TTKOM (x_{22})	TUPRS (x_{23})	ULKER (x_{24})	VAKBN (x_{25})	YKBNK (x_{26})
07/2012	y_{31}	3.93	6.98	-5.96	2.33	8.07	0.00	0.00
08/2012	y_{32}	-2.33	6.28	3.75	5.05	10.67	9.57	14.29
09/2012	y_{33}	-2.98	3.18	-0.56	-1.44	-8.19	-5.83	0.94
10/2012	y_{34}	-0.61	10.13	-2.23	6.83	6.82	8.76	7.48
11/2012	y_{35}	1.85	9.00	-4.57	8.90	8.85	2.61	2.39
12/2012	y_{36}	9.70	-4.13	3.59	7.97	9.03	6.47	10.40
01/2013	y_{37}	-0.55	1.44	6.65	-5.83	3.52	11.50	-0.77
02/2013	y_{38}	3.06	5.19	0.54	3.92	13.50	7.39	-1.55
03/2013	y_{39}	3.77	17.04	8.63	9.13	20.26	5.80	11.81
04/2013	y_{40}	-9.61	3.89	5.46	-2.27	16.26	9.59	-0.80
05/2013	y_{41}	4.83	12.40	-7.01	0.20	-6.51	-6.26	0.72
06/2013	y_{42}	-4.90	-14.23	3.31	-5.99	-2.44	-19.30	-21.61
07/2013	y_{43}	-7.58	6.64	-6.93	-12.10	-6.43	-12.06	-3.87
08/2013	y_{44}	-29.84	-17.90	-10.60	-5.31	-19.08	-5.44	-3.79
09/2013	y_{45}	6.78	16.59	12.50	8.93	30.19	15.25	10.84
10/2013	y_{46}	5.47	7.72	-1.71	6.09	10.87	4.12	2.89
11/2013	y_{47}	-1.24	0.00	-4.93	1.32	8.50	-4.58	-6.91
12/2013	y_{48}	5.25	1.13	-9.15	-6.54	-8.43	-16.59	-13.69
01/2014	y_{49}	-5.99	-20.90	-6.04	-13.17	-8.55	-9.69	-14.52
02/2014	y_{50}	-1.49	0.47	6.07	4.43	-11.87	-4.35	4.09
03/2014	y_{51}	5.17	14.08	0.17	16.45	22.86	22.42	22.66
04/2014	y_{52}	9.22	11.91	6.39	8.67	9.79	9.16	10.57
05/2014	y_{53}	4.32	0.78	0.08	7.37	9.94	15.65	11.39
06/2014	y_{54}	-8.27	1.15	0.82	-3.14	0.28	-1.78	-5.52
07/2014	y_{55}	-2.35	1.14	5.07	5.97	-6.48	1.61	6.06
08/2014	y_{56}	9.04	0.00	-2.64	-2.96	-3.61	-1.39	-1.84
09/2014	y_{57}	-6.81	-3.76	-3.99	-9.94	-5.63	-15.26	-7.07
10/2014	y_{58}	10.47	8.98	6.32	5.46	8.61	13.27	8.95
11/2014	y_{59}	7.87	13.26	11.11	3.83	1.83	6.69	9.24
12/2014	y_{60}	-3.98	0.95	2.39	10.38	11.08	-4.31	-8.08

Ek-2. İlgilenilen dönem için hesaplanan aylık ortalama getiri

Karar Değişkenleri	Modele dahil edilen hisse senetleri	Aylık ortalama getiri(%)
x_1	Akbank	0.88
x_2	Arçelik	2.44
x_3	Bim Mağazaları	2.15
x_4	Enka İnşaat	1.30
x_5	Ereğli Demir Çelik	2.07
x_6	Ford Otosan	3.14
x_7	Garanti Bankası	1.22
x_8	Halk Bankası	1.00
x_9	İş Bankası	1.40
x_{10}	Koç Holding	2.41
x_{11}	Kardemir	4.00
x_{12}	Migros	0.92
x_{13}	Otokar	4.04
x_{14}	Petkim	2.07
x_{15}	Sabancı Holding	1.40
x_{16}	Şişe Cam	2.39
x_{17}	Tav Havalimanları	2.95
x_{18}	Turkcell	0.78
x_{19}	Türk Hava Yolları	2.28
x_{20}	Tekfen Holding	0.90
x_{21}	Tofaş Otomobil Fabrikası	3.17
x_{22}	Türk Telekom	1.67
x_{23}	Tüpraş	2.02
x_{24}	Ülker	3.67
x_{25}	Vakıfbank	0.83
x_{26}	Yapı Kredi Bankası	1.28

Ek -3. Doğrusal Programlama ile LINGO ÇıktısıObjective Function Value: 3.571899

<u>Variable</u>	<u>Value</u>	<u>Reduced Cost</u>
Y1	6.340996	0.000000
Y2	9.745059	0.000000
Y3	7.401393	0.000000
Y4	5.563330	0.000000
Y5	8.718709	0.000000
Y6	0.9209731	0.000000
Y7	5.538431	0.000000
Y8	0.000000	0.1522114E-01
Y9	2.347613	0.000000
Y10	6.547833	0.000000
Y11	2.856490	0.000000
Y12	1.102492	0.000000
Y13	2.566809	0.000000
Y14	5.058026	0.000000
Y15	4.982058	0.000000
Y16	1.056497	0.000000
Y17	2.097863	0.000000
Y18	3.110667	0.000000
Y19	2.558961	0.000000
Y20	7.890899	0.000000
Y21	0.5899029	0.000000
Y22	1.171904	0.000000
Y23	3.467982	0.000000
Y24	4.492747	0.000000
Y25	4.798539	0.000000
Y26	3.910127	0.000000
Y27	0.3025018	0.000000
Y28	0.4033397	0.000000
Y29	4.181229	0.000000
Y30	4.298938	0.000000

Y31	0.7726414	0.000000
Y32	0.4092019	0.000000
Y33	1.678053	0.000000
Y34	0.8692443	0.000000
Y35	3.360454	0.000000
Y36	4.403665	0.000000
Y37	2.495238	0.000000
Y38	0.000000	0.000000
Y39	5.017683	0.000000
Y40	0.000000	0.000000
Y41	1.923583	0.000000
Y42	5.896952	0.000000
Y43	0.9602452	0.000000
Y44	11.16254	0.000000
Y45	12.19812	0.000000
Y46	0.000000	0.000000
Y47	0.5094097E-01	0.000000
Y48	7.989355	0.000000
Y49	6.654129	0.000000
Y50	0.000000	0.000000
Y51	8.175338	0.000000
Y52	1.195756	0.000000
Y53	0.000000	0.000000
Y54	2.012273	0.000000
Y55	3.903651	0.000000
Y56	4.945966	0.000000
Y57	6.185841	0.000000
Y58	5.103255	0.000000
Y59	1.393145	0.000000
Y60	1.106583	0.000000
X1	0.000000	1.335060
X2	0.000000	1.512419
X3	0.3170596	0.000000
X4	0.000000	1.310613

X5	0.8794734E-01	0.000000
X6	0.2669772E-01	0.000000
X7	0.000000	1.293632
X8	0.000000	1.150512
X9	0.000000	1.948639
X10	0.000000	1.598273
X11	0.000000	2.196033
X12	0.000000	2.034691
X13	0.3580079E-01	0.000000
X14	0.000000	0.6226229
X15	0.000000	1.092278
X16	0.000000	23.99423
X17	0.1096621	0.000000
X18	0.1818076	0.000000
X19	0.000000	0.1969394
X20	0.000000	1.026181
X21	0.000000	1.640980
X22	0.2160348	0.000000
X23	0.000000	0.8054503
X24	0.2499010E-01	0.000000
X25	0.000000	1.342835
X26	0.000000	1.266862

Ek -4. Bulanık Mantık ile LINGO Çıktısı ($p_t = -\% 1.00$)Objective Function Value: 0.7794279

Variable	Value	Reduced Cost
λ	0.7794279	0.000000
Y1	3.572551	0.000000
Y2	9.174772	0.000000
Y3	7.140617	0.000000
Y4	4.354423	0.000000
Y5	6.053555	0.000000
Y6	0.5656938	0.000000
Y7	5.305952	0.000000
Y8	0.000000	0.000000
Y9	1.414623	0.000000
Y10	8.030442	0.000000
Y11	2.724474	0.000000
Y12	1.138992	0.000000
Y13	3.218153	0.000000
Y14	3.534048	0.000000
Y15	4.035387	0.000000
Y16	0.6824565	0.000000
Y17	3.174497	0.000000
Y18	4.396583	0.000000
Y19	2.507004	0.000000
Y20	6.567726	0.000000
Y21	1.002559	0.000000
Y22	0.3388309	0.000000
Y23	3.455239	0.000000

Y24	4.095477	0.000000
Y25	5.931727	0.000000
Y26	3.581959	0.000000
Y27	0.000000	0.000000
Y28	0.3595947	0.000000
Y29	4.667023	0.000000
Y30	4.239970	0.000000
Y31	0.8789664	0.000000
Y32	0.000000	0.000000
Y33	0.6921645	0.000000
Y34	1.393970	0.000000
Y35	3.468453	0.000000
Y36	4.730690	0.000000
Y37	4.500911	0.000000
Y38	0.000000	0.000000
Y39	3.236942	0.000000
Y40	0.3298571	0.000000
Y41	1.938550	0.000000
Y42	5.370906	0.000000
Y43	1.291947	0.000000
Y44	10.53325	0.000000
Y45	10.68641	0.000000
Y46	0.1530827	0.000000
Y47	0.2940151	0.000000
Y48	8.278557	0.000000
Y49	7.454394	0.000000
Y50	1.489745	0.000000

Y51	7.769808	0.000000
Y52	1.677296	0.000000
Y53	0.000000	0.000000
Y54	3.036600	0.000000
Y55	4.504979	0.000000
Y56	5.393629	0.000000
Y57	6.468389	0.000000
Y58	5.771866	0.000000
Y59	1.726492	0.000000
Y60	0.5488745	0.000000
X1	0.000000	3.518113
X2	0.000000	4.528712
X3	0.3701108	0.000000
X4	0.000000	3.328682
X5	0.1083978	0.000000
X6	0.000000	0.2738390
X7	0.000000	3.860941
X8	0.000000	3.252906
X9	0.000000	5.092518
X10	0.000000	4.155221
X11	0.000000	4.078938
X12	0.000000	4.184283
X13	0.2217131E-01	0.000000
X14	0.000000	2.311955
X15	0.000000	2.065244
X16	0.000000	62.27149
X17	0.1670849E-01	0.000000

X18	0.2241417	0.000000
X19	0.000000	0.6403721E-01
X20	0.000000	3.069954
X21	0.000000	5.097874
X22	0.2464854	0.000000
X23	0.000000	2.770093
X24	0.1198445E-01	0.000000
X25	0.000000	3.027549
X26	0.000000	4.419092

Ek -5. Bulanık Mantık ile LINGO Çıktısı ($p_t = +\% 1.00$)Objective Function Value: 0.5739089

<u>Variable</u>	<u>Value</u>	<u>Reduced Cost</u>
λ	0.5739089	0.000000
Y1	9.121583	0.000000
Y2	9.650177	0.000000
Y3	9.115452	0.000000
Y4	6.396859	0.000000
Y5	12.77051	0.000000
Y6	1.830355	0.000000
Y7	4.719315	0.000000
Y8	2.392028	0.000000
Y9	3.802432	0.000000
Y10	5.642471	0.000000
Y11	1.686689	0.000000
Y12	0.3715453	0.000000
Y13	0.2185849	0.000000
Y14	8.392740	0.000000
Y15	6.419936	0.000000
Y16	2.181152	0.000000
Y17	0.000000	0.000000
Y18	0.5228946	0.000000
Y19	1.128007	0.000000
Y20	11.41098	0.000000
Y21	0.8930838	0.000000
Y22	1.479012	0.000000
Y23	4.838647	0.000000

Y24	5.127588	0.000000
Y25	3.096034	0.000000
Y26	5.464243	0.000000
Y27	0.000000	0.000000
Y28	1.665365	0.000000
Y29	3.265617	0.000000
Y30	3.402508	0.000000
Y31	1.526117	0.000000
Y32	1.131622	0.000000
Y33	3.015594	0.000000
Y34	0.9730294	0.000000
Y35	2.449868	0.000000
Y36	4.486978	0.000000
Y37	1.204347	0.000000
Y38	0.2383795	0.000000
Y39	8.741758	0.000000
Y40	1.782654	0.000000
Y41	0.000000	0.000000
Y42	8.175192	0.000000
Y43	0.000000	0.000000
Y44	13.68979	0.000000
Y45	13.84140	0.000000
Y46	0.3770347	0.000000
Y47	0.000000	0.000000
Y48	8.591693	0.000000
Y49	7.108070	0.000000
Y50	2.125519	0.000000

Y51	9.591465	0.000000
Y52	0.1275566	0.000000
Y53	0.000000	0.000000
Y54	0.6088414E-01	0.000000
Y55	2.298705	0.000000
Y56	3.563068	0.000000
Y57	6.436758	0.000000
Y58	4.407345	0.000000
Y59	0.000000	0.000000
Y60	4.074330	0.000000
X1	0.000000	1.047842
X2	0.000000	0.6661171
X3	0.3008307	0.000000
X4	0.000000	0.6786430
X5	0.4975553E-01	0.000000
X6	0.9524261E-01	0.000000
X7	0.000000	1.028310
X8	0.000000	0.9957653
X9	0.000000	1.390967
X10	0.000000	0.7973416
X11	0.000000	0.9376215
X12	0.000000	1.289601
X13	0.1125663	0.000000
X14	0.000000	0.3643664
X15	0.000000	0.7911558
X16	0.000000	14.53801
X17	0.2212820	0.000000

X18	0.4879086E-01	0.000000
X19	0.2536988E-01	0.000000
X20	0.000000	0.6950206
X21	0.000000	0.6766367
X22	0.1023989	0.000000
X23	0.000000	0.3915860
X24	0.4376326E-01	0.000000
X25	0.000000	1.309695
X26	0.000000	0.9406865

ÖZGEÇMİŞ

Adı : Hüseyin
Soyadı : ÜNAL
Doğum Yeri : Adıyaman
Doğum Tarihi : 21.01.1985
Mail : matematikci_8502@hotmail.com

Eğitim Durumu:

Yüksek Lisans : Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri
Anabilim Dalı (2015)
Yüksek Lisans : Erciyes Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü Uygulamalı
Matematik Anabilim Dalı (2011)
Lisans : Erciyes Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü
Lise : Çelikhan Lisesi
Yabancı Dili : İngilizce

Çalıştığı Kurum:

Karadeniz Teknik Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi - 2014