

TEŞEKKÜR

Başta şahsımı bu çalışmaya yönlendiren ve yardımını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Aydın TURGUT' a teşekkür ederim. Ayrıca araştırmamda bana büyük yardımları olan Arş. Gör. M. Yavuz SOLMAZ' a ve Arş. Gör. Oğuz YAKUT'a teşekkür ederim. Elinden gelen yardımı gösteren CADEM A.Ş. satış ve pazarlama koordinatörü Sayın Lütfü GÖNÜLTAŞ' a teşekkürü bir borç bilirim.

Avni DİLLİ

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	I
İÇİNDEKİLER	II
ŞEKİLLER LİSTESİ	IV
TABLolar LİSTESİ	VI
SİMGELER LİSTESİ	VII
ÖZET	VIII
ABSTRACT	IX
1. GİRİŞ	1
2. PLASTİSİTE VE KIRILMA HİPOTEZLERİ	
2.1 Genel düşünceler	2
2.2 Kırılma ve akma kriterleri	3
2.3 Yapı Elemanlarının Yetersizlikleri	4
2.4. Kırılma ve Akma Değerleri	4
2.5. Çeşitli hipotezler	5
2.5.1 Gerilme hipotezleri	6
2.5.1.1. En büyük normal gerilme teorisi	6
2.5.1.2. En büyük kayma gerilmesi teorisi (Tresca Kriteri)	8
2.5.1.3. Coulomb kayma gerilmesi hipotezi	11
2.5.1.4. Mohr genel kayma gerilmesi teorisi	13
2.5.2. Şekil değiştirme hipotezleri	15
2.5.2.1. En büyük uzama veya kısalma hipotezi	15
2.5.2.2. Genel şekil değiştirme hipotezi	16
2.5.3 Enerji hipotezleri	18
2.5.3.1. Toplam Şekil Değiştirme Enerjisi Teorisi (Beltrami Enerjisi Teorisi)	18
2.5.3.2. Çarpılma enerjisi hipotezi (Von-Mises Kriteri)	20
2.6 Anizotropik Malzemelerde Akma Teorileri	21
2.6.1. En Büyük Gerilme Kriteri	22
2.6.2. En Büyük Şekil Değiştirme Kriteri	23
2.6.3. Tsai Hill Teorisi	24
2.6.4. Tsai- Wu Tensör Teori	27
2.7. Kırılma ve Akma teorilerinin karşılaştırılması	29

2.8. Anizotropik Malzemelerin Akması veya Kırılması	31
2.9. Akma Yüzeyi (Haigh-Westergard Gerileme Uzay)	32
3. SONLU ELEMENLAR METODU	37
4. CATIA PROGRAMI HAKKINDA	39
5. İZOTROPİK VE ORTOTROPİK MALZEMENİN GERİLME ANALİZİ	42
5.1. Analiz sonuçları	44
5.1.1 Çelik Malzeme için Analiz Sonuçları	45
5.1.1.1. Çentik merkezinin silindir merkezine uzaklığının (R) değişimine göre	45
5.1.1.2. Dairesel Çentik yarıçapının (r) değişimine göre	50
5.1.2. Ortotropik Malzeme ile Yapılan Analiz Sonuçları	55
5.1.2.1. Çentik merkezinin silindir merkezine uzaklığının (R) değişimine göre	55
5.1.2.2. Çentik yarıçapının (r) değişimine göre	60
5.1.3. Elde edilen analiz sonuçlarının genel değerlendirilmesi	64
6.SONUÇLAR	66

ŞEKİLLER LİSTESİ

- Şekil 2.1 Tek ve üç eksenli gerilme hali
- Şekil 2.2 Gerilme - şekil değiştirme diyagramı
- Şekil 2.3 Üç eksenli gerilme
- Şekil 2.4 İki eksenli gerilme
- Şekil 2.5 Basınca maruz tüpte akmanın meydana gelmesi
- Şekil 2.6 Emniyet Katsayısı
- Şekil 2.7 Üç ve tek eksenli gerilme için Mohr Dairesi
- Şekil 2.8 Akma sınırı
- Şekil 2.9 Tresca kriteri altıgeni
- Şekil 2.10 Üç eksenli gerilme için Mohr dairesi
- Şekil 2.11 Üç boyutlu uzayda tresca kriteri
- Şekil 2.12 Mohr dairesi zarfı
- Şekil 2.13 Coulomb kriteri altıgeni
- Şekil 2.14 Kum için zarf doğrusu
- Şekil 2.15 Kil için zarf doğrusu
- Şekil 2.16 Mohr dairelerin oluşturduğu zarf
- Şekil 2.17 Zarf
- Şekil 2.18 Zarf
- Şekil 2.19 Zarf
- Şekil 2.20 Zarf
- Şekil 2.21 Zarf
- Şekil 2.22 Zarf Bandı
- Şekil 2.23 En büyük şekil değiştirme hipotezine göre düzlem gerilme haline ait sınırlar
- Şekil 2.24 Genel şekil değiştirme hipotezine göre düzlem gerilme haline ait sınırlar
- Şekil 2.25 Enerji alanı
- Şekil 2.26 Malzeme ana eksenini (1) ile θ açısı yapan tek eksenli yükleme
- Şekil 2.27 En büyük gerilme kriteri
- Şekil 2.28 Simetrik takviyeli anizotropik malzeme
- Şekil 2.29 Takviye açısı değişimine göre gerilme değişimi
- Şekil 2.30 Takviye açısı değişimine göre gerilme değeri
- Şekil 2.31 Akma ve kırılma için deney düzeneği
- Şekil 2.32 Akma ve Kırılma Kriterlerinin deney sonucuyla karşılaştırılması
- Şekil 2.33 Muhtemel kırılma kriterleri
- Şekil 2.34 Ahşap veya fiber-glas malzeme örneği

Şekil 2.35 Kartezyen koordinatta gerilme

Şekil 2.36 Kutupsal koordinatta gerilme

Şekil 2.37 Gerilme vektörü

Şekil 2.38 Üç boyutlu uzayda Von-Mises ve Tresca kriteri

Şekil 5.1 Analizi yapılacak şeklin teknik resmi ve sınır şartları

Şekil 5.2 Catia V5 programında şeklin görünüşü ve meshlenmiş hali

Şekil 5.3 Gerilme değerlerinin alındığı bölge

Şekil 5.4 Çentik bölgesi

Şekil 5.5 $R = 50\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.6 $R = 60\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.7 $R = 70\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.8 $R = 80\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.9 $R = 90\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.10 $R = 70\text{mm}$, $r = 3\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.11 $R = 70\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.12 $R = 70\text{mm}$, $r = 7\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.13 $R = 70\text{mm}$, $r = 9\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.14 $R = 70\text{mm}$, $r = 11\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.15 $R = 50\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.16 $R = 60\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.17 $R = 70\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.18 $R = 80\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.19 $R = 90\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.20 $R = 70\text{mm}$, $r = 3\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi.

Şekil 5.21 $R = 70\text{mm}$, $r = 5\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.22 $R = 70\text{mm}$, $r = 7\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.23 $R = 70\text{mm}$, $r = 9\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.24 $R = 70\text{mm}$, $r = 11\text{mm}$ olan geometrinin (Von-Mises (N/m^2)) gerilme değişimi

Şekil 5.25 R mesafesinin değişimine bağlı olarak maksimum gerilme değerleri.

Şekil 5.26 Dairesel çentik çapının (r) değişimine bağlı olarak maksimum gerilme değişimi.

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 5.1 Çelik ve ortotropik numunelerde kullanılan düğüm ve eleman sayıları

SİMGELER LİSTESİ

F= Kuvvet

N=Newton

m = metre

mm = milimetre

MPa = MegaPascal

GPa = GigaPascal

E = Malzeme elastisite modülü

G = Malzeme kayma modülü

ν =Poisson oranı

σ_0 = Eşlenik gerilme

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = Asal gerilmeler

τ = Kayma gerilmesi

r = Eleman üzerindeki çevresel dairesel boşluğun yarıçapı

R = Çevresel boşluk merkezinin silindir merkezine uzaklığı

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

CATIA V5 PROGRAMI İLE İZOTROPİK VE ANİZOTROPİK MALZEMEDEN YAPILMIŞ MAKİNA ELEMANLARINDA GERİLME ANALİZİ

Avni DİLLİ

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

2006, Sayfa: 68

Bu çalışmada, gövdesinde dairesel kesitli çevresel boşluk bulunan içi boş silindir şeklindeki bir makine elemanının, Catia V5 programı kullanılarak bilgisayar ortamında gerilme analizi yapılmıştır.

Birinci bölümde, konuya giriş yapılarak problem tanıtılmaktadır. İkinci bölümde kırılma mekaniği ve üçüncü bölümde de sonlu elemanlar hakkında genel bilgi verilmekte ve bu konuda yapılmış çalışmalar belirtilmektedir.

Dördüncü bölümde, Catia V5 paket programı hakkında genel bir bilgi verilmektedir.

Beşinci bölümde ise, çalışmanın konusunu teşkil eden makine elemanının geometrinin tanımlayan parametrelerin farklı değerleri için gerilme analizi gerçekleştirilmiştir.

Yapılan çalışmada, dairesel kesitli çevresel boşluğun çapı ile merkezinin silindir eksenine olan uzaklığı değiştirilerek gerilme dağılımları elde edilmekte, karşılaştırmalar yapılmakta ve ortaya çıkan farklılıklar yorumlanmaktadır. Daire kesitli çevresel boşluğun çapının içi boş silindirin et kalınlığına oranı büyüdükçe , maksimum gerilme değeri de büyümektedir.

Anahtar Kelimeler: Kırılma Mekaniği, Catia, Gerilme Analizi, Dairesel Kesitli Çevresel Boşluk.

ABSTRACT

Master Thesis

STRESS ANALYSIS OF MACHINE ELEMENTS COMPOSED OF IZOTROPIC AND ANIZOTROPIC MATERIALS BY USING THE PROGRAMME CATIA V5

Avni DİLLİ

Firat University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

2006, Pages: 68

In this study, stress analysis for a machine element in the form of circular hollow cylinder containing a circumferential cavity with circular cross section is carried.

In the first chapter, after a brief introduction, the problem under consideration is introduced. In the second and three chapter, general information is given on fracture mechanics and finite element method, and a literature survey is presented, respectively.

In the fourth chapter, introductory general information is given on Catia V5 computer program. In the fifth chapter, stress analysis for the machine element which is the subject matter of this study is carried for several combinations of the parameters defining the geometry.

The study obtains stress distributions for various values of the diameter of the circumferential cavity and distance between its center and axis of the cylinder. Results are compared and variations are interpreted. Maximum stress increases as the ratio of the diameter of the circumferential cavity to the wall thickness of the hollow cylinder.

Keywords: Fracture Mechanics, Catia V5, Stress Analysis, Circumferential Cavity with Circular Cross Section.

1. GİRİŞ

Bilgisayar teknolojileri günümüzde hızla ilerlemektedir. Bu ilerleme sonucu fiziksel ve matematiksel ifadeleri çözümlmek daha hızlı ve kolay hale gelmiştir. Tasarımı doğru ve hızlı bir şekilde yapmak çok önemlidir. Bu iş hem üretim maliyetini düşürecek hem de zamandan tasarruf sağlayacaktır.

Sonlu elemanlar analizi ilk olarak 1960'lı yıllardan itibaren üniversitelerde ve araştırma bölümlerince kullanılmaya başlandı. Son zamanlarda sonlu elemanlar analizi, mühendislik birimleri tarafında iyi bir tasarım geliştirme yöntemi olarak kabul görmeye başlamıştır. Sonlu elemanlar analizinin bilgisayar destekli tasarım (CAD/CAM/CAE) programlarında kullanılmaya başlamasıyla bu yöntem daha yaygın hale gelmiştir.

Bu yüksek lisans çalışmasında analitik çözümü zor olan bir geometrik şeklin (Von-Mises'e eşlenik gerilmesine göre) gerilme dağılımı, çelik ve ortotropik malzeme için incelenmiştir. Bu analizler, CATIA V5 R16 analiz programı ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada izotropik ile ortotropik malzemenin analizi sonucu ne gibi farklılıkların meydana geldiği görülmüştür.

2. PLASTİSİTE VE KIRILMA HİPOTEZLERİ

2.1 Genel düşünceler

Cisimlerin Mukavemeti yönünden, bir malzemenin hangi yük sınırında plastik hale geçeceği veya hangi gerilme değeri için kırılacağını bilmek ön planda gelen bir sorudur. Yapı için tehlikeli sayılacak bu sınırları bulmak için cismi denemek gerekecektir. Fakat malzeme denemeleri çok defa basit çekme ve basınç gibi bir eksenli gerilme altında yapılır ve tehlikeli sınırlar ancak böyle haller için doğrudan doğruya deneyle tespit edilebilir. Halbuki tatbikatta cisimler daha çok iki veya üç eksenli gerileme halinin etkisindedir. Böyle bileşik bir zorlamanın, gereği plastik duruma veya kırılma durumuna hangi şartlarda getireceğini bilmek isteriz; diğer bir deyimle, bir eksenli sınır durumundan, üç eksenli sınır durumuna nasıl geçilebilir sorusuna yanıt aranmaktadır. Bu soruya deney yoluyla hemen cevap vermek kabil değildir. Çünkü üç eksenli gerilme halinin çeşidi sonsuz olup bütün haller için ayrı ayrı deneme yapmak imkansızdır, ayrıca üç eksenli deneme tekniği bir eksenliye göre hayli güçtür.

Bir eksenli gerilme haliyle üç eksenli gerilme halini, tehlike sınırı yönünden mukayese eden kriterleri mevcuttur. Tehlikeli durum, gevrek olan cisimlerde kırılma, kopma ve ezilme gibi parçalanma halini, plastik özelliğe sahip ve çok uzayan cisimlerde ise, akma halini ifade etmektedir.

Şekil 2. 1 Tek ve üç eksenli gerilme hali

Şekil 2.1 de aynı bir cismin iki tip zorlanması gösterilmiştir, bunlardan biri bir eksenlidir ve σ_M ile gösterilen gerilme altında cisim sınır durumuna ulaşmıştır. ikinci gerilme hali üç eksenli olup orada da durum, tıpkı birincideki gibi, sınırdadır. Kısaca her iki zorlama tehlike yönünden özdeştir.

Mukavemet veya mukayese kriterlerinden maksat, fizik yönden eşit durumda olan iki halin gerilimleri arasındaki bağıntıyı bulmaktır.

$$\sigma_M = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad [2.1]$$

Yani bir karşılaştırma ifadesi kurmaktadır. Burada f üç asal gerilmeye bağlı bir fonksiyonu gösterir. Üç eksenli gerilme altında cisim henüz kırılmamış veya plastik hale geçmemişse, [2.1] ifadesi

$$\sigma_M > f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad [2.2]$$

gibi bir eşitsizlik şeklinde olacaktır.

Cisim homojen ve izotropik olması halinde f fonksiyonu asal gerilmelerin simetrik bir fonksiyonu olur ve yalnız onların şiddetlerine bağlı kalır. Asal gerilmelerin doğrultuları burada rol oynamaz.

2.3 Kırılma ve akma kriterleri

Tek eksenli gerilme haline maruz elemanlar, sadece eksenel kuvvetlerin veya basit kesme kuvvetlerinin etkisi altında idi ve elemanların boyutlandırılması $\sigma_{\max} = \sigma_{\text{em}}$ veya $\tau_{\max} = \tau_{\text{em}}$ ile yapılıyordu. Karışık etki halinde bulunan elemanlar bu basit kurallarla boyutlandırılmazlar. Genel haldeki boyutlandırmada kırılma ve akma kriterleri, göz önüne alınan esaslara göre farklı durumlarda sınıflandırılır. Mesela kuvvetin etki durumuna göre;

1. Yavaş etki halinde kırılma ve akma kriterleri
2. Tekrarlı yük halinde kırılma ve akma kriterleri
3. Dinamik yük halinde kırılma ve akma kriterleri

Sıcaklık etkisine göre;

1. Normal sıcaklıkta kırılma ve akma kriterleri
2. Yüksek sıcaklıkta kırılma ve akma kriterleri
3. Düşük sıcaklıkta kırılma ve akma kriterleri

Çalışmada yavaş etki halinde akma ve kırılma kriterleri ele alınmıştır.

2.3 Yapı Elemanlarının Yetersizlikleri

Bunlar üç grupta incelenebilir;

- 1- Aşırı şekil değiştirme;
- 2-Akma yoluyla yetersizlik ;
 - a) Normal oda sıcaklığında
 - b) Yüksek sıcaklıklarda (sürünme)

3- Kırılma yoluyla yetersizlik;

- a) Gevrek malzemelerin ani kırılması
- b) Çatlaklık damarlarının kırılması
- c) Yorulma
- d) Yüksek sıcaklıklarda zamanla olan kırılma

2.4. Kırılma ve Akma Değerleri

Kırılma teorilerinde esas olarak alınan gerilme cinsi çeşitli malzemelerde farklıdır. Yani gevrek malzemeler bilindiği gibi akma olayına maruz kalmadan kırılırlar, sünek malzemeler ise belli bir lineer uzama bölgesinden sonra bir akma noktasına ve daha sonra plastik şekil değiştirme bölgesine ve nihayetinde bir kopma noktasına (gerilme değerine) ulaşırlar. Farklı olan bu malzemelerden gevrekler için kırılma, sünekler için ise akma noktası, kırılma (akma) olaylarının izahında kullanılan esas gerilme değerlerini teşkil ederler.

a) Gevrek malzemeler

b) Sünek malzemeler

Şekil 2. 2 Gerilme - şekil değiştirme diyagramı

Kırılma veya akma, malzemelerin kendine has özelliklerinden dolayı, gerilme olayından çok daha karmaşık bir olaydır. Bu karmaşık olayların açıklanması farklı kırılma (akma) teorilerinin ortaya atılmasına sebep olmuştur. Ortaya konan ve daha sonra değişmelere uğrayan bu teoriler kırılma ve akma olaylarını tam olarak açıklayamamaktadır. Fakat buna rağmen, bazı teorilerin bazı şartlarda, bazı malzemelerde gerçeğe yakın değerler verdiği görülmektedir. Bu teoriler farklı malzemelerin yapılması ve teknolojinin ilerlemesi ile tekrar tekrar gözden geçirilmekte, daha gelişmiş yeni teoriler kurulmaktadır. Kompozit malzemelerin klasik akma (kırılma) teorilerine uymamalarına rağmen teorilerin bir bütün olarak ele alınması bu konuya açıklık getirecektir.

2.5. Çeşitli hipotezler

Kırılma veya plastik hale geçişte, başka başka faktörleri sorumlu tutan çeşitli hipotezleri üç büyük grupta toplamak mümkündür:

- a) Gerilme hipotezleri
- b) Şekil değiştirme hipotezleri
- c) Enerji hipotezleri

Adlarından da kolayca anlaşılacağı üzere bu hipotezlerden birinci grup, tehlikeli duruma geçişte, gerilmenin baş rolü oynadığını; ikinci gruptaki hipotezler, olayda şekil değiştirmenin esas faktör olduğunu, üçüncü grupta ise, şekil değiştirme enerjisinin önemini esas kabul etmiştir. Bununla beraber, gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını dikkate almak şartı ile çeşitli açılardan ileri sürülen bütün hipotezleri gerilme diline çevirmek de mümkündür. Nitekim; [2.1] denkleminde bu kriterler yalnız asal gerilmelerle ifade edilmiştir.

Hipotezleri ayrı ayrı incelemeden önce şu bir kaç noktayı açıklamak yerinde olur: Çeşitli hipotezleri birbirleri ile kolayca karşılaştırmak için, bunları geometrik olarak tanımak gerekir. σ_1 , σ_2 ve σ_3 ile verilen üç eksenli gerilme halini uzayda bir P noktasının koordinatları olarak kabul edersek çeşitli gerilme halleri çeşitli tasvir noktalarına karşı gelir .

Şekil 2. 1. de görüldüğü gibi bu tasvir sistemine göre, mukavemet hipotezleri, tehlikeli durumları tehlikesizden ayıran bir sınır yüzeyi ile temsil olunacak ve iki eksenli gerilme halinde ise bu sınır yüzeylerinin ilgili koordinat düzlemleri ile olan arakesit eğrileri ele alınacaktır. Diğer bir tasvir sisteminde de, Mohr daireleri için kullanılan σ , τ düzlemi esas alınır. ilerideki açıklamaları kolaylaştırmak için, üç asal gerilmenin büyüklük sırasına göre şöyle dizildikleri kabul edilmiştir:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad [2.3]$$

2.5.1 Gerilme hipotezleri

Gerilme hipotezlerinde malzemelerin, kırılma veya plastik hale geçmesinde gerilmenin önemli olduğu kabul edilmektedir

2.5.1.1. En büyük normal gerilme teorisi

Bu teori, üç eksenli gerilme halindeki en büyük normal gerilme, bir eksenli haldeki $+\tau_m$ tehlikeli durum gerilmesine eşit olduğu zaman o üç eksenli gerilme halinin tehlikeli duruma gireceğini varsayar. [2.2] denkleminin bu haldeki şekli

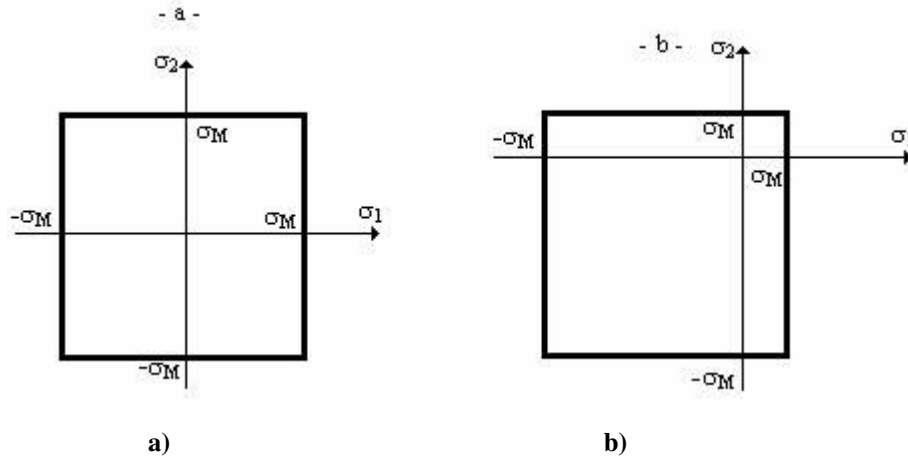
$$\tau_{\max} < \tau_m \quad [2.4]$$

biçiminde olur. Malzemede τ_m , çekme ve basınçta aynı olmak şartı ile bu denklemin anlamı hiç

bir asal gerilmenin $+\tau_m$ değerini aşamayacağı şeklindedir. Bu durumda [2.4] denkleminin ifade ettiği yüzey, yani tehlikeli bölge sınırı, kenarları asal eksenlere paralel olup $2\tau_m$ değerinde bulunan bir küp yüzeyidir (Şekil.2.3). Asal eksen takımının başlangıcı ise bu küpün merkezindedir.

Şekil 2. 3 Üç eksenli gerilme

Bu yüzey kapalı bir yüzey olduğu için açığı ortayını keser. Böylece bu teoriye göre, açığı ortayının küpün dışında kalan kısımlarının tanımlandığı tüm hidrostatik haller tehlikeli olmuş olurlar. İki eksenli gerilme halinde ($\tau_3 = 0$), tehlikeli bölge sınırı (Şekil 2. 3.) deki küpün



Şekil 2. 4 İki eksenli gerilme

σ_1, σ_2 düzlemi ile olan ara kesiti olur ki bu da (Şekil 2.4-a) da gösterilen karedir. İçten basınca maruz bir tüpte iç basınç arttırılırsa diyagramın kareyi kestiği yerde akma meydana gelir.(Şekil 2. 5.)

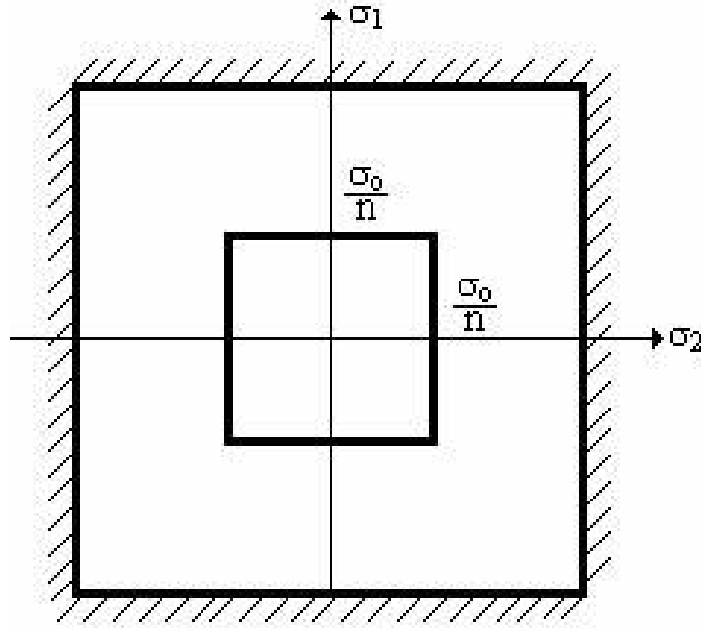
a) b)

Şekil 2. 5 Basınca maruz tüpte akmanın meydana gelmesi

Burada,

$$\sigma_x = \frac{pD}{4t} \quad , \quad \sigma_y = \frac{pD}{2t} \quad [2.5]$$

dir. Yükleme diyagramı şekil 2.5'te görülmektedir. Pratikte kullanılırken σ akma değeri n emniyet katsayısı ile bölünür. Bu durumda ikinci eğri birincisinin homotetiğidir (Şekil. 2.6).



Şekil 2. 6 Emniyet Katsayısı

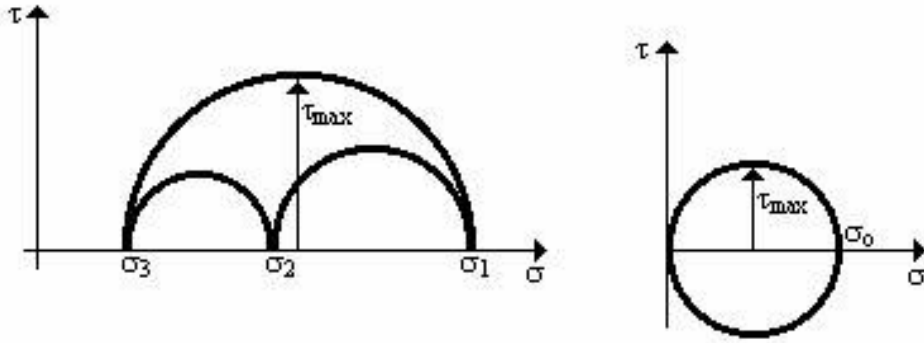
Teori gevrek malzemeler için kısmen iyi sonuçlar vermektedir. Bu teori bu sahada kurulan ilk teoridir. Yalnızca en büyük gerilmeyi hesaba katmasından dolayı, teoride eksiklikler bulunmaktadır. Bu teoriye göre kopmanın meydana geldiği yüzeyin düz olması gerekirken pratikte ise kopan yüzey girintili çıkıntılıdır. Aynı zamanda bu kriter hidrostatik basınca maruz bir malzemenin akmasını veya kırılmasını izah edememektedir.

2.5.1.2. En büyük kayma gerilmesi teorisi (Tresca Kriteri)

Bu teori kırılmada en büyük kayma gerilmesini sorumlu tutar ve üç eksenli gerilme halindeki en büyük kayma gerilmesinin bir eksenli halde tehlikeli durumdaki kayma gerilmesine eşit olması halinde kırılmanın veya plastik hale geçmenin meydana geleceğini ön görür. (Şekil - 2.7) Genel halde

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 \quad [2.6]$$

ve tek eksenli halde



Şekil 2. 7 Üç ve tek eksenli gerilme için Mohr dairesi

$$\tau_o = \sigma_o / 2 \quad [2.7]$$

bu kritere göre akma başlangıcı

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_o = \frac{\sigma_o}{2} \quad [2.8]$$

veya yalnız normal gerilmeler şeklindedir.

$$\sigma_1 \cdot \sigma_3 = \sigma_o \quad [2.9]$$

Bu kriterin τ eksen takımındaki sınırları şekil 2.8' de gösterilmektedir. Bu paralel doğrular içinde herhangi bir akma olmaz. Uygulamada ise τ_o / n alınır. Hidrostatik basınç halin de Mohr çemberleri yalnızca bir nokta verir ve bu halde $\tau_{\max} = 0 < \tau_o$ olduğundan hiç bir zaman ne bir akma, ne de bir kırılma olayı meydana gelmez.

Herhangi bir iki eksenli gerilme halini tanımlayan Mohr dairesi bu doğruların içinde kaldığı zaman o gerilme hali tehlikesiz demektir. Doğrulara teğet daireler tehlikeli duruma erişmiş gerilme hallerini, doğruları kesenler ise tehlikeli durumdaki gerilme hallerini gösterir. σ eksenindeki noktalar hidrostatik halleri gösterdikleri için tüm hidrostatik gerilme hallerinin tehlikeli durumda olmadıkları da şekilden görülmüş olur. İki eksenli gerilme halinde bu kriterden şöyle bir diyagram elde edilir.

Şekil 2. 8 Akma sınırı

Şekil 2. 9 Tresca kriteri altıgeni

Esasları çok basit olan bu hipotez bugün plastisite de önemli rol oynar ve Tresca hipotezi adıyla anılır. Bu hipotezi tasvir edecek olursak, sınır yüzeyi altı köşeli iki tarafında da açık bir prizmanın yüzeyi olur. Prizmanın eksenleri üç koordinat eksenleriyle eşit açı yapar. Şekil- 2.9

düzlem gerilme halinde, sınır yüzeyi σ_1 σ_2 düzlemiyle olan ara kesitini göstermektedir. Buna çoğu defa Tresca altıgeni denir.

Mesela $\sigma_1 > 0 > \sigma_2$ için Mohr çemberi şöyledir. (Şekil 2.10)

Şekil 2. 10 Üç eksenli gerilme için Mohr dairesi

bu durumda

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_o}{2} \quad [2.10]$$

ve buradan

$$\sigma_1 - \sigma_o = \sigma_o \quad [2.11]$$

elde edilir. Uzayda ise bu kriter yüzeye dik kesiti altıgen olan bir prizmatik yüzey gösterir.(Şekil 2.11)

Şekil 2. 11 Üç boyutlu uzayda tresca kriteri

En büyük kayma gerilmesi hipotezi, çekme ve basınçta eşit karakter gösteren malzeme için, deneylere uygun sonuçlar vermektedir. Hidrostatik basınç denemesi yönünden de bu hipotezde herhangi bir aksaklık yoktur.

Yalnız çekme ve basınçta farklı mukavemet gösteren gevrek malzemede sınır Mohr dairelerinin çapları sabit olmadığından bu hipotezi onlara doğrudan doğruya uygulamak mümkün değildir. Bu teori sünek malzemeler için uygun sonuçlar verebilmektedir ve bu sebeple mühendislikte çokça kullanılmaktadır.

2.5.1.3. Coulomb kayma gerilmesi hipotezi

Bu hipotez yukarıdaki hipotezin eksik taraflarını tamamlayan onun biraz daha genelleştirilmiş şeklinden ibarettir. Burada cismin mukavemetinin sona ermesinde, yine esas olarak, kayma gerilmesi alınmakla birlikte, kayma gerilmesinin etkidiği yüzeydeki normal gerilmenin de, iç sürtünme sebebiyle, bir rolü olacağı düşünülmektedir. Bu hipotez en büyük kayma gerilmesinin iki katı olan $\sigma_1 - \sigma_2$ farkının sabit olmayıp bunu $\sigma_1 + \sigma_3$ toplamının lineer bir

fonksiyon saymakta, daha doğrusu, klasik mekanikteki sürtünme kanunundan faydalanıp bir genelleştirme yapmaktır. Kısaca

$$\sigma_1 - \sigma_3 = a - b(\sigma_1 + \sigma_3) \quad [2.12]$$

bağıntısı sınır durumları tarif eder. Burada a cismin kohezyonu ile ilgili sabit, b de iç sürtünmeyi karakterize eden boyutsuz bir çarpandır. b = 0 hali bizi önceki hipoteze götürür. a, b sabitlerini malzemenin birbirinden farklı olarak kabul ettiğimiz σ_m çekme mukavemeti ve σ'_M basınç mukavemeti cinsinden hesaplamak mümkündür. (2.5) den çekme mukavemeti için

$$\sigma_M - 0 = a - b(\sigma_M + 0) \quad [2.13]$$

ve basınç mukavemeti için

$$0 - (-\sigma'_M) = a - b(0 + (-\sigma'_M)) \quad [2.14]$$

Şartlarından

$$a = \frac{2\sigma_M \cdot \sigma'_M}{\sigma_M + \sigma'_M} \quad \text{ve} \quad b = \frac{\sigma'_M - \sigma_M}{\sigma_M + \sigma'_M} \quad [2.15]$$

olarak bulunur. [2.12] ifadesinin, Mohr grafik tasvir sistemindeki anlamı sınır dairelerinin zarfının birbirine kesen iki doğru olması gerektiğidir (Şekil 2.12.).

Şekil 2.12 Mohr dairesi zarfı

Şekil 2.13 Coulomb kriteri altıgeni

Zarf doğruları σ eksenine ile σ açısı yapar ve b = sin σ bağıntısını göstermek mümkündür. Ayrıca zarf doğrularının kesiştikleri A noktasının apsisi

$$OA = \frac{a}{2b} = \frac{\sigma_M \cdot \sigma'_M}{\sigma'_M - \sigma_M} \quad [2.16]$$

değerini verir ve malzemenin hidrostatik çekme halindeki mukavemetini gösterir. Sonlu olması gerekli bu değer için en büyük kayma gerilmesi hipotezi sonsuz değer verir ki gerçeğe uymaz.

Bu hipotez eğer şekil 2.1 deki sistemle tasvir edilecek olursa, σ_1, σ_2 düzleminde yine

bir altıgen verir, bu çevre şekil 2.13 de $\sigma'_M > \sigma_M$ hali için gösterilmiştir.

Şekil 2. 14 Kum için zarf doğrusu

Şekil 2. 15 Kil için zarf doğrusu

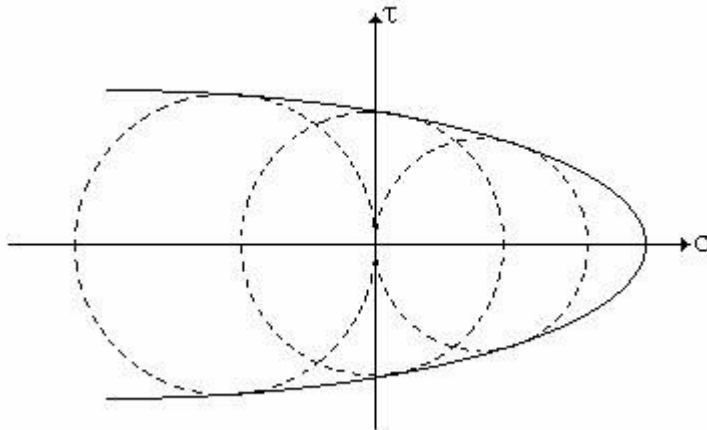
Kum, kil gibi taneli cisimlere ait bir kitlenin sınır denge konumlarını Coulomb hipotezi ile izah etmek mümkündür. Şekil 2.14 kum ve şekil 2.15 ise kohezyonlu kil için zarf doğrularını göstermektedir.

2.5.1.4. Mohr genel kayma gerilmesi teorisi

Coulomb kayma gerilmesi teorisi Maksimum Kayma gerilmesinin geliştirilmiş hali olmasına rağmen gevrek cisimler için pek uygun değildir. Çünkü deneyler göstermiştir ki, sınır Mohr dairelerinin zarfı daima iki doğru değildir. Bu sebeple bütün halleri kapsayan bir genişletmeye daha ihtiyaç vardır, o da Mohr tarafından yapılmıştır. Mohr'a göre en büyük kayma gerilmesi, üzerine etkiyen normal gerilmeye bağlıdır; fakat bu bağlılık lineer değildir, daha çok

$$\sigma_1 - \sigma_3 = F(\sigma_1 + \sigma_3) \quad [2.17]$$

gibi genel bir şekli vardır. Burada F fonksiyonu her malzeme için deneyden tayin edilecektir. Bu kriter için üç tane basit gerilme halinin bilinmesi kafidir; bunlar, basit çekme, basit basma ve tam kayma halleridir. Meselâ şekil 2.16. de bir gercin sınır Mohr dairelerinin doğru olmayan zarfı gösterilmiştir.



Şekil 2. 16 Mohr dairelerin oluşturduğu zarf

Bu zarf eğrisi her malzeme için karakteristik bir şekle sahiptir.

Şekil 2. 17 Zarf

Şekil 2. 18 Zarf

Şekil 2. 19 Zarf

Ayrı ayrı deneylerle bulunmalıdır. Bir cisim için zarf belli olursa, zorlama haline tekabül eden en büyük Mohr dairesi σ , τ düzleminde yerine oturtulur. Bu daire zarfı kesmedikçe, zorlamanın sınırdan uzak olduğuna hükmedilir. Şekil 2.17, 2.18, 2.19, 2.20 ve 2.21 de birkaç cisim için karakteristik zarf eğrileri şematik olarak verilmiştir.

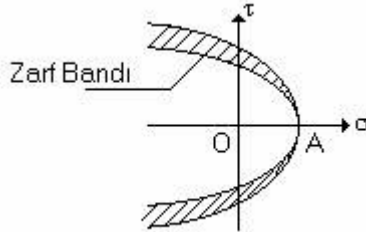
Şekil 2. 20 Zarf

Şekil 2. 21 Zarf

Önemli nokta karakteristik eğrilerin basınç taraflarının açık olmasıdır; çünkü gereçler sınırsız hidrostatik basıncı tehlikesizce taşıyabilirler. Hepsinin çekme tarafları ise kapalıdır. Zira sonlu kohezyonları dolayısıyla hidrostatik çekmenin de belirli bir değeri aşmaması lâzımdır.

Dengede bulunan sıvılardaki iç gerilme hali, yalnız hidrostatik basınç olduğundan bunlara ait karakteristik eğri de apsis ekseninin negatif kısmı ile üst üste düşer (şekil 2.21) .

Mohr'un genel kayma gerilmesi hipotezine yapılacak tek fakat önemli itiraz, ortanca gerilme olan σ_2 nin hiç dikkate alınmamış olmasıdır. Deneyler göstermiştir ki ortanca gerilmenin değerine göre zarf eğrisi de değişmektedir. Tek bir zarf yerine bunları içine alan bir zarf içine bandından bahsetmek daha doğru olur; şekil 2.22 de ortanca gerilmenin değerine göre zarf eğrilerinin içinde bulunduğu bant şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2. 22 Zarf Bandı

2.5.2. Şekil değiştirme hipotezleri

Bu gruptaki hipotezler, cisimden akma ve kırılma halinin doğmasında şekil değiştirmenin, mesela uzunluk değişiminin rolünü esas alırlar. Başlıca hipotezler şunlardır;

2.5.2.1. En büyük uzama veya kısılma hipotezi

Bu gün için ancak tarihi önemi olan bu hipotez, Mariotte St. Venant ve Poncelet tarafından ileri sürülmüştür. Üç eksenli zorlamada tehlikeli halin, en büyük uzama veya

kısalmasının, bir eksenlideki değere eşit olduğu zaman doğacağı düşünülür. Kabul edelim mutlak değer itibariyle en büyük asal boy değişimi bir uzama olsun, o halde bu hipoteze ait mukayese

$$\frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{\sigma_M}{E} \quad [2.18]$$

veya

$$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_M \quad [2.19]$$

denklemleri ile yapılacaktır. Mutlak değer itibariyle en büyük boy değişimi bir kısalma ise, (2.9) denklemleri yerine

$$\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) = -\sigma_M \quad [2.20]$$

bağıntısı geçer; burada σ_M cismin basınç mukavemetini gösterir. Şekil 2.23 bu hipoteze göre düzlem gerilme haline ait sınırları göstermektedir.

Şekil 2. 23 En büyük şekil değiştirme hipotezine göre düzlem gerilme haline ait sınırlar

şekil çizilirken $\sigma_M = \sigma_M^I$ olarak kabul edilmiştir. Sınır, AA^I ve BB^I köşegenlerine göre simetriktir, yani eşkenar dörtgendir.

Bu hipotez hidrostatik basınç deneyini sağlamadığı gibi, iki eksenli çekme halinde de, malzemenin tek eksenliden daha büyük bir mukavemet göstereceği gibi gerçeğe uymayan bir sonuç verir. Bu gün için bu hipotezin pratik bir değeri yoktur. Bilhassa kalın cidarlı top namlularının imalatında iyi sonuçlar vermektedir.

2.5.2.2. Genel şekil değiştirme hipotezi

Burada $\epsilon_{\max}$ ve $\epsilon_{\min}$ yerine, üç asal uzmana oranının bir çeşit bileşkesi olan ve aşağıdaki formülle hesaplanan ϵ_d değeri esas alınır:

$$\epsilon_d = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2} \quad [2.21]$$

Eğer bu değer tek eksenlideki karşısına eşit olursa, iki hali birbirleriyle mukayese etmek mümkündür. Hipotezin asal gerilmelerle ifade edilen şekli

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu^2} = (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) = \sigma_M^2 \quad [2.22]$$

denklemdir. $\sigma_3=0$ düzlem hali için

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \frac{2\nu(2-\nu)}{1+2\nu} \sigma_1\sigma_2 = \sigma_M^2 \quad [2.23]$$

dir. Buna ait sınır eğrisi olan elips, şekil 2.24. de şematik olarak çizilmiştir. Elipsin yarıçapları (2.13) denkleminde

$$a = \sigma_M \sqrt{\frac{1+2\nu^2}{1+3\nu^2-2\nu}} \quad ; \quad b = \sigma_M \sqrt{\frac{1+2\nu^2}{1+\nu^2+2\nu}} \quad [2.24]$$

Şekil 2. 24. Genel şekil değiştirme hipotezine göre düzlem gerilme haline ait sınırlar

olarak bulunur. Bu hipotez ortanca gerilmenin rolünü hesaba katmakla birlikte hidrostatik basınç deneyini sağlamaz. Bununla beraber, plastik özelliği fazla cisimlerde iki eksenli zorlamalar için, tatmin edici sonuçlar verir.

2.5.3 Enerji hipotezleri

Bu hipotezler, malzemenin plastik hale geçme veya mukavemetinin yenilmesinde, şekil değiştirme enerjisinin veya bunun bir kısmının rol oynadığını kabul eder. Enerji, belirli bir değere erişince cisim sınır duruma ulaşmış demektir. Enerjinin bu belirli değeri de tek eksenli sınır zorlamadaki enerjidir. Enerji esasından hareket eden hipotezler, diğerlerine göre daha yenidir. Her üç asal gerilmeyi birden göz önünde tutmaları bakımından ilgi çekicidir. Bunlardan önemli olan ikisi aşağıda açıklanmıştır.

2.5.3.1. Toplam Şekil Değiştirme Enerjisi Teorisi (Beltrami Enerji Teorisi)

Bu teoriye göre bir malzemenin akması veya kırılması genel haldeki toplam şekil değiştirme enerjisinin tek eksenli haldeki şekil değiştirme enerjisine ulaşmasıyla başlar. Birim hacim için toplam şekil değiştirme enerjileri, tek eksenli halde,

$$U_M = \frac{\sigma_M^2}{2E} \quad [2.25]$$

dir.

Üç eksenli halde asal gerilmelere bağlı olarak;

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \nu 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad [2.26]$$

veya gerilme bileşenleri yönünden;

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \nu 2(\sigma_x^2\sigma_y^2 + \sigma_y^2\sigma_z^2 + \sigma_x^2\sigma_z^2) + \frac{\tau_{xy} + \tau_{xz} + \tau_{yz}}{2G}] \quad [2.27]$$

yazılır. Yalnızca asal gerilmelere bağlı olarak eşitlik yazılırsa;

$$\frac{1}{2E} [\sigma_1 + \sigma_3 + \sigma_2 - \nu 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] = \frac{O_M}{2E} \quad [2.27-a]$$

ve buradan akma şartı;

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) = \sigma_M^2 \quad [2.28]$$

bulunur. Teori uzayda kapalı bir yüzey (elipsoit) verir. Yani kapalı bir sınır yüzeyi tarif eder. Halbuki malzemenin sınırsız hidrostatik basınç deneyine dayanması bu yüzeyin açık olmasını gerektirir. Bu yönden söz konusu olan hipotez ancak bazı özel şartlarda gevrek olmayan malzeme için kullanılabilir.

$\sigma_3 = 0$ düzlemsel gerilme hali için [2.28] denklemi

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\nu\sigma_1\sigma_2 = \sigma_M^2 \quad [2.29]$$

ifadesine dönüşür. Buda şekil 2.24 'deki gibi bir elips çevre gösterir, yalnız bu halde yarı çaplar

$$a = \sqrt{\frac{1}{1-\nu}} \sigma_M, \quad b = \sqrt{\frac{1}{1+\nu}} \sigma_M \quad [2.30]$$

değerini verir.

Pek kullanışlı bir teori değildir. Bazı durumlarda faydalanılmaktadır. Mesela yere düşen bir camın kırılması olayı bu teori ile izah edilebilir. Çünkü camın yere düşmesinden dolayı aldığı çarpma enerjisi (Şekil 2. 24.) onun tek eksenli haldeki şekil değiştirme enerjisinden daha büyüktür. bu sebeple kırılma olayı olmaktadır:

$$u_M = \frac{\sigma_M^2}{2E} \quad [2.31]$$

Şekil 2. 25 Enerji alanı

2.5.3.2. Çarpılma enerjisi hipotezi (Von-Mises Kriteri)

Hidrostatik basınç deneyinde, mukavemetin sınırsız oluşu, tehlikeli durumun doğmasında, hacim değiştirmenin bir rolü olmadığını açıkça göstermektedir. O halde enerji esasına dayanan bir hipotez kurulurken hacim değiştirme enerjisini hesaba katmak doğru olmaz; daha çok enerjinin, cismin geometrisini değiştirmeye sarf edilen kısmı, yani çarpılma (biçim değiştirme) enerjisi mukayesede esas alınmalıdır.[2.27-a] yerine

$$u_g = \frac{1}{6G} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] = \frac{1}{6G} \sigma_M^2 \quad [2.32]$$

veya

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) = \sigma_M^2 \quad [2.33]$$

denklemini elde olunur. [2.33] denklemi, her iki tarafından açık olan bir silindir yüzeyi gösterir ve özellikle uzaması fazla olan malzeme için, deneyler tarafından sağlanan sonuçlar verir. Mises ve arkadaşları tarafından bu hipotez, plastisite teorisinden, akma şartı olarak başarı ile kullanılmıştır.

Biçim değiştirme enerjisi kriterinin tek eksik tarafı, hidrostatik basınçta olduğu gibi hidrostatik çekme için de bir sınır tanınamamasıdır. Halbuki çekme halinde kohezyon nasıl olsa yenilecek, cisimde bir ayrılma görülecektir. Bu kusur, Huber tarafından iki enerji hipotezi birleştirilerek ortadan kaldırılmıştır. Eğer ortalama gerilme “ $\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) < 0$ ” tarzında basınç

ise [2.33] kriteri uygulanacak; bunun çekme yani “ $\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) > 0$ ” olan değerleri için de Beltrami'nin [2.28] hipotezi kullanılacaktır. Bu düzeltme iki tarafından da açık olan sınır yüzeyini çekme tarafından kapatmak demektir. Yalnız $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ düzlemi için (2.18) ve (2.21) kriterlerinin farklı sonuçlar vereceğine dikkat etmelidir.

Biçim değiştirme enerjisi hipotezi düzlemsel gerilme hali için

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3 = \sigma_M^2 \quad [2.34]$$

denklemleriyle tarif edilen bir elips ile temsil edilebilir. Şekil 2.20 deki gibi olan bu elipsin yarıçapları ;

$$a = \sqrt{2}\sigma_M \quad [2.35]$$

$$b = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_M \quad [2.36]$$

değerlerini verir.

Düzlemsel gerilme hali asal gerilmeler yerine σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilmeleriyle verilecek olursa [2.34] denklemi

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2 = \sigma_M^2 \quad [2.37]$$

şeklini alır.

Çarpılma enerjisi hipotezine bir genel kayma gerilmesi hipotezi gözüyle de bakmak mümkündür; çünkü [2.9] ve [2.21] denklemleri karşılaştırılacak olursa

$$\frac{9}{2} \tau_{ak}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) \quad [2.38]$$

bağıntısı bulunur. Demek oluyor ki çarpılma enerjisi oktoedral kayma gerilmesinin karesiyle orantılıdır. Buna göre enerjitik yönden ve oktoedral kayma gerilmesi yönünden yapılacak mukayese hep aynı sonucu veriyor demektir, karşılaştırma

$$(\tau_{ok})_{\text{üç eksenli}} = (\tau_{ok})_{\text{bir eksenli}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_M \quad [2.39]$$

denklemleriyle yapılacaktır.

2.6 Anizotropik Malzemelerde Akma Teorileri

Karma malzemelerin elastiklik özellikleri gibi dayanımları da anizotropiktir. Bilindiği gibi izotrop malzemeler için çok eksenli gerilme durumlarında değişik akma kriterleri (Tresca, Von Mises v.b.) önerilmiştir. Karma malzemelerin akma (kırılma) kriterleri ise bunlardan farklı olup, burada tek yönde takviyeli ortotropik bir tabakanın düzlem gerilme durumundaki dayanım özellikleri ele alınacaktır. Bu teoriler akma ve kırılmanın mekanizmalarını tam olarak açıklayamamakla birlikte, genellikle deneysel bulgularla uyum sağlamaktadır. Sürekli geliştirilen bu teorilerin en önemlileri en büyük gerilme, en büyük şekil değiştirme, Tsai-Wu ve Tsai-Hill kriterleridir.

2.6.1. En Büyük Gerilme Kriteri

Bu teoride etkiyen gerilmenin malzemenin asal eksenleri doğrultusundaki bileşenlerinin, o doğrultudaki malzeme dayanım değerlerini aşması halinde hasarın oluşacağı savunulur. Yani malzemenin taşıyabileceği gerilmeler.

$$\begin{aligned}\sigma_1 &< X_c & (\sigma_1 > 0 \text{ için}) \\ \sigma_2 &< Y_c & (\sigma_2 > 0 \text{ için}) \\ \tau_{12} &< X_s & (\tau > 0 \text{ için}) \\ \sigma_1 &> X_b & (\sigma_1 < 0 \text{ için}) \\ \sigma_2 &> Y_b & (\sigma_2 < 0 \text{ için})\end{aligned} \quad [2.40]$$

şeklinde sınırlıdır.

Burada

X_c ve X_b : Takviye doğrultusundaki çekme ve basma dayanımı

Y_c ve Y_b : Takviyeye dik doğrultudaki çekme ve basma dayanımı

X_s : Kayma dayanımı (her iki yönde aynı)

Takviye doğrultusu ile θ açısı yapan tekil bir kuvvetin yarattığı σ_x gerilmesinin, malzeme asal eksenleri doğrultusundaki bileşenlerini transformasyon matrisi yardımıyla hesaplırsak;

Şekil. 2. 26 Malzeme ana eksen (1) ile θ açısı yapan tek eksenli yükleme

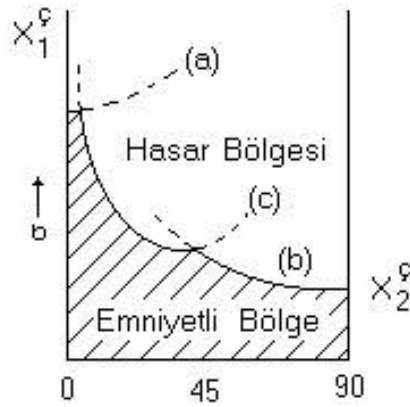
$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta\end{aligned} \quad [2.41]$$

$$\tau_{12} = -\sigma_x \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$\sigma_x < \frac{X}{\cos^2\theta} \quad , \quad \sigma_x < \frac{X}{\sin^2\theta} \quad , \quad \sigma_x < \frac{S}{\cos\theta\sin\theta} \quad [2.42]$$

bulunur.

Yani bu hasarın oluşmaması için bu üç koşulun aynı anda sağlanması gerekir. Malzemeye etkiyen dış zorlamanın yön değiştirmesi durumunda (yani θ açısı 0° ile 90° arasında değişirken), bu üç gerilmeden sırasıyla biri hasarı oluşturmada kritik duruma gelmektedir. (şekil 2.27)



Şekil 2. 27 En büyük gerilme kriteri

2.6.2. En Büyük Şekil Değiştirme Kriteri

En büyük gerilme kriterlerinin benzeridir, ancak burada malzemenin uğradığı şekil değişimi bileşenlerinden herhangi birinin buna karşılık gelen sınırı aşması halinde hasarın oluşacağı varsayılır. Bu kriter

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &< \epsilon_{x\phi} \quad (\epsilon_1 > 0 \text{ için}) \\ \epsilon_2 &< \epsilon_{y\phi} \quad (\epsilon_2 > 0 \text{ için}) \\ \epsilon_3 &< \epsilon_s \quad (\epsilon_3 > 0 \text{ için}) \\ \epsilon_1 &< \epsilon_{xb} \quad (\epsilon_1 < 0 \text{ için}) \\ \epsilon_2 &< \epsilon_{xb} \quad (\epsilon_2 < 0 \text{ için}) \end{aligned} \quad [2.43]$$

şeklinde yazılabilir.

Burada

$\epsilon_{1\zeta}$ ve ϵ_{1b} : Takviye doğrultusunda şekil değiştirme sınırları

$\epsilon_{2\zeta}$ ve ϵ_{2b} : Takviyelere dik doğrultuda şekil değiştirme sınırları

ϵ_s : 1 - 2 düzleminde kayma sınırı (her iki yönden aynı)

Takviye doğrultusu ile 0 açısı yapan bir σ_x gerilmesi

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cdot \cos \theta\end{aligned}\quad [2.44]$$

gerilmelerini yaratır, bunların etkisiyle ortaya çıkacak şekil değişimleri ise

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2}{E_1}, \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1}{E_2}, \quad \gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad [2.45]$$

olacaktır.

Şekil değişimi sınırları yazılarak

$$\epsilon_{x\zeta} = \frac{X_\zeta}{E_2}, \quad \epsilon_{y\zeta} = \frac{Y_\zeta}{E_2}, \quad \epsilon_s = \frac{S}{G_{12}} \quad [2.46]$$

Bu değerler yerine konulursa akma (kırılma) kriteri

$$\sigma_x < \frac{X}{\cos^2 \theta - \nu_{12} \sin^2 \theta} \quad [2.47]$$

$$\sigma_x < \frac{X}{\sin^2 \theta - \nu_{12} \cos^2 \theta} \quad [2.48]$$

$$\sigma_x < \frac{S}{\cos \theta \sin \theta} \quad [2.49]$$

şeklini alır. Görüldüğü gibi bu kriter de bir öncekinden farklı olarak Poisson oranları da dikkate alınmaktadır.

2.6.3. Tsai Hill Teorisi

Tsai ve Hill anizotropik malzemeler için aşağıda görülen akma teorisini ileri sürdü.

$$(G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (F+G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad [2.49]$$

Teorisini yukarıdaki [2.49] denklemi ile ifade etti. Bu teori Von Mises izotropik akma teorisinin anizotropik malzemelere tatbik edilmiş hali olarak düşünülebilir.

Sadece τ_{12} kayma gerilmesinin etkisi var ise;

$$2N = \frac{1}{S^2} \quad [2.50]$$

sadece σ_1 etki ediyor ise;

$$G + H = \frac{1}{X^2} \quad [2.51]$$

ve sadece σ_2 etki ediyor ise;

$$F + H = \frac{1}{Y^2} \quad [2.52]$$

Eğer 3 doğrultusundaki gerilme Z ile gösterilirse ve sadece σ_3 etki ediyorsa:

$$F + G = \frac{1}{Z^2} \quad [2.53]$$

Bu üç bağıntıdan denklemler çözülerek H, G, F bulunur.

$$2H = \frac{1}{H^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \quad [2.54]$$

$$2G = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \quad [2.55]$$

$$2F = \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \quad [2.56]$$

1. doğrultusunda takviye edilmiş düzlem gerilme içindir. Bununla beraber şekil 2.28 deki gibi bir takviyede geometrik simetri düşüncesinden $Y=Z$ dir.

Bu taktirde denklem:

$$\frac{\sigma_1^2}{x^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{x^2} + \frac{\sigma_2^2}{y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{s^2} = 1 \quad [2.57]$$

Şekil 2. 28 Simetrik takviyeli anizotropik malzeme

şeklinde ifade edilebilir. Sonuç olarak takviye eksenini ile θ açısı yapacak şekilde bir yükleme halinde, gerilmelerin, malzemenin asal eksenlerine indirgenmesi için dönüşüm denklemleri kullanılır.

$$\frac{\cos^4\theta}{x^2} + \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{x^2}\right)\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \quad [2.58]$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2\theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2\theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \cos\theta\sin\theta \end{aligned} \quad [2.59]$$

[2.57] denkleminde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$ değerleri yerlerine konulduğunda

$$\frac{\cos^4\theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2}\right)\cos^2\theta\sin^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \quad [2.60]$$

denklem elde edilir. Bu kriter yalnız başına kompozit malzemelerin kırılmasını izah etmek için yeterlidir.

Şekil 2. 29 Takviye açısı değişimine göre gerilme değişimi

2.6.4. Tsai- Wu Tensör Teorisi

Bu teori anizotropik malzemeler için aşağıdaki formülü akma olarak vermiştir.

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (i, j = 1, \dots, 6) \quad [2.61]$$

iki eksenli gerilme hali için bu denklem

$$\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad [2.62]$$

Tek eksenli gerilme halinde ise X_t çekme mukavemeti X_c basma mukavemeti olmak üzere formül [2.62] kısaca

$$F_1 X_t + F_{11} X_t^2 = 1 \quad [2.63]$$

$$F_1 X_c + F_{11} X_c^2 = 1 \quad [2.64]$$

şeklinde yazılabilir. Burada F_i tansörü ile ifade edilen katsayılar malzemenin çekme ve basma mukavemet değerlerine bağlı olarak şöyle ifade edilirler.

$$F_1 = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \quad [2.65]$$

$$F_{11} = -\frac{1}{X_t X_c} \quad [2.66]$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \quad [2.67]$$

$$F_{22} = -\frac{1}{Y_t Y_c} \quad [2.68]$$

$$F_6 = 0$$

$$F_{66} = \frac{1}{S^2}$$

iki eksenli gerilme hali için (2.62) denklemi

$$(F_1 + F_2)\sigma + (F_{11} + F_{22} + 2F_{12})\sigma^2 = 1 \quad [2.69]$$

(2.69) denklemi ile ifade edilir. Burada daha önceden belirlenmemiş olan F_{12} elemanı ise aşağıda görüldüğü gibidir.

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left[1 - \left(\frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} + \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \right) \sigma + \left(\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} \right) \sigma^2 \right] \quad [2.70]$$

Şekil 2. 30 Takviye açısı değişimine göre gerilme değeri

2.7. Kırılma ve Akma teorilerinin karşılaştırılması

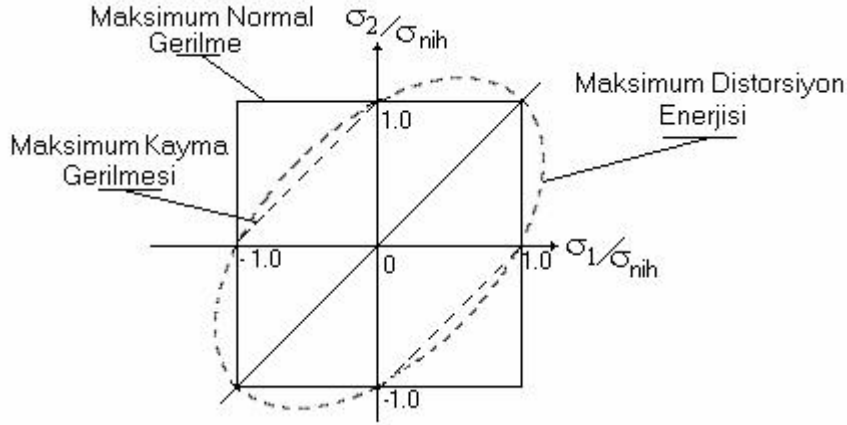
Akma ve kırılma ile ilgili bilgilerin çoğu, ince cidarlı silindirlerin çok eksenli gerilmeye maruz bırakılmalarıyla elde edilebilir. Böyle tipik bir deneyin tanzimi şekil 2.31 de gösterilmiştir.

Şekil 2. 31 Akma ve kırılma için deney düzeneği

Asal gerilmeler arasında kontrollü bir skala elde etmek için bir düzenleme incelenmekte olan ince cidarlı silindirin uçları yardımcı kapaklar ile kapatılmıştır. Böylece silindirik basınç kabında kapalı bir hacim elde edilmiş olur. mevcut boşluğa sevk edilen basınçlı sıvı ile birlikte başlıklara P çekme veya kuvveti tatbik edilirse asal gerilmeler için farklı oranlar elde edilir. Malzeme akma veya kırılma sınırına ulaşıncaya kadar bu asal gerilme oranları sabit tutulursa, malzeme için aranan ölçümler elde edilmiş olur. Aynı zamanda burulmaya, eksenel kuvvete ve basınca maruz tüpleri kullanarak benzer deneyler yapılabilir.

Yukarıda takdim edilen kırılma teorileri ile bazı klasik deney sonuçlarının karşılaştırılması şekil 2.32 de gösterilmiştir. Sünek malzemelerde, deney ve maksimum distorsiyon enerjisi sonuçlarının yakınlığına dikkatleri çekelim. maksimum normal gerilme teorisi gevrek malzemeler için çok iyi sonuç verdiği halde gevrek malzemeler için emniyetsiz bir kriter olmaktadır.

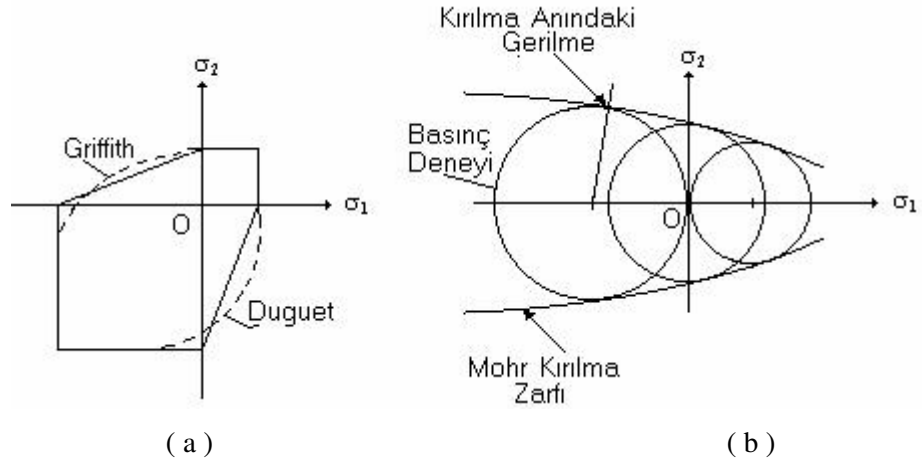
Basit çekme deneyi ölçüm sonuçları bütün teoriler için karşılaştırma standardı olduğundan, tek eksenli gerilme halinde teorilerin hepsi uyuşum içerisindedir. Bu nedenle, eğer bir noktadaki asal gerilmelerden bir tanesi diğerlerine göre büyük ise bu teoriler pratik olarak aynı sonucu verirler. iki asal gerilme nümerik olarak birbirlerine çok yakın veya eşit ise teorileri arasındaki en büyük farklılık ikinci ve dördüncü kuadrantta kendini gösterir.



Şekil 2. 32 Akma ve Kırılma Kriterlerinin deney sonucuyla karşılaştırılması

Yukarıda münakaşa edilen teoriler geliştirilirken malzemenin basınç ve çekmede aynı özelliğe sahip olduğu kabul edilmiştir. Halbuki kayalar, dökme demir, beton ve toprakların özelliklerinde, tatbik edilen gerilmenin işaretine bağlı olarak korkunç farklılıklar görülmektedir. deney ile teori arasında daha iyi bir uyum sağlamak için ilk defa 1885 yılında C. Duguet tarafından teoride yapılan değişiklik şekil 2.33 (a) da gösterilmiştir. Bu değişiklik bazı maddelerin iki eksenli basınca kalmaları halinde mukavemetlerinin yüksek olacağı gerçeğini yansıtmak için yapılmıştır. A. A. Griffith mikroskobik çatlaklarda yüzey enerjisi fikrini ortaya atarak yukarıdaki gözlemin açıklanmasında bazı düzeltmeler yapmış ve kırılıp yıkılma konusunda çekmenin basınca göre daha ciddi bir sorun teşkil ettiğini görmüştür. Bu teoriye göre, eğer mevcut şekil değiştirme enerjisi geri dönüş hızı (veya azalış hızı) çatlak yüzey enerjisi artımından büyük ise çatlak hızlı bir şekilde yayılacaktır. Orjinal Griffith kavramı G. R. Irwin tarafından büyük çapta geliştirilmiştir.

Kendi adıyla bilinen gerilme çemberini teşkil eden Otto Mohr, malzemenin çökmesini tahmin edici diğer bir yaklaşım teklif etmiştir. Önce bir basit çekme, bir basit kayma ve bir de basit basınç deneyleri yapılır, şekil 2.33 (b) ye bakınız. Bundan sonra, elde edilen bu deney sonuçlarıyla bağımlı Mohr çemberlerinin zarfı olan eğri bulunur ve buna kırılma zarfı adı verilir. Bu zarf teğet olarak çizilecek olan çemberler, değme noktasındaki kırılmanın şartlarını verir. Bu yaklaşım tarzı zemin mekaniğinde iyi uygulama yeri bulmaktadır.



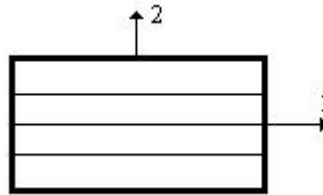
Şekil 2.33 Muhtemel kırılma kriterleri

Malzemenin davranışı gerilme uzayındaki inceleyecek yerde (şekil 2.31 deki gibi), $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ gerilme in varyantı ve gerilmeler koordinat eksenini olarak seçilebilir. Bu yaklaşıma dayanan çok faydalı kırılma kriterleri elde edilmiştir.

Bazı hallerde yukarıda incelenen akma ve kırılma kriterlerini uygulamak o kadar da iyi olmayabilir. Bölgesel veya burkulma olaylarıyla problem komplike bir hale sokulmadıkça, deneysel olarak tayin edilmiş bu tip eğriler yukarıda tartışılan mukavemet kriterlerine eşdeğerdir.

2.8. Anizotropik Malzemelerin Akması veya Kırılması

Anizotropik yapıdaki malzemelerin akması ve kırılması izotropik yapıdaki malzemelerden farklıdır. Ahşap, fiber-glas malzemeyi göz önüne alalım. (şekil.2.34)



Şekil 2.34 Ahşap veya fiber-glas malzeme örneği

Bu malzeme 1 doğrultusunda cam lifleri ile takviye edilmiş polyester veya epoksi olabilir. Bunun önce 1 doğrultusundaki mukavemeti bulunur. Ayrıca malzemenin 2 doğrultusundaki mukavemet, 2 doğrultusundaki mukavemetten farklı olmaktadır. Ayrıca malzemenin bir de kayma mukavemeti bulunur. Bu üç temel mukavemet bulunduktan sonra Von-Mises kriterine benzer kriterler ile bu tip malzemelerin akmaları veya kırılmaları izah

edilir. Bu sahadaki kullanılan kriterler Tsai-Hill ve Tsai-Wu kriterleridir. Tsai-Wu kriteri Tsai-Hill kriterlerinden genellikle daha iyi sonuç vermektedir. Fakat daha fazla deneysel çalışmaya da gerek duyulmaktadır.

2.9. Akma Yüzeyi (Haigh-Westergard Gerileme Uzay)

Mesela Von-Mises kriteri için bir malzemenin akma şartı;

$$\frac{1}{12G}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1}{6G} \sigma_o^2 \quad [2.71]$$

dır. Bu bağıntı fonksiyon olarak şöyle yazılabilir:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_o) = 0 \quad [2.72]$$

Bu ifade σ_1, σ_2 ve σ_3 'ün değişmesine göre bir uzay şekli verilir. Burada akma yüzeyi veya gerilme uzayı ismi verilir. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ eksen takımını alalım (Şekil.2.35). Bu yüzeyde doğrultman kosinüsleri $l = m = n = \sqrt{\frac{1}{3}}$ düzlemlerinde gerilemelerin değerleri;

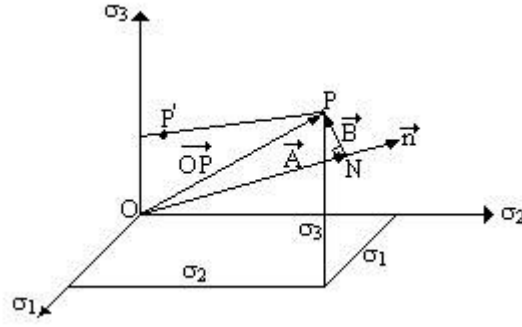
$$\sigma = l^2 \sigma_1 + m^2 \sigma_2 + n^2 \sigma_3$$

de yerine konarak

$$\sigma_M = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad [2.73]$$

bulunur. Demek ki $\vec{ON} = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{k}$ doğrultusuna dik bütün

düzlemlerde $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_M$



Şekil 2. 35 Kartezyen koordinatta gerilme

dir. Bunlar hidrostatik gerilme durumunu gösterir. Bu doğrultuya dik düzlemlerin denklemini elde edelim.

şekilden;

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{k}\right)p \quad [2.74]$$

burada p=ON uzunluğudur. OP vektörü ise;

$$\vec{OP} = \sigma_1\vec{i} + \sigma_2\vec{j} + \sigma_3\vec{k} \quad [2.75]$$

ve vektör toplam işleminden;

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{OP}$$

$$\vec{B} = \vec{OP} - \vec{A} \quad [2.76]$$

ON'in birim vektörü n ise, $\vec{n}$ ve $\vec{B}$ birimlerine dik olduğundan dolayı

$$\vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{ve} \quad A=Y \text{ yazarsak,}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{k}\right)(\sigma_1\vec{i} + \sigma_2\vec{j} + \sigma_3\vec{k} - p) = 0 \quad [2.77]$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - p = 0 \Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3}p \quad [2.78]$$

bulunur. Bu düzlemin denklemi,

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3}p$$

dur. Orijinden geçen ON'e dik düzlemde $p=0$ dır. ve dolayısıyla.

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \quad [2.79]$$

bulunur. Buna p düzlemi denir. şimdi herhangi bir P noktasındaki gerilmeyi göz önüne alalım. Bunun ON'e paralel ve dik bileşenleri sırasıyla A ve B olsun.

$$A = \vec{OP} \cdot \vec{n} = ON = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \sqrt{3}\sigma_M$$

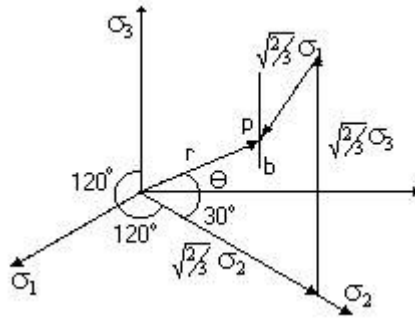
$$B^2 = OP^2 - A^2 \quad \text{buradan}$$

$$B^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 3\sigma_M^2 = (\sigma_1 - \sigma_M)^2 + (\sigma_2 - \sigma_M)^2 + (\sigma_3 - \sigma_M)^2$$

$$\frac{1}{3} = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 + \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad \text{bulunur.}$$

Bu kısım bizi çarpılma enerjisine götürmektedir. B vektörü π düzlemine paraleldir. Eğer farklı bir gerilme durumu olarak P' noktasını alırsak P' noktası P' den geçen ON'e paralel doğrultu üzerinde bulunsun. OP ile OP' 'nin π düzlemi üzerindeki izdüşümleri aynıdır. Eğer bu doğru üzerindeki noktalardan biri akma yüzeyi üzerinde ise bütün diğer noktalar da akma yüzeyi üzerindedir. Çünkü hepsinde Von-Mises kriterlerine karşı gelen B değeri aynıdır. Buradan, akma yüzeyinin ON doğrultusuna paralel doğrulardan teşkil olduğu sonucuna varırız. Dolayısıyla bu yüzey silindirik bir yüzeydir. ON doğrultusuna dik ve orijinden geçen π düzleminde $[\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0]$ olduğundan eksenlerin bu düzlem üzerindeki izdüşümleri 120° 'lik açı yaparlar, şekil 2.36 düzlemindeki bir P noktasının kutupsal koordinatları r ve θ olsun.

Şimdi σ_1 , σ_2 ve σ_3 'un π

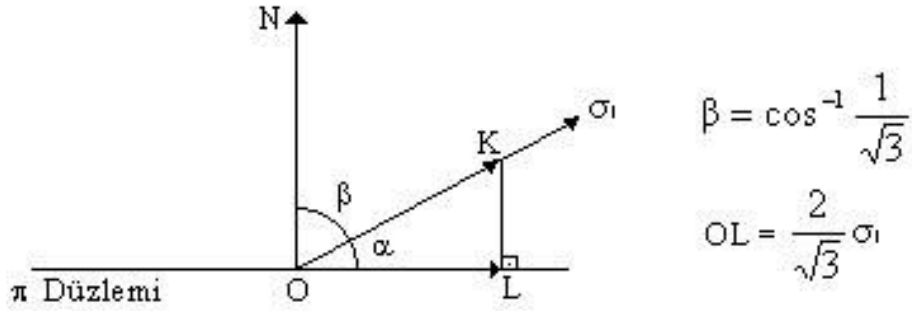


Şekil 2. 36 Kutupsal koordinatta gerilme

düzleminde bulunan eksen takımındaki bileşenlerini bulalım. Mesela σ_1 gerilme vektörü için (Şekil 2.37) şeklinden

$$OL = OK \cos \alpha = \sigma_1 \sqrt{1 - (1/\sqrt{3})^2} = \sigma_1 \sqrt{\frac{2}{3}} \quad [2.80]$$

Çünkü $\cos \beta = 1/\sqrt{3}$ olduğundan $\cos \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{\frac{2}{3}}$



Şekil 2. 37 Gerilme vektörü

Bu durumda σ_1 , σ_2 ve σ_3 'ün p düzlemindeki izdüşümleri

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_1, \quad \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_2, \quad \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_3$$

ve

$$a = \sqrt{\frac{2}{3}} \cos 30^\circ - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_1 \cos 0^\circ = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sqrt{2}}$$

$$b = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_3 - \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_2 \sin 30^\circ - \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_1 \sin 30^\circ$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{6}} (2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1)$$

$$r^2 = a^2 + a^2 = \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \sigma_o^2 \quad [2.81]$$

$$r^2 = 2\sigma_o^2 = \text{sabit}$$

ve

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{\sqrt{3(\sigma_2 - \sigma_1)}}$$

Öyleyse bu silindirin, silindire dik bir düzlemle arakesiti Von-Mises kriterlerinde bir

Şekil 2. 38 Üç boyutlu uzayda Von-Mises ve Tresca kriteri

dairedir. (Şekil. 2.38.)Tresca kriterlerinde ise bu altıgendir.

Sonuç olarak buradan görülmektedir ki, üç boyutlu halde akma yüzeyi Von-Mises kriterinde bir silindir ve Tresca kriterlerinde de bir prizmatik yüzeydir; bunların yanal yüzeylere dik kesitleri de sırasıyla daire ve altıgendir.

3. SONLU ELEMENLAR METODU

Mukavemette ve yapı elemanlarının boyutlandırılmasında üç temel karakteristik değer bulunmaktadır.

Bunlar, mukavemet (akma veya kırılma), rijitlik ve buna bağlı olarak deformasyon ve stablitedir. Stablitede kritik parametreler diğerlerinden çok daha farklıdır. Akma ve kopmada sistemdeki gerilmeler belirli bir değeri aşmışsa sistemde emniyet kalmamıştır denir. Bu tip problemlere gerilme problemi denir.

Mühendisler uğraştıkları kompleks problemlere doğrudan yaklaşmadıkları ya da doğrudan yaklaşımla çözümün daha zor olduğu durumlarda ana problemi daha kolay anlaşılabilen alt problemlere ayırıp, sonra bu alt problemlerin çözümünden orijinal problemin çözümünü elde etmeleri çoğu zaman kullanılan tabii metodudur.

Problemin çözümünde, iyi tanımlanmış sonlu sayıda eleman kullanarak yeterli bir model elde edilebilir. Böyle problemler sonlu olarak adlandırılır. Bazı problemler matematiksel sonsuz küçük kurgusuyla tanımlanabilir. Bu tanım diferansiyel denklemlere veya sonsuz sayıda eleman kullanımına götürür. Bu sistemler sürekli olarak vasıflandırılır. Gerçekte elastik sürekli ortamda elemanlar arası bağlantı noktalarının sayısı sonsuzdur.

Sonlu elemanlar metoduyla bu sonsuz sayıdaki bağlantı sonlu bir sayıya indirgenir. Cisim sanki sadece bu noktalardan birbiriyle bağlanmış gibi düşünülür. Sonlu sayıda bu bağlantı noktaları ne kadar çoğaltılırsa bu metod ile yapılan çözümdeki hata oranı o kadar küçülür. Diğer taraftan bu sayının çok fazla artması da sayısal çözümlemede büyük zorluk getirir. Bilgisayarlar yardımıyla bu zorluk bir derece giderilmiştir.

Sonlu eleman metodunun önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere elemanları toplamadan önce, her bir eleman için ayrı formülün kullanılmasıdır. Eğer bir gerilme analizi problemi ile uğraşıyorsak her bir elemana etki eden dış kuvvetler ile elemanın düğüm noktalarının, yer değiştirme bağıntıları bulunduğunda tüm sistem çözülmüş olur. Bu şekilde kompleks bir problem oldukça basit bir probleme dönüşür.

Sonlu elemanlar metodunda eleman özellikleri değişik yollardan formüle edilir. Genelde uygulanan çözüm metodları;

- 1- Direkt yaklaşım
 - 2- Varyasyonel yaklaşım
 - 3- Ölçülmüş kalıcı yaklaşım
 - 4- Enerji dengesi yaklaşımı
- şeklinde dir.

Kullanılan yaklaşım ne olursa olsun sonlu eleman metoduyla problem çözümünde aşağıdaki yol takip edilir;

- a) Sürekli ortamın (cismin) hayali çizgilerle veya yüzeylerle elemanlara bölünmesi elemanların geometrisi ortamın fiziki yapısına uygun seçilmelidir.
- b) Komşu elemanlar birbiriyle belirli sayıda düğüm noktaları vasıtasıyla bağlanmış kabul edilir. Bu düğüm noktalarının yer değiştirmeleri basit yapıların analizinde olduğu gibi problemin bilinmeyen ana parametreleridir.
- c) Her bir sonlu elemanın yer değiştirmesini tanımlamak için düğüm noktalarının yer değiştirmeleri cinsinden fonksiyonlar seçilir (genelde bir polinomdur). Polinomun derecesi elemana konulan düğüm sayısına bağlıdır.

d) Elemanlar ve yer değiştirme fonksiyonları seçildikten sonra her bir elemanın özelliklerini ifade eden matris denklemleri teşkil edilebilir. Bunun için yukarıda bahsedilen dört yaklaşımdan biri kullanılır.

e) Elemanlara bölünen sistemin özelliklerini bulmak için elemanların özelliklerini toplamak gerekir, diğer bir ifadeyle elemanların davranışlarını ifade eden matris denklemlerini birleştirerek

4. CATIA PROGRAMI HAKKINDA

Kritik hesaplamaların gerekli olduğu uçak endüstrisinde özellikle bilgisayarla tasarım önem kazanmaktaydı. Uak konstrktrleri uçak formunun optimizasyonu ve ağırlığının minimize edilebilmesi için gerekli olan akışkan hareketleri ve mukavemet testleri adına bir takım programlar geliştirdiler.

Bundan birkaç zaman önce Fransız uçak imalatçılarından Dassault Aviation şirketi yüzeyleri bir bilgisayarda oluşturabilmek için çalışmalara başladı. Bu amaçla 1969 da interaktif bir grafik programın oluşturulması faaliyetlerine önayak oldular.

Bu programın yardımıyla sırt ve kanat yüzeylerinin taslağı bilgisayarda saklandığı gibi çizilebiliyordu. Bu veriler daha sonra aerodinamik araştırmalar, yapı analizi ve NC tezgahların kumanda edilmeleri için kullanıldı. Bu tarzda geliştirilmiş ilk uçak Alpha-Jet'dir.

CATIA-Fonksiyonu SPLINE bu programla geliştirilip o zamandan bu bugüne hemen hemen hiç değişmeden gelmiştir.

1975 de Dassault Aviation (Havacılık) bir Amerikan firması olan Lockheed den 2D çizim paketi olan CADAM'ı aldı. 3D geometrik tanımlamalar için bu programa karşılık, gelişimine 1977'de başlanan kendine has bir yazılım tasarlandı. Buna da CATIA (Computer Aided Three-Dimensional Interactive Application / Üç boyutlu bilgisayar destekli etkileşimli uygulama) adı verildi.

1979 öncesi CATIA ile ilk hava kanalı modeli 4 hafta içerisinde tamamlandı. Daha önceleri bu çalışma için 6 haftaya ihtiyaç duyuluyordu.

Zaman içinde Francis Bernard'ın idaresindeki geliştirme grubundaki eleman sayısı 3 den 15'e çıktı. Geliştirilmesine gerekli olan yüksek maliyet açığını kapatmak için CATIA'yı pazara sunma kararına varıldı. 1981 de Dassault Systemes firması Dassault Aviation'un bünyesinde barınan bir şube olarak tesis edildi. Yine aynı yıl IBM ile yazılımın pazarlanması hususunda sözleşme yapıldı.

1981 Kasım ayında CATIA V1, IBM tarafından Mainframe ortamına aktarıldı. CATIA'nın teknolojik avantajları ve hardware'deki fiyat düşüşü hızlı bir gelişime sebep oldu. 1985'de V2 tanıtıldı. 1988'de V3 ile birlikte iş istasyonuna dönüşme devresi başladı. Güncel CATIA V4 1993 senesinde pazara sunuldu. Bu esnada Dassault Systemes'in çalışanlarının sayısı 1000'i aştı.

CATIA V4 kısa sürede özellikle ana sanayi ve büyük ölçekli yan sanayi firmalar tarafından benimsendi ve kullanımı giderek daha fazla yaygınlaştı. Bu gelişime paralel olarak Dassault Systemes'in başka bir Fransız yazılım şirketi Matra Datavision'u bünyesine katmasıyla yazılım daha da güçlendi.

2000 yılına yaklaşıldığında, PC'lerin giderek güçlenmesiyle birlikte, Windows işletim sistemi iş istasyonlarında da yaygınlaştı ve CAD/CAM/CAE sistemlerinde kabul görmeye başladı. Bu gelişime paralel olarak 2000 yılında, tamamen Windows işletim sistemi için yeniden yazılmış olan CATIA V5 duyuruldu.

CATIA V5 gerek kullanım kolaylığı, gerekse sunduğu esneklik, bilgi birikimini değerlendirebilme gibi avantajlarla pazarda çok çabuk yaygınlaştı. Özellikle endüstride anasany - yansany entegrasyonunun önem kazanmasıyla, orta ve küçük ölçekli yan sanayi firmaları tarafından da benimsendi.

CATIA V5, IBM'in dünyada ilk defa ortaya attığı ve bugün hemen hemen tüm büyük ölçekli CAD/CAM/CAE yazılım firmaları tarafından da kullanılan PLM (Product Lifecycle Management- Ürün Yaşam çevrimi Yönetimi) kavramının yaygınlaşmasında temel rolü üstlendi.

Bugün artık CATIA otomobil, uçak, makina ve dayanıklı tüketim eşyası endüstrilerinde 200.000 den fazla kullanıcı tarafından en önde gelen üst seviye CAD/CAM/CAE sistemi olarak tercih edilmektedir.

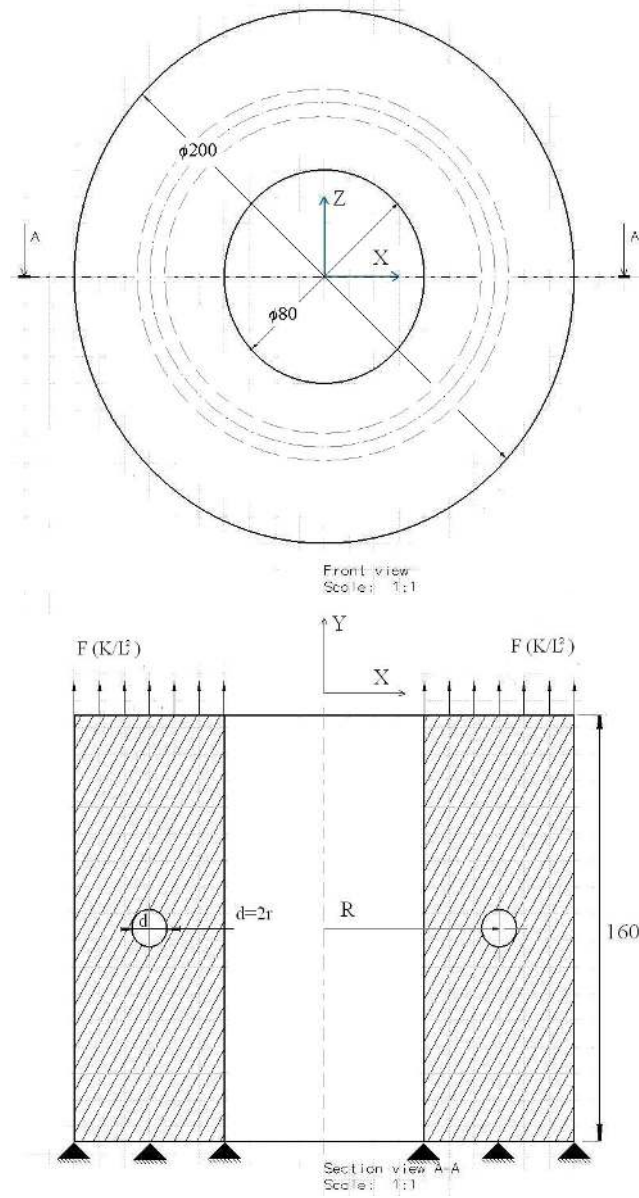
Bilgisayar teknolojisindeki ve CAD/CAM/CAE sistemlerindeki hızlı ilerlemeler sayesinde karmaşık mühendislik problemleri artık eskisine göre daha kolay modellenebilmektedir. İlk prototipin üretiminden önce birkaç alternatif bilgisayar ortamında test edilebilmektedir. Bu sayılan ilerlemeler sayesinde, temel teorileri, modelleme tekniklerini ve sonlu elemanlar metodunu kullanan bilgisayar programlarını kullanarak problemleri çok daha hızlı çözmek mümkün olabilmektedir. Bu şekilde yapılan bir analizde çok karmaşık ve büyük bir geometrik şekil, sonlu elemanlar olarak adlandırılan çok basit ve ufak elemanlara bölünmektedir. Bu sonlu elemanların malzeme özellikleri ve davranışsal özellikleri tanımlanır ve eleman köşelerinde bu özellikler bilinmeyen değerler gibi ifade edilir. Örneğin bir montaj prosesinin analizinde, montaj çok ufak olan sonlu elemanlara bölünür, daha sonra yüklenmeleri ve sınır şartlarını içeren birkaç denklem oluşturulur ve bu denklemlerin çözülmesiyle asıl sistemin yani montaj prosesinin davranış şekli yaklaşık olarak elde edilmiş olur.

Sonlu elemanlar metodu, mühendislik problemlerinin büyük bir bölümünün sayısal olarak çözümlerinin bulunmasında yararlanılan güçlü bir araçtır. Sonlu elemanlar metodundan otomobil, uçak, bina ve köprü tasarımları sırasında deformasyon ve gerilme hesaplarından, ısı transferi ve akışkan problemleri ile manyetik alan hesabı gibi birçok karmaşık problemlerin çözümüne kadar faydalanılabilir.

Söz konusu analizler için CATIA V5 'in "Generative Structural Analysis" adlı arayüzü kullanılacaktır. Arayüz içerisinde Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak parça bazlı ve montaj bazlı çeşitli analizler yapılabilir. CATIA V5 ortamında yapılabilecek analizler; statik lineer (eğilme, burulma, burkulma vs.) analizler ve titreşim (modal, transient, harmonik) analizleridir.

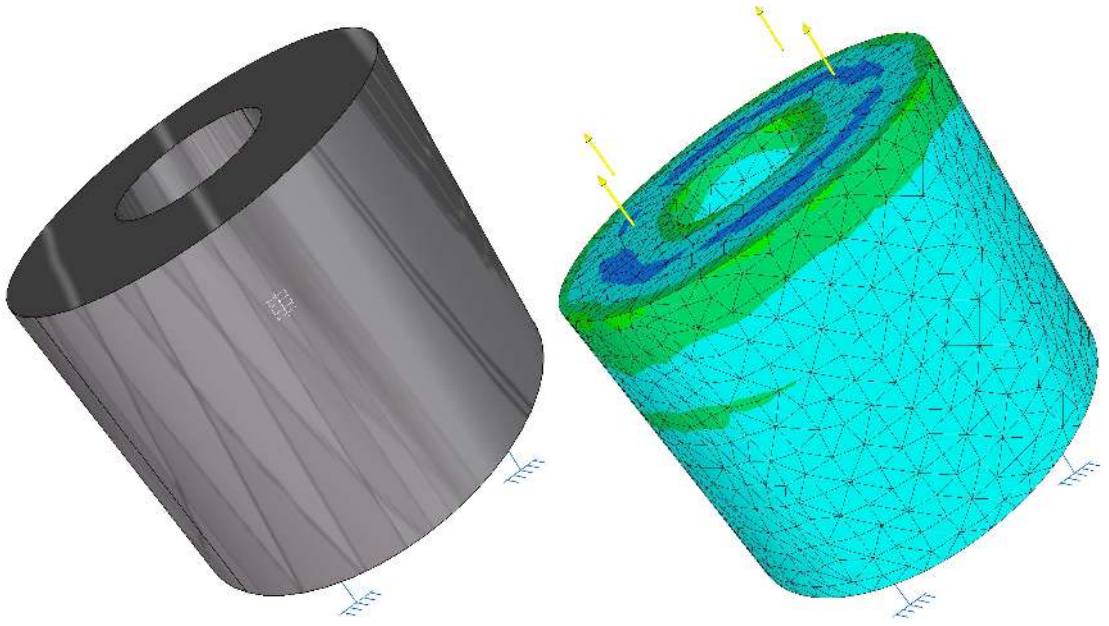
5. İZOTROPİK VE ORTOTROPİK MALZEMENİN GERİLME ANALİZİ

Şekil 5.1’de bu çalışmada izotropik ve ortotropik olarak analizi yapılacak olan geometri verilmektedir. İçi boş daire halkası şeklindeki silindir parçanın dolu kısmının ortasında dairesel kesitli ve çevresel boşluğun olduğu farzedilen ve alt kısmı sabit olarak bağlanmış olan silindir elemanın üst kısmı düzgün yayılı çekme yükü etkisine maruz bırakılmıştır.



Şekil 5. 1. Analizi yapılacak elemanın teknik resmi ve sınır şartları

Çalışmamızın konusunu oluşturan geometrinin perspektif görünüşü, mesh dağılımı ve sınır şartlarının uygulama yerleri Şekil 5.2’de görülmektedir.



Şekil 5. 2. Catia V5 programında şeklin görünüşü ve meşlenmiş hali.

Çalışmanın konusunu oluşturan geometri alt kısmından ankastre mesnetlenmiş ve y-ekseni boyunca $F=1000 \text{ N/m}^2$ olacak şekilde yüklenmiştir. Alınan parametrelere göre meydana gelen eleman ve düğüm sayısı Tablo 5. 1. de görülmektedir.

Tablo 5.1 Çelik ve ortotropik numunelerde kullanılan düğüm ve eleman sayıları

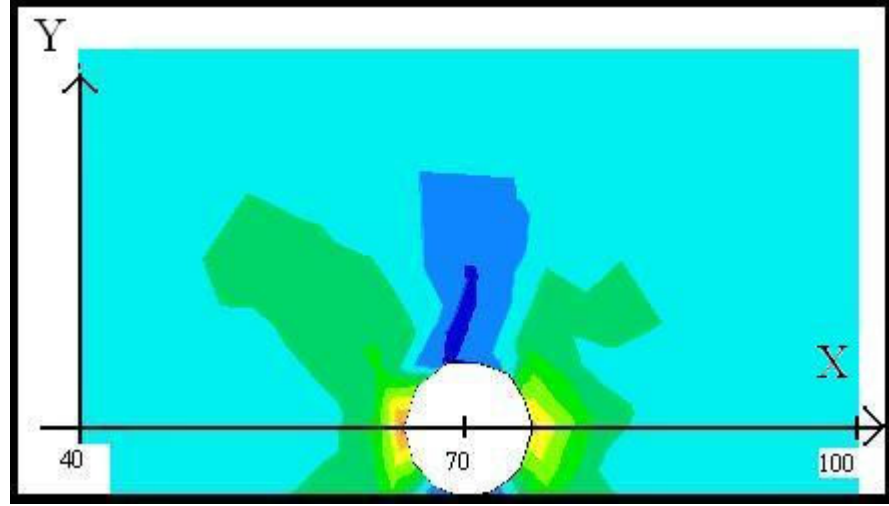
Delik Yarıçapı : r (mm)	Düğüm Sayısı	Eleman Sayısı
3	37768	30559
5	36954	29868
7	26436	22154
9	26460	22106
11	26215	21931

Delğin silindir merkezine uzaklığı : R (mm)	Düğüm Sayısı	Eleman Sayısı
50	33543	27245
60	37617	30316
70	36954	29868
80	40225	32015
90	39767	31153

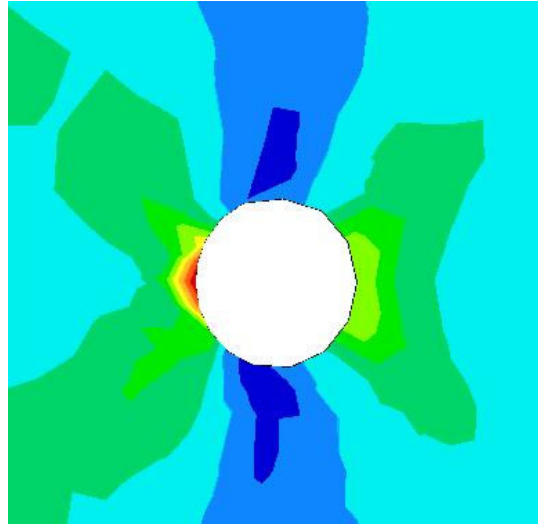
Seçilen malzemelerin mekanik özellikleri; çelik için $E=200 \text{ GPa}$ ve $\nu=0.266$ alınmıştır. Ortotropik malzeme için $E_1 = 138 \text{ GPa}$, $E_{2G} = E_3 = 14.5 \text{ GPa}$, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 5.86 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.21$ alınmıştır.

5.1. Analiz sonuçları

Dairesel kesitli boşluk çevresinde oluşan maksimum gerilme deformasyonun görüldüğü ilk bölgeler olacağı için büyük yük altında kopma olayı buradan başlayacaktır. Programda bu bölgelerin resimleri alınmıştır. Bu bölgelerin grafiği çıkartılmıştır. Şekil 5. 3. de x eksenindeki değerler göz önüne alınarak grafik çizilmiştir.



Şekil 5. 3. Gerilme değerlerinin alındığı bölge



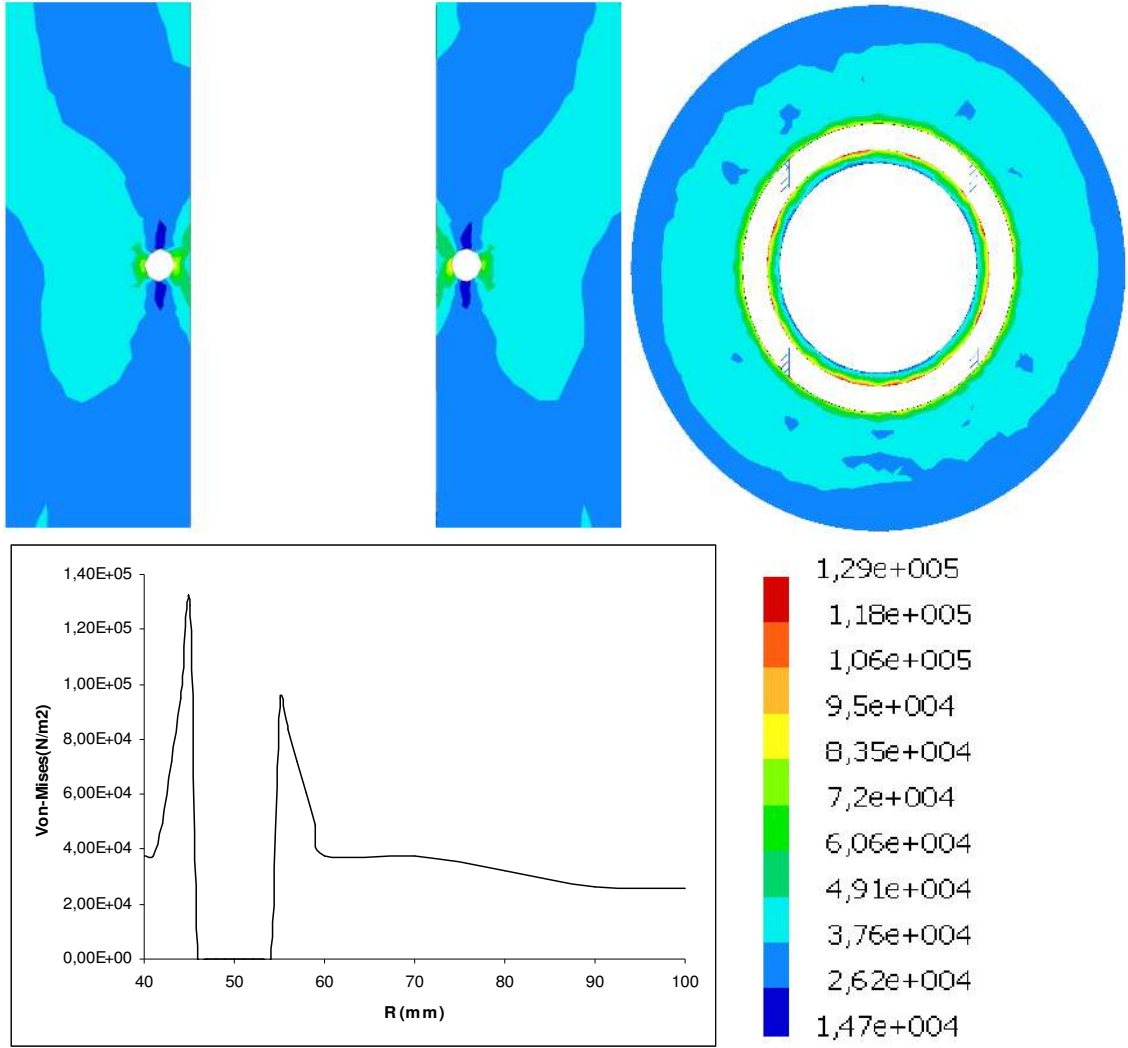
Şekil 5. 4. Dairesel kesitli boşluk bölgesi

Şekil 5. 3. ve şekil 5. 4. te dairese kesitli boşluk bölgesindeki gerilme dağılımı görülmektedir. Dairesel boşluk çevresindeki kırmızı bölgeler gerilmenin en büyük olduğu değerlerdir. Mavi renkli bölgeler ise gerilmenin en düşük olduğu bölgeleri tanımlamaktadır. Böylece dairese boşluk çevresindeki gerilme dağılımını renklere göre tespit etmek mümkündür.

5.1.1 Çelik Malzeme için Analiz Sonuçları

5.1.1.1. Dairesel boşluk merkezinin silindir merkezine uzaklığının (R) değişimine göre

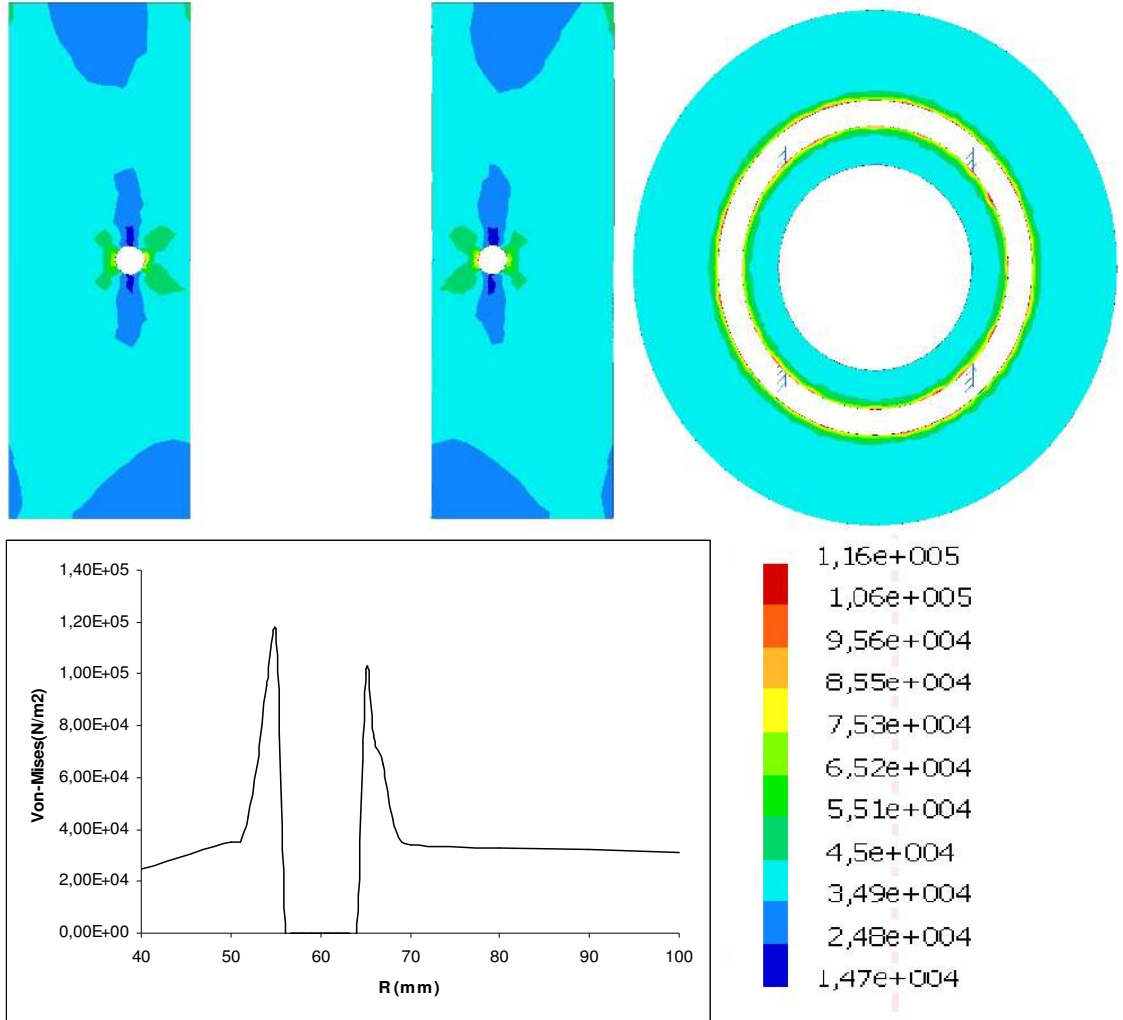
R=50mm ve r=5 mm için:



Şekil 5. 5. R = 50mm için gerilme değişimi

Yukarıdaki analiz sonuçlarına göre, maksimum gerilme dairesel boşluk ile silindirin iç yüzeyi arasındaki kısmında meydana gelmektedir. Bu kısımdaki mesafenin az olması nedeniyle bu bölgelerde gerilmelerin yüksek çıkması beklenen bir sonuçtur. Yukarıdaki şekilde, kesitte meydana gelen gerilme değerleri renk haritasına göre okuna bilmektedir. Sınır şartlarının ve şeklin simetrik olması nedeniyle gerilme değerleri dikey kesitte görüldüğü gibi simetrik dağılmıştır. Şekle göre maksimum gerilme değeri $1,29 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ' dir.

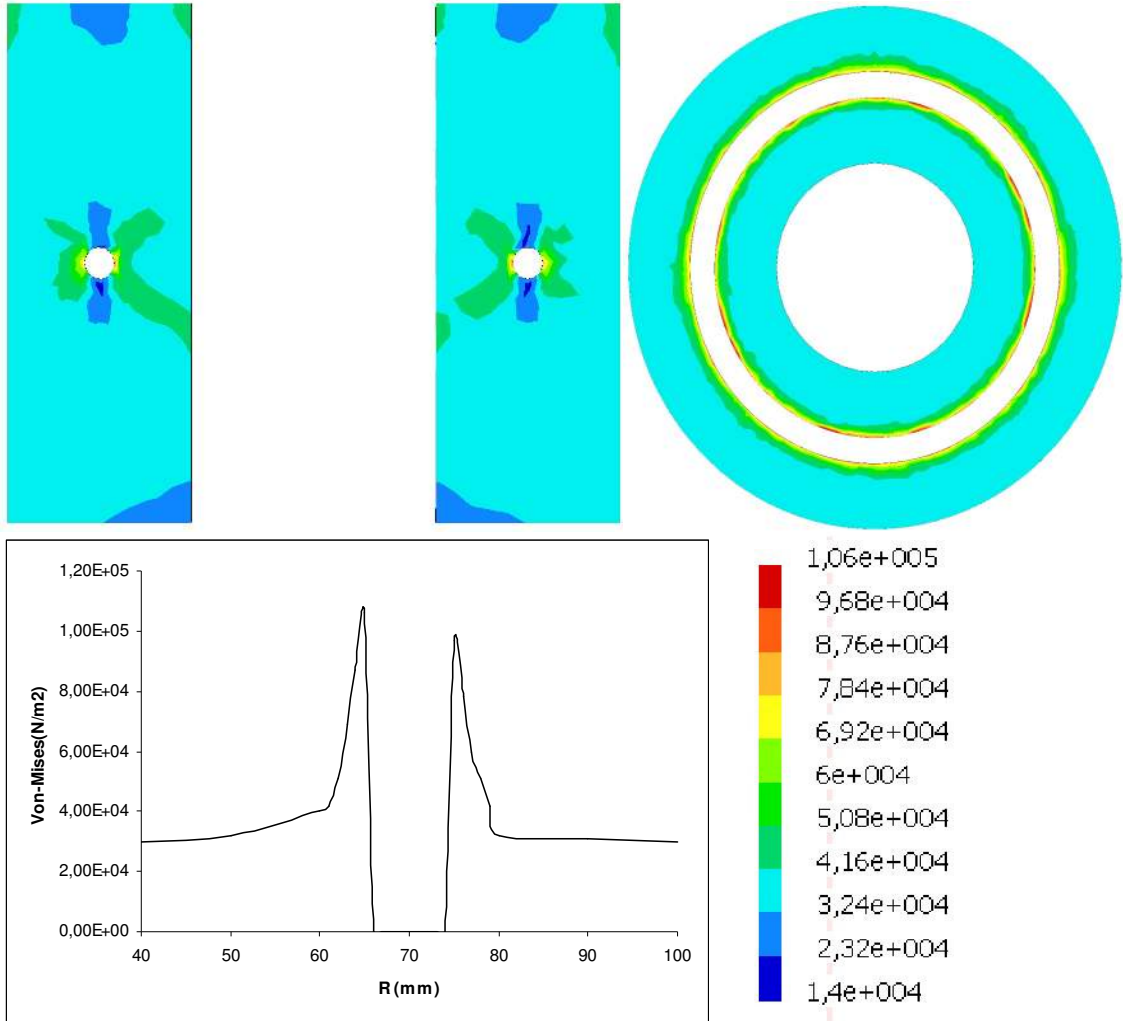
R=60 mm ve r=5 mm için:



Şekil 5. 6. R = 60mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 6. daki grafiğe göre silindir iç yüzeyi ile dairesel boşluk arasındaki mesafenin silindir dış yüzeyi ile dairesel boşluk arasındaki mesafeden daha az olmasından dolayı dairesel boşluğun sol tarafındaki gerilme değeri sağ taraftaki gerilme değerinden daha yüksek değerlerde meydana gelmektedir. Silindir iç yüzeyi ile dairesel boşluk arasındaki mesafenin artmasından dolayı maksimum gerilme değeri Şekil 5. 5. 'e göre daha düşüktür. Şekle göre maksimum gerilme değeri $1,16 \times 10^5$ N/m² ' dir.

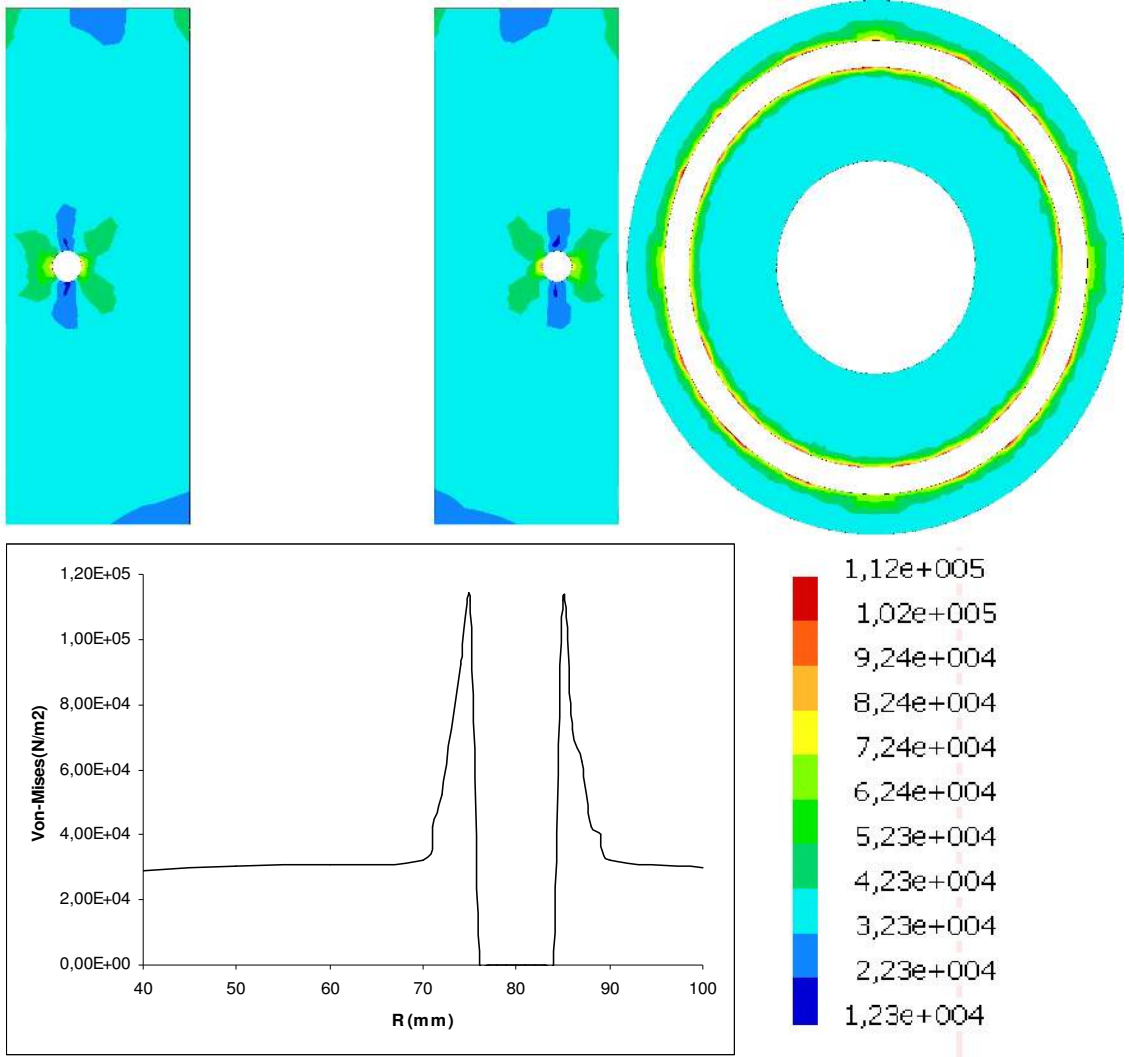
R= 70 mm ve r=5 mm için:



Şekil 5. 7. R = 70mm için gerilme değişimi

R=70 mm olması ile silindir cidar kalınlığının ortasına gelen dairesel boşluğun Şekil 5. 7. 'de daha dengeli bir gerilme dağılımına sebep olduğu görülmektedir. Bu şekilde maksimum gerilme değerinin bir önceki şekil 5. 6. 'ya göre daha da düştüğü görülmektedir. Silindir iç ve dış çapın arasındaki orta noktası olan R=70 mm değerinde gerilme değerinin en düşük olması beklenmektedir. Görüldüğü gibi diğer R değerleri içinde en düşük maksimum gerilme değeri $1,06 \times 10^5$ N/m² ' dir.

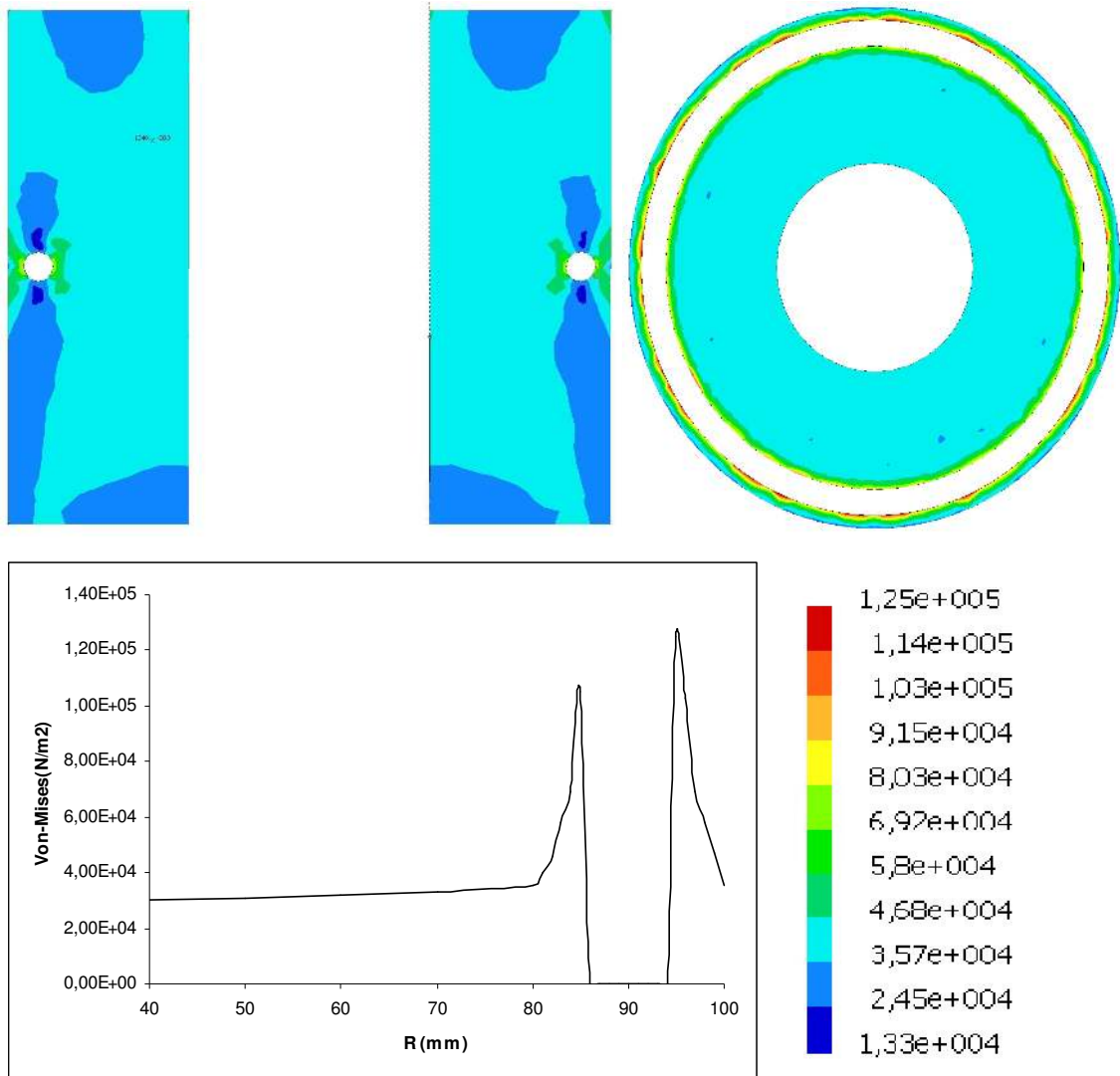
R= 80 mm ve r=5 mm için:



Şekil 5. 8. R = 80mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 8. de görüldüğü gibi dairesel boşluk çevresindeki gerilme dağılımı gerilmenin yüksek olduğu her iki bölge için maksimum gerilme değerleri birbirine yaklaşmıştır. Bu verilere göre dairesel boşluğun ikiye böldüğü kesit alanının dairesel boşluk çevresinde oluşan gerilme yoğunluğuna etkisini görmek mümkün olmaktadır. Dairesel boşluk, silindir dış cidarına yaklaştıkça bu kısma yakın taraftaki gerilme değerinin artışı gözlemlenmektedir. Bir önceki maksimum değer $1,06 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ iken R değerinin 80mm olmasıyla $1,12 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ olmuştur.

R= 90 mm ve r=5 mm için:

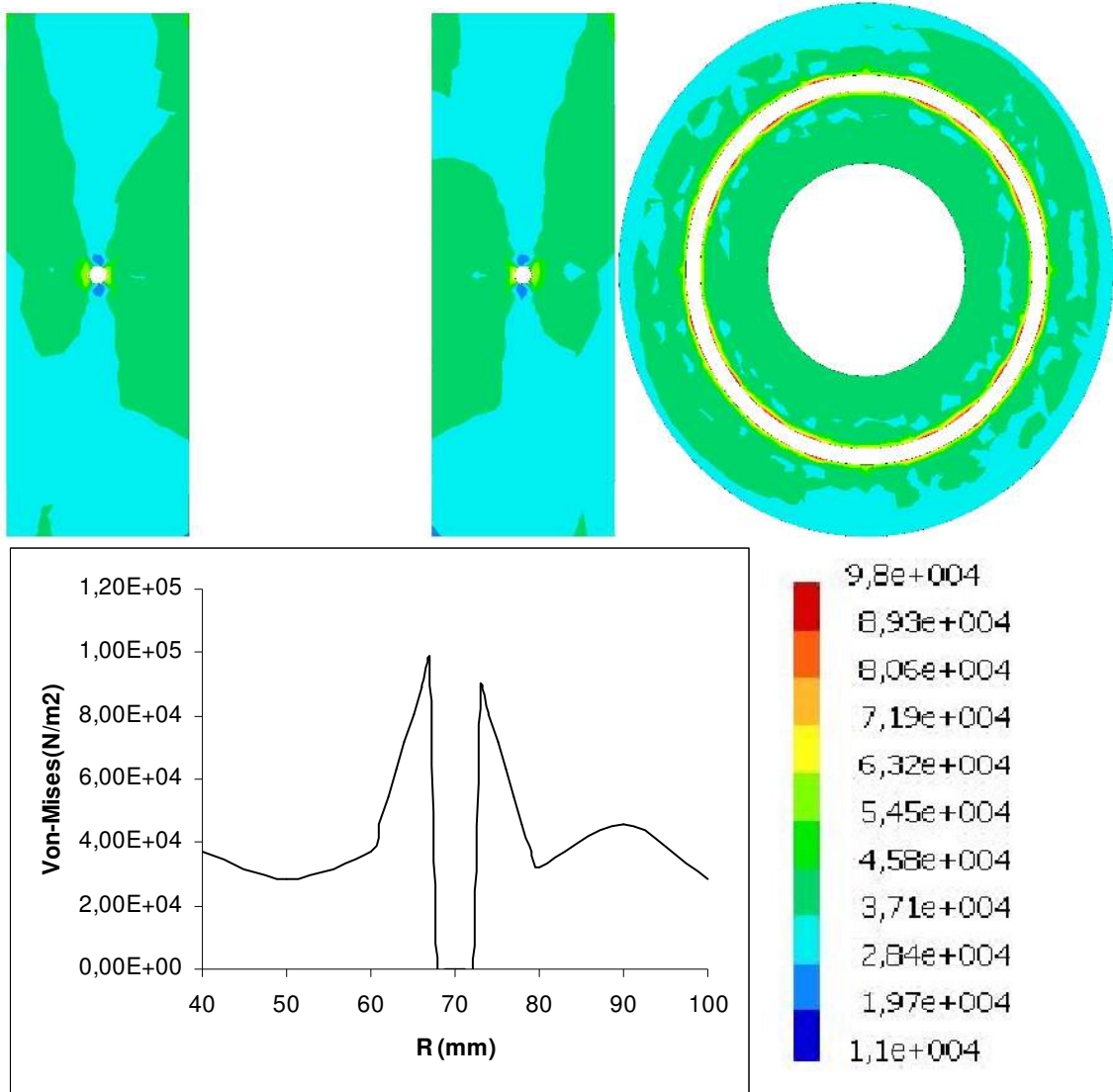


Şekil 5. 9. R = 90mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 9. da görülen gerilme değerinin silindirin dış cidarına yakın kısmında ilk kez büyük olduğu görülmektedir. Şekildeki maksimum gerilme değeri bir önceki değere göre artış göstermiştir. Daha önceki verilere bakarak dairesel boşluğun konumunun, boşluğun hangi bölgelerinde gerilme yoğunlaşmasına etki ettiği görülmektedir. Bu değerle birlikte dairesel boşluğun iç ve dış cidarlarına yakın kısımlarda gerilme değerlerinin daha yüksek olması nedeniyle bu kısımlardan malzemenin kopmaya başlaması beklenmelidir.

5.1.1.2. Dairesel kesitli boşluk yarıçapının (r) değişimine göre

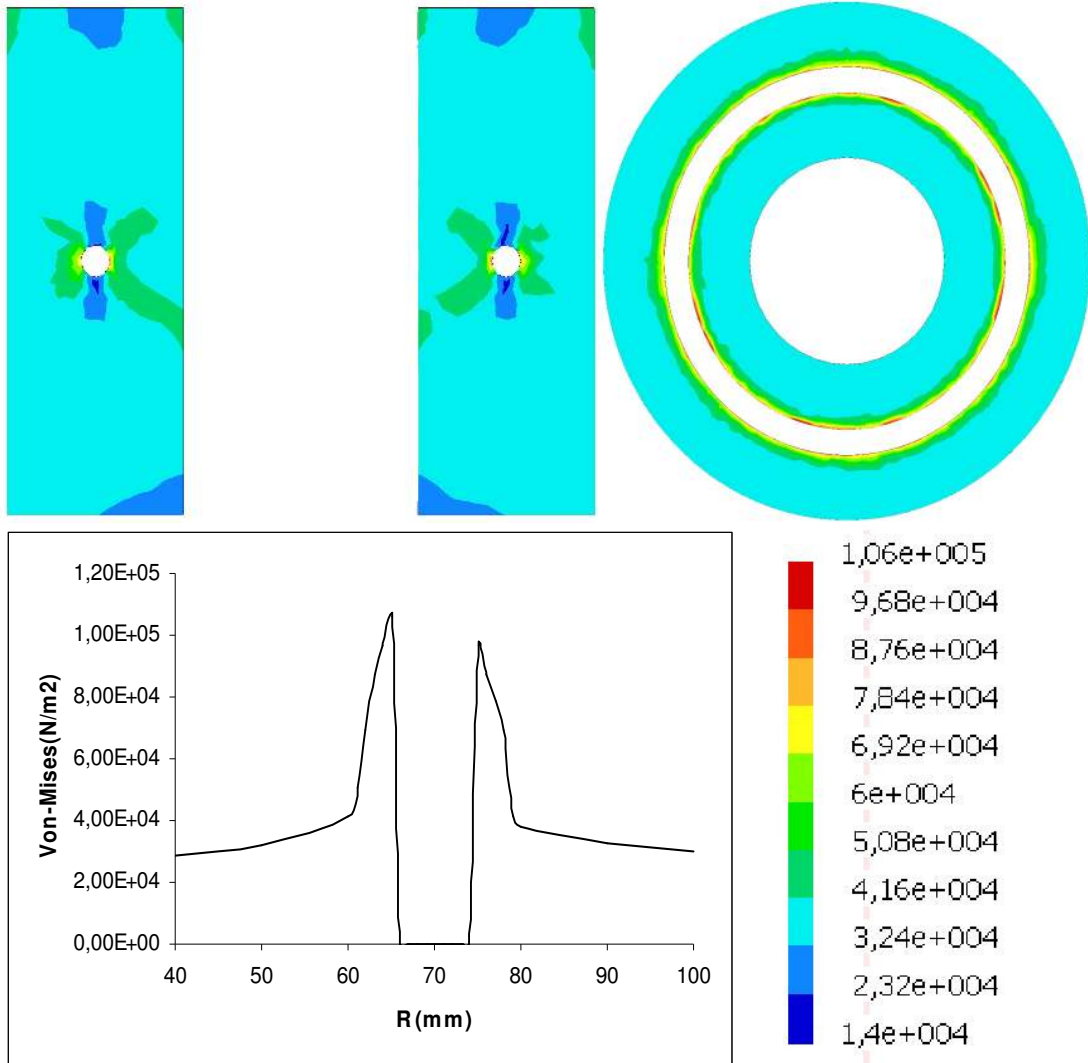
r= 3 mm ve R=70 için:



Şekil 5. 10. r = 3mm için gerilme değişimi

Yukarıdaki şekilde, dairesel boşluk etrafında meydana gelen gerilme dağılımı görülmektedir. Maksimum gerilme değerlerinin olduğu dairesel boşluk bölgesi Şekil 5.10. 'da görülmektedir. Yarıçap (r = 3) değeri en küçük değer olduğu için kesit alanı en büyük çıkacaktır. Bu nedenle bu gerilme değerinin daha büyük yarıçaplara göre, dairesel boşluk cidarında oluşan en düşük maksimum gerilme değerinin çıkması beklenmektedir. Bu r yarıçapındaki maksimum gerilme değerinin $9,8 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ olduğu görülmektedir.

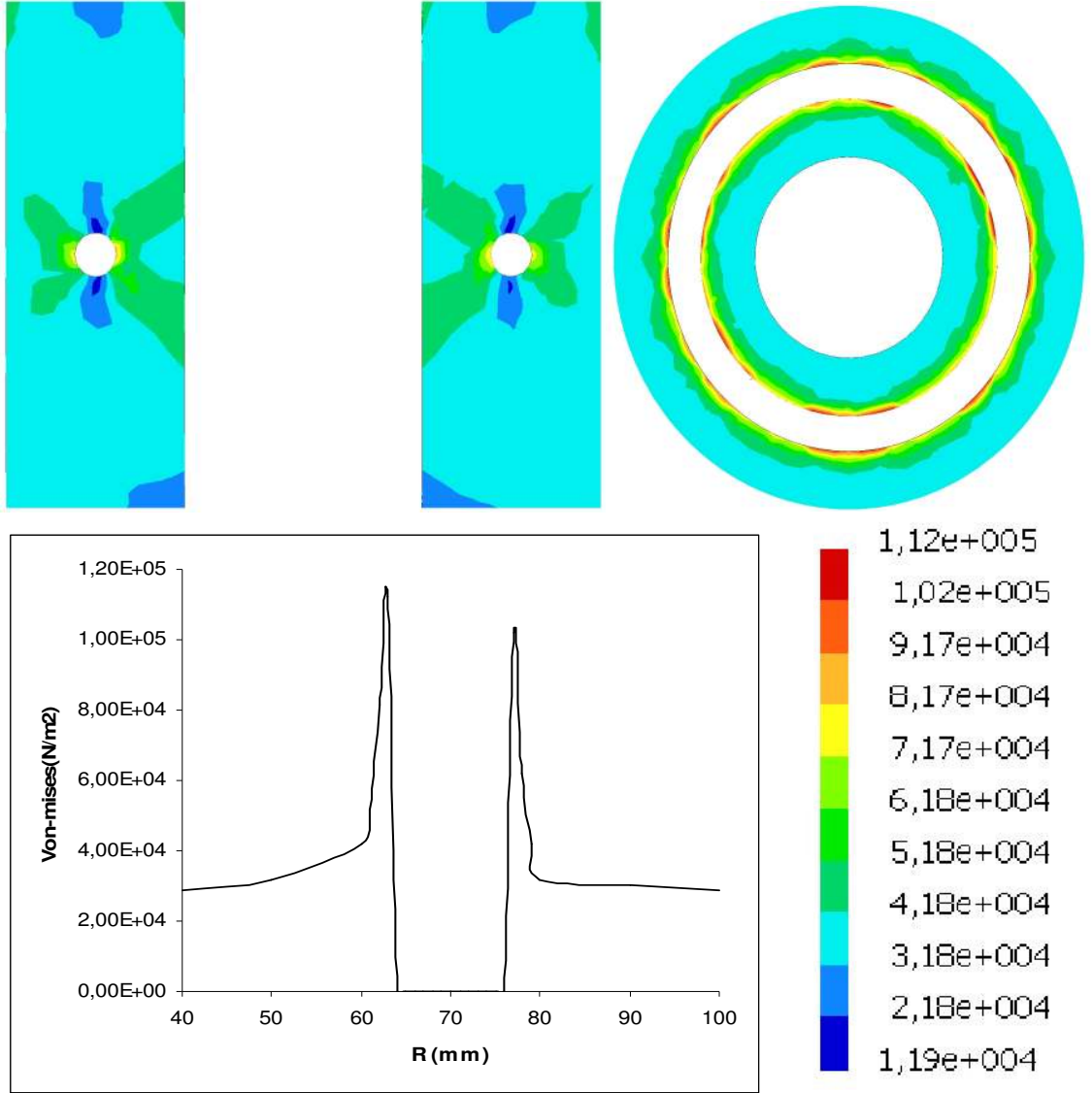
r= 5 mm ve R=70 için:



Şekil 5. 11. r = 5mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 11. 'de görüldüğü gibi maksimum değer $1,06 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ' dir. Bir önceki şekle göre maksimum gerilme değerinin arttığı görülmektedir. Bunun nedeni delik çapının artmasıyla birlikte yükü karşılayan alanın küçülmesidir. Gerilme tanımı 'Kuvvet/Alan' ise, bunun sebebini açıkça ortaya koymaktadır. Dairesel boşluğun etrafında oluşan gerilme yoğunluğunun silindirin iç cidarına yakın olan kısmında daha yüksek olduğu görülmektedir.

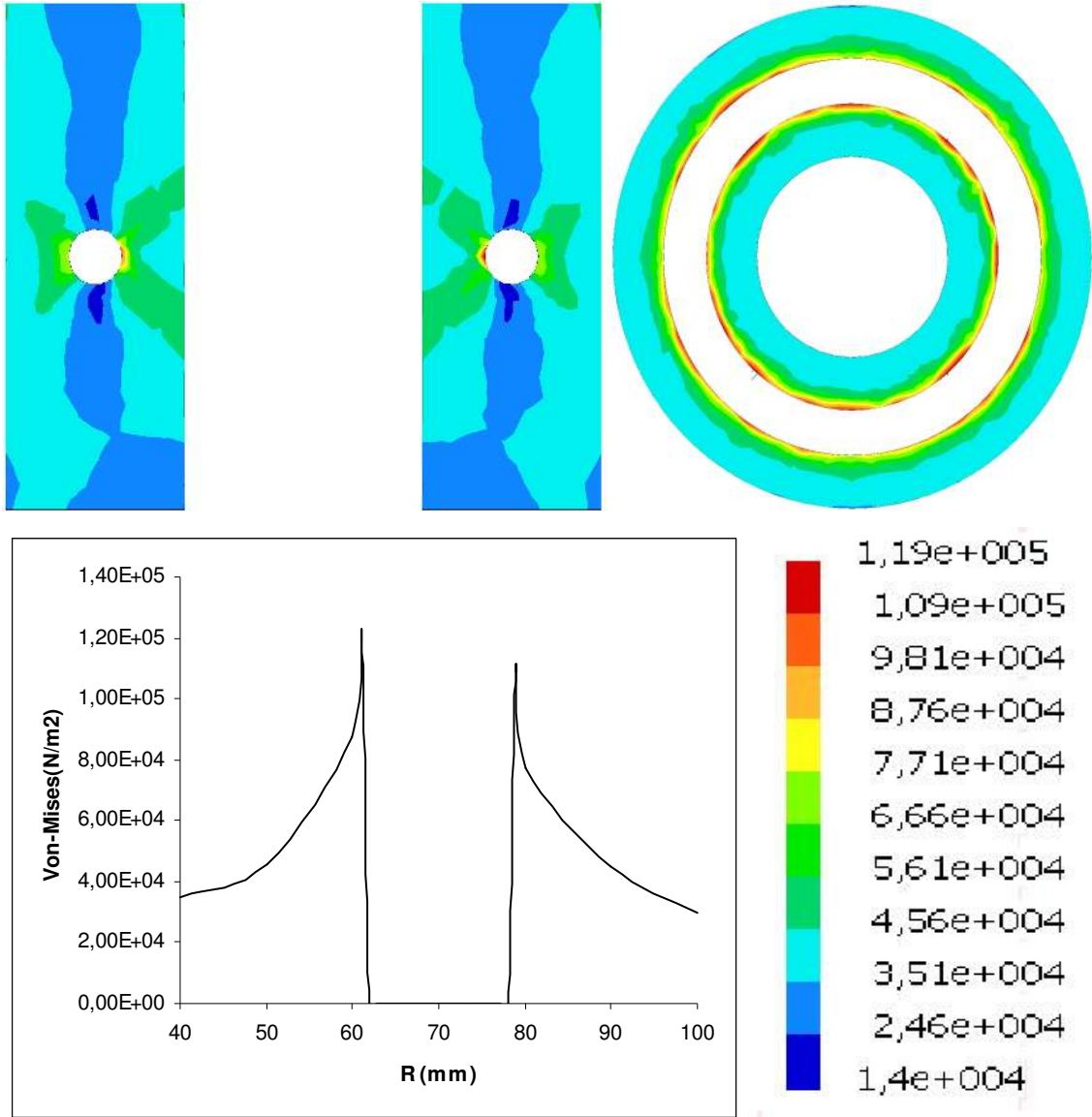
$r = 7 \text{ mm}$ ve $R = 70$ için:



Şekil 5. 12. $r = 7 \text{ mm}$ için gerilme değişimi

Maksimum gerilme değeri, alanın küçülmesiyle ters orantılı olarak artmaktadır. Dairesel boşluk çevresindeki gerilme yoğunluğu da r yarıçapının artmasıyla daha belirgin hale gelmektedir. Bu şekildeki maksimum gerilme değeri $1,12 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ' dir. Gerilme yoğunluğu yine dairesel boşluğun iç cidara yakın olduğu kısımda biraz daha fazladır.

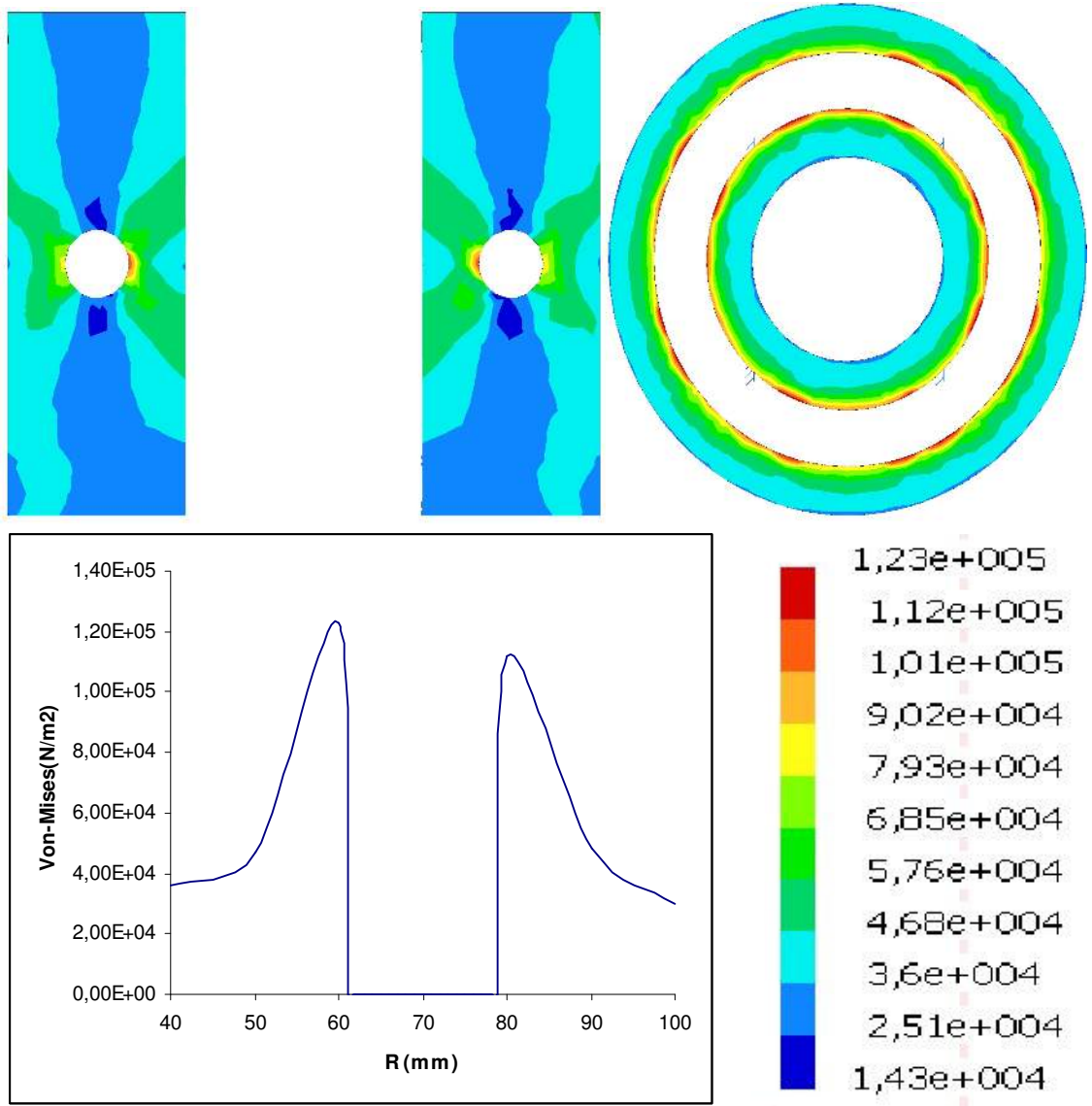
$r = 9 \text{ mm}$ ve $R=70$ için:



Şekil 5. 13. $r = 9 \text{ mm}$ için gerilme değişimi

Şekil 5. 13. 'e göre maksimum gerilmedeki artış yine gözlemlenmektedir. Bu şekildeki maksimum gerilme değeri $1,19 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ' dir. İç kısımdaki gerilme yoğunluğu yine dış kısma göre daha fazladır.

r = 11 ve R=70 için:



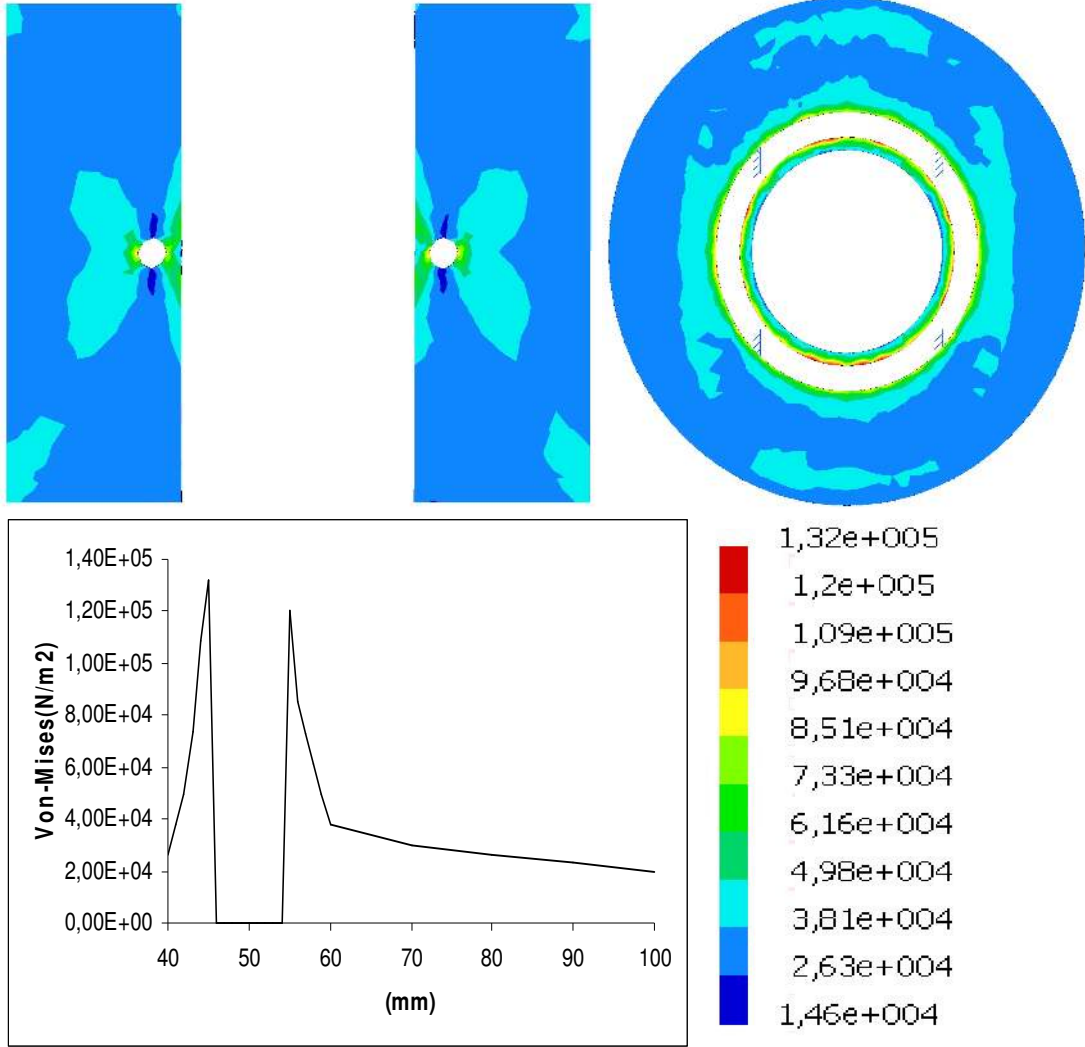
Şekil 5. 14. r = 11mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 14.'teki gerilme dağılımı şekil 5.13. ile benzer özellikler göstermektedir. Dairesel boşluk bölgesindeki maksimum gerilme değeri delik çapının artması ile daha da artmıştır. Maksimum gerilme değeri olan $1,23 \times 10^5$ N/m² 'lik değer hesaplanan en büyük r yarıçapı için elde edilen en büyük değerdir.

5.1.2. Ortotropik Malzeme ile Yapılan Analiz Sonuçları

5.1.2.1. Dairesel boşluk merkezinin silindir merkezine uzaklığının (R) değişimine göre

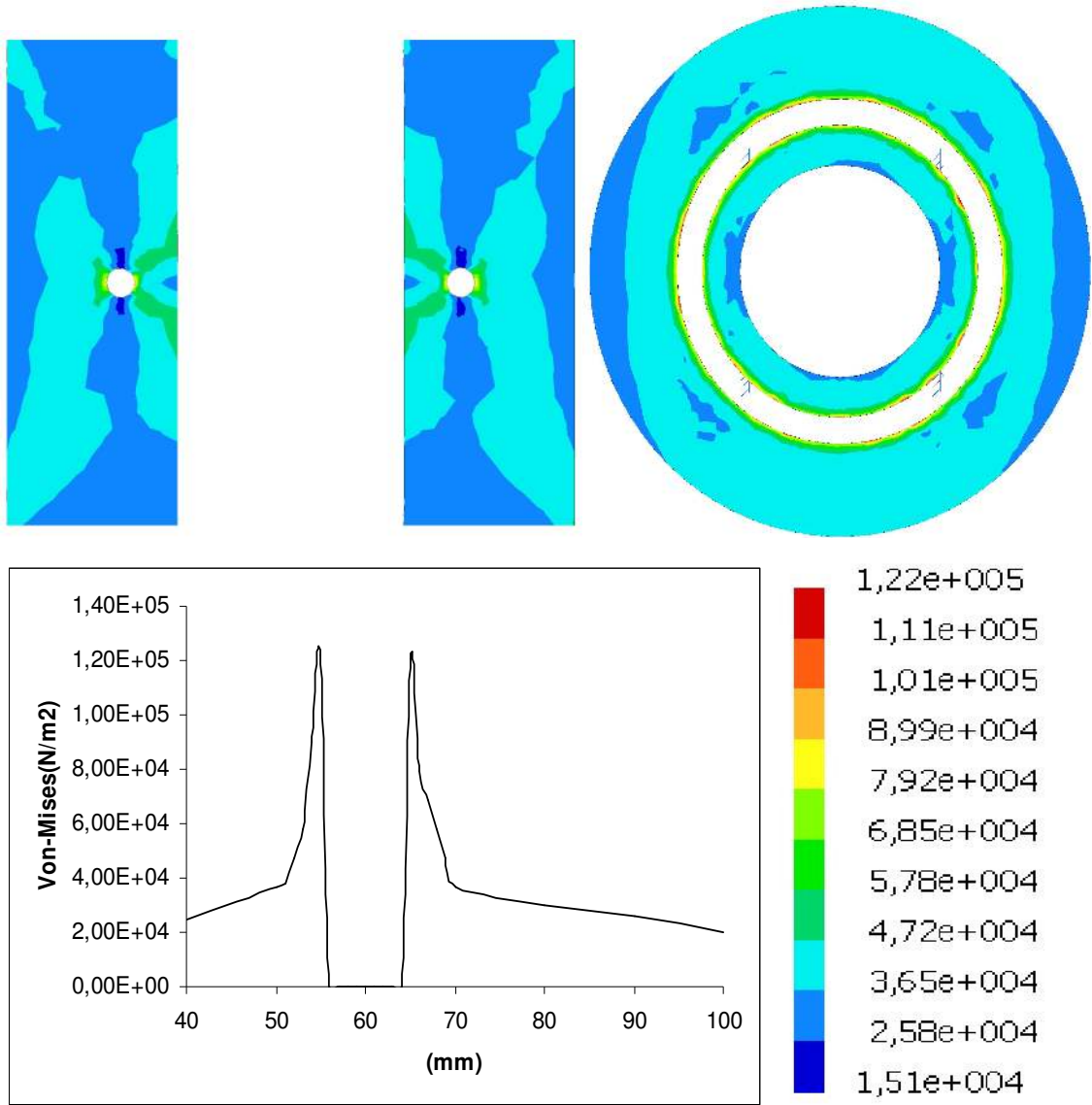
R= 50 mm ve r=5 için:



Şekil 5. 15. R = 50mm için gerilme değişimi

Şekilde görüldüğü gibi gerilme iç boşluk çevresinde yoğunlaşmıştır. Gerilme şeklin geneline yayılma göstermemiştir. Gerilme yoğunluğun çelik malzemesinde olduğu gibi silindir geometrisinin iç cidarına yakın yerde daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca ortotropik malzemede E_1 ve E_2 değerlerinin farklı olması nedeniyle şekilde yatay kesitte x ve z eksenleri boyunca gerilme dağılımında simetriklik görülmektedir. Çelik malzemede ise bu simetriklik orijine göre olmaktadır. Dairesel boşluk çevresinde oluşan maksimum gerilme değeri $1,32 \times 10^5$ N/m² 'dir.

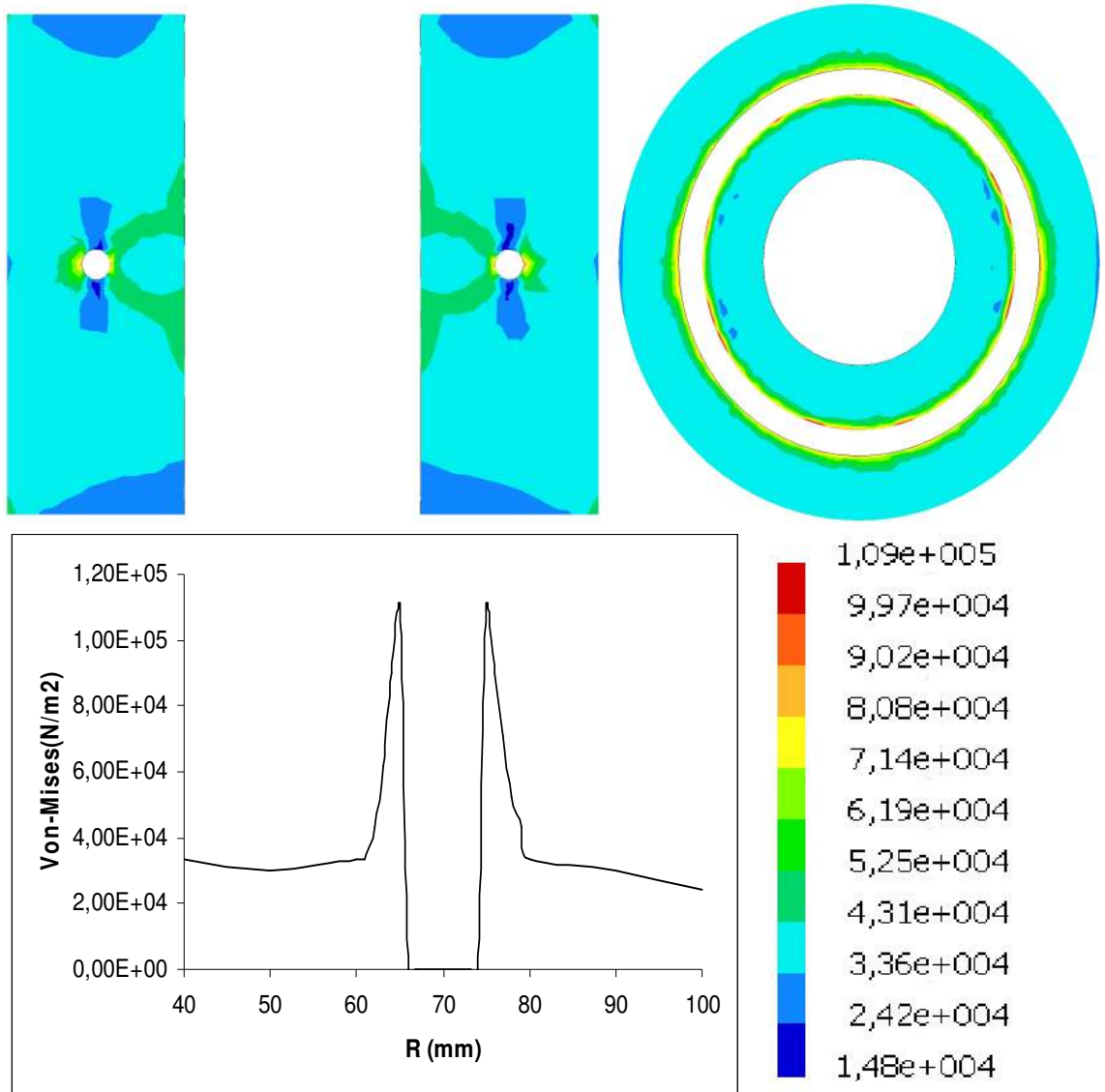
R= 60 mm ve r=5 için:



Şekil 5. 16. R = 60mm için gerilme değişimi

Maksimum gerilme değerini $1,22 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ olarak hesaplandığı görülmektedir. Bu değer bir önceki değer altındadır. Böylece dairesel boşluk çevresindeki maksimum gerilme değerinin iç cidardan orta kısma yaklaşmasıyla azalma gösterdiği anlaşılmaktadır. Şekil 5. 16. 'da gerilmenin eksenlere göre simetrik dağılımı ortotropik malzeme için daha belirgin biçimde görülmektedir.

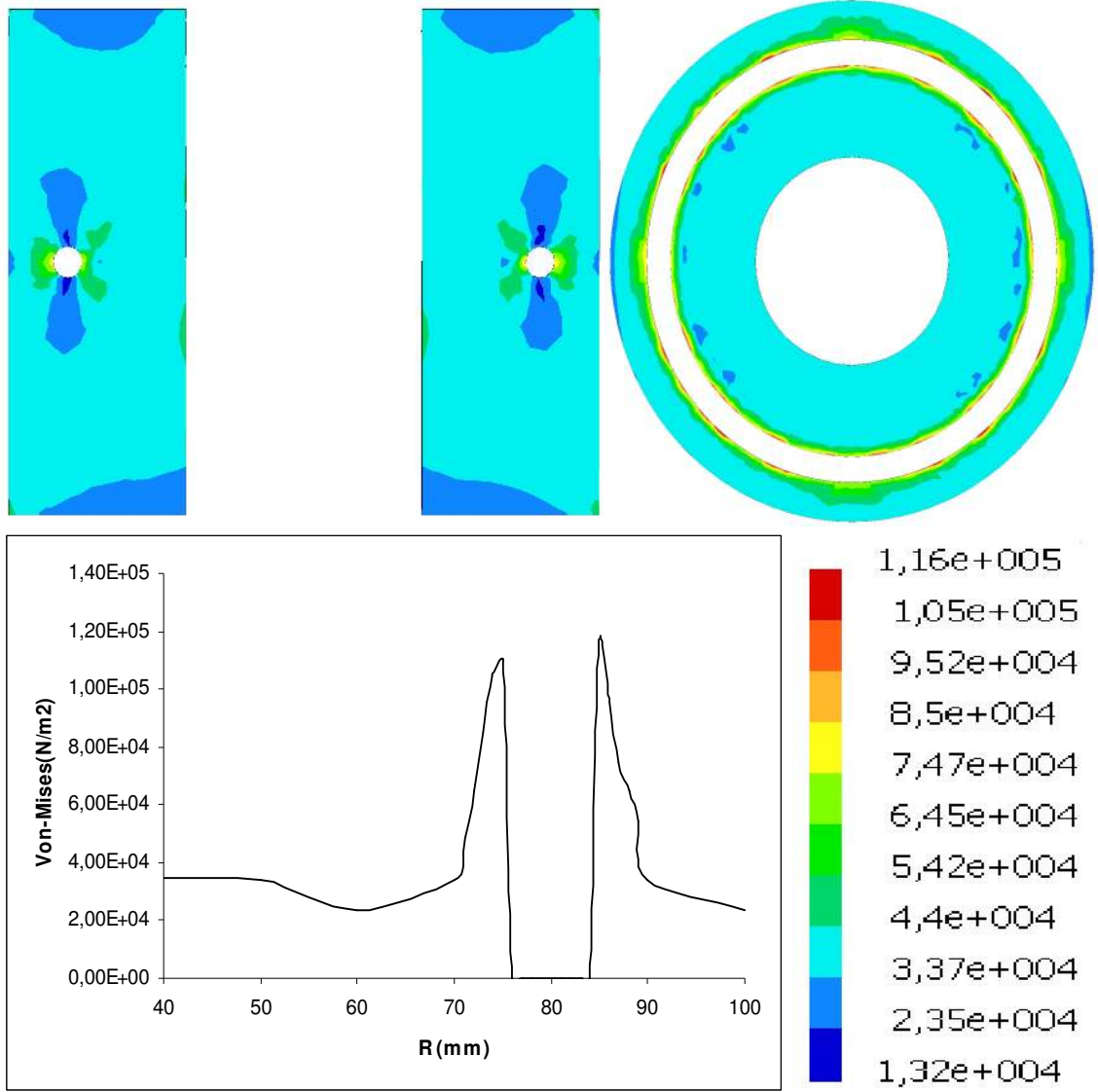
R= 70 mm ve r=5 için:



Şekil 5.17. R = 70mm için gerilme değişimi

İç boşluk çevresindeki maksimum gerilme değeri bir önceki R değeri için azalma göstermiştir. Bu sonuca göre daha önceki çelik malzemenin analizinde olduğu gibi $R=70$ olduğu durumda maksimum gerilme değerinin en düşük noksanına geldiği görülmektedir. Şekil 5. 17 de görüldüğü gibi bu değer $1,09 \times 10^5$ N/m^2 dir. Bu, silindirin iç ve dış cidarı arasında tam orta noktadaki dairesel boşluk için beklenen bir sonuçtur.

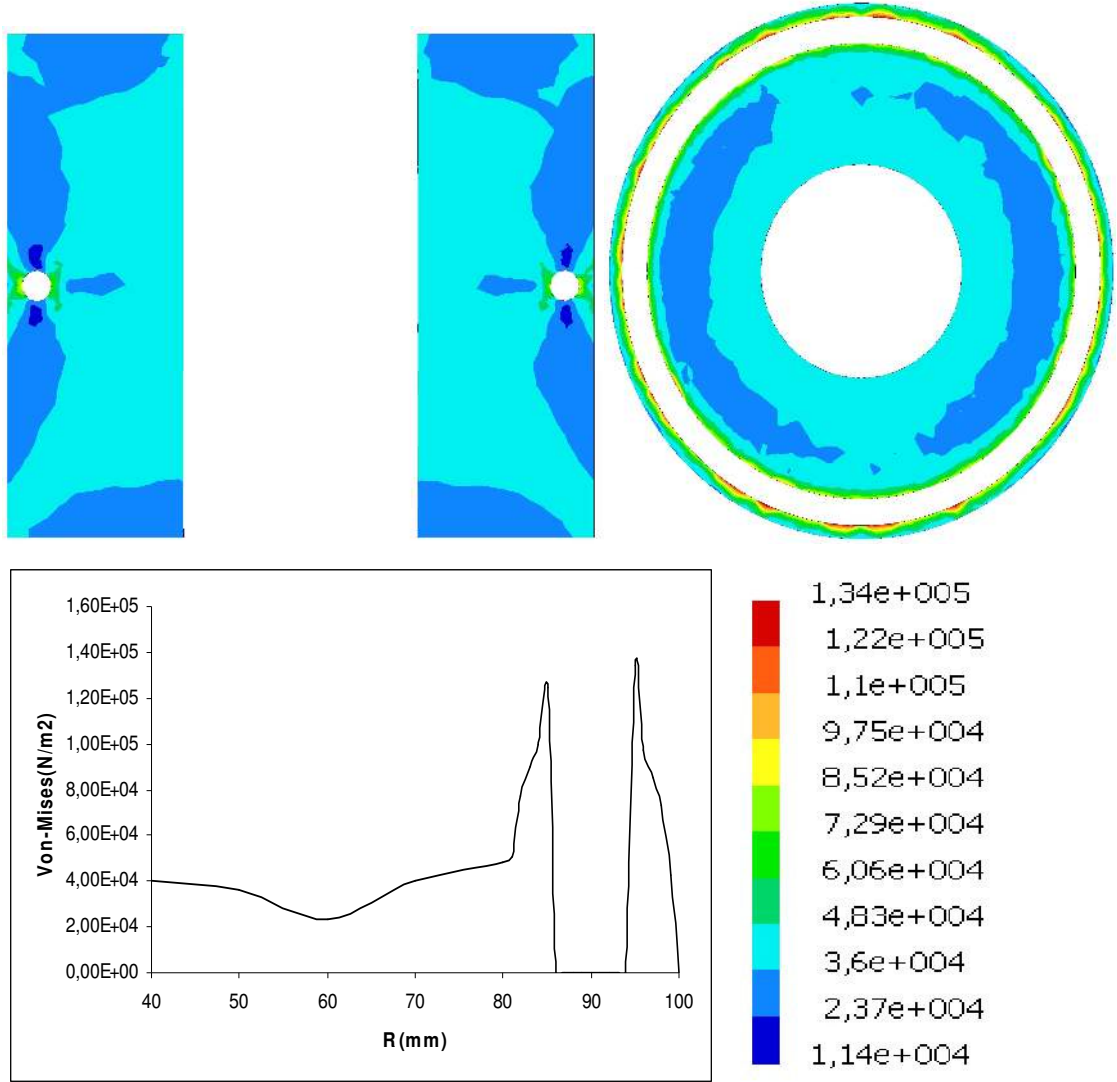
R= 80 mm ve r=5 için:



Şekil 5. 18. R = 80mm için gerilme değişimi

Dairesel boşluk çevresinde oluşan maksimum gerilme değeri bir önceki şekle göre artmıştır. Bu şekildeki maksimum değer $1,16 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ dir. Dairesel kesitli boşluk çevresindeki gerilme yoğunluğunun silindirin dış cidarına yakın kısmında daha fazla olduğu görülmektedir. (Şekil 5.18)

R= 90 mm ve r=5 için:

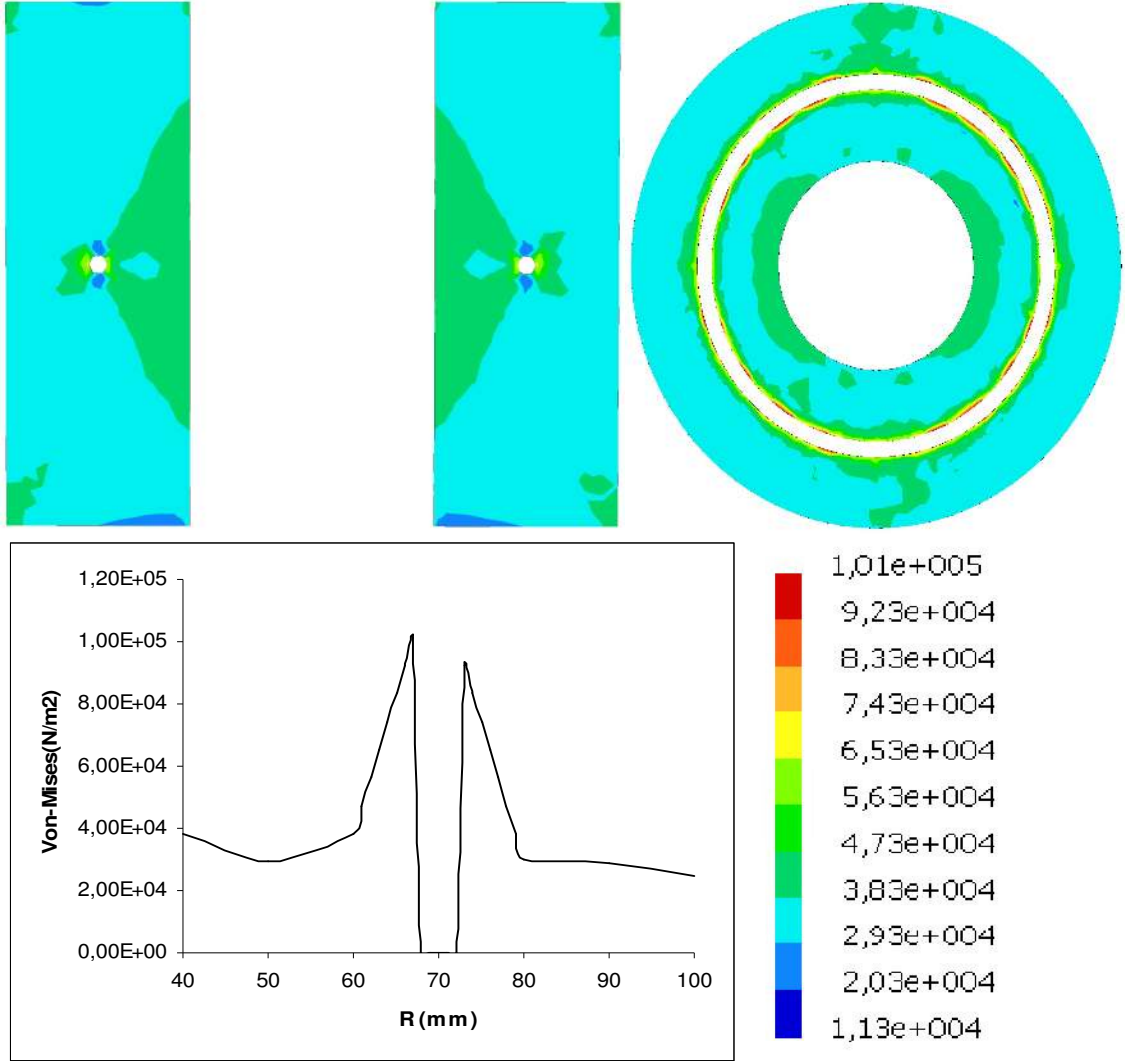


Şekil 5. 19. R = 90mm için gerilme değişimi

Gerilme yoğunluğu dış cidar civarında iyice belirginleşmektedir. Çünkü cidar kalınlığının azalması gerilmenin bu kısımda yoğunlaşmasına sebep olmuştur. Bununla birlikte R=90 değeri için en yüksek gerilme değeri oluşmaktadır. Maksimum değer Şekil 5.19. 'da görüldüğü gibi $1,34 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ dir.

5.1.2.2. Dairesel kesitli boşluk yarıçapının (r) değişimine göre

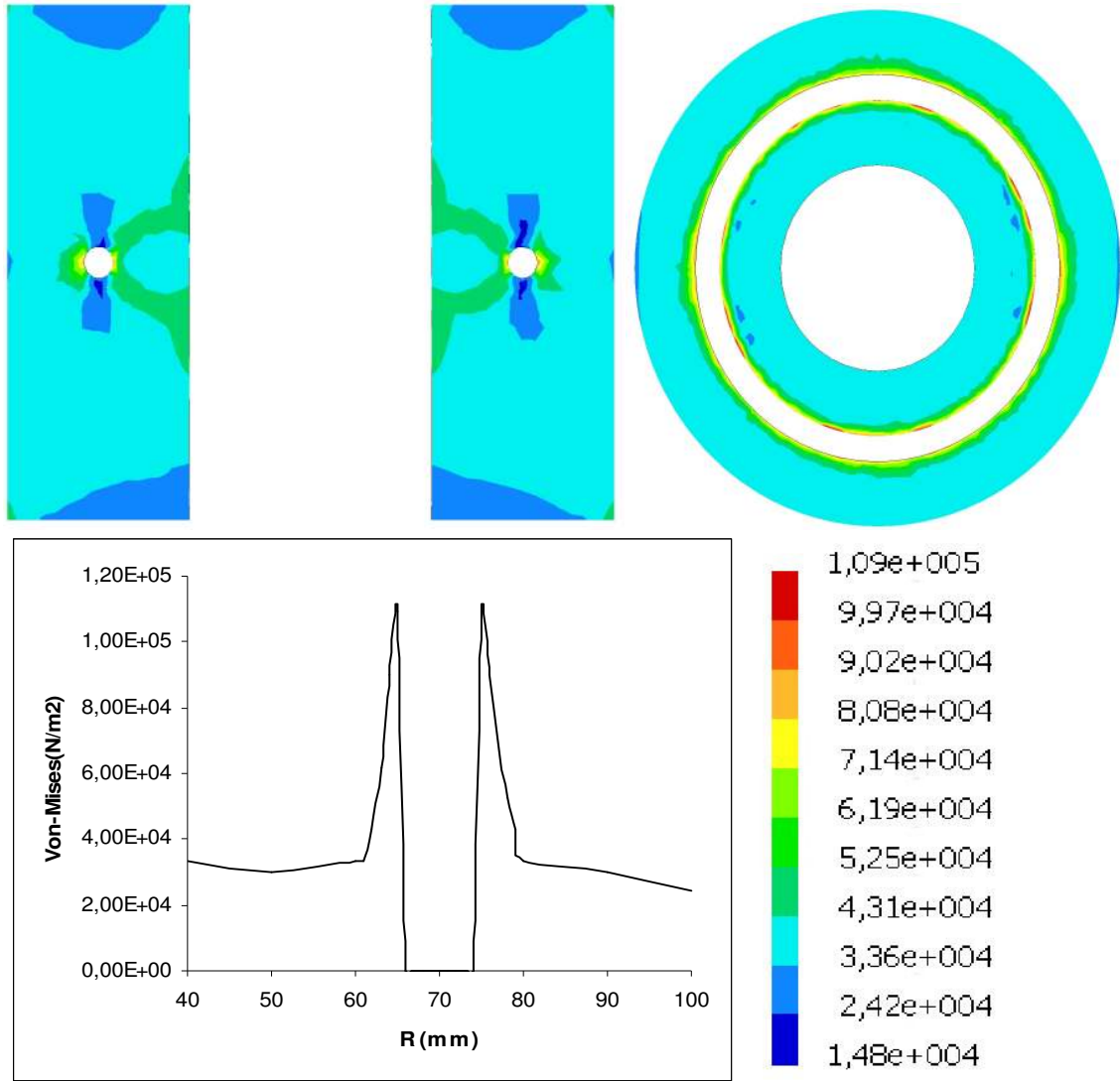
r= 3 mm ve R=70 için:



Şekil 5. 20. r = 3mm için gerilme değişimi.

Seçtiğimiz dairesel boşluk çapının en küçük r değeri için maksimum gerilme değeri $1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 'dir. Gerilme yoğunluğu iç cidara yakın bölge için daha fazladır. Şekil 5. 20. de x ve z eksenlerine göre simetrik olduğu da görülmektedir.

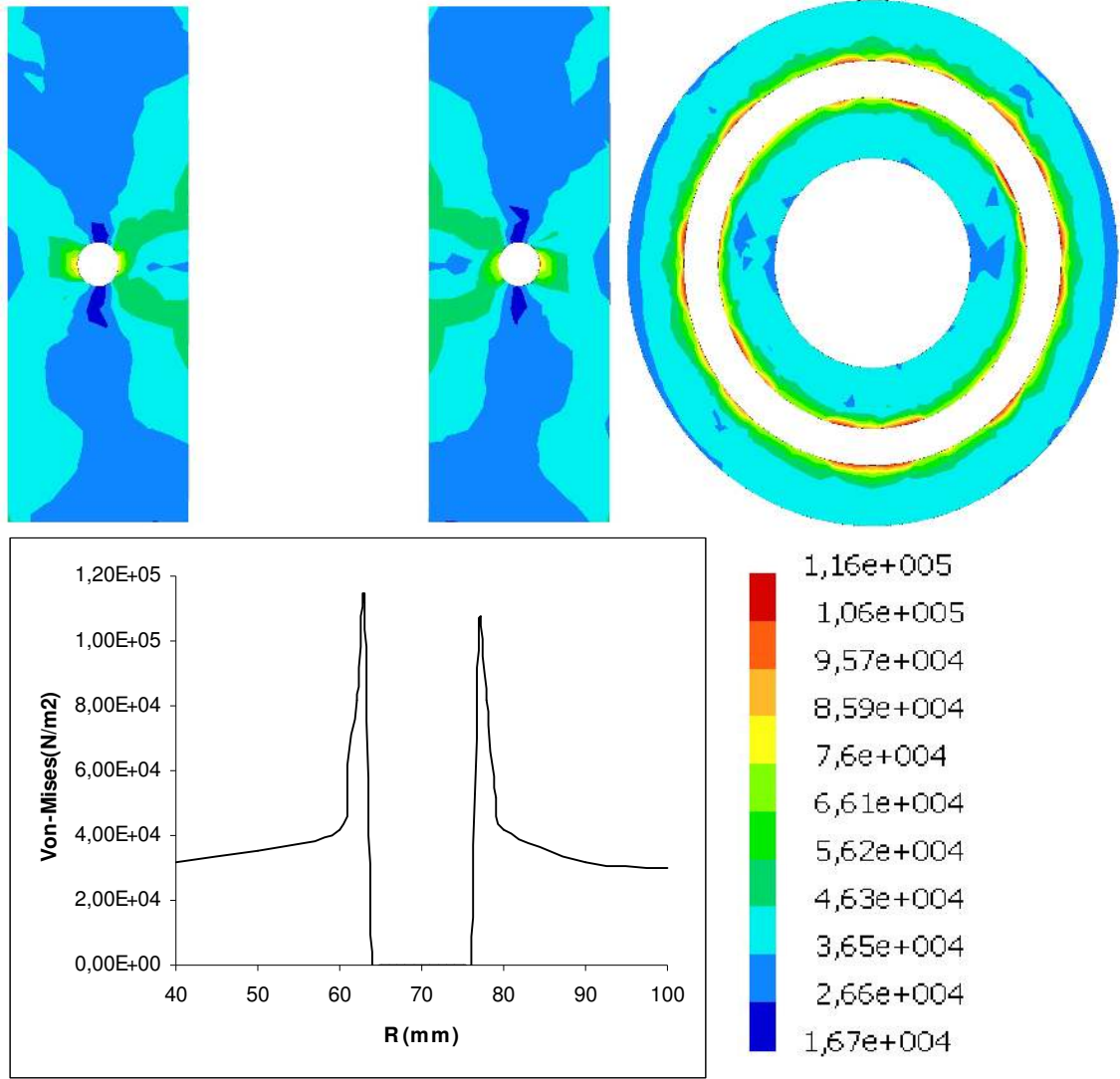
r= 5 mm ve R=70 için:



Şekil 5. 21. r = 5mm için gerilme değişimi

Şekil 5.21. 'de maksimum gerilmenin dairesel boşluk cidarında arttığı görülmektedir. Burada değişen parametre r yarıçapının artmasıdır. Daha önce belirtildiği gibi, bu kuvvet yönüne dik kesit alanının küçülmesi demektir. Basit olarak gerilme kesit alanıyla ters orantılı olarak değişmekte ve alan küçüldükçe gerilme değeri artmaktadır. Dairesel kesitli boşluk çevresinde oluşan maksimum gerilme değeri $1,09 \times 10^5$ N/m² 'dir.

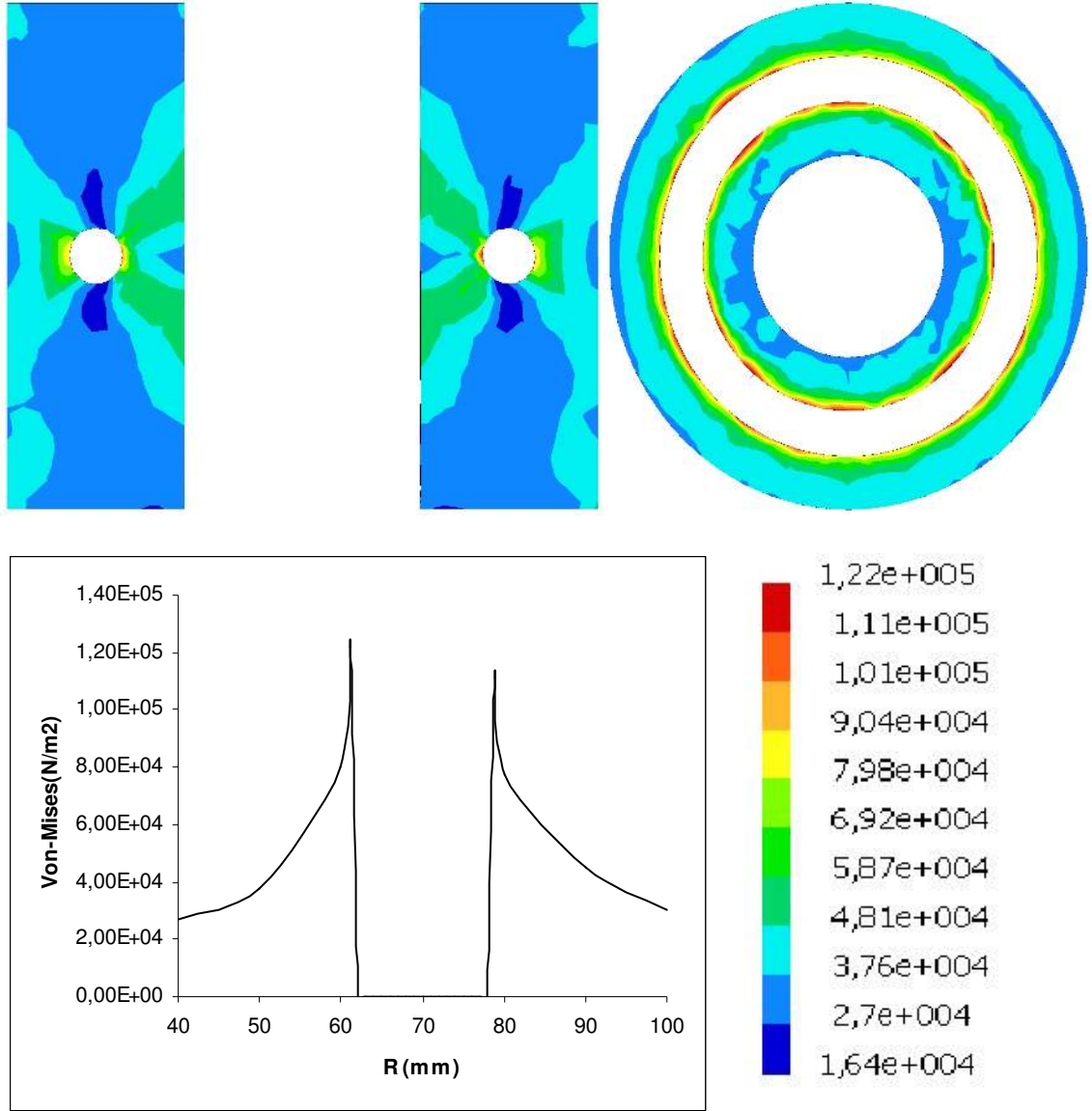
$r = 7 \text{ mm}$ ve $R = 70$ için:



Şekil 5. 22. $r = 7 \text{ mm}$ için gerilme değişimi

Şekil 5. 22. 'de x ve z eksenlerine göre gerilme dağılımının eksenlere göre simetrik olduğu, şekil 5. 21. 'e göre daha iyi görülmektedir. Bir önceki şekle göre maksimum gerilme değerinde artış görülmektedir. Maksimum gerilme değeri $1,16 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 'dir.

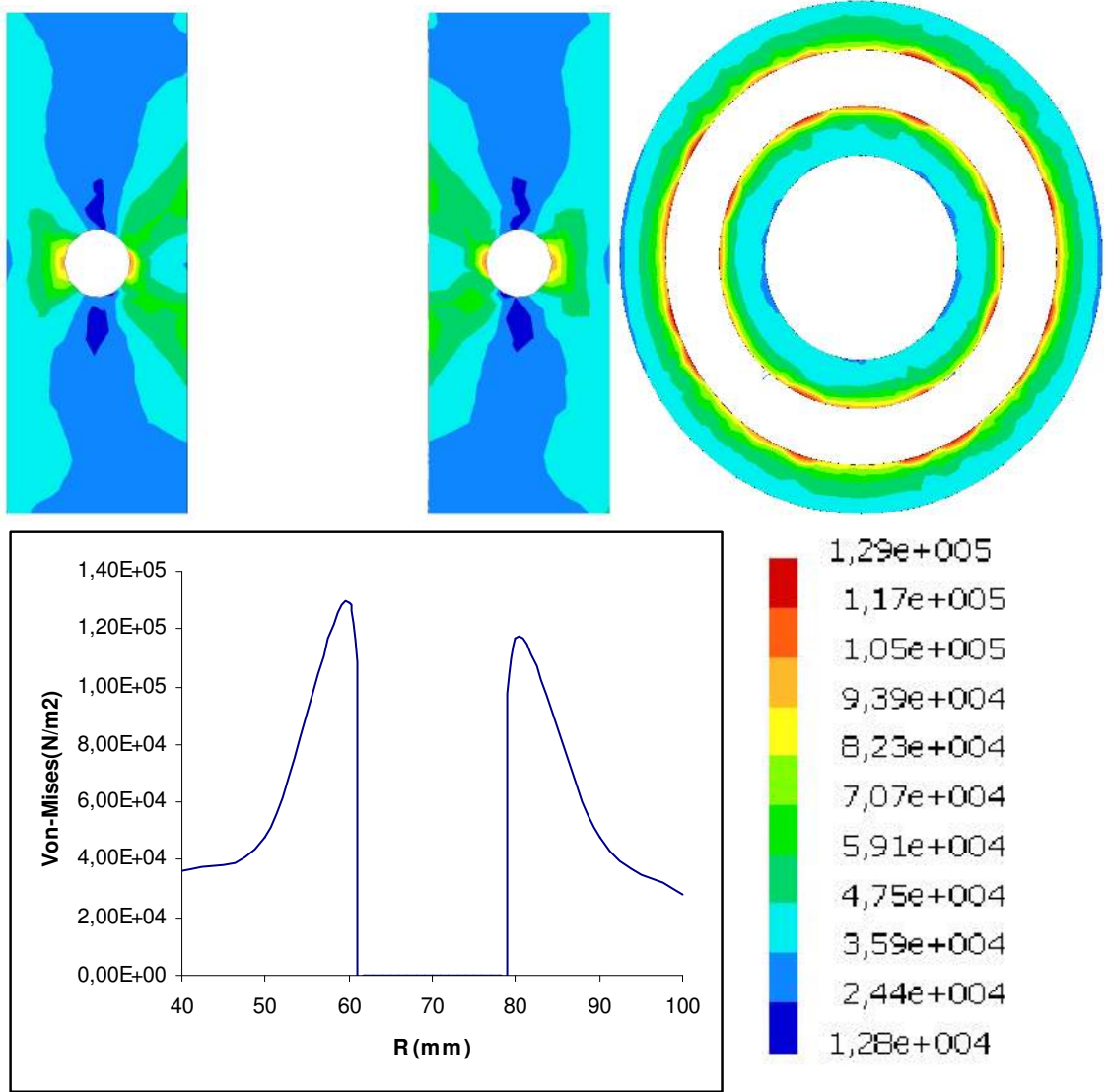
r = 9 ve R=70 için:



Şekil 5. 23. r = 9mm için gerilme değişimi

Gerilmenin yoğunlaştığı dairesel kesitli boşluk çevresinde oluşan maksimum gerilme değeri $1,22 \times 10^5$ N/m² 'dir. Yine bir önceki şekle göre maksimum gerilme değerinde artış görülmektedir. Şekil 5. 23. e göre gerilmenin yoğunlaştığı bölge artmıştır. Bu sonuç bu bölgenin daha çok deformasyona uğrayacağı anlamına gelmektedir.

r = 11 ve R=70 için:

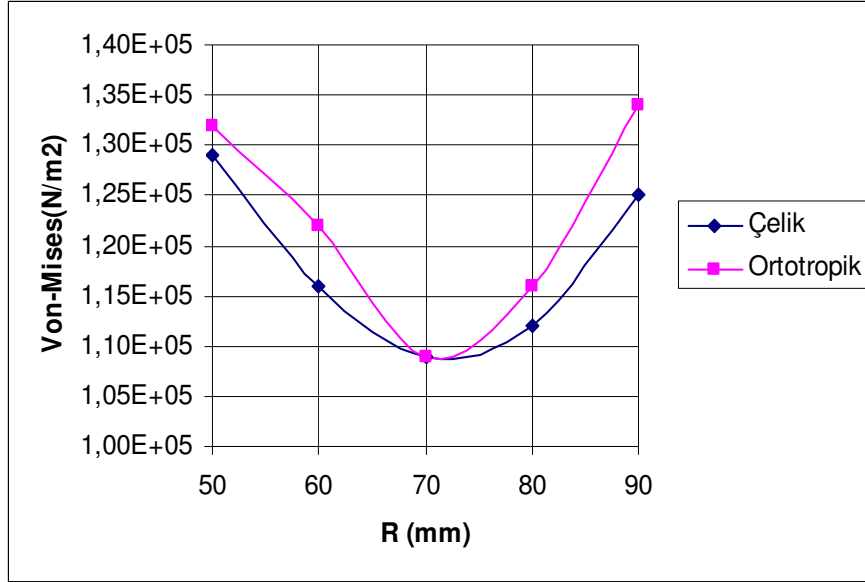


Şekil 5. 24. r = 11mm için gerilme değişimi

Şekil 5. 24. te yüksek gerilmelerin yoğunlaştığı alanda artış görülmektedir. Bu şekilde r'nin en büyük değeri için maksimum gerilme değeri $1,29 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ 'dir. Çelik malzemede olduğu gibi maksimum gerilme değeri olan r=11 yarıçapı için analiz sonucunda en büyük değer elde edilmiştir.

5. 3. Elde edilen analiz sonuçlarının genel değerlendirilmesi

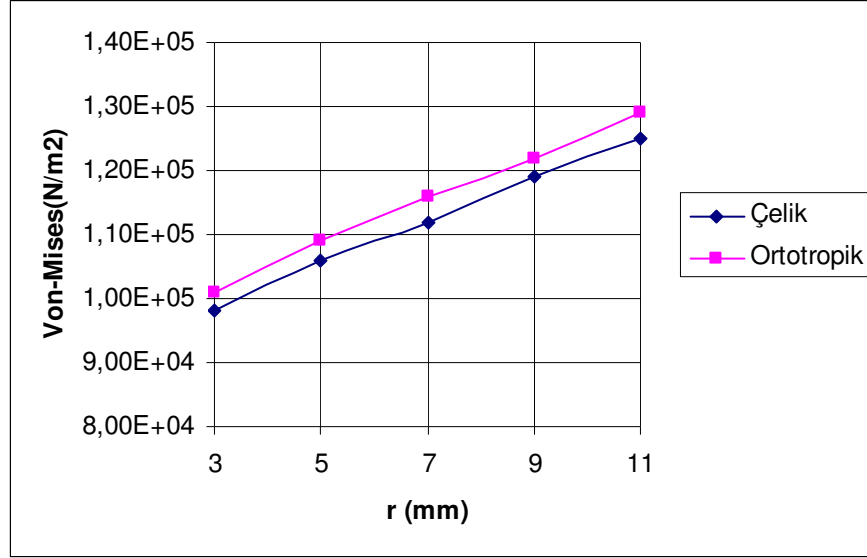
Aşağıdaki grafik, dairesel kesitli boşluk merkezinin silindir merkezine olan uzaklığının değişmesiyle meydana gelen maksimum gerilme değerlerini göstermektedir.



Şekil 5. 25. R mesafesinin değişimine bağlı olarak maksimum gerilme değerleri.

Şekil 5. 25. de görüldüğü gibi R mesafesi kesitin tam ortası olarak alındığında (R=70 mm) hem izotropik hem de ortotropik malzeme için en düşük gerilme değerleri elde edilmektedir. R mesafesi silindir iç ve dış yüzeyine doğru kaydırıldığında orta kesitteki gerilme değerlerinden daha yüksek gerilmeler oluşmaktadır. İzotropik (Çelik) malzeme ile ortotropik malzemenin, maksimum Von-Mises eşlenik gerilme değerleri arasında küçük değer farklılıkları olduğu şekil 5. 25. grafiğinde görülmektedir.

Şekil 5.26 dairesel kesitli boşluk çapının değişmesiyle meydana gelen gerilme değişiminden hareketle elde edilen maksimum gerilme sonuçlarını göstermektedir.



Şekil 5. 26. Dairesel boşluk çapının (r) değişimine bağlı olarak maksimum gerilme değişimi.

Şekil 5. 26. de görüldüğü üzere hem izotropik (Çelik) hem de ortotropik malzeme için dairesel boşluk yarıçapı $r=3$ mm için en küçük $r=11$ mm için ise en büyük gerilme değerleri elde edilmiştir. Delik yarıçapı büyüdükçe yüke karşı dik kesit alanı küçüldüğünden dolayı oluşan gerilme değerleri artmaktadır ki bu beklenen bir sonuçtur. Ayrıca, önceki şekilde olduğu gibi bu şekilde de çelik ile ortotropik malzeme arasındaki gerilme farkının çok düşük olduğu görülmektedir.

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada içerisinde dairesel kesitli çevresel boşluk bulunan izotropik ve ortotropik malzemeden oluşan silindir şeklindeki bir makine elemanında, dairesel boşluğun iç yarıçapı (r) ve boşluk merkezinin silindir merkezine olan uzaklığı (R) değiştirilmek suretiyle gerilme analizi yapılmıştır. Analizler 5 farklı dairesel boşluk yarıçapı (r) ve 5 farklı R değerinde gerçekleştirilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

İzotropik malzeme için R değeri silindir iç cidarından cidarın orta kısmına ilerledikçe meydana gelen gerilme değeri düşüş sergilemekte ve cidarın tam orta kısmında ($R=70$ mm) minimum değerini almaktadır. Cidarın orta kısmından sonra gerilme değeri tekrar bir artış göstermekte ve $R=90$ mm de, $R=50$ mm deki gerilme değeriyle hemen hemen aynı olmaktadır.

Ortotropik malzeme için R değerinin değişimiyle gerçekleştirilen analiz sonuçlarından elde edilen gerilme değerleri, seçilen ortotropik malzemenin elastisite modülü izotropik malzemenin elastisite modülünden daha düşük olduğundan, izotropik malzeme için elde edilen gerilme değerlerinden daha yüksek olarak elde edilmektedir. Burada da gerilme değerleri cidarın tam orta kısmında minimum iken iç ve dış cidarda maksimum değerlerde meydana gelmektedir.

Dairesel kesitli boşluğun yarıçapı (r) artıkça, silindir kesintinin alanı azalmakta ve bu sebepten dolayı da hem izotropik hem de ortotropik malzeme için meydana gelen gerilme değerleri artmaktadır.

KAYNAKLAR

1. Bathe, KJ., 1982, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
2. Cheung, YK., Yeo, MF., 1979, A Practical Introduction to Finite Elements Analysis, Pitman Publishing Limited, London.
3. Kato, A., 1991, Journal of Strain Analysis, Design Equation for Stress concentration Factors of Notched Strips and Grooved Shafts, Vol. 26, pp. 21-28.
4. Turgut A., Geçit M. R., 1988, A Semi-Infinite Elastic Strip Containing a Transverse Crack, The Arasian Journal, V.3, January
5. Turgut A., Arslan N., 1992, Kenarlarında U Çentikler Bulunan İzotrop ve Kompozit Levhalarda Gerilme Yığılma Katsayılarının Sonlu Elemanlar Analizi Metoduyla Tesbiti, Tr. Journal of Engineering and Environmental Sciences, Cilt 16, Sayfa 123-130
6. Turgut, A., Arslan N., Sancaktar, E., 1993, The Effect of Fiber Type on The Level of Stress Concentration Created By –U- Notches In Long-Fiber Composite Plates, ASME, New Mexico
7. Arslan, N., Turgut, A. And Sancaktar, e., 1993, Reliability, Stress Analysis, and Failure Prevention, The effect of Fiber Type on the Level of Stress Concentration Created by U-Notches in Longer-Fiber Composites Plates, ASME, DE-Vol.55, pp. 125-134.
8. Arslan, N., Turgut, A. And Sancaktar E., 1996, Reliability, Stress Analysis, and Failure Prevention Issues in Fastening and Joining, Composite and Smart Structures, Numerical and FEAS Methods, Risk Minimization, ASME, Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Isotropic Plates with U-Notches, DE-Vol. 92, pp. 45-48.
9. Gibson, FR., 1994, Principles of Composite Material Mechanics. McGraw-Hill International Editions, 1994.
10. Dowling, NE., 1993, Mechanical Behavior of Material, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
11. Arslan, N., Sancaktar, E. And Çelik, M., 2000, Proceeding of DETC 2000 ASME 2000 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Elasto-Plastic Behavior of Thermoplastic Matrix Roller Chain Link Plates Reinforced with Steel Fibers, Baltimore, Maryland September 10-13, pp. 1-10.
12. Geçit M.R., Turgut A., 1987, Extension of Finite Strip Bonded to Rigid Support, Computational Mechanics, V.3, Page 398-410
13. Arslan, N., Turgut, A., Gür, M., 1995, U Çentikli İzotropik Levhalarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi, 6. Denizli Malzeme Sempozyumu, Pamukkale Üniversitesi Müh. Fak. Denizli

14. Gür, M., Turgut, A., 1998, Kompozit Malzemeli Faturalı Bir Kirişte Gerilme Analizi, Harran Üniv. GAP 2. Mühendislik Kongresi Şanlıurfa
15. Gür, M., Turgut, A., Sancaktar, E.,1995,The Effect of Fiber Type on The Level of Stressn Concentration Creates in Filletes Composite Rectangular Bars in Bending, ASME, San Francisco, California, USA
16. Arslan, N., Turgut, A.,Sancaktar.,E.,1996,Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Isotropic Plates with –U- Notches, ASME, Atlanta, Georgia, USA
- 15.Catia V5, Cad/Cam Lab., 2001,Whicita State University, National Institute for Aviation Research.
16. Catia v5r9, 2002,CAD TECH IBERICA, S.A. Area de Formacion,

.